

СОДЕРЖАНИЕ

Том 67, номер 5, 2021

НЕЛИНЕЙНАЯ АКУСТИКА

Волны деформации в нелинейных соосных оболочках, заполненных вязкой несжимаемой жидкостью

Л. И. Могилевич, Ю. А. Блинков, С. В. Иванов

467

ФИЗИЧЕСКАЯ АКУСТИКА

Резонансный звукопоглотитель воздушного шума

Л. И. Казаков

475

Преобразование термооптически возбуждаемых широкополосных импульсов продольных акустических волн в импульсы сдвиговых волн в изотропной твердотельной пластине в жидкости

Н. Б. Подымова, А. А. Карабутов

482

АКУСТИКА ОКЕАНА. ГИДРОАКУСТИКА

Амплитудная и фазовая структура низкочастотного гидроакустического поля в глубоком океане

С. П. Аксенов, Г. Н. Кузнецов

493

Влияние неровностей дна на распространение каустических пучков в океанических волноводах

Ю. В. Петухов, Е. Л. Бородина

505

Многokратное рассеяние океанического шума на ветровом волнении в мелком море

М. А. Раевский, В. Г. Бурдуковская

514

Прогноз эффективной скорости распространения акустических сигналов на основе модели циркуляции океана

М. А. Сорокин, П. С. Петров, Д. Д. Каплуненко, А. А. Голов, Ю. Н. Моргунов

521

Комплекс программ для расчета акустических полей в мелком море на основе метода широкоугольных модовых параболических уравнений

А. Г. Тыщенко, О. С. Заикин, М. А. Сорокин, П. С. Петров

533

АТМОСФЕРНАЯ И АЭРОАКУСТИКА

Направленность излучения низкочастотного атмосферного звука, возбуждаемого источниками в воде

А. В. Лебедев

542

АКУСТИЧЕСКАЯ ЭКОЛОГИЯ. ШУМЫ И ВИБРАЦИЯ

Идентификация возникновения зарождающихся дефектов в узлах новых корабельных механизмов в процессе адаптивного вибродиагностирования на основе многомерных признаков

В. С. Давыдов, Д. В. Стеблянко

551

АКУСТИКА ЖИВЫХ СИСТЕМ. БИОМЕДИЦИНСКАЯ АКУСТИКА

Разрешение гребенчатых спектров в зависимости от центральной частоты и ширины спектральной полосы звуковых стимулов

О. Н. Милехина, Д. И. Нечаев, М. С. Томозова, А. Я. Супин

561

Сонография сердца вьюна *Misgurnus fossilis* на предличиночной стадии развития

С. А. Титов, А. Б. Бурлаков, А. Н. Богаченков

571

УДК 539.3

ВОЛНЫ ДЕФОРМАЦИИ В НЕЛИНЕЙНЫХ СООСНЫХ ОБОЛОЧКАХ, ЗАПОЛНЕННЫХ ВЯЗКОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТЬЮ

© 2021 г. Л. И. Могилевич^{а, *}, Ю. А. Блинков^{б, **}, С. В. Иванов^{б, ***}

^аСаратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.,
ул. Политехническая 77, Саратов, 410054 Россия

^бСаратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского,
ул. Астраханская 83, Саратов, 410054 Россия

*e-mail: mogilevichli@gmail.com

**e-mail: blinkovua@gmail.com

***e-mail: evilgraywolf@gmail.com

Поступила в редакцию 27.02.2021 г.

После доработки 04.05.2021 г.

Принята к публикации 10.06.2021 г.

Исследованы продольные волны деформации в физически нелинейных соосных цилиндрических упругих оболочках, содержащих вязкую несжимаемую жидкость как между ними, так и внутри. Учтено влияние инерции движения жидкости на амплитуду и скорость волны. При отсутствии влияния жидкости во внутренней оболочке скорость и амплитуда волн в оболочках не меняется. Движение профиля волны в сопровождающей системе координат происходит в отрицательном направлении. Это означает, что скорость движения дозвуковая. Учет влияния инерции движения жидкости во внутренней оболочке приводит к уменьшению скорости волны деформации, при этом вязкостное напряжение жидкости на оболочку приводит к падению амплитуд волн.

Ключевые слова: нелинейные волны, упругие цилиндрические оболочки, вязкая несжимаемая жидкость, разностная схема Кранка–Николсона

DOI: 10.31857/S0320791921050051

ВВЕДЕНИЕ

Исследование волнового процесса в упругих оболочках имеет широкое применение в различных областях науки и техники. Распространение волн деформации в упругих и вязкоупругих оболочках рассмотрено в [1–5]. В этих работах не рассматривается случай взаимодействия оболочек с вязкой несжимаемой жидкостью. В [6–8] исследованы гидроупругие колебания оболочек, взаимодействующих с идеальной жидкостью. В [9, 10] рассмотрено взаимодействие оболочки с вязкой несжимаемой жидкостью без учета волновых явлений, не исследовано также влияние локальных инерционных членов. Исследование взаимодействия упругой оболочки с вязкой несжимаемой жидкостью с учетом волновых явлений и влияния локальных членов инерции движения жидкости проведено в [11]. Исследование волновых явлений для соосных упругих оболочек с вязкой несжимаемой жидкостью между ними проведено в [12].

Методами качественного анализа в случае заполнения оболочки вязкой несжимаемой жидкостью затруднительно исследовать модели волн

деформаций [11, 12]. Это приводит к необходимости применения численных методов [13].

В данной статье методом возмущений по малому параметру задачи получены математические модели волнового процесса в бесконечно длинных физически нелинейных соосных цилиндрических упругих оболочках. Они отличаются от известных учетом наличия несжимаемой вязкой жидкости как между оболочками, так и во внутренней оболочке. Эти модели рассмотрены на основе связанных задач гидроупругости в виде системы обобщенных модифицированных уравнений Кортевега–де Вриза (МКдВ). Выявлены эффекты влияния несжимаемой вязкой жидкости между оболочками на поведение волны деформаций в соосных оболочках. Наличие волны деформаций во внешней оболочке приводит к возникновению волны деформаций во внутренней оболочке, которой не было в начальный момент времени. В результате происходит “перекачка энергии” (через слой жидкости) от внешней оболочки к внутренней, сопровождающаяся немонотонным падением амплитуды волны во внешней оболочке и, как следствие, немонотон-

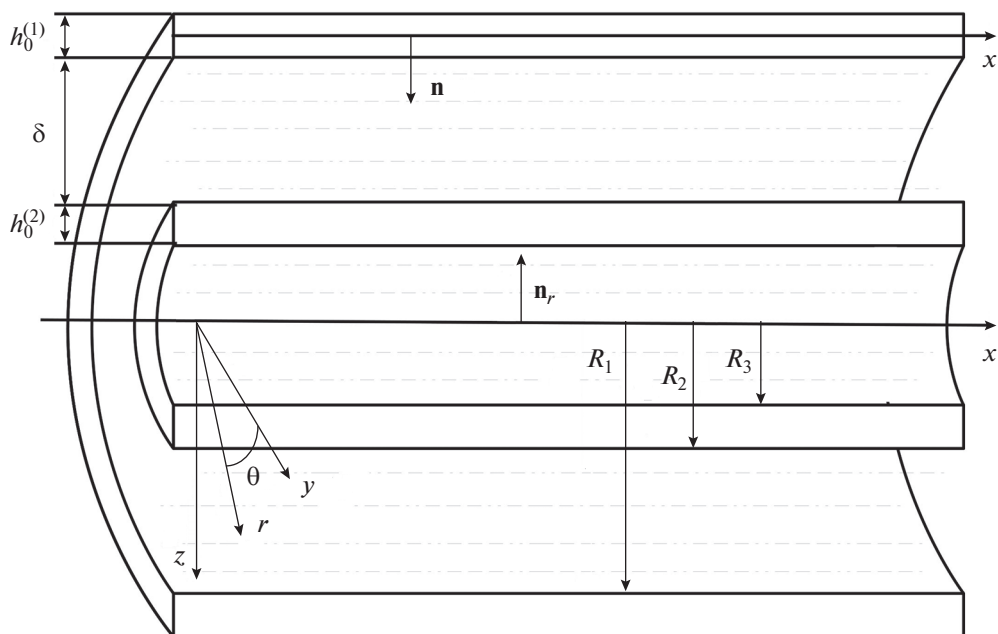


Рис. 1. Упругие бесконечно длинные соосные цилиндрические оболочки.

ным снижением скорости ее распространения. При этом во внутренней оболочке происходит немонотонное увеличение амплитуды. С течением времени, вследствие осцилляций скорости и амплитуды волн выравниваются. Наличие жидкости во внутренней оболочке приводит к уменьшению скорости и падению амплитуд волн в обеих оболочках.

Численное исследование модели, построенной в ходе данной работы, проводится с использованием разностной схемы, аналогичной схеме Кранка–Николсона в случае уравнения теплопроводности [13].

ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ И РАЗРЕШАЮЩИЕ СООТНОШЕНИЯ ФИЗИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ ОБОЛОЧЕК

Рассмотрим две бесконечно длинные осесимметричные соосные упругие цилиндрические оболочки (рис. 1). Введем обозначения: R_1 – радиус внутренней поверхности внешней оболочки; R_2 – радиус внешней поверхности внутренней оболочки; R_3 – радиус внутренней поверхности внутренней оболочки; δ – толщина слоя жидкости при кольцевом сечении трубы; $R^{(i)}$ – радиусы срединных поверхностей; $h_0^{(i)}$ – толщины оболочки ($i=1$ для внешней, $i=2$ для внутренней оболочек).

Деформационная теория пластичности А.А. Ильюшина [14] связывает компоненты тензора напряжений σ_x , σ_θ с компонентами тензора

деформаций ε_x , ε_θ и квадратом интенсивности деформаций ε_u [15, 16]:

$$\begin{aligned}\sigma_x^{(i)} &= \frac{E}{1-\mu_0^2} (\varepsilon_x^{(i)} + \mu_0 \varepsilon_\theta^{(i)}) \left(1 - \frac{m}{E} \varepsilon_u^{(i)2}\right), \\ \sigma_\theta^{(i)} &= \frac{E}{1-\mu_0^2} (\varepsilon_\theta^{(i)} + \mu_0 \varepsilon_x^{(i)}) \left(1 - \frac{m}{E} \varepsilon_u^{(i)2}\right), \\ \varepsilon_u^{(i)2} &= \frac{4}{9} (\mu_1 (\varepsilon_x^{(i)2} + \varepsilon_\theta^{(i)2}) - \mu_2 \varepsilon_x^{(i)} \varepsilon_\theta^{(i)}), \\ \mu_1 &= 1 + \frac{\mu_0 (2\mu_0 - 1)}{(1-\mu_0)^2}, \\ \mu_2 &= 1 - \frac{2\mu_0 (2\mu_0 - 1)}{(1-\mu_0)^2},\end{aligned}\quad (1)$$

где E – модуль Юнга; m – константа материала, определяемая из опытов на растяжение или сжатие; μ_0 – коэффициент Пуассона материала оболочки.

Запишем связь компонент деформаций с упругими перемещениями в виде [14]

$$\varepsilon_x^{(i)} = \frac{\partial U^{(i)}}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial W^{(i)}}{\partial x} \right)^2 - z \frac{\partial^2 W^{(i)}}{\partial x^2}, \quad \varepsilon_\theta^{(i)} = -\frac{W^{(i)}}{R^{(i)}}, \quad (2)$$

где x – продольная координата вдоль срединной поверхности; z – нормальная координата в оболочке $\left(-\frac{h_0^{(i)}}{2} \leq z \leq \frac{h_0^{(i)}}{2}\right)$; $U^{(i)}$ – продольное упругое

перемещение оболочки по оси x ; $W^{(i)}$ – прогиб оболочки, положительный к центру кривизны.

Определим усилия в срединной поверхности оболочки и момент по следующим формулам

$$N_x^{(i)} = \int_{\frac{h_0^{(i)}}{2}}^{\frac{h_0^{(i)}}{2}} \sigma_x^{(i)} dz, \quad N_\Theta^{(i)} = \int_{\frac{h_0^{(i)}}{2}}^{\frac{h_0^{(i)}}{2}} \sigma_\Theta^{(i)} dz, \quad (3)$$

$$M_x^{(i)} = \int_{\frac{h_0^{(i)}}{2}}^{\frac{h_0^{(i)}}{2}} \sigma_x^{(i)} z dz.$$

Уравнения динамики для оболочек запишем аналогично [16]

$$\frac{\partial N_x^{(i)}}{\partial x} = \rho_0 h_0^{(i)} \frac{\partial^2 U^{(i)}}{\partial t^2} - [q_x^{(i)} + \tilde{q}_x(i-1)]_{R^{(i)}},$$

$$\frac{\partial^2 M_x^{(i)}}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial W^{(i)}}{\partial x} N_x^{(i)} \right) + \frac{1}{R^{(i)}} N_\Theta^{(i)} =$$

$$= \rho_0 h_0^{(i)} \frac{\partial^2 W^{(i)}}{\partial t^2} - [(-1)^{i-1} q_n + \tilde{q}_n(i-1)]_{R^{(i)}}, \quad (4)$$

где t – время; r, x – цилиндрические координаты; ρ_0 – плотность материала оболочки; $q_x^{(i)}, q_n$ – напряжения со стороны жидкости, находящейся внутри кольцевого сечения, \tilde{q}_x, \tilde{q}_n – напряжения со стороны жидкости, находящейся во внутренней оболочке.

Подставляя (1)–(3) в (4), получим уравнения в перемещениях [16]

$$\frac{Eh_0^{(i)}}{1-\mu_0^2} \frac{\partial}{\partial x} \left\langle \frac{\partial U^{(i)}}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial W^{(i)}}{\partial x} \right)^2 - \mu_0 \frac{W^{(i)}}{R^{(i)}} - \frac{4m}{9E} \times \right.$$

$$\times \left\{ \left[\frac{\partial U^{(i)}}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial W^{(i)}}{\partial x} \right)^2 - \mu_0 \frac{W^{(i)}}{R^{(i)}} \right] \times \right.$$

$$\times \left[\mu_1 \left[\left(\frac{\partial U^{(i)}}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial W^{(i)}}{\partial x} \right)^2 \right)^2 + \left(\frac{W^{(i)}}{R^{(i)}} \right)^2 \right] + \right.$$

$$+ \mu_2 \left(\frac{\partial U^{(i)}}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial W^{(i)}}{\partial x} \right)^2 \right) \frac{W^{(i)}}{R^{(i)}} \left. \right] + \frac{h_0^{(i)2}}{12} \left(\frac{\partial^2 W^{(i)}}{\partial x^2} \right)^2 \times$$

$$\times \left[3\mu_1 \left(\frac{\partial U^{(i)}}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial W^{(i)}}{\partial x} \right)^2 \right) + (\mu_2 - \mu_1 \mu_0) \frac{W^{(i)}}{R^{(i)}} \right] \left. \right\rangle =$$

$$= \rho_0 h_0^{(i)} \frac{\partial^2 U^{(i)}}{\partial t^2} - [q_x^{(i)} + \tilde{q}_x(i-1)]_{R^{(i)}},$$

$$- \frac{Eh_0^{(i)3}}{12(1-\mu_0^2)} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \times$$

$$\times \left\langle \frac{\partial^2 W^{(i)}}{\partial x^2} \left\{ 1 - \frac{4m}{9E} \left[3\mu_1 \left(\frac{\partial U^{(i)}}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial W^{(i)}}{\partial x} \right)^2 \right)^2 \right. \right. \right. \quad (5)$$

$$+ 2(\mu_2 - \mu_1 \mu_0) \left(\frac{\partial U^{(i)}}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial W^{(i)}}{\partial x} \right)^2 \right) \frac{W^{(i)}}{R^{(i)}} +$$

$$+ (\mu_1 - \mu_2 \mu_0) \left(\frac{W^{(i)}}{R^{(i)}} \right)^2 + 3 \frac{h_0^{(i)2}}{20} \mu_1 \left(\frac{\partial^2 W^{(i)}}{\partial x^2} \right)^2 \left. \right\} \left. \right\rangle +$$

$$+ \frac{Eh_0}{1-\mu_0^2} \frac{\partial}{\partial x} \left\langle \frac{\partial W^{(i)}}{\partial x} \left[\frac{\partial U^{(i)}}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial W^{(i)}}{\partial x} \right)^2 - \right. \right.$$

$$- \mu_0 \frac{W^{(i)}}{R^{(i)}} - \frac{4m}{9E} \left[\left[\frac{\partial U^{(i)}}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial W^{(i)}}{\partial x} \right)^2 - \mu_0 \frac{W^{(i)}}{R^{(i)}} \right] \times \right.$$

$$\times \left[\mu_1 \left[\left(\frac{\partial U^{(i)}}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial W^{(i)}}{\partial x} \right)^2 \right)^2 + \left(\frac{W^{(i)}}{R^{(i)}} \right)^2 \right] + \right.$$

$$+ \mu_2 \left(\frac{\partial U^{(i)}}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial W^{(i)}}{\partial x} \right)^2 \right) \frac{W^{(i)}}{R^{(i)}} \left. \right] +$$

$$+ \frac{h_0^{(i)2}}{12} \left(\frac{\partial^2 W^{(i)}}{\partial x^2} \right)^2 \times$$

$$\times \left[3\mu_1 \left(\frac{\partial U^{(i)}}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial W^{(i)}}{\partial x} \right)^2 \right) + (\mu_2 - \mu_1 \mu_0) \frac{W^{(i)}}{R^{(i)}} \right] \left. \right\rangle +$$

$$+ \frac{Eh_0^{(i)}}{1-\mu_0^2} \frac{1}{R^{(i)}} \left\langle \mu_0 \left[\frac{\partial U^{(i)}}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial W^{(i)}}{\partial x} \right)^2 \right] - \frac{W^{(i)}}{R^{(i)}} - \right.$$

$$- \frac{4m}{9E} \left[\left[\mu_0 \left(\frac{\partial U^{(i)}}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial W^{(i)}}{\partial x} \right)^2 \right) - \frac{W^{(i)}}{R^{(i)}} \right] \times \right.$$

$$\times \left[\mu_1 \left[\left(\frac{\partial U^{(i)}}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial W^{(i)}}{\partial x} \right)^2 \right)^2 + \left(\frac{W^{(i)}}{R^{(i)}} \right)^2 \right] + \right.$$

$$+ \mu_2 \left(\frac{\partial U^{(i)}}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial W^{(i)}}{\partial x} \right)^2 \right) \frac{W^{(i)}}{R^{(i)}} \left. \right] + \frac{h_0^{(i)2}}{12} \left(\frac{\partial^2 W^{(i)}}{\partial x^2} \right)^2 \times$$

$$\times \left[3\mu_1 \mu_0 \left(\frac{\partial U^{(i)}}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial W^{(i)}}{\partial x} \right)^2 \right) - (\mu_1 - \mu_2 \mu_0) \frac{W^{(i)}}{R^{(i)}} \right] \left. \right\rangle =$$

$$= \rho_0 h_0^{(i)} \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} - [(-1)^{i-1} q_n + \tilde{q}_n(i-1)]_{R^{(i)}}.$$

АСИМПТОТИЧЕСКИЙ МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ УРАВНЕНИЙ ОБОЛОЧЕК С ЖИДКОСТЬЮ

Проводимые оценки в безразмерных переменных характеризуют рассматриваемые задачи. Для

волновых задач оболочку считаем бесконечной. Для продольных волн в оболочке вводятся безразмерные переменные и безразмерные параметры. Принимаем длину волны за характерную длину l , а u_m, w_m – характерные значения упругих перемещений

$$W^{(i)} = w_m u_3^{(i)}, \quad U^{(i)} = u_m u_1^{(i)}, \quad x^* = \frac{x}{l},$$

$$t^* = \frac{c_0}{l} t, \quad r^* = \frac{r}{R^{(i)}}, \quad w_m = h_0, \quad u_m = \frac{h_0 l}{R^{(i)}}.$$

Здесь $c_0 = \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\mu_0)}}$ – скорость распространения продольных упругих волн в оболочке. Определим порядки малости переменных:

$$\frac{h_0^{(i)}}{R^{(i)}} = \varepsilon \ll 1, \quad \frac{R^{(i)2}}{l^2} = O(\varepsilon), \quad \frac{w_m}{h_0^{(i)}} = O(1),$$

$$\frac{u_m R^{(i)}}{l h_0^{(i)}} = O(1), \quad \frac{m\varepsilon}{E} = O(1),$$

$$\frac{h_0^{(i)2}}{l^2} = \frac{h_0^{(i)2} R^{(i)2}}{R^{(i)2} l^2} = \varepsilon^3,$$

где ε – малый параметр задачи. Введем независимые переменные в виде

$$\xi = x^* - (1 - \mu_0^2)^{\frac{1}{2}} t^*, \quad \tau = \varepsilon t^*,$$

где τ – медленное время. Зависимые переменные представим в виде асимптотического разложения

$$u_1^{(i)} = u_{10}^{(i)} + \varepsilon u_{11}^{(i)} + \dots, \quad u_3^{(i)} = u_{30}^{(i)} + \varepsilon u_{31}^{(i)} + \dots \quad (6)$$

Для первых членов асимптотического разложения (6) получим аналогично [11, 12] связь

$$\frac{w_m l}{u_m R^{(i)}} u_{30}^{(i)} = \mu_0 \frac{\partial u_{10}^{(i)}}{\partial \xi} \quad (7)$$

и с учетом (7) систему разрешающих уравнений

$$\frac{\partial^2 u_{10}^{(i)}}{\partial \xi \partial \tau} - \frac{m}{E\varepsilon} \left(\frac{u_m}{l}\right)^2 2\sqrt{1-\mu_0^2} (\mu_1 + \mu_2 \mu_0 + \mu_1 \mu_0^2) \times$$

$$\times \left(\frac{\partial u_{10}^{(i)}}{\partial \xi}\right)^2 \frac{\partial^2 u_{10}^{(i)}}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\varepsilon} \frac{R^{(i)2} \mu_0^2 \sqrt{1-\mu_0^2}}{l^2} \frac{\partial^4 u_{10}^{(i)}}{\partial \xi^4} =$$

$$= -\frac{1}{2\sqrt{1-\mu_0^2} \varepsilon u_m \rho_0 h_0^{(i)} c_0^2} \times$$

$$\times \left[(q_x^{(i)} + \tilde{q}_x(i-1)) - \mu_0 \frac{R}{l} \frac{\partial \left((-1)^{i-1} q_n + \tilde{q}_n(i-1) \right)}{\partial \xi} \right]. \quad (8)$$

Полученные уравнения есть обобщенные уравнения МКДВ для $\frac{\partial u_{10}^{(i)}}{\partial \xi}$. В случае отсутствия жидкости правые части уравнений равны нулю и получа-

ются два несвязанных уравнения МКДВ. Правую часть уравнений (5), (8) необходимо определить из решения уравнений гидродинамики.

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ, ДЕЙСТВУЮЩИХ НА ОБОЛОЧКИ СО СТОРОНЫ ЖИДКОСТИ

Уравнение движения несжимаемой вязкой жидкости и уравнение неразрывности в цилиндрической системе координат (r, Θ, x) в случае осесимметричного течения записываются в виде:

$$\frac{\partial V_r}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} + V_x \frac{\partial V_r}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} =$$

$$= \nu \left(\frac{\partial^2 V_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{\partial^2 V_r}{\partial x^2} - \frac{V_r}{r^2} \right),$$

$$\frac{\partial V_x}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_x}{\partial r} + V_x \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \quad (9)$$

$$= \nu \left(\frac{\partial^2 V_x}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_x}{\partial r} + \frac{\partial^2 V_x}{\partial x^2} \right),$$

$$\frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{V_r}{r} + \frac{\partial V_x}{\partial x} = 0.$$

Здесь V_r, V_x – проекции на оси цилиндрической системы координат вектора скорости; p – давление в жидкости; ρ – плотность жидкости; ν – кинематический коэффициент вязкости.

На границе оболочек и жидкости в кольцевом сечении на рис. 1 при $r = R_i - W^{(i)}$ выполняются условия прилипания жидкости

$$V_x = \frac{\partial U^{(i)}}{\partial t}, \quad V_r = -\frac{\partial W^{(i)}}{\partial t}. \quad (10)$$

В круговом сечении на рис. 1 имеем при $r = R_3 - W^{(2)}$

$$V_x = \frac{\partial U^{(2)}}{\partial t}, \quad V_r = -\frac{\partial W^{(2)}}{\partial t}. \quad (11)$$

При $r = 0$ функции V_r, V_x ограничены.

Напряжения со стороны слоя жидкости, снеженные на невозмущенную поверхность в кольцевом сечении, определяются формулами

$$q_n = P_{rr}|_{r=R_i}, \quad q_x^{(i)} = -P_{rx}|_{r=R_i},$$

$$P_{rr} = -p + 2\rho\nu \frac{\partial V_r}{\partial r}, \quad P_{rx} = \rho\nu \left(\frac{\partial V_x}{\partial r} + \frac{\partial V_r}{\partial x} \right). \quad (12)$$

Напряжения \tilde{q}_x, \tilde{q}_n со стороны жидкости, которая находится во внутренней оболочке, определяются теми же формулами (12) при $r = R_3$, в которых $\tilde{\rho}$ – плотность жидкости, а $\tilde{\nu}$ – коэффициент кинематической вязкости.

Рассмотрим кольцевое сечение. Введем безразмерные переменные и параметры аналогично [9]

$$\begin{aligned} V_r &= w_m \frac{c_0}{l} v_r, \quad V_x = w_m \frac{c_0}{\delta} v_x, \quad r = R_2 + \delta r^*, \\ t^* &= \frac{c_0}{l} t, \quad x^* = \frac{x}{l}, \quad p = \frac{\rho v c_0 R_2 w_m}{\delta^3} P, \\ \psi &= \frac{\delta}{R_2} = o(1), \quad \lambda = \frac{w_m}{\delta} = o(1), \quad \frac{w_m}{R_2} = \lambda \psi, \\ \frac{w_m}{l} &= \lambda \psi \varepsilon^{\frac{1}{2}}, \quad \frac{\delta}{l} = \psi \varepsilon^{\frac{1}{2}}. \end{aligned} \quad (13)$$

Разложим давление и компоненты скорости по степеням малого параметра λ :

$$\begin{aligned} P &= P^0 + \lambda P^1 + \dots, \quad v_r = v_r^0 + \lambda v_r^1 + \dots, \\ v_x &= v_x^0 + \lambda v_x^1 + \dots \end{aligned} \quad (14)$$

С точностью до малых параметров ψ, λ получаем

$$q_x^{(i)} \approx -\rho v \frac{w_m c_0}{\delta^2} \frac{\partial v_x^0}{\partial r^*} \Big|_{r^*=0}, \quad q_n \approx -\rho v \frac{w_m c_0 l}{\delta^3} P^0.$$

Используя прямое разложение по степеням малых параметров $\frac{\delta}{R_2}$ и λ для первых членов разложения (14) из уравнений динамики жидкости (9) и граничных условий (10), получим задачу для уравнения теории смазки с учетом локального члена инерции. Решение уравнения теории смазки методом итерации с его обоснованием найдено в [12, 17]. В этих работах получено выражение $q_x^{(i)} = \mu_0 \frac{R}{l} \frac{\partial q_n}{\partial \xi} (i-1)$.

Рассмотрим круговое сечение. Введем безразмерные переменные и параметры аналогично [11]:

$$\begin{aligned} V_r &= w_m \frac{c_0}{l} v_r, \quad V_x = w_m \frac{c_0}{R_3} v_x, \quad r^* = \frac{r}{R_3}, \\ t^* &= \frac{c_0}{l} t, \quad x^* = \frac{1}{l} x, \quad p = \frac{\tilde{\rho} \tilde{v} c_0 l w_m}{R_3^3} P + p_0, \\ \frac{R_3}{l} &= \tilde{\psi} = O(\varepsilon^{\frac{1}{2}}), \quad \tilde{\lambda} = \frac{w_m}{R_3} = O(\varepsilon). \end{aligned} \quad (15)$$

Раскладывая давление и компоненты скорости по степеням малого параметра $\tilde{\lambda}$, получим

$$\begin{aligned} P &= P^0 + \tilde{\lambda} P^1 + \dots, \quad v_x = v_x^0 + \tilde{\lambda} v_x^1 + \dots, \\ v_r &= v_r^0 + \tilde{\lambda} v_r^1 + \dots \end{aligned} \quad (16)$$

С точностью до $\tilde{\lambda}, \tilde{\psi}$ имеем

$$\tilde{q}_x = -\tilde{\lambda} \frac{\tilde{v}}{R_3 c_0} \tilde{\rho} c_0^2 \frac{\partial v_x^0}{\partial r^*} \Big|_{r^*=1}, \quad \tilde{q}_n = -\frac{\tilde{\lambda}}{\tilde{\psi}} \frac{\tilde{v}}{R_3 c_0} \tilde{\rho}_0 c_0^2 P^0.$$

Аналогично предыдущему, используя прямое разложение по степеням $\tilde{\psi}, \tilde{\lambda}$ для первых членов разложения (16) из уравнений динамики жидкости (9) и граничных условий (11), получим краевую задачу для уравнения теории смазки с учетом инерции движения жидкости. Решение уравнения теории смазки методом итерации с его обоснованием найдено в [11, 17]. В этих работах получено выражение $\tilde{q}_x = \mu_0 \frac{R}{l} \frac{\partial \tilde{q}_n}{\partial \xi}$.

УРАВНЕНИЯ ДИНАМИКИ СООСНЫХ ОБОЛОЧЕК

Система уравнений (5), с учетом найденных выше правых частей, приобретает вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u_{10}^{(1)}}{\partial \xi \partial \tau} - \frac{m}{E \varepsilon} \left(\frac{u_m}{l} \right)^2 2\sqrt{1-\mu_0^2} (\mu_1 + \mu_2 \mu_0 + \mu_1 \mu_0^2) \times \\ \times \left(\frac{\partial u_{10}^{(1)}}{\partial \xi} \right)^2 \frac{\partial^2 u_{10}^{(1)}}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\varepsilon} \frac{R^2 \mu_0^2 \sqrt{1-\mu_0^2}}{l^2} \frac{\partial^4 u_{10}^{(1)}}{\partial \xi^4} = \\ = -6\mu_0^2 \frac{\rho l}{\rho_0 h_0} \frac{v}{R c_0 \varepsilon} \left(\frac{R}{\delta} \right)^3 \times \\ \times \left[\left(\frac{\partial u_{10}^{(1)}}{\partial \xi} - \frac{\partial u_{10}^{(2)}}{\partial \xi} \right) - \frac{1}{10} \tilde{R} e \sqrt{1-\mu_0^2} \left(\frac{\partial^2 u_{10}^{(1)}}{\partial \xi^2} - \frac{\partial^2 u_{10}^{(2)}}{\partial \xi^2} \right) \right], \\ \frac{\partial^2 u_{10}^{(2)}}{\partial \xi \partial \tau} - \frac{m}{E \varepsilon} \left(\frac{u_m}{l} \right)^2 2\sqrt{1-\mu_0^2} (\mu_1 + \mu_2 \mu_0 + \mu_1 \mu_0^2) \times \\ \times \left(\frac{\partial u_{10}^{(2)}}{\partial \xi} \right)^2 \frac{\partial^2 u_{10}^{(2)}}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\varepsilon} \frac{R^2 \mu_0^2 \sqrt{1-\mu_0^2}}{l^2} \frac{\partial^4 u_{10}^{(2)}}{\partial \xi^4} = \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} = -6\mu_0^2 \frac{\rho l}{\rho_0 h_0} \frac{v}{R c_0 \varepsilon} \left(\frac{R}{\delta} \right)^3 \times \\ \times \left[\left(\frac{\partial u_{10}^{(2)}}{\partial \xi} - \frac{\partial u_{10}^{(1)}}{\partial \xi} \right) - \frac{1}{10} \tilde{R} e \sqrt{1-\mu_0^2} \left(\frac{\partial^2 u_{10}^{(2)}}{\partial \xi^2} - \frac{\partial^2 u_{10}^{(1)}}{\partial \xi^2} \right) \right] - \\ - \frac{\tilde{\rho} l}{\rho_0 h_0} \left\{ \frac{\tilde{v}}{R c_0 \varepsilon} 2[1-2\mu_0]^2 \frac{\partial u_{10}^{(2)}}{\partial \xi} - \right. \\ \left. - \frac{R}{\varepsilon l 12} \sqrt{1-\mu_0^2} [(1-2\mu_0)^2 + 12\mu_0^2] \frac{\partial^2 u_{10}^{(2)}}{\partial \xi^2} \right\}. \end{aligned}$$

Введем обозначения $u_{10\xi}^{(1)} = c_3 \phi^{(1)}, \quad u_{10\xi}^{(2)} = c_3 \phi^{(2)},$
 $\eta = c_1 \xi, \quad t = c_2 \tau,$ где

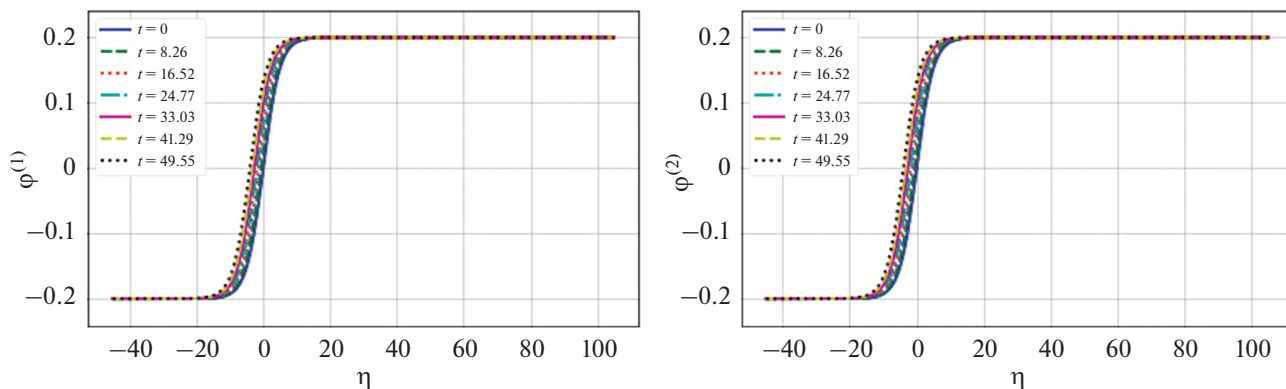


Рис. 2. Проверка адекватности разностной схемы и системы разрешающих уравнений. Начальные условия (21) при $t = 0, \sigma_2 = 0, \sigma_3 = 0$.

$$c_1 = \left[c_2 \varepsilon \left(\frac{l}{R} \right)^2 \frac{2}{\mu_0^2 \sqrt{1 - \mu_0^2}} \right]^{\frac{1}{3}},$$

$$c_2 = 6\mu_0^2 \frac{\rho l}{\rho_0 h_0 \varepsilon} \left(\frac{R}{\delta} \right)^2 \frac{v}{\delta c_0}, \tag{18}$$

$$c_3 = \left[6 \frac{c_2}{c_1} \frac{E \varepsilon}{m} \left(\frac{l}{u_m} \right)^2 \frac{1}{2\sqrt{1 - \mu^2} (\mu_1 + \mu_2 \mu_0 + \mu_1 \mu_0^2)} \right]^{\frac{1}{2}}.$$

Обозначим также

$$\sigma_1 = 6\mu_0^2 \frac{\rho l}{\rho_0 h_0} \left(\frac{R}{\delta} \right)^2 \frac{\delta}{l \varepsilon} \frac{1}{10} \frac{\sqrt{1 - \mu_0^2}}{c_2} c_1,$$

$$\sigma_2 = \frac{\tilde{\rho} l}{\rho_0 h_0 \varepsilon R c_0} \frac{\tilde{v}}{c_2} 2(1 - 2\mu_0)^2 \frac{1}{c_2}, \tag{19}$$

$$\sigma_3 = \frac{\tilde{\rho} l}{\rho_0 h_0 l \varepsilon} \frac{R \sqrt{1 - \mu_0^2}}{12} \left[(1 - 2\mu_0)^2 + 12\mu_0^2 \right] \frac{c_1}{c_2},$$

и получим из (17)–(19) систему уравнений

$$\begin{aligned} \phi_t^{(1)} - 6\phi^{(1)2} \phi_\eta^{(1)} + \phi_{\eta\eta\eta}^{(1)} + \phi^{(1)} - \\ - \phi^{(2)} - \sigma_1 (\phi_\eta^{(1)} - \phi_\eta^{(2)}) = 0, \\ \phi_t^{(2)} - 6\phi^{(2)2} \phi_\eta^{(2)} + \phi_{\eta\eta\eta}^{(2)} + \phi^{(2)} - \phi^{(1)} - \\ - \sigma_1 (\phi_\eta^{(2)} - \phi_\eta^{(1)}) + \sigma_2 \phi^{(2)} - \sigma_3 \phi_\eta^{(2)} = 0. \end{aligned} \tag{20}$$

Система уравнений (20) при $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ (отсутствие жидкости во внутренней оболочке) имеет следующее точное решение,

$$\phi^{(1)} = \phi^{(2)} = k \operatorname{th}(k\eta + 2k^2 t), \tag{21}$$

которое при $t = 0$ можно использовать в качестве начального условия.

Рассмотрим случай, когда возмущение присутствует во внешней оболочке и отсутствует во внутренней в начальный момент времени. Эта за-

дача требует численного решения уравнений (20) с начальными условиями вида

$$\phi^{(1)} = k \operatorname{th}(k\eta), \quad \phi^{(2)} = 0. \tag{22}$$

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Для численного моделирования рассмотрим разностную схему для уравнений (20), аналогичную схеме Кранка–Николсона для уравнения теплопроводности [13]. Графики для численного решения уравнений (20) представлены на рис. 2–4. Проведенные вычислительные эксперименты позволили оценить влияние вязкой несжимаемой жидкости во внутренней оболочке на поведение нелинейной волны деформации с учетом силы трения и инерции движения жидкости. Во всех случаях $k = 0.2$.

Согласно рис. 2, поведение волны совпадает с поведением точного решения (21). Это означает эквивалентность разностной схемы и разрешающих уравнений динамики. Движение профиля волны происходит в отрицательном направлении, следовательно, скорость волны дозвуковая.

Согласно рис. 3, инерция движения жидкости во внутренней оболочке (σ_3) снижает скорость движения волны, а график смещается влево быстрее, чем в предыдущем случае (рис. 2). Это справедливо для оболочки из несжимаемого материала $\mu_0 = \frac{1}{2}$, т.е. $\sigma_2 = 0$, что свидетельствует об отсутствии влияния жидкостного трения во внутренней оболочке.

Согласно рис. 4, при наличии волны во внешней оболочке и отсутствии волны во внутренней оболочке в начальный момент времени, влияние силы трения (σ_2) и инерции движения жидкости во внутренней оболочке (σ_3) привело к следующему: во внутренней оболочке амплитуда волны увеличивалась от нуля до некоторого значения,

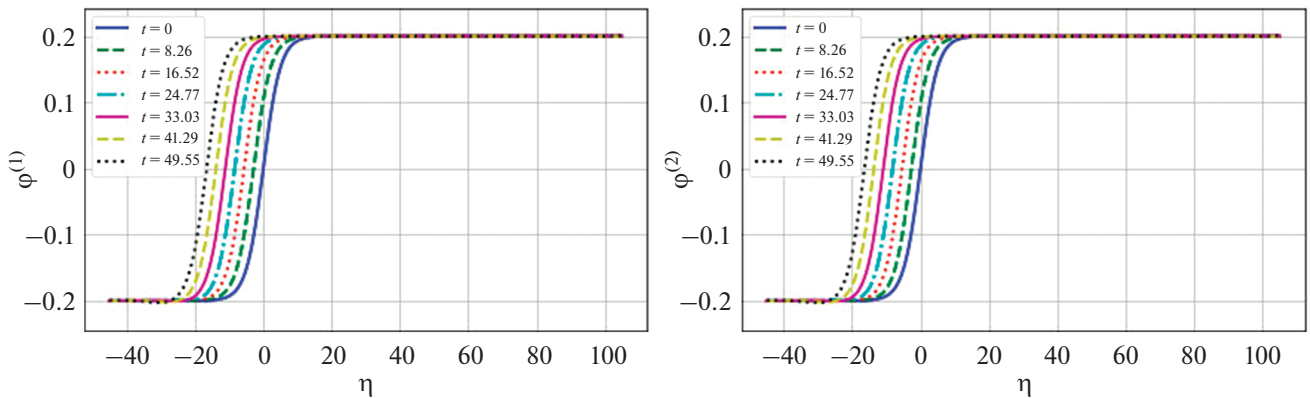


Рис. 3. Влияние инерции движения жидкости во внутренней оболочке. Начальные условия (21) при $t = 0$, $\sigma_2 = 0$, $\sigma_3 = 1$.

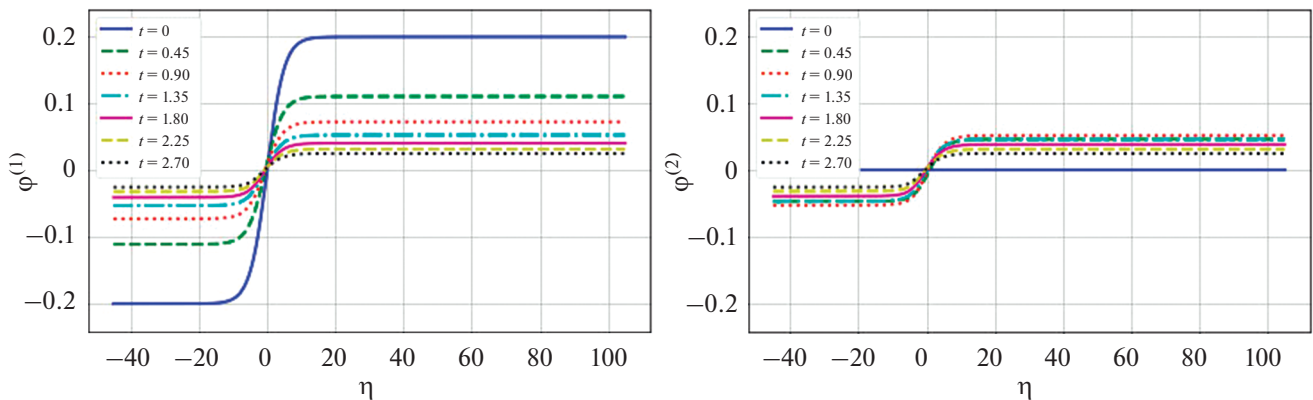


Рис. 4. Влияние силы трения и инерции движения жидкости во внутренней оболочке. Начальные условия (22) при $\sigma_2 = 1$, $\sigma_3 = 1$.

меньшего, чем амплитуда волны во внешней оболочке, после этого амплитуда волны падает до значения, близкого к нулю. Во внешней оболочке амплитуда волны падает до значения, близкого к амплитуде волны во внутренней оболочке.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Уединенная продольная волна деформации в упругой оболочке может возникать за счет действия пьезоэлемента. Распространение таких волн в соосных упругих оболочках, взаимодействующих с вязкой несжимаемой жидкостью, является предметом настоящего исследования, которое сводится к решению системы двух обобщенных модифицированных уравнений Кортевега—де Вриза. При этом учитывались эффекты трения и инерции движения жидкости как между оболочками, так и во внутренней оболочке.

Численный эксперимент позволил учесть влияние всех факторов рассматриваемой задачи. Наличие жидкости между оболочками приводит к

передаче энергии между ними. С течением времени при наличии волны во внешней оболочке и отсутствии волны во внутренней оболочке в начальный момент времени амплитуда волны уменьшается во внешней оболочке, а амплитуда волны во внутренней оболочке увеличивается от нуля до некоторого значения. Затем амплитуда волн в обеих оболочках уменьшается, и они асимптотически приближаются к нулю, при этом скорости волн также уменьшаются. Это происходит под действием трения и инерции движения жидкости во внутренней оболочке.

Полученные результаты являются новыми и показывают возможность использования нелинейных волн в оболочках для передачи информации на большие расстояния или для акустической диагностики трубопроводов.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ 19-01-00014а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ерофеев В.И., Потапов А.И.* Нелинейные продольные волны в упругих средах с моментными напряжениями // Акуст. журн. 1991. Т. 37. № 3. С. 477–483.
2. *Землянухин А.И., Могилевич Л.И.* Нелинейные волны в неоднородных цилиндрических оболочках: новое эволюционное уравнение // Акуст. журн. 2001. Т. 47. № 3. С. 359–363.
3. *Ерофеев В.И., Клюева Н.В.* Солитоны и нелинейные периодические волны деформации в стержнях, пластинах и оболочках (обзор) // Акуст. журн. 2002. Т. 48. № 6. С. 725–740.
4. *Землянухин А.И., Бочкарев А.В.* Осесимметричные нелинейные модулированные волны в цилиндрической оболочке // Акуст. журн. 2018. Т. 64. № 4. С. 417–423.
<https://doi.org/10.1134/S0320791918040135>
5. *Zemlyanukhin A.I., Andrianov I.V., Bochkarev A.V., Mogilevich L.I.* The generalized schamel equation in nonlinear wave dynamics of cylindrical shells // Nonlinear Dyn. 2019. V. 98. № 1. P. 185–194.
<https://doi.org/10.1007/s11071-019-05181-5>
6. *Мнев Е.Н., Перцев А.К.* Гидроупругость оболочек. Л.: Судостроение, 1970. 365 с
7. *Ильгамов М.А.* Колебания упругих оболочек, содержащих жидкость и газ. М.: Наука, 1969. 184 с.
8. *Попов А.Л., Чернышев Г.Н.* Механика звукоизлучения пластин и оболочек. М.: Наука, 1994. 208 с.
9. *Avramov K.V., Mikhlin Y.V., Kurilov E.* Asymptotic analysis of non-linear dynamics of simply supported cylindrical shells // Nonlinear Dyn. 2007. V. 47. P. 331–352.
<https://doi.org/10.1007/s11071-006-9032-1>
10. *Вольмир А.С.* Оболочки в потоке жидкости и газа: задачи гидроупругости. М.: Наука, 1979. 320 с.
11. *Mogilevich L., Ivanov S.* The study of wave propagation in a shell with soft nonlinearity and with a viscous liquid inside // Rus. J. Nonlin. Dyn. 2019. V. 15. № 3. P. 233–250.
<https://doi.org/10.20537/nd190303>
12. *Mogilevich L., Ivanov S.* Waves in two coaxial elastic cubically nonlinear shells with structural damping and viscous fluid between them // Symmetry. 2020. V. 12. P. 335.
<https://doi.org/10.3390/sym12030335>
13. *Gerdt V.P., Blinkov Y.A., Mozzhilkin V.V.* Grobner bases and generation of difference schemes for partial differential equations // Symmetry, Integrability and Geometry: Methods and Applications. 2006. Т. 26. № 2. <http://www.emis.de/journals/SIGMA/2006/Paper051/index.html>
14. *Ильюшин А.А.* Механика сплошной среды. М.: Изд-во МГУ, 1990. 310 с.
15. *Каудерер К.* Нелинейная механика. М.: Издательство иностранной литературы, 1961. 778 с.
16. *Вольмир А.С.* Нелинейная динамика пластинок и оболочек: учеб. пособие для бакалавриата и магистратуры. 2-е изд. стер. М.: Издательство Юрайт, 2018. 439 с.
17. *Агеев Р.В., Евдокимова Е.В., Ковалева И.А., Могилевич Л.И.* Динамика осесимметричного течения вязкой несжимаемой жидкости в упругой трубе кругового и кольцевого сечений // Математическое моделирование, компьютерный и натурный эксперимент в естественных науках. 2017. № 3. <http://mathmod.esrae.ru/15-50>

УДК 534.833.534

РЕЗОНАНСНЫЙ ЗВУКОПОГЛОТИТЕЛЬ ВОЗДУШНОГО ШУМА

© 2021 г. Л. И. Казаков*

Редакция журнала "Акустический журнал", физический факультет МГУ, Ленинские горы, Москва, 119991 Россия

*e-mail: lev-kazakov@rambler.ru

Поступила в редакцию 14.06.2020 г.

После доработки 19.04.2021 г.

Принята к публикации 23.04.2021 г.

Рассмотрен звукопоглотитель, состоящий из набора параллельно работающих резонаторов Гельмгольца, представленный в разных вариантах исполнения. Даны теория и методика расчета широкополосного звукопоглощающего покрытия для звуконепроницаемой стенки, применимые и к другим родственным конструкциям. Приведен пример расчета акустических характеристик покрытия.

Ключевые слова: резонаторы Гельмгольца, акустическая проводимость, физическая осуществимость, компенсирующие резонаторы, поглощение звука

DOI: 10.31857/S0320791921040043

ВВЕДЕНИЕ

Акустические резонаторы для звукопоглощения стали применяться с конца 30-х годов прошлого века [1]. Наиболее известное такое устройство – резонатор Гельмгольца, наиболее простое – масса на пружине. В качестве гидроакустического поглощающего покрытия вначале использовали тонкую разреженную завесу газовых пузырьков, примыкающую к защищаемой стенке. Эти опыты оказались успешными, что "... привело к изобретению резонансного покрытия" [2] в виде тонкого слоя резины с полостями. Первое такое резиновое покрытие "Альберих", созданное эмпирически, путем испытания многих образцов, имело толщину несколько миллиметров и полосу рабочих частот в одну октаву (9–18 кГц) [3]. В дальнейшем были разработаны новые принципы и конструкции звукопоглощающих устройств [4]. Так, в работах [5–7] предложены и исследованы необычные звукопоглотители, в которых резонаторы (массы на пружинах в [5], массы на резиновых стержнях в [6, 7]) крепятся упругими элементами к защищаемой стенке "не со стороны падающих звуковых волн ..., а с тыльной стороны стенки" [6].

Резонансный звукопоглотитель по А.С. № 446898 [8] предназначен для подавления широкополосных либо тональных шумов в производственных помещениях и на транспорте. Он может быть также использован для этих же целей или для коррекции акустических характеристик в залах, аудиториях, студиях, салонах, жилых помещениях и т.п.

Звукопоглотитель состоит из унифицированных модулей (1 на рис. 1), каждый из которых содержит основной набор разделенных тонкими жесткими перегородками (2), параллельно работающих, настроенных на разные частоты резонаторов Гельмгольца (3) со щелевидными горлами (4), выходящими на лицевую панель и закрытыми фрикционным материалом (5), например, тканевым, увеличивающим сопротивление вязкого трения в горлах резонаторов. Настройкой собственных частот и добротностей резонаторов обеспечиваются либо требуемую характеристику звукопоглощения в широкой полосе частот (например, равномерную), либо сильное поглощение дискретных составляющих шума.

Сборкой модулей в различных вариантах получают следующие разновидности звукопоглотителей:

- одностороннее поглощающее покрытие (рис. 2), наносимое на звуконепроницаемую стенку (6);
- двусторонняя звукопоглощающая панель;
- звукопоглощающая "полоса" для заполнения углов помещения;
- объемные призматические звукопоглотители (рис. 3).

РАСЧЕТ ШИРОКОПОЛОСНОГО ЗВУКОПОГЛОЩАЮЩЕГО ПОКРЫТИЯ

1. *Сплошной спектр фиктивных резонаторов*

Будем пока считать, что об устройстве покрытия (рис. 2) известно лишь, что оно состоит из множества настроенных на разные частоты ω_p ре-

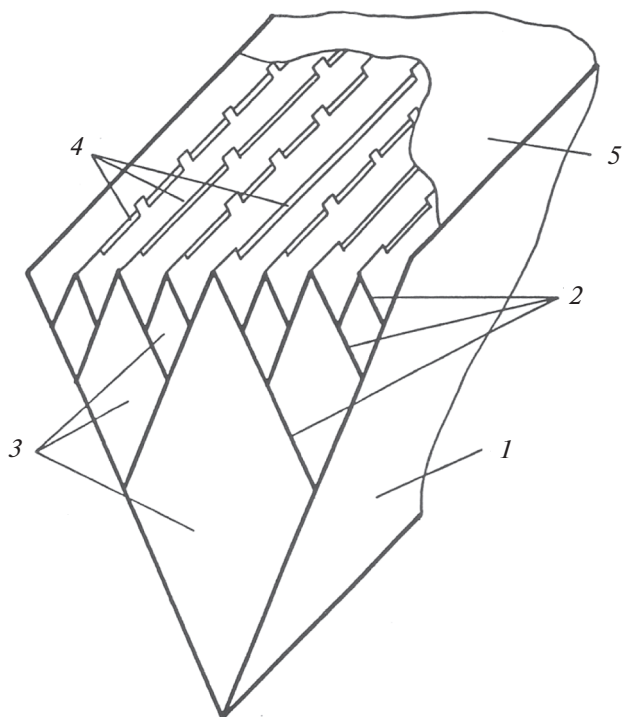


Рис. 1. Модуль основного набора резонаторов звукопоглотителя.

резонаторов Гельмгольца, причем горла всех резонаторов выходят на лицевую панель покрытия. Горла затянуты единым для всех резонаторов тонким фрикционным материалом с мелкими порами, имеющим независимое от частоты активное удельное сопротивление R_1 и пренебрежимо малое реактивное [9, с. 170].

Поскольку фрикционный материал предназначен для уменьшения добротностей резонаторов до значений порядка единицы, т.е. в десятки раз, то всеми остальными потерями в резонаторах можно пренебречь. Предположим еще, что все резонаторы в поглотителе геометрически подобны, откуда следует:

$$\omega_p l(\omega_p) = \text{const},$$

где $l(\omega_p)$ – линейный размер резонатора. При выполнении этих условий затухание примет вид

$$\eta(\omega, \omega_p) = \frac{\omega}{\omega_p} \delta, \quad \delta = \text{const} < 2,$$

а собственную частоту резонатора однозначно определяет его объем. Поэтому набор резонаторов поглотителя можно представить объемной функцией распределения по резонансным частотам $U(\omega_p)$: $U(\omega_p)d\omega_p$ равно объему приходящихся на единицу площади поверхности поглотителя резонаторов, собственные круговые частоты которых лежат в интервале $\omega_p \dots \omega_p + d\omega_p$. Резонаторы

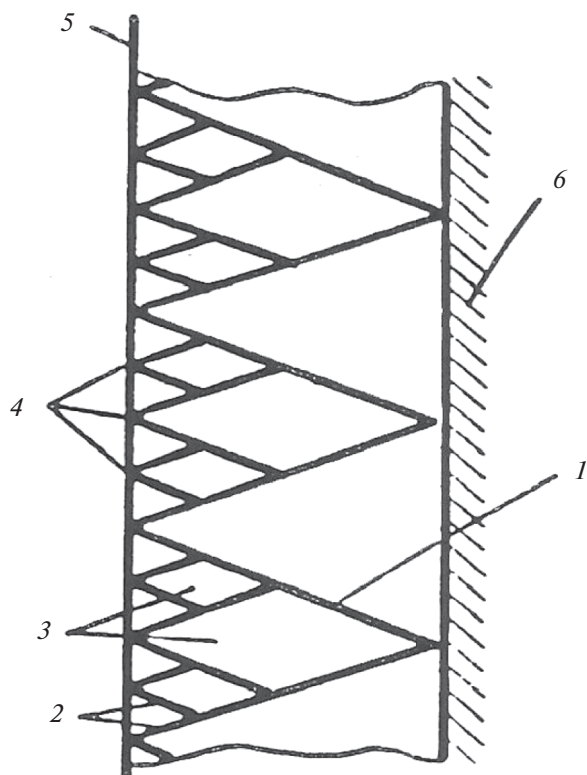


Рис. 2. Звукопоглощающее резонансное покрытие.

будем считать системами с сосредоточенными параметрами, а роль волновых эффектов обсудим позже. Взаимодействием резонаторов пренебрежем.

При нормальном падении звука на стенку с покрытием компоненты суммарной приведенной к воздуху входной проводимости $Y_{\text{вх}} = P(\omega) + iQ(\omega)$ резонаторов равны:

$$P(\omega) = \frac{\omega}{c} \int_0^{\infty} \frac{\frac{\omega}{\omega_p} \delta U(\omega_p)}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_p^2}\right)^2 + \frac{\omega^2}{\omega_p^2} \delta^2} d\omega_p, \quad (1)$$

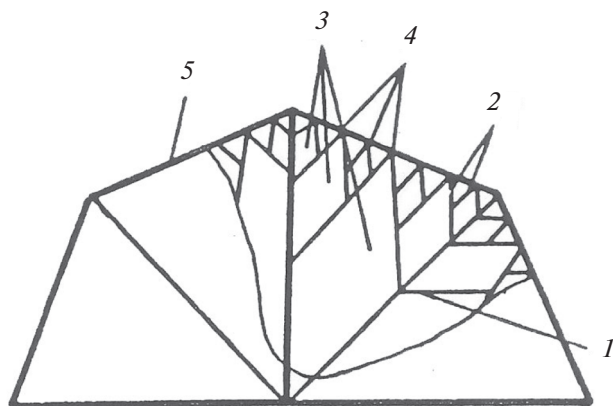


Рис. 3. Объемный резонансный звукопоглотитель.

$$Q(\omega) = \frac{\omega}{c} \int_0^{\infty} \frac{\left(\frac{\omega^2}{\omega_p^2} - 1\right) U(\omega_p)}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_p^2}\right)^2 + \frac{\omega^2}{\omega_p^2} \delta^2} d\omega_p, \quad (2)$$

где c – скорость звука в воздухе.

Зададим функцию распределения $U(\omega_p)$ в виде

$$U(\omega_p) = \frac{2c\psi(\delta)P(\omega_0)}{\pi\omega_p^2} \text{ при } \omega_1 \leq \omega_p \leq \omega_2, \quad (3)$$

$$U(\omega_p) = 0 \text{ при } \omega_p < \omega_1, \quad \omega_p > \omega_2,$$

где ω_1, ω_2 – опорные частоты; $P(\omega_0)$ – значение активной проводимости на центральной частоте $\omega_0 = \sqrt{\omega_1\omega_2}$, характеризующее требуемую степень поглощения звука; $\psi(\delta)$ – функция, определенная ниже.

Подставив (3) в формулы (1) и (2), вычислим:

$$P(\omega) = \frac{\psi(\delta)P(\omega_0)}{\pi\sqrt{1-\delta^2/4}} \times \left(\arctg \frac{\frac{\omega^2}{\omega_1^2} - 1 + \frac{\delta^2}{2}}{\delta\sqrt{1-\delta^2/4}} - \arctg \frac{\frac{\omega^2}{\omega_2^2} - 1 + \frac{\delta^2}{2}}{\delta\sqrt{1-\delta^2/4}} \right), \quad (4)$$

$$Q(\omega) = \frac{\psi(\delta)P(\omega_0)}{2\pi\sqrt{1-\delta^2/4}} \times \ln \frac{\left(\frac{\omega^2}{\omega_2^2} + 2\frac{\omega}{\omega_2}\sqrt{1-\frac{\delta^2}{4}} + 1\right)\left(\frac{\omega^2}{\omega_1^2} - 2\frac{\omega}{\omega_1}\sqrt{1-\frac{\delta^2}{4}} + 1\right)}{\left(\frac{\omega^2}{\omega_1^2} - 2\frac{\omega}{\omega_1}\sqrt{1-\frac{\delta^2}{4}} + 1\right)\left(\frac{\omega^2}{\omega_2^2} + 2\frac{\omega}{\omega_2}\sqrt{1-\frac{\delta^2}{4}} + 1\right)}. \quad (5)$$

Поскольку эти функции выражают свойства физически осуществимого набора резонаторов, они удовлетворяют дисперсионным соотношениям [10, с. 32–39; 11], в чем легко убедиться с помощью теоремы Титчмарша [12, с. 161]. При этом активная проводимость $P(\omega)$ должна быть четной функцией частоты, а реактивная проводимость $Q(\omega)$ – нечетной, что и демонстрируют формулы (4), (5).

Будем считать $\omega_2 \gg \omega_1$. Положив в (4) $\omega = \omega_0$, найдем:

$$\psi(\delta) = \pi\sqrt{1-\frac{\delta^2}{4}} \left(\frac{\pi}{2} + \arctg \frac{1-\delta^2/2}{\delta\sqrt{1-\delta^2/4}} \right)^{-1}. \quad (6)$$

Функция $P(\omega)$ (4) имеет вид столообразной кривой, такой, что при $\omega_1 \ll \omega \ll \omega_2$ $P(\omega) \approx P(\omega_0)$ и спадает к нулю при $\omega/\omega_1 \rightarrow 0$ и $\omega/\omega_2 \rightarrow \infty$. На опорных частотах имеем $P(\omega_1) = P(\omega_2) = 0.5 P(\omega_0)$.

Функция $Q(\omega)$ (5) при $\omega_1 \ll \omega \ll \omega_2$ аппроксимируется выражением

$$Q(\omega) \approx \frac{2}{\pi} \psi(\delta) P(\omega_0) \left(\frac{\omega}{\omega_2} - \frac{\omega_1}{\omega} \right),$$

так что $Q(\omega_0) = 0$. Опорные частоты являются для нее стационарными точками, причем $Q(\omega_1) = -\min Q(\omega)$, $Q(\omega_2) = \max Q(\omega)$, $Q(\omega_1) = -Q(\omega_2)$. При $\omega/\omega_1 \rightarrow 0$ и $\omega/\omega_2 \rightarrow \infty$ функция $Q(\omega) \rightarrow 0$.

2. Компенсирующие резонаторы

Для хорошего поглощения звука приведенная активная проводимость $P(\omega)$ должна быть близка к единице, а реактивную проводимость $Q(\omega)$ следует скомпенсировать. Применим в качестве компенсирующих дополнительные резонаторы, собственные частоты которых лежат за пределами диапазона, ограниченного опорными частотами ω_1 и ω_2 . Величины, относящиеся к низкочастотным и высокочастотным компенсирующим резонаторам, снабдим, соответственно, индексами α и β . Предположим, что на единицу площади поглотителя приходится N_α одинаковых α -резонаторов, настроенных на частоту $\omega_\alpha < \omega_1$. На основании формул (1), (2) для них получим

$$P_\alpha(\omega) = A_\alpha \frac{\frac{\omega^2}{\omega_\alpha^2} \delta_\alpha}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_\alpha^2}\right)^2 + \frac{\omega^2}{\omega_\alpha^2} \delta_\alpha^2}, \quad (7)$$

$$Q_\alpha(\omega) = A_\alpha \frac{\frac{\omega}{\omega_\alpha} \left(\frac{\omega^2}{\omega_\alpha^2} - 1\right)}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_\alpha^2}\right)^2 + \frac{\omega^2}{\omega_\alpha^2} \delta_\alpha^2}, \quad (8)$$

где

$$A_\alpha = \frac{\omega_\alpha N_\alpha V_\alpha}{c}, \quad (9)$$

V_α – объем одного α -резонатора, δ_α – его затухание. Для β -резонаторов, у которых $\omega_\beta > \omega_2$, в формулах (7)–(9) индекс α нужно заменить на β .

Параметры дополнительных резонаторов выберем с таким расчетом, чтобы скомпенсировать экстремумы функций Q , Q_α , Q_β по правилам: $\min Q(\omega) + \max Q_\alpha(\omega) = 0$, $\max Q(\omega) + \min Q_\beta(\omega) = 0$, и потребовать полной компенсации суммарной реактивной проводимости в средней части рабочего диапазона:

$$Q(\omega) + Q_\alpha(\omega) + Q_\beta(\omega) = 0, \quad \omega_1 \ll \omega \ll \omega_2.$$

Тогда найдем:

$$\begin{aligned} \delta_\alpha = \delta_\beta &= \frac{2}{\sqrt{C(\delta)[C(\delta) - 2]}}, \\ A_\alpha = A_\beta &= \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{C(\delta)}{C(\delta) - 2}} \psi(\delta) P(\omega_0), \\ \frac{\omega_1}{\omega_\alpha} = \frac{\omega_\beta}{\omega_2} &= \sqrt{\frac{C(\delta)}{C(\delta) - 2}}, \\ C(\delta) &= \frac{1}{\sqrt{1 - \delta^2/4}} \ln \frac{1 + \sqrt{1 - \delta^2/4}}{1 - \sqrt{1 - \delta^2/4}}; \end{aligned} \quad (10)$$

суммарный объем резонаторов основного набора, приходящихся на единицу площади поглотителя

$$\begin{aligned} V &= \int_{\omega_1}^{\omega_2} U(\omega_p) d\omega_p = \\ &= \frac{2c}{\pi\omega_\alpha} \left(1 - \frac{\omega_1}{\omega_2}\right) \psi(\delta) P(\omega_0) \sqrt{\frac{C(\delta) - 2}{C(\delta)}}, \end{aligned} \quad (11)$$

суммарные объемы α - и β -резонаторов, соответственно, равны:

$$N_\alpha V_\alpha = \frac{2c}{\pi\omega_\alpha} \psi(\delta) P(\omega_0) \sqrt{\frac{C(\delta)}{C(\delta) - 2}}, \quad (12)$$

$$N_\beta V_\beta = \frac{2c}{\pi\omega_\alpha} \psi(\delta) P(\omega_0) \sqrt{\frac{C(\delta) - 2}{C(\delta)}} \frac{\omega_1}{\omega_2}. \quad (13)$$

Если считать, что весь объем звукопоглотителя плотно заполнен резонаторами, и пренебречь толщиной их стенок, то толщина поглотителя H будет численно равна общему объему всех резонаторов, приходящихся на единицу площади его поверхности. Суммируя (11)–(13), получим:

$$H = \frac{2c}{\pi\omega_\alpha} \psi(\delta) P(\omega_0) \left[\sqrt{\frac{C(\delta)}{C(\delta) - 2}} + \sqrt{\frac{C(\delta) - 2}{C(\delta)}} \right]. \quad (14)$$

Большую часть объема (около 3/4 при $\delta = 1$) занимают низкочастотные компенсаторы.

Расчеты показали, что в качестве границ рабочего диапазона поглотителя могут быть приняты собственные частоты компенсирующих резонаторов (10):

$$\omega_{\min} = \omega_\alpha, \quad \omega_{\max} = \omega_\beta.$$

3. Дискретный спектр реальных резонаторов

Конструкция звукопоглотителя [8] удовлетворяет базовым условиям расчета. Собственные частоты резонаторов соседних семейств в модуле (рис. 1) отличаются в два раза. Поэтому собственная частота ω_{pm} резонаторов m -го семейства связана с собственной частотой ω_{p1} самых крупных резонаторов зависимостью

$$\omega_{pm} = \omega_{p1} 2^{m-1}, \quad m = 1, 2, \dots, n, \quad (15)$$

где n – число семейств резонаторов в основном наборе. Местоположение компенсирующих α -резонаторов – между модулями (с выходом за их нижние границы в сторону стенки, что на рис. 2 не указано), β -резонаторов – непосредственно у лицевой панели.

Теперь необходимо перейти от сплошного спектра (3) к дискретному. Легко видеть, что m -е семейство одинаковых резонаторов с собственной частотой ω_{pm} должно заменить собой совокупность фиктивных резонаторов, собственные частоты которых занимают полосу

$$\frac{\omega_{pm}}{\sqrt{2}} \leq \omega_p \leq \sqrt{2}\omega_{pm}, \quad (16)$$

и следует положить

$$\frac{\omega_{p1}}{\sqrt{2}} = \omega_1, \quad \sqrt{2}\omega_{pn} = \omega_2. \quad (17)$$

Активную проводимость этих фиктивных резонаторов можно найти с помощью формулы (4), заменив в ней ω_1 и ω_2 границами диапазона (16). Считая $\delta^2 > 2/5$ и обозначив $\Omega_m = \omega/\omega_{pm}$, получим

$$P(\Omega_m) = \frac{\psi(\delta) P(\omega_0)}{\pi\sqrt{1 - \delta^2/4}} \operatorname{arctg} \frac{\frac{3}{2}\delta\sqrt{1 - \delta^2/4}}{\Omega_m^2 + \Omega_m^{-2} - \frac{5}{2}\left(1 - \frac{\delta^2}{2}\right)}.$$

Эта функция должна быть аппроксимирована проводимостью m -го семейства резонаторов (см. (7))

$$P_m(\Omega_m) = A_m \delta_m \frac{\Omega_m^2}{(1 - \Omega_m^2)^2 + \Omega_m^2 \delta_m^2},$$

$$A_m(\delta) = \omega_{pm} N_m V_m / c.$$

Здесь δ_m – фактически требуемая величина затухания для реальных резонаторов.

Если совместить максимумы функций $P(\Omega_m)$ и $P_m(\Omega_m)$ и, кроме того, потребовать, чтобы $P_m(\Omega_m)/P(\Omega_m) \rightarrow 1$ при $\Omega_m \rightarrow 0$ и $\Omega_m \rightarrow \infty$, то при таком способе аппроксимации получим

$$\begin{aligned} \delta_m(\delta) &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{6\delta\sqrt{1 - \delta^2/4}}{\operatorname{arctg} \frac{6\delta\sqrt{1 - \delta^2/4}}{5\delta^2 - 2}}}, \\ A_m(\delta) &= \frac{3\psi(\delta)\delta}{2\pi\delta_m(\delta)} P(\omega_0). \end{aligned}$$

Эти величины одинаковы для всех семейств резонаторов основного набора. В наиболее интересном диапазоне значений $\delta \sim 1$ функция $\delta_m(\delta)$ весьма близка к требуемой величине затухания компенсирующих резонаторов $\delta_\alpha = \delta_\beta$ (10). Это означает,

что все резонаторы в поглотителе должны иметь одинаковую добротность.

С помощью формул (15), (17), (10) найдем:

$$\omega_{pm} = \omega_\alpha 2^{m-\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{C(\delta)}{C(\delta)-2}}, \quad m = 1, 2, \dots, n,$$

$$\frac{\omega_\beta}{\omega_\alpha} = \frac{\omega_{\max}}{\omega_{\min}} = 2^n \frac{C(\delta)}{C(\delta)-2}.$$

Ширина частотного диапазона поглотителя в октавах равна:

$$N_{\text{окт}} = n + 3.32 \lg \frac{C(\delta)}{C(\delta)-2}.$$

Если, например, требуется изготовить звукопоглотитель на диапазон частот 100 Гц...4 кГц, то при $\delta = 1$ следует взять $n = 4$ и настроить резонаторы, соответственно, на частоты 100, 242, 484, 968, 1936 и 4672 Гц. Затухание всех резонаторов положим одинаковым: $\delta_\alpha = \delta_m = \delta_\beta = 1.12$. Учитывая некоторое несовершенство перехода от фиктивных резонаторов к реальным, для резонаторов основного набора примем $P(\omega_0) = 0.98$, а для компенсирующих резонаторов — $P(\omega_0) = 0.83$.

На рис. 4 показаны расчетные акустические характеристики такого звукопоглощающего покрытия. В частотном диапазоне более 4-х октав оно обещает поглощать при нормальном падении свыше 99.75% звуковой энергии. Толщина покрытия составит 90 см. Это обычная толщина для высококачественных низкочастотных звукопоглотителей независимо от их природы [1, 13, 14]. Так, в работе [15] приведен пример расчета четырехслойного резонансного звукопоглотителя из перфорированных экранов [9, с. 184] с эффективностью свыше 90% в диапазоне частот 100 Гц...4.0 кГц. Его общая толщина равна 77 см.

4. Оценка волновых эффектов

Приведенный расчет поглотителя игнорирует волновые эффекты в резонаторах на высоких частотах, когда камеру резонатора нельзя уже считать сосредоточенной упругостью. Роль волновых эффектов обсудим на примере резонатора, изображенного на рис. 5. Импеданс его горла, затянутого фрикционным материалом, равен

$$Z_0 = R_1 - i\omega\rho h' + \frac{S_0}{S} Z_k,$$

где ρ — плотность воздуха;

$$h' = \Delta h + h_+ + h_-, \quad (18)$$

h' — эффективная длина горла с учетом присоединенных масс на его входе (h_+) и выходе (h_-); Δh — геометрическая длина горла; S_0 — площадь горла; $S = bd$; Z_k — импеданс камеры резонатора.

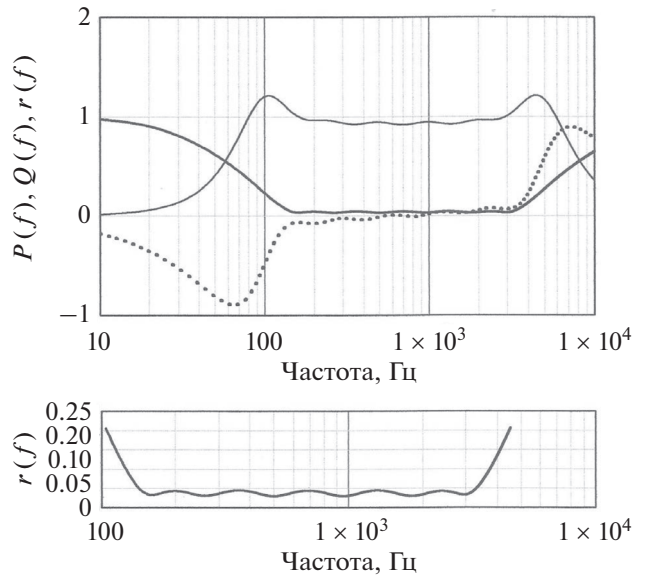


Рис. 4. Характеристики звукопоглощающего покрытия: $P(f)$ — суммарная приведенная активная проводимость (сплошная тонкая линия); $Q(f)$ — суммарная приведенная реактивная проводимость (пунктирная линия); $r(f)$ — модуль коэффициента отражения (сплошная жирная линия).

Если угол φ мал, то, используя уравнение Вебстера (как в теории рупоров [16, с. 293]), можно найти Z_k . В результате, считая $kh_0 \ll 1$, где k — волновое число, получим:

$$Z_0 = R_1 - i\omega\rho \left[\tilde{h} + \frac{S_0 h_0}{S} F(kh) \right],$$

где $\tilde{h} = h' + \frac{S_0 h_0}{S} \ln \frac{h}{h_0}$ — эффективная длина горла с учетом инерционной части входного импеданса камеры;

$$F(x) = \frac{\pi}{4} \left[\frac{N_0(x)}{J_0(x)} + \frac{N_1(x)}{J_1(x)} \right] - \ln \frac{x}{2} - C, \quad (19)$$

$$C = 0.5772,$$

$J_{0,1}(x)$, $N_{0,1}(x)$ — функции Бесселя и Неймана.

Если на единицу площади поглотителя приходится N таких резонаторов, то их вклад в безразмерную входную проводимость поглотителя составит:

$$Y = \rho c \frac{NS_0}{Z_0} = \frac{\rho c NS_0}{R_1 - i\omega\rho \left[\tilde{h} + \frac{S_0 h_0}{S} F(kh) \right]}. \quad (20)$$

Учитывая, что $F(kh) \approx -(kh)^{-2}$ при $kh \ll 1$, найдем низкочастотное приближение, описывающее сосредоточенный резонатор:

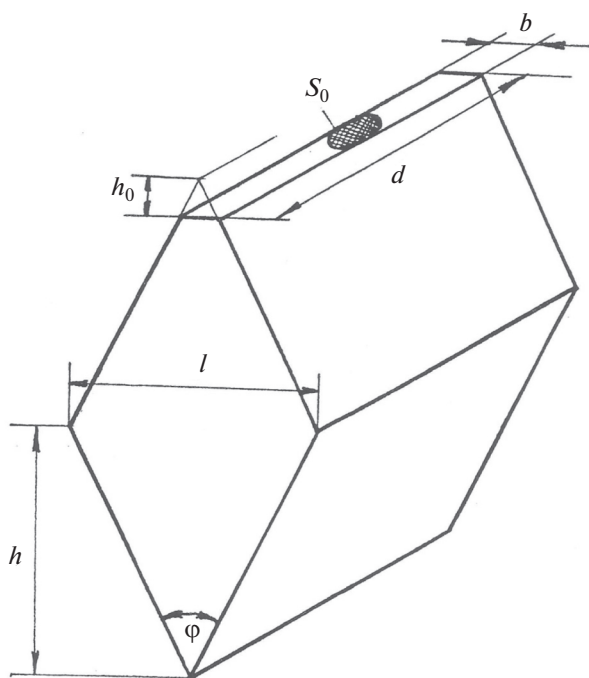


Рис. 5. Резонатор основного набора.

$$Y = \frac{-iA \frac{\omega}{\omega_p}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_p^2} - i \frac{\omega}{\omega_p} \delta},$$

где

$$A = NV\omega_p/c, \quad V = lhd,$$

$$\omega_p = \frac{c}{h} \sqrt{\frac{S_0 h_0}{S \tilde{h}}}, \quad \delta = \frac{R_1}{\rho \omega_p \tilde{h}}.$$

Резонансы наступают при обращении в нуль квадратной скобки в выражении (20). При $kh \gg 1$ из (19) следует:

$$F(kh) \approx \frac{\pi}{2} \operatorname{tg}(2kh) - \ln \frac{kh}{2} - C.$$

Отсюда можно заключить, что узкополосные высокочастотные волновые резонансы будут иметь место в тех случаях, когда на полной высоте резонатора приблизительно укладывается нечетное число четвертей длины звуковой волны. Это означает, что одновременно может попасть в резонанс лишь одно семейство резонаторов основного набора. При этом если R_1 не зависит от частоты, то высокочастотные пики активной проводимости резонаторов будут иметь ту же высоту, что и на собственных частотах. Анализ и расчеты показывают, что узкополосные волновые резонансы в камерах поглотителя незначительно искажают ожидаемую характеристику звукопоглощения, чаще всего — в лучшую сторону.

Для горла в виде сплошной щели, когда $S_0 = S$, в (18) следует считать $h_- = 0$. Величину h_+ в этом случае можно найти, используя теорию прямоугольного поршня в жестком экране [17]. Для $kb \ll 1$, $d > b$ вычисления приведут к формуле:

$$h_+ = \frac{b}{\pi} \left[\frac{3}{2} - C + \ln \frac{2}{kb} + \operatorname{ci}(kd) - \frac{\sin kd}{kd} + \frac{3b}{10d} \right],$$

где

$$\operatorname{ci}(z) = - \int_z^\infty \frac{\cos t}{t} dt = C + \ln z - \frac{z^2}{2 \times 2!} + \frac{z^4}{4 \times 4!} - \dots$$

— интегральный косинус [18, с. 625]. При $kd \gg 1$ отсюда следует выражение для бесконечной щели

$$h_+ = \frac{b}{\pi} \left(\frac{3}{2} - C + \ln \frac{2}{kb} \right).$$

При $kd \ll 1$ получим:

$$h_+ = \frac{b}{\pi} \left(\frac{1}{2} + \ln \frac{2d}{b} + \frac{3b}{10d} \right).$$

Эта формула очень хорошо аппроксимирует сложное асимптотическое выражение теории.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлены теория и метод расчета многоэлементного резонансного звукопоглотителя, наносимого на непроницаемую стенку. При этом были приняты некоторые идеализации: резонаторы считались системами с сосредоточенными параметрами; толщина их стенок принималась нулевой; взаимодействием резонаторов пренебрегалось. Вспомогательным расчетным приемом служило использование множества фиктивных резонаторов с объемной функцией распределения (3), установленной эвристическим путем. Нововведением явилось добавление в конструкцию компенсирующих резонаторов, суммарная реактивная проводимость которых эффективно уничтожает в рабочей полосе частот реактивную проводимость резонаторов основного набора модуля (1), что существенно повышает широкополосное звукопоглощение. Если защищаемая стенка имеет массовый импеданс, требуемый объем низкочастотных компенсаторов, а следовательно и толщина покрытия, могут быть значительно уменьшены.

Изложенный здесь метод полностью применим также к расчету многоэлементных гидроакустических звукопоглощающих покрытий, содержащих описываемые формулами типа (1) и (2) совокупности любых резонаторов, таких, как резино-жидкостные разных модификаций [19], полости в резине, газовые пузырьки в воде, разнородности вязкоупругих резонаторов [20] и т.п. При этом гидроакустические покрытия (в отличие от аэроакустических) тонкие, т.е. их толщина много меньше длины звуковой волны нижней рабочей частоты.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ржевкин С.Н.* Обзор работ по резонансным звукопоглотителям // *Успехи физ. наук.* 1946. Т. 30. № 1–2. С. 40–62.
2. *Оберст Г.* Резонансные звукопоглотители // *Некоторые вопросы прикладной акустики. Ультразвук, гидроакустика.* Сб. статей / Под ред. Ричардсона И.Дж. / Пер. с англ. М.: Воениздат, 1962. С. 262–300.
3. *Meyer E.* Wave Absorbers – a Historical Survey // *Applied Acoustics.* 1970. V. 3. P. 169–180.
4. Некоторые вопросы прикладной акустики. Ультразвук, гидроакустика. Сб. статей / Под ред. Ричардсона И. Дж. / Пер. с англ. М.: Воениздат, 1962. 368 с.
5. *Кобелев Ю.А.* К вопросу о поглощении звуковых волн в тонком слое // *Акуст. журн.* 1987. Т. 33. № 3. С. 507–509.
6. *Тютекин В.В.* Моделирование звукопоглотителя, синтезируемого на основе механических резонаторов // *Акуст. журн.* 1997. Т. 43. № 5. С. 681–687.
7. *Тютекин В.В.* Оптимизация характеристик звукопоглотителя, синтезируемого на основе механических резонаторов // *Акуст. журн.* 1998. Т. 44. № 5. С. 671–675.
8. *Казаков Л.И.* Резонансный звукопоглотитель. Авт. свид. № 446898. БИ № 38, 1974.
9. *Ржевкин С.Н.* Курс лекций по теории звука. М.: Изд-во МГУ, 1960. 336 с.
10. *Нуссенцевейг Х.М.* Причинность и дисперсионные соотношения. М.: Мир, 1976. 461 с.
11. *Гинзбург В.Л.* Об общей связи между поглощением и дисперсией звуковых волн // *Акуст. журн.* 1955. Т. 1. № 1. С. 31–39.
12. *Титчмарш Е.* Введение в теорию интегралов Фурье. М.–Л.: Гостехиздат, 1948. 479 с.
13. *Велижанина К.А., Ржевкин С.Н.* Исследование звукопоглощающих конструкций для звукомерной камеры физического факультета Московского государственного университета // *Акуст. журн.* 1957. Т. 3. № 1. С. 23–28.
14. *Ривин А.Н.* Заглушенная звукомерная камера // *Акуст. журн.* 1961. Т. 7. № 3. С. 324–336.
15. *Нестеров В.С.* Докл. Акад. наук СССР. 1941. Т. 31. № 3. С. 237.
16. *Морз Ф.* Колебания и звук / Пер. с англ. Под ред. Ржевкина С.Н. М.–Л.: ГИТТЛ, 1949. 496 с.
17. *Смарышев М.Д., Добровольский Ю.Ю.* Гидроакустические антенны. Справочник по расчету направленных свойств гидроакустических антенн. Л.: Судостроение, 1984. 304 с.
18. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1968. 720 с.
19. *Казаков Л.И.* Резино-жидкостный резонатор // *Акуст. журн.* 2020. Т. 66. № 4. С. 357–365.
20. *Казаков Л.И.* Вязкоупругие резонаторы // *NOISE Theory and Practice.* 2019. Т. 5. № 3. С. 28–42.

УДК 534.08;534.222.2

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ТЕРМООПТИЧЕСКИ ВОЗБУЖДАЕМЫХ ШИРОКОПОЛОСНЫХ ИМПУЛЬСОВ ПРОДОЛЬНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В ИМПУЛЬСЫ СДВИГОВЫХ ВОЛН В ИЗОТРОПНОЙ ТВЕРДОТЕЛЬНОЙ ПЛАСТИНЕ В ЖИДКОСТИ

© 2021 г. Н. Б. Подымова^{а, *}, А. А. Карабутов^{а, б}

^аМГУ имени М.В. Ломоносова, физический факультет,
Ленинские горы 1, стр. 2, Москва, ГСП-1, 119991 Россия

^бНациональный исследовательский технологический университет “МИСиС”,
Ленинский пр-т 4, Москва, 119991 Россия

*e-mail: npodymova@mail.ru

Поступила в редакцию 28.03.2021 г.

После доработки 21.04.2021 г.

Принята к публикации 23.04.2021 г.

Теоретически проанализированы временные профили широкополосных импульсов сдвиговых акустических волн, получаемых в результате преобразования термооптически возбуждаемых импульсов продольных волн при падении под различными углами на плоскопараллельную изотропную твердотельную пластину, помещенную в иммерсионную жидкость. Показано, что при определенном угле падения временная форма импульса сдвиговых волн в пластине повторяет форму падающего импульса продольных волн. Для сравнения теоретических и экспериментальных результатов исследовалось преобразование термооптически возбуждаемых импульсов продольных волн в импульсы сдвиговых волн и обратно в алюминиевой и кварцевой плоскопараллельных пластинах, помещенных в дистиллированную воду. Экспериментальные временные профили ультразвуковых импульсов совпадают с теоретически рассчитанными профилями за исключением увеличенной длительности экспериментальных импульсов. На основе такой схемы двойного преобразования предложена и экспериментально реализована методика широкополосной акустической спектроскопии продольных и сдвиговых волн с термооптическим источником ультразвука в спектральном диапазоне 1–40 МГц.

Ключевые слова: сдвиговые акустические волны, лазерное возбуждение ультразвука, широкополосная акустическая спектроскопия, коэффициенты затухания ультразвуковых волн

DOI: 10.31857/S0320791921040110

ВВЕДЕНИЕ

Ультразвуковые волны различных типов широко используются для исследования механических свойств и микроструктуры большого числа разнообразных конструкционных материалов (металлов, сплавов, композитов, и др.). Взаимодействие ультразвуковых волн с неоднородностями структуры твердых тел, приводящее к рассеянию и отражению волн, лежит в основе работы многочисленных систем акустической диагностики структуры и неразрушающего контроля (дефектоскопии). Для оптимального выбора типа ультразвуковых волн и рабочего частотного диапазона при исследовании конкретных материалов и изделий необходимо, в частности, знание ключевых характеристик распространения этих волн в исследуемом материале – скорости и ко-

эффициента затухания (см., например, [1–3]). Ультразвуковые методы исследования особенностей микроструктуры различных материалов основаны на анализе частотных зависимостей коэффициента затухания продольных и сдвиговых акустических волн в этих материалах. Применение этих методов для количественного анализа микроструктуры требует разработки детальных теоретических моделей рассеяния ультразвука в неоднородных конструкционных материалах и сравнения экспериментальных результатов с теоретическими расчетами. Две наиболее широко известные теоретические модели, описывающие связь между частотными зависимостями коэффициентов затухания продольных и сдвиговых ультразвуковых волн и структурными характеристиками поликристаллических металлов, были развиты в [4, 5]. Известно, что характер частот-

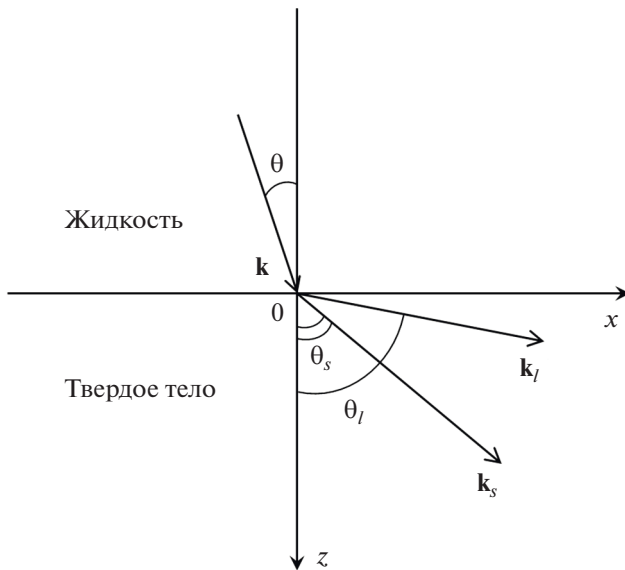


Рис. 1. Схема преобразования плоской монохроматической продольной акустической волны в сдвиговую волну на границе раздела жидкость/твердое тело.

ных зависимостей коэффициентов затухания ультразвуковых волн различных типов в гетерогенных материалах существенным образом зависит от соотношения размеров и формы структурных неоднородностей и длины зондирующей акустической волны (см., например, [3, 6–9]). Таким образом, количественная оценка микроструктурных неоднородностей, существенно различающихся по форме и размерам, требует проведения широкополосной акустической спектроскопии – измерения коэффициента затухания ультразвуковых волн в широкой полосе частот [10–12].

Для получения широкополосных зондирующих импульсов в системах акустической спектроскопии целесообразно применение лазерного термооптического механизма возбуждения ультразвука – оптико-акустического эффекта [13]. Малая длительность (от единиц до сотен наносекунд) и большая амплитуда (вплоть до десятков атмосфер) термооптически возбуждаемых акустических импульсов позволяет существенно повысить чувствительность акустической спектроскопии к структурным неоднородностям с размерами от десятков микрометров до нескольких миллиметров в сильно поглощающих и рассеивающих ультразвук конструкционных материалах [14–19]. Известно, что сдвиговые волны являются более чувствительными к мелкомасштабным неоднородностям структуры, поскольку для одной и той же частоты длина сдвиговой волны меньше длины продольной волны. Лазерное термоупругое возбуждение ультразвука позволяет непосредственно получать только импульсы про-

дольных акустических волн [13]. Импульс сдвиговых волн появляется в результате преобразования импульса продольных волн на границе твердого тела, поглощающего лазерное излучение. При этом эффективное возбуждение сдвиговой волны происходит лишь в том случае, когда характерный диаметр поглощенного лазерного пучка сравним с длиной этой волны [20, 21]. Широкая диаграмма направленности получаемых сдвиговых волн [21] затрудняет их применение в системах широкополосной акустической спектроскопии. Другой технической проблемой является обеспечение равномерности частотной характеристики пропускания сдвиговых волн тонкими контактными слоями в акустическом тракте широкополосного спектрометра.

Целью настоящей работы является теоретическое и экспериментальное исследование преобразования термооптически возбуждаемых широкополосных импульсов продольных акустических волн в импульсы сдвиговых волн и обратно в зависимости от угла падения на плоскопараллельную изотропную твердотельную пластину, помещенную в иммерсионную жидкость. На основе этих исследований разрабатывается система широкополосной акустической спектроскопии сдвиговых волн с лазерным источником и иммерсионной методикой регистрации широкополосных импульсов продольных волн. Такая система позволит также измерять частотную зависимость коэффициента затухания продольных акустических волн в спектральном диапазоне лазерного источника ультразвука. Получаемые экспериментальные данные могут использоваться для оптимального выбора рабочего частотного диапазона в системах ультразвукового неразрушающего контроля, а также для верификации теоретических моделей рассеяния продольных и сдвиговых ультразвуковых волн в изотропных поликристаллических материалах.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ РАСЧЕТЫ

Рассмотрим преобразование плоской монохроматической продольной акустической волны с циклической частотой ω , падающей из жидкости на границу твердого тела, в сдвиговую волну (рис. 1). Фазовые скорости продольных волн в жидкости и в твердом теле обозначим как C и C_l , а фазовую скорость сдвиговых волн в твердом теле как C_s . Волновой вектор k волны, падающей под углом θ на границу раздела $z = 0$, лежит в плоскости XZ , в этой же плоскости лежат волновые вектора преломленной продольной волны k_l и возбуждаемой сдвиговой волны k_s в твердом теле.

Коэффициент преобразования продольных волн в сдвиговые на границе раздела жидкость/твердое тело традиционно выводится с использованием представления векторов колебательной скорости частиц в жидкости \mathbf{v}_{liq} и в твердом теле $\mathbf{v}_{\text{solid}}$ через соответствующие потенциалы [22]:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{\text{liq}} &= \text{grad } \varphi, \\ \mathbf{v}_{\text{solid}} &= \text{grad } \varphi_l + \text{rot } \psi. \end{aligned} \quad (1)$$

В возбуждаемой в твердом теле сдвиговой волне вектор колебательной скорости частиц \mathbf{v}_s лежит в плоскости XZ и перпендикулярен волновому вектору \mathbf{k}_s , поэтому у векторного потенциала ψ имеется только одна y -компонента. Для комплексных амплитуд колебательных скоростей частиц в жидкости V_{in} и в твердом теле V_s коэффициент преобразования W_s продольной гармонической волны в сдвиговую может быть получен из выражения для коэффициента преобразования для соответствующих потенциалов (формула (7.15) в [22]) с учетом (1):

$$W_s = \frac{V_s}{V_{\text{in}}} = \frac{k_s}{k} \frac{2\rho}{\rho_s} \frac{Z_s \sin 2\theta_s}{Z_l \cos^2 2\theta_s + Z_s \sin^2 2\theta_s + Z}, \quad (2)$$

где ρ и ρ_s – плотности жидкости и твердого тела, $k = \omega/C$ и $k_s = \omega/C_s$ – волновые числа продольной волны в жидкости и сдвиговой волны в твердом теле, $Z = \rho C / \cos \theta$, $Z_l = \rho_s C_l / \cos \theta_l$ и $Z_s = \rho_s C_s / \cos \theta_s$.

Рассмотрим преобразование продольных волн в сдвиговые в случае $\theta_{\text{cr1}} < \theta < \theta_{\text{cr2}}$ (θ_{cr1} и θ_{cr2} – критические углы для продольной и сдвиговой волны, соответственно). В этом случае в прошедшем акустическом поле преобладает сдвиговая компонента, а $\cos \theta_l$ и Z_l являются чисто мнимыми величинами. Из условия ограниченности потенциала продольных волн в твердом теле при $z \rightarrow \infty$ следует, что $\cos \theta_l = i |\cos \theta_l|$ и $Z_l = -i \rho_s C_l / |\cos \theta_l|$. Таким образом, величина W_s оказывается комплексной и может быть представлена в виде $W_s = M + iN$; действительная M и мнимая N части определяются следующими выражениями, полученными из (2):

$$\begin{aligned} M(\theta) &= \frac{4T_s \sin \theta (T_l^2 \sin^2 \theta - 1) \left(4\gamma T_s^3 \sin^2 \theta \sqrt{1 - T_s^2 \sin^2 \theta} + \frac{1}{\cos \theta} \right)}{(T_l \gamma)^2 (1 - 2T_s^2 \sin^2 \theta)^4 + (T_l^2 \sin^2 \theta - 1) \left(4\gamma T_s^3 \sin^2 \theta \sqrt{1 - T_s^2 \sin^2 \theta} + \frac{1}{\cos \theta} \right)^2}, \\ N(\theta) &= \frac{4T_l T_s \gamma \sin \theta \sqrt{T_l^2 \sin^2 \theta - 1} (1 - 2T_s^2 \sin^2 \theta)^2}{(T_l \gamma)^2 (1 - 2T_s^2 \sin^2 \theta)^4 + (T_l^2 \sin^2 \theta - 1) \left(4\gamma T_s^3 \sin^2 \theta \sqrt{1 - T_s^2 \sin^2 \theta} + \frac{1}{\cos \theta} \right)^2}, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\gamma = \rho_s / \rho$, $T_l = C_l / C$, $T_s = C_s / C$.

В дальнейшем будем анализировать преобразование термооптически возбуждаемых широкополосных импульсов продольных акустических волн в импульсы сдвиговых волн. При расчете временной формы импульса сдвиговых волн с использованием преобразования Фурье, коэффициент преобразования W_s (2) должен использоваться в виде $W_s = M + i \text{sign}(\omega) N$, поскольку для отрицательных частот знак у мнимой части меняется на противоположный [2].

Величина сдвига фаз $\delta = \arctg(N/M)$ в возбуждаемой сдвиговой волне относительно падающей продольной волны максимальна при углах падения θ , близких к критическим, при $\theta = \theta_0 = \arcsin \left(\frac{C}{\sqrt{2} C_s} \right)$ сдвиг фаз $\delta = 0$ и временная форма возбуждаемого импульса сдвиговых волн повторяет форму падающего импульса продольных волн. Рассчитанные зависимости $M(\theta)$ и $N(\theta)$ в диапазоне углов падения $\theta_{\text{cr1}} < \theta < \theta_{\text{cr2}}$ для пар вода/алюминий и вода/плавленый кварц, ис-

пользуемых в дальнейшем для экспериментальных исследований, показаны на рис. 2. В первом случае $\theta_{\text{cr1}} = 13.7^\circ$, $\theta_{\text{cr2}} = 28.4^\circ$, $\theta_0 = 19.7^\circ$; во втором $\theta_{\text{cr1}} = 14.4^\circ$, $\theta_{\text{cr2}} = 23.4^\circ$, $\theta_0 = 16.4^\circ$. Для расчетов брались значения $\gamma(\text{Al}) = 2.69$, $\gamma(\text{SiO}_2) = 2.5$ и значения скоростей $C = 1490$ м/с, $C_l(\text{Al}) = 6280$ м/с, $C_s(\text{Al}) = 3130$ м/с, $C_l(\text{SiO}_2) = 5970$ м/с, $C_s(\text{SiO}_2) = 3740$ м/с [23].

Для исследования особенностей распространения широкополосных импульсов сдвиговых волн в плоскопараллельных твердотельных пластинах используется хорошо известная схема (рис. 3) с поворотом исследуемой пластины в иммерсионной жидкости относительно направления падающего импульса продольных волн и без необходимости регистрации импульсов сдвиговых волн (см., например, [24, 25]). В нашей работе в качестве источника широкополосных импульсов продольных акустических волн используется лазерный (или оптико-акустический (ОА)) источник ультразвука – оптический фильтр СЗС-22 [26]. Он представляет собой плоскопараллельную

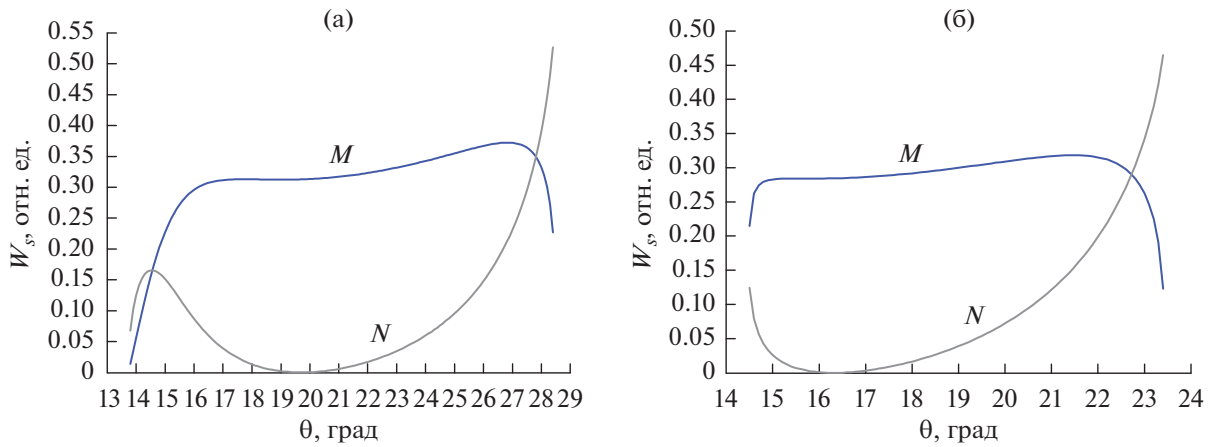


Рис. 2. Действительная M и мнимая N части коэффициента преобразования W_s продольной плоской гармонической волны в сдвиговую волну на границе раздела (а) вода/алюминий, (б) вода/плавленый кварц.

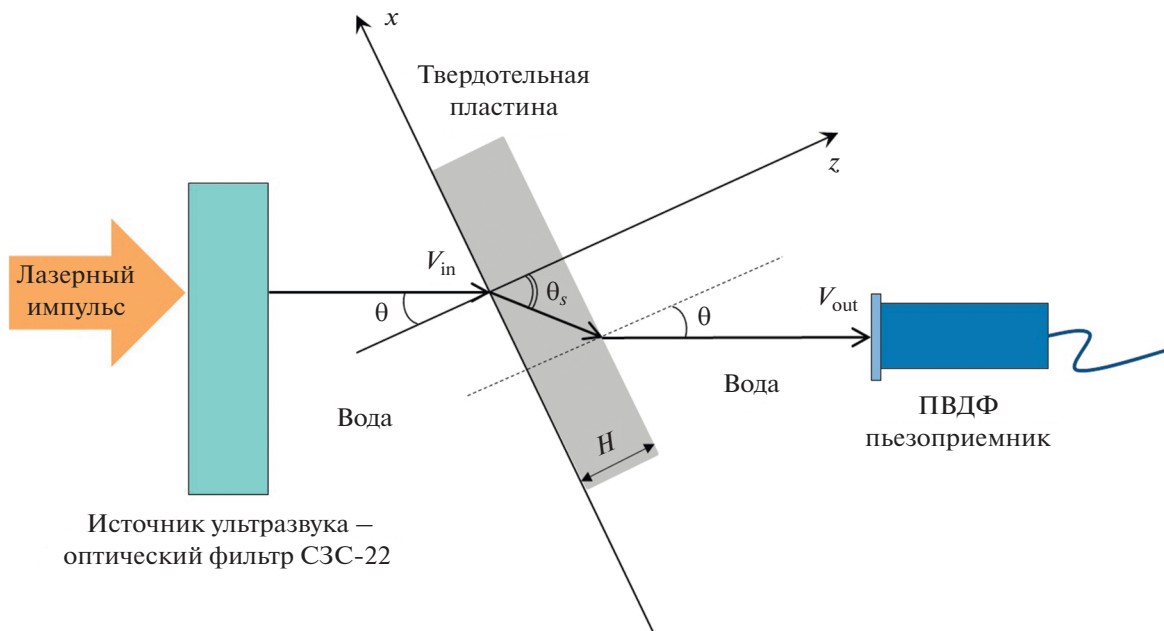


Рис. 3. Схема методики исследования распространения импульсов сдвиговых акустических волн в плоскопараллельной твердотельной пластине с лазерным источником широкополосных импульсов продольных акустических волн.

пластину из плавленого кварца, допированного ионами меди в концентрации, обеспечивающей определенное значение коэффициента поглощения света на рабочей длине волны используемого лазерного импульса (1064 нм). Возбуждение ультразвука происходит за счет термооптического механизма (ОА эффекта) [13], который заключается в генерации импульса звукового давления при поглощении короткого (наносекундного) лазерного импульса в СЗС-22 и последующего нестационарного теплового расширения его нагретого приповерхностного слоя. Значения всех па-

раметров СЗС-22, необходимых для определения рабочего спектрального диапазона возбуждаемых ультразвуковых импульсов, приведены ниже (после обсуждения формулы (7) и в разделе “Экспериментальная установка”). В рассматриваемой схеме (рис. 3) регистрируется импульс продольных волн в иммерсионной жидкости (дистиллированной воде), полученный в результате преобразования импульса продольных волн ОА источника в импульс сдвиговых волн на входной поверхности исследуемой твердотельной пласти-

ны и обратного преобразования сдвиговых волн в продольные на выходной поверхности пластины.

Отношение комплексной амплитуды V_{out} колебательной скорости частиц в продольной монохроматической волне в жидкости на выходе из пластины к амплитуде V_{in} для продольной волны ОА источника, падающей из жидкости на лицевую поверхность пластины, связано с коэффициентом преобразования W_s (2) следующим образом:

$$W(\theta) = \frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} = \frac{T_s \sqrt{1 - T_s^2 \sin^2 \theta}}{\cos \theta} W_s^2 = \quad (4)$$

$$= A W_s^2(\theta) = P(\theta) + i \operatorname{sign}(\omega) Q(\theta),$$

где реальная P и мнимая Q части выражаются через реальную M и мнимую N части коэффициента преобразования W_s как:

$$P = A(M^2 - N^2), \quad Q = 2AMN. \quad (5)$$

При двойном преобразовании при угле падения $\theta = \theta_0$ временная форма импульса продольных волн в жидкости (на выходе из пластины) повторяет форму падающего импульса ОА источника при условии, что в пластине отсутствуют затухание и дисперсия фазовой скорости сдвиговых волн.

Рассмотрим двойное преобразование термооптически возбуждаемого широкополосного импульса продольных акустических волн в импульс сдвиговых волн и обратно в плоскопараллельной твердотельной пластине в геометрии, изображенной на рис. 3. Поскольку в качестве ОА источника в дальнейших экспериментах будет использоваться оптический фильтр СЗС-22 с акустически свободной границей, все расчеты будут проведены для его оптических и термофизических параметров. Известно [13], что спектральные компоненты термооптически возбуждаемого широкополосного импульса продольных ультразвуковых волн выражаются как

$$\tilde{V}_{\text{in}}(\omega) = I_0 \tilde{f}(\omega) K(\omega), \quad (6)$$

где $I_0 \tilde{f}(\omega)$ – спектр временной огибающей интенсивности поглощенного лазерного импульса, $K(\omega)$ – спектральная передаточная функция термооптического преобразования для материала источника ультразвука [13]. Для СЗС-22 при акустически свободной границе эта функция записывается в виде

$$K(\omega) = \frac{\beta}{\rho_{\text{СЗС}} c_p} \frac{-i\omega\omega_a}{\omega^2 + \omega_a^2}, \quad (7)$$

где β , $\rho_{\text{СЗС}}$ и c_p – соответственно эффективный коэффициент теплового расширения, плотность и удельная теплоемкость при постоянном давлении

для СЗС-22, $\omega_a = \mu C_{\text{СЗС}}$, $\mu = 130 \text{ см}^{-1}$ – коэффициент поглощения света в СЗС-22 на рабочей длине волны лазерного излучения 1064 нм, $C_{\text{СЗС}} = 4800 \text{ м/с}$ – фазовая скорость продольных акустических волн в СЗС-22. Временная форма импульса продольных волн в иммерсионной жидкости на выходе из пластины, полученного в результате двойного преобразования в геометрии, показанной на рис. 3, выражается следующим образом:

$$V_{\text{out}}(t, \theta) = \frac{1}{2\pi} \frac{I_0 \beta}{\rho_{\text{СЗС}} c_p} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{-i\omega\omega_a}{\omega^2 + \omega_a^2} \tilde{f}(\omega) \times \quad (8)$$

$$\times [P(\theta) + i \operatorname{sign}(\omega) Q(\theta)] \exp(-i\omega t) d\omega,$$

где опущены множители $\sim \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r})$ и $\sim \exp(i\mathbf{k}_y\mathbf{r})$, описывающие распространение волн в жидкости и в пластине, соответственно. В дальнейшем при расчетах все временные профили акустических импульсов нормируются на величину $I_0 \beta / (\rho_{\text{СЗС}} c_p)$.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Экспериментальная установка для исследования преобразования термооптически возбуждаемых широкополосных импульсов продольных акустических волн в импульсы сдвиговых волн и обратно в плоскопараллельных твердотельных пластине реализована в геометрии, показанной на рис. 3. Используется Nd:YAG лазер с модуляцией добротности на длине волны 1064 нм, временной профиль огибающей интенсивности близок к гауссовому с характерной длительностью $\tau_L \approx 18\text{--}19 \text{ нс}$ по уровню $1/e$. Оптическая система, состоящая из рассеивателя и собирающей линзы, формирует на поверхности ОА источника СЗС-22 лазерный пучок с практически гауссовым поперечным распределением интенсивности с характерным радиусом пучка $a_0 \approx 5 \text{ мм}$. Коэффициент поглощения света на рабочей длине волны $\mu = 130 \text{ см}^{-1}$, измеренная фазовая скорость $C_{\text{СЗС}} = 4800 \text{ м/с}$, и соответственно, $\omega_a = \mu C_{\text{СЗС}} = 6.24 \times 10^7 \text{ с}^{-1}$. Такие характеристики лазерных импульсов и СЗС-22 обеспечивают спектральный диапазон эффективно возбуждаемых импульсов продольных ультразвуковых волн от 1–2 до 40–50 МГц и выполнение условия $a_0 \mu \gg 1$, что, в свою очередь, обеспечивает близкий к плоскому волновой фронт возбуждаемого ультразвукового пучка [13]. Характерный радиус этого пучка совпадает с радиусом лазерного пучка на поверхности СЗС-22 и равен a_0 . Пластина СЗС-22 диаметром 20 мм служит входным окном ОА кюветы с дистиллированной водой и вмонтированным пьезоприемником.

Для вариации угла падения θ исследуемая плоскопараллельная пластина вручную вращается

внутри ОА кюветы относительно падающего ультразвукового пучка, точность определения угла падения составляет $\pm 0.1^\circ$. Длина всей кюветы (расстояние между выходной поверхностью СЗС-22 и входной поверхностью пьезоприемника) составляла 3 см. Поскольку волновой фронт импульса продольных ультразвуковых волн, падающего на поверхность пластины, близок к плоскому, волновой фронт возбуждаемого импульса сдвиговых волн также будет близок к плоскому. Если толщина пластины не слишком велика, то дифракционное искажение временного профиля сдвиговых волн при распространении в пластине будет незначительно.

Регистрация импульсов продольных волн на выходе из пластины осуществляется с помощью широкополосного пьезоприемника с рабочей полосой частот 0.1–30 МГц, изготовленного на основе ПВДФ-пленки толщиной 30 мкм и диаметром 5 мм, ранее использованного в работе [27]. Электрические сигналы с пьезоприемника передаются на цифровой осциллограф с аналоговой полосой частот 200 МГц и затем обрабатываются на персональном компьютере. Запуск осциллографа синхронизован с моментом излучения лазерного импульса. Максимальное соотношение сигнал–шум регистрируемых электрических сигналов составляет порядка 2000.

Для регистрации максимума импульса продольных волн после двойного преобразования в пластине кювета могла перемещаться в поперечном направлении относительно падающего лазерного пучка таким образом, чтобы выходящий из пластины импульс попадал в центр пьезоприемника, как это показано на рис. 3. При нормальном падении импульса ОА источника на пластину ($\theta = 0^\circ$) положение кюветы таково, что ось лазерного пучка совпадает с осью пьезоприемника.

Теоретические расчеты и экспериментальные исследования двойного преобразования широкополосных импульсов продольных волн в импульсы сдвиговых волн и обратно проводились для плоскопараллельных полированных пластин из алюминия и плавленого кварца. Толщины обеих пластин составляли $H = (2 \pm 0.002)$ мм. В предыдущем разделе были рассчитаны коэффициенты преобразования продольной монохроматической волны в сдвиговую для пар алюминий–вода и кварц–вода (рис. 2). Данные материалы были взяты из-за малости коэффициента затухания сдвиговых волн в них в рабочем диапазоне частот [23] и, как следствие, отсутствия влияния затухания на временные профили широкополосных импульсов сдвиговых волн в пластине толщиной 2 мм.

РЕЗУЛЬТАТЫ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ, ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Теоретически рассчитанная с использованием формул (6) и (7) временная форма импульса продольных акустических волн, возбуждаемого в ОА источнике СЗС-22 при поглощении лазерного импульса с гауссовским временным профилем интенсивности с характерной длительностью 19 нс по уровню $1/e$, показана на рис. 4а. На рис. 4б показан экспериментально зарегистрированный временной профиль импульса продольных акустических волн, прошедший ОА кювету в отсутствие твердотельной пластины. Видно, что эти импульсы практически совпадают за исключением большей длительности перехода от положительной фазы к отрицательной в экспериментально зарегистрированном импульсе. Это объясняется поглощением ультразвука при распространении в воде и ограниченностью рабочего диапазона частот пьезоприемника, поскольку этот переход соответствует максимально высоким частотам в спектре импульса [13]. Небольшая асимметрия положительной и отрицательной фаз и наличие некоторого положительного “хвоста” у экспериментального импульса обусловлена дифракционным искажением начального симметричного двухполярного профиля возбуждаемого ультразвукового импульса при распространении в СЗС-22 и в воде. Здесь и в дальнейшем временная шкала для всех экспериментально зарегистрированных импульсов приведена в соответствие со шкалой для теоретически рассчитанных импульсов путем вычитания соответствующих времен пробега продольных и сдвиговых волн в воде и исследуемых твердотельных пластинах.

На рис. 5а представлены рассчитанные по формуле (8) для различных углов падения θ временные профили импульсов после двойного преобразования импульса продольных волн ОА источника СЗС-22 в импульс сдвиговых волн и обратно в алюминиевой пластине в воде. Как было показано выше, для угла падения $\theta = \theta_0 = 19.7^\circ$ временная форма импульса сдвиговых волн в пластине и, соответственно, форма импульса продольных волн в воде на выходе из пластины повторяет форму падающего импульса продольных волн. Остальные углы падения были выбраны для $M = N$ (см. формулу (3), $\theta = 14.6^\circ$ и $\theta = 27.8^\circ$, симметричные отрицательные фазы у импульсов) и для практически одинаковых отношений M/N ($\theta = 15.0^\circ$ и $\theta = 27.0^\circ$). Наибольшее искажение формы импульса по сравнению с импульсом ОА источника наблюдается при $M = N$, когда углы падения на пластину близки к первому (13.7°) или второму (28.4°) критическим углам. Эксперимен-

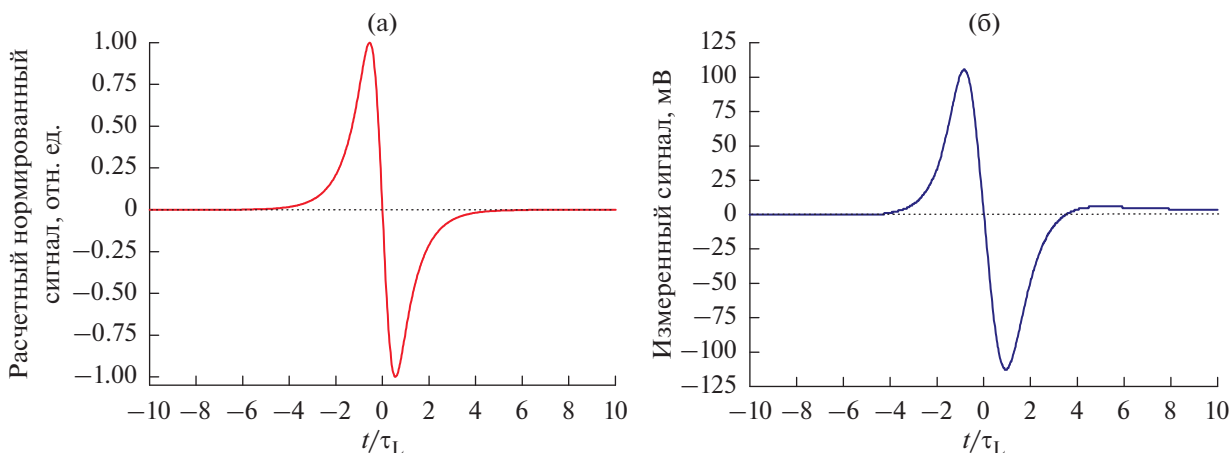


Рис. 4. (а) Теоретически рассчитанный временной профиль импульса продольных акустических волн, возбуждаемого при поглощении лазерного импульса с гауссовским временным профилем интенсивности с характерной длительностью 19 нс по уровню $1/e$ в ОА источнике СЗС-22; (б) экспериментально зарегистрированный временной профиль импульса, возбуждаемого в ОА источнике СЗС-22 и прошедшего через кювету с дистиллированной водой.

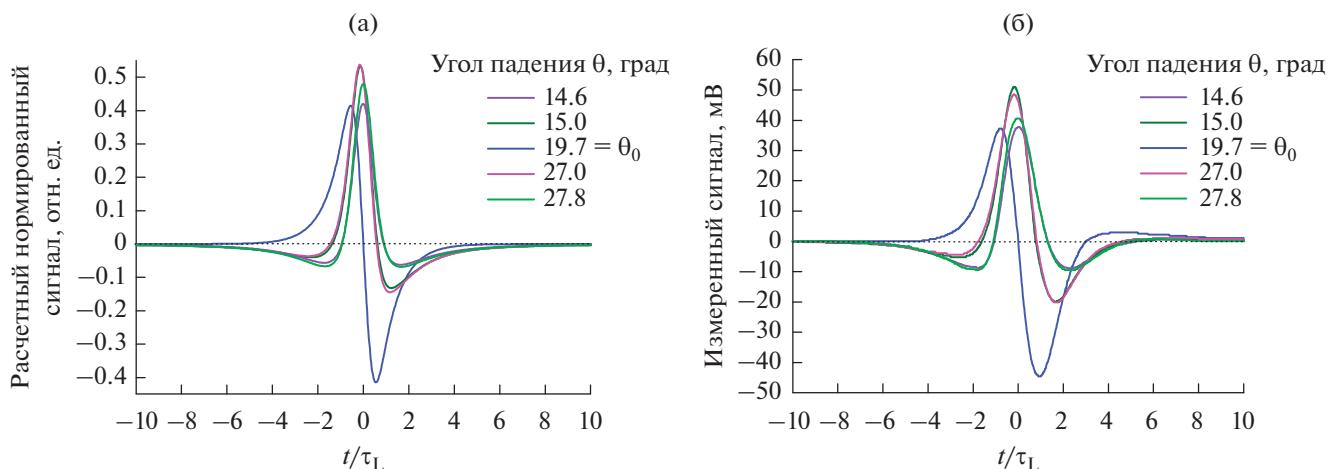


Рис. 5. (а) Временные профили ультразвуковых импульсов, рассчитанные по формуле (8) как результат преобразования ультразвукового импульса ОА источника СЗС-22 в импульс сдвиговых волн и обратно в плоскопараллельной алюминиевой пластине в дистиллированной воде; (б) экспериментально зарегистрированные временные профили таких импульсов для тех же углов падения θ , что и в теоретических расчетах.

тально зарегистрированные временные профили импульсов для тех же значений углов падения, что и в теоретических расчетах, показаны на рис. 5б. Видно хорошее соответствие этих импульсов теоретическим за исключением большей длительности за счет поглощения ультразвука в воде и ограниченности рабочей полосы частот пьезоприемника и некоторых дифракционных искажений импульсов при их распространении в пластине.

На рис. 6а и 6б представлены аналогичные теоретически рассчитанные и экспериментально зарегистрированные временные профили импульсов после двойного преобразования для кварцевой пластины в воде. В этом случае равенство $M = N$

реализуется только для одного значения угла падения $\theta = 22.7^\circ$, близкого ко второму критическому углу (23.4°): практически одинаковые отношения M/N имеют место для $\theta = 14.5^\circ$ и $\theta = 21.8^\circ$. Также, как и для алюминиевой пластины в воде, наблюдается хорошее соответствие теоретически рассчитанных и экспериментально зарегистрированных временных профилей импульсов, за исключением упомянутой выше увеличенной длительности и дифракционных искажений экспериментальных импульсов.

Таким образом, для твердотельных пластин из двух различных материалов экспериментально подтверждено, что при $\theta = \theta_0$ временная форма

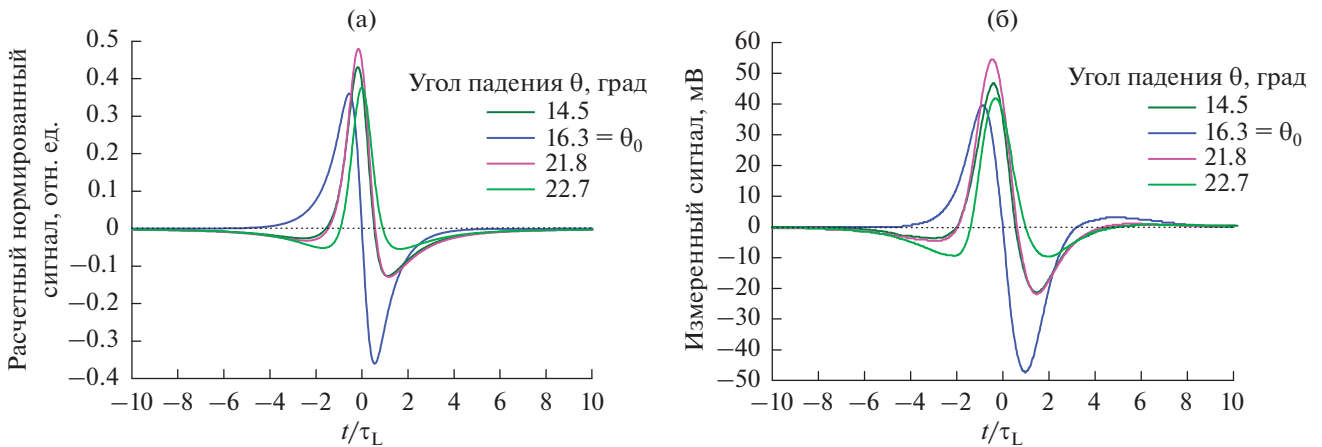


Рис. 6. (а) Временные профили ультразвуковых импульсов, рассчитанные по формуле (8) как результат преобразования ультразвукового импульса ОА источника СЗС-22 в импульс сдвиговых волн и обратно в плоскопараллельной пластине из плавленого кварца в дистиллированной воде; (б) экспериментально зарегистрированные временные профили таких импульсов для тех же углов падения θ , что и в теоретических расчетах.

импульса продольных волн, полученного в результате двойного преобразования продольных волн в сдвиговые и обратно, повторяет временную форму падающего на пластину импульса ОА источника. Поэтому изменение формы зарегистрированного импульса продольных волн по сравнению с формой падающего на пластину импульса будет обусловлено только затуханием и дисперсией сдвиговых волн в исследуемой пластине при условии незначительной дифракции ультразвука в ней. Это позволяет реализовать метод широкополосной акустической спектроскопии сдвиговых волн с лазерным источником и иммерсионной методики регистрации импульсов продольных акустических волн без использования контактной техники регистрации сдвиговых волн. Используя спектры импульса продольных волн, прошедшего кювету в отсутствие исследуемой пластины, и импульса продольных волн, полученного в результате двойного преобразования импульса ОА источника при падении на пластину под углом $\theta = \theta_0$, можно рассчитать частотную зависимость коэффициента затухания сдвиговых волн в исследуемой пластине в рабочем частотном диапазоне. Одновременно с использованием этой же измерительной ячейки можно определить затухание продольных акустических волн в исследуемой пластине при нормальном падении импульса ОА источника ($\theta = 0^\circ$).

В качестве примера результатов широкополосной акустической спектроскопии продольных и сдвиговых волн на рис. 7 показаны зависимости коэффициентов затухания $\alpha_{l,s}$ соответствующих волн от частоты f падающей волны ОА источника СЗС-22 и от волновых чисел $k_l = 2\pi f/C_l$ и $k_s =$

$= 2\pi f/C_s$ для плоскопараллельных пластин толщиной 2 мм из нержавеющей стали ($\theta_0 = 20.0^\circ$), литого баббита Б83 ($\theta_0 = 39.4^\circ$) и латуни ($\theta_0 = 29.8^\circ$). Для всех материалов (за исключением латуни при распространении сдвиговых волн) коэффициенты затухания не определялись на частотах $f < 3$ МГц из-за малости их значений и достаточно большой погрешности, возникающей из-за дифракции низкочастотных составляющих импульса в пластинах. Верхняя частота достоверно измеряемого коэффициента затухания определялась из условия, что спектральная амплитуда на этой частоте составляет величину $0.01S_{\max}$, где S_{\max} — максимальная амплитуда спектра зарегистрированного ультразвукового импульса для каждой пластины. На более высоких частотах амплитуда зарегистрированных импульсов была сравнима с уровнем шума из-за значительного высокочастотного затухания ультразвуковых волн в исследуемых материалах.

Из рис. 7 видно, что для всех материалов для одной и той же частоты падающей из воды продольной ультразвуковой волны коэффициент затухания сдвиговых волн α_s оказывается выше, чем коэффициент затухания продольных волн α_l . В то же время, при равных волновых числах $k_l = k_s$ величина α_s может практически совпадать с α_l (для стали), быть либо меньше α_l (для баббита), либо больше α_l (для латуни).

Описанная лазерно-ультразвуковая методика позволяет одновременно измерять коэффициент затухания продольных и сдвиговых волн в изотропных твердотельных пластинах. Эти данные могут быть полезны для оптимального выбора ра-

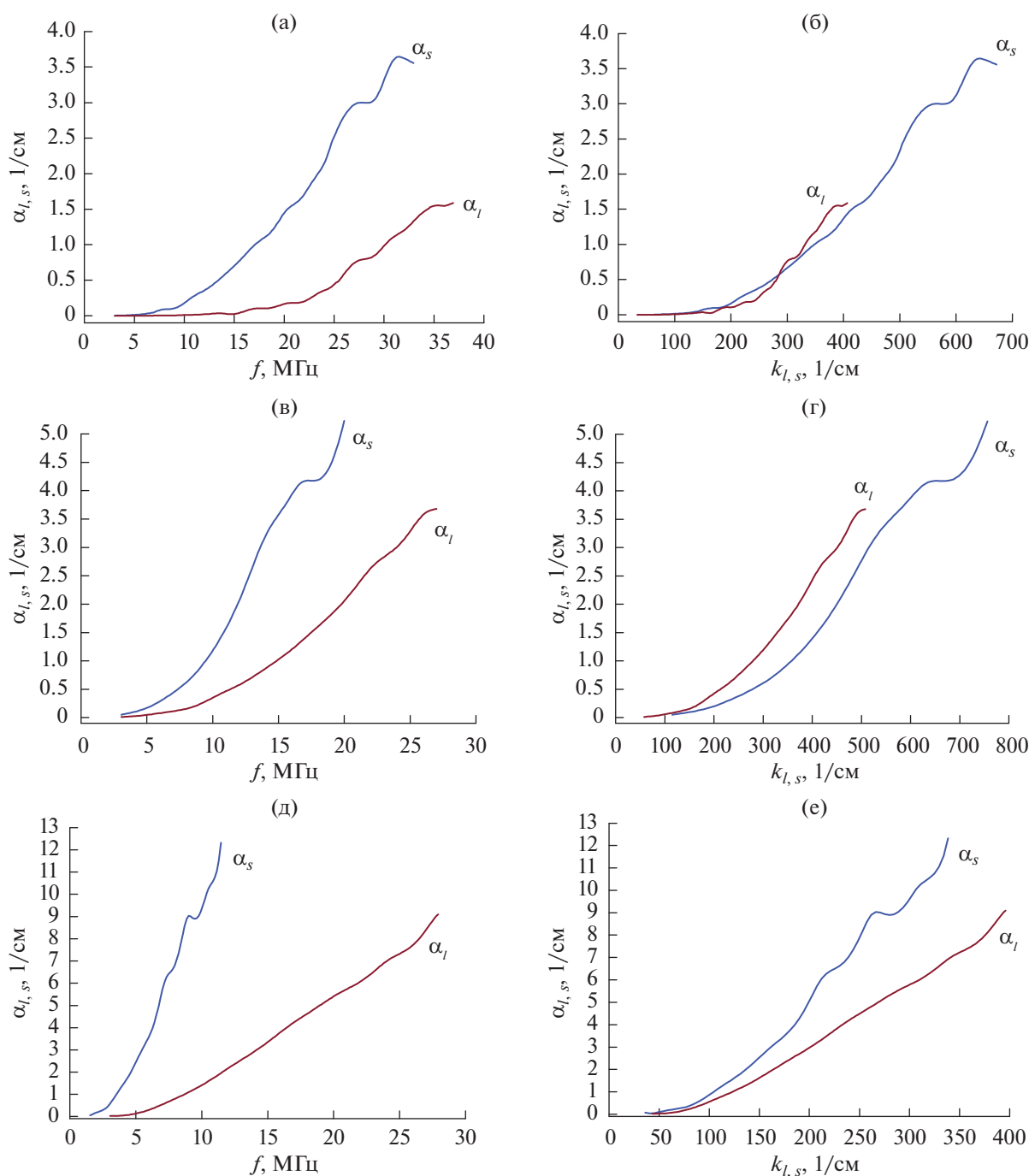


Рис. 7. Зависимости коэффициента затухания продольных (α_l) и сдвиговых (α_s) ультразвуковых волн от частоты падающей волны ОА источника СЗС-22 и от волнового числа продольных и сдвиговых волн для пластин из (а, б) нержавеющей стали, (в, г) литого баббита Б83 и (д, е) латуни. Для всех пластин угол падения при возбуждении импульса сдвиговых волн равен θ_0 (20.0° , 39.4° и 29.8° , соответственно).

бочего частотного диапазона ультразвуковых дефектоскопических систем для обеспечения максимальной чувствительности и разрешающей способности с учетом известных величин затухания ультразвуковых волн, используемых для контроля деталей и изделий конкретной толщины.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получено аналитическое выражение для коэффициента преобразования продольной монохроматической акустической волны в сдвиговую волну для амплитуд колебательных скоростей частиц в зависимости от угла падения продольной

волны на границу раздела жидкость/твердое тело. Рассмотрен диапазон углов падения больше первого, но меньше второго критического угла. С использованием полученной зависимости впервые теоретически проанализировано преобразование термооптически возбуждаемых широкополосных импульсов продольных акустических волн в импульсы сдвиговых волн и обратно при наклонном падении на плоскопараллельную изотропную твердотельную пластину, помещенную в жидкость. Показано, что существует определенное значение угла падения, при котором временная форма импульса сдвиговых волн в пластине повторяет форму падающего импульса продольных волн. При этом изменение формы импульса на выходе из пластины будет определяться затуханием сдвиговых волн в пластине. Для подтверждения результатов теоретических расчетов впервые проведены эксперименты по двойному преобразованию широкополосных импульсов продольных волн, возбуждаемых при поглощении лазерного импульса наносекундной длительности в оптическом фильтре СЗС-22, в импульсы сдвиговых волн и обратно в пластинах из алюминия и плавленого кварца. Для различных углов падения временная форма экспериментально зарегистрированных импульсов после двойного преобразования в пластинах качественно совпадает с теоретически рассчитанными импульсами за исключением увеличенной длительности экспериментальных импульсов.

Предложена экспериментальная схема по измерению частотных зависимостей коэффициентов затухания продольных и сдвиговых акустических волн в изотропных твердотельных плоскопараллельных пластинах в спектральном диапазоне ОА источника СЗС-22. Для исследованных пластин из нержавеющей стали, оловянного баббита Б83 и латуни показано, что для одной и той же частоты падающей продольной акустической волны значение коэффициента затухания сдвиговых волн выше его значения для продольной волны. Эти данные могут быть полезны для оптимального выбора рабочего диапазона частот в ультразвуковых дефектоскопических системах для обеспечения максимально достоверного контроля. Также предложенная методика широкополосной акустической спектроскопии продольных и сдвиговых волн с лазерным источником ультразвука может применяться для верификации теоретических моделей рассеяния ультразвука в изотропных поликристаллических материалах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Papadakis E.P.* Ultrasonic velocity and attenuation: Measurement methods with scientific and industrial

applications. In: *Mason W.P. and Thurston R.N.* (eds.) *Physical acoustics*. New York: Academic Press, 1976. V. 12. P. 277–374.

2. *Fitting D.W., Adler L.* Ultrasonic spectral analysis for nondestructive evaluation. New York: Plenum Press, 1981. 354 p.
3. *Vary A.* Material property characterization. In: *Non-destructive Testing Handbook. Ultrasonic Testing. Moore P.O.* (ed.). Columbus: ASTM, 2007. P. 365–431.
4. *Stanke F.E., Kino G.S.* A unified theory for elastic wave propagation in polycrystalline materials // *J. Acoust. Soc. Am.* 1984. V. 75. № 3. P. 665–681.
5. *Weaver R.L.* Diffusivity of ultrasound in polycrystals // *J. Mech. Phys. Solids* 1990. V. 38. № 1. P. 55–86.
6. *Быков В.Г.* Поглощение упругих волн в тонком слое зернистой среды // *Акуст. журн.* 1997. Т. 43. № 3. С. 323–327.
7. *Thompson R.B., Margetan F.J., Haldipur P., Yu L., Li A., Panetta P., Wasan H.* Scattering of elastic waves in simple and complex polycrystals // *Wave Motion* 2008. V. 45. P. 655–674.
8. *Nikitina N.Ye.* On the specifics of measuring attenuation and velocity of ultrasound in media with microstructure // *Acoust. Phys.* 2010. V. 56. № 6. P. 919–923.
9. *Кольцова И.С., Хомутова А.С., Дейнега М.А.* Скорость ультразвуковых волн при структурных перестройках дисперсных сред // *Акуст. журн.* 2016. Т. 62. № 2. С. 187–193.
10. *Nicoletti D., Anderson A.* Determination of grain size distribution from ultrasonic attenuation. Transformation and inversion // *J. Acoust. Soc. Am.* 1997. V. 101. № 3. P. 686–689.
11. *Zang X.-G., Simpson W.A., Vitek J.M., Barnard D.J., Tweed L.J., Foley J.* Ultrasonic attenuation due to grain boundary scattering in copper and copper-aluminum // *J. Acoust. Soc. Am.* 2004. V. 116. № 1. P. 109–116.
12. *Layman C., Murthy N.S., Yang R.-B., Wu J.* The interaction of ultrasound with particulate composites // *J. Acoust. Soc. Am.* 2006. V. 119. № 3. P. 1449–1456.
13. *Гусев В.Э., Карабутов А.А.* Лазерная оптоакустика. М.: Наука, 1991. 304 с.
14. *Tittmann B.R., Linebarger R.S., Addison R.C.(Jr.)* Laser-based ultrasonics on Gr/epoxy composite // *J. Nondestruct. Eval.* 1990. V. 9. № 4. P. 229–238.
15. *Karabutov A.A., Podymova N.B.* Nondestructive evaluation of fatigue-induced changes in the structure of composites by an ultrasonic method using a laser // *Mech. Compos. Mater.* 1995. V. 31. № 3. P. 301–304.
16. *Monchalín J.P.* Laser-ultrasonics: from the laboratory to industry. In: *Thompson D.O. and Chimenti D.E.* (eds.) *Quantitative Nondestructive Evaluation. AIP Conf. Proceed.* New York: American Institute of Physics, 2004. V. 700. P. 3–31.
17. *Карабутов А.А., Подымова Н.Б., Беляев И.О.* Исследование влияния пористости на затухание ультразвука в углепластиковых композитах методом лазерно-ультразвуковой спектроскопии // *Акуст. журн.* 2013. Т. 59. № 6. С. 714–721.
18. *Воробьев П.И., Сергеев И.В., Карабутов А.А., Миронова Е.А., Саватеева Е.В., Ахатов И.Ш.* Применение оптоакустического метода для оценки влия-

- ния пустот на трещиностойкость конструкционных углепластиков // Акуст. журн. 2020. Т. 66. № 2. С. 148–153.
19. Подымова Н.Б., Карабутов А.А. Влияние пористости на статистическое распределение амплитуд обратнорассеянных ультразвуковых импульсов в металломатричных композитах, изготовленных методом реакционного литья // Акуст. журн. 2021. Т. 67. № 1. С. 55–64.
 20. Aussen J.D., Monchalín J.P. Precision laser-ultrasonic velocity measurement and elastic constant determination // Ultrasonics 1989. V. 27. № 3. P. 165–177.
 21. Zhang S.Y., Paul M., Fassbender S., Schleichert U., Arnold W. Experimental study of laser-generated shear waves using interferometry // Res. Nondestruct. Eval. 1990. № 2. P. 143–155.
 22. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 343 с.
 23. Физические величины. Справочник. Ред. Григорьев И.С., Мейлихов Е.З. М.: Энергоатомиздат, 1991. 1232 с.
 24. Rokhlin S.I., Wang W. Double through-transmission bulk wave method for ultrasonic phase velocity measurement and determination of elastic constants of composite materials // J. Acoust. Soc. Am. 1992. V. 91. № 6. P. 3303–3312.
 25. Karabutov A.A., Kershtein I.M., Pelivanov I.M., Podymova N.B. Laser ultrasonic investigation of the elastic properties of unidirectional graphite-epoxy composites // Mech. Compos. Mater. 1998. V. 34. № 6. P. 575–582.
 26. Podymova N.B., Kalashnikov I.E., Bolotova L.K., Kobel'eva L.I. Laser-ultrasonic nondestructive evaluation of porosity in particulate reinforced metal-matrix composites // Ultrasonics. 2019. V. 99. P. 105959.
 27. Карабутов А.А., Подымова Н.Б., Соколовская Ю.Г. Локальные соотношения Крамерса-Кронига для коэффициента затухания и фазовой скорости продольных ультразвуковых волн в полимерных композитах // Акуст. журн. 2019. Т. 65. № 2. С. 182–189.

УДК 542.34

АМПЛИТУДНАЯ И ФАЗОВАЯ СТРУКТУРА НИЗКОЧАСТОТНОГО ГИДРОАКУСТИЧЕСКОГО ПОЛЯ В ГЛУБОКОМ ОКЕАНЕ

© 2021 г. С. П. Аксенов^а, Г. Н. Кузнецов^{а, *}^аИнститут общей физики им. А.М. Прохорова РАН, ул. Вавилова 38, Москва, 119991 Россия

*e-mail: skbmortex@mail.ru

Поступила в редакцию 05.03.2020 г.

После доработки 05.03.2021 г.

Принята к публикации 23.04.2021 г.

Исследуется распределение в глубоком море звукового давления и градиентов фазы вдоль трасс распространения сигналов в ближней и дальней зонах акустической освещенности, а также в зоне тени. Показано, что характеристики поля, сформированные вытекающими, захваченными и водными модами, существенно различаются. Установлено, что в зонах интерференционных максимумов градиенты фазы гладкие и, по аналогии с мелким морем, могут быть описаны с использованием эффективных фазовой и групповой скоростей. Показано, что характеристики эффективных фазовой и групповой скоростей для вытекающих и захваченных мод при вариации расстояния, глубин приема и излучения, а также частоты звукового давления являются устойчивыми и определяются единственными инвариантными зависимостями от расстояния. Предложены аналитические соотношения для описания этих зависимостей. Установлено, что величины эффективных фазовой и групповой скоростей в зонах с доминирующими водными модами практически равны средней величине скорости звука в воде. Даны рекомендации по применению зависимостей эффективных фазовой и групповой скоростей при пеленговании шумовых источников.

Ключевые слова: глубокий океан, вытекающие, захваченные и водные моды, законы спадания, градиенты фазы, инвариантные значения эффективной фазовой и групповой скорости, несмещенные оценки пеленга

DOI: 10.31857/S0320791921040018

1. ВВЕДЕНИЕ

При исследовании гидроакустических полей в мелком море установлено [1–4], что из-за дисперсионных свойств нормальных волн в волноводе вдоль апертуры антенны формируется неоднородное распределение амплитуды и фазы звукового давления (ЗД). Как следствие, из-за сложения или вычитания однотипных мод формируются зоны интерференционных максимумов и минимумов. При расположении антенны в зоне интерференционных максимумов оказывается возможным “собрать” звуковую энергию и получить несмещенные оценки пеленга, но для этого при сканировании по пространству, особенно при “косых” углах падения волны, необходимо использовать не значения скорости звука в воде (c_0), а эффективную фазовую скорость — ЭФС (c_ϕ^*), величина которой определяется градиентом фазы в зонах интерференционных максимумов [3–5]. Показано также, что в зонах интерференционных минимумов градиенты фазы изменяются непредсказуемым образом, и их величины и знаки зависят от удаленности точки приема от фа-

зового полюса (зоны дислокации) и направления ротации [6–8].

Представляет интерес исследовать аналогичные характеристики и в глубоком море. Ранее в [9, 10] было установлено, что в глубоководных районах существуют зоны, в которых градиенты фазы оказываются достаточно гладкими и могут быть аппроксимированы простыми соотношениями. Изучим эту проблему дополнительно и подробнее. Для этого используем модовое ВКБ-приближение (МКБП), позволяющее достаточно точно рассчитать интерференционные характеристики амплитуды и фазы ЗД, сформированные в результате когерентного сложения однотипных групп мод (вытекающих, захваченных и водных). Отметим, что известный метод МКБП был существенно доработан [11], использованные далее алгоритм и программное обеспечение прошли верификацию и подтвердили возможность адекватных расчетов поля с высокой точностью.

Здесь и далее водными условно названы моды, не взаимодействующие с грунтом и имеющие фазовые скорости меньше придонной скорости звука в воде c_0 , захваченными — моды с фазовыми

скоростями от придонной c_0 до скорости звука в грунте, вытекающими – моды с фазовыми скоростями, равными или превышающими скорость звука в грунте.

Разработанные вычислительный алгоритм и программа обеспечили расчет характеристик полного поля и при необходимости разделение полной суммы всех мод на группы однотипных мод. Это позволило выявить вклад каждого типа мод в суммарный уровень и характеристики фазы ЗД. Как следствие, на заданной частоте при фиксированных горизонтах источника и приемника удалось установить для каждого расстояния r доминирующую группу мод, рассчитать градиенты фаз в различных зонах интерференционных максимумов и минимумов и получить зависимости ЭФС, необходимые для прогноза несмещенных оценок пеленга на источники звука. Эти зависимости рассчитаны для суммарного поля и для каждой группы однотипных мод. Отметим, что структура звукового поля в глубоком море (2.5 км и более) хорошо известна [12, 13]: она характеризуется наличием ближней зоны освещенности, зоны тени и последующих зон конвергенции – дальних зон освещенности. Для их описания широко применяются лучевая [14, 15] или модовая [16] теория, параболическое уравнение, а также МВКБП [17].

2. ЗАВИСИМОСТИ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ СТРУКТУРЫ ЗВУКОВОГО ДАВЛЕНИЯ И РАЗЛИЧНЫХ ТИПОВ МОД ОТ РАССТОЯНИЯ

Для анализа пространственных характеристик ЗД выбран участок Норвежского моря глубиной 3 км в условиях летней и зимней гидрологии (август и февраль, глубоководный звуковой канал с осью на глубине 900–1000 м, см. рис. 1). Принята плоскостойкая модель волновода постоянной глубины, дно – жидкое полупространство с плотностью 2 г/см^3 , скоростью звука $c_1 = 1700 \text{ м/с}$ и потерями, определяемыми отношением $\text{Im}(c_1)/\text{Re}(c_1) = 0.009$.

Протяженность ближней зоны освещенности в глубоком океане при небольшой стратификации приповерхностного слоя воды и для слабо погруженных источников или приемников определяется зоной ллойдовской интерференции – до расстояния $r_L \approx 4z_s z_r / \lambda$ [12, 13], при превышении которого в полупространстве звуковое давление P быстро убывает ($P \sim 1/r^2$), и формируется ярко выраженная зона тени. При сильной стратификации, например, в зимних условиях, прямые лучи могут не взаимодействовать с отраженными и формируются более сложные закономерности. В качестве примера верификации разработан-

ной программы результаты расчета ЗД с использованием разработанного МВКБП были сопоставлены в ближней зоне освещенности с расчетами по двухлучевой модели $P = \exp(ik_1 R_1)/R_1 + \exp[i(k_2 R_2 + \pi)]/R_2$, где P – звуковое давление, R_1 и R_2 – соответственно длина “прямого” и однократно отраженного от свободной поверхности рефрагированного лучей, $k_1 = 2\pi f/\bar{c}_1$ и $k_2 = 2\pi f/c_r$ – волновые числа с подстановкой значений средней скорости звука \bar{c}_1 и \bar{c}_2 на пути “прямого” и отраженного лучей. На рис. 2 видно, что результаты расчета ближнего поля по двум программам для двух частот и двух глубин излучения совпадают и по интерференционной структуре, и по абсолютной величине. При этом на рис. 2а на интервале расстояний 0.15–1.5 км амплитуда ЗД уменьшается на 34 дБ – убывает по закону $1/r^{1.7}$. Отметим, что в нестратифицированной среде закон спада должен иметь вид $1/r^2$ [12, 13]. Различие обусловлено положительной рефракцией в приповерхностном звуковом канале. Видно, что на низкой частоте 45 Гц протяженность зоны ллойдовской

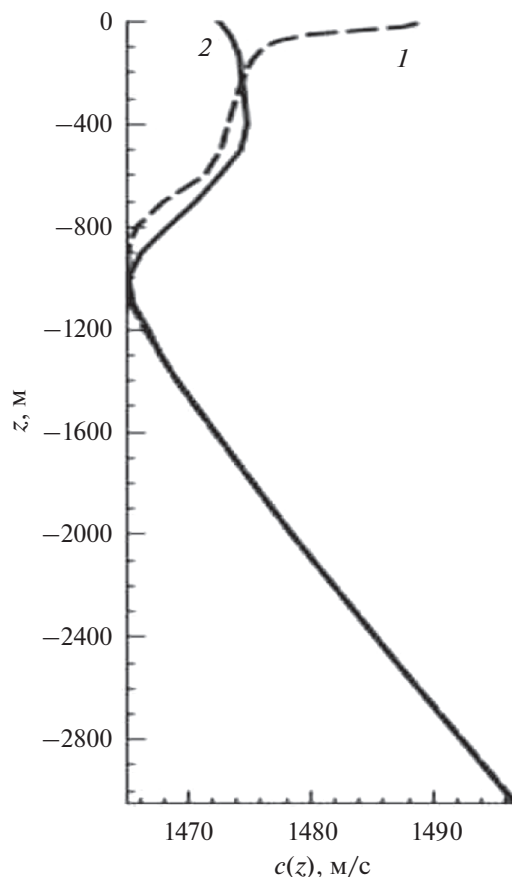


Рис. 1. Вертикальный профиль скорости звука в августе (1) и феврале (2).

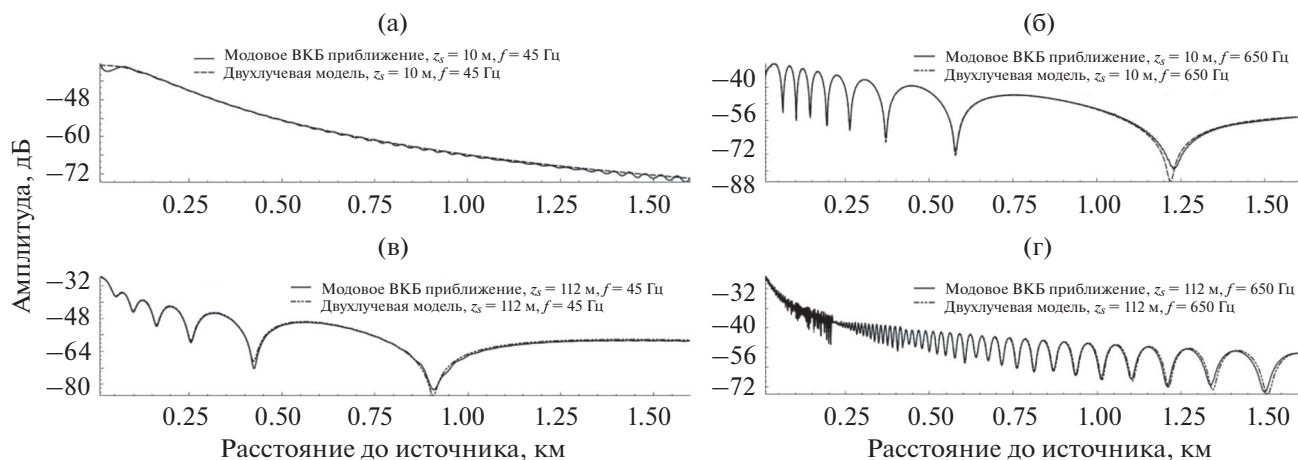


Рис. 2. Зависимости амплитуды ЗД от расстояния при $z_s = 10$ (а, б) и 112 м (в, г), $z_r = 133$ м, $r = 0.01-1.6$ км, февраль. Частота: (а, в) – $f = 45$ Гц, (б, г) – $f = 650$ Гц.

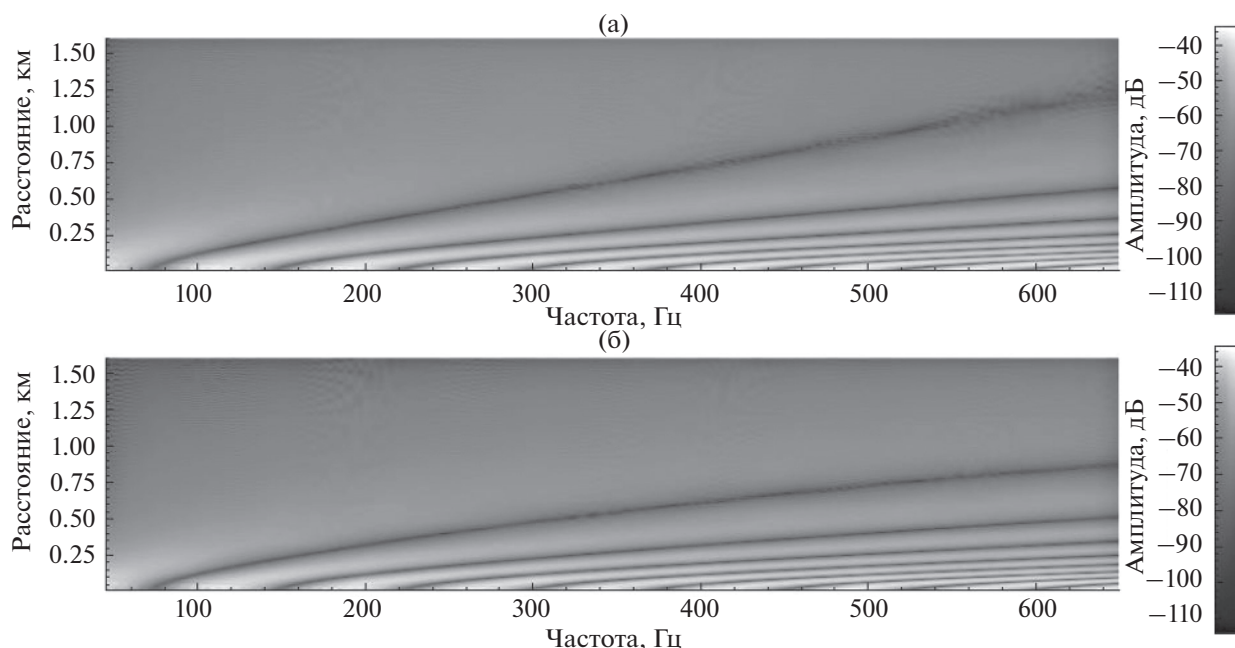


Рис. 3. Зависимость амплитуды ЗД от расстояния и частоты при $z_s = 10$ м, $z_r = 133$ м, $r = 0.01-1.6$ км, $f = 45-650$ Гц. (а) – Февраль, (б) – август.

интерференции мала – $r_L \approx 0.15$ км, и разница между ллойдовской интерференцией в зимних (рис. 3а) и летних (рис. 3б) условиях на низких частотах незаметна. Но хорошо видно, что с ростом частоты протяженность зоны последнего интерференционного максимума при зимнем профиле скорости звука становится больше, чем при летнем. В этом проявляется влияние приповерхностного звукового канала при зимней гидрологии.

В среднем, протяженность ближней зоны освещенности при увеличении глубин излучателя или приемника возрастает, а при понижении частоты (увеличении длины волны) – уменьшается.

На рис. 4 представлено спадание амплитуд суммарного ЗД и амплитуд суммы выделенных водных мод в летних условиях (август) на частоте 330 Гц при глубинах источника $z_s = 10$ и 112 м в интервале расстояний $r = 0.3-168$ км. Кривые 2, 4, 6 смещены на 45 дБ вниз, чтобы не было наложения графиков. Как и следовало ожидать, водные моды, убывая по цилиндрическому закону, фокусируются и доминируют в дальних зонах освещенности. Видно также, что с увеличением расстояния и глубины излучения ширина дальних зон освещенности увеличивается.

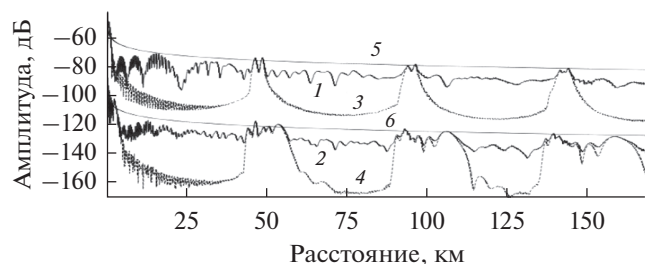


Рис. 4. Зависимости амплитуды ЗД (кривые 1, 2) и вклад водных мод (кривые 3, 4); $z_s = 10$ (1, 3) и 112 м (2, 4); цилиндрическое спадание (5, 6); $f = 330$ Гц, $z_r = 133$ м.

На рис. 5 представлены зависимости от расстояния амплитуды ЗД и выделенных компонент ЗД, образованных тремя группами однотипных мод на частоте 330 Гц при глубине источника $z_s = 10$ м, глубине приемника $z_r = 133$ м и расстояниях $r = 0.1-60$ км.

Из рис. 5 следует, что законы спадания для вытекающих, захваченных и водных мод существенно различаются. В связи с большой мнимой частью горизонтальных волновых чисел вытекающие моды при увеличении расстояния быстро убывают, но в первой зоне тени на расстояниях до 12–15 км они вносят основной вклад (две первые группы максимумов сформированы вытекающими модами).

Водные моды вносят основной вклад только в ближней и дальней зонах освещенности, а на остальных участках с большим превышением (на 25–30 дБ) доминируют вытекающие (на малых расстояниях) или захваченные моды. При этом амплитуды отдельных водных мод достаточно велики, но противофазное суммирование этих мод в зонах тени с учетом набега разности фаз приводит к их взаимному подавлению. Захваченные моды, как и водные, спадают практически по цилиндрическому закону, но с дополнительным затуханием из-за потерь в дне. Для них характерно, как и в мелком море, увеличение периода пространственной интерференции при увеличении расстояния или при понижении частоты.

Водные моды анализируются на рис. 6а и 6б, на которых хорошо видна разница между интерференционными картинками в дальних зонах освещенности в условиях зимы и лета. При зимнем профиле скорости звука в дальних зонах освещенности много светлых горизонтальных участков, соответствующих максимумам амплитуды ЗД, тогда как при летнем профиле таких участков два, но они имеют большую протяженность и четко локализованы. Видно также, что на низких частотах эффект фокусировки звуковой энергии водных мод отсутствует вплоть до 100 и

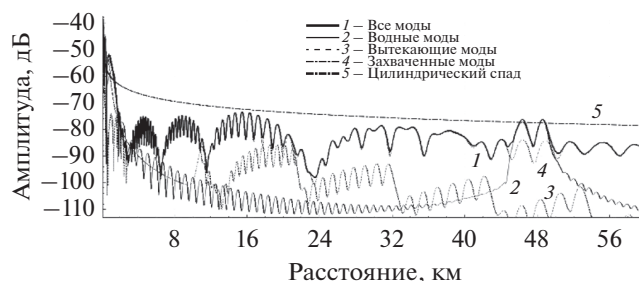


Рис. 5. ЗД (1) и составляющие (2–4), $f = 330$ Гц, $z_s = 10$ м, $z_r = 133$ м, $r = 0.1-60$ км, август.

160 Гц – зимой и летом соответственно. Иными словами, зоны конвергенции на низких частотах практически не формируются.

3. ЛОКАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ АМПЛИТУДНО-ФАЗОВОЙ СТРУКТУРЫ ЗВУКОВОГО ДАВЛЕНИЯ НА РАЗНЫХ ЧАСТОТАХ

На рис. 7–12 представлены зависимости амплитуды ЗД от расстояния r при летней гидрологии на частотах 50, 190 и 330 Гц (нижние части рисунков), а также кривые эффективной фазовой скорости c_ϕ^* (верхние части рисунков). Расчеты ЭФС выполнены, как и в мелком море, с использованием горизонтального градиента фазы $\partial\phi/\partial r$ по формуле $c_\phi^* = 2\pi f / (\partial\phi/\partial r)$, но для оценки ЭФС можно использовать аналитические зависимости $k^* = \sum_l p_l^2 k_l / \sum_l p_l^2$ или $c^* = \sum_l p_l^2 c_l / \sum_l p_l^2$, где k^* – средневзвешенное волновое число, k_l – горизонтальная проекция волнового вектора, p_l – амплитуда l -й нормальной волны, c^* – средневзвешенная фазовая скорость нормальных волн и c_l – фазовая скорость l -й нормальной волны [3, 4, 10]. Результаты расчета ЭФС по трем формулам практически совпадают, если в двух последних формулах в сумму включить группу конкретных мод, формирующих текущий интерференционный максимум. Это особенно справедливо для захваченных мод.

Видно, что, как и в мелком море, если строить графики ЭФС, перемещаясь вдоль оси расстояний с одинаковым мелким шагом, то в минимумах ЗД из-за скачков градиента фазы будем наблюдать значительные случайные выбросы значений ЭФС – в сторону как увеличения, так и уменьшения (см. рис. 7). Ординаты точек ЭФС рассчитаны с помощью замены производной $\partial\phi/\partial r$ отношением конечных разностей $\Delta\phi/\Delta r$ при $\Delta r = \lambda/5$, где λ – длина волны. Знаки градиентов и, соответственно, знаки вариации ЭФС

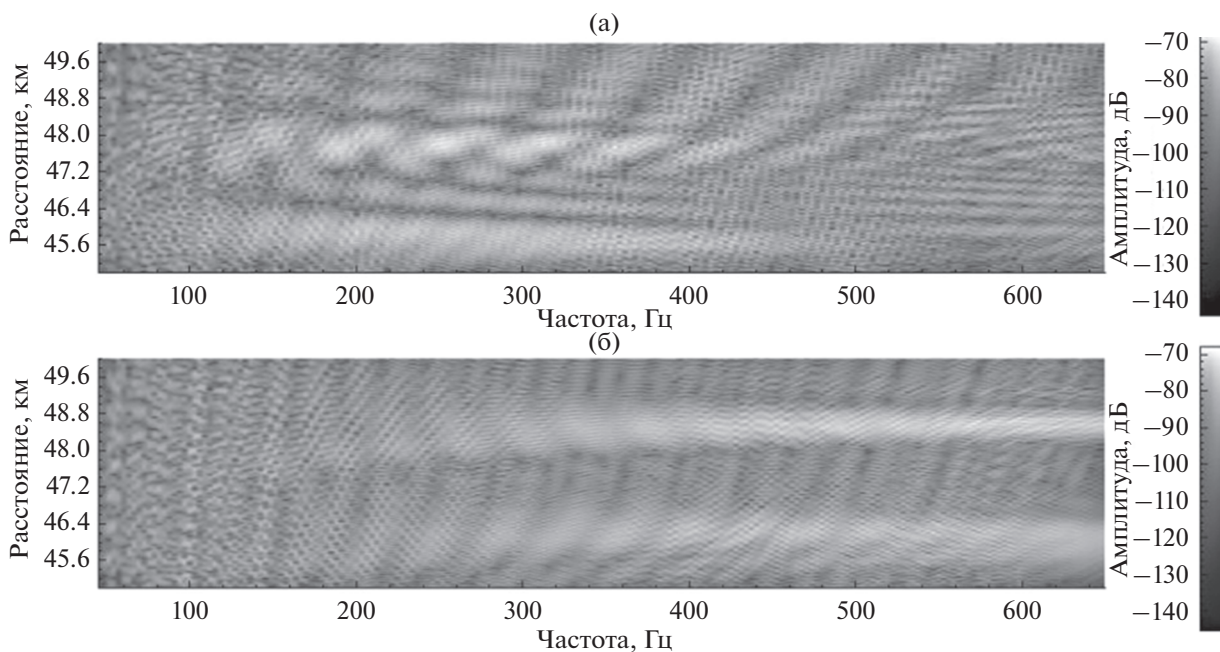


Рис. 6. Зависимость амплитуды ЗД от расстояния и частоты в дальней зоне освещенности при $z_s = 10$ м, $z_r = 133$ м, $r = 45-50$ км, $f = 45-650$ Гц. (а) – Февраль, (б) – август.

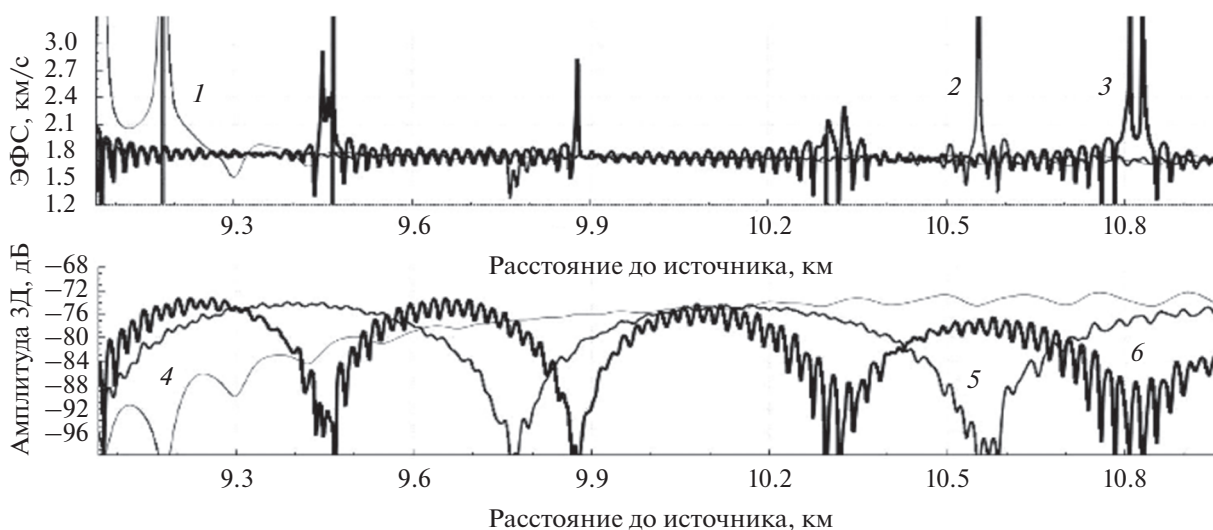


Рис. 7. Зависимости ЭФС (кривые 1–3) и амплитуды ЗД (кривые 4–6) от расстояния на частотах 50 (1, 4), 190 (2, 5) и 330 Гц (3, 6), $z_s = 10$ м, $z_r = 133$ м, $r = 9-11$ км.

определяются глубиной и протяженностью зоны минимума, определяемой близостью дислокаций и направлением ротации вокруг особой точки [7, 8, 10, 18]. Поэтому на рис. 8а сравниваются амплитуды ЗД и величины ЭФС, вычисленные и построенные в зонах произвольных локальных интерференционных максимумов, а на рис. 8б и последующих рисунках – в зонах доминирующих интерференционных максимумов, где значения

ЭФС наиболее устойчивы и могут быть использованы при решении различных практических задач, например, для обнаружения и пеленгования.

Графики ЭФС в верхней части рис. 8 характеризуются наличием общей для всех частот универсальной кривой, близкой к гиперболе. Отклонения значений ЭФС от этой гладкой кривой соответствуют малым уровням отдельных максимумов ЗД в нижней части рисунка: это видно,

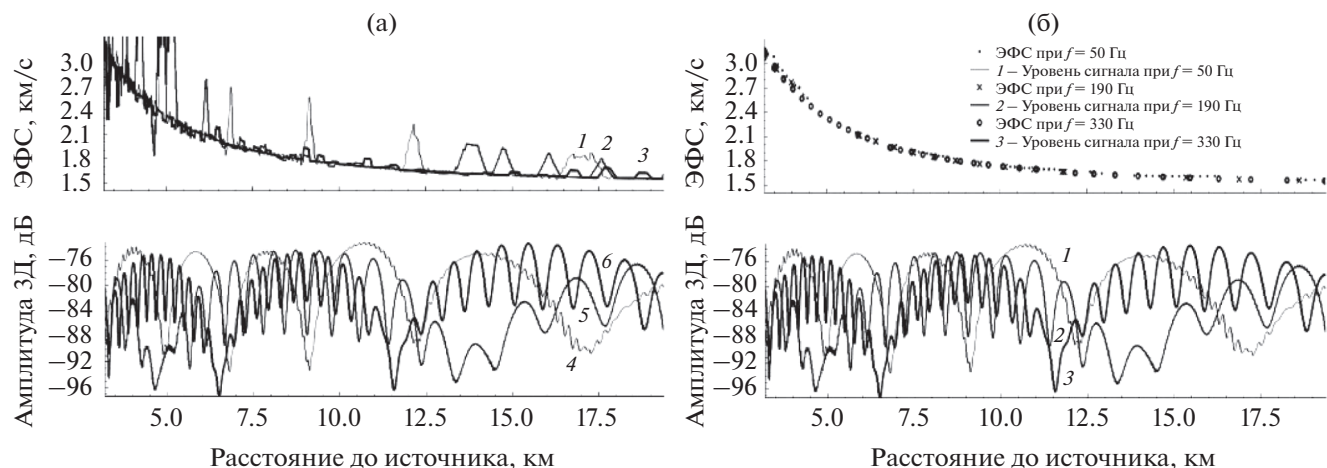


Рис. 8. Зависимости ЭФС в интерференционном максимуме (кривые 1–3) и амплитуды ЗД (кривые 4–6) от расстояния на частотах 50 (1, 4), 190 (2, 5) и 330 Гц (3, 6), $z_s = 10$ м, $z_r = 133$ м, $r = 3–20$ км.

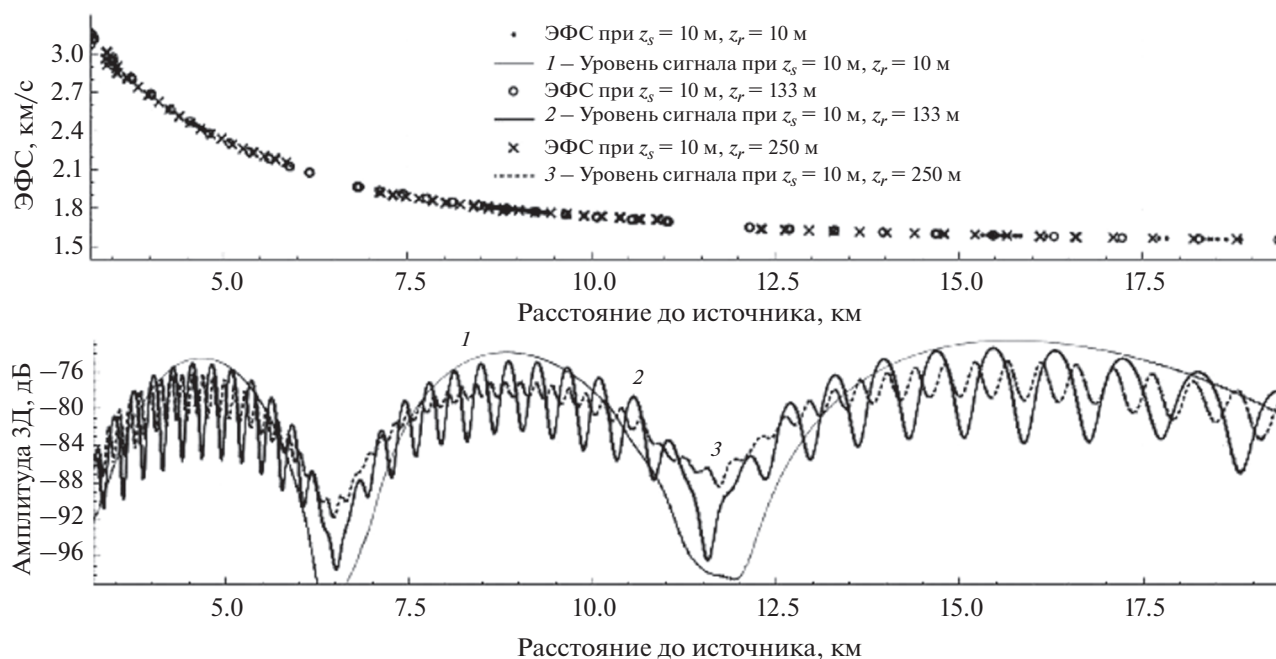


Рис. 9. ЭФС и ЗД, $f = 330$ Гц, $z_s = 10$ м, $z_r = 10, 133$ и 250 м (кривые 1, 2 и 3), $r = 3–20$ км.

например, из сопоставления кривых 1 и 4 на частоте 50 Гц, кривых 2 и 5 на частоте 190 Гц, кривых 3 и 6 на частоте 330 Гц.

На рис. 8б представлены те же зависимости, но ЭФС рассчитаны только в зонах доминирующих интерференционных максимумов (кривые 1, 2 и 3 соответствуют частотам 50, 190 и 330 Гц). Видно, что при выборе значений ЭФС только в доминирующих максимумах эта общая кривая принимает действительно универсальный вид, общий для всех частот [19].

4. ЗАВИСИМОСТИ ЭФФЕКТИВНОЙ ФАЗОВОЙ СКОРОСТИ И АМПЛИТУДЫ ЗВУКОВОГО ДАВЛЕНИЯ ОТ РАССТОЯНИЯ ПРИ РАЗЛИЧАЮЩИХСЯ ГЛУБИНАХ И ТИПАХ МОД

Зафиксируем горизонт излучения на глубине 10 м, а глубину приема будем увеличивать от 10 до 250 м (рис. 9). И в этом случае значения ЭФС в доминирующих максимумах ЗД попадают на кривую, показанную в верхней части рис. 8б.

Если задать горизонт излучения 112 м (рис. 10а), то и в этом случае при увеличении глубины прие-

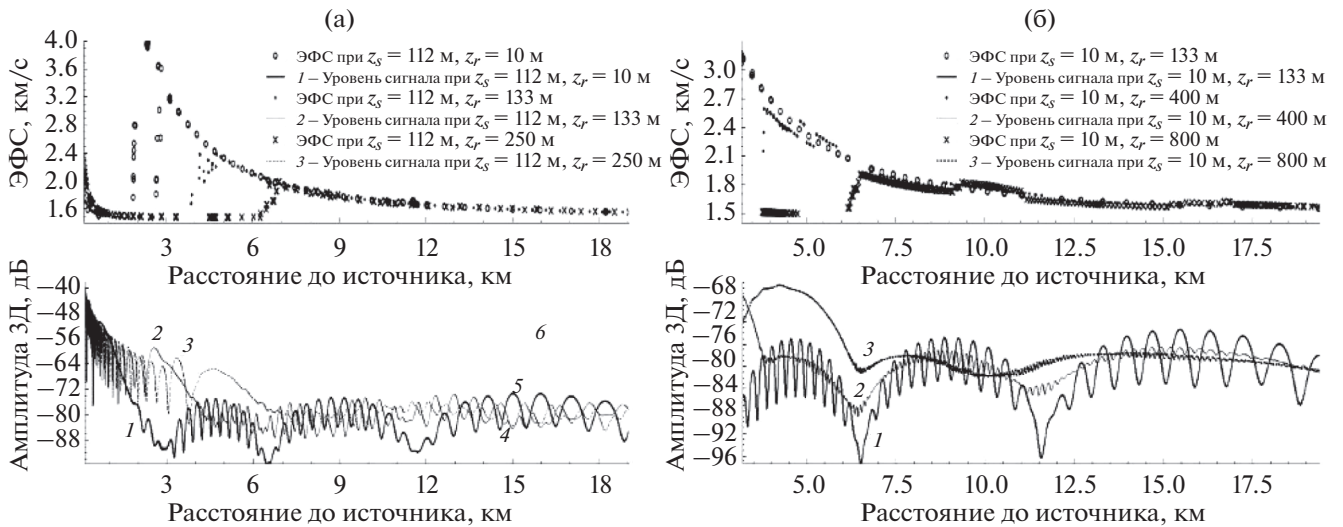


Рис. 10. Зависимости ЭФС и ЗД от расстояния на частоте $f = 330$ Гц. (а) – ЭФС и амплитуда ЗД для, $z_s = 112$ м, $z_r = 10, 133$ и 250 м (кривые 1, 2 и 3), $r = 0.1–20$ км. (б) – То же, но для $z_s = 10$ м, $z_r = 133, 400$ и 800 м, $r = 3–20$ км.

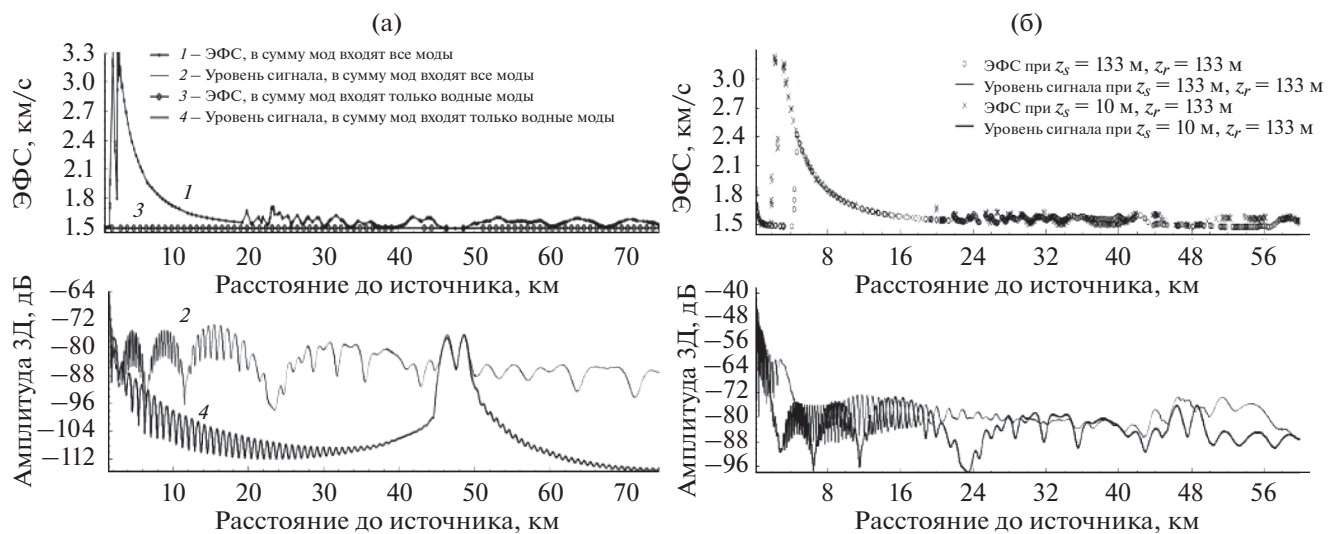


Рис. 11. (а) – Зависимости ЭФС и ЗД от расстояния на частоте $f = 330$ Гц при $z_s = 10$ м и $z_r = 133$ м, $r < 75$ км. Учитываются все моды (кривые 1 и 2) или только водные моды (кривые 3 и 4). (б) – Аналогичные зависимости, учитываются все моды, $f = 330$ Гц, $z_s = z = 133$ м (тонкие линии) и $z_s = 10$ м, $z = 133$ м (жирные линии). Август.

ма от 10 до 250 м значения ЭФС в доминирующих максимумах ЗД попадают на ту же самую кривую, показанную в верхней части рис. 8 и 9. Но теперь на малых расстояниях превалирует вклад в ЗД водных мод, и значения ЭФС, смещаясь с гладкой кривой вниз, стремятся к c_0 при $r < 2.7$ км ($z_r = 10$ м), $r < 4.5$ км ($z_r = 133$ м) и $r < 6.8$ км ($z_r = 250$ м). Отметим, что и на малых расстояниях ЭФС описывается гиперболической зависимостью, причем чем больше глубина приема, тем раньше при движении к источнику начинает превалировать вклад водных мод и происходит переход значений

ЭФС с верхней ветви на нижнюю. Однако часть энергии, которую переносят вытекающие моды, и на этих малых расстояниях характеризуется значениями ЭФС, соответствующими гладкой “универсальной” кривой – верхней ветви ЭФС.

Что касается нижней ветви кривой ЭФС, то на ней, как следует из левой части рис. 10, значения ЭФС, равные c_0 , по мере приближения к источнику сменяются из-за влияния поверхности моря возрастающими значениями (формула (2)).

При дальнейшем увеличении глубины приема до 800 м (рис. 10б) значения ЭФС в доминирую-

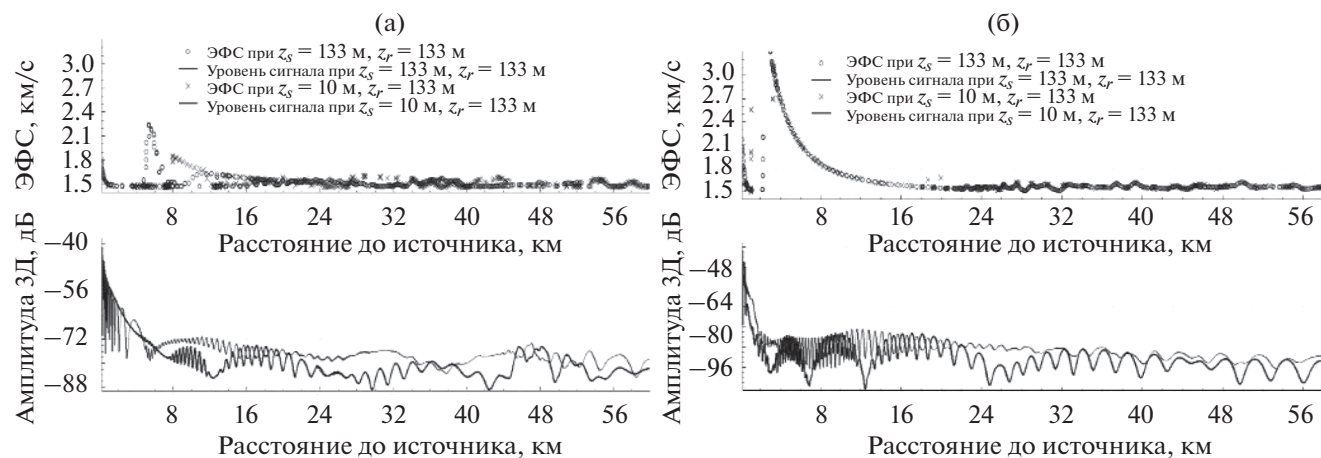


Рис. 12. ЭФС и ЗД: февраль, $f = 330$ Гц, $z_s = z = 133$ м (тонкие линии) и $z_s = 10$ м, $z = 133$ м (жирные линии). (а) – Учитываются все моды, (б) – водные моды исключены.

щих максимумах ЗД отклоняются от общей зависимости и размещаются вблизи средней “универсальной” линии. На малых расстояниях также доминируют водные моды, и значения ЭФС стремятся к c_0 .

На рис. 11 видно, что на расстояниях $r < 9.5$ км основной вклад в ЗД вносят вытекающие и водные моды (см. рис. 11а), а на участке $r > 9.5$ км с ростом r после небольшого скачка ЭФС понижается от скорости, близкой к скорости звука в дне, до придонной скорости звука в воде, что характерно для захваченных мод. Отметим дополнительно, что на рис. 11а показаны зависимости ЭФС и амплитуды ЗД на отрезке расстояний до 75 км, включающих первую дальнюю зону освещенности и прилегающие к ней участки. Видно, что в дальней зоне освещенности, где доминируют водные моды, ЭФС определяется фазовой скоростью водных мод: дисперсия водных мод практически отсутствует и значения ЭФС стремятся к c_0 . На рис. 11б на участке $r < 60$ км сравниваются зависимости ЭФС и амплитуды ЗД от расстояния при разных глубинах источника и приемника ($z_s = 10$ м, $z_r = 133$ м) и при одинаковых значениях их глубин ($z_s = z_r = 133$ м). Видно, что на отрезке $r = 3–22$ км при всех горизонтах излучения и приема ЭФС описываются той же инвариантной зависимостью, что и на рис. 8–10. На инвариантность этой зависимости авторы впервые обратили внимание в [19].

Отметим, что на участке, где доминируют захваченные моды (22–45 км), наблюдаются связанные с интерференцией вариации ЭФС в пределах 1650–1700 м/с, что по-прежнему существенно больше, чем скорость звука в воде. В ближней и дальней зонах освещенности значения ЭФС стремятся к c_0 . Можно также показать, что при увеличении глубины приема или излучения ширина дальней зоны освещенности возрастает от 3–4 до 8–9 км.

5. ЗАВИСИМОСТИ ЭФФЕКТИВНОЙ ФАЗОВОЙ СКОРОСТИ И АМПЛИТУДЫ ЗВУКОВОГО ДАВЛЕНИЯ ОТ РАССТОЯНИЯ В ЗИМНИХ УСЛОВИЯХ

Условия распространения звука в глубоком океане в зимних условиях отличаются от условий распространения в летних условиях тем, что зимой, кроме водных мод, распространяющихся в подводном звуковом канале, формируются водные моды в приповерхностном канале. Как следствие, ослабление сигналов при увеличении расстояния происходит медленнее. По этой же причине значимость вытекающих мод в зоне тени “выражена не ярко”, а увеличение сигналов в дальних зонах освещенности маскируется водными приповерхностными модами. Это видно на рис. 12, на котором приведены зависимости от расстояния ЭФС и ЗД, рассчитанные для февральского профиля скорости звука (см. рис. 1) с учетом всех мод или при исключении водных мод.

Кроме того, видно, что в зимних условиях из-за влияния приповерхностных мод ослабление ЗД действительно происходит медленнее, чем при летней гидрологии, а значения ЭФС – не только в ближней и дальней зонах освещенности, но и в зоне тени – из-за влияния водных мод уменьшаются, но остаются заметно больше, чем скорость звука в воде. В зонах интерференционных максимумов, образованных вытекающими модами на расстоянии до 22 км, зависимость ЭФС от расстояния, как и в летних условиях, является инвариантной [19]. Это хорошо видно на рис. 12б, где приведены результаты расчетов без учета приповерхностных водных мод: на всех расстояниях, где доминируют вытекающие моды, ЭФС заметно превышает c_0 и имеет вид зависимости, близкой к гиперболической.

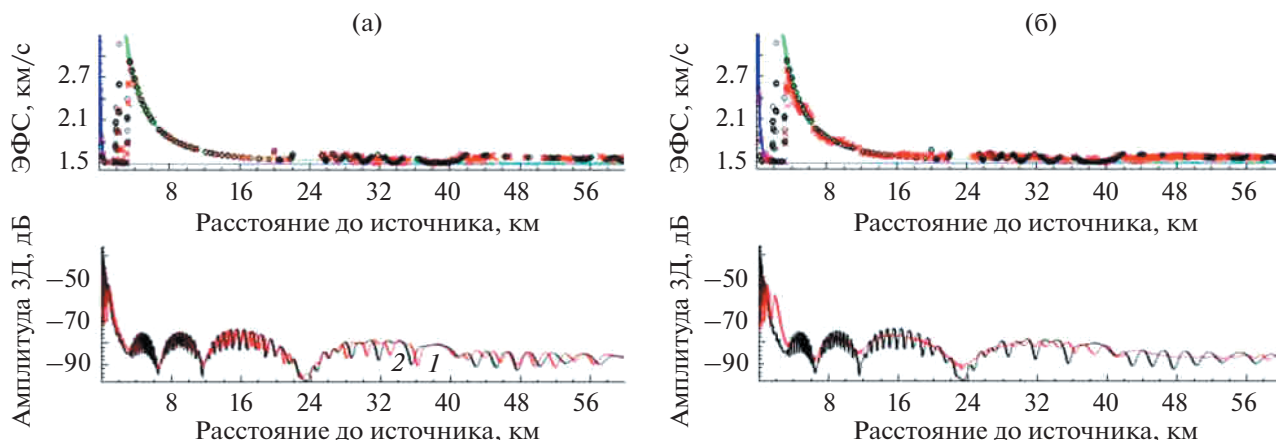


Рис. 13. ЭФС (значки \times , \circ) и амплитуда ЗД (кривые 1, 2): (а) – $z_s = 10$ м, $z_r = 170$ м и $z_s = 10$ м, $z_r = 133$ м, (б) – $z_s = 10$ м, $z_r = 370$ м и $z_s = 10$ м, $z_r = 133$ м. Август, водные моды исключены, $f = 330$ Гц, $r = 0.01$ –60 км. Сплошные аппроксимирующие кривые на верхних рисунках рассчитаны по формулам (1) и (2).

6. АППРОКСИМАЦИЯ ЭФФЕКТИВНЫХ ФАЗОВОЙ И ГРУППОВОЙ СКОРОСТЕЙ

На рис. 13 показано, что в зоне тени при глубинах источника и приемника z_s, z_r меньше $h/10$ значения ЭФС в интерференционном максимуме попадают на рассчитанную “донную” лучевую аппроксимирующую кривую. Для лучей, отраженных от дна, можно записать [19]

$$c_{\phi}^*(r, h) = \frac{c_0}{\cos \theta} = c_0 \sqrt{1 + \frac{(2h - z_s - z_r)^2}{r^2}} \approx \approx c_0 \sqrt{1 + \left(\frac{2h}{r}\right)^2}, \quad z_s + z_r < \frac{2h}{10}, \quad r > h, \quad (1)$$

где h – глубина моря, c_0 – средняя скорость звука в водной толще, θ – угол скольжения луча, попавшего из источника на приемник после одного отражения от дна.

Видно, что по формуле (1) рассчитывается скорость следа фронта соответствующей плоской волны. При z_s или z_r больше, чем $h/10$, значения ЭФС в интерференционном максимуме немного отклоняются от “универсальной” – инвариантной кривой – вверх или вниз (“универсальная” кривая на рис. 13 – сплошная линия). И это смещение увеличивается по мере роста z_s, z_r , так как не выполняется условие малости отношений $z_s/h, z_r/h$.

Можно также показать, что, если в расчетах исключить водные моды, то в ближней зоне освещенности на самых малых расстояниях значения ЭФС в интерференционном максимуме попадают на “поверхностную” лучевую аппроксимирующую кривую. Для луча, попавшего на приемник после одного отражения от свободной поверхности, можно записать соотношение

$$c_{\phi 1}^*(r, z_s, z_r) = \frac{c_0}{\cos \theta_1} = c_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z_s + z_r}{r}\right)^2}, \quad r < h, \quad (2)$$

где θ_1 – угол скольжения луча, приходящего от источника на приемник после отражения от поверхности моря. Таким образом, в глубоком море на малых расстояниях ($r < h \approx 3$ км) глубина источника и дистанция до него связаны однозначно, особенно летом. Однако в зимних условиях эту зависимость обнаружить затруднительно, так как в ближней зоне освещенности доминирует энергия пологих лучей (водных мод), приходящих с углов, близких к горизонтальному направлению.

На рис. 13 показано, что аппроксимирующие кривые для ЭФС хорошо согласуются с данными компьютерного моделирования. Видно также, что величины ЭФС, соответствующие зоне захваченных мод, заметно превышают асимптотические значения, рассчитанные для вытекающих мод по формуле (1), а величина ЗД из-за слабого затухания зимой убывает медленнее, чем в летних условиях. И это необходимо учитывать при решении практических задач – обнаружения и пеленгования.

Отметим, что пеленгование на фазовой плоскости выполняется введением компенсационной разности фаз с использованием ЭФС. При пеленговании во временной области нужно знать эффективную групповую скорость, которая в лучевом приближении может быть записана в виде

$$c_g^*(r) = c_0^2 / c_{\phi}^*(r) = \begin{cases} c_0 \cos \theta = c_0 / \sqrt{1 + \frac{(2h - z_s - z_r)^2}{r^2}} \approx \\ \approx c_0 / \sqrt{1 + \left(\frac{2h}{r}\right)^2}, \quad z_s + z_r < \frac{2h}{10}, \quad r > h; \\ c_0 \cos \theta_1 = c_0 / \sqrt{1 + \left(\frac{z_s + z_r}{r}\right)^2}, \quad r < h. \end{cases} \quad (3)$$

На рис. 14 представлены графики ЭФС и эффективной групповой скорости, рассчитанные в

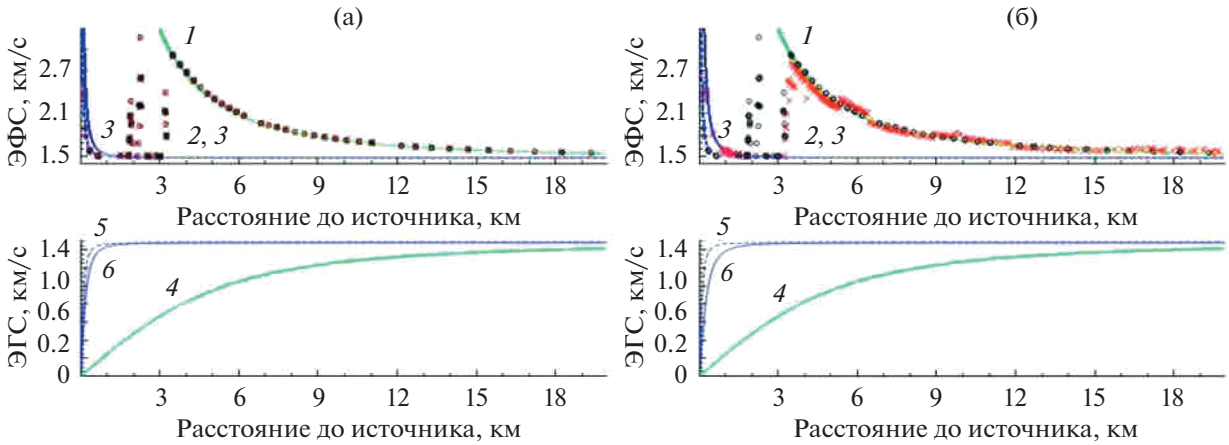


Рис. 14. Зависимости ЭФС и эффективной групповой скорости от расстояния на частоте $f = 330$ Гц. (а) – Численные значения ЭФС (значки \times , \circ), аналитическая лучевая аппроксимация ЭФС (кривые 1–3) и эффективной групповой скорости (кривые 4–6) при $z_s = 10$ м, $z_r = 133$ (\circ) и 250 м (\times), $r = 0.1$ –20 км. (б) – То же при $z_s = 10$ м, $z_r = 133$ (\circ) и 370 м (\times). Кривые 1 и 4 – лучевая аппроксимация ЭФС и эффективной групповой скорости для луча, отраженного от дна; кривые 2, 3 и 5, 6 – лучевая аппроксимация ЭФС и эффективной групповой скорости для луча, отраженного в ближней зоне освещенности от поверхности при двух разных глубинах приема.

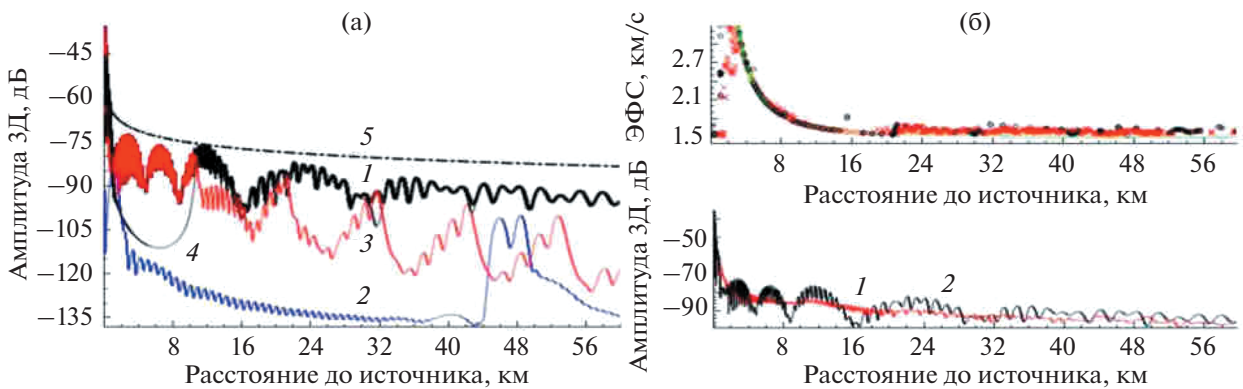


Рис. 15. Источник – вертикальный диполь, приемник – монополь, $f = 330$ Гц, $r = 0.01$ –60 км. (а) – Зависимости от расстояния амплитуды ЗД (1) и его составляющих: водных (2), вытекающих (3) и захваченных (4) мод; цилиндрическое спадание (5); $z_s = 10$ м, $z_r = 133$ м. (б) – Зависимости от расстояния ЭФС (значки \times , \circ) и амплитуды ЗД (кривые 1 и 2) при $z_s = z_r = 133$ м и $z_s = 10$ м, $z_r = 133$ м. В сумму мод входят все моды.

лучевом приближении по формулам (1)–(3) в доминирующих интерференционных максимумах.

Все приведенные выше графики построены для ненаправленного точечного источника (монополя). Практически совпадающие результаты получены и для горизонтального диполя, поэтому они не приводятся. На рис. 15 представлены графики для излучателя – вертикального диполя и монополюсного приемника. Видно, что вертикальный диполь возбуждает водные моды слабее, а вытекающие моды – сильнее по сравнению с монополем. Но свойства ЭФС в зонах интерференционных максимумов, создаваемых вертикальным диполем в зоне тени, аналогичны такому для монополя – на участке, где велик вклад вытекающих мод, значения ЭФС в зонах интерференционных максимумов также попадают на

аппроксимирующую инвариантную кривую, описываемую формулой (1).

На рис. 16 представлены зависимости, когда источник и приемник – вертикальные диполи. Как и следовало ожидать, водные моды дополнительно уменьшились, а вытекающие – возросли. При этом значения ЭФС, вычисленные в зонах интерференционных максимумов на участке $r = 3$ –20 км, где доминируют вытекающие моды, по-прежнему попадают на аппроксимирующую инвариантную кривую, описываемую формулой (1).

8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ближней зоне освещенности, зоне тени и в дальних зонах освещенности на низких частотах наблюдается ярко выраженная интерференция

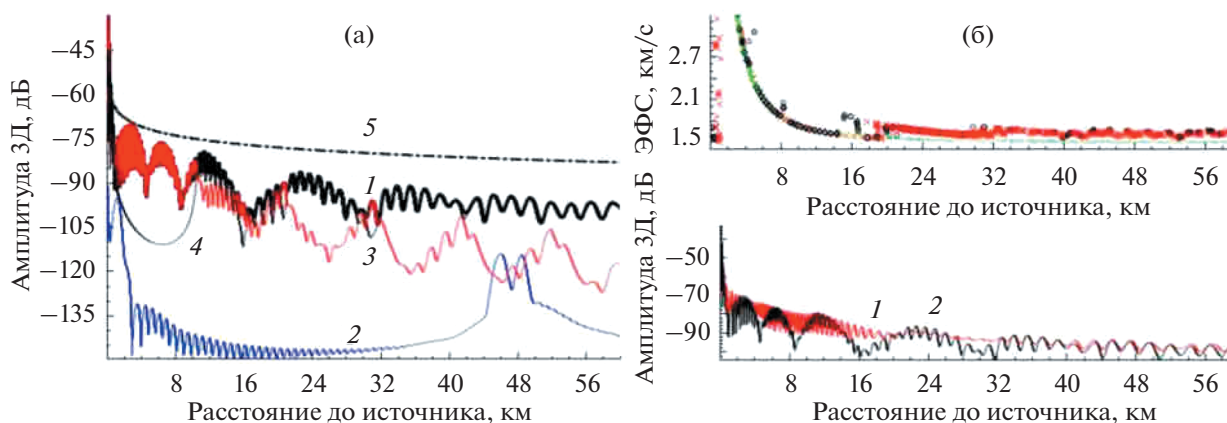


Рис. 16. Источник и приемник – вертикальные диполи, $f = 330$ Гц, $r = 0.01–60$ км. (а) – Зависимости от расстояния амплитуды ЗД (1) и его составляющих: водных (2), вытекающих (3) и захваченных (4) мод; цилиндрическое падение (5); $z_s = 10$ м, $z_r = 133$ м. (б) – Зависимости от расстояния ЭФС (значки \times, \circ) и амплитуды ЗД (кривые 1 и 2) при $z_s = z_r = 133$ м и $z_s = 10$ м, $z_r = 133$ м; в сумму мод входят все моды, сплошная аппроксимирующая кривая для ЭФС вверху рассчитана по формуле (1).

ЗД, обусловленная взаимодействием мод с близкими по величине значениями горизонтальных проекций волновых чисел – однотипных мод. В зонах интерференционных максимумов, как и в мелком море, наблюдаются гладкие градиенты фазы, позволяющие в этих зонах использовать приближенную модель “эквивалентной плоской волны” с “эффективной фазовой скоростью”, рассчитанной или измеренной путем аппроксимации градиентов фазы или с использованием модовой структуры. Использование ЭФС вместо c_0 должно обеспечить высокоточное пеленгование протяженными антеннами даже при косых углах падения фронта волны. В зонах интерференционных минимумов происходят знакопеременные скачки фаз и непредсказуемые вариации ЭФС. Обнаружение и пеленгование в этих зонах затруднительно.

В ближней и дальней зонах освещенности структура поля ЗД определяется водными модами с малой дисперсией, их фазовые скорости близки к c_0 . Поэтому при пеленговании протяженной антенной источников, находящихся в ближней или дальней зоне освещенности, рекомендуется и в пассивном, и в активном режиме использовать скорость звука в воде на горизонте расположения приемной или излучающей антенны.

В зоне тени значения ЭФС, рассчитанные в зонах интерференционных максимумов для вытекающих мод, уменьшаются при увеличении расстояния, но отличаются устойчивостью и инвариантностью: не зависят ни от частоты звука, ни от направленности излучателя или приемника, ни от глубин источников и приемников (при выполнении условия $z_s, z_r < h/10$). Зависимость ЭФС от расстояния для вытекающих мод отличается универсальностью, поскольку “крутые” моды или лучи являются “устойчивыми структурами” [13]. Аппроксимация ЭФС определяется глуби-

ной моря и углом скольжения луча, попавшего на приемник после одного отражения от дна, а этот угол слабо зависит от вертикального профиля скорости звука, изменяющегося только в приповерхностных слоях (на глубинах менее 200–250 м). По этой причине зависимости ЭФС от расстояния, рассчитанные для вытекающих мод при летних и зимних условиях, практически идентичны.

Захваченные моды также характеризуются ярко выраженной интерференцией, и в зонах интерференционных максимумов, как и в мелком море, наблюдаются гладкие градиенты фазы, позволяющие в этих зонах применять для пеленгования модель эквивалентной плоской волны и получать при использовании ЭФС несмещенные оценки пеленга, в том числе – при косых углах падения фронта волны. Но, в отличие от вытекающих мод, у захваченных мод из-за взаимодействия с грунтом в большей степени проявляется зависимость ЭФС от частоты и глубин расположения приемников и излучателей. Можно также показать, что в результате более интенсивного затухания мод с высокими номерами при увеличении расстояния ЭФС уменьшается (как и в мелком море [3, 4, 10, 18]), но остается заметно больше скорости звука в воде.

При расположении источников в зоне тени и углах падения на апертуру антенны, близких к нормальному, также можно использовать $c_0(z)$. Но при косых углах падения необходимо использовать вероятные значения ЭФС и на этой основе выполнять предварительную оценку пеленга и координат с дальнейшим уточнением и координат, и значений ЭФС. Для прогноза ЭФС рекомендуется использовать приведенные соотношения. Существенно, что, как и в мелком море, дисперсионные характеристики проявляются только для захваченных мод. Рекомендуемые значения ЭФС – ни в ближней, ни в дальней зонах освещенности.

шенности, ни в первом десятке километров зоны тени от частоты не зависят. Следовательно, на указанном участке зоны тени, в ближней и дальней зонах освещенности возможно формирование консолидированных в широкой полосе частот характеристик направленности – без смещения максимумов в частотной области, как это наблюдается в мелком море [3, 4]. В результате повышается точность пеленгования и эффективность обнаружения слабых сигналов при любых углах падения фронта волны – но только в случае применения антенн с большим коэффициентом осевой концентрации и использования в зонах интерференционных максимумов вероятных значений ЭФС. Использование ЭФС позволяет получить несмещенные оценки пеленга и повысить помехоустойчивость.

Эффективная групповая скорость однозначно связана с ЭФС, и на нее в полной мере распространяются и свойства ЭФС – в частности, инвариантность, т.е. универсальный характер зависимости от расстояния. Это необходимо учитывать при пеленговании целей во временной области путем введения временных задержек.

Полученные в данной работе результаты, по нашему мнению, имеют общий характер и основные выводы будут верны, если вместо профиля скорости звука Норвежского моря взять профили скорости звука глубоководных участков Тихого, Атлантического или Индийского океанов. Но область применимости этих результатов ограничена низкими частотами, сравнительно небольшими (не более 50–60 км) расстояниями и большими глубинами, поскольку при переходе от глубокого моря к шельфу структура поля начинает “размываться” и становится более сложной [14, 15], а на больших расстояниях происходит перераспределение энергии между модами [20, 21].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сазонтов А.Г., Малеханов А.И. Согласованная пространственная обработка сигналов в подводных звуковых каналах (обзор) // Акуст. журн. 2015. Т. 61. № 2. С. 233–253.
2. Елисеевнин В.А. Определение направления на источник в волноводе с помощью горизонтальной линейной антенны // Акуст. журн. 1996. Т. 42. № 2. С. 208–211.
3. Кузнецов Г.Н., Лебедев О.В. О возможности применения модели с эквивалентной плоской волной для повышения точности пеленгования низкочастотных сигналов в мелком море // Акуст. журн. 2012. Т. 58. № 5. С. 628–638.
4. Кузнецов Г.Н., Лебедев О.В. Пеленгование низкочастотных источников в волноводе гидроакустическими станциями с протяженными буксируемыми или бортовыми антеннами // Гидроакустика. 2013. Вып. 17(1). С. 114–121.
5. Грачев Г.А., Кузнецов Г.Н. О средней скорости изменения фазы акустического поля вдоль плоского волновода // Акуст. журн. 1985. Т. 31. № 2. С. 266–268.
6. Журавлев В.А., Кобозев И.К., Кравцов Ю.А. Потоки энергии в окрестности дислокаций фазового поля волнового фронта // ЖЭТФ. 1993. Т. 104. Вып. 5(11). С. 3769–3783.
7. Елисеевнин В.А., Тужилкин Ю.И. Поток акустической мощности в волноводе // Акуст. журн. 2001. Т. 47. № 6. С. 781–788.
8. Белова Н.И., Кузнецов Г.Н., Степанов А.Н. Исследование интерференционной и фазовой структуры скалярных и векторных характеристик звукового поля в мелком море // Гидроакустика. 2016. Вып. 28(4). С. 42–53.
9. Shaffer J.D., Fitzgerald R.M., Guthrie A.N. Coherence of low-frequency acoustic signals in the deep ocean // J. Acoust. Soc. Am. 1974. V. 56. № 4. P. 1122–1125.
10. Кузнецов Г.Н., Степанов А.Н. Интерференционная структура поля инфразвуковых направленных источников в мелком море // Акуст. журн. 2014. Т. 60. № 1. С. 36–47.
11. Аксенов С.П. Верификация вычислительной программы в модовом ВКБ-приближении для мелкого и глубокого моря // Доклады XVII школы-семинара им. акад. Л.М. Бреховских “Акустика океана”. М.: ИО РАН, 2020. С. 364–370.
12. Бреховских Л.М., Лысанов Ю.П. Теоретические основы акустики океана. М.: Наука, 2007.
13. Урик Р.Дж. Основы гидроакустики. Л.: Судостроение, 1978.
14. Акуличев В.А., Безответных В.В., Буренин А.В., Войтенко Е.А., Моргунов Ю.Н. Эксперимент по оценке влияния вертикального профиля скорости звука в точке излучения на шельфе на формирование импульсной характеристики в глубоком море // Акуст. журн. 2010. Т. 56. № 1. С. 51–52.
15. Моргунов Ю.Н., Голов А.А., Буренин А.В., Петров П.С. Исследования пространственно-временной структуры акустического поля, формируемого в глубоком море источником широкополосных импульсных сигналов, расположенным на шельфе Японского моря // Акуст. журн. 2019. Т. 65. № 5. С. 641–649.
16. Song H.C., Byun G. Extrapolating Green’s functions using the waveguide invariant theory // J. Acoust. Soc. Am. 2020. V. 147. № 4. P. 2150–2158.
17. Ainslie M.A., Packman M.N., Harrison C.H. Fast and explicit Wentzel–Kramers–Brillouin mode sum for the bottom-interacting field, including leaky modes // J. Acoust. Soc. Am. 1998. V. 103. № 4. P. 1804–1812.
18. Кузнецов Г.Н., Степанов А.Н. Интерференция звукового давления и фазовые скорости в мелком море: расчет и эксперимент // Акуст. журн. 2020. Т. 66. № 4. С. 408–419.
19. Аксенов С.П., Кузнецов Г.Н. Инвариантность эффективной фазовой скорости гидроакустического поля в глубоком океане // Докл. Акад. наук. 2020. Т. 493. С. 75–78.
20. Вировлянский А.Л., Казарова А.Ю., Любавин Л.Я. Вариации амплитуд мод в переменном по трассе волноводе // Акуст. журн. 2004. Т. 50. № 1. С. 26–36.
21. Вировлянский А.Л., Заславский Г.М. Лучевой и волновой хаос в задачах о дальнем распространении звука в океане // Акуст. журн. 2007. Т. 53. № 3. С. 329–345.

ВЛИЯНИЕ НЕРОВНОСТЕЙ ДНА НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ КАУСТИЧЕСКИХ ПУЧКОВ В ОКЕАНИЧЕСКИХ ВОЛНОВОДАХ

© 2021 г. Ю. В. Петухов^а, *, Е. Л. Бородина^а, **

^аИнститут прикладной физики РАН, ул. Ульянова 46, Нижний Новгород, 603950 Россия

*e-mail: yuyvetukhov@yandex.ru

**e-mail: borodina@appl.sci-nnov.ru

Поступила в редакцию 07.04.2021 г.

После доработки 17.05.2021 г.

Принята к публикации 10.06.2021 г.

С использованием геометроакустического приближения и параболического уравнения исследованы закономерности пространственного распределения интенсивности акустического поля, формируемого при взаимодействии каустического пучка с неровностями дна в относительно мелководном океаническом волноводе с открытым ко дну подводным звуковым каналом. Показано, что при выполнении определенных условий в океаническом волноводе формируется многопучковая структура пространственного распределения интенсивности акустического поля.

Ключевые слова: океанические волноводы, подводные звуковые каналы, тональное излучение, вертикальные антенны, каустические пучки, неровности дна

DOI: 10.31857/S0320791921050063

ВВЕДЕНИЕ

Как уже отмечалось ранее (см. [1–4]), в рефракционном океаническом волноводе каустический пучок формируется около горизонтально выходящего из источника опорного луча соответствующими частями каустических линий, сближающихся между собой с ростом горизонтального расстояния [3]. Именно поэтому каустический пучок, формируемый модами, горизонты поворота которых ближе всего расположены к глубине погружения источника (см. [1, 4]), существенно преобладает по интенсивности в пространственном (по горизонтальному расстоянию и глубине) распределении интенсивности акустического поля в рефракционном океаническом волноводе [1, 3–6]. Последнее обстоятельство и обуславливает определенный интерес к изучению закономерностей, проявляющихся при формировании и распространении каустических пучков в рефракционных океанических волноводах с открытыми к поверхности [1–4, 6] или ко дну [1, 5–7] подводными звуковыми каналами.

Естественно, что на распространение каустического пучка, взаимодействующего с дном, будут влиять не только акустические характеристики осадочной толщи [1, 7] и достаточно плавные изменения глубины водного слоя [6] океанического волновода, но и неровности донного релье-

фа различных пространственных масштабов. Несмотря на то, что в реальных условиях дно океана представляет собой статистически неровную границу раздела сред [8], настоящая работа посвящена изучению влияния детерминированных неровностей дна на распространение каустического пучка в океаническом волноводе с открытым ко дну подводным звуковым каналом. Такой весьма упрощенный подход к описанию соответствующих процессов позволит, во-первых, существенно упростить проведение численного моделирования с использованием параболического уравнения [9]. Во-вторых, в таком подходе удастся наглядно проинтерпретировать результаты численных расчетов в рамках геометроакустического приближения. В-третьих, это позволит спрогнозировать возможность проявления в реальных условиях установленных численным моделированием закономерностей.

ВЛИЯНИЕ ОДИНОЧНОЙ ВОЗВЫШЕННОСТИ ДНА НА ЛУЧЕВУЮ СТРУКТУРУ ПУЧКОВ

Начнем решение сформулированных во Введении задач с оценок проявления возможных эффектов при отражении каустического пучка от одиночной возвышенности дна. Такие оценки проще всего выполнить с использованием стан-

дартного геометроакустического приближения [8], не учитывающего влияние соответствующих дифракционных эффектов [10]. При проведении всех аналитических и численных расчетов в настоящей работе воспользуемся, с целями преемственности и обобщения полученных в [5, 6] результатов, аналогичной простейшей моделью относительно мелководного океанического волновода с открытым ко дну подводным звуковым каналом, характеризующимся неизменной по трассе стратификацией скорости звука $c(z)$ по глубине z , описываемой билинейной зависимостью:

$$c(z) = c_0 b(z),$$

$$b(z) = \begin{cases} 1 + a_1(z_0 - z), & 0 \leq z \leq z_0, \\ 1 + a_2(z - z_0), & z_0 \leq z \leq H. \end{cases} \quad (1)$$

Входящие в (1) величины принимают аналогичные [5, 6] значения:

$$c(0) = 1520 \text{ м/с}, \quad c_0 = 1500 \text{ м/с}, \quad z_0 = 100 \text{ м},$$

$$a_1 = 1.33 \times 10^{-4} \text{ м}^{-1}, \quad a_2 = 8 \times 10^{-6} \text{ м}^{-1};$$

при этом изменения глубины водного слоя $H(r)$ описываются следующей зависимостью от горизонтального расстояния r :

$$H(r) = \begin{cases} H_0, & 0 \leq r \leq r_1 - \Delta r_b/2, \\ H_0 - h(1 + 2(r - r_1)/\Delta r_b), & r_1 - \Delta r_b/2 \leq r \leq r_1, \\ H_0 - h(1 - 2(r - r_1)/\Delta r_b), & r_1 \leq r \leq r_1 + \Delta r_b/2, \\ H_0, & r \geq r_1 + \Delta r_b/2. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь Δr_b — характерный горизонтальный масштаб (ширина) возвышенности, максимальная высота которой h достигается на расстоянии $r = r_1$ от источника; по аналогии с [5, 6] будем полагать $H_0 = 150$ м и $c(H_0) = 1500.6$ м/с, а дно также моделировать однородным жидким полупространством $z \geq H(r)$ со скоростью звука $c_g = 1700$ м/с и плотностью $\rho_g = 1.4\rho_0$, где $\rho_0 = 10^3$ кг/м³ — плотность среды водного слоя.

Далее, для упрощения аналитических расчетов и анализа результатов численного моделирования, предположим, что расстояние r_1 совпадает с горизонтальным расстоянием, на котором вышедший из расположенного на глубине $z = z_s$ источника луч с нулевым значением угла скольжения $\chi_s = 0$ испытывает однократное отражение от дна $z = H = H_0 - h$. Поэтому для определения величины r_1 необходимо найти зависимость горизонтального расстояния $r_g(\chi_s)$, проходимого лу-

чом до однократного взаимодействия с дном $z = H$, от угла выхода луча χ_s из источника.

В представляющем интерес случае расположения источника в термоклине (1) в диапазоне глубин

$$0 < z_s < z_* = z_0 - \frac{a_2}{a_1}(H_0 - z_0), \quad (3)$$

где z_* — сопряженная глубина, определяемая из равенства $c(H_0) = c(z_*)$, с использованием геометроакустического приближения [8] находим соответствующую рефрагированным в термоклине лучам зависимость

$$r_g(\chi_s) = \frac{1}{2}D(\chi_s) + \frac{b_s}{a_1} \text{tg} \chi_s, \quad (4)$$

в которой

$$D(\chi_s) = \frac{2}{a_2\beta} \left(\kappa \sqrt{1 - \beta^2} - \sqrt{1 - b_g^2 \beta^2} \right) \quad (5)$$

— длина цикла лучей. В (4), (5) для сокращения записи введены обозначения для следующих величин:

$$b_s = b(z_s), \quad \beta = \frac{\cos \chi_s}{b_s} = \cos \chi_0, \quad (6)$$

$$\kappa = 1 + a_2/a_1, \quad b_g = b(H);$$

при этом предполагается, что $\chi_s < 0$ — для выходящих вниз и $\chi_s > 0$ — для выходящих вверх лучей, а χ_0 соответствует углу скольжения луча на оси канала $z = z_0$.

Из (4)–(6) для определения величины r_1 находим следующее выражение

$$r_1 = \frac{1}{2}D(\chi_s = 0) = \frac{1}{a_2} \left(\kappa \sqrt{b_s^2 - 1} - \sqrt{b_s^2 - b_g^2} \right). \quad (7)$$

Здесь необходимо отметить, что далее при аналитических и численных расчетах всегда будет предполагаться выполнение следующих условий: $h/H_0 \ll 1$, $h/\Delta r_b \ll 1$, $h/\lambda \geq 1$, где $\lambda = c_0/f$ — длина волны, а f — частота акустического излучения.

Из достаточно простых геометрических построений можно утверждать, что рассматриваемая возвышенность дна (2) тем заметнее будет влиять на отражение формирующих каустический пучок лучей, чем, во-первых, больше отвечающий этой неровности угол наклона

$$\chi_b = \arctg \left(\frac{2h}{\Delta r_b} \right), \quad (8)$$

во-вторых, чем больше покрывается такой неровностью пространственная область Δr_g акустической освещенности дна каустическим пучком при $z = H_0$.

Поскольку каустический пучок формируется лучами с углами выхода из источника, изменяющимися в достаточно узком диапазоне

$$-\frac{\Delta\chi_s}{2} \leq \chi_s \leq \frac{\Delta\chi_s}{2}, \quad (9)$$

$$\Delta\chi_s \ll \chi_f = \arccos\left[\frac{b_s}{b(0)}\right] \approx \sqrt{2a_1z_0},$$

где χ_f – угол скольжения граничного рефрагированного в термоклине луча с горизонтом поворота $z_n = 0$ на свободной поверхности, то с использованием (4)–(7), (9) получим следующие простые приближенные равенства:

$$r_g(\chi_s) \approx r_1 + \frac{b_s}{a_1}\chi_s, \quad (10)$$

$$\Delta r_g \approx b_s \Delta\chi_s / a_1. \quad (11)$$

Из (10), (11) следует, что при найденном расположении центра возвышенности на расстоянии $r = r_1$ от источника (см. (7)) в рамках геометроакустического приближения возможны лишь две ситуации формирования каустическим пучком, падающим на соответствующую неровность дна (2), пространственного распределения интенсивности акустического поля в океаническом волноводе (1). 1) При $\Delta r_g \leq \Delta r_b$ возможно формирование по крайней мере двух обычных пучков лучей, углы скольжения которых χ_r при $z = H(r)$ различаются на величину $2\chi_b$ (8):

$$\chi_r = \begin{cases} \bar{\chi}_{1g} + \chi_b, & \chi_s < 0, & r_{1g} \leq r \leq r_1, \\ \bar{\chi}_{1g} - \chi_b, & \chi_s > 0, & r_1 \leq r \leq r_{2g}. \end{cases} \quad (12)$$

Здесь

$$\bar{\chi}_{1g} = \frac{2}{\Delta r_g} \int_{r_{1g}}^{r_1} \chi_g(r) dr, \quad \chi_g = \arccos\left(\frac{b_g}{b_s} \cos \chi_s\right), \quad (13)$$

$$r_{1g} = r_1 - \frac{\Delta r_g}{2}, \quad r_{2g} = r_1 + \frac{\Delta r_g}{2}.$$

2) При $\Delta r_g > \Delta r_b$ возможно формирование по крайней мере четырех обычных пучков лучей с отличающимися от (12) углами скольжения χ_r при $z = H(r)$:

$$\chi_r = \begin{cases} \chi_g, & \chi_s < 0, & r_{1g} \leq r \leq r_{1b}, \\ \bar{\chi}_{2g} + \chi_b, & \chi_s < 0, & r_{1b} \leq r \leq r_1, \\ \bar{\chi}_{2g} - \chi_b, & \chi_s > 0, & r_1 \leq r \leq r_{2b}, \\ \chi_g, & \chi_s > 0, & r_{2b} \leq r \leq r_{2g}, \end{cases} \quad (14)$$

где

$$\bar{\chi}_{2g} = \frac{2}{\Delta r_b} \int_{r_{1b}}^{r_1} \chi_g(r) dr, \quad (15)$$

а значения величин r_{1b} и r_{2b} определяются приведенными в (2) равенствами.

С использованием сделанных ранее предположений об акустических параметрах океанического волновода (1), (2), а также с учетом выполнения условия (9), для угла скольжения лучей на поверхности дна χ_g (13) получим следующее приближенное выражение

$$\chi_g(H) \approx \left\{ \chi_s^2 + 2[a_1(z_0 - z_s) - a_2(H - z_0)] \right\}^{1/2}. \quad (16)$$

Поскольку автоматически подразумевается также и выполнение условий:

$$\frac{a_2}{a_1} \ll 1, \quad \frac{a_2}{a_1} \left(\frac{H_0 - z_0}{z_0 - z_s} \right) \ll 1, \quad \frac{a_2}{a_1} \frac{h}{(z_0 - z_s)} \ll 1, \quad (17)$$

то для углов скольжения χ_g , $\bar{\chi}_{1g}$ (13) и $\bar{\chi}_{2g}$ (15) с использованием (16), (17) получим следующие приближенные равенства:

$$\chi_g \approx \bar{\chi}_{1g} \approx \bar{\chi}_{2g} \approx \chi_g(H_0). \quad (18)$$

Из приведенных выше результатов качественного анализа поставленной задачи следует, что при взаимодействии каустического пучка лучей с одиночной возвышенностью дна в рассматриваемом океаническом волноводе (1), (2) возможно формирование нескольких обычных пучков лучей. Последнее позволяет предположить, что при распределении неровностей дна с различными пространственными масштабами вдоль всей трассы при каждом последующем взаимодействии сформированных таким образом пучков с неровным дном количество пучков будет только возрастать. В результате в океаническом волноводе с открытым ко дну подводным звуковым каналом может сформироваться достаточно стохастическая многопучковая структура акустического поля.

В заключение этого раздела представляет интерес рассмотреть вопрос о формировании не только обычных, но и слаборасходящихся пучков лучей при взаимодействии каустического пучка с неровным дном океанического волновода.

Как уже отмечалось ранее [5, 6], слаборасходящийся пучок лучей формируется около опорного луча, углу выхода которого из источника $\chi_s = \chi_{sc}$ отвечает гладкий экстремум зависимости длины цикла $D(\beta)$ (5) лучей от лучевого параметра β (6), обратно пропорционального фазовой скорости распространения акустических волн вдоль этих лучей. Как и в [5, 6], в рассматриваемом океаническом волноводе (1)–(2) таким экстремумом является гладкий минимум зависимости $D(\beta)$ (5),

положение которого при $\beta = \beta_c$ определяется из уравнения $(dD/d\beta)|_{\beta=\beta_c} = 0$:

$$\beta_c = \sqrt{\frac{\kappa^2 - 1}{\kappa^2 b_g^2 - 1}}. \quad (19)$$

С использованием (19) можно определить угол выхода χ_{sc} опорного луча и соответствующий ему горизонт поворота $z_n = z_c$:

$$\chi_{sc} = \arccos(b_s \beta_c), \quad (20)$$

$$z_c = z_0 - \frac{1 - \beta_c}{a_1 \beta_c}, \quad \frac{1}{1 + a_1 z_0} < \beta_c < 1. \quad (21)$$

Из (20), (21) следует, что при расположении источника на критической глубине $z_s = z_c$ слаборасходящийся пучок будет являться одновременно и каустическим пучком, поскольку $\chi_s = \chi_{sc} = 0$.

В представляющем здесь основной интерес случае расположения источника на глубинах $0 < z_s < z_c$ (см. также [5, 6]) лишь определенная часть изначально формирующих каустический пучок лучей (с углами выхода $0 < \chi_s < \Delta\chi_s/2$, см. (9)) после взаимодействия с неровностью дна примет участие в формировании слаборасходящегося пучка. При этом угол наклона возвышенности дна должен удовлетворять соответствующему равенству

$$\chi_b = \arccos\left\{\frac{b_g}{b_s} \cos(\chi_{sc})\right\} - \arccos(b_g \beta_c) \quad (22)$$

для того, чтобы луч каустического пучка с углом выхода $\chi_s = \chi_{sc}$ после отражения этой неровностью дна стал опорным лучом слаборасходящегося пучка.

Естественно, что при распределении неровностей дна с различными пространственными масштабами и углами наклонов вдоль всей трассы распространения акустических волн слаборасходящиеся пучки могут проявляться также и в формируемой стохастической многопучковой структуре акустического поля в океаническом волноводе с открытым ко дну подводным звуковым каналом.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

В предыдущем разделе дано весьма приближенное качественное описание закономерностей, которые могут проявляться при взаимодействии каустического пучка с одиночной возвышенностью дна в океаническом волноводе. Для адекватного же количественного описания соот-

ветствующих закономерностей в пространственном распределении интенсивности акустического поля $J(r, z)$ воспользуемся методом параболического уравнения [9], позволяющим достаточно корректно, в отличие от стандартного геометроакустического приближения [8], учитывать влияние интерференционных и дифракционных эффектов на формирование, распространение и отражение каустического пучка от неровностей дна (определенного типа) в океаническом волноводе. Предположим по аналогии с [5, 6], что при частоте акустического излучения $f = 3$ кГц каустический пучок, которому отвечает единственный абсолютный максимум зависимости коэффициента возбуждения мод от их номера, формируется вертикальной антенной с оптимальным размером апертуры $L = 7.5$ м при нулевом значении угла компенсации и расположением ее центра на глубине $z_s = 50$ м. С использованием (1), (7) определим расстояние $r = r_1 = 1250$ м до расположения центра возвышенности дна, где ее высота достигает максимального значения $h = 1.5$ м (см. (2)).

Из представленных на рис. 1 результатов численных расчетов пространственного распределения интенсивности акустического поля $J_0(r, z) = rJ(r, z)$, нормированной на цилиндрическое расхождение волнового фронта, можно сделать следующие выводы.

1. Поскольку пространственная протяженность первой зоны акустической освещенности ровного дна ($h = 0$) составляет $\Delta r_g \approx 500$ м (см. рис. 1а), то в согласии с геометроакустическим приближением при ширине возвышенности дна $\Delta r_b = 800$ м, заметно превышающей величину Δr_g , в океаническом волноводе при отражении каустического пучка от соответствующей неровности формируются два преобладающих по интенсивности обычных пучка, горизонты поворота опорных лучей которых располагаются соответственно выше и ниже глубины погружения центра антенны (см. рис. 1б).

2. При равенстве характерных величин $\Delta r_b \approx \Delta r_g$ в отраженном возвышенностью дна акустическом поле эффективно формируется еще один—третий пучок (см. рис. 1в), который при $\Delta r_b > \Delta r_g$ лишь едва просматривался на общем фоне пространственного распределения $J_0(r, z)$ (см. рис. 1б). Формирование такого дополнительного пучка около опорного луча с углом скольжения $\chi_r > \chi_g + \chi_b$ и горизонтом поворота, расположенным заметно выше глубины $z = z_s$ (см. рис. 1в), обусловлено проявлением

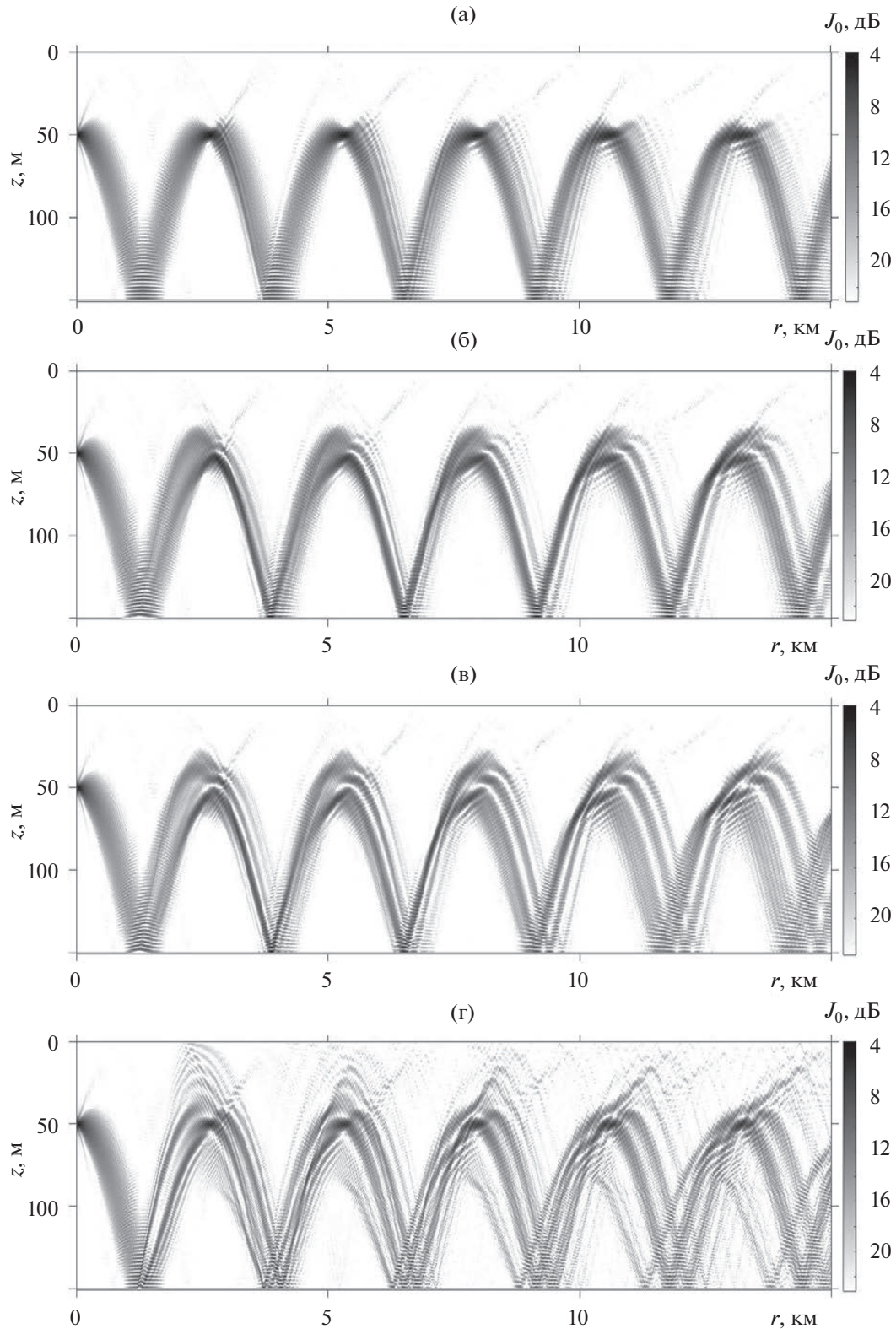


Рис. 1. Представленные в плотностной записи пространственные (по горизонтальному расстоянию r и глубине z) распределения нормированной интенсивности $J_0(r, z) = rJ(r, z)$ акустического поля, полученные с использованием параболического уравнения [9] при различных значениях высоты h и ширины Δr_b возвышенности дна (см. (2)), соответствующих различным значениям ее угла наклона χ_b (8): (а) – $h = 0$; (б) – $h = 1.5$ м, $\Delta r_b = 800$ м; (в) – $h = 1.5$ м, $\Delta r_b = 500$ м; (г) – $h = 1.5$ м, $\Delta r_b = 100$ м.

дифракционных эффектов при отражении той части каустического пучка, которая взаимодействует с центральной областью возвышенности дна $r_1 - \Delta r_d/2 \leq r \leq r_1 + \Delta r_d/2$ (где $\Delta r_d/\lambda > 1$, $\Delta r_d/\Delta r_b \ll 1$). Именно эта пространственная область возвышенности, где имеет место резкое изменение угла наклона касательной dH/dr к описывающей форму неровности кривой $H(r)$, является ответственной за формирование дифракционных лучей, интенсивность акустического поля вдоль которых описывается с использованием геометрической теории дифракции (см. § 1.2 в [10]).

3. Влияние дифракционных эффектов на отражение каустического пучка от пространственной области $r_1 - \Delta r_d/2 \leq r \leq r_1 + \Delta r_d/2$ усиливается с ростом угла наклона возвышенности, что и приводит при $\Delta r_b/\Delta r_g < 1$ к формированию значительного количества пучков, которым соответствуют опорные лучи с углами скольжения $\chi_g(r_1) + \chi_b < \chi_r < \chi_f$ и $0 < \chi_r < \chi_g(r_1) - \chi_b$ (см. рис. 1г). Поэтому при $\Delta r_b/\Delta r_g < 1$ в океаническом волноводе формируется многопучковая структура акустического поля, в которой всегда преобладают по интенсивности два обычных пучка с углами скольжения $\chi_r = \bar{\chi}_{2g} \pm \chi_b$ (см. (14)) соответствующих им опорных лучей. Кроме того, увеличивающийся вклад в отраженное от возвышенности дна акустическое поле дифракционных лучей с углами скольжения $0 < \chi_r < \chi_g(r_1) - \chi_b$ приводит к формированию в океаническом волноводе слаборасходящегося пучка (см. рис. 1г) с горизонтом поворота опорного луча при $z = z_c \approx 73 \text{ м} > z_s$ (см. (21)).

Как и следовало ожидать, увеличение максимальной высоты $1.5 \text{ м} < h \leq 4.5 \text{ м}$ при пропорциональном увеличении ширины $100 \text{ м} < \Delta r_b \leq 300 \text{ м}$ возвышенности дна, т.е. при постоянном значении ее угла наклона χ_b (8), приводит при $\Delta r_b/\Delta r_g < 1$ к усилению влияния дифракционных эффектов на формирование в океаническом волноводе многопучковой структуры акустического поля (см. рис. 2).

Таким образом, полученные с использованием метода параболического уравнения результаты численного моделирования (см. рис. 1, 2) позволяют утверждать, что при взаимодействии каустического пучка с одиночной возвышенностью дна влияние дифракционных эффектов приводит к формированию дополнительных, по сравнению с описываемыми стандартным геометрикоакустическим приближением, пучков и, тем самым, к

формированию многопучковой структуры акустического поля в океаническом волноводе с открытым ко дну подводным звуковым каналом.

В заключение этого раздела проиллюстрируем формирование каустическим пучком сложной и, по-видимому, стохастической многопучковой структуры акустического поля в рассматриваемом океаническом волноводе (1) с распределенными по трассе неровностями дна с различными пространственными масштабами. С этой целью предположим, что в области горизонтальных расстояний $0 \leq r \leq R_2$ глубина водного слоя

$$H(r) = H_0 + h \sin\{y(r)\} \quad (23)$$

изменяется в соответствие с двумя модельными зависимостями $y(r)$:

$$y(r) = y_1(r) = \frac{2\pi r}{R_1} \left(1 + \varepsilon \frac{r}{R_1}\right), \quad (24)$$

$$y(r) = y_2(r) = \frac{2\pi r}{R_1} \left(2 - \varepsilon \frac{r}{R_1}\right), \quad (25)$$

в которых $\varepsilon = R_1/R_2$, $R_1 = 0.5 \text{ км}$, $R_2 = 15 \text{ км}$. Из (24) следует, что в первом случае характерный горизонтальный масштаб неровностей дна

$$S_{1m} = \frac{R_1}{2\varepsilon} \left\{ \sqrt{1 + 4(m+1)\varepsilon} - \sqrt{1 + 4m\varepsilon} \right\} \quad (26)$$

плавно уменьшается с ростом номера $m = 0, 1, \dots$, фиксирующего их расположение по трассе распространения акустических сигналов:

$$S_{1m} \approx R_1 \begin{cases} 1 - \varepsilon(1 + 2m), & 4m\varepsilon \ll 1, \\ 1/(2\sqrt{m\varepsilon}), & 4m\varepsilon \gg 1. \end{cases} \quad (27)$$

Во втором случае (зависимость (25)) характерный горизонтальный масштаб неровностей дна

$$S_{2m} = \frac{R_1}{\varepsilon} \left\{ \sqrt{1 - m\varepsilon} - \sqrt{1 - (m+1)\varepsilon} \right\} \quad (28)$$

увеличивается с ростом соответствующего номера m ($0 \leq m \leq (1 - \varepsilon)/\varepsilon$):

$$S_{2m} \approx \frac{R_1}{2} \left\{ 1 + \frac{\varepsilon}{4}(1 + 2m) \right\}, \quad (m+1)\varepsilon \ll 1. \quad (29)$$

Представленные на рис. 3 результаты численного моделирования достаточно наглядно иллюстрируют формирование каустическим пучком в океаническом волноводе (1), (23)–(25) весьма сложной многопучковой структуры пространственного распределения интенсивности акустического поля даже при относительно малой высоте неровностей $h = 0.5 \text{ м}$, которая, по-видимому, аналогична ранее установленной в [11] при численном моделировании распространения акустических пучков в глубоководном подводном зву-

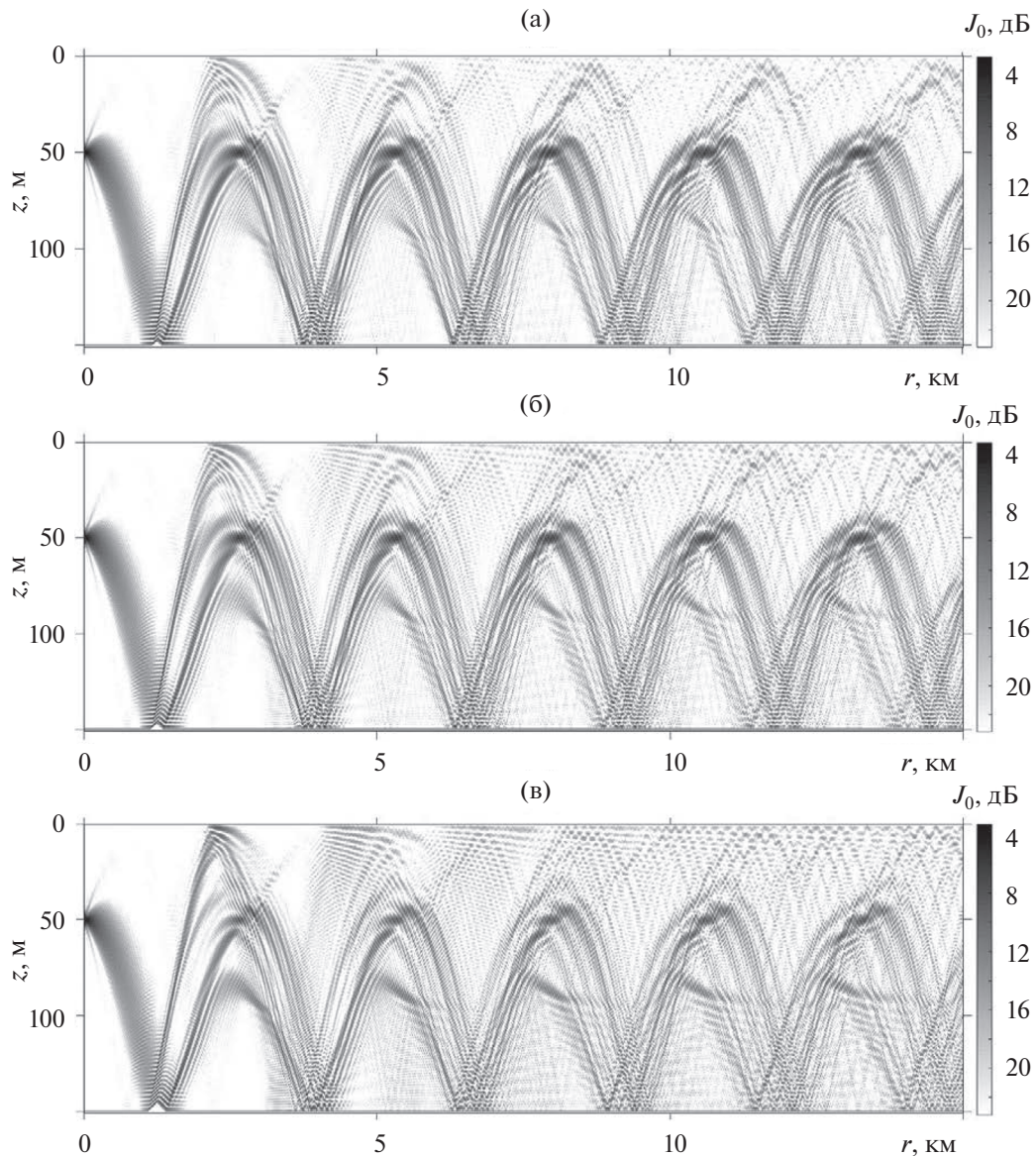


Рис. 2. Представленные в плотностной записи пространственные (по горизонтальному расстоянию r и глубине z) распределения нормированной интенсивности $J_0(r, z) = rJ(r, z)$ акустического поля, полученные с использованием параболического уравнения [9] при различных значениях высоты h и ширины Δr_b возвышенности дна (см. (2)), но при постоянном значении ее угла наклона χ_b (8): (а) – $h = 2.25$ м, $\Delta r_b = 150$ м; (б) – $h = 3$ м, $\Delta r_b = 200$ м; (в) – $h = 4.5$ м, $\Delta r_b = 300$ м.

ковом канале с зависящими от глубины и горизонтального расстояния малыми возмущениями скорости звука, обусловленными наличием внутренних волн и однородной изотропной турбулентности. При этом, как и в океаническом волноводе с одиночной возвышенностью дна (см. рис. 1г, 2), здесь также (см. рис. 3) заметно проявляется эффект формирования слаборасходящегося пучка с горизонтом поворота опорного луча при $z_n = z_c$ (21).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение сформулируем полученные в настоящей работе основные результаты исследований и следующие из них выводы.

С использованием геометроакустического приближения и параболического уравнения исследованы закономерности пространственного (по горизонтальному расстоянию и глубине) распределения интенсивности акустического поля, формируемого при взаимодействии каустическо-

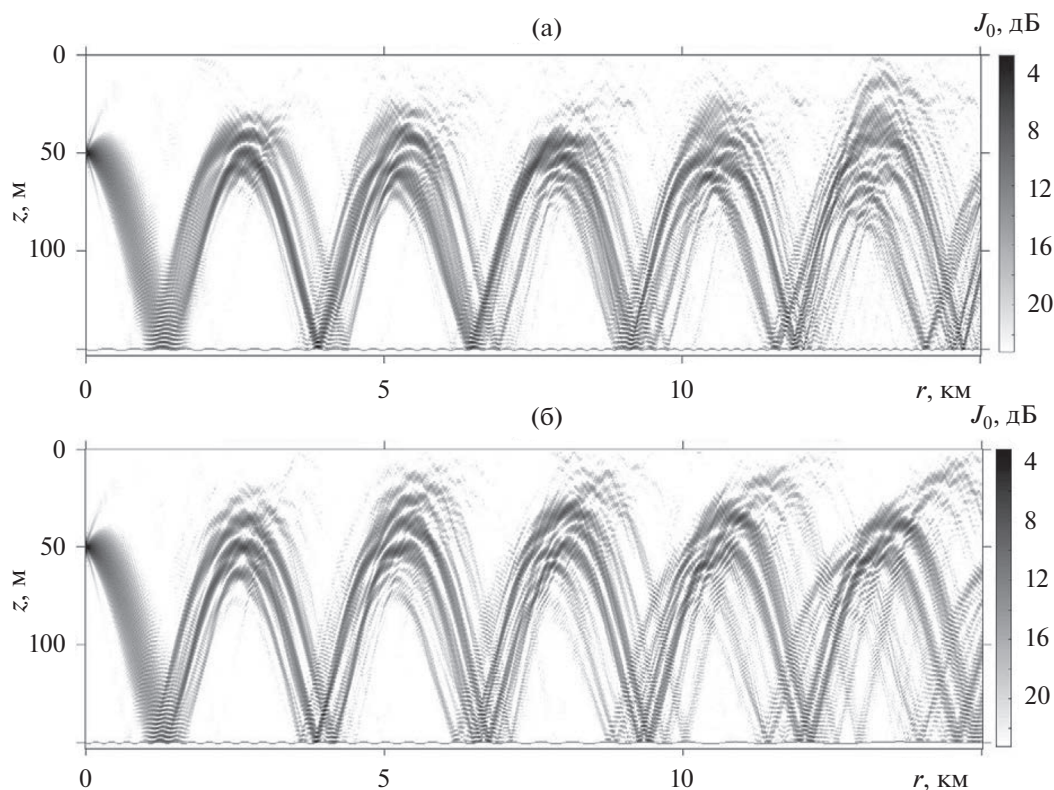


Рис. 3. Представленные в плотностной записи пространственные (по горизонтальному расстоянию r и глубине z) распределения нормированной интенсивности $J_0(r, z) = rJ(r, z)$ акустического поля, полученные с использованием параболического уравнения [9] при различных законах изменения глубины водного слоя: (а) – $H(r)$ (23), (24); (б) – $H(r)$ (23), (25).

го пучка с неровностями дна в относительно мелководном океаническом волноводе с открытым ко дну подводным звуковым каналом.

При этом установлено, что при падении каустического пучка на одиночную возвышенность дна в пространственном распределении интенсивности отраженного акустического поля возможно формирование многопучковой структуры. Выяснено, что подобная многопучковая структура формируется и заметно проявляется лишь в том случае, если, во-первых, характерный горизонтальный масштаб соответствующей неровности не превышает ширины пространственной области акустической освещенности дна каустическим пучком, во-вторых, характерный вертикальный масштаб этой неровности сравним или превышает длину акустической волны.

Показано, что при определенных вертикальных и горизонтальных пространственных масштабах возвышенности дна в результате взаимодействия с ней каустического пучка в океаническом волноводе формируются как обычные, так и слаборасходящиеся пучки.

Отмечено, что при наличии неровностей с различными пространственными масштабами на всей поверхности дна исходно излучаемый вертикальной антенной каустический пучок формирует в океаническом волноводе достаточно сложную и, по-видимому, стохастическую многопучковую структуру пространственного распределения интенсивности акустического поля, аналогичную проявляющейся при численном моделировании распространения пучков в глубоководном подводном звуковом канале в присутствии внутренних волн и однородной изотропной турбулентности (см. [11]).

Данное исследование выполнено в рамках госзадания ИПФ РАН по темам № 0030-2021-0009 и № 0035-2019-0018.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Петухов Ю.В. Звуковой пучок с минимальной геометрической расходимостью волнового фронта по трассе распространения в стратифицированном океаническом волноводе // Акуст. журн. 1994. Т. 40. № 1. С. 111–120.

2. *Петухов Ю.В.* Формирование преобладающих по интенсивности узких звуковых пучков в стратифицированных океанических волноводах // Акуст. журн. 1995. Т. 41. № 5. С. 807–813.
3. *Петухов Ю.В., Абросимов Д.И., Бородин Е.Л.* Каустики и слаборасходящиеся пучки лучей в стратифицированных океанических волноводах // Акуст. журн. 2006. Т. 52. № 3. С. 367–374.
4. *Петухов Ю.В., Бурдуковская В.Г.* Формирование каустических пучков в рефракционном океаническом волноводе // Акуст. журн. 2015. Т. 61. № 4. С. 490–499.
5. *Петухов Ю.В., Бурдуковская В.Г., Бородин Е.Л.* Формирование слаборасходящегося каустического пучка в открытом ко дну подводном звуковом канале // Акуст. журн. 2017. Т. 63. № 1. С. 59–72.
6. *Петухов Ю.В., Бурдуковская В.Г., Бородин Е.Л.* Каустические и слаборасходящиеся пучки в горизонтально неоднородных океанических волноводах // Акуст. журн. 2020. Т. 66. № 2. С. 181–197.
7. *Бурлакова И.Б., Голубев В.Н., Петухов Ю.В., Славинский М.М.* Зоны повышенной озвученности вблизи поверхности открытого ко дну подводного звукового канала в глубоком океане // Акуст. журн. 1990. Т. 36. № 2. С. 362–364.
8. *Бреховских Л.М., Лысанов Ю.П.* Теоретические основы акустики океана. М.: Наука, 2007. 370 с.
9. *Smith K.B.* Convergence, stability, and variability of shallow water acoustic predictions using a split-step Fourier parabolic equation model // J. Comput. Acoust. 2001. V. 9. № 1. P. 243–285.
10. *Боровиков В.А., Кинбер Б.Е.* Геометрическая теория дифракции. М.: Связь, 1978. 247 с.
11. *Beron-Vera F.J., Brown M.G.* Underwater acoustic beam dynamics // J. Acoust. Soc. Am. 2009. V. 126. № 1. P. 80–91.

МНОГОКРАТНОЕ РАССЕЙНИЕ ОКЕАНИЧЕСКОГО ШУМА НА ВЕТРОВОМ ВОЛНЕНИИ В МЕЛКОМ МОРЕ

© 2021 г. М. А. Раевский^а, В. Г. Бурдуковская^а, *

^аИнститут прикладной физики РАН, ул. Ульянова 46, Нижний Новгород, 603950 Россия

*e-mail: bvg@appl.sci-nnov.ru

Поступила в редакцию 24.02.2021 г.

После доработки 19.05.2021 г.

Принята к публикации 10.06.2021 г.

Проведено теоретическое исследование динамических шумов океана в условиях многократного рассеяния акустического поля на анизотропном ветровом волнении. Обсуждается влияние эффектов рассеяния на угловой и модовый спектры шумового поля. Приведены результаты численного моделирования статистических характеристик шума для гидрологических условий Баренцева моря в зимний период.

Ключевые слова: шум, океанический волновод, ветровое волнение, многократное рассеяние, статистические характеристики

DOI: 10.31857/S0320791921050075

ВВЕДЕНИЕ

Проблема акустической диагностики мелкого моря требует развития не только теоретической модели зондирующих сигналов, но и моделей акустических помех и, в частности, океанических шумов ветрового происхождения (динамических шумов). Теория, описывающая статистические характеристики океанического шума, генерируемого ветровым волнением, должна учитывать дипольный характер источников шумового поля, волноводный характер его распространения и возможные эффекты горизонтальной рефракции (например, в области берегового шельфа) [1–3]. При построении теоретических и экспериментальных моделей для океанических шумов, как правило, анализируются корреляционные функции либо угловые спектры шумового поля. Подавляющее число результатов относится к вертикальным статистическим характеристикам шума [4–8], где исследовались зависимости от условий распространения и вертикальной направленности шумовых источников. Что касается горизонтальной направленности шумового поля, то традиционно считается, что она отсутствует в горизонтально однородном акустическом волноводе и может быть обусловлена лишь эффектами горизонтальной рефракции [9–11] (например, в области берегового шельфа). В то же время, как было показано в работах [12, 13], горизонтальная анизотропия шумов ветрового происхождения возникает и в плоскостойком волноводе, если учесть, что шумовое поле, генерируемое припо-

верхностными источниками, при распространении в волноводе рассеивается на его взволнованной поверхности. При этом следует отметить, что сами источники шума в силу их пространственной некоррелированности не имеют горизонтальной направленности, и анизотропия ветрового шума возникает именно вследствие рассеяния акустических волн на анизотропном ветровом волнении. Первоначально этот эффект обсуждался [12] для ветрового волнения с модельными угловыми спектрами, затем более подробно с использованием эмпирической модели частотно-углового спектра поверхностного волнения [13]. С использованием модового представления шумового поля было получено уравнение переноса для горизонтального углового спектра акустических мод, генерируемого некоррелированными дипольными источниками шума. Было предложено приближенное решение этого уравнения, полученное разложением по малому параметру, соответствующему малости критического угла волновода в сравнении с шириной вертикальной индикатрисы рассеяния шума в области низких частот $f < 300$ Гц. Здесь мы продолжим рассмотрение этих эффектов и проанализируем с помощью численного моделирования самого уравнения переноса точность полученных ранее приближенных результатов. Будет также предложено приближенное аналитическое решение уравнения переноса, которое применимо для более широкого диапазона параметров (частота шума, скорость ветра) и проанализирована его точ-

ность численными методами. Кроме того, будет проведено сравнение полученного ранее уравнения переноса для акустических мод шумового поля с более общим уравнением, которое учитывает диффузию углового спектра шума в горизонтальной плоскости.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим акустическое поле, которое генерируется источниками ветрового шума. Будем при этом полагать, что источники шума имеют дипольный характер, однородно распределены на свободной поверхности океанического волновода и пространственно некоррелированы. Волновод считается плоскостойким с профилем скорости звука $c(z)$ и слоистым дном с произвольными акустическими характеристиками. Имея в виду шумы низкочастотного диапазона $f \leq 300$ Гц, будем использовать модовое описание шумового поля. Для этих частот и при типичных скоростях ветра $V \leq 15$ м/с параметр Рэлея, как правило, мал в сравнении с единицей. Это означает малость эффектов однократного рассеяния акустического поля на взволнованной поверхности [14] (в нашем случае, малость эффектов однократного рассеяния акустических мод, локализованных в волноводе). При этом эффекты многократного рассеяния, накапливаясь, могут существенно изменить статистические характеристики акустического поля.

Для описания многократного рассеяния акустических мод на поверхностном волнении ранее было получено интегро-дифференциальное уравнение переноса для углового (в общем случае частотно-углового) спектра акустических мод [15, 16]. Это было сделано в приближении малоуглового (в горизонтальной плоскости) рассеяния, что предполагает малость волновых чисел энергонесущих компонент поверхностного волнения в сравнении с волновыми числами мод. Точное уравнение переноса для углового спектра имеет сложный вид, поэтому в работах [12, 13] использовался его упрощенный аналог, полученный в предположении узости горизонтальной индикатрисы рассеяния. В случае стационарного и статистически однородного шумового поля, генерируемого распределенными источниками, оно имеет вид:

$$\sum_m W_{mn}(\alpha) N_m(\alpha) - 2[\gamma_n(\alpha) + |\text{Im } k_n|] N_n(\alpha) + Q_n = 0, \tag{1}$$

где α – значение угловой переменной спектра относительно вектора скорости ветра, $N_n(\alpha)$ – интенсивность углового спектра моды, $W_{mn}(\alpha)$ – вероятность перехода углового спектра между модами, описывающая межмодовое взаимодействие

вследствие рассеяния на ветровом волнении, $\gamma_n(\alpha)$ – декремент затухания когерентной компоненты моды, происходящего вследствие ее рассеяния в хаотическую компоненту, $\text{Im } k_n$ – мнимая часть волнового числа моды, обусловленная затуханием в дне и водной среде, Q_n – дипольный источник шума для моды с индексом n . Отметим, что Q_n не зависит от угла α в силу некоррелированности источников шума.

В интересующем нас диапазоне частот шумового поля и скоростей ветра энергонесущие компоненты ветрового волнения являются крупномасштабными в сравнении с длиной акустической волны, что обеспечивает узость горизонтальной индикатрисы рассеяния. Это позволяет рассматривать трансформацию горизонтального углового спектра шума как диффузионный процесс, который можно описать диффузионным оператором по горизонтальному углу. В то же время вертикальная индикатриса рассеяния имеет ширину порядка критического угла волновода, что не позволяет описать в диффузионном приближении также и трансформацию энергии акустических мод (или, что то же самое, вертикального углового спектра шума). С учетом этих соображений интегральное уравнение для углового спектра шума может быть преобразовано к виду:

$$\sum_m R_{mn}(\alpha) \frac{\partial^2 N_m(\alpha)}{\partial \alpha^2} + \sum_m W_{mn}(\alpha) N_m(\alpha) - 2[\gamma_n(\alpha) + |\text{Im } k_n|] N_n(\alpha) + Q_n = 0. \tag{2}$$

Отметим, что в этом уравнении, как и в уравнении (1), фигурируют все моды, локализованные в волноводе (моды дискретного спектра).

Коэффициенты в уравнениях (1)–(2) выражаются через частотно-угловой спектр ветрового волнения $B(\Omega, \theta)$ следующим образом:

$$\gamma_n(\alpha) = \frac{g^2}{4k_n} \left(\frac{d\varphi_n}{dz} \right)^2 \times \int_0^{k_0} \eta \sqrt{k_0^2 - \eta^2} d\eta \int_{-\pi}^{\pi} B(\Omega, \theta) \Omega^{-3} d\varphi, \tag{3}$$

$$\Omega = \sqrt{g} \left[(k_n - \eta \cos \varphi)^2 + \eta^2 \sin^2 \varphi \right]^{\frac{1}{4}}, \tag{4}$$

$$\theta = \arctg \left(\frac{\eta \sin \varphi}{k_n - \eta \cos \varphi} \right),$$

$$W_{mn}(\alpha) = \frac{\pi g^2}{4k_m k_n} \left(\frac{d\varphi_m}{dz} \right)^2 \left(\frac{d\varphi_n}{dz} \right)^2 \int_{-k_0}^{k_0} \frac{B(\tilde{\omega}, \Phi)}{\tilde{\omega}^3} dk_y, \tag{5}$$

$$R_{mn}(\alpha) = \frac{\pi g^2}{4k_0^2 k_m k_n} \left(\frac{d\varphi_m}{dz} \right)^2 \times \left(\frac{d\varphi_n}{dz} \right)^2 \int_{-k_0}^{k_0} \frac{k_y^2 B(\tilde{\omega}, \Phi)}{\tilde{\omega}^3} dk_y, \quad (6)$$

$$\tilde{\omega} = \sqrt{g(k_y^2 + (k_m - k_n)^2)}^{\frac{1}{4}}, \quad \Phi = \arctg\left(\frac{k_y}{k_m - k_n}\right), \quad (7)$$

где g – ускорение свободного падения, $k_0 = \omega/c(0)$, ω – частота шумовой гармоники, $d\varphi_n/dz$ – производная собственной функции $\varphi_n(z)$ при $z = 0$. В приведенных выражениях зависимость от угла α фигурирует в частотно-угловом спектре волнения.

Дипольный источник шума Q_n выражается через пространственный спектр дипольного момента давления на свободной поверхности $S(k_x, k_y)$ [1]:

$$Q_n = \frac{\pi^2 S(k_x = 0, k_y = 0)}{4\rho^2 \omega^2}, \quad (8)$$

где ρ – плотность воды.

Отметим, что при получении выражений для $\gamma_n(\alpha)$, $W_{mn}(\alpha)$ и $R_{mn}(\alpha)$ использовался тот же способ, что и в работах [12, 13], т.е. предполагалось, что анализируемая гармоника углового спектра ориентирована вдоль оси x в декартовой системе координат $\{x, y\}$. При этом мы можем рассмотреть все гармоники, варьируя значения угла α между вектором скорости ветра и осью x . Поскольку анизотропный спектр ветрового волнения (симметричный относительно направления ветра) является единственной причиной анизотропного спектра шума, то такое рассмотрение эквивалентно более привычному (когда, наоборот, фиксируется направление ветра и варьируется направление спектральных гармоник шума), но существенно упрощает вычисления. Диффузионное уравнение (2) необходимо дополнить краевыми условиями. Анализ приведенных выражений для $\gamma_n(\alpha)$, $W_{mn}(\alpha)$ и $R_{mn}(\alpha)$ показывает, что кроме очевидной их симметрии относительно замены α на $-\alpha$ уже в интервале $0 \leq \alpha \leq \pi$ они обладают и симметрией относительно $\alpha = \pi/2$. Вследствие этого уравнение (2) следует дополнить на интервале $0 \leq \alpha \leq \pi$ граничными условиями

$$\begin{aligned} N_m(\alpha = \pi) &= N_m(\alpha = 0), \\ \frac{\partial N_m(\alpha = \pi)}{\partial \alpha} &= \frac{\partial N_m(\alpha = 0)}{\partial \alpha}. \end{aligned} \quad (9)$$

При этом сразу отметим, что решение краевой задачи (2), (9) также симметрично относительно $\alpha = \pi/2$, т.е. $N_m\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right) = N_m\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right)$.

В дальнейшем будут рассматриваться эффекты многократного рассеяния океанического шума на развитом анизотропном ветровом волнении. При этом ветровые волны играют двойную роль: являются источником шума (что, в первую очередь, связывают с обрушением гребней и образованием барашков) и причиной дальнейшего рассеяния возбужденных акустических мод при их распространении от некоррелированных шумовых источников в точку наблюдения. Горизонтальная анизотропия спектра шума обусловлена именно анизотропным характером рассеяния акустических мод. При конкретных расчетах этих эффектов будем использовать анизотропную эмпирическую модель JONSWAP. Спектр волнения $B(\Omega, \theta)$ представим в виде произведения частотного спектра $S(\Omega)$ и нормированного на единицу углового спектра $Q(\Omega, \theta)$. Частотный спектр $S(\Omega)$ для развитого волнения имеет вид [17]:

$$\begin{aligned} S(\Omega) &= \\ &= \beta g^2 \Omega^{-5} \exp\left[-1.25\left(\frac{\Omega_m}{\Omega}\right)^4\right] \gamma \exp\left[-(\Omega - \Omega_m)^2 / 2\sigma^2 \Omega_m^2\right], \quad (10) \\ \sigma &= \begin{cases} 0.07 & \text{при } \Omega \leq \Omega_m, \\ 0.09 & \text{при } \Omega > \Omega_m, \end{cases} \end{aligned}$$

где $\Omega_m = 0.9g/V$ – частота спектрального максимума (V – скорость ветра). Эмпирические константы β и γ имеют значения $\beta = 8 \times 10^{-3}$, $1 \leq \gamma \leq 3.3$. Для углового распределения $Q(\Omega, \theta)$ используется выражение:

$$\begin{aligned} Q(\Omega, \theta) &= G(s) \left[\cos\left(\frac{\theta - \alpha}{2}\right) \right]^{2s}, \\ G(s) &= \frac{\Gamma(2s+1)}{2^{2s+1} \Gamma^2\left(s + \frac{1}{2}\right)}, \end{aligned} \quad (11)$$

где $\Gamma(x)$ – гамма-функция. Показатель анизотропии является частотно-зависимым и определяется отношением Ω/Ω_m . В результате натурных экспериментов для $S(\Omega)$ было предложено несколько аппроксимаций. В дальнейшем мы будем использовать результаты [18], где

$$s = \begin{cases} 11.5 \left(\frac{g}{V}\right)^{2.5} \Omega_m^{-7.5} \Omega^5 & \text{при } \Omega \leq \Omega_m, \\ 11.5 \left(\frac{g}{V}\right)^{2.5} \Omega^{-2.5} & \text{при } \Omega > \Omega_m. \end{cases} \quad (12)$$

Важно отметить, что при получении уравнений (1), (2) и сопутствующих выражений (3)–(7) использовалось комплексное преобразование Фурье, а при экспериментальном получении спектров ветрового волнения – действительное, поэтому при подстановке спектра (10)–(12) в

выражения (3)–(7) необходимо формулу (11) заменить на:

$$Q(\Omega, \theta) = \frac{1}{2} G(s) \left\{ \left[\cos\left(\frac{\theta - \alpha}{2}\right) \right]^{2s} + \left[\cos\left(\frac{\theta - \alpha - \pi}{2}\right) \right]^{2s} \right\}. \quad (13)$$

РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ И ОБСУЖДЕНИЕ

Рассматриваемые нами эффекты могут оказаться значимыми для формирования океанических шумов как в мелком море, так и в глубоководных океанических волноводах с минимумом скорости звука вблизи свободной поверхности. Здесь мы приведем результаты численного моделирования для мелкого моря, конкретно для гидрологических условий Баренцева моря в зимний период. Расчеты будут проводиться для волновода с линейным профилем $c(z)$ и параметрами: $c(0) = 1490$ м/с, $c(H) = 1500$ м/с, глубина дна $H = 200$ м. В качестве модели дна используется жидкое полупространство со скоростью звука $c_l = 1600$ м/с, плотностью $\rho_0 = 2$ г/см³ и коэффициентом затухания $\delta = 0.1$ дБ/км Гц.

Для анализа углового спектра шумов можно использовать либо упрощенное уравнение переноса (1), либо более точную, но и существенно более сложную краевую задачу (2), (9). Возникает естественный вопрос о соотношении получаемых при этом результатов. Приведем сначала качественные соображения. Достаточным условием того, что решение уравнения (1) будет близко к решению краевой задачи (2), (9) является малость членов, пропорциональных R_{mn} , в сравнении с членами, пропорциональными W_{mn} в уравнении (2). Оценим отношение $R_{mn} \frac{\partial^2 N_m}{\partial \alpha^2} / W_{mn} N_m$ с учетом вида частотного спектра JONSWAP (10). Анализ интегральных выражений (5), (6) показывает, что основной вклад в них дают частоты $\Omega \sim \Omega_m$. Учитывая также, что характерный угловой масштаб изменения спектра $N_m(\alpha)$ порядка радиана, получим, что

$$R_{mn} \frac{\partial^2 N_m}{\partial \alpha^2} / W_{mn} N_m \sim \omega_m^4 / g^2 k_0^2 \sim g^2 / V^4 k_0^2.$$

Таким образом, можно утверждать, что для типичных скоростей ветра $V \sim 10$ – 15 м/с и частот $f \geq 100$ Гц можно использовать приближенное уравнение переноса (1), причем ошибка расчета не должна превышать нескольких процентов. Наоборот, при описании шума в области низких частот $f \leq 100$ Гц (либо слабого ветра $V \leq 5$ м/с) следует использовать для моделирования краевую задачу (2), (9). Эти качественные соображения подтверждаются непосредственным сравнением

результатов численного моделирования уравнения (1) и краевой задачи (2), (9). Соответствующие расчеты проделаны для частоты шума $f = 240$ Гц при умеренном ($V = 10$ м/с) и сильном ($V = 15$ м/с) ветре. В этом случае в волноводе с выбранными характеристиками локализовано 23 моды, но, ввиду сильного затухания в мелком море высших мод, наибольший интерес представляют слабозатухающие низшие моды. Поэтому результаты расчетов будем приводить для мод с номерами $n = 1, 5$ и 10 (выбранных достаточно произвольно). Результаты приведены на рис. 1, где приводится отношение решений уравнения переноса (1) и краевой задачи (2), (9) в зависимости от угла α . Видно, что для всех мод относительная ошибка решения приближенного уравнения переноса (даже при $\alpha \approx \pi/2$, где она максимальна) порядка 10^{-3} , т.е. численное моделирование на основании уравнения переноса (1) вполне обосновано, что и будет использовано в дальнейшем.

В опубликованных ранее работах [12, 13], где анализировалось влияние эффектов рассеяния на анизотропию океанического шума, результаты численного моделирования были получены на основе приближенного решения уравнения переноса (1), имеющего вид:

$$N_n^{(1)}(\alpha) = \frac{Q_n}{2(\gamma_n(\alpha) + |\text{Im } k_n|)}. \quad (14)$$

Это выражение является первым членом разложения решения уравнения переноса по малому параметру $\epsilon_n = \sum_m W_{mn} / 2\gamma_n$ (более подробно см. [13]). Поскольку выражение (14) не зависит от вероятности перехода $W_{mn}(\alpha)$, то фактически оно не учитывает эффекта взаимной трансформации углового спектра всех локализованных мод при многократном рассеивании шума на ветровом волнении. Чтобы оценить влияние этого эффекта на формирование углового спектра шумового поля, рассмотрим отношение $N_n(\alpha) / N_n^{(1)}(\alpha)$, где $N_n(\alpha)$ – точное решение уравнения переноса (1). Результаты численных расчетов для частоты $f = 240$ Гц и мод с номерами $n = 1, 5, 10$ приведены на рис. 2. Видно, что для выбранных мод и значений скорости ветра это отношение больше единицы, то есть многократное рассеяние шума и взаимная трансформация углового спектра акустических мод приводят к увеличению спектральной плотности шума. Также следует отметить, что влияние этих эффектов максимально для угловых гармоник, ориентированных перпендикулярно направлению ветра, и минимально для продольных гармоник. При скорости ветра $V = 10$ м/с результаты расчетов $N_n(\alpha)$ и $N_n^{(1)}(\alpha)$ различаются не более, чем на 30%. При сильном ветре ($V = 15$ м/с) многократное рассеяние приводит к существен-

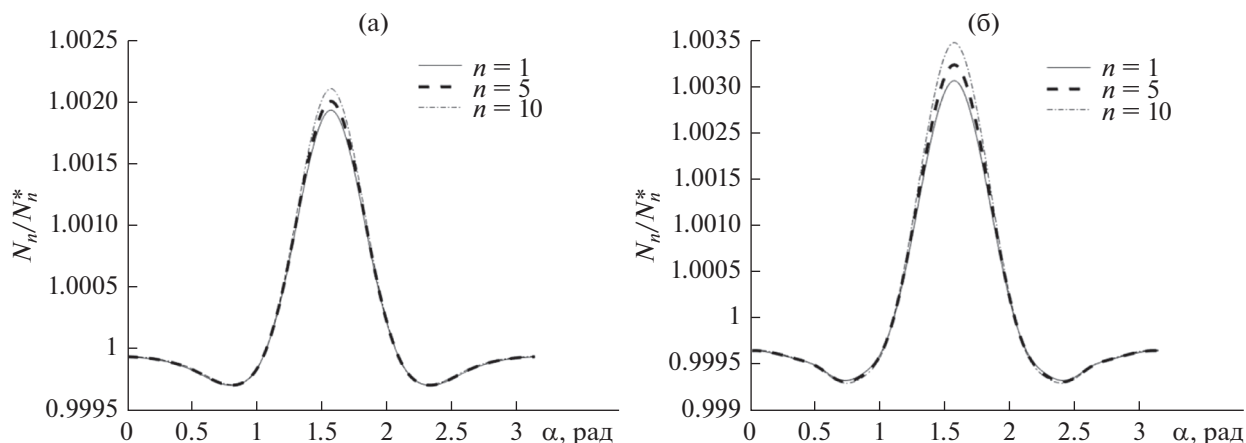


Рис. 1. Соотношение результатов численного моделирования приближенного уравнения переноса (N_n) и диффузионной краевой задачи (N_n^*) при скорости ветра (а) – $V = 10$ м/с и (б) – $V = 15$ м/с.

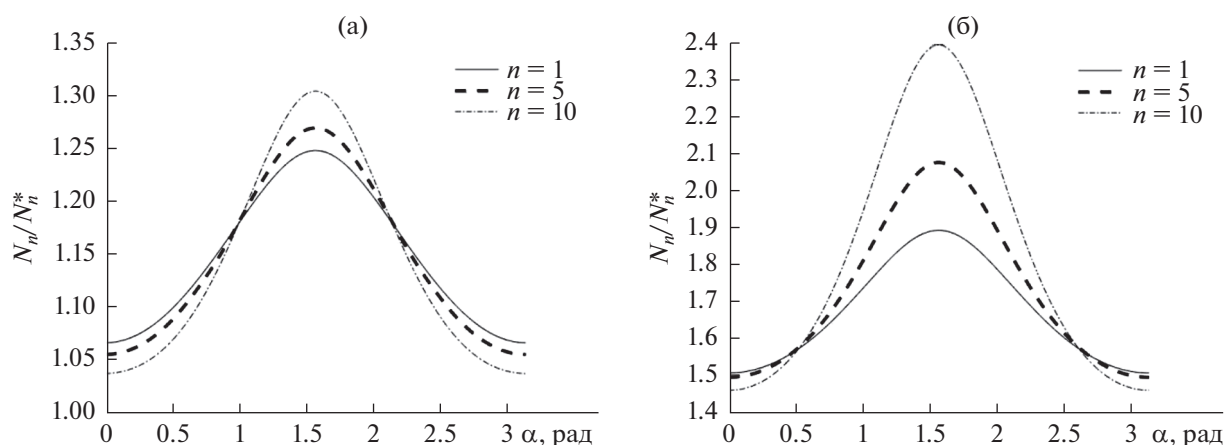


Рис. 2. Угловые спектры мод $N_n(\alpha)$, полученные путем численного моделирования уравнения переноса и нормированные на приближенное решение $N_n^{(1)}$ при скорости ветра (а) – $V = 10$ м/с и (б) – $V = 15$ м/с.

ному увеличению угловой анизотропии спектра и уровня шума (максимальный эффект при $\alpha \approx \pi/2$ превышает 3 дБ).

На основании этих и аналогичных расчетов можно сделать вывод общего характера: эффекты многократного рассеяния и взаимной трансформации мод увеличивают спектральную плотность шума в волноводе, а также степень анизотропии его углового спектра, причем величина этих эффектов монотонно растет с увеличением скорости ветра.

Наряду с приближенным решением (14) для уравнения переноса (1) можно получить аналитическое решение, которое уже учитывает эффекты многократного рассеяния и поэтому применимо в более широкой области параметров. Анализируя интегральное выражение (5) для вероятности

перехода $W_{mn}(\alpha)$ с учетом вида спектра ветрового волнения (10)–(12) нетрудно видеть, что его можно представить в виде:

$$W_{mn}(\alpha) = k_m^{-1} k_n^{-1} \left(\frac{d\varphi_m}{dz} \right)^2 \left(\frac{d\varphi_n}{dz} \right)^2 f \left[\frac{g|k_m - k_n|}{\omega_m^2}, \alpha \right]. \quad (15)$$

При этом функция безразмерной переменной $f(x, \alpha)$ для значений $x < 1$ плавно зависит от аргумента x . Таким образом, если для всех локализованных в волноводе мод выполняется условие $g|k_m - k_n| < \omega_m^2$, то зависимость функции f от k_m и k_n можно считать параметрической, а матрица $W_{mn}(\alpha)$ становится диадной (то есть ее элементы имеют вид $W_{mn}(\alpha) = \beta_m \beta_n$). В этом случае нетрудно получить аналитическое решение уравнения переноса (1) в виде:

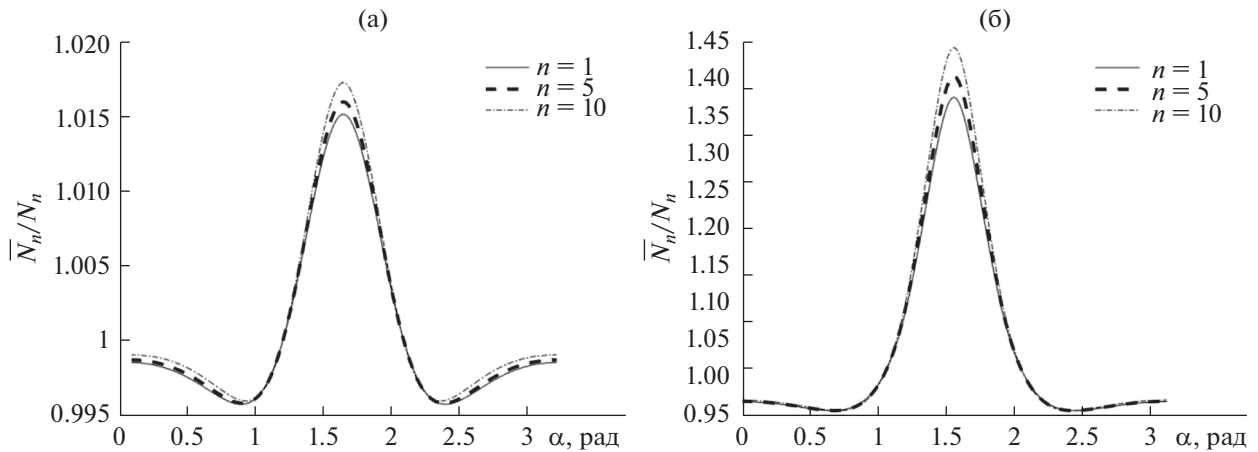


Рис. 3. Соотношение аналитического решения (\bar{N}_n) и данных численного моделирования уравнения переноса (N_n) при скорости ветра (а) – $V = 10$ м/с и (б) – $V = 15$ м/с.

$$\bar{N}_n(\alpha) = \gamma_n^{-1} \frac{\sum_m \gamma_m^{-1} W_{mn} Q_m}{1 - \sum_m \gamma_m^{-1} W_{mm}} + \gamma_n^{-1} Q_n. \quad (16)$$

$$I_n = \int_0^{2\pi} N_n(\alpha) d\alpha. \quad (17)$$

Из оценочных соображений следует, что для низкочастотного диапазона $f \leq 300$ Гц и типичных параметров мелкого моря аналитическое решение (16) должно удовлетворительно описывать угловые спектры океанического шума для умеренных значений скорости ветра $V \leq 10$ м/с. На рис. 3 приведены результаты расчетов углового спектра на основании аналитического решения $\bar{N}_n(\alpha)$, нормированного на результаты численного решения непосредственно уравнения переноса $N_n(\alpha)$. Видно, что при умеренной скорости $V = 10$ м/с аналитические результаты практически совпадают с результатами численного моделирования уравнения (1), а при скорости $V = 13$ м/с могут приводить к ошибкам до 1.5–2 дБ. Интересно отметить, что аналогичное сравнение результатов аналитического и численного решения уравнения переноса для модели изотропного волнения указывает на применимость приближенного решения (16) в широком диапазоне скоростей ветра $V \leq 20$ м/с.

Рассмотренные выше эффекты анизотропии горизонтального углового спектра представляют интерес для оценки эффективности приемных горизонтальных антенн. При приеме сигнала на вертикальную антенну (ненаправленную в горизонтальной плоскости) важно прогнозировать модовый спектр шумового поля. Эффекты многократного рассеяния влияют и на эту характеристику. В этом случае следует рассматривать интенсивность углового спектра, проинтегрированную по горизонтальному углу α :

Чтобы продемонстрировать влияние многократного рассеяния на интегральную интенсивность мод, на рис. 4 приведены результаты расчета I_n , нормированной на аналогичную величину $I_n^{(1)}$ – вычисленную согласно формулам (14), (17). Из результатов численного моделирования следует, что при умеренном волнении ($V = 10$ м/с) эффект незначителен, но при сильном волнении ($V = 15$ м/с) учет многократного рассеяния и взаимной трансформации энергии мод шумового

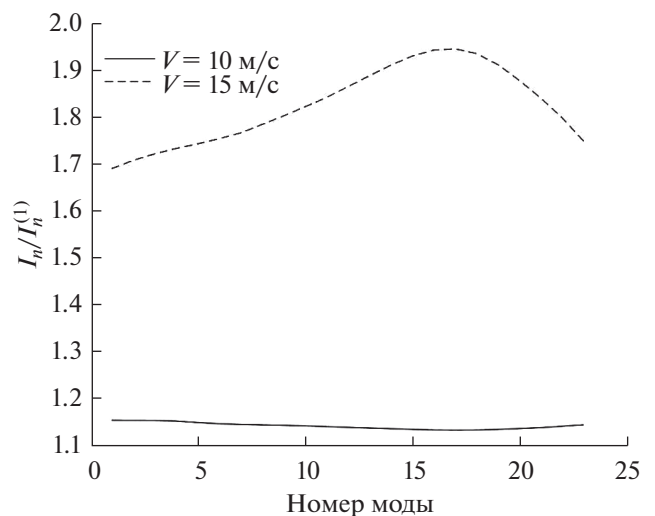


Рис. 4. Интегральные интенсивности мод шумового поля I_n в приближении многократного рассеяния, нормированные на результаты приближенного решения $I_n^{(1)}$ для двух скоростей ветра.

поля существенно меняет интегральную интенсивность мод и увеличивает общий уровень шума в волноводе.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе продолжено теоретическое исследование горизонтальной анизотропии шумов ветрового происхождения в плоскостных океанических волноводах, возникающей вследствие рассеяния шумового поля на ветровом волнении с эмпирическим частотно-угловым спектром. При этом получены следующие основные результаты:

1) Сформулировано уравнение переноса для описания акустических мод, генерируемых приповерхностными дипольными источниками, обобщающее уравнение, полученное ранее, и применимое в более широком диапазоне параметров. Оно отличается от уравнения, приведенного в [13], диффузионным оператором, описывающим диффузию горизонтального углового спектра шума. На основе качественных оценок и численного моделирования проведено сравнение решения этого уравнения и приведенного в [13]. Показано, что эти решения близки для скоростей ветра $V \sim 10\text{--}15$ м/с и частот шума $f > 100$ Гц (отличие не превышает нескольких процентов). Для низких частот шумового поля, либо $V < 10$ м/с, использование полученного ранее уравнения переноса может приводить к существенным ошибкам.

2) С помощью численного моделирования для условий Баренцева моря проанализирована применимость предложенного [13] приближенного решения уравнения переноса, которое не учитывает взаимную трансформацию угловых спектров акустических мод при их многократном рассеянии на ветровом волнении. Показано, что для сильного ветрового волнения учет этого эффекта существенно (на 2–3 дБ) увеличивает горизонтальную анизотропию динамического шума.

3) Получено аналитическое решение уравнения переноса, использующее диадный характер вероятности перехода между модами W_{mn} . Это решение учитывает межмодовую трансформацию угловых спектров и имеет более широкую область применимости, чем решение, представленное в [13]. Показано, что для умеренного волнения отличие результатов, полученных на основании этого аналитического решения, и результатов численного моделирования уравнения переноса не превышает нескольких процентов.

Данная работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 20-19-00383.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Курьянов Б. Ф. Подводные шумы океана / Акустика океана. Современное состояние. М.: Наука, 1982. С. 164–174.
2. Jensen F.B., Kuperman W.A., Porter M.B., Schmidt H. Computational ocean acoustics. New York, Dordrecht, Heidelberg, London: Springer. 2011.
3. Katsnelson B., Petnikov V., Lynch J. Fundamentals of shallow water acoustics. New York, Dordrecht, Heidelberg, London: Springer. 2012.
4. Cox H. Spatial correlation in arbitrary noise fields with application to ambient sea noise // J. Acoust. Soc. Am. 1973. V. 54. P. 1289–1301.
5. Kuperman W.A., Ingenito F. Spatial correlation of surface generated noise in a stratified ocean // J. Acoust. Soc. Am. 1980. V. 67. P. 1988–1996.
6. Carey W.M., Evans R.B., Davis J.A., Botseas G. Deep-ocean vertical noise directionality // IEEE J. Oceanic Eng. 1990. V. 15. P. 324–334.
7. Hurrison C.H. The ocean noise coherence matrix and its rank // J. Acoust. Soc. Am. 2018. V. 143. P. 1689–1697.
8. Хилько А.И., Смирнов И.П., Машошин А.И., Шафранюк А.В. Исследование когерентности акустических полей высокочастотных шумовых источников в случайно-неоднородном океане // Акуст. журн. 2018. Т. 64. № 2. С. 217–227.
9. Harrison C.H., Simons D.G. Geoacoustic inversion of ambient noise: A simple method // J. Acoust. Soc. Am. 2002. V. 112. P. 1377–1389.
10. Knobles D.P., Joshi S.M., Gaul R.D., Graber H.C., Williams N.J. Analysis of wind-driven ambient noise in a shallow water environment with a sandy seabed // J. Acoust. Soc. Am. 2008. V. 124. P. 157–162.
11. Fried S., Kuperman W.A., Sabra K.G., Roux P. Extracting the local Green's function on a horizontal array from ambient ocean noise // J. Acoust. Soc. Am. 2008. V. 124. P. 183–188.
12. Раевский М.А., Хилько А.И. О горизонтальной анизотропии динамических шумов в океанических волноводах // Акуст. журн. 2014. Т. 60. № 6. С. 633–637.
13. Завольский Н.А., Раевский М.А. Горизонтальная анизотропия динамических шумов в глубоком и мелком море // Акуст. журн. 2019. Т. 65. № 2. С. 197–202.
14. Бреховских Л.М., Лысанов Ю.П. Теоретические основы акустики океана. М.: Наука, 2007. 370 с.
15. Зайцев В.Ю., Раевский М.А. О трансформации пространственно-временного спектра волнового поля в волноводе со случайной границей // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1985. Т. 28. № 1. С. 65–75.
16. Горская Н.С., Раевский М.А. О многократном рассеянии низкочастотных акустических волн на поверхности волнении // Акуст. журн. 1986. Т. 32. № 2. С. 165–171.
17. Давидан И.Н., Лопатухин Л.И., Рожков В.А. Ветровое волнение в Мировом океане. Л.: Гидрометеоиздат, 1985. 256 с.
18. Mitsuyasu Hisashi, Tasai Fukuzo, Suhara Toshiro, Mizuno Shinjiro, Ohkusu Makoto, Honda Tadao, and Rikiishi Kunio. Observations of the power spectrum of ocean waves using a clover-leaf buoy // J. Phys. Oceanogr. 1980. V. 10. P. 286–296.

ПРОГНОЗ ЭФФЕКТИВНОЙ СКОРОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ АКУСТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ НА ОСНОВЕ МОДЕЛИ ЦИРКУЛЯЦИИ ОКЕАНА

© 2021 г. М. А. Сорокин^а, *, П. С. Петров^а, **, Д. Д. Каплуненко^а,
А. А. Голов^а, Ю. Н. Моргунов^а

^аФедеральное государственное бюджетное учреждение науки Тихоокеанский океанологический институт
им. В.И. Ильичева ДВО РАН, ул. Балтийская 43, Владивосток, 690041 Россия

*e-mail: mikhapilot@mail.ru

**e-mail: petrov@poi.dvo.ru

Поступила в редакцию 16.04.2021 г.

После доработки 01.06.2021 г.

Принята к публикации 10.06.2021 г.

Обсуждается возможность использования данных моделирования циркуляции океана для оперативного прогноза эффективных скоростей распространения импульсных акустических сигналов на шельфе и в глубоком океане. Определение и прогнозирование этих скоростей является критически важным для надежной работы систем акустической навигации и дальнометрии, однако протяженность трасс и требования к оперативности прогноза практически исключают использование в этих целях прямых измерений. На примере анализа экспериментальных данных, полученных на акустической трассе протяженностью около 200 км, показано, что гидрологический разрез, построенный вдоль этой трассы с использованием данных модели циркуляции океана NEMO, позволяет с достаточно высокой точностью рассчитать эффективные скорости распространения импульсных акустических сигналов от источника на шельфе в глубоководную часть Японского моря. Используемая нами методика расчета эффективных скоростей основана на адиабатической модовой теории распространения звука на шельфе, а также на том факте, что в глубоководной части трассы групповые скорости мод малых номеров лишь незначительно отличаются друг от друга.

Ключевые слова: шельф—глубокий океан, импульсный сигнал, времена прихода, групповые скорости, акустическая дальнометрия

DOI: 10.31857/S0320791921050087

ВВЕДЕНИЕ

Разработка систем акустической навигации и дальнометрии является одним из наиболее актуальных направлений развития акустики океана [1–3]. В случае гидроакустических навигационных систем большой дальности одна из ключевых проблем, с которой связана обеспечиваемая ими точность определения позиционирования, состоит в неоднородности и нерегулярности волновода, по которому акустический сигнал распространяется от источника к точке приема. Действительно, вариации параметров волновода вдоль трассы приводят к тому, что в различных его сечениях эффективная скорость распространения сигнала меняется, а неопределенность в значениях этих параметров затрудняет ее определение и усреднение вдоль акустической трассы [4–6]. Наиболее сложной задачей определения эффективных скоростей становится в случае, когда источник навигационных сигналов расположен на

шельфе, а их прием осуществляется в глубоком океане [5]. В этом случае при расчете эффективных скоростей необходимо дополнительно учитывать различие физических характеристик волноводов мелкого и глубокого моря, а также наличие переходной области между ними — континентального склона.

Тот факт, что характерные расстояния от источника до точки приема в задачах дальней акустической навигации составляют сотни километров [1, 3–5], а также необходимость оперативного прогнозирования эффективных скоростей, практически полностью исключают использование прямых измерений при их определении. Как будет показано ниже, даже в случае, когда непосредственно в момент проведения эксперимента на трассе выполнено несколько точечных гидрологических зондирований, необходимой информации о вариациях эффективной скорости вдоль трассы недостаточно. По этой причине для про-

гнозирования средней эффективной скорости должны использоваться либо системы глобального моделирования циркуляции океана (с ассимиляцией данных прямых измерений) [1, 3], либо базы данных многолетних гидрологических зондирований [6]. В данной работе мы демонстрируем пример успешного применения первой из упомянутых методик.

Мы рассматриваем эксперимент по распространению звука с шельфа (м. Шульца) в глубоководную часть Японского моря, выполненный в ТОИ ДВО РАН в 2017 г. В работе показано, что эффективные скорости для данного эксперимента могут быть рассчитаны с использованием данных о скорости звука, полученных из модели глобальной циркуляции океана NEMO. Оцененные по этим данным эффективные скорости позволяют рассчитать времена прихода отдельных компонент импульсного сигнала, соответствующих пикам на импульсной характеристике волновода, полученной в эксперименте. Под импульсной характеристикой волновода (ИХВ) в дальнейшем будем понимать импульсный отклик гидрофона на приходы акустической энергии, или модуль взаимной корреляционной функции излученного и принятого сигналов.

Заметим, что подобного рода оценки поля скорости звука, полученные с помощью модели НУСОМ, уже использовались в работах [1, 3] для оценок расстояния до источника путем сопоставления рассчитанной и определенной в эксперименте ИХВ. При этом, однако, как излучение, так и прием осуществлялись в глубоком океане, а волновод для моделирования ИХВ заменялся регулярным с помощью усреднения профилей скорости звука вдоль трассы. В нашем случае задача является значительно более сложной, поскольку рассматривается распространение с шельфа в глубокий океан, и простое повторение алгоритма, описанного в [1], в данном случае не даст сколь-нибудь полезных результатов.

Известно, что акустическая энергия в каждом конкретном сечении волновода переносится с групповыми скоростями модальных компонент импульсного акустического сигнала [4, 5, 7]. По данной причине в случае регулярного волновода времена прихода пиков импульсной характеристики будут строго соответствовать частному расстояния и этих групповых скоростей (например, рассчитанных для центральной частоты сигнала). В случае нерегулярного волновода (в особенности в сценарии “шельф–глубокий океан”) идентичность модальных компонент стирается по мере распространения из-за перераспределения акустической энергии между ними [7] (этот процесс обычно называется взаимодействием мод). Тем не менее, приведенные в настоящей работе качественные рассуждения и количественные оценки

показывают, что пики импульсной характеристики, которые получаются при приеме излученного на шельфе сигнала в глубоком океане, могут быть ассоциированы с усредненными по трассе групповыми скоростями мод малых номеров.

Данная работа посвящена уточненной оценке эффективных скоростей распространения импульсных сигналов (в сравнении с [1, 5]) и организована следующим образом. Во втором разделе мы приводим описание натурального эксперимента, анализу которого будет посвящена оставшаяся часть статьи. В третьем разделе рассмотрена модель волновода для данного эксперимента, построенная с помощью гидрологических данных, полученных из модели циркуляции океана NEMO [8]. Четвертый раздел посвящен описанию методики оценок эффективных скоростей (отдельные ее элементы были представлены в предшествующих наших работах [4, 9]) и ее качественному обоснованию. Наконец, в пятом разделе мы сопоставляем времена прихода, рассчитанные путем использования этих эффективных скоростей, с наблюдаемыми в эксперименте. Данное сопоставление показывает, что изложенная в работе методика в целом позволяет получить адекватное представление об импульсной характеристике рассматриваемого сложного волновода “шельф–глубокий океан”.

ЭКСПЕРИМЕНТ И ИМЕЮЩИЕСЯ ГИДРОЛОГИЧЕСКИЕ ДАННЫЕ

Обсуждаемый в настоящей работе эксперимент был реализован усилиями ТОИ ДВО РАН в сентябре 2017 г. на акустической трассе, представленной на рис. 1а. В 150 м от береговой черты на глубине 34 м был установлен на грунт широкополосный пьезокерамический излучатель, излучавший один раз в минуту сложные фазоманипулированные сигналы (М-последовательности длиной 1023 символа, 4 периода несущей частоты на символ) с центральной частотой 400 Гц. В дальнейшем такой излучатель мы будем называть источником навигационных сигналов (ИНС). Сигналы принимались в глубоководной части Японского моря в четырех точках трассы на удалениях около 68, 86, 90 и 198 км от источника.

В настоящей работе мы будем рассматривать только ИХВ, рассчитанные по записям сигналов, принятых в точках № 2 и 5, удаленных от ИНС на 68 и 198 км соответственно.

При проведении эксперимента было выполнено гидрологическое зондирование в пяти точках, одна из которых находится поблизости от точки излучения в мелководной части трассы, а остальные четыре – в точках приема сигналов. Поле скорости звука, представленное на рис. 2, было получено путем интерполяции данных с пяти

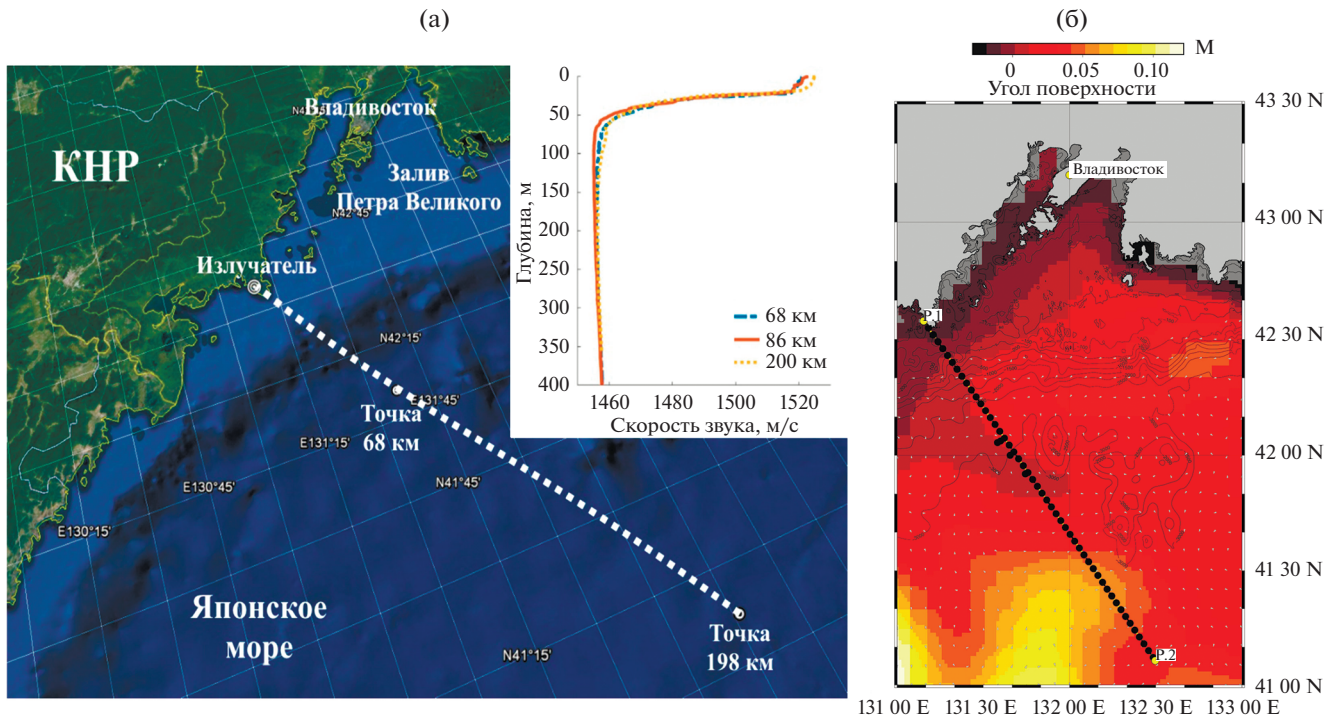


Рис. 1. (а) — Схема эксперимента (2017 г.) по распространению импульсных акустических сигналов от источника на шельфе в глубокий океан (также показаны профили скорости звука на акустической трассе), (б) — альтиметрия поверхности океана в районе эксперимента, полученная с помощью модели NEMO. Цветом представлены значения отклонения поверхности океана относительно геоида. Акустическая трасса представлена последовательностью черных маркеров.

вертикальных разрезов скорости звука (ВРСЗ) на вертикальную плоскость, содержащую акустическую трассу. К сожалению, как будет показано далее, поле скорости звука, показанное на рис. 2, не дает возможности адекватно предсказать эффективные скорости распространения сигналов вдоль рассматриваемой трассы в силу малого пространственного разрешения таких данных и, как следствие, невозможности учесть нерегулярность рассматриваемого волновода.

ПОЛЕ СКОРОСТИ ЗВУКА, ПОСТРОЕННОЕ С ПОМОЩЬЮ МОДЕЛИ NEMO

Как видно из рис. 2, точки зондирования весьма неравномерно распределены по трассе. Так, например, на последних 100 км поле скорости звука, по сути, получается линейной интерполяцией с двух ВРСЗ. Очевидно, что в этом случае между ними может находиться даже крупномасштабная неоднородность (например, синоптический вихрь), которая вовсе не найдет отражения в построенном поле. Влияние подобного рода неоднородностей описано, например, в [9–11]. Очевидно, что единственное зондирование, выполненное на шельфовом участке трассы, также не может дать полного представления об измен-

чивости скорости звука на всей его протяженности. С другой стороны, в реальных условиях функционирования систем акустической навигации можно рассчитывать на прямые измерения ВРСЗ разве что в точках излучения и приема. Таким образом, информация о поле скорости звука на трассе будет еще более скудной.

Наиболее перспективным источником оперативных прогнозов поля скорости звука на акватории, например, целого моря, в настоящее время, по-видимому, являются модели глобальной циркуляции океана. В настоящее время такие модели уже позволяют получать адекватные оценки ВРСЗ с шагом 1/12 градуса по широте и долготе для глобального масштаба [8], и такая точность позволяет обеспечить расстояние между узлами расчетной сетки не более 8 километров. При этом в них с высокой точностью воспроизводятся крупномасштабные неоднородности поля скорости звука, например, обусловленные наличием на рассматриваемой акватории синоптических вихрей [9]. Точность прогнозирования динамики различных гидрофизических полей, обеспечиваемая моделями глобальной циркуляции, сильно зависит от того, насколько они учитывают ассимилируемые в реальном времени данные натуральных измерений (например, данные спутниковой аль-

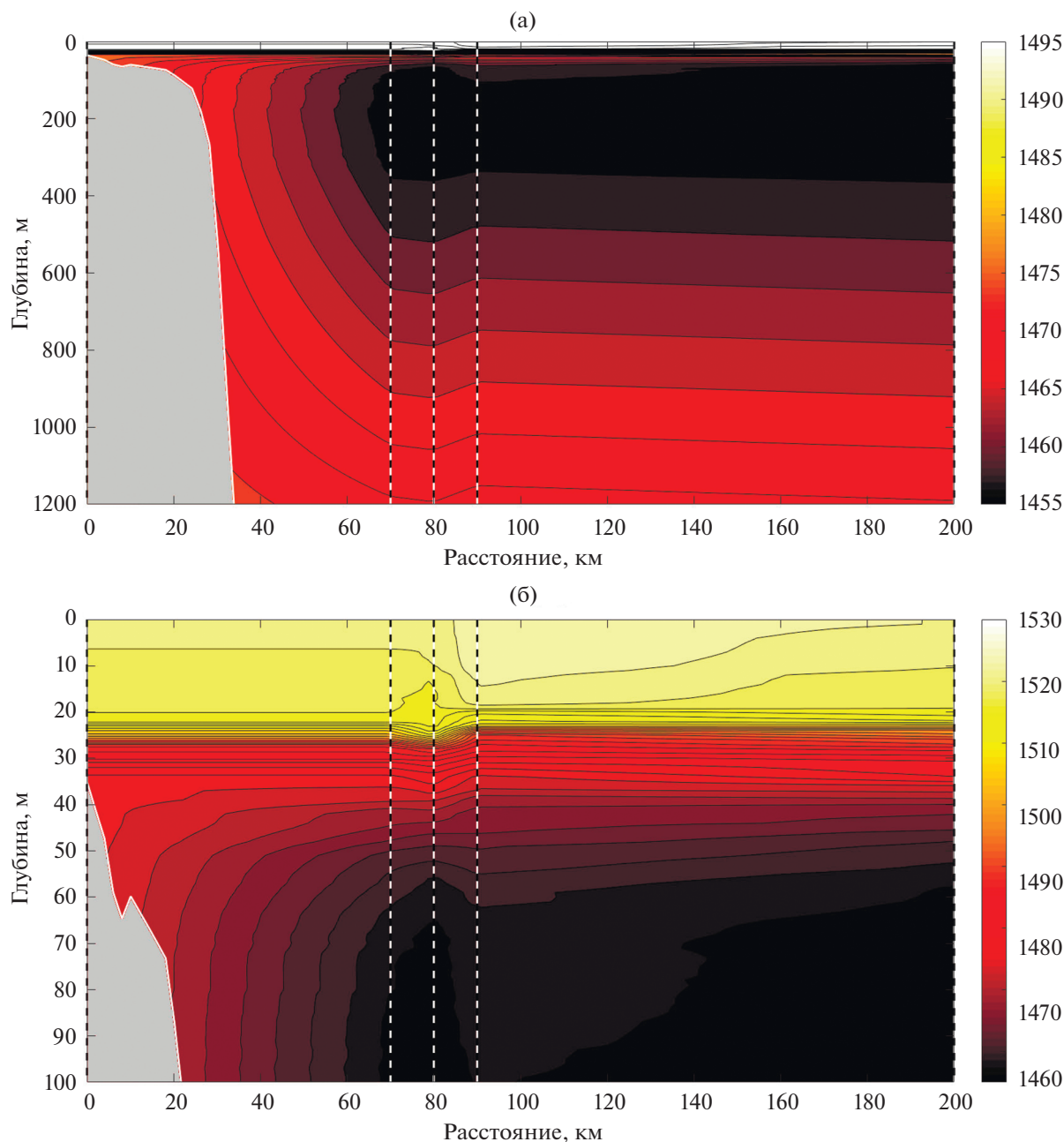


Рис. 2. Гидрологические данные, полученные в эксперименте. Пунктирными линиями обозначены точки, в которых проводились гидрологические измерения. (а) – Изображена глубоководная часть, (б) – мелководная.

симметрии и данные с дрейфующих буев-измерителей).

В настоящее время наиболее часто используемыми в задачах реанализа и прогнозирования состояния водной толщи глобальными моделями циркуляции океана являются HYCOM (Hybrid Coordinate Ocean Model) [12] и NEMO (Nucleus for European Modelling of the Ocean) [8, 13]. Обе эти модели основаны на численном решении уравнений Навье–Стокса, а их основное отличие заключается в структуре координатной сетки по

глубине (как следует из названия, сетка в модели HYCOM является гибридной и использует различные координаты в разных слоях водной толщи). Как было отмечено выше, авторы работ [1, 3] получали гидрологические данные из модели HYCOM, которой обычно пользуются государственные организации США. При выполнении настоящего исследования нами было отдано предпочтение модели NEMO, поскольку полученные с ее помощью оценки ВРСЗ лучше согла-

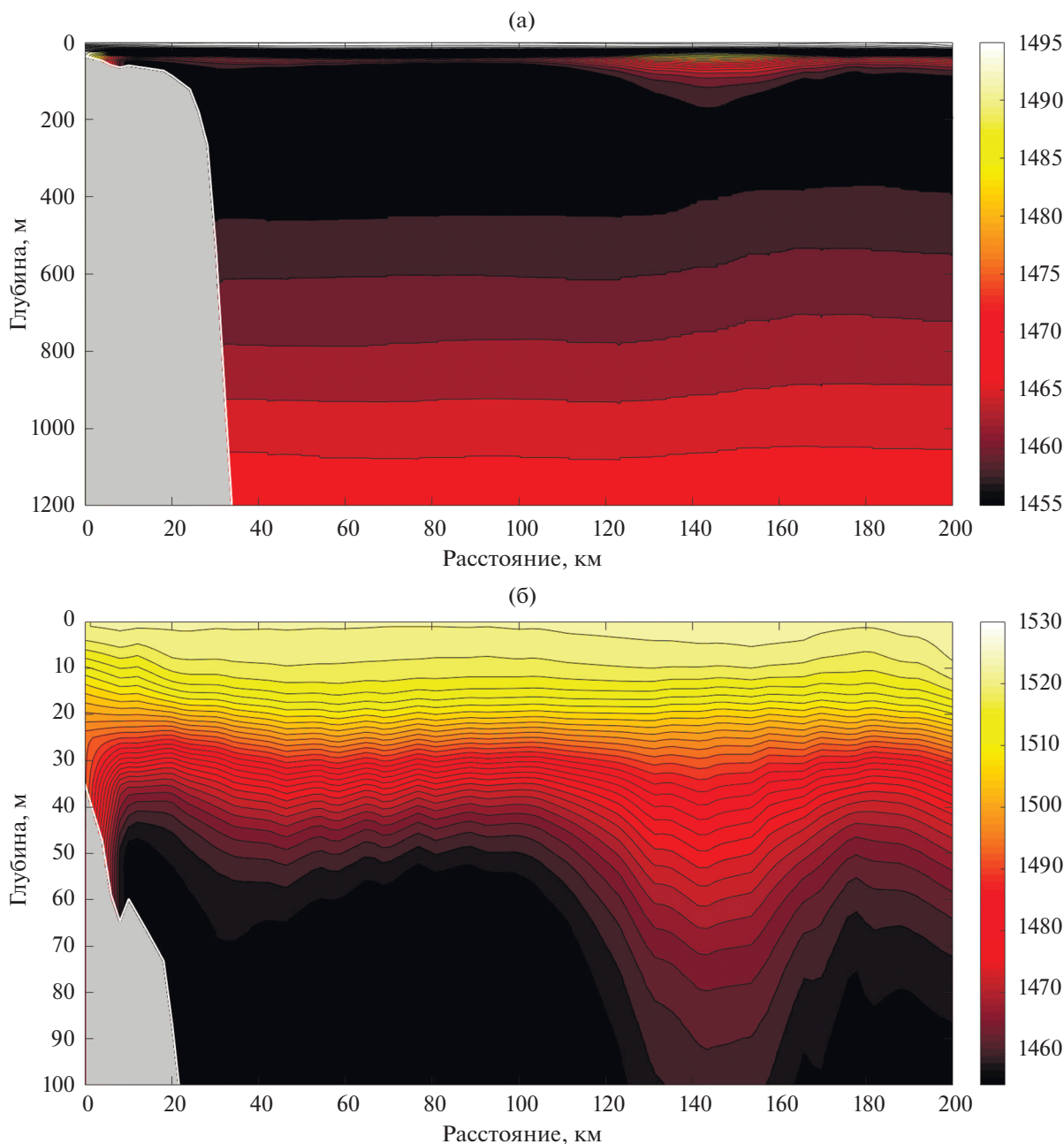


Рис. 3. Поле скорости звука вдоль экспериментальной трассы, представленной на рис. 1, полученное из модели NEMO. (а) – Изображена глубоководная часть, (б) – мелководная.

суются с имеющимися в нашем распоряжении данными натурных измерений.

Полученное из модели NEMO поле скорости звука в вертикальной плоскости, содержащей рассматриваемую трассу, представлено на рис. 3. Как видно из рис. 3, приблизительно в 140 км от начала трассы имеется крупномасштабная неоднородность поля скорости звука, приводящая к весьма характерному “разбеганию” его изолиний. По-видимому, в данном случае можно говорить о наличии синоптического вихря на отрезке

трассы от 120 до 160 км от ИНС. Очевидно, что этот вихрь не может быть обнаружен нами по имеющимся данным гидрологических зондирований. Альтиметрическая карта поверхности океана, также построенная при помощи модели NEMO (рис. 16), подтверждает это умозаключение. Очевидно, что как сам факт наличия данного вихря на трассе, так и его положение и параметры вряд ли могут быть установлены по среднемноголетним данным гидрологических измерений. Разумеется, это лишь один наиболее очевидный

пример уточнения информации о поле скорости звука на рассматриваемой трассе.

МЕТОДИКА ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНЫХ СКОРОСТЕЙ РАСПРОСТРАНЕНИЯ МОДАЛЬНЫХ КОМПОНЕНТ СИГНАЛА

Используя экспериментальные и модельные гидрологические данные (поля скорости звука в вертикальной плоскости, содержащей трассу), представленные на рис. 2 и 3, можно выполнить оценку эффективных скоростей распространения отдельных модальных компонент импульсных акустических сигналов по следующей методике (см. также [4, 5]).

Для j -ой модальной компоненты звукового поля распространение акустической энергии в горизонтальном направлении в данной точке трассы r происходит с групповой скоростью данной моды в данном поперечном сечении, которая может быть вычислена по формуле [7]:

$$v_j^g(f) = \frac{d\omega}{dk_j}.$$

Если известны модовые функции ϕ_j и волновые числа $k_j = k_j(r, \omega)$, то групповую скорость в данном сечении волновода можно рассчитать, используя соотношение:

$$\frac{1}{v_j^g(r)} = \frac{\omega}{k_j} \int_0^H \frac{(\phi_j(z))^2}{\rho(z)c^2(z)} dz.$$

Дистанция от источника до приемника вдоль геодезической R_{GPS} и время прихода j -ой модальной компоненты сигнала вдоль трассы t_j связаны следующим интегральным соотношением:

$$t_j = \int_0^{R_{GPS}} \frac{dr}{v_j^g(r)}. \quad (1)$$

Данная формула неудобна как для решения задач акустической дальнометрии (то есть для расчета R_{GPS}), так и для вычисления времен прихода t_j , поскольку искомая величина R_{GPS} находится в верхнем пределе интеграла. Для решения этих задач введем вспомогательную величину

$$v_{eff}(j, f) = \frac{R_{GPS}}{t_j} \quad (2)$$

— эффективную скорость распространения j -ой модальной компоненты. Для удобства ее вычисления разобьем трассу на n сегментов, каждый из которых составляет ε_i от ее длины, т.е. будет выполняться соотношение $(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \dots + \varepsilon_n) = 1$. Если на i -ом сегменте эффективная скорость равна

v_{eff}^i , то эффективная скорость на всей трассе может быть найдена по формуле:

$$v_{eff} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{\varepsilon_i}{v_{eff}^i}}. \quad (3)$$

Вернемся к вычислению эффективной скорости на i -м интервале. Пусть в его начальной ($r = r_i^1$) и конечной ($r = r_i^2$) точках известны профили скорости звука в воде и групповые скорости j -ой моды. Если вычислить интеграл (1) в пределах от r_i^1 до r_i^2 , считая изменение v_j^g на этом интервале линейным, то получим следующее значение эффективной скорости j -ой моды на данном интервале:

$$v_{eff}^i(j, f) = \frac{v_j^g(r_i^2) - v_j^g(r_i^1)}{\ln \left(\frac{v_j^g(r_i^2)}{v_j^g(r_i^1)} \right)}. \quad (4)$$

Стоит отметить, что данные оценки справедливы в предположении изменения групповых скоростей по линейному закону, что вполне корректно в силу большого пространственного разрешения данных оперативного прогноза циркуляции океана. При помощи двух последних формул можно вычислить эффективную скорость вдоль всей акустической трассы и получить теоретическую оценку времени прихода j -й моды, разделив R_{GPS} на полученное значение эффективной скорости:

$$\tau^{th} = \frac{R_{GPS}}{v_{eff}(j, f)}. \quad (5)$$

Заметим, что все приведенные в данном разделе формулы и рассуждения неявным образом предполагают, что модальные компоненты сигнала распространяются независимо друг от друга (то есть в предположении, что перераспределением акустической энергии между модами можно пренебречь). Разумеется, это предположение не является истинным для сложного нерегулярного волновода шельф-глубокий океан, с которым мы имеем дело в рассматриваемом эксперименте. Тем не менее, как будет видно из сопоставления значения τ^{th} и ИХВ, полученных в эксперименте, формулы (2)–(4) соответствуют пикам ИХВ, то есть временам прихода некоторых компонент, на которые разделяется сигнал в процессе распространения. Объяснению данного факта посвящен следующий раздел нашей работы.

Таблица 1. Групповые скорости первых 10 модальных компонент акустического сигнала, рассчитанные для отметок $r = 0$ км (источник), $r = 11.74$ км (середина шельфовой части волновода) и усредненные по мелководной части волновода.

Номер моды j	Групповая скорость, м/с									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$R = 11.74$ км	1455.6	1454.6	1455.0	1460.3	1467.0	1468.8	1458.4	1443.2	1427.2	1409.9
$R = [0...20]$ км	1456.0	1455.4	1455.1	1460.2	1464.3	1458.9	1452.7	1443.6	1427.4	1410.1

ОБОСНОВАНИЕ МЕТОДИКИ: ИЗМЕНЕНИЕ МОДОВОЙ СТРУКТУРЫ ПОЛЯ ВДОЛЬ ТРАССЫ

Акустический волновод, схема которого представлена на рис. 2, 3, можно условно разделить на три части, каждая из которых характеризуется различной физикой распространения акустических волн. Начальный – шельфовый – участок трассы имеет протяженность около 20 км. Глубина вдоль этого участка меняется от 35 до 120 м, углы наклона дна не превышают 1 градуса (средний угол наклона по всему участку составляет всего 0.2 градуса). По этой причине распространение звука на этом участке происходит почти адиабатически [7, 14], и лишь малая часть акустической энергии j -ой модальной компоненты сигнала, генерируемой источником, после прохождения этого участка окажется перераспределенной между другими модами. С другой стороны, на этом участке групповые скорости различных водных мод различаются достаточно сильно (см. табл. 1, где средние значения этой величины рассчитаны для всего мелководного участка и для некоторой точки, близкой к его середине). Так, например, разница в скоростях первой и десятой мод на центральной частоте импульсного сигнала составляет около 35 м/с, а первой и пятой – около 10 м/с (причем зависимость групповой скорости от номера моды не является монотонной).

Вторая (относительно короткая – не более 5 км) часть рассматриваемой трассы соответствует переходному волноводу континентального склона, который характеризуется углами наклона дна от 2 до 10 градусов. Глубина на этом участке меняется от 120 до 300 м, а акустическая энергия претерпевает быстрое перераспределение между модами (наши оценки показывают, что в обмене участвуют моды с номерами 1–20) [7, 14, 15]. Так, например, большая часть энергии первой моды (полученной при ее возбуждении источником) к концу этого участка оказывается распределенной между модами с номерами 5 и 6. Именно на этом участке происходит оползневый (по терминологии Тап-перта [16]) переход акустической энергии из придонного волновода мелкого моря в подводный звуковой канал (ПЗК) глубокого океана (во время проведения данного эксперимента ПЗК находился на глубине около 150 м). Таким образом, мож-

но ожидать, что после интенсивного взаимодействия мод на свале в ПЗК глубоководной части трассы попадают несколько отделенных друг от друга по времени компонент импульсного сигнала (ввиду того, что вдоль шельфа они переносились в основном теми же модами, которые изначально были возбуждены источником звука), каждая из которых соответствует уже не отдельной моде, а некоторому набору из первых двадцати мод ПЗК.

Третий – наиболее протяженный – участок трассы (удаления от 25 до 200 км от источника) характеризуется распространением звука в ПЗК глубокого океана. Как было отмечено ранее, при этом основная часть энергии переносится акустическими модами с номерами 1–20 (которым соответствуют бриллюэновские углы, не превышающие 5 градусов), причем групповые скорости этих мод очень слабо различаются между собой. Так, например, различия в скоростях 1 и 10 мод составляют всего 0.5 м/с. По этой причине попавшие в ПЗК компоненты сигнала при распространении по крайней мере на несколько сотен километров все еще будут отделены друг от друга приблизительно так же, как в момент выхода с континентального склона.

Заметим еще, что и ПЗК глубокого океана, вообще говоря, не является регулярным волноводом, и потому внутри каждой (многомодовой) компоненты сигнала энергия будет постоянно перераспределяться между модами, например, ввиду рассеяния на внутренних волнах [17] или прохождения через синоптические вихри [9–11].

Следует также отметить, что групповые скорости первых 15–20 мод ПЗК весьма близки значению скорости звука на его оси (см. работу [5], где представлено качественное и количественное обоснование этого факта). По этой причине для расчета эффективных скоростей в глубоководной части для всех компонент с достаточной для многих задач точностью можно брать скорости на оси ПЗК в данном сечении волновода.

ВРЕМЕНА ПРИХОДА КОМПОНЕНТ СИГНАЛА: СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ

Нашей целью в данном разделе является сопоставление импульсной характеристики волново-

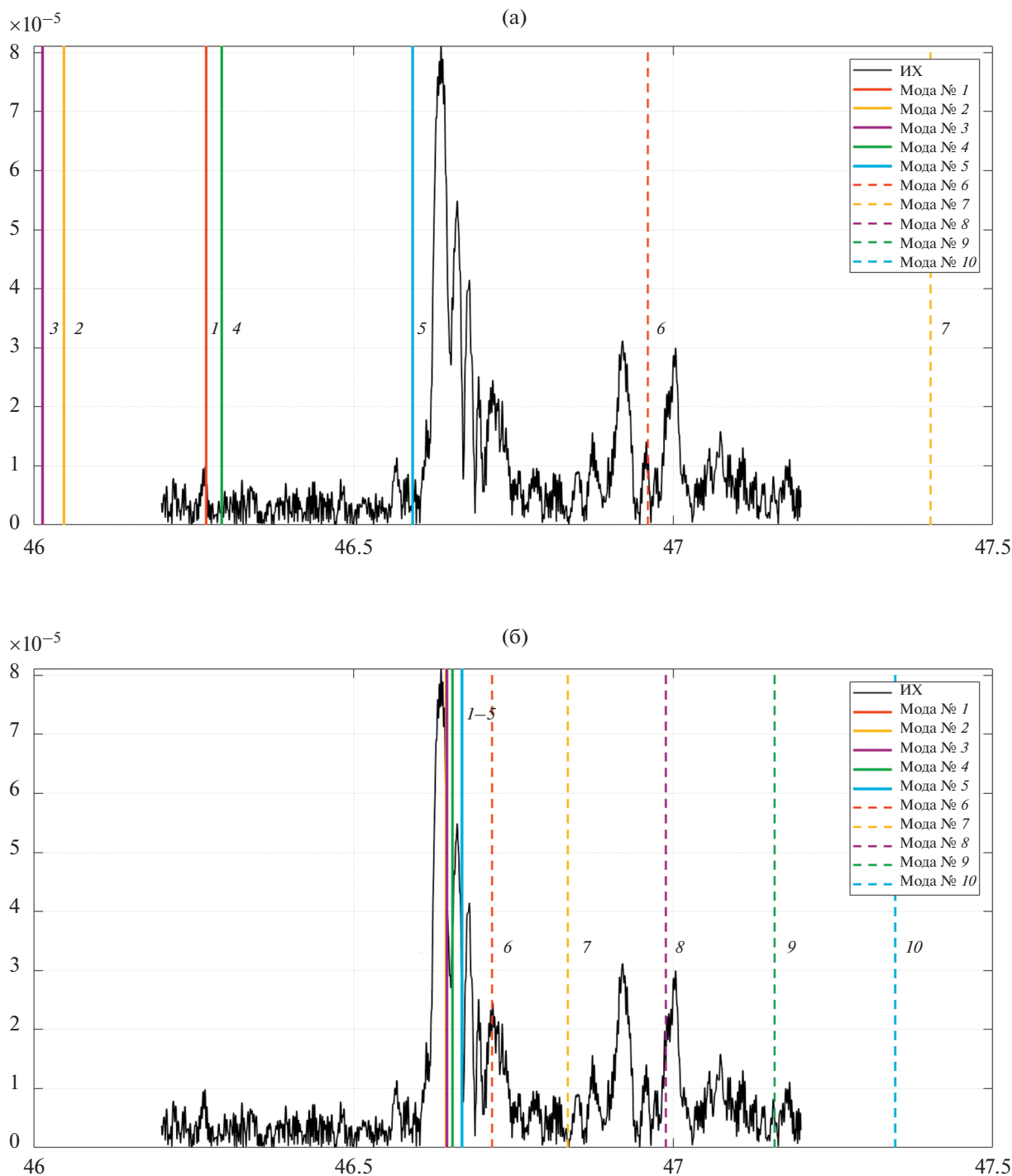


Рис. 4. Импульсная характеристика волновода, полученная в эксперименте, и времена прихода (вертикальные линии с номерами), соответствующие групповым скоростям различных мод, усредненным по трассе от ИНС до точки 68 км, рассчитанным с использованием (а) — данных натуральных гидрологических зондирований и (б) — данных прогноза модели NEMO.

да, определенной в эксперименте, с оценками времен прихода отдельных компонент сигнала, выполненных по формуле (5) на рассматриваемой трассе. Результаты такого сравнения представлены на

рис. 4 и 5 для точек приема на расстояниях 68 и 198 км от источника соответственно (график с рис. 4 для поля скорости звука, построенного по модели NEMO, на рис. 6 показан более подробно).

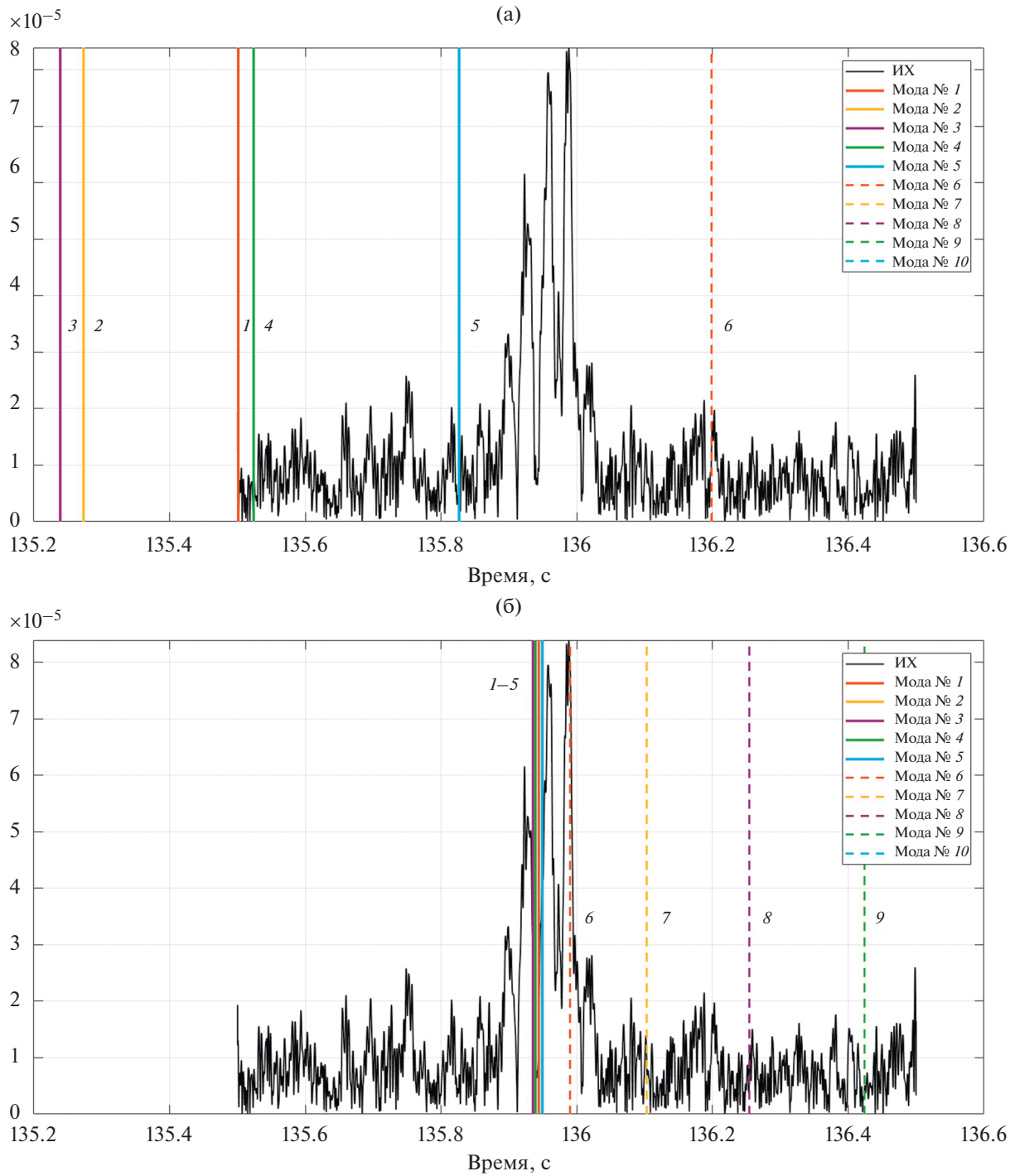


Рис. 5. Импульсная характеристика волновода, полученная в эксперименте, и времена прихода (вертикальные линии с номерами), соответствующие групповым скоростям различных мод, усредненным по всей трассе (от ИНС до точки 198 км), рассчитанным с использованием (а) — данных натуральных гидрологических зондирований и (б) — данных прогноза модели NEMO.

Видно, что для обеих точек приема групповые скорости, рассчитанные с использованием гидрологического разреза из модели NEMO, обеспечивают существенно лучшее согласие структур приходов с наблюдаемыми в эксперименте.

В обеих точках времена прихода, рассчитанные по групповым скоростям 1–6 мод образуют плотную группу, которую можно связать с центральным пиком ИХВ. Как видно из рис. 4, соответствующего точке приема, удаленной на 68 км от

Таблица 2. Групповые скорости первых 20 модальных компонент акустического сигнала, рассчитанные для отметки $r = 123.07$ км (середина глубоководной части волновода) и усредненные по глубоководной части волновода.

Номер моды j	Групповая скорость, м/с									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$R = 123.07$ км	1455.4	1455.6	1455.6	1455.6	1455.5	1455.4	1455.4	1455.4	1455.4	1455.4
$R = [50...200]$ км	1455.2	1455.3	1455.4	1455.4	1455.5	1455.6	1455.6	1455.6	1455.6	1455.7
Номер моды j	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$R = 123.07$ км	1455.4	1455.4	1455.5	1455.6	1455.6	1455.7	1455.8	1455.9	1455.9	1460.0
$R = [50...200]$ км	1455.7	1455.8	1455.8	1455.9	1455.9	1456.0	1456.1	1456.2	1456.3	1456.4

источника, компоненты мод 7–10 соответствуют нескольким поздним приходам малой интенсивности, следующим за основными пиками. На расстоянии 198 км (рис. 5) от источника эти приходы уже теряются на фоне шумов, однако структура группы основных пиков ИХВ остается той же, что и для точки приема, удаленной от источника на 68 км.

В целом отметим, что поле скорости звука, построенное по модельным данным, позволяет адекватно предсказать структуру приходов в импульсной характеристике принимаемого сигнала (как абсолютные значения времен, так и их разделение во времени друг относительно друга).

Как видно из рис. 4а и 5а, интерполяция разрозненных данных натуральных гидрологических зондирований на всю трассу не позволяет спрогнозировать ни правильную структуру приходов, ни абсолютные значения соответствующих времен. В этом случае компоненты, соответствующие мелководным модам 1–5, не формируют единой группы и оказываются распределенными по достаточно большому временному интервалу. В силу этого не представляется возможным ассоциировать какие-либо пики импульсной характеристики с акустическими модами, поскольку имеющиеся погрешности порядка 100 миллисекунд не позволяют однозначно отождествить гео-

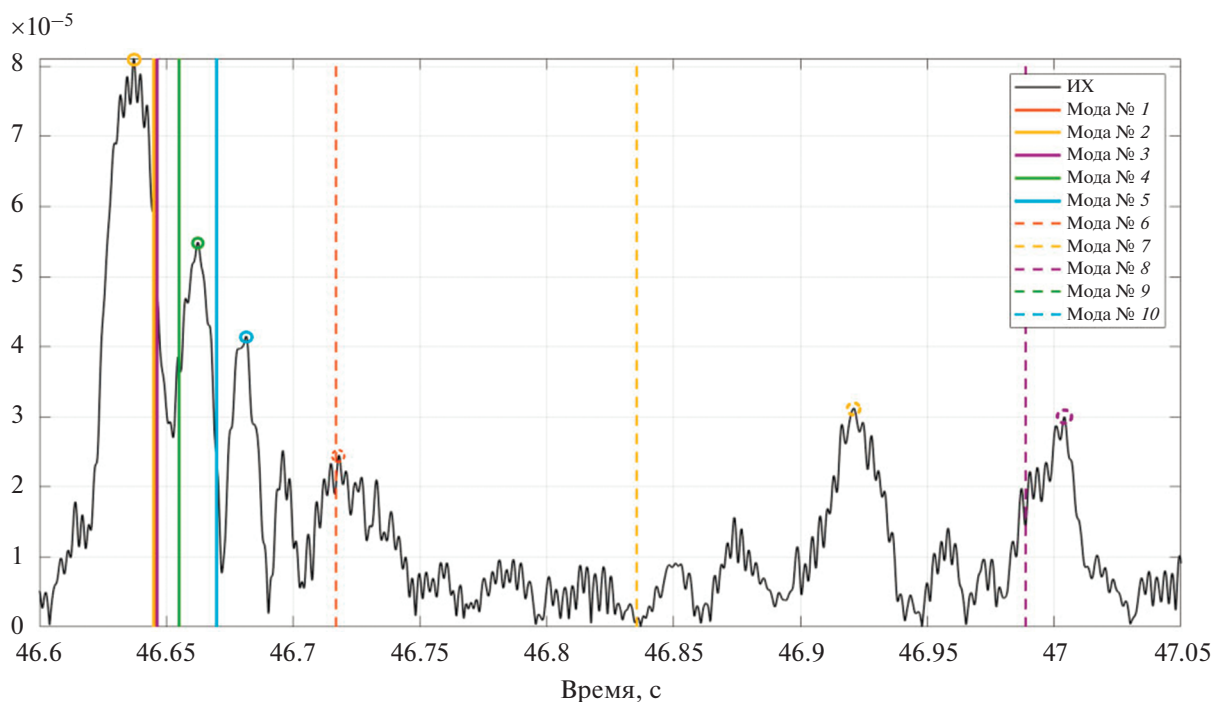


Рис. 6. Импульсная характеристика волновода и групповые скорости различных мод, усредненные по трассе от ИНС до точки 68 км, рассчитанные при помощи данных прогноза модели NEMO (см. рис. 3). Пунктирными кругами обозначены пики ИХВ, ассоциированные с модальной компонентой того же цвета.

Таблица 3. Усредненные по трассе групповые скорости первых 8 модальных компонент сигнала для точки приема (расчет выполнен по формулам (3) и (4)), удаленной на 68 км от излучателя, и эффективные скорости отдельных компонент сигнала в эксперименте, рассчитанные по пикам ИХВ

Номера мод j (групп мод)	1–3	4	5	6	7	8
V_{imp} , м/с	1457.5	1456.5	1456.1	1455.0	1448.7	1446.1
V_{gr} , м/с	1457.3	1456.9	1456.5	1455.0	1451.4	1446.6

Таблица 4. Разность времен прихода 8 компонент сигнала, теоретически рассчитанных по формуле (5), и времен прихода соответствующих ближайшим к ним пикам ИХВ

Номера мод j (групп мод)	1–3	4	5	6	7	8
Разность τ , мс	8	7	12	1	86	15

ретически рассчитанные времена прихода с теми или иными приходами акустической энергии.

Рассмотрим теперь более подробно график, показанный на рис. 4б (см. также рис. 6). Как видно, теоретические времена прихода (5), рассчитанные по усредненным по трассе групповым скоростям отдельных мод (формулы (3)–(4)), можно ассоциировать с отдельными пиками импульсной характеристики, которые выделены на графике пунктирными кругами, при этом их цвет соответствует цветам ассоциируемых с ними пиков модальных компонент. Сравнение усредненных по трассе групповых скоростей и эффективных скоростей отдельных компонент сигнала, полученных по временам прихода, соответствующих пикам ИХВ, приведено в табл. 3. Разности между теоретически рассчитанными временами прихода модальных компонент сигнала и координатами ближайших пиков импульсной характеристики приведены в табл. 4. Видно, что теоретически рассчитанные групповые скорости модальных компонент хорошо согласуются с ассоциированными с ними пиками экспериментальной ИХВ, и среднее расхождение между ними составляет около 21 миллисекунды. При этом ширина автокорреляционной функции использованных в эксперименте M -последовательностей составляет 10 миллисекунд, и, таким образом, разделение пиков ИХВ, отстоящих друг от друга на половину этой величины, уже не представляется возможным даже теоретически. Следовательно, можно заключить, что теоретические оценки времен прихода отдельных компонент сигнала, выполненные путем усреднения групповых скоростей отдельных мод по трассе, достаточно хорошо согласуются с пиками ИХВ, наблюдаемыми в эксперименте (расхождения сопоставимы с погрешностью используемой методики).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе обсуждается распространение импульсных акустических сигналов, излучаемых источником на шельфе и принимаемых в ПЗК глубокого океана. Показано, что в процессе распространения сигнал разделяется на несколько отдельных компонент, которые в мелководной части трассы соответствуют модам, возбуждаемым источником. В ПЗК глубокого океана все эти компоненты (в результате интенсивного взаимодействия мод на континентальном склоне) уже оказываются составленными из некоторого набора мод с номерами 1–20. При этом различия между групповыми скоростями 1–20 мод в ПЗК на 1–2 порядка меньше, чем различия между групповыми скоростями 1–10 мод на шельфе. Следовательно, при распространении еще как минимум на несколько сотен километров в волноводе глубокого океана сигнал будет состоять из компонент, относительные задержки которых соответствуют относительным задержкам модальных компонент сигнала на выходе с шельфового участка трассы. Данное рассуждение обосновывает использование формул (3) и (4) для расчета эффективных скоростей распространения отдельных компонент импульсного сигнала в волноводе шельф–глубокий океан. Хотя эти формулы изначально подразумевают адиабатический характер распространения, оказывается, что они применимы и для трассы, на которой имеется относительно короткий участок с сильным взаимодействием мод. Необходимо, однако, еще раз подчеркнуть, что в нашем случае компоненты, времена прихода которых определяются по этим формулам, уже оказываются состоящими из многих мод (распространяющихся в ПЗК с близкими групповыми скоростями).

Насколько нам известно, в настоящей работе адекватные оценки эффективных скоростей распространения сигналов с шельфа в глубокий океан впервые выполнены с использованием поля скорости звука, полученного из модели глобальной циркуляции океана (нами использована модель NEMO). Заметим, что в недавних работах [1] американскими коллегами в аналогичных целях были использованы данные из модели NUCOM, однако в их случае и излучение, и прием навигационных сигналов осуществлялось в волноводе глубокого океана, который в рамках требуемой

точности можно было даже считать регулярным (что на практике было реализовано усреднением ВРСЗ вдоль трассы). В этом смысле наш положительный опыт является обобщением опыта авторов [1] на более сложный сценарий распространения.

Нам представляется, что именно модели глобальной циркуляции океана, которые в последние годы обнаруживают значительный прогресс в возможностях предсказания качественного поведения и количественных характеристик океанской среды, являются наиболее перспективным источником данных для оперативного прогнозирования эффективных скоростей распространения сигналов, необходимых для решения задач акустической дальнометрии и акустической навигации.

В заключение отметим, что множественность пиков ИХВ обычно считается одной из основных сложностей, возникающих при решении задач акустической дальнометрии и акустической навигации. Действительно, при алгоритмизации процедуры определения дальности до источника желательным явным образом указать, по какому именно пику ИХВ следует фиксировать время прихода. Описанная нами методика определения эффективных скоростей может упростить задачу сопоставления теоретически рассчитанных времен прихода данным пикам.

Данная работа выполнена в рамках тем гос. задания ТОИ ДВО РАН (регистрационные номера АААА-А17-117030110034-7 и АААА-А20-120031890011-8).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Wu M., Barmin M., Andrew R., Weichman P., White A., Lavelly E., Dzieciuch M., Mercer J., Worcester P., Ritzwoller M.* Deep water acoustic range estimation based on an ocean general circulation model: Application to PhilSea10 data // *J. Acoust. Soc. Am.* 2019. V. 146. P. 4754–4773.
2. *Моргунов Ю.Н., Голов А.А., Каменев С.И., Матвиенко Ю.В.* Средства и методы гидролого-акустического обеспечения высокоточного позиционирования подводных объектов на больших дальностях // *Акуст. журн.* 2019. Т. 65. № 6. С. 793–798.
3. *Mikhalevsky P., Sperry B., Woolfe K., Dzieciuch M., Worcester P.* Deep ocean long range underwater navigation // *J. Acoust. Soc. Am.* 2020. V. 147. P. 2365–2382.
4. *Петров П.С., Голов А.А., Безответных В.В., Буренин А.В., Козицкий С.Б., Сорокин М.А., Моргунов Ю.Н.* Экспериментальное и теоретическое исследование времен прихода и эффективных скоростей при дальнем распространения импульсных акустических сигналов вдоль кромки шельфа в мелком море // *Акуст. журн.* 2020. Т. 66. № 1. С. 20–33.
5. *Моргунов Ю.Н., Голов А.А., Буренин А.В., Петров П.С.* Исследование пространственно-временной структуры акустического поля, формируемого в глубоком море источником широкополосных импульсных сигналов, расположенным на шельфе Японского моря // *Акуст. журн.* 2019. Т. 65. № 5. С. 641–649.
6. *Моргунов Ю.Н., Голов А.А., Лучин В.А., Дубина В.А.* Методология применения океанологических данных для высокоточной обсервации подводных объектов на большой дальности // *Подводные исследования и робототехника.* 2018. № 2(26). С. 49–54.
7. *Jensen F., Kuperman W., Porter M., Schmidt H.* *Computational ocean acoustics* // Springer, New-York et al., 2011. 772 p.
8. *Madec G.* NEMO ocean engine. Note du Pole de modélisation Version 3.6 27 // Institut Pierre-Simon Laplace (IPSL), France. 2016. P. 1288–1619.
9. *Сорокин М.А., Петров П.С., Каплуненко Д.Д., Степанов Д.В., Моргунов Ю.Н.* Исследование влияния синоптических вихрей на точность решения задач акустической дальнометрии // *Подводные исследования и робототехника.* 2020. № 4(34). С. 53–60.
10. *Буренин А.В., Акуличев В.А., Моргунов Ю.Н., Лобанов В.Б., Ладыченко С.Ю.* Особенности распространения импульсных псевдослучайных сигналов из шельфа в глубокое море при наличии на акустической трассе вихревого образования // *Докл. Акад. наук.* 2017. Т. 475. № 5. С. 584–587.
11. *Макаров Д.В., Коньков Л.Е., Петров П.С.* Влияние океанических синоптических вихрей на длительность модовых акустических импульсов // *Изв. ВУЗов. Радиофизика.* 2016. Т. 59. № 7. С. 638–654.
12. *Bleck R.* An oceanic general circulation model framed in hybrid isopycnic-Cartesian coordinates // *Ocean Modelling.* 2002. V. 4. № 1. P. 55–88.
13. *Madec G., Imbard M.* A global ocean mesh to overcome the north pole singularity // *Climate Dynamics.* 1996. V. 12. P. 381–388.
14. *Katsnelson B.G., Petnikov V.G., Lynch J.F.* *Fundamentals of Shallow Water Acoustics.* Springer Science & Business Media, 2012.
15. *Гулин О.Э.* К расчетам низкочастотных акустических полей в нерегулярных волноводах при наличии сильного обратного рассеяния // *Акуст. журн.* 2008. Т. 54. № 4. С. 575–586.
16. *Tappert F.D., Spiesberger J.L., Wolfson M.A.* Study of a novel range-dependent propagation effect with application to the axial injection of signals from the Kaneohe source // *J. Acoust. Soc. Am.* 2002. V. 111. P. 757–762.
17. *Makarov D.V., Kon'kov L.E., Uleysky M.Yu., Petrov P.S.* Wave chaos in a randomly inhomogeneous waveguide: Spectral analysis of the finite-range evolution operator // *Phys. Rev. E.* 2013. V. 87. № 1. P. 012911.

КОМПЛЕКС ПРОГРАММ ДЛЯ РАСЧЕТА АКУСТИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ В МЕЛКОМ МОРЕ НА ОСНОВЕ МЕТОДА ШИРОКОУГОЛЬНЫХ МОДОВЫХ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

© 2021 г. А. Г. Тыщенко^а, *, О. С. Заикин^б, М. А. Сорокин^а, П. С. Петров^а, **

^аФедеральное государственное бюджетное учреждение науки Тихоокеанский океанологический институт им. В.И. Ильичева ДВО РАН, ул. Балтийская 43, Владивосток, 690041 Россия

^бФедеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт динамики систем и теории управления им. В.М. Матросова СО РАН, ул. Лермонтова 134, Иркутск, 664033 Россия

*e-mail: ggoldenfeniks@gmail.com

**e-mail: petrov@poi.dvo.ru

Поступила в редакцию 22.04.2021 г.

После доработки 09.06.2021 г.

Принята к публикации 10.06.2021 г.

Представлено описание комплекса прикладных программ для расчета звуковых полей в трехмерных волноводах мелкого моря общего вида. Данный комплекс программ представляет собой реализацию алгоритма численного решения широкоугольных модовых параболических уравнений на языке C++. При выполнении расчетов пользователь может задавать поле скорости звука, рельеф дна и структуру его слоев, используя конфигурационные файлы. Результатом работы программного комплекса являются один или несколько горизонтальных разрезов поля акустического давления на заданных горизонтах. Одним из основных достоинств реализованной методики расчета трехмерных звуковых полей является ее высокая вычислительная эффективность. Разработанный программный комплекс размещен в свободном доступе в сети Интернет и может представлять интерес для широкого круга специалистов по акустике океана, занимающихся моделированием распространения звука при решении различных прикладных задач.

Ключевые слова: модовые параболические уравнения, акустика мелкого моря, широкоугольные параболические уравнения, граничные условия прозрачности, программный комплекс

DOI: 10.31857/S0320791921050117

ВВЕДЕНИЕ

Комплексы прикладных программ для расчета звуковых полей в океане в последние годы стали одним из важнейших инструментов в рабочем арсенале специалистов по подводной акустике. Они незаменимы при анализе, интерпретации и обобщении результатов натурных измерений, поскольку позволяют перейти от значений тех или иных величин в нескольких точках, где непосредственно расположены приемники, к соответствующим физическим полям, т.е. к информации о распределении значений этих величин по всей рассматриваемой акватории.

В настоящее время в литературе представлены несколько групп методов расчета трехмерных звуковых полей, среди которых можно отметить геометроакустические (лучевые) методы [1, 2], теорию гауссовых пучков [3] и метод параболического уравнения [4, 5]. Прикладные программы, основанные на методах из первых двух групп, представлены в сети Интернет [6], однако их при-

менение в случае трехмерных волноводов мелкого моря с неоднородной батиметрией и гидрологией затруднено нетривиальным поведением семейства выходящих из источника лучевых траекторий [1].

Несмотря на то, что программные реализации методов численного решения трехмерных параболических уравнений в задачах акустики океана параллельно разрабатываются сразу несколькими научными группами в разных странах (например, см. [4, 5]), по-видимому, ни одна из этих реализаций (по крайней мере в их наиболее современной форме) в настоящее время не является общедоступной.

Настоящая работа представляет собой описание комплекса программ AMPLE, предназначенного для решения задач расчета акустических полей в волноводах мелкого моря весьма общего вида [7], разработанного в ТОИ ДВО РАН и основанного на численном решении широкоугольных модовых параболических уравнений (ШМПУ) [8, 9].

Под задачей общего вида далее понимается задача, в которой рельеф дна задается произвольной кусочно-гладкой функцией общего вида $h = h(x, y)$ (например, заданной своими значениями на некоторой сетке (x_i, y_j)), поле скорости звука определяется набором вертикальных разрезов (ВРСЗ) в нескольких точках акватории $c = c(z, x_s, y_s)$ (все они считаются кусочно-гладкими функциями глубины z , например, тоже заданными на некоторой сетке), а параметры дна (скорость звука c_b , плотность ρ_b и поглощение β_b) имеют произвольные значения либо произвольным образом зависят от глубины z . Комплекс программ AMPLE [7] при этом позволяет выполнить расчет трехмерного поля акустического давления $p(x, y, z)$, формируемого точечным источником тонального акустического сигнала заданной частоты f . Расчет поля выполняется на заданной трехмерной сетке (x_n, y_m, z_k) . Мы полагаем, что любой комплекс программ, ориентированный на использование в практических задачах, должен обеспечивать данный функциональный минимум, который, разумеется, может быть и значительно расширен.

Заметим, что настоящая работа не является руководством по использованию комплекса программ, и потому в ней не рассматривается детально формат входных и выходных данных, а также процесс установки, компиляции и непосредственно запуска программы. Указанное руководство доступно для загрузки вместе с описываемым программным комплексом [7]. В работе также минимум внимания уделен описанию математической стороны вопроса (она подробно обсуждается в работах [8, 9]). Настоящее описание ориентировано в первую очередь на акустиков-практиков, и потому в нем рассматривается следующий круг вопросов. Во-первых, нами характеризуется класс практических задач, в которых может использоваться настоящий комплекс, и уточняются границы его применимости, обусловленные приближениями, в которых выполняется расчет поля. Во-вторых, рассматривается схема выполнения расчетов, распределение вычислительных задач между отдельными модулями программы, а также строение этих модулей. И, наконец, в-третьих, обсуждается методика тестирования как комплекса программ в целом, так и отдельных модулей, входящих в его состав.

Авторы полагают, что предложенная здесь схема описания дает читателю-практику исчерпывающее представление о том, соответствует ли разработанный комплекс программ его задачам, на какие результаты применения он может рассчитывать, и следует ли ему, таким образом, перейти к изучению руководства пользователя для выполнения конкретных расчетов. Данное описание может представлять интерес и для акустиков-тео-

ретиков, которые могут использовать разработанный нами комплекс программ для сопоставления с численными и аналитическими решениями задач акустики океана, полученными ими.

ШИРОКОУГОЛЬНЫЕ МОДОВЫЕ ПАРАБОЛИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ И ИХ ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ

В данном разделе мы приводим краткое описание методики решения модовых параболических уравнений, использованной в нашем комплексе программ. Заметим, что на настоящий момент реализовано только дробно-линейное приближение (аппроксимация Паде 1-1) для операторного квадратного корня. В настоящее время завершается разработка новой версии, в котором для решения ШМПУ будет использоваться метод SSP [10, 11] с произвольным порядком аппроксимации Паде для экспоненты операторного квадратного корня. Как следует из формул, приведенных в [9], выражения, по которым в маршевой схеме осуществляется пересчет от x_n к x_{n+1} , при этом практически не изменяются. Подробное описание всевозможных методов численного решения ШМПУ представлено в работе [9], и краткое описание ниже приведено лишь для формирования у читателя полной картины без необходимости обращаться к публикациям математического характера.

Поле акустического давления $p(x, y, z)$ (где z обозначает глубину, а x, y – координаты горизонтальной плоскости), создаваемое точечным источником в трехмерном волноводе мелкого моря, расположенным в точке $x = y = 0, z = z_s$ и имеющим частоту f , описывается трехмерным уравнением Гельмгольца [10, 12]

$$\left(\rho(z) \nabla \left(\frac{1}{\rho(z)} \nabla \right) + \frac{\omega^2}{c^2(z)} (1 + i\eta\beta)^2 \right) p(x, y, z) = -\delta(x) \delta(y) \delta(z - z_s), \quad (1)$$

где $\rho(z)$ – плотность среды, $c(z)$ – скорость звука, $\omega = 2\pi f$ – циклическая частота, β – коэффициент поглощения, $\eta = \frac{1}{40\pi \log_{10} e}$. Решение такого уравнения в адиабатическом приближении может быть представлено в виде модового разложения [10, 12]

$$p(x, y, z) = \sum_{j=1}^J A_j(x, y) \phi_j(z, x, y), \quad (2)$$

где $A_j(x, y)$ – модовые амплитуды, удовлетворяющие уравнениям горизонтальной рефракции [8, 10]

$$\frac{\partial^2 A_j(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_j(x, y)}{\partial y^2} + k_j^2(x, y) A_j(x, y) = -\varphi_j(z, 0, 0) \delta(x) \delta(y), \quad (3)$$

$\varphi_j(z, x, y)$ – модовые функции, а $k_j(x, y)$ – соответствующие им волновые числа, которые могут быть получены из решения акустической спектральной задачи [10].

Уравнение (3) может быть преобразовано в широкоугольное модовое параболическое уравнение

$$\frac{\mathcal{A}_j(x, y)}{\partial x} = ik_{j,0} \frac{\alpha_0 + \alpha_1 L_j(x, y)}{1 + cL_j(x, y)} \mathcal{A}_j(x, y), \quad (4)$$

$$A_j(x, y) = e^{ik_{j,0}x} \mathcal{A}_j(x, y), \quad (5)$$

$$k_{j,0} L_j(x, y) = \partial_y^2 + k_j^2(x, y) - k_{j,0}^2, \quad (6)$$

где $k_{j,0}$ – опорное волновое значение, $\alpha_0 = a - 1$, $\alpha_1 = b - c$, a, b, c – коэффициенты дробно-линейной аппроксимации оператора квадратного корня [10]

$$\sqrt{1 + L_j(x, y)} \approx \frac{a + bL_j(x, y)}{1 + cL_j(x, y)}. \quad (7)$$

Решение уравнения (4) производится с использованием численной схемы, основанной на стандартном методе Крэнка–Николсон, на равномерной прямоугольной сетке

$$x_n = n\Delta x, \quad n = \overline{0, N}, \quad y_m = y_0 + m\Delta y, \quad (8)$$

$$m = \overline{0, M}, \quad k_j^{n,m} = k_j(x_n, y_m).$$

Результат решения при этом представляет собой двумерный массив значений $\mathcal{A}_j^{n,m} \approx \mathcal{A}_j(x_n, y_m)$.

Решение ШМПУ всегда рассматривается в неограниченной в направлении y области, что приводит к необходимости искусственного ограничения расчетной области. Чтобы в таком случае эмулировать распространение звука в неограниченной области, были использованы дискретные граничные условия прозрачности, изначально разработанные для “вертикальных” параболических уравнений [13]. Условия устанавливаются на левой и правой границах области при $y = y_0$ и $y = y_M$. При использовании таких граничных условий необходимо дополнительное упрощающее предположение о том, что волновые числа k_j на обеих границах области не зависят от продольной (эволюционной) переменной x , то есть

$$k_j^{n,0} = k_j^0 = k_j(0, y_0),$$

$$k_j^{n,M} = k_j^M = k_j(0, y_M),$$

$$\forall n = \overline{0, N}.$$

В завершение данного раздела еще раз отметим, что все расчеты в рассматриваемом комплексе программ выполняются в рамках адиабатического приближения. Кроме того, переход от уравнения горизонтальной рефракции (3) к ШМПУ (4) предполагает, что мы пренебрегаем обратным рассеянием звука в направлении x . Наконец, дробно-линейная аппроксимация Паде характеризуется эффективной апертурой около $\pm 15^\circ$ в горизонтальной плоскости.

Часть этих ограничений будет снята при дальнейшем совершенствовании комплекса программ. Так, замена (4) на псевдодифференциальное МПУ (ПДМПУ) [8, 9] позволяет практически устранить последнее ограничение и добиться апертуры в горизонтальной плоскости, составляющей по меньшей мере $\pm 75^\circ$. Однако, по нашему опыту, дробно-линейная аппроксимация вполне достаточна для решения почти любых практических задач (достаточно сложно предложить пример задачи, в которой в поле на заданной акустической трассе существенный вклад будут вносить лучи, выходящие из источника под углами более 15° к этой трассе). Использование адиабатического приближения в широком классе практических задач акустики мелкого моря оправдано тем, что на шельфе типичные углы наклона дна обычно не превышают 1° . Тем не менее, при моделировании распространения звука с шельфа в глубокий океан взаимодействие мод начинает играть решающую роль, и потому в настоящее время нами разрабатывается обобщение теории ПДМПУ, которое позволит учесть данный эффект.

РАСЧЕТ АКУСТИЧЕСКИХ МОД

Первым шагом при расчете акустического поля по формуле (2) является вычисление модовых функций $\varphi_j(z, x, y)$ и волновых чисел $k_j(x, y)$ на некоторой сетке (x_n, y_m, z_k) . Это вычисление осуществляется путем многократного численного решения акустической спектральной задачи [10].

Для расчета акустических мод на языке C++ был разработан программный комплекс CAMBALA (сокр. от Coupled Acoustic Modes with Bottom Attenuation in Linear Acoustics) [14]. Реализованы два варианта работы CAMBALA. В первом варианте это отдельная программа, которая получает на вход файл сценария, проводит необходимые вычисления и записывает результаты в выходные файлы (описание ввода, вывода и использования программы CAMBALA в этом варианте приведено в соответствующем руководстве пользователя) [14]. Во втором варианте это библиотека, функции которой могут быть вызваны из внешней программы. Именно этот вариант используется

нами как часть комплекса программ для расчета акустического поля по формуле (2).

Основой SAMBALA является класс *NormalModes*. Для решения спектральной задачи в данной точке волновода программа, использующая SAMBALA в качестве библиотеки, должна сформировать объект данного класса и передать информацию о зависимости параметров волновода от глубины z в данной точке (x_n, y_m) путем присвоения значений соответствующим полям класса, указанным в заголовочном файле. Зависимости параметров волновода от глубины считаются кусочно-линейными функциями, определяемыми набором слоев, параметры которых заданы в четырех массивах равной длины, совпадающей с числом этих слоев (каждый из них представляет собой поле в классе *NormalModes*). Кроме этого, *NormalModes* имеет поля, с помощью которых задаются горизонты для расчета значения модовых функций, частота звука, количество мод, количество точек на 1 м, используемое при дискретизации спектральной задачи, порядок экстраполяции Ричардсона и подмножество мод, которые необходимо рассчитать. Имеется также возможность указать алгоритм решения спектральной задачи. В настоящий момент возможно использовать два алгоритма. В обоих случаях выполняется дискретизация акустической спектральной задачи, которая приводит ее к задаче на собственные значения некоторой трехдиагональной матрицы [10, 15]. По умолчанию используется алгоритм “*alglib*”, в рамках которого для вычисления собственных значений этой матрицы будет использоваться библиотека *ALGLIB* [16], в которой реализован метод Штурма (с хорошим уровнем оптимизации вычислений). Альтернативой ему является алгоритм “*spectra*”, реализованный в одноименной библиотеке [17], основанной на методе итераций Арнольди.

Исходный код SAMBALA является платформонезависимым, причем при его разработке использован стандарт языка C++17 [14] (таким образом, в настоящее время SAMBALA, по-видимому, является единственной библиотекой для расчета акустических мод, разработанной в рамках современных стандартов программирования). Для сборки доступны два проекта Visual Studio, первый из которых позволяет собрать как 32-битный, так и 64-битный exe-файл для операционной системы семейства Windows. Второй проект Visual Studio предназначен для сборки библиотеки. Набор инструкций файла Makefile позволяет собрать 32-битный либо 64-битный исполняемый файл (либо соответствующую библиотеку) в Linux-подобных операционных системах. Для удобства сборки также имеются файлы конфигурации в формате CMake, автоматически загружающие все необходимые зависимости.

Разработанный программный комплекс SAMBALA размещен в свободном доступе в сети Интернет [14]. В данном github-репозитории находятся: исходный код, 64-битные исполняемые файлы для Windows и Linux, 64-битные библиотеки для Windows и Linux, руководство по сборке и запуску, примеры сценариев, а также примеры запуска и подробная документация.

АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ПОЛЯ

Расчет акустического поля по формуле (2) производится программой AMPLE [7]. Параметры вычислений задаются в конфигурационном файле в формате JSON, представляющим собой объект, содержащий список пар ключ/значение. Конфигурационный файл позволяет задавать параметры среды: границы и количество точек вычислительной области, описание параметров слоев воды и дна, данные гидрологии и батиметрии, частоты источника, тип и параметры начальных условий, скалярные параметры класса *NormalModes*, и др. В репозитории также содержится более подробное описание параметров и примеры конфигурационных файлов.

Данная программа инициирует вычисление $k_{j,0}$ и $\varphi_j(z_s, 0, 0)$, используя библиотеку SAMBALA и создавая объект класса *NormalModes*. После этого строятся начальные условия $\mathcal{A}_j(0, y)$ задачи Коши для ШМПУ (4). Далее производится расчет модовых функций $\varphi_j(x, y)$ и соответствующих им волновых чисел $k_j(x, y)$. Расчет производится с использованием пакета SAMBALA на основе параметров среды: батиметрии, гидрологии, структуры дна и т.д. Этот расчет проводится на сетке, отличной от вычислительной и зачастую более грубой, для борьбы с этим используется линейная интерполяция. Следующим выполняется вычисление решения ШМПУ с граничными условиями прозрачности. В дальнейшем вычисление строится следующим образом:

- производится запуск $w + 1$ потока выполнения;
- первые w потоков выполняют вычисление \mathcal{A}_j для соответствующих интервалов модовых функций и волновых чисел $j_w^0 \leq j \leq j_w^1$, используя метод прогонки, при этом хранится только предыдущая строка поля $y = y_{m-1}$, а каждая новая строка $y = y_m$ передается в специальную callback функцию для последующей обработки;
- $w + 1$ поток выполнения ожидает рассчитанные остальными потоками строки решения, производит суммирование по формуле (2) и передает результат в callback функцию вывода решения ШМПУ.

• Вычислительная сложность может быть оценена как $O(F + JN(N + M))$, где F – время, затраченное на вычисление модовых функций и волновых чисел. Вычисление одной строки решения требует $O(N)$ для вычисления граничных условий (12) и $O(M)$ для решения системы методом прогонки. Такие вычисления повторяются N раз для J мод. Так как в процессе вычислений хранится только предыдущая строка решения и значения функции \mathcal{A}_j на границах вычислительной области, затраты памяти составляют $O(J(N + M))$.

Результаты вычислений сохраняются в папке, указанной в параметрах командной строки. Папка содержит следующие файлы:

- `config.json` – описание всех параметров, использованных во время вычислений;
- `meta.json` – описание выходных файлов и папок, параметров командной строки, время, затраченное на проведение вычислений.

Результатом работы могут являться значения поля акустического давления, начальные условия, значения модовых функций и волновых чисел. Какие именно данные будут сохранены, зависит от параметров командной строки, указанных во время запуска программы. Многомерные данные записываются в бинарные или текстовые файлы отдельно для каждой частоты, при этом описание их размерностей сохраняется в файлы в формате JSON отдельно для каждого класса выходных данных.

ТЕСТОВЫЕ ПРИМЕРЫ

Репозиторий комплекса программ включает в себя набор тестовых примеров, которые одновременно могут быть использованы в качестве образца при его конфигурировании на практике. В первом и втором примерах решаются задачи распространения звука в идеализированных модельных волноводах. Тестовый пример 1 представляет собой классическую задачу о распространении звука в прибрежном клине с наклоном 2.86° и проницаемым дном [18] (см. рис. 1), в которой решение может быть найдено аналитически с использованием метода изображений. Мы не будем перечислять все параметры волновода в данном примере, поскольку он используется для тестирования различных методов моделирования звуковых полей уже более 20 лет [3–5, 9, 10]. Заметим лишь, что они указаны в соответствующем конфигурационном файле, который имеется в репозитории AMPLE [7]. В данном примере принято рассчитывать уровни акустического поля (формируемого точечным источником с частотой 25 Гц) как функцию горизонтальных координат (x, y) на горизонте $z = 30$ м. Это поле, рассчитан-

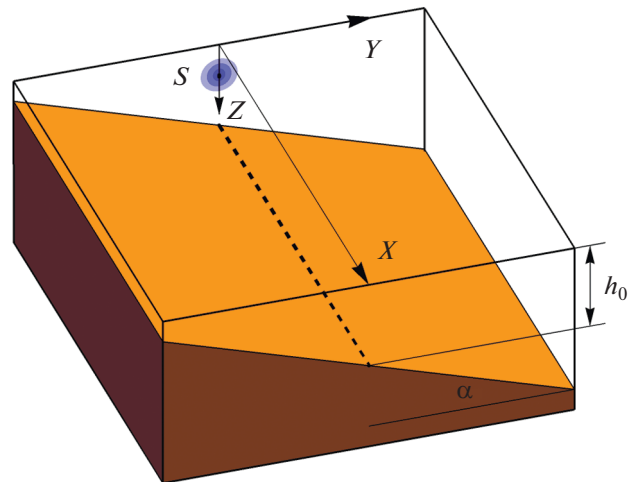


Рис. 1. Схематическое изображение клиновидного прибрежного волновода мелкого моря.

ное с помощью комплекса AMPLE, представлено на рис. 2. На странице с описанием комплекса [7] имеется скрипт MATLAB, который открывает файлы вывода AMPLE, читает оттуда рассчитанные поля и строит по ним рисунки, подобные представленным в данном разделе. При построении рисунков также выполняется сопоставление результата, полученного с помощью AMPLE, с результатом, рассчитанным с использованием метода изображений. При этом наблюдается практически идеальное совпадение графиков уровня поля. Мы полагаем, что авторам всех методов расчета звуковых полей и основанных на них комплексов программ необходимо сопровождать их данным примером. Отметим, что в данном примере поле, рассчитанное в рамках приближений метода адиабатических ШМПУ, не отличается от поля, рассчитанного с помощью метода изображений [9].

Во втором тестовом примере рассматривается распространение звука в волноводе мелкого моря с подводным каньоном (см. схему на рис. 3), наличие которого обуславливает фокусировку звука в горизонтальной плоскости в окрестности его оси [9, 19]. Эталонное решение для примера 2 также представлено на странице AMPLE. Оно рассчитано с использованием метода виртуальных источников [20]. Рельеф дна в данном примере задается функцией

$$z = h(y) = h_0 + \frac{\Delta h}{\operatorname{ch}^2(\sigma y)}, \quad (9)$$

где $h_0 = 20$ м, $\Delta h = 15$ м, $\sigma = 7 \times 10^{-4} \text{ м}^{-1}$. Дно считается жидкой средой со скоростью звука $c_b = 1800$ м/с, плотностью $\rho_b = 2$ г/см³ и поглощением $\beta = 0.5$ дБ/λ. Мы рассчитываем поле, формируемое точечным источником с частотой 150 Гц,

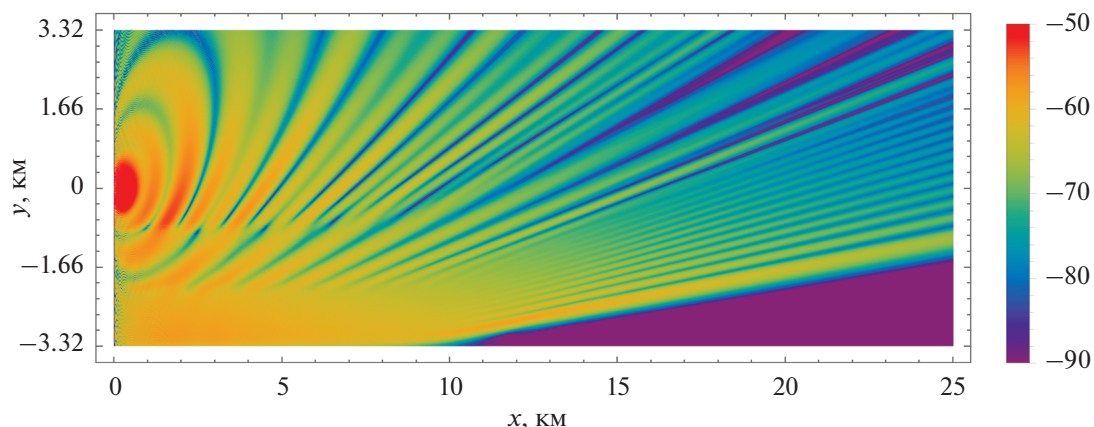


Рис. 2. Контурный график уровня акустического поля (в дБ отн. 1 м от источника), сформированного в клиновидном прибрежном волноводе точечным источником с частотой 25 Гц. Угол наклона дна в клине составляет 2.86° . График построен для горизонта $z = 30$ м.

расположенным в точке $x = 0, y = 0, z = 10$ м. Результатом решения задачи является горизонтальный разрез этого поля плоскостью $z = 10$ м (см. рис. 4). Как показано в [9], несмотря на перепады глубины, обеспечивающие отсечку двух из четырех водных мод, формируемых источником звука, решение, полученное с помощью адиабатических ШМПУ, практически идеально совпадает с эталонным. Мы полагаем, что данный пример также может стать обязательным элементом тестирования любых методов моделирования звуковых полей в мелком море.

Третий тестовый пример, конфигурационный файл для которого имеется в репозитории AMPLE [7], представляет собой практическую задачу распространения звука на акватории шельфа о. Сахалин. Батиметрические данные

для данной акватории были взяты нами из базы данных SRTM (см. рис. 5), а зависимость скорости звука от глубины получена путем аппроксимации данных натуральных измерений, выполненных на этой акватории в летний период с помощью сигмоиды (см. рис. 6). Разумеется, для такой задачи эталонного решения не существует. Тем не менее, с нашей точки зрения, пользователям программы будет удобно иметь конфигурацию для запуска ее решения, включающую в себя близкие к натурным данные о гидрологии и батиметрии. В данном примере также рассчитывается горизонтальный разрез звукового поля (на глубине $z = 10$ м), формируемого точечным источником с частотой 200 Гц. Результаты расчета представлены на рис. 7.

Еще раз отметим здесь, что первые два примера в данном случае служат для апробации не математического метода ШМПУ (которая выполнена нами ранее [9]), а конкретной его программной реализации.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе представлено описание комплекса программ AMPLE, предназначенного для численного моделирования акустических полей в мелком море и основанного на методе адиабатических ШМПУ. Решение тестовых задач показывает, что, несмотря на ограничения, налагаемые на точность расчетов адиабатическим приближением, а также приближением однонаправленного распространения, данный комплекс и лежащая в его основе методика позволяют выполнять достаточно точные для многих приложений расчеты звуковых полей в мелком море с неоднородным рельефом дна.

По-видимому, AMPLE является первым открытым отечественным программным продук-

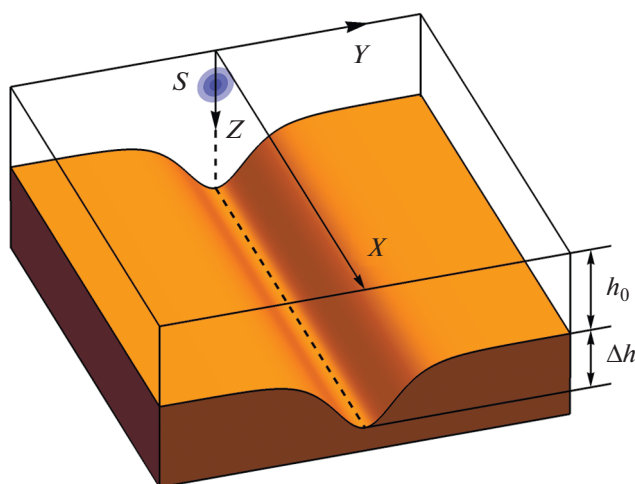


Рис. 3. Схематическое изображение волновода мелкого моря с подводным каньоном.

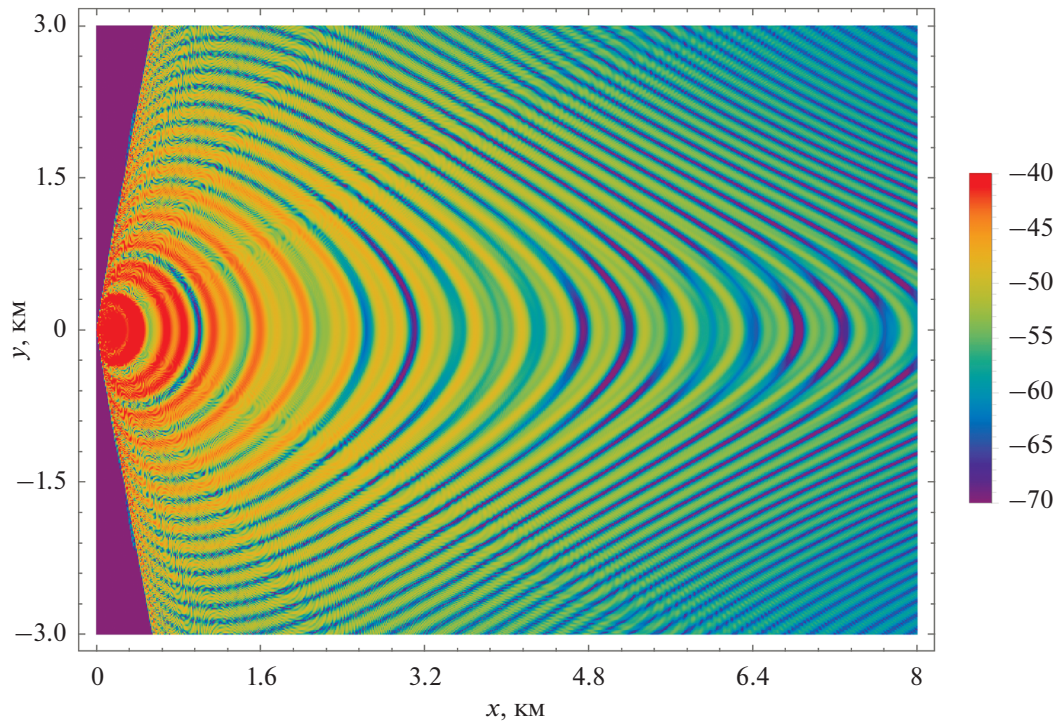


Рис. 4. Контурный график уровня акустического поля (в дБ отн. 1 м от источника), сформированного в волноводе мелкого моря с подводным каньоном точечным источником с частотой 150 Гц. График построен для горизонта $z = 10$ м.

том, предназначенным для моделирования трехмерных звуковых полей. При его разработке использованы современные стандарты программирования, что отличает его от известных комплексов KRAKEN, ORCA, BELLHOP, авторы которых в основном придерживаются весьма консервативного стиля написа-

ния программ. Отметим также, что число общедоступных комплексов программ, обеспечивающих надежность результатов расчета трехмерных звуковых полей хотя бы на нескольких модельных примерах невелико. В этой связи мы надеемся, что AMPLE окажется востребованным специали-

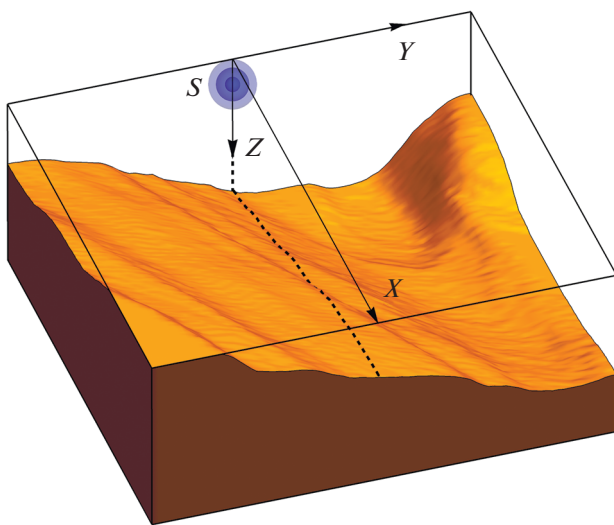


Рис. 5. Схематическое изображение волновода мелкого моря на шельфе о. Сахалин. Рельеф дна построен по данным из базы SRTM.

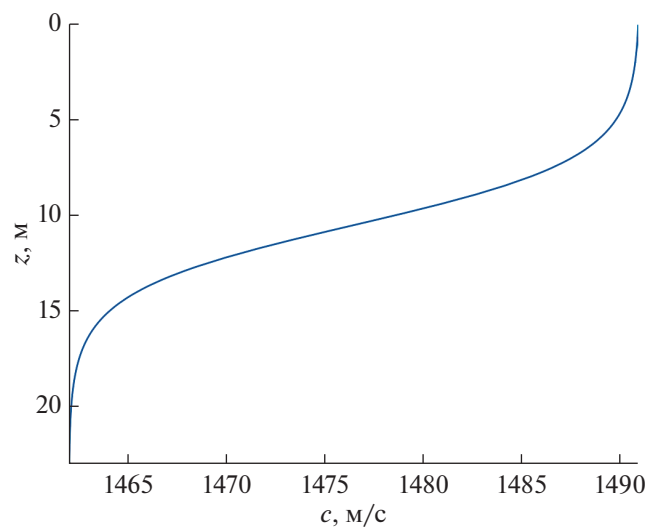


Рис. 6. Зависимость скорости звука от глубины в водном слое модельного волновода на рис. 5. Зависимость представляет собой аппроксимацию данных натуральных измерений.

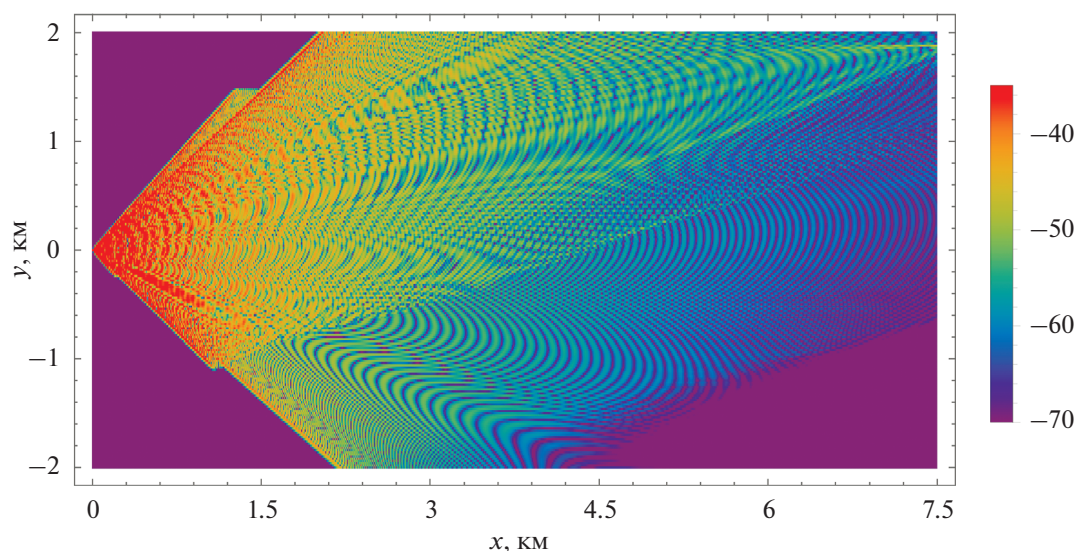


Рис. 7. Зависимость уровня акустического поля, сформированного точечным источником с частотой 200 Гц, от горизонтальных координат (x, y) для волновода на рис. 5 с профилем скорости звука, представленным на рис. 6.

стами из разных областей акустики океана. К числу приложений, в которых AMPLE уже используется в настоящее время в ТОИ ДВО РАН, относятся задачи определения зон акустической тени (в горизонтальной плоскости), которые могут возникать вследствие горизонтальной рефракции звука при размещении источников навигационных сигналов на шельфе (см., например, [21]), а также задачи прогнозирования уровней антропогенных шумов при проведении акустического мониторинга акваторий [22].

В дальнейшем предполагается развитие комплекса программ AMPLE при сохранении основных принципов его функционирования и способов представления входных и выходных данных. Среди ближайших планируемых усовершенствований – добавление возможности расчета модовых амплитуд с использованием метода SSP (split-step Padé, метод аппроксимации экспоненты операторного квадратного корня [9–11]). В настоящий момент также разрабатывается методика, которая позволит выполнять расчеты с учетом взаимодействия мод [10] (т.е. окончательно снять ограничения, налагаемые адиабатическим приближением). Предполагается также добавление возможности моделирования импульсных сигналов и расчета их интегральных энергетических характеристик.

Данная работа выполнена в рамках тем гос. задания ТОИ ДВО РАН “Моделирование разномасштабных динамических процессов в океане” (0211-2021-0009). Работа А.Т. и П.П. также частично поддержана Эксон Нефтегаз Лимитед.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *de Moraes Calazan R., Rodríguez O.C.* Simplex based three-dimensional eigenray search for underwater predictions // *J. Acoust. Soc. Am.* 2018. V. 143. № 4. P. 2059–2065.
2. *Петров П.С., Сергеев С.А., Толченников А.А.* Об использовании асимптотических формул на основе модифицированного канонического оператора Маслова при моделировании распространения импульсных акустических сигналов в трехмерных волноводах мелкого моря // *Акуст. журн.* 2019. Т. 65. № 6. С. 799–807.
3. *Porter M.B.* Beam tracing for two- and three-dimensional problems in ocean acoustics // *J. Acoust. Soc. Am.* 2019. V. 146. № 3. P. 2013–2026.
4. *Sturm F.* Leading-order cross term correction of three-dimensional parabolic equation models // *J. Acoust. Soc. Am.* 2016. V. 139. № 1. P. 263–270.
5. *Lin Y.T., Duda T.F., Newhall A.E.* Three-dimensional sound propagation models using the parabolic-equation approximation and the split-step Fourier method // *J. Comput. Acoust.* 2013. V. 21. № 1. P. 1250018.
6. Ocean Acoustics Library – OALIB. URL: <https://oalib-acoustics.org/> (дата обращения: 20.04.2021 г.).
7. AMPLE – комплекс программ для расчета акустических полей в мелком море на основе метода широкоугольных модовых параболических уравнений. URL: <https://www.poi.dvo.ru/ample> (дата обращения: 20.04.2021 г.).
8. *Petrov P.S., Antoine X.* Pseudodifferential adiabatic mode parabolic equations in curvilinear coordinates and their numerical solution // *J. Comput. Physics.* 2020. V. 410. Art. no. 109392.
9. *Petrov P.S., Ehrhardt M., Tyshchenko A.G., Petrov P.N.* Wide-angle mode parabolic equations for the modeling of horizontal refraction in underwater acoustics

- and their numerical solution on unbounded domains // *J. Sound Vibr.* 2020. V. 484. Art. no. 115526.
10. *Jensen F.B., Kuperman W.A., Porter M.B., Schmidt H.* Computational Ocean Acoustics. New-York: Springer, 2012. 794 p.
 11. *Авилов К.В.* Псевдодифференциальные параболические уравнения распространения звука в океане, плавно неоднородном по горизонтали, и их численное решение // *Акуст. журн.* 1995. Т. 41. № 1. С. 5–12.
 12. *Katsnelson B., Petnikov V., Lynch J.* Fundamentals of shallow water acoustics. Springer Science & Business Media, 2012.
 13. *Arnold A., Ehrhardt M.* Discrete transparent boundary conditions for wide angle parabolic equations in underwater acoustics // *J. Comput. Physics.* 1998. V. 145. № 2. P. 611–638.
 14. Программный комплекс CAMBALA. URL: <https://github.com/Nauchnik/CAMBALA> (дата обращения: 05.02.2021 г.).
 15. *Заикин О.С., Петров П.С.* Алгоритм восстановления профиля скорости звука в акустическом волноводе мелкого моря по данным модовой дисперсии // *Автоматрия.* 2016. Т. 52. № 3. С. 53–60.
 16. *Бочканов С.* Библиотека численного анализа и обработки данных ALGLIB. URL: www.alglib.net (дата обращения: 05.02.2021 г.).
 17. *Yixuan Qiu.* Sparse Eigenvalue Computation Toolkit as a Redesigned ARPACK. URL: <https://github.com/yixuan/spectra> (дата обращения: 05.02.2021 г.).
 18. *Tang J., Петров П.С., Piao S., Козицкий С.Б.* К вопросу о методе изображений в задаче о распространении звука в клине в акустике океана: некоторые исправления и дополнения // *Акуст. журн.* 2018. Т. 64. № 2. С. 228–240.
 19. *Petrov P.S., Petrova T.N.* Asymptotic solution for the problem of sound propagation in a sea with an underwater canyon // *J. Acoust. Soc. Am.* 2014. V. 136. № 4. P. EL281–EL287.
 20. *Abawi A.T., Porter M.B.* Propagation in an elastic wedge using the virtual source technique // *J. Acoust. Soc. Am.* 2007. V. 121. № 3. P. 1374–1382.
 21. *Петров П.С., Голов А.А., Безответных В.В., Буренин А.В., Козицкий С.Б., Сорокин М.А., Моргунов Ю.Н.* Экспериментальное и теоретическое исследование времен прихода и эффективных скоростей при дальнем распространения импульсных акустических сигналов вдоль кромки шельфа в мелком море // *Акуст. журн.* 2020. Т.66. № 1. С. 20–33.
 22. *Рутенко А.Н., Боровой Д.И., Гриценко В.А., Петров П.С., Ущиповский В.Г.* Мониторинг акустического поля сейсморазведочных импульсов в прибрежной зоне // *Акуст. журн.* 2012. Т. 58. № 3. С. 356–369.

УДК 534.21

НАПРАВЛЕННОСТЬ ИЗЛУЧЕНИЯ НИЗКОЧАСТОТНОГО АТМОСФЕРНОГО ЗВУКА, ВОЗБУЖДАЕМОГО ИСТОЧНИКАМИ В ВОДЕ

© 2021 г. А. В. Лебедев*

Институт прикладной физики РАН, ул. Ульянова 46, Нижний Новгород, 603950 Россия

**E-mail: swan@appl.sci-nnov.ru*

Поступила в редакцию 07.12.2020 г.

После доработки 13.05.2021 г.

Принята к публикации 10.06.2021 г.

Рассмотрен вопрос о направленности излучения атмосферного инфразвука, возбуждаемого монопольным и дипольным источниками, помещенными в водную среду. Показано, что существуют два типа эквивалентных вторичных источников, которые размещены на границе раздела сред. Один из источников является локальным, и его характеристики полностью определяются ближним полем первичного источника. Второй источник является распределенным и связан с наличием вертикальных возмущений поверхности, которые распространяются со скоростью звука в воде вдоль границы раздела сред. Из-за сильного ослабления амплитуды по мере увеличения расстояния от первичного источника такой вторичный источник имеет широкую диаграмму направленности. Представленные в статье качественные рассуждения и результаты численного моделирования позволяют определить диаграмму направленности низкочастотного звукового излучения в воздухе в зависимости от типа и глубины погружения первичного источника, что может быть использовано для дистанционного исследования свойств атмосферы вблизи морской поверхности и свойств самой поверхности.

DOI: 10.31857/S0320791921050038

ВВЕДЕНИЕ

Представленная работа возникла под влиянием статьи О.А. Година [1], посвященной прохождению низкочастотного звука из воды в воздух. Указанная статья посвящена энергетике процесса прохождения звука из более плотной и жесткой акустической среды в менее плотную и жесткую. В статье [2] представлен обстоятельный анализ выражений [1] и соответствующий графический материал. Наряду с энергетическими соотношениями, отвечающими интегральному вкладу в акустическое поле в воздушной среде источника, помещенного в жидкую среду, интерес представляет направленность такого излучения. В главе 3 монографии [3] имеются выражения для акустического поля для углов, близких к скользящим. Эти выражения описывают поправки к приближению геометрической акустики, учитывающие преобразование поля неоднородных волн в жидкости в звук в воздухе. Практический интерес представляет также поиск выражений для описания поля в воздушной среде в широком диапазоне углов при различном удалении простого или силового источника от границы раздела сред.

Геометрия рассматриваемой задачи представлена на рис. 1. На глубине $z = z_0$ в жидкости раз-

мещен источник. Параметры сред ρ_j – плотности, c_j – скорости звука, полные волновые числа в средах $k_j = \omega/c_j$, где ω – круговая частота. Индекс “1” отвечает верхней среде (воздух), индекс “2” – нижней (вода). Далее рассматриваются два типа источников: изотропный (простой, монопольный) и источник вертикальной силы. В отсутствие реакции верхней среды, когда граница жидкости является идеальной с граничным условием равенства нулю давления, возникающее на поверхности распределение вертикальной проекции скорости перемещения границы может быть вычислено через введение зеркального отражения источника (мнимого источника) соответствующего знака [4, 5]. При добавлении воздушной среды, волновое сопротивление которой для плоской волны $\rho_1 c_1$ примерно на 4 порядка меньше, чем волновое сопротивление жидкости $\rho_2 c_2$, амплитуда зеркального источника приобретает поправку порядка $\frac{\rho_1 c_1}{\rho_2 c_2} \ll 1$ (см. также [3]). Малые поправки в поле отраженной волны из-за отличия величины $\frac{\rho_1 c_1}{\rho_2 c_2}$ от нуля связаны с особенно-

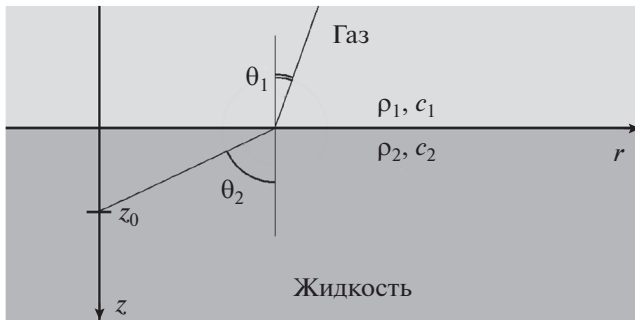


Рис. 1. Геометрия задачи.

стями угловой зависимости коэффициента отражения (см., например, [3]).

Для воздушной среды имеется иная ситуация. Податливость границы приводит к появлению распределения вертикальной скорости. При этом высокий импеданс границы по отношению к жидкости приведет к тому, что вторичный источник акустического излучения в воздушную среду представляет собой распределенный монополярный источник на акустически жесткой поверхности. Таким образом, для вычисления поля акустического излучения из воды в воздух необходимо определить параметры простого слоя, а затем воспользоваться формулами Грина для потенциалов (например, интегралом Гюйгенса–Рэлея [6]):

$$p(\mathbf{R}) = i \frac{\rho_1 \omega}{2\pi} \int_S \tilde{v}_z(\mathbf{R}_1) \frac{\exp(+ik_1 |\mathbf{R} - \mathbf{R}_1|)}{|\mathbf{R} - \mathbf{R}_1|} d\mathbf{R}_1, \quad (1)$$

где $\tilde{v}_z(\mathbf{R}_1)$ – вертикальная скорость на поверхности раздела двух сред, вектор \mathbf{R} направлен из начала координат (рис. 1) в точку верхней среды, вектор \mathbf{R}_1 лежит на плоскости границы раздела сред $z = 0$. Запись (1) предполагает наличие зависимости от времени вида $\exp(-i\omega t)$. Напомним, что интеграл Гюйгенса–Рэлея справедлив в случае, когда граница плоская и отсутствуют приходящие из бесконечности волны [6]. Очевидно, эти условия выполняются для рассматриваемой нами задачи. Поскольку поле скорости v_z при удалении от источника спадает пропорционально $1/R^2$ и быстрее (см. выражения ниже), и при этом осциллирует, интеграл (1) является сходящимся.

Большая разница импедансов двух сред должна привести к тому, что скорость $\tilde{v}_z(\mathbf{R}_1)$ будет слабо зависеть от наличия воздушной среды, которая практически не затормаживает движение границы существенно более плотной жидкости. Следовательно, для вычисления акустического поля в воздушной среде в качестве вторичного источника $\tilde{v}_z(\mathbf{R}_1)$ можно в первом приближении задать

распределение вертикальной скорости, полученное для идеальной границы.

Выражение (1) позволяет построить качественную картину формирования поля в воздушной среде при размещении источника в жидкости. В области высоких частот $k_2 z_0 \gg 1$ радиус первой зоны Френеля создаваемых источником возмущений $\tilde{v}_z(\mathbf{R}_1)$ равен: $R_F = \sqrt{z_0 \lambda_2} / 2$, где $\lambda_2 = 2\pi/k_2$ – длина звуковой волны в жидкости, и имеет большие волновые размеры $k_2 R_F \gg 1$. Поскольку $c_1 < c_2$, волновые размеры первой зоны Френеля относительно длины волны звука в воздухе тем более велики. При этом угол, под которым первая зона Френеля “видна” из точки расположения источника, мал: $\Delta\theta_F \approx R_F/z_0 \ll 1$, и все источники имеют одинаковые фазы, отвечающие излучению вверх.

Распределению $\tilde{v}_z(r)$ для отличных от нуля углов падения первичной волны отвечает условие синхронизма $c_2 \sin \theta_1 = c_1 \sin \theta_2$. Соответствующая зона Френеля представляет собой кольцо ширины $\sqrt{2\lambda_2 R} / \cos^2 \theta_2$, где $R = \sqrt{z_0^2 + r^2}$. Угловой размер зоны Френеля не зависит от угла падения θ_2 . Ширина кольца значительно больше длин акустических волн в обеих средах. Лучи, выходящие из источника под ненулевым углом к нормали, показаны на рис. 2. Используя метод стационарной фазы для оценки интеграла Гюйгенса–Рэлея, где $\tilde{v}_z(r)$ отвечает отсутствию верхней среды ($\rho_1 = 0$), можно показать, что излучение в верхней среде сосредоточено в пределах конуса с углом раскрытия $|\theta| \leq \arcsin(c_1/c_2) \approx 13^\circ$. Никаких других возмущений, затухающих обратно пропорционально расстоянию от источника (от границы раздела сред), в решении не имеется. Таким образом, в области частот $k_2 z_0 \gg 1$ в полной мере применимы хорошо известные формулы Френеля [5], и расчеты могут быть выполнены в рамках приближения геометрической акустики.

По мере приближения источника к границе раздела (см. выражение (12.42) в [3], а также уравнения (6) и (7), приведенные ниже) множитель вида $\exp(-k_1 z_0 \sqrt{\sin^2 \theta - n^2})$, где $n = c_2/c_1 > 1$, перестает ограничивать излучение в пределах сектора углов $|\theta| \leq \arcsin(1/n)$. Физически это означает, что на круговой площадке в пределах первой “зоны Френеля”¹ укладывается порядка одной дли-

¹ Кавычки неслучайны, поскольку описание в виде зон Френеля справедливо в отсутствие амплитудной зависимости поля на апертуре источника. В случае близкого к границе раздела сред расположения источника такая амплитудная зависимость, очевидно, проявится. Таким образом, приведенные далее соображения носят качественный характер.

ны волны λ_2 . Нетрудно оценить волновой параметр $k_2 z_0$, которому отвечает $k_2 R_F = \pi/2$ или $R_F = \lambda_2/2$: $z_0 = \lambda_2/8$. Из-за сильного отличия скоростей звука в граничащих средах размер первой зоны Френеля по отношению к длине звуковой волны в воздухе оказывается немалым: $k_1 R_F = \pi n \gg 1$. Направленность излучения диска с приблизительно постоянным распределением скорости на его поверхности определяется выражением $2 \frac{J_1(k_1 R_F \sin \theta)}{k_1 R_F \sin \theta}$ [6]. При условии $k_1 R_F \gg 1$ имеет место выраженное направление излучения вверх от поверхности раздела сред, как показано на рис. 2. Для $k_1 R_F \sim 1$ выраженная направленность излучения отсутствует. Дальнейшее приближение источника к границе раздела приведет к появлению локализованной области величин $\tilde{v}_z(\mathbf{R}_1)$, существенно отличающихся от нуля вблизи от источника, что отвечает слабой зависимости излучения в воздушную среду от угла θ_1 .

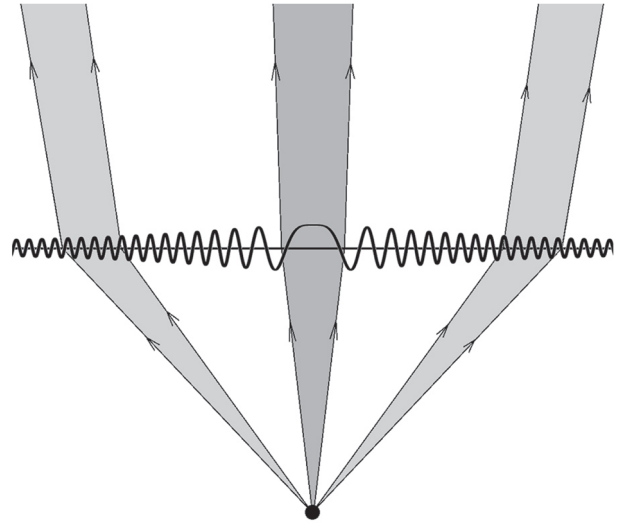


Рис. 2. Схематичное изображение зон Френеля для вторичного источника (1).

Величины скорости колебаний границы в отсутствие сверху воздушной среды ($\rho_1 = 0$) могут быть вычислены напрямую через поле, создаваемое первичным и зеркальным источниками [5]. Опуская несложные промежуточные выкладки, запишем выражение для скорости колебаний свободной границы (в случае $\rho_1 = 0$), которая является оценкой $\tilde{v}_z(\mathbf{R}_1)$ в интеграле Гюйгенса–Рэлея:

$$v_z^{(0)}(r) = -\frac{Q(1 - ik_2 R)z_0 \exp(+ik_2 R)}{2\pi R^3}, \quad (2)$$

$$v_z^{(0)}(r) = -\frac{F \exp(+ik_2 R)}{2\pi \rho_2 \omega R^3} \times \left[1 - 3\left(\frac{z_0}{R}\right)^2 + (k_2 z_0)^2 + ik_2 R \left(3\left(\frac{z_0}{R}\right)^2 - 1 \right) \right], \quad (3)$$

где $R = \sqrt{r^2 + z_0^2}$. Выражение (2) отвечает монополю источнику с объемной скоростью Q в точке $(0, z_0)$, выражение (3) – источнику вертикальной силы $\mathbf{F} = Fz$, помещенному в ту же точку. Амплитуды $v_z^{(0)}(r)$ вблизи источника спадают обратно пропорционально r^3 , а в области $k_2 r \gg 1$ – осциллируют и спадают обратно пропорционально r^2 . Такое поведение обеспечивает сходимость интеграла (1). На рис. 3 показаны зависимости (2) и (3). Серые сплошные и штриховые линии отвечают асимптотическим зависимостям от расстояния. Справа представлены зависимости при $k_2 = 0$, т.е. отвечающие ближнему полю источников. В этом случае, очевидно, зависимость от волнового параметра $k_2 z_0$ отсутствует. Для силового источника при $r = z_0 \sqrt{2}$ имеется переход величин

ны $v_z^{(0)}(r)$ через ноль, хорошо видимый на рис. 3 справа. Переход через ноль связан с тем, что поле силового источника эквивалентно суперпозиции полей двух простых источников равной амплитуды и противоположных знаков, что приводит к равенству нулю интеграла $\int_0^\infty v_z^{(0)}(r) r dr = 0$, где $v_z^{(0)}(r)$ определено (3). Отметим также пропорциональность $v_z^{(0)}(r)$ глубине источника в выражении (2), что связано с наличием косинуса угла при определении вертикальной проекции скорости монополю источника. Поле излучения в воздушной среде также должно иметь угловую зависимость, пропорциональную $\cos \theta_2$. В случае векторного силового источника такого множителя нет, поскольку силовой источник $\mathbf{F} = Fz$ генерирует вертикальные же возмущения скорости в своем ближнем поле. Знаки выражений (2) и (3) отвечают выбору направления оси z (рис. 1).

В пределе $k_2 z_0 \rightarrow 0$ для простого источника распределение $\tilde{v}_z(r)$ в интеграле (1) отвечает простому же источнику производительности Q или эквивалентному источнику с постоянной скоростью $v_z^{(0)}(r)$, распределенной по площадке радиуса $r_{\text{eff}} = z_0 \sqrt{2}$. Для силового источника интеграл от распределения $v_z^{(0)}(r)$ по всей границе, как и следовало ожидать, равен нулю, и вторичный источник представляет собой источник силы, которая равномерно распределена по площадке того же радиуса $r_{\text{eff}} = z_0 \sqrt{2}$.

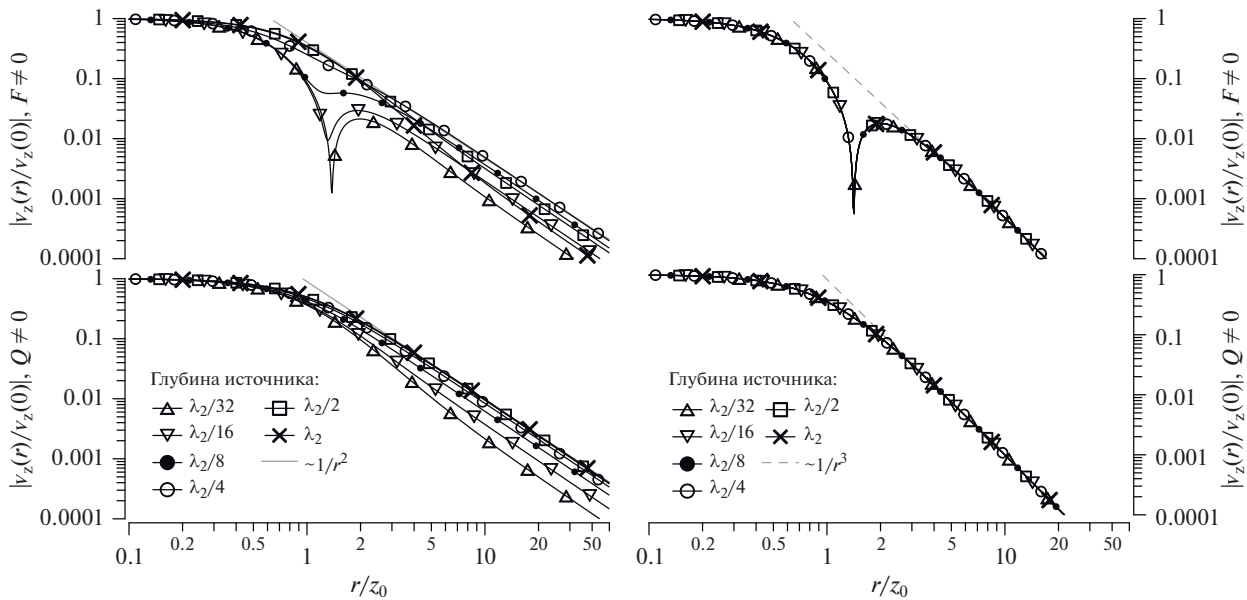


Рис. 3. Зависимости $v_z^{(0)}(r)$ при различной глубине размещения источника.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ
В ОБЩЕМ СЛУЧАЕ

Опустим хорошо известные выкладки, использующие стандартный метод сшивки решений в частных областях (например, [4]), и запишем интегральные представления потенциалов скорости частиц $\mathbf{v} = \nabla\phi$ в воздушной среде для двух типов источников:

$$\begin{aligned} \phi_1(r, z) &= -i \frac{\rho_2 Q}{2\pi} \int_0^{+\infty} \frac{e^{+i\xi_2 z_0} e^{-i\xi_1 z}}{\rho_1 \xi_2 + \rho_2 \xi_1} \kappa J_0(\kappa r) d\kappa = \\ &= -i \frac{\rho_2 Q}{4\pi} \oint_C \frac{\xi_2 e^{+i\xi_2 z_0} e^{-i\xi_1 z}}{\rho_1 \xi_2 + \rho_2 \xi_1} \kappa H_0(\kappa r) d\kappa, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \phi_1(r, z) &= +i \frac{F}{2\pi\omega} \int_0^{+\infty} \frac{\xi_2 e^{+i\xi_2 z_0} e^{-i\xi_1 z}}{\rho_1 \xi_2 + \rho_2 \xi_1} \kappa J_0(\kappa r) d\kappa = \\ &= +i \frac{F}{4\pi\omega} \oint_C \frac{\xi_2 e^{+i\xi_2 z_0} e^{-i\xi_1 z}}{\rho_1 \xi_2 + \rho_2 \xi_1} \kappa H_0(\kappa r) d\kappa, \end{aligned} \quad (5)$$

где $\xi_j = \sqrt{k_j^2 - \kappa^2}$, $k_j = \omega/c_j$ – полное волновое число, κ – радиальная проекция волнового вектора, $J_0(\cdot)$ – функция Бесселя нулевого порядка, $H_0(\cdot)$ – функция Ханкеля первого рода нулевого порядка, удовлетворяющая условиям излучения для гармонических процессов вида $\exp(-i\omega t)$. Контур интегрирования C является стандартным при решении волновых задач, аналогичных рассматриваемой (например, [4, 7, 8]), и показан на рис. 4. Схематично показана одна из двух точек ветвления $\kappa = k_{1,2}$ и отвечающий ей разрез Рима-

новой поверхности. Точка ветвления $\kappa = 0$, отвечающая логарифмической особенности функции Ханкеля, не показана.

Давление в воздушной среде вычисляется через потенциал стандартным образом:

$$p_1(r, z) = i\rho_1\omega\phi_1(r, z).$$

Величины Q и F в выражениях (4) и (5) определяют объемную скорость источника и амплитуду силы, направленной по оси z . Интегральные представления (4) и (5) справедливы при $z \leq 0$ (рис. 1). Выражения для физических величин в жидкости мы не приводим, поскольку поправки из-за малой величины акустического импеданса верхней среды играют роль малых возмущений.

Интегралы (4) и (5) имеют в знаменателе интегрируемые корневые особенности, связанные с наличием точек ветвления и разрывов на Римановой поверхности. При определении ξ_j в подынтегральных выражениях знак корня $\xi_j = \sqrt{k_j^2 - \kappa^2}$ выбирается таким образом, чтобы $\exp(+i\xi_2 z)$ и $\exp(-i\xi_1 z)$ отвечали убегающим от источника волнам или затухающим возмущениям. Интегралы (4) и (5) можно оценить методом стационарной фазы [9] (случай близости стационарной точки и точки ветвления рассмотрен в [3]), что отвечает значительному удалению источника от границы $k_2 z_0 \gg 1$. Опуская промежуточные выкладки, запишем конечные выражения с точностью до членов порядка $1/R$:

$$\varphi_1(r, z) = -\frac{Q \exp(+ik_1 R)}{2\pi R} \times \frac{\exp(+ik_2 z_0 \sqrt{1 - n^2 \sin^2 \theta_1}) n \cos \theta_1}{n \cos \theta_1 + m \sqrt{1 - n^2 \sin^2 \theta_1}}, \quad (6)$$

$$\varphi_1(r, z) = +\frac{F \exp(+ik_1 R)}{2\pi \rho_2 c_2 R} \times \frac{\exp(+ik_2 z_0 \sqrt{1 - n^2 \sin^2 \theta_1}) n \cos \theta_1 \sqrt{1 - n^2 \sin^2 \theta_1}}{n \cos \theta_1 + m \sqrt{1 - n^2 \sin^2 \theta_1}}, \quad (7)$$

где $m = \rho_1/\rho_2 \ll 1$, $n = c_2/c_1$ и $R = \sqrt{r^2 + z^2}$.

Как уже отмечалось выше при обсуждении простых качественных соображений, вклад стационарной точки отвечает приближению геометрической акустики при $k_1 R \rightarrow \infty$. Выражения, аналогичные (6) и (7), с учетом членов порядка $1/R^2$ приведены в [3]. Нетрудно видеть, что в случае $m = 0$ выражения (6) и (7) описывают примерно равномерное по амплитуде излучение в пределах сектора углов $|\theta_1| \leq \arcsin(1/n) \approx 13.2^\circ$, а для больших углов наблюдается экспоненциальное ослабление поля тем сильнее, чем больше волновой параметр глубины источника $k_2 z_0$. В предельном случае однородной среды $m = n = 1$ выражение (6) описывает изотропное поле простого источника, помещенного в точку с координатами $(0, z_0)$. Выражение для силового источника (7) в том же предельном случае приобретает ожидаемый угловой множитель $\cos \theta_1$. В случае нормального падения ($\theta_{1,2} = 0$) нетрудно показать, что выражения (6) и (7) соответствуют хорошо известным формулам Френеля для коэффициента прохождения волны из одной среды в другую [5]. Такой результат ожидаем, он отмечался в [3], и объясняется тем, что вклад стационарной точки отвечает однородным волнам.

За увеличение эффективности излучения из воды в воздух и расширение диаграммы направленности этого излучения отвечают неоднородные волны и ближнее поле источника [1]. Качественно, уширение диаграммы направленности можно видеть из (6) и (7): при $k_2 z_0 \ll 1$ экспоненциальный множитель $\exp(+ik_2 z_0 \sqrt{1 - n^2 \sin^2 \theta_1}) = \exp(-k_2 z_0 \sqrt{n^2 \sin^2 \theta_1 - 1})$ значимо отличен от нуля в области углов $\theta_1 > \arcsin(1/n)$. Поле неоднородных волн описывается интегралом вдоль разреза. Соответствующее выражение для случая $r \gg |z|$, т.е. для углов $\theta_1 \approx \pi/2$, представлено в [3]. Дальнейший интерес представляет описание полей через эквивалентные источники, используя приведенные выше качественные соображения, а

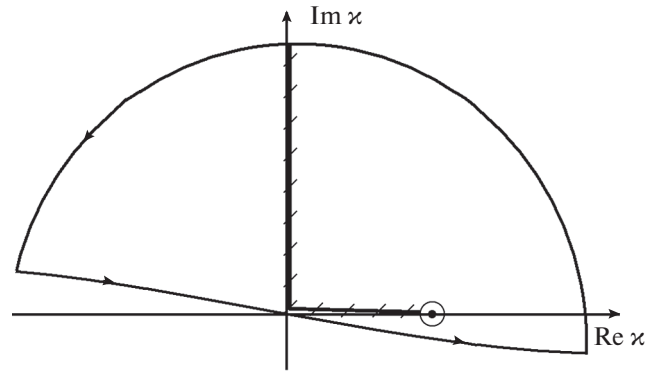


Рис. 4. Контур интегрирования C .

также результаты численного интегрирования (4) и (5).

РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Интегралы (4) и (5) можно вычислить с использованием стандартных процедур численного интегрирования, например, входящих в пакет IMSL языка программирования Фортран. В качестве проверки корректности вычислений было проведено сравнение результатов вычисления $v_z(r, 0)$ для случая $\rho_1 = 0$ с аналитическими выражениями (2) и (3). Заметим, что из-за равенства $z = 0$ соответствующий экспоненциальный множитель $\exp(-i\xi_1 z) = 1$, подынтегральная функция становится осциллирующей со слабой зависимостью от x , и величину $v_z(r, 0)$ вычислить с помощью численного интегрирования сложнее, чем акустическое давление в области $r > 0, z < 0$.

В диапазоне изменения волнового параметра r/λ_2 , не превышающего 100, было получено хорошее согласие с погрешностью порядка 0.01% в области больших r/λ_2 . В области малых r/λ_2 отличие величин имеет порядок заданной относительной точности интегрирования 10^{-6} . Таким образом, несмотря на сложность численного интегрирования осциллирующих подынтегральных функций, использование стандартных процедур приводит к правильным результатам.

Зададим параметры сред: $\rho_1 = 1 \text{ кг/м}^3, c_1 = 330 \text{ м/с}, \rho_2 = 10^3 \text{ кг/м}^3, c_2 = 1450 \text{ м/с}$. Будем помешать источники на различные глубины относительно длины звуковой волны в воде таким образом, чтобы размер первой зоны Френеля изменялся от малых волновых размеров до больших, которым отвечает переход к геометрической акустике волн с практически плоским фронтом.

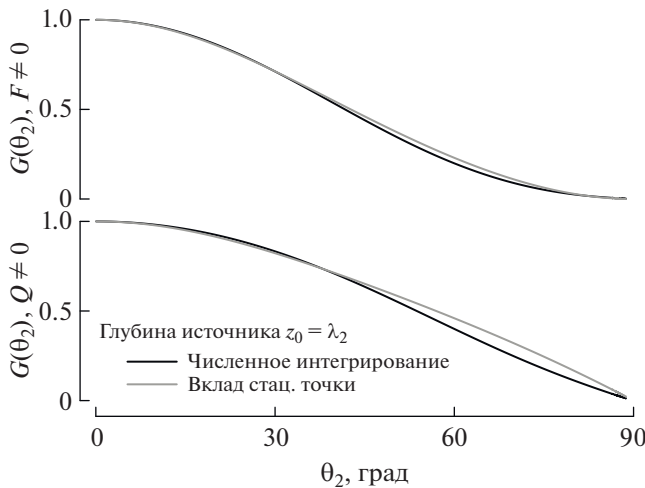


Рис. 5. Диаграммы направленности $G(\theta_2)$ при $z_0 = \lambda_2$.

На рис. 5 представлены диаграммы направленности для простого (нижние графики) и силового (верхние графики) источников, удаленных на расстояние одной длины волны в воде. Диаграмма направленности определена следующим образом: $G(\theta_2) = \left| \frac{p_1(r, z, z_0)}{p_1(0, z, z_0)} \right|$. Угол θ_2 отвечает лучевой картине на рис. 2. Определение θ_2 как функции от r, z, z_0 сводится к нахождению корней полинома соответствующей степени (процедура описана в [3]). Излучение в воздух локализовано в пределах конуса с углом раскрыва $\tilde{\theta}_1 = \arcsin(c_1/c_2)$ и экспоненциально быстро ослабевает при $|\theta_1| > \tilde{\theta}_1$. Серыми линиями на рис. 5 показаны зависимости, отвечающие вкладу стационарных точек (6), (7). Нетрудно видеть, что уже при $z_0 = \lambda_2$ наблюдаются малые отклонения результатов прямого численного интегрирования от высокочастотных асимптотик. Отклонения связаны с проявлением дифракционной волны в области углов, близких к скользящим (см. выражение 12.43 в [3]).

На рис. 6 представлены диаграммы направленности $G(\theta_1)$, где $\theta_1 = \arctg(r/|z|)$. Удаление “приемника” от границы раздела сред задавалось равным $z = -5\lambda_2$, что отвечает $\sqrt{r^2 + z^2} \gg \lambda_1$. Нетрудно видеть, что характеристики направленности излучения в воздушной среде в случае простого и дипольного источников качественно отличаются. Эти отличия и связанный с их наличием дополнительный эквивалентный источник излучения на границе раздела двух сред обсуждаются ниже.

Штриховыми линиями на рис. 6 показаны ожидаемые диаграммы направленности при помещении эквивалентного источника малых волновых размеров $z_0\sqrt{2} \ll \lambda_{1,2}$ на границу раздела

сред. В этом случае для простого источника направленность отсутствует, и излучение в воздух должно быть изотропным. Глубине погружения $z_0 = \lambda_2/16$ отвечает волновой размер эквивалентного источника $k_2R_F = \pi/4$. Диаграмма направленности, которая отвечает такому источнику, показана на рис. 6 штрих-пунктирной линией. Нетрудно видеть, что эта линия качественно описывает угловую зависимость поля излучения в области углов меньше 30° , вычисленную интегрированием (4). При увеличении угла θ_1 наблюдается отклонение ожидаемой диаграммы направленности вида $2 \frac{J_1(k_1R_F \sin \theta_1)}{k_1R_F \sin \theta_1}$ от истинной. Это связано, во-первых, с неравномерностью амплитуды при близком к границе расположении источника, и, во-вторых, с проявлением распределенного эквивалентного источника S_2 (см. ниже).

Для силового источника малых волновых размеров $k_1r_{\text{eff}} \ll 1$ ожидаемая направленность излучения пропорциональна $\cos \theta_1$, а само поле должно описываться выражением:

$$p_1(R) = -i \frac{k_1 F \cos \theta_1}{2\pi R} \exp(+ik_1R), \quad (8)$$

$$k_1R \gg 1, \quad R = \sqrt{r^2 + z^2}.$$

В дальнейшем мы увидим, что выражение (8) не описывает акустическое поле, создаваемое силовым источником в воздушной среде.

Таким образом, результат вычислений интеграла (4) указывает на возможность существенного упрощения вычислений для случая простого источника ($Q \neq 0$), расположенного в непосредственной близости от границы раздела сред $z_0 \ll \lambda_{1,2}$. В этом случае поле в воздушной среде отвечает полю эквивалентного источника той же производительности Q :

$$p_1(R) \approx -\rho_1 c_1 \frac{k_1^2 Q}{2\pi R} \exp(+ik_1R), \quad (9)$$

$$k_1R \gg 1, \quad R = \sqrt{r^2 + z^2}.$$

Как видно из графиков на рис. 6 (серая линия), поле давления при $z_0 \ll \lambda_1$ практически изотропно в области изменения угла $\theta_1 < \pi/2$. Отклонение от изотропности излучения наблюдается при $\theta_1 \rightarrow \pi/2$, где становится заметен вклад дифракционных волн [3], и это отклонение наблюдается тем раньше, чем больше волновая глубина источника k_2z_0 .

Вычисление интеграла (5) указывает на невозможность сведения излучения при $z_0 \ll \lambda_2$ к эквивалентному силовому источнику с полем излучения (8). Для понимания причин возникновения

расхождения данных численного интегрирования с (8) на рис. 7 приведены результаты расчета для случаев рис. 6 при добавлении потерь в κ под интегралами (4) и (5). Величина потерь была задана равной $\text{Im } \kappa / \text{Re } \kappa = 0.1$, что отвечает затуханию в $\exp(2\pi)$ или приблизительно в 535 раз на расстоянии $20\pi / \text{Re } \kappa$ (как видно из представленного ниже выражения (10) это отвечает указанной величине затухания на расстоянии $r = 10\lambda_2$). Отметим, что введение затухания возмущений, распространяющихся вдоль границы раздела сред, можно реализовать, например, за счет размещения на этой границе поверхностно-активных веществ с большой вязкостью. Поэтому показанное на рис. 7 влияние потерь на границе раздела сред может быть использовано в дистанционной акустической диагностике поверхностно-активных веществ на морской поверхности.

Введение потерь означает подавление распространяющихся из области источника возмущений границы. Как следует из выражения (3), на больших расстояниях от источника $k_2 r \gg 1$ вертикальная проекция скорости перемещения границы приблизительно равна

$$v_z^{(0)}(r) \approx +i \frac{k_2 F}{2\pi \rho_2 \omega r^2} \exp(+ik_2 r), \quad (10)$$

т.е. наряду с силовым источником, равномерно распределенным по площадке $z_0 \sqrt{2}$, появляется простой источник, отвечающий затухающей волне, бегущей со скоростью звука в воде. Поскольку эта волна является быстрой по сравнению со скоростью звука в воздухе, она становится излучающей (“вытекающей”). Быстрое убывание амплитуды $v_z^{(0)}(r)$, обратно пропорциональное квадрату расстояния, не позволяет сформироваться направленному излучению в направлении синхронизма $\theta_1 = \tilde{\theta}_1$. Наличие дополнительного источника излучения согласуется с замечанием о большей роли неоднородных волн для источников высокого порядка в прохождении звука через границу раздела жидкости и газа [1]. На связь излучения с источником вида (10) указывает также видимое на рис. 6 возрастание излучения в области углов $\theta_1 > \tilde{\theta}_1 \approx 13^\circ$, где возможна реализация условий синхронизма возмущений (10) со звуковыми волнами в воздушной среде.

Отметим, что наличие множителя вида $\cos \theta_0 = z_0 / R$ в выражении (2) для скорости поверхности раздела сред $v_z^{(0)}(r)$, создаваемой простым источником, в пределе $r \gg z_0$ в значительной степени подавляет указанный выше механизм формирования дополнительного распределенного источника излучения в воздушную среду. Поэтому увеличение амплитуды поля в области углов $\theta > \tilde{\theta}_1$

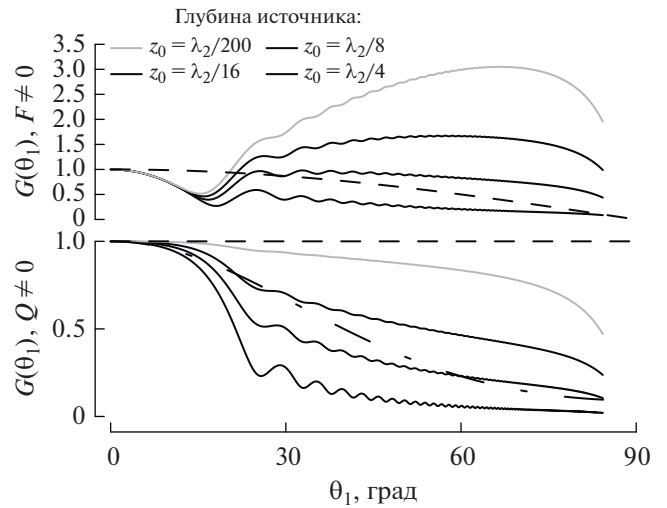


Рис. 6. Диаграммы направленности $G(\theta_1)$ при $z_0 < \lambda_2$.

проявляется слабее в случае простого первичного источника. В результате поле акустического излучения в воздухе удовлетворительно описывается выражением (9) для случая $z_0 \ll \lambda_{1,2}$. Сравнение рис. 6 и рис. 7 указывает на важную роль возмущений с фазовым распределением $\propto \exp(+ik_2 r)$ в формировании поля давления в воздухе при увеличении порядка источника.

На рис. 8 схематично показаны вторичные источники на поверхности раздела сред, отвечающие за формирование акустического поля в воздушной среде. Вторичный источник S_1 представляет собой либо равномерно распределенную по круговой площадке радиуса $z_0 \sqrt{2}$ вертикальную скорость перемещения границы раздела сред (первичный источник простого типа), либо равномерно распределенную по той же площадке вертикальную силу (первичный источник вертикальной силы). Вторичный источник S_2 представляет собой бесконечно протяженную круговую область, на которой распределены вертикальные скорости перемещения границы раздела. При этом скорости имеют фазовое распределение $\exp(+ik_2 r)$ и амплитудное распределение $1/r^2$ при $r \gg \lambda_2$. Источник S_2 обеспечивает излучение вытекающей волны, а уменьшение его амплитуды с ростом расстояния до первичного источника обеспечивает широкую диаграмму направленности в области углов $\theta_1 \approx \tilde{\theta}_1$. Направленность акустического излучения в воздушной среде, создаваемого вторичным источником S_2 , схематично показана стрелками на рис. 8. Вклад этого источника в акустическое поле в воздушной среде значительно подавлен в случае простого (монопольного) первичного источника и стано-

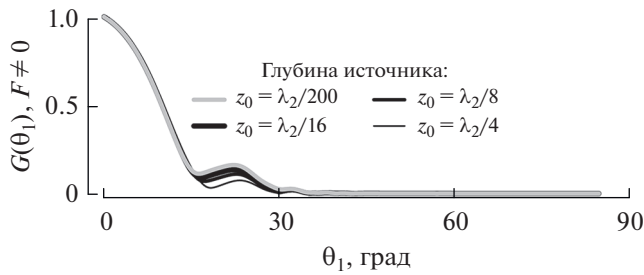


Рис. 7. Диаграммы направленности $G(\theta_1)$ для силового источника при $z_0 < \lambda_2$ при добавлении потерь $\text{Im } \kappa > 0$.

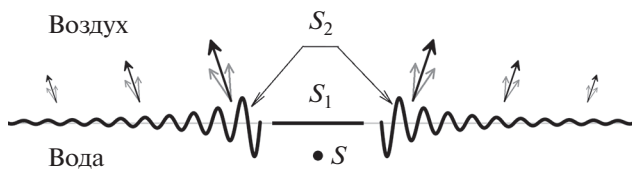


Рис. 8. Первичный источник S , помещенный в воду, и вторичные источники S_1 и S_2 акустического излучения из воды в воздух, расположенные на границе раздела сред.

вится значимым для первичного источника в виде силы, что дополнительно иллюстрирует вывод работы [1] о возрастании вклада неоднородных волн с увеличением порядка источника.

Таким образом, выполненные вычисления позволяют наглядно представить себе систему эквивалентных источников, отвечающих за излучение низкочастотного звука из воды в воздух, и диаграмму направленности акустического излучения, порождаемого этими источниками. Еще раз отметим, что аналитическое выражение для случая $|z|, z_0 \ll r$ или $\theta_1 \approx \pi/2$ представлено в книге [3]. Для углов $\theta_1 \approx \pi/2$ поле, вычисленное путем интегрирования (4) и (5), стремится к нулю (рис. 6), как и предсказывает аналитическое выражение [3]. Как нам представляется, приведенные выше качественные соображения и результаты численного моделирования во всем диапазоне изменения углов излучения θ_1 являются хорошим дополнением к описанию [1, 3].

В процессе подготовки статьи к печати в Акустическом журнале вышла интересная работа [10], содержащая результаты экспериментальных исследований прохождения звука из воды в воздух для первичного источника монополярного типа ($Q \neq 0$). Представляет интерес сопоставить данные измерений с приведенными выше диаграммами направленности. На рис. 9 работы [10] представлена зависимость коэффициента прохождения по давлению из воды в воздух от глуби-

ны расположения источника. Диапазону глубин на этом рисунке отвечает изменение безразмерных величин $1/75 \leq z_0/\lambda_2 \leq 2/3$, что включает интервал безразмерных глубин источника для данных, представленных на нижнем графике рис. 6. Расположению микрофона в эксперименте [10] отвечает угол $\theta_1 \approx 79^\circ$. Если построить зависимость величины $G(\theta_1)$ при указанном значении θ_1 от глубины источника z_0 , то получится ярко выраженная экспоненциальная зависимость вида $\exp(-\alpha z_0)$, где z_0 выражено в метрах и $\alpha \approx 16.7 \text{ м}^{-1}$ — коэффициент аппроксимации. По оси ординат рис. 9 работы [10] отложен коэффициент прохождения по давлению в децибелах. При этом хорошо видна линейная зависимость коэффициента прохождения, выраженного в децибелах, от глубины источника при $z_0/\lambda_2 \leq 1/8$. Таким образом, результаты, представленные в настоящей статье, находятся в удовлетворительном согласии с экспериментальными данными работы [10].

ВЫВОДЫ

В работе исследована направленность излучения атмосферного инфразвука, возбуждаемого монополярным и силовым источниками, помещенными в водную среду. Показано, что существуют два типа вторичных эквивалентных источников, которые размещены на границе раздела сред. Эти источники определяют поле акустического излучения в воздушной среде и его направленность. Один из источников по существу локальный, и его характеристики полностью определяются ближним полем первичного источника. Второй источник является распределенным монополярным источником и связан с наличием вертикальных возмущений поверхности, распространяющихся со скоростью звука в воде. Из-за сильного ослабления амплитуды по мере увеличения расстояния от первичного источника такой источник имеет широкую диаграмму направленности. Результаты численного моделирования позволяют составить представление о диаграмме направленности инфразвукового излучения в воздухе в зависимости от глубины погружения первичного источника и его типа. Полученные результаты также подтверждают вывод работы [1] о возрастании вклада неоднородных волн по мере увеличения порядка источника.

Наиболее простое аналитическое выражение для поля в воздушной среде (9) имеет место для случая простого первичного источника (акустического монополя). В этом случае достаточно учесть только один из эквивалентных источников, а его характеристики определены ближним полем первичного источника, расположенного около идеальной границы с нулевым акустиче-

ским импедансом. В случае силового источника направленность излучения зависит от затухания индуцированных колебаний поверхности, что, предположительно, может быть использовано для акустической диагностики поверхностно-активных веществ. Полученные результаты представляются нам интересными для прикладной гидроакустики и организации дистанционного зондирования приповерхностных областей моря в области низких частот.

Автор выражает благодарность Ю.А. Кобелеву за полезные замечания и дискуссии по теме представленной работы.

Работа выполнена при частичной поддержке гранта РФФИ № 18-05-520006, а также при частичной поддержке госзадания ИПФ РАН по теме № 0030-2021-0009.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Годин О.А.* Прохождение низкочастотного звука из воды в воздух // Акуст. журн. 2007. Т. 53. 3. С. 353–361.
2. *Волощенко А.П., Тарасов С.П.*, Эффект аномальной прозрачности границы раздела жидкость–газ для звуковых волн // Акуст. журн. 2013. Т. 59. 2. С. 186–192.
3. *Бреховских Л.М., Годин О.А.* Акустика слоистых сред. М.: Наука, 1989. 416 с.
4. *Бреховских Л.М.* Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 343 с.
5. *Исакович М.А.* Общая акустика. М.: Наука, 1973. 496 с.
6. *Скучик Е.* Основы акустики. Т. 2. М.: Мир, 1976. 542 с.
7. *DeSanto J.A.* Ocean acoustics. Springer-Verlag: Berlin, Heidelberg, New York, 1979. 285 p.
8. *Аки К., Ричардс П.* Количественная сейсмология (в 2-х томах). М.: Мир, 1983. 880 с.
9. *Федорюк М.В.* Асимптотика, интегралы и ряды. М.: Наука, 1987. 544 с.
10. *Волощенко А.П.* Анализ эффекта аномальной прозрачности границы раздела вода–воздух // Акуст. журн. 2020. Т. 66. 3. С. 242–250.

АКУСТИЧЕСКАЯ ЭКОЛОГИЯ.
ШУМЫ И ВИБРАЦИЯ

УДК 620.179.12,629.12

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ЗАРОЖДАЮЩИХСЯ ДЕФЕКТОВ
В УЗЛАХ НОВЫХ КОРАБЕЛЬНЫХ МЕХАНИЗМОВ В ПРОЦЕССЕ
АДАПТИВНОГО ВИБРОДИАГНОСТИРОВАНИЯ НА ОСНОВЕ
МНОГОМЕРНЫХ ПРИЗНАКОВ

© 2021 г. В. С. Давыдов^а, *, Д. В. Стеблянко^б, **

^аСанкт-Петербургский государственный электротехнический университет “ЛЭТИ”,
ул. Профессора Попова 5, корп. 5, Санкт-Петербург, 197022 Россия

^бЧерноморское высшее военно-морское ордена Красной звезды училище имени П.С. Нахимова,
ул. Дыбенко Павла 1А, Севастополь, 299028 Россия

*e-mail: reglament-spb@mail.ru

**e-mail: ds96043@gmail.com

Поступила в редакцию 30.03.2021 г.

После доработки 07.06.2021 г.

Принята к публикации 10.06.2021 г.

Разработан метод идентификации возникновения зарождающихся дефектов в узлах новых корабельных механизмов, ранее не прошедших виброакустическое тестирование, при отсутствии статистических данных об изменении виброакустических параметров и признаков диагностирования под воздействием характерных неисправностей. Реализован метод идентификации неисправных узлов, в которых возникли зарождающиеся дефекты под воздействием неизвестных неисправностей. Разработан алгоритм построения границ эталонных областей путем интегрирования условных многомерных плотностей вероятностей признаков пространств, характеризующих распределение зарождающихся дефектов для исправного состояния механизма. Предложено правило идентификации возникновения зарождающихся дефектов в отдельных узлах механизма в случае выхода многомерных признаков за границы эталонных областей. Предложено правило идентификации возникновения зарождающихся дефектов в узлах механизмов, построенное на основе непараметрического критерия согласия для оценки совпадения условных функций распределения многомерных признаков, характеризующих эти дефекты. Экспериментальная проверка разработанного метода выполнена при проведении натуральных виброакустических испытаний корабельных механизмов.

Ключевые слова: вибродиагностика, виброакустический сигнал, зарождающиеся дефекты, многомерные признаковые пространства, спектральная плотность мощности, состояние механизмов

DOI: 10.31857/S0320791921050014

ОБОСНОВАНИЕ И ВЫБОР
ДИАГНОСТИЧЕСКИХ ПРИЗНАКОВ

В диагностике механического оборудования различают задачи определения грубых дефектов (когда параметры технического состояния машин претерпевают значительные изменения), обнаружения предаварийных состояний, идентификации разладки механизма (т.е. начальной стадии нарушения исправного состояния) и распознавания неисправностей на ранней стадии их развития (зарождающихся дефектов). Для обнаружения предаварийных состояний часто достаточно контролировать общий уровень виброакустического сигнала в широкой полосе частот. Но для определения даже грубых дефектов механизмов требуется более подробный анализ энергетических характеристик сигнала. С этой целью часто

контролируются уровни отдельных составляющих спектральной плотности мощности вибраций, например, в 1/3-октавных более узких полосах частот. Таким образом, для диагностики даже грубых дефектов необходимо проводить подробный спектральный анализ сигналов и отслеживать одновременно изменения нескольких составляющих спектральной плотности мощности вибрации, т.е. использовать многомерное признаковое пространство.

При возникновении дефектов на начальной стадии их развития в виброакустическом сигнале происходят, как правило, незначительные энергетические изменения. Для выявления этих изменений требуется структурный анализ сигналов с целью выявления наиболее информативных признаков.

Основным фактором, способным вызвать внезапный отказ в таких узлах механизмов, как подшипники качения и скольжения, цилиндропоршневая группа двигателей и насосов, шестерен, является развитие зарождающихся локальных дефектов типа выкрашивания, появления трещин, задира и др. При появлении этих дефектов возникают кратковременные удары (длительностью несколько микросекунд), которые возбуждают высокочастотные свободные колебания механической конструкции на частотах, определяемых резонансными свойствами самой конструкции. В результате высокочастотные колебания модулируются низкочастотным сигналом вращающихся элементов механизмов. Поэтому основное внимание при диагностировании зарождающихся неисправностей уделяется признакам, содержащим информацию о модуляционных составляющих виброакустических колебаний, вызывающих появление комбинационных частот.

Для выделения комбинационных частот измеряемые виброакустические колебания пропускаются через полосовой фильтр (чаще 1/3-октавный фильтр), настроенный в области собственных частот механизма, детектируются, а затем анализируются с помощью быстрого преобразования Фурье (БПФ). При этом выполняется узкополосный спектральный анализ огибающих виброакустических сигналов [1]. Для отдельного анализа амплитудной и фазовой информации могут использоваться амплитудные и фазовые спектры. Чаще, исключая фазовую информацию, используются спектральные плотности мощности виброакустических сигналов. Для повышения точности расчетов применяется многократное усреднение спектров (как правило, более 20 раз). При определении усредненного энергетического спектра усредняются отдельно действительные $F_g(\omega)$ и мнимые $F_m(\omega)$ составляющие спектра.

Для более эффективного выделения модуляционных колебаний на фоне помех, создаваемых работой механизмов, додетекторная фильтрация виброакустических сигналов (чаще вибрационных ускорений) выполняется в высокочастотной области, соответствующей резонансной полосе виброприемника. В этом случае используются виброприемники с резонансной частотой от 25 до 500 кГц. За счет использования узкополосной фильтрации можно добиться значительного превышения сигнала над помехой. При этом полностью исключается влияние на анализируемые комбинационные частоты вибраций соседних узлов механизмов [1, 2].

Ранее возникновение зарождающихся дефектов определялось качественным способом или ограничивалось использованием отдельных дискретных составляющих в спектральной плотности мощности огибающих вибрационных ускоре-

ний хорошо изученных механических узлов, например, подшипников качения. Если на каком-либо элементе подшипника качения (внутренняя или внешняя обойма, тела качения, сепаратор) появился дефект, частота следования ударов (так называемая периодичность “обкатывания” дефекта) будет соответствовать частоте дефекта соответствующего элемента. Эта частота однозначно связана с геометрическими размерами элементов подшипника и частотой вращения ротора. После каждого удара, обусловленного дефектом, в подшипнике возникают свободные затухающие колебания на резонансных частотах деталей подшипника и корпуса, в котором установлен подшипник. По изменению в спектральной плотности мощности огибающих вибрационных ускорений амплитуд на резонансных частотах деталей подшипника (внутренней или внешней обойме, телах качения, сепараторе) судят о возникновении дефектов этих деталей [2].

Однако для более сложных механических узлов при обнаружении и распознавании зарождающихся дефектов требуется использовать многомерное признаковое пространство взаимных расположений и амплитудных значений существенных локальных максимумов в спектральных плотностях мощности огибающих вибрационных ускорений $G(\omega)$.

Возникновение дефектов вызывает изменение коэффициентов модуляции, а следовательно, и появление новых дискретных составляющих в спектральных плотностях мощности $G(\omega)$. Часто одному дефекту нельзя поставить в соответствие одну дискретную составляющую. Поэтому для диагностики энергетического оборудования требуется использовать многомерные признаковые пространства.

В вибродиагностике разработано немало различных методов и способов [10–18], обзор этих методов широко представлен в монографии А.А. Равина [9]. Однако они не решают поставленные задачи вибродиагностирования зарождающихся дефектов механизмов на основе многомерных признаковых пространств по оптимальным решающим правилам.

Наряду с существенными дискретными составляющими, характеризующими модуляционные процессы в механических системах, наблюдаются небольшие флуктуации, которые не требуется включать в анализируемое признаковое пространство. С этой целью был использован разработанный автором алгоритм автоматического выделения существенных дискретных составляющих в усредненной спектральной плотности мощности $G(\omega)$ [3]. Критерием существенности дискретной составляющей является превышение ам-

плитудой $G_{j \max}$ амплитуд двух ограничивающих ее минимумов с пороговой величиной A :

$$\frac{G_{j \max}}{G_{j-m \min}} > A, \quad \frac{G_{j \max}}{G_{j+n \min}} > A. \quad (1)$$

Анализируются последовательно все экстремумы. В каждой локальной области для выполнения условий (1) ищется наибольший максимум $G_{j \max}$ (максимум максимумов) и ограничивающие его с двух сторон наименьшие минимумы (минимумы минимумов) — $G_{j-m \min}$, $G_{j+n \min}$. Сравнение экстремумов в виде отношения исключает зависимость принятия решения от изменений коэффициента передачи измерительного тракта. Если спектральная плотность мощности $G(\omega)$ измеряется в децибелах (дБ), то сравнение экстремумов выполняется в виде разности. Точное значение пороговой величины может быть установлено, если известны функции распределения перепадов между существенными максимумами и минимумами.

Тогда априори требуется установить, какие максимумы следует считать существенными, что не всегда возможно в практических случаях. Поэтому часто пороговая величина задается эмпирически и уточняется по результатам правильного диагностирования по оптимальному решающему правилу. В результате работы программы на ПЭВМ по данному алгоритму формируется массив выделенных дискретных составляющих в виде их амплитудных значений $\{G_j\}$ и местоположений на оси частот $\{\omega_j\}$. Для построения оптимальных решающих правил необходимо знать условные плотности вероятностей используемых признаков пространств для разных состояний диагностируемого оборудования. В результате выполненных оценок законов распределения признаков ω_j , G_j с помощью непараметрического критерия Колмогорова—Смирнова принято, что в общем случае их законы распределения могут иметь любой вид [4]. С помощью критериев ранговой корреляции Спирмэна и коэффициента конкордации доказана взаимная и совместная независимость одномерных значений многомерных величин признаков $\{\omega_j\}$, $\{G_j\}$ [4]. Тогда условные многомерные плотности вероятностей признаков пространств $\{\omega_j\}$, $\{G_j\}$, построенные для разных i -ых состояний (режимов) механизмов, могут быть составлены в виде произведения [4]:

$$f\left(\bigcup_{j=1}^{n_i} \omega_j / \alpha_i\right) = \prod_{j=1}^{n_i} f(\omega_j / \alpha_i), \quad (2)$$

$$f\left(\bigcup_{j=1}^{n_i} G_j / \alpha_i\right) = \prod_{j=1}^{n_i} f(G_j / \alpha_i), \quad (3)$$

$$f\left(\bigcup_{j=1}^{n_i} \omega_j; G_j / \alpha_i\right) = \prod_{j=1}^{n_i} f(\omega_j / \alpha_i) f(G_j / \alpha_i). \quad (4)$$

Следовательно, для построения эталонов многомерных признаков пространств достаточно разделить их на отдельные j -ые эталонные области в соответствии с изменяющимися величинами признаков $\{\omega_j\}$ и выполнить аппроксимацию одномерных условных плотностей вероятностей $f(\omega_j / \alpha_i)$, $f(G_j / \alpha_i)$. При построении эталонов для каждого i -го образа (состояния механизма) объединяются все признаки ω_j на оси ω , полученные в результате многократных измерений усредненных спектральных плотностей мощности $G(\omega)$ для данного механизма в i -ом состоянии. На оси ω каждая отдельная j -ая область формируется путем объединения близких значений ω_j . Причем число объединенных значений признаков N_j в каждой j -ой области не должно превышать размера обучающей выборки N ($N_j \leq N$).

В результате зарождения дефектов появляется неравномерность взаимодействий деталей механизмов, уровень отдельных дискретных составляющих изменяется случайным образом. Это приводит к изменению количества дискретных составляющих, выявляемых в усредненных спектральных плотностях мощности, т.е. к изменению размерности признаков пространств $\{\omega_j\}$, $\{G_j\}$. Поэтому в процессе обучения оцениваются вероятности изменения размерности признаков пространств.

ФОРМУЛИРОВКА ПОСТАВЛЕННОЙ ЗАДАЧИ

Для новых механизмов (или ранее не прошедших вибродиагностическое тестирование) отсутствуют статистические данные об изменении виброакустических параметров под воздействием характерных неисправностей. В этом случае невозможно выполнять распознавание зарождающихся дефектов в узлах механизмов, как это представлено для корабельных механизмов в статье [5]. Тогда вместо распознавания дефектов возможно идентифицировать неисправные узлы, в которых зарождаются дефекты. С этой целью в каждом ответственном узле корабельных механизмов контролируются изменения модуляционных составляющих в усредненных спектральных плотностях мощности огибающих вибрационных ускорений, характеризующих возникновение зарождающихся неисправностей. Для каждого ответственного узла строятся эталоны в виде многомерных функций распределения положений на оси частот и амплитудных значений указанных модуляционных составляющих и вероятностные границы их изменения. Возникновение неис-

правностей в отдельных узлах корабельных механизмов устанавливается с помощью разработанных двух правил идентификации, сформулированных с использованием построенных эталонов.

Для идентификации возникновения зарождающихся дефектов в узлах корабельных механизмов требуется разрабатывать адаптивные диагностические системы, обучающиеся в процессе их эксплуатации. Необходимо в процессе обучения получать информацию о характеристиках исправного состояния корабельного энергетического оборудования с точностью до отдельных наиболее ответственных узлов и идентифицировать возникновение в них зарождающихся дефектов. Таким образом, задача распознавания характерных дефектов корабельных механизмов трансформируется в задачу идентификации их неисправных узлов.

В вибродиагностике разработано немало различных методов и способов [9–15]. Однако они не решают поставленной задачи идентификации возникновения зарождающихся дефектов механизмов на основе многомерных признаков пространств в процессе адаптивной вибродиагностики.

МЕТОД ИДЕНТИФИКАЦИИ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ЗАРОЖДАЮЩИХСЯ ДЕФЕКТОВ В УЗЛАХ КОРАБЕЛЬНЫХ МЕХАНИЗМОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВЕРОЯТНОСТНЫХ ГРАНИЦ ЭТАЛОННЫХ ОБЛАСТЕЙ МНОГОМЕРНЫХ ПРИЗНАКОВ

Для идентификации дефектов также используется признаковое пространство расположений на оси частот $\{\omega_j\}$ и амплитудных значений $\{G_j\}$ существенных максимумов (модуляционных составляющих) в усредненных спектральных плотностях мощности огибающих вибрационных ускорений, характеризующее возникновение зарождающихся дефектов механизмов [5]. Чтобы устранить зависимость вибрационных характеристик, а также используемых признаков пространств $\{\omega_j\}$ и $\{G_j\}$ одних узлов механизмов от других, третьоктавные фильтры, применяемые для фильтрации измеряемых вибрационных ускорений, настраиваются на резонансные зоны механической системы с частотами, как правило, выше 15–20 кГц. На этих частотах наблюдается достаточно сильное затухание вибрационных ускорений при распространении между отдельными узлами механизмов.

В работе [4] была доказана взаимная и совместная независимость одномерных значений многомерных величин признаков $\{\omega_j, G_j\}$, а в работе [5] сформулированы оптимальные решающие правила многоальтернативного распознавания зарождающихся i -ых дефектов механизмов с

использованием эталонов в виде условных многомерных плотностей вероятностей указанных признаков пространств $\{\omega_j, G_j\}$. Эталоны строились путем отдельной аппроксимации одномерных плотностей вероятностей $f(\omega_j/\mathcal{L}_i), f(G_j/\mathcal{L}_i)$, с учетом свойства независимости величин признаков по методу Парзена–Розенבלата:

$$f\left(\bigcup_{j=1}^{n_i} \omega_j/\mathcal{L}_i\right) = \prod_{j=1}^{n_i} f(\omega_j/\mathcal{L}_i) = \prod_{j=1}^{n_i} \frac{1}{N_{ji}(N_{ji})^{\frac{1}{4} \sum_{k=1}^{N_{ji}} \frac{1}{\omega \sqrt{2\pi}}}} \times \exp\left[-\frac{1}{2\mathcal{T}_\omega^2} \left(\frac{\omega_j - \omega_{jik}}{N_{ji}^{\frac{1}{4}}}\right)^2\right], \quad (5)$$

где ω_{jik} – отдельные выборочные значения взаимных расположений на оси частот дискретных составляющих в усредненных спектральных плотностях мощности огибающих виброакустических сигналов для j -той области i -ых состояний узла механизма; N_{ji} – число выборочных значений ω_{jik} для j -той эталонной области; \mathcal{T}_ω – среднее квадратическое отклонение величин ω_j . Аналогичным образом выполняется аппроксимация для $\{G_j\}$.

Для идентификации возникновения зарождающихся дефектов узлов корабельных механизмов потребовалось сформулировать статистическое решающее правило, основанное на использовании одного известного эталона для исправного состояния узла. С этой целью возможно построить вероятностные границы областей изменения многомерных величин признаков $\{\omega_j, G_j\}$. Эти границы могут быть установлены путем интегрирования условных плотностей вероятностей, задаваясь вероятностью превышения признаками определяемых граничных значений. Так как одномерные значения многомерных признаков пространств независимы, то вычисление вероятностных интегралов упрощается. Тогда, например, для признакового пространства местоположений дискретных составляющих $\{\omega_j\}$ в усредненных спектральных плотностях мощности $G(\omega)$ огибающих вибрационных ускорений в каждой j -той области сначала определяется левая граница (для нижних частот j -той области) путем нахождения ω_{Hj} при условии:

$$\int_{\omega_{Hj-1}}^{\omega_{Hj}} f(\omega_j/\mathcal{L}_i) d\omega = q_1, \quad (6)$$

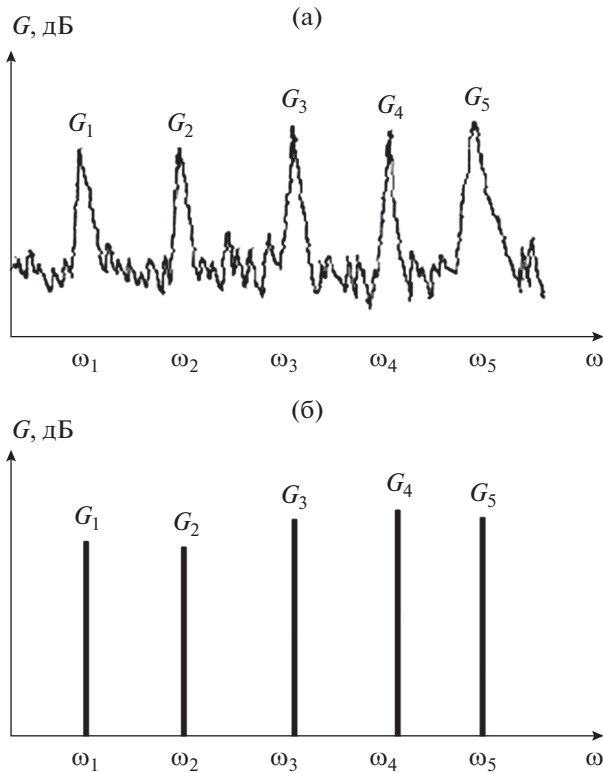


Рис. 1. (а) – Усредненная спектральная плотность мощности огибающей виброакустического сигнала (в логарифмическом масштабе). (б) – Существенные дискретные составляющие, выделенные в усредненной спектральной плотности мощности.

где ω_{Bj-1} – правая верхняя граница $(j - 1)$ области; q_1 – задаваемая величина интеграла, равная вероятности пересечения признаком ω_j граничной величины ω_{Hj} , т.е. при условии $\omega_j \leq \omega_{Hj}$.

Величина q_1 задается обычно равной 0.005–0.025 (т.е. 0.5–2.5%). Правая граница признака ω_{Bj} (для верхних частот j -той области) определяется при условии

$$\int_{\omega_{Bj-1}}^{\omega_{Bj}} f(\omega_j / \mathcal{L}_i) d\omega = q_2, \quad (7)$$

где q_2 – задаваемая величина интеграла, для которой $(1 - q_2)$ составляет вероятность пересечения признаком ω_j граничной величины ω_{Bj} , т.е. при условии $\omega_{ji} \geq \omega_{Bj}$.

Величина q_2 задается обычно равной 0.975–0.995. Тогда $(q_2 - q_1) = 95\text{--}99\%$ и представляет собой вероятность нахождения признака ω_j в пределах заданной области. При расчете левой нижней границы ω_{H1} первой эталонной области ($j = 1$)

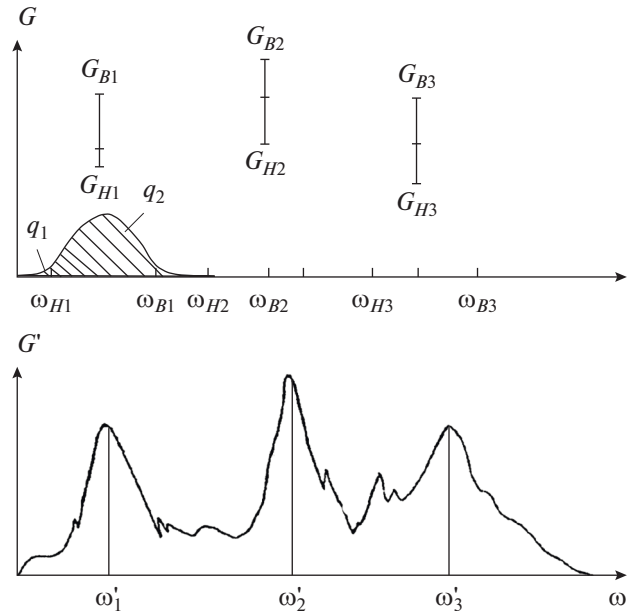


Рис. 2. Границы эталонных областей признаков пространств $\{\omega_j, G_j\}$, выделяемых в усредненных спектральных плотностях мощности G огибающих вибрационных ускорений.

нижний предел интеграла принимается равным нулю.

Для амплитудных значений дискретных составляющих $\{G_j\}$ в усредненных спектральных плотностях мощности $G(\omega)$ огибающих вибрационных ускорений границы эталонных областей рассчитываются отдельно для каждой j -той области при интегрировании плотностей вероятностей $f(G_j / \mathcal{L}_i)$ по аналогии с (6), (7). Причем за нижнюю границу интеграла типа (6) может быть принято нулевое значение признака или задаваемая эмпирически минимальная величина. На рис. 2 схематически изображены границы эталонных областей признаков пространств $\{\omega_j, G_j\}$, точками указаны значения этих признаков, выделенных в приведенной ниже спектральной плотности мощности $G(\omega)$.

Решающее правило идентификации устанавливает принадлежность вновь измененной усредненной спектральной плотности мощности $G(\omega)$ огибающих вибрационных ускорений исправному состоянию контролируемого узла механизма, если выделенные признаки $\{\omega'_j, G'_j\}$ находятся в пределах эталонных областей данного узла:

$$\omega_{Hj} < \omega'_j < \omega_{Bj}, \quad G_{Hj} < G'_j < G_{Bj} \quad (8)$$

для всех $j = 1 - n_i$.

При нарушении одного из неравенств (8) принимается решение о выходе i -го узла механизма из исправного состояния. Если в одну или несколько эталонных областей не попали измеренные признаки $\{\omega'_j, G'_j\}$, то узел не считается исправным (так как размерность используемого признакового пространства может изменяться в процессе измерений) [4].

**МЕТОД ИДЕНТИФИКАЦИИ
ВОЗНИКНОВЕНИЯ ЗАРОЖДАЮЩИХСЯ
ДЕФЕКТОВ В УЗЛАХ КОРАБЕЛЬНЫХ
МЕХАНИЗМОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ
НЕПАРАМЕТРИЧЕСКОГО КРИТЕРИЯ
СОВПАДЕНИЯ ЭМПИРИЧЕСКИХ
ФУНКЦИЙ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ
МНОГОМЕРНЫХ ПРИЗНАКОВ**

Правило идентификации возникновения зарождающихся дефектов в узлах корабельных механизмов по одному эталону, соответствующему исправному состоянию контролируемого узла, может быть построено также с использованием непараметрического критерия совпадения эмпирических функций распределения признаков пространств. С этой целью строятся эмпирические функции распределения выборочных эталонных значений признаков $\{\omega_j, G_j\}$ и признаков $\{\omega'_j, G'_j\}$, выделяемых во вновь измеренных усредненных спектральных плотностях мощности огибающих вибрационных ускорений. Аппроксимация одномерных функций распределения, например, $\Phi(\omega)$ по методу Парзена–Розенבלата в соответствии с (5) выполняется в виде:

$$\Phi(\omega_j) = \frac{1}{N_j(N_j)^{-1/4}} \sum_{K=1}^{N_j} \frac{1}{\mathcal{T}_\omega \sqrt{2\pi}} \times \int_{\omega_{Hj}}^{\omega_{Bj}} \exp \left[-\frac{1}{2\mathcal{T}_\omega^2} \left(\frac{\omega'_j - \omega_{jK}}{N^{-1/4}} \right)^2 \right], \quad (9)$$

где ω_{jK} – отдельные выборочные значения взаимных расположений на оси частот дискретных составляющих, в усредненных спектральных плотностях мощности огибающих вибрационных ускорений для j -той эталонной области; N_j – число выборочных значений ω_{jK} для j -ой эталонной области; \mathcal{T}_ω – среднее квадратическое отклонение величин $\{\omega_j\}$.

В соответствии с критерием Колмогорова–Смирнова расхождение между одномерными эмпирическими функциями распределения определяется в виде [6]:

$$\Delta_j = \sup_{\omega_j} |\Phi(\omega_j) - \Phi'(\omega_j)|. \quad (10)$$

Так как одномерные значения многомерных величин признаков $\{\omega_j, G_j\}$ независимы, то расхождения между многомерными эмпирическими функциями распределения рассматриваемых признаков могут быть определены в виде:

$$\Delta_\omega = \sup_j \sup_{\omega_j} |\Phi(\omega_j) - \Phi'(\omega_j)|, \\ \Delta_G = \sup_j \sup_{G_j} |\Phi(G_j) - \Phi'(G_j)|. \quad (11)$$

Примеры эмпирических функций распределения $\Phi(\omega_j)$ и $\Phi'(\omega'_j)$ местоположений на оси частот дискретных составляющих $\{\omega_j\}$, $\{\omega'_j\}$ приведены на рис. 3. Здесь

$$\Phi \left(\bigcup_{j=1}^{n_i} \omega_j / \mathcal{L}_i \right)$$

– функция распределения, построенная на основе эталонных значений признаков $\{\omega_j\}$;

$$\Phi' \left(\bigcup_{j=1}^{n_i} \omega'_j / \mathcal{L}_i \right)$$

– функция распределения, построенная на основе признаков $\{\omega'_j\}$, выделенных во вновь измеренных усредненных спектральных плотностях мощности огибающих вибрационных ускорений.

Для заданного уровня значимости Q – вероятности ложного отклонения гипотезы совпадения интегральных законов распределения вычисляется пороговое значение [6]:

$$\Delta_q = \left(\frac{1}{2N} \ln \frac{2}{Q} \right)^{1/2}, \quad (12)$$

где

$$\frac{1}{N} = \frac{1}{N_1} + \frac{1}{N_2},$$

N_1 – число усредненных спектральных плотностей мощности $G(\omega)$ огибающих вибрационных ускорений в обучающей выборке; N_2 – число усредненных спектральных плотностей мощности $G'(\omega')$ вновь измеренных огибающих вибрационных ускорений в контрольной выборке.

Пороговые значения вычисляются отдельно для местоположений на оси частот $\{\omega_j\}$ – $\Delta_{\omega Q}$ и амплитудных значений дискретных составляющих – Δ_{GQ} .

Спектральные плотности мощности $G'(\omega)$ вновь измеренных огибающих вибрационных ускорений считаются не соответствующими ис-

правному состоянию диагностируемого узла установки, если выполняется одно из неравенств:

$$\Delta_{\omega} > \Delta_{\omega_0}, \Delta_G > \Delta_{GQ}. \quad (13)$$

Если принять $\Delta_{\omega} = \Delta_{\omega_0}$, $\Delta_G = \Delta_{GQ}$, то для вычисленных величин расхождения Δ_{ω} , Δ_G можно определить уровень значимости:

$$Q = \frac{2}{\exp(\Delta^2 2N)}. \quad (14)$$

Тогда уровни значимости Q_{ω} , Q_G характеризуют вероятность ошибки при идентификации технического состояния узла механизма с использованием выбранного непараметрического критерия совпадения эмпирических функций распределения. Чем меньше Q , тем с большей уверенностью можно утверждать, что по результатам виброакустических измерений диагностируемый узел является неисправным. Данное правило позволяет идентифицировать неисправные узлы механизмов при изменении эталонов используемых признаков пространств и оценивать вероятность ошибки идентификации. Недостатком этого правила является необходимость многократных измерений усредненных спектральных плотностей мощности $G'(\omega)$ огибающих вибрационных ускорений и построение эмпирических функций распределения $\Phi'(\omega_j)$ выделенных в $G'(\omega)$ признаков. При идентификации неисправных узлов корабельных энергетических установок по первому вышерассмотренному правилу достаточно использовать одну усредненную спектральную плотность мощности.

На основе разработанных правил идентификации составлены рабочие программы для ПЭВМ и выполнена обработка экспериментальных данных.

РЕЗУЛЬТАТЫ НАТУРНЫХ ИСПЫТАНИЙ

Натурные вибродиагностические испытания проводились по результатам записи вибрационных ускорений на корабельных механизмах. Обработывались вибрационные ускорения, записанные при испытаниях следующих механизмов: главного конденсатного насоса ЭКН-12; главного циркуляционного насоса ЭЦ-14; обратимого преобразователя постоянного тока в переменный ПР-503.

При обработке использовались вибрационные ускорения, записанные на двух опорах этих механизмов. Режимы испытаний этих механизмов были пронумерованы в следующей последовательности: 1 – ЭКН-12 при 10123 ч работы после замены смазки и нижнего подшипника; 2 – ЭКН-12 при 5198 ч работы до замены смазки; 3 – ЭКН-12 при 5218 ч работы после замены смазки;

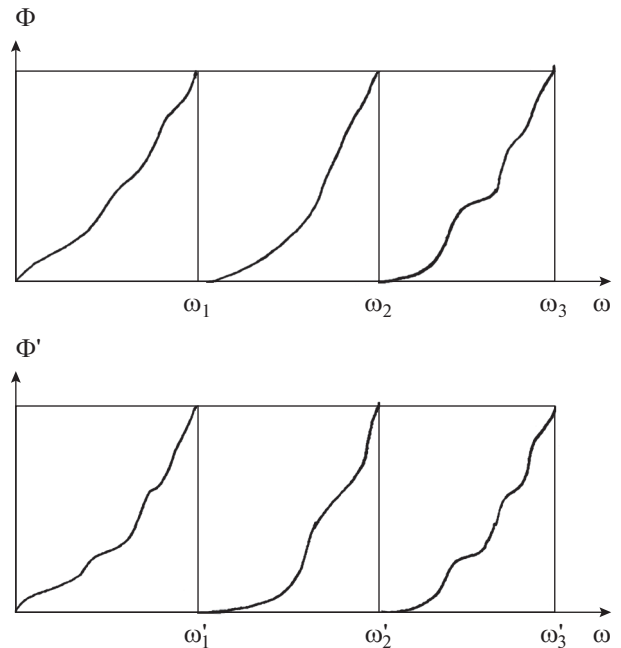


Рис. 3. Эмпирические функции распределения местоположения на оси частот дискретных составляющих $\{\omega_j\}$.

4 – ЭЦ-14 при 5493 ч работы до замены смазки на малой скорости 295 об/мин; 5 – ЭЦ-14 при 5513 ч работы после замены смазки на малой скорости; 6 – ЭЦ-14 при 10985 ч работы после замены нижнего подшипника на малой скорости; 7 – ЭЦ-14 при 25452 ч работы (планово-предупредительный ремонт был выполнен после 20000 ч работы) на малой скорости; 8 – ЭЦ-14 при 8900 ч работы, запись на другом главном циркуляционном насосе после замены смазки, на малой скорости; 9 – ПР-503 при 3250 ч работы после замены смазки; 10 – ПР-503 при 12200 ч работы; 11 – ПР-503 при 5100 ч работы; 12 – ПР-503 при 2990 ч работы после замены смазки; 13 – ЭЦ-14 при 5513 ч работы после замены смазки, на большой скорости 590 об/мин; 14 – ЭЦ-14 при 10995 ч работы после замены нижнего подшипника, на большой скорости 590 об/мин.

Обработка натурных экспериментальных данных проводилась в соответствии с разработанным методом адаптивной вибродиагностики зарождающихся дефектов корабельных механизмов в два этапа. На этапе обучения измеренные вибрационные ускорения поступали на 1/3-октавный фильтр спектроанализатора, детектировались, а затем с помощью АЦП преобразовывались в двоичный код и записывались в память ПЭВМ. В ПЭВМ выполнялся узкополосный спектральный анализ для каждой выборки огибающей $S(t)$ вибрационных ускорений размером 2048 отсчетов, вычислялись усредненные спектральные

Таблица 1. Количество отказов (в процентах) при идентификации технических состояний механизмов

Идентификация технических состояний насоса ЭКН-12						
P_{31}^{ω}	P_{31}^G	$P_{23}^{\omega 6}$	$P_{23}^{\omega 8}$	P_{23}^{G5}	P_{23}^{G9}	P_{23}^{G11}
1	0	3	1	5	5	5
Идентификация технических состояний насоса ЭЦ-14						
P_{45}^{ω}	P_{45}^G	P_{56}^{ω}	P_{56}^{G1}	P_{56}^{G5}	$P_{46}^{\omega 8}$	P_{46}^G
1	0	12	13	7	3	0
$P_{47}^{\omega 5}$	$P_{47}^{\omega 6}$	P_{47}^{G1}	P_{47}^{G3}	P_{47}^{G4}	P_{47}^{G5}	P_{47}^{G6}
9	1	3	16	20	1	10
$P_{57}^{\omega 5}$	$P_{57}^{\omega 6}$	$P_{57}^{\omega 7}$	P_{57}^{G3}	$P_{67}^{\omega 6}$	P_{67}^{G1}	P_{67}^{G2}
4	3	3	1	2	4	1
P_{67}^{G3}	P_{67}^{G4}	P_{67}^{G5}	$P_{13,14}^{\omega 1}$	$P_{13,14}^{\omega 5}$	$P_{13,14}^{\omega 14}$	$P_{13,14}^{G3}$
27	5	53	5	17	2	50
Идентификация технических состояний ПР-503						
$P_{12,9}^{\omega 1}$	$P_{12,9}^{\omega 3}$	$P_{12,9}^{\omega 8}$	$P_{12,9}^{\omega 9}$	$P_{12,9}^{\omega 11}$	$P_{12,9}^{\omega 12}$	$P_{12,9}^G$
2	18	48	1	1	1	0
$P_{11,9}^{\omega 1}$	$P_{11,9}^{\omega 2}$	$P_{11,9}^{\omega 3}$	$P_{11,9}^{\omega 8}$	$P_{11,9}^{\omega 12}$	$P_{11,9}^{G8}$	$P_{10,9}^{\omega 2}$
31	9	49	4	8	1	6
	$P_{10,9}^{\omega 3}$	$P_{10,9}^{\omega 8}$	$P_{10,9}^{\omega 19}$	$P_{10,9}^{G6}$		
	3	1	3	50		

плотности мощности $G(\omega)$ по 20 выборочным реализациям.

В процессе обучения вычислялись граничные значения местоположений $\{\omega_j\}$ и амплитудных значений $\{G_j\}$ дискретных составляющих в усредненных спектральных плотностях мощности $G(\omega)$ в соответствии с (6), (7). Для обучения использовалось не менее 200 усредненных спектров $G(\omega)$, чтобы вероятность превышения каждой из строящихся граничных значений могла быть выбрана 0.5%.

Для идентификации технических состояний проверяемых механизмов по правилу (8) использовалось не менее 100 усредненных спектральных плотностей мощности $G(\omega)$. Результаты обработки данных приведены в табл. 1. В этой таблице введены следующие обозначения: P_{31}^{ω} – процент отказов (выходов за граничные значения) для

признаков $\{\omega_j\}$ при идентификации технического состояния механизма, соответствующего режиму 3, по эталонам режима 1; $P_{31}^{\omega 3}$ – процент отказов (выходов за граничные значения) для признаков $\{\omega_j\}$ при превышении границ 3-ей области ($j = 3$) при идентификации технического состояния механизма, соответствующего режиму 3, по эталонам режима 1; P_{21}^G – процент отказов (выходов за граничные значения) для признаков $\{G_j\}$ при идентификации технического состояния механизма, соответствующего режиму 2, по эталонам режима 1; P_{21}^{G5} – процент отказов (выходов за граничные значения) для признаков $\{G_j\}$ при превышении границ 5-ой области ($j = 5$) при идентификации технического состояния механизма, соответствующего режиму 2, по эталонам режима 1.

Из табл. 1 видно, что режим 3 мало отличается от режима 1, то есть до замены нижнего подшип-

ника на насосе ЭКН-12 модуляционные дискретные составляющие $\{\omega_j, G_j\}$, выделенные в усредненных спектральных плотностях мощности вибрационных ускорений $G(\omega)$, не сигнализировали о необходимости замены нижнего подшипника. Можно отметить не частые, но заметные различия флуктуаций уровней дискретных составляющих $\{G_j\}$ до замены смазки ЭКН-12 и после ее замены. Причем уровни отдельных составляющих $\{G_j\}$ (до замены смазки ЭКН-12) имели выбросы, превышающие граничные значения более чем на 3 дБ.

Для насоса ЭЦ-14 режим 4 (до замены смазки) почти не отличается от режима 5 (после замены смазки), т.е. по данным признаков $\{\omega_j, G_j\}$, выделенных в $G(\omega)$, не требовалось заменять смазку. Режим 5 заметно отличается от режима 6 (после замены нижнего подшипника), однако уровни дискретных составляющих G_j для режима 5 превысили два граничных значения режима 6 весьма незначительно (менее чем на 3 дБ), местоположение дискретных составляющих ω_j вышли за пределы только одного граничного значения. Данные признаков $\{\omega_j\}$ для режима 4 превысили одно граничное значение режима 6 в 3% случаев из всего массива обработанных усредненных спектральных плотностей мощности $G(\omega)$, т.е. не требовалось выполнять замену нижнего подшипника. За 8 лет работы насоса ЭЦ-14 изменились местоположения $\{\omega_j\}$ дискретных составляющих, выявляемых в $G(\omega)$, выросли уровни дискретных составляющих $\{G_j\}$, несмотря на проведенный плановопредупредительный ремонт. Режим 5 отличается от режима 7 в основном расположением дискретных составляющих $\{\omega_j\}$, но незначительно. Уровни дискретных составляющих $\{G_j\}$ для режимов 4 и 6 достаточно часто были меньше нижних граничных значений $\{G_j\}$ для режима 7. Для другого насоса ЭЦ-14, работающего на большой скорости (590 об/мин), данные режима 13 (после замены смазки) заметно отличаются от данных режима 14 (после замены нижнего подшипника), уровни $\{G_j\}$ для режима 13 превышают эти уровни для режима 14, т.е. замена нижнего подшипника может считаться обоснованной.

Для преобразователя ПР-503 местоположения дискретных составляющих $\{\omega_j\}$ в $G(\omega)$ заметно отличаются для режимов 12 (после 2990 ч работы, замены смазки), 11 (после 5100 ч работы) и 9 (после 3250 ч работы, замены смазки), амплитудные значения этих дискретных составляющих $\{G_j\}$ флуктуируют в близких пределах. С течением времени работы ПР-503 наблюдается возрастание амплитуд дискретных составляющих $\{G_j\}$. Так, для режима 10 $\{G_j\}$ превысили в 50% случаев шестое граничное значение режима 9, но превы-

шение по уровню было незначительным (менее чем на 3 дБ).

ВЫВОДЫ

Таким образом, с помощью оптимального решающего правила, представленного в работе [5], можно распознавать разные режимы работы механизма с высокой вероятностью правильной классификации, близкой к 100%, а с помощью правила идентификации (8) — устанавливать схожесть и различие технических состояний механизма в разных режимах работы с высокой достоверностью (~99%, в зависимости от объема статистических данных). Как видно из обработанных данных, разные режимы работы механизмов (до и после замены смазки, подшипника, разного времени эксплуатации, до и после ремонта) не обязательно соответствуют разным техническим состояниям механизмов. Правило идентификации (8) не является чрезмерно чувствительным к небольшим флуктуациям величин признаков $\{\omega_j, G_j\}$, характеризующих зарождающиеся дефекты механизмов. Перед принятием решения о необходимости замены деталей механизма, ремонте и т.д. надо проанализировать результаты обработки данных по правилу (8) (процент отказов и величины признаков, превысивших граничные значения) и учесть опыт эксплуатации механизма.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Генкин М.Д., Соколова А.Г.* Виброакустическая диагностика машин и механизмов. М.: Машиностроение, 1987.
2. *Костюков В.Н., Науменко А.П.* Основы виброакустической диагностики и мониторинга машин. Учебное пособие. Омск: Изд-во ОмГТУ, 2011.
3. *Давыдов В.С.* Алгоритм выявления существенных максимумов в огибающей сигнала. Модели, алгоритмы, принятие решений // Тезисы 2-го Всесоюзного акустического семинара. М.: АКИН, 1988. 64 с.
4. *Давыдов В.С., Стеблянка Д.В.* Исследование статистических свойств диагностических признаков в виброакустических сигналах корабельных механизмов // Дефектоскопия. 2018. № 3. С. 31–38.
5. *Давыдов В.С.* Распознавание зарождающихся дефектов в узлах корабельных механизмов в результате вибродиагностирования на основе оптимальных решающих правил // Дефектоскопия. 2019. № 3. С. 19–24.
6. *Левин Б.Р.* Теоретические основы статистической радиотехники. В 3-х тт. М: Сов. Радио, 1974–1976.
7. *Фукунага К.* Введение в статистическую теорию распознавания образов. Пер. с англ. М.: Наука, 1979. 368 с.
8. Патент РФ: №2680640 МПК G01M 13/04.

9. *Равин А.А.* Методы диагностики судового энергетического оборудования. СПб.: Изд. СПбГМТУ, 2013. 268 с.
10. Изобретение СССР: №1787269 А3. МПК G01M 13/04.
11. Изобретение СССР: №1649348 А1 МПК G01M 13/04.
12. Изобретение СССР: №1691702 А1 МПК G01M 13/04.
13. Патент РФ: №2356021, МПК G01M 15/00, G01M 7/02.
14. Патент РФ: №2314508 МПК G01M 15/00, G01M 7/02.
15. Патент РФ: №2209410 МПК G01M 13/04.
16. *Артельный П.В., Коротин П.И., Соков А.М., Соков Е.М., Суворов А.С.* Экспериментальная реализация метода поиска источников виброактивности и эксплуатационных дефектов в сложных конструкциях // Акуст. журн. 2011. Т. 57. № 1. С. 13–23.
17. *Кутузов Н.А., Родионов А.А., Стуленков А.В., Суворов А.С.* Исследование возможности локализации нескольких источников вибрации в механоакустической системе с большим числом степеней свободы // Акуст. журн. 2020. Т. 66. № 3. С. 319–326.
18. *Грэй А.Л., Руденко О.В.* Интенсивная волна в дефектных средах, содержащих одновременно квадратичную и модульную нелинейности: ударные волны, гармоники и неразрушающий контроль // Акуст. журн. 2018. Т. 64. № 4. С. 411–416.

РАЗРЕШЕНИЕ ГРЕБЕНЧАТЫХ СПЕКТРОВ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ЦЕНТРАЛЬНОЙ ЧАСТОТЫ И ШИРИНЫ СПЕКТРАЛЬНОЙ ПОЛОСЫ ЗВУКОВЫХ СТИМУЛОВ

© 2021 г. О. Н. Милехина^а, Д. И. Нечаев^а, М. С. Томозова^а, А. Я. Супин^а. *

^аИнститут проблем экологии и эволюции РАН, Ленинский просп. 33, Москва, 119071 Россия

*e-mail: alex_supin@mail.ru

Поступила в редакцию 04.03.2020 г.

После доработки 28.04.2021 г.

Принята к публикации 10.06.2021 г.

Звуковые стимулы с гребенчатыми спектрами используются для тестирования частотной разрешающей способности слуха. Получаемые оценки частотного разрешения зависят от центральной частоты и ширины спектральной полосы сигнала. Измерялось разрешение гребенчатой структуры спектра при различной центральной частоте и ширине частотной полосы сигнала и в двух схемах эксперимента: с использованием гребенчатого или плоского референтного сигналов. При гребенчатом референтном сигнале не было статистически значимой зависимости разрешения от центральной частоты и ширины спектральной полосы сигнала: во всех случаях разрешение было около 10 цикл/окт. При плоском (не гребенчатом) референтном сигнале разрешение гребенчатой структуры спектра существенно зависело как от центральной частоты тест-сигнала, так и от ширины его спектральной полосы: чем выше центральная частота и чем шире спектральная полоса, тем выше разрешение. Различие оценок разрешения, зависящее от используемого референтного сигнала, может быть объяснено разным участием механизма частотного анализа, основанного на профиле возбуждения, и временного механизма. Механизм, основанный на профиле возбуждения, эффективен для различения гребенчатого тест-сигнала и гребенчатого референтного сигнала. Механизм временного анализа эффективен для различения гребенчатого тест-сигнала и референтного сигнала с плоским спектром.

Ключевые слова: слух, гребенчатые спектры, частотный анализ

DOI: 10.31857/S0320791921050099

ВВЕДЕНИЕ

Звуковые стимулы с гребенчатыми спектрами, т.е. спектрами, содержащими периодически чередующиеся максимумы и минимумы спектральной плотности (спектральные “решетки”), используются как эффективные тест-сигналы для тестирования частотной разрешающей способности (ЧРС) слуха как у нормально слышащих испытуемых, так и у пациентов с ослабленным слухом или носителей кохлеарных имплантов. Однако при использовании таких тест-сигналов необходимо учитывать, что получаемые оценки частотного разрешения зависят от параметров сигнала, в том числе от центральной частоты и ширины спектральной полосы.

Первоначально восприятие сигналов с гребенчатыми спектрами исследовалось для широкополосных сигналов с постоянными частотными интервалами между гребнями [1–4]. Такой тип стимулов вызывает ощущение тональности, причем высота тональности соответствует частотному

интервалу между гребнями (высота повторяемости, *repetition pitch*). Было показано [3], что высота повторяемости ощущается при частотных интервалах между гребнями спектра не менее 50 Гц, т.е. при плотности гребней не более 20 цикл/кГц. Этот предел может быть принят за оценку разрешения гребенчатой спектральной структуры для данного типа сигналов. Ощущение высоты повторяемости характерно именно для широкополосных сигналов и исчезает при сужении полосы сигнала.

Позже были предложены схемы экспериментов, в которых разрешение гребенчатой структуры спектра измерялось без оценки субъективных ощущений испытуемого (частоты повторяемости). Одна из схем измерения основывалась на различении между тест-сигналом с периодически меняющейся (инвертируемой) фазой гребней спектра и референтным сигналом с постоянной фазой гребней спектра. Такая схема измерения использовалась как при сигналах с постоянными частотными интервалами между гребнями спек-

тра [5–7], так и при сигналах с частотно-пропорциональным рисунком гребенчатой структуры [8, 9]. В первом случае ширину частотной полосы сигнала меняли в соответствии с плотностью гребней, так чтобы в спектральной полосе всегда содержалось четыре цикла гребенчатого рисунка. Это делали с целью минимизировать неопределенность отнесения полученной оценки разрешения гребенчатой структуры к определенной частоте. В этих экспериментах разрешение гребенчатой структуры спектра оценивали в безразмерных единицах $f_0/\delta f$, где f_0 – центральная частота сигнала и δf – частотный интервал между соседними гребнями. Выраженное в таких единицах, разрешение гребенчатой структуры спектра было оценено от 12.0 на центральной частоте сигнала 1 кГц до 16.4 на частоте 8 кГц. Другая форма тест-сигналов – гребенчатые спектры с частотно-пропорциональными интервалами между гребнями. Для таких сигналов разрешение гребенчатой структуры спектра мало зависело от частоты сигнала; наблюдали лишь слабую тенденцию к снижению разрешения на частотах 2 и 4 кГц [7]. Однако в более поздней работе той же исследовательской группы было получено небольшое повышение ЧРС с частотой [10]. Общий результат и того, и другого исследования состоит в том, что зависимость от частоты, если имеется, то слабая. Эксперименты, в которых гребенчатые сигналы были использованы в качестве маскеров, также показали слабую зависимость порога маскировки от частотной полосы сигнала в диапазоне 200–800 Гц при центральной частоте 4 кГц [11].

Данные о зависимости ЧРС от ширины спектральной полосы сигнала имеют особое значение при использовании тест-сигналов с гребенчатым спектром для оценки ЧРС у пациентов с ослабленным слухом и у носителей кохлеарных имплантов. При восприятии звуков через кохлеарный имплант, как правило, ЧРС в несколько раз ниже, чем при нормальном слухе: не выше, чем несколько цикл/окт [12–17]. При низкой плотности гребней частотная полоса сигнала, содержащая хотя бы несколько гребней спектра, не может быть узкой. Поэтому в большинстве экспериментов с измерением ЧРС у носителей кохлеарных имплантов использованы широкополосные тест-сигналы.

Все приведенные выше данные согласуются с моделью, согласно которой анализ гребенчатых спектров происходит в результате прохождения входного сигнала через гребенку частотно-избирательных фильтров. В результате этого формируется некоторый профиль возбуждения. В большей части частотного диапазона слуха полосы пропускания слуховых фильтров приблизительно пропорциональны характеристической частоте [18]. Если гребни спектра тест-сигнала также ча-

стотно-пропорциональны, изменение частотной полосы сигнала мало влияет на оценку ЧРС.

Помимо механизма, основанного на профиле возбуждения, в слуховой системе действует другой механизм, основанный на анализе временной структуры афферентного потока нервных импульсов, посылаемых слуховой улиткой в слуховые нервные центры (механизм временного анализа). Сигналы с гребенчатым спектром имеют скрытую временную организацию, на основе которой может функционировать механизм временного анализа. Возможность такого анализа гребенчатой структуры сигналов предполагалась, в частности, в исследованиях эффекта тональности повторяемости [1, 2, 19–21]. Степень вовлеченности одного или другого механизма зависит от схемы эксперимента, в частности, от типа референтного сигнала, используемого в задаче различения. Если задача состоит в различении двух гребенчатых сигналов с разными рисунками фазы гребней, то более эффективен механизм профиля возбуждения. Если задача состоит в различении гребенчатого тест-сигнала и “плоского” (без гребенчатой структуры спектра) референтного сигнала, основную роль играет механизм временного анализа [22–24]. Для более полного понимания влияния спектральной полосы на оценку ЧРС, это влияние должно быть исследовано в двух ситуациях: при доминировании механизма, основанного на профиле возбуждения, и механизма временного анализа.

В данной работе измеряли разрешение гребенчатой структуры спектра тест-сигналов при различной центральной частоте и ширине частотной полосы сигнала и в двух схемах эксперимента: с использованием гребенчатого или плоского референтного сигнала. Для схемы с гребенчатым референтным сигналом зависимость разрешения гребенчатой структуры спектра от ширины спектральной полосы была исследована ранее [7, 10]. Однако в данном исследовании эти измерения были повторены, чтобы иметь возможность корректного сравнения с данными, полученными при плоском референтном сигнале на одной и той же группе испытуемых и при идентичных условиях эксперимента.

МЕТОДИКА

Испытуемые и условия эксперимента

В работе участвовали восемь испытуемых (четверо мужчин и четыре женщины) в возрасте от 25 до 45 лет. Все испытуемые имели слуховые пороги не хуже 15 дБ в диапазоне частот от 0.5 до 8 кГц, в котором выполнялись измерения. Никто из испытуемых не имел истории нарушений слуха. Поэтому все они рассматривались как нормально слышащие. Все испытуемые имели опыт участия

в психоакустических экспериментах, связанных с различением сложных тест-сигналов.

Во время измерения испытуемый находился в комфортной позе в кабине MINI 350 (IAC, Германия), которая обеспечивала заглушение внешних звуков на 40 дБ. Процедура измерений была одобрена этической комиссией Института проблем экологии и эволюции РАН при условии предъявления звуков интенсивностью до 70 дБ уровня звукового давления (УЗД) и ежедневно уровня экспозиции до 110 дБ относительно 1 мкПа² с. Эти условия соответствовали Санитарной норме РФ СН2.2.4/2.1.8.562-96.

Сигналы

В экспериментах использованы два типа сигналов: тест и референтный. Тест-сигнал (рис. 1а) имел спектр, ограниченный одним периодом косинусоидальной функции от логарифма частоты. Спектр был центрирован на частоте 1, 2 или 4 кГц. Ширина косинусоидальной функции составляла 0,5, 1 или 2 окт. В пределах этой огибающей спектр содержал периодически чередующиеся максимумы и минимумы – гребни, описываемые также косинусоидальной функцией от логарифма частоты, т.е. гребни были частотно-пропорциональными. Глубина гребней была максимальной (индекс модуляции 1.0), т.е. в минимумах спектральная амплитуда падала до нуля. Каждые 400 мс происходила реверсия фазы гребней: положения спектральных максимумов и минимумов на частотной шкале взаимно сменяли друг друга. Сигнал содержал шесть сегментов с альтернативными фазами гребней, так что общая длительность сигнала составляла 2400 мс. Моменты включения и выключения сигнала имели пологие фронты длительностью 10 мс.

Референтный сигнал был либо гребенчатым (рис. 1б), либо плоским (без гребенчатой структуры спектра) (рис. 1в). Гребенчатый референтный сигнал имел те же огибающую, плотность и глубину гребней, фронты нарастания-спада и УЗД, что и тест-сигнал, но, в отличие от тест-сигнала, фаза гребней была постоянной в течение всей длительности, которая, как и у тест-сигнала, составляла 2400 мс.

Плоский референтный сигнал имел спектр, ограниченный одним периодом косинусоидальной функции от логарифма частоты, с той же центральной частотой и шириной спектральной полосы, что у тест-сигнала, однако не имел гребенчатой структуры спектра в пределах огибающей. Длительность сигнала, длительность фронтов нарастания-спада и УЗД были теми же, что у тест-сигнала (соответственно, 2400 и 10 мс и 70 дБ).

Все сигналы генерировали цифровым способом при частоте стробирования 32 кГц. Програм-

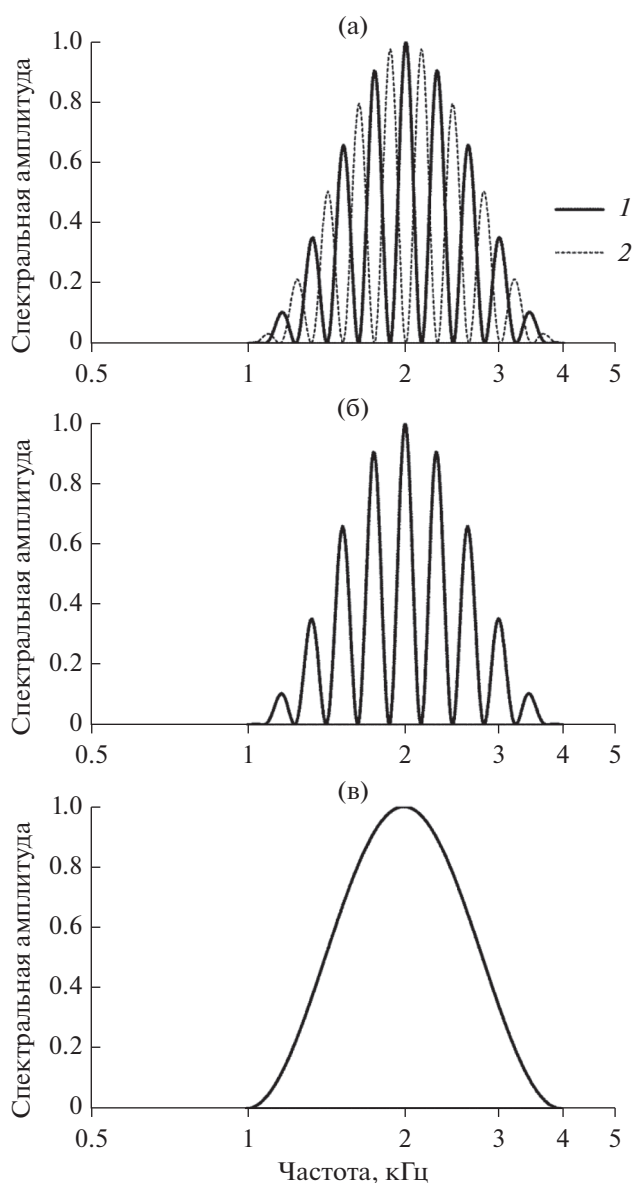


Рис. 1. Примеры характеристик фильтров, используемых для цифровой генерации сигналов. Представлены фильтры с центральной частотой 2 кГц, шириной полосы пропускания 2 окт и плотностью гребней 5 цикл/окт. (а) – Фильтры для генерации тест-сигнала, 1 и 2 – альтернативные фильтры с противоположным положением максимумов и минимумов на шкале частот. На логарифмической шкале частот частотно-пропорциональные гребни выглядят как равномерные. (б) – Фильтр для генерации гребенчатого референтного сигнала; центральная частота, полоса пропускания и плотность гребней те же, что у тест-сигнала. (в) – Фильтр для генерации плоского референтного сигнала; центральная частота и полоса пропускания те же, что у тест-сигнала.

ма генерации состояла в том, что белый шум, представленный гауссовой последовательностью чисел, пропускался через цифровой фильтр, который задавал необходимый спектр сигнала,

включая (если предусмотрено) гребенчатую структуру. Для генерации тест-сигнала использовали два фильтра с противоположными фазами гребней. Каждые 400 мс входная последовательность чисел перенаправлялась со входа одного фильтра на вход другого; выходы фильтров суммировались. При такой структуре программы не возникали широкополосные “всплески” (щелчки) в моменты переключений: ширина спектра сигнала не выходила за заданные фильтрами границы. Для генерации референтного сигнала использовали один фильтр — гребенчатый или плоский. После синтеза сигнала формировали его 10 мс фронты нарастания—спада, чем устранялись щелчки в моменты включения—выключения.

Генерацию сигналов выполняли стандартным персональным компьютером, используя программу (“виртуальный прибор”), созданную в программной оболочке LabVIEW (National Instruments, США). Сигналы, синтезированные в цифровом виде, переводили в аналоговую форму, используя 16-битный цифроаналоговый преобразователь карты сбора и обработки данных NI USB-6251 (National Instruments, США). Аналоговые сигналы воспроизводили диодически через головные телефоны HD580 Sennheiser (Германия). Для калибровки сигналов использовали симулятор уха RA0039 (G.R.A.S., Дания).

Процедура измерений

Измерения проводили по трехальтернативной процедуре с принудительным выбором, в сочетании с адаптивным варьированием плотности гребней. Каждое предъявление содержало три сигнала: один тестовый и два референтных. Каждый сигнал длился 2400 мс с 400 мс паузами между ними (рис. 2). Все сигналы генерировали непосредственно в ходе эксперимента (on-line), так что два референтных сигнала имели одинаковые параметры, но не были точной копией друг друга, а различались флуктуациями, свойственными шуму. Задача испытуемого состояла в том, чтобы определить, какой из трех сигналов отличается от двух других, т.е. обнаружить тест-сигнал.

Плотность гребней спектра тест-сигнала меняли от предъявления к предъявлению. Если референтный сигнал имел гребенчатый спектр, его плотность гребней также меняли, так что она была равна плотности гребней спектра тест-сигнала. Плотность гребней меняли ступенчато, используя следующие значения: 2, 3, 5, 7, 10, 15, 20, 30, 50, 70, 100 цикл/окт (квазилогарифмическая шкала, 6 ступеней на логарифмическую единицу). Плотность гребней меняли по адаптивному правилу “два—вверх, один—вниз”. В соответствии с этим правилом, после двух подряд правильных обнаружений тест-сигнала плотность гребней в следующем предъявлении повышали на один

шаг; после каждой ошибки плотность гребней в следующем предъявлении понижали на один шаг. Такая процедура приводила варьируемый параметр (плотность гребней) к величине, обеспечивающей 71% вероятность обнаружения тест-сигнала [25]. Эта вероятность близка к среднему значению (67%) между безошибочным обнаружением тест-сигнала (100%) и случайным угадыванием при невозможности обнаружить тест-сигнал (33%), поэтому плотность гребней, обеспечивающая такую вероятность, принимали за порог. Адаптивное варьирование плотности гребней продолжали до получения 10 точек перегиба (переходов от повышения плотности гребней к понижению и обратно). Геометрическое среднее этих 10 точек принимали за оценку разрешения гребенчатой структуры спектра в данном эксперименте.

При каждой комбинации параметров сигнала (центральной частоты и ширины спектральной полосы) измерения повторяли трижды на каждом из 8 испытуемых. Среднее значение этих 24 измерений принимали за окончательную оценку разрешения, которую характеризовали также стандартным отклонением.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Разрешение гребенчатой структуры спектра при гребенчатом референтном сигнале

Оценки разрешения, полученные при гребенчатом референтном сигнале, мало зависели как от центральной частоты, так и от ширины спектральной полосы сигнала (рис. 3а). Во всех случаях разрешение было около 10 цикл/окт.

Регрессионный анализ показал, что при всех частотах тест-сигнала (центральная частота 1, 2 или 4 кГц) не было статистически значимой зависимости разрешения от ширины спектральной полосы: для частот 1, 2 и 4 кГц наклон линии регрессии составлял соответственно 0.13, -0.15 и 0.25 (цикл/окт)/окт, и ни один из этих показателей статистически достоверно (по критерию 95% доверительного интервала) не отличался от нуля (табл. 1).

Наблюдалась незначительная зависимость разрешения от центральной частоты сигнала. На рис. 3а эта зависимость проявляется как сдвиг графиков для 1, 2 и 4 кГц относительно друг друга: чем выше частота, тем выше положение графика. Хотя и незначительная, зависимость была статистически достоверной (табл. 2). Однако эта зависимость исчезала, если плотность гребней спектра была представлена не как количество циклов на октаву, а как количество гребней на полосу пропускания частотно-избирательных слуховых фильтров. По формуле, представленной в работе [17], эквивалентная прямоугольная ширина по-

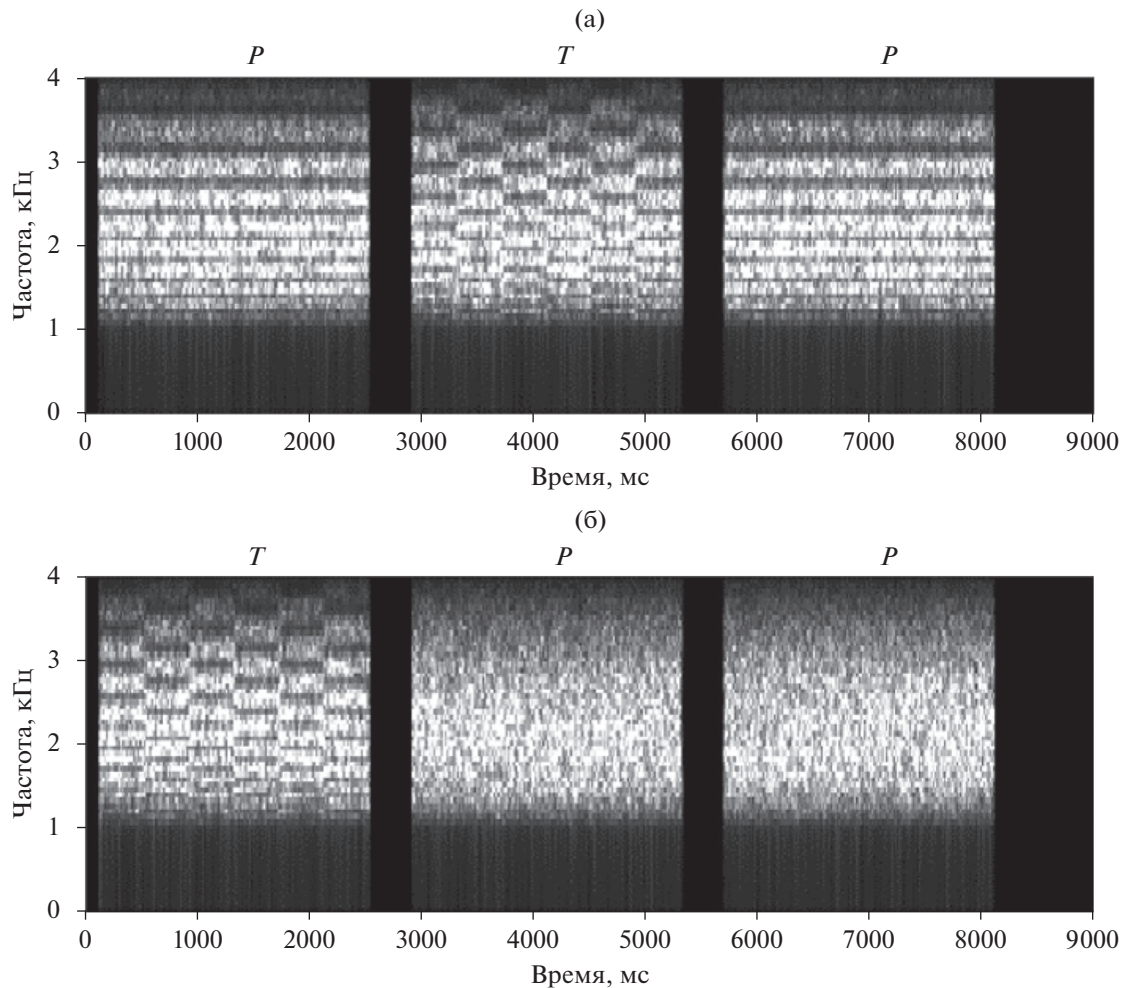


Рис. 2. Примеры сигналов, предъявляемых в процессе измерений. Центральная частота сигналов 2 кГц, ширина спектральной полосы 2 окт, плотность гребней 5 цикл/окт. (а) – Гребенчатые референтные сигналы, тест-сигнал – второй из трех предъявленных. (б) – Референтные сигналы с плоским спектром, тест-сигнал – первый из трех предъявленных. *T* – тест-сигнал, *P* – референтный сигнал.

лосы пропускания (ЭПШ) для частот 1, 2 и 4 кГц равна соответственно 131, 237 и 450 Гц, что составляет 0.18, 0.17 и 0.16 окт. При таком представлении графики, представляющие зависимость разрешения от ширины спектральной полосы для разных частот сигнала, сближаются, и 95% доверительные интервалы наклона линий регрессии для всех частот занимают диапазон от отрицательных до положительных значений, т.е. не от-

личаются статистически достоверно от нуля (табл. 2).

Разрешение гребенчатой структуры спектра при плоском референтном сигнале

Оценки разрешения, полученные при плоском референтном сигнале, существенно зависели как от центральной частоты тест-сигнала, так и от

Таблица 1. Коэффициенты регрессии для зависимости ЧРС от ширины спектральной полосы сигнала для гребенчатого референтного сигнала. *k* – коэффициент регрессии, СО – стандартная ошибка для коэффициента регрессии. Нижняя граница 95% и верхняя граница 95% – границы 95% доверительного интервала для коэффициента регрессии. Ни один из коэффициентов регрессии не отличается статистически достоверно от нуля

Центральная частота	<i>k</i>	СО	Нижняя граница 95%	Верхняя граница 95%
1 кГц	0.132	0.195	–0.251	0.516
2 кГц	–0.149	0.176	–0.500	0.201
4 кГц	0.252	0.273	–0.293	0.797

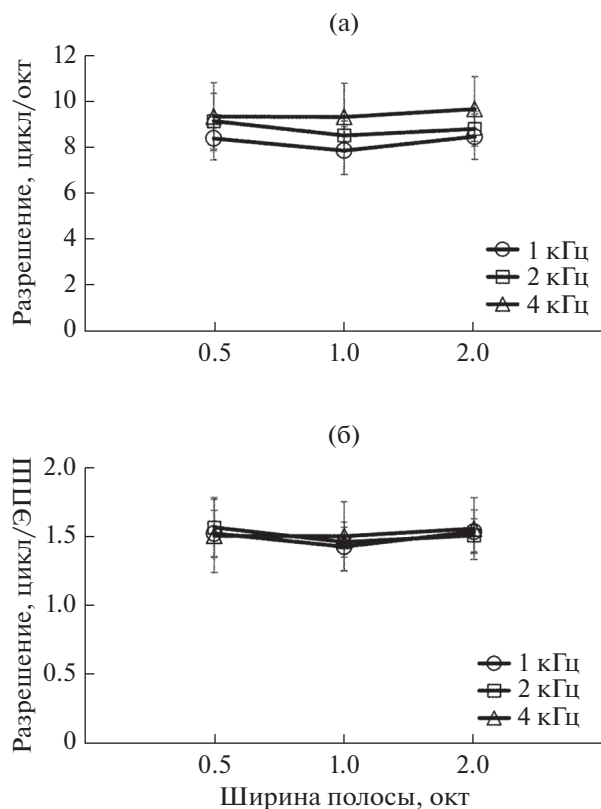


Рис. 3. ЧРС как функция ширины спектральной полосы при гребенчатых референтных сигналах; параметр — центральная частота сигнала. (а) — Плотность гребней выражена в цикл/окт. (б) — Плотность гребней представлена в количестве циклов в ЭПШ частотно-избирательного фильтра соответствующей частоты. Планки погрешностей — стандартные отклонения

ширины его спектральной полосы: чем выше центральная частота и чем шире спектральная полоса, тем выше разрешение. На рис. 4а зависимость разрешения от центральной частоты сигнала отражена в относительном сдвиге графиков для частот 1, 2 или 4 кГц (чем выше частота, тем выше положение графика), а зависимость от ширины спектральной полосы — в позитивном наклоне графиков. При самой низкой из исследованных частот (1 кГц) и минимальной ширине полосы (0.5 окт) разрешение составило в среднем около 10 цикл/окт, что близко к значению, полученному при гребенчатом референтном сигнале. При самой высокой из исследованных частот (4 кГц) и самой широкой полосе (2 окт), разрешение составило в среднем 35.2 цикл/окт. При всех комбинациях центральной частоты и ширины спектральной полосы сигнала 95% доверительные интервалы для наклона линий регрессии были в области положительных чисел, т.е. все наклоны линий регрессии статистически достоверно отличались от нуля (табл. 3 и 4).

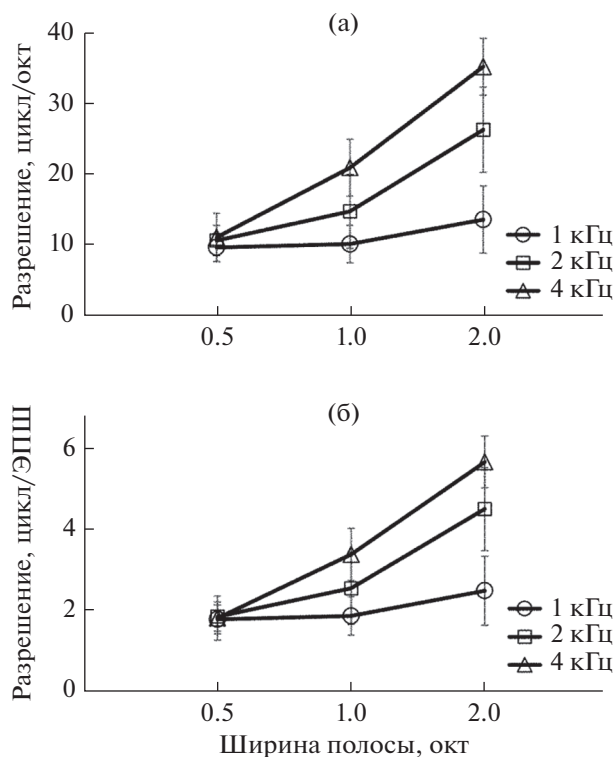


Рис. 4. То же, что на рис. 3, для плоских референтных сигналов.

Зависимость разрешения как от центральной частоты, так и от ширины спектральной полосы сигнала существенно не изменилась при представлении плотности гребней в количестве циклов не на октаву, а на ширину полосы пропускания слуховых фильтров (рис. 4б, табл. 4).

ОБСУЖДЕНИЕ

В предыдущих исследованиях [22–24] было показано различное разрешение гребенчатой структуры сигналов при различных задачах различения: между двумя гребенчатыми сигналами или между гребенчатым и плоским сигналами. Предполагалось, что различие в оценках ЧРС для этих двух задач обусловлено участием разных механизмов частотного анализа, а именно, механизма профиля возбуждения и механизма временно-го анализа. Преимущественная роль одного или другого механизма в различении сигналов проявляется в оценках ЧРС в зависимости как от типа референтного сигнала [23], так и от центральной частоты сигнала [24].

Настоящее исследование показало зависимость оценки разрешения гребенчатой структуры спектра от ширины спектральной полосы сигнала, причем ширина спектральной полосы влияет и на то, как разрешение зависит от центральной частоты сигнала. Эффекты центральной частоты

Таблица 2. Коэффициенты регрессии для зависимости ЧРС от центральной частоты сигнала для гребенчатого референтного сигнала. k – коэффициент регрессии, CO – стандартная ошибка для коэффициента регрессии. Нижняя граница 95% и верхняя граница 95% – границы 95% доверительного интервала для коэффициента регрессии. При представлении плотности гребней как цикл/окт 95% доверительные интервалы находятся в области положительных значений, т.е. все коэффициенты регрессии статистически достоверно отличаются от нуля. При представлении плотности гребней как количества гребней на полосу пропускания фильтров, 95% доверительные интервалы находятся в области от негативных до позитивных значений, т.е. не отличаются статистически достоверно от нуля

Ширина полосы	k	CO	Нижняя граница 95%	Верхняя граница 95%
Плотность гребней				
0.5 окт	0.275	0.118	0.038	0.512
1 окт	0.474	0.105	0.263	0.684
2 окт	0.404	0.101	0.202	0.606
Количество гребней на полосу пропускания фильтров				
0.5 окт	-0.011	0.020	-0.050	0.029
1 окт	0.033	0.017	-0.002	0.068
2 окт	0.009	0.017	-0.025	0.043

Таблица 3. Коэффициенты регрессии для зависимости ЧРС от ширины спектральной полосы сигнала для плоского референтного сигнала. Обозначения те же, что для табл. 1. Для всех коэффициентов регрессии 95% доверительные интервалы находятся в области положительных значений, т.е. статистически достоверно отличаются от нуля

Центральная частота	k	CO	Нижняя граница 95%	Верхняя граница 95%
1 кГц	2.74	0.65	1.45	4.04
2 кГц	10.55	1.39	7.78	13.32
4 кГц	15.38	2.02	11.35	19.42

и ширины спектральной полосы проявлялись только при одной из двух схем эксперимента, а именно, при различии между гребенчатым тест-сигналом и плоским референтным сигналом. В этом случае эффекты центральной частоты и ширины спектральной полосы дополняли друг друга. Принимая во внимание ранее полученные данные о возможности участия разных механизмов частотного анализа, целесообразно рассмотреть возможную роль этих механизмов в

закономерностях, наблюдавшихся в данном исследовании.

Модель профиля возбуждения

Модель профиля возбуждения подразумевает, что входной сигнал создает некоторое распределение уровней возбуждения по гребенке частотно-избирательных слуховых фильтров, т.е. профиль возбуждения или “внутренний спектр”. Ес-

Таблица 4. Коэффициенты регрессии для зависимости ЧРС от центральной частоты сигнала для плоского референтного сигнала. Обозначения те же, что для табл. 2. Для всех коэффициентов регрессии 95% доверительные интервалы находятся в области положительных значений, т.е. статистически достоверно отличаются от нуля

Ширина полосы	k	CO	Нижняя граница 95%	Верхняя граница 95%
Плотность гребней				
0.5 окт	0.66	0.25	0.16	1.16
1 окт	3.5	0.61	2.28	4.72
2 окт	6.78	1.10	4.60	8.97
Количество гребней на полосу пропускания фильтров				
0.5 окт	0.11	0.04	0.03	0.20
1 окт	0.60	0.10	0.39	0.80
2 окт	1.15	0.19	0.78	1.52

ли входной сигнал имеет гребенчатый спектр, то и профиль возбуждения (внутренний спектр) также имеет гребенчатую структуру. Однако глубина гребней во внутреннем спектре снижена по сравнению со спектром входного сигнала из-за интегрирования в полосах пропускания фильтров. Степень редукции глубины гребней зависит от соотношения плотности гребней входного сигнала и добротности слуховых фильтров. При увеличении плотности гребней входного сигнала разрешение гребенчатой структуры профиля возбуждения возможно до тех пор, пока глубина гребней в профиле не упадет ниже некоторого порогового уровня.

Ширина полос пропускания слуховых фильтров приблизительно пропорциональна частоте. Если гребни входного сигнала также частотно-пропорциональны, то соотношение между плотностью гребней и добротностью фильтров мало меняется с частотой. Поэтому редукция глубины гребней в профиле возбуждения мало зависит от ширины спектральной полосы сигнала, так что варьирование полосы и(или) центральной частоты сигнала мало влияет на разрешение гребенчатой структуры спектра.

Независимость разрешения гребенчатой структуры от центральной частоты и ширины частотной полосы сигнала иллюстрируется на рис. 5, который представляет результат моделирования профилей возбуждения для двух комбинаций центральной частоты и ширины спектральной полосы: (а) 1 кГц, 0.5 окт и (б) 4 кГц, 2 окт. Плотность гребней в этих двух примерах соответствует экспериментально найденным оценкам разрешения при использовании гребенчатых референтных сигналов: соответственно 8.4 и 9.6 цикл/окт. Промежуточные значения параметров не представлены на рисунке, поскольку предполагалось, что они дают результаты, промежуточные между двумя приведенными примерами. Профили возбуждения рассчитывали сверткой спектров с формой фильтра, описываемого скругленной экспонентой (*rounded exponent, roex*) с ЭПШ 0.18 окт для частоты 1 кГц и 0.16 окт для частоты 4 кГц (согласно формуле Glasberg and Moore, 1990). Оба моделированных профиля возбуждения имеют практически одинаковую глубину гребней 0.5–0.6 дБ. Таким образом, модель профиля возбуждения предсказывает практически одинаковую ЧРС как для сигналов с более низкой частотой и узкой спектральной полосой, так и для сигналов с более высокой частотой и широкой спектральной полосой. Это предсказание хорошо соответствует экспериментальным данным, полученным с применением гребенчатых референтных сигналов. Однако модель профиля возбуждения не соответствует данным, полученным с применением плоских референтных сигналов.

Модель временного анализа

Модель временного анализа подразумевает выявление временной структуры сигнала. Временная организация сигналов проявляется в их автокорреляционной функции (АКФ). В частности, АКФ сигнала с гребенчатым спектром характеризуется наличием двух сегментов: незадержанного и задержанного. Лаг задержанного сегмента количественно равен количеству гребней на линейную единицу частоты; например, лаг, выраженный в мс, равен количеству гребней на кГц (цикл/кГц). При частотно-пропорциональной структуре гребней их плотность, выраженная в цикл/кГц, понижается с повышением частоты. Поэтому различие сигналов с гребенчатыми спектрами, основанное на механизме временного анализа, должно облегчаться с повышением центральной частоты сигнала. Расширение частотной полосы сигнала также должно облегчать различие из-за расширения спектра в сторону высоких частот.

Модель анализа гребенчатых сигналов, основанная на временном механизме, представлена на рис. 6. Представлены АКФ сигнала с центральной частотой 1 кГц и спектральной полосой 0.5 окт (рис. 6а) и сигнала с центральной частотой 4 кГц и спектральной полосой 2 окт (рис. 6б). Плотность гребней в этих двух сигналах составляет соответственно 10 и 35 цикл/окт, что соответствует экспериментально найденным оценкам разрешения при использовании плоских референтных сигналов. Помимо начального сегмента с нулевым лагом, обе АКФ содержат задержанный сегмент, длящийся приблизительно от 7.5 до 20 мс. Модель подразумевает, что различие гребенчатых спектров на основе временного механизма возможно, если лаг задержанных сегментов не превышает некоторого предела, до которого возможно выявление временной организации сигнала. Одинаковый лаг задержанного сегмента для сигналов, иллюстрированных на рис. 6а и 6б, предсказывает разрешение 10 цикл/окт для сигнала с центральной частотой 1 кГц и спектральной полосой 0.5 окт и 35 цикл/окт для сигнала с центральной частотой 4 кГц и спектральной полосой 2 окт.

В отличие от сигналов с гребенчатым спектром, сигналы с плоским спектром имеют АКФ без задержанного сегмента (рис. 6в и 6г). Это различие может служить признаком различия между гребенчатым спектром тест-сигнала и плоским спектром референтного сигнала. Однако такой признак не эффективен для различения двух сигналов с одинаковой плотностью, но разной фазой гребней, поскольку лаг задержанного сегмента АКФ не зависит от фазы гребней.

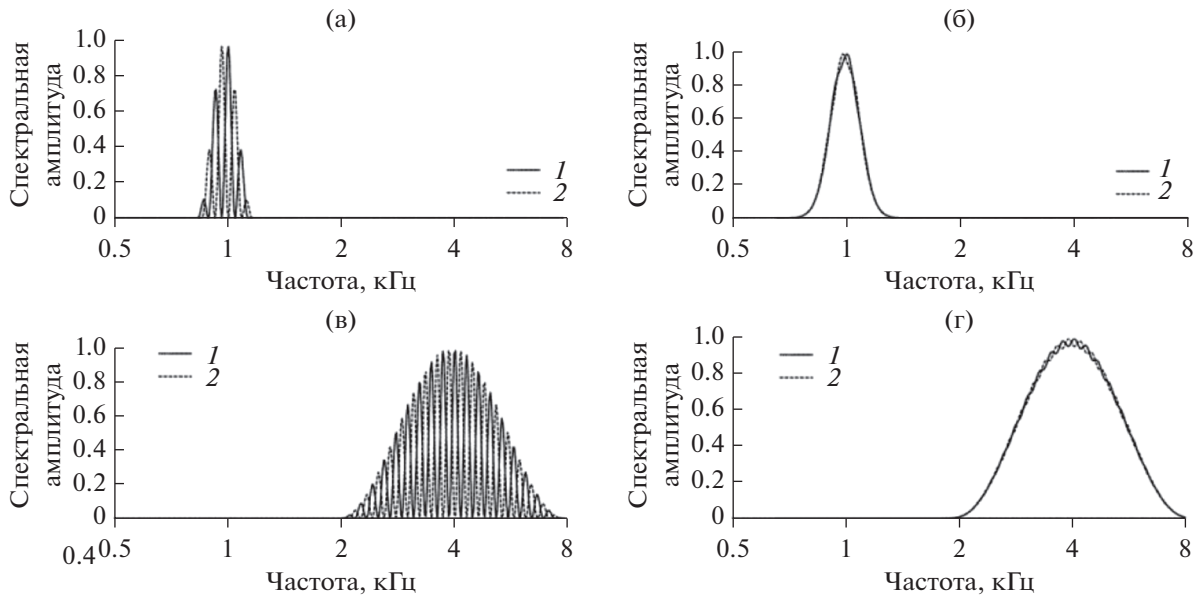


Рис. 5. Модель различения сигналов по механизму, основанному на профиле возбуждения. (а) – Спектр входного сигнала с центральной частотой 1 кГц, шириной спектральной полосы 0.5 окт и плотностью гребней 8.4 цикл/окт. 1 и 2 – спектры с противоположными фазами гребней. (б) – Моделированные профили возбуждения для спектров, представленных на (а); профили получены сверткой спектров с характеристикой фильтра с ЭПШ 0.18 окт. (в) и (г) – То же, что на (а) и (б), при центральной частоте сигнала 4 кГц, ширине спектральной полосы 2 окт, плотности гребней 9.6 цикл/окт, ЭПШ фильтра 0.16 окт.

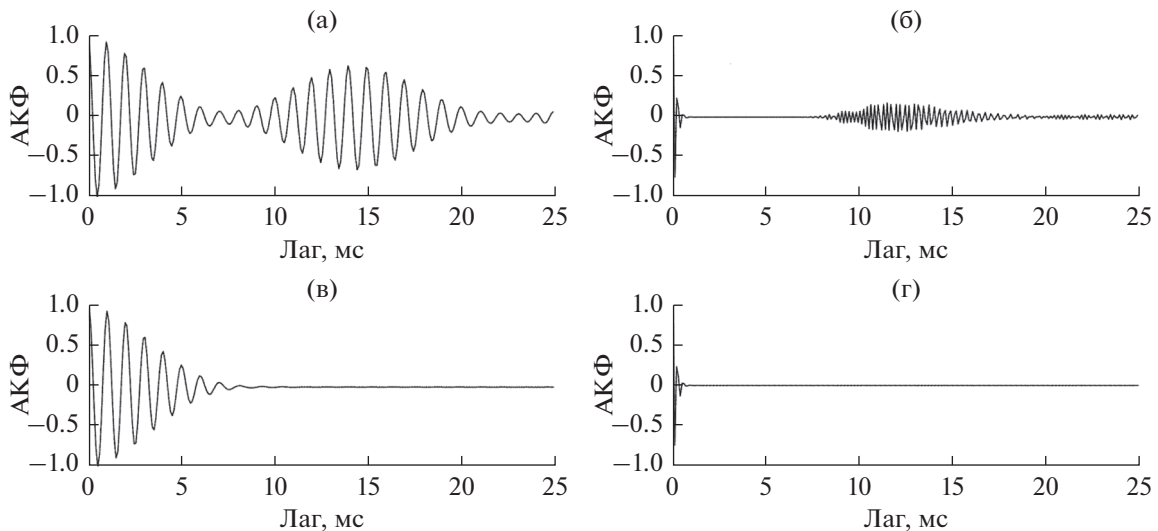


Рис. 6. Модель различения сигналов по механизму временного анализа. (а) – АКФ гребенчатого сигнала с центральной частотой 1 кГц, шириной спектральной полосы 0.5 окт, плотностью гребней 10 цикл/окт. (б) – АКФ гребенчатого сигнала с центральной частотой 4 кГц, шириной спектральной полосы 2 окт, плотностью гребней 35 цикл/окт. (в) – АКФ плоского сигнала с центральной частотой 1 кГц, шириной спектральной полосы 0.5 окт. (г) – АКФ плоского сигнала с центральной частотой 4 кГц, шириной спектральной полосы 2 окт.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подводя итог данным измерения и моделирования, можно заключить:

1. Механизм частотного анализа, основанный на профиле возбуждения, эффективен для различения гребенчатого тест-сигнала и гребенчатого

референтного сигнала. Различение сигналов по этому механизму характеризуется незначительной зависимостью оценки ЧРС от центральной частоты и ширины спектральной полосы сигнала.

2. Механизм временного анализа эффективен для различения гребенчатого тест-сигнала и ре-

ферентного сигнала с плоским спектром. Различение сигналов по этому механизму характеризуется значительной зависимостью оценки ЧРС от центральной частоты и ширины спектральной полосы сигнала.

Работа поддержана Российским научным фондом, грант 16-15-10046, и Российским фондом фундаментальных исследований, грант 20-15-00054.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bilsen F.A., Ritsma R.J.* Some parameters influencing the perceptibility of pitch // *J. Acoust. Soc. Am.* 1970. V. 47. P. 469–475.
2. *Yost W.A.* Pitch strength of iterated rippled noise // *J. Acoust. Soc. Am.* 1996. V. 100. P. 3329–3335.
3. *Yost W.A., Hill R.* Strength of the pitches associated with ripple noise // *J. Acoust. Soc. Am.* 1978. V. 64. P. 485–492.
4. *Yost W.A., Hill R., Perez-Falcon T.* Pitch and pitch discrimination of broadband signals with rippled power spectra // *J. Acoust. Soc. Am.* 1978. V. 63. P. 1166–1173.
5. *Supin A.Y., Popov V.V., Milekhina O.N., Tarakanov M.B.* Frequency resolving power measured by rippled noise // *Hearing Res.* 1994. V. 78. P. 31–40.
6. *Supin A.Y., Popov V.V., Milekhina O.N., Tarakanov M.B.* Frequency-temporal resolution of hearing measured by rippled noise // *Hearing Res.* 1997. V. 108. P. 17–27.
7. *Supin A.Y., Popov V.V., Milekhina O.N., Tarakanov M.B.* Frequency resolving power at various rippled-noise patterns // *J. Acoust. Soc. Am.* 1998. V. 103. P. 2042–2050.
8. *Supin A.Y., Popov V.V., Milekhina O.N., Tarakanov M.B.* Ripple depth and density resolution in rippled noise // *J. Acoust. Soc. Am.* 1999. V. 106. P. 2800–2804.
9. *Supin A.Y., Popov V.V., Milekhina O.N., Tarakanov M.B.* The effect of masking noise on rippled-spectrum resolution // *Hearing Res.* 2001. V. 151. P. 157–166.
10. *Milekhina O.N., Nechaev D.I., Supin A.Y.* Estimates of frequency resolving power of humans by different methods: The role of sensory and cognitive factors // *Hum. Physiol.* 2018. V. 44. P. 357–363.
11. *Римская-Корсакова Л.К., Лалаянц М.Р., Супин А.Я., Таварткиладзе Г.А.* Маскировка коротких стимулов шумами с гребенчатыми спектрами: I. Проявления компрессивной нелинейности улитки и оценка частотной разрешающей способности // *Акуст. журн.* 2011. Т. 57. № 1. С. 117–126.
12. *Henry B.A., Turner C.W.* The resolution of complex spectral patterns by cochlear implant and normal-hearing listeners // *J. Acoust. Soc. Am.* 2003. V. 113. P. 2861–2873.
13. *Won J.H., Drennan W.R., Rubinstein J.T.* Spectral-ripple resolution correlates with speech reception in noise in cochlear implant users // *J. Assoc. Res. Otolaryngol.* 2007. V. 8. P. 384–392.
14. *Saoji A.A., Litvak L., Spahr A.J., Eddins D.A.* Spectral modulation detection and vowel and consonant identification in cochlear implant listeners // *J. Acoust. Soc. Am.* 2009. V. 126. P. 955–958.
15. *Anderson E.S., Nelson D.A., Kreft H., Nelson P.B., Oxenham A.J.* Comparing spatial tuning curves, spectral ripple resolution, and speech perception in cochlear implant users // *J. Acoust. Soc. Am.* 2011. V. 130. P. 364–375.
16. *Jeon E.K., Turner C.W., Karsten S.A., Henry B.A., Gantz B.J.* Cochlear implant users' spectral ripple resolution // *J. Acoust. Soc. Am.* 2015. V. 138. P. 2350–2358.
17. *Nahe V.K., Van Dun B., Bansal S., Prabhu L., Moore B.C.J.* Effects of spectral smearing on performance of the spectral ripple and spectro-temporal ripple tests // *J. Acoust. Soc. Am.* 2016. V. 140. P. 4298–4306.
18. *Glasberg B.R., Moore B.C.J.* Derivation of auditory filter shapes from notched-noise data // *Hearing Res.* 1990. V. 47. P. 103–138.
19. *Krumholz K., Patterson R.D., Nobbe A.* Asymmetry of masking between noise and iterated rippled noise: Evidence for time interval processing in the auditory system // *J. Acoust. Soc. Am.* 2001. V. 110. P. 2096–2107.
20. *Patterson R.D., Handel S., Yost W.A., Datta A.J.* The relative strength of the tone and noise components in iterated rippled noise // *J. Acoust. Soc. Am.* 1996. V. 100. P. 3286–3294.
21. *Yost W.A., Patterson R.D., Sheft S.* A time domain description for the pitch strength of iterated rippled noise // *J. Acoust. Soc. Am.* 1996. V. 99. P. 1066–1078.
22. *Anderson E.S., Oxenham A.J., Nelson P.B., Nelson D.A.* Assessing the role of spectral and intensity cues in spectral ripple detection and discrimination on cochlear implant users // *J. Acoust. Soc. Am.* 2012. V. 132. P. 3925–3934.
23. *Nechaev D.I., Milekhina O.N., Supin A.Ya.* Estimates of ripple-density resolution based on the discrimination from rippled and nonrippled reference signals // *Trends Hear.* 2019. V. 23. P. 1–9.
24. *Milekhina O.N., Nechaev D.I., Supin A.Ya.* Rippled-spectrum resolution dependence on frequency: Estimates obtained by discrimination from rippled and nonrippled reference signals // *J. Acoust. Soc. Am.* 2019. V. 146. P. 2231–2239.
25. *Levitt H.* Transformed up-down methods in psychoaoustics // *J. Acoust. Soc. Am.* 1971. V. 49. P. 467–477.

СОНОГРАФИЯ СЕРДЦА ВЬЮНА *MISGURNUS FOSSILIS* НА ПРЕДЛИЧИНОЧНОЙ СТАДИИ РАЗВИТИЯ

© 2021 г. С. А. Титов^{а, *}, А. Б. Бурлаков^б, А. Н. Богаченков^с

^а Научно-технологический центр уникального приборостроения Российской академии наук (НТЦ УП РАН),
ул. Бутилова 15, Москва, 117342 Россия

^б Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
Ленинские горы 1, Москва, 119991 Россия

^с МИРЭА – Российский технологический университет,
пр. Вернадского 78, Москва, 119454 Россия

*e-mail: sergetitov@mail.ru

Поступила в редакцию 30.03.2021 г.

После доработки 03.06.2021 г.

Принята к публикации 10.06.2021 г.

Представлен метод ультразвукового исследования *in vivo* сердца низших позвоночных на ранних стадиях их развития. Для достижения достаточного пространственного разрешения в методе используется акустический микроскоп с механическим сканированием фокусирующего ультразвукового преобразователя, принятый сигнал которого регистрируется в зависимости от пространственных координат и времени. С помощью импульсного акустического микроскопа проведено исследование сердца вьюна *Misgurnus fossilis* на предличиночной стадии развития. Центральная частота и длительность огибающей регистрируемых отраженных импульсов составляли 70 МГц и 30 нс, соответственно. С помощью обработки записанного пространственно–временного сигнала визуализировано движение тканей желудочка, предсердия и клапанов в вентрикулярной области сердца, определен период сердечных биений и выделены фазы сердечного ритма. Показано, что характерные размеры желудочка и предсердия составляют 150–300 мкм. Произведено выделение откликов движущихся элементов крови и измерение скорости их движения в различных областях сердца в зависимости от времени. Найдено, что скорость кровотока достигает максимального значения 2.5 мм/с в период диастолы в вентрикулярной области сердца. В других областях пиковые значения в периоды диастолы и систолы находятся в пределах 1.5–0.8 мм/с. В соответствии с принципом энергетической доплерографии было визуализировано изменение плотности движущихся элементов крови в зависимости от времени.

Ключевые слова: сонография, сердце, акустический микроскоп, скорость кровотока, доплерография, вьюн, предличиночная стадия

DOI: 10.31857/S0320791921050105

1. ВВЕДЕНИЕ

За последние пару десятилетий эмбрионы низших позвоночных, в первую очередь рыб, стали популярными биологическими моделями для исследований в области медицины, фармацевтики, экологии. Особенный практический интерес вызывает использование эмбрионов рыб для кардиологических исследований вследствие наличия у них многих общих черт с сердечно-сосудистой системой человека [1, 2]. Наиболее часто для наблюдения эмбрионов рыб применяются разнообразные оптические методы [3–8]. Однако для визуализации трехмерной структуры эмбрионов, имеющих слабый оптический контраст, и наблюдения движения их элементов используется свет с высокой интенсивностью и окрашивание тканей.

Менее инвазивными представляются ультразвуковые методы, применение которых является эффективным для исследования сердечно-сосудистой системы и измерения параметров кровотока взрослых особей рыб [9–17]. Эти исследования проводились на аквариумной рыбе *Danio Rerio*, имеющей характерные размеры тела и сердца 30–50 и 1–2 мм соответственно. Большинство результатов [11, 13–17] были получены с помощью высокочастотных ультразвуковых сканеров с фазированной ультразвуковой решеткой [18]. Наиболее высокочастотная решетка MS-700 имеет полосу частот 30–70 МГц и разрешение 75 и 30 мкм в поперечном и продольных направлениях соответственно. Такое разрешение оказывается достаточным для визуализации работы сердца и из-

мерения параметров кровотока в различные фазы сердечного цикла взрослого организма.

Вместе с тем, исследование сердца рыбы на ранних стадиях развития, имеющего характерные размеры 0.1–0.2 мм, с помощью подобного прибора представляется затруднительным вследствие недостаточно высокого разрешения. В данной работе разработана методика и проведено сонографическое исследование сердца рыбы на предличиночной стадии развития с помощью акустического микроскопа.

МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

Используемый в работе сканирующий импульсный акустический микроскоп был построен по традиционной конфокальной схеме [19–20]. Прибор был снабжен одиночным фокусирующим иммерсионным преобразователем, работающим в эхо-импульсном режиме. За счет механического перемещения преобразователя в приборе производилась регистрация рассеянного объектом пространственно-временного сигнала $s(t, x, y)$, где t – время, x, y – поперечные координаты преобразователя.

При исследовании организма использовался широкополосный фокусирующий ультразвуковой преобразователь с фокусным расстоянием 3.4 мм и угловой апертурой $\theta_0 = 40^\circ$. Центральная частота отраженных сигналов составляла приблизительно $f_0 \approx 70$ МГц при длительности огибающей принимаемых импульсов $\tau = 30$ нс. Поперечная разрешающая способность δx акустического микроскопа может быть оценена в соответствии с общепринятым критерием Рэлея [21]:

$$\delta x = \frac{0.61\lambda}{\sin \theta_0}, \quad (1)$$

где $\lambda = 21$ мкм – длина волны ультразвука в иммерсионной среде (воде) на характерной частоте. Для выбранных параметров линзовой системы поперечная разрешающая способность $\delta x \approx 20$ мкм. Глубина резкости z_f конфокальной системы по уровню 3 дБ может быть оценена по формуле [21]:

$$z_f = \frac{1.8\lambda}{(\sin \theta_0)^2}, \quad (2)$$

которая дает значение $z_f \approx 91$ мкм. Продольная разрешающая способность δz микроскопа в широкополосном импульсном режиме определяется длительностью огибающей принимаемого сигнала τ [22]:

$$\delta z = 0.5\tau C_W, \quad (3)$$

где $C_W \approx 1500$ м/с – скорость ультразвука в воде. Таким образом, продольное разрешение микроскопа можно оценить приблизительно в 22 мкм.

Особенностью разработанной модификации акустического микроскопа является возможность длительно регистрировать сигналы в зависимости от “медленного” времени T , характеризующего изменения структуры живого объекта. Так, в работе [23] ультразвуковые данные в формате $s(t, x)$ регистрировались многократно при различных значениях T на протяжении нескольких десятков минут. Такой режим работы позволял наблюдать процессы деления и движения клеток эмбриона на ранних стадиях его развития.

Для изучения сердечно-сосудистой системы организма была разработана методика регистрации ультразвуковых данных в формате $s(t, T, x)$. В этой методике для текущего положения ультразвукового преобразователя x записывались сигналы $s(t, T)$ (М-сканы), причем время T отсчитывалось от начала записи каждого скана. Для формирования полного набора данных регистрация М-сканов повторялась для разных значений x . Время записи одного скана превышало несколько периодов сердцебиения, в данной работе оно составляло $T_c = 2.5$ с, а период дискретизации по времени T был выбран равным $\Delta T = 2$ мс. Каждый М-скан снабжался временной меткой, позволяющей на этапе предобработки данных синхронизировать их с сердечным ритмом.

Эксперименты проводились на сердце вьюна (*Misgurnus fossilis*), стадии развития которого определяли по таблицам нормального развития [24, 25]. Организм находился на предличиночной (39-ой) стадии развития, наступившей спустя приблизительно 2 суток после вылупления из икринки. Отобранный для экспериментов экземпляр помещался сначала на 5 мин в 0.5% раствор лидокаина, что приводило к его обездвиживанию. Затем он переносился в иммерсионную ячейку акустического микроскопа, в которой поддерживалась комнатная температура.

Все процедуры, выполненные в данной работе с участием живых организмов, соответствовали этическим стандартам учреждения, в котором проводились исследования, и утвержденным правовым актам Российской Федерации и международных организаций.

УЛЬТРАЗВУКОВАЯ ВИЗУАЛИЗАЦИЯ СЕРДЦА

С целью определения положения сердца было получено ультразвуковое изображение организма (рис. 1а). Изображение строилось путем отображения максимума амплитуды пространственно-временного сигнала $s(t, x, y)$, определяемого для каждого положения преобразователя (x, y) в некотором временном окне. Объект располагался на спине, брюшная область была обращена вверх по направлению к ультразвуковому преобразова-

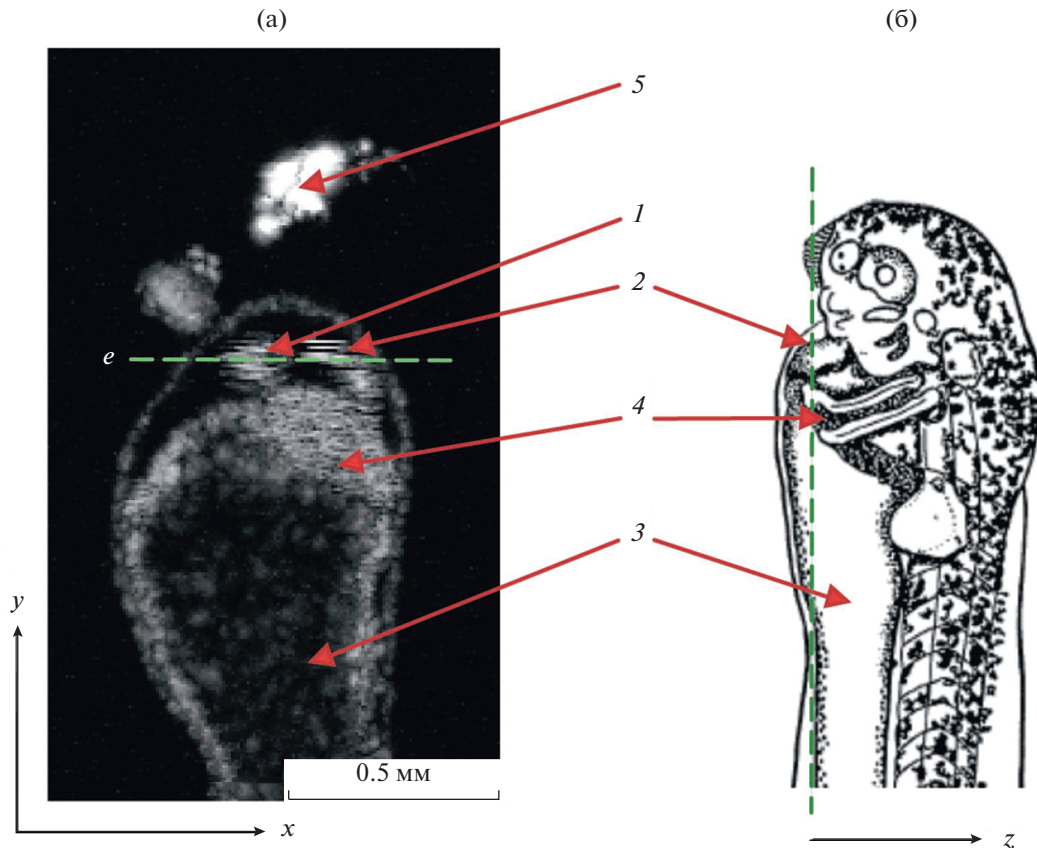


Рис. 1. (а) – Ультразвуковое изображение вьюна *Misgurnus fossilis* и (б) – схема его строения [23]: 1 – желудочек; 2 – предсердие; 3 – желток, 4 – кюверов проток; 5 – элементы головы.

телу. Также он был повернут относительно своей продольной оси примерно на угол 40 град.

Для сравнения на рис. 1б приведена схема строения вьюна на предличиночной стадии, на которой плоскость формирования изображения показана пунктирной линией. Временное окно, используемое при построении изображения, было установлено таким образом, чтобы визуализируемый слой проходил через элементы сердечно-сосудистой системы: желудочек 1 и предсердие 2. В ультразвуковом изображении также виден желток 3, окруженный наружными покровами. В области желтка, который имеет невысокую эхогенность, наблюдаются спеклы, характерные для ультразвуковых изображений биологических тканей. Область желтка, прилегающая к сердцу, пронизана множеством кровеносных мелких сосудов, называемых кюверовыми протоками 4. В плоскость изображения попадают также элементы головы 5, обладающие высокой отражательной способностью и дающие яркие отклики на изображении.

Следует отметить, что изображения желудочка 1, предсердия 2 и, частично, кюверовых протоков 4 состоят из отдельных черточек, направленных

вдоль направления сканирования по оси x . Такие характерные особенности в изображении вызваны смещением органов организма за время, необходимое для записи одной строки ультразвукового сигнала. В данном эксперименте это время составляло 1.6 с, что приводило к существенным различиям соседних строк. Данные особенности изображений использовались для идентификации и выделения областей, в которых имеет место интенсивное перемещение элементов организма.

После определения положения сердца по ультразвуковому изображению производилась регистрация пространственно-временного сигнала $s(t, T, x)$. Данные записывались вдоль линии e (рис. 1а), проходящей приблизительно через центр сердца. На рис. 2а показан В-скан $s(z, x)$, построенный выборкой из общего массива данных, для которых “медленное” время фиксировано $T = 1$ с. При построении скана время t было пересчитано в вертикальную координату $z = 0.5(t - t_f)C_w$, где t_f – время прихода волн от отражателей, расположенных в фокальной плоскости преобразователя. Таким образом, ось z была направлена от преобразователя в сторону объекта.

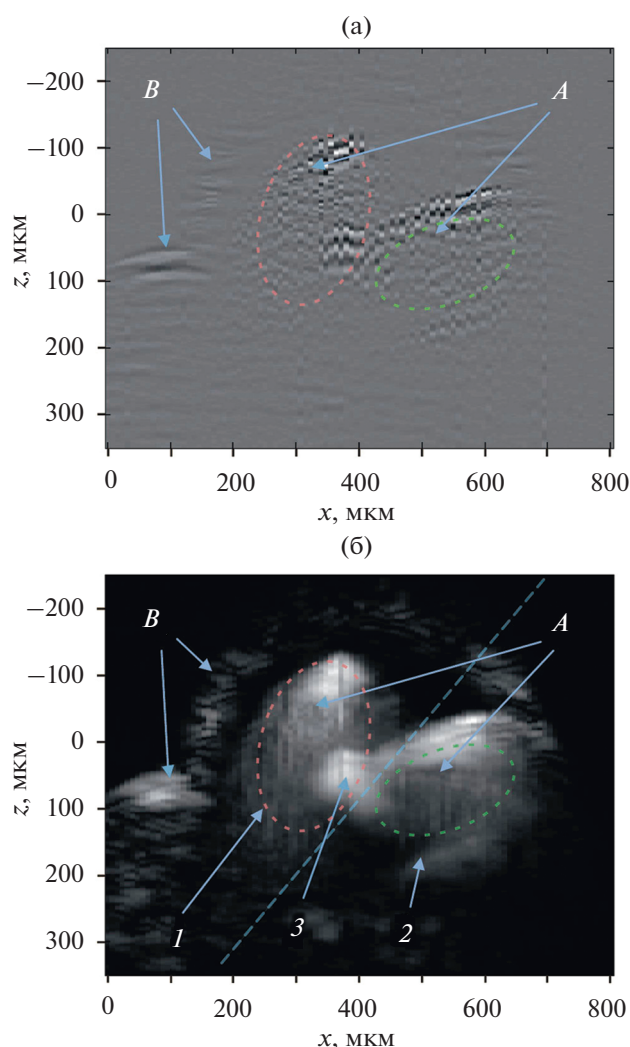


Рис. 2. (а) – В-скан $s(z, x)$ для $T = 1$ с и (б) – изображение $s_a(z, x)$.

Поскольку отдельные временные эхо-сигналы $s(t)$ записываются в различных фазах сердечного ритма, отклики A от движущихся элементов в области сердца имеют хаотический характер. С другой стороны, органы, не испытывающие перемещений, дают стабильные отклики B .

Интегрирование пространственно-временного сигнала по “медленному” времени T позволяет устранить флуктуации сигнала, более отчетливо визуализировать движущиеся элементы и повысить отношение сигнал–шум. На рис. 2б представлен сигнал $s_a(z, x)$, рассчитанный суммированием амплитуд исходного пространственно-временного сигнала:

$$s_a(z, x) = \int_0^{T_c} |H\{s(z, T, x)\}| dT, \quad (4)$$

где H обозначает преобразование Гильберта по координате z , $||$ – операцию нахождения абсолютного значения получившейся комплексной функции. В результате такой обработки движущиеся элементы A выглядят на изображении однородными, с медленно меняющейся по пространственным координатам яркостью, а наружные неподвижные органы B имеют характерную спекл-структуру.

Учитывая опубликованные данные о строении выюна на предличиночной стадии развития [24] и принимая во внимание, что объект расположен на спине и его ось наклонена на 40 град, в изображении $s_a(z, x)$ можно различить области желудочка 1 и предсердия 2. Между сердцем и предсердием находится вентрикулярная область с клапанами 3. Границы желудочка, предсердия и клапанов, обращенные вверх, по направлению к преобразователю в область отрицательных значений z , дают отражения со значительной амплитудой. Сигналы, отраженные от противоположных границ, имеют меньшую амплитуду вследствие небольшой глубины резкости ультразвукового преобразователя, а также ослабления сигнала при прохождении верхних стенок органов и рассеяния на элементах крови. По полученному изображению можно оценить усредненные по времени размеры органов в сечении плоскостью (z, x) . Продольные размеры желудочка и предсердия составляют приблизительно 300 мкм, поперечные – 150 и 180 мкм соответственно.

Движение элементов сердечно-сосудистой системы наглядно отображается при представлении данных в формате М-сканов $s(z, T)$. На рис. 3а приведен скан, записанный на протяжении двух периодов биения сердца при положении преобразователя $x = 0.44$ мм и проходящий через вентрикулярную область с клапанами между желудочком и предсердием. Период наблюдаемых на скане движений равен $T_0 = 0.825$ с, что соответствует частоте сердечных сокращений 73 уд/мин. Следует отметить, что частота сокращений была стабильной, при измерениях она сохранялась в пределах 2–3% для разных положений преобразователя в течение по крайней мере 30 минут.

В М-скане присутствуют отклики 1 (рис. 3а), которые производятся отражениями от сердечной мышцы. Ультразвуковой пучок в этом положении преобразователя x проходит по краю сердца (рис. 2), пересекая несколько границ, поэтому отклик имеет множественную структуру. Во время диастолы (интервал времени $T_{d1} - T_{d2}$) происходит расширение желудочка и отклик 1 смещается вверх, в сторону отрицательных значений z . В фазе систолы (интервал времени $T_{s1} - T_{s2}$) желудочек сокращается и отклик движется вниз.

Отклики 2 производятся клапанами вентрикулярной области. Видно, что во время диастолы

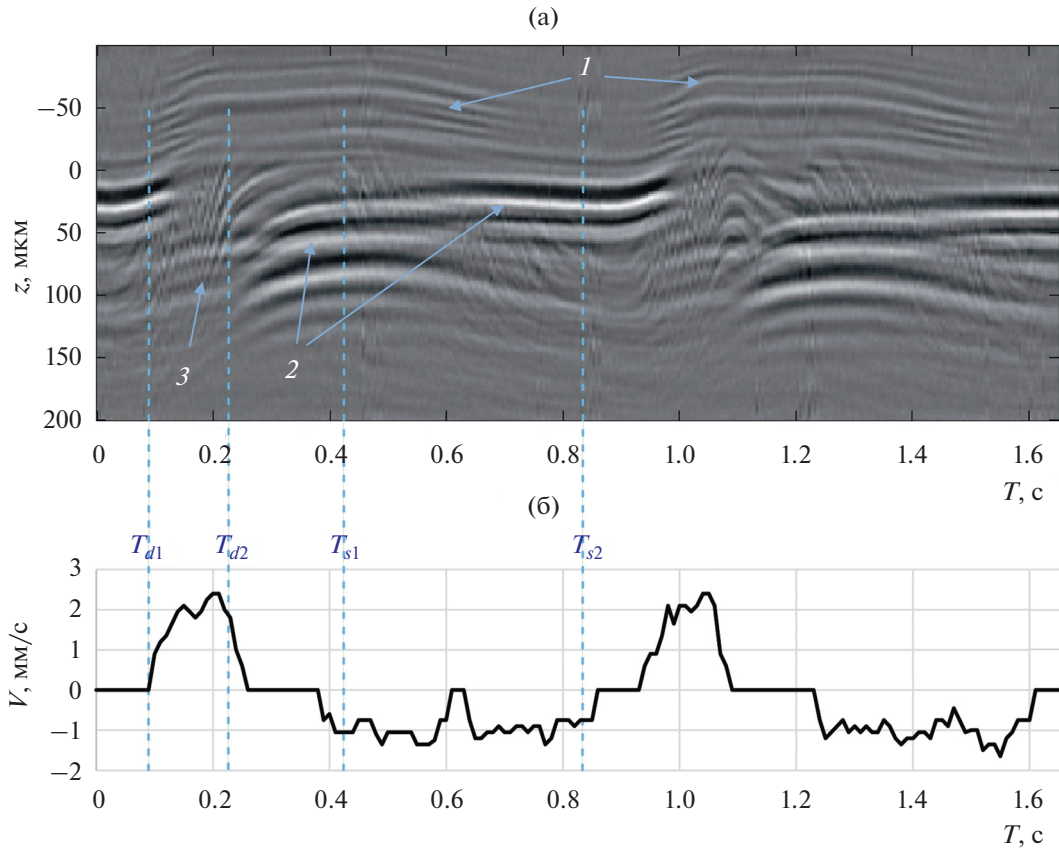


Рис. 3. (а) – Скан $s(z, T)$, записанный в положении $x = 440$ мкм и (б) – зависимость скорости крови от времени $V(T)$.

($T_{d1} - T_{d2}$) клапана открываются и отражения от их тканей отсутствуют. В это время существует связь полостей желудочка и предсердия, в канале между которыми наблюдается поток крови 3, направленный в сторону желудочка. После окончания диастолы створки клапанов закрываются, интенсивное движение крови прекращается. Спустя некоторое время начинается фаза систолы ($T_{s1} - T_{s2}$), в течение которой верхняя стенка желудочка и кровь движутся вниз, в сторону положительных значений z . Движение стенок желудочка и клапанов являются приблизительно периодическими, а от периода к периоду сигналы от крови не повторяются, что говорит о случайном пространственном распределении отражающих частиц в ней. Следует отметить, что в некоторых областях скана наблюдается наложение сигналов от тканей и от элементов крови. Такое наложение может быть объяснено тем, что в перетяжку ультразвукового пучка, диаметр которого сравним с характерными размерами вентрикулярной области, могут попадать отражения как от клапанов, так и от элементов крови, находящихся вне канала.

M-скан (рис. 4а), измеренный при положении преобразователя $x = 376$ мкм, проходит через же-

лудочек (рис 2). На диаграмме четко выделяются фазы диастолы ($T_{d1} - T_{d2}$) и систолы ($T_{s1} - T_{s2}$), во время которых верхняя стенка желудочка 1 движется вверх и вниз, соответственно. Нижняя стенка желудочка 2 испытывает движения с меньшей амплитудой. Внутри желудочка наблюдаются отклики от элементов крови 3, осуществляющие движение вверх и вниз во время диастолы и систолы соответственно.

Скан $s(z, T)$ (рис. 5а) записан в области предсердия при $x = 504$ мкм (рис. 2б). Видно, что во время диастолы ($T_{d1} - T_{d2}$) стенки предсердия 1 и 2 движутся навстречу друг другу. При этом объем предсердия уменьшается, а отклики от элементов крови 3 движутся вверх в сторону области клапанов, наполняя сердце. Во время систолы ($T_{s1} - T_{s2}$) стенки движутся в разные стороны и происходит наполнение объема предсердия кровью через сосуды, лежащие вне плоскости регистрации сигнала.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ КРОВОТОКА

Для выделения быстрых движений крови на фоне движения других органов организма осуществлялась фильтрация ультразвуковых дан-

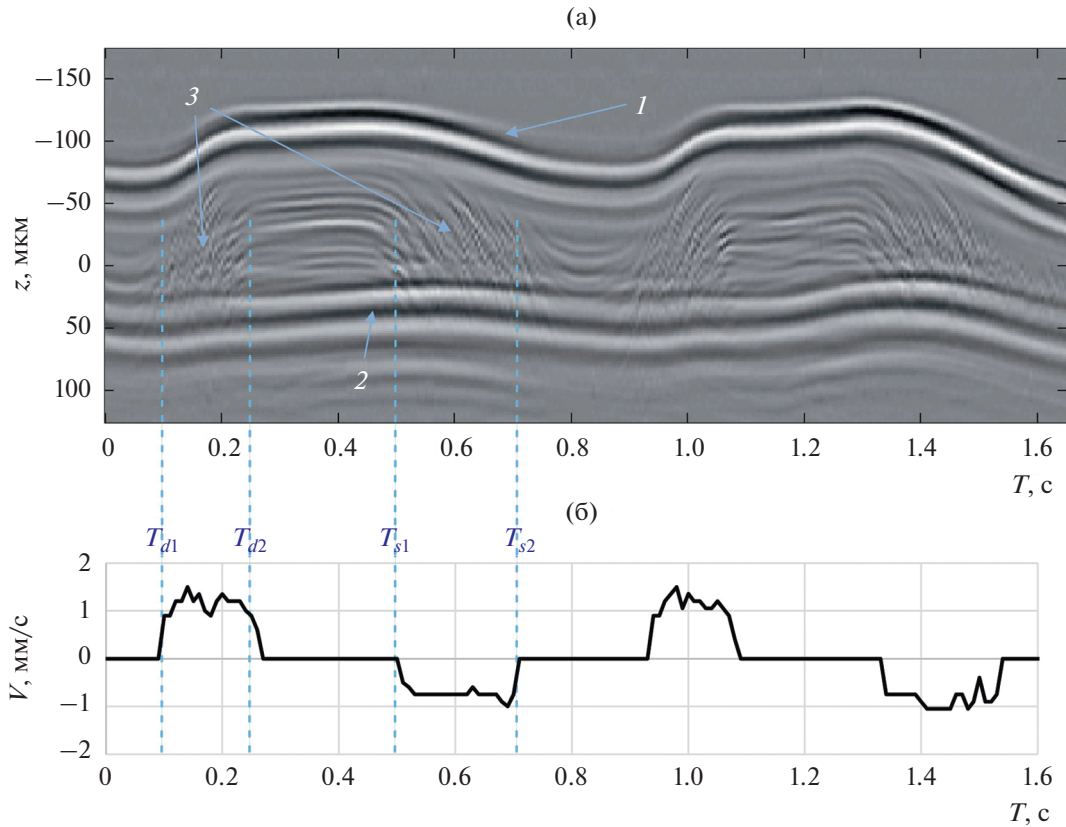


Рис. 4. (а) – Скан $s(z, T)$, записанный в положении $x = 376$ мкм и (б) – зависимость скорости крови от времени $V(T)$.

ных по “медленному” времени T . Фильтрация сигналов производилась в цифровом виде в среде MATLAB. Высокочастотная компонента сигнала $s_h(z, T, x)$ рассчитывалась фильтром верхних частот с окном Хэмминга, конечная импульсная характеристика которого длиной 51 отсчет определялась функцией `fir1` [26]. Нормированная частота среза фильтра составляла 0.08, что при частоте дискретизации $1/\Delta T = 500$ Гц соответствует частоте $f_c = 40$ Гц.

Результаты применения фильтра показывают, что отклики от границ сердца и клапанов в целом подавлены, за исключением областей, где ткани совершают быстрые движения. Высокочастотная фильтрация позволяет выделить кровотоки, например, во время систолы и диастолы, однако она подавляет отклики от медленно движущейся крови в паузе между ними. Также следует отметить, что амплитуды сигналов, рассеянных на элементах крови и отраженных от стенок желудочка и предсердия, являются сравнимыми. Однако при ультразвуковых исследованиях человеческого организма отмечается значительное (на 40 дБ и больше) превышение сигналов от стенок [27–29]. Данное наблюдение можно объяснить тем, что размер эритроцитов человека и эмбриона рыбы составляет примерно 7 мкм, но частота ультразву-

ка в данной работе на порядок выше, чем в медицинской сонографии.

Учитывая величины доплеровского частотного сдвига со скоростью движения отражателей [30], такой фильтр пропускает отклики от элементов крови, вертикальная компонента скорости которых больше величины:

$$V_1 \approx \frac{f_c C_W}{2f_0}, \quad (5)$$

где f_0 – характерная частота рассеянных сигналов. Принимая во внимание, что в данном эксперименте $f_0 \approx 70$ МГц и скорость звука в среде $C_W \approx 1500$ м/с, оценка нижнего порога детектируемой скорости движения составляет $V_1 \approx 0.4$ мм/с.

С другой стороны, максимальная скорость движения частиц, корректно определяемая по ультразвуковым данным, ограничивается эффектами наложения откликов при недостаточно малом периоде временной дискретизации ΔT . Оценка максимального значения скорости равна [30]:

$$V_2 \approx \frac{C_W}{4f_0 \Delta T}, \quad (6)$$

которая в данном эксперименте составляет $V_2 \approx 2.7$ мм/с.

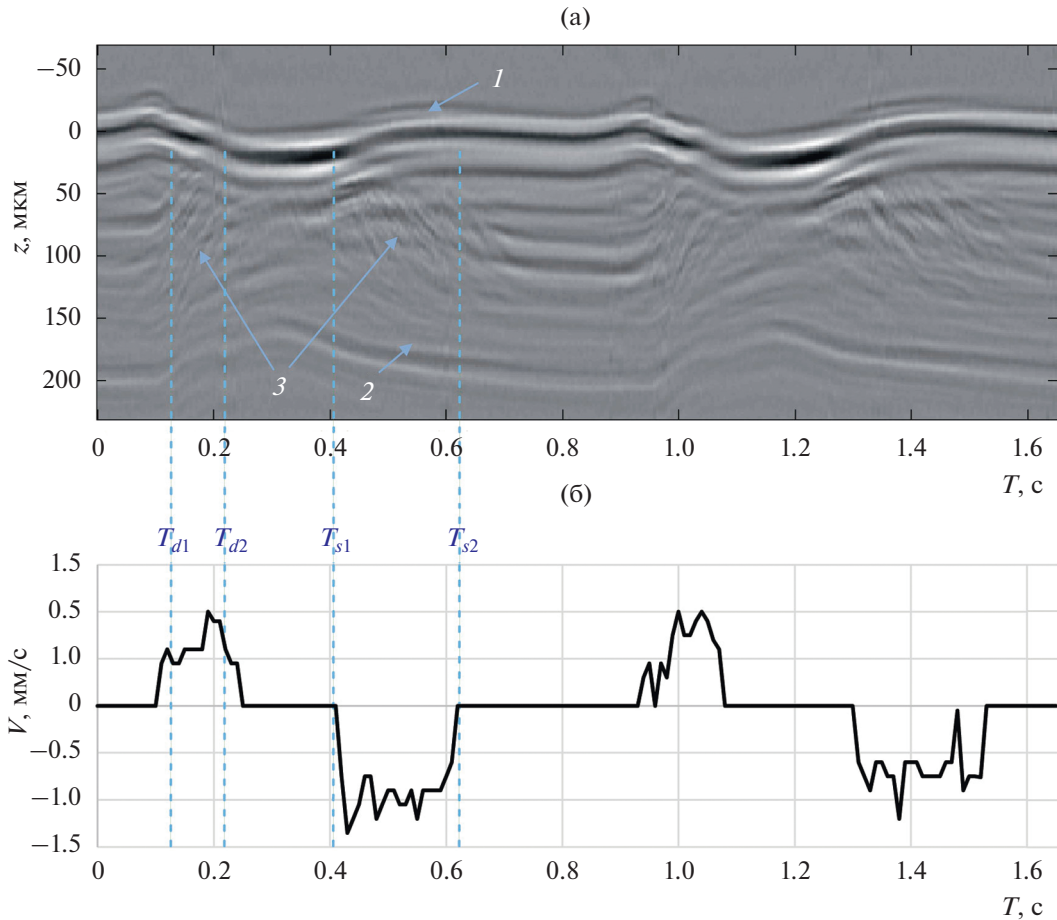


Рис. 5. (а) – Скан $s(z, T)$, записанный в положении $x = 504$ мкм и (б) – зависимость скорости крови от времени $V(T)$.

Расчет вертикальной компоненты скорости кровотока производился по формуле [30]:

$$V = \frac{\Delta z}{\Delta T}, \tag{7}$$

где Δz – вертикальное смещение отклика за промежуток “медленного” времени, который был выбран равным периоду дискретизации $\Delta T = 2$ мс. Для нахождения Δz использовался корреляционный метод [29, 30]. Предварительно сигнал $s_{ij}(z, T, x)$, прошедший через высокочастотный фильтр, подвергался пороговой обработке по амплитуде с относительным уровнем 0.1, что позволило уменьшить влияние откликов от движущихся стенок сердца и прошедших через фильтр медленно движущихся элементов крови. Далее рассчитывался двумерный коэффициент корреляции. Размеры окна в плоскости (z, T) , использовавшегося для вычисления коэффициента, составляли 90 мкм и 12 мс соответственно. Величина Δz определялась по положению максимума рассчитанного коэффициента, поиск которого производился в диапазоне ± 10 мкм при отклонении по оси времени на величину ΔT . Ввиду мало-

сти вертикальных размеров органов и сложности корректного определения зависимости $V(z)$, в качестве оценки скорости при фиксированном времени T использовалось ее максимальное значение.

Результаты расчетов зависимостей $V(T)$ для трех рассмотренных выше характерных областей приведены на рис. 3б, 4б, 5б. Наибольшее значение $V \approx 2.5$ мм/с достигается во время диастолы в области клапанов (рис. 3б). В выбранных областях желудочка (рис. 4б) и предсердия (рис. 5б) пиковые значения V достигают несколько меньших значений: 1.5 и 1 мм/с соответственно. Во время систолы направление движения меняется на противоположное, пиковые значения составляют приблизительно 1.2, 0.8 и 0.8 мм/с соответственно. Длительность импульса крови во время диастолы приблизительно равна $T_{d2} - T_{d1} \approx 150$ мс, длительность систолы $T_{s2} - T_{s1}$ несколько больше этой оценки, причем она заметно зависит от положения координаты регистрации сигнала x . Временной интервал между этими фазами сердечного ритма также зависит от места наблюдения.

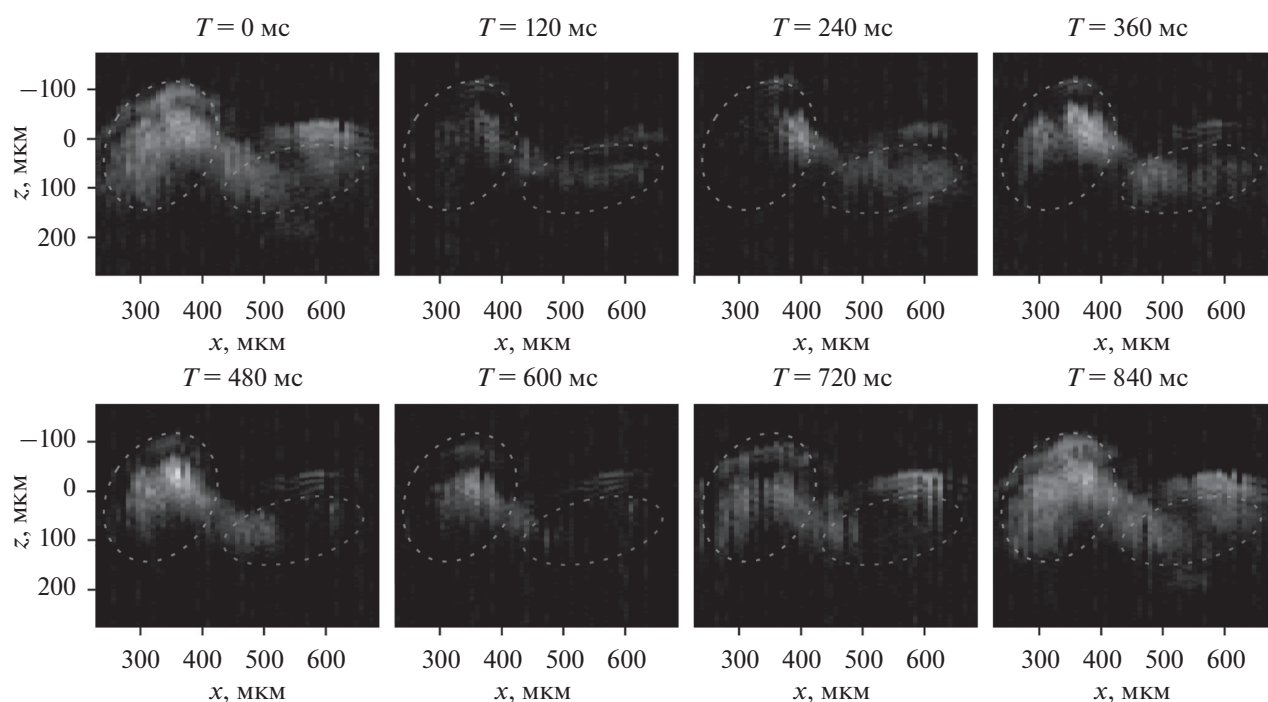


Рис. 6. Параметр $E(z, x)$, рассчитанный для разных значений времени $T = 0, 120, 240, 360, 480, 600, 720, 840$ мс.

Для отображения пространственного распределения плотности движущихся элементов крови в различные моменты времени был использован принцип энергетической доплерографии [29, 30]. Рассчитывался параметр E путем интегрирования мощности высокочастотной компоненты сигнала $s_{hf}(z, x, T)$ в течение некоторого интервала “медленного” времени, определяемого оконной функцией $p(T)$:

$$E(z, x, T) = \left[\int_{-\infty}^{\infty} |s_{hf}(z, x, \tau)|^2 p(T - \tau) d\tau \right]^{1/2}. \quad (8)$$

В данных расчетах использовалась прямоугольная оконная функция длительностью 100 мс. Такая длительность представляется достаточной для достижения приемлемого отношения сигнал–шум. С другой стороны, она меньше длительности сердечного цикла $T_0 = 0.825$ мс, что позволяет наблюдать изменения распределения движущихся элементов крови с течением времени. На рис. 6 приведены результаты расчета параметра E , представленного в относительных единицах для нескольких значений времени T . На диаграммах показаны также примерные очертания сердца и предсердия, оценённые ранее из данных рис. 2б.

В соответствии с фазами сердечного ритма, обозначенными на рис. 3–5, диаграммы, представленные на рис. 6 для времени $T = 0$ и 840 мс, соответствуют диастоле. В это время наблюдается

интенсивное движение частиц практически по всему объему желудочка и предсердия, а также в вентрикулярной области между ними. После окончания диастолы в паузе интенсивность движения значительно снижается ($T = 120$ мс), потом начинается фаза систолы ($T = 240, 360, 480$ мс). Систола характеризуется более интенсивным движением в области желудочка, причем ее распределение с течением времени меняется по объему сердца. Она начинается с мощного выброса в ограниченной области ($T = 240$ мс), потом активность распространяется по более широкой площади. По-видимому, положение этой области в желудочке соответствует выходной артерии, расположенной вне плоскости изображения. В это время интенсивность движения в области предсердия невысока, а в области клапана почти полностью отсутствует. Затем после периода сравнительно слабых движений ($T = 600, 720$ мс) начинается следующая фаза диастолы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработана методика ультразвукового исследования *in vivo* сердца низших позвоночных на ранних стадиях развития, помещаемых в иммерсионную ячейку импульсного сканирующего акустического микроскопа. В этом микроскопе используется высокочастотный сфокусированный преобразователь, механически перемещаемый относительно объекта. Данная модификация прибора позволяет регистрировать сигналы в за-

висимости от времени распространения ультразвуковых импульсов, пространственных координат и времени, масштаб которого характеризует работу сердечно-сосудистой системы организма. С помощью обработки регистрируемых пространственно-временных данных оказывается возможным реализовать методики, традиционные для медицинских сонографических исследований сердца.

В работе проведено исследование вьюна *Misgurnus fossilis* на предличиночной стадии развития. По изображению организма, полученному в фокальной плоскости преобразователя, было найдено примерное местоположение сердца. Более подробное исследование работы сердца производилось путем регистрации и обработки сигнала, регистрируемого на протяжении нескольких циклов сердечного ритма при каждом положении преобразователя. Интегрирование амплитуды сигнала по времени позволило разделить в изображении области неподвижных и движущихся органов, распознать элементы сердца, а также оценить средние характерные размеры желудочка и предсердия, которые составили 150–300 мкм.

В результате анализа временных изменений сигналов было найдено, что период сердечных сокращений в данном эксперименте составляет 0.825 с. По сигналам можно было наблюдать движения границ мышечных тканей сердца и определять фазы сердечного ритма. Путем высокочастотной фильтрации сигналов по времени были выделены отклики от быстро движущихся элементов крови, по которым производилась оценка вертикальной составляющей скорости их движения в зависимости от времени и положения. Найдено, что наибольшее значение 2.5 мм/с скорость достигает во время диастолы в вентрикулярной области, во время систолы она меняет направление. В других исследованных областях желудочка и предсердия характерные пиковые значения скорости крови находятся в пределах 1.5–0.8 мм/с. Пространственное распределение кровотока было исследовано в соответствии с методом энергетической доплерографии. Отображение мощности высокочастотной компоненты сигнала в зависимости от положения и времени позволило визуализировать изменение плотности движущихся элементов крови в различные моменты сердечного ритма.

Следует отметить, что ввиду малых размеров сердца эхо-сигналы от мышечных тканей и элементов крови перекрываются в некоторых местах и моментах времени. Кроме того, в сердце рыбы, находящейся на эмбриональной или личиночной стадиях развития, скорость движения крови невелика. В ряде случаев она является сравнимой со скоростью движения стенок. Это приводит к затруднениям при определении скорости крови в

периоды ее медленного течения. Можно предположить, что повышение частоты ультразвука, а, следовательно, и пространственной разрешающей способности позволит в заметной степени преодолеть эти недостатки.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России в рамках Государственного задания № 0069-2019-0009.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Yalcin H.C., Amindari A., Butcher J.T., Althani A., Yacoub M.* Heart function and hemodynamic analysis for zebrafish embryos // *Development Dynamics*. 2017. V. 246. № 11. P. 868–880.
2. *Giardoglou P., Beis D.* On zebrafish disease models and matters of the heart // *Biomedicines*. 2019. V. 7. № 1. P. 15.
3. *Gregg C.L., Butcher J.T.* Quantitative in vivo imaging of embryonic development: opportunities and challenges // *Differentiation*. 2012. V. 84(1). P. 149–162.
4. *Daetwyler S., Günther U., Modes C.D., Harrington K., Huiskens J.* Multi-sample SPIM image acquisition, processing and analysis of vascular growth in zebrafish // *Development*. 2019. V. 146. № 6. dev173757. P. 1–10. <https://doi.org/10.1242/dev.173757>
5. *Keller P.J., Schmidt A.D., Wittbrodt J., Stelzer E.H.K.* Reconstruction of zebrafish early embryonic development by scanned light sheet microscopy // *Science*. 2008. V. 322. № 5904. P. 1065–1069.
6. *Megason S.G.* In toto imaging of embryogenesis with confocal time-lapse microscopy // *Methods Mol. Biol.* 2009. V. 546. P. 317–332.
7. *Salman H.E., Yalcin H.C.* Advanced blood flow assessment in Zebrafish via experimental digital particle image velocimetry and computational fluid dynamics modeling // *Micron*. 2020. V. 130. № 3. P. 10280.
8. *Foo Y.Y., Pant S., Tay H.S., Imangali N., Chen N., Winkler C., Yap C.H.* 4D modelling of fluid mechanics in the zebrafish embryonic heart // *Biomech. Model Mechanobiol.* 2020. V. 19. № 1. P. 221–232.
9. *Sun L., Lien C.L., Xu X., Kirk Shung. K.* In vivo cardiac imaging of adult zebrafish using high frequency ultrasound (45–75 MHz) // *Ultrasound Med. Biol.* 2008. V. 34. № 1. P. 31–39. <https://doi.org/10.1016/j.ultrasmedbio.2007.07.002>
10. *Huang C.C., Su T.H., Shih C.C.* High-resolution tissue Doppler imaging of the zebrafish heart during its regeneration // *Zebrafish*. 2015. V. 12. № 1. P. 48–57.
11. *Wang L.W., Huttner I.G., Santiago C.F., Kesteven S.H., Yu Z.Y., Feneley M.P., Fatkin D.* Standardized echocardiographic assessment of cardiac function in normal adult zebrafish and heart disease models // *Dis. Model. Mech.* 2017. V. 10. № 1. P. 63–76.
12. *Ho Y.L., Shau Y.W., Tsai H.J., Lin L.C., Huang P.J., Hsieh F.J.* Assessment of zebrafish cardiac performance using Doppler echocardiography and power angiography // *Ultrasound Med. Biol.* 2002. V. 28. № 9. P. 1137–1143.
13. *Benslimane F.M., Alser M., Zakaria Z.Z., Sharma A., Abdelrahman H.A., Yalcin H.C.* Adaptation of a mice

- doppler echocardiography platform to measure cardiac flow velocities for embryonic chicken and adult zebrafish // *Front. Bioeng. Biotechnol.* 2019. V. 7. Article 96.
14. *Chang C.C., Chen P.Y., Huang H., Huang C.C.* In vivo visualization of vasculature in adult zebrafish by using high-frequency ultrafast ultrasound imaging // *IEEE Trans. Biomed. Eng.* 2019. V. 66. № 6. P. 1742–1751.
 15. *Fanga Y., Suna Y., Luo C., Gu J., Shi Z., Lu G., Silvestre J.-S., Chen Z.* Evaluation of cardiac dysfunction in adult zebrafish using high frequency echocardiography // *Life Sciences.* 2020. V. 253. P. 117732.
 16. *Lee L., Genge C.E., Cua M., Sheng X., Rayani K., Beg M.F., Sarunic M.V., Tibbits G.F.* Functional assessment of cardiac responses of adult zebrafish (*Danio rerio*) to acute and chronic temperature change using high-resolution echocardiography // *PLoS ONE.* 2016. V. 11. № 1. e0145163.
<https://doi.org/10.1371/journal.pone.0145163>
 17. *Evangelisti A., Schimmel K., Joshi S., Shah K., Fisch S., Alexander K.M., Liao R., Morgado I.* High-frequency ultrasound echocardiography to assess zebrafish cardiac function // *J. Vis. Exp.* 2020. Mar 12. V. 157. e60976.
<https://doi.org/10.3791/60976>
 18. <https://www.visualsonics.com/product/transducers/mx-series-transducers> (дата обращения 10.06.2021 г.)
 19. *Титов С.А., Левин В.М., Петронюк Ю.С.* Обработка пространственно-временного сигнала акустического микроскопа для определения параметров изотропного слоя // *Акуст. журн.* 2017. Т. 63. № 6. С. 692–699.
 20. *Титов С.А., Булаков А.Б., Зинин П.В., Богаченков А.Н.* Измерение скорости звука в тканях эмбрионов костистых рыб // *Изв. РАН. Сер. физ.* 2021. Т. 85. № 1. С. 140–144.
 21. *Кайно Г.* Акустические волны: Устройства, визуализация и аналоговая обработка сигналов М.: Мир, 1990. 208 с.
 22. *Smith N., Webb A.* Introduction to Medical Imaging Physics, Engineering and Clinical Applications. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2011. 163 p.
 23. *Burlakov A.B., Titov S.A., Bogachenkov A.N.* Ultrasonic monitoring of early development of lower vertebrate embryos // *J. of Physics: Conf. Series.* 2020. V. 1679.
 24. *Костомарова А.А.* Объекты биологии развития. М.: Наука, 1975. 321 с.
 25. *Макеева А.П.* Эмбриология рыб. М.: из-во МГУ, 1992. 216 с.
 26. <https://www.mathworks.com/help/signal/ref/fir1.html> (дата обращения 10.06.2021 г.)
 27. *Макалкин Д.И., Коршак Б.А., Брысев А.П.* Экспериментальное наблюдение структурирования эритроцитов крови в поле стоячих поверхностных акустических волн // *Акуст. журн.* 2017. Т. 63. № 5. С. 553–559
 28. *Дубровский В.А., Дворецкий К.Н., Балаев А.Э.* Исследование механизма усиления агрегации эритроцитов ультразвуковым полем // *Акуст. журн.* 2004. Т. 50. № 2. С. 184–192.
 29. *Szabo T.L.* Diagnostic ultrasonic imaging: inside out. Amsterdam: Elsevier Academic Press, 2004. P. 337–377.
 30. *Hill C.R., Bamber J.C., Haar G.R.* Physical Principles of Medical Ultrasonics. Chichester: John Wiley and Sons. 2004. 528 p.