

Топологически защищенные сверхпроводящие кубиты

А.С.Мельников

Institute for Physics of Microstructures RAS

Nizhny Novgorod, Russia

I.M. Khaymovich
A.Kutlin

*Max Planck Institute for the
Physics of Complex Systems,
Dresden, Germany*

J. P. Pekola
В.Вадимов

*Aalto University, Low Temperature
Laboratory, Finland*

А.Копасов
А.Беспалов
С.Шаров

*Institute for Physics of Microstructures
RAS
Nizhny Novgorod, Russia*

Топологическая защита как решение проблемы декогерентности

Состояния квазичастиц майорановского типа.

Андреевское отражение. Андреевские ямы. Локализованные состояния. p -сверхпроводники. Возможные экспериментальные реализации: вихри и краевые состояния в системах с индуцированной сверхпроводимостью

Динамика майорановских состояний и нелокальность

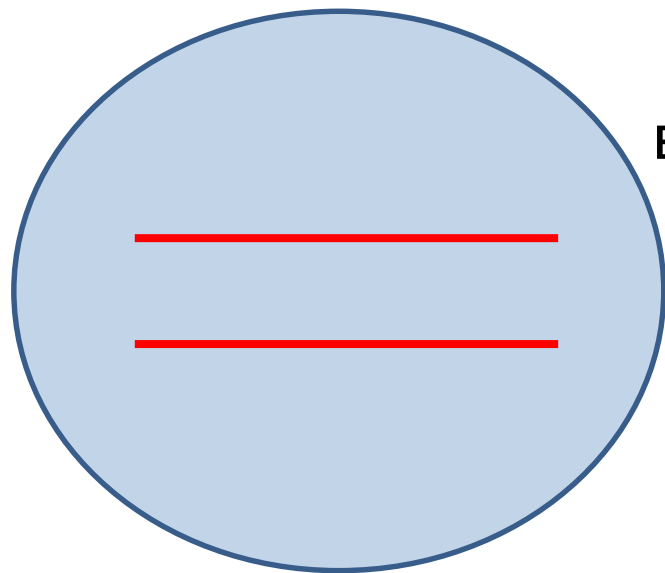
Эффект четности в сверхпроводниках. Особенности майорановских состояний.

Полная волновая функция сверхпроводника и брейдинг

Эффект Джозефсона в майорановских системах.

Декогерентность кубитов

$$|\psi\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle$$



взаимодействие

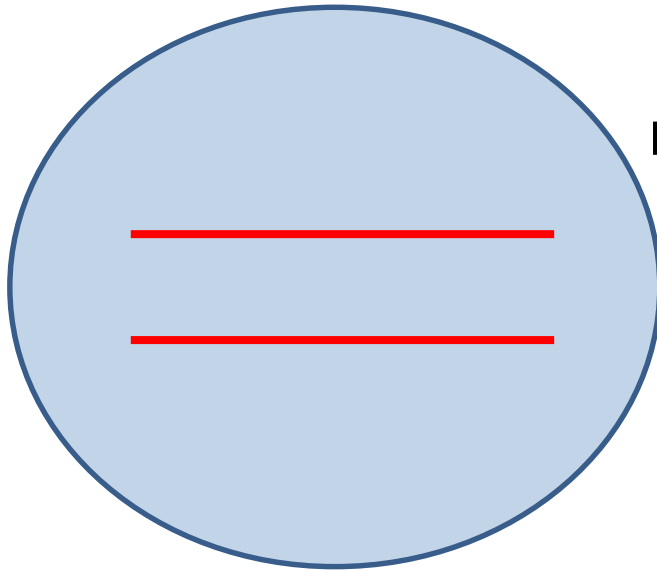


2х-уровневая
система

окружение

Декогерентность кубитов

$$|\psi\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle$$



взаимодействие



окружение



2х-уровневая
система

Q. Может ли помочь топология?

A. Кубиты на майорановских квазичастицах в
сверхпроводниках

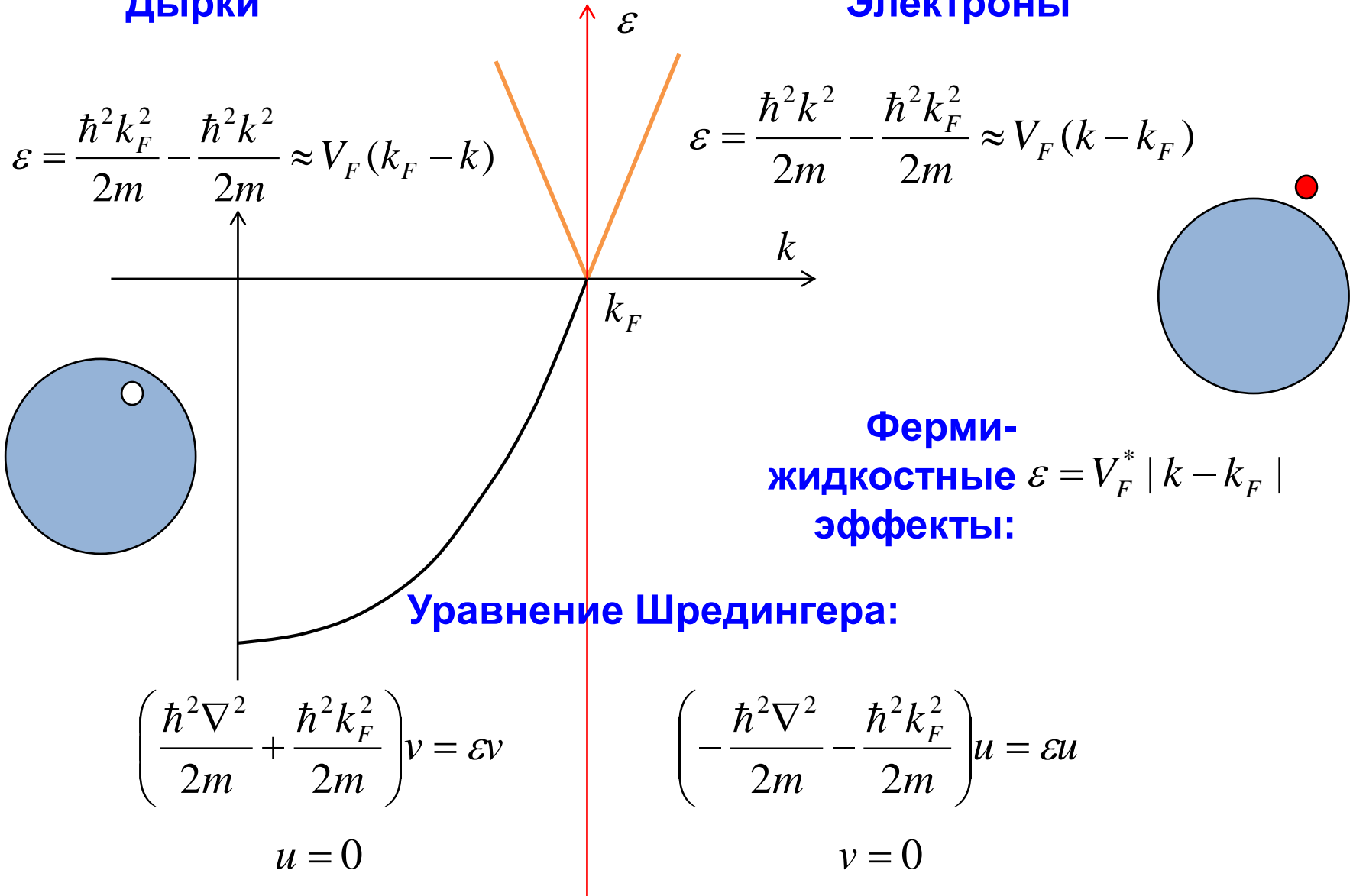
Электроны и дырки в нормальном металле

Дырки

Электроны

$$\varepsilon = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m} - \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \approx V_F (k_F - k)$$

$$\varepsilon = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} - \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m} \approx V_F (k - k_F)$$



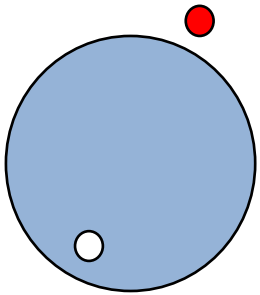
Электроны и дырки в нормальном металле

$$\langle 0 | \hat{a}_q \hat{a}_k^+ | 0 \rangle \neq 0$$

- вероятность рассеяния электрона из состояния $\hat{a}_k^+ | 0 \rangle$ в состояние $\hat{a}_q^+ | 0 \rangle$

Электроны и дырки в сверхпроводнике.
Аномальные средние.

$\langle 0 | \hat{a}_q^+ \hat{a}_k^+ | 0 \rangle \neq 0$ - вероятность рассеяния электрона из состояния $\hat{a}_k^+ | 0 \rangle$ в дырочное состояние $\hat{a}_q | 0 \rangle$

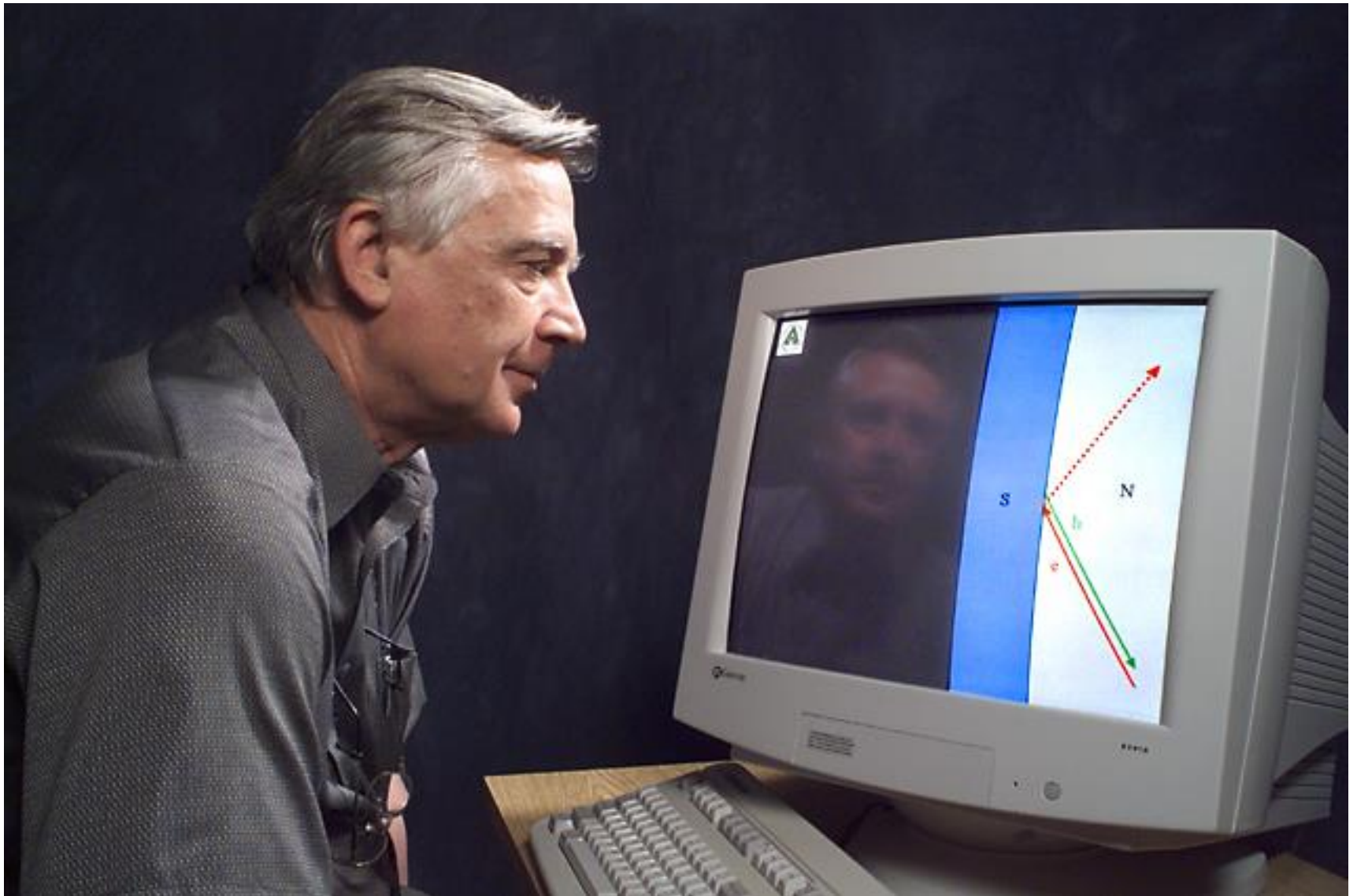


2 связанных уравнения Шредингера = уравнения Боголюбова

$$\left(\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} - \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m} \right) u + \Delta v = \epsilon u$$

$$\left(\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m} \right) v + \Delta u = \epsilon v$$

Андреевское отражение

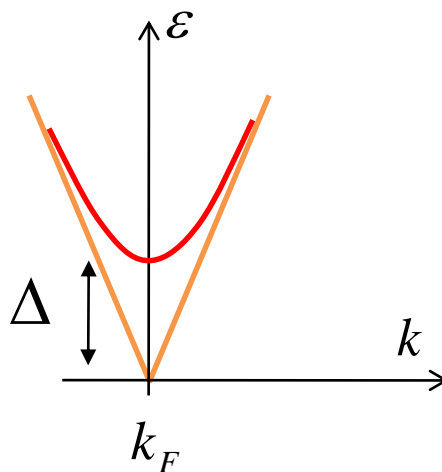


Однородное сверхпроводящее состояние:

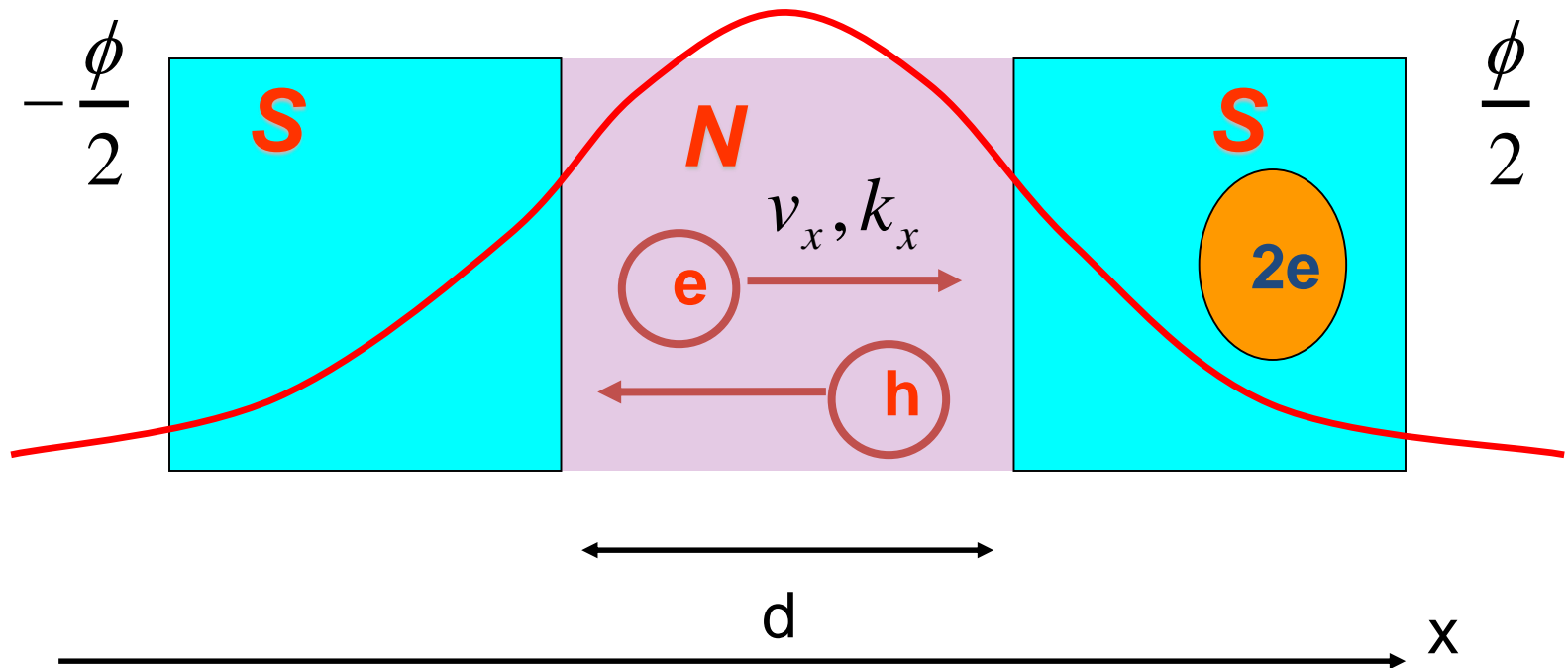
$$\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{v} \end{pmatrix} e^{i\vec{k}\vec{r}}$$

$$\varepsilon = \pm \sqrt{\Delta^2 + (\hbar V_F (k - k_F))^2}$$

Сверхпроводящая щель



Andreev bound states



Bogolubov – de Gennes equations and their symmetry

$$\begin{aligned}(\hat{H} - \mu)u_\alpha + \int \Delta_{\alpha\beta}(r, r')v_\beta(r')d^3r' &= \epsilon u_\alpha \\ \int \Delta_{\alpha\beta}^+(r', r)u_\beta(r')d^3r' + (\mu - \hat{H}^*)v_\alpha &= \epsilon v_\alpha\end{aligned}$$

$$\Delta_{\alpha\beta}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -\Delta_{\beta\alpha}(\mathbf{r}', \mathbf{r})$$

$$\epsilon \rightarrow -\epsilon$$

$$\begin{pmatrix} u_\alpha \\ v_\alpha \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} v_\alpha^* \\ u_\alpha^* \end{pmatrix}$$

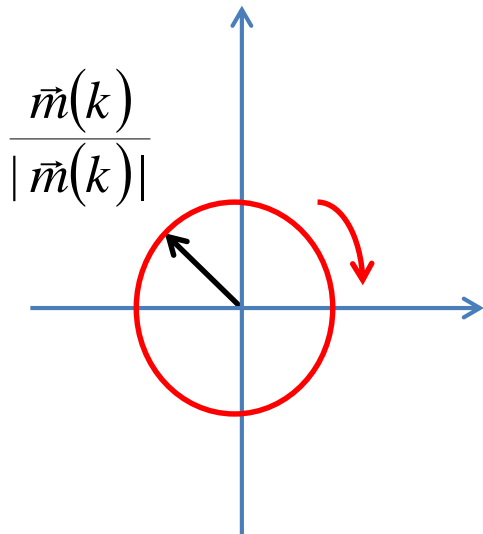
All states come in pairs???

Топологические свойства 1D гамильтониана Бдж

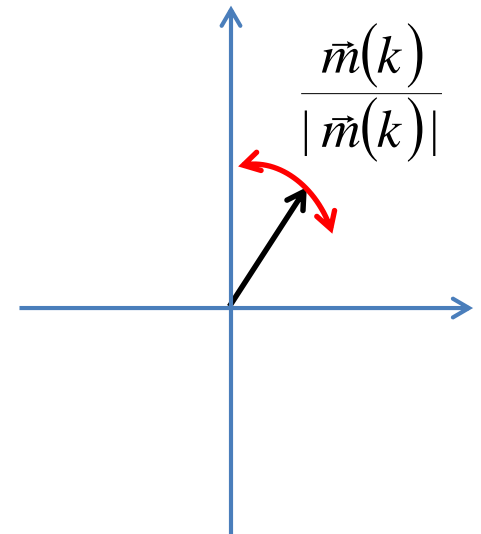
Эффективный гамильтониан

$$\hat{H}_{eff} = \vec{\tau} \vec{m}(k)$$

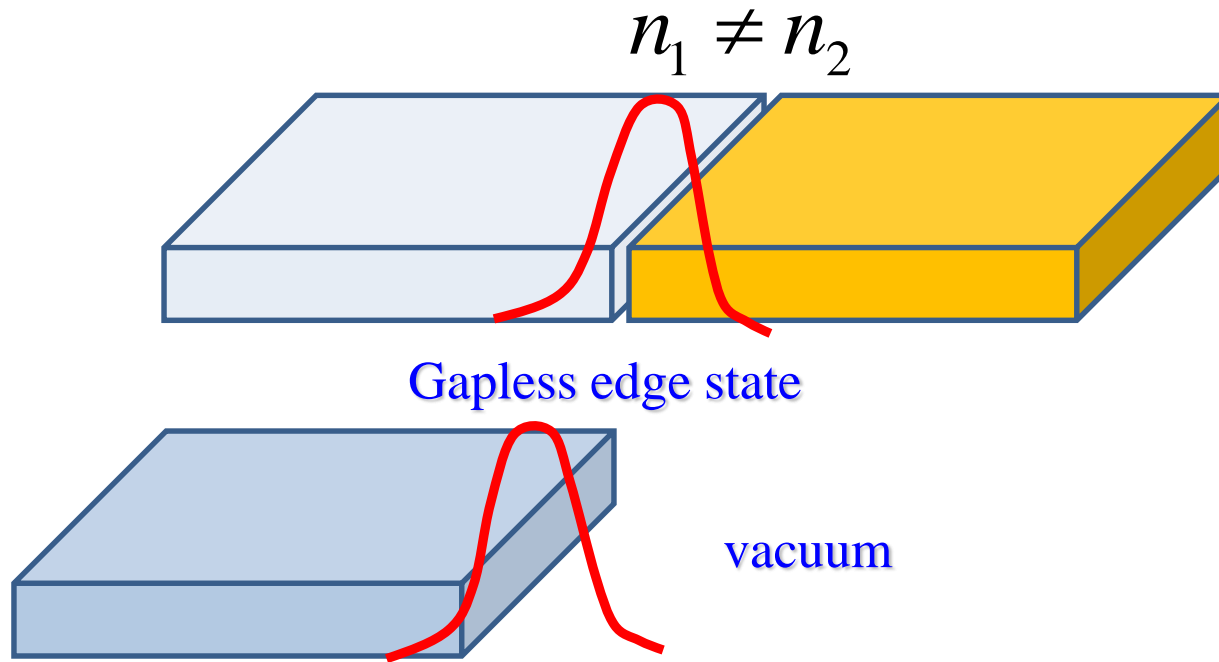
← Матрицы Паули в пространстве
электрон-дырка



Случай 2D вектора $\frac{\vec{m}(k)}{|\vec{m}(k)|}$

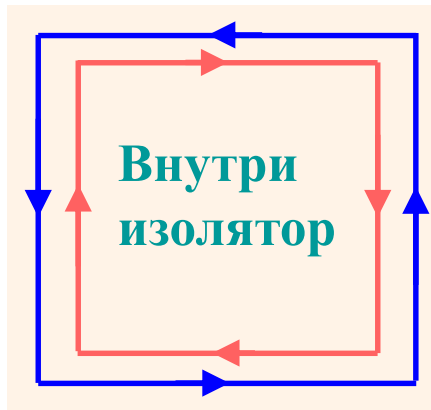


Соответствие объем - граница



Reason: we can not go “smoothly“ from the left medium to the right one

По периметру-
проводник



На поверхности-
проводник

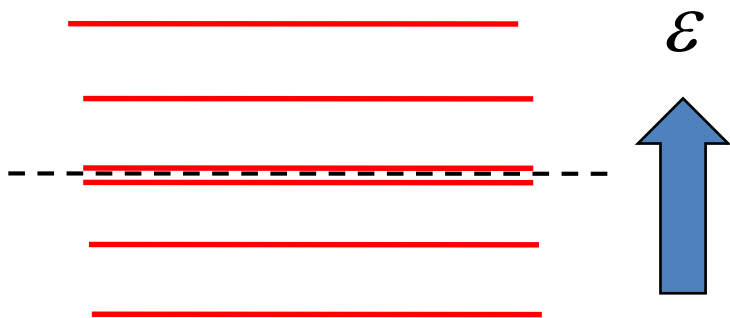
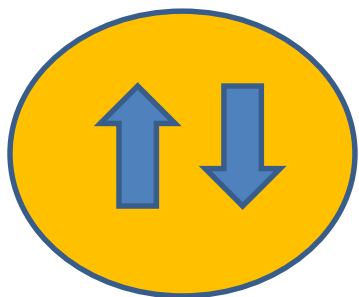


Singlet pairing

$$\Delta_{\alpha\beta}(r, r') = i\sigma_y D(r, r')$$

$$D(r, r') = D(r', r)$$

$$\varepsilon \rightarrow -\varepsilon \quad \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -v^* \\ u^* \end{pmatrix}$$

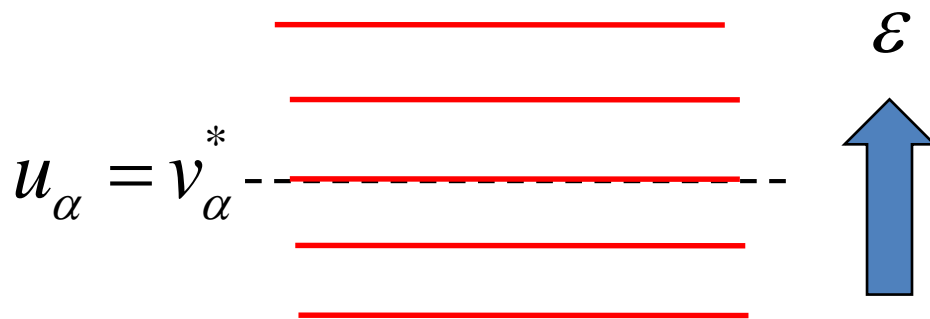
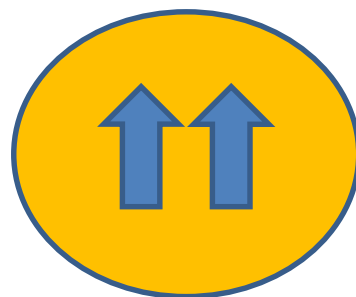


Triplet pairing

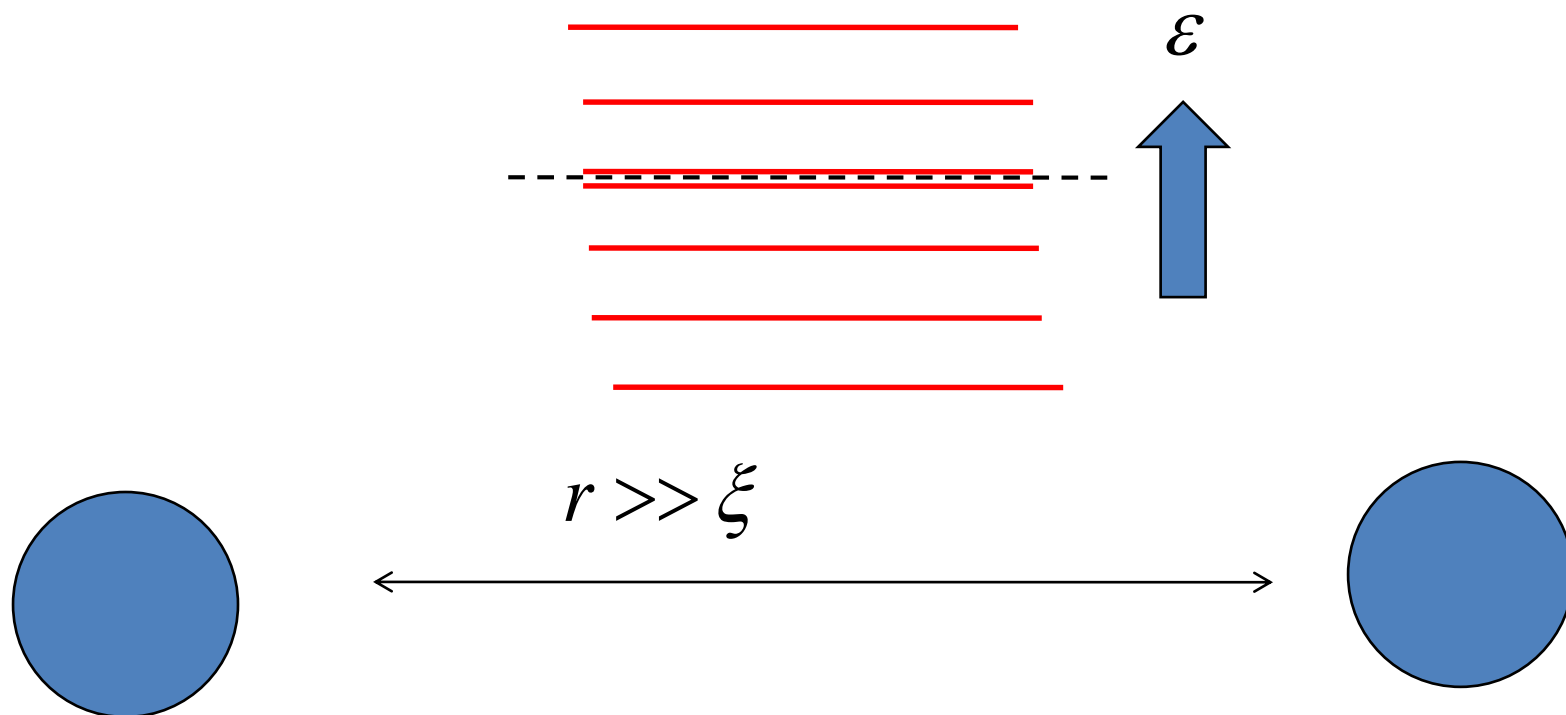
$$\Delta_{\alpha\beta}(r, r') = i\sigma_y \vec{\sigma} \vec{D}(r, r')$$

$$\vec{D}(r, r') = -\vec{D}(r', r)$$

$$\varepsilon \rightarrow -\varepsilon \quad \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} v^* \\ u^* \end{pmatrix}$$



**Наличие партнера на уровне Ферми все же обязательно,
Но! Полная волновая функция сильно разделена в пространстве**



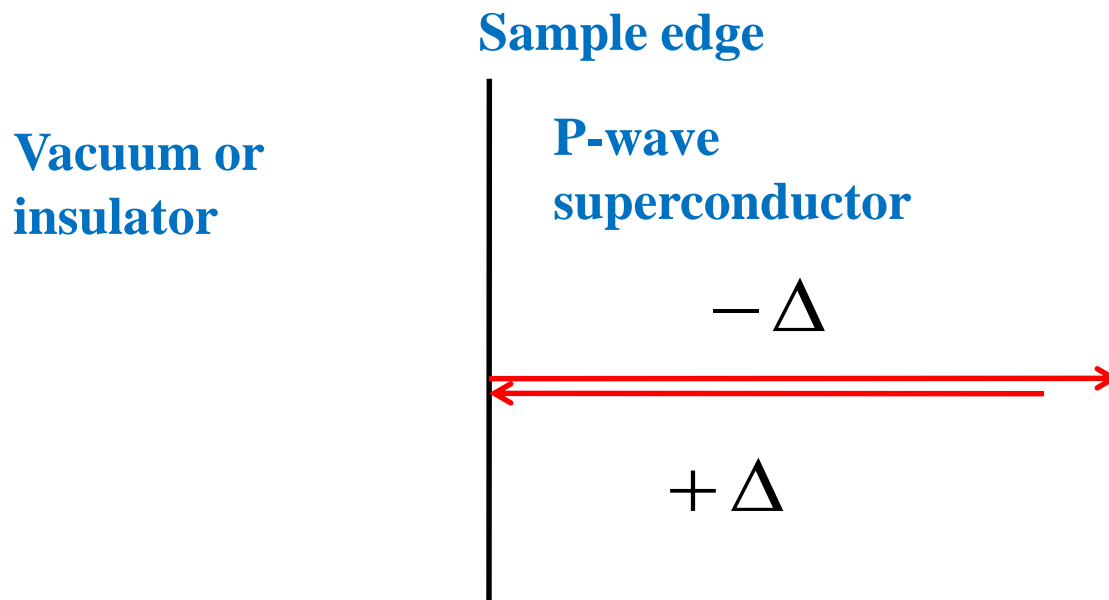
Кандидаты в системы с майорановскими частицами:

vortices in p-wave superconductors (G.E.Volovik, 1997)

Edge states (Kitaev 1D p-wave superconductor)

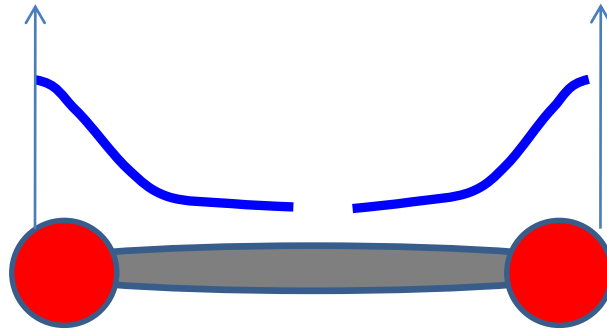
Systems with induced superconductivity

Должно быть снято вырождение по проекции спина!



***P-wave superconductors. Sr_2RuO_4 as a possible candidate?
He-3***

Majorana states in 1D wire. P-wave superconductor



$$\omega_0 = \Delta e^{-D_0} \sin(k_F L + \delta)$$

$$D_0 = \frac{2}{\hbar V_F} \int_0^{L/2} \Delta(s') ds' \sim \frac{L}{\xi}$$

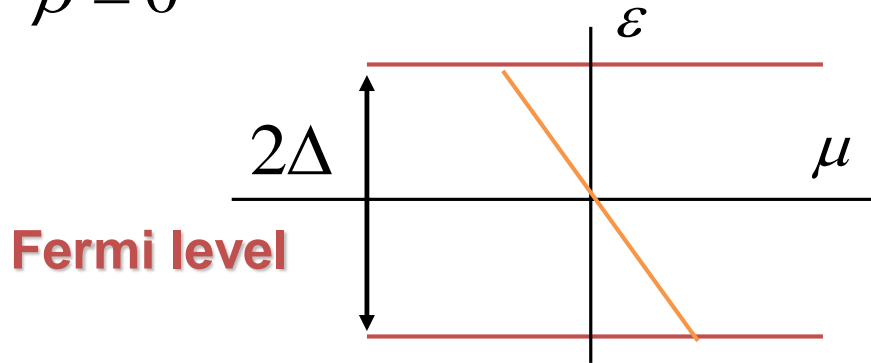
Пара вихрей в p-сверхпроводнике

1 вихрь

$$\Delta = |\Delta(r)| e^{i\theta_p \pm i\theta}$$

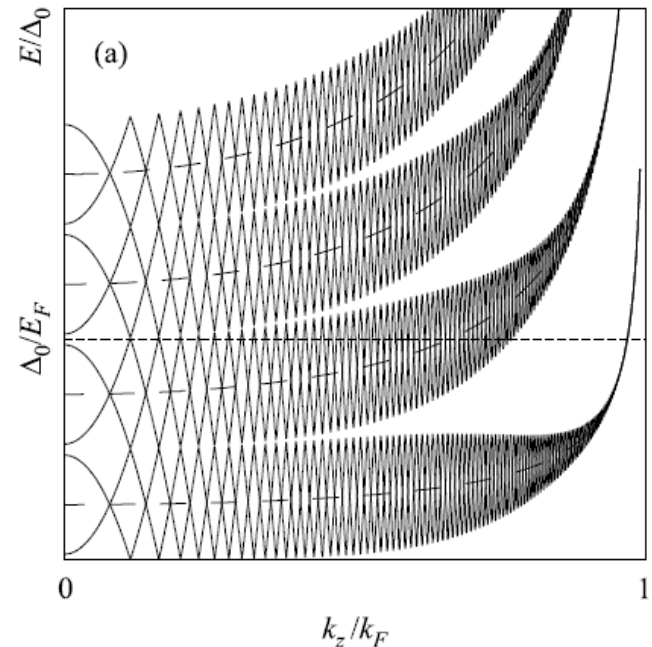
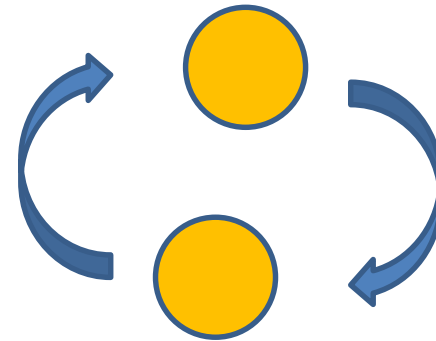
$$\int_0^{2\pi} \mu(\theta_p) d\theta_p = 2\pi(n + \beta)$$

$$\beta = 0$$



Splitting of vortex core levels:

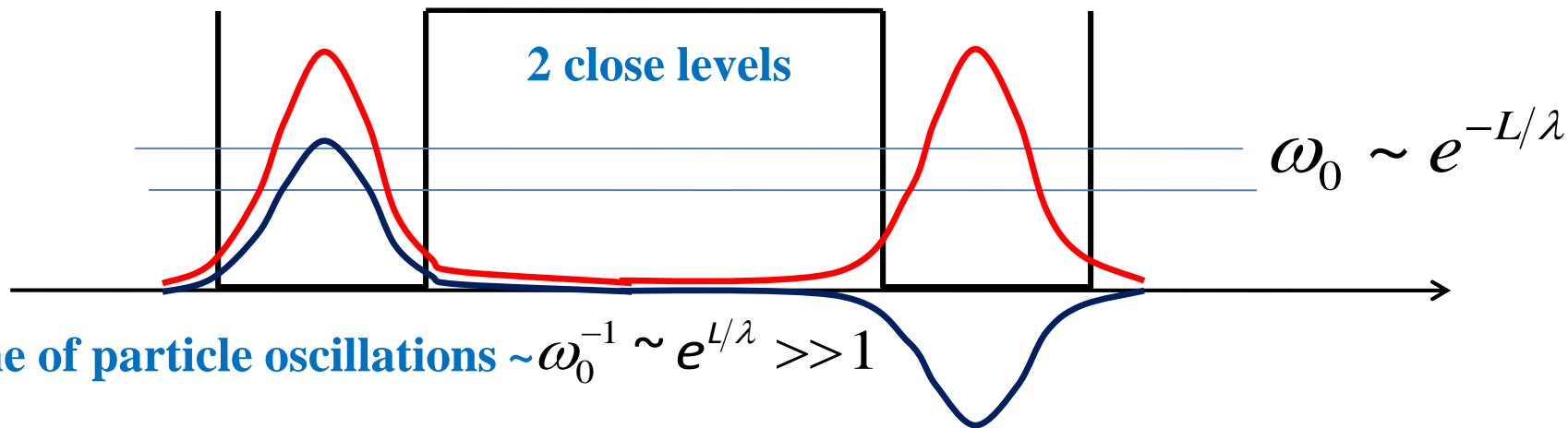
$$\delta\epsilon \sim \Delta e^{-L/\xi} \cos(k_F L + \delta)$$



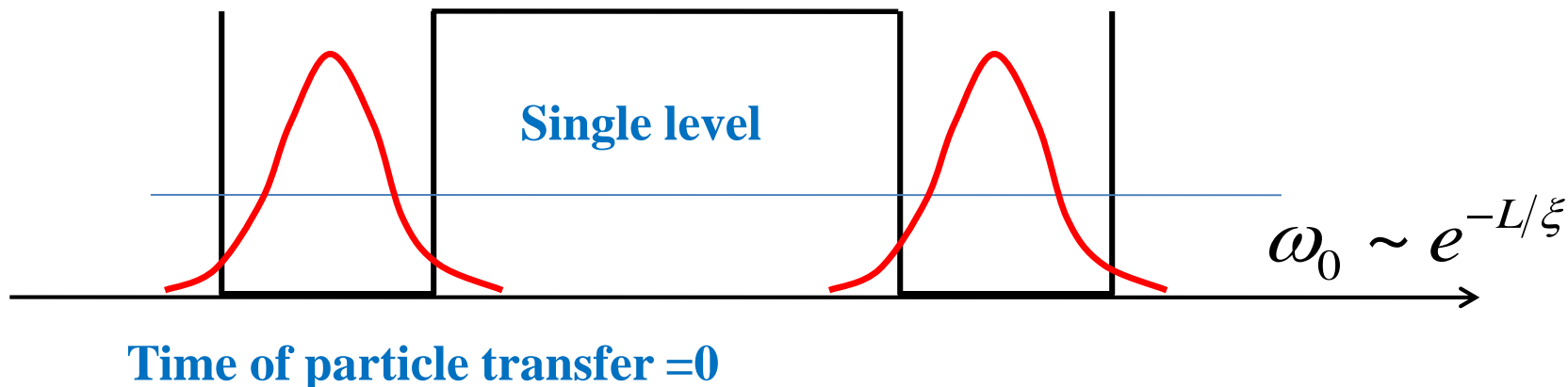
Чет-нечет

нелокальность и топологическая защита.

Обычная квантовая механика в 2х ямах



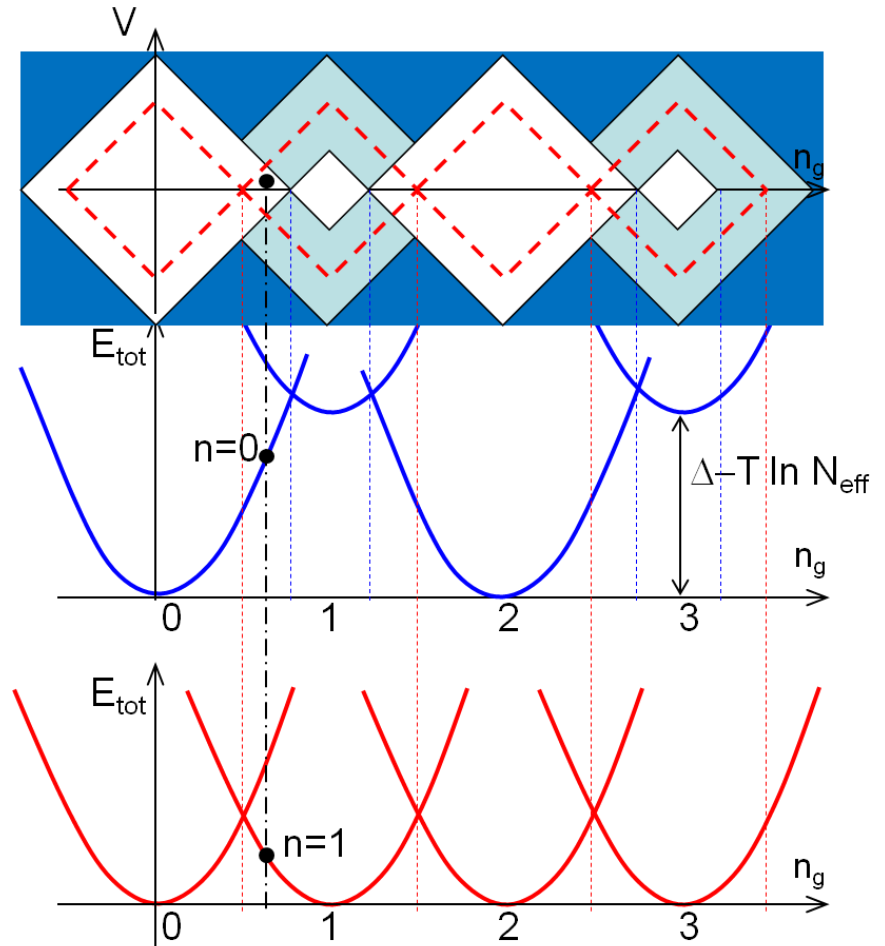
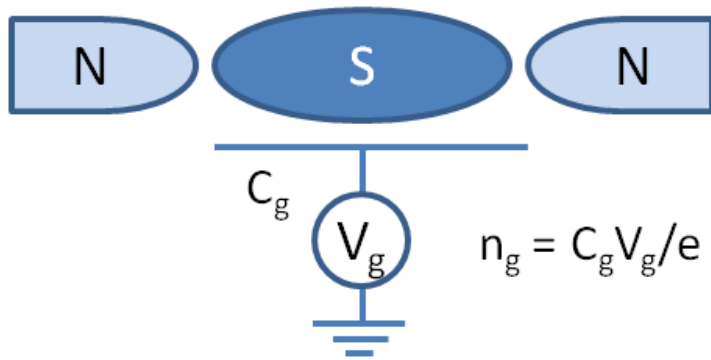
БДЖ квантовая механика в андреевских ямах



Q. Как избежать биений в майорановской паре?

А. Зафиксировать четность числа электронов

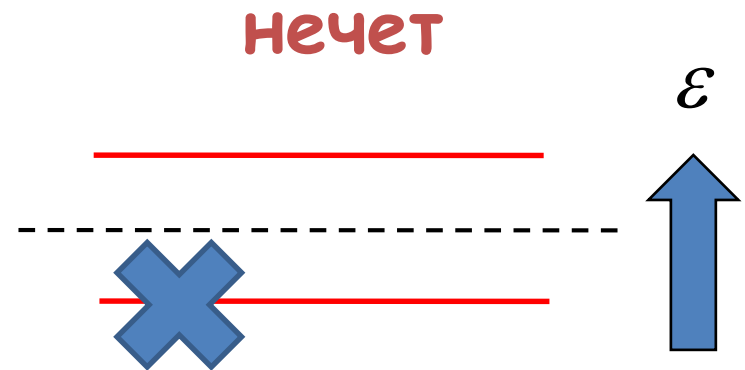
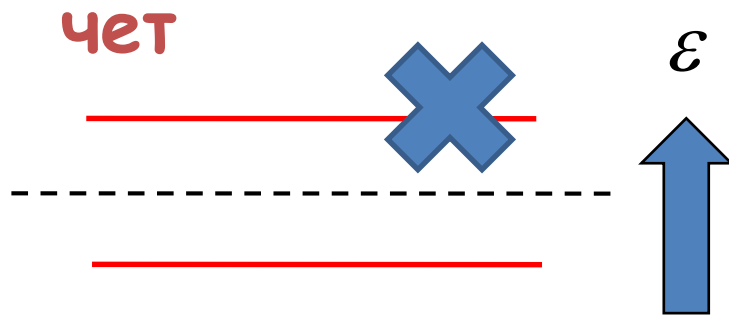
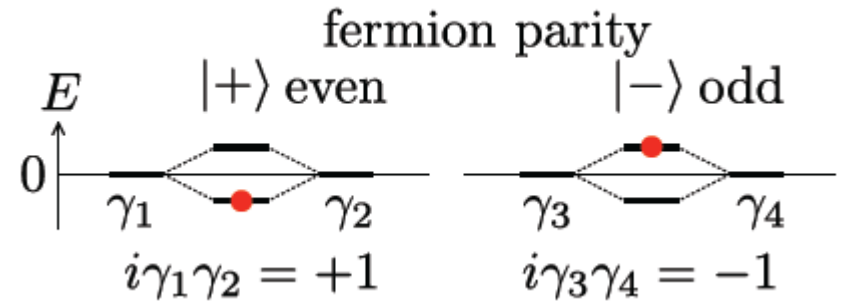
Эффект четности в обычных сверхпроводниках в условиях кулоновской блокады



Coulomb diamonds

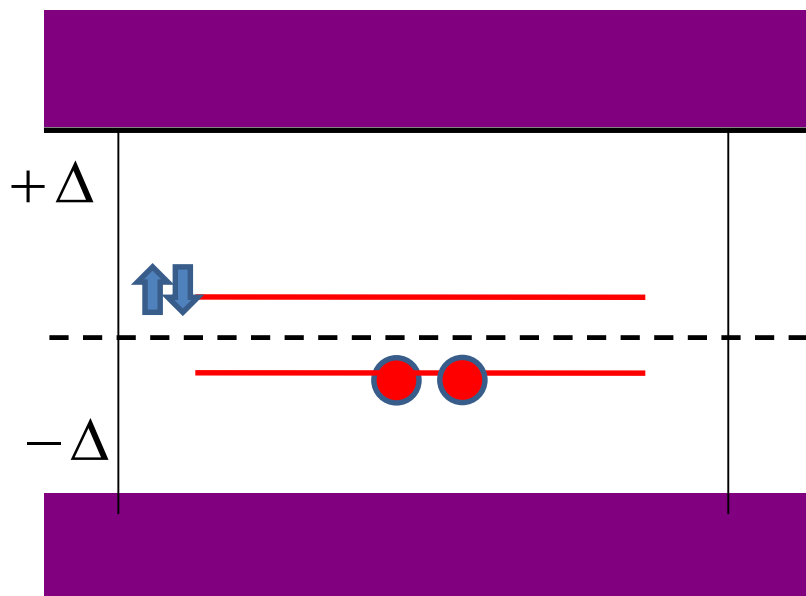
Что происходит при фиксации четности в майорановских системах?

Задавая четность числа электронов...

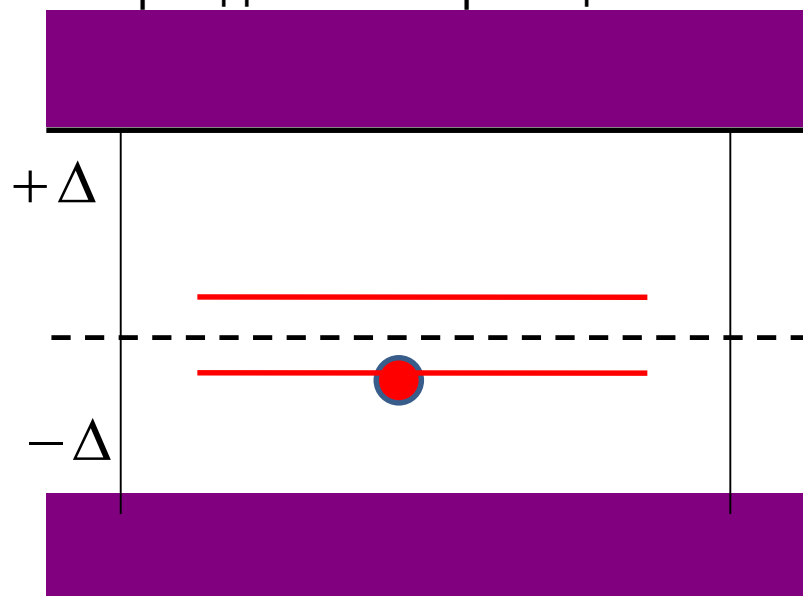


Что мы называем майорановскими состояниями? Эффект четности.

Обычный сверхпроводник – вырождение по проекции спина

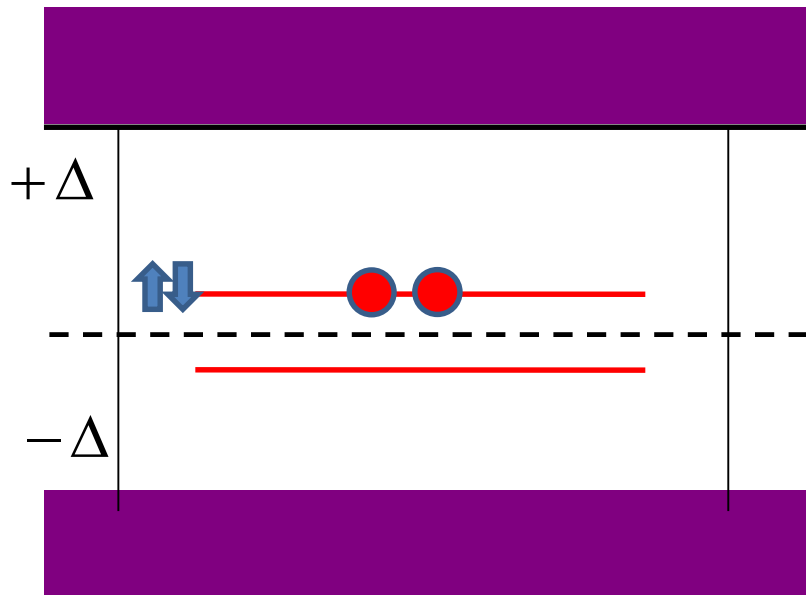


P- сверхпроводник типа Китаевской цепочки – нет вырождения по проекции спина



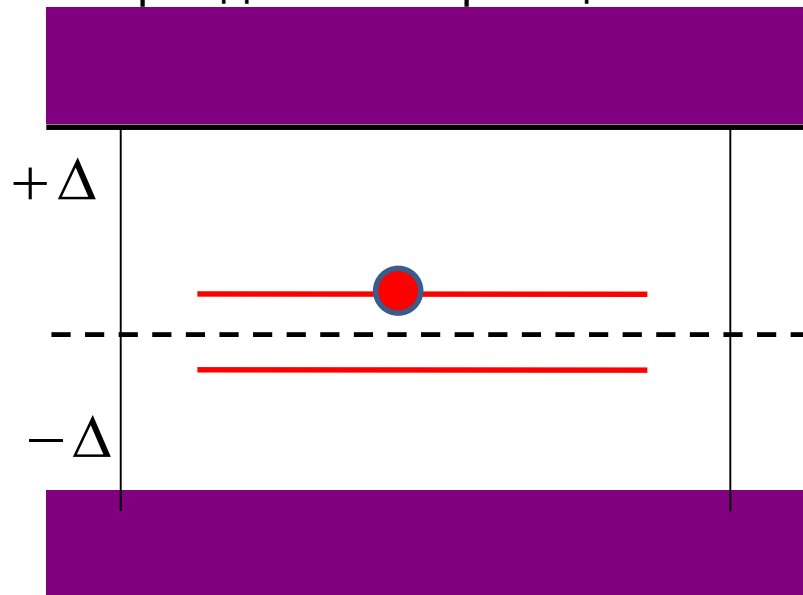
Что мы называем майорановскими состояниями? Эффект четности.

Обычный сверхпроводник – вырождение по проекции спина



Создание возбуждения под щелью возможно без изменения четности числа электронов

P- сверхпроводник типа Китаевской цепочки – нет вырождения по проекции спина



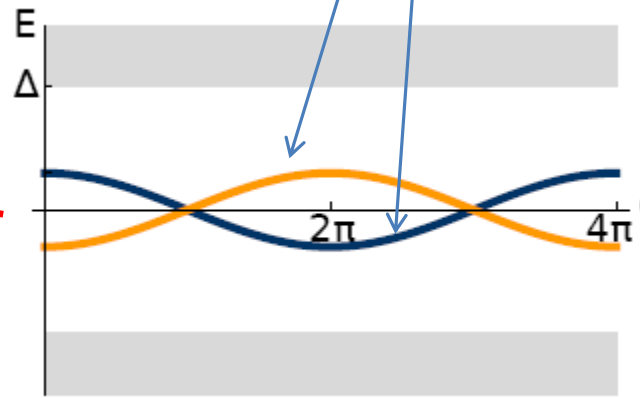
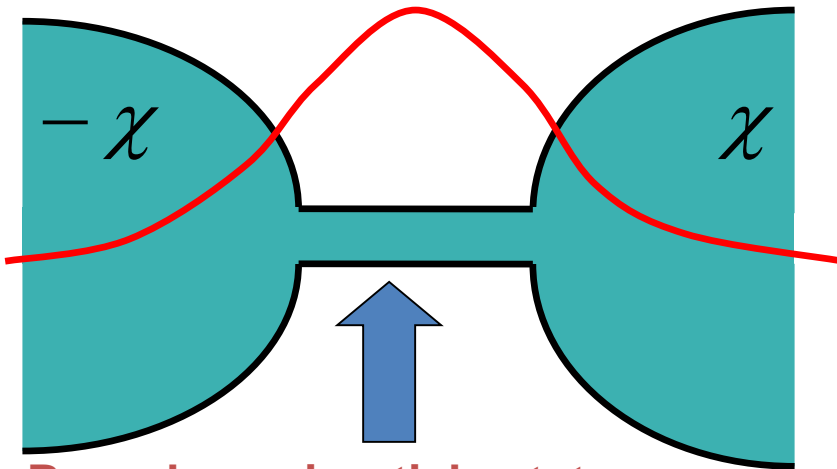
Создание возбуждения под щелью обязательно меняет четность числа электронов

Josephson systems with Majorana states.

$$H_T = tc_L^\dagger c_R + t^* c_R^\dagger c_L$$

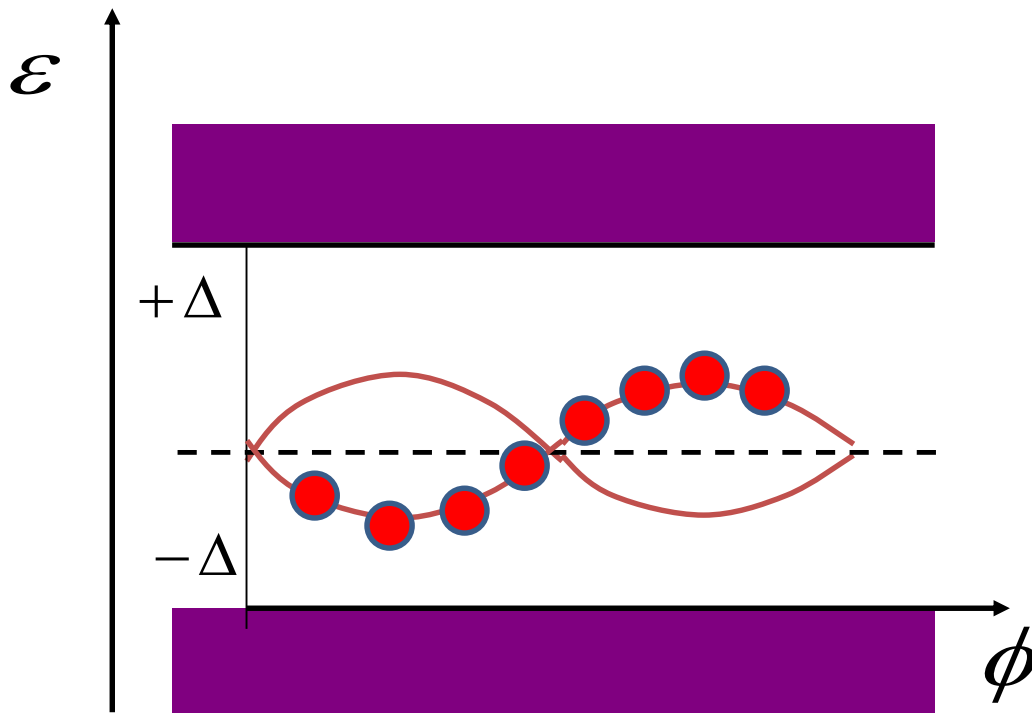
$$E = \pm 2 \cos(\varphi/2) t_0 u_L u_R$$

Состояния с разной четностью электронов



$$I = 2e \frac{dE}{d\varphi}$$

2π or 4π periodicity of Josephson current?

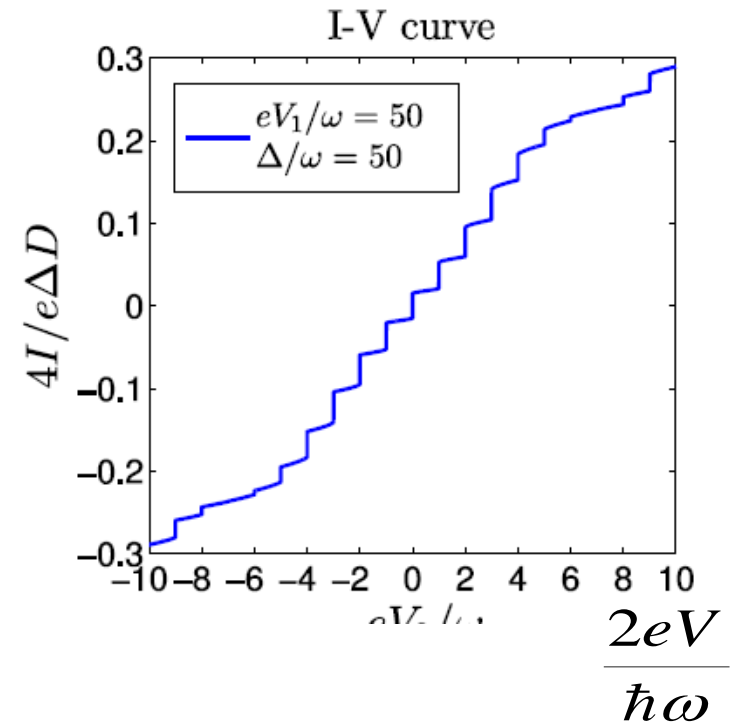
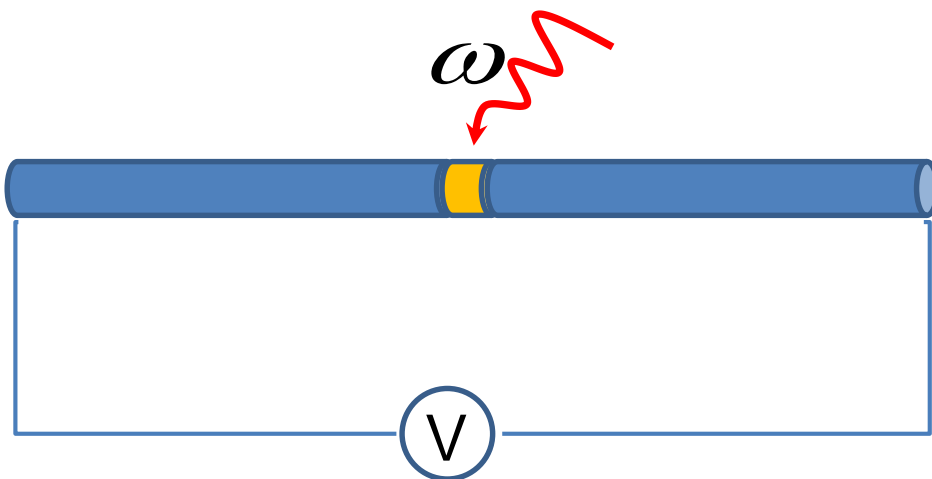


Ступеньки Шапиро

$$2eV = m\hbar\omega$$

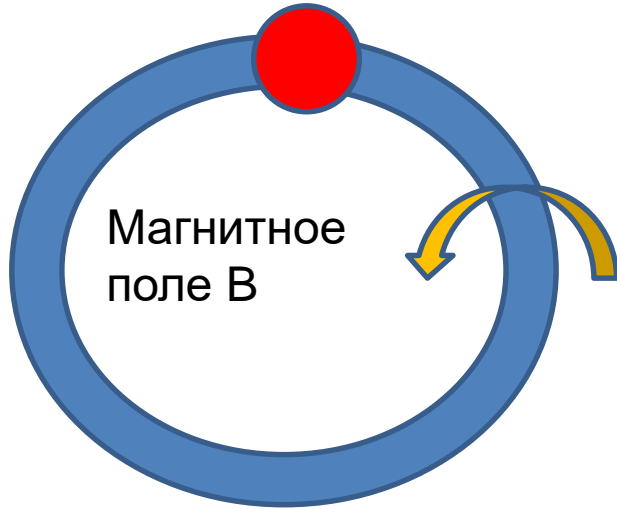
ИЛИ

$$eV = n\hbar\omega$$



Периодичность входа вихрей в сверхпроводящие кольца. Эффект Ааронова-Бома

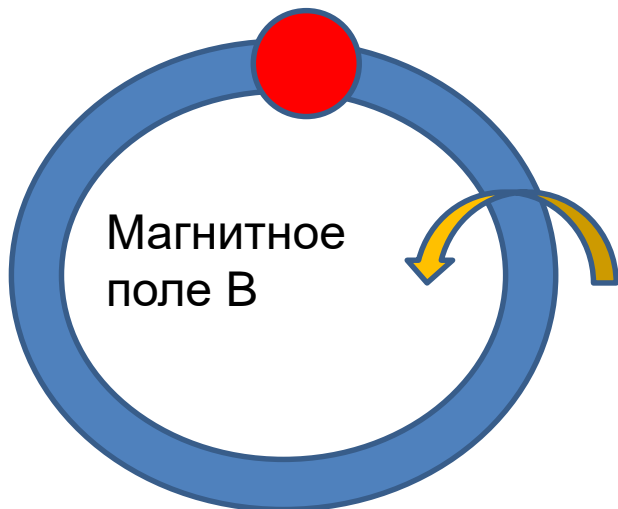
2π Джозефсоновский контакт



$$\phi_0 = \frac{\pi \hbar c}{e}$$

Эффект АБ для куперовских пар

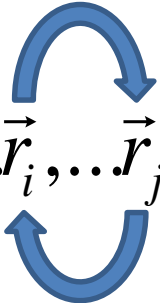
4π Джозефсоновский контакт



$$2\phi_0 = \frac{2\pi \hbar c}{e}$$

Эффект АБ для электронов

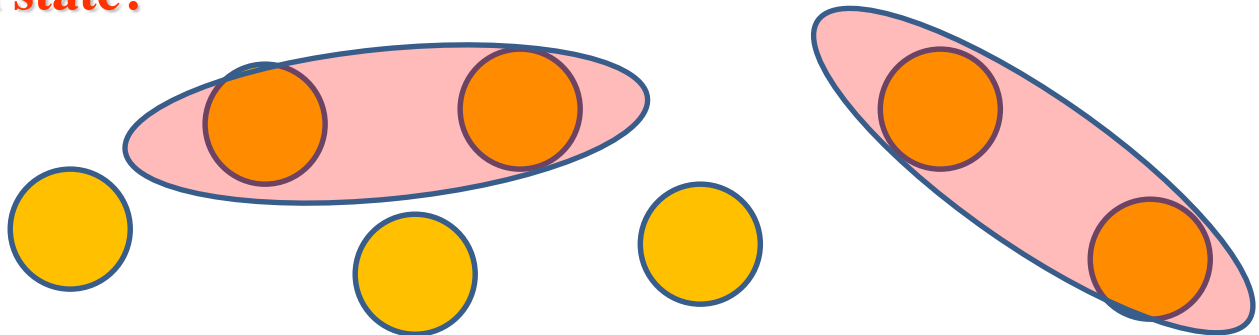
Idea of manipulation and braiding of Majorana states


$$\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_i, \dots, \vec{r}_j, \dots) = e^{i\varphi} \Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_j, \dots, \vec{r}_i, \dots)$$

Standard quantum mechanics: $\varphi = 0$ or $\varphi = \pi$

Q: Can $e^{i\varphi}$ be an arbitrary phase factor, or operator?

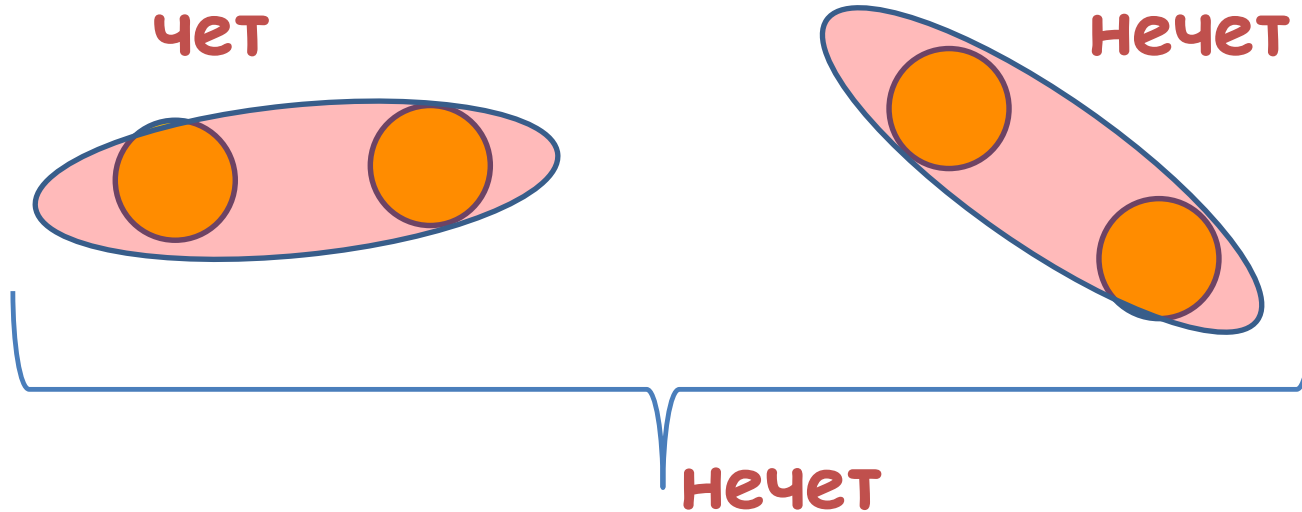
**Related Q: How does an ensemble of Majorana particles arrange in pairs?
Degenerate ground state?**



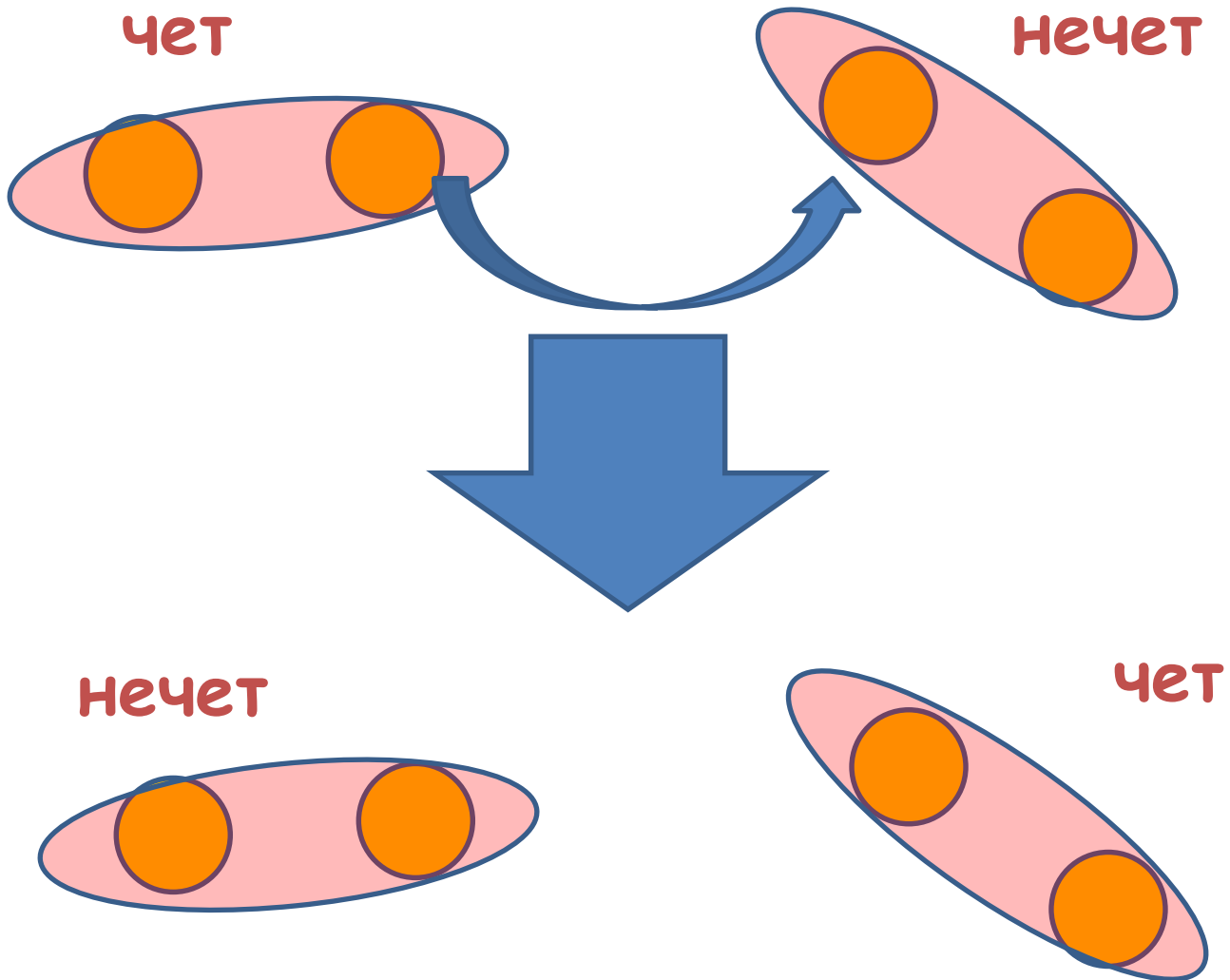
Волновая функция сверхпроводника

$$|\Psi\rangle = \prod_n \hat{c}_n |\Psi_{vac}\rangle$$

$$\hat{c}_n = \sum_{\alpha} \int d^3r \left(u_{\alpha n}^*(\vec{r}) \hat{\Psi}_{\alpha} + v_{\alpha n}^*(\vec{r}) \hat{\Psi}_{\alpha}^{\dagger} \right)$$



Braiding Переплетение

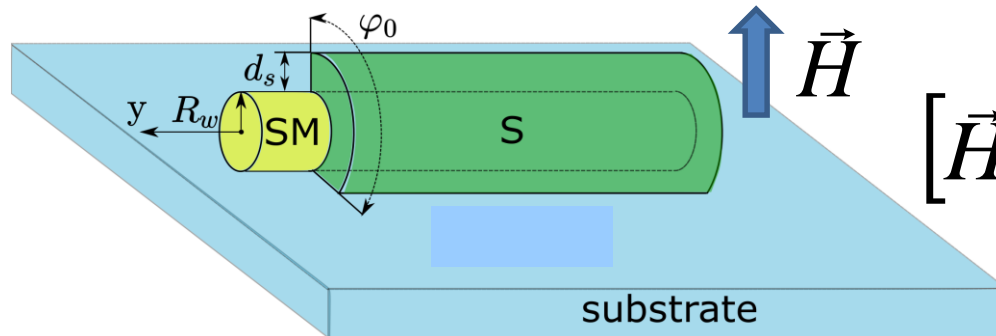
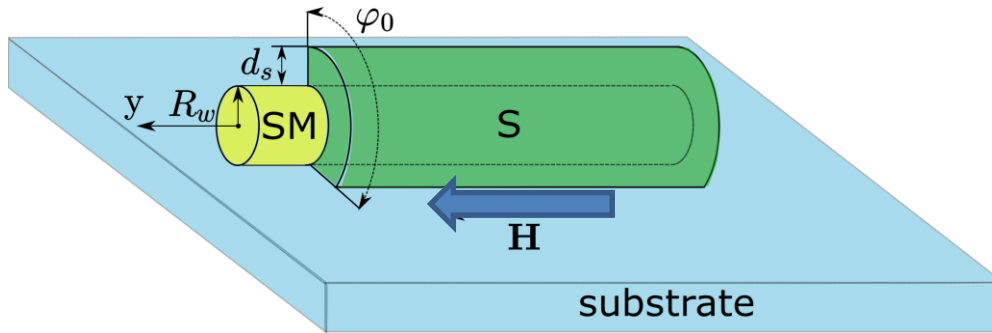


Реализация в системах
с индуцированной сверхпроводимостью

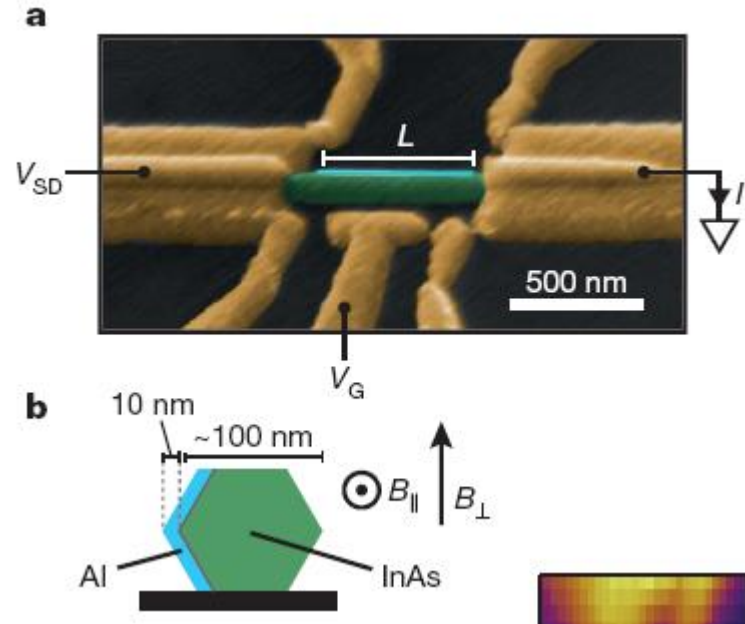
Examples: Systems with induced superconducting order

Топологически
нетривиальная
геометрия

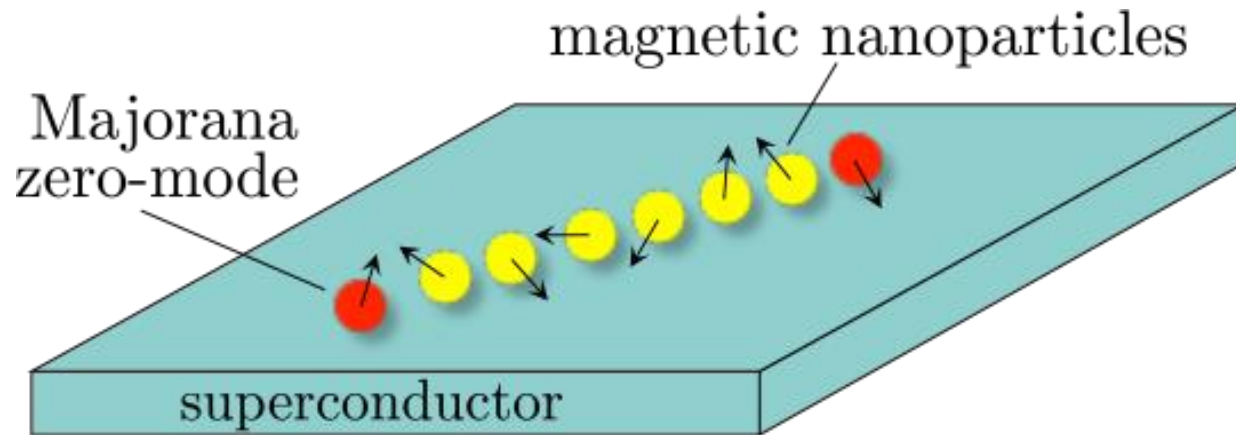
$$[\vec{H}\vec{n}] \perp \vec{j}$$



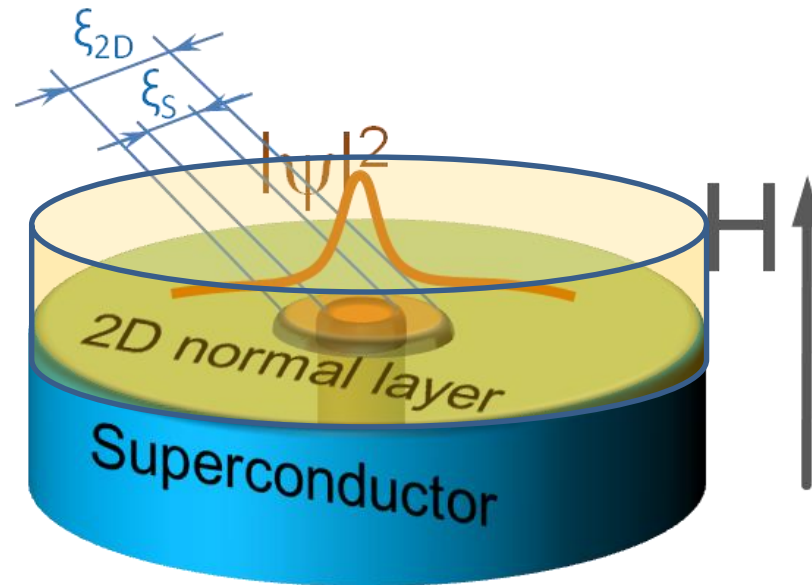
$$[\vec{H}\vec{n}] = 0$$



Еще системы с майорановскими фермионами. Цепочки магнитных точек.



Vortex in 3D topological insulator coupled to superconductor with a hole



Braiding in nanowires by gates

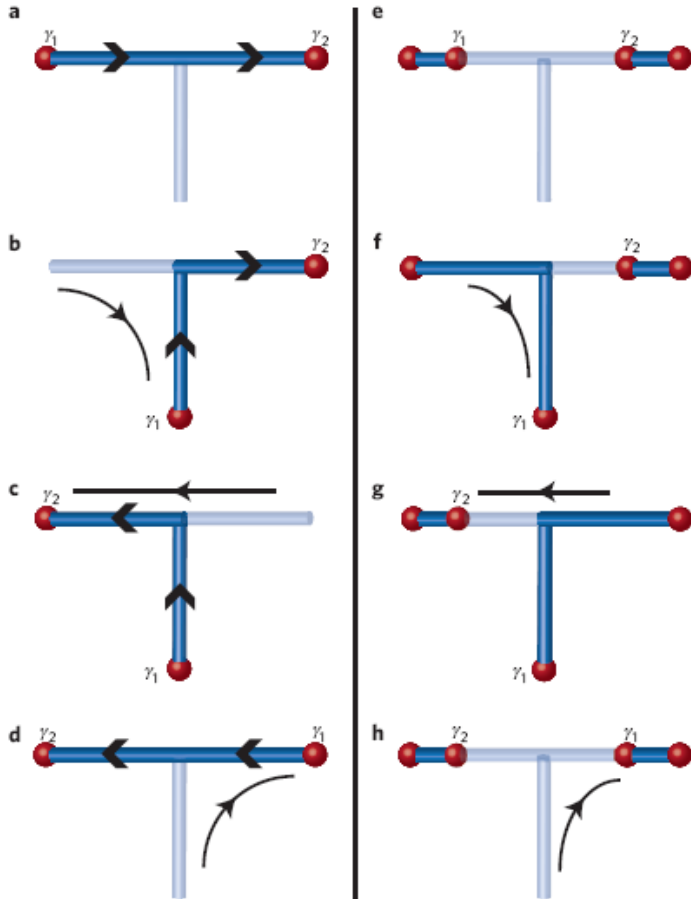
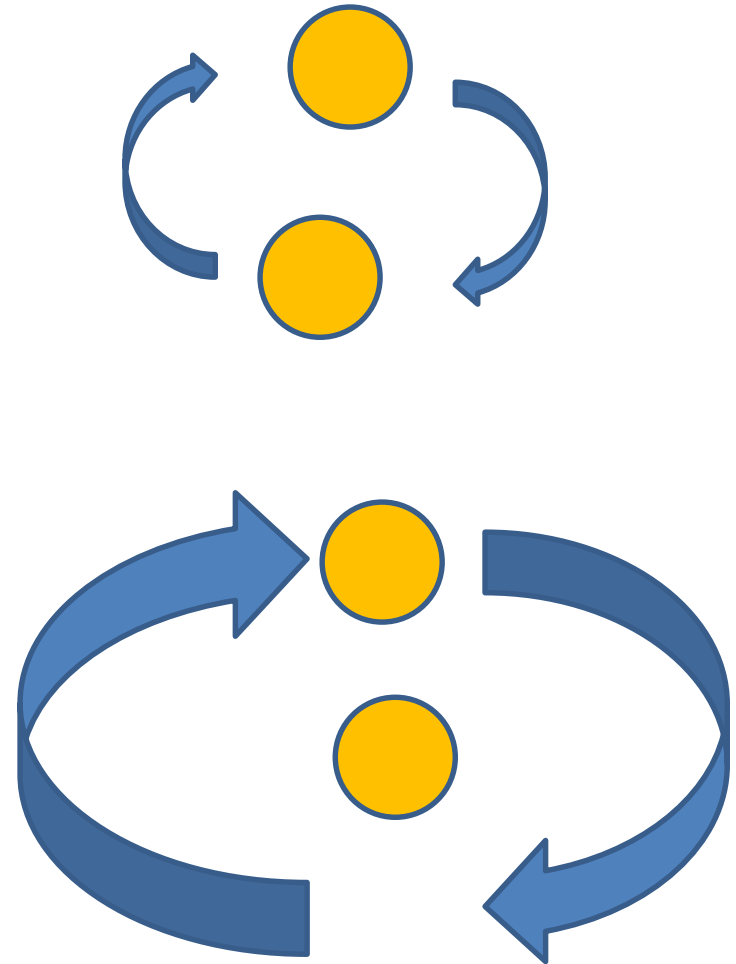


Figure 3 | A T-junction provides the simplest wire network that enables meaningful adiabatic exchange of Majorana fermions. Using the methods of Fig. 2, one can braid Majoranas bridged by either a topological region (dark blue lines) as in **a-d**, or a non-topological region (light blue lines) as in **e-h**. The arrows along the topological regions in **a-d** are useful for understanding the non-Abelian statistics, as outlined in the main text.

Braiding in vortex arrays



Q: Dissipation???

Some conclusions

- **состояния Майорана = смесь частиц и античастиц на уровне Ферми**
- **состояния Майорана = пространственно разделенная волновая функция**
- **состояния Майорана = сильнейшая нелокальность измеримых характеристик при фиксированной четности числа электронов**
- **манипуляции и плетение квантовых состояний без нарушения когерентности**