

# СОДЕРЖАНИЕ

---

---

Том 66, номер 2, 2021

---

---

## ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

Многоканальная фильтрация микроволн с дипольными и киральными элементами в мета-интерферометре с резонатором Фабри–Перо

*Г. А. Крафтмахер, В. С. Бутылкин, Ю. Н. Казанцев, В. П. Мальцев, И. П. Никитин* 105

Исследование двумерно-периодической решетки металлических цилиндров с сосредоточенными элементами в полосе прозрачности

*С. Е. Банков, В. И. Калинин, Е. В. Фролова* 122

Комплексный резонанс как самосогласованный электромагнитный процесс

*А. С. Раевский, С. Б. Раевский, А. Ю. Седаков, А. А. Титаренко* 133

---

## АНТЕННО-ФИДЕРНЫЕ СИСТЕМЫ

Повышение электрической прочности коаксиально-волноводных переходов

*В. В. Комаров, А. И. Корчагин, В. П. Мещанов* 141

---

## ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

Вероятностные характеристики бестестовых методов адаптивной коррекции сигналов

*М. Л. Маслаков* 145

Алгоритм трассового сопровождения низколетящих целей в моноимпульсных радиолокационных станциях на основе сигма-точечного фильтра

*А. Н. Грачев, С. А. Курбатский, А. В. Хомяков* 155

---

## НАНОЭЛЕКТРОНИКА

Пространственно-неоднородное распределение плотности квантово-механического тока при подбарьерном отражении электронной волны от потенциальной ступеньки в 2D-наноструктуре

*В. А. Петров, А. В. Никитин* 162

---

## ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРАХ

Структура линии ядерного магнитного резонанса в малогабаритном спектрометре

*В. В. Давыдов, В. И. Дудкин, Н. С. Мязин, Д. И. Николаев* 174

Узкополосный МПМ-детектор видимой части спектра на основе гетероструктуры ZnCdSe/ZnSSe/GaAs

*С. В. Аверин, П. И. Кузнецов, В. А. Житов, Л. Ю. Захаров, В. М. Котов* 181

Исследование изменения вольт-амперной характеристики полупроводникового диода при прохождении через него мощных высокочастотных сигналов

*А. В. Семенов, А. В. Серов, К. В. Шибалко* 185

---

## НОВЫЕ РАДИОЭЛЕКТРОННЫЕ СИСТЕМЫ И ЭЛЕМЕНТЫ

Микрополосковый полосно-пропускающий фильтр четвертого порядка  
со смешанной перекрестной связью

*А. В. Захаров, С. А. Розенко, С. Н. Литвинцев*

190

Резонаторный модуль для лазера на эффекте вынужденного комбинационного рассеяния  
на монокристалле алмаза

*М. С. Андреева, Н. В. Артюшкин, К. М. Крымский, А. И. Лаптев, Н. И. Полушин,  
В. Е. Роголин, С. А. Филин*

199

---

## ХРОНИКА

Памяти Сергея Борисовича Раевского

205

---

---

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА  
И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 537.874;621.396

**МНОГОКАНАЛЬНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ МИКРОВОЛН  
С ДИПОЛЬНЫМИ И КИРАЛЬНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ  
В МЕТА-ИНТЕРФЕРОМЕТРЕ С РЕЗОНАТОРОМ ФАБРИ–ПЕРО**

© 2021 г. Г. А. Крафтмахер<sup>а</sup>, \*, В. С. Бутылкин<sup>а</sup>, Ю. Н. Казанцев<sup>а</sup>,  
В. П. Мальцев<sup>а</sup>, И. П. Никитин<sup>а</sup>

<sup>а</sup>Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,  
пл. Введенского, 1, Фрязино Московской обл., 141190 Российская Федерация

\*E-mail: gkraft@ms.ire.rssi.ru

Поступила в редакцию 14.06.2020 г.

После доработки 14.06.2020 г.

Принята к публикации 29.07.2020 г.

Экспериментально показано в диапазоне 3...6 ГГц новое применение дипольных и киральных элементов и структур на их основе в качестве одного из отражателей резонатора Фабри–Перо, расположенного в метаинтерферометре, которое позволяет управлять многоканальной фильтрацией микроволн. Продемонстрировано влияние управляемых резонансных эффектов в элементах на спектр резонатора и динамику интерферограммы. Исследованы особенности, связанные с применением разных элементов и структур: нагруженного варактором или стационарной емкостью диполя “бабочка”, ряда из трех одинарных колец с двумя разрывами, нагруженными двумя варакторами, а также решеток из спиральных элементов в 1.5 оборота и двойных разомкнутых колец. Теоретическое исследование проводили на примере метаинтерферометра с метаструктурой в виде бианизотропно-волноводного слоя с учетом возможности реализации режимов как прямой, так и обратной волны.

DOI: 10.31857/S0033849421020078

**ВВЕДЕНИЕ**

Интерес к метаструктурам, метаповерхностям и метаатомам сохраняется благодаря новым применениям и разработке новых оригинальных структур. На микроволнах известны магнитоэлектрические материалы, метаструктуры, метаповерхности и метаатомы, содержащие разомкнутые проводящие резонансные элементы, совместимые с элементами управления. Большое развитие получили работы, инициированные публикациями, связанными с исследованием киральных и бианизотропных сред [1–7] и предложениями возможных применений (“левые среды” [3, 4], микроволновые фильтры [5], радиопоглотители [6, 7]).

Обзору современных теоретических исследований киральных сред и метаматериалов посвящена работа [8]. Практическая значимость микроволновых фильтров благодаря возможности управления отмечается в [9]. Комбинации с ферритом позволяют усиливать невзаимные эффекты и управлять ими электрическим напряжением наряду с магнитостатическим полем [10, 11]. Новое применение метаматериалы нашли в резонаторах Фабри–Перо [12–15] и микроволновой интерферометрии [16, 17]. В [16] были обнаружены

оригинальные функциональные возможности микроволновой интерферометрии при использовании метаструктуры в качестве управляемого разделителя пучка. Было показано, что применение ферритовой пластины приводит к специфическому проявлению невзаимных эффектов и возможности селективного магнитного управления. Структуры на основе феррита и диполя позволяют достичь магнитное и электрическое управление при воздействии ферромагнитного и дипольного резонансов на дисперсионные характеристики – селективно управляемую невзаимность прохождения микроволн в интерференционных полосах запрета, т.е. управление интерферограммой как внешним магнитостатическим полем, так и электрическим напряжением на варакторе. Особенности микроволновой интерферометрии с метаструктурами можно использовать при разработке селективно управляемых многополосных фильтров.

В [18] предложено применение метаструктуры на основе линейных резонансных проводников в качестве одного из отражателей резонатора Фабри–Перо, расположенного в метаинтерферометре, и

обнаружена возможность селективного управления интерферограммой в диапазоне 3...6 ГГц.

В данной работе исследуем влияние других метаструктур и связанные с ними особенности в аналогичной ситуации. Это нагруженный варактором или конденсатором диполь “бабочка”, ряд из трех одинарных колец с двумя разрывами в каждом кольце, нагруженными двумя варакторами, а также решетка киральных планарных спиралей в 1.5 оборота и решетка двойных разомкнутых колец. Привлечение разнообразных метаструктур как в принципе известных, так и оригинальных, представляет интерес, поскольку наблюдаемые эффекты связаны с их резонансными свойствами, которые зависят от их вида и геометрии.

## 1. МЕТОДЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

Исследуемые элементы и метаструктуры схематически представлены на рис. 1а–1е. Они выполнены методами фотолитографии на фольгированной полиамидной пленке.

На рис. 2а показана схема волноводного тройникового интерферометра с метаструктурой  $M$  в виде ряда нагруженных варакторами одинарных колец. Метаструктура помещена вдоль направления распространения волны в закороченное  $h$ -плечо 3 (длина плеча равна 290 мм), на расстоянии  $s = 110$  мм от короткозамыкателя, образуя конфигурацию управляемого резонатора Фабри–Перо 4 отражательного типа между передней границей метаструктуры и короткозамыкателем. В отсутствие метаструктуры тройник трансформируется в интерферометр и обладает свойствами многополосного фильтра, измеренные частотные зависимости коэффициента прохождения  $T$  представлены на рис. 2б. Увеличивая длину плеча, можно увеличить число интерференционных полос.

Состояние интерферограммы характеризуем положением и глубиной полос запрета. Измеряем динамику частотной зависимости коэффициентов прохождения  $T = S_{21}$  на выходе  $O$  интерферометра при использовании разных метаструктур и при внешнем воздействии напряжения обратного смещения  $V_{oc}$  на варакторе. Проводим сравнительный анализ с поведением резонанса в метаструктуре, измеряя коэффициенты прохождения  $T$  и отражения  $R = S_{11}$  в прямоугольном волноводе  $48 \times 24$  мм. Измеряем коэффициент отражения  $R$  от резонатора Фабри–Перо, в котором в качестве отражателя используется та или другая метаструктура. Анализируем связь с динамикой  $R$  от резонатора Фабри–Перо.

Для электрического управления в разрывы диполя впаиваем варактор МА46Н120, а в два разрыва

одинарного кольца два варактора МА46Н120. При  $V_{oc}$  от 0 до 29 В емкость варактора меняется в пределах 6.5...0.55 пФ. К выходам варактора подключаем резисторы  $R_L = 100$  кОм, чтобы уменьшить влияние наведенных постоянных токов и, соответственно, паразитных резонансных эффектов. Размеры структур выбираем так, чтобы в диапазоне 3...6 ГГц панорамного измерителя КСВН возбуждался резонанс в элементах.

### 1.2. Диполь “бабочка” с варактором

Нагруженный варактором МА46Н120 диполь “бабочка” (длина  $l = 22$  мм, ширина у основания  $d = 10$  мм) изготовлен из фольгированной полиамидной пленки толщиной 0.15 мм на 1.0-миллиметровой текстолитовой подложке (схема – рис. 1а, фото – рис. 3а).

Частотные зависимости  $T$  и  $R$  от диполя в прямоугольном волноводе при разных величинах  $V_{oc}$  представлены на рис. 3б. В отсутствие  $V_{oc}$  на кривой  $T$  видим резонансный минимум  $T_{min}^{OB} = -23$  дБ и на кривой  $R$  соответствующий ему резонансный максимум отражения  $R_{max} = -1.5$  дБ, связанные с широким дипольным резонансом (ДР), который при изменении  $V_{oc}$  от 0 до 3 В плавно смещается на 0.7 ГГц, от 4.4 до 5.1 ГГц. Резонанс охватывает практически весь заданный частотный диапазон 3...6 ГГц.

Проявление влияния резонанса в диполе на интерферограмму в интерферометре показано на рис. 3в, где представлены измеренные на выходе интерферометра частотные зависимости прохождения  $T$  при трех величинах  $V_{oc} = 0, 2$  и 10 В. Сравнивая их с интерферограммой пустого интерферометра (см. рис. 1б), видим изменение интерферограммы, нарушение периодичности интерференционных полос, изменение вида, ширины, глубины. При  $V_{oc} = 0$  В интерферограмма представляет собой интерференционную зависимость  $T$  от частоты с полосами запрета:

$$F_1^{OB} \text{ (частота } f_1^{OV} = 3.4 \text{ ГГц, глубина } T_{1min}^{OB} = -12.5 \text{ дБ),}$$

$$F_2^{OB} \text{ (3.4 ГГц, } -10 \text{ дБ),}$$

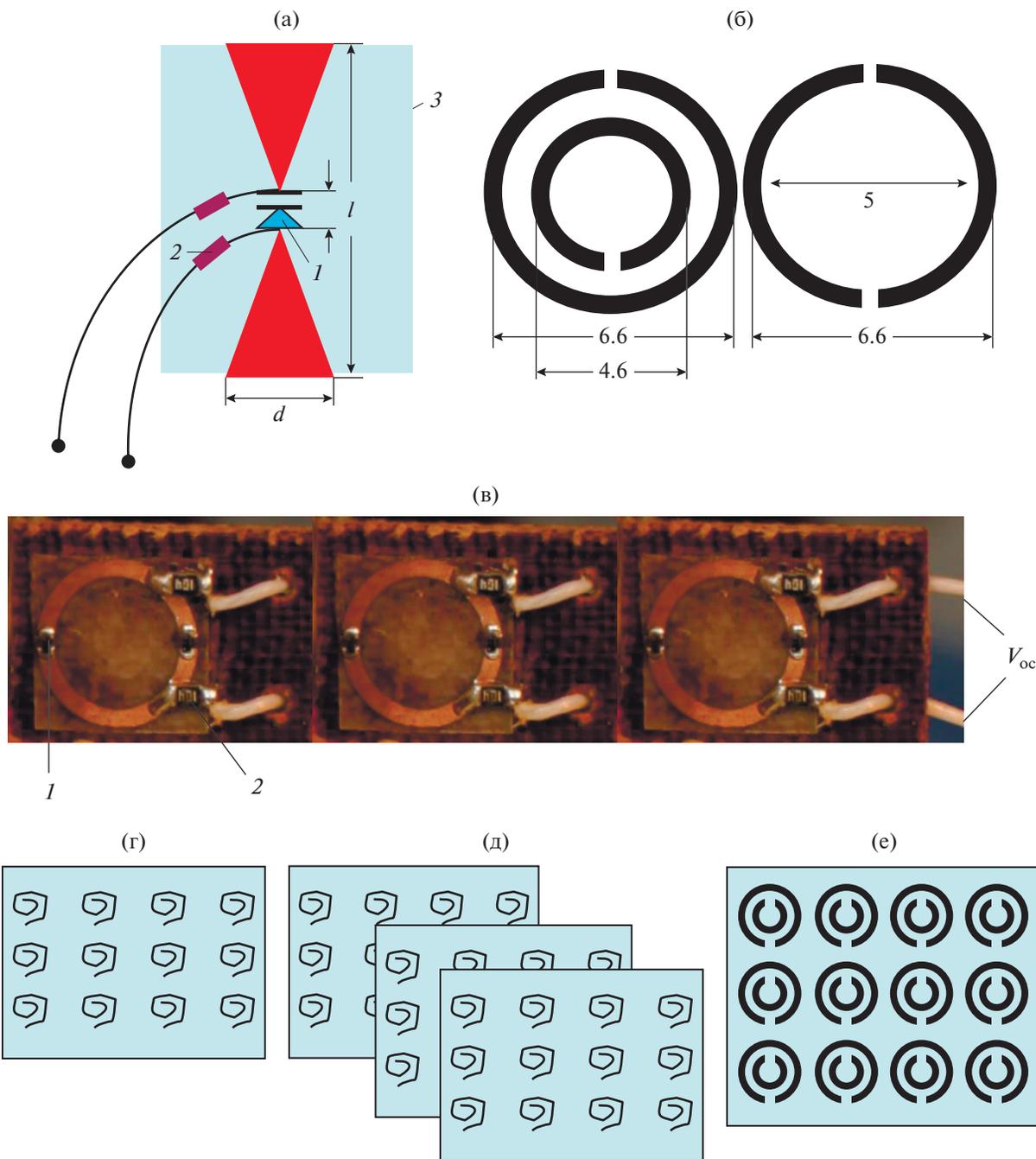
$$F_3^{OB} \text{ (3.84 ГГц, } -16.5 \text{ дБ),}$$

$$F_4^{OB} \text{ (4.32 ГГц, } -14.5 \text{ дБ),}$$

$$F_5^{OB} \text{ (4.4 ГГц, } -11.5 \text{ дБ),}$$

$$F_6^{OB} \text{ (5 ГГц, } -11.5 \text{ дБ).}$$

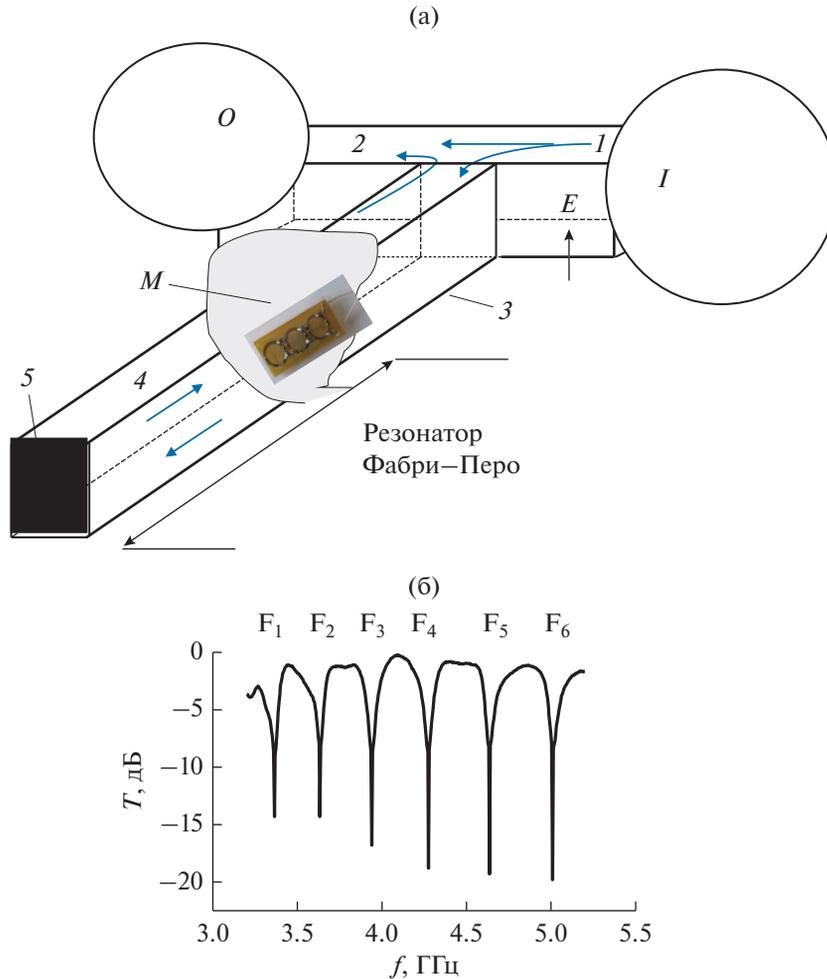
Наглядное представление о состоянии интерферограммы в случае  $V_{oc} = 2$  и 10 В дает табл. 1. При подаче  $V_{oc} = 2$  В происходит небольшое изменение интерферограммы. С увеличением  $V_{oc}$  до 10 В в интерферограмме проявляются дополни-



**Рис. 1.** Схемы исследованных элементов и метаструктур на их основе в качестве отражателя резонатора Фабри–Перо в тройниковом интерферометре: (а) нагруженный варактором диполь “бабочка” ( $d$  – ширина,  $l$  – высота,  $1$  – варактор,  $2$  – резистор  $R_L$ ,  $3$  – подложка); (б) двойное разомкнутое кольцо ПДРК и одинарное дважды разомкнутое кольцо ОК (размеры в мм); (в) ряд из трех нагруженных варакторами ОК (фото) ( $1$  – варактор,  $2$  – резистор,  $3$  – подложка); (г, д) решетка и система из трех параллельно расположенных решеток из планарных спиралей ПС в полтора оборота; (ж) решетка ПДРК.

тельные резонансы, изменяется положение и глубина ряда полос запрета. Полосы  $F_4^{10B}$  и  $F_5^{10B}$  сливаются, проявляются полосы  $F_2^{10B}$  и  $F_6^{10B}$ . Видим, что с диполем “бабочка” при изменении  $V_{oc}$  происходит специфическое управление (синхрон-

ное, но неодинаковое изменение частоты, ширины и глубины разных полос). Это связано с тем, что для ДР характерна довольно широкая полоса, его влияние охватывает несколько интерференционных полос, при этом разные полосы подвергаются разному влиянию ДР.



**Рис. 2.** Схема метаинтерферометра (а):  $I$  – вход,  $O$  – выход,  $1$  – входной,  $2$  – выходной,  $3$  – закороченный волновод,  $M$  – метаструктура,  $4$  – резонатор Фабри–Перо между передней границей метаструктуры и короткозамыкателем,  $5$  – короткозамыкатель (КЗ); а также измеренные частотные зависимости (б) коэффициента прохождения  $T$  в метаинтерферометре в отсутствие метаструктуры.

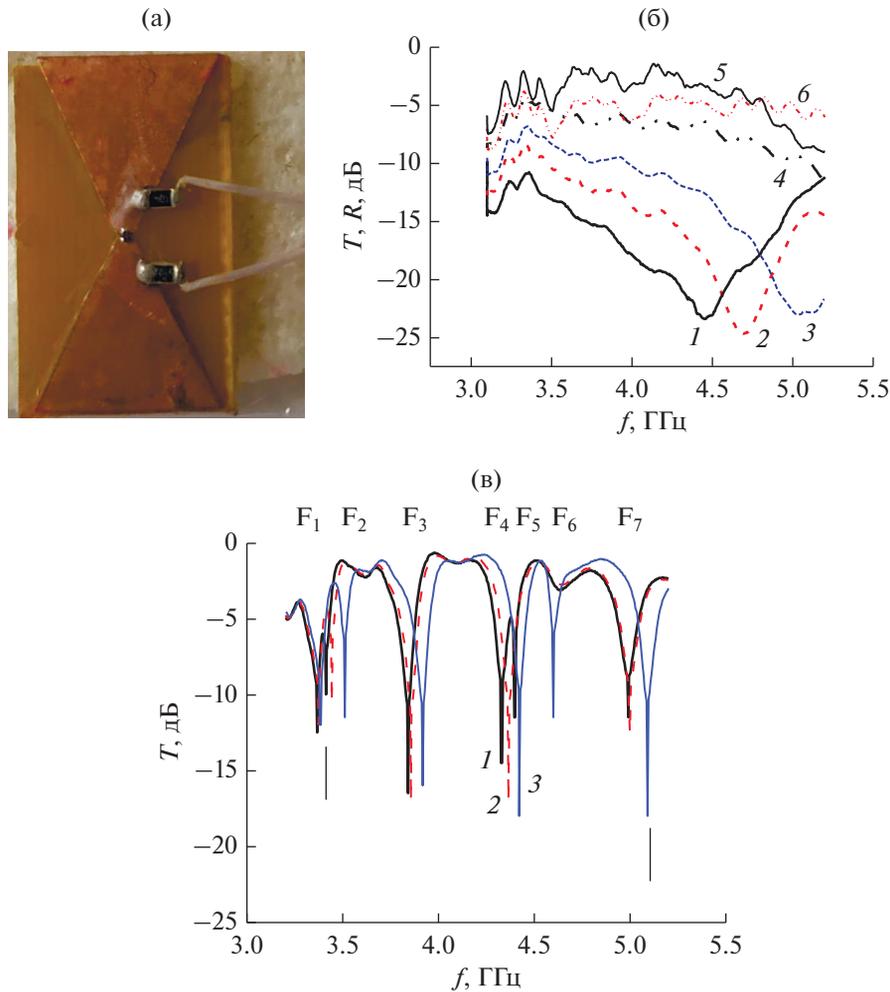
### 1.2. Диполь “бабочка” с конденсатором

Рассмотрим, как меняются функциональные свойства интерферометра, когда в разрыв диполя вместо варактора вплаиваем конденсатор с необходимым номиналом емкости, обеспечивающей возбуждение резонанса в заданном диапазоне.

Подобрав соответствующую емкость и меняя конденсаторы, можно смещать резонанс в диполе, так же как и в случае с варактором при изменении напряжения. Необходимые исследования были проведены с тремя диполями, нагруженными разными емкостями  $C$  ( $C_1 = 0.8$  пФ,  $C_2 = 0.5$  пФ,

**Таблица 1.** Состояние интерферограммы с диполем, нагруженным варактором, при различных  $V_{oc}$

Параметр	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	F <sub>4</sub>	F <sub>5</sub>	F <sub>6</sub>	F <sub>7</sub>
	$V_{oc} = 0$ В						
$f$ , ГГц	3.4	3.6	3.84	4.32	4.4	4.6	5
$T_{min}$ , дБ	-12.5	-2	-16.5	-14.5	-11.5	-3	-11.5
$V_{oc} = 2$ В							
$f$ , ГГц	3.37	3.44	3.85	4.36	4.36	4.63	5.0
$T_{min}$ , дБ	-12	-10.5	-17	-17	-17	-2.75	-12.5
$V_{oc} = 10$ В							
$f$ , ГГц	3.4	3.5	3.9	4.4	4.4	4.6	5.1
$T_{min}$ , дБ	-12	-11.5	-16	-18	-18	-11.5	-18



**Рис. 3.** Фото диполя “бабочка” с варактором (а) и измеренные частотные зависимости  $T$  (1–4) и  $R$  (5, 6) в волноводе (б) при  $V_{oc} = 0$  (1, 5), 1.5 (2), 3 (3), 10 (4) и 20 В (6); и  $T$  в интерферометре (в) при  $V_{oc} = 0$  (1), 2 (2), 10 В (3).

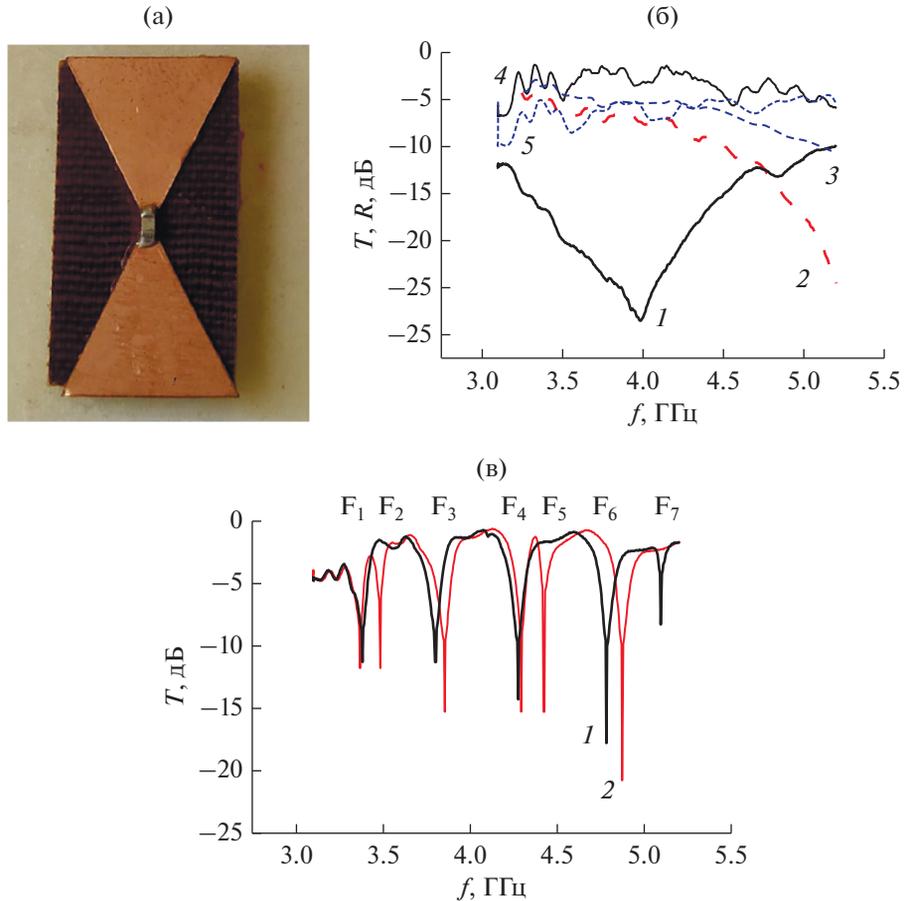
$C_3 = 0.1$  пФ). Диполь выполнен из фольгированной полиамидной пленки толщиной 0.15 мм на 0.5-миллиметровой подложке из гетинакса (рис. 4а).

Результаты исследований приведены на рис. 4 и 5. Они получены измерениями по изложенной выше схеме: динамика дипольного резонанса ДР, измеренная в прямоугольном волноводе с диполем, состояние интерферограммы, полученное измерениями в интерферометре с диполем, и свойства резонатора Фабри–Перо с диполем в качестве одного из отражателей.

Динамика управляемого ДР в прямоугольном волноводе продемонстрирована на частотных зависимостях  $T$ , изменяющихся при изменении емкости (рис. 4б). Легко видеть, что ДР, который проявляется как резонансный  $T_{min}$ , наблюдается на разных частотах с разными диполями в зависимости от величины  $C$ . С уменьшением  $C$  резонанс смещается к высоким частотам, как и в случае с варактором. С диполем, нагруженным емкостью

0.8 пФ, широкий ДР наблюдаем на частоте  $f^{0.8 \text{ пФ}} = 4$  ГГц с резонансным  $T_{min} = -29$  дБ и  $R_{max} = -1.7$  дБ. Измерения с другими диполями показывают, что при уменьшении емкости (это соответствует уменьшению емкости при увеличении  $V_{oc}$  в случае диполя с варактором) ДР смещается к высоким частотам, уходя за пределы исследуемого диапазона 3...6 ГГц, при этом величина  $R$  уменьшается до  $-6$  дБ. Видим, что поведение ДР для диполя с варактором и диполей с конденсаторами качественно идентичны.

При исследовании интерферограммы, измеряя частотную зависимость  $T$  на выходе интерферометра при разных величинах  $C$  (рис. 4в) и используя разные диполи, видим, что состояние интерферограммы с диполем 0.8 пФ отличается от интерферограммы с диполем 0.1 пФ. Изменения охватывают несколько полос (см. также табл. 2) подобно тому, как меняется интерферограмма с диполем, нагруженным варактором. Отметим,



**Рис. 4.** Фото диполя с конденсатором (а) и измеренные частотные зависимости  $T$  (кривые 1–3) и  $R$  (4, 5) в волноводе (б) при  $C = 0.8$  (1, 4), 0.5 (2), 0.1 пФ (3, 5); и  $T$  в интерферометре (в) при  $C = 0.8$  (1), 0.1 пФ (2).

сравнивая с интерферограммой пустого интерферометра, уменьшение величин  $T_{2\min}^{0.8 \text{ пФ}}$  и  $T_{5\min}^{0.8 \text{ пФ}}$  в частотной области полос  $F_2$  и  $F_5$ , соответствующей области возбуждения ДР.

Схема и результаты измерений  $R$  от резонатора Фабри–Перо в случае  $C_1 = 0.8$  пФ и  $C_2 = 0.5$  пФ приведены на рис. 5. Частотная зависимость  $R$  представляет собой резонансный спектр с резонансными минимумами отражения в полосах  $F_{1p}$ ,

$F_{2p}$ . При этом в зависимости от  $C$  резонансные эффекты эффективно проявляются на разных частотах. Так, при  $C_1 = 0.8$  пФ наблюдается полоса  $F_{1p}^{0.8 \text{ пФ}}$  (частота  $f_{1p}^{0.8 \text{ пФ}} = 4.2$  ГГц, глубина  $R_{1p \min}^{0.8 \text{ пФ}} = -18.5$  дБ), полоса  $F_{2p}^{0.8 \text{ пФ}}$  имеет небольшую глубину и слабо проявляется.

С уменьшением величины  $C$  ( $C_2 = 0.5$  пФ)  $R_{1p \min}^{0.5 \text{ пФ}} = -3$  дБ без изменения частоты, полоса же

**Таблица 2.** Состояние интерферограммы при  $C_1 = 0.8$  и  $C_2 = 0.1$  пФ

Параметр	$F_1$	$F_2$	$F_3$	$F_4$	$F_5$	$F_6$	$F_7$
$C_1 = 0.8$ пФ							
$f$ , ГГц	3.38	3.56	3.8	4.27	4.45	4.78	5.1
$T_{\min}$ , дБ	-11.3	-2.2	-11.3	-14.3	-1.7	-17.8	-8.3
$C_2 = 0.1$ пФ							
$f$ , ГГц	3.37	3.48	3.85	4.29	4.42	4.87	–
$T_{\min}$ , дБ	-11.8	-11.8	-15.3	-15.3	-15.3	-20.8	–

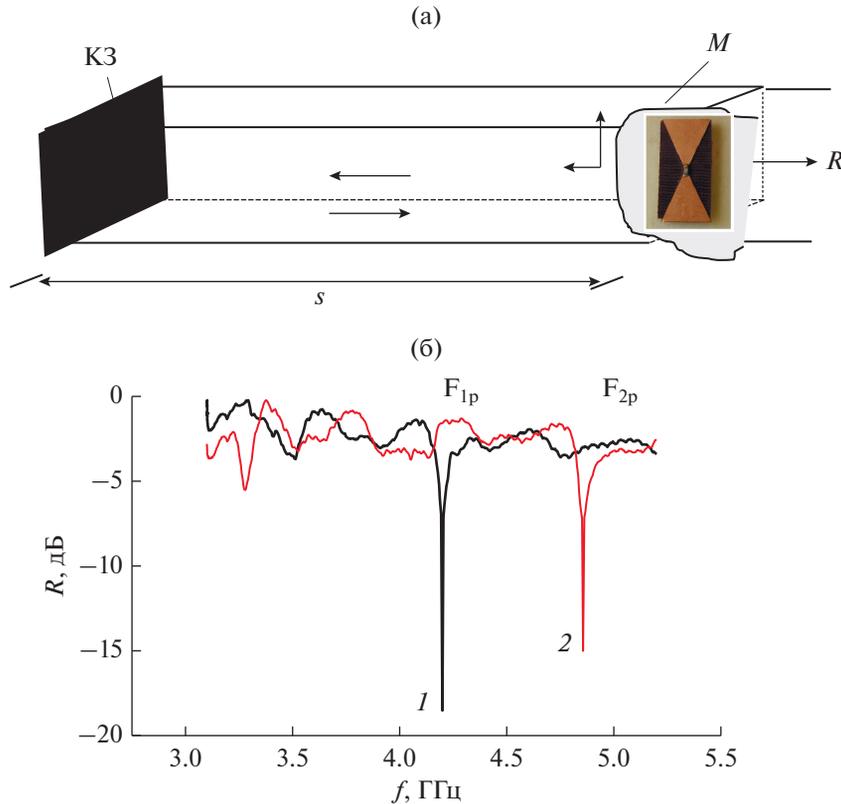


Рис. 5. Схема резонатора Фабри–Перо с диполем в качестве отражателя (а) и измеренные частотные зависимости отражения  $R$  (б) при  $C = 0.8$  (1) и  $0.5$  пФ (2).

$F_{2p}^{0.5 \text{ пФ}}$  углубляется и наблюдается на более высоких частотах ( $R_{2p \text{ min}}^{0.5 \text{ пФ}} = -15$  дБ,  $f_{2p}^{0.5 \text{ пФ}} = 4.86$  ГГц). Видим, что в зависимости от величины  $C$  резонансные эффекты (ДР в волноводе и в резонаторе) наблюдаются на разных частотах. При этом частоты полос  $F_{1p}^{0.8 \text{ пФ}}$  и  $F_{2p}^{0.5 \text{ пФ}}$  резонатора соответствует частотам ДР в волноводе.

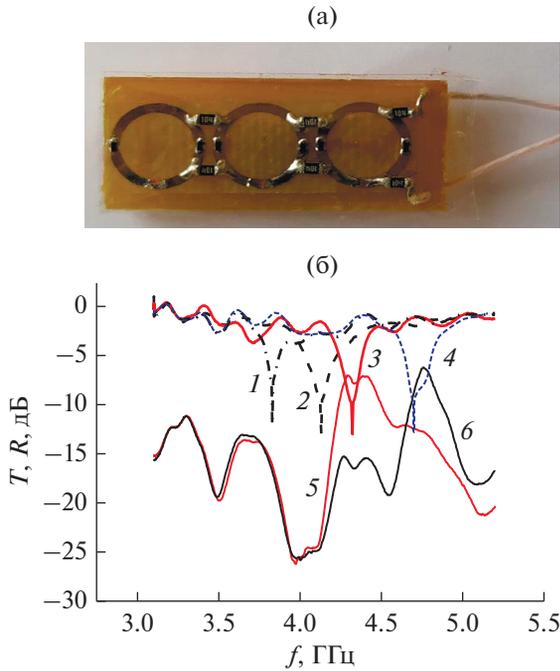
Таким образом, наблюдается влияние резонанса в диполе, который перестраивается с изменением емкости конденсатора, на спектр резонатора Фабри–Перо и интерферограмму при сближении резонансных частот диполя и интерференционной полосы.

## 2. РЯД ИЗ ТРЕХ ОДИНАРНЫХ ДВАЖДЫ РАЗОМКНУТЫХ КОЛЕЦ, НАГРУЖЕННЫХ ДВУМЯ ВАРАКТОРАМИ МА46Н120

Одинарные дважды разомкнутые кольцевые резонаторы (одинарные кольца ОК, их диаметр 6.6 мм) выполнены методом фотолитографии на фольгированной полиамидной пленке. В каждое кольцо впаиваем два варактора МА46Н120. Ряд из трех ОК, расположенный на 1-миллиметровой

текстолитовой подложке (см. рис. 1в и 6а), помещаем вдоль оси закороченного  $h$ -плеча интерферометра на расстоянии  $s = 110$  мм так, что микроволновое магнитное поле пронизывает ось кольца. В этом случае в ОК возбуждается магнитный резонанс МР, обусловленный наведением резонансных кольцевых токов микроволновым магнитным полем  $h$  [19]. Особенности МР проявляются на частотных кривых отражения. В [19] было показано, что для проводящих киральных кольцевых элементов наряду с резонансным максимумом отражения наблюдается связанный с ним резонансный минимум, положение которого зависит от ориентации элемента (типа возбуждения). Так, при электрическом возбуждении резонансный минимум имеет место на более высоких частотах относительно резонансного максимума. При магнитном возбуждении резонансный минимум наблюдается на более низких частотах, при этом со стороны высоких частот относительно максимума коэффициент отражения медленно спадает, сохраняя довольно большую величину в некотором диапазоне частот.

Исследуем динамику МР при наложении  $V_{oc}$  в прямоугольном волноводе, как и в случае ДР диполя. Результаты измерений  $T$  и  $R$  приведены на



**Рис. 6.** Фото ряда из трех одинарных дважды разомкнутых колец ОК, нагруженных варакторами (а) и измеренные в прямоугольном волноводе частотные зависимости  $T$  (1–4) и отражения  $R$  (5, 6) при  $V_{oc} = 7$  (1), 8 (2), 10 (3, 5), 15 В (4, 6).

рис. 6б. Видим, что МР, который проявляется в виде резонансного  $T_{min} = -13$  дБ плавно смещается к высоким частотам с увеличением  $V_{oc}$ , при этом резонансный  $R_{max}^{10B} = -7$  дБ,  $R_{max}^{20B} = -6$  дБ. Наряду с резонансными максимумами  $R$  видим характерные для МР резонансные минимумы:  $R_{min}^{10B} = -25$  дБ,  $f_{Rmin}^{10B} = 4$  ГГц;  $R_{min}^{15B} = -20$  дБ,  $f_{Rmin}^{15B} = 4.5$  ГГц). С изменением  $V_{oc}$  в пределах 7...15 В видим смещение МР на 0.88 ГГц, от 3.82 до 4.7 ГГц, с сохранением интенсивности резонанса.

Динамику интерферограммы интерферометра при изменении  $V_{oc}$  можно оценить, измеряя частотную зависимость  $T$  на выходе интерферометра (рис. 7). В отсутствие  $V_{oc}$  (см. рис. 7а) наблюдаем зависимость  $T$  со следующими интерференционными полосами запрета:

$$F_1^{0B} \text{ (частота } f_1^{0B} = 3.35 \text{ ГГц, глубина } T_{lmin}^{0B} = -9.3 \text{ дБ),}$$

$$F_2^{0B} \text{ (3.6 ГГц, } -7.3 \text{ дБ),}$$

$$F_3^{0B} \text{ (3.95 ГГц, } -9.8 \text{ дБ),}$$

$$F_4^{0B} \text{ (4.38 ГГц, } -12 \text{ дБ),}$$

$$F_5^{0B} \text{ (4.71 ГГц, } -13 \text{ дБ),}$$

$$F_6^{0B} \text{ (5.14 ГГц, } -19.3 \text{ дБ).}$$

При  $V_{oc} = 5.5$  В (см. рис. 7б) подвергается воздействию полоса  $F_2^{5.5B}$  (существенно меняется ее вид, глубина и ширина при сохранении вида и положения остальных полос). Интерферограмма имеет вид

$$F_1^{5.5B} \text{ (} f_1^{5.5B} = 3.35 \text{ ГГц, } T_{lmin}^{5.5B} = -9.3 \text{ дБ),}$$

$$F_2^{5.5B} \text{ (3.59 ГГц, } -5.4 \text{ дБ),}$$

$$F_3^{5.5V} \text{ (3.97 ГГц, } -10.3 \text{ дБ),}$$

$$F_4^{5.5V} \text{ (4.4 ГГц, } -12.3 \text{ дБ),}$$

$$F_5^{5.5V} \text{ (4.73 ГГц, } -13 \text{ дБ),}$$

$$F_6^{5.5V} \text{ (5.17 ГГц, } -20.3 \text{ дБ).}$$

Полоса  $F_3$  подвергается воздействию при  $V_{oc} = 7.5$  В (см. рис. 7в). Для изменения формы и ширины  $F_4$  необходимо приложить  $V_{oc} = 10.5$  В (см. рис. 7г); изменение в полосе  $F_5$  происходят при  $V_{oc} = 12.5$  В (рис. 7д).

При  $V_{oc} = 7.5$  В интерферограмма имеет вид

$$F_1^{7.5B} \text{ (} f_1^{7.5B} = 3.33 \text{ ГГц, } T_{lmin}^{7.5B} = -9.8 \text{ дБ),}$$

$$F_2^{7.5B} \text{ (3.58 ГГц, } -8.3 \text{ дБ),}$$

$$F_3^{7.5B} \text{ (3.9 ГГц, } -6.5 \text{ дБ),}$$

$$F_4^{7.5B} \text{ (4.36 ГГц, } -11.8 \text{ дБ),}$$

$$F_5^{7.5B} \text{ (4.68 ГГц, } -13 \text{ дБ),}$$

$$F_6^{7.5B} \text{ (5.1 ГГц, } -20.3 \text{ дБ).}$$

При  $V_{oc} = 10.5$  В имеет вид

$$F_1^{10.5B} \text{ (3.35 ГГц, } -11 \text{ дБ),}$$

$$F_2^{10.5B} \text{ (3.6 ГГц, } -9.5 \text{ дБ),}$$

$$F_3^{10.5B} \text{ (3.95 ГГц, } -11.5 \text{ дБ),}$$

$$F_4^{10.5B} \text{ (4.4 ГГц, } -5 \text{ дБ),}$$

$$F_5^{10.5B} \text{ (4.74 ГГц, } -15 \text{ дБ),}$$

$$F_6^{10.5B} \text{ (5.16 ГГц, } -21.5 \text{ дБ).}$$

При  $V_{oc} = 12.5$  В – следующий вид:

$$F_1^{12.5B} \text{ (3.35 ГГц, } -11.5 \text{ дБ),}$$

$$F_2^{12.5B} \text{ (3.59 ГГц, } -10.5 \text{ дБ),}$$

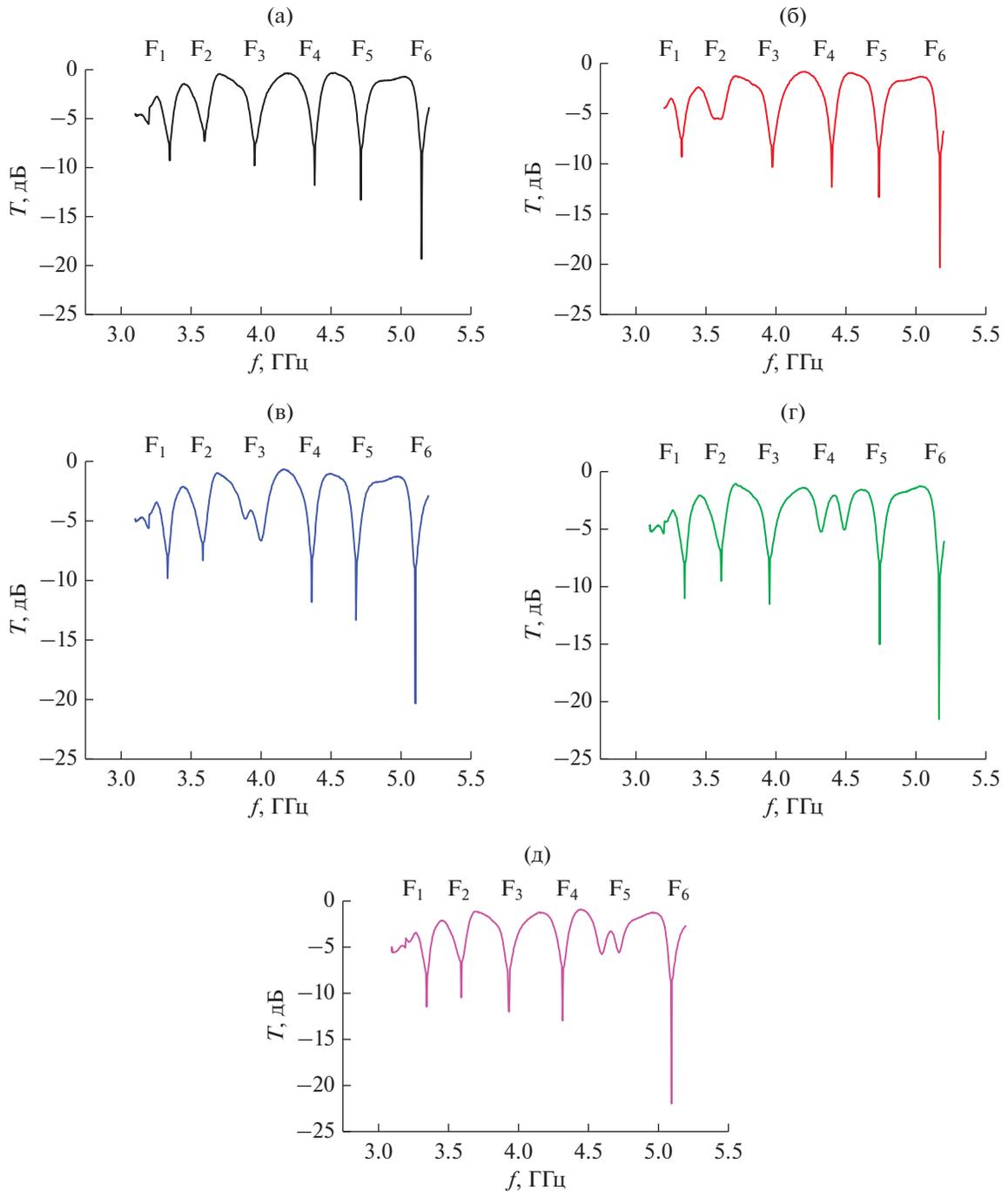
$$F_3^{12.5B} \text{ (3.93 ГГц, } -12 \text{ дБ),}$$

$$F_4^{12.5B} \text{ (4.32 ГГц, } -13 \text{ дБ),}$$

$$F_5^{12.5B} \text{ (4.7 ГГц, } -5.5 \text{ дБ),}$$

$$F_6^{12.5B} \text{ (5.1 ГГц, } -22 \text{ дБ).}$$

Как видим, с изменением  $V_{oc}$  уменьшается поочередно глубина интерференционной полосы (увеличивается  $T_{min}$ ) и одновременно увеличивается ее ширина с изменением формы, при этом могут наблюдаться раздвоенные резонансы. Полагаем,



**Рис. 7.** Измеренные частотные зависимости коэффициента прохождения  $T$  в интерферометре с ОК при  $V_{oc}$ : 0 (а), 5.5 (б), 7.5 (в), 10.5 (г) и 12.5 В (д).

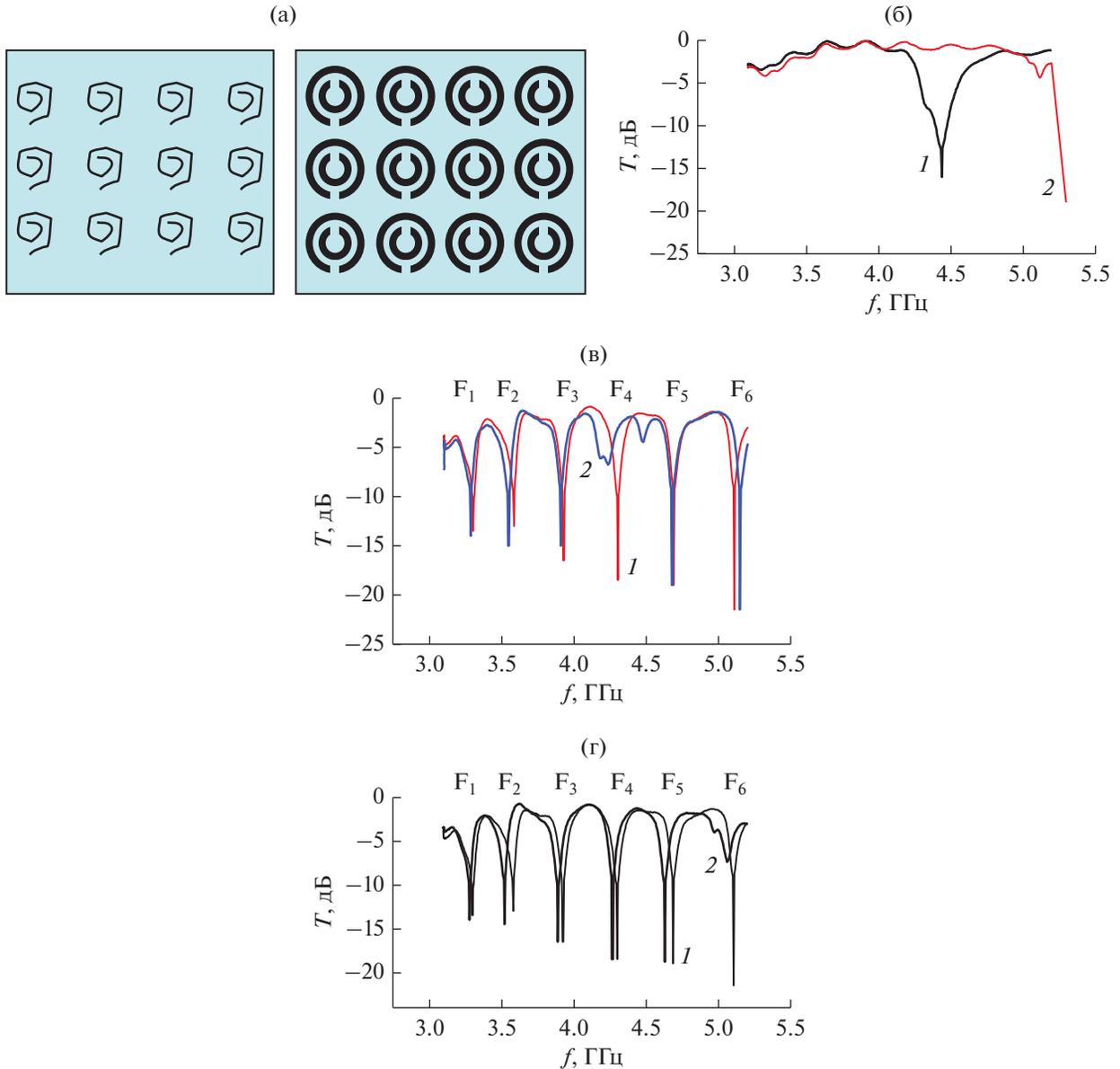
что эти эффекты связаны с проявлением связанных резонансов: МР в кольцах и резонанса в полосе, обусловленного переотражениями, при приближении управляемого МР к частоте полосы.

Таким образом, с ОК в интерферометре появляется возможность селективного электрического управления каждой полосой поочередно. Это можно объяснить тем, что в ОК возбуждается довольно узкий МР, который воздействует на от-

дельную полосу. При подаче  $V_{oc}$  может меняться поочередно форма и ширина отдельной полосы запрета без изменения практически спектра других полос.

### 3. РЕШЕТКИ КИРАЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Рассмотрим, как влияют на интерферограмму решетки ( $20 \times 30$  мм) киральных планарных спи-



**Рис. 8.** Вид решеток на основе планарных спиралей ПС и дважды разомкнутых колец ПДРК (а) и измеренные частотные зависимости  $T$ : б) в волноводе для ПС (1) и ПДРК (2); в) в метаинтерферометре в отсутствие решетки (1), для ПС (2); г) в метаинтерферометре в отсутствие решетки (1), для ПДРК (2).

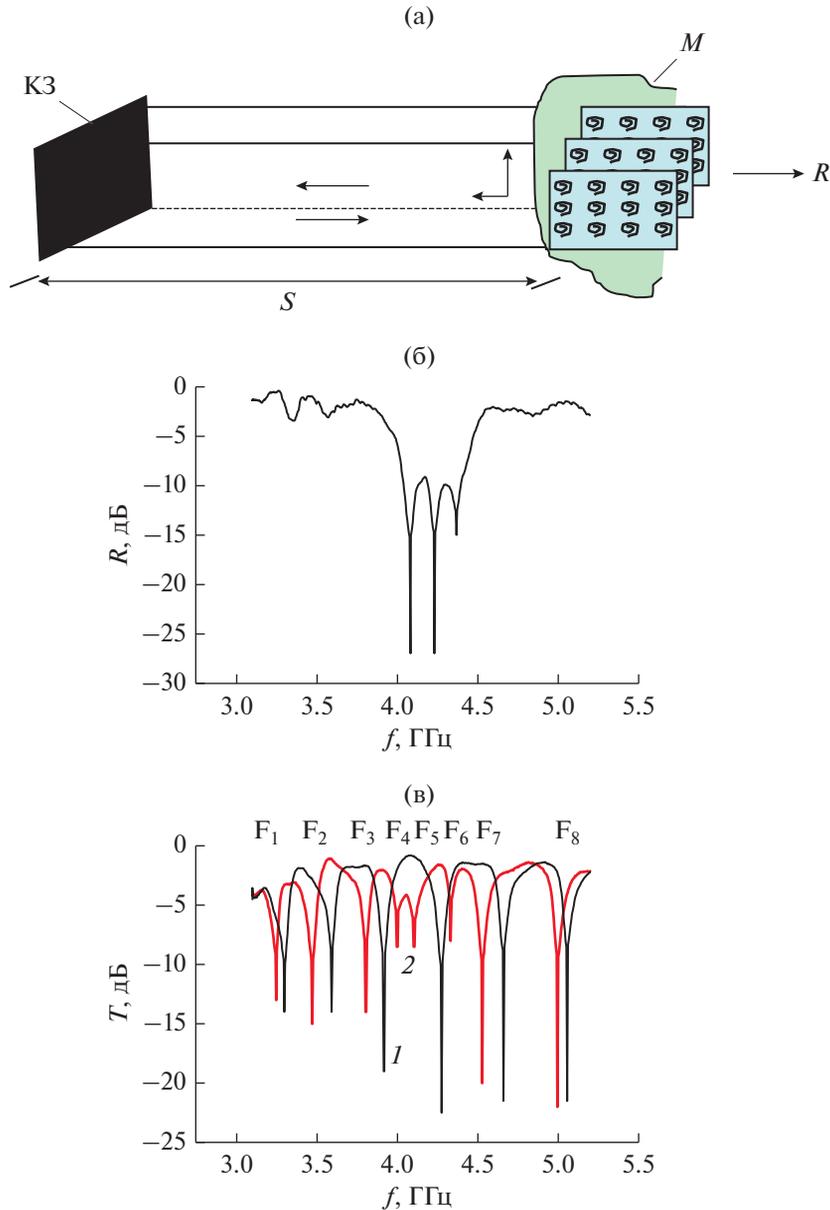
ралей (ПС) в 1.5 оборота и планарных двойных разомкнутых колец (ПДРК), см. схемы на рис. 1г, 1д, 1ж.

Резонансные эффекты в решетках, обусловленные наведением резонансных кольцевых токов в элементах, проявляются в волноводе на частотных зависимостях  $T$ . Результаты измерений представлены на рис. 8. Резонанс в ПС наблюдаем на частоте 4.5 ГГц, а в ПДРК вблизи 5.5 ГГц почти за пределами заданного диапазона длин волн (рис. 8б).

Исследуем интерферограмму с решетками в метаинтерферометре. Как видим из рис. 8в (для

ПС) и 8г (для ПДРК), изменяется вид (форма, глубина, ширина) отдельной полосы в сравнении с пустым интерферометром. Для ПС изменения наблюдаются в полосе  $F_4$  на частоте 4.3 ГГц. С ПДРК воздействию подвергается полоса  $F_6$  (меняется форма, уменьшается глубина, увеличивается ширина) на частоте 5.1 ГГц. Видим, что изменения происходят с теми полосами, частоты которых близки к частотам резонанса в элементах решетки.

Результаты исследований при использовании трех решеток с ПС представлены на рис. 9.



**Рис. 9.** Схема резонатора Фабри–Перо с системой из трех решеток ПС (а) и измеренные частотные зависимости: (б)  $R$  от резонатора; (в)  $T$  в метаинтерферометре в отсутствие решеток (1), для ПС (2).

Измерения в резонаторе Фабри–Перо (см. рис. 9б) демонстрируют трехгорбый резонанс с расщеплением резонансной кривой в диапазоне 4...4.5 ГГц, который, как показано ниже, соответствует диапазону особенностей в интерферограмме интерферометра.

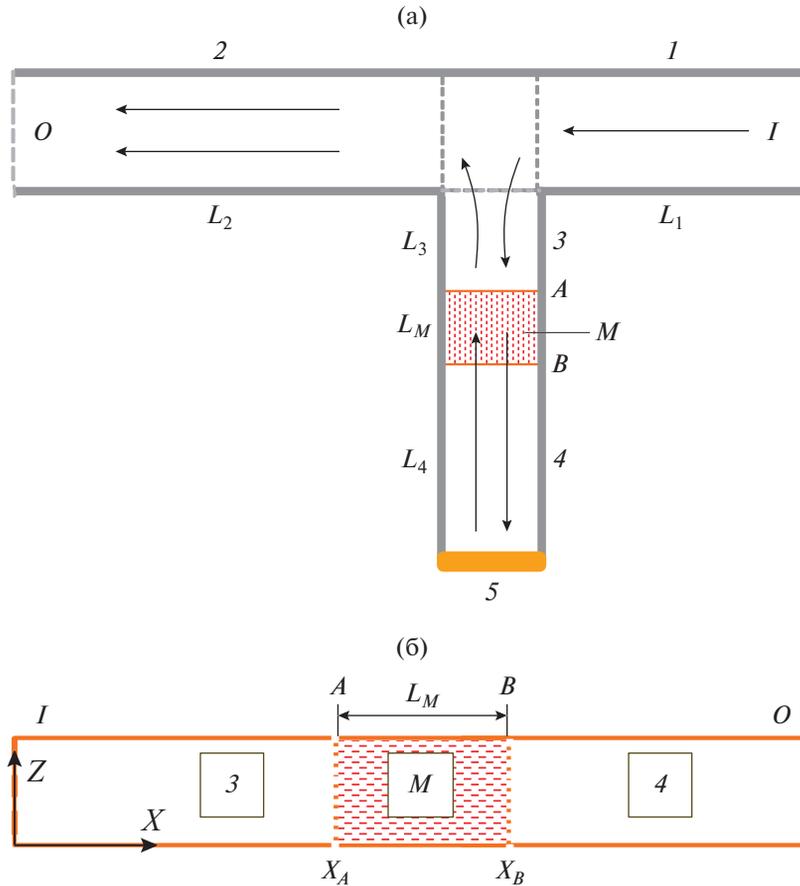
На рис. 9в представлены частотные зависимости  $T$  на выходе интерферометра с тремя решетками ПС (расстояние между решетками равно 10 мм) в сравнении с пустым интерферометром.

Интерферограмма интерферометра в отсутствие решеток содержит шесть полос запрета с плавным увеличением глубины в направлении высоких частот.

Интерферограмма интерферометра с тремя решетками содержит восемь полос запрета:

- $F_{1\text{ПС}}$  (3.24 ГГц, -13 дБ),
- $F_{2\text{ПС}}$  (3.47 ГГц, -15 дБ),
- $F_{3\text{ПС}}$  (3.8 ГГц, -14 дБ),
- $F_{4\text{ПС}}$  (4.0 ГГц, -8.5 дБ),
- $F_{5\text{ПС}}$  (4.1 ГГц, -8.5 дБ),
- $F_{6\text{ПС}}$  (4.3 ГГц, -8 дБ),
- $F_{7\text{ПС}}$  (4.5 ГГц, -20 дБ),
- $F_{8\text{ПС}}$  (5.0 ГГц, -22 дБ).

По сравнению с пустым интерферометром интерферограмма перестроилась, изменилось количе-



**Рис. 10.** Схема метаинтерферометра (а):  $I$  – вход,  $O$  – выход,  $1$  и  $2$  – входной и выходной волноводы,  $3$  и  $4$  – полые волноводные отрезки,  $M$  – метаструктура,  $5$  – КЗ; б) фрагмент с метаструктурой (с бианизотропным слоем),  $L_M$  – длина метаструктуры.

ство и частоты полос. Внутри интерферограммы наблюдаются особенности в области трех полос запрета  $F_{4ПС}$ ,  $F_{5ПС}$  и  $F_{6ПС}$  в диапазоне 4...4.5 ГГц, в котором нарушается закономерность в частотной зависимости  $T_{\min}$  с ростом частоты, видим, что глубина и ширина этих полос существенно меньше, чем у остальных.

Очевидно, что особенности в интерферограмме с тремя решетками, отличающиеся от случая с одной решеткой, обусловлены влиянием резонансных эффектов, которые связаны не только с коллективным вкладом элементов в каждой решетке, но и с взаимовлиянием решеток друг на друга.

#### 4. К ТЕОРИИ МЕТАИНТЕРФЕРОМЕТРА. ПРИМЕР БИАНИЗОТРОПНО- ВОЛНОВОДНОГО СЛОЯ КАК МЕТАСТРУКТУРЫ

Формирование интерферограммы в метаинтерферометре можно описывать, развивая подход работы [18], на примере интерферометра с резонатором Фабри–Перо, одним из отражателей ко-

торого служит отрезок волновода с метаматериальным заполнением.

Схема метаинтерферометра представлена на рис. 10а. Следуя [18], введем  $S$ -матрицу с элементами  $S_{ml} = s_{ml} \exp(i\varphi_{ml})$ . Индексы  $m$  и  $l$  относятся к соответствующим участкам интерферометра. Интерферограмма представляет собой частотную зависимость коэффициента передачи со входа  $I$  на выход  $O$  излучения по мощности  $T(\omega) = |S_{OI}|^2$ . Здесь

$$S_{OI} = \{S_{21} + S_{23}r^{(FP)}S_{31} \times \exp(-2ik_3L_3)\} / [1 - r^{(FP)}S_{33} \exp(-2ik_3L_3)] \times \exp(-i(k_1L_1 + k_2L_2)) \quad (1)$$

– амплитудный коэффициент передачи сигнала со входа на выход. Введем обозначения:  $k_m = 2\pi n_m/\lambda$  и  $n_m$  – константа распространения и коэффициент замедления для  $m$ -го участка метаинтерферометра,  $L_m$  – путь, пройденный в нем излучением,

$$r^{(FP)} = r_{33}^{(M)} + t_{43}^{(M)}r_5t_{34}^{(M)} \times \exp(-2ik_4L_4) / [1 - r_{44}^{(M)}r_5 \exp(-2ik_4L_4)] \quad (2)$$

– амплитудный коэффициент отражения резонатора Фабри–Перо, см. [20]. В (2)  $r_5 = |r_5| \exp(i\varphi_5)$  – амплитудный коэффициент отражения короткозамыкателя, величины  $r_{ml}^{(M)} = |r_{ml}^{(M)}| \exp(i\varphi_{ml}^r)$  и  $t_{ml}^{(M)} = |t_{ml}^{(M)}| \exp(i\varphi_{ml}^t)$  – амплитудные коэффициенты отражения и пропускания метаструктуры, расположенной между волноводными отрезками с индексами  $m$  и  $l$ . Именно:  $r_{33}^{(M)}$  – коэффициент отражения от метаструктуры сигнала, поступившего со стороны волновода 3 (см. рис. 10),  $r_{44}^{(M)}$  – коэффициент отражения от метаструктуры сигнала из полости резонатора (со стороны короткозамыкателя),  $t_{34}^{(M)}$  и  $t_{43}^{(M)}$  – коэффициенты пропускания метаструктуры для сигналов, пришедших со сторон короткозамыкателя и волновода 3 соответственно.

На рис. 10б изображен волновод, в котором имеется секция, заполненная метаматериалом. Эта секция с учетом переотражений между границами

слоя сама является резонатором Фабри–Перо. Таким образом, отражателем резонатора в интерферометре (переотражения в системе отражатель–короткозамыкатель) является резонатор Фабри–Перо, представляющий собой слой метаматериала. В наших обозначениях его амплитудные коэффициенты отражения и пропускания имеют вид

$$r_{33}^{(M)} = r_{33}^{(A)} + t_{M3}^{(A)} r_{MM}^{(B)} t_{3M}^{(A)} \times \exp(-2ik_M L_M) / [1 - r_{MM}^{(A)} r_{MM}^{(B)} \exp(-2ik_M L_M)]; \quad (3a)$$

$$r_{44}^{(M)} = r_{44}^{(B)} + t_{3M}^{(B)} r_{MM}^{(A)} t_{M4}^{(B)} \times \exp(-2ik_M L_M) / [1 - r_{MM}^{(A)} r_{MM}^{(B)} \exp(-2ik_M L_M)]; \quad (3б)$$

$$t_{43}^{(M)} = t_{M3}^{(A)} t_{4M}^{(B)} \times \exp(-ik_M L_M) / [1 - r_{MM}^{(A)} r_{MM}^{(B)} \exp(-2ik_M L_M)]; \quad (3в)$$

$$t_{34}^{(M)} = t_{M4}^{(B)} t_{3M}^{(A)} \exp(-ik_M L_M) / [1 - r_{MM}^{(A)} r_{MM}^{(B)} \exp(-2ik_M L_M)]. \quad (3г)$$

Здесь  $L_M$  – длина отрезка волновода с метаматериалом,  $k_M = \omega n_M / c$  и  $n_M$  – постоянная распространения и коэффициент замедления такого волновода,  $t_{ml}^{(A,B)}$  – амплитудный коэффициент пропускания сигнала через границу  $A$  (или  $B$ ) в область  $m$  из области  $l$ ,  $r_{mm}^{(A,B)}$  – амплитудный коэффициент отражения от границы  $A$  (или  $B$ ) сигнала, пришедшего со стороны области  $m$ .

Рассмотрим электромагнитные волны

$$\begin{aligned} \vec{\mathcal{E}} &= 2 \operatorname{Re} \{ \vec{E} \exp[i(\omega t - \vec{k}\vec{R})] \}; \\ \vec{\mathcal{H}} &= 2 \operatorname{Re} \{ \vec{H} \exp[i(\omega t - \vec{k}\vec{R})] \}. \end{aligned} \quad (4)$$

Волновой вектор  $\vec{k}$  представляется проекциями

$$k_i = \gamma_i \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} = \gamma_i k_0.$$

Как известно [21], проекции полей волн  $H_{10}$  незаполненного волновода равны

$$E_x = E_z = 0; \quad E_y = i(\epsilon_0)^{-1/2} A \frac{\lambda_c}{\lambda} \sin \frac{2\pi}{\lambda_c} z; \quad (5a)$$

$$H_x = (\mu_0)^{-1/2} A \cos \frac{2\pi}{\lambda_c} z; \quad H_y = 0; \quad (5б)$$

$$H_z = iA(\mu_0)^{-1/2} \gamma_x \frac{\lambda_c}{\lambda} \sin \frac{2\pi}{\lambda_c} z.$$

Здесь  $\lambda_c = 2a$  – критическая длина волны (критическая частота  $\omega_c = 2\pi c / \lambda_c$ ). Величина

$$\gamma_x = n_{\text{пол}}^{\pm} = \pm \sqrt{1 - \lambda^2 / \lambda_c^2} \quad (6)$$

определяет эффективные показатели замедления бегущих навстречу друг другу волн в пустом (полном) волноводе. Импедансы этих волн

$$Z_{\pm}^{\text{пол}} = \frac{E_y}{H_z} = \frac{(\mu_0)^{1/2}}{(\epsilon_0)^{1/2} (\pm \sqrt{1 - \lambda^2 / \lambda_c^2})}. \quad (7)$$

Средние по времени векторы Пойнтинга направлены по/против оси  $\mathbf{X}$  и равны

$$\begin{aligned} \Pi_{\text{пол}}^{\pm} &= 2 |E_y^{\pm}|^2 \operatorname{Re} (Z_{\text{пол}}^{\pm})^{-1} = \\ &= 2 |A^{\pm}|^2 \lambda_c^2 \lambda^{-2} \operatorname{Re} n_{\text{пол}}^{\pm} \sin^2(2\pi z / \lambda_c) \times \\ &\quad \times \exp(2k_0 x \operatorname{Im} n_{\text{пол}}^{\pm}). \end{aligned} \quad (8)$$

Для волны, бегущей в направлении оси  $\mathbf{X}$ , выбирается “+”, а для встречной волны “–”.

Остановимся в качестве примера на заполнении бианизотропным метаматериалом с эффективными параметрами вида [22]

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\epsilon} &= \begin{pmatrix} \epsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\mu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \mu_z \end{pmatrix}, \\ \boldsymbol{\kappa} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \kappa & 0 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\kappa}^T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \kappa \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (9)$$

Исследования диэлектрической и магнитной проницаемостей и киральности метаматериалов с планарными дважды разомкнутыми кольцами в

свободном пространстве см. также в [23–25], с бескиральными конфигурациями в [26, 27].

Проекции полей  $H_{10}$ -волны в волноводе с этим заполнением равны [22]

$$E_x = E_z = 0, \quad E_y = i(\epsilon_0)^{-1/2} A_{MM} \frac{\lambda_c}{\lambda} \sin \frac{2\pi}{\lambda_c} z; \quad (10a)$$

$$H_x = (\mu_0)^{-1/2} A_{MM} \cos \frac{2\pi}{\lambda_c} z; \quad H_y = 0;$$

$$H_z = i(\mu_0)^{-1/2} A_{MM} (\gamma_x - i\kappa) \frac{\lambda_c}{\lambda \mu_z} \sin \frac{2\pi}{\lambda_c} z. \quad (10b)$$

Здесь  $A_{MM}$  – амплитуда волны в метаматериальной области, показатель замедления  $\gamma_x$  волны определяется соотношением

$$\gamma_x = n_{MM}^{\pm} = \pm \sqrt{\epsilon_y \mu_z - \kappa^2 - \mu_z \lambda^2 / \lambda_c^2}. \quad (11)$$

Импедансы волн

$$\begin{aligned} Z_{MM}^{\pm} &= \frac{E_y}{H_z} = \frac{(\mu_0)^{1/2} \mu_z}{(\epsilon_0)^{1/2} (n_{MM}^{\pm} - i\kappa)} = \\ &= \frac{(\mu_0)^{1/2} \mu_z}{(\epsilon_0)^{1/2} (\pm \sqrt{\epsilon_y \mu_z - \kappa^2 - \mu_z \lambda^2 / \lambda_c^2} - i\kappa)}. \end{aligned} \quad (12)$$

Средние по времени векторы Пойнтинга направлены по/против оси  $X$  и равны

$$\begin{aligned} \Pi_{\pm} &= 2 |E_y^{\pm}|^2 \operatorname{Re} (Z_{MM}^{\pm})^{-1} = \\ &= 2 |A_{MM}^{\pm}|^2 c \lambda_c^2 \lambda^{-2} \mu_z^{-1} \operatorname{Re} n_{MM}^{\pm} \times \\ &\times \sin^2 (2\pi z / \lambda_c) \exp (2k_0 x \operatorname{Im} n_{MM}^{\pm}). \end{aligned} \quad (13)$$

Ситуации, в которых волны в волноводе с метаматериалом являются “прямыми” и “обратными”, существенно различаются. У прямых волн направления распространения фазы и энергии совпадают, у обратных – противоположны [28]. Здесь специально отметим, что коэффициент замедления, определяющий в (3) постоянную распространения  $k_M$ , надо брать со знаком “плюс” (т.е.  $n_M = n_{MM}^+$ , см. (11)), когда волна в метаматериально-заполненном волноводе прямая, и со знаком

“минус” (т.е.  $n_M = n_{MM}^-$ ), если волна в метаматериально-заполненном волноводе обратная.

Определим коэффициенты прохождения и отражения от границ слоя. На любой границе (например,  $X_A$  в случае отсутствия незаполненного волновода 3 при полубесконечности заполненного волновода 2) из условия непрерывности тангенциальных компонент полей падающей, отраженной и прошедшей волн

$$\begin{aligned} E_y^{\text{пад}}(X_A) + E_y^{\text{отр}}(X_A) &= E_y^{\text{прош}}(X_A), \\ H_z^{\text{пад}}(X_A) + H_z^{\text{отр}}(X_A) &= H_z^{\text{прош}}(X_A) \end{aligned} \quad (14)$$

для коэффициентов прохождения  $t = E_y^{\text{прош}} / E_y^{\text{пад}}$  и отражения  $r = E_y^{\text{отр}} / E_y^{\text{пад}}$  имеем систему уравнений

$$\begin{cases} t - r = 1 \\ t \rho_{\text{прош}}^{\text{пад}} - r \rho_{\text{отр}}^{\text{пад}} = 1 \end{cases}, \quad (15)$$

где использованы отношения импеданса падающей волны к импедансам прошедшей и отраженной волн  $\rho_{\text{прош}}^{\text{пад}} = Z_{MM}^{\text{пад}} / Z_{MM}^{\text{прош}}$ ,  $\rho_{\text{отр}}^{\text{пад}} = Z_{MM}^{\text{пад}} / Z_{MM}^{\text{отр}}$ . Решения этих уравнений имеют вид

$$\begin{aligned} t &= (1 - \rho_{\text{отр}}^{\text{пад}}) / (\rho_{\text{прош}}^{\text{пад}} - \rho_{\text{отр}}^{\text{пад}}), \\ r &= (1 - \rho_{\text{прош}}^{\text{пад}}) / (\rho_{\text{прош}}^{\text{пад}} - \rho_{\text{отр}}^{\text{пад}}). \end{aligned} \quad (16)$$

В соответствии с принципом причинности падающей является волна, несущая энергию к рассматриваемой границе, отраженной – волна, несущая энергию от границы в том же волноводе, а прошедшей – волна, несущая энергию от границы в примыкающем волноводе. Направления потоков энергии определяются знаком векторов Пойнтинга этих волн.

#### 4.1. Коэффициенты отражения и прохождения уединенных границ

Из (10) видно, что условием существования обратных волн является отрицательность  $\mu_z$ . В связи с этим сгруппируем результаты по знаку  $\mu_z$ .

I. Случай  $\mu_z > 0$ .

*Падение волны на границу A со стороны незаполненного волновода (3 → M)*

$$r_{33}^{(A)} = \frac{\mu_z \sqrt{1 - \lambda^2 / \lambda_c^2} - \left( \sqrt{(\epsilon_y - \lambda^2 / \lambda_c^2) \mu_z - \kappa^2 - i\kappa} \right)}{\mu_z \sqrt{1 - \lambda^2 / \lambda_c^2} + \left( \sqrt{(\epsilon_y - \lambda^2 / \lambda_c^2) \mu_z - \kappa^2 - i\kappa} \right)}, \quad (17a)$$

$$t_{M3}^{(A)} = \frac{2\mu_z \sqrt{1 - \lambda^2 / \lambda_c^2}}{\mu_z \sqrt{1 - \lambda^2 / \lambda_c^2} + \left( \sqrt{(\epsilon_y - \lambda^2 / \lambda_c^2) \mu_z - \kappa^2 - i\kappa} \right)}. \quad (17b)$$

Падение на границу *A* с метаматериально заполненной стороны ( $3 \leftarrow M$ )

$$r_{MM}^{(A)} = \frac{\left(\sqrt{(\epsilon_y - \lambda^2/\lambda_c^2)\mu_z - \kappa^2 + i\kappa} - \mu_z\sqrt{1 - \lambda^2/\lambda_c^2}\right)}{\mu_z\sqrt{1 - \lambda^2/\lambda_c^2} + \left(\sqrt{(\epsilon_y - \lambda^2/\lambda_c^2)\mu_z - \kappa^2 - i\kappa}\right)}, \quad (18a)$$

$$t_{3M}^{(A)} = \frac{2\sqrt{(\epsilon_y - \lambda^2/\lambda_c^2)\mu_z - \kappa^2}}{\mu_z\sqrt{1 - \lambda^2/\lambda_c^2} + \sqrt{(\epsilon_y - \lambda^2/\lambda_c^2)\mu_z - \kappa^2 - i\kappa}}. \quad (18b)$$

Падение на границу *B* со стороны незаполненного волновода ( $M \leftarrow 4$ )

$$r_{44}^{(B)} = \frac{\mu_z\sqrt{1 - \lambda^2/\lambda_c^2} - \left(\sqrt{(\epsilon_y - \lambda^2/\lambda_c^2)\mu_z - \kappa^2 + i\kappa}\right)}{\mu_z\sqrt{1 - \lambda^2/\lambda_c^2} + \left(\sqrt{(\epsilon_y - \lambda^2/\lambda_c^2)\mu_z - \kappa^2 + i\kappa}\right)}, \quad (19a)$$

$$t_{M4}^{(B)} = \frac{2\mu_z\sqrt{1 - \lambda^2/\lambda_c^2}}{\mu_z\sqrt{1 - \lambda^2/\lambda_c^2} + \left(\sqrt{(\epsilon_y - \lambda^2/\lambda_c^2)\mu_z - \kappa^2 + i\kappa}\right)}. \quad (19b)$$

Падение на границу *B* с метаматериально-заполненной стороны ( $M \rightarrow 4$ )

$$r_{MM}^{(B)} = \frac{\left(\sqrt{(\epsilon_y - \lambda^2/\lambda_c^2)\mu_z - \kappa^2 - i\kappa} - \mu_z\sqrt{1 - \lambda^2/\lambda_c^2}\right)}{\mu_z\sqrt{1 - \lambda^2/\lambda_c^2} + \left(\sqrt{(\epsilon_y - \lambda^2/\lambda_c^2)\mu_z - \kappa^2 + i\kappa}\right)}, \quad (20a)$$

$$t_{4M}^{(B)} = \frac{2\sqrt{(\epsilon_y - \lambda^2/\lambda_c^2)\mu_z - \kappa^2}}{\mu_z\sqrt{1 - \lambda^2/\lambda_c^2} + \sqrt{(\epsilon_y - \lambda^2/\lambda_c^2)\mu_z - \kappa^2 + i\kappa}}. \quad (20b)$$

II. Случай  $\mu_z < 0$ .

Падение волны на границу *A* со стороны незаполненного волновода ( $3 \rightarrow M$ )

$$r_{33}^{(A)} = \frac{\mu_z\sqrt{1 - \lambda^2/\lambda_c^2} + \sqrt{(\epsilon_y - \lambda^2/\lambda_c^2)\mu_z - \kappa^2 + i\kappa}}{\mu_z\sqrt{1 - \lambda^2/\lambda_c^2} - \left(\sqrt{(\epsilon_y - \lambda^2/\lambda_c^2)\mu_z - \kappa^2 + i\kappa}\right)}, \quad (21a)$$

$$t_{M3}^{(A)} = \frac{2\mu_z\sqrt{1 - \lambda^2/\lambda_c^2}}{\mu_z\sqrt{1 - \lambda^2/\lambda_c^2} - \left(\sqrt{(\epsilon_y - \lambda^2/\lambda_c^2)\mu_z - \kappa^2 + i\kappa}\right)}. \quad (21b)$$

Падение волн на границу *A* с метаматериально-заполненной стороны ( $3 \leftarrow M$ )

$$r_{MM}^{(A)} = \frac{\sqrt{(\epsilon_y - \lambda^2/\lambda_c^2)\mu_z - \kappa^2} + \mu_z\sqrt{1 - \lambda^2/\lambda_c^2} - i\kappa}{\sqrt{(\epsilon_y - \lambda^2/\lambda_c^2)\mu_z - \kappa^2} - \mu_z\sqrt{1 - \lambda^2/\lambda_c^2} + i\kappa}, \quad (22a)$$

$$t_{3M}^{(A)} = \frac{2\sqrt{(\epsilon_y - \lambda^2/\lambda_c^2)\mu_z - \kappa^2}}{\sqrt{(\epsilon_y - \lambda^2/\lambda_c^2)\mu_z - \kappa^2} - \mu_z\sqrt{1 - \lambda^2/\lambda_c^2} + i\kappa}. \quad (22b)$$

Падение волны на границу *B* со стороны незаполненного волновода ( $M \leftarrow 4$ )

$$r_{44}^{(B)} = \frac{\mu_z\sqrt{1 - \lambda^2/\lambda_c^2} + \left(\sqrt{(\epsilon_y - \lambda^2/\lambda_c^2)\mu_z - \kappa^2 - i\kappa}\right)}{\mu_z\sqrt{1 - \lambda^2/\lambda_c^2} - \left(\sqrt{(\epsilon_y - \lambda^2/\lambda_c^2)\mu_z - \kappa^2 - i\kappa}\right)}, \quad (23a)$$

$$t_{M4}^{(B)} = \frac{2\mu_z \sqrt{1 - \lambda^2/\lambda_c^2}}{\mu_z \sqrt{1 - \lambda^2/\lambda_c^2} - \left( \sqrt{(\epsilon_y - \lambda^2/\lambda_c^2)} \mu_z - \kappa^2 - i\kappa \right)}. \quad (236)$$

Падение волн на границу В с метаматериально-заполненной стороны ( $M \rightarrow 4$ )

$$r_{MM}^{(B)} = \frac{\sqrt{\epsilon_y \mu_z - \kappa^2 - \mu_z \lambda^2/\lambda_c^2} + i\kappa + \mu_z \sqrt{1 - \lambda^2/\lambda_c^2}}{\sqrt{\epsilon_y \mu_z - \kappa^2 - \mu_z \lambda^2/\lambda_c^2} - i\kappa - \mu_z \sqrt{1 - \lambda^2/\lambda_c^2}}, \quad (24a)$$

$$t_{4M}^{(B)} = \frac{2\sqrt{\epsilon_y \mu_z - \kappa^2 - \mu_z \lambda^2/\lambda_c^2}}{\sqrt{\epsilon_y \mu_z - \kappa^2 - \mu_z \lambda^2/\lambda_c^2} - i\kappa - \mu_z \sqrt{1 - \lambda^2/\lambda_c^2}}. \quad (246)$$

Опираясь на приведенные выше соотношения, можно выявить парциальные, относительно независимые механизмы, которые, действуя совместно, определяют вид интерферограммы как частотной зависимости коэффициента пропускания метаинтерферометра. Это:

1) отстройка частоты от критической частоты волновода (через  $\lambda/\lambda_c$ );

2) частотное различие набегов фазы при прохождении между отражателями резонаторов, разное в резонаторах разной длины ( $L_3, L_M, L_4$ ), включая различие их кратностей  $2\pi$ ;

3) частотная дисперсия элементов S-матрицы волноводного разветвления;

4) частотная дисперсия элементов тензоров диэлектрической и магнитной проницаемостей и киральности (через дисперсию коэффициента замедления  $n_M$  в заполненном волноводе и коэффициентов отражения и пропускания границ между заполненным и незаполненными волноводами). Здесь важны резонансы, частоты которых определяются электрической емкостью метаатомов, составляющих метаматериал. Подключение конденсаторов [29], варакторов и PIN-диодов [5, 30] позволит производить дискретную и плавную перестройку интерферограмм.

Наличие нескольких парциальных механизмов, определяющих интерферограммы, предоставляет более широкие и разнообразные возможности формирования интерферограмм подходящего вида. Это дополняет продемонстрированный в экспериментах потенциал, связанный с выбором метаструктуры. Возбуждение плазменно-поляритонных волн или высших волноводных мод может предоставить новые возможности (хотя многоволновость и осложнит теоретический анализ [31]).

Таким образом, получены аналитические результаты прохождения и отражения на границах бианизотропного слоя, рассматриваемого как своеобразный резонатор Фабри–Перо метаструктуры, который является одним из отражателей резонатора Фабри–Перо в интерферометре, т.е. метаинтерферометр содержит резонатор в резонаторе. Теоретические результаты свидетельствуют о существенном

влиянии тензорных параметров киральности, диэлектрической и магнитной проницаемости и подтверждают разнообразные возможности, связанные с выбором метаструктуры, что и наблюдается экспериментально.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получены экспериментальные результаты, открывающие пути для новых методов и подходов в разработке переключаемых и управляемых многополосных микроволновых фильтров, востребованных в многофункциональных многоканальных телекоммуникационных системах.

Предложено новое применение метаструктуры с проводящими резонансными дипольными и киральными элементами в качестве отражателя резонатора Фабри–Перо в интерферометре. Резонатор формируется при расположении метаструктуры в закороченном плече волноводного тройникового интерферометра на некотором расстоянии от короткозамыкателя. Исследованы функциональные возможности интерферометра при использовании разных метаструктур. Использовались метаструктуры в виде диполя “бабочка”; кольцевых элементов, меньших длины волны (ряда ОК из трех одинарных колец с двумя разрывами, нагруженными двумя варактором в каждом кольце; решетки ПС из спиральных элементов в 1.5 оборота, решетки ПДРК из двойных разомкнутых колец, а также системы из трех решеток ПС).

Измерена динамика интерферограммы с метаструктурами в диапазоне 3...6 ГГц. Проведен сравнительный анализ с результатами измерений в волноводе и резонаторе Фабри–Перо.

Продemonстрировано воздействие дипольного резонанса ДР, возбуждаемого в диполе микроволновым электрическим полем, на полосы запрета интерферограммы при изменениях напряжения обратного смещения  $V_{oc}$  на варакторе или емкости  $C$  конденсатора.

Показано воздействие магнитного резонанса, возбуждаемого микроволновым магнитным полем в ОК, на отдельную полосу запрета в интерферограмме с изменением формы, глубины и ши-

рины полосы. С изменением  $V_{oc}$  и смещением МР воздействию подвергается поочередно каждая полоса запрета.

Показано воздействие резонансных эффектов с решетками ПС и ПДРК. Продемонстрированы особенности в интерферограмме в диапазоне, соответствующем диапазону возбуждения резонанса. С одной решеткой практически не нарушается интерференционный спектр в интерферограмме, воздействию подвергается одна полоса (меняется форма, уменьшается глубина, увеличивается ширина). С тремя решетками меняется вид резонанса (расщепление на три пика), в интерферограмме наблюдается увеличение числа полос запрета и особенности в трех полосах в диапазоне возбуждения резонанса.

Показано, что ДР в диполе оказывает воздействие на несколько полос, что можно объяснить тем, что в диполе возбуждается довольно широкий резонанс, тогда как узкий МР в ОК позволяет обеспечить селективное воздействие на одну полосу запрета.

Показано, что для всех метаструктур особенности в интерферограмме наблюдаются в полосах запрета, частоты которых близки к частотам резонанса в элементах. При смещении резонансов подачей электрического напряжения на варакторе или заменой элемента изменяется интерферограмма в зависимости от свойств резонанса, разных для разных метаструктур.

Получены аналитические соотношения, которые выявляют механизмы, определяющие вид интерферограммы.

#### ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена за счет бюджетного финансирования в рамках государственного задания ИРЭ РАН по теме 0030-2019-0014.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Lindell I.V., Sihvola A.H., Tretyakov S.A., Viitanen A.J.* // Electromagnetic Waves in Chiral and Bi-isotropic Media. Norwood, MA: Artech House. 1994.
2. *Костин М.В., Шевченко В.В.* // РЭ. 1998. Т. 43. № 8. С. 921.
3. *Smith D.R., Padilla W.J., Vier D.C. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2000. V. 84. № 18. P. 4184.
4. *Pendry J., Holden A., Robbins D., Stewart W.* // IEEE Trans. 1999. V. MTT-47. № 11. P. 2075.
5. *Gil I., Garcia-Garcia J., Bonache J. et al.* // Electron. Lett. 2004. V.40. № 21. P. 1347.
6. *Varadan V.K., Varadan V.V., Lakhtakia A.* // J. Wave-Material Interaction. 1987. V. 2. № 1. P. 71.
7. *Bohren C.F., Luebbers R., Langdon H.S., Hunsberger F.* // Appl. Opt. 1992. V. 31. № 30. P. 6403.
8. *Tretyakov S.A.* // J. Opt. 2017. V. 19. № 1. P. 013002.
9. *Cameron R., Kudsia C., Mansour R.* // Microwave Filters for Communication Systems: Fundamentals, Design, and Applications. John Wiley & Sons, Inc. 2018.
10. *Крафтмахер Г.А., Бутылкин В.С., Казанцев Ю.Н.* // Письма в ЖТФ. 2013. Т. 39. № 6. С. 505.
11. *Krafimakher G., Butylkin V., Kazantsev Y., Maltsev V.* // Electron. Lett. 2017. V. 53. № 18. P. 1264.
12. *Antonenko J.V., Gribovsky A.V., Kuzmichev I.K.* // Telecommunications and Radio Engineering (English translation of Elektrosvyaz and Radiotekhnika). 2018. V. 77. № 12. P. 1029.
13. *Банков С.Е., Дупленкова М.Д., Фролова Е.В.* // Журн. радиоэлектроники. 2013. № 7. С. 8. <https://elibrary.ru/item.asp?id=20362390>.
14. *Krupka J., Swikla A., Mrozowski M. et al.* // IEEE Trans. 2005. V. UFFC-52. № 9. P. 1443.
15. *Liu Z.G., Zhang W.X., Fu D.L. et al.* // Microwave and Optical Technology Lett. 2008. V. 50. № 6. P. 1623.
16. *Крафтмахер Г.А., Бутылкин В.С., Казанцев Ю.Н., Мальцев В.П.* // Письма в ЖЭТФ. 2019. Т. 109. № 4. С. 224.
17. *Крафтмахер Г.А., Бутылкин В.С., Казанцев Ю.Н., Мальцев В.П.* // РЭ. 2019. Т. 64. № 11. С. 1070.
18. *Крафтмахер Г.А., Бутылкин В.С., Казанцев Ю.Н. и др.* // РЭ. 2021. Т. 66. № 1. С. 3.
19. *Krafimakher G.A., Butylkin V.S., Kazantsev Yu.N. et al.* // Appl. Phys. A. 2017. V.123. № 1. P. 56.
20. *Stone J.M.* // Radiation and Optics: An Introduction to the Classical Theory. N.Y.: McGraw-Hill, 1963.
21. *Вайнштейн Л.А.* // Электромагнитные волны. М.: АСТ, 1988.
22. *Бутылкин В.С., Крафтмахер Г.А.* // РЭ. 2008. Т. 53. № 1. С. 5.
23. *Marqu'es R., Medina F., Rafii-El-Idrissi R.* // Phys. Rev. B. 2002. V. 65. № 14. P. 144440.
24. *Sauviac B., Simovski C., Tretyakov S.* // Electromagnetics. 2004. V. 24. № 5. P. 317.
25. *Бутылкин В.С., Крафтмахер Г.А.* // РЭ. 2006. Т. 51. № 5. С. 518.
26. *Simovski C.R., Belov P.A., He S.* // IEEE Trans. 2003. V. AP-51. № 10. P. 2582.
27. *Бутылкин В.С., Крафтмахер Г.А.* // РЭ. 2008. Т. 53. № 7. С. 800.
28. *Шевченко В.В.* // Успехи физ. наук. 2007. Т. 177. № 3. С. 301.
29. *Aydin K., Ozbay E.* // J. Appl. Phys. 2007. V. 101. № 2. P. 024911.
30. *Kholodnyak D., Serebryakova E., Vendik I., Vendik O.* // IEEE Microw. Wireless Comp. Lett. 2006. V. 16. № 5. P. 258.
31. *Банков С.Е.* // Электромагнитные кристаллы. М.: Физматлит, 2010.

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА  
И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 621.396.67

ИССЛЕДОВАНИЕ ДВУМЕРНО-ПЕРИОДИЧЕСКОЙ РЕШЕТКИ  
МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ЦИЛИНДРОВ С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ  
ЭЛЕМЕНТАМИ В ПОЛОСЕ ПРОЗРАЧНОСТИ

© 2021 г. С. Е. Банков<sup>а,\*</sup>, В. И. Калиничев<sup>а</sup>, Е. В. Фролова<sup>а</sup>

<sup>а</sup>Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,  
ул. Моховая, 11, стр. 7, Москва, 125009 Российская Федерация

\*E-mail: sbankov@yandex.ru

Поступила в редакцию 19.05.2020 г.

После доработки 19.05.2020 г.

Принята к публикации 17.06.2020 г.

Исследованы собственные волны однородного электромагнитного кристалла (ЭМК) в виде двумерной решетки из металлических цилиндров с зазорами, в которые включены сосредоточенные элементы (СЭ), образующие параллельный LC-контур. Решетка из цилиндров с СЭ расположена внутри плоского волновода (ПВ). Проанализирована возможность управления параметрами основной волны ЭМК путем изменения емкости. Задача о собственных волнах решена путем численного электродинамического моделирования в системе HFSS с использованием граничных условий периодичности. Исследованы зависимости основных технических характеристик, таких как ширина полосы прозрачности от геометрических параметров структуры и параметров контура. Показано, что уменьшение высоты ПВ и заполнение его диэлектрической средой может использоваться для улучшения показателей качества ЭМК. Рассмотрено возбуждение слоя ЭМК конечной толщины. Показано, что основные выводы, полученные в режиме собственных волн, подтверждаются решением задачи возбуждения ЭМК.

DOI: 10.31857/S0033849421020030

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Данная работа продолжает исследования, направленные на создание реконфигурируемых устройств (РУ) СВЧ-диапазона на основе двумерных однородных электромагнитных кристаллов (ЭМК). Разработка СВЧ-устройств с управляемой структурой является в настоящее время весьма актуальной темой научных исследований и практических разработок. Это связано с тем, что применение РУ значительно расширяет функциональные возможности радиоэлектронной аппаратуры за счет функции управляемости ее характеристиками [1]. В опубликованных работах такие устройства представлены в основном устройствами с электронной перестройкой. Значительная часть исследований в этом направлении относится к антеннам и фильтрам, см., например, [2–5].

В работах [6, 7] была сформулирована концепция построения РУ на основе ЭМК. Основная ее идея состоит в использовании периодической структуры – ЭМК, элементы которого имеют параметры, зависящие от внешних воздействий. В СВЧ-диапазоне наибольшее распространение получили двумерные ЭМК на основе плоского волновода (ПВ). Под ПВ мы понимаем двумерную вол-

новедущую структуру в виде двух параллельных металлических экранов.

С технологической точки зрения удобно выполнять элементы ЭМК на основе ПВ в виде металлических цилиндров. В частности, возможна их реализация в виде металлизированных отверстий в печатной плате. В этом случае изготовление ЭМК может быть выполнено с использованием технологии печатных схем, которая традиционно считается наиболее перспективной для улучшения стоимостных показателей качества. В подтверждение можно привести интегральные устройства на основе SIW волноводов (Substrate Integrated Waveguides), которые весьма интенсивно исследуются и развиваются в последние десятилетия [8, 9]. По структуре основанные на SIW-технологии схемы весьма близки к схемам на основе ЭМК в ПВ. Однако между ними имеется важное отличие, состоящее в том, что цилиндры, образующие кристалл, расположены строго в узлах решетки, тогда как цилиндры в SIW-схемах могут располагаться произвольно.

Может возникнуть предположение, что фиксированная схема расположения элементов ЭМК является фактором, ограничивающим возможно-

сти данного класса устройств по сравнению с SIW-схемами. С одной стороны, это именно так. Однако с точки зрения создания РУ ситуация выглядит иначе, поскольку регулярная структура ЭМК не имеет выделенных направлений, что позволяет достаточно произвольным образом за счет управляющих воздействий формировать в кристалле неоднородные области, выполняющие различные функции по обработке и формированию полей и сигналов.

В работах [10–13] исследуются реконфигурируемые ЭМК и функциональные элементы на их основе с механическим и электромеханическим управлением, которое осуществляется изменением глубины погружения металлического цилиндра в ПВ. В этом случае цилиндр не имеет электрического контакта с одним из экранов ПВ. Между ним и экраном возникает зазор, играющий роль емкости. Поэтому такие цилиндры получили название емкостных цилиндров. В работах [10, 11] рассмотрены волны в однородных ЭМК как в полосе прозрачности, так и в полосах запирания. В работах [12, 13] изучены регулярные волноводы, образованные удалением из ЭМК одного, двух и трех рядов элементов, так называемые одно-, двух- и трехрядные волноводы. Отметим, что в литературе для обозначения СВЧ-схем на основе ЭМК в полосе запирания часто используется англоязычный термин *electromagnetic bandgap* (EBG электромагнитная запрещенная зона), EBG-схемы, устройства, волноводы и т.д., который мы также будем использовать.

Дополнительные возможности для создания РУ открывает применение элементов с электрическим управлением. В качестве таких элементов в СВЧ-диапазоне могут быть использованы управляемые сосредоточенные элементы (СЭ) в виде полупроводниковых диодов. Такие СЭ, включенные в зазор в металлическом цилиндре, изменяют под воздействием управляющего напряжения рассеивающие свойства цилиндра и, следовательно, параметры волн ЭМК. Типовым вариантом управляемого СЭ является диод с управляемой электрическим полем емкостью – варактор.

Первый опыт исследования ЭМК с управляемыми емкостными СЭ представлен в работе [6], в которой на примере весьма простой приближенной модели рассматривались волны в однородном кристалле. С точки зрения создания РУ основным требованием, предъявляемым к ЭМК, является возможность эффективного управления параметрами кристалла. При этом желательно, чтобы свойства элемента ЭМК изменялись от состояния короткого замыкания до состояния холостого хода. В состоянии короткого замыкания сопротивление СЭ, пренебрежимо мало по сравнению с собственным сопротивлением цилиндра. В состоянии холостого хода, наоборот, сопротивление СЭ должно быть

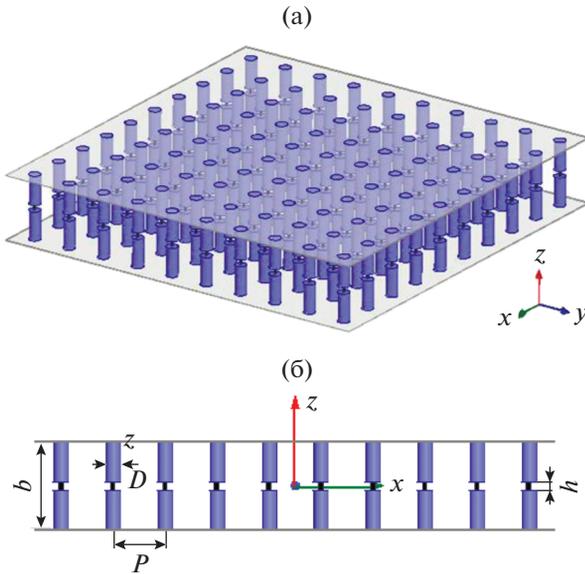
много больше сопротивления цилиндра. Одним из важных выводов работы [6] является то, что при помощи емкостных СЭ состояние короткого замыкания реализуется довольно просто (при относительно большой емкости), в отличие от состояния холостого хода. Поэтому в указанной работе было предложено использовать СЭ в виде параллельного контура. На частоте резонанса его сопротивление велико, а в отсутствие потерь стремится к бесконечности. Вне резонанса сопротивление контура СЭ быстро уменьшается и элемент ЭМК переходит в режим короткого замыкания.

В режиме короткого замыкания цилиндр полностью включен в ПВ и максимально влияет на его электрические характеристики. Параметры ЭМК выбираются таким образом, чтобы в режиме короткого замыкания он находился в полосе запирания. При переходе в режим холостого хода цилиндры не взаимодействуют с полем, что эквивалентно их отсутствию в решетке. Данное утверждение необходимо понимать следующим образом. Оно не означает полного отсутствия токов на цилиндре, но эти токи таковы, что они не возбуждают основную волну ПВ и не влияют на ее распространение. В этом случае ЭМК находится в полосе прозрачности. Возможность переключения из режима запирания в режим прозрачности является критически важным фактором для создания EBG-устройств. При этом основным показателем качества ЭМК является ширина полосы прозрачности, которая во многом определяет полосу рабочих частот всех EBG-устройств.

Основной целью данной работы является исследование электродинамических характеристик однородного ЭМК из цилиндров с СЭ в виде параллельных контуров. Отличие от работы [6] состоит в том, что исследование проводится при помощи системы электродинамического моделирования HFSS (<https://ansys.com>), которая позволяет учесть все основные факторы, действующие в реальной структуре. Другой целью работы является поиск оптимальных параметров структуры, обеспечивающих максимальную ширину полосы прозрачности ЭМК.

## 2. ИССЛЕДУЕМАЯ СТРУКТУРА И МЕТОД ЕЕ АНАЛИЗА

Исследуемая структура показана на рис. 1. Она представляет собой двумерную решетку из металлических цилиндров с зазорами, в которые включены СЭ. Решетка имеет квадратную сетку и размещается внутри ПВ высотой  $b$ . Приняты следующие обозначения: величина зазора  $h$ , период решетки  $P$ , диаметр цилиндра  $D$ .



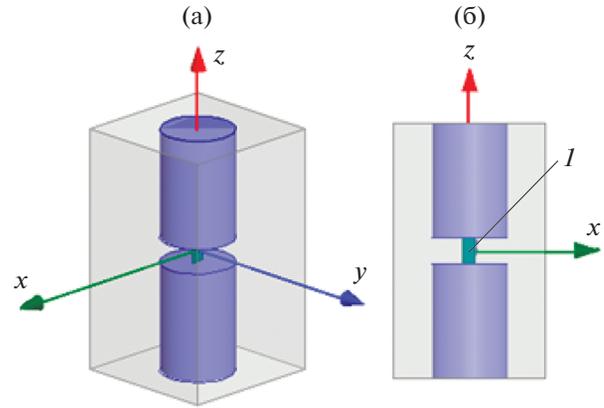
**Рис. 1.** Двумерно-периодическая однородная решетка цилиндров с сосредоточенными элементами в зазорах: а – общий вид, б – поперечное сечение.

Структура исследуется в квазипериодическом режиме, в котором поле удовлетворяет следующим условиям:

$$\begin{aligned} \vec{E}(x + nP, y + mP) = \\ = \vec{E}(x, y) \exp(-i\beta nP - i\alpha mP), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\alpha, \beta$  – параметры квазипериодического режима,  $n, m$  – произвольные целые числа. Один из параметров  $\alpha, \beta$  задается произвольно, а второй находится из решения граничной задачи на собственные волны. Вместе они определяют направление и постоянную распространения волны ЭМК. В силу изотропии структуры в плоскости  $XOY$  нам достаточно рассмотреть одно из возможных направлений распространения, например вдоль оси  $Ox$ . В этом случае  $\alpha = 0$ , а  $\beta$  – искомая постоянная распространения волны.

Использование квазипериодического режима позволяет свести задачу анализа бесконечной решетки к анализу одного периода, который показан на рис. 2. Известно [14], что в синфазной решетке с симметричным периодом на границах периода выполняются условия, соответствующие либо идеальной электрической, либо идеальной магнитной стенкам. При  $\alpha = 0$  решетка является синфазной по оси  $Oy$ . Нас интересует поле, которое соответствует идеальной магнитной стенке. Поэтому при  $y = \pm P/2$  мы можем установить соответствующие граничные условия. При  $x = \pm P/2$  потребуем выполнения условия периодичности (1). При  $z = \pm h/2$  выполняются условия на поверхности идеального проводника.



**Рис. 2.** Элемент решетки (а) и его поперечное сечение (б),  $I$  – модель СЭ в виде бесконечно тонкого листка и граничных условий  $RLC$  (параллельный  $LC$ -контур).

Будем предполагать, что поверхность цилиндра идеально проводящая. Модель СЭ в HFSS имеет вид бесконечно тонкого листка, на котором задано направление линии тока и граничные условия  $RLC$ -типа. При этом на поверхности листка выполняются импедансные граничные условия. Величина импеданса определяется импедансом  $RLC$ -контура.

Таким образом, граничные условия на всех поверхностях модельной структуры определены. Ее анализ проведем в системе HFSS в режиме собственных волн. В этом режиме через величину сдвига фазы волны на длине периода задается постоянная распространения  $\beta$ , а программа ищет частоту  $f$ , на которой в структуре имеется резонанс. Частота резонанса совпадает с частотой, на которой собственная волна ЭМК имеет заданную постоянную распространения. Повторяя данную операцию для разных значений постоянной  $\beta$ , можем найти функциональную зависимость  $\beta(f)$ , которая является дисперсионной характеристикой исследуемой структуры.

### 3. ВОЛНЫ В ЭМК С ВОЗДУШНЫМ ЗАПОЛНЕНИЕМ

На первом этапе рассмотрим дисперсию основной волны ЭМК на основе ПВ, заполненного воздухом. Структуры такого типа удобно возбуждать прямоугольным металлическим волноводом. Поэтому высота ПВ выбирается равной высоте стандартного волновода, размер сечения которого зависит от рабочего диапазона. В данной работе будем ориентироваться на диапазон частот 7...13 ГГц, для которого стандартный волновод  $23 \times 10$  имеет высоту  $b = 10$ . Здесь и далее все размеры приводятся в миллиметрах.

Зададим следующие параметры решетки ЭМК: период  $P = 6$ , относительный диаметр цилиндров  $D/P = 0.5$ , величина зазора в цилиндрах  $h = 1$  ( $h/b = 0.1$ ); в используемой модели СЭ его длина совпадает с высотой зазора в цилиндре, а ширина принята равной  $w = 0.5$ . Считаем, что в модели СЭ в виде параллельного LC-контура индуктивность постоянная и равна  $L = 0.2$  нГ, а емкость  $C$  может меняться в диапазоне  $0.4 \dots 1.6$  пФ, что соответствует интервалам изменения резонансной частоты контура

$$f_{LC} = 1/2\pi\sqrt{LC} = 17.8-8.9 \text{ ГГц}$$

и его характеристического сопротивления

$$\rho_{LC} = \sqrt{L/C} = 22.4-11.2 \text{ Ом.}$$

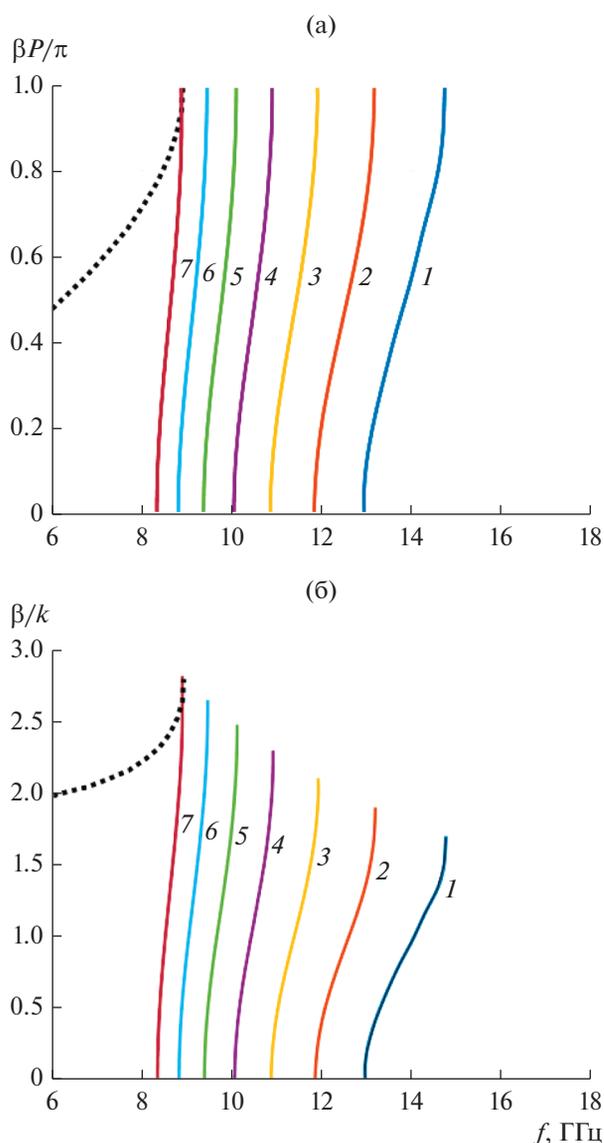
В принятой модели СЭ его импеданс в зависимости от частоты определяется импедансом параллельного контура:

$$Z(\omega) = j\omega L / (1 - \omega^2 LC).$$

На рис. 3а, 3б представлена частотная зависимость нормированной постоянной распространения волны ЭМК. На рис. 3а по оси ординат отложен нормированный набег фазы волны на периоде кристалла  $\beta P/\pi$ , на рис. 3б – коэффициент замедления волны  $U = \beta/k$ , где  $k$  – волновое число свободного пространства. Кривые получены для  $C = 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 1.2, 1.4, 1.6$  пФ.

Кривые на рис. 3а наглядно показывают критические частоты, ограничивающие рабочий диапазон ЭМК. Нижняя критическая частота соответствует нулевому набегу фазы на периоде, а верхняя – набегу фазы, равному  $\pi$ . На частотах ниже нижней и выше верхней критических частот располагаются полосы запираения, в которых основная волна структуры имеет чисто мнимую (при отсутствии тепловых потерь) постоянную распространения, т.е. в этих полосах волна не распространяется.

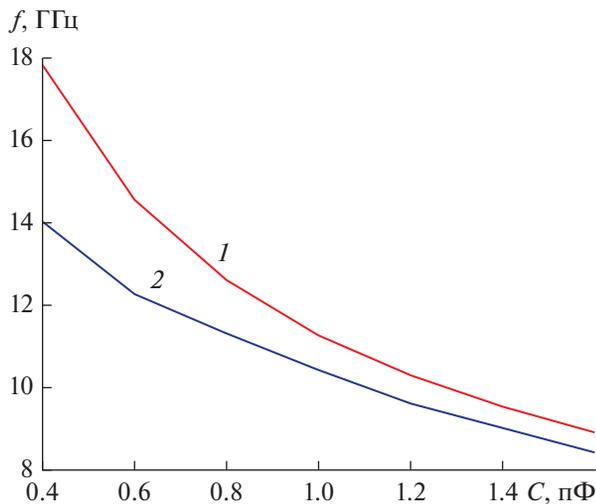
Здесь отметим важное различие в дисперсионных диаграммах основной волны решетки с СЭ и аналогичной волны в ЭМК из емкостных цилиндров с воздушными зазорами, которой соответствует пунктирная кривая. В структуре из емкостных цилиндров на низких частотах вплоть до нулевой имеется полоса прозрачности. В структуре же с резонансными СЭ на низких частотах всегда существует полоса запираения. Данное отличие обусловлено разным частотным поведением импеданса эквивалентной емкости в цилиндре с воздушным зазором и импеданса параллельного контура в модели СЭ. Импеданс емкости растет с понижением частоты, стремясь к бесконечности на нулевой частоте. В этом случае токи на цилиндрах не влияют на волну ПВ. При этом образуется полоса прозрачности решетки из емкостных цилиндров. В параллель-



**Рис. 3.** Дисперсионные характеристики основной волны толстослойного ЭМК (а – с нормировкой постоянной распространения в виде  $\beta P/\pi$ ; б – в виде  $\beta/k$ ) при  $b = 10, P = 6, D/P = 0.5, h/b = 0.1, C = 0.4$  (1),  $0.6$  (2),  $0.8$  (3),  $1.0$  (4),  $1.2$  (5),  $1.4$  (6),  $1.6$  пФ (7),  $L = 0.2$  нГ, штриховая кривая – дисперсионная характеристика решетки емкостных цилиндров с воздушными зазорами без СЭ.

ном LC-контуре, который служит моделью СЭ, его импеданс на низких частотах определяется импедансом индуктивности и стремится к нулю. Это приводит к режиму короткого замыкания и к появлению полосы запираения решетки с СЭ на низких частотах.

Увеличение емкости при постоянном значении индуктивности контура приводит к смещению полосы прозрачности вниз по частоте и од-



**Рис. 4.** Зависимости резонансных частот от емкости  $C$  контура СЭ при  $b = 10$  для  $f_{LC}$  (кривая 1) и  $f_{рез}$  (кривая 2).

новременно к ее сужению. Как следует из расчетов, при заданных значениях индуктивности и емкости в модели СЭ толстослойный ЭМК с воздушным заполнением имеет весьма узкую полосу прозрачности.

Надо отметить еще одну особенность в поведении волны ЭМК. Так как на частоте резонанса  $f = f_{LC}$  импеданс контура стремится к бесконечности, то на этой частоте элемент ЭМК переходит в режим холостого хода, и если не учитывать паразитные емкости в исследуемой структуре, то в этом режиме он не должен влиять на распространение волны ПВ. Так как основной волной ПВ является  $T$ -волна с коэффициентом замедления в общем случае  $U = \sqrt{\epsilon}$ , где  $\epsilon$  — относительная диэлектрическая проницаемость заполнения ПВ, то в случае воздушного заполнения коэффициент замедления волны ПВ равен единице. Однако расчеты показывают, что частота, на которой волна в решетке цилиндров с СЭ имеет замедление  $U = 1$ , отличается от  $f_{LC}$ . Обозначим эту частоту  $f_{рез}$ . На рис. 4 приведены зависимости резонансных частот  $f_{LC}$  (кривая 1) и частоты  $f_{рез}$ , на которой  $U = 1$  (кривая 2), от емкости  $C$  контура СЭ. Видно, что кривые достаточно сильно расходятся. Такое их поведение означает, что расчетная частота  $f_{LC}$ , полученная в рамках приближенной теории электрических цепей, отличается от реальной резонансной частоты  $f_{рез}$ , которая определена путем численного решения и которая учитывает паразитные емкости в рассматриваемой структуре СЭ, включенного в зазор цилиндра внутри ПВ. Можем предположить, что более низкое значение  $f_{рез}$  по сравнению с  $f_{LC}$  обусловлено влиянием ем-

кости зазора  $C_3$ , которая включена параллельно контуру. Наличие емкости зазора  $C_3$  увеличивает суммарную емкость контура и снижает реальную резонансную частоту относительно  $f_{LC}$ .

Таким образом, численное моделирование показывает, что толстослойный ЭМК на основе ПВ с воздушным заполнением имеет недостаточно широкую полосу прозрачности. Видно, что в лучшем из рассмотренных вариантов (см. рис. 3а, 3б кривая 1) относительная полоса рабочих частот не превышает 20%. Это заметно меньше, чем полоса ЭМК, полученная в аналогичных структурах. Для ответа на вопрос, возможно ли получить более широкую полосу прозрачности для решетки с СЭ, были проведены дополнительные исследования (см. далее).

Можно предположить, что относительно узкая полоса прозрачности обусловлена тем, что большее значение сопротивления контура, которое необходимо для реализации режима холостого хода, достигается в достаточно узкой полосе частот. При этом учтем то обстоятельство, что на электрические характеристики волны оказывает влияние не абсолютное, а нормированное значение сопротивления, т.е. сопротивление, нормированное на характеристическое сопротивление ПВ  $Z_c$ :

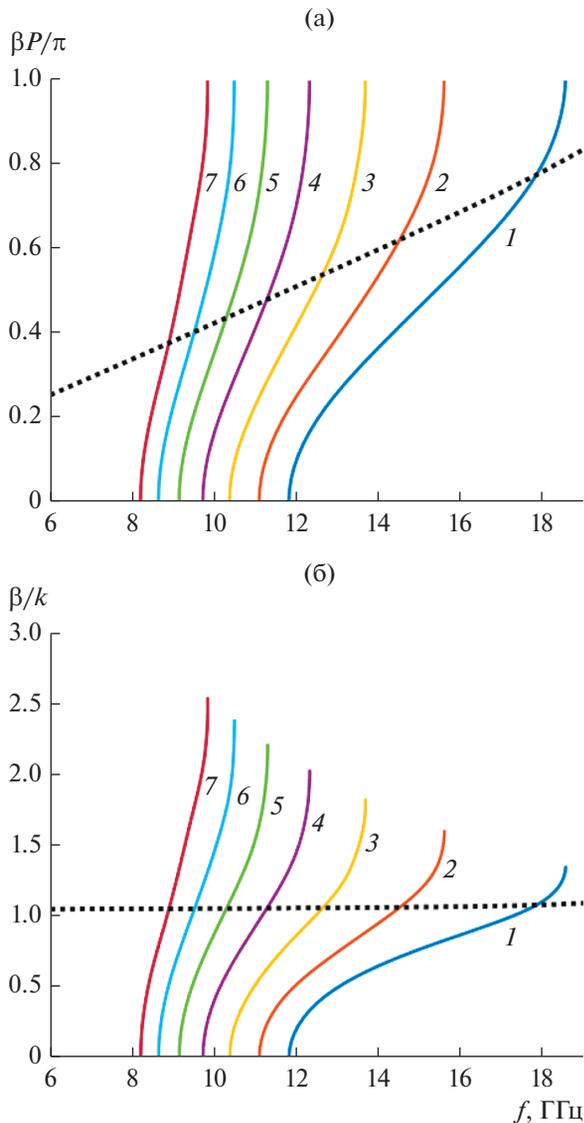
$$Z_c = W_0 b / (\sqrt{\epsilon} P), \quad (2)$$

где  $W_0$  — волновое сопротивление свободного пространства.

Из соотношения (2) следуют возможности уменьшения сопротивления ПВ, а следовательно, увеличения нормированного сопротивления контура. В качестве таких возможностей можем отметить уменьшение высоты ПВ и его заполнение средой с проницаемостью  $\epsilon > 1$ . Рассмотрим сначала, как влияет на увеличение полосы прозрачности уменьшение высоты ПВ.

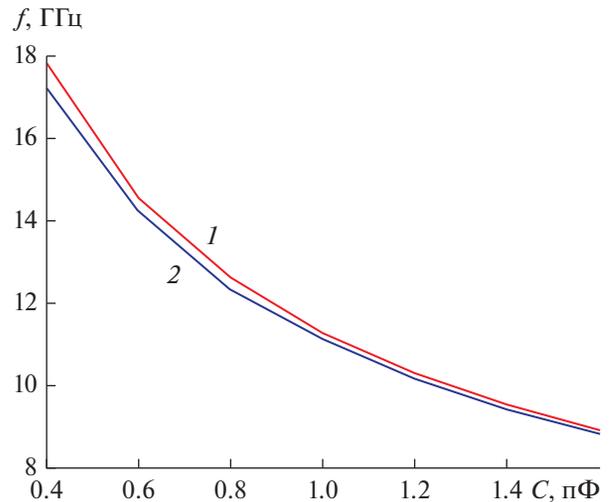
На рис. 5а, 5б представлены дисперсионные кривые, полученные при  $b = 2$ . Остальные параметры те же, что были приняты выше,  $P = 6$ ,  $D/P = 0.5$ ,  $h/b = 0.5$ ,  $L = 0.2$  нГ, и при тех же значениях  $C$ ,  $\epsilon = 1$ . На рисунках видно существенное увеличение полосы прозрачности структуры.

На рис. 6 показана зависимость резонансной частоты от емкости контура. Кривые 1, 2, как и на рис. 4, получены соответственно по приближенной формуле и путем обработки кривых 1–7 на рис. 5б. Видим, что уменьшение высоты ПВ привело к сближению частот  $f_{LC}$  и  $f_{рез}$  по сравнению с рис. 4. При уменьшении высоты ПВ величина зазора в цилиндрах и их диаметр остаются неизменными. Поэтому емкость воздушного зазора в области между торцами металлических цилиндров также постоянна в двух рассмотренных случаях. Отсюда можем сделать вывод, что дополнительная



**Рис. 5.** Дисперсионные характеристики основной волны ЭМК (а – с нормировкой постоянной распространения в виде  $\beta P/\pi$ ; б – в виде  $\beta/k$ ) при  $b = 2$ ,  $P = 6$ ,  $D/P = 0.5$ ,  $h/b = 0.5$ ,  $C = 0.4$  (1),  $0.6$  (2),  $0.8$  (3),  $1.0$  (4),  $1.2$  (5),  $1.4$  (6),  $1.6$  пФ (7), штриховая кривая – дисперсионная характеристика решетки цилиндров с воздушными зазорами без СЭ.

емкость, снижающая частоту резонанса, связана в основном с полем вокруг зазора. При большой высоте ПВ такое поле возбуждается значительно интенсивнее, чем в тонком ПВ, и обусловленная им емкость оказывает существенное влияние на резонансную частоту контура, снижая ее (см. рис. 4). В тонкослойном ПВ данный эффект проявляется слабее, и здесь мы видим, что за счет малой дополнительной емкости значения  $f_{LC}$  мало отличаются от  $f_{рез}$  (см. рис. 6).



**Рис. 6.** Зависимости резонансных частот от емкости  $C$  контура СЭ при  $b = 2$ : для  $f_{LC}$  (кривая 1) и  $f_{рез}$  (кривая 2).

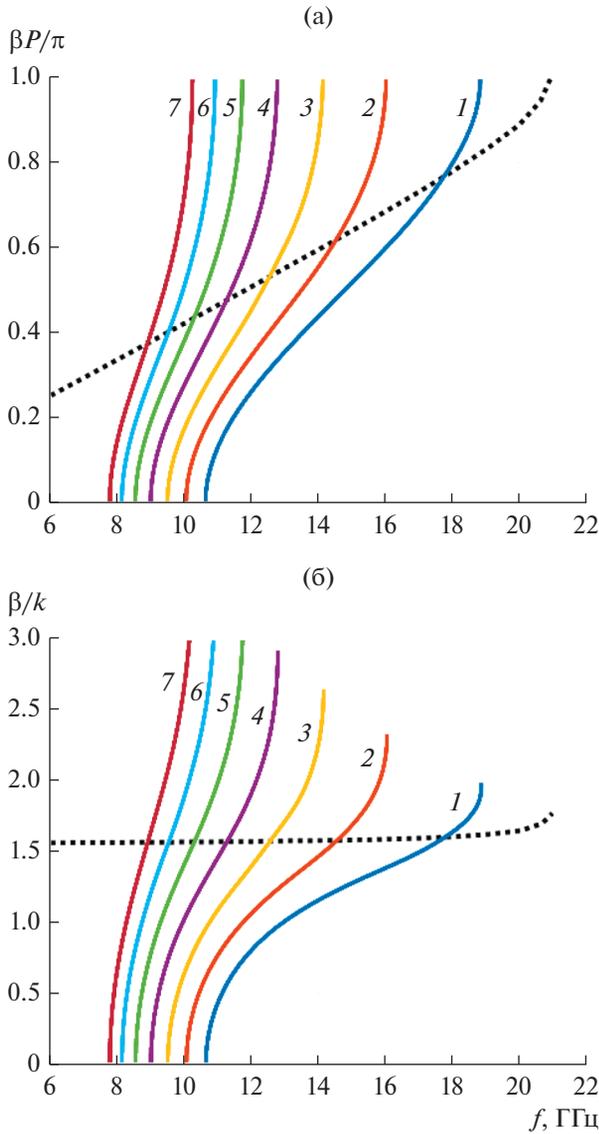
#### 4. ВОЛНЫ В ЭМК С ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ЗАПОЛНЕНИЕМ И СРАВНЕНИЕ ДИСПЕРСИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

Теперь рассмотрим влияние на основную волну ЭМК диэлектрического заполнения ПВ. На рис. 7а, 7б показана частотная зависимость постоянной распространения основной волны ЭМК для значения  $\epsilon = 2.2$ . Кривые получены для  $C = 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 1.2, 1.4$  и  $1.6$  пФ,  $L = 0.2$  нГ,  $P = 6/\sqrt{\epsilon}$ ,  $b = 2/\sqrt{\epsilon}$ ,  $D/P = 0.5$ ,  $h/b = 0.5$ . Кривые на рис. 7а и 7б отличаются нормировкой постоянной распространения, по аналогии с рис. 5а, 5б. Видно, что увеличение диэлектрической проницаемости привело к дальнейшему расширению полосы прозрачности.

На рис. 8а–8в приведены для сравнения частотные зависимости коэффициента замедления основной волны  $\beta/k$  для трех рассмотренных выше случаев: для толстослойного ЭМК на основе ПВ с воздушным заполнением с параметрами  $b = 10$ ,  $D/P = 0.5$ ,  $h/b = 0.1$ ,  $\epsilon = 1$  (а), для тонкослойного ЭМК на ПВ с воздушным заполнением с параметрами  $b = 2$ ,  $D/P = 0.5$ ,  $h/b = 0.5$ ,  $\epsilon = 1$  (б) и для тонкослойного ЭМК с диэлектрическим заполнением с параметрами  $\epsilon = 2.2$ ,  $P = 6/\sqrt{\epsilon}$ ,  $b = 2/\sqrt{\epsilon}$ ,  $D/P = 0.5$ ,  $h/b = 0.5$  (в).

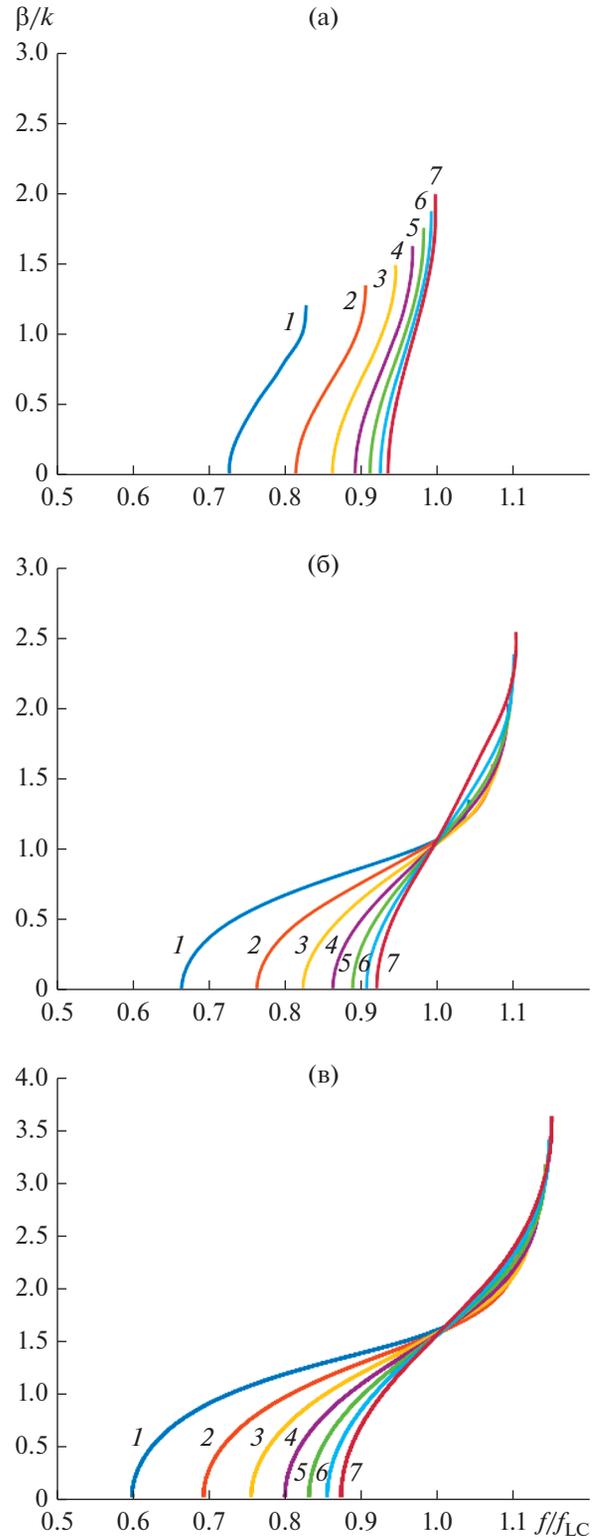
На рис. 8а–8в по оси абсцисс отложена нормированная частота  $f/f_{LC}$ , где для каждой кривой в качестве  $f_{LC}$  выбирается соответствующая ей резонансная частота.

Отметим интересную особенность представленных кривых. При  $b = 2$  ( $\epsilon = 1$ ) и  $b = 2/\sqrt{\epsilon}$  ( $\epsilon = 2.2$ ) они пересекаются в малой окрестности точки



**Рис. 7.** Дисперсионные характеристики основной волны ЭМК с диэлектрическим заполнением (а – с нормировкой постоянной распространения в виде  $\beta P/\pi$ ; б – в виде  $\beta/k$ ) при  $\epsilon = 2.2$ ,  $P = 6/\sqrt{\epsilon}$ ,  $b = 2/\sqrt{\epsilon}$ ,  $D/P = 0.5$ ,  $h/b = 0.5$ ,  $L = 0.2$  нГ,  $C = 0.4$  (1), 0.6 (2), 0.8 (3), 1.0 (4), 1.2 (5), 1.4 (6), 1.6 пФ (7), штриховая кривая – дисперсионная характеристика решетки емкостных цилиндров с зазорами без СЭ.

$f/f_{LC} = 1$ , которая соответствует резонансной частоте контура, определенной в рамках теории электрических цепей. При этом значение коэффициента замедления в точке пересечения близко к  $\sqrt{\epsilon}$ . При  $b = 10$  общая точка пересечения отсутствует. Такое поведение кривых на рис. 8б, 8в полностью соответствует сближению реальной (с учетом емкости зазора) резонансной частоты



**Рис. 8.** Сравнение дисперсионных характеристик решеток при нормировке частоты на резонансную частоту контура: толстослойного ЭМК с диэлектрическим (а) и тонкослойного ЭМК с воздушным (б) и диэлектрическим (в) заполнением;  $C = 0.4$  (1), 0.6 (2), 0.8 (3), 1.0 (4), 1.2 (5), 1.4 (6), 1.6 пФ (7). Параметры для (а)–(в) приведены в тексте.

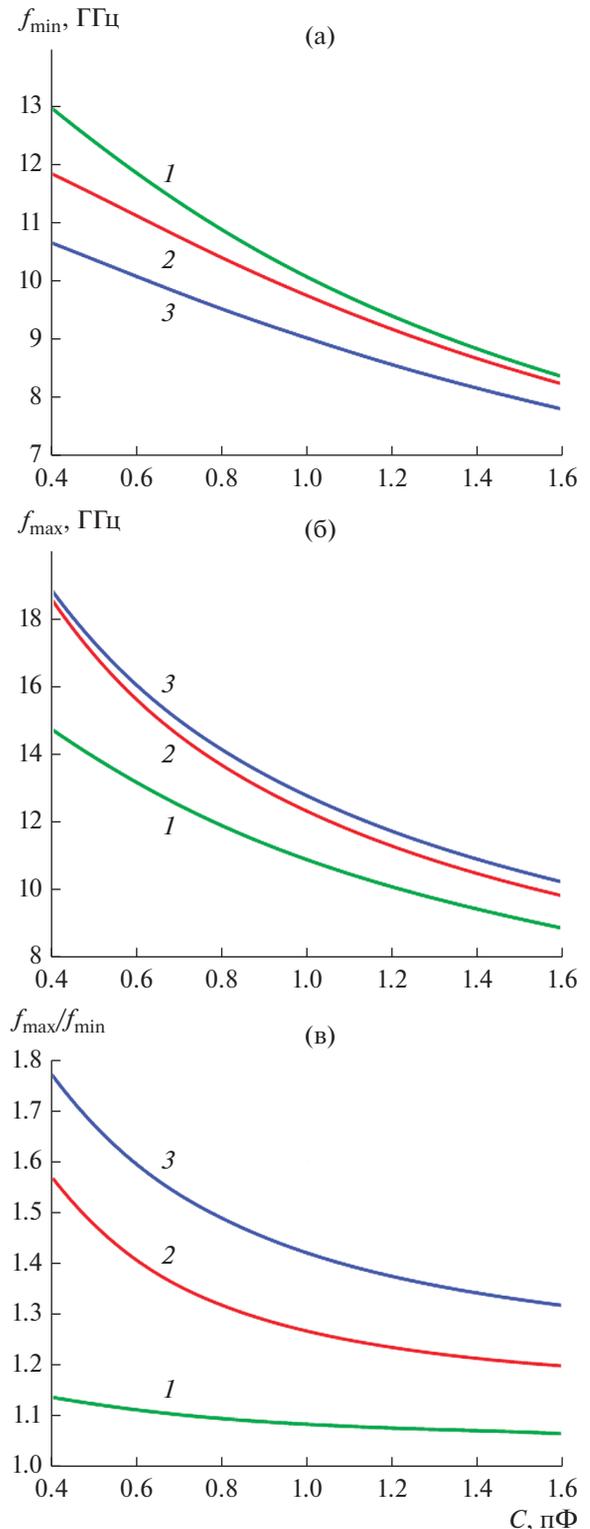
$f_{рез}$  и расчетной резонансной частоты  $f_{LC}$  при уменьшении высоты ПВ (см. рис. 6).

Для оценки рабочего диапазона частот ЭМК введем граничные частоты: минимальную частоту  $f_{min}$ , максимальную частоту  $f_{max}$ . Диапазон частот полосы прозрачности определим как их отношение  $f_{max}/f_{min}$ . Минимальная и максимальная частоты соответствуют критическим частотам основной волны, определяемым при условиях  $\beta P = 0, \pi$ . На рис. 9а–9в представлены соответственно зависимости  $f_{min}$ ,  $f_{max}$  и  $f_{max}/f_{min}$  от емкости  $C$ . Кривые 1–3 соответствуют трем вариантам и комбинациям параметров ПВ, которые описаны выше: кривая 1 – варианту на рис. 8а, кривая 2 – варианту на рис. 8б, кривая 3 – варианту на рис. 8в.

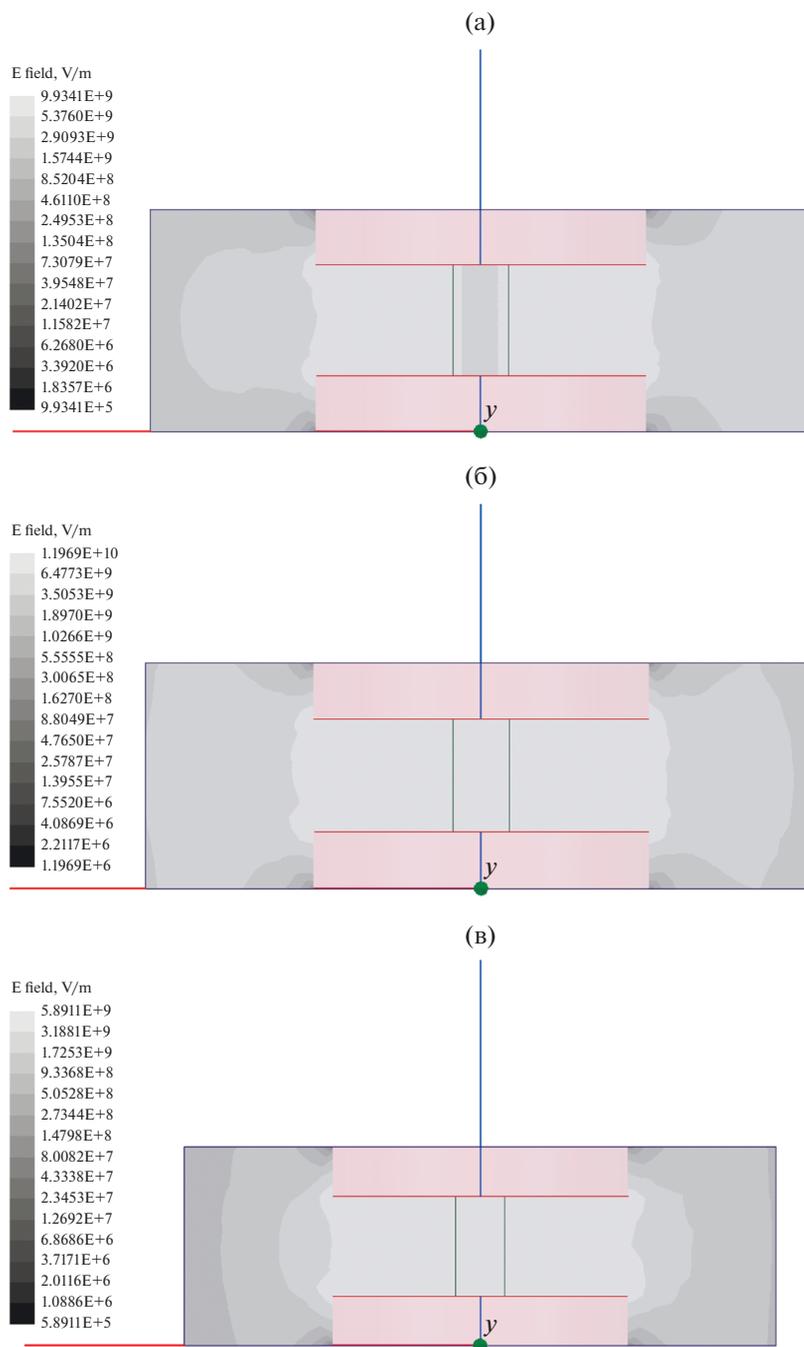
Из рис. 9а–9в видно, что увеличение емкости приводит к уменьшению обеих граничных частот и, следовательно, к уменьшению центральной частоты рабочего диапазона, а также к сужению рабочего диапазона частот. Поэтому с точки зрения увеличения рабочего диапазона надо использовать малые значения емкости. При использовании тонкослойного ПВ с диэлектрическим заполнением диапазон рабочих частот достигает величины 1.8, что близко к рабочему диапазону частот стандартного металлического волновода, равному 2. Следует отметить, что возможности снижения емкости могут ограничиваться наличием паразитных емкостей в решетках на ПВ. Кроме того, уменьшение емкости требует увеличения индуктивности для поддержания постоянной резонансной частоты контура СЭ. При этом увеличение значения индуктивности может быть связано с определенными технологическими трудностями.

## 5. ПОЛЕ ОСНОВНОЙ ВОЛНЫ ЭМК

Рассмотрим кратко распределения поля основной волны решетки с СЭ в трех режимах: ниже резонанса  $f < f_{рез}$ , на резонансе  $f = f_{рез}$  и выше резонанса  $f > f_{рез}$ . На рис. 10а–10в представлено распределение амплитуды напряженности электрического поля в сечении элемента ЭМК на трех частотах: 10.678, 11.140 и 11.810 ГГц. Им соответствуют значения замедления  $U = 0.780, 0.997, 1.411$ . Распределения получены при  $P = 6, D/P = 0.5, b = 2, h/b = 0.5, L = 0.2$  нГ,  $C = 1.0$  пФ,  $\epsilon = 1$ . Данным параметрам соответствует значение  $f_{LC} = 11.254$  ГГц. Видно, что на всех трех частотах поле распределено относительно равномерно по всему сечению элемента, включая зазор в металлическом цилиндре, в котором расположен СЭ. Это отражает режим распространения волны в полосе прозрачности решетки.



**Рис. 9.** Зависимости нижней (а) и верхней (б) границы полосы прозрачности решетки, а также их отношения (в) от емкости СЭ; кривая 1 – толстослойный ЭМК на основе ПВ с воздушным заполнением, кривая 2 – тонкослойный ЭМК на ПВ с воздушным заполнением, кривая 3 – тонкослойный ЭМК с диэлектрическим заполнением (параметры см. соответственно рис. 8а, 8б, 8в). Параметры для (а)–(в) приведены в тексте.



**Рис. 10.** Распределение амплитуды напряженности электрического поля на трех частотах: ниже резонанса 10.678 ГГц (а), на резонансе 11.140 ГГц (б), выше резонанса 11.810 ГГц (в); светлые участки в распределениях соответствуют большей интенсивности поля.

## 6. ЭМК В РЕЖИМЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ

Выше были исследованы характеристики собственных волн (колебаний) ЭМК в постановке задачи без источника. Представляет интерес также изучить поведение ЭМК в режиме возбуждения (вынужденных колебаний). В этом режиме рассматривается структура бесконечная по координате  $y$  и конечная по координате  $x$ . Электродинамическое

моделирование бесконечной структуры возможно благодаря условиям периодичности (1), которые сводят решение граничной задачи к анализу одного периода по оси  $0y$ . Мы рассматриваем случай возбуждения ЭМК плоской волной ПВ, падающей на его границу по нормали, т.е. распространяющейся вдоль оси  $0x$ . В этом случае решетка возбуждается по оси  $0y$  синфазно. Тогда, как было отмечено выше,

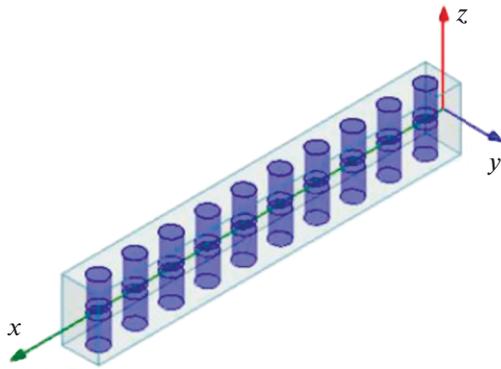


Рис. 11. Модель для численного исследования конечно-периодической решетки с СЭ в режиме возбуждения  $T$ -волной.

на границах периода выполняются условия, соответствующие магнитной стенке. В результате задача возбуждения бесконечного ЭМК сводится к анализу его канала Флоке (рис. 11).

Канал Флоке в данном случае представляет собой структуру на основе так называемого  $TEM$ -волновода, имеющего вертикальные магнитные стенки и горизонтальные электрические стенки. В волноводе располагается ряд цилиндров с СЭ. Мы рассматривали слой ЭМК, состоящий из десяти элементов. Такое количество цилиндров достаточно для формирования хорошо видимой полосы запираения. На торцах  $TEM$ -волновода располагаются порты 1, 2. Таким образом, анализируемая структура является СВЧ-четырёхполосником, который характеризуется своей матрицей рассеяния.

Параметры цилиндров и СЭ, которые использовались в режиме возбуждения, соответствуют рассмотренным выше трем случаям: толстослойный ПВ с воздушным заполнением, тонкослойный ПВ с воздушным заполнением и тонкослойный ПВ с диэлектрическим заполнением.

На рис. 12а–12в представлены частотные зависимости модуля коэффициента передачи  $S_{21}$  в децибелах, полученные при следующих параметрах:

(а)  $P = 6$ ,  $\varepsilon = 1.0$ ,  $b = 10$ ,  $h/b = 0.1$ ;

(б)  $P = 6$ ,  $\varepsilon = 1.0$ ,  $b = 2$ ,  $h/b = 0.5$ ;

(в)  $P = 6/\sqrt{\varepsilon} = 4.05$ ,  $\varepsilon = 2.2$ ,  $b = 2/\sqrt{\varepsilon} = 1.35$ ,  $h/b = 0.5$ ;

для всех трех вариантов  $D/P = 0.5$ ,  $L = 0.2$  нГ; кривые 1–3 получены при  $C = 0.4$ , 1.0, 1.6 пФ ( $f_{LC} = 17.79$ , 11.25 и 8.9 ГГц).

Полосе прозрачности соответствуют значения коэффициента передачи, близкие к 1 (0 дБ). В полосе запираения коэффициент передачи быстро уменьшается. Можно отметить хорошую корреляцию результатов для положения и ширины полосы прозрачности, полученных в режиме собственных волн и в режиме возбуждения. Однако

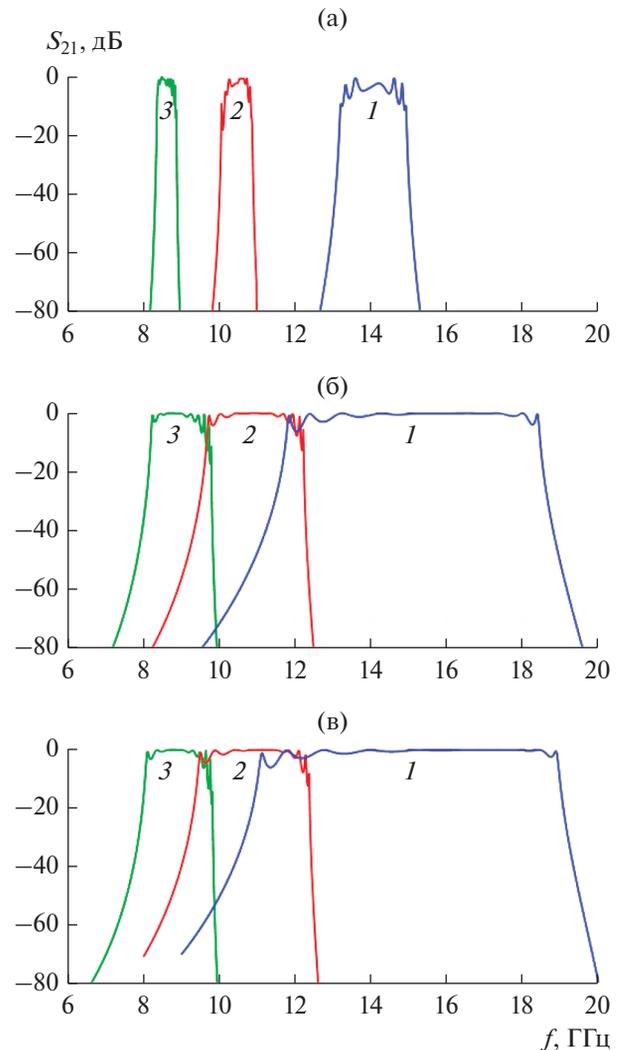


Рис. 12. Частотные зависимости коэффициента передачи  $S_{21}$  для конечно-периодической решетки при  $C = 0.4$  (1), 1.0 (2) и 1.6 пФ (3) для толстослойного ЭМК с воздушным заполнением (а) и тонкослойного ЭМК с воздушным (б) и диэлектрическим (в) заполнением.

следует отметить, что в относительно узких полосах прозрачности, характерных для толстослойного ПВ с воздушным заполнением (рис. 12а), коэффициент передачи имеет изрезанную характеристику. Он близок к единице только в отдельных частотных точках. Такое поведение означает, что ЭМК даже в полосе прозрачности плохо согласован с выходным  $TEM$ -волноводом.

При расширении полосы прозрачности (рис. 12б, 12в) согласование в центральной ее части полосы прозрачности улучшается, а изрезанность наблюдается только вблизи границ полосы, что соответствует эффекту рассогласования периодической структуры на краях полосы пропускания.

\* \* \*

Основным результатом данной работы является вывод о принципиальной возможности создания управляемых ЭМК, параметры которых могут изменяться под воздействием управляющих факторов от режима холостого хода до режима короткого замыкания. Возможность реализации режима холостого хода в достаточно широкой полосе частот является необходимым условием для формирования внутри ЭМК волноводных каналов, на основе которых можно создавать функциональные элементы разного уровня сложности и разного назначения.

#### ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена за счет бюджетного финансирования в рамках государственного задания по теме 0030-2019-0014.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kodera T., Caloz C.* // IEEE MTT-S Intern. Microwave Symp. Digest (MTT). 2013. Seattle, WA, USA. P. 1.
2. *Sievenpiper D.F., Schaffner J.H., Jae S.H. et al.* // IEEE Trans. 2003. V. AP-51. № 10. P. 2713.
3. *Kazemi H., Higgins J.A., Herting B. et al.* // IEEE Antennas and Propagation Society Intern. Symp. 2007. Honolulu, HI, USA. P. 4357.
4. *Foo S.* // 11th European Conf. on Antennas and Propagation (EUCAP). 2017. Paris, France. P. 3026.
5. *Kholodnyak D.* // IEEE MTT-S Intern./ Microwave and RF Conf. (IMaRC). 2017. Ahmedabad, India. P. 263.
6. *Банков С.Е.* // РЭ. 2011. Т. 56. № 2. С. 133.
7. *Банков С.Е.* // РЭ. 2009. Т. 54. № 6. С. 671.
8. *Wu K., Deslandes D., Cassivi Y.* // Proc. 6th Int. Conf. Telecomm. Modern Satellite, Cable and Broadcasting Service, Oct. 2003. V. 1. P. 3.
9. *Teshirogi T., Yoneyama T.* Modern Millimeter-Wave Technologies. Amsterdam: IOS Press, 2001.
10. *Банков С.Е., Калинин В.И., Фролова Е.В.* // РЭ. 2019. Т. 64. № 9. С. 855.
11. *Банков С.Е., Калинин В.И., Фролова Е.В.* // РЭ. 2020. Т. 65. № 6. С. 523.
12. *Банков С.Е., Калинин В.И., Фролова Е.В.* // РЭ. 2020. Т. 65. № 9. С. 852.
13. *Банков С.Е., Калинин В.И., Фролова Е.В.* // РЭ. 2020. Т. 65. № 10. С. 951.
14. *Амитей Н., Галиндо В., Ву Ч.* Теория и анализ фазированных антенных решеток. М.: Мир, 1974.

## ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 621.396

### КОМПЛЕКСНЫЙ РЕЗОНАНС КАК САМОСОГЛАСОВАННЫЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЙ ПРОЦЕСС

© 2021 г. А. С. Раевский<sup>a, \*</sup>, С. Б. Раевский<sup>a</sup>, А. Ю. Седаков<sup>b</sup>, А. А. Титаренко<sup>b</sup>

<sup>a</sup>Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева,  
ул. Минина, 24, Нижний Новгород, 603950 Российская Федерация

<sup>b</sup>Научно-исследовательский институт измерительных систем им. Ю.Е. Седакова  
Филиал Всероссийского научно-исследовательского института Российского Федерального ядерного центра,  
Бокс № 486, Нижний Новгород, 603950 Российская Федерация

\*E-mail: raevsky@nntu.ru

Поступила в редакцию 02.07.2019 г.

После доработки 02.07.2019 г.

Принята к публикации 19.07.2019 г.

Рассмотрено явление, классифицируемое как “комплексный резонанс”, имеющее место в электродинамических структурах, описываемых несамосопряженными краевыми задачами. Показано, что при парном возбуждении комплексных волн, имеющих комплексную сопряженность по волновым числам и амплитудам, образуется колебание, “присоединенное” к источнику, которое описывается самосогласованной краевой задачей на присоединенном уравнении Гельмгольца, т.е. на уравнении, в правой части которого стоит решение однородной краевой задачи. Особенность комплексного резонанса заключается в том, что он существует во всем диапазоне комплексных волн при обязательном присутствии источника. Приведены теоретические и экспериментальные результаты исследования рассматриваемого явления.

DOI: 10.31857/S0033849421020133

#### ВВЕДЕНИЕ

Как известно [1–3], наиболее общим решениям несамосопряженных краевых задач соответствуют комплексные собственные значения. В электродинамических задачах комплексность собственных значений определяет комплексность волновых чисел. Комплексные волновые числа в направляющих структурах без диссипации энергии соответствуют комплексным волнам [4, 5]. Парное возбуждение комплексных волн (КВ) с комплексно сопряженными амплитудами и волновыми числами приводит к возникновению комплексного резонанса [6–9]. Особенностью его является [6–8] существование во всем диапазоне КВ. Отрезок волновода, в котором могут существовать КВ, включенный “на проход” или “на отражение”, обнаруживает резонансные свойства во всем диапазоне существования пары комплексных волн. Это замечательное свойство электродинамических структур, направляющих КВ, может быть использовано при построении различных частотно-избирательных устройств.

Поскольку колебание, соответствующее комплексному резонансу (КР), может существовать только в присутствии источника, возбуждающего указанную пару КВ, его не следует считать соб-

ственным. Его будем называть колебанием, “присоединенным” к источнику [10–13]. Собственные колебания описываются решениями однородных краевых задач. В случае КР присутствие источника делает краевую задачу неоднородной, а колебание, соответствующее КР, несобственным.

В данной работе на примере круглого двуслойного экранированного волновода (КДЭВ) рассматриваются вопросы теории КВ и КР, приводятся результаты их экспериментального исследования.

#### 1. ВОЗБУЖДЕНИЕ КОМПЛЕКСНЫХ ВОЛН. ОБРАЗОВАНИЕ ПРИСОЕДИНЕННОГО КОЛЕБАНИЯ

Поскольку комплексные волны описываются собственными функциями несамосопряженного дифференциального оператора второго порядка, “порождаемого” [14] системой однородных уравнений Максвелла, их поля должны удовлетворять условию

$$\int_{S_i} \{ [\vec{E}_n, \vec{H}_k] - [\vec{E}_k, \vec{H}_n] \} d\vec{S} = \text{const},$$

где  $S_i$  – произвольное поперечное сечение исследуемого волновода,  $n$  и  $k$  – номера собственных волн.

Это условие может выполняться только либо при отсутствии у подынтегрального выражения зависимости от продольной координаты, либо при тождественном равенстве интеграла нулю. Объединяя эти два варианта, записываем

$$\int_{S_i} \{ [\bar{E}_n, \bar{H}_k] - [\bar{E}_k, \bar{H}_n] \} d\bar{S} = \begin{cases} N, & k = -n, \\ 0, & k \neq -n. \end{cases} \quad (1)$$

Равенство (1) является записью условия ортогональности собственных волн экранированного волновода в энергетическом смысле. При его использовании амплитуду прямой комплексной волны I, распространяющейся справа от источника, записываем в виде

$$A = \frac{1}{N} \int_V [(\bar{J}^e, \bar{E}^{(-)}) - (\bar{J}^m, \bar{H}^{(-)})] dV, \quad (2)$$

амплитуду обратной комплексной волны II, также распространяющейся справа от источника, –

$$\bar{A} = \frac{1}{N} \int_V [(\bar{J}^e, \bar{E}^{(-)}) - (\bar{J}^m, \bar{H}^{(-)})] dV. \quad (3)$$

В соотношениях (2) и (3):  $\bar{E}^{(-)}$  и  $\bar{H}^{(-)}$  – поля комплексной волны с продольным волновым числом  $\beta^{(-)} = -\beta$  ( $\beta$  – продольное волновое число прямой волны I);  $\bar{E}^{(-)}$  и  $\bar{H}^{(-)}$  – поля комплексной волны с продольным волновым числом  $\bar{\beta}^{(-)} = -\bar{\beta}$  ( $\bar{\beta}$  – продольное волновое число обратной комплексной волны II).

Вводя обозначения

$$\begin{aligned} \frac{\omega \mu}{r} \frac{\partial \psi^h}{\partial \varphi} + \beta \frac{\partial \psi^e}{\partial r} &= E_{r_0}; & \omega \mu \frac{\partial \psi^h}{\partial r} - \frac{\beta}{r} \frac{\partial \psi^e}{\partial \varphi} &= E_{\varphi_0}; \\ -\beta \frac{\partial \psi^h}{\partial r} + \frac{\varepsilon \omega}{r} \frac{\partial \psi^e}{\partial \varphi} &= H_{r_0}; & \frac{\beta}{r} \frac{\partial \psi^h}{\partial \varphi} + \omega \varepsilon \frac{\partial \psi^e}{\partial r} &= H_{\varphi_0} \end{aligned}$$

и учитывая связи между амплитудными коэффициентами потенциальных функций  $\psi_{1,2}^{e,h}$  во внутреннем и внешнем слоях волновода, записываем

$$\begin{aligned} E_r &= -iE_{r_0} \exp(-i\beta z); & E_r^{(-)} &= iE_{r_0} \exp(i\beta z); \\ \bar{E}_r &= iE_{r_0}^* \exp(i\beta^* z); & \bar{E}_r^{(-)} &= -iE_{r_0}^* \exp(-i\beta^* z); \\ E_\varphi &= -iE_{\varphi_0} \exp(-i\beta z); & E_\varphi^{(-)} &= -iE_{\varphi_0} \exp(i\beta z); \\ \bar{E}_\varphi &= iE_{\varphi_0}^* \exp(i\beta^* z); & \bar{E}_\varphi^{(-)} &= iE_{\varphi_0}^* \exp(-i\beta^* z); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_z &= \alpha^2 \psi^e \exp(-i\beta z); & E_z^{(-)} &= \alpha^2 \psi^e \exp(i\beta z); \\ \bar{E}_z &= \alpha^{*2} \psi^{e*} \exp(i\beta^* z); & \bar{E}_z^{(-)} &= \alpha^{*2} \psi^{e*} \exp(-i\beta^* z); \\ H_r &= iH_{r_0} \exp(-i\beta z); & H_r^{(-)} &= iH_{r_0} \exp(i\beta z); \\ \bar{H}_r &= iH_{r_0}^* \exp(i\beta^* z); & \bar{H}_r^{(-)} &= iH_{r_0}^* \exp(-i\beta^* z); \\ H_\varphi &= -iH_{\varphi_0} \exp(-i\beta z); & H_\varphi^{(-)} &= -iH_{\varphi_0} \exp(i\beta z); \\ \bar{H}_\varphi &= -iH_{\varphi_0}^* \exp(i\beta^* z); & \bar{H}_\varphi^{(-)} &= -iH_{\varphi_0}^* \exp(-i\beta^* z); \\ H_z &= \alpha^2 \psi^h \exp(-i\beta z); & H_z^{(-)} &= -\alpha^2 \psi^h \exp(i\beta z); \\ \bar{H}_z &= -\alpha^{*2} \psi^{h*} \exp(i\beta^* z); & \bar{H}_z^{(-)} &= \alpha^{*2} \psi^{h*} \exp(-i\beta^* z). \end{aligned} \quad (4)$$

Как видно из (4), поля прямой и обратной комплексных волн связаны равенствами

$$\bar{\bar{E}} = \bar{E}^*; \quad \bar{\bar{H}} = -\bar{H}^*. \quad (5)$$

В выражениях (4), (5) знак (\*) обозначает комплексную сопряженность волновых чисел и полей.

Полагая, что поля в волноводе возбуждаются токами  $\bar{I}^e = \bar{J}^e$  и  $\bar{I}^m = \bar{J}^m$ , являющимися действительными функциями координат, из выражений (2), (3) с учетом (4) и (5) получаем

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{N} \int_V (-j_r^e E_{r_0} + j_\varphi^e E_{\varphi_0} - \alpha^2 j_z^m \psi^h) \sin \beta z dV + \\ &+ \frac{1}{N} \int_V (\alpha^2 j_z^e \psi^e + j_r^m H_{r_0} - j_\varphi^m H_{\varphi_0}) \cos \beta z dV + \\ &+ i \frac{1}{N} \int_V (j_r^e E_{r_0} - j_\varphi^e E_{\varphi_0} + \alpha^2 j_z^m \psi^h) \cos \beta z dV + \\ &+ i \frac{1}{N} \int_V (\alpha^2 j_z^e \psi^e + j_r^m H_{r_0} - j_\varphi^m H_{\varphi_0}) \sin \beta z dV; \\ \bar{A} &= \frac{1}{N} \int_V (-j_r^e E_{r_0}^* + j_\varphi^e E_{\varphi_0}^* - \alpha^{*2} j_z^m \psi^{h*}) \sin \beta^* z dV + \\ &+ \frac{1}{N} \int_V (\alpha^{*2} j_z^e \psi^{e*} + j_r^m H_{r_0}^* - j_\varphi^m H_{\varphi_0}^*) \cos \beta^* z dV - \\ &- i \frac{1}{N} \int_V (j_r^e E_{r_0}^* - j_\varphi^e E_{\varphi_0}^* + \alpha^{*2} j_z^m \psi^{h*}) \cos \beta^* z dV - \\ &- i \frac{1}{N} \int_V (\alpha^{*2} j_z^e \psi^{e*} + j_r^m H_{r_0}^* - j_\varphi^m H_{\varphi_0}^*) \sin \beta^* z dV. \end{aligned}$$

Видно, что при выбранных источниках амплитуды прямой и обратной комплексных волн, распространяющихся справа от источника, связаны равенством  $\bar{A} = A^*$ , из которого следует, что обе указанные волны возбуждаются совместно с комплексно сопряженными амплитудами. Совместное существование двух волн приводит к образованию поля стоячей волны, локализованного вблизи источника.

Это поле, ввиду его неразрывной связи с источником, должно описываться неоднородной кра-

своей задачей на уравнении Гельмгольца, в правой части которого стоит решение однородной краевой задачи. Такое уравнение будем называть присоединенным. В случае КДЭВ однородная краевая задача является [1–3] несамосопряженной.

При возбуждении поля стоячей волны, затухающего при удалении от источника, можно говорить о возникновении в двуслойном волноводе, в области существования комплексных волн, резонанса, который называем [6] комплексным. Зададим источники в виде

$$j^e = j_r^e = j_0^e \exp(-i\beta z); \quad j^m = j_m = ij_0^m \exp(-i\beta z), \quad (6)$$

где  $\beta$  совпадает с продольным волновым числом комплексной волны I,  $j_0^e$  и  $j_0^m$  – действительные величины.

Подставив (6) в выражения (2) и (3) и выполнив интегрирование по продольной координате, с учетом соотношений (4) получаем

$$A = \int_S (j_0^m H_{n_0} + ij_0^e E_{n_0}) dS (z_2 - z_1), \quad (7)$$

$$\bar{A} = \frac{1}{2\beta_1} \int_S (j_0^e E_{n_0}^* + ij_0^m H_{n_0}^*) dS \times \quad (8)$$

$$\times [\cos 2\beta_1 z_2 - \cos 2\beta_1 z_1 - i(\sin 2\beta_1 z_2 - \sin 2\beta_1 z_1)],$$

где  $S$  – поперечное сечение волновода,  $[z_1 - z_2]$  – интервал, в котором заключены источники.

Из (8) видим, что, если

$$z_2 - z_1 = \frac{1}{2} n\lambda_b, \quad (9)$$

то амплитуда обратной комплексной волны II равна нулю, в то время как амплитуда прямой волны I, в соответствии с (7), отлична от нуля. В соотношении (9)  $\lambda_b = 2\pi/\beta_1$ ;  $n = 1, 2, 3, \dots$  Таким образом, взяв источники поля типа антенны бегущей волны (6), подбором интервалов, по продольной оси волновода, в которых заключены эти источники, можно добиться возбуждения только одной комплексной волны. Это свидетельствует о том, что рассматриваемые комплексные волны (как собственные) могут существовать независимо.

Реально в направляющих структурах существуют лишь те волны, которые можно возбудить соответствующим источником. В частности, как показано выше, для возбуждения одной собственной КВ требуется источник типа антенны бегущей волны. В этом случае в правой части присоединенного уравнения Гельмгольца должна стоять функция, описывающая бегущую собственную волну. При возбуждении указанной выше пары сопряженных КВ в правой части присоединенного уравнения Гельмгольца должна стоять функция, описывающая экспоненциально затухающую при удалении от источника стоячую

волну. Это является признаком самосогласованности краевой задачи [10–13].

Таким образом, краевая задача, описывающая КР, состоит из уравнения

$$\frac{\partial^2 \Pi_z^{e,m}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Pi_z^{e,m}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Pi_z^{e,m}}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \Pi_z^{e,m}}{\partial z^2} + \epsilon \mu \omega^2 \Pi_z^{e,m} = \quad (10)$$

$$= A^{e,m} R_n^{e,m}(\alpha r) \cos n\varphi \cos \beta_1 z \exp(-\beta_2 z),$$

которое называем присоединенным уравнением Гельмгольца, и граничных условий

$$\Pi_z^e(r=b) = 0, \quad \frac{\partial \Pi_z^m}{\partial r}(r=b) = 0;$$

$$\bar{E}_{1\tau}(r=a) = \bar{E}_{2\tau}(r=a); \quad (11)$$

$$\bar{H}_{1\tau}(r=a) = \bar{H}_{2\tau}(r=a),$$

где  $\Pi_z^{e,m}$  – продольные компоненты электрического и магнитного векторов Герца;  $a$  и  $b$  – радиусы внутреннего слоя и экрана КДЭВ;  $\beta = \beta_1 + i\beta_2$  – продольное волновое число.

Функции в правой части уравнения (10) имеют вид

$$R_n^{e,m}(\alpha_1 r) = J_n(\alpha_1 r) \quad \text{при } r \in [0-a];$$

$$R_n^e(\alpha_2 r) = \frac{J_n(\alpha_2 r) Y_n(\alpha_2 b) - J_n(\alpha_2 b) Y_n(\alpha_2 r)}{J_n(\alpha_2 a) Y_n(\alpha_2 b) - J_n(\alpha_2 b) Y_n(\alpha_2 a)},$$

$$R_n^m(\alpha_2 r) = \frac{J_n(\alpha_2 r) Y_n'(\alpha_2 b) - J_n'(\alpha_2 b) Y_n(\alpha_2 r)}{J_n(\alpha_2 a) Y_n'(\alpha_2 b) - J_n'(\alpha_2 b) Y_n(\alpha_2 a)},$$

при  $r \in [a-b]$ ,

где  $J_n(\alpha_{1,2} r)$ ,  $Y_n(\alpha_2 r)$  – цилиндрические функции первого и второго рода;  $\alpha_{1,2}$  – поперечные волновые числа [1].

Поля в неоднородных электродинамических структурах в общем случае описываются несамосопряженными краевыми задачами [1–3]. Для экранированных структур эти задачи, будучи однородными, определяют спектры собственных волн (колебаний). Для открытых структур несамосопряженные краевые задачи, являясь полуоднородными, наряду с собственными волнами могут [14] описывать несобственные волны дискретного спектра [1–3, 14]. Понятие “несобственные волны” впервые, по-видимому, введено в работе В.В. Шевченко [14]. В экранированных волноводах с неоднородным заполнением наряду с собственными волнами могут [10, 11] существовать присоединенные к источнику несобственные волны, описываемые присоединенным уравнением Гельмгольца, под которым здесь понимаем уравнение (10) с правой частью, являющейся решением однородной краевой задачи, т.е. задачи на однородном уравнении Гельмгольца. Как показано в [6] и отмечено

выше, собственные КВ слоистых экранированных волноводов возбуждаются источниками, описываемыми действительными функциями пространственных координат, в виде комплексно-сопряженных парами [1–3, 6], приводя к возникновению явления комплексного резонанса (КР). Резонансным признаком явления служит факт увеличения запасенной энергии в указанной выше полосе частот, что позволяет ввести понятие добротности (в энергетической формулировке), вычислить ее и измерить косвенным методом. Понятие КР было введено в работе [6]. В неоднородных направляющих структурах (например, в КДЭВ) КР, отличающийся от обычного резонанса своим существованием не в точке, а во всем диапазоне существования КВ, имеет место [8] только при наличии источника, через который замыкаются прямой и обратный потоки мощности [15]. Таким образом, две взаимодействующие между собой КВ оказываются “привязанными” к источнику, а поле КР можно назвать “присоединенным” к источнику электромагнитным колебанием. Задача о возбуждении КР является самосогласованной – источник создает пару КВ, образующих замкнутые через этот источник потоки мощности.

Поля двух комплексных волн с комплексно сопряженными амплитудами образуют “присоединенное” к источнику колебание, которое в силу обязательного присутствия источника не является собственным. Соответствующий этому колебанию КР образуется полем, локализованным вблизи источника, т.е. имеющим вид стоячей волны с амплитудой, экспоненциально убывающей при удалении от источника в соответствии с продольной зависимостью поля КВ.

Термин “колебание, присоединенное к источнику”, введен для того, чтобы приблизить математическое понятие “присоединенное решение” к его физическому (в данной конкретной ситуации) смыслу. Присоединенное решение связывается с возбуждением колебания источником особого вида, соответствующего присоединенной краевой задаче. Функцию в правой части уравнения (10) можно рассматривать как функцию источника, создающего КР.

Запишем решение сформулированной краевой задачи в виде

$$\begin{aligned} \Pi_{z_1,2}^{e,m} = & \left[ C_{n,2}^{e,m} R_n^{e,m}(\alpha_{1,2}r) + D_{n,2}^{e,m} \left( -\frac{iz}{2\beta} \right) \right] \times \\ & \times R_n^{e,m}(\alpha_{1,2}r) + \rho^{e,m}(\alpha_{1,2}r) \times \\ & \times \begin{cases} \cos n\varphi \\ \sin n\varphi \end{cases} \cos \beta_1 z \exp(-\beta_2 z), \end{aligned} \quad (12)$$

где функции  $\rho^{e,m}(\alpha_{1,2}r)$  удовлетворяют уравнениям

$$\begin{aligned} \rho''(\alpha_{1,2}r) + \frac{1}{r} \rho'(\alpha_{1,2}r) + \left( \alpha_{1,2}^2 - \frac{n^2}{r^2} \right) \rho(\alpha_{1,2}r) = \\ = \bar{D}_{n,2}^{e,m} R_n^{e,m}(\alpha_{1,2}r), \end{aligned} \quad (13)$$

которые можно рассматривать как присоединенные уравнения Бесселя, и граничным условиям Дирихле и Неймана на поверхности  $r = b$ , определяющим значения  $\alpha_{1,2}$ . Подставляя решение (12) в уравнение (10), получаем

$$\begin{aligned} C_{n,2}^{e,m} \left[ R_n^{e,m''}(\alpha_{1,2}r) + \frac{1}{r} R_n^{e,m'}(\alpha_{1,2}r) + \right. \\ \left. + \left( \alpha_{1,2}^2 - \frac{n^2}{r^2} \right) R_n^{e,m}(\alpha_{1,2}r) \right] + \\ + D_{n,2}^{e,m} \left[ R_n^{e,m''}(\alpha_{1,2}r) + \frac{1}{r} R_n^{e,m'}(\alpha_{1,2}r) + \right. \\ \left. + \left( \alpha_{1,2}^2 - \frac{n^2}{r^2} \right) R_n^{e,m}(\alpha_{1,2}r) \right] + \left[ \rho^{e,m''}(\alpha_{1,2}r) + \right. \\ \left. + \frac{1}{r} \rho^{e,m'}(\alpha_{1,2}r) + \left( \alpha_{1,2}^2 - \frac{n^2}{r^2} \right) \rho^{e,m}(\alpha_{1,2}r) \right] - \\ - D_{n,2}^{e,m} R_n^{e,m}(\alpha_{1,2}r) = A^{e,m} R_n^{e,m}(\alpha_{1,2}r). \end{aligned} \quad (14)$$

Из соотношения (14) видно, что решение (12) с учетом уравнения (13) удовлетворяет присоединенному уравнению Гельмгольца (10) при условии

$$\bar{D}_{n,2}^{e,m} - D_{n,2}^{e,m} = A^{e,m}. \quad (15)$$

Как и должно быть, характер возбуждаемой заданным источником волны определяется амплитудой  $A^{e,m}$  этого источника – условием, накладываемым на эту амплитуду.

В том случае, когда

$$\bar{D}_{n,2}^{e,m} = D_{n,2}^{e,m}, \quad (16)$$

решения (12) удовлетворяют обычному (однородному) уравнению Гельмгольца и соответствуют точке жордановой кратности волновых чисел [16], обеспечивая полноту системы волн направляющей структуры [17, 18].

Условия (15), (16) являются естественными дополнительными условиями, накладываемыми на источник, поскольку от последнего зависит вид возбуждаемого им поля: несобственного колебания, в частности, соответствующего (при возбуждении пары сопряженных КВ) комплексному резонансу.

Сформулированная задача о возбуждении КР является самосогласованной, а колебание, соответствующее КР, следует называть колебанием, присоединенным к источнику. Самосогласованность задачи следует из совпадения волновых чисел в правой части уравнения (10) с волновыми числами КВ, образующих колебание, соответствующее КВ.

Таким образом, источники, описываемые действительными функциями координат, возбуждают в КДЭВ по обе стороны от себя по две комплексные волны с противоположно направленными фазовыми скоростями. Это приводит к возникновению стоячей волны, поле которой локализовано вблизи источника. При этом отрезок волновода, включаемый “на проход” или “на отражение” (в первом случае в плоскости симметрии, перпендикулярной оси волновода, располагаются возбуждающий и воспринимающий электроды, во втором – лишь один возбуждающий электрод) во всем диапазоне комплексных волн ведет себя как резонатор и имеет при этом фильтрующие свойства. Поскольку в отличие от обычного резонанса отмеченное явление, возникающее в двуслойном экранированном волноводе, обнаруживает резонансные свойства (возрастание выходного сигнала в схеме “на проход” и резкое падение коэффициента стоячей волны по напряжению  $K_{стU}$  в схеме “на отражение”) во всем частотном диапазоне комплексных волн, оно классифицировано [6] как “комплексный резонанс”.

Резонансным признаком рассматриваемого явления служит факт увеличения запасенной энергии в указанной выше полосе частот, что позволяет ввести понятие добротности (в энергетической формулировке), вычислить ее и измерить косвенным методом. Поскольку КР существует только в присутствии источника, возбуждающего пару КВ, и описывается присоединенной краевой задачей, соответствующее ему колебание следует называть присоединенным, а краевую задачу полагать самосогласованной.

### 3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ КР В КДЭВ

Продольное сечение исследуемой волноводной структуры показано на рис. 1. Диэлектрический стержень 1 и возбуждающий электрод 2 жестко соединены между собой, так что они могут перемещаться вдоль металлического волновода 4 одновременно. На конце диэлектрического стержня размещен поглощающий конус 3 с впрессованными в него резистивными пленками. Устройство для отбора мощности 5 (воспринимающее устройство), состоящее из петли связи, предельной трубки, отрезка коаксиальной линии и детектора, выполнено неподвижным. Перемещение диэлектрического стержня вместе с возбуждающим электродом относительно воспринимающего позволяет проводить исследование продольного распределения поля вдоль описанной волноводной структуры. При этом исключается необходимость в прорезании продольной щели в стенке волновода (как в обычной измерительной линии), которая могла бы существенно

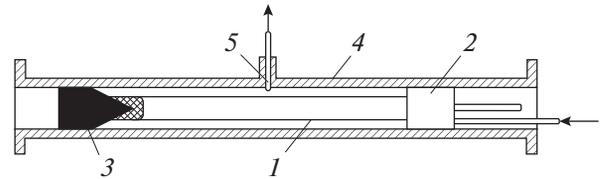


Рис. 1.

исказить структуру поля исследуемой волны, а также внести дополнительное затухание.

Возбуждающее устройство было спроектировано так, чтобы оно обеспечивало фильтрацию волны  $E_{01}$ . Последняя при известных параметрах заполнения (режим комплексных волн соответствует этим параметрам) является основной и в области существования КВ может оказаться распространяющейся, что, естественно, затруднит проведение измерений. Отсутствие поля волны  $E_{01}$  проверялось экспериментально путем поворота возбуждающего устройства на  $90^\circ$ . Диаметр волновода, на котором проводились измерения,  $D = 25$  мм; диаметр диэлектрического стержня, изготовленного из материала ПЭНДТ (полиэтилен низкого давления с двуокисью титана,  $\epsilon = 15$ ,  $\text{tg}\delta = 10^{-4}$ ),  $d = 15$  мм.

Проведение измерений начинают с диапазона распространения основной волны  $HE_{11}$ . При этом связь воспринимающего электрода с полем в волноводе устанавливают достаточно слабой, так чтобы сигнал на осциллографе не более чем на порядок превышал уровень шумов. Промодулированный сигнал СВЧ-генератора подают через ферритовый вентиль на возбуждающее устройство. При перемещении диэлектрического стержня и возбуждающего устройства относительно зонда 5 уровень сигнала на осциллографе фиксировали. При этом из-за неполного согласования, а также вносимого затухания, он изменялся в пределах  $\pm 10\%$ . Установленный уровень сигнала на осциллографе сохраняли при уменьшении частоты вплоть до значения  $f_0 = 4435$  МГц. При переходе через указанное значение наблюдали резкое (примерно на два порядка) возрастание сигнала на осциллографе, что свидетельствовало о возникновении резонанса. При этом продольное распределение поля, фиксируемое воспринимающим электродом, приобретало характер затухающей по мере удаления от возбуждающего электрода стоячей волны. Частота  $f_0$  с точностью не хуже 1% совпадала с верхней границей диапазона существования комплексных волн.

Для определения фазовой постоянной  $\beta$  и коэффициента затухания  $\alpha$  КВ многократно измеряли продольное распределение поля на различных фиксированных частотах. Измеренные значения фазовой постоянной отличаются от

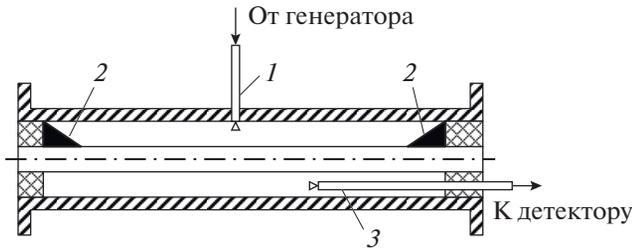


Рис. 2.

расчетных не более чем на 10%, а коэффициента затухания — не более чем на 1.5%.

На частотах  $f < f_0$  наблюдали КР; распределение поля при этом соответствовало полю затухающей стоячей волны. Измерить добротность резонанса обычными частотными методами невозможно, поскольку резонанс имеет место во всей полосе частот, соответствующей диапазону существования КВ. Временной метод потребовал бы создания специального переключающего устройства с длительностью фронта импульса порядка 5 нс (при постоянной времени экспоненты порядка 30 нс), поэтому использовали подход, основанный на сравнении двух резонансов: эталонного, для которого добротность известна, и исследуемого комплексного.

Исследуемый резонатор, который представлял собой отрезок круглого двуслойного волновода длиной  $L = 240$  мм с диаметром экрана  $D = 31.5$  мм; диаметром диэлектрического стержня  $d = 14.4$  мм и его относительной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon = 20$ , изображен на рис. 2. Здесь 1 — петля связи, 2 — поглощающие клинья, 3 — зонд). Возбуждались резонансы двух типов: обычный (при замкнутых концах волновода) и комплексный (при согласованных концах). Согласование в последнем случае проверяли по отсутствию обычного резонанса на частоте  $f = 3579$  МГц. Средняя по диапазону существования КВ частота КР  $f = 3520$  МГц. Тонким зондом, вводимым в резонатор через отверстие в его торце, исследовали распределение поля в резонаторе при возбуждении резонансов того и другого типов.

Качественный характер продольного распределения поля в этих случаях представлен на рис. 3а, где сплошной линией показано теоретическое распределение амплитуды поля обычной стоячей волны, штриховой линией — стоячей волны, соответствующей комплексному резонансу. На рис. 3б показано полученное экспериментально (крестики) распределение амплитуды поля стоячей волны, соответствующей комплексному резонансу. С помощью зонда определяли уровень поля в случае обычного резонанса и КР. Отношение этих уровней определялось как  $q = \sqrt{I_{\text{КР}}/I_0}$ ,

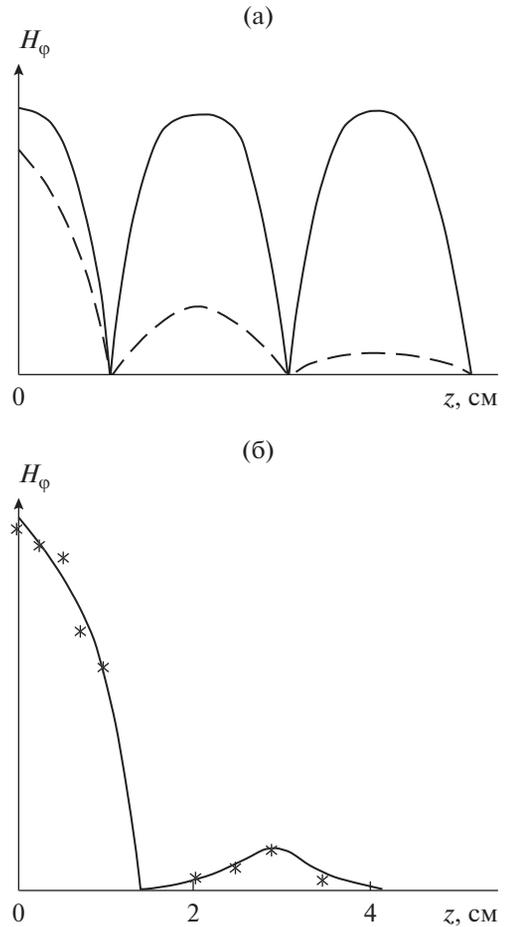


Рис. 3.

где  $I_{\text{КР}}$  и  $I_0$  — токи квадратичного детектора для случаев КР и обычного резонанса. По продольному распределению поля в случае КР определены фазовая постоянная  $\beta = 1.1 \text{ см}^{-1}$  и коэффициент затухания  $\alpha = 0.79 \text{ см}^{-1}$ . Используя эти результаты, определяли значения добротности обоих резонансов. Для обычного резонанса — по ширине резонансной кривой на уровне 0.5 — она составила  $Q_0 = 325$ . Невысокое значение добротности объясняется использованием латунной трубы с относительно низким классом обработки внутренней поверхности. Добротность КР  $Q_{\text{КР}}$  измеряли на специальной установке. При проведении эксперимента основную линию направленного ответвителя замыкали на конце при частоте КР и определяли отраженную мощность  $P_{\text{КР}}$  измерителем мощности, подключенным к вспомогательной линии направленного ответвителя. Затем вместо замыкающего устройства к основной линии направленного ответвителя подключали испытуемый резонатор и измеряли отраженную мощность. При измерениях в обоих случаях подстройкой фазовращателя и возбуждающего

устройства достигался максимальный уровень отраженной мощности  $(P_{\text{КР}})_{\text{max}}$ . Поглощаемую в резонаторе мощность  $\Delta P_{\text{КР}}$  определяли по разности двух измерений. Наличие КР фиксировали на осциллографе, к вертикальным пластинам которого подавали продетектированный сигнал с резонатора (генератор работал в режиме “меандр”).

Результаты измерений в центре полосы существования КР:  $P_{\text{КР}} = 35$  мкВт,  $(P_{\text{КР}})_{\text{max}} = 32$  мкВт,  $\Delta P_{\text{КР}} = 3$  мкВт. В случае замкнутого на концах резонатора поглощаемая им мощность в режиме обычного резонанса равна  $P_0 = 52$  мкВт,  $(P_0)_{\text{max}} = 15$  мкВт,  $\Delta P_0 = 37$  мкВт.

Таким образом, мощность, поглощаемая резонатором при КР, в  $p = \Delta P_0 / \Delta P_{\text{КР}}$  раз меньше, чем в обычном. Поскольку добротность обычного резонанса известна, остается найти соотношение запасенных в резонаторе мощностей в обоих случаях. Численные результаты показали, что в волноводе, на основе которого выполнен рассматриваемый резонатор, на частоте комплексного резонанса  $f = 3520$  МГц поперечное волновое число в области диэлектрика равно  $k_{\text{КР}} = (2.5 + i0.12) \text{ см}^{-1}$ ,

на частоте обычного резонанса  $f = 3579$  МГц оно равно  $k_{\text{КР}} = 2.7 \text{ см}^{-1}$ . Учитывая, что мнимая часть поперечного волнового числа в случае КР значительно меньше действительной, которая, в свою очередь, достаточно близка к величине поперечного волнового числа в случае обычного резонанса, полагаем, что структуры полей в области диэлектрика при резонансах обоих типов также достаточно близки.

Остается определить величину  $q$ . Величину  $q$  измеряли в области максимумов стоячих волн при фиксированном по радиусу (см. рис. 2) положении зонда в промежутке между экраном и диэлектриком. Исследования показали, что  $q \approx 1, 2$ .

С учетом уровня подводимой в том и другом случаях мощности и экспоненциального уменьшения поля при удалении от возбуждающего электрода при КР для отношения запасенных мощностей можно записать

$$\frac{(P_{\text{КР}})_{\text{зап}}}{(P_0)_{\text{зап}}} = \frac{\chi}{\nu},$$

где

$$\chi = \frac{P_0}{P_{\text{КР}}}, \quad \nu = \frac{|\alpha|(\beta^2 + \alpha^2)L}{(\beta^2 + \alpha^2)(1 - \exp(-\alpha L)) + \alpha \exp(-\alpha L)(\beta \sin \beta L - \alpha \cos \beta L) - \alpha^2}.$$

Установив соотношения между запасенными и поглощенными мощностями для резонансов обоих типов, окончательно получаем

$$Q_{\text{КР}} = \frac{p\chi q^2}{\nu} Q_0. \quad (17)$$

Экспериментальное значение добротности  $Q_{\text{КР}} \approx 294$ . Расчетное значение собственной добротности комплексного резонанса, вычисляемое на основе ее энергетического определения, получается выше и может достигать значения  $\sim 10^3$ .

Теоретически собственная добротность КР рассчитывали по следующей схеме.

Выразив компоненты поля через векторы Герца:

$$\begin{aligned} \Pi_{z_1}^e &= A_1 J_1(\alpha_1 r) \sin \varphi \exp(-i\beta z); \\ \Pi_{z_1}^h &= B_1 J_1(\alpha_1 r) \cos \varphi \exp(-i\beta z); \\ \Pi_{z_2}^e &= A_2 \chi_{11}(\alpha_2 r) \sin \varphi \exp(-i\beta z); \\ \Pi_{z_2}^h &= B_2 \chi_{21}(\alpha_2 r) \cos \varphi \exp(-i\beta z); \end{aligned}$$

где функции  $\chi_{11}(\alpha_2 r)$ ,  $\chi_{21}(\alpha_2 r)$  – комбинации цилиндрических функций, обеспечивающие выполнение на экранирующей поверхности граничных условий Дирихле и Неймана соответственно, подставим их и решения дисперсионного уравнения в формулу

$$Q = \epsilon_{1,2} \int_{V_{1,2}} |\vec{E}_{1,2}|^2 dV / \epsilon_1 \text{tg} \delta \int_{V_1} |\vec{E}_1|^2 dV + \frac{c}{4\pi} \sqrt{\frac{1}{\sigma f}} \int_S |\vec{H}_\tau|^2 dS, \quad (18)$$

учитывающую потери в диэлектрике и в экранирующей поверхности волновода.

В (18) индексы “1”, “2” соответствуют внутренней и внешней областям двуслойного волновода;  $S$  – экранирующая поверхность,  $\sigma$  – проводимость ее материала;  $f$  – частота КР. Формула (18) записана в гауссовой системе единиц. Значительное отличие теоретического результата от экспериментального объясняется влиянием внешних цепей резонатора (при эксперименте измеряли нагруженную добротность). Кроме того, при определении добротности по формуле (17) полагали, что распределения полей в области, заполненной диэлектриком, при комплексном и эталонном резонансах совпадают, однако в действительности это выполняется лишь приближенно.

Исследования показали, что добротность КР в волноводных структурах рассмотренного типа имеет порядок  $Q = 300-1000$  ( $Q_{\text{эксп}} \approx 300$ ;  $Q_{\text{теор}} \approx 1000$ ) и уменьшается с приближением к нижней частотной границе диапазона существования КВ.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Показано, что в диапазоне существования комплексных волн при условии их парного возбуждения в круглом двуслойном экранированном волноводе возникает резонансное явление, получившее название “комплексный резонанс” [6]. Рассмотрены вопросы теории комплексного резонанса, установлено его соответствие самосогласованной краевой задаче, описаны его характерные особенности, приведены результаты экспериментального исследования явления. Сформулирован подход к определению добротности комплексного резонанса, определен ее порядок. На основе проведенных теоретических и экспериментальных исследований разработан макет полосового фильтра. Колебание, соответствующее комплексному резонансу, предлагается классифицировать как присоединенное к источнику, поскольку теоретически оно описывается краевой задачей на присоединенном уравнении Гельмгольца, в правой части которого стоит функция, являющаяся решением однородной краевой задачи. Такая задача (на присоединенном уравнении Гельмгольца) является самосогласованной.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Веселов Г.И., Раевский С.Б.* Слоистые металло-диэлектрические волноводы. М.: Радио и связь, 1988.
2. *Раевский А.С., Раевский С.Б.* Неоднородные направляющие структуры, описываемые несамосопряженными операторами. М.: Радиотехника, 2004.
3. *Раевский А.С., Раевский С.Б.* Комплексные волны. М.: Радиотехника, 2010.
4. *Раевский С.Б.* // Изв. вузов СССР. Радиофизика. 1972. Т. 15. № 1. С. 112.
5. *Раевский С.Б.* // Изв. вузов СССР. Радиофизика. 1972. Т. 15. № 12. С. 1926.
6. *Веселов Г.И., Калмык В.А., Раевский С.Б.* // Радиотехника. 1980. Т. 35. № 9. С. 59.
7. *Веселов Г.И., Калмык В.А., Раевский С.Б.* // Изв. вузов СССР. Радиофизика. 1983. Т. 26. № 8. С. 900.
8. *Иванов А.Е., Раевский С.Б.* // РЭ. 1991. Т. 36. № 8. С. 1463.
9. *Раевский А.С., Раевский С.Б., Цинин О.Т.* // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2002. Т. 5. № 2. С. 40.
10. *Малахов В.А., Раевский А.С., Раевский С.Б.* // Письма в ЖТФ. 2011. Т. 37. № 2. С. 71.
11. *Malakhov V.A., Raevskii A.S., Raevskii S.B.* // J. Electromagnetics and Applications. 2012. V. 2. № 5. P. 114.
12. *Раевский А.С., Раевский С.Б.* // Письма в ЖТФ. 2013. Т. 39. № 23. С. 13.
13. *Раевский А.С., Раевский С.Б., Седаков А.Ю.* // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2014. Т. 17. № 3. С. 6.
14. *Шевченко В.В.* // РЭ. 1969. Т. 12. № 10. С. 1768.
15. *Веселов Г.И., Раевский С.Б.* // Изв. вузов СССР. Радиофизика. 1983. Т. 26. № 9. С. 1041.
16. *Краснушкин П.Е., Федоров Е.Н.* // РЭ. 1972. Т. 17. № 6. С. 1129.
17. *Шевченко В.В.* // Изв. вузов СССР. Радиофизика. 1971. Т. 14. № 8. С. 1242.
18. *Шевченко В.В.* // РЭ. 1986. Т. 31. № 3. С. 456.

## АНТЕННО-ФИДЕРНЫЕ СИСТЕМЫ

УДК 621.372.852

### ПОВЫШЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОЧНОСТИ КОАКСИАЛЬНО-ВОЛНОВОДНЫХ ПЕРЕХОДОВ

© 2021 г. В. В. Комаров<sup>a, b, \*</sup>, А. И. Корчагин<sup>c</sup>, В. П. Мещанов<sup>b</sup>

<sup>a</sup>Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.,  
ул. Политехническая, 77, Саратов, 410054 Российская Федерация

<sup>b</sup>Научно-производственное предприятие «НИКА-СВЧ»,  
просп. 50 лет Октября, 110, Саратов, 410040 Российская Федерация

<sup>c</sup>Мытищинский научно-исследовательский институт радиоизмерительных приборов,  
ул. Колпакова, 2а, Мытищи-2 Московской обл., 141002 Российская Федерация

\*E-mail: vyacheslav.komarov@gmail.com

Поступила в редакцию 01.08.2020 г.

После доработки 01.08.2020 г.

Принята к публикации 08.08.2020 г.

Предложена усовершенствованная конструкция перехода высокого уровня мощности для широкополосного согласования коаксиальных линий передачи и прямоугольных волноводов с узкой боковой стенкой, применяемых в системах космической связи. Численное моделирование и оптимизация данного СВЧ-четырёхполосника проведены методом конечных элементов в диапазоне частот 2.5...4.9 ГГц. Установлены размеры модифицированного коаксиально-волноводного перехода, обеспечивающие необходимые электродинамические характеристики в заданном частотном диапазоне.

DOI: 10.31857/S0033849421020066

#### ВВЕДЕНИЕ

Коаксиально-волноводные переходы (КВП) широко применяются в современной микроволновой технике для согласования линии передачи с  $T$ -волнами и волноводами. Принципы построения таких устройств хорошо известны из литературы, а разнообразие конструкций КВП весьма велико [1]. К тем из них, которые предназначены для работы в составе бортовых радиоретрансляционных комплексов систем космической связи (СКС), как известно [1, 2], предъявляются повышенные и зачастую противоречивые требования по электрической и механической прочности, эксплуатационным характеристикам, стойкости к возникновению электростатического разряда и мультиакторного пробоя, габаритам и массе. В частности, наиболее электрически прочными являются КВП с индуктивными зондами, когда внутренний проводник коаксиальной линии соединен с одной из стенок волновода, но такие КВП, как правило, обеспечивают лишь узкополосное согласование. Широкополосные КВП с емкостным зондом часто имеют ограничения по передаче электромагнитных (ЭМ) сигналов высокого уровня мощности из-за наличия зазора между концом внутреннего проводника коаксиальной линии и стенкой волновода. Одна из таких конструкций, описанная в [3], имеет

дополнительный цилиндрический элемент, являющийся продолжением емкостного зонда. Радиус этого элемента больше радиуса зонда, что позволяет существенно увеличить полосу рабочих частот КВП. Результаты экспериментальных исследований нескольких таких КВП на стандартных прямоугольных волноводах (ПрВ) для частотных диапазонов 2...3.6 ГГц, 3...4 ГГц, 8...12.5 ГГц и 12.4...18 ГГц можно найти в работах [1, 3].

Однако в СКС часто применяются волноводы с узкой боковой стенкой, например ПрВ с размерами поперечного сечения  $a \times b = 61 \times 10$  мм ( $a$  и  $b$  – размеры широкой и узкой стенок волновода соответственно), для согласования которых с коаксиальной линией в [4] был предложен соосный КВП. Структура уголкового КВП для согласования другого ПрВ ( $a \times b = 28.5 \times 5$  мм) с коаксиальной 50-омной линией в частотном диапазоне 5.7...11.1 ГГц, особенностью которой является ступенчатая конструкция волноводной части перехода, была рассмотрена в [5]. Аналогичная структура была использована в [1, 6] для создания макетов КВП на базе ранее указанного ПрВ  $a \times b = 61 \times 10$  мм для согласования с коаксиальной линией  $D/d = 4.15/1.27$  мм, где  $D$  и  $d$  – внешний и внутренний диаметр соответственно. Основной недостаток этой структуры – наличие острой

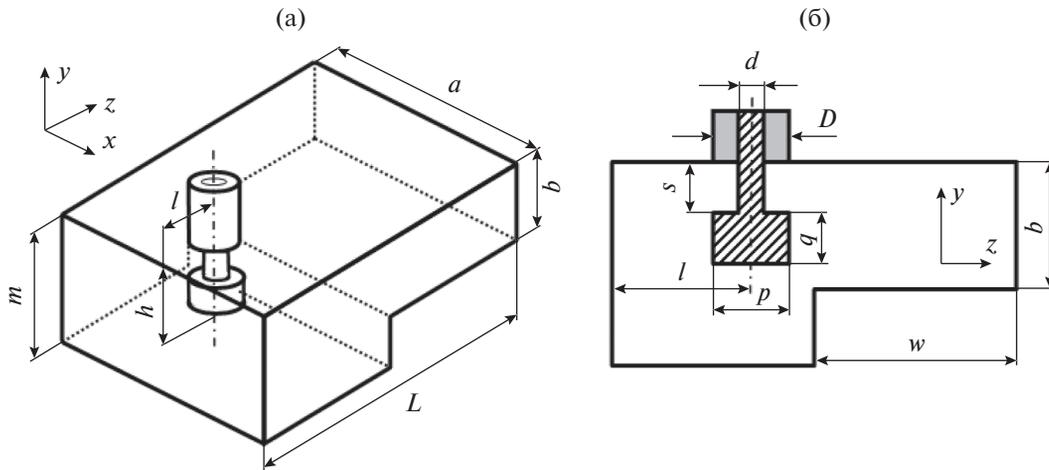


Рис. 1. Трехмерная (а) и двумерная (б) геометрическая модель ступенчатого коаксиально-волноводного перехода [1, 6].

кромки ступени, что может привести к снижению электрической прочности при передаче по переходу СВЧ-мощности высокого уровня.

Цель данной работы – усовершенствование такой структуры уголкового КВП и снижение рисков электрического пробоя.

## 1. КОНФИГУРАЦИЯ БАЗОВОГО ПЕРЕХОДА

На рис. 1 представлена конфигурация ступенчатого КВП, разработанного в [1, 6] для радиоэлектронной аппаратуры систем наземной и космической связи. Переход состоит из регулярного волноводного отрезка  $a \times b \times w = 61 \times 10 \times 35$  мм и резонаторного участка сечением  $a \times m = 61 \times 13.93$  мм, в котором на удалении  $l$  от короткозамкнутой стенки размещается емкостной зонд (размеры см. на рисунке). Область между проводниками коаксиальной линии заполнена материалом Тefлон с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon = 2.1$ . Для изготовления макетов такого КВП в [1, 6] был использован алюминиевый сплав марки АМг6, а для цилиндрического элемента зонда – латунь ЛС59.

Как показали измерения данного КВП, проведенные в [6], он обеспечивает согласование на частотах 2.7...4.5 ГГц и прямые потери не более 0.2 дБ во всем заданном диапазоне.

В данной работе была построена численная 3D-модель этого перехода на методе конечных элементов (МКЭ), реализованном в пакете программ COMSOL V.5.2 с указанными ниже размерами (в мм):

$a$	$b$	$m$	$L$	$l$	$D$	$d$	$h$	$w$
61.0	10.0	13.93	62.4	21.26	4.15	1.27	9.42	35.0

На входе данного СВЧ-четырёхполосника задавались условия распространения  $T$ -волны единичной амплитуды, а на выходе – поглощающие граничные условия, имитирующие идеализированную согласованную нагрузку. Расчеты проводились для диапазона частот 2.5...4.9 ГГц, соответствующего доминантному диапазону ПрВ  $a \times b = 61 \times 10$  мм.

Проведенный в данной работе конечно-элементный расчет полностью подтвердил результаты численного моделирования рассматриваемого КВП, полученные в [1, 6]. Однако, как показал анализ распределений ЭМ-полей в переходе на разных частотах, влияние острой кромки ступени, которая располагается на расстоянии менее 2 мм от дискового элемента зонда, в ряде случаев может оказывать существенным для формирования условий мультипакторного или электрического пробоя.

## 2. АНАЛИЗ МОДИФИЦИРОВАННОЙ МОДЕЛИ ПЕРЕХОДА

С целью устранения этого недостатка в данной работе была предложена структура перехода, показанная на рис. 2. Ее основным отличием от базовой модели (рис. 2а) является закругленный участок радиусом  $r$  в конструкции перехода, используемый вместо ступенчатого (рис. 2б).

Для исследования новой структуры перехода были построены две дополнительные модели на МКЭ с теми же размерами, что указаны выше для ступенчатого перехода, но разными радиусами закругления:  $r = m - b$  (модель 1) и  $r = 2(m - b)$  (модель 2). Общее число тетраэдрических элементов сетки конечных элементов в обеих моделях варьировалось в пределах  $4 \times 10^4 \leq N_e \leq 7 \times 10^4$ . Амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) двух типов КВП, ступенчатого и модифицированного, представлены на рис. 3, где также приведены данные измерений ступенчатой конструкции, взя-

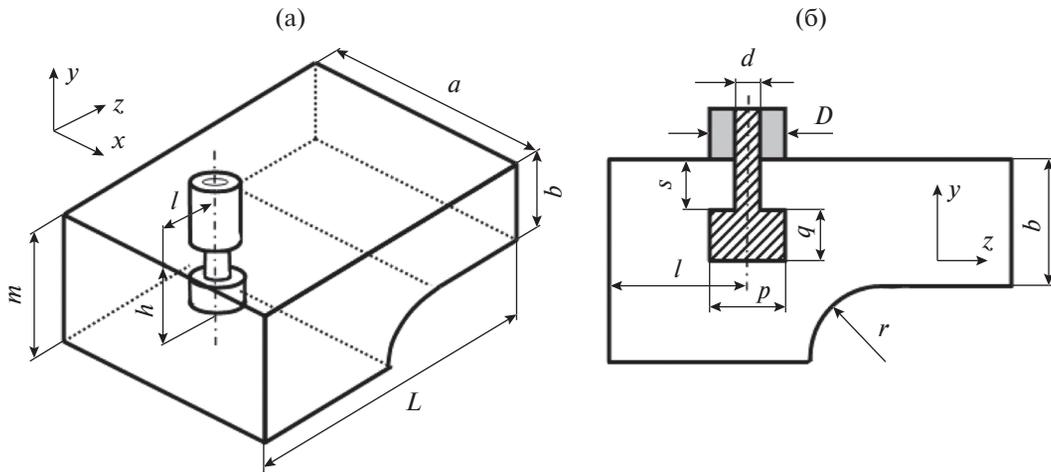


Рис. 2. Трехмерная (а) и двумерная (б) геометрическая модель модифицированного коаксиально-волноводного перехода.

тые из [6]. Некоторое расхождение численных и экспериментальных данных на рис. 3 можно объяснить принятыми для численной модели допущениями об отсутствии потерь в системе и идеальном согласовании с внешними СВЧ-цепями на входе и выходе многополюсника.

Как видно из результатов расчета, закругление ступенчатого участка приводит к ухудшению параметров согласования по сравнению с базовой конфигурацией КВП.

### 3. СИНТЕЗ УСОВЕРШЕНСТВОВАННОГО ПЕРЕХОДА

Для снижения числа параметров задачи оптимизации КВП зафиксируем размеры ПрВ ( $a = 61$  мм,  $b = 10$  мм) и коаксиальной линии ( $D = 4.15$  мм,  $d = 1.27$  мм). Тогда, вектор варьируемых параметров модели:

$$\vec{V} = (L, l, m, w, h, s, q, p). \quad (1)$$

С учетом взаимного характера рассматриваемого четырехполюсника целевая функция задачи оптимизации имеет вид [7]:

$$F(\vec{V}) = \left( \frac{\Delta f}{f_{\max} - f_{\min}} \right) \times \sum_{i=1}^N [q_1(S_{11i} - \tilde{S}_{11})^2 + q_2(\tilde{S}_{21} - S_{21i})^2] + G(x), \quad (2)$$

где  $q_{1,2}$  – весовые коэффициенты, сумма которых равна единице,  $G(x)$  – штрафная функция,  $f_{\max} = 4.9$  ГГц,  $f_{\min} = 2.5$  ГГц,  $\Delta f$  – шаг по частотной оси,  $N$  – число анализируемых точек частотного диапазона,  $\tilde{S}_{11}$  и  $\tilde{S}_{21}$  – заданные значения коэффициентов отражения и передачи соответственно.

В качестве начального приближения возьмем модель 1 КВП с радиусом закругления  $r = m - b$

(см. рис. 2), размеры которой ( $X_0$ ) формируют центр многомерной области  $\tilde{\mathcal{D}}$  поиска возможных решений  $X^*$ . В этом случае, учитывая вероятность появления  $X^*$  на периферии этой области, удается

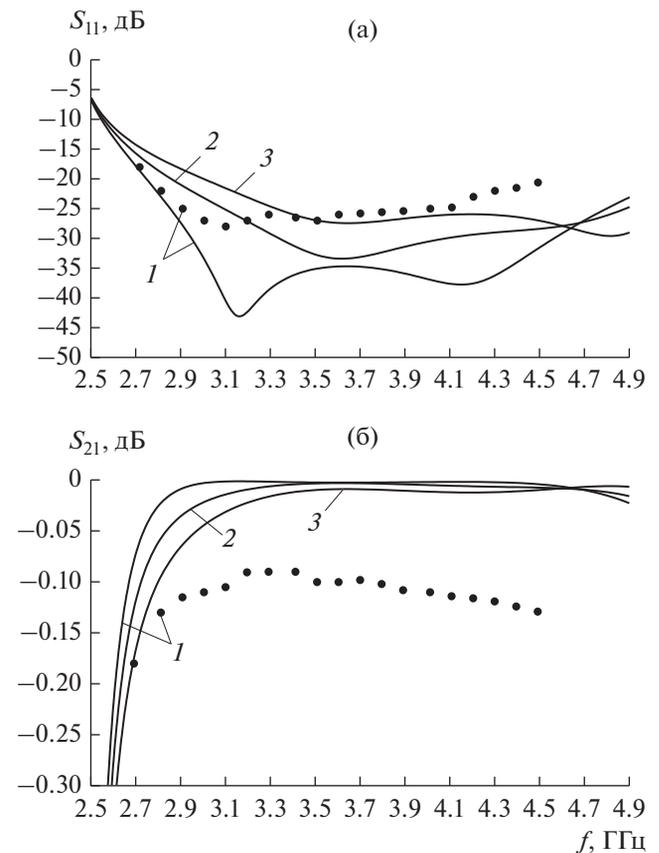
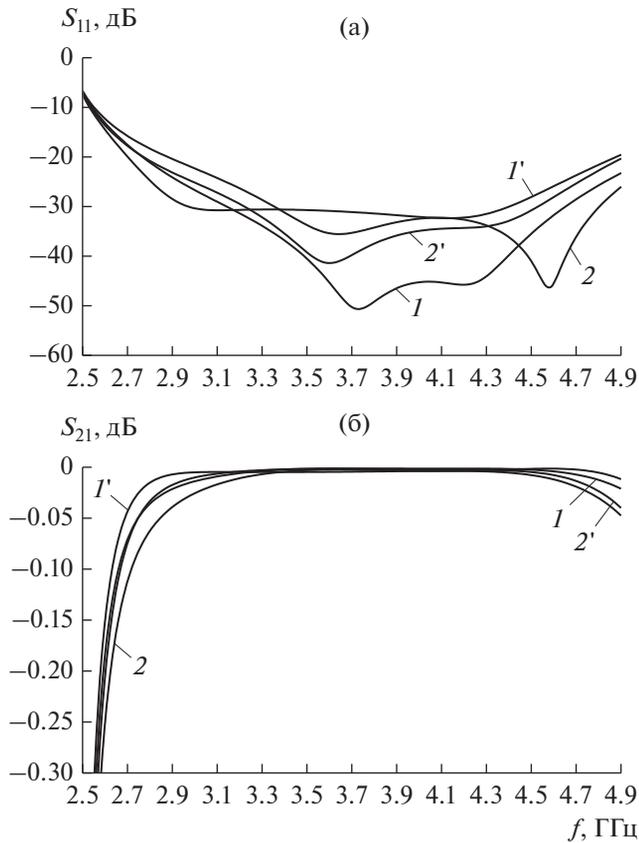


Рис. 3. Коэффициент отражения (а) и передачи (б) ступенчатого (кривая 1) и модифицированного (кривая 2 (модель 1) и кривая 3 (модель 2)) коаксиально-волноводных переходов: сплошные линии – численная модель, точки – измерения [6].



**Рис. 4.** Коэффициент отражения (а) и передачи (б) модифицированного коаксиально-волноводного перехода для модели **1** (1, 1') и модели **2** (2, 2'):  $L = 63.4$  мм,  $l = 22.26$  мм (кривые 1, 2),  $L = 64.4$  мм,  $l = 23.26$  мм (кривые 1', 2').

сократить время поиска [8]. При этом штрафная функция  $G(x)$  накладывает ограничения на выход  $X^*$  за пределы области  $\tilde{D}$ :

$$G(x) = 0, \quad X \in [x_{\min}, x_{\max}], \quad (3)$$

$$G(x) = \tilde{G}(x), \quad X \notin [x_{\min}, x_{\max}], \quad (4)$$

$$\tilde{G}(x) = \eta \sum_{i=1}^n (X_i - X_{mi})^2, \quad (5)$$

где  $\eta$  – произвольное сколь угодно большое число [8];  $X_m$  – предельное значение параметра  $X$ . В качестве такого обобщенного параметра в данном случае могут быть использованы геометрические параметры, формирующие вектор  $\bar{V}$  (1).

Дальнейшее решение задачи оптимизации выполняли с привлечением алгоритма [9] и численных моделей КВП, описанных ранее.

Как показали вычисления, наиболее перспективным направлением поиска возможных решений  $X^*$  оказалось изменение двух размеров: общей длины перехода  $L$  и расстояния от зонда до короткозамкнутой стенки  $l$  (см. рис. 2). При этом для модели **2** центральная точка закругления  $r = 2(m - b)$  смещается таким образом, чтобы один

из базовых размеров КВП вдоль вертикальной оси оставался без измерений  $m - b = \text{const}$ .

Найденные в ходе оптимизации и численного моделирования решения представлены на рис. 4. Из этих данных видно, что незначительное увеличение длины КВП и размера  $l$  приводит к улучшению согласования (уменьшению отраженной мощности и увеличению коэффициента передачи) как для модели **1**, так и для модели **2** анализируемой структуры со скругленной ступенью. Причем согласование на уровне КСВН  $< 1.2$ , где КСВН – коэффициент стоячей волны по напряжению в диапазоне частот 2.7...4.9 ГГц достигается для модели **1** при увеличении длины перехода на 2 мм (см. рис. 4, кривая 1'), а в диапазоне 2.86...4.9 ГГц – для модели **2** при увеличении длины перехода на 1 мм (рис. 4, кривая 2). То есть итоговый выбор приемлемого технического решения для анализируемого КВП зависит от компромисса между шириной полосы рабочих частот и запасом электрической прочности перехода.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

С помощью конечно-элементных 3D-моделей решена задача оптимизации усовершенствованных КВП высокого уровня мощности для радиоэлектронных комплексов систем наземной и космической связи. Предложены технические решения конструкций таких переходов, обеспечивающие широкополосное согласование нестандартных прямоугольных волноводов с коаксиальными линиями передачи и снижение рисков мультипакторного и электрического пробоя. Для всех исследуемых волноводов достигнуто затухание ЭМ-сигнала менее 0.1 дБ в полосе частот 2.7...4.9 ГГц и согласования на уровне КСВН  $< 1.2$  в диапазоне 2.9...4.9 ГГц.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Устройства согласования линий передачи / Под ред. В.П. Мещанова. М.: Радиотехника, 2019.
2. *Teresa M.B.* Satellite Communications Payload and System. New York: John Wiley & Sons, Inc., 2012.
3. *Bialkowski M.E.* // IEEE Trans. 1995. V. MTT-43. № 2. P. 344.
4. *Комаров В.В., Мещанов В.П., Сыромятников А.В.* // Радиотехника. 2018. № 8. С. 144.
5. *Liao A., Wang Q., Wang B., Wang Z.* // Proc. Int. Conf. on Microwave and Millimeter Wave Technol. 21–24 Apr. 2008. Nanjing, N.Y.: IEEE, 2008. V. 1. P. 333.
6. *Воробьев А.В., Довгань А.А., Кац Б.М. и др.* // Радиотехника. 2018. № 8. С. 58.
7. *Головков А.А., Пивоваров И.Ю., Кузнецов И.Н.* Компьютерное моделирование и проектирование радиоэлектронных средств. СПб.: Питер, 2015.
8. *Дегтярев Ю.И.* Методы оптимизации. М.: Сов. радио, 1980.
9. *Комаров В.В.* // Электромагнитные волны и электронные системы. 2006. Т.11. № 2/3. С. 64.

## ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

УДК 621.391.8

# ВЕРОЯТНОСТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ БЕСТЕСТОВЫХ МЕТОДОВ АДАПТИВНОЙ КОРРЕКЦИИ СИГНАЛОВ

© 2021 г. М. Л. Маслаков\*

*Российский институт мощного радиостроения,  
11-я линия В.О., 66, Санкт-Петербург, 199178 Российская Федерация*

*\*E-mail: maslakovml@gmail.com*

Поступила в редакцию 27.08.2019 г.

После доработки 25.06.2020 г.

Принята к публикации 06.07.2020 г.

Разработана модель и выведены выражения для оценки вероятностных характеристик бестестовых методов адаптивной коррекции сигналов, а именно вероятности устойчивой работы системы связи за заданное время и среднего времени устойчивой работы. Показаны зависимости вероятности нахождения сегмента сигнала и расчета новых (обновления) коэффициентов корректирующего фильтра, а также вероятности срыва процедуры бестестовой адаптивной коррекции. Проведенный анализ демонстрирует работоспособность методов бестестовой адаптивной коррекции сигналов при использовании их в каналах с межсимвольной интерференцией при относительно невысоких значениях отношения сигнал-шум, порядка 8...15 дБ.

DOI: 10.31857/S0033849421020108

### ВВЕДЕНИЕ

При передаче данных по каналам связи, характеризующимися нестационарностью характеристик и многолучевым распространением, таких как, например, коротковолновый (КВ) канал, обычно применяют методы адаптивной коррекции сигналов [1]. Сущность адаптивной коррекции заключается в построении корректирующего фильтра (КФ) или эквалайзера, компенсирующего искажения сигнала, внесенные радиоканалом. Так, для расчета коэффициентов КФ в известных одночастотных КВ-модемах передачи данных [2] в передаваемый сигнал осуществляют периодические вставки тестовых сигналов. При этом функционирование такого модема предполагает оперативное изменение коэффициентов КФ при изменении состояния радиоканала, поэтому на передачу тестовых сигналов затрачивается от 30 до 50% временного ресурса [2].

В настоящее время тенденции развития современных систем передачи данных характеризуются повышающимися требованиями к максимально эффективному использованию выделенного частотно-временного ресурса радиоканала [1]. Поэтому большой интерес приобретает концепция построения бестестовых систем передачи данных. При этом расчет коэффициентов КФ осуществляется по принимаемым информационным сигналам. Построению бестестовых методов адаптивной коррекции посвящены работы [3–5].

Однако при использовании таких методов существует вероятность так называемого “срыва”

процедуры коррекции [6], схожего с эффектом размножения ошибок, возникающим при использовании в процедуре адаптивной коррекции алгоритма обратной связи по решению [7]. Данный эффект вызван возможным использованием ошибочного сегмента, вследствие ошибок демодуляции, а также невозможностью своевременно найти соответствующий сегмент, в результате чего коэффициенты КФ, найденные на предыдущем шаге, могут “устареть”. Поэтому в работе [8] автором предложено ввести такие показатели как *вероятность устойчивой работы за заданное время и среднее время устойчивой работы*.

Цель данной работы — оценка вероятностных характеристик бестестовых методов адаптивной коррекции сигналов.

### 1. МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ С БЕСТЕСТОВОЙ АДАПТИВНОЙ КОРРЕКЦИЕЙ

Методы бестестовой адаптивной коррекции [3–5] предполагают использование сегмента информационного сигнала для расчета импульсной характеристики (ИмХ) канала связи и соответствующих коэффициентов КФ. В основе метода лежит гипотеза, что информационная последовательность представляет собой случайный набор символов (бит), обычно равновероятных. Кроме того, к кодированным символам кодового блока часто [2] добавляют скремблирующую последовательность, цель которой сделать поток случай-

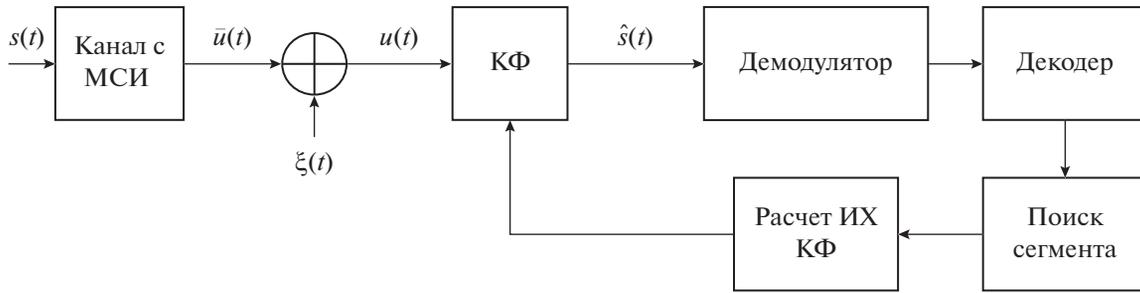


Рис. 1. Модель передачи и приема сигнала при использовании бестестовой адаптивной коррекции сигналов, МСИ – межсимвольная интерференция.

ным набором бит без длинных сегментов повторяющихся “0” или “1”.

Таким образом, среди уже демодулированных информационных символов необходимо найти сегмент, который может быть использован в качестве тестового сигнала. Данный сегмент должен обладать “хорошими” спектральными свойствами, т.е. равномерно занимать всю используемую полосу частот и не иметь нулей в этой полосе. Для контроля достоверности используемого информационного сегмента необходимо провести анализ результатов декодирования, при этом поиск сегментов производится только в тех кодовых блоках, в которых используемым кодом было обнаружено число ошибок не более заданного.

Рассмотрим подробнее процесс приема информационного закодированного помехоустойчивым кодом сообщения в системе связи с бестестовой адаптивной коррекцией сигнала. На рис. 1 представлена упрощенная модель передачи и приема сигнала с использованием метода бестестовой адаптивной коррекции сигналов на основе анализа результатов декодирования. Для определенности рассматриваем КВ-систему передачи данных, использующую сигналы с когерентной фазовой модуляцией [2, 3, 8].

Введем индекс  $m$ , которым обозначим номер шага, соответствующий также номеру передаваемого кодового блока. Информационный сигнал, соответствующий  $m$ -му кодовому блоку, обозначим как  $s^m(t)$ . При этом полагаем, что ИМХ канала изменяется дискретно и постоянна на длительности сигнала  $s^m(t) - T_s$ . На вход приемника поступает искаженный зашумленный сигнал  $u^m(t)$ , определяемый выражениями

$$\int s^m(\tau) h_k^m(t - \tau) d\tau = \bar{u}^m(t), \quad (1a)$$

$$u^m(t) = \bar{u}^m(t) + \xi^m(t), \quad (1б)$$

где  $h_k^m(t)$  – соответствующая данному интервалу ИМХ канала связи;  $\bar{u}^m(t)$  – искаженный принима-

емый сигнал, соответствующий  $m$ -му кодовому блоку;  $\xi^m(t)$  – аддитивный шум.

На выходе КФ получаем откорректированный сигнал  $\hat{s}^m(t)$ , определяемый из выражения

$$\int u^m(\tau) h_{\text{КФ}}^m(t - \tau) d\tau = \hat{s}^m(t), \quad (2)$$

где  $h_{\text{КФ}}^m(t)$  – ИМХ КФ.

При этом полагая, что

$$\int h_{\text{КФ}}^m(\tau) h_k^m(t - \tau) d\tau = \delta(t), \quad (3)$$

где  $\delta(t)$  – дельта-функция, имеет место

$$\hat{s}^m(t) \rightarrow s^m(t). \quad (4)$$

Пределы интегрирования в (1а), (1б) и (2) умышленно опускаем, так как длительности сигналов  $s^m(t)$  и  $u^m(t)$  отличны (в основном из-за наличия многолучевости). При этом не берем во внимание наличие наложения “хвостов” сигналов, соответствующих  $m - 1$  и  $m$  кодовым блокам. Таким образом, условие (4) имеет место лишь на длительности  $T_s$ .

Допустим, что коррекция, осуществляемая КФ, коэффициенты которого найдены на текущем шаге, идеальная, т.е. межсимвольная интерференция (МСИ) на выходе КФ полностью компенсирована. Тогда можно полагать, что сигнал  $\hat{s}^m(t)$ , определяемый из выражения (2) и передаваемый на вход демодулятора, по сути, поступает из канала с аддитивным шумом, т.е.

$$\hat{s}^m(t) = s^m(t) + \eta^m(t), \quad (5)$$

где  $\eta^m(t)$  – аддитивный шум.

При этом отметим, что если  $\xi^m(t)$  белый шум, то  $\eta^m(t)$  не обязательно является белым. Напротив, если  $\xi^m(t)$  небелый шум, то  $h_{\text{КФ}}^m(t)$  потенциально может являться обесцвечивающим фильтром.

Для удобства последующих рассуждений будем полагать, что для любого  $m$  шумовые состав-

ляющие  $\xi^m(t)$  и  $\eta^m(t)$  являются белым гауссовским шумом. Это допустимо в рамках линейной фильтрации, если считать, как оговорено выше, что МСИ на выходе КФ полностью компенсирована [9].

Данное допущение позволит использовать известное выражение для оценки вероятности ошибки на бит. Так, в случае когерентной двухпозиционной фазовой модуляции вероятность ошибки на бит на выходе демодулятора можно определить по формуле [10]

$$P_0 = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{\operatorname{SNR}_{\text{КФ}}}), \quad (6)$$

где  $\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty \exp(-y^2) dy$  – функция ошибки;  $\operatorname{SNR}_{\text{КФ}}$  – значение отношения сигнал/шум (ОСШ) на выходе КФ.

В соответствии с [3, 4] ИмХ КФ, найденная на некотором шаге  $m$ , используется для коррекции последующего информационного сигнала  $u^{m+1}(t)$ , соответствующего следующему  $(m+1)$ -му кодовому блоку. Тогда откорректированный сигнал  $\hat{s}^{m+1}(t)$  будет определяться из выражения

$$\int u^{m+1}(\tau) h_{\text{КФ}}^m(t-\tau) d\tau = \hat{s}^{m+1}(t). \quad (7)$$

При этом  $\hat{s}^{m+1}(t)$  по аналогии с (5) можно представить в виде

$$\hat{s}^{m+1}(t) = s^{m+1}(t) + \eta^{m+1}(t) + \mu^{m+1}(t), \quad (8)$$

где  $\mu^{m+1}(t)$  – ошибка вычисления, связанная с неполной компенсацией МСИ.

Допустим, что на  $(m+1)$ -м шаге подходящий сегмент не был найден и, соответственно, вычислить новые коэффициенты КФ не удалось. В этом случае для коррекции информационного сигнала  $u^{m+2}(t)$ , соответствующего следующему  $(m+2)$ -му кодовому блоку, будет использован КФ с ИмХ, полученной ранее на шаге  $m$ , т.е.  $h_{\text{КФ}}^m(t)$ . В общем случае новый сегмент может быть найден на некотором шаге  $(m+m_0)$ , поэтому для удобства последующих рассуждений примем  $m=0$  и введем индекс  $m' = 1, 2, \dots, m_0$ . Тогда

$$\int u^{m'}(\tau) h_{\text{КФ}}^{\{0\}}(t-\tau) d\tau = \hat{s}^{m'}(t), \quad (9)$$

где

$$\hat{s}^{m'}(t) = s^{m'}(t) + \eta^{m'}(t) + \mu^{m'}(t). \quad (10)$$

То есть при коррекции принимаемых информационных сигналов  $u^{m'}(t)$  с использованием ИмХ

КФ  $h_{\text{КФ}}^{\{0\}}(t)$  из выражения (9) будем получать сигналы  $\hat{s}^{m'}(t)$  в форме (10) до тех пор, пока на некотором шаге  $m' = m_0$  не будет найден подходящий сегмент и рассчитаны новые коэффициенты КФ, после чего вновь примем  $m' = 1$ .

При этом будем полагать, что для любого  $m'$  ошибка вычисления  $\mu^{m'}(t)$  также является гауссовским процессом с дисперсией  $\sigma_\mu^2(m')$ . Отметим, что это допустимо лишь для небольших значений  $m'$ , так как  $\mu^{m'}(t)$  связано с неполной компенсацией МСИ, т.е. с “неидеальностью” коэффициентов КФ. С увеличением значения шага  $m'$  величина  $\sigma_\mu^2(m')$  будет быстро расти, а откорректированный сигнал  $\hat{s}^{m'}(t)$  будет “сколь угодно много” отличаться от  $s^{m'}(t)$ . Однако с учетом характерных для КВ-канала значений длительности интервала корреляции (порядка нескольких сотен миллисекунд) это вполне допустимо для значений шага, соответствующих половине интервала корреляции.

Данное допущение позволяет использовать формулу (6) для оценки вероятности ошибки на бит. Таким образом, ОСШ на выходе КФ будет являться функцией, зависящей от  $m'$ , и определяться из выражения

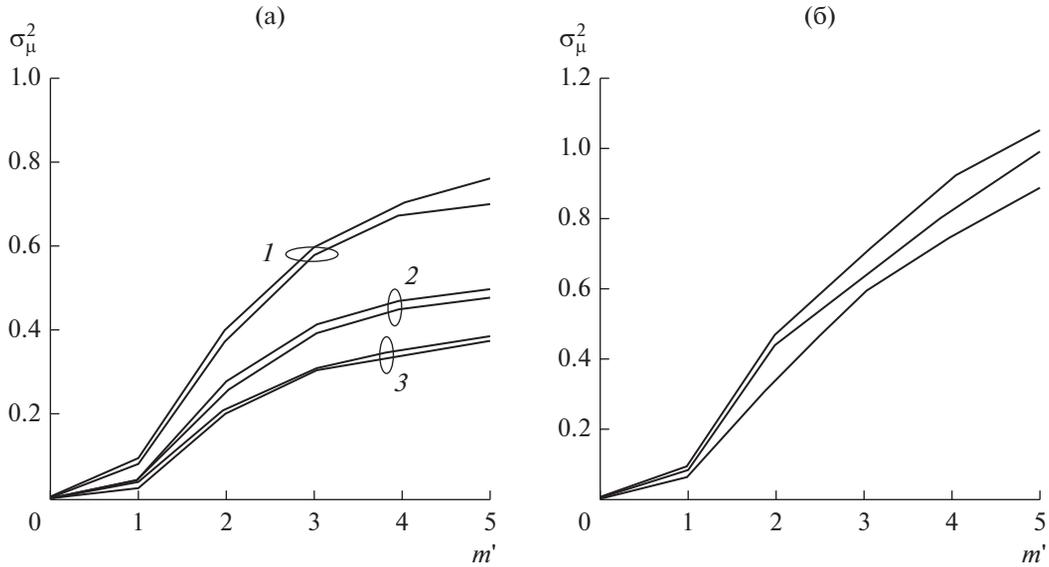
$$\operatorname{SNR}_{\text{КФ}}(m') = \frac{W_{\text{симв}}}{2(\sigma^2 + \sigma_\mu^2(m'))}, \quad (11)$$

где  $W_{\text{симв}}$  – мощность элементарного символа передаваемого сигнала.

Было проведено моделирование и получены зависимости  $\sigma_\mu^2(m')$  для двухлучевой модели канала Ваттерсона [11] с замираниями по закону Релея, а также для канала с замираниями по закону Накагами [12] (при параметре распределения  $m_{\text{Нак}} = 2$  и 5) для значений ОСШ на входе КФ 10 и 15 дБ. Результаты моделирования приведены на рис. 2а. Кроме того, на рис. 2б приведены аналогичные зависимости  $\sigma_\mu^2(m')$ , полученные по результатам обработки трассовых испытаний [8] для трех выборок усредненных на длительности 1 мин, сделанных в течение 3 мин.

Отметим, что значение ОСШ на входе КФ (см. рис. 1) – постоянная величина, определяемая следующим образом:

$$\operatorname{SNR}_{\text{К}} = W_{\text{симв}} / 2\sigma^2. \quad (12)$$



**Рис. 2.** Зависимости дисперсии ошибки  $\sigma_{\mu}^2(m')$ : (а) для имитационной модели при ОСШ 10 и 15 дБ с замираниями по закону Релея (кривые 1), с замираниями по закону Накагами при параметре распределения  $m_{\text{Нак}} = 2$  (2) и 5 (3); (б) реальные измерения.

## 2. ВЫВОД ВЫРАЖЕНИЙ ДЛЯ ОЦЕНКИ ВЕРОЯТНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК БЕСТЕСТОВЫХ МЕТОДОВ АДАПТИВНОЙ КОРРЕКЦИИ

### 2.1. Некоторые вспомогательные величины

Вероятность нахождения сегмента, используемого в качестве тестового сигнала, как показано в [3], вычислить аналитически не представляется возможным, поэтому там же приведены значения, полученные путем моделирования. При этом длительность сегмента может быть различной с ограничением снизу (не менее интервала многолучевости), что повышает вероятность нахождения такого сегмента. Вычисленное экспериментально значение вероятности нахождения такого сегмента для кодовой последовательности длиной 127 бит составляет величину  $P_{\text{тест}} = 0.98$  [3].

Вероятность правильного декодирования кодового блока для кода с параметрами  $(n, k, d)$  определяется из выражения [13]

$$P_{\text{дек}}(m') = \sum_{l=0}^{q_{\text{ош}}} C_n^l P_0(m')^l (1 - P_0(m'))^{n-l}, \quad (13)$$

где  $q_{\text{ош}} = \left\lfloor \frac{d-1}{2} \right\rfloor$  – число ошибок, исправляемых кодом;  $\lfloor \cdot \rfloor$  – округление в меньшую сторону;  $P_0(m')$  – вероятность ошибки на бит, вычисляемая по формуле (6), с учетом значения ОСШ на выходе КФ, определяемого из (11).

Тогда вероятность того, что в очередном кодовом блоке на шаге  $m'$  будет найден сегмент, на основе которого будут вычислены новые коэффициенты ИмХ КФ, определяется следующим образом:

$$P_{\text{н}}(m') = P_{\text{дек}}(m')P_{\text{тест}}. \quad (14)$$

Предположим, что новые коэффициенты ИмХ КФ не были найдены на шаге  $m' = 1$ , т.е. данная “попытка” оказалась неудачной. Это возможно в случае, если кодовый блок был декодирован, но не был найден сегмент – вероятность данного события определяется как  $P_{\text{дек}}(1)(1 - P_{\text{тест}})$ , либо кодовый блок с вероятностью  $(1 - P_{\text{дек}}(1))$  не был декодирован. При этом имеет место очевидное тождество

$$P_{\text{дек}}(1)(1 - P_{\text{тест}}) + (1 - P_{\text{дек}}(1)) \equiv 1 - P_{\text{н}}(1). \quad (15)$$

В результате можно получить выражения для вероятностей следующих событий:

– вероятность найти подходящий сегмент и обновить коэффициенты ИмХ КФ на шаге  $m'$  при условии, что все прошлые  $(m' - 1)$  попыток неудачные, есть

$$P_1(m') = P_{\text{н}}(m') \prod_{l=1}^{m'-1} (1 - P_{\text{н}}(l)); \quad (16)$$

– вероятность найти подходящий сегмент и обновить коэффициенты ИмХ КФ за  $m'$  шагов есть

$$P_2(m') = \sum_{l=1}^{m'} P_1(l). \quad (17)$$

2.2. Вероятность срыва процедуры бестестовой адаптивной коррекции

Для заданных параметров модели канала и значения ОСШ на входе КФ существует некоторое значение  $m' = m^*$ , при котором вероятность ошибки на бит  $P_0(m' = m^*)$  увеличится настолько, что соответствующая вероятность декодирования кодового блока  $P_{дек}(m' = m^*)$  станет крайне мала, а значит, найти сегмент и обновить коэффициенты КФ станет маловероятно. Кроме того, передача сообщений с заданной достоверностью также станет невозможной. В этом случае произойдет срыв процедуры бестестовой адаптивной коррекции.

Очевидно, что при передаче сообщения, состоящего из  $N$  кодовых блоков, при  $N \leq m^*$  срыв процедуры бестестовой адаптивной коррекции невозможен.

Пусть

$$N = m^* + j. \tag{18}$$

Тогда, при  $j = 1$  вероятность срыва будет определяться как вероятность того, что сегмент для расчета коэффициентов ИмХ КФ не будет найден за  $m^*$  шагов, т.е.

$$P_{cp}(1) = 1 - P_2(m^*). \tag{19}$$

Допустим  $j = 2$ , тогда срыв процедуры коррекции может произойти на шаге  $j = 1$  с вероятностью (19), либо на шаге  $j = 2$  с вероятностью  $P_1(1)(1 - P_2(m^*))$ , т.е.

$$P_{cp}(2) = 1 - P_2(m^*) + P_1(1)(1 - P_2(m^*)) = P_{cp}(1) + P_1(1)(1 - P_2(m^*)). \tag{20}$$

Аналогично, при  $j = 3$  вероятность срыва будет определяться из выражения

$$P_{cp}(3) = P_{cp}(2) + (P_1^2(1) + P_1(2))(1 - P_2(m^*)). \tag{21}$$

Таким образом, в общем случае вероятность срыва есть

$$P_{cp}(j) = P_{cp}(j-1) + Q(j, m^*)(1 - P_2(m^*)), \tag{22}$$

где  $Q(j, m^*)$  – функционал, определяющий вероятность всех комбинаций вероятностей  $P_l(l)$ ,  $l = 1, \dots, m^*$ , при которых срыва процедуры коррекции не происходит.

Вид функционала  $Q(j, m^*)$  для различных значений  $j$  и  $m^*$  приведен в табл. 1.

Для больших значений  $j$  и  $m^*$  вид функционала  $Q(j, m^*)$  достаточно громоздкий, а его вывод весьма затруднителен. Однако с учетом роли данного функционала можно заменить его на  $(1 - P_{cp}(j-1))$ , т.е. вероятность с которой срыва

процедуры коррекции не происходит, и тогда от (22) приходим к следующему выражению

$$P_{cp}(j) = P_{cp}(j-1) + (1 - P_{cp}(j-1))(1 - P_2(m^*)). \tag{23}$$

Кроме того, поскольку вероятность нахождения сегмента за заданное число шагов в основном определяется вероятностью  $P_1(1) \equiv P_2(1)$ , то для более простой оценки вероятности срыва можно также воспользоваться формулой

$$P_{cp}(j) = 1 - P_2^j(m^*). \tag{24}$$

2.3. Среднее время устойчивой работы

Длительность сеанса связи определяется длиной передаваемого сообщения, которая кратна количеству передаваемых кодовых блоков. С учетом выражения (23) и определения из [14] функция распределения длительности сеанса связи есть

$$F(j) = P_{cp}(j). \tag{25}$$

Как известно [14], математическое ожидание длительности сеанса, определяется из выражения

$$M = \sum_{j=0}^{\infty} (1 - F(j)). \tag{26}$$

Тогда среднее время устойчивой работы с учетом (18) есть

$$M_{y.p} = (M + m^*)T_s. \tag{27}$$

3. ПОСТРОЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТНЫХ КРИВЫХ И АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

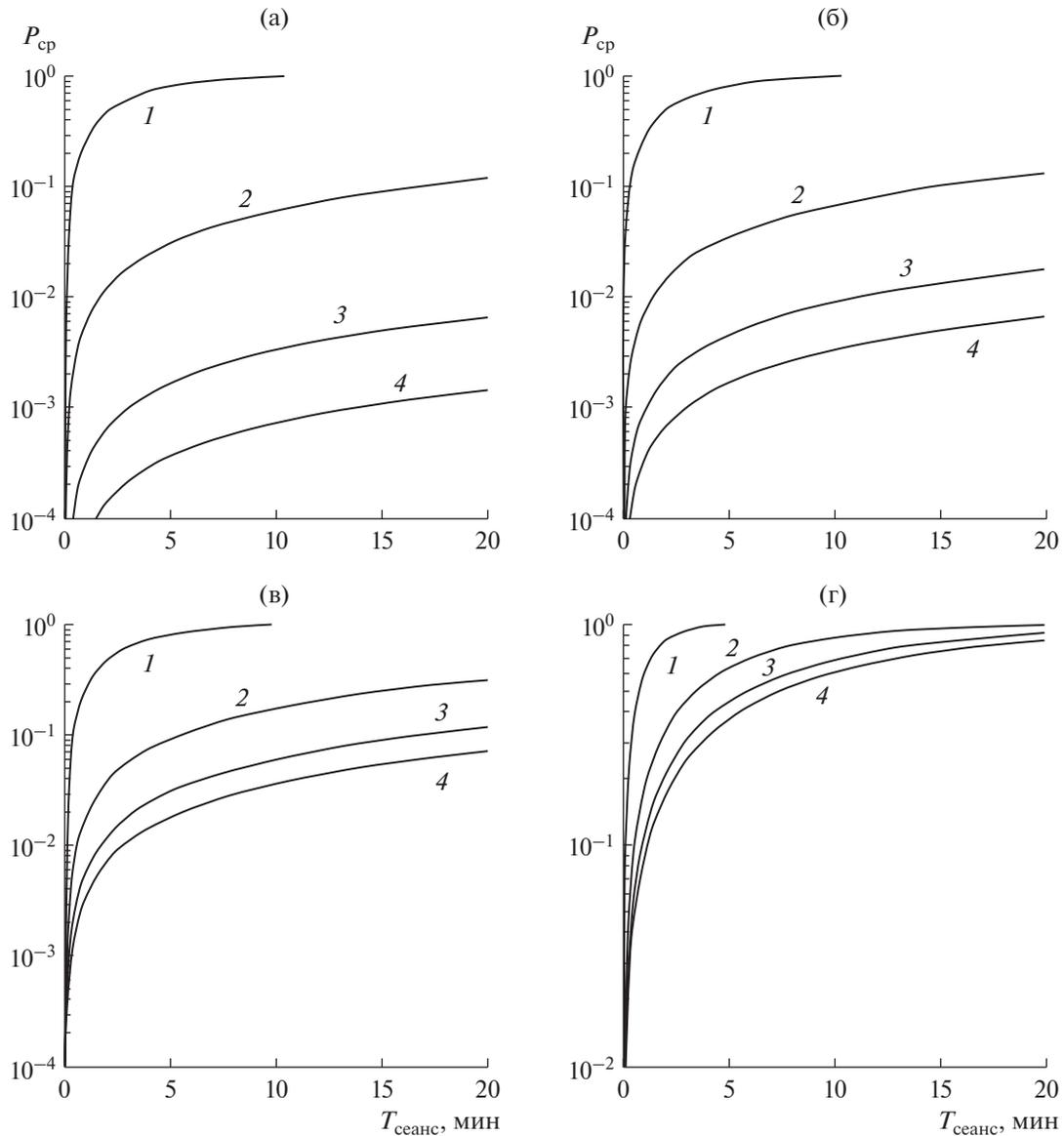
Рассмотрим систему связи, описанную в [3] и использующую помехоустойчивый код с параметрами (127,85,13), а также циклический код CRC [12] длиной 8 бит, служащий для контроля правильного декодирования.

На рис. 3 приведены зависимости вероятности срыва процедуры бестестовой адаптивной коррекции от длительности сеанса  $T_{сеанс}$  для различных значений ОСШ на входе КФ и различных значений  $m^*$ . Под сеансом понимается передача некоторого числа кодовых блоков. При этом  $j$  соответствует передаче одного кодового блока с параметрами (127,85,13). Длительность сигнала, соответствующего одному такому кодовому блоку, при частоте следования символов 1600 симв/с составляет  $T_s = 79.4$  мс. В качестве  $\sigma_u^2$  взяты значения, полученные в ходе испытаний на реальной трассе (см. рис. 2б).

Следует отметить, что выбор значения  $m^*$  должен исходить из задаваемой (требуемой) вероятности декодирования кодового блока. Для большинства известных КВ-систем передачи данных

Таблица 1. Вид функционала  $Q(j, m^*)$  для различных значений  $j$  и  $m^*$ 

$j$	$Q(j, m^*)$	Номер формулы
$m^* = 2$		
2	$P_1(1)$	Iа
3	$P_1^2(1) + P_1(2)$	Iб
4	$P_1^3(1) + 2P_1(1)P_1(2)$	Iв
5	$P_1^4(1) + 3P_1^2(1)P_1(2) + P_1^2(2)$	Iг
6	$P_1^5(1) + 4P_1^3(1)P_1(2) + 3P_1(1)P_1^2(2)$	Iд
$m^* = 3$		
2	$P_1(1)$	Iа
3	$P_1^2(1) + P_1(2)$	Iб
4	$P_1^3(1) + 2P_1(1)P_1(2) + P_1(3)$	IIв
5	$P_1^4(1) + 3P_1^2(1)P_1(2) + 2P_1(1)P_1(3) + P_1^2(2)$	IIг
6	$P_1^4(1) + 4P_1^3(1)P_1(2) + 3P_1^2(1)P_1(3) + 3P_1(1)P_1^2(2) + 2P_1(2)P_1(3)$	IIд
$m^* = 4$		
2	$P_1(1)$	Iа
3	$P_1^2(1) + P_1(2)$	Iб
4	$P_1^3(1) + 2P_1(1)P_1(2) + P_1(3)$	IIв
5	$P_1^4(1) + 3P_1^2(1)P_1(2) + 2P_1(1)P_1(3) + P_1^2(2) + P_1(4)$	IIIг
6	$P_1^5(1) + 4P_1^3(1)P_1(2) + 3P_1^2(1)P_1(3) + 3P_1(1)P_1^2(2) + 2P_1(2)P_1(3) + 2P_1(1)P_1(4)$	IIIд
$m^* = 5$		
2	$P_1(1)$	Iа
3	$P_1^2(1) + P_1(2)$	Iб
4	$P_1^3(1) + 2P_1(1)P_1(2) + P_1(3)$	IIв
5	$P_1^4(1) + 3P_1^2(1)P_1(2) + 2P_1(1)P_1(3) + P_1^2(2) + P_1(4)$	IIIг
6	$P_1^5(1) + 4P_1^3(1)P_1(2) + 3P_1^2(1)P_1(3) + 3P_1(1)P_1^2(2) + 2P_1(2)P_1(3) + 2P_1(1)P_1(4) + P_1(5)$	IVд



**Рис. 3.** Вероятность срыва процедуры бестестовой адаптивной коррекции сигналов в зависимости от длительности сеанса связи для  $m^* = 2$  (1), 3 (2), 4 (3) и 5 (4) и ОСШ на входе КФ: 15 (а), 10 (б), 7 (в), 5 дБ (г).

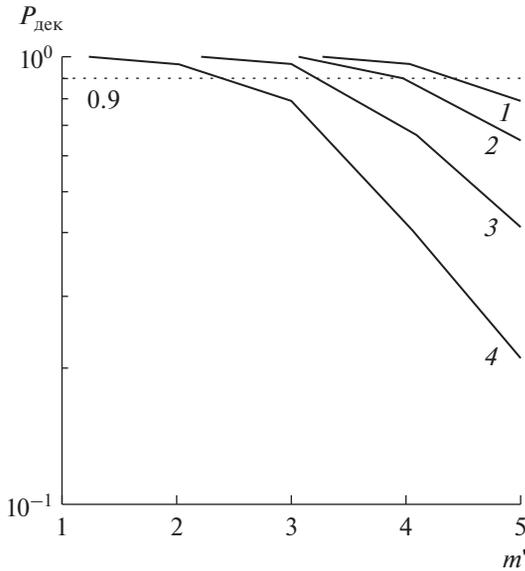
это значение задают  $> 0.9$  [1, 2, 14]. Зависимости вероятности декодирования кодового блока  $P_{дек}$  от номера шага  $m'$ , вычисленные по формуле (13) с учетом устаревания ИМХ КФ, приведены на рис. 4, там же показана граница вероятности декодирования 0.9.

Вычисленные значения для среднего времени устойчивой работы  $M_{ур}$  для значений  $m^*$ , выбираемых с учетом порога  $P_{дек} > 0.9$  приведены в табл. 2.

На рис. 5а–5г представлены аналогичные зависимости вероятности срыва процедуры бесте-

стовой адаптивной коррекции от длительности сеанса при использовании анализа результатов синдромного декодирования [4]. В качестве надежных кодовых блоков, в которых осуществляется поиск сегмента, полагаем блоки с синдромами, соответствующим не более  $q_c = 2$  (рис. 5а, 5б) и  $q_c = 1$  (рис. 5в, 5г) ошибкам.

Зависимости вероятности появления синдрома  $P_c$ , соответствующего не более  $q_c = 2$  и  $q_c = 1$  ошибкам, от номера шага  $m'$  с учетом устаревания ИМХ КФ, рассчитаны по формуле (13) с заменой



**Рис. 4.** Зависимости вероятности декодирования кодового блока  $P_{дек}$  от номера шага  $m'$  для различных значений ОСШ на входе КФ: 15 (1), 10 (2), 7 (3) и 5 дБ (4), пунктирная линия – граница вероятности декодирования 0.9.

верхнего предела в сумме на значение  $q_c$  и приведены на рис. 6.

Вычисленные значения для среднего времени устойчивой работы  $M_{ур}$  для значений ОСШ на входе КФ 15 и 10 дБ и заданных значениях допустимого количества ошибок  $q_c = 2$  и  $q_c = 1$  при различных значениях  $m^*$  приведены в табл. 3.

**Таблица 2.** Рассчитанные значения среднего времени устойчивой работы

ОСШ, дБ	$m^*$	$M_{ур}$ , мин
15	2	3.3
	3	165
	4	1772
10	2	3.3
	3	146
7	2	3.13
	3	51
5	2	1.14

Из представленных результатов можно сделать следующие выводы.

1. Вероятность найти соответствующий сегмент, на основе которого будет вычислены новые коэффициенты ИмХ КФ, определяется главным образом исправляющей способностью используемого помехоустойчивого кода, либо числом допустимых ошибок в соответствующем синдроме при декодировании.

2. Вероятность устойчивой работы за заданное время во многом зависит от  $P_n(m')$  на начальных шагах (при  $m' \leq 2$ ). При этом вычисление новых коэффициентов и обновление ИмХ КФ с вероятностью, близкой к 1, будет осуществлено на первом шаге алгоритма поиска сегмента.

Таким образом, вероятность “срыва” процедуры коррекции для методов бестестовой адаптивной коррекции невелика, а среднее время устойчивой работы достаточно для непрерывной передачи сообщений в течение нескольких минут. Это также подтверждается трассовыми испытаниями, проведенными автором, результаты которых приведены в [8].

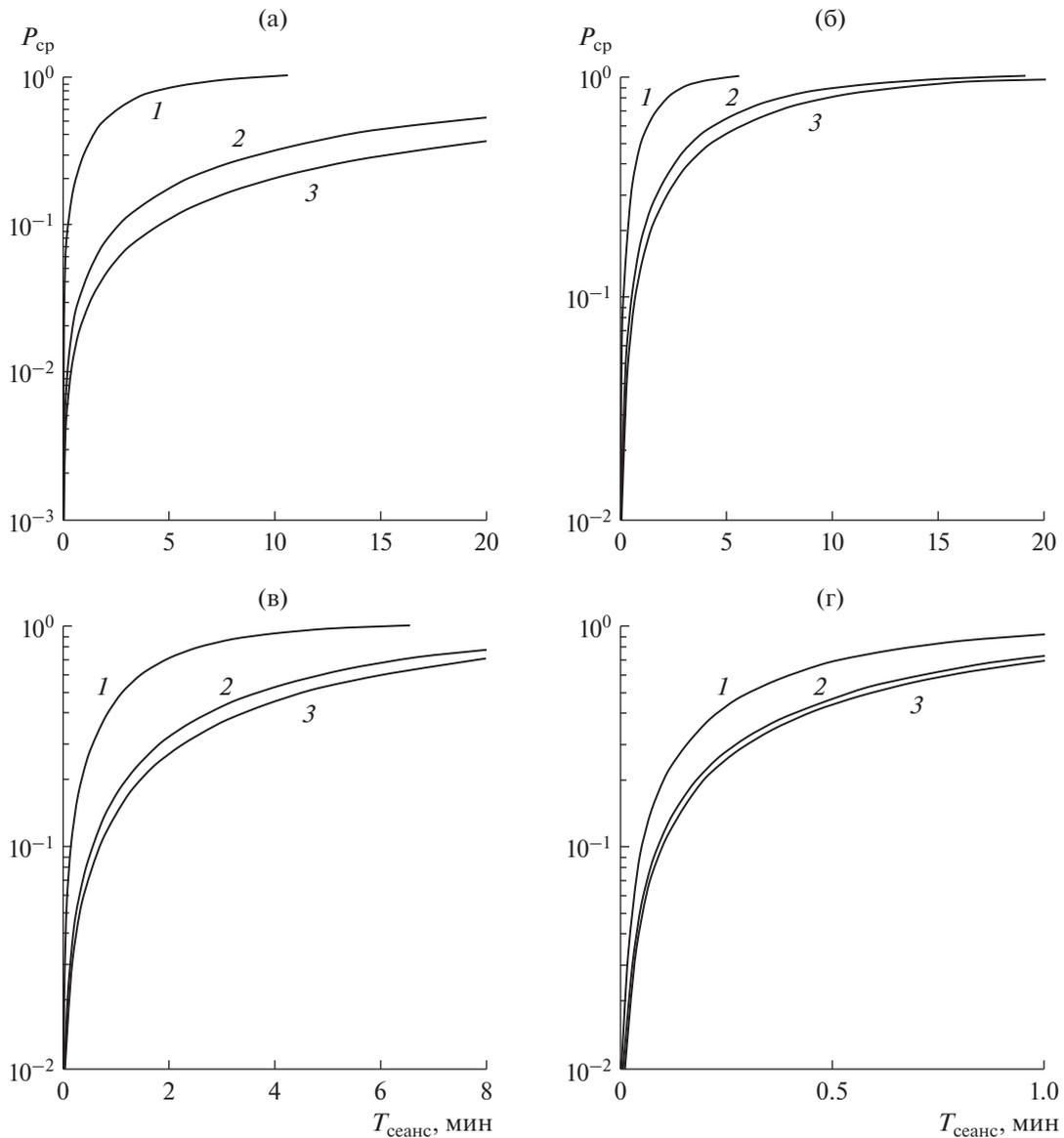
## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведем некоторые замечания, связанные с использованными допущениями при выводе аналитических выражений.

Использование модели канала, в котором изменение ИмХ происходит с шагом, меньшим длительности кодового блока (т.е. меньше шага алгоритма поиска сегмента), эквивалентно уве-

**Таблица 3.** Рассчитанные значения среднего времени устойчивой работы при поиске сегмента в надежных кодовых блоках

ОСШ, дБ	$q_c$	$m^*$	$M_{ур}$ , мин
15	2	2	3.13
		3	27.5
	1	2	1.7
		3	5.5
10	2	2	1.5
		3	5
	1	2	0.45
		3	0.81



**Рис. 5.** Зависимости вероятности срыва процедуры бестестовой адаптивной коррекции сигналов в зависимости от длительности сеанса связи при  $q_c = 2$  (а, б) и  $q_c = 1$  (в, г) для  $m^* = 2$  (1), 3 (2) и 4 (3) и ОСШ на входе КФ: 15 (а, в) и 10 дБ (б, г).

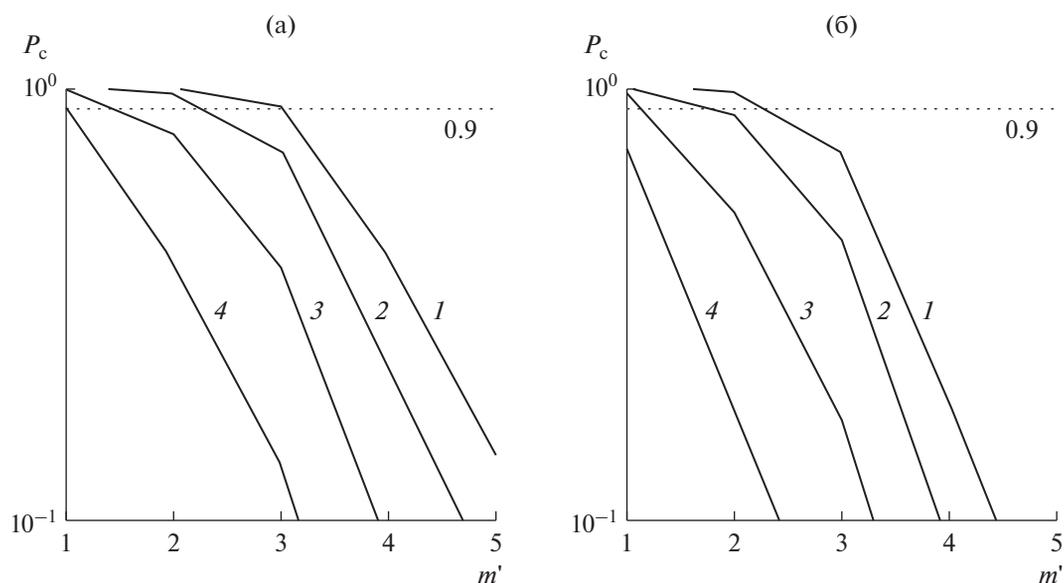
личению дисперсии ошибки вычисления. Это следует из приведенных зависимостей для  $\sigma_{\mu}^2(m')$ , приведенных на рис. 2а для моделей каналов с различным законом замираний.

Случайные процессы  $\eta^{m'}(t)$  и  $\mu^{m'}(t)$  в общем случае не являются гауссовскими процессами, а значит, вероятность ошибки на бит на выходе демодулятора будет несколько выше, так как процедуру демодуляции в этом случае нельзя считать оптимальной. Данное допущение было сделано лишь для того, чтобы воспользоваться известным

выражением (6) для оценки вероятности ошибки на бит.

Для учета данных допущений можно, например, использовать эквивалентное ОСШ, значение которого будет меньше, чем для случая гауссовского шума.

Таким образом, разработанная автором модель, а также результаты имитационного моделирования и трассовых испытаний, приведенные в работах [3–5, 8], подтверждают работоспособность и устойчивость методов бестестовой адаптивной коррекции сигналов.



**Рис. 6.** Зависимости вероятности появления синдрома, соответствующего не более  $q_c = 2$  (а) и  $q_c = 1$  (б) ошибкам, от номера шага  $m'$  для различных значений ОСШ на входе КФ: 15 (1), 10 (2), 7 (3) и 5 дБ (4), пунктирная линия – граница вероятности декодирования 0.9.

#### БЛАГОДАРНОСТИ

Автор выражает благодарность М.С. Смалю за полезное обсуждение данной работы.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Березовский В.А., Дулькейт И.В., Савицкий О.К. Современная декаметровая радиосвязь: оборудование, системы и комплексы. М.: Радиотехника, 2011.
2. Johnson E.E., Koski E., Furman W.N. et al. Third-Generation and Wideband HF Radio Communications. Norwood: Artech House, 2013.
3. Егоров В.В., Маслаков М.Л., Мингалёв А.Н. // Электросвязь. 2011. № 11. С. 32.
4. Егоров В.В., Зайченко К.В., Маслаков М.Л., Михайлов В.Ф. // Радиотехника. 2017. № 5. С. 10.
5. Маслаков М.Л., Смаль М.С. // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2018. № 4. С. 32.
6. Зяблов В.В., Коробков Д.Л., Портной С.Л. Высоко-скоростная передача сообщений в реальных каналах. М.: Радио и связь, 1991.
7. Николаев Б.И. Последовательная передача дискретных сообщений по непрерывным каналам с памятью. М.: Радио и связь, 1988.
8. Маслаков М.Л. // Электросвязь. 2014. № 7. С. 40.
9. Грант П.М., Коуэн К.Ф.Н., Фридендер Б. и др. Адаптивные фильтры. М.: Мир, 1988.
10. Финк Л.М. Теория передачи дискретных сообщений М.: Сов. радио, 1970.
11. Watteson C.C., Juroshek J.R., Bensema W.D. // IEEE Trans. 1970. V. COM-18. № 6. P. 792.
12. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника М.: Сов. радио, 1966.
13. Блейхут Р. Теория и практика кодов, контролирующих ошибки. М.: Мир, 1986.
14. Коваленко И.Н., Филиппова А.А. Теория вероятностей и математическая статистика. Учеб. пособие для вузов. М.: Высш. школа, 1973.

**ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ  
ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ**

УДК 621.396

**АЛГОРИТМ ТРАССОВОГО СОПРОВОЖДЕНИЯ НИЗКОЛЕТЯЩИХ ЦЕЛЕЙ  
В МОНОИМПУЛЬСНЫХ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ СТАНЦИЯХ  
НА ОСНОВЕ СИГМА-ТОЧЕЧНОГО ФИЛЬТРА**

© 2021 г. А. Н. Грачев<sup>a, b, \*</sup>, С. А. Курбатский<sup>a</sup>, А. В. Хомяков<sup>a</sup>

<sup>a</sup>Центральное конструкторское бюро аппаратостроения,  
ул. Демонстрации, 36, Тула, 300034 Российская Федерация

<sup>b</sup>Тульский государственный университет,  
просп. Ленина, 92, Тула, 300012 Российская Федерация

\*E-mail: ga150161@mail.ru

Поступила в редакцию 09.07.2020 г.

После доработки 07.09.2020 г.

Принята к публикации 13.09.2020 г.

С использованием модели многолучевого распространения радиоволн и метода сигма-точечной (ансцентной) фильтрации разработан нелинейный адаптивный алгоритм трассового сопровождения низколетящих целей в моноимпульсной радиолокационной станции. Данный алгоритм в отличие от расширенного фильтра Калмана позволяет компенсировать существенные автокоррелированные помехи в измерениях угла места низколетящих целей, возникающие вследствие переотражений радиоволн от подстилающей поверхности. Представлены результаты имитационного моделирования работы предложенного алгоритма.

DOI: 10.31857/S0033849421020054

### ВВЕДЕНИЕ

Основной проблемой при слежении за низколетящими целями (НЛЦ) в моноимпульсных радиолокационных станциях (РЛС), является многолучевое распространение радиоволн вблизи земной, а особенно водной, поверхности, которое влечет за собой существенное увеличение ошибок в определении угломестного положения цели [1–3]. В результате данного явления отраженная от цели энергия попадает на антенну как прямым путем, так и после отражения от подстилающей поверхности. Отраженную волну при этом можно рассматривать как излучение некоторого дополнительного фиктивного источника — антипода, являющегося зеркальным отражением цели, дальность до которого всегда будет несколько больше, чем до реальной цели [1, 2].

Вследствие такого влияния подстилающей поверхности однолепестковая диаграмма направленности антенны (ДНА) РЛС в вертикальной плоскости превращается в многолепестковую, в которой увеличивается число равносигнальных направлений [1, 2]. В результате при движении цели к РЛС или от нее в измерениях угла места наряду с чисто случайными погрешностями появляются характерные низкочастотные колебания значительной амплитуды, которые не отражают характера изменения данного параметра реальной траектории цели. В качестве примера на рис. 1 представлены графики реального и изме-

ренного угла места НЛЦ, которая с расстояния менее 12 км движется к РЛС со скоростью, уменьшающейся с 280 до 130 м/с, на постоянной высоте около 32 м над спокойной водной поверхностью.

Используемый обычно в РЛС при траекторном сопровождении целей фильтр Калмана в принципе не способен отличить реальный маневр цели по высоте от возмущений в ее измерениях, вызванных переотражениями, поскольку он изначально построен в предположении, что все погрешности измерений являются чисто случайными, т.е. в терминологии математической статистики явля-

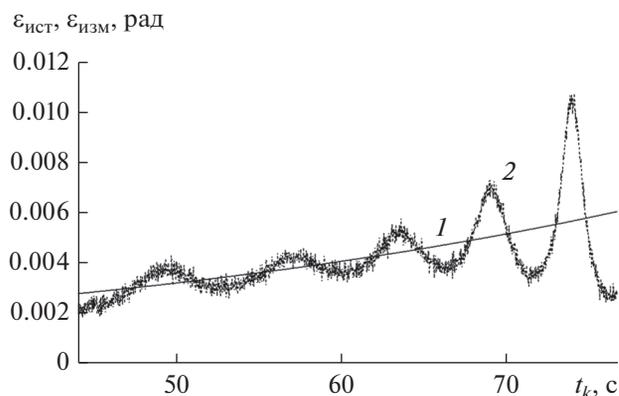


Рис. 1. Угол места НЛЦ: 1 — истинный; 2 — измеренный моноимпульсной РЛС.

ются дискретным белым гауссовским шумом (БГШ) с нулевым средним и известной дисперсией. В случае же НЛЦ искажение измерений угла места явно имеет вид так называемого окрашенного шума. Таким образом, в данной ситуации фильтр Калмана не способен выдать корректные оценки высоты (угла места), поскольку им могут быть сглажены лишь высокочастотные помехи, низкочастотные же колебания, вызванные переотражениями, воспринимаются им как маневры цели по высоте.

Известно большое количество способов компенсации возмущений в измерениях угла места от многолучевого распространения радиоволн [1, 2]: например, увеличение апертуры антенны, повышающее разрешающую способность по углу места; использование моноимпульсных систем с парными антеннами в угломестной плоскости; экранирование позиций РЛС; применение вертикальной поляризации; использование асимметричной (косекансной) ДНА, формируемой за счет несимметричного распределения фаз излучателей адаптивной фазированной антенной решетки; использование результатов нескольких посылок в одном измерении для расширения полосы излучаемых сигналов и т.п. Однако все эти способы, как правило, приводят к усложнению конструкции антенны и алгоритмов первичной обработки информации (ПОИ) в РЛС, а значит, к существенному увеличению ее габаритов, энергоемкости и стоимости.

В работе [3] на основе общей теории многорежимного оценивания [4] было предложено строить две взаимосвязанные модели для сопровождения цели по углу места или высоте: одну для случая однолучевого распространения радиоволн, другую для многолучевого с учетом наличия окрашенного шума в измерениях. При этом модель для многолучевого распространения радиоволн строилась путем дополнения исходной модели изменения высоты цели специальной линейной динамической системой (формирующим фильтром), которая преобразовывала стандартный БГШ в окрашенный с требуемыми характеристиками.

Главным достоинством такого подхода является его чисто алгоритмический характер, причем с реализацией на этапе вторичной обработки информации. В этом случае не требуется внесения никаких изменений в конструкцию антенны, а также в алгоритмы работы РЛС на этапе ПОИ, например, организации подряд нескольких посылок с различными значениями рабочей частоты сигналов зондирования и т.п.

Однако в работе [3] параметры формирующего фильтра устанавливались однократно перед началом работы РЛС по имеющейся типовой реализации измерений высоты низколетящей цели в зависимости от ее дальности, т.е. для одного конкретного вида целей в конкретной ситуации многолучевого распространения радиоволн. Такой подход естественно не способен обеспечить

корректную работу алгоритма в реальных условиях эксплуатации РЛС, поскольку цели в общем случае могут быть различными, а характер коррелированных помех, вызванных многолучевым распространением радиоволн, сильно зависит от множества трудно контролируемых факторов, таких, например, как высота и скорость цели, отражающая способность подстилающей поверхности, зависящая, в свою очередь, от степени волнения моря или характера растительности на земной поверхности и т.п.

Кроме того, алгоритм, предложенный в работе [3], рассчитан на сопровождение цели только по высоте с компенсацией влияния на ее измерения многолучевого распространения радиоволн, если это необходимо. На практике же обычно требуется сопровождать воздушные цели по всем трем прямоугольным стабилизированным координатам, причем по измерениям, получаемым в сферической системе координат, т.е. по измерениям дальности, азимута, угла места и доплеровской скорости [4, 5].

Таким образом, цель данной работы – создание алгоритма трассового сопровождения НЛЦ с моделью движения первого порядка в стабилизированной прямоугольной системе координат и моделью измерений в сферической системе координат, чтобы можно было использовать его в совокупности с аналогичной классической моделью в составе многорежимного алгоритма сопровождения любых типов воздушных целей [4].

## 1. КЛАССИЧЕСКИЙ ПОДХОД К РАЗРАБОТКЕ АЛГОРИТМОВ ТРАССОВОГО СОПРОВОЖДЕНИЯ ВОЗДУШНЫХ ЦЕЛЕЙ

В большинстве современных РЛС в алгоритмах трассового сопровождения используется дискретная модель движения цели первого порядка в стабилизированной прямоугольной системе координат [4, 5]:

$$\mathbf{x}(k+1) = \Phi(T_k)\mathbf{x}(k) + \Gamma(T_k)\mathbf{w}(k), \quad (1)$$

где  $\mathbf{x}(k+1)^T = [x(t) \dot{x}(t) y(t) \dot{y}(t) h(t) \dot{h}(t)]$  – вектор состояния, включающий в себя прямоугольные координаты и скорости изменения прямоугольных координат цели;  $T$  – знак транспонирования;

$\mathbf{w}(k)^T = [w_x(k) w_y(k) w_h(k)]$  – дискретный векторный БГШ с нулевым средним и заданной диагональной ковариационной матрицей  $\mathbf{Q}(k)$ , имитирующий неизвестные ускорения цели по координатным составляющим;

$$\Phi(T_k) = \begin{bmatrix} 1 & T_k & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T_k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & T_k \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

– переходная матрица состояний;

$$\Gamma(T_k) = \begin{bmatrix} T_k^2/2 & 0 & 0 \\ T_k & 0 & 0 \\ 0 & T_k^2/2 & 0 \\ 0 & T_k & 0 \\ 0 & 0 & T_k^2/2 \\ 0 & 0 & T_k \end{bmatrix}$$

– переходная матрица возмущений;  $T_k$  – интервал времени между  $(k + 1)$ -м и  $k$ -м измерением;  $k$  – номер дискретного измерения.

Модель измерений в сферических координатах представляется следующим уравнением [4, 5]:

$$\mathbf{y}(k + 1) = \mathbf{h}[\mathbf{x}(k + 1)] + \mathbf{v}(k + 1); \quad (2)$$

где  $\mathbf{y}(k + 1)^T = [D(k + 1)\beta(k + 1)\varepsilon(k + 1)Vr(k + 1)]$  – вектор измерений РЛС, включающий:  $D(k + 1)$  – дальность;  $\beta(k + 1)$  – азимут,  $\varepsilon(k + 1)$  – угол места и  $Vr(k + 1)$  – доплеровскую (радиальную) скорость;

$$\mathbf{h}[\mathbf{x}(k + 1)] = \begin{bmatrix} \sqrt{x(k + 1)^2 + y(k + 1)^2 + h(k + 1)^2} \\ \arctg[y(k + 1)/x(k + 1)] \\ \arctg[h(k + 1)/\sqrt{x(k + 1)^2 + y(k + 1)^2}] \\ \frac{x(k + 1)\dot{x}(k + 1) + y(k + 1)\dot{y}(k + 1) + h(k + 1)\dot{h}(k + 1)}{\sqrt{x(k + 1)^2 + y(k + 1)^2 + h(k + 1)^2}} \end{bmatrix}$$

– нелинейная векторная функция измерений, связывающая прямоугольные стабилизированные координаты цели с ее сферическими координатами;

$\mathbf{v}(k + 1)$  – дискретный векторный БГШ измерений РЛС с нулевым математическим ожиданием и заданной диагональной ковариационной матрицей  $\mathbf{R}(k + 1)$ .

Для трассового сопровождения воздушной цели на базе модели (1), (2) чаще всего используется один из известных алгоритмов нелинейной фильтрации, например, расширенный фильтр Калмана [4, 5], поскольку векторная функция  $\mathbf{h}[\mathbf{x}(k + 1)]$  в формуле (2) представляет собой относительно простую гладкую нелинейность, для которой можно легко в аналитическом виде вычислить соответствующий якобиан.

Однако, как было сказано ранее, такой алгоритм не позволяет получить точные упрежденные и сглаженные оценки траекторных параметров в случае НЛЦ, особенно по высоте. В отличие от статьи [3], где в подобной ситуации предлагалось рас-

сматривать шум в измерениях  $\mathbf{v}(k + 1)$ , как окрашенный, и с помощью дополнительного формирующего фильтра приводить задачу к классической, в данной работе предлагается другой подход, а именно: вычислять в нелинейной векторной функции  $\mathbf{h}[\mathbf{x}(k + 1)]$  текущий угол места, не как показано ранее в формуле (2), а с использованием модели многолучевого распространения радиоволн. Затем строить отдельный нелинейный фильтр для НЛЦ, который в дальнейшем совместно с классическим фильтром, например, в рамках многорежимного подхода [4], может быть использован для построения комплексной системы слежения за любыми типами воздушных целей.

## 2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МНОГОЛУЧЕВОГО РАСПРОСТРАНЕНИЯ РАДИОВОЛН

Известно, что измеряемый угол места НЛЦ (в градусах) с учетом помех от переотражений может быть вычислен по следующей формуле [1–3]:

$$\epsilon_{\text{изм}} = \text{Re} \left[ \frac{pD(\epsilon_{\text{ист}} - \epsilon_{\text{ант}}) + \rho \exp\left\{-i\left(\pi - \frac{2\pi}{\lambda} dR\right)\right\} pD(\epsilon_{\text{зерк}} - \epsilon_{\text{ант}})}{pS(\epsilon_{\text{ист}} - \epsilon_{\text{ант}}) + \rho \exp\left\{-i\left(\pi - \frac{2\pi}{\lambda} dR\right)\right\} pS(\epsilon_{\text{зерк}} - \epsilon_{\text{ант}})} \right] P + \epsilon_{\text{ант}}, \quad (3)$$

где  $\epsilon_{\text{ист}}$  – истинный угол места цели, град;  $\epsilon_{\text{ант}}$  – угол места установки луча антенны, град;  $\epsilon_{\text{зерк}}$  – угол места зеркального отражения цели в свободном пространстве, град;  $pS(\cdot)$  и  $pD(\cdot)$  – функции суммарной и разностной ДНА антенны соответственно;  $dR$  – разность расстояний до цели прямую и через ее зеркальное отражение, м;  $\lambda$  – длина волны излучения, м;  $\rho$  – коэффициент отражения от границы раздела сред;  $P$  – коэффициент пеленгационной характеристики.

Заметим, что в формуле (3) такие параметры, как  $pS(\cdot)$ ,  $pD(\cdot)$ ,  $\lambda$  и  $P$ , полностью зависят от конструктивных особенностей антенны. Угол места установки луча антенны  $\epsilon_{\text{ант}}$ , в общем случае определяется упреждением координат на текущем шаге измерений, поэтому также известен. При включенном же внеосевом сопровождении НЛЦ данный угол, как правило, фиксируется на заданной нижней границе и в этом частном случае становится известной константой.

Переменные  $dR$  и  $\epsilon_{\text{зерк}}$  в формуле (3) определяются геометрией распространения лучей и могут быть вычислены по следующим формулам [1–3]:

$$dR = -2 \frac{h_{\text{ц}} h_{\text{ант}}}{D_{\text{ц}}}, \quad (4)$$

$$\epsilon_{\text{зерк}} = -\frac{180}{\pi} \arcsin\left(\frac{h_{\text{ц}} + h_{\text{ант}}}{D_{\text{ц}} - dR}\right), \quad (5)$$

где  $h_{\text{ц}}$  и  $h_{\text{ант}}$  – высота цели и антенны, м;  $D_{\text{ц}}$  – дальность до цели, м. Причем высота антенны  $h_{\text{ант}}$  – известный параметр ее конструкции, а текущие высота цели  $h_{\text{ц}} = h(k+1)$  и дальность до нее

$$D_{\text{ц}} = \sqrt{x(k+1)^2 + y(k+1)^2 + h(k+1)^2}$$

определяются значениями прямоугольных координат из вектора состояния модели движения (1). Истинный угол места цели в формуле (3) также выражается через значения прямоугольных координат из вектора состояния модели движения (1):

$$\epsilon_{\text{ист}} = \frac{180}{\pi} \arctg\left[\frac{h(k+1)}{\sqrt{x(k+1)^2 + y(k+1)^2}}\right]. \quad (6)$$

Коэффициент отражения от границы раздела сред  $\rho$  для морской поверхности вычисляется по формуле

$$\rho = \sqrt{\exp\left[-\left\{4\pi\sigma_{\text{в}} \frac{\sin(\epsilon_{\text{ист}})}{\lambda}\right\}^2\right]}, \quad (7)$$

где  $\sigma_{\text{в}}$  – высота морского волнения, м.

Таким образом, если в векторную функцию  $\mathbf{h}[\mathbf{x}(k+1)]$  из формулы (2) вместо выражения для вычисления угла места подставить формулу (3) с учетом (4)–(7) при условии, что известна высота морских волн  $\sigma_{\text{в}}$ , то получится модель измерений, учитывающая наличие многолучевого распространения радиоволн и, следовательно, дополняющая модель движения цели (1) для построения алгоритма сопровождения НЛЦ. Если же высота морских волн неизвестна, а ее измерение связано с определенными сложностями, то можно расширить вектор состояния модели (1), добавив в него коэффициент отражения от границы раздела сред  $\rho$ , не без оснований предположив, что он является константой в течение всего процесса сопровождения. В этом случае порядок модели (1) увеличится до 7, а коэффициент отражения от границы раздела сред  $\rho$  будет оцениваться совместно с траекторными параметрами цели по текущим измерениям, что, незначительно усложнив фильтр, избавит от необходимости измерять высоту морских волн.

Полученная предложенным выше способом модель измерений траекторных параметров НЛЦ, так же как и модель (2) для обычных целей, будет нелинейной. Однако аналитическое определение якобиана в этом случае из-за сложности выражений (3)–(7) становится нетривиальной задачей, поэтому предлагается отказаться от использования расширенного фильтра Калмана, заменив его на так называемый сигма-точечный (ансцентный – Unscented Kalman Filter) фильтр, который в последнее время находит все более широкое применение в качестве универсального нелинейного фильтра калмановского типа [6–8].

Сигма-точечный фильтр основан на аппроксимации негауссовских распределений случайных процессов, порождаемых нелинейными преобразованиями, гауссовскими с использованием специального ансамблевого преобразования [6], поэтому не требует вычисления якобиана. При этом, как было показано в [7], точность сигма-точечного фильтра соответствует фильтрам с аппроксимацией нелинейностей вторым порядком, что превосходит точность обычного расширенного фильтра Калмана.

### 3. АЛГОРИТМ ТРАССОВОГО СОПРОВОЖДЕНИЯ НЛЦ НА ОСНОВЕ СИГМА-ТОЧЕЧНОГО ФИЛЬТРА

Характерной особенностью предлагаемого алгоритма трассового сопровождения НЛЦ является комбинация уравнений классического линейного фильтра Калмана при вычислении одношагового упреждения вектора состояния и его ковариационной матрицы с уравнениями сигма-точечного фильтра для вычисления коэффициента усиления, сглаженных оценок и апостериорных ковариационных матриц. Такой подход существенно упрощает алгоритм и становится возможным, поскольку модель движения цели (1) линейная.

Кроме того, для повышения общей устойчивости алгоритма при маневрах цели в нем используется простейшая адаптация ковариационной матрицы шумов в уравнении состояния  $\mathbf{Q}(k)$ , имитирующей ускорения цели, в зависимости от усредненной нормированной величины обновляющего процесса [4]. Наконец, если в алгоритме, как было сказано ранее, одновременно с траекторными параметрами оценивается коэффициент отражения от границы раздела сред  $\rho$ , то с учетом его физической природы на него должны накладываться ограничения:  $0 \leq \rho \leq 1$ .

Таким образом, фильтрация траекторных параметров НЛЦ (и, возможно, коэффициента  $\rho$ ) производится для дискретных моментов времени  $k \in [1, 2, \dots, \infty]$  в соответствии со следующим рекуррентным алгоритмом.

1. Одношаговое упреждение вектора состояния:

$$\mathbf{x}(k+1/k) = \Phi(T_k)\mathbf{x}(k/k),$$

где  $\mathbf{x}(k/k)$  – сглаженная оценка вектора состояния на предыдущем шаге  $k$ .

2. Нормированный скалярный обновляющий процесс:

$$\delta(k+1) = \{\mathbf{y}(k+1) - \mathbf{h}[x(k+1/k)]\}^T \times \\ \times \mathbf{P}_{yy}(k+1)^{-1} \{\mathbf{y}(k+1) - \mathbf{h}[x(k+1/k)]\},$$

где  $\mathbf{P}_{yy}(k+1/k)$  – оценка ковариационной матрицы вектора измерений на предыдущем шаге  $k$ .

3. Индикатор адаптации к маневру (сглаженный нормированный скалярный обновляющий процесс):

$$\delta_c(k+1) = \alpha[\delta_c(k) - \delta(k+1)] + \delta(k+1),$$

где  $\alpha$  – коэффициент сглаживания ( $0.5 < \alpha < 1$ ).

4. Процедура адаптации ковариационной матрицы шумов в уравнении состояния:

$$\mathbf{Q}(k+1) = \begin{cases} \mathbf{Q}_0, & \text{если } \delta_c(k+1) \leq \delta_{\max} \\ \gamma_Q \mathbf{Q}_0, & \text{иначе} \end{cases},$$

где  $\mathbf{Q}_0$  – ковариационная матрица шумов в уравнении состояния, при отсутствии маневра;  $\gamma_Q > 1$  –

коэффициент увеличения ковариационной матрицы шумов в уравнении состояния при наличии маневра;  $\delta_{\max}$  – граничное значение индикатора адаптации.

5. Ковариационная матрица одношагового упреждения вектора состояния:

$$\mathbf{P}(k+1/k) = \Phi(T_k)\mathbf{P}(k/k)\Phi(T_k)^T + \\ + \Gamma(T_k)\mathbf{Q}(k+1)\Gamma(T_k)^T,$$

где  $\mathbf{P}(k/k)$  – ковариационная матрица сглаженного вектора состояния на предыдущем шаге  $k$ .

6. Набор сигма-точек (матрица размерностью  $L$  на  $2L+1$ ) [6, 7]:

$$\mathbf{X}(k+1/k) = [\mathbf{x}(k+1/k) | \mathbf{X}^+(k+1/k) | \mathbf{X}^-(k+1/k)],$$

где  $\mathbf{X}^+(k+1/k) = \mathbf{x}(k+1/k) + (\sqrt{\gamma\mathbf{P}(k+1/k)})_i$ ,  $i = 1, \dots, L$ ,  $\mathbf{X}^-(k+1/k) = \mathbf{x}(k+1/k) - (\sqrt{\gamma\mathbf{P}(k+1/k)})_{j-L}$ ,  $j = L+1, \dots, 2L$ ,  $(\sqrt{\gamma\mathbf{P}(k+1/k)})_i$  –  $i$ -й столбец матричного квадратного корня из  $\gamma\mathbf{P}(k+1/k)$ , вычисляемого с помощью преобразования Холецкого [6, 7],  $L$  – размерность вектора состояния (6 или 7 в зависимости от того, оценивается или задается коэффициент отражения  $\rho$ ),  $\gamma = L+1$  [6, 7].

7. Одношаговое упреждение измеряемого выхода:

$$\mathbf{Y}(k+1/k) = \mathbf{h}[\mathbf{X}(k+1/k), k+1],$$

$$\mathbf{y}(k+1/k) = \sum_{i=0}^{2L} W^{(i)} \mathbf{y}_i(k+1/k),$$

где  $\mathbf{Y}(k+1/k)$  – матрица преобразованных сигма-точек размерности 4 на  $2L+1$ , которая вычисляется с помощью нелинейной векторной функции  $\mathbf{h}[\cdot]$  по столбцам из матрицы сигма-точек  $\mathbf{X}(k+1/k)$ ;  $\mathbf{y}_i(k+1/k)$  и  $\mathbf{x}_i(k+1/k)$  –  $i$ -й столбец матриц  $\mathbf{Y}(k+1/k)$  и  $\mathbf{X}(k+1/k)$  соответственно,  $W^{(i)}$  – масштабированные коэффициенты ансцентного преобразования [6, 7]:

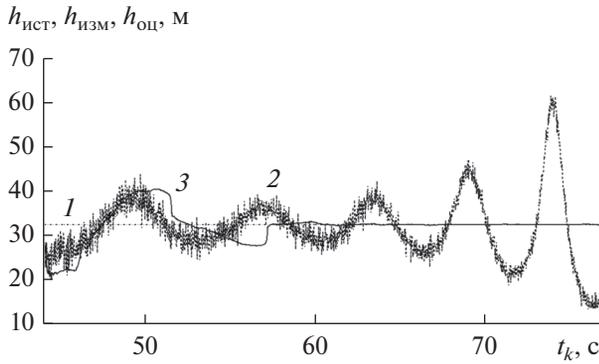
$$W^{(0)} = \frac{1}{L+1}; \quad W^{(j)} = \frac{1}{2(L+1)}, \quad j = 1, \dots, 2L.$$

7. Автоковариационная матрица вектора измерений:

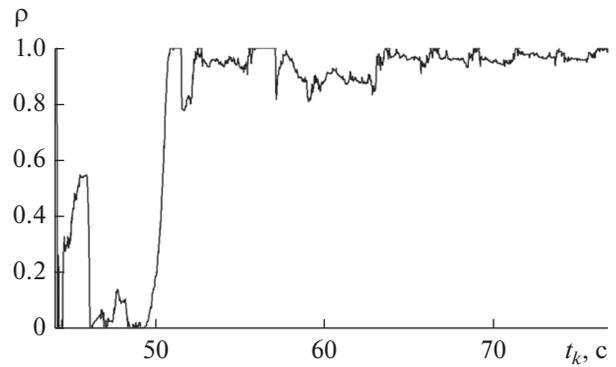
$$\mathbf{P}_{yy}(k+1/k) = \sum_{i=0}^{2L} W^{(i)} (\mathbf{y}_i(k+1/k) - \mathbf{y}(k+1/k)) \times \\ \times (\mathbf{y}_i(k+1/k) - \mathbf{y}(k+1/k))^T + \mathbf{R}(k+1).$$

8. Взаимно-ковариационная матрица вектора измерений и вектора состояний:

$$\mathbf{P}_{xy}(k+1/k) = \sum_{i=0}^{2L} W^{(i)} (\mathbf{x}_i(k+1/k) - \mathbf{x}(k+1/k)) \times \\ \times (\mathbf{y}_i(k+1/k) - \mathbf{y}(k+1/k))^T.$$



**Рис. 2.** Процесс оценивания высоты НЛЦ предлагаемым фильтром: 1 – истинная высота; 2 – высота, измеренная моноимпульсной РЛС; 3 – оценка высоты предлагаемым фильтром.



**Рис. 3.** Процесс оценивания коэффициента отражения морской поверхности предлагаемым фильтром.

9. Коэффициент усиления сигма-точечного фильтра:

$$\mathbf{K}(k+1) = \mathbf{P}_{xy}(k+1/k)\mathbf{P}_{yy}^{-1}(k+1/k).$$

10. Апостериорная ковариационная матрица сглаженных оценок вектора состояния:

$$\mathbf{P}(k+1/k+1) = \mathbf{P}(k+1/k) - \mathbf{K}(k+1)\mathbf{P}_{yy}(k+1/k)\mathbf{K}^T(k+1).$$

11. Оценка сглаженного вектора состояния:

$$\mathbf{x}(k+1/k+1) = \mathbf{x}(k+1/k) + \mathbf{K}(k+1)\{\mathbf{y}(k+1) - \mathbf{h}[\mathbf{x}(k+1/k)]\}.$$

В качестве начальных условий для работы данного рекуррентного фильтра должны быть заданы:  $\mathbf{x}(0/0)$ ;  $\mathbf{P}(0/0)$  и  $\mathbf{P}_{yy}(1/0) = \mathbf{I}$ , где  $\mathbf{I}$  – единичная матрица соответствующей размерности.

#### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ РАБОТЫ АЛГОРИТМА ТРАССОВОГО СОПРОВОЖДЕНИЯ НЛЦ

Исследование свойств предложенного алгоритма трассового сопровождения НЛЦ производилось методом имитационного моделирования. Для этого с использованием известных соотношений рассчитывались все необходимые траекторные параметры некоторой условной НЛЦ, которые затем искажались дискретным БГШ, имитирующим процесс их измерения в РЛС в течение заданного промежутка времени. Один из таких траекторных параметров – угол места, еще до искажения его шума измерения, подвергался преобразованию с использованием модели (3)–(7), имитируя тем самым влияние на него многолучевого распространения радиоволн. Результаты такого моделирования представлены на рис. 1.

Далее полученные таким образом измерения траекторных параметров НЛЦ подвергали обработ-

ке предложенным выше фильтром, в результате чего получали сглаженные оценки ее прямоугольных и сферических координат. На рис. 2 представлены результаты такого сглаживания для высоты НЛЦ, измерения угла места которой показаны на рис. 1. Из рисунка следует, что после окончания переходного процесса, длящегося примерно 15 с, сглаженная оценка высоты оказывается очень близкой к ее действительной величине, даже несмотря на наблюдающееся увеличение амплитуды помех в измерениях вследствие многолучевого распространения радиоволн.

Оценки других траекторных параметров НЛЦ (дальности, азимута и радиальной скорости) предложенным фильтром также демонстрируют приемлемое качество.

Отдельно остановимся на оценивании коэффициента отражения морской поверхности  $\rho$ . Отметим, что, полагая данный параметр неизменным на всем интервале работы алгоритма, в матрицы  $\Phi(T_k)$  и  $\Gamma(T_k)$  следует добавить по одной строке и одному столбцу из нулей с единицей в последней позиции. При этом чтобы алгоритм быстрее выходил на оптимальную оценку данного параметра, размерность матрицы ковариаций  $\mathbf{Q}(k)$  также следует увеличить на единицу, добавив в нее еще один очень маленький диагональный элемент, соответствующий возмущению этого параметра.

Результат оценивания коэффициента отражения морской поверхности  $\rho$  для рассматриваемого на рис. 1 случая, когда волнение моря практически отсутствует и отражение носит чисто зеркальный характер, представлен на рис. 3. Отметим, что коэффициент  $\rho$  при чисто зеркальном характере отражения должен быть близок к 1, а при диффузном – к 0, во всех остальных случаях его значения лежат в диапазоне от 0 до 1 [1, 2]. Действительно, на рис. 3 хорошо видно, что после окончания переходного процесса, как и для оценки высоты, значения параметра  $\rho$  устанавливаются близкими к единице.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Главным достоинством предложенного алгоритма сопровождения НЛЦ на основе сигма-точечного фильтра является то, что он позволяет достаточно точно оценивать угол места и высоту таких целей на этапе вторичной обработки информации, с учетом влияния многолучевого распространения радиоволн на результаты измерений РЛС. При этом не требуется внесения никаких изменений в конструкцию антенны, а также в алгоритмы работы РЛС на этапе ПОИ.

Разработанный адаптивный алгоритм сопровождения НЛЦ на основе сигма-точечного фильтра не требует для своего запуска никакой априорной информации о типе и состоянии подстилающей поверхности, а также о параметрах траектории цели. Параметры инициализации фильтра, которые не зависят исключительно от конструктивных характеристик РЛС, могут быть найдены заранее путем имитационного моделирования с использованием предложенной модели многолучевого распространения радиоволн.

Имитационное моделирование показало, что предлагаемый алгоритм позволяет после окончания переходного процесса практически полностью подавлять влияние переотражений в измерениях РЛС угла места (высоты) различных НЛЦ для различных подстилающих поверхностей.

Предложенный алгоритм сопровождения НЛЦ на основе сигма-точечного фильтра может быть использован для построения комплексной системы слежения за любыми типами воздушных целей совместно с классическим фильтром, например, в рамках многорежимного подхода [4].

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Леонов А.И., Фомичев К.И.* Моноимпульсная радиолокация. М.: Радио и связь, 1984.
2. *Sherman S.M., Barton B.K.* Monopulse Principles and Techniques. L.: Artech House, 2011.
3. *Bar-Shalom Y., Kumar A., Blair W.D., Groves G.W.* // IEEE Trans. 1994. V. T-AES-30. № 3. P. 973.
4. *Бар-Шалом Я., Ли Х.-Р.* Траекторная обработка. Принципы, способы и алгоритмы. В 2 ч. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011.
5. *Фарина А., Студер Ф.* Цифровая обработка радиолокационной информации. Сопровождение целей. М.: Радио и связь, 1993.
6. *Julier S.J., Uhlmann J.K.* // Proc. IEEE. 2004. V. 92. № 3. P. 401.
7. *Wan E.A., van der Merwe R.* The Unscented Kalman Filter. Ch. 7: Kalman Filtering and Neural Networks / Ed. S. Haykin. N.Y.: John Wiley & Sons, Inc., 2001. P. 221.
8. *Грачев А.Н., Фомичев А.А., Шурыгин С.В.* // Системы управления и информ. технологии. 2009. № 1. С. 4.

УДК 530.145.84

## ПРОСТРАНСТВЕННО-НЕОДНОРОДНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОТНОСТИ КВАНТОВО-МЕХАНИЧЕСКОГО ТОКА ПРИ ПОДБАРЬЕРНОМ ОТРАЖЕНИИ ЭЛЕКТРОННОЙ ВОЛНЫ ОТ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ СТУПЕНЬКИ В 2D-НАНОСТРУКТУРЕ

© 2021 г. В. А. Петров<sup>a, \*</sup>, А. В. Никитин<sup>a</sup>

<sup>a</sup>Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,  
Моховая ул., 7, корп. 11, Москва, 125009 Российская Федерация

\*E-mail: vicanpet@mail.ru

Поступила в редакцию 25.05.2020 г.

После доработки 25.05.2020 г.

Принята к публикации 05.06.2020 г.

Теоретически исследовано влияние интерференции электронных волн при их отражении от прямоугольного полубесконечного потенциального барьера на пространственное распределение плотности квантово-механического тока  $e j_x(x, z)$  ( $e$  – заряд электрона,  $j_x(x, z)$  – плотность потока вероятности) в полупроводниковой 2D-наноструктуре. Структура представляет собой последовательно расположенные в направлении распространения электронной волны узкую и широкую прямоугольные квантовые ямы (КЯ). Предполагается, что волна падает из узкой КЯ<sub>1</sub> на потенциальный барьер высоты  $V_0$  в широкой КЯ<sub>2</sub>. Показано, что при падении на барьер волны с энергией, меньше  $V_0$ , при определенных условиях в КЯ<sub>1</sub> существует осциллирующее сложным образом пространственно-неоднородное распределение  $e j_x^{(1)}(x, z)$ . При этом в КЯ<sub>2</sub> возможно экспоненциально затухающее и имеющее координатную зависимость просачивание  $e j_x^{(2)}(x, z)$  под барьер. Показано, что такое поведение  $e j_x^{(1)}(x, z)$  и  $e j_x^{(2)}(x, z)$  обусловлено интерференцией электронных волн, распространяющихся по разным квантово-размерным подзонам в рассматриваемой наноструктуре.

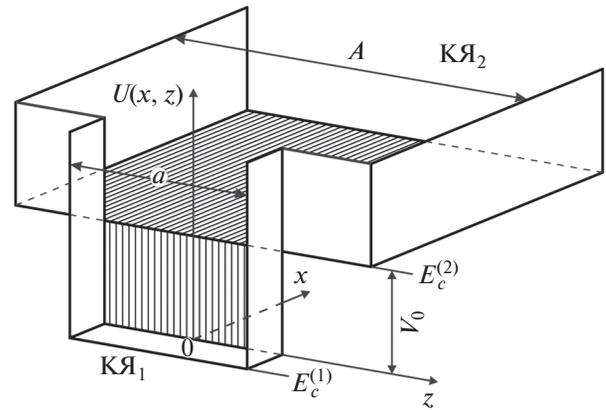
DOI: 10.31857/S0033849421020121

### ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время успехи нанотехнологии позволяют создавать полупроводниковые наноструктуры, в которых линейные размеры 1D- или 2D-проводящего канала в направлении распространения электронной волны меньше длины свободного пробега электрона. В таком канале частицы движутся в баллистическом режиме, что позволяет экспериментально исследовать в данных структурах эффекты баллистического переноса, в частности, различные электронные интерференционные эффекты. Теоретические основы этих эффектов, а также анализ основных экспериментальных результатов в этой области, приведены в ряде монографий [1–3]. Существует большое число теоретических работ, посвященных исследованию баллистического переноса электронов в 1D- и 2D-наноструктурах, общей особенностью которых является наличие в квантовых каналах участков резкого (неадиабатического) изменения либо геометрии канала, либо

потенциального рельефа в нем. Например, квантовый транспорт был теоретически исследован в 1D-каналах прямоугольного [4] и параболического [5] профилей, соединяющих два 2D-электронных резервуара, а также в квантовых точечных контактах различного типа, соединяющих такие резервуары [6], T-образных каналах [7, 8], каналах с резкими изломами и каналах изогнутой формы [9–11], каналах с  $\delta$ -образным рассеивающим центром внутри [12], скрещенных каналах [13], одиночных геометрически неоднородных каналах с участками разной ширины [14–17], геометрически однородных 1D- и 2D-наноструктурах с участками резкого изменения потенциального рельефа, управляемого поперечным постоянным электрическим полем [18]. Роль затухающих мод в квантовых точечных контактах была рассмотрена в [12, 19, 20]. Во всех этих работах принципиальным моментом является рассеяние электронных волн на какой-либо неоднородности наноструктуры, что, в свою очередь, приводит к рассеянию электронной волны по всем квантово-

размерным подзонам структуры и, как следствие, к возникновению электронных интерференционных эффектов. Во всех этих работах (а также в ряде других аналогичных по тематике) конечной целью являлось вычисление либо квантовомеханического коэффициента прохождения структуры, либо ее кондуктанса. Так как при нахождении этих величин необходимо вычислить полный ток частиц в квантовом канале, что достигается интегрированием зависящей от координат плотности квантовомеханического тока по поперечному сечению канала, то пространственно-неоднородные эффекты для плотности квантовомеханического тока в таких работах не рассматривались. Возможность существования пространственно-неоднородных эффектов для плотности потока вероятности  $j_x(x, z)$  в полупроводниковой 2D-наноструктуре кратко обсуждалась ранее [21]. В дальнейшем мы более детально исследовали теоретически такие пространственно-неоднородные эффекты в полупроводниковых 1D- и 2D-наноструктурах различного типа. Мы показали, что в 1D- [22] и 2D-наноструктурах [23, 24], представляющих собой последовательно расположенные в направлении распространения электронной волны узкую и широкую по оси  $z$  квантовые ямы (КЯ), возможны эффекты пространственного повторения и мультипликации для  $j_x(x, z)$  (или квантовомеханической плотности тока  $ej_x(x, z)$ ). Было показано, что для КЯ прямоугольного сечения (ось  $z$  – ось размерного квантования) поперечное распределение  $j_x(0, z)$ , существующее на входе широкой КЯ, с определенной точностью воспроизводится на расстоянии  $X_1$  от входа (повторяемость) и расщепляется внутри каждого повторяющегося отрезка длины  $X_1$  в симметричной по оси  $z$  наноструктуре на  $q$  идентичных пиков в  $q$  раз меньшей интенсивности на расстоянии  $X_1/q$  (мультипликация). При этом исходное распределение  $j_x(0, z)$  периодически воспроизводится в сечениях  $X_p = pX_1$  ( $q$  и  $p$  – целые числа). Эти эффекты в широкой КЯ возникают из-за интерференции электронных волн, распространяющихся в ней одновременно по разным квантоворазмерным подзонам. В наноструктурах, состоящих из последовательно расположенных узкой прямоугольной КЯ и широкой КЯ параболического профиля в 1D- [25] и 2D-наноструктурах [26] эффекты повторяемости также присутствуют, но эффекты мультипликации выражены гораздо слабее по сравнению с широкой прямоугольной КЯ. Мы также исследовали влияние постоянного поперечного электрического поля в области широкой КЯ на эффекты повторяемости и мультипликации в таких наноструктурах и показали, что электрическое поле позволяет кардинально менять пространственное распределение  $j_x(x, z)$  [27–31].



**Рис. 1.** Схематичный вид потенциального рельефа симметричной 2D-наноструктуры на основе последовательности двух прямоугольных квантовых ям: узкой (КЯ<sub>1</sub>) и широкой (КЯ<sub>2</sub>), ширина которых соответственно  $a$  и  $A$ . В области КЯ<sub>2</sub> при  $x \geq 0$  существует полубесконечный прямоугольный потенциальный барьер высотой  $V_0$ ;  $E_c^{(1)}$  и  $E_c^{(2)}$  – энергетические положения доньев зон проводимости в КЯ<sub>1</sub> и КЯ<sub>2</sub> соответственно.

Основная цель данной работы – всестороннее теоретическое исследование влияния интерференции электронных волн на их отражение от прямоугольного полубесконечного потенциального барьера в полупроводниковой 2D-наноструктуре в случае, когда энергия падающей волны меньше высоты барьера. Полученные в этой работе результаты были частично и очень кратко изложены ранее в [32].

### 1. МОДЕЛЬ ГЕОМЕТРИЧЕСКИ-НЕОДНОРОДНОЙ 2D-НАНОСТРУКТУРЫ

Структура состоит из последовательно расположенных в направлении распространения электронной волны прямоугольных узкой ( $x < 0$ , КЯ<sub>1</sub>) и широкой ( $x > 0$ , КЯ<sub>2</sub>) квантовых ям. Потенциальный барьер высоты  $V_0$  находится в широкой КЯ<sub>2</sub> при  $x > 0$  (рис. 1). Как известно [32], в обычной ситуации, когда в трехмерном случае электронная волна с энергией  $E < V_0$  падает на барьер по оси  $x$ , а движение по осям  $y$  и  $z$  свободно, квантовомеханические плотности тока  $ej_x^{(1)}(x, y, z)$  при  $x < 0$  и  $ej_x^{(2)}(x, y, z)$  под барьером при  $x > 0$  равны нулю. Плотность вероятности нахождения частицы под барьером при этом отлична от нуля и экспоненциально спадает при  $x \rightarrow \infty$ , а равенство нулю тока следует из действительности волновой функции частицы под барьером. Мы покажем, что в геометрически-неоднородных наноструктурах, в которых существуют квантово-размерные подзоны

(КРП), ситуация кардинально меняется. Интерференция электронных волн, распространяющихся по этим подзонам, при определенных условиях может приводить к возникновению в таких наноструктурах пространственно-неоднородного распределения квантовомеханического тока.

В данной работе дано полное теоретическое описание эффекта отражения электронной волны от прямоугольного полубесконечного потенциального барьера в 2D-наноструктуре. Представлены результаты аналитического расчета для двух ситуаций. В первой ситуации предполагалось, что в КЯ<sub>1</sub> падение и отражение волны с действительным квазиимпульсом происходит только по одной (нижней) КРП. Во всех вышележащих КРП в КЯ<sub>1</sub>, а также во всех подзонах в КЯ<sub>2</sub> квазиимпульсы мнимые. Вторая ситуация отличалась от первой только возможностью незатухающего отражения волны в КЯ<sub>1</sub> от барьера по второй подзоне с действительными квазиимпульсами. Мы показали, что в ситуации 1, когда электронная волна падает по первой (нижней) КРП в КЯ<sub>1</sub> и ее продольная энергия  $E_x$  меньше энергетического положения дна второй подзоны в КЯ<sub>1</sub> (т.е. незатухающее распространение отраженной от барьера волны возможно только по этой же нижней подзоне в КЯ<sub>1</sub>) квантовомеханические плотности тока  $ej_x^{(1)}(x, z)$  при  $x < 0$  в КЯ<sub>1</sub> и  $ej_x^{(2)}(x, z)$  под барьером в КЯ<sub>2</sub> при  $x > 0$  равны нулю. Однако в ситуации 2, когда энергия частицы, распространяющейся по нижней подзоне в КЯ<sub>1</sub>, больше энергетического положения дна второй подзоны, из-за интерференции отраженных волн картина кардинально меняется. Возможность отражения волны при  $x \rightarrow -\infty$  по второй подзоне приводит к возникновению в КЯ<sub>1</sub> осциллирующего сложным образом пространственно-неоднородного распределения  $ej_x^{(1)}(x, z)$ , а под барьером в КЯ<sub>2</sub> экспоненциально затухающего при  $x \rightarrow \infty$  и имеющего координатную зависимость  $ej_x^{(2)}(x, z)$ . Далее, мы приводим результаты численного расчета  $ej_x^{(1)}(x, z)$  и  $ej_x^{(2)}(x, z)$  для симметричной по оси  $z$  структуры (рис. 1) конкретными параметрами, полностью подтверждающие результаты аналитического рассмотрения.

## 2. ОБЩАЯ СХЕМА РАСЧЕТА ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПЛОТНОСТИ ПОТОКА ВЕРОЯТНОСТИ $j_x(x, z)$

Рассмотрим 2D-наноструктуру, состоящую из двух последовательно расположенных вдоль оси  $x$  квантовых ям: КЯ<sub>1</sub> с потенциалом  $U_1(z)$  ( $x < 0$ ) и КЯ<sub>2</sub> с потенциалом  $U_2(z)$  ( $x > 0$ ), локализующими частицу по оси  $z$  (нормаль к плоскостям ям). Бу-

дем также считать, что движение по оси  $y$  отделяется и является свободным, а потенциальная энергия частицы в пределах каждой из областей не зависит от  $x$ , меняясь скачком в точке сочленения ям ( $x = 0$ ). Эффективные массы частиц  $m^*$  будем считать изотропными и одинаковыми в обеих областях. Тогда уравнения Шредингера, описывающие движения частицы по оси  $z$  в каждой из областей, имеют вид

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2 \chi_j(z)}{dz^2} + U_1(z) \chi_j(z) = E_j \chi_j(z). \quad (1)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2 \varphi_n(z)}{dz^2} + U_2(z) \varphi_n(z) = E_n \varphi_n(z). \quad (2)$$

Здесь  $E_j$  и  $E_n$  – собственные значения, а  $\chi_j(z)$  и  $\varphi_n(z)$  – собственные функции уравнений (1) и (2) соответственно в КЯ<sub>1</sub> и КЯ<sub>2</sub>. Полная энергия частицы  $E = E_{x,z} + E_y$ , где  $E_y = \hbar^2 k_y^2 / 2m^*$  – энергия, соответствующая свободному движению по оси  $y$ . Рассмотрим ситуацию, когда слева направо, из КЯ<sub>1</sub> по квантовой подзоне  $m$  в КЯ<sub>2</sub> распространяется монохроматическая электронная волна единичной амплитуды с действительным квазиимпульсом  $k_m$ . Будем считать, что квантовые ямы, локализующие частицу по оси  $z$ , имеют бесконечно высокие потенциальные барьеры, т.е. спектры энергий в обеих ямах в этом направлении полностью дискретны. В такой 2D-наноструктуре с произвольными  $U_1(z)$  и  $U_2(z)$  нас будет интересовать ситуация, когда энергия падающего электрона в КЯ<sub>1</sub> удовлетворяет условию  $E_x < \Delta U = U_2(z) - U_1(z)$ , причем  $U_2(z)$  включает и дополнительный встроенный потенциал  $V_0$ . В этом случае в КЯ<sub>1</sub> существует конечное число  $M$  нижних подзон с действительными  $k$ , а все лежащие выше подзоны имеют мнимые волновые векторы. Тогда волновые функции частицы  $\mu^{(1)}(x, z)$  и  $\mu^{(2)}(x, z)$  в каждой из областей по отдельности имеют вид

$$\mu^{(1)}(x, z) = \chi_m(z) \exp(ik_m x) + \sum_j B_j \chi_j(z) \exp(-ik_j x), \quad (3)$$

$$\mu^{(2)}(x, z) = \sum_n C_n \varphi_n(z) \exp(ik'_n x). \quad (4)$$

Здесь  $B_j$  и  $C_n$  – постоянные коэффициенты, определяющие соответственно амплитуды волн, отраженных в КЯ<sub>1</sub> по подзонам  $E_j$  и прошедших в КЯ<sub>2</sub> по подзонам  $E_n$ ;  $k_{j,m}$  и  $k'_n$  – волновые числа, соответствующие движению частицы по оси  $x$  в этих областях:

$$k_j = [2m^*(E - E_{j,m} - E_y)]^{1/2} / \hbar;$$

$$k'_n = [2m^*(E - E_n - E_y)]^{1/2} / \hbar.$$

Отражение и трансформация электронных волн в такой структуре происходят из-за скачкообразного изменения потенциала  $\Delta U = U_2(z) - U_1(z)$  в точке  $x = 0$ . Отметим, что если  $E - E_y > E_j, E_n$ , то  $k_j$  и  $k'_n$  действительны и соответствующие им волны являются распространяющимися; при обратном неравенстве  $-k_j$  и  $k'_n$  мнимые и волны являются затухающими, с характерными длинами затухания  $l_j = |k_j|^{-1}$  и  $l_n = |k'_n|^{-1}$ . Для рассматриваемых нами структур со ступенчатым переходом между КЯ<sub>1</sub> и КЯ<sub>2</sub> коэффициенты  $B_j$  и  $C_n$  определяются из системы уравнений, которая вытекает из граничных условий для волновых функций и их производных в точке  $x = 0$ :

$$\begin{aligned} \mu^{(1)}(x=0, z) &= \mu^{(2)}(x=0, z); \\ \nabla_x \mu^{(1)}(x=0, z) &= \nabla_x \mu^{(2)}(x=0, z); \\ \chi_m(z) + \sum_j B_j \chi_j(z) &= \sum_n C_n \varphi_n(z); \end{aligned} \quad (5)$$

$$k_m \chi_m(z) - \sum_j k_j B_j \chi_j(z) = \sum_n k'_n C_n \varphi_n(z). \quad (6)$$

Умножая слева уравнение (5) на  $\varphi_p^*(z)$ , а (6) на  $\chi_p^*(z)$  (звездочка (\*) – знак комплексного сопряжения) и интегрируя полученные выражения по  $z$ , получим систему линейных алгебраических уравнений для определения коэффициентов  $B_j$  и  $C_n$ :

$$t_{p,m} + \sum_j B_j t_{p,j} = C_p, \quad (7a)$$

$$k_m \delta_{pm} - k_p B_p = \sum_n k'_n C_n f_{p,n}. \quad (7b)$$

Здесь  $t_{p,m} = \int \varphi_p^*(z) \chi_m(z) dz$  и  $f_{p,n} = \int \chi_p^*(z) \varphi_n(z) dz$  – коэффициенты неортогональности собственных функций в КЯ<sub>1</sub> и КЯ<sub>2</sub>. Отметим, что  $f_{pm} = t_{mp}^*$ , а если собственные функции, как в нашем случае, вещественны, то  $f_{pm} = t_{mp}$ . Перепишем (7a) и (7b) с учетом этого обстоятельства:

$$\sum_j B_j f_{j,p} - C_p = -f_{m,p}, \quad (8a)$$

$$k_p B_p + \sum_n k'_n C_n f_{p,n} = k_m \delta_{p,m}. \quad (8b)$$

Отметим, что в симметричных по оси  $z$  структурах, когда локализирующие частицу потенциалы  $U_1(z)$  и  $U_2(z)$  в КЯ<sub>1</sub> и КЯ<sub>2</sub> удовлетворяют условиям  $U_1(z) = U_1(-z)$  и  $U_2(z) = U_2(-z)$  (точка  $z = 0$  находится на оси симметрии структуры), собственные функции  $\chi_i(z)$  и  $\varphi_n(z)$  в КЯ<sub>1</sub> и КЯ<sub>2</sub> можно классифицировать по четности. В этом случае коэффициенты неортогональности равны нулю для функций разной четности.

Расширенная матрица системы (8a), (8б) при учете  $N$  уровней, имеющая порядок  $2N$  ( $j, p = 1, \dots, N$ ;  $m$  принимает одно из значений от 1 до  $N$ ), имеет вид

$$\left( \begin{array}{cccccc|c} f_{1,1} & f_{2,1} & \dots & -1 & 0 & \dots & -f_{1,1} \\ f_{1,2} & f_{2,2} & \dots & 0 & -1 & \dots & -f_{1,2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_1 & 0 & \dots & k'_1 f_{1,1} & k'_2 f_{1,2} & \dots & k'_m \delta_{1,m} \\ 0 & k_2 & \dots & k'_1 f_{2,1} & k'_2 f_{2,2} & \dots & k'_m \delta_{2,m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \end{array} \right). \quad (9)$$

Решение системы (8a), (8б) для  $N$  учтенных уровней, как известно, имеет вид

$$B_j = \frac{D_j}{D}, \quad C_j = \frac{D_{N+j}}{D}. \quad (10)$$

Здесь  $D$  – определитель матрицы (9), а  $D_j$  – определители, получающиеся из  $D$  после замены в нем  $j$ -столбца столбцом из свободных членов системы (8a), (8б).

В дальнейшем нас будут интересовать координатные зависимости  $j_x^{(1)}(x, z)$  и  $j_x^{(2)}(x, z)$  – плотности потока вероятности вдоль оси  $x$  соответственно в КЯ<sub>1</sub> и КЯ<sub>2</sub> (или  $ej_x^{(1)}(x, z)$  и  $ej_x^{(2)}(x, z)$  – компоненты плотности квантовомеханического тока вдоль оси  $x$ ). Плотность потока вероятности [33] имеет вид

$$j_x(x, z) = \frac{i\hbar}{2m^*} \times \quad (11)$$

$$\times [\mu(x, z) \nabla_x \mu^*(x, z) - \mu^*(x, z) \nabla_x \mu(x, z)].$$

Подставляя волновые функции частицы (3)–(4) в (11), получим

$$\begin{aligned} j_x^{(1)}(x, z) &= \frac{\hbar}{2m^*} \left[ 2 \left( k_m \chi_m^2 - \sum_{i=j=1}^M k_i \chi_i^2 |B_i|^2 \right) - \right. \\ &- \sum_{i \neq j} B_j B_i^* \chi_i \chi_j (k_j + k_i^*) \exp(i(k_i^* - k_j)x) + \\ &+ \chi_m \exp(-ik_m x) \sum_{j \neq m} \chi_j B_j (k_m - k_j) \exp(-ik_j x) \left. \right] + \\ &+ \chi_m \exp(ik_m x) \sum_{i \neq m} B_i^* \chi_i (k_m - k_i^*) \exp(ik_i^* x). \end{aligned} \quad (12)$$

В (12) мы оставили только члены, отличные от нуля и выделили в отдельную сумму члены с  $i = j$ , где эти индексы пробегает значения от 1 до  $M$  по всем подзонам с действительными квазиимпульсами. При этом очевидно, что члены с чисто мнимыми квазиимпульсами при  $i = j$  равны нулю. Также равны нулю члены в последних двух суммах при  $i = m$  и  $j = m$ . Таким образом, во второй сумме остаются только перекрестные члены. Выражение для  $j_x^{(2)}(x, z)$ , в котором суммирование ведется по индексам, соответствующим только мнимым  $k'_n$ , имеет вид

$$j_x^{(2)}(x, z) = \frac{\hbar}{m^*} \left[ \sum_{n=1}^N \varphi_n(z) \left( \sum_{t=n+1}^N \varphi_t(z) \exp(-(p'_n + p'_t)x) (p'_n - p'_t) (C_m C_{t2} - C_{n1} C_{n2}) \right) \right]. \quad (13)$$

При записи (12) и (13) мы сменили индексы суммирования  $j$  для  $(\mu^{(1)}(x, z))^*$  и  $n$  для  $(\mu^{(2)}(x, z))^*$  на  $i$  и  $t$  соответственно и учли, что в рассматриваемой нами задаче волновые функции  $\varphi_n(z)$  и  $\chi_j(z)$  действительны, что позволяет представить в (13) чисто мнимые  $k'_n$  в виде  $k'_n = ip'_n$ , где  $p'_n = \text{Im}(k'_n)$ , а комплексные коэффициенты  $C_n$  в виде  $C_n = C_{n1} + iC_{n2}$ , где  $C_{n1} = \text{Re}(C_n)$ ,  $C_{n2} = \text{Im}(C_n)$ .

Здесь  $\text{Re}(C_n)$ ,  $\text{Im}(C_n)$  и  $\text{Im}(k'_n)$  – реальная часть  $C_n$  и мнимые части  $C_n$  и  $k'_n$ , соответственно. В (13) отсутствуют члены с  $n = t$ , которые равны нулю. Если в системе уравнений (8а), (8б) для определения коэффициентов  $B_{ij}$  и  $C_{n,t}$  будут присутствовать при расчете подзоны с мнимыми  $k_{ij}$  и  $k'_{n,t}$ , то коэффициенты  $B_{ij}$  и  $C_{n,t}$  будут комплексными. Таким образом, выражения (12), (13) совместно с найденными из решения уравнений (1), (2) собственными функциями  $\chi_i(z)$  и  $\varphi_n(z)$ , а также определенными из решения системы (8а), (8б) коэффициентами  $B_j$  и  $C_n$  дают полное решение задачи о распределении плотностей потоков вероятности  $j_x^{(1)}(x, z)$  и  $j_x^{(2)}(x, z)$  (или квантовомеханических плотностей токов) в рассматриваемой наноструктуре.

Отметим, что полный поток плотности вероятности вдоль оси  $x$  в КЯ<sub>1</sub>  $J_x^{(1)} = \int j_x^{(1)}(x, z) dz$  (а значит, и полный квантовомеханический ток) вследствие ортонормированности функций  $\{\chi_i(z)\}$ , как следует из (12), не имеет координатной зависимости от  $x$  и равен

$$j_x^{(2)}(x, z) = -\frac{\hbar}{m^*} \left[ \sum_{n=1}^N r_n \varphi_n(z) \left( \sum_{t=n+1}^N \varphi_t(z) \exp(-(p'_n + p'_t)x) (p'_n - p'_t) r_t \sin(\theta_n - \theta_t) \right) \right]. \quad (15)$$

Рассмотрим отношение

$$\begin{aligned} \sigma_{n,t} &= \frac{C_n}{C_t} = \frac{r_n \exp(i\theta_n)}{r_t \exp(i\theta_t)} = \frac{r_n}{r_t} \exp(i(\theta_n - \theta_t)) = \\ &= \frac{r_n}{r_t} (\cos(\theta_n - \theta_t) + i \sin(\theta_n - \theta_t)). \end{aligned} \quad (16)$$

Так как  $C_t = D_t/D$ , то отношение  $C_n/C_t = D_n/D_t$ . Вычисляя определители  $D_n$  получим

$$J_x^{(1)} = \int j_x^{(1)}(x, z) dz = \frac{\hbar}{m^*} \left[ \left( k_m - \sum_{i=j=1}^M k_i |B_i|^2 \right) \right]. \quad (14)$$

В (14) суммирование проводится по всем подзонам в КЯ<sub>1</sub> с действительными  $k_i$ , по которым происходит незатухающее распространение электронных волн. Отметим, что кондактанс структуры  $G$  также не зависит от  $x$ .

Из (13) вследствие ортонормированности функций  $\{\varphi_n(z)\}$  следует также, что в КЯ<sub>2</sub>

$$J_x^{(2)} = \int j_x^{(2)}(x, z) dz = 0.$$

Далее рассмотрим две ситуации.

*Ситуация 1.* Кинетическая энергия частицы  $E_x$

в КЯ<sub>1</sub> находится в интервале  $E_1^{(1)} < E_x < E_2^{(1)}$  и меньше величины барьера  $V_{\text{эф}}$  в КЯ<sub>2</sub>, т.е.  $E_x < V_{\text{эф}}$  (верхние индексы (1) означают принадлежность подзон к КЯ<sub>1</sub>). При этом предполагается, что электронная волна падает по нижней квантово-размерной подзоне в КЯ<sub>1</sub> ( $m = 1$ ) и может отражаться от барьера без затухания только по этой же подзоне с действительным квазиимпульсом  $k_1$ , и в режиме затухания по всем остальным лежащим выше подзонам с энергиями  $E_i^{(1)} > E_1^{(1)}$  с чисто мнимыми квазиимпульсами. В КЯ<sub>2</sub> существуют только подзоны с чисто мнимыми квазиимпульсами. Покажем теперь, что в ситуации 1 под барьером в КЯ<sub>2</sub>  $j_x^{(2)}(x, z) = 0$ . Представим в (13) комплексные коэффициенты  $C_t$  в виде  $C_t = r_t \exp(i\theta_t)$ .

$$\begin{aligned} D_{N+n} &= (-1)^{(N+n)+(N+1)} \times \\ &\times 2k_1 \begin{pmatrix} f_{1,1} & f_{2,1} & \dots & -1 & 0 & \dots \\ f_{1,2} & f_{2,2} & \dots & 0 & -1 & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \dots \\ f_{1,N} & f_{2,N} & \dots & 0 & 0 & \dots \\ 0 & ip_2 & \dots & ip_1 f_{2,1} & ip_2 f_{2,2} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} = \\ &= (-1)^{(N+n)+(N+1)} 2k_1 d_{N+n, N+1}. \end{aligned} \quad (17)$$

В (17) мы ввели обозначения  $k'_{N+n} = ip'_{N+n}$ , где  $p'_{N+n} = \text{Im}(k'_{N+n})$ . Здесь  $d_{N+n,N+1}$  – минор элемента  $a_{N+n,N+1}$  в определителе (17), имеющий порядок  $(N-1)$ . В (17) все нижние  $(N-1)$  строки определителя содержат только чисто мнимые квазиимпульсы. Поэтому из каждой строки можно вынести  $(i)$ , так что  $d_{N+n,N+1} = (i)^{(N-1)}c_n$ , где  $c_n$  – действительное число, т.е.

$$D_n = (-1)^{(N+n)+(N+1)}(i)^{N-1}2k_1c_n. \tag{18}$$

Так как  $c_n$  – действительные числа, то отношение

$$\frac{C_n}{C_t} = \frac{D_n}{D_t} = (-1)^{(n-t)} \frac{c_n}{c_t}$$

также вещественное число. Поэтому, как следует из (16), разность фаз  $C_n - C_t = \pi m$ , где  $m = 0, \pm 1, \dots$ . Так как такие соотношения выполняются для любых пар коэффициентов  $C_n$  и  $C_t$  в (13) и (15), то в ситуации 1 в КЯ<sub>2</sub>  $j_x^{(2)}(x, z) = 0$ . Мы вычислили также  $j_x^{(1)}(x, z)$  в ситуации 1 по формуле (12), представив

коэффициенты  $B_{i,j}$  в виде  $B_{i,j} = |B_{i,j}| \exp(i\theta_{i,j})$ , и показали, что в этой ситуации  $j_x^{(1)}(x, z) = 0$ .

*Ситуация 2.* В этом случае ситуация кардинально меняется. Кинетическая энергия частицы в КЯ<sub>1</sub> находится в интервале  $E_2^{(1)} < E_x < E_3^{(1)}$  и, как и в ситуации 1, меньше величины потенциального барьера  $V_{\text{эф}}$  в КЯ<sub>2</sub>. В этом случае незатухающее распространение отраженной от барьера электронной волны возможно как по нижней, так и по второй подзоне в КЯ<sub>1</sub>.

Рассмотрим сначала поведение в ситуации 2 плотности потока вероятности  $j_x^{(2)}(x, z)$  в КЯ<sub>2</sub>. Выражение для  $j_x^{(2)}(x, z)$  в этом случае будет иметь такой же вид (13), (15), как и в ситуации 1. Ранее, при рассмотрении ситуации 1 мы, получая выражения (19) для определителей  $D_{N+n}$ , на последнем этапе расчета вынесли из миноров  $d_{(N+n),(N+1)}$  множители  $(i)^{(N-1)}$ , так как квазиимпульс  $k_2$  был чисто мнимым числом. В рассматриваемой сейчас ситуации 2 квазиимпульс  $k_2$  – действительное число. Найдем в этой ситуации определитель  $D_{N+n}$  порядка  $2N$ , разбив его на сумму двух определителей:

$$D_{N+n} = D_{N+n}^{(1)} + D_{N+n}^{(2)} = (-1)^{(n+1)}2k_1 \left[ d_{(N+n),(N+1)}^{(1)} + d_{(N+n),(N+1)}^{(2)} \right] =$$

$$= (i)^{N-2}(-1)^{(n+1)}2k_1 \left\{ \begin{array}{l} \left( \begin{array}{cccccccc} f_{1,1} & f_{2,1} & \dots & -1 & \dots & 0 & 0 & \dots \\ f_{1,2} & f_{2,1} & \dots & 0 & \dots & \vdots & \vdots & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & 0 & \vdots & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & -1 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & 0 & -1 & \dots \\ \vdots & \dots \\ f_{1,N} & f_{2,N} & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 & \dots \\ 0 & k_2 & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 & \dots \\ \vdots & \dots \end{array} \right) \\ +i \left( \begin{array}{cccccccc} f_{1,1} & f_{2,1} & \dots & -1 & \dots & 0 & 0 & \dots \\ f_{1,2} & f_{2,1} & \dots & 0 & \dots & \vdots & \vdots & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & 0 & \vdots & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & -1 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & 0 & -1 & \dots \\ \vdots & \dots \\ f_{1,N} & f_{2,N} & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & \dots & p'_1 f_{2,1} & \dots & p'_{\bar{n}-1} f_{2,\bar{n}-1} & p'_{n+1} f_{2,\bar{n}+1} & \dots \\ \vdots & \dots \end{array} \right) \end{array} \right\}. \tag{19}$$

Во втором миноре в (19) введено обозначение  $\bar{n} = N + n$ . Так как в первом миноре  $d_{N+n,N+1}^{(1)}$  ниж-

ние  $(N-2)$  строк, а во втором  $d_{N+n,N+1}^{(2)}$  нижние  $(N-1)$  строк содержат чисто мнимые квазиим-

пульсы  $k'_n = i\text{Im}(k'_n) = ip'_n$ , то в (19) мы вынесли общий множитель  $(i)^{N-2}$ . В (19) все элементы определителей, а значит, и сами определители, вещественны, но детерминант  $D_{N+n}$  – комплексное число. Таким образом, в ситуации 2 отношение

$$\frac{C_n}{C_t} = (-1)^{n+t} \frac{[d_{(N+n),(N+1)}^{(1)} + d_{(N+n),(N+1)}^{(2)}]}{[d_{(N+t),(N+1)}^{(1)} + d_{(N+t),(N+1)}^{(2)}]} \quad (20)$$

является комплексным числом. Запишем (20) в виде

$$\frac{C_n}{C_t} = \frac{a_n + ib_n}{a_t + ib_t} = \frac{a_n a_t + b_n b_t}{a_t^2 + b_t^2} + i \frac{b_n a_t - a_n b_t}{a_t^2 + b_t^2}. \quad (21)$$

Представим (21) в виде (16):

$$\begin{aligned} \frac{r_n}{r_t} (\cos(\theta_n - \theta_t) + i \sin(\theta_n - \theta_t)) = \\ = \frac{a_n a_t + b_n b_t}{a_t^2 + b_t^2} + i \frac{b_n a_t - a_n b_t}{a_t^2 + b_t^2}. \end{aligned} \quad (22)$$

Из (22) получаем

$$\text{tg}(\theta_n - \theta_t) = \frac{b_n a_t - a_n b_t}{a_n a_t + b_n b_t}. \quad (23)$$

Таким образом, при наличии в  $\text{КЯ}_1$  более чем одного уровня с действительными квазиимпульсами разность фаз в каждом из членов в суммах (13),

(15) в  $\text{КЯ}_2$  отлична от нуля, т.е. в ситуации 2 под барьером в  $\text{КЯ}_2$  плотность потока вероятности имеет вид  $j_x^{(2)}(x, z) \neq 0$  и экспоненциально затухает при  $x \rightarrow \infty$ . В рассматриваемой ситуации каждой паре коэффициентов  $C_n, C_t$  в (13), (15) соответствует своя разность фаз  $\Delta_{n,t} = (\theta_n - \theta_t)$ . Поэтому при вычислении явного вида  $j_x^{(2)}(x, z)$  в сумме по  $n, t$  суммируются члены с разными амплитудами и разными  $\Delta_{n,t}$ , отличными от нуля, для всех различных пар  $C_n, C_t$ . Из полученного выше доказательства отличия от нуля  $j_x^{(2)}(x, z)$  под барьером в  $\text{КЯ}_2$  следует, что в  $\text{КЯ}_1$  в ситуации 2 также  $j_x^{(1)}(x, z) \neq 0$ . В противном случае (при равенстве нулю  $j_x^{(1)}(x, z)$ ) было бы невозможно существование отличного от нуля  $j_x^{(2)}(x, z)$  в  $\text{КЯ}_2$ .

Запишем выражение для  $j_x^{(1)}(x, z)$  в ситуации 2.

Тогда квазиимпульсы  $k_1$  и  $k_2$  в  $\text{КЯ}_1$  – вещественные, а все остальные – мнимые. Все квазиимпульсы в  $\text{КЯ}_2$  – мнимые. Введя, как и раньше, обозначения  $k_i = ip_i$ , где  $p_i = \text{Im}(k_i)$ , и записав коэффициенты  $B_i$  в виде  $B_i = r_i \exp(i\theta_i)$ , можно представить в этой ситуации выражение для  $j_x^{(1)}(x, z)$  в виде

$$\begin{aligned} j_x^{(1)}(x, z) = \frac{\hbar}{m^*} \{ & [k_1 \chi_1^2(z)(1 - r_1^2) - k_2 \chi_2^2(z)r_2^2 - \\ & - r_2 \chi_1(z) \chi_2(z) [r_1(k_1 + k_2) \cos((\theta_1 - \theta_2 + (k_2 - k_1)x) + \\ & + (k_1 - k_2) \cos((k_1 + k_2)x - \theta_2))] + 2 \sum_{i=3}^N r_i \chi_i(z) \times \\ & \times \left( \sum_{j=i+1}^N r_j \chi_j(z) \exp((p_i + p_j)x) (p_i - p_j) \sin(\theta_i - \theta_j) \right) - \\ & - \sum_{i=3}^N r_i \chi_i(z) (p_i + p_j) \exp(p_i x) [r_1 \chi_1(z) q_1 \sin(\theta_1 - \theta_i - k_1 x + \varphi_1) + \\ & + r_2 \chi_2(z) q_2 \sin(\theta_1 - \theta_i - k_2 x + \varphi_2) - \\ & - \chi_1(z) q_1 \sin(\theta_i - k_1 x + \varphi_1)] \}, \end{aligned} \quad (24)$$

где  $q_{1,2} = \sqrt{k_{1,2}^2 + p_i^2}$  и  $\sin \varphi_{1,2} = k_{1,2}/p_i$ .

Отметим разное поведение членов в выражении (24) при  $x \rightarrow -\infty$ . Так, первый и второй члены в фигурных скобках не зависят от  $x$ . Члены, содержащие суммы по  $i$ , при  $x \rightarrow -\infty$  осциллируют, экспоненциально затухая, а третий член в (24) имеет осцилляторный незатухающий характер при всех отрицательных значениях координаты  $x$ .

Таким образом, в ситуации 2  $j_x^{(1)}(x, z)$  сложным образом осциллирует в  $\text{КЯ}_1$ . Причиной этого яв-

ляется интерференция электронных волн, отражающихся от барьера по двум нижним подзонам с действительными квазиимпульсами. Детальные распределения  $j_x^{(1)}(x, z)$  и  $j_x^{(2)}(x, z)$  можно получить только в результате численных расчетов. Результаты таких расчетов приведены ниже. Подчеркнем еще раз отличие фазовых соотношений для любых пар комплексных коэффициентов  $B_i, B_j$  и  $C_n, C_t$  в ситуации 1 от ситуации 2. При учете в ситуации 1 только одной подзоны с вещественным

квазиимпульсом  $k_1$  разности фаз для всех различных пар коэффициентов  $C_n, C_t$  в (15) одинаковы и имеют вид  $\Delta_{n,t} = \theta_n - \theta_t = \pi m$ , где  $m = 0, \pm 1$ . Однако в ситуации 2 учет второй подзоны с вещественными  $k_2$  приводит к появлению в выражении (24) для  $j_x^{(1)}(x, z)$  дополнительных членов, возникающих из-за интерференции электронных волн с вещественными  $k_1$  и  $k_2$ . Вследствие этого, у каждой пары коэффициентов  $C_n, C_t$  появляется своя, отличная от нуля, разность фаз  $\Delta_{n,t}$ , причем  $\Delta_{n,t}$  для всех пар в КЯ<sub>2</sub> различны. В результате плотности потоков вероятности  $j_x^{(1)}(x, z)$  в КЯ<sub>1</sub> и  $j_x^{(2)}(x, z)$  в КЯ<sub>2</sub> становятся отличными от нуля.

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО РАСЧЕТА

Очевидно, что полностью реализовать схему расчета  $j_x^{(1)}(x, z)$  и  $j_x^{(2)}(x, z)$ , изложенную в предыдущем разделе, при учете большого числа квантоворазмерных подзон в КЯ<sub>1</sub> и КЯ<sub>2</sub> можно только с помощью численных методов. В этом разделе мы приводим результаты численного расчета влияния электронной интерференции на отражение электронной волны от полубесконечного прямоугольного потенциального барьера в полупроводниковой 2D-наноструктуре с конкретными параметрами. Мы рассмотрели задачу о рассеянии монохроматической электронной волны единичной амплитуды, распространяющейся по нижней квантоворазмерной подзоне ( $m = 1$ ) из узкой прямоугольной КЯ<sub>1</sub> ( $x < 0$ ;  $a = 150 \text{ \AA}$ ) в широкую прямоугольную КЯ<sub>2</sub> ( $x > 0$ ;  $A = 500 \text{ \AA}$ ) в симметричной по оси  $z$  2D-наноструктуре с параметрами GaAs ( $m^* = 0.067m_0$ ,  $m_0$  – масса свободного электрона). Так как в таких симметричных структурах локализирующие частицу потенциалы  $U_1(z)$  и  $U_2(z)$  в КЯ<sub>1</sub> и КЯ<sub>2</sub> удовлетворяют условиям  $U_1(z) = U_1(-z)$  и  $U_2(z) = U_2(-z)$  (точка  $z = 0$  находится на оси симметрии структуры), то собственные функции  $\chi_j(z)$  и  $\varphi_n(z)$  в КЯ<sub>1</sub> и КЯ<sub>2</sub> можно классифицировать по четности. В этом случае коэффициенты неортогональности этих функций  $f_{j,n} = \int \chi_j^*(z)\varphi_n(z)dz$  равны нулю для функций разной четности. Это приводит к разбиению системы (8а), (8б) на две независимые подсистемы:

1) подсистему неоднородных линейных уравнений, содержащую только коэффициенты  $B_j$  и  $C_n$  с индексами той же четности, что и номер подзоны  $m$ , по которой волна падает из КЯ<sub>1</sub> на барьер в КЯ<sub>2</sub>,

2) подсистему однородных линейных уравнений для коэффициентов  $B_j$  и  $C_n$  с индексами противоположной  $m$  четности.

Так как в определителе системы однородных уравнений нет линейно зависимых строк или столбцов, то этот определитель отличен от нуля, т.е. для рассматриваемого нами случая с  $m = 1$  все коэффициенты  $B_j$  и  $C_n$  с четными  $j$  и  $n$  равны нулю. Это обстоятельство существенно уменьшает объем численных расчетов. При расчете предполагалось, что высота потенциального барьера в КЯ<sub>2</sub>  $V_0 = 243 \text{ мэВ}$  (рис. 1). Наличие такого барьера приводило фактически к изменению энергетического положения дна зоны проводимости в КЯ<sub>2</sub> до энергии  $E_c^{(2)}$ . Энергетическая диаграмма структуры приведена на рис. 2. Энергия частицы отсчитывается от дна зоны проводимости  $E_c^{(1)}$  в КЯ<sub>1</sub>. Минимумы энергий четырех нижних квантоворазмерных подзон находились в КЯ<sub>1</sub> при значении энергии

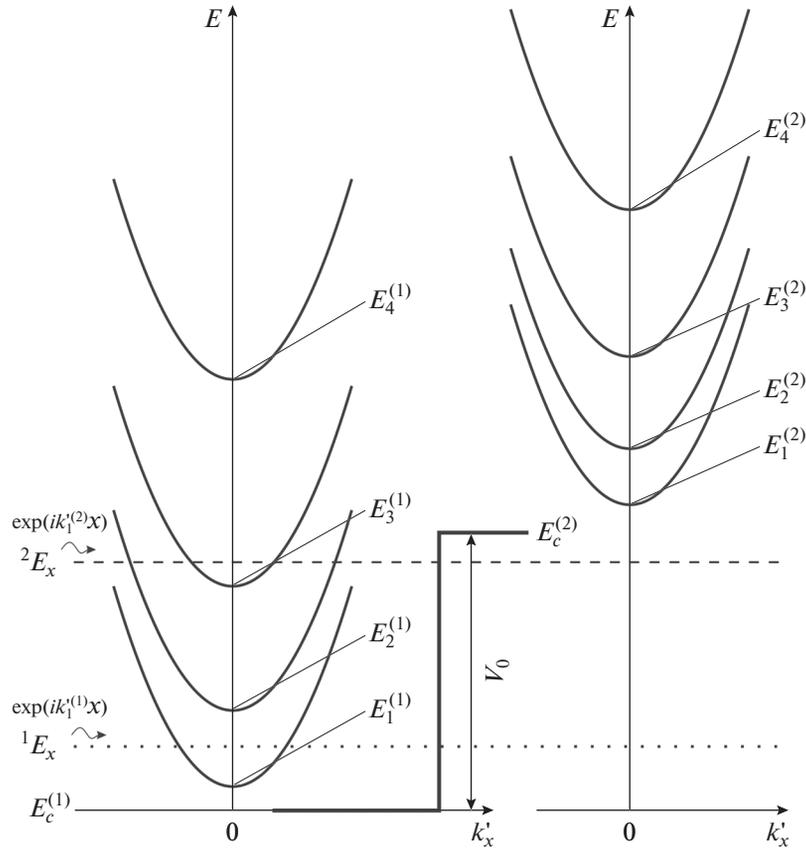
$$E_{1-4}^{(1)} = 24.94; 99.78; 224.49; 399.10 \text{ мэВ}$$

и в КЯ<sub>2</sub> при –

$$E_{1-4}^{(2)} = V_0 + E_{1-4}^{(A)} = 245.25, 251.98, 263.21 \text{ и } 278.92 \text{ мэВ,}$$

где  $E_{1-4}^{(A)}$  – энергии четырех нижних уровней размерного квантования в КЯ<sub>2</sub>, ширина которых  $A$  равнялась 2.25, 8.98, 20.21 и 35.92 мэВ соответственно. При этом эффективная высота потенциального барьера для частицы, падающей на барьер из КЯ<sub>1</sub>, была равна  $V_{\text{эф}} = E_1^{(A)} + V_0$ . Расчет был сделан для КЯ с бесконечно высокими потенциальными стенками. В рассматриваемом нами случае, когда энергия продольного движения падающей из КЯ<sub>1</sub> на барьер частицы  $E_x < V_{\text{эф}}$ , необходимо при расчете  $j_x^{(2)}(x, z)$  использовать выражение (13), так как в КЯ<sub>2</sub> при таких  $E_x$  существуют только члены с мнимыми волновыми векторами  $k_{n,t}'$ . Мы исследовали численно две рассмотренные выше ситуации, учитывая при расчете в каждой квантовой яме по 31-й подзоне.

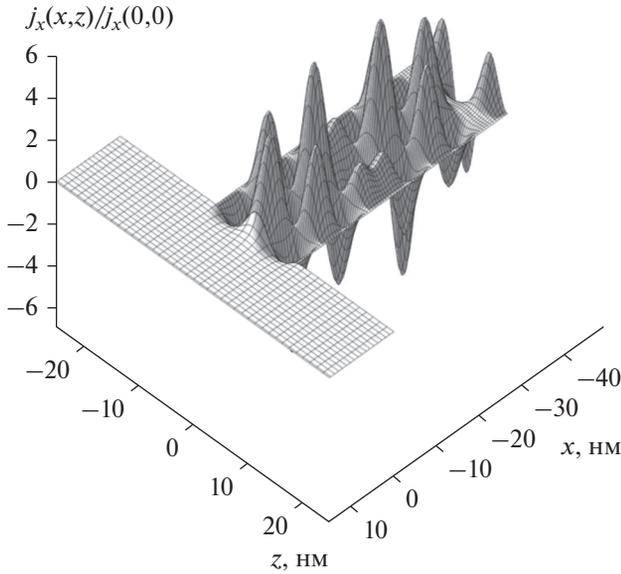
*Ситуация 1.* Кинетическая энергия частицы  $E_x$  в КЯ<sub>1</sub> находилась в интервале  $E_1^{(1)} < E_x < E_2^{(1)}$  и была меньше эффективной высоты барьера  $V_{\text{эф}}$  в КЯ<sub>2</sub>, т.е.  $E_x < V_{\text{эф}}$ . В этой ситуации электронная волна падала по нижней квантоворазмерной подзоне в КЯ<sub>1</sub> ( $m = 1$ ) и могла отражаться от барьера без затухания только по этой же подзоне с реальным  $k_{x1}$ , а в режиме затухания – по подзонам с мнимыми  $k_{xj}$ . Расчет подтвердил результаты проведенного выше теоретического анализа, что в ситуации 1  $j_x^{(1)}(x, z) = 0$  и  $j_x^{(2)}(x, z) = 0$ .



**Рис. 2.** Энергетическая схема 2D-наноструктуры, изображенной на рис. 1.  $E_1^{(1)}-E_4^{(1)}$  и  $E_1^{(2)}-E_4^{(2)}$  – энергетические положения доньев четырех нижних квантово-размерных подзон соответственно в КЯ<sub>1</sub> и КЯ<sub>2</sub>;  $E_{1,2,3,4}^{(1)}(k_x)$  и  $E_{1,2,3,4}^{(2)}(k_x^{(2)})$  – законы дисперсии электронов для этих подзон в КЯ<sub>1</sub> и КЯ<sub>2</sub>;  $E_c^{(1)}$  и  $E_c^{(2)}$  – энергетические положения доньев зон проводимости в КЯ<sub>1</sub> и КЯ<sub>2</sub> соответственно;  $E_x^{(1)}$  или  $E_x^{(2)}$  – энергии инжектированного электрона с волновым вектором  $k_{1x}^{(1)}$  или  $k_{1x}^{(2)}$  в КЯ<sub>1</sub>. Энергия частицы отсчитывается от дна зоны проводимости  $E_c^{(1)}$  в КЯ<sub>1</sub>.

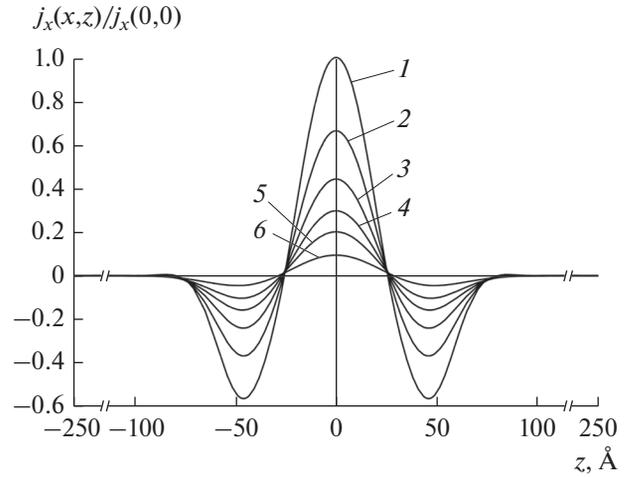
*Ситуация 2.* В этом случае ситуация кардинально меняется. Кинетическая энергия частицы в КЯ<sub>1</sub>  $E_x = 245$  мэВ находилась в интервале  $E_3^{(1)} < E_x < E_5^{(1)}$  и, как и в ситуации 1, была меньше высоты эффективного потенциального барьера  $V_{эф}$  в КЯ<sub>2</sub> на 10.25 мэВ. В этом случае незатухающее распространение отраженной от барьера электронной волны было возможно как по нижней, так и по третьей подзоне в КЯ<sub>1</sub> (отражение по второй подзоне в КЯ<sub>1</sub> для рассматриваемой нами симметричной по оси  $z$  наноструктуры было запрещено правилами отбора). На рис. 3 приведен общий вид пространственно-неоднородного распределения плотностей потоков вероятностей  $j_x^{(1)}(x, z)$  и  $j_x^{(2)}(x, z)$  в рассматриваемой 2D-наноструктуре в интервале от  $x = 15$  нм до  $x = -49$  нм

(рис. 3). На нем отчетливо видно, что в КЯ<sub>1</sub>  $j_x^{(1)}(x, z)$  имеет сложную осцилляторную структуру, состоящую из пиков, в которых  $j_x^{(1)}(x, z) > 0$ , и провалов, в которых  $j_x^{(1)}(x, z) < 0$ . Проекции амплитуд  $j_x^{(1)}(x, z)$  на плоскость  $(x, z = 0)$  в интервале от  $x = 0$  до  $x = -49$  нм приведены на рис. 4а и на плоскость  $(x = 0, z)$  в интервале  $z = \pm a/2$  – на рис. 4б. На рис. 5 приведен общий вид пространственно-неоднородного распределения плотности потока вероятности  $j_x^{(2)}(x, z)$  в КЯ<sub>2</sub> в интервале от  $x = 15$  нм до  $x = 0$ . Видно, что в ситуации 2 под барьером в КЯ<sub>2</sub> плотность потока вероятности  $j_x^{(2)}(x, z)$  отлична от нуля и в КЯ<sub>2</sub> существуют три области, в которых квантовомеханический ток  $e j_x^{(2)}(x, z)$



**Рис. 3.** Общий вид пространственно-неоднородного распределения плотностей потоков вероятностей  $j_x^{(1)}(x, z)$  и  $j_x^{(2)}(x, z)$  в рассматриваемой 2D-наноструктуре в интервале  $x = 15 \dots -49$  нм.

имеет координатную зависимость от  $x$  и  $z$ . Это центральная область, расположенная зеркально симметрично относительно плоскости  $(z-x)$ , в которой ток  $ej_x^{(2)}(x, z)$  направлен в положительном направлении оси  $x$ . И две симметрично расположенные по оси  $z$  боковые области, в которых ток  $ej_x^{(2)}(x, z)$  направлен в противоположную сторону, в отрицательном направлении оси  $x$ . Очевидно, что наличие боковых областей с обратным направлением тока необходимо для обеспечения оттока заряда из-под барьера. Отсутствие таких областей привело бы к накоплению заряда под барьером. В этих трех областях амплитуда  $ej_x^{(2)}(x, z)$  экспоненциально затухает при  $x \rightarrow \infty$ . Разумеется, полный ток под барьером, полученный интегрированием по  $z$  выражения для  $ej_x^{(2)}(x, z)$  (13), из-за ортогональности поперечных волновых функций для разных квантоворазмерных подзон в КЯ<sub>2</sub> равен нулю. На рис. 4 приведены кривые, демонстрирующие распределение по оси  $z$  под барьером в широкой КЯ<sub>2</sub> с параметрами GaAs нормированной плотности потока вероятности  $j_x(x, z)/j_x(0, 0)$  для шести поперечных сечений, последовательно расположенных по оси  $x$  в шести точках:  $X_{1,2,3,4,5,6} = 0, 5, 10, 15, 20$  и  $30$  Å. На рис. 5а представлена топограмма пространственного распределения под барьером в широкой КЯ<sub>2</sub> в плоскости  $(x-z)$  нор-

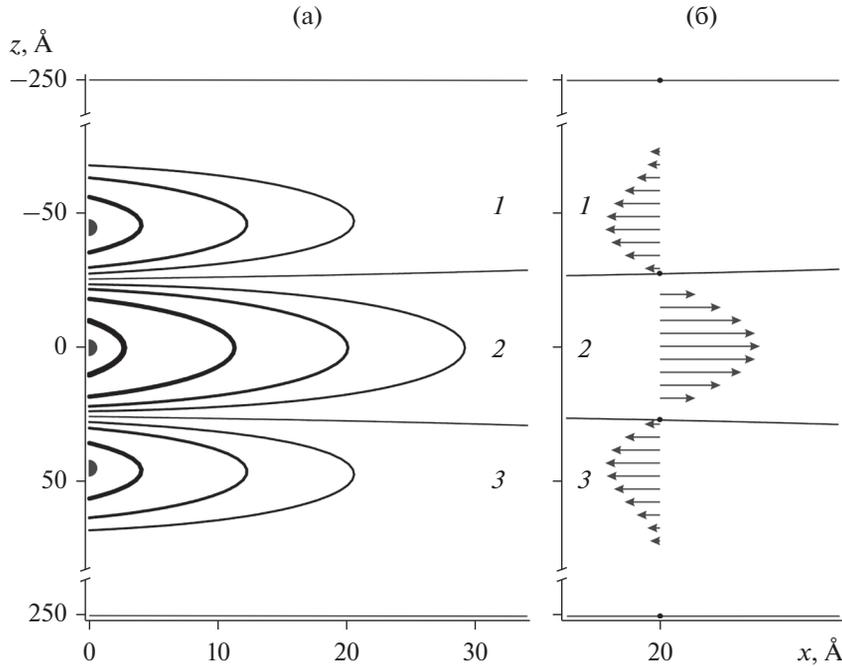


**Рис. 4.** Распределение по оси  $z$  под барьером в широкой КЯ<sub>2</sub> с параметрами GaAs нормированной плотности потока вероятности  $j_x(x, z)/j_x(0, 0)$  для шести поперечных сечений, последовательно расположенных по оси  $x$  в шести точках:  $X = 0$  (1), 5 (2), 10 (3), 15 (4), 20 (5) и 30 Å (6). Положительные значения  $j_x(x, z)/j_x(0, 0)$  соответствуют плотности квантово-механического тока вдоль положительного направления оси  $x$ ; отрицательные – в противоположном направлении; (Цифры в квадратах – нумерация кривых.) Кинетическая энергия частицы  $E_x^{(2)}$  в КЯ<sub>1</sub> равнялась 245 мэВ и была меньше полной эффективной высоты потенциального барьера в КЯ<sub>2</sub>  $V_{эфф} = E_1^A + V_0$  на 10.25 мэВ ( $V_0 = 243$  мэВ).

мированной плотности потока вероятности  $j_x^+(x, z)/j_x(0, 0)$  (область 2) и (области 1 и 3).

Таким образом, в работе показано, что при энергии частицы меньше высоты потенциального барьера в рассмотренных 2D-наноструктурах интерференция электронных волн при определенных условиях приводит к подбарьерному просачиванию плотности квантовомеханического тока.

Очевидно, что если в наноструктуре в области  $x < 0$  с помощью боковых электродов приложить по оси  $z$  постоянное электрическое поле, меняющее потенциальный профиль КЯ<sub>1</sub>, то можно непрерывно перейти от ситуации 1, когда  $j_x^{(1)}(x, z) = 0$ , к ситуации 2, когда  $j_x^{(1)}(x, z) \neq 0$ . Такой переход может быть обусловлен как понижением симметрии (включение второго уровня с действительным квазиимпульсом) при включении поля, так и изменением расстояния между размерными подзонами в КЯ<sub>1</sub>.



**Рис. 5.** Топограмма (а) пространственного распределения под барьером в широкой КЯ<sub>2</sub> в плоскости (x–z) нормированной плотности потока вероятности  $j_x^+(x, z)/j_x(0,0)$  (область 2) и  $j_x^-(x, z)/j_x(0,0)$  (области 1 и 3). Амплитуды пиков представлены в отн.ед. Линии, уменьшающиеся по толщине в области 2, – сечения пика  $j_x^+(x, z)/j_x(0,0)$  на высотах 1.0, 0.8, 0.4, 0.2, 0.1. Линии, уменьшающиеся по толщине в областях 1 и 3, соответствуют сечениям пиков  $j_x^-(x, z)/j_x(0,0)$  высотой  $-0.57$  в точках  $j_x^-(0 \pm 46 \text{ \AA})/j_x(0,0)$  при высотах  $-0.4, -0.2, -0.1$ . Зависимости (б) от  $z$  нормированных подбарьерных плотностей потоков вероятностей  $j_x^+(x, z)/j_x(0,0)$  (область 2) и  $j_x^-(x, z)/j_x(0,0)$  (области 1 и 3) в широкой КЯ<sub>2</sub> при  $x = 20 \text{ \AA}$ . Направления стрелок указывают направления токов, их длины соответствуют различным значениям нормированной амплитуды по оси  $z$  в каждой из трех областей. Положительные  $j_x^+(x, z)$  и отрицательные  $j_x^-(x, z)$  соответствуют положительному и отрицательному направлениям вдоль оси  $x$ .

В данной работе рассмотрена 2D-наноструктура с квантовыми ямами прямоугольного сечения и прямоугольным потенциальным барьером. Однако необходимо отметить, что рассмотренные эффекты носят общий характер и должны проявляться как в неоднородных по оси  $x$  2D-наноструктурах с другими потенциальными профилями квантовых ям и потенциальных барьеров, так и в аналогичных 1D-наноструктурах. При этом единственным необходимым условием появления интерференционных эффектов является существование в КЯ<sub>1</sub>, откуда на барьер падает электронная волна, как минимум двух квантово-размерных подзон с действительными квазиимпульсами, что обеспечивает возникновение интерференции отражающихся от барьера волн.

В настоящее время существуют способы инжекции квазимоноэнергетических пучков электронов в 2D-наноструктурах. Так, например, в [34] был исследован баллистический электрон-

ный транспорт по минизонам в сверхрешетке на основе системы GaAlAs–GaAs путем инжекции в сверхрешетку пучков горячих электронов.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенные в работе теоретический анализ и численный расчет показывают, что в полупроводниковых 2D-наноструктурах, геометрия и потенциальный рельеф которых обеспечивают существование в таких структурах электронных интерференционных эффектов, возможен новый эффект – возникновение пространственно-неоднородного распределения плотности квантомеханического тока  $ej_x(x, z)$ . Рассмотрена наноструктура, состоящая из последовательно расположенной волны узкой и широкой прямоугольных квантовых ям. Показано, что при энергии частицы меньше высоты потенциального барьера в такой наноструктуре при определенных условиях возможно

возникновение осциллирующего пространственно-неоднородного распределения  $e_j(x, z)$  в узкой квантовой яме и экспоненциально затухающее и имеющее координатную зависимость просачивание  $e_j(x, z)$  под полубесконечный прямоугольный потенциальный барьер высотой  $V_0$ , созданный в широкой квантовой яме. Этот эффект обусловлен интерференцией электронных волн, распространяющихся по разным квантово-размерным подзонам в такой наноструктуре.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Имри Й.* Введение в мезоскопическую физику. М.: Физматлит, 2002.
2. *Ferry D.K., Goodnick S.M.* Transport in Nanostructures. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1997.
3. *Datta S.* Electronic Transport in Mesoscopic Systems. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1995.
4. *Kircenow G.* // Phys. Rev. B. 1989. V. 39. № 14. P. 10452.
5. *Kircenow G.* // Sol. St. Com. 1988. V. 68. № 8. P. 715.
6. *Tekman E., Ciraci S.* // Phys. Rev. B. 1991. V. 43. № 9. P. 7145.
7. *Sols F., Macucci M., Ravaioli U., Hess K. J.* // J. Appl. Phys. 1989. V. 66. № 8. P. 3892.
8. *Tachibana H., Totsuji H.* // J. Appl. Phys. 1996. V. 79. № 9. P. 7021.
9. *Wu H., Sprung D.W.L., Martorell J.* // J. Appl. Phys. 1992. V. 72. № 1. P. 151.
10. *Namiranian A., Khajepour M.R.H., Kolesnichenko Yu.A., Shevchenko S.N.* // Physica E. 2001. V. 10. № 4. P. 549.
11. *Olendski O., Mikhailovska L.* // Phys. Rev. B. 2002. V. 66. № 3. P. 035331.
12. *Bagwell P.F.* // Phys. Rev. B. 1990. V. 41. № 15. P. 10354.
13. *Takagaki Y., Ferry D.K.* // Phys. Rev. B. 1991. V. 44. № 15. P. 8399.
14. *Itoh T., Nobuyuki Sano N., Yoshii A.* // Phys. Rev. B. 1992. V. 45. № 24. P. 14131.
15. *Singha Deo P., Gupta B.C., Jayannavar A.M., Peeters F.M.* // Phys. Rev. B. 1998. V. 58. № 16. P. 10784.
16. *Nicolic K., Sordan R.* // Phys. Rev. B. 1998. V. 58. № 15. P. 9631.
17. *Jin G.J., Wang Z.D., Hu A., Jiang S.S.* // J. Appl. Phys. 1999. V. 85. № 3. P. 1597
18. *Петров В.А., Сандлер И.М.* // Микроэлектроника. 1994. Т. 23. № 4. С. 3.
19. *Berggren K.F., Ji Z.-L.* // Phys. Rev. B. 1991. V. 43. № 6. P. 4760.
20. *Ji Z.-L., Berggren K.-F.* // Phys. Rev. B. 1992. V. 45. № 12. P. 6652.
21. *Petrov V.A., Bratman V.L.* // Phys. Stat. Sol.(b). 2000. V. 221. № 1. P. 459.
22. *Petrov V.A., Nikitin A.V.* // Proc. SPIE. 2004. V. 5401. P. 377.
23. *Петров В.А., Нукитин А.В.* // РЭ. 2007. Т. 52. № 11. С. 1387.
24. *Petrov V.A., Nikitin A.V.* // Physics, chemistry and application of nanostructures. Proc. Int. Conf. on Nanomeeting. Minsk, Belarus, 22–25 May 2007. P. 109.
25. *Petrov V.A., Nikitin A.V.* // Proc. SPIE. 2008. V. 7025. P. 70250O-1.
26. *Петров В.А., Нукитин А.В.* // Физика и техника полупроводников. 2005. Т. 39. № 4. С. 436.
27. *Petrov V.A., Nikitin A.V.* // Phys. Stat. Sol. (c). 2006. V. 3. № 7. P. 2423.
28. *Петров В.А., Нукитин А.В.* // Физика и техника полупроводников. 2006. Т.40. № 8. С. 977.
29. *Petrov V.A., Nikitin A.V.* // Proc. SPIE. 2006. V. 6260. P. 6260N-1.
30. *Петров В.А., Нукитин А.В.* // РЭ. 2009. Т. 54. № 2. С. 220.
31. *Petrov V.A., Nikitin A.V.* // Proc. 17th Int. Symp. "Nanostructures: Physics and Technology", Minsk, Belarus, 22–26 Jun. 2009. P. 254.
32. *Petrov V.A., Nikitin A.V.* // Proc. 11th IEEE Nanotechnology Materials and Devices Conf. (NMDC 2016), 9–12 October, Toulouse, France. <https://doi.org/10.1109/NMDC.2016.7777168>
33. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Квантовая механика. М.: Наука, 1989.
34. *Rauch C., Strasser G., Unterrainer K. et al.* // Physica E. 1998. V. 2. № 1–4. P. 282.

## ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРАХ

УДК 538.94

### СТРУКТУРА ЛИНИИ ЯДЕРНОГО МАГНИТНОГО РЕЗОНАНСА В МАЛОГАБАРИТНОМ СПЕКТРОМЕТРЕ

© 2021 г. В. В. Давыдов<sup>a, b, \*</sup>, В. И. Дудкин<sup>c</sup>, Н. С. Мязин<sup>a</sup>, Д. И. Николаев<sup>a</sup>

<sup>a</sup>Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,  
ул. Политехническая, 29, Санкт-Петербург, 195251 Российская Федерация

<sup>b</sup>Всероссийский научно-исследовательский институт фитопатологии,  
р.п. Большие Вяземы Московской обл., 143050 Российская Федерация

<sup>c</sup>Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича,  
просп. Большевиков, 22, Санкт-Петербург, 193232 Российская Федерация

\*E-mail: Davydov\_vadim66@mail.ru

Поступила в редакцию 08.04.2019 г.

После доработки 24.02.2020 г.

Принята к публикации 06.03.2020 г.

Исследованы особенности формирования линии ядерного магнитного резонанса, регистрируемого с использованием модуляционной методики в слабом магнитном поле ( $B < 0.1$  Тл) от малого объема конденсированной среды. Предложена новая модель описания структуры линии регистрируемого сигнала ядерного магнитного резонанса в слабом магнитном поле. Полученные результаты показали, что установленные нами соотношения для описания структуры линии сигнала ядерного магнитного резонанса, регистрируемого в слабом поле, позволяют учитывать при ее формировании вклады от сигналов поглощения и дисперсии. Проведено сопоставление результатов расчета и экспериментов.

DOI: 10.31857/S0033849421020042

#### ВВЕДЕНИЕ

Проводимые в настоящее время исследования в радиотехнике и электронике и реализуемые на их основе разработки в большинстве случаев направлены на решение прикладных задач. Одной из актуальных среди них является разработка быстрых и надежных методов экспресс-контроля (ЭК) состояния конденсированных сред [1–5]. Результаты ЭК состояния среды в месте взятия пробы наиболее востребованы перед проведением различных физических и химических экспериментов (особенно после длительного хранения среды, перемены емкости или транспортировки), во время экологического мониторинга труднодоступных мест водных объектов и их прибрежных зон. Кроме того, они востребованы в случаях контроля качества различной продукции как на стадиях ее производства, так и перед потреблением (например, бензин, моторные масла и пр.) и во многих других направлениях [3–10]. Накладываемые в соответствии с мировыми стандартами ограничения на вес измерительного прибора для проведения ЭК конденсированных сред существенно затрудняют использование различных методов измерения, а также создают дополнительные проблемы при разработке самих приборов.

Одним из наиболее перспективных решений задачи ЭК состояния конденсированных сред являются разработки приборов с использованием явления ядерного магнитного резонанса [4–12].

Проведенные нами исследования, а также опыт эксплуатации приборов, предназначенных для ЭК параметров конденсированных сред, показали, что другие методы, используемые для решения данных задач ЭК, имеют по сравнению с ЯМР ряд существенных недостатков [1–3, 6, 9]. Они менее информативны по числу измеряемых параметров среды и предназначены в основном для тестирования только небольшого числа сред (например, вода, жиры или моторное масло). Кроме того, проведенные исследования методом ЯМР не вносят необратимых изменений в физическую структуру и химический состав пробы среды по сравнению с другими методами. Это позволяет получать подтверждения результатов исследований методом ЯМР во время проведения ЭК состояния конденсированной среды в месте взятия пробы на стационарных спектрометрах высокого разрешения (ЯМР, ЭПР, рентгеновских и т.д.) в специализированных лабораториях. Необходимо также отметить, что конденсированную среду из пробы после ее исследований методом ЯМР можно использовать по непосредствен-

ному назначению [1, 4–6, 9, 10]. Поэтому в настоящее время расширению числа функциональных задач, которые можно решать при ЭК состояния среды в месте взятия пробы, используя явление ЯМР, уделяется повышенное внимание.

При проведении ЭК состояния конденсированной среды методом ЯМР сигнал от нее регистрируется с использованием модуляционной методики в слабом магнитном поле — значение индукции менее 0.1 Тл [2, 6, 7]. Другие способы регистрации сигнала ЯМР в слабом магнитном поле в малогабаритной магнитной системе прибора (расстояние между полюсами не превышает 15 мм, вес конструкции магнитной системы не должны быть больше 4 кг) не позволяют обеспечить необходимую погрешность измерения (не более 1%) для получения достоверных результатов при проведении исследований в экспресс-режиме [4, 6, 7, 9].

Одним из недостатков использования модуляционной методики при ЭК состояния конденсированных сред является отсутствие теоретической модели, которая позволяет воспроизводить форму линии регистрируемого сигнала ЯМР в слабом поле и определять ее структуру. Полученные ранее нами экспериментальные результаты показали, что это существенно ограничивает возможность ЭК состояния конденсированных сред методом ЯМР в месте взятия пробы. Целью данной работы является разработка теоретической модели, позволяющей воспроизводить форму линии регистрируемого сигнала ЯМР в условиях модуляции слабого магнитного поля в межполюсном пространстве малогабаритного ЯМР-спектрометра.

### 1. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ВЕКТОРА ЯДЕРНОЙ НАМАГНИЧЕННОСТИ В УСЛОВИЯХ МОДУЛЯЦИИ СЛАБОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Движение продольных и поперечных компонент вектора намагниченности конденсированной среды в катушке регистрации ЯМР-спектрометра описывается уравнениями Блоха [13–16]:

$$\begin{aligned} dM_x/dt + M_x/T_2 + \Delta\omega M_y &= 0, \\ dM_y/dt + M_y/T_2 - \Delta\omega M_x + \gamma H_1 M_z &= 0, \\ dM_z/dt + M_z/T_1 - \chi_0 H_0/T_1 - \gamma H_1 M_y &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\Delta\omega = \omega_0 - \omega_{\text{ЯМР}}$  — расстройка частоты контура регистрации сигнала ЯМР  $\omega_{\text{ЯМР}}$  от частоты прецессии намагниченности в поле  $H_0$  ( $\omega_0 = \gamma H_0$ ),  $\chi_0$  — статическая ядерная магнитная восприимчивость,  $T_1$  и  $T_2$  — время продольной и поперечной релаксации жидкой среды соответственно,  $t$  — время.

В работах [15–19] представлены аналитические решения (1), полученные с использованием

замены переменных в  $M_x$  и  $M_y$  компонентах вектора намагниченности и переходом во вращающуюся систему координат с частотой  $\omega_{\text{ЯМР}}$ . Данные решения получены для различных условий (быстрое прохождение через резонанс, быстрое адиабатическое прохождение через резонанс и т.д.), в которых происходит регистрация сигнала ЯМР. В ЯМР-спектрометрах при исследовании конденсированных сред, находящихся в стационарном состоянии, в большинстве случаев используется линейное изменение магнитного поля. Для данного изменения величины поля  $H_0$  в новых компонентах вектора намагниченности  $v(t)$  и  $u(t)$  (поглощение и дисперсия) из решения (1) при быстром адиабатическом прохождении через резонанс были получены следующие соотношения [15–19]:

$$v(t) = v_0 \exp(-t/T_2^*) \cos(at^2/2), \quad (2)$$

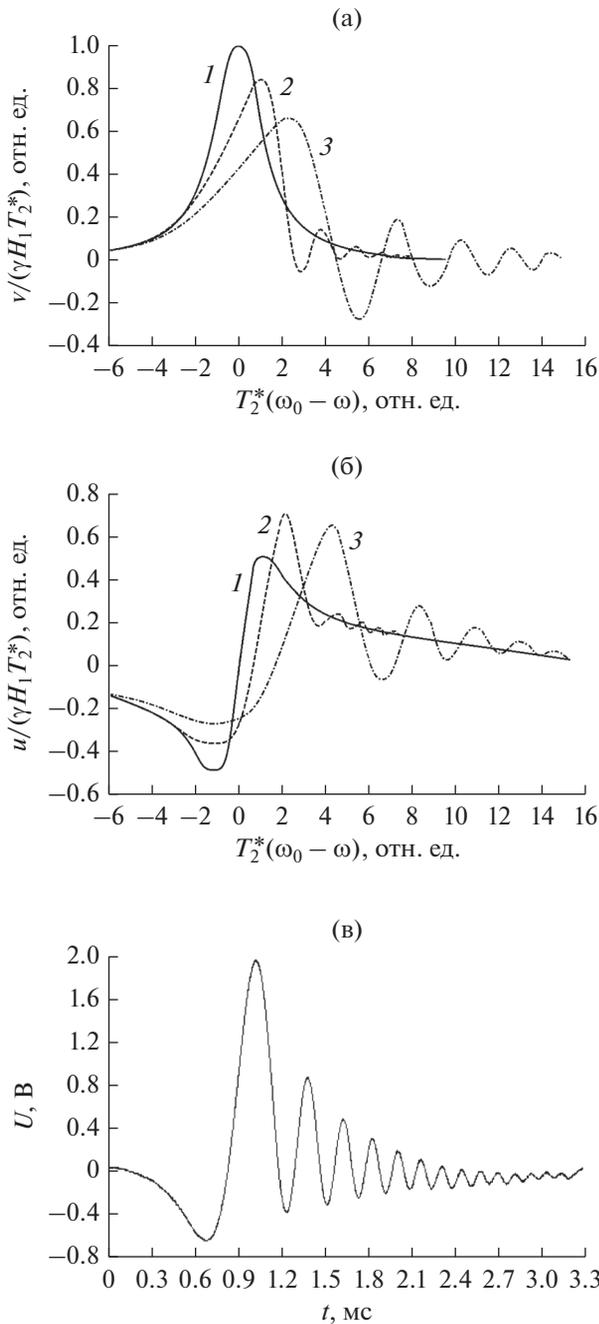
$$u(t) = u_0 \exp(-t/T_2^*) \sin(at^2/2), \quad (3)$$

где  $a = \gamma \frac{dH_z}{dt} = d\left(\frac{\Delta\omega}{dt}\right)$  — скорость изменения рас-

стройки магнитного поля,  $T_2^*$  — эффективное время поперечной релаксации,  $v_0$  и  $u_0$  — максимальное значение амплитуд регистрируемого сигнала поглощения и дисперсии ЯМР соответственно.

В зависимости от решаемых задач при исследовании конденсированных сред в ЯМР-спектрометрах регистрируется сигнал поглощения или дисперсии, форма линии которого описывается с помощью уравнений (2) или (3) соответственно. В работах [15–19] для различных сред, находящихся в стационарном состоянии, приведены примеры зарегистрированных сигналов ЯМР (поглощения и дисперсии) и их расчетные зависимости, полученные с помощью (2) и (3), а также показано соответствие теории эксперименту. При сравнении сигналов ЯМР, зарегистрированных с использованием модуляционной методики, от воды, находящейся как в стационарном, так и в текущем состоянии, с расчетами, выполненными с помощью (2) и (3) при линейном изменении  $H_0$ , наблюдается их внешнее сходство. На рис. 1 в качестве примера представлены данные зависимости при  $T = 19.1^\circ\text{C}$ .

Анализ представленных на рис. 1 зависимостей показывает, что форма линии сигналов ЯМР при определенных параметрах модуляции поля  $H_0$  представляет собой набор пиков (виглей) [17, 19–21], амплитуды которых со временем затухают по экспоненте. По этой причине в работах [1, 19–22] для исследования различных сред, находящихся как в стационарном, так и в текущем состоянии, с помощью сигналов ЯМР, регистриру-



**Рис. 1.** Расчет сигналов ЯМР от воды с использованием формул (2) (а) и (3) (б) при  $a^{1/2}T_2^* = 0$  (1), 1 (2) и 2 (3), а также зарегистрированный сигнал ЯМР в слабом поле ( $B_0 = 0.074$  Тл) с использованием модуляционной методики (в).

емых с использованием модуляционной методики, был предложен способ определения времени поперечной релаксации  $T_2$  по спаду огибающей, которая аппроксимируется зависимостью  $\exp(-t/T_2^*)$ . В этом случае в соответствии с теорией, рассмот-

ренной в [16–18], значения  $T_2$  определяются из следующего соотношения:

$$\frac{1}{T_2} = \frac{1}{T_2^*} + \frac{\gamma \Delta H}{\pi}, \quad (4)$$

где  $\Delta H$  – неоднородность магнитного поля в зоне размещения катушки регистрации сигнала ЯМР.

В ЯМР-спектрометрах и расходомерах-релаксометрах, подробно рассмотренных в [1, 11, 12, 19, 21], контроль состояния текущей среды осуществлялся по измеренным константам релаксации  $T_2$  (с использованием (4)) и  $T_1$  (методом Суриана) [21]. Воспроизводить форму линии регистрируемого сигнала ЯМР в данных приборах нет необходимости, так как основным параметром, который они должны измерять, является расход жидкости  $q$ . Но по причине того, что полученные результаты определения  $T_2$  с использованием (4) совпадали в пределах погрешности измерения со значениями  $T_2$ , полученными на других приборах, авторами [17–21] был сделан вывод – в случае необходимости для описания формы линии регистрируемого с использованием модуляционной методики сигнала ЯМР можно применять (2) и (3). Дальнейшие исследования в этом направлении не проводили.

В слабом магнитном поле (значение индукция  $B_0 < 0.1$  Тл) для обеспечения регистрации сигнала ЯМР от различных ядер, обладающих магнитным моментом, содержащихся в исследуемой среде с использованием модуляционной методики значение поля генерации  $H_1$  автодиноного детектора устанавливается по максимуму отношения сигнал/шум (С/Ш) [2, 4, 6, 7]. В этом случае регистрируемый автодиномным детектором сигнал ЯМР от конденсированной среды является суммой сигналов поглощения и дисперсии. Кроме того, нами было установлено, что в малогабаритном ЯМР-спектрометре для регистрации сигнала ЯМР с отношением С/Ш  $> 1.3$  между параметрами магнитных полей должны выполняться следующие соотношения:

$$\gamma H_m > 10 \Delta f_{\text{ЯМР}}, \quad (5)$$

$$T_m > 5T_2, \quad (6)$$

где  $H_m$  – амплитуда поля модуляции,  $T_m$  – период модуляции поля  $H_0$ . Естественная ширина линии  $\Delta f_{\text{ЯМР}}$  сигнала ЯМР определяется следующим образом [1, 15–20]:

$$\Delta f_{\text{ЯМР}} = 1/T_2. \quad (7)$$

В случае невыполнения хотя бы одного из соотношений (5) или (6) регистрация сигнала ЯМР будет крайне затруднена. Проведенные нами эксперименты показали, что ни при каких значениях  $H_1$ ,  $H_m$  и  $f_m$ , удовлетворяющих соотношениям (5) и (6), обеспечить при регистрации сигнала ЯМР

условие быстрого адиабатического прохождения через резонанс, при котором были получены (2) и (3), невозможно. При регистрации сигнала ЯМР в малогабаритном ЯМР-спектрометре можно реализовать только быстрое прохождение через резонанс. Для значений параметров магнитных полей  $H_1$ ,  $H_m$  и  $f_m$ , соответствующих данному режиму, и экспериментально измеренных значений времен релаксации  $T_1$  и  $T_2$  различных сред нами с использованием (2) и (3) были выполнены расчеты формы линии сигналов ЯМР. Полученные результаты показали, что ни при каких значениях  $H_1$ ,  $H_m$  и  $f_m$ , удовлетворяющих соотношениям (5) и (6), невозможно получить при расчете форму линии сигнала ЯМР, соответствующую экспериментальным исследованиям конденсированной среды в слабом магнитном поле. Поэтому для решения данной задачи на основании результатов, проведенных ранее экспериментов [2, 4, 6, 7, 11, 12] предлагаем следующее. В уравнениях Блоха (1), которые описывают движение вектора намагниченности, необходимо учесть особенности регистрации сигнала ЯМР с использованием модуляционной методики в слабом магнитном поле с помощью новых коэффициентов. При использовании модуляционной методики магнитное поле  $H$  между полюсами магнитов изменяется в соответствии со следующим соотношением:

$$H = H_0 + H_m \sin(\omega_m t), \quad (8)$$

где  $H_0$  – постоянное магнитное поле,  $H_m$  – поле катушки модуляции,  $\omega_m$  – частота модуляции.

В этом случае изменение расстройки частоты поля от резонанса  $\Delta\omega$  в системе уравнений Блоха (1) будет иметь следующую зависимость:

$$\Delta\omega = \gamma H_0 + \gamma H_m \sin(\omega_m t) - \omega_{\text{ЯМР}}. \quad (9)$$

Одной из особенностей регистрации сигнала ЯМР в слабом магнитном поле с использованием модуляционной методики является то, что она должна осуществляться только на частоте резонанса ( $\omega_{\text{ЯМР}} = \omega_0 = \gamma H_0$ ). Для большинства исследуемых сред в случае отстройки частоты регистрации сигнала ЯМР  $\omega_{\text{ЯМР}}$  от частоты резонанса  $\omega_0$  отношение С/Ш может стать меньше 1.3. При таком значении отношения С/Ш работа схемы накопления сигнала ЯМР в ЯМР-спектрометрах и магнетометрах становится неэффективной [2, 4, 10]. Это не позволяет проводить различные измерения с погрешностью не более 1%. С учетом данного обстоятельства соотношение (9) преобразуется в следующую функцию:

$$\Delta\omega = \gamma H_m \sin(\omega_m t). \quad (10)$$

Выражение (10) является новым коэффициентом для уравнений Блоха (1), значения величин  $H_m$ ,  $\omega_m$  в котором определяется с учетом соотношений (5)–(7).

Еще один новый коэффициент, который мы вводим в уравнения Блоха (1), связан с необходимостью учета в намагниченности исследуемой среды  $M$  модуляции слабого магнитного поля  $H_0$ . Новое соотношение для  $M$ , которое подставляется в (1), необходимо записать в следующем виде:

$$M = \chi_0(H_0 + H_m \sin(\omega_m t)), \quad (11)$$

где  $\chi_0 = NI(I+1)\mu^2/3kT$  – статистическая ядерная магнитная восприимчивость,  $N$  – концентрация парамагнитных частиц;  $\mu$  – магнитный момент частицы;  $k$  – постоянная Больцмана;  $T$  – абсолютная температура.

После подстановки новых коэффициентов (10) и (11) в уравнения Блоха (1), они принимают следующий вид:

$$\begin{aligned} du(t)/dt + u(t)/T_2 + \gamma H_m \sin(\omega_m t)v(t) &= 0, \\ dv(t)/dt + v(t)/T_2 - \\ - \gamma H_m \sin(\omega_m t)u(t) + \gamma H_1 M_z(t) &= 0, \quad (12) \\ dM_z(t)/dt + M_z(t)/T_1 - M/T_1 - \gamma H_1 v(t) &= 0. \end{aligned}$$

Система уравнений (12) решается относительно компонент  $v(t)$ ,  $u(t)$  и  $M_z(t)$  с учетом начальных условий  $M_z(0) = \chi_0 H_0$ ,  $v(0) = 0$ ,  $u(0) = 0$ .

На рис. 2 представлены сигналы поглощения  $v(t)$  и дисперсии  $u(t)$ , полученные при численном решении уравнений (12) с использованием пакета Mathematica при значениях магнитных полей и констант релаксации  $T_1$  и  $T_2$ , соответствующих эксперименту ( $T_1 = 1.47$  с;  $T_2 = 1.36$  мс;  $f_m = 10$  Гц;  $B_m = 0.52$  мТл;  $N = 6.6 \times 10^{29}$  м<sup>-3</sup>;  $I = 1/2$ ;  $\mu = 1.4 \times 10^{-26}$  Дж/Тл;  $k = 1.38 \times 10^{-23}$  Дж/К;  $B_0 = 74$  мТл;  $T = 291.8$  К).

На рис. 3 представлена форма линии сигнала ЯМР  $G(t)$ , соответствующая сумме  $v(t)$  и  $u(t)$ , так как при его регистрации в слабом магнитном поле параметры автодинного детектора и модулирующего магнитного поля настраиваются на максимум С/Ш и в его формировании принимают участие сигналы поглощения и дисперсии.

Анализ полученных зависимостей на рис. 2 и 3 показывает, что они отображают характер физических процессов, соответствующих эксперименту. Но проведенные нами дополнительные расчеты показали, что в предложенном выше описании формы линии  $G(t)$  сигнала ЯМР, который рассматривался рядом авторов, при его регистрации с использованием других методик при увеличении  $t$  через каждые  $T_m/2$  происходят изменения фазы в форме линии  $G(t)$  на  $180^\circ$  и последовательное уменьшение амплитуды пиков. В эксперименте через каждые полпериода  $T_m/2$  поля модуляции  $H_0$  регистрируется один и тот же сигнал ЯМР. Данное несоответствие теории и эксперимента объясняется тем, что автодинный детектор является интегральным измерительным устройством

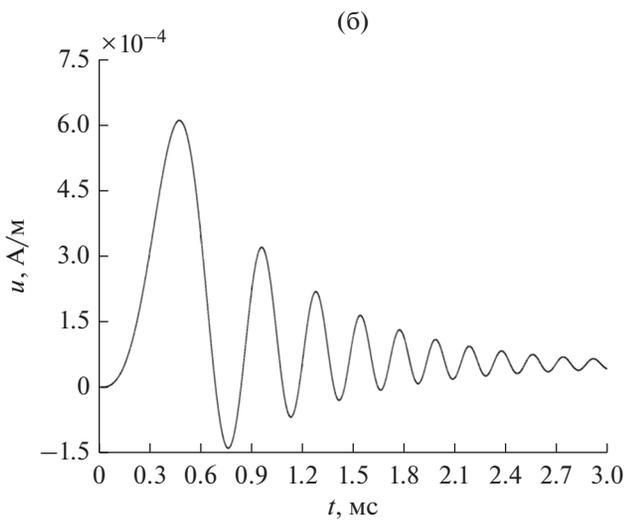
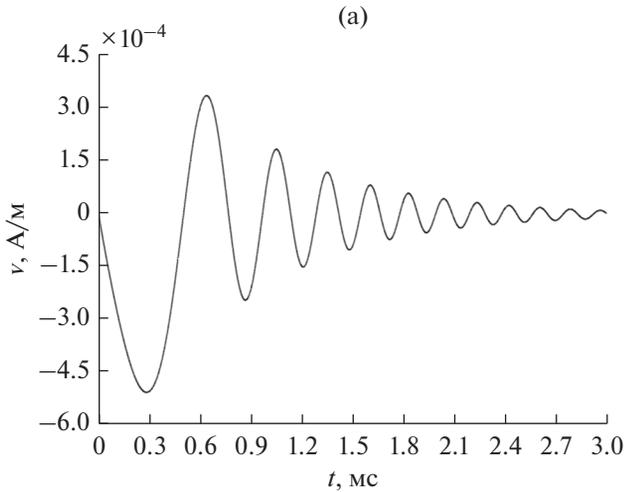


Рис. 2. Расчетные формы линии от воды сигналов поглощения (а) и дисперсии (б).

(регистрируемая амплитуда сигнала ЯМР пропорциональна сумме квадратов амплитуд сигналов  $v(t)$  и  $u(t)$ ). Поэтому форму линии  $G(t)$  регистрируемого сигнала ЯМР в слабом магнитном поле мы предлагаем описывать следующим соотношением:

$$G(t) = F(t) \left( \frac{A}{A+B} v^2(t) + \frac{B}{A+B} u^2(t) \right)^{1/2}, \quad (13)$$

где  $v(t)$ ,  $u(t)$  – сигналы поглощения и дисперсии,  $A$  и  $B$  – коэффициенты, определяющие вклад в регистрируемый сигнал ЯМР от сигналов поглощения и дисперсии,  $F(t)$  – коэффициент, учитывающий изменения фазы.

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

На рис. 4 представлены результаты сравнения формы пиков (виглей) регистрируемого сигнала

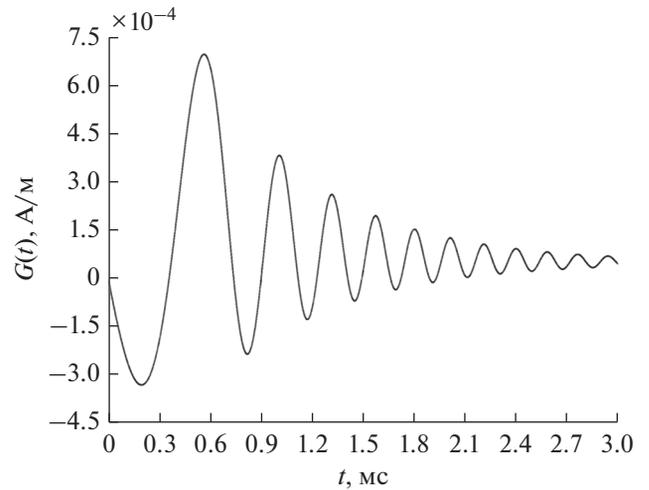


Рис. 3. Расчетная форма линии сигнала ЯМР от воды при одинаковом вкладе в ее формирование сигналов поглощения и дисперсии.

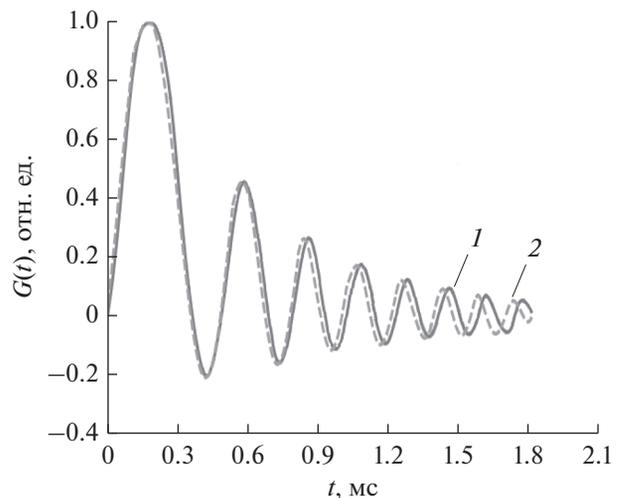


Рис. 4. Форма линии сигнала ЯМР от водопроводной воды: 1 – эксперимент, 2 – расчет.

ЯМР с расчетом их формы в линии, которые выполнены с использованием (13). При проведении расчета в (13) учтены особенности регистрации сигнала ЯМР автодинным детектором. В качестве конденсированной среды использовалась водопроводная вода при  $T = 19.4^\circ\text{C}$ . Для расчета  $G(t)$  численные значения сигналов поглощения и дисперсии  $v(t)$  и  $u(t)$  были получены из решения системы уравнений (12) при значениях магнитных полей и констант релаксации  $T_1$  и  $T_2$ , которые соответствуют эксперименту.

Анализ представленных на рис. 4 зависимостей показывает, что предложенное в данной работе соотношение (13), в котором используются решения уравнений Блоха (12) с новыми коэффи-

циентами, позволяет воспроизводить форму линии регистрируемого сигнала ЯМР с помощью модуляционной методики с погрешностью не более 3% (до пятого пика). Несовпадение теоретического расчета формы линии  $G(t)$  с экспериментом на начальном участке сигнала ЯМР (от  $t = 0$  до начала первого пика при  $G(t) = 0$ ), объясняется тем, что предложенная нами теория описания движения компонент вектора намагниченности в слабом поле не может учесть все нестационарные процессы, которые возникают в работе схемы автодинного детектора (при его настройке, на начальном этапе регистрации сигнала ЯМР и т.д.).

Необходимо также отметить, что полученный нами результат впервые предоставил возможность определять вклад сигналов поглощения и дисперсии в регистрируемый сигнал ЯМР от конденсированной среды с использованием модуляционной методики в слабом магнитном поле, находящейся как в стационарном, так и в текущем состоянии.

Кроме того, предложенная нами модель позволила разработать новую методику описания формы линии регистрируемого сигнала ЯМР от смеси, образованной несколькими средами, которые не вступили между собой в химическую реакцию, а образовали конгломерат (например, смесь двух бензинов или бензин и керосин и т.д.). В этом случае регистрируемый сигнал ЯМР от такой смеси в силу особенностей работы автодинного детектора (измерительное устройство интегрального типа) представляет собой сумму сигналов ЯМР от каждой из ее компонент. Используя предложенный нами метод, можно провести разделение регистрируемого сигнала ЯМР от смеси на сигналы от образующих ее компонент. Тогда форму линии регистрируемого сигнала ЯМР от смеси  $G(t)$  можно представить следующим соотношением:

$$G(t) = F_m(t) \sqrt{\frac{A_m}{A_m + B_m} v_m^2(t) + \frac{B_m}{A_m + B_m} u_m^2(t)} = \quad (14)$$

$$= \sum_{i=1}^k F_i(t) V_i N_i \sqrt{\frac{A_i}{A_i + B_i} v_i^2(t) + \frac{B_i}{A_i + B_i} u_i^2(t)}, \quad (15)$$

$$\sum_{i=1}^k V_i = V_r,$$

где  $A$ ,  $B$  — коэффициенты, определяющие вклад сигналов поглощения и дисперсии в сигнал ЯМР,  $F_i(t)$  — изменение фазы ( $m$  — смесь,  $i$  — компоненты смеси),  $N_i$  — число протонов в единицу объема для сред, образующих смесь,  $V_i$  — объем каждой из компонент в смеси,  $V_r$  — объем катушки регистрации малогабаритного ЯМР-спектрометра.

Полученные выражения (14) и (15) позволили впервые определять состав данной смеси и концентрацию в ней компонент при ЭК ее состояния в месте взятия пробы методом ЯМР. Особенность

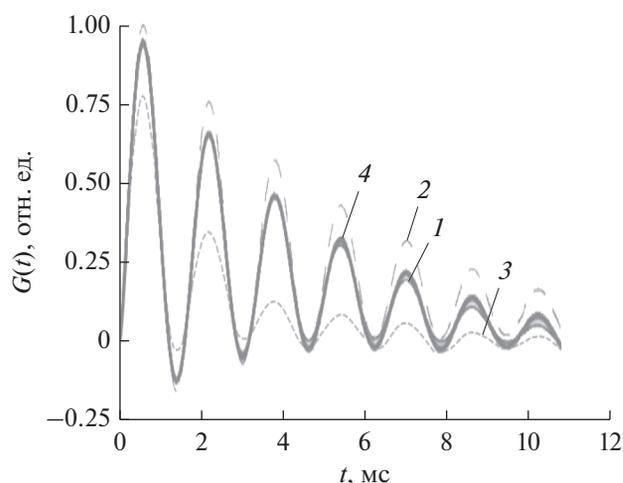


Рис. 5. Формы линий сигналов ЯМР от смеси бензинов АИ-95 и А-76 в пропорции 75 : 25% (1, 4) и от чистых бензинов АИ-95 (2) и А-76 (3), полученные экспериментально (1) и в результате расчета (2–4).

в использовании данного метода заключается в том, что все сигналы ЯМР, как от смеси, так и от ее компонент формируются в одних и тех же полях  $H_0$ ,  $H_1$  и  $H_m$ . Поэтому полученные решения для  $v(t)$  и  $u(t)$  из уравнений Блоха (12) как для смеси, так и для ее компонент, будут отличаться между собой только по константам релаксации  $T_1$  и  $T_2$ , при значениях которых решалось уравнение (12). Для исследуемой смеси  $T_1$  и  $T_2$  определяются по регистрируемому от нее сигналу ЯМР [4, 6, 7, 10]. Также известны значения констант релаксации  $T_1$  и  $T_2$  одной из компонент смеси (за нее выдается сама смесь, например, за бензин АИ-95). Константы релаксации остальных компонент смеси, а также их объемы, содержащиеся в исследуемой среде, подбираются так, чтобы выполнялись соотношения (14) и (15). Температура исследуемой смеси известна. После выполнения данных соотношений по установленным значениям  $T_1$  и  $T_2$  определяются компоненты смеси, а по  $V_i$  — их относительные концентрации.

На рис. 5 представлены результаты сравнения формы пиков (виглей) зарегистрированного сигнала ЯМР от смеси бензинов АИ-95 и А-76 в пропорции 75 к 25% с расчетами формы пиков в линиях сигналов ЯМР от чистых бензинов АИ-95 и А-76, а также их смеси в отмеченной выше пропорции, выполненными с использованием (14) с учетом особенностей регистрации сигнала ЯМР автодинным детектором при их построении.

Анализ полученных результатов на рис. 5 показывает, что расчетная форма линии сигнала ЯМР от смеси двух бензинов совпадает с экспериментальной зависимостью с погрешностью не бо-

лее 3% (до пятого пика). Кроме того, рассчитанные с использованием (14) и (15) относительные концентрации бензинов АИ-95 и А-76 в исследуемых смесях совпали в пределах погрешности измерений с массовыми пропорциями, которые были использованы для приготовления из них данных смесей перед экспериментом. Это подтверждает достоверность предложенного нами метода.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные результаты показывают, что предложенная нами теоретическая модель с использованием уравнений Блоха во вращающейся системе координат с новыми коэффициентами позволяет впервые воспроизводить структуру линии регистрируемого сигнала ЯМР в слабом магнитном поле с использованием модуляционной методики.

Предложенный нами новый метод, разработанный на основе данной теоретической модели, позволяет получать информацию о составе исследуемой среды в месте взятия пробы при проведении экспресс-контроля малогабаритным ЯМР-спектрометром и принимать обоснованное решение о дальнейшем ее использовании без дополнительных исследований пробы в стационарной лаборатории. Ранее в [4, 5, 7, 10] результаты исследований, полученные при ЭК конденсированной среды в месте взятия пробы, давали только информацию о наличии в ней отклонения от стандартного состояния и требовались дополнительные исследования в стационарной лаборатории для принятия достоверного решения по дальнейшему использованию среды.

Необходимо также отметить, что предложенная теоретическая модель для описания структуры линии позволяет с использованием ЯМР-спектрометров (с модуляционной методикой регистрации сигнала ЯМР) более эффективно проводить фундаментальные научные исследования изменения вкладов сигналов поглощения и дисперсии в структуру регистрируемого сигнала ЯМР от конденсированной среды, находящейся как в стационарном, так и текущем состоянии при изменении ее времен продольной  $T_1$  и поперечной  $T_2$  релаксации. Эти исследования позволяют получить дополнительную информация о релаксационных механизмах в среде, а также решить сложнейшую задачу, связанную с разработкой новых

жидких сред с заданными значениями  $T_1$  и  $T_2$  для ЯМР-магнитометров на текущей жидкости [22].

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дудкин В.И., Пахомов Л.Н. Квантовая электроника. СПб.: Изд-во Политех. ун-та, 2012.
2. Давыдов В.В., Мязин Н.С., Давыдова Т.И. // Дефектоскопия. 2017. № 7. С. 52–61.
3. Авербах В.С., Лебедев А.В., Манаков С.А., Бредихин В.В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2013. Т. 56. № 3. С. 149.
4. Karsseev A.Yu., Vologdin V.A., Davydov V.V. // J. Phys.: Conf. Ser. 2015. V. 643. № 1. P. 012108.
5. Васильев Н.С., Поляк Ин.С., Поляк Иг.С. и др. // ПТЭ. 2015. № 1. С. 181.
6. Давыдов В.В., Дудкин В.И., Карсеев А.Ю., Вологдин В.А. // Журн. прикл. спектроскопии. 2015. Т. 82. № 6. С. 898.
7. Давыдов В.В., Величко Е.Н., Дудкин В.И., Карсеев А.Ю. // ПТЭ. 2015. № 2. С. 72.
8. Вознесенский С.С., Гамаюнов Е.П., Попик А.Ю., Коротенко А.А. // ПТЭ. 2014. № 3. С. 97.
9. Neronov Y.I., Karshenboim S.G. // Phys. Lett. A. 2003. V. 318. № 1–2. P. 126.
10. Filippov A.V., Rudakova M.A., Skirda V.D. // Magnetic Resonance in Chemistry. 2012. V. 50. № 2. P. 114.
11. Давыдов В.В., Семенов В.В. // РЭ. 1999. Т. 44. № 12. С. 1528.
12. Давыдов В.В., Дудкин В.И., Мязин Н.С. // РЭ. 2016. Т. 61. № 10. С. 1026.
13. Bloch F. // Phys. Rev. 1946. V. 70. № 7. P. 460.
14. Bloch F., Hansen W.W., Packard F. // Phys. Rev. 1946. V. 70. № 7. P. 474.
15. Абрагам А. Ядерный магнетизм. М.: Изд-во иностр. лит., 1963.
16. Леше А. Ядерная индукция. М.: Изд-во иностр. лит., 1963.
17. Бородин П.М., Володичев М.И., Москалев В.В., Морозов А.А. Ядерный магнитный резонанс. Л.: Изд-во ЛГУ, 1982.
18. Чижик В.И. Ядерная магнитная релаксация. Л.: ЛГУ, 1991.
19. Жерновой А.И. Ядерно-магнитные расходомеры. Л.: Машиностроение, 1985.
20. Жерновой А.И. // Изв. вузов. Физика. 2008. Т. 51. № 10. С. 84.
21. Жерновой А.И., Латышев Г.Д. Ядерный магнитный резонанс в проточной жидкости. М.: Атомиздат, 1964.
22. Давыдов В.В., Дудкин В.И., Карсеев А.Ю. // ЖТФ. 2015. Т. 85. № 3. С. 138.

## ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРАХ

УДК 621

### УЗКОПОЛОСНЫЙ МПМ-ДЕТЕКТОР ВИДИМОЙ ЧАСТИ СПЕКТРА НА ОСНОВЕ ГЕТЕРОСТРУКТУРЫ ZnCdSe/ZnSSe/GaAs

© 2021 г. С. В. Аверин<sup>а</sup>\*, П. И. Кузнецов<sup>а</sup>, В. А. Житов<sup>а</sup>, Л. Ю. Захаров<sup>а</sup>, В. М. Котов<sup>а</sup>

<sup>а</sup>Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,  
пл. Введенского, 1, Фрязино Московской обл., 141190 Российская Федерация

\*E-mail: sva278@ire216.msk.su

Поступила в редакцию 15.06.2020 г.

После доработки 28.09.2020 г.

Принята к публикации 30.09.2020 г.

Представлены результаты экспериментальных исследований фотодиодов на основе встречно-штыревых МПМ (металл-полупроводник-металл) Шоттки барьерных контактов к гетеробарьерной структуре ZnCdSe/ZnSSe/GaAs. Детектор обеспечивает узкополосный отклик (FWHM = 4.3 нм) на длине волны 460 нм, резкий спад fotocувствительности в коротковолновой части сигнала отклика, высокую ампер-ваттную чувствительность и низкий темновой ток.

DOI: 10.31857/S0033849421020029

#### ВВЕДЕНИЕ

Открытые системы передачи оптических информационных сигналов, как правило, подвержены вредному воздействию внешних факторов: активные и пассивные помехи, фоновое излучения Солнца и т.д. Это приводит к снижению надежности информационной системы, уменьшению ее динамического диапазона. Фильтрация принимаемого оптического излучения позволяет уменьшить влияние внешних помех и выделить полезный информационный сигнал. В этой связи важной задачей является разработка узкополосных фотодетекторов [1–6]. Фотодетекторы видимого участка спектра перспективны для использования во многих промышленных, научных и военных применениях (космос, медицина, исследование окружающей среды и т.д.) [6]. До недавнего времени детектирование видимого и УФ-излучения выполнялось исключительно на Si- и GaAs-детекторах. Одним из недостатков детекторов на этих материалах является деградация их параметров (“старение”) при воздействии излучения с энергией, существенно превышающей ширину запрещенной зоны Si и GaAs [3, 7]. Другим недостатком приемных устройств на Si и GaAs является то, что их максимальная fotocувствительность находится в более длинноволновой инфракрасной области спектра, а реализация помехозащищенного узкополосного приема требует использования внешних фильтров [3, 6, 7]. Недавно были предложены фильтры проходящего видимого излучения на основе интерференционного взаимодействия в ультратонких полупроводниковых Si-структурах, помещенных между

двумя металлическими пленками [8], в другом методе фильтрация видимого излучения выполнялась с использованием химических пигментов [9], наконец, сравнительно недавно появились фильтры на основе поверхностных плазмонных поляритонов [8]. Следует отметить, что все эти фильтры, как и многие другие, являются внешними по отношению к фотодетектору и их использование приводит к усложнению приемной системы и снижению чувствительности [3, 6, 7].

Широкозонный полупроводник сам по себе является важным преимуществом с точки зрения создания на его основе фотодетекторов, поскольку позволяет реализовать низкие темновые токи и высокую надежность в условиях освещения излучением фотонами высоких энергий, а подбором гетероэпитаксиальных слоев может быть реализован узкополосный отклик детектора, что обеспечивает фильтрацию полезного информационного сигнала и, тем самым, помехозащищенность оптической информационной системы. Известно также, что широкозонные полупроводниковые материалы обладают существенно большей теплопроводностью и радиационной стойкостью по сравнению с Si и GaAs. Для сравнения теплопроводности GaAs и ZnSe при комнатной температуре соответственно равны 1.49 и 18 Вт м<sup>-1</sup> К<sup>-1</sup>. Это позволяет использовать устройства на их основе при значительно более высоких температурах и мощностях принимаемого излучения, в то время как прочность химических связей широкозонных материалов приводит к их повышенной радиационной стойкости [3].

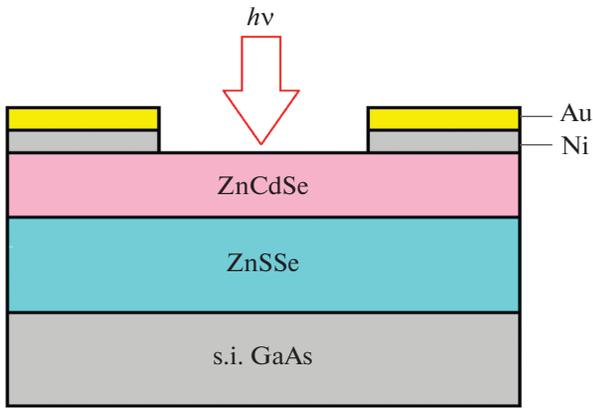


Рис. 1. Гетероструктура и встречно-штыревые контакты МПМ-диода на ее основе.

Таким образом, разработка и создание узкополосных детекторов на основе гетероструктур широкозонных полупроводниковых материалов является актуальной задачей современной оптоэлектроники.

Различные типы детекторов на основе широкозонных полупроводниковых материалов и гетероструктур были исследованы в работах [10–14]. В работе [10] представлены результаты исследований детекторов металл–полупроводник–металл (МПМ) на основе эпитаксиального слоя ZnSTeSe, выращенного на GaAs-подложке. Хотя получен достаточно резкий спад отклика детектора на длине волны 500 нм, детектор демонстрировал широкополосный отклик в области длин волн 350...500 нм и не удовлетворял требованиям селективного узкополосного приема оптического сигнала. В работе [11] исследовался фотодетектор на основе гетероструктуры ZnSTeSe/ZnSe, выращенной на GaAs-подложке. Здесь реализован достаточно эффективный широкополосный отклик детектора в спектральном диапазоне 305...900 нм с максимумом фоточувствительности на длине волны ~800 нм, обусловленным присутствием GaAs-подложки. Недавно нами были исследованы детектирующие свойства МПМ-диодов на низкоразмерных гетероструктурах с квантовыми ямами ZnCdS, разделенными барьерными слоями ZnMgS, которые обеспечивали двухцветное узкополосное детектирование излучения на длинах волн 350 и 450 нм [12]. Однако ширина полосы спектрального отклика детектора была довольно большая, на длине волны 450 нм полная ширина сигнала отклика детектора, измеренная на половине его амплитуды (*англ.* full width at half maximum, FWHM) составила 50 нм. В работе [13] были созданы и исследованы МПМ-детекторы на основе GaN/AlGaIn квантовых ям. При освещении со стороны подложки получен отклик детектора в диапазоне длин волн 297...352 нм, т.е. FWHM ~ 60 нм. Узкополосный спектральный отклик с FWHM = 27 нм был реализован в наших исследованиях

на длине волны 240 нм на AlGaIn/AlIn МПМ-фотодиоде [14]. Однако в двух последних примерах гетероструктуры были выращены на подложках из сапфира, что создает большие трудности при интеграции таких детекторов со схемами усиления и обработки сигналов. Наконец, совсем недавно авторы работы [6] опубликовали результаты исследований узкополосных фотодетекторов на основе полимерных перовскитовых слоев. Получен узкополосный отклик детектора с FWHM = 50 нм с возможностью подстройки максимальной чувствительности в диапазоне 680...710 нм. Как видим, узкополосные детекторы видимой и УФ-части спектра являются предметом интенсивных исследований в течение последних лет.

В данной работе исследована возможность уменьшения ширины спектрального отклика фотодетектора видимой части спектра с целью достижения FWHM в области единиц нанометров при сохранении высокой квантовой эффективности детектора. Детектор реализован в виде встречно-штыревых МПМ Шоттки барьерных контактов к гетероэпитаксиальной структуре ZnCdSe/ZnSSe/GaAs и обеспечивает узкополосный отклик (FWHM = 4.3 нм) на длине волны 460 нм, высокую амперваттную чувствительность и низкий темновой ток.

## РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТА

В качестве базовой фотодиодной структуры был выбран поверхностно-барьерный планарный диод на основе двойных выпрямляющих контактов в системе металл–полупроводник–металл (МПМ-диод) [15–17]. МПМ-диод реализован в виде встречно-штыревых Шоттки барьерных контактов к гетеробарьерной структуре ZnCdSe/ZnSSe, выращенной методом химического газофазного осаждения из металлоорганических соединений (MOVPE) на полуизолирующей (s.i.) подложке GaAs толщиной 300 нм (рис. 1). Эпитаксии предшествовал одноминутный отжиг подложки при температуре 600°C в атмосфере водорода с целью деоксидации ее поверхности. Процесс осаждения гетероструктуры был проведен при давлении водорода, близком к атмосферному, в щелевидном кварцевом реакторе с in-situ контролем спектра отражения на длине волны 730 нм. Температура осаждения была равна 450°C. В качестве исходных веществ использованы диэтилцинк, диметилкадмий, диэтилселенид и диэтилсульфид. Толщина слоев ZnSSe (132 нм) и ZnCdSe (805 нм) рассчитана по спектрам отражения. Методами фотолитографии на поверхности гетероструктуры были сформированы встречно-штыревые контакты МПМ-диода с шириной 2 мкм и расстоянием между ними 4 мкм. В качестве металла, формирующего барьер Шоттки, использовали Ni. Общая площадь детектора 100 × 100 мкм<sup>2</sup>.

Вольт-амперные характеристики (ВАХ) изготовленных МПМ-гетерофотодиодов исследова-

ны при комнатной температуре на измерителе параметров полупроводниковых приборов Agilent B1500 A. Они представлены на рис. 2 при разных направлениях напряжения смещения и демонстрируют низкие темновые токи при достаточно высоких напряжениях. При напряжении смещения 30 В темновой ток составляет  $2 \times 10^{-10}$  А, что сравнимо с темновыми токами МПМ-диодов на основе низкоразмерной гетероструктуры ZnCdS/ZnMgS/GaP [12]. Поскольку дробовой и обратночастотный шум пропорциональны величине тока, протекающего через переход, низкий темновой ток позволяет увеличить отношение сигнал/шум детектора. Темновой ток описывается в рамках теории термоэлектронной эмиссии. При этом высота потенциального барьера в исследуемой встречно-штыревой системе контактов МПМ согласно измерениям, выполненным по методике [18], составила 1.1 эВ, а коэффициент идеальности барьера Шоттки равен 1.16. Эти параметры свидетельствуют о высоком качестве барьеров Шоттки в исследуемых МПМ-диодах. Следует отметить небольшую асимметричность положительной и отрицательной ветвей ВАХ исследуемого МПМ-диода вследствие различий плотностей состояний на границе раздела металл–полупроводник двух контактов и дефектов роста, приводящих к неровностям поверхности выращенной полупроводниковой структуры и, как следствие, к неодинаковым эффективным площадям контактов. Пробивное напряжение детектора составляет  $\sim 90$  В.

Измерение спектральной зависимости фоточувствительности исследуемого МПМ-диода было выполнено с использованием галогеновой лампы в качестве источника излучения, монохроматора, модулятора и селективного вольтметра с применением режима синхронного детектирования электрического сигнала отклика с МПМ-гетерофотодиода. Ампер-ваттная чувствительность определялась как отношение фототока детектора к мощности оптического излучения, падающего на МПМ-диод. Мощность излучения измеряли откалиброванными кремниевым фотодиодом. На рис. 3 представлен спектр сигнала фотоотклика детектора при различных напряжениях смещения. Детектор достаточно узкополосен, измеренная на длине волны 460 нм FWHM сигнала отклика составляет 4.3 нм, является наименьшей из известных и опубликованных в литературе для детекторов излучения видимой части спектра и позволяет обеспечить высокий уровень фильтрации полезного информационного сигнала.

В работах [3, 19] показано, что фотодетекторы на основе ZnSSe обеспечивают резкий спад чувствительности в длинноволновой части сигнала отклика детектора (“красная” граница). Это наблюдается и в наших экспериментах (см. рис. 3). Известно, что глубина поглощения оптического излучения в ZnSSe на длине волны 460 нм составляет  $\sim 500$  нм [20]. При переходе к детектированию оптических

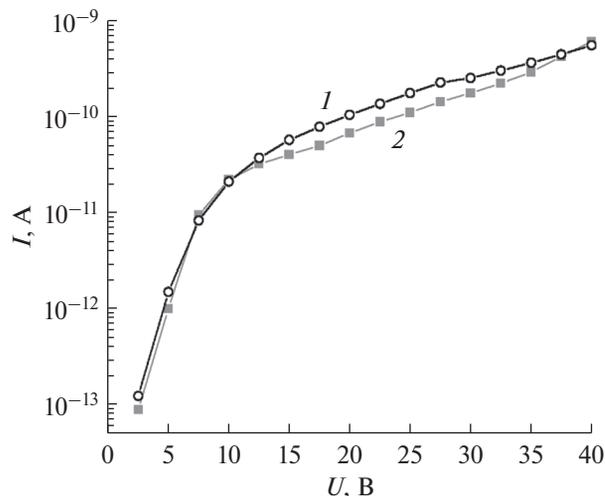


Рис. 2. Вольт-амперные характеристики МПМ-гетерофотодиода: кривая 1 – прямое смещение, кривая 2 – обратное смещение.

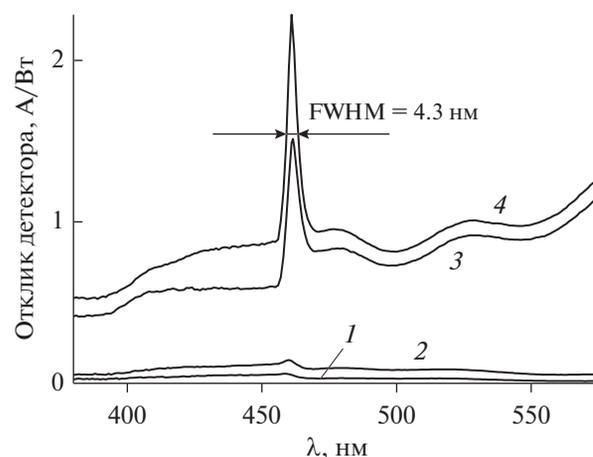


Рис. 3. Спектр сигнала фотоотклика МПМ-детектора: смещение 5 (кривая 1), 10 (2), 20 (3) и 30 В (4).

сигналов на более коротких длинах волн с увеличением энергии кванта света резко растет коэффициент поглощения падающего на детектор излучения. Оно поглощается в этом случае все ближе к поверхности гетероструктуры ZnCdSe/ZnSSe. При этом концентрация фотогенерированных электронов и дырок очень велика, что уменьшает время жизни носителей и, соответственно, увеличивает вероятность поверхностной и объемной рекомбинации [21]. Носители рекомбинируют раньше, чем уходят к встречно-штыревым контактам диода. Избыточный уровень дефектов на границе раздела ZnCdSe/ZnSSe также приводит к процессам захвата носителей и резкому спаду сигнала фотоотклика детектора. Мы объясняем резкий спад фоточувствительности в коротковолновой части сигнала отклика детектора как сильной поверхностной и объемной рекомбинацией фотоиндуцированных носителей заряда в тонком верхнем

слое ZnCdSe, так и рекомбинацией на большой плотности дефектов на границе решеточно-расогласованных слоев ZnCdSe/ZnSSe.

Моделирование в рамках двумерной модели [16] показывает, что при напряжениях смещения  $< 10$  В и зазоре между встречно-штыревыми контактами 4 мкм детектор работает в условиях частичного обеднения активной межконтактной области. Это подтверждается существенным снижением сигнала отклика детектора в области напряжений смещений 5...10 В. Увеличение напряжения смещения приводит к полному обеднению межконтактной области и существенно увеличивает эффективность узкополосного детектора. При напряжении смещения 30 В сигнал фотоотклика МПМ-диода на длине волны 460 нм с учетом потерь на отражение от встречно-штыревых контактов соответствует ампер-ваттной чувствительности 2.3 А/Вт. Токовая чувствительность нашего детектора находится в хорошем соответствии с результатами других исследователей. В частности, ампер-ваттная чувствительность МПМ-детектора в системе контактов Ag/ZnO составляет 1.5 А/Вт [22], максимальный отклик МПМ-диода на основе встречно-штыревых контактов Ni к ZnO на длине волны 385 нм соответствовал ампер-ваттной чувствительности детектора 1.6 А/Вт, а темновой ток составлял  $1.04 \times 10^{-6}$  А [23]. Отметим, что ампер-ваттная чувствительность исследуемого детектора несколько выше теоретического значения вследствие эффекта внутреннего фотоусиления. Этот эффект наблюдался также и другими авторами [23–25].

Увеличение напряжения смещения приводит также и к увеличению глубины проникновения электрического поля в активный объем детектора, в сигнале отклика детектора появляется компонента отклика в инфракрасной области спектра излучения, обусловленная GaAs подложкой (см. рис. 3). Она имеет резкий спад на длине волны 870 нм, что соответствует ширине запрещенной зоны GaAs. Токовая чувствительность детектора на длине волны 800 нм составляет 2.8 А/Вт. Таким образом, исследуемый фотодетектор обеспечивает эффективное двухцветное детектирование излучения в видимой и инфракрасной части спектра.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлены результаты экспериментальных исследований узкополосного фотодетектора видимой части спектра на основе МПМ-диода. Детектор реализован в виде встречно-штыревых МПМ Шоттки барьерных контактов к гетеробарьерной структуре ZnCdSe/ZnSSe/GaAs. Детектор обеспечивает узкополосный отклик на длине волны 460 нм (FWHM = 4.3 нм), резкий спад фоточувствительности в коротковолновой части

сигнала отклика, высокую ампер-ваттную чувствительность (2.3 А/Вт) и низкий темновой ток ( $2 \times 10^{-10}$  А).

## ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках государственного задания и при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 18-07-00259А).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бланк Т.Б., Гольдберг Ю.А. // Физика и техника полупроводников. 2003. Т. 37. № 9. С. 1025.
2. Parisi A.V., Wong C.F. // Phys. Med. Biol. 1997. V. 42. № 7. P. 1263.
3. Monroy E., Omnes F., Calle F. // Semicond. Sci. Technol. 2003. V. 18. № 4. P. R33.
4. Konstantatos G., Clifford J., Levina L., Sargent E.H. // Nat. Photonics. 2007. V. 1. № 9. P. 531.
5. Baeg K.J., Binda M., Natali D. et al. // Adv. Mater. 2013. № 25. P. 4267.
6. Qin Z., Song D., Xu Zh. et al. // Organic Electronics. 2020. V. 76. P. 105417.
7. Metzger R.A. // Compound Semicond. 1996. May/June. P. 29.
8. Lee K.-T., Seo S., Lee J.Y., Guo L.J. // Appl. Phys. Lett. 2014. V. 104. № 23. P. 231112.
9. Sabnis R.W. // Displays. 1999. V. 20. P. 119.
10. Chang S.J., Su Y.K., Chen W.R. et al. // IEEE Photonics Technol. Lett. 2002. V. 14. № 2. P. 188.
11. Chen W.-R., Meen T.-H., Cheng Y.-Ch. // IEEE Electron Device Lett. 2006. V. 27. № 25. P. 347.
12. Averin S.V., Kuznetsov P.I., Zhitov V.A. et al. // Solid State Electron. 2015. V. 114. P. 135.
13. Zhang S.K., Wang W.B., Yun F. et al. // Appl. Phys. Lett. 2002. V. 81. № 24. P. 4628.
14. Averin S., Kuznetsov P., Zhitov V. et al. // Phys. Status Solidi. 2013. V. 10. № 3. P. 298.
15. Ito M., Wada M. // J. Quantum Electron. 1986. V. 22. № 7. P. 1073.
16. Averin S., Sachot R., Hugi J. et al. // J. Appl. Phys. 1996. V. 80. № 3. P. 1553.
17. Averine S.V., Chan Y.C., Lam Y.L. // Solid State Electron. 2001. V. 45. № 3. P. 441.
18. Averine S., Chan Y.C., Lam Y.L. // Appl. Phys. Lett. 2000. V. 77. № 2. P. 274.
19. Sou I.K., Ma Z.H., Wong G.K.L. // Appl. Phys. Lett. 1999. V. 75. № 23. P. 3707.
20. Gerhard A., Nürnberger J., Schüll K. et al. // J. Crystal Growth. 1998. V. 184/185. P. 1319.
21. Redaelli L., Mukhtarova A., Valdueza-Felip S. et al. // Appl. Phys. Lett. 2014. V. 105. № 13. P. 131105.
22. Liang S., Sheng H., Liu Y. et al. // J. Crystal Growth. 2001. V. 225. P. 110.
23. Jandow N.N., Yam F.K., Thahab S.M. et al. // Current Allied Phys. 2010. V. 10. P. 1452.
24. Liu K.W., Ma J.G., Zhang J.Y. et al. // Solid State Electron. 2007. V. 51. P. 757.
25. Katz O., Bahir G., Salzman J. // Appl. Phys. Lett. 2004. V. 84. № 20. P. 4092.

## ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРАХ

УДК 621.382.232:53.098

# ИССЛЕДОВАНИЕ ИЗМЕНЕНИЯ ВОЛЬТ-АМПЕРНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОЛУПРОВОДНИКОВОГО ДИОДА ПРИ ПРОХОЖДЕНИИ ЧЕРЕЗ НЕГО МОЩНЫХ ВЫСОКОЧАСТОТНЫХ СИГНАЛОВ

© 2021 г. А. В. Семенов<sup>а</sup>, \*, А. В. Серов<sup>а</sup>, К. В. Шибалко<sup>а</sup>

<sup>а</sup>Российский федеральный ядерный центр –  
Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики,  
просп. Мира, 37, Саров, Нижегородская обл., 607189 Российская Федерация

\*E-mail: [alekssemenov.nnov@gmail.com](mailto:alekssemenov.nnov@gmail.com)

Поступила в редакцию 07.08.2019 г.

После доработки 25.02.2020 г.

Принята к публикации 25.02.2020 г.

Создан экспериментальный стенд для оценки характеристик электромагнитного поля, при которых происходят изменения вольт-амперной характеристики полупроводниковых элементов. На разрабатываемом стенде проведена серия экспериментов по воздействию сигналами с различными параметрами на диод КД520А с целью зафиксировать изменения крутизны вольт-амперной характеристики диода как признак начала деградации его  $p-n$ -перехода путем регистрации амплитуд высших гармоник при воздействии сверхвысокочастотными сигналами.

DOI: 10.31857/S0033849421020157

## ВВЕДЕНИЕ

Задача по проведению исследований стойкости полупроводниковых элементов различного назначения в опубликованных различными исследователями работах преимущественно сводится к облучению их электромагнитными полями с последующим увеличением амплитуды сигнала вплоть до катастрофических отказов исследуемых объектов [1–3]. Однако в ряде случаев, когда, например, исследуют стойкость уникальных и дорогостоящих микроэлектронных объектов, катастрофический отказ одной или нескольких из его систем неприемлем. Для достоверной оценки величины амплитуды электромагнитного поля, представляющей опасность для таких объектов, необходимо определить момент начала деградации  $p-n$ -перехода в рабочем полупроводниковом элементе из состава объекта при омическом разогреве токами, наведенными под действием внешнего воздействующего фактора.

Для того чтобы определить момент начала деградации  $p-n$ -перехода, нами предлагается воздействовать на исследуемый объект зондирующими сигналами регулируемой мощности с регистрацией амплитуды выходных сигналов на высших гармониках. Уменьшение уровня высших гармоник при дальнейшем увеличении амплитуды зондирующего сигнала будет свидетельствовать о начале изменения

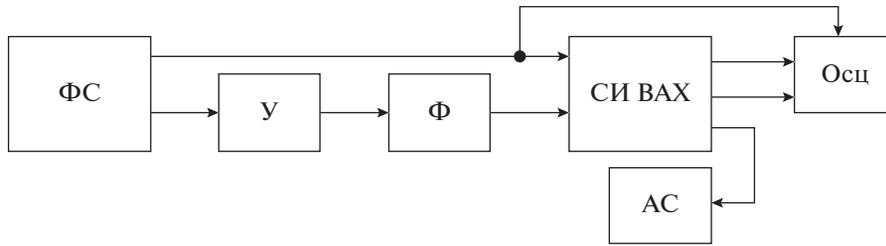
крутизны вольт-амперной характеристики (ВАХ) полупроводникового элемента.

## 1. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ СТЕНД

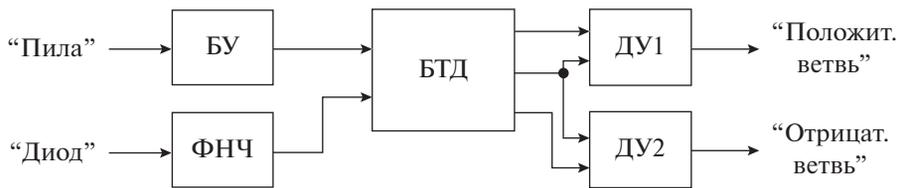
Для реализации возможности наблюдения прямой и обратной ветвей ВАХ полупроводниковых элементов, находящихся под воздействием внешнего электромагнитного поля, был создан стенд, функциональная схема которого приведена на рис. 1.

Формирователь сигналов ФС имеет два независимых канала. Один из них является источником ВЧ-воздействия на исследуемый диод и определяет частотно-временные параметры воздействующего ВЧ-импульса. Другой канал формирователя сигналов является генератором пилообразного напряжения, используемого в схеме измерения СИ ВАХ.

Сформированный ВЧ-каналом формирователя ФС сигнал поступает на связку усилитель–фильтр У–Ф для нормирования энергетических характеристик воздействующего ВЧ-импульса. Затем сформированный ВЧ-сигнал поступает на исследуемый диод, расположенный в схеме измерения СИ ВАХ. Контроль над состоянием исследуемого диода осуществляется с помощью анализатора спектра АС. Осциллограф Осц используется для записи текущего вида ВАХ исследуемого диода.



**Рис. 1.** Функциональная схема стенда для определения характеристик поля, достаточных для изменения ВАХ полупроводникового прибора: ФС – формирователь сигналов; У – усилитель; Ф – фильтр; СИ ВАХ – схема измерения ВАХ; АС – анализатор спектра; Осц – осциллограф.



**Рис. 2.** Функциональная схема стенда для определения характеристик поля, достаточных для изменения ВАХ полупроводникового прибора: БУ – буферный усилитель; ФНЧ – фильтр нижних частот; БТД – блок токовых датчиков прямой и обратной ветвей ВАХ; ДУ1, ДУ2 – дифференциальные усилители.

Большинство элементов представленной функциональной схемы являются стандартными средствами измерений, за исключением схемы измерения ВАХ исследуемого полупроводникового элемента.

В реализованной схеме измерение ВАХ диода основано на измерении тока, протекающего через исследуемый диод, напряжение на котором определяется выходным напряжением усилителя с низким выходным сопротивлением [4]. Формирование прямой и обратной ветвей ВАХ обеспечивается двумя параллельными дифференциальными усилительными каналами с общей точкой на исследуемом диоде. Усилители формируют сигнал с датчиков тока прямой и обратной ветвей ВАХ. Источник ВЧ-сигнала также подключен к диоду через развязывающую LC-цепочку.

Функциональная схема устройства для измерения ВАХ диода представлена на рис. 2. Пилообразное напряжение, изменяющееся в диапазоне от  $-10$  до  $10$  В, поступает на буферный усилитель БУ по входу “Пила”. Сформированный им сигнал подается на блок токовых датчиков БТД обеих ветвей ВАХ. С выхода токовых датчиков сигналы по двум каналам поступают на входы выходных дифференциальных усилителей ДУ1 и ДУ2. Сигналы с их выходов регистрируются осциллографом по каналам “Положит. ветвь” и “Отрицат. ветвь”. Исследуемый диод подключается к блоку токовых датчиков через развязывающий фильтр нижних частот ФНЧ по каналу “Диод”.

Принципиальная схема измерителя представлена на рис. 3. Входное пилообразное напряжение формируется стандартным функциональным генератором и подается на вход “Input\_saw”. Входной сигнал через ограничитель напряжения на  $D3$ ,  $D4$ ,  $D5$  и  $R13$  поступает на операционный усилитель  $U3A$ , включенный по схеме повторителя напряжения. С выхода повторителя пилообразное напряжение поступает на параллельно включенные датчики тока прямой и обратной ветвей ВАХ  $R7$  и  $R4$ . Коммутация датчиков реализована на диодах  $D1$  и  $D2$ .

На операционных усилителях  $U1$  и  $U2$  собраны дифференциальные усилители сигналов токовых датчиков  $R7$  и  $R4$ . Выходные сигналы “Out\_positive” и “Out\_negative” совместно с входным сигналом “Input\_saw” определяют ВАХ исследуемого диода.

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

При проведении экспериментальных исследований в качестве объекта использовали кремниевый эпитаксиально-планарный диод КД520А, предназначенный для применения в импульсных устройствах, с максимально допустимым постоянным обратным напряжением  $15$  В.

Принципиальная схема экспериментов по воздействию ВЧ-сигналами различной скважности на исследуемый полупроводниковый диод представлена на рис. 4.

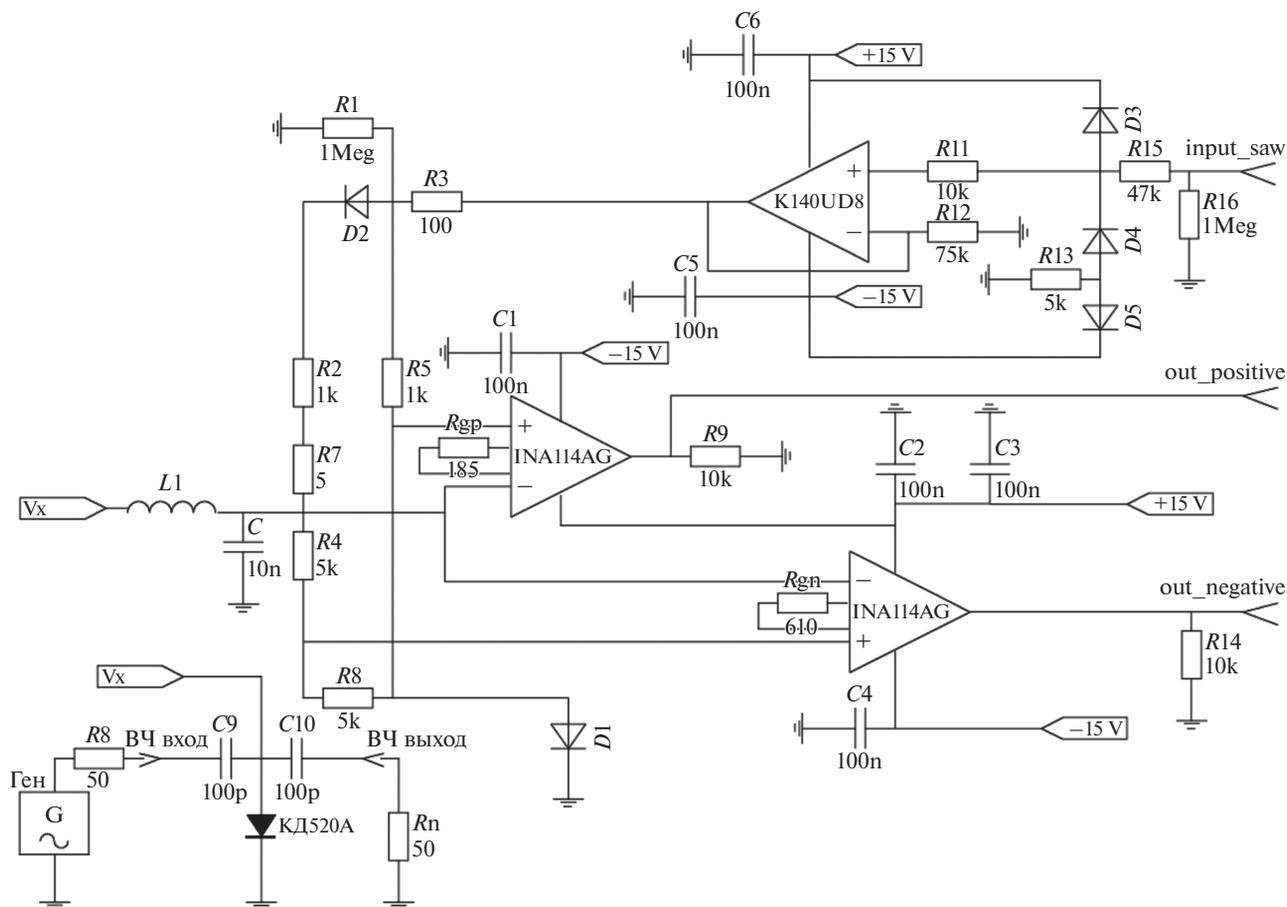


Рис. 3. Электрическая схема тестовой платы.

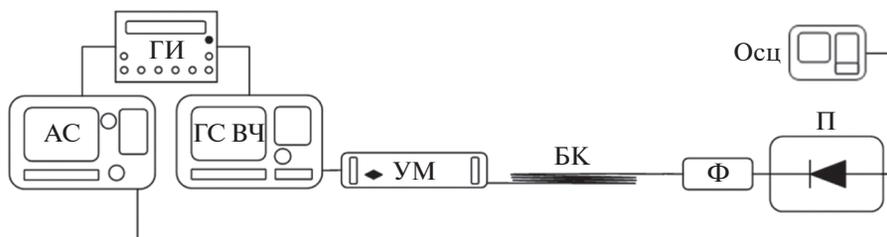
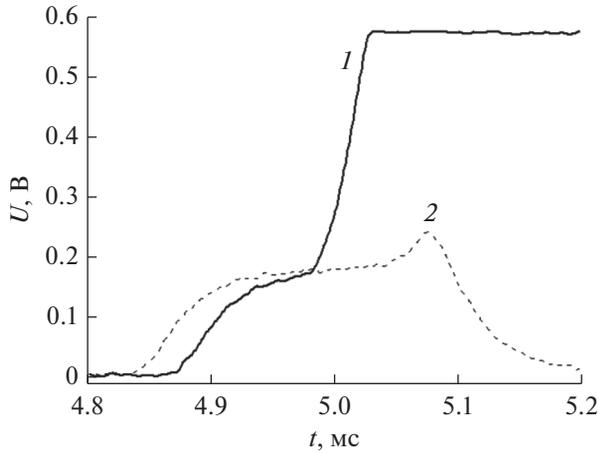


Рис. 4. Схема экспериментов по воздействию ВЧ-сигналами различной скважности на полупроводниковый диод КД520А: АС – анализатор спектра; ГИ – генератор импульсов; ГС ВЧ – генератор ВЧ-сигналов; УМ – усилитель мощности; Ф – фильтр; П – исследуемая плата с диодом КД520А; Осц – осциллограф; БК – буферный кабель.

Для формирования воздействующих сигналов были использованы генератор ВЧ-сигналов и усилитель мощности. Чтобы уменьшить уровни собственных высших гармоник, создаваемых генератором и усилителем, применяли фильтр нижних частот с частотой среза 153 МГц, эффективно подавляющий вторую и третью гармоники

(306 и 459 МГц соответственно). В качестве средства измерения кривизны положительной и отрицательной ветви ВАХ исследуемого диода был использован осциллограф.

Для регистрации уровня высших гармоник, генерируемых диодом при подаче на него гармони-



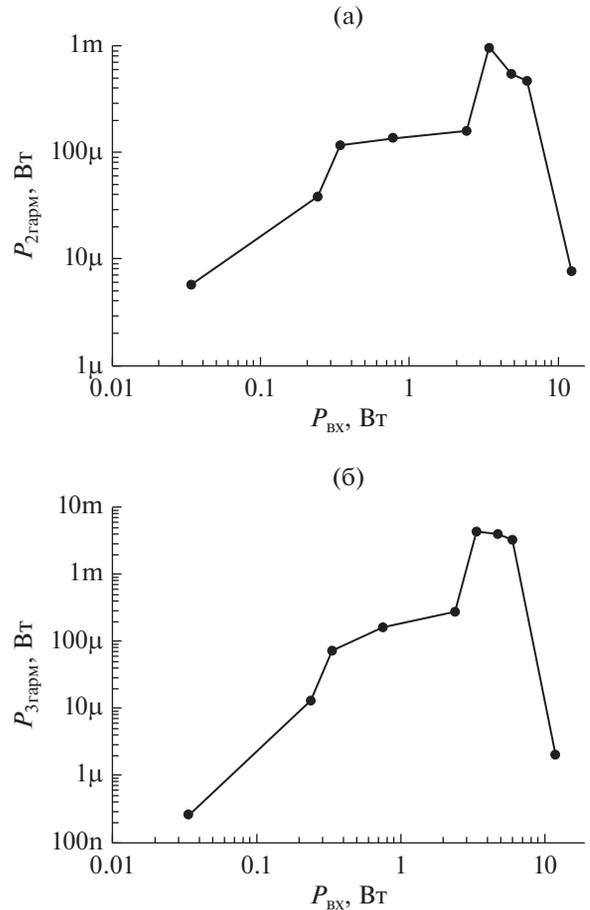
**Рис. 5.** Контроль работоспособности исследуемого диода после воздействия ВЧ-сигналом, осуществляемый по осциллограмме, регистрирующей положительную ветвь ВАХ: кривая 1 – эталон, кривая 2 – после воздействия непрерывным сигналом частотой 153 МГц.

ческого ВЧ-сигнала, использовали анализатор спектра с частотным диапазоном регистрации от 9 кГц до 7.5 ГГц.

Для синхронизации времени развертки анализатора спектра со временем генерации импульсно-периодического зондирующего сигнала использовали генератор импульсов.

Работоспособность исследуемого диода контролировали с помощью амплитуды сигнала, полученной при регистрации осциллограммы положительной ветви ВАХ. В качестве примера на рис. 5 приведена типовая осциллограмма, полученная для работоспособного диода, обозначенная на графике как эталон (кривая 1), и диода, вышедшего из строя после воздействия непрерывным сигналом частотой 153 МГц и мощностью порядка 12 Вт (кривая 2). В дальнейших исследованиях при воздействии как непрерывными сигналами, так и сигналами различной скважности, когда показания аппаратуры, контролирующей работоспособность исследуемого диода, по форме совпадали с пунктирной кривой на рис. 5, считалось, что диод вышел из строя.

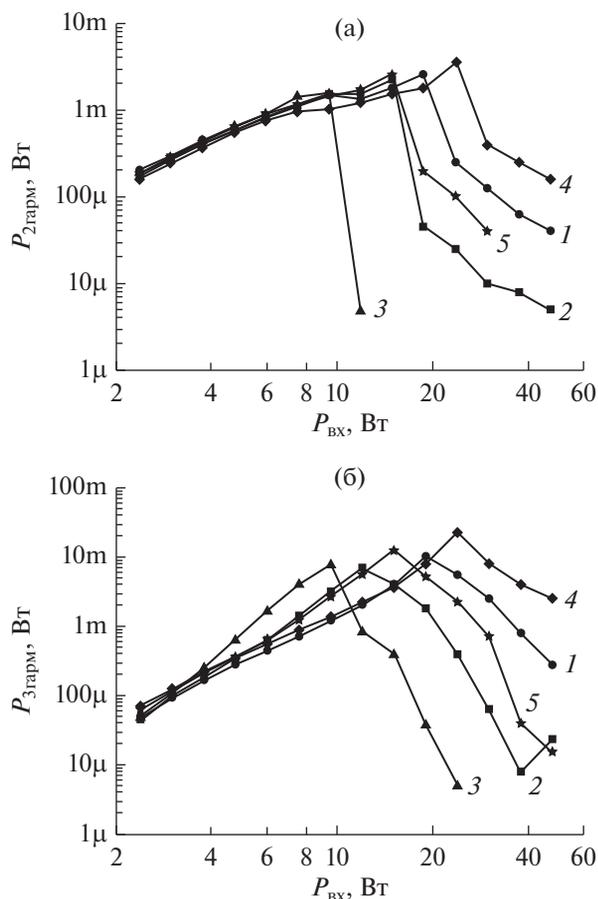
Зависимости уровней собственных высших гармоник  $P_{2\text{гарм}}$  и  $P_{3\text{гарм}}$  исследуемого диода при подаче на плату непрерывного сигнала на частоте 153 МГц при последовательном увеличении мощности зондирующего сигнала  $P_{\text{вх}}$  приведены на рис. 6а и 6б. Крайние правые точки на графиках соответствуют уровням гармоник в момент выхода диода из строя. Как следует из приведенных зависимостей, моменту выгорания диода предшествует снижение уровня его собственных гармоник, что



**Рис. 6.** Зависимость уровня второй (а) и третьей (б) гармоник (306 и 459 МГц соответственно) диода при подаче на плату непрерывного сигнала на частоте 153 МГц от амплитуды зондирующего сигнала.

прямо указывает на начало деградации  $p-n$ -перехода под действием наведенных токов.

Проведенные эксперименты показали, что при использовании непрерывного сигнала в качестве зондирующего момент выгорания полупроводника наступает за характерное время менее 1 с, после того как величина мощности, подаваемой на экспериментальный стенд с диодом, превысит 10 Вт. Для более подробной регистрации процесса развития деградации  $p-n$ -перехода было решено изменить воздействующий сигнал с непрерывного на импульсно-периодический. Таким образом, за счет уменьшения интегральной мощности, рассеиваемой на диоде (в связи с переходом на импульсно-периодический режим работы) удалось более подробно зафиксировать момент начала снижения амплитуд гармоник диода без выхода его из строя. На рис. 7а и 7б приведены зависимости уровней собственных высших гармоник  $P_{2\text{гарм}}$  и  $P_{3\text{гарм}}$  исследуемого диода при подаче на плату



**Рис. 7.** Зависимость уровня второй (а) и третьей (б) гармоник (306 и 459 МГц соответственно) диода при подаче на плату импульсно-периодических сигналов на несущей частоте 153 МГц от амплитуды зондирующего сигнала: кривые 1 – 100 Гц/3 мс; 2 – 100 Гц/5 мс; 3 – 100 Гц/8 мс; 4 – 200 Гц/2 мс; 5 – 200 Гц/4 мс.

импульсно-периодических сигналов различной скважности и длительности одного импульса на несущей частоте 153 МГц при последовательном

увеличении мощности  $P_{вх}$  зондирующего сигнала. Точки максимума зарегистрированных амплитуд на графиках соответствуют началу деградации  $p-n$ -перехода с последующим его развитием при дальнейшем увеличении амплитуды зондирующего сигнала.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках проведенного исследования создан экспериментальный стенд для оценки характеристик электромагнитного поля, при которых происходят изменения вольт-амперной характеристики полупроводниковых элементов. На разработанном стенде была проведена серия экспериментов по воздействию сигналами с различными параметрами на диод КД520А. Были зафиксированы изменения крутизны вольт-амперной характеристики диода как признак начала деградации его  $p-n$ -перехода путем регистрации амплитуд высших гармоник при воздействии сверхвысокочастотными сигналами. Для обоих случаев, постоянного и импульсно-периодического воздействий, зарегистрированы моменты уменьшения амплитуд собственных высших гармоник диода, предшествующие его выходу из строя.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ключник А.В., Пирогов Ю.А., Солодов А.В. // Журн. радиоэлектроники. 2010. № 12. <http://jre.cplire.ru/jre/dec10/1/text.pdf>.
2. Козлов А.Н., Рыбаков А.П. // Радиоэлектрон. комп. системы. 2007. № 7. С. 83.
3. Бобрешов А.М., Коровченко И.С., Степкин В.А., Усков Г.К. // Вестник ВГУ. Серия: Физика. Математика. 2011. № 1. С. 12.
4. Морозов А.Г. Электротехника, электроника и импульсная техника. М.: Высшая школа, 1987.

---

**НОВЫЕ РАДИОЭЛЕКТРОННЫЕ  
СИСТЕМЫ И ЭЛЕМЕНТЫ**


---

УДК 621.372.543

## МИКРОПОЛОСКОВЫЙ ПОЛОСНО-ПРОПУСКАЮЩИЙ ФИЛЬТР ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА СО СМЕШАННОЙ ПЕРЕКРЕСТНОЙ СВЯЗЬЮ

© 2021 г. А. В. Захаров<sup>а</sup>, \*, С. А. Розенко<sup>а</sup>, С. Н. Литвинцев<sup>а</sup><sup>а</sup>Национальный технический университет Украины  
“Киевский политехнический институт им. Игоря Сикорского”,  
просп. Победы, 37, Киев, 03056 Украина

\*E-mail: azakharov217@gmail.com

Поступила в редакцию 01.07.2020 г.

После доработки 14.07.2020 г.

Принята к публикации 14.08.2020 г.

Приведено решение прямой и обратной задачи для полосно-пропускающего фильтра (ППФ) четвертого порядка, у которого перекрестная связь между крайними резонаторами  $K_{14}$  является смешанной. Решение прямой задачи позволяет по заданным коэффициентам связи определить нули передачи (полюсы затухания) фильтра. В обратной задаче задаются нули передачи, исходя из которых находятся коэффициенты связи фильтра. В основе решений лежит матрица проводимостей  $\{Y\}$  ППФ и ее минор  $M_{41}$ , а также особая форма представления коэффициента смешанной перекрестной связи в этой матрице. Установлены всевозможные варианты размещения нулей передачи рассматриваемого фильтра. Представлен образец микрополоскового экспериментального фильтра, а также его измеренные и промоделированные частотные характеристики, соответствующие двум различным его состояниям.

DOI: 10.31857/S0033849421020169

### ВВЕДЕНИЕ

В последние годы значительное внимание уделялось полосно-пропускающим фильтрам (ППФ) со смешанными связями [1–13]. Использование в фильтрах смешанных связей, содержащих магнитную и электрическую компоненты  $K = K_m + K_e$ , делает их частотные характеристики более разнообразными. Это обусловлено тем, что смешанные связи вносят дополнительные нули передачи на комплексной плоскости  $s = \sigma + j\Omega$ . Такие связи также называют “резонансными” [1, 3] или “частотно зависимыми” [7, 8]. Наиболее часто упоминается использование смешанных связей в ППФ третьего [1–6] и четвертого [7–10] порядков. Смешанные связи могут быть реализованы в различных конструкциях линий передачи, таких как коаксиальная [2], многослойная [3], микрополосковая [4–6], интегрированная в волновод [7–10], полосковая [11–13].

ППФ третьего порядка со смешанными связями изучены наиболее полно [1–6]. Установлено [6], что они могут иметь два нуля передачи, расположенных эквидистантно относительно  $S = 0$ . В одном случае  $S_{1,2} = \sigma_{1,2}$  ( $\sigma_2 = -\sigma_1$ ) и ППФ третьего порядка является фильтром задержки. Во втором случае  $S_{1,2} = j\Omega_{1,2}$  ( $j\Omega_2 = -j\Omega_1$ ) и фильтр обладает квазиэллиптической частотной характери-

стикой. Фильтры третьего порядка с обычными связями, включая перекрестную, не могут воспроизвести подобные частотные характеристики, поскольку обладают единственным нулем передачи на вещественных частотах [14, 15]. Если все связи обычные, то для реализации подобных частотных характеристик потребуются использование ППФ четвертого порядка [16, 17].

Отметим, что ППФ четвертого порядка со смешанными связями [7–10] обладают тремя нулями передачи, подобно фильтрам пятого порядка с обычными связями [18]. Тем не менее эти ППФ изучены недостаточно. В цитируемых работах нули передачи этих ППФ определяются различным образом. В работах [9, 10] для этого использовано компьютерное электромагнитное моделирование, которое приводит к частным результатам, правомерным лишь для заданного типа линии передачи. В работах [7, 8] для этого используется оптимизационный процесс, основанный на многократном построении частотных характеристик на основе матрицы связи. В работе [7] использована линейная форма представления смешанной связи, позволяющая внести ее в матрицу связи и осуществить последующую оптимизацию. Процесс оптимизации ППФ на основе построения частотных характеристик с использованием матрицы связи впервые предложен в [19]. Отметим,

что термин “оптимизация” в данном случае подразумевает перебор всевозможных состояний с целью определения наиболее приемлемого. Иначе говоря, это настройка фильтра. Оптимизационный процесс может быть реализован и при использовании программ линейного моделирования [20].

В данной статье исследуются возможности микрополоскового фильтра четвертого порядка со смешанной перекрестной связью  $K_{14}$ . Предполагается установить всевозможные варианты расположения нулей передачи ППФ четвертого порядка со смешанной перекрестной связью, а также определить те из вариантов, которыми может обладать рассматриваемый фильтр. Это задача анализа ППФ. Следует отметить, что несмотря на имеющиеся публикации [7–10] до сих пор не установлены упомянутые выше всевозможные варианты размещения нулей передачи. Не менее важной является и обратная задача, когда задается набор нулей передачи, по которому следует определить параметры ППФ со смешанной перекрестной связью. Эти задачи и составляют предмет данной статьи. Предполагается получить аналитические выражения, которые связывают нули передачи и коэффициенты связи упомянутых фильтров.

### 1. НУЛИ ПЕРЕДАЧИ ППФ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА СО СМЕШАННОЙ ПЕРЕКРЕСТНОЙ СВЯЗЬЮ

Предметом изучения является микрополосковый ППФ четвертого порядка со смешанной перекрестной связью, который показан на рис. 1. Такой фильтр характеризуется основными  $K_{12} = K_{34}$ ,  $K_{23}$  и перекрестным  $K_{14}$  коэффициентами связи, внешней добротностью крайних резонаторов  $Q_e$ , центральной частотой полосы пропускания  $f_0$ , шириной полосы пропускания  $BW$ , относительной шириной полосы пропускания  $FBW = BW/f_0$ . Для описания фильтра используются нормированные коэффициенты связи

$$m_{ij} = K_{ij}/FBW \quad (1)$$

и внешняя добротность крайних резонаторов  $q_e = Q_e FBW$ , а также комплексная частота  $S = \sigma + j\Omega$ , где  $\Omega = (f/f_0 - f_0/f)/FBW$  является нормированной частотой. Структура связей такого фильтра показана в табл. 1, позиция I. Пунктирной линией проведена перекрестная связь.

#### 1.1. Уравнение для определения нулей передачи

Нормированная матрица проводимостей ППФ четвертого порядка  $[\tilde{Y}]$  записывается в виде [20]

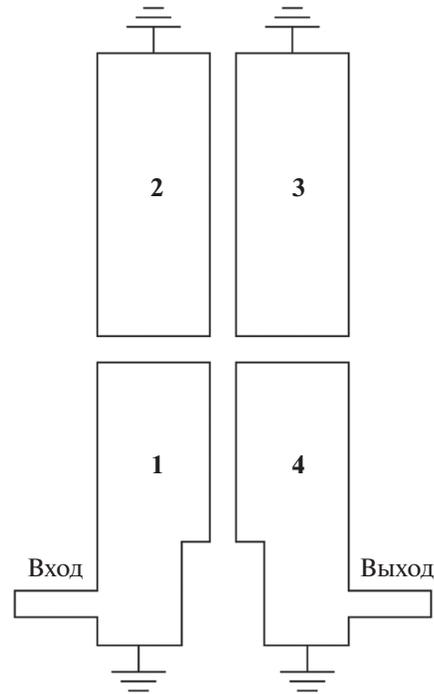


Рис. 1. Микрополосковый ППФ четвертого порядка со смешанной перекрестной связью.

$$[\tilde{Y}] = \begin{bmatrix} 1/q_1 + S & -jm_{12} & -jm_{13} & -jm_{14} \\ -jm_{21} & S & -jm_{23} & -jm_{24} \\ -jm_{31} & -jm_{32} & S & -jm_{32} \\ -jm_{41} & -jm_{42} & -jm_{43} & 1/q_4 + S \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Минор  $M_{41}$  элемента матрицы (2), расположенного на пересечении четвертой строки и первого ряда, представляет собой определитель

$$M_{41} = \begin{vmatrix} m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ S' & m_{23} & m_{24} \\ m_{32} & S' & m_{34} \end{vmatrix} = \quad (3)$$

$$= m_{14}S'^2 + m_{12}m_{23}m_{34} - m_{14}m_{23}m_{32}.$$

В (3)  $S' = S/j$ , характерно, что  $S'^2 = -S^2$ . Приравняв минор (3) нулю [14], получаем уравнение

$$S'^2 + m_{12}m_{23}m_{34}/m_{14} - m_{23}m_{32} = 0, \quad (4)$$

которое определяет нули передачи рассматриваемого фильтра со всеми простыми связями. Учитывая, что  $S'^2 = -S^2$ , находим корни этого уравнения

$$S^2 = (m_{12}m_{23}m_{34}/m_{14}) - m_{23}^2, \quad (5a)$$

или

$$S_{12} = \pm \sqrt{m_{12}m_{23}m_{34}/m_{14} - m_{23}^2}. \quad (5b)$$

**Таблица 1.** ППФ четвертого порядка со смешанной перекрестной связью и его нули передачи

Позиция	Коэффициенты связи		Схема
	основной	перекрестной	
I	$K_{23}$	$K_{14}$	
II		$K_{14} > 0$	
III	$K_{23} > 0$	$K_{14} < 0$	
IV		$K_{14} > 0$	
V	$K_{23} < 0$	$K_{14} < 0$	

Выражения (4) впервые установлено в работе [14]. Поскольку всегда выполняется условие  $|m_{12}m_{23}m_{34}/m_{14}| > m_{23}^2$ , то знак подкоренного выражения (5б) определяется знаком первого слагаемого. Здесь действует правило знаков: если произведение знаков всех коэффициентов связи соответствует “+”, то нулями передачи будут вещественные числа  $S_{12} = \sigma_{12}$  ( $\sigma_1 = -\sigma_2$ ) и этот фильтр является фильтром задержки. Если же указанное произведение знаков соответствует

“−”, то два нуля передачи будут расположены на вещественных частотах  $S_{12} = j\Omega_{12}$  ( $j\Omega_1 = -j\Omega_2$ ) и этот фильтр будет квазиэллиптическим фильтром.

*1.2. Смешанная связь между резонаторами*

Смешанный коэффициент связи  $K$  представляет собой сумму магнитной  $K_m$  и электрической  $K_e$  компонент

$$K = K_m + K_e = K_m - |K_e|. \tag{6}$$

Магнитной компоненте  $K_m$  приписывается знак “+”, а электрической компоненте  $K_e$  знак “−”. Основная особенность смешанной связи заключается в том, что она генерирует нуль передачи, расположенный на частоте  $f_z$  [21, 22]

$$f_z = f_0 \sqrt{K_m/|K_e|}. \tag{7}$$

Расположение  $f_z$  (7) характеризуется следующей закономерностью. Если  $K > 0$  ( $K_m > |K_e|$ ), то нуль передачи является правосторонним  $f_z > f_0$ . Если же  $K < 0$  ( $K_m < |K_e|$ ), то нуль передачи является левосторонним  $f_z < f_0$ .

Использование нормировки (1)  $m = K/\text{FBW}$  при внесении смешанной связи в матрицу связи не отражает физической картины, а именно появления нуля передачи. Для этого может быть использована линейная форма представления смешанной связи в плоскости  $(m, \Omega)$  [7]

$$m(\Omega) = m_0 - a\Omega, \quad a > 0, \tag{8}$$

где  $m_0 = (K_m + K_e)/\text{FBW}$  представляет нормированный коэффициент связи на центральной частоте  $f_0$  ( $\Omega = 0$ ), параметр  $a$  является крутизной, которая характеризует наклон прямой линии (8).

Закономерность (7) приводит к нормированному значению нуля передачи

$$\begin{aligned} \Omega_z &= \frac{f_z/f_0 - f_0/f_z}{\text{FBW}} = \\ &= \frac{\sqrt{K_m/|K_e|} - 1/\sqrt{K_m/|K_e|}}{\text{FBW}} = m_0/\sqrt{K_m|K_e|}. \end{aligned} \tag{9}$$

Поскольку  $a = m_0/\Omega_z$ , то подстановка (9) в знаменатель этого равенства, дает

$$a = \sqrt{K_m|K_e|}. \tag{10}$$

Параметр крутизны  $a$  (10) следует из закономерности (7) расположения  $f_z$  относительно  $f_0$ . Значение  $a$  (10) всегда положительное, а наклон прямой (8) отрицательный. Представление смешанной связи в линейной форме (8) было рассмотрено в [7]. При этом предполагалось, что значения  $a$  могут быть отрицательными, а прямая (8) может иметь положительный наклон, что противоречит закономерности (7).

Обратный переход от формы представления смешанной связи (8) к (6) осуществляется по формулам

$$K = m_0 FBW, K_m, K_e = K/2 \pm \sqrt{(K/2)^2 + a^2}. \quad (11)$$

Правое из выражений (11) имеет два значения, положительное и отрицательное, положительное значение относится к  $K_m$ , а отрицательное – к  $K_e$ .

1.3. ППФ четвертого порядка со смешанной перекрестной связью

Рассмотрим симметричный ППФ  $K_{12} = K_{34}$  ( $m_{12} = m_{34}$ ) четвертого порядка. При использовании смешанной перекрестной связи в выражении (3) надо заменить  $m_{14}$  на  $m(S') = m_0 - aS'$ :

$$M_{41} = (m_0 - aS'')S'^2 + m_{12}^2 m_{23} - (m_0 - aS')m_{23}^2. \quad (12)$$

Приравнявая минор (12) нулю, получаем алгебраическое уравнение третьей степени, определяющее нули передачи:

$$S'^3 - \frac{m_0}{a} S'^2 - m_{23}^2 S' - \frac{m_{12}^2 m_{23}}{a} = 0. \quad (13)$$

Знак второго слагаемого в (13) зависит только от знака смешанной связи  $m_0$ . Знак свободного члена в (13) зависит только от знака основного коэффициента связи  $m_{23}$ . Расположение корней многочлена (13) зависит от соотношения между знаками указанных коэффициентов связи  $m_0$  и  $m_{23}$ . Возможно четыре варианта, которые систематизированы в табл. 1. Симметричный ППФ четвертого порядка со смешанной перекрестной связью  $K_{14}$  имеет четыре различных состояния (II–V), которые характеризуются тремя нулями передачи и особым их расположением.

1. Первые два состояния (II и III) имеют место при положительном значении  $K_{23} > 0$ . Если  $K_{14} > 0$ , то два нуля передачи располагаются на оси  $\sigma$ , а один располагается на положительной полуоси  $j\Omega$  (позиция II). Это состояние соответствует фильтру задержки с повышенной правосторонней избирательностью. Если  $K_{14} < 0$ , то два нуля передачи располагаются на отрицательной полуоси  $j\Omega$ , а один нуль передачи — на положительной полуоси  $j\Omega$  (позиция III).

2. Вторые два состояния (IV и V) имеют место при отрицательном значении основной связи  $K_{23} < 0$ . Если  $K_{14} > 0$ , то три его нуля передачи располагаются на оси  $j\Omega$  различным образом: два из них на положительной полуоси  $j\Omega$ , а один нуль передачи на отрицательной полуоси  $j\Omega$  (позиция V). При  $K_{14} < 0$  (позиция V) два нуля передачи располагаются на оси  $\sigma$ , а один нуль передачи на отрицательной полуоси  $j\Omega$ . Это состояние соответствует фильтру задержки с повышенной левосторонней избирательностью.

2. ПОСТРОЕНИЕ ППФ С ЗАДАНЫМИ НУЛЯМИ ПЕРЕДАЧИ

Задача определения нулей передачи  $S'_1, S'_2$  и  $S'_3$  ППФ четвертого порядка заключается в определении корней алгебраического уравнения (13). Обратная задача заключается в определении компонентов смешанной перекрестной связи по заданным значениям  $S'_1, S'_2$  и  $S'_3$  при известных основных ( $m_{12}$  и  $m_{23}$ ) коэффициентах связи между резонаторами.

Представим уравнение (13) в стандартной форме:

$$S'^2 + A_2 S'^2 + A_3 S' + A_4 = 0. \quad (14)$$

Связь между нулями  $S'_i$  (14) и коэффициентами полинома (14) третьей степени выражается формулами Виета [23]

$$A_2 = -(S'_1 + S'_2 + S'_3), \quad (15)$$

$$A_3 = S'_1 S'_2 + S'_1 S'_3 + S'_2 S'_3, \quad A_4 = -S'_1 S'_2 S'_3.$$

Сопоставляя выражения (13) и (14), запишем три равенства:

$$A_2 = -(S'_1 + S'_2 + S'_3) = -(m_0/a), \quad (16a)$$

$$A_3 = S'_1 S'_1 + S'_1 S'_3 + S'_2 S'_3 = -m_{23}^2, \quad (16b)$$

$$A_4 = -S'_1 S'_2 S'_3 = -m_{12}^2 m_{23} / a. \quad (16в)$$

Равенства (16) выражают взаимосвязь между нулями передачи и коэффициентами связи ППФ четвертого порядка со смешанной перекрестной связью  $m_{14} = m_0 - a\Omega$ .

Два параметра смешанной перекрестной связи  $m_0$  и  $a$  могут быть определены из системы уравнений (16), включающей три нуля передачи. Для определения  $m_0$  и  $a$  достаточно использовать два уравнения (16a) и (16в). Из уравнения (16в) можно определить  $a$ , затем подставить это значение в (16a) и определить  $m_0$ . Уравнение (16b) не содержит определяемых величин  $m_0, a$  и может показаться избыточным. Но это не так, равенство (16b) свидетельствует о том, что три нуля передачи ППФ четвертого порядка со смешанной перекрестной связью являются взаимозависимыми. Мы можем задать только два из них, а третий нуль передачи должен быть доопределен из условия связи (16b).

Рассмотрим пример дизайна симметричного ( $K_{12} = K_{34}$ ) ППФ четвертого порядка, схема которого показана на рис. 2а. Фильтр имеет один левосторонний и два правосторонних нуля передачи. Как показал анализ (см. табл. 1, позиция V), в этом случае основная связь  $K_{23}$  должна быть отрицательной  $K_{23} < 0$ , а перекрестная смешанная связь должна быть положительной  $K_{14} > 0$ .

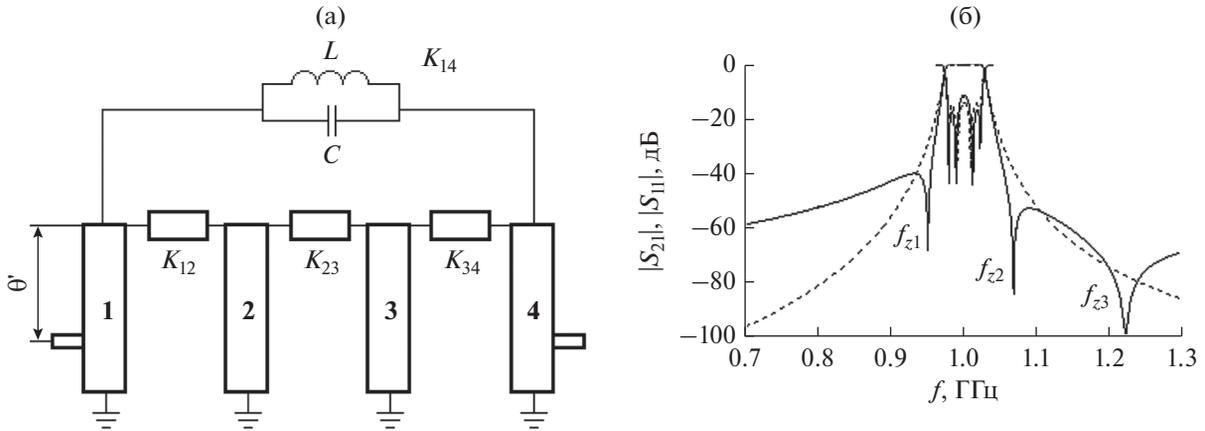


Рис. 2. Полосно-пропускающий фильтр четвертого порядка со смешанной перекрестной связью: (а) схема, (б) ее частотные характеристики для случая  $K_{23} < 0$ ,  $K_{14} > 0$  с перекрестной связью (сплошная кривая) и без перекрестной связи (штриховая).

В качестве исходного выберем Чебышевский прототип с величиной пульсаций  $L_{Ar} = 0.2$  дБ,  $N = 4$ ,  $FBW = 0.05$  и  $f_0 = 1$  ГГц. Ему соответствуют параметры низкочастотного прототипа [24]:  $g_0 = 1$ ,  $g_1 = 1.3028$ ,  $g_2 = 1.2814$ ,  $g_3 = 1.9761$ ,  $g_4 = 0.8468$ . Используя формулы из работы [24], определяем основные коэффициенты связи  $K_{12} = K_{34} = 0.0387$  ( $m_{12} = 0.774$ ),  $K_{23} = -0.0314$  ( $m_{23} = -0.628$ ) и внешнюю добротность крайних резонаторов  $Q_e = 26.056$ .

В фильтре использованы четвертьволновые резонаторы с характеристическим импедансом  $Z_0 = 10$  Ом, которые характеризуются параметром крутизны  $b = \pi/4Z_0$  [24]. Авторы работ [25, 26] ввели в рассмотрение идеальный инвертор проводимости ( $J$ -inverter), который представляет собой четырехполюсник и характеризуется параметром проводимости  $J$ . При соединении  $J$ -инвертором двух резонаторов параллельного типа с одной и той же резонансной частотой  $f_0$  обеспечивается коэффициент связи

$$K = J/\sqrt{b_1 b_2}, \quad (17)$$

где  $b_1$  и  $b_2$  – параметры крутизны проводимости этих резонаторов.

В качестве инвертора проводимости использованы четвертьволновые отрезки линий передачи с характеристическим сопротивлением  $Z_{i,i+1}$ . В этом случае  $J = 1/Z_{i,i+1}$ , а  $\sqrt{b_1 b_2} = \pi/4Z_0$ , подстановка этих значений в (17) дает

$$K_{i,i+1} = 4Z_0/\pi Z_{i,i+1}. \quad (18)$$

С помощью выражения (18) находим характеристические сопротивления четвертьволновых отрезков, осуществляющих связь между резонаторами  $Z_{12} = Z_{34} = 329$  Ом,  $Z_{23} = -409.49$  Ом. Нагрузки фильтра  $R_L = 50$  Ом подключаются кондуктивно к крайним резонаторам. Требуемое значение внешней добротности обеспечивается координатой  $\theta'$  подключения нагрузки, которая отсчитывается

от разомкнутого конца четвертьволнового резонатора

$$Q_e = R_L b = R_L \pi/4Z_0 \cos^2 \theta'.$$

Из этого равенства определяем, что значение  $Q_e = 26.056$  обеспечивается при  $\theta' = 67.15^\circ$ . На рис. 2б штриховыми линиями показаны промоделированные частотные отклики этого фильтра.

Внесем в характеристику вносимых потерь этого фильтра три нуля передачи. При этом можем задать только два из них, например,  $S'_1 = -2$  ( $f_{z1} = 950$  МГц) и  $S'_3 = 8$  ( $f_{z3} = 1200$  МГц). Чтобы определить  $S'_2$ , обратимся к выражению (16б), которое запишем в виде

$$S'_2 = -(m_{23}^2 + S'_1 S'_3)/(S'_1 + S'_3). \quad (19)$$

Подстановка в правую часть исходных значений дает  $S'_2 = 2.6$  ( $f_{z2} = 1065$  МГц).

Используя значения трех нулей передачи и выражения (16а), (16в), составим два равенства:

$$-(m_0/a) = -(S'_1 + S'_2 + S'_3) = -8.6; \quad (20а)$$

$$-m_{12}^2 m_{23}/a = -S'_1 S'_2 S'_3 = 41.6. \quad (20б)$$

Из (20б) определяем параметр  $a = 0.009044$ , подстановка которого в (20а) дает значение  $m_0 = 0.0778$ . По известным значениям  $m_0$ ,  $a = \sqrt{K_m |K_e|}$  и формулам обратного перехода (11) определяем смешанный коэффициент связи  $K_{13} = 0.0039$  и его компоненты  $K_m = 0.0112$ ,  $K_e = -0.0073$ .

У фильтра на рис. 2а для реализации смешанной связи используется  $LC$ -контур, элементы которого связаны с компонентами  $K_m$ ,  $K_e$  соотношениями

$$K_m \approx 1/2\pi f_0 L \sqrt{b_1 b_2}; \quad K_e \approx -2\pi f_0 C / \sqrt{b_1 b_2}, \quad (21)$$

что следует из (17). Подставляя в (21) исходные величины, получаем значения  $L$  и  $C$ , которые обеспечивают заданные компоненты смешанной связи  $L = 180.9$  нГ,  $C = 0.091$  пФ. На рис. 26 показаны промоделированные частотные характеристики ППФ четвертого порядка со смешанной перекрестной связью, который имеет предписанные нули передачи.

### 3. МИКРОПОЛОСКОВАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ

Полученные в предыдущих разделах результаты позволяют определить потенциальные возможности микрополоскового ППФ четвертого порядка со смешанной перекрестной связью (см. рис. 1). Для изготовления фильтра была использована диэлектрическая подложка ГММ-10i (Rogers),  $\epsilon_r = 9.8$ ,  $\text{tg} \delta = 0.002$ ,  $h = 1.905$  мм. Рассмотрим два случая, когда смешанная перекрестная связь является отрицательной  $K_{14} < 0$  и когда положительной  $K_{14} > 0$ . В обоих случаях занимаемая фильтром площадь составляет  $38 \times 17.4$  мм. При построении фильтра использованы закономерности коэффициентов связи между резонаторами в планарных линиях передачи [27, 28].

#### 3.1. ППФ с отрицательным коэффициентом перекрестной связи

Топология этого фильтра с указанием размеров представлена на рис. 3а. На рис. 3б дана фотография фильтра. Фильтр содержит два ступенчато-импедансных резонатора (1 и 4), а также два модифицированных четвертьволновых резонатора (2 и 3), резонансная частота которых  $f_0 = 1.74$  ГГц. Все резонаторы короткозамкнуты на одном конце с помощью металлизированных отверстий диаметром 0.6 мм. В области короткого замыкания резонаторов 1 и 4 из их центральных проводников удалены прямоугольники размером  $6.2 \times 1.2$  мм, что сделало эти резонаторы ступенчато-импедансными. Резонаторы 1, 4 связаны с резонаторами 2, 3 через емкостные зазоры, поэтому основные коэффициенты связи  $K_{12} = K_{34}$  между резонаторами отрицательные. Основной коэффициент связи между резонаторами 2 и 3 является положительным  $K_{23} > 0$ .

Для определения коэффициентов связи между резонаторами используется известное выражение [20]

$$K = (f_o^2 - f_e^2) / (f_o^2 + f_e^2), \quad (22)$$

где  $f_e$  и  $f_o$  представляют собой четную и нечетную моды двух связанных резонаторов. Частоты  $f_e$  и  $f_o$  определяются компьютерным моделированием при слабой связи резонаторов с нагрузками. Для моделирования была использована компьютерная программа Microwave Office (AWR).

Рассматриваемый фильтр при приведенных на рис. 3а параметрах имеет основные коэффициен-

ты связи  $K_{12} = K_{34} = -0.0330$ ,  $K_{23} = 0.0319$ . Резонаторы 2 и 3 являются модифицированными, поскольку короткое замыкание выполнено нестандартным образом, как показано на рис. 3а. Такой прием позволил при использовании толстой ( $h = 1.905$  мм) подложки и сравнительно малом зазоре между резонаторами  $S_{23} = 2.4$  мм получить малое значение коэффициента связи  $K_{23} = 0.0319$ .

На рис. 3в представлены характерные частоты двух связанных ступенчато-импедансных резонаторов 1 и 4 при их слабой связи с нагрузками. Наличие полюса  $f_z$  указывает на то, что связь между этими резонаторами смешанная. Измеренные значения:  $f_o = 1.709$  ГГц;  $f_e = 1.736$  ГГц;  $f_z = 1.60$  ГГц. Расположение  $f_z$  позволяет идентифицировать две частоты связи, указав, какая из них является четной, а какая нечетной модой связанных колебаний. Ноль передачи  $f_z$  всегда расположен по соседству с нечетной модой  $f_o$ .

Подставляя измеренные значения  $f_e$  и  $f_o$  в (22), определяем смешанный коэффициент связи  $K_{14} = -0.0157$ . Используя выражение (10), в котором  $f_0 = (f_e + f_o)/2$ , и значение смешанного коэффициента связи  $K_{14}$ , несложно определить ее компоненты:  $K_m = 0.0989$ ;  $K_e = -0.1146$ .

Внешняя добротность крайних резонаторов  $Q_e$  определяется расположением микрополосковых линий на входе и выходе фильтра, ширина которой 1.2 мм. Используя выражение [20]

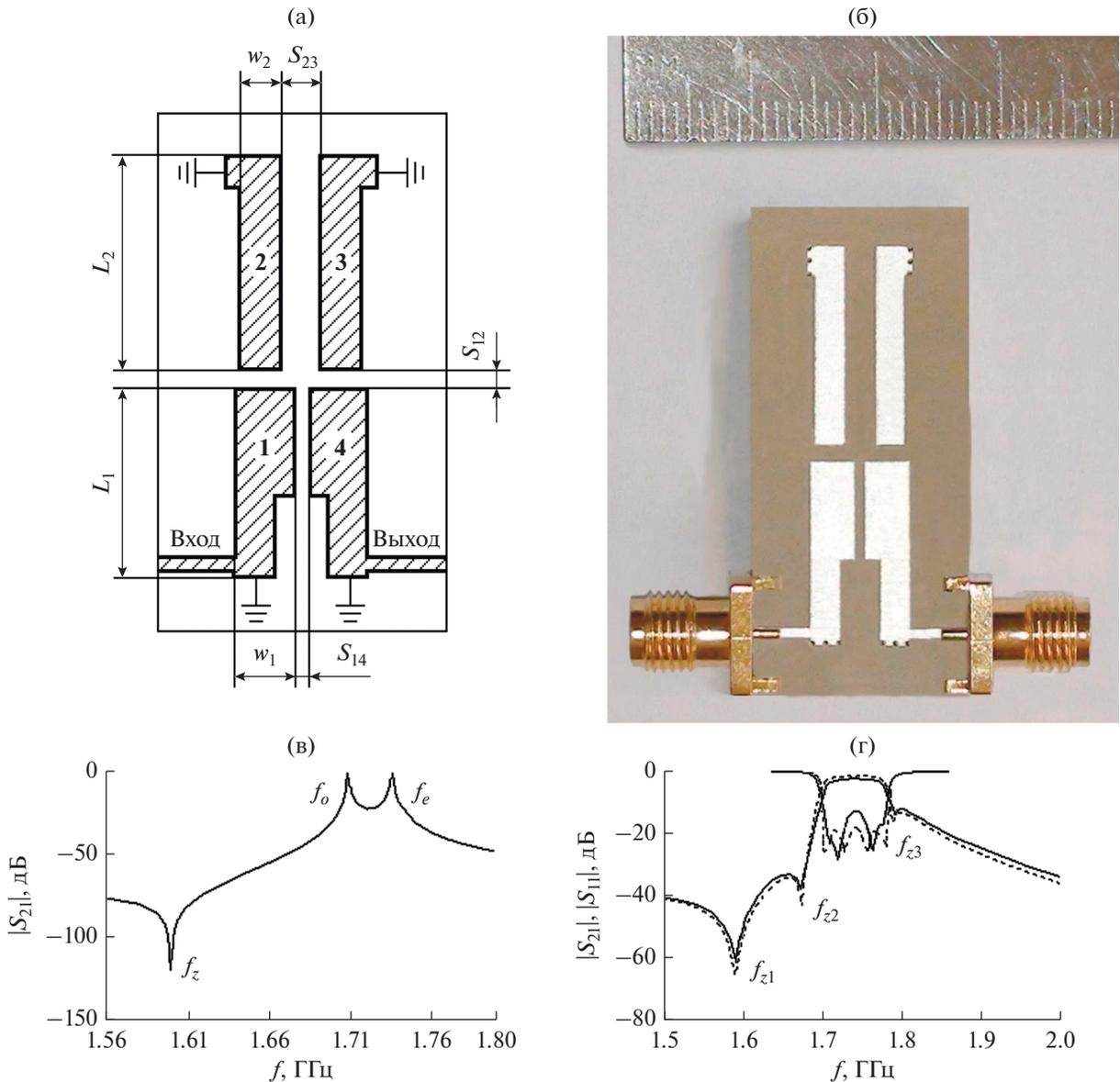
$$Q_e = \pi f_0 \tau_{S_{11}}(f_0) / 2, \quad (23)$$

можно определить значение  $Q_e$  путем компьютерного моделирования. В выражении (23)  $\tau_{S_{11}}(f_0)$  – время группового запаздывания параметра  $S_{11}$  для резонатора с односторонней нагрузкой на частоте  $f_0$ . В данном случае  $Q_e = 26$ .

Измеренные и промоделированные частотные характеристики рассматриваемого фильтра приведены на рис. 3г. Поскольку основной коэффициент связи  $K_{23}$  положительный, а перекрестный смешанный коэффициент связи  $K_{14}$  отрицательный, то фильтр имеет три нуля передачи на вещественных частотах, как было предсказано в табл. 1, позиция II. Фильтр имеет следующие измеренные параметры: центральная частота  $f_0 = 1740$  МГц; ширина полосы пропускания  $BW = 75$  МГц; вносимые потери на центральной частоте  $IL_0 = 1.5$  дБ; обратные потери  $RL \leq -13$  дБ. Нули передачи расположены на частотах  $f_{z1} = 1590$  МГц,  $f_{z2} = 1674$  МГц,  $f_{z3} = 1788$  МГц.

#### 3.2. ППФ с положительным коэффициентом перекрестной связи

Если зазор  $S_{14}$  между крайними резонаторами фильтра (см. рис. 3) увеличить на 0.4 мм, с  $S_{14} = 0.8$  мм до  $S_{14} = 1.2$  мм, то смешанный коэффи-



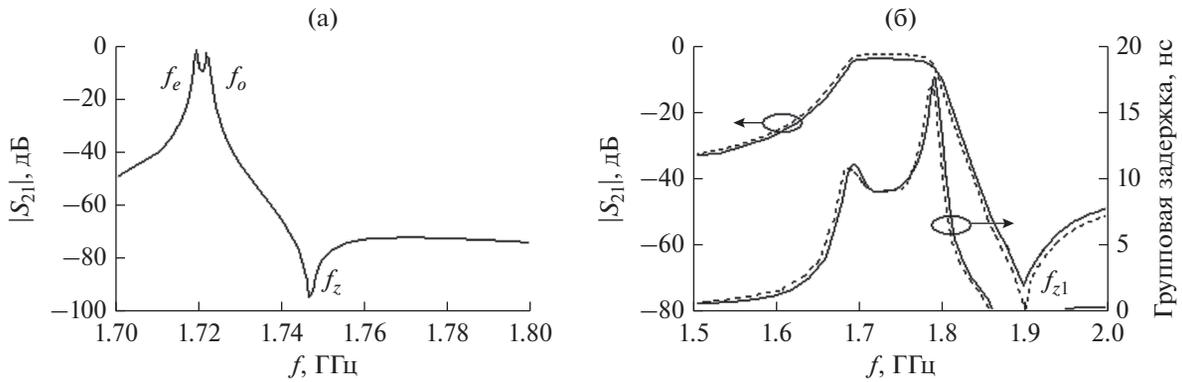
**Рис. 3.** Экспериментальный микрополосковый ППФ четвертого порядка со смешанной перекрестной связью: (а) топология, принятые размеры  $L_1 = 14$  мм;  $w_1 = 3.6$  мм;  $L_2 = 15.8$  мм;  $w_2 = 2.4$  мм;  $S_{12} = 1.3$  мм;  $S_{14} = 0.8$  мм;  $S_{23} = 2.4$  мм; (б) фотография; (в) характерные частоты связанных резонаторов **1** и **4** для случая  $K_{14} < 0$ ; (г) экспериментальные (сплошная кривая) и расчетные (штриховая) частотные характеристики ППФ для случая  $K_{23} > 0$ ,  $K_{14} < 0$ .

коэффициент перекрестной связи  $K_{14}$  превратится из отрицательного в положительный. Основные коэффициенты связи фильтра  $K_{12} = K_{34}$  и  $K_{23}$  остаются неизменными. На рис. 4а показаны характерные частоты связанных ступенчато-импедансных резонаторов **1** и **4** при их слабой связи с нагрузками:  $f_e = 1.7193$  ГГц;  $f_o = 1.722$  ГГц;  $f_z = 1.747$  ГГц. Поскольку нуль передачи  $f_z$  является правосторонним, то ближайшая к нему частота связи является нечетной модой колебаний  $f_o$ , а смешанная связь  $K_{14}$  является положительной.

Подставляя измеренные значения  $f_e$  и  $f_o$  в (22), определяем смешанный коэффициент связи

$K_{14} = 0.00157$ . Используя выражение (10) и значение  $K_{14}$ , находим компоненты смешанной связи:  $K_m = 0.05221$ ;  $K_e = -0.05064$ .

Частотные характеристики фильтра изображены на рис. 4б. Поскольку основной коэффициент связи  $K_{23} > 0$ , а перекрестная смешанная связь превратилась из отрицательной в положительную —  $K_{14} > 0$ , то фильтр стал обладать постоянным временем задержки с повышенной правосторонней избирательностью, как было предсказано в табл. 1, позиция III. Фильтр имеет следующие измеренные параметры: центральная частота  $f_0 = 1740$  МГц; ширина полосы пропускания  $BW = 75$  МГц; вноси-



**Рис. 4.** Экспериментальный микрополосковый фильтр задержки с повышенной правосторонней избирательностью: а) характерные частоты связанных резонаторов **1** и **4** для случая  $K_{14} > 0$ ; б) экспериментальные (сплошная кривая) и расчетные (штриховая) частотные характеристики фильтра для случая  $K_{23} > 0, K_{14} < 0$ .

мые потери на центральной частоте  $IL_0 = 1.5$  дБ. Нуль передачи расположен на частоте  $f_z = 1890$  МГц. Время задержки фильтра  $\tau = 9.2 \pm 0.2$  нс в полосе частот 38 МГц, которая составляет половину полосы пропускания. Поскольку этот фильтр является фильтром задержки, то степень его согласования с нагрузками была улучшена, что нашло отражение в показателе обратных потерь  $RL \leq -18$  дБ (прежний показатель  $RL \leq -13$  дБ). Для улучшения согласования микрополосковые отрезки на входе и выходе фильтра, подключенные кондуктивно к крайним резонаторам, были несколько смещены в сторону разомкнутых концов. Это привело к понижению значения внешней добротности этих резонаторов  $Q_e = 21$ .

Частотные характеристики предложенного микрополоскового фильтра четвертого порядка со смешанной перекрестной связью достаточно разнообразны и полезны для практического применения. В то же время рассмотренный фильтр обладает ограниченными возможностями. Он реализует лишь два из четырех представленных в табл. 1 состояний. Это обусловлено тем, что в предложенной конструкции знак основного коэффициента связи  $K_{23}$  не может быть отрицательным, он всегда положительный,  $K_{23} > 0$ .

Соотношение между возможным числом нулей передачи и количеством резонаторов  $N$  в ППФ представляет определенный интерес. Ответ на этот вопрос получить достаточно просто, распространив выражения (2)–(4) и (12), (13) на случай произвольного  $N$ . В этом случае минор  $M_{N1}$  ППФ представляет собой определитель квадратной матрицы (3) размером  $(N - 1) \times (N - 1)$ . Из условия  $M_{N1} = 0$  получаем алгебраическое уравнение относительно комплексной частоты  $S = \sigma + j\Omega$ . Степень полинома левой части этого уравнения зависит от типа используемых в ППФ коэффициентов связи. Если все связи ППФ простые, то максимальная степень полинома  $M_{N1}(S)$  равна  $(N - 2)$ , столько же может быть и нулей передачи. Если в

ППФ есть смешанные связи, то максимальная степень полинома  $M_{N1}(S)$  равна  $(N - 1)$ , таким же количеством нулей передачи может обладать ППФ. Эта закономерность относится к ППФ с отсутствующей перекрестной связью между входом и выходом, которая добавляет еще два нуля передачи на вещественных частотах (оси  $j\Omega$ ).

Приведенное обобщение сделано на основе использования классической матрицы проводимости (2), которая выражает в матричной форме законы Кирхгофа. В свою очередь, законы Кирхгофа справедливы для электрических цепей с двухполюсными элементами  $R, L, C$ . Если электрическая цепь содержит элемент с двумя парами зажимов (отрезок линии передачи, включенный на проход), то уравнения Кирхгофа становятся неприменимыми к этой цепи, так же как и матрица проводимости  $[Y]$  (2).

Примером таких цепей являются ППФ с резонаторами полуволнового типа, которые могут быть ступенчато-импедантными резонаторами. Таким фильтрам присущи иные закономерности, которые строго не определены еще до сих пор. В работе [29] проведен обзор микрополосковых ППФ с резонаторами полуволнового типа, которые могут иметь П-образную форму. Резонаторы расположены рядом друг с другом, поэтому кроме магнитной связи между ними действует и электрическая связь, что приводит к смешанному коэффициенту связи  $K = K_m + K_e$ . Рассматриваемые в [29] микрополосковые ППФ являются чрезвычайно сложными для аналитического описания из-за использования резонаторов полуволнового типа, смешанных связей между резонаторами и паразитных перекрестных связей. Эффект образования нулей передачи в таких фильтрах был рассмотрен в более ранней работе [30]. Он поясняется различными фазовыми скоростями четной и нечетной волн, распространяющихся в отрезках линий передачи.

В работе [29] высказано предположение, что число нулей передачи в подобных фильтрах может быть равно  $N + 1$ . Это предположение подтверждено результатами 3D-моделирования и данными экспериментальных измерений. Это также совпадает с результатами других авторов, изложенными в [31], где ППФ с  $N = 3$  имел четыре нуля передачи на вещественных частотах.

Отметим, что поведение ППФ с резонаторами полуволнового типа может иметь двойственный характер, как, например, у микрополоскового решетчатого ППФ третьего порядка [5] со смешанной перекрестной связью  $K_{13}$ . Если его порты расположены ближе к одной паре разомкнутых концов, то этот фильтр является фильтром задержки с нулями передачи на оси  $\sigma$ . Если его порты переместить ближе к другой паре разомкнутых концов, то фильтр становится квазиэллиптическим с нулями передачи на ось  $j\Omega$ .

Полосно-пропускающие фильтры с полуволновыми резонаторами [29–31] являются весьма перспективными. Они могут обладать значительным числом нулей передачи. В этих фильтрах еще многое предстоит изучить, чтобы установить аналитическую взаимосвязь между нулями передачи и коэффициентами связи.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрен микрополосковый полосно-пропускающий фильтр четвертого порядка со смешанной перекрестной связью между крайними резонаторами  $K_{14} = K_m + K_e$ , который при одной и той же топологии обладает двумя состояниями, существенно отличающимися друг от друга частотными характеристиками. При положительном значении коэффициента перекрестной связи  $K_{14} > 0$  этот фильтр является фильтром задержки с повышенной правосторонней избирательностью, обусловленной нулем передачи, расположенным с правой стороны от полосы пропускания. При отрицательном значении коэффициента перекрестной связи  $K_{14} < 0$  этот фильтр имеет на вещественных частотах три нуля передачи. Два нуля передачи расположены слева от полосы пропускания, а один нуль передачи находится справа от полосы пропускания. Рассмотренный фильтр может оказаться полезным в некоторых технических приложениях.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Levy R. // IEEE MTT-S Int. Microw. Symp. Dig., Jun. 6–11, 2004. Fort Worth, TX, USA. V. 2. P. 447.
2. Zhu F., Hong W., Chen J.-X., Wu K. // IEEE Microwave and Wireless Components Lett. 2014. V. 24. № 2. P. 90.
3. Hoft M., Shimamura T. // IEEE Trans. 2010. V. MTT-58. № 1. P. 165.
4. Захаров А.В., Розенко С.А., Захарова Н.А. // РЭ. 2012. Т. 57. № 3. С. 342.
5. Zakharov A., Rozenko S., Litvintsev S., Ilchenko M. // IEEE Microwave and Wireless Components Lett. 2020. V. 30. № 1. P. 12.
6. Захаров А.В., Розенко С.А. // РЭ. 2012. Т. 57. № 6. С. 713.
7. Szydlowski L., Lamecki A., Mrozowski M. // IEEE Microwave and Wireless Components Lett. 2012. V. 22. № 6. P. 312.
8. Szydlowski L., Leszczynska N., Mrozowski M. // IEEE Microwave and Wireless Components Lett. 2014. V. 24. № 1. P. 32.
9. Shen W., Wu L.-S., Sun X.-W. et al. // IEEE Microwave and Wireless Components Lett. 2009. V. 19. № 11. P. 701.
10. Gong K., Hong W., Zhang Y. et al. // IEEE Trans. 2012. V. MTT-60. № 10. P. 3071.
11. Zakharov A.V., Ilchenko M.Y., Karnau, V.Y., Pinchuk L.S. // Radioelectronics and Communications Systems. 2011. V. 54. № 3. P. 163.
12. Захаров А.В., Ильченко М.Е. // РЭ. 2013. Т. 58. № 7. С. 716.
13. Захаров А.В. // РЭ. 2013. Т. 58. № 3. С. 300.
14. Kurzrok R.M. // IEEE Trans. 1966. V. MTT-14. № 1. P. 46.
15. Hong J.-S., Lancaster M.J. // IEE Proc. – Microwaves Antennas Propag. 1999. V. 146. № 1. P. 84.
16. Kurzrok R.M. // IEEE Trans. 1966. V. MTT-14. № 6. P. 295.
17. Levy R. // IEEE Trans. 1976. V. MTT-24. № 4. P. 172.
18. Cameron R.J., Kudsia C.M., Mansour R.R. Microwave Filters for Communication Systems: Fundamentals, Design and Applications. Hoboken (NJ): Wiley, 2007.
19. Atia W., Zaki K., Atia A. // 1998 IEEE MTT-S Int. Microw. Symp. Dig. 7–12 Jun. 1998. V. 2. P. 821.
20. Hong J.-S., Lancaster M.J. // Microstrip Filters for RF/Microwave Application. N.-Y.: Wiley, 2001.
21. Wang H., Chu Q.-X. // IEEE Trans. 2009. V. MTT-57. № 3. P. 667.
22. Chu Q.-X., Wang H. // IEEE Trans. 2008. V. MTT-56. № 2. P. 431.
23. Korn G.A., Korn T.M. Mathematical handbook for scientists and engineers: definitions, theorems, and formulas for reference and review. N.-Y.: McGraw-Hill, 1961.
24. Matthaei G.L., Young L., Jones E.M.T. Microwave Filters, Impedance-Matching Network and Coupling Structures. Norwood (MA): Artech House, 1980.
25. Cohn S.B. // Proc. IRE. 1957. V. 45. № 2. P. 187.
26. Matthaei G.L. // 1958 IRE National Convention Record. V. 6. Pt. 1. P. 98.
27. Zakharov A.V., Ilchenko M.Ye., Pinchuk L.S. // Radioelectronics and Communications Systems. 2015. V. 58. № 6. P. 284.
28. Захаров А.В., Ильченко М.Е., Корнач В.Н. // РЭ. 2014. Т. 59. № 6. С. 602.
29. Aristarkhov G.M., Grebennikov A., Zvezdinov N.V. // IEEE Microwave Mag. 2019. V. 20. № 11. P. 22.
30. Аристархов Г.М., Вершинин Ю.П. // РЭ. 1983. Т. 28. № 9. С. 1714.
31. Hsu C.-L., Yu C.-H., Kuo J.-T. // 2012 4th Intern. High Speed Intelligent Communication Forum. 2012. P. 1.

**НОВЫЕ РАДИОЭЛЕКТРОННЫЕ  
СИСТЕМЫ И ЭЛЕМЕНТЫ**

УДК 535.241.63

**РЕЗОНАТОРНЫЙ МОДУЛЬ ДЛЯ ЛАЗЕРА НА ЭФФЕКТЕ  
ВЫНУЖДЕННОГО КОМБИНАЦИОННОГО РАССЕЯНИЯ  
НА МОНОКРИСТАЛЛЕ АЛМАЗА**

© 2021 г. М. С. Андреева<sup>а</sup>, Н. В. Артюшкин<sup>б</sup>, К. М. Крымский<sup>с</sup>, А. И. Лаптев<sup>б</sup>,  
Н. И. Полушин<sup>б</sup>, В. Е. Роголин<sup>д,\*</sup>, С. А. Филин<sup>д</sup>

<sup>а</sup>Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,  
Ленинские горы, 1, Москва, 119991 Российская Федерация

<sup>б</sup>Национальный исследовательский технологический университет “МИСиС”,  
Ленинский просп., 4, Москва, 119049 Российская Федерация

<sup>с</sup>Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет),  
Институтский пер., 9, Долгопрудный Московской обл., 141700 Российская Федерация

<sup>д</sup>Институт электрофизики и электроэнергетики РАН,  
Дворцовая наб., 18, Санкт-Петербург, 191186 Российская Федерация

\*E-mail: v-rogalin@mail.ru

Поступила в редакцию 22.09.2020 г.

После доработки 22.09.2020 г.

Принята к публикации 05.10.2020 г.

Описаны конструктивные особенности резонаторного модуля лазера на эффекте вынужденного комбинационного рассеяния (ВКР) на монокристалле алмаза, выращенном методом CVD (chemical vapor deposition) с накачкой наносекундным Nd:YAG-лазером. Проверена работоспособность разработанной конструкции на CVD-алмазе и на тестовом ВКР-кристалле кальцита (CaCO<sub>3</sub>); для накачки ВКР-лазеров на обоих кристаллах использовалось излучение с  $\lambda = 532$  нм. Получена ВКР-генерация, измерены длины волн стоксовых компонент и коэффициенты ВКР-усиления CVD-алмаза и кальцита.

DOI: 10.31857/S0033849421020017

**ВВЕДЕНИЕ**

Несмотря на обилие лазерных источников, излучающих во многих диапазонах электромагнитного спектра, весьма часто возникает необходимость использования лазерного излучения с длиной волны, отличной от традиционно применяемых. Этим вызван интерес к лазерам, работающим благодаря использованию нелинейного эффекта вынужденного комбинационного рассеяния (ВКР). Фактически ВКР-лазеры являются “насадкой” на лазерной головке источника накачки и не потребляют энергию от внешнего источника. Активный элемент ВКР-среды, помещенный в резонатор, после облучения интенсивным лазером накачки преобразует длину волны излучения, причем при этом могут изменяться и пространственно-временные характеристики [1, 2].

Величина изменения частоты (частотный сдвиг) света определяется только свойствами среды. Доля преобразованного излучения (эффективность преобразования) зависит от характеристик излучения накачки и организации взаимодействия света со средой. Все ВКР-активные среды обычно срав-

ниваются между собой при помощи двух характеристик – частотного сдвига в среде и коэффициента ВКР-усиления [3, 4]. Хотя КПД преобразования может составлять до 70% [1], для ВКР-преобразователей крайне важной характеристикой материала является теплопроводность, так как непреобразованное (остаточное) излучение накачки частично выделяется в ВКР-среде в виде тепла.

Еще в первых работах по исследованию ВКР в природных кристаллах алмаза выяснилось, что кристаллы алмаза являются наиболее эффективными ВКР-средами [4–8]. К тому же уникальная теплопроводность алмаза (в пять раз выше, чем у меди [9]) ставит этот материал вне конкуренции среди остальных ВКР-сред. Однако эти работы не получили дальнейшего развития вследствие дорогостоящих природных алмазов и неконтролируемого содержания в них примесей.

Искусственные монокристаллы алмаза, выращиваемые с середины XX в. при сверхвысоких давлениях и температурах [9], также оказались непригодными для использования в ВКР-лазерах. Причина – использование катализаторов ро-

ста, дающих мелкие, невидимые глазом поглощающие включения [10], резко снижающие оптическую стойкость.

Появление CVD-технологии (chemical vapour deposition) получения [9, 11] первоначально было направлено на выращивание поликристаллических алмазов, нашедших заметное применение в различных областях силовой оптики и электроники [12–14]. Однако вскоре выяснилось, что этот метод позволяет выращивать сравнительно крупные и чистые монокристаллы алмаза [9]. Это вызвало значительный интерес к ВКР-лазерам на кристаллах алмаза [15] ввиду того, что метод позволяет получать технологически воспроизводимые монокристаллы, пригодные для различных высокотехнологичных применений [9, 12, 13].

Масштабные исследования ВКР в CVD-алмазе начались в XXI в. после появления работ [16, 17] и были активно развиты группой Милдрена [18–26]. Эффективность применения CVD-алмазов для ВКР может быть увеличена благодаря использованию моноизотопных кристаллов [27], теплопроводность которых может быть увеличена в ~1.5 раза по сравнению с кристаллами природного состава.

К сожалению, пока размеры выращиваемых пластин монокристаллов CVD-алмаза весьма малы: 5...10 мм при толщине обычно 0.5...1 мм. То есть реально используемый объем активной среды алмазного ВКР-лазера равен  $(0.5...1) \times (5...10) \text{ мм}^3$ . Тем не менее это оказывается достаточным для ряда практических применений [26].

Для накачки ВКР-лазеров на CVD-алмазе часто используется твердотельный лазер второй гармоники наносекундного Nd:YAG-лазера ( $\lambda = 532 \text{ нм}$ ), поскольку длина волны ВКР-излучения CVD-алмаза 573 нм весьма перспективна для применения в разных областях науки и техники, в частности в медицине [9, 26, 28]. Однако малые размеры активного элемента и короткий импульс накачки вызывают необходимость минимизировать длину резонатора, дабы увеличить число проходов ВКР-излучения через кристалл в течение лазерного импульса. Это ограничение вызывает особые требования к конструкции юстировочных устройств лазера.

В данной работе рассмотрена разработанная “универсальная” конструкция классического резонаторного модуля ВКР-лазера, способного работать как с компактной ВКР-средой, а именно CVD-алмазом, так и (при необходимости) с традиционными (длинными) ВКР-кристаллами.

Основная цель работы — создание удобной установки для сопоставления свойств кристаллов алмаза, полученных в разных технологических процессах, позволяющей при этом использовать другие ВКР-среды для ее тестирования.

## 1. РАЗРАБОТКА КОНСТРУКЦИИ РЕЗОНАТОРНОГО МОДУЛЯ

В качестве базовой конструкции резонатора был выбран простейший резонатор с двумя плоскими зеркалами (высокоотражающим и оптимальным светоделительным) на рабочих длинах волн исследуемых ВКР-кристаллов (CVD-алмаза — 573 нм, кальцита — 565 нм). Требования к резонатору ВКР-лазера на компактных средах практически совпадают с требованиями к резонатору наносекундного параметрического генератора света (ПГС) на основе периодических структур MgO:PPLN и PPLN, размеры которых также малы по сравнению с традиционными нелинейными кристаллами ПГС. В работе [29] для этих структур был разработан монокристалльный резонатор. Несмотря на отличие в физике используемых явлений ВКР и ПГС, требования к механическим узлам резонатора во многом совпадают. Однако в нашей разработке имеются значительные конструктивные отличия от резонатора [29].

При накачке ВКР-кристалла алмаза наносекундными лазерными импульсами требуется минимизировать расстояние между зеркалами резонатора (~10 мм). Это необходимо для увеличения числа проходов генерируемого ВКР-излучения в резонаторе за время длительности лазерного импульса, так как длина активной среды на одном проходе мала, что резко снижает эффективность ВКР-генерации. При этом необходима очень точная юстировка положения активного элемента ВКР-лазера и зеркал резонатора относительно друг друга и оптической оси задающего генератора.

Основная задача при создании ВКР-лазера — достижение максимальной эффективности преобразования, поэтому при разработке оптической схемы резонатора, как и в работе [29], требуется учет следующих факторов:

- апертура рабочего кристалла (~0.5 мм в CVD-алмазе) должна быть достаточна для свободного прохода через него излучения накачки (в этом случае диаметр пучка должен быть  $\leq 320 \text{ мкм}$ , чтобы минимизировать дифракционные потери);
- путем оптимальной фокусировки накачки в активной среде необходимо обеспечить равенство конфокального параметра накачки внутри кристалла его длине, что особенно актуально при многомодовой накачке с  $M^2$  порядка 10;
- высокодобротный резонатор для ВКР-волны должен быть стабильным.

Поэтому была разработана конструкция юстировочных узлов каждого из элементов резонатора, позволяющая плавно регулировать их положение относительно лазерного луча накачки и друг друга.

На рис. 1 представлен внешний вид разработанного резонаторного модуля ВКР-лазера, являющегося практически “насадкой” к лазеру накачки, по-

скольку включает в себя, помимо резонатора, еще и оптику, формирующую пучок накачки с необходимыми параметрами, а также устройство селекции ВКР-излучения и “остаточной” накачки. Механическая основа резонаторного модуля имеет жесткую конструкцию. Все узлы прибора связаны между собой тремя инваровыми стержнями, вдоль которых они могут перемещаться.

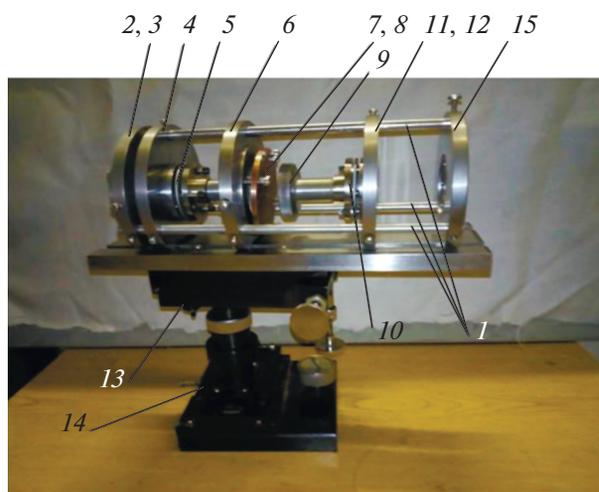
Узел крепления и юстировки фокусирующей линзы 2 также способен перемещать линзу вдоль оптической оси. Узлы крепления 4, 11 и юстировки 5, 10 зеркал резонатора имеют возможность регулируемого перемещения вдоль луча накачки, что позволило максимально приблизить резонаторные зеркала 6, 9 к поверхностям активного элемента. Узел крепления 7 рабочего кристалла 8 изготовлен из меди, чтобы обеспечить теплоотвод от кристалла. Для изменения (с целью оптимизации) кристаллографической ориентации активного элемента относительно оси лазера накачки он обладает механизмом, позволяющим вращение кристалла относительно оптической оси. Все элементы конструкции размещены на металлической платформе 13, расположенной на оптическом столике 14, что позволяет перемещать устройство по высоте и по нормали к оптической оси лазера.

Работоспособность разработанной конструкции резонаторного модуля была проверена на экспериментальной установке (рис. 2).

## 2. МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

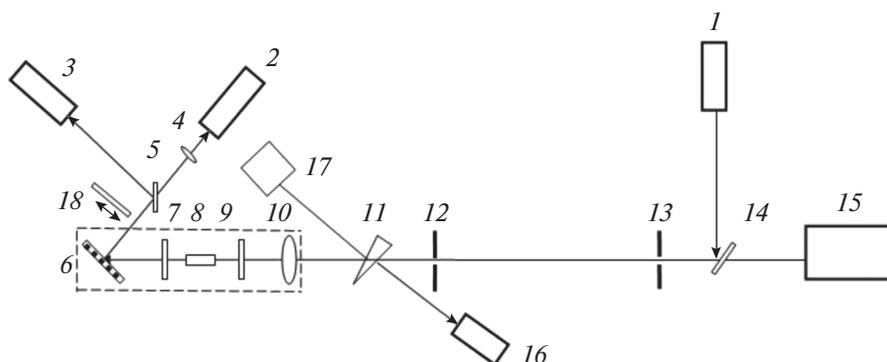
Разработанная “универсальная” конструкция резонаторного модуля тестировалась на двух ВКР-кристаллах, значительно отличающихся по размерам. Использовались монокристаллы алмаза, выращенные методом CVD и монокристаллы кальцита. Размер монокристалла CVD-алмаза  $5 \times 5 \times 0.5 \text{ мм}^3$ ; его торцевые грани  $\langle 100 \rangle$  полировали оптически. Таким образом, генерируемое ВКР-излучение алмаза распространялось вдоль “длинной” стороны кристалла – 5 мм. Входные грани кристалла  $0.5 \times 5 \text{ мм}^2$  не просветлялись. Для отработки конструкции механических узлов разработанного резонаторного модуля первоначальные исследования проводили на хорошо изученном эталонном монокристалле кальцита. Природный монокристалл кальцита ( $\text{CaCO}_3$ ), ориентированный под углом  $90^\circ$  к нормали, имел размеры  $20 \times 20 \times 20 \text{ мм}^3$ . После проведения пробных экспериментов на кальците резонаторный модуль перенастраивали под CVD-алмаз и были продолжены исследования ВКР-генерации на монокристаллах CVD-алмаза.

Схема эксперимента по получению ВКР-генерации на этих монокристаллах приведена на рис. 2. Лазер LS-2149 15, имеющий возможность излучать на любой из четырех длин волн – 1064, 532,



**Рис. 1.** Внешний вид резонаторного модуля для CVD алмаза: 1 – инваровые стержни, 2 – узел крепления и юстировки фокусирующей линзы, 3 – линза (на рисунке не видна) в оправе, 4 – узел крепления входного зеркала резонатора, 5 – узел юстировки входного зеркала, 6 – входное зеркало в оправе, 7 – вращающийся кристаллодержатель алмаза, в котором расположен узел юстировки и крепления кристалла алмаза, 8 – монокристалл алмаза (на рисунке не виден), 9 – выходное зеркало в оправе, 10 – узел юстировки выходного зеркала, 11 – узел крепления выходного зеркала резонатора, 12 – линза, 13 – металлическая платформа, на которой расположены узлы 4, 5, 7, 10, 11, 14 – оптический столик, на котором расположена вся конструкция, позволяющий перемещать устройство по высоте и нормально к оптической оси лазера, 15 – оправка для размещения устройства селекции излучений ВКР и остаточного излучения накачки (призмы или дифракционной решетки).

355 и 266 нм, был настроен на вывод излучения с  $\lambda = 532 \text{ нм}$ . Оптический клин 11 отражал известную небольшую долю излучения на измеритель энергии 16, по показаниям которого определялась энергия лазерного импульса на длине волны  $\lambda = 532 \text{ нм}$ . Далее излучение подавалось на вход резонаторного модуля, включающего в себя линзу 10, ВКР-кристалл 8, резонаторные зеркала 7 и 9, дифракционную решетку 6. Линза 10 фокусировала падающий на нее свет на монокристалл алмаза 8, помещенный между зеркалами 7 и 9, образующих резонатор. Выходящее из резонатора излучение попадало на дифракционную решетку 6, которая пространственно разделяла свет на длинах волн  $\lambda = 532$  и  $573 \text{ нм}$ . Два образовавшихся монохроматических пучка попадали в разные точки экрана. На месте локализации ВКР-излучения на экране размещали делительную пластинку 5, отводящую часть излучения на спектрометр S-100 3, на месте которого затем размещали фотодиод для определения временных характеристик получаемого излучения с помощью цифрового осциллографа TDS 20248 Tektronix. Проходящее излучение попадало на измеритель энергии ВКР-из-



**Рис. 2.** Схема экспериментальной установки: 1 – юстировочный лазер (лазерный визир 303); 2 – измеритель энергии OphirPD-pJ с дисплеем NOVA; 3 – спектрометр S-100 или фотодиод; 4 – линза из стекла К8,  $f = 50$  мм; 5 – светоделительная пластина; 6 – дифракционная решетка 1200 штр./мм; 7 – выходное зеркало резонатора; 8 – ВКР-кристалл (кальцит или алмаз); 9 – входное зеркало резонатора; 10 – линза из стекла К8,  $f = 350$  мм; 11 – оптический клин; 12 и 13 – диафрагмы; 14 – светоделительная пластина; 15 – DPSS лазер накачки LS-2149 (лазер с диодной накачкой и модулированной добротностью на основе YAG:Nd, длительность импульса 14 нс); 16 – измеритель энергии OphirPE-10BV с дисплеем VEGA, 17 – видеокамера VSC-541, 18 – экран. Резонаторный модуль, включающий элементы 6–10, показан на схеме штриховой линией.

лучения OPHIR 2. Диафрагмы 11 и 13 использовали для совмещения излучения лазера накачки с излучением юстировочного лазера. Видеокамеру VSC-541 17 применяли для юстировки рабочего кристалла.

Расстояние между зеркалами ВКР-резонатора 7 и 9 составляло от 40 мм (для кальцита) до 10...15 мм (для алмаза).

Коэффициенты отражения и пропускания зеркал 6, 9 резонатора измеряли на спектрофотометре Cary-5000 UV-VIS-NIR с приставкой UMA. В табл. 1 приведены параметры зеркал 6, 9 и значения коэффициентов отражения входного и выходного зеркал 6, 9 резонатора на длине волны лазера накачки и стоксовых длинах волн алмаза. Эти же зеркала были использованы для ВКР-генерации в кальците, поскольку ВКР-генерация 1-й стоксовой компоненты происходит в нем на близкой длине волны – 565 нм. Точность измерений коэффициента пропускания  $T$  – 0.6%, коэффициента отражения (в угле падения 5.1 от нормали) – 1%.

**Таблица 1.** Коэффициенты диффузного пропускания  $T$  и диффузного отражения  $R$  образцов для длин волн  $\lambda = 532$  и 573 нм

Зеркало	$T$ , %		$R$ , %	
	532 нм	573 нм	532 нм	573 нм
Входное	67.3	0.7	31.3	98.0
Выходное	0.3	22.5	98.2	76.0

Выходное зеркало, отражающее 98.0% излучения накачки, обеспечивало двойной проход накачки через ВКР-кристалл, увеличивая длину ее взаимодействия с активной средой и, соответственно, эффективность ВКР-генерации.

В эксперименте были измерены основные характеристики ВКР-сред: частотный сдвиг в среде  $\Delta\nu_c$  и коэффициент ВКР-усиления  $g$ .

Длины волн стоксовых компонент ВКР-генерации регистрировались спектрометром S-100 и были сопоставлены с вычисленными по формуле [4]

$$\lambda_{стn} = (1/\lambda_n + n\Delta\nu_c)^{-1}, \quad (1)$$

где  $\lambda_{стn}$  – длина волны  $n$ -й стоксовой компоненты ( $n$  – номер стоксовой компоненты);  $\lambda_n$  – длина волны накачки;  $\Delta\nu_c$  – сдвиг частоты стоксовой компоненты.

Расчетные величины длин волн стоксовых компонент при  $\lambda = 532.25$  нм и  $\Delta\nu_c = 1332.9$   $\text{см}^{-1}$  составляют 572.9 нм. Отличие теоретических и экспериментальных значений лежит в пределах ширины спонтанного комбинационного рассеяния – 2.7  $\text{см}^{-1}$ .

Измеренные длины волн стоксовых компонент лазера на кальците и расчетные при  $\lambda = 532.25$  нм и  $\Delta\nu_c = 1084$  составили (в нм): 1-й стокс – 565.1 нм; 2-й стокс – 601.6 нм, 3-й стокс – 643.5 нм. Расчетные величины длин волн стоксовых компонент при  $\lambda = 532.25$  нм и  $\Delta\nu_c = 1084$   $\text{см}^{-1}$  составляют 565.1, 601.7 и 643.7 нм соответственно. Отличие теоретических и экспериментальных значений находится в пределах ширины спонтанного комбинационного рассеяния – 2.3  $\text{см}^{-1}$ .

Измеренный спектр ВКР-генерации алмаза показан на рис. 3.

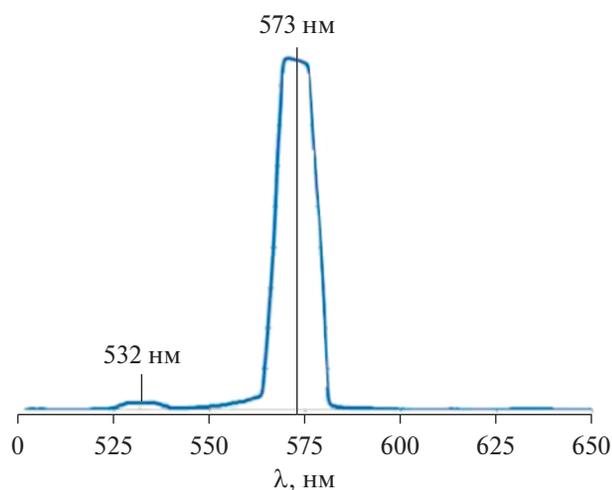


Рис. 3. Измеренный спектр излучения ВКР-лазера на CVD-алмазе.

Коэффициент ВКР-усиления в кристаллах  $g$  вычисляли исходя из хорошо известного условия порога ВКР [5]:

$$g = 25/I_{\text{пор}}L_{\text{эф}}, \quad (2)$$

где  $I_{\text{пор}}$  — пороговая интенсивность излучения накачки в ВКР-среде;  $L_{\text{эф}}$  — эффективная длина взаимодействия излучения накачки с ВКР-средой.

Порог ВКР-генерации  $I_{\text{пор}}$  определялся путем измерения энергии излучения с длиной волны 532 нм, подаваемой на входное зеркало резонатора ВКР-лазера, в момент срыва ВКР-генерации при плавном снижении уровня энергии накачки.

Далее измеренные значения пересчитывали на вход ВКР-кристалла, учитывая коэффициенты пропускания входного зеркала резонатора и линзы.

Измеренный порог генерации ВКР-лазера на алмазе составил 0.52 мДж, что соответствовало плотности мощности излучения накачки 0.033 ГВт/см<sup>2</sup>.

Вычисленный по формуле (2) коэффициент ВКР-усиления лазера на алмазе составил  $g = 38$  ГВт/см, что хорошо соответствует величине  $g = 40$  ГВт/см, приведенной в обзорной работе [5]. Коэффициент ВКР-усиления лазера на кальците  $g = 5.48$  ГВт/см также близок к значению  $g = 5.5$  ГВт/см из работы [5].

Визуально на экране (лист бумаги) наблюдалось как ВКР-рассеяние, так и генерация первых двух стоксовых и одной антистоксовой компоненты в кристалле кальцита и генерация одной стоксовой компоненты в кристалле алмаза (рис. 4а, 4б). На экране видно также пятно остаточного зеленого излучения накачки.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработана конструкция “универсального” резонаторного модуля ВКР-лазера, способного работать как с компактной ВКР-средой, а именно CVD-алмазом, так и при необходимости с традиционными (длинными) ВКР-кристаллами. Проведена оценка работоспособности конструкции, получена ВКР-генерация в непросветленном CVD-алмазе с полированными входными гранями и в тестовом монокристалле с хорошо изученными ВКР-параметрами — кальците. Измерены длины волн ВКР-генерации и коэффициенты ВКР-усиления в обоих кристаллах. Полученные результаты близки к приведенным в литературе данным.

## БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы выражают признательность Е.Ю. Локтионову за помощь в работе, а также специализированной межкафедральной учебно-испытательной лаборатории полупроводниковых материалов и диэлектриков “Монокристаллы и заготовки на их основе” за измерения коэффициентов отражения и пропускания зеркал.

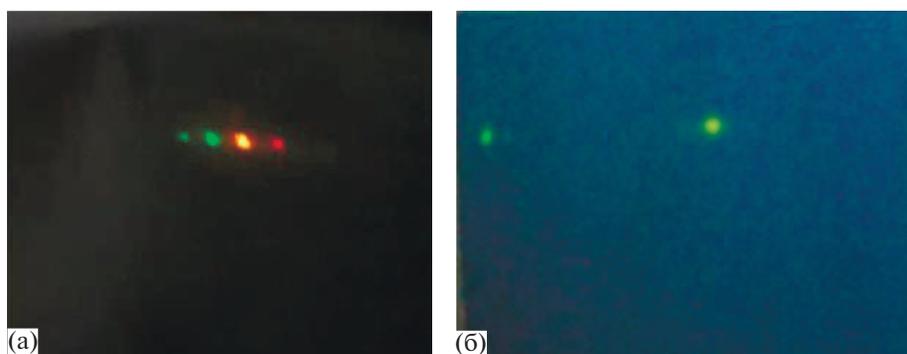


Рис. 4. Фотография экрана: а — две стоксовы и одна антистоксова компонента в кальците, б — одна стоксова компонента в CVD-алмазе.

## ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках федерального целевого проекта программы “Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014–2020 годы” по теме “Разработка технологии и аппаратуры для получения сверхчистых монокристаллов алмаза CVD методом и процессов их легирования для использования в фотонике и в микроэлектронике в виде высокотемпературных полупроводников” (Соглашение о предоставлении субсидии № 075-02-2018-210 от 26 ноября 2018 г., уникальный идентификатор RFMEFI57818X0266), а также при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (тема – прикладные научные исследования).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Дмитриев В.Г., Тарасов Л.В.* Прикладная нелинейная оптика. М.: Радио и связь, 1982.
2. *Шен И.Р.* Принципы нелинейной оптики. М.: Наука, 1989.
3. *Басиев Т.Т.* // ФТТ. 2005. Т. 47. № 8. С. 1354.
4. *Бломберген Н.* // Успехи физ. наук. 1969. Т. 97. № 2. С. 307.
5. *Басиев Т.Т.* // Успехи физ. наук. 1999. Т. 169. № 10. С. 1149.
6. *Eckhardt G., Bortfeld D., Geller M.* // Appl. Phys. Lett. 1963. V. 3. № 8. P. 137.
7. *Eckhardt G.* // IEEE J. Quantum Electron. 1966. V. 2. № 1. P. 1.
8. *McQuillan A.K., Clements W.R.L., Stoicheff B.P.* // Phys. Rev. A. 1970. V. 1. № 3. P. 628.
9. Углеродная фотоника / Под ред. В.И. Конова. М.: Наука, 2017.
10. Природные алмазы России / Под ред. В.Б. Кваскова. М.: Полярон, 1997.
11. *Спицын Б.В., Дерягин Б.В.* Способ наращивания граней алмаза. А.с. СССР № 339134. Оpubл. Б.И. 1980. № 17. С. 323.
12. *Рогалин В.Е., Крымский М.И., Крымский К.М.* // РЭ. 2018. 63. № 11. С. 1188.
13. *Рогалин В.Е., Аранчий С.М.* // Интеграл. 2012. № 5(67). С. 80.
14. *Аранчий С.М., Крымский К.М., Крымский М.И., Рогалин В.Е.* // РЭ. 2015. Т. 60. № 3. С. 325.
15. *Lawandy N., Afzal R.* Solid State Raman Laser. U.S. Pat. Application № 20050163169 A1. Publ. 28 Jul. 2005.
16. *Kaminskii A.A., Ralchenko V.G., Konov V.I., Eichler H.J.* // Phys. Stat. Sol. B. 2005. V. 242. № 1. P. R4.
17. *Kaminskii A.A., Hemley R.J., Lai J. et al.* // Laser Phys. Lett. 2007. V. 4. № 5. P. 350.
18. *Granados E., Spence D.J., Mildren R.P.* // Optics Express. 2011. V. 19. № 11. P. 10857.
19. *Mildren R.P., Butler J.E., Rabeau J.R.* // Optics Express. 2008. V. 16. № 23. P. 18950.
20. *Sabella A., Piper J.A., Mildren R.P.* // Optics Express. 2011. V. 19. № 23. P. 23554.
21. *Williams R.J., Kitzler O., McKay A., Mildren R.P.* // Optics Lett. 2014. V. 39. № 14. P. 4152.
22. *Kitzler O., Lin J., Pask H.M. et al.* // Optics Lett. 2017. V. 42. № 7. P. 1229.
23. *Williams R.J., Kitzler O., Bai Z. et al.* // IEEE J. Selected Topics Quantum Electron. 2018. V. 24. № 5. P. 1602214.
24. *Bai Z., Williams R.J., Kitzler O. et al.* // Optics Express. 2018. V. 26. № 16. P. 19797.
25. *Antipov S., Sabella A., Williams R.J. et al.* // Optics Lett. 2019. V. 44. № 10. P. 2506.
26. *Optical Engineering of Diamond* / Eds. R.P. Mildren, J.R. Rabeau. Weinheim: Wiley-VCH, 2013.
27. *Каминский А.А., Ральченко В.Г., Енеда Х. и др.* // Письма в ЖЭТФ. 2016. Т. 104. № 5. С. 356.
28. *Андреева Н.П., Барашков М.С., Евстигнеев В.Л. и др.* // Контенант. 2018. Т. 16. № 1. С. 88.
29. *Колкер Д.Б., Пустовалова Р.В., Старикова М.К. и др.* // Приборы и техника эксперимента. 2012. № 2. С. 124.

## ПАМЯТИ СЕРГЕЯ БОРИСОВИЧА РАЕВСКОГО

DOI: 10.31857/S003384942102011X



19 сентября 2020 г. скончался крупный российский ученый в области прикладной электродинамики и теории антенн, доктор технических наук, профессор Сергей Борисович Раевский.

С.Б. Раевский родился 15 мая 1941 г. В 1964 г. Сергей Борисович окончил радиофизический факультет Горьковского государственного университета им. Н.И. Лобачевского. После окончания университета он несколько лет работал инженером в Горьковском научно-исследовательском приборостроительном институте и в 1968 г. поступил в аспирантуру Горьковского политехнического института (ныне – Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева, НГТУ). Вся дальнейшая жизнь Сергея Борисовича была связана с этим вузом. Здесь он прошел путь от старшего преподавателя до профессора и заведующего кафедрой. В 1970 г. С.Б. Раевский защитил

кандидатскую диссертацию, в 1985 г. – докторскую диссертацию.

На кафедре “Техника СВЧ” с приходом туда С.Б. Раевского резко активизировалась научная работа. Под его руководством выполнены десятки хозяйственных НИР с радиотехническими предприятиями Горького, Москвы, Ленинграда, Вильнюса и других городов СССР.

К концу 80-х годов в Горьковском политехническом институте сформировалась научная школа прикладной электродинамики “Разработка методов расчета направляющих структур СВЧ, КВЧ и оптического диапазонов, описываемых несамосопряженными операторами”, под руководством С.Б. Раевского. Коллективом школы был внесен значительный вклад в теорию линейных несамосопряженных электродинамических операторов в приложении к неоднородным направляющим структурам, предложен асимптотический метод исследования спектров волн открытых направляющих структур, описываемых несамосопряженными операторами, разработана теория комплексных волн в неоднородных направляющих электродинамических структурах.

Было открыто явление комплексного резонанса, получены авторские свидетельства на фильтры, в основе работы которых лежит данное явление. Введено понятие “колебания и волны, присоединенные к источнику”, показано существование в открытых диэлектрических волноводах собственных комплексных и присоединенных волн. Предложены и разработаны: метод интегральных уравнений, основанный на лемме Лоренца, для расчета нерегулярных волноводов; метод частичных областей с непрерывным спектром собственных функций для внутренних задач электродинамики; модифицированный метод Галеркина и спектральный метод для расчета поперечно-неоднородных и продольно-нерегулярных волноводов.

Последние по времени работы С.Б. Раевского с соавторами посвящены интегральным представлениям в краевых задачах электродинамики.

В 1987 г. Сергей Борисович возглавил кафедру “Физика”, с 2002 г. – кафедру “Физика и техника оптической связи” НГТУ, на которой впервые в России была введена специальность “Физика и техника оптической связи”.

С.Б. Раевский являлся автором более 400 научных работ, автором и соавтором 11 монографий. Учебное пособие В.А. Неганов, О.В. Осипов, С.Б. Раевский, Г.П. Яровой “Электродинамика и распространение радиоволн” (М., Радиотехника, 2005) выдержало три издания и широко используется при подготовке студентов в классических и технических вузах.

Сергей Борисович вел также большую научно-организационную работу. В течение многих лет он являлся членом редколлегии журналов “Антенны” и “Физика волновых процессов и радиотехнические системы”, руководителем регионального семинара “Прикладная электродинамика”, председателем диссертационного совета при НГТУ им. Р.Е. Алексеева. Под руководством С.Б. Раев-

ского подготовлено 27 кандидатских и 9 докторских диссертаций.

Сергей Борисович был неизменным и давним автором журнала “Радиотехника и электроника”.

За многогранную научно-педагогическую работу С.Б. Раевский был удостоен почетных званий: Заслуженный деятель науки Российской Федерации (1996 г.), Почетный работник высшего профессионального образования Российской Федерации (2000 г.). В 2018 г. за вклад в развитие науки и системы высшего образования он был награжден медалью ордена “За заслуги перед Отечеством” II степени.

Редакция и редколлегия журнала “Радиотехника и электроника” выражают соболезнование родным и близким покойного.