СОДЕРЖАНИЕ

Том 47, номер 11, 2021

2

TRGB-расстояния до галактик на основе снимков космического телескопа Хаббла (HST) в одном фильтре F814W	
Н. А. Тихонов	747
Транзиент AT2018cow: сценарий с экваториальным диском	
Е. М. Урвачев, С. И. Блинников, К. Номото	765
Исследование влияния фоновой нейтральной компоненты на динамику оболочки в остатках сверхновых	
Ю. С. Шарова, С. И. Глазырин, В. А. Гасилов	773
Орбиты визуально-двойных звезд каталога П. Куто, определенные с учетом данных GAIA DR2 И GAIA EDR3	
А. Э. Киссер, В. Г. Кречет	782
Гидродинамическая модель затухания радиальных пульсаций RU Cam	
Ю. А. Фадеев	793
Эволюция хаотических зон планет в планетезимальных дисках	
Т. В. Демидова, И. И. Шевченко	800
К вопросу об определении астроцентрических координат в планетной задаче	
Д. В. Микрюков	812

ТRGB-РАССТОЯНИЯ ДО ГАЛАКТИК НА ОСНОВЕ СНИМКОВ КОСМИЧЕСКОГО ТЕЛЕСКОПА ХАББЛА (HST) В ОДНОМ ФИЛЬТРЕ F814W¹

© 2021 г. Н. А. Тихонов^{1*}

¹Специальная астрофизическая обсерватория РАН, Нижний Архыз, Россия Поступила в редакцию 16.07.2021 г. После доработки 07.09.2021 г.; принята к публикации 07.10.2021 г.

Проведен анализ причин получения снимков в фильтрах V и I для измерения расстояний до галактик TRGB-методом. Показана возможность использования TRGB-метода при наличии снимков космического телескопа Хаббла (HST) только в одном фильтре F814W (I). На основе архивных HST снимков проведена звездная фотометрия 12 галактик: NGC1058, NGC1365, NGC1448, NGC3079, NGC3810, NGC4321, NGC4328, NGC4485, NGC4490, NGC4651, NGC6951, NGC7331, и TRGB-методом измерены расстояния. Для многих галактик этого списка такие измерения сделаны впервые. Сравнение полученных результатов для галактик с известными TRGB-измерениями показало хорошее соответствие.

Ключевые слова: звездная фотометрия галактик: TRGB-метод, расстояния до галактик.

DOI: 10.31857/S0320010821110061

ВВЕДЕНИЕ

При изучении строения Вселенной возникает вопрос об измерении расстояний до галактик. В настоящее время используется множество методов измерения расстояний (де Грейс, 2011), и каждый метод имеет свои преимущества и недостатки. Для близких галактик наиболее часто используют несколько методов: метод Цефеид, метод Талли-Фишера (TF) и метод флуктуации поверхностной яркости (SBF). Для некоторых галактик используют измерения яркости сверхновых звезд (SN) и метод планетарных туманностей (PN). В последние десятилетия наиболее массовым стал TRGBметод (Ли и др., 1993) из-за его хорошей точности, относительной простоты и применимости ко всем типам галактик. К настоящему времени этим методом определены расстояния до нескольких сотен галактик.

TRGB-метод основан на измерении положения верхнего края ветви красных гигантов. Поскольку красные гиганты присутствуют во всех типах галактик, за исключением очень молодых, это стало одной из причин широкого использования данного метода. Есть у TRGB-метода и свои недостатки. Красные гиганты имеют меньшую светимость, чем цефеиды или сверхновые звезды, поэтому метод применим только для относительно близких галактик, не дальше 25–30 Мпк. Уже в начале применения TRGB-метода была известна зависимость между металличностью красных гигантов и их светимостью (Ли и др., 1993), а поскольку галактики имеют разную металличность, то необходимо вводить поправки для вычисления светимости красных гигантов в зависимости от их металличности.

При использовании TRGB-метода проводится фотометрия звезд галактики в двух фильтрах (V и I) и строится диаграмма Герцшпрунга—Рассела (СМ-диаграмма), на которой выбирается ветвь красных гигантов и определяется положение верхнего края этой ветви. Используя работу Ли и др. (1993), можно определить расстояние до галактики, содержащей эти гиганты. Измерения TRGBметодом расстояний до галактик за пределами Местной группы проводятся в большинстве случаев по снимкам космического телескопа Хаббла с фильтрами F814W (I) и F606W или F555W (V).

Снимки в фильтре F814W (*I*) нужны для построения функции светимости, на которой определяют начало ветви красных гигантов по резкому изменению численности звезд, что наблюдается у

¹Based on observations with the NASA/ESA Hubble Space Telescope, obtained at the Space Telescope Science Institute, which is operated by AURA, Inc. under contract No. NAS5-26555. These observatio ns are associated with proposal 10210, 10260, 11724, 13442, 15645, 15654.

^{*}Электронный адрес: ntik@sao.ru

верхнего края ветви гигантов (TRGB-скачок). Возникает вопрос о необходимости снимков в фильтре V (F606W или F555W). Использование этих снимков можно объяснить четырьмя причинами. Причина первая — увидеть, что на СМ-диаграмме звезд видна действительно ветвь красных гигантов. Вторая причина состоит в том, что для получения звездных величин в *I* фильтре нам необходимо знать поправки, которые зависят от показателя цвета звезды (V - I). Третья причина заключается в существовании зависимости между металличностью красных гигантов и их светимостью. В работе Ли и др. (1993) эта зависимость определяется на основе показателей цвета звезд (V – I). Четвертая причина состоит в дополнительной возможности селекции звезд по показателю цвета, что увеличивает в выборке содержание красных гигантов и делает измерение положения TRGB-скачка более точным.

НАБЛЮДАТЕЛЬНЫЕ ДАННЫЕ ИЗ АРХИВА HST

Для проверки возможностей предлагаемого метода измерений с одним фильтром F814W нам потребовались снимки разных по морфологии объектов. В архиве HST телескопа имеются многочисленные снимки близких галактик, поэтому мы ограничились снимками трех разных по морфологии и светимости галактик: DDO187. NGC185 и МЗ1. Трудно было подобрать поле для гигантской МЗ1, поскольку в центральных областях очень высокая плотность звезд препятствовала точной фотометрии, а на далекой периферии в поле HST попадало слишком мало звезд для определения TRGB-скачка. Рабочий список галактик был получен на основе заявки ID15645, где все снимки получены только в одном фильтре F814W, но есть возможность для контрольной проверки по тем галактикам, снимки которых получались и ранее в двух фильтрах, и расстояния до них уже известны. Все снимки по заявке ID15645 просматривались визуально, и при определенных границах визуализации красные гиганты на снимках были видны. Фотометрия только подтвердила визуальный просмотр, поскольку мы не смогли определить положение TRGB-скачка на тех снимках, где не видели красных гигантов. Для галактик с противоречивыми результатами расстояний нам пришлось провести дополнительную фотометрию снимков по другим заявкам. Итог проверки показал правильность нашей фотометрии, хотя и с одним фильтром.

Данные об использованных архивных снимках представлены в табл. 1, где указаны номер заявки, заявитель, время экспозиции и число найденных звезд. При определении TRGB-скачка интервал светимости звезд резко сужается для увеличения точности определения TRGB-скачка и для наглядности представления функции светимости.

ЗВЕЗДНАЯ ФОТОМЕТРИЯ

Звездная фотометрия HST снимков с камерой ACS выполнялась пакетом программ DAOPHOT II (Стетсон, 1987; Стетсон, 1994), но при фотометрии снимков галактик NGC4485/90 с камерой WFC3 использовался пакет программ DOLPHOT 2.0². Фотометрия звезд обеими программами проводилась стандартным образом. Для DAOPHOT II это описано нами ранее (Тихонов и др., 2019), а пакет DOLPHOT 2.0 использовался в соответствии с рекомендациями Долфина (2016).

Процедура фотометрии состояла из предварительного маскирования плохих пикселей, удаления следов космических частиц и дальнейшей PSF-фотометрии найденных звезд. Для удаления незвездных объектов (звездных скоплений, далеких или компактных галактик) все звезды проходили селекцию по параметрам "CHI" и "SHARP", которые определяют форму фотометрического профиля каждой измеряемой звезды (Стетсон, 1987). Профили незвездных объектов отличались от профилей изолированных звезд, выбранных нами в качестве стандартных, что позволило провести такую селекцию со списками звезд, полученных при работе DAOPHOT II и DOLPHOT 2.0.

Принципы фотометрии программами DOLPHOT и DAOPHOT одинаковы, но есть некоторые различия при их использовании. Например, в DAOPHOT в качестве PSF-звезд мы брали одиночные звезды из исследуемых полей, а в DOLPHOT использовалась библиотека PSFпрофилей. При измерении положений TRGBскачков оба метода дают сходные результаты, и значимых различий между ними не обнаружено.

НЕОБХОДИМОСТЬ СНИМКОВ В *V* ФИЛЬТРЕ ДЛЯ TRGB-МЕТОДА

Рассмотрим более подробно необходимость снимков в V фильтре (F555W или F606W) для измерения расстояний TRGB-методом. Причина первая — подтвердить наличие ветви красных гигантов на СМ-диаграмме.

Изучение пространственного распределения звезд в галактиках показало, что вокруг эллиптических, спиральных и иррегулярных галактик существуют протяженные диски и гало, состоящие из красных гигантов и AGB звезд (Тихонов и др., 2005;

²http://americano.dolphinsim.com/dolphot/dolphot.pdf

Заявка	Заявитель	Год	Объект	Камера	Фильтр	Экспозиция	Число звезд
10210	R. Tully	2004	DDO187	ACS	F814W	1174	10876
10210	R. Tully	2004	DDO187	ACS	F606W	985	10876
11724	M. Geha	2010	NGC185	ACS	F814W	5392	31153
11724	M. Geha	2010	NGC185	ACS	F606W	5392	31153
10260	W. Harris	2004	M31	ACS	F814W	2370	175761
10260	W. Harris	2004	M31	ACS	F606W	2370	175761
15645	D. Sand	2019	NGC1058	ACS	F814W	2172	73013
15645	D. Sand	2019	NGC1365	ACS	F814W	2172	110893
15645	D. Sand	2019	NGC1448	ACS	F814W	2208	45819
15645	D. Sand	2019	NGC3079	ACS	F814W	2360	92985
15645	D. Sand	2019	NGC3810	ACS	F814W	2120	77283
15645	D. Sand	2019	NGC4321	ACS	F814W	2128	101656
15654	J. Lee	2020	NGC4328	ACS	F814W	3558	56506
15654	J. Lee	2020	NGC4328	ACS	F606W	3217	56506
13442	R. Tully	2014	NGC4485	ACS	F814W	1000	52511
13442	R. Tully	2014	NGC4485	ACS	F606W	1000	52511
15645	D. Sand	2019	NGC4490	ACS	F814W	2208	90800
15645	D. Sand	2019	NGC4651	ACS	F814W	2128	79863
15645	D. Sand	2019	NGC6951	ACS	F814W	2456	58746
15645	D. Sand	2019	NGC7331	ACS	F814W	2152	62308

Таблица 1. Данные об архивных снимках HST

Рудик и др., 2006; Рехкуба и др., 2014). Протяженность таких гало у массивных эллиптических и спиральных галактик доходит до 100—200 кпк (Михос и др., 2013; Рехкуба и др., 2014; Тихонов и др., 2019). Достаточно протяженные диски есть и у иррегулярных галактик (Тихонов, 2005, 2006). Поэтому если галактика находится на расстоянии не дальше 25 Мпк, то на любом глубоком HST снимке периферии галактики в фильтре F814W (*I*) можно увидеть красные гиганты диска или гало. Таким образом, получение СМ-диаграммы для визуализации ветви красных гигантов не является строгой необходимостью.

При переводе инструментальных величин в стандартную систему Крона—Казинца мы должны знать показатели цвета звезд, которые получаются после фотометрии звезд в двух фильтрах. Однако при работе в узком интервале показателя цвета, т.е. при фотометрии красных гигантов, можно использовать среднее значение показателя цвета этих звезд и ошибка перевода будет незначительной. Например, в DAOPHOT II для преобразования инструментальных звездных величин в V и I величины системы Крона-Казинца мы использовали уравнения перехода, полученные нами ранее (Тихонов и др., 2019):

$$(V - I) = 1.3213 \times (v - i) + 1.133, \qquad (1)$$

$$I = i + 0.0592 \times (V - I) + 25.972, \qquad (2)$$

где v и i — инструментальные звездные величины, а V и I — звездные величины в системе Крона— Казинса.

В уравнении (2) видна малая зависимость получаемой светимости звезды в фильтре I от показателя цвета звезды (V - I). Поэтому если мы будем

использовать среднее значение показателя цвета (V - I) = 1.6, что близко к реальным показателям цвета красных гигантов спиральных галактик, то звезды, которые в действительности краснее или голубее на $0^{m}2$, будут иметь ошибку измерения светимости в фильтре I всего лишь в $0^{m}01$. Таким образом, при фотометрии красных гигантов мы можем получить значения их светимости в I фильтре системы Крона—Казинса на основе измерений только в одном фильтре F814W. Конечно, такое вычисление не годится для одновременной фотометрии красных и голубых звезд, но в данной работе мы рассматриваем только красные гиганты, т.е. вторая причина получения симоков в V фильтре не является необходимым условием.

В третьей причине указывается, что на СМдиаграмме есть корреляция между показателем цвета ярчайших красных гигантов и их светимостью. В физическом смысле это зависимость между металличностью и возрастом звезд и их светимостью. Согласно работе Ли и др. (1993), изменение показателя цвета (V – I) красных гигантов от 1.4 до 1.8 ведет к изменению положения TRGB-скачка (т.е. светимости ярчайших звезд) на 0.1 звездной величины. Рассмотрим действие этого эффекта в реальных галактиках. На рис. 1 представлены СМ-диаграммы трех галактик разных типов: Irr (DDO187), Sph/E (NGC185) и Sb (M31). На диаграммах видно, что у карликовых галактик DDO187 и NGC185 ветви красных гигантов узкие, а у гигантской М31 большая ширина ветви красных гигантов указывает на присутствие звезд разной металличности и возраста. Очень населенная ветвь гигантов М31 простирается по показателю цвета от (V - I) = 1.3 при $I_{TRGB} = 20$ ^{*m*}.41 до (V - I) = 5.5при $I_{TRGB} = 22^{m}$ 0. На диаграмме рис. 1 М31 можно видеть, что падение блеска ярчайших красных гигантов при увеличении показателя цвета, т.е. при увеличении металличности, происходит нелинейно, что увеличивает сложность в определении зависимости между показателем цвета и светимостью.

В состав массивных галактик входят красные гиганты с разными значениями металличности и возраста (Харрис и др., 2007; Моначеси и др., 2013; Янг и др., 2018), а поскольку на ветви красных гигантов наибольшую светимость имеют звезды с наименьшей металличностью, то именно они и будут определять положение TRGB-скачка на функции светимости. Звезды высокой металличности, но меньшей светимости будут только размывать TRGB-скачок, уменьшая точность его измерения. Таким образом, независимо от присутствия высокометалличных звезд положение TRGB-скачка в спиральных галактиках будет измеряться по низ-кометалличным звездам.

При измерении TRGB-методом выборку звезд следует проводить в максимально удаленных от центра галактики полях. Это объясняется тем, что у массивных галактик уменьшение металличности звезд наблюдается вдоль радиуса галактики, т.е. в далекой от центра галактики выборке звезд ветвь красных гигантов будет более узкой, чем у центральных звезд, что повысит точность измерения TRGB-скачка и расстояния до галактики.

Следует также отметить, что у массивных галактик существуют протяженные диски и гало, состоящие из красных гигантов с более низкой по сравнению со звездами центральных областей металличностью. Звезды этих дисков и гало будут всегда попадать в выборку звезд, независимо от места ее расположения в галактике, а поскольку эти звезды периферии в наименьшей степени подвержены действию поглощения света родительской галактикой, то они будут влиять на положение TRGB-скачка у массивных галактик, хотя этих звезд в выборке будет очень немного.

В маломассивных галактиках (DDO187 и NGC185) красные гиганты имеют малый диапазон металличности, поэтому ветвь гигантов узкая (рис. 1), и положение TRGB-скачка определяется точнее, чем у массивных галактик.

Четвертая причина использования двух фильтров состоит в том, что появляется возможность проводить селекцию звезд по показателю цвета и таким образом увеличить в выборке содержание красных гигантов. При фотометрии с одним F814W фильтром такую селекцию провести невозможно, и поэтому приходится делать выборку звезд как можно дальше от центра галактики, где содержание других типов звезд, кроме красных гигантов, будет снижено.

Указанные выше неопределенности с фотометрическими параметрами звезд привели некоторых астрономов к использованию постоянного значения светимости красных гигантов на вершине их ветви независимо от показателя цвета: $M_I =$ $= -4^{m} \cdot 04 - M_I = -4^{m} \cdot 05$ для иррегулярных галактик (Беллазини и др., 2001; Корбин и др., 2008) и $M_I = -4^m \cdot 08$ для спиральных галактик (Сет и др., 2005). В других работах по определению расстояний (Якобс и др., 2009) поправка за показатель цвета вводится относительно среднего значения показателя цвета (V - I) = 1.6 красных гигантов спиральных галактик: $M_I = -4^m .05 + 0.217 ((V - 10^m .05 + 0.217))$ (-I) - 1.6). Поскольку у большинства спиральных галактик показатель цвета красных гигантов (V – -I) заключен в диапазоне от 1.4 до 1.8, то значение M_{I} этих гигантов может изменяться на $\pm 0^{m}04$, и, значит, такую максимальную ошибку измерений мы можем получить при определении расстояний без поправок на цвет гигантов. При измерении расстояния на основе одного фильтра F814W ожидаемый показатель цвета красных гигантов можно оценить по морфологии галактики и ее светимости,



Рис. 1. СМ-диаграммы звезд галактик разных типов: DDO187(Irr), NGC185(E/Sph) и M31(Sb), для которых проводилось сравнение измерений TRGB-скачка на основе фотометрии в одном или в двух фильтрах.

поэтому ошибка измерения светимости M_I может быть даже меньше чем $\pm 0^m 04$.

После анализа всех причин использования в TRGB-методе двух фильтров мы можем сделать вывод, что фотометрию с одним фильтром F814W можно применять для измерения расстояний до галактик. Основная ошибка, которая может появиться при таких измерениях, — это принятие скачка AGB звезд вместо скачка красных гигантов. В галактиках эти типы звезд занимают одни и те же области, и в выборку звезд они попадают вместе. AGB звезды ярче красных гигантов, поэтому на СМ-диаграмме AGB-скачок расположен примерно на одну звездную величину выше TRGB-скачка. Градиент падения численной плотности звезд вдоль радиуса галактики у AGB звезд больше, чем у красных гигантов, поэтому, выбирая звезды как можно дальше от центра галактики, мы увеличиваем содержание красных гигантов и повышаем точность измерения расстояния. Конечно, как и при любых измерениях, при фотометрии с одним фильтром надо иметь некоторый опыт в звездной фотометрии галактик и в определении расстояний TRGB-методом.

У метода измерений на основе одного фильтра есть свои преимущества. Отпадает необходимость иметь снимки во втором фильтре, и поэтому появляется возможность использовать те многочисленные архивные HST снимки с одним F814W фильтром, которые невозможно было использовать для определения расстояний. Поскольку при одинаковых экспозициях красные гиганты в фильтрах F555W или F606W видны хуже, чем в фильтре F814W, то предел совместной фотометрии будет определяться снимками с наихудшим пределом, т.е. F555W или F606W, и расстояния до галактик станут неизмеримыми, хотя в фильтре F814W красные гиганты могут быть хорошо видны.

На рис. 2 представлены функции светимости звезд галактик DDO187, NGC185 и M31. Вертикальными отрезками отмечены положения TRGBскачков, а тонкой линией показана функция Собеля (Мадоре, Фридман, 1995), максимумы которой указывают на резкое изменение численности звезд, что наблюдается на границе ветви красных гигантов (TRGB-скачок). Верхние диаграммы получены на основе фотометрии с одним фильтром F814W, а нижние диаграммы — с двумя фильтрами: F814W и F606W. В положениях TRGB-скачков верхних и нижних диаграмм есть небольшие различия от $0^{m}_{\cdot}01$ до $0^{m}_{\cdot}03$, которые появились из-за селекции по показателю цвета звезд и из-за неточности преобразования инструментальных величин в величины Крона-Казинца у звезд с большим показателем цвета. При оценке этих различий следует иметь в виду, что первоначальная точность TRGB-метода (Ли и др., 1993) была равна 0^{m} 1, а после дополнительных исследований точность увеличилась до 0^m06 (Янг, Ли, 2017). Реальную точность TRGBметода можно видеть на примере тех галактик, для которых были получены многочисленные измерения разными авторами. Из-за многих причин точность измерения TRGB-скачка получается хуже чем $0^{m}_{\cdot}1$, но это замечание относится также и к методу цефеид, который обычно относят к точным метолам.

Таким образом, при определенных условиях для измерения расстояния достаточно иметь снимки только в одном фильтре F814W. Конечно, ошибка измерения расстояния в этом случае может быть больше, чем при использовании двух фильтров, но полученный результат все же будет намного точнее, чем результаты измерений методами SBF, TF или SN. Обычно автор метода склонен преувеличивать его точность, но сравнение измерений разными методами позволяет оценить точность каждого их них. Для метода Талли-Фишера Виллик (1996)



Рис. 2. Функции светимости галактик DDO187, NGC185 и M31 после фотометрии и селекции звезд только в одном фильтре F814W (верхний ряд) и в двух фильтрах F814W и F606W (нижний ряд). Тонкой линией отмечена функция Собеля, максимумы которой указывают на повышенные градиенты численности звезд, что наблюдается на границе ветви красных гигантов (TRGB-скачок). Положение TRGB-скачов отмечено вертикальными отрезками.

оценил точность в $\pm 0^m 4$, а в идеальных для этого метода наблюдениях галактик с ребра точность оценивается в $\pm 0^m 32$ (Макаров и др., 2018). Моделирование условий наблюдений для SBF метода показало, что его точность в лучшем случае не превышает $\pm 0^{m}_{...}15$, в худшем случае — $\pm 0^{m}_{...}65$ (Миске и др., 2003). Теоретически точность SBF метода не может быть выше $\pm 0^{m1}$ (Блэйкесли и др., 1999). В обзорной статье методов измерений точность по сверхновым звездам SNIa указана в $\pm 0^{m}$ 12. Антипова и др. (2020) указывают точность метода в $\pm 0^{m}$ 18, однако для близких галактик такая точность не подтверждается TRGB-измерениями, а для далеких галактик аналогичный контроль не существует. Для сравнения всех методов можно взять ключевую галактику М100. Метод TF дает значение расстояний от 11.0 до 23.5 Мпк, метод SNIa — от 11.6 до 27.6 Мпк, а SNII — от 15 до 23 Мпк. Наши TRGB измерения и TRGB измерения Ананда и др. (2021) дают значения 18.50 и 18.44 Мпк.

Что касается проверки TRGB-метода с одним фильтром, то ранее мы успешно использовали этот метод при изучении звездных подсистем галактики M87 в скоплении Virgo (Тихонов и др., 2019).

ВЫБОР ГАЛАКТИК И ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАССТОЯНИЙ

Для работы мы использовали архивные снимки галактик, полученные на HST по заявке ID15645. Все снимки получены только в одном фильтре F814W. В NED можно найти результаты измерения расстояний для этих галактик, полученные ранее разными по точности методами, поэтому можно сравнить наши результаты с уже имеющимися. Почти все галактики списка относятся к массивным галактикам с населением разной металличности, поэтому проверка TRGB-метода с одним фильтром проходила в наиболее трудных для этого метода условиях. Кроме снимков по заявке ID15645 мы использовали изображения заявки ID13442 для проверки результатов по галактике NGC4490 и ее близкого соседа NGC4485. Также для измерения расстояния до галактики NGC4328, соседней с NGC4321, мы использовали снимки заявки ID15654. Фотометрия галактик DDO187, NGC185 и M31 проводилась по снимкам заявок ID10210, 11724 и 10260. Величины поглощения света в направлениях на галактики взяты из работы Шлафли и Финкбайнер (2011).

Приведенные в табл. 2 результаты классификации галактик (T), величины гелиоцентрических

Галактика	Т	B_t	v_h	a imes b	<i>D</i> (<i>М</i> пк)	D_{\min}	D_{\max}
NGC1058	SA(rs)c	11.82	518	3.0 imes 2.8	10.72	1.4(1)	12.0(2)
NGC1365	SB(s)b	10.32	1636	11.2×6.2	18.12	7.9(1)	26.2(3)
NGC1448	SAcd	11.40	1168	7.6 imes 1.7	18.04	10.2(4)	26.3(5)
NGC3079	SA(rs)c	11.54	1116	7.9 imes 1.4	16.68	7.6(6)	22.6(7)
NGC3810	SA(rs)c	11.35	992	1.7×1.5	11.86	12.5(4)	24.9(8)
NGC4321	SA(rs)c	10.05	1571	7.4 imes 6.3	15.50	11.0(9)	27.6(10)
NGC4328	SA0	14.04	479	1.2×1.0	14.06	14.8(11)	23.7(12)
NGC4485	IB(s)m	12.32	493	2.3 imes 1.7	8.59	8.8(13)	9.1(14)
NGC4490	SB(s)d	10.22	565	6.3 imes 3.1	8.83	4.2(4)	10.1(12)
NGC4651	SA(rs)c	11.39	788	4.0×2.6	20.24	4.8(15)	32.7(8)
NGC6951	SAB(rs)bc	11.64	1424	3.9 imes 3.2	16.91	16.2(16)	33.0(17)
NGC7331	SA(s)b	10.35	816	10.5 imes 3.7	14.39	7.2(18)	22.9(3)

Таблица 2. Параметры исследованных галактик

скоростей (v_h) , видимые величины (B_t) и размеры галактик в угловых минутах $(a \times b)$ взяты из NED, а измеренные расстояния до галактик D (Мпк) получены нами. Минимальные (D_{\min}) и максимальные (D_{\max}) расстояния до галактик взяты из работ: (1) — Боттинелли и др. (1985), (2) — Киршнер и Кван (1974), (3) — Патюрель и Терикорпи (2006), (4) — Боттинелли и др. (1984), (5) – Джонис и др. (2009), (6) — Боттинелли и др. (1986), (7) — Караченцев и др. (2006), (8) — Экхолм и др. (2000), (9) — Спрингоб и др. (2009), (10) — Фолателли идр. (2013), (11) — Ананд идр. (2021), (12) — Тереу и др. (2007), (13) — Сабби и др. (2018), (14) — Талли и Фишер (1988), (15) — Лагаттула и др. (2013), (16) — Сорке и др. (2014), (17) — Винко и др. (2001), (18) — Осман и др. (1982).

После проведения звездной фотометрии были построены функции светимости (рис. 5–16), на которых по градиенту численности звезд определялось положение TRGB-скачка. Дополнительно к обычным функциям светимости в координатах (I - N) были построены функции светимости в логарифмических координатах $(I - \lg N)$ (рис. 5–16). На таких диаграммах начало ветви красных гигантов хорошо определяется по изменению градиента функции светимости, даже если отсутствует TRGB-скачок. Функции светимости в координатах (I - N) показывают большое разнообразие из-за

различных условий выборки звезд у разных по морфологии галактик, но при использовании логарифмического масштаба у них появляются общие закономерности: повышение численности звезд на границе ветви AGB звезд и изменение градиента функции светимости на границе ветви красных гигантов.

После измерения положения TRGB-скачка мы использовали уравнения работы Ли и др. (1993) для вычисления расстояния. Для спиральных галактик мы принимали значение показателя цвета ветви гигантов $(V - I)_{TRGB} = 1.6$, а для показателя цвета ветви гигантов на уровне $M_I = -3.5$ использовали значение $(V - I)_{-3.5} = 1.45$. Полученные результаты измерений приведены в табл. 3. Ошибка измерения расстояния для каждой галактики вычислялась на основе суммирования нескольких источников ошибок: точности измерения положения TRGB-скачка, точности используемого метода, точности поправки для PSF профилей звезд и нескольких других, менее значимых ошибок измерений.

Приведенные в табл. З коэффициенты экстинкции A_B , A_I и видимые величины (B_t) взяты из NED, а остальные значения: I_{TRGB} — положения TRGB-скачков, (m - M) — модули расстояний, D(Мпк) — расстояния до галактик, M_B — абсолютные величины галактик получены нами.

Галактика	I_{TRGB}	A_B	A_I	(m-M)	<i>D</i> (Мпк)	B_t	M_B
NGC1058	26.16	0.225	0.093	30.15	10.72 ± 0.71	11.82	-18.56
NGC1365	27.24	0.074	0.031	31.29	18.12 ± 0.98	10.32	-21.04
NGC1448	27.22	0.054	0.021	31.28	18.04 ± 1.02	11.40	-19.93
NGC3079	27.05	0.041	0.017	31.11	16.68 ± 0.85	11.54	-19.61
NGC3810	26.36	0.160	0.066	30.37	11.86 ± 0.80	11.35	-19.18
NGC4321	26.89	0.095	0.039	30.95	15.50 ± 0.69	10.05	-21.00
NGC4328	26.72	0.096	0.040	30.74	14.06 ± 0.94	14.04	-16.80
NGC4485	25.62	0.078	0.033	29.67	08.59 ± 0.58	12.32	-17.43
NGC4490	25.70	0.079	0.033	29.73	08.83 ± 0.60	10.22	-19.59
NGC4651	27.49	0.097	0.040	31.53	20.24 ± 1.45	11.39	-20.24
NGC6951	27.62	1.351	0.561	31.14	16.91 ± 1.13	11.64	-20.85
NGC7331	26.85	0.331	0.137	30.79	14.39 ± 0.96	10.35	-20.77

Таблица 3. Результаты фотометрии галактик

ЗАМЕЧАНИЯ О ГАЛАКТИКАХ

Спиральная галактика средней яркости NGC1058 расположена плашмя (рис. 3), что позволило нам по измеренному распределению плотности звезд вдоль радиуса выделить гало, звезды которого использовались нами для построения функции светимости (рис. 5) и определения расстояния (D = 10.7 Мпк). В NED можно видеть, что измерения методом Талли-Фишера давали заниженные значения расстояния (от 1.5 до 7.5 Мпк), в то время как методом сверхновых (SNII) были получены достаточно точные значения (10.6–12.0 Мпк).

Гигантская спиральная галактика NGC1365 (рис. 3) стала ключевым объектом для методов определения расстояний, поэтому для нее имеется очень много измерений, сведения о которых можно найти в NED. Это позволяет оценить точность каждого метода. Цефеидный метод дал значения расстояния от 17.2 до 26.2 Мпк, метод сверхновых (SNII) — от 16.4 до 18.5 Мпк, а метод Талли– Фишера — от 7.9 до 18.9 Мпк. При измерении TRGB-методом Янг и др. (2018) получили значение 18.1 Мпк, что точно совпадает с нашим результатом (18.12 Мпк), полученным по другим HST снимкам. Используемое нами изображение NGC1365 захватывало периферию галактики, поэтому яркие сверхгиганты не влияли на точность измерения TRGB-скачка (рис. 6).

Расположенная на 18.0 Мпк (рис. 7) и видимая почти с ребра спиральная галактика NGC1448 (рис. 3) имеет много измерений расстояний (NED). По методу Талли—Фишера получены значения от 10.2 до 22.2 Мпк, метод сверхновых SNII дает значения от 11.9 до 26.3 Мпк, а сверхновых SNI — от 15.3 до 23.7 Мпк. Наиболее близкие к нашему результату расстояния получены по цефеидам (D = 18.3 Мпк, Рисс и др., 2016) и TRGB-методом с использованием снимков F814W и F606w (D = 17.7 Мпк, Хатт и др., 2018).

Спиральная галактика NGC3810 расположена по центру HST снимка (рис. 3) и для выбора красных гигантов остаются только краевые участки изображения. Галактика находится сравнительно близко (11.86 Мпк по нашим измерениям), поэтому не возникает трудностей с выделением красных гигантов (рис. 8). В NED указаны результаты измерения расстояния только методом Талли-Фишера (от 12.5 до 24.9 Мпк).

Для видимой с ребра спиральной галактики NGC3079 получены снимки двух полей (рис. 3). Мы получили результаты по каждому полю, но результат по второму полю более надежный (рис. 9), поскольку здесь больше места занимают гало и



Рис. 3. Изображения изученных галактик на HST снимках в фильтре F814W. Белые полосы поперек каждого снимка возникают из-за пустой площади между чипами камеры ACS. Размер каждого снимка 3.5' × 3.5'. Области периферии галактик, где выбирались звезды для измерения расстояния, на снимках ограничены прямыми линиями. Центральные зоны галактик для измерений не использовались. Горизонтальный отрезок прямой линии на каждом снимке равен 5 кпк.



Рис. 4. Изображения галактик на HST снимках в фильтре F814W.



Рис. 5. Функция светимости красных гигантов и AGB звезд NGC1058 после фотометрии и селекции звезд в одном фильтре F814W. Вертикальной линией отмечено положение TRGB-скачка. Справа показана эта же функция светимости в логарифмических координатах численности звезд. При таком представлении положение TRGB-скачка видно более наглядно.



Рис. 6. Функция светимости красных гигантов и AGB звезд NGC1365 после фотометрии и селекции звезд в одном фильтре F814W. Вертикальной линией отмечено положение TRGB-скачка. Справа показана функция светимости в логарифмических координатах.

диск с красными гигантами. Положения TRGBскачков двух полей различаются на 0^m03, что находится в пределах ошибки измерений. По нашим измерениям NGC3079 расположена на расстоянии 16.7 Мпк, а измерения методом Талли-Фишера (NED) дают значения от 12.5 до 22.6 Мпк. Галактику NGC3079 Холмберг считал двойной галактикой под номером Holm156A (Холмберг, 1937) в паре с NGC3073, находящейся на угловом расстоянии 10'. Лучевая скорость NGC3073 ($v_h = 1173$) мало отличается от скорости NGC3079, а на HST снимке с фильтром F850LP (ID10554) на периферии NGC3073 видны слабые красные гиганты. Точное расстояние до этой галактики пока неизвестно.

Спиральная галактика NGC4321 (М100, Holm387А) входит в список гигантских галактик

скопления Virgo (рис. 4) и является одной из ключевых галактик, для которых расстояния определялись разными методами. К сожалению, результаты многих измерений не внесли ясности относительно пространственного положения галактики в скоплении Virgo. По измерениям наиболее точным методом цефеид получены значения в интервале от 14.2 Мпк (Канбур и др., 2003) до 21.4 Мпк (Патюрель, Терикорпи, 2006). На основе других методов измерения (TF, SNI, SNII) получены оценки расстояния в этом же интервале значений. Недавно TRGB-методом получено значение расстояния D = 15.44 Мпк (Ананд и др., 2021), что указывает на расположение NGC4321 в центральных областях скопления Virgo. На используемом нами снимке (рис. 4) яркие области NGC4321



Рис. 7. Функция светимости красных гигантов и AGB звезд NGC1448. Вертикальной линией отмечено положение TRGB-скачка.



Рис. 8. Функция светимости красных гигантов и AGB звезд NGC3810. На диаграмме в логарифмическом масштабе начало ветви красных гигантов видно по изменению градиента функции светимости. Аналогичное изменение видно и на других диаграммах, например, на рис. 6 и рис. 7.



Рис. 9. Функция светимости красных гигантов и AGB звезд NGC3079. Вертикальной линией отмечено положение TRGB-скачка.

2021



Рис. 10. Функция светимости красных гигантов и AGB звезд NGC4321. Вертикальной линией отмечено положение TRGB-скачка.



Рис. 11. Функция светимости красных гигантов и AGB звезд NGC4328. Положение TRGB-скачка при *I* = 27.6 (*D* = 21.2 Мпк) является предельным измеряемым значением для HST снимков с экспозицией 2456 с.

занимают значительную часть поля, поэтому звезды для измерений выбирались на краях снимка. Функция светимости красных гигантов достаточно надежно указывает на положение TRGB-скачка при I = 26.89 (рис. 10), что соответствует D == 15.50 Мпк. Полученный нами результат хорошо согласуется со значением Ананд и др. (2021), полученным по фотометрии других HST снимков.

Определение расстояния до NGC4328 (Holm387D) является трудным случаем. На эту линзовидную галактику (рис. 4) проецируется диск и гало массивной NGC4321, поэтому в выборке звезд по всему полю снимка HST присутствует очень большое число AGB звезд и красных гигантов гигантской NGC4321, которые сильно искажают значение TRGB-скачка для NGC4328. Чтобы уменьшить влияние NGC4321, мы использовали звезды в наиболее удаленном от NGC4321 участке снимка (правый нижний край NGC4328 на рис. 4). СМ-диаграмма звезд этого поля показала, что красные гиганты NGC4328 обладают высокой металличностью, что соответствует морфологическому типу этой галактики, а TRGB-скачок находится на I = 26.72 (рис. 11). На основе работы Ли и др. (1993) мы получили расстояние D = = 14.06 Мпк, а металличность красных гигантов [Fe/H] = -0.8. Малое расстояние до NGC4328 означает, что эта галактика находится на переднем крае скопления Virgo, а малая лучевая скорость $(v_h = 479)$ указывает на движение NGC4328 от центра скопления. Из-за различия скоростей и расстояний между NGC4321 и NGC4328 нет оснований считать их физической парой галактик, хотя видны они близко друг от друга.

Галактика NGC4490 (рис. 4) входит в списки пекулярных и двойных галактик: Arp269



Рис. 12. Функция светимости красных гигантов и AGB звезд NGC4485. Вертикальной линией отмечено положение TRGB-скачка.



Рис. 13. Функция светимости красных гигантов и AGB звезд NGC4490. Вертикальной линией отмечено положение TRGB-скачка.



Рис. 14. Функция светимости красных гигантов и AGB звезд NGC4651. Вертикальной линией отмечено положение TRGB-скачка.



Рис. 15. Функция светимости красных гигантов и AGB звезд NGC6951. Вертикальной линией отмечено положение TRGB-скачка.



Рис. 16. Функция светимости красных гигантов и AGB звезд NGC7331. Вертикальной линией отмечено положение TRGB-скачка.

(Арп, 1966), Holm414a (Холмберг, 1937), VV30a (Воронцов-Вельяминов, 1959), КРG341b (Караченцев, 1972). Ее близким соседом является галактика NGC4485. На снимках хорошо видны признаки взаимодействия, т.е. расстояния до двух галактик должны быть примерно одинаковые. Реальные измерения разными методами дают большой разброс. Для NGC4490 методом Талли-Фишера получены значения от 4.2 до 10.1 Мпк (NED), а TRGB-методом — 6.5 Мпк (Сабби и др., 2018). Для NGC4485 TRGB-методом Сабби и др. (2018) получили значение D = 8.75 Мпк, а еще раньше TRGB-методом было получено значение D = 8.91 Мпк (Талли и др., 2013). Видно противоречие в расстояниях, измеренных TRGB-методом, у двух взаимодействующих галактик. По одиночному снимку F814W галактики NGC4490 мы получили значение D = 9.04 Мпк, что сильно отличалось от результата Сабби и др. (2018), поэтому следовало проверить их измерения для NGC4490. Мы использовали те же самые HST снимки и после фотометрии пакетом DOLPHOT 2.0 получили CM-диаграмму (рис. 17), на которой видно, что действительный TRGB-скачок находится при I = 25.68, а Сабби и др. (2018) в качестве TRGB-скачка использовали скачок AGB звезд, который находится примерно на одну звездную величину выше, поэтому и получили неверное расстояние. Можно отметить, что совершенно аналогичная ошибка допущена этими же авторами (Сабби и др., 2018) при определении расстояния до галактики NGC1433 (Тихонов, Галазутдинова, 2020).

Яркие области галактики NGC4651 (Arp189, VV56) занимают значительную часть используемого нами HST снимка (рис. 4), поэтому выборка звезд проводилась на краях изображения, где красные гиганты хорошо видны, а численность других, более ярких звезд незначительна. TRGB-



Рис. 17. СМ-диаграмма звезд периферии NGC4490. Горизонтальной линией отмечено начало ветви красных гигантов (TRGB-скачок) при I = 25.7, что соответствует D = 8.8 Мпк.

скачок на функции светимости виден при I = 27.49 (рис. 14), что соответствует расстоянию D = 20.24 Мпк. При измерениях разными методами получены сильно различающиеся значения расстояния. По Талли—Фишеру расстояние находится в интервале от 4.8 до 32.7 Мпк (NED), а по SNII — 12.2 Мпк. Наиболее точная оценка расстояния получена по планетарным туманностям (PNLF) — 18.8 Мпк (NED).

Галактика NGC6951 находится в зоне Млечного пути и подвержена сильному поглощению света. Выборка звезд на снимке HST проводилась на краях снимка из-за центрального расположения галактики (рис. 4). TRGB-скачок виден при I == 27.62 (рис. 15), что соответствует D = 16.91 Мпк с учетов поглощения света $A_I = 0.56$. По сверхновым звездам (SNI) для NGC6951 получены расстояния от 18.3 до 33.0 Мпк (NED), а по методу Талли-Фишера — от 16.2 до 24.1 Мпк (NED).

Из-за больших размеров галактики NGC7331 (Holm795A) красные гиганты для TRGB-метода выбирались в двух полях на периферии галактики. TRGB-скачок на функции светимости виден при I = 26.85 (рис. 16), что соответствует 14.39 Мпк. Для галактики NGC7331 есть измерения расстояния методом цефеид с результатом от 14.4 до 22.9 Мпк), методом Талли-Фишера (от 9.0 до 16.3 Мпк) и методом флуктуации поверхностной яркости SBF (от 12.0 до 13.6 Мпк). Измерение лучевой скорости галактики NGC7337, которую Холмберг (1937) считал парой с NGC7331, показали, что эта галактика находится существенно дальше (NED).

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

На основе фотометрии HST снимков, полученных только в одном фильтре F814W, показано, что их можно использовать для измерения расстояний до галактик TRGB-методом. Сравнение наших результатов с имеющимися наиболее точными значениями расстояний показало хорошее соответствие до предельных значений в 20 Мпк. Для спиральных галактик мы принимали значение показателя цвета ветви гигантов $(V - I)_{TRGB} = 1.6$. Для массивных эллиптических галактик это значение должно быть больше $(V - I)_{TRGB} = 1.8-2.0$, но таких галактик нет в нашем списке.

Снимки, которые мы использовали для измерения расстояний (заявка ID15645), получены с экспозицией 2456 с в фильтре F814W. Фотометрический предел этих снимков I = 28.1, а это означает, что практически невозможно измерить положение TRGB-скачка для более слабых звезд, чем при I == 27.6. Для галактик с малым поглощением света это соответствует расстоянию 21.5 Мпк. Для измерения расстояний TRGB-методом до более далеких галактик необходимы снимки HST с более длительными экспозициями. Например, мы не смогли выделить красные гиганты и измерить расстояния до галактик NGC3632, NGC7714 и других, снимки которых также получены по используемой нами заявке ID15645.

Основная ошибка, которая может возникнуть при работе со снимками в одном фильтре, — это использование AGB звезд вместо красных гигантов, но, как показано в нашей работе, даже наличие снимков в двух фильтрах не спасает от этой ошибки при невнимательности исследователя. При использовании функции светимости в обычных координатах (I - N), где I — светимость звезд, а N их число, на диаграмме обычно не виден скачок более ярких звезд, чем красные гиганты — AGB звезд. Он расположен примерно на одну звездную величину от TRGB-скачка. Но если построить функцию светимости в координатах $(I - \lg N)$, то будут видны оба скачка, что позволяет избежать ошибки в отождествлении нужного нам TRGBскачка. Градиент численности звезд увеличивается на границе AGB-скачка, а на границе TRGBскачка он уменьшается, но функция светимости за границей TRGB-скачка становится более гладкая. Конечно, возможны некоторые отклонения от этого правила, но у большинства спиральных галактик функция светимости следует этому правилу.

В представляемой работе мы использовали снимки в фильтре F814W, но можно полагать, что дополнительное исследование позволит использовать снимки F850LP для изучения пространственной структуры скопления Virgo, поскольку именно для этого скопления на HST получено множество снимков с указанным фильтром.

Галактики, для которых мы получили точные расстояния, находятся в разных пространственных структурах: скоплениях и группах. Наши результаты добавляют информацию о пространственном строении этих систем.

Работа основана на наблюдениях с космического телескопа Хаббла NASA/ESA, полученных в Научном институте космического телескопа, который управляется AURA, Inc. по контракту № NAS5-26555. Эти наблюдения связаны с заявками 10210, 10260, 11724, 13442, 15645, 15654. В настоящей работе были использованы базы данных NED, HyperLeda.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и Национального научного фонда Болгарии в рамках научного проекта № 19-52-18007.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Ананд и др. (G.S. Anand, J.C. Lee, S.D. Van Dyk, A.K. Leroy, E. Rosolowsky, E. Schinnerer, K. Larson, E. Kourkchi, et al.), MNRAS **501**, 3621 (2021).
- 2. Антипова и др. (A.V. Antipova, D.I. Makarov, and L.N. Makarova), Astrophys. Bull. **75**, 93 (2020).
- 3. Арп (H. Arp), Astrophys. J. Suppl. Ser. 14, 1 (1966).
- 4. Беллазини и др. (М. Bellazzini, F. Ferrano, and E. Pancino), Astrophys. J. **556**, 635 (2001).
- 5. Блэйкесли и др. (J.P. Blakeslee, E.A. Ajhar, and J.L. Tonry), arXiv:astro-ph9807124 (1999).
- Боттинели и др. (L. Bottinelli, L. Gouguenheim, G. Paturel, and G. Vaucouleurs), Astron. Astrophys. Suppl. Ser. 56, 381 (1984).
- Боттинели и др. (L. Bottinelli, L. Gouguenheim, G. Paturel, and G. Vaucouleurs), Astron. Astrophys. Suppl. Ser. 59, 43 (1985).
- Боттинели и др. (L. Bottinelli, L. Gouguenheim, G. Paturel, and P. Teerikorpi), Astron. Astrophys. 156, 157 (1986).
- 9. Винко и др. (J. Vinko, B. Csak, Sz. Crismadia, G. Furesz, L.L. Kiss, K. Sarneczky, Gy. Szabo, K. Sziladi, and I.B. Biro), Astron. Astrophys. **372**, 824 (2001).
- 10. Виллик (J.A. Willick), astro-ph/9610200 (1996).
- Воронцов-Вельяминов (В.А. Vorontsov-Velyaminov), Atlas and Catalogue of interacting galaxies. Part1 (Moscow Univercity, Moscow, 1959).
- 12. Де Грейс (R. de Grijs), An Introduction to Distance Measurement in Astronomy (John Wiley & Sons, Chichester, 2011).
- 13. Джонис и др. (M.I. Jones, M. Hamuy, P. Lira, J. Maza, A. Clocchiatti, M. Phillips, N. Morrell, M. Roth, et al.), Astrophys. J. **696**, 1176 (2009).
- 14. Долфин (A. Dolphin), DOLPHOT: Stellar photometry, Astrophysics Sourc e Code Library ascl:1608.013 (2016).

- 15. Канбур и др. (S.M. Kanbur, C. Ngeow, S. Nikolaev, N.R. Tanvir, and M.A. Hendry), Astron. Astrophys. **411**, 361 (2003).
- 16. Караченцев (I.D. Karachentsev), AISAO 7, 3 (1972).
- 17. Караченцев и др. (I.D. Karachentsev, Yu.N. Kudrya, V.E. Karachentseva, and S.N. Mitronova), Astrophysics **49**, 450 (2006).
- 18. Киршнер, Кван (R.P. Kirshner and J. Kwan), Astrophys. J. **193**, 27 (1974).
- 19. Корбин и др. (M. Corbin, H. Kim, R. Jansen, R.A. Windhorst, and R. Cid Fernandes), Astrophys. J. 675, 194 (2008).
- 20. Лагаттула и др. (D.J. Lagattula, J.R. Mould, L. Staveley-Smith, et al.), Astrophys. J. 771, 88 (2013).
- 21. Ли и др. (M.G. Lee, W.L. Freedman, and B.F. Madore), Astrophys. J. **417**, 553 (1993).
- 22. Мадоре, Фридман (В. Madore and W. Fridman), Astron. J. **109**, 16 45 (1995).
- 23. Макаров и др. (D.I. Makarov, N.A. Zaitseva, and D.V. Bizyaev), MNRAS **479**, 3373 (2018).
- 24. Миске и др. (S. Mieske, M. Hilker, and L. Infante), Astron. Astrophys. **403**, 43 (2003).
- 25. Михос и др. (J.C. Mihos, P. Harding, C.S. Rudick, and J. Feldmeier), Astrophys. J. Lett. **764**, L20 (2013).
- 26. Моначеси и др. (A. Monachesi, E.F. Bell, D.J. Radburn-Smith, M. Vlajic, J.S. de Jong, J. Bailin, J.J. Dalcanton, B.W. Holwerda, and D. Streich), Astrophys. J. **766**, 106 (2013).
- 27. Осман и др. (А.М.І. Osman, M.S. Ella, and I.A. Issa), Astron. Nach. **303**, 329 (1982).
- 28. Патюрель, Терикорпи (G. Paturel and P. Teerikorpi), Astron. Astrophys. **452**, 423 (2006).
- 29. Рехкуба и др. (M. Rejkuba, W.E. Harris, L. Greggio, G.L.H. Harris, H. Jerjen, and O.A. Gonzalez), Astrophys. J. Lett. **791**, L2 (2014).
- Рисси др. (A.G. Riess, L.M. Macri, S.L. Hoffmann, D. Scolnic, S. Casertano, A.V. Filippenko, B.E. Tucker, M.J. Reid, D.O. Jones, et al.), Astrophys. J. 826, 56 (2016).
- 31. Рудик и др. (C.S. Rudick, J.C. Mihos, and C. McBride), Astrophys. J., **648**, 936 (2006).
- 32. Сабби и др. (E. Sabbi, D. Calzetti, L. Ubeda, A. Adamo, M. Cignoni, D. Thilker, A. Aloisi, B.G. Elmegreen, et al.), Astrophys. J. Supp. Ser. 235, 23 (2018).
- 33. Сорке и др. (J.G. Sorce, R.B. Tully, H.M. Courtois, T.H.Jarrett, J.D. Neill, and E.J. Shaya), MNRAS 444, 527 (2014).
- 34. Сет и др. (A. Seth, J. Dalcanton, and R. de Jong), Astron. J. **129**, 1331 (2005).
- 35. Спрингоб и др. (С.М. Springob, К.L. Masters, M.P. Haynes, R. Giovanelli, and Ch. Marinoni), Astrophys. J. Suppl. Ser. **182**, 474 (2009).
- 36. Стетсон (P.B. Stetson), Publ. Astron. Soc. Pacific **99**, 191 (1987).
- 37. Стетсон (P.B. Stetson), Publ. Astron. Soc. Pacific **106**, 250 (1994).

ПИСЬМА В АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 47 № 11 2021

- 38. Талли и др. (R.B. Tully, L. Rizzi, E.J. Shaya, H.M. Courtois, D.I. Makarov, and B.A. Jacobs), Astron. J. **138**, 323 (2009).
- 39. Талли и др. (R.B. Tully, H. Courtois, A.E. Dolphin, J.R. Fisher, Ph. Heraudeau, B.A. Jacobs, I.D. Karachentsev, D. Makarov, et al.), Astron. J. 146, 86 (2013).
- 40. Тереу и др. (G. Theureau, M.O. Hanski, N. Coudrean, N. Hallet, and J.-M. Martin), Astron. Astrophys. **465**, 71 (2007).
- 41. Тихонов (N.A. Tikhonov), Astron. Rep. **49**, 501 (2005).
- 42. Тихонов (N.A. Tikhonov), Astron. Rep. **50**, 517 (2006).
- Тихонов и др. (N.A. Tikhonov, O.A. Galazutdiniva, and I.O. Drozdovsky), Astron. Astrophys. 431, 127 (2005).
- 44. Тихонов и др. (N.A. Tikhonov, O.A. Galazutdinova, and G.M. Karataeva), Astrophys. Bull. **74**, 257 (2019).
- 45. Тихонов, Галазутдинова (N.A. Tikhonov and O.A. Galazutdiniva), Astrophys. Bull. **75**, 384 (2020).
- 46. Фолателли и др. (G. Folatelli, N. Morrell, M. Phillips, E. Hsiao, A. Campillay, C. Contreras, S. Castellon, M. Hamuy, et al.), Astrophys. J. **773**, 53 (2013).

- 47. Харрис и др. (W.E. Harris, G.L.H. Harris, A.C. Layden, and P.B. Stetson), Astron. J. **134**, 43 (2007).
- 48. Хатт и др. (D. Hatt, W.L. Freedman, B.F. Madore I.S. Jang, R.L. Beaton, T.J. Hoyt, M.G. Lee, A.J. Monson, et al.), Astrophys. J. **866**, 145 (2018).
- 49. Холмберг (E. Holmberg), AnLun. 6, 1 (1937).
- 50. Шлафли, Финкбайнер (E.F. Schlafly and D.P. Finkbeiner), Astrophys. J. **737**, 103 (2011).
- 51. Экхольм и др. (T. Ekholm, P. Lanoix, P. Teerikorpi, P. Fouque, and G. Paturel), Astron. Astrophys. **355**, 835 (2000).
- 52. Якобс и др. (B. Jacobs, L. Rizzi, B. Tully, E.J. Shaya, D.I. Makarov, and L. Makarova), Astron. J. **138**, 332 (2009).
- 53. Янг, Ли (I.S. Jang and M.G. Lee), Astrophys. J. **835**, 28 (2017).
- 54. Янг и др. (I.S. Jang, D. Hatt, R.L. Beaton M.G. Lee, W.L. Freedman, B.F. Madore, T.J. Hoyt, A.J. Monson, et al.), Astrophys. J. **852**, 60 (2018).

ТРАНЗИЕНТ АТ2018cow: СЦЕНАРИЙ С ЭКВАТОРИАЛЬНЫМ ДИСКОМ

© 2021 г. Е. М. Урвачев^{1,2*}, С. И. Блинников^{1,2,3}, К. Номото⁴

¹Всероссийский научно-исследовательский институт автоматики им. Н.Л. Духова, Москва, Россия ²НИЦ "Курчатовский институт" — ИТЭФ, Москва, Россия

³Государственный астрономический институт им. П.К. Штернберга, Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

⁴Кавли институт физики и математики Вселенной, Токийский университет, Кашива, Япония

Поступила в редакцию 19.10.2021 г.

После доработки 05.11.2021 г.; принята к публикации 05.11.2021 г.

Для объяснения наличия раннего рентгеновского излучения от объекта AT2018cow проведено исследование сценария с наличием в системе выброса плотного вещества в экваториальной плоскости. На основе упрощенной одномерной модели разработана двумерная модель с присутствием в системе плотного экваториального диска. В результате двумерного радиационно-гидродинамического моделирования многомерным параллельным кодом FRONT показано, что ударная волна бежит по такому диску медленнее, чем по исходному облаку малой плотности, и приводит к образованию области с высокой температурой, видимой в рентгеновском диапазоне в определенном интервале углов наблюдения.

Ключевые слова: сверхновые, кривые блеска, перенос излучения.

DOI: 10.31857/S0320010821110073

ВВЕДЕНИЕ

Быстропеременный объект (транзиент) AT2018cow обладает целым рядом удивительных наблюдательных особенностей (Прентис и др., 2018; Перли и др., 2019). Высокая светимость объекта может объясняться ударно-волновым сценарием, когда бегущая по плотному околозвездному веществу сильная ударная волна приводит к значительным потерям на излучения. Тем не менее для объяснения высокой светимости на хвосте кривой блеска требуется наличие дополнительного источника энергии: магнитарная накачка, приливное разрушение в поле черной дыры и т.д.

Настоящая статья посвящена исследованию источников раннего рентгеновского излучения от объекта AT2018cow. Согласно одному из возможных сценариев, это излучение объясняется наличием в системе плотного экваториального диска (Маргутти и др., 2019). Для радиационно-гидродинамического моделирования такого сценария используется многомерный параллельный код FRONT (Глазырин, 2013), развиваемый в том числе для моделирования сверхмощных сверхновых (Урвачев и др., 2021).

МОДЕЛЬ

Для транзиента AT2018cow с помощью одномерного лагранжевого кода STELLA (Блинников и др., 2006) в приближении ударно-волнового механизма было разработано несколько моделей, согласующихся с наблюдаемыми кривыми блеска в течение первых десятков дней после вспышки. Модель (Леунг и др., 2020) на основе взрыва массивной звезды требует довольно искусственного перемешивания радиоактивного материала во внешних слоях. Другая многообещающая модель (Сорокина и др., готовится к печати) основана на расчетах эволюции и взрыва с выбросом малой массы (Толстов и др., 2019). В настоящей работе используется модификация такой маломассивной модели: в центре находится плотное ядро ("нейтронная звезда") массой $1.37 \, M_{\odot}$, окруженное выбросом с малой массой 0.28 М. Для уменьшения вычислительной стоимости многомерных расчетов эта модель была упрощена: было использовано уравнение состояния идеального газа с $\gamma = 5/3$ и $\mu = 1.33$, а также постоянная непрозрачность чистого поглощения $\kappa = 0.2~{
m cm}^2/{
m r},$ не зависящая от частоты и состояния среды. На момент времени $t_m = 0.38$ дней после взрыва профили физических величин из кода STELLA были отображены

^{*}Электронный адрес: urvachevyegor@gmail.com



Рис. 1. Профили плотности, температуры и скорости, используемые в качестве начальных для одномерного моделирования кодом FRONT.

на одномерную сферически-симметричную сетку в многомерный радиационно-гидродинамический код FRONT. Использованные профили изображены на рис. 1. Полная энергия системы на этот момент времени составляет 1.2×10^{51} эрг, из которых 6×10^{50} эрг приходится на кинетическую энергию и столько же — на тепловую.

Для построения модели с наличием плотного экваториального диска, окружающего центральный источник, подобного тому, который обсуждался в работе (Маргутти и др., 2019) лишь на качественном уровне, начальные профили физических величин из сферической модели были отображены уже на двумерную сетку кода FRONT с RZцилиндрической геометрией, обладающей азимутальной симметрией. Затем была задана область диска со следующими параметрами: $r_{\rm in} = 2 \times$ × 10^{14} см (внутренний радиус), $r_{out} = 7.5 \times 10^{14}$ см (внешний радиус) и tg $\theta_{disk} = 0.18$ ($\theta_{disk} -$ угол раскрытия диска). Связь плотности ρ_d , скорости v_d и температуры T_d вещества в каждой конкретной точке диска со значениями аналогичных величин в начальной одномерной модели в точке с соответствующим радиусом (обозначены индексом "0") задается следующим образом: $\rho_d = 5\rho_0$, $v_d = 0.2v_0$, $T_d = 0.2T_0$. Использованные начальные профили физических величин для двумерного моделирования изображены на рис. 2.

РАДИАЦИОННО-ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ

Методика расчета аналогична использованной в предыдущих исследованиях (Урвачев и др., 2021). ТРАНЗИЕНТ АТ2018cow



Рис. 2. Профили плотности и температуры, используемые в качестве начальных для двумерного моделирования кодом FRONT.



Рис. 3. Болометрические кривые блеска, рассчитанные с помощью кода STELLA (штрихпунктирная линия) и кода FRONT (сплошная линия). Наблюдаемые значения для болометрики изображены треугольниками, а для рентгена (в интервале 0.3–10 кэВ) — квадратами. Данные взяты из статьи Маргутти и др. (2019).

Сравнение кривых блеска в одномерных расчетах различными кодами представлено на рис. 3.

На этапе роста кривой блеска и в максимуме светимости результаты, полученные с помощью различных кодов, хорошо совпадают. Различие начинает проявляться на участке падения светимости (хвосте кривой блеска). В численной схеме кода STELLA присутствует член, ответственный за дополнительное размытие плотного слоя, возникающего на фронте ударной волны. Таким образом, моделируются возможные многомерные эффекты, которые приводят к развалу слоя и, как следствие, меньшей светимости объекта (Блинников и др., 1998). Кроме того, в рассматриваемой модели вещество крайне сильно расширяется по сравнению с радиусом начальной области, в которой оно сосредоточено. Для моделирования такого эффекта на фиксированной эйлеровой сетке в коде FRONT область вне начального радиуса заполняется веществом с низкой плотностью и температурой. Это приводит к образованию на границе плотного и низкоплотного вещества ударной волны, которая ответственна за небольшой горб в кривой блеска на момент времени $t \approx 5$ дней. На лагранжевой же сетке кода STELLA вещество расширяется в вакуум. Несмотря на сильное упрощение модели, расчетные болометрические кривые согласуются с наблюдательными данными. Тем не менее исполь-



Рис. 4. Профили плотности и температуры вещества на различные моменты времени в двумерном расчете кодом FRONT сценария с наличием экваториального диска для AT2018cow.

ТРАНЗИЕНТ АТ2018cow



Рис. 5. Карты фотосферных температур для различных углов наблюдения на момент времени t = 5 дней при непрозрачности $\kappa = 0.2 \text{ см}^2/\text{г}$.

зованная модель постоянной непрозрачности, качественно воспроизводящая общую динамику системы, приводит к нефизичному катастрофическому занижению значения рентгеновского потока в интервале 0.3-10 кэВ. Кривая светимости в этом интервале, вычисленная с помощью кода STELLA, идет гораздо ниже, чем 10³⁹ эрг/с, поэтому даже не изображается на рис. 3. В коде FRONT не производилось разбиение на группы по энергиям фотонов, поэтому кривая светимости в указанном интервале также не приводится. Расчеты с реалистичной моделью непрозачности (Сорокина и др., готовится к печати) дают более физически правильную картину, но все равно значения светимости в интервале 0.3-10 кэВ оказываются меньше наблюдаемых. Именно поэтому для их объяснения необходим дополнительный источник рентгеновского изучения. Тем не менее в целом болометрические результаты согласуются друг с другом, что позволяет сделать вывод о возможности использования кода FRONT для моделирования ударно-волнового сценария для AT2018cow.

Результаты двумерного моделирования кодом FRONT на сетке 1024^2 представлены на рис. 4.

Резкие небольшие провалы в профилях температуры (соответствуют черным точкам на графиках) возникают в области низкой плотности, которая нужна для описания расширения в вакуум на эйлеровой сетке. Эти провалы имеют как численную, так и физическую причину: наличие скорости вследствие образовавшейся на границе раздела плотного и низкоплотного вещества ударной волны приводит к тому, что из-за используемой численной схемы образуются ячейки, в которых плотность энергии излучения, а также и температура вещества становятся отрицательными. В рассматриваемом расчете эти значения исправляются на некоторое небольшое число, что, тем не менее, не приводит к изменению динамики системы.

Хорошо видно, что ударная волна по плотному диску распространяется медленнее, чем по исходному облаку меньшей плотности, а также приводит к более сильному нагреву вещества. Такая сильно нагретая область как раз и может объяснять наличие раннего рентгеновского излучения от AT2018cow. Тем не менее эта область будет видна для наблюдателя лишь в некотором интервале углов. Поскольку используется модель постоянной непрозрачности поглощения, то можно УРВАЧЕВ и др.



Рис. 6. Карты фотосферных температур для различных углов наблюдения на момент времени t = 10 дней при непрозрачности $\kappa = 0.2 \text{ см}^2/\Gamma$.

легко проинтегрировать оптическую толщину $d\tau = \kappa \rho dx$ (Сузуки, Маеда, 2017) вдоль лучей под определенным углом θ , предполагая, что как и для радиационно-гидродинамического расчета $\kappa = 0.2 \text{ см}^2/\text{г}$. На следующих рисунках изображены карты фотосферных температур ($T_{\rm ph} = T$, где T — температура вещества в точке, где $\tau = 1$) для различных углов наблюдения: рис. 5 соответствует моменту времени t = 5 дней, а рис. 6 - t = 10 дней.

При наблюдениях на объект сверху ($\theta = \pi/2$) четко виден известный эффект потемнения к краю (проявляющийся уже при наблюдениях Солнца), что указывает на правильность реализации постобработки результатов радиационно-гидродинамического моделирования. Область высокой температуры лучше видна при наблюдениях под углами, близкими к углу раскрытия диска. Различие в температурах при этом проявляется сильнее на момент времени t = 10 дней, поскольку в этот момент фронт ударной волны находится ближе к внешнему краю диска, чем на момент времени t = 5 дней. Если же предположить $\kappa = 0.02 \text{ см}^2/\text{г}$ (что в 10 раз меньше использованного ранее значения), то разница в температуре будет

хорошо заметна уже на момент времени t = 5 дней (рис. 7). Важно отметить, что значение $\kappa = 0.02 \text{ см}^2/\text{г}$ использовалось лишь для постобработки результатов проведенного при $\kappa = 0.2 \text{ см}^2/\text{г}$ радиационно-гидродинамического моделирования. Это позволяет получить более реалистичную картину для наблюдателя, когда высокоэнергичные рентгеновские фотоны имеют больший пробег.

Можно оценить долю излучения, попадающую в наблюдаемый рентгеновский диапазон 0.3-10 кэВ в чернотельном приближении (рис. 8). На рис. 7 хорошо видно, что при наблюдениях объекта сверху $(\theta = \pi/2)$ температура фотосферы $T_{\rm ph} \sim 50\,000$ К. Относительный вклад интервала 0.3-10 кэВ в полный поток при такой температуре оказывается пренебрежимо малым ($\sim 2 \times 10^{-24}$). При наблюдениях же в плоскости экваториального диска оказывается видим более горячий участок с $T_{\rm ph} \sim$ ~ 65000 К. Относительный вклад рассматриваемого интервала в таком случае оказывается больше, но все равно он крайне мал ($\sim 10^{-19}$). Как было отмечено ранее, более реалистичная модель непрозрачности приведет к еще большей доле в этом интервале за счет существенно нетеплового

ТРАНЗИЕНТ АТ2018соw



Рис. 7. Карты фотосферных температур для различных углов наблюдения на момент времени t = 5 дней при непрозрачности $\kappa = 0.02 \text{ см}^2/\text{г.}$



Рис. 8. Спектр черного тела (в условных единицах) при различных температурах вещества. Вертикальными линиями обозначен диапазон энергий 0.3–10 кэВ.

спектра или комптонизации. Заметим также, что другие параметры диска могут увеличить температуру на фронте ударной волны. Например, при $T_{\rm ph} \sim 400\,000\,$ K относительный вклад интервала 0.3–10 кэВ в полный поток составляет несколько процентов даже для теплового спектра, что уже может объяснить наблюдаемые данные. Для окончательного ответа на вопрос необходимо проведение многомерных многогрупповых расчетов, что будет являться предметом будущего исследования.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье рассмотрено моделирование объекта AT2018cow, который помимо прочего примечателен наличием раннего рентгеновского излучения. Одним из возможных объяснений такого излучения является наличие более плотного выброса массы в экваториальной плоскости. Результаты расчета упрощенной одномерной модели ударноволнового сценария, качественно воспроизводящие болометрическую кривую блеска, согласуются между многомерным кодом FRONT и одномерным кодом STELLA. На основе этой модели была создана двумерная модель с присутствием в системе плотного экваториального диска. Результаты двумерного радиационно-гидродинамического моделирования кодом FRONT показали, что ударная волна движется по такому диску медленнее, чем по исходной области меньшей плотности, и приводит к образованию сильно нагретой области. Такая область, лучше всего видимая в рентгеновском диапазоне под углами, близкими к углу раскрытия диска, как раз и может объяснять особенности рентгеновского излучения транзиента. Детальное моделирование сценария с учетом реалистичной модели непрозрачности, а также конфигурации диска будет являться предметом следующих исследований.

Е.М. Урвачев и С.И. Блинников благодарят грант РНФ № 19-12-00229 за поддержку радиационно-гидродинамического моделирования объекта AT2018cow. Авторы крайне благодарны Е.И. Сорокиной за обсуждение начальных моделей для AT2018cow.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Блинников и др. (S.I. Blinnikov, R. Eastman, O.S. Bartunov, V.A. Popolitov, and S.E. Woosley), Astrophys. J. **496**, 454 (1998).
- Блинников и др. (S.I. Blinnikov, F.K. Röpke, E.I. Sorokina, M. Gieseler, M. Reinecke, C. Travaglio, W. Hillebrandt, and M. Stritzinger), Astron. Astrophys. 453, 229 (2006).
- Глазырин С.И., Письма в Астрон. журн. 39, 249 (2013) [S.I. Glazyrin, Astron. Lett. 39, 221 (2013)].
- 4. Леунг и др. (S.-C. Leung, S. Blinnikov, K. Nomoto, P. Baklanov, E. Sorokina, and A. Tolstov), Astrophys. J. **903**, 66 (2020).
- 5. Маргутти и др. (R. Margutti, B.D. Metzger, R. Chornock, I. Vurm, N. Roth, B.W. Grefenstette, V. Savchenko, R. Cartier, et al.), Astrophys. J. **872**, 18 (2019).
- 6. Перли и др. (D.A. Perley, P.A. Mazzali, L. Yan, S.B. Cenko, S. Gezari, K. Taggart, N. Blagorodnova, C. Fremling et al.), MNRAS **484**, 1031 (2019).
- 7. Прентис и др. (S. Prentice, K. Maguire, S. Smartt, M. Magee, P. Schady, S. Sim, T.-W. Chen, P. Clark, et al.), Astrophys. J. Lett. **865**, L3 (2018).
- 8. Сузуки, Маеда (A. Suzuki and K. Maeda), MNRAS **466**, 2633 (2017).
- 9. Толстов и др. (A. Tolstov, K. Nomoto, E. Sorokina, S. Blinnikov, N. Tominaga, and Y. Taniguchi), Astrophys. J. **881**, 35 (2019).
- 10. Урвачев и др. (E. Urvachev, D. Shidlovski, N. Tominaga, S. Glazyrin, and S. Blinnikov), Astrophys. J. Suppl. Ser. **256**, 8 (2021).

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ФОНОВОЙ НЕЙТРАЛЬНОЙ КОМПОНЕНТЫ НА ДИНАМИКУ ОБОЛОЧКИ В ОСТАТКАХ СВЕРХНОВЫХ

© 2021 г. Ю. С. Шарова^{1,2*}, С. И. Глазырин^{2,3}, В. А. Гасилов¹

¹Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия

²Институт теоретической и экспериментальной физики им. А.И. Алиханова Национального исследовательского центра "Курчатовский институт", Москва, Россия

³Всероссийский научно-исследовательский институт автоматики им. Н.Л. Духова, Москва, Россия

Поступила в редакцию 21.10.201 г.

После доработки 11.11.2021 г.; принята к публикации 11.11.2021 г.

Исследуется влияние нейтралов на развитие многомерных неустойчивостей плотного слоя в остатках сверхновых. Представлена модель, в которой нейтралы описываются в виде постоянно присутствующей дополнительной среды со своими параметрами (температурой, плотностью, скоростью и т.д.), которая взаимодействует с ионной компонентой через столкновительные процессы. В рамках этой модели получено, что наличие нейтралов подавляет рост неустойчивостей при условии их доминирования в полной плотности среды.

Ключевые слова: остатки сверхновых, неустойчивости, магнитное поле, нейтралы.

DOI: 10.31857/S032001082111005X

ВВЕДЕНИЕ

Сверхновые являются значительными событиями в жизни любой галактики. В течение нескольких десятков дней короткого по астрономическим масштабам времени их светимость сравнима со светимостью галактики, что позволяет их использовать для исследования свойств удаленных областей Вселенной. Кроме того, такие объекты очень богаты различной физикой: в процессе взрыва параметры среды меняются в широком диапазоне, от сверхплотного вещества до низких плотностей межзвездной среды, от температур термоядерного горения (в сотни кэВ–МэВы), до нескольких тысяч градусов Кельвина и ниже. Такое разнообразие превращает сверхновые в природные лаборатории, где можно наблюдать различные физические пропессы.

В данной работе рассматривается конечная стадия взрыва — расширение остатков сверхновых. На ней плотность среды падает настолько, что характерная длина пробега фотонов становится больше размеров области. Свободный уход излучения приводит к радиационным потерям энергии и в дальнейшем к развитию тепловой неустойчивости, в результате которой образуется плотный слой. В отличие от простой ударной волны, такой слой имеет сложную внутреннюю структуру и состоит из собственно плотной холодной области, которая отделяется зонами охлаждения от окружающих ее с обеих сторон ударных волн. Его неустойчивость приводит к потере сферической симметрии и формированию существенно многомерной структуры остатка (Киофи и др., 1988; Шевальер, 1999).

Подобная сложная многомерная структура наблюдается во многих остатках в нашей Галактике (например, остатки с развитой волокнистой структурой — Симеиз 147, ІС 443, Петля Лебедя). Образование такой структуры может быть связано с развитием плазменных или гидродинамических неустойчивостей, поэтому изучение этих объектов позволит улучшить наше представление о подобных эффектах. Аналогичные неустойчивости наблюдаются при взаимодействии сверхновой с плотным выбросом в одном из сценариев сверхмощной сверхновой (Таддиа и др., 2013; Сузуки и др., 2019). В этом случае присутствие неустойчивости может сказаться на точности метода определения космологических расстояний (Бакланов и др., 2013).

^{*}Электронный адрес: yulia-shar@mail.ru

Также остатки представляют интерес тем, что являются источниками космических лучей (Белл, 1978) (например, остатки IC 443, W44 и Cas A), ускорение которых связано с наличием взаимодействия ударных волн с магнитным полем (Арчамбаулт и др., 2017; Каприоли и др., 2011; Крымский, 1977; Бережко, Крымский, 1988).

Магнитное поле оказывает влияние на динамику плотного слоя в остатках. В одномерном приближении оно исследовалось в работах (Петрук и др., 2018; Петрук и др., 2021), в многомерном в (Бао и др., 2018; Бадьин, Глазырин, 2021), при этом в работе (Бао и др., 2018) акцент сделан на излучении и его поляризации, а не динамике остатка. Влиянию магнитного поля подвержена только заряженная компонента среды. Нейтралы, которые могут присутствовать в межзвездной среде, а также возникать в процессах рекомбинации в самом остатке, нечувствительны к полю. Их динамика также может отличаться за счет физически отличающихся механизмов радиативных потерь. Присутствие нейтралов влияет на процессы формирования плотного слоя, что в итоге может сказаться на его структуре и неустойчивостях.

В данной работе рассмотрена простая модель, позволяющая учесть влияние нейтралов. Они добавляются в систему в виде второй жидкости, которая взаимодействует с ионной компонентой за счет столкновений. В рамках данной работы сделаны сильные упрощающие предположения (в частности, отсутствие ионизационно-рекомбинационных процессов), которые позволяют оценить эффект от постоянного присутствия нейтралов и исследовать их влияние при различной доле. В дальнейших исследованиях эти предположения могут быть сняты, не выходя за рамки представленной модели.

Двужидкостное приближение, используемое в работе, может быть легко обобщено на произвольное количество жидкостей. Каждая компонента среды описывается своими параметрами: плотностью, температурой, скоростью и т.д. Взаимодействие между компонентами записывается в виде сил трения и обменного члена энергии.

В разделе "Двужидкостная модель" представлена модель и коротко описан численный код, в котором модель реализована. В разделе "Динамика нейтральной компоненты" рассмотрено влияние нейтральной компоненты на структуру плотного слоя при различных уровнях взаимодействия ионов с нейтралами. В разделе "Неустойчивости плотного слоя" исследуется влияние нейтралов на развитие многомерных неустойчивостей.

ДВУЖИДКОСТНАЯ МОДЕЛЬ

Опишем двужидкостную модель, на основе которой проводятся расчеты ниже. Так как физические эффекты для ионов и нейтралов различаются, то система уравнений распадается на две части. Для ионной компоненты (обозначаем ее индексом α):

$$\partial_t \rho_\alpha + \partial_i (\rho_\alpha v_{\alpha,i}) = 0, \tag{1}$$

$$\partial_t(\rho_\alpha v_{\alpha,i}) + \partial_j \left(\rho_\alpha v_{\alpha,i} v_{\alpha,j} + (2)\right)$$

$$+\delta_{ij}\left(p_{\alpha}+\frac{B^2}{2}\right)-B_iB_j\Big)=R_{\alpha\beta,i}$$

$$\partial_t E_{\alpha} + \partial_i \left(v_{\alpha,i} \left[E_{\alpha} + p_{\alpha} + \frac{B^2}{2} \right] -$$
(3)
$$- (\mathbf{vB}) B_i \right) = Q_{\alpha\beta} - Q_{\text{cool}} + Q_{\text{heat}},$$

$$\partial_t B_i + \partial_j (v_j B_i - B_j v_i) = 0.$$
(4)

Здесь полная энергия $E_{\alpha} = \rho_{\alpha}\epsilon_{\alpha} + \rho_{\alpha}v_{\alpha}^2/2 + B^2/2$, $\rho_{\alpha} = m_{\alpha}n_{\alpha}$ — плотность, **v** — скорость, *p* — давление, ϵ — внутренняя энергия, **B** — магнитное поле, нормированное на $\sqrt{4\pi}$, $Q_{\alpha\beta}$ — столкновительный обмен энергии между ионами и нейтралами, Q_{cool} — темп потери энергии на охлаждение, Q_{heat} — нагрев среды (см. ниже), $R_{\alpha\beta}$ — сила трения между жидкостями (столкновительная).

Для нейтральной компоненты (обозначим индексом *β*)

$$\partial_t \rho_\beta + \partial_i (\rho_\beta v_{\beta,i}) = 0, \tag{5}$$

$$\partial_t (\rho_\beta v_{\beta,i}) + \partial_j \left(\rho_\beta v_{\beta,i} v_{\beta,j} + \delta_{ij} p_\beta \right) = -R_{\alpha\beta,i}, \quad (6)$$

$$\partial_t E_\beta + \partial_i \left(v_{\beta,i} \left[E_\beta + p_\beta \right] \right) = -Q_{\alpha\beta}. \tag{7}$$

Полная энергия $E_{\beta} = \rho_{\beta}\epsilon_{\beta} + \rho_{\beta}v_{\beta}^2/2$. Гидродинамические уравнения замыкаются уравнениями состояния

$$p_{\alpha} = A_{\alpha}^{-1} \rho_{\alpha} R_g T_{\alpha}, \quad p_{\beta} = A_{\beta}^{-1} \rho_{\beta} R_g T_{\beta}, \quad (8)$$

где R_g — газовая постоянная, A_α , A_β — средний молекулярный вес ионной и нейтральной компоненты соответственно. В молекулярном весе ионной компоненты учитывается вклад электронов, и она согласована с химсоставом, используемым при расчете функции охлаждения (см. ниже), нейтралы считаются чистым водородом.



Рис. 1. Функция охлаждения $\Lambda(T)$.

Передача энергии и импульса между компонентами среды происходит за счет столкновительных процессов. Для расчета характерного времени столкновений $\tau_{\alpha\beta}$ примем постоянное сечение взаимодействия на уровне $\sigma \sim 5 \times 10^{-15}$ см² (Хуба, 2013; Шульц и др., 2008):

$$\tau_{\alpha\beta} = \frac{1}{n_{\beta}\sigma \left(kT_{\alpha}/m_{\alpha}\right)^{1/2}},\tag{9}$$

тогда силу трения можно записать как

$$R_{\alpha\beta} = -\frac{m_{\alpha}n_{\alpha}}{\tau_{\alpha\beta}}(\mathbf{v}_{\alpha} - \mathbf{v}_{\beta}). \tag{10}$$

Передача энергии в таком случае

$$Q_{\alpha\beta} = -\sum_{\beta} 3 \frac{m_{\alpha}}{m_{\alpha} + m_{\beta}} \frac{n_{\alpha}}{\tau_{\alpha\beta}} k_B (T_{\alpha} - T_{\beta}) - (11)$$
$$-\sum_{\beta} \frac{m_{\beta}}{m_{\alpha} + m_{\beta}} (\mathbf{v}_{\alpha} - \mathbf{v}_{\beta}) \mathbf{R}_{\alpha\beta},$$

где также учтен нагрев за счет силы трения *R*, что необходимо для соблюдения энергетического баланса.

Для описания радиационных потерь Q_{cool} воспользуемся функцией охлаждения $\Lambda(T)$, которая описывает объемные потери для солнечного химсостава (Шуре и др., 2009) (рис. 1). При расчете этой функции учитываются добавка к водороду и гелию малой доли более тяжелых элементов, их ионизационное состояние и соответствующие переходы. Таким образом, ионизационнорекомбинационные процессы учитываются только в рамках функции охлаждения и не представлены явно в гидродинамической модели (где химсостав описывается средней атомной массой $A_{\alpha} = 0.58$). Отметим, что темпы охлаждения в $\Lambda(T)$ значительно падают при $T < 10^4$ К. В этом диапазоне температур заметный вклад дают нейтралы. Нейтральная компонента, которая учитывается в модели в виде отдельной жидкости ρ_{β} , не согласована с нейтралами, которые определяют низкотемпературную область функции охлаждения. Тот факт, что темпы охлаждения в этой области низкие, позволяет оправдать используемое приближение для нейтральной жидкости, которая не имеет радиационных потерь на излучение.

Менее физичным является приближение об отсутствии ионизационно-рекомбинационных переходов между ионной и нейтральной компонентами (жидкостями в используемой модели). Такое приближение противоречит высоким температурам, которые возникают за фронтом ударной волны. Данная модель позволяет усилить эффект нейтралов, представив их как некий отдельный резервуар с энергией и импульсом. Такая модель позволяет оценить критические значения сечений ион-нейтрального взаимодействия, а также показать их влияние на развитие неустойчивости, что возможно за счет постоянного присутствия второй компоненты в среде (это могут быть не только нейтралы, указанная модель и результаты применимы к любой дополнительной компоненте в среде, которая взаимодействует с основной плазмой через столкновения).

ПИСЬМА В АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 47 № 11 2021

Темпы потери энергии ионной компонентой и нагрев записываются как

$$Q_{\text{cool}} = \Lambda(T)n_H^2, \quad Q_{\text{heat}} = \Lambda(T_0)n_{H0}^2, \quad (12)$$

где n_H — концентрация водорода. Нагрев вводится феноменологически, так что он постоянен и компенсирует потери для фоновых параметров окружающей среды: T_0 — температура окружающей среды, n_{H0} — концентрация водорода в ней, что позволяет головной ударной волне распространяться по неизменной среде.

Описанная модель была реализована в рамках программного комплекса MARPLE3D (Багдасаров и др., 2012), разработанного научным коллективом из ИПМ им М.В. Келдыша РАН. Код MARPLE3D создан на основе современных технологий программирования и ориентирован на параллельные вычисления задач магнитной радиационной газовой динамики в трехмерных областях разной по сложности геометрической формы на сетках регулярной, нерегулярной и блочной структуры. Детали численной реализации указанной модели представлены в работе (Шарова, 2021).

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Указанная модель используется для решения задачи об эволюции остатка сверхновой. На этом этапе детали механизма взрыва сверхновой не принципиальны, так как рассматривается динамика на пространственных масштабах, значительно превышающих начальный размер звезды: играет роль только величина суммарного энерговыделения E_{expl} . В расчетах эта энергия выделяется в виде внутренней энергии вещества в малом объеме в центре расчетной области с характерными размерами L. Изначально область заполнена однородной средой из ионов с плотностью $\rho_{\alpha 0}$ и нейтралов $\rho_{\beta 0}$ с плотностями порядка плотности межзвездной среды ($\sim 1 m_p/cm^3$). Расчеты ниже будут различаться отношением $ho_{lpha 0}/
ho_{eta 0},$ при этом полная плотность среды остается постоянной $ho_{lpha 0}+$ $+ \rho_{\beta 0} = \text{const.}$

Подобные постановки использовались и в других исследованиях остатков (Ким, Острикер, 2014; Бадьин и др.). Начальное энерговыделение в компактной области приводит к формированию течения, соответствующего автомодельному решению Седова о сильном взрыве (Седов, 1967; Ландау, Лифшиц, 1986). Радиативные потери зависят от n^2 и максимальны в наиболее плотных областях течения, т.е. прямо за фронтом головной ударной волны. Это приводит к сжатию вещества в этой области и формированию плотного слоя. Важной особенностью динамики такого слоя является его неустойчивость. Магнитное поле приводит к подавлению неустойчивости в некоторых его областях (там, где поле тангенциально поверхности слоя). Нейтралы также могут оказывать влияние на развитие неустойчивости, что исследуется в данной работе.

Выделение энергии происходит мгновенно только в ионной компоненте $E = 1.28 \times 10^{51}$ эрг в центре области размера R = 4 пк. Температура окружающей среды вне области энерговыделения для ионов и во всей области для нейтралов $T_i =$ $= T_n = 8000$ К. В расчетах с магнитным полем оно было однородно, и его величина задавалась равной |B| = 5 мкГс. Чтобы уменьшить эффекты выделенных направлений вдоль осей, магнитное поле направлено вдоль прямой X = Y. Размер расчетной области L = 50 пк. Плотность среды $\rho_{\alpha 0} + \rho_{\beta 0} = \rho_0 = 1 m_p/см^3$ оставалась постоянной, при этом плотность нейтралов варьировалась в диапазоне $(0-0.9)\rho_0$.

ДИНАМИКА НЕЙТРАЛЬНОЙ КОМПОНЕНТЫ

Так как начальное энерговыделение происходит только в ионной компоненте, нейтральная компонента начинает движение за счет силы трения и передачи энергии. Эффективность вовлечения нейтралов напрямую зависит от сечения. В рассматриваемых масштабах задачи (которые соответствуют типичным параметрам в остатках) сечение $\sigma_0 = 5 \times 10^{-15}$ см² приводит к сильным столкновениям между компонентами среды. При характерных температурах $T \sim 10^5 - 10^6$ К на фронте ударной волны получается время столкновений $\tau_{in0} \sim 1$ год при характерном гидродинамическом времени задачи в сотни тысяч лет. В таком случае динамика нейтральной компоненты полностью совпадает с динамикой ионов.

Для того чтобы исследовать обратную ситуацию, когда нейтралы слабо связаны с ионами, проведем расчет с искусственно заниженным сечением до $\sigma_1 = 5 \times 10^{-22}$ см². В этом случае времена $\tau_{in1} \sim 10^7$ лет, что уже превышает время динамики разлетающегося облака. На рис. 2 показано сравнение профилей плотности и скорости для двух вариантов расчетов с разными сечениями.

Расчеты показывают, что на поздних временах при использовании малого сечения σ_1 ионная и нейтральная компоненты имеют различную динамику. При этом решение для нейтральной среды соответствует седовскому с меньшим энерговыделением (ударная волна прошла меньшее расстояние). Это означает, что компоненты взаимодействовали на начальной стадии, когда в центре была высокая



Рис. 2. Плотности и скорости ионной (α) и нейтральной (β) компонент: (a) — для сечения σ_0 , (б) — для сечения σ_1 . В расчете $\rho_{\beta 0}/\rho_{\alpha 0} = 3$.



Рис. 3. Расчет с отсутствием нейтральной компоненты: (а) — при наличии магнитного поля, (б) — без поля.

температура, а потом их взаимодействие "отключилось". Ионная компонента потеряла небольшую часть энергии на начальной стадии, дальнейшая ее динамика уже не зависит от нейтральной компоненты. В случае сечения σ_0 ионы с нейтралами связаны друг с другом и движутся медленнее, чем в предыдущем варианте из-за большей движущейся массы. При этом скачок плотности на слое оказывается выше из-за меньшего гидродинамического времени задачи.

Из этих профилей можно сделать вывод, что при слабом взаимодействии ионная компонента имеет независимую динамику, начиная с некоторого момента, поэтому в нем сформируется плотный слой, в котором будет развиваться неустойчивость.

НЕУСТОЙЧИВОСТИ ПЛОТНОГО СЛОЯ

Есть несколько неустойчивостей, которым может быть подвержен плотный слой в остатках сверхновых. Различные варианты неустойчивостей и роль магнитного поля анализировались в работе (Бадьин, Глазырин, 2021). Сам процесс формирования плотного слоя связан с развитием тепловой неустойчивости: в результате охлаждения скорость радиационных потерь только возрастает. Это становится возможным, когда характерное время радиационного охлаждения становится меньше характерного гидродинамического времени, соответствующего решению Седова. Если ударная волна расширяется в однородную среду, то такая неустойчивость происходит одновременно



Рис. 4. Нормированная на начальную ионная плотность $\rho_{\alpha}/\rho_{\alpha 0}$ для расчетов с разным соотношением между плотностями ионов и нейтралов на момент времени t = 400 тыс. лет.

и независимо в различных точках слоя. После формирования такой слой оказывается подвержен уже многомерным неустойчивостям, которые приводят к изгибным возмущениям (рис. 3). Присутствие магнитного поля с напряженностью несколько мкГс приводит к подавлению неустойчивости в тех областях слоя, где поле тангенциально поверхности.

Возникающая неустойчивость имеет физическую природу и связана с нелинейной неустойчивостью Вишняка (Вишняк, 1994), которая развивается в процессе катастрофического сжатия слоя (Бадьин, Глазырин, 2021). Кроме того, в слое возникают области, в которых $\nabla \rho \cdot \nabla p < 0$, что означает условие развития конвективной неустойчивости (хотя, данное условие наблюдается в полной мере в расчетах с высоким пространственным разрешением). При этом во всех случаях затравочными являются малые сеточные возмущения, но их рост связан с наличием физических неустойчивостей в системе.

На рис. 4 представлены распределения плотностей ионов для нескольких вариантов распределения плотности между ионами и нейтралами, величина $\rho_{\alpha 0}/\rho_{\beta 0}$ меняется в пределах 0.11–9. Когда нейтралов меньше, чем ионов, они не оказывают влияние на неустойчивость. Обратная ситуация наблюдается при доминировании нейтралов в плотности. Нейтралы в представленной модели представляют собой дополнительный резервуар с энергией, который накачивается после прохождения головной ударной волны. Данную ситуацию можно описать следующей системой для лагранжевого элемента течения:

$$\frac{d(\rho_{\alpha}\epsilon_{\alpha})}{dt} = E_{SW,\alpha}\delta(t - t_{SW}) -$$
(13)
$$-K(T_{\alpha} - T_{\beta}) - \Lambda(T)n_{H}^{2} - p_{\alpha}\operatorname{div} v_{\alpha},$$

$$\frac{d(\rho_{\beta}\epsilon_{\beta})}{dt} = E_{SW,\beta}\delta(t - t_{SW}) -$$

$$-K(T_{\beta} - T_{\alpha}) - p_{\beta}\operatorname{div} v_{\beta},$$

где K — множитель в обменном члене (см. выше), также пренебрегаем нагревом Q_{heat} , который зна-

чителен только при параметрах окружающей среды. Данные уравнения описывают эволюцию внутренней энергии элемента среды: он нагревается, проходя головную ударную волну, что описывается первым членом в уравнениях; E_{SW} — энергия, которую получает каждый компонент среды, проходя через фронт ударной волны. Строго говоря, увеличение внутренней энергии связано, в том числе, с работой сил давления, которые учитываются отдельным слагаемым, но будем считать, что энергия корректно учитывается в δ -слагаемом, а $t_{
m SW}$ начальное время для этих уравнений. Энергия, полученная нейтралами на ударной волне, передается ионам через обменный член. Работа давления представляет только адиабатическое изменение энергии, поэтому представляет малый интерес в системе. Если сложить эти два уравнения для $t > t_{SW}$, получим

$$\frac{d(\rho_{\alpha}\epsilon_{\alpha} + \rho_{\beta}\epsilon_{\beta})}{dt} = -\Lambda(T)n_{H}^{2} - (14) - (p_{\alpha} + p_{\beta})\operatorname{div} v.$$

Здесь подставлено $v_{\alpha} = v_{\beta}$, что верно для случая сильных столкновений. Таким образом, слева стоит полная энергия (при этом в расчетах полная плотность вещества остается неизменной, она только перераспределяется между ионами и нейтралами), которая теряется за счет члена охлаждения, зависящем от плотности ионной компоненты $n_H = \xi n_{H,\text{full}}$, где ξ — доля ионов в полной плотности, а $n_{H,\text{full}}$ — концентрация водорода, посчитанная по полной плотности $\rho_{\alpha} + \rho_{\beta}$. В данных расчетах темпы потери энергии масштабируются как ξ^2 , что приводит к увеличению характерного времени охлаждения $t_{\rm cool} \sim \rho_{\alpha} e_{\alpha} / (\Lambda(T) n_H^2)$. На рис. 5 пространственное распределение этого времени сравнивается с характерным временем ионнейтральных столкновений (сечение σ_0) и адиабатическим временем в решении Седова $t_{\rm ad} = T/T =$ = 5t/3. Наибольший интерес представляют значения этих времен в месте положения плотного слоя. В этой точке $t_{\rm in} < t_{\rm cool} < t_{\rm ad}$. Первое неравенство означает, что нейтралы сильно связаны с ионами и успевают им передать свою энергию, второе — условие формирования плотного слоя. При уменьшении доли ионной компоненты это время растет как ξ^{-2} , приближаясь к адиабатическому, что замедляет процесс сжатия и рост дальнейших неустойчивостей.

В представленных расчетах не учитываются процессы ионизации и рекомбинации, которые могут менять долю нейтралов в течении. Проведем оценку характерного времени ионизации. Так как основной разогрев происходит на фронте передней ударной волны, которая распространяется перед слоем, воспользуемся параметрами плазмы за этой



Рис. 5. Характерные времена охлаждения $t_{\rm cool}$, ионнейтральных столкновений $t_{\rm in}$, адиабатического времени $t_{\rm ad}$ в разных точках пространства для расчета с $\rho_{\alpha} = \rho_{\beta}$ на момент времени.

волной: плотность возрастает в $\approx (\gamma + 1)/(\gamma - 1) =$ = 4 раза, температура до $10^5 - 10^6$ К. При таких параметрах характерное время столкновительной ионизации можно оценить как $\tau_{\text{ioniz}} \sim (n_e \langle \sigma v \rangle)^{-1} \sim$ ~ 1 год, где использованы скорости ионизации из (Воронов, 1997). Так как время ионизации значительно меньше характерных гидродинамических времен, нейтральная компонента полностью ионизуется на фронте. Таким образом, при учете ионизации, плотность нейтралов будет значительно меньше плотности ионов, а это значит, что нейтралы не смогут оказать влияния на развитие неустойчивости (а модель без ионизации усиливает эффект нейтралов).

Отдельно представим результат динамики остатка с уменьшенным сечением ион-нейтральных взаимодействий σ_1 . Как было описано выше, при таком сечении взаимодействие происходит только на ранних стадиях расширения остатка. В дальнейшем ионы, передав часть энергии нейтралам, начинают независимую динамику, что явно показано на распределениях плотности (рис. 6): в слое наблюдается неустойчивость в согласии со сценарием присутствия только ионной компоненты.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе исследовалось влияние нейтралов на динамику плотного слоя, формирующегося в остатках сверхновых. Такой слой возникает в результате развития тепловой неустойчивости за фронтом ударной волны. В дальнейшем развиваются многомерные неустойчивости, которые приводят к



Рис. 6. Распределение плотности ионной компоненты $\rho_{\alpha}(a)$ и нейтральной $\rho_{\beta}(6)$ на момент времени t = 400 тыс. лет при уменьшенном сечении взаимодействия σ_1 .

потере слоем сферической симметрии (неустойчивость Вишняка, конвективная неустойчивость). Известно, что наличие крупномасштабного магнитного поля подавляет рост неустойчивости за счет ограничения степени сжатия слоя. В работе представлена двужидкостная модель, в которой нейтралы учитываются в виде второй жидкости, взаимодействующей с ионной компонентой через столкновения. Кроме того, динамика нейтралов не зависит от магнитного поля. В модели не учтены процессы ионизации и рекомбинации — доля нейтралов не меняется. Такое приближение позволяет максимизировать эффект их влияния, так как они присутствуют постоянно. При характерных сечениях ион-нейтральных столкновений получается, что нейтралы находятся в равновесии с ионной составляющей (оно пропадает при значительно более низком сечении), при этом они играют роль дополнительного "резервуара", который нагревается на фронте ударной волны, а потом передает свою энергию охлаждающимся из-за радиационных потерь ионам, тем самым снижая эффективный темп охлаждения, что и приводит к подавлению неустойчивости. Расчеты показали, что даже при постоянном присутствии нейтралов, они подавляют развитие неустойчивости только при условии, что их плотность превышает плотность ионной компоненты. При учете процессов ионизации доля нейтралов начнет быстро падать за фронтом головной ударной волны. Этот результат показывает слабое влияние нейтральной компоненты на развитие многомерных неустойчивостей плотного слоя в остатках сверхновых.

Исследование Ю.С. Шаровой и С.И. Глазырина выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 19-12-00229.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Арчамбаулт и др. (S. Archambault, A. Archer, W. Benbow, R. Bird, E. Bourbeau, M. Buchovecky, J.H. Buckley, V. Bugaev, et al.), Astrophys. J. 836, 23 (2017).
- Багдасаров Г.А., Болдарев А.С., Гасилов В.А. и др., Свидетельство о государственной регистрации № 2012660911 от 30.12.2012 Программа для ЭВМ "Программный комплекс MARPLE".
- 3. Бадьин и др. (D.A. Badjin, S.I. Glazyrin, K.V. Manukovskiy, and S.I. Blinnikov), MNRAS **459**, 2188 (2016).
- 4. Бадьин, Глазырин (D.A. Badjin and S.I. Glazyrin), MNRAS 507(1), 1492 (2021).
- 5. Бакланов и др. (P.V. Baklanov, S.I. Blinnikov, M.Sh. Potashov, and A.D. Dolgov), JETP Lett. **98**, 432 (2013).
- 6. Бао и др. (B. Bao, Ch. Yang, and Li Zhang), Am. Astron. Soc. 866, 37 (2018).
- 7. Белл (A.R. Bell), MNRAS 182, 147 (1978).
- Бережко Е.Г., Крымский Г.Ф., Успехи физ. наук 154, 49 (1988).
- 9. Вишняк (Е.Т. Vishniac), Astrophys. J. **428**, 186 (1994).
- 10. Воронов (G.S. Voronov), Atom. Data and Nucl. Data Tabl. **65**, 1 (1997).
- 11. Каприоли и др. (D. Caprioli, P. Blasi, and E. Amato), Astropart. Phys. **34**, 447 (2011).
- 12. Ким, Острикер (С.-G. Kim and E.C. Ostriker), Astrophys. J. **802**, 99 (2015).
- 13. Киофи и др. (D.F. Cioffi, Ch.F. McKee, and E. Bertschinger), Astrophys. J. **334**, 252 (1988).
- 14. Крымский Г.Ф., Докл. АН СССР 234, 1306 (1977).
- Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М., Теоретическая физика. Гидродинамика (М.: Наука, 1986).
- 16. Петрук и др. (О. Petruk, T. Kuzyo, S. Orlando, M. Pohl, M. Miceli, F. Bocchino, V. Beshley, and R. Brose), MNRAS **479**, 4253 (2018).
- 17. Петрук и др. (О. Petruk, T. Kuzyo, S. Orlando, M. Pohl, and R. Brose), MNRAS **505**, 755 (2021).
- 18. Седов Л.И., *Методы подобия и размерности в механике* (М.: Наука, 1967).
- 19. Сузуки и др. (A. Suzuki, T.J. Moriya, and T. Takiwaki), Astrophys. J. **887**, 249 (2019).
- 20. Таддиа и др. (F. Taddia, M.D. Stritzinger, J. Sollerman, M.M. Phillips, J.P. Anderson, L. Boldt, A. Campillay, S. Castellon, et al.), Astron. Astrophys. **555**, A10 (2013).
- 21. Хуба (J.D. Huba), NRL PLASMA FORMULARY Supported by The Office of Naval Research (Washington, DC: Naval Res. Laboratory, 2013).
- 22. Шарова Ю.С., Матем. моделирование, принята в печать (2021).
- 23. Шевальер (R.A. Chevalier), Astrophys. J. **511**, 798 (1999).
- 24. Шульц и др. (D.R. Schultz, P.S. Krstic, T.G. Lee, and J.C. Raymond), Astrophys. J. **678**, 950 (2008).
- 25. Шуре и др. (К.М. Schure, D. Kosenko, J.S. Kaastra, R. Keppens, and J. Vink), Astron. Astrophys. **508**, 751 (2009).

ОРБИТЫ ВИЗУАЛЬНО-ДВОЙНЫХ ЗВЕЗД КАТАЛОГА П. КУТО, ОПРЕДЕЛЕННЫЕ С УЧЕТОМ ДАННЫХ GAIA DR2 И GAIA EDR3

© 2021 г. А. Э. Киссер^{1*}, В. Г. Кречет¹

¹ Московский государственный технологический университет "СТАНКИН", Москва, Россия Поступила в редакцию 22.10.2021 г. После доработки 02.11.2021 г.; принята к публикации 02.11.2021 г.

Впервые определены орбиты десяти звезд, открытых П. Куто: COU 99, 357, 610, 850, 1346, 1531, 1642, 1752, 1845, 2459. У двух из них (COU 850 и 1752) наблюдениями охвачена дуга более половины оборота, орбиты остальных звезд определялись по коротким дугам (5–50°). Орбиты COU 99, 610, 1346, 1531 и 1845 вычислены с использованием сумм масс компонент, оцененных по фотометрическим данным и тригонометрическим параллаксам каталогов Gaia, Hipparcos и Tycho. Кроме того, произведено уточнение орбит COU 66, 169, 773, 1006 и 1897.

Ключевые слова: визуально-двойные звезды, орбиты.

DOI: 10.31857/S0320010821110036

ВВЕДЕНИЕ

В данной работе исследуются визуальнодвойные звезды, открытые П. Куто и вошедшие в составленный им каталог (Куто, 1995). Ранее нами были опубликованы 20 орбит звезд этого каталога (Байдин, Кречет, 2021). В настоящий момент мы представляем десять орбит, определенных впервые: COU 357, 850, 1642, 1752, 2459 вычислены без использования фотометрических сумм масс, остальные (COU 99, 610, 1346, 1531, 1845) получены с учетом фотометрических данных. Кроме того, мы производим уточнение пяти орбит (COU 66, 169, 773, 1006, 1897), вычисленных ранее другими исследователями (Харткопф, Мэйсон, 2021).

Для определения орбит использовался метод (Байдин, 2015; Байдин и др., 2018), который позволяет вычислить орбиту по наблюдениям, распределенным на короткой дуге. Этот метод можно отнести к одной из модификаций метода Харткопфа и др. (1989). В последнем для определения трех величин (P, T_p, e) использовался метод подбора, мы же применяем генетический алгоритм. Также для повышения точности результатов наш метод позволяет использовать дополнительные данные: относительные лучевые скорости (V_{rBA}) и суммы масс компонент ($M_{AB(ph)}$), оцененные по фотометрическим данным и спектральным классам. Одним из наиболее известных методов определения орбит

по коротким дугам является метод параметров видимого движения (ПВД) (Киселев, Кияева, 1980; Быков, Холшевников, 2013; Кияева, Романенко, 2020), для его работы необходимо знать относительные лучевые скорости и суммы масс. В нашем методе в зависимости от особенностей имеющихся данных можно как использовать V_{rBA} и $M_{AB(ph)}$, так и не использовать.

Первоначально делается попытка определить орбиту без дополнительных данных (V_{rBA} и M_{AB(ph)}). Если после вычислений динамическая и фотометрическая суммы масс или вычисленная и измеренная относительные лучевые скорости не согласуются, орбита вычисляется с использованием дополнительных данных. У представленных в данной работе звезд измерения относительных лучевых скоростей не проводились. Для пяти звезд не удалось получить орбиты с динамическими массами, удовлетворяющими данным каталогов Gaia (Браун и др., 2018, 2021), Hipparcos и Tycho (ESA, 1997), поэтому мы использовали фотометрические массы для уточнения элементов орбит. Еще для одной звезды (СОИ 66) представлены две орбиты: первая вычислена без использования фотометрической суммы масс, вторая - с учетом значения суммы масс.

Применение фотометрических сумм масс при определении орбит долгопериодических пар (P > 500 лет) можно считать вынужденной мерой. Достаточно надежные орбиты подобных объектов встречаются очень редко, так как для этого пара

^{*}Электронный адрес: al.baidin@yandex.ru

должна находиться на малом расстоянии от Солнца ($\pi_t \sim 100 \text{ мсд}$) и наблюдаться около 200 лет, в качестве примера можно привести STT 547 (Кияева и др. 2001, 2020; Измайлов, 2019). В работе (Байдин и др., 2018) орбита этой пары вычислена тремя способами: описанным ниже методом без использования дополнительных данных, с использованием относительной лучевой скорости, взятой из работы А.А. Токовинина (1994), и модифицированным методом ПВД (Байдин, 2018). Орбиты STT 547, полученные разными авторами и различными методами, мало отличаются друг от друга. В большинстве случаев для долгопериодических пар вычисляются предварительные орбиты, использование фотометрических масс в ходе вычислений позволяет повысить точность результатов. Полученные предварительные орбиты долгопериодических пар можно использовать для проведения статистических исследований (Токовинин, 1998, 2020; Токовинин, Кияева, 2016; Кияева и др., 2018).

МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОРБИТ

Основные уравнения метода следующие:

$$x = AX + FY, \quad y = BX + GY, \tag{1}$$

$$X = \cos E - e, \quad Y = (1 - e^2)^{1/2} \sin E,$$
 (2)

$$E - e\sin E - n(T - T_p) = 0,$$
 (3)

где x и y — декартовые координаты звездыспутника относительно главной компоненты в картинной плоскости, X, Y — приведенные координаты, E — эксцентрическая аномалия.

В качестве неизвестных (элементов орбит) у нас выступают A, B, F, G — элементы Тиле–Иннеса, P — период (он связан со средним движением $n = 2\pi/P$), e — эксцентриситет, T_p — момент прохождения периастра. От перечисленных элементов с помощью стандартного алгоритма (Куто, 1981) можно перейти к элементам орбит (P, a, i, Ω, T_p , e, ω), которые входят в современный каталог орбит двойных звезд (Харткопф, Мэйсон, 2021).

С учетом количества наблюдений N, используя (1), можно составить 2N уравнений и решить их методом наименьших квадратов. В качестве искомых величин выступают элементы орбит, уравнения получаются нелинейными, поэтому нужно задавать первые приближения, и могут возникнуть проблемы со сходимостью. Последнее затрудняет определение орбит по наблюдениям на короткой дуге и наблюдениям, неоднородно покрывающим дуги порядка или более половины оборота. Проблему со сходимостью можно решать различными

способами. В методе И.С. Измайлова (2019) задача разбита на два этапа: 1) имея первые приближения величин P, T_p, e , которые заранее были определены методом Тиле—Иннеса, методом наименьших квадратов вычисляются A, B, F, G; 2) зная A, B,F, G, с помощью нелинейного метода наименьших квадратов уточняются P, T_p, e .

В работе Харткопфа и др. (1989) предложен другой подход. Если приведенные координаты известны, то уравнения (1) являются линейными относительно величин A, B, F, G. Для вычисления приведенных координат необходимо знать P, T_p и e, тогда с помощью (3) можно найти эксцентрическую аномалию и подставить в (2). Харткопф и др. (1989) предложили P, T_p и e определять подбором, а величины A, B, F, G находить методом наименьших квадратов. В этом подходе одновременно определяются P, T_p , e, A, B, F, G, для которых сумма взвешенных квадратов невязок минимальна.

В настоящей работе орбиты определены модифицированным методом Харткопфа и др. (1989). Вместо подбора в нем используется генетический алгоритм (ГА), такой подход был предложен в работе (Байдин, 2015). Время, затрачиваемое на определение орбиты, при использовании генетического алгоритма в сравнении с методом подбора уменьшается. Еще одно преимущество использования ГА связано с тем, что вместо первых приближений задаются интервалы возможных значений P, T_p и e, одинаковые для всех исследуемых звезд. Для вычисления орбит, представленных в данной работе, наиболее удобными являются следующие интервалы: $P \in [10; 10\,000], T_p \in [1800; 11\,800], e \in$ $<math>\in [0.001; 0.95].$

Как правило, наблюдениям, распределенным на малой дуге, могут одинаково хорошо удовлетворять заметно отличающиеся друг от друга орбиты (Киселев, 1989; Байдин, 2018). Исключение из этого правила составляют только орбиты, определяемые по современным высокоточным наблюдениям, например, звездного интерферометра РТІ (Колавита и др., 1999). В наших исследованиях используются в основном визуальные и спеклинтерферометрические наблюдения, имеющие более низкую точность. Поэтому в случае обработки наблюдений на малых дугах при повторных запусках ГА получаются различные орбиты. Проблема повторяемости результатов исследования решена посредством многократного запуска ГА (обычно 20 повторений) и выбора орбиты с элементами, наиболее близкими к средним. Кроме средних значений элементов орбиты было принято решение определять среднеквадратичные отклонения элементов орбит. Последние характеризуют "разброс" орбит, хорошо удовлетворяющих используемой совокупности относительных положений.

Эксперименты с модельными и реальными данными (Байдин, 2018) показали, что при работе с наблюдениями, распределенными на малых дугах (20-50°) и имеющими погрешность $\sigma_{
ho}/
ho\in$ $\in (0.01 - 0.1)$, довольно часто вычисленные орбиты сильно отличаются от истинных. Такие результаты сопровождаются более чем на порядок завышенными динамическими суммами масс и завышенными значениями эксцентриситетов, которые устремляются к верхнему граничному значению (в программе задано 0.95). Эти два критерия хорошо подходят для оценки качества получаемых орбит: фотометрические и динамические суммы масс должны быть примерно равны, и значения эксцентриситета не должны устремляться к заданной верхней границе (вместо 0.95 можно задать 0.99 или более).

Если по наблюдениям относительных положений орбиту, удовлетворяющую описанным выше двум критериям, получить не удается, то для уточнения элементов орбит можно применить дополнительные данные: фотометрические суммы масс $M_{AB(ph)}$ и относительные лучевые скорости V_{rBA} . В работе (Байдин и др. 2018) предложено изменить условие отбора решений в генетическом алгоритме, минимумы сумм квадратов невязок умножить на коэффициенты

$$k_M = 1 + \frac{\left|M_{AB(\text{ph})} - M_{AB(\text{d})}\right|}{M_{AB(\text{ph})}}, \qquad (4)$$
$$k_V = 1 + \frac{\left|V_{rBA(\text{obs})} - V_{rBA(\text{cal})}\right|}{V_{BA}},$$

где $M_{AB(\mathrm{ph})}$ — фотометрическая сумма масс, $M_{AB(\mathrm{d})}$ — динамическая сумма масс, $V_{rBA(\mathrm{obs})}$ и $V_{rBA(\mathrm{cal})}$ — наблюдаемая и вычисленная по элементам орбит относительная лучевая скорость, $V_{BA} = \sqrt{\mu_{BA}^2 + V_{rBA(\mathrm{obs})}^2}$ — скорость звездыспутника относительно главной компоненты, μ_{BA} — проекция относительной скорости на картинную плоскость (вычисляется с помощью разложений относительных координат по времени).

Основное условие для выбора элементов орбит с учетом коэффициентов (4) следующее

$$\chi^2 = \chi^2_{\rm int} + \chi^2_{\rm vis} = \min, \qquad (5)$$

где

$$\chi_{\text{int}}^{2} = k_{M}k_{V}\sum_{i(\text{int})} ((x_{i(\text{obs})} - x_{i(\text{cal})})^{2} + (6) + (y_{i(\text{obs})} - y_{i(\text{cal})})^{2}),$$

$$\chi^{2}_{\text{vis}} = k_{M} k_{V} \sum_{i(\text{vis})} p_{i(\text{vis})} ((\rho_{i(\text{obs})} - \rho_{i(\text{cal})})^{2} + (7) + 4 * \rho^{2}_{i(\text{cal})} (\theta_{i(\text{obs})} - \theta_{i(\text{cal})})^{2}).$$

Веса наблюдений (*p_i*) определялись по формулам (Байдин, Кречет, 2021)

$$p_{\rm int} = 50D^{1.5}\sqrt{N}, \quad p_{\rm vis} = D^{0.5}\sqrt{N}, \quad (8)$$

где D — апертура телескопа, N — количество измерений, с помощью которых определены средние относительные координаты звезды-спутника, $p_{\rm vis}$ — веса визуальных наблюдений разделения (веса позиционных углов в четыре раза больше).

При использовании условия (5) совместно с (4), (6)–(8) завышенные динамические суммы масс получаются редко, эксцентриситеты также редко устремляются к верхнему граничному значению. Требования к точности определения фотометрических сумм масс и точности значений тригонометрических параллаксов (они используются для определения динамической и фотометрической суммы масс) при этом возрастают, так как эти величины теперь, наравне с относительными положениями, влияют на сумму квадратов невязок (5).

Описанный метод с коэффициентами (4) позволяет определить эллиптическую орбиту независимо от качества наблюдений и реальных особенностей движения пары, т.е. в отдельных случаях может получиться эллиптическая орбита с удовлетворительной динамической суммой масс, хотя пара является оптической. Подобные результаты необходимо исключить из рассмотрения. Для этого в ходе наших исследований определялись элементы прямолинейного движения (Харткопф и др., 2006.5) всех звезд, у которых наблюдениями охвачены дуги менее 100°, и форма этих дуг близка к прямолинейной. Из вычисленных величин использовались видимая относительная скорость и среднеквадратичное отклонение, определяемое с учетом весов

$$\mu_{BA} = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}, \quad S_{(p)\text{lin}} = \sqrt{\chi^2/N}, \quad (9)$$

где \dot{x}, \dot{y} — проекции относительной скорости, N — количество наблюдений, используемых в вычислениях, χ^2 — сумма взвешенных квадратов невязок (5) для модели прямолинейного движения.

О наличии физической связи говорит выполнение хотя бы одного из неравенств

$$\mu_{BA} < \mu, \quad S_{(p)el} < S_{(p)lin},$$
 (10)

где μ_{BA} — видимая скорость звезды-спутника относительно главной компоненты (9), μ — собственное движение пары, $S_{(p)el}$ и $S_{(p)lin}$ — среднеквадратичные отклонения (9), определенные с учетом весов наблюдений, для моделей эллиптического и прямолинейного относительных движений. Условие $\mu_{BA} < \mu$ может выполняться и для оптической пары, поэтому вывод о наличии физической связи можно сделать, если μ_{BA} как минимум в несколько раз меньше μ . Выполнение условия $S_{(p)el} < S_{(p)lin}$ показывает, что модель

ПИСЬМА В АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 47 № 11 2021

Таблица 1. Элементы орбит

COU	66	66*	99*	169	357	610*	773	850
P, год	255.6	143.2	321.3	92.7	393.8	361.1	165.3	48.00
σ_P	21.4	3.3	38.0	4.2	42.8	76.8	7.7	0.07
a, ''	0.930	0.727	0.599	0.457	0.369	0.826	0.232	0.2774
σ_a	0.050	0.011	0.048	0.005	0.027	0.118	0.007	0.0005
i, °	155.9	147.0	146.2	134.1	123.0	100.5	76.5	45.3
σ_i	2.8	0.4	5.1	0.9	0.9	3.2	0.2	0.1
Ω, °	132.8	12.0	39.7	50.2	128.9	26.9	45.2	101.6
σ_{Ω}	5.4	5.1	4.0	4.6	1.4	2.5	0.1	0.5
T_p , год	2025.9	2031.3	1902.0	1964.5	2360.8	1943.0	2019.5	1944.75
σ_{Tp}	1.0	3.8	13.1	0.4	46.4	0.7	2.1	0.07
e	0.493	0.497	0.128	0.676	0.253	0.780	0.213	0.495
σ_e	0.017	0.019	0.052	0.033	0.050	0.054	0.008	0.004
$\omega, ^{\circ}$	102.2	25.5	58.6	259.7	316.0	66.5	86.6	60.3
σ_{ω}	9.9	4.0	29.0	1.8	7.1	8.8	7.2	0.6
COU	1006	1346*	1531*	1642	1752	1845*	1897	2459
P, год	221.0	139.6	203.5	433.8	71.4	619.2	82.3	633.6
σ_P	44.7	28.6	40.8	52.8	8.0	109.1	1.7	98.6
a, ''	0.743	0.212	0.448	0.247	0.182	1.000	0.138	1.833
σ_a	0.083	0.030	0.057	0.020	0.019	0.120	0.001	0.140
$i,^{\circ}$	52.2	119.2	123.8	59.3	50.3	64.5	31.7	120.9
σ_i	1.6	6.3	1.3	1.0	3.4	3.3	1.1	1.1
Ω, °	16.6	62.9	11.9	101.3	125.6	178.2	133.0	95.9
σ_{Ω}	2.7	5.6	3.8	1.0	7.6	0.4	0.5	1.7
T_p , год	1980.2	2029.9	2024.3	2026.0	2006.4	1932.8	2017.3	2586.0
σ_{Tp}	3.0	0.8	0.7	5.8	0.3	1.7	0.2	103.5
e	0.384	0.479	0.758	0.277	0.477	0.663	0.408	0.445
σ_e	0.083	0.096	0.013	0.055	0.051	0.036	0.001	0.039
$\omega, ^{\circ}$	201.1	109.2	70.3	11.9	83.6	56.0	200.9	223.6
σ_{ω}	8.5	13.8	2.4	6.9	10.8	10.6	1.6	12.3

* Орбита определена с учетом фотометрической суммы масс.

эллиптического движения лучше согласуется с имеющимися наблюдениями, чем модель прямолинейного.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Для определения орбит использовались наблюдения относительных положений с сайта обсерватории в Ницце (Контэль и др., 2001), из четвертого интерферометрического каталога (Харткопф и др., 2020), каталогов Gaia DR2 (Браун и др., 2018) и Gaia EDR3 (Браун и др., 2021) и из работ последних лет, имеющихся в свободном доступе¹. В случае данных Gaia относительные координаты вычислялись при наличии координат обеих компонент пары.

Фотометрические данные и параллаксы брались из каталогов Gaia DR2 (Браун и др., 2018) и Gaia EDR3 (Браун и др., 2021), при отсутствии этих данных использовались каталоги Hipparcos и Tycho (ESA, 1997; Фабрициус, Макаров, 2000; Фабрициус и др. 2002; Ван Лейвен, 2007). Для определения фотометрических масс звезд осуществлялся переход к фотометрической системе (*UBV*) с помощью отношений, представленных в работах Буссо и др. (2019), Риелло и др. (2021), затем использовались эволюционные треки (Жирарди и др., 2000) и зависимость масса—светимость.

В табл. 1 представлены вычисленные элементы орбит. У звезд СОИ 99, 357, 610, 850, 1346, 1531, 1642, 1752, 1845, 2459 орбиты определены впервые. У пяти из них (СОИ 357, 850, 1642, 1752, 2459) фотометрические и динамические суммы масс получились близкими по величине, поэтому мы не производили уточнение элементов орбит с учетом фотометрических сумм масс, остальные (СОИ 99, 610, 1346, 1531, 1845) определены с учетом фотометрических сумм масс. Также мы произвели уточнение пяти орбит (СОU 66, 169, 773, 1006, 1897), полученных ранее другими исследователями, у СОИ 66 представлены две орбиты, отличие этих орбит в том, что в одном случае фотометрическая сумма масс использовалась, в другом — не использовалась.

На рис. 1 изображены орбиты звезд COU 66, 169, 610, 850, 1752 и 1897 в картинной плоскости. Эти звезды, по нашему мнению, являются наиболее актуальными для исследования в ближайшие годы. У COU 66, 169, 850, 1752 и 1897 при наличии современных точных наблюдений через два или три десятилетия можно определить надежные орбиты, а COU 610 является довольно яркой звездой (видимая звездная величина примерно равна 4), к настоящему моменту накоплено большое количество спекл-интерферометрических наблюдений этой пары.

В табл. 2 и 3 представлены следующие величины: N_{int} и N_{vis} — количество спекл-интерферометрических и визуальных наблюдений, используемых для окончательного определения орбиты (после исключения с помощью правила 3σ), T_1 и T_N моменты первого и последнего используемых наблюдений, ho — разделение, вычисленное на эпоху 2022 г., $\Delta \theta$ — угол поворота с момента открытия по 2022 г., π_t — тригонометрический параллакс, $M_{AB(d)}$ и $M_{AB(ph)}$ — фотометрическая и динамическая суммы масс в единицах M_{\odot} , величины μ_{BA} , $\mu, S_{(p)\rm el}$ и $S_{(p)\rm lin}$ были введены выше. Погрешности μ_{BA} и μ в табл. 3 не указаны, в большинстве случаев они невелики (менее 1 мсд/год), исключение составляют СОU 169 и 1642, у первой собственное движение взято из каталога Hipparcos, стандартные ошибки собственных движений по прямому восхождению и склонению $\sigma_{\mu_{\alpha^*}} = 3.08$ мсд/год, $\sigma_{\mu_{\delta}} = 3.19$ мсд/год, у второй — из каталога Gaia DR2, $\sigma_{\mu_{\alpha^*}} = 1.740$ мсд/год, $\sigma_{\mu_{\delta}} = 1.618$ мсд/год. Дуги, охваченные наблюдениями, у COU 169, 773, 850 и 1897 заметно отличаются от прямолинейных, поэтому элементы прямолинейного движения для этих звезд не вычислялись, и в табл. З отсутствуют значения μ_{BA} и $S_{(p)lin}$.

Разделение (ρ), представленное в табл. 2, показывает, насколько сложна пара для наблюдения в настоящий момент, угол поворота ($\Delta \theta$) насколько она перспективна для исследования в ближайшем будущем. Примерное равенство фотометрических и динамических сумм масс говорит, что имеющиеся данные о паре (эпохи и наблюденные относительные координаты, тригонометрические параллаксы и фотометрические данные) не находятся в противоречии, величины (μ_{BA} , μ , $S_{(p)el}$ и $S_{(p)lin}$) используются для доказательства того, что пара физическая.

В каталоге Gaia EDR3 у нескольких изучаемых пар (COU 66, 99, 169, 610, 850, 1845, 2459) имеются координаты обеих компонент на эпоху 2016, аналогичные данные в каталоге Gaia DR2 на эпоху 2015.5 представлены у COU 169, 2459. У перечисленных звезд были вычислены относительные координаты звезд-спутников, полученные наблюдения использовались для определения орбит.

Фотометрические данные раздельно для каждой компоненты в каталоге Gaia EDR3 имеются у следующих объектов: COU 66, 99, 169, 610, 850. У остальных звезд имеется либо фотометрия главной компоненты (А), либо объединенная фотометрия пары (АВ). Фотометрия АВ использовалась

¹https://ui.adsabs.harvard.edu



Рис. 1. Орбиты звезд в картинной плоскости: * — визуальные наблюдения, + — спекл-интерферометрические наблюдения и наблюдения Ніррагсоз и Gaia.

ПИСЬМА В АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 47 № 11 2021

COU	WDS	N_{int}	$N_{ m vis}$	T_1	T_N	ho, $''$	$\Delta \theta$, °
66	15465 + 1957	20	15	1965.47	2018.2362	0.429	115.7
99	14432 + 2246	3	8	1966.32	2016.296	0.642	48.9
169	10140 + 2227	9	22	1967.24	2018.288	0.511	119.8
357	02250 + 2529	8	9	1968.99	2013.805	0.290	44.8
610	15329 + 3122	69	20	1971.523	2016.520	0.842	7.0
773	08539 + 1958	26	14	1972.16	2006.310	0.046	121.6
850	00360 + 3708	4	5	1972.97	2016.0	0.290	364.2
1006	18130 + 3318	5	8	1973.45	2009.4404	0.611	150.6
1346	23239 + 3456	5	6	1974.74	2009.7505	0.096	66.0
1531	05085 + 3755	7	2	1978.02	2010.8925	0.111	98.9
1642	22268 + 4033	9	6	1977.89	2011.858	0.178	38.6
1752	12017 + 4728	6	5	1980.09	2012.1000	0.184	273.3
1845	23267 + 4103	16	6	1978.73	2016.8712	0.991	12.4
1897	08585 + 3548	20	0	1984.0554	2015.1851	0.079	220.5
2459	04245 + 5051	14	1	1989.07	2016.0	1.117	43.8

Таблица 2. Вспомогательная информация об исследуемых парах

Таблица 3. Вспомогательная информация об исследуемых парах

COU	π_t , мсд	$M_{AB(d)}, M_{\odot}$	$M_{AB(\mathrm{ph})}, M_{\odot}$	μ_{BA} , мсд/год	μ , мсд/год	$S_{(p)\mathrm{el}},''$	$S_{(p)\mathrm{lin}},''$
66	25.7243	1.1	1.1	27.0	165.6	0.111	0.556
99	11.2753	1.45	1.45	9.3	64.5	0.085	0.095
169	12.83	5.3	1.5	—	117.7	0.075	—
357	5.7226	1.7	≈ 2	3.9	9.7	0.049	0.073
610	8.2139	7.8	7.8	5.3	23.8	0.105	0.182
773	4.7733	4.2	4.2	—	20.6	0.047	—
850	16.5902	2.0	1.3	—	90.5	0.062	—
1006	15.8418	2.1	1.6	24.9	126.2	0.068	0.117
1346	5.5825	2.8	2.8	4.1	36.5	0.051	0.055
1531	10.0395	2.15	2.15	8.1	40.3	0.080	0.117
1642	3.3171	2.2	≈ 4	2.6	9.3	0.063	0.069
1752	5.8047	6.0	2.2	10.5	78.7	0.081	0.505
1845	10.0066	2.6	2.6	8.5	36.8	0.160	0.172
1897	4.4505	4.4	4.9	—	9.9	0.048	—
2459	20.3228	1.8	1.9	24.3	65.4	0.108	0.115

ПИСЬМА В АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 47 № 11 2021

для проверки данных других каталогов (сравнивалась светимость L_{bolAB} , определенная по данным Gaia, со светимостью $L_{bolA} + L_{bolB}$, определенной по данным других каталогов).

Для определения фотометрических и динамических сумм масс использовались параллаксы каталога Gaia EDR3. У двух звезд (COU 169 и COU 1642) параллакс в Gaia EDR3 отсутствует, параллакс и собственное движение COU 169 взяты из каталога Hipparcos (Ван Лейвен, 2007), параллакс и собственное движение COU 1642 — из каталога Gaia DR2.

Ниже мы даем комментарии по некоторым парам, связанные с особенностями определения их орбит.

1. Пары, вычисленные без использования фотометрических сумм масс (COU 357, 850, 1642, 1752, 2459).

СОU 357. Наблюдениями покрыта дуга менее 40°. Последнее наблюдение выполнено Харшоу и др. (2016). Невязки $(o - c)_{\rho}$ почти всех визуальных наблюдений прошлого века положительны, поэтому окончательно орбита определялась без использования разделений (ρ) визуальных наблюдений.

COU 850. С учетом последнего наблюдения Gaia EDR3 наблюдениями охвачен почти полный оборот, но распределены они неравномерно. Очень важным для определения орбиты является наблюдение Куто 1992.564 (Куто и др., 1993), его несложно найти на рис. 1, так как оно заметно отстоит от остальных наблюдений.

COU 1642. Наблюдениями охвачена дуга менее 40°, но фотометрическая и динамическая суммы масс (табл. 3) хорошо согласуются. Последние наблюдения пары выполнены Герреро и др. (2018).

COU 1752. Наблюдениями охвачена дуга более половины оборота, но распределены они неравномерно: имеются наблюдения с 1980 по 1993 г. на дуге 30° , два последних наблюдения Хорча и др. (2017) отстоят от них более чем на половину оборота. Невязки (o – c)_р всех визуальных наблюдений 80-х годов отрицательные, поэтому окончательно орбита определялась без использования разделений (р) визуальных наблюдений. Завышенное значение динамической суммы масс в сравнении с фотометрической (см. табл. 3) можно объяснить наличием относительной погрешности параллакса Gaia EDR3 порядка 30%. Стоит отметить, что со значением параллакса из каталога Gaia DR2 получается динамическая сумма масс $3.6 M_{\odot}$, которая неплохо согласуется с фотометрической суммой масс.

COU 2459. Наблюдениями охвачена дуга менее 40°, но дуга длиной 20° довольно плотно покрыта наблюдениями Хорча и др. (2002, 2008, 2010, 2012,

2017) и наблюдениями Gaia (DR2 с эпохой 2015.5 и EDR3 с эпохой 2016).

2. Пары, вычисленные с учетом фотометрических сумм масс (COU 99, 610, 1346, 1531, 1845).

Для перечисленных пар при вычислении орбит без использования фотометрических сумм масс были получены плохие результаты. Фотометрические и динамические суммы масс отличались значительно, а вычисленные эксцентриситеты были примерно равны верхнему граничному заданному в ГА значению. В табл. 1 представлены элементы орбит этих пяти пар, определенные с использованием значений фотометрических сумм масс. В табл. 3 представлены величины, доказывающие в силу выполнения условий (10), что все пары являются физическими.

Более подробно остановимся на звезде СОU 610, так как она является достаточно яркой (видимая звездная величина около 4) и видна невооруженным глазом. Наблюдениями охвачена дуга менее 10°, но они покрывают значительную часть видимого эллипса (рис. 1). Невязки $(o-c)_o$ всех визуальных наблюдений 70-х годов, кроме MLR 1971.56 (Контэль и др., 2001), отрицательные (из-за этого часть наблюдений оказалась внутри видимого эллипса, см. рис. 1). Окончательно орбита определялась без использования разделений визуальных наблюдений. Эта пара интенсивно наблюдалась Макалистером с 1976 по 1989 г. (в четвертом интерферометрическом каталоге представлено 48 наблюдений). Последние наблюдения пары выполнены Хорчем и др. (2020), Серо (2017) и Скардия и др. (2019). В каталоге Gaia EDR3 координаты звезды-спутника определены с заметной погрешностью (~0.03"), относительное положение, вычисленное по координатам, плохо согласуется с остальной совокупностью данных, поэтому не использовалось в вычислениях.

3. Пары, у которых производилось уточнение орбит (COU 66, 169, 773, 1006, 1897).

В табл. 4 мы описали причины, из-за которых решили уточнить орбиты из шестого каталога.

У двух пар (COU 66 и 169) замечены несоответствия между астрометрическими и фотометрическими данными, поэтому ниже даны пояснения.

СОU 66. В ходе первых пробных вычислений обнаружено, что невязки $(o - c)_{\rho}$ всех визуальных наблюдений 60-х и 70-х годов отрицательны, поэтому представлена орбита, вычисленная без использования разделений визуальных наблюдений. Значение динамической суммы масс получилось заниженным ($0.72M_{\odot}$), погрешностью параллакса Gaia EDR3 ее не объяснить, так она дает $\sigma_M \sim \sim 0.01 M_{\odot}$. Фотометрическая сумма масс определена достаточно надежно, поэтому орбита была

COU	Авторы	Причины, по которым принято решение уточнить орбиту				
66	Рика Ромеро (2013)	Последние наблюдения Хорча и др. (2017), Токовинина и др. (2019) и Gaia EDR3 имеют заметные невязки: $(o-c)_{\rho} < -0.015''$, $(o-c)_{\theta} \in (-3.5^{\circ}; -0.8^{\circ})$.				
169	Куто (1999)	Почти все наблюдения после 2000 г. имеют большие невязки: $(o-c)_{ ho} > 0.015''$, $(o-c)_{ heta} < -2^{\circ}$.				
773	Куто (1999)	Наблюдения после 2000 г. имеют большие невязки: $(o-c)_{ ho} < -0.025'',$ $(o-c)_{ heta} > 2^{\circ}.$				
1006	Куто (1999)	Невязки спекл-интерферометрических наблюдений очень велики: $(o-c)_{ ho}>0.2'', (o-c)_{ heta}<-20^{\circ}.$				
1897	Докобо, Тамазян (2013)	У последних наблюдений Хорча и др. (2020) $(o-c)_{ ho} > 0.015''$. С учетом данных Gaia EDR3 динамическая и фотометрическая суммы масс отличаются более чем в три раза ($M_{AB(d)} = 17.5 M_{\odot}, M_{AB(ph)} = 4.9 M_{\odot}$).				

Таблица 4. Информация об орбитах, которые ранее были определены другими исследователями

также определена с учетом фотометрической суммы масс, именно она изображена на рис. 1.

СОU 169. Использовалась фотометрия Gaia EDR3. Спектр пары K5 (Мэйсон и др., 2001), а абсолютная звездная величина M_v обеих компонент примерно как у звезд K0. Значение динамической суммы масс получилось завышенным (табл. 3). Возможно, все перечисленное связано с заниженным значением параллакса в каталоге Hipparcos (Ван Лейвен, 2007). Фотометрические данные Gaia EDR3 компонент пары, спектральный класс K5 и динамическая и фотометрическая суммы масс хорошо согласуются при параллаксе около 20 мсд.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе определены орбиты пятнадцати визуальнодвойных звезд, открытых П. Куто. У десяти из них орбиты вычислены впервые, для пяти было произведено уточнение орбит. Представленные результаты являются предварительными. Надежные орбиты в ближайшее время при наличии современных точных наблюдений относительных положений можно получить для COU 66, 169, 850, 1752 и 1897.

Орбиты COU 850 и 1752 были определены впервые, у первой из них наблюдениями покрыт целый оборот, у второй — более половины оборота, но в обоих случаях наблюдения распределены на дуге очень неравномерно. Орбиты COU 66, 169 и 1897 были уточнены, актуальность этих пар связана с двумя причинами: 1) COU 169 и 1897 имеют периоды обращения менее 100 лет; 2) COU 66 и 1897 проходят в настоящий момент участки на видимой орбите с наиболее быстрым относительным движением.

Вычисление орбит выполнено модифицированным методом Харткопфа и др., в котором вместо подбора для определения P, T_p и е применяется генетический алгоритм (ГА). Основное преимущество метода подбора и ГА связано с отсутствием проблем со сходимостью. Генетический алгоритм в сравнении с методом подбора значительно уменьшает время, затрачиваемое на определение орбиты. Кроме того, появляется возможность использования некоторых особенностей ГА для повышения точности получаемых результатов, это в первую очередь актуально при работе с наблюдениями, покрывающими малые дуги или неравномерно распределенными на дуге. У таких пар имеется множество орбит, одинаково хорошо удовлетворяющих накопленным к настоящему времени данным. ГА, в силу его стахостической природы, как раз позволяет вычислить не одну, а множество орбит.

Далее, имея большую совокупность орбит, можно вычислить средние значения орбитальных элементов и выбрать орбиту, которая наилучшим образом им соответствует. Здесь, как и в любых исследованиях, справедливо то, что средние значения оказываются точнее отдельно взятого результата (ранее, работая с отдельными двойными звездами, мы доказали справедливость этого утверждения для элементов орбит).

В генетическом алгоритме можно изменить условие отбора решений в новую популяцию с учетом дополнительных данных. В представленном методе определения орбит в качестве дополнительных данных выступают относительные лучевые скорости и фотометрические суммы масс. Условие отбора изменяется таким образом, что орбиты, у которых вычисленные относительные лучевые скорости и динамические суммы масс лучше согласуются с дополнительными данными, получают преимущество по сравнению с другими орбитами. В статье орбиты COU 66, 99, 610, 1346, 1531, 1845 определены с учетом фотометрических сумм масс. На примере COU 66 показано, что использование фотометрической суммы масс может быть полезно даже при определении орбиты достаточно хорошо изученной визуально-двойной звезды.

Представленный метод определения орбит позволяет работать с неполными данными. Это актуально, если для некоторых эпох имеются наблюдения только позиционных углов, или обнаружено, что невязки $(o - c)_{\rho}$ всех разделений, измеренных визуально, оказываются положительными либо отрицательными. Последнее говорит о наличии систематических ошибок наблюдений (в статье подобная особенность обнаружена у СОU 66, 357, 610, 1752). В этом случае алгоритм метода незначительно преобразуется: элементы Тиле–Иннеса (A, B, F, G) определяются без учета визуальных наблюдений, позиционные углы, измеренные визуально, используются только при выборе решений в новую популяцию.

Работа поддержана Министерством высшего образования и науки РФ, грант № 0707-2020-0025. Авторы благодарят наблюдателей двойных звезд, данные которых использовались в работе. Выбор звезд, наиболее удобных для исследования, был осуществлен благодаря данным сайта обсерватории в Ницце. Авторы благодарят создателей этого сайта.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Байдин А.Э., Вестник ЮУрГУ. Сер. Математика. Механика. Физика. 7 (1), 11 (2015).
- Байдин А.Э., Перов Н.И., Романенко Л.Г., Вестник СПбУ. Математика. Механика. Астрономия. 5 (1), 154 (2018).
- Байдин А.Э., Дис. канд. физ.-мат. наук (ЯГПУ им. К.Д. Ушинского, Ярославль, 2018).
- Байдин А.Э., Кречет В.Г., Астрофиз. бюлл. 76, 100 (2021) [A.E. Baidin and V.G. Krechet, Astrophys. Bull. 76, 84 (2021)].
- 5. Браун и др. (A.G.A. Brown, A. Vallenari, T. Prusti, J.H.J. de Bruijne, C. Babusiaux, C.A.L. Bailer-Jones, M. Biermann, D.W. Evans, et al.), Astron. Astrophys. **616**, A1 (2018).
- 6. Браун и др. (A.G.A. Brown, A. Vallenari, T. Prusti, J.H.J. de Bruijne, C. Babusiaux, M. Biermann, O.L. Creevey, D.W. Evans, et al.), Astron. Astrophys. **649**, A1 (2021).
- 7. Буссо и др. (G. Busso, C. Cacciari, J.M. Carrasco, et al.), *Gaia DR2 documentation release 1.2, Chapter 5: Photometry* (ESA and DPAC, 2019).
- Быков О.П., Холшевников К.В., Прямые методы определения орбит небесных тел (СПб: Изд. Санкт-Петербургского университета, 2013).
- 9. Ван Лейвен (F.Van Leeuwen), Astron. Astrophys. **474**, 653 (2007).

- 10. Герреро и др. (C.A. Guerrero, V.G. Orlov, M. Borges Fernandes, and F. Angeles), MNRAS **475**, 1725 (2018).
- 11. Докобо, Тамазян (J.A. Docobo and V. Tamazian), Inf. Circ. **179**, 1 (2013).
- 12. Жирарди и др. (L. Girardi, A. Bressan, G. Bertelli, and C. Chiosi), Astron. Astrophys. Suppl. Ser. 141, 371 (2000).
- 13. Измайлов И.С., Письма в Астрон. журн. **45**, 35 (2019) [I.S. Izmailov, Astron. Lett. **45**, 30 (2019)].
- Киселев А.А., Кияева О.В., Астрон. журн. 57, 1227 (1980) [А.А. Kiselev and O.V. Kiyaeva, Sov. Astron. 24, 708 (1980)].
- 15. Киселев А.А., *Теоретические основания фото*графической астрометрии (М: Наука, 1989).
- Кияева О.В., Киселев А.А., Поляков Е.В., Рафальский В.Б., Письма в Астрон. журн. 27, 456 (2001)
 [О.V. Kiyaeva et al., Astron. Lett. 27, 391 (2001)].
- Кияева О.В., Романенко Л.Г., Калиниченко О.А., Изв. ГАО в Пулкове **225**, 231 (2018).
- Кияева О.В., Жучков Р.Я., Измайлов И.С., Астрофиз. бюлл. 75, 478 (2020) [О.V. Kiyaeva, et al., Astrophys. Bull. 75, 425 (2020)].
- 19. Кияева О.В., Романенко Л.Г., Письма в Астрон. журн. **46**, 590 (2020) [О.V. Kiyaeva and L.G. Romanenko, Astron. Lett. **46**, 555 (2020)].
- 20. Колавита и др. (М.М. Colavita, J.K. Wallace, B.E. Hines, Y. Gursel, F. Malbet, D.L. Palmer, X.P. Pan, M. Shao, et al.), Astrophys. J. **510**, 505 (1999).
- 21. Контэль и др. (D.Le Contel, J.-C. Valtier, and D. Bonneau), Astron. Astrophys. **377**, 496 (2001), https://sidonie.oca.eu/Sidonie/Default.htm.
- Куто П., Наблюдения визуально-двойных звезд (М.: Мир, 1981) [Couteau P., LTobservation des étoiles doubles visuelles (Flammarion, Paris, 1978)].
- 23. Куто и др. (P. Couteau, J.A. Docobo, and J. Ling), Astron. Astrophys. Suppl. Ser. **100**, 305 (1993).
- Kyro (P. Couteau), Catalogue of 2700 double stars (Observatoire de la Côte d'Azur, Nice, 1995), http://vizier.u-strasbg.fr/viz-bin/VizieR?source=I/209A.
- Kyto (P. Couteau), Catalogue de 2700 Étoiles Doubles COU (Observatoire de la Côte d'Azur, 3rd ed., Nice, 1999).
- 26. Мэйсон и др. (B.D. Mason, G.L. Wycoff, W.I. Hartkopf, G.G. Douglass, and Ch.E. Worley), Astron. J. **122**, 3466 (2001).
- 27. Риелло и др. (M. Riello, F. De Angeli, D.W. Evans, P. Montegriffo, J.M. Carrasco, G. Busso, L. Palaversa, P.W. Burgess, et al.), Astron. Astrophys. **649**, A3 (2021).
- 28. Рика Ромеро (F.M. Rica Romero), Inf. Circ. 181, 1 (2013).
- 29. Cepo (J. Sérot), J. Double Star Observ. 13, 268 (2017).
- 30. Скардия и др. (M. Scardia, J.-P. Rivet, J.-L. Prieur, L. Pansecchi, R.W. Argyle, J.F. Ling, E. Aristidi, A. Zanutta, et al.), Astron. Nachr. **340**, 771 (2019).

- 31. Токовинин А.А., Астрон. журн. **71**, 293 (1994) [A.A. Tokovinin, Astron. Rep. **38**, 258 (1994)].
- 32. Токовинин А.А., Письма в Астрон. журн. 24, 217 (1998) [А.А. Tokovinin, Astron. Lett. 24, 178 (1998)].
- 33. Токовинин, Кияева (А.А. Tokovinin and O.V. Kiyaeva), MNRAS **456**, 2070 (2016).
- Токовинин и др. (А.А. Tokovinin, B.D. Mason, R.A. Mendez, E.P. Horch, and C. Briceno), Astron. J. 158, 48 (2019).
- 35. Токовинин (A.A. Tokovinin), MNRAS **496**, 987 (2020).
- 36. Фабрициус, Макаров (С. Fabricius and V.V. Makarov), Astron. Astrophys. **356**, 141 (2000).
- 37. Фабрициус и др. (C. Fabricius, E. Hog, V.V. Makarov, B.D. Mason, G.L. Wycoff, and S.E. Urban), Astron. Astrophys. **384**, 180 (2002).
- 38. Харшоу и др. (R. Harshaw, R. Genet, J. Hass, and K. Phung), J. Double Star Observ. **12**, 238 (2016).
- 39. Харткопф и др. (W.I. Hartkopf, H.A. McAlister, and O.G. Franz), Astron. J. **98**, 1014 (1989).
- 40. Харткопф и др. (W.I. Hartkopf, B.D. Mason, G.L. Wykoff, and D. Kang), *Catalog of Rectilinear Elements of Visual Double Stars* (USNO Double Star CD 2006.5).
- 41. Харткопф и др. (W.I. Hartkopf, B.D. Mason, G.L. Wycoff, and H.A. McAlister), Fourth Catalog of Interferometric Measurements of Binary Stars (US Naval Observatory, Washington, 2020), http://www.astro.gsu.edu/wds/int4.html.

- 42. Харткопф, Мэйсон (W.I. Hartkopf and B.D. Mason), Sixth Catalog of Orbits of Visual Binary Stars (US Naval Observatory, Washington, 2021), http://www.astro.gsu.edu/wds/orb6.html.
- 43. Хорч и др. (E.P. Horch, S.E. Robinson, R. Meyer, W.F. van Altena, Z. Ninkov, and A. Piterman), Astron. J. **123**, 3442 (2002).
- 44. Хорч и др. (É.P. Horch, W.F. van Altena, W.M. Cyr, Jr., L. Kinsman-Smith, A. Srivastava, and J. Zhou), Astron. J. **136**, 312 (2008).
- 45. Хорч и др. (É.P. Horch, D. Falta, L.M. Anderson, M.D. DeSousa, C.M. Miniter, T. Ahmed, and W.F. van Altena), Astron. J. **139**, 205 (2010).
- 46. Хорч и др. (E.P. Horch, L.A.P. Bahi, J.R. Gaulin, S.B. Howell, W.H. Sherry, R. Baena Galle, and W.F. van Altena), Astron. J. **143**, 10 (2012).
- 47. Хорч и др. (E.P. Horch, D.I. Casetti-Dinescu, M.A. Camarata, A. Bidarian, W.F. van Altena, W.H. Sherry, M.E. Everett, A.B. Howell, et al.), Astron. J. **153**, 212 (2017).
- 48. Хорч и др. (E.P. Horch, G.T. van Belle, J.W. Davidson, Jr., D. Willmarth, F.C. Fekel, M. Muterspaugh, D.I. Casetti-Dinescu, F.W. Hahne, et al.), Astron. J. **159**, 233 (2020).
- 49. ESA, The Hipparcos and Tycho Catalogues. Astrometric and photometric star catalogues derived from the ESA Hipparcos Space Astrometry Mission (ESA Publ. Division, Noordwijk, 1997) (ESA SP Ser., No. 1200).

ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗАТУХАНИЯ РАДИАЛЬНЫХ ПУЛЬСАЦИЙ RU Cam

© 2021 г. Ю. А. Фадеев^{1*}

¹Институт астрономии РАН, Москва, Россия Поступила в редакцию 06.10.2021 г. После доработки 06.10.2021 г.; принята к публикации 06.10.2021 г.

Проведены расчеты эволюции звезд с массой на главной последовательности $M_0 = 0.82, 0.85$ и $0.9 M_{\odot}$ и начальными содержаниями гелия и металлов Y = 0.25 и $Z = 10^{-3}$ до ранней стадии белого карлика. Эволюционные стадии AGB и post-AGB рассматривались для каждого значения M_0 при трех значениях параметра скорости потери массы в формуле Блокера: $\eta_{\rm B} = 0.02, 0.05$ и 0.1. Показано, что переменная RU Cam с периодом $\Pi \approx 22$ сут находится на эволюционной стадии post-AGB, а падение амплитуды пульсаций, которое произошло в 1962-1963 гг., обусловлено перемещением звезды на диаграмме ГР за пределы области пульсационной неустойчивости. Теоретические оценки массы и светимости RU Cam составляют $0.524 M_{\odot} \le M \le 0.532 M_{\odot}$ и $2.20 \times 10^3 L_{\odot} \le L \le 2.33 \times 10^3 L_{\odot}$. Из результатов гидродинамических расчетов нелинейных пульсаций следует, что по мере приближения к границе неустойчивости сначала происходит значительное (~90%) падение амплитуды пульсаций на отрезке времени около двух лет, за которым следует медленное затухание малоамплитудных колебаний. Решение уравнений гидродинамики с нестационарными внутренними граничными условиями, описывающими эволюционные изменения радиуса и светимости на дне пульсирующей оболочки post-AGB звезды, позволяет заключить, что прекращение пульсаций RU Cam сопровождалось эффектом колебательного гистерезиса. В частности, стадия автоколебаний большой амплитуды была затянута на $pprox\!12$ лет, а следующая за ней стадия затухающих колебаний малой амплитуды простирается за пределы формальной границы пульсационной неустойчивости.

Ключевые слова: звездная эволюция; пульсации звезд; звезды — переменные и пекулярные.

DOI: 10.31857/S0320010821110024

ВВЕДЕНИЕ

Переменная звезда RU Cam (BD+69°417) с периодом изменения блеска $\Pi \approx 22$ сут принадлежит к пульсирующим переменным типа W Vir (Самусь и др., 2017). Как у многих переменных звезд этого типа, период и форма кривой блеска RU Cam подвержены заметным случайным изменениям (Нилсен, 1936; Пейн-Гапошкин, 1941; Ленувель, Жеуле, 1953). Тем не менее О – - С диаграммы, построенные по опубликованным результатам фотометрических наблюдений с 1907 по 1965 г., позволяют уверенно предполагать, что в настоящее время происходит вековое сокращение периода пульсаций этой звезды (Сейдл и др., 1992). Поскольку среднее значение видимого блеска RU Cam остается приблизительно неизменным, наблюдаемое уменьшение периода указывает на эволюционное перемещение звезды на диаграмме Герцшпрунга-Рассела (ГР) в сторону высоких эффективных температур.

Интерес к RU Cam значительно возрос после сообщения о внезапном уменьшении амплитуды колебаний этой звезды (Демерс, Ферни, 1966). До 1963 г. изменения блеска происходили с амплитудой $\Delta m_{pq} \approx 1$ зв. вел. (Цераский, 1907; Сэнфорд, 1928; Пейн-Гапошкин, 1941; Ленувель, Жеуле, 1953) при амплитуде лучевой скорости $\Delta V_r pprox$ ≈ 30 км/с (Сэнфорд, 1928). Однако после 1966 г. значения амплитуды сократились до $\Delta m_V <$ < 0.2 зв. вел. (Демерс, Ферни, 1966; Броглиа, 1967; Ферни, 1968; Броглиа, Герреро, 1972; Бердников, Возякова, 1995) и $\Delta V_r < 10$ км/с (Валлерстейн, Крэмптон, 1967). Последние фотоэлектрические измерения блеска RU Cam, проведенные до падения амплитуды пульсаций, датируются с января по апрель 1962 г. (Михаловска-Смак, Смак, 1965), тогда как средняя кривая блеска с амплитудой около 0.2 зв. вел., приведенная Демерсом и Ферни (1966), была построена по наблюдениям с октября 1964 г. по январь 1966 г. Таким образом, падение амплитуды колебаний произошло на отрезке вре-

^{*}Электронный адрес: fadeyev@inasan.ru

мени около двух лет. Более подробное обсуждение хронологии изменений периода и амплитуды пульсаций RU Cam приводится в статье Перси (2021).

Причины внезапного падения амплитуды колебаний RU Cam остаются неясными. По мнению Уитни (1967), подобное явление может быть связано с колебательным гистерезисом во время пересечении звездой границы пульсационной неустойчивости. Колебательный гистерезис возникает в автоколебательных системах при достаточно медленном изменении параметра, определяющего амплитуду осцилляций, и становится причиной затягивания стадии медленного изменения колебаний большой амплитуды с последующим внезапным затуханием (Боголюбов, Митропольский, 1958). К сожалению, дальнейшего развития модели колебательного гистерезиса применительно к пульсирующим звездам до сих пор не последовало. Коллат и Сейдл (1993) предположили, что падение амплитуды пульсаций RU Cam произошло из-за прекращения регулярных колебаний большой амплитуды, тогда как наблюдаемая позднее переменность малой амплитуды связана с иррегулярными осцилляциями. Однако получить наблюдательное подтверждение этой гипотезы авторам не удалось.

В предшествующей работе автора (Фадеев, 2020) показано, что пульсирующие переменные типа W Vir являются post-AGB звездами с массой $0.52M_{\odot} \leq M \leq 0.55M_{\odot}$, светимостью $2 \times 10^3 L_{\odot}$ $\odot \leq L \leq 5 \times 10^3 L_{\odot}$ и периодом фундаментальной моды $\Pi \gtrsim 15$ сут. Принимая во внимание наблюдаемое сокращение периода RU Cam, естественно предположить, что эта звезда находится на ранней стадии post-AGB, а наблюдаемое падение амплитуды колебаний обусловлено тем, что в ходе эволюции звезда покидает область пульсационной неустойчивости.

Цель данной работы состоит в решении двух следующих задач. Во-первых, предполагается определить массу и светимость звезды, при которых происходит прекращение радиальных пульсаций post-AGB звезды с периодом $\Pi \approx 22$ сут. Для этого, используя отдельные модели эволюционной последовательности в качестве начальных условий при решении уравнений радиационной гидродинамики, описывающих звездные пульсации, мы определяем возраст, массу, светимость и радиус звезды на границе пульсационной неустойчивости. Период пульсаций звезды на границе неустойчивости определяется в предположении, что время роста или затухания колебаний значительно короче характерного времени эволюционных изменений. Таким образом, замыкание системы уравнений гидродинамики производится с помощью стационарных внутренних граничных условий.

Решение второй задачи предполагает построение гидродинамической модели, описывающей затухание радиальных пульсаций при эволюционном пересечении звездой границы пульсационной неустойчивости. В этом случае решение уравнений радиационной гидродинамики проводится с использованием нестационарных внутренних граничных условий и охватывает отрезок времени протяженностью в несколько десятков лет.

ЭВОЛЮЦИОННЫЕ МОДЕЛИ RU Cam

Расчеты звездной эволюции проводились от главной последовательности до ранней стадии белого карлика по программе MESA версии 12778 (Пакстон и др., 2019). Были рассмотрены звезды с массой на главной последовательности $M_0 =$ =0.82, 0.85 и $0.9M_{\odot}$ при начальных массовых содержаниях гелия и более тяжелых элементов (металлов) Y = 0.25 и $Z = 10^{-3}$ соответственно. Учет конвективного перемешивания проводился по теории Бём-Витензе (1958) при отношении длины пути перемешивания к шкале высот по давлению $\alpha_{\rm MLT} = \Lambda/H_{\rm P} = 1.8$. Эффекты овершутинга на границах конвективных зон учитывались, согласно Хервигу (2000), при значениях параметров $f = 0.016, f_0 = 0.004.$ Расчеты скорости генерации энергии в термоядерных реакциях и решение уравнений нуклеосинтеза проводились для сетки реакций, состоящей из 26 изотопов от водорода $^{1}\mathrm{H}$ до магния $^{24}\mathrm{Mg}$, которые связаны между собой 81 бинарной реакцией. Для вычисления скоростей реакций использовалась база данных JINA Reaclib (Сайбурт и др., 2010).

Эффекты звездного ветра на стадии, предшествующей асимптотической ветви гигантов (AGB), учитывались согласно Раймерсу (1975) при значении параметра $\eta_{\rm B} = 0.5$. На стадии AGB и ранней стадии post-AGB скорость потери массы рассчитывалась по формуле Блокера (1995). Принимая во внимание значительные неопределенности в оценках скорости потери массы звездами AGB, в данной работе для каждого значения начальной массы M_0 рассчитывались три эволюционных последовательности при значениях параметра в формуле Блокера (1995) $\eta_{\rm B} = 0.02, \ 0.05$ и 0.1. Начальная точка каждой из этих эволюционных последовательностей определялась из условия $Y_{
m c} \le 10^{-4},$ где Yc — относительное массовое содержание гелия в центре звезды.

Отдельные модели каждой эволюционной последовательности использовались как начальные условия при расчете нелинейных звездных пульсаций. Описание уравнений радиационной гидродинамики и нестационарной конвекции приводится в более ранней статье автора (Фадеев, 2013). Здесь только заметим, что обсуждаемые в данном разделе



Рис. 1. Амплитуда изменения скорости течения газа на внешней границе гидродинамической модели (а) и амплитуда изменения болометрического блеска (б) как функции времени эволюции $t_{\rm ev}$ для эволюционной последовательности $M_0 = 0.82$, $\eta_{\rm B} = 0.05$. Штриховыми и сплошными линиями показаны результаты расчетов со стационарными и нестационарными внутренними граничными условиями.

результаты решения уравнений гидродинамики получены в приближении стационарных внутренних граничных условий

$$\frac{\partial r_0}{\partial t} = \frac{\partial L_0}{\partial t} = 0, \tag{1}$$

где r_0 и L_0 — радиус и светимость на внутренней границе гидродинамической модели. При использовании граничных условий (1) предполагается, что время роста или затухания колебаний значительно короче характерного времени эволюционных изменений в строении пульсирующей оболочки звезды. Основные результаты расчетов звездной эволюции и нелинейных звездных пульсаций собраны в табл. 1, где для каждой пары значений M_0 и $\eta_{\rm B}$, определяющей эволюционную последовательность на стадии post-AGB, даны значения возраста $t_{\rm ev}$, массы M, светимости L и периода пульсаций звезды П на формальной границе пульсационной неустойчивости, т.е. в точке эволюционного трека, где темпы роста кинетической энергии пульсационных движений $\eta = 0$ (Фадеев, 2019а).

Как видно из табл. 1, три эволюционные последовательности ($M_0 = 0.82 M_{\odot}$, $\eta_{\rm B} = 0.05$;



Рис. 2. Максимальная кинетическая энергия за цикл колебаний $E_{K,max}$ как функция времени эволюции t_{ev} гидродинамической модели с нестационарными внутренними граничными условиями.

 $M_0 = 0.82 M_{\odot}, \ \eta_{\rm B} = 0.10; \ M_0 = 0.85 M_{\odot}, \ \eta_{\rm B} = 0.10)$ удовлетворяют условию П ≈ 22 сут на границе пульсационной неустойчивости. Все три модели имеют близкие значения массы и светимости, которые заключены в пределах $0.524 M_{\odot} \leq M \leq 0.532 M_{\odot}$ и $2.20 \times 10^3 L_{\odot} \leq L \leq 2.33 \times 10^3 L_{\odot}$. Гидродинамические модели этих эволюционных

Таблица 1. Параметры post—AGB звезд на формальной границе области пульсационной неустойчивости

M_0/M_{\odot}	$\eta_{\rm B}$	$t_{ m ev}, 10^9$ лет	M/M_{\odot}	L/L_{\odot}	П, сут
0.82	0.02	12.450	0.537	2956	30
	0.05		0.528	2203	22
	0.10		0.524	2316	23
0.85	0.02	10.958	0.545	2861	28
	0.05		0.537	2882	30
	0.10		0.532	2330	23
0.90	0.02	8.965	0.558	3309	31
	0.05		0.547	3071	29
	0.10		0.538	6667	48

последовательностей показывают похожее изменение амплитуды пульсаций по мере приближения к границе неустойчивости. На рис. 1 штриховыми линиями показаны изменения амплитуды колебаний моделей эволюционной последовательности $M_0 = 0.82 M_{\odot}, \eta_{\rm B} = 0.05$. Из приведенных графиков видно, что значительное падение амплитуды происходит раньше, чем звезда оказывается на границе неустойчивости. Амплитуда изменения болометрического блеска после резкого падения амплитуды колебаний не превосходит ≈ 0.1 зв. вел. и медленно убывает до нулевого значения в течение ≈ 18 лет.

ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ RU Cam

Построение гидродинамической модели RU Cam на стадии приближения к границе неустойчивости предполагает, что вместо стационарных внутренних граничных условий (1) используются явные выражения $r_0(t_{\rm ev})$ и $L_0(t_{\rm ev})$, полученные из расчетов звездной эволюции. В данной работе внутренняя граница задавалась в лагранжевом слое с лучистым переносом энергии, температурой газа $T \approx 10^6$ K и радиусом $r_0 \approx 0.02R$, где R радиус внешней границы эволюционной модели. Масса слоев газа, лежащих выше внутренней границы, составляет $\approx 1.1 \times 10^{-3}$ массы звезды.



Рис. 3. Изменение скорости течения газа на внешней границе гидродинамической модели (а) и болометрического блеска (б). Сплошные и штриховые линии соответствуют отрезкам времени, отмеченным на рис. 1 заполненными кружками 1 и 2.

В качестве начальных условий была выбрана гидродинамическая модель эволюционной последовательности $M_0 = 0.82 M_{\odot}$, $\eta b = 0.05$, отстоящая от границы пульсационной неустойчивости на ≈ 20 лет и находящаяся на стадии автоколебаний с амплитудой скорости течения газа на внешней границе $\Delta U \approx 30$ км/с. Результаты решения уравнений гидродинамики с нестационарными граничными условиями показаны на рис. 2, где приведен график изменения максимальной за цикл колебаний кинетической энергии $E_{K,\text{max}}$. Для удобства графического представления время эволюции t_{ev}

отсчитывается от формальной границы пульсационной неустойчивости, которая была определена по результатам гидродинамических расчетов, проведенных с использованием стационарных внутренних граничных условий.

Как видно из рис. 2, область существования колебаний большой амплитуды охватывает интервал времени $t_{\rm ev} < -8$ лет, после чего на отрезке времени около двух лет происходит переход к малым колебаниям, амплитуда которых продолжает монотонно убывать за пределами формальной границы неустойчивости, т.е. при $t_{\rm ev} > 0$. Прекращение затухания колебаний при $t_{\rm ev} > 15$ лет и приблизительно постоянное значение кинетической энергии $\lg E_{K,\max} \approx 32$ обусловлены ограниченной точностью гидродинамических расчетов.

Графики изменения амплитуды скорости течения газа на внешней границе ΔU и болометрического блеска $\Delta m_{\rm bol}$ модели, рассчитанной с нестационарными граничными условиями, показаны на рис. 1 сплошными линиями. Сравнение с результатами, основанными на использовании стационарных граничных условий, позволяет заключить, что решение, полученное с нестационарными внутренними граничными условиями, характеризуется значительным затягиванием стадии колебаний большой амплитуды (колебательный гистерезис), за которой следует резкое падение амплитуды пульсаций.

На рис. 3 показаны кривые радиальной скорости внешней границы U и болометрического блеска $m_{\rm bol}$ для двух отрезков времени, один из которых предшествует падению амплитуды пульсаций, тогда как второй соответствует прекращению падения амплитуды. На рис. 1 эти отрезки времени отмечены заполненными кружками и обозначены как 1 и 2. Как следует из рис. 3, нелинейные пульсации RU Cam до падения амплитуды колебаний характеризуются отсутствием строгой повторяемости, что является характерной особенностью пульсирующих post-AGB звезд (Фадеев, 2019б).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведенные выше результаты позволяют заключить, что внезапное прекращение радиальных пульсаций RU Cam связано с тем, что звезда покинула область пульсационной неустойчивости и продолжает эволюционировать на диаграмме ГР в сторону более высоких эффективных температур как обычная post-AGB звезда. Известное из наблюдений значение периода $\Pi = 22$ сут позволило получить теоретические оценки массы и светимости звезды, находящейся на границе пульсационной неустойчивости: $0.524M_{\odot} \leq M \leq 0.532M_{\odot}$ и $2.20 \times 10^3 L_{\odot} \leq L \leq 2.33 \times 10^3 L_{\odot}$.

Переход от стационарного внутреннего граничного условия к нестационарному не привел к существенному различию в результатах гидродинамических расчетов, поскольку в обоих случаях при приближении к границе неустойчивости наблюдается значительное падение амплитуды (≈90%) с последующим медленным затуханием колебаний малой амплитуды. Вместе с тем использование нестационарного граничного условия дало возможность установить, что пересечение границы пульсационной неустойчивости сопровождается эффектом колебательного гистерезиса, который в рассматриваемом случае становится причиной заметного затягивания колебаний большой амплитуды и значительного удлинения стадии затухания колебаний малой амплитуды, которая простирается за пределы формальной границы пульсационной неустойчивости.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Бердников, Возякова (L.N. Berdnikov and O.V. Voziakova), Inform. Bull. Var. Stars 4154, 1 (1995).
- 2. Бём-Витензе (E. Böhm-Vitense), Zeitschrift für Astrophys. 46, 108 (1958).
- 3. Блокер (Т. Blöcker), Astron. Astrophys. 297, 727 (1995).
- Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А., Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний (2-е изд.) М.: Физматлит, 1958 [N. Bogoliubov and Y. Mitropolsky, Asymptotic Methods in the Theory of Non-linear Oscillations, 2d ed.; New York: Gordon & Breach, 1961].
- 5. Броглиа (P. Broglia), Inform. Bull. Var. Stars **213**, 1 (1967).
- 6. Броглиа, Герреро (P. Broglia and G. Guerrero), Astron. Astrophys. 18, 201 (1972).
- Валлерстейн, Крэмптон (G. Wallerstein and D. Crampton), Astrophys. J. 149, 225 (1967).
- 8. Демерс, Ферни (S. Demers and J.D. Fernie), Astrophys. J. **144**, 440 (1966).
- 9. Коллат, Сейдл (Z. Kolláth and B. Szeidl), Astron. Astrophys. 277, 62 (1993).
- 10. Ленувель, Жеуле (F. Lenouvel and D. Jehoulet), Annales dTAstrophysique **16**, 139 (1953).
- 11. Михаловска-Смак, Смак (A. Michalowska-Smak and J. Smak), Acta Astron. **15**, 333 (1965).
- 12. Нилсен (A.V. Nielsen), Astron. Nachr. **260**, 377 (1936).
- Пакстон и др. (B. Paxton, R. Smolec, J. Schwab, A. Gautschy, L. Bildsten, M. Cantiello, A. Dotter, R. Farmer, J.A. Goldberg, A.S. Jermyn, S.M. Kanbur, P. Marchant, A. Thoul, R.H.D. Townsend, W.M. Wolf, M. Zhang, and F.X. Timmes), Astrophys. J. Suppl. Ser. 243, 10 (2019).
- 14. Пейн-Гапошкин (С. Payne-Gaposchkin), Harvard Bull. **915**, 10 (1941).
- 15. Перси (J.R. Percy), J. Am. Associat. Var. Star Observ. **49**, 46 (2021).
- 16. Раймерс (D. Reimers), *Problems in stellar atmospheres and envelopes* (Ed. B. Baschek, W.H. Kegel, G. Traving, New York: Springer-Verlag, 1975), p. 229.
- 17. Сайбурт и др. (R.H. Cyburt, A.M. Amthor, R. Ferguson, Z. Meisel, K. Smith, S. Warren, A. Heger, R.D. Hoffman, T. Rauscher, A. Sakharuk, H. Schatz, F.K. Thielemann, and M. Wiescher), Astrophys. J. Suppl. Ser. **189**, 240 (2010).
- Самусь Н.Н., Казаровец Е.В., Дурлевич О.В., Киреева Н.Н., Пастухова Е.Н., Астрон. журн. 94, 87 (2017) [N.N. Samus', Е.V. Kazarovets, O.V. Durlevich, N.N. Kireeva, and E.N. Pastukhova, Astron. Rep. 61, 80 (2017)].

799

- 19. Сейдл и др. (B. Szeidl, K. Oláh, L. Szabados, K. Barlai, and L. Patkós), Commun. Konkoly Observ. 97, 245 (1992).
- 20. Сэнфорд (R.F. Sanford), Astrophys. J. **68**, 408 (1928).
- 21. Уитни (С.А. Whitney), Astrophys. J. **147**, 1191 (1967).
- 22. Фадеев Ю.А., Письма в Астрон. журн. **39**, 342 (2013) [Yu.A. Fadeyev, Astron. Lett. **39**, 306 (2013)].
- 23. Фадеев Ю.А., Письма в Астрон. журн. 45, 403 (2019а) [Yu.A. Fadeyev, Astron. Lett. 45, 353 (2019а)].
- 24. Фадеев Ю.А., Письма в Астрон. журн. **45**, 578 (20196) [Yu.A. Fadeyev, Astron. Lett. **45**, 521 (2019b)].
- 25. Фадеев Ю.А., Письма в Астрон. журн. **46**, 783 (2020) [Yu.A. Fadeyev, Astron. Lett. **46**, 734 (2020)].
- 26. Ферни (J.D. Fernie), J. Roy. Astron. Soc. Canada **62**, 214 (1968).
- 27. Хервиг (F. Herwig), Astron. Astrophys. **360**, 952 (2000).
- 28. Цераский (W. Ceraski), Astron. Nachr. 174, 79 (1907).

ЭВОЛЮЦИЯ ХАОТИЧЕСКИХ ЗОН ПЛАНЕТ В ПЛАНЕТЕЗИМАЛЬНЫХ ДИСКАХ

© 2021 г. Т. В. Демидова^{1*}, И. И. Шевченко^{2,3}

¹Крымская астрофизическая обсерватория РАН, Наичный, Россия ²Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия ³Институт прикладной астрономии РАН, Санкт-Петербург, Россия Поступила в редакцию 16.08.2021 г.

После доработки 20.10.2021 г.; принята к публикации 02.11.2021 г.

Проведены массовые численные эксперименты по долговременной динамике планетезимальных дисков с планетами в системах одиночных звезд. С высокой точностью численно определены времена $T_{\rm cl}$ расчистки планетной хаотической зоны в зависимости от массового параметра μ (отношения масс планеты и звезды), отдельно для внешней и внутренней частей хаотической зоны. В зависимости $T_{\rm cl}(\mu)$ выявлено присутствие диффузионных компонент $\propto \mu^{-6/7}$ и $\propto \mu^{-2}$. Полученные результаты обсуждаются и интерпретируются в свете существующих аналитических теорий, основанных на критерии перекрытия резонансов средних движений, а также в сравнении с предыдущими численными подходами к проблеме.

Ключевые слова: планетные хаотические зоны, остаточные диски, планетезимальные диски, динамический хаос, планетезимали.

DOI: 10.31857/S0320010821110012

ВВЕЛЕНИЕ

Присутствие планеты (планет) в остаточном планетезимальном диске существенно влияет на распределение вещества в диске. Резонансы средних движений с планетой формируют внутри диска кольцеобразные полости, свободные от вещества (Уиздом, 1980; Демидова, Шевченко, 2016). Возмущения со стороны планет могут формировать границы диска, как внешние, так и внутренние, в зависимости от конфигурации системы (Уайят и др., 1999; Квиллен, 2006; Су и др. 2013, Родигас и др., 2014).

Наиболее исследованным на сегодня фактором структурирования планетезимального диска является образование планетной хаотической зоны. Как впервые установил Уиздом (1980), перекрытие резонансов средних движений первого порядка приводит к образованию кольцеобразной хаотической зоны в радиальной окрестности орбиты планеты. Радиальные размеры хаотической зоны планеты на круговой орбите оценены теоретически и численно в работах Уиздома (1980), Дункана и др. (1989), Мальхотры (1998), Чианга и др. (2009). Оценки размеров получены и в случае планетной орбиты с ненулевым эксцентриситетом (Квиллен,

Торндайк, 2002; Кюхнер, Хольман, 2003; Квиллен, Фабер, 2006).

В работе Моррисон и Мальхотры (2015) исследована долговременная динамика планетезималей внутри и вблизи хаотической зоны планеты на круговой орбите. Оценены размеры хаотической зоны планеты произвольной массы и характерное время расчистки этой зоны от частиц вследствие их ухода из зоны и аккреции на планету. Зависимость радиального размера хаотической зоны от массового параметра μ (отношения масс планеты и звезды) численно-экспериментально изучена и уточнена в работе Демидовой и Шевченко (2020), где показано, что данная зависимость имеет ступенчатый характер, обусловленный отделением резонансов от планетной хаотической зоны при варьировании массового параметра μ .

Как отмечено в работе Моррисон и Мальхотры (2015), знание динамической временной шкалы расчистки определяет нижний предел для массы планеты, что обеспечивает независимые от астрофизических оценок ограничения на массы экзопланет, непосредственно наблюдаемых в системах с остаточными дисками (debris disks); с успехом этот предел можно использовать и для оценки снизу масс еще не обнаруженных планет, исходя из структуры и возраста наблюдаемых оста-

^{*}Электронный адрес: proxima1@list.ru

точных дисков. Авторы применили данный метод оценки к экзопланетным системам звезд HR8799 и HD95086. Каждая из этих систем имеет внутренний теплый и внешний холодный остаточные диски. В системе HR8799 имеется четыре планеты (Маруа и др., 2008, 2010), а в системе HD95086 одна планета (Рамо и др., 2013); во всех случаях планеты выявлены непосредственно из изображений. Как отмечено в работе Фарамаза и др. (2021), архитектура системы HR8799 удивительно схожа с архитектурой Солнечной системы. Действительно, в системе HR8799 орбиты четырех планет-гигантов окружают теплый пылевой пояс, аналогичный поясу астероидов в нашей системе, а снаружи эти четыре планеты окружены холодным пылевым поясом, аналогичным поясу Койпера. По словам Фарамаза и др. (2021), система HR8799 более молодая, более протяженная и более массивная версия Солнечной системы.

Астрофизические оценки масс планет в системах HR8799 и HD95086, полученные на основе тепловых моделей, составляют ~5–7 масс Юпитера во всех случаях. Как установлено Моррисон и Мальхотрой (2015), нижние пределы массы, налагаемые динамическими временными шкалами расчистки, согласуются с этими астрофизическими оценками.

Недавние прямые наблюдения структурных особенностей (границ и кольцевых просветов) в холодных остаточных дисках позволили наложить ограничения на присутствие и массы крупных планет в системах HD92945, HD107146 (Марино и др., 2019; Меса и др., 2021) и HD206893 (Марино и др., 2020; Недерландер и др., 2021).

Моррисон и Мальхотра (2015) указывают, что динамический способ оценки масс планет в системах с остаточными дисками может стать еще более ценным в будущем, когда осуществятся наблюдения с более высокой чувствительностью и более высоким пространственным разрешением, что позволит наблюдать экзопланетные системы, содержащие менее яркие остаточные диски, структурированные планетами с меньшими массами.

В настоящей работе мы проводим массовые численные эксперименты, а также используем теоретические оценки, чтобы выявить характер временной эволюции населенности планетной хаотической зоны в зависимости от массового параметра μ . Под массовым параметром понимается отношение масс планеты и звезды. Пусть масса центральной звезды M, масса планеты m, тогда массовый параметр определяется формулой $\mu = m/(M+m)$; при относительно малой массе планеты имеем $\mu \approx m/M$.

МОДЕЛЬ И МЕТОДЫ

Расчеты выполнены в плоской задаче в прямоугольной барицентрической системе координат, при этом в начальный момент времени ось x направлена от звезды к планете. Планета и частицы обращаются на орбитах против часовой стрелки. В начальный момент времени звезда находится в точке с координатами $(x, y) = (p_1, 0)$, а планета — в точке (p_2 , 0). Орбита планеты круговая. Масса звезды $M = M_{\odot}$, масса планеты m варьируется. Орбитальный период планеты P = 1 год, что определяет большую полуось $a_{\rm pl} \approx 1$ а. е. Тогда $p_1 = -\frac{m}{M+m}a_{\rm pl}$ и $p_2 = \frac{M}{M+m}a_{\rm pl}$. Векторы скорости звезды и планеты исходно имеют компоненты $(0, -\frac{m}{M+m}n)$ и $(0, \frac{M}{M+m}n)$ соответственно, где среднее движение $n = 2\pi$.

В начальный момент времени безмассовые (пассивно гравитирующие) частицы на исходно круговых орбитах размещены на отрицательной части оси x в пределах [$-p_2 - 4R_{\rm H}, -p_2 + 4R_{\rm H}$](где $R_{\rm H}$ определяется формулой (1)") равномерно по радиусу с шагом $8R_{\rm H}/N$ (где N — число частиц в модели). Величина $R_{\rm H}$, пропорциональная радиусу сферы Хилла планеты, определяется формулой

$$R_{\rm H} = (m/M)^{1/3} a_{\rm pl}.$$
 (1)

Для частицы, стартующей с начальными координатами (x, y) = (-r, 0), компоненты начальной скорости задаются как $(0, -[G(M + m)/r]^{1/2})$. Количество частиц N в диске задается в диапазоне от 10^3 до 2×10^4 .

Самогравитация (взаимное гравитационное взаимодействие) планетезималей в нашей модели не учитывается. Бе и др. (2014) и Пирс и Уайят (2014) показали, что влияние массивной планеты доминирует над самогравитацией планетезималей в диске, если масса планеты на порядок или более превосходит массу диска. Минимальная масса планеты, с которой мы оперируем в настоящей работе, составляет $10^{-5}M_{\odot}$ (~3 массы Земли), что на порядок больше массы пояса Койпера и на несколько порядков больше массы главного пояса астероидов. Поэтому мы предполагаем, что самогравитацией планетезималей в диске можно пренебречь.

Интегрирование уравнений движения частиц проведено с использованием алгоритма Булирша– Штера (Пресс и др., 1992). Для большинства расчетов допустимая относительная погрешность ϵ установлена равной 10^{-10} . В процессе расчетов велся контроль постоянства интеграла Якоби для каждой частицы. В случае вариации интеграла Якоби относительно его исходного значения более



Рис. 1. Зависимость эксцентриситета от большой полуоси орбиты для уходящих частиц.

чем на 1%, мы уменьшали величину ϵ до предельного значения 10^{-14} . Этой предельной точности оказалось недостаточно для сохранения интеграла Якоби лишь для малой доли частиц: количество случаев аномальных орбит не превысило 0.5% от их общего числа. Частицы с такими орбитами были исключены при анализе результатов.

Полагалось, что частица покинула систему, если большая полуось ее орбиты достигла 2 а. е. В таком случае энергия частицы изменяется в ~ 2 раза, т.е. изменение орбиты можно считать существенным. Кроме того, за пределами 2 а.е. в планетной системе доминирующее влияние на частицу могут оказывать уже другие планеты. Выпадение частиц на звезду и планету не учитывалось, т.е. физические размеры звезды и планеты полагались нулевыми. Продолжительность интегрирования орбиты одной частицы составляла до 10^5 или 10^6 (в зависимости от задачи) оборотов планеты, если частица не уходила из системы раньше.

СТРУКТУРА ПЛАНЕТНОЙ ХАОТИЧЕСКОЙ ЗОНЫ

Как указано выше, частицы, чья большая полуось орбиты достигла a > 2 а. е., считаются покинувшими систему. На рис. 1 представлен график эксцентриситета *е* частиц, покинувших расчетную область, в зависимости от большой полуоси *а*. Согласно графику, положение частиц хорошо описывается соотношением Тиссерана

$$T_i = \frac{1}{a} + 2\left[a(1-e^2)\right]^{1/2} \approx 3.$$
 (2)

(см. Мюррей, Дермотт, 1999; Шевченко, 2020а). Для некоторых частиц это соотношение нарушается при сближении с планетой, однако, при удалении от планеты, оно восстанавливается (рис. 2).

Радиальные размеры планетной хаотической зоны уменьшаются с уменьшением отношения масс планеты и звезды, что обусловлено отделением резонансов средних движений от хаотической зоны при изменении µ. Этот процесс очевиден на рис. 3, где положение резонансов и их сепаратрис указано согласно данным Рамоса (2015). Общая теория формирования хаотических слоев в окрестности возмущенных сепаратрис нелинейных резонансов в фундаментальной модели нелинейного резонанса (модели возмущенного маятника) дана в работах Шевченко (2008, 2020б); влияние краевых резонансов на ширину хаотического слоя, в том числе скачкообразные вариации ширины слоя при варьировании параметров системы, описано в работе Шевченко (2012).



Рис. 2. Пример временной эволюции орбиты частицы внутри планетной хаотической зоны: большая полуось *a* (в радиусах орбиты планеты), эксцентриситет *e*, расстояние "планета—частица" *d* (также в радиусах орбиты планеты) и параметр Тиссерана *T_i*.



Рис. 3. Финальные эксцентриситеты орбит 3000 частиц (по истечении 10^5 оборотов планеты) в зависимости от μ и начального расстояния от планеты (в единицах радиуса Хилла), в цветовой градации. Красный цвет соответствует финальным гиперболическим орбитам (e > 1). Белые и черные пунктирные линии — номинальные положения резонансов соответственно первого (p/(p + 1) и (p + 1)/p) и второго (p/(p + 2) и (p + 2)/p) порядков. Белые сплошные линии — сепаратрисы резонансов первого порядка. Светло-синяя линия — зависимость (3).

ПИСЬМА В АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 47 № 11 2021



Рис. 4. Границы коорбитального устойчивого скопления частиц в зависимости от μ . Синие и красные кружки — соответственно внутренний и внешний радиальные размеры $\Delta a_{\rm st}$ скопления (в единицах большой полуоси орбиты планеты). Сплошная прямая — аппроксимация зависимости.

При $\lg \mu \lesssim -3.35$ (здесь и далее "lg" обозначает десятичный логарифм) в хаотической зоне образуется внутреннее устойчивое коорбитальное скопление частиц, обращающихся на "головастикообразных" и "подковоообразных" орбитах (Мюррей, Дермотт, 1999). Радиальные размеры внутренней и внешней частей скопления приблизительно равны друг другу (рис. 4) и даются формулой

$$\Delta a_{\rm st} = 0.4000^{+0.0085}_{-0.0182} \times \mu^{(2/7)^{+0.0006}_{-0.0052}}.$$
 (3)

В следующем численном эксперименте участвуют 10⁴ частиц. Для исследования поведения частиц внутри и вблизи хаотической зоны диск разделен на 100 колец по радиусу с постоянным шагом. Вычисляются усредненные значения числа частиц N_i в каждом кольце в текущий момент времени, относительно их числа N0 в начальный момент времени. Продолжительность расчетов составила 10⁴ лет. Финальное распределение планетезималей в четырех моделях показано на рис. 5. Величина N_i/N_0 в зависимости от расстояния до звезды и времени показана на рис. 6. В окрестности орбиты планеты образуется полость, свободная от вещества: перекрытие резонансов средних движений первого порядка формирует планетную хаотическую зону (Уиздом, 1980). Из рис. 6 следует, что при $\mu > 0.001$ границы хаотической зоны и коорбитального скопления проявляются уже на первых нескольких сотнях оборотов планеты; при меньших μ требуется несколько тысяч оборотов.

На всех графиках заметна асимметрия внутренней и внешней частей хаотической зоны. Также очевидно, что частицы прежде всего покидают зону вблизи коорбитального скопления. Относительное количество вещества, удерживаемого в скоплении, увеличивается с уменьшением μ . Отчетливо видно убывание вещества вблизи положений резонансов средних движений.

НАКАЧКА ЭКСЦЕНТРИСИТЕТА

На рис. 7 представлены максимальные значения эксцентриситета орбит частиц после одного сближения с планетой в диапазоне значений массового параметра $-8 \le \lg \mu \le -2$. Наши расчеты показывают, что скачки эксцентриситета происходят при сближениях на расстояния между частицей и планетой менее $\approx 3.5 R_{\rm H}$, где $R_{\rm H}$ определяется формулой (1)". Значение эксцентриситета вычисляется после первого сближения при удалении частицы от планеты на расстояние более 3.5 R_H. Согласно результатам расчетов на интервалах времени 10^4 лет, уход на гиперболическую орбиту (при котором энергия частицы Е становится положительной) после одного сближения становится возможным при $\lg \mu > -2.05$. При меньших μ зависимость максимального значения эксцентриситета e_{\max} от массового параметра µ после одного сближения хорошо аппроксимируется формулой

$$\mu^{-1/3} e_{\max} = 4. \tag{4}$$



Рис. 5. Распределение частиц по истечении 10^4 лет в четырех моделях. Значения массового параметра μ указаны над графиками.

Сходное соотношение приведено в комментариях к рис. 3 работы Пти и Хенона (1986).

Что касается полного накопленного (вне зависимости от числа сближений с планетой) эксцентриситета, переход частицы на гиперболическую орбиту становится возможным на интервале времени в 10^5 оборотов планеты, если $\lg \mu > -3.7$, а на интервале в 10^6 оборотов — при $\lg \mu > -4.3$ (рис. 8). Заметим, что при $\mu \leq 10^{-5}$ ожидается полная блокировка ухода частиц на гиперболические орбиты; см. обсуждение и ссылки в работе Шевченко (2020а).

ВРЕМЯ РАСЧИСТКИ

Время расчистки $T_{\rm cl}$ хаотической зоны определяется следующим образом: фиксируется момент времени, в который количество частиц в пределах обозначенных границ хаотической зоны становится меньше 50% от их первоначального числа. Критерием ухода частицы, как уже принято выше, является выполнение неравенства $a > 2a_{\rm pl}$, где a и $a_{\rm pl}$ — большие полуоси орбит частицы и планеты соответственно. Заметим, что в работе Моррисон и Мальхотры (2015) время расчистки хаотической зоны определяется по количеству частиц, ушедших по большой полуоси за пределы $4a_{\rm pl}$. Этот кри-



Рис. 6. Относительное количество остающихся в диске частиц (в цветовой градации) в зависимости от расстояния от звезды (горизонтальная ось) и времени (вертикальная ось). Над каждой панелью приведено значение μ и указаны местоположения главных резонансов средних движений; стрелками отмечены границы хаотической зоны. Черный и серый цвета соответствуют финальной избыточной ($N_i > N_0$) концентрации частиц за счет их прихода из других областей диска.



Рис. 7. Максимальный эксцентриситет орбиты частицы после одного сближения с планетой, в зависимости от μ . Красные кружки — результаты расчетов в модели с 10000 частиц, черные кружки — в модели с 20000 частиц. Черная сплошная прямая — зависимость согласно Пти и Хенону (1986).

терий дает несколько бо́льшие значения $T_{\rm cl}$, чем критерий $a > 2a_{\rm pl}$.

При интегрировании орбит допустимая относительная погрешность ϵ установлена равной 10^{-14} . Для задания радиальных границ планетной хаотической зоны нами используются два варианта формул:

$$a_{\rm int} = 1 - 1.17 \mu^{0.28}, \quad a_{\rm ext} = 1 + 1.76 \mu^{0.31}$$
 (5)

(из работы Моррисон и Мальхотры, 2015) и

$$a_{\rm int} = 1 - 1.38\mu^{0.29}, \quad a_{\rm ext} = 1 + 2.51\mu^{0.34}$$
 (6)

(из работы Демидовой, Шевченко, 2020). Из рис. 9 следует, что на вид получаемой численноэкспериментальной зависимости $T_{cl}(\mu)$ выбор формул (5) или (6) практически не влияет.

Оценки времени расчистки выполнены нами также раздельно для внутренней и внешней (относительно коорбитального скопления планетезималей) частей хаотической зоны. Радиальные границы коорбитального устойчивого скопления определяются по формуле $\Delta a_{\rm st} = 0.28 \mu^{0.24}$, согласно Демидовой и Шевченко (2020). Результаты показаны также на рис. 9. Видно, что при $\mu > 0.01$ расчистка внешней части хаотической зоны идет существенно быстрее, чем внутренней: время расчистки в первом случае меньше в 2–3 раза. При малых $\mu < 0.01$ результаты для внутренней и внешней зоны практически совпадают.

Как соотносится время расчистки $T_{\rm tot}$ всей хаотической зоны с временами расчистки внутренней зоны $T_{\rm int}$ и внешней зоны $T_{\rm ext}$? Казалось бы, можно ожидать, что $T_{\text{tot}} = \max(T_{\text{int}}, T_{\text{ext}})$, но это противоречит рис. 9: при $\mu > 0.01$, согласно этому графику, $T_{\rm tot} < T_{\rm int}$, при том что область "tot" включает область "int". Однако следует подчеркнуть, что T_{tot} получено для частиц внутри границ хаотической зоны, включая внутреннее коорбитальное устойчивое кольцо, а $T_{\rm int}$ и $T_{\rm ext}$ — времена расчистки внутренней и внешней частей хаотической области без коорбитального устойчивого кольца, которое при малых μ не расчищается совсем. Наличие коорбитального скопления существенно влияет на результаты. Центральная часть области "tot" при $\mu > 0.01$ должна расчищаться относительно быстро, что в сочетании с 50-процентным критерием расчистки может давать неожиданное соотношение $T_{\rm tot}$ и $T_{\rm int}$.

Согласно рис. 9, численно-экспериментальные кривые изменяют наклон вблизи $\lg \mu \approx -2.75$. Заметим, что изменение наклона зависимости $T_{\rm cl}(\mu)$ присутствует также на рис. 3 работы Квиллен и Фабера (2006) при $\lg \mu \sim -3$, но оно малозаметно из-за меньшего разрешения графика по μ . На рис. 9 изменение наклона кривой вблизи значения $\lg \mu = -2.75$ прослеживается как для всей хаотической зоны, так и для обеих ее компонент.

Рассмотрим представленную на рис. 9 численноэкспериментальную зависимость " $\mu - T_{\rm cl}$ " для



Рис. 8. Максимальный эксцентриситет орбиты частицы после одного сближения с планетой (красные кружки); полный накопленный эксцентриситет орбиты частицы после 10^5 оборотов планеты (синие кружки) и после 10^6 оборотов планеты (черные кружки) в зависимости от μ . Результаты расчетов в модели с числом частиц 10^4 .



Рис. 9. Зависимость "время расчистки T_{cl} — массовый параметр μ ". Черные кружки — время расчистки всей хаотической зоны при задании ее границ согласно данным Демидовой и Шевченко (2020). Светло-зеленые кружки время расчистки при задании границ согласно данным Моррисон и Мальхотры (2015). Синими кружками показаны времена расчистки внутренней (относительно коорбитального скопления) части хаотической зоны, красными — внешней. Сплошные прямые построены по формулам (7) и (8).

полной хаотической зоны (включая ее внутреннюю и внешнюю части) при задании границ зоны формулами из работы Демидовой и Шевченко (2020). Она хорошо аппроксимируется степенными законами:

$$T_{\rm cl} = (0.23^{+0.05}_{-0.04}) \times \mu^{-0.94 \pm 0.04} \tag{7}$$

при $\lg \mu > -2.75$ и

$$T_{\rm cl} = (0.0002 \pm 0.00002) \times \mu^{-2.06^{+0.008}_{-0.017}}$$
 (8)

при $\lg \mu < -2.75$ (рис. 9).

Обратимся к теоретической интерпретации зависимостей, представленных на рис. 9. В работе Шевченко (2020а) предложен сценарий расчистки планетной хаотической зоны, состоящий из двух основных последовательных этапов: (1) эксцентриситет орбиты частицы в среднем растет, тогда как орбитальная энергия относительно постоянна; (2) большая полуось орбиты частицы в среднем растет, тогда как орбитальный угловой момент относительно постоянен. Предполагается, что первая стадия переходит во вторую, когда орбита частицы начинает пересекать орбиту планеты.

Согласно Шевченко (2020а), на первой стадии хаотическая диффузия идет вдоль "лестницы" из перекрывающихся резонансов частица—планета (p+1):p (где целое число $p \gg 1$), а на второй стадии она идет вдоль лестницы перекрывающихся резонансов частица—планета p:1. При $p \to \infty$ перекрывающиеся резонансы аккумулируют в первом случае к резонансу 1:1, а во втором — к параболической сепаратрисе, разделяющей связанные и несвязанные динамические состояния.

В первом случае, как установил Уиздом (1980), исходя из критерия перекрытия резонансов Чирикова, с увеличением p резонансы (p + 1):p начинают перекрываться при некотором критическом значении $p = p_{cr}$, определяемом формулой

$$p_{\rm cr} \approx 0.51 \mu^{-2/7}.$$
 (9)

Таким образом, резонансы (p+1): $p c p > p_{cr}$ перекрываются; их перекрытие и формирует планетную хаотическую зону.

На второй лестнице резонансов (резонансов p:1) перекрытие достигается при достаточно высоких значениях эксцентриситетов частиц (Шевченко, 2020б). Приращение по энергии E (= -1/(2a)), необходимое частице для ухода из системы, составляет $\delta E = E_{\rm max} - E_{\rm min}$, где $E_{\rm min}$ определяется моментом схода с первой последовательности перекрывающихся резонансов, а $E_{\rm max}$ зависит от принятого критерия ухода. Если в качестве критерия принять достижение величины большой полуоси a = 2 (в единицах $a_{\rm pl}$), то $E_{\rm max} = -1/4$ и $\delta E =$ $= -1/4 - E_{\rm min}$. При μ более некоторого критического значения μ_c доставка частицы на "вторую лестницу" осуществляется одномоментно, за одно сближение, то есть не диффузионно. Поэтому при $\mu \gtrsim \mu_c$ полное время расчистки определяется как сумма времени, за которое происходит сближение, и времени диффузии по второй лестнице: $T_r = T_{conj} + T_d^{(2)}$. При $\mu \lesssim \mu_c$ полное время расчистки определяется суммой времен диффузии по первой и второй лестницам: $T_r = T_d^{(1)} + T_d^{(2)}$. Таким образом, согласно Шевченко (2020а),

$$T_{\rm r} = \begin{cases} c_0 \mu^{-2/7} + c_2 \mu^{-2}, & \text{если } \mu \gtrsim \mu_{\rm c}, \\ c_1 \mu^{-6/7} + c_2 \mu^{-2}, & \text{если } \mu \lesssim \mu_{\rm c}, \end{cases}$$
(10)

где константы c_0 и c_1 определяются из условий на границы хаотической зоны, а константы μ_c и c_2 определяются значениями E_{\min} и E_{\max} .

В численно-экспериментальных зависимостях на рис. 9 прежде всего обращает на себя внимание присутствие обеих диффузионных компонент $\propto \mu^{-6/7} \approx \mu^{-0.857}$ и $\propto \mu^{-2}$, характерных, согласно формулам (10), для значений $\mu \lesssim \mu_{\rm c}$. Действительно, согласно аппроксимациям (7) и (8), показатели степеней в обоих случаях весьма близки к теоретическим. Таким образом, в полученной нами численно кривой (рис. 9) проявляется не только вторая диффузионная компонента ($\propto \mu^{-2}$), выявленная ранее в численных данных Моррисон и Мальхотры (2015) (см. Шевченко, 2020а), но и первая ($\propto \mu^{-6/7}$). Что касается нормирующих коэффициентов c_1 и c_2 и значения μ_c , численноэкспериментальные зависимости (7) и (8) можно согласовать с теоретическими (10), если для представительной траектории выбрать начальное относительное отклонение $\varepsilon = \Delta a / \Delta a_{\rm st}$ по большой полуоси равным $\approx 2/3$ (что соответствует середине хаотических слоев с границами, проходящими по краям центрального устойчивого скопления и внешним краям планетной хаотической зоны), а также определить соответствующие значения E_{\min} и E_{\max} (см. формулы (39) и (40) и их вывод в работе Шевченко, 2020а). Тогда при $\varepsilon \approx 2/3$, как можно показать, $\lg \mu_c$ превышает -1.5, поэтому диапазон по μ на рис. 9 соответствует второй строке формулы (10); первая строка описывает ситуацию вне поля графика.

Заметим, что компонента $\propto \mu^{-6/7}$, соответствующая стадии хаотической диффузии уходящих частиц вдоль "лестницы" из перекрывающихся резонансов частица—планета (p+1):p, проявляется на рис. 9 благодаря тому, что нами принят достаточно слабый критерий ухода частиц по большой полуоси (всего два радиуса орбиты планеты); при таком выборе коэффициент c_2 относительно мал,

и в результате компонента $\propto \mu^{-2}$ не доминирует в относительно большом диапазоне значений μ .

Также отметим, что диффузионная компонента со степенным индексом -2, относящаяся к лестнице перекрывающихся резонансов *p*:1 тоже хорошо проявляется в наших численных экспериментах, благодаря тому, что начало этой лестницы (перекрывающиеся резонансы 1:1, 2:1, 3:1) в значительной мере представлено на интервале от 1 до 2 а. е.: центр резонанса 3:1 расположен при значении большой полуоси орбиты частицы $a = 2.08 a_{\rm pl}$. При этом ширина резонанса такова, что он перекрывается с резонансом 2:1, иначе хаотической диффузии и выброса частиц не было бы. Степенной индекс ≈ -2 , выявленный нами в расчетах, хорошо согласуется с ожидаемым из теории, а также и с численными результатами Моррисон и Мальхотры (2015).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Нами проведены массовые численные эксперименты по долговременной динамике планетезимальных дисков с планетами в системах одиночных звезд. С высокой точностью определены времена расчистки планетной хаотической зоны в зависимости от массового параметра μ , отдельно для внешней и внутренней частей хаотической зоны. В полученной численно-экспериментальной зависимости " μ — T_{cl} " выявлены диффузионные компоненты, соответствующие обеим стадиям хаотической диффузии уходящих частиц — вдоль "лестницы" из перекрывающихся резонансов частица—планета (p + 1):*p* и вдоль лестницы перекрывающихся резонансов частица—планета *p*:1.

Полученные результаты обсуждены и интерпретированы в свете существующих аналитических теорий, основанных на критерии перекрытия резонансов средних движений (Шевченко, 2020а), а также в сравнении с предыдущими численными подходами к проблеме (Моррисон, Мальхотра, 2015; Демидова, Шевченко, 2020).

Авторы благодарны рецензентам за полезные замечания. Работа поддержана в рамках гранта 075-15-2020-780 (N13.1902.21.0039) "Теоретические и экспериментальные исследования формирования и эволюции внесолнечных планетных систем и характеристик экзопланет" Министерства науки и высшего образования Российской Федерации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Бе и др. (H. Beust, J.-C. Augereau, A. Bonsor, J.R. Graham, P. Kalas, J. Lebreton, A.-M. Lagrange, S. Ertel et al.), Astron. Astrophys. **561**, A43 (2014).
- 2. Демидова, Шевченко (Т.V. Demidova and I.I. Shevchenko), MNRAS **463**, L22 (2016).
- Демидова, Шевченко, Письма в Астрон. журн. 46, 827 (2020) [Т.V. Demidova, I.I. Shevchenko, Astron. Lett. 46, 774 (2020)].
- 4. Дункан и др. (M. Duncan, T. Quinn, and S. Tremaine), Icarus **82**, 402 (1989).
- 5. Квиллен (A.C. Quillen), MNRAS 372, L14 (2006).
- 6. Квиллен, Фабер (A.C. Quillen and P. Faber), MNRAS **373**, 1245 (2006).
- 7. Квиллен, Торндайк (A.C. Quillen and S. Thorndike), Astrophys. J. **578**, L149 (2002).
- 8. Кюхнер, Хольман (M.J. Kuchner and M.J. Holman), Astrophys. J. **588**, 1110 (2003).
- Мальхотра (R. Malhotra), in: Solar System Formation and Evolution (Ed. by D. Lazzaro, R. Vieira Martins, S. Ferraz-Mello, J. Fernand), Astron. Soc. Pacific Conf. Ser., v. 149, p. 37 (1998).
- Марино и др. (S. Marino, B. Yelverton, M. Booth, V. Faramaz, G.M. Kennedy, L. Matrà, and M.C. Wyatt.), MNRAS 484, 1257 (2019).
- 11. Марино и др. (S. Marino, A. Zurlo, V. Faramaz, J. Milli, Th. Henning, G.M. Kennedy, L. Matrà, S. Pérez, P. Delorme, et al.), MNRAS **498**, 1319 (2020).
- 12. Маруа и др. (С. Marois, B. Macintosh, T. Barman, B. Zuckerman, I. Song, J. Patience, D. Lafrenière, and R. Doyon), Science **322**, 1348 (2008).
- 13. Маруа и др. (С. Marois, B. Zuckerman, Q.M. Konopacky, B. Macintosh, and T. Barman), Nature **468**, 1080 (2010).
- 14. Меса и др. (D. Mesa, S. Marino, M. Bonavita, C. Lazzoni, C. Fontanive, S. P'erez, V. D'Orazi, S. Desidera, et al.), MNRAS **503**, 1276 (2021).
- 15. Моррисон, Мальхотра (S. Morrison and R. Malhotra), Astrophys. J. **799**, 41 (2015).
- Мюррей, Дермотт (С.D. Murray and S.F. Dermott), Solar System Dynamics (Cambridge Univer. Press, 1999) [Мюррей К., Дермотт С., Динамика Солнечной системы (М.: Физматлит, 2009, 2010)].
- 17. Недерландер и др. (A. Nederlander, A.M. Hughes, A.J. Fehr, K.M. Flaherty, K.Y.L. Su, A. Moor, E. Chiang, S.M. Andrews, et al.), Astrophys. J. 917, 17 (2021).
- 18. Пирс и Уайят (T.D. Pearce and M.C. Wyatt), MNRAS 443, 2541 (2014).
- 19. Пресс и др. (W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling, and B.P. Flannery) *Numerical recipes in C. The art of scientific computing* (Cambridge University Press, 1992), p. 724.
- 20. Пти, Хенон (J.M. Petit and M. Hénon), Icarus **66**, 536 (1986).
- 21. Рамо и др. (J. Rameau, G. Chauvin, A.M. Lagrange, A. Boccaletti, S.P. Quanz, M. Bonnefoy, J.H. Girard, P. Delorme et al.), Astrophys. J. **772**, L15 (2013).

- 22. Рамос и др. (X.S. Ramos, J.A. Correa-Otto, and C. Beaugé), Celestial Mech. Dynam. Astron. **123**, 453 (2015).
- 23. Родигас и др. (Т.J. Rodigas, R. Malhotra, and P.M. Hinz), Astrophys. J. **780**, 65 (2014).
- 24. Су и др. (К.Ү.L. Su, G.H. Rieke, R. Malhotra, K.R. Stapelfeldt, A.M. Hughes, A. Bonsor, D.J. Wilner, Z. Balog, et al.), Astrophys. J. **763**, 118 (2013).
- Фарамаз и др. (V. Faramaz, S. Marino, M. Booth, L. Matrà, E.E. Mamajek, G. Bryden, K.R. Stapelfeldt, S. Casassus et al.), Astron. J. 161, 271 (2021).
 Чианг и др. (E.I. Chiang, E. Kite, P. Kalas,
- 26. Чианг и др. (E.I. Chiang, E. Kite, P. Kalas, J.R. Graham, and M. Clampin), Astrophys. J. **693**, 734 (2009).

- 27. Шевченко (I.I. Shevchenko), Phys. Lett. A **372**, 808 (2008).
- 28. Шевченко (І.І. Shevchenko), Phys. Rev. E 85, 066202 (2012).
- 29. Шевченко (I.I. Shevchenko), Astron. J. **160**, 212 (2020a).
- 30. Шевченко (I.I. Shevchenko), *Dynamical Chaos in Planetary Systems* (Springer Nature, 2020) (2020б).
- 31. Уайят и др. (M.C. Wyatt, S.F. Dermott, C.M. Telesco, R.S. Fisher, K. Grogan, E.K. Holmes, and R.K. Piña), Astrophys. J. **527**, 918 (1999).
- 32. Уиздом (J. Wisdom), Astron. J. 85, 1122 (1980).

К ВОПРОСУ ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ АСТРОЦЕНТРИЧЕСКИХ КООРДИНАТ В ПЛАНЕТНОЙ ЗАДАЧЕ

© 2021 г. Д. В. Микрюков^{1*}

¹Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия Поступила в редакцию 05.10.2021 г. После доработки 27.10.2021 г.; принята к публикации 02.11.2021 г.

Рассматриваются и сравниваются два способа определения астроцентрических координат Пуанкаре в планетной задаче. Показано, что после исключения центра инерции оба способа приводят к одной и той же системе уравнений планетного движения. Даются формулы перехода от оскулирующих элементов в системе координат Пуанкаре к обычным астроцентрическим оскулирующим элементам. Построенный в работе аналитический аппарат пригоден для практического применения методов теории возмущений, в частности методов осреднения.

Ключевые слова: астроцентрические координаты, гелиоцентрические координаты, координаты Пуанкаре, планетная задача, оскулирующие элементы, канонические элементы Пуанкаре, канонические преобразования, гамильтониан.

DOI: 10.31857/S0320010821110048

1. ВВЕДЕНИЕ

Планетная задача является важным частным случаем задачи нескольких тел. Важность этой задачи была осознана еще классиками небесной механики, поставившими и изучавшими вопрос об устойчивости Солнечной системы. В связи с открытием экзопланетных систем, в которых могут наблюдаться самые разнообразные орбитальные и массовые параметры, планетная задача приобрела естественное развитие и продолжает оставаться актуальной.

Малость планетных масс по сравнению с массой центральной звезды делает теорию возмущений одним из наиболее эффективных средств изучения эволюции планетных орбит. Для применения методов этой теории требуется получить удобную форму уравнений планетного движения. Данная форма подразумевает исключение центра инерции, т.е. сведение записанной в абсолютных координатах исходной системы уравнений движения к системе уравнений с 3N степенями свободы (здесь N — число планет, вращающихся вокруг главной звезды). Исключение центра инерции осуществляется путем перехода к подходящей системе координат. Существуют две такие системы — координаты Якоби и координаты Пуанкаре (Шарлье, 1966). Несмотря на существенные отличия, обе системы

координат широко применяются в исследованиях, посвященных планетной задаче.

В настоящей работе речь будет идти о системе координат Пуанкаре. Как известно, основным удобством применения координат Пуанкаре является то, что в них не требуется получать разложение возмущающей функции в ряд по степеням малых планетных масс¹. Внимательный анализ работ, в которых применяется данная система координат (см., например, Дункан и др., 1998; Красинский, 1973; Ласкар, Робютель, 1995; Морбиделли, 2014, глава 1, раздел 1.6; Рейн и др., 2019; Родригес, Галлардо, 2005; Ферраз-Меллу и др., 2006), показывает, что для ее определения авторы используют два близких, но разных подхода. А именно, координаты Пуанкаре в данных исследованиях определяются с помощью двух различных преобразований исходных абсолютных координат. Насколько известно автору, этому обстоятельству нигде в современной литературе не уделяется внимания. Обычно исследователи определяют координаты Пуанкаре некоторым преобразованием абсолютных координат (одним из указанных двух), показывают, каким

¹Координаты Якоби, в отличие от координат Пуанкаре, требуют разложения возмущающего потенциала системы в ряд по степеням планетных масс. Впрочем, как справедливо отмечает Шарлье (1966, глава VI, § 3), при построении планетных теорий данный недостаток координат Якоби оказывается несущественным.

^{*}Электронный адрес: d.mikryukov@spbu.ru

образом в результате данного преобразования исключается центр инерции, и сосредотачивают все дальнейшее внимание на полученных уравнениях планетного движения. При этом часто делается утверждение, что преобразование, состоящее в переходе к координатам Якоби, является единственной альтернативой для исключения центра инерции. В связи с этим представляется полезным подробно рассмотреть вопрос определения координат Пуанкаре в планетной задаче.

В настоящей работе мы разберем и сравним два способа определения координат Пуанкаре. Мы покажем, что, несмотря на различие в методе исключения центра инерции, оба способа в конечном счете приводят к одной и той же системе уравнений планетного движения. Целесообразность такого сравнения обусловлена также тем, что при сопоставлении полученных в различных работах результатов нередко возникают путаница и несоответствие, связанные с указанной двойственностью определения координат Пуанкаре. Решением данной задачи мы надеемся внести больше ясности в теорию применения данной системы координат. Наше исследование будем выполнять таким образом, чтобы после его проведения мы получили теорию определения координат Пуанкаре в виде, удобном для применения на практике.

В основу всех построений мы положим гамильтоновы уравнения движения в абсолютных координатах. Такой подход представляется наиболее естественным, так как в качестве оскулирующих элементов почти всегда берутся канонические элементы. Можно также опираться на уравнения Лагранжа (см., например, Холшевников и др., 2001), но в этом случае, если используются канонические элементы, все равно придется при помощи преобразования Лежандра переходить к гамильтоновой формулировке планетной задачи. Данный путь перехода от уравнений Лагранжа к уравнениям Гамильтона проиллюстрирован в статье Микрюкова (2016). К сожалению, в данной статье ее автором при совершении преобразования Лежандра функции Лагранжа была допущена ошибка, приведшая в результате к неверному определению дополнительной части возмущающей функции. В нашей работе (в разделе 3) мы рассмотрим, в чем заключается данная ошибка, и приведем верные соответствующие формулы.

Для кеплеровых элементов будем использовать стандартный набор переменных: a, e, i, M, g, Ω обозначают соответственно большую полуось, эксцентриситет, наклонение, среднюю аномалию, аргумент перицентра и долготу восходящего узла. Точкой сверху и чертой сверху мы будем обозначать соответственно дифференцирование по времени и комплексное сопряжение. Мнимую единицу

обозначим через і и положим $\operatorname{Exp} \varphi = \exp i \varphi$ для любого комплексного φ . Для суммирования от 1 до N и для суммирования по треугольному множеству $1 \leq j < k \leq N$ будем использовать соответственно символы

$$\sum_1 \quad \mathsf{H} \quad \sum_2$$

Относительно натурального числа N будет всюду считаться, что это количество планет в системе и $N \ge 2$.

Предполагаем, что основными единицами измерения в работе являются масса Солнца, астрономическая единица и сидерический земной год, $\mathcal{G} = 4\pi^2$. Данная система единиц является удобной не только в планетной, но и во многих других небесномеханических задачах. Ее также часто используют, например, при изучении динамической эволюции кратных звездных систем (Мельников и др., 2014).

2. ПЕРВОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ

В абсолютной инерциальной системе отсчета с началом в точке O рассмотрим движение N + 1материальных точек Q_0, \ldots, Q_N , имеющих массы соответственно $\mathcal{M}_0, \ldots, \mathcal{M}_N$. Будем считать, что расстояние между двумя любыми точками всегда остается больше некоторого положительного числа (бесстолкновительное конфигурационное пространство). Если

$$\mathcal{M}_0 \gg \mathcal{M}_1, \dots, \mathcal{M}_N, \tag{1}$$

то мы получаем так называемый планетный вариант задачи нескольких тел (планетная задача). Обычно предполагается, что масса "Солнца" Q_0 превосходит массу каждой "планеты" Q_s , $1 \le s \le N$, на три и более порядков.

Если движение планетной системы изучается в канонических элементах, то исходные уравнения движения в абсолютной системе координат естественно записать в гамильтоновом виде. Гамильтониан этих уравнений, как известно, равен сумме кинетической и потенциальной энергий и имеет вид

$$\tilde{\mathcal{H}} = \sum_{k=0}^{N} \frac{\Pi_k^2}{2\mathcal{M}_k} - \mathcal{G} \sum_{0 \le j < k \le N} \frac{\mathcal{M}_j \mathcal{M}_k}{|\boldsymbol{\rho}_j - \boldsymbol{\rho}_k|}.$$
 (2)

Здесь абсолютные импульсы $\Pi_s = \mathcal{M}_s \dot{\rho}_s$, абсолютные координаты ρ_s задают положение точек относительно начала O, а \mathcal{G} — постоянная тяготения. В планетной задаче использование интегралов движения центра масс обычно достигается за счет введения координат Якоби или астроцентрических координат Пуанкаре (см. соответственно § 4 и § 3 гл. V руководства Шарлье, 1966). Обе системы каноничны, и каждую из них можно определить соответствующим линейным унивалентным каноническим преобразованием исходных гамильтоновых переменных ρ_s , Π_s , $0 \leq s \leq N$. Координаты Пуанкаре получаются по формулам

$$\mathbf{r}_0 = \boldsymbol{\rho}_0, \quad \mathbf{P}_0 = \sum_{k=0}^N \boldsymbol{\Pi}_k, \tag{3}$$

$$\mathbf{r}_j = \boldsymbol{\rho}_j - \boldsymbol{\rho}_0, \quad \mathbf{P}_j = \boldsymbol{\Pi}_j, \quad j = 1, 2, \dots, N.$$

Как видим, старые ρ_s и новые \mathbf{r}_s координаты являются простой линейной комбинацией друг друга. То же верно для старых $\mathbf{\Pi}_s$ и новых \mathbf{P}_s импульсов.

Терминологическое замечание. В литературе для наименования координат $\mathbf{r}_1, \ldots, \mathbf{r}_N$, участвующих в определении канонических переменных (3), используется множество близких, но различающихся терминов. Чаще всего употребляются названия "канонические относительные координаты", "канонические относительные координаты Пуанкаре", "гелиоцентрические координаты Пуанкаре", "астроцентрические координаты Пуанкаре" и "астроцентрические координаты". Будем для краткости пользоваться термином "координаты Пуанкаре".

Выражая из (3) старые переменные через новые и подставляя их в (2), получим

$$\tilde{\mathcal{H}} = \frac{\mathbf{P}_0^2}{2\mathcal{M}_0} - \frac{\mathbf{P}_0}{\mathcal{M}_0} \sum_1 \mathbf{P}_k + \mathcal{H}, \qquad (4)$$

где

$$\begin{aligned} \mathcal{H} &= \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_1, \\ \mathcal{H}_0 &= \sum_1 \left(\frac{\mathbf{P}_s^2}{2\mathcal{B}_s} - \frac{\mathcal{G}(\mathcal{M}_0 + \mathcal{M}_s)\mathcal{B}_s}{r_s} \right), \\ \mathcal{H}_1 &= \sum_2 \left(-\frac{\mathcal{G}\mathcal{M}_j\mathcal{M}_k}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_k|} + \frac{\mathbf{P}_j\mathbf{P}_k}{\mathcal{M}_0} \right), \\ \mathcal{B}_s &= \frac{\mathcal{M}_0\mathcal{M}_s}{\mathcal{M}_0 + \mathcal{M}_s}, \quad r_s = |\mathbf{r}_s|. \end{aligned}$$

В итоге имеем уравнения движения в новых переменных

$$\dot{\mathbf{r}}_{0} = \frac{\mathbf{P}_{0}}{\mathcal{M}_{0}} - \frac{1}{\mathcal{M}_{0}} \sum_{1} \mathbf{P}_{s}, \quad \dot{\mathbf{P}}_{0} = 0, \qquad (5)$$

$$\dot{\mathbf{r}}_s = -\frac{\mathbf{P}_0}{\mathcal{M}_0} + \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \mathbf{P}_s}, \quad \dot{\mathbf{P}}_s = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \mathbf{r}_s},\\s = 1, 2, \dots, N.$$

Важно отметить, что величина \mathcal{H} зависит только от планетных координат и импульсов \mathbf{r}_s , \mathbf{P}_s ($1 \leq s \leq N$).

Гамильтониан $\tilde{\mathcal{H}}$ не зависит от \mathbf{r}_0 , поэтому вектор \mathbf{P}_0 — интеграл движения. Компоненты P_{0x} , P_{0y} , P_{0z} вектора \mathbf{P}_0 постоянны в процессе эволюции системы и равны своим начальным значениям

$$P_{0x}^{(0)}, P_{0y}^{(0)}, P_{0z}^{(0)}$$

Основная цель введения и использования астроцентрических координат — изучение движения планет относительно Солнца (центральной звезды). При описании этого движения можно без потери общности положить $\mathbf{P}_0 = \mathbf{P}_0^{(0)} = 0$. В самом деле, вектор \mathbf{P}_0 с точностью до массового множителя представляет собой скорость движения барицентра системы (относительно начала O) и этот вектор никак не связан с относительным движением точек. Такой подход очень удобен, так как условие $\mathbf{P}_0 = 0$ приводит к разделению системы (5) на две подсистемы

$$\dot{\mathbf{r}}_0 = -\frac{1}{\mathcal{M}_0} \sum_1 \mathbf{P}_s \tag{6}$$

И

$$\dot{\mathbf{r}}_s = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \mathbf{P}_s}, \quad \dot{\mathbf{P}}_s = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \mathbf{r}_s}, \quad s = 1, 2, \dots, N.$$
 (7)

Вторая подсистема уравнений (7), решающаяся независимо от первой (6), дает полное описание планетного движения. Определив из (7) векторы $\mathbf{P}_s, 1 \leq s \leq N$, можно далее из первой подсистемы (6) получить текущие положение и скорость Солнца \mathcal{Q}_0 в абсолютной системе координат.

Замечание. Поскольку вектор \mathbf{P}_0 имеет простой физический смысл (полный ньютоновский импульс системы в абсолютных осях), может показаться, что принять $\mathbf{P}_0 = 0$ можно уже в гамильтониане (4), т.е. еще до составления уравнений (5). Это рассуждение ошибочно. В самом деле, если принять $\tilde{\mathcal{H}} = \mathcal{H}$, то в (5) для вектора \mathbf{r}_0 получаем очевидно неверное уравнение $\dot{\mathbf{r}}_0 = \partial \mathcal{H} / \partial \mathbf{P}_0 =$ = 0, которое означает, что Солнце \mathcal{Q}_0 неподвижно относительно точки O.

Гамильтоновы уравнения (7), определяющие эволюцию планетных орбит, представляют основной интерес. Однако перед переходом к их дальнейшему исследованию рассмотрим для полноты картины особенности движения Солнца Q_0 и барицентра системы относительно точки O.



Рис. 1. Связь абсолютного и астроцентрического векторов планеты.

Условие $\mathbf{P}_0 = 0$ означает, что барицентр системы неподвижен относительно начала O. Но его положение \mathbf{B} относительно O может быть абсолютно произвольным. Вектор \mathbf{B} является интегралом движения, и его можно найти по формуле

$$\tilde{\mathcal{M}}\mathbf{B} = \mathcal{M}_0\boldsymbol{\rho}_0 + \sum_1 \mathcal{M}_s\boldsymbol{\rho}_s, \qquad (8)$$

где $\tilde{\mathcal{M}} = \sum_{k=0}^{N} \mathcal{M}_k$. Это равенство дает возможность подобрать такие начальные координаты Солнца

$$\boldsymbol{\rho}_{0}^{(0)} = (\rho_{0x}^{(0)}, \rho_{0y}^{(0)}, \rho_{0z}^{(0)}) = \mathbf{r}_{0}^{(0)} = (r_{0x}^{(0)}, r_{0y}^{(0)}, r_{0z}^{(0)}),$$

чтобы $\mathbf{B} = 0$, т.е. чтобы точка O совпадала с барицентром системы. На практике обычно даны начальные значения

 ${f r}_1^{(0)},\ldots,{f r}_N^{(0)}$

планетных астроцентрических векторов

$$\mathbf{r}_1,\ldots,\mathbf{r}_N.$$

В этом случае нужно с помощью формулы (8) выразить $\rho_0^{(0)}$ через $\mathbf{r}_s^{(0)}$, $1 \leq s \leq N$. Подстановка равенств $\rho_s = \mathbf{r}_s + \rho_0$, $1 \leq s \leq N$, (рис. 1) в (8) дает

$$egin{aligned} ilde{\mathcal{M}} \mathbf{B} &= \mathcal{M}_0 oldsymbol{
ho}_0 + \sum_1 \mathcal{M}_s (\mathbf{r}_s + oldsymbol{
ho}_0) = \ &= ilde{\mathcal{M}} oldsymbol{
ho}_0 + \sum_1 \mathcal{M}_k \mathbf{r}_k. \end{aligned}$$

Отсюда при $\mathbf{B} = 0$ получаем

$$oldsymbol{
ho}_0 = -rac{1}{ ilde{\mathcal{M}}}\sum_1 \mathcal{M}_s \mathbf{r}_s$$

и, в частности, для начальных координат Солнца

$$\boldsymbol{\rho}_0^{(0)} = -\frac{1}{\tilde{\mathcal{M}}} \sum_1 \mathcal{M}_s \mathbf{r}_s^{(0)}$$

Итак, каноническая система (7) с гамильтонианом \mathcal{H} позволяет найти астроцентрические положения и скорости планет \mathbf{r}_s , $\dot{\mathbf{r}}_s$, $1 \leq s \leq N$, как функции времени. Далее по этим функциям находится искомое поведение астроцентрических оскулирующих элементов.

В силу условия (1) модули импульсов $\mathbf{P}_s = \mathcal{M}_s \dot{\boldsymbol{\rho}}_s, 1 \leqslant s \leqslant N$, оказываются в принятой нами системе единиц на несколько порядков меньше, чем модули положений $\mathbf{r}_s, 1 \leqslant s \leqslant N$. Однако при интегрировании уравнений (7) удобно, чтобы все фазовые переменные имели примерно один и тот же порядок. Добиться этого можно с помощью стандартного в планетной задаче введения малого параметра μ . Положим

$$\mu = \max_{1 \leqslant s \leqslant N} \frac{\mathcal{M}_s}{\mathcal{M}_0}$$

С помощью равенств $\mu m_k = \mathcal{M}_k, \ 1 \leq k \leq N$, определим для каждой из N планет массовые множители

$$m_1,\ldots,m_N.$$
 (9)

Для симметрии обозначений положим также $m_0 = \mathcal{M}_0$. Имеющие размерность массы постоянные (9) не малы и имеют порядок единицы. Они удовлетворяют неравенствам $0 < m_s \leq m_0$, и их можно найти по формулам $m_s = \mathcal{M}_s/\mu$, $1 \leq s \leq N$.

Совершим над переменными уравнений (7) каноническое преобразование, в котором новые координаты равны старым, а новые импульсы даются формулами

$$\mathbf{p}_s = \mathbf{P}_s / \mu, \qquad 1 \leqslant s \leqslant N.$$

Для новых координат оставим прежние обозначения \mathbf{r}_s , $1 \leq s \leq N$. В отличие от канонической подстановки (3), данное преобразование не сохраняет численное значение гамильтониана: новый гамильтониан $h = \mathcal{H}/\mu$ (см., например, Маркеев, 2001, раздел 170, пример 3). Теперь в используемой нами системе единиц новый гамильтониан h и новые переменные \mathbf{r}_s , \mathbf{p}_s , $1 \leq s \leq N$, имеют порядок единицы (см. также Робютель и др., 2016).

Введем обозначения

$$\beta_s = \frac{\mathcal{B}_s}{\mu} = \frac{m_0 m_s}{m_0 + \mu m_s}, \quad \varkappa_s^2 = \mathcal{G}(\mathcal{M}_0 + \mathcal{M}_s),$$
$$1 \leqslant s \leqslant N.$$

Функция Гамильтона *h* представляется стандартной суммой невозмущенной и малой возмущающей частей:

$$h = h_0 + \mu h_1, \tag{10}$$

где

$$h_0 = \sum_1 h_{0s}, \quad h_{0s} = \frac{\mathbf{p}_s^2}{2\beta_s} - \frac{\varkappa_s^2 \beta_s}{r_s},$$
$$h_1 = \sum_2 \left(-\frac{\mathcal{G}m_j m_k}{|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_k|} + \frac{\mathbf{p}_j \mathbf{p}_k}{m_0} \right).$$

Если в (10) положить $\mu = 0$, то уравнения движения

$$\dot{\mathbf{r}}_s = \frac{\partial h}{\partial \mathbf{p}_s}, \quad \dot{\mathbf{p}}_s = -\frac{\partial h}{\partial \mathbf{r}_s}, \quad 1 \leqslant s \leqslant N,$$
(11)

распадаются на N независимых задач одного притягивающего центра

$$\ddot{\mathbf{r}}_s + \varkappa_s^2 \frac{\mathbf{r}_s}{r_s^3} = 0, \quad 1 \leqslant s \leqslant N.$$
 (12)

Каждое *s*-е уравнение в (12) порождается гамильтонианом h_{0s} и определяет текущие положение \mathbf{r}_s и скорость \mathbf{p}_s/β_s тела массы β_s в его движении относительно неподвижного тела массы $\mathcal{M}_0 + \mathcal{M}_s$.

Уравнения (12) решаются стандартным методом Гамильтона—Якоби, в результате чего получаются различные системы канонических элементов (Емельянов, 2015, глава 7). Данные элементы при учете возмущения μh_1 в гамильтониане h превращаются, согласно методу вариации произвольных постоянных, в функции времени. Например, если используется каноническая система комплексных элементов Пуанкаре (Ласкар, Робютель, 1995; Микрюков, Холшевников, 2016)

$$\begin{split} &\Gamma = X\sqrt{\Lambda/2}, \quad \gamma = -i\bar{\Gamma}, \\ &Z = Y\sqrt{2\Lambda}, \quad \zeta = -i\bar{Z}, \\ &\Lambda = \beta \varkappa \sqrt{a}, \quad \lambda = M + \tilde{g}, \end{split}$$

где

$$X = \sqrt{2(1-\eta)} \operatorname{Exp} \tilde{g}, \qquad (14)$$
$$Y = \sqrt{\eta(1-\cos i)/2} \operatorname{Exp} \Omega,$$
$$\eta = \sqrt{1-e^2}, \quad \tilde{g} = g + \Omega,$$

то с учетом равенства

$$h_0 = -\sum_1 \frac{\beta_s^3 \varkappa_s^4}{2\Lambda_s^2}$$

приходим к уравнениям

$$\dot{\Gamma} = -\mu \frac{\partial h_1}{\partial \gamma}, \quad \dot{\gamma} = \mu \frac{\partial h_1}{\partial \Gamma},$$
(15)

$$\dot{\mathbf{Z}} = -\mu \frac{\partial h_1}{\partial \zeta}, \quad \dot{\zeta} = \mu \frac{\partial h_1}{\partial \mathbf{Z}},$$
$$\dot{\boldsymbol{\Lambda}} = -\mu \frac{\partial h_1}{\partial \lambda}, \quad \dot{\boldsymbol{\lambda}} = \omega + \mu \frac{\partial h_1}{\partial \boldsymbol{\Lambda}}.$$



Рис. 2. Связь абсолютного и барицентрического векторов планеты. Точка *В* — барицентр системы.

Здесь

$$\omega = \frac{\partial h_0}{\partial \Lambda} = \frac{\varkappa^4 \beta^3}{\Lambda^3} = \varkappa a^{-3/2}, \qquad (16)$$

причем в формулах (13)–(16) подразумевается, что все переменные снабжены одним и тем же индексом j, равным номеру планеты ($1 \le j \le N$).

3. ВТОРОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ

В предыдущем разделе мы отметили, что в планетной задаче основными используемыми системами координат являются координаты Якоби и координаты Пуанкаре. С точки зрения построения планетных теорий, главное отличие между этими системами заключается в существенно различном представлении функции Гамильтона (Шарлье, 1966; Микрюков, 2016).

Мы определили координаты Пуанкаре каноническим преобразованием (3). Однако это не единственная каноническая замена исходных переменных

$$\rho_s, \Pi_s, \qquad 0 \leqslant s \leqslant N,$$

которой координаты Пуанкаре могут определяться. Рассмотрим унивалентное каноническое преобразование

$$\tilde{\mathbf{r}}_{0} = \mathbf{B} = \frac{1}{\tilde{\mathcal{M}}} \sum_{k=0}^{N} \mathcal{M}_{k} \boldsymbol{\rho}_{k}, \quad \tilde{\mathbf{P}}_{0} = \sum_{k=0}^{N} \mathbf{\Pi}_{k}, \quad (17)$$
$$\tilde{\mathbf{r}}_{j} = \boldsymbol{\rho}_{j} - \boldsymbol{\rho}_{0}, \quad \tilde{\mathbf{P}}_{j} = \mathbf{\Pi}_{j} - \frac{\mathcal{M}_{j}}{\tilde{\mathcal{M}}} \sum_{k=0}^{N} \mathbf{\Pi}_{k},$$
$$j = 1, 2, \dots, N.$$

Как и в случае преобразования (3), переменные (17) имеют простой физический смысл. Немного не очевиден лишь смысл векторов $\tilde{\mathbf{P}}_k$, $1 \leq k \leq N$. Покажем, что эти векторы являются барицентрическими импульсами планет. Продифференцируем по времени барицентрическое положение планеты $\rho_k - \tilde{\mathbf{r}}_0$ (рис. 2). Полученную барицентрическую
скорость $\dot{\boldsymbol{\rho}}_k - \dot{\tilde{\mathbf{r}}}_0$ умножим на планетную массу \mathcal{M}_k :

$$egin{aligned} \mathcal{M}_k(\dot{oldsymbol{
ho}}_k-\dot{ extbf{r}}_0) &= \mathbf{\Pi}_k - rac{\mathcal{M}_k}{\mathcal{ ilde{\mathcal{M}}}} \mathcal{ ilde{\mathbf{r}}}_0 = \ &= \mathbf{\Pi}_k - rac{\mathcal{M}_k}{\mathcal{ ilde{\mathcal{M}}}} \sum_{s=0}^N \mathbf{\Pi}_s. \end{aligned}$$

Обратное преобразование получается по формулам

$$\boldsymbol{\rho}_{0} = \tilde{\mathbf{r}}_{0} - \frac{1}{\tilde{\mathcal{M}}} \sum_{1} \mathcal{M}_{s} \tilde{\mathbf{r}}_{s}, \qquad (18)$$
$$\mathbf{\Pi}_{0} = \frac{\mathcal{M}_{0}}{\tilde{\mathcal{M}}} \tilde{\mathbf{P}}_{0} - \sum_{1} \tilde{\mathbf{P}}_{s},$$
$$\boldsymbol{\rho}_{k} = \tilde{\mathbf{r}}_{k} + \tilde{\mathbf{r}}_{0} - \frac{1}{\tilde{\mathcal{M}}} \sum_{1} \mathcal{M}_{s} \tilde{\mathbf{r}}_{s},$$
$$\mathbf{\Pi}_{k} = \tilde{\mathbf{P}}_{k} + \frac{\mathcal{M}_{k}}{\tilde{\mathcal{M}}} \tilde{\mathbf{P}}_{0}, \quad 1 \leq k \leq N.$$

Подстановка (18) в исходное представление гамильтониана (2) после некоторых выкладок дает

$$\tilde{\mathcal{H}} = \frac{\tilde{\mathbf{P}}_0^2}{2\tilde{\mathcal{M}}} + \mathcal{F},\tag{19}$$

где

$$\mathcal{F} = \mathcal{F}_0 + \mathcal{F}_1,$$
$$\mathcal{F}_0 = \sum_1 \left(\frac{\tilde{\mathbf{P}}_s^2}{2\mathcal{B}_s} - \frac{\mathcal{G}(\mathcal{M}_0 + \mathcal{M}_s)\mathcal{B}_s}{\tilde{r}_s} \right), \quad \tilde{r}_s = |\tilde{\mathbf{r}}_s|,$$
$$\mathcal{F}_1 = \sum_2 \left(-\frac{\mathcal{G}\mathcal{M}_j\mathcal{M}_k}{|\tilde{\mathbf{r}}_j - \tilde{\mathbf{r}}_k|} + \frac{\tilde{\mathbf{P}}_j\tilde{\mathbf{P}}_k}{\mathcal{M}_0} \right).$$

В результате мы снова приходим к двум группам уравнений:

$$\dot{\tilde{\mathbf{r}}}_0 = \frac{\tilde{\mathbf{P}}_0}{\tilde{\mathcal{M}}}, \quad \dot{\tilde{\mathbf{P}}}_0 = 0$$
 (20)

И

$$\dot{\tilde{\mathbf{r}}}_s = \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \tilde{\mathbf{P}}_s}, \quad \dot{\tilde{\mathbf{P}}}_s = -\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \tilde{\mathbf{r}}_s}, \quad 1 \leqslant s \leqslant N.$$
 (21)

Вторая группа уравнений (21), аналогично системе (7), дает полное описание планетного движения. Первая группа (20) описывает движение барицентра (ср. с уравнениями для \mathbf{r}_0 и \mathbf{P}_0 в формулах (5)). Начальные значения $\tilde{\mathbf{r}}_0^{(0)}, \tilde{\mathbf{P}}_0^{(0)}$ можно задавать произвольно, они никак не влияют на поведение планетных векторов $\tilde{\mathbf{r}}_s, \tilde{\mathbf{P}}_s, 1 \leq s \leq N$.

Как показывают равенства (4) и (19), гамильтониан $\tilde{\mathcal{H}}$ выражается через переменные (17) иначе, чем через переменные (3). Это вполне нормальная ситуация, так как (3) и (17) — это различные канонические подстановки. Однако функциональная зависимость величины *H* от переменных (3) идентична функциональной зависимости \mathcal{F} от переменных (17), и это здесь оказывается самым важным. Так как описание планетного движения полностью определяется либо $\mathcal H$, либо $\mathcal F$ (см. соответственно уравнения (7) и (21)), то канонический набор (17), наряду с (3), также можно положить в основу определения астроцентрических координат Пуанкаре. В литературе можно встретить оба способа. Например, в работах (Ласкар, Робютель, 1995; Ферраз-Меллу и др., 2006) используется определение (3), а в работах (Дункан и др., 1998; Рейн и др., 2019) авторы определяют координаты Пуанкаре формулами (17). Сам Пуанкаре (1965, раздел 26) определял астроцентрические координаты формулами (3). Оба определения приводят к одной и той же системе гамильтоновых уравнений планетного движения порядка 6N, к которой далее

В работе Микрюкова (2016) для определения канонических координат и импульсов (17) используется лагранжев формализм. Следуя Уинтнеру (1967, § 340—§ 342), Микрюков (2016) делает точечное преобразование переменных ρ_0, \ldots, ρ_N к переменным

уже могут применяться стандартные методы теории

возмущений.

$$\tilde{\mathbf{r}}_0,\ldots,\tilde{\mathbf{r}}_N,$$
 (22)

после чего записывает в новых переменных (22) уравнения Лагранжа

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\tilde{\mathbf{r}}}_s} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \tilde{\tilde{\mathbf{r}}}_s} = 0, \quad 0 \leqslant s \leqslant N.$$

Лагранжиан \mathcal{L} , кинетическая \mathcal{E}_1 и потенциальная \mathcal{E}_2 энергии имеют вид

$$\mathcal{L} = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2,$$

$$2\mathcal{E}_1 = \tilde{\mathcal{M}}\dot{\tilde{\mathbf{r}}}_0^2 + \sum_1 \mathcal{M}_s \dot{\tilde{\mathbf{r}}}_s^2 - \frac{1}{\tilde{\mathcal{M}}} \left(\sum_1 \mathcal{M}_s \dot{\tilde{\mathbf{r}}}_s\right)^2,$$

$$-\mathcal{E}_2 = \sum_1 \frac{\mathcal{G}\mathcal{M}_0\mathcal{M}_s}{\tilde{r}_s} + \sum_2 \frac{\mathcal{G}\mathcal{M}_j\mathcal{M}_k}{|\tilde{\mathbf{r}}_j - \tilde{\mathbf{r}}_k|}.$$

Далее Микрюков (2016) выполняет преобразование Лежандра функции Лагранжа \mathcal{L} и определяет обобщенные импульсы частными производными $\partial \mathcal{L} / \partial \dot{\mathbf{r}}_{s}$, $0 \leq s \leq N$. С помощью вытекающих из (18) равенств

$$\dot{\tilde{\mathbf{r}}}_s - \frac{1}{\tilde{\mathcal{M}}} \sum_1 \mathcal{M}_k \dot{\tilde{\mathbf{r}}}_k = \dot{\boldsymbol{\rho}}_s - \dot{\tilde{\mathbf{r}}}_0, \quad 1 \leqslant s \leqslant N,$$

получаем

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\tilde{\mathbf{r}}}_0} = \tilde{\mathcal{M}} \dot{\tilde{\mathbf{r}}}_0 = \tilde{\mathbf{P}}_0, \qquad (23)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\tilde{\mathbf{r}}}_s} = \mathcal{M}_s \left(\dot{\tilde{\mathbf{r}}}_s - \frac{1}{\tilde{\mathcal{M}}} \sum_1 \mathcal{M}_k \dot{\tilde{\mathbf{r}}}_k \right) = \tilde{\mathbf{P}}_s, \\ 1 \leqslant s \leqslant N.$$

Кинетическая энергия \mathcal{E}_1 является квадратичной формой по скоростям, так что

$$\tilde{\mathcal{H}} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2. \tag{24}$$

Выражая здесь \mathcal{E}_1 через $\tilde{\mathbf{P}}_s$, $0 \leq s \leq N$, убеждаемся, что (24) совпадает с (19), и, таким образом, приходим к уравнениям (20) и (21).

Мы с сожалением вынуждены отметить, что в указанной работе Микрюкова (2016) ее автор при определении обобщенных импульсов $\mathbf{P}_s, \ 0 \leqslant s \leqslant$ ≤ N, допустил ошибку (неправильно продифференцировал \mathcal{L} по обобщенным скоростям $\dot{\tilde{\mathbf{r}}}_s, 0 \leqslant$ $\leq s \leq N$). В результате представления гамильтониана (10) и (12) в виде суммы невозмущенной и малой возмущающей частей, приведенные в данной работе, оказались неверными. Точнее, указанные представления (10) и (12) верны с математической точки зрения: гамильтониан можно представить обоими способами. Но они неверны в том смысле, что при $\mu = 0$ они не дают N независимых задач одного притягивающего центра (формула (15) в статье Микрюкова, 2016). Верный вариант представления h в виде суммы h_0 и μh_1 дается формулой (10), полученной нами в настоящей работе. То, что (10) при $\mu = 0$ приводит к N независимым уравнениям (12), проверяется элементарным образом.

Отметим, что данная ошибка не влияет существенным образом на результаты работ Микрюкова (2018, 2020). В самом деле, сопоставление формул (10) и (12) работы Микрюкова (2016) с верным представлением (10) показывает, что в результате совершения данной ошибки неверно оказалась определена дополнительная часть возмущающей функции. Верный вариант от неверного отличается некоторым массовым множителем, на который умножается скалярное произведение

$$\mathbf{p}_j \mathbf{p}_k, \quad 1 \leqslant j < k \leqslant N. \tag{25}$$

В работе Микрюкова (2018) при описании разложения дополнительной части возмущающей функции приводится лишь метод разложения величины (25). Так как этот метод, очевидно, сохраняет силу вне зависимости от того, на какой множитель разложение (25) должно далее умножаться, то все выкладки работы Микрюкова (2018), посвященные разложению дополнительной части, остаются верными. Далее, в статье Микрюкова (2020) исследуется космогоническая эволюция некоторых планетных систем в рамках теории первого порядка по планетным массам. В этой работе дополнительная часть не используется совсем, так как теория первого порядка строится на основе среднего значения возмущающей функции, а среднее значение дополнительной части равно нулю².

Мы с извинениями приводим верный вариант определения обобщенных импульсов, который должен быть использован в работе Микрюкова (2016):

$$\mathbf{u}_{0} = \frac{\partial \mathcal{E}_{1}}{\partial \dot{\mathbf{r}}_{0}} = m_{0} \tilde{m} \dot{\mathbf{r}}_{0}, \qquad (26)$$
$$\mathbf{u}_{j} = \frac{\partial \mathcal{E}_{1}}{\partial \dot{\mathbf{r}}_{j}} = \mu m_{j} m_{0} \Big(\dot{\mathbf{r}}_{j} - \frac{\mu}{\tilde{m}} \sum_{1} m_{k} \dot{\mathbf{r}}_{k} \Big), \\ 1 \leqslant j \leqslant N.$$

Формулы (26) представляют собой формулы (23), переписанные в обозначениях работы Микрюкова (2016).

4. ПЕРЕХОД К АСТРОЦЕНТРИЧЕСКИМ ОСКУЛИРУЮЩИМ ЭЛЕМЕНТАМ

Переход от уравнений (11) к уравнениям в канонических элементах типа (15) обусловлен удобством применения методов теории возмущений, в частности, метода осреднения. Поведение канонических элементов определяет текущее положение \mathbf{r}_s и скорость \mathbf{p}_s/β_s планеты \mathcal{Q}_s в системе координат Пуанкаре, т.е. текущие значения переменных уравнений (11). Для получения этих значений нужно от канонических элементов перейти к кеплеровым.

В случае переменных (13) сначала вычисляются безразмерные величины $X = \Gamma \sqrt{2/\Lambda}$ и $Y = Z/\sqrt{2\Lambda}$. Далее из (14) по найденным X и Y вычисляются e, i, g и Ω :

$$\eta = 1 - \frac{|X|^2}{2}, \quad e = \sqrt{1 - \eta^2},$$
 (27)

²Дополнительная часть возмущающей функции фигурирует в теории второго и более высоких порядков по планетным массам.

$$\cos i = 1 - \frac{2|Y|^2}{\eta},$$

$$\tilde{g} = \arg X, \quad \Omega = \arg Y, \quad g = \tilde{g} - \Omega.$$

Наконец, а и М даются равенствами

$$a = \frac{\Lambda^2}{\beta^2 \varkappa^2}, \quad M = \lambda - \tilde{g}.$$
 (28)

Найденные элементы (27) и (28) — это кеплеровы элементы планеты в системе координат Пуанкаре. Поведение этих элементов не представляет существенного интереса. Нас больше всего интересует изменение обычных астроцентрических кеплеровых элементов.

Подстановка найденных элементов (27) и (28) в формулы задачи двух тел

$$\mathbf{r} = r(\mathbf{a}\cos u + \mathbf{b}\sin u),$$
$$\frac{\mathbf{p}}{\beta} = \frac{\omega a}{\eta} \left[-\mathbf{a}(\sin u + e\sin g) + \mathbf{b}(\cos u + e\cos g) \right],$$

где u — аргумент широты (истинная аномалия определяется по средней M), $\mathbf{a} = (\cos \Omega, \sin \Omega, 0)$, $\mathbf{b} = (-\cos i \sin \Omega, \cos i \cos \Omega, \sin i)$, дает эволюцию векторов \mathbf{r}_s , \mathbf{p}_s , $1 \leq s \leq N$. Осталось найти астроцентрические скорости $\dot{\mathbf{r}}_s$, $1 \leq s \leq N$. Выполняя дифференцирование в первой группе уравнений (11), получаем окончательно

$$\dot{\mathbf{r}}_s = \frac{\partial h}{\partial \mathbf{p}_s} = \frac{\mathbf{p}_s}{\beta_s} - \frac{\mu \mathbf{p}_s}{m_0} + \frac{\mu}{m_0} \sum_1 \mathbf{p}_k = \\ = \frac{\mathbf{p}_s}{m_s} + \frac{\mu}{m_0} \sum_1 \mathbf{p}_k, \quad 1 \leqslant s \leqslant N.$$

По найденным \mathbf{r}_s , $\dot{\mathbf{r}}_s$, $1 \leq s \leq N$, находим искомое изменение астроцентрических кеплеровых элементов (см., например, Холшевников, Титов, 2007, гл. 4, раздел 4.2).

5. ИТОГИ И ДАЛЬНЕЙШИЕ ЗАДАЧИ

Итак, мы показали, что в основу определения астроцентрических координат Пуанкаре могут быть равноправным образом положены две различные системы канонических переменных. Мы разработали аналитический аппарат использования координат Пуанкаре, к которому уже удобно непосредственно применять методы теории возмущений. Наконец, мы показали, как по эволюции орбит в данной системе координат восстанавливается поведение обычных астроцентрических элементов. В следующей работе мы продолжим начатое в статье Микрюкова (2020) изучение долговременной орбитальной эволюции нерезонансных и слаборезонансных планетных систем. Мы перейдем к рассмотрению теории второго порядка по планетным массам. Исследование будем вести уже с использованием гамильтоновой формулировки координат Пуанкаре, изложенной в настоящей работе.

Автор благодарен К.В. Холшевникову (1939– 2021) за предложенную тему. Автор также благодарит анонимного рецензента за полезные замечания, способствовавшие улучшению работы. Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (грант 19-72-10023).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Дункан и др. (М.J. Duncan, H.F. Levison and М.H. Lee) Astron. J. **116**, 2067 (1998).
- Емельянов Н.В., Основы теории возмущений в небесной механике (М.: Физический факультет МГУ, 2015).
- Красинский Г.А., Основные уравнения планетной теории (М.: Наука, сб. Малые Планеты, под ред. Н.С. Самойловой-Яхонтовой, 1973), с. 81.
- 4. Ласкар, Робютель (J. Laskar and P. Robutel), Celest. Mech. Dynam. Astron. **62**, 193 (1995).
- 5. Маркеев А.П., *Теоретическая механика* (Ижевск: РХД, 2001).
- Мельников А.В., Орлов В.В., Шевченко И.И, Астрон. журн. 91, 735 (2014) [А.V. Mel'nikov, et al., Astron. Rep. 58, 640 (2014)].
- Микрюков Д.В., Письма в Астрон. журн. 42, 611 (2016) [D.V. Mikryukov, Astron. Lett. 42, 555 (2016)].
- Микрюков Д.В., Письма в Астрон. журн. 44, 361 (2018) [D.V. Mikryukov, Astron. Lett. 44, 337 (2018)].
- Микрюков Д.В., Письма в Астрон. журн. 46, 366 (2020) [D.V. Mikryukov, Astron. Lett. 46, 344 (2020)].
- Микрюков Д.В., Холшевников К.В., Письма в Астрон. журн. 42, 302 (2016) [D.V. Mikryukov, K.V. Kholshevnikov, Astron. Lett. 42, 268 (2016)].
- Морбиделли А., Современная небесная механика. Аспекты динамики Солнечной системы (М.: ИКИ, 2014).
- 12. Пуанкаре А., *Лекции по небесной механике* (М.: Наука, 1965).

ПИСЬМА В АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 47 № 11 2021

- 13. Рейн и др. (H. Rein, D.M. Hernandez, D. Tamayo, G. Brown, E. Eckels, E. Holmes, M. Lau, R. Leblanc and A. Silburt) MNRAS **485**, 5490 (2019).
- 14. Робютель и др. (P. Robutel, L. Niederman and A. Pousse), Comp. Appl. Math. **35**, 675 (2016).
- 15. Родригес, Галлардо (A. Rodríguez and T. Gallardo), Astrophys. J. **628**, 1006 (2005).
- 16. Уинтнер А., *Аналитические основы небесной механики* (М.: Наука, 1967).
- 17. Ферраз-Меллу и др. (S. Ferraz-Mello, T.A. Micchtchenko and C. Beaugé), *Regular motions in extra-solar planetary systems*

(Springer, 2006, in *Chaotic Worlds: From Order* to Disorder in Gravitational N-Body Dynamical Systems, Ed. B.A. Steves, A.J. Maciejewski, M. Hendry), p. 255.

- Холшевников К.В., Греб А.В., Кузнецов Э.Д., Астрон. вестник 35, 267 (2001) [К.V. Kholshevnikov et al., Solar System. Res. 35, 243 (2001)].
- 19. Холшевников К.В., Титов В.Б., Задача двух тел: Учебное пособие (СПб.: СПбГУ, 2007).
- 20. Шарлье К., Небесная механика (М.: Наука, 1966).