Том 67, номер 1, 2021

-

НЕЛИНЕЙНАЯ АКУСТИКА	
Звуковой удар: от физики нелинейных волн до акустической экологии (обзор)	
О. В. Руденко, Ю. Н. Маков	3
Численное моделирование нелинейного параболического уравнения для анализа статистики воспринимаемого уровня шума волны звукового удара после прохождения турбулентного слоя атмосферы	
П. В. Юлдашев, М. М. Карзова, В. А. Хохлова, Ф. Блан-Бенон	31
ФИЗИЧЕСКАЯ АКУСТИКА	
Возбуждение поверхностных акустических волн и волн Лэмба на СВЧ в пьезоэлектрической слоистой структуре на основе алмаза	
Г. М. Квашнин, Б. П. Сорокин, С. И. Бурков	45
Влияние пористости на статистическое распределение амплитуд обратнорассеянных ультразвуковых импульсов в металломатричных композитах, изготовленных методом реакционного литья	
Н. Б. Подымова, А. А. Карабутов	55
АКУСТИКА ОКЕАНА. ГИДРОАКУСТИКА	
Эффекты многократного рассеяния акустических мод на анизотропном ветровом волнении в мелком море	
М. А. Раевский, В. Г. Бурдуковская	65
Фундаментальные основы совершенствования пассивных сейсмогидроакустических методов исследования шельфа Арктики	
А. Л. Собисевич, Д. А. Преснов, А. С. Шуруп	72
АТМОСФЕРНАЯ И АЭРОАКУСТИКА	
Об использовании методов Лагранжевой механики для анализа баланса энергии в вихревых течениях сжимаемого газа	
В. Ф. Копьев, С. А. Чернышев	98
ОБРАБОТКА АКУСТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ. КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ	

Использование низкочастотных шумов в пассивной сейсмоакустической томографии дна океана

С. А. Тихоцкий, Д. А. Преснов, А. Л. Собисевич, А. С. Шуруп

-

УДК 534.222

ЗВУКОВОЙ УДАР: ОТ ФИЗИКИ НЕЛИНЕЙНЫХ ВОЛН ДО АКУСТИЧЕСКОЙ ЭКОЛОГИИ (ОБЗОР)

© 2021 г. О. В. Руденко^{а, b, c, *}, Ю. Н. Маков^{а, b}

^аМосковский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, Ленинские горы, ГСП-1, Москва, 119991 Россия ^bИнститут общей физики им. А.М. Прохорова РАН, ГСП-1, ул. Вавилова 38, Москва, 119991 Россия ^cИнститут физики Земли им. О.Ю. Шмидта Российской академии наук, ул. Большая Грузинская 10, стр. 1, Москва, 123995 Россия *e-mail: rudenko@acs366.phys.msu.ru Поступила в редакцию 28.08.2020 г. После доработки 28.08.2020 г. Принята к публикации 08.09.2020 г.

Изложена история вопроса. Вначале дана информация о развитии сверхзвуковой авиации. Затем кратко описана история изучения явления звукового удара, генерируемого при полете пуль и снарядов. Приведены результаты классиков аэроакустики – К. Доплера, Э. Маха и малоизвестные исторические факты, обнаруженные в старых зарубежных источниках. Указано на необходимость правильного использования термина "звуковой удар", который не ограничен задачами авиационной акустики и присущ многим природным и техногенным явлениям. Отмечен 100-летний приоритет акустического эффекта перед более слабым оптическим аналогом – излучением Вавилова–Черенкова. Описаны проблемы, связанные с расчетом генерации возмушений при взаимодействии трансзвуковых и сверхзвуковых течений с реальными телами: необходимость учета деталей формы аэродинамического профиля, особенности поведения пограничного слоя, формирование ударных волн, турбулизация потока, кинетика (релаксация и диссоциация) атмосферных газов. Обсуждается явление волнового резонанса, ответственного за формирование удара при переходе через звуковой барьер. Описаны нелинейные процессы формирования *N*-волны при распространении сигнала сложной формы. Описано влияние основных эффектов, искажающих *N*-образный профиль: дифракции, фокусировки, множественных релаксационных явлений, уширяющих ударный фронт. Изложена теория *N*-волн в неоднородной среде. Построены примеры картины лучей в стандартной атмосфере и в области за турбулентным пограничным слоем. Изложены методы расчета, основанные на приближениях нелинейной геометрической акустики и нелинейной квазиоптики. Указаны проблемы, связанные с последствиями ударов и вредным их воздействием на окружающую среду, сооружения и живые организмы. Приведена обширная библиография и перечень основных обзоров в отечественной и зарубежной литературе.

Ключевые слова: звуковой удар, сверхзвуковая авиация, исторические факты, ударный фронт, нелинейность, время релаксации, интегро-дифференциальное уравнение, спектр, профиль волны **DOI:** 10.31857/S0320791921010032

введение

В этом обзоре, рассчитанном на физиков-акустиков, предпринята попытка рассмотреть звуковой удар (ЗУ) как нелинейное волновое явление, сопровождающее протекание многих природных и техногенных процессов. Однако сам термин "ЗУ" принято связывать с движением в атмосфере тел со скоростями, превышающими скорость звука, чаще всего — со сверхзвуковой авиацией. Именно поэтому при изложении конкретных моделей, методов и результатов будет сделан акцент в основном на их традиционные приложения к нелинейной авиационной акустике.

История развития авиации насчитывает примерно 120 лет. Достижения в этой области являются одновременно как индикатором, так и следствием научно-технического прогресса. Принципиально важным можно считать начало формирования "сверхзвуковой эры" в первой половине 50-х годов прошлого столетия. Эти годы примечательны созданием и становлением сверхзвуковой (C3) военной истребительной

N⁰	Страна	Обозначение серийного истребителя	Начало выпуска, год	Максимальные скорость, км/ч и число Маха, М
1	США	F-100 Super Sabre	1953	1390 (M = 1.3)
2	CCCP	МиΓ-19	1954	1450 (M = 1.4)
3	Англия	Hunter F.Mk.3	1953	1164 (M = 1.1)
4	Франция	Супер Мистэ́р (фр. Dassault Super Mystère)	1955	1250 (M = 1.2)

Таблица 1. Первые серийные сверхзвуковые истребители

авиации, происходившим благодаря усилиям лидирующих в авиастроении стран (США, СССР, Англия, Франции). Именно тогда налаживалось производство, заводские испытания и последующая летная эксплуатация первых серийных моделей СЗ истребителей [1, 2] в этих странах (данные приведены в табл. 1).

Уже первые C3 полеты и быстрое увеличение их интенсивности способствовали формированию повышенного внимания (чаще всего, с негативным отношением) к сопутствующему эффекту в виде внезапного импульсного аудио-воздействия ("хлопка"). После ряда вариаций его названия в разных публикациях (см. [3, 4]) данный эффект к концу первого десятилетия приобрел устойчивое современное наименование "звуковой удар" (ЗУ) с англоязычным эквивалентом "sonic boom".

Вскоре после наблюдения ЗУ при первых СЗ полетах были начаты теоретические и экспериментальные (натурные) исследования, непосредственно касающиеся фактора ЗУ. Это, в свою очередь, "запустило" публикационный процесс по данной тематике. Если в США. где уже в 1947 году на экспериментальном самолете Х-1 была преодолена скорость звука, вся эта деятельность (исследования ЗУ и публикация первых статей) стартовала в начале последующего десятилетия [3, 4], то отечественные летно-испытательные центры вплотную занялись этой проблемой примерно на пять лет позже [5]. Работа [6] является, по-видимому, первой отечественной научной публикацией по проблеме ЗУ. Далее, с каждым годом показатели по объему экспериментально-исследовательской работы и по числу публикаций неуклонно росли (частично, за счет подключения к этому процессу специалистов из других стран). При этом тенденция монотонного роста нарушена двумя "пиками активности" в изучении ЗУ. Первый пик, приходящийся на 1960-е годы, связан с разработкой и подготовкой к эксплуатации двух сверхзвуковых пассажирских самолетов (СПС) первого поколения: Ту-144 (СССР) [5, 7, 8] и "Конкорд" (Франция-Великобритания) [9]. Новый подъем активности связан с проблемой создания СПС следующего поколения [10, 11]; он занимает временной интервал с начала нашего тысячелетия вплоть до настоящего времени.

При существующем огромном потоке информации (в виде журнальных статей, отчетов, патентов) необходимую функцию "ориентиров" традиционно выполняют обзорные материалы, список которых дан в Приложении. Представленные там работы расположены в хронологическом порядке и охватывают весь 70-летний период реализации СЗ полетов, а сопровождающий эффект ЗУ является для них основным объектом исследования. Актуальность этих работ обусловлена тем, что проявления ЗУ в виде слышимых импульсных звуков (а в некоторых случаях, дополнительного акусто-механического воздействия) становятся реально ощутимыми и, чаще всего, раздражающими факторами для отдельных индивидуумов или целых сообществ людей на подстилающей поверхности под трассой СЗ полета.

Собранные в Приложении обзорные работы позволяют говорить о некоторых стереотипах и ограничениях в трактовке термина "ЗУ". Например, вряд ли оправдана сложившаяся практика пояснять суть фактора ЗУ исключительно через его связь со СЗ самолетами. поскольку имеется ряд природных явлений, порождающих ЗУ (гром, метеоры), а также техногенных причин (движение снарядов, спускаемых космических аппаратов и др.). С другой стороны, вряд ли стоит слишком широко толковать понятие "звуковой удар", ассоциируя с ним и аэродинамику сверхзвукового движения, и процесс образования первичной ударной волны, и распространение этой волны (с ее превращением в слабую ударную волну) от движущегося объекта к месту нахождения объектов воздействия. Кстати, часто эксперты в области механики и аэродинамики не используют упрощенные и универсальные модели для описания слабой ударной волны, то есть аппарат нелинейной акустики. Отметим также, что большое число обзоров по ЗУ и их 70-летняя эволюция не привели к появлению общепринятого понимания термина "звуковой удар". Добавим сюда наблюдаемую и вполне объяснимую неполноту изложения исторических фактов, относящихся к обнаружению, наблюдению и оптимизации проявлений эффекта ЗУ.

Уточним, что эти соображения не относятся к специализированным и профильным изданиям, где возможность ограничиться рамками обсуждения только авиационных проблем (в том числе, относительно ЗУ) вполне оправдана. Напротив, появляющиеся в общефизических журналах работы с, казалось бы, широким названием "Звуковой удар (Sonic Boom)" оказываются по содержанию целиком ориентированными на авиационную интерпретацию эффекта, что не способствует пониманию ЗУ как физического явления, присущего многим природным и антропогенным процессам.

На наш взгляд, среди акустиков в меньшей степени принято проводить сравнение с аналогичными явлениями в других областях физики. Гораздо чаще это делают специалисты, работающие в иных направлениях (например, электродинамики, теории плазмы, вулканологии, метеоритики).

Приведем пример такой ситуации. В октябре 1958 года лауреатами Нобелевской премии по физике стали три советских ученых: Игорь Евгеньевич Тамм, Илья Михайлович Франк, Павел Алексеевич Черенков "За открытие и интерпретацию эффекта Черенкова" (формулировка Нобелевского комитета). Напомним, что экспериментально этот эффект был открыт в 1934 году С.И. Вавиловым и П.А. Черенковым [12, 13] (С.Н. Вавилов ушел из жизни в 1951 году, до присуждения премии, что автоматически исключило его из числа лауреатов), а теоретически объяснен И.Е. Таммом и И.М. Франком в 1937 году [14]. В заключающих акт вручения премии Нобелевских лекциях (см. [15–17]) двое из трех награжденных (Тамм и Черенков) проводили аналогию между излучением движущегося в среде "сверхсветового" электрона с акустическим излучением движущегося со сверхзвуковой скоростью твердого тела в атмосфере, признавая при этом исторический приоритет именно второго (акустического) явления. Однако нужно уточнить: И.Е. Тамм в статье [18] (1939), являющейся развитием основополагающей работы [14] по теории эффекта Черенкова, вместе с подробным изложением той же самой аналогии упомянул и о различии двух эффектов. По его мнению, генерация акустического (маховского) излучения сверхзвуковой частицей является явлением "более сложным ... из-за нелинейности гидродинамических уравнений". Причину этого высказывания легко понять. Дело в том, что в 30-е годы прошлого века отсутствовали необходимые знания для учета физической нелинейности в оптике (нелинейности материальных уравнений сред). При линейном виде уравнений Максвелла (т.е. в отсутствие геометрической нелинейности) теория эффекта Вавилова-Черенкова в работах [14, 18] была разработана в безальтернативной линейной форме без каких-либо приближений относительно линеаризации. Линейная теория оказалась достаточной, чтобы объяснить экспериментальные результаты (касающиеся интенсивности излучения, его углового распределения, поляризации), полученные ранее [13] Черенковым.

В начале 1960-х годов, когда нелинейные свойства сред оказались в центре внимания многих разделов науки, появились первые исследования характеристик черенковского излучения с учетом нелинейных оптических свойств сред. Впервые на такое обобщение эффекта Вавилова–Черенкова обратил внимание Г.А. Аскарьян в статье [19]. С тех пор работы по этой тематике образуют непрерывающийся поток вплоть до настоящего времени (см. библиографию в источнике [20]).

Обращаясь ко второй "стороне" упоминаемой аналогии - к описанию акустического (маховского) излучения твердой частицы, движущейся со сверхзвуковой скоростью в газовой (жидкой) среде, - следует напомнить, что часто для этого используется линеаризованный вариант известного нелинейного уравнения для потенциала генерируемого возмушения скорости, что дает обычное волновое уравнение в акустическом приближении. Вся специфика задачи состоит в наличии нестационарного (за счет движения частицы) дельтообразного источника в волновом уравнении [21]. Решение этого линеаризованного уравнения дает и коническую область (конус Maxa), в которой "содержатся" распространяющиеся акустические волны от сверхзвукового точеного источника, и саму структуру волнового поля в этом конусе Маха. Следует отметить, что в работе [22], а затем в своей же книге [23] Дж. Майлс (John W. Miles) уточнил (усложнил) математическую постановку задачи об излучении сверхзвукового точеного источника, частично сохранив в уравнении для потенциала возмущений нелинейные слагаемые, содержащие исходную невозмущенную скорость. Однако, применение преобразования Лоренца позволило автополученное нелинейное уравнение для py потенциала преобразовать в классическое волновое уравнение и найти аналитическое решение в трансформированном координатно-временном пространстве.

Этот интересный факт дает повод для следуюшего заключения. По аналогии с имевшими место в истории Нобелевских премий случаями с "параллельными" авторами – неудачниками тех же (или аналогичных) отмеченных премией открытий, но в силу каких-то обстоятельств не получивших такой премии, можно рассуждать об исторической "неудаче" целого научного направления – аэроакустики. Эта область в отношении своего "родного" эффекта – излучения сверхзвуковыми объектами (этот эффект даже не удостоился специального названия) – оказалась обделенной "лаврами", в отличие от более позднего аналога – излучения Вавилова-Черенкова. Отмеченную историческую несправедливость усугубляет та тенденция, о которой говорилось выше -

сужение рамок обсуждения значимости явления излучения при сверхзвуковом движении до единственного приложения к сверхзвуковой авиации.

1. РАЗВИТИЕ ПРОБЛЕМЫ ЗВУКОВОГО УДАРА. РАБОТЫ ДОПЛЕРА И МАХА

Как отмечалось выше, регулярная фиксация "слышимого" ЗУ при полетах первых СЗ самолетов и привлечение массового внимания к этому звуковому воздействию связаны с негативными реакциями населения в районах испытательных полетов, которые пришлись на первую половину 1950-х годов. Эти факты, обусловленные прогрессом в авиации, привели к тому, что весь комплекс физических, психоакустических, медицинских и социально-юридических проблем, связанных с эффектом ЗУ, становится популярным объектом исследований и публикаций в те же 1950-е годы. Интерес к ЗУ наблюлался и все послелующие годы вплоть до настоящего времени. Изучались генерация возмущений поля давления вокруг СЗ самолета и их трансформация в результирующий импульс ЗУ, распространение импульса в реальной атмосфере, механизмы и результаты воздействия импульса ЗУ на население и техногенные объекты, юридические и страховые последствия воздействий ЗУ. Отметим существенный итог всех этих процессов: благодаря тому, что именно полеты СЗ самолетов сделали известным ЗУ не только для специалистов, связанных с практической авиацией, но и для значительной части населения, находящегося в "зонах воздействия" ЗУ, образовалась неразрывная смысловая связка между самим явлением и его конкретным источником. Иными словами, говоря о ЗУ, люди непременно имеют в виду ЗУ от СЗ самолета. Существование такой связки обнаруживается явно или неявно в большинстве обзорных работ по ЗУ (см. Приложение). Однако в очевидном противоречии с этим ограничением находятся, во-первых, факты из малоизвестной истории ЗУ в период дозвуковой авиации (и даже в "доавиационную" эпоху). Во-вторых – наблюдения и исследования в других областях науки и техники с иными, нежели СЗ самолеты, источниками ЗУ.

В данном разделе собраны малоизвестные факты, относящиеся к эпохе дозвуковой авиации и связанные с предсказаниями и наблюдениями физиками звуковых ударов именно через их слышимое акустическое проявление.

Начало "научной истории" почти каждой проблемы, связанной со структурой и образованием ударных волн при обтекании тел (это относится и к эффекту ЗУ) традиционно связывают с впечатляющими экспериментальными работами австрийского физика (и не менее известного философа) Эрнста Маха (1838–1916). Это работы по визуализации ударных волн (они же – баллистические волны) на основе фотографирования с использованием шлирен-метода. Такие волны генерировались при сверхзвуковом движении пуль или небольших снарядов в воздушной среде.

На рис. 1 приведена одна из самых выразительных фотографий (датирована 01.08.1893. шифр единицы хранения CD 52281), найденная нами в открытом архиве Э. Маха, находящемся в Deutsches Museum von Meisterwerken der Naturwissenschaft und Technik (Музей "шедевров" науки и техники, Германия, Мюнхен) [24]. Обращаем внимание на красоту полученных Э. Махом фотографий. Их высокое качество способствовало еще одному достижению - расшифровке и объяснению структуры (картины) ударных волн, возникающих при сверхзвуковом движении объекта, с последующим "закреплением" в физическом обиходе базовых понятий сверхзвуковой аэродинамики: головная, тыльная, боковые волны, конус*ная поверхность* ударного фронта волны¹. Эти основополагающие результаты вместе с описанием технического оснащения и методики проведения экспериментов по визуализации структуры ударных волн при СЗ обтекании пуль и снарядов изложены в двух основных по данному вопросу работах [25, 26] Э. Маха и его соавтора Питера Салчера. Обращаем внимание на приведенные здесь точные ссылки на эти две работы, поскольку их библиографические данные почти всегда даются в неполном или искаженном виде.

Представленный на рис. 1 результат Э. Маха по визуализации ударных волн относится к периоду 1886-1893 годов. В это время была выполнена большая серия экспериментов с ударными волнами, которые также играют определяющую роль в образовании акустического фактора ЗУ при полетах сверхзвуковых самолетов. Однако, несмотря на признанный статус Э. Маха как зачинателя сверхзвуковой аэродинамики с его пионерскими работами и наглядными результатами, имеются веские основания для сдвига "момента рождения" сверхзвуковой аэродинамики на 40 лет назад, до периода экспериментальной деятельности Э. Маха. Такая передвижка обусловлена тем, что зарождение сверхзвуковой аэродинамики, видимо, более справедливо связывать с теоретическими исследованиями австрийского физика Кристиана Доплера (1803-1853), хорошо всем известного по одноименному эффекту.

¹ Принято также считать Э. Маха "прародителем" таких известных физических понятий как "число Маха", "конус Маха", "угол Маха". Однако эти понятия были введены в оборот много ранее (1847, 1848 гг.) в теоретических работах другого известного физика Кристиана Доплера (см. далее). Вместе с тем, указанные физические термины, которые наглядно иллюстрировались на фотографиях в экспериментах Маха, были в 1929 г. по предложению швейцарского физика Якоба Аккерта "привязаны" именно к фамилии Маха [27].



Рис. 1. Фотография характерной для обтекаемого тела структуры ударных волн (Э. Мах, 1893 год).

Для подтверждения этого обратимся к не самой известной, но важной для наших целей работе К. Доплера "Über den Einfluß der Bewegung des Fortpflanzungsmittels auf die Erscheinungen der Äther-, Luft- und Wasserwellen" (О влиянии движения порождающего излучение элемента на особенности волн в эфире, в воздухе и в жидкости *перевод наш*), опубликованной автором в 1847 году в виде отдельной брошюры и найденной нами в оригинальном виде по электронному адресу, указанному в ссылке [28]. В этой работе К. Доплер переходит от рассмотренной ранее (в 1842 году для вывода известного одноименного эффекта) трансформации исходно сферических волновых фронтов, генерируемых движущемся с дозвуковой скоростью точечным источником возмущений среды, к случаю движения источника со звуковой, а затем и сверхзвуковой скоростью (см. рис. 2). В случае сверхзвукового движения источника Доплер на основе использования принципа Гюйгенса и геометрических построений получает результирующий волновой фронт в виде конусной поверхности, которая много позднее будет названа "конусом Маха". Для описанного им конусного волнового фронта К. Доплер в этой работе теоретически определил величину угла раскрыва конуса, введя в рассмотрение знаменитое отношение скоростей движущегося источника волн и скорости самих волн в среде. Это отношение позже (82 года спустя) назовут "числом Маха". В добавление к основным перечисленным результатам К. Доплер теоретически рассмотрел несколько важных частных случаев движения источника возмущения (движение с ускорением, по криволинейным траекториям и т.п.). Всю работу [28] отличает ее теоретический характер, а также постановка и анализ новых на тот момент задач. На рис. 2а, 26 приведены две иллюстрации самого К. Доплера из аннотируемой работы [28], показывающие способность автора в "предвидении" значимости рассматриваемых им задач для будущего.

Теперь сопоставим с работой К. Доплера, которую можно рассматривать как первую (речь идет о 1847 годе), имеющую прямое отношение к сверхзвуковой аэродинамике, с работой [25] Э. Маха и П. Салчера (это уже 1887 год — на 40 лет позднее), сыгравшей также ключевую роль для этой области. Содержание последней работы демонстрирует сильную экспериментальную сторону авторов (техника визуализации и описание структуры ударных волн при сверхзвуковых полетах пуль и снарядов). Однако теоретическая составляющая в этой работе, используемая для пояснения причин возникновения и структуры



Рис. 2. Оригинальные рисунки К. Доплера (1847 год).

ударных волн при полете снаряда/пули, занимает более "скромное" по своему значению положение — все ограничивается демонстрацией трех простейших схематических рисунков волновых фронтов с интерпретацией их вида на основе принципа Гюйгенса. Эти рисунки практически идентичны представленным в работе К. Доплера (рис. 2), однако ни работа К. Доплера, ни его авторство рисунков с интерпретацией формы ударных фронтов Махом не упоминаются.

Таким образом, работа [28] и представленные в ней результаты дают основание считать К. Доплера "прародителем" (по крайней мере, в части теории) сверхзвуковой аэродинамики. Через 40 лет Э. Мах продолжил эту деятельность как уникальный экспериментатор и впервые дал возможность увидеть объекты исследования — структуру ударных волн при сверхзвуковом обтекании тел.

Теперь обратим внимание на имевшиеся в эпоху дозвуковой авиации представления об акустическом (звуковом) факторе ЗУ, который является основным и привычным проявлением и воздействием ЗУ от СЗ самолетов. Прежде всего, отметим, что в отсутствие таких эффективных и регулярных источников ЗУ, каковыми сегодня являются СЗ самолеты, фиксация звуковых сигналов, генерируемых какими-то другими сверхзвуковыми объектами, являлась довольно "экзотическим" событием. Поэтому правильное понимание и объяснение этого процесса в физической литературе встречалось нечасто.

При описании таких примеров следует опять начать с Э. Маха, который во время фотографической визуализации структуры ударных волн при полете пуль и снарядов фиксировал возникающие попутно акустические факторы, что соответствует сложившемуся через полвека термину "звуковой удар"; но у Маха они были значительно меньшей интенсивности. В своей небольшой книге, изданной в 1909 году и написанной на основе прочитанных в 1897 году лекций (эта книга в переводе на русский язык издана в 2001 году [29]). в главе 9 "О явлениях полета пуль" Э. Мах пишет: "Таким образом, когда часть головной волны достигнет уха, последнее должно расслышать треск. Похоже на то, будто пуля движется с треском. Кроме этого треска, движущегося со скоростью полета пули, большей обыкновенно, чем скорость распространения звука, должен быть еще слышен треск пороховых газов, распространяющийся с обыкновенной скоростью звука. Слышны, следовательно, два различных по времени взрыва. Этот факт долгое время оставался совсем неизвестным людям практики...". Приведенное описание с учетом масштабирования соответствует восприятию ЗУ от СЗ самолетов.

В свете демонстрации фактов об имевшихся представлениях относительно звуковых "прояв-

лений" сверхзвуковой аэродинамики важно упомянуть еще одну приоритетную работу Э. Маха, опубликованную им с соавтором в 1893 году [30]. Она посвящена объяснению (с тех же позиций, что и для СЗ пуль) фиксируемых "при случае" звуковых явлений (ЗУ в современном представлении) при падениях метеоритов в земной атмосфере.

Следующее по хронологии описание "из прошлого" акустического эффекта от сверхзвукового обтекания примечательно своей "неожиданностью" и авторитетностью. В 1920 году нобелевский лауреат по физике 1915 года "За заслуги в исследовании структуры кристаллов с помощью рентгеновских лучей" Уильям Генри Брэгг написал и издал книгу "The World of Sound (Six Lectures)", которая вместе с "парной" книгой про свет переведена на русский язык и издана в 1967 году в издательстве "Наука". Интересно, что У.Г. Брэгг получил Нобелевскую премию вместе с сыном Уильямом Лоренсом Брэггом, причем сын был и остается самым молодым (25 лет) лауреатом.

В 6-ой лекции книги про звук автор подробно описывает акустические эффекты при сверхзвуковом движении. Приведем показательную вылержку из текста: "Когла таким образом образующаяся, благодаря очень большой скорости гранаты, V-образная волна проходит мимо наблюдателя, то он слышит шум, похожий на выстрел орудия; это происходит потому, что эта волна содержит сильно сжатый воздух. Обычное воздушное давление, которое окружает голову наблюдателя, переходит в давление волны, находяшейся позади снаряда. и это изменение, происходя очень внезапно, производит сильное действие на наши уши. Волна, происходящая при взрыве – onde du choc, т.е. ударная волна, как ее называют французы, происходит всякий раз, когда некоторое тело движется быстрее, чем звук (выделено нами)".

Последний пример акустического эффекта при сверхзвуковом движении приведен в известной книге Л. Прандтля "Гидродинамика" (1942 год, перевод на русский язык в 2000 году [32]), где читаем: "Волны уплотнения, образующиеся при движении тела со сверхзвуковой скоростью и располагающиеся в виде конуса, распространяются в направлении, перпендикулярном к поверхности конуса, и воспринимаются наблюдателем как резкий короткий звук, напоминающий щелканье бича. В связи с этим заметим, что щелканье бича имеет такое же происхождение; оно возникает в тех случаях, когда самый внешний кончик бича движется в воздухе со сверхзвуковой скоростью".

Приведенная здесь "мини-коллекция" представлений об акустических явлениях от сверхзвуковых движений различных объектов (пули, метеориты, конец хлыста) являются, по сути дела, правильными описаниями звуковых ударов для данных C3 объектов, составленных в эпоху дозвуковой авиации, т.е. без представления о "ярко выраженных" ЗУ от C3 самолетов. Это демонстрирует общность и единый физический механизм в формировании и структуре генерируемого акустического импульсного шума, обозначаемого как "звуковой удар" и сопровождающего движущиеся со сверхзвуковой скоростью объекты.

2. ГЕНЕРАЦИЯ ВОЛН ИСТОЧНИКАМИ, ДВИЖУЩИМИСЯ С ОКОЛОЗВУКОВЫМИ СКОРОСТЯМИ. ФОРМИРОВАНИЕ *N*-ВОЛН

Расчет генерации возмущений при взаимодействии трансзвуковых и сверхзвуковых течений с реальными телами — весьма сложная задача газовой динамики. Необходимо учитывать детали формы аэродинамического профиля, особенности поведения пограничного слоя, формирование ударных волн и турбулизацию потока. Кроме того, происходит множество явлений, часто требующих перехода от модели сплошной среды к кинетическому описанию. Среди них - возбуждение внутренних степеней свободы молекул при нагревании газа вблизи обтекаемой поверхности, их диссоциация. Ясно, что для получения результатов, имеющих прикладное значение, требуется привлечение специальных численных методов с использованием современных суперкомпьютеров. Существуют тысячи работ на эту тему, систематизация которых невозможна в рамках данного обзора, ориентированного на задачи нелинейной акустики.

2.1. О волновом резонансе

Опишем кратко явление волнового резонанса, лежащее в основе генерации возмущений телами, движущимися в среде с околозвуковыми скоростями [33].

Как известно, обычный колебательный резонанс в простейшей системе с одной степенью свободы возникает при совпадении частоты колебаний "вынуждающей внешней силы" с собственной частотой системы. Уравнение и его нужное частное решение имеют вид [34]:

$$\frac{d^2 X}{dt^2} + \omega_0^2 X = A \cos(\omega t),$$

$$X = \frac{A}{\omega_0^2 - \omega^2} [\cos(\omega t) - \cos(\omega_0 t)].$$
(1)

Решение (1) содержит неопределенность типа 0/0 при $\omega \to \omega_0$. Раскрывая эту неопределенность, получим:

$$X = \frac{A}{2\omega_0} t \sin(\omega_0 t).$$
 (2)

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 67 № 1 2021

Амплитуда вынужденных колебаний, согласно (2), при резонансе линейно нарастает со временем. Рост может быть ограничен затуханием, а в случае слабого затухания — нелинейными эффектами, которые становятся существенными при больших амплитудах.

Волновой резонанс во многом аналогичен колебательному. Он возникает при совпадении скорости c перемещения в пространстве "внешних источников" со скоростью c_0 собственной волновой моды среды. В данном случае эта мода – акустическая, а c_0 – скорость звука. Аналогом уравнения (1) для распределенной системы будет неоднородное волновое уравнение:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2}{\partial t^2} f\left(t - \frac{x}{c}\right). \tag{3}$$

Здесь функция f описывает распределение источников. Нужное частное решение уравнения (3)

$$u = \frac{f\left(t - \frac{x}{c}\right) - f\left(t - \frac{x}{c_0}\right)}{1 - \frac{c_0^2}{c^2}}$$
(4)

также содержит неопределенность типа 0/0 при $c \to c_0$. Раскрывая ее, найдем:

$$u = \frac{x}{2c_0} \frac{\partial}{\partial t} f\left(t - \frac{x}{c_0}\right).$$
(5)

Как и в решении (2), при волновом резонансе "вынужденная волна" линейно нарастает, но только не со временем, а с увеличением пройденного волной расстояния x. Такой рост наблюдается при любой форме "внешних источников", не обязательно гармонической. Обратим внимание, что резонансной может быть только одна из двух собственных волн $u(t \pm x/c_0)$, а именно та, которая бежит в ту же сторону, что и "внешние источники". Этот факт позволяет от уравнения второго порядка (3) перейти к уравнению первого порядка [35]:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{c_0} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{2c_0} \frac{\partial}{\partial t} f\left(t - \frac{x}{c}\right). \tag{6}$$

Более простое уравнение (6) позволяет включить в рассмотрение нелинейный и диссипативный члены, содержащие коэффициенты нелинейности є и диссипации *b*:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{c_0} \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\varepsilon}{c_0^2} u \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{b}{2c_0^3 \rho_0} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{1}{2c_0} \frac{\partial}{\partial t} f\left(t - \frac{x}{c}\right), \quad (7)$$

и затем гораздо легче проанализировать задачу о нелинейном волновом резонансе. Заметим, что (7) представляет собой неоднородное уравнение типа Бюргерса, которое широко использовалось в различных задачах, например, о возбуждении



Рис. 3. Картина генерации волны источниками при различных значениях расстройки Δ .

звука лазерным излучением [36] и в моделях акустической турбулентности [37, 38].

Полезной будет безразмерная форма уравнения (7), содержащая малое число коэффициентов. Как принято в нелинейной акустике, перейдем к нормированным обозначениям:

$$z = \frac{x}{x_{NL}} = \frac{\varepsilon}{c_0^2} \omega_0 u_0 x,$$

$$\theta = \omega_0 \left(t - \frac{x}{c_0} \right), \quad V = \frac{u}{u_0}.$$
(8)

Здесь константы ω_0, u_0 имеют смысл характерной частоты и амплитуды волны колебательной скорости u, x_{NL} — характерная нелинейная длина. Уравнение (7) примет вид:

$$\frac{\partial V}{\partial z} - V \frac{\partial V}{\partial \theta} - \Gamma \frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} = \frac{\partial}{\partial \theta} F(\theta + z\Delta).$$
(9)

Здесь

$$\Gamma = \frac{b\omega_0}{2\varepsilon c_0 \rho_0 u_0}, \quad F = \frac{c_0}{2\varepsilon u_0^2} f, \quad \Delta = \frac{c - c_0}{c_0 c} \omega_0 x_{NL}. \quad (10)$$

Число Г, равное отношению нелинейной и диссипативной длин, называют обратным акустическим числом Рейнольдса (Гольдберга), F – нормированная функция, описывающая внешние источники, Δ – безразмерная расстройка скоростей, пропорциональная разности скорости движения источников и скорости звука.

Пренебрегая в уравнении (9) нелинейным и диссипативным членами, найдем решение:

$$V = \frac{F(\theta + \Delta z) - F(\theta)}{\Delta}, \quad V|_{\Delta \to 0} = z \frac{d}{d\theta} F(\theta). \quad (11)$$

Решение (11) удовлетворяет условию на границе $V(z = 0, \theta) = 0$ и с точностью до обозначений совпадает с (5). Это решение для колоколообразного распределения источников изображено на рис. 3 [39].

При точном выполнении условия волнового резонанса ($\Delta = 0$) происходит неограниченный

рост волны с увеличением пройденного ею расстояния *z*. Возбуждаемая волна повторяет форму производной от функции $F(\theta)$. Если же имеется расстройка от резонанса ($\Delta \neq 0$), энергия вносится источниками в область, где производная $F'(\theta) \neq 0$, а затем "вытекает" из этой области вправо ($\Delta < 0$) или влево ($\Delta > 0$), поскольку собственная волна бежит по среде с другой (по сравнению с источниками) скоростью. Максимальное значение возмущения при этом оказывается конечным.

Например, для источников в виде "лоренцевского колокола" $F'(\theta) = A/(1 + \beta^2 \theta^2)$ резонансная кривая будет такой:

$$V_{\text{MAX}}\left(\Delta\right)\Big|_{z\to\infty} = \frac{\pi A}{2\left|\Delta\beta\right|} \sim \frac{1}{\left|c-c_{0}\right|}.$$
 (12)

При резонансе $\Delta \to 0$ стационарного значения не существует и $|V_{\text{MAX}}(\Delta)| \to \infty$. Этот режим соответствует неограниченному резонансному росту волны, показанному на рис. 3.

С учетом диссипативного члена в уравнении (9) решение, удовлетворяющее условию $V(z = 0, \theta) = 0$, имеет вид:

$$V = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{G(\omega)}{\Delta + i\omega\Gamma} \times$$

$$\times \left[\exp(-i\omega\Delta z) - \exp(-\Gamma\omega^2 z) \right] \exp(-i\omega\theta) d\omega.$$
(13)

Здесь

$$G(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\theta) d\theta$$
 (14)

– частотный спектр источников. На больших расстояниях $z \rightarrow \infty$ для одночастотного спектра $G(\omega) = G(\omega_0) \delta(\omega - \omega_0)$ имеем [40]:

$$|V| = \frac{|G(\omega_0)|}{\sqrt{\Delta^2 + \omega_0^2 \Gamma}}.$$
(15)

Видно, что поглощение устраняет резонансную особенность при $\Delta \rightarrow 0$. То же происходит и для других форм $F'(\theta)$.

В общем случае неоднородное уравнение Бюргерса можно линеаризовать. Замена переменной и соответствующее линейное уравнение имеют вид:

$$V = 2\Gamma \frac{\partial}{\partial \theta} \ln U, \quad \frac{\partial U}{\partial z} - \Gamma \frac{\partial^2 U}{\partial \theta^2} = \frac{U}{2\Gamma} F(\theta + z\Delta). \quad (16)$$

Резонансные кривые для возбуждаемой волны в модели (16) удается построить аналитически [41]. Результат таков: максимум имеет конечную величину и сдвинут в сверхзвуковую область. Расчет-



Рис. 4. Профили периодической волны, возбуждаемой синусоидальным бегущим внешним источником в нелинейной диссипативной среде для значений параметров $\Gamma = 0.1$, A = 1 и $\Delta = 0.1$. Расстояние *z*, прошедшее волной, указано при каждой кривой.

ные формулы из-за их громоздкости здесь не приводятся.

Процесс возбуждения волны движущимися источниками, имеющими гармоническую во времени форму $F'(\theta) = A \sin \theta$, показан на рис. 4 [39]. На малых расстояниях *z* волновой профиль повторяет форму гармонической внешней силы. С увеличением *z* амплитуда волны растет и профиль волны искажается. В случае ненулевой расстройки рост профиля и увеличение крутизны переднего фронта сопровождаются сдвигом профиля, поскольку при $\Delta \neq 0$ источник и свободно бегущая волна движутся с разными скоростями.

Резонансная кривая $|V_{MAX}(\Delta)|$ показана сплошной линией на рис. 5 [39]. Видно, что максимум достигается не при выполнении "линейного" резонансного условия $\Delta = 0$, а при некотором положительном значении Δ . Заметим, что в предшествующих работах [41, 42] аналогичные кривые в отсутствие диссипации рассчитаны аналитически.

На рис. 6 изображены кривые, построенные по формулам работы [41] в отсутствие диссипации для двух различных значений амплитуды *А* "синусного" источника. Прямые линии – сепаратрисы, разделяющие области, в которых наблюдаются гладкие волновые профили и профили с разрывами.

Одномерная задача о возбуждении нелинейной волны движущимся источником, наиболее просто иллюстрирующая явление волнового резонанса, является сильной идеализацией для генерации волн телами, обтекаемыми потоком газа. Однако она вполне адекватна задаче о возбуждении волн "тепловой стенкой", которая создается в слабо поглощающей жидкости сканирующим вдоль ее поверхности щелевым лазерным лучом (см. рис. 8.2 из учебника [33], а также статью [36]).



Рис. 5. Нелинейные резонансные кривые — зависимости максимального значения амплитуды волны (сплошная кривая) и ее интенсивности (штриховая кривая) от расстройки Δ для значений $\Gamma = 0.1$ и A = 1.

2.2. Генерация волны при обтекании тонкого профиля

Рассмотрим в упрощенной постановке задачу обтекания тонкого тела трансзвуковым потоком газа. В качестве модели возьмем уравнение типа Хохлова—Заболотской [43]:



Рис. 6. Нелинейные резонансные кривые для значения $\Gamma = 0$ и двух значений A = 0.125 и A = 0.045.



Рис. 7. К задаче обтекания тонкого профиля.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial u'}{\partial t} + (V_0 - c_0) \frac{\partial u'}{\partial x} + \varepsilon u' \frac{\partial u'}{\partial x} + Q \right] = \frac{c_0}{2} \Delta_\perp u'. \quad (17)$$

Здесь V_0 — невозмущенная скорость однородного потока, направленного вдоль оси x, u' — проекция возмущения скорости потока на эту ось, Δ_{\perp} лапласиан по поперечным координатам y, z; пространственное распределение источников массы и тепла обозначено как Q.

Упрощенной моделью может служить также уравнение Линя—Рейсснера—Цзяна [44], похожее по структуре на уравнение (17):

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \varepsilon \frac{c_0}{2} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 \right] = \frac{c_0}{2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2}, \quad \mathbf{u}' = c_0 \nabla \varphi.$$
(18)

Здесь ϕ — потенциал возмущения **u**' скорости потока. Сравнительное обсуждение (17) и (18) приведено в обзоре [45].

Чтобы связать (17), (18) с моделями, использованными при описании волнового резонанса, положим в (17) $\varepsilon = 0$, Q = -dF/dx. Решением, как нетрудно проверить, будет функция

$$u' = \frac{1}{V_0 - c_0} [F(x) - F(x - (V_0 - c_0)t)],$$

$$\lim_{V_0 \to c_0} u' = t \frac{dF(x)}{dx}.$$
(19)

Следовательно, в пренебрежении зависимостью от поперечной координаты *z* уравнение (17) также описывает волновой резонанс — неограниченный рост возмущения во времени.

Если распределенные источники отсутствуют и Q = 0 в уравнении (17), возбуждать волну будет обтекаемый аэродинамический профиль. Граничное условие на его поверхности — равенство нулю нормальной компоненты возмущения скорости, то есть **un** = 0. Если профиль тонкий, то **un**|_{z=0} = 0.

Рассмотрим двумерную задачу обтекания тонкого профиля, верхняя грань которого параллельна набегающему потоку газа (рис. 7). Для этой геометрии очевидно, что подъемная сила будет создаваться за счет "отдачи" от волны, идущей от профиля в область z > 0. Если нет волны, не будет и подъемной силы.

В случае сверхзвукового набегающего потока $(V_0 - c_0) > 0$ наиболее просто рассчитывается установившийся (стационарный) режим течения, структура которого не зависит от времени. При этом уравнение (17) примет вид:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = \frac{\varepsilon}{c_0} \frac{\partial^2 w^2}{\partial x^2}, \quad w = u' + \frac{(V_0 - c_0)}{\varepsilon}.$$
 (20)

Нелинейное уравнение (20) обладает рядом замечательных свойств [46]. Оно линеаризуется с помощью преобразования годографа. Частные решения можно найти методом разделения переменных, а также воспользоваться симметриями этого уравнения. Приведем здесь лишь уравнение первого порядка, которое следует из (20) и позволяет рассчитать волну в области z > 0:

$$\frac{\partial w}{\partial z} = \sqrt{\frac{2\varepsilon}{c_0}} \sqrt{w} \frac{\partial w}{\partial x}.$$
(21)

Решение (21), отвечающее условию $w|_{z=0} = \Phi(x)$, имеет вид:

$$w = \Phi\left(x + \sqrt{\frac{2\varepsilon}{c_0}} z \sqrt{w}\right). \tag{22}$$

Форма волны находится из граничного условия

$$\frac{\partial u'}{\partial z}\Big|_{z=0} = \frac{\partial w}{\partial z}\Big|_{z=0} = V_0 \frac{d^2 \varsigma(x)}{dx^2}.$$
(23)

Здесь $z = \zeta(x) - \phi$ орма поверхности (см. рис. 7). Подставляя решение (22) в условие (23), найдем форму волны вблизи обтекаемого профиля:

$$\Phi^{3/2}(x) = \sqrt{\frac{9c_0}{8\varepsilon}} V_0 \frac{d}{dx} \zeta(x).$$
(24)

Видим, что изломы аэродинамического профиля (скачки производной функции $\zeta(x)$) приводят к появлению разрывов в профиле волны. Дополнительно, разрывы образуются из-за нелинейного искажения формы волны при ее распространении (увеличения крутизны передних фронтов с ростом расстояния *z*). Разрывы взаимодействуют друг с другом, приводя к формированию *N*-образного профиля. Эти процессы обсуждаются в следующем разделе.

2.3. Формирование N-волны при распространении в нелинейной среде импульсного сигнала сложной формы

Покажем вначале, что ограниченные в пространстве акустические волны должны быть такими, чтобы интеграл по времени от формы импульса на оси пучка равнялся нулю. Воспользуемся

уравнением Хохлова–Заболотской (ХЗ), записанным для акустического давления *p* [47]:

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\varepsilon}{c_0^2 \rho_0} p \frac{\partial p}{\partial \tau} \right] = \frac{c_0}{2} \Delta_\perp p.$$
(25)

Здесь x — координата вдоль оси, $\tau = t - x / c_0$ — время в системе координат, движущейся вместе с волной со скоростью звука. Для круглых в поперечном сечении пучков гауссовой формы решение линеаризованного ($\varepsilon = 0$) уравнения (25) имеет наиболее простой вид:

$$p = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{S(\omega)}{g} \exp\left(-i\omega\tau - \frac{r^2}{a^2g}\right) d\omega,$$

$$g(\omega, x) = \left(1 + i\frac{2c_0x}{\omega a^2}\right).$$
 (26)

Оно удовлетворяет граничному условию на поверхности излучающей системы:

$$p\big|_{x=0} = \exp\left(-\frac{r^2}{a^2}\right) \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) \exp\left(-i\omega\tau\right) d\omega.$$
 (27)

На оси пучка (r = 0) и на больших расстояниях ($x \ge \omega a^2/2 c_0$) решение (26) упрощается [47]:

$$p = \frac{a^2}{2c_0 x} \int_{-\infty}^{\infty} (-i\omega) S(\omega) \exp(-i\omega\tau) d\omega =$$

= $\frac{a^2}{2c_0 x} \frac{\partial}{\partial \tau} p(x = 0, r = 0, \tau).$ (28)

Нетрудно видеть, что в дальней зоне волна становится сферически расходящейся, а ее исходная форма дифференцируется. Иными словами, форма импульсного сигнала в дальней зоне есть производная по времени от его исходной формы. Из выражения (28) следует, что

$$\int_{-\infty}^{\infty} p \, d\tau = \frac{a^2}{2c_0 x} \, p \left(x = 0, r = 0, \tau \right) \Big|_{-\infty}^{\infty} = 0, \qquad (29)$$

то есть площадь под кривой $p(\tau)$ равна нулю. Чем ниже частота в спектре волны $S(\omega)$, тем быстрее она ослабевает на оси пучка из-за дифракции. Нулевая частота (постоянная составляющая) в модели (25) исчезает вблизи оси на очень малых расстояниях от излучателя.

Покажем теперь, что ограничение (29) приводит к следующему условию: нелинейный импульс должен содержать две равные по площади, но разные по полярности области – сжатия и разрежения. Это проще всего продемонстрировать для плоских волн, описываемых уравнением Бюргерса, поскольку оно имеет точное аналитическое решение.



Рис. 8. К процедуре нахождения асимптотически универсальной формы волны.

Решение однородного уравнения, следующего из (9) при $F \equiv 0$, имеет вид:

$$V = 2\Gamma \frac{\partial}{\partial \theta} \ln \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left\{\frac{1}{2\Gamma} \left[\tilde{V}_0(\theta') - \frac{(\theta - \theta')^2}{2z}\right]\right\} d\theta'.$$
(30)

Здесь $\tilde{V}_0(\theta)$ — первообразная функции $V_0(\theta) = V(z = 0, \theta)$. Как следует из (29), она должна обращаться в ноль на концах интервала, внутри которого существует волновой импульс (см. рис. 8). Для маловязкой среды (при $\Gamma \rightarrow 0$) интеграл в формуле (30) оценивается методом перевала. Результат приведен в работе [48] и в задаче 3.10 [49]:

$$V(z,\theta) = \frac{1}{z} [\theta_*(z,\theta) - \theta].$$
(31)

Здесь $\theta_*(z, \theta)$ — точка абсолютного максимума функции, стоящей в квадратных скобках в формуле (30).

Эта точка находится с помощью наглядного построения, показанного на рис. 8. Оно известно под названием "метод опускания параболы" [48]. Координата абсолютного максимума $\theta_*(z, \theta)$ есть координата первой точки касания параболы $(\theta - \theta')^2/2z + h$ с кривой $\tilde{V_0}(\theta')$ (интегралом от исходной формы волны) при уменьшении константы h от $+\infty$ до значения в "момент" касания. После этого, чтобы построить форму волны при всех θ , нужно смещать центр параболы вдоль оси абсцисс.

Видим, что если абсолютный максимум достигается внутри интервала, на котором первообразная $\tilde{V}_0(\theta')$ отлична от нуля, то волна на больших расстояниях трансформируется в симметричную N-волну, состоящую из двух одинаковых областей треугольной формы с разными полярностя-



Рис. 9. Аналогия между слиянием разрывов и неупругим соударением частиц.



Рис. 10. Трансформация последовательности "треугольных зубцов" пилообразной волны и превращение ее в двуполярный *N*-импульс.

ми. На переднем и заднем фронтах формируются две слабые ударные волны, соединенные прямолинейным участком профиля. Положение этих фронтов определяется формулами:

$$\theta_{\rm SH}^{(1)} = -\sqrt{2h_*z} + \theta_*, \quad \theta_{\rm SH}^{(2)} = \sqrt{2h_*z} + \theta_*$$

Из построения на рис. 8 видно, что на промежуточных расстояниях, когда ширина "опускаемой" параболы меньше, чем у парабол, показанных на рис. 8, форма волны оказывается более сложной; она содержит более двух ударных фронтов. Эти фронты при распространении сталкиваются и сливаются, образуя универсальную N-образную форму.

Чтобы описать динамику формирования N-волны, воспользуемся кинетическим подходом. Вначале рассмотрим акт парного соударения ударных фронтов. Покажем, что две следующие друг за другом слабые ударные волны ($1 \ u \ 2$ на рис. 9) сталкиваются по закону абсолютно неупругого удара двух частиц и образуют новую частицу 3(см. задачу 2.20 [49]). Решение уравнения Бюргерса для одиночной ударной волны (например, волны 2) с конечной шириной фронта имеет вид:

$$u = \frac{1}{2}(u_2 + u_3) + \frac{1}{2}(u_2 - u_3) \tanh \Psi,$$

$$\Psi = \frac{\varepsilon c_0 \rho_0}{b} \frac{(u_2 - u_3)}{2} \left(\tau + \frac{\varepsilon}{c_0^2} \frac{(u_2 + u_3)}{2} x\right).$$
(32)

Аналогия с частицей будет более наглядной, если вместо волны скорости (32) рассмотреть волну ускорения, которая пропорциональна $\cosh^{-2} \Psi$ и похожа на солитон (нижняя часть рис. 9).

Сопоставим волне (32) со "скачком" на фронте $(u_2 - u_3)$ частицу массой m_2 . Движение фронта в сопровождающей системе координат согласно (32) происходит со скоростью

$$v_2 = \frac{d\tau_2}{dx} = -\frac{\varepsilon}{c_0^2} \frac{(u_2 + u_3)}{2}.$$
 (33)

Сохранение массы и линейного момента проверяется тривиально. Для соударения на рис. 9 должно быть $m_3 = m_1 + m_2$ и $m_3v_3 = m_1v_1 + m_2v_2$. Так и есть:

$$(u_1 - u_3) = (u_1 - u_2) + (u_2 - u_3),$$

$$(u_1 - u_3)(u_1 + u_3) = (34)$$

$$(u_1 - u_2)(u_1 + u_2) + (u_2 - u_3)(u_2 + u_3).$$

Однако более реальной является не последовательность ступенек, а последовательность треугольных импульсов, формирующих пилообразную волну (рис. 10). В отличие от ступенек, в промежутках между столкновениями фронтов происходит уменьшение пиковых значений "зубцов", вызванное нелинейными потерями энергии на разрывах. Это уменьшение можно трактовать как "испарение" частиц.

Как показано на рис. 10, в результате многократных столкновений фронтов и нелинейного затухания мелкие детали профиля исчезают, и на некотором большом расстоянии $z = z_* \ge 1$ формируется универсальный *N*-образный импульсный сигнал. При дальнейшем его распространении изменение параметров импульса описывается парой уравнений (см. [49], задачи 2.18, 2.19):

$$\frac{d\theta_{\rm SH}^{(1,2)}}{dz} = -\frac{1}{2}V_{\rm SH}^{(1,2)}, \ \theta_{\rm SH}^{(1,2)} = -(1+z)V_{\rm SH}^{(1,2)}.$$
 (35)

Отсюда следует:

=

$$V_{\rm SH}^{(1,2)}(z) = \frac{V_{\rm SH}^{(1,2)}(z=z_{*})}{\sqrt{1+(z-z_{*})}},$$

$$\theta_{\rm SH}^{(1,2)}(z) = \theta_{\rm SH}^{(1,2)}(z=z_{*})\sqrt{1+(z-z_{*})}.$$
(36)

Видим, что уменьшение пиковых значений на ударных фронтах ("испарение") и увеличение длительности определяются зависимостью

$$\sqrt{1+(z-z_*)}$$

В тех случаях, когда сигнал имеет сложную форму и содержит большое количество ударных фронтов (см. рис. 10), для его описания можно использовать статистический подход. Для этого нужно ввести функцию плотности вероятности и сконструировать соответствующее кинетическое уравнение. Пусть вероятность появления *i*-го фронта "массой" *т* зависит только от промежутка времени $\Delta \theta$, прошедшего с момента возникновения предыдущего фронта, а интервалы $\Delta \theta_i$ независимы. Рассмотрим длинный интервал θ , содержаший $N \ge 1$ фронтов. Плотность вероятности $g(z; \Delta \theta, m)$ есть отношение числа треугольных импульсов с параметрами ($\Delta \theta, m$) к общему их числу N(z), то есть $g = n(z; \Delta \theta, m)/N(z)$. Ясно, что трансформация функции распределения по параметру *т* будет происходить за счет "испарения" частиц и их столкновений – образования частиц большей массы. Изменение статистики интервалов $\Delta \theta$ происходит за счет движения – сближения и удаления фронтов друг от друга.

Уравнение, вывод которого приведен в работах [50, 51], имеет вид:

$$\frac{\partial g}{\partial z} - \left[\frac{1}{2}(m + \langle m \rangle) - \frac{\Delta \theta}{1 + z}\right] \frac{\partial g}{\partial \Delta \theta} - \frac{m}{1 + z} \frac{\partial g}{\partial m} = \\
= \frac{1}{2} \left\{ m \int_{0}^{m} g(z; \Delta \theta, m') g(z; 0, m - m') dm' - (37) - (m - \langle m \rangle) g \int_{0}^{\infty} g(z; 0, m') dm' \right\}.$$

Здесь $\langle m \rangle = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} mg \, dm d\Delta \theta$. Левая часть (37) описывает перенос вероятности. Правая часть содержит квадратичную нелинейность по функции *g*. Это — интеграл парных столкновений. В соответствии с (37) происходит увеличение вероятности больших и малых значений *m* и уменьшение вероятности в средней части распределения. Рост вероятности малых *m* обусловлен нелинейным затуханием. Основной вклад здесь вносят отрезки реализации, на которых поле в среднем уменьшается и столкновения происходят редко (рис. 11а).

Увеличение вероятности больших значений *m* обусловлено слиянием разрывов и образованием фронтов суммарной амплитуды; это заметно на участках реализации, где фронты догоняют друг друга и столкновения происходят чаще (рис. 11б). При наличии диссипации фронты малой амплитуды исчезают, и вероятность "перекачивается" в





Рис. 11. Фрагменты реализации, приводящие к увеличению (а) вероятности малых значений *m* и увеличению (б) вероятности больших *m*.

область больших *m*. Очевидно, что на расстояниях $z \ge 1$ "выживают" лишь две "крупные частицы", формирующие передний и задний фронты *N*-волны (рис. 10).

В этом разделе для наглядности в основном использовалась модель плоских волн. В реальных ситуациях, когда нужно иметь количественные результаты, могут быть полезными аналогичные модели для цилиндрических, сферических волн и волн более сложной симметрии. В этих случаях нужно использовать обобщенные одномерные модели [52, 53] или модели для нелинейных пучков в неоднородной среде, которые обсуждаются в следующих разделах.

3. ОСНОВНЫЕ ПРОЦЕССЫ, ВЛИЯЮЩИЕ НА ФОРМУ *N*-ВОЛНЫ

Уравнения, описывающие нелинейные волны, довольно трудно решать даже в простых случаях, когда задача сильно идеализирована. В реальных условиях модель усложняется: волна не может быть плоской, а среда — однородной и стационарной. Здесь требуется анализировать сложные модели и есть риск перегрузить изложение математикой либо частными данными численного эксперимента. Поэтому мы постараемся максимально упрощать сложные модели, но так, чтобы не "выплеснуть" интересующий нас эффект. Хотелось бы "нацелить" решения на объяснение конкретных физических особенностей наблюдаемых явлений.

3.1. Влияние дифракции

Одним из основных процессов, сопровождающих распространение волны, является дифрак-



Рис. 12. Профили волны звукового удара, искажающиеся из-за нелинейности и дифракции. Сплошные кривые построены для дифрагирующих пучков, штриховые – для плоских волн.

ция. Волна всегда ограничена в пространстве, чаще всего — в виде волнового пучка. В зависимости от формы исходного фронта пучок может быть квазиплоским и дифрагирующим (расходящимся), а также сфокусированным или де-фокусированным. Дифракция нелинейного пучка наиболее просто описывается уравнением с одной пространственной переменной:

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\partial V}{\partial z} - V \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) = -\gamma^2 V.$$
(38)

Уравнение (38) есть "проекция" уравнения Хохлова—Заболотской (25) на ось пучка $r \rightarrow 0$ [54]. Нужное нам решение уравнения (38) имеет вид:

$$V = -\frac{\theta}{1+z} + \frac{\gamma^2}{6}\theta^2.$$
 (39)

Первое слагаемое (линейное по переменной θ) описывает гладкий профиль обычной N-волны, второй (квадратичный) член связан с дифракцией. Ударные фронты в профиле должны проводиться так, чтобы площади фаз сжатия и разрежения были одинаковы и не изменялись с ростом пройденного расстояния. Эти профили изображены на рис. 12. Они построены на расстояниях

z = 0 и z = 1 для значения параметра $\gamma^2 = 1.5$.

Несимметричность искажения областей сжатия и разрежения возникает из-за квадратичного по θ члена в решении (39), то есть из-за дифракции [46]. Область сжатия оказывается меньшей по длительности, но с большим "пиковым" значением возмущения. Область разрешения, напротив, сглаживается и "растягивается". Такое поведение волн в пучках, ограниченных в поперечном сечении, довольно типично. Оно связано с появлением низкочастотной дисперсии и расфазировкой гармоник, формирующих сигнал [33]. Аналогичные явления возникают и при самолокализации пучков [55, 56].

Заметим, что одномерное уравнение (38) использовано здесь для простоты, как модель трехмерного уравнения X3. Тем не менее, эта модель приводит к результатам, неплохо согласующимся с данными эксперимента и численного интегрирования [54].

3.2. Влияние фокусировки

В реальной среде встречаются локальные неоднородности, приводящие к искривлению волнового фронта. Иногда фронт становится вогнутым, а волна — сходящейся, то есть происходит фокусировка. Как при этом изменяется профиль волны?

Считаем, что продольный размер фокусирующей неоднородности невелик. По этой причине нелинейность может "накопиться" вдоль протяженной трассы еще до того, как волна достигла неоднородности, но на этапе фокусировки она практически не действует.

Процесс фокусировки по аналогии с (26) опишем решением линеаризованного уравнения X3. Однако, в отличие от формулы (26), воспользуемся другим решением, учитывающим искривление исходного фронта (см. [47], формула (4.28)):

$$p = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{S(\omega)}{g(\omega, x)} \times \exp\left[-i\omega\tau - \frac{r^2}{a^2 g(\omega, x)} \left(1 + i\frac{x_{\text{DIF}}}{R}\right)\right] d\omega$$
(40)

Здесь *R* — радиус кривизны фронта, *x*_{DIF} — дифракционная длина,

>

X

$$g(\omega, x) = 1 - \frac{x}{R} + i \frac{x}{x_{\text{DIF}}}, \quad x_{\text{DIF}} = \frac{\omega a^2}{2c_0}.$$
 (41)

Видим, что на оси пучка (r = 0) и в точке геометрического фокуса (x = R) решение (40) принимает вид:

$$p(x = R, r = 0, \tau) = \frac{-i}{R} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{S(\omega)}{x_{\text{DIF}}} \times (42)$$
$$x \exp(-i\omega\tau) d\omega = \frac{a^2}{2c_0 R} \frac{\partial}{\partial \tau} p(x = 0, r = 0, \tau).$$

Этот результат аналогичен следующему из формулы (28). Ясно, что форма волны, заданная на входе в неоднородность, в точке фокуса дифференцируется.

На рис. 13 изображен профиль исходной волны (штриховая кривая *1*) и профиль в фокусе (сплошная кривая *2*). Кривая *1* взята такой же,

как сплошная кривая z = 1 на рис. 12. Видим, что в результате дифференцирования в области переднего и заднего фронтов *N*-волны рождаются пики, "высота" которых определяется диссипативной шириной ударных волн. Импульс приобретает форму, иногда называемую *U*-образной. Она наблюдается при распространении *N*-волны в неоднородной атмосфере [57, 58].

3.3. Релаксационные потери в атмосферных газах

Акустическая волна вызывает колебания параметров среды — давления и температуры, нарушая тем самым термодинамическое равновесие. Молекулы кислорода, азота и других атмосферных газов релаксируют к новому равновесному состоянию с собственными характерными временами, не зависящими от частоты волны. Энергия возбуждения молекул газов возвращается волне с задержкой по фазе, что приводит к ее частотнозависимому затуханию и дисперсии — зависимости скорости распространения гармоник сигнала от частоты.

В слабо нелинейной релаксирующей среде отклонение плотности ρ от равновесного значения ρ_0 , вызванное акустической волной, связано с акустическим давлением *р* интегральным соотношением [49, 59, 60]

$$c_{0}^{2}\rho = p - \frac{\varepsilon - 1}{c_{0}^{2}\rho_{0}}p^{2} - m \int_{-\infty}^{t} \exp\left(-\frac{t - t'}{t_{\text{rel}}}\right) \frac{dp}{dt'} dt'.$$
 (43)

Видно, что плотность в данный момент времени зависит не только от давления, измеренного в тот же момент t, но и от предыстории, то есть от поведения давления в прошлом (от $t = -\infty$ до текущего момента t). Подынтегральная функция описывает "память" среды, убывающую экспоненциально с характерным временем релаксации t_{rel} . Здесь m — безразмерное число, характеризующее "силу" релаксации.

Если в среде есть несколько релаксационных процессов, характеризуемых парами чисел (m_i , $t_{rel,i}$), ядро может быть суммой нескольких экспонент или иметь вид более сложной убывающей функции K(t) (в случае непрерывного спектра времен релаксации):

$$\sum_{i} m_{i} \exp\left(-\frac{t}{t_{\text{rel},i}}\right) \Rightarrow \frac{1}{t_{0}} \int_{0}^{\infty} m(t_{\text{rel},i}) \times \\ \times \exp\left(-\frac{t}{t_{\text{rel},i}}\right) dt_{\text{rel},i} \equiv m_{0} K\left(\frac{t}{t_{0}}\right).$$
(44)

Уравнения механики сплошной среды с учетом определяющего соотношения (43), (44) сводятся к интегро-дифференциальному уравнению [60]:



Рис. 13. Профиль волны на входе в фокусирующую неоднородность (кривая *I*) и в точке геометрического фокуса (кривая *2*).

$$\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\varepsilon}{c_0^3 \rho_0} p \frac{\partial p}{\partial \tau} - \frac{b}{2c_0^3 \rho_0} \frac{\partial^2 p}{\partial \tau^2} =$$

$$= \frac{m_0}{2c_0} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \int_0^\infty K\left(\frac{\xi}{t_0}\right) p(\tau - \xi) d\xi.$$
(45)

Для слабых волн, полагая в (45)

$$p = p_0 \exp\left(-i\omega\tau + ik(\omega)x\right),\tag{46}$$

можно найти комплексную добавку k = k' + ik'' к волновому числу ω/c_0 . Действительная и мнимая части добавки для волны, бегущей в положительном направлении x, равны

$$k' = -\frac{m_0 \omega^2}{2c_0} \int_0^\infty K\left(\frac{\xi}{t_0}\right) \sin\left(\omega\xi\right) d\xi,$$

$$k'' = \frac{b\omega^2}{2c_0^3 \rho_0} + \frac{m_0 \omega^2}{2c_0} \int_0^\infty K\left(\frac{\xi}{t_0}\right) \cos\left(\omega\xi\right) d\xi.$$
(47)

Первое выражение (47) описывает дисперсию, второе – затухание волны.

Запишем уравнение (45) в безразмерном виде, чтобы упростить последующие формулы:

$$\frac{\partial V}{\partial z} - V \frac{\partial V}{\partial \theta} - \Gamma \frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} =$$

$$= D \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \int_0^\infty K(s) V(\theta - s) \, ds.$$
(48)

Здесь

$$z = \frac{\varepsilon P_0 x}{c_0^3 \rho_0 t_0}, \quad \Theta = \frac{\tau}{t_0}, \quad V = \frac{p}{P_0},$$

$$D = \frac{m_0 c_0^2 \rho_0}{2\varepsilon P_0}, \quad \Gamma = \frac{b}{2\varepsilon t_0 P_0}.$$
 (49)



Рис. 14. Форма ударного фронта в релаксирующей среде для значений D = 0.01; 0.3; 0.8; 1; 1.5; 2 (кривые 1-6, соответственно) [62].

Уравнение (48) в отсутствие вязкостной диссипации ($\Gamma = 0$) имеет точное решение для экспоненциальной формы ядра [59]:

$$\theta + C = \ln \frac{(1+V)^{D-1}}{(1-V)^{D+1}}, \quad \frac{dV}{d\theta} = \frac{1}{2} \frac{(1-V^2)}{(D+V)}.$$
 (50)

Это решение описывает слабую ударную волну – переход от значения V = -1 (при $\theta \to -\infty$) до V = +1 (при $\theta \to +\infty$). Решение однозначно при значениях параметра $D \ge 1$. Фронт несимметричен: в области $\theta < 0$ он более крутой, чем при положительных значениях θ . Кривая D = 1 является граничной. Она разделяет области однозначных и неоднозначных решений. При значениях D < 1 в профиле появляется разрыв — скачок величиной |M + 1|. За скачком фронт описывается функцией, плавно возрастающей от значения V = M до значения V = 1. Разрыв сглаживается, если учесть диссипативный член в (48) ($\Gamma \neq 0$).

Для импульса типа N-волны эти явления ведут к потерям энергии (дополнительным к нелинейному поглощению), а также к "уширению" фронтов. Особенно важно, что уменьшается крутизна ударных фронтов, то есть градиенты давления, ответственные за вредное воздействие ударов на объекты и живые организмы.

Пример эволюции такого импульса показан на рис. 15 [63]. На границе z = 0 исходный профиль дается функцией $V(z = 0, \theta) = \sin \theta$, отличной от нуля в области $-2\pi < \theta < 2\pi$. Иными словами, им-

пульс представляет собой отрезок синусоиды, содержащий два ее периода. Наблюдается формирование ударных фронтов сжатия. Положительные и отрицательные области искажаются неодинаково, как и должно быть в среде с релаксацией. В целом импульс уширяется из-за "разбегания" ударных фронтов, занимавших исходное положение в точках $\theta = \pm 2\pi$. Этот процесс приводит на больших расстояниях к превращению исходного сигнала в двуполярный импульс типа *N*-волны.

Численный расчет проводился на основе интегро-дифференциального уравнения (48) для значений параметров D = 0.1, $\theta_{rel} = 1$ и ядра в виде функции Хевисайда (единичного скачка) K = H(1-s).

Приведем формулу, описывающую потери энергии $E = p^2$ в процессе распространения нелинейной волны в среде с вязкостью и релаксацией. Из уравнения (45) следует [61]

$$\frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{b}{c_0^3 \rho_0} \left(\overline{\frac{\partial p}{\partial \tau}} \right)^2 + \frac{m_0}{c_0} \int_0^\infty K\left(\frac{\xi}{t_0}\right) \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \overline{p(\tau) p(\tau - \xi)} d\xi.$$
(51)

Здесь черта сверху означает усреднение по т для периодического сигнала или интеграл по всей области т, занимаемой волной. Интегральное соотношение (51) удается записать в виде разложения в ряд по средним значениям квадратов производных [61, 62]:

+

$$\frac{\partial E}{\partial z} = -\left[\frac{b}{c_0^3 \rho_0} + \frac{m_0}{c_0} \int_0^\infty K\left(\frac{\xi}{t_0}\right) d\xi\right] \overline{\left(\frac{\partial p}{\partial \tau}\right)^2} + \frac{m_0}{c_0} \left[\frac{1}{2} \int_0^\infty \xi^2 K\left(\frac{\xi}{t_0}\right) d\xi\right] \overline{\left(\frac{\partial^2 p}{\partial \tau^2}\right)^2} - \frac{m_0}{c_0} \left[\frac{1}{24} \int_0^\infty \xi^4 K\left(\frac{\xi}{t_0}\right) d\xi\right] \overline{\left(\frac{\partial^3 p}{\partial \tau^3}\right)^2} + \dots$$
(52)

Отсюда видно, что затухание волны тем сильнее, чем больше крутизна ударных фронтов, на которую существенно влияют релаксационные процессы (см. рис. 14).

4. ВОЛНА В НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ

Атмосфера, как и другие природные среды, неоднородна для акустических волн. Эти неоднородности проявляются при распространении сигналов на большие расстояния [64, 65]. "Стандартная атмосфера" [66] имеет регулярную стратификацию по высоте. Ход лучей для такой стратификации в случае источника, расположенного на высоте 10 км, изображен на рис. 16. Видно, что лучи,



Рис. 15. Трансформация нелинейного импульса в релаксирующей среде. Исходный профиль $V(z = 0, \theta) = \sin \theta$ (кривая *I*) отличен от нуля в области $-2\pi < \theta < 2\pi$. Параметры D = 0.1, $\theta_{rel} = 1$. Кривые *I*–*5* построены для расстояний z = 0, 2.5, 5, 10, 15

выходящие вверх под малыми углами к вертикали, уходят в верхние слои атмосферы. Лучи под несколько большими углами идут вверх, а затем поворачивают к поверхности земли. В результате на расстояниях примерно 50–250 км образуется зона акустической тени, а далее – зона конвергенции, где происходит концентрация лучей и уровень сигнала вновь возрастает. Прямой приход волны к земле наблюдается вдоль лучей, идущих под малыми углами к вертикали вниз. Основная зона слышимости простирается до расстояний порядка 30 км.

Помимо регулярной неоднородной структуры [67], влияющей на распространение звука, существуют изменяющиеся во времени неоднородности, например, ветер [68]. Важную роль играют и случайные неоднородности. На высоте порядка сотен метров часто образуется турбулентный пограничный слой, приводящий к случайной фокусировке или дефокусировке лучей [57, 69].

Сходящиеся (суживающиеся) лучевые трубки (на рис. 17 они затенены) приводят к фокусировке ударных волн и появлению "сверхударов", вредных для наземных объектов.

4.1. Нелинейная геометрическая акустика, квазиоптика и лучи в неоднородной среде

Для описания разрывных волн нужно рассчитать положение и форму ударного фронта, а также скачки параметров на фронте. Однако этого недостаточно. Волна – сигнал сложного спектрального состава. В атмосфере она взаимодействует с неоднородностями, которые рассеивают и отражают ее, служат естественными волноводами, линзами, фильтрами и имеют выраженные частотно-избирательные свойства. Поэтому нужно проводить расчеты нелинейного искажения не



Рис. 16. Ход лучей в стандартной атмосфере; источник расположен на высоте 10 км над поверхностью земли.

только формы профиля, но и спектров, комбинируя два способа описания: пространственно-временное и спектральное. Эта сложная задача эффективно решается лишь в приближении нелинейной акустики с помощью методов линейной теории волн в неоднородных средах [70] и теории нелинейных волн в средах со слабой дисперсией [33].

Применительно к плавно-неоднородным средам развиты приближенные подходы (см., например, [71–74]) на основе нелинейной геометрической акустики (НГА). В работах [75–77] получены эволюционные уравнения типа X3 для неоднородных сред, позволившие учесть дифракцию пучков.



Рис. 17. Ход лучей, преломленных пограничным турбулентным слоем атмосферы; образование фокусирующих и дефокусирующих лучевых трубок.



Рис. 18. Ход луча из точки M_0 на заданной поверхности. Показаны декартовы x, y, z и криволинейные лучевые координаты α, β, s

Имеет смысл выделить два способа упрощения исходных уравнений, облегчающих решение нелинейных задач. Первый подход основан на приближении НГА и применяется для пучков с большой расходимостью лучей. Однако он не справедлив в аберрационной области, где лучи пересекаются. Второй подход, основанный на квазиоптическом приближении, рассчитан только на пучки с узким угловым спектром, зато позволяет описать поля в окрестности фокусов и каустик.

Начнем с НГА. Исходим из волнового уравнения для неоднородной среды [75]:

$$\Delta p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \frac{1}{\rho} \nabla \rho \nabla p = -\frac{\varepsilon}{c^4 \rho} \frac{\partial^2 p^2}{\partial t^2}.$$
 (53)

Уравнение (53) без нелинейного члена приведено, например, в книге [78]. Здесь скорость звука, плотность и нелинейность среды считаются зависящими от координат. Решение (53) ищется в виде

$$p = p\left(T = t - \frac{1}{c_0}\Psi(\mathbf{r}), \mathbf{r}\right).$$
(54)

В приближении НГА малой величиной считается акустическое число Маха $p/c^2 \rho \sim \mu \ll 1$. Частоты считаются высокими, то есть дифференцирование $\partial/\partial T$ соответствует умножению на большой параметр μ^{-1} . При этих допущениях (54) сведется к паре уравнений – эйконала $\Psi(\mathbf{r})$ и переноса:

$$\left(\nabla\Psi\right)^2 = \frac{c_0^2}{c^2} = n^2,$$
 (55)

$$\nabla p \nabla \Psi + \frac{p}{2} \Delta \Psi - \frac{p}{2} \nabla (\ln \rho) \nabla \Psi - \frac{\epsilon n}{c^3 \rho} p \frac{\partial p}{\partial T} = 0. \quad (56)$$

Уравнение эйконала (55) имеет такой же вид, как в линейной акустике. Справедливость этого очевидна для сигналов, спектр которых не содержит очень низких частот. Действительно, если приближение геометрической акустики выполнено для основной частоты, то оно тем более выполняется для высших гармоник.

Система (55), (56) замечательна тем, что ее удается проинтегрировать вдоль произвольного луча. Как показано в работе [75], эта система сводится к одному уравнению (см. также [79]):

$$\frac{\partial p}{\partial s} + \frac{p}{2} \frac{d}{ds} \ln\left(\frac{D}{c\rho}\right) - \frac{\varepsilon}{c^{3}\rho} p \frac{\partial p}{\partial T} = 0.$$
 (57)

Здесь D — якобиан перехода от декартовых x, y, zк криволинейным лучевым α, β, s координатам. Параметры α, β описывают положение точки выхода луча $M_0(\alpha, \beta)$ с исходной поверхности, а s расстояние, отсчитываемое вдоль луча (длина дуги M_0M на рис. 18).

Профиль исходной (в точке M_0) волны давления $p = \Phi(T; \alpha, \beta)$, где Φ – произвольная функция, искажается в соответствии с выражением

$$p = \sqrt{\frac{\rho c D_0}{\rho_0 c_0 D}} \Phi \left[T + p \sqrt{\frac{D}{\rho c_0}} \int_0^s \frac{\varepsilon}{c^3 \rho} \sqrt{\frac{\rho c}{D}} ds; \alpha, \beta \right].$$
(58)

Для N-волны с исходной длительностью $2T_0$ и пиковым давлением P_0 решение (58) примет вид:

$$\frac{p}{P_0} = \begin{cases} -\frac{T}{T_0 (1+Z(s))} \sqrt{\frac{\rho c D_0}{\rho_0 c_0 D}}, & \frac{|T|}{T_0} < \sqrt{1+Z(s)}, \\ 0, & \frac{|T|}{T_0} > \sqrt{1+Z(s)}, \end{cases}$$
(59)
$$Z(s) = \frac{P_0}{T_0} \sqrt{\frac{D_0}{\rho_0 c_0}} \int_0^s \frac{\varepsilon}{c^3 \rho} \sqrt{\frac{\rho c}{D}} ds. \end{cases}$$

Решение (58), (59) для волновых профилей, состоящих из гладких участков, соединенных ударными фронтами, проанализировано в работах [76, 77] (см. также обзор [80]). В частности, рассчитаны формы лучей и параметры нелинейных пилообразных волн и волн звукового удара в стратифицированной атмосфере.

Перейдем к описанию второго подхода, который позволяет устранить сингулярности в области пересечения лучей.

В работе [75] с использованием квазиоптического приближения теории дифракции получено уравнение, обобщающее X3:

$$\frac{\partial}{\partial T} \left[\frac{\partial p}{\partial s} - \frac{p}{2} \frac{d}{ds} \ln (c\rho) - \frac{\varepsilon}{c^3 \rho} p \frac{\partial p}{\partial T} \right] - \frac{1}{2c^2} \left[\left(\xi \nabla_{\perp} \right)^2 c \right]_{\xi=0} \frac{\partial^2 p}{\partial T^2} = \frac{\rho}{2} \nabla_{\perp} \left(\frac{c}{\rho} \nabla_{\perp} p \right).$$
(60)

Идеи вывода уравнений типа (60) для линейных задач изложены в монографии [81]. Для описания поля акустического давления *р* в окрестности

произвольно выбранного луча использованы криволинейные координаты. Расстояние *s* отсчитывается вдоль луча от некоторой фиксированной точки, а координаты $\boldsymbol{\xi} = (\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\eta})$ (см. рис. 18) вводятся в поперечном сечении лучевой трубки специальным образом: базис этой системы повернут относительно трехгранника Френе на угол, определяемый криволинейным интегралом от кручения луча [75]. Заметим, что, используя этот подход, можно обобщить (60) на диссипативные, релаксирующие и другие среды с произвольными частотными зависимостями их линейных свойств (так, как это сделано в работе [82] для однородной среды).

4.2. Прохождение нелинейной волны через случайный фазовый экран

При распространении акустического сигнала через случайно неоднородную среду, в частности, при проникновении волны звукового удара через пограничный турбулентный слой атмосферы, возникают флуктуации параметров волны. Как известно, наиболее сильные атмосферные флуктуации наблюдаются в приземном пограничном слое на высотах порядка сотен метров. Эти расстояния обычно малы по сравнению с высотами движения больших тел на сверхзвуке. Расчет должен дать информацию о средних значениях характеристик волны и оценку вероятности появления выбросов.

Если продольный размер слоя неоднородной среды невелик, удобно использовать модель случайного фазового экрана. Слой считается плоским и бесконечно тонким. До и после него среда является однородной. При падении волны на плоскость лучи преломляются, формируя сходящиеся и расходящиеся лучевые трубки (рис. 17).

Модель неоднородности в виде одномерного фазового экрана использовалась в задачах о звуковом ударе [58, 69, 83] и в медицинских приложениях при анализе проникновения ультразвука в мозг через кости черепа [84].

Двумерный экран рассмотрен в работе [85]. Решалась система из трех нелинейных уравнений:

n ---

n ---

$$\frac{\partial X}{\partial z} + X \frac{\partial X}{\partial x} + Y \frac{\partial X}{\partial y} = 0, \quad X = \frac{\partial \Psi}{\partial x},$$
$$\frac{\partial Y}{\partial z} + X \frac{\partial Y}{\partial x} + Y \frac{\partial Y}{\partial y} = 0, \quad Y = \frac{\partial \Psi}{\partial y},$$
(61)

 $\frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\varepsilon}{\rho_0 c_0^3} p \frac{\partial p}{\partial T} + X \frac{\partial p}{\partial x} + Y \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{2} p \left(\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} \right) = 0.$

Здесь x, y — декартовы координаты в плоскости экрана, ось z направлена по нормали к нему. Переменные $(X,Y) = \nabla \Psi$ определяют "наклоны" (косинусы углов наклона) лучей к осям x, y соот-

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 67 № 1 2021

ветственно. Они связаны двумя первыми уравнениями (61) и входят в уравнение переноса (третье уравнение системы (61)).

Система (61) замечательна тем, что имеет точное аналитическое решение. Поэтому она позволяет изучить широкий круг динамических и статистических задач. Решение для наклонов дается неявными выражениями:

$$X(x, y, z) = X_0 (x - Xz, y - Yz), Y(x, y, z) = Y_0 (x - Xz, y - Yz).$$
(62)

Здесь функции $X_0(x, y) = X(x, y, z = 0), Y_0(x, y) = Y(x, y, z = 0)$ задают углы наклона лучей на экране z = 0.

Далее удобно перейти к лагранжевым пространственным переменным α, β (рис. 18) — координатам выхода луча из плоскости z = 0 и решать третье уравнение (61) (уравнение переноса) на фиксированном луче. Благодаря замене переменных (x, y, z) на (α, β, z) уравнение переноса примет вид

$$\frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\varepsilon}{\rho_0 c_0^3} p \frac{\partial p}{\partial T} + \frac{p}{2} \frac{d}{dz} \ln S = 0.$$
(63)

В уравнении (63) переменные α и β играют роль параметров, поэтому (63) легко интегрируется. Функция *S* – это якобиан преобразования от физических координат (*x*, *y*) к лагранжевым (α , β). Одновременно якобиан *S* имеет смысл площади поперечного сечения лучевой трубки на расстоянии *z* от экрана, сформированной близкими лучами, вышедшими из окрестности точки (α , β , *z* = 0).

На рис. 19 для примера изображено пространственное распределение максимумов акустического давления *N*-волны на поверхности земли после прохождения волной экрана с периодическими неоднородностями. Видно, что из-за схождения лучей возникают области фокусировок, создающие острые пики давления.

Используя аналитическое решение системы (61), можно рассчитать характеристическую функцию и плотность вероятности распределения площади сечения лучевой трубки. Характеристическая функция имеет вид [85]:

$$\Theta(\varsigma) = \langle \exp(i\varsigma S) \rangle =$$

$$= \frac{16}{\sqrt{4 - i\varsigma l^2} \left(8 + i\varsigma l^2\right)} \exp\left(i\varsigma - \frac{\varsigma^2 l^2}{4 - i\varsigma l^2}\right). \quad (64)$$

Здесь $l = (8\sigma_0/r_0^2)z$. Параметры σ_0 и r_0 определяются видом корреляционной функции пространственного распределения фазы волны на плоскости экрана:



Рис. 19. Распределение максимумов давления [85] за фазовым экраном с периодически расположенными неоднородностями.

$$\langle \Psi_1(x_1, y_1) \Psi_2(x_2, y_2) \rangle =$$

= $\sigma_0^2 \exp\left(-\frac{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}{r_0^2}\right).$ (65)

Дифференцированием функции (64) по параметру у получаются выражения для среднего значения площади лучевой трубки и ее старших моментов. В частности, средние значения равны

$$\langle S \rangle = 1, \langle S^2 \rangle = 1 + 8\nu z^2 + 12\nu^4 z^4.$$
 (66)

Здесь $v = 4\sigma_0^2/r_0^4$. Таким образом, площадь лучевой трубки в среднем при распространении не изменяется, в тоже время дисперсия с ростом расстояния возрастает, что говорит о повышении вероятности пересечения лучевых трубок и появления каустик.

Плотность вероятности находится как Фурьепреобразование характеристической функции (64). Рассчитанная для нескольких значений параметра l = 0, 4; 0, 7; 1; 2 (кривые 1-4) плотность вероятности представлена на рис. 20. При малых значениях параметра *l*, то есть небольших расстояниях от экрана, плотность вероятности стремится к дельта-функции $\delta(S-1)$. При больших значениях *l* максимум сдвигается влево и появляются "нефизичные хвосты" в области отрицательных значений S, что указывает на значительную вероятность пересечения лучей. Рост вероятности малых значений S ведет к выбросам – появлению импульсов звукового удара с большими пиковыми значениями акустического давления на фронте ударной волны.



Рис. 20. Вероятностное распределение площади сечения лучевых трубок на различных расстояниях от экрана [85].

Наглядная картина роста вероятности появления "сверхударов" при удалении от экрана с одномерным распределением неоднородностей показана на рис. 21 [69]. Исходное распределение, представляющее собой дельта-функцию, расширяется как в сторону больших, так и меньших значений пикового давления *N*-волны. Появление "правого крыла" соответствует росту вероятности выбросов с большими амплитудами. Штриховая кривая для нормированного расстояния 1 на рис. 21 построена по линейной теории. Таким образом, учет нелинейности среды после прохождения экрана несколько уменьшает давление из-за потерь энергии на ударном фронте.

5. О ХАРАКТЕРИСТИКАХ И ОЦЕНКАХ СУБЪЕКТИВНОГО ВОСПРИЯТИЯ ЗВУКОВЫХ УДАРОВ, СВЯЗАННЫХ С АКУСТИЧЕСКОЙ ЭКОЛОГИЕЙ

Отмечая факт заметного влияния ЗУ от сверхзвуковых самолетов на окружающую среду (прежде всего, на население в зоне "ощутимого" выброса давления у земной поверхности), полезно обсудить развитие работ по изучению субъективного восприятия [86, 87] данного импульсного шума для исследования поведенческих и психоакустических реакций [88, 89]. Важно также иметь возможность прогноза "отдаленных" последствий воздействия ЗУ на социо- и экосистему с целью их минимизации.

Обратим внимание на общность следующего ряда исследований. После появления нового источника шума (это были первые коммерческие самолеты 1920—30-х годов) проводилось физикотехническое изучение механизмов генерации шума, а также исследование его влияния на живые субъекты (на людей, и позднее — на различных представителей фауны). Ко второму направлению относится фиксация жалоб и отрицательных реакций граждан на действие шума. Со значительным сдвигом во времени формулируются ограничительные нормативные требования к шуму. Первые итоги исследований конца 1920-х годов относительно генерируемых самолетами звуков (шумов) изложены в работе 1930 года [90].

В эти же годы появляются данные о поданных в суд жалобах на отрицательные эффекты, вызванные промышленным шумом и шумом, создаваемым пролетами первых "медленных" самолетов, имеющих маломощные двигатели [91, 92]. Затем усилились тенденции роста числа самолетов, увеличения мощности их двигателей и, соответственно, шумности (особенно на этапе взлета). В начале 1950-х годов появились более шумные реактивные самолеты, что привело к растущему потоку жалоб и обращений в суд по поводу негативного воздействия шума на жителей и домашних животных. Однако это не слишком ускорило введение нормативных ограничений на авиационный шум (до конца 1970-х годов – дозвуковых коммерческих самолетов). Только в 1972 году Международная организация гражданской авиации (ИКАО) ввела в действие стандарты по шуму, создаваемому дозвуковыми самолетами на местности. Эти стандарты основаны на положениях документа, известного как Приложение 16 (Об охране окружающей среды, том 1, раздел "Авиационный шум") к Конвенции о международной гражданской авиации 1944 года.

Переходя к рассмотрению ЗУ, который также относят к авиационным шумам, необходимо обратить внимание на аналогии в развитии интереса к новому феномену (появившемуся на рубеже 1940-х и 50-х годов) с тем, что сообщено относительно шума от дозвуковых самолетов. Таким же образом, одна часть научно-инженерных усилий была направлена на изучение физических аспектов (генерация в режиме сверхзвукового обтекания самолета с вариациями условий и параметров обтекания, прохождение волны ЗУ через атмосферу), а другая часть – на изучение последствий ЗУ. Последняя, как и ранее, стимулировалась негативной реакцией населения, испытавшего на себе неприятные слуховые, психо-физиологические и другие воздействия. В работе [5] представ-



Рис. 21. Вероятностное распределение пикового давления звукового удара на различных расстояниях от экрана.

лены свидетельства участников этого второго направления, стимулированного "давлением" со стороны обычных граждан, даже не знакомых с явлением ЗУ. На стр. 68 этой книги можно прочитать: "В 1956 году, по установившимся в то время в нашей стране демократическим правилам, граждане нескольких селений Горьковской области написали жалобу в ЦК КПСС, связав часто повторяющийся "гром" с полетами самолетов авиационного завода. Жалоба была направлена для рассмотрения в Министерство авиационной промышленности, а оттуда последовало указание начальнику Летно-исследовательского института Н.С. Строеву: "Разобраться и доложить". Возглавил изучение проблемы и обоснование ответа заместитель начальника ЛИИ профессор И.В. Остославский. Первые же сведения подтвердили, что жалобы связаны с испытательными полетами самолетов МИГ-19, которые Горьковский авиазавод начал в то время строить и испытывать. Анализ показал, что жалобы вызываются только полетами с достижением сверхзвуковых скоростей (самолеты превышали скорость звука на высотах более 1500 м)..." Удивительным в этом отрывке является то, что даже высококлассные специалисты в 1956 году четко не связывали "слышимый громоподобный" эффект со сверхзвуковым полетом самолета.

Однако, в дальнейшем следует обратить внимание на развитие такого "инструментария" как критерии, метрики для количественного показателя объективного воздействия ЗУ (в общем случае, с разнообразной формой импульса ЗУ), пси-



Рис. 22. К описанию экологических проблем, связанных с воздействием звуковых ударов.

хо-эмоциональные оценки (раздражение, страх, испуг и т.п.) субъективного восприятия импульсов ЗУ и, как интегральный результат применения этого "инструментария", – формирование необходимого представления об ограничительных нормативах на воздействие ЗУ. Весь этот исследовательский процесс отражен в собранных в Приложении обзорных работах. Вместе с тем, вызывает удивление то, что все полученные сведения о ЗУ и эффектах его воздействия до сих пор никак не используются в официальных документах, ограничивающих шумовое воздействие СЗ самолетов гражданской авиации. В уже упоминавшемся выше Своде стандартов и сертификационных требований ИКАО по авиационному шуму (Приложение 16 ..., последнее издание 2014 г.), представляющем собой целый том в две с половиной сотни страниц, интересующая нас "Глава 12. Сверхзвуковые самолеты" состоит из нескольких строчек, занимающих менее половины страницы, которые фиксируют: "Стандарты и рекомендуемая практика для этих самолетов не разработана. Однако, в качестве инструктивных указаний могут быть использованы максимальные уровни шума настоящей части (данная глава 12 входит в Часть II "Сертификация воздушных судов по шуму" - пояснение наше), которые применяются к дозвуковым реактивным самолетам. Приемлемые уровни звукового удара не установлены и соблюдение стандартов по шуму для дозвуковых полетов нельзя рассматривать как разрешение производить сверхзвуковые полеты". Таким образом, для шумового фактора в виде ЗУ официально зафиксировано, что до настоящего времени "приемлемые уровни звукового удара не установлены", а значит, полтверждается отсутствие каких-либо критериев и нормативов на характерные параметры ЗУ (сами эти параметры тоже официально не утверждены). Отсюда следует, что даже при наличии спроектированного, изготовленного и прошедшего летные испытания СЗ самолета с заведомо приемлемым ЗУ воздействием на эко- и социосистемы его сертификация по шумовым

характеристикам будет невозможна, что ведет к запрету его эксплуатации на трансконтинентальных маршрутах. Представленная "парадоксальная" ситуация с официальным документом ИКАО естественно порождает чувство неопределенности относительно обеспечения нужных требований для ЗУ. Несмотря на это, изучение ЗУ идет с неснижаемой интенсивностью, концентрируясь в двух основных направлениях: а) определение компоновки корпуса (планера) самолета как решение обратной задачи обеспечения заданного значения определенной метрики (например, громкости) ЗУ с целевой установкой на минимизацию эффекта воздействия/восприятия импульса ЗУ, б) определение/выявление количественных показателей (метрик), наиболее адекватно характеризующих степень (величину) воздействия и конечный результат воздействия ЗУ на отдельного индивидуума или на определенное сообщество людей (например, жителей какого-либо поселения) с учетом не только реакции слуховой системы, но также других систем организма.

Хотелось бы обратить внимание на то, что критерии типа "уровня шума в дБ", принятые для обычных шумов, вряд ли могут дать адекватную оценку воздействиям ЗУ. Конечно, при разработке объективных критериев необходимо учитывать пиковые давления в импульсе ЗУ и крутизну (характерную длительность) фронта ударной волны, создающие разрушительные градиенты давления и огромные ускорения (инерционные нагрузки).

После появления сверхзвуковых пассажирских самолетов первого поколения (Ту-144 и "Конкорд") некоторые страны (в т.ч., США в 1973 г.) ввели запрет на сверхзвуковые полеты над населенными территориями. Поэтому "Конкорды" прокладывали сверхзвуковые маршруты над океаном. Только военной авиации было разрешено летать по специальным "коридорам".

Пока писался этот обзор, появилось сообщение о создании в России Научного центра мирового уровня "Сверхзвук". В консорциум участников, реализуемого в рамках нацпроекта "Наука", вошли такие организации, как ЦАГИ, ЦИАМ им. П.И. Баранова, ИПМ им. М.В. Келдыша, МГУ им. М.В. Ломоносова, ЛИИ им. М.М. Громова и другие.

За рубежом в США, Японии и ряде других стран ведутся работы по созданию пассажирских самолетов нового поколения, аэродинамическая форма которых позволяет несколько уменьшить интенсивность волн ЗУ.

По аналогичному пути предполагают идти Российские инженеры. Сообщается, что специалистам ЦАГИ удалось найти решение, сочетающее высокие летные качества и приемлемый уровень акустического ЗУ [93]. Решение связано с компромиссом между аэродинамическими характеристиками планера, конфигурацией и расположением двигателей. Характеристики летательного аппарата должны быть приемлемыми на всех режимах его полета. Рынок, по-видимому, примет новые бизнес-самолеты малой вместимости, поскольку спрос на дорогие полеты будет небольшим.

В конце этого раздела еще раз подчеркнем, что проблемам акустической экологии, связанным с краткосрочными и удаленными последствиями воздействия ЗУ на живые организмы, уделяется огромное внимание, особенно в зарубежной литературе, начиная с конца 1960-х годов (см., например, [94]). Довольно неожиданным оказалось явление "резонансного" проникновения ЗУ в водную среду [95], что, как показали наблюдения, оказывает сильное отрицательное влияние на поведение морских млекопитающих. Иллюстрацией к воздействию ЗУ служит рис. 22.

Ясно, что снижение уровня ЗУ при его воздействии на густонаселенные территории и водную среду может, в принципе, быть достигнуто двумя способами: (а) целевым изменением аэродинамики самолета; (б) созданием экспертной системы выбора оптимальных режимов и трасс полета. Заметим, что по первому направлению предлагались нетривиальные способы "удлинения" фюзеляжа за счет направленного вперед лазерного луча или плазменной струи [96].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Следует указать, что точка зрения, изложенная в разделах 2, 3 и 4, сформировалась благодаря комплексным исследованиям, выполненным в России в 1991-96 годах под руководством одного из авторов (О.В. Руденко). В них принимали участие физики, математики, механики и биологи А.П. и А.К. Сухоруковы, В.П. Коробейников, Н.С. Бахвалов, В.Б. Кудрявцев, А.В. Чечкин, Е.И. Маевский и другие известные специалисты. Работы были поддержаны Секцией прикладных проблем РАН и иными источниками финансирования. Итогом стало: (а) привнесение в проблематику звукового удара методов и результатов нелинейной акустики, где советские ученые были признанными лидерами; (б) разработка интеллектуального комплекса для выбора оптимальных режимов и трасс полета; (в) создание установок для лабораторного моделирования импульсов звукового удара. В частности, были разработаны эффективные численные методы для расчета параметров удара в неоднородной атмосфере, основанные на моделях нелинейной геометрической акустики и нелинейной квазиоптики. Был разработан комплекс компьютерных программ "SBOOM" в дополнение к пакету "NACSI" (Е.А. Лапшин, О.А. Васильева, Ю.Р. Лапидус [45, 80]). Результаты обсуждались со специалистами из Университета штата Техас в Остине (Блэксток, Гамильтон, Липкенс, Спарроу) и частично демонстрировались сотрудникам фирмы "Боинг". В частности, была продемонстрирована на персональном компьютере работа одного из черновых вариантов экспертной системы, созданной группой из МГУ.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-12-50277.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Соболев Д.А. История самолетов мира. М.: Русавиа, 2001. 680 с.
- 2. *Цихош Э*. Сверхзвуковые самолеты. М.: Мир, 1983. 424 с.
- 3. *Gold T*. The "Double Bang" of Supersonic Aircraft // Nature. 1952. V.170. P. 808.
- Warren C. Noise from Aircraft at Supersonic Speeds // Nature. 1953. V. 171. P. 214–215.
- 5. Близнюк В., Васильев Л., Вуль В. и др. Правда о сверхзвуковых пассажирских самолетах. // М.: Моск. раб., 2000. 335 с.
- 6. Остославский И.В., Миронов А.Д., Кириллов Е.А. О влиянии самолета, летящего со сверхзвуковой скоростью, на окружающее пространство // Техника воздушного флота. 1956. № 5.
- Жилин Ю.Л. Влияние компоновки самолета, режима его полета и состояния атмосферы на интенсивность звукового удара // Труды ЦАГИ. 1967. Вып. 1094. С. 14–22.
- Жилин Ю.Л. О звуковом ударе // Ученые записки ЦАГИ. 1971. Т. II. № 3. С. 1–11.
- 9. *Parker M.A.* The Sonic Boom Problem: An examination of the overpressures on the ground caused by supersonic aircraft with particular application to Concorde // Aircraft Engineering and Aerospace Technology. 1968. V. 40. № 8. P. 30–38.
- 10. Aronstein D.C., Schueler K.L. Two supersonic business aircraft conceptual designs, with and without sonic boom constraint // J. Aircraft. 2005. V. 42. № 3. P. 775–786.
- 11. *Maglieri D.J.* Compilation and review of supersonic business jet studies from 1963 through 1995. Report NASA/CR-2011-217144. May, 2011.
- Вавилов С.И. О возможных причинах синего γ-свечения жидкостей // ДАН СССР. 1934. Т. 2. № 8. С. 457–459.
- Черенков П.А. Видимое свечение чистых жидкостей под действием γ-радиации // ДАН СССР. 1934. Т. 2. № 8. С. 451–456.
- Тамм И.Е., Франк И.М. Когерентное излучение быстрого электрона в среде // ДАН СССР. 1937. Т. 14. № 3. С. 107-112.
- 15. Черенков П.А. Излучение частиц сверхсветовой скорости и некоторые применения этого излучения в экспериментальной физике // УФН. 1959. Т. 68. № 3. С. 377–386.

- Тамм И.Е. Общие свойства излучения, испускаемого системами, движущимися со сверхзвуковыми скоростями, и некоторые приложения к физике плазмы // УФН. 1959. Т. 68. № 3. С. 387–396.
- Франк И.М. Оптика источников света, движущихся в преломляющих средах // УФН. 1959. Т. 68. № 3. С. 397-415.
- *Tamm I.E.* Radiation Emitted by Uniformly Moving Electrons // J. Phys. USSR. 1939. V. 1. № 5-6. Р. 439– 461. (см. также: *Тамм И.Е.* Излучение, вызываемое равномерно движущимися электронами // Собрание научных трудов. Т. 1. С. 77–99. М.: Наука, 1975.)
- Аскарьян Г.А. Черенковское и переходное излучение от электромагнитных волн // ЖЭТФ. 1962. Т. 42. № 5. С. 1360–1364.
- Roppo V., Kalinowski K., Sheng Y. et al. Unified approach to Cerenkov second harmonic generation // Opt. Express. 2013. V. 21. № 22. P. 25715–25726.
- 21. *Голдстейн М.Е.* Аэроакустика (пер. с англ., ред. Мунин А.Г.). М.: Машиностроение, 1981. 294 с.
- Miles J.W. Acoustical methods in supersonic aerodynamics // J. Acoust. Soc. Am. 1948. V. 20. № 3. P. 314–323.
- 23. Miles J.W. The potential theory of unsteady supersonic flow. Cambridge University Press, 1959. (перевод: Майлс Дж.У. Потенциальная теория неустановившихся сверхзвуковых течений. М.: ГИФМЛ, 1963.)
- 24. http://www.deutsches-museum.de/archiv/archiv-online/ernst-mach (дата обращения 08.09.2020 г.).
- 25. *Mach E., Salcher P.* Photographische Fixirung der durch Projectile in der Luft eingeleiteten Vorgange // Sitzungsberichte der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften (Vienna), Mathematisch-Naturwissenschaftliche Klasse. 1887. V. 95 (2). P. 764–781.
- Mach E., Salcher P. Über die in Pola und Meppen angestellten ballistisch-photographischen Versuche // Sitzungsberichte der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften (Vienna), Mathematisch-Naturwissenschaftliche Klasse. 1889. V. 98 (2a). P. 41–50.
- 27. *Rott N.* Jakob Ackeret and the history of the Mach number // Ann. Rev. Fluid Mech. 1985. V. 17. P. 1–9.
- Doppler Ch. Über den Einfluß der Bewegung des Fortpflanzungs mittels auf die Erscheinungen der Äther-, Luft- und Wasserwellen. Commission bei Borrosch & Andre, Prag. 1847.

https://books.google.ru/books?id=aKteAAAAcAAJ&pg =PA13&lpg=PA13&dq=%C3%9Cber+den+Einflu%C3% 9F+der+Bewegung+des+Fortpflanzungs+mittels+auf +die+Erscheinungen&source=bl&ots=9EWZZCvmIK&sig=ACfU3U15e0oe3xFoninthnjzLdhAOaKX-3A&hl=ru&sa=X&ved=2ahUKEwiQzI_7zanrAhX-7isMKHXajAg4Q6AEwAnoECAEQAQ#v=onepage&q=%C3%9Cber%20den%20Einflu%C3%9F%20 der%20Bewegung%20des%20Fortpflanzungs%20mittels%20auf%20die%20 Erscheinungen&f=false (дата обращения 08.09.2020 г.)

- Мах Эрнст. Популярные лекции по физике (пер. с нем.). Москва–Ижевск, "R&C Dynamics", 2001. 128 с.
- 30. *Mach E., Doss B.* Bemerkungen zu den Theorien der Schallphänomene bei Meteoritenfällen (Коммента-

рии к теории звуковых явлений в случае метеорита – *перевод наш)* // Sitzungsber. Akad. Wiss. Wien. 1893. V. 102 (Abth. IIa). P. 248–252.

- Брэге Уильям. Мир света. Мир звука. (Пер. с англ. под ред. академика Обреимова И.В.) М.: Наука, 1967. 336 с.
- Прандтль Л. Гидроаэромеханика. (Пер. со 2-го нем. изд.) Ижевск, НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2000. 576 с.
- 33. Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П. Теория волн (3-е изд.) // М.: Ленанд, 2015. 448 с.
- 34. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М*. Механика. М.: Физматлит, 2007. 216 с.
- Гурбатов С.Н., Руденко О.В., Саичев А.И. Волны и структуры в нелинейных средах без дисперсии. М.: Физматлит, 2008. 496 с.
- 36. Карабутов А.А., Руденко О.В. Нелинейные плоские волны, возбуждаемые объемными источниками в движущейся с трансзвуковой скоростью среде // Акуст. журн. 1979. Т. 25. № 4. С. 536–542.
- 37. Гурбатов С.Н., Саичев А.И., Якушкин И.Г. Нелинейные волны и одномерная турбулентность в средах без дисперсии // Успехи физ. наук. 1983. Т. 141. № 2. С. 221–225.
- Руденко О.В. Взаимодействия интенсивных шумовых волн // Успехи физ. наук. 1986. Т. 149. № 3. С. 413–447.
- 39. *Rudenko O.V., Hedberg C.M.* Wave resonance in media with modular, quadratic and quadratically-cubic non-linearities described by inhomogeneous burgers-type equations // Acoust. Phys. 2018. V. 64. № 4. P. 422–431.
- 40. Руденко О.В. "Экзотические" модели физики интенсивных волн: линеаризуемые уравнения, точно решаемые задачи и неаналитические нелинейности // Прикл. нел. динамика. 2018. Т. 26. № 3. С. 7–34.
- 41. *Enflo B.O., Hedberg C.M., Rudenko O.V.* Resonant properties of a nonlinear dissipative layer excited by a vibrating boundary: *Q*-factor and frequency response // J. Acoust. Soc. Am. 2005. V. 117. № 2. P. 601–612.
- 42. *Rudenko O.V., Hedberg C.M.* Nonlinear dynamics of grains in a liquid-saturated soil // Nonl. Dynamics. 2004. V. 35. P. 187–200.
- 43. Карабутов А.А., Руденко О.В. Модифицированный метод Хохлова для исследования нестационарных трансзвуковых течений сжимаемого газа // ДАН СССР. 1979. Т. 248. № 5. С. 1082–1085.
- 44. *Lin C., Reissner E., Tsien H.S.* On two-dimensional non-steady motion of a slender body in a compressible fluid // J. Mathematics and Physics. 1948. V. 27. № 3. P. 220–231.
- Руденко О.В. К 40-летию уравнения Хохлова-Заболотской // Акуст. журн. 2010. Т. 56. № 4. С. 452–462.
- 46. Ибрагимов Н.Х., Руденко О.В. Принцип априорного использования симметрий в теории нелинейных волн // Акуст. журн. 2004. Т. 50. № 4. С. 481–495.
- Новиков Б.К., Руденко О.В., Тимошенко В.И. Нелинейная гидроакустика // Ленинград: Судостроение, 1981. 264 с.

- 48. Гурбатов С.Н., Демин И.Ю. О трансформации интенсивных шумов акустических импульсов // Акуст. журн. 1982. Т. 28. № 5. С. 634–640.
- 49. Руденко О.В., Гурбатов С.Н., Хедберг К.М. Нелинейная акустика в задачах и примерах // М.: Физматлит, 2007. 176 с.
- 50. *Руденко О.В., Хохлова В.А.* Кинетика одномерных пилообразных волн // Акуст. журн. 1991. Т. 37. № 1. С. 182–188.
- Руденко О.В., Хохлова В.А. Кинетический подход к описанию одномерной акустической турбулентности // Акуст. журн. 1988. Т. 34. № 3. С. 500–506.
- Enflo B.O., Rudenko O.V. To the Theory of Generalized Burgers' equations // Acustica – Acta Acustica. 2002. V. 88. P. 155–162.
- 53. Руденко О.В., Гурбатов С.Н. Статистические задачи для обобщенного уравнения Бюргерса: интенсивный шум в волноведущих системах // Докл. Акад. наук. 2018. Т. 478. № 1. С. 25–28.
- 54. Руденко О.В., Хедбере К.М. Дифракция интенсивного поля в фокальной области как динамика нелинейной системы с низкочастотной дисперсией // Акуст. журн. 2015. Т.61. № 1. С. 30–39.
- 55. *Маков Ю.Н.* Волноводное распространение звуковых пучков в нелинейной среде // Акуст. журн. 2000. Т. 46. № 5. С. 680–684.
- 56. Маков Ю.Н. Локализованные волновые структуры, определяемые точными решениями уравнения Хохлова–Заболотской // Акуст. журн. 2019. Т. 65. № 3. С. 291–297.
- 57. Lipkens B., Blackstock D.T. Model experiment to study sonic boom propagation through turbulence. Pt. 1. General results // J. Acoust. Soc. Am. 1998. V. 103. № 1. P. 148–158. Pt. 2. J. Acoust. Soc. Am. 1998. V. 104. № 3. P. 1302–1309.
- Pierce A.D. Spikes on sonic boom pressure wave forms // J. Acoust. Soc. Am. 1968. V. 44. P. 1052–1061.
- 59. Солуян С.И., Хохлов Р.В. Акустические волны конечной амплитуды в среде с релаксацией // Акуст. журн. 1962. Т. 8. № 2. С. 220–227.
- 60. *Руденко О.В., Солуян С.И*. К вопросу о рассеянии звука на звуке // Акуст. журн. 1972. Т. 18. № 3. С. 421–425.
- 61. Руденко О.В. Нелинейные интегро-дифференциальные модели для интенсивных волн в средах типа биотканей и геоструктур со сложной внутренней динамикой релаксационного типа // Акуст. журн. 2014. Т. 60. № 4. С. 368–375.
- 62. Руденко О.В., Гурбатов С.Н., Демин И.Ю. Поглощение интенсивных регулярных и шумовых волн в релаксирующих средах // Акуст. журн. 2014. Т. 60. № 5. С. 459–465.
- 63. Васильева О.А., Лапшин Е.А., Руденко О.В. Интенсивные импульсы в релаксирующих средах с ограниченным "временем памяти", степенными и неаналитическими нелинейностями // Акуст. журн. 2019. Т. 65. № 1. С. 3–9.
- 64. *Kulichkov S.N.* Long-range sound propagation in the atmosphere (Review) // Rus. Acad. Sci. Bulletin. Physics of atmosphere and ocean. 1992. V. 28. P. 339–360.

- 65. Лернер А.М., Осташев В.Е., Фридман В.Е. К объяснению аномального распространения звука в атмосфере // Акуст. журн. 1990 Т. 36. № 2. С. 313–318.
- 66. Атмосфера стандартная: параметры. М.: Изд-во стандартов, 1981. 197 с.
- 67. Фридман В.Е. Нелинейная рефракция акустических импульсов в изотермической атмосфере // Акуст. журн. 1985. Т. 31. № 4. С. 571–572.
- 68. *Чунчузов И.П.* О поле точечного низкочастотного источника звука в атмосфере с неоднородным по высоте ветром // Акуст. журн. 1984. Т. 30. № 4. С. 546–552.
- Rudenko O.V., Enflo B.O. Nonlinear N-wave propagation through a one-dimensional phase screen // Acustica – Acta acustica. 2000. V. 86. P. 229–238.
- 70. *Кравцов Ю.А., Орлов Ю.И*. Геометрическая оптика неоднородных сред. М.: Наука, 1980.
- 71. *Губкин К.Е.* Распространение разрывов в звуковых волнах // Прикл. Мат. Мех. 1958. Т. 22. № 4. С. 561–564.
- Рыжов О.С. Затухание ударных волн в неоднородных средах // Прикл. Мех. Техн. Физ. 1961. Т. 2. № 2. С. 15–25.
- Коротков П.Ф. О нелинейной геометрической акустике. Слабые ударные волны // Прикл. Мех. Техн. Физ. 1964. Т. 5. № 5. С. 30–37.
- 74. Жилин Ю.Л. Некоторые особенности распространения звукового удара в неоднородной атмосфере // Тр. ЦАГИ. 1975. Т. 6. № 4. С. 21–30.
- 75. Руденко О.В., Сухорукова А.К., Сухоруков А.П. Уравнения высокочастотной нелинейной акустики неоднородных сред // Акуст. журн. 1994. Т. 40. № 2. С. 290–294.
- Руденко О.В., Сухорукова А.К., Сухоруков А.П. Двумерные нелинейные волны с разрывами в стратифицированных средах // Акуст. журн. 1995. Т. 41. № 2. С. 291-295.
- 77. Руденко О.В., Сухорукова А.К., Сухоруков А.П. Полные решения уравнения геометрической акустики в движущихся стратифицированных средах // Акуст. журн. 1997. Т. 43. № 3. С. 396–401.
- Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах // М.: Наука, 1973. 344 с.
- 79. Руденко О.В., Шварцбург А.Б. О нелинейных и линейных волновых явлениях в узких трубках // Акуст. журн. 2019. Т. 65. № 3. С. 305–310.
- Руденко О.В. Нелинейные пилообразные волны // Успехи физ. наук. 1995. Т. 165. № 9. С. 1011–1036.
- Бабич В.М., Булдырев В.С. Асимптотические методы в задачах дифракции коротких волн. М.: Наука, 1972.
- Руденко О.В., Солуян С.И., Хохлов Р.В. Проблемы теории нелинейной акустики // Акуст. журн. 1974. Т. 20. № 3. С. 449-457.
- 83. Дубровский А.Н., Руденко О.В., Хохлова В.А. Флуктуационные характеристики волны звукового удара после прохождения случайно-неоднородного слоя // Акуст. журн. 1996. Т. 42. № 5. С. 623-628.
- 84. *Thomas J.L., Fink M.A.* Ultrasonic beam focusing through tissue inhomogeneities with a time reversal mirror: application through transscull therapy // IEEE

Trans. Ultrasonics Ferroelectr. Freq. Control. 1996. V. 43. № 6. P. 1122–1129.

- 85. *Гусев В.А., Руденко О.В.* Статистические характеристики интенсивной волны за двумерным фазовым экраном // Акуст. журн. 2006. Т. 52. № 1. С. 30–42.
- Kjellberg A. Subjective, behavioral and psychophysiological effects of noise // Scand. J. Work Environ. Health. 1990. V. 16 (suppl. 1). P. 29–38.
- Leatherwood J.D., Shepherd K.P., Sullivan B.M. A new simulator for assessing subjective effects of sonic booms // NASA Technical Memorandum 104150. Langly research Center. 1991.
- Park S.H., Lee P.J., Jeong H.J. Effects of noise sensitivity on psychophysiological responses to building noise // Building and Environment. 2018. V. 136. P. 302–311.
- 89. *Fastl H., Zwicker E.* Psychoacoustics. Facts and Models. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2007. 460 p.
- Obata J. The analysis of the sounds emitted by aircraft // J. Phys. Soc. Jap. 1930. V. 12. № 4. P. 80–92.
- Logan G.B. Recent Developments in aeronautical law // J. Air Law and Commerce. 1934. V. 5. Issue 4. Article 7. P. 548–563.
- 92. Domestic Air News (from the Aeronautics Branch), Tuesday, January 31, 1928.
- 93. Савинов С. Приручить ударную волну. Деловой квадрат. Ижевск 2020. http://www.d-kvadrat.ru/tekhnologii/3631 (дата обращения 08.09.2020 г.)
- 94. *Manci K.M, Gladwin D.N, Villella R., Cavendish M.G.* Effects of aircraft noise and sonic booms on domestic animals and wildlife: a literature synthesis // OS-TI.GOV. Technical Report. Publication Date: 1988-06-01

https://www.fs.fed.us/eng/techdev/IM/sound_measure/ Manci_et_al_1988.pdf (дата обращения 08.09.2020 г.)

- 95. *Маков Ю.Н.* Возможно ли проникновение импульса звукового удара от современного истребителя в водную среду с его дальнейшим волновым распространением в этой среде? // NOISE. Theory and Practice.2018. V. 4. № 1. Р. 18–29.
- 96. Белоконь В.А., Руденко О.В., Хохлов Р.В. Аэродинамические явления при сверхзвуковом обтекании лазерного луча // Акуст. журн. 1977. Т. 23. № 4. С. 632–634.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Прилагается библиографический список англо- и русскоязычных обзорных материалов по звуковому удару за весь период существования сверхзвуковой авиации. Порядок следования источников — хронологический. Их нумерация в Приложении состоит из порядкового номера с добавлением символа "п". Некоторые источники снабжены комментариями.

1951—1960 гг.

1п. Lilley G.M., Westley R., Yates A.H., Busing J.R. Some aspects of noise from supersonic aircraft // Journal of the

Royal Aeronautical Society. 1953. V. 57. No 6. P. 396–414. (см. также: *Lilley G.M., Westley R., Yates A.H., Busing J.R.* On some aspects of the noise propagation from supersonic aircraft // Rep. No. 71, The College of Aeronautics (Granfield, England), Feb., 1953.

(Первый обзор по ЗУ, опубликован в известном специализированном журнале. Фактически повторяет технический отчет. Материал на "начальном уровне" освещает основные аспекты ЗУ, но не затрагивает генерацию ЗУ конкретным самолетом. Обращаем внимание на отсутствие (в то время) единого термина для обозначения ЗУ. В обзоре использован близкий термин "удар (boom)", без определения "звуковой". Далее в обзорах даже этих авторов использованы различные термины.)

2п. Lilley G.M., Westley R., Yates A.H., Busing J.R. The supersonic bang // Nature. 1953. (June 6). 17. Р. 994–996.

(Авторы [1п] опубликовали более краткий вариант обзора в престижном журнале Nature, при этом изменив термин для ЗУ).

- Зп. *Talbot J.M.* Breaking the sound barrier and its effect on the public // J. Am. Med. Assoc. 1955 (Aug. 27). V. 158. № 17. Р. 1508–1512. (Небольшой по объему обзор впервые объединяет физические представления о ЗУ и сведения о его воздействии на население. Предлагается закрепить термин "звуковой удар" за рассматриваемым эффектом, но термин становится общепринятым только в следующем десятилетии.)
- 4π. *Rao P.S.* Supersonic bangs: Part I // Aeron. Quart. 1956. V. 7. Issue 1. P. 21–44.
- 5n. *Rao P.S.* Supersonic bangs: Part II // Aeron. Quart. 1956. V. 7. Issue 2. P. 135–155.
- 6п. *Struble R.A., Stewart C.E., Brown E.A., Ritter A.* Theoretical investigation of sonic boom phenomena. WADC TR 57-412. ASTIA AD 130883. Aug. 1957.
- 7π. *Randall D.G.* Methods for estimating distributions and intensities of sonic bangs (Appendix: The propagation of sonic bangs in a non-homogeneous atmosphere).
 A.R.C. Tech. report R & M No. 3113. 1959.

1961—1970 гг.

- 81. *Power J.K.* Some considerations of sonic boom. USA, Federal Aviation Agency, Office of Plans, 1961. 24 p.
- 9п. Warren C.H.E., Randal D.G. The theory of sonic bangs // Prog. Aerosp. Sci. 1961. V. 1. P. 238–274.
- 10п. Warren C.H.E. A correction to "The theory of sonic bangs" // Prog. Aerosp. Sci. 1964. V. 5. P. 295–302.
- 11п. Proceedings of the Sonic Boom Symposium // J. Acoust. Soc. Am. 1966. V. 39. № 5. Pt. 2. P. S1–S80. (Труды Симпозиума по ЗУ содержат 11 обзоров по различным аспектам проблемы.)
- 12п. Sonic boom research (ed. Seebass A.R.). NASA SP-147. 1967.

(Сборник 12 докладов на конференции по ЗУ, 12.04.1967.)

- 13п. *Hubbard H.H.* Sonic Booms // Physics Today. 1968. V. 21. № 2. P. 31–37.
- 14п. *Pierce A*. Spikes on sonic-boom pressure waveforms // J. Acoust. Soc. Am. 1968. V. 44. № 4. Р. 1052–1061.

15п. Crow S. Distortion of sonic bangs by atmospheric turbulence // J. Fluid Mech. 1969. V. 37. № 3. P. 529–563.

1971-1980 гг.

- 16п. George A., Plotkin K. Propagation of sonic booms and other weak nonlinear waves through turbulence // Phys. Fluids. 1971. V. 14. № 3. P. 548-554.
- 17п. Жилин Ю.Л. О звуковом ударе // Ученые записки ЦАГИ. 1971. Т. II. № 3. С. 1–11.
- 18п. Seebass R., George A.R. Sonic-boom minimization // J. Acoust. Soc. Am. 1972. V. 51. № 2. Pt. 3. P. 686-694.
- 19п. Pierce A., Maglieri D. Effects of atmospheric irregularities on sonic boom propagation // J. Acoust. Soc. Am. 1972. V. 51. № 2. Pt. 3. P. 702-724.
- 20п. Жилин Ю.Л. Теория звукового удара // Труды ЦА-ГИ. 1973. Вып. 1489 (Сб. работ по ЗУ). С. 3-24. М.: Изд. отдел ЦАГИ.
- 21п. Carlson H. W. Simplified Sonic-Boom Prediction. NASA TP-1122, 1978.

1981-1990 гг.

- 22π. Darden C.M. Charts for determining potential minimum sonic-boom overpressures for supersonic cruise aircraft. NASA TP-1820. 1981.
- 23π. Plotkin K.J., Kenneth J. Sonic boom prediction model for supersonic flight corridors. WR 85-25. Wyle Labs. Aug. 1985.
- 24п. Plotkin K.J., Kenneth J. Focus boom footprints for various air force supersonic operations. WR 85-22. Wyle Labs. Oct. 1985.
- 25π. Shepherd K.P., Powell C.A. Status and Capabilities of Sonic Boom Simulators. NASA TM-87664. 1986.
- 26п. Darden C.M., Hayes W.D., George A.R., Pierce A.D. Status of sonic boom methodology and understanding. NASA CP-3027. 1988.
- 27п. Plotkin K.J. Review of sonic boom theory. AIAA-89-1105 (AIAA 12th Aeroacoustics Conference. April 10-12, 1989, San Antonio, TX.), 1989. P. 1-37.

1991-2000 гг.

- 28п. Maglieri D.J., Plotkin K.J. Ch. 10. Sonic boom. P. 519-561. From Aeroacoustics of flight vehicles – Theory and practice. V. 1: Noise Sources. NASA-RP-1258, 1991. 601 p.
- 29п. Lee R.A., Downing J.M. Comparison of measured and predicted lateral distribution of sonic boom overpressures from the United States Air Force sonic boom database // J. Acoust. Soc. Am. 1996. V. 99. № 2. P. 768-776.
- 30п. Cleveland R.O., Chambers J.P., Bass H.E., et al. Comparison of computer codes for the propagation of sonic boom waveforms through isothermal atmospheres // J. Acoust. Soc. Am. 1996. V. 100. № 5. P. 3017-3027.
- 31п. Lipkens B., Blackstock D. Model experiment to study sonic boom propagation through turbulence. Part I. Model experiment and general results // J. Acoust. Soc. Am. 1998. V. 103. № 1. P. 148-158.

32π. Lipkens B., Blackstock D. Model experiment to study sonic boom propagation through turbulence. Part II. Effect of turbulence intensity and propagation distance through turbulence // J. Acoust. Soc. Am. 1998. V. 104. № 1. Part 1. P. 1301–1309.

2001-2010 гг.

- 33п. Plotkin K.J. State of the art of sonic boom modeling // J. Acoust. Soc. Am. 2002. V. 111(1). Pt. 2. P. 530-536.
- 34п. Leatherwood J., Sullivan B., Shepherd K., et al. Summary of recent NASA studies of human response to sonic booms // J. Acoust. Soc. Am. 2002. V. 111. № 1. Pt. 2. P. 586-598.
- 35π. Plotkin K.J., Maglieri D.J. Sonic boom research: history and future // AIAA Paper 2003-3575. 2003.
- 36п. Makino Y., Suzuki K., Noguchi M., Yoshida K. Nonaxisymmetrical fuselage shape modification for drag reduction of low-sonic-boom airplane // J. Aircraft. 2003. V. 41. P. 1413-1420.
- 37п. Pawlowski J., Graham D., Boccadoro C., et al. Origins and overview of the shaped sonic boom demonstration program // AIAA Paper 2005-5, 2005.
- 38п. *Howe D.C.* Improved sonic boom minimization with extendable nose spike // AIAA Paper. 2005. 1005-1014.
- 39п. Коваленко В.В., Чернышев С.Л. К вопросу о снижении звукового удара // Ученые записки ЦАГИ. 2006. T. 37. № 3. C. 53-63.
- 40π. Feder T. Quiet boom could revive supersonic air travel // Physics Today. 2007. V. 60. № 4. P. 24-26.
- 41π. Yamashita H., Obayashi S. Sonic boom variability due to homogeneous atmospheric turbulence // J. Aircraft. 2009. V. 46. № 6. P. 1886–1893.
- 42π. Alauzet F., Loseille A. High-order sonic boom modeling based on adaptive methods // J. Comp. Phys. 2010. V. 229. P. 561-593.
- 43п. Бирюк В.И., Ибрагимов М.Р., Коваленко В.В., и др. Перспективы снижения уровня звукового удара коммерческих сверхзвуковых самолетов нового поколения // Ученые записки ЦАГИ. 2010. Т. 41 № 5. C. 13–18.
- 44π. Benson L.R. Case 4. Softening the Sonic Boom: 50 Years of NASA Research. P. 180-274. NASA's contributions to aeronautics. Ed. by Hallion R.P. NASA SP-2010-570. 2010. 960 p.

2011-2020 гг.

- 45п. Фомин В.М., Чиркашенко В.Ф., Волков В.Ф., Харитонов А.М. Влияние компоновки сверхзвуковых самолетов на параметры звукового удара // Теплофизика и аэромеханика. 2011. Т. 18. № 4. С. 525-541.
- 46п. Чернышев С.Л. Звуковой удар. М.: Наука, 2011.
- 47π. Berci M., Vigevano L. Sonic boom propagation revisited: A nonlinear geometrical acoustic model // Aerospace Sci. and Tech. 2012. V. 23. P. 280-295.

48π. Benson L.R. Quieting the boom: the shaped sonic boom demonstrator and the quest for quiet supersonic flight. NASA, 2013. 388 p. (Особенность книги - единый исторический подход к освещению данной проблемы без структурирования материала по отдельным направлениям. Книга является расширенным вариантом библиографического источника [44п].)

- 49п. Maglieri D.J., Bobbitt P.J., Plotkin K.J., et al. Sonic Boom: six decades of research // Technical report NA-SA/SP-2014-622, Langley Research Center, 2014. 522 р. (Материал книги о проблеме ЗУ разбит на главы, которые освещают отдельные традиционные направления проблемы.)
- 50п. *Yamashita R., Suzuki K.* Full-field sonic boom simulation in real atmosphere. Conference: AIAA Aviation, 16-20 June 2014, Atlanta, GA. AIAA 2014-2269. 2014.
- 51π. Takeno J., Misaka T., Shimoyama K., Obayashi S. Analysis of sonic boom on the KZK equation // AIAA SciTech 5–9 Jan. 2015, Kissimmee, Florida. AIAA 2015-07445. 2015.
- 52π. Yamamoto M., Hashimoto A., Aoyama T. A unified approach to an augmented Burgers equation for the propagation of sonic booms // J. Acoust. Soc. Am. 2015. V. 137. № 4. P. 1857–1866.
- 53π. *Park M.A., Morgenstern J.M.* Summary and statistical analysis of the first AIAA sonic boom prediction workshop // AIAA Journal of Aircraft. 2016. V. 53. № 2. P. 578–598.
- 54π. *Yamashita R., Suzuki K.* Full-field sonic boom simulation in stratified atmosphere // AIAA Journal. 2016. V. 54. № 10. P. 3223–3231.
- 55п. Волков В.Ф. Влияние элементов компоновки модели сверхзвукового пассажирского самолета на параметры звукового удара // Инж.-физ. журнал. 2017. Т. 90. № 2. С. 478–490.
- 56π. Rallabhandi S.K. Sonic boom prediction and mitigation using three-dimensional Earth effects // Conference: 2018 Applied Aerodynamics Conference. AIAA 2018–2848.
- 57π. *Rallabhandi S.K.* Correction: [Sonic boom prediction and mitigation using three-dimensional Earth effects] // Conference: 2018 Applied Aerodynamics Conference. AIAA 2018-2848.c1

- 58п. Page J.A., Loubeau A. Overall vehicle system noise: sonic boom // CEAS Aeronautical Journal 2019. V. 10. P. 335–353.
- 59π. Sparrow V.W., Stout T.A., Bradley K.A., Hobbs C.M. SonicBAT: Some highlights and subsequent developments // Proc. 23rd International Congress on Acoustics, 9-13 Sept. 2019, Germany. P. 1592–1599.
- 60п. *Liebhardt B., Lütjens K., Swaid M. et al.* Sonic boom carpet computation as a basis for supersonic flight routing // AIAA Aviation Forum. 2019. 17–21 Jun. 2019, Dallas, TX, USA.
- 61π. Lazzara D.S., Magee T., Shen H., Mabe J.H. Off-design sonic boom performance for low-boom aircraft // Conference: AIAA SciTech 2019 Forum. AIAA 2019-0606.
- 62π. Bolander C.R., Hunsaker D.F., Shen H., Carpenter F.L. Procedure for the calculation of the perceived loudness of sonic booms // Conference: AIAA SciTech 2019 Forum. AIAA 2019-2091.
- 63π. Bashkirov I.G., Chernyshev S.L., Vladlen S. Gorbovskoy V.S. et al. To the issue of evaluating sonic boom overpressure and loudness // MATEC Web Conf. (9th EASN International Conference on "Innovation in Aviation & Space") 2019. V. 304. P. 02003 (1–8).
- 64п. *Yamashita R., Wutschitz L., Nikiforakis N.* A full-field simulation methodology for sonic boom modeling on adaptive Cartesian cut-cell meshes // J. Comput. Phys. 2020. V. 408. P. 109271 (1–19) (Эта работа вместе с [53п, 49п] демонстрирует развитие методов моделирования ЗУ в реальной стратифицированной атмосфере.)
- 65п. Горбовский В.С., Кажан А.В., Кажан В.Г., Чернышев С.Л. О влиянии формы эпюры избыточного давления на громкость звукового удара // Ученые записки ЦАГИ. 2020. Т. 51. № 2. С. 3–17.
- 66п. Потапкин А.В., Москвичев Д.Ю. Зависимость звукового удара от взаимного расположения тел в сверхзвуковом потоке // Письма в ЖТФ. 2020. Т. 46. № 6. С. 43–46.

——— НЕЛИНЕЙНАЯ АКУСТИКА ——

УДК 534.2

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОГО ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ДЛЯ АНАЛИЗА СТАТИСТИКИ ВОСПРИНИМАЕМОГО УРОВНЯ ШУМА ВОЛНЫ ЗВУКОВОГО УДАРА ПОСЛЕ ПРОХОЖДЕНИЯ ТУРБУЛЕНТНОГО СЛОЯ АТМОСФЕРЫ

© 2021 г. П. В. Юлдашев^{а,} *, М. М. Карзова^{а,} **, В. А. Хохлова^{а,} ***, Ф. Блан-Бенон^{b,} ****

^а Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, Ленинские горы 1, Москва, 119991 Россия ^b Высшая инженерная школа Лиона, Ги де Коллонг 36, Экюлли, 69134 Франция *e-mail: petr@acs366.phys.msu.ru **e-mail: masha@acs366.phys.msu.ru ***e-mail: vera@acs366.phys.msu.ru ***e-mail: vera@acs366.phys.msu.ru ****e-mail: philippe.blanc-benon@ec-lyon.fr Поступила в редакцию 21.04.2020 г. После доработки 31.08.2020 г. Принята к публикации 08.09.2020 г.

На основе численных решений нелинейного параболического уравнения типа X3K в двумерной геометрии для неоднородной движущейся среды с релаксацией исследовано распространение волны звукового удара в приземном турбулентном слое атмосферы, представленном моделью однородной изотропной турбулентности. Исследованы зависимости среднего значения, стандартного отклонения и кумулятивных вероятностей амплитуды волны, крутизны ударного фронта и метрики субъективного восприятия импульсного шума Perceived Loudness Mark VII от расстояния, пройденного волной в слое, и от ее начальной амплитуды.

Ключевые слова: волна звукового удара, уравнение X3K, турбулентность, громкость импульсного шума

DOI: 10.31857/S0320791921010068

І. ВВЕДЕНИЕ

Исследования по проблеме звукового удара насчитывают более 60 лет [1]. Звуковой удар представляет собой импульсное акустическое возмущение с ударным фронтом, генерируемое сверхзвуковым самолетом и распространяющееся в виде конуса Маха до поверхности земли [2]. Классический профиль волны звукового удара напоминает форму латинской буквы N и традиционно называется *N*-волной [3]. Такая ударная волна воспринимается населением как чрезвычайно резкий и раздражающий импульсный шум [4]. Это основная причина, по которой полет гражданских самолетов в сверхзвуковом режиме нал населенными территориями был запрешен [5]. В последнее десятилетие активность проводимых исследований по проблеме звукового удара связана с планами по созданию пассажирских сверхзвуковых самолетов бизнес класса, размер которых примерно в два раза меньше, чем у сверхзвукового лайнера "Конкорд" [5-7]. Здесь основные усилия направлены на оптимизацию формы фюзеляжа самолета с целью модификации результирующего профиля волны и минимизации создаваемого ею импульсного шумового воздействия [8–10]. Хотя усилия по минимизации воздействия волны звукового удара предпринимались с самого начала освоения сверхзвуковых полетов [1, 5], существенный прогресс в этой области связан с развитием методов вычислительной аэродинамики и ростом вычислительных мощностей компьютеров [11].

Результирующий профиль давления у поверхности земли определяется не только аэродинамическим процессом генерации ударной волны самолетом. На заключительном участке траектории распространения с высоты полета самолета до земли волна звукового удара проходит через приземный турбулентный слой атмосферы, толщина которого может достигать 1–2 км [12]. За счет наклонного падения волны в виде конуса Маха на землю и за счет рефракции в стратифицированной атмосфере путь, проходимый ударной волной в приземном турбулентном слое, может быть

в несколько раз больше, чем его толщина [13]. Акустические неоднородности, вызванные случайными флуктуациями скорости ветра и температуры в неустойчивой атмосфере, приводят к возникновению случайных фокусировок и дефокусировок [14, 15]. В результате звуковое поле приобретает сложную случайную пространственно-временную структуру. Эффекты, связанные с прохождением турбулентного слоя, многократно наблюдались в натурных условиях [13, 16, 17], а также широко исследовались в модельных экспериментах в лабораторных условиях [18-20]. Было показано, что с увеличением толщины турбулентного слоя и с усилением флуктуаций скорости звука стандартное отклонение амплитуды ударной волны растет до определенного предела. При этом ширина ударного фронта в среднем также увеличивается по сравнению со значениями, полученными в однородной среде.

Для более тонкого анализа процессов, происходящих при распространении ударной волны через турбулентный слой, проводились численные эксперименты на основе различных теоретических моделей [10, 21-32]. Ранее широко использовались методы геометрической акустики неоднородных сред [10, 21-25]. Для учета дифракции применялись различные однонаправленные волновые уравнения, среди которых в основном использовалось нелинейное параболическое уравнение типа Хохлова-Заболотской-Кузнецова (ХЗК) с учетом векторных и скалярных неоднородностей и релаксационного механизма поглощения [26-30]. Были также разработаны и более сложные широкоугольные параболические модели [31, 32], пока не получившие широкого распространения. В основном в этих теоретических работах исследовалась статистика амплитуды волны, ширины ударного фронта, а также его крутизны в зависимости от параметров исходной волны звукового удара и пройденного расстояния в турбулентном слое. Показано, что амплитуда волны может с вероятностью порядка нескольких процентов увеличиваться в два и более раз относительно номинального уровня [27–30]. Рассеяние на турбулентных неоднородностях в основном приводит к размытию ударного фронта, которое частично может быть скомпенсировано за счет нелинейных эффектов [30].

С точки зрения нормативов по уровню шума важны не сами физические характеристики ударного импульса на поверхности земли, а его субъективное восприятие [17, 33]. Из психоакустических исследований известно, что в основном за уровень воспринимаемого шума ответственны амплитуда и ширина ударного фронта волны звукового удара [34]. Для его оценки могут применяться различные метрики, большинство из которых рассчитываются на основе спектральной мощности профиля волны [35]. Одной из часто применяемых метрик воспринимаемого уровня шума от звукового удара является Perceived Loudness Mark VII (сокращенно PL) [36-38], которая хорошо коррелирует с субъективным уровнем оценки громкости [35] и де-факто стала стандартной в этой области исследований [38].

Работы, в которых оценивалось бы влияние турбулентности на воспринимаемый уровень шума от звукового удара, сравнительно немногочисленны [29, 39], и в этом направлении исследований еще много неясного. С другой стороны, оценка разброса уровня шума крайне важна для регуляторных органов [4]. Поэтому целью данной работы стало теоретическое исследование статистики PL метрики громкости N-волны после прохождения турбулентного слоя и сравнение ее с более исследованной статистикой амплитуды волны и крутизны ударного фронта. Для этого в работе используется теоретическая модель на основе нелинейного параболического уравнения для неоднородной движущейся среды [26-30]. В результате решения данного уравнения с помощью методов численного моделирования были получены профили *N*-волны, искаженные случайным образом за счет рефракции на неоднородностях скорости ветра в однородной изотропной турбулентности. Рассчитанные для каждого профиля значения PL метрики, амплитуды и крутизны ударного фронта анализировались статистически для *N*-волн различной амплитуды и на различных расстояниях в глубине турбулентного слоя.

II. ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МЕТОД

А. Нелинейное параболическое уравнение в неоднородной движущейся среде

Для расчета звукового поля при прохождении N-волной турбулентного слоя в работе использовалось нелинейное параболическое уравнение типа ХЗК для неоднородной движущейся среды в двумерной геометрии [26]:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{c_0}{2} \int_{-\infty}^{\tau} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} d\tau' - \frac{n^2 - 1}{2c_0} \frac{\partial p}{\partial \tau} + \frac{u_{0z}}{c_0^2} \frac{\partial p}{\partial \tau} + \frac{u_{0x}}{c_0} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\varepsilon_0}{c_0^2} \frac{\partial p}{\partial \tau} + \frac{\varepsilon_0}{2c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial \tau^2} + L_{\text{relax}}(p).$$
(1)

Здесь p – акустическое давление, z – продольная координата вдоль основного направления распространения волны, х – поперечная координата, t – время, c_0 и ρ_0 – скорость звука и плотность воздуха, $\tau = z - t/c_0$ – время в бегущей системе координат, т' - вспомогательная переменная интегрирования, u_{0x} и u_{0x} – продольная и поперечная составляющие вектора скорости ветра **u**, δ и ε – коэффициенты термовязкого поглощения и не-

линейности в воздухе, соответственно, $n = c_0/c$ – показатель преломления для скалярных неоднородностей.

Слагаемые в правой части уравнения в порядке следования описывают физические эффекты, связанные с дифракцией, скалярными неоднородностями, конвекцией волны вдоль продольного и поперечного направлений, акустической нелинейностью и термовязким поглощением. Последнее слагаемое в уравнении, представляющее собой интегро-дифференциальный оператор

$$L_{\text{relax}}(p) = \sum_{j}^{J} d_{j} \frac{\partial}{\partial \tau} \int_{-\infty}^{\tau} \exp\left(-\frac{\tau - \tau'}{\tau_{j}}\right) \frac{\partial p}{\partial \tau'} d\tau', \qquad (2)$$

учитывает поглощение и дисперсию, вызванные релаксационными процессами при возбуждении колебательных степеней свободы молекул азота и кислорода (J = 2) [40]. Релаксационный процесс с индексом *j* характеризуется разностью между скоростью звука в неравновесном и равновесном состояниях $\Delta c_j = d_j c_0^2$ и временем релаксации τ_j . Для упрощения в уравнении опущены слагаемые, связанные с неоднородностями плотности среды, т.к. они оказывают слабое влияние на акустическое поле на фоне рефракционных эффектов неоднородной среды. Уравнение получено с точностью до первого порядка по числу Маха для скорости ветра $M = |\mathbf{u}|/c_0$, которое для приземного турбулентного слоя составляет порядка 10⁻². Акустическое число Маха также предполагается малым и для волн звукового удара обычно меньше 10-3. Уравнение справедливо при малости углов лифракции относительно исходного направления распространения волны (обычно не больше 15°) и при плавности и малости флуктуаций параметров неоднородностей.

Б. Параметры среды и модель однородной изотропной турбулентности

Акустические параметры воздуха были рассчитаны при температуре 20°С, относительной влажности 25% и давлении 10⁵ Па и составили $c_0 =$ = 343.8 м/с, $\rho_0 = 1.18$ кг/м³, $\varepsilon = 1.2$, $\delta = 3.85 \times 10^{-5}$ м²/с. Параметры релаксационных процессов для молекул азота и кислорода составили: $\Delta c_1 = 0.1204$ м/с, $\tau_1 = 9.6$ мкс (кислород), $\Delta c_2 = 0.0219$ м/с, $\tau_2 = 753.7$ мкс (азот) [40].

Неоднородности приземного слоя атмосферы создавались на основе модели кинематической двумерной однородной изотропной турбулентно-

сти с энергетическим спектром Кармановского типа [41]:

$$E(K) = \frac{511}{36} \frac{\langle u_{0z}^2 \rangle}{c_0^2} \frac{K^3}{L_0^{5/3}} \frac{\exp\left(-K^2/K_m^2\right)}{\left(K^2 + K_0^2\right)^{17/6}}.$$
 (3)

Здесь модуль пространственного волнового числа $K = \sqrt{K_x^2 + K_z^2}, K_x$ и K_z – поперечное и продольное пространственные волновые числа, соответственно, $L_0 = 100$ м – внешний масштаб турбулентности, соответствующий турбулентным флуктуациям наиболее крупного масштаба, $K_0 =$ $= 1/L_0, l_0 = 0.01$ м — внутренний или Колмогоровский масштаб турбулентности, $K_m = 5.92/l_0, \sqrt{\langle u_{0z}^2 \rangle}$ – среднеквадратичная скорость турбулентных пульсаций продольной составляющей ветра. Значение $\sqrt{\langle u_{0z}^2 \rangle}$ было выбрано равным 1.7 м/с, что со-ответствует условиям сильной турбулентности, характерной для жарких пустынь в теплое время года [29]. Среднеквадратичное значение флуктуаций эффективного показателя преломления $\sqrt{\langle u_{0z}^2 \rangle} / c_0$ при этом составляет 0.5%. Вблизи границ расчетной области поле неоднородностей плавно занулялось на участках протяженностью 200 м с каждой стороны, чтобы избежать рассеяния поля в сторону границ и последующих отражений. Турбулентное поле меняется гораздо медленнее, чем характерное время прохождения волны, поэтому поле флуктуаций ветра считается "замороженным", т.е. не меняющимся во времени.

Случайные реализации продольной и поперечной компонент скорости ветра u_z и u_x генерировались при помощи метода случайных Фурье мод [27]. Количество мод было выбрано равным 10000, а их пространственные волновые числа были распределены в интервале от 0.314 × 10⁻⁴ до 94.2 м⁻¹ в соответствии с логарифмическим законом [30].

Скалярные неоднородности, связанные с флуктуациями температуры, не учитывались, и в уравнении (1) показатель преломления *n* полагал-ся равным единице.

В. Начальное волновое поле

В качестве начального акустического поля на входе в турбулентный слой была выбрана плоская волна с классическим профилем в виде симметричной *N*-волны (рис. 1). Длительность волны от переднего до заднего ударного фронта задавалась равной $2T_0 = 200$ мс. Для исследования влияния нелинейных эффектов были выбраны три уровня амплитуды волны p_0 : 10, 20 и 40 Па. Первый уровень соответствует малоразмерному самолету бизнес класса [5], последний ближе к уровню зву-



Рис. 1. Начальный профиль симметричной *N*-волны со структурой ударного фронта, характерной для среды с термовязким поглощением (штриховая линия), и профиль после его распространения на расстояние 6 км в однородной атмосфере с учетом релаксационных и нелинейных эффектов (сплошная линия). Профили давления нормированы на начальную амплитуду $p_0 = 20$ Па. Отличия в структуре ударного фронта между двумя профилями показаны на вкладке рисунка.

кового удара от полноразмерных самолетов "Конкорд" и Ту-144 [42]. В данной работе акустическое давление дается без учета отражения от поверхности земли, которое обычно приводит к удвоению амплитуды.

Большое влияние на изменение количественных параметров ударной волны при ее распространении в турбулентной среде оказывает исходная ширина ударного фронта τ_{sh} , которая обычно определяется как время нарастания давления на фронте от 10 до 90% от пикового давления [17, 18, 34]. Так, при линейной фокусировке волны в каустике ее профиль пропорционален производной по времени от профиля падающей волны. Поэтому чем меньше ширина ударного фронта, тем больше будет производная и тем больше возрастет амплитуда волны в фокусе [15, 27].

Обычно профиль симметричной *N*-волны задается на основе функции, в которой гиперболический тангенс используется для обеспечения заданной ширины ударного фронта [28]:

$$p(\tau) = p_0 \frac{\tau}{2T_0} \left[- \text{th}\left(\frac{\tau + T_0}{0.455\tau_{\text{sh}0}}\right) + \text{th}\left(\frac{\tau - T_0}{0.455\tau_{\text{sh}0}}\right) \right].$$
(4)

Здесь τ_{sh0} — задаваемое значение ширины фронта. В этом случае положительное и отрицательное пиковые давления *N*-волны одинаковы, передний и задний ударный фронты также имеют одинаковую структуру, которая характерна для сред с термовязким механизмом поглощения (рис. 1, штриховая линия). В среде с релаксацией ударный фронт имеет более сложную структуру [43], поэтому для придания начальному профилю реалистичного вида использовалась следующая процедура. Сначала для заданных параметров среды моделировалось распространение одиночного ударного фронта плоской волны в виде ступеньки с заданной амплитудой p_0 , чтобы получить установившееся значение ширины фронта [44]. Для этого использовалась одномерная модель на основе обобщенного уравнения Бюргерса с учетом релаксации, которая ранее применялась при рассмотрении ударных импульсов от искрового источника [45]. Затем полученные значения ширины установившегося фронта использовались для задания профиля *N*-волны посредством формулы (4).

На заключительном этапе рассчитывался профиль *N*-волны на расстоянии 6 км при помоши той же одномерной модели, чтобы начальная структура фронта в виде гиперболического тангенса преобразовалась к более реалистичному виду, определяемому релаксационными эффектами (рис. 1, сплошная линия). При этом амплитуда и длительность *N*-волны подбирались с помощью итерационной процедуры таким образом, чтобы итоговый начальный профиль, который затем распространялся в турбулентном слое, имел заданные значения p_0 и T_0 . Отметим, что изменения амплитуды и длительности волны, вносимые в основном за счет поглощения, составляли не более 3%, и было достаточно двух итераций для получения итоговых начальных значений.

На вкладке рис. 1 показано отличие в структуре фронта между профилем, определенным согласно формуле (4), и профилем, полученным в среде с релаксацией для начальной амплитуды *N*-волны $p_0 = 20$ Па. В результате выполнения описанной выше процедуры были получены следующие значения ширины ударного фронта: $\tau_{\rm sh} = 3.80$ мс для $p_0 = 10$ Па, $\tau_{\rm sh} = 1.89$ мс для $p_0 = 20$ Па, $\tau_{\rm sh} = 0.92$ мс для $p_0 = 40$ Па. Средняя крутизна фронта, рассчитанная между точками, по которым вычислялась его ширина, для указанных трех случаев составила: 2.1 Па/мс для $p_0 = 10$ Па, 8.5 Па/мс для $p_0 = 20$ Па, и 35 Па/мс для $p_0 = 40$ Па. Видно, что в выбранном диапазоне давлений p_0 ширина ударного фронта практически обратно пропорциональна амплитуде, а его крутизна пропорциональна квадрату амплитуды [30], хотя в общем случае при рассмотрении широкого диапазона амплитуд вплоть до нескольких сотен Па это не так [44].

Г. Численный алгоритм

Уравнение (1) решалось методом расщепления по физическим факторам, согласно которому на каждом шаге вдоль координаты z последовательно решаются упрощенные уравнения, в правой

части которых учитывается один или несколько операторов из правой части исходного уравнения. В данной работе операторы выделялись следующим образом:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{c_0}{2} \int_{-\infty}^{\tau} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} d\tau',$$
(5)

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{u_{0z}}{c_0^2} \frac{\partial p}{\partial \tau},\tag{6}$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{u_{0x}}{c_0} \frac{\partial p}{\partial x},\tag{7}$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\varepsilon}{\rho_0 c_0^3} p \frac{\partial p}{\partial \tau},\tag{8}$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\delta}{2c_0^3} \frac{\partial^2 p}{\partial \tau^2} + L_{\text{relax}}(p).$$
(9)

Дифракция (5) в параболическом приближении рассчитывалась во временном представлении с использованием схемы Кранка-Николсона [28-30]. На границах численной области применялись граничные условия в виде жесткой стенки. Конвекционный снос акустического поля вдоль продольного направления (6) рассчитывался в спектральном представлении на основе точного аналитического решения для каждой из временных гармоник профиля волны. Поперечный снос акустического поля (7) рассчитывался с использованием схемы Лакса-Вендрофа [26]. Нелинейные эффекты (8) рассчитывались с использованием схемы типа Годунова во временном представлении [28]. Термовязкое поглощение и релаксационные эффекты (9) рассчитывались на основе точного аналитического решения в спектральном представлении. Переход между временным и спектральным представлениями поля давления осуществлялся при помощи быстрого дискретного преобразования Фурье (БПФ), реализованного в библиотеке FFTW.

Шаги численной сетки вдоль продольного и поперечного направлений составили $\Delta z = 1$ м и $\Delta x = 0.2$ м, соответственно. Поскольку применялся метод расщепления по физическим факторам второго порядка точности [46], то реальный шаг операторов дифракции, конвекции и поглощения был равен $\Delta z/2 = 0.5$ м. Выбранный шаг временной сетки $\Delta \tau = 0.016$ мс позволил иметь более 60 точек на ударный фронт для случая с максимальной амплитудой начальной волны. Такой запас по частоте дискретизации сигнала был необходим ввиду возможного увеличения амплитуды волны более чем в два раза в каустиках с соответствующим уменьшением ширины ударного фронта. Длина временного окна составила 800 мс, что равно четырем длительностям начального профиля *N*-волны. Поперечный размер простран-

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 67 № 1 2021

ственной области, равный 12800 м, был выбран с целью обеспечить достаточно длинные реализации параметров акустического поля, пригодные для статистического анализа. Вдоль продольной координаты расчет велся до расстояния $z_{max} = 2000$ м, которое соответствует длине траектории по вертикали от самолета до поверхности земли при наибольшей возможной ширине приземного турбулентного слоя.

Д. Расчет метрики PL Mark VII и крутизны фронта

Расчет метрики PL воспринимаемого уровня шума волны звукового удара проводился на основе упрощенного алгоритма, представленного в работах [37, 38]. Исходными данными для алгоритма является спектральная мощность сигнала в 42-х стандартных третьоктавных полосах от 1 до 12600 Гц. Для получения спектральной мощности сигнал длительностью 800 мс, полученный в расчетах, был дополнен нулями до длительности 1625 мс, что позволило увеличить спектральное разрешение до 0.8602 Гц. Затем в границах каждой третьоктавной полосы спектральная мощность интегрировалась с использованием метода трапеций. При этом, если границы третьоктавных полос не совпадали с дискретными частотами БПФ, то значения спектральной мощности в этих точках были получены с помощью метода линейной интерполяции. Далее по соответствующим 42-м спектральным мощностям E_f в третьоктавных полосах рассчитывались уровни звукового давления по формуле [37]:

$$L_p = 10 \lg \left(E_f / 0.07 \ p_h^2 \right) - 3, \tag{10}$$

где $p_h = 20$ мкПа. Эти уровни давления далее приводились к эквивалентным уровням громкости в дБ относительно частоты 3150 Гц с использованием кривых равной громкости, согласно которым наибольшая чувствительность слуха приходится на интервал от 1 до 5 кГц [36-38]. По эквивалентным уровням громкости в децибелах рассчитывалась громкость в сонах и находилась максимальная громкость среди всех третьоктавных полос. Далее алгоритм рассчитывает результирующий интегральный параметр громкости в сонах, имитируя маскирующие особенности человеческого слуха: максимальная громкость по всем третьоктавным полосам учитывается с весом равным единице, а сумма громкостей по всем оставшимся полосам с весом, который зависит от максимальной громкости, и в случае звукового удара равным около 0.2. На последнем шаге результирующая громкость в сонах пересчитывается в децибелы. Тестирование алгоритма расчета PL проводилось путем сравнения результатов для профиля, оцифрованного с напечатанного рисунка из работы

[38]. Сравнение показало, что результаты отличаются менее чем на 0.2 дБ.

Для начальных профилей *N*-волны, используемых в данной работе, значения PL составили: 76.8 дБ для $p_0 = 10$ Па, 89.5 дБ для $p_0 = 20$ Па, и 101 дБ для $p_0 = 40$ Па. Видно, что с удвоением амплитуды *N*-волны субъективная громкость растет не на 6 дБ, как это было бы в случае синусоидального сигнала, а примерно в два раза больше — на 12.6 дБ между случаями с $p_0 = 10$ Па и $p_0 = 20$ Па, и на 11.5 дБ между случаями с $p_0 = 20$ Па и $p_0 = 40$ Па. Отличие в 12 дБ объясняется увеличением средней крутизны фронта в четыре раза при удвоении p_0 [47].

Максимальная крутизна профиля рассчитывалась по алгоритму, описанному в работе [30]. В указанном алгоритме сначала вычисляется производная профиля по времени. Далее ищется максимум производной по всему профилю, который, как правило, соответствует наиболее сильному и крутому ударному фронту, присутствующему в профиле. Затем слева и справа от максимума производной находятся точки, которые лежат по уровню 0.3679 от максимума. По точкам рассчитывается временной интервал, который принимается за ширину ударного фронта, а также перепад давления на фронте. Крутизна фронта определяется как отношение перепада давления на фронте к ширине фронта.

Заметим, что рассматриваемая в работе метрика PL была введена для оценки влияния в основном высокочастотных составляющих спектра волны звукового удара, ответственных за воспринимаемый уровень громкости. Было показано, что эта метрика предпочтительна для анализа волн звукового удара при нахождении человека на открытом воздухе [34, 35]. Проектирование нового поколения сверхзвуковых самолетов направлено на уменьшение характерных уровней PL-метрики за счет генерации ими модифицированной волны звукового удара (low boom) с более широким ударным фронтом и, соответственно, с меньшей составляющей энергии в области высоких частот. В то же время обсуждается необходимость введения дополнительных метрик для оценки восприятия низкочастотных составляющих модифицированного звукового удара человеком как вне помещений, так внутри них, включая грохот и вибрации от предметов и элементов конструкций [35, 39].

Е. Статистический анализ данных

На каждом шаге работы алгоритма вдоль оси z вычислялись все интересующие параметры акустического поля на всей ширине расчетной области вдоль оси x за исключением буферных зон вблизи ее краев: положительное пиковое давление (амплитуда) $p_{\rm max}$, крутизна ударного фронта

 s_{max} , и уровень шума PL. Все параметры нормировались на значения, полученные для тех же начальных данных при расчете распространения *N*-волны в однородной среде: p_{ref} , s_{ref} и PL_{ref}, соответственно. Полученные распределения нормированных параметров вдоль оси *x* использовались для расчета среднего значения, стандартного отклонения и гистограмм функций распределения. По гистограммам находились значения кумулятивной вероятности превышения параметром заданного порога.

Всего для каждого численного эксперимента с заданной амплитудой начального профиля *N*-волны использовались две независимых случайных реализации турбулентности шириной 11800 м каждая. Такой размер реализации соответствует поперечной длине расчетной области в 12800 м за вычетом 1000 м буферных зон по 500 м с каждой стороны. Статистические данные, полученные с каждой реализации из набора двух реализаций, объединялись.

III. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

А. Пространственные распределения параметров N-волны

Примеры пространственных распределений модуля скорости ветра, амплитуды, крутизны фронта волны и метрики PL в области 2 × 2 км представлены на рис. 2. Скорость ветра нормирована на скорость звука (рис. 2а); амплитуда (рис. 2б), крутизна фронта (рис. 2в) и метрика PL (рис. 2г) нормированы на соответствующие значения, полученные при распространении *N*-волны в однородной среде (p_{ref} , s_{ref} и PL_{ref}). Все распределения параметров акустического поля в общих чертах похожи друг на друга: на них видно формирование случайных каустик различной интенсивности и на разных расстояниях в глубине турбулентного слоя. В каустиках, как правило, наблюдаются повышенные значения амплитуды, крутизны фронта и метрики PL. В областях между каустиками расположены области дефокусировок, где эти параметры имеют пониженные относительно номинала значения. Тем не менее, распределения отличаются в деталях. Например, на распределениях крутизны фронта и метрики PL фокальные максимумы вдоль поперечной координаты расположены чаще по сравнению с распределением амплитуды. Также видно, что характерный коэффициент усиления для амплитуды в каустиках равен 2-3, а для крутизны фронта 3-4. Разброс метрики уровня громкости PL в диапазоне от -14 до +10 дБ соответствует данным, полученным в натурных экспериментах [17]. Точные количественные соотношения можно выявить из статистического анализа данных, представленного в следующих двух разделах.
ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОГО



Рис. 2. Пространственные распределения (а) – модуля скорости ветра, нормированного на скорость звука, (б) – амплитуды ударной волны, (в) – крутизны ударного фронта и (г) – метрики PL, нормированных на соответствующие значения, полученные при распространении плоской волны в однородной среде. Распределения соответствуют случаю *N*-волны с начальной амплитудой $p_0 = 20$ Па.

Примеры характерных профилей волны звукового удара, нормированных на давление p_0 после прохождения турбулентного слоя толщиной 2 км, для разных начальных амплитуд *N*-волны приведены на рис. 3: черная сплошная линия соответствует $p_0 = 10$ Па, синяя штриховая линия $-p_0 = 20$ Па,

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 67 № 1 2021



Рис. 3. Примеры профилей волны звукового удара после прохождения турбулентного слоя толщиной 2 км для разных начальных амплитуд *N*-волны: черная сплошная линия $p_0 = 10$ Па, синяя штриховая линия $p_0 = 20$ Па, красная штрихпунктирная линия $p_0 = 40$ Па. (а) — Профиль *N*-волны с пиком вблизи ударного фронта, (б) — профиль в области дефокусировки, (в) — профиль с большой амплитудой вблизи каустики.

красная штрихпунктирная линия $-p_0 = 40$ Па. Такая же цветовая схема обозначения результатов, полученных при различных амплитудах *N*-волны, будет использоваться в дальнейшем. На профилях часто можно обнаружить небольшие пики давления сразу за ударным фронтом (рис. 3a): в областях дефокусировки профиль имеет пониженную амплитуду и в целом сглаживается (рис. 3б); в окрестности каустик профиль имеет повышенную амплитуду (рис. 3в), при этом профиль содержит две или больше ступенек, что объясняется эффектом складывания фронта в каустике [15]. Нормированные профили, полученные для разных начальных амплитуд, отличаются в основном крутизной фронтов. Низкочастотная часть профилей практически не различается.

Б. Среднее значение и стандартное отклонение параметров N-волны

На рис. 4 представлены средние значения и стандартные отклонения параметров *N*-волны как функции пройденного ею расстояния *z* для нормированных значений амплитуды (рис. 4а), крутизны фронта (рис. 4б) и метрики PL (рис. 4в). Средние значения обозначены тонкими линиями, а стандартные отклонения — жирными. Различные цвета линий и штриховка соответствуют различной начальной амплитуде *N*-волны: черная сплошная линия — $p_0 = 10$ Па, синяя штриховая линия — $p_0 = 20$ Па, красная штрихпунктирная линия — $p_0 = 40$ Па.

Среднее значение амплитуды по сравнению с номинальным уровнем увеличивается с ростом *z*. Это связано с формированием пиков на профилях волны в каустиках с различной степенью фокусировки (рис. 3а, 3в). Степень увеличения средней амплитуды по сравнению с номинальным уровнем растет с увеличением начальной амплитуды и при z = 2 км составляет 1.15 для $p_0 = 10$ Па, 1.26 для $p_0 = 20$ Па и 1.37 для $p_0 = 40$ Па. Это объясняется тем, что при увеличении p_0 уменьшается ширина ударного фронта и растет его крутизна, что приводит к более эффективной фокусировке в каустиках.

Стандартное отклонение амплитуды волны растет с расстоянием по мере формирования новых каустик при фокусировке на случайно разбросанных "линзах" различного масштаба и силы. На некотором расстоянии, которое соответствует фокусировке от неоднородностей наибольшего масштаба (в данном случае равном 1.5 км), стандартное отклонение достигает максимума, величина которого также зависит от амплитуды и крутизны фронта начальной *N*-волны. Чем выше эффективность фокусировок в каустиках, тем выше уровень флуктуаций амплитуды, и, соответственно, стандартное отклонение, максимум которого составляет 0.29 для $p_0 = 10$ Па, 0.36 для $p_0 = 20$ Па и 0.48 для $p_0 = 40$ Па.

Подобное поведение среднего значения и стандартного отклонения амплитуды в зависимости от пройденного расстояния было обнаружено ранее в лабораторных экспериментах по распространению ударной волны от искрового источника через слой термической и кинематической турбулентности [19, 20] и при моделировании этих экспериментов на основе используемого в данной работе нелинейного параболического уравнения [28, 30]. Отличия между данными, полученными для лабораторных масштабов и для реальных масштабов, в основном количественные. Так, например, в лабораторных экспериментах и в соответствующих расчетах среднее значение амплитуды никогда не превышало номинальный уровень. Это объясняется тем, что характерные частоты ударной волны от искрового источника на 3-4



Рис. 4. Средние значения (тонкие линии) и стандартные отклонения (жирные линии) для (а) — нормированных значений амплитуды, (б) — крутизны фронта и (в) — метрики громкости PL как функции пройденного расстояния *z* для разных начальных амплитуд *N*-волны: черная сплошная линия $p_0 = 10$ Па, синяя штриховая линия $p_0 = 20$ Па, красная штрихпунктирная линия $p_0 = 40$ Па.

порядка выше, чем у волны звукового удара. На таких высоких частотах доминирующим механизмом поглощения становится термовязкое поглощение, в отличие от релаксационного механизма, который определяет структуру фронта волны звукового удара в реальных условиях. При этом фронт ударной волны от искрового источника в используемых масштабах неоднородностей (порядка 10–20 см) становится достаточно широким (порядка 1 мкс и выше), что уменьшает эффективность фокусировки в каустиках.

Среднее значение крутизны фронта уменьшается по сравнению с номинальным уровнем с ростом пройденного волной расстояния (рис. 4б). Этот процесс происходит тем быстрее, чем больше амплитуда начальной волны и объясняется тем, что более крутой фронт легче размывается при многократном рассеянии на случайных неоднородностях среднего и мелкого масштабов. При моделировании лабораторных экспериментов зависимость среднего значения крутизны от начальной амплитуды волны была обратная [30], что, по всей видимости, следует из того, что эффекты нелинейного укручения профиля в тех условиях играли большую роль, чем в рассматриваемом случае волны звукового удара. Стандартное отклонение крутизны фронта растет и достигает максимума схожим образом со стандартным отклонением амплитуды. Однако это происходит несколько ближе к началу слоя (при z = 0.9 - 1.2 км) по сравнению с положением максимумов стандартного отклонения амплитуды. При этом достигаемые максимумы стандартного отклонения крутизны фронта составляют: 0.38 для $p_0 = 10 \ \Pi a$, 0.48 для $p_0 = 20$ Па и 0.81 для $p_0 = 40$ Па. Эти значения на 25–30% ($p_0 = 10$ Па и $p_0 = 20$ Па) и на 80% $(p_0 = 40 \text{ Па})$ больше, чем соответствующие значения стандартного отклонения амплитуды, что означает, что крутизна фронта флуктуирует сильнее, чем амплитуда, и величина флуктуаций усиливается с увеличением амплитуды и крутизны фронта начальной *N*-волны. Этот качественный вывод совпадает с выводом, сделанным для кривых стандартного отклонения крутизны фронта в турбулентности лабораторных масштабов [30].

Среднее значение субъективной громкости PL в целом уменьшается с увеличением пройденного волной расстояния и только ближе к *z* = 2 км намечается тенденция к небольшому увеличению. Максимальное падение средней громкости для случаев $p_0 = 10$ и $p_0 = 20$ Па практически не зависит от амплитуды начальной *N*-волны и составляет — 1.8 дБ. Для случая $p_0 = 40$ Па падение средней громкости больше и составляет -2.7 дБ. Стандартное отклонение PL растет и достигает максимума примерно на тех же расстояниях, где наблюдается максимум стандартного отклонения амплитуды (z = 1.5 км). Величина максимума стандартного отклонения PL достигает 4.2 дБ и практически не зависит от амплитуды начальной *N*-волны для случаев $p_0 = 10$ и $p_0 = 20$ Па. Для $p_0 =$ = 40 Па максимум стандартного отклонения больше и составляет 5.0 дБ. Объяснение этого факта будет дано после обсуждения кумулятивных вероятностей в следующем разделе.

В. Кумулятивные вероятности параметров N-волны

Среднее значение и стандартное отклонение дают лишь обобщенную информацию о случайной величине, только если последняя не является гауссовской. Как было показано ранее в экспериментальных и теоретических исследованиях, распределение амплитуды имеет "хвосты", расположенные в сторону больших значений от среднего,



Рис. 5. Кумулятивные вероятности превышения заданного порога для (а) — нормированных значений амплитуды, (б) — крутизны фронта и (в) — метрики громкости PL как функции пройденного расстояния *z* для разных начальных амплитуд *N*-волны: черная сплошная линия $p_0 = 10$ Па, синяя штриховая линия $p_0 = 20$ Па, красная штрихпунктирная линия $p_0 = 40$ Па. Для амплитуды и крутизны фронта задан порог, равный двум, для метрики громкости PL — 6 дБ.

на что указывает положительное значение коэффициента асимметрии [28]. Распределение амплитуды может быть аппроксимировано обобщенным Г-распределением [19]. Распределение крутизны фронта также не является гауссовским. По расчетам, выполненным в данной работе, в области, где сформировались каустики (z > 1 км), коэффициенты асимметрии и эксцесса распределения крутизны фронта больше единицы для всех трех рассмотренных случаев. Только распределение метрики PL ближе всех к гауссовскому: коэффициенты асимметрии и эксцесса меняют знак по мере распространения волны, но по модулю не превосходят 0.5 и 0.8, соответственно.

С точки зрения процедур сертификации сверхзвуковых самолетов по уровню шума большое значение имеет оценка вероятности превышения номинального уровня на заданную величину. Исходя из данных по характерным величинам усиления различных параметров волнового поля в каустиках (рис. 2), имеет смысл выбрать пороги превышения для нормированной амплитуды и крутизны фронта, равные 2, а для метрики PL – соответствующие двукратному увеличению амплитуды +6 дБ.

На рис. 5 представлены кумулятивные вероятности превышения заданных порогов для нормированных значений амплитуды (рис. 5а), крутизны фронта (рис. 5б) и метрики громкости PL (рис. 5в) как функции пройденного расстояния z для разных начальных амплитуд N-волны. До определенных расстояний z, различных для различных параметров и значений p_0 , пока не сформировались каустики с достаточной степенью фокусировки, вероятности равны нулю. Затем начинается рост вероятностей, и на некотором расстоянии достигается максимум. Для амплитуды это интервал от 1.5 до 2 км, для крутизны фронта -0.8-1.1 км,

для метрики PL – 1.2–1.4 км, что фактически соответствует тем расстояниям, на которых образуются максимумы стандартного отклонения каждой из рассмотренных величин (рис. 4). Видно, что величина максимумов вероятности амплитуды и крутизны сильно зависит от амплитуды начального профиля *N*-волны. Так, при $p_0 = 10$ Па менее 0.9% профилей имеют амплитуду, в два раза превышающую номинальный уровень. При вдвое большей амплитуде $p_0 = 20$ Па таких профилей может быть до 4.3%, а при вчетверо большей амплитуде $p_0 = 40 \ \Pi a - уже$ до 10.6%. Для крутизны фронта соответствующие максимальные вероятности в порядке увеличения амплитуды *N*-волны равны 1.0. 2.6 и 6.3%. Такое поведение кумулятивных вероятностей наблюдения высоких значений амплитуды и крутизны фронта объясняется увеличением эффективности фокусировки в случайных каустиках за счет большей крутизны фронта исходной волны, прошедшей через фокусирующую неоднородность. Нелинейные эффекты поддерживают структуру фронта, не давая ему значительно расшириться за счет многократных актов рассеяния на неоднородностях различного масштаба и силы [14, 48]. При этом с возрастанием амплитуды в каустиках роль нелинейных эффектов усиливается.

В отличие от кумулятивных вероятностей амплитуды и крутизны фронта, ход кривой кумулятивной вероятности метрики PL практически не зависит от амплитуды начальной *N*-волны для случаев с $p_0 = 10$ и $p_0 = 20$ Па. Максимальная вероятность не превышает 3%, что фактически означает, что только каждый тридцатый профиль громче номинального на 6 дБ. После прохождения расстояния, на котором образуются наиболее сильные каустики (здесь это около 1.5 км), при z = 2 км вероятность падает уже до 1.4%. Макси-



Рис. 6. Кривые уровня звукового давления в третьоктавных полосах в дБ, рассчитанные для начальных профилей *N*волны с амплитудой 10, 20 и 40 Па (жирные серые линии) и средние значения для волн, искаженных в турбулентном слое на расстоянии z = 1.5 км, которое соответствует максимуму флуктуаций метрики PL. Вертикальные интервалы показывают стандартное отклонение уровня звукового давления. Черная сплошная линия соответствует (а) $-p_0 = 10$ Па, синяя штриховая линия (б) $-p_0 = 20$ Па, красная штрихпунктирная линия (в) $-p_0 = 40$ Па.

мальная вероятность получить волну звукового удара с громкостью на 10 дБ больше номинальной оказывается меньше 0.1% и на практике может считаться нулевой. При $p_0 = 40$ Па максимальная вероятность становится больше и оказывается равной 4.4%. При z = 2 км вероятность падает до 2.3%. Максимальная вероятность получить волну звукового удара с громкостью на 10 дБ больше но-минальной в этом случае оказывается меньше 0.4%, что также может считаться незначительным.

Слабая чувствительность кумулятивной вероятности нормированной метрики PL к амплитуде начальной *N*-волны при $p_0 = 10$ и $p_0 = 20$ Па, и, соответственно, к увеличенной крутизне профиля волны в каустиках (рис. 5б), объясняется особенностями изменения спектра *N*-волны при увеличении ее амплитуды и способом учета громкости, заложенным в алгоритм расчета PL. Так, влияние амплитуды волны иллюстрируется на рис. 6. Серыми кривыми показаны уровни звукового давления в третьоктавных полосах, рассчитанные по формуле (10) для начальных профилей *N*-волны (жирные серые линии). Видно, что если на низких частотах уровень звукового давления при удвоении амплитуды также увеличивается на 6 дБ, то, начиная с частот выше нескольких сотен герц, наблюдается существенно больший подъем уровня давления (см. разницу между серыми кривыми). Этот эффект обусловлен уменьшением ширины ударного фронта и увеличением его крутизны, растущей пропорционально квадрату амплитуды волны. Цветные кривые показывают средние значения уровня звукового давления для волн, искаженных в турбулентном слое на расстоянии z = 1.5 км, которое соответствует максимуму флуктуаций метрики PL; вертикальные интервалы показывают стандартное отклонение уровня звукового давления. Видно, что в низкочастотной области (до 10 Гц) флуктуации спектра, связанные с турбулентностью, незначительны. На более высоких частотах (от 10 Гц и выше) появляются заметные флуктуации.

Далее в алгоритме PL на основе уровней звукового давления рассчитываются измеряемые в сонах уровни субъективной громкости в третьоктавных полосах, графики которых, соответствующие спектрам рис. 6 для начальных профилей и для профилей в турбулентном слое на расстоянии 1.5 км, представлены на рис. 7. Поскольку при расчете субъективной громкости учитывается увеличение чувствительности слуха при увеличении частоты, то несмотря на общее падение уровня звукового давления начиная с частот 5 Гц (рис. 6), на графиках громкости имеется четкий максимум. Для волн с исходной амплитудой 10 и 20 Па максимум громкости находится в области частоты 100 Гц, т.е. ниже, чем характерные частоты ударных фронтов. Это иллюстрируется также на рис. 76 зеленой пунктирной линией, представляющей кривую громкости для начального профиля *N*-волны при $p_0 = 10 \Pi a$, но с удвоенной амплитудой. Крутизна фронта такой волны оказывается в два раза меньше, чем крутизна фронта начальной волны с амплитудой 20 Па и с физически обоснованной структурой ударного фронта. Видно, что максимум в спектре громкости смещается незначительно — от 80 Гц при $p_0 = 10$ Па до 124 Гц при $p_0 = 20$ Па, а прибавка к громкости за счет увеличенной крутизны фронта происходит на более высоких частотах. Максимальный уровень флуктуаций громкости сосредоточен вокруг максимума кривой средней громкости по третьоктавным полосам. Поэтому при вычислении PL вели-



Рис. 7. Кривые уровня субъективной громкости, измеряемой в сонах, в третьоктавных полосах, рассчитанные для начальных профилей *N*-волны с амплитудой 10, 20 и 40 Па (жирные серые линии) и средние значения для волн, искаженных в турбулентном слое на расстоянии z = 1.5 км, которое соответствует максимуму флуктуаций метрики PL. Вертикальные интервалы показывают стандартное отклонение уровня громкости. Черная сплошная линия (а) $-p_0 = 10$ Па, синяя штриховая линия (б) $-p_0 = 20$ Па, красная штрихпунктирная линия (в) $-p_0 = 40$ Па. Зеленая пунктирная линия на (б) показывает уровни громкости в третьоктавных полосах, рассчитанные для начального профиля *N*-волны для $p_0 = 10$ Па с удвоенной амплитудой без изменения структуры ударного фронта, а зеленая штрихпунктирная линия на (в) – то же, но для случая $p_0 = 20$ Па.

чина громкости вокруг частоты 100 Гц будет вносить решающий вклад. А поскольку эти частоты не соответствуют характерным частотам ударного фронта, то и флуктуации вокруг среднего значения будут вести себя схожим образом, независимо от параметров ударного фронта.

Для начальной амплитуды волны 40 Па максимум спектральной кривой громкости смещается на более высокие частоты, около 400 Гц, по сравнению с начальными амплитудами 10 и 20 Па. По кривой громкости для *N*-волны, полученной для начального профиля из профиля с $p_0 = 20$ Па путем простого удвоения амплитуды (рис. 7в, зеленая пунктирная линия), видно, что прибавка к громкости в третьоктавных полосах за счет крутизны фронта происходит на частотах от сотен герц до десяти килогерц. В результате смещения максимума кривой спектральной громкости в область более высоких частот, где эффекты, связанные с флуктуациями крутизны ударного фронта и соответствующих высокочастотных составляющих спектра, более заметны, нелинейные эффекты сильнее влияют на статистику метрики PL. Данный процесс отражается на кривых среднего, дисперсии (рис. 4в) и кумулятивной вероятности (рис. 5в).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе с использованием методов численного моделирования проанализировано распространение волны звукового удара с классическим профилем в виде *N*-волны через приземный турбулентный слой. Исследовалось влияние началь-

ной амплитуды волны в диапазоне от 10 до 40 Па на статистику параметров акустического поля: положительного пикового давления (амплитуды), крутизны фронта и метрики громкости PL. Рассчитаны кумулятивные вероятности двукратного превышения амплитуды, крутизны фронта и субъективной громкости относительно номинального уровня. Показано, что увеличение амплитуды начальной *N*-волны приводит к существенному увеличению вероятности положительных выбросов амплитуды и крутизны фронта. Это связано с увеличением эффективности фокусировок ударного фронта волны в случайных каустиках при повышении роли нелинейных эффектов. При этом вероятность положительных выбросов по громкости PL практически не меняется при начальных давлениях волны 10 и 20 Па (3%) и возрастает при увеличении амплитуды до 40 Па (4%). Такое поведение PL метрики объясняется смещением кривой спектральной громкости, начиная с некоторого уровня крутизны ударного фронта, в область высоких частот повышенного слухового восприятия человеком и подчеркиванием веса этих частот при построении метрики. Таким образом, уменьшение амплитуды волны звукового удара уменьшает не только номинальный субъективный уровень шума, но и понижает вероятность наблюдения его положительных выбросов. Результаты показывают важность развития концепции сверхзвуковых самолетов с профилями звукового удара пониженной шумности с меньшей крутизной фронта и уровнем высокочастотных компонент в спектре.

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ №18-72-00196. Авторы выражают благодарность

Л.Р. Гаврилову за полезные обсуждения и замечания по работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Maglieri D., Bobbitt P., Plotkin K., Shepherd K., Coen P., Richwine D. Sonic boom: Six decades of research // Technical Report No. NASA/SP-2014-622, L-20381, NF1676L-18333, NASA, Washington, DC 2014. P. 521.
- 2. Чернышев С.Л. Звуковой удар. М.: Наука, 2011.
- Красильников В.А. Линейное и нелинейное распространение звука в турбулентной неоднородной среде // Акуст. журн. 1998. Т. 44. № 4. С. 559–569.
- Page J.A., Loubeau A. Overall vehicle system noise: sonic boom // CEAS Aeronautical J. 2019. V. 10. P. 335–353.
- Benson L.R. Quieting the boom: the shaped sonic boom demonstrator and the quest for quiet supersonic flight // NASA. 2019. P. 388.
- 6. *Feder T.* Quiet boom could revive supersonic air travel // Physics Today. 2007. V. 60. № 4. P. 24.
- 7. *Cowart R., Grindle T.* An overview of the Gulfstream NASA Quiet Spike[™] flight test program // 46th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, 7–10 January 2008, Reno, Nevada, AIAA 2008–123.
- Бирюк В.И., Ибрагимов М.Р., Коваленко В.В., Новиков А.П., Титов В.Н., Чайка Т.Ю., Чернавских Ю.Н., Юдин В.Г. Перспективы снижения уровня звукового удара коммерческих сверхзвуковых самолетов нового поколения // Ученые записки ЦАГИ. 2010. Т. 41. № 5. С. 13–18.
- 9. *Коваленко В.В., Чернышев С.Л.* К вопросу о снижении звукового удара // Ученые записки ЦАГИ. 2006. Т. 37. № 3. С. 53–63.
- Chernyshev S.L., Kiselev A.P., Vorotnikov P.P. Sonic boom minimization and atmospheric effects // 46th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, 7–10 January 2008, Reno, Nevada, AIAA 2008–58. P. 18–33.
- Alauzet F., Loseille A. High-order sonic boom modeling based on adaptive methods // J. Comp. Phys. 2010. V. 229. P. 561–593.
- Ostashev V.E., Wilson D.K. Acoustics in moving inhomogeneous media // CRC Press Taylor & Francis Group, Second Edition. 2016. P. 521.
- 13. Lee R.A., Downing J.M. Comparison of measured and predicted lateral distribution of sonic boom overpressures from the United States Air Force sonic boom database // J. Acoust. Soc. Am. 1996. V. 99. № 2. P. 768–776.
- Pierce A., Maglieri D. Effects of atmospheric irregularities on sonic boom propagation // J. Acoust. Soc. Am. 1972. V. 51. P. 702–924.
- Piacsek A.A. Atmospheric turbulence conditions leading to focused and folded sonic boom wave fronts // J. Acoust. Soc. Am. 2002. V. 111. № 1(2). P. 520–529.
- Maglieri D.J. Some effects of airplane operations and the atmosphere on sonic-boom signatures // J. Acoust. Soc. Am. 1966. V. 39. S36–S42.
- 17. Elmer K.R., Joshi M.C. Variability of measured sonic boom signatures // NASA. Ames Research Center,

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 67 № 1 2021

High-Speed Research: Sonic Boom. 1994. V. 1. P. 191–218.

- 18. *Lipkens B., Blackstock D.* Model experiment to study sonic boom propagation through turbulence. Part I: Model experiment and general results // J. Acoust. Soc. Am. 1998. V. 103. № 1. P. 148–158.
- Averiyanov M., Ollivier S., Khokhlova V.A., Blanc-Benon Ph. Random focusing of nonlinear acoustic N-waves in fully developed turbulence: Laboratory scale experiment // J. Acoust. Soc. Am. 2011. V. 130. № 6. P. 3595–3607.
- Salze E., Yuldashev P.V., Ollivier S., Khokhlova V.A., Blanc-Benon Ph. Laboratory-scale experiment to study nonlinear N-wave distortion by thermal turbulence // J. Acoust. Soc. Am. 2014. V. 136. № 2. P. 556–566.
- Sparrow V.W., Pierce A.D. Simulation of sonic boom ray tube area fluctuations for propagation through turbulence including caustics via Monte-Carlo method // NASA CP 3172, High-Speed Research: Sonic Boom, 1992. V. 1. P. 49–62.
- 22. Завершнев Ю.А., Роднов А.В., Чернышев С.Л. Влияние атмосферных условий на характеристики звукового удара // Труды ЦАГИ. 2005. Вып. 2670. С. 91–96.
- 23. *Чернышев С.Л.* О распространении волны звукового удара в турбулентной среде // Ученые записки ЦАГИ. 2006. Т. 27. № 3. С. 10–19.
- 24. *Гусев В.А., Руденко О.В.* Статистические характеристики интенсивной волны за двумерным фазовым экраном // Акуст. журн. 2006. Т. 52. № 1. С. 30–42.
- 25. Дубровский А.Н., Руденко О.В., Хохлова В.А. Флуктуационные характеристики волны звукового удара после прохождения случайно-неоднородного слоя // Акуст. журн. 1996. Т. 42. № 5. С. 623–628.
- 26. Аверьянов М.В., Хохлова В.А., Сапожников О.А., Блан-Бенон Ф., Кливленд Р.О. Параболическое уравнение для описания распространения нелинейных акустических волн в неоднородных движущихся средах // Акуст. журн. 2006. Т. 52. № 6. С. 725–735.
- 27. Blanc-Benon Ph., Lipkens B., Dallois L., Hamilton M.F., Blackstock D.T. Propagation of finite amplitude sound through turbulence: Modeling with geometrical acoustics and the parabolic approximation // J. Acoust. Soc. Am. 2002. V. 111. № 1. Pt. 2. P. 487–498.
- 28. Averiyanov M.V., Blanc-Benon Ph., Cleveland R., Khokhlova V.A. Nonlinear and diffraction effects in propagation of N-waves in randomly inhomogeneous moving media // J. Acoust. Soc. Am. 2011. V. 129. № 4. P. 1760–1772.
- Stout T.A., Sparrow V.W. Time-domain spline interpolation in a simulation of N-wave propagation through turbulence // J. Acoust. Soc. Am. 2018. V. 144. № 2. P. EL229–EL235.
- 30. Yuldashev P.V., Ollivier S., Karzova M.M., Khokhlova V.A., Blanc-Benon Ph. Statistics of peak overpressure and shock steepness for linear and nonlinear N-wave propagation in a kinematic turbulence // J. Acoust. Soc. Am. 2017. V. 142. № 6. P. 3402–3415.
- 31. Luquet D., Marchiano R., Coulouvrat F. Long range numerical simulation of acoustical shock waves in a 3D

moving heterogeneous and absorbing medium // J. Comp. Phys. 2019. V. 379. P. 237–261.

- Gallin L.-J., Renier M., Gaudard E., Farges T., Marchiano R., Coulouvrat F. One-way approximation for the simulation of weak shock wave propagation in atmospheric flows // J. Acoust. Soc. Am. 2014. V. 135. № 5. P. 2559–2570.
- 33. Bashkirov I.G., Chernyshev S.L., Gorbovskoy V.S., Kazhan A.V., Kazhan V.G., Kovalenko V.V. To the issue of evaluating sonic boom overpressure and loudness // MATEC Web Conf. 9th EASN International Conference on "Innovation in Aviation & Space". 2019. V. 304. P. 02003.
- Leatherwood J., Sullivan B., Shepherd K., McCurdy D., Brown S. Summary of recent NASA studies of human response to sonic booms // J. Acoust. Soc. Am. 2002. V. 111. № 1(2). P. 586–598.
- Loubeau A., Naka Y., Cook B.G., Sparrow V.W., Morgenstern J.M. A new evaluation of noise metrics for sonic booms using existing data // AIP Conf. Proc. 2015. № 1685. P. 090015–1–090015–4.
- Stevens S.S. Perceived level of noise by Mark VII and decibels (E) // J. Acoust. Soc. Am. 1972. V. 51. P. 575– 601.
- Jackson G., Leventhall H. Calculation of the perceived loudness of noise (PLdB) using Stevens' method (Mark VII) // Appl. Acoust. 1973. V. 64. P. 23–34.
- Bolander C.R., Hunsaker D.F., Shen H., Carpenter F.L. Procedure for the calculation of the perceived loudness of sonic booms // AIAA SciTech 2019 Forum 7–11 January 2019, San Diego, California. P. 1–19.
- Doebler W.J., Sparrow V.W. Stability of sonic boom metrics regarding signature distortions from atmospheric turbulence // J. Acoust. Soc. Am. 2017. V. 141. № 6. EL. 592–597.

- 40. *Pierce A.D.* Acoustics: an introduction to its physical principles and applications. Springer 2019. P. 768.
- 41. Comte-Bellot G., Bailly C. Turbulence. CNRS, Paris, France. 2003. P. 360.
- Coulouvrat F. The challenges of designing an acceptable sonic boom overland // 15th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (30th AIAA Aeroacoustics Conference) 11–13 May 2009, Miami, Florida. AIAA. 2009– 3384.
- 43. Полякова А.Л., Солуян С.И., Хохлов Р.В. К вопросу о распространении конечных возмущений в релаксирующей среде // Акуст. журн. 1962. Т. 8. № 1. С. 107–113.
- 44. Bass H.E., Raspet R., Chambers J.P., Kelly M. Modification of sonic boom wave forms during propagation from the source to the ground // J. Acoust. Soc. Am. 2002. V. 111. № 1(2). P. 481–486.
- 45. Yuldashev P.V., Ollivier S., Averiyanov M.V., Sapozhnikov O.A., Khokhlova V.A., Blanc-Benon Ph. Nonlinear propagation of spark-generated N-waves in air: Modeling and measurements using acoustical and optical methods // J. Acoust. Soc. Am. 2010. V. 128. № 6. P. 3321–3333.
- 46. Zemp R.J., Tavakkoli J., Cobbold R.S. Modeling of nonlinear ultrasound propagation in tissue from array transducers // J. Acoust. Soc. Am. 2003. V. 113. № 1. P. 139–152.
- Shepherd K.P., Sullivan B.M. A loudness calculation procedure applied to shaped sonic booms // NASA Technical Paper 3134. 1991. P. 1–10.
- Yuldashev P.V., Karzova M.M., Ollivier S., Khokhlova V.A., Blanc-Benon Ph. Simulation of N-wave propagation in a realistic turbulent atmosphere using two-dimensional nonlinear parabolic equation // 25th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference 20–23 May 2019 Delft, The Netherlands, AIAA 2019–2563.

УДК 534.21

ВОЗБУЖДЕНИЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН И ВОЛН ЛЭМБА НА СВЧ В ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СЛОИСТОЙ СТРУКТУРЕ НА ОСНОВЕ АЛМАЗА

© 2021 г. Г. М. Квашнин^{а,} *, Б. П. Сорокин^{а,} **, С. И. Бурков^b

 ^aΦГБНУ "Технологический институт сверхтвердых и новых углеродных материалов", ул. Центральная 7а, Москва, г.о. Троицк, 142190 Россия
 ^bСибирский федеральный университет, пр. Свободный 79, Красноярск, 660041 Россия *e-mail: genmih@yandex.ru
 **e-mail: bpsorokin1953@yandex.ru
 Поступила в редакцию 22.01.2020 г. После доработки 11.03.2020 г.
 Принята к публикации 07.07.2020 г.

Выполнено экспериментальное и теоретическое исследование распространения поверхностных акустических волн (ПАВ) – Рэлея, Сезавы и *SH*-мод, а также волн Лэмба в пьезоэлектрических слоистых структурах "Me-BШП/AlN/(100) алмаз" (Me = Pt, Al) с конфигурацией ПАВ резонатора. Идентифицированы типы мод и получены дисперсионные кривые фазовых скоростей и коэффициентов электромеханической связи для ПАВ и волн Лэмба. Экспериментально наблюдалось возбуждение волн Лэмба до частоты 7.3 ГГц. Резонансные кривые для волн Лэмба имеют более высокую добротность Q по сравнению с поверхностными акустическими волнами, распространяющимися на этих же подложках. Так, на частоте около 7 ГГц нагруженная добротность достигает значения 3400, при этом параметр качества составляет величину $Q \times f = 2.4 \times 10^{13}$ Гц. Отмечен необычный эффект значительного увеличения добротности волн Лэмба с ростом частоты от значения 760 при 1.5 ГГц до 3400 при 7 ГГц.

Ключевые слова: поверхностная акустическая волна, объемная акустическая волна, волна Лэмба, монокристаллический алмаз, нитрид алюминия, пьезоэлектрическая слоистая структура **DOI:** 10.31857/S0320791921010020

введение

Композитные ПАВ устройства на основе пьезоэлектрических слоистых структур (ПСС) продемонстрировали хорошие параметры в диапазоне 1–3 ГГц. Например, в работе [1] исследовано распространение ПАВ в ПСС "(Al,Sc)N/алмаз", где алмазная подложка была подготовлена методом химического осаждения из паровой фазы, а линия задержки была выбрана в качестве измерительного устройства. Было обнаружено, что такая ПСС имеет невысокое акустическое затухание даже в диапазоне 3 ГГц. В качестве перспективной альтернативы ПАВ можно рассматривать волны Лэмба (ВЛ), которые могут быть применены в акустоэлектронных устройствах и сенсорах. Теория распространения ВЛ в бесконечной изотропной пластине со свободными границами была разработана Лэмбом в 1917 году [2]. Викторов [3] предложил систематическое описание акустических свойств волн Лэмба, распространяющихся в изотропных пластинах, и их приложений в

технике, а в [4] рассмотрено применение ВЛ в дефектоскопии пластин. Результаты всестороннего исследования волноводного распространения нормальных волн в слоистых средах приведены в монографии Бреховских [5]. Волны Лэмба, а также другие волноводные моды в тонких пьезоэлектрических пластинах ниобата лития, танталата лития, ниобата калия и силикосилленита подробно исследованы в работах [6-15]. В частности, было отмечено, что коэффициенты электромеханической связи (КЭМС) волны Лэмба и поверхностно-поперечной (SH_n) волны могут быть существенно больше, чем для волн Рэлея в тех же кристаллах. В работе [16] исследовано большое количество ПСС на основе пластин ST-среза кварца, покрытых пленками ZnO и AlN, и вариантов возбуждения SH-волн и ВЛ посредством ВШП. В работе [17] рассмотрена теоретическая основа распространения упругих волн в слоистой пьезоэлектрической структуре и в качестве примера получены результаты для алмазного волно-



Рис. 1. Схема ПАВ-резонатора со структурой "Ме-ВШП/AlN/алмаз". Распространение ПАВ – вдоль направления [110] в плоскости (001) алмаза. МПО – многополосковый отражатель.

вода "Me/ZnO/Me/алмаз". В последнее время активно изучаются волны Лэмба в тонких пленках для использования в устройствах частотного контроля и сенсорах [18]. Так. в работе [19] представлен пример "AlN/Si" микросенсоров на волнах Лэмба для измерения давления и гравиметрических измерений. В работе [20] представлены результаты по резонатору на тонкой пленке AlN, в котором ВЛ возбуждалась с помощью ВШП. Эти резонаторы использовались в качестве чувствительных сенсоров давления газа. Используя ВШП, авторы [21] исследовали ряд устройств на тонких пьезоэлектрических пластинах – резонаторы с брэгговским отражателем (в англоязычной литературе – Solidly Mounted Resonator, SMR) на основе 50° YX-среза LiTaO₃ (1) и X-среза LiNbO₃ (2), а также резонатора мембранного типа (3) на основе Z-среза LiNbO₃, чтобы получить возбуждение ПАВ и ВЛ. Было получено, что устройство типа (1) имело добротность Q = 1735 при резонансной частоте 3440 МГц в режиме моды SH₀, типа (2) Q = 565 при 4996 МГц в режиме моды Лэмба S_0 и типа (3) Q = 419 при 5444 МГц в режиме моды Лэмба А₁. По мнению авторов [21], устройства (1) и (2) типов продемонстрировали лучшие характеристики в диапазоне 3-5 ГГц.

Выбор подходящего материала подложки для композитных акустоэлектронных устройств СВЧ диапазона имеет решающее значение. Недавно было показано [22, 23], что применение монокристаллического алмаза в качестве подложки ПСС позволяет значительно увеличить рабочую частоту композитного многообертонного резонатора на объемных акустических волнах (ОАВ). В частности, возбуждение ОАВ в ПСС "Al/(001) AlN/Mo/(001) алмаз" и "Al/(Al,Sc)N/Mo/(001) алмаз" было получено на частотах до 20 ГГц с нагруженной добротностью ~13000. Таким образом, монокристалл алмаза должен представлять большой интерес в качестве перспективного материала подложек при изучении поверхностных акустических волн и волн Лэмба.

Целью данной работы является рассмотрение особенностей возбуждения и распространения ПАВ и волн Лэмба в ПСС "Ме-ВШП/AIN/(100) алмаз", в том числе дисперсионных характеристик их параметров в широком диапазоне СВЧ.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПАВ И ВОЛН ЛЭМБА НА СВЧ В ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СЛОИСТОЙ СТРУКТРУРЕ "Ме-ВШП/AIN/(100) АЛМАЗ"

Возбуждение и регистрация поверхностных акустических волн и волн Лэмба может осуществляться различными способами, в том числе с помощью встречно-штыревого преобразователя, нанесенного на поверхность пьезоэлектрической среды. В настоящее время технология изготовления ВШП хорошо развита, что упрощает изучение и применение волн Лэмба в акустоэлектронных приборах и неразрушающем контроле. Практическое применение поверхностных акустических волн Рэлея (R) обычно ограничено частотами 2–3 ГГц вследствие взаимодействия с воздухом и значительного увеличения затухания. В этом смысле волны Лэмба, распространяющиеся преимущественно в объеме подложки, имеют меньшее затухание на более высоких частотах. По сравнению с SH_n- и *R*-волнами, волны Лэмба также могут иметь более высокие фазовые скорости.

В качестве экспериментальных образцов были использованы однопортовые ПАВ-резонаторы, включавшие в себя возбуждающий ВШП и два многополосковых отражателя (МПО) (рис. 1). Основные параметры экспериментальных образцов на основе пьезоэлектрических слоистых структур "Me-BШП/AlN/(100) алмаз" для исследования распространения ПАВ и ВЛ приведены в табл. 1. Например, в образце № 1 использовали неаподизированные эквидистантные ВШП с апертурой 350 мкм и периодом *d* = 18, 20 и 22 мкм для трех независимых ПАВ резонаторов. Количество штырей в отражающей решетке составляло 100, в ВШП имелось 50 пар штырей. Расстояние между ВШП и МПО равнялось промежутку между штырями. Частота синхронизма ВШП может быть вычислена по известной формуле:

$$f_0 = V/d \,, \tag{1}$$

где V – фазовая скорость волн Рэлея или Лэмба, и $d = \lambda (\lambda - длина волны Рэлея или Лэмба).$

В качестве материалов для электродов ВШП были выбраны Me = Pt, Al. Высококачественный синтетический монокристаллический алмаз типа IIa с низким содержанием азота (~60 ppb), использованный в качестве подложки, был выращен в Технологическом институте сверхтвердых

Номер образца	<i>d</i> , мкм	Направление распространения волны	Толщина ВШП, нм	Ориентация/толщина пленки AlN, нм	Ориентация/толщина алмазной подложки, мкм	
	18					
1	20	[110]	Pt/156	(001)/5530	(001)/180	
	22					
2	20	[110]	Al/135	(001)/4350	(001)/458	

Таблица 1. Параметры экспериментальных образцов

и новых углеродных материалов методом градиента температуры в условиях высокого давления (5 ГПа) и высокой температуры (~1750 К) [24]. Шероховатость R_a алмазных подложек, измеренметодом атомно-силового микроскопа ная (АСМ), находилась в пределах 0.2-2 нм на плошалке 10×10 мкм. Все металлические и пьезоэлектрический слой AlN были нанесены с помощью магнетронного распылительного оборудования AJA Orion 8. Контроль кристаллической структуры и качество текстуры пленки AlN выполняли с помощью оборудования для рентгеновского дифракционного анализа Panalytical Empyrean. Наблюдались, в основном, дифракционные рефлексы (00.2), что указывает на хорошую ориентацию кристаллитов нитрида алюминия в пленке. Полная ширина на половине высоты кривой качания (00·2) составляла ~0.2°. Шероховатость пленки AlN была менее 3 нм на площадке 10 × 10 мкм.

Частотные характеристики экспериментальных образцов измеряли в диапазоне СВЧ от 0.1 до 8 ГГц с помощью векторного анализатора цепей E5071С и зондовой станции М-150. Электрическую добротность резонансных кривых ПАВ-резонатора вычисляли с помощью программных средств E5071С и стандартных методов расчета. Экспериментальная точность измерения частоты данным анализатором составляла ±0.1 кГц и лучше при увеличении числа точек. В измерениях ПАВ-резонатора для целей данной работы была достаточной точность ± 10 кГц. Надо также иметь в виду, что точность определения периода ВШП составляла ±0.1-0.2 мкм. Тем самым расчетное значение погрешности фазовой скорости ограничивалось практически значением ±1 м/с. В качестве основного был использован метод определения добротности на уровне -3 дБ относительно максимума модуля импеданса Z_{11e}, очищенного относительно фона. Подробно методика измерений и процедура расчета Z_{11e} описана ранее [25]. Были также использованы дополнительные методы, основанные на других характеристиках отклика резонатора. Например, при выборе измеряемого параметра "time delay, τ_d " добротность вычисляли из соотношения $Q = \pi f_p \tau_d$, где f_p – частота резонанса. Как правило, относительное расхождение величин Q, вычисленных разными способами, не превышало 10%.

При измерении амплитудно-частотной характеристики применяли развертку от 1001 до 1601 точки. На экране анализатора одновременно отображались следующие данные: комплексные характеристики коэффициента отражения S_{11} , полный Z_{11} и "очищенный" Z_{11e} импедансы, временная задержка τ_d и диаграмма Смита.

Обсудим экспериментально обнаруженные волны, идентифицированные как R_n - и SH_n -моды, чтобы сравнить их с волнами Лэмба. Важным обстоятельством является то, что одновременное наблюдение всех ПАВ и волн Лэмба оказалось возможным с помощью одного и того же ПАВ-резонатора. При детальном исследовании частотной зависимости действительной части импеданса $\text{Re}Z_{11e}$, полученной для экспериментальных образцов № 1 и 2, были обнаружены ПАВ-моды в диапазоне до 700 МГц (рис. 2). Так, в образце № 1



Рис. 2. Частотная зависимость действительной части импеданса Re Z_{11e} , полученная на экспериментальном образце № 1 (ПАВ-резонатор с периодом d = 18 мкм) в диапазоне 200–1000 МГц.

КВАШНИН и др.

	Мода	Длина волны, мкм	Резонансная частота $f_0, { m M} \Gamma$ ц	Нагруженная добротность <i>Q</i>	Фазовая скорость, м/с
1	SH ₀	18	319.57	250	5753
		20	301.27	_	6026
		22	287.55	_	6325
	<i>R</i> ₀	18	364.17	350	6552
2		20	347.01	_	6940
		22	332.15	_	7304
	SH ₁	18	501.40	260	9018
3		20	463.66	_	9274
		22	432.78	-	9522
	<i>R</i> ₁	18	596.32	300	10728
4		20	562.01	—	11240
		22	525.41	-	11559
	<i>R</i> ₂	18	653.49	270	11772
5		20	606.61	_	12132
		22	564.29	_	12408

Таблица 2. Результаты по распространению ПАВ, полученные на экспериментальном образце №1

три моды Рэлеевского типа – R_0 , R_1 (мода Сезавы) и R_2 , и две *SH*-типа (*SH*₀ и *SH*₁) наблюдались на трех независимых ПАВ-резонаторах, различающихся периодами ВШП. Конкретные результаты приведены в табл. 2. Следует обратить внимание на то, что моды R_n -типа продемонстрировали более высокую нагруженную добротность по сравнению с модами *SH*_n. Процедура идентификации мод рассматривается ниже.

Выше ~750 МГц и до ~7.3 ГГц в экспериментальных образцах № 1 и 2 наблюдалось большое количество почти эквидистантных максимумов ReZ_{11e}, связанных с резонансным возбуждением волн Лэмба различных порядков. С ростом частоты частотный интервал между максимумами $\text{Re}Z_{11e}$ (Space between Parallel Resonances, SPRF) асимптотически приближался к SPRF композитного многообертонного резонатора на ОАВ (в англоязычной литературе – High overtone Bulk Acoustic resonator, HBAR). В качестве примера на рис. 3 представлены частотные характеристики экспериментального образца № 2 в окрестности частот 2.3; 3.5; 5.0 и 7.3 ГГц. В дополнение к сильным пикам ВЛ наблюдали и более слабые сигналы, которые могут ассоциироваться с еще не идентифицированными модами.

Отметим, что резонансные кривые волн Лэмба показали значительно более высокую нагруженную добротность по сравнению с ПАВ модами, распространяющимися на той же подложке. Так, для образца № 2 добротность была равной Q = 760

при 1.5 ГГц, 1400 при 4 ГГц, 2800 при 6.1 ГГц и 3400 при ~7 ГГц. В последнем случае параметр качества был равен $Q \times f = 2.4 \times 10^{13}$ Гц. В результате был обнаружен необычный эффект значительного увеличения добротности пиков ВЛ с ростом частоты, что имеет большое практическое значение.

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ТИПОВ И ДИСПЕРСИОННЫЕ ЗАВИСИМОСТИ ПАРАМЕТРОВ РАСПРОСТРАНЕНИЯ УПРУГИХ ВОЛН В СЛОИСТОЙ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЕ

Распространение акустических волн малой амплитуды различных видов в кристалле может быть описано волновыми уравнениями, электростатическими уравнениями и уравнениями состояния однородной пьезоэлектрической среды, принятыми в виде [26]:

 $\tau_{ii} =$

$$\rho_0 \mathbf{U}_i = \tau_{ij,j}, \quad D_{k,k} = 0,$$

= $C^E_{ijkl} \eta_{kl} - e_{nij} E_n, \quad \mathbf{D}_m = \varepsilon^{\eta}_{mn} E_n + e_{mij} \eta_{ij},$ (2)

где ρ_0 – плотность кристалла; \mathbf{U}_i – вектор динамических упругих смещений; τ_{ij} – тензор термодинамических напряжений; \mathbf{D}_m – вектор электрической индукции; η_{ij} – тензор деформации; C_{ijkl}^E , e_{mij} и ε_{mn}^{η} – упругие, пьезоэлектрические и зажатые диэлектрические константы соответственно. Запятая после подстрочного индекса обозначает пространственную производную, а координаты латинских индексов изменяются от 1 до 3.

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 67 № 1 2021



Рис. 3. Примеры частотной зависимости действительной части импеданса Re Z_{11e} , полученные на экспериментальном образце № 2 (ПАВ-резонатор с периодом d = 20 мкм) в окрестности частот: (а) -2.3 ГГц, (б) -3.5 ГГц, (в) -5.0 ГГц, (г) -7.3 ГГц.

Здесь и далее будет использоваться правило суммирования по повторяющимся индексам.

Пусть ось *Y* рабочей системы координат направлена вдоль внешней нормали к поверхности слоя, а ось *X* совпадает с направлением распространения волны. Распространение упругой волны в пьезоэлектрической слоистой структуре должно удовлетворять заданным граничным условиям. В частности, для структуры "Ме/пьезоэлектрическая пленка/подложка" следует потребовать:

(1) равенства нулю нормальных составляющих тензора напряжений на границах раздела "Ме/ва-куум" и "подложка/вакуум";

(2) непрерывности нормальных компонент тензора напряжений и векторов смещения на границах раздела "Ме/пьезоэлектрическая пленка" и "пьезоэлектрическая пленка/подложка";

(3) равенства нулю электрического потенциала, связанного с акустической волной, на границе раздела "Ме/пьезоэлектрическая пленка".

В результате для рассматриваемой задачи можно записать такие соотношения:

$$\begin{aligned} \tau_{2j}^{(1)}\Big|_{Y=h_{1}} &= 0, \quad \tau_{2j}^{(1)} = \tau_{2j}^{(2)}\Big|_{Y=h_{2}}, \\ \varphi^{(2)} &= 0\Big|_{Y=h_{2}}, \quad \mathbf{U}^{(1)} = \mathbf{U}^{(2)}\Big|_{Y=h_{2}}, \\ \tau_{2j}^{(3)} &= \tau_{2j}^{(2)}\Big|_{Y=0}, \quad \mathbf{U}^{(3)} = \mathbf{U}^{(2)}\Big|_{Y=0}, \\ \tau_{2j}^{(3)} &= 0\Big|_{Y=-h}. \end{aligned}$$
(3)

Нумерация в верхних индексах (1), (2) и (3) определяет такие компоненты структуры, как металлический слой, пьезоэлектрическая пленка и подложка с толщинами h_1 , h_2 и h соответственно. Необходимые решения, определяющие все параметры распространения ПАВ и волн Лэмба в ПСС "Ме/пьезоэлектрическая пленка/подложка", должны быть получены из равенства нулю определителя матрицы граничных условий (3), размер которой в случае трехслойной структуры



Рис. 4. Рассчитанные дисперсионные кривые (а) — фазовых скоростей и (б) — коэффициентов электромеханической связи поверхностных акустических волн в ПСС "Pt/AIN/(001) алмаз" (распространение ПАВ — вдоль направления [110] алмаза). Экспериментальные данные для образца № 1 обозначены квадратами. Аббревиатуры QL, QFS и R относятся к кривым фазовых скоростей ОАВ квазипродольного и квазисдвигового быстрого типа, и к ПАВ Рэлея в монокристалле алмаза соответственно.

был равен 22 × 22. Дальнейший ход решений принципиально не отличается от задачи для 4-хслойной пьезоэлектрической слоистой структуры "Me1/пьезоэлектрическая пленка/Me1/подложка", подробно рассмотренной в работе [25]. Для 1D-моделирования и численного анализа ПСС "Me/пьезоэлектрическая пленка/подложка" были использованы разработанные нами программные средства.

Процедура идентификации типов волн проводилась путем анализа проекций упругих смещений, точно соответствующих каждой моде. В данной задаче все моды были чистыми, т.е. векторы смещения с компонентами $(U_1, U_2, 0)$ и $(0, 0, U_3)$ были связаны с модами Рэлея и *SH*-типа соответственно. Отметим, что условие существования этих мод предполагает экспоненциальное затухание парциальных компонент при углублении в алмазную подложку. Напротив, поля смещений мод Лэмба занимают весь объем подложки.

Результаты расчета дисперсионных зависимостей фазовых скоростей и КЭМС для волн поверхностного типа, распространяющихся в направлении [110] алмаза в ПСС "Pt/AlN/(001) алмаз" в полосе частот 0–1000 МГц, представлены на рис. 4 совместно с экспериментальными данными. Толщины слоев ПСС были выбраны равными соответствующим значениям в экспериментальном образце № 1. Параметры материальных свойств – плотности и упругие константы пленок и монокристаллического алмаза – были взяты из [27–29]. Экспериментальные данные по резонансным частотам и добротности мод поверхностного типа, а также идентификация их типа, приведены в табл. 2 (см. также рис. 2). Коэффициенты электромеханической связи (рис. 4б) были получены по известной формуле $K^2 = 2\Delta V/V$, где ΔV — изменение фазовой скорости ПАВ при наложении бесконечно тонкого проводящего слоя на свободную поверхность пьезоэлектрической среды. Следует отметить удовлетворительное совпадение расчетных и экспериментальных данных.

Естественно, что фазовая скорость фундаментальной моды R₀ в пьезоэлектрической слоистой структуре имеет меньшее значение, чем в случае недисперсионной *R*-моды, распространяющейся вдоль направления [110] по свободной (001) поверхности алмаза, и стремится к фазовой скорости *R*-моды на нулевой частоте. Отметим, что такие параметры для моды Сезавы R₁, как КЭМС (рис. 4б) и фазовая скорость (рис. 4а), имеют большие величины, чем аналогичные для моды R_0 . Поэтому мода Сезавы предпочтительнее с точки зрения практического применения. Моды рэлеевского типа также показывают более высокие добротности по сравнению с SH-модами. Несмотря на прогнозируемую низкую электромеханическую связь (рис. 4б), в эксперименте уверенно наблюдали возбуждение SH₀- и SH₁-волн (см. рис. 2). Как было показано нами ранее [30], максимальный КЭМС для SH-мод можно получить для ПСС "Me/(100) AlN/алмаз" при распространении поверхностных волн вдоль направления [010] в плоскости (100) нитрида алюминия. Поэтому возбуждение SH-волн в случае конфигурации "Me/(001) AlN/(001) алмаз" можно объяснить несовершенством текстуры пленки нитрида алюминия, вследствие которой оси некоторого





Рис. 5. (а) – Частотная зависимость действительной части импеданса ReZ_{11e}, полученная на экспериментальном образце № 2, и (б) – рассчитанные дисперсионные кривые фазовых скоростей волн Лэмба в ПСС "Al/AlN/(001) алмаз" в частотном диапазоне 1400–1550 МГц. Экспериментальные данные для образца № 2 обозначены квадратами.

количества кристаллитов отклонены от нормали к плоскости подложки.

Волны Лэмба относятся к одному из типов нормальных волн в акустических волноводах, а именно — в пластине со свободными границами [5]. Поэтому, во-первых, существование ветвей мод ВЛ различных порядков должно снизу ограничиваться определенными частотами среза и. во-вторых, должна иметь место частотная зависимость фазовых скоростей и других параметров распространения. Следует различать симметричные S_n и антисимметричные A_n волны Лэмба, где n = 0, 1, 2, 3, ... - номер дисперсионной ветви. Если считать, что распространение волны Лэмба происходит вдоль горизонтальной оси X, то в структуре смещений частиц будут существовать горизонтальная U_x и вертикальная U_v парциальные компоненты, а фазовый сдвиг между ними должен быть равен 90°, т.е. осциллирующие частицы движутся по эллипсу, который в случае чистых мод лежит в сагиттальной плоскости ХҮ. Точку "рождения" мод S_n или A_n при n > 1 на частоте среза определяют из условия, что фазовая скорость ВЛ обращается в бесконечность. Это соответствует стоячей волне вдоль вертикальной Уоси пластины. Ранее мы указывали [30] на необходимость различения таких мод, как S_{n,L} или $S_{n,T}$, а также $A_{n,L}$ или $A_{n,T}$, используя определение: какая из двух ОАВ мод – продольная L или сдвиговая Т, распространяясь в вертикальном направлении *Y*, преобразуется в волну типа Лэмба выше частоты среза, уникальной для данной моды. Детальная теория распространения ВЛ в пьезоэлектрической слоистой структуре была опубликована в главе монографии [30].

В качестве примера для более детального анализа был выбран частотный диапазон 1400-1550 МГц. Дисперсионные кривые фазовой скорости для волн Лэмба, рассчитанные для ПСС "Al/AlN/алмаз", представлены на рис. 5 совместно с экспериментальными данными. Размеры данной ПСС были выбраны близкими к таковым для экспериментального образца № 2. Можно говорить об удовлетворительном согласии расчетных и экспериментальных результатов. Однако, анализируя рис. 56, можно увидеть двойную структуру близко расположенных дисперсионных кривых. Это подтверждается и экспериментальными данными, представленными на рис. 5а. Объяснение такой особенности тонкой структуры наблюдаемых пиков требует дальнейших экспериментальных и теоретических исследований, поскольку анализ СВЧ мод Лэмба высоких порядков с точки зрения их идентификации достаточно сложен.

Обратимся к вопросу о необычном увеличении добротности пиков ВЛ с ростом частоты. Предварительные оценки показывают, что происходит изменение структуры волны Лэмба в виде уменьшения горизонтальной и увеличения вертикальной парциальной компоненты волны на более высоких частотах. Горизонтальная составляющая может быть связана с одной из парциальных компонент ПАВ. Как известно, затухание объемных акустических волн значительно меньше, чем у поверхностных. Таким образом, волны Лэмба высоких порядков будут стремиться с увеличением частоты к объемным акустическим волнам в алмазе, и можно предположить, что потери энергии ВЛ должны уменьшаться, а добротность будет увеличиваться.



Рис. 6. Примеры (а) — экспериментальной и (б) — рассчитанной частотной зависимости действительной части импеданса ReZ_{11e}, полученные на экспериментальном образце № 2 (ПАВ-резонатор с периодом d = 20 мкм) в окрестности частоты 4 ГГц.

2D моделирование процессов возбуждения и распространения волн Лэмба на примере ПСС "Al-ВШП/AlN/(100) алмаз" выполняли с помощью программного обеспечения COMSOL Multiphysics в приближении Plane Strain. При моделировании методом конечных элементов использовали сетку Free Triangular, максимальный размер ячейки которой не превышал 1/20 длины волны звука в исследуемом материале. Исследовали модель ПСС с неаподизированными ВШП. На активные электроды (ВШП) подавали СВЧ сигнал с напряжением 1 В, а на отражающие электроды (МПО) накладывалось условие Floating Potential. Для предотвращения отражения акустических волн от боковых стенок образца использовали граничное условие идеального согласованного слоя (Perfect Matching Layer, PML).

На рис. 6 показаны экспериментальная и рассчитанная частотные зависимости действительной части импеданса $\operatorname{Re}Z_{11e}$, полученные на экспериментальном образце № 2 (ПАВ-резонатор с периодом d = 20 мкм) в окрестности частоты 4 ГГц. Результаты расчета находятся в хорошем соответствии с экспериментальными данными.

На рис. 7 представлен расчет распределения *У*компоненты смещения по толщине экспериментального образца № 2 на частоте 3.968 ГГц (один из резонансных пиков, представленных на рис. 6). Можно видеть, что поле упругих смещений для данной моды занимает весь объем образца. Поскольку смещения на верхней и нижней поверхностях образца находятся в фазе, следует сделать вывод о том, что в данном случае реализуется антисимметричная мода ВЛ. Частотный интервал между максимумами Re Z_{11e} составил значение ~17 МГц, тогда как соответствующая величина для образца HBAR, реализованного на ПСС "Al/AlN/Mo/(100) алмаз" с теми же значениями толщин подложки и пленки AlN, равна ~19 МГц.

выводы и заключение

Детально исследовано распространение дисперсионных поверхностных акустических волн типов Рэлея, Сезавы и *SH*-мод в пьезоэлектрических слоистых структурах "Me-BШП/AIN/(100) алмаз" (Me = Pt, Al) с частотой до 1000 МГц. Получены дисперсионные кривые фазовых скоростей ПАВ и коэффициентов электромеханической связи, а также выполнена идентификация их типов. С точки зрения практического применения мода Сезавы R_1 предпочтительнее, так как имеет более высокую фазовую скорость и сравнительно большой КЭМС. Моды Рэлеевского типа показывают более высокую добротность по сравнению с *SH*-модами.

Возбуждение волн Лэмба на СВЧ в ПСС "Ме-ВШП/AlN/(100) алмаз", сконфигурированной в виде ПАВ-резонатора, было получено в диапазоне 750–7300 МГц. Продемонстрирована значительно более высокая добротность резонансных кривых волн Лэмба по сравнению с поверхностными акустическими волнами, распространяющимися на той же подложке. Так, на частоте ~7 ГГц нагруженная добротность имела значение ~3400, а параметр качества $Q \times f = 2.4 \times 10^{13}$ Гц. Эти параметры почти в десять раз превышают аналогичные данные, полученные недавно для резонато*Y*-смещение, X = 650 мкм, f = 3968 МГц



Рис. 7. Распределение *Y*-компоненты смещения по толщине экспериментального образца № 2 (ПАВ-резонатор с периодом d = 20 мкм) на частоте 3.968 ГГц.

ров с брэгговским отражателем и мембранных резонаторов на тонких пластинках ниобата лития, в которых использованы волны Лэмба, а рабочие частоты ограничены 5 ГГц [21]. Отметим также, что резонансы волн Лэмба в исследованных нами образцах наблюдались на более высоких частотах до 7.3 ГГц.

Авторы предполагают, что на основе экспериментальных результатов данной работы деталь-

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 67 № 1 2021

ный анализ структуры СВЧ волн Лэмба с привлечением средств визуализации полей упругих смещений в Comsol Multiphysics будет сделан в следующей статье.

Полученные результаты могут оказаться полезными при разработке композитных CBЧ акустоэлектронных устройств и сенсоров.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Российского научного фонда (проект № 16-12-10293-П). Особая благодарность С.А. Терентьеву и М.С. Кузнецову (ФГБНУ ТИСНУМ) за подготовку алмазных монокристаллов и подложек.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Hashimoto K., Fujii T., Sato S., Omori T., Ahn Ch., Teshigahara A., Kano K., Umezawa H., Shikata S. High Q surface acoustic wave resonators in 2–3 GHz range using ScAlN/single crystalline diamond structure // Proc. of the 2012 IEEE Int. Ultrason. Symp. Dresden, Germany, October 7–10, 2012. P. 1926–1929.
- 2. *Lamb H*. On waves in an elastic plate // Proc. Roy. Soc. 1917. V. A93. P. 114–128.
- 3. Викторов И.А. Физические основы применения ультразвуковых волн Рэлея и Лэмба в технике. М.: Наука, 1966. 170 с.
- 4. *Ghosh T., Kundu T., Karpur P.* Efficient use of Lamb modes for detecting defects in large plates // Ultrasonics. 1998. V. 36. P. 791–801.
- 5. *Бреховских А.М.* Волны в слоистых средах. М.: Издво АН СССР, 1957. 503 с.
- Jin Y., Joshi S.G. Characteristics of ultrasonic Lamb waves in 128° rotated Y-cut lithium niobate // IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control. 1994. V. 41. P. 279–283.
- Jin Y., Joshi S.G. Propagation of quasi- shear-horizontal acoustic wave in Z-X lithium niobate plates // IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control. 1996. V. 43. P. 491–494.
- Borodina I.A., Joshi S.G., Zaitsev B.D., Kuznetsova I.E. Acoustic waves in thin plates of lithium niobate // Acoust. Phys. 2000. V. 46. № 1. P. 33–37.
- 9. Joshi S.G., Zaitsev B.D., Kuznetsova I.E. SH acoustic waves in a lithium niobate plate and the effect of electrical boundary conditions on their properties // Acoust. Phys. 2001. V. 47. № 3. P. 282–285.
- Kuznetsova I.E., Zaitsev B.D., Joshi S.G., Borodina I.A. Investigation of acoustic waves in thin plates of lithium niobate and lithium tantalite // IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control. 2001. V. 48. P. 322–328.
- 11. *Klymko V., Nadtochiy A., Ostrovskii I.* Theoretical and experimental study of plate acoustic waves in ZX-cut lithium niobate // IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control. 2008. V. 55. № 12. P. 2726–2731.
- Kuznetsova I.E., Zaitsev B.D., Borodina I.A., Teplyh A.A., Shurygin V.V., Joshi S.G. Investigation of acoustic waves of higher order propagating in plates of lithium niobate // Ultrasonics. 2004. V. 42. P. 179–182.

- Zaitsev B.D., Kuznetsova I.E., Borodina I.A., Joshi S.G. Characteristics of acoustic plate waves in potassium niobate (KNbO₃) single crystal // Ultrasonics. 2001. V. 39. P. 51–55.
- Anisimkin V.I. The anisotropy of the basic characteristics of Lamb waves in a (001)-Bi₁₂SiO₂₀ piezoelectric crystal // Acoust. Phys. 2016. V. 62. № 2. P. 165–168.
- Anisimkin V.I., Verona E., Kuznetsova A.S., Osipenko V.A. Acoustic wave propagation along piezoelectric plate coated with piezoelectric films // Acoust. Phys. 2019. V. 65. № 2. P. 171–177.
- 16. Анисимкин В.И., Воронова Н.В. Особенности генерации нормальных акустических волн // Акуст. журн. 2020. Т. 66. № 1. С. 3–7.
- 17. Burkov S.I., Zolotova O.P., Sorokin B.P., Turchin P.P., Talismanov V.S. Features of acoustic wave propagation in the Me/ZnO/Me/diamond waveguide structure // J. Acoust. Soc. Am. 2018. V. 143. P. 16–22.
- Yantchev V, Katardjiev I. Thin film Lamb wave resonators in frequency control and sensing applications: a review // J. Micromechanics and Microengineering. 2013. V. 23. P. 043001.
- Choujaa A., Tirole N., Bonjour C., Martin G., Hauden D., Blind P., Pommier C. AlN/silicon Lamb-wave microsensors for pressure and gravimetric measurements // Sensors and Actuators A: Physical. 1995. V. 46. P. 179– 182.
- Anderås E., Katardjiev I., Yantchev V. Lamb wave resonant pressure micro-sensor utilizing a thin-film aluminum nitride membrane // J. Micromechanics and Microengineering. 2011. V. 21. P. 85010–85016.
- Kimura T., Omura M., Kishimoto Y., Hashimoto K. Comparative study of acoustic wave devices using thin piezoelectric plates in the 3–5 GHz range // IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques. 2019. V. 67. P. 915–921.
- 22. Sorokin B.P., Kvashnin G.M., Novoselov A.S., Bormashov V.S., Golovanov A.V., Burkov S.I., Blank V.D. Excitation of hypersonic acoustic waves in diamond-based piezoelectric layered structure on the microwave fre-

quencies up to 20 GHz // Ultrasonics. 2017. V. 78. P. 162–165.

- 23. Сорокин Б.П., Новоселов А.С., Квашнин Г.М., Лупарев Н.В., Асафьев Н.О., Шипилов А.Б., Аксененков В.В. Разработка и исследование композитных акустических резонаторов со структурой "Al/(Al,Sc)N/Mo/алмаз" с высокой добротностью на СВЧ // Акуст. журн. 2019. Т. 65. № 3. С. 325–331.
- Shvyd'ko Yu., Stoupin S., Blank V., Terentyev S. Near-100% Bragg reflectivity of X-rays // Nature Photonics. 2011. V. 5. P. 539–542.
- 25. Sorokin B.P., Kvashnin G.M., Novoselov A.S., Burkov S.I., Shipilov A.B., Luparev N.V., Aksenenkov V.V., Blank V.D. Application of thin piezoelectric films in diamondbased acoustoelectronic devices / Piezoelectricity – organic and inorganic materials and applications / Ed. Vassiliadis S.G. and Matsouka D. Rijeka, Croatia: IntechOpen. 2018. P. 15–41.
- 26. Александров К.С., Сорокин Б.П., Бурков С.И. Эффективные пьезоэлектрические кристаллы для акустоэлектроники, пьезотехники и сенсоров. Т. 1. Новосибирск: Изд-во СО РАН. 2007. 501 с.
- Sotnikov A.V., Schmidt H., Weihnacht M., Chemekova T.Yu., Makarov Yu.N. Elastic and piezoelectric properties of AlN and LiAlO₂ single crystals // IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control. 2010. V. 57. P. 808– 811.
- Сорокин Б.П., Квашнин Г.М., Теличко А.В., Гордеев Г.И., Бурков С.И., Бланк В.Д. Исследования многочастотных СВЧ акустических резонаторов на основе слоистой пьезоэлектрической структуры "Me1/AlN/Me2/(100) алмаз" // Акуст. журн. 2015. Т. 61. № 4. С. 464–476.
- Macfarlane R.E., Rayne J.A., Jones C.K. Anomalous temperature dependence of shear modulus C₄₄ for platinum // Phys. Lett. 1965. V. 18. P. 91–92.
- Sorokin B.P., Kvashnin G.M., Telichko A.V., Burkov S.I., Blank V.D. Piezoelectric layered structure based on the synthetic diamond / Piezoelectric materials. Ed. Ogawa T. Rijeka, Croatia: Intech. 2016. P. 161–199.

——— ФИЗИЧЕСКАЯ АКУСТИКА ——

УДК 534.08;669.018.25

ВЛИЯНИЕ ПОРИСТОСТИ НА СТАТИСТИЧЕСКОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ АМПЛИТУД ОБРАТНОРАССЕЯННЫХ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ИМПУЛЬСОВ В МЕТАЛЛОМАТРИЧНЫХ КОМПОЗИТАХ, ИЗГОТОВЛЕННЫХ МЕТОДОМ РЕАКЦИОННОГО ЛИТЬЯ

© 2021 г. Н. Б. Подымова^{*a*, *}, А. А. Карабутов^{*b*, *c*, *d*}

^аМГУ имени М.В. Ломоносова, физический факультет, Ленинские горы 1, стр. 2, Москва, ГСП-1, 119991 Россия ^bМГУ имени М.В. Ломоносова, Международный учебно-научный лазерный центр, Ленинские горы 1, стр. 62, Москва, ГСП-1, 119991 Россия ^cНациональный исследовательский технологический университет "МИСиС", Ленинский пр-т 4, Москва, 119991 Россия ^dИПЛИТ РАН — филиал ФНИЦ "Кристаллография и фотоника" РАН, ул. Бутлерова 17А, Москва, 117342 Россия *e-mail: продутоva@mail.ru Поступила в редакцию 01.09.2020 г. Проле доработки 01.09.2020 г.

Изучено влияние локальной пористости в изотропных дисперсно-упрочненных металломатричных композиционных материалах, изготовленных методом реакционного литья, на статистическое распределение амплитуд обратнорассеянных широкополосных импульсов продольных ультразвуковых волн. Для этой цели применяется специальный лазерный оптико-акустический преобразователь, который позволяет реализовать лазерное возбуждение и пьезоэлектрическую регистрацию ультразвука при одностороннем доступе к образцу или изделию. Исследованы две серии алюмоматричных композиционных материалов: упрочненных только *in situ* синтезированными Al₃Ti интерметаллидными частицами в различной объемной концентрации (0.04–0.115), а также Al₃Ti с добавлением наночастиц синтетического алмаза в объемной концентрации 0.002. Последние ускоряют процесс синтеза Al₃Ti частиц и приводят к модификации их формы и размеров. Для обеих серий композитов распределение амплитуд обратнорассеянных ультразвуковых импульсов аппроксимируется гауссовской функцией распределения, применимой для большого числа статистически независимых величин. Эмпирически полученная зависимость полуширины этого распределения от локальной пористости композитов двух серий аппроксимируется одной и той же близкой к линейной функцией независимо от размера и концентрации упрочняющих частиц. Эта функциональная зависимость может использоваться для количественно оценки локальной пористости композиционного материала как на стадии его изготовления, так и в процессе эксплуатации деталей и изделий.

Ключевые слова: алюмоматричные композиционные материалы, локальная пористость, лазерный оптико-акустический метод, обратнорассеянные ультразвуковые сигналы, гауссовская функция распределения

DOI: 10.31857/S0320791921010081

ВВЕДЕНИЕ

Металломатричные композиционные материалы (МКМ) обладают рядом уникальных физико-механических характеристик, которые обуславливают их преимущества для изготовления различных ответственных деталей и узлов, таких как, например, автомобильные приводные валы, роторы тормозов высокоскоростных поездов и компоненты авиационных двигателей. Такими характеристиками являются относительно низкий удельный вес в сочетании с высокой прочностью и жесткостью, а также высокой вязкостью разрушения, термостойкостью и износостойкостью [1–3]. Возможности оптимального выбора материалов матрицы и армирующего наполнителя, а также технологии их совмещения и обработки позволяют создать МКМ, наиболее полно отвечающие требованиям конкретных условий эксплуатации деталей и узлов (см., например, [4–7]).

В последние десятилетия успешно развивается производство МКМ методом так называемого реакционного литья — *in situ* синтеза армирующих фаз непосредственно в процессе изготовления материала. Эти фазы формируются в виде тугоплавких высокопрочных интерметаллидных соединений в результате экзотермических реакций взаимодействия расплава матрицы и добавок реакционно-активных металлов или их оксидов [8-12]. Химические реакции in situ формируют в матрице термодинамически стабильные армируюшие фазы, имеюшие прочную связь с матрицей за счет лучшего решеточного соответствия, а также свободные от загрязнений поверхности раздела. Однако в таких МКМ возможно появление некоторой "усадочной" пористости наряду с неоднородно распределенной пористостью, образованной газами, растворенными в расплавленной смеси и "захваченными" в материале после кристаллизации [8, 9].

Неравномерное распределение пористости по объему готового материала является основным и наиболее критическим производственным дефектом любых МКМ, изготовленных методом литья. Оно не только приводит к локальному разупрочнению случайных областей в материале [13], но и играет ключевую роль в эволюции процесса повреждения под действием внешних нагрузок, поскольку в металлических материалах в условиях нагружения поры действуют как центры зарождения и развития трещин (см., например, [14]). Таким образом, разработка оперативных неразрушающих методов контроля и количественной оценки локальной пористости литых МКМ имеет большое значение как для совершенствования технологии их изготовления, так и для мониторинга изменений структуры и оценки остаточного ресурса материала в процессе эксплуатации изделий.

Среди различных современных методов неразрушающего контроля металлов, сплавов и МКМ наиболее популярными являются ультразвуковые методы благодаря своей относительной простоте, оперативности, безопасности и высокой чувствительности к наличию пористости. Последнее обусловлено высокой эффективностью рассеяния ультразвуковых волн на газовых порах, существенно зависящей от соотношения размеров пор и длины зондирующей волны (см., например, [15–17]). Таким образом, количественная оценка пористости в МКМ, формируемой порами размером от десятков микрометров до нескольких миллиметров в зависимости от условий изготовления композита, требует измерения характеристик рассеянных ультразвуковых волн в широком спектральном диапазоне от долей до десятков мегагерц [18]. Для реализации таких измерений в указанном частотном диапазоне целесообразно применение лазерного термооптического механизма возбуждения ультразвука – оптикоакустического эффекта [19]. При поглощении импульсов традиционных лазеров с модуляцией добротности в металлах. сплавах и композиционных материалах амплитуда возбуждаемых зондирующих ультразвуковых импульсов может достигать десятков атмосфер при длительности импульса от единиц до сотен наносекунд (в зависимости от длительности лазерного импульса и теплофизических характеристик поглощающей среды). Применение таких ультразвуковых импульсов позволяет существенно повысить достоверность диагностики структуры, а также точность измерений механических и акустических свойств различных твердых тел, в том числе сильно поглощающих и рассеивающих ультразвук композиционных материалов (см., например, [20–25]).

Целью настоящей работы является разработка лазерной оптико-акустической методики количественной оценки локальной пористости металломатричных композиционных материалов, полученных методом реакционного литья на основе алюминия, упрочненного in situ синтезированными интерметаллидными частицами Al₃Ti в различной концентрации, а также молифицированного наночастицами синтетического алмаза. Методика основана на анализе статистического распределения амплитуд широкополосных импульсов продольных ультразвуковых волн, обратнорассеянных на случайно распределенных порах в прозвученном объеме композита и зарегистрированных при одностороннем доступе к образцу. Основная идея заключается в получении эмпирического функционального соотношения между локальной пористостью в прозвученном участке образца и шириной статистического распределения амплитуд обратнорассеяннных импульсов в этом участке для МКМ с различной объемной концентрацией интерметаллидных частиц Al₃Ti. Поскольку при этом не требуется прецизионных измерений толщины образцов, данная методика может применяться для оперативной диагностики возникновения и роста локальной пористости в изделиях сложной формы в процессе эксплуатации.

ИССЛЕДОВАННЫЕ ОБРАЗЦЫ КОМПОЗИТОВ

Исследованные МКМ (далее Al/Al₃Ti композиты) были изготовлены методом реакционного литья и подробно описаны в [11]. Первая серия образцов (1) была получена путем механического замешивания порошка титана со средним размером частиц 200-400 мкм (объемная концентрация 0.03) в расплав алюминия марки А99 (ГОСТ 11069-2001). Вторая серия образцов (2) отличалась от первой добавлением в смесь расплава Al с порошком Ті частиц синтетического алмаза со средним размером порядка 50 нм и объемной концентрацией 0.002. Для обеих серий время выдержки τ полученной смеси при температуре 750°С перед разливкой в графитовые формы составляло 0, 20, 60 и 90 минут для четырех различных образцов композитов в каждой серии. Введение в расплав алюминия реакционно-активного

№ образца	Время выдержки расплава т, мин	Объемная концентрация компонентов				Расчетная	Измеренная	Средняя
		Al	Ti	Al ₃ Ti	С	плотность р ₀ , кг/м ³	плотность ρ, кг/м ³	пористость $\langle P \rangle, \%$
1-1	0	0.94	0.02	0.04	_	2751	2741 ± 14	0.36 ± 0.51
1-2	20	0.929	0.016	0.055	_	2753	2685 ± 14	2.47 ± 0.51
1-3	60	0.902	0.006	0.092	_	2762	2725 ± 14	1.34 ± 0.51
1-4	90	0.885	0.000	0.115	_	2766	2748 ± 14	0.65 ± 0.51
2-1	0	0.946	0.022	0.03	0.002	2751	2739 ± 14	0.44 ± 0.51
2-2	20	0.937	0.019	0.042	0.002	2753	2661 ± 14	3.34 ± 0.51
2-3	60	0.913	0.01	0.075	0.002	2759	2634 ± 14	4.53 ± 0.51
2-4	90	0.891	0.003	0.104	0.002	2766	2627 ± 14	5.02 ± 0.51

Таблица 1. Характеристики исследованных образцов Al/Al₃Ti композитов

титана приводит в результате *in situ* экзотермической реакции к образованию интерметаллидных фаз согласно фазовой диаграмме состояния Al—Ti; при данных условиях образуется преимущественно триалюминид титана Al₃Ti. При увеличении времени выдержки смеси в расплаве растет объемная концентрация и средний размер частиц Al₃Ti в полученном композите [11]. Для одного и того же времени выдержки добавление наночастиц алмаза приводит к ускорению роста и модификации распределения по размерам частиц Al₃Ti в образцах серии 2 по сравнению с образцами серии 1. Также влияние наночастиц алмаза проявляется в улучшении трибологических характеристик полученных композитов [11].

Все исследованные образцы представляли собой плоскопараллельные шлифованные диски диаметром $D = (50 \pm 0.1)$ мм и толщиной $H = (5 \pm 0.005)$ мм. Пористость $\langle P \rangle$ (объемная концентрация газовых пор) в образце, усредненная по всему его объему, рассчитывалась как $\langle P \rangle = (1 - \rho / \rho_0) \times 100\%$, где фактическая плотность образца р определялась по результатам его гидростатического взвешивания в дистиллированной воде, плотность ρ₀ твердой фазы образца (без пор) рассчитывалась по известным плотностям и объемным концентрациям компонентов конкретного композита согласно правилу смесей. Погрешности при расчете пористости образцов определялись погрешностью при вычислении их плотности (14 кг/м³), которая, в свою очередь, есть результат суммарной погрешности измерений массы и габаритов образцов. Характеристики исследуемых образцов двух серий представлены в таблице; первая цифра в номере образца соответствует серии, вторая - конкретному времени выдержки смеси в расплаве. Во всех образцах обеих серий распределение упрочняющих частиц по объему было практически равномерным [11], поэтому образцы считались изотропными по акустическим свойствам.

Распределение пористости во всех образцах композитов серии 1 было практически равномерным, что подтверждалось лазерно-ультразвуковыми измерениями дисперсии фазовой скорости продольных акустических волн в пяти произвольно выбранных областях в каждом образце [26]. Результаты лазерно-ультразвукового определения локальной пористости Р в пяти произвольно выбранных областях каждого образца серии 2 тем же методом представлены на рис. 1. Видно, что распределение пористости в образцах этой серии существенно неравномерное. По-видимому, это обусловлено неоднородным увеличением скорости экзотермической реакции синтеза Al₃Ti в локальных областях расплава при добавлении наночастиц алмаза и соответствующим неоднородным перегревом этих областей, приводящим к образованию избыточной локальной пористости в кристаллизованном материале.

ЛАЗЕРНЫЙ ОПТИКО-АКУСТИЧЕСКИЙ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬ

Блок-схема экспериментальной установки для реализации количественной оценки локальной пористости в МКМ при одностороннем доступе к образцу или изделию представлена на рис. 2.

Для лазерного термооптического возбуждения широкополосных ультразвуковых импульсов и их пьезоэлектрической регистрации в эхо-импульсном режиме использовался лазерно-ультразвуковой преобразователь, подробно описанный в [27, 28]. Лазерный импульс, передаваемый по оптоволоконному кабелю, падает на лицевую поверхность образца или изделия из МКМ; при поглощении этого импульса происходит нестационарный нагрев и последующее тепловое расширение приповерхностного слоя композита. Это приводит к возникновению двух одинаковых импульсов продольных ультразвуковых волн, распространяющихся в противоположных направлениях. Один импульс, отмеченный цифрой *1* на рис. 2, распро-



Рис. 1. Распределение локальной пористости P в образцах Al/Al_3 Ті композитов серии 2.

страняется "вперед" вглубь композита (зондирующий импульс), а второй (опорный) импульс 2 распространяется "назад" через призму-звукопровод к широкополосному пьезоприемнику. Акустический контакт обеспечивается посредством тонкого слоя дистиллированной воды между лицевыми поверхностями призмы и образца при их плотном ручном прижиме друг к другу.

Для возбуждения ультразвука в работе использовался Nd:YAG лазер с диодной накачкой и модуляцией добротности: энергия в импульсе 95— 100 мкДж, характерная длительность импульса 910 нс, частота повторения импульсов 1 кГц, поперечное распределение интенсивности в лазерном пучке близко к гауссовому. Лазерный пучок, выходящий из встроенного в преобразователь разъема оптоволоконного кабеля, формируется собирающей линзой в практически коллимированный пучок с характерным радиусом $a_0 \approx 2-3$ мм на облучаемой поверхности композита. Характерный радиус зондирующего ультразвукового пучка на лицевой поверхности композита совпадает с радиусом лазерного пучка и равен a_0 . Для параметров лазерного излучения, используемого в экспериментах, реализуется термоупругий механизм возбуждения ультразвука без повреждения облучаемой поверхности композита [19].

При распространении в композите зондирующий импульс 1 частично рассеивается в обратном направлении на случайно распределенных неоднородностях структуры материала в прозвучиваемом объеме образца (газовые поры, упрочняющие частицы, зерна-кристаллиты матрицы). Совокупность таких рассеянных ультразвуковых импульсов обозначена цифрой З на рис. 2 и представляет собой так называемый "структурный шум". Если пористость не превышает нескольких процентов, в композите реализуется режим однократного рассеяния ультразвуковых волн на порах (см., например, [29] и имеющиеся там ссылки). В этом случае полная амплитуда рассеянного сигнала от каждой конкретной области в образце является когерентной суммой амплитуд сигналов, рассеянных на всех порах, локализованных в этой области. Другими словами, амплитуда обратнорассеянного сигнала зависит от объемной концентрации пор (пористости).



Рис. 2. Блок-схема экспериментальной установки с лазерно-ультразвуковым преобразователем для количественной оценки локальной пористости металломатричных композиционных материалов.



Рис. 3. (а) — Нормированные временные профили ультразвуковых импульсов, возбуждаемых в матрице из алюминия и двух областях образца Al/Al₃Ti композита с различной пористостью *P*; на врезке в увеличенном масштабе показан структурный шум. (б) — Нормированный амплитудный спектр зарегистрированного опорного сигнала, возбуждаемого в алюминиевой матрице.

МЕТОДИКА ОБРАБОТКИ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ СИГНАЛОВ

На рис. За показаны примеры нормированных временных профилей U(t) ультразвуковых сигналов, возбуждаемых при поглощении лазерного импульса в произвольно выбранной области практически беспористой матрицы из алюминия и в областях с различной пористостью Р в образце № 2-3 (области 2 и 3 на рис. 1). Зарегистрированный профиль опорного импульса определяется в основном поглощением и дифракцией ультразвуковых волн в призме-звукопроводе [19]. Незначительное отличие на временном отрезке 3.5-4 мкс сигналов, возбуждаемых в матрице и двух областях образца, обусловлено возможной вариацией акустического контакта при прижиме призмы к поверхности образца, а также некоторой нестабильностью временного профиля интенсивности лазерных импульсов. Влияние последнего фактора обусловлено тем, что при данных условиях временной профиль возбуждаемого ультразвукового импульса в композите повторяет огибающую интенсивности лазерного импульса [19].

На рис. Зб показан пример нормированного амплитудного спектра S(f) зарегистрированного опорного ультразвукового импульса, возбуждаемого в алюминиевой матрице (f – частота ультразвуковой волны). Точно такой же спектр имеет зондирующий импульс, возбуждаемый в приповерхностном слое любого образца МКМ и распространяющийся вглубь этого образца. Рабочая полоса частот по уровню 1/e составляет 0.25–9 МГц.

Характерный размер интерметаллидных частиц во всех исследуемых образцах (5–20 мкм [11]) много меньше длин ультразвуковых волн λ для рабочей полосы частот ($\lambda \approx 1.3$ мм на частоте f = 5 МГц, фазовая скорость продольных ультразвуковых волн в алюминиевой матрице C = 6350 м/с, в Al/Al₃Ti композитах C = 6250-6550 м/с [26]). Поэтому во всех образцах реализуется рэлеевский режим рассеяния ультразвука на частицах (см., например, [30]). В приближении однократного рассеяния коэффициент рассеяния на неоднородностях на определенной частоте определяется как произведение поперечного сечения рассеяния на этой частоте для отдельной неоднородности на число неоднородностей в единице объема. Мы оценили сечение рассеяния продольных ультразвуковых волн на частице Al₃Ti максимального радиуса (≈10 мкм) на частоте верхней границы рабочей полосы (9 МГц) с использованием формул (27) и (28) из [30], а также рассчитали соответствующий коэффициент рассеяния α на этой частоте для максимальной объемной концентрации частиц Al₃Ti (0.115). Полученный результат составил $\alpha \approx 0.01$ см⁻¹. Очевидно, в рабочей полосе частот практически не будет зарегистрировано ультразвуковых сигналов, рассеянных на частицах Al₃Ti. В то же время сигналы, рассеянные на порах с характерными размерами в десятки и сотни микрометров, типичными для литых алюминиевых сплавов [29], могут достоверно регистрироваться в рабочей полосе частот используемого лазерно-ультразвукового преобразователя. Таким образом, зарегистрированный структурный шум в исследованных композитах формируется сигналами от пор различных размеров, эффективно рассеивающих ультразвуковые волны в рабочей полосе частот.

Рабочее временное окно для полного ультразвукового сигнала на рис. За соответствует времени пробега зондирующего импульса от границы призма-образец до тыльной поверхности образца и обратно. Для дальнейшего анализа не требуется регистрировать сигнал, отраженный от тыльной поверхности образцов или изделий; соответ-



Рис. 4. Распределения обратнорассеянных сигналов по глубине *d* в двух областях образца Al/Al₃Ti композита с различной пористостью *P*. "Базовая линия" соответствует разности сигналов в двух областях образца алюминиевой матрицы.

ственно, отсутствует требование на наличие у них плоскопараллельных поверхностей. При распространении в образце зондирующий импульс частично рассеивается на порах, расположенных на разных глубинах в прозвучиваемой области образца. Обратнорассеянные сигналы регистрируются как нерегулярные пики на "хвосте" опорного импульса (врезка на рис. За) и образуют структурный шум. Амплитуда *А* обратнорассеянного сигнала в конкретный момент времени *t* зависит от размера и концентрации пор, локализованных на глубине d = Ct/2, где C — фазовая скорость продольных ультразвуковых волн в исследуемом образце [27].

Для количественной оценки влияния пористости на амплитудное распределение обратнорассеянных ультразвуковых сигналов предлагается анализировать разность между сигналом структурного шума в каждом конкретном образце композита и сигналом, зарегистрированным на том же временном интервале от практически беспористой матрицы из алюминия. Такая разность позволяет исключить влияние дифракции и поглошения ультразвука в призме-звукопроводе на зарегистрированную амплитуду рассеянных сигналов, поскольку при распространении в призме сигналы и от матрицы, и от композита дифрагируют и поглощаются одинаково. Анализ указанной разности сигналов начинается от 4 мкс по временной шкале (см. рис. 3а) для исключения возможного расхождения реализаций временных профилей опорных сигналов, возбуждаемых в матрице и образцах. Время t = 4 мкс соответствует приходу сигнала с глубины порядка 1.3 мм в композитах с учетом времени пробега ультразвука в призме (3.6 мкс). Таким образом, диапазон сканирования по глубине в исследуемых композитах составляет 1.3-5 мм (5 мм – толщина всех образцов). На рис. 4 показана соответствующая разность сигналов, полученная для двух областей образца \mathbb{N}_2 2–3 с пористостями 3.5 и 7.7% и усредненная по 20-ти временным точкам; по оси X отложена глубина d в образце. Здесь же показана так называемая "базовая линия", соответствующая разности двух сигналов, зарегистрированных в двух произвольно выбранных областях беспористого образца матрицы из алюминия. Ненулевая разность обусловлена электрическими шумами и шумами дискретизации сигнала, а также возможной вариацией акустического контакта для разных реализаций, и представляет собой "аппаратный шум", детектируемый даже в беспористых материалах.

На рис. 4 видно, что увеличение пористости приводит к возрастанию амплитуды обратнорассеянных сигналов. Это объясняется принципом суперпозиции: ультразвуковой сигнал с амплитудой А, приходящий с каждой конкретной глубины в прозвучиваемом участке композита, представляет собой сумму сигналов элементарных актов рассеяния на порах, локализованных на этой глубине. Чем выше пористость, тем больше амплитуда А обратнорассеянных сигналов, "производимых" каждым поперечным сечением образца при прохождении зондирующего ультразвукового импульса. Таким образом, чем выше пористость образца, тем больше ширина распределения N(A), где N -это суммарное число сигналов (точек) с данной конкретной амплитудой А на всем временном треке зарегистрированного структурного шума. Иллюстрация этих рассуждений приведена на рис. 5, где показаны распределения N(A)для структурного шума в обсуждаемых выше областях образца № 2-3 с пористостями 3.5 и 7.7%. Как видно, амплитудное распределение N(A) для более пористой области практически в два раза шире, поскольку оно содержит сигналы с амплитудами, вообще отсутствующими в структурном шуме от менее пористой области. Также здесь показано амплитудное распределение для "базовой линии", соответствующей разности обратнорассеянных сигналов в двух областях матрицы из алюминия (рис. 4).

Для реализации количественной оценки пористости предлагается использовать соотношение между величиной пористости P и полушириной ΔA по уровню 1/e амплитудного распределения N(A) для всех исследованных образцов композитов. Поскольку акты рассеяния на случайно распределенных порах являются статистически независимыми, согласно центральной предельной теореме экспериментально полученные распределения N(A) могут быть аппроксимированы гауссовской функцией распределения

$$y = N_0 \exp\left(\frac{x - x_0}{\Delta A}\right)^2,\tag{1}$$

где у соответствует числу N сигналов с данной амплитудой x на всем временном треке структурного шума, ΔA — полуширина распределения по уровню 1/*e*. Такие гауссовские аппроксимации всех рассмотренных выше распределений показаны на рис. 5 сплошными линиями.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

На рис. 6 представлены распределения амплитуд N(A) обратнорассеянных сигналов в образцах Al/Al₃Ti композитов серии 1. Показанные распределения для каждого образца являются результатом усреднения по распределениям, полученным в пяти случайно выбранных областях (так называемое усреднение по ансамблю). Такое усреднение правомерно, поскольку, как указывалось выше, в образцах серии 1 наблюдалось равномерное распределение пористости. Масштаб на рис. 6 по оси X, соответствующей амплитудам обратнорассеянных сигналов, выбран одинаковым для всех распределений для наглядной демонстрации их уширения при возрастающей пористости образца.

Для образцов серии 2 аналогичные распределения *N*(*A*) были получены для каждой из пяти областей с измеренной локальной пористостью *P* в каждом образце. На рис. 7 показаны примеры таких распределений, полученных без усреднения по ансамблю. Распределения *N*(*A*) для областей 2 и 3 в образце № 2–3 были рассмотрены выше при описании процедуры обработки ультразвуковых сигналов.

Результаты, представленные на рис. 6 и 7, подтверждают, что для обеих серий образцов композитов ширина распределений амплитуд обратнорассеянных ультразвуковых сигналов не зависит от объемной концентрации интерметаллидных частиц Al₃Ti, а определяется исключительно пористостью в прозвученной области образца. Так, увеличение локальной пористости в \approx 8 раз при-



Рис. 5. Распределения амплитуд обратнорассеянных ультразвуковых сигналов в беспористой матрице из алюминия и двух областях образца Al/Al₃Ti композита с различной пористостью *P*. Сплошные линии – гауссовские аппроксимации (1) соответствующих распределений.

водит к возрастанию полуширины распределения ΔA практически в три раза при одинаковой максимальной концентрации Al₃Ti в образцах № 1–4 и № 2–4 (рис. 6г и 7г соответственно). Также для образца № 1–4 с максимальной объемной концентрацией частиц Al₃Ti и практически минимальной пористостью величина ΔA существенно меньше (рис. 6г), чем для образцов № 1–2 и № 1–3 с меньшими концентрациями Al₃Ti, но с большими пористостями (рис. 6б и 6в).

На рис. 8 показана экспериментально полученная зависимость $\Delta A(P)$ (точки) для всех прозвученных областей с различной пористостью в образцах Al/Al₃Ti композитов обеих серий; величины ΔA были взяты из результатов аппроксимации гауссовской функцией (1) экспериментальных распределений N(A). В качестве погрешностей для ΔA были взяты соответствующие данные всех аппроксимаций, погрешности для средней пористости образцов серии 1 соответствуют данным из таблицы, для локальной пористости образцов серии 2 — данным рис. 1. Величина ΔA при P = 0 соответствует полуширине амплитудного распределения "аппаратного шума", полученного для матрицы из алюминия. Видно, что для двух разных серий образцов экспериментальная зависимость $\Delta A(P)$ в пределах погрешностей может быть аппроксимирована по методу наименьших квадратов одной и той же функцией, близкой к линейной:

$$y = (1.03 + 0.6x^{0.959}) \times 10^{-3}.$$
 (2)



Рис. 6. Распределения амплитуд обратнорассеянных ультразвуковых сигналов в образцах Al/Al₃Ti композитов серии 1: (a) -1-1, (b) -1-2, (b) -1-3, (г) -1-4. Значения средней пористости (P) образца и параметры соответствующих гауссовских аппроксимаций показаны на каждом рисунке.

Относительная погрешность определения параметров аппроксимации в (2) не превышает 8%. В выражении (2) значение независимой переменной х соответствует пористости Р образца, выраженной в процентах, значение переменной у соответствует полуширине распределения ΔA .

Для расчета фактической пористости Р в прозвученной области композита функция (2) была преобразована в зависимость $P(\Delta A)$:

$$P = (1667\Delta A - 1.717)^{1.043}, \qquad (3)$$

из которой величина Ропределяется в процентах.

Функциональные зависимости (2) и (3) были получены для образцов Al/Al₃Ti композитов толщиной 5 мм. Поэтому они могут использоваться для количественной оценки локальной пористости в прозвученных областях образцов и изделий практически такой же толшины и изготовленных из того же материала. При использовании данной методики для оценки пористости в композитных изделиях большей или меньшей толшины аналогичные "калибровочные" зависимости (2) и (3)

должны быть получены для образцов-свидетелей соответствующей толщины.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе проведены экспериментальные исследования влияния локальной пористости в изотропных дисперсно-упрочненных металломатричных композиционных материалах, изготовленных методом реакционного литья, на статистическое распределение амплитуд обратнорассеянных широкополосных импульсов продольных ультразвуковых волн. Предложенная методика позволяет исследовать образцы или изделия при одностороннем доступе к объекту контроля без измерения его толщины и регистрации донных ультразвуковых эхо-сигналов. Исследованы образцы алюмоматричных композиционных материалов с различной объемной концентрацией (0.04-0.115) in situ синтезированных интерметаллидных частиц Al₃Ti и пористостью (0.13-7.7%), равномерно и неравномерно распределенной по объему образцов. Ширина статистического распределения ампли-

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ **№** 1 2021 том 67



Рис. 7. Примеры распределений амплитуд обратнорассеянных ультразвуковых сигналов в образцах Al/Al_3Ti композитов серии 2: (a) -2-1, (b) -2-2, (b) -2-3, (г) -2-4. Значения локальной пористости *P* в прозвученной области образца и параметры соответствующих гауссовских аппроксимаций показаны на каждом рисунке.

туд обратнорассеянных ультразвуковых сигналов (структурного шума), аппроксимируемого гауссовской функцией, определяется исключительно



Рис. 8. Соотношение между полушириной амплитудного распределения обратнорассеянных ультразвуковых сигналов и локальной пористостью в образцах Al/Al₃Ti композитов двух серий. Точки — экспериментальные результаты, символ (*) для P = 0 соответствует полуширине распределения "аппаратного шума", сплошная линия — функция аппроксимации (2).

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 67 № 1 2021

величиной пористости в прозвученной области материала и не зависит от объемной концентрации упрочняющих частиц в этой области. Для двух серий исследованных образцов Al/Al₃Ti композитов полученное эмпирическое соотношение между полушириной амплитудного распределения структурного шума и пористостью в прозвученной области композита аппроксимируется одной и той же функцией, близкой к линейной. С использованием этой функции была получена расчетная формула для определения локальной пористости в Al/Al₃Ti композитах. Локальность тестирования в поперечном направлении (по плоскости образца) составляет 2-3 мм, что дает возможность выявлять участки с повышенной пористостью в сильно неоднородных по структуре материалах. Предложенная методика может использоваться для обнаружения потенциально опасных дефектных областей с повышенной пористостью в металломатричных композиционных материалах перед изготовлением деталей и изделий, а также может быть интегрирована в систему оперативного мониторинга структуры материала в процессе эксплуатации изделий.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Clyne T.W., Withers P.J.* An introduction to metal matrix composites. Cambridge: Cambridge University Press, 1995. 528 p.
- 2. *Mileiko S.T.* Metal and ceramic based composites. Amsterdam: Elsevier, 1997. 691 p.
- Чернышова Т.А., Курганова Ю.А., Кобелева Л.И., Болотова Л.К. Литые дисперсно-упрочненные алюмоматричные композиционные материалы: изготовление, свойства, применение. Ульяновск: УлГТУ, 2012. 295 с.
- Lloyd D.J. Particle reinforced aluminium and magnesium matrix composites // Int. Mater. Rev. 1994. V. 39. P. 1–23.
- Kainer K.U. Basics of metal matrix composites. In: Kainer K.U. (ed.) Metal matrix composites: custom-made materials for automotive and aerospace engineering. Weinheim: Wiley-VCH Verlag GmbH & Co, 2006. P. 1–54.
- Чернышова Т.А., Михеев Р.С., Калашников И.Е., Акимов И.В., Харламов Е.И. Разработка и апробация композиционных материалов систем Al–SiC, Al–TiC в узлах трения нефтедобывающего оборудования // Физика и химия обработки материалов. 2010. № 5. С. 78–86.
- 7. Коновалов А.В., Смирнов С.В. Современное состояние и направления исследований металломатричных композитов системы Al/SiC (обзор) // Конструкции из композиционных материалов. 2015. № 1. С. 30–35.
- Tjong S.C., Ma Z.Y. Microstructural and mechanical characteristics of in situ metal matrix composites // Mater. Sci. Eng. R. 2000. V. 29. P. 49–113.
- 9. *Varin R.A.* Intermetallic-reinforced light-metal matrix in situ composites // Metall. Mater. Trans. A. 2002. V. 33. P. 193–201.
- Wang X., Jha A., Brydson R. In situ fabrication of Al3Ti particle reinforced aluminium alloy metal-matrix composites // Mater. Sci. Eng. A. 2004. V. 364. P. 339– 345.
- 11. Чернышова Т.А., Болотова Л.К., Калашников И.Е., Кобелева Л.И., Быков П.А. Влияние тугоплавких наночастиц на модификацию структуры металломатричных композитов // Металлы. 2007. № 3. С. 79-84.
- 12. Мурашева В.В., Бурковская Н.П., Севостьянов Н.В. Способы получения высокотемпературных Nb–Si in-situ композитов (обзор) // Конструкции из композиционных материалов. 2015. № 2. С. 27–38.
- Campbell J. Porosity. In: Complete Casting Handbook. Metal Casting Processes, Metallurgy, Techniques and Design. Amsterdam: Butterworth-Heinemann, Elsevier, 2015. P. 341–415.
- Vary A. Material property characterization. In: Nondestructive Testing Handbook. Ultrasonic Testing. Ed. *Moore P.O.* Columbus: ASTM, 2007. P. 365–431.
- 16. Глушков Е.В., Глушкова Н.В., Фоменко С.И. Влияние пористости на характеристики волн рэлеевского типа в многослойном полупространстве // Акуст. журн. 2011. Т. 57. № 2. С. 234–245.

- 17. Кольцова И.С., Хомутова А.С., Дейнега М.А. Скорость ультразвуковых волн при структурных перестройках дисперсных сред // Акуст. журн. 2016. Т. 62. № 2. С. 187–193.
- Fitting D.W., Adler L. Ultrasonic spectral analysis for nondestructive evaluation. New York: Plenum Press, 1981. 354 p.
- Гусев В.Э., Карабутов А.А. Лазерная оптоакустика. М.: Наука, 1991. 304 с.
- 20. *Карабутов А.А., Подымова Н.Б.* Неразрушающий контроль усталостных изменений структуры композитов лазерным ультразвуковым методом // Механика композитных материалов. 1995. Т. 31. № 3. С. 405–410.
- Девиченский А.Ю., Ломоносов А.М., Жаринов С.Е., Михалевич В.Г., Лямшев М.Л., Иванова Т.О., Меркулова Н.С. Диагностика остаточных напряжений в металлах с помощью широкополосных поверхностных акустических импульсов // Акуст. журн. 2009. Т. 55. № 1. С. 39–46.
- Калашников И.Е., Подымова Н.Б., Карабутов А.А., Болотова Л.К., Кобелева Л.И., Колмаков А.Г. Локальные упругие модули дисперсно-наполненных композиционных материалов на основе баббита Б83, изготовленных методами порошковой металлургии // Неорганические материалы. 2016. Т. 52. № 4. С. 473–478.
- 23. Карабутов А.А., Подымова Н.Б. Влияние пористости на дисперсию фазовой скорости продольных акустических волн в изотропных металломатричных композитах // Акуст. журн. 2017. Т. 63. № 3. С. 265–274.
- 24. Жаринов А.Н., Карабутов А.А., Миронова Е.А., Пичков С.Н., Саватеева Е.В., Симонова В.А., Шишулин Д.Н. Лазерно-ультразвуковое исследование остаточных напряжений в трубах из аустенитной стали // Акуст. журн. 2019. Т. 65. № 3. С. 372–381.
- 25. Воробьев Р.И., Сергеичев И.В., Карабутов А.А., Миронова Е.А., Саватеева Е.В., Ахатов И.Ш. Применение оптоакустического метода для оценки влияния пустот на трещиностойкость конструкционных углепластиков // Акуст. журн. 2020. Т. 66. № 2. С. 148–153.
- Podymova N.B., Kalashnikov I.E., Bolotova L.K., Kobeleva L.I. Laser-ultrasonic nondestructive evaluation of porosity in particulate reinforced metal-matrix composites // Ultrasonics. 2019. V. 99. P. 105959.
- 27. *Karabutov A.A., Podymova N.B.* Nondestructive porosity assessment of CFRP composites with spectral analysis of backscattered laser-induced ultrasonic pulses / J. Nondestruct. Eval. 2013. V. 32. № 3. P. 315–324.
- Соколовская Ю.Г., Подымова Н.Б., Карабутов А.А. Лазерный оптико-акустический метод количественной оценки пористости углепластиков на основе измерения их акустического импеданса // Акуст. журн. 2020. Т. 66. № 1. С. 86–94.
- 29. *Adler L., Rose J.H., Mobley C.* Ultrasonic method to determine gas porosity in aluminum alloy castings: Theory and experiment // J. Appl. Phys. 1986. V. 59. P. 336–347.
- Ying C.F., Truell R. Scattering of a plane longitudinal wave by a spherical obstacle in an isotropically elastic solid // J. Appl. Phys. 1956. V. 27. P. 1086–1097.

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 67 № 1 2021

_____ АКУСТИКА ОКЕАНА. ГИДРОАКУСТИКА

УДК 551.463

ЭФФЕКТЫ МНОГОКРАТНОГО РАССЕЯНИЯ АКУСТИЧЕСКИХ МОД НА АНИЗОТРОПНОМ ВЕТРОВОМ ВОЛНЕНИИ В МЕЛКОМ МОРЕ

© 2021 г. М. А. Раевский^{*a*}, В. Г. Бурдуковская^{*a*, *}

^аИнститут прикладной физики РАН, ул. Ульянова 46, Нижний Новгород, 603950, БОКС-120 Россия *e-mail: bvg@appl.sci-nnov.ru

Поступила в редакцию 14.10.2020 г. После доработки 12.11.2020 г. Принята к публикации 23.11.2020 г.

Исследовано влияние анизотропии пространственного спектра ветрового волнения на многократное рассеяние акустических мод в рефракционном волноводе. Проанализированы затухание когерентной компоненты модовых амплитуд, изменение их интенсивности и коэффициента пространственной корреляции. Приведены результаты численного моделирования для гидрологических условий Баренцева моря в зимний период. Проведено сравнение результатов для анизотропного спектра ветрового волнения и упрощенной модели с изотропным спектром.

Ключевые слова: акустический волновод, ветровое волнение, многократное рассеяние, точечный источник, статистические характеристики

DOI: 10.31857/S0320791921010093

При разработке теоретической модели акустического поля в мелком море необходимо, наряду с эффектами регулярной рефракции и поглощения в донных осадках. учитывать и влияние случайных флуктуаций среды. Поскольку мелководные звуковые каналы частично или полностью открыты к поверхности, одним из основных флуктуационных факторов распространения является многократное рассеяние звука на ветровом волнении. На малых дистанциях влияние ветрового волнения можно учесть в приближении однократного рассеяния [1], но для прогнозирования статистических характеристик акустического поля на протяженных трассах необходимо разрабатывать теорию многократного рассеяния звука в рефракционных волноводах с нерегулярной границей. Несмотря на то, что ветровое волнение обладает высокой степенью анизотропии, ранее эффекты многократного рассеяния акустического поля в волноводе со взволнованной поверхностью изучались в рамках упрощенной модели изотропного ветрового волнения [2-5] (за исключением [6], где анализировался угловой спектр океанических шумов и учитывалась анизотропия волнения). Такое рассмотрение имеет определенный смысл, если прогнозируются энергетические и корреляционные характеристики сигнала, усредненные по направлению ветра. Но при конкретной метеорологической ситуации возникает вопрос о соотношении такого упрощенного подхода и более достоверной модели,

учитывающей направление ветра, анизотропию спектра ветрового волнения и, соответственно, анизотропию эффектов многократного рассеяния акустического поля в волноводе.

Рассмотрим акустическое поле, которое создается тональным точечным источником в звуковом канале со взволнованной свободной поверхностью. Волновод предполагается горизонтально однородным с произвольным профилем скорости звука c(z) и плоскослоистой структурой дна. Для акустики мелкого моря наиболее интересен низкочастотный диапазон ($f \le 500$ Гц), когда возможно распространение звука на десятки и даже сотни километров. Поле источника в дальней зоне представим в виде разложения по ортонормированным собственным функциям $\varphi_p(z)$ невозмущенного волновода:

$$p(r, z, t) = \sum_{p} \frac{a_{p} \varphi_{p}(z)}{\sqrt{k_{p} r}} \exp[i(k_{p} r - \omega_{0} t - \pi/4)], \quad (1)$$

где a_p – амплитуды мод, k_p – волновые числа, ω_0 – частота излучения, r – расстояние от источника до точки наблюдения. В отсутствие ветрового волнения амплитуды a_p определяются глубиной источника, т.е. $a_p = \varphi_p(z_u)$ (с точностью до коэффициента, определяемого уровнем излучения). При наличии ветрового волнения свободная поверхность волновода является случайной функцией горизонтальных координат x, y и времени t, обозначаемой в дальнейшем $z = \zeta(x, y, t)$. Модовые амплитуды *a_p* становятся случайными функциями тех же переменных *x*, *y*, *t*. В дальнейшем нас будут интересовать средние значения амплитуд мод

$$\langle a_p(\mathbf{r},t) \rangle$$
 и парные корреляторы $\langle a_p(\mathbf{r}_1,t) a_q^*(\mathbf{r}_2,t) \rangle$,

где $\langle ... \rangle$ означает операцию статистического усреднения по ансамблю реализаций случайной функции $\zeta(\mathbf{r}, t)$. Функция когерентности давления

$$\langle p(r_{1}, z_{1}, t) p^{*}(r_{2}, z_{2}, t) \rangle = \sum_{p,q} \langle a_{p}(r_{1}, t) a_{q}^{*}(r_{2}, t) \rangle \times \\ \times \frac{\varphi_{p}(z_{1}) \varphi_{q}(z_{2})}{\sqrt{k_{p} k_{q} r_{1} r_{2}}} \exp[i(k_{p} r_{1} - k_{q} r_{2})]$$

$$(2)$$

в многомодовом волноводе является квазислучайной (то есть меняющейся нерегулярным образом) функцией расстояния до источника. Поэтому для дистанций, существенно превышающих масштаб интерференции мод $L = 2\pi \max\left[\left(k_p - k_q\right)^{-1}\right]$, практический интерес представляет функция когерентности, усредненная по интерференционным осцилляциям поля. Для описания таких "сглаженных" функций когерентности, как показано в работе [7], можно пренебречь в выражении (2) вкладом корреляторов с $q \neq p$ и ограничиться анализом автокорреляционных функций $\left\langle a_p(\mathbf{r}_1, t) a_p^*(\mathbf{r}_2, t) \right\rangle$. В дальнейшем будем рассматривать функцию автокорреляции мод с поперечным разнесением точек наблюдения:

$$N_{p}(\rho, x) = \left\langle a_{p}\left(-\frac{\rho}{2}, x\right)a_{p}^{*}\left(\frac{\rho}{2}, x\right)\right\rangle$$
(3)

(ось *х* направлена вдоль акустической трассы). Для ее описания в волноводе с нерегулярной свободной поверхностью ранее [8] было получено уравнение переноса

$$\frac{\partial N_{p}(\rho, x)}{\partial x} = \sum_{p_{2}} W_{pp_{2}}(\rho, x) N_{p_{2}}(\rho, x) - 2(\gamma_{p} + |\operatorname{Im} k_{p}|) N_{p}(\rho, x).$$
(4)

Здесь γ_p – декремент затухания когерентной компоненты модовой амплитуды $\langle a_p \rangle$, в котором учтено рассеяние энергии данной моды как в другие моды дискретного спектра, так и в моды сплошного спектра, Im k_p – мнимая часть волнового числа, обусловленная потерями в донном грунте, W_{pp_2} – вероятность перехода между модами, описывающая эффекты взаимного рассеяния мод, локализованных в волноводе. Функции γ_p и W_{pp_2} выражаются через частотно-угловой спектр ветрового волнения $B(\Omega, \theta)$ следующим образом:

$$\gamma_{p} = \frac{g^{2}}{4k_{p}} \left(\frac{d\varphi_{p}}{dz}\right)^{2} \int_{0}^{k_{0}} \eta \sqrt{k_{0}^{2} - \eta^{2}} d\eta \int_{-\pi}^{\pi} B(\Omega, \theta) \Omega^{-3} d\varphi, \quad (5)$$

$$\Omega = \sqrt{g} \left[\left(k_{p} - \eta \cos \varphi\right)^{2} + \eta^{2} \sin^{2} \varphi \right]^{\frac{1}{4}}, \quad (6)$$

$$\theta = \operatorname{arctg} \left(\frac{\eta \sin \varphi}{k_{p} - \eta \cos \varphi}\right), \quad (5)$$

$$W_{pp_{2}}(\rho, x) = \frac{\pi g^{2}}{4k_{p}k_{p_{2}}} \left(\frac{d\varphi_{p}}{dz}\right)^{2} \left(\frac{d\varphi_{p_{2}}}{dz}\right)^{2} \times \left(\frac{1}{2} + \frac{\pi g^{2}}{\omega^{3}} \cos\left(k_{y} \frac{x}{R}\rho\right) dk_{y}, \quad (7)$$

$$\tilde{\omega} = \sqrt{g} \left(k_{y}^{2} + \left(k_{p} - k_{p_{2}}\right)^{2}\right)^{\frac{1}{4}}, \quad \Phi = \operatorname{arctg} \left(\frac{k_{y}}{k_{p} - k_{p_{2}}}\right), \quad (8)$$

где *g* – ускорение свободного падения, $k_0 = \omega/c(0)$, $d\phi_p/dz$ – производная собственной функции при z = 0, *R* – длина акустической трассы. Очевидно, что эффекты рассеяния акустических мод на ветровом волнении значимы для гидрологий зимнего типа, когда ось канала находится либо на поверхности, либо на сравнительно небольшой глубине, в противном случае производные $d\phi_p/dz$ (а значит и эффекты рассеяния) экспоненциально малы.

Эмпирические спектры ветрового волнения обычно приводят в виде произведения частотного спектра $S(\Omega)$ и нормированного на единицу углового спектра $Q(\Omega, \theta)$. В дальнейшем для частотного спектра $S(\Omega)$ будем использовать общепринятую модель JONSWAP [9]:

$$S(\Omega) = \beta g^{2} \Omega^{-5} \exp\left[-1.25 \left(\frac{\Omega_{m}}{\Omega}\right)^{4}\right] \times \\ \times \gamma^{\exp\left[-(\Omega - \Omega_{m})^{2}/2\sigma^{2}\Omega_{m}^{2}\right]}, \qquad (9)$$
$$\sigma = \begin{cases} 0.07 \quad \text{при} \quad \Omega \leq \Omega_{m}, \\ 0.09 \quad \text{при} \quad \Omega > \Omega_{m}, \end{cases}$$

где Ω_m — частота спектрального максимума, причем для развитого ветрового волнения $\Omega_m = 0.8g/V$, а для неразвитого — значение Ω_m зависит от времени (дистанции) развития волнения. Для эмпирических констант β и γ обычно берут значения $\beta = 8 \times 10^{-3}$, $1 \le \gamma \le 3.3$. Для углового

67

распределения $Q(\Omega, \theta)$ используют [9] аппроксимацию:

$$Q(\Omega, \theta) = G(s) \left[\cos\left(\frac{\theta - \alpha}{2}\right) \right]^{2s}, \quad (10)$$

где α — азимутальное направление ветра (все углы рассматриваются относительно оси *x*). Нормировочный коэффициент *G*(*s*) имеет вид

$$G(s) = \frac{\Gamma(2s+1)}{2^{2s+1}\Gamma^2\left(s+\frac{1}{2}\right)},$$
(11)

где $\Gamma(x)$ — гамма-функция. Показатель анизотропии *s* является частотнозависимым и определяется отношением частот Ω/Ω_m . Существуют несколько аппроксимаций для функции *s*(Ω) [9]. Здесь будем использовать результаты работы [10]:

$$s = \begin{cases} 11.5 \left(\frac{g}{V}\right)^{2.5} \Omega_m^{-7.5} \Omega^5 & \text{при } \Omega \le \Omega_m, \\ 11.5 \left(\frac{g}{V}\right)^{2.5} \Omega^{-2.5} & \text{при } \Omega > \Omega_m. \end{cases}$$
(12)

В дальнейшем нас будут интересовать три статистические характеристики акустических мод: декремент затухания когерентной компоненты γ_p , интенсивность $n_p(x) \equiv N_p(\rho = 0, x)$ и коэффициент корреляции $k_p(\rho, x) \equiv N_p(\rho, x)/N_p(\rho = 0, x)$. Помимо анализа зависимости этих характеристик от угла α (то есть направления ветра по отношению к акустической трассе), проведем также сравнение численных расчетов для развитого ветрового волнения с анизотропным угловым спектром (10)–(12) и изотропного волнения, соответствующего $s \equiv 0$. При этом ввиду очевидной симметрии величин $\gamma_p(\alpha)$, $n_p(x,\alpha)$ и $k_p(\rho, x, \alpha)$ относительно замены α на (- α), анализ достаточно провести в диапазоне углов $0 \le \alpha \le \pi$.

Численное моделирование выполнено нами для гидрологических условий Баренцева моря в зимний период, т.е. волновода с положительным градиентом скорости звука c(z). Расчеты проведены для волновода с линейным профилем c(z) и параметрами: c(0) = 1490 м/с, c(H) = 1500 м/с, глубина дна H = 200 м. В качестве модели дна выбрано жидкое полупространство с параметрами $c_l = 1600$ м/с, $\rho_0 = 2$ г/см³ и коэффициентом затухания $\delta = 0.1 \, \text{дБ/км}$ Гц. Частота излучения f == 240 Гц, глубина источника z_{μ} = 10 м. Анализ проводился для скорости ветра V = 10 м/с и V = 15 м/с, соответствующих умеренному и сильному ветровому волнению. Чтобы продемонстрировать характерные зависимости характеристик от номера акустических мод *p*, результаты приводятся для мод с номерами p = 1, 10 и 20 (всего в волноводе локализовано 23 моды).

На рис. 1 приведены результаты расчетов декремента затухания когерентной компоненты $\gamma_{p}(\alpha)$ для умеренного и сильного ветрового волнения. Чтобы наглядно продемонстрировать влияние анизотропии волнения, результаты нормированы на соответствующие значения для изотропного волнения ($s \equiv 0$). Видно, что угловые зависимости симметричны относительно $\alpha = \pi/2$, причем для низших и средних номеров мод декременты максимальны при $\alpha = 0, \pi$ и минимальны при $\alpha = \pi/2$. Для высших мод максимум, наоборот, наблюдается при $\alpha = \pi/2$. Следует также отметить, что угловые изменения $\gamma_p(\alpha)$ максимальны для низших (слабозатухающих) мод. В целом можно сделать вывод об относительно малых отличиях значений $\gamma_p(\alpha)$ для анизотропной и изотропной моделей (не превышающих в нашем случае 30%). Таким образом, для практических расчетов когерентной компоненты акустического поля можно использовать упрощенную модель изотропного волнения. Чтобы иметь представление об абсолютных значениях коэффициентов затухания когерентной компоненты $\gamma_{p}(\alpha)$ и провести их сравнение с коэффициентами затухания мод в донном грунте, на рис. 2 приведены также величины $\operatorname{Im}(k_p)$ и $\gamma_p(s=0)$, соответствующие изотропной модели рассеяния. Следует при этом отметить, что (за исключением первых шести мод, не проникающих в дно) при скорости ветра V = 10 м/с затухание мод, обусловленное рассеянием на ветровом волнении, сравнимо с потерями в дне, а при скорости ветра V == 15 м/с на порядок превышает их.

Рассмотрим теперь интенсивности мод $n_n(r,\alpha)$ и коэффициенты поперечной корреляции $k_p(\rho, r, \alpha)$ для конкретной длины акустической трассы *R*. При увеличении дистанции эффекты многократного рассеяния, очевидно, проявляются сильнее. Но ввиду сильного затухания сигнала на больших расстояниях приведем основные результаты расчетов для $R = 10^2$ км. На рис. 3 приведены угловые зависимости интенсивности мод $n_p(\alpha)$ при умеренном и сильном ветровом волнении. Они также нормированы на соответствующие значения интенсивности, вычисленные для изотропного волнения ($s \equiv 0$). Видно, что расчетные кривые также симметричны относительно $\alpha = \pi/2$. Во всех случаях угловые распределения интенсивности имеют максимум при $\alpha = \pi/2$ и, соответственно, минимум при $\alpha = 0, \pi$. Угловые изменения для $n_p(\alpha)$ более выражены, чем для $\gamma_{n}(\alpha)$, и могут достигать 5 дБ. Максимальное отличие результатов, рассчитанных для анизотропного и изотропного спектров волнения, составляет 3 дБ, что уже может быть значимым для прикладных задач гидроакустики.



Рис. 1. Нормированный декремент затухания когерентной компоненты модовых амплитуд при скорости ветра (a) -V = 10 м/с и (6) -V = 15 м/с.

Проанализируем теперь результаты численных расчетов при $R = 10^2$ км коэффициента поперечной корреляции акустических мод $k_p(\rho, \alpha)$. Чтобы не рассматривать многомерные распределения от ρ и α , угловая зависимость $k_p(\rho, \alpha)$ приводится при трех фиксированных значениях угла: $\alpha = 0, \pi/4, \pi/2$. Сразу отметим, что угловые зависимости коэффициента корреляции также симметричны относительно $\alpha = \pi/2$, поэтому $k_p(\rho, \alpha = \pi) = k_p(\rho, \alpha = 0), \quad k_p(\rho, \alpha = 3\pi/4) =$



Рис. 2. Абсолютные значения коэффициентов затухания нормальных мод (в расчете на километр) для изотропной модели рассеяния и коэффициентов затухания мод в донном грунте: кривая $1 - \lg(|\operatorname{Im}(k_p)|)$, кривая $2 - \lg(\gamma_p(s=0))$ при скорости ветра V == 10 м/с, кривая $3 - \lg(\gamma_p(s=0))$ при скорости ветра V = 15 м/с.

 $= k_p (\rho, \alpha = \pi/4)$. На рис. 4 для дальнейшего сравнения приведены результаты расчетов коэффициентов корреляции для модели изотропного спектра для p = 1, 10, 20 при двух значениях скорости ветра. Для первой моды характерно высокое значение коэффициента корреляции для всех значений р. Для p = 10 и p = 20 четко выражен корреляционный максимум с шириной (радиусом корреляции) $\rho_{cor} \approx 50...70$ м. Уровень остаточных корреляций (при больших значениях р) определяется когерентной компонентой поля и уменьшается как с ростом номера моды, так и с увеличением скорости ветра (для фиксированной дистанции). На рис. 5-7 приведены расчетные кривые для анизотропного волнения. Видно, что качественный вид коэффициента корреляции не изменился, но его количественные характеристики зависят от угла α. Во всех случаях спадание коэффициента корреляции (с увеличением ρ) минимально для $\alpha = 0$, максимально для $\alpha = \pi/2$. При $\alpha = \pi/4$ расчетные данные для анизотропного волнения близки к результатам расчетов для изотропной модели. Так, например, для первой и десятой моды их отличие не превышает нескольких процентов. Аналогичное численное моделирование, проведенное для других значений угла α и номеров мод, показыва-

ет, что всегда в диапазоне углов $0 \le \alpha \le \frac{\pi}{4}$ (и соответственно $\frac{3\pi}{4} \le \alpha \le \pi$) расчеты, выполненные на основании модели изотропного волнения, приводят к завышенным значениям $k_p(\rho, \alpha)$, а в диапазоне углов $\frac{\pi}{4} \le \alpha \le \frac{\pi}{2}$ (либо $\frac{\pi}{2} \le \alpha \le \frac{3\pi}{4}$) — наоборот, к заниженным значениям коэффициента поперечной корреляции для всех акустических мод. Численное расхождение может превышать



Рис. 3. Угловая зависимость нормированной интенсивности модовых амплитуд при скорости ветра (a) -V = 10 м/с и (6) -V = 15 м/с.



Рис. 4. Коэффициент пространственной корреляции акустических мод для упрощенной модели изотропного спектра волнения при скорости ветра (a) – V = 10 м/с и (б) – V = 15 м/с.



Рис. 5. Угловая зависимость коэффициента пространственной корреляции первой моды при скорости ветра (a) -V = 10 м/с и (6) -V = 15 м/c.

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 67 № 1 2021



Рис. 6. Угловая зависимость коэффициента пространственной корреляции десятой моды при скорости ветра (a) -V = 10 м/с и (6) - V = 15 м/с.



Рис. 7. Угловая зависимость коэффициента пространственной корреляции двадцатой моды при скорости ветра (a) – V = 10 м/с и (б) – V = 15 м/с.

3 дБ, а сами угловые изменения коэффициента $k_p(\rho, \alpha)$ могут иметь еще большие значения (особенно в области центрального максимума).

Таким образом, можно сделать вывод о существенном влиянии типичной для развитого ветрового волнения анизотропии на статистические характеристики нормальных мод акустического поля удаленного источника в открытых к поверхности подводных каналах. Приведенные результаты показывают, что лишь при расчете когерентной компоненты акустических мод анизотропия ветрового волнения не столь важна для прикладных задач. При расчете интенсивности мод и коэффициента пространственной корреляции учет анизотропии ветрового волнения и, соответственно, анизотропного характера эффектов многократного рассеяния звука может значимо уточнить результаты изотропной модели.

Авторы благодарят А.И. Малеханова (ИПФ РАН) за внимание к работе и полезные замечания.

Данная работа выполнена при поддержке гранта РНФ № 20-19-00383.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Бреховских Л.М., Лысанов Ю.П.* Теоретические основы акустики океана. М.: Наука, 2007. 370 с.
- 2. Городецкая Е.Ю., Малеханов А.И., Сазонтов А.Г., Фарфель В.А. Влияние эффектов дальнего распространения звука в случайно-неоднородном океане на потери усиления горизонтальной антенной решетки // Акуст. журн. 1996. Т. 42. № 5. С. 615–622.
- 3. Gorodetskaya E.Yu., Malekhanov A.I., Sazontov A.G., Vdovicheva N.K. Coherence effects on array beamform-

ing in shallow water // Proc. Fifth European Conf. on Underwater Acoustics: ECUA, 2000 (Lyon, France, 2000). P. 1031–1036.

- 4. *Раевский М.А., Хилько А.И.* О пространственновременной когерентности низкочастотных акустических волн в мелком море с флуктуирующими параметрами // Акуст. журн. 2015. Т. 61. № 3. С. 369–376.
- 5. Завольский Н.А., Малеханов А.И., Раевский М.А. Сравнительный анализ методов пространственной обработки сигналов, принимаемых горизонтальной антенной решеткой в канале мелкого моря со взволнованной поверхностью // Акуст. журн. 2019. Т. 65. № 5. С. 608–618.
- 6. Завольский Н.А., Раевский М.А. Горизонтальная анизотропия динамических шумов в глубоком и

мелком море // Акуст. журн. 2019. Т. 65. № 2. С. 197–202.

- 7. Артельный В.В., Раевский М.А. О статистических характеристиках нормальных волн в волноводе с объемными неоднородностями // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1984. Т. 27. № 9. С. 1142–1150.
- 8. Горская Н.С., Раевский М.А. О многократном рассеянии низкочастотных акустических волн на поверхностном волнении // Акуст. журн. 1986. Т. 32. № 2. С. 165–171.
- 9. Давидан И.Н., Лопатухин Л.И., Рожков В.А. Ветровое волнение в Мировом океане. Л.: Гидрометеоиздат, 1985. 256 с
- Mitsuyasu H., Tasai F., Suhara T., Mizuno S., Ohkusu M., Honda T., Rikiishi K. Observations of the power spectrum of ocean waves using a clover-leaf buoy // J. Phys. Oceanogr. 1980. V. 10. P. 286–296.

_____ АКУСТИКА ОКЕАНА. ГИДРОАКУСТИКА

УДК 550.34.01;534.2;550.834

ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ОСНОВЫ СОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ ПАССИВНЫХ СЕЙСМОГИДРОАКУСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ ШЕЛЬФА АРКТИКИ

© 2021 г. А. Л. Собисевич^{*a*}, Д. А. Преснов^{*b*}, *, А. С. Шуруп^{*a*}, *b*

^аИнститут физики Земли им. О.Ю. Шмидта Российской академии наук, ул. Большая Грузинская 10, стр. 1, Москва, 123995 Россия ^bМосковский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, Ленинские горы, ГСП-1, Москва, 119991 Россия *e-mail: presnov@physics.msu.ru Поступила в редакцию 28.08.2020 г.

После доработки 28.08.2020 г. Принята к публикации 08.09.2020 г.

Выполнен обзор существующих и перспективных сейсмогидроакустических технологий, аппаратурных средств и новых научных подходов к проблеме изучения Северного Ледовитого океана. Особое внимание уделено состоянию научно-практического задела в части возможностей развития методов пассивного гео-гидроакустического мониторинга покрытого льдами шельфа северных морей России. Новые знания о структуре и условиях формирования и распространения волновых полей в слоистой системе "литосфера—гидросфера—ледовый покров—атмосфера", порождаемых наведенными геодинамическими процессами, получены в ходе решения отдельного класса задач в рамках фундаментальной научной проблемы, связанной с поиском путей построения инновационных, экологически безопасных геофизических технологий оконтуривания локальных неоднородностей, в том числе — месторождений углеводородов, на покрытых льдом акваториях.

Ключевые слова: арктический шельф, ледовый покров, слоистая геофизическая среда, сейсмогидроакустика, микросейсмы, поверхностные волны, волна Шолте, пассивные сейсмо-томографические методы, геоэкология, мониторинг локальных неоднородностей

DOI: 10.31857/S0320791921010044

1. ВВЕДЕНИЕ

В декабре 2016 года Президентом Российской Федерации была утверждена Стратегия научнотехнологического развития нашей страны, в которой ясно обозначены приоритеты освоения ресурсного потенциала арктических территорий и обеспечения безопасности национальных интересов в регионе. По данным Министерства природных ресурсов Российской Федерации потенциал арктического шельфа в российском секторе только по запасам условного топлива составляет более девяноста миллиардов тонн. В рамках нового технологического уклада с развитием добывающей отрасли Арктика станет самым перспективным регионом Земли, где будут развернуты работы по добыче нефти, газа и других полезных ископаемых [1-6]. В этой связи значительно возрастает роль фундаментальных и ориентированных прикладных исследований ученых Российской Академии наук, направленных на развитие физических основ инновационных технологий разведки полезных ископаемых на шельфе северных морей [7].

Для успешного планирования и ведения народнохозяйственной деятельности в высоких широтах естественно востребованы оперативные сведения о состоянии окружающей среды, в том числе — ледового покрова, водного слоя и приземной атмосферы. В этой связи разработка новых методов и средств многодисциплинарного геофизического мониторинга становится одной из наиболее актуальных задач, неразрывно связанных с проведением комплексных фундаментальных исследований сейсмогидроакустических волновых полей в слоистой структуре "литосфера гидросфера—ледовый покров—атмосфера" [7, 8].

Советские и российские ученые внесли существенный вклад в изучение Арктики [9–11], однако с середины девяностых годов прошлого столетия научная деятельность нашей страны в Арктической зоне стала постепенно угасать. В настоящее время руководство страны прикладывает значительные усилия для восстановления научного
присутствия в Арктике, регулярно организуются крупные научно-исследовательские экспедиции ("Северный полюс", "Арктический плавучий университет"), в том числе и под эгидой Русского географического общества. Выполнены основополагающие исследования широкого спектра колебательных процессов в системе "лед—вода" на дрейфующих станциях с помощью сейсмометров и наклономеров [12].

Одновременно активизировались и зарубежные исследователи [13-15], осуществив многочисленные проекты по изучению геофизических, гляциологических, биохимических и других процессов в Арктике с использованием не только научно-исследовательских судов различного класса, но и подводных лодок [16, 17]. Международконсорциумами ными научно-прикладными развернуты автономные дрейфующие системы наблюдений, позволяющие в режиме, близком к режиму реального времени, передавать данные через каналы спутниковой связи [18-20]. Подобные системы активно используются как в центральной части Арктики, так и на ее шельфе, в первую очередь, в проливе Фрама и море Бофорта [14, 15, 21, 22]. При этом результаты наблюдений лишь отчасти публикуются в открытом доступе [23].

Реализация классических способов сейсморазведки на акваториях с использованием специализированных судов и мощных излучателей может быть существенно осложнена ледовыми условиями, что ограничивает сезон проведения полевых работ до нескольких месяцев в году. Применение активных излучателей [24], в свою очередь, неизменно сталкивается с проблемой геоэкологии в отношении "краснокнижных" морских обитателей, равно как и комплекс мероприятий по освоению шельфовых месторождений помимо непосредственной угрозы окружающей среде не исключает возможности провоцирования природно-техногенных катастроф [5, 25, 26]. Последние могут быть обусловлены различными эндогенными процессами, в том числе и связанными с естественной эволюцией скоплений газогидратов [27-31].

Более экологически-дружественным представляется метод когерентного сейсмоакустического профилирования [32, 33], основанный на использовании сравнительно маломощных когерентных акустических источников, позволяющих выполнять эффективное накопление полезных сигналов во временной и пространственной областях. При этом удается не только уменьшить пагубное воздействие мощного низкочастотного звука на морских млекопитающих, но и увеличить разрешающую способность профилирования за счет использования более широкой полосы частот. Однако, как и в традиционной сейсморазведке, требуется привлечение судов, буксирующих излучающую и принимающую системы [28].

К наиболее перспективным, экологически безопасным методам поиска полезных ископаемых на шельфе северных морей относят технологии пассивного сейсмо-гидроакустического зондирования: метод эмиссионной сейсмической томографии, метод микросейсмического зондирования, метод шумовой интерферометрии и др. В реализации этих методов активные источники не используются, а в качестве полезного сигнала рассматриваются естественные шумы. В настоящем обзоре приведены основные результаты исследований, посвященных разработке технологий круглогодичного мониторинга на шельфе и в высоких широтах Северного Ледовитого океана, которые базируются на сочетании гидроакустических возможностей обнаружения неоднородностей в водной толще и одновременном решении комплекса сейсморазведочных задач средствами единой вмораживаемой в лед распределенной системы информационно-измерительных модулей [34-36].

2. ОСНОВЫ ШУМОВОЙ ИНТЕРФЕРОМЕТРИИ

Одним из активно развивающихся методов мониторинга неоднородных структур является пассивная сейсмоакустическая томография, применяемая для изучения как глубинного строения литосферы [37-39], так и гидросферы [40-42] Земли. В отличие от классических методов [43-45], в пассивной томографии в качестве источника информации о среде используется естественное шумовое поле, а не сигналы, излучаемые мощными низкочастотными излучателями, специальным образом располагаемыми в исследуемой области. Пассивная томография основывается на технике оценки времени распространения волнового возмущения между парой приемников путем анализа шумовых сигналов, в англоязычной литературе такой подход получил название шумовая интерферометрия [46, 47]. Название возникло из аналогии с классическими интерферометрами, где анализируются различия между двумя сигналами с целью получения полезной информации. С одной стороны, пассивные методы заметно удешевляют стоимость проведения сейсмогидроакустического эксперимента, но, с другой, возникает ряд нерешенных задач для практического применения этого подхода. Одним из основных ограничений является время накопления шумового сигнала, требуемое для получения достоверных оценок характеристик среды. В случае, когда это время превышает характерные временные масштабы изменения исследуемых параметров среды, применение пассивных методов теряет смысл. Наиболее широко пассивные методы применяются в задачах сейсмической томографии геологической среды [48], свойства которой практически не изменяются в ходе проведения эксперимента, и время накопления шумов может составлять месяцы и даже годы. Вместе с тем, следует отметить, что в ряде случаев принципиальную возможность оценки параметров волноводов океанического типа с использованием методов пассивной томографии можно считать теоретически и экспериментально подтвержденной [40, 49, 50].

Пассивные методы неразрушающей диагностики основываются на возможности оценки характеристик функции Грина из анализа функции взаимной корреляции шумовых полей в исследуемой области. Существует довольно большое количество научной литературы по физико-математическим аспектам обсуждаемого подхода, среди которой можно выделить [49, 51–54]. Ниже приводится наиболее простой вывод этой взаимосвязи [54, 55]. Рассмотрим замкнутую колебательную систему, которая испытывает воздействие случайных источников шума. Производную по времени флуктуаций давления можно представить в виде суммы собственных мод u_n (**r**) рассматриваемой колебательной системы [54, 55]:

$$\dot{p}(\mathbf{r},t) = \sum_{n} (a_n \sin(\omega_n t) + b_n \cos(\omega_n t)) u_n(\mathbf{r}), \quad (1)$$

где коэффициенты мод a_n и b_n – случайные числа с нулевым средним. Причем предполагается, что источники некоррелированные $a_nb_n = 0$, здесь скобки означают усреднение по множеству реализаций шума, а моды возбуждаются с одинаковой энергией $D: a_na_m = b_nb_m = D\delta_{nm}$, где δ_{nm} – символ Кронекера. Функция Грина волнового поля для разнесенных в пространстве точек приема \mathbf{r}_A и \mathbf{r}_B в модовом представлении записывается в виде:

$$G(\mathbf{r}_{A},\mathbf{r}_{B},t) = \sum_{n} u_{n}(\mathbf{r}_{A})u_{n}(\mathbf{r}_{B})\cos(\omega_{n}t)H(t), \quad (2)$$

где H(t) – ступенчатая функция Хевисайда, равная 0 при t < 0 и 1 при $t \ge 0$; ω_n – циклическая частота моды с номером *n*. Рассмотрим усредненную по времени наблюдения функцию взаимной корреляции шумовых полей:

$$K(\mathbf{r}_{A},\mathbf{r}_{B},\tau) = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} \dot{p}(\mathbf{r}_{A},t+\tau) \dot{p}(\mathbf{r}_{B},t) dt, \qquad (3)$$

здесь T определяет временной интервал интегрирования, а τ — временная задержка функции взаимной корреляции. Подставляя в (3) модовое разложение (1), можно получить:

$$K(\mathbf{r}_{A}, \mathbf{r}_{B}, \tau) = \sum_{n} Du_{n}(\mathbf{r}_{A}) u_{n}(\mathbf{r}_{B}) \frac{1}{T} \times$$

$$\times \int_{0}^{T} \{\cos[\omega_{n}(t+\tau)] \cos(\omega_{n}t) + \sin[\omega_{n}(t+\tau)] \sin(\omega_{n}t) \} dt =$$

$$= \sum_{n} Du_{n}(\mathbf{r}_{A}) u_{n}(\mathbf{r}_{B}) \cos(\omega_{n}t).$$
(4)

Сопоставляя выражения (2) и (4), получим взаимосвязь между функцией взаимной корреляции $K(\mathbf{r}_{A}, \mathbf{r}_{B}, \tau)$ шумовых полей, зарегистрированных в пространственно-разнесенных точках с координатами \mathbf{r}_{A} и \mathbf{r}_{B} , и запаздывающей $G(\mathbf{r}_{A}, \mathbf{r}_{B}, -\tau)$ и опережающей $G(\mathbf{r}_{A}, \mathbf{r}_{B}, \tau)$ функциями Грина волнового уравнения для выбранной пары точек:

$$K(\mathbf{r}_{A},\mathbf{r}_{B},\tau) = D[G(\mathbf{r}_{A},\mathbf{r}_{B},\tau) + G(\mathbf{r}_{A},\mathbf{r}_{B},-\tau)], \quad (5)$$

причем D — коэффициент, зависящий от поглощающих свойств волновода [52] и характеристик источников [49].

По-видимому, впервые соотношения, аналогичные (5), были получены в квантовой теории поля [56] для связи двухточечной корреляционной функции, усредненной по основному состоянию поля (вакуумное среднее), и функции Грина этого поля. Впоследствии этот факт был "переоткрыт" в акустике [55].

Из (5) следует, что спектр корреляционной функции прямо пропорционален мнимой части комплексного спектра функции Грина, т.е. величине, не содержащей информации о фазе функции Грина. Кроме этого, во многих, характерных для натурного эксперимента случаях, детальная информация об источниках шумов отсутствует, то есть коэффициент D в (5) является неизвестным и, следовательно, соотношение (5) представляет собой лишь прямо пропорциональную зависимость. В итоге, строго математически, корреляционная функция шумов не позволяет определить ни абсолютное значение амплитуды функции Грина, ни ее фазу, и несет информацию лишь о мнимой части функции Грина с амплитудным коэффициентом, который является неизвестным во многих практических ситуациях. Несмотря на такие теоретические ограничения, соотношение (5) широко используется для решения обратных задач. Дело в том, что в большинстве работ, посвященных пассивной томографии параметров сре-



Рис. 1. Результаты численного моделирования: (а) – пространственное распределение случайных шумовых источников (изображены точками разных цветов, условно обозначенных К и С), относительно приемников (изображены в виде треугольников); (б) – взаимно-корреляционная функция двух разнесенных в пространстве приемников (цветом К изображен результат корреляционной обработки, когда шумовое поле формируется только источниками, помеченными на рис. 1а цветом К; цветом С изображена корреляционная функция, полученная при учете вклада источников, отмеченных цветом С на рис. 1а), вертикальные черные линии соответствуют истинным временам распространения сигналов между приемниками.

ды, в качестве исходных данных для решения обратной задачи рассматриваются времена распространения сигналов между точками регистрации шума, которые оцениваются на основе частотно-временного анализа корреляционной функции шумов (или ее производной). При этом оценки абсолютных значений амплитуды или фазы функции Грина не используются.

Проиллюстрируем типичный вид взаимнокорреляционной функции на основе выполненного двумерного численного моделирования случайного шумового поля, принимаемого двумя разнесенными на плоскости приемниками. Среда распространения считалась однородной со скоростью продольных волн $c_0 = 5$ км/с. На рис. 1а представлена одна из реализаций случайного распределения 1024 источников сигнала, расстояние между приемниками составляло 4 км. Каждый источник излучал импульсный сигнал в виде модулированного гауссоидой синуса, причем каждый источник действовал в отдельные временные отрезки. Регистрируемые на двух приемниках сигналы с добавлением некоррелированной помехи использовались для расчета взаимно-корреляционной функции, которая в результате усреднялась по всем источникам (временным отрезкам). Результаты расчета представлены на рис. 16, где видно, что взаимно-корреляционная функция имеет два максимума, симметричных относительно нулевой временной задержки. Положения максимумов соответствуют времени распространения волнового возмущения вдоль прямой, соединяющей приемники (черная прямая на рис. 1а). Это означает, что основной вклад в формирование информативных пиков итоговой усредненной взаимно-корреляционной функции дают источники, расположенные вблизи этой прямой, поля других же источников при этом формируют помеху.

В условиях реального эксперимента источники, как правило, распределены неравномерно относительно измерительной пары приемников (см. рис. 1а, точки, отмеченные красным цветом). Таким образом, возникает анизотропия направлений распространения, что приводит к несимметричному виду корреляционной функции (рис. 1б, корреляционная функция изображена красным цветом). Один из максимумов становится более слабым и может быть неразличим на фоне помехи, что накладывает определенные ограничения на рассматриваемый подход. С практической точки зрения важным является вопрос, связанный с обоснованием необходимого времени накопления шумового сигнала, с целью получения близкого к изотропному распределения шумовых источников. Ясно, что это время зависит от конкретных условий эксперимента и определяется также типом рассматриваемых мод. Различные аспекты применения пассивных методов в гидроакустике и сейсмологии представлены в следующих двух разделах.

3. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ШУМОВ ОКЕАНА В АКУСТИЧЕСКОЙ ТОМОГРАФИИ

Существующие методы мониторинга океана можно условно разделить на "контактные", направленные на непосредственное измерение физических параметров океана с борта судна или с помощью автономных подводных аппаратов, а также "дистанционные", к которым относятся спутниковые наблюдения и различные методы акустической томографии. Спутниковые средства дистанционного зондирования позволяют получать исчерпывающие сведения о состоянии приповерхностного слоя океана, но не дают возможности наблюдать за внутренними процессами. Поэтому для исследования глубин мирового океана широко применяются относительно дешевые, свободно дрейфующие и "ныряющие" зонды-датчики, собирающие сведения о температуре, солености, давлении, скорости звука и других параметрах водной толщи.

На текущий момент в различных уголках мирового океана функционируют примерно 4000 автономных буев. Все они были созданы и запущены в рамках международного проекта ARGO [57, 58]. Автономный буй способен погружаться на глубины до 2000–6000 м, а затем всплывать на поверхность океана (цикл погружения-всплытия составляет от 6 до 12 ч) и передавать накопленную информацию по спутниковым каналам связи с точной привязкой к географическим координатам. В связи с тем, что стоимость буев сравнительно невелика, их количество постоянно увеличивается и тем самым формируется глобальная сеть наблюдения за мировым океаном.

Отметим также контактные измерения физических параметров океана, проводимые с помощью управляемых подводных аппаратов, траектория движения которых задается заранее и, при необходимости, дистанционно корректируется. Особое значение гидроакустические методы исследования имеют в условиях ледового покрова Арктики. Здесь использование подводных аппаратов и дрейфующих ("ныряющих") зондов осложнено, а в некоторых случаях и невозможно, в связи с трудностями контроля их положения подо льдами, а также передачи данных с них или по гидроакустическому каналу связи, или через спутник при всплытии на поверхность.

Несмотря на технические трудности, в настоящее время в Арктике планируется и непосредственно реализуется ряд крупномасштабных научных проектов и программ исследований, среди которых можно выделить проекты: MOSAIC (Multidisciplinary drifting Observatory for the Study

of Arctic Climate), CAATEX (Coordinated Arctic Acoustic Thermometry Experiment), CANAPE (Canada Basin Acoustic Propagation Experiment), IOOE (International Quiet Ocean Experiment), GOOS (Global Ocean Observing System), INTAROS (Integrated Arctic Observation System) и другие. Рассматриваются различные подходы к проведению исследований. Так, например, в проекте MOSAIC [59] (рис. 2) используется ледокол, вмороженный в лед и дрейфующий вместе с ним, что является развитием всемирно известной серии отечественных дрейфующих ледовых экспедиций "Северный Полюс". Подготовка этого международного проекта велась при активной поддержке ААНИИ, технологии дрейфа ледокола вместе с ледовым покровом отрабатывались в рамках экспедиции "ТРАНСАРКТИКА" [60].

Не менее масштабный комплексный проект междисциплинарных научных исследований в Арктике планировался на 2021 год в рамках экспедиции "Северный полюс-41". Дрейфующая научная станция на всем протяжении сопровождается ледоколом, обеспечивающим все современные потребности экспедиции, включая и вопросы безопасности сотрудников.

Альтернативный подход подразумевает создание подводной акустической системы геолокации на основе донных, заякоренных, а также вмороженных в лед и дрейфующих станций. Предполагается, что сеть подобных станций с акустическими "маяками" обеспечит подводную систему геолокации (проект INTAROS) по аналогии с известными системами глобального позиционирования. Массовое развертывание системы акустической геолокации на базе относительно дешевых дрейфующих погружаемых модулей, конструктивно аналогичных буям ARGO, способно обеспечить работу точечных океанографических измерений, пассивного акустического мониторинга и акустической термометрии (в активной или пассивной ее реализации) в высоких широтах. Основная цель таких исследований - изучение процессов, происходящих в Арктическом регионе и связанных, в первую очередь, с наблюдаемыми изменениями климатических условий. Полученные данные критически важны для успешного экономического освоения этого богатого природными ресурсами региона. При этом определяющая роль в изучении Арктики и мониторинге происходящих там изменений отводится сейсмоакустическим методам, включая и томографические.

Исторически методы акустической томографии океана восходят к работам У. Манка (W. Munk) и К. Вунша (C. Wunsch) 1979 года [62], впервые предложившим и экспериментально апробировавшим лучевую томографическую схему; в дальнейшем были развиты и другие варианты томографии океана [43]. Важную роль в фор-



Рис. 2. Одна из концепций проекта СААТЕХ [61]. Линией I изображена условная траектория дрейфа ледокола в рамках проекта MOSAIC, который обеспечивает излучение низкочастотного сигнала. Точки А, Б, ... Г характеризуют положения приемных систем. Линия II, соединяющая указанные точки, соответствует трансарктическому акустическому распространению (эксперимент ТАР) [10, 11].

мировании облика современной акустической томографии океана сыграли отечественные ученые [45]. Изначально методы акустической томографии были разработаны для глубокого океана, где их практическое применение было сильно ограничено высокой стоимостью эксперимента, а также техническими сложностями его реализации. В последнее время в связи с широкомасштабным освоением шельфа, в том числе и Арктического шельфа, все больше внимания уделяется вопросам акустического мониторинга мелкого моря. Задача осложняется в теоретической части описания процессов распространения акустических волн в мелком море. Необходимо учитывать влияние донных слоев, ледового покрова, особенности дисперсионных свойств волновода. Одновременно задача упрощается в плане практической реализации решения: снижение стоимости и технической сложности проведения натурного эксперимента по сравнению с глубоким океаном за счет уменьшения числа приемных элементов и возможности, в предельном случае, отказаться от развертывания приемных антенн.

Важным шагом на пути упрощения и удешевления гидроакустического эксперимента стали

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 67 № 1 2021

пассивные методы, позволяющие отказаться от использования специального источника, как правило, дорогостоящего, громоздкого, требующего решения вопросов его энергообеспечения. Основой пассивных методов, как уже отмечалось ранее, являются идеи шумовой интерферометрии, заключающиеся в использовании естественного шума океана, а также антропогенного шума, в первую очередь - шумов удаленного судоходства – в качестве источника информации об исследуемой области [49, 53, 63-66]. Если характеристики шумового поля меняются слабо за время его накопления, то пространственная функция взаимной корреляции шумового поля позволяет получить информацию о функции Грина среды [67-70]. Несмотря на всю привлекательность пассивных методов, возможности их практического применения сильно ограничены временем накопления шумового сигнала, требуемого для достоверной оценки характеристик функции Грина. В зависимости от расстояний между точками приема шумов, пространственной анизотропии шумового поля, технических характеристик приемной системы (одиночный гидрофон или антенна, рассматриваемая полоса частот) и других условий, время накопления может превышать несколько дней и даже недель, что делает невозможным применение пассивных методов для мониторинга быстро протекающих процессов в океане. Для оценки же параметров волновода, которые слабо изменяются за время проведения эксперимента, например, приповерхностных характеристик дна, применение шумовой интерферометрии оказывается возможным даже на фоне быстроменяющихся гидрологических условий [71].

В настоящее время возможности применения пассивных методов в задачах гидроакустического мониторинга океана успешно подтверждены в ходе экспериментов по термометрии акватории [72, 73], пассивной томографии [50, 42, 74], при измерении скоростей океанических течений [75, 76], а также при оценке приповерхностных характеристик дна [77, 81, 82]. Для решения обратной задачи используются оценки времен распространений сигналов вдоль разных лучей или дисперсионные зависимости групповых скоростей мод.

Следует отметить результаты работ [85, 86], где на основе анализа экспериментальных данных была выдвинута гипотеза о возможности оценки фазы функции Грина, что, на первый взгляд, противоречит теоретическим результатами (5). Было показано [85, 86], что фаза комплексного спектра экспериментальной функции взаимной корреляции шумов, взятой только при положительных (или отрицательных) временах задержки, имеет характерные особенности на частотах, близких к ожидаемым частотам зарождения низших номеров гидроакустических мод модельного волновода. Полученные в [85, 86] результаты свидетельствуют о том, что при определенном подходе к обработке корреляционной функции шумов возможно извлечение из нее информации о фазе функции Грина.

Важную роль при реализации пассивного мониторинга играет возможность выделения из регистрируемого шумового поля отдельных мод с последующей их корреляционной обработкой. Для выделения отдельных гидроакустических мод, распространяющихся в океаническом волноводе, как правило, используют вертикальные антенны [87, 89] и различные алгоритмы пространственной фильтрации. В случае, когда антенны не перекрывают волновод по глубине и оказываются искривлены океаническими течениями, выделение мод шумового поля может основываться на анализе собственных значений и собственных векторов матрицы шумовых корреляций полей, зарегистрированными гидрофонами двух разнесенных в пространстве антенн [49, 89]. Основное преимущество модовой корреляционной обработки по сравнению с корреляцией полных полей заключается в сокращении време-

ни накопления шумов, которое требуется для достоверной оценки лисперсионных зависимостей отдельных мод [49]. В работе [49] было получено теоретически, что функция взаимной корреляции шумового поля океана, принимаемого гидрофонами двух разнесенных в пространстве модовых антенн, позволяет оценить времена приходов мод, как если бы они излучались одной антенной и принимались другой антенной. В этом случае время накопления шумового сигнала оказывается существенно меньшим известных оценок, полученных для безграничной трехмерной среды (точечный высокочастотный прием сигнала). В дальнейшем, на основе обработки экспериментальных данных была продемонстрирована принципиальная возможность пассивного мониторинга характеристик волновода на примере приливно-отливных вариаций глубины и скорости течений при рассмотрении шумовых полей, сформированных небольшим числом мод [76]. Шумы регистрировались одиночными донными ненаправленными гидрофонами, а для перехода к маломодовому режиму рассматривались низкие частоты, где акустическое поле формировалось небольшим числом распространяющихся мод. Полученные в [49, 76, 89] результаты позволяют говорить о возможности практической реализации пассивной модовой томографии – относительно нового направления в акустической томографии океана. Также в работе [49] была высказана идея о дополнительном сокращении времени накопления шумов при использовании комбинированных приемников, позволяющих в одной точке пространства регистрировать как скалярные, так и векторные характеристики акустических полей [90]. Применение векторного приемника в ледовых условиях позволило определить направление на источник сигнала путем поляризационного анализа группы волн, возбуждаемых в ледовом покрове [91]. Одно из преимуществ использования комбинированных приемников заключается в возможности приема сигнала с заданного направления за счет формирования кардиоиды [90]. Использование двух разнесенных в пространстве комбинированных приемников позволяет "сфазировать" их друг на друга, тем самым выделить из всех шумов, приходящих с различных направлений, лишь те, которые распространяются преимущественно вдоль линии, соединяющей центры рассматриваемых приемников (рис. 1а). Именно эти шумы и дают основной вклад в информативную часть корреляционной функции шумов, позволяющей оценить характеристики функции Грина. Исключение из корреляционной обработки "паразитных" шумов позволяет улучшить отношение сигнал/помеха на выходе коррелятора, тем самым сократив требуемое время накопления шумового сигнала примерно в 4 раза по сравнению с ненаправленным приемом [49]. Следует отметить, что на точность оценки характеристик функции Грина из корреляционной функции шумов оказывает заметное влияние анизотропия шумового поля [53, 83], которая заранее, как правило, не известна. В случае использования комбинированных приемников такая сложность не возникает, т.к. пространственная анизотропия шумов может быть напрямую измерена и учтена при последующей корреляционной обработке. Преимущества использования векторных приемников в задачах томографии океана с контролируемым источником рассматривались в [92], где в ходе проведения эксперимента была показана возможность использования вариаций углов приходов сигналов в качестве дополнительных данных при мониторинге изменений параметров волновода. В свою очередь, экспериментальное исследование возможностей и ограничений использования векторно-фазовых методов в задачах пассивной томографии на примере формирования с помощью кардиоиды "направленных" корреляций шумовых полей проводилось в [93]. Показано [93], что использование кардиоиды при корреляционной обработке шумов позволяет выделить информативные пики корреляционной функции на фоне интенсивной анизотропной помехи, что указывает на перспективность дальнейшего развития данного направления.

Дальнейшее снижение технических требований на условия проведения эксперимента возможно при отказе от использования вертикальных антенн при выделении отдельных мод и переходе к приему сигналов одиночными приемниками. В этом случае разделение модовых сигналов происходит за счет дисперсионных свойств волновода. В активном режиме возможность разделения мод при одноточечном приеме была продемонстрирована на экспериментальных данных [84], где для учета дисперсии реального волновода использовалась дисперсия модельного волновода Пекериса с жестким дном. В пассивном режиме выделение сигналов отдельных гидроакустических мод из функции взаимной корреляции экспериментально зарегистрированных шумов при использовании одиночных придонных ненаправленных гидрофонов рассматривалось в [40, 71, 82].

Если гидрофоны расположены на расстояниях, при которых дисперсионные свойства волновода уже проявляются в значительной степени, то в спектрограмме функции взаимной корреляции шумов наблюдаются продолжительные полосы, соответствующие дисперсионным зависимостям групповых скоростей отдельных мод (см. рис. 3). В этом случае разделение мод осуществляется за счет применения так называемого "скручивающего" оператора к функции взаимной корреляции шумов [40, 94, 95]. Основной целью подобной обработки является "выпрямление" дисперсионных кривых, соответствующих отдельным модам. Дело в том, что отфильтровать отдельные моды из спектрограммы (см. рис. 3) затруднительно, так как на каждой частоте присутствует вклад от нескольких мод одновременно. Применение "скручивающего" оператора позволяет преобразовать исходный сигнал таким образом, чтобы его спектрограмма содержала дисперсионные зависимости не в виде искривленных линий, а в виде параллельных прямых, что позволяет достаточно просто осуществить фильтрацию отдельных мод. Применение преобразования, обратного к "скручивающему", к отфильтрованным таким образом модам позволит получить поля отдельных мод (см. рис. 3). Следует отметить, что построение "скручивающего" преобразования в [40, 94, 95] основывается на рассмотрении модельного волновода Пекериса с жестким дном, т.е. процедуры выделения мод в работах [84] и [40, 94, 95] основаны на одних и тех же физических принципах.

Извлекаемая из шумовых корреляций информация в виде дисперсионных зависимостей групповых скоростей мод разных номеров может использоваться в качестве исходных данных для восстановления параметров волновода методами модовой томографии [43, 45]. Для случая, когда удается выделить моды разных номеров в достаточно широкой полосе частот, была предложена пассивная томографическая схема совместного восстановления гидрологии, профиля течений и приповерхностных характеристик дна [96-99]. Возможность подобного совместного восстановления различных характеристик волновода в единой томографической схеме определяется тем, что дисперсионные зависимости мод различных номеров по-разному искажаются при возмущениях рассматриваемых параметров волновода. При этом для инверсии исходных данных используется линейное приближение, а уточнение получаемых оценок волновода происходит итерационно.

Следует отметить, что используемые на практике алгоритмы решения задач акустической томографии в подавляющем большинстве являются приближенными: чаще всего, рассматривается линейное приближение, а уточнение оценок параметров среды осуществляется итерационно. Это в общем случае накладывает ограничения на возможности успешной реализации мониторинга состояния океана, например, при наличии взаимодействия между гидроакустическими модами. Внутренние волны, влияние рельефа дна и ледового покрова на распространение звука в условиях Арктического шельфа, наличие контрастных неоднородностей в Северном Ледовитом океане (возникающих, например, при перемешивании теплых течений Атлантики и холодных водных масс Арктики) делают учет неадиабатического характера распространения модовых сигналов во



Рис. 3. Выделение мод из корреляций шумов, зарегистрированных одиночными ненаправленными гидрофонами с помощью "скручивающего" оператора [40]: (а) – модуль нормированной спектрограммы корреляционной функции шумов (сплошными и пунктирными линиями обозначены дисперсионные зависимости модельного волновода с различными параметрами, близкими к условиям проведения эксперимента); (б) – результат применения к спектрограмме "скручивающего" оператора позволяет отфильтровать отдельные моды; (в–д) после применения преобразования, обратного к "скручивающему", удается оценить дисперсии отдельных мод.

многих практических случаях обязательным при решении обратных задач. Среди немногих результатов, полученных в этой области, следует отметить работы [100, 101], где был предложен и численно исследован метод оценки характеристик внутренних волн на основе частотных смещений максимумов интерференционной картины звукового поля источника. В настоящее время развитие методов неадиабатической томографии неоднородного движущегося океана является актуальным направлением современной гидроакустики, находящимся на начальном этапе своего развития.

С математической точки зрения, задачи акустической томографии являются некорректными и нелинейными. Поиск методов их решения при различных постановках (широкополосное облучение исследуемой области и прием сигналов, полный или частичный объем данных рассеяния и т.д.) весьма сложен и требует привлечения самых современных методов и подходов математической физики. В настоящее время в математической теории обратных задач рассеяния разработаны так называемые функциональные алгоритмы, справедливые для неоднородностей с большими и даже с произвольно большими размерами и контрастами (алгоритмы Фаддеева-Ньютона, Новикова-Гриневича-Манакова, Нахмана и т.д.). Изначально эти методы разрабатывались для квантомеханических целей. Достаточно подробный исторический обзор дан, например, в [102-104]. Поскольку в изоэнергетическом (монохроматическом) случае уравнение Шредингера с точностью до обозначений совпадает с уравнением Гельмгольца, то функционально-аналитические методы перспективны и для решения задач акустической томографии. Основное достоинство функционального метода - это строгость решения, а также сравнительная простота и эффективность машинной реализации. Впервые возможность применения функционально-аналитических методов в акустических задачах была проанализи-

рована в [105]. В дальнейшем был предложен функционально-аналитический алгоритм Новикова-Сантацесариа [106], позволяющий учесть неадиабатический характер распространения модовых сигналов, что требуется во многих практических случаях. Первые шаги в области построения схемы неадиабатической модовой томографии океана, основанной на алгоритме Новикова-Сантацесариа, были сделаны в [107]. Полученные предварительные результаты свидетельствуют, что функциональный алгоритм Новикова-Сантацесариа обеспечивает высокое качество решения обратной задачи и сравнительно высокую помехоустойчивость. Вычислительные операции данного алгоритма хорошо распараллеливаются и, тем самым, допускают принципиальное ускорение процесса обработки, которое позволяет получать изображение внутренней структуры исследуемого региона в режиме, близком к режиму реального времени. Именно этот алгоритм, а также его возможное развитие на основе итерационных методов, представляются наиболее перспективными для разработки и реализации новых подходов, позволяющих получить достаточно строгое решение задач акустической томографии с учетом неадиабатического характера распространения модовых сигналов.

Если в гидроакустике пассивные методы все еще далеки от реализации своего потенциала, то в геофизических приложениях пассивные методы, основанные на шумовой интерферометрии, уже привели к революционным результатам в сейсмоакустических исследованиях Земли [108]. Как уже отмечалось ранее, основное преимущество использования шумовой интерферометрии в геофизике по сравнению океанологией заключается в том, что геофизическая среда существенно более стабильная по сравнению с океаном. Кроме этого, работа с сейсмоприемниками, установленными на дне или на поверхности льда, представляется более простой в техническом плане задачей, нежели с вертикальными антеннами в океане, требующими постоянного контроля кривизны их профиля. Физическая основа у пассивных гидроакустических и сейсмоакустических методов одна и та же – возможность оценки характеристик функции Грина из шумовых корреляций. В океане этот подход позволяет оценить времена распространения гидроакустических мод (сравнительно высокие частоты), в сейсмоакустических приложениях – характеристики поверхностных волн рэлеевского типа (низкие и сверхнизкие частоты). На суше методы пассивной сейсмоакустической томографии себя уже зарекомендовали [109], но применение их для глубинного зондирования дна океана является достаточно новой, еще до конца не изученной задачей. Практический интерес подобного рода исследований связан с поиском полезных ископаемых на шельфе в рамках единой схемы сейсмогидроакустического мониторинга акваторий. Возможности и ограничения пассивной (не требующей источника) сейсмоакустической томографии глубинных структур дна, использующей одиночные донные станции, в настоящее время мало изучены. Обзор современных методов пассивной сейсмологии приведен в следующем разделе.

4. ПАССИВНЫЕ МЕТОДЫ СЕЙСМОЛОГИИ

Несмотря на постоянное совершенствование методов морской сейсморазведки, большинство применяемых технологий по-прежнему базируются на использовании источников взрывного типа с последующей регистрацией отраженных от разноглубинных геологических слоев сигналов посредством буксируемых сейсмических кос, что представляется чрезвычайно сложной в реализации и, следовательно, дорогостоящей процедурой в условиях Арктического шельфа при наличии ледового покрова. Кроме того, применение мощных импульсных излучателей создает угрозу для естественной среды обитания морских животных и представляет собой существенную геоэкологическую проблему освоения минеральносырьевых ресурсов Северного Ледовитого океана.

Отдельный класс задач связан с необходимостью оперативной оценки основных параметров ледового покрова, что особенно актуально в свете критических изменений состояния льда, наблюдаемых в Арктике. С одной стороны, мониторинг состояния ледового покрова важен для планирования работ по сейсмопрофилированию. С другой стороны, свойства ледового покрова непосредственно влияют на характер распространения сейсмо-гидроакустических волн в океаническом волноводе, что диктует необходимость их учета при выполнении сейсморазведки и организации систем мониторинга на северных акваториях. В этой связи особую актуальность приобретают вопросы, связанные с разработкой нового поколения методов и средств, обеспечивающих более точный и при этом более долгосрочный прогноз изменений основных параметров ледового покрова, а также, в общем случае, и атмосферы с учетом наблюдающихся климатических изменений в арктическом регионе.

Представляется, что новые подходы к проблеме сейсмоакустического изучения арктических акваторий могут быть основаны на совместном анализе волновых процессов в системе "литосфера-гидросфера-ледовый покров-атмосфера". При этом создаваемые на основе таких подходов инновационные технологии геологоразведки и мониторинга слоистой геофизической среды должны учитывать возможности пассивных наблюдений, использующих в качестве источника информации о среде естественные низкочастот-



Рис. 4. Примеры различных подходов, применяемых в сейсмической томографии для изучения глубинного строения магматической питающей системы вулкана: (а) – на основе анализа времен пробега волн от местных землетрясений (вертикальный геофизический разрез); (б) – на основе анализа фонового сейсмического шума [111].

ные шумы. Геоакустические и гидроакустические волновые поля, порождаемые наведенными геодинамическими процессами в системе взаимодействующих геосфер, содержат полезную информацию, которая позволяет развивать новые технологии пассивного мониторинга заглубленных неоднородностей и запасов углеводородов, как на шельфе, так и в других, покрытых сплошным ледовым покровом районах Северного Ледовитого океана [110]. Следует отметить фундаментальные результаты успешного применения пассивных сейсмотомографических методов в деле изучения глубинного строения опасных геологических объектов на суше [111].

Пассивные сейсмоакустические методы, развиваемые в настоящее время для решения задач на суше, можно разделить на две группы (рис. 4), основанные:

1) на измерении сигналов от локализованных источников,

2) на измерении случайного шумового фона.

К первым относятся локальная томография по временам прихода продольных и поперечных волн [112] и эмиссионная томография, базирующаяся на присутствии доминантных частот [113]. В качестве "просвечивающих" среду сигналов используются местные землетрясения или сейсмическая эмиссия. К недостаткам такого подхода можно отнести необходимость значительного количества источников сейсмических сигналов, расположенных непосредственно под исследуемым объектом, что требует, как правило, продолжительного накопления первичных данных. Если же отношение сигнал/помеха в регистрируемых на дневной поверхности данных невелико и выделение времен прихода сейсмических волн затруднительно, то применяют методы эмиссионной сейсмотомографии, позволяющие оценивать характеристики источников сейсмического шума, а также упругие параметры геофизической среды. Отметим, что использование в качестве исходных данных лишь времен прихода сейсмических волн и исключение из анализа информации о полной волновой форме сигнала представляется недостаточно рациональным.

Одной из проблем сейсмотомографии с локализованными источниками является неравномерное покрытие исследуемого региона сейсмическими лучами, что приводит к ухудшению обусловленности решаемой обратной задачи и требует привлечения дополнительной априорной информации для повышения устойчивости получаемых оценок, а также применения специальных методов для улучшения разрешающей способности. В работе [115] предложена оригинальная идея адаптивной параметризации среды с использованием вейвлет-функций, позволяющая повысить детальность восстановления параметров.

Альтернативой являются методы второй группы, базирующиеся на том, что естественный микросейсмический шум сформирован в основном поверхностной волной рэлеевского типа. При этом для зондирования среды используется зависимость глубины проникновения волны от ее длины. Таким образом, максимально возможная глубина исследования определяется не мощностью источника, а частотным составом регистрируемых микросейсм. Отдельно следует выделить метод низкочастотного микросейсмического зондирования [109] (рис. 5, 6), смысл которого заключается в определении пространственных вариаций амплитудного спектра естественных шумов. Данный ме-



Рис. 5. Вертикальный геофизический разрез вулканической постройки Эльбруса по результатам обработки фоновых шумов в соответствии с методом низкочастотного микросейсмического зондирования. Области повышенной интенсивности микросейсмических сигналов оконтуривают периферические элементы глубинной флюидно-магматической системы [116].

тод достаточно прост в реализации и успешно применяется для изучения субвертикальных геологических неоднородностей в верхней и средней коре. К недостаткам относится слабая чувствительность в отношении горизонтальных границ.

Методы томографии и анализа микросейсмического шума объединяются в так называемом методе пассивной поверхностно-волновой томографии (Ambient Noise Tomography) [109], суть которого заключается в анализе частотной зависимости скоростей, то есть дисперсионных кривых поверхностных волн в различных пространственных областях. Данный метод представляется наиболее обоснованным с математической точки зрения и в настоящее время становится все более популярным при изучении глубинного строения коры и верхней мантии нашей планеты.

Важным преимуществом пассивной поверхностно-волновой томографии является упрощение решения обратной задачи, так как при использовании поверхностных волн, распространяющихся вдоль плоской границы, трехмерная обратная задача разбивается на набор двумерных [118]. На первом шаге решается томографическая задача восстановления пространственного распределения скоростей поверхностных волн в горизонтальной плоскости для различных частотных диапазонов (восстановление дисперсии поверхностных волн), далее для каждой точки в горизонтальной плоскости осуществляется обращение дисперсионных кривых для определения слоистой модели по глубине. Физической основой пассивных технологий мониторинга подобного рода является возможность оценки характеристик функции Грина двух разнесенных в пространстве точек приема на основе функции взаимной корреляции естественных шумов, записанных в этих точках.

Таким образом, традиционные способы сейсморазведки, подразумевающие излучение мощных зондирующих сигналов, представляется возможным дополнить, а в ряде случаев и заменить

СОБИСЕВИЧ и др.



Рис. 6. Пример обработки серии геофизических профилей с применением пассивных сейсмотомографических методов для изучения глубинного строения вулканов [116].

пассивными методами зондирования, основанными на накоплении и последующей пространственно-временной корреляционной обработке естественного шумового поля в геофизической среде.

Общепринятым в поверхностно-волновой томографии алгоритмом построения модели среды по данным о скоростях поверхностных волн является метод, описанный в [119]. Важным вопросом при построении модели в областях с неизвестным скоростным строением является выбор способа параметризации среды. Можно выделить два общих типа базисных функций, используемых для параметризации скоростей в томографии поверхностных волн: 1) усеченный базис (например, полиномиальные, вейвлет-функции или спектральные базисные функции), 2) блоки или узлы. В каждом из этих случаев сейсмотомографическая модель может быть представлена конечным числом неизвестных. Блоки и узлы являются "локальными", тогда как вейвлеты и полиномы являются "глобальными" базисными функциями. Блоки представляют собой двумерные объекты произвольной формы с постоянными значениями скоростей, которые обычно плотно перекрывают исследуемую область и имеют правильную форму. Узлы – это дискретные точки, в которых задаются параметры среды. Таким образом, узловая модель определяется в конечном числе дискретных точек, а значения в промежуточных областях определяются при помощи интерполяции, причем узлы не обязательно располагаются регулярно. Возможность адаптировать характеристики базисных функций к распределению данных и другой априорной информации является необходимым свойством любой параметризации и обычно реализуется проше с локальными базисными функциями. В известном алгоритме [119] используются локальные базисные функции из-за простоты введения локальных же поправок на затухание, возможности оценивать области произвольной формы и размера; легкости, с которой можно смешивать области с различным шагом сетки. Так, по шумовым данным стационарных европейских сейсмологических станций, накопленным за 12 мес., были определены скорости низкочастотных поверхностных волн Рэлея с периодами 10-50 с и построены карты групповых скоростей для всей Европы с разрешением около 100 км [120].

Следующий этап развития методов поверхностно-волновой томографии связан с созданием в США уникальной сети USArray, состоящей из 400 широкополосных сейсмических станций, расположенных регулярно на исследуемой территории с шагом ~70 км и функционирующих непрерывно в течение 18–24 мес. В работе [121] представлена томографическая схема, в которой, в отличие от [119], учитываются искривления лучей в рамках уравнений геометрической акустики, названная эйконал-томографией. При этом в [121] скорости распространения поверхностных волн вычислялись уже на основе анализа фонового сейсмического шума. Таким образом, каждая станция рассматривалась как эффективный источник, а время пробега фазы между этим источником и всеми другими станциями использовалось для отслеживания фазового фронта и построения поверхности постоянной фазы. Это позволило авторам, используя различные местоположения эффективных источников, оценить как изотропные, так и азимутально-анизотропные фазовые скорости.

Результаты многолетних теоретических и экспериментальных исследований метода шумовой сейсмической интерферометрии нашли отражение в основополагающей работе [122], содержащей описание основных этапов обработки экспериментальных данных при построении и анализе взаимно-корреляционной функции сейсмического шума. Были предложены существенные для качества результатов процедуры обработки экспериментальных записей — амплитудная нормализация и обеление спектра, позволяющие повысить соотношение сигнал/помеха при оценке характеристик функции Грина. Показано, что приемлемое соотношение сигнал/шум достигается при времени накопления шумового сигнала не менее 20 нед. для поверхностных волн на частотах, не превышающих 0.02 Гц. С увеличением частоты от 0.02 до 0.1 Гц требуемое время накопления можно снизить до 5 нед., однако эта зависимость не является линейной в ряде случаев. Таким образом, достигается некий компромисс между необходимой глубиной зондирования и временем накопления шумовых данных. К практически важным результатам необходимо также отнести определение наиболее эффективного периода накопления шума для вычисления взаимно-корреляционной функции, равного одним суткам. В работе [122] также отмечается, что для адекватного разрешения пиков взаимно-корреляционной функции, соответствующих положительным и отрицательным временным задержкам, необходимо использовать станции, расположенные на расстоянии не менее трех длин волны для данной частоты.

Помимо восстановления скоростей продольных волн, томографические методы используются и для оценок пространственного распределения скоростей поперечных волн, что дает более контрастные результаты при наличии в исследуемой области "жидких" или "газообразных" включений (расплавы, нефтегазоносные горизонты). Пример восстановления трехмерного распределения скоростей поперечных волн в результате применения методов шумовой сейсмической томографии приведен в работе [38], где использовались данные с постоянно действующих и временных сейсмических станций на Авачинско-Корякской группе вулканов. Отметим, что в исследовании удалось восстановить достаточно сильный контраст скоростных аномалий, составляющий порядка 30%.

Таким образом, на сегодняшний день пассивная сейсмическая томография, основанная на методе шумовой интерферометрии, является хорошо зарекомендовавшим себя инструментом в практике сейсмологических исследований для изучения земной коры и верхней мантии [37, 123].

Следует отметить, что отмеченные пассивные методы разработаны для использования на суше и при применении на морском шельфе могут столкнуться с определенными трудностями, особенно это относится к методам второй группы, так как шумовое поле на дне значительно отличается от поля на суше и включает в себя дополнительные помехи. Одним из примеров успешного применения шумовой поверхностно-волновой томографии на шельфе можно считать работу [124], где была предпринята попытка восстановления структуры литосферы в зоне перехода континент-океан в районе Южной Калифорнии. Использовались специализированные донные сейсмические станции, расположенные как на шельфе, так и в глубоководной части Тихого океана. В результате работы 17 подводных и 65 наземных сейсмических станций путем анализа годичной записи низкочастотного сейсмического шума, была представлена модель пространственного распределения скоростей поперечных волн с разрешением порядка 50 км. Отдельного упоминания заслуживает работа [39], в которой, по всей видимости, впервые использовался частотный диапазон поверхностных волн на порядок выше, чем в предыдущих исследованиях. Были проанализированы экспериментальные данные, полученные на нефтяном месторождении в Северном море с использованием более чем 2000 сейсмических датчиков, расположенных на шельфе с межстанционным расстоянием 10 м. Столь плотная сеть потребовала использования частотного диапазона 0.5-5 Гц, в котором вдоль границы твердого тела и водного слоя распространяется волна Шолте. Примечательно, что при вычислении взаимно-корреляционной функции использовалось всего 6.5 ч шумовых данных. В результате была создана трехмерная скоростная модель S-волн для первых 600 м геологической среды месторождения с высоким разрешением и уточнено распределение неоднородных структур по глубине.

Возможность применения пассивной сейсмоакустической томографии на основе данных донных сейсмостанций для реконструкции характеристик дна океанического шельфа с высокой точностью за разумные времена накопления шума показана в работах [39, 124]. Таким образом, в совокупности с новейшими результатами по исследованию упругих волн в ледяных пластинах [125–127] открывается перспектива для изучения системы



Рис. 7. (а) — Дисперсионные зависимости основных мод сейсмогидроакустического поля при глубине водоема 30 м и толщине льда 1 м; (б) — дисперсионные кривые изгибно-гравитационных волн для различных значений толщины льда [117].

"литосфера—гидросфера—ледовый покров—атмосфера" в рамках единого пассивного сейсмогидроакустического подхода, на основе анализа волновых структур, распространяющихся в слоистой геофизической среде.

Важной представляется попытка оценить параметры фундаментальной моды поверхностной волны по измерениям, проводимым на льду или подо льдом в непосредственной близости от него. Несмотря на высокий уровень шумов, всегда присутствующий при измерениях на льду, существует возможность выбора частотного диапазона для получения желаемого результата. Первые экспериментальные результаты были получены в [7, 110] при проведении экспериментов в ледовых условиях Ладожского озера. Было установлено, что спектральные характеристики микросейсмического шума, регистрируемого на поверхности льда, повторяют таковые для донных микросейсм.

Следующим этапом исследования возможностей и ограничений применения методов сейсмогидроакустического мониторинга волновых процессов в волноводах Арктического типа является их теоретическое обоснование, а в тех случаях, когда строгого аналитического решения получить не удается, — проведение прямого численного моделирования [128].

5. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И ЧИСЛЕННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ В ВОЛНОВОДАХ АРКТИЧЕСКОГО ТИПА

Теоретические основы описания волновых процессов в рассматриваемой среде "литосфера гидросфера—ледовый покров—атмосфера" изложены в монографиях [129—131] и основываются на общей теории распространения акустических волн в слоистых средах [132] в условиях мелкого моря [133]. Проанализированы особенности возбуждения и распространения различных типов волн в волноводе, моделирующем условия покрытого льдом водоема и представляющем собой вертикально слоистую среду, включающую изотропное твердое полупространство, слой однородной сжимаемой жилкости и изотропный упругий слой льда. В такой постановке удается получить аналитическое выражение для дисперсионного уравнения, описывающего распространение различных модовых составляющих полного сейсмо-гидроакустического поля [134]. Далее из компонент полного волнового поля представляется возможным выделить наиболее информативные с точки зрения восстановления параметров модельной среды (рис. 7а):

 изгибная волна ледового покрова, существующая на всех частотах и распространяющаяся при практически любом соотношении фазовых скоростей продольных и поперечных волн в среде.
 Фазовая скорость этой волны критична к выбору толщины ледового слоя и, следовательно, может использоваться в качестве информативного параметра мониторинга состояния ледового покрова;

— волна рэлеевского типа, распространяющаяся вдоль границы упругого слоистого полупространства и также существующая на всех частотах ("фундаментальная" мода). Именно она рассматривается в качестве основного источника геоакустической информации о глубинном строении океанического дна. В случае отсутствия ледового покрова фундаментальной моде соответствует так называемая волна Шолте (иногда также называемая волной Стоунли) — донная поверхностная волна, не имеющая критической частоты и распространяющаяся вдоль границы "жидкий слой упругое полупространство";

– сейсмогидроакустические моды, характеристики которых определяются параметрами всех сред. Эти волновые возмущения преобладают в данных, регистрируемых в придонных слоях, и используются традиционно для мониторинга состояния водного слоя, включая профиль скорости звука, температуру и соленость, для оценки упругих параметров приповерхностного слоя осадков, а также для обнаружения неоднородностей в водной толще.

Основным источником информации о донных структурах шельфа в рассматриваемой постановке является дисперсия скорости фундаментальной моды поверхностной волны, распространяющейся вдоль границы упругого полупространства со скоростью 1.5—4 км/с, определяемой физическими свойствами горных пород морского дна. Поскольку глубина проникновения зондирующей волны в донные слои составляет около половины ее длины, в решении прикладных задач поиска полезных ископаемых наиболее привлекательным является частотный диапазон 0.1—1.7 Гц.

На арктическом шельфе помимо шумов океана необходимо учитывать так же и наведенные волновые процессы в слое льда. Существенный вклад в волновое поле, регистрируемое вмороженным сейсмоприемником, вносят изгибногравитационные волны, скорость которых определяется решением дисперсионного уравнения [125]

$$\left(\frac{\omega}{v}\right)^4 - \frac{\omega^2 \rho}{h^2 D} + \frac{\rho_0}{h^3 D} \left(g - \frac{i\omega v c_0}{\sqrt{v^2 - c_0^2}}\right) = 0$$

где ω – частота; *v* – фазовая скорость; c_0 – скорость звука в воде; *h* – толщина ледового покрова; ρ, ρ₀ – плотности льда и воды соответственно; $D = E / [12(1 - v^2)]; E - модуль Юнга, v - коэф-$ фициент Пуассона ледяного покрова; <math>g - ускорение свободного падения. На рис. 76 приведен пример численного решения этого уравнения при характерных для арктического региона параметрах сред. Как видно, скорость изгибно-гравитационной волны на частотах выше 0.1 Гц определяется толщиной ледового покрова, что позволяет создавать технологии восстановления параметров льда. Отметим важное обстоятельство, непосредственно следующее из рис. 76, а именно: скорость изгибно-гравитационной волны на порядок ниже скорости фундаментальной моды поверхностной волны в диапазоне частот, представляющем интерес для глубинного зондирования дна.

В низкочастотной области разделение вклада изгибной моды и фундаментальной донной поверхностной волны может быть основано на про-

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 67 № 1 2021

странственно-временном анализе принимаемых полных полей при соответствующем выборе частотного диапазона. Раздельное рассмотрение изгибной и фундаментальной мод позволило предложить возможные пути оценки параметров льда и жидкого слоя, а также скорости поперечных волн в дне на основе сопоставления экспериментальных дисперсионных кривых и теоретических зависимостей, полученных для модельной слоистой структуры [34].

Естественным развитием наших работ стали натурные эксперименты на льду Ладожского озера [110, 134], результаты которых подтвердили возможность томографической реконструкции параметров слоистой геофизической среды "упругое полупространство-водный слой-ледовый покров" по данным о модовой структуре регистрируемого сейсмогидроакустического поля. Таким образом, сформированный научный задел [7, 35, 110, 134-136] может быть рассмотрен в качестве основы развития инновационных подходов при совершенствовании технологий разведки месторождений углеводородного сырья на основе данных, получаемых аппаратурными комплексами, осуществляющими мониторинг на шумах неоднородностей морского дна. При этом важнейшим этапом создания экологически-безопасных пассивных технологий сейсмогидроакустического мониторинга Арктического шельфа представляется решение вопросов аппаратурного обеспечения регистрации всех возможных типов волновых возмущений (сейсмических, гидроакустических, изгибных). Далее рассмотрим наиболее значимые для арктических условий инженерно-технические решения и результаты их применения в ряде экспериментов.

6. ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА НАБЛЮДЕНИЙ В АРКТИКЕ

Проведение научно-технических работ в сложных ледовых условиях Арктики накладывает повышенные требования как на технические средства непосредственного обеспечения геофизических наблюдений (донные и дрейфующие измерительные комплексы), так и на вспомогательные системы (связь, управление, навигация). Судя по материалам из открытых источников [137], в настоящее время в Арктике в автономном режиме работают сотни подобного рода устройств, в том числе отечественной разработки [138]. Примечательно, что многие компоненты этой распределенной системы могут быть информационно объединены для оперативного анализа и прогнозирования меняющейся обстановки во всем Северном Ледовитом океане. Наиболее известны следующие системы измерения, накопления и первичной обработки данных, активно использующиеся в полярных регионах:

1. Буй для измерения параметров ледового покрова (Ice Mass Balance Buoy, (IMB), рис. 8) – разработан специально лля наблюления за линамикой изменения ледового покрова в Арктике [139, 140]. Компоненты буя содержат, как правило, два акустических источника, расположенных над и под поверхностью льда (для оценки толщины льда и снежного покрова), и линейки термистеров для измерения температуры над льдом, в самом льду и подо льдом. Градиент температуры позволяет судить о том, будет ли нарастать ледовая масса или, наоборот, ожидается таяние льда. Буи ІМВ также содержат приборы для измерения температуры воздуха, давления и GPS датчики для определения координат. По-видимому, это самый лешевый и самый распространенный вил буев. Получаемая информация может быть использована для различных целей, например, для прогноза динамики ледовой массы в областях расположения буев.

2. Вмораживаемый в лед профилограф (Ісе-Tethered Profiler (ITP), рис. 9) – предназначен для измерения гидрофизических характеристик водного слоя от приповерхностного слоя и до глубин ~1 км [141, 142]. Система разворачивается на многолетних льдах полярных морей и состоит из трех основных элементов: поверхностная часть, которая находится на поверхности льдины; утяжеленный трос, прикрепленный к поверхностной части; подводная измерительная часть, которая перемещается вверх и вниз вдоль кабеля и проводит измерения, или содержит набор стационарных датчиков, например, гидроакустических приемопередающих устройств. В целом измерительная часть может содержать самое разнообразное оборудование в зависимости от конфигурации профилографа. Как правило, в ходе измерений получают данные о сезонных вариациях профиля скорости звука, о величине и направлении течений, о масштабах турбулентности среды, характеристиках внутренних волн, что позволяет детально описать существенные особенности распространения гидроакустических волн в той части Арктического региона, где установлены системы наблюдения данного класса. Эта информация позволяет, например, применять алгоритмы статистической обработки гидроакустических сигналов, согласованных со средой их распространения, улучшающие такие параметры гидролокационного оборудования, как дальность обнаружения подводных объектов, точность и достоверность получаемых оценок параметров.

3. Автономный буй-профилограф (Polar Profiling Floats) — ныряющий буй для работы в высоких широтах. Разработка основана на результатах программы глобальных наблюдений ARGO [57, 58], для которой район Арктики оставался недоступным, т.к. наличие ледового покрова делало невозможным передачу данных через каналы



Рис. 8. Схема буя для мониторинга параметров ледового покрова [8].

спутниковой радиосвязи. Буй ARGO в "северном исполнении" должен был решить эту задачу. Основные отличия от базовой модели заключаются в усиленной "головной" части для безопасных контактов с ледовой поверхностью и дополнительном наборе устройств связи с ледовыми или донными маяками. Последние используются для позиционирования дрейфующего буя, а также для обмена полезными данными. Разработчики также заявляют о возможности самостоятельного обнаружения буем участков, свободных от ледового покрова. В случае отсутствия сплошного ледового покрова буй для полярного профилирования пытается самостоятельно установить связь со спутником при всплытии. Существующий опыт использования этих буев в Арктике говорит о возможности работы устройства в течение 3-4 лет.

4. Глайдеры (Gliders) — автономные подводные системы для непрерывных и долговременных наблюдений, способные перемещаться за счет небольших изменений плавучести и рулевых крыльев, обеспечивающих поступательное движение вперед. Оснащаются датчиками различного типа. При всплытии принимают команды и пе-



Рис. 9. Конструкция вмораживаемого профилографа [18, 143].

редают измеренную информацию через каналы спутниковой связи.

5. Автономные подводные аппараты (Automatic Underwater Vehicle, (AUV)) – более массивные и мощные по сравнению с глайдерами, способные нести расширенный комплект измерительных систем и средств, оснащены винтовой тягой для перемещения по заданной траектории. Автономные подводные аппараты являются в настоящее время наиболее перспективным с точки зрения технических возможностей инструментом для непрерывных и долгосрочных подводных исследований, в том числе и в сложных условиях Арктики. Активные работы по разработке автономных подводных аппаратов ведутся как у нас в стране, так и за рубежом. Современные аппараты AUV могут функционировать без непосредственного участия оператора, а после завершения программы исследований возвращаться в заданное место для передачи полученной информации. Аппараты AUV могут оснащаться практически любым океанографическим оборудованием, могут использоваться и гидролокаторы бокового обзора, а также иное специализированное оборудование. Продолжительное время использование AUV в Арктике было ограничено в связи с тем, что наличие ледового покрова не позволяло использовать спутниковые методы позиционирования и приема-передачи данных. В настоящее время эта проблема во многом преодолена. Для позиционирования подо льдом разработаны и широко применяются акустические системы связи, что открывает самые широкие возможности для использования подводных систем AUV в Арктическом регионе. По сравнению с 90-ыми годами, когда эра автономных подводных аппаратов только начиналась, к настоящему времени произошел серьезный прорыв в технологических возможностях этих аппаратов. Снижение стоимости и повышение качества многофункциональных датчиков для гидрофизических измерений, расширение функциональных возможностей навигационных систем, появление сравнительно дешевой и при этом энергоэффективной электроники, а также открытых инструментов архитектуры промежуточного программного оборудования позволяют, как никогда ранее, получать все более усовершенствованные и при этом гибкие системы, которые могут выполнять самые разнообразные задачи.

Среди других, часто используемых в Арктических условиях средств измерений, можно выделить следующие:

6. Дрейфующие датчики для измерения характеристик приповерхностного слоя океана (Surface Wave Instrument Float with Tracking (SWIFT buoy)). Как правило, эти датчики используют на открытой воде для контроля параметров волнения, скорости ветра, турбулентности и приповерхностного шума. Однако в последнее время они активно используются и в ледовой обстановке. Время непрерывного использования буя в режиме измерений может достигать 3000 ч.

7. Датчик волнения и скорости течений (Acoustic Wave and Current (AWAC) meters) – предзназначен для измерения профиля скорости течений жидкости (величины и направления на разных глубинах), а также для измерения высоты волн на свободной поверхности и направления их движения. Также прибор способен проводить измерения толщины ледового покрова, разработан специально для использования в системах мониторинга шельфовых зон, обладает небольшим размером, устойчив к внешним физическим воздействиям, приспособлен к многолетним работам в суровых условиях Арктики.

8. Измерители теплового потока (Autonomous Ocean Flux Buoys (AOFB)) — ледовые системы наблюдений для измерения характеристик вертикальных тепловых потоков в приповерхностном слое океана. Данные этих систем требуются для построения глобальных прогностических моделей состояния Арктики, основанных на взаимосвязанности и взаимовлиянии процессов, происходящих в океане, ледовом покрове и в атмосфере.

9. Автономные метеорологические станции (Automated Weather Station (AWS)) – используются на практике чаще всего в задачах глобального позиционирования и измерения параметров приповерхностного слоя атмосферы. Получаемая информация используется в первую очередь для формирования и уточнения прогноза погоды в местах расположения станций.

10. Беспилотные летательные аппараты (Unmanned Aero Vehicle (UAV) или БПЛА) – фактически традиционный метод наблюдений за Арктическим регионом в дополнение к спутниковым системам. Несмотря на то, что информация, получаемая в ходе таких наблюдений, не позволяет в полной мере говорить о процессах, происходящих по всей глубине водного слоя, получаемые данные являются важными для мониторинга состояния ледового покрова и процессов, происходящих на его поверхности. Использование беспилотных летательных аппаратов позволяет осуществлять оперативный контроль сравнительно небольших регионов.

Информация, поступающая со спутников и БПЛА, совместно с результатами контактных измерений, полученных с буев различного типа и подводных аппаратов, представляет собой данные, которые требуются для построения и верификации глобальных моделей Арктики, что может использоваться для мониторинга текущего состояния этого региона, а также для прогнозирования его состояния в будущем.

Среди отечественных разработок можно выделить ледовый измерительный комплекс [36], разрабатываемый ИФЗ РАН совместно с МФТИ и АО "Концерн "МПО–Гидроприбор", в состав которого входят: широкополосные сейсмометры нового поколения, гидрофон, акселерометр, цифровой регистратор и системы беспроводной передачи данных (рис. 10). Первичные преобразователи сейсмоприемника, созданные на элементной базе молекулярной электроники, отве-



Рис. 10. (а) — Макет вмораживаемого геогидроакустического информационно-измерительного буя: *1* — воспринимающие сенсоры; *2* — элементы питания; *3* — цифровой регистратор и блок электроники; (б) — рабочий макет вмораживаемого буя на льду озера Байкал.

чают всем требованиям современных сейсмологических измерений и защищены от влияния низких температур [36]. Использование широкополосных воспринимающих элементов в составе автономных дрейфующих ледовых измерительных буев, предназначенных для круглогодичного использования, позволит в перспективе преодолеть ограничения существующих экспериментальных методов, в том числе: а) невозможность протяжки донного кабеля, б) невозможность передачи информации через слой льда. Все это позволит реализовать применение пассивных сейсмогидроакустических технологий наблюдения непосредственно с ледового покрова, что существенно проще буксировки сейсмических кос или же размещения сейсмоприемников на морском дне [135].

Среди проектов, реализуемых в Арктике на регулярной основе, следует отметить научно-исследовательские работы, проводимые с борта подводных лодок [144-146]. Эффективность такого сотрудничества научно-исследовательских центров и военно-морских сил оказалась весьма высокой: получены новые научные данные по геологии, физике, химии и биологии Арктического региона, динамике ледового покрова, циркуляции вод и батиметрическим характеристикам океана. В ходе выполнения программы "Научные ледовые экспедиции" (Scientific Ice Expeditions, SCICEX) [144] были обследованы хребет Ломоносова со стороны котловины Макарова, хребет Менделеева, котловины Амундсена и Макарова. Продолжением исследований по программе SCICEX стали учения ICEX (ледовые учения или Ice Exercise) [145, 146]. Научные исследования в ходе этих учений осуществляются как на борту подводных лодок, так и с временных ледовых полигонов, оборудованных обитаемым лагерем. Учения ICEX проводятся раз в два года, последнее состоялось в 2020 году.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящее время в сфере разработки геогидроакустических технологий для фундаментальных и прикладных исследований в Арктике основное внимание уделяется вопросам развития автономных систем наблюдений (в том числе роботизированных), способных решать задачи долговременного мониторинга заданных районов. Полученные таким образом данные могут быть использованы при построении прогностических моделей, например, для наложения априорных ограничений на результаты численных экспериментов. Отдельные элементы развиваемой глобальной системы наблюдений в Северном Ледовитом океане уже развернуты и используются в климатологии. При этом наиболее перспективными из существующих методов и средств мониторинга природной среды в Арктике представляются системы, основанные на совместном применении автономных подводных аппаратов и вмораживаемых в лед дрейфующих антенных систем с возможностью привлечения данных дистанционного зондирования.

Отметим тенденцию расширения применения автономных измерительных систем. Тралиционно для полярных исследований применялись ледоколы с последующими работами с поверхности льда в условиях обитаемого базового лагеря, что, естественно, ограничивало время проведения экспериментов. Использование автоматизированных и автономных систем геофизических инструментальных наблюдений позволяет проводить значительно более продолжительные эксперименты в труднодоступных районах, а системы телеметрии и дистанционного доступа к данным выводят на качественно новый уровень вопросы технологического обеспечения научно-исследовательских работ. Основой повышения эффективности дальнейших исследований призваны стать современные научно-исследовательские и опытно-конструкторские разработки в области теоретического и экспериментального изучения всей совокупности сейсмогидроакустических волновых процессов в условия Арктики.

Разработка новых методов сейсмогидроакустического мониторинга арктических акваторий закономерно основывается на новейших результатах фундаментальных научных исследований взаимосвязанных волновых процессов в системе "литосфера-гидросфера-ледовый покров-атмосфера". Геоакустические и гидроакустические поля, порождаемые наведенными геодинамическими процессами в сложно построенной геофизической среде, несут полезную информацию, позволяющую развивать новые технологии пассивного мониторинга локальных неоднородностей и запасов углеводородов, как на шельфе, так и в других, покрытых сплошным ледовым покровом районах Северного Ледовитого океана. В качестве инструментальной базы для новых технологий круглогодичного мониторинга арктического шельфа перспективным является использование распределенных антенных систем ледового класса, обеспечивающих широкополосный прием векторно-фазовой структуры волнового поля.

Представленный обзор результатов многолетних исследований отечественных и зарубежных научных коллективов свидетельствует в пользу возможности создания принципиально новой технологии мониторинга Северного Ледовитого океана, включающей разведку и доразведку месторождений полезных ископаемых на Арктическом шельфе. На сегодняшний день теоретически и экспериментально обоснована возможность изучения глубинного строения геофизической среды в пассивном режиме, основанная на новых принципах не взрывать и принимать, а "слушать" и накапливать. При этом вопросы практической реализации развиваемой технологии неразрывно связаны с процессом разработки инструментальной базы, в том числе и отдельного класса сейсмогидроакустической аппаратуры, созданной на основе новых физических принципов молекулярной электроники.

Перспективы развития системы мониторинга северных акваторий связаны, по всей видимости, с созданием единой комплексной системы наблюдений, основными элементами которой станут вмораживаемые дрейфующие антенны ледового класса и автономные подводные аппараты. объединенные акустическими и иными каналами связи в единое информационное пространство. Представляется, что ключевыми элементами системы станут: сеть автономных измерительных устройств для круглогодичных наблюдений; центры сбора и обработки больших данных для формирования единой модели арктического региона, описывающей основные гео-гидрофизические параметры в режиме, близком к реальному времени; регулярные натурные эксперименты, направленные на совершенствование и верификацию разрабатываемых моделей в интересах практического применения научно-технических результатов.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-15-50114.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Дынкин А.А. Международное сотрудничество в Арктике: риски и возможности // Вестник РАН. 2015. Т. 85. № 5–6. С. 404–412.
- Преодолевая холод. Интересы и политика стран Азиатско-Тихоокеанского региона в Арктике: вызовы и возможности для России / Под ред. Ларина В.Л. и Песцова С.К. Владивосток: ИИАЭ ДВО РАН, 2017. 400 с.
- Лаверов Н.П., Лобковский Л.И., Кононов М.В., Добрецов Н.Л., Верниковский В.А., Соколов С.Д., Шипилов Э.В. Геодинамическая модель развития Арктического бассейна и примыкающих территорий для мезозоя и кайнозоя и внешняя граница континентального шельфа России // Геотектоника. 2013. № 1. С. 3–35.
- 4. Артюшков Е.В., Чехович П.А. Хребет Ломоносова и Восточно-Арктический шельф части единой литосферной плиты. Опыт сравнительного анализа строения сдвиговых зон // Докл. Акад. наук. 2017. Т. 474. № 2. С. 196–200.
- 5. Лаверов Н.П., Богоявленский В.И., Богоявленский И.В. Фундаментальные аспекты рационального освоения ресурсов нефти и газа Арктики и шельфа России: стратегия, перспективы и проблемы // Арктика: экология и экономика. 2016. Т. 22. № 2. С. 4–13.

- 6. Ампилов Ю.П., Владов М.Л., Токарев М.Ю. Технологии морской сейсморазведки в широком частотном диапазоне: проблемы и возможности // Сейсмические приборы. 2018. Т. 54. № 4. С. 42–65.
- Собисевич А.Л., Преснов Д.А., Собисевич Л.Е., Шуруп А.С. О локализации геологических отдельностей арктического шельфа на основе анализа модовой структуры сейсмоакустических полей // Докл. Акад. наук. 2018. Т. 479. № 1. С. 80–83.
- 8. Преснов Д.А., Собисевич А.Л., Шуруп А.С. Новые методы сейсмоакустического мониторинга в условиях Арктического шельфа // Деловой журнал Neftegaz.RU. 2017. № 1. С. 108–113.
- 9. Фортов В.Е. Научно-технические проблемы освоения Арктики // Вестник РАН. 2015. Т. 85. № 5-6. С. 397-400.
- 10. *Mikhalevsky P.N., Gavrilov A.N., Baggeroer A.B.* The transarctic acoustic propagation experiment and climate monitoring in the Arctic // IEEE J. Ocean. Eng. 1999. V. 24. № 2. P. 183-201.
- Чепурин Ю.А. Эксперименты по подводной акустической томографии // Акуст. журн. 2007. Т. 53. № 3. С. 451–476.
- 12. Смирнов В.Н., Ковалев С.М., Нюбом А.А. Автоколебания в дрейфующем ледяном покрове Северного Ледовитого океана // Океанологические исследования. 2019. Т. 47. № 3. С. 122–138.
- Vihma T., Uotila P., Sandven S. et al. Towards an advanced observation system for the marine Arctic in the framework of the Pan-Eurasian Experiment (PEEX) // Atmospheric Chemistry and Physics. 2019. V. 19. P. 1941–1970.
- 14. *Mikhalevsky P.N., Sagen H., Worcester P.F. et al.* Multipurpose acoustic networks in the integrated Arctic Ocean observing system // Arctic. 2015. P. 11–27.
- 15. Howe B.M., Miksis-Olds J., Rehm E., Sagen H., Worcester P.F., Haralabus G. Observing the oceans acoustically // Frontiers in Marine Science. 2019. V. 6. P. 426.
- 16. Joseph J.E., Reeder D.B., Olson D.R. Characteristics of the Arctic environment in the southern Beaufort Sea from Ice Exercise data // J. Acoust. Soc. Am. 2018. V. 144. № 3. P. 1695–1695.
- Chen R., Schmidt H. Characterization of arctic ambient noise environment // J. Acoust. Soc. Am. 2017. V. 141. № 5. P. 3532–3532.
- Писарев С.В. Опыт применения автоматических дрейфующих устройств для исследования водной толщи и ледового покрова Арктики в начале XXI в. // Арктика: экология и экономика. 2012. Т. 4(8). С. 66–75.
- 19. *Rigor I.G.* Research, Coordination, Data Management and Enhancement of the International Arctic Buoy Programme (IABP). US Interagency Arctic Buoy Programme (USIABP). Contribution to the IABP. University of Washington Applied Physics Laboratory. Seattle United States, 2019.
- Lee C., Melling H., Eicken H et al. Autonomous platforms in the arctic observing network // Proceedings of Ocean Obs09: Sustained Ocean Observations and Information for Society. 2010. V. 2. ESA Publication WPP-306.

- Dushaw B.D., Sagen H. A comparative study of moored/point and acoustic tomography/integral observations of sound speed in Fram Strait using objective mapping techniques // J. Atm. Ocean. Tech. 2016. V. 33. № 10. P. 2079–2093.
- Geyer F., Sagen H., Cornuelle B., Mazloff M.R., Vazquez H.J. Using a regional ocean model to understand the structure and variability of acoustic arrivals in Fram Strait // J. Acoust. Soc. Am. 2020. V. 147. № 2. P. 1042–1053.
- 23. http://iabp.apl.washington.edu, https://iqoe.org, http://psc.apl.uw.edu
- Морская сейсморазведка / Под ред. Телегина А.Н. М.: ООО "Геоинформмарк", 2004. 237 с.
- 25. Рогожин Е.А., Антоновская Г.Н., Капустян Н.К. Современное состояние и перспективы развития системы сейсмического мониторинга Арктики // Вопросы инженерной сейсмологии. 2015. Т. 42. № 1. С. 58–69.
- 26. Маловичко А.А., Виноградов А.Н., Виноградов Ю.А. Развитие систем геофизического мониторинга в Арктике // Арктика: экология и экономика. 2014. № 2. С. 16-23.
- 27. Черных Д.В., Юсупов В.И., Саломатин А.С., Космач Д.А., Константинов А.В., Силионов В.И., Мазуров А.К., Салюк А.Н., Шахова Н.Е., Густафсон О., Колюбакин А.А., Гершелис Е.В., Лобковский Л.И., Семилетов И.П. Новый акустический метод количественной оценки пузырькового потока метана в системе донные отложения – водная толща и его реализация на примере Моря Лаптевых, Северный Ледовитый океан // Изв. Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. 2018. Т. 329. № 11. С. 153–167.
- Литвак А.Г. Акустика глубоководной части Северного Ледовитого океана и Арктического шельфа России // Вестник РАН. 2015. Т. 85. № 5–6. С. 449–463.
- 29. Wadhams P. Arctic ice cover, ice thickness and tipping points // AMBIO. 2012. V. 41. № 1. P. 23–33.
- 30. *Мохов И.И.* Современные изменения климата Арктики // Вестник РАН. 2015. Т. 85. № 5-6. С. 478-485.
- Конторович А.Э. Пути освоения ресурсов нефти и газа российского сектора Арктики // Вестник РАН. 2015. Т. 85. № 5–6. С. 420–431.
- 32. Лазарев В.А., Малеханов А.И., Мерклин Л.Р., Романова В.И., Стромков А.А., Таланов В.И., Хилько А.И. Экспериментальное исследование возможностей сейсмоакустического зондирования морского дна когерентными импульсными сигналами // Акуст. журн. 2012. Т. 58. № 2. С. 227–236.
- 33. Калинина В.И., Смирнов И.П., Хилько А.И., Курин В.В., Хилько А.А. Восстановление параметров морского дна при когерентном сейсмоакустическом зондировании. III. Накопление сигналов и подавление шумов // Акуст. журн. 2019. Т. 65. № 1. С. 10–21.
- 34. Собисевич А.Л., Преснов Д.А., Собисевич Л.Е., Шуруп А.С. Исследование геогидроакустических полей – физическая основа мониторинга локальных неоднородностей и запасов углеводородов в

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 67 № 1 2021

Арктике // Известия РАН. Серия физическая. 2018. Т. 82. № 5. С. 565–571.

- 35. Преснов Д.А., Собисевич А.Л., Груздев П.Д., Игнатьев В.И., Коньков А.И., Мореев А.Ю., Тарасов А.В., Шувалов А.А., Шуруп А.С. Томографическая оценка параметров водоема при наличии ледового покрова с использованием сейсмоакустических излучателей // Акуст. журн. 2019. Т. 65. № 5. С. 688– 698.
- 36. Собисевич А.Л., Преснов Д.А., Агафонов В.М., Собисевич Л.Е. Вмораживаемый автономный геогидроакустический буй нового поколения // Наука и технологические разработки. 2018. Т. 97. № 1. С. 25–34.
- 37. Яновская Т.Б., Лыскова Е.Л., Королева Т.Ю. Радиальная анизотропия верхней мантии Европы по данным поверхностных волн // Физика Земли. 2019. № 2. С. 3–14.
- Koulakov I., Jaxybulatov K., Shapiro N.M., Abkadyrov I., Deev E., Jakovlev A., Kuznetsov P., Gordeev E., Chebrov V. Asymmetric caldera-related structures in the area of the Avacha group of volcanoes in Kamchatka as revealed by ambient noise tomography and deep seismic sounding // J. Volcanology and Geothermal Res. 2014. V. 285 P. 36–46.
- 39. Mordret A., Landès M., Shapiro N.M., Singh S.C., Roux P. Ambient noise surface wave tomography to determine the shallow shear velocity structure at Valhall: depth inversion with a Neighbourhood Algorithm // Geophys. J. Int. 2014. V. 198. № 3. P. 1514– 1525.
- 40. Сергеев С.Н., Шуруп А.С., Годин О.А., Веденев А.И., Гончаров В.В., Муханов П.Ю., Заботин Н.А. Выделение акустических мод во Флоридском проливе методом шумовой интерферометрии //Акуст. журн. 2017. Т. 63. № 1. С. 73–83.
- Yarina M., Katsnelson B., Qin J., Godin O.A., Tan T.W. Geoacoustic inversion using cross correlation function of low-frequency ambient noise in the Shallow Water 2006 Experiment // J. Acoust. Soc. Am. 2018. V. 144. № 3. P. 1973–1973.
- 42. Li F., Yang X., Zhang Y., Luo W., Gan W. Passive ocean acoustic tomography in shallow water // J. Acoust. Soc. Am. 2019. V. 145. № 5. P. 2823–2830.
- Munk W., Worcester P., Wunsch C. Ocean Acoustic Tomography. Cambridge University Press, 1995. 433 p.
- 44. *Nolet G.* A Breviary of seismic tomography. Cambridge Univ. Press, 2008. 344 p.
- Гончаров В.В., Зайцев В.Ю., Куртепов В.М., Нечаев А.Г., Хилько А.И. Акустическая томография океана. Н. Новгород: ИПФ РАН, 1997. 255 с.
- 46. Curtis A., Gerstoft P., Sato H., Snieder R., Wapenaar K. Seismic interferometry –Turning noise into signal // The Leading Edge. 2006. V. 25. № 9. P. 1082–1092.
- 47. Godin O.A. Acoustic noise interferometry in a timedependent coastal ocean // J. Acoust. Soc. Am. 2018.
 V. 143. № 2. P. 595–604.
- Shapiro N.M., Campillo M., Stehly L., Ritzwoller M.H. High-resolution surface-wave tomography from ambient seismic noise // Science. 2005. 307(5715). P. 1615–1618.

- 49. Буров В.А., Сергеев С.Н., Шуруп А.С. Использование в пассивной томографии океана низкочастотных шумов // Акуст. журн. 2008. Т. 54. № 1. С. 51–61.
- 50. Гончаров В.В., Шуруп А.С., Годин О.А., Заботин Н.А., Веденев А.И., Сергеев С.Н., Brown М.G., Шатравин А.В. Томографическая инверсия измеренных функций взаимной корреляции шумов океана в мелкой воде с использованием лучевой теории // Акуст. журн. 2016. Т. 62. № 4. С. 431–441.
- 51. Королева Т.Ю., Яновская Т.Б., Патрушева С.С. Использование сейсмического шума для определения структуры верхней толщи Земли // Физика Земли. 2009. № 5. С. 3–14.
- 52. *Roux P., Sabra K.G., Kuperman W.A.* Ambient noise cross correlation in free space: Theoretical approach // J. Acoust. Soc. Am. 2005. V. 117. № 1. P. 79–84.
- Godin O.A. Recovering the acoustic Green's function from ambient noise cross correlation in an inhomogeneous moving medium // Phys. Rev. Lett. 2006. V. 97. № 5. P. 054301.
- 54. *Snieder R., Wapenaar K.* Imaging with ambient noise // Physics Today. 2010. V. 63. № 9. P. 44–49.
- 55. Weaver R.L., Lobkis O.I. Ultrasonics without a source: Thermal fluctuation correlations at MHz frequencies // Phys. Rev. Lett. 2001. V. 87. № 13. P. 134301.
- 56. *Пескин М., Шредер Д.* Введение в квантовую теорию поля. Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2001. 784 с.
- 57. *Claustre H., Johnson K.S., Takeshita Y.* Observing the global ocean with biogeochemical-Argo // Annual Review of Marine Science. 2020. V. 12. P. 23–48.
- 58. Zilberman N.V., Roemmich D.H., Gilson J. Deep-Ocean Circulation in the Southwest Pacific Ocean Interior: Estimates of the Mean Flow and Variability Using Deep Argo Data // Geophys. Res. Lett. 2020. V. 47. № 13. e2020GL088342.
- 59. www.mosaic-expedition.org
- 60. http://www.aari.ru/transarctika2019/ta_prog.html
- 61. Sagen H., Sandven S., Dzieciuch M. Evolution of Multipurpose Acoustic Observatories in the Arctic // Conference: Arctic Observing Summit. November, 2018.
- Munk W.P., Wunsch C. Ocean acoustic tomography: a sheme for large scale Monitoring // Deep-Sea Res. 1979. V. 26. P. 123–161.
- Roux P., Kuperman W.A., NPAL Group. Extracting coherent wave fronts from acoustic ambient noise in the ocean // J. Acoust. Soc. Am. 2004. V. 116. P. 1995– 2003.
- 64. Sabra K.G., Roux P., Thode A.M., D'Spain G.L., Hodgkiss W.S., Kuperman W.A. Using ocean ambient noise for array self-localization and self-synchronization // IEEE J. Oceanic. Eng. 2005. V. 30. P. 338–347.
- 65. Brown M.G., Godin O.A., Williams N.J., Zabotin N.A., Zabotina L., Banker G.J. Acoustic Green's function extraction from ambient noise in a coastal ocean environment // Geophys. Res. Lett. V. 41. № 15. P. 5555– 5562.
- 66. Evers L.G., Wapenaar K., Heaney K.D., Snellen M. Deep ocean sound speed characteristics passively de-

rived from the ambient acoustic noise field // Geophys. J. Int. 2017. V. 210. P. 27–33.

- Lobkis O.I., Weaver R.L. On the emergence of the Green's function in the correlations of a diffuse field // J. Acoust. Soc. Am. 2001. V. 110. P. 3011–3017.
- Weaver R.L., Lobkis O.I. Elastic wave thermal fluctuations, ultrasonic waveforms by correlation of thermal phonons // J. Acoust. Soc. Am. 2003. V. 113. P. 2611– 2621.
- 69. *Snieder R.* Extracting the Green's function from the correlation of coda waves: A derivation based on stationary phase // Phys. Rev. E. 2004. V. 69. P. 046610.
- Sabra K.G., Roux P., Kuperman W.A. Emergence rate of the time-domain Green's function from the ambient noise cross-correlation function // J. Acoust. Soc. Am. 2005. V. 118. P. 3524–3531.
- 71. *Tan T.W., Godin O.A., Katsnelson B.G., Yarina M.* Passive geoacoustic inversion in the Mid-Atlantic Bight in the presence of strong water column variability // J. Acoust. Soc. Am. 2020. V. 147. № 6. EL453–EL459.
- Woolfe K.F., Lani S., Sabra K.G., Kuperman W.A. Monitoring deep-ocean temperatures using acoustic ambient noise // Geophys. Res. Lett. 2015. V. 42. P. 2878–2884.
- Woolfe K.F., Sabra K.G. Variability of the coherent arrivals extracted from low-frequency deep-ocean ambient noise correlations // J. Acoust. Soc. Am. 2015. V. 138. P. 521–532.
- 74. Godin O.A., Zabotin N.A., Goncharov V.V. Ocean tomography with acoustic daylight // Geophys. Res. Lett. 2010. V. 37. № 13. L13605.
- Godin O.A., Brown M.G., Zabotin N.A., Zabotina L., Williams N.J. Passive acoustic measurement of flow velocity in the Straits of Florida // Geosci. Lett. 2014. V. 1. P. 16.
- 76. Буров В.А., Гринюк А.В., Кравченко В.Н., Муханов П.Ю., Сергеев С.Н., Шуруп А.С. Выделение мод из шумового поля мелкого моря одиночными донными гидрофонами для целей пассивной томографии // Акуст, журн. 2014. Т. 60. № 6. С. 611–622.
- 77. *Harrison C.H., Siderius M.* Bottom profiling by correlating beam-steered noise sequences // J. Acoust. Soc. Am. 2008. V. 123. № 3. P. 1282–1296.
- 78. Harrison C.H., Siderius M. Adaptive passive fathometer processing // J. Acoust. Soc. Am. V. 127. № 4. P. 2193–2200.
- 79. Zang X., Brown M.G., Godin O.A. Waveform modeling and inversion of ambient noise cross-correlation functions in a coastal ocean environment // J. Acoust. Soc. Am. 2015. 138. № 3. P. 1325–1333.
- Годин О.А., Кацнельсон Б.Г., Qin Jixing, Brown М.G., Заботин Н.А., Zang Xiaoqin Использование обращения волнового фронта для пассивного акустического зондирования океана // Акуст. журн. 2017. Т. 63. № 3. С. 283–295.
- Ball J.S., Godin O.A., Evers L.G., Lv C. Long-range correlations of microseism-band pressure fluctuations in the ocean // Geophys. J. Int. 2016. V. 206. № 2. P. 825–834.
- 82. *Tan T.W., Godin O.A., Brown M.G., Zabotin N.A.* Characterizing the seabed in the Straits of Florida by us-

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 67 № 1 2021

94

ing acoustic noise interferometry and time warping // J. Acoust. Soc. Am. 2019. V. 146. № 4. P. 2321–2334.

- Кодин О.А. О возможном использовании акустической реверберации для дистанционного зондирования динамики океана // Акуст. журн. 2012. Т. 58. № 1. С. 145–155.
- 84. Зверев В.А., Салин Б.М., Стромков А.А. Определение модового состава акустического поля в мелком море при одноточечном приеме сигнала // Акуст. журн. 2005. Т. 51. № 2. С. 221–227.
- 85. Сабиров И.Р., Шуруп А.С. Исследование фазы функции взаимной корреляции шумового поля океанического волновода // Известия РАН. Серия физическая. 2020. Т. 84. № 1. С. 106–109.
- 86. Гринюк А.В., Кравченко В.Н., Муханов П.Ю., Сабиров И.Р., Сергеев С.Н., Шуруп А.С. Исследование особенностей спектрально-корреляционных характеристик низкочастотных шумов мелкого моря для целей пассивной томографии // Ученые записки физического факультета Московского Университета. 2017. № 5. С. 1750113–1–1750113–4.
- 87. Воронович А.Г., Гончаров В.В., Никольцев А.Ю., Чепурин Ю.А. Сравнительный анализ методов разложения акустического поля по нормальным волнам в волноводе: численное моделирование и натурный эксперимент // Акуст. журн. 1992. Т. 38. № 4. С. 661–670.
- 88. Зверев В.А., Стромков А.А., Хилько А.И. Выделение мод сигнала в мелком море с помощью вертикальной антенной решетки // Акуст. журн. 2006. Т. 52. № 6. С. 784–790.
- 89. *Буров В.А., Сергеев С.Н., Шуруп А.С.* Использование коротких искривленных вертикальных антенн в акустической томографии океана // Акуст. журн. 2009. Т. 55. № 2. С. 232–246.
- 90. Гордиенко В.А., Ильичев В.И., Захаров Л.Н. Векторно-фазовые методы в акустике. М.: Наука, 1989. 223 с.
- 91. *Dosso S., Vinnins M., Heard G.* Source bearing estimation using ice-mounted geophones // J. Acoust. Soc. Am. 2013. V. 113. № 4. P. 2213–2213.
- 92. Буренин А.В., Моргунов Ю.Н., Стробыкин Д.С. Экспериментальные исследования особенностей применения векторных приемников в задачах томографии океана // Акуст. журн. 2007. Т. 53. № 6. С. 786–790.
- 93. Медведева Е.В., Гончаренко Б.И., Шуруп А.С. Использование разнесенных в пространстве комбинированных приемных модулей для исследования скалярно-векторных характеристик акустического поля // Известия РАН. Серия физическая. 2020. Т. 84. № 2. С. 278–283.
- 94. Shurup A.S., Sergeev S.N., Goncharov V.V., Vedenev A.I., Godin O.A., Zabotin N.A., Brown M.G. Retrieval of deterministic normal modes from cross-correlations of acoustic noise in shallow water // Proc. of Meetings on Acoustics. 2015. V. 24. № 1. P. 070007.
- Brown M.G., Godin O.A., Zang X., Ball J.S., Zabotin N.A., Zabotina L.Y., Williams N.J. Ocean acoustic remote sensing using ambient noise: Results from the Florida Straits // Geophys. J. Int. 2016. V. 206. P. 574–589.

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 67 № 1 2021

- 96. Веденев А.И., Гончаров В.В., Муханов П.Ю., Сергеев С.Н., Шуруп А.С. Совместное восстановление параметров водного слоя и дна мелкого моря методами модовой томографии // Ученые записки физического факультета Московского университета. 2017. № 5. С. 1750107-1-1750107-4.
- 97. Буров В.А., Демин И.Ю., Сергеев С.Н., Шуруп А.С., Шербина А.В. Совместное восстановление совокупности характеристик океанического волновода методами акустической томографии // Вестник Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского. 2013. № 5(1). С. 66–73.
- 98. Буров В.А., Сергеев С.Н., Шуруп А.С., Щербина А.В. Возможность восстановления параметров мелкого моря методами пассивной томографии по данным с донных гидрофонов // Известия РАН. Серия физическая. 2015. Т. 79. № 12. С. 1682–1686.
- 99. Burov V.A., Sergeev S.N., Shurup A.S., Scherbina A.V. Acoustic tomography of shallow water with unknown relief of hard bottom // Physics of wave phenomena. 2013. V. 21. № 2. P. 152–157.
- 100. Кузькин В.М., Луньков А.А., Переселков С.А. Частотные смещения максимумов звукового поля, вызванные интенсивными внутренними волнами // Акуст. журн. 2012. Т. 58. № 3. С. 342–349.
- 101. *Кузькин В.М., Переселков С.А.* Восстановление внутренних волн в океанических волноводах // Акуст. журн. 2009. Т. 53. № 5. С. 395–400.
- 102. *Novikov R.G.* Rapidly converging approximation in inverse quantum scattering in dimension 2 // Physics Letters A. 1998. V. 238. № 2–3. P. 73–78.
- 103. Буров В.А., Шуруп А.С., Зотов Д.И., Румянцева О.Д. Моделирование функционального решения задачи акустической томографии по данным от квазиточечных преобразователей // Акуст. журн. 2013. Т. 59. № 3. С. 391–407.
- 104. Шуруп А.С., Румянцева О.Д. Совместное восстановление скорости звука, поглощения и течений функциональным алгоритмом Новикова-Агальцова // Акуст. журн. 2017. Т. 63. № 6. С. 700–718.
- 105. *Буров В.А., Румянцева О.Д.* Решение двумерной обратной задачи акустического рассеяния на основе функционально-аналитических методов // Акуст. журн. 1992. Т. 38. № 3. С. 413–20.
- 106. *Novikov R.G., Santacesaria M.* Monochromatic reconstruction algorithms for two-dimensional multi-channel inverse problems // International Mathematics Research Notices. 2013. V. 2013. № 6. P. 1205–1229. https://doi.org/10.1093/imrn/rns025
- 107. *Красулин О.С., Шуруп А.С.* Численное решение трехмерной задачи адиабатической модовой томографии океана на основе функционально-аналитического алгоритма // Известия РАН. Серия физическая. 2020. Т. 84. № 2. С. 289–294.
- Wapenaar K., Draganov D., Robertsson J.O.A. Seismic Interferometry: History and Present Status. Geophysics Reprint Series No. 26. Tulsa, Oklahoma: Society of Exploration Geophysics, 2008.
- 109. Яновская Т.Б. Поверхностно-волновая томография в сейсмологических исследованиях. СПб.: Наука, 2015. 166 с.

- 110. Преснов Д.А., Собисевич А.Л., Шуруп А.С. Исследование возможностей пассивной томографической реконструкции параметров мелкого моря по данным натурных измерений на поверхности льда // Известия РАН. Серия физическая. 2020. Т. 84. № 6. С. 815–818.
- Koulakov I., Shapiro N. Seismic tomography of volcanoes // Encyclopedia of Earthquake Engineering. 2015. P. 3117–3134.
- 112. *Кулаков И.Ю*. Взгляд на процессы под вулканами через призму сейсмической томографии // Вестник РАН. 2013. Т. 83. № 8. С. 698–698.
- Чеботарева И.Я. Методы пассивного исследования геологической среды с использованием сейсмического шума // Акуст. журн. 2011. 57. С. 844– 853.
- 114. Тихоцкий С.А., Фокин И.В., Шур Д.Ю. Активная лучевая сейсмическая томография с использованием адаптивной параметризации системой вэйвлетфункций // Физика Земли. 2011. № 4. С. 67–86.
- 115. *Цуканов А.А., Горбатиков А.В.* Исследование влияния вклада объемных волн на результат применения метода микросейсмического зондирования // Акуст. журн. 2020. Т. 66. № 2. С. 198–205.
- 116. Лиходеев Д.В., Дударов З.И., Жостков Р.А., Преснов Д.А., Долов С.М., Данилов К.Б. Исследование глубинного строения вулкана Эльбрус методом микросейсмического зондирования // Вулканология и сейсмология. 2017. № 6. С. 28–32.
- 117. Овсюченко А.Н., Собисевич А.Л., Сысолин А.И. О взаимосвязи современных тектонических процессов и грязевого вулканизма на примере горы Карабетова (Таманский п-ов) // Физика земли. 2017. № 4. С. 118–129.
- 118. Presnov D.A., Sobisevich A.L., Shurup A.S. Model of the geoacoustic tomography based on surface-type waves // Physics of Wave Phenomena. 2016. V. 24. № 3. P. 249–254.
- 119. *Barmin M., Ritzwoller M., Levshin A.L.* A fast and reliable method for surface wave tomography // Pure and Applied Geophysics. 2001. V. 158. № 8. P. 1351–1375.
- 120. Yang Y., Ritzwoller M.H., Levshin A.L., Shapiro N.M. Ambient noise Rayleigh wave tomography across Europe // Geophys. J. Int. 2007. V. 168. № 1. P. 259– 274.
- 121. *Lin F.C., Ritzwoller M.H., Snieder R.* Eikonal tomography: surface wave tomography by phase front tracking across a regional broad-band seismic array // Geophys. J. Int. 2009. V. 177(3). P. 1091–1110.
- 122. Bensen G.D., Ritzwoller M.H., Barmin M.P., Levshin A.L., Lin F., Moschetti M.P., Shapiro N.M., Yang Y. Processing seismic ambient noise data to obtain reliable broad-band surface wave dispersion measurements // Geophys. J. Int. 2007. V. 169. № 3. 1239–1260.
- 123. Дрознина С.Я., Шапиро Н.М., Дрознин Д.В., Сенюков С.Л., Чебров В.Н., Гордеев Е.И. Скоростные модели поперечных волн для отдельных районов п-ва Камчатка по кросс-корреляциям сейсмического шума // Физика земли. 2017. № 3. С. 23–32.
- 124. Bowden D.C., Kohler M.D., Tsai V.C., Weeraratne D.S. Offshore Southern California lithospheric velocity structure from noise cross-correlation functions // J.

Geophys. Res.: Solid Earth. 2016. V. 121. № 5. P. 3415–3427.

- 125. Marsan D., Weiss J., Larose E., Metaxian J.-P. Sea-ice thickness measurement based on the dispersion of ice swell // J. Acoust. Soc. Am. 2011. V. 131. № 1. P. 80– 91.
- 126. Marsan D., Weiss J., Moreau L., Gimbert F., Doble M., Larose E., Grangeon J. Characterizing horizontallypolarized shear and infragravity vibrational modes in the Arctic sea ice cover using correlation methods // J. Acoust. Soc. Am. 2019. V. 145. № 3. P. 1600–1608.
- 127. Moreau L., Boué P., Serripierri A., Weiss J., Hollis D., Pondaven I. et al. Sea ice thickness and elastic properties from the analysis of multimodal guided wave propagation measured with a passive seismic array // J. Geophys. Res.: Oceans. 2020. V. 125. № 4. P. e2019-JC015709.
- 128. Заславский Ю.М., Заславский В.Ю. Численное моделирование гидро- и сейсмоакустических волн на шельфе // Акуст. журн. 2019. Т. 65. № 4. С. 499– 507.
- 129. Собисевич А.Л., Разин А.В. Геоакустика слоистых сред. ИФЗ РАН, 2012. 210 с.
- 130. Собисевич А.Л. Избранные задачи математической геофизики, вулканологии и геоэкологии. Т. 1. М.: ИФЗ РАН, 2012. 511 с.
- 131. Петухов Ю.В., Разин А.В., Собисевич А.Л., Куликов В.И. Сейсмоакустические и акустико-гравитационные волны в слоистых средах. ИФЗ РАН, 2013. 280 с.
- 132. *Бреховских Л.М.* Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 226 с.
- 133. Кацнельсон Б.Г., Петников В.Г. Акустика мелкого моря. М.: Наука, 1997. 191 с.
- 134. *Преснов Д.А., Жостков Р.А., Гусев В.А., Шуруп А.С.* Дисперсионные зависимости упругих волн в покрытом льдом мелком море // Акуст. журн. 2014. Т. 60. № 4. С. 426–436.
- 135. Дмитриченко В.П., Преснов Д.А., Руденко О.В., Собисевич А.Л., Собисевич Л.Е., Сухопаров П.Д., Тихоцкий С.А., Шуруп А.С. Патент №2646528. Способ поиска полезных ископаемых на шельфе морей, покрытых льдом. Патентообладатель: ИФЗ РАН. Опубликовано: 05.03.2018. Бюл. № 7.
- 136. Груздев П.Д., Дмитриченко В.П., Жостков Р.А., Кочедыков В.Н., Руденко О.В., Собисевич А.Л., Собисевич Л.Е., Сухопаров П.Д. Патент № 2517780. Способ поиска углеводородов на шельфе северных морей. Патентообладатель: Российская Федерация в лице Министерства промышленности и торговли Российской Федерации (RU). Опубликовано: 27.05.2014.
- 137. https://nsf.gov, https://apl.washington.edu, https://arcticobserving.org, https://nsidc.org, https://arctic.gov
- 138. Мотыжев С.В., Лунев Е.Г., Толстошеев А.П. Опыт применения автономных дрифтеров в системе наблюдений ледовых полей и верхнего слоя океана в Арктике // Морской гидрофизический журнал. 2017. № 2. С. 54–68.
- 139. *Richter-Menge J.A., Perovich D.K., Elder B.C., Claffey K., Rigor I., Ortmeyer M.* Ice mass-balance buoys: a tool for measuring and attributing changes in the thickness

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 67 № 1 2021

of the Arctic sea-ice cover // Annals of Glaciology. 2006. V. 44. P. 205-210

- 140. Planck C.J., Whitlock J., Polashenski C., Perovich D. The evolution of the seasonal ice mass balance buoy // Cold Regions Science and Technology. 2019. V. 165. P. 102792.
- Timmermans M.-L., Toole J., Proshutinsky A., Krishfield R., Plueddemann A. Eddies in the Canada Basin, Arctic Ocean, observed from ice-tethered profilers // J. Physical Oceanography. 2008. V. 38. № 1. P. 133– 145.
- 142. Toole J., Krishfield R., Timmermans M-L., Proshutinsky A. The ice-tethered profiler: Argo of the Arctic // Oceanography. 2011. V. 24. № 3. P. 126–135.

- 143. http://www.whoi.edu
- 144. *Smith J.N., Ellis K.M., Boyd T.* Circulation features in the central Arctic Ocean revealed by nuclear fuel reprocessing tracers from Scientific Ice Expeditions 1995 and 1996 // J. Geophys. Res.: Oceans. 1999. V. 104. № 12. P. 29663–29677.
- 145. *Poulsen A.J., Schmidt H.* Acoustic noise properties in the rapidly changing Arctic Ocean // Proc. Meetings on Acoustics. Acoust. Soc. Am. 2016. V. 28. P. 070005.
- 146. Mahoney A.R., Richter-Menge J., Basu S., Bhatt U.S., Brettschneider B., Eicken H., Motz E., Shapiro L.H., Tavernia J., Walsh J.E. Sea ice science decision support during ICEX 2018 // American Geophysical Union, Fall Meeting 2018. PA23G-1061.

УДК 523.5

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ МЕТОДОВ ЛАГРАНЖЕВОЙ МЕХАНИКИ ДЛЯ АНАЛИЗА БАЛАНСА ЭНЕРГИИ В ВИХРЕВЫХ ТЕЧЕНИЯХ СЖИМАЕМОГО ГАЗА

© 2021 г. В. Ф. Копьев^{*a*, *}, С. А. Чернышев^{*a*}

 ^aΦГУП ЦАГИ, Научный центр мирового уровня "Сверхзвук", ул. Жуковского 1, Жуковский, Московская область, 140180 Россия *e-mail: vkopiev@mktsagi.ru Поступила в редакцию 23.06.2020 г. После доработки 23.06.2020 г. Принята к публикации 08.09.2020 г.

Предложено описание динамики возмущений течений сжимаемого идеального газа в рамках формализма лагранжевой механики. Ключевым моментом является выбор обобщенных координат, которые наиболее естественно описывают динамику системы. Предложенный в работе выбор основных переменных позволяет свести соответствующие уравнения Лагранжа к уравнению для поля смещения и конвективному волновому уравнению для скалярного потенциала. Предложенный подход позволяет записать уравнение баланса акустической энергии через первые вариации возмущений для течений с ненулевой завихренностью. Полученные результаты могут быть использованы для энергетического анализа звукового излучения для течений с локализованными вихрями, струйных течений и течений в каналах.

Ключевые слова: лагранжевый формализм, течение сжимаемого газа, поле смещений, уравнение локального баланса энергии

DOI: 10.31857/S0320791921010019

1. ВВЕДЕНИЕ

Излучение звука аэродинамическими течениями является сложной проблемой, включающей в себя как непосредственно генерацию шума гидродинамическими пульсациями, так и распространение звуковых волн в неоднородном потоке, а также взаимодействие звукового поля с гидродинамическими пульсациями. Теоретические работы, направленные на решение этой проблемы, основаны на разделении членов уравнений, описывающих генерацию и распространение звука (акустические аналогии [1-3]), или на выборе переменных, естественным образом описывающих эти процессы (энтальпия Бернулли и акустический потенциал, энтальпия торможения, описываемая уравнением Блохинцева-Хоу, и завихренность Ω [4-7]).

Другим перспективным направлением в проблеме аэродинамической генерации шума является использование методов лагранжевой механики. Методы лагранжевой и гамильтоновой механики с успехом применяются во многих областях механики жидкости и газа [8–12], однако их использование в аэроакустике до сих пор было ограничено. Одной из работ этого направления является [13], где возмущения вихревых течений несжимаемой жидкости были описаны, как лагранжева механическая система. Этот подход позволил, в частности, решить задачу об условиях сохранения квадрупольного момента вихревого течения. С использованием теоремы Нетер были получены условия на стационарное течение, при выполнении которых квадрупольный момент малых возмущений этого течения является интегралом движения. Было показано, что полученные условия выполняются для однородных струйных течений. Этот результат имеет важное значение в аэроакустике в связи с тем, что квадрупольный момент течения, вычисленный в несжимаемом приближении, представляет собой главный член разложения компактного акустического источника по числу Маха [14, 15].

Ключевым моментом в представлении непрерывных систем с помощью лагранжиана является выбор обобщенных координат. В работе [13] в качестве основной переменной, описывающей возмущения, было выбрано поле смещения, которое представляет собой эйлерову переменную, определяемую через разность траекторий жидких частиц в возмущенном и невозмущенном течениях [16, 17]. Это позволило описать возмущения несжимаемой жидкости, как лагранжеву механическую систему. Целью настоящей работы является обобщение этого подхода на случай сжимаемого газа.

Для случая возмущений в потоке сжимаемого газа поле смещения впервые использовалось в работе Галбруна [18]. Подход, основанный на решении уравнений Галбруна, использовался в ряде теоретических и численных работ, посвященных распространению акустических возмущений в потоках [19–22]. Недостатком этого подхода является то, что звуковые волны описываются векторным волновым уравнением, в том числе и в области потенциального потока, где для описания распространения акустических волн векторное представление избыточно.

Этого недостатка лишен другой подход [23-25], где для описания возмущений в течениях сжимаемого газа используются две основные переменные, одна из которых является векторной, а другая скалярной. Векторная переменная представляет собой поле смещения, описывающее гидродинамические возмущения в области с ненулевой завихренностью, а скалярная переменная описывает акустические возмущения, совпадая с потенциалом скорости в области потенциального течения. Этот подход используется в настоящей работе, гле поле смешения и скалярный потенциал выбраны в качестве обобщенных координат при представлении динамики возмущений течений сжимаемого газа, как лагранжевой механической системы.

Сведение уравнений движения к лагранжевой форме дает возможность применения многих результатов общей теории лагранжевой механики полевых систем [26-29]. В настоящей работе эти методы используются для получения уравнения баланса акустической энергии через первые вариации возмущений для течений с ненулевой завихренностью. Уравнение баланса энергии представляет большой интерес для анализа распространения акустических волн на фоне стационарного потока. Проблема состоит в том, что первые вариации плотности и потока энергии для возмущений стационарных течений обращаются в ноль, а нетривиальные вторые вариации включают в себя не только квадраты первых вариаций переменных, но и члены, выражающиеся через вторые вариации переменных. В то же время, для анализа акустических процессов желательно оставаться в рамках линейных возмущений, поскольку анализ нелинейных звуковых волн на фоне неоднородного течения представляет собой очень сложную задачу.

Решение этой проблемы основано на том, что в непрерывных системах тензор энергии—импульса определяется неоднозначно [30, 31]. В частности, вторые вариации плотности и потока энергии могут быть переопределены так, чтобы выражаться только через первые вариации переменных [32], причем сделать это можно различным образом. Для случая потенциального течения величины плотности и потока акустической энергии были получены в работах [32, 33], для случая жесткого однородного канала они были получены в работах [34, 35]. В общем случае завихренного течения исключение вторых вариаций переменных из выражений для плотности и потока энергии является сложной задачей [36]. Однако, если рассматриваемая система является лагранжевой, то решение этой задачи удается получить сравнительно просто, поскольку плотность и поток акустической энергии выражаются непосредственно через лагранжиан системы. Этот подход был использован, в частности, в работе [19] для системы, описывающейся уравнением Галбруна. В настоящей работе выражения плотности и потока акустической энергии получены для возмущений завихренных течений сжимаемого газа в переменных поля смещения и скалярного потенциала.

В разделе 2 выписываются основные уравнения, описывающие возмущения течений сжимаемого газа с использованием переменных поля смещения и скалярного потенциала. Это а) уравнение, описывающее динамику поля смещения. б) конвективное волновое уравнение для скалярного потенциала и в) уравнение, связывающее скалярный потенциал с возмущениями энтальпии. В разделе 3 динамика возмущений безграничного течения записана в лагранжевой форме. Корректность этого выражения проверяется эквивалентностью уравнений Лагранжа и исходных уравнений для динамики возмущений. В разделе 4 показано, что предложенное лагранжево описание справедливо не только для безграничных течений, но и для течений, ограниченных неподвижными стенками. В разделе 5 представлены общие выражения для плотности и потока энергии в течениях сжимаемого газа, а также рассмотрен метод получения энергетических характеристик для непрерывной лагранжевой системы. В разделе 6 получено уравнение локального баланса акустической энергии для течений с ненулевой завихренностью. Члены этого уравнения выражены только через первые вариации возмущений, что позволяет проводить энергетический анализ в рамках линейной постановки задачи. Полученное уравнение является обобщением уравнений баланса энергии для акустических возмущений в потенциальных потоках [32, 36] на случай потоков с ненулевой завихренностью.

Полученные результаты могут быть использованы для анализа фундаментальных задач аэроакустики, в том числе, связанных с излучением и рассеянием звука локализованными вихрями, распространением звуковых волн в неоднородных каналах с потоком, генерацией и распространением акустических возмущений в сдвиговых течениях. Кроме того, привлечение развитых методов лагранжевой механики полевых систем может дать новый взгляд на проблемы аэродинамической генерации шума в турбулентных течениях.

2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассматриваются изэнтропические течения сжимаемого идеального газа. В этом случае уравнения неразрывности и импульса записываются в виде

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \left(\rho \mathbf{v} \right) = 0, \qquad (2.1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} + \nabla h = 0, \qquad (2.2)$$

где **v**, ρ — поля скорости и плотности. Изменение энтальпии *dh* в общем случае определяется через другие термодинамические переменные соотношением *dh* = $TdS + \frac{1}{\rho}dp$, где *T*, *S*, *p* — температура, энтропия и давление. В случае изэнтропического течения *S* = const и, соответственно, $dh = \frac{1}{\rho}dp$.

Далее будем рассматривать линейные возмущения стационарных течений, которые в соответствии с (2.1)–(2.2) описываются уравнениями

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \nabla \left(\rho_1 \mathbf{V}_0 \right) + \nabla \left(\rho_0 \mathbf{v}_1 \right) = 0, \qquad (2.3)$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}_1}{\partial t} + (\mathbf{V}_0 \nabla) \mathbf{v}_1 + (\mathbf{v}_1 \nabla) \mathbf{V}_0 + \nabla h_1 = 0, \qquad (2.4)$$

где V_0, ρ_0 — стационарные поля скорости и плотности, v_1, ρ_1, h_1 — возмущения скорости, плотности и энтальпии. Далее для сокращения записи нижние индексы 1 в обозначениях возмущений будут опускаться везде, кроме раздела 5, где использование индексов оговорено отдельно.

Используя операцию ротора, преобразуем уравнение импульсов (2.4) в уравнение Гельмгольца для возмущений завихренности

$$\frac{\partial \mathbf{\Omega}}{\partial t} + \nabla \times (\mathbf{\Omega}_0 \times \mathbf{v}) + \nabla \times (\mathbf{\Omega} \times \mathbf{V}_0) = 0, \qquad (2.5)$$

где $\Omega_0 = \nabla \times \mathbf{V}_0$ – стационарное поле завихренности, $\Omega = \nabla \times \mathbf{v}$ – возмущение завихренности.

Будем рассматривать изозавихренные возмущения стационарных течений. Другими словами, будем полагать, что завихренность возмущенного течения может быть получена из исходного стационарного течения смещением жидких частиц при условии изозавихренности. Это условие означает, что при перемещении жидких частиц сохраняется циркуляция завихренности по любому жидкому контуру (вмороженность завихренности). Условие изозавихренности всегда выполняется в течении идеальной жидкости (теорема Кельвина) [37—40]. Вместе с тем это условие позволяет выделить целый класс возмущений, не привязываясь к динамике течения, и получить общее соотношение, связывающее возмущения завихренности с полем смещения [16, 17],

$$\mathbf{\Omega} = \nabla \times (\mathbf{\eta} \times \mathbf{\Omega}_0), \qquad (2.6)$$

где поле смещения **η** определяется, как разность между положениями жидких частиц в возмущенном и невозмущенном течениях [11, 17]. Это выражение можно рассматривать как формальное определение поля смещения в завихренной жидкости (определение поля смещения для потенциального случая см. ниже). Введенный класс изозавихренных возмущений можно использовать для рассмотрения динамики возмущений, поскольку при своем движении возмущения не выходят из этого класса. Вместе с тем, класс изозавихренных возмущений является достаточно широким для описания основных особенностей акустического излучения.

Из (2.6) следует выражение для возмущений скорости

$$\mathbf{v} = \mathbf{\eta} \times \mathbf{\Omega}_0 + \nabla \boldsymbol{\varphi}, \tag{2.7}$$

где φ — скалярная переменная, которая в случае потенциального потока совпадает с потенциалом возмущений скорости. Потенциальная часть выражения (2.7) отлична от нуля как вне, так и внутри вихря, даже в случае несжимаемой жидкости. В случае несжимаемой жидкости потенциальную часть можно исключить, выразив ее через поле смещения с помощью интеграла Био—Савара,

$$\nabla \boldsymbol{\varphi} = \nabla \times \frac{1}{4\pi} \int \frac{\nabla' \times [\boldsymbol{\eta} \times \boldsymbol{\Omega}_0]}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}' - \boldsymbol{\eta} \times \boldsymbol{\Omega}_0.$$
(2.8)

Из условия неразрывности среды следует уравнение, связывающее поле смещения с возмущением плотности [19],

$$\boldsymbol{\rho} = -\nabla (\boldsymbol{\rho}_0 \boldsymbol{\eta}). \tag{2.9}$$

Таким образом, физические переменные возмущений скорости и плотности выражается через новые переменные η и ϕ [25]. Эти переменные будут далее рассматриваться как основные переменные, выражающие динамику возмущений. Выбор этих переменных обладает рядом преимуществ перед использованием стандартных физических переменных. В частности, он оказывается удобным для представления возмущений течений сжимаемого газа, как лагранжевой механической системы. Получим уравнения, определяющие динамику движения в новых переменных. Подставляя (2.6) в (2.5), получим

$$\nabla \times \left(\left(\frac{\partial \mathbf{\eta}}{\partial t} + (\mathbf{V}_0 \nabla) \mathbf{\eta} - (\mathbf{\eta} \nabla) \mathbf{V}_0 - \mathbf{v} \right) \times \mathbf{\Omega}_0 \right) = 0. \quad (2.10)$$

Отсюда следует

$$\left(\frac{\partial \mathbf{\eta}}{\partial t} + (\mathbf{V}_0 \nabla) \mathbf{\eta} - (\mathbf{\eta} \nabla) \mathbf{V}_0 - \mathbf{v}\right) \times \mathbf{\Omega}_0 + \nabla \Phi = 0, \quad (2.11)$$

где $\Phi(\mathbf{r},t)$ — произвольная скалярная функция, появление которой связано с тем, что к полю смещения $\mathbf{\eta}$ может быть добавлено любое тривиальное смещение $\mathbf{\eta}_T$, не дающее возмущений физических переменных завихренности и скорости [41]. Из (2.6) следует, что тривиальное смещение $\mathbf{\eta}_T$ удовлетворяет уравнению $\nabla \times (\mathbf{\eta}_T \times \mathbf{\Omega}_0) = 0$. При выборе скалярной функции $\Phi = 0$ уравнение для поля смещения может быть записано в виде

$$\frac{\partial \mathbf{\eta}}{\partial t} + (\mathbf{V}_0 \nabla) \mathbf{\eta} - (\mathbf{\eta} \nabla) \mathbf{V}_0 - \mathbf{v} = 0.$$
 (2.12)

Отметим, что это уравнение справедливо как для несжимаемой жидкости [17], так и для сжимаемого газа [21]. Также отметим, что уравнение (2.12) определяет поле смещения в том числе и для потенциальных течений, у которых завихренность $\Omega_0 = 0$, что позволяет использовать эту переменную в потенциальных потоках, минуя (2.6) (см. например [42]).

Получим далее уравнения, определяющие эволюцию скалярного потенциала ф. Подставляя (2.9) и (2.11) в (2.4), а также выражая возмущение

энтальпии через возмущение плотности $h = \frac{c_0^2}{\rho_0} \rho$

где c_0 — скорость звука в невозмущенном течении, получим уравнение, связывающее потенциал ϕ с возмущением плотности

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + (\mathbf{V}_0 \nabla) \varphi - \Phi + \frac{c_0^2}{\rho_0} \rho = 0.$$
 (2.13)

Из уравнения (2.13) и уравнения неразрывности (2.3) получим конвективное волновое уравнение для скалярного потенциала

$$\frac{D}{Dt} \left(\frac{1}{c_0^2} \frac{D\varphi}{Dt} \right) - \frac{1}{\rho_0} \nabla \left(\rho_0 \nabla \varphi \right) =$$

$$= \frac{1}{\rho_0} \nabla \left(\rho_0 \left(\mathbf{\eta} \times \mathbf{\Omega}_0 \right) \right) + \frac{D}{Dt} \left(\frac{1}{c_0^2} \Phi \right),$$
(2.14)

где $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V}_0 \nabla$. Уравнение (2.14) с $\Phi = 0$ использовалось, в частности, в работах [23–25]. Еще одно независимое уравнение получается подстановкой (2.9) в (2.13)

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 67 № 1 2021

$$\frac{\rho_0}{c_0^2} \left(\frac{D \varphi}{D t} - \Phi \right) = \nabla \left(\rho_0 \eta \right). \tag{2.15}$$

Уравнения (2.11), (2.14), (2.15) составляют полную систему уравнений, описывающую вихревые и акустические возмущения в изэнтропическом течении.

В случае несжимаемой жидкости $c_0 \rightarrow \infty$, $\rho_0 = \text{const}$, динамика вихревых возмущений определяется уравнением (2.11), в то время как уравнения (2.14), (2.15) сводятся к условиям бездивергентности для возмущений скорости $\nabla \mathbf{v} = 0$ и поля смещения $\nabla \mathbf{\eta} = 0$.

3. ЛАГРАНЖИАН ВОЗМУЩЕНИЙ СТАЦИОНАРНОГО ТЕЧЕНИЯ СЖИМАЕМОГО ГАЗА В БЕЗГРАНИЧНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Выбирая переменные **η**, *φ*, **Φ** в качестве обобщенных координат, запишем лагранжиан для возмущений течений сжимаемого идеального газа в безграничном пространстве

$$L = \frac{1}{2} \int \rho_0 \dot{\boldsymbol{\eta}} (\boldsymbol{\eta} \times \boldsymbol{\Omega}_0) d\mathbf{r} + \frac{1}{2} \int \rho_0 \times \\ \times ((\mathbf{V}_0 \nabla) \, \boldsymbol{\eta} - (\boldsymbol{\eta} \nabla) \, \mathbf{V}_0) (\boldsymbol{\eta} \times \boldsymbol{\Omega}_0) d\mathbf{r} - \\ - \frac{1}{2} \int \rho_0 (\boldsymbol{\eta} \times \boldsymbol{\Omega}_0) (\boldsymbol{\eta} \times \boldsymbol{\Omega}_0) d\mathbf{r} - \\ - \int \rho_0 (\boldsymbol{\eta} \times \boldsymbol{\Omega}_0) \nabla \boldsymbol{\varphi} d\mathbf{r} - \frac{1}{2} \int \rho_0 (\nabla \boldsymbol{\varphi})^2 d\mathbf{r} + \\ + \frac{1}{2} \int \frac{\rho_0}{c_0^2} (\dot{\boldsymbol{\varphi}} + \mathbf{V}_0 \nabla \boldsymbol{\varphi})^2 d\mathbf{r} - \int \rho_0 \boldsymbol{\eta} \nabla \boldsymbol{\Phi} d\mathbf{r} - \\ - \int \frac{\rho_0}{c_0^2} \Phi (\dot{\boldsymbol{\varphi}} + \mathbf{V}_0 \nabla \boldsymbol{\varphi}) d\mathbf{r} + \frac{1}{2} \int \frac{\rho_0}{c_0^2} \Phi^2 d\mathbf{r}.$$
(3.1)

Непосредственной проверкой убедимся, что лагранжиан (3.1) описывает динамику возмущений вихревых течений сжимаемого газа. Вычисляя вариационные производные по обобщенным координатам, получим уравнения Лагранжа

$$\frac{d}{dt}\frac{\delta L}{\delta \dot{\boldsymbol{\eta}}} - \frac{\delta L}{\delta \boldsymbol{\eta}} =$$

$$= \rho_0 \left(\frac{\partial \boldsymbol{\eta}}{\partial t} + (\mathbf{V}_0 \nabla) \, \boldsymbol{\eta} - (\boldsymbol{\eta} \nabla) \, \mathbf{V}_0 - \mathbf{v}\right) \boldsymbol{\Omega}_0 + \qquad (3.2)$$

$$+ \rho_0 \nabla \boldsymbol{\Phi} = 0,$$

$$\frac{d}{dt}\frac{\delta L}{\delta \dot{\varphi}} - \frac{\delta L}{\delta \varphi} = \rho_0 \frac{D}{Dt} \left(\frac{1}{c_0^2} \left(\frac{D\varphi}{Dt} - \Phi \right) \right) - \nabla \left(\rho_0 \mathbf{v} \right) = 0, (3.3)$$

$$\frac{d}{dt}\frac{\delta L}{\delta \dot{\Phi}} - \frac{\delta L}{\delta \Phi} = \frac{\rho_0}{c_0^2} \left(\frac{D\phi}{Dt} - \Phi\right) - \nabla(\rho_0 \eta) = 0.$$
(3.4)

Уравнения Лагранжа (3.2)-(3.4) совпадают с уравнениями (2.11), (2.14), (2.15). Это означает,

что лагранжиан (3.1) правильно описывает динамику возмущений.

В случае несжимаемой жидкости выражение (3.1) приводится к виду

$$L = \frac{1}{2}\rho_0 \int \dot{\boldsymbol{\eta}} (\boldsymbol{\eta} \times \boldsymbol{\Omega}_0) d\mathbf{r} + \frac{1}{2}\rho_0 \int ((\mathbf{V}_0 \nabla) \boldsymbol{\eta} - (\boldsymbol{\eta} \nabla) \mathbf{V}_0) (\boldsymbol{\eta} \times \boldsymbol{\Omega}_0) d\mathbf{r} - (3.5) - \frac{1}{2}\rho_0 \int v^2 d\mathbf{r} - \rho_0 \int \boldsymbol{\eta} \nabla \Phi d\mathbf{r}.$$

Сравним это выражение с лагранжианом, полученным в работе [13]. Используя интегрирование по частям, для убывающих на бесконечности возмущений преобразуем (3.5) к виду

$$L = \frac{1}{2} \rho_0 \int \dot{\boldsymbol{\eta}} (\boldsymbol{\eta} \times \boldsymbol{\Omega}_0) d\mathbf{r} + \frac{1}{2} \rho_0 \int ((\mathbf{V}_0 \nabla) \boldsymbol{\eta} - (\boldsymbol{\eta} \nabla) \mathbf{V}_0 - \mathbf{v}) (\boldsymbol{\eta} \times \boldsymbol{\Omega}_0) d\mathbf{r} + (3.6) + \rho_0 \int \Phi \nabla \boldsymbol{\eta} d\mathbf{r}.$$

Третье слагаемое в (3.6) выражает собой условие неразрывности $\nabla \eta = 0$, которое не было включено в лагранжиан [13], а рассматривалось как дополнительное уравнение связи. Кроме того, в работе [13] возмущение скорости v было выражено через поле смещения с использованием интеграла Био-Савара (2.8), что можно было сделать в связи с тем, что рассматривалось течение несжимаемой жидкости. В отличие от этого, в настоящей работе выражение для возмущения скорости (2.7) включает в себя дополнительную переменную φ с целью учета степени свободы, связанной со сжимаемостью. С этими оговорками выражение для лагранжиана, полученное в работе [13], соответствует выражению (3.6).

4. ЛАГРАНЖИАН ВОЗМУЩЕНИЙ СТАЦИОНАРНОГО ТЕЧЕНИЯ СЖИМАЕМОГО ГАЗА В ТЕЧЕНИИ СО СТЕНКАМИ

Покажем, что лагранжиан (3.1) описывает динамику возмущений течения сжимаемого идеального газа не только в безграничном пространстве, но и в течении, ограниченном неподвижными непроницаемыми стенками.

Рассмотрим некоторую систему в ограниченной области *A* с лагранжианом вида $L = \int \Lambda(\dot{q}, q, q_{,k}) d\mathbf{r}$, где $q_{,k} \equiv \partial q / \partial r^k$, $\Lambda(\dot{q}, q, q_{,k})$ – некоторая функция от поля *q*, описывающего состояние системы, и производных этого поля по координатам и време-

ни. Вариационная производная по *q* от лагранжиана *L* запишется в виде

$$\frac{\delta L}{\delta q(\mathbf{r})} = \int_{A} \left(\frac{\partial \Lambda}{\partial q} \delta(\mathbf{r}' - \mathbf{r}) + \frac{\partial \Lambda}{\partial q_{,k}} \frac{\partial}{\partial r'^{k}} \delta(\mathbf{r}' - \mathbf{r}) \right) d\mathbf{r}'.$$
(4.1)

Используя интегрирование по частям, получим

$$\frac{\delta L}{\delta q(\mathbf{r})} = \frac{\partial \Lambda}{\partial q} - \frac{\partial}{\partial r^{k}} \frac{\partial \Lambda}{\partial q_{,k}} + \oint n^{\prime k} \frac{\partial \Lambda}{\partial q_{,k}} \delta(\mathbf{r}' - \mathbf{r}) dS', \quad (4.2)$$

где поверхностный интеграл берется по границе области *A*, **n** — вектор нормали к границе. В безграничной системе поверхностный интеграл в (4.2) обращается в ноль. Для ограниченной системы этот интеграл дает в уравнениях Лагранжа дополнительный член, отличный от нуля на границах области. Этот член накладывает на динамику системы дополнительные граничные условия ви-

да
$$n^k \frac{\partial \Lambda}{\partial q_k} = 0.$$

Для системы с лагранжианом (3.1), рассматриваемой в ограниченной области, граничные условия имеют вид

$$n^{k} \frac{\partial \Lambda}{\partial \eta_{k}^{i}} = \frac{1}{2} \rho_{0} \left(\mathbf{n} \mathbf{V}_{0} \right) \left(\mathbf{\eta} \times \mathbf{\Omega}_{0} \right)^{i} = 0, \qquad (4.3)$$

$$n^{k} \frac{\partial \Lambda}{\partial \varphi_{k}} = -\rho_{0} \mathbf{n} \left(\mathbf{v} - \mathbf{V}_{0} \frac{1}{c_{0}^{2}} \left(\frac{D\varphi}{Dt} - \Phi \right) \right) = 0, \qquad (4.4)$$

$$n^{k} \frac{\partial \Lambda}{\partial \Phi_{,k}} = -\rho_{0} \mathbf{n} \boldsymbol{\eta} = 0.$$
(4.5)

Условия (4.3)–(4.5) выполняются на неподвижной твердой стенке, где нормальные компоненты скорости и поля смещения равны нулю. Это означает, что лагранжиан (3.1) описывает динамику возмущений течения сжимаемого идеального газа в произвольной области, ограниченной неподвижными стенками с условием непротекания.

5. ПЛОТНОСТЬ И ПОТОК ЭНЕРГИИ ВОЗМУЩЕНИЙ ТЕЧЕНИЙ СЖИМАЕМОГО ГАЗА

Для безграничного течения энергия является интегралом движения:

$$E_{\rm tot} = \int E \, d\mathbf{r} = {\rm const.} \tag{5.1}$$

В этом выражении плотность энергии имеет вид [43]

$$E = \rho \left(\frac{v^2}{2} + \varepsilon \right), \tag{5.2}$$

где ρ , V, ε — плотность, скорость и внутренняя энергия течения, интеграл (5.1) берется по бесконечному объему. Переменные без индексов в разделе 5 обозначают полные поля, а не малые возмущения, как в других разделах статьи.

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 67 № 1 2021

Поскольку $\frac{dE_{\text{tot}}}{dt} = \int \frac{\partial E}{\partial t} d\mathbf{r} = 0$, то поле $\frac{\partial E}{\partial t}$ всегда может быть представлено, как дивергенция некоторого векторного поля, то есть

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \nabla \mathbf{S} = 0. \tag{5.3}$$

Величина потока энергии S, соответствующая плотности энергии (5.2), определяется выражением [43]

$$\mathbf{S} = \rho \mathbf{v} \left(\frac{v^2}{2} + h \right). \tag{5.4}$$

Уравнение баланса энергии (5.3) представляет большой интерес для анализа физических процессов в течениях. В частности, при исследовании распространения акустических волн на фоне стационарного потока можно рассмотреть уравнение баланса энергии для малых возмущений. При этом плотность энергии (5.2) представляется в виде разложения по амплитуде возмущений

$$E = E_0 + E_1 + E_2 + \dots$$

Первая и вторая вариации плотности энергии имеют вид

$$E_{1} = \rho_{1} \frac{V_{0}^{2}}{2} + \rho_{0} \mathbf{V}_{0} \mathbf{v}_{1} + \rho_{1} h_{0}, \qquad (5.5)$$

$$E_{2} = \frac{1}{2}\rho_{0}\mathbf{v}_{1}\mathbf{v}_{1} + \rho_{1}\mathbf{V}_{0}\mathbf{v}_{1} + \rho_{0}\mathbf{V}_{0}\mathbf{v}_{2} + \rho_{2}\frac{V_{0}^{2}}{2} + \frac{1}{2}\frac{c_{0}^{2}}{\rho_{0}}\rho_{1}^{2} + \rho_{2}h_{0}, \qquad (5.6)$$

где индексами 0, 1, 2 обозначены, соответственно, средние поля, их первая и вторая вариации.

Проблема состоит в том, что для гармонических колебаний средняя по времени первая вариация плотности энергии (5.5) оказывается равной нулю, а нетривиальная вторая вариация (5.6) включает в себя не только квадраты первых вариаций переменных, но и члены, выражающиеся через вторые вариации переменных. Это же касается и выражений для потока энергии. В то же время, для анализа акустических процессов желательно оставаться в рамках линейных возмущений, поскольку решение нелинейной задачи для звуковых волн на фоне неоднородного течения представляет собой очень сложную задачу.

Решение этой проблемы основано на том, что для непрерывной системы тензор энергии-импульса может быть определен неоднозначным образом [30]. В частности, при сохранении интеграла энергии величины плотности и потока энергии могут быть переопределены следующим образом: $\hat{E} = E + \nabla \mathbf{W}, \ \hat{\mathbf{S}} = \mathbf{S} - \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial t}$, где \mathbf{W} – произвольное векторное поле [21]. Легко видеть, что для моди-

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 67 № 1 2021

фицированных величин \hat{E} и \hat{S} так же, как и для исходных, выполняется как интегральный закон сохранения (5.1), так и уравнение локального баланса (5.3). Задача состоит в том, чтобы подобрать такое поле **W**, при котором величины \hat{E} и $\hat{\mathbf{S}}$ выражаются только через произведения первых вариаций переменных. В этом случае величины \hat{E} и $\hat{\mathbf{S}}$ удобно рассматривать как определения плотности и потока акустической энергии [32, 36]. В общем случае завихренного течения выбор поля W, позволяющий исключить вторые вариации переменных из выражений для плотности и потока энергии, является сложной задачей. Однако, если рассматриваемая система является лагранжевой, то решение этой задачи удается получить особенно просто. Поскольку плотность и поток энергии выражаются через лагранжиан системы, а лагранжиан линейной системы содержит только члены, квадратичные по возмущениям, то плотность и поток энергии также будут содержать только члены, квадратичные по первым вариациям.

В том случае, когда лагранжиан системы имеет вид

 $L = \int \Lambda(\dot{q}, q, q_k) d\mathbf{r}$, где $q_{,k} \equiv \partial q / \partial r^k$, $\Lambda(\dot{q}, q, q_{,k})$ – некоторая функция от поля q, описывающего состояние системы, и производных этого поля по координатам и времени, плотность и поток энергии системы могут быть записаны в виде [30, 31]

$$E = \frac{\partial \Lambda}{\partial \dot{q}} \dot{q} - \Lambda, \quad S^{i} = \frac{\partial \Lambda}{\partial q_{i}} \dot{q}.$$
(5.7)

Уравнения (5.7) используются в настоящей работе для получения плотности и потока акустической энергии для звуковых волн в завихренных потоках.

6. УРАВНЕНИЕ БАЛАНСА АКУСТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ В ЗАВИХРЕННОМ ТЕЧЕНИИ

Воспользуемся выражениями (5.7) для того, чтобы записать локальный баланс энергии через первые вариации для системы с лагранжианом (3.1). Подставляя (3.1) в (5.7), получим выражения плотности и потока энергии, не содержащие вторых вариаций,

$$E = \frac{1}{2}\rho_0 \frac{\partial \mathbf{\eta}}{\partial t} (\mathbf{\eta} \times \mathbf{\Omega}_0) + \frac{1}{2}(\rho_0 \mathbf{v} + \rho \mathbf{V}_0) \nabla \mathbf{\phi} - - \frac{1}{2}\rho \frac{\partial \mathbf{\phi}}{\partial t} + \frac{1}{2}\nabla (\rho_0 \mathbf{\eta} \Phi),$$

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2}\rho_0 \mathbf{V}_0 \left(\frac{\partial \mathbf{\eta}}{\partial t} (\mathbf{\eta} \times \mathbf{\Omega}_0)\right) - - (\rho_0 \mathbf{v} + \rho \mathbf{V}_0) \frac{\partial \mathbf{\phi}}{\partial t} - \rho_0 \mathbf{\eta} \frac{\partial \Phi}{\partial t}.$$
(6.1)
(6.2)

Выражения (6.1) и (6.2) зависят от выбора калибровочной функции Ф. В частности, если в уравнениях (2.11), (2.14), (2.15), описывающих динамику возмущений, выбрана калибровка $\Phi = 0$, то эти выражения приводятся к виду

$$E = \frac{1}{2}\rho_0 \frac{\partial \mathbf{\eta}}{\partial t} (\mathbf{\eta} \times \mathbf{\Omega}_0) +$$

$$+ \frac{1}{2}(\rho_0 \mathbf{v} + \rho \mathbf{V}_0) \nabla \boldsymbol{\varphi} - \frac{1}{2}\rho \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}}{\partial t},$$

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2}\rho_0 \mathbf{V}_0 \left(\frac{\partial \mathbf{\eta}}{\partial t} (\mathbf{\eta} \times \mathbf{\Omega}_0)\right) -$$

$$- (\rho_0 \mathbf{v} + \rho \mathbf{V}_0) \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}}{\partial t}.$$
(6.3)

В частности, для случая потенциального потока выражения (6.3) и (6.4) имеют вид

$$E = \frac{1}{2}\rho_0 \left(\nabla\varphi\right)^2 + \frac{1}{2}\rho \mathbf{V}_0 \nabla\varphi - \frac{1}{2}\rho \frac{\partial\varphi}{\partial t}, \qquad (6.5)$$

$$\mathbf{S} = -\rho_0 \nabla \varphi \frac{\partial \varphi}{\partial t} - \rho \mathbf{V}_0 \frac{\partial \varphi}{\partial t}.$$
 (6.6)

Уравнения (6.5) и (6.6) соответствуют выражениям, впервые полученным в работе [33], а также Блохинцевым для случая коротких волн [32]. Полный вывод этих выражений можно найти в [36].

В случае отсутствия среднего течения выражения (6.3) и (6.4) сводятся к хорошо известным выражениям для акустической энергии и ее потоку в покоящейся среде [32]:

$$E = \frac{1}{2}\rho_0 v^2 + \frac{1}{2\rho_0 c_0^2} p^2, \qquad (6.7)$$

$$\mathbf{S} = p\mathbf{v},\tag{6.8}$$

где *p* – возмущение давления.

Как было отмечено выше, неоднозначность определения плотности и потока энергии позволяет по-разному выразить эти величины через первые вариации основных переменных. Таким образом, акустическая энергия и ее поток могут быть определены различным образом, при условии их согласованности через уравнение баланса (5.3). Действительно, используя преобразование $\hat{E} = E + \nabla \mathbf{W}, \hat{\mathbf{S}} = \mathbf{S} - \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial t}$, где \mathbf{W} – любая квадратичная функция первых вариаций переменных, мы получим другое представление акустической энергии, для которой так же, как и для исходного представления, выполняется уравнение локального энергетического баланса (5.3). В частности,

выбирая $\mathbf{W} = -\frac{1}{2}\rho_0 \boldsymbol{\varphi} \mathbf{v} - \frac{1}{2}\rho \boldsymbol{\varphi} \mathbf{V}_0$, из (6.3) и (6.4) получим выражения

$$\hat{E} = \frac{1}{2}\rho_0 \frac{\partial \mathbf{\eta}}{\partial t} (\mathbf{\eta} \times \mathbf{\Omega}_0) + \frac{1}{2} \left(\varphi \frac{\partial \rho}{\partial t} - \rho \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right), \quad (6.9)$$

$$\hat{\mathbf{S}} = \frac{1}{2} \rho_0 \mathbf{V}_0 \left(\frac{\partial \mathbf{\eta}}{\partial t} (\mathbf{\eta} \times \mathbf{\Omega}_0) \right) + \frac{1}{2} \mathbf{V}_0 \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \mathbf{\varphi} - \rho \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) + \frac{1}{2} \rho_0 \left(\varphi \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} - \mathbf{v} \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right).$$
(6.10)

Выражения (6.9), (6.10) для плотности и потока акустической энергии через переменные **η**, φ получены впервые. Представляется, что они обладают большим потенциалом в качестве инструмента энергетического анализа особенностей генерации звука в завихренном потоке. Преимуществом, в частности, является то, что выражение (6.9) для плотности энергии представляет собой сумму двух членов, $\hat{E} = \hat{E}_{vort} + \hat{E}_{ac}$, которые имеют ясный физический смысл. Первый из этих членов локализован по завихренности (этот член соответствует выражению для энергии возмущений течения несжимаемой жидкости [41]), а второй пропорционален возмущению плотности и, в соответствии с этим, обращается в ноль для несжимаемой жидкости. В свою очередь, в выражении для потока энергии (6.10) первые два члена представляют собой перенос энергии средним течением, а третий член для гармонических по времени колебаний в покоящейся среде дает средний по времени поток энергии $\langle \hat{\mathbf{S}} \rangle = \langle p \mathbf{v} \rangle$, что со-ответствует известному выражению для потока акустической энергии (6.8).

Проиллюстрируем возможности использования полученных выражений применительно к задаче излучения звука собственным колебанием локализованного вихревого течения при малых числах Маха $M = a \Omega_0/c$, где a – размер области вихревого течения, c – скорость звука. Будем полагать, что вихрь является акустически компактным звуковым источником, т.е. $ka \ll 1$, где $k = \omega/c$, ω – частота колебаний вихря, которая с учетом потери энергии на излучение может иметь комплексное значение. Для таких колебаний единственным параметром, который может меняться за счет потери энергии на излучение, является амплитуда колебаний.

Выделим область *А* радиуса $R \ge a$ и рассмотрим баланс энергии применительно к этой области. Оказывается, всегда можно выбрать размер этой области так, что средний поток энергии на ее границе будет определяться величиной $\langle p \mathbf{v} \rangle$, а интеграл энергии будет определяться только первым членом в (6.9). Действительно, примем ограничение на размер области *A*, полагая $1 \le kR \le (ka)^{-5}$. Считая, что вихревое течение имеет ненулевой квадрупольный момент, оценим звуковое поле на границе области как

$$\varphi = O\left(k^2 \frac{D}{R}\right) \exp\left(ikR\right) \exp\left(-\frac{\delta}{c}R\right), \quad (6.11)$$

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 67 № 1 2021

где D — величина квадрупольного момента, δ — инкремент (или декремент, в зависимости от знака энергии), связанный с потерей энергии колебаний вихря за счет акустического излучения [44]. Убывающий экспоненциальный множитель в (6.11) отражает тот факт, что амплитуда колебаний вихря со временем изменяется, а звуковая волна, пришедшая на границу области A, r = R в момент времени t, была излучена в момент t - R/c.

В дальней области величина для потока энергии (6.10) сводится к выражению $p\mathbf{v}$. Подставляя в это выражение звуковое поле (6.11), получим средний за период колебаний поток энергии через границу области A

$$S_{R} = \oint \left\langle \hat{\mathbf{S}} \right\rangle d\mathbf{s} = O\left(\rho_{0} c D^{2} k^{6}\right) \exp\left(-2\frac{\delta}{c} R\right). \quad (6.12)$$

Интеграл энергии в соответствии с (6.9) содержит в себе два слагаемых. Первое слагаемое представляет собой энергию вихревого течения, которая при малых числах Маха может быть вычислена в приближении несжимаемой жидкости и которую можно оценить, как $\int \hat{E}_{vort} d\mathbf{r} = O(\rho_0 a^{-5} D^2)$. Второе слагаемое связано с акустическими возмущениями. Для звукового поля (6.11) вклад этих возмущений в интеграл энергии составляет $\int \hat{E}_{ac} d\mathbf{r} = O(\rho_0 k^6 D^2) \int_0^R \exp(-2\frac{\delta}{c}r) dr$. При малых значениях инкремента, $\delta \ll c/R$ отсюда следует $\int \hat{E}_{ac} d\mathbf{r} = O(\rho_0 k^6 D^2 R)$, то есть энергия звуковой волны, находящейся внутри области А, растет линейно с увеличением размера области *R*. Поскольку $kR \ll (ka)^{-5}$, то легко убедиться, что основной вклал в энергию возмушений. заключенных в области А, вносит вихревая составляющая, т.е. $E_R = \int \hat{E}_{vort} d\mathbf{r} = O(\rho_0 a^{-5} D^2)$, а вкладом звуковой волны в энергию можно пренебречь.

Применяя уравнение энергетического баланса $\frac{dE_R}{dt} + S_R = 0$ к области *A* и учитывая квадратичную зависимость обоих членов от амплитуды, можно оценить величину инкремента (декремента) вихревых колебаний, связанного с акустическим излучением $\delta/\omega = O(k^5 a^5)$. Таким образом, полученные в работе выражения для плотности и потока энергии позволяют сравнительно просто получить важные характеристики процессов, в которых реализуется связь акустической и вихревой моды.

Приведенные оценки подтверждают интуитивно понятное предположение, используемое в [44], что при малом числе Маха поток акустической энергии, вычисленный по известному выра-

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 67 № 1 2021

жению *pv* на основании теории Лайтхилла, и несжимаемая энергия возмущений вихря с медленно меняющейся амплитудой колебаний связаны уравнением энергетического баланса.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе дано описание изэнтропических возмущений течений сжимаемого идеального газа в рамках формализма лагранжевой механики. Предложенный подход позволяет записать уравнение баланса акустической энергии через первые вариации поля смещения **п** и потенциала скорости ф. Полученные результаты могут быть использованы для анализа фундаментальных задач аэроакустики, в том числе, связанных с излучением и рассеянием звука локализованными вихрями, и вихрями в присутствии границ, распространением звуковых волн в неоднородных каналах с течением. генерацией и распространением акустических возмущений в сдвиговых течениях. Кроме того, привлечение развитых методов лагранжевой механики полевых систем может дать новый взгляд на проблемы аэродинамической генерации шума и способствовать их решению.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Lighthill M.I. On sound generated aerodynamically. II. Turbulence as a source of sound // Proc. R. Soc. 1952. V. A222. № 1148. P. 1–32.
- Powell A. Theory of vortex sound // J. Acoust. Soc. Am. 1964 V. 36. P. 177–195.
- Goldstein M.E. A Generalized Acoustic Analogy // J. Fluid Mech. 2003. V. 488. P. 315–333.
- 4. *Yates J.E.* Application of the Bernoulli Enthalpy Concept to the Study of Vortex Noise and Jet Impingement Noise // NASA CR 2987, 1978. 81 p.
- Howe M.S. Contributions to the theory of aerodynamic sound, with application to excess jet noise and the theory of flutte // J. Fluid Mech. 1975. V. 71. P. 625–673.
- Moring W. Modelling low Mach number noise // in: Mechanics of Sound Generation in Flows. Ed. Miiller E.-A. Springer, Berlin, 1979. P. 85–96.
- 7. Леонтьев Е.А., Мунин А.Г. Некоторые проблемы аэроакустики // В сб.: Современные проблемы аэромеханики. М.: Машиностроение, 1987. С. 138–153.
- 8. Гончаров В.П., Павлов В.И. Гамильтоновая вихревая и волновая динамика. М.: ГЕОС, 2008. 431 с.
- Захаров В.Е., Кузнецов Е.А. Гамильтоновский формализм для нелинейных волн // УФН. 1997. Т. 167. № 11. С. 1137–1167.
- 10. Ильгисонис В.И. Лагранжева гидродинамика. М.: Изд-во МГУ, 2010. 96 с.
- Morrison P.J. Hamiltonian description of the ideal fluid // Review of Modern Physics. 1998. V. 70. № 2. P. 467– 521.
- 12. *Salmon R*. Hamiltonian fluid mechanics // Ann. Rev. Fluid Mech. 1988. V. 20. P. 225–256.

- 13. Копьев В.Ф., Чернышев С.А. Развитие методов лагранжевой и гамильтоновой механики применительно к задачам аэроакустики // Акуст. журн. 2018. Т. 64. № 6. С. 677–688.
- 14. Crow S.C. Aerodynamic sound emission as a singular perturbation problem // Studies in Applied Mathematics. 1970. V. 49. № 1. P. 21–44.
- 15. Кольев В.Ф., Чернышев С.А. О разложения звукового поля по числу Маха в проблеме генерации звука локализованными вихрями // Акуст. журн. 1995. Т. 41. № 4. С. 622–627.
- 16. *Chandrasekhar S.* Ellipsoidal Figures of Equilibrium. New Heaven, Conn., Yale Univ. Press, 1969.
- 17. Drazin P.G., Reid W.H. Hydrodynamic Stability. Cambridge: Cambridge University Press, 1981.
- Galbrun H. Propagation d'une Onde Sonore dans l'Atmosphère Terrestre et Théorie des Zones de Silence, Paris: Gauthier-Villars, 1931. 352 p.
- 19. *Brazier J.P.* Acoustic Energy for Sheared Flows // AIAA Paper. 2010. AIAA–2010–3862.
- Peyret C., Elias G. Finite-element method to study harmonic aeroacoustics problems // J. Acoust. Soc. Am. 2001. V. 110. № 2. P. 661–668.
- Godin O.A. Reciprocity and energy theorems for waves in a compressible inhomogeneous moving fluid // Wave Motion. 1997. V. 25. P. 143–167.
- 22. *Treyssede F., Gabard G., Ben Tahar M.* A mixed finite element method for acoustic wave propagation in moving fluids based on an Eulerian-Lagrangian description // J. Acoust. Soc. Am. 2003. V. 113. № 2. P. 705–716.
- 23. *Goldstein M.E.* Unsteady vortical and entropic distortions of potential flows round arbitrary obstacles // J. Fluid Mech. 1978. V. 89. № 3. P. 433–468.
- Bergliaffa S.E.P., Hibberd K., Stone M., Visser M. Wave equation for sound in fluids with vorticity // Physica D. 2004. V. 191. P. 121–136.
- Mercier J.-F., Pagneuxy V. An iterative approach for Aeroacoustics in a non-potential-flow // AIAA Paper. 2013. AIAA–2013–2134.
- Hayes W.D. Conservation of action and modal wave action // Proc. R. Soc. 1970. V. A320. P. 187–208.
- Whitham G.B. Non-linear dispersive waves // Proc. R. Soc. 1965. V. A283. P. 238–261.
- Bretherton F.B., Garrett C.I.R. Wavetrains in inhomogeneous moving media // Proc. R. Soc. 1968. V. A302. P. 529–554.

- Andrews D.G., McInyre M.E. On wave-action and its relatives // J. Fluid Mech. 1978. V. 89. № 4. P. 647– 664.
- Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. М.: Наука, 1988. 512 с.
- Морс Ф.М., Фешбах Г. Методы теоретической физики. Т. 1. М.: ИЛ, 1958. 931 с.
- 32. *Блохинцев Д.И*. Акустика неоднородной движущейся среды. М.–Л.: Гостехиздат, 1946. 220 с.
- Чернов Л.А. Плотность и поток акустической энергии в движущейся среде // ЖТФ. 1946. Т. 16. № 6. С. 733–736.
- Cantrell R.H., Hart R.W. Interaction between sound and flow in acoustic cavities: mass, momentum and energy consideration // J. Acoust. Soc. Am. 1964. V. 36. № 4. P. 697–706.
- 35. *Moring W.* Energy flux in duct flow // J. Sound Vibr. 1971. V. 18. P. 101–109.
- Голдстейн М.Е. Аэроакустика. М.: Машиностроение, 1981. 294 с.
- 37. *Фридман А.А.* Опыт гидромеханики сжимаемой жидкости. М.–Л.: Гостехиздат, 1934. 367 с.
- *Милн-Томсон Л.М.* Теоретическая гидродинамика. М.: Мир, 1964.
- 39. *Арнольд В.И*. Вариационный принцип для трехмерных стационарных течений идеальной жидкости // ПММ. 1965. Т. 29. № 5. С. 846–851.
- 40. *Moffatt H.K.* Structure and stability of solutions of the Euler equations: A Lagrangian approach // Philos. Trans. R. Soc. London. Ser. 1990. V. 333. № 1631. P. 321–342.
- 41. *Кольев В.Ф., Чернышев С.А.* Колебания вихревого кольца, возникновение в нем турбулентности и генерации звука // УФН. 2000. Т. 170. № 7. С. 713–742.
- 42. Кольев В.Ф., Чернышев С.А., Юдин М.А. Развитие начальных возмущений в задаче о движении цилиндра, обтекаемого циркуляционным потоком // Известия РАН МЖГ. 2019. № 6. С. 75–83.
- 43. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
- 44. *Копьев В.Ф., Леонтьев Е.А.* Некоторые замечания к теории Лайтхилла в связи с излучением звука компактными вихрями // Акуст. журн. 1986. Т. 32. № 2. С. 184–189.

ОБРАБОТКА АКУСТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ. КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 534.143;550.344.56

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НИЗКОЧАСТОТНЫХ ШУМОВ В ПАССИВНОЙ СЕЙСМОАКУСТИЧЕСКОЙ ТОМОГРАФИИ ДНА ОКЕАНА

© 2021 г. С. А. Тихоцкий^{а, b}, Д. А. Преснов^{а, *}, А. Л. Собисевич^а, А. С. Шуруп^{а, с}

^аИнститут физики Земли им. О.Ю. Шмидта Российской академии наук, ул. Большая Грузинская 10, стр. 1, Москва, 123995 Россия ^bМосковский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), Институтский пер. 9, Долгопрудный, 141701 Россия ^cМосковский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, Ленинские горы, ГСП-1, Москва, 119991 Россия *e-mail: presnov@physics.msu.ru Поступила в редакцию 20.08.2020 г. После доработки 20.08.2020 г. Принята к публикации 08.09.2020 г.

Исследуется возможность использования фонового сейсмоакустического шума, сформированного на дне океана поверхностными волнами типа Шолте, для изучения структуры геофизической среды методами пассивной сейсмоакустической томографии. Приводятся результаты реконструкции глубинного строения района Гавайских островов на основе обработки экспериментальных данных, полученных сетью донных широкополосных сейсмических станций. Решение обратной задачи состоит из двух этапов. Сначала оцениваются дисперсионные зависимости фазовых и групповых скоростей поверхностных волн на основе анализа функции взаимной корреляции фонового шума между различными парами донных сейсмоприемников. На втором этапе решается задача инверсии оцененных дисперсионных кривых в вертикально-слоистую упругую модель литосферы. Сопоставление результатов инверсии с известными скоростными моделями района Гавайских островов демонстрирует достоверность оценок, получаемых с помощью обсуждаемого пассивного подхода. Полученные результаты также указывают на возможность сокращения времени сбора данных в ходе проведения натурного эксперимента по сравнению с методами, использующими сигналы от землетрясений, которые должны озвучить исследуемую область с различных направлений.

Ключевые слова: пассивная сейсмоакустическая томография, оценка акустических характеристик дна океана, донные сейсмические станции, сейсмоакустический шум, поверхностные волны, слоистая среда

DOI: 10.31857/S0320791921010056

введение

Использование естественного шума в качестве источника информации о строении среды является перспективным методом как в сейсмологических [1, 2], так и в океанологических исследованиях [3, 4]. Наличие фонового сейсмоакустического сигнала позволяет отказаться от использования в измерениях дорогостоящих низкочастотных излучателей, что приводит к существенному снижению стоимости эксперимента. Физической основой пассивных (то есть не требующих использования специального активного источника) методов является возможность оценки характеристик функции Грина среды из взаимно-корреляционной функции шума, зарегистрированного в двух разнесенных в пространстве точках, при достаточно продолжительном времени его накопления. В настоящее время такая возможность хорошо известна и подтверждена как в рамках теоретических рассмотрений [5-7], так и экспериментально [8-10]. Основным ограничением практического применения пассивных методов в гидроакустических приложениях является время накопления шума, которое требуется для получения достоверных оценок. В зависимости от расстояний между точками регистрации шумов, пространственной анизотропии шумового поля, технических характеристик приемной системы и других условий, время накопления может достигать нескольких часов, дней и даже недель, что делает в этих случаях невозможным применение пассивных методов для мониторинга быстро протекающих процессов в океане. Если в гидроакустике пассивные методы все еще далеки от реализации своего потенциала, то в геофизических приложениях пассивные методы (называемые также шумовой интерферометрией) уже зарекомендовали себя в сейсмоакустических исследованиях Земли [11]. Основное преимущество использования шумовой интерферометрии в геофизике по сравнению с океанологией заключается в том, что геофизическая среда существенно более стационарная, чем океан.

При измерениях на суше принимаемый сейсмоакустический сигнал сформирован в основном микросейсмическим шумом, происхождение которого связано с удаленными возмущениями в атмосфере и океане, а также с наличием землетрясений. При этом на большие расстояния, изза более слабого геометрического расхождения, распространяются в основном низкочастотные поверхностные волны типа Рэлея и Лява [12]. Энергия поверхностной волны локализована вблизи поверхности, а амплитуда экспоненциально убывает при удалении от границы пропорционально длине волны [13], что позволяет, рассматривая различные частотные диапазоны, получать информацию о среде распространения на различной глубине, то есть о вертикальной структуре слоистой Земли. Это фундаментальное свойство привело к широкому применению волн Рэлея в активных и пассивных геофизических исследованиях различного масштаба с глубиной зондирования от десятков метров [14] до нескольких сотен километров [13].

Если на суше методы пассивной сейсмоакустической томографии себя уже зарекомендовали, то применение их для глубинного зондирования дна океана является достаточно новой, еще до конца не изученной задачей. На сегодняшний день, к общепринятым методам изучения строения дна на акваториях относятся морские модификации метода отраженных волн и метода преломленных волн [15], прием излучаемого сигнала в которых осуществляется обычно при помощи буксируемой судном линейной цепочки гидрофонов. Известны работы по развитию методов когерентной сейсмоакустики [16], позволяющие снизить уровни излучаемых сигналов, т.е. уменьшить стоимость проведения эксперимента за счет снижения цены источника и затрат на его энергообеспечение. а также уменьшить воздействие низкочастотного звука большой интенсивности на морских млекопитающих, для которых он представляет серьезную угрозу. Кроме этого, восстановление приповерхностных характеристик дна возможно гидроакустическими методами [17, 18]. Одним из недостатков данного класса исследований является невозможность регистрации поперечной волны, несущей важную информацию о модуле сдвига среды. В связи с этим, в последние десятилетия набирает популярность применение донных сейсмических станций (осеап bottom seismograph - OBS), предназначенных для измерения как трех компонент колебательной

скорости, так и акустического давления [19]. В России подобные донные сети сейсмических станций применяются для мониторинга сейсмичности в районе ответственных морских объектов [20]. Донные сейсмические станции позволяют использовать при изучении строения среды поперечные и донные поверхностные волны, генерируемые в морском дне специализированными излучателями и землетрясениями. Возможности и ограничения пассивной сейсмоакустической томографии глубинных структур дна, использующей одиночные донные станции, в настоящее время мало изучены.

Целью данной работы является исследование возможности использования фонового сейсмоакустического шума, формируемого на дне океана и регистрируемого донными станциями, для решения задачи восстановления характеристик океанической литосферы. В связи с этим на первый план выходит анализ поверхностной волны Шолте, распространяющейся вдоль границы водной толщи и дна океана (иногда называемой также волной Стоунли [21]). Скорость этой волны, по аналогии с рэлеевской волной, так же зависит от параметров среды, расположенной на глубине порядка длины волны, и позволяет оценивать характеристики геологических структур слоистого дна [22, 23]. В дальнейшем в качестве упругих параметров слоев, подлежащих оценке, будут рассматриваться скорости поперечных V_s и продольных V_p волн, которые связаны с модулем объемного сжатия К, модулем сдвига μ и плотностью ρ стандартными соотношениями: $V_p = \sqrt{(K + 4\mu/3)/\rho}$, $V_s = \sqrt{\mu/\rho}$.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ

С использованием площадных сетей донных океанических сейсмометров на сегодняшний день выполнено более десятка экспериментов в разных уголках земного шара. Для исследования возможностей рассматриваемого в настоящей работе подхода были выбраны данные эксперимента, проведенного в центральной части Тихого океана в районе Гавайского архипелага ("Plume Lithosphere Undersea Melt – PLUME") [24, 25], Измерительная система состояла из более семидесяти автономных донных станций, покрывающих территорию порядка 1 млн кв. км (рис. 1). Целью эксперимента было изучение строения литосферы и магматического плюма под гавайским поднятием на основе записей землетрясений, сигналы от которых проходили через исследуемую область. Для этой цели использовались сигналы от 164 крупных сейсмических событий с магнитудой выше 6, произошедших в течение двух лет. Необходимость регистрации большого
количества землетрясений, сигналы от которых используются для томографического восстановления параметров среды, являлась одним из факторов, потребовавшим столь продолжительного времени проведения эксперимента. Ниже показано, что при использовании шумовой интерферометрии время накопления шумового сигнала, то есть время проведения эксперимента, может составлять несколько месяцев. Тем самым оказывается возможным заметное сокращение времени проведения экспериментальных работ по сравнению с методами, использующими сигналы от землетрясений, которые должны озвучить исследуемую область с различных направлений.

Для позиционирования сейсмостанций на дне с приемлемой точностью (глубина в некоторых местах достигала 5 км и более) использовались глубоководные управляемые аппараты, что позволило определить координаты измерительных точек с точностью до нескольких десятков метров.

Каждая донная сейсмостанция содержала регистратор с 24-разрядным шестиканальным АЦП, часы точного хода с цифровой температурной компенсацией (<5 мс/день), трехкомпонентный широкополосный сейсмометр, блок литиевых аккумуляторов, приемник и передатчик гидроакустических сигналов, а также специальную систему для установки прибора на дно по горизонтальному уровню, включающая карданный подвес в самом датчике. Вся электроника и другие хрупкие элементы помещались в стеклянные шары, для обеспечения защиты от высокого давления на большой глубине. При размыкании акустического замка сейсмометр, регистратор с данными и система связи поднимались на поверхность.

При анализе характеристик шумового сигнала для решения задач настоящей работы важным фактором является точная временная синхронизация всех измерительных точек. При первичной обработке данных, временной лаг на различных пунктах наблюдения определялся путем анализа времен прихода сейсмических сигналов от нескольких мощных землетрясений, координаты которых считались известными. Учитывая то, что температура вблизи дна океана является достаточно стабильной, временной сдвиг оказался меньше 1.5 с/год.

В результате тщательной проверки было отобрано 46 из 62 донных станций, которые предоставили качественные данные за достаточно длительный период времени. Отбраковка выполнялась по нескольким причинам, среди которых — повреждение электронной регистрирующей аппаратуры, некорректная установка прибора относительно горизонтального уровня, "пропуски" во временных рядах, высокий уровень шумов, превышение динамического диапа-



Рис. 1. Расположение донных сейсмических станции эксперимента PLUME вблизи о. Гавайи в Тихом океане: черные точки указывают расположение станций в 2005, белые точки – в 2006 году.

зона. На данном этапе исследования использовались только сигналы с вертикального канала колебательной скорости, которые в основном сформированы волнами рэлеевского типа. Эксперимент проходил в два этапа — в 2005 году использовалась группа из $N_1 = 22$ приемников с апертурой 500 км (черные точки на рис. 1), в 2006 году группа из $N_2 = 24$ с апертурой 1000 км (белые точки на рис. 1). Расстояния между конкретными парами изменялись в достаточно широком диапазоне от 50 до 1500 км, средняя глубина океана в местах установки станций составляла 5.2 км.

ОЦЕНКА ДИСПЕРСИОННЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ ФАЗОВОЙ И ГРУППОВОЙ СКОРОСТЕЙ ВОЛНЫ ШОЛТЕ ПО ШУМОВЫМ ДАННЫМ

На первом этапе решалась задача оценки времен $\tau_i(f_j)$ распространения поверхностных волн между различными *i*-ыми парами донных станций (*i* = 1,...*I*) на основе анализа корреляционных функций шумов в различных достаточно узкополосных частотных диапазонах, характеризуемых центральными частотами f_j . Временная задержка, соответствующая максимуму производной корреляционной функции шума, дает оценку времени распространения сигнала между рассматриваемой парой станций [7, 10]. Для известных расстояний d_i между *i*-ыми парами станций получаемые времена $\tau_i(f_j)$ позволяют, в свою очередь, оценить дисперсионные зависимости групповых скоростей волн Шолте: $v_i(f_i) = d_i/\tau_i(f_i)$. Средняя по рассматриваемому региону дисперсионная зависимость групповой скорости оценивается простым усреднением по всем парам сейсмоприемников:

$$v(f_j) = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^{I} v_i(f_j).$$
 (1)

Одним из критериев достоверности получаемых оценок является наличие двух симметричных относительно нулевой временной задержки пиков корреляционной функции, соответствующих времени распространения донной поверхностной волны вдоль трассы между приемниками, как если бы источник возмущения находился в каждой из точек приема. В действительности сигнал, регистрируемый на дне океана, содержит помимо шумовой компоненты, сформированной поверхностной волной, другие сигналы, вызванные локализованными в пространстве источниками, самые интенсивные из которых это течения и землетрясения. Наличие заметных импульсных сигналов во временных рядах приводит к искажению взаимно-корреляционной функции, которая будет соответствовать не функции Грина, а функции конкретного мощного источника. В связи с этим, на первом этапе обработки данных требовалась разработка эффективных алгоритмов автоматизированной обработки временных рядов, которые позволят "обелить" всю используемую запись, то есть исключить влияние интенсивных локализованных источников.

Предварительная обработка временных рядов включала в себя учет передаточной функции датчика, полосовую фильтрацию, удаление среднего и линейного тренда. Выполненный спектральный анализ показал, что записи большинства донных сейсмических станций содержат интенсивные микросейсмические сигналы первого и второго рода с периодами 7.5 и 15 с [26], при этом основная энергия шума сосредоточена в области частот 0.1-0.4 Гц. Таким образом, регистрируемый на морском дне шумовой фон имеет сходные характеристики с сейсмическим шумом, формирующимся на суше, а значит, можно попытаться применить стандартные методы обработки, предложенные ранее в сейсмологии [27, 28]. Обработка имеющихся экспериментальных данных показала, что наиболее благоприятное влияние на результаты корреляционной обработки оказывают процедуры "нормализации" амплитуды сигнала и "обеления" спектра. Исходная запись на каждой из станций обрабатывалась отдельно - исходный временной ряд разбивался на суточные интервалы, а затем последовательно применялись две процедуры:

1. Амплитудная "нормализация", которая сводится к уменьшению влияния интенсивных локализованных событий (землетрясений). Так как на фоне шума событие не всегда может быть выделено при визуальной обработке, для уменьшения его влияния на взаимно корреляционную функцию применяется следующий алгоритм: модуль амплитуды фильтрованного в диапазоне частот 0.07–0.13 Гц суточного сигнала усредняется в бегущем временном окне, размером 70 с. Такое усреднение позволяет выделить временную область, в которой амплитуда события велика, и путем нормировки исходной – не фильтрованной записи получить сглаженный вид сейсмического сигнала.

2. "Обеление" спектра — приведение спектра нормализованной записи к виду, близкому к виду белого шума для избавления от резких узкополосных скачков амплитуды, вызванных, например, квазигармоническими сигналами. Для этого, после выполнения процедуры нормализации, амплитудный спектр суточной записи усредняется в бегущем спектральном окне шириной 0.005 Гц, а полученный в результате ряд используется для нормировки спектра сигнала, после чего выполняется обратное преобразование Фурье. Спектр итогового сигнала оказывается близким к спектру белого шума.

Таким образом, запись каждой из выбранных 46 станций разбивалась на части, соответствующие 24 ч и для каждого из этих временных рядов проводились две описанные выше процедуры. После этого вычислялись суточные взаимно-корреляционные функции шумовых сигналов для каждой из пар станций, которые затем усреднялись за весь рассматриваемый период. Исследование зависимости выходного отношения сигнал/помеха на выходе алгоритма рассматриваемой корреляционной обработки показало, что время накопления шумового сигнала, требуемого для получения корреляционных функций удовлетворительного вида, в рассматриваемом эксперименте составляет три месяца.

На рис. 2 изображены производные по времерассчитанных взаимно-корреляционных ΗИ функций, отсортированные в порядке увеличения расстояния между сейсмоприемниками. На рис. 2 видно, что большинство полученных функций симметричны относительно нулевой временной задержки, что указывает на корректность полученных оценок. Следует также отметить, что по времени пробега сигнала между парами приемников выделяются две волны – быстрая и медленная, распространяющиеся со скоростями близкими, соответственно, к скоростям волны Рэлея (распространяющейся вдоль границы упругого полупространства и вакуума на низких частотах) и волны Стоунли (распространяющейся вдоль границы упругого и жидкого полупространств на высоких частотах). Наблюдаемые волны соответствуют асимптотикам дисперсион-



Рис. 2. Производные по времени от взаимно-корреляционных функций фоновых шумов, зарегистрированных различными парами сейсмостанций, расположенных на расстояниях d друг от друга. Временные задержки τ , соответствующие максимумам изображенных функций, описывают времена распространений поверхностных волн между парами сейсмостанций во взаимно противоположных направлениях (положительные и отрицательные значения τ).

ной кривой групповой скорости донной поверхностной волны [29] (рис. 3).

На следующем этапе для более точного определения времен пробега и соответственно скоростей распространения, корреляционные функции усреднялись на положительном и отрицательном интервалах временных задержек. Полученные данные анализировались методами *f-k* анализа для оценки дисперсионной зависимости фазовой скорости, характеризующей средние значения фазовых скоростей поверхностных волн в исследуемом регионе в рассматриваемой полосе частот. В настоящей работе по причине неравномерного изменения расстояний между приемниками вместо более распространенного двумерного (в пространстве и времени) преобразования Фурье применялось τ -*p* преобразование или метод направленного суммирования [30], которое заключается в последовательном переборе фазовых скоростей из заданного интервала и суммирования сдвинутых фазовых частей спектра, в соответствии с формулой:

$$S(f,c) = \left| \sum_{i} \frac{\mathcal{F}_{i}(f)}{|\mathcal{F}_{i}(f)|} \exp\left(j\frac{2\pi f}{c}d_{i}\right) \right|, \qquad (2)$$

где f — частота, c — фазовая скорость, \mathcal{F}_i — Фурье преобразование взаимно-корреляционной функции для *i*-ой пары приемников, разнесенных на расстояние d_i , j — мнимая единица.

На рис. За, где темным цветом изображены большие амплитуды функции S(f, c), на сравнительно высоких частотах (при f > 0.1 Гц) отчетливо просматривается линия, соответствующая усредненной по исследуемой области дисперсионной зависимости фазовой скорости поверхностной волны. Наблюдаемая высокочастотная асимптотика соответствует медленной волне Стоунли, о чем упоминалось ранее (рис. 2). На высоких частотах поверхностная волна локализована вблизи раздела сред водный слой-дно и ее скорость оказывается практически одинаковой для различных *i*-ых пар сейсмоприемников. В итоге суммирование в (2) приводит к "когерентному" сложению корреляционных функций, что дает достаточно узкий (по значениям фазовых



Рис. 3. (а) — Результат обработки шумовых корреляционных функций методом *f*-*k* анализа и (б) — результаты численных расчетов при значениях параметров среды, ожидаемых в условиях эксперимента (на графике указаны скорости поперечных волн в упругом полупространстве в км/с). Сплошная белая линия в низкочастотной области на рисунке (а) изображает оцененную из экспериментальных данных дисперсионную зависимость фазовой скорости c(f).

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 67 № 1 2021

скоростей *c*) всплеск зависимости S(f,c) при больших значениях частоты f. В низкочастотной области на рис. За также наблюдается асимптотика, соответствующая быстрой волне, распространяющейся со скоростью волны Рэлея и наблюдавшейся ранее на рис. 2. В отличие от высокочастотного случая, в низкочастотной области $(f < 0.075 \ \Gamma_{\rm II})$ когерентного суммирования в (2) не получается, и на рис. За для низких частот fфункция S(f,c) оказывается "размазанной" вблизи средней дисперсионной кривой. Это означает, что на значительных глубинах (куда проникает низкочастотная поверхностная волна) характеристики дна заметно отличаются для различных направлений распространения между рассматриваемыми і-ыми парами сейсмоприемников. Действительно, наличие вулканических образований, расположенных под Гавайскими островами, приводит к тому, что скорость распространения низкочастотных поверхностных волн вдоль различных траекторий может существенно отличаться, причем не только в зависимости от выбора пары сейсмоприемников, но и от выбора частоты, т.е. от глубины зондирования. Наблюдаемый различный характер зависимости фазовой скорости поверхностной волны от частоты для различных направлений ее распространения через исследуемую область указывает на принципиальную возможность построения пассивной схемы сейсмоакустической томографии для оценки трехмерной скоростной модели дна океана в рассматриваемой низкочастотной области. В настоящей работе в качестве первого шага проводимых исследований осуществляется восстановление среднего для рассматриваемого региона скоростного профиля дна океана, который на следующем шаге будет использоваться в качестве фонового при решении обратной задачи восстановления уже трехмерных возмущений скорости среды относительно этого фона.

На рис. Зб приведены результаты численного расчета дисперсионных зависимостей поверхностной волны, распространяющейся вдоль границы однородного жидкого слоя и однородного упругого полупространства на основе известного дисперсионного уравнения [31], для параметров модели, близких к условиям проведения эксперимента: толщина водного слоя 5200 м, скорость в водном слое 1.5 км/с, скорости продольных и поперечных волн в полупространстве выбирались равными 8.1 и 4.7 км/с (рис. 3б, темно-серая кривая); 7.8 и 4.5 км/с (рис. 3б, черная кривая), а также 7.4 и 4.3 км/с (рис. 3б, светло-серая кривая). Как видно на рис. 36, в рассматриваемой упрощенной модели удается наблюдать основные закономерности, полученные из экспериментальных данных: присутствие низкочастотной и высокочастотной асимптотик, первая из которых

наиболее чувствительна к изменению характеристик упругого полупространства. Можно также выделить полосу 0.02–0.07 Гц, где дисперсия зависит преимущественно от параметров полупространства; именно этот частотный диапазон будет использоваться далее для восстановления строения литосферы под океаном.

На рис. За в области частот 0.02-0.07 Гц белым цветом нанесена кривая, характеризующая среднюю для рассматриваемого региона дисперсионную зависимость фазовой скорости c(f), которая оценивалась на основе выделения и последующей интерполяции максимумов функции S(f,c) в заданной полосе частот.

Для оценки средней по рассматриваемому региону дисперсионной зависимости групповой скорости $v(f_i)$ (1) взаимно-корреляционная функция подвергалась спектрально-временному анализу. Для каждой пары станций вычислялась производная корреляционной функции по времени, которая затем пропускалась через набор узкополосных фильтров, ширина полосы пропускания которых Δf_i увеличивалась пропорционально квадратному корню из центральной частоты фильтра f_i . После этого определялась временная задержка, соответствующая максимуму огибающей профильтрованной корреляционной функции для каждой центральной частоты f_i . Эта временная задержка представляет собой оценку времени распространения сигнала. Далее, полагая расстояния между приемниками известными, рассчитывались групповые скорости, соответствующие разным f_i . После оценки групповых скоростей для различных пар сейсмоприемников, вычислялась средняя дисперсионная зависимость $v(f_i)$ (1) для всего региона. Результаты расчетов $v(f_i)$ приведены на рис. 4 (тонкая сплошная линия), где также изображены интервалы погрешностей в виде стандартных отклонений $\sqrt{\frac{1}{I-1}\sum_{i=1}^{I} |v(f_{j}) - v_{i}(f_{j})|^{2}}$. Для контроля до-стоверности получаемых результатов была проведена оценка $v(f_i)$ вторым независимым способом. Для этого рассматривалась дисперсия фазовой скорости c(f), полученная ранее из анализа S(f, c) (2). Используя связь между групповой v(f) и фазовой c(f) скоростями вида $v = c \left(1 - \frac{\omega}{c} \frac{dc}{d\omega}\right)^{-1}, \ \omega = 2\pi f,$

была получена оценка для $\hat{v}(f)$, изображенная на рис. 4 жирной сплошной линией. Как видно на рис. 4, обе оценки дисперсионной зависимости групповой скорости совпадают в пределах ошибки, что указывает на приемлемую точность получаемых оценок. В итоге, узкополосный анализ функции взаимной корреляции шумов, зарегистрированных одиночными донным сейсмоприемниками в рассматриваемом эксперименте, позволяет оценить дисперсионную кривую поверхностной волны Шолте для расстояний между приемниками вплоть до ≈ 900 км при времени накопления шумового сигнала ≈3 мес.

Полученные данные в виде дисперсии групповой v(f) и фазовой c(f) скоростей поверхностной волны являются исходными для решения обратной задачи восстановления среднего для рассматриваемого региона скоростного разреза дна океана.

РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ВОССТАНОВЛЕНИЯ УПРУГИХ ХАРАКТЕРИСТИК СЛОИСТОЙ СРЕДЫ

Наиболее эффективно дисперсия скорости поверхностной волны описывается в рамках модели слоисто-однородной упругой среды [32]. При наличии достаточно большого количества слоев, характеристическое уравнение будет иметь громоздкий вид, в связи с чем обычно среда моделируется численно, например, методом матричного пропагатора (или методом Томсона-Хаскелла) [33]. Для решения прямой задачи в настоящей работе использовался усовершенствованный алгоритм расчета дисперсионных кривых, предложенный в [34] и модифицированный соответствующим образом для учета наличия верхнего жидкого слоя – водной толщи океана. При решении обратной задачи необходимо ответить на вопрос об адекватной параметризации среды. В рассматриваемом случае неоднородная упругая среда описывается набором горизонтальных слоев, каждый из которых характеризуется скоростью продольных волн $V_p(z)$, скоростью поперечных волн $V_s(z)$, плотностью $\rho(z)$ и толщиной h(z). Как известно [12], скорость поверхностной волны на заданной частоте наиболее чувствительна к вариациям на соответствующей глубине именно параметра V_s , поэтому далее в расчетах скорость продольных волн будет приближенно выражаться через скорость поперечных $V_p \approx \sqrt{3}V_s$. Плотности внутри каждого слоя будут фиксированными и равными плотностям исходной модели среды. Для определения толщин слоев, параметры которых будут восстанавливаться при решении обратной задачи, представляет интерес изучение чувствительности фазовой c(f) и групповой v(f)скоростей поверхностной волны к вариациям параметров слоев, расположенных на различной глубине. С увеличением глубины разрешающая способность метода будет падать, поэтому для сокращения размерности пространства неизвестных при решении обратной задачи имеет смысл



Рис. 4. Усредненная по всем трассам распространения дисперсионная зависимость групповой скорости v(f) (тонкая сплошная линия), оцененная по временным задержкам, соответствующим максимумам огибающих, рассчитанных для производных по времени от шумовых корреляций (см. рис. 2). Толстая сплошная линия изображает оценку групповой скорости, рассчитанную из фазовой скорости c(f) (серая сплошная линия на рис. 3а).

увеличивать толщину слоев по мере увеличения глубины. Рассматриваемая задача исследования чувствительности метода сводится к численному

вычислению частных производных $\frac{\partial c}{\partial V_s}\Big|_{f,z}$ и $\frac{\partial v}{\partial V_s}\Big|_{f,z}$ на фиксированной частоте *f* и при фиксированной глубине слоя *z*. На рис. 5 изображены кривые чувствительности фазовой и групповой скоростей в зависимости от глубины слоя, в котором варьировалась скорость поперечных волн, при этом полагалось $\Delta V_s = \pm 0.1$ км/с. Для вычисления производных использовалась модель, состоящая из 200 слоев, равномерно распределенных по глубине с шагом 0.5 км, основанная на модели литосферы Тихого океана возрастом 52–110 млн лет, полученной в работе [35] по данным от многих землетрясений.

На рис. 5 видно, что чувствительность фазовой и групповой скоростей к параметрам среды различна, причем чувствительность групповой скорости может быть отрицательной, что означает что при увеличении скорости поперечных волн в соответствующем слое групповая скорость поверхностной волны уменьшается. Чем ниже частота поверхностной волны, тем глубже находятся слои, параметры которых влияют на ее скорость. Низкочастотные поверхностные волны зависят от параметров среды на большей глубине, при этом разрешение с глубиной уменьшается. Эти обстоятельства позволяют сократить пространство параметров, подлежащих оценке при



Рис. 5. Оценка чувствительности (а) – фазовой $\frac{\partial c}{\partial V_s}\Big|_{f,z}$ и (б) – групповой $\frac{\partial v}{\partial V_s}\Big|_{f,z}$ скоростей к вариациям скорости по-

перечных волн V_s в слоях, расположенных на различных глубинах z для 6 различных частот (значения частот в Гц изображены на графиках).

решении обратной задачи и описывать среду с использованием неравномерного распределения слоев по глубине. В рассматриваемом случае была выбрана модель среды, образованная 16 слоями, толщина которых изменялась от 2.5 км (вблизи границы водного слоя) до 15 км (на глубине 100 км).

Обратная задача решалась отдельно для фазовой c(f) и групповой v(f) скоростей, при этом процедуры инверсии совпадали. Далее, для сокращения объема работы, приводится описание алгоритма восстановления только для c(f). При решении обратной задачи минимизировалась невязка между экспериментально оцененной дисперсионной кривой и теоретической дисперсионной кривой, рассчитанной для выбранной мовертикально слоистой среды. Поиск лели минимума функционала невязки осуществлялся в соответствии со стандартной схемой [14]. Исследование показало, что в рассматриваемой полосе частот функционал невязки может иметь множество локальных минимумов, что требует наложения дополнительных априорных ограничений, которым должны удовлетворять получаемые решения. Для поиска минимума целевого функционала с ограничениями использовался алгоритм "внутренней точки" метода оптимизации [36]. В качестве начального приближения использовалась модель Тихого океана возрастом 52-110 млн лет [35], которая характеризовалась набором скоростей поперечных волн x_0 . При поиске приближенного решения уравнения вида $\|F(x) - u\| = 0$, где x – вектор искомых неизвестных, F(x) - функция, вычисляющая дисперсию

скорости поверхностной волны для заданной слоистой модели с параметрами x, u — экспериментально оцененная дисперсионная зависимость скорости поверхностной волны, накладывались дополнительные регуляризующие ограничения на значения элементов вектора x следующего вида:

$$\begin{cases} x_0 - a < x < x_0 + a, \\ -b \le Ax \le b. \end{cases}$$
(3)

Первое неравенство в (3) накладывает ограничение на максимальное отклонение восстанавливаемых неизвестных x от их фоновых значений x_0 . Второе условие в (3) применялось по аналогии с работой [37], где использовался тот факт, что параметры соседних слоев не должны сильно отличаться друг от друга; A — матрица дифференциального оператора первого порядка, а b — вектор, характеризующий меру гладкости модели. Для результатов инверсии, приводимых далее, значения параметров a и b выбирались равными 0.5 км/с и 0.008 с⁻¹, соответственно.

На рис. 6 тонкой черной линией показана исходная модель литосферы Тихого океана (зависимость скорости поперечных волн в слое от глубины) и результаты решения обратной задачи. Толстой черной линией изображен результат восстановления по данным в виде средней дисперсионной кривой фазовой скорости c(f), полученной из функции SL(f,c) (2). Толстой серой линией приведен результат восстановления, полученный на основе средней групповой скорости v(f), оцененной по временным задержкам, которые соответствуют максимумам огибающих, рас-



Рис. 6. Результаты решения обратной задачи восстановления профиля скорости поперечной волны $V_s(z)$ по данным в виде дисперсионных зависимостей фазовой (черная толстая линия) и групповой (толстая серая линия) скоростей поверхностных волн, оцененных из шумовых данных. Тонкими линиями изображены модели литосферы Тихого океана различного возраста по литературным источникам. На графике указан возраст соответствующей литосферы в млн лет.

считанных для производных по времени от шумовых корреляций. Также, на рис. 6 тонкими линиями изображены скоростные разрезы, построенные по другим известным моделям литосферы Тихого океана возраста 20–52 млн лет и более 110 млн лет [34]. На рис. 6 видно, что профили $V_s(z)$, восстановленные по оцененным из экспериментальных данных зависимостям c(f) и v(f), достаточно близки между собой, а также находятся в области ожидаемых значений скоростей, полученных ранее другими авторами [34].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные в работе результаты обработки экспериментальных данных подтверждают возможность использования низкочастотного фонового шума, зарегистрированного одиночными донными станциями, для целей пассивной сейсмоакустической томографии дна океана в региональном масштабе. Для района Гавайских островов, представляющего несомненный интерес в виду повышенной вулканической активности этого региона, подобные результаты, насколько известно авторам, получены впервые. Ранее методы шумовой интерферометрии применялись в этом регионе к обработке данных с наземных сейсмических станций [38]. В настоящей работе показано, что в диапазоне частот 0.02-0.2 Гц функция взаимной корреляции шумов, зарегистрированных донными сейсмоприемниками, расположенными на расстояниях вплоть до ≈900 км при времени накопления шумового сигнала ≈3 мес., позволяет оценить дисперсионные зависимости групповой v(f) и фазовой c(f) скоростей поверхностных волн в рассматриваемом регионе. Это означает, что время проведения пассивного мониторинга геофизической среды методами шумовой интерферометрии может быть существенно меньше времени, которое требуется лля накопления сигналов от землетрясений (в рассматриваемом эксперименте ≈1 года), т.к. в последнем случае приходится ожидать сейсмические события, сигналы от которых должны озвучить исследуемую область с разных направлений. Выделен диапазон частот 0.02-0.07 Гн. в котором регистрируемые поверхностные волны наиболее чувствительны к изменению характеристик дна океана в исследуемом регионе. Для этого диапазона частот оценены средние по исследуемой области дисперсионные зависимости групповой v(f) и фазовой c(f)скоростей. Полученные оценки v(f) и c(f) использовались для решения обратной задачи восстановления зависимости скорости поперечных волн $V_s(z)$ вплоть до глубин ≈ 100 км. Сравнение результатов инверсии v(f) и c(f) между собой, а также с известными моделями рассматриваемой области, указывают на приемлемую точность оценок, получаемых в рамках развиваемого подхода. Восстановленный средний для исследуемого региона скоростной профиль дна океана на следующем этапе проводимых исследований будет использоваться в качестве фонового при решении обратной задачи восстановления уже трехмерных возмущений скорости среды относительно этого фона.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-05-70034.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Яновская Т.Б., Лыскова Е.Л., Королева Т.Ю. Скоростное строение Карпатской зоны по данным шумовой поверхностно-волновой томографии // Физика Земли. 2014. № 5. С. 44.
- 2. Собисевич А.Л., Преснов Д.А., Собисевич Л.Е., Шуруп А.С. О локализации геологических отдельностей арктического шельфа на основе анализа модовой структуры сейсмоакустических полей // Докл. Акад. наук. 2018. Т. 479. № 1. С. 80–83.
- Brown M.G., Godin O.A., Williams N.J., Zabotin N.A., Zabotina L.Y., Banker G.J. Acoustic Green's function extraction from ambient noise in a coastal ocean environment // Geophys. Res. Lett. 2014. V. 41. № 15. P. 5555–5562.
- Сергеев С.Н., Шуруп А.С., Годин О.А., Веденев А.И., Гончаров В.В., Муханов П.Ю., Заботин Н.А., Brown М.G. Выделение акустических мод во Флоридском проливе методом шумовой интерферометрии // Акуст. журн. 2017. Т. 63. № 1. С. 73–83.

- 5. *Wapenaar K*. Retrieving the elastodynamic Green's function of an arbitrary inhomogeneous medium by cross correlation // Phys. Rev. Lett. 2004. V. 93. № 25. P. 254301–1–254301–4.
- 6. Weaver R.L., Lobkis O.I. Diffuse fields in open systems and the emergence of the Green's function // J. Acoust. Soc. Am. 2004. V. 116. № 5. P. 2731–2734.
- 7. *Буров В.А., Сергеев С.Н., Шуруп А.С.* Использование в пассивной томографии океана низкочастотных шумов // Акуст. журн. 2008. Т. 54. № 1. С. 51–61.
- Собисевич А.Л., Преснов Д.А., Собисевич Л.Е., Шуруп А.С. Исследование геогидроакустических полей – физическая основа мониторинга локальных неоднородностей и запасов углеводородов в Арктике // Известия РАН. Серия физическая. 2018. Т. 82. № 5. С. 565–571.
- Буров В.А., Гринюк А.В., Кравченко В.Н., Муханов П.Ю., Сергеев С.Н., Шуруп А.С. Выделение мод из шумового поля мелкого моря одиночными донными гидрофонами для целей пассивной томографии // Акуст. журн. 2014. Т. 60. № 6. С. 611–622.
- Гончаров В.В., Шуруп А.С., Годин О.А., Заботин Н.А., Веденев А.И., Сергеев С.Н., Brown М.G., Шатравин А.В. Томографическая инверсия измеренных функций взаимной корреляции шумов океана в мелкой воде с использованием лучевой теории // Акуст. журн. 2016. Т. 62. № 4. С. 431–411.
- 11. Wapenaar K., Draganov D., Robertsson J.O.A. Seismic Interferometry: History and Present Status, Geophysics Reprint Series № 26. Tulsa, Oklahoma: Society of Exploration Geophysics, 2008.
- 12. Яновская Т.Б. Поверхностно-волновая томография в сейсмологических исследованиях. СПб.: Наука, 2015.
- Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973.
- 14. Лу Л.-Ю., Жанг Б.-К. Нахождение слоя с малой скоростью сдвиговых волн рэлеевской волной с помощью генетического алгоритма // Акуст. журн. 2006. Т. 52. № 6. С. 811–824.
- Шерифф Р., Гелдарт Л. Сейсморазведка. Том 1: История, теория и получение данных. М.: Мир, 1987.
- 16. Калинина В.И., Смирнов И.П., Хилько А.И., Курин В.В., Хилько А.А. Восстановление параметров морского дна при когерентном сейсмоакустическом зондировании. III. Накопление сигналов и подавление шумов // Акуст. журн. 2019. Т. 65. № 1. С. 10–21.
- 17. Буров В.А., Сергеев С.Н., Шуруп А.С., Щербина А.В. Томографическое восстановление характеристик дна мелкого моря // Акуст. журн. 2015. Т. 61. № 5. С. 583–595.
- Григорьев В.А., Петников В.Г., Росляков А.Г., Терехина Я.Е. Распространение звука в мелком море с неоднородным газонасыщенным дном // Акуст. журн. 2018. Т. 64. № 3. С. 342–358.
- http://www.obsip.org/instruments/long-period/whoi/ specifications/
- Левченко Д.Г., Леденев В.В., Ильин И.А., Парамонов А.А. Длительный сейсмологический мониторинг морского дна с использованием автономных донных станций // Сейсмические приборы. 2009. Т. 45. № 1. С. 5–22.
- Петухов Ю.В., Разин А.В., Собисевич А.Л., Куликов В.И. Сейсмоакустические и акустико-гравитационные волны в слоистых средах. М.: ИФЗ РАН, 2013.

- Лапин А.Д. Определение параметров грунта по дисперсионной кривой поверхностной волны // Акуст. журн. 1993. Т. 39. № 1. С. 181–183.
- 23. Акопова С.С., Бирюков Е.А., Григорьев А.Г., Тихоцкий С.А., Шур Д.Ю. Экспериментальное исследование возможности использования поверхностной волны Шолте для изучения строения верхней части разреза на акваториях // Вопросы инженерной сейсмологии. 2016. Т. 43. № 4. С. 77–86.
- Laske G., Collins J.A., Wolfe C.J., Solomon S.C., Detrick R.S., Orcutt J.A., Bercovici D., Hauri E.H. Probing the Hawaiian hot spot with new ocean bottom instruments // EOS Trans. AGU. 2009. № 90. P. 362–363.
- 25. http://www.fdsn.org/networks/detail/YS 2004/
- Longuet-Higgins M.S. A theory of the origin of microseisms // Philos. Trans. R. Soc. Lond. Ser. Math. Phys. Sci. 1950. V. 243(857). P. 1–35.
- Bensen G.D., Ritzwoller M.H., Barmin M.P., Levshin A.L., Lin F., Moschetti M.P., Shapiro N.M., Yang Y. Processing seismic ambient noise data to obtain reliable broadband surface wave dispersion measurements // Geophys. J. Int. 2007. V. 169. P. 1239–1260.
- Королева Т.Ю., Яновская Т.Б., Патрушева С.С. Использование сейсмического шума для определения структуры верхней толщи Земли // Физика Земли. 2009. № 5. С. 3–14.
- Преснов Д.А., Жостков Р.А., Гусев В.А., Шуруп А.С. Дисперсионные зависимости упругих волн в покрытом льдом мелком море // Акуст. журн. 2014. Т. 60. № 4. С. 426-436.
- Клаербоут Д.Ф. Сейсмическое изображение земных недр. М.: Недра, 1989.
- 31. Викторов И.А. Звуковые поверхностные волны в твердых телах. М.: Наука, 1981.
- Кейлис-Борок В.И. (под ред.) Поверхностные сейсмические волны в горизонтально-неоднородной Земле. М.: Наука, 1988.
- 33. Аки К., Ричардс П. Количественная сейсмология: теории и методы Том 1. М.: Мир, 1983.
- Buchen P.W., Ben-Hador R. Free-mode surface-wave computations // Geophys. J. Int. 1996. V. 124. P. 869– 887.
- 35. *Nishimura C.E., Forsyth D.W.* The anisotropic structure of the upper mantle in the Pacific // Geophys. J. Int. 1989. № 96. P. 203–229.
- 36. *Byrd R.H., Gilbert J.C., Nocedal J.* A trust region method based on interior point techniques for nonlinear programming // Mathematical Programming. 2000. V. 89. № 1. P. 149–185.
- 37. Constable S.C., Parker R.L., Constable C.G. Occam's inversion: a practical algorithm for generating smooth models from electromagnetic sounding data // Geo-physics. 1987. V. 52. № 3. P. 289–300.
- 38. Ballmer S., Wolfe C.J., Okubo P.G., Haney M.M., Thurber C.H. Ambient seismic noise interferometry in Hawai'i reveals long-range observability of volcanic tremor // Geophys. J. Int. 2013. V. 194. № 1. P. 512– 523.

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 67 № 1 2021