

ДЕФЕКТОСКОПИЯ

Журнал ежемесячный
Основан в феврале 1965 года
Екатеринбург

№ 4
2021

СОДЕРЖАНИЕ

Акустические методы

- Е.Г. Базулин, АХ. Вopilкин, Д.С. Тихонов.** Определение типа отражателя по амплитудам бликов изображений, восстановленных по разным акустическим схемам 3
- С.А. Бехер, Л.Н. Степанова, А.О. Рыжова, А.Л. Бобров.** Контроль натяга колец подшипников поверхностными волнами с использованием эффекта акустоупругости..... 13

Электромагнитные методы

- В.В. Дякин, О.В. Кудряшова, В.Я. Раевский.** Один подход к численному решению основного уравнения магнитостатики для конечного цилиндра в произвольном внешнем поле 22
- Ю.Л. Гобов, С.Э. Попов.** Восстановление топографии поверхностных дефектов ферромагнетиков при нормальном намагничивающем поле 35
- В.Ф. Новиков, С.М. Кулак, А.С. Парахин.** Контроль одноосных напряжений в сталях с учетом их магнитоупругой чувствительности 42

Радиоволновые методы

- А.И. Казьмин, П.А. Федюнин.** Контроль электрофизических параметров метаматериалов методом поверхностных электромагнитных волн 51
- Вафик Харара.** Оценка параметров сварки промышленных соединений из толстых листов из алюминия 6082-T6 по европейским стандартам 68
-

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТИПА ОТРАЖАТЕЛЯ ПО АМПЛИТУДАМ БЛИКОВ ИЗОБРАЖЕНИЙ, ВОССТАНОВЛЕННЫХ ПО РАЗНЫМ АКУСТИЧЕСКИМ СХЕМАМ

© 2021 г. Е.Г. Базулин^{1,*}, А.Х. Вopilкин¹, Д.С. Тихонов¹

¹ООО «Научно-производственный центр «ЭХО+»,
Россия 123458 Москва, ул. Твардовского, 8, Технопарк «Строгино»
*E-mail: bazulin@echoplus.ru

Поступила в 25.01.2021; после доработки 09.02.2021

Принята к публикации 12.02.2021

В ультразвуковой дефектоскопии разработаны методы регистрации и анализа эхосигналов для определения типа отражателя и его размеров. Метод цифровой фокусировки антенной (ЦФА) позволяет восстановить изображение всей границы несплошности, используя эхосигналы, отраженные от дна объекта контроля с учетом трансформации типа волны. Однако такой подход не всегда применим на практике, так как форма дна объекта контроля может быть неизвестной. Используя особенности поведения коэффициента отражения для разных типов волн можно по изображениям только на прямом луче сделать заключение о типе отражателя. Численные и модельные эксперименты подтвердили работоспособность предложенного подхода.

Ключевые слова: антенная решетка, цифровая фокусировка антенной решеткой (ЦФА), Full Matrix Capture (FMC), Total Focusing Method (TFM).

DOI: 10.31857/S0130308221040011

1. ВВЕДЕНИЕ

Определение типа отражателя является важной задачей ультразвукового неразрушающего контроля, так как наличие в объекте контроля трещин, способных к быстрому росту, крайне опасно. И наоборот, наличие объемных отражателей может несущественно сказаться на прочностных свойствах объекта контроля. Метод цифровой фокусировки антенной решеткой (ЦФА) позволяет восстановить изображение всей границы несплошности, используя эхосигналы, отраженные от дна объекта контроля с учетом трансформации типа волны [1—4]. Однако такой подход не всегда применим на практике, так как форма дна объекта контроля может быть неизвестной или же оно может быть покрыто коррозионными язвами. Поэтому разработка методов, позволяющих сделать обоснованное суждение о типе отражателя по эхосигналам только на прямом луче, сохраняет свою актуальность.

В статьях [5, 6] был предложен способ определения типа отражателя с использованием акустического коэффициента формы, рассчитываемым по амплитудам импульсов, отраженных от верхнего и нижнего края несплошности. Недостатком такого подхода является то, что нужно сделать предположение, не всегда обоснованное, что два анализируемых эхосигнала рассеяны одним и тем же отражателем. Для определения типа отражателя в статье [7] было предложено анализировать амплитуды эхосигналов, полученные специальным преобразователем, рассчитанным на работу с разными типами волн при отражении от несплошности. Низкая чувствительность, необходимость разработки и изготовления специализированных двухэлементных преобразователей затрудняют применение на практике такого подхода. В статье [8] предложен метод определения типа отражателя за счет анализа фазы бликов отражателей по комплексным изображениям, восстановленным методом ЦФА на прямом луче. Однако для уверенного примирения такого метода нужно, чтобы эхосигналы от краев отражателя не перекрывались с иными импульсами. Подобный принцип определения типа отражателя был заложен в технологию Time of Flight Diffraction (TOFD) при ее разработке [9].

Антенные решетки, в силу малого размера каждого элемента, позволяют эффективно работать как с продольной, так и с поперечной волнами. Предлагаемый способ можно рассматривать как дальнейшее развитие метода [7], который должен помочь решить задачу определения типа отражателя с использованием трех его изображений, восстановленных методом C-SAFT по одному набору эхосигналов, измеренному в режиме двойного сканирования (в зарубежной литературе Full Matrix Capture (FMC)).

2. ОБОСНОВАНИЕ ПРЕДЛАГАЕМОГО СПОСОБА

Предлагаемый способ определения типа отражателя основан на разном поведении коэффициента рассеяния для разных типов волн на объемном отражателе и на краях плоскостного отражателя.

2.1. Коэффициент рассеяния на цилиндре с мягкой границей

Для расчета поля, рассеянного цилиндром с мягкой границей, при падении плоской гармонической волны, можно воспользоваться точным аналитическим решением задачи [10]. На рис. 1 показаны значения модуля коэффициентов рассеивания на боковом цилиндрическом отверстии (БЦО) диаметром 1 мм в стальном образце при падении плоской волны с частотой 5 МГц. Прямоугольником с красной полупрозрачной заливкой показана область, соответствующая рассеянию в обратном направлении к направлению падающей плоской волны. Видно, что при рассеянии продольной волны в продольную (LdL) и при рассеянии поперечной волны в поперечную (TdT) значения индикатрисы рассеяния принимают значения больше 0,5. Но при рассеянии продольной волны в поперечную (LdT) значения индикатрисы рассеяния в обратном направлении меньше 0,15 в диапазоне углов ± 10 град. Подобная картина наблюдается и при рассеянии поперечной волны в продольную (TdL). Модуль коэффициентов отражения при смене типа волны практически в четыре раза меньше, чем для случая отсутствия трансформации типа волны.

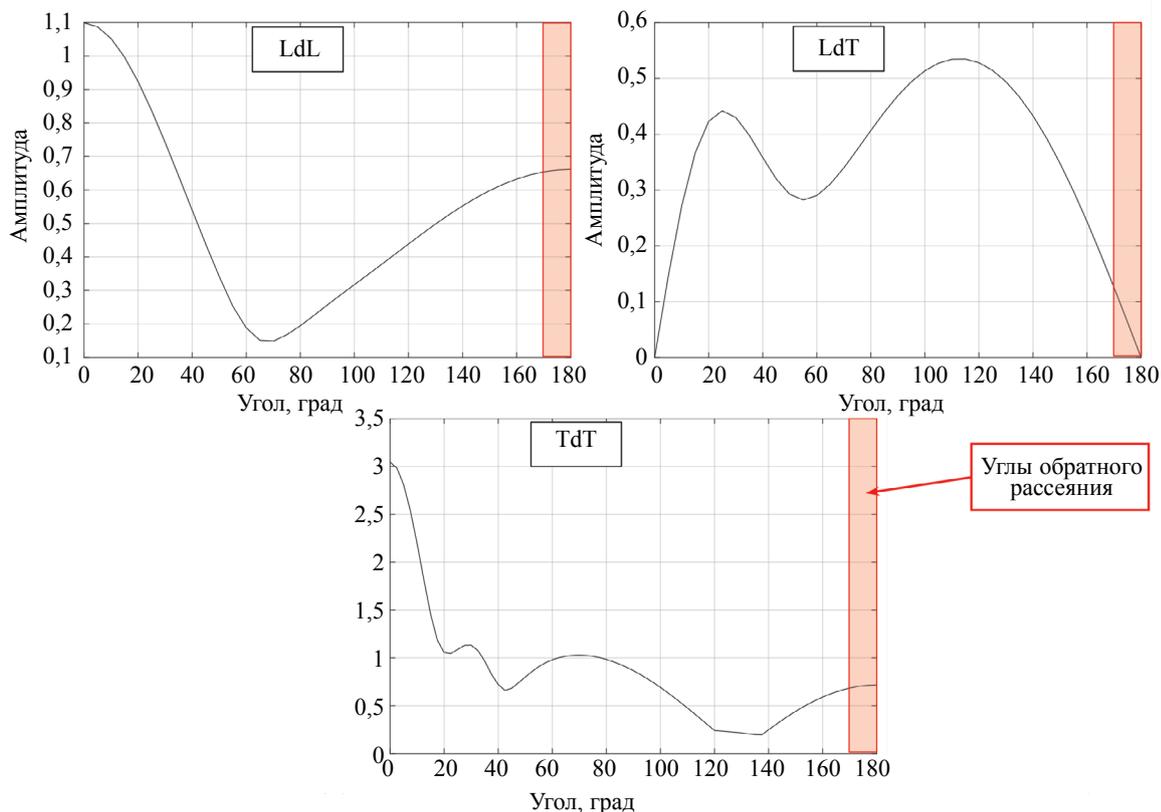


Рис. 1. Модуль коэффициентов рассеяния на БЦО диаметром 1 мм в стальном образце при падении плоской волны с центральной частотой 5 МГц.

2.2. Коэффициент рассеяния плоской волны на крае полубесконечной трещины

В работах [11, 12] в рамках теории геометрической дифракции приведены выражения для расчета коэффициента отражения плоской волны от края полубесконечной трещины. На рис. 2 показаны значения модулей коэффициентов рассеяния на краю трещины в стальном образце при падении плоской волны с частотой 5 МГц в направлении обратном направлению падения пло-

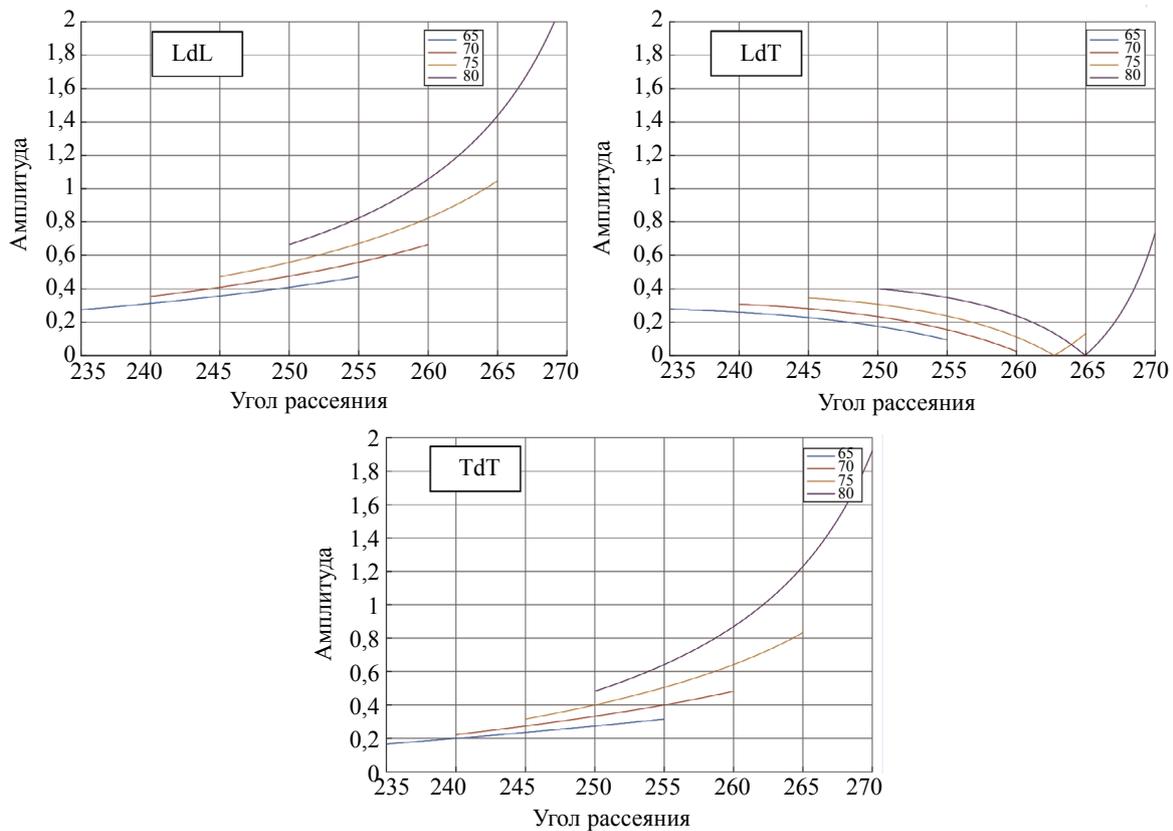


Рис. 2. Модуль коэффициентов рассеяния на крае трещины в стальном образце при падении плоской волны с частотой 5 МГц под углами к плоскости трещины 65, 70, 75 и 80 град в обратном направлении в диапазоне углов ± 10 град.

ской волны в диапазоне углов ± 10 град. Показаны результаты расчетов для углов падения к плоскости трещины 65, 70, 75 и 80 град. Такие углы соответствует рассеянию плоской волны на верхнем крае трещины. Видно, что для всех типов рассеяния (LdL, LdT и TdT) для углов падения 65, 70, 75 град коэффициенты рассеяния отличаются друг от друга примерно в три раза. Но при увеличении угла падения до 80 град коэффициент рассеяния без трансформации типа волны (LdL и TdT) уже может на порядок превышать амплитуду рассеянного поля при смене типа волны (LdT). Такие углы характерны при значительном удалении антенной решетки от отражателя, как это показано на рис. 4. Подобная картина наблюдается и при рассеянии на нижнем крае трещины.

Следует отметить, что амплитуды измеренных эхосигналов определяется не только коэффициентами рассеяния, модули которых показаны на рис. 1 и 2, но и коэффициентами преломления на границе призмы и объекта контроля, и расстоянием от точек излучения и приема до отражателя. Интегрирование по поверхности излучения и приема при расчете эхосигналов приведет к тому, что их амплитуды будут отличаться от амплитуд коэффициентов рассеяния.

3. ЧИСЛЕННЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Для проверки предложенного способа определения типа отражателя использовались эхосигналы, рассчитанные программой CIVA [13] по теории лучевых трубок в твердом теле. Полагалось, что эхосигналы регистрируются в режиме двойного сканирования (в зарубежной литературе Full Matrix Capture (FMC)) с помощью антенной решетки (5 МГц, 32 элемента размерами $0,55 \times 10$ мм, зазор между краями элементов 0,05 мм), установленной либо на рексолитовую 35-градусную призму, либо на плексигласовую 20-градусную призму. Расчет поля проходил в 5 точках x_w передней грани призмы с координатами -50, -40, -30, -20 и -10 мм. На рис. 3 призма показана в самой удаленной точке $x_w = -50$ мм.

3.1. Трещина высотой 10 мм

Рассчитывались эхосигналы, рассеянные трещиной высотой 10 мм с центром в точке (0, 30) мм (на рис. 3 показана толстой линией черного цвета), и эхосигналы, рассеянные двумя БЦО диаметром 1 мм с центром в точках (0, 25) и (0, 35) мм. Центры БЦО имеют такие же координаты, что и края трещины. На рисунке схематически показан вариант рассеяния плоской волны на верхнем крае трещины по схеме LdT с преобразованием типа волны. Зеленым цветом обозначаются лучи на продольной волне, а красным — на поперечной.

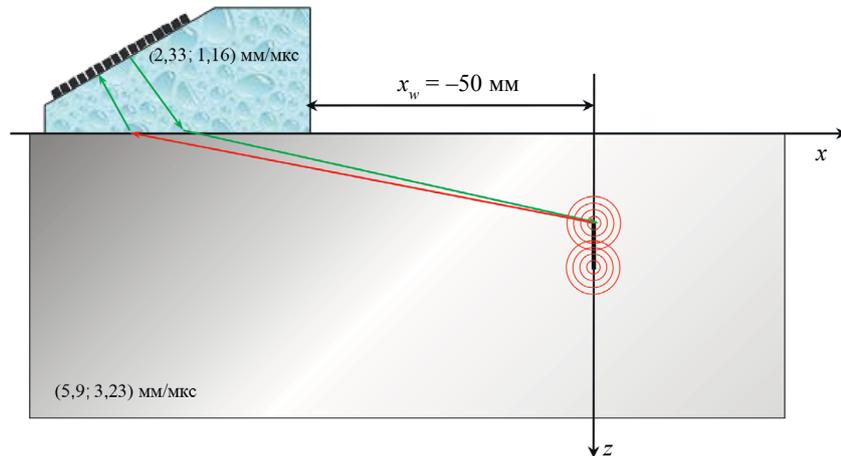


Рис. 3. Схематическое представление модели для проведения расчетов 35-градусной призмой.

По рассчитанным эхосигналам методом C-SAFT [4] восстанавливались изображения трещины по трем акустическим схемам LdL, LdT и TdT. На рис. 4 показаны изображения трещины, полученные с использованием 35-градусной реколлитовой призмы при расположении ее в точке

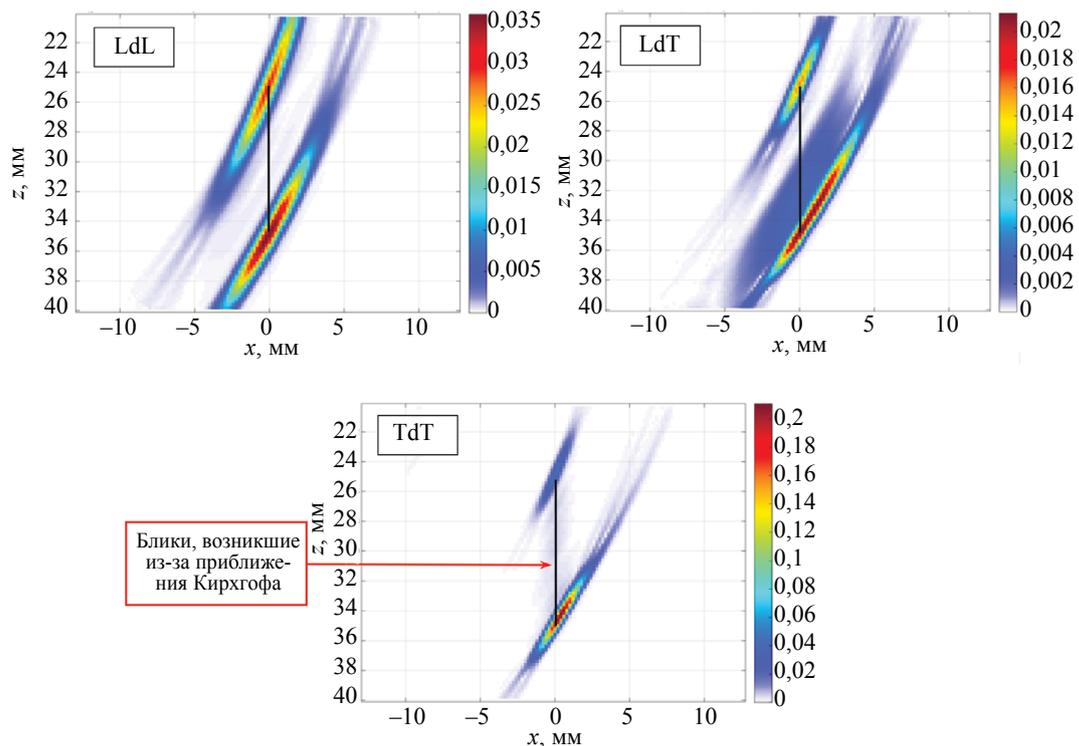


Рис. 4. Изображения трещины по трем акустическим схемам LdL, LdT и TdT при расположении призмы в точке -30 мм.

–30 мм. Краям трещины, которая показана на рисунках линией черного цвета, соответствуют блики, восстановленные по импульсам, дифрагированных на ее краях, которые окружностями красного цвета схематично показаны на рис. 3. Об амплитуде бликов можно судить по амплитуде цветовой шкалы справа от каждого рисунка. На изображении, полученном по акустической схеме TdT, как будто бы видны диффузные блики поверхности трещины. Их появление объясняется использованием для расчета эхосигналов приближения Кирхгофа. Строго говоря, имея в наличии изображения на рис. 4, утверждать, что обнаружена трещина, нельзя, так как эти блики могут быть сформированы двумя объемными отражателями разных диаметров с координатами близкими к краям трещины.

3.2. Два БЦО диаметром 1 мм

На рис. 5 показаны изображения двух БЦО диаметром 1 мм, полученные с использованием 35-градусной рексолитовой призмы при расположении ее в точке –30 мм. Видно, что границам БЦО (отображены на рисунках окружностями черного цвета) соответствуют блики, об амплитуде которых можно судить по амплитуде цветовой шкалы справа от каждого рисунка. На изображениях кроме бликов границ БЦО видны блики, сформированные импульсами обегания/соскальзывания (далее по тексту обегания) разной природы. Теоретически их можно рассматривать как косвенные признаки наличия объемного отражателя, но при анализе реальных изображений эти блики могут быть незаметны на фоне помехи или их будет сложно однозначно связать с бликом границы БЦО. Как и при анализе изображений на рис. 4, уверенно решить задачу определения типа отражателя и утверждать, что обнаружены два объемных отражателя, невозможно.

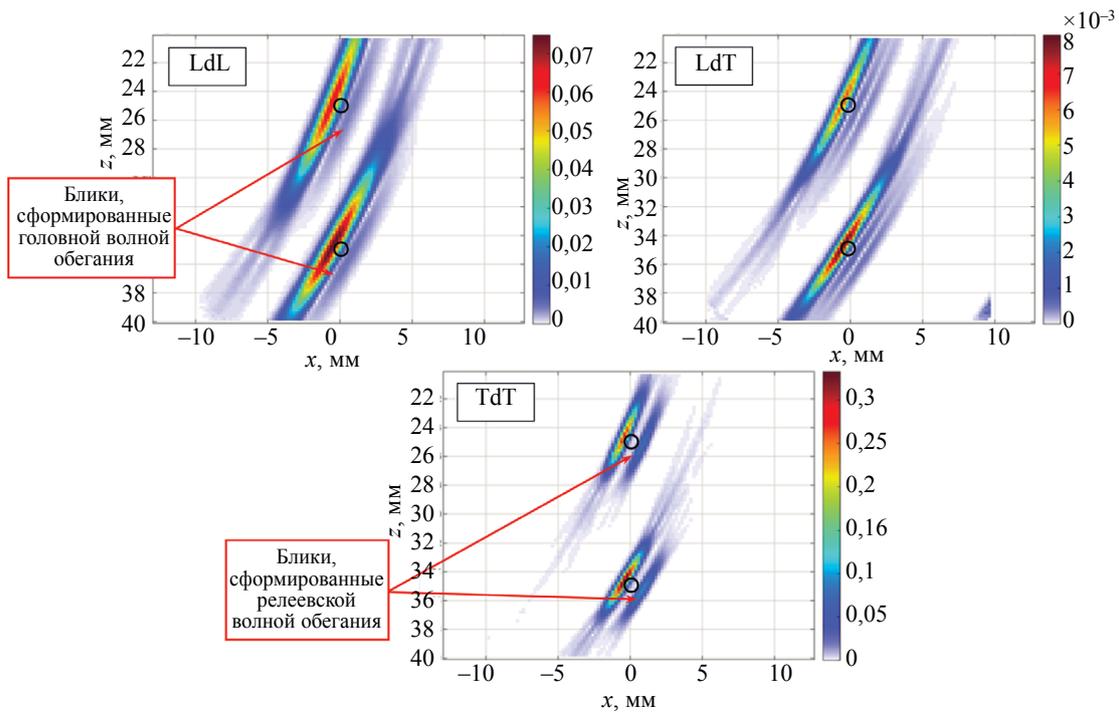


Рис. 5. Изображения двух БЦО по трем акустическим схемам LdL, LdT и TdT.

Изображения, подобные тем, что на рис. 4 и 5, получаются и при использовании 20-градусной плексигласовой призмы, по ним так же невозможно уверенно определить тип отражателя, и поэтому изображения здесь не приводятся.

3.3. Способ определения типа отражателя

Способ определения типа отражателя заключается в следующем. По единожды измеренному в режиме двойного сканирования набору эхосигналов методом C-SAFT восстанавливаются три изображения отражателя по акустическим схемам LdL, LdT и TdT для определения амплитуды

их бликов. Если обозначить через A_{LL} , A_{LT} и A_{TT} амплитуды бликов одного отражателя на изображениях, восстановленных по разным акустическим схемам, то можно определить коэффициент

$$K = \frac{A_{LT}}{(A_{LL} + A_{TT}) / 2}. \quad (1)$$

Если K меньше некоторого уровня K_{level} , то можно утверждать, что блик соответствует отражателю объемного типа. Если K будет больше уровня K_{level} , то можно утверждать, что обнаруженный отражатель плоскостной. Для этого нужно определить уровень K_{level} , который, строго говоря, является функцией глубины h залегания отражателя и координат призмы x_w .

На рис. 6 показано значение коэффициента K при расчете его по бликам верхнего и нижнего краев трещины для пяти положений рексолитовой 35-градусной рексолитовой призмы. Видно, что за исключением двух точек ($x_w = -40$ и -50 мм) для нижнего края трещины коэффициент K больше 0,1.

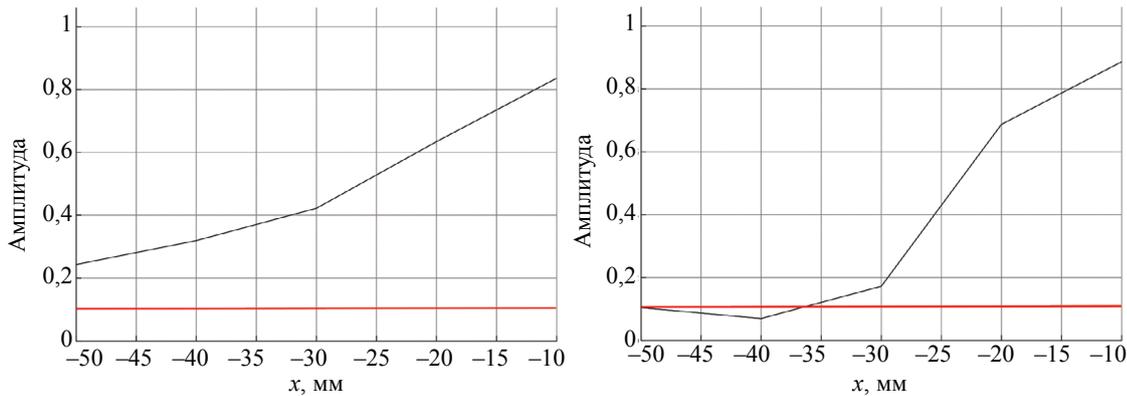


Рис. 6. Значение коэффициента K при расчете его по бликам верхнего и нижнего краев трещины для пяти положений 35-градусной рексолитовой призмы.

На рис. 7 показано значение коэффициента K при расчете его по бликам верхнего и нижнего краев трещины для пяти положений 20-градусной плексигласовой призмы. Видно, что за исключением одной точки ($x_w = -50$ мм) для нижнего края трещины коэффициент K больше 0,1.

На рис. 8 показано значение коэффициента K при расчете его по бликам двух БЦО для пяти положений 35-градусной рексолитовой призмы. Видно, что для всех положений призмы коэффициент K меньше 0,1.

На рис. 9 показано значение коэффициента K бликов верхнего и нижнего краев трещины для пяти положений рексолитовой 20-градусной плексигласовой призмы. Видно, что для всех положений призмы коэффициент K меньше 0,1.

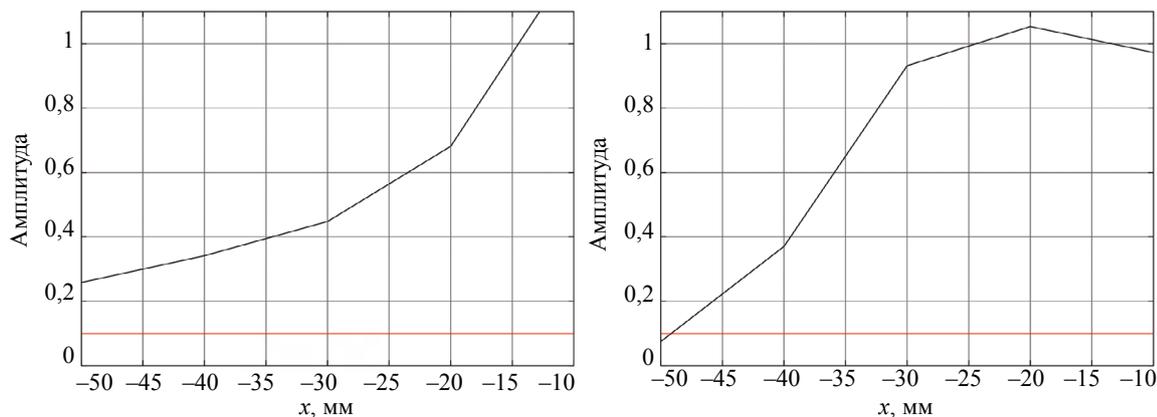


Рис. 7. Коэффициент K бликов верхнего и нижнего краев трещины для пяти положений 20-и градусной плексигласовой призмы.

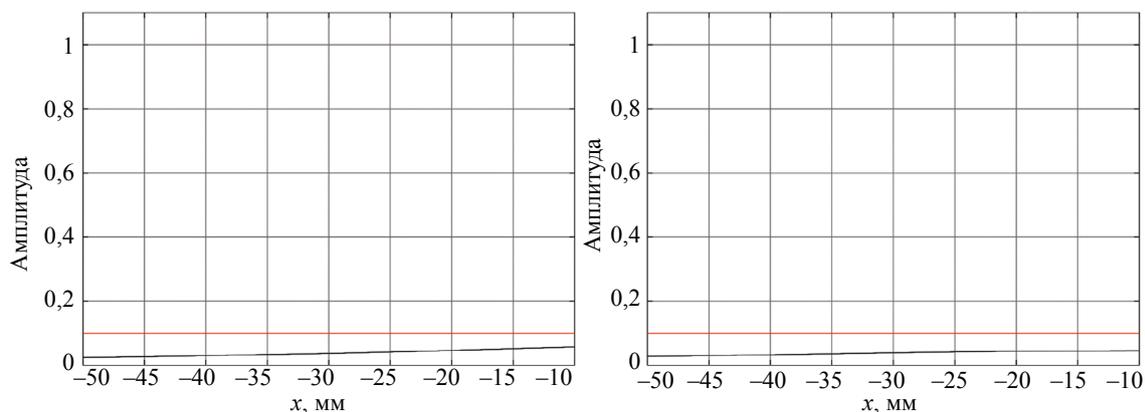


Рис. 8. Коэффициент K бликов двух БЦО для пяти положений 35-градусной рексолитовой призмы.

Анализ графиков на рис. 6—9 позволяет сделать вывод, что для объемных отражателей — $K < 0,1$, а для плоскостных отражателей — $K < 0,1$, то есть $K_{level} = 0,1$. Это утверждение справедливо при размещении призмы на расстояниях x_w больше, чем -40 мм.

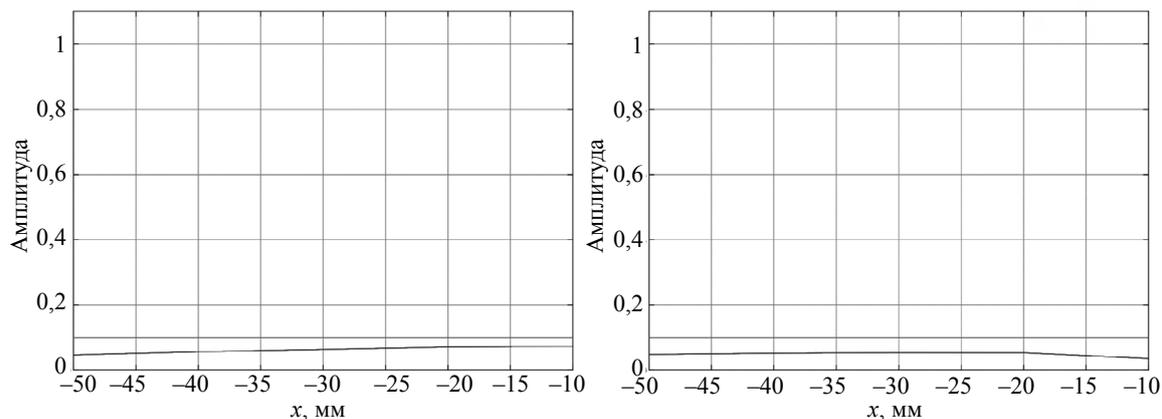


Рис. 9. Значение коэффициента K при применении его к бликам двух БЦО для пяти положений 20-и градусной плексигласовой призмы.

4. МОДЕЛЬНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Модельные эксперименты проводили с использованием ЦФА-дефектоскопа АВГУР-АРТ, разработанного и изготавливаемого в «Научно-производственном центре «ЭХО+» [14]. Эхосигналы регистрировали антенной решеткой (5 МГц, 32 элемента, ширина пьезоэлемента $0,55 \times 10$ мм, зазор между краями пьезоэлементов 0,05 мм), установленной на рексолитовую 35-градусную призму.

4.1. Трещина высотой 5 мм

Измерения проводили на образце с моделью трещины высотой 5 мм с центром на глубине 21,5 мм. Образец изготавливали следующим образом: в заготовке из стали марки 20 было просверлено БЦО, далее заготовку нагревали до 1000 град и помещали в пресс для полного схлопывания отверстия в модель трещины. Из полученной заготовки получали прямоугольный образец, показанный на рис. 10.

На рис. 11 показаны изображения трещины, восстановленные методом C-SAFT по трем акустическим схемам LdL, LdT и TdT по одному набору измеренных эхосигналов. Как и на изображениях на рис. 4, блики краев трещин на всех трех изображениях хорошо заметны и соответствуют

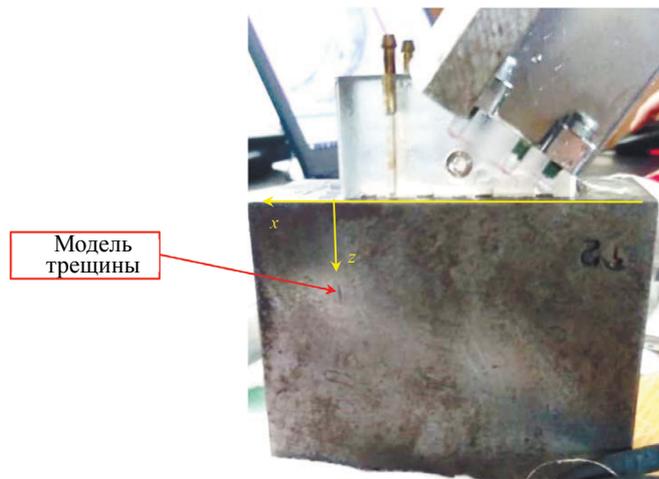


Рис. 10. Фотография образца с моделью трещины высотой 5 мм.

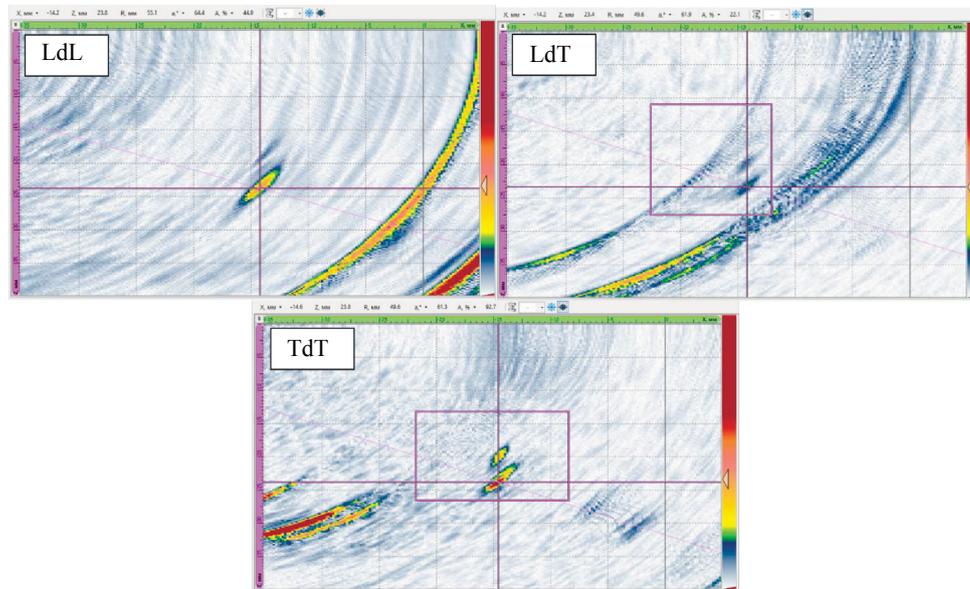


Рис. 11. Изображения трещины высотой 5 мм по трем акустическим схемам LdL, LdT и TdT.

краям трещины. Коэффициент K для блика нижней границы трещины равен примерно 0,32, а для блика верхней границы — коэффициент K больше 0,5, что позволяет сделать заключение, что обнаружен плоскостной отражатель, размеры которого можно определить с помощью двух бликов уставленных на их максимумы.

4.2. Два БЦО сверления диаметром 2 мм

Измерения проводили на образце, изготовленном из стали марки 20, с двумя БЦО диаметром 2 мм, просверленными на глубинах 13 и 18 мм (рис. 12).

На рис. 13 показаны изображения БЦО 1 и БЦО 2 диаметром 2 мм, восстановленные по трем акустическим схемам LdL, LdT и TdT. Как и на рис. 5, амплитуда бликов границ БЦО на изображениях, восстановленных по акустическим схемам LdL и TdT, практически на порядок больше амплитуды бликов изображения, восстановленного по акустической схеме LdT. Коэффициент K для бликов БЦО 1 и БЦО 2 равен примерно 0,1. Это позволяет предположить, что тип обнаруженного отражателя объемный.

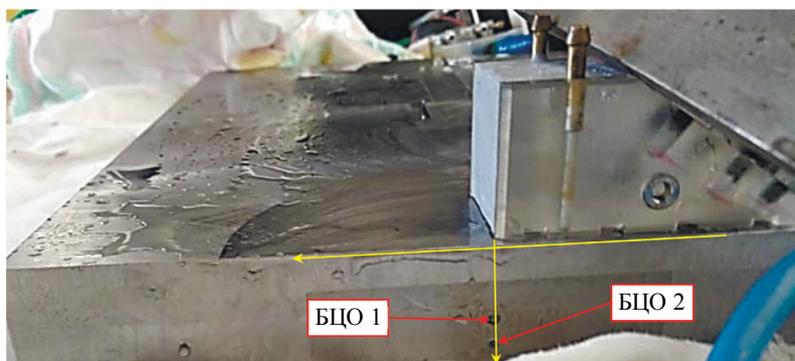


Рис. 12. Фотография образца с БЦО 1 и БЦО 2 диаметром 2 мм.

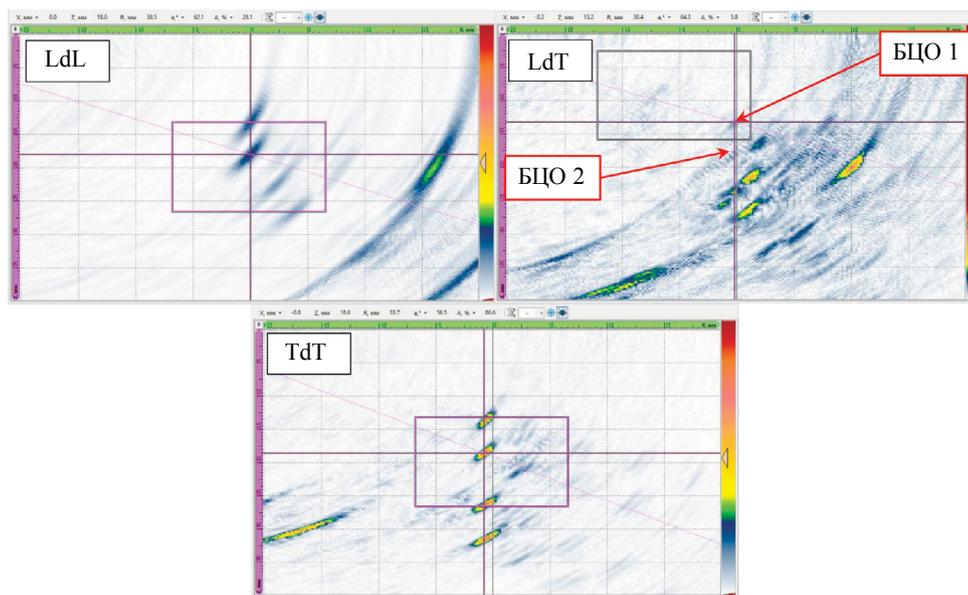


Рис. 13. Изображения БЦО 1 и БЦО 2 диаметром 2 мм по трем акустическим схемам LdL, LdT и TdT.

5. ВЫВОДЫ

Предлагаемый способ определения типа отражателя с помощью значения коэффициента K и уровня $K_{level} = \text{БЦО } 0,1$ позволяет сделать обоснованное предположение о типе обнаруженного отражателя. Конкретное значение K_{level} должно определяться при разработке методики контроля объекта. Надо отдавать отчет в том, что предложенный способ не дает со 100 % точностью ответ на вопрос о типе отражателя. Однако анализ значения коэффициента K предоставляет оператору дополнительную информацию для принятия более точного решения о типе отражателя.

Отметим, что предлагаемый способ подходит для работы с фазированными антенными решетками (ФАР). Для этого надо получить ФАР-изображения отражателя для трех законов фокусировки по акустическим схемам LdL, LdT и TdT. Естественно, что используемый ФАР-дефектоскоп должен поддерживать режим фокусировки, когда излучение происходит на продольной волне, а прием на поперечной волне (LdT).

Авторы выражают благодарность сотруднику системного отдела «НПЦ «ЭХО+» А.В. Заушицыну за проведение экспериментов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Chatillon S., Fidahoussen A., Iakovleva E., Calmon P. Time of flight inverse matching re-construction of ultrasonic array data exploiting forwards models / 6th Int'l Workshop. NDT Signal Processing. August 25—27. 2009. London. Ontario. Canada.

2. *Deleye X., Hörchens L., Chougrani K.* Experimental comparison of wave-field based ultra-sonic imaging with other advanced ultrasonic weld inspection techniques / 18th World Conference on Nondestructive Testing. 16-20 April 2012. Durban. South Africa
3. *Базулин Е.Г.* Определение типа отражателя по изображению, восстановленному по эхосигналам, измеренным ультразвуковыми антенными решетками // Дефектоскопия. 2014. № 3. С. 12—22.
4. *Самокрутов А.А., Шевалдыкин В.Г.* Ультразвуковая томография металлоконструкций методом цифровой фокусировки антенной решетки // Дефектоскопия. 2011. № 1. С. 21—38.
5. *Щербинский В.Г., Белый В.Е.* Новый информационный признак характера дефектов при ультразвуковом контроле // Дефектоскопия. 1975. № 3. С. 27—37.
6. *Ушаков В.М., Белый В.Е., Вopilкин А.Х.* Экспериментальное исследование акустических полей рассеяния продольных и поперечных волн на эллиптических полостях // Дефектоскопия. 1987. № 3. С. 47—51.
7. *Цомук С.Р.* Экспериментальное исследование отношения амплитуд волн различного типа как идентификационного признака дефекта / Сб. трудов XI Всесоюзной научно-технической конференции по неразрушающим физическим методом и средствам контроля. 1978. Т. 1. С. 134.
8. *Bazulin E.G., Vopilkin A.Kh.* et al. Analyzing the Phase of DFA Image for Determining the Type of Detected Reflector // Russian Journal of Nondestructive Testing. 2019. V. 55. No. 7. P. 507—516. [*Базулин Е.Г., Вopilкин А.Х., Сухоруков Н.И., Тихонов Д.С.* Анализ фазы ЦФА-изображения с целью определения типа обнаруженного отражателя // Дефектоскопия. 2019. № 7. С. 20—29.]
9. *Silk M.G., Lidington B.H.* The potential of scattered or diffracted ultrasound in the determination of crack depth // Non-Destructive Testing. 1975. June. V. 8. P. 146—151.
10. *Голубев А.С.* Отражение плоских волн от цилиндрического дефекта // Акустический журнал. 1961. Т. VII. № 2. С. 174—180.
11. *Achenbach J.D., Gautesen A.K., McMaken H.* Ray Methods For Waves In Elastic Solids: With Applications To Scattering. Boston/London/Melbourne: Pitman Advanced Publishing Program, 1982.
12. *Djakou A.K., Darmon M., Fradkin L.J., Chatillon S.* A system model for ultrasonic NDT based on the Physical Theory of Diffraction (PTD). doi 10.1016/j.ultras.2015.08.006
13. Официальный сайт фирмы EXTENDE. URL: <http://www.extende.com/> (дата обращения: 07. 01.2021).
14. Официальный сайт фирмы «ЭХО+». URL: <http://www.echoplus.ru> (дата обращения: 07. 01.2021).

КОНТРОЛЬ НАТЯГА КОЛЕЦ ПОДШИПНИКОВ ПОВЕРХНОСТНЫМИ ВОЛНАМИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭФФЕКТА АКУСТОУПРУГОСТИ

© 2021 г. С.А. Бехер^{1,*}, Л.Н. Степанова^{1,**}, А.О. Рыжова^{1,***}, А.Л. Бобров^{1,****}

¹Сибирский государственный университет путей сообщения,
Россия 630049 Новосибирск, ул. Дуси Ковальчук, 191

E-mail: *behers@mail.ru; **stepanova@stu.ru; ***annalodo@yandex.ru; ****beaver@stu.ru

Поступила в редакцию 24.11.2020; после доработки 19.01.2021

Принята к публикации 26.02.2021

Приведены результаты экспериментальных исследований метода неразрушающего контроля для оценки натяга колец подшипников на шейку оси с использованием эффекта акустоупругости, основанного на измерении характеристик упругих поверхностных волн. Разработаны и изготовлены настроечные образцы натяга с разностью посадочных диаметров в диапазоне от 38 до 119 мкм с погрешностью не более 7 мкм. Выполнена аттестация гидравлического стенда для механического нагружения колец подшипников, имитирующего их прессовую посадку на ось с натягами до 46 мкм. Для поверхностных волн в стали ШХ15 экспериментально определены акустоупругие коэффициенты $\alpha = (5,48 \pm 0,14) \text{ГПа}^{-1}$ по задержке времени регистрации импульсов, многократно (2—5 раз) обогнувших кольцо. Оптимизирован корреляционный способ определения времени задержки волны в нагруженном кольце относительно ненагруженного по условию минимизации неопределенности, связанной с изменением формы импульса. Установлены основные причины погрешностей и неопределенностей измерения абсолютного времени распространения поверхностной волны: влияние отраженных от границ волн, кривизна поверхности, затухание. Проведены измерения натяга колец подшипников на настроечных образцах натяга с использованием эффекта акустоупругости и выполнена оценка неопределенности измерения напряжений.

Ключевые слова: кольцо подшипника, пьезоэлектрический преобразователь, механические напряжения, акустоупругость, скорость звука, погрешность.

DOI: 10.31857/S0130308221040023

ВВЕДЕНИЕ

Подшипники буксовых узлов колесных пар являются важнейшими конструктивными элементами грузового вагона, от технического состояния которых зависит безопасность движения железнодорожного транспорта. Буксовый узел колесной пары осуществляет передачу на ось всех видов нагрузок: статических и динамических. Основными причинами выхода из строя подшипников являются: ослабление посадки колец подшипников на оси колесной пары, загрязненность смазки, наличие трещин, коррозии, сколов, раковин и выкрашиваний на их дорожках качения. Выход из строя подшипников может быть связан как с недостаточным смазыванием вращающихся элементов, так и с нарушениями режимов эксплуатации и технологии монтажа [1—3]. На отечественном транспорте используются подшипники, изготовленные из сталей ШХ4 и ШХ15, не обладающие достаточной пластичностью, что является причиной быстрого развития усталостных трещин.

Необходимость мониторинга подшипников ставит перед железнодорожной отраслью задачи, связанные с разработкой и внедрением современных методов и средств диагностики. Для контроля колец подшипников в железнодорожных депо уже используются магнитопорошковый и вихре-токовый методы неразрушающего контроля, комплексная диагностика буксовых узлов проводится тепловизионными и вибродиагностическими, а в отдельных депо, и акустико-эмиссионными комплексами [1, 2]. После диагностирования безотказная работа колец подшипников должна обеспечиваться в течение всего межремонтного срока.

Надежность буксовых узлов в значительной степени зависит от уровня упругих механических напряжений в кольце подшипника, которые определяют силы трения и, следовательно, надежность прессового соединения кольца подшипника с осью. Известно, что расчетные методы определения напряженно-деформированного состояния конструкций основаны на использовании ряда допущений и упрощений. Несовершенство методов расчета, неполное соответствие расчетных схем условиям работы, неточность определения уровня действующих нагрузок, как правило, изменяющихся с течением времени, вносят в расчетное значение напряжений значительные погрешности [4—6].

Контроль напряжений в материалах с использованием метода акустоупругости основан на измерении характеристик упругих волн, распространяющихся в упруго деформированной среде. Принципом контроля является зависимость основных параметров упругих волн (скорости, амплитуды и частоты) от упругих механических напряжений [4—16]. Таким образом, напряжения в материале конструкции могут быть определены по изменившимся значениям скорости распространения упругих волн [6, 7]. В практически значимых случаях эта зависимость имеет вид прямой пропорциональности и описывается уравнениями нелинейной механики твердого тела.

Для определения напряжений, действующих в конструкционных материалах, требуются прецизионные измерения скоростей распространения ультразвуковых волн с относительной погрешностью (0,01—0,1) % [8]. Основной недостаток прямого измерения скоростей распространения ультразвуковых волн связан с тем, что на результат измерения скорости оказывают влияния ряд факторов (изменение длины акустического пути, вызванное упругопластическими деформациями материала, изменение температуры исследуемой области, влияние внутренних дефектов микроструктуры на закономерности распространения ультразвуковых волн) [3]. Акустическая тензометрия основывается на связи характеристик упругих волн с возникающими в материалах напряжениями и позволяет судить о напряженно-деформированном состоянии как в упругой, так и в пластической области деформирования [4—6, 13—17].

Использовать метод акустоупругости сложно из-за малости эффекта, что не позволяет получать устойчивые результаты измерения в производственных условиях. Экспериментальные данные об акустоупругих коэффициентах материала колец подшипников в справочной литературе отсутствуют [17].

Цель работы — создание методики контроля натяга колец подшипников, установленных на шейку оси колесной пары, поверхностными волнами с использованием эффекта акустоупругости.

МЕТОДИКА ИСПЫТАНИЙ КОЛЕЦ ПОДШИПНИКОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭФФЕКТА АКУСТОУПРУГОСТИ

Отработку методики контроля натяга колец подшипников методом акустоупругости проводили на гидравлическом стенде. Конструктивно стенд представляет собой цилиндрический сосуд давления, обечайкой которого является кольцо подшипника. Плоские днища стянуты друг с другом болтами и плотно прилегают к кольцу подшипника через медные прокладки. Внутренняя полость сосуда через штуцер подключена к поршневому насосу — гидроцилиндру с винтовой подачей. При повышении давления P в гидросистеме в кольце возникают пропорциональные растягивающие напряжения:

$$\sigma = P \cdot \frac{\Delta}{R},$$

где Δ и R — толщина и внутренний радиус кольца, мм.

С использованием тензометрической системы «Динамика-3» (номер в Государственном реестре средств измерений № 66938-17), пределы основной допускаемой приведенной погрешности изменения сопротивления тензодатчиков которой составляют $\pm 0,1$ % [9], аттестовано нагружающее устройство для испытания колец подшипников. Устройство обеспечивает напряженно-деформированное состояние с упругими деформациями до 0,028 % (280 млн^{-1}), эквивалентными посадке с натягом от 0 до 46 мкм. При этом максимальные упругие механические напряжения в кольце подшипника составляют 59 МПа (для стали марки ШХ15 условный предел текучести $\sigma_{0,2} = 1670 \text{ МПа}$).

Для исследования акустоупругих коэффициентов в диапазоне натягов от 38 до 119 мкм изготовлены образцы натяга из стали ШХ 4 и ШХ15, которые представляли собой соединения колец роликовых цилиндрических подшипников и валов с нормированными значениями натяга, определенными в процессе измерений штатными приборами в вагонном ремонтном депо Инская Западно-Сибирской железной дороги — филиала ОАО «РЖД». При этом наружный диаметр D_a вала и внутренний диаметр D_c кольца подшипника подбирались с суммарной погрешностью, не превышающей 5 мкм. Натяг определялся как разность диаметров $N = D_a - D_c$, а напряжения в кольце рассчитывались как

$$\sigma = E \cdot \frac{N}{D_c},$$

где $E = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ Па}$ — модуль упругости стали ШХ15 [18].

Акустические импульсы в пьезоэлектрическом преобразователе (ПЭП) возбуждались дефектоскопом УД2-102 (зарегистрирован в государственном реестре средств измерений под номером 18007-06). Разработан макет генератора программируемых импульсов, обеспечивающий зондирующий сигнал произвольной формы с дискретностью по времени 0,1 мкс и амплитудой до 100 В. Дефектоскоп, как источник зондирующего импульса, воспроизводил электрические сигналы, амплитуды которых регулировались в диапазоне от 100 до 160 В на частотах (0,5—10) МГц.

Электрические сигналы регистрировались на выходе ПЭП с частотой дискретизации до 10^9 Гц цифровым запоминающим осциллографом типа TBS2104 (зарегистрирован в государственном реестре средств измерений под номером 66636-17). Сигналы оцифровывались и сохранялись на электронный носитель для последующей обработки.

Длительность оцифровки сигналов составляла 2 мс, что для скорости поверхностной волны около 3 мм/мкс соответствовало 6 м пути и обеспечивало регистрацию сигналов, вызванных волнами, несколько раз обогнувшими кольцо подшипника [17].

Экспериментальное определение коэффициентов акустоупругости проводилось с использованием поверхностных волн (рис. 1). При этом совмещенный вход дефектоскопа УД2-102 соединялся с ПЭП и одновременно с первым каналом осциллографа TBS2104. Развертка синхронизации осуществлялась по превышению зондирующим импульсом порога синхронизации. При этом все принимаемые сигналы (кроме зондирующего) не превышали установленного порога синхронизации, сохранялись в цифровой форме и обрабатывались на персональном компьютере с использованием разработанного алгоритма в программной среде Mathcad.

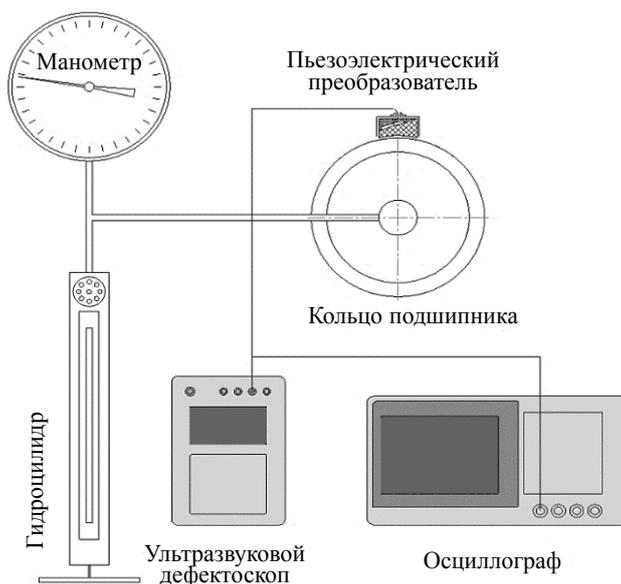


Рис. 1. Схема установки для испытания колец подшипников поверхностными волнами с использованием эффекта акустоупругости.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ КОЛЕЦ ПОДШИПНИКОВ

Характерный вид электрического сигнала, регистрируемого ПЭП, приведен на рис. 2. В начале временной развертки наблюдаются помехи, вызванные зондирующим импульсом, а далее наблюдается серия сигналов поверхностной ультразвуковой волны, многократно прошедшей по кольцу. Между ними наблюдаются помехи, вызванные импульсом предыдущей посылки зондирующего сигнала («фантомные» сигналы). Импульс однократно прошедшей волны расположен на интервале времени от 167 до 170 мкс. Время распространения поверхностной волны, приведенное на рис. 2, соответствует скорости, равной 2,95 мм/мкс.

Изменение скорости распространения ультразвуковой волны оценивалось по задержке сигнала относительно опорного, зарегистрированного на полностью разгруженном кольце подшипника (рис. 3).

Наибольшая задержка времени распространения поверхностной волны составила 60 нс, что существенно меньше периода колебаний, который на частоте 2,5 МГц равен 400 нс. Прямой метод

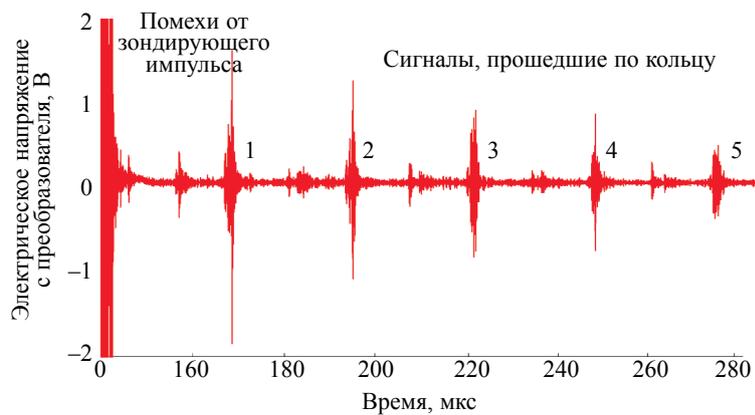


Рис. 2. Зависимость электрического напряжения на выходе ПЭП от времени распространения поверхностной волны в кольце подшипника.

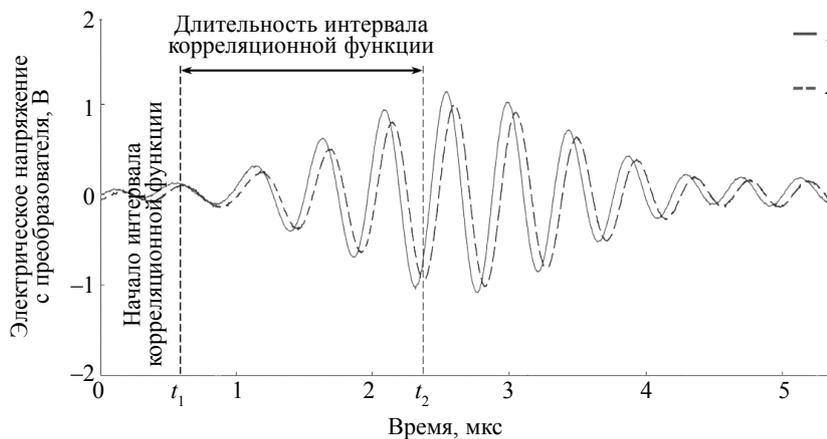


Рис. 3. Сигналы поверхностных волн, прошедшие по поверхности катания ненагруженного (1) и нагруженного (2) кольца подшипника.

измерения по задержке сигнала на заданном уровне не обеспечивает необходимую точность измерений малых (по сравнению с периодом колебания) временных интервалов. Основная составляющая погрешности вызвана вариациями амплитуды сигнала при растяжении кольца. Для повышения точности измерений времени задержки разработан способ, основанный на определении максимума дискретной корреляционной функции C_k двух сигналов $U1_j$ и $U2_j$ на временном интервале от t_1 до t_2 (см. рис. 3):

$$C_k = \frac{\langle (U1_j - \langle U1_j \rangle) \cdot (U2_{j+k} - \langle U2_{j+k} \rangle) \rangle}{\sqrt{(\langle U1_j^2 \rangle - \langle U1_j \rangle^2) \cdot (\langle U2_{j+k}^2 \rangle - \langle U2_{j+k} \rangle^2)}}, \quad (1)$$

где $U1_j$ и $U2_j$ — значения электрического напряжения регистрируемых сигналов в j -й момент времени, мВ; k — индекс сдвига дискретного сигнала $U2_j$ относительно $U1_j$; $\langle U1_j \rangle$, $\langle U2_j \rangle$ — средние значения электрического напряжения на интервале времени от t_1 до t_2 , мВ.

Временную задержку сигнала относительно опорного сигнала определяли по индексу сдвига k , при котором реализуется максимальное значение дискретной корреляционной функции (1):

$$\Delta t = \Delta_{ADC} \cdot k, \quad (2)$$

где Δ_{ADC} — временной шаг квантования аналого-цифрового преобразователя, с.

В экспериментах сигнал прошедшей волны состоял из 12 колебаний (см. рис. 3) общей длительностью около 5 мкс. В зависимости от положения интервала, на котором вычислялась корреляцион-

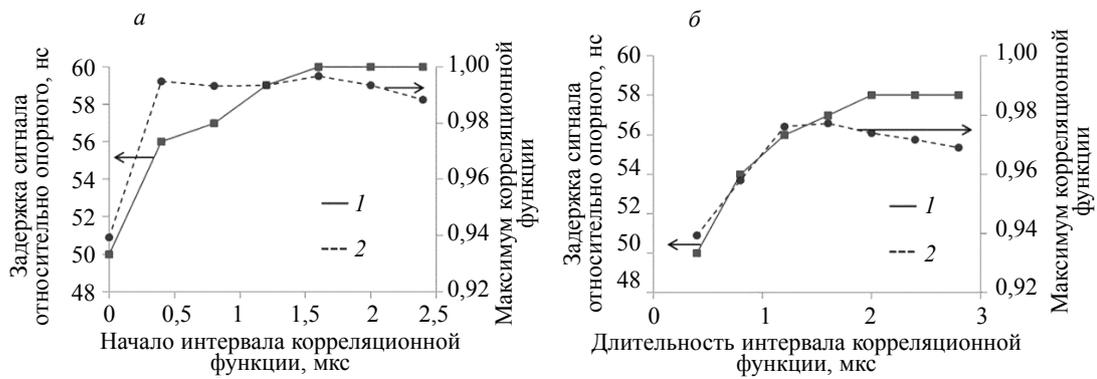


Рис. 4. Зависимость задержки (1) сигнала с нагруженного кольца подшипника и максимума корреляционной функции (2) от начала интервала вычисления корреляционной функции (а) и его длительности (б).

ная функция, на временной оси и его длительности изменялось как абсолютное значение максимума корреляционной функции, так и соответствующий индекс сдвига k . На этапе отработки способа варьировалось время начала интервала и длительность интервала $\Delta t = t_2 - t_1$ (см. рис. 3). Наибольшее значение корреляционной функции регистрируется на интервале времени, совпадающем с передним фронтом импульса, с временем начала $t_1 = 0,5$ мкс и длительностью $\Delta t = 1,2$ мкс (рис. 4). Однако на данном интервале наблюдается максимальный градиент времени задержки сигнала относительно опорного по временным параметрам интервала (4—12) нс/мкс. Градиент напрямую определяет неопределенность измерения времени задержки, например, пропуск алгоритмом одного периода колебаний $T = 0,4$ мкс приводит к изменению времени задержки сигнала, равному (1,6—5,0) нс.

Наиболее стабильная задержка сигнала относительно опорного наблюдается при вычислении корреляционной функции на интервалах с временем начала от 1,5 до 2,5 мкс (рис. 4а) и длительностью от 2,0 до 3,0 мкс (рис. 4б). В данный интервал попадает центральная часть импульса, состоящая из пяти колебаний с амплитудой (50—100) % относительно максимальной амплитуды. Градиенты задержки сигнала относительно опорного (см. рис. 4) по времени начала и длительности интервала вычисления корреляционной функции в этом случае не превышают 1 нс/мкс, что соответствует неопределенности временной задержки сигнала не более 0,4 нс относительно опорного.

Таким образом, использование алгоритма, основанного на анализе корреляционной функции сигналов, регистрируемых с нагруженного кольца подшипника, относительно опорного сигнала, позволяет оценить временной сдвиг между ними с неопределенностью, не превышающей 1 нс. Полученное значение сдвига является интегральным параметром, который характеризует сигнал на интервале времени от 1,7 до 3,3 мкс, что соответствует четырем периодам колебаний в центральной части импульса.

Экспериментальная зависимость относительного изменения времени задержки поверхностной ультразвуковой волны, однократно прошедшей по кольцу, относительно опорного сигнала от механических напряжений в кольце подшипника показана на рис. 5.

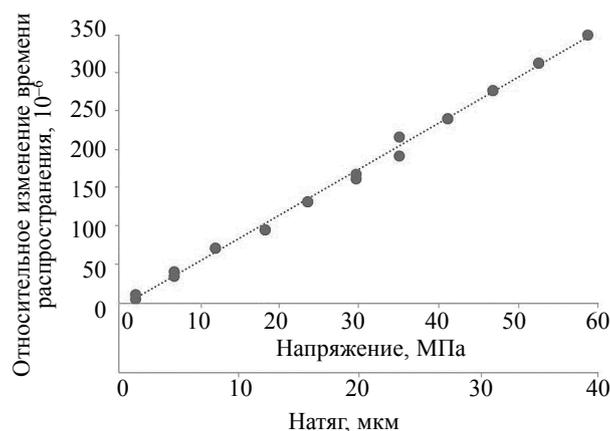


Рис. 5. Экспериментальная зависимость относительного изменения времени распространения поверхностной волны от измеренных значений натяга и механических напряжений в кольце подшипника.

Полученные данные соответствуют как режиму нагружения, так и разгрузке кольца. Отклонения экспериментальных значений относительного изменения времени распространения поверхностной волны от результата аппроксимации линейной зависимостью не превышают 1 % с коэффициентом корреляции более 0,99:

$$\delta_d = \alpha \cdot \sigma + \beta, \quad (3)$$

где $\alpha = (5,48 \pm 0,14)$ ТПа⁻¹ и $\beta = -(10 \pm 1) \cdot 10^{-6}$ — коэффициенты, полученные методом наименьших квадратов.

Экспериментальные зависимости относительного изменения времени задержки поверхностной волны, многократно прошедшей по кольцу, относительно опорного сигнала от механических напряжений в кольце подшипника позволили определить коэффициенты акустоупругости, смещения и коэффициенты корреляции, рассчитанные методом наименьших квадратов, которые представлены в табл. 1. Коэффициент акустоупругости соответствует относительному изменению времени распространения поверхностной волны Рэлея вдоль растягивающих напряжений при переменной базе прозвучивания. Справочные значения коэффициента α для углеродистых сталей варьируются в диапазоне от 6,5 до 7,1 ТПа⁻¹ [17].

Таблица 1

Коэффициенты пропорциональности относительного изменения времени распространения поверхностной волны, многократно прошедшей по кольцу, от механической напряжений

Параметр	Количество проходов волны по кольцу				
	1	2	3	4	5
Коэффициент α , ТПа ⁻¹	5,48	5,39	5,43	5,57	5,37
Доверительные границы погрешности, ТПа ⁻¹	0,14	0,81	0,62	0,33	0,41
Коэффициент β , 10 ⁻⁶	-10,1	-17,7	-7,4	-6,8	-7,9
Коэффициент корреляции, R	0,97	0,99	0,98	0,99	0,99

Погрешности определения времени задержки поверхностной волны относительно опорного времени связаны с акустическим трактом в объекте контроля (рис. 6). Один из основных факторов, определяющих неопределенность времени распространения, — это непостоянство акустического контакта. При изменении толщины слоя контактной жидкости на 10 мкм время задержки увеличивается более чем на 6 нс. Уменьшение влияния акустического контакта может быть достигнуто за счет измерения времени многократно прошедших по окружности кольца волн (см. рис. 2). При использовании для измерения времени задержки волны, n раз обогнувшей кольцо, погрешность, связанная с акустическим контактом, уменьшается обратно пропорционально числу n .

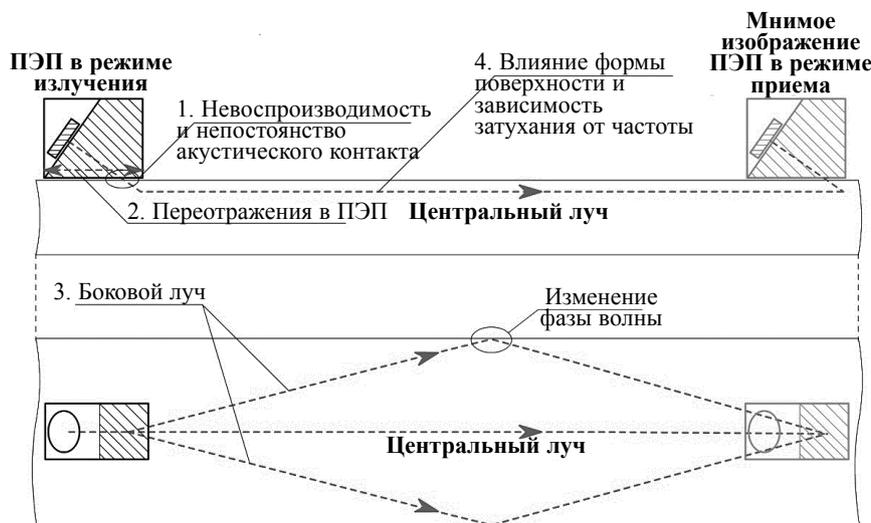


Рис. 6. Основные источники погрешностей измерений времени задержки поверхностной волны относительно опорного времени.

Регистрируемые принимающим ПЭП сигналы являются суперпозицией поверхностных волн, прошедших по окружности кольца вдоль центрального луча, и боковых волн, отраженных от границ кольца. Для n раз обогнувших кольцо волн разность длин первого бокового луча и центрального луча зависит от расстояния до границы l и диаметра кольца D :

$$\Delta L = \sqrt{(n \cdot \pi \cdot D)^2 + l^2} - n \cdot \pi \cdot D. \quad (4)$$

Для волны с $n = 1$ отраженный луч длиннее прямого луча на (3,6—6,2) мм, что на временной развертке соответствует (3—5) периодам колебаний. При этом в первом прошедшем по окружности импульсе поверхностной волны наблюдаются два максимума в моменты времени, равные 2,8 и 4,2 мкс (рис. 7а). Для волн, пять раз обогнувших кольцо $n = 5$, разность длин центрального и однократно отраженного от границы бокового луча составляет 0,7 мм (0,2 мкс). Регистрируемые импульсы накладываются друг на друга и на временной развертке не дифференцируются. Боковые отраженные от границ волны являются в методе акустоупругости мешающим фактором, так как изменяют форму регистрируемого импульса и тем самым создают неопределенность измерения времени прихода импульса на ПЭП.

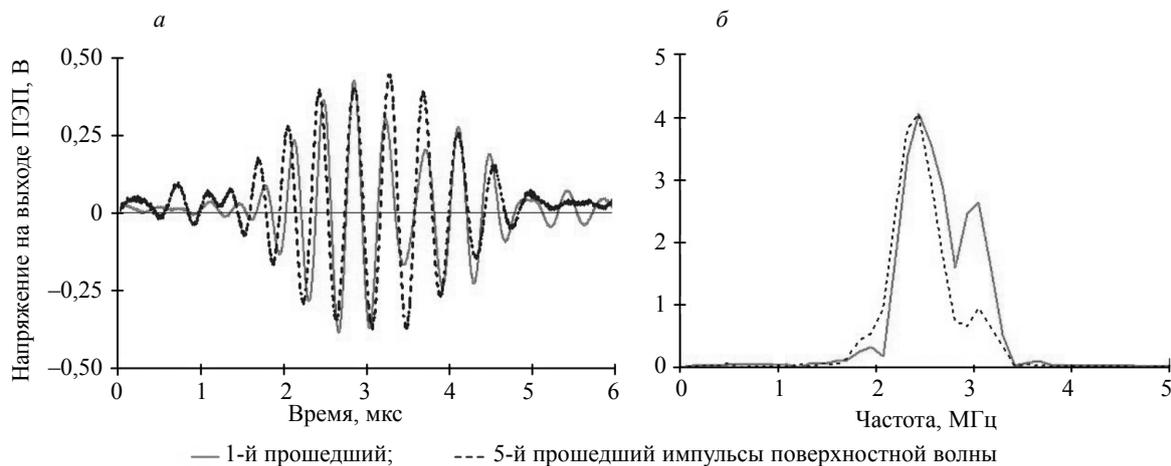


Рис. 7. Форма (а) и спектр (б) первого и пятого прошедших по окружности кольца импульсов поверхностной волны.

Изменение формы импульсов (рис. 7а) связано с несколькими факторами: суперпозицией волн, затуханием, кривизной цилиндрической поверхности объекта контроля. На амплитудно-частотном распределении первого и пятого зарегистрированных импульсов, приведенных для сопоставимости к одной амплитуде на рис. 7б, основной максимум спектральной амплитуды наблюдается на частоте $(2,4 \pm 0,1)$ МГц. Второй локальный максимум наблюдается на частоте $(3,1 \pm 0,1)$ МГц, причем его относительная спектральная амплитуда для волн с $n = 5$ в 3 раза меньше амплитуды волны с $n = 1$. Изменение спектрального состава импульсов связано с изменением их формы (см. рис. 7а), вызванным влиянием мешающих факторов, что создает дополнительные значительные неопределенности $\Delta t > 50$ нс при определении абсолютного времени распространения волны как пороговыми, так и корреляционными способами.

Абсолютные измерения времени распространения поверхностных волн выполнялись на образцах с известным натягом в четырех сечениях, расположенных под углом 90° . При этом среднее квадратическое отклонение (СКО) относительных значений времени распространения поверхностных волн в каждой точке составили от 25 до 40 млн⁻¹. Случайные составляющие неопределенности в пределах 25 % от среднего значения результатов наблюдений вызваны слабой повторяемостью параметров акустического контакта при повторных установках преобразователя на объект контроля.

ВЫВОДЫ

Разработано и аттестовано средствами тензометрии гидравлическое нагружающее устройство для испытания колец подшипников, обеспечивающее уровень упругих деформаций до 550 млн⁻¹, эквивалентных посадке с натягом 46 мкм. Методом прессовой посадки новых и бывших в эксплу-

атации колец подшипников на вал изготовлены образцы натяга в диапазоне от 38 до 119 мкм с погрешностью не более 7 мкм.

Предложен и реализован экспериментальный способ оптимизации временных параметров корреляционного метода определения малых (менее периода колебаний) времен задержки двух сигналов. Оптимальные временные параметры интервала вычисления корреляционной функции соответствуют средней части импульса с амплитудой колебаний более 50 % ее максимального значения. В экспериментах неопределенность времени задержки импульсов поверхностных волн не превышала времени дискретизации аналого-цифрового преобразователя (АЦП) осциллографа, равного 1 нс.

Экспериментально определен коэффициент акустоупругости по времени распространения поверхностной волны для стали ШХ15 в кольце подшипника, который составил $a = (5,48 \pm \pm 0,14) \text{ ГПа}^{-1}$, соответствующий ему коэффициент акустоупругости по скорости распространения равен $b = - (0,74 \pm 0,14) \text{ ГПа}^{-1}$.

Проанализированы основные причины и границы неопределенностей измерения времени распространения волны по кольцу подшипника: непостоянство акустического контакта, суперпозиция прямого луча и отраженного от границы кольца, наличие дисперсии, связанной с частотно-зависимым затуханием и криволинейностью поверхности.

При акустическом контроле образцов натяга показано, что невозпроизводимость акустического контакта при повторных установках ПЭП на объект контроля возникает из-за вариации толщины контактного слоя. При повторных измерениях образцов показано, что погрешность измерения механических напряжений в кольцах подшипника акустоупругим методом достигает 50 % измеряемой величины.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-38-90016\19.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Степанова Л.Н., Бехер С.А., Кабанов С.И., Тенитилов Е.С. Акустико-эмиссионный способ диагностирования колец подшипников буксового узла железнодорожного транспортного средства и устройство для его осуществления / Патент 2391656 РФ, МПК G 01N 29/15. Заявитель и патентообладатель Сибирский государственный университет путей сообщений. № 2008126353/28; заявл. 27.06.2008; опубл. 10.06.2010. Бюл. № 16. 15 с.
2. Степанова Л.Н., Бехер С.А., Тенитилов Е.С. Контроль колец подшипников локомотива методом акустической эмиссии // Дефектоскопия. 2009. № 9. С. 49—55.
3. Беляев А., Лобачев А.М., Модестов В.С., Пивков А.В., Полянский В.А., Семенов А.С., Третьяков Д.А., Штукин Л.В. Оценка напряженно-деформированного состояния методом акустоупругости при циклическом нагружении // Механика твердого тела. 2016. № 5. С. 124—131.
4. Бобренко В.М., Бобров В.Т., Гульшин А.В. Анализ нагруженности разъемных соединений акустическим методом // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2014. № 7. С. 60—66.
5. Никитина Н.Е., Казачек С.В. Преимущества метода акустоупругости для неразрушающего контроля механических напряжений в деталях машин // Вестник научно-технического развития. Национальная технологическая группа. 2010. № 4 (32). С. 18—28.
6. Муравьев В.В., Муравьева О.В., Стрижак В.А. и др. Акустическая тензометрия и структуроскопия железнодорожных колес. Ижевск: Изд-во ИжГТУ имени М.Т. Калашникова, 2014. 180 с.
7. Степанова Л.Н., Курбатов А.Н., Тенитилов Е.С. Ультразвуковой способ определения внутренних механических напряжений / Патент 2655993 РФ, МПК G 01N 29/04. Заявитель и патентообладатель Сибирский государственный университет путей сообщений. № 201711887; заявл. 30.05.2017; опубл. 30.05.2018. Бюл. № 16. 11 с.
8. Gushchina L.V., Muraviev V.V., Zlobin D.V., Zemskov T.I. Development of the experimental equipment for measuring the velocity of ultrasonic waves with high accuracy // Journal of Physics: Conference Series, October 2019. V. 1327. Is. 1. № 12021.
9. Степанова Л.Н., Кабанов С.И., Бехер С.А. Микропроцессорные многоканальные тензометрические системы для динамических испытаний конструкций // Датчики и системы. 2011. № 8. С. 29—34.
10. Abbasi Z., Ozevin D. Acoustoelastic Coefficients in Thick Steel Plates under Normal and Shear Stresses // Experimental Mechanics. 21 June 2016. V. 56. Is. 9. P. 1599—1610.
11. Gandhi N., Michaels J.E., Lee S.J. Acoustoelastic Lamb wave propagation in biaxially stressed plates // The Journal of the Acoustical Society of America. September 2012. V. 132. № 3. P. 1284—1293.
12. Yang Z., Wu Z. Acoustoelastic guided wave propagation in axial stressed arbitrary cross-section // Smart Materials and Structures. Onlinepublicationdate: 14 Mar. 2019.
13. Степанова Л.Н., Курбатов А.Н., Тенитилов Е.С. Исследование продольных напряжений в рельсах с использованием эффекта акустоупругости на действующем участке железнодорожного пути // Контроль. Диагностика. 2019. № 2. С. 14—21.

14. *Muraviev V.V., Gushchina L.V., Kazantsev S.V.* Evaluating Damage Accumulated in Car Wheelset Axle Journals by the Ultrasonic Method Using Rayleigh and Head Waves // Russian Journal of Nondestructive Testing. October 2019. V. 55. Is. 10. P. 713—722.

15. *Muraviev V.V., Tapkov K.A., Lenkov S.V.* In-Production Nondestructive Testing of Internal Stresses in Rails Using Acoustoelasticity Method // Russian Journal of Nondestructive Testing. January 2019. V. 55. Is. 1. P. 8—14.

16. *Muraviev V.V., Volkova L.V.* Experimental study of residual stresses and interference of locomotive wheels by the acoustoelasticity method // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. July 2019. V. 45. Is. 4. P. 375—380.

17. *Ермолов И.Н., Ланге Ю.В.* Неразрушающий контроль. Справочник. В 8 т. / Под общ. ред. В.В. Клюева. Т. 3. Ультразвуковой контроль. М.: Машиностроение, 2006. 864 с.

18. Марочник сталей и сплавов. 4-е изд., переработ. и доп. / Ю.Г. Драгунов, А.С. Зубченко, Ю.В. Каширский и др. Под общей ред. Ю.Г. Драгунова и А.С. Зубченко. М.: 2014. 1216 с.

ОДИН ПОДХОД К ЧИСЛЕННОМУ РЕШЕНИЮ ОСНОВНОГО УРАВНЕНИЯ МАГНИТОСТАТИКИ ДЛЯ КОНЕЧНОГО ЦИЛИНДРА В ПРОИЗВОЛЬНОМ ВНЕШНЕМ ПОЛЕ

© 2021 г. В.В. Дякин¹, О.В. Кудряшова^{1,*}, В.Я. Раевский^{1,**}

¹Институт физики металлов имени М.Н. Михеева УрО РАН,
Россия 620137 Екатеринбург, ул. С. Ковалевской, 18
E-mail: *kudryashova_ov@imp.uran.ru; **ravskii@mail.ru

Поступила в редакцию 15.12.2020; после доработки 24.01.2021
Принята к публикации 05.02.2021

Рассмотрена прямая задача магнитостатики — вычисление напряженности результирующего магнитного поля от однородного цилиндра конечных размеров, помещенного во внешнее магнитное поле произвольной конфигурации. С помощью достаточно объемных аналитических преобразований с использованием основных свойств гипергеометрических функций и функций Лежандра решение основного трехмерного магнитостатического уравнения для указанной конфигурации сведено к решению некоторого количества систем трех одномерных линейных интегральных уравнений. Получен упрощенный вид этих систем для частных случаев: постоянного внешнего поля и результирующего поля на оси цилиндра.

Ключевые слова: основное уравнение магнитостатики, прямая задача, ряды Фурье, магнитный неразрушающий контроль.

DOI: 10.31857/S0130308221040035

1. ВВЕДЕНИЕ

Для решения многих практических задач из области магнетизма, например, задач неразрушающего магнитного контроля, актуальной является проблема создания обоснованных алгоритмов аналитического или численного решения задач магнитостатики по вычислению напряженности результирующего поля применительно к магнитным телам различной формы, помещенным во внешнее магнитное поле. Обоснованные эффективные методы решения такого рода задач имеются по большей части для безграничных модельных осесимметричных тел относительно простой геометрической формы, помещенных в постоянное внешнее магнитное поле определенного (удобного для аналитического исследования) направления, что позволяло во многих случаях свести задачу к двумерной и пренебречь краевыми эффектами. Однако большой теоретический и практический интерес представляют задачи для реальных тел конечных размеров в произвольном внешнем поле.

Что касается тел с цилиндрической симметрией, давно исследована задача для бесконечно длинного цилиндра с постоянной магнитной проницаемостью, помещенного в бесконечную магнитную среду с иной магнитной проницаемостью, в однородном внешнем поле, решение которой представляется в элементарных функциях [1, с. 245]. В [2] изучена задача расчета напряженности результирующего поля бесконечного магнитного цилиндра при условии неоднородного намагничивания, решение которой записывается через специальные функции. В [3] эта задача исследована для однородного цилиндра конечных размеров в произвольном внешнем поле. В данной работе к возникающему двумерному интегральному уравнению (интегрирование по полной поверхности цилиндра) непосредственно применен метод коллокаций, что приводит к системе линейных уравнений достаточно большой размерности, а для более комфортного вычисления матричных элементов принят ряд упрощающих предположений.

В настоящей работе акцент сделан на достаточно громоздких аналитических преобразованиях упомянутого уравнения, что позволило свести задачу к решению некоторого количества систем из трех одномерных линейных интегральных уравнений. Из-за большого объема упомянутых преобразований во многих случаях указывается только направление промежуточных преобразований и их результат. Формат статьи не позволил привести описание программной реализации предлагаемого подхода и результаты компьютерных расчетов. Планируется посвятить этому отдельную работу.

Создание подобных алгоритмов и программ расчетов полей с контролируемой точностью диктуется также необходимостью тестирования известных пакетов универсальных программ (типа

ELCUT, ANSYS, ELMER), неконтролируемое использование которых приводит ко многим проблемам. Подробному описанию недостатков этих программ и подводных камней при их использовании посвящена работа [4].

2. ОБЩАЯ СХЕМА РАСЧЕТА НАПРЯЖЕННОСТИ РЕЗУЛЬТИРУЮЩЕГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Для решения указанных выше задач мы исходим из так называемого основного уравнения магнитостатики [5, с. 16], которое в случае однородного магнетика с постоянной магнитной проницаемостью μ имеет вид:

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) - \frac{\mu - 1}{4\pi} \nabla \operatorname{div} \int_{\Omega} \frac{\mathbf{H}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}' = \mathbf{H}^0(\mathbf{r}), \quad \mathbf{r} \in R^3 \setminus S. \quad (1)$$

Это уравнение эквивалентно системе уравнений Максвелла для случая магнитостатики (см. [5, с. 17], [6, с. 149]) и связывает искомую напряженность результирующего магнитного поля $\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \{H_x(\mathbf{r}), H_y(\mathbf{r}), H_z(\mathbf{r})\}$ в произвольной точке пространства $\mathbf{r} = (x, y, z)$ (не лежащей на границе магнетика) с напряженностью $\mathbf{H}^0(\mathbf{r}) = \{H_x^0(\mathbf{r}), H_y^0(\mathbf{r}), H_z^0(\mathbf{r})\}$ заданного поля внешнего источника. В данном уравнении Ω есть область в пространстве R^3 , ограниченная поверхностью S и занятая исследуемым магнетиком с заданной постоянной магнитной проницаемостью μ . Внося дивергенцию в (1) под знак интеграла [7, с. 340] и применяя формулу интегрирования по частям с учетом $\operatorname{div} \mathbf{H}(\mathbf{r}) = 0$, получаем:

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) + \frac{\mu - 1}{4\pi} \nabla \int_S \frac{H_n(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dS' = \mathbf{H}^0(\mathbf{r}), \quad \mathbf{r} \in R^3 \setminus S, \quad (2)$$

где $H_n(\mathbf{r}) = \mathbf{H}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{n}|_S$ — предельное значение изнутри области Ω нормальной составляющей на S вектора напряженности \mathbf{H} (вектор единичной нормали \mathbf{n} на S выбран внешним по отношению к области Ω). Умножая скалярно обе части (2) на вектор \mathbf{n} и переходя к пределу на S изнутри области Ω с учетом формулы скачка для нормальной производной потенциала простого слоя, имеем:

$$H_n(\mathbf{r}) + \frac{\lambda}{2\pi} \int_S H_n(\mathbf{r}') \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right) dS' = \frac{2}{\mu + 1} H_n^0(\mathbf{r}), \quad \mathbf{r} \in S, \quad (3)$$

где

$$\lambda := \frac{\mu - 1}{\mu + 1}, \quad (4)$$

а интеграл в (3) представляет собой прямое значение на S нормальной производной потенциала простого слоя с ядром [8, с. 266]:

$$\frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right) = \frac{\cos(\mathbf{r}' - \mathbf{r}, \mathbf{n})}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2}.$$

Таким образом, напряженность результирующего магнитного поля $\mathbf{H}(\mathbf{r})$ в любой точке $\mathbf{r} \in R^3 \setminus S$ вычисляется из формулы (2) после предварительного решения уравнения (3) относительно нормальной составляющей $H_n(\mathbf{r})$ на S . Построение эффективных алгоритмов решения этого уравнения и является основной проблемой при решении задач магнитостатики, основанном уравнении (1).

3. ВЫВОД УРАВНЕНИЙ ДЛЯ НОРМАЛЬНОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ НАПРЯЖЕННОСТИ НА ПОВЕРХНОСТИ ЦИЛИНДРА

Конкретизируем форму магнетика. Рассмотрим магнетик в форме цилиндра (см. рис. 1). Область Ω , занятая магнетиком, представляет собой прямой круговой цилиндр длины l с боковой поверхностью S_1 , ось которого совмещена с осью z , а нижнее и верхнее основания S_2 и S_3 суть круги радиуса R , расположенные в плоскостях $z = d$ и $z = d + l$ соответственно. Для упрощения последующих выкладок будем сначала рассматривать случай $d = 0$, а затем соответствующим сдвигом начала координат в полученных окончательных формулах перейдем к произвольному значению d . Поскольку полная поверхность цилиндра S состоит из трех частей S_1, S_2 и S_3 , то введем следующие

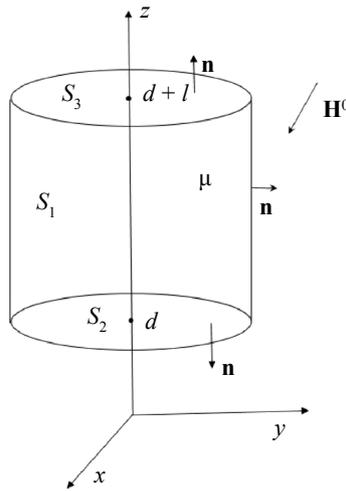


Рис. 1. Магнетик в форме конечного цилиндра.

отдельные обозначения для значений на этих поверхностях искомой из уравнения (3) нормальной производной $H_n(\mathbf{r})$:

$$\varphi_1(\mathbf{r}) := H_n(\mathbf{r})|_{S_1}, \quad \varphi_2(\mathbf{r}) := H_n(\mathbf{r})|_{S_2}, \quad \varphi_3(\mathbf{r}) := H_n(\mathbf{r})|_{S_3}. \quad (5)$$

Аналогичные обозначения введем и для значений нормальных составляющих напряженности известного внешнего поля $\mathbf{H}^0(\mathbf{r})$ на этих поверхностях:

$$\varphi_1^0(\mathbf{r}) := H_n^0(\mathbf{r})|_{S_1}, \quad \varphi_2^0(\mathbf{r}) := H_n^0(\mathbf{r})|_{S_2}, \quad \varphi_3^0(\mathbf{r}) := H_n^0(\mathbf{r})|_{S_3}. \quad (6)$$

Учитывая введенные обозначения (5), из (2) получим следующее выражение для напряженности так называемого поля реакции (магнетика) $\mathbf{H}^R(\mathbf{r}) := \mathbf{H}(\mathbf{r}) - \mathbf{H}^0(\mathbf{r})$:

$$\mathbf{H}^R(\mathbf{r}) = -\frac{\mu-1}{4\pi} \nabla \left[\int_{S_1} \frac{\varphi_1(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} dS' + \int_{S_2} \frac{\varphi_2(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} dS' + \int_{S_3} \frac{\varphi_3(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} dS' \right], \quad \mathbf{r} \notin S. \quad (7)$$

Полагая в (3) поочередно $\mathbf{r} \in S_1, S_2, S_3$, с учетом обозначений (6) получим систему интегральных уравнений относительно искомых функций (5):

$$\varphi_1(\mathbf{r}) + \frac{\lambda}{2\pi} \sum_{i=1}^3 \int_{S_i} \varphi_i(\mathbf{r}') \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \right) dS' = \frac{2}{\mu+1} \varphi_1^0(\mathbf{r}), \quad \mathbf{r} \in S_1, \quad (8)$$

$$\varphi_2(\mathbf{r}) - \frac{\lambda}{2\pi} \sum_{i=1,3} \int_{S_i} \varphi_i(\mathbf{r}') \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \right) dS' = \frac{2}{\mu+1} \varphi_2^0(\mathbf{r}), \quad \mathbf{r} \in S_2, \quad (9)$$

$$\varphi_3(\mathbf{r}) + \frac{\lambda}{2\pi} \sum_{i=1}^2 \int_{S_i} \varphi_i(\mathbf{r}') \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \right) dS' = \frac{2}{\mu+1} \varphi_3^0(\mathbf{r}), \quad \mathbf{r} \in S_3. \quad (10)$$

В уравнениях (8)—(10) с помощью цилиндрических замен переменных сведем поверхностные интегралы к повторным. В результате стандартных (но достаточно громоздких) преобразований приходим к следующей системе двумерных интегральных уравнений относительно функций $\psi_1(\varphi, z), \psi_2(r, \varphi), \psi_3(r, \varphi)$:

$$\begin{aligned} \psi_1(\varphi, z) - \frac{\lambda}{2\pi} \left[t \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^1 \psi_1(\varphi', z') \frac{(1 - \cos(\varphi - \varphi')) dz' d\varphi'}{g(1, 1, \varphi - \varphi', t(z - z'))} + \right. \\ \left. + \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^1 \psi_2(r', \varphi') \frac{(1 - r' \cos(\varphi - \varphi')) r' dr' d\varphi'}{g(1, r', \varphi - \varphi', tz)} + \right. \\ \left. + \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^1 \psi_3(r', \varphi') \frac{(1 - r' \cos(\varphi - \varphi')) r' dr' d\varphi'}{g(1, r', \varphi - \varphi', t(1 - z))} \right] = \frac{2}{\mu + 1} \psi_1^0(\varphi, z); \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \psi_2(r, \varphi) - \frac{\lambda}{2\pi} \left[t^2 \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^1 \psi_1(\varphi', z') \frac{z' dz' d\varphi'}{g(r, 1, \varphi - \varphi', tz')} + \right. \\ \left. + t \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^1 \psi_3(r', \varphi') \frac{r' dr' d\varphi'}{g(r, r', \varphi - \varphi', t)} \right] = \frac{2}{\mu + 1} \psi_2^0(r, \varphi); \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \psi_3(r, \varphi) - \frac{\lambda}{2\pi} \left[t^2 \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^1 \psi_1(\varphi', z') \frac{(1 - z') dz' d\varphi'}{g(r, 1, \varphi - \varphi', t(1 - z'))} + \right. \\ \left. + t \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^1 \psi_2(r', \varphi') \frac{r' dr' d\varphi'}{g(r, r', \varphi - \varphi', t)} \right] = \frac{2}{\mu + 1} \psi_3^0(r, \varphi), \end{aligned} \quad (13)$$

где введены обозначения:

$$g(a, b, \theta, c) := [a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta + c^2]^{3/2}, \quad t := l/R. \quad (14)$$

Определяемые из системы (11)—(13) функции $\psi_1(\varphi, z)$, $\psi_2(r, \varphi)$, $\psi_3(r, \varphi)$ ($z \in [0, 1]$, $r \in [0, 1]$, $\varphi \in [-\pi, \pi]$) следующим образом связаны с искомыми функциями $\varphi_1(\mathbf{r})$, $\varphi_2(\mathbf{r})$, $\varphi_3(\mathbf{r})$ из (5):

$$\begin{aligned} \psi_1(\varphi, z) := \varphi_1(R \cos \varphi, R \sin \varphi, lz), \quad \psi_2(r, \varphi) := \varphi_2(Rr \cos \varphi, Rr \sin \varphi, 0), \\ \psi_3(r, \varphi) := \varphi_3(Rr \cos \varphi, Rr \sin \varphi, l). \end{aligned} \quad (15)$$

Аналогично, функции в правых частях (11)—(13) связаны с известными функциями $\varphi_1^0(\mathbf{r})$, $\varphi_2^0(\mathbf{r})$, $\varphi_3^0(\mathbf{r})$ из (6):

$$\begin{aligned} \psi_1^0(\varphi, z) := \varphi_1^0(R \cos \varphi, R \sin \varphi, lz), \quad \psi_2^0(r, \varphi) := \varphi_2^0(Rr \cos \varphi, Rr \sin \varphi, 0), \\ \psi_3^0(r, \varphi) := \varphi_3^0(Rr \cos \varphi, Rr \sin \varphi, l). \end{aligned} \quad (16)$$

При выводе уравнений (12) и (13) из уравнений (9) и (10) использовалось, что

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right) = - \frac{z - z'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3}.$$

При выводе (11) из (8) применяли выражение вектора единичной нормали к боковой поверхности S_1 цилиндра в точке $\mathbf{r} = \{x, y, z\}$ на ней $\mathbf{n} = \{x/R, y/R, 0\}$, а потому

$$\frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right) = - \frac{x(x - x') + y(y - y')}{R |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3}.$$

4. ВЫРАЖЕНИЯ ПОЛЯ РЕАКЦИИ ЧЕРЕЗ РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ (11)—(13)

Выразим поле реакции $\mathbf{H}^R(\mathbf{r}) = \{H_x^R(\mathbf{r}), H_y^R(\mathbf{r}), H_z^R(\mathbf{r})\}$ через функции $\psi_1(\varphi, z)$, $\psi_2(r, \varphi)$, $\psi_3(r, \varphi)$, являющиеся решением системы (11)—(13). Из соотношения (7), учитывая возможность внесения

производной под знак интеграла ($\mathbf{r} = (x, y, z) \notin S$), для декартовых компонент результирующего поля получаем:

$$H_x^R(\mathbf{r}) = \frac{\mu-1}{4\pi} \sum_{i=1}^3 \int_{S_i} \frac{\varphi_i(\mathbf{r}')(x-x')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3} dS'; \quad (17)$$

$$H_y^R(\mathbf{r}) = \frac{\mu-1}{4\pi} \sum_{i=1}^3 \int_{S_i} \frac{\varphi_i(\mathbf{r}')(y-y')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3} dS'; \quad (18)$$

$$H_z^R(\mathbf{r}) = \frac{\mu-1}{4\pi} \sum_{i=1}^3 \int_{S_i} \frac{\varphi_i(\mathbf{r}')(z-z')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3} dS'. \quad (19)$$

Переходя в (17)—(19) от декартовых координат $\mathbf{r} = (x, y, z)$ к цилиндрическим (r, φ, z) , затем выражая поверхностные интегралы через повторные с учетом соотношений (15) и (16), после стандартных (но достаточно громоздких) преобразований получаем выражения декартовых компонент напряженности поля реакции $H_x^R(r, \varphi, z)$, $H_y^R(r, \varphi, z)$, $H_z^R(r, \varphi, z)$ через цилиндрические координаты (r, φ, z) точки наблюдения (это $H_x^R(\mathbf{r})$, $H_y^R(\mathbf{r})$, $H_z^R(\mathbf{r})$ при цилиндрической замене в них $x = r \cos \varphi$, $y = r \sin \varphi$, $z = z$) и соответствующие декартовые компоненты напряженности внешнего поля $H_x^0(r, \varphi, z)$, $H_y^0(r, \varphi, z)$, $H_z^0(r, \varphi, z)$:

$$\begin{aligned} H_x^R(r, \varphi, z) &= \frac{\mu-1}{4\pi} \left[t \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^1 \psi_1(\varphi', z') \frac{(\bar{r} \cos \varphi - \cos \varphi') dz' d\varphi'}{g(\bar{r}, 1, \varphi - \varphi', \bar{z} - tz')} + \right. \\ &\quad \left. + \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^1 \psi_2(r', \varphi') \frac{(\bar{r} \cos \varphi - r' \cos \varphi') r' dr' d\varphi'}{g(\bar{r}, r', \varphi - \varphi', \bar{z})} + \right. \\ &\quad \left. + \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^1 \psi_3(r', \varphi') \frac{(\bar{r} \cos \varphi - r' \cos \varphi') r' dr' d\varphi'}{g(\bar{r}, r', \varphi - \varphi', \bar{z} - t)} \right]; \\ H_y^R(r, \varphi, z) &= \frac{\mu-1}{4\pi} \left[t \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^1 \psi_1(\varphi', z') \frac{(\bar{r} \sin \varphi - \sin \varphi') dz' d\varphi'}{g(\bar{r}, 1, \varphi - \varphi', \bar{z} - tz')} + \right. \\ &\quad \left. + \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^1 \psi_2(r', \varphi') \frac{(\bar{r} \sin \varphi - r' \sin \varphi') r' dr' d\varphi'}{g(\bar{r}, r', \varphi - \varphi', \bar{z})} + \right. \\ &\quad \left. + \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^1 \psi_3(r', \varphi') \frac{(\bar{r} \sin \varphi - r' \sin \varphi') r' dr' d\varphi'}{g(\bar{r}, r', \varphi - \varphi', \bar{z} - t)} \right]; \\ H_z^R(r, \varphi, z) &= \frac{\mu-1}{4\pi} \left[t \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^1 \psi_1(\varphi', z') \frac{(\bar{z} - tz') dz' d\varphi'}{g(\bar{r}, 1, \varphi - \varphi', \bar{z} - tz')} + \right. \\ &\quad \left. + \bar{z} \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^1 \psi_2(r', \varphi') \frac{r' dr' d\varphi'}{g(\bar{r}, r', \varphi - \varphi', \bar{z})} + \right. \\ &\quad \left. + (\bar{z} - t) \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^1 \psi_3(r', \varphi') \frac{r' dr' d\varphi'}{g(\bar{r}, r', \varphi - \varphi', \bar{z} - t)} \right]. \quad (20) \end{aligned}$$

Подставляя эти соотношения в формулы перехода к цилиндрическим координатам:

$$H_r^R(r, \varphi, z) = H_x^R(r, \varphi, z) \cos \varphi + H_y^R(r, \varphi, z) \sin \varphi,$$

$$H_\varphi^R(r, \varphi, z) = -H_x^R(r, \varphi, z) \sin \varphi + H_y^R(r, \varphi, z) \cos \varphi, \quad H_z^R(r, \varphi, z) = H_z^R(r, \varphi, z),$$

получаем следующие выражения цилиндрических координат результирующего поля $\mathbf{H}^R(r, \varphi, z)$ через решения $\psi_1(\varphi, z)$, $\psi_2(r, \varphi)$, $\psi_3(r, \varphi)$ системы (11)—(13):

$$H_r^R(r, \varphi, z) = \frac{\mu - 1}{4\pi} \left[t \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^1 \psi_1(\varphi', z') \frac{(\bar{r} - \cos(\varphi - \varphi')) dz' d\varphi'}{g(\bar{r}, 1, \varphi - \varphi', \bar{z} - tz')} + \right. \\ \left. + \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^1 \psi_2(r', \varphi') \frac{(\bar{r} - r' \cos(\varphi - \varphi')) r' dr' d\varphi'}{g(\bar{r}, r', \varphi - \varphi', \bar{z})} + \right. \\ \left. + \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^1 \psi_3(r', \varphi') \frac{(\bar{r} - r' \cos(\varphi - \varphi')) r' dr' d\varphi'}{g(\bar{r}, r', \varphi - \varphi', \bar{z} - t)} \right]; \quad (21)$$

$$H_\varphi^R(r, \varphi, z) = \frac{\mu - 1}{4\pi} \left[t \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^1 \psi_1(\varphi', z') \frac{\sin(\varphi - \varphi') dz' d\varphi'}{g(\bar{r}, 1, \varphi - \varphi', \bar{z} - tz')} + \right. \\ \left. + \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^1 \psi_2(r', \varphi') \frac{\sin(\varphi - \varphi') r'^2 dr' d\varphi'}{g(\bar{r}, r', \varphi - \varphi', \bar{z})} + \right. \\ \left. + \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^1 \psi_3(r', \varphi') \frac{\sin(\varphi - \varphi') r'^2 dr' d\varphi'}{g(\bar{r}, r', \varphi - \varphi', \bar{z} - t)} \right], \quad (22)$$

а $H_z^R(r, \varphi, z)$ определено в (20). В приведенных выше формулах параметр t определен в (14),

$$\bar{r} := r/R, \quad \bar{z} := z/R, \quad (23)$$

а $\psi_1(\varphi, z)$, $\psi_2(r, \varphi)$, $\psi_3(r, \varphi)$ суть решения системы (11)—(13).

Таким образом, основной трудностью при вычислении поля реакции конечного цилиндра является предварительное решение системы трех двумерных интегральных уравнений (11)—(13). Дальнейшей целью является сведение решения этой системы к решению некоторого количества систем трех одномерных интегральных уравнений.

5. ВЫВОД УРАВНЕНИЙ ДЛЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ ФУРЬЕ ИСКОМЫХ ФУНКЦИЙ

В работе [6, с. 254] показано, что решение основного уравнения магнитостатики (1) непрерывно в области Ω и имеет правильно непрерывный след на ее поверхности. Отсюда следует непрерывность функций в (15), а потому — сходимость их разложения в ряд Фурье по угловой переменной φ . Поэтому решение системы (11)—(13) будем искать в виде разложения в тригонометрический ряд:

$$\psi_1(\varphi, z) = \sum_{n=0}^{\infty} (a_n^{(1)}(z) \cos n\varphi + b_n^{(1)}(z) \sin n\varphi); \quad (24)$$

$$\psi_2(r, \varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} (a_n^{(2)}(r) \cos n\varphi + b_n^{(2)}(r) \sin n\varphi); \quad (25)$$

$$\psi_3(r, \varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} (a_n^{(3)}(r) \cos n\varphi + b_n^{(3)}(r) \sin n\varphi) \quad (26)$$

с искомыми функциями:

$$\{a_n^{(1)}(z), a_n^{(2)}(r), a_n^{(3)}(r)\}_{n=0}^{\infty}, \{b_n^{(1)}(z), b_n^{(2)}(r), b_n^{(3)}(r)\}_{n=1}^{\infty}, \quad z, r \in [0, 1], \quad (27)$$

считая известными коэффициенты:

$$\left\{a_n^{(01)}(z), a_n^{(02)}(r), a_n^{(03)}(r)\right\}_{n=0}^{\infty}, \left\{b_n^{(01)}(z), b_n^{(02)}(r), b_n^{(03)}(r)\right\}_{n=1}^{\infty}, z, r \in [0, 1] \quad (28)$$

аналогичного разложения функций в (16):

$$\Psi_1^0(\varphi, z) = \sum_{n=0}^{\infty} (a_n^{(01)}(z) \cos n\varphi + b_n^{(01)}(z) \sin n\varphi); \quad (29)$$

$$\Psi_2^0(r, \varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} (a_n^{(02)}(r) \cos n\varphi + b_n^{(02)}(r) \sin n\varphi); \quad (30)$$

$$\Psi_3^0(r, \varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} (a_n^{(03)}(r) \cos n\varphi + b_n^{(03)}(r) \sin n\varphi). \quad (31)$$

Приведем некоторые формулы, которые будут использованы в дальнейших преобразованиях. Пусть $F(\varphi)$ — некоторая 2π -периодическая функция. Тогда для любых чисел a , b и любых $n = 0, 1, 2, \dots$:

$$\int_{-\pi}^{\pi} (a \cos n\varphi' + b \sin n\varphi') F(\varphi' - \varphi) d\varphi' = (ac_n + bd_n) \cos n\varphi + (bc_n - ad_n) \sin n\varphi, \quad (32)$$

где $c_n := \int_{-\pi}^{\pi} F(\varphi) \cos n\varphi d\varphi$, $d_n := \int_{-\pi}^{\pi} F(\varphi) \sin n\varphi d\varphi$. Далее, интеграл:

$$\int_0^{\pi} (a + b \cos \varphi)^{\nu} \cos m\varphi d\varphi = \begin{cases} D(a, b, m, \nu), & a > b > 0 \\ (-1)^m D(a, b, m, \nu), & b < 0, a > |b| \end{cases}, \quad (33)$$

$$D(a, b, m, \nu) := \pi(a^2 - b^2)^{\nu/2} \frac{\Gamma(\nu+1)}{\Gamma(m+\nu+1)} P_{\nu}^m \left(\frac{a}{\sqrt{a^2 - b^2}} \right), \quad m = 0, 1, 2, \dots, \nu \neq -1, -2, \dots$$

Здесь $P_{\nu}^m(\cdot)$ — присоединенная функция Лежандра, $\Gamma(\cdot)$ — гамма-функция. Формула (32) выводится стандартными преобразованиями, а формула (33) следует из интегрального представления [9, с. 969] [10, с. 158]:

$$P_{\nu}^m(z) = \frac{\Gamma(m+\nu+1)}{\pi \Gamma(\nu+1)} \int_0^{\pi} \left(z + \sqrt{z^2 - 1} \cos \varphi \right)^{\nu} \cos m\varphi d\varphi, \text{ если положить } z = \frac{a}{\sqrt{a^2 - b^2}}.$$

Отметим, что приведенная в [11, с. 414] формула для интеграла в (33) неверна для случая $b < 0$, $a > |b|$, m — нечетное.

После подстановки разложений (24)—(26), (29)—(31) в систему (11)—(13), длительных преобразований (с использованием формул (32) и (33), рекуррентных формул для присоединенных полиномов Лежандра) с последующим приравнованием соответствующих коэффициентов Фурье в правых и левых частях получившихся равенств получаем для определения искомым функций (27) системы одномерных интегральных уравнений. А именно, функции $\left\{a_n^{(1)}(z), a_n^{(2)}(r), a_n^{(3)}(r)\right\}_{n=0}^{\infty}$, $z, r \in [0, 1]$ являются решением системы:

$$\begin{aligned} & a_n^{(1)}(z) - 2\lambda\sqrt{\pi} \left[t \int_0^1 a_n^{(1)}(z') \alpha_n(1, 1, t(z-z')) dz' + \right. \\ & \left. + \int_0^1 a_n^{(2)}(r') \alpha_n(1, r', tz) dr' + \int_0^1 a_n^{(3)}(r') \alpha_n(1, r', t(1-z)) dr' \right] = \frac{2}{\mu+1} a_n^{(01)}(z); \end{aligned} \quad (34)$$

$$a_n^{(2)}(r) - 2\lambda\sqrt{\pi} \left[t \int_0^1 a_n^{(1)}(z') \gamma_n(r, 1, tz') dz' + \int_0^1 a_n^{(3)}(r') \gamma_n(r, r', t) dr' \right] = \frac{2}{\mu+1} a_n^{(02)}(r); \quad (35)$$

$$a_n^{(3)}(r) - 2\lambda\sqrt{\pi} \left[t \int_0^1 a_n^{(1)}(z') \gamma_n(r, 1, t(1-z')) dz' + \int_0^1 a_n^{(2)}(r') \gamma_n(r, r', t) dr' \right] = \frac{2}{\mu+1} a_n^{(03)}(r). \quad (36)$$

Функции $\{b_n^{(1)}(z), b_n^{(2)}(r), b_n^{(3)}(r)\}_{n=1}^{\infty}$, $z, r \in [0, 1]$ являются решением системы:

$$b_n^{(1)}(z) - 2\lambda\sqrt{\pi} \left[t \int_0^1 b_n^{(1)}(z') \alpha_n(1, 1, t(z-z')) dz' + \int_0^1 b_n^{(2)}(r') \alpha_n(1, r', tz) dr' + \int_0^1 b_n^{(3)}(r') \alpha_n(1, r', t(1-z)) dr' \right] = \frac{2}{\mu+1} b_n^{(01)}(z); \quad (37)$$

$$b_n^{(2)}(r) - 2\lambda\sqrt{\pi} \left[t \int_0^1 b_n^{(1)}(z') \gamma_n(r, 1, tz') dz' + \int_0^1 b_n^{(3)}(r') \gamma_n(r, r', t) dr' \right] = \frac{2}{\mu+1} b_n^{(02)}(r); \quad (38)$$

$$b_n^{(3)}(r) - 2\lambda\sqrt{\pi} \left[t \int_0^1 b_n^{(1)}(z') \gamma_n(r, 1, t(1-z')) dz' + \int_0^1 b_n^{(2)}(r') \gamma_n(r, r', t) dr' \right] = \frac{2}{\mu+1} b_n^{(03)}(r). \quad (39)$$

В системах (34)—(39) приняты обозначения:

$$\alpha_n(a, b, q) := \frac{(-1)^{n+1} b \delta(a, b, q)}{a \Gamma(n - \frac{1}{2})} \left\{ \left[a^2 - \frac{n(a^2 + b^2 + q^2)}{2n+1} \right] P_{\frac{1}{2}}^n(\varepsilon(a, b, q)) + \frac{2ab}{4n^2 - 1} P_{\frac{1}{2}}^{n+1}(\varepsilon(a, b, q)) \right\}; \quad (40)$$

$$\gamma_n(a, b, q) := \frac{(-1)^{n+1} b q \delta(a, b, q)}{\Gamma(n - \frac{1}{2})} P_{\frac{1}{2}}^n(\varepsilon(a, b, q)); \quad (41)$$

$$\delta(a, b, q) := \left[(a^2 + b^2 + q^2)^2 - 4a^2 b^2 \right]^{\frac{3}{4}}, \quad \varepsilon(a, b, q) := \left[1 - \left(\frac{2ab}{a^2 + b^2 + q^2} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}}. \quad (42)$$

Отметим, что выписанные две системы отличаются только правыми частями.

6. ВЫРАЖЕНИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ КООРДИНАТ ПОЛЯ РЕАКЦИИ ЧЕРЕЗ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ (34)—(36) И (37)—(39)

Подставляя в формулы (20)—(22) выражения для функций $\psi_1(\varphi, z)$, $\psi_2(r, \varphi)$, $\psi_3(r, \varphi)$ из (24)—(26), после длительных преобразований с учетом формул (32), (33) и свойств присоединенных функций Лежандра получаются следующие выражения для цилиндрических компонент поля реакции:

$$H_r^R(r, \varphi, z) = \sqrt{\pi}(\mu-1) \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \cos n\varphi \left[t \int_0^1 a_n^{(1)}(z') \alpha_n(\bar{r}, 1, \bar{z} - tz') dz' + \int_0^1 a_n^{(2)}(r') \alpha_n(\bar{r}, r', \bar{z}) dr' + \int_0^1 a_n^{(3)}(r') \alpha_n(\bar{r}, r', \bar{z} - t) dr' \right] + \sin n\varphi \left[t \int_0^1 b_n^{(1)}(z') \alpha_n(\bar{r}, 1, \bar{z} - tz') dz' + \int_0^1 b_n^{(2)}(r') \alpha_n(\bar{r}, r', \bar{z}) dr' + \int_0^1 b_n^{(3)}(r') \alpha_n(\bar{r}, r', \bar{z} - t) dr' \right] \right\}, \quad (43)$$

$$\begin{aligned}
H_\varphi^R(r, \varphi, z) = & -\sqrt{\pi}(\mu-1) \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \cos n\varphi \left[t \int_0^1 b_n^{(1)}(z') \beta_n(\bar{r}, 1, \bar{z} - tz') dz' + \right. \right. \\
& + \int_0^1 b_n^{(2)}(r') \beta_n(\bar{r}, r', \bar{z}) dr' + \int_0^1 b_n^{(3)}(r') \beta_n(\bar{r}, r', \bar{z} - t) dr' \left. \right] - \\
& - \sin n\varphi \left[t \int_0^1 a_n^{(1)}(z') \beta_n(\bar{r}, 1, \bar{z} - tz') dz' + \int_0^1 a_n^{(2)}(r') \beta_n(\bar{r}, r', \bar{z}) dr' + \right. \\
& \left. \left. + \int_0^1 a_n^{(3)}(r') \beta_n(\bar{r}, r', \bar{z} - t) dr' \right] \right\}, \tag{44}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H_z^R(r, \varphi, z) = & \sqrt{\pi}(\mu-1) \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \cos n\varphi \left[t \int_0^1 a_n^{(1)}(z') \gamma_n(\bar{r}, 1, \bar{z} - tz') dz' + \right. \right. \\
& + \int_0^1 a_n^{(2)}(r') \gamma_n(\bar{r}, r', \bar{z}) dr' + \int_0^1 a_n^{(3)}(r') \gamma_n(\bar{r}, r', \bar{z} - t) dr' \left. \right] + \\
& + \sin n\varphi \left[t \int_0^1 b_n^{(1)}(z') \gamma_n(\bar{r}, 1, \bar{z} - tz') dz' + \int_0^1 b_n^{(2)}(r') \gamma_n(\bar{r}, r', \bar{z}) dr' + \right. \\
& \left. \left. + \int_0^1 b_n^{(3)}(r') \gamma_n(\bar{r}, r', \bar{z} - t) dr' \right] \right\}, \tag{45}
\end{aligned}$$

$$\beta_n(a, b, q) := \frac{(-1)^{n+1} nb \delta(a, b, q)}{a \Gamma(n - \frac{1}{2})} \left[\frac{a^2 + b^2 + q^2}{2n + 1} P_{\frac{1}{2}}^n(\varepsilon(a, b, q)) + \frac{4ab}{4n^2 - 1} P_{\frac{1}{2}}^{n+1}(\varepsilon(a, b, q)) \right]. \tag{46}$$

Итак, цилиндрические координаты поля реакции $\mathbf{H}^R(\mathbf{r}) = \mathbf{H}(\mathbf{r}) - \mathbf{H}^0(\mathbf{r})$, $\mathbf{r} \in R^3 \setminus S$ ($S = S_1 \cup S_2 \cup S_3$) вычисляются по формулам (43)—(45), где функции $\{a_n^{(1)}(z), a_n^{(2)}(r), a_n^{(3)}(r)\}_{n=0}^{\infty}$ и $\{b_n^{(1)}(z), b_n^{(2)}(r), b_n^{(3)}(r)\}_{n=1}^{\infty}$ суть решения систем одномерных интегральных уравнений (34)—(36) и (37)—(39).

Отметим, что при переходе к более общему случаю (см. рисунок), когда нижнее основание цилиндра находится в плоскости $z = d$ при произвольном d (до этого рассматривался случай $d = 0$), все приведенные выше формулы остаются справедливыми, кроме следующих небольших изменений: в формуле (23) вместо $\bar{z} := z/R$ должно стоять:

$$\bar{z} := (z - d)/R, \tag{47}$$

а формулы (15) и (16) заменяются на следующие:

$$\begin{aligned}
\psi_1(\varphi, z) := & \varphi_1(R \cos \varphi, R \sin \varphi, lz + d), & \psi_2(r, \varphi) := & \varphi_2(Rr \cos \varphi, Rr \sin \varphi, d), \\
\psi_3(r, \varphi) := & \varphi_3(Rr \cos \varphi, Rr \sin \varphi, d + l); \tag{48}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\psi_1^0(\varphi, z) := & \varphi_1^0(R \cos \varphi, R \sin \varphi, lz + d), & \psi_2^0(r, \varphi) := & \varphi_2^0(Rr \cos \varphi, Rr \sin \varphi, d), \\
\psi_3^0(r, \varphi) := & \varphi_3^0(Rr \cos \varphi, Rr \sin \varphi, d + l). \tag{49}
\end{aligned}$$

Несложно убедиться, что в формулах (43)—(45) все ядра в интегралах не имеют особенностей, поскольку точка наблюдения не принадлежит поверхности цилиндра $\mathbf{r} \notin S$. В интегральных же уравнениях (34)—(36) и (37)—(39) только ядро $\alpha_n(1, 1, t \cdot (z - z'))$ в первом интеграле формул (34) и (37) имеет логарифмическую особенность при $z' = z$, поскольку можно показать, что

$\alpha_n(a, a, q) = -\frac{1}{4a\pi\sqrt{\pi}} \ln q + O(1)$, $q \rightarrow 0+0$. Эта особенность вполне интегрируема, однако этот факт надо учитывать при численном решении систем (34) и (37), используя простые известные приемы избавления от сингулярности.

7. ПОЛЕ РЕАКЦИИ НА ОСИ ЦИЛИНДРА

Выведем формулы для вычисления поля реакции на оси цилиндра, переходя к пределу $r \rightarrow 0 + 0$ (а потому и $\bar{r} \rightarrow 0 + 0$) в выражениях (43)—(45). Для этого необходимо найти предельные значения $\alpha_n(a, b, q)$, $\beta_n(a, b, q)$ и $\gamma_n(a, b, q)$ при $a \rightarrow 0 + 0$. Будем использовать соотношения:

$$\lim_{a \rightarrow 0+0} \delta(a, b, q) = (b^2 + q^2)^{-3/2}, \quad \lim_{a \rightarrow 0+0} \varepsilon(a, b, q) = 1, \quad \lim_{z \rightarrow 1+0} P_{1/2}^n(z) = \delta_{n,0}, \quad (50)$$

где $\delta_{n,m}$ — символ Кронекера. Значения первых двух пределов получаются непосредственно из формул (42), а последнего вытекает из соотношения [10, с. 164]

$$P_\nu^n(z) = \frac{2^{-n/2} \Gamma(\nu + n + 1)}{n! \Gamma(\nu - n + 1)} (z-1)^{n/2} + O((z-1)^{n/2+1}), \quad z \rightarrow 1+0. \quad (51)$$

Для $n = 0$ из (40), (41) с учетом (50) легко получить:

$$\lim_{a \rightarrow 0+0} \alpha_0(a, b, q) = 0, \quad \lim_{a \rightarrow 0+0} \gamma_0(a, b, q) = \frac{bq(b^2 + q^2)^{-3/2}}{2\sqrt{\pi}}. \quad (52)$$

Рассмотрим $n = 1, 2, \dots$. Из (51) следует $\lim_{z \rightarrow 1+0} P_{1/2}^n(z) / \sqrt{z-1} = \frac{3}{4\sqrt{2}} \delta_{n,1}$. Переходя с использованием этого соотношения и (50) к пределу $a \rightarrow 0 + 0$ в (40), с учетом (52) получаем для $n = 0, 1, 2, \dots$:

$$\lim_{a \rightarrow 0+0} \alpha_n(a, b, q) = -\frac{b^2(b^2 + q^2)^{-3/2}}{4\sqrt{\pi}} \delta_{n,1}. \quad (53)$$

Аналогично выводятся предельные формулы для $\beta_n(a, b, q)$ и $\gamma_n(a, b, q)$:

$$\lim_{a \rightarrow 0+0} \beta_n(a, b, q) = \frac{b^2(b^2 + q^2)^{-3/2}}{4\sqrt{\pi}} \delta_{n,1}, \quad \lim_{a \rightarrow 0+0} \gamma_n(a, b, q) = \frac{bq(b^2 + q^2)^{-3/2}}{2\sqrt{\pi}} \delta_{n,0}, \quad (54)$$

$n = 0, 1, 2, \dots$. Переходя теперь к пределу $\bar{r} \rightarrow 0 + 0$ в (43)—(45) с учетом (53), (54), получаем следующие выражения для цилиндрических компонент поля реакции на оси цилиндра (без точек на его поверхности: $z \neq d$, $z \neq d + l$):

$$\begin{aligned} H_r^R(0, \varphi, z) &= -\frac{\mu-1}{4} (A(z) \cos \varphi + B(z) \sin \varphi), \\ H_\varphi^R(0, \varphi, z) &= -\frac{\mu-1}{4} (B(z) \cos \varphi - A(z) \sin \varphi), \quad H_z^R(0, \varphi, z) = \frac{\mu-1}{2} C(z), \end{aligned} \quad (55)$$

где обозначено:

$$A(z) := t \int_0^1 \frac{a_1^{(1)}(z') dz'}{[1 + (\bar{z} - tz')^2]^{3/2}} + \int_0^1 \frac{a_1^{(2)}(r') r'^2 dr'}{[r'^2 + \bar{z}^2]^{3/2}} + \int_0^1 \frac{a_1^{(3)}(r') r'^2 dr'}{[r'^2 + (\bar{z} - t)^2]^{3/2}}; \quad (56)$$

$$B(z) := t \int_0^1 \frac{b_1^{(1)}(z') dz'}{[1 + (\bar{z} - tz')^2]^{3/2}} + \int_0^1 \frac{b_1^{(2)}(r') r'^2 dr'}{[r'^2 + \bar{z}^2]^{3/2}} + \int_0^1 \frac{b_1^{(3)}(r') r'^2 dr'}{[r'^2 + (\bar{z} - t)^2]^{3/2}}; \quad (57)$$

$$C(z) := t \int_0^1 \frac{a_0^{(1)}(z')(\bar{z} - tz') dz'}{[1 + (\bar{z} - tz')^2]^{3/2}} + \bar{z} \int_0^1 \frac{a_0^{(2)}(r')r' dr'}{[r'^2 + \bar{z}^2]^{3/2}} + (\bar{z} - t) \int_0^1 \frac{a_0^{(3)}(r')r' dr'}{[r'^2 + (\bar{z} - t)^2]^{3/2}}. \quad (58)$$

Переходя в (55) от цилиндрических координат вектора \mathbf{H}^R к декартовым $H_x^R = H_r^R \cos \varphi - H_\varphi^R \sin \varphi$, $H_y^R = H_r^R \sin \varphi + H_\varphi^R \cos \varphi$, $H_z^R = H_z^R$, получаем следующие выражения декартовых координат $H_x^R(x, y, z)$, $H_y^R(x, y, z)$, $H_z^R(x, y, z)$ поля реакции $\mathbf{H}^R(x, y, z)$ на оси цилиндра ($z \neq d$, $z \neq d + l$):

$$H_x^R(0, 0, z) = -\frac{\mu-1}{4} A(z), \quad H_y^R(0, 0, z) = -\frac{\mu-1}{4} B(z), \quad H_z^R(0, 0, z) = \frac{\mu-1}{2} C(z), \quad (59)$$

где функции $A(z)$, $B(z)$, $C(z)$ определены в (56)—(58), $\{a_0^{(1)}(z), a_0^{(2)}(r), a_0^{(3)}(r)\}$ и $\{a_1^{(1)}(z), a_1^{(2)}(r), a_1^{(3)}(r)\}$ суть решения системы (34)—(36) для $n = 0$ и $n = 1$ соответственно, а $\{b_1^{(1)}(z), b_1^{(2)}(r), b_1^{(3)}(r)\}$ есть решение (37)—(39) для $n = 1$.

8. СЛУЧАЙ ПОСТОЯННОГО ВНЕШНЕГО ПОЛЯ

Рассмотрим часто встречающуюся ситуацию, когда внешнее поле постоянно: $\mathbf{H}^0 = \{H_x^0, H_y^0, H_z^0\}$, где H_x^0, H_y^0, H_z^0 — константы. В этом случае нормальные составляющие этого поля на поверхности $S = S_1 \cup S_2 \cup S_3$ цилиндра имеют вид:

$$H_n^0(\mathbf{r}) = \frac{1}{R} (H_x^0 x + H_y^0 y), \quad H_n^0(\mathbf{r}) = -H_z^0, \quad H_n^0(\mathbf{r}) = H_z^0$$

для $\mathbf{r} = \{x, y, z\} \in S_1, S_2, S_3$ соответственно. Поэтому, учитывая формулы (6) и (49), имеем: $\psi_1^0(\varphi, z) = H_x^0 \cos \varphi + H_y^0 \sin \varphi$, $\psi_2^0(r, \varphi) = -H_z^0$, $\psi_3^0(r, \varphi) = H_z^0$. Тогда, в соответствии с (29) — (31), имеем $a_n^{(01)}(z) = H_x^0 \delta_{n,1}$, $b_n^{(01)}(z) = H_y^0 \delta_{n,1}$, $a_n^{(02)}(r) = -H_z^0 \delta_{n,0}$, $b_n^{(02)}(r) = 0$, $a_n^{(03)}(r) = H_z^0 \delta_{n,0}$, $b_n^{(03)}(r) = 0$, $n = 0, 1, 2, \dots$. После подстановки этих значений в правые части (34)—(36), (37)—(39) легко проверить, что получившимся системам будут удовлетворять такие функции, что $a_n^{(i)} \equiv 0$, $b_n^{(i)} \equiv 0$ ($i = 1, 2, 3$; $n = 2, 3, \dots$), функции $a_0^{(1)}(z), a_0^{(2)}(r), a_0^{(3)}(r)$ суть решение системы:

$$a_0^{(1)}(z) - 2\lambda\sqrt{\pi} \left[t \int_0^1 a_0^{(1)}(z') \alpha_0(1, 1, t(z-z')) dz' + \right. \quad (60)$$

$$\left. + \int_0^1 a_0^{(2)}(r') \alpha_0(1, r', tz) dr' + \int_0^1 a_0^{(3)}(r') \alpha_0(1, r', t(1-z)) dr' \right] = 0;$$

$$a_0^{(2)}(r) - 2\lambda\sqrt{\pi} \left[t \int_0^1 a_0^{(1)}(z') \gamma_0(r, 1, tz') dz' + \int_0^1 a_0^{(3)}(r') \gamma_0(r, r', t) dr' \right] = -\frac{2}{\mu+1} H_z^0; \quad (61)$$

$$a_0^{(3)}(r) - 2\lambda\sqrt{\pi} \left[t \int_0^1 a_0^{(1)}(z') \gamma_0(r, 1, t(1-z')) dz' + \int_0^1 a_0^{(2)}(r') \gamma_0(r, r', t) dr' \right] = \frac{2}{\mu+1} H_z^0, \quad (62)$$

функции $a_1^{(1)}(z), a_1^{(2)}(r), a_1^{(3)}(r)$ — решение системы:

$$a_1^{(1)}(z) - 2\lambda\sqrt{\pi} \left[t \int_0^1 a_1^{(1)}(z') \alpha_1(1, 1, t(z-z')) dz' + \right. \quad (63)$$

$$\left. + \int_0^1 a_1^{(2)}(r') \alpha_1(1, r', tz) dr' + \int_0^1 a_1^{(3)}(r') \alpha_1(1, r', t(1-z)) dr' \right] = \frac{2}{\mu+1} H_x^0;$$

$$a_1^{(2)}(r) - 2\lambda\sqrt{\pi} \left[t \int_0^1 a_1^{(1)}(z') \gamma_1(r, 1, tz') dz' + \int_0^1 a_1^{(3)}(r') \gamma_1(r, r', t) dr' \right] = 0; \quad (64)$$

$$a_1^{(3)}(r) - 2\lambda\sqrt{\pi} \left[t \int_0^1 a_1^{(1)}(z') \gamma_1(r, 1, t(1-z')) dz' + \int_0^1 a_1^{(2)}(r') \gamma_1(r, r', t) dr' \right] = 0, \quad (65)$$

функции $b_1^{(1)}(z), b_1^{(2)}(r), b_1^{(3)}(r)$ — решение системы:

$$b_1^{(1)}(z) - 2\lambda\sqrt{\pi} \left[t \int_0^1 b_1^{(1)}(z') \alpha_1(1, 1, t(z-z')) dz' + \int_0^1 b_1^{(2)}(r') \alpha_1(1, r', tz) dr' + \int_0^1 b_1^{(3)}(r') \alpha_1(1, r', t(1-z)) dr' \right] = \frac{2}{\mu+1} H_y^0; \quad (66)$$

$$b_1^{(2)}(r) - 2\lambda\sqrt{\pi} \left[t \int_0^1 b_1^{(1)}(z') \gamma_1(r, 1, tz') dz' + \int_0^1 b_1^{(3)}(r') \gamma_1(r, r', t) dr' \right] = 0; \quad (67)$$

$$b_1^{(3)}(r) - 2\lambda\sqrt{\pi} \left[t \int_0^1 b_1^{(1)}(z') \gamma_1(r, 1, t(1-z')) dz' + \int_0^1 b_1^{(2)}(r') \gamma_1(r, r', t) dr' \right] = 0, \quad (68)$$

где согласно (40), (41):

$$\alpha_0(1, b, q) = \frac{b\delta(1, b, q)}{2\sqrt{\pi}} \left[P_{\frac{1}{2}}^0(\varepsilon(1, b, q)) - 2bP_{\frac{1}{2}}^1(\varepsilon(1, b, q)) \right]; \quad (69)$$

$$\gamma_0(a, b, q) = \frac{bq\delta(a, b, q)}{2\sqrt{\pi}} P_{\frac{1}{2}}^0(\varepsilon(a, b, q)); \quad (70)$$

$$\alpha_1(1, b, q) = \frac{b\delta(1, b, q)}{\sqrt{\pi}} \left[\frac{2-b^2-q^2}{3} P_{\frac{1}{2}}^1(\varepsilon(1, b, q)) + \frac{2b}{3} P_{\frac{1}{2}}^2(\varepsilon(1, b, q)) \right]; \quad (71)$$

$$\gamma_1(a, b, q) = \frac{bq\delta(a, b, q)}{\sqrt{\pi}} P_{\frac{1}{2}}^1(\varepsilon(a, b, q)). \quad (72)$$

В соответствии с этим, для случая постоянного внешнего поля формулы (43)—(45) для цилиндрических координат поля реакции \mathbf{H}^R упрощаются таким образом, что в (43) и (45) ненулевыми оказываются только два первых члена ряда, а в (44)—только первый член ряда.

9. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение кратко сформулируем основные результаты, полученные в настоящей работе, и план практической реализации предложенного подхода.

1. В рамках обсуждаемого подхода нахождение напряженности результирующего магнитного поля от однородного цилиндра конечных размеров, помещенного во внешнее магнитное поле произвольной конфигурации, сводится к решению некоторого количества систем трех одномерных линейных интегральных уравнений (34)—(36) и (37)—(39), после чего компоненты напряженности вычисляются непосредственно по формулам (43)—(45).

2. Приведен вид упомянутых систем и формул для компонент напряженности поля для частных случаев постоянного внешнего поля и поля на оси цилиндра.

3. Авторы отдают себе отчет в том, что для завершения исследования предлагаемого подхода нужна его компьютерная реализация, позволяющая для конкретных физических и геометри-

ческих параметров задачи построить графики результирующих полей, провести тестирование полученных результатов на их соответствие физическим законам явления, выполнить проверку работы данного подхода и его программной реализации на предельных частных случаях с известными аналитическими ответами, оценить быстроту сходимости и т.д. Однако в рамках одной настоящей статьи это сделать невозможно из-за ограничения на ее объем. Упомянутая выше работа уже практически завершена и будет представлена отдельной статьей.

Работа выполнена в рамках государственного задания по теме «Квант» (“Quantum”) № АААА-А18-118020190095-4 и при поддержке проекта №18-10-2-8 Программы УрО РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сапожников А.Б. Теоретические основы магнитной дефектоскопии металлических тел. Томск: Изд-во ТГУ, 1980. 308 с.
2. Дякин В.В., Кудряшова О.В. Дефект в цилиндре // Дефектоскопия. 2012. № 4. С. 41—55.
3. Dyakin V.V., Kudryashova O.V. et al. To the Calculation of the Field of a Finite Magnetic Cylinder // Russian Journal of Nondestructive Testing. 2019. V. 55. No. 10. P. 734—745. [Дякин В.В., Кудряшова О.В., Раевский В.Я. К расчету поля конечного магнитного цилиндра // Дефектоскопия. 2019. № 10. С. 24—34.]
4. Дякин В.В., Кудряшова О.В., Раевский В.Я. О проблемах использования пакетов универсальных программ для решения задач магнитостатики // Дефектоскопия. 2018. № 11. С. 23—34.
5. Хижняк Н.А. Интегральные уравнения макроскопической электродинамики. Киев: Наукова думка, 1986. 280 с.
6. Дякин В.В. Математические основы классической магнитостатики. Екатеринбург: РИО УрО РАН, 2016. 404 с.
7. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1977. 735 с.
8. Михлин С. Г. Линейные уравнения в частных производных. М.: Высшая школа, 1977. 423 с.
9. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, рядов, произведений. Санкт-Петербург: БВХ-Петербург, 2011. 1232 с.
10. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. Т. 1. М.: Наука, 1973. 294 с.
11. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. Интегралы и ряды. Т. 1. М.: Наука, 1981. 800 с.

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ТОПОГРАФИИ ПОВЕРХНОСТНЫХ ДЕФЕКТОВ ФЕРРОМАГНЕТИКОВ ПРИ НОРМАЛЬНОМ НАМАГНИЧИВАЮЩЕМ ПОЛЕ

© 2021 г. Ю.Л. Гобов^{1,*}, С.Э. Попов^{1,**}

*¹Институт физики металлов имени М.Н. Михеева УрО РАН,
Россия 620108 Екатеринбург, ул. С. Ковалевской, 18
E-mail: *go@imp.uran.ru 1; **sergeypopov@inbox.ru 2*

Поступила в редакцию 24.11.2020; после доработки 27.01.2021
Принято к публикации 05.02.2021

Рассмотрена методика восстановления топографии дефектов ферромагнетиков при нормальном намагничивающем поле. Показано, что при таком намагничивании поверхность магнитомягкого ферромагнетика является эквипотенциальной поверхностью. Предложено приближение, позволяющее по результатам измерения трех компонент магнитного поля на небольшом удалении от дефекта получить его топографию. Точность восстановления оценена по результатам расчета поля от дефекта методом конечных элементов и восстановления топографии дефекта по предложенному приближению.

Ключевые слова: магнитный дефектоскоп, поверхностные дефекты, метод восстановления топографии дефекта.

DOI: 10.31857/S0130308221040047

ВВЕДЕНИЕ

Стальные изделия, такие как трубопроводы, резервуары и прочее, в процессе эксплуатации подвергаются воздействию внешней среды, в результате чего на поверхности образуются дефекты потери металла, снижающие прочность изделий. Процессы коррозии протекают с наружной или внутренней поверхности изделий, редко проникая внутрь изделия. Поэтому выявление и определение размеров именно дефектов поверхности металлических изделий в процессе их эксплуатации является необходимым мероприятием поддержания объектов в безопасном состоянии.

Особенностью проведения мероприятий по неразрушающему контролю конструкций типа трубопровод или резервуар является отсутствие одновременного доступа к обеим поверхностям стального листа, из которого изготовлены конструкции. Кроме того, изделие зачастую покрыто защитной изоляцией различной толщины и/или заглублено в почву или на дне водоема. Очистка поверхности от защитных покрытий зачастую нежелательна и невозможна из-за опасности ухудшить свойства покрытия при его восстановлении.

Для выявления и определения размеров дефектов потери металла получил широкое распространение метод магнитного рассеяния потока (MFL). Этот метод в настоящее время находит все более широкое применение при контроле изогнутых и прямых стальных листов. Характерным примером является реализация метода в виде внутритрубных дефектоскопов и наружных дефектоскопов-сканеров.

Для намагничивания исследуемого объекта в большинстве случаев используется тангенциальное намагничивающее поле. Для эффективной работы устройств, использующих тангенциальное намагничивание, исследуемый объект должен быть намагничен до насыщения.

Достоинствами метода MFL при тангенциальном намагничивании является чувствительность одновременно к дефектам, расположенным на обеих поверхностях стального листа. С другой стороны, при тангенциальном намагничивании невозможно по полям рассеяния определить на какой поверхности находится аномалия. Но, если известно на какой стороне находится дефект типа коррозии (канавка, язва, лунка с плавными краями), то восстановление формы дефекта возможно как решение обратной геометрической задачи магнитостатики.

Основная проблема магнитного метода неразрушающего контроля изделий заключается в определении размеров, формы, ориентации и других геометрических параметров дефекта по пространственному распределению магнитного поля рассеяния. Физические основы магнитного контроля базируются в основном на решении прямой задачи магнитостатики. Для выбранного типа дефекта строится приближенная математическая модель и решается прямая задача магнитостатики в рамках рассматриваемых приближений. При этом приближенное аналитическое выражение для поля рассеяния в явном виде содержит геометрические параметры дефекта, заложенные в модели, и их можно попытаться определить по измеренным значениям поля рассеяния. При таком

подходе возможно лишь качественное определение параметров дефектов и в основном в двумерном случае и при линейной зависимости $B(H)$ [1—8].

Другой подход к решению задачи восстановления геометрических параметров дефектов предложен в наших предыдущих работах [9, 10]. В предлагаемом подходе (методе) не требуется приближенного решения прямой задачи. По измеренной топографии магнитных полей рассеяния над бездефектной поверхностью восстанавливаются силовые линии магнитной индукции в магнитомягком материале вблизи поверхности с дефектами. Так, на рис. 1 показано, что по силовым линиям возможно восстановление формы дефекта с высокой точностью.

В таком случае по топографии полей измеренных над бездефектной поверхностью возможно восстановить силовые линии в магнитомягком материале и тем самым вычислить форму дефекта на противоположной закрытой поверхности (здесь и далее «открытой поверхностью» будем называть поверхность, над которой производится измерение полей рассеяния, а «закрытой поверхностью» будем называть поверхность закрытую и экранируемую от датчиков слоем магнитного материала) [9, 10].

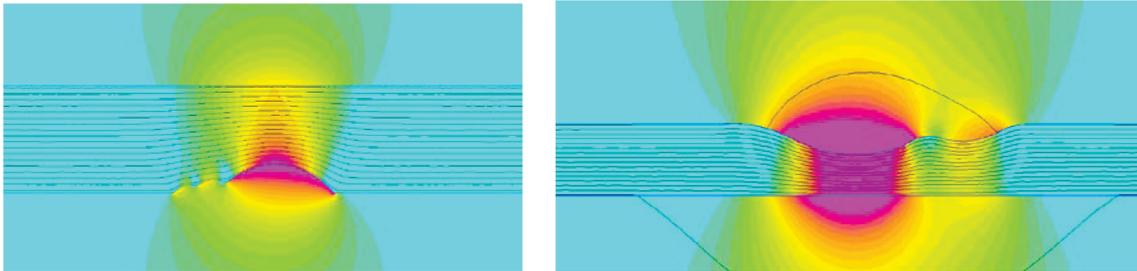


Рис. 1. Результат расчета намагничивания дефекта в пластине в тангенциальном поле. Показано, как силовые линии «оггибают поверхность» дефекта.

Применение нового метода восстановления формы дефекта по силовым линиям возможно только, если измерение полей рассеяния проводится над бездефектной поверхностью или форма дефекта на этой поверхности известна с высокой точностью.

Таким образом, целью настоящей работы является разработка метода, дополняющего метод MFL в тангенциальном поле, который позволит определить, на какой поверхности располагаются дефекты и определять топографию дефектов, если они расположены на открытой поверхности магнитомягкой пластины.

Определить, с какой стороны пластины расположен дефект, возможно, если провести исследование полей рассеяния при нормальном намагничивающем поле. Использование нормального намагничивания для определения дефектной стороны пластины или стенки трубы предложено в патентах [11, 12].

Кроме того, в работах [1—4] описано приближенное решение прямой задачи некоторых видов поверхностных дефектов при нормальном намагничивании, но не решается обратная задача восстановления формы трехмерных дефектов по полям рассеяния.

В настоящей работе предложен способ восстановления топографии поверхностных дефектов при нормальном намагничивающем поле. Физическая сущность способа заключается в том, чтобы при сканировании дефектной поверхности снимать топографию магнитных полей рассеяния и по этой топографии определять эквипотенциальные поверхности вблизи границы исследуемого объекта.

При нормальном намагничивающем поле поверхность исследуемого материала не намагничивается до насыщения, и материал остается магнитомягким с магнитной проницаемостью $\mu \sim 1000$.

Известно для диэлектриков, что при ϵ , стремящейся к бесконечности [13, с. 16, 17, 21, 22], его поверхность становится эквипотенциальной. В отсутствии переменных магнитных полей выводы, сделанные для электростатики, полностью применимы для магнитостатики. В условиях, когда металлическая пластина с дефектом находится в намагничивающем поле, величиной менее 0.2 Т, $\mu \sim 1000$, что является основанием для предположения об эквипотенциальной поверхности исследуемой пластины с дефектом. Для проверки того, что данное приближение можно использовать, нами был применено МКЭ-моделирование

Таким образом, исследуемая поверхность становится эквипотенциальной поверхностью, и силовые линии магнитного поля входят перпендикулярно этой поверхности.

Для определения геометрии дефектной поверхности необходимо восстановить топографию магнитного поля в сторону ферромагнитного объекта и построить эквипотенциальную поверхность с краевыми условиями на бездефектной области.

Стоит отметить, что обратная задача восстановления поля рассеяния в сторону источников этого поля является «условно некорректной» по Тихонову и решается с тем меньшей точностью, чем глубже надо восстанавливать поле [14, 15]. При нормальном намагничивании поля рассеяния измеряются в непосредственной близости от дефектной поверхности, поэтому восстанавливать поле необходимо буквально на несколько миллиметров, что дает достаточно высокую точность при решении обратной задачи.

ПРИНЦИП РАБОТЫ УСТРОЙСТВА ДЛЯ ОБСЛЕДОВАНИЯ ПОВЕРХНОСТИ ИЗОГНУТОГО И ПРЯМОГО СТАЛЬНОГО ЛИСТА

Как уже упоминалось выше, для восстановления топографии дефектов необходимо создать такое нормальное намагничивающее поле, чтобы поверхность магнитомягкого материала можно было с высокой точностью считать эквипотенциальной поверхностью. Таким образом, для восстановления топографии поверхностных дефектов со стороны контроля необходимо сначала восстановить эквипотенциальную поверхность в воздухе в непосредственной близости от дефекта по измеренному магнитному полю при нормальном намагничивании, т.е. определить геометрию поверхностного дефекта.

При восстановлении топографии поверхностного дефекта важно, чтобы дефекты противоположной поверхности не влияли на измерение топографии полей рассеяния, позволяя, таким образом, добиться однозначности при идентификации магнитных аномалий.

На рис. 2 показан пример распределения магнитного поля рассеяния от дефектов при намагничивании пластины однородным полем по нормали к поверхности. Магнитные поля рассеяния создают только дефекты с «открытой поверхностью». Дефект с «закрытой поверхностью» не создает полей рассеяния, так как магнитомягкий материал пластины экранирует дефект от приложенного нормального поля и экранирует датчики от незначительного поля рассеяния от дефекта, если незначительная часть приложенного нормального поля все же проникает в область дефекта. Таким образом, на восстановление дефектов «открытой поверхности» не влияет наличие дефектов «закрытой поверхности».

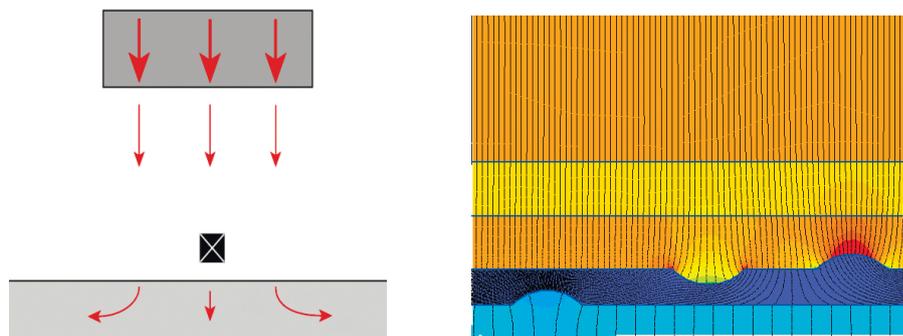


Рис. 2. Распределение поля и силовых линий от дефектов при нормальном намагничивании.

При осуществлении контроля датчики, записывающие показания поля, не могут двигаться непосредственно вдоль поверхности пластины, а двигаются на некотором удалении. Причем траектория движения датчиков отличается от профиля поверхности дефекта. Более того, можно утверждать, что датчики при осуществлении контроля движутся на плоскости на постоянном удалении от плоскости магнитомягкого материала. Таким образом, обратная геометрическая задача по восстановлению поверхностных дефектов в магнитомягком материале сводится к задаче восстановления магнитного потенциала или магнитного поля в сторону источников (в нашем случае источниками являются дефекты в пластине) по измеренным полям рассеяния от этих дефектов и построения эквипотенциальных поверхностей.

Приближенно, потенциал на поверхности дефекта можно записать в следующем виде:

$$\varphi(x, y, z) = \varphi(x, y, z_0) - H_z(x, y, z_0)(z(x, y) - z_0(x, y)) - \frac{1}{2} H_{zz}(x, y, z_0)(z(x, y) - z_0(x, y))^2, \quad (1)$$

где $z_0(x, y)$ задает поверхность контроля, а $z(x, y)$ — поверхность дефекта; $H_z(x, y, z_0)$ — нормальная составляющая поля на поверхности контроля, а $H_{zz}(x, y, z_0)$ — производная нормальной составляющей поля вдоль оси Z (нормаль к поверхности).

В данном выражении сделано предположение, что нормальная составляющая поля линейно меняется при движении от зоны контроля к поверхности дефекта.

Как уже отмечалось выше, поверхность дефекта является эквипотенциальной поверхностью, следовательно, для нахождения $z(x, y)$ полагаем $\varphi(x, y, z) = 0$ и решаем квадратное уравнение относительно $z(x, y)$.

При проведении контроля прямое измерение потенциала невозможно, а измерение нормальной производной затруднительно. С другой стороны, возможно измерение трех компонент поля. В этом случае:

$$\varphi(x, y, z_0) = C + \int_0^x H_x(x, y, z_0) dx; \quad (2)$$

$$H_{zz}(x, y, z_0) = -H_{xx}(x, y, z_0) - H_{yy}(x, y, z_0). \quad (3)$$

Константа C выбирается таким образом, чтобы потенциал на бездефектном месте был равен $\varphi(x, y, z_0) = H_z(x, y, z_0)\Delta z$, где Δz — расстояние от зоны контроля до поверхности контролируемой пластины в бездефектном месте. Считается, что эта величина известна и постоянна в бездефектном месте. При использовании экспериментальных данных выражения (2), (3) можно записать в конечных разностях:

$$\varphi(x_i, y_i, z_0) \approx C + \varphi(x_{i-1}, y_{i-1}, z_0) + H_x(x_i, y_i, z_0)(x_i - x_{i-1}); \quad (4)$$

$$H_{zz}(x_i, y_i, z_0) \approx -(H_x(x_i, y_i, z_0) - H_x(x_{i-1}, y_i, z_0)) / (x_i - x_{i-1}) - (H_y(x_i, y_i, z_0) - H_y(x_i, y_{i-1}, z_0)) / (y_i - y_{i-1}). \quad (5)$$

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ТОПОГРАФИИ ДЕФЕКТА ПО ДАННЫМ РАСЧЕТА

Для иллюстрации метода, его точности и возможностей было проведено моделирование поля методом конечных элементов в программе Elmer FEM. Для моделирования были выбраны два дефекта в виде выфрезеровки и наплавки длиной 20 мм, шириной 60 мм и глубиной 6 мм. Эскиз дефектов приведен на рис. 3.

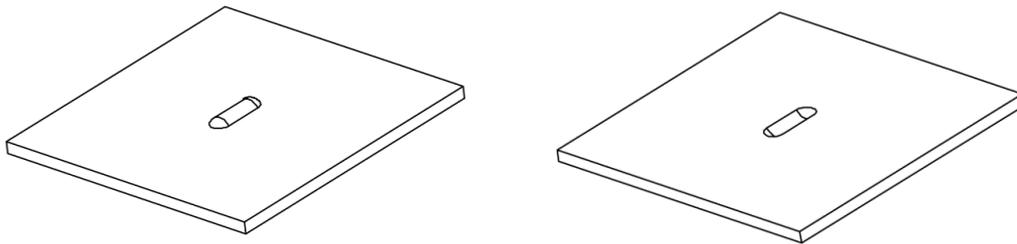


Рис. 3. Форма дефектов, выбранных для расчета методом конечных элементов. Левый рисунок — модель наплавки, правый — выфрезеровка.

На рис. 4 приведены результаты расчета полей методом конечных элементов для наплавки на расстоянии 9 мм от поверхности пластины или 3 мм от поверхности дефекта, а для выфрезеровки — на расстоянии 3 мм от поверхности пластины или 9 мм от самой глубокой точки дефекта.

Применяя последовательно выражения (1)—(4), были восстановлены топографии дефектов, продольные и поперечные сечения которых приведены на рис. 5

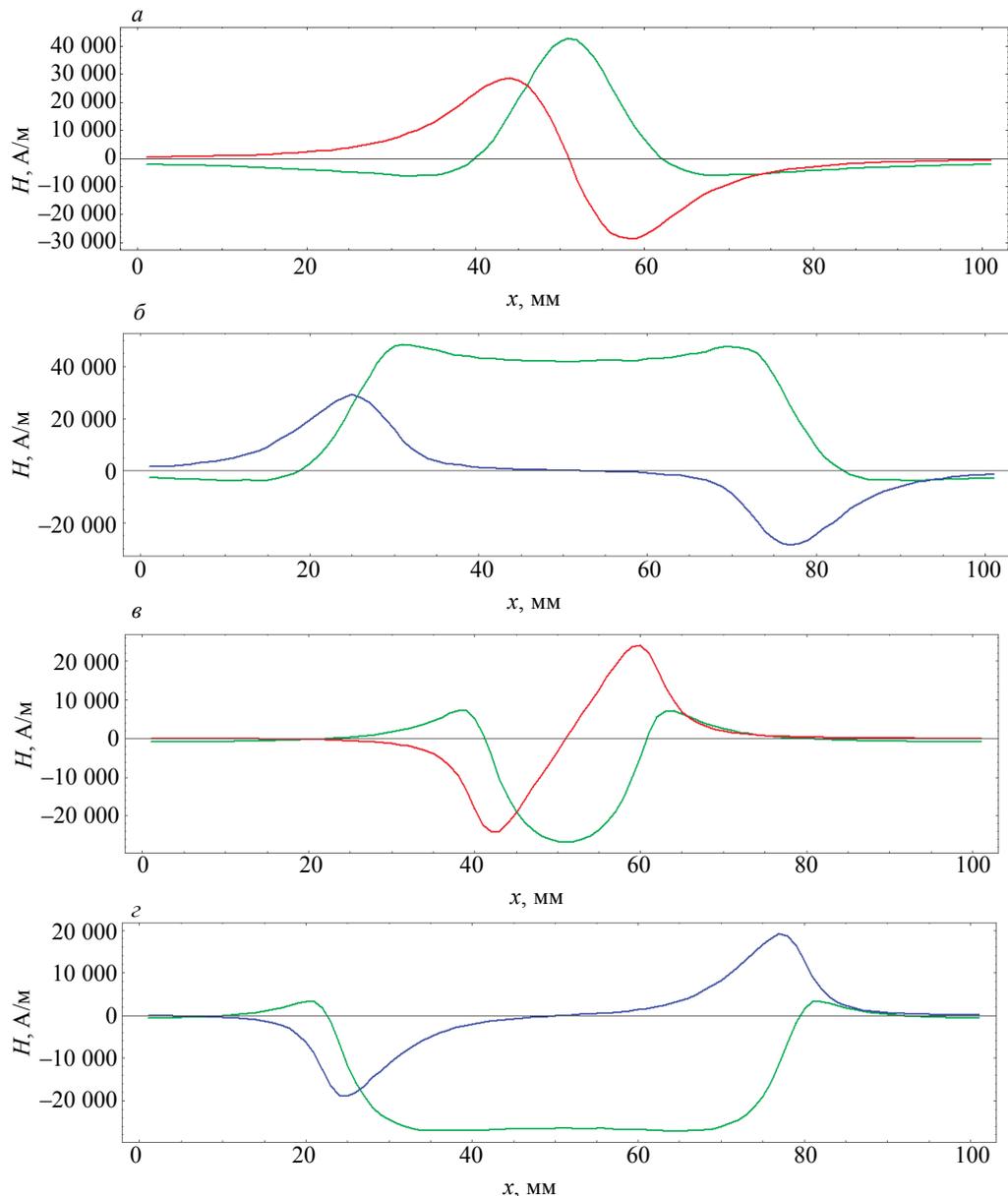


Рис. 4. Рассчитанные методом конечных элементов поля для дефекта типа наплавка (*a*, *б*) и выфрезеровка (*в*, *з*). Графики (*a* и *в*) — сечение вдоль короткой стороны дефекта, (*б* и *з*) — вдоль длинной стороны. Зеленая линия — нормальная компонента поля (для наглядности вычтена постоянная составляющая поля), синяя и красная — тангенциальные компоненты.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ДЕМОНСТРАЦИЯ ВИЗУАЛИЗАЦИИ И ТОПОГРАФИРОВАНИЯ ПОВЕРХНОСТНЫХ ДЕФЕКТОВ ПО МАГНИТНЫМ ПОЛЯМ РАССЕЯНИЯ

Для демонстрации возможностей разработанного метода была создана линейка из 12 датчиков Холла с расстоянием между датчиками 5 мм. Линейка располагалась под широким постоянным магнитом, создающим в области расположения датчиков однородное поле 30000 А/м. Линейка датчиков и постоянный магнит жестко скреплены друг с другом.

На стальную пластину толщиной 8 мм были наклеены буквы из магнитомягкого материала (рис. 6), толщина букв 0,5 мм и был сделан пропил шириной 0,8 мм, глубиной 5 мм и длиной 60 мм.

Линейка датчиков вместе с магнитом сканировалась над буквами из магнитомягкого материала и пропилом. В верхней части рис. 6 приведена фотография исследуемых участков пластины, а в нижней части рисунка показана топография дефектных участков пластины, полученная по алгоритму, описанному в предыдущих параграфах настоящей статьи.

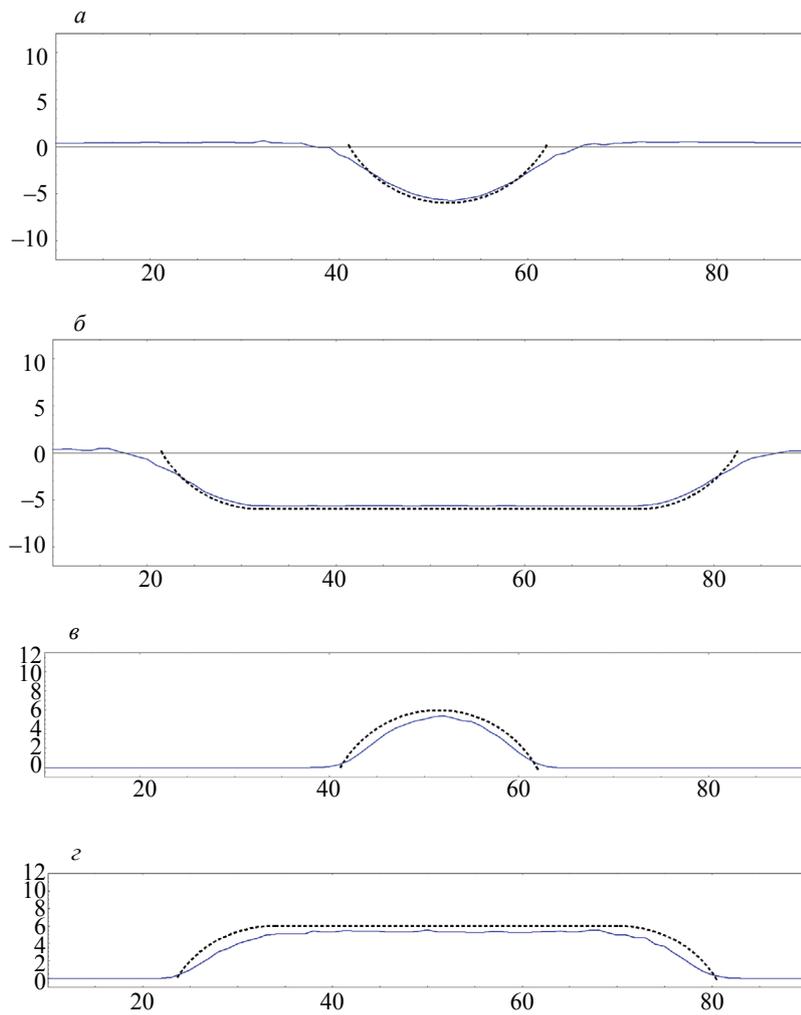


Рис. 5. Сечение восстановленной топографии дефектов:

(*a, б*) — дефект типа наплавка, (*в, г*) — дефект типа вырезеровка. Синяя линия — результат восстановления, пунктирная черная — сечение профиля дефекта, использовавшегося при расчетах методом конечных элементов.



Рис. 6. Фотография ферромагнитной пластины с искусственными неоднородностями и трехмерная реконструкция магнитных неоднородностей по полям рассеяния при нормальном намагничивании пластины.

Восстановленная визуализация утолщения металла является более информативной, чем фотография, поскольку кроме контуров букв была установлена и величина утолщения магнитомягкого металла этих букв. Толщина букв определилась с высокой точностью. Вычисленная толщина букв составляла 4,5 мм (т.е. есть точность около 5 %).

Пропил 0,8 мм уверенно регистрируется, но его раскрытие и глубину определить не удалось. Глубину дефектов типа пропила возможно определить, только если раскрытие больше глубины. А раскрытие без определения глубины возможно, только если сканирование проведено на расстоянии от поверхности пластины меньшем, чем раскрытие.

ВЫВОДЫ

На основе полученных выше теоретических данных и проведенных экспериментов можно сделать ряд выводов:

при нормальном намагничивании изделия из магнитомягкого материала поверхность дефекта является эквипотенциальной поверхностью;

для восстановления эквипотенциальной поверхности, совпадающей с поверхностью дефекта, достаточно измерения нормальной и тангенциальных компонент магнитного поля;

величина магнитного поля дефекта существенно зависит от раскрытия и глубины дефекта, поэтому при нормальном намагничивании оценка глубины и раскрытия дефектов типа трещины может иметь существенные погрешности;

дополнение метода MFL в тангенциальном поле методом MFL в нормальном поле намагничивания позволяет разделить дефекты на дефекты внутренней и наружной поверхности и определить топографию этих поверхностных дефектов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мужижский В.Ф. Модель поверхностного дефекта при нормальном намагничивании и расчет топографии его магнитостатического поля // Дефектоскопия. 1988. № 7. С. 3—7.
2. Гусев А.П., Поляков П.Н. Магнитное поле поверхностного дефекта при намагничивании ферромагнетика неоднородным полем магнитов // Дефектоскопия. 1992. № 11. С. 71—75.
3. Кротов Л.Н. Реконструкция границы раздела сред по пространственному распределению магнитного поля рассеяния. II. Постановка и метод решения обратной геометрической задачи магнитостатики при малых возмущениях границы // Дефектоскопия. 2004. № 6. С. 36—44.
4. Кротов Л.Н. Реконструкция границы раздела сред по пространственному распределению магнитного поля рассеяния. III. Метод решения обратной геометрической задачи магнитостатики // Дефектоскопия. 2004. № 6. С. 45—51.
5. Мужижский В.Ф., Щербинин В.Е. Магнитное поле короткого дефекта типа прямоугольной щели. // Дефектоскопия. 2006. № 2. С. 58—63.
6. Загидулин Р.В., Мужижский В.Ф., Исаев Д.А. Динамическая модель дефекта сплошности при нормальном намагничивании ферромагнитного изделия. I. Магнитостатическое поле дефекта сплошности конечной протяженности // Дефектоскопия. 2006. № 10. С. 17—23.
7. Загидулин Р.В., Мужижский В.Ф., Исаев Д.А. Динамическая модель дефекта сплошности при нормальном намагничивании ферромагнитного изделия. II. Магнитное поле дефекта сплошности при намагничивании изделия намагничивающим устройством конечных размеров // Дефектоскопия. 2006. № 11. С. 17—23.
8. Кушнер А. В., Новиков В. А. Анализ моделей дефектов в теоретических исследованиях магнитных полей рассеяния, возникающих при намагничивании ферромагнитных объектов // Вестник Белорусско-Российского университета. 2014. № 1. С. 42.
9. Гобов Ю.Л., Никитин А.В., Попов С.Э. Решение обратной геометрической задачи магнитостатики для дефектов коррозии // Дефектоскопия. 2018. № 10. С. 51—58.
10. Гобов Ю.Л., Никитин А.В., Попов С.Э. Решение обратной геометрической задачи магнитостатики для дефектов коррозии с учетом нелинейных свойств ферромагнетика // Дефектоскопия. 2018. № 12. С. 31—38.
11. Патент США 4468619, оп.28.08.1984.
12. Патент RU(11) 2 393 466(13) С2, оп. 27.07.2008.
13. Гринберг Г.А. Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. М.: Изд-во АН СССР, 1948. 733 с.
14. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1979. 288 с.
15. Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Численные методы решения обратных задач математической физики. М.: ЛКИ, 2009. 480 с.

КОНТРОЛЬ ОДНООСНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В СТАЛЯХ С УЧЕТОМ ИХ МАГНИТОУПРУГОЙ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ

© 2021 г. В.Ф. Новиков^{1,*}, С.М. Кулак^{1,**}, А.С. Парахин^{1,***}

¹Тюменский индустриальный университет, Россия 625000 Тюмень, ул. Володарского, 38
E-mail: *vitaly.nowikov2017@yandex.ru; **ksm-rabochi@rambler.ru; ***parahinas@tyuiu.ru

Поступила в редакцию 12.12.2020; после доработки 16.02.2021

Принята к публикации 16.02.2021

Исследовано магнитоупругое размагничивание ряда сталей в состоянии поставки при продольном упругом растяжении, поперечном сжатии и ударе. Приведена оценка магнитоупругой чувствительности исследуемых марок сталей в линейном приближении. Рассмотрена возможность определения напряжения растяжения и сжатия в режиме магнитоупругой памяти с учетом магнитоупругой чувствительности выбранного участка стали и предложен способ ее определения с помощью дозированного нагружения (ударом или сжатием). Показано, что уравнение регрессии в виде полинома удовлетворительно согласуется с результатом экспериментов.

Ключевые слова: напряженно-деформированное состояние, остаточное намагниченное состояние, динамическое нагружение, магнитоупругое размагничивание стали, магнитоупругая чувствительность.

DOI: 10.31857/S0130308221040059

ВВЕДЕНИЕ

Известно, что параметры петли гистерезиса заметно изменяются, если ферромагнетик испытывает упругую деформацию. На этой основе были разработаны методы и устройства для определения одноосных напряжений с помощью измерения анизотропии магнитной проницаемости и коэрцитивной силы [1—6], продольной и поперечной магнитострикции [7], скачков Баркгаузена [8]. Для контроля напряженно-деформированного состояния (НДС) может быть использован метод магнитоупругого размагничивания стали или магнитоупругой «памяти» (МУП), заключающийся в необратимом изменении ее остаточной локальной намагниченности (ЛН) или изменения магнитного поля рассеяния ЛН, вызванного упругой деформацией [9—16]. Он дает возможность регистрировать по изменению напряженности H магнитного поля рассеяния остаточное намагниченное ферромагнетика величину максимального (пикового) напряжения за время от намагничивания до приложения и снятия нагрузки включительно. Явление может быть использовано для запоминания максимальных напряжений, действовавших на элементы стальной конструкции, в тех случаях, когда нагрузка на запоминающий датчик [16—17], образец, элемент конструкции [18] прикладывается и затем снимается. Такой характер нагружения реализуется при работе подъемных кранов (подъем — спуск груза), при движении транспорта на железнодорожных и автомобильных металлических мостах, при эксплуатации конструкций стадионов, цирков, театров (вход и выход посетителей). Аналогичного рода нагружения (приложение—снятие) испытывают рельсы (проезд состава), датчики и элементы конструкции при ударном нагружении [17]: корпус корабля во время шторма; металлические конструкции под действием сезонных ветровых и снеговых нагрузок [18], при землетрясениях. В исходном состоянии напряженное состояние элементов конструкции создаются ее весом. Если уровень этих напряжений сравнительно невелик, тогда с помощью магнитоупругого размагничивания можно определять нагрузку, вызванную дополнительным силовым воздействием в процессе эксплуатации.

Вариации химического состава, режима прокатки и температурного режима при изготовлении стали сказываются на магнитных и магнитоупругих свойствах стали [19, 21, 22]. Так, проведенные нами измерения H_c на 67 образцах трубной стали 09Г2С выявили разброс значений H_c от 440 до 580 А/м, т.е. более, чем на 30 %. Примерно в таком же диапазоне разброс кривых зависимости $H_c(\sigma)$ различных конструкционных сталей [4].

Для уменьшения погрешности, обусловленной неоднородностью физических свойств стали, измеряют в том же месте второй параметр (например, магнитострикцию) и вводят ее значение в уравнение регрессии $H_c(\sigma)$ (двухфакторный подход) [4, 19]. Повышение точности контроля видят в определении магнитоупругой чувствительности (МУЧ) контролируемых участков тензометрическим методом [18, 20], дополнительном подмагничивании [23], или используют дополнительное зондирующее напряжение, например, с помощью излучателя ультразвуковых колебаний [25, 26]. Недостатком последнего является высокая частота возбуждения, влияние вихревых токов и слож-

ность обеспечения надежного контакта излучателя с конструкцией. В работе [11] использовали дополнительное дозированное нагружение контролируемого элемента конструкции. Недостаток метода заключается в сложности создания в металлоконструкции калиброванных напряжений. В работах [5, 11, 13] дозированная нагрузка в трубе достигалась дозированным изменением давления или сравнивалась с расчетной нагрузкой, определяемой по величине давления. Однако этот подход применим только для трубопроводов и сосудов с давлением. Сравнение различных известных методов и средств определения напряжений в работах [27, 28] показало, что они применимы скорее в частных случаях, и сходимость их показаний невелика. Поэтому в плане повышения точности магнитоупругих тензометров актуальным является разработка простых и надежных методов определения магнитоупругой чувствительности стали в контролируемом элементе конструкции и ее введение в регистрируемый сигнал.

Целью работы является разработка способа и устройств для определения магнитоупругой чувствительности конструкционных сталей к напряжениям, создаваемым растяжением, сжатием, ударом, и поиск способа использования МУЧ при определении напряжений.

В работах [10, 18, 26] дополнительная нагрузка для определения МУЧ проводилась в том же направлении, что и основная. В работах [11—14] это была как осевая, так и радиальная составляющие напряжений. В предлагаемом исследовании локальное намагничивание и зондирующее нагружение предлагается осуществлять сбоку образца или элемента исследуемой конструкции. Если, например, продольная измеряемая нагрузка ориентирована вдоль оси Z цилиндра, шестигранника, квадрата, уголка, то локальное намагничивание и зондирующее нагружение проводится вдоль оси X или оси Y (поперечная нагрузка).

Магнитоупругая чувствительность стали Λ к напряжениям в линейном случае может быть представлена в виде:

$$\Lambda = \frac{H_0 - H_\sigma}{H_0 \cdot \sigma} = \frac{\delta H}{\sigma}, \text{ МПа}^{-1}, \quad (1)$$

где H_0 и H_σ — напряженность магнитного поля рассеяния участка локальной остаточной намагниченности (ЛОН) до и после создания и снятия в ней напряжений σ ; $\delta H = (H_0 - H_\sigma)/H_0$ — магнитоупругое относительное изменение напряженности магнитного поля рассеяния локальной остаточной намагниченности. Влияние внешнего поля на результаты измерения H_0 и H_σ исключается при применении пары феррозондов, включаемых встречно. Для уменьшения его влияния на величину и изменения ЛОН магнитно-мягких сталей целесообразно на контролируемом участке конструкции сформировать две точки ЛОН с противоположными направлениями намагничивания. Усреднение величины H_0 и ΔH для двух ЛОН позволит существенно уменьшить влияние внешнего поля.

МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Для исследования МУП использовали образцы стали Ст3, 15ХСНД, размерами (300×70×8) мм³, вырезанные плазмой из листового проката в состоянии поставки, стали 17Г1С (6,5×29×255) мм³ и стали 09Г2С, размером (7,5×29×264) мм³. Из сталей 17Г1С, 09Г2С и дюралевой прослойки (пластины аналогичного размера) заклепками создавался трехслойный образец общей толщиной 21,3 мм. Его нагружение проводили простым трехточечным изгибом. В результате чего одна пластина испытывает деформацию растяжения, а другая — сжатия. Механические напряжения σ на поверхности образцов определяли с помощью тензодатчиков. Исследование влияния напряжений при осевом растяжении на локальную остаточную намагниченность образцов из стали Ст3 и 15ХСНД проводили на стенде разрывной машины ИР 5047-50. Поперечное (зондирующее) нагружение этих образцов осуществляли статическим надавливанием цилиндрическим индентором в машине ИР 5047-50 и воздействием с помощью пружинного ударника (рис. 1). Механические свойства исследуемых сталей отражены в табл. 1, магнитные — в табл. 2.

В работе использовали два вида устройств для локального намагничивания образцов (рис. 1). Первое устройство (рис. 1а) состоит из магазина конденсаторов (С) со схемой управления их зарядом и разрядом, соединенного с катушкой для намагничивания (2). Локальное намагничивание образцов сталей 17Г1С, 09Г2С (см. рис. 1а) проводили полем разрядного тока батареи конденсаторов (С), протекающего через намагничивающую 100 витковую катушку диаметром 50 мм (2), позволяющую создавать максимальную напряженность поля в 10⁵ А/м. Феррозонд-полемер помещался в центр ЛОН, перпендикулярно поверхности образца, и феррозондовым магнитометром измеряли нормальную составляющую напряженности магнитного поля H_n рассеяния ЛОН.

Механические свойства сталей

Марка стали	Механические свойства (по сертификату производителя)	
	Предел текучести $\sigma_{0,2}$, МПа	Временное сопротивление σ_B , МПа
15ХСНД	380	550
Ст3	290	440
09Г2С	345	405
17Г1С	340	510

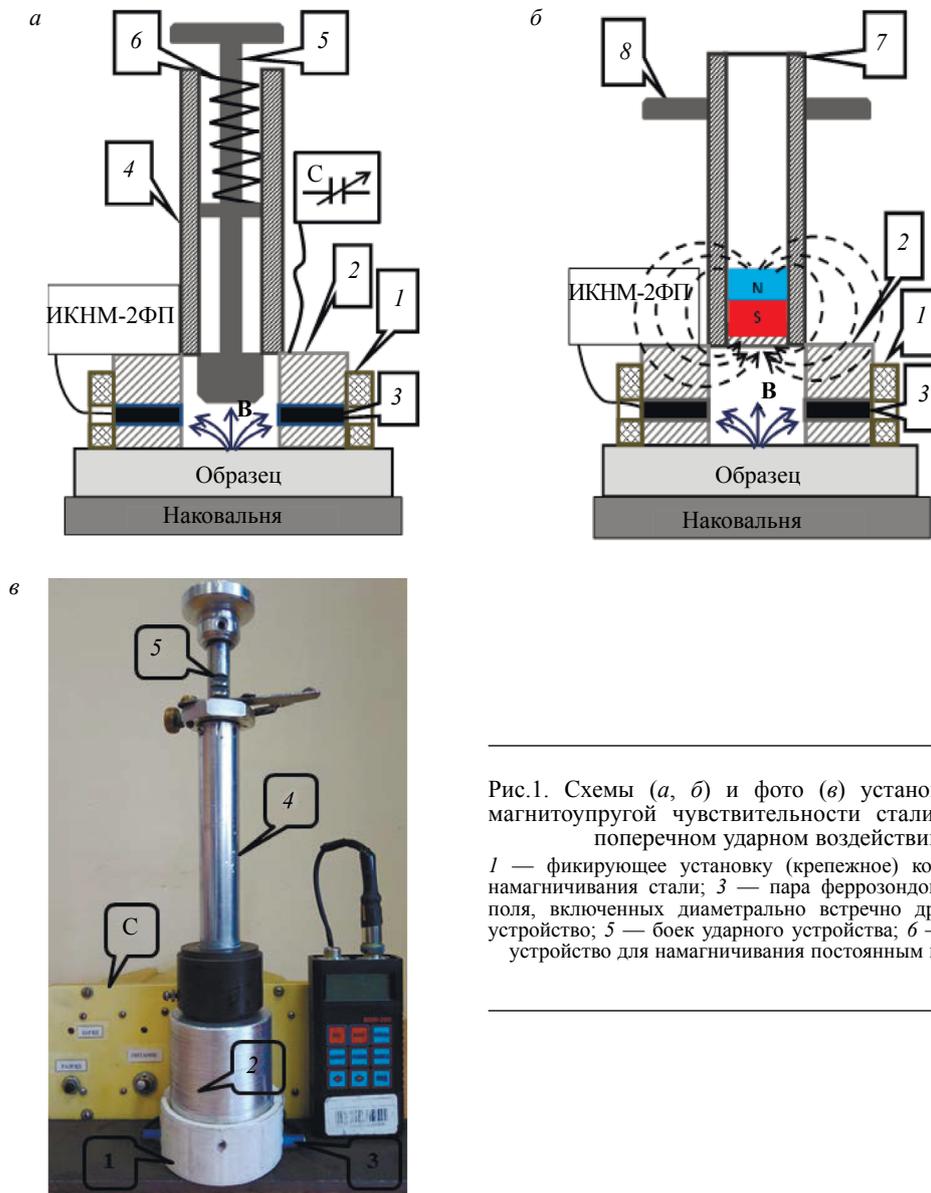


Рис.1. Схемы (а, б) и фото (в) установки для исследования магнитоупругой чувствительности стали к напряжениям при поперечном ударном воздействии на образец:

1 — фиксирующее установку (крепежное) кольцо; 2 — катушка для намагничивания стали; 3 — пара феррозондовых датчиков магнитного поля, включенных диаметрально встречно друг другу; 4 — ударное устройство; 5 — боек ударного устройства; 6 — пружина; 7 — съемное устройство для намагничивания постоянным магнитом с ручками (8).

Глубина импульсного промагничивания, контролируемая экспериментально с помощью стандартного образца, составила для сталей 09Г2С и 17Г1С не менее 3 мм. Параметры H и σ регистрировали на компьютере с помощью аналогового преобразователя и пакета программ LabVIEW.

Для намагничивания сталей 15ХСНД и Ст3 (рис. 1б) использовали дисковый постоянный магнит диаметром 30 мм, толщиной 7 мм, с защитной насадкой из магнитно-мягкой стали того же диаметра

и толщиной 5 мм. Все это помещалось в цилиндрический немагнитный держатель (7). Нормальная составляющая магнитной индукции на торце магнита со стороны насадки составила ~350—400 мТл.

Намагничивание стали 15ХСНД и Ст3 (см. рис. 1б) производили путем многократных (до 10 раз) контактов устройства для намагничивания (7) (постоянного магнита) с поверхностью стали. Затем устройство (7) (магнит) убирали и с помощью феррозондовых датчиков магнитного поля (3) магнитометра ИКНМ-2ФП, определяли тангенциальную составляющую магнитного поля рассеяния $H_{\tau 0}$ остаточного намагниченного участка (см. рис. 1б). Напряжения осевого растяжения и нормального сжатия образцов создавались с помощью машины ИР 5047-50, а ударные сжимающие напряжения с помощью ударного устройства (4), снабженного бойком (5) (см. рис. 1а, в). Ударная часть бойка имела форму полусферы с диаметром основания $d = 15$ мм и кривизной выпуклой части 2 м из прочного немагнитного материала. Оценка силы удара F и напряжения $\sigma_{уд} = F/S$ в стали создаваемого ударом проводилась по приближенной формуле, полученной с помощью закона сохранения энергии и импульса:

$$\sigma_{уд} = \frac{\Delta l \cdot V_{зв}}{2L\pi r^2} \sqrt{km} \cong \alpha \cdot \Delta l, \quad (2)$$

где Δl — абсолютная деформация пружины жесткостью $k = 662$ Н/м; $m = 0,5$ кг — масса бойка ударного устройства; $L = 0,27$ м — его длина; $V_{зв} = 5000$ м/с — продольная скорость звука в титане; $r = 5,75$ мм — половина диаметра круглого отпечатка копировальной бумаги на поверхности стали после удара бойком при максимальной деформации пружины 0,1 м. Сила удара по образцу регулировалась величиной деформации пружины Δl до необходимого уровня, не вызывающего пластических изменений образца. Калибровку ударного устройства осуществляли вдавливанием в центр (ЛОН) плоского титанового цилиндра (индентера) с помощью машины ИР 5047-50. Диаметры индентера и бойка ударного устройства одинаковы и равнялись 11,5 мм. Для калибровки деформации пружины ударного устройства образец располагался на массивной наковальне из Х18Н9Т. После локального намагничивания образца и измерения $H_{\tau 0}$ производилось его локальное сжатие ($\sigma_{сж}$) вдоль нормали к поверхности с помощью индентера, закрепленного в стенде разрывной машины ИР 5047-50. За напряжение $\sigma_{уд}$, создаваемого ударным устройством, принимали нагрузку $\sigma_{сж}$ цилиндрического индентера, обеспечивающего такое же изменение величины δH ЛОН образца, как и при ударе. Величина калибровочного коэффициента α для ударного устройства, определенного таким образом, составила $\alpha = 10,95$ МПа/см (здесь деформация пружины ударного устройства указана в сантиметрах).

Методика исследования магнитоупругой чувствительности стальных образцов состояла в следующем. Выбранный участок исследуемой стали (образца) размагничивали убывающим переменным магнитным полем электромагнита. На это место для обеспечения повторяемости результатов наклеивалось фиксирующее пластмассовое кольцо (1), позволяющее в одно и то же место помещать намагничивающее (катушка или магнит) и ударное устройство (см. рис. 1а, б).

Порядок исследований МУЧ и обозначение операций (М, И, Н, Р) образцов стали 15ХСНД к напряжениям растяжения, сжатия, удара приведены ниже:

1) в фиксирующее кольцо (1) (см. рис. 1б) помещается катушка (2) с встроенными датчиками магнитного поля (3), ориентированными поперек оси пластины, в нее вставляется устройство (7) (магнит) и проводится намагничивание (М);

2) устройство (7) удаляется, магнитометром ИКНМ-2ФП измеряется (И) начальное значение тангенциальной составляющей $H_{\tau 0}$ напряженности магнитного поля рассеяния ЛОН образца;

3) проводится зондирующее нагружение образца (Н) ударом ($\sigma_{уд}$) с помощью устройства (см. рис. 1а, в) или сжатием с помощью индентера ($\sigma_{сж}$) в стенде ИР 5047-50 либо осевым растяжением ($\sigma_{раст}$);

4) после снятия нагрузки σ (разгрузка Р) измеряется $H_{\tau \sigma}$;

5) в следующем цикле исследований к образцу после его аналогичного намагничивания, измерения $H_{\tau 0}$ прикладываются более высокие нагрузки ($\sigma_{уд}$, $\sigma_{сж}$, $\sigma_{раст}$) и новое измерение $H_{\tau \sigma}$.

Методика исследований МУЧ образцов стали 17Г1С и 09Г2С к осевому растяжению или сжатию отличается только способом нагружения и оценки напряжений.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

По результатам исследований рассчитывали относительное изменение $\delta H_{\tau} = \frac{H_{\tau 0} - H_{\tau \sigma}}{H_{\tau 0}}$ и устанавливали его зависимость от соответствующих напряжений σ (рис. 2).

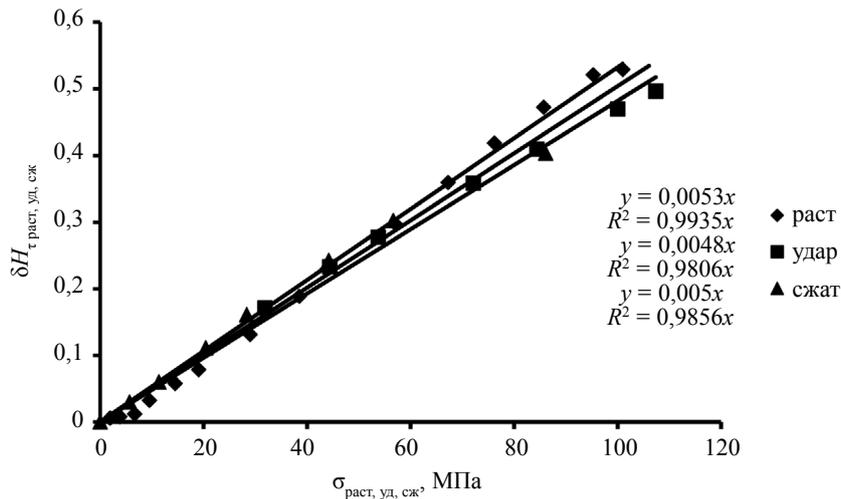


Рис. 2. Зависимость относительного изменения напряженности магнитного поля рассеяния $\delta H_{\tau \text{ раст}}, H_{\tau \text{ уд}}, H_{\tau \text{ сж}}$ остаточной намагниченной стали 15ХСНД от напряжений, создаваемых растяжением (♦) вдоль оси, поперечного ударного нагружения (■) и поперечного сжатия (▲) пластинчатого образца.

Из рис. 2 следует, что с точностью до $\pm 5\%$ $\delta H_{\tau \text{ раст}}, \delta H_{\tau \text{ уд}}, \delta H_{\tau \text{ сж}}$ линейно возрастают по мере увеличения уровня соответствующих напряжений в диапазоне от 0—100 МПа, заметно меньших предела текучести стали (см. табл. 1). Для каждого вида нагружения исследуемых образцов определялась МУЧ к поперечному $\Lambda_{\text{уд}}^{\text{п}}$, $\Lambda_{\text{сж}}^{\text{п}}$ и осевому нагружению $\Lambda_{\text{сж}}$ или $\Lambda_{\text{раст}}$. Оценивались их соотношения:

$$K_{\text{уд}}^{\text{раст}} = \Lambda_{\text{раст}} / \Lambda_{\text{уд}}^{\text{п}} = 1,12 \quad (\text{см. рис. 2}) \quad \text{или} \quad K_{\text{уд}}^{\text{сж}} = \Lambda_{\text{сж}} / \Lambda_{\text{уд}}^{\text{п}} = 1,04.$$

Это позволило, используя поперечное к оси образца нагружение (удар, сжатие) и расчет $\Lambda_{\text{уд}}^{\text{п}}$ или $\Lambda_{\text{сж}}^{\text{п}}$, определять осевую МУЧ $\Lambda_{\text{сж}}$ или $\Lambda_{\text{раст}}$:

$$\Lambda_{\text{раст}} = K_{\text{уд}}^{\text{раст}} \cdot \Lambda_{\text{уд}}^{\text{п}}; \quad \Lambda_{\text{сж}} = K_{\text{уд}}^{\text{сж}} \cdot \Lambda_{\text{уд}}^{\text{п}}. \quad (3)$$

Здесь K — коэффициент перевода магнитоупругой чувствительности от поперечной нагрузки к продольной.

Достоверность результатов исследований, показанных на рис. 2, подтверждалась их повторяемостью при трехкратном измерении и удовлетворительной степенью их линейной аппроксимации для указанного диапазона нагрузок.

Для математического описания закономерности магнитоупругого размагничивания использовался полином:

$$\delta H = \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{\Lambda_{\text{раст}}^n}{n!} \sigma^n (-1)^{n+1}, \quad (4)$$

где $\delta H = (H_{\tau 0} - H_{\tau \sigma}) / H_{\tau 0}$ — относительное магнитоупругое изменение напряженности магнитного поля рассеяния ЛОН стального образца; $H_{\tau 0}$ — напряженность поля ЛОН образца до его нагружения; $H_{\tau \sigma}$ — напряженность поля рассеяния ЛОН после нагружения и разгрузки образцов; $\Lambda_{\text{раст}}$ — магнитоупругая чувствительность стали к определенному виду намагничивания и нагружения (растяжения, удара, сжатия), определяемая при контроле с помощью дозированного бокового нагружения; σ — напряжение; $n = 1, \dots, 3, 4 \dots$ — число слагаемых полинома.

Развернутая форма полинома (4) из четырех слагаемых, описывающего магнитоупругое размагничивание стали 15ХСНД, СТЗ, 17Г1С, 09Г2С имеет следующий вид:

$$\delta H = \Lambda_{\text{раст}} \cdot \sigma - \left(\frac{\Lambda_{\text{раст}}^2}{2} \right) \cdot \sigma^2 + \left(\frac{\Lambda_{\text{раст}}^3}{6} \right) \cdot \sigma^3 - \left(\frac{\Lambda_{\text{раст}}^4}{24} \right) \cdot \sigma^4, \quad (5)$$

где $\Lambda_{\text{раст}}$ — магнитоупругая чувствительность стали к напряжениям осевого растяжения. Аппроксимация результатов экспериментов осуществлялась при $n = 4$.

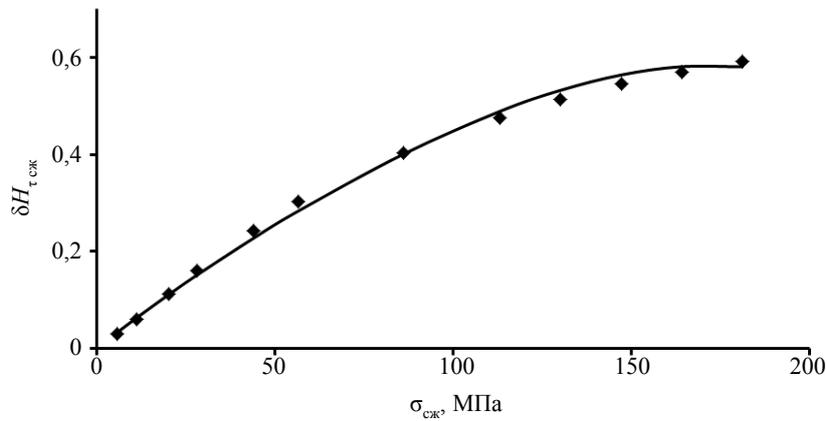


Рис. 3. Экспериментальная (♦) и полиномиальная (—) зависимости относительного магнитоупругого изменения $\Delta H_{т сж}$ напряженности магнитного поля ЛОН образца 15XCHD от напряжений бокового сжатия $\sigma_{сж}$.

На рис. 3—6 показаны результаты магнитоупругого размагничивания исследуемых стальных образцов после первого MI_0 , H_1PI_1 , второго H_2PI_2 и т.д. цикла операций с нагрузками выше 100 МПа и результаты расчета величины ΔH по функции из четырех слагаемых (5). Из рис. 3—6 видно удовлетворительное согласие результатов эксперимента и расчета полинома (5) при их среднем квадратичном отклонении от 5—9 %.

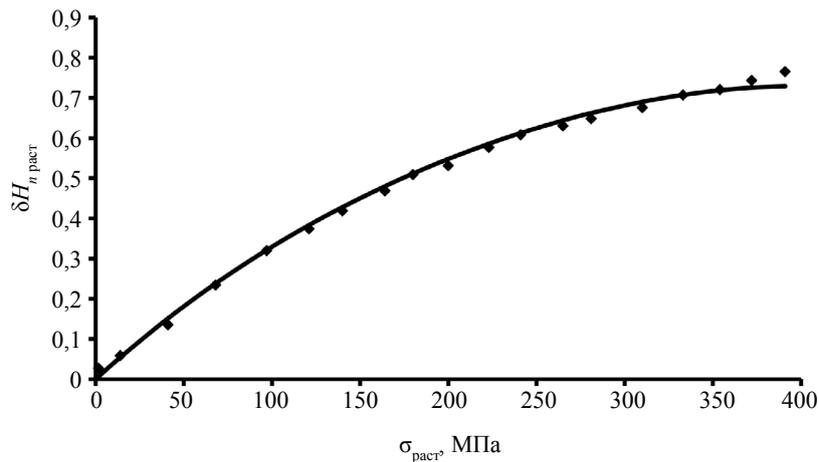


Рис. 4. Экспериментальная (♦) и расчетная (—) зависимости $\Delta H_{н раст}$ напряженности магнитного поля рассеяния ЛОН образца 17Г1С от напряжений осевого растяжения $\sigma_{раст}$.

На рис. 4 и 5 показаны экспериментальные (♦) и полиномиальные (—) зависимости относительного изменения $\Delta H_{н раст}$ и $\Delta H_{н сж}$ стали 17Г1С соответственно от напряжений растяжения и сжатия после намагничивания, измерения исходного значения напряженности магнитного поля рассеяния ЛОН H_{n0} с последующим пошаговым увеличением напряжений растяжения $\sigma_{раст}$ ($\sigma_{сж}$) и измерении напряженности поля $H_{нс}$ (MI_0 , H_1I , H_2I и т.д.). Магнитоупругая чувствительность стали 17Г1С к напряжениям равны $\Lambda_{раст} = 0,0037 \text{ Па}^{-1}$ и $\Lambda_{сж} = 0,0027 \text{ МПа}^{-1}$. На рис. 6 приведена зависимость $\Delta H_{т сж}$ для стали Ст3. Видно, что расчетная кривая лучше согласуется с результатами эксперимента в диапазоне 0—80 МПа и хуже при более высоких напряжениях.

Удовлетворительное согласие результатов расчета по полиномиальной зависимости из 4-х слагаемых и эксперимента наблюдалось для магнитоупругой чувствительности Λ в диапазоне 0—80 МПа для сталей 09Г2Сн 15XCHD (см. табл. 2.). Видно, что значения Λ разных сталей существенно отличаются по величине, и это нельзя не учитывать при определении напряжений стальных конструкций магнитоупругими методами.

Особенностью рассматриваемого подхода является удовлетворительная корреляция расчетной и экспериментальной зависимостей $\Delta H(\sigma)$. Как экспериментальная, так и расчетная зависимость

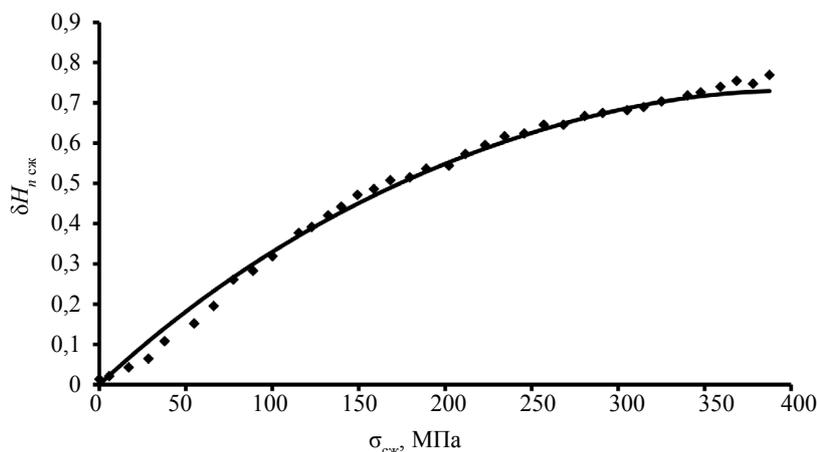


Рис. 5. Экспериментальная (♦) и расчетная (—) зависимости $\delta H_{H_{сж}}$ напряженности магнитного поля рассеяния ЛОН образца 17Г1С от напряжений осевого сжатия $\sigma_{сж}$.

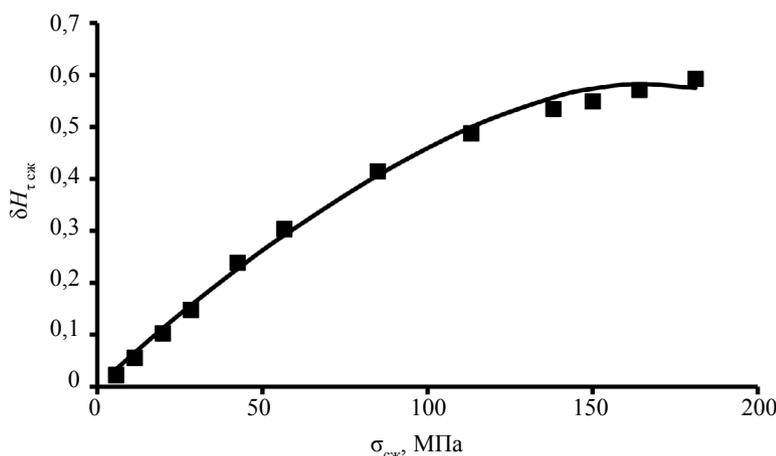


Рис. 6. Экспериментальная (♦) и расчетная (—) зависимости $\delta H_{H_{сж}}$ напряженности магнитного поля рассеяния ЛОН образца Ст3 от напряжений поперечного сжатия $\sigma_{сж}$.

Таблица 2

Магнитные свойства ($H_{т0}$ — начальное значение напряженности поля рассеяния ЛОН, $H_{с||}$, $H_{с\perp}$ — продольное и поперечное значения коэрцитивной силы относительно оси образца) и Λ — магнитоупругая чувствительность сталей для различного вида нагружений

Марка стали	$H_{т0}$, А/м	$H_{с }/H_{с\perp}$, А/м	$\Lambda_{раст}$, МПа ⁻¹	$\Lambda_{сж}$, МПа ⁻¹
15ХСНД	560	600/540	0,0053	0,0054
Ст3	290	310/290	0,0064	0,0051
09Г2С	232	570/—	—	0,0025
17Г1С	210	460/—	0,0037	0,0027

начинается от нуля. В обоих случаях используется МУЧ, определяемая экспериментально. По результатам определения $\Lambda_{уд}^n$ или $\Lambda_{сж}^n$ и экспериментально установленных коэффициентов перехода $K_{уд}^{сж}$ или $K_{уд}^{раст}$ определяется магнитоупругая чувствительность $\Lambda_{сж}$ или $\Lambda_{раст}$ к осевым рабочим напряжениям и строится градуировочная зависимость с учетом МУЧ для заданного участка на основе выражения (5). Для расчета напряжений используется величина $\delta H_{раб}$, определяемая после воздействия на ЛОН рабочего одноосного (контролируемого) напряжения $\sigma_{раб}$.

Установленные закономерности позволяют предложить следующий подход к определению одноосных напряжений $\sigma_{раст}$ участка конструкции, например от растяжения, с учетом магнитоупругой чувствительности. Для этого выбранный участок стальной конструкции размагничивается.

Осуществляется его локальное намагничивание, измеряется начальное значение H_{τ_0} напряженности поля рассеяния ЛОН и его значение $H_{\tau_{уд}}$ после ударного нагружения для 2-3-х значений напряжения $\sigma_{уд}$, например, 50, 70 и 90 МПа. Определяется непосредственно в месте контроля напряжений $\Lambda_{уд}^n = \Delta H_{уд} / (H_{\tau_0} \cdot \sigma_{уд})$ и с учетом коэффициента перехода $K_{уд}^{раст}$ находится $\Lambda_{раст}$. Выбранный участок снова намагничивается, измеряется напряженность поля рассеяния H_0 , и сформированный магнитоупругий «датчик» готов воспринимать измеряемую (рабочую) нагрузку $\sigma_{раст}$, например, при работе моста, мостового крана и т.п. После контролируемого силового воздействия снова измеряется значение H_0 напряженности поля рассеяния ЛОН, определяется его абсолютное изменение ΔH_0 и относительное $\delta H_0 = \Delta H_0 / H_0$. Величина действовавшей рабочей нагрузки $\sigma_{раст}$ определяется по индивидуальной градуировочной кривой или с помощью компьютера по соответствующей программе, в которой ПК перебирает величины σ с шагом 0,1 или 0,01 МПа и запоминает ее значение, при котором расчетное значение δH совпадает с измеренным $\delta H_{раст}$.

Предлагаемый способ контроля напряжений в режиме магнитоупругого размагничивания (магнитоупругой памяти) никоим образом не конкурирует с тензометрическим методом. Метод может быть оперативно применен в качестве дополнительного средства для контроля большого количества точек конструкции или для автономного бесприборного запоминания нарузок (например, ветровой или снеговой нагрузки, проезжавшего поезда и т.п.).

Отдаем дань памяти мастеру кафедры физики, методов контроля и диагностики А.Ф. Новикову, изготовившему устройства и приспособления, без которых не состоялась бы предлагаемая работа.

ВЫВОДЫ

1. Разработаны способ и устройство для определения магнитоупругой чувствительности конструкционных сталей к напряжениям сжатия от локального поперечного удара, испытанные на сталях 15ХСНД и Ст3.

2. Для исследованных сталей 15ХСНД и Ст3 получены коэффициенты пересчета магнитоупругой чувствительности к поперечным нагрузкам (напряжениям нормального статического и ударного сжатия) в магнитоупругую чувствительность к напряжениям ее осевого растяжения (сжатия).

3. Предложено уравнение полинома четвертой степени для количественного описания магнитоупругого размагничивания конструкционных сталей в упругой области с учетом величины их магнитоупругой чувствительности; достигнута необходимая степень аппроксимации предложенного уравнения и результатов экспериментального исследования магнитоупругого размагничивания сталей 15ХСНД и Ст3 осевым растяжением, поперечным локальным сжатием и ударом, а также сталей 17Г1С и 09Г2С при их деформации изгибом.

4. Найден алгоритм определения действовавшего осевого напряжения в стальных конструкциях в режиме магнитоупругой памяти.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Жуков С.В., Жуков В.С., Копица Н.Н. Способ определения механических напряжений и устройство для его осуществления / Патент РФ на изобретение № 2195636. Бюл. № 36. Оpubл. 27.12.02.
2. Жуков С.В., Копица Н.Н. Исследование полей механических напряжений в металлических конструкциях приборами «Комплекс-2» / Сб. научн. трудов отделения «Специальные проблемы транспорта» Рос. Академии транспорта. 1998. № 3. С. 214—222.
3. Harid H., Middeldorf. Termometrische Methoden bei der mechanischen Werkstoffprüfung // «Werkstoffprüfung. 1984, Vortr. Tag. Bad Nauheim. 6-7 Dez., 1984» Berlin. 1985. P. 441—451.
4. Новиков В.Ф., Яценко Т.А., Бахарев М.С. Зависимость коэрцитивной силы малоуглеродистых сталей от одноосных напряжений (часть 2) // Дефектоскопия. 2002. № 4. С. 10—17.
5. Георгиев Г.И., Бикташев Т.Х., Макаров В.Н. Магнотриксционный способ измерения напряжений в элементах металлоконструкций // Дефектоскопия. 1977. № 3. С. 82—91.
6. Агинеи Р.В., Теплинский Ю.А., Кузьбожев А.С. Оценка напряженного состояния стальных трубопроводов по анизотропии магнитных свойств металла // Контроль. Диагностика. 2004. № 8. С. 22—24.
7. Филинов В.В. Приборы и методы контроля технологических напряжений на основе использования магнитных и акустических шумов перемагничивания / Уч. пособие. М.: МГАПИ, 2000. 80 с.
8. Филинов В.В., Кузнецов А.Н., Аракелов П.Г. Контроль напряженного состояния трубопроводов по магнитным параметрам металла // Дефектоскопия. 2017. № 1. С. 41—45.
9. Новиков В.Ф., Бахарев М.С., Орел А.А. О магнитоупругой памяти высокохромистой стали // Дефектоскопия. 2001. № 10. С. 20—26.

10. Бахарев М.С., Новиков В.Ф., Дятлев В.Ф., Кулак С.М. Способ определения механических напряжений в конструкциях из ферромагнитных материалов / Патент РФ на изобретение № 2274840. Бюл. № 11. Оpubл. 20.04.2006.
11. Новиков В.Ф., Важенин Ю.И., Бахарев М.С., Муратов К.Р., Кулак С.М. Диагностика мест повышенной разрушаемости трубопровода. М.: Недра, 2009. С. 200.
12. Kulak S.M., Novikov V.F., Baranov A.V. Control of Mechanical Stresses of High Pressure Container Walls by Magnetoelastic Method / Transport and Storage of Hydrocarbons IOP Publishing IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. 2016. V. 154. P. 012004. doi: 10.1088/1757-899X/154/1/012004
13. Кулак С.М., Новиков В.Ф. Определение механических напряжений в стали методом магнитоупругого размагничивания. Заводская лаборатория // Диагностика материалов. 2015. № 7. Т. 81. С. 56—59.
14. Кулак С.М., Новиков В.Ф. Магнитный способ определения осевых механических напряжений сложно нагруженного магнетика / Патент РФ на изобретение № 2326356. Бюл. №16. Оpubл. 10.06.2008.
15. Кулак С.М., Новиков В.Ф., Проботюк В.В., Ваценков С.М., Фурсов Е.С. Магнитный контроль напряженного состояния стенки газового сепаратора при его гидротестированиях // Дефектоскопия. 2019. № 3. С. 38—45.
16. Новиков В.Ф., Муратов К.Р., Кулак С.М. Возможности магнитных преобразователей для измерения деформации и оценки эксплуатационного ресурса элементов конструкции // Diagnostics, Resource and Mechanics of materials and structures. 2019. Is. 6. P. 15—25. doi: 10.17804/2410-9908.2019.6.015-025
17. Новиков В.Ф., Насонов В.В., Иванюк А.В. Измерение давлений с помощью магнитного кресера // Физика горения и взрыва. 1989. № 6. С. 87—89.
18. Новиков В.Ф., Бахарев М.С., Сорокина С.В. Неразрушающий контроль снеговой и ветровой нагрузки в режиме магнитоупругой памяти // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2008. № 3. С. 51—54.
19. Сандомирский С.Г. Условия повышения достоверности двухпараметрового косвенного измерения свойств сталей по сравнению с однопараметровым / В сб. Современные методы и приборы контроля качества и диагностики состояния объектов. Сб. ст. 7-й Международной научно-технической конференции. Могилев, 2020. С. 170—176.
20. Костин В.Н., Царькова Т.П., Ничипурук А.П., Лоскутов В.Е., Лопатин В.В., Костин К.В. Необратимые изменения намагниченности как индикаторы напряженно-деформированного состояния ферромагнитных объектов // Дефектоскопия. 2009. № 11. С. 54—67.
21. Матюк В.Ф., Мельгуй М.А., Осипов А.А. Об отличии стандартных магнитных характеристик от их аналогов при неразрушающем контроле / В кн.: Материалы, оборудование и ресурсосберегающие технологии. Материалы международной научно-технической конференции. ГУ ВПО «Белорусско-Российский университет», 2017. С. 337—338.
22. Матюк В.Ф., Мельгуй М.А., Осипов А.А. О целесообразности определения остаточной магнитной индукции (намагниченности) вещества конкретной марки стали статистическим методом / В кн.: Материалы, оборудование и ресурсосберегающие технологии. Материалы международной научно-технической конференции. ГУ ВПО «Белорусско-Российский университет», 2017. С. 339—340.
23. Сташков А.Н., Ничипурук А.П., Кулеев В.Г., Царькова Т.П. Определение величины механических сжимающих напряжений в образцах из низкоуглеродистых сталей по магнитным параметрам без проведения предварительной калибровки / В сб.: Современные методы и приборы контроля качества и диагностики состояния объектов. Сб. ст. 6-й Международной научно-технической конференции. 2017. С. 311—316.
24. Кострюкова Н.К., Новиков В.Ф., Кострюков О.М., Еришов С.П. Определение напряженного состояния металла труб под воздействием зон локальных разломов // Изв. ВУЗ. Нефть и Газ. 2001. № 1. С. 80—85.
25. Правдин Л.С., Родигин Н.М., Акулов Ю.М. Способ неразрушающего контроля механических свойств ферромагнитных материалов. А.с. 549732 СССР 2185397/28; МКИ G0 1N 27/86. Заявл. 31.10.75. Оpubл. 30.03.77.
26. Правдин Л.С., Бурцева В.А. Особенности изменения намагниченности и магнитоэлектрики от малых приращений упругих напряжений и магнитного поля на примере малоуглеродистой стали // Дефектоскопия. 1992. № 4. С. 29—38.
27. Дубов А.А., Демин Е.А., Миляев А.И., Стеклов О.А. Опыт контроля напряженно-деформированного состояния газопроводов с использованием метода магнитной памяти металла в сравнении с традиционными методами и средствами контроля напряжений // Контроль. Диагностика. 2002. № 4. С. 53—56.
28. Исламов Р.Р., Агиней Р.В., Исупова Е.В. Анализ средств и методов мониторинга напряженного состояния подземных магистральных нефтегазопроводов, работающих в сложных инженерно-геологических условиях // Транспорт и хранение нефтепродуктов и углеводородного сырья. 2017. № 6. С. 31—40.

КОНТРОЛЬ ЭЛЕКТРОФИЗИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ МЕТАМАТЕРИАЛОВ МЕТОДОМ ПОВЕРХНОСТНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

© 2021 г. А.И. Казьмин^{1,*}, П.А. Федюнин^{1,**}

¹Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия им. проф. Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина», Россия 394064 Воронеж,
ул. Старых Большевиков, 54 А
E-mail: *alek-kazmin@yandex.ru; **Fpa1969@yandex.ru

Поступила в редакцию 13.11.2020; после доработки 16.02.2021

Принято к публикации 17.02.2021

Развитие метаматериалов обусловило поиск и выбор эффективных методов радиоволнового неразрушающего контроля их электрофизических параметров. Существующие подходы к контролю, основанные на восстановлении эффективных электрофизических параметров метаматериалов из коэффициентов отражения и прохождения электромагнитной волны, обладают низкой достоверностью и не обеспечивают их локальный контроль. В настоящей работе впервые предложен радиоволновый метод локального контроля комплексных диэлектрической и магнитной проницаемостей, а также толщины плоскостойких образцов метаматериалов на металлической подложке с использованием поверхностных электромагнитных волн СВЧ-диапазона. Метод основан на решении обратной задачи определения эффективных электрофизических параметров метаматериала по частотной зависимости комплексного коэффициента ослабления поля поверхностной электромагнитной волны, возбуждаемой в исследуемом образце. При этом электрофизические параметры метаматериала представляются в виде параметрических функций частоты в соответствии с дисперсионными моделями Друде—Лоренца, а решение обратной задачи сводится к минимизации целевой функции, построенной по невязке между экспериментальными и вычисленными теоретическими значениями коэффициентов ослабления поля поверхностной электромагнитной волны на сетке дискретных частот. Приведена структура измерительного комплекса, реализующего предложенный метод контроля. Для численной и экспериментальной проверки метода исследован образец плоскостойкого метаматериала на основе SRR-элементов с областью отрицательной рефракции в диапазоне частот 10,06—10,64 ГГц. Экспериментальная проверка показала, что локальные значения эффективных электрофизических параметров исследуемого метаматериала отличаются от расчетных не более чем на 10 %.

Ключевые слова: метаматериал, SRR-элемент, контроль, поверхностная электромагнитная волна, коэффициент ослабления поля, комплексные диэлектрическая и магнитная проницаемости, частотная дисперсия, обратная задача, измерительный комплекс.

DOI: 10.31857/S0130308221040060

ВВЕДЕНИЕ

Метаматериалы (ММ) благодаря своим уникальным электрофизическим, радиофизическим и оптическим свойствам, которые не встречаются в природных условиях, открывают широкие перспективы по их применению в различных областях науки и техники (например, микроминиатюризация СВЧ устройств, использование эффекта сверхразрешения, улучшение электродинамических характеристик антенн, создание миниатюрных сенсоров и многое другое) [1—10].

В отдельное важнейшее самостоятельное направление, связанное с повышением обороноспособности государства, можно выделить применение ММ для создания образцов радиопоглощающих покрытий (РПП), обеспечивающих снижение радиолокационной заметности современных образцов вооружения, военной и специальной техники (ВВСТ) [2, 3]. В частности, использование свойств ММ в области частот, где у них появляется отрицательная рефракция, в качестве дополнительного слоя РПП, позволяет значительно расширить его угловой диапазон работы [2, 3]. Кроме того, ММ открывают широкие перспективы по созданию РПП с заданными или управляемыми радиофизическими характеристиками [2, 3].

Одним из основных мероприятий при проектировании и разработке РПП является испытание их на эффективность к внешним воздействующим факторам (воздействие температуры, влаги, вибрации и т.д.) [11]. С точки зрения радиофизических параметров эффективность РПП определяется их электрофизическими и геометрическими параметрами (ЭФГП), к важнейшим из которых относятся комплексные диэлектрическая $\epsilon_{\text{РПП}}$ и магнитная $\mu_{\text{РПП}}$ проницаемости, а также толщина покрытия $t_{\text{РПП}}$. Исходя из этого, на первое место, после каждого вида испытания, выступает контроль их ЭФГП и возникающих в них дефектов. Для этого изготавливаются образцы различного размера, обеспечивающие свойства, приближенные к тем, которые РПП будет иметь на реальном объекте.

Специфика контроля ЭФГП РПП и ММ, в частности, состоит в том, что измерения необходимо проводить в радиоволновом диапазоне, входящим в рабочий диапазон покрытия, что обеспечивает максимальное приближение условий измерений к условиям эксплуатации покрытия, так как при этом учитывается форма, геометрические размеры и внутренняя структура материала. А для ММ, кроме того, контроль в первую очередь должен обеспечить объективную оценку их ЭФГП в рабочей области частот (область с отрицательной рефракцией $n < 0$), где и проявляются, в основном, его уникальные свойства.

Таким образом, разработка новых методов контроля ЭФГП ММ является актуальной научной задачей.

Для дальнейшего изложения отметим одну важную особенность — измерение ЭФГП ММ неразрывно связано с проблемой их гомогенизации, т.е. введением таких материальных параметров ММ, которые обеспечивают замену дискретного массива рассеивающих элементов ММ на образец непрерывной среды и которые можно использовать в дальнейшем для решения краевых задач электродинамики сплошных сред и, в частности, проектировать многослойные материалы с дополнительными слоями в виде ММ как однородными структурами [12].

Количество публикаций по тематике оценки ЭФГП ММ постоянно растет. Между тем, в представленных работах вопросы, касающиеся развития методов диагностики качества ММ в ходе испытаний их на эффективность, проработаны недостаточно полно. Для контроля ЭФГП ММ предложено несколько подходов. Представленные в [13—29] методы можно разделить на методы свободного пространства, волноводные и резонаторные.

Волноводные и резонаторные методы фактически являются разрушающими и требуют специально подготовленных образцов ММ с небольшими размерами. Исходя из этого, они применимы только на этапе проектирования ММ для контроля его ЭФГП в ходе апробации различных моделей их гомогенизации, а также для миниатюризации образцов волноводов с использованием в его конструкции ММ [9, 13—14]. Кроме того, при размещении ММ на металлической подложке его эффективные ЭФГП начинают меняться и могут возникать новые резонансы в частотных зависимостях диэлектрической и магнитной проницаемостей [2, 3].

Исходя из этого, для контроля ЭФГП плоскопараллельных образцов ММ наиболее пригодны методы свободного пространства. В настоящее время для этих целей адаптированы классические методы измерения ЭФГП обычных материалов [15—29], основанные на одновременном измерении комплексных коэффициентов отражения $\hat{R}(f, \dot{\epsilon}_{\text{ММ}}, \dot{\mu}_{\text{ММ}}, t_{\text{ММ}})$ и прохождения $\hat{T}(f, \dot{\epsilon}_{\text{ММ}}, \dot{\mu}_{\text{ММ}}, t_{\text{ММ}})$, где f — частота зондирующего сигнала, с последующим извлечением из них эффективных значений комплексных диэлектрической $\dot{\epsilon}_{\text{ММ}}$ и магнитной $\dot{\mu}_{\text{ММ}}$ проницаемостей и толщины $t_{\text{ММ}}$ в рамках различных моделей гомогенизации [12, 15—25].

Для измерения эффективных ЭФГП ММ в качестве образцов используются ММ небольших размеров, состоящие из нескольких элементов, либо плоскопараллельные образцы, соизмеримые с длиной волны [15—25]. При этом, информацию о коэффициентах прохождения $\hat{T}(f, \dot{\epsilon}_{\text{ММ}}, \dot{\mu}_{\text{ММ}}, t_{\text{ММ}})$ ММ с небольшими размерами получают с помощью проволочных зондов, расположенных у исследуемых образцов. Для плоскопараллельных образцов информацию о коэффициентах отражения и прохождения обычно получают с использованием апертурных антенн с размером раскрытия, превышающим рабочую длину волны. Такой подход позволяет определить ЭФГП образца ММ в целом и не обеспечивает локальный контроль параметров по его поверхности.

В [27—29] развиты методы оценки электрофизических параметров многослойных диэлектрических материалов в рамках многочастотной (широкополосной) СВЧ-интроскопии. Однако представленные методы не учитывают частотную дисперсию материала и не обеспечивают контроль ЭФГП ММ, частотная дисперсия которых носит резонансный характер.

Таким образом, представленные в [13—29] подходы фактически оказываются непригодными для контроля ЭФГП ММ, нанесенных на металлическую подложку, при контроле их качества в процессе производства и эксплуатации.

В [30, 31] развит подход к контролю ЭФГП многослойных материалов и покрытий с использованием поверхностных электромагнитных волн (ПЭМВ) СВЧ-диапазона, возбуждаемых в исследуемом образце. В качестве информативного параметра при этом используется поперечное волновое число, характеризующее распределение поля ПЭМВ в свободном пространстве по нормали к поверхности покрытия — комплексный коэффициент ослабления поля ПЭМВ, который связан с постоянной распространения зависимостью:

$$\dot{\alpha}(f) = \sqrt{\dot{\gamma}^2 - k_0^2}, \quad (1)$$

где f — частота зондирующего сигнала; k_0 — волновое число свободного пространства; $\dot{\gamma} = \alpha_3 - j\beta$ — комплексная продольная постоянная распространения, α_3 — коэффициент затухания, β — коэффициент фазы;

$$\dot{\alpha}(f) = \alpha'(f) - j\alpha''(f), \quad (2)$$

где $\alpha'(f)$ — действительная часть коэффициента ослабления ПЭМВ (коэффициент характеризующий экспоненциальное ослабление поля ПЭМВ по нормали к поверхности покрытия); $\alpha''(f)$ — мнимая часть коэффициента ослабления ПЭМВ (коэффициент характеризующий фазовый набег для ПЭМВ, распространяющейся по направлению к поверхности раздела «покрытие — свободное пространство» [32, 33]).

Искомые ЭФГП определяются по оценке нескольких коэффициентов ослабления $\dot{\alpha}(f_k)$ на сетке дискретных частот f_k , $k = 1, 2, \dots, K$ методом квазирешений [26—28, 30—32].

В [32—34] теоретически и экспериментально доказано, что действительную часть коэффициента ослабления $\alpha'(f)$ можно определить по результатам косвенных измерений напряженности электрического поля ПЭМВ по нормали к поверхности покрытия в разнесенных точках измерений методом зонда [30, 31]:

$$\alpha'(f) = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \frac{1}{s} \ln \left[\frac{E_j}{E_{j+1}} \right], \quad (3)$$

где E_j и E_{j+1} — значения напряженности электрического поля ПЭМВ, измеренные по нормали к поверхности многослойного покрытия (по оси Y) в точках измерений y и $y + s$; s — расстояние между точками измерений; J — количество точек измерения.

Мнимая часть коэффициента ослабления определяется диэлектрическими и магнитными потерями материала и связана с коэффициентом затухания поля ПЭМВ α_3 вдоль поверхности покрытия зависимостью [34]:

$$\alpha''(f) = \sqrt{\frac{\alpha_3^4 - \alpha_3^2 \alpha'^2(f) - k_0^2 \alpha_3^2}{\alpha'^2(f) - \alpha_3^2}}. \quad (4)$$

Не привязываясь строго к теории гомогенизации ЭФП ММ, авторы ставили перед собой цель развития радиоволнового метода поверхностных электромагнитных волн для контроля качества слоя ММ, нанесенного на металлическую подложку. Исходя из этого, ключевой целью статьи является развитие многочастотного метода ПЭМВ для контроля ЭФГП ММ, обеспечивающего повышение точности и достоверности их измерения в ходе испытаний на эффективность.

ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОФИЗИЧЕСКИХ И ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ММ

В общем случае многочастотный метод ПЭМВ сводится к нахождению неизвестного вектора ЭФГП $\xi_{\text{п}} = \{\dot{\epsilon}_n, \dots, \dot{\epsilon}_N, \dot{\mu}_{N+1}, \dots, \dot{\mu}_{2N}, t_{2N+1}, \dots, t_{3N}\}$, $\dot{\epsilon}_n, \dots, \dot{\epsilon}_N$, $\dot{\mu}_{N+1}, \dots, \dot{\mu}_{2N}$ — комплексные относительные диэлектрические и магнитные проницаемости, t_{2N+1}, \dots, t_{3N} — толщины многослойного диэлектрического или магнитодиэлектрического плоскопараллельного материала путем минимизации целевой функции, построенной как невязка между вектор-столбцом экспериментальных \mathbf{A}_3 и вектор-столбцом вычисленных теоретических значений \mathbf{A}_T комплексных коэффициентов ослабления ПЭМВ, на наборе частот f_k , $k = 1, 2, \dots, K$ [32—34]:

$$\hat{\xi}_{\text{п}} = \arg \min_{\xi \in \xi_{\text{доп}}} \rho(\xi_{\text{п}}) = \frac{1}{K} |\mathbf{A}_3 - \mathbf{A}_T|^2, \quad (5)$$

где \mathbf{A}_3 и \mathbf{A}_T — вектор-столбцы со следующими компонентами:

$$\mathbf{A}_3 = [\dot{\alpha}_3(f_1, \xi_{\text{п}}), \dot{\alpha}_3(f_2, \xi_{\text{п}}), \dots, \dot{\alpha}_3(f_K, \xi_{\text{п}})]^T,$$

$$\mathbf{A}_T = [\dot{\alpha}_T(f_1, \xi_{\text{п}}), \dot{\alpha}_T(f_2, \xi_{\text{п}}), \dots, \dot{\alpha}_T(f_K, \xi_{\text{п}})]^T,$$

где $\rho(\xi_{\text{п}})$ — расстояние между экспериментально полученными \mathbf{A}_3 и вычисленными теоретическими значениями \mathbf{A}_T коэффициентов ослабления поля ПЭМВ в области допустимых значений $\xi \in \xi_{\text{доп}}$.

Рассмотрим особенности применения метода для случая определения ЭФГП слоя ММ, размещенного на металлической подложке. Как известно, ММ является сильно диспергирующей средой, что обусловлено резонансным взаимодействием электромагнитной волны, распространяющейся в гетерогенной среде, наполненной включениями, имеющими специальную форму, обеспечивающую резонансное возбуждение токов во включениях. Размещая включения различных размеров в гетерогенной среде можно получить зависимости $\hat{\epsilon}_{\text{ММ}}(f)$, $\hat{\mu}_{\text{ММ}}(f)$ ММ от частоты с несколькими минимумами и максимумами (резонансами) этих величин [2, 3].

Для демонстрации теоретических основ разработанного подхода контроля ЭФГП ММ в качестве базовой электродинамической модели рассмотрим метаматериал с одним резонансом. Между тем представленные подходы позволяют рассматривать ММ с несколькими резонансами диэлектрической и магнитной проницаемостей. Рассмотрим широко применяемый в качестве удобной модели для исследования ММ на основе SRR-элементов (split ring resonators) с одним резонансом, состоящих из двух квадратных металлических щелевых резонаторов и узких металлических полосок (рис. 1).

На рис. 1 приведена геометрия однослойного метаматериала на основе SRR-элементов на металлической подложке.

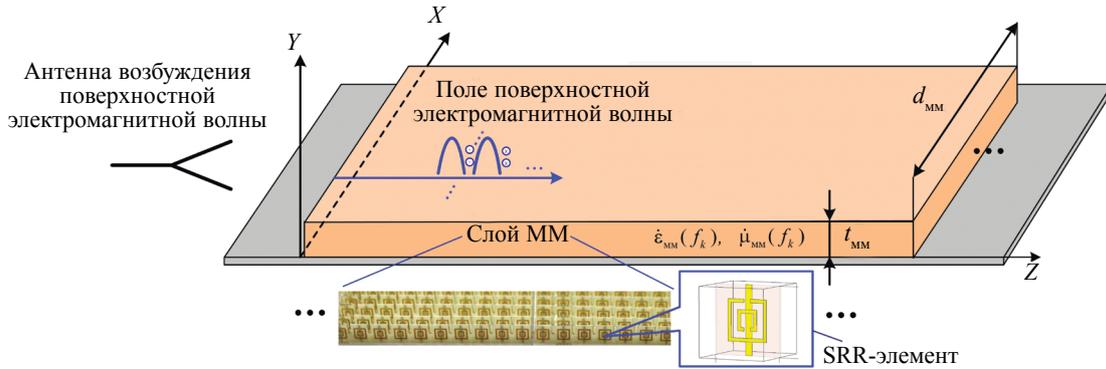


Рис. 1. Геометрия однослойного метаматериала на металлической подложке.

Примем, что слой метаматериала возбуждается квазиплоской электромагнитной волной с вертикальной поляризацией. Для рассматриваемой поляризации электромагнитной волны, с учетом соответствующего размещения элементов (вектор \mathbf{E} параллелен металлической полоске), ММ представляет собой анизотропную среду с тензорами диэлектрической и магнитной проницаемостей диагонального вида [9, 12, 21]:

$$\bar{\bar{\epsilon}} = \begin{pmatrix} \hat{\epsilon}_{xx}(f) & 0 & 0 \\ 0 & \hat{\epsilon}_{yy}(f) & 0 \\ 0 & 0 & \hat{\epsilon}_{zz}(f) \end{pmatrix}, \quad \bar{\bar{\mu}} = \begin{pmatrix} \hat{\mu}_{xx}(f) & 0 & 0 \\ 0 & \hat{\mu}_{yy}(f) & 0 \\ 0 & 0 & \hat{\mu}_{zz}(f) \end{pmatrix}, \quad (6)$$

где $\hat{\epsilon}_{xx} \approx 1$; $\hat{\epsilon}_{yy}(f) = \hat{\epsilon}_{\text{ММ}}(f)$; $\hat{\epsilon}_{zz} \approx 1$; $\hat{\mu}_{xx}(f) = \hat{\mu}_{\text{ММ}}(f)$; $\hat{\mu}_{yy} \approx 1$; $\hat{\mu}_{zz} \approx 1$; зависимости $\hat{\epsilon}_{\text{ММ}}(f)$ и $\hat{\mu}_{\text{ММ}}(f)$ описываются частотно-дисперсионными моделями материальной среды Друде—Лоренца и имеют следующий вид [9, 10]:

$$\hat{\epsilon}_{\text{ММ}}(f) = \epsilon_{\infty} - \frac{(2\pi f_p)^2}{(2\pi f)^2 - j2\pi f \delta_s}; \quad \hat{\mu}_{\text{ММ}}(f) = \mu_{\infty} - \frac{(\mu_s - \mu_{\infty})(2\pi f_0)^2}{(2\pi f_0)^2 + j2\pi f \delta_m - (2\pi f)^2}, \quad (7)$$

где ϵ_{∞} — высокочастотный предел диэлектрической проницаемости (так называемая оптическая диэлектрическая проницаемость); f_p — плазменная электрическая частота; δ_s — постоянная, характеризующая электрические потери; μ_{∞} — высокочастотная магнитная проницаемость; μ_s — низкочастотная магнитная проницаемость; f_0 — плазменная магнитная частота (резонансная частота рамки разомкнутых колец); δ_m — постоянная, характеризующая магнитные потери; f — текущая частота.

Далее, не привязываясь к конкретному ММ на основе SRR элементов, для удобства вывода основных расчетных соотношений и для исключения оперирования с тензорами, для построения модели измерений в общем виде (не привязываясь к теории гомогенизации) примем, что рассматривается однородный ММ с эффективными значениями диэлектрической и магнитной проницаемостей, описываемыми элементами $\dot{\epsilon}_{yy}(f), \dot{\mu}_{xx}(f)$ тензоров (6) $\dot{\epsilon}_{MM}(f) = \dot{\epsilon}_{yy}(f)$ $\dot{\mu}_{MM}(f) = \dot{\mu}_{xx}(f)$. Естественно, на практике представленную модель следует применять в зависимости от типа элементов ММ и условий возбуждения ПЭМВ в нем.

Исходя из этого, будем искать частотные зависимости для действительной и мнимой частей диэлектрической и магнитной проницаемостей $\dot{\epsilon}_{MM}(f_k), \dot{\mu}_{MM}(f_k)$ для однородного ММ с одним резонансом, а вектор ЭФГП ММ представим пятикомпонентным $\xi_{MM} = \{\epsilon'_{MM}(f_k), \epsilon''_{MM}(f_k), \mu'_{MM}(f_k), \mu''_{MM}(f_k), t_{MM}\}$, где $\epsilon'_{MM}(f_k), \mu'_{MM}(f_k)$ — действительные и $\epsilon''_{MM}(f_k), \mu''_{MM}(f_k)$ — мнимые части эффективных диэлектрической и магнитной проницаемостей метаматериала соответственно, t_{MM} — толщина слоя метаматериала.

С учетом того, что ММ обладает частотной дисперсией, которая в его рабочей области частот (область с отрицательной рефракцией) носит сильно резонансный характер, введем параметризацию эффективных значений диэлектрической и магнитной проницаемостей в векторе ЭФГП ξ_{MM} . Для этого оцениваемые комплексные диэлектрические и магнитные проницаемости представим в виде параметрических функций частоты $\epsilon_{MM}^{(\varpi)}(f_k), \epsilon''_{MM}(\varpi)(f_k), \mu_{MM}^{(\vartheta)}(f_k), \mu''_{MM}(\vartheta)(f_k)$, имеющих вид дисперсионных моделей Друде—Лоренца (7) с векторами параметров $\varpi = \{\epsilon_\infty, \omega_p, \delta_\varpi\}$ и $\vartheta = \{\mu_s, \mu_\infty, \omega_0, \delta_m\}$ соответственно, и перейдем от вектора ξ_{MM} к вектору ξ'_{MM} :

$$\xi_{MM} = \{\epsilon'_{MM}(f_k), \epsilon''_{MM}(f_k), \mu'_{MM}(f_k), \mu''_{MM}(f_k), t_{MM}\} \rightarrow \xi'_{MM} = \{\epsilon_\infty, \omega_p, \delta_\varpi, \mu_s, \mu_\infty, \omega_0, \delta_m, t_p\}. \quad (8)$$

Согласно (4), мнимую часть комплексного коэффициента ослабления $\dot{\alpha}(f, \xi_{MM})$ возможно определить по результатам косвенных измерений коэффициента затухания ПЭМВ, распространяющейся вдоль поверхности ММ. Однако при этом теряется главное достоинство метода — локальность контроля. Исходя из этого, мнимую часть $\alpha''(f, \xi_{MM})$ комплексного коэффициента ослабления включили в целевую функцию (5) в качестве дополнительного параметра оптимизации.

С учетом того, что мнимая часть $\alpha''(f, \xi_{MM})$ комплексного коэффициента ослабления $\dot{\alpha}(f, \xi_{MM})$ для рассматриваемого ММ с одним резонансом описывается зависимостью, схожей с дисперсионной зависимостью его комплексной магнитной проницаемости, что будет показано далее при решении дисперсионного уравнения, ее можно представить в виде:

$$\alpha''(f, \varphi_\alpha) = A_\alpha - \frac{(B_\alpha - A_\alpha)C_\alpha^2}{C_\alpha^2 + j2\pi f D_\alpha - (2\pi f)^2}, \quad (9)$$

где $A_\alpha, B_\alpha, C_\alpha, D_\alpha$ — некоторые параметры, которые фактически представляют собой коэффициенты регрессии данной функциональной зависимости.

В такой постановке данные коэффициенты необходимы только для обеспечения минимизации функционала (5). Параметры $A_\alpha, B_\alpha, C_\alpha, D_\alpha$ объединим в вектор параметрических коэффициентов функциональной зависимости (9) мнимой части коэффициента ослабления $\varphi_\alpha = \{A_\alpha, B_\alpha, C_\alpha, D_\alpha\}$.

Согласно (8) и представления мнимой части комплексного коэффициента ослабления в виде (9) целевая функция для оценки комплексных эффективных диэлектрической и магнитной проницаемостей ММ примет вид:

$$\hat{\xi}'_{MM} = \arg \min_{\xi'_{MM} \in \xi'_{доп}} \rho(\xi'_{MM}, \varphi_\alpha) = \frac{1}{K} |\mathbf{A}'_s - \mathbf{A}'_T|^2, \quad (10)$$

где \mathbf{A}'_s и \mathbf{A}'_T — вектор-столбцы со следующими компонентами:

$$\mathbf{A}'_s = [\alpha'_s(f_1) + j\alpha''(f_1, \varphi_\alpha), \alpha'_s(f_2) + j\alpha''(f_2, \varphi_\alpha), \dots, \alpha'_s(f_K) + j\alpha''(f_K, \varphi_\alpha)]^T,$$

$$\mathbf{A}'_T = [\dot{\alpha}_T(f_1, \xi'_{MM}), \dot{\alpha}_T(f_2, \xi'_{MM}), \dots, \dot{\alpha}_T(f_K, \xi'_{MM})]^T,$$

где $\rho(\xi'_{MM}, \varphi_\alpha)$ — расстояние между экспериментально полученными \mathbf{A}'_s и вычисленными теоретическими значениями \mathbf{A}'_T коэффициентов ослабления поля ПЭМВ в области допустимых значений $\xi'_{MM} \in \xi'_{доп}$.

Таким образом, оптимизационная задача (5) с учетом параметризации ЭФГП свелась к минимизации целевой функции (10) путем варьирования параметрическими коэффициентами (8). Исходя из этого, в результате решения оптимизационной задачи (10) определялись параметрические коэффициенты векторов $\varpi = \{\varepsilon_\infty, \omega_p, \delta_\vartheta\}$ и $\vartheta = \{\mu_s, \mu_\infty, \omega_0, \delta_m\}$, что позволило сразу определить конкретный вид частотных зависимостей комплексных диэлектрических и магнитных проницаемостей ММ $\varepsilon_{\text{ММ}}^{(\varpi)}(f_k)$, $\varepsilon_{\text{ММ}}^{(\varpi)}(f_k)$, $\mu_{\text{ММ}}^{(\vartheta)}(f_k)$, $\mu_{\text{ММ}}^{(\vartheta)}(f_k)$ для заданного диапазона частот измерений в одной операции минимизации.

Большинство работ по теории распространения ПЭМВ в ММ [36—43] посвящены анализу комплексной постоянной распространения γ . С учетом развития подхода по измерению комплексного коэффициента ослабления, который связан с постоянной распространения зависимостью (1), все расчетные соотношения пересчитаны через него.

Теоретические значения комплексного коэффициента ослабления $\dot{\alpha}_T(f, \xi_{\text{ММ}})$ ПЭМВ рассматриваемого ММ при минимизации целевой функции (10) были получены путем решения дисперсионного уравнения по известному вектору параметрических коэффициентов $\xi'_{\text{ММ}}$ на частотах f_k , $k = 1, 2, \dots, K$ [32—34, 38—40]:

$$D[\dot{\alpha}(f, \xi'_{\text{ММ}}); f_k] = 0. \quad (11)$$

Дисперсионное уравнение (11) получено на основе хорошо зарекомендовавшего в предыдущих исследованиях, прежде всего из-за удобства и простоты, метода «поперечного резонанса» [32—34, 39, 40]. Расчетная схема составления дисперсионного уравнения (11) для ММ приведена на рис. 2.

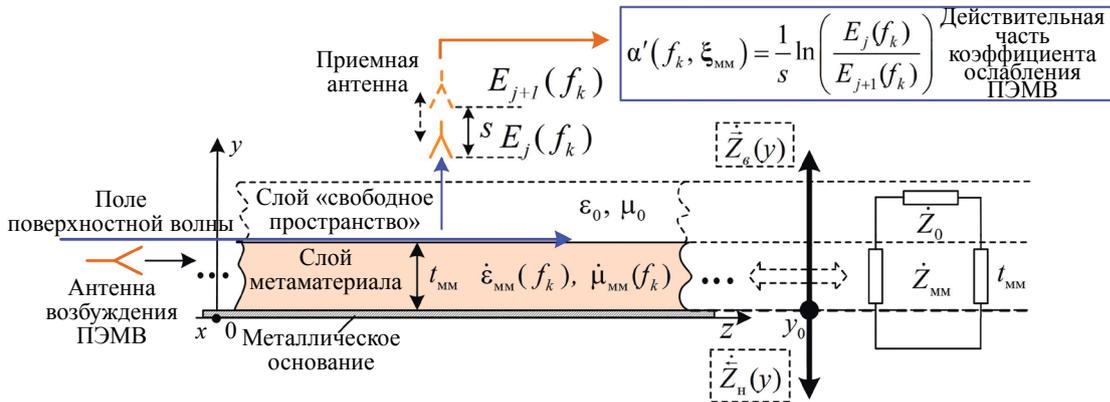


Рис. 2. Расчетная схема составления дисперсионного уравнения для ММ.

В рассматриваемом ММ, с учетом вертикальной поляризации антенны возбуждения, существуют ПЭМВ Е-типа. При этом подход к оценке ЭФГП ММ с помощью ПЭМВ Н-типов аналогичны. Естественно, для этого необходимо ПЭМВ в ММ возбуждать электромагнитными волнами с соответствующей поляризации.

Уравнение «поперечного резонанса» для составления дисперсионного уравнения (11) в принципе не отличается от дисперсионного уравнения для обычного материала и имеет следующий вид [34, 39, 40]:

$$\dot{\dot{Z}}_в(y) + \dot{\dot{Z}}_н(y) = 0 \quad \text{при } \forall y, \quad (12)$$

где $\dot{\dot{Z}}_в(y)$ и $\dot{\dot{Z}}_н(y)$ — эквивалентные характеристические сопротивления «вверх» и «вниз» относительно произвольного опорного сечения y_0 (для удобства математических преобразований выбрано сечение y_0 между слоем ММ и металлической подложкой).

При составлении дисперсионного уравнения учтено, что действительная и мнимая части диэлектрической и магнитной проницаемостей ММ описываются дисперсионными моделями Друде—Лоренца (7), в соответствии с заменой (8), а также учитывается конечная ширина ММ $d_{\text{ММ}}$.

Учет значения характеристического сопротивления $\dot{\dot{Z}}_н(y)$, отличного от нуля, для обеспечения приемлемой точности оценки ЭФГП ММ необходим, если его толщина соизмерима с толщиной поверхностного слоя в металле. С учетом того, что толщина слоя исследуемого ММ составляла $t_{\text{ММ}} = 5$ мм, что намного больше толщины поверхностного слоя в металле, для сокращения времени машинных расчетов было принято $\dot{\dot{Z}}_н(y) \approx 0$.

Характеристическое сопротивление $\dot{Z}_B(y)$ определяется по рекуррентной формуле трансформации волновых сопротивлений [32—34, 40, 44—46]:

$$\dot{Z}_B \equiv \dot{Z}(\text{MM}_-0) = \dot{Z}_{\text{MM}} \frac{\dot{Z}_0 + j\dot{Z}_{\text{MM}} \text{tg}(\dot{q}t_{\text{MM}})}{\dot{Z}_{\text{MM}} + j\dot{Z}_0 \text{tg}(\dot{q}t_{\text{MM}})}, \quad (13)$$

где $\dot{Z}(\text{MM}_-0)$ — эквивалентное характеристическое сопротивление слоя ММ и слоя над ним (слой «свободное пространство»); $\dot{Z}_0, \dot{Z}_{\text{MM}}$ — характеристические сопротивления на границе раздела между слоем ММ и свободным пространством и в слое ММ соответственно.

Выражения для \dot{Z}_0 и \dot{Z}_{MM} имеют следующий вид [32—34, 39, 40, 44—45]:

$$\dot{Z}_0 = -j \frac{\dot{\alpha}(f_k, \xi'_{\text{MM}})}{\omega \varepsilon_0}; \quad \dot{Z}_{\text{MM}} = \frac{\dot{q}}{\omega \varepsilon_0 (\varepsilon_{\text{MM}}^{(\text{т})}(f_k) - j\varepsilon_{\text{MM}}^{(\text{н})}(f_k))},$$

где $\dot{\alpha}(f_k, \xi'_{\text{MM}})$ — комплексный коэффициент ослабления ПЭМВ, $\dot{\alpha}(f_k, \xi'_{\text{MM}}) = \sqrt{\dot{\gamma}^2 - k_0^2}$, $\dot{\gamma}$ — продольная комплексная постоянная распространения ПЭМВ; k_0 — волновое число свободного пространства, $k_0 = 2\pi f/c$; ω — круговая частота, $\omega = 2\pi f$; ε_0 — диэлектрическая постоянная; \dot{q} — комплексное поперечное волновое число ПЭМВ в слое ММ, $\dot{q} = \sqrt{\dot{k}_{\text{MM}}^2 - k_0^2 - \dot{\alpha}^2(f, \xi'_{\text{MM}}) + \beta^2}$, \dot{k}_{MM} — комплексное волновое число в слое ММ, $\dot{k}_{\text{MM}} = 2\pi f \sqrt{(\varepsilon_{\text{MM}}^{(\text{т})}(f_k) - j\varepsilon_{\text{MM}}^{(\text{н})}(f_k))(\mu_{\text{MM}}^{(\text{с})}(f_k) - j\mu_{\text{MM}}^{(\text{н})}(f_k))} / c$, c — скорость ЭМВ в свободном пространстве, $\varepsilon_{\text{MM}}^{(\text{т})}(f_k) - j\varepsilon_{\text{MM}}^{(\text{н})}(f_k)$ — комплексная диэлектрическая проницаемость слоя ММ, $\mu_{\text{MM}}^{(\text{с})}(f_k) - j\mu_{\text{MM}}^{(\text{н})}(f_k)$ — комплексная магнитная проницаемость слоя ММ, $\beta = m\pi / d_{\text{MM}}$ — волновое число, характеризующее распределение поля ПЭМВ по ширине ММ d_{MM} , j — мнимая единица.

Таким образом, итоговое дисперсионное уравнение для нахождения теоретических комплексных коэффициентов ослабления ММ на металлической подложке может быть представлено в следующем виде:

$$D[\dot{\alpha}(f_k, \xi'_{\text{MM}}); f_k] = 0 \equiv \dot{Z}(\text{MM}_-0) = 0. \quad (14)$$

Полученное дисперсионное уравнение (14) позволяет для заданной частоты f_k , вектора параметрических коэффициентов $\xi'_{\text{MM}} = \{\varepsilon_{\infty}, \omega_p, \delta_s, \mu_s, \mu_{\infty}, \omega_0, \delta_m, t_m\}$ и толщины t_m однозначно определить комплексный коэффициент ослабления ПЭМВ $\dot{\alpha}_T(f, \xi'_{\text{MM}})$ и, по сути, является прямой задачей метода квазирешений для ПЭМВ, возбуждаемых в слое ММ.

Таким образом, разработанный метод определения ЭФГП ММ с помощью ПЭМВ включает в себя следующую последовательность действий:

1. Определение экспериментальных действительных частей $\alpha'_s(f_k, \xi'_{\text{MM}})$ комплексных коэффициентов ослабления ПЭМВ на сетке дискретных частот f_k , $k = 1, \dots, K$ методом зонда.
2. Параметризация ЭФГП ММ в соответствии с дисперсионными моделями Друде—Лоренца (7) и переход от вектора ξ_{MM} к вектору ξ'_{MM} (8).
3. Составление дисперсионного уравнения (14) и целевой функции (10).
4. Решение оптимизационной задачи по минимизации целевой функции (10) путем варьирования составляющими векторов ϖ и ϑ параметрических функций $\varepsilon_{\text{MM}}^{(\text{т})}(f_k)$, $\varepsilon_{\text{MM}}^{(\text{н})}(f_k)$, $\mu_{\text{MM}}^{(\text{с})}(f_k)$, $\mu_{\text{MM}}^{(\text{н})}(f_k)$.
5. На основе найденных при минимизации целевой функции (10) параметрических коэффициентов векторов $\varpi = \{\varepsilon_{\infty}, \omega_p, \delta_s\}$ и $\vartheta = \{\mu_s, \mu_{\infty}, \omega_0, \delta_m\}$ формируются искомые частотные зависимости комплексных диэлектрической и магнитной проницаемостей $\varepsilon_{\text{MM}}^{(\text{т})}(f_k)$, $\varepsilon_{\text{MM}}^{(\text{н})}(f_k)$, $\mu_{\text{MM}}^{(\text{с})}(f_k)$, $\mu_{\text{MM}}^{(\text{н})}(f_k)$ исследуемого ММ для заданной полосы частот измерений f_k , $k = 1, \dots, K$.

Численная оптимизация целевой функции (10) осуществлялась с помощью генетического алгоритма, реализованного в виде функции «ga» приложения Global Search пакета Matlab. С учетом параметризации (7) и дополнительного вектора φ_{α} параметризация осуществлялась по двенадцати переменным. При этом параметр ω_0 находится в окрестности резонансного максимума действительной части коэффициента ослабления и фактически определяется экспериментально. Для остальных параметров векторов ξ'_{MM} и φ_{α} границы верхнего и нижнего диапазона их изменения при оптимизации были установлены на 30 % от номинальных значений. Проведенные исследования позволили оптимальным образом подобрать параметры генетического алгоритма, обеспечивающие гарантированное нахождение глобального минимума целевой функции (10). Основные из них

следующие: размер популяции 15000, вероятность скрещивания 90 %, вероятность мутации 10 %. Среднее время минимизации целевой функции (10) составляет не более 1,5—2 мин на компьютере с процессором типа intel core i5, с тактовой частотой 2,33 ГГц и 4 Гбайт оперативной памяти.

МАТЕРИАЛЫ И ОБОРУДОВАНИЕ

Численная и экспериментальная проверка определения эффективных ЭФГП ММ с помощью приведенного подхода проводилась на широко применяемом в исследованиях плоскостойком ММ на основе SRR-элементов в виде двух разомкнутых прямоугольных рамок и полосок [10, 15—25]. Несмотря на большое количество дискуссий и споров по вопросам извлечения его эффективных ЭФГП, можно считать, что данный ММ подробно исследован и разработан ряд эффективных методов гомогенизации его эффективных ЭФГП, которые соответствуют объективным данным как численных, так и натуральных экспериментов.

Вектора эффективных электрофизических параметров ММ $\varpi = \{\varepsilon_\infty, \omega_p, \delta_s\}$ и $\vartheta = \{\mu_s, \mu_\infty, \omega_0, \delta_m\}$ рассчитывали по методике, приведенной в [25]. Она заключается в подборе коэффициентов отражения и передачи S_{11}, S_{12} , эквивалентной однородной структуры, которые соответствуют этим же коэффициентам для эталонной структуры S_{11}, S_{12} . Эталонная структура — это единичный элемент SRR, геометрические размеры которого спроектированы в системе электродинамического моделирования, а эквивалентная однородная структура — плоскостойкий слой однородного ММ толщиной такой же, как у элементарной ячейки SRR, ЭФГП которого описываются дисперсионными моделями Друде (диэлектрическая проницаемость) и Лоренца (магнитная проницаемость). Вектора эффективных электрофизических параметров являлись параметрами оптимизации.

Оптимизированные ЭФГП однородного слоя для модели Друде—Лоренца, соответствующие единичной ячейке SRR, приведены в табл. 1, геометрические параметры единичного SRR-элемента приведены в табл. 2, внешний вид элемента и соответствующие дисперсионные зависимости электрофизических параметров Друде—Лоренца приведены на рис. 3. Материал для диэлектрической основы ММ — Rogers 4350 ($\varepsilon' = 3,48$).

Таблица 1

Оптимизированные параметры однородного ММ для модели Друде—Лоренца

Параметр	Оптимизированное значение
ε_∞	1,62
ω_p	$2\pi \cdot 14,63 \text{ с}^{-1}$
δ_s	30, 69 МГц
μ_s	1,26
μ_∞	1,12
ω_0	$2\pi \cdot 10,05 \text{ с}^{-1}$
δ_m	1,24 ГГц

Таблица 2

Геометрические размеры эталонного элемента, мм

Параметр	Оптимизированное значение, мм
a	5
lw	0,5
ls	1,5
lb	3
c	0,25
q	0,5
t_d	0,254

С учетом параметров полученного единичного элемента был изготовлен образец ММ в виде плоской пластины (рис. 4). Не привязываясь строго к теории гомогенизации, для обеспечения про-

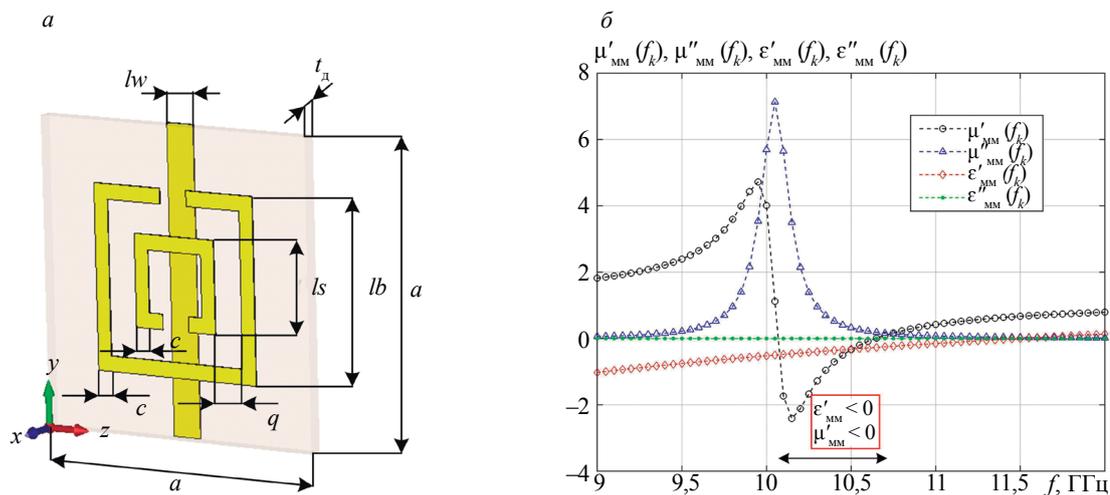


Рис. 3. Внешний вид SRR-элемента и соответствующие ему дисперсионные зависимости электрофизических параметров Друде—Лоренца.

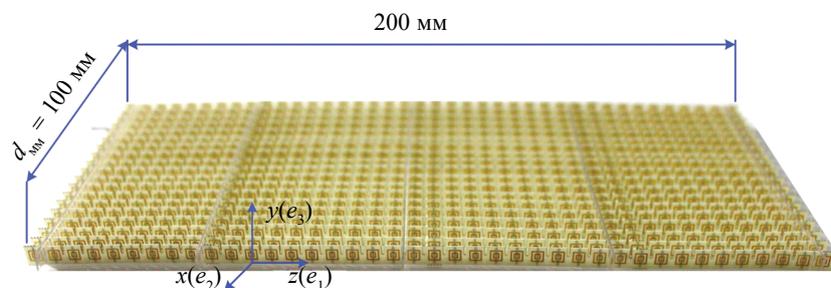


Рис. 4. Фотография образца ММ.

явления ММ свойств однородной среды, SRR-элементы в направлениях e_1 и e_2 разместили с периодичностью 5 мм. Толщина ММ соответствует высоте одного элемента SRR — $a = 5$ мм.

Базовая структура измерительного комплекса (ИК) для реализации предложенного метода приведена в [32—34]. ИК для определения ЭФГП ММ реализован на основе векторного анализатора электрических цепей (ВАЦ) Anritsu 37347A и системы перемещения приемной антенны (измерительного зонда) с числовым программным управлением.

На рис. 5а представлена фотография измерительного комплекса, на рис. 5б — структурная схема и общая схема проведения эксперимента по оценке ЭФГП ММ, где цифрами обозначено: 1 — векторный анализатор электрических цепей; 2 — приемная антенна с механизмом перемещения — 3; 4 — электронная вычислительная машина; 5 — антенна возбуждения ПЭМВ; 6 — металлическая поверхность; 7 — ММ.

Общий алгоритм работы измерительного комплекса следующий. Возбуждение ПЭМВ в слое ММ осуществляется с помощью Н-секториальной рупорной антенны (передающей антенны) 5, которая запитывается от первого порта ВАЦ. Несмотря на то, что рупорная антенна, использованная в эксперименте, создает сферический фронт волны и косинусоидальное распределение амплитуды поля поперек пластины ММ, ошибками измерений, вызванными несинфазностью фронта волны, можно пренебречь, поскольку фактически они проводились на малом пространственном интервале, в пределах двух SRR-элементов.

С помощью приемной антенны и механизма ее перемещения осуществляется снятие зависимостей действительной части коэффициента передачи S_{12} от расстояния по нормали до поверхности ММ на частотах f_k , $k = 1, \dots, K$ (см. рис. 5).

Оценку коэффициента ослабления поля ПЭМВ проводили по измеренным коэффициентам передачи S_{12} , которые пропорциональны значениям напряженности поля ПЭМВ, по формуле:

$$\alpha'(f_k, \xi'_n) = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \frac{1}{s} \ln \left[\frac{S_{12j}}{S_{12j+1}} \right], \quad (15)$$

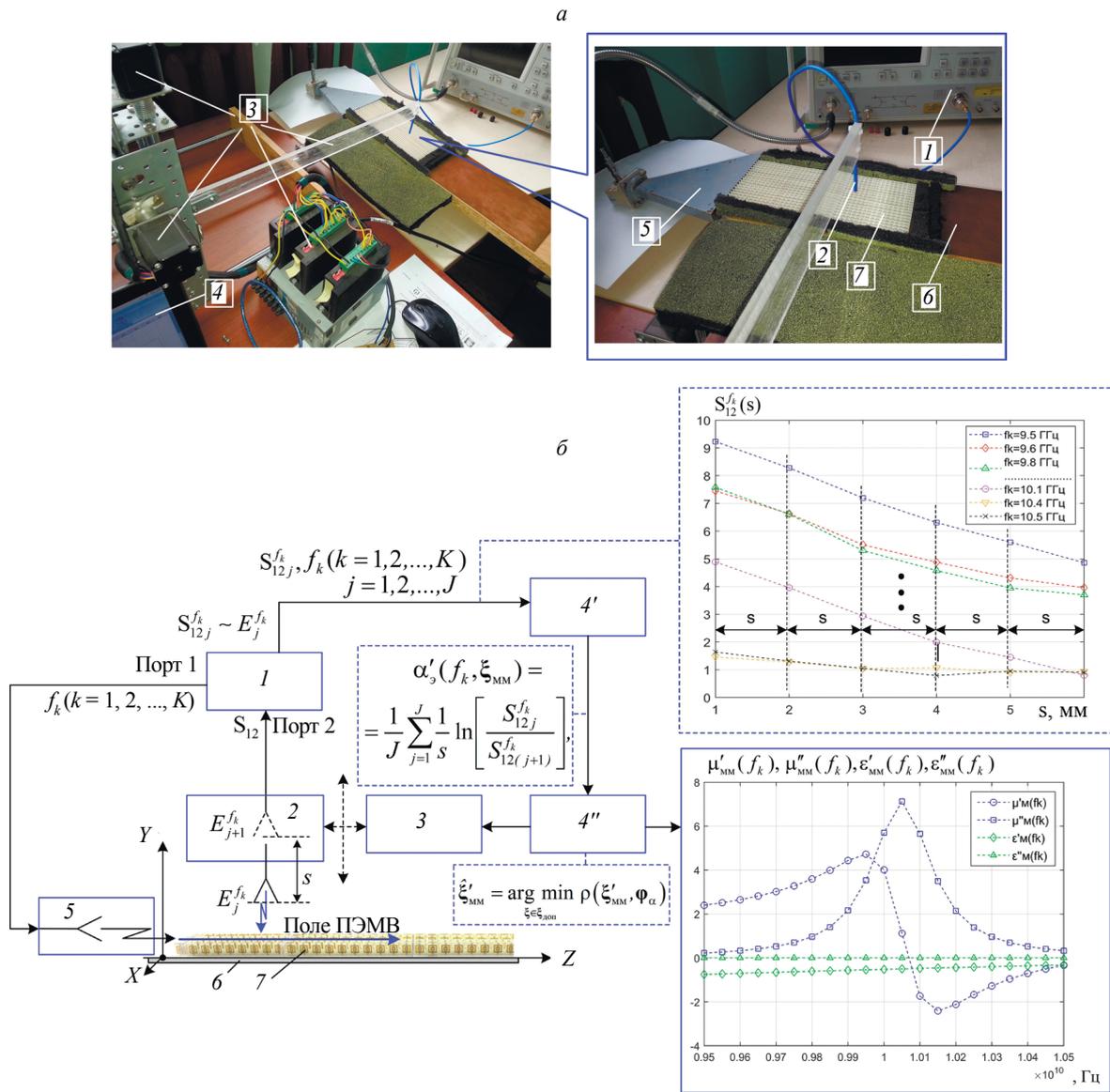


Рис. 5. Фотография (а) и структурная схема (б) ИК, реализующего метод контроля ЭФП метаматериалов.

где s — шаг между точками измерений, который составлял 1 мм; J — количество точек измерения (экспериментальные исследования показали, что для приемлемой точности оценок коэффициента ослабления необходимо $J = 4-5$ точек измерения над поверхностью).

По полученному ряду экспериментальных значений коэффициентов ослабления решали задачу (10) и находили дисперсионные зависимости эффективных ЭФП ММ.

Для калибровки ИК использовали стандартный образец полиметилметакрилата толщиной 5 мм ($\epsilon = 2,7$) и образец материала с более высоким значением диэлектрической проницаемости — RO3010 (производитель Rogers Corporation, USA) ($\epsilon = 11,2$). Диапазон частот измерений составил 9—13,5 ГГц с дискретным шагом по частоте 0,5 ГГц (количество частот $K=10$). Относительные погрешность оценки диэлектрической проницаемости данных материалов в исследуемом диапазоне составляют не более 5—7%. Магнитная проницаемость соответствует единице.

Для оценки СКО уровня шума в измерительных данных было снято по 300 значений $\alpha'_j(f_k, \xi'_{MM})$ для каждого из материалов и для каждой частоты измерений. Установлено, что плотность распределения вероятностей коэффициентов ослабления поля подчиняется нормальному закону распределения с СКО 0,01—0,015.

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ПО ОЦЕНКЕ ЭФГП ММ

Проведены как численные, так и натурные эксперименты по оценке ЭФГП ММ. Частотные зависимости теоретических значений действительной $\alpha'_T(f_k, \xi_{MM})$ и мнимой $\alpha''_T(f_k, \xi_{MM})$ частей коэффициента ослабления исследуемого ММ в полосе частот $\Delta f = 9 - 12$ ГГц, на основе электродинамической модели (14) (решение прямой задачи) и частотных зависимостей эффективных комплексных диэлектрической и магнитной проницаемостей, приведенных в табл. 1, представлены на рис. 6.

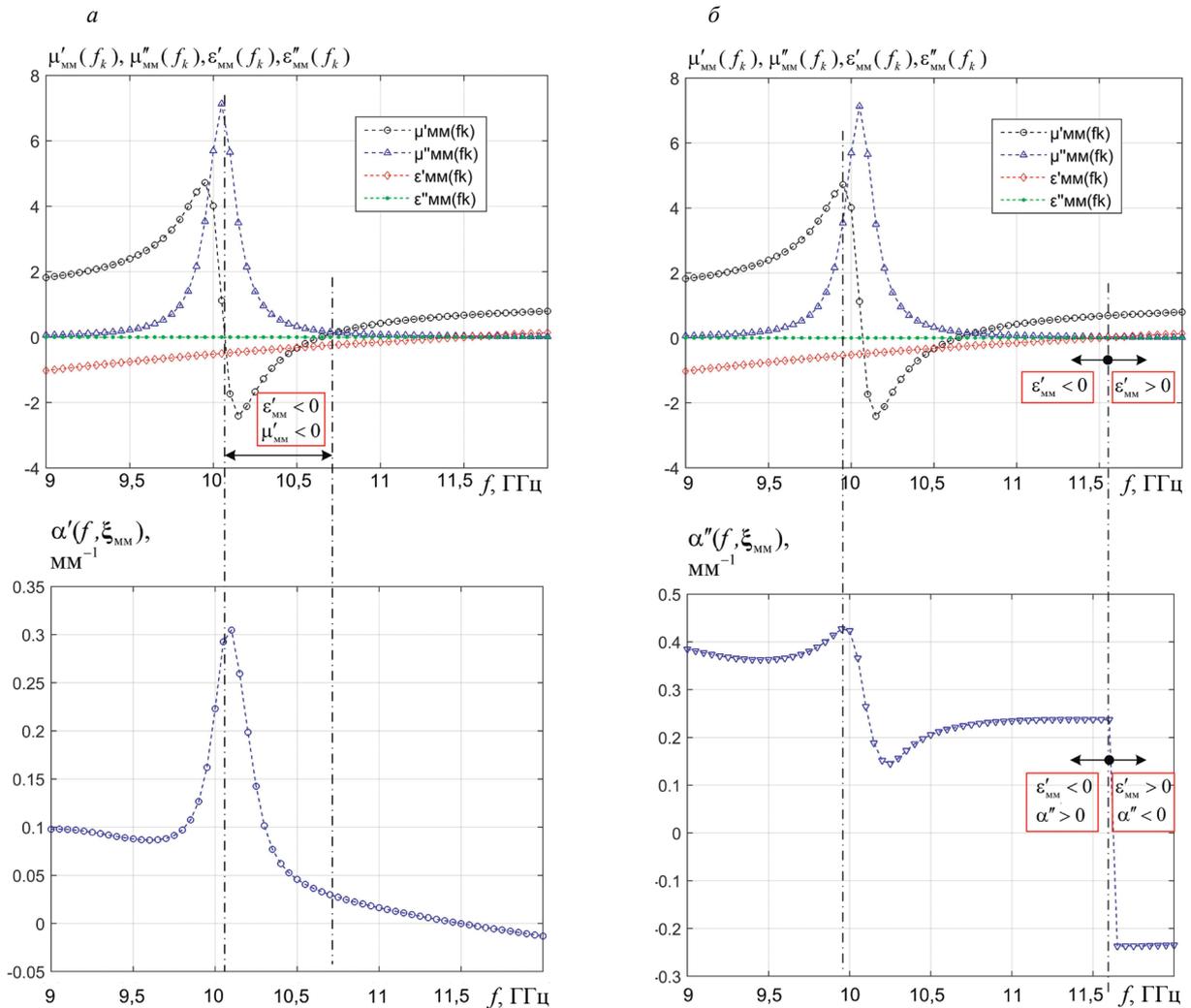


Рис. 6. Частотные зависимости действительной (а) и мнимой (б) частей комплексного коэффициента ослабления исследуемого образца ММ.

Анализ зависимостей рис. 6 позволил установить следующие закономерности в частотной зависимости комплексного коэффициента ослабления для исследуемого ММ. Как и следовало ожидать, в области частот, где частотные зависимости ЭФП ММ носят резонансный характер, зависимость действительной части комплексного коэффициента ослабления $\alpha'_T(f_k, \xi_{MM})$ также резонансная. Максимум $\alpha'_T(f_k, \xi_{MM})$ в целом соответствует частоте $f_{max} = 10,1$ ГГц, которая находится в окрестности частот, где зависимости действительной и мнимой частей магнитной проницаемости имеют экстремальные значения ($\mu'_{MM} = 4,72, f = 9,95$ ГГц; $\mu''_{MM} = -2,4, f = 10,15$ ГГц; $\epsilon'_{MM} = 7,13, f = 10,05$ ГГц).

Максимум мнимой части комплексного коэффициента ослабления также находится на частоте $f = 9,97$ ГГц, то есть в окрестности частот, где частотные зависимости $\mu'_MM(f)$ и $\mu''_MM(f)$ имеют экстремальные значения.

Также установлено, что для материалов с положительными значениями диэлектрической и магнитной проницаемостей (DPS-материалы или обычные материалы) мнимая часть коэффициента ослабления является отрицательной величиной и показывает, что фазовый набег ПЭМВ, распространяющейся по направлению к поверхности раздела «покрытие — свободное пространство», уменьшается.

Для ММ мнимая часть коэффициента ослабления положительная $\dot{\alpha}(f, \xi_{\text{MM}}) = \alpha'(f, \xi_{\text{MM}}) + j\alpha''(f, \xi_{\text{MM}})$, что означает что фазовый набег ПЭМВ по направлению нормали от поверхности ММ увеличивается, в отличие от материалов с положительными значениями диэлектрической и магнитной проницаемостей. Анализ зависимости комплексного коэффициента ослабления (рис. 6б) показывает, что на частоте $f = 11,5$ ГГц, где диэлектрическая проницаемость меняет знак с отрицательного на положительный, коэффициент ослабления также меняет знак на противоположный.

Данную закономерность можно отследить, измеряя фазу коэффициента передачи S_{12} по нормали к поверхности ММ. В качестве примера на рис. 7 приведены экспериментально полученные на ИК фазовые набег разработанного ММ для частоты 11,4 и частоты 11,8 ГГц. Анализ представленных экспериментальных зависимостей подтверждает, что в области, где диэлектрическая проницаемость ММ становится положительной, фазовый набег ПЭМВ начинает уменьшаться.

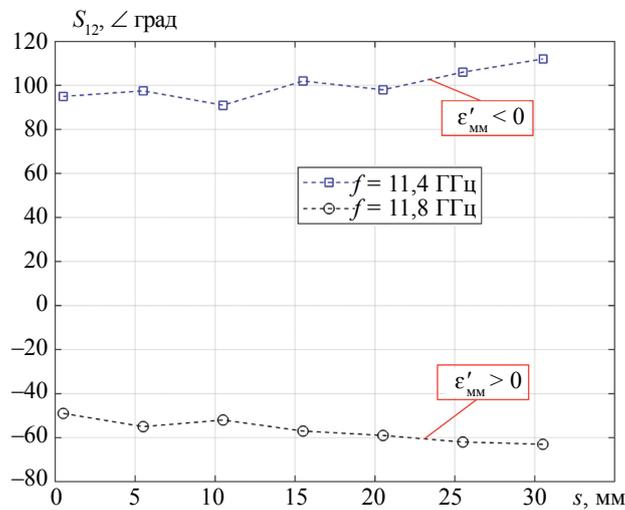


Рис. 7. Фазовые набег ПЭМВ в ММ.

Таким образом, хотя представленный к контролю подход подразумевает, что априорно известно, что материал является ММ, в целом можно утверждать, что анализ закономерностей поведения частотных зависимостей действительной и мнимой частей комплексного коэффициента ослабления могут служить косвенными признаками отнесения исследуемого материала к ММ.

Для оценки устойчивости решения обратной задачи (10) в различных условиях к теоретическим значениям был добавлен аддитивный некоррелированный гауссовский шум $n(f_k)$ с нулевым математическим ожиданием $m(n(f_k)) = 0$ и заданным уровнем дисперсии σ_n^2 , что позволило имитировать экспериментальные коэффициенты ослабления, которые были представлены в следующем виде [32]:

$$\alpha'_o(f, \xi_{\text{MM}}) = \alpha'_T(f, \xi_{\text{MM}}) + n(f_k), \quad k = 1, 2, \dots, K, \quad (16)$$

где $n(f_k)$ — шум, обусловленный как инструментальной и методической погрешностями при проведении эксперимента, так и достоверностью выбранной электродинамической модели реальной физической ситуации.

Для решения обратной задачи (10) использовали 21 значение частоты из интервала $\Delta f = 9,5 - 10,5$ ГГц с шагом по частоте 0,25 ГГц.

На рис. 8 приведены частотные дисперсионные зависимости комплексных диэлектрической и магнитной проницаемостей, полученные путем решения обратной задачи (10) при возрастающих значениях уровня среднего квадратического отклонения (СКО) шума в измерительных данных ($\sigma = 0,01; 0,02; 0,03; 0,04$).

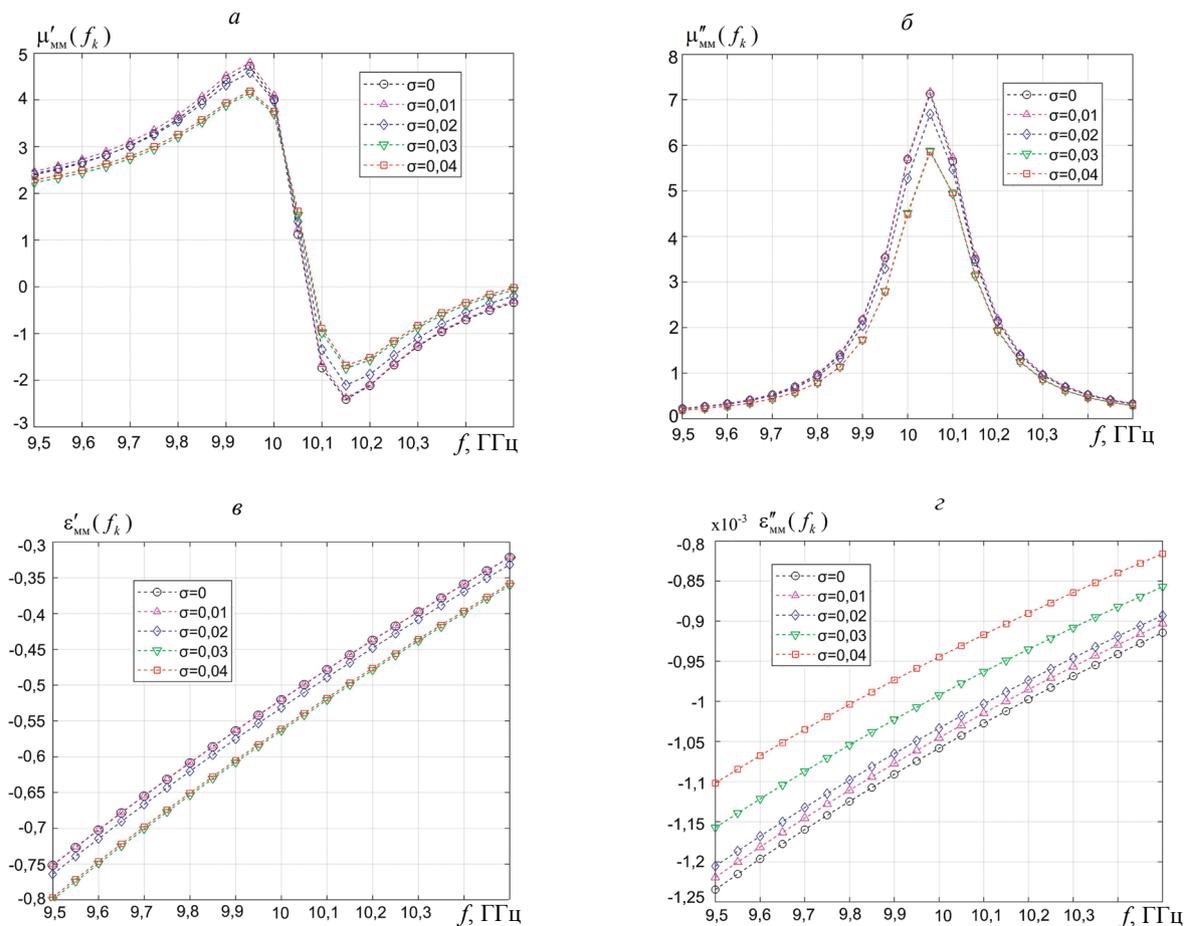


Рис. 8. Частотные зависимости действительной и мнимой частей диэлектрической и магнитной проницаемостей ММ при возрастании СКО шума.

Анализ зависимостей на рис. 8 показал, что в целом погрешности оценок действительной и мнимой частей комплексных диэлектрической и магнитной проницаемостей ММ, в том числе и в резонансной области, при СКО уровня шума 0,02 не превышают 10 %. При этом экспериментальное значение СКО уровня шума 0,015. Погрешности оценки толщины при этом получили следующие: $\sigma = 0,01$, $\delta t_{\text{MM}} \approx 3,5 \%$; $\sigma = 0,02$, $\delta t_{\text{MM}} \approx 6 \%$; $\sigma = 0,03$, $\delta t_{\text{MM}} \approx 10 \%$; $\sigma = 0,04$, $\delta t_{\text{MM}} \approx 19 \%$.

Таким образом, в целом, проведенный численный эксперимент показал, что разработанная электродинамическая модель измерений обеспечивает устойчивое решение обратной задачи (10) при воздействии шума.

Не привязываясь строго к теории гомогенизации ММ, было исследовано соответствие получаемых экспериментальных значений эффективных ЭФГП с характеристиками спроектированного ММ (см. табл. 2). Измерения проводились с помощью разработанного ИК. Исследован характер коэффициента ослабления в трех областях пространства над ММ: точка измерения над SRR-элементом (посередине), точка измерения между SRR-элементами (поперек) и точка измерения между SRR-элементами (вдоль).

На рис. 9 приведена экспериментальная зависимость коэффициента ослабления поля ПЭМВ исследуемого ММ. Наблюдается характерное резонансное поведение действительной части коэффициента ослабления поля ПЭМВ.

Как и следовало ожидать, частотные зависимости коэффициента ослабления различны в трех исследуемых областях. На основе полученных экспериментальных частотных зависимостей коэффициентов ослабления решали оптимизационную задачу (10) и находили частотные зависимости эффективных значений электрофизических параметров ММ. На рис. 10 приведены частотные зависимости комплексных диэлектрической и магнитной проницаемостей исследуемого ММ, полученные по экспериментальным коэффициентам ослабления.

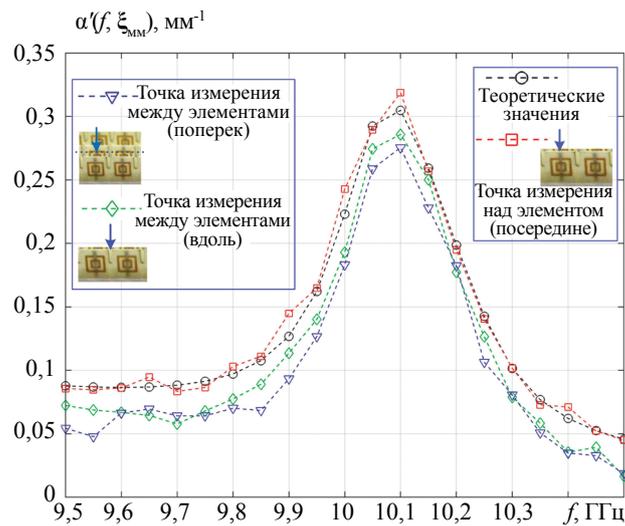


Рис. 9. Экспериментальные частотные зависимости действительной части коэффициента ослабления для исследуемого образца ММ.

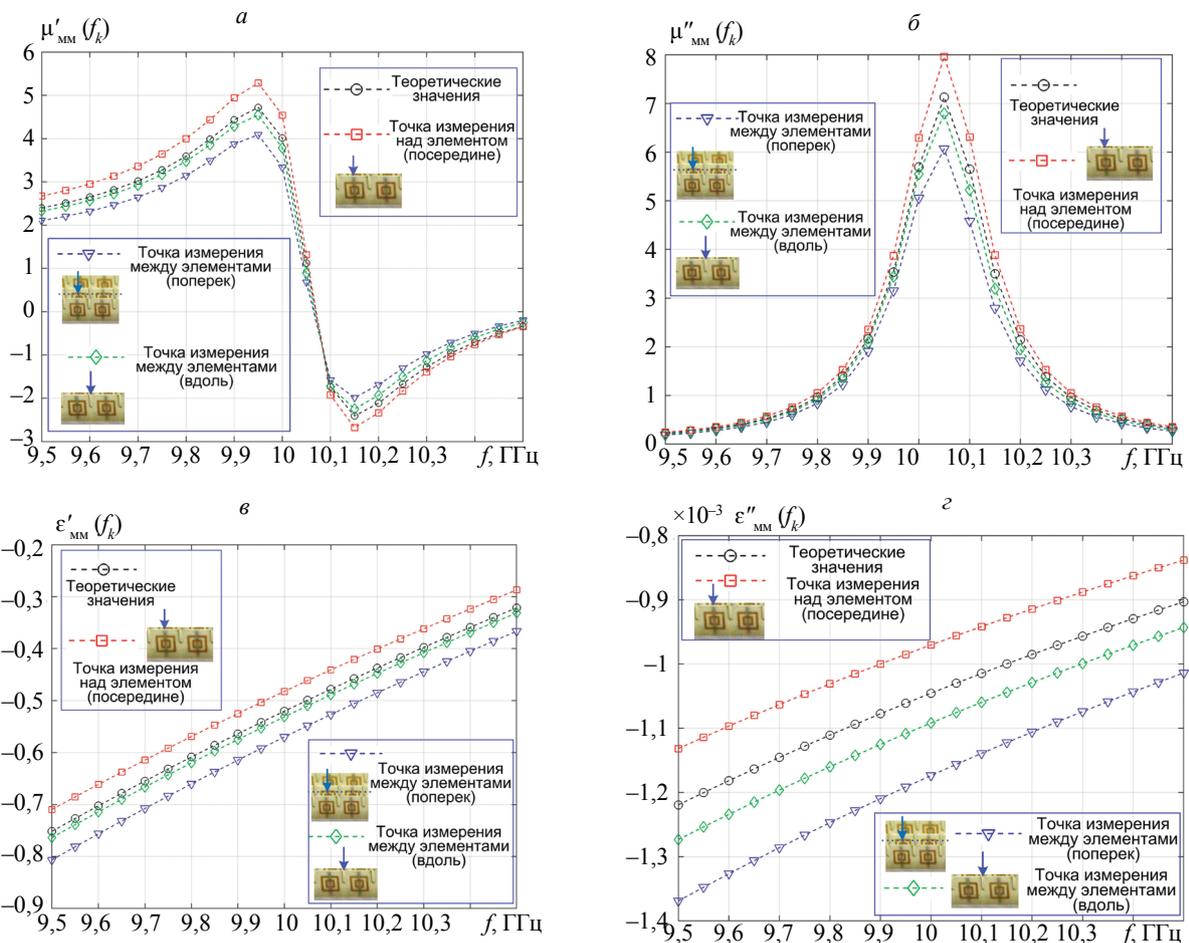


Рис. 10. Экспериментальные частотные зависимости действительной и мнимой частей диэлектрической и магнитной проницаемостей ММ.

Анализ зависимостей рис. 10 показывает, что ЭФГП, как и коэффициент ослабления, различны в трех исследуемых областях ММ. Наибольшее соответствие ЭФГП наблюдается при измерениях

между двумя элементами (вдоль). В остальных точках измерения погрешность в целом не превышает 10 %. Погрешности оценки толщины не превышают в целом 10 %.

Таким образом, установлено — фактически представленный подход позволяет осуществлять локальный контроль параметров ММ, что позволяет исследовать, как данные параметры меняются по поверхности исследуемого образца, а значит осуществлять его контроль качества.

Как было сказано в ограничениях к статье, цели строгой привязки к теории гомогенизации не было, однако представленные экспериментальные данные показывают, что данный метод можно также эффективно применить для целей гомогенизации ЭФГП ММ. В целом, следует отметить, хорошее соответствие экспериментально полученных ЭФГП метаматериала с ЭФГП, рассчитанными при его проектировании по методике извлечения их из коэффициентов передачи и отражения, а также с результатами известных публикаций [10, 15—25].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Представлены результаты исследования показавшие высокую эффективность по контролю электрофизических и геометрических параметров с помощью поверхностных электромагнитных волн СВЧ-диапазона.

2. Разработанный метод обеспечивает локальный контроль ЭФГП плоскостойких ММ на металлической подложке при одностороннем доступе. Экспериментальная проверка показала, что локальные значения эффективных электрофизических параметров исследуемого ММ на основе SRR-элементов отличаются от расчетных не более чем на 10 %.

3. В направлении дальнейшего развития планируется проведение исследований по контролю ЭФГП метаматериалов на основе включений других типов (таких как symmetrical-ring [24], omega [24], S [24] и на основе спиральных элементов [2, 3, 7], а также ММ на основе сложных элементов [20]), обеспечивающих несколько резонансов в частотной зависимости электрофизических параметров.

Работа выполнена в ВУНЦ ВВС «Военно-воздушная академия им. проф. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж) в рамках подготовки диссертации на соискание ученой степени доктора технических наук в докторантуре ВУНЦ ВВС «ВВА» (г. Воронеж).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Веселаго В.Г.* Электродинамика веществ с одновременно отрицательными значениями ϵ и μ // Успехи физических наук. 1967. Т. 92. С. 517.
2. *Лагарьков А.Н., Кисель В.Н., Сарычев А.К., Семенов В.Н.* Электрофизика и электродинамика метаматериалов // Теплофизика высоких температур. 2010. Т. 48. № 6. С. 1031—1048.
3. *Лагарьков А.Н., Кисель В.Н., Сарычев А.К., Семенов В.Н.* Электрофизика и электродинамика метаматериалов [Электронный ресурс] / Ин-т теоретической и прикладной электродинамики РАН: офиц. сайт. URL: [http://www.itae.ru/science/topics/№1%20\(метаматериалы\).pdf](http://www.itae.ru/science/topics/№1%20(метаматериалы).pdf) (дата обращения: 31.10.2020).
4. *Вендик И.Б., Вендик О.Г.* Метаматериалы и их применение в технике сверхвысоких частот (Обзор) // Журнал технической физики. 2013. Т. 83. Вып. 1. С. 3—28.
5. *Гуляев Ю.В., Лагарьков А.Н., Никитов С.А.* Метаматериалы: фундаментальные исследования и перспективы применения // Вестник РАН. 2008. Т. 78. № 5. С. 438—457.
6. *Слюсар В.* Метаматериалы в антенной технике: основные принципы и результаты // Первая миля. 2010. № 3—4. С. 44—60.
7. *Балабуха Н.П., Баширин А.А., Семенов В.Н.* Эффект обратного излучения электромагнитных волн волноводной структурой из метаматериала // Письма в ЖЭТФ. 2009. Т. 89. Вып. 10. С. 593—598.
8. *Ming Huang, Jingjing Yang.* Microwave Sensor Using Metamaterials, Wave Propagation / Edited by Andrey Petrin. IntechOpen. Published 16 March 2011. doi: 10.5772/14459. Available from: <https://www.intechopen.com/books/wave-propagation/microwave-sensor-using-metamaterials>.
9. *Митрохин В.Н., Рыженко Д.С., Тягунов В.А.* Экспериментальные исследования СВЧ устройств содержащих метаматериалы // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2011. Т. 14. № 3. С. 43—53.
10. *Pendry J.B., Holden A.J., Robbins D.J., Stewart W.J.* Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. Nov 1999. V. 47. Is. 11. P. 2075—2084. doi: 10.1109/22.798002
11. *Иванова В.И.* и др. Разработка широкополосного радиопоглощающего покрытия с высокими эксплуатационными свойствами // Журнал радиоэлектроники. 2016. № 7. С. 1—23.
12. *Симовский К.Р.* О материальных параметрах метаматериалов (обзор) // Оптика и спектроскопия. 2009. Т. 107. № 5. С. 766—793.

13. *Hongsheng Chen, Jingjing Zhang, Yang Bai, Yu Luo, Lixin Ran, Qin Jiang, Jin Au Kong*. Experimental retrieval of the effective parameters of metamaterials based on a waveguide method // *Optics Express*. 2006. V. 14. Is. 26. P. 12944—12949. doi: <https://doi.org/10.1364/OE.14.012944>
14. *Krupkal Jerzy, Derzakowski Krzysztof, Hartnett John G*. Measurements of the complex permittivity and the complex permeability of low and medium loss isotropic and uniaxially anisotropic metamaterials at microwave frequencies // *Measurement Science and Technology*. Sept. 2009. V. 20. No. 10. Article number 105702. doi: <https://doi.org/10.1088/0957-0233/20/10/105702>
15. *Ran L., Huangfu J., Chen H., Zhang X., Chen K., Grzegorzczak T., and Kong J*. Experimental Study on Several Left-Handed Matamaterials // *Progress In Electromagnetics Research*. 2005. V. 51. P. 249—279. doi: [10.2528/PIER04040502](https://doi.org/10.2528/PIER04040502)
16. *Zhaofeng Li, Koray Aydin, and Ekmel Ozbay*. Determination of the effective constitutive parameters of bianisotropic metamaterials from reflection and transmission coefficients // *Physical Review E*. V. 79. P. 026610. Published 25 February 2009. doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.79.026610>
17. *Smith D. R., Schultz S., Markos P., Soukoulis C. M*. Determination of effective permittivity and permeability of metamaterials from reflection and transmission coefficients // *Physical Review B*. V. 65. P. 195104. Published 19 April 2002. doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.65.195104>
18. *Smith D. R., Vier D. C., Koschny Th., Soukoulis C. M*. Electromagnetic parameter retrieval from inhomogeneous metamaterials // *Physical Review E*. V. 71. P. 036617. Published 22 March 2005. doi: <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.71.036617>
19. *Shelby R. A., Smith D. R., Schultz S*. Experimental Verification of a Negative Index of Refraction // *Science*. Apr. 2001. V. 292. Is. 5514. P. 77—79. doi: [10.1126/science.1058847](https://doi.org/10.1126/science.1058847)
20. *Ugur Cem Hasar, Joaquim J. Barroso, Cumali Sabah, Yunus Kaya, Mehmet Ertugrul*. Differential uncertainty analysis for evaluating the accuracy of S-parameter retrieval methods for electromagnetic properties of metamaterial slabs // *Optics Express*. 2012. V. 20. Is. 27. P. 29002—29022. doi: <https://doi.org/10.1364/OE.20.029002>
21. *Smith David R., Gollub Jonah, Mock Jack J., Padilla Willie J., Schuring David*. Calculation and measurement of bianisotropy in a split ring resonator metamaterial // *Journal of Applied Physics*. 2006. V. 100. P. 024507. <https://doi.org/10.1063/1.2218033>
22. *Islam Sikder Sunbeam, Faruque Mohammad Rashed Iqbal, Islam Mohammad Tariqul*. The Design and Analysis of a Novel Split-H-Shaped Metamaterial for Multi-Band Microwave Applications // *Materials*. 2014. No. 7 (7). P. 4994—5011. doi: <https://doi.org/10.3390/ma7074994>
23. *Simovski C., Belov P.A., He S*. Backward Wave Region and Negative Material Parameters of a Structure Formed by Lattices of Wires and Split-Ring Resonators // *IEEE Transaction on Antennas and Propagation*. Oct. 2003. V. 51. P. 2582—2345. doi: [10.1109/TAP.2003.817554](https://doi.org/10.1109/TAP.2003.817554)
24. *Metamaterials. Physics and Engineering Explorations* / Edited by Nader Engheta, Richard W. Ziolkowski. USA: John Wiley & Sons. 2006. 414 p.
25. *Lubkowsky G., Schuhmann R., Weiland T*. Extraction of effective metamaterial parameters by parameter fitting of dispersive models // *Microwave and Optical Technology Letters*. Feb 2007. V. 49. Is. 2. P. 285—288. doi: <https://doi.org/10.1002/mop.22105>
26. *Lagarkov A.N., Matytsin S.M., Rozanov K.N., Sarychev A.K*. Dielectric properties of fiber-filled composites // *Journal of Applied Physics*. 1998. V. 84. № 7. P. 3806—3814. doi: [10.1063/1.368559](https://doi.org/10.1063/1.368559)
27. *Андреев М.В., Борулько В.Ф., Дробахин О.О*. О реализации метода квазирешений при определении параметров слоев диэлектрических слоистых структур // *Дефектоскопия*. 1997. № 3. С. 39—53.
28. *Андреев М.В., Борулько В.Ф., Дробахин О.О*. Экспериментальные исследования метода квазирешений при определении параметров слоев диэлектрических слоистых структур // *Дефектоскопия*. 1997. № 4. С. 70—78.
29. *Антропов О.С., Дробахин О.О*. Повышение разрешающей способности метода фурье-преобразования коэффициента отражения путем экстраполяции спектра на основе принципа минимума длительности // *Дефектоскопия*. 2009. №5. С. 72—80.
30. *Уолтер К*. Антенны бегущей волны / Пер. с англ., под общ. ред. А.Ф. Чаплина. М.: Энергия, 1970. 448 с.
31. *Ваганов Р.Б., Кориунов И.П., Кориунова Е.Н., Олейников А.Д*. Экспериментальное исследование структуры поверхностной электромагнитной волны в анизотропно проводящей ленте // *Радиотехника и электроника*. 2013. Т. 58. № 2. С. 136—142.
32. *Казьмин А.И., Федюнин П.А*. Восстановление структуры электрофизических параметров многослойных диэлектрических материалов и покрытий по частотной зависимости коэффициента ослабления поля поверхностной электромагнитной волны // *Измерительная техника*. 2019. № 9. С. 39—45. doi: [10.32446/0368-1025it.2019-9-39-45](https://doi.org/10.32446/0368-1025it.2019-9-39-45)
33. *Казьмин А.И., Федюнин П.А*. Контроль дефектов в многослойных диэлектрических материалах СВЧ-методом // *Заводская лаборатория. Диагностика материалов*. 2020. Т. 86. № 2. С. 37—43. <https://doi.org/10.26896/1028-6861-2020-86-2-37-43>

34. *Казьмин А.И., Федюнин П.А.* Оценка степени отслоения диэлектрических и магнитодиэлектрических покрытий с использованием поверхностных электромагнитных волн СВЧ диапазона // Дефектоскопия. 2020. № 9. С. 50—63. doi: 10.31857/S0130308220090055
35. *Ufimtsev P.Ya., Ling R.T.* New Results for the Properties of TE Surface Waves in Absorbing Layers // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. Oct 2001. V. 49. Is. 10. P. 1445—1452. doi: 10.1109/8.954933
36. *Шевченко В.В.* Основные моды симметричного планарного волновода из метаматериала // Радиотехника и электроника. 2010. Т. 55. № 9. С. 1052—1055.
37. *Маненков А.Б.* Дисперсионные характеристики мод волновода из метаматериала // Радиотехника и электроника. 2012. Т. 57. № 9. С. 968—977.
38. *Mahmoud S. F., Viitanen A. J.* Surface Wave Character on a Slab of Metamaterial with Negative Permittivity and Permeability // Progress In Electromagnetics Research. 2005. V. 51. P. 127—137. doi:10.2528/PIER03102102
39. *Vaccarelli P., Burghignoli P., Frezza F., Galli A., Lampariello P., Lovat G., Paulotto S.* Fundamental modal properties of surface waves on metamaterial grounded slabs // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. Apr. 2005. V. 53. Is. 4. P. 1431—1442. doi: 10.1109/TMTT.2005.845208
40. *Фелсен Л., Маркувиц Н.* Излучение и рассеяние волн / Под ред. М.Л. Левина, пер. с англ. М.: Мир, 1978. Т. 1. 546 с. Т. 2. 550 с.
41. *Shu W., Song J.-M.* Complete Mode Spectrum of a Grounded Dielectric Slab with Double Negative Metamaterials // Progress In Electromagnetics Research. 2006. V. 65. P. 103—123. doi:10.2528/PIER06081601
42. *Kim Ki Young, Cho Young Ki, Tae Heung-Sik, Lee Jeong-Hae.* Guided Mode Propagations of Grounded Double-Positive and Double-Negative Metamaterial Slabs with Arbitrary Material Indexes // Journal of the Korean Physical Society. Aug 2006. V. 49. No. 2. P. 577—584.
43. *Shabunin S.* Excitations of space and surface waves by patch and slot antennas / Proc. of the European conference on Antennas and Propagation — EuCAP 2006. CD//PA6//347175.pdf. doi: 10.1109/eucap.2006.4585090
44. *Valerio Guido, Jackson David R., Galli Alessandro.* Fundamental properties of surface waves in lossless stratified structures // Proceedings of the Royal Society. March 2010. V. 466. P. 2447—2469. doi: org/10.1098/rspa.2009.0664
45. *Frezza Fabrizio, Tedeschi Nicola.* Electromagnetic inhomogeneous waves at planar boundaries: tutorial // Journal of the Optical Society of America A. Mar 2015. V. 32. No. 8. P. 1485—1501. doi: https://doi.org/10.1364/JOSAA.32.001485
46. *Бреховских Л. М.* Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 343 с.
47. *Chen Zhuozhu, Shen Zhongxiang.* Surface Waves Propagating on Grounded Anisotropic Dielectric Slab // Applied Sciences. 2018. No. 8 (1). P. 102. doi:10.3390/app8010102

ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ СВАРКИ ПРОМЫШЛЕННЫХ СОЕДИНЕНИЙ ИЗ ТОЛСТЫХ ЛИСТОВ ИЗ АЛЮМИНИЯ 6082-T6 ПО ЕВРОПЕЙСКИМ СТАНДАРТАМ

© 2021 г. Вафик Харара^{1,*}

¹Комиссия по атомной энергетике, а/я 6091, Дамаск, Сирия

*E-mail: wharara@aec.org.sy

Поступила в редакцию 01.12.2020; после доработки 10.01.2021

Принята к публикации 22.01.2021

Сварка вольфрамовым электродом в среде инертного газа (TIG-сварка) применялась для получения четырех стыковых сварных соединений с X-образной разделкой, выполненных на толстых пластинах из алюминиевого сплава 6082-T6. Толщина пластин составляет 18, 45, 60 и 80 мм. Этот алюминиевый сплав очень чувствителен к нагреву из-за его высокой проводимости и высокого коэффициента теплового расширения. Тепло от TIG-сварки снижает прочность сварных пластин в зоне сварки и в зоне термического влияния (ЗТВ) и способствует образованию пор и горячих трещин при затвердении. Пористость и горячие трещины являются наиболее частыми дефектами, которые появляются в сварных соединениях этого типа и часто являются причиной, из-за которой сварные швы не соответствуют требованиям BS EN ISO 10675-2: 2017 Non destructive testing of welds: Acceptance levels for radiography testing-Aluminium and its alloys и требованиям BS EN ISO 23277: 2015 penetrant testing of welds — Acceptance levels. Представлен тип присадочного металла и параметры сварки, которые применялись для TIG-сварки указанных листов для получения сварных соединений без образования пористости и горячих трещин, что было подтверждено рентгенографией и капиллярным контролем с использованием красной краски.

Ключевые слова: алюминиевые сплавы, толстые листы, сварные швы, TIG-сварка, присадочный металл, радиография, контроль проникающими веществами.

DOI: 10.31857/S0130308221040072

ВВЕДЕНИЕ

Использование алюминиевых сплавов в конструкционных и промышленных целях растет во всем мире благодаря их хорошим механическим свойствам и малой массе. На рынке существует более 600 различных типов алюминиевых сплавов в виде кованных и литых изделий, они сгруппированы по сериям, а эти серии делятся на две выделенные группы: термически обрабатываемая группа и нетермообрабатываемая группа. Нетермообрабатываемые группы алюминиевых сплавов, такие как серии 1xxx (технически чистый алюминий), 3xxx (алюминиево-марганцевые сплавы) и 5xxx (алюминиево-магниевые сплавы), обладают оптимальными механическими свойствами за счет деформационного упрочнения, вызванного холодной обработкой. Группа термически обрабатываемых алюминиевых сплавов, таких как серия 2xxx (алюминиево-медные сплавы), 6xxx (сплавы алюминий—магний—кремний) и 7xxx (сплавы алюминий—цинк—магний), приобретает оптимальные механические свойства за счет термической обработки, наиболее типичная термообработка алюминиевых сплавов — это термообработка и искусственное старение твердого раствора, известное как состояние T6. Остальные две серии: 4xxx (алюминиево-кремниевые сплавы) и 8xxx (литиевые сплавы) включают компоненты из двух групп в зависимости от их основных легирующих элементов. При рассмотрении воздействия дуговой сварки на термически обработанные компоненты важно различать эти две группы [1—3].

Термообработанный алюминиевый сплав 6082 в состоянии T6 является одним из наиболее важных сплавов серии 6xxx благодаря своей высокой механической прочности и хорошей коррозионной стойкости. Детали, изготовленные из указанного сплава, широко используются в промышленных приложениях с высокими механическими напряжениями, таких как транспортная, аэрокосмическая и оборонная промышленность [4—6]. К сожалению, основным недостатком изделий из алюминиевого сплава 6082-T6 является то, что они теряют значительную часть своей механической прочности после TIG-сварки или любой другой сварки в среде инертного газа из-за количества тепла, выделяемого во время сварки, которое существенно влияет на начальную структуру выделений в изделиях в зоне сварки и в зоне термического влияния (ЗТВ). Из-за высокой чувствительности изделий из алюминиевого сплава 6082-T6 к термическим циклам сварки усталостные разрушения в них возникают в зоне сварки и в ЗТВ раньше, чем в основном металле. Фактически, остаточная прочность сварного соединения составляет около 60% от прочности основного металла, как указано в большинстве проектных норм, в этих нор-

мах содержится информация об остаточной механической прочности свариваемых деталей из алюминиевых сплавов, и это должно использоваться проектировщиками вместо прочности основного металла. Фактически, можно восстановить основную часть утраченной механической прочности сварного соединения и ЗТВ, применяя процедуру старения после сварки. Когда это практически реализуемо, сварные компоненты могут подвергаться полной термообработке (т.е. обработка твердого раствора при 540 °С, закалка, а затем старение при 205 °С) для восстановления свойств в зоне сварки и ЗТВ и, таким образом, получают состояние Т6, такая практика может применяться только на небольших конструкциях, и она непрактична для больших конструкций [7—10].

Для поддержания остаточного значения механической прочности, указанного в проектных нормах, необходимо выполнять сварку квалифицированными сварщиками с использованием присадочного металла из подходящего алюминиевого сплава, чтобы получить качественное сварное соединение без дефектов. Пористость и горячие трещины — наиболее частые дефекты, возникающие при этом типе сварки. Фактически, TIG-сварка толстых пластин этого типа сложнее, чем сварка тонких пластин, потому что в них больше вероятность образования пористости и они более восприимчивы к поверхностным горячим трещинам в зоне сварки и в ЗТВ, так что правильный выбор присадочного металла и параметры сварки важны для выполнения соответствующих требованиям сварных соединений толстых листов этого типа.

Выбор подходящего присадочного металла для сварки алюминиевых сплавов любого типа должен осуществляться тщательно, принимая во внимание многие переменные, такие как легкость сварки, пластичность, прочность сварного шва, точка затвердевания, коррозионная стойкость, рабочая температура и влияние термообработки после сварки. Однако наиболее важной из всех перечисленных переменных является точка затвердевания присадочного металла, которая должна быть близка или ниже точки затвердевания основного материала и очень важна для предотвращения горячих трещин в сварных соединениях [11, 12].

Обзор литературы показывает, что имеется мало информации о TIG-сварке толстых листов из алюминиевого сплава 6082-T6, о подходящих присадочных материалах, которые используются при сварке этих толстых листов, и о результатах неразрушающего контроля (НК) полученных сварных швов в соответствии с действующими европейскими нормами.

В этой статье представлена работа, проделанная для получения четырех сварных швов с X-образной разделкой, выполненных на алюминиевых толстых пластинах 6082-T6 с помощью TIG-сварки, а также определяется один из наиболее подходящих присадочных металлов, которые следует использовать, и параметры сварки, которые следует применять для сварки этих пластин, соответствующих требованиям стандарта BS EN ISO 10675-2: 2017 Non destructive testing of welds: Acceptance levels for radiography testing-Aluminium and its alloys и требованиям BS EN ISO 23277: 2015 penetrant testing of welds — Acceptance levels.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

Испытательные образцы состоят из четырех стыковых сварных швов с X-образной разделкой, выполненных на алюминиевых пластинах 6082-T6. Толщина каждой пары этих пластин составляет 18, 45, 60 и 80 мм, угол канавки сварных соединений составляет 70°, величина зазора между свариваемыми кромками и размер притупления составляет 2 и 3 мм соответственно. Площади первой и второй сварных пластин составляют (17×15) и (19×15) см² соответственно, площадь каждой из двух оставшихся сварных пластин составляет (22 × 15) см².

Перед сваркой алюминиевые пластины были очищены, затем сварены на сварочном аппарате ESAB Origo Tig 3000i AC/DC с использованием присадочного металла 4043, который был выбран в связи с тем, что дисперсионно-твердеющие алюминиевые сплавы должны свариваться с помощью присадочной проволоки, произведенной из незакаленных алюминиевых сплавов с большим содержанием кремния в соответствии с BS EN1011-4 [13—17].

Испытательный образец был сварен в соответствии с BS-EN 288 (часть 4) с использованием TIG-процесса с переменным током для получения прочного корневого валика. На рис. 1 представлены фотографии четырех сваренных испытательных образцов.

Параметры, которые применялись для сварки четырех испытательных образцов, показаны в табл. 1.

Чтобы произвести контроль полученных сварных соединений в соответствии со стандартами, были использованы методы стандартной рентгеновской радиографии и капиллярного контроля (ПВК) с использованием красного красителя.



Рис. 1. 4 сваренных испытательных образца.

Таблица 1

Параметры TIG-сварки при использовании присадочной проволоки из алюминиевого сплава 4043

№ п/п	Толщина пластины, мм	Сила тока, А	Напряжение, В	Тип присадки	Размер наполнителя, мм	Поток аргона, л/мин	Скорость сварки, мм/мин
1	18	200	18	HARRIS Lincoln	3,17 × 914	12	150
2	45	220	20	HARRIS Lincoln	3,98 × 914	12	150
3	60	240	22	HARRIS Lincoln	4,76 × 914	12	150
4	80	300	22	HARRIS Lincoln	4,76 × 914	12	150

Рентгенографический контроль проводился на рентгеновском аппарате YXLON-SMART 225X, диапазон регулировки напряжения на трубке от 25 до 225 кВ, размер фокусного пятна 1,5 мм. Испытания проводились в соответствии с BS EN ISO 17636-1: 2013 с использованием пленок средней светочувствительности Kodak AA400 с площадью (10×24) см², расстояние между фокусом и пленкой (РФП) для всех сварных швов составляло 1000 мм, время экспозиции было рассчитано для получения оптической плотности от 2 до 2,4 на сварном шве. После экспонирования пленки обрабатывали и сушили в соответствии с рекомендациями производителя.

Оптическую плотность каждой из рентгенограмм измеряли с помощью денситометра X-Rite 301 Transmission; достигнутая чувствительность для каждой рентгенограммы определялась наименьшим диаметром видимых провололочек используемого набора эталона чувствительности в соответствии с EN 462-1. Расшифровка рентгенограмм производилась с помощью негатоскопа с яркостью 53000 Кд/м².

В табл. 2 приведены параметры экспозиции, оптическая плотность рентгенограммы и чувствительность рентгенограммы каждого сварного соединения.

Помимо рентгенографии толстые сварные соединения можно контролировать капиллярным методом с использованием красного пенетранта в соответствии с ISO 3452-1 для обнаружения любых поверхностных дефектов, которые могут присутствовать в зоне сварки и в ЗТВ, в основном, мелкой трещины, которые могут быть не обнаружены посредством рентгенографии из-за неудачно выбранной проекции. Кроме того, в большинстве случаев чувствительность к рентгеновскому излучению составляет около 1,5 %, поэтому, помимо рентгенографии, рекомендуется проверить толстые сварные швы с помощью пенетранта, чтобы найти дефекты поверхности, расположенные далеко от рентгеновской пленки, например, на боковой поверхности сварного соединения.

Таблица 2

Параметры экспозиции, плотность, чувствительность для каждого из образцов

№ п/п	Толщина пластины, мм	Толщина с усилением, мм	Напряжение на трубке, кВ	Ток трубки, мА _{мин}	Расстояние «фокус— пленка», мм	Плотность пленки	Полученная чувствительность	
							Номер проволоки, мм	%
1	18	20	75	4	1000	2,4	W13 (0,20)	1,0
2	45	50	85	12	1000	2,3	W10 (0,40)	0,8
3	60	65	95	16	1000	2,1	W7 (0,80)	1,2
4	80	85	105	24	1000	2,3	W6 (1,00)	1,2

Для проведения контроля ПВК сварные соединения и ЗТВ были тщательно очищены и высушены, затем нанесен краситель-пенетрант на переднюю и заднюю стороны сварного шва и в ЗТВ. Время выдержки пенетранта составляло 30 мин, излишки пенетранта удалялись сухой протиркой в одном направлении с использованием белой безворсовой хлопковой тряпки, чтобы удалить как можно больше пенетранта, а затем поверхность снова протиралась другой хлопковой тряпкой, смоченной растворителем. Наконец, на контролируемые участки был нанесен тонкий слой неводного проявителя. Время проявления составляло 15 мин, чего достаточно для того, чтобы вытянуть пенетрант из дефектов на поверхность, чтобы его можно было увидеть.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

На рис. 2 представлены изображения рентгенограмм четырех сварных соединений, сварное соединение № 1 имеет короткие прерывистые непровары в корне сварного шва, не нарушающие целостность поверхности, и соответствует уровням приемки 1 и 2 по стандарту BS EN ISO 10675- 2. Сварной шов № 2 имеет непровар в корне шва, превышающий допустимую длину. Сварной шов № 3 имеет три участка с недопустимыми включениями вольфрама, размер каждой из которых превышает 6 мм, этот сварной шов также имеет непровар, равный длине шва, поэтому два сварных соединения № 2 и № 3 неприемлемы ни по одному из трех уровней приемки стандарта BS EN ISO 10675-2.

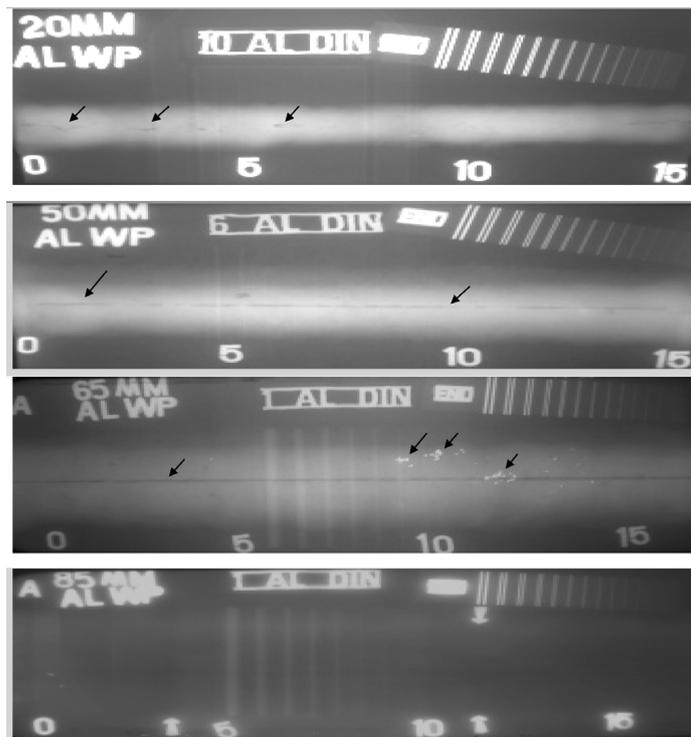


Рис. 2. Фото рентгеновских пленок четырех сварных швов со стрелками, указывающими на анализируемые участки.

Результаты оценки сварных стыков по BS EN ISO 10675-2

№ п/п	Длина шва, мм	Толщина шва, мм	Типы дефектов	Приемочный уровень 3	Приемочный уровень 2	Приемочный уровень 1
1	170	20	Непровар (короткий, без нарушения целостности поверхности) $l < 25$ мм при $L = 100$ мм	Принято	Принято	Not acc.
2	190	50	Непровар $l > 25$ мм для $L=100$ мм	Не принято	Не принято	Не принято
3	220	65	Длинный непровар $l > 25$ мм для $L = 100$ мм + Включения вольфрама: каждое > 6 мм	Не принято	Не принято	Не принято
4	220	85	Нет	Принято	Принято	Принято

В самом толстом сварном шве № 4 полностью отсутствуют какие-либо дефекты; данный шов соответствует всем трем уровням приемки стандарта BS EN ISO 10675-2.

В табл. 3 приведены результаты контроля четырех сварных соединений в соответствии с уровнями приемки стандарта BS EN ISO 10675-2.

Основной причиной непровара в сварных соединениях № 2 и № 3 является низкое значение силы тока при сварке каждого из этих двух соединений. Сила тока при сварке корня шва каждого из сварных соединений № 2 и № 3 должна быть увеличена на 10 %, чтобы увеличить текучесть присадочного металла во время сварки, чтобы в полученных соединениях отсутствовали непровары. При этом основной причиной наличия включений вольфрама в сварное соединение № 3 является случайный контакт вольфрамового электрода с основным металлом из-за плохого владения приемами сварки. Также по рентгенограммам заметно, что в сварных швах отсутствует пористость и горячие трещины из-за высокой текучести присадочного металла, который помогает предотвратить образование пор из-за его легирующих элементов, которые могут легко растворяться с легирующими элементами пластин для получения высокой трещиностойкости с хорошим внешним видом швов.

На рис. 3 показаны две фотографии контроля ПВК сварных соединений с лицевой стороны, во время выдержки пенетранта и во время проявки. Контроль проводился повторно еще раз на тыльной стороне этих сварных соединений, чтобы оценить величину зоны сварки и ЗТВ с обеих сторон.

Результаты контроля ПВК подтверждают, что четыре сварных соединения почти не имеют поверхностных дефектов, если только не существует показателя для пористости на задней стороне образцов № 3 и № 4. Размер по главной оси для каждого из этих двух показателей d равен 3 мм; следовательно, швы проходят приемку по трем уровням приемки по стандарту BS EN ISO 23277.



Рис. 3. ПВК сварных швов с внешней стороны во время выдержки пенетранта и во время проявки.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рентгенография и контроль ПВК были применены для контроля четырех сварных соединений, выполненных на алюминиевых толстых листах 6082-T6 с помощью TIG-сварки в соответствии с европейскими стандартами.

Номинальная толщина сварных листов 18, 45, 60 и 80 мм. TIG-сварка указанных толстых листов сложнее, чем TIG-сварка тонких листов, поскольку они более склонны к образованию пористости и более подвержены образованию горячих трещин, поэтому правильный выбор присадочного металла и параметров сварки имеет важное значение для образования допустимых сварных соединений.

Четыре толстых сварных шва были проверены методом рентгенографии в соответствии с BS EN ISO 17636-1. Помимо рентгенографии, эти сварные соединения были проконтролированы методом ПВК в соответствии с ISO 3452-1 для выявления любых дефектов поверхности, в основном, горячих трещин, которые могут существовать в зоне сварки или в ЗТВ и которые сложно обнаружить с помощью рентгенографии из-за его неправильной ориентации для рентгеновского луча или из-за расположения дефектов вдали от рентгеновской пленки.

Результаты контроля сварных соединений было проанализированы в соответствии с уровнями приемки при радиографическом и ПВК контроле по BS EN ISO 10675-2 и BS EN ISO 23277 соответственно. Результаты оценки подтверждают, что четыре сварных шва не имеют пористости и горячих трещин. Два сварных соединения, выполненные на листах толщиной 18 и 80 мм, соответствуют требованиям уровней приемки двух указанных европейских стандартов, в то время как два других сварных соединения, выполняемых на листах толщиной 45 и 60 мм, содержат недопустимый по величине непровар. Этот дефект образовался из-за низкого значения силы электрического тока, подаваемого во время корневой сварки в каждом из этих двух случаев, эту проблему можно решить, улучшив текучесть присадочного металла путем небольшого увеличения электрического тока во время сварки.

Наконец, хочется отметить, что выбранный присадочный металл и применяемые параметры сварки подходят для получения приемлемых сварных соединений при TIG-сварке для указанных толстых листов после увеличения на 10 % значений силы электрического тока, применяемого во время сварки листов толщиной 45 и 60 мм.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Mathers Gene*. The welding of aluminum and its alloys, wood head publishing limited, Cambridge CB1 6AH. England, 2002.
2. *Totten G.E., Mackenzie D.S.* Handbook of Aluminium. V. 2. Alloy production and materials manufacturing. CRC Press. 1 edition. April 2003.
3. *Mukhopadhyay P.* Alloy designation, processing, and use of AA6XXX series aluminium alloys. International scholarly research network, April. 2012.
4. *Kolarik L., Kovanda K., Valova M., Vondrous P., Dunovsky J.* Weldability test of precipitation hardenable aluminum alloy EN AW 6082-T6 // Modern Machinery Science journal. July. 2011.
5. *Stojanovic B., Bukivic M., Epler I.* Application of aluminium and aluminium alloys in engineering // Applied engineering letters journal of engineering and applied science. October 2018.
6. *Alam Md. Tanwir, Ansari Akhter Husain.* Review on Aluminium and Its Alloys For Automotive Applications // International Journal of Advanced Technology In Engineering and Science. 2017. V. 5.
7. American national standard AWS D1.2/ D1.2M, Structural welding code-Aluminium, American welding society, Jun 2008.
8. ASTM B209M-14, Standard specification for aluminium and aluminium alloys sheet and plates, ASTM International, West Conshohocken, PA, 2014.
9. *Missori S., Sili A.* Mechanical behavior of 6082-T6 aluminium alloy welds // Metallurgical Science and Technology. 2000. V. 18 (1).
10. *Shennawy M. El., Abdel-Aziz Kh., Omar A.A.* Metallurgical and mechanical properties of heat treatable aluminum alloy AA6082 welds // International journal of applied engineering research, 2017. V. 12. No 11. P. 2832—2839.
11. BS-EN-ISO-18273, Welding consumables. Wire electrodes, wires and rods for welding of aluminium and aluminium alloys classification, 2015.
12. *Ellis M., Gittos M., Hadley I.* Significance of liquation cracks in thick section welds in AL—MG—SI plate / 7th International Conference on Joints in Aluminium. Abington, Cambridge, UK, 15—17 April 1998.
13. *Armao Frank*. Aluminum workshop: Cleaning aluminum before welding. December 2014.
14. Clinton aluminum. The best aluminum alloys for welding. Clinton aluminum inc. April, 2017.

15. BS EN 1011-4, Welding -Recommendations for welding of metallic materials. Arc welding of aluminium and aluminium alloys, Nov. 2000.
 16. *Prakash Mohan*. Study the effects of welding parameters on Tig welding of aluminium plate. Master thesis. National Institute of Technology Rourkela, India, 2014.
 17. BS EN ISO 9692-3, Welding and allied processes — types of joint preparation. Metal inert gas welding and tungsten inert gas welding of aluminium and its alloys, July 2016.
-