

СОДЕРЖАНИЕ

Том 67, номер 6, 2022

ОБЗОР

Фоновая спектроскопия низкоэнергетических возбуждений в твердых растворах диэлектриков в области гелиевых температур

Е. И. Саламатов, А. В. Таранов, Е. Н. Хазанов

523

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

Связанные резонансы плазмонов в линейном кластере из шести серебряных наноцилиндров

А. П. Анютин

533

О некоторых канонических представлениях радиометрических задач

В. В. Климов

541

АНТЕННО-ФИДЕРНЫЕ УСТРОЙСТВА

Метод расчета взаимного влияния излучателей в выпуклой квазипериодической фазированной антенной решетке большого размера

М. В. Инденбом

546

Применение метода конформного отображения для расчета характеристического сопротивления канала Флоке сверхширокополосной синфазной антенной решетки ТЕМ-рупоров

С. Е. Банков, М. Д. Дуленкова

557

ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

Спектр комплексного сигнала при рассогласовании квадратурных составляющих

С. И. Зиятдинов

562

РАДИОФИЗИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ В ТВЕРДОМ ТЕЛЕ И ПЛАЗМЕ

Исследование возможности неискаженной передачи полезного сигнала с помощью спиновых волн в ферритовых структурах

Э. Г. Локк, С. В. Герус, А. Ю. Анненков

567

Дисперсионные свойства гиромагнитной волны в диссипативной среде

П. А. Макаров, В. Г. Шавров, В. И. Шеглов

576

ЭЛЕКТРОНИКА СВЧ

Модель псевдоэллиптического фильтра верхних частот и его реализация на основе технологии низкотемпературной совместно обжигаемой керамики

П. А. Зеленчук

584

Конструкторско-технологическая оптимизация электрических характеристик широкополосного балансного смесителя сверхвысокочастотного диапазона на базе резонансно-туннельных диодов	590
<i>К. В. Черкасов, С. А. Мешков, М. О. Макеев, В. Д. Шашурин</i>	
Релятивистский магнитоизолированный виркатор с коаксиальным выводом СВЧ-излучения	596
<i>А. Е. Дубинов, В. П. Тараканов</i>	

НАНОЭЛЕКТРОНИКА

Воздействие электромагнитных волн миллиметрового диапазона на структуру и фазовый состав приповерхностных слоев арсенида галлия	601
<i>Т. А. Брянцева, Д. В. Любченко, И. А. Марков, Ю. А. Тен</i>	
Двухстадийное спекание керамики железиттриевого граната для магнетронного распыления	612
<i>В. А. Лузанов, В. В. Балашов, К. В. Лопухин</i>	

ЭЛЕКТРОННАЯ И ИОННАЯ ОПТИКА

Геометризованная теория потенциальных релятивистских электронных пучков	615
<i>В. А. Сыровой</i>	

УДК 538.953

ФОНОННАЯ СПЕКТРОСКОПИЯ НИЗКОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ВОЗБУЖДЕНИЙ В ТВЕРДЫХ РАСТВОРАХ ДИЭЛЕКТРИКОВ В ОБЛАСТИ ГЕЛИЕВЫХ ТЕМПЕРАТУР

© 2022 г. Е. И. Саламатов^а, А. В. Таранов^{б, *}, Е. Н. Хазанов^б^а Физико-технический институт Удмуртского федерального исследовательского центра УрО РАН, ул. Кирова, 132, Ижевск, 426000 Российская Федерация^б Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, ул. Моховая, 7, стр. 11, Москва, 125009 Российская Федерация

*E-mail: taranov@cplire.ru

Поступила в редакцию 23.09.2021 г.

После доработки 17.01.2022 г.

Принята к публикации 27.01.2022 г.

Приведены результаты исследований транспорта фононов тепловых частот в аморфных диэлектриках (стеклах и стеклоподобных материалах). Показано, что формирование области плато на температурной зависимости теплопроводности при $T < 10$ К может быть связано с возникновением “щели” в спектре фононных состояний. Проанализированы особенности транспортных характеристик фононов в монокристаллах твердых растворов алюмо-редкоземельных гранатов (АРГ) в области гелиевых температур при наличии низкоэнергетических возбуждений парамагнитной природы. Показано, что в условиях нестационарного процесса распространения теплового импульса при данной температуре термостата возможно установление равновесия в системе неравновесные фононы-двухуровневые системы (ДУС) в образце определенной длины. Найдено, что эффективность взаимодействия фононов с ДУС и их транспорт зависят от типа, магнитного момента редкоземельного иона, энергии и спектральных особенностей в решетке АРГ.

DOI: 10.31857/S0033849422060183

ВВЕДЕНИЕ

Фононы тепловых частот определяют основные термодинамические характеристики твердого тела. Температурные зависимости термодинамических характеристик твердых диэлектриков являются сложными интегральными характеристиками, зависящими от большого числа независимых параметров [1]. Данный факт затрудняет конкретизацию механизмов рассеяния фононов при анализе теплопроводности в области гелиевых температур, когда особенности распространения фононов требуют интерпретации в рамках модели нелокальной фононной теплопроводности, когда поток энергии в данной точке определяется распределением температуры во всем пространстве исследуемого образца [2]. В этом случае важны трехфононные процессы, обусловленные ангармонизмом кристаллической решетки, когда по мере роста температуры (энергии) фононов на фоне интенсивного упругого рассеяния на дефектах структуры возрастает вероятность неупругих фон-фон-фононных процессов, меняющих спектральный состав фононного распределения. При этом возможно формирование различных режи-

мов транспорта фононов от классической диффузии до “горячего пятна” [3, 4], т.е. установление температуры в области непосредственно за инжектором фононов. Метод тепловых импульсов (ТИ) [5] позволяет детально исследовать особенности транспорта фононов в твердых диэлектриках, которые ранее исследовались методом теплопроводности. Закономерности, наблюдаемые в экспериментах с ТИ в монокристаллах твердых растворов алюмо-редкоземельных гранатов (АРГ) [4] согласуются с теоретическими представлениями [2]. Неравновесные фононы (НФ) теплового импульса, инжектированные в решетку образца с центрами упругого рассеяния при Не-температурах, могут распространяться баллистически, диффузионно, квазидиффузионно или в режиме нелокальной фононной теплопроводности в зависимости от энергии, рассеиваемой в инжекторе. При этом в отсутствие неупругих процессов, в режиме диффузии, форма регистрируемых сигналов хорошо описывается решением нестационарного уравнения теплопроводности, а время регистрации максимума сигнала НФ однозначно зависит от кинетических характеристик упругого рассеяния [6].

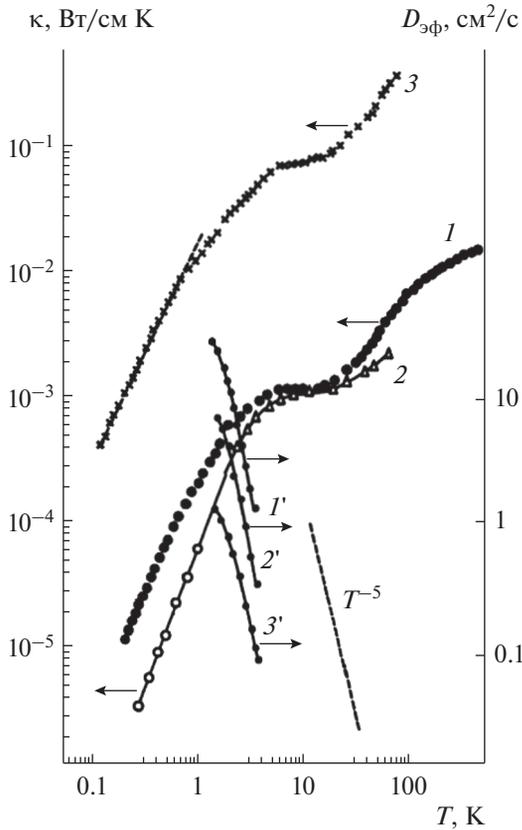


Рис. 1. Зависимости от температуры коэффициентов теплопроводности (1–3) для керамик и стекла, а также диффузии (1'–3') $D_{эф} = L^2/t_m$ [28]: SiO_2 (1, 1'), PMN (2, 2'), PZTL (3, 3').

Данный подход был применен к исследованию нано- и микроструктурных особенностей поликристаллических керамик в зависимости от технологических условий синтеза [7], неоднородностей фазового состава ряда твердых растворов [8, 9], структурных дефектов, размер которых сопоставим с длиной волны фононов тепловых частот [10]. Полученные результаты приведены в обзоре [11]. Однако в [11] не были рассмотрены вопросы взаимодействия фононов тепловых частот со структурными дефектами в аморфных диэлектриках (стекле) [12] и стеклоподобных материалах, а также в монокристаллах и твердых растворах на основе или с примесями ионов редкоземельных металлов [13–15], определяющих низкотемпературную теплоемкость в области Не-температур. Также в [11] не рассматривались условия установления равновесия в системе фононы–низкоэнергетические возбуждения в модели двухуровневых систем (ДУС).

Во всех случаях метод исследования транспортных характеристик фононов в конкретном образце основан на анализе временных характе-

ристик распространения короткого теплового импульса, регистрируемого болометром в режиме диффузии, когда превышение температуры инжектора фононов над температурой термостата незначительно, а время наблюдения меньше, чем характерное время “включения” неупругих фон-фон-фононных процессов, обусловленных ангармонизмом решетки. При этом коэффициент диффузии фононов $D_0(T)$ в исследуемом образце в условиях эксперимента однозначно связан со временем регистрации максимума сигнала t_{m0} :

$$t_{m0}(T) = L^2/2D_0(T), \quad (1)$$

где $D_0(T) = v^2\tau_0 \propto T^{-4}$.

Наличие в исследуемом диапазоне температур низкоэнергетических возбуждений может давать свой вклад в рассеяние фононов теплового импульса. Длина l_R и время τ_R пробега фононов в режиме диффузии относительно неупругого взаимодействия различной природы на фоне упругого рассеяния рассмотрены в работе [3] и могут быть оценены из выражения:

$$l_R \approx (D_0(\omega)\tau_R(\omega))^{1/2}. \quad (2)$$

Это означает, что фонон частоты ω , пройдя расстояние l_R , может многократно упруго рассеяться, прежде чем провзаимодействует с ДУС (константа ангармонизма ДУС на несколько порядков величины меньше константы ангармонизма решетки [16]).

1. ОСОБЕННОСТИ ТРАНСПОРТА ФОНОНОВ В АМОРФИЗОВАННЫХ ДИЭЛЕКТРИКАХ

Известно, что низкотемпературные свойства стекол универсальны [17, 18] и характеризуются двумя основными аномалиями – избыточной по сравнению с дебаевской низкотемпературной теплоемкостью и наличием области “плато” на температурной зависимости теплопроводности $\kappa(T)$ при $T < 10$ К. Чтобы объяснить аномальное поведение теплофизических свойств аморфного состояния в области низких температур, были разработаны различные феноменологические модели, в рамках которых рассмотрен ряд низкоэнергетических элементарных возбуждений, описываемых моделью мягких потенциалов [19].

К сожалению, в теоретических работах не объяснялись особенности зависимости $\kappa(T)$ в области перехода от плато к дальнейшему росту (см., например, [18, 20] и [21, рис. 1]) и сам этот рост. При этом во всех теоретических работах, посвященных проблеме, анализируется, как правило, только характер $\kappa(T)$, зависящей от многих параметров, в частности от коэффициента диффузии фононов $D(T)$, хотя понятно, что в области гелиевых температур аномалии в теплопроводности стекла должны сопровождаться существенными изменениями транспортных свойств фононов,

что и наблюдалось экспериментально при анализе характеристик транспорта слаборавновесных фононов [12].

Используя метод ТИ, в работе [22] в плавленом кварце была обнаружена аномальная (близкая к T^{-5}) температурная зависимость коэффициента диффузии фононов $D(T)$ в области, предшествующей плато. Возможность более резкой, чем в случае релеевского рассеяния, зависимости $D(T)$ в аморфных средах обсуждалась в теоретических работах [23, 24]. С появлением новых материалов, демонстрирующих стеклоподобные свойства — твердые спирты [21, 25], клатраны [26, 27], сегнетоэлектрики-релаксоры [28], — вопрос об описании их транспортных свойств стал более актуальным.

Так, например, упомянутые выше сегнетоэлектрики-релаксоры, в отличие от классических сегнетоэлектриков с резким фазовым переходом, демонстрируют ниже температуры перехода в релаксорное состояние свойства, являющие универсальными для стеклоподобных систем [28], а структура как монокристаллов, так и керамики представляет собой неполярную матрицу со статистическим набором 3D-полярных наноразмерных кластеров размером $\geq 10...20$ нм [29].

На рис. 1 из [28] представлены зависимости $\kappa(T)$ для стекла и релаксоров PZTL и PMN с характерным участком плато при $T \leq 10$ К, там же приведены эффективные коэффициенты диффузии фононов тепловых частот $D(T) \propto T^{-5}$. Температурные интервалы зависимостей области плато и коэффициента диффузии хорошо коррелируют между собой.

В работе [12] была рассмотрена модель структуры аморфного состояния, предполагающая, что динамические свойства аморфизованного материала качественно соответствуют поведению кристаллической решетки, включающей объемные структурные дефекты — кластеры, размеры которых иногда составляют десятки нанометров [30]. Некоторым коллективным степеням свободы атомов такого кластера соответствуют многоямные потенциалы, переходы между минимумами которых происходят путем туннелирования, а функция распределения ДУС ($\Delta < 1$ К) по энергии $\rho(\Delta)$ может быть определена из низкотемпературного поведения теплопроводности [31]. Другим степеням свободы может соответствовать достаточно большая эффективная масса (порядка суммы масс всех атомов кластера) и их слабая связь с матрицей, что может предполагать резонансное рассеяние длинноволновых фононов на подобных дефектах. Естественно, что функция распределения этих резонансных частот никак не связана с $\rho(\Delta)$, и в качестве матрицы рассеяния можно использовать усредненную матрицу рассеяния [32] в виде, полученном для рассеяния длинноволновых фононов на упругих сферических

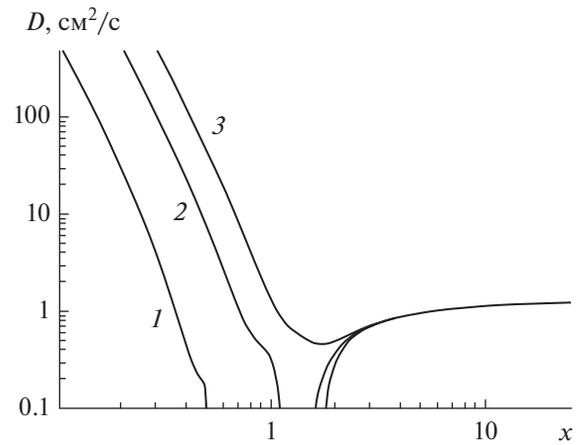


Рис. 2. Коэффициент диффузии $D(x)$, рассчитанный при $n = 0.5$ для различных значений резонансной частоты: $x_r = 0.5$ (1), 1.0 (2), 1.5 (3) [33].

оболочках радиусом R толщиной d с параметром упругости K_1 , отличным от последнего в матрице (K_0) [33]:

$$t(\omega) = \frac{3\nu}{2R} \frac{2x + \Gamma x^3}{x^2 - x_r^2 - i\Gamma x^3},$$

где ν — скорость звука в матрице, $x = \omega R/\nu$ — безразмерная частота, $x_r = \sqrt{K_1 R/K_0 d}$ — резонансная частота, Γ — ширина резонанса, σ — сечение рассеяния на сфере объемом V . Слагаемое Γx^3 в числителе обеспечивает “сшивку” резонансного рассеяния с геометрическим ($\sigma = 2\pi R^2$) при больших x .

Выражение для коэффициента диффузии фононов имеет вид [34]

$$D(x, R) = \frac{2\nu^2}{n\Phi \text{Im}(t(\omega))},$$

где n — объемная доля дефектов,

$$\Phi = \frac{\partial \ln [x^2 + c \text{Re}(t(x))]}{\partial \ln x^2}.$$

Появление этого множителя в выражении для коэффициента диффузии связано с перенормировкой закона дисперсии фононов в присутствии центров рассеяния.

Зависимости коэффициента диффузии от резонансной частоты представлены на рис. 2, из которого следует, что в такой модели можно описать широкий спектр температурных зависимостей $D(T)$ вблизи $x = x_r$. Естественно, что в стеклах и сегнетоэлектриках-релаксорах резонансное рассеяние фононов на кластерах может быть обусловлено различными причинами. Если в стекле это структурные неоднородности, например [35], то в релаксорах — 3D-полярные области (x_r и n — подго-

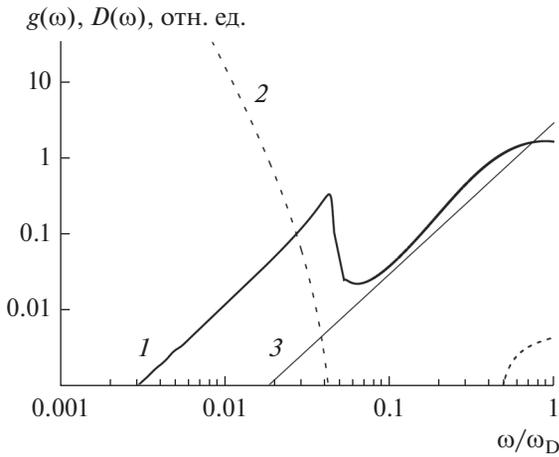


Рис. 3. Качественное поведение фоновой плотности колебательных состояний (1) и коэффициента диффузии (2), а также плотность фоновых состояний в модели Дебая (3).

точные параметры при описании коэффициентов диффузии и теплопроводности). В качестве примера на рис. 3 показаны плотность фоновых состояний и коэффициент диффузии $D(\omega)$ при $\omega_r = 0.05\omega_D$ (ω_D – частота Дебая) и $n = 0.12$. Именно эти значения параметров определяют положение плато в коэффициенте теплопроводности SiO_2 (рис. 4), рассчитанном по стандартной формуле [31]

$$\kappa(T) = \frac{\beta^2 k_B}{4} \int d(\omega) g(\omega) \omega^2 D(\omega) \text{ch}\left(\frac{\beta\omega}{2}\right),$$

где $\beta = \hbar/k_B T$, k_B – постоянная Больцмана. В дополнение к механизмам рассеивания, рассмотренным в работе [31] при вычислении теплопроводности, были учтены U -процессы.

При кроссовом расщеплении фонованого спектра, приводящем к образованию двух зон, в U -процессах могут принимать участие коротковолновые фононы обеих зон. Для нижней зоны это фононы с частотой, лежащей чуть ниже ее верхней границы (ω_r), а для верхней – фононы с частотой порядка ω_D . Интенсивность U -процессов для фононов этих зон определяется, соответственно, температурой $T_r \propto \omega_r$ и температурой Дебая.

Вклады от нижней (1) и верхней (2) зон в общую теплопроводность изображены на рис. 4 соответственно пунктирными линиями 1 и 2. Как следует из рис. 4, в этой модели теплопроводность при низких температурах (до плато) формируется фононами первой зоны, а ее рост выше плато обусловлен “включением” фононов второй зоны. В области пересечения зависимостей 1 и 2 возможно образование особенности – локального минимума, что и наблюдалось неоднократно на экспериментальных зависимостях $\kappa(T)$ [20].

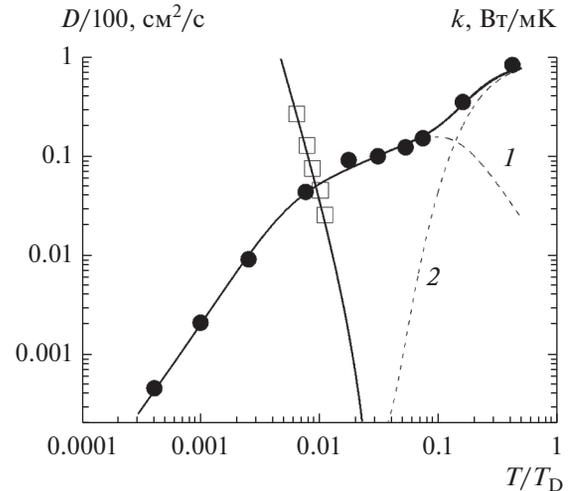


Рис. 4. Экспериментальные (точки) и расчетные (кривые) зависимости коэффициента диффузии от температуры; кривые 1 и 2 – вклад от первой и второй зон соответственно.

На рис. 4 также представлена экспериментальная и расчетная зависимости коэффициента диффузии от температуры. Необходимо отметить, что при тех температурах, для которых измерялся коэффициент диффузии (2...4 К), низкоэнергетические ($\Delta < 1$ К) ДУС не могут являться эффективными ловушками для тепловых фононов [32].

На рис. 5 в качестве примера реальности использованной модели приведены температурные зависимости низкотемпературной теплоемкости монокристалла и стекла одного состава – пентафосфата гадолиния $\text{GdP}_5\text{O}_{14}$. Увеличение теплоемкости в стекле в области $T \approx 10$ К по сравнению с монокристаллом можно объяснить, помимо присутствия низкоэнергетических возбуждений иона Gd^{3+} , наличием дополнительной локальной моды $\Delta \approx 45...50$ К, характерной для наноразмерной структуры стекла.

Таким образом, предложенная модель позволяет описать транспортные свойства стекол в широком интервале температур.

2. ОСОБЕННОСТИ ТРАНСПОРТА ФОНОНОВ ТЕПЛОВЫХ ЧАСТОТ В МОНОКРИСТАЛЛАХ ТВЕРДЫХ РАСТВОРОВ АРГ С НИЗКОЭНЕРГЕТИЧЕСКИМИ ДУС В ОБЛАСТИ ГЕЛИЕВЫХ ТЕМПЕРАТУР

Материалы на основе твердых растворов АРГ, как монокристаллы, так и поликристаллические керамики, широко используются в квантовой электронике [36]. В данном случае твердые растворы YAG:Re оказались идеальным модельным материалом для исследований. Редкоземельные

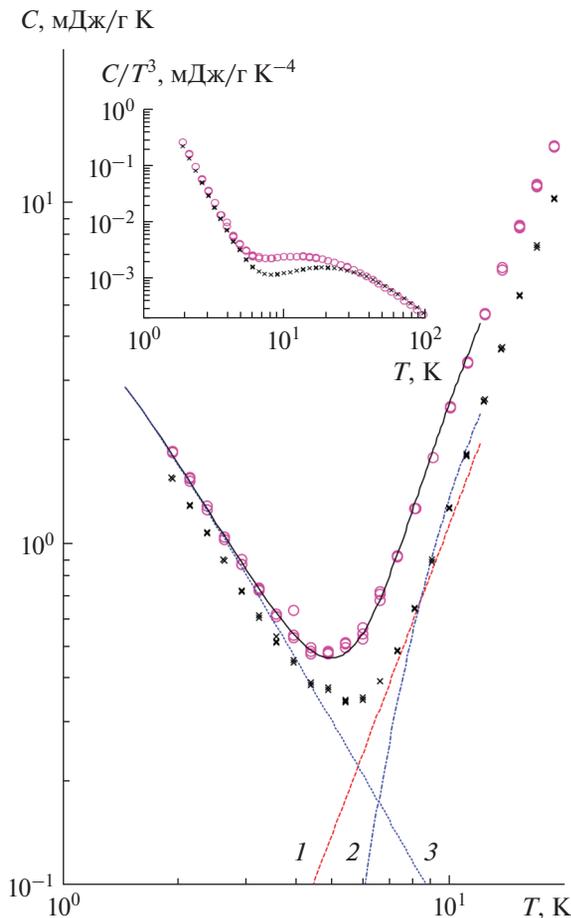


Рис. 5. Зависимости $C(T)$ для монокристалла (крестики) и стекла (кружочки) GdP_5O_{14} (на вставке – то же в координатах $C/T^3(T)$), кривые – аппроксимация (сплошная кривая) как вкладов фононной теплоемкости $T_D = 400$ К (1), локальной моды $\Delta = 55$ К (2) и энергии иона Gd^{3+} $\Delta_{эф} = 1.4$ К (3) [14], возбуждений иона Gd^{3+} $\Delta_{эф} = 1.4$ К (3) [14].

ионы (Re) изоморфно замещают ионы Y на додекаэдрических С-позициях кристаллической решетки YAG. Данные центры контролируемо рассеивают фононы за счет большой разницы масс ионов на позициях замещения [6]. При наличии ДУС парамагнитной природы, обусловленных присутствием редкоземельных ионов на позициях замещения $Y^{3+} \leftrightarrow Re^{3+}$, в случае $t_{m0}/\tau_R \gg 1$ (см. формулы (1), (2)) транспорт НФ будет преимущественно определяться взаимодействием НФ с ДУС, в случае $(t_{m0}/\tau_R \ll 1)$ – преимущественно упругим рассеянием. При $t_{m0}/\tau_R \sim 1$ в относительно длинном образце в регистрируемом сигнале можно наблюдать два максимума – особенность, связанную с взаимодействием НФ с ДУС и упругое рассеяние фононов дефектами структуры (рис. 6а). Зарегистрированные болометром сигналы для раз-

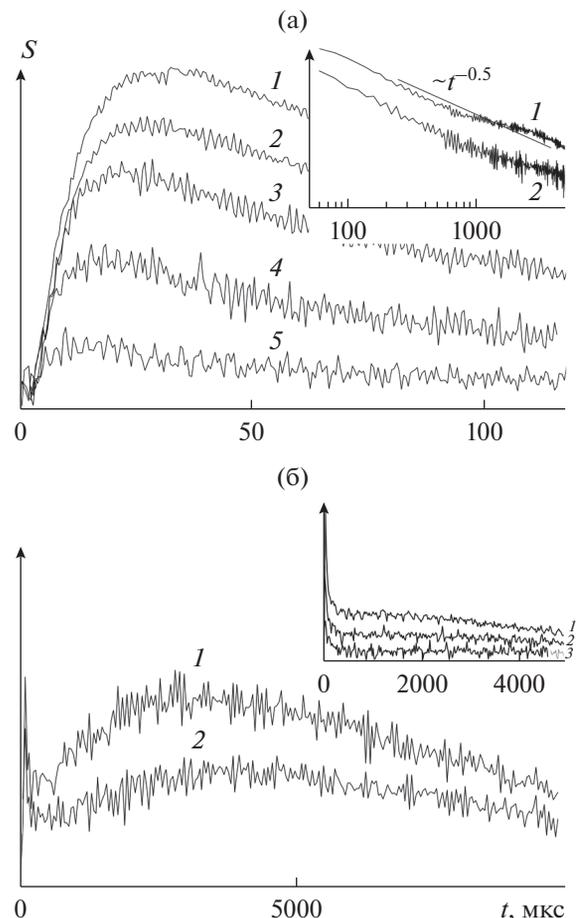


Рис. 6. Сигналы НФ: а – в образце $Y_{2.7}Tb_{0.3}Al_5O_{12}$ ($L = 1$ см) при $T = 3.8$ (1), 3.6 (2), 3.4 (3), 3 (4) и 2.7 К (5) (на вставке – задние фронты в двойном логарифмическом масштабе из [8] при $T = 3.8$ (1) и 3 К (2)); б – в образце $Y_{2.5}Tb_{0.5}Al_5O_{12}$ ($L = 0.75$ см) при $T = 3.8$ (1) и 3.6 К (2) из работы [8] (на вставке $L = 0.6$ см при $T = 3.8$ (1); 3.6 (2) и 3.0 К (3)).

ных температур в образце $Y_{2.7}Tb_{0.3}Al_5O_{12}$ ($L = 1$ см) обусловлены только упругим взаимодействием $t_{m0}(T) < 4 \times 10^{-5}$ с ($T = 3$ К). На вставке, на задних фронтах регистрируемых сигналов, на зависимости $S(t) \propto t_{m0}^{-1/2}$, характерной для режима классической диффузии (1), появляется особенность, обусловленная взаимодействием НФ с ДУС на временах $\geq 10^{-3}$ с (штарковский уровень иона Tb^{3+} в YAG, $\Delta = 5.76$ К [1]).

В отличие от данных, приведенных на рис. 6а, для образца твердого раствора $Y_{2.5}Tb_{0.5}Al_5O_{12}$ (рис. 6б) при увеличении концентрации Tb^{3+} взаимодействием НФ с ДУС становится определяющим и основная часть энергии НФ сосредоточена в системе ДУС. На основании выражения (2) по пропаданию сигнала, связанного с рассеянием на ДУС при $T = 3$ К (см. рис. 6б, вставка) при последова-

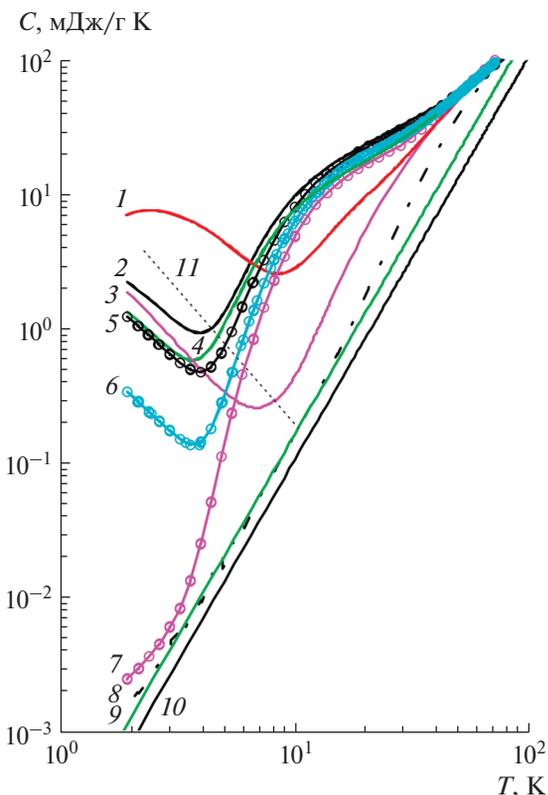


Рис. 7. Зависимости теплоемкости $C(T)$ для твердых растворов следующих составов: $Y_{1.5}Ho_{1.5}Al_5O_{12}$ (1), $Er_3Al_5O_{12}$ (2), $Y_2Dy_1Al_5O_{12}$ (3), $Y_2Er_1Al_5O_{12}$ (4), $Tm_1Er_2Al_5O_{12}$ (5), $Tm_2Er_1Al_5O_{12}$ (6), $Tm_3Al_5O_{12}$ (7), $Y_3Al_5O_{12}$ (8); оценки фоновый (дебаевского) вклада в теплоемкость для $Er_1Y_2Al_5O_{12}$ (9) и $Er_3Al_5O_{12}$ (10); прямая 11 – зависимость $C(T) \propto T^{-2}$.

тельном уменьшении размера образца до 0.6 см, выполнена оценка величины $\tau_R = 2.4 \times 10^{-5}$ с.

Измеренная подобным образом зависимость значений τ_R от концентрации твердого раствора для YAG:Er при $T = 3$ К [13], показала, что в образце $Y_{2.5}Er_{0.5}Al_5O_{12}$ при $T = 3$ К по сравнению с твердым раствором $Y_{2.5}Tb_{0.5}Al_5O_{12}$ значение $\tau_R = 4 \times 10^{-6}$ с (меньше в шесть раз, $\tau_R \propto T^{-5}$). Это же справедливо и в отношении состава $Y_{1.5}Ho_{1.5}Al_5O_{12}$ с близким значением нижнего штарковского уровня $\Delta \approx 5.70$ К [39]. Подобную активность ион Er^{3+} проявляет и в других твердотельных матрицах: иттриевых моноалюминатах [9], катион-вакансионных гранатах, структурах флюорита [37].

Температурная зависимость теплоемкости $C(T)$ имеет аддитивный характер и помимо фоновых мод C_ϕ может отражать наличие как низкоэнергетических колебательных состояний различной природы $C_{дус}$, так и отдельных колебательных мод, обусловленных наноструктурными особенностями твердого тела [14, 38]. Очевидно, что характер

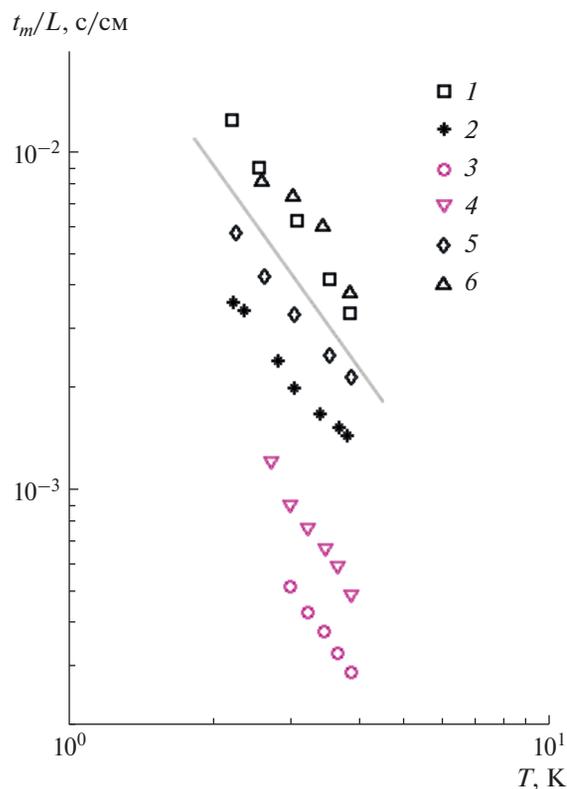


Рис. 8. Зависимости t_m от температуры, нормированные на длину образца L , в ряде Er- и Ho-содержащих монокристаллов твердых растворов аломогранатов: 1 – $Er_3Al_5O_{12}$ для $L = 0.07, 0.14, 0.22$ и 0.3 см; 2 – $Y_2Er_1Al_5O_{12}$ для $L = 0.12, 0.25$ и 0.5 см; 3 – $Tm_2Er_1Al_5O_{12}$ для $L = 0.39$ см; 4 – $Tm_1Er_2Al_5O_{12}$ для $L = 0.39$ см; 5 – $Y_{1.5}Er_{1.5}Al_5O_{12}$ для $L = 0.6$ см; 6 – $Y_{1.5}Ho_{1.5}Al_5O_{12}$ для $L = 0.3$ см; прямая линия – зависимость $t_m \propto T^{-2}$.

температурных зависимостей упомянутых характеристик может сопровождаться изменением транспортных характеристик фононов.

На рис. 7 и 8 приведены температурные зависимости $C(T)$ и нормированные на размер образца температурные зависимости $t_m(T)/L$ для ряда концентраций твердых растворов монокристаллов YAG:Re (Re – Er, Gd, Ho, Dy,) и TmAG:Er. Видно, что в низкотемпературной части диапазона характер зависимостей $C(T) \propto T^{-2}$ отражает вклад в суммарную теплоемкость низкоэнергетических возбуждений на фоне первых возбужденных штарковских уровней ионов Er^{3+} [39], Dy^{3+} , Gd^{3+} , Tm^{3+} [40] и Ho^{3+} [39]. Ионы Er^{3+} , Dy^{3+} , Gd^{3+} имеют кramerсову природу, что при отсутствии внешнего магнитного поля может приводить к снятию вырождения основного уровня иона за счет локальных магнитных полей ближайших соседей. В исследуемом диапазоне температур зависимости $t_m(T) \propto T^{-2}$ (см. рис. 8) отражают характер

зависимостей $C(T)$ (см. рис. 7). Данный факт свидетельствует о том, что в области He-температур рассеяние НФ также определяется наличием низкоэнергетических возбуждений. При этом данные для образцов $Y_2Er_1Al_5O_{12}$ и $Er_3Al_5O_{12}$ на рис. 8 нормированы по трем и четырем образцам различной длины соответственно.

Для некрамерсова иона Ho^{3+} в YAG наличие низколежащего штарковского уровня с энергией $\Delta \approx 5.7$ К было определено в [39]. Вклад его в суммарную теплоемкость в предположении, что выше лежащие уровни не вносят значительного вклада в исследуемом диапазоне температур, можно описать выражением

$$c(T) = R \frac{(\Delta/T)^2 \exp(-\Delta/T)}{(1 + \exp(-\Delta/T))^2}, \quad (3)$$

где R – газовая постоянная. При этом максимум, наблюдаемый на зависимости $C(T)$ (см. рис. 7а), хорошо согласуется со значением $T_{max} = 0.417\Delta = 2.4$ К.

Для крамерсовых ионов энергия ДУС зависит от концентрации твердого раствора [39]. При распространении НФ в образцах твердых растворов YAG:Re с различной концентрацией низкоэнергетических возбуждений мерой эффективности взаимодействия НФ с ДУС, обусловленной конкретным редкоземельным ионом, помимо времени регистрации максимума сигнала $t_m(T)$, являются длина l_R и время τ_R свободного пробега относительно взаимодействия НФ с ДУС. В условиях эксперимента ($t_{m0}/\tau_R \gg 1$), $t_m(L) \propto L$, а $\tau_R \propto T^{-5}/n$ [13] (n – концентрация редкоземельных ионов). Линейная зависимость $t_m(L) \propto L$ свидетельствует о наличии неупругого процесса во взаимодействии НФ с ДУС [16]. В работе [41] было получено выражение, отражающее связь кинетических характеристик с данными теплоемкости при условии $C_{ДУС} \gg C_\phi$ в образцах того же состава:

$$t_m(T) \propto t_{m0} \frac{C_{ДУС}(T)}{C_\phi(T)}. \quad (4)$$

Значение t_{m0} однозначно связано с темпом упругого рассеяния, хорошо поддается расчету [6] и, как показано на рис. 9, может быть определено для любой концентрации примеси замещения. Единственной оценочной величиной в выражении (4) является $C_\phi(T)$:

$$C_\phi(T) = \frac{12\pi^4}{5} nR \left(\frac{T}{T_D}\right)^3, \quad (5)$$

$n = 20$ – число атомов в формульной единице, T_D – температура Дебая.

Выражение (4) позволяет оценить условия равновесия в системе НФ-ДУС при данной температуре в образце конкретной длины. На рис. 10а, 10б приведены температурные зависимости ле-

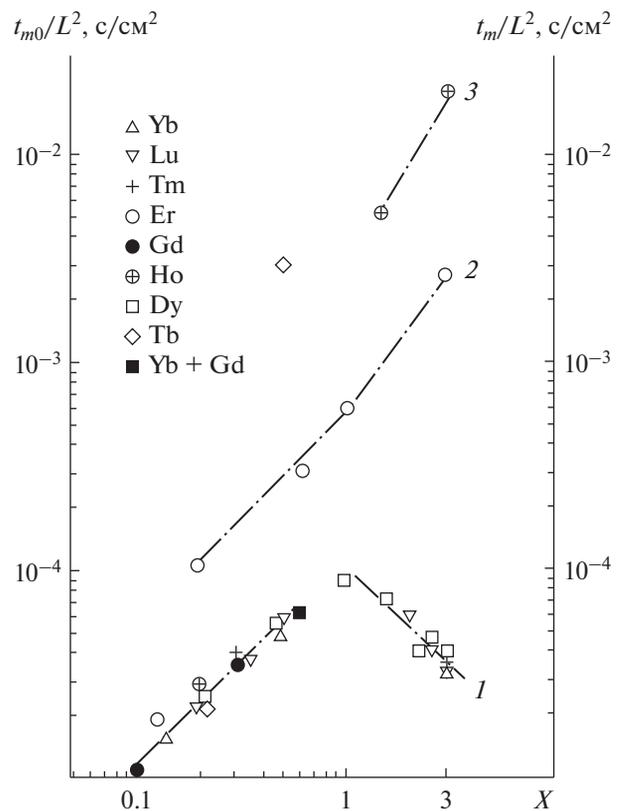


Рис. 9. Зависимость нормированного на L^2 времени упругого рассеяния НФ t_{m0} от концентрации при $T = 3.4$ К в твердых растворах YAG:Re (1) и зависимость $t_m(x)/L^2$ в YAG:Er, когда рассеяние на ДУС становится преобладающим (2); также приведены значения t_m/L^2 для образцов YAG:Tb и HoAG:Er (3).

вой и правой частей (пунктир) выражения (4) для образцов разной длины в $Y_2Er_1Al_5O_{12}$ и $Er_3Al_5O_{12}$. На рис. 10а видно, что температурные зависимости для образца длиной $L = 0.25$ см практически совпадают. Для более короткого образца, $L = 0.12$ см, левая часть выражения (4) больше правой. Это может означать, что на этой длине взаимодействие НФ с ДУС уже эффективно, т.е. $l_R < L$, но образец слишком короткий для установления равновесия в системе НФ-ДУС. Похожий характер зависимостей наблюдается и на рис. 10б в $Er_3Al_5O_{12}$ для образца чуть меньшей длины, $L = 0.22$ см. Отличие в том, что равновесие в $Er_3Al_5O_{12}$ возможно и в более коротких образцах ($L = 0.07...0.14$ см) при самых низких температурах в исследуемом диапазоне как результат увеличения концентрации Er и, соответственно, значений отношения C/C_ϕ .

Необходимым условием установления равновесия в системе НФ-ДУС в условиях исследуемого нестационарного процесса является значение времени спин-решеточной релаксации, ко-

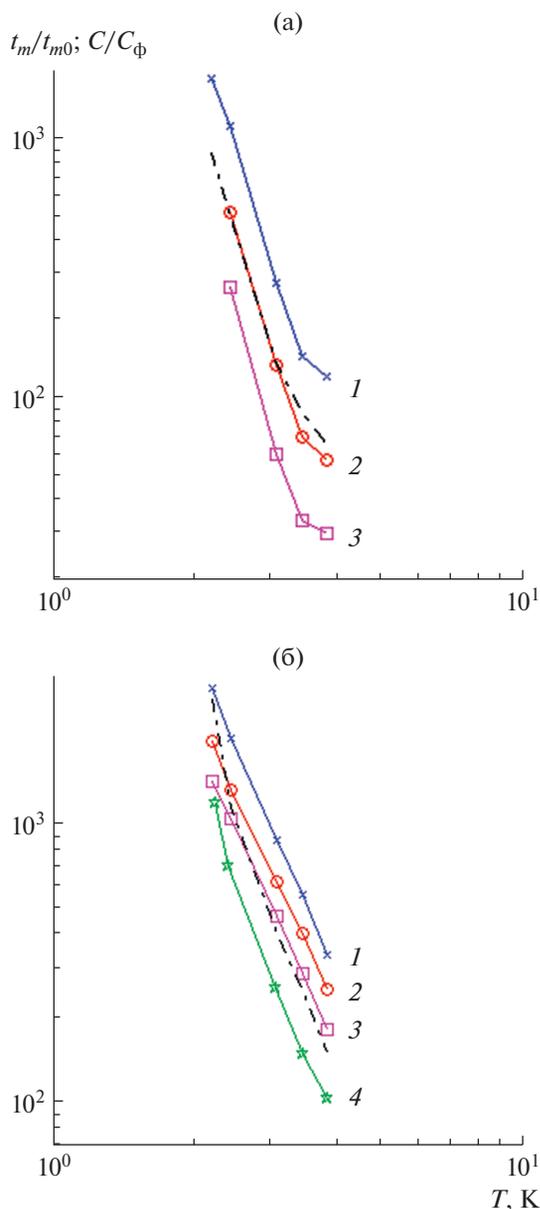


Рис. 10. Зависимости от температуры левой функции (сплошные кривые) и правой функции (штрихпунктир) выражения (4): а – для образца $Y_2ErAl_5O_{12}$ для $L = 0.12$ (1), 0.25 (2), 0.5 см (3); б – для образца $Er_3Al_5O_{12}$ для $L = 0.07$ (1), 0.14 (2), 0.22 (3), 0.3 см (4).

торое в условиях эксперимента должно быть по крайней мере сопоставимо со временем наблюдения (регистрации) теплового импульса.

На рис. 11 приведены температурные зависимости времени спин-решеточной релаксации τ_{cp} в макроскопическом и микроструктурированном образцах монокристалла $Y_{3-x}Er_xAl_5O_{12}$ ($x = 0.6$) на основе данных работы [42]. При данной концентрации в макроскопическом образце при обмене энергии с термостатом уже проявляется эффект

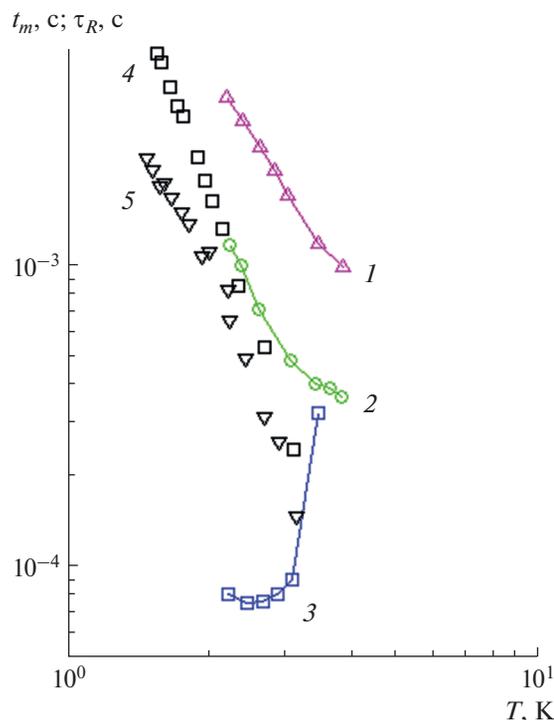


Рис. 11. Зависимости времени прихода максимума сигнала t_m от температуры в образцах $Er_3Al_5O_{12}$ для $L = 0.22$ (1), $Y_2ErAl_5O_{12}$ для $L = 0.25$ см (2) и $Y_{2.4}Er_{0.6}Al_5O_{12}$ для $L = 0.68$ см (3) и времени спин-решеточной релаксации τ_{cp} в макроскопическом (4) и микроструктурированном (5) образцах $Y_{2.4}Er_{0.6}Al_5O_{12}$.

“узкого фоновго горла”. Таким образом, при более высокой концентрации Er в составе твердого раствора ($\geq 20\%$) значение времени спин-решеточной релаксации τ_{cp} оказывается сопоставимо с приведенным в тех же координатах значениями времени $t_m(T)$ для концентраций $x = 1$ и 3 в образцах длиной $L = 0.25$ и 0.22 см соответственно, для которых, согласно (4), выполняются условия равновесия в системе НФ–ДУС. При этом время спин-решеточной релаксации для упомянутых выше концентраций твердого раствора в исследуемом диапазоне температур лежит в интервале $\tau_{cp} = (1...3) \times 10^{-4}$ с [42], что на два порядка величины больше, чем измеренные значения времени взаимодействия с ДУС при $T = 3$ К, т.е. $\tau_R = (0.7...3) \times 10^{-6}$ с, это свидетельствует о возможности накопления энергии теплового импульса в системе ДУС.

В случае, когда время спин-решеточной релаксации меньше времени взаимодействия НФ с ДУС, как, например, для крэмсового иона Dy^{3+} в образцах YAG:Dy [15], вклад в рассеяние фононов за счет взаимодействия с ДУС отсутствует и рассеяние НФ в условиях эксперимента определяется только упругим, обусловленным разницей

масс ионов на позициях замещения $Y \leftrightarrow Dy$. Если для ионов Er^{3+} , Tb^{3+} [43] и Gd^{3+} [44] при средней температуре измерений транспортных характеристик фононов $T = 3$ К время спин-решеточной релаксации составляет $\geq 10^{-3}$ с, то для иона Dy^{3+} по данным [43, 45] оно составляет $10^{-9} \dots 10^{-7}$ с $\ll \tau_0$ и τ_R . Столь быстрая релаксация затрудняет возможность накопления и дополнительной задержки НФ в исследуемом образце. Этот результат для ионов Dy^{3+} в YAG нашел свое отражение среди данных рис. 8, где результаты для всего ряда концентраций YAG:Dy лежат на зависимости, характеризующей упругое рассеяние НФ. Судя по результатам, представленным на рис. 8, в условиях эксперимента ионы Yb^{3+} и Gd^{3+} в структуре YAG также проявляют только упругое рассеяние. Для иона Yb^{3+} это связано с минимальным значением магнитного момента среди ионов Y-ряда [46]. Для крэмперсова иона Gd^{3+} взаимодействие НФ с ДУС отсутствует, что объясняется нулевой спин-орбитальной составляющей магнитного момента иона, отвечающей за взаимодействие спинов с фононами [47].

Рассмотрим теперь особенности взаимодействия фононов тепловых частот с низкоэнергетическими возбуждениями парамагнитной природы в структуре твердых растворов алюмо-редкоземельных гранатов в области гелиевых температур. Показано, что температурные зависимости теплоемкости $C(T)$ и транспортные характеристики фононов тепловых частот в твердых растворах редкоземельных гранатов в области гелиевых температур в значительной мере определяются наличием низкоэнергетических возбуждений. При этом практически для всех парамагнитных ионов Y-ряда — Gd^{3+} , Tb^{3+} , Dy^{3+} , Ho^{3+} , Er^{3+} (кроме Tm^{3+} , Lu^{3+} и Yb^{3+}) значение низкотемпературной теплоемкости в нулевом внешнем магнитном поле на 2...3 порядка величины превышает значение фононной (дебаевской) теплоемкости, а эффективность взаимодействия НФ с низкоэнергетическими возбуждениями в модели ДУС помимо концентрации твердого раствора зависит от типа конкретного редкоземельного иона, времени спин-решеточной релаксации, величины механического момента.

Смоделирован процесс установления равновесия при взаимодействии НФ с ДУС в условиях нестационарного распространения теплового импульса в образцах монокристаллов твердых растворов ARG:Er³⁺, когда образец находится в диапазоне температур термостата (жидкий гелий) $2.2 < T < 4$ К. Показано, что процесс зависит от условий обмена энергией с термостатом, абсолютных значений и распределения ДУС по энергии. Ближайшими аналогами исследуемого процесса могут являться физические процессы охлаждения электронно-дырочной плазмы полупроводниках в динамическом режиме после ее импульсного

разогрева [48], установление температуры в диэлектрических стеклах [16]. В данном случае смоделирован процесс установления равновесия в системе фононы—низкоэнергетические ДУС парамагнитной природы в монокристаллах ряда твердых растворов YAG:Re в области гелиевых температур [49].

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках государственного задания ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Slack G.A., Oliver D.W. // Phys. Rev. B. 1971. V. 4. № 2. P. 592.
2. Левинсон И.Б. // ЖЭТФ. 1980. Т. 52. № 4. С. 704.
3. Казаковцев Д.В., Левинсон И.Б. // Письма в ЖЭТФ. 1978. Т. 27. № 3. С. 194.
4. Иванов С.Н., Хазанов Е.Н., Таранов А.В. // ЖЭТФ. 1985 Т. 89. № 3. С. 1824.
5. Gutfeld R.J., Nethercot A.H., Jr. // Phys. Rev. Lett. 1964. V. 12. P. 641.
6. Ivanov S.N., Khazanov E.N., Paszkiewicz T. et al. // Z. Phys. B. 1996. V. 99. P. 535.
7. Таранов А.В., Хазанов Е.Н. // ЖЭТФ. 2008. Т. 134. № 2. С. 595.
8. Барабаненков Ю.Н., Иванов В.В., Иванов С.Н. и др. // ЖЭТФ. 2006. Т. 129. № 1. С. 131.
9. Лезова И.Е., Карбань О.В., Таранов А.В. и др. // ЖЭТФ. 2020. Т. 157. № 1. С. 90.
10. Хазанов Е.Н., Таранов А.В., Гайнутдинов Р.В. и др. // ЖЭТФ. 2010. Т. 137. № 6. С. 1126.
11. Хазанов Е.Н., Таранов А.В. // РЭ. 2013. Т. 58. № 9. С. 874.
12. Саламатов Е.И., Таранов А.В., Хазанов Е.Н. // ЖЭТФ. 2015. Т. 148. № 2. С. 308.
13. Саламатов Е.И., Таранов А.В., Хазанов Е.Н. и др. // ЖЭТФ. 2018. Т. 154. № 4. С. 826.
14. Лезова И.Е., Саламатов Е.И., Таранов А.В. и др. // ЖЭТФ. 2019. Т. 156. № 5. С. 918.
15. Таранов А.В., Хазанов Е.Н., Чарная Е.В. // ЖЭТФ. 2021. Т. 159. № 1–2. С. 111.
16. Левинсон И.Б. // Письма в ЖЭТФ. 1983. Т. 37. № 3. С. 157.
17. Zeller R.C., Pohl R.O. // Phys. Rev. B. 1971. V. 4. № 6. P. 2029.
18. Lawless W.N. // Phys. Rev. B. 1976. V. 14. № 1. P. 134.
19. Buchenau U., Galperin Yu.M., Gurevich V.L. et al. // Phys. Rev. B. 1992. V. 46. № 5. P. 2798.
20. Meissner M., Knaak W., Sethna J.P. et al. // Phys. Rev. B. 1985. V. 32. № 9. P. 6091.

21. *Hassaine M., Ramos M.A., Krivchikov A.I. et al.* // Phys. Rev. B. 2012. V. 85. № 10. P. 104206.
22. *Козорезов А.Г., Иванов С.Н., Таранов А.В., Хазанов Е.Н.* // ЖЭТФ. 1992. Т. 102. № 2. С. 600.
23. *Kozub V.I., Rudin A.M., Schober H.* // Phys. Rev. B. 1994. V. 50. № 9. P. 6032.
24. *Козуб В.И., Рудин А.М.* // ФТТ. 1996. Т. 38. № 2. С. 337.
25. *Krivchikov A.I., Yushchenko A.N., Korolyuk O.A. et al.* // Phys. Rev. B. 2008. V. 77. № 2. P. 024202.
26. *Ross G., Andersson P., Backstrom G.* // Nature. 1981. V. 290. № 5804. P. 322.
27. *Krivchikov A.I., Gorodilov B.Ya., Korolyuk O. A. et al.* // Phys. Rev. B. 2006. V. 73. № 6. P. 064203.
28. *Иванов С.Н., Смирнова Е.П., Таранов А.В., Хазанов Е.Н.* // ЖЭТФ. 1999. Т. 115. № 2. С. 624.
29. *Farber L., Davies P.K.* // J. Am. Ceram. Soc. 2003. V. 86. № 11. P. 1861.
30. *Нацик В.Д., Ватажук Е.Н., Паль-Валь П.П. и др.* // Физика низких температур. 2013. Т. 39. № 12. С. 1381.
31. *Salamatov E.I.* // J. Non-Crystalline Solids. 1996. V. 202. P. 128.
32. *Саламатов Е.И.* // ФТТ. 1991. Т. 33. № 9. P. 2601.
33. *Иванов В.В., Саламатов Е.И., Таранов А.В., Хазанов Е.Н.* // ЖЭТФ. 2008. Т. 133. № 2. С. 339.
34. *Zhernov A.P., Salamatov E.I., Chulkin E.P.* // Phys. Stat. Solidi B. 1991. V. 165. № 1. P. 355.
35. *Либану Ф.* Структурная химия силикатов. М.: Мир, 1988.
36. *Каминский А.А., Таранов А.В., Хазанов Е.Н., Акчурин М.Ш.* // Квант. электроника. 2012. Т. 42. № 10. С. 880.
37. *Иванов С.Н., Козорезов А.Г., Хазанов Е.Н. и др.* // ЖЭТФ. 1991. Т. 100. № 5(11). С. 1591.
38. *Саламатов Е.И., Таранов А.В., Хазанов Е.Н. и др.* // ЖЭТФ. 2017. Т. 152. № 5. С. 910.
39. *Shevchenko E.V., Charnaya E.V., Khazanov E.N. et al.* // J. Alloys and Compds. 2017. V. 717. P. 183.
40. *Чарная Е.В., Шевченко Е.В., Хазанов Е.Н. и др.* // РЭ. 2019. Т. 64. № 7. С. 819.
41. *Саламатов Е.И.* // ФТТ. 2002. Т. 44. № 5. С. 935.
42. *Иванов С.Н., Хазанов Е.Н., Таранов А.В. и др.* // ЖЭТФ. 1988. Т. 94. № 5. С. 274.
43. *Larson G.H., Jeffries C.D.* // Phys. Rev. B. 1966. V. 141. № 1. P. 461.
44. *Atsarkin V.A., Demidov V.V., Vasneva G.A. et al.* // Phys. Rev. B. 2000. V. 61. № 22. R14944.
45. *Gill J.C.* // Proc. Phys. Soc. 1963. V. 82. № 6. P. 1066.
46. *Зеликман А.Н., Крейн О.Е., Самсонов Г.В.* Энциклопедия машиностроения. М.: Металлургия, 1964. С. 324.
47. *Абрагам А., Блини Б.* Электронный парамагнитный резонанс переходных ионов. М.: Мир, 1972. Т. 1.
48. *Куменков С.Е., Перель В.И.* // ЖЭТФ. 1988. Т. 94. № 1. С. 346.
49. *Саламатов Е.И., Таранов А.В., Хазанов Е.Н.* // ЖЭТФ. 2021. Т. 160. № 3. С. 403.

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 538.566.2;621.372.8

СВЯЗАННЫЕ РЕЗОНАНСЫ ПЛАЗМОНОВ В ЛИНЕЙНОМ КЛАСТЕРЕ ИЗ ШЕСТИ СЕРЕБРЯНЫХ НАНОЦИЛИНДРОВ

© 2022 г. А. П. Аниютин*

Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
пл. Введенского, 1, Фрязино Московской обл., 141190 Российская Федерация

*E-mail: aniyutin@mail.ru

Поступила в редакцию 28.05.2021 г.

После доработки 28.05.2021 г.

Принята к публикации 30.06.2021 г.

Рассмотрена двумерная задача дифракции плоской волны светового диапазона, ($300 \text{ нм} < \lambda < 900 \text{ нм}$, λ — длина волны) на линейном кластере, состоящем из шести одинаковых серебряных наночилиндров. Строгими численными методами рассчитаны частотные характеристики поперечника рассеяния, диаграммы рассеяния и пространственное распределение поля плазмонов вблизи цилиндров. Исследовано влияние угла падения, радиуса цилиндров и расстояния между цилиндрами на спектры поперечника рассеяния, диаграмму рассеяния и структуру ближнего поля плазмонов. Показано, что структура спектра нормированного поперечника рассеяния $k\sigma_S$ — число его максимумов (резонансов), эффект вырождения максимумов, а также характер связанных колебаний и резонансов плазмонов существенно зависит от геометрических параметров кластера.

DOI: 10.31857/S003384942206002X

ВВЕДЕНИЕ

Как известно, в нанопроводах (цилиндрах) из благородных металлов (например, из серебра или золота) в оптическом диапазоне волн существуют резонансы поверхностных волн (плазмон-поляритонов) [1–3]. Поэтому такие нанопровода находят применение в спектроскопии, а также используются в качестве сенсоров. Спектры рассеяния и поглощения на одиночных цилиндрах с прямоугольной формой поперечного сечения рассчитаны в [4–6]. В работах [5–11] исследовано рассеяние на цилиндрах прямоугольного, круглого или эллиптического сечения из золота, серебра и метаматериала. Случаи линейных кластеров из двух или трех цилиндров из серебра рассматривались в [4–6, 12–14].

Цель данной работы состоит в строгом электродинамическом исследовании особенностей резонансного рассеяния плоской волны светового диапазона длин волн линейным кластером, образованным шестью одинаковыми серебряными цилиндрами.

1. ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ. МЕТОД РЕШЕНИЯ

Рассмотрим двумерную задачу дифракции плоской электромагнитной волны на линейном кластере (структуре), состоящем из шести одинаковых серебряных наночилиндров. Считается, что

цилиндры расположены вдоль оси x декартовой системы координат (x, y) на одинаковом расстоянии $h = 2a + d$ и имеют одинаковые радиусы $a_l = a$ ($l = 1, 2, \dots, 6$) (рис. 1). Предполагается, что длина электромагнитной волны λ принадлежит световому диапазону длин волн ($\lambda \approx 300 \dots 900 \text{ нм}$).

Геометрия исследуемой задачи представлена на рис. 1. Относительную диэлектрическую проницаемость серебра $\epsilon_{Ag} = \epsilon' - i\epsilon'' \equiv \text{Re}(\epsilon_{Ag}) - i \text{Im}(\epsilon_{Ag})$ в световом диапазоне длин волн определяли путем аппроксимации кубическими сплайнами экспериментальных данных работы [15]. Отметим, что использование результатов работы [15], так же как и теории Друде [1], накладывает ограничение на минимальный диаметр $2a$ серебряных цилиндров $2a > 10 \text{ нм}$, так как при $2a < 10 \text{ нм}$ необходимо учитывать явления пространственной дисперсии [1].

Таким образом, с точки зрения классической электродинамики речь идет о решении задачи дифракции плоской электромагнитной волны на шести диэлектрических цилиндрах.

Исследуем случай TM -поляризации, когда в электромагнитном поле присутствуют компоненты $H_z(x, y)$, $E_x(x, y)$, $E_y(x, y)$. При этом задача дифракции сводится к нахождению скалярной

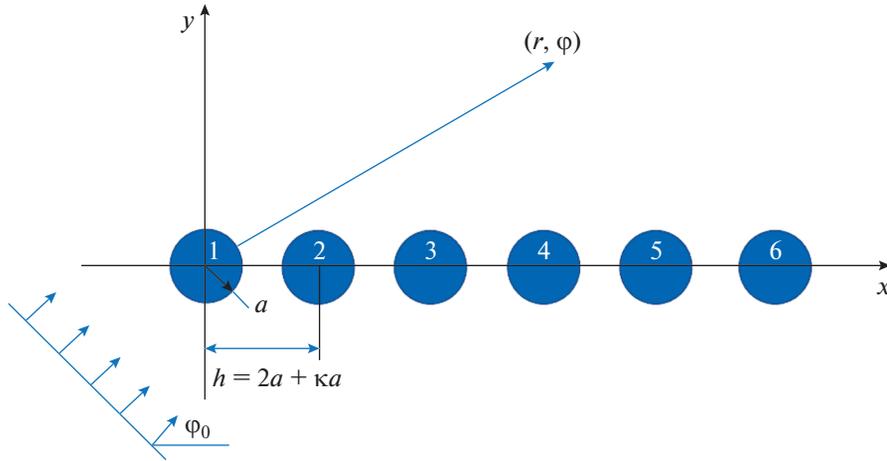


Рис. 1. Геометрия задачи: 1...6 – номера цилиндров.

функции $U(x, y) = H_z(x, y)$, а волновое поле падающей плоской волны задается выражением

$$U^0(x, y) = \exp(-ikx \cos \varphi_0 - iky \sin \varphi_0), \quad (1)$$

где угол φ_0 определяет направление распространения волны. В работе используется гауссовская система физических единиц, зависимость от времени выбрана в виде $\exp(i\omega t)$, $k = 2\pi/\lambda = \omega/c$ – волновое число вакуума, ω – круговая частота, c – скорость света в вакууме.

Полное поле $U(x, y)$ в кусочно-однородной среде удовлетворяет уравнению Гельмгольца

$$\frac{\partial^2 U(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U(x, y)}{\partial y^2} + k^2 \varepsilon(x, y) U(x, y) = 0, \quad (2)$$

где диэлектрическая проницаемость $\varepsilon(x, y)$ среды определяется выражением

$$\varepsilon(x, y) = \begin{cases} \varepsilon_{\text{Ag}}, & \text{если } \frac{(x - h_l)^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} \leq 1, \\ h_l = (l - 1)h, l = 1, 2, \dots, 6; \\ 1, & \text{если } \frac{(x - h_l)^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} > 1, \\ h_l = (l - 1)h, l = 1, 2, \dots, 6. \end{cases} \quad (3)$$

Уравнение (2) необходимо дополнить условием непрерывности величин

$$U(x, y), \quad \frac{1}{\varepsilon(x, y)} \frac{\partial U(x, y)}{\partial N} \quad (4)$$

на границах цилиндров, где N – нормаль к границам цилиндров.

Полное поле вне цилиндров состоит из падающего U^0 и рассеянного U^s полей

$$U = U^0 + U^s, \quad (5)$$

где рассеянное поле U^s представляет собой сумму полей U_l^s , рассеянных каждым цилиндром

$$U^s = \sum_{l=1}^6 U_l^s. \quad (6)$$

Отметим, что в цилиндрической системе координат ($x = r \cos \varphi$, $y = r \sin \varphi$) рассеянное U^s поле должно удовлетворять в дальней зоне условию излучения

$$U^s \approx \Phi(\varphi) \sqrt{\frac{2}{\pi k r}} \exp(-ikr + i\pi/4), \quad kr \rightarrow \infty, \quad (7)$$

где $\Phi(\varphi)$ – диаграмма рассеяния кластера. Полное сечение рассеяния σ_s выражается через решение краевой задачи (1)–(5) по формуле

$$\sigma_s = \frac{2}{\pi k} \int_0^{2\pi} |\Phi(\varphi)|^2 d\varphi. \quad (8)$$

2. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Численное решение краевой задачи проводили модифицированным методом дискретных источников [16–18]. Точность численного решения оценивали невязкой граничных условий Δ в линейной норме на цилиндрах, и во всех расчетах она была не хуже чем $\Delta = 10^{-3}$.

Рассмотрим сначала случай кластера, когда радиусы цилиндров из реального серебра полагались равными $a = 25$ нм. На рис. 2а–2в представлены результаты расчетов спектра нормированного поперечника рассеяния $k\sigma_s$ для трех углов падения плоской волны $\varphi = 0, \pi/4$ и $\pi/2$. Расстояния между цилиндрами на всех рисунках $ka = 0.05a, 0.1a, 0.2a, 0.5a, 1a$ и $2a$.

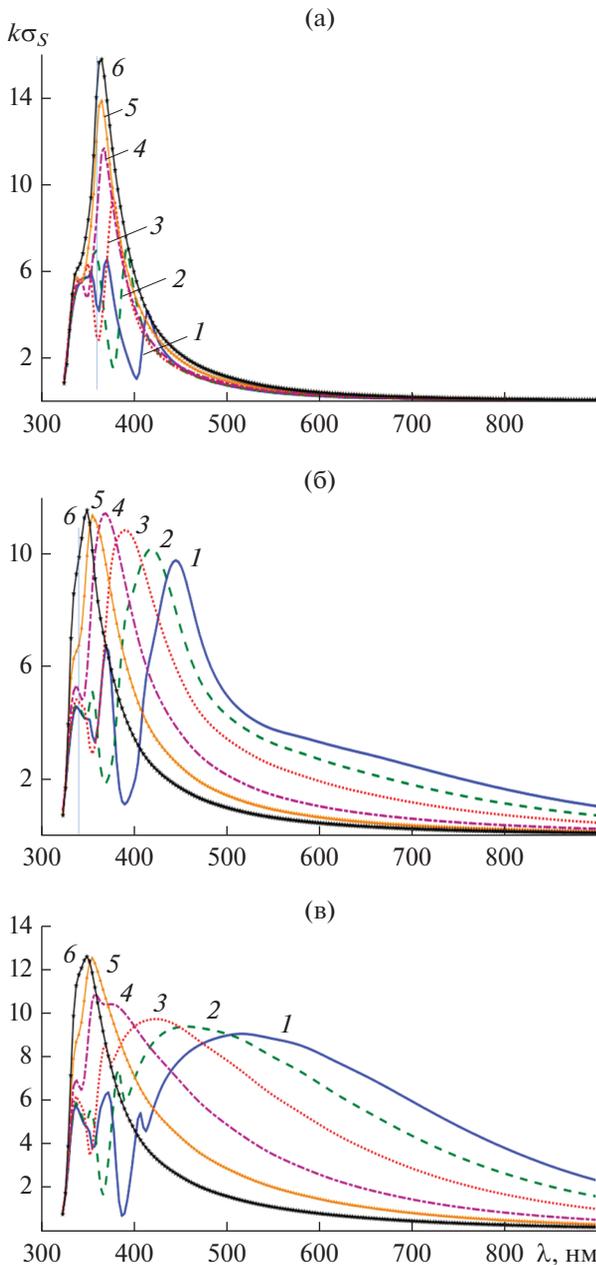


Рис. 2. Спектр поперечника рассеяния для линейного кластера из шести одинаковых серебряных наноцилиндров при трех углах падения плоской волны $\varphi_0 = 0$ (а), $\pi/4$ (б), $\pi/2$ (в) и различных расстояниях между цилиндрами: $ka = 0.05a$ (1), $0.1a$ (2), $0.2a$ (3), $0.5a$ (4), $1a$ (5), $2a$ (6), и радиусе цилиндров $a = 25$ нм.

Из рис. 2 видно, что кривые спектра нормированного поперечника рассеяния $k\sigma_S$ содержат максимумы (резонансы), число и положение которых зависят от угла падения плоской волны и расстояния между цилиндрами. Так, при угле падения плоской волны $\varphi_0 = 0$ и $ka = 0.05a$ первый максимум поперечника рассеяния $k\sigma_S$ располагается при

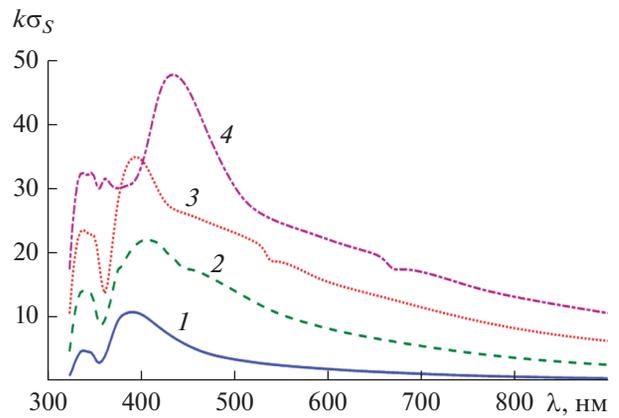


Рис. 3. Спектр поперечника рассеяния для линейного кластера из шести одинаковых серебряных наноцилиндров при угле падения плоской волны $\pi/4$, $\kappa = 0.2$ и радиусах цилиндров $a = 25$ (1), 50 (2), 75 (3), 100 нм (4).

$\lambda \approx 410$ нм (см. рис. 2а), при $\varphi_0 = \pi/4 - \lambda \approx 450$ нм (см. рис. 2б), а при $\varphi_0 = \pi/2 - \lambda \approx 500$ нм (см. рис. 2в). Увеличение ka приводит к смещению резонансных максимумов в сторону меньших длин волн и уменьшению их числа (при $ka = 2a$ остается только один максимум $k\sigma_S$). Отметим, что характер поведения процесса уменьшения числа максимумов свидетельствует о наличии процесса вырождения резонансов плазмонов.

На рис. 3 приведены результаты расчетов спектра нормированного поперечника рассеяния $k\sigma_S$ для кластера с параметрами $ka = 0.2a$ при угле падения плоской волны $\varphi_0 = \pi/4$ и четырех значениях радиуса цилиндров:

$a = 25, 50, 75$ и 100 нм. Из представленных результатов следует, что каждая кривая имеет “главный” максимум, значения которого увеличиваются и смещаются в сторону больших длин волн при увеличении радиуса цилиндров.

Выше была рассмотрена интегральная характеристика рассеянного поля, теперь обсудим структуру ближнего поля кластера при его различных параметрах.

На рис. 4а–4в изображены пространственные распределения линий равных амплитуд компоненты магнитного поля H_z в линейном кластере из шести одинаковых серебряных наноцилиндров при радиусе цилиндра $a = 25$ нм, угле падения плоской волны $\varphi_0 = 0$, расстоянии между цилиндрами $ka = 0.1a$ и трех разных длинах волн: двух резонансных $\lambda = 390.2$ и 356.64 нм и одной нерезонансной $\lambda = 600.2$ нм. Отметим, что при таком угле падения падающая волна “освещает” первый цилиндр и “бежит” вдоль линейного кластера, взаимодействуя поочередно с каждым ци-

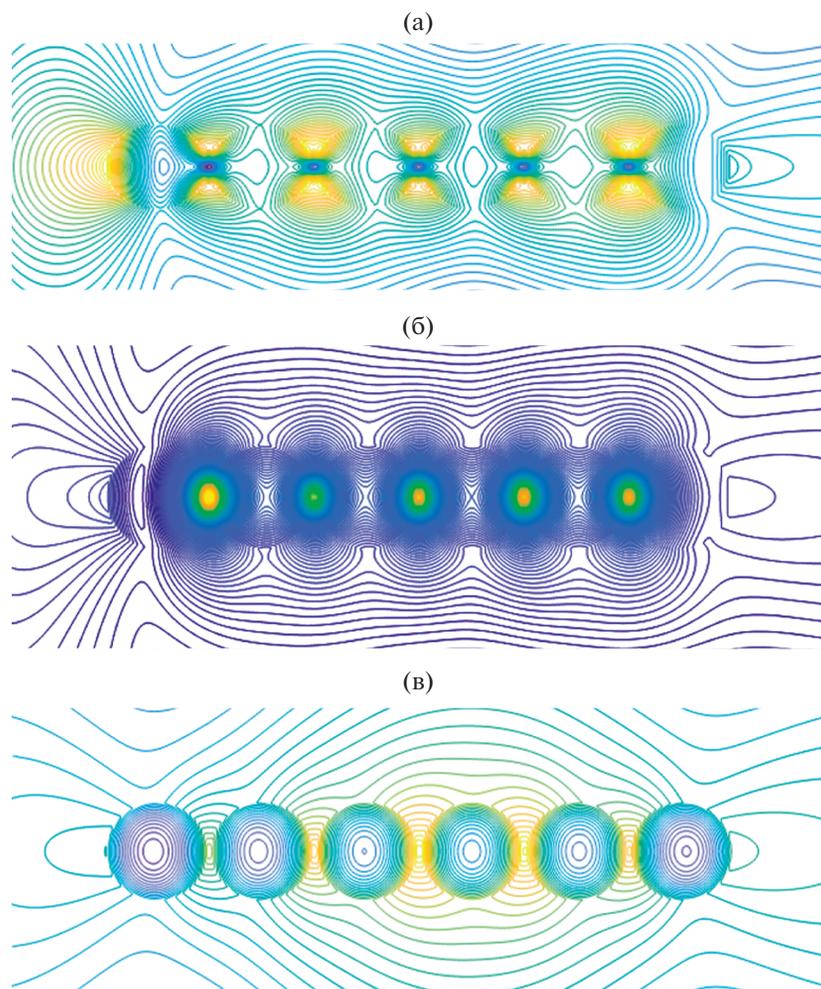


Рис. 4. Пространственное распределение линий равных амплитуд компоненты магнитного поля H_z в линейном кластере из шести одинаковых серебряных наноцилиндров при радиусе цилиндра $a = 25$ нм, угле падения плоской волны $\varphi_0 = 0$, параметре $\kappa = 0.1$ и двух резонансных длинах волн $\lambda = 390.2$ (а), 356.64 нм (б) и нерезонансной длине волны $\lambda = 600$ нм (в).

линдром. Из представленных результатов следует, что структуры ближнего поля кластера в резонансном и нерезонансном случаях существенно различаются друг от друга. Так, в резонансных случаях (см. рис. 4а, 4б) наблюдаются связанные резонансы, возникающие только между частями двух соседних цилиндров, лежащих друг против друга. В нерезонансном случае (см. рис. 4в) наблюдаем взаимодействие плазмонов как между соседними цилиндрами, так и цилиндрами 1–6, 2–6, 2–5, 3–5.

На рис. 5а–5в изображены пространственное распределение линий равных амплитуд компоненты магнитного поля H_z в том же самом линейном кластере но при угле падения плоской волны $\varphi_0 = \pi/4$ и двух резонансных длинах волн $\lambda = 354.9$

и 418.4 нм и нерезонансной $\lambda = 600$ нм. При таком падении плоской волны “освещается” вся нижняя часть всех цилиндров кластера. Из рис. 5 видно, что в этом случае изолированные связанные резонансы между двумя соседними цилиндрами уже не имеют место и заменяются на связанные резонансы, объединяющие несколько цилиндров. В нерезонансном случае (см. рис. 5в) структура ближнего поля напоминает рассмотренный выше нерезонансный случай падения плоской волны $\varphi_0 = 0$.

Пространственное распределение линий равных амплитуд компоненты магнитного поля H_z в том же самом линейном кластере, но при нормальном угле падения плоской волны $\varphi_0 = \pi/2$ и длинах волн $\lambda = 350$ и 410 нм представлены соот-

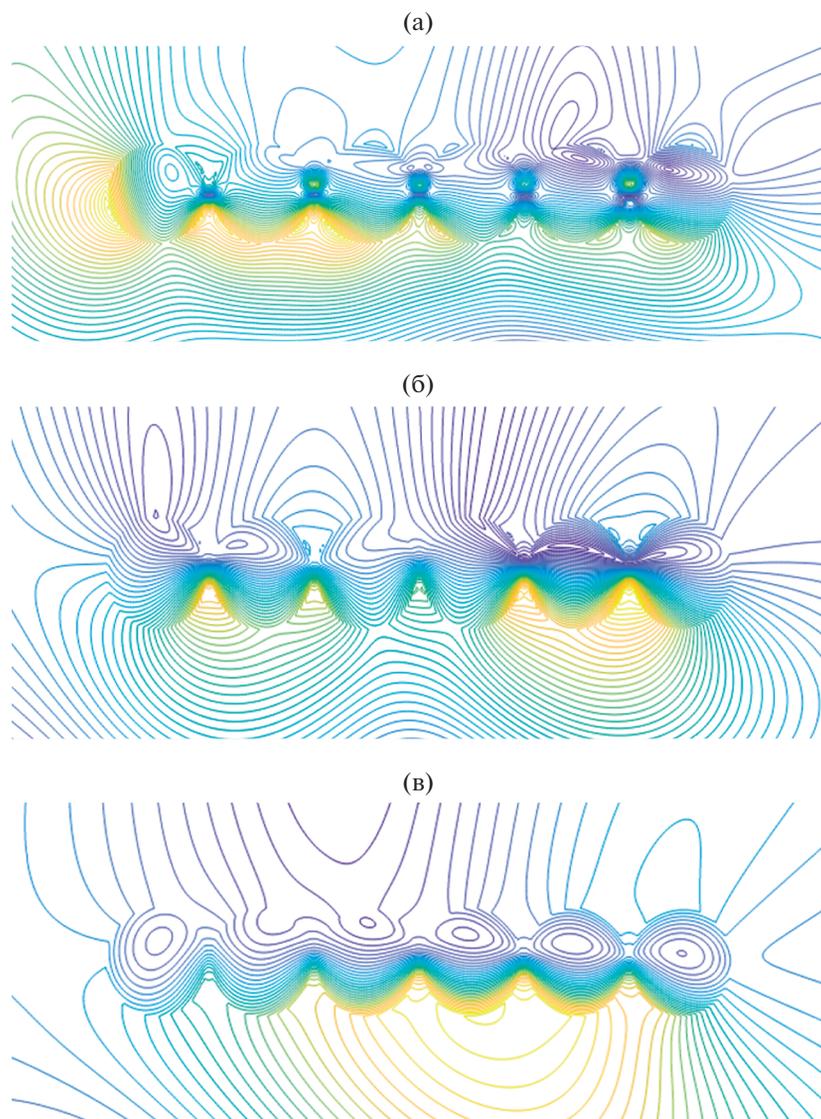


Рис. 5. Пространственное распределение линий равных амплитуд компоненты магнитного поля H_z в линейном кластере из шести одинаковых серебряных наноцилиндров при радиусе цилиндра $a = 25$ нм, угле падения плоской волны $\varphi_0 = \pi/4$, параметре $\kappa = 0.1$, двух резонансных длинах волн $\lambda = 354.9$ (а), 418.4 нм (б) и нерезонансной $\lambda = 600.2$ нм (в).

ответственно на рис. 5а, 5б, а для кластера с расстоянием между цилиндрами $ka = 1a$ на резонансной длине волны $\lambda = 360$ нм – на рис. 5в. Отметим, что при длине волны $\lambda = 350$ нм наблюдается минимум нормированного поперечника рассеяния $k\sigma_s$, а при длине волны $\lambda = 410$ нм – его максимум (см. рис. 2в, кривая 3). Как видно из рис. 5а, при таком падении плоской волны наиболее сильно связанные резонансы проявляются в первых двух и последних двух (крайних) цилиндрах. Структура ближнего поля в резонансном случае для расстояний между цилиндрами $ka = 0.2a$ и $1.0a$ существенно различается. Так, при $ka = 0.2a$ связан-

ные резонансы возбуждаются только в средней части кластера (цилиндры 2–5, см. рис. 1) и не возбуждаются в крайних цилиндрах (1 и 6). В случае $ka = 1a$ связанные резонансы возбуждаются во всех цилиндрах, но наиболее сильно – в первых двух и последних двух цилиндрах.

Наконец обсудим результаты расчетов диаграмм рассеяния. На рис. 7а представлены диаграммы рассеяния для случая кластера с параметрами $a = 25$ нм, угле падения плоской волны $\varphi_0 = 0$, $ka = 0.1a$ и двух резонансных длинах волн $\lambda = 390.2$ и 356.64 нм и нерезонансной длине волны $\lambda = 600.2$ нм.

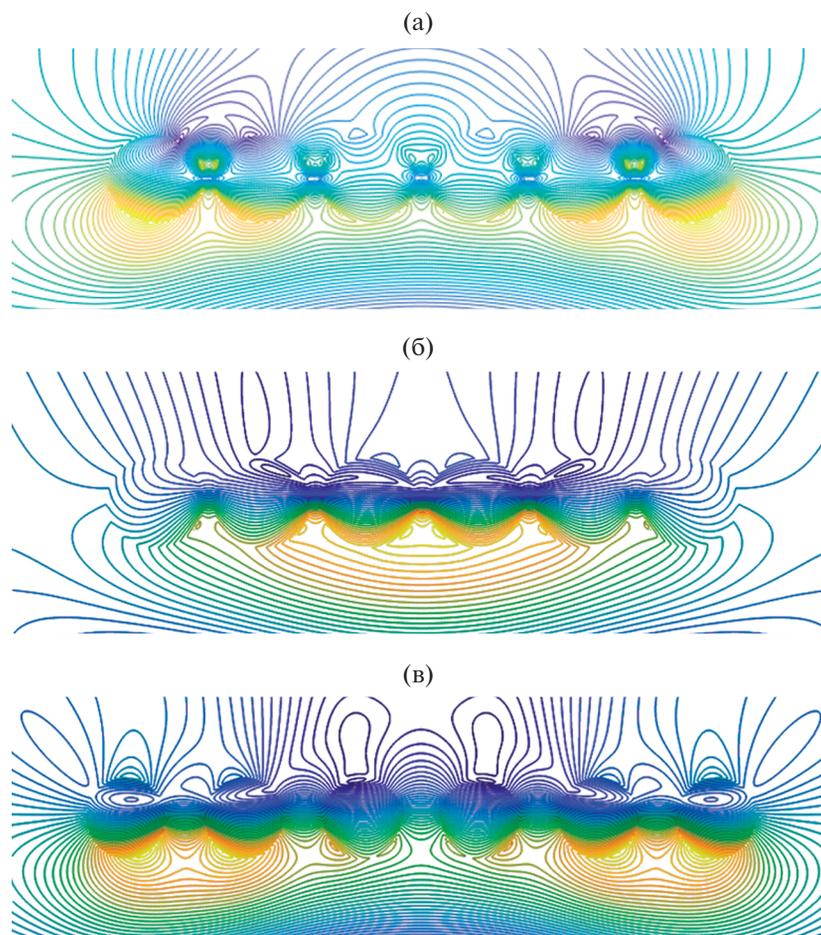


Рис. 6. Пространственное распределение линий равных амплитуд компоненты магнитного поля H_z в линейном кластере из шести одинаковых серебряных наноцилиндров при радиусе цилиндра $a = 25$ нм, угле падения плоской волны $\varphi_0 = \pi/2$, параметре $\kappa = 0.2$ и длинах волн $\lambda = 350$ нм (а), $\lambda = 410$ нм (б) и параметре $\kappa = 1$ и $\lambda = 360$ нм (в).

Из представленных результатов видно, что диаграмма рассеяния имеет только два лепестка как в резонансных, так и в нерезонансном случае. При этом направления максимумов диаграммы рассеяния соответствуют углам $\varphi = 0, \pi$. Отсутствие большего числа лепестков связано с отмеченным выше эффектом вырождения ближнего поля кластера. На рис.7б представлены расчеты диаграмм рассеяния для случая такого же кластера, но при угле падения плоской волны $\varphi_0 = \pi/4$, двух резонансных длинах волн $\lambda = 354.9, 418.4$ нм и одной нерезонансной длине волны $\lambda = 600$ нм. Здесь диаграммы рассеяния для резонансных и нерезонансного случаев отличаются числом лепестков. Следует отметить, что направления максимумов диаграмм рассеяния в резонансных случаях отличаются друг от друга. Расчеты диаграммы рассеяния при нормальном угле падения плоской волны $\varphi_0 = \pi/2$ и длинах волн $\lambda = 350, 410$ и 700 нм

представлены на рис. 7в. В этом случае диаграммы рассеяния имеют только два лепестка и максимумы излучения в направлениях углов $\varphi = \pm\pi/2$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Из представленных выше результатов следует, что в световом диапазоне длин волн дифракция *TM*-поляризованной плоской волны на линейном кластере, состоящем из шести серебряных круговых наноцилиндров одинакового диаметра, сопровождается образованием плазмонов, их вырождением и наличием связанных резонансов. Показано, что на эти процессы, а также на спектры поперечника рассеяния и диаграммы рассеяния оказывают существенное влияние угол падения плоской волны, величина радиуса цилиндров и расстояния между цилиндрами.

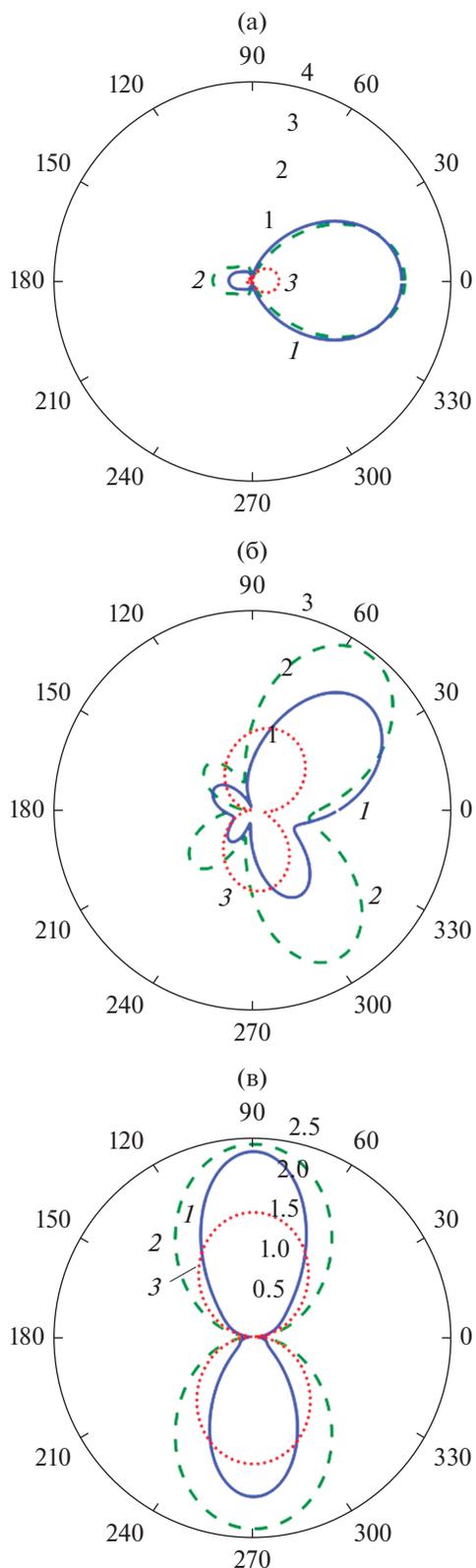


Рис. 7. Диаграмма рассеяния кластера из шести одинаковых серебряных наноцилиндров при радиусе цилиндра $a = 25$ нм, $\kappa = 0.1$; а) $\varphi_0 = 0$, $\lambda = 390.2$ (1), 356.64 (2) и 600 нм (3); б) $\varphi_0 = \pi/4$, $\lambda = 354.9$ (1), 418.4 (2) и 600.2 нм (3); в) $\varphi_0 = \pi/2$, $\lambda = 350$ (1), 410 (2), 700 нм (3).

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена за счет бюджетного финансирования в рамках государственного задания по теме 0030-2019-0014.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Климов В.В.* Наноплазмоника. М.: Физматлит, 2009.
2. *Velichko E.A., Nosich A.I.* // Opt. Lett. 2013. V. 38. № 23. P. 4978.
3. *Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д.* // РЭ. 2015. Т. 60. № 9. С. 896.
4. *Sondergaard T., Bozhevolnyl S.I.* // Phys. Stat. Sol. (b). 2008. V. 245. № 1. P. 9.
5. *Sondergaard T.* // Phys. Stat. Sol. (b). 2007. V. 244. № 10. P. 3448.
6. *Giannini V., Sánchez-Gil J. A.* // J. Opt. Soc. Amer. A. 2007. V. 24. № 9. P. 2822.
7. *Александров Д.В., Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д.* // Изв. вузов. Радиофизика. 2017. Т. 60. № 2. С. 210.
8. *Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д.* // РЭ. 2017. Т. 62. № 1. С. 67.
9. *Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д.* // РЭ. 2017. Т. 62. № 12. С. 1197.
10. *Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д.* // РЭ. 2015. Т. 60. № 5. С. 513.
11. *Li K., Stockman M.I., Bergman D.J.* // Phys. Rev. Lett. 2003. V. 91. № 22. P. 22401-1.
12. *Анютин А.П.* // РЭ. 2019. Т. 64. № 10. С. 962.
13. *Анютин А.П.* // РЭ. 2019. Т. 64. № 11. С. 1088.
14. *Анютин А.П.* // РЭ. 2020. Т. 65. № 3. С. 240.
15. *Johnson P.V., Christy R.W.* // Phys. Rev. B. 1972. V. 6. № 12. P. 4370.
16. *Кюркчан А.Г., Минаев С.А., Соловейчик А.Л.* // РЭ. 2001. Т. 46. № 6. С. 666.
17. *Anyutin A.P., Stasevich V.I.* // J. Quant. Spectroscopy and Radiation Transfer. 2006. V. 100. № 1–3. P. 16.
18. *Кюркчан А.Г., Смирнова Н.И.* Математическое моделирование в теории дифракции с использованием априорной информации об аналитических свойствах решения. М.: Медиа Паблишер, 2014.

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 621.391.2

О НЕКОТОРЫХ КАНОНИЧЕСКИХ ПРЕДСТАВЛЕНИЯХ РАДИОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

© 2022 г. В. В. Климов*

*Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
пл. Введенского, 1, Фрязино Московской, обл., 141190 Российская Федерация*

*E-mail: klimov47@list.ru

Поступила в редакцию 28.05.2019 г.

После доработки 15.10.2021 г.

Принята к публикации 25.12.2021 г.

Рассмотрен и обоснован новый подход к построению комплекса математических и программных средств для экологического мониторинга окружающей среды на основе многоканальной регистрации радиометрической информации и ее анализа и качественной интерпретации. Для решения прямой и обратной задачи получены простые аналитические соотношения, связывающие основные радиофизические параметры с параметрами среды. Подробно рассмотрен случай однородной среды с оценкой диапазона рабочих частот, а также случаи среды с экспоненциальным и полиномиальным поглощением.

DOI: 10.31857/S0033849422060110

В исследовании природных ресурсов Земли важную роль играют дистанционные методы измерения физических характеристик, основное преимущество которых по сравнению с контактными измерениями заключается в высокой скорости регистрации данных. Наряду с оптическими в последнее время все более широкое применение находят радиометрические методы исследования, которые позволяют получать не только поверхностные характеристики Земного покрова, но также и глубинные характеристики покрова [1, 2]. Такие характеристики позволяют, например, следить за влажностью почвы сельскохозяйственных полей, обнаруживать очаги пожаров, возникающие в торфяных образованиях, и решить ряд других народно-хозяйственных задач.

В измерениях, производимых с помощью радиометров различных диапазонов, устанавливаемых на борту самолета или искусственного спутника Земли, широко используется соотношение, связывающее радиояркость температуры $T_{\text{яи}}$ на рабочей частоте ν_i с термодинамическими и электрофизическими характеристиками среды [3, 6]:

$$T_{\text{яи}} = ae \int_0^{\infty} T(h) \gamma_i(h) \exp \left[- \int_0^h \gamma_i(h') dh' \right] dh = -ae \int_0^{\infty} T(h) dF_i(h) \kappa, \quad (1)$$

где h — глубина проникновения электромагнитной волны в поглощающую среду; $\gamma_i(h)$ — коэффициент поглощения энергии радиосигнала ($\gamma_i(h) > 0$); ae_i — излучательная способность среды; $T(h)$ — термодинамическая температура среды.

Соотношение (1) позволяет по $T(h)$ и $\gamma_i(h)$ находить значение $T_{\text{яи}}$ (прямая задача) и по $T_{\text{яи}}$ находить $T(h)$ и $\gamma_i(h)$ (обратная задача). Поиск аналитических соотношений, связывающих радиояркость температуру среды с ее термодинамическими и электрофизическими характеристиками, является актуальным как для решения прямой, так и обратной радиометрических задач.

Приводимые ниже соотношения являются относительно простыми формулами, включающими в себя значения $T(h)$ и $\gamma_i(h)$ и их производных в точке $h = 0$. Опыт работы, проведенной автором по вычислению радиояркости температур чистой атмосферы и паров воды в диапазоне волн 0.7...2.0 мм, показал эффективность вычислений на основе таких соотношений. Так, применение этих соотношений позволило сократить объем вычислений по сравнению с прямым просчетом в среднем в пять раз. Приведем фрагмент алгоритма, соответствующий вычислению радиояркости температуры по предлагаемому методу:

```
for i: = 1 step 1 until BB do begin x:=0;
for i1:=j step 1 until HH do begin
h:=(W[i1+1,1] - W[i1,1])/5; dT:=(W[i1+1,4] -
W[i1,4])/5;
```

$d3:=(i,i1+1) - G(I, i1))/5; GH:=G(i, i1) - d3/2;$ тогда
 $TH:=W[i1, 4] - dT/2;$

for $j1:=1$ *step* 1 *until* 5 *do begin*

$GH:=GH+d3; TH:=TH+dT;$

$x:=x+TH \cdot (1 - \exp(-GH \cdot H)) \cdot \exp(-x1);$

$x1:=x1+GH \cdot H$ *end end; G3[i]:=x end; вывод (G3).*

Здесь i – номер частоты, $i1$ – номер высоты, j – текущая высота наблюдения, $G3$ – значение радиояркостной температуры, $W[i1, 1]$ – заданная моделью атмосферы высота, $W[i1, 4]$ – заданная моделью атмосферы температура.

Перейдем к обобщению этого алгоритма. Отметим, что

$$F_i(h) = \exp \left[\int_0^h \gamma_i(x) dx \right], \quad (2)$$

$$F_i(0) = 1, \quad F_i(\infty) = 0. \quad (3)$$

Для удобства дальнейшего рассмотрения введем следующие обозначения:

$$P_{1,i}(h) = T(h); \quad P_{2,i} = \frac{T'(h)}{\gamma_i(h)}, \dots; \quad (4)$$

$$P_{k,i}(h) = \frac{P'_{k-1,i}(h)}{\gamma_i(h)}.$$

Представление яркостной температуры дает следующая лемма.

Лемма 1. Пусть функции $T(h)$ и $\gamma_i(h)$ таковы, что

$$\int_0^\infty P'_{N,i}(h) F_i(h) dh = \delta_{Ni}, \quad (5)$$

$$P'_{3,i}(h) = \frac{T''''(h)\gamma_i^2(h) - 3T''''(h)\gamma_i(h)\gamma_i'(h) - T'(h)\gamma_i(h)\gamma_i''(h) + 3T'(h)\gamma_i^{12}(h)}{\gamma_i^4(h)}.$$

Покажем, что при любом N справедливо

$$T_{yi} = ae_i \left[\sum_{k=1}^N P_{k,i}(0) + \int_0^\infty P'_{N,i}(h) F_i(h) dh \right]. \quad (9)$$

Для $N = 1, 2, 3$ справедливость (9) доказана. Пусть утверждение справедливо для $N = l$, докажем его для $N = l + 1$. Имеем

$$T_{yi} = \left[\sum_{k=1}^l P_{k,i}(0) + \int_0^\infty P'_{l,i}(h) F_i(h) dh \right]. \quad (10)$$

Учитывая, что $P_{l+1,i}(h) = P'_{l,i}(h) / \gamma_i(h)$, получим

$$T_{yi} = ae_i \sum_{k=1}^N P_{k,i}(0) + ae_i \delta_{Ni}, \quad (6)$$

где $P_{k,i}(0)$ – значение $P_{k,i}(h)$ при $h = 0$.

Доказательство. Интегрируя (1) по частям и учитывая (3) получим

$$T_{yi} = ae_i T_0 + \left[\int_0^\infty T'(h) F_i(h) dh \right], \quad (7)$$

где $T_0 = T(0)$ – температура поверхности.

Таким образом, имеем

$$T_{yi} = ae(T_0 + \delta_{li}) = ae_i (P_{1,i}(0) + \delta_{li}).$$

Разделив и умножив подынтегральное выражение (7) на $\gamma_i(h)$ и интегрируя полученное выражение, получим

$$\begin{aligned} T_{yi} &= ae_i \times \\ &\times \left[T_0 + \frac{T'_0}{\gamma_i(0)} + \int_0^\infty \frac{T''(h)\gamma_i(h) - \gamma_i'(h)T'(h)}{\gamma_i^2(h)} F_i(h) dh \right] = \\ &= ae_i \left[P_{1,i}(0) + P_{2,i}(0) + \int_0^\infty P'_{2,i}(h) F_i(h) dh \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

Таким образом, имеем

$$T_{yi} = ae_i [P_{1,i}(0) + P_{2,i}(0) + \delta_{2,i}].$$

Разделив и умножив подынтегральное выражение (8) на $\gamma_i(h)$ и интегрируя полученное выражение, получим

$$T_{yi} = ae_i \left[P_{1,i}(0) + P_{2,i}(0) + P_{3,i}(0) + \int_0^\infty P'_{3,i}(h) F_i(h) dh \right],$$

где

$$\begin{aligned} \int_0^\infty P'_{l,i}(h) F_i(h) dh &= \int_0^\infty \frac{P_{e,i}(h)}{\gamma_i(h)} F_i(h) \gamma_i(h) dh = \\ &= - \int_0^\infty P_{l+1,i}(h) dF_i(h) \end{aligned} \quad (11)$$

и, интегрируя (11) по частям, получим

$$\int_0^\infty P'_{l,i}(h) F_i(h) dh = P_{l+1,i}(0) + \int_0^\infty P'_{l,i}(h) F_i(h) dh. \quad (12)$$

Подставляя (12) в разложение (10), получим требуемый результат.

Лемма 2. Пусть $P_{N+1,i}(h) = \delta_{N,i} \varphi_{N,i}(h)$, тогда соотношение (5) выполняется по крайней мере для следующих функций:

$$\varphi_{N,i}(h) \equiv 1, \tag{13}$$

$$\varphi_{N,i}(h) = \frac{\gamma_i^2(h) - \dot{\gamma}_i(h)}{\gamma_i(h)\gamma_i(0)}, \tag{14}$$

$$\varphi_{N,i}(h) = -(k+1)F_i^k(h). \tag{15}$$

Доказательство. Пусть справедливо (13), тогда, используя (4), получим

$$\begin{aligned} \int_0^\infty P'_{i,i}(h)F_i(h)dh &= \int_0^\infty P_{N+1,i}(h)\gamma_i(h)F_i(h)dh = \\ &= \int_0^\infty \delta_{N,i}\varphi_{N,i}(h)\gamma_i(h)F_i(h)dh = \\ &= \delta_{N,i} \int_0^\infty \gamma_i(h)F_i(h)dh = -\delta_{N,i} \int_0^\infty dF_i(h) = \delta_{N,i}. \end{aligned}$$

Пусть справедливо (14). Поскольку

$$F_i''(h) = [\gamma_i^2(h) - \dot{\gamma}_i(h)]F_i(h),$$

то

$$\begin{aligned} \int_0^\infty P_{N+1,i}(h)\gamma_i(h)F_i(h)dh &= \frac{\delta_{N,i}}{\gamma_i(0)} \times \\ &\times \int_0^\infty [\gamma_i^2(h) - \dot{\gamma}_i(h)]F_i(h)dh = \\ &= \frac{\delta_{N,i}}{\gamma_i(0)} \int_0^\infty F_i''(h)dh = \frac{\delta_{N,i}}{\gamma_i(0)} F_i'(h) \Big|_0^\infty = \\ &= -\frac{\gamma_i(h)\delta_{N,i}}{\gamma_i(0)} F_i(h) \Big|_0^\infty = \delta_{N,i}. \end{aligned}$$

В предпоследнем равенстве использовалось $F_i'(h) = \gamma_i(h)F_i(h)$. Пусть выполняется (15), тогда

$$\begin{aligned} \int_0^\infty P_{N+1,i}(h)\gamma_i(h)F_i(h)dh &= \\ &= -\delta_{N,i}(k+1) \int_0^\infty F_i^k(h)dF_i(h) = \delta_{N,i}. \end{aligned}$$

Рассмотрим теперь несколько примеров вычисления радиояркостной температуры для различных видов $\gamma_i(h)$. В случае однородной среды, т.е. когда $\gamma_i(h) \equiv \gamma_i(0) = \gamma_i > 0$, используя соотношение (4) и лемму 1, получим

$$T_{yi} = ae_i \sum_{k=1}^N T^{(k-1)}(0) / \gamma_i^{k-1} + ae_i \delta_{N,i}. \tag{16}$$

Лемма 3. Пусть $\varphi_{N,i}(h) \equiv 1$, тогда

$$T_{yi} = ae_i \sum_{k=1}^N \sum_{t=k-1}^N \frac{t!}{(t-k+1)!} B_{it} \Lambda_i^{t-k+1}(0) + \delta_{N,i} ae_i, \tag{17}$$

где $\Lambda_i(h)$ – первообразная функция для $\gamma_i(h)$, $B_{N,i} = \delta_{N,i} / N!$, B_{it} – некоторые константы при $t = 0, 1, \dots, N-1$.

Пусть

$$\gamma_i(h) = \sum_{l=0}^n C_{il} h^l,$$

тогда

$$\Lambda_i(h) = \sum_{l=0}^n C_{il} + \frac{h^{l+1}}{l+1} + C_i,$$

где C_i – некоторая константа, и по лемме 3 получим

$$T_{yi} = ae_i \sum_{k=1}^N \sum_{t=k-1}^N \frac{B_{it} t!}{(t-k+1)!} C_i^{t-k+1} + \delta_{N,i} ae_i. \tag{18}$$

Рассмотрим случай, когда $\gamma_i(h) = \exp(a_i h)$, при этом

$$\Lambda_i(h) = \frac{\exp(a_i h)}{a_i} + C_i,$$

где C_i – некоторая константа. Находясь в условии леммы 3, получим

$$T_{yi} = ae_i \sum_{k=1}^N \sum_{t=k-1}^N \frac{B_{it} t!}{(t-k+1)!} \left(\frac{1}{a_i} + C_i \right)^{t-k+1} + \delta_{N,i} ae_i. \tag{19}$$

И, наконец, если

$$\gamma_i(h) = \exp(a_i h) \sum_{k=0}^n C_{ik} h^k,$$

то

$$\begin{aligned} \Lambda_i(h) &= \exp(a_i h) \times \\ &\times \sum_{k=0}^n \left[\frac{h^k}{a_i} + \sum_{p=1}^k \frac{(-1)^p k!}{(k-p)! a_i^{p+1}} h^{k-p} \right] C_{ik} + C_i. \end{aligned} \tag{20}$$

Находясь в условии леммы 3, получим

$$T_{yi} = ae \sum_{k=1}^N \sum_{t=k-1}^N \frac{B_{it} t!}{(t-k+1)!} \left[\sum_{l=0}^n \frac{(-1)^l}{a_i^{l+1}} l! C_{il} + C_i \right], \tag{21}$$

где C_i – некоторая константа.

Представление термодинамической температуры дает следующая лемма.

Лемма 4. Пусть $P_{N+1,i}(h) = \delta_{N,i}(h)$, тогда

$$T(h) = \sum_{k=0}^{N-1} B_{ki} \Lambda_i^k(h) + \delta_{N,i} \Phi_{N+1,i}(h), \tag{22}$$

где $\Lambda_i(h)$ – первообразная функция для $\gamma_i(h)$, $\Phi_{N+1,i}(h)$ – первообразная функция для $[\gamma_i(h)\Phi_{N,i}(h)]$, ..., $\Phi_{0,i}(h) = \varphi_{N,i}(h)$, $B_{k,i}$ – некоторая константа.

Доказательство. Из соотношений (4) следует, что

$$P'_{N,i}(h) = \delta_{N,i} \varphi_{N,i}(h) \varphi_i(h). \quad (23)$$

Интегрируя (23), находим

$$P_{N,i}(h) = \int \delta_{N,i}(h) \varphi_{N,i}(h) dh = \delta_{N,i}(h) \varphi_{1,i}(h) + B_{1,i}. \quad (24)$$

Подставляя (24) в (4), получим дифференциальное уравнение

$$P'_{N-1,i}(h) = \gamma_i(h) (\delta_{N,i} \Phi_{1,i}(h) + B_{1,i}),$$

решение которого имеет вид

$$P_{N-1,i}(h) = \delta_{N,i} \Phi_{2,i}(h) + B_{1,i} \Lambda_i(h) + B_{0,i}.$$

Повторяя эту процедуру $(N - 1)$ раз, получим разложение (22).

Лемма 5. Если $\varphi_{N,i}(h) \equiv 1$, то

$$P_{k,i}(h) = \sum_{t=k-1}^N \frac{t!}{(t-k+1)!} B_{ii} \Lambda_i^{t-k+1}(h), \quad (25)$$

где $\Lambda_i(h)$ – первообразная функция для $\gamma_i(h)$, $B_{Ni} = \delta_{N,i}/N!$, B_{ii} – некоторые константы при $t=0, 1, \dots, N-1$.

Доказательство. В силу сделанных предположений

$$\Phi_{N+1,i}(h) = \frac{\Lambda_i^N}{N!}$$

и значит, по лемме 4 имеем

$$T(h) = \sum_{k=0}^{N-1} B_{ki} \Lambda_i^k(h) + \delta_{Ni} \frac{\Lambda_i^N(h)}{N!}. \quad (26)$$

При $k=1$ разложение (25) очевидно, при $k=2$ имеем

$$\begin{aligned} P_{2,i} &= \frac{T'(h)}{\gamma_i(h)} = \frac{1}{\gamma_i(h)} \sum_{t=1}^N t B_{ii} \Lambda_i^{t-1}(h) \Lambda_i'(h) = \\ &= \sum_{t=1}^N t B_{ii} \Lambda_i^{t-1}(h). \end{aligned}$$

Предполагая, что (25) справедливо для $k=l$, докажем его для $k=l+1$. Имеем

$$\begin{aligned} P_{l+1,i}(h) &= \frac{P'_{l,i}(h)}{\gamma_i(h)} = \\ &= \frac{1}{\gamma_i(h)} \sum_{t=l}^N \frac{B_{ii} t! (t-l+1)}{(t-l+1)!} \Lambda_i^{t-l}(h) \Lambda_i'(h) = \\ &= \sum_{t=l}^N \frac{t!}{(t-l)!} B_{ii} \Lambda_i^{t-l}(h). \end{aligned}$$

Таким образом, справедливость (25) доказана.

Теперь справедливость леммы 3 не вызывает сомнений. Действительно, если в выражение (6) подставить $P_{k,i}(h)$, вычисленное по формуле (25)

при $h=0$, то полученное выражение даст нам формулу (17).

Рассмотрим более подробно случай, когда $\varphi_{N,i}(h) \equiv 1$. В этом случае термодинамическая температура запишется в виде (26). Пусть $\gamma_i(h) = \gamma_{1i}h + \gamma_{0i}$, тогда

$$\Lambda_i(h) = \frac{\gamma_{1i} h^2}{2} + \gamma_{0i} h + C_i.$$

Будем искать $T(h)$ в виде $T(h) = \sum_{i=0}^{\infty} T_i h^i$. Приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях, получим при $N=1$:

$$\begin{aligned} T_0 &= B_{0i} + \delta_{1i} C_i, \quad T_1 = \delta_{1i} \gamma_{0i}, \\ T_2 &= \frac{\delta_{1i}}{2} \gamma_{1i}, \quad T_3 = T_4 = \dots = 0. \end{aligned} \quad (27)$$

Как следует из (27), произвольным образом можно задавать только T_0 . Приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях при $N=2$, получим

$$\begin{aligned} T_0 &= B_{0i} + B_{1i} C_i + \frac{\delta_{2,i}}{2} C_i^2, \quad T_1 = B_{1i} \gamma_{0i} + \frac{\delta_{2,i}}{2} C_i \gamma_{0i}, \\ T_2 &= B_{1i} \gamma_{1i} + \frac{\delta_{2,i}}{2} \gamma_{0i}^2 + \frac{\delta_{2,i}}{4} C_i \gamma_{1i}, \\ T_3 &= \frac{\delta_{2,i} \gamma_{0i} \gamma_{1i}}{4}, \quad T_4 = \frac{\delta_{2,i} \gamma_{1i}^2}{8}, \quad T_5 = T_6 = \dots = 0. \end{aligned} \quad (28)$$

Как это следует из формул (28), коэффициенты T_0 и T_1 можно задавать произвольно. Таким образом, увеличивая N , мы можем варьировать коэффициенты T_i при больших значениях индекса i .

Если

$$\delta_i(h) = \sum_{l=0}^n C_{il} h^l,$$

то по лемме 4 имеем

$$T(h) = \sum_{k=0}^N B_{ki} \left[\sum_{l=0}^n C_{il} \frac{h^{l+1}}{(l+1)} + C_i \right]^k,$$

где $B_{ki} = \delta_{N,i}/N!$, C_i, B_{ki} – некоторые константы при $k=0, 1, \dots, N-1$.

В случае $\gamma_i(h) = \exp(a_i h)$ термодинамическая температура будет равна

$$T(h) = \sum_{k=0}^N B_{ki} \left[\frac{\exp(a_i h)}{a_i} + C_i \right]^k.$$

Если

$$\gamma_i(h) = \exp(a_i h) \sum_{k=0}^n C_{ik} h^k,$$

то

$$T(h) = \sum_{k=0}^{N-1} B_{ki} \exp(ka_i h) Q_{nk}(h),$$

где $Q_{nk}(h)$ – многочлен степени $(n \times k)$.

Для многих практических ситуаций достаточная степень точности расчета обеспечивается при $N = 3$ или когда

$$T_{yi} = ae_i \left[\sum_{k=1}^3 P_{k,i}(0) + \delta_{3,1} \right] = ae_i \left[T_0 + \frac{T_0'}{\gamma_{0i}} \left(1 - \frac{\gamma_{0i}'}{\gamma_{0i}^2} \right) + \frac{T_0''}{\gamma_{0i}^2} + \delta_{3,1} \right]. \quad (29)$$

Из этого соотношения, в частности, следует, что в коротковолновой части спектра коэффициент поглощения реальных сред достаточно большой и значение радиояркой температуры определяется в основном температурой на поверхности. С увеличением длины волны уменьшается поглощение среды и становится существенным вклад второго и третьего члена в разложении (29). При этом для частоты ν_1 , для которой $\gamma_j' = \gamma_j^2(0)$, происходит смена знака второго члена. Это обстоятельство свидетельствует о взаимности появления локального экстремума в спектре радиояркой температуры, что, в частности, подтверждается рядом натуральных экспериментов, выполненных с торфяными образованиями с борта самолета [4, 5].

Для иллюстрации возможности использования полученных выше соотношений при решении обратных задач будем считать, что функции $\gamma_i(h)$ заданы и требуется определить термодинамический профиль по известным значениям $T_{yi}(i = 1, \dots, \bar{k})$.

При сделанных предположениях в соответствии с (6) образуется система линейных уравнений вида

$$T_{yi} = ae_i \sum_{k=1}^N A_{ik} T^{(k-1)}(0) + ae_i \delta_{N,i}, \quad (30)$$

где A_{ik} определяется соотношениями (4) через значения $\gamma_i(0), \gamma_i'(0), \dots, \gamma_i^{(N-1)}(0)$. Если при каждом i можно пренебречь членом $ae_i \delta_{N,i}$, то указанная система решается относительно $T(0), T'(0), \dots, T^{(N-1)}(0)$ обычными методами. Если при некоторых i членом $ae_i \delta_{N,i}$ пренебречь нельзя, то система решается относительно $T(0), T'(0), \dots, T^{(N-1)}(0), \delta_{N,1}, \delta_{N,2}, \dots, \delta_{N,i_m}$ после присоединения к системе (30) необходимого числа уравнений с пренебрежимым членом $ae_i \delta_{N,i}$.

Рассмотрим случай однородной среды ($\gamma_i(h) \equiv \gamma_i(0) = \gamma_i$). В этом случае система (30) запишется в виде

$$T_{yi} = ae_i \sum_{k=1}^N \frac{T^{(k-1)}(0)}{\gamma_i^{k-1}} + ae_i \delta_{N,i}. \quad (31)$$

Предположим, что членами $ae_i \delta_{N,i}$ можно пренебречь. Пусть $i = 1, 2, \dots, N$ и W_N – определитель системы (31) относительно $T(0), T'(0), \dots, T^{(N-1)}(0)$, тогда

$$W_N = \begin{vmatrix} ae_1 & \frac{ae_1}{\gamma_1} & \frac{ae_1}{\gamma_1^2} & \frac{ae_1}{\gamma_1^{N-1}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ ae_N & \frac{ae_N}{\gamma_N} & \dots & \frac{ae_N}{\gamma_N^{N-1}} \end{vmatrix}.$$

Нетрудно заметить, что

$$W_N = D_N \prod_{i=1}^N ae_i,$$

где D_N – определитель Вандермонда, и, значит,

$$W_N = \prod_{i=1}^N ae_i \prod_{p>k}^N \frac{\gamma_p - \gamma_k}{\gamma_p \gamma_k}.$$

Таким образом, если $\gamma_p \neq \gamma_k$ ни при каких $p > k$, то $W_N \neq 0$ и система уравнений (31) имеет единственное решение при любой левой части. Значит, частоты следует выбирать из диапазона, на котором функция $\gamma_1 = \gamma(\nu_1)$ монотонна.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках Государственного задания.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Арманд Н.А., Башаринов А.Е., Шутко А.И. // Изв. вузов СССР. Радиофизика. 1977. Т. 20. № 6. С. 809.
2. Арманд Н.А., Крапивин В.Ф., Мкртчян Ф.А. Методы обработки данных радиофизического исследования окружающей среды. М: Наука, 1987.
3. Башаринов А.Е., Тучков Л.Т., Поляков В.М., Ананов Н.И. Измерение радиотепловых и плазменных излучений в СВЧ-диапазоне. М.: Сов. радио, 1968.
4. Бородин Л.Ф., Миронов А.С. // Экологические системы и приборы. 2009. № 11. С. 15.
5. Крапивин В.Ф., Бородин Л.Ф., Миронов А.С. и др. // Экологические системы и приборы. 2009. № 11. С. 28.
6. Тучков Л.Т. Естественные шумовые излучения в радиоканалах. М.: Сов. радио, 1968.

**АНТЕННО-ФИДЕРНЫЕ
УСТРОЙСТВА**

УДК 621.396.677

**МЕТОД РАСЧЕТА ВЗАИМНОГО ВЛИЯНИЯ ИЗЛУЧАТЕЛЕЙ
В ВЫПУКЛОЙ КВАЗИПЕРИОДИЧЕСКОЙ ФАЗИРОВАННОЙ
АНТЕННОЙ РЕШЕТКЕ БОЛЬШОГО РАЗМЕРА**

© 2022 г. М. В. Инденбом*

*Всероссийский научно-исследовательский институт радиотехники,
ул. Большая Почтовая, 22, Москва, 105082 Российская Федерация***E-mail: mindenbom@mail.ru*

Поступила в редакцию 21.10.2021 г.

После доработки 11.12.2021 г.

Принята к публикации 25.12.2021 г.

Получено приближенное асимптотическое представление электромагнитного поля в приповерхностном слое квазипериодической выпуклой фазированной антенной решетки (ФАР) в виде линейной суперпозиции пространственных гармоник, обобщающее разложение Флоке для плоских ФАР. Пространственные гармоники имеют вид уходящих и стоячих волн двух поляризации, зависимость которых от координаты, направленной по нормали к поверхности, описывается функциями Эйри. Коэффициенты разложения связаны интегральным преобразованием с электрическими и магнитными токами излучателей. Полученные выражения применены для анализа выпуклой квазипериодической ФАР с учетом взаимного влияния многовибраторных элементов с помощью метода моментов, примененного в единичной ячейке ФАР. Численные результаты получены для вибраторных осесимметричных сферических ФАР с числом элементов $N = 6106...7310$.

DOI: 10.31857/S0033849422050060

ВВЕДЕНИЕ

Выпуклые фазированные антенные решетки (ФАР) могут применяться для широкоугольного (полусферического и более) электрического сканирования или совмещения поверхности ФАР с выпуклой поверхностью летательного аппарата (конформные ФАР) [1–3].

Для корректной оценки характеристик выпуклых ФАР необходимо учитывать взаимное влияние ее излучающих элементов. При больших по сравнению с длиной волны размерах поверхности ФАР для расчета взаимного влияния элементов используются асимптотические (коротковолновые) методы. Один из них основан на так называемом поэлементном подходе [4], при котором на основе геометрической теории дифракции (ГТД) вычисляется матрица взаимных проводимостей (в случае вибраторов – матрица импедансов) элементов, являющаяся матрицей коэффициентов системы линейных уравнений, решение которой позволяет найти амплитуды напряжений (токов) в излучателях при заданном распределении падающих волн в питающих фидерах излучателей [5, 6]. Недостатком поэлементного подхода при большом числе излучающих элементов ФАР является необходимость вычисления и обращения матрицы взаимных проводимостей (импедансов)

большого размера, что представляет определенные вычислительные трудности.

Альтернативный асимптотический метод первоначально развит для периодических цилиндрических ФАР с произвольной выпуклой направляющей [1, 5, 7] и в дальнейшем распространен на квазипериодические выпуклые антенные решетки, характеризующиеся плавно меняющимися размерами единичной ячейки антенной решетки, для случая апертурных излучателей [8, 9]. Для представления электромагнитного ФАР в данном методе используются периодические граничные условия на боковой поверхности единичной ячейки решетки. Аналогично методу разложения Флоке для бесконечной плоской ФАР, разложение электромагнитного поля вблизи выпуклой поверхности антенны представляется в виде ряда пространственных гармоник, выражающихся, в отличие от случая плоской ФАР, через функции Эйри.

Для периодических выпуклых цилиндрических ФАР, как и для плоской ФАР, определение амплитуд напряжений или токов в излучателях сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений, получающихся в результате применения численного метода для определения электромагнитного поля в одной ячейке решетки

[1, 7, 8]. Порядок этой системы уравнений не зависит от числа элементов ФАР, а только от сложности описания поля одного элемента. Первоначально для квазипериодических ФАР система линейных уравнений заменялась системой интегральных уравнений той же размерности вдоль некоторой кривой на поверхности антенны [8, 9]. В дальнейшем для сферической решетки щелевых излучателей было показано, что решение на основе системы интегральных уравнений может быть с хорошей точностью заменено решением на основе системы линейных алгебраических уравнений [10]. Это позволяет существенно упростить решение задачи и применить данный метод для других типов излучающих элементов.

Цель данной работы – представить общие асимптотические выражения электромагнитного поля в приповерхностном слое выпуклой квазипериодической ФАР с учетом выявленной возможности упрощений и применить их для анализа взаимного влияния многовибраторных излучателей в составе осесимметричной выпуклой ФАР.

1. ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ ФАР

1.1. Спектральное разложение возбуждения ФАР

Произвольное возбуждение ФАР системой падающих волн в фидерах излучателей запишем в виде N -элементного вектора-столбца комплексных амплитуд этих волн \mathbf{a} (N – число элементов ФАР). Это возбуждение можно представить в виде спектра парциальных возбуждений с единичной амплитудой и линейной фазой [7, 8], используя тождество

$$\mathbf{a} = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \mathbf{F}(\mathbf{u}) \mathbf{e}(\mathbf{u}) du_1 du_2, \quad (1)$$

где

$$\mathbf{F}(\mathbf{u}) = \mathbf{e}^+(\mathbf{u}) \mathbf{a} \quad (2)$$

– спектр возбуждения \mathbf{a} , $+$ – знак эрмитова сопряжения, $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$,

$$\mathbf{e}(\mathbf{u}) = \|\exp(-j(u_1 m_1 + u_2 m_2))\| \quad (3)$$

– вектор-столбец амплитуд падающих волн парциального возбуждения, m_1, m_2 – номера излучающего элемента.

Электромагнитное поле ФАР или любая линейно связанная с ним величина при произвольном возбуждении \mathbf{a} в силу принципа линейной суперпозиции может быть представлена в аналогичном (1) виде. Например, электрическое поле

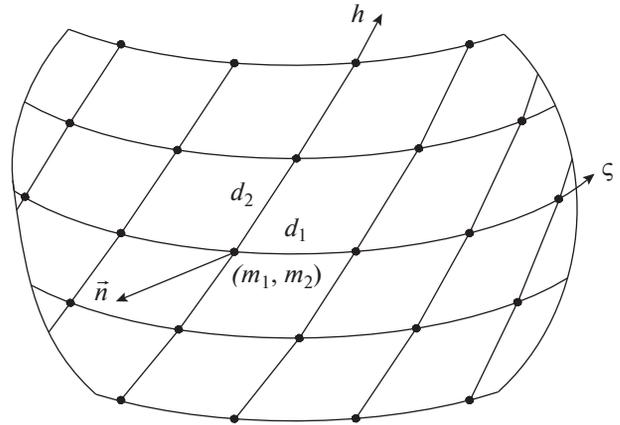


Рис. 1. Система координат на поверхности выпуклой ФАР, точки обозначают положение центров нормальных проекций элементов на проводящую поверхность ФАР.

$\vec{E}[\mathbf{a}]$ выражается через электрическое поле при парциальном возбуждении $\vec{E}[\mathbf{e}]$:

$$\vec{E}[\mathbf{a}] = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \mathbf{F}(\mathbf{u}) \vec{E}[\mathbf{e}(\mathbf{u})] du_1 du_2. \quad (4)$$

Таким образом, характеристики ФАР, линейно связанные с возбуждением, можно сначала найти при парциальном возбуждении (3), а затем определить их с помощью (4) при любом другом возбуждении \mathbf{a} с использованием его спектра (2).

1.2. Электромагнитное поле вблизи поверхности ФАР

Введем на гладкой выпуклой поверхности антенны систему поверхностных координат ζ, h , в которых излучатели расположены с постоянными шагами d_ζ и d_h соответственно (рис. 1). При этом расстояния между элементами

$$d_1 = \int_{\zeta}^{\zeta+d_\zeta} \sqrt{g_{\zeta\zeta}} d\zeta, \quad d_2 = \int_h^{h+d_h} \sqrt{g_{hh}} dh$$

в общем случае зависят от координат точки на поверхности ζ, h . Условием применимости предлагаемого метода является квазипериодичность выпуклой ФАР, означающая, что изменение размеров ее единичной ячейки должно быть не более среднего размера ячейки на размере поверхности порядка характерного радиуса кривизны ρ . Это можно выразить в виде условий медленности изменения компонент метрического тензора (коэффициентов первой квадратичной формы) поверхности $g_{\zeta\zeta}, g_{hh}, g_{\zeta h}$

$$\frac{1}{\sqrt[4]{g}} \left| \text{grad} \sqrt[4]{g} \right| = O\left(\frac{1}{\rho}\right), \quad (5)$$

где grad – функция градиента на поверхности, g – определитель метрического тензора. Излучатели

ФАР должны быть идентичны и расположены одинаковым образом в единичной ячейке.

Электрическое и магнитное поля в свободном пространстве вблизи проводящей поверх-

ности при парциальном возбуждении (3) в этом случае могут быть представлены в виде двойного ряда пространственных гармоник [8, 9]

$$\vec{E}(\zeta, h, n) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \vec{E}(\zeta, h, n; \gamma_p, \nu_q) \exp(-j(\gamma_p \zeta + \nu_q h)), \tag{6a}$$

$$\vec{H}(\zeta, h, n) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \vec{H}(\zeta, h, n; \gamma_p, \nu_q) \exp(-j(\gamma_p \zeta + \nu_q h)), \tag{6b}$$

где n – длина отрезка нормали от поверхности до точки наблюдения вблизи поверхности,

$$\gamma_p = \gamma + \frac{2\pi p}{d_\zeta}, \quad \nu_q = \nu + \frac{2\pi q}{d_h}; \tag{7}$$

$$\gamma = \frac{u_1}{d_\zeta}, \quad \nu = \frac{u_2}{d_h}. \tag{8}$$

Амплитуды пространственных гармоник для квазипериодической антенной решетки представляются интегралами по бесконечному спектру

$$\vec{E}(\zeta, h, n; \gamma, \nu) = \sum_{i=1}^2 \sum_{l=1}^2 \int_{-\infty}^{\infty} C_{il}(n; \gamma, \nu; t) \vec{e}^{(il)}(t; \zeta, h, n; \gamma, \nu) \exp\left(j \int_0^x (t_\xi - t) dx'\right) dt, \tag{9a}$$

$$\vec{H}(\zeta, h, n; \gamma, \nu) = \sum_{i=1}^2 \sum_{l=1}^2 \int_{-\infty}^{\infty} C_{il}(n; \gamma, \nu; t) \vec{h}^{(il)}(t; \zeta, h, n; \gamma, \nu) \exp\left(j \int_0^x (t_\xi - t) dx'\right) dt, \tag{9b}$$

где векторные функции $\vec{e}^{(il)}$, $\vec{h}^{(il)}$, характеризующие пространственные гармоники поля вблизи поверхности, имеют индексы $i = 1$ для стоячих у поверхности волн и $i = 2$ для уходящих от поверхности волн. Индекс $l = 1, 2$ разделяет волны двух поляризаций (квази-*LSE*-волны). Компоненты векторных пространственных гармоник имеют вид

$$e_\xi^{(il)} \cong \frac{1}{jm_\xi} \frac{\partial \psi_1^{(il)}}{\partial s}, \tag{10a}$$

$$e_\eta^{(il)} \cong \psi_2^{(il)}, \quad e_n^{(il)} \cong \frac{1}{\sqrt{g_{11}}} \psi_1^{(il)},$$

$$h_\xi^{(il)} \cong \frac{1}{jZm_\xi} \frac{\partial \psi_2^{(il)}}{\partial s}, \quad h_\eta^{(il)} \cong -\frac{1}{Z} \psi_1^{(il)}, \tag{10b}$$

$$h_n^{(il)} \cong \frac{1}{Z\sqrt{g_{11}}} \psi_2^{(il)},$$

где $Z = 120\pi$; $i, l = 1, 2$; функции $\psi_{1,2}^{(il)}$ в наиболее компактном виде можно записать как

$$\psi_1^{(il)} = \mathbf{P}\mathbf{x}^{(il)} \mathbf{w}(s), \quad \psi_2^{(il)} = \mathbf{x}^{(il)} \mathbf{w}(s). \tag{11}$$

Здесь вектор-столбец $\mathbf{w}(s)$ составлен из первой и второй функций Эйри

$$\mathbf{w}(s) = \begin{pmatrix} w_1(t - s + x_\xi) \\ w_2(t - s + x_\xi) \\ w_1(t - s - x_\xi) \\ w_2(t - s - x_\xi) \end{pmatrix}, \tag{12}$$

$$s = \frac{kn}{m_\xi}, \tag{13}$$

– приведенная координата вдоль нормали,

$$m_\xi = \left(\frac{k\rho_\xi}{2}\right)^{1/3} \tag{14}$$

– большой параметр, по степеням которого разлагается асимптотическое решение; ρ_ξ – радиус кривизны нормального сечения поверхности вдоль направления движения фронта пространственной гармоники, $k = 2\pi/\lambda$;

$$t_\xi = m_\xi^2 (g_{11}^{-1} - 1), \tag{15}$$

$$x_\xi = \frac{1}{m_\xi} \sqrt{\frac{g_{11} b_{12}}{g_{22} b_{11}}}, \tag{16}$$

где g_{11}, g_{22} – компоненты метрического тензора, а b_{11}, b_{12} – компоненты тензора кривизны поверхности в координатах ξ, η , первая из которых направлена вдоль направления движения фронта пространственной гармоники

$$\xi = \frac{\gamma}{k} \zeta + \frac{\nu}{k} h, \tag{17}$$

а вторая ей ортогональна;

$$\mathbf{x}^{(11)} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -w_2'(t + x_\xi) \\ w_1'(t + x_\xi) \\ w_2'(t - x_\xi) \\ -w_1'(t - x_\xi) \end{pmatrix}, \quad (18a)$$

$$\mathbf{x}^{(12)} = \frac{m_\xi}{4} \begin{pmatrix} -w_2(t + x_\xi) \\ w_1(t + x_\xi) \\ -w_2(t - x_\xi) \\ w_1(t - x_\xi) \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{x}^{(21)} = \frac{m_\xi}{\omega} \begin{pmatrix} 0 \\ w_2(t - x_\xi) \\ 0 \\ -w_2(t + x_\xi) \end{pmatrix}, \quad (18b)$$

$$\mathbf{x}^{(22)} = \frac{1}{\omega} \begin{pmatrix} 0 \\ w_2'(t - x_\xi) \\ 0 \\ w_2'(t + x_\xi) \end{pmatrix},$$

$$\omega = w_2'(t + x_\xi)w_2(t - x_\xi) + w_2(t + x_\xi)w_2'(t - x_\xi); \quad (19)$$

$$\mathbf{P} = j \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (20)$$

Верхний предел интегрирования по dx' в (9) связан с координатой ξ соотношением

$$x = \int_0^{\xi} \frac{g_{11} m_\xi}{\rho_\xi} d\xi. \quad (21)$$

Спектральные амплитуды пространственных гармоник $\bar{e}^{(il)}$, $\bar{h}^{(il)}$ являются медленно меняющимися функциями точки на поверхности. Касательные составляющие электрического вектора стоячих пространственных гармоник равны нулю при $n = 0$.

Приведенные выражения поля справедливы в поверхностном слое $n \sim \lambda$ при больших размерах поверхности ($m_\xi \gg 1$), медленности изменения радиусов кривизны поверхности $\text{grad} \rho \sim 1$ и условии квазипериодичности ФАР (5). Численные расчеты показывают, что метод дает хорошее приближение к результатам строгого решения уже при $m_\xi > 2$ [10]. Условия применимости асимптотических выражений нарушаются на скачках кривизны поверхности, разрывах непрерывности поверхностных координат ζ , h и в точках их сгущения $g = 0$. При наличии таких неоднород-

ностей выражения поля справедливы на достаточном удалении от них, чтобы полем дифракции на неоднородностях можно было пренебречь.

Интегральное представление (9) является преобразованием Фурье, что позволяет связать коэффициенты разложения с токами излучателей с помощью леммы Лоренца, примененной к единичной ячейке антенной решетки так же, как в случае периодической антенной решетки [8]. Вспомогательное поле в лемме Лоренца выберем в виде

$$\bar{E}_{i'j'}(-\gamma, -\nu) = \bar{e}^{(i'j')}(\gamma, \nu) \times \exp \left(j(\gamma \zeta + \nu h) - j \int_0^x (t_\xi - t') dx' \right),$$

$$\bar{H}_{i'j'}(-\gamma, -\nu) = \bar{h}^{(i'j')}(\gamma, \nu) \times \exp \left(j(\gamma \zeta + \nu h) - j \int_0^x (t_\xi - t') dx' \right).$$

При интегрировании по поперечному сечению ячейки используем ортогональность пространственных гармоник, считая, что изменением амплитуд пространственных гармоник в пределах единичной ячейки можно пренебречь. Затем выполним интегрирование по dx с применением известного соотношения

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-j(t - t')x) dx = 2\pi \delta(t - t').$$

В результате получаем коэффициенты разложения

$$C_{il}(n; \gamma, \nu; t) = \frac{Z}{2\pi S_0} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{V_{(3-i)(n)}} \left(\bar{j}^e e^{-(3-i)l} - \bar{j}^m \bar{h}^{(3-i)l} \right) \times \exp(j(\gamma \zeta' + \nu h')) dV' \exp \left(-j \int_0^x (t_\xi - t) dx' \right) dx, \quad (22)$$

где \bar{j}^e – электрический ток, \bar{j}^m – магнитный ток излучателя; $V_1(n)$ – часть объема единичной ячейки, расположенная между сечениями $0 \leq n' \leq n$, $V_2(n)$ – часть объема единичной ячейки, расположенная между сечениями $n \leq n' \leq n_0$, где n_0 – толщина поверхностного слоя, содержащего излучатели; S_0 – площадь единичной ячейки. В области протекания токов излучателей коэффициенты возбуждения пространственных гармоник C_{il} зависят от координаты n ; при $n \geq n_0$, $C_{1l} = 0$, а C_{2l} не зависят от n .

В области протекания токов, при наличии продольных компонент электрических и магнитных токов относительно нормали к поверхности, к нормальным компонентам выражений для электрического (9а) и магнитного (9б) полей необходимо прибавить дополнительные слагаемые [8, 13]:

$$\Delta E_n(\zeta, h, n) = \frac{j}{\omega \epsilon} j_n^e = \frac{j}{\omega \epsilon} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} B^{(e)}(n; \gamma, \nu; t) \exp\left(-j(\gamma_p \zeta + \nu_q h) + j \int_0^x (t_\xi - t) dx'\right), \quad (23a)$$

$$\Delta H_n(\zeta, h, n) = \frac{j}{\omega \mu} j_n^m = \frac{j}{\omega \mu} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} B^{(m)}(n; \gamma, \nu; t) \exp\left(-j(\gamma_p \zeta + \nu_q h) + j \int_0^x (t_\xi - t) dx'\right), \quad (23б)$$

также представленные здесь в виде разложений, коэффициенты которых имеют вид

$$B^{(e,m)}(n; \gamma, \nu; t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{S_0(n)} \times \int_{S_0(n)} j_n^{(e,m)} \exp(j(\gamma \zeta' + \nu h')) dS \times \exp\left(-j \int_0^x (t_\xi - t) dx'\right) dx. \quad (24)$$

Выражения (6), (9), (22)–(24) обобщают и развивают аналогичные выражения для апертурных излучателей [9] на общий случай произвольных излучателей, представимых системой электрических и магнитных токов в приповерхностном слое выпуклой квазипериодической ФАР.

Подставим (22), (24) в (9), (23) и выполним интегрирование по dx' методом стационарной фазы. Точка стационарной фазы $x' = x$, $t = t_\xi(x)$; определитель, составленный из вторых частных производных фазовой функции, (гессиан) равен -1 , и в результате применения метода стационарной фазы [15] получаем

$$\vec{E}(\zeta, h, n; \gamma, \nu) = \sum_{i=1}^2 \sum_{l=1}^2 \left[\bar{C}_{il}(n; \gamma, \nu; t_\xi) \bar{e}^{(il)}(t_\xi; \zeta, h, n; \gamma, \nu) + \frac{j}{\omega \epsilon} \bar{B}^{(e)}(\zeta, n; \gamma, \nu) \bar{n} \right], \quad (25a)$$

$$\vec{H}(\zeta, h, n; \gamma, \nu) = \sum_{i=1}^2 \sum_{l=1}^2 \left[\bar{C}_{il}(n; \gamma, \nu; t_\xi) \bar{h}^{(il)}(t_\xi; \zeta, h, n; \gamma, \nu) + \frac{j}{\omega \mu} \bar{B}^{(m)}(\zeta, n; \gamma, \nu) \bar{n} \right], \quad (25б)$$

$$\bar{C}_{il}(n; \gamma, \nu; t) = \frac{Z}{S_0} \times \int_{V_{(3-i)}(n)} (\vec{j}^e \bar{e}^{(3-i)l} - \vec{j}^m \bar{h}^{(3-i)l}) \exp(j(\gamma \zeta' + \nu h')) dV', \quad (26)$$

$$\bar{B}^{(e,m)}(\zeta, n; \gamma, \nu) = \frac{1}{S_0(n)} \int_{S_0(n)} j_n^{(e,m)} \exp(j(\gamma \zeta' + \nu h')) dS'. \quad (27)$$

Так как

$$\int_{x'}^x t_\xi dx'' = \frac{k}{2} \int_{\xi'}^{\xi} (1 - g_{11}) d\xi'',$$

то формально большим параметром для метода стационарной фазы является волновое число k , а фактически $k\rho_\xi \gg 1$. Применение метода стационарной фазы математически не вполне обосновано в переходной области (области “полутени”) $t_\xi(x) \sim 1$, так как в этой области изменение амплитудного множителя не может считаться достаточно медленным. Несмотря на эту слабость математического обоснования, результаты численного исследования осесимметричной сферической ФАР щелевых излучателей в данном приближении, названном автором асимптотическим приближением первого порядка, показали их хорошее совпадение с результатами строгого решения [10].

Выражения для амплитуд пространственных гармоник (9), (22) дают в переходной области $t_\xi \sim 1$ порядок отброшенных асимптотических членов разложения (6), (23) $O(m_\xi^{-2})$. Для приближения первого порядка (25)–(27) порядок первой производной амплитуд пространственных гармоник в этой области равен

$$\frac{\partial e^{(il)}}{\partial \xi} = O\left(\frac{e^{(il)}}{m_\xi}\right).$$

Отсюда следует, что порядок отброшенных членов асимптотического приближения первого порядка (25) в переходной области увеличился и равен $O(m_\xi^{-1})$. Вне переходной области $|t_\xi| \gg 1$ действует приближение геометрической оптики, порядок отброшенных членов $O(m_\xi^{-3})$ в обоих случаях и выражения (6), (23) и (25) асимптотически эквивалентны. Для ФАР с периодической сеткой расположения элементов разложения (6), (25) переходят в ранее полученные для этого частного случая в [8], а порядок отброшенных членов становится $O(m_\xi^{-4})$.

Выражения (25)–(27) носят локальный характер: с их помощью амплитуды токов и напряжений в излучающих элементах ФАР могут быть найдены из рассмотрения только текущей ячейки антенной решетки без решения интегрального уравнения (или системы таких уравнений), свя-

зывающего амплитуды токов в соседних ячейках, к которой приводит представление (6), (22).

1.3. Поле в дальней зоне

Учтем, что электромагнитное поле ФАР при парциальном возбуждении не изменяется при изменении фазовых сдвигов между излучателями u_1, u_2 на $2\pi m$, где m – любое целое число. Тогда диаграмма направленности элемента в составе антенной решетки (парциальная диаграмма элемента) с использованием (4) и спектра падающих волн при возбуждении одного элемента $F(\mathbf{u}) = \exp(j(m_1 u_1 + m_2 u_2))$ может быть записана в виде

$$\begin{aligned} \vec{f}_{m_1 m_2}(\theta, \varphi) &= \frac{k d_\zeta d_h}{4\pi\sqrt{2\pi Z}} \times \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{F}_0(\theta, \varphi; \gamma, \nu; \zeta, h) \exp(j(\gamma \zeta m_1 + \nu h m_2)) d\gamma d\nu, \end{aligned} \quad (28)$$

где \vec{F}_0 – диаграмма направленности одной пространственной гармоники, которая определяется по электромагнитному полю на поверхности S' : $n = n_0$, охватывающей излучатели ФАР, формулой типа Гюйгенса–Кирхгофа [8, 14]:

$$\begin{aligned} \vec{F}_0(\theta, \varphi; \gamma, \nu) &= \frac{1}{2\pi} \times \\ &\times \iint_{S'} \vec{M}(\gamma, \nu; \zeta, h) \exp[jk(\vec{i}_R \vec{r} - \xi)] dS, \end{aligned} \quad (29)$$

где $\vec{i}_R = \vec{k}/k$ – единичный вектор в направлении наблюдения, \vec{r} – радиус-вектор точки на поверхности S' , а величину

$$\vec{M} = \left[\left[\vec{n}, \vec{E} \right], \vec{i}_R \right] + \left[\vec{i}_R, \left[\vec{i}_R, \left[\vec{n}, Z\vec{H} \right] \right] \right] \quad (30)$$

назовем для удобства изложения “вектором излучения”, \vec{E}, \vec{H} – амплитуды векторов поля пространственной гармоники. Поверхность интегрирования в (29) можно перенести на проводящую поверхность S ($n = 0$), так как в вектор излучения входит поле только уходящей пространственной гармоники ($C_1(n_0) = 0$), источники которого находятся на поверхности S , а результат интегрирования по формуле типа Гюйгенса–Кирхгофа не зависит от того, по какой охватывающей источники поверхности производится интегрирование. При этом коэффициенты возбуждения гармоники $C_2(n_0)$, конечно, должны быть вычислены при $n = n_0$.

Поскольку вектор излучения ортогонален единичному вектору \vec{i}_R , направленному в точку наблюдения, введем для его представления ортонормированный поляризационный базис (рис. 2):

$$\vec{i}_1 = \frac{1}{\sqrt{1 - (\vec{n}\vec{i}_R)^2}} [\vec{i}_R, \vec{n}], \quad \vec{i}_2 = [\vec{i}_R, \vec{i}_1]. \quad (31)$$

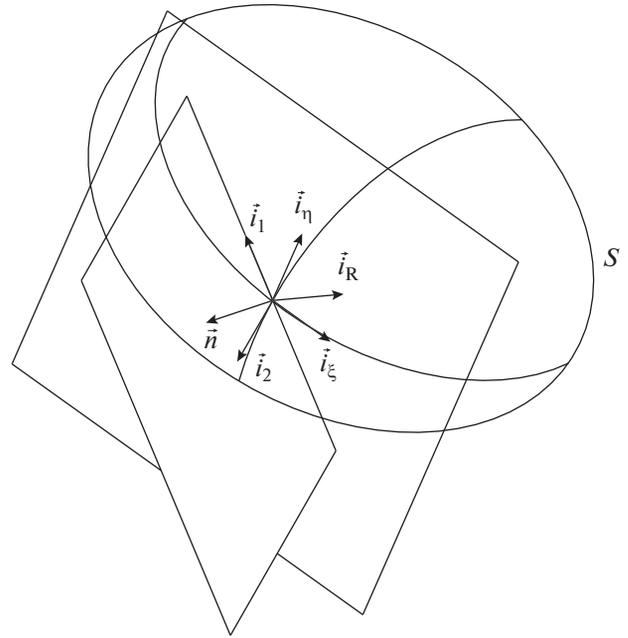


Рис. 2. Базисы на поверхности антенной решетки.

Проекция вектора излучения в этом базисе

$$\begin{aligned} M_1 &= \frac{1}{\sqrt{1 - (\vec{n}\vec{i}_R)^2}} \left\{ -[\hat{E}_\xi(\vec{n}\vec{i}_R) + Z\hat{H}_\eta](\vec{i}_R\vec{i}_\eta) + \right. \\ &\quad \left. + [\hat{E}_\eta(\vec{n}\vec{i}_R) - Z\hat{H}_\xi](\vec{i}_R\vec{i}_\xi) \right\}, \\ M_2 &= -\frac{1}{\sqrt{1 - (\vec{n}\vec{i}_R)^2}} \left\{ [\hat{E}_\eta - (\vec{n}\vec{i}_R)Z\hat{H}_\xi](\vec{i}_R\vec{i}_\eta) + \right. \\ &\quad \left. + [\hat{E}_\xi + (\vec{n}\vec{i}_R)Z\hat{H}_\eta](\vec{i}_R\vec{i}_\xi) \right\}, \end{aligned} \quad (32)$$

где $\vec{i}_\xi = \vec{r}_\xi/\sqrt{g_{11}}, \vec{i}_\eta = \vec{r}_\eta/\sqrt{g_{22}}$ – единичные векторы вдоль координатных линий ξ и η .

Вычисление интегралов (28), (29) в общем случае даже асимптотическими методами затруднительно. Однако в случае отсутствия условий возникновения дифракционных лепестков (шаги антенной решетки меньше $\lambda/2$ для прямоугольной ячейки и меньше $\lambda/\sqrt{3}$ для гексагональной ячейки) диаграмма элемента приближенно может быть вычислена методом стационарной фазы, примененным к четырехкратному интегралу, получающемуся после подстановки (29) в (28).

Стационарная точка единственная и определяется соотношениями

$$\begin{aligned} \gamma_s &= k\vec{i}_R\vec{r}_\xi(\zeta_{m_1}, h_{m_2}), \quad \nu_s = k\vec{i}_R\vec{r}_\eta(\zeta_{m_1}, h_{m_2}), \\ \zeta_s &= \zeta_{m_1}, \quad h_s = h_{m_2}. \end{aligned} \quad (33)$$

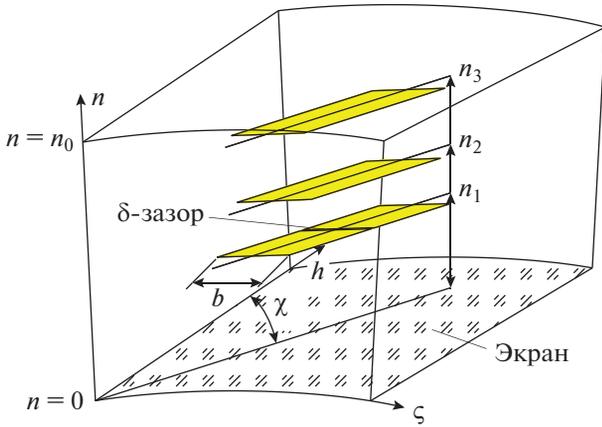


Рис. 3. Излучатель с тремя вибраторами в единичной ячейке ФАР: n_1, n_2, n_3 – высота вибраторов над экраном; b – ширина вибратора; χ – угол между осями вибраторов и координатной линией.

В результате применения общей формулы метода стационарной фазы [15] получим простое выражение для парциальной диаграммы элемента

$$\vec{f}_{m_1 m_2}(\theta, \varphi) \cong \frac{k S_0}{2\sqrt{2\pi Z}} \times \vec{M}(\gamma_s, \nu_s; \zeta_{m_1}, h_{m_2}, n_0) \exp(jk \vec{i}_R \vec{r}_{m_1 m_2}), \quad (34)$$

где $S_0 = d_\xi d_h \sqrt{g}$ – площадь единичной ячейки. Это выражение остается равномерно непрерывным для всех углов наблюдения, как при $\vec{i}_R \vec{n}(\zeta_{m_1}, h_{m_2}) > 0$ (освещенная элементом область), так и при $\vec{i}_R \vec{n}(\zeta_{m_1}, h_{m_2}) < 0$ (тенивая область). Выражения для вектора излучения (32) в стационарной точке упрощаются:

$$M_1 = \hat{E}_\eta(\vec{n} \vec{i}_R) - Z \hat{H}_\xi, \quad M_2 = -\hat{E}_\xi - (\vec{n} \vec{i}_R) Z \hat{H}_\eta. \quad (35)$$

Переход к проекциям на орты сферической системы координат $\vec{\theta}^0, \vec{\varphi}^0$ осуществляется преобразованием вращения поляризационного базиса

$$\begin{pmatrix} M_\theta \\ M_\varphi \end{pmatrix} = \mathbf{T} \begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \end{pmatrix}, \quad (36)$$

$$\mathbf{T} = \frac{1}{\sqrt{1 - (\vec{n} \vec{i}_R)^2}} \begin{pmatrix} \vec{n} \vec{\varphi}^0 & \vec{n} \vec{\theta}^0 \\ \vec{n} \vec{\theta}^0 & \vec{n} \vec{\varphi}^0 \end{pmatrix}, \quad (37)$$

где $\vec{n} = \vec{n}(\zeta_{m_1}, h_{m_2})$.

Диаграмма направленности ФАР в целом с учетом взаимной связи элементов может быть получена суммированием парциальных диаграмм элементов ФАР с весовыми коэффициентами, равными амплитудам падающих волн на их входах.

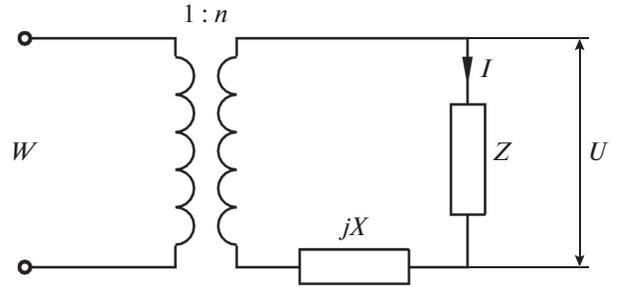


Рис. 4. Эквивалентная схема входной цепи излучателя: Z – входное сопротивление излучателя; W – волновое сопротивление подводящего фидера; X – согласующая реактивность; n – коэффициент трансформации входной цепи; U, I – напряжение и ток в зазоре вибратора.

2. АНТЕННАЯ РЕШЕТКА ВИБРАТОРНЫХ ИЗЛУЧАТЕЛЕЙ

Применим асимптотическое приближение первого порядка для анализа антенной решетки вибраторных (в общем случае многовибраторных, директорных) излучателей ленточного типа, плоскость ленты которых параллельна проводящей поверхности антенной решетки (рис. 3). Ширину лент примем достаточно узкой для того, чтобы токи вибраторов можно было считать параллельными их продольной оси. На входе излучателей предполагается наличие включенной в узком зазоре активного вибратора согласующей цепочки, эквивалентная схема которой приведена на рис. 4.

Для определения токов в вибраторах одного элемента при парциальном возбуждении (3) воспользуемся методом моментов. Взаимные сопротивления базисных функций тока имеют вид [11]

$$Z_{n' m', nm} = - \int_{V_{nm}} \vec{l} \psi_{nm} \vec{E} [\vec{l} \psi_{n' m'}] dV, \quad (38)$$

где ψ_{nm} – вещественная базисная функция тока, \vec{l} – единичный вектор, направленный вдоль продольной оси вибратора, n, n' – номера вибраторов в одном элементе решетки, m, m' – номера базисных функций.

Используя разложение электрического поля по пространственным гармоникам (25), (26), запишем (38) в виде

$$Z_{n' m', nm} = j \frac{Z}{S_0} \times \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} g_{nm}^*(\gamma_p, \nu_q) g_{n' m'}(\gamma_p, \nu_q) m_\xi(\gamma_p, \nu_q) \times \left\{ l_\xi^2 \sum_{l=1}^2 e_\xi^{(1l)}(s_{\min}) e_\xi^{(2l)}(s_{\max}) + l_\eta^2 \sum_{l=1}^2 e_\eta^{(1l)}(s_{\min}) e_\eta^{(2l)}(s_{\max}) + l_\xi l_\eta \sum_{l=1}^2 \left(e_\xi^{(1l)}(s_{\min}) e_\eta^{(2l)}(s_{\max}) + e_\xi^{(2l)}(s_{\min}) e_\eta^{(1l)}(s_{\max}) \right) \right\}, \quad (39)$$

где s_n – приведенная высота (13) n -го вибратора над поверхностью, $s_{\min} = \min(s_n, s_{n'})$, $s_{\max} = \max(s_n, s_{n'})$,

$$g_{nm}(\gamma, \nu) = \int_{s_n} \psi_{nm} \exp(j(\gamma \zeta + \nu h)) dS, \quad (40)$$

l_ξ, l_η – проекции единичного вектора на орты поверхностных координат ξ, η .

Используя выражения (10), (11), преобразуем (39) к виду

$$\begin{aligned} Z_{n'm',nm} = & j \frac{Z}{S_0} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} g_{nm}^*(\gamma_p, \nu_q) g_{n'm'}(\gamma_p, \nu_q) \times \\ & \times \left\{ \frac{l_\eta^2}{m_\xi(\gamma_p, \nu_q)} \mathbf{w}'^T(s_{\min}) \mathbf{P} \mathbf{X} \mathbf{P} \mathbf{w}'(s_{\max}) - \right. \\ & \left. - l_\xi^2 m_\xi(\gamma_p, \nu_q) \mathbf{w}^T(s_{\min}) \mathbf{X} \mathbf{w}(s_{\max}) + \right. \\ & \left. + j l_\xi l_\eta \left[\mathbf{w}'^T(s_{\min}) \mathbf{P} \mathbf{X} \mathbf{w}(s_{\max}) + \mathbf{w}^T(s_{\min}) \mathbf{X} \mathbf{P} \mathbf{w}'(s_{\max}) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (41)$$

где матрица \mathbf{P} определяется (20), штрих означает производную, T – знак транспонирования;

$$\mathbf{X} = -\frac{j}{4} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_1 & 0 & \beta \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & \beta & 0 & \alpha_2 \end{bmatrix}, \quad (42)$$

$$\alpha_1 = \frac{w_1(t_\xi + x_\xi) w_2'(t_\xi - x_\xi) + w_1'(t_\xi + x_\xi) w_2(t_\xi - x_\xi)}{\omega}, \quad (43)$$

$$\alpha_2 = \frac{w_1(t_\xi - x_\xi) w_2'(t_\xi + x_\xi) + w_1'(t_\xi - x_\xi) w_2(t_\xi + x_\xi)}{\omega}, \quad (44)$$

$$\beta = \frac{2j}{\omega}. \quad (45)$$

Вектор коэффициентов разложения плотности тока по базисным функциям \mathbf{x} находится из решения системы линейных уравнений

$$\bar{\mathbf{Z}} \mathbf{x} = 2n\sqrt{2W} \mathbf{i}_0, \quad (46)$$

где W – волновое сопротивление подводящего фидера, n – коэффициент трансформации входной цепи (рис. 4). Коэффициенты матрицы $\bar{\mathbf{Z}}$ определяются по формуле

$$\bar{Z}_{n'm',nm} = Z_{n'm',nm} + Z_{\text{вн}} I_m I_{m'} \delta_{n0} \delta_{n'0}, \quad (47)$$

где

$$Z_{\text{вн}} = n^2 W + jX \quad (48)$$

– внутреннее входное сопротивление входной цепи со стороны вибратора,

$$I_m = \int_b \psi_{0m} dy \quad (49)$$

– ток, переносимый базисной функцией через поперечное сечение активного вибратора в точке

подключения фидера, b – ширина активного вибратора, δ_{0n} – символ Кронекера. Компоненты вектора \mathbf{i}_0 в правой части системы уравнений (46) равны

$$i_{0nm} = I_m \delta_{n0}. \quad (50)$$

Ток активного (ведущего) вибратора –

$$I = \mathbf{i}_0^T \mathbf{x}. \quad (51)$$

Входное (действующее) сопротивление в зазоре вибратора выражается через этот ток формулой

$$Z_{\text{вх}} = \frac{2n\sqrt{2W}}{I} - Z_{\text{вн}}. \quad (52)$$

Действующий коэффициент отражения на входе входной цепи элемента дается соотношением

$$\Gamma_a = \frac{Z_{\text{вх}} - Z_{\text{вн}}^*}{Z_{\text{вх}} + Z_{\text{вн}}}. \quad (53)$$

При выборе параметров входной цепи из условий согласования элемента решетки, расположенного на поверхности антенной решетки в точке с координатами ζ_0, h_0 , для некоторого фиксированного значения постоянных парциального возбуждения γ_0, ν_0 , коэффициент трансформации и согласующая реактивность выражаются через входное сопротивление вибратора

$$\begin{aligned} n &= \sqrt{\text{Re}[Z_{\text{вх}}(\gamma_0, \nu_0, \zeta_0, h_0)]/W}, \\ X &= -\text{Im}[Z_{\text{вх}}(\gamma_0, \nu_0, \zeta_0, h_0)], \end{aligned} \quad (54)$$

а внутреннее сопротивление входной цепи (48) принимает вид

$$Z_{\text{вн}} = Z_{\text{вх}}^*(\gamma_0, \nu_0, \zeta_0, h_0).$$

Вектор излучения для расчета диаграммы элемента вибраторной антенной решетки (34) можно представить в виде

$$M_i = \sum_{l=1}^2 \bar{C}_{2l} M_{il}, \quad i = 1, 2, \quad (55)$$

где M_{il} выражаются через функции $e^{2l}, h_{\xi,\eta}^{2l}$ по формуле (35) при значении аргумента $s = 0$. При этом коэффициенты возбуждения (26) равны

$$\bar{C}_{2l} = \sum_{n,m} x_{nm} g_{nm} c_l(s_n), \quad (56)$$

$$c_l(s) = \frac{jZ}{m_\xi S_0} \left\{ -l_\eta \mathbf{x}^{(l)T} \mathbf{P} \mathbf{w}'(s) + j m_\xi l_\xi \mathbf{x}^{(l)T} \mathbf{w}(s) \right\}, \quad (57)$$

где x_{nm} – компоненты вектора коэффициентов разложения плотности тока по базисным функциям \mathbf{x} , полученного из решения системы уравнений (46). Суммирование в (56) ведется по всем базисным функциям всех вибраторов в одной ячейке антенной решетки.

Выражения для парциальной диаграммы элемента, пригодные при произвольном расстоянии

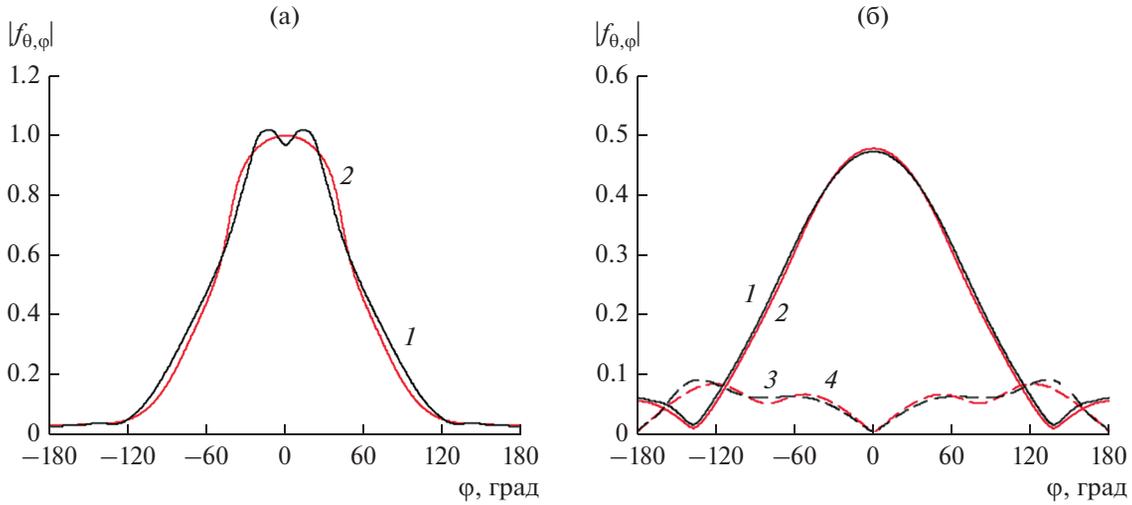


Рис. 5. Парциальная диаграмма аксиального вибратора в сферической антенной решетке в сечении $\theta = 90^\circ$ (а) и $\theta = 30^\circ$ (б); $\vartheta_n = 90^\circ$: 1, 2 – θ -поляризация; 3, 4 – φ -поляризация; 1, 3 – ряд Фурье; 2, 4 – метод стационарной фазы.

между элементами по направляющей, получены в виде ряда по азимутальным гармоникам для случая осесимметричной выпуклой антенной решетки щелевых излучателей [12]. Они применимы и для осесимметричной вибраторной ФАР при использовании в них вектора излучения (55), где величины M_{ij} в этом случае выражаются через функции $e_{\xi, \eta}^{2l}$, $h_{\xi, \eta}^{2l}$ по формуле (32). Там же приведены выражения для проекций единичного вектора \vec{i}_R на орты системы координат поверхности $\vec{i}_\xi, \vec{i}_\eta, \vec{n}$, а также для других параметров дифференциальной геометрии поверхности осесимметричной ФАР.

3. ИССЛЕДОВАНИЕ СФЕРИЧЕСКОЙ ВИБРАТОРНОЙ ФАР

Результаты расчета парциальной диаграммы элемента вибраторной осесимметричной сферической ФАР приведены на рис. 5. Вибраторы длиной $l_1 = 0.5\lambda$ расположены на высоте $n_1 = 0.243\lambda$ над проводящей поверхностью сферы радиусом $a = 4.016\lambda$ в узлах прямоугольной сетки параллелей и меридианов и ориентированы вдоль меридианов. Число элементов вдоль параллелей $N_\varphi = 46$, вдоль меридианов $N_\theta = 23$; расстояние между элементами вдоль меридианов $d_\theta = 0.56\lambda$, вдоль экватора $d_{\varphi_{\max}} = 0.56\lambda$. Входная цепь настроена на согласование элементов, расположенных на экваторе, в синфазном режиме.

Диаграммы рассчитаны в зависимости от азимутального угла φ для двух значений угла θ с помощью ряда азимутальных гармоник [12] и по методу стационарной фазы (34) и нормированы на корень квадратный из коэффициента направленного дей-

ствия (КНД) единичной ячейки. Активный излучающий элемент расположен при $\vartheta_n = 90^\circ$.

Поскольку вклад быстрых ползущих волн [1] в случае шагов решетки, близких к половине длины волны, достаточно мал, метод стационарной фазы достаточно близко описывает парциальную диаграмму вибраторного элемента, причем интересно отметить, что не только в освещенной, но и в теневой области излучателя.

Парциальные диаграммы элементов позволяют определить зависимость максимального коэффициента усиления (КУ) ФАР от углов сканирования, иначе, диаграмму сканирования [8]:

$$G_{p \max}(\theta_0, \varphi_0) = \sum_n \left| \left(\vec{p} \vec{f}_n(\theta_0, \varphi_0) \right) \right|^2, \quad (58)$$

где \vec{p} – единичный вектор поляризации поля излучения в направлении максимума излучения, θ_0, φ_0 – углы сканирования, а суммирование идет по всем элементам ФАР. Парциальные диаграммы в (58) не нормированы, а имеют масштаб усиления (34).

Диаграммы сканирования осесимметричных сферических ФАР аксиальных и азимутальных вибраторов с прямоугольной сеткой размещения при радиусе поверхности сферы $a = 13.5\lambda$, размерах вибраторов $n_1 = 0.243\lambda$, $l_1 = 0.5\lambda$ и расстоянии между ними по меридианам $d_\theta = 0.5\lambda$ приведены на рис. 6. Активные элементы располагаются в поясе сферы $30^\circ \leq \vartheta \leq 120^\circ$. Для сравнения также приведена зависимость максимального КНД в приближении физической оптики, равного КНД равномерного эквивалентного плоского раскрыва [1, 10]. Угол сканирования отсчитывается от экваториальной плоскости $\varepsilon_0 = \pi/2 - \theta_0$ (угол ме-

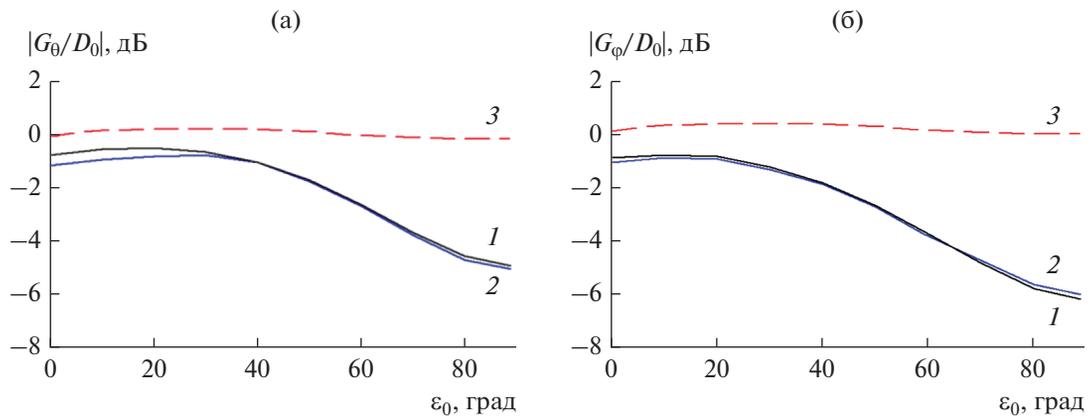


Рис. 6. Диаграммы сканирования сферических ФАР аксиальных (а) и азимутальных (б) вибраторов: $d_{\text{фmax}} = 0.5\lambda$ (1), 0.6λ (2); КНД (3).

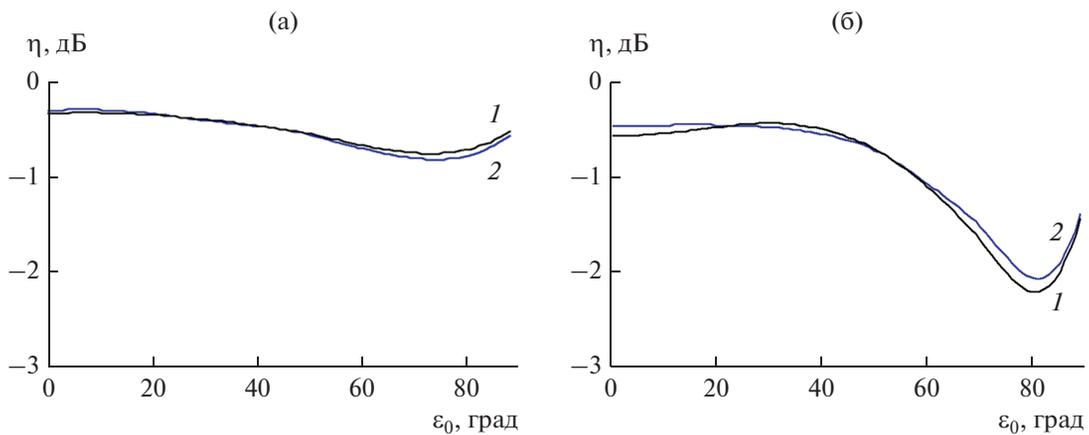


Рис. 7. КПД сферической ФАР аксиальных (а) и азимутальных (б) вибраторов для $d_{\text{фmax}} = 0.5\lambda$ (1) и 0.6λ (2).

ста). Значения КУ и КНД нормированы на КНД D_0 при $\epsilon_0 = 0$.

Уменьшение КУ ФАР при сканировании связано с отражением части падающей мощности от входов элементов (уменьшение КПД), неоптимальной поляризацией части излучающих элементов, приводящей к кроссполяризационным потерям, и в случае $d_{\text{фmax}} = 0.6\lambda$ – с наличием дифракционных лепестков. Как следует из расчета, меньшие потери КУ имеет ФАР аксиальных вибраторов.

Учет эффектов взаимного влияния излучателей позволяет также определить амплитуды отраженных волн на входах излучателей и рассчитать КПД ФАР [10]. На рис. 7 приведены зависимость КПД η рассматриваемых вибраторных сферических ФАР при возбуждении, соответствующем максимальному КУ ФАР [8], от угла сканирования.

Потери из-за рассогласования входов и поляризационные потери меньше для ФАР аксиальных

вибраторов. Для уменьшения потерь из-за рассогласования входов могут быть использованы более сложные излучающие элементы, например, такие как охватываемые соотношениями работы директорные излучатели. Поляризационные потери можно устранить только за счет использования в каждом элементе ФАР вибраторов двух ортогональных поляризаций с независимым управлением их возбуждением при сканировании.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Электромагнитное поле выпуклой ФАР представлено в виде линейной суперпозиции полей при парциальных возбуждениях, при которых амплитуды падающих волн в фидерах излучателей ФАР имеют одинаковую амплитуду и постоянный сдвиг фазы между соседними излучателями. Для электромагнитного поля в приповерхностном слое квазипериодической выпуклой ФАР при парциальном возбуждении получено при-

ближенное асимптотическое представление в виде ряда пространственных гармоник, обобщающее разложение Флоке для плоских ФАР. Пространственные гармоники имеют вид уходящих и стоячих волн двух поляризаций у выпуклой поверхности, зависимость которых от продольной координаты, направленной по нормали к поверхности, описывается функциями Эйри. Коэффициенты разложения связаны интегральным преобразованием с электрическими и магнитными токами излучателей. В приближении первого порядка связь локальна, так что поле в данной ячейке ФАР определяется токами излучателя, расположенного в этой же ячейке. Выражения поля в приближении первого порядка использованы для анализа выпуклой квазипериодической вибраторной или директорной ФАР методом моментов. Для парциальной диаграммы направленности излучающего элемента в составе ФАР получено равномерное приближенное асимптотическое выражение, справедливое при расстоянии между элементами ФАР не более порядка половины длины волны.

Метод позволяет рассчитать характеристики ФАР большого электрического размера с большим числом элементов при учете их взаимного влияния. Так, для вибраторных осесимметричных сферических ФАР с числом элементов $N = 6106...7310$ рассчитаны зависимости от угла сканирования коэффициента усиления и коэффициента полезного действия, определяемого рассогласованием на входах элементов. Все численные расчеты выполнены в математической среде Mathcad 15.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Воскресенский Д.И., Пономарев Л.И., Филиппов В.С.* Выпуклые сканирующие антенны. М.: Сов. радио, 1978.
2. *Josefsson L., Persson P.* Conformal Array Antenna Theory and Design. Hoboken: John Wiley & Sons, 2006.
3. *Caronti A., Celentano S., Immediata S. et al.* // IEEE Int. Symp. on Phased Array Systems and Systems and Technology (PAST). Boston, 18–21 Oct. 2016. N.Y.: IEEE, 2016. P. 7832540.
4. Сканирующие антенные системы СВЧ / Под ред. Р. Хансена. М.: Сов. радио, 1968. Т. 2.
5. *Shapira J., Felsen L.B., Hessel A.* // IEEE Trans. 1974. V. AP-22. № 1. P. 49.
6. *Pathak P.H., Wang N.* // IEEE Trans. 1981. V. AP-29. № 6. P. 911.
7. *Инденбом М.В., Филиппов В.С.* // РЭ. 1978. Т. 23. № 8. С. 1616.
8. *Инденбом М.В.* Антенные решетки подвижных обзорных РЛС. Теория, расчет, конструкции. М.: Радиотехника, 2015.
9. *Инденбом М.В.* // Антенны. 2017. № 3. С. 3.
10. *Инденбом М.В.* Журн. Радиотехники. 2020. № 9. <https://doi.org/10.30898/1684-1719.2020.9.2>
11. *Инденбом М.В., Филиппов В.С.* // Изв.вузов. Радиотехника. 1979. Т. 22. № 2. С. 34.
12. *Инденбом М.В.* // Антенны. 2018. № 1. С. 9.
13. *Вайнштейн Л.А.* Электромагнитные волны. М.: Радио и связь, 1988.
14. *Фельд Я.Н., Бененсон Л.С.* Основы теории антенн. М.: Дрофа, 2007.
15. *Федорюк М.В.* Асимптотика. Интегралы и ряды. М.: Наука, 1987.

**АНТЕННО-ФИДЕРНЫЕ
УСТРОЙСТВА**

УДК 621.396.67

**ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА КОНФОРМНОГО ОТОБРАЖЕНИЯ
ДЛЯ РАСЧЕТА ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ
КАНАЛА ФЛОКЕ СВЕРХШИРОКОПОЛОСНОЙ СИНФАЗНОЙ
АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ *ТЕМ*-РУПОРОВ**© 2022 г. С. Е. Банков^а, М. Д. Дупленкова^{а, *}^аИнститут радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
ул. Моховая, 11, стр. 7, Москва, 125009 Российская Федерация

*E-mail: duplenkova@yandex.ru

Поступила в редакцию 22.10.2021 г.

После доработки 02.12.2021 г.

Принята к публикации 25.12.2021 г.

Развит метод анализа бесконечной синфазной сверхширокополосной решетки *ТЕМ*-рупоров, основанный на теории длинных линий. Для определения характеристического сопротивления в каждом сечении бесконечной синфазной решетки использованы методы матриц рассеяния и конформного отображения. Изложен алгоритм, реализующий метод конформного отображения. Проведено сравнение результатов расчета с использованием предлагаемой методики и электродинамического моделирования в программной среде ANSYS HFSS.

DOI: 10.31857/S0033849422060043

ВВЕДЕНИЕ

Сверхширокополосные (СШП) антенные решетки *ТЕМ*-рупоров интенсивно исследуются в настоящее время. Интерес к ним связан с требованием расширения полосы рабочих частот радиотехнических систем. При этом большинство известных работ (см., например, [1–5]) посвящено численному и экспериментальному исследованию конструкций таких решеток. В отличие от линейных и кольцевых решеток при использовании *ТЕМ*-рупора в качестве элемента двумерной решетки возникает эффект аномально высокого заднего излучения [6, 7], а использование металлического экрана приводит к значительному сужению полосы согласования. Для частичного преодоления указанной проблемы были предложены [8, 9] двумерные решетки *ТЕМ*-рупоров с металлизацией междупорного пространства. В указанных работах моделирование проводилось численно-аналитическим методом Бубнова–Галеркина для решения интегрального уравнения, а также при помощи электродинамического моделирования.

Для моделирования больших антенных решеток было использовано приближение бесконечной решетки [7, 8, 10]. Анализ такой структуры сводится к анализу одного ее периода, получившего название канала Флоке, т.е. фактически исследовали соб-

ственные волны канала Флоке. Аналогичный подход использован для решеток антенн Вивальди без диэлектрического заполнения [11, 12].

В рамках указанного метода канал Флоке рассматривается как ступенчатый волноводный трансформатор, преобразующий волны, возбужденные источником, в волны пустого канала Флоке (т.е. свободного пространства). Анализ неоднородного канала Флоке проводится в два этапа. На первом решается задача о собственных волнах однородного канала. Иными словами, строится математическая модель, связывающая параметры собственных волн с геометрическими параметрами структуры. На втором этапе строится математическая модель неоднородной структуры: исследуемый *ТЕМ*-рупор разбиваем на парциальные ступеньки и для каждой определяем волновую матрицу передачи, а затем находим результирующую матрицу путем их перемножения.

В работе [10] для нахождения импеданса в сечении канала Флоке использовали метод Бубнова–Галеркина [7]. Цель данной работы – развитие альтернативного способа анализа СШП-решеток *ТЕМ*-рупоров с металлизацией междупорного пространства с помощью метода конформного отображения.

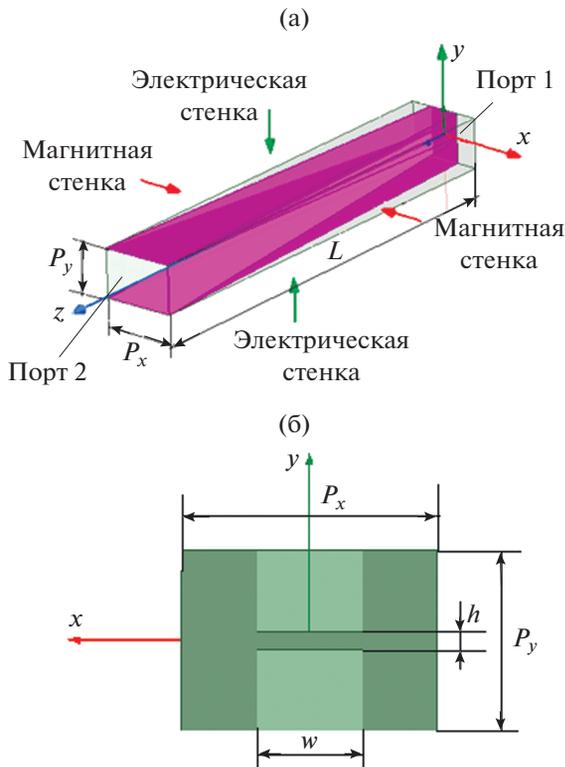


Рис. 1. Канал Флоке: а – общий вид, б – поперечное сечение.

2. МЕТОД КОНФОРМНОГО ОТОБРАЖЕНИЯ

Метод конформного отображения является строгим методом решения электростатических задач. Определение характеристического сопротивления (импеданса) одиночного *TEM*-рупора методом конформного отображения проводилось в [13], причем было показано, что импеданс регулярного бесконечного *TEM*-рупора в квазистатическом приближении зависит только от двух угловых параметров и не меняется вдоль его длины. В данной работе аналогичный метод был применен для определения импеданса в сечении бесконечной решетки *TEM*-рупоров.

На рис. 1а и 1б показаны соответственно канал Флоке и его поперечное сечение. В синфазной решетке на боковых поверхностях канала Флоке могут быть установлены идеальные электрические и идеальные магнитные стенки. В результате задача сводится к четверти поперечного сечения канала Флоке (рис. 2).

Чтобы определить импеданс, отобразим этот элемент на прямоугольник, причем на его горизонтальных ребрах выполняются граничные условия идеальной электрической проводимости, а на вертикальных ребрах – идеальной магнитной

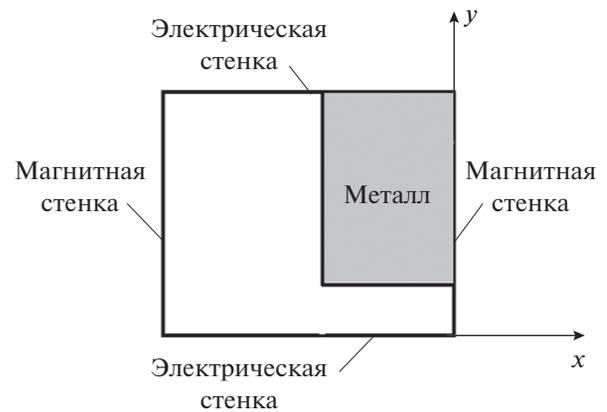


Рис. 2. Поперечное сечение канала Флоке с учетом симметрии.

проводимости. Такую структуру принято называть *TEM*-волноводом. Его импеданс определяется как отношение его сторон [14]. В связи с тем, что не существует прямого решения для конформного отображения многоугольника на прямоугольник, отображение будем осуществлять в два этапа, используя известные отображения многоугольника на полуплоскость интеграла Шварца–Кристоффеля и полуплоскости на прямоугольник. Конформное отображение многоугольника на полуплоскость [15] осуществляют с использованием выражения (1), которое устанавливает соответствие между вершинами многоугольника на плоскости z_1 и точками a_n на нижней границе верхней полуплоскости $\text{Im}(\omega) > 0$. Для произвольного многоугольника преобразование Шварца–Кристоффеля имеет следующий вид:

$$z_1 = C_1 \int_{\omega_0}^{\omega} (\omega - a_0)^{\alpha_0 - 1} (\omega - a_1)^{\alpha_1 - 1} \dots (\omega - a_{n-1})^{\alpha_{n-1} - 1} d\omega + C_2, \quad \sum_{j=0}^{n-1} \alpha_j = n - 1, \quad (1)$$

где n – общее число вершин многоугольника, α_j – внутренний угол многоугольника в вершине A_j . Основной проблемой метода конформного отображения при использовании интеграла Шварца–Кристоффеля является определение неизвестных констант, входящих в выражение (1). Их определяют из условий тождества многоугольника, который задается отображением (1) и поперечного сечения канала Флоке. Для определения констант конформного отображения (1) нами предложен следующий численный алгоритм.

Первый этап преобразования отображает плоскость z_1 (рис. 3а) на комплексную плоскость

ω (рис. 3б). Тогда общее выражение (1) принимает вид

$$z_1 = C_1 \int_{\omega_0}^{\omega} f(\omega) d\omega + C_2, \quad (2)$$

$$f(\omega) = (\omega - a_0)^{\alpha_0-1} (\omega - a_1)^{\alpha_1-1} \dots (\omega - a_5)^{\alpha_5-1},$$

причем контур многоугольника на плоскости z_1 соответствует действительной оси плоскости ω , вершины $A_0 \dots A_5$ соответствуют точкам a_0, \dots, a_5 действительной оси плоскости ω , внутренний угол многоугольника при вершине A_j равен $\alpha_j \pi$ ($j = 0, 1, \dots, n - 1$). Для каждого многоугольника в плоскости z_1 три точки a_j из шести могут быть выбраны произвольно, а остальные точки и константы C_1 и C_2 определяются единственным образом.

Введем длины сторон многоугольника I_j :

$$I_j = A_n A_{n+1} = \int_{a_n}^{a_{n+1}} f(\omega) d\omega, \quad j = 0, \dots, 5. \quad (3)$$

Для однозначного определения конформного отображения получаем следующие соотношения:

$$\frac{|I_0|}{|I_4|} = \frac{w}{P_x}, \quad \frac{|I_1|}{|I_3|} = 1 - \frac{h}{P_y}, \quad \frac{|I_3|}{|I_4|} = \frac{P_x}{P_y}. \quad (4)$$

Постоянную C_1 , задающую масштаб фигуры, находят из следующего равенства:

$$C_1 |I_3| = P_y. \quad (5)$$

Постоянная C_2 определяет положение многоугольника на плоскости z_1 относительно начала координат. Примем ее равной $i |I_5| C_1$. Тогда вершина A_5 окажется в точке $z = 0$.

Соотношения (4) используем для определения параметров a_0, \dots, a_5 . Видно, что число неизвестных превышает число уравнений, что дает нам возможность сформулировать для параметров a_0, \dots, a_5 дополнительные условия. Потребуем выполнения следующих соотношений:

$$a_0 = -a_5, \quad a_3 = -a_4, \quad a_0 = -1. \quad (6)$$

С учетом равенств (6) находим три неизвестные постоянные a_1, \dots, a_3 и три уравнения (4) для их определения.

Зададим положение точек a_1, \dots, a_3 с помощью коэффициентов k_1, \dots, k_3 :

$$a_1 = -k_1, \quad a_2 = -k_1 k_2, \quad a_3 = -k_1 k_2 k_3, \quad (7)$$

где все указанные коэффициенты меняются в пределах интервала от 0 до 1. Определение точек a_1, \dots, a_3 (7) автоматически обеспечивает выполнение неравенств $a_1 < a_2 < a_3$.

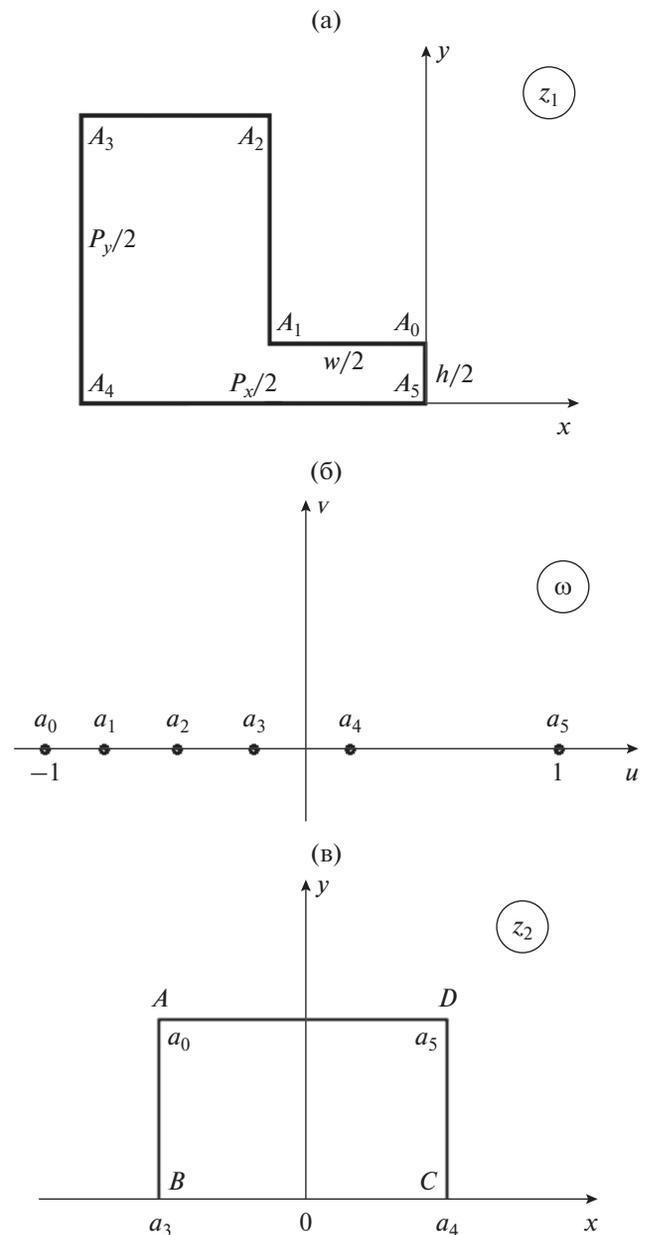


Рис. 3. Схема метода конформного отображения.

Введем следующие функции:

$$A_1(k_1, k_2, k_3) = \frac{|I_0|}{|I_4|}, \quad A_2(k_1, k_2, k_3) = \frac{|I_1|}{|I_3|}, \quad (8)$$

$$A_3(k_1, k_2, k_3) = \frac{|I_3|}{|I_4|}.$$

Подстановка (8) приводит нас к системе трех уравнений относительно коэффициентов k_1, \dots, k_3 . Непосредственное ее решение представляет собой достаточно трудоемкий процесс, связанный с численным определением интегралов (3). Чтобы избежать больших затрат компьютерного времени,

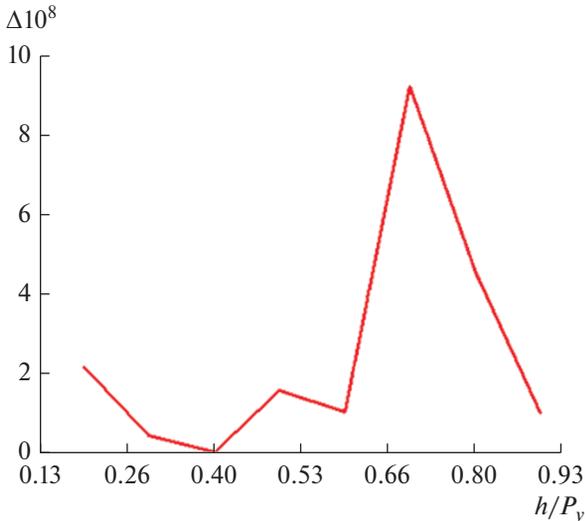


Рис. 4. Зависимость погрешности решения от параметра h/P_y .

мы использовали процедуру многомерной аппроксимации. Для этого функции A_1, \dots, A_3 были рассчитаны для дискретных значений аргументов:

$$\begin{aligned} k_{1r} &= r/N, \quad r = 0, 1, \dots, N, \\ k_{2s} &= s/N, \quad s = 0, 1, \dots, N, \\ k_{3t} &= t/N, \quad t = 0, 1, \dots, N. \end{aligned} \quad (9)$$

По полученным массивам данных строится сплайн-аппроксимация. Для контроля точности получаемого решения введем параметр Δ :

$$\Delta = |A_1 - w/P_x| + |A_2 - 1 + h/P_y| + |A_3 - P_x/P_y|. \quad (10)$$

Он позволяет оценить отличие между фигурой на плоскости z_1 и истинным сечением канала Флоке. На рис. 4 показана зависимость параметра Δ от расстояния h (см. рис. 1). Кривая получена для $w/P_x = 0.4$. Видно, что конформное отображение в описываемом примере осуществляется с относительной погрешностью, не превышающей 10^{-7} .

На втором этапе с помощью эллиптического интеграла первого рода (11) конформно отобразим верхнюю полуплоскость $\text{Im}(\omega) > 0$ на прямоугольник $ABCD$ в плоскости z_2 (см. рис. 3в).

$$z_2 = I(\omega) = C_3 \int_0^{\omega} \frac{du}{\sqrt{(1-u^2)(1-k^2u^2)}}, \quad k < 1. \quad (11)$$

При этом потребуем, чтобы вершины A_0-A_3 на плоскости z_1 перешли на левую вертикальную границу прямоугольника на плоскости z_2 , а вершины A_4, A_5 на его правую границу. В этом случае получаем искомое расположение электрических

и магнитных стенок, позволяющее записать для импеданса Z_c простое соотношение

$$Z_c = W_0 |AD|/|CD|, \quad (12)$$

где W_0 – волновое сопротивление свободного пространства, отрезки AD, CD (см. рис. 3в).

Отображение в форме (11) переводит точку $\omega = 0$ на плоскости ω в нулевую точку на плоскости z_2 . Точкам a_0, a_3, a_4, a_5 на плоскости ω будут соответствовать точки $ABCD$ на плоскости z_2 . Параметр k , задающий положение точки перехода с горизонтальной стороны прямоугольника на вертикальную, выбирается из условия $k = 1/a_4$. При $0 < u < 1/k$, $u = \text{Re}(\omega)$ подынтегральное выражение в формуле (11) будет чисто действительным, т.е. движению точки в этом интервале в плоскости ω соответствует движение точки вдоль стороны BC (от 0 до C) в плоскости z_2 , а при $1/k < u < 1$ выражение становится чисто мнимым и движению точки в этом интервале на плоскости ω будет соответствовать вертикальный отрезок CD . Вычисляя соответствующие интегралы, определяем длины отрезков BC и CD . Отметим, что величина постоянной C_3 , входящей в отображение (11), не влияет на характеристическое сопротивление, так как в него входит отношение длин отрезков и данная константа сокращается.

Отметим, что в результате отображений исходной фигуры на прямоугольник ее две электрические стенки перешли в вертикальные отрезки AB и CD , а магнитные соответственно в горизонтальные AD и BC , т.е. мы пришли к так называемому TEM -волноводу, для которого известно соотношение (12). Физически это отношение разности потенциалов между двумя металлическими пластинами к полному току на одной из них.

Таким образом, осуществив преобразования (1) и (11) и определив необходимые константы, мы получили решение задачи о характеристическом сопротивлении (импедансе) в сечении канала Флоке.

5. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Результаты расчетов импеданса, полученных при использовании конформного отображения и расчетов с помощью системы электродинамического моделирования HFSS приведены на рис. 5. Расчет был проведен для ячеек Флоке, имеющих вдоль оси Oz постоянное сечение при $w = 3, 4, 5$ мм и изменении параметра h от 2 до 12 мм. Как видно на рисунке, результаты совпадают с графической точностью.

На рис. 6 представлены зависимости коэффициента отражения от частоты для решетки регулярных TEM -рупоров, рассчитанные методом матрицы рассеяния и конформного отображения (точки) и при помощи HFSS (сплошные линии). Результаты

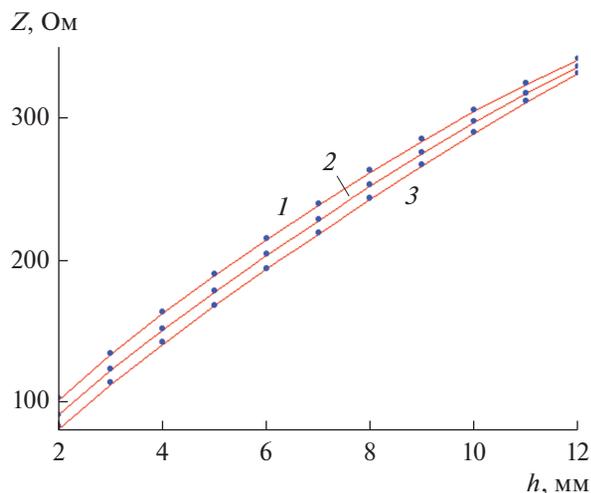


Рис. 5. Зависимость характеристического сопротивления от геометрических параметров структуры: $w = 4$ (1), 5 (2) и 6 мм (3).

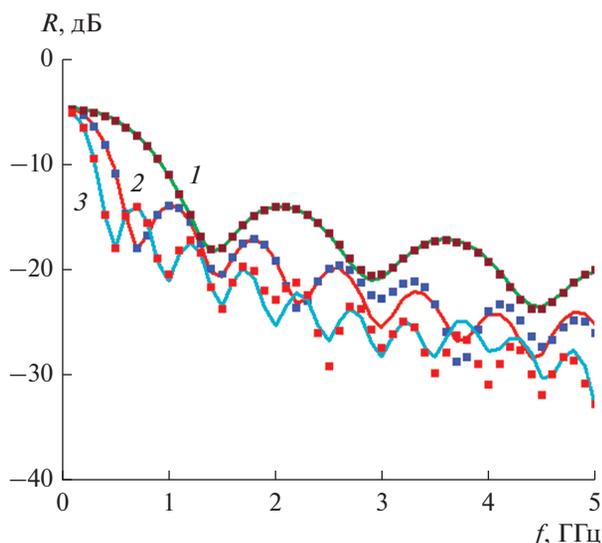


Рис. 6. Зависимости коэффициента отражения от частоты бесконечной двумерно-периодической решетки регулярных *TEM*-рупоров длиной $L = 100$ (1), 200 (2) и 300 мм (3); точки – расчет методом матрицы рассеяния и конформного отображения, сплошная линия – моделирование на HFSS.

совпадают с графической точностью до уровня -20 дБ.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представленные результаты показали, что метод конформного отображения может быть применен для расчета характеристического сопротивления (импеданса) в сечениях канала Флоке сверхширокополосной синфазной антенной решетки *TEM*-рупоров с металлизацией межрупорного простран-

ства. Этот вывод подтверждается результатами сравнения с расчетами регулярных ячеек Флоке с использованием HFSS, а также сопоставлением расчетов частотной зависимости коэффициента отражения бесконечной двумерно-периодической решетки регулярных *TEM*-рупоров.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена за счет бюджетного финансирования в рамках государственного задания по теме 0030-2019-006.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. McGrath D.T., Baum C.E. // IEEE Trans. 1999. V-AP. 47. № 3. P. 469.
2. Elmansouri M.A., Ha J., Filipovic D.S. // IEEE Trans. 2017. V-AP. 65. № 3. P. 1374.
3. Elmansouri M.A., Filipovic D.S. // IET Microwaves, Antennas and Propagation. 2017. V. 11 № 15. P. 2134.
4. Калошин В.А., Ле Н.Т., Фролова Е.В. // Журн. радиоэлектроники. 2020. № 4. <http://jre.cplire.ru/jre/apr20/2/text.pdf>.
5. Fedorov V.M., Efanov M.V., Ostashev V.Y. et al. // Electronics. 2021. V. 10. № 9. <https://doi.org/10.3390/electronics10091011>
6. Калошин В.А., Нгуен К.З. // Журн. радиоэлектроники. 2017. № 5. <http://jre.cplire.ru/jre/may17/14/text.pdf>.
7. Банков С.Е., Калошин В.А., Нгуен К.З. // РЭ. 2018. Т. 63. № 7. С. 702.
8. Банков С.Е., Калошин В.А., Ле Н.Т. // РЭ. 2018. Т. 63. № 12. С. 1263.
9. Калошин В.А., Ле Н.Т. // Журн. радиоэлектроники. 2020. № 3. <http://jre.cplire.ru/jre/mar20/8/text.pdf>.
10. Дуленкова М.Д., Калошин В.А. // РЭ. 2022. Т. 68. № 5. С. 419.
11. Банков С.Е., Скородумова Е.А. // РЭ. 2015. Т. 60. № 5. С. 470.
12. Банков С.Е., Дуленкова М.Д. // РЭ. 2018. Т. 63. № 1. С. 25.
13. Yang F.C., Lee K.S.H. // Sensor and Simulation Note. 1976. № 221. P. 1.
14. Справочник по расчету и конструированию СВЧ полосковых устройств / Под ред. В.И. Вольмана. М.: Радио и связь, 1982.
15. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1977.

**ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ
ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ**

УДК 621.396:681.323

**СПЕКТР КОМПЛЕКСНОГО СИГНАЛА
ПРИ РАССОГЛАСОВАНИИ КВАДРАТУРНЫХ СОСТАВЛЯЮЩИХ**

© 2022 г. С. И. Зиятдинов*

*Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения,
ул. Большая Морская, 67, Санкт-Петербург, 190000 Российская Федерация***E-mail: ziat.53@mail.ru*

Поступила в редакцию 12.03.2021 г.

После доработки 24.10.2021 г.

Принята к публикации 30.10.2021 г.

Рассмотрен вопрос формирования квадратурных составляющих когерентной системы обработки сигналов, представленной двумя каналами со сдвинутыми на 90° опорными напряжениями. Исследовано влияния практически неизбежных амплитудных и фазовых рассогласований параметров квадратурных каналов на частотные свойства комплексного сигнала. Получены выражения для спектральной плотности комплексного сигнала в случае неравенства коэффициентов передачи каналов и отлечения от 90° фазового сдвига опорных напряжений при преобразовании на видеочастоту высокочастотных входных радиосигналов. Показано, что отклонение коэффициентов передачи и фазовое рассогласование квадратурных каналов когерентной системы приводит к появлению в выходном сигнале дополнительной вещественной составляющей, уровень которой определяется величиной отклонения коэффициентов передачи квадратурных каналов и значением фазового рассогласования опорных напряжений.

DOI: 10.31857/S0033849422060213

ВВЕДЕНИЕ

В импульсных радиосистемах реализация когерентной обработки на радиочастоте при длительностях радиоимпульсов от десятых долей микросекунд до наносекунд с частотами заполнения от сотен до тысяч мегагерц является сложной технической задачей. Поэтому в ряде практических случаев при построении когерентных систем, таких как обнаружители и измерители параметров сигналов, систем селекции движущихся целей (СДЦ), систем автоматического сопровождения по дальности и угловым координатам используют преобразование принимаемых высокочастотных радиосигналов на видеочастоту, что позволяет существенно упростить реализацию устройств обработки [1]. Данное преобразование осуществляется с помощью пары преобразователей (квадратурных каналов) со сдвинутыми на 90° опорными напряжениями. В результате формируется на видеочастоте комплексный сигнал в виде двух квадратурных составляющих, используя которые решаются все задачи обработки сигналов [2].

Рассмотренные в литературе вопросы обработки комплексных сигналов на основе их квадратурных составляющих базируются на безошибочном преобразовании высокочастотных сигналов на видео-

частоту [3]. На практике реализовать квадратурные каналы с абсолютно одинаковыми характеристиками не представляется возможным. Каналы могут иметь различные коэффициенты передачи, а используемые опорные напряжения могут иметь фазовый сдвиг, отличный от 90° . Данные погрешности приводят к ошибкам оценки параметров комплексного сигнала [4], снижению качества работы системы СДЦ [5], систем автоматического сопровождения. Так, в работе [4] показано, что наличие амплитудных и фазовых рассогласований квадратурных каналов приводит к ошибкам оценки таких важнейших параметров комплексного сигнала, как его амплитуда и частота. При незначительных отклонениях коэффициентов передачи квадратурных каналов возникающие ошибки измерения амплитуды и частоты пропорциональны величине отклонения коэффициентов передачи. При этом ошибка измерения амплитуды комплексного сигнала, вызванная фазовым рассогласованием квадратурных каналов, пропорциональна отклонению коэффициентов передачи каналов. В то же время ошибка измерения частоты комплексного сигнала пропорциональна квадрату фазового рассогласования.

В работе [5] дана оценка влияния рассогласований параметров квадратурных каналов на работу

адаптивной системы селекции движущихся целей. В результате показано, что наличие амплитудных и фазовых рассогласований квадратурных каналов приводит к существенному уменьшению коэффициента подавления пассивных помех.

В связи с этим представляет интерес установление на уровне параметров обрабатываемых сигналов причины ухудшения характеристик систем обработки при наличии погрешностей в настройке квадратурных каналов.

Цель данной работы — исследовать влияние погрешностей реализации квадратурных каналов когерентной системы на частотные свойства комплексного сигнала.

1. СПЕКТРАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КОМПЛЕКСНОГО СИГНАЛА

Рассмотрим случай, когда для формирования квадратурных сигналов в когерентных системах обработки используются два фазовых детектора со сдвинутыми по фазе на 90° опорными напряжениями. При подаче на входы фазовых детекторов принимаемого высокочастотного сигнала на выходах фазовых детекторов появляются на видеочастоте два квадратурных сигнала, образующие комплексный сигнал, который запишем в виде

$$z(t) = x(t) + jy(t),$$

где $x(t)$ и $y(t)$ — квадратурные составляющие комплексного выходного сигнала квадратурных каналов. В случае отсутствия ошибок преобразования данные сигналы можно представить следующим образом [6]:

$$\begin{aligned} x(t) &= U(t) \cos[\omega_0 t + \varphi_0(t)], \\ y(t) &= U(t) \sin[\omega_0 t + \varphi_0(t)], \end{aligned} \quad (1)$$

где $U(t)$ и $\varphi_0(t)$ — флуктуирующие амплитуда и начальная фаза квадратурных сигналов; ω_0 — средняя частота.

Выражения (1) позволяют записать комплексный сигнал $z(t)$ в виде

$$z(t) = U(t) \exp\{j[\omega_0 t + \varphi_0(t)]\}. \quad (2)$$

Применим к (2) прямое преобразование Фурье. Тогда спектральная плотность комплексного сигнала $z(t)$ будет определяться выражением

$$\begin{aligned} G_{\text{ком}}(j\omega) &= \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} U(t) \exp\{j[\omega_0 t + \varphi_0(t)]\} \exp(-j\omega t) dt = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} U(t) \exp\{-j[(\omega - \omega_0)t + \varphi_0(t)]\} dt. \end{aligned} \quad (3)$$

Вид модуля спектральной плотности (3) показан на рис. 1. Спектральная плотность комплексного

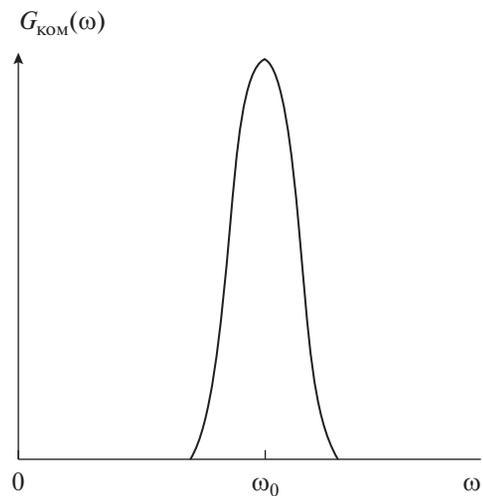


Рис. 1. Модуль спектральной плотности комплексного сигнала.

сигнала является односторонней относительно нуля частот и может располагаться как в области положительных частот, так и в области отрицательных частот.

В дальнейшем будем считать, что квадратурные каналы имеют различные коэффициенты передачи, а фазовые сдвиги опорных напряжений имеют отличный от 90° фазовый сдвиг. В этом случае выходные сигналы квадратурных каналов можно представить следующим образом:

$$\begin{aligned} x(t) &= kU(t) \cos[\omega_0 t + \varphi_0(t) + \Delta\varphi]; \\ y(t) &= U(t) \sin[\omega_0 t + \varphi_0(t)], \end{aligned} \quad (4)$$

где $k = 1 + \Delta k$; Δk — отклонение коэффициентов передачи квадратурных каналов; $\Delta\varphi$ — отклонение от 90° фазового сдвига опорных напряжений.

2. ВЛИЯНИЕ ОТКЛОНЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПЕРЕДАЧИ КВАДРАТУРНЫХ КАНАЛОВ НА СПЕКТРАЛЬНУЮ ПЛОТНОСТЬ КОМПЛЕКСНОГО СИГНАЛА

Рассмотрим отдельно влияние параметров Δk и $\Delta\varphi$ на частотные свойства комплексного сигнала (4). Для этого положим в (4) $\Delta k \neq 0$ и $\Delta\varphi = 0$. Тогда выражения (4) примут вид

$$\begin{aligned} x(t) &= kU(t) \cos[\omega_0 t + \varphi_0(t)], \\ y(t) &= U(t) \sin[\omega_0 t + \varphi_0(t)]. \end{aligned} \quad (5)$$

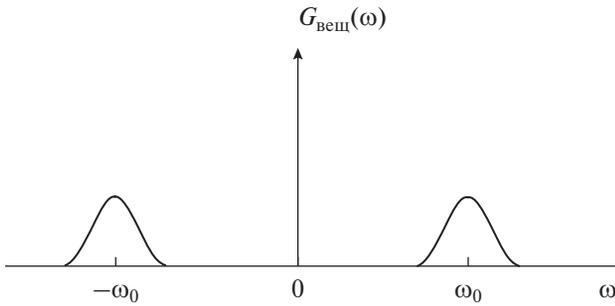


Рис. 2. Модуль спектральной плотности вещественного сигнала.

Используя соотношения (5), найдем спектральную плотность комплексного сигнала:

$$\begin{aligned} G_{\Delta k}(j\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} [x(t) + jy(t)] \exp(-j\omega t) dt = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \{kU(t) \cos[\omega_0 t + \varphi_0(t)] + \\ &+ jU(t) \sin[\omega_0 t + \varphi_0(t)]\} \exp(-j\omega t) dt. \end{aligned} \quad (6)$$

Подставим в (6) $k = 1 + \Delta k$. В результате получим

$$\begin{aligned} G_{\Delta k}(j\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} \{U(t) \cos[\omega_0 t + \varphi_0(t)] + \\ &+ jU(t) \sin[\omega_0 t + \varphi_0(t)]\} \exp(-j\omega t) dt + \\ &+ \Delta k \int_{-\infty}^{\infty} U(t) \cos[\omega_0 t + \varphi_0(t)] \exp(-j\omega t) dt. \end{aligned} \quad (7)$$

Перепишем (7) в виде

$$\begin{aligned} G_{\Delta k}(j\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} U(t) \exp\{j[\omega_0 t + \varphi_0(t)]\} \times \\ &\times \exp(-j\omega t) dt + \\ &+ \Delta k \int_{-\infty}^{\infty} U(t) \cos[\omega_0 t + \varphi_0(t)] \exp(-j\omega t) dt. \end{aligned} \quad (8)$$

В выражении (8) первый интеграл представляет спектральную плотность комплексного сигнала $G_{\text{ком}}(j\omega)$, соответствующую спектральной плотности (3), модуль которой показан на рис. 1. Второй интеграл в (8) представляет спектральную плотность $G_{\text{вещ}}(j\omega)$ вещественного сигнала $\Delta k U(t) \cos[(\omega_0 t + \varphi_0(t))]$, которая является двухсторонней относительно нуля частот [7]. Модуль данной спектральной плотности показан на рис. 2.

Таким образом, можно записать, что

$$G_{\Delta k}(j\omega) = G_{\text{ком}}(j\omega) + G_{\text{вещ}}(j\omega), \quad (9)$$

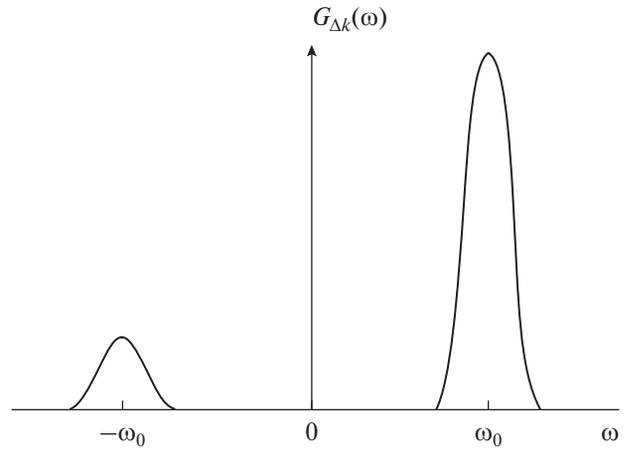


Рис. 3. Модуль спектральной плотности сигнала при амплитудном (фазовом) рассогласовании квадратурных составляющих.

где

$$\begin{aligned} G_{\text{ком}}(j\omega) &= \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} U(t) \exp\{j[\omega_0 t + \varphi_0(t)]\} \exp(-j\omega t) dt; \\ G_{\text{вещ}}(j\omega) &= \\ &= \Delta k \int_{-\infty}^{\infty} U(t) \cos[\omega_0 t + \varphi_0(t)] \exp(-j\omega t) dt. \end{aligned}$$

Графически модуль спектральной плотности (9) показан на рис. 3.

Из полученных результатов следует, что при отклонении коэффициентов передачи квадратурных каналов в спектре выходного сигнала кроме спектральной плотности комплексного сигнала появляется спектральная плотность вещественного сигнала, величина которой определяется разностью коэффициентов передачи квадратурных каналов.

3. ВЛИЯНИЕ ФАЗОВОГО РАССОГЛАСОВАНИЯ КВАДРАТУРНЫХ КАНАЛОВ НА СПЕКТРАЛЬНУЮ ПЛОТНОСТЬ КОМПЛЕКСНОГО СИГНАЛА

Примем в (4) $\Delta k = 0$ и $\Delta\varphi \neq 0$. Для этих условий квадратурные составляющие (4) записываются в виде

$$\begin{aligned} x(t) &= U(t) \cos[\omega_0 t + \varphi_0(t) + \Delta\varphi], \\ y(t) &= U(t) \sin[\omega_0 t + \varphi_0(t)]. \end{aligned} \quad (10)$$

Первое выражение в (10) можно представить следующим образом:

$$x(t) = U(t) \cos \Delta \varphi \cos [\omega_0 t + \varphi_0(t)] - U(t) \sin \Delta \varphi \sin [\omega_0 t + \varphi_0(t)].$$

Тогда комплексный сигнал записывается в виде

$$z(t) = U(t) \cos \Delta \varphi \cos [\omega_0 t + \varphi_0(t)] - U(t) \sin \Delta \varphi \sin [\omega_0 t + \varphi_0(t)] + jU(t) \sin [\omega_0 t + \varphi_0(t)]. \quad (11)$$

В выражении (11) сделаем следующую подстановку $\cos \Delta \varphi = 1 - d$. В результате (11) можно представить как

$$\begin{aligned} z(t) &= U(t) \cos [\omega_0 t + \varphi_0(t)] + jU(t) \sin [\omega_0 t + \varphi_0(t)] - \\ &- U(t) d \cos [\omega_0 t + \varphi_0(t)] - U(t) \sin \Delta \varphi \sin [\omega_0 t + \varphi_0(t)] = \\ &= U(t) \exp \{j[\omega_0 t + \varphi_0(t)]\} - \\ &- \{U(t) d \cos [\omega_0 t + \varphi_0(t)] + U(t) \sin \Delta \varphi \sin [\omega_0 t + \varphi_0(t)]\}. \end{aligned} \quad (12)$$

В полученном соотношении (12) первое слагаемое является комплексным сигналом и определяет спектральную плотность $G_{\text{ком}}(j\omega)$ комплексной составляющей выходного сигнала квадратурных каналов, второе слагаемое является вещественным сигналом и определяет спектральную плотность $G_{\text{вещ}}(j\omega)$ вещественной составляющей выходного сигнала квадратурных каналов.

Найдем составляющую $G_{\text{вещ}}(j\omega)$ выходного сигнала квадратурных каналов. Для этого ко второму слагаемому выражения (12) применим прямое преобразование Фурье

$$\begin{aligned} G_{\text{вещ}}(j\omega) &= d \int_{-\infty}^{\infty} U(t) \cos [\omega_0 t + \varphi_0(t)] \times \\ &\times \exp(-j\omega t) dt + \sin \Delta \varphi \int_{-\infty}^{\infty} U(t) \times \\ &\times \sin [\omega_0 t + \varphi_0(t)] \exp(-j\omega t) dt. \end{aligned} \quad (13)$$

Соотношение (13) перепишем в виде

$$G_{\text{вещ}}(j\omega) = dG_{\text{вещ}}^*(j\omega) + \sin \Delta \varphi G^*(j\omega), \quad (14)$$

где

$$\begin{aligned} G_{\text{вещ}}^*(j\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} U(t) \cos [\omega_0 t + \varphi_0(t)] \exp(-j\omega t) dt, \\ G^*(j\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} U(t) \sin [\omega_0 t + \varphi_0(t)] \exp(-j\omega t) dt \end{aligned}$$

– спектральные плотности вещественных сигналов $U(t) \cos [\omega_0 t + \varphi_0(t)]$ и $U(t) \sin [\omega_0 t + \varphi_0(t)]$ соответственно.

При малых углах фазового рассогласования квадратурных каналов $\Delta \varphi$, не превышающих единиц градусов, с учетом того, что $d \approx \Delta \varphi^2 / 2 \ll \Delta \varphi$ выражение (14) можно представить следующим образом:

$$G_{\text{вещ}}(j\omega) \approx \Delta \varphi G^*(j\omega).$$

В результате спектральная плотность выходного сигнала квадратурных каналов принимает вид

$$G_{\Delta \varphi}(j\omega) = G_{\text{ком}}(j\omega) + G_{\text{вещ}}(j\omega). \quad (15)$$

Графически модуль спектральной плотности (15) имеет такой же вид, как и спектральная плотность (9), представленная на рис. 3.

Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что при фазовом рассогласовании квадратурных каналов в спектре выходного сигнала присутствует спектральная плотность как комплексного, так и вещественного сигнала, величина которой определяется уровнем фазового рассогласования каналов. Возможные по разным причинам изменения параметров настройки квадратурных каналов могут быть скомпенсированы путем использования устройства автоматического регулирования усиления и схемы фазовой автоподстройки.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

К качеству настройки квадратурных каналов когерентной системы обработки сигналов должны предъявляться весьма жесткие требования. Наличие амплитудных и фазовых рассогласований квадратурных каналов обуславливает искажение спектральной плотности выходного комплексного сигнала. Ошибки настройки квадратурных каналов когерентной системы приводят к появлению в выходном сигнале каналов вещественной составляющей, уровень которой пропорционален разности коэффициентов передачи и величине фазового отклонения опорных напряжений от 90° . Наличие в выходном сигнале квадратурных каналов когерентной системы вещественной составляющей приводит к ошибкам оценки параметров комплексного сигнала, к ошибкам при решении задач обнаружения сигналов, снижению качества работы систем селекции движущихся целей.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бакулев П.А., Стенин В.М.* Методы и устройства селекции движущихся целей. М.: Радио и связь, 1986.
2. *Бакулев П.А.* Радиолокационные системы. М.: Радиотехника, 2004.
3. *Попов В.И.* // Радиопромышленность. 2017. Т. 27. № 1. С. 57.
4. *Мичурин С.В.* // Изв. вузов. Приборостроение. 2020. Т. 63. № 6. С. 495.
5. *Зиатдинов С.И.* // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 2020. Т. 23. № 3. С. 25.
6. *Попов Д.И.* // Цифровая обработка сигналов. 2014. № 4. С. 32.
7. *Тихонов В.И.* Статистическая радиотехника. М.: Радио и связь, 1982.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТИ НЕИСКАЖЕННОЙ ПЕРЕДАЧИ
ПОЛЕЗНОГО СИГНАЛА С ПОМОЩЬЮ СПИНОВЫХ ВОЛН
В ФЕРРИТОВЫХ СТРУКТУРАХ© 2022 г. Э. Г. Локк^а, *, С. В. Герус^а, А. Ю. Анненков^а^аФрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
пл. Введенского, 1, Фрязино Московской обл., 141196 Российская Федерация

*E-mail edwin@ms.ire.rssi.ru

Поступила в редакцию 17.06.2021 г.

После доработки 24.06.2021 г.

Принята к публикации 30.06.2021 г.

Теоретически изучено влияние граничных условий типа “идеального металла” и “идеальной магнитной стенки”, создаваемых в различных сочетаниях вблизи или на каждой поверхности касательно намагниченной ферритовой пластины, на возможность неискаженной передачи полезного сигнала с помощью поверхностных спиновых волн в данной структуре. Установлено, что в зависимости от параметров структуры и граничных условий, на дисперсионной зависимости спиновых волн могут возникать квазилинейные участки, занимающие интервал частот шириной от 75 до 220 МГц и интервал волновых чисел шириной от 40 до 200 см⁻¹. Показано, что для неискаженной передачи полезного сигнала, модулирующего спиновую волну, необходимо использовать спиновые волны, параметры которых соответствуют указанным квазилинейным участкам.

DOI: 10.31857/S0033849422060146

ВВЕДЕНИЕ

В касательно намагниченной ферритовой пластине могут распространяться поверхностные и обратные объемные дипольные спиновые волны (СВ), впервые описанные в магнитостатическом приближении в работе [1] и поэтому часто называемые магнитостатическими волнами. В дальнейшем свойства и характеристики СВ в ферритовой пластине и в структурах на ее основе были исследованы в сотнях статей и описаны в ряде монографий и обзорных работ [2–7]. Однако, несмотря на разнообразие физических эффектов, наблюдающихся при распространении СВ [5], разработка приборов с использованием СВ не получила заметного распространения в технике СВЧ по ряду причин. Одна из них – нелинейный характер дисперсионных зависимостей СВ в ферритовой пластине и структурах на ее основе, что не позволяет использовать эти волны при создании устройств по обработке информации.

Ниже мы рассчитаем дисперсионные зависимости и величину групповой скорости СВ в ферритовых структурах, созданных на основе ферритовой пластины, а также оценим линейность этих дисперсионных зависимостей. Очевидно, что для СВ невозможно получить такую же линейную дисперсионную зависимость, какой обладают в широком диапазоне частот акустические волны в

акустических кристаллах. Однако в ряде структур в некотором интервале частот на дисперсионной зависимости СВ можно создать квазилинейный участок, степень линейности которого будет зависеть от параметров структуры и может удовлетворять требованиям, предъявляемым к устройствам аналоговой обработки сигналов. Отметим, что данная проблема не изучалась ранее основательно, поскольку в диспергирующих средах само понятие “групповая скорость” (т.е. скорость перемещения полезного сигнала, модулирующего распространяющуюся в среде высокочастотную синусоидальную волну) теряет смысл из-за изменения формы полезного сигнала по мере распространения волны. Поэтому, опираясь на результаты работ [8–10], ниже мы кратко сформулируем условия применимости понятия “групповая скорость” для волн в диспергирующих средах.

Как будет показано далее, дисперсионная зависимость СВ может иметь квазилинейные участки, если на поверхностях ферритовой пластины (или на некотором расстоянии от них) создать граничные условия типа “идеального металла” или “идеальной магнитной стенки”. На практике граничные условия типа “идеальной магнитной стенки” [11–15] (когда тангенциальная компонента магнитного СВЧ-поля на поверхности феррита равна нулю), по-видимому, можно создать лишь с ис-

пользованием метаматериалов по аналогии с тем, как подобные граничные условия создают на поверхности изотропных диэлектриков (см., например, [16, 17]). Однако при разработке таких метаматериалов применительно к ферритам необходимо учитывать, что в СВЧ-диапазоне СВ имеют длины волн $\sim 50 \text{ мкм} < \lambda_{\text{СВ}} < 5 \text{ мм}$, что на 2...5 порядков меньше, чем длины электромагнитных волн в воздухе и в обычных диэлектриках в этом же диапазоне частот. Поэтому результаты, полученные в [16, 17], не могут быть использованы непосредственно для ферритов.

1. УСЛОВИЯ ПРИМЕНИМОСТИ ПОНЯТИЯ ГРУППОВАЯ СКОРОСТЬ В ДИСПЕРГИРУЮЩИХ АНИЗОТРОПНЫХ СРЕДАХ

Как известно, групповая скорость – это скорость перемещения полезного сигнала, модулирующего синусоидальную волну (с более высокой частотой), при условии, что форма этого сигнала по мере распространения волны сохраняется. Очевидно, что это условие безоговорочно выполняется только в средах с линейной дисперсией. В диспергирующих же средах, к которым относятся ферромагнетики и анизотропные структуры на их основе, следует оговорить условия применимости понятия “групповая скорость”. Так, в работе [8] было предложено использовать термин “групповая скорость” в анизотропных средах лишь на некотором конечном расстоянии S , на котором полезный сигнал практически сохраняет свою форму. В частности, в [8] было показано, что в некоторой среде полезный сигнал, модулирующий волну с заданной частотой $f_0 = \omega/2\pi$, может пробежать без искажений вдоль какой-либо оси (например, вдоль оси y) расстояние S , ограниченное условием

$$\left| \frac{\pi}{U} \frac{\partial U}{\partial \lambda} \Big|_{\lambda=\lambda_0} S \right| \ll 1, \quad (1)$$

где U – модуль вектора групповой скорости модулируемой волны, $\lambda_0 = 2\pi/k_{y0}$ – длина модулируемой волны, а $\partial U/\partial \lambda$ – значение производной, вычисляемое при $\lambda = \lambda_0$.

В работе [9] было предложено записать условие (1) в виде

$$S \ll S_{\text{cr}}, \quad (2)$$

где критическое расстояние S_{cr} вычисляется по формуле

$$S_{\text{cr}} = \frac{2}{k_y^2} \left| \frac{\frac{\partial \omega}{\partial k_y} \Big|_{k_y=k_{y0}}}{\frac{\partial^2 \omega}{\partial k_y^2} \Big|_{k_y=k_{y0}}} \right| \quad \text{или} \quad \frac{S_{\text{cr}}}{\lambda} = \frac{1}{\pi k_y} \left| \frac{\frac{\partial \omega}{\partial k_y} \Big|_{k_y=k_{y0}}}{\frac{\partial^2 \omega}{\partial k_y^2} \Big|_{k_y=k_{y0}}} \right|, \quad (3)$$

которую определяют характеристики дисперсионной зависимости среды.

На практике имеет смысл рассчитывать не абсолютные значения величины S_{cr} , а отношение S_{cr}/λ , из которого видно, сколько длин волн λ может пробежать полезный сигнал практически без искажений в зависимости от параметров модулируемой волны k_y и f . Очевидно, что формулы (1)–(3) справедливы для волн различной природы в анизотропных средах и структурах.

Таким образом, рассчитывая дисперсионные характеристики анизотропной среды, можно оценить расстояние S , на котором при данных параметрах волны мы вправе использовать понятие групповой скорости. Отметим, что на практике могут возникнуть случаи, когда свойства анизотропной среды или структуры заранее неизвестны. В этих случаях использовать понятие групповой скорости можно лишь в пределах очень малых (бесконечно малых) расстояний, на которые распространяется модулируемая волна.

Основываясь на приведенных выше условиях (1) и (2), можно считать, что в пределах расстояния S вектор групповой скорости волны \vec{U} всегда адекватно характеризует величину скорости и направление перемещения полезного сигнала, модулирующего волну с частотой ω и волновым вектором \vec{k} , и определяется выражением [3, 8, 10]

$$\vec{U} = \frac{d\omega}{d\vec{k}} = \text{grad}_{\vec{k}} \omega = \frac{\partial \omega}{\partial k_x} \vec{x}_0 + \frac{\partial \omega}{\partial k_y} \vec{y}_0 + \frac{\partial \omega}{\partial k_z} \vec{z}_0, \quad (4)$$

где k_x , k_y и k_z – компоненты волнового вектора \vec{k} в декартовой системе координат.

Отметим, что при исследовании реальных сред и структур зависимость $\omega(\vec{k})$ редко можно получить в явном виде, тогда как вывести дисперсионное уравнение волны $F(\omega, \vec{k})$ удается гораздо чаще. Поэтому, используя правило дифференцирования неявной функции, выражение (4) можно записать в виде

$$\begin{aligned} \vec{U} &= -\frac{\partial F/d\vec{k}}{\partial F/\partial \omega} = -\left(\frac{\partial F}{\partial \omega}\right)^{-1} \text{grad}_{\vec{k}} F = \\ &= -\left(\frac{\partial F}{\partial \omega}\right)^{-1} \left(\frac{\partial F}{\partial k_x} \vec{x}_0 + \frac{\partial F}{\partial k_y} \vec{y}_0 + \frac{\partial F}{\partial k_z} \vec{z}_0 \right). \end{aligned} \quad (5)$$

Выражение (5) удобно использовать при исследовании волн в анизотропных средах, где групповая скорость отличается от фазовой не только по величине, но и по направлению. Так, вектор $\text{grad}_{\vec{k}} F$ определяет пространственную ориентацию вектора \vec{U} , а производная $\partial F/\partial \omega$ – это число, которое вместе с модулем вектора $\text{grad}_{\vec{k}} F$ определяет модуль вектора \vec{U} .

2. РАССТОЯНИЯ S , КОТОРЫЕ МОГУТ БЫТЬ ПОЛУЧЕНЫ ПРИ ПЕРЕДАЧЕ ПОЛЕЗНОГО СИГНАЛА С ПОМОЩЬЮ СПИНОВЫХ ВОЛН В ФЕРРИТОВОЙ ПЛАСТИНЕ

Ранее без использования магнитостатического приближения были выполнены расчеты отношения S_{cr}/λ в зависимости от волнового числа k_y для поверхностной СВ (ПСВ), распространяющейся в касательно намагниченной ферритовой пластине вдоль оси y [9]. Как видно из этой работы, использование ПСВ в ферритовой пластине для неискаженной передачи информации не имеет перспектив практического применения, поскольку максимальное отношение $S_{cr}/\lambda \sim 12$ имеет место в узкой полосе частот и значений волнового числа вблизи значения $k_y \sim 10 \text{ см}^{-1}$. В соответствии с условием (2) из этого следует, что расстояние S между возбуждающим и приемным преобразователями ПСВ в лучшем случае может быть лишь порядка длины волны λ (что составляет $\sim 6 \text{ мм}$ при $k_y \sim 10 \text{ см}^{-1}$). Для других значений k_y величина S еще меньше и составляет доли длины волны (т.е. речь идет о расстояниях между преобразователями порядка миллиметра). Такая ситуация возникает из-за того, что дисперсионная зависимость ПСВ в ферритовой пластине не имеет точек перегиба (производная $\partial^2\omega/\partial k_y^2$ в формуле (3) никогда не бывает равна нулю), и в итоге отношение S_{cr}/λ принимает лишь небольшие значения.

Ситуация с передачей полезного сигнала с помощью обратной СВ (ОСВ), распространяющейся в касательно намагниченной ферритовой пластине вдоль оси z [18], складывается немного лучше, поскольку дисперсионные зависимости всех мод ОСВ $f(k_z)$ в ферритовой пластине имеют точку перегиба, в которой выполняется равенство $\partial^2\omega/\partial k_z^2 = 0$ и, в соответствии с (3), $S_{cr} \rightarrow \infty$. Так, для первой моды ОСВ существуют небольшие интервалы волнового числа ($\sim 15 \text{ см}^{-1}$) и частоты ($\sim 4 \text{ МГц}$), которые можно использовать при передаче полезного сигнала путем модуляции первой моды ОСВ с минимальными искажениями.

3. СПОСОБ ЛИНЕАРИЗАЦИИ ДИСПЕРСИОННЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ СПИНОВЫХ ВОЛН В СТРУКТУРАХ НА ОСНОВЕ ФЕРРИТОВОЙ ПЛАСТИНЫ

Из описанных выше результатов следует, что весьма актуальной проблемой является поиск способов, которые позволят так изменить дисперсионную зависимость СВ, чтобы она стала похожа на линейную. В связи с этим далее исследуем характеристики ПСВ в некоторой обобщенной, касательно намагниченной до насыщения феррито-

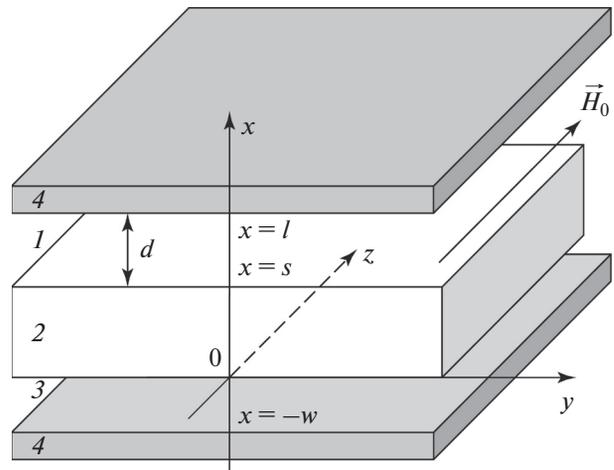


Рис. 1. Геометрия задачи: 1, 3 – промежутки воздуха (или слои диэлектрика), 2 – ферритовая пластина, 4 – идеально проводящий металл или метаматериал, на поверхности которого существуют граничные условия идеальной магнитной стенки.

вой структуре, изображенной на рис. 1. В состав этой структуры входит ферритовая пластина 2, вблизи которой сверху и снизу на некоторых расстояниях d и w находятся слои вещества, обеспечивающие либо граничные условия типа “идеально проводящего металла”, либо граничные условия типа “идеальной магнитной стенки”. Пусть для простоты ПСВ распространяется вдоль оси y , причем ее волновой вектор \vec{k} и вектор групповой скорости \vec{U} коллинеарны.

Дисперсионные уравнения, описывающие распространение ПСВ в такой структуре, представлены в работе [14, таблица], а слагаемые $a_1 \dots a_4$, входящие в эти уравнения, описаны в магнитостатическом приближении и без него соответственно в [14, формулы (22)–(27)] и в [15, формулы (15)–(26)]. Анализ дисперсионных зависимостей ПСВ в структуре, изображенной на рис. 1, при различных значениях d и w , а также при различных материалах слоев 4 (см. [14, 15]) показывает, что расположение вблизи ферритовой пластины слоев металла или магнитной стенки приводит к появлению на дисперсионной зависимости ПСВ нескольких точек перегиба, в которых $\partial U/\partial k = \partial^2\omega/\partial k^2 = 0$ (и значит, $S_{cr} \rightarrow \infty$). Варьируя параметры структуры, иногда можно “приблизить” точки перегиба друг к другу и получить более широкие интервалы частоты или волнового числа, в которых степень линейности дисперсионной зависимости ПСВ будет удовлетворять определенным техническим требованиям по отношению к величине S_{cr}/λ .

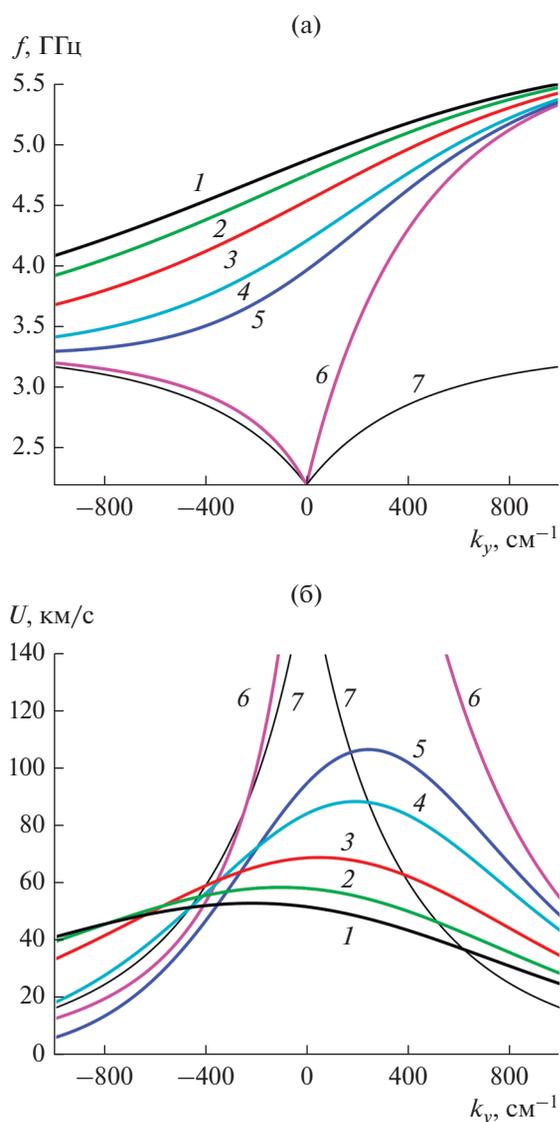


Рис. 2. Дисперсионные зависимости ПСВ $f(k_y)$ (а) и зависимости групповой скорости ПСВ U от волнового числа k_y (б) в структуре МДФДМ при $d = 0$ и $w = 5$ (1), 6 (2), 8 (3), 12 (4), 16 мкм (5) и ∞ (6); показана также аналогичная зависимость для свободной ферритовой пластины (кривая 7), т.е. когда $w \rightarrow \infty$ и $d \rightarrow \infty$.

4. РАССТОЯНИЯ S , КОТОРЫЕ МОГУТ БЫТЬ ПОЛУЧЕНЫ ПРИ ПЕРЕДАЧЕ ПОЛЕЗНОГО СИГНАЛА С ПОМОЩЬЮ СПИНОВЫХ ВОЛН В СТРУКТУРАХ НА ОСНОВЕ ФЕРРИТОВОЙ ПЛАСТИНЫ

Очевидно, что наиболее простой и реализуемой на практике структурой является геометрия, в которой над ферритовой пластиной расположена металлическая поверхность, параллельная плоскости пластины [19, 20]. В получающейся структуре металл–диэлектрик–феррит (МДФ)

(см. рис. 1 при $w \rightarrow \infty$) слой 1 может представлять собой как диэлектрик, так и зазор воздуха. Как показали расчеты, дисперсионные зависимости ПСВ $f(k_y)$ в данной структуре могут иметь точки перегиба, в которых $\partial^2 \omega / \partial k_y^2 = \partial U / \partial k_y = 0$ [21]. Если ПСВ имеет частоту f или волновое число k_y , соответствующее одной из точек перегиба, то при модуляции такой ПСВ полезным сигналом $S_{\text{ср}} / \lambda \rightarrow \infty$. Вблизи этих значений k_y и f возникают небольшие интервалы волнового числа шириной $5 \dots 10 \text{ см}^{-1}$ и интервалы частоты шириной $3 \dots 10 \text{ МГц}$, которые можно использовать при разработке спинволновых приборов для реализации неискаженной передачи полезного сигнала. Казалось бы, изменяя величину d в структуре МДФ, можно добиться более близкого расположения точек перегиба друг к другу и таким способом увеличить ширину указанных интервалов частоты и волнового числа. Действительно, при изменении величины d точки перегиба немного приближаются друг к другу, но затем опять начинают удаляться друг от друга. В итоге при наибольшем сближении точек перегиба мы имеем между ними $S_{\text{ср}} / \lambda \approx 12$, хотя в самих точках перегиба $S_{\text{ср}} / \lambda \rightarrow \infty$ (см. [21, рис. 2]). Таким образом, в структуре МДФ не удастся заметно увеличить интервалы волнового числа и частоты, в которых можно было бы иметь отношение $S_{\text{ср}} / \lambda$, например, больше 50 или 100.

Можно полагать, что для “сближения” точек перегиба следует выбрать структуру, имеющую более сложное дисперсионное уравнение и большее варьируемых параметров. То есть необходимо исследовать, например, изменение отношения $S_{\text{ср}} / \lambda$ в структуре металл–диэлектрик–феррит–диэлектрик–металл (МДФДМ), где можно варьировать два параметра – d и w . Дисперсионные зависимости ПСВ, распространяющихся в структуре МДФДМ вдоль оси u , исследовались ранее как в магнитостатическом приближении [14, 22–24], так и без него [15]. Опираясь на полученные результаты, можно подобрать такие параметры структуры МДФДМ, при которых дисперсионная зависимость ПСВ будет иметь квазилинейные участки. Используя дисперсионное уравнение, полученное в работе [15] без магнитостатического приближения¹, рассчитаем ниже характеристики ПСВ в структуре МДФДМ, намагниченной однородным магнитным полем, величина которого

¹ Сравнение расчетов отношения $S_{\text{ср}} / \lambda$, выполненных в магнитостатическом приближении и без него для ПСВ, распространяющейся в ферритовой пластине [9], показало, что в первом случае возникает ошибочное представление о том, что $S_{\text{ср}} / \lambda \rightarrow \infty$ в начальной части спектра ПСВ (см. [9, рис. 3, кривые 1 и 2]). Поэтому все расчеты в данной работе выполнены без использования магнитостатического приближения.

$H_0 = 300$ Э. Пусть структура состоит из ферритовой пластины 2, имеющей толщину $s = 10$ мкм, диэлектрическую проницаемость $\epsilon_2 = 15$ и намагниченность насыщения $4\pi M_0 = 1750$ Гс, и воздушных зазоров 1 и 3, имеющих диэлектрические и магнитные проницаемости $\epsilon_1 = \epsilon_3 = \mu_1 = \mu_3 = 1$. Дисперсионные зависимости ПСВ, рассчитанные для структуры МДФДМ, у которой $d = 0$, показаны на рис. 2а, а соответствующие зависимости групповой скорости ПСВ U от волнового числа k_y – на рис. 2б. Представлены также зависимости отношения S_{cr}/λ от волнового числа ПСВ k_y (рис. 3а) и от частоты ПСВ f (рис. 3б).

Как видно из рис. 2 и 3, при приближении снизу к ферритовой пластине второй металлической поверхности, характеристики ПСВ изменяются таким образом, что при величине w примерно 6...9 мкм на дисперсионной зависимости волны $f(k_y)$ вблизи малых значений k_y возникает квазилинейный участок, на котором ПСВ имеет почти постоянное значение групповой скорости U в более широком интервале частот и волновых чисел, чем при других значениях w (см. кривые 2 и 3 на рис. 2). Такая трансформация зависимости $f(k_y)$ возникает из-за того, что при $w \sim 6...9$ мкм две точки, в которых отношение S_{cr}/λ велико, оказываются расположены достаточно близко друг к другу (см. рис. 3, кривые 2 и 3), что и позволяет увеличить интервал волновых чисел Δk_y и интервал частоты Δf , в которых $S_{cr}/\lambda > 100$, до значений порядка 130 см^{-1} и 130 МГц соответственно, т.е. увеличить эти интервалы на порядок по сравнению со структурой МДФ, исследованной в [21]. Отметим лишь, что при проектировании приборов с использованием ПСВ в данной структуре необходимо учитывать следующее: при $|k_y| < \sim 1 \text{ см}^{-1}$ дисперсионное уравнение, описывающее ПСВ в структуре МДФДМ без магнитостатического приближения, не имеет решений [15].

Рассмотрим теперь аналогичные характеристики ПСВ в структуре “магнитная стенка”–диэлектрик–феррит–диэлектрик–“магнитная стенка” (МСДФДМС) для приведенных выше параметров s , $4\pi M_0$, ϵ_2 , ϵ_1 , ϵ_3 , μ_1 , μ_3 и H_0 . Рассчитаем характеристики ПСВ в структуре МСДФДМС на основе полученного в [15] дисперсионного уравнения для случая структуры, когда $w = 0$. Дисперсионные зависимости ПСВ для такой структуры показаны на рис. 4а, а соответствующие зависимости групповой скорости U от волнового числа k_y – на рис. 4б. Также представлены зависимости отношения S_{cr}/λ от волнового числа ПСВ k_y (рис. 5а) и от частоты ПСВ f (рис. 5б).

Как видно из рис. 4 и 5, при приближении сверху к ферритовой пластине второго слоя “маг-

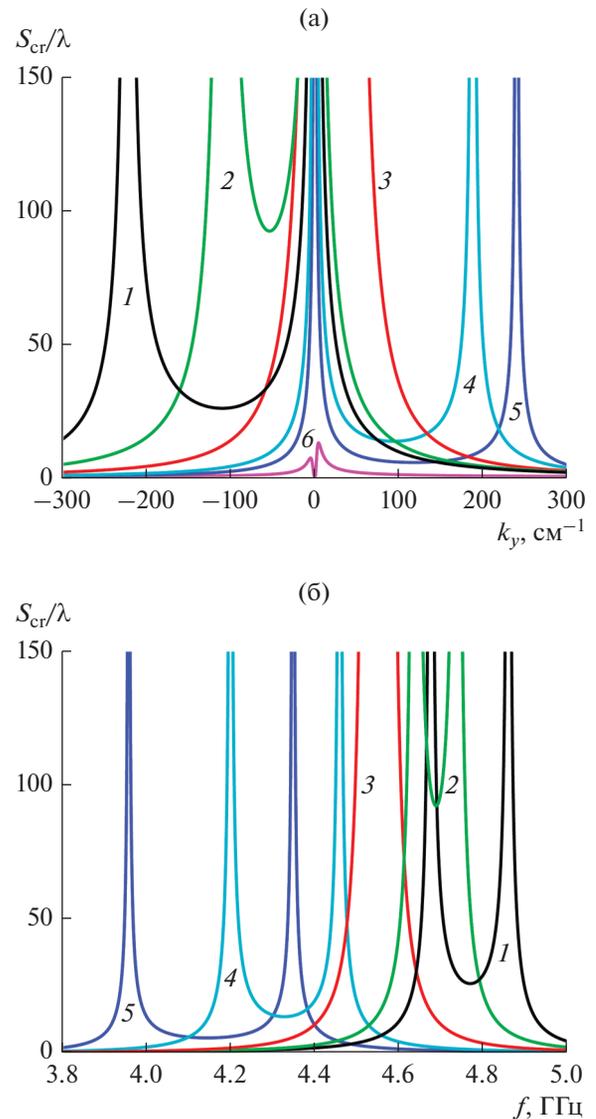


Рис. 3. Зависимости отношения S_{cr}/λ от волнового числа ПСВ k_y (а) и от частоты ПСВ f (б) в структуре МДФДМ при $d = 0$ и $w = 5$ (1), 6 (2), 8 (3), 12 (4), 16 мкм (5) и ∞ (6).

нитной стенки” характеристики ПСВ изменяются таким образом, что при $d \sim 26.3...28$ мкм на дисперсионной зависимости волны $f(k_y)$ в интервале волновых чисел $30 \text{ см}^{-1} < k_y < 90 \text{ см}^{-1}$ возникает квазилинейный участок, на котором ПСВ имеет почти постоянное значение групповой скорости U (см. рис. 4, кривые 3 и 4). Такая трансформация зависимости $f(k_y)$ возникает из-за того, что при $d \sim 26.3...28$ мкм две точки перегиба, в которых отношение $S_{cr}/\lambda \rightarrow \infty$, оказываются расположены близко друг к другу (см. рис. 5, кривые 3 и 4). Благодаря этому интервал волновых чисел Δk_y и интервал частоты Δf , в которых $S_{cr}/\lambda > 100$,

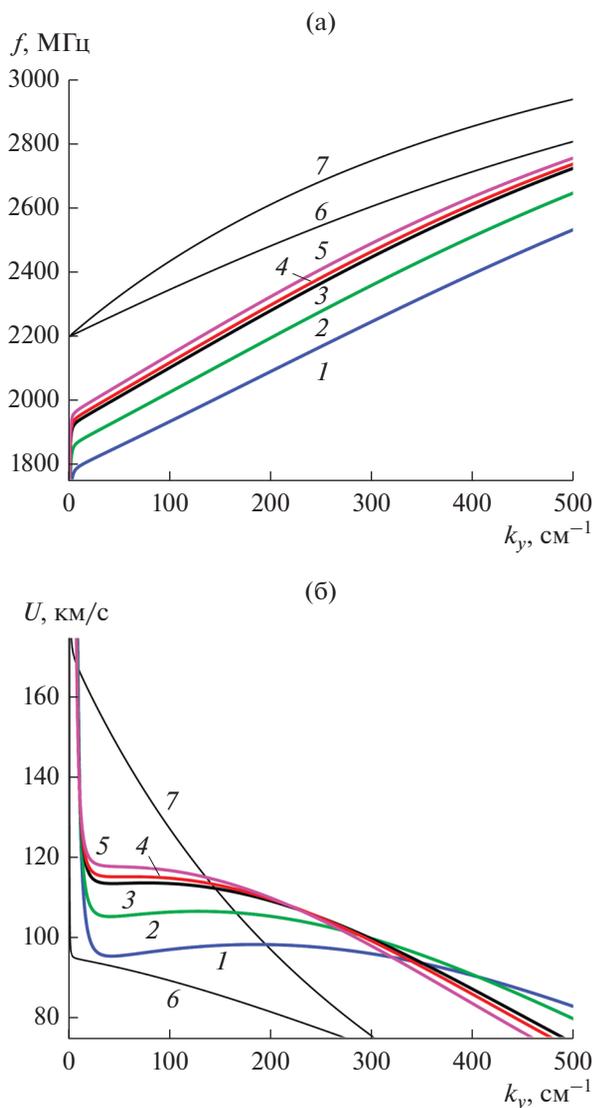


Рис. 4. Дисперсионные зависимости ПСВ $f(k_y)$ (а) и зависимости групповой скорости ПСВ U от волнового числа k_y (б) в структуре МСДФДМС (для положительных k_y) при $w = 0$ и $d = 15$ (1), 20 (2), 26.3 (3), 28 (4), 31 мкм (5) и ∞ (6), показана также дисперсионная зависимость для свободной ферритовой пластины (кривая 7).

увеличиваются до значений 45 см^{-1} и 75 МГц соответственно, что намного больше аналогичных интервалов в структуре МДФ [21].

Рассмотрим еще возможность получения квазилинейной дисперсионной зависимости ПСВ в структуре металл–диэлектрик–феррит–диэлектрик–“магнитная стенка” (МДФДМС), т.е. когда вблизи разных поверхностей ферритовой пластины существуют разные граничные условия. Ниже на основе полученного в [15] дисперсионного уравнения выполнены расчеты характеристик

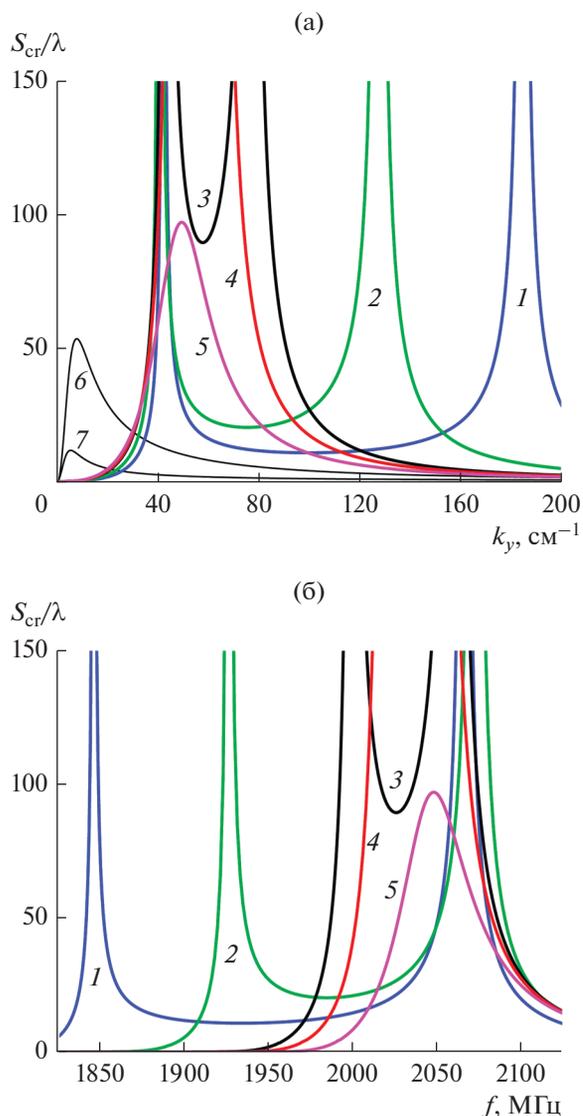


Рис. 5. Зависимости отношения S_{cr}/λ от волнового числа ПСВ k_y (а) и от частоты ПСВ f (б) в структуре МСДФДМС (для положительных k_y) при $w = 0$ и $d = 15$ (1), 20 (2), 26.3 (3), 28 (4), 31 мкм (5) и ∞ (6), показана также аналогичная зависимость для свободной ферритовой пластины (кривая 7).

ПСВ в такой структуре при приведенных выше параметрах s , $4\pi M_0$, ϵ_2 , ϵ_1 , ϵ_3 , μ_1 , μ_3 , H_0 и $d = w = 0$: дисперсионная зависимость ПСВ $f(k_y)$ и зависимость групповой скорости U от волнового числа k_y показаны на рис. 6 (кривая 1), а зависимости отношения S_{cr}/λ от волнового числа k_y – на рис. 7 (кривая 1). Как видно, весьма актуально было бы “поднять” уровень кривой 1 на рис. 7 до ~ 100 и получить квазилинейную зависимость ПСВ в интервале 300 см^{-1} (и соответственно в интервале 1.5 ГГц)! Однако сделать это непросто, поскольку, как по-

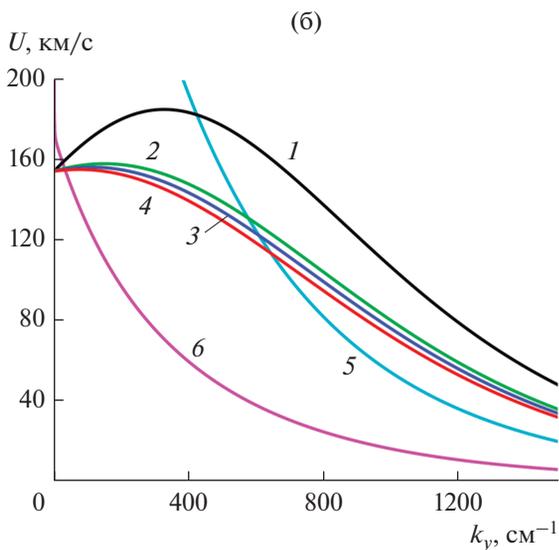
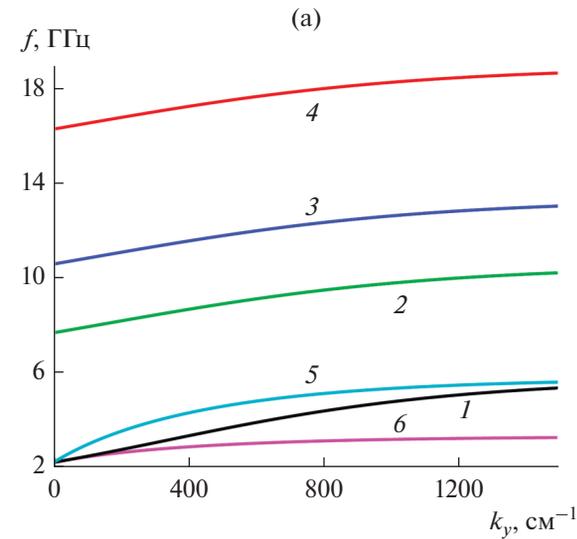


Рис. 6. Дисперсионные зависимости ПСВ $f(k_y)$ (а) и зависимости групповой скорости ПСВ U от волнового числа k_y (б) в структуре МДФДМС (для положительных k_y) при $d = w = 0$ для различных значений H_0 : 300 (1), 2000 (2), 3000 (3) и 5000 Э (4); для сравнения показаны также дисперсионные зависимости ПСВ в структуре МФ, когда $d = 0$, $w \rightarrow \infty$ (кривая 5) и в свободной ферритовой пластине (кривая 6).

казали расчеты, увеличение расстояний d и w приводит либо к ухудшению линейности зависимости $f(k_y)$, либо к сильному уменьшению ширины указанных интервалов. Тем не менее, если в качестве варьируемых параметров использовать и остальные параметры структуры, например s , $4\pi M_0$ и H_0 , то можно получить достаточно широкие интервалы частоты и волнового числа, где отношение S_{cr}/λ велико.

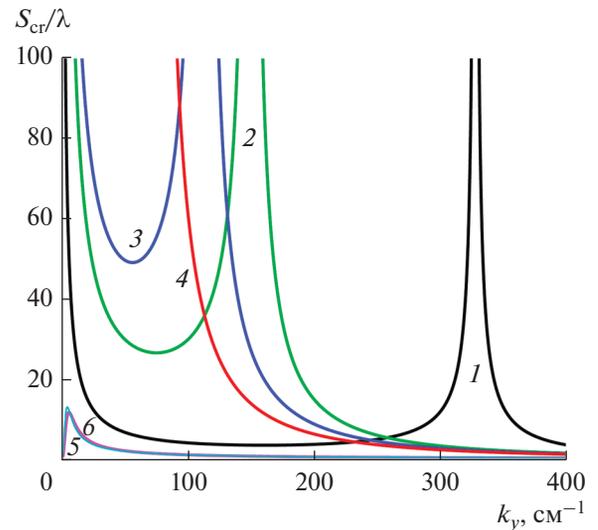


Рис. 7. Зависимости отношения S_{cr}/λ от волнового числа ПСВ k_y в структуре МДФДМС (для положительных k_y) при $d = w = 0$ для различных значений H_0 : 300 (1), 2000 (2), 3000 (3) и 5000 Э (4); показаны также аналогичные зависимости в структуре МФ, когда $d = 0$ и $w \rightarrow \infty$ (кривая 5) и в свободной ферритовой пластине (кривая 6).

Расчеты характеристик ПСВ для структуры МДФДМС в зависимости от величины H_0 при $d = w = 0$ также представлены на рис. 6 и 7 (кривые 2–4). Как видно из рис. 6 и 7, при изменении величины однородного магнитного поля в интервале $3000 \text{ Э} \leq H_0 \leq 5000 \text{ Э}$ на дисперсионной зависимости волны $f(k_y)$ в интервале значений $0 \text{ см}^{-1} < k_y < 200 \text{ см}^{-1}$ возникает квазилинейный участок, на котором ПСВ имеет почти постоянное значение групповой скорости $U \sim 155 \text{ км/с}$ (см. рис. 6, кривые 3 и 4), а две точки зависимости $f(k_y)$, в которых отношение S_{cr}/λ велико, оказываются расположены так близко друг к другу, что возникают широкие интервалы частоты² $\Delta f \sim 220 \text{ МГц}$ и волнового числа $\Delta k_y \sim 100 \text{ см}^{-1}$, в которых $S_{cr}/\lambda > 100$ (см. рис. 7, кривая 4, для $H_0 = 5000 \text{ Э}$). Поскольку использование полей $H_0 \sim 5000 \text{ Э}$ приводит к существенному увеличению габаритов магнитной системы спинволновых приборов, отметим, что, например, для величины $H_0 = 2000 \text{ Э}$ также можно получить зависимость отношения S_{cr}/λ от частоты f , у которой $S_{cr}/\lambda > 100$ в широком интервале частоты Δf и волнового числа Δk_y : при $H_0 = 2000 \text{ Э}$, $d = 1 \text{ мкм}$ и $w = 0$ получим, что $S_{cr}/\lambda > 100$ в ин-

² Зависимости отношения S_{cr}/λ от частоты ПСВ f (аналогичные кривым 2–4 на рис. 7) не приведены на рисунке, поскольку эти зависимости расположены достаточно далеко друг от друга вдоль оси частот.

тервалах $\Delta k_y = 80 \text{ см}^{-1}$ и $\Delta f = 7870 - 7680 \text{ МГц} = 190 \text{ МГц}$.

Полученные выше результаты дают основание полагать, что для создания квазилинейных участков дисперсионной зависимости в структуре, показанной на рис. 1, можно использовать в качестве варьируемых параметров все параметры структуры: толщину ферритовой пленки s , ее намагниченность $4\pi M_0$, величину внешнего поля H_0 , толщины слоев 1 и 3 – d и w , а также свойства материала, из которого состоят слои 1, 3 и 4 на рис. 1.

Отметим, что при выполнении описанного выше исследования мы не стремились получить какие-то рекордные значения ширины интервалов Δf и Δk_y , а просто продемонстрировали возможность получения квазилинейных участков дисперсионной зависимости в обобщенной ферритовой структуре с помощью варьирования ее различных параметров.

Таким образом, полученные результаты позволяют полагать, что для неискаженной передачи полезного сигнала с помощью СВ в ферритовых структурах необходима разработка как специальных метаматериалов, позволяющих создать вблизи или на поверхности ферритовой пластины граничные условия типа “идеальной магнитной стенки”, так и компьютерных программ, позволяющих подобрать такую конфигурацию параметров структуры, которая обеспечивает появление квазилинейных участков на дисперсионной зависимости СВ в соответствии с техническими требованиями.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Теоретически исследованы условия, при которых в плоских анизотропных структурах на основе касательно намагниченной ферритовой пластины практически не возникает искажение полезного сигнала, модулирующего распространяющуюся в структуре высокочастотную синусоидальную СВ. Сформулировано условие для расстояния S , которое полезный сигнал может пробежать в такой структуре практически без искажений. Определены также условия, при которых понятие групповой скорости, описывающей скорость перемещения полезного сигнала, можно использовать в диспергирующих анизотропных средах. Исследовано влияние граничных условий типа “идеального металла” и “идеальной магнитной стенки”, создаваемых в различных сочетаниях вблизи (или на) поверхностей ферритовой пластины, на возможность неискаженной передачи полезного сигнала. Установлено, что в зависимости от параметров структуры и граничных условий, на дисперсионной за-

висимости СВ в этой структуре могут возникать квазилинейные участки, обеспечивающие неискаженную передачу полезного сигнала. Предложен ряд конкретных структур с квазилинейными участками на дисперсионной зависимости ПСВ, в пределах которых соотношение $S_{\text{ср}}/\lambda > 100$ выполняется в интервале частот Δf шириной от 75 до 220 МГц и в интервале волновых чисел Δk_y шириной от 40 до 200 см^{-1} . Обоснована необходимость разработки метаматериалов, позволяющих создать вблизи или на поверхности ферритовой пластины граничные условия типа “идеальной магнитной стенки”.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках государственного задания (тема № 0030-2019-0014).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Damon R.W., Eshbach J.R.* // J. Phys. Chem. Solid. 1961. V. 19. № 3/4. P. 308.
2. *Данилов В.В., Зависляк И.В., Балинский М.Г.* Спинволновая электродинамика. Киев: Изд-во Либидь, 1991.
3. *Вашковский А.В., Стальмахов В.С., Шараевский Ю.П.* Магнитоэлектрические волны в электронике сверхвысоких частот. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1993.
4. *Гуревич А.Г., Мелков Г.А.*, Магнитные колебания и волны. М.: Наука, 1994.
5. *Локк Э.Г.* // Успехи физ. наук. 2008. Т. 178. № 4. С. 397.
6. *Topics in Applied Physics. V. 125. Magnonics: From Fundamentals to Applications / Ed. S.O. Demokritov, A.N. Slavin.* Berlin: Springer-Verlag, 2013.
7. *Никитов С.А., Калябин Д.В., Лисенков И.В. и др.* // Успехи физ. наук. 2015. Т. 185. № 10. С. 1099.
8. *Мандельштам Л.И.* Лекции по оптике, теории относительности и квантовой механике. М.: Наука, 1972.
9. *Локк Э.Г.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2018. Т. 82. № 8. С. 1080.
10. *Локк Э.Г., Луговской А.В., Герус С.В.* // РЭ. 2021. Т. 66. № 7. С. 662.
11. *Вашковский А.В., Локк Э.Г.* // РЭ. 2005. Т. 50. № 11. С. 1400.
12. *Вашковский А.В., Локк Э.Г.* // РЭ. 2006. Т. 51. № 5. С. 605.
13. *Vashkovsky A.V., Lock E.H.* // JMMM. 2006. V. 300. Iss. 1. P. e45.
14. *Локк Э.Г.* // РЭ. 2007. Т. 52. № 2. С. 202.
15. *Локк Э.Г.* // РЭ. 2014. Т. 59. № 7. С. 711.
16. *Sievenpiper D., Zhang Lijun, Broas R.F.J. et al.* // IEEE Trans. 1999. V. MTT-47. № 11. P. 2059.

17. *Казанцев Ю.Н., Крафтмахер Г.А., Мальцев В.П., Солосин В.С.* // РЭ. 2020. Т. 65. № 6. С. 537.
18. *Герус С.В., Локк Э.Г., Анненков А.Ю.* // Труды докл. XXVII Межд. конф. “Электромагнитное поле и материалы (фундаментальные физические исследования)”. М.: Изд-во МЭИ, 2019. С. 128.
19. *Van de Vaart H.* // Electron. Lett. 1970. V. 6. № 19. P. 601.
20. *Bongianni W.L.* // J. Appl. Phys. 1972. V. 43. № 6. P. 2541.
21. *Герус С.В., Локк Э.Г., Анненков А.Ю.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2020. Т. 84. № 2. С. 178.
22. *Yukawa T., Yamada J., Abe K., Ikenoue J.* // Jap. J. Appl. Phys. 1977. V. 16. № 12. P. 2187.
23. *Анненков А.Ю., Герус С.В., Локк Э.Г.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2018. Т. 82. № 8. С. 1037.
24. *Локк Э.Г., Анненков А.Ю., Герус С.В.* // РЭ. 2018. Т. 63. № 10. С. 1089.

**РАДИОФИЗИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ
В ТВЕРДОМ ТЕЛЕ И ПЛАЗМЕ**

УДК 537.874;537.624

**ДИСПЕРСИОННЫЕ СВОЙСТВА ГИРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ
В ДИССИПАТИВНОЙ СРЕДЕ**© 2022 г. П. А. Макаров^{a, b, *}, В. Г. Шавров^c, В. И. Щеглов^{c, **}^a Сыктывкарский государственный университет им. П. Сорокина,
Октябрьский просп., 55, Сыктывкар, 167001 Российская Федерация^b Физико-математический институт ФИЦ Коми НЦ УрО РАН,
ул. Оплеснина, 4, Сыктывкар, 127982 Российская Федерация^c Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
ул. Моховая, 11, стр. 7, Москва, 125009 Российская Федерация

*E-mail: makarova@syktsu.ru

**E-mail: vshcheg@cplire.ru

Поступила в редакцию 09.03.2021 г.

После доработки 09.03.2021 г.

Принята к публикации 30.03.2021 г.

Рассмотрены дисперсионные свойства электромагнитных волн, распространяющихся в касательно намагниченной ферритовой пластине, обладающей бигиротропными свойствами в сочетании с магнитной диссипацией. Получено дисперсионное соотношение, имеющее комплексный характер благодаря диссипации. Обнаружены ветви дисперсионных кривых, свойственные только диссипативной среде. Установлено критическое значение параметра затухания, разделяющее две области дисперсии, различающиеся по характеру существенным образом. Показано, что критическое значение параметра затухания соответствует переходу магнитных колебаний из периодического режима в аперiodический.

DOI: 10.31857/S003384942206016X

ВВЕДЕНИЕ

Электромагнитные и магнитостатические волны (ЭМВ, МСВ) являются основой для устройств обработки аналоговой информации в диапазоне СВЧ. Малые габариты, широкий частотный диапазон и легкость управления путем перестройки магнитного поля обеспечили создание широкого класса таких устройств начиная еще с 60-х годов XX в. [1–3]. В последние годы важное значение приобретают работы, направленные на обработку информации в цифровой форме, для чего используется воздействие на магнитную среду мощными импульсами света от фемтосекундного лазера [4–6].

Предметом внимания большинства перечисленных работ являются короткие МСВ, длина которых на несколько порядков меньше длины электромагнитных волн той же частоты. Рассмотрение базируется на приближении магнитостатики без учета диэлектрических свойств среды [7–9]. Однако в работах [10, 11] показана важность рассмотрения волн в магнитных средах на основе полных уравнений электродинамики с учетом диэлектрической проницаемости среды. Исследуются в первую очередь гиромагнитные волны, распространяющиеся в касательно намагничен-

ной ферритовой пластине перпендикулярно приложенному постоянному полю [9]. В работе [12] рассмотрены свойства гиромагнитных волн в широком диапазоне частот, от нуля и до частот, превышающих частоты традиционных МСВ в несколько раз. Выявлено существование ряда новых ветвей и диапазонов волн, в которых электрическое поле участвует наравне с магнитным.

Распространение и дисперсия волн рассматривались в среде, полностью бездиссипативной, однако в работах [13, 14] было показано, что учет магнитной диссипации уже в магнитостатическом приближении приводит к ограничению допустимого диапазона волновых чисел и появлению новых диссипативных ветвей, в среде без потерь отсутствующих. В работах [15, 16] отмечено ограничение сектора допустимых направлений распространения магнитостатических волн, а также получены изочастотные зависимости. В работах [17–24] в том же магнитостатическом приближении были получены дисперсионные соотношения для действительной и мнимой частей волнового числа, определены диапазоны существования диссипативных волн по частоте и по волновому числу.

В работе [25] рассмотрение проведено уже в рамках полной электродинамики, то есть с учетом диэлектрических свойств среды, что позволило выявить сложный характер дисперсии и предсказать существование ряда новых ветвей, в том числе имеющих обратный характер. Настоящая работа является продолжением исследований, выполненных в работе [25], причем основное внимание уделяется вариации параметра затухания.

1. ОБЩАЯ ГЕОМЕТРИЯ ЗАДАЧИ

Общая геометрия задачи совпадает с принятой в [25]. Ее схема показана на рис. 1. Основу геометрии составляет пластина толщины d , намагниченная в плоскости полем \vec{H} . Декартова система координат $Oxuz$ ориентирована так, что плоскость Oxy совпадает с плоскостью пластины, а ось Ox ей перпендикулярна. Поле направлено вдоль оси Oz , волна, имеющая волновой вектор \vec{k} , распространяется вдоль оси Oy . Такая геометрия подобна геометрии классической задачи Дэймона–Эшбаха [7–9]. Главное отличие состоит в том, что здесь задача рассматривается не в магнитостатическом приближении, а в рамках полной электродинамики, т.е. с учетом как магнитного, так и электрического поля.

2. ДИСПЕРСИОННОЕ СООТНОШЕНИЕ

Материал пластины будем считать бигиротропной средой, электродинамические свойства которой описываются двумя тензорами – диэлектрической и магнитной проницаемости [26, 9]:

$$\vec{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon & i\epsilon_a & 0 \\ -i\epsilon_a & \epsilon & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{\parallel} \end{pmatrix}, \quad \vec{\mu} = \begin{pmatrix} \mu & i\mu_a & 0 \\ -i\mu_a & \mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{\parallel} \end{pmatrix}. \quad (1)$$

В работе [9] показано, что в этом случае в пластине может распространяться гиромагнитная волна, в отсутствие зависимости от координаты z определяемая уравнениями

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} = -ik_0(\mu H_x + i\mu_a H_y), \quad (2)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} = -ik_0(i\mu_a H_x - \mu H_y), \quad (3)$$

где $k_0 = \omega/c$ – волновое число волны частоты ω , распространяющейся в свободном пространстве.

Разрешение этой системы относительно H_x и H_y дает поля гиромагнитной волны в виде [12]

$$H_x = -\frac{\mu_a}{k_0(\mu^2 - \mu_a^2)} \frac{\partial E_z}{\partial x} + \frac{i\mu}{k_0(\mu^2 - \mu_a^2)} \frac{\partial E_z}{\partial y}, \quad (4)$$

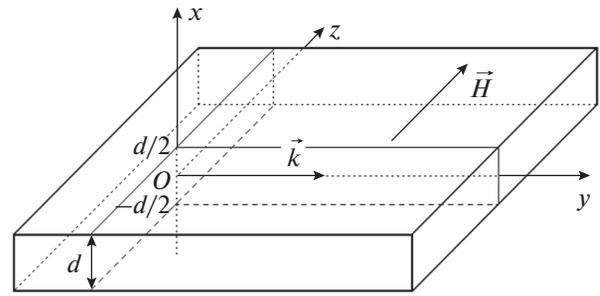


Рис. 1. Общая геометрия задачи.

$$H_y = -\frac{i\mu}{k_0(\mu^2 - \mu_a^2)} \frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\mu_a}{k_0(\mu^2 - \mu_a^2)} \frac{\partial E_z}{\partial y}. \quad (5)$$

При координатной зависимости волны вида $\exp(-ik_x x - ik_y y)$ эти формулы переходят в приведенные в [9].

В рамках полной электродинамики условие равенства нулю ротора от магнитного поля не выполняется, так что введение магнитостатического потенциала исключено, поэтому следует воспользоваться решением задачи Дэймона–Эшбаха через поля [27]. Следуя такому способу решения и полагая координатно-временную зависимость полей волны в виде

$$\exp(i\omega t - \vec{k}\vec{r}) = \exp(i\omega t) \exp(-ik_x x) \exp(-ik_y y) \quad (6)$$

с использованием традиционных граничных условий равенства касательных компонент поля и нормальной компоненты индукции на границах раздела сред, получаем дисперсионное соотношение в виде [12]

$$\frac{\exp(kd\alpha_0) - \exp(-kd\alpha_0)}{\exp(kd\alpha_0) + \exp(-kd\alpha_0)} - \frac{2\mu\alpha_0}{\beta_0} = 0, \quad (7)$$

где α_0 и β_0 определяются выражениями

$$\alpha_0 = \sqrt{1 - \frac{k_0^2 \epsilon (\mu^2 - \mu_a^2)}{k^2 \mu}}, \quad (8)$$

$$\beta_0 = \frac{\sqrt{k^2 - k_0^2 \epsilon}}{k} \left\{ \mu_a^2 - \mu^2 - \frac{k^2}{k^2 - k_0^2 \epsilon} \frac{\alpha_0^2 \mu^2 - \mu_a^2}{\mu^2 - \mu_a^2} \right\}, \quad (9)$$

где с целью упрощения записи формул обозначение ϵ_{\parallel} заменено на ϵ . В работе [12] это дисперсионное соотношение рассмотрено в отсутствие диссипации, причем решение выполнено методом поиска нуля. Учет диссипации приводит к определенному усложнению задачи, которое рассмотрим далее.

3. ДИСПЕРСИОННОЕ СООТНОШЕНИЕ В СРЕДЕ С ДИССИПАЦИЕЙ

В среде с диссипацией соотношение (7)–(9) содержит три комплексные величины: волновое число k и компоненты магнитной проницаемости μ и μ_a . В результате и само дисперсионное соотношение приобретает комплексный характер. Дальнейшая задача состоит в том, чтобы выделить действительную и мнимую части этого соотношения, чтобы каждая из частей была бы действительной. Тогда, поскольку дисперсионное соотношение в целом (7)–(9) равно нулю, то можно считать и действительную и мнимую его части также равными нулю. При этом равенство нулю действительной части даст закон дисперсии волны как соотношение между частотой и действительной частью волнового числа. Реализация такой задачи в аналитическом виде [25] является довольно громоздкой. Вместе с тем при численном решении нет необходимости аналитическим путем выделять действительную и мнимую части соотношения (7)–(9), а достаточно поручить такое выделение машинной программе. То есть, задавая действительное значение частоты, можно так подобрать действительную часть волнового числа, чтобы действительная часть соотношения (7)–(9) равнялась нулю. Такой подбор можно осуществить с помощью процедуры поиска нуля. Таким образом, следует вычислить параметры α_0 и β_0 , подставить их в (7) и осуществить поиск нуля действительной части полученного соотношения, что и даст искомый закон дисперсии.

4. ТЕНЗОР МАГНИТНОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ И ХАРАКТЕРНЫЕ ЧАСТОТЫ

Из выражений (7)–(9) можно видеть, что параметрами, определяющими закон дисперсии, являются компоненты тензора магнитной проницаемости μ и μ_a . В среде с диссипацией эти компоненты включают в себя параметр затухания Гильберта α [26]. С точностью до первой степени этого параметра компоненты тензора проницаемости принимают вид [25]

$$\mu = \frac{\Omega_H^2 - \Omega^2 + \Omega_H}{\Omega_H^2 - \Omega^2} - i\alpha \frac{\Omega(\Omega_H^2 + \Omega^2)}{(\Omega_H^2 - \Omega^2)^2}, \quad (10)$$

$$\mu_a = \frac{\Omega}{\Omega_H^2 - \Omega^2} - i\alpha \frac{2\Omega^2\Omega_H}{(\Omega_H^2 - \Omega^2)^2}, \quad (11)$$

где для частот использованы традиционные обозначения [25]:

$$\Omega = \frac{\omega}{4\pi\gamma M_0}, \quad \Omega_H = \frac{H_0}{4\pi M_0}. \quad (12)$$

Характерные частоты, следующие из анализа расходимостей и нулевых значений частотных зависимостей для магнитной восприимчивости [8], при $H_0 = 437.5$ Э, $4\pi M_0 = 1750$ Гс, $\gamma = 2.8$ МГц/Э имеют значения

$$f_1 = \gamma H_0 = 1225 \text{ Э}, \quad (13)$$

$$f_2 = \gamma\sqrt{H_0(H_0 + 4\pi M_0)} = 2739 \text{ Э}, \quad (14)$$

$$f_3 = \gamma(H_0 + 2\pi M_0) = 3675 \text{ Э}, \quad (15)$$

$$f_4 = \gamma\sqrt{(H_0 + 2\pi M_0)^2 + (2\pi M_0)^2} = 4417 \text{ Э}, \quad (16)$$

$$f_5 = \gamma(H_0 + 4\pi M_0) = 6125 \text{ Э}. \quad (17)$$

Интервал существования классической поверхностной волны Дэймона–Эшбаха находится между частотами f_2 и f_3 . В области между частотами f_3 и f_4 магнитостатическое приближение дает существование обратной поверхностной волны диссипативного типа [17–19]. Другие решения магнитостатическое приближение получить не позволяет.

Процедура поиска нуля состоит в определении изменения знака дисперсионного соотношения при изменении варьируемого параметра с последующим уточнением полученного значения путем уменьшения шага варьирования до величины, требуемой желаемой точностью.

5. ДИСПЕРСИЯ В ОТСУТСТВИЕ ДИССИПАЦИИ

В качестве отправной точки для дальнейшего исследования, рассмотрим сначала дисперсию волны в геометрии рис. 1 в случае отсутствия диссипации. На рис. 2 показаны соответствующие дисперсионные кривые, полученные в рамках полной электродинамики с помощью соотношений (7)–(9). Видно, что спектр имеет несколько ветвей, подобных наблюдавшимся ранее [12]. Рассмотрим эти ветви по отдельности.

Кривая 1 соответствует дисперсии электромагнитной волны в свободном пространстве, т.е. представляет собой прямую, описываемую формулой

$$f = kc/2\pi. \quad (18)$$

Все остальные кривые являются решениями дисперсионного соотношения (7)–(9), т.е. соответствуют волнам, распространяющимся в пластине с магнитными свойствами.

Кривая 2 при достаточной величине волнового числа (более 10 см^{-1}) отражает закон дисперсии для классической поверхностной волны Дэймона–Эшбаха, полученной в магнитостатическом приближении. Здесь показан только начальный участок кривой, где частота из-за крайней малости волнового числа еще не смогла удалиться на

заметное расстояние от величины f_2 , так что кривая смотрится как горизонтальная линия. Однако проверка показывает, что при дальнейшем увеличении волнового числа эта кривая практически точно следует дисперсионной кривой Дэймона–Эшбаха, асимптотически приближаясь к горизонтальной прямой на частоте f_3 .

Кривая 3 соответствует ветви прямых волн, имеющей место только в рамках полной электродинамики. При достаточных волновых числах она превращается в горизонтальную прямую на частоте f_4 .

Кривые 4 и 5 представляют собой дополнительные ветви, подобные ветвям аномальной дисперсии в оптике. Эти ветви располагаются левее прямой 1, так что их фазовая скорость превышает скорость света, т.е. они не являются физически реализуемыми. Однако такое положение имеет место только при небольших значениях диэлектрической проницаемости. В работе [25] показано, что при $\epsilon = 10$ эти кривые смещаются в сторону больших значений волнового числа и трансформируются в две ветви, расположенные намного правее кривой 1 (см. [25, рис. 5, кривые 4, 5]), т.е. их физическая реализация становится возможной.

Замечание. В рамках данной работы авторы ограничиваются рассмотрением случая $\epsilon = 1$ и исследуют далее кривые 4 и 5 с формальной стороны, отвлекаясь от вопроса об их физической реализации, более подробное решение которого оставляют для дальнейших исследований.

6. ДИСПЕРСИЯ ВОЛНЫ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ УРОВНЯХ ЗАТУХАНИЯ

Предварительное исследование дисперсионных кривых при наличии диссипации выявило существенное различие их характера в случае малого и большого затухания. При этом имеется критическое значение параметра затухания α_c , при переходе через которое характер кривых коренным образом меняется. Величина критического значения параметра затухания при принятых в разд. 5 параметрах составляет около 0.75. Рассмотрим случаи большого и малого затухания по отдельности.

Затухание малое. На рис. 3 представлены дисперсионные кривые при различных значениях параметра затухания α , номера кривых 1...5 сохранены теми же, что на рис. 2. Как и ранее кривая 1 соответствует дисперсии волны в свободном пространстве, кривая 2 – классической поверхностной волне Дэймона–Эшбаха, кривая 3 – дополнительной ветви прямых волн, кривые 4 и 5 – ветвям аномальной дисперсии. Видно, что характер кривых 1 и 2 при всех значениях параметра затухания не меняется, т.е. от диссипации не зависит.

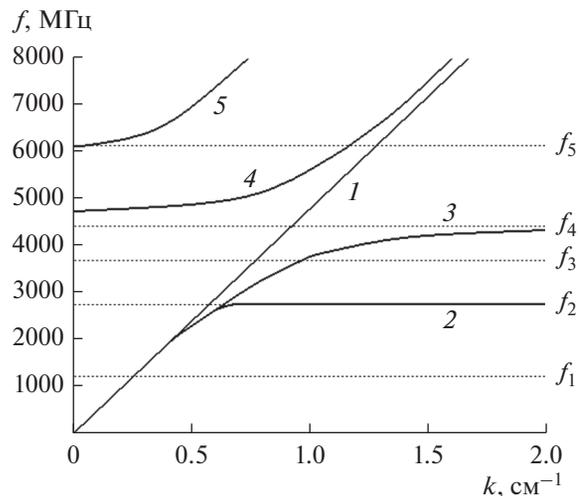


Рис. 2. Дисперсионные кривые в отсутствие диссипации ($\alpha = 0$): кривая 1 соответствует дисперсии волны в свободном пространстве, кривая 2 – классической поверхностной волне Дэймона–Эшбаха, кривая 3 – дополнительной ветви прямых волн, кривые 4 и 5 – ветвям аномальной дисперсии; параметры: $H_0 = 437.5$ Э, $4\pi M_0 = 1750$ Гс, $d = 15$ мкм, $\epsilon = 1$.

Кривая 3 имеет место только при значениях $\alpha = 0.1$ (а) и 0.4 (б), а при $\alpha = 0.7$ (в) отсутствует, т.е. условием существования этой ветви является сравнительно небольшое затухание. Кривые 4 и 5 уже при малом затухании, $\alpha = 0.1$ (а), претерпевают значительное изменение. Так, на кривой 4 появляется загиб в сторону меньших значений волнового числа, а на кривой 5 – загиб в сторону больших, причем оба загиба наблюдаются в окрестности частоты f_5 , равной 6125 МГц при принятых параметрах. Картина соответствует как бы расщеплению первоначально цельных ветвей 4 и 5 на две части, которые “расталкиваются” в окрестности этой частоты.

При увеличении затухания до $\alpha = 0.4$ (б) кривая 5 вообще исчезает, а кривая 4 смещается в сторону меньших значений волнового числа. Однако при дальнейшем увеличении затухания до $\alpha = 0.7$ (в) кривая 4 как бы слегка возвращается в сторону больших значений волнового числа, однако не достигая кривой 1. Кроме перечисленных кривых при наличии затухания в спектре волн появляются новые ветви. Так, на частоте $f_1 = 1225$ МГц появляется ветвь 6, которая далее сохраняется при всех значениях параметра затухания.

При достаточно большом уровне затухания $\alpha = 0.7$ (в) кривая 2 в области, левее кривой 1, расщепляется на две ветви 7 и 8, из которых 7, как бы отщепляясь от кривой 1 при повышении частоты вблизи f_2 , поворачивает в сторону уменьшения волнового числа, создавая иллюзию расталкива-

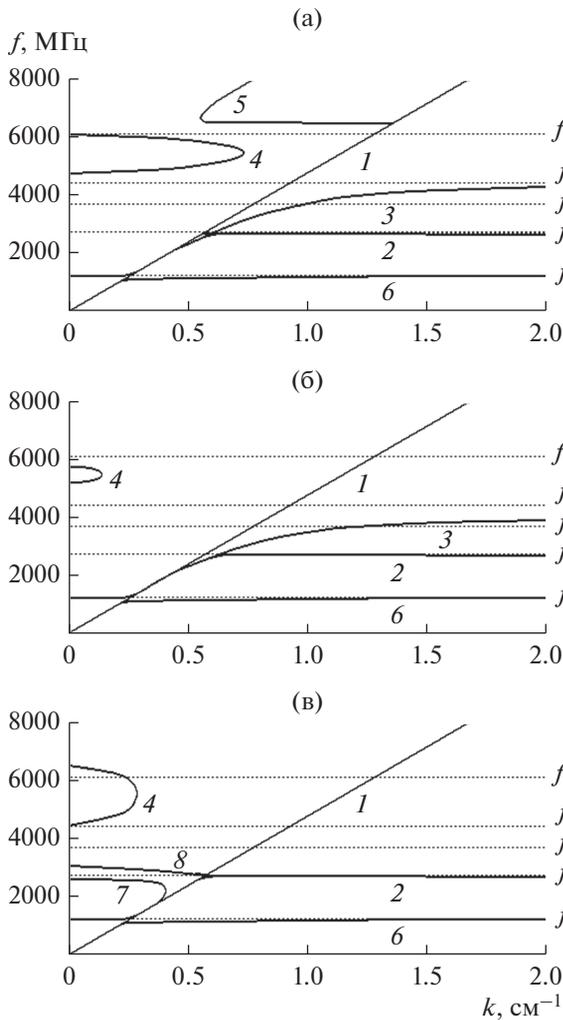


Рис. 3. Дисперсионные кривые в случае малой диссипации ($\alpha < 0.75$) при $\alpha = 0.1$ (а), 0.4 (б), 0.7 (в); обозначения кривых 1...5 см. на рис. 2, кривые 6–8 – новые диссипативные ветви; параметры те же, что на рис. 2.

ния ветвей, подобную расталкиванию кривых 4 и 5 при $\alpha = 0.1$ (а).

Затухание большое. Рассмотрим теперь дисперсию волны при большом затухании, для чего обратимся к рис. 4, где показаны дисперсионные кривые в случае большой диссипации ($\alpha > 0.75$) при различных значениях параметра затухания α . Видно, что в этом случае кривые 1, 2, 6 и 7 сохраняются теми же, что и при малом затухании, однако кривая 7 исчезает. Главным отличием от случая малого затухания является полное исчезновение кривых 4 и 5 и появление на их месте кривой 9, являющейся как бы продолжением кривой 2 левее кривой 1. В процессе увеличения затухания кривая 9 является как бы разрастанием кривой 4 на рис. 3в в сторону меньшей частоты, где она претерпевает изгиб в сторону больших

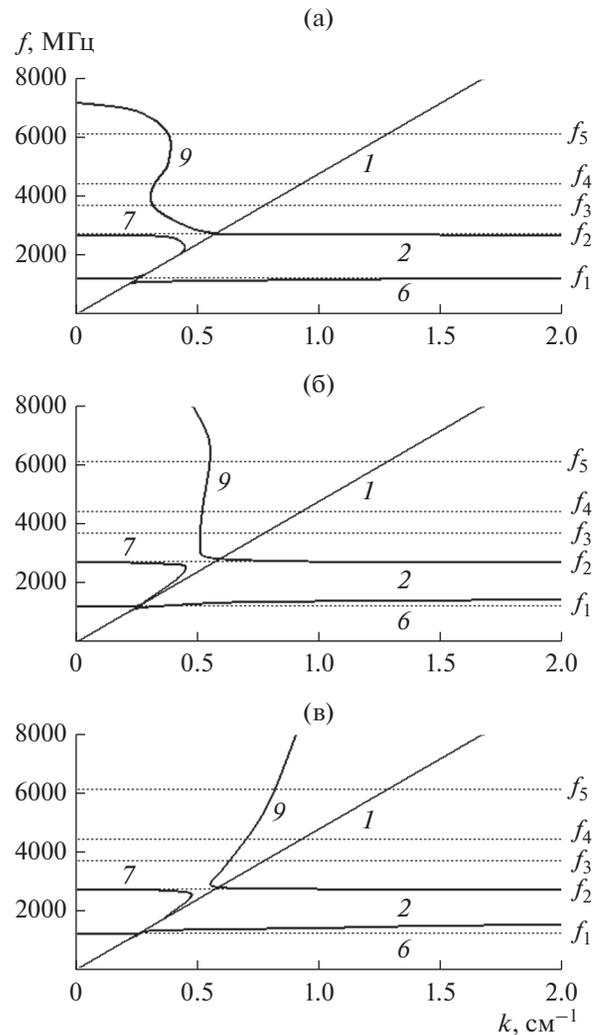


Рис. 4. Дисперсионные кривые в случае большой диссипации ($\alpha > 0.75$) при $\alpha = 0.8$ (а), 1.0 (б), 1.5 (в); обозначения кривых 1...8 см. на рис. 2 и 3, кривая 9 – новая диссипативная ветвь, являющаяся продолжением кривой 2 в области малых волновых чисел; параметры те же, что на рис. 2.

значений волнового числа и сливается левым концом с кривой 2. По мере увеличения затухания верхняя часть кривой 9 наклоняется в сторону больших значений волнового числа, приближаясь к кривой 1.

7. ЗАВИСИМОСТЬ КРИТИЧЕСКОГО ЗНАЧЕНИЯ ПАРАМЕТРА ЗАТУХАНИЯ ОТ ВРЕМЕНИ РЕЛАКСАЦИИ

Главным результатом разд. 6 является резкое изменение характера дисперсионных кривых при переходе через критическое значение параметра затухания. Для выяснения причины такого изменения было выполнено исследование развития

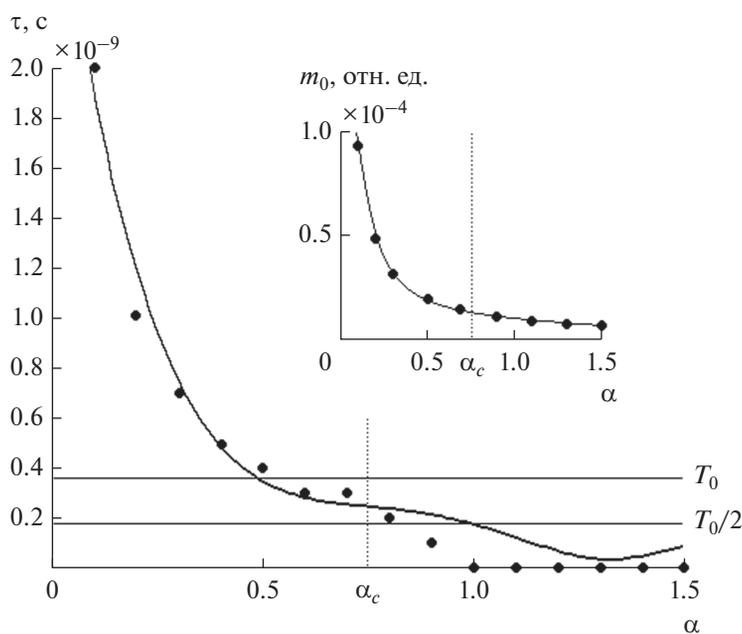


Рис. 5. Зависимость времени релаксации от параметра затухания, точки – результаты машинного эксперимента, сплошная линия построена по формуле (19); на вставке – зависимость амплитуды колебаний намагниченности от параметра затухания; параметры те же, что на рис. 2.

колебаний во времени после включения возбуждающего воздействия. Возбуждение осуществлялось на частоте 2800 МГц, постоянное поле составляло 2750 Э, амплитуда возбуждающего поля равнялась 0.01 Э. Остальные параметры задачи совпадали с введенными ранее. Наблюдение развития колебаний во времени позволило определить две величины – время релаксации колебаний магнитной системы и амплитуду колебаний намагниченности, установившуюся после окончания релаксации.

Полученные результаты представлены на рис. 5. Основную часть рисунка составляет зависимость времени релаксации от параметра затухания. Приведены результаты машинного эксперимента (точки) и аппроксимирующая их плавная кривая в виде полинома четвертого порядка:

$$\tau_c = (4.12\alpha^4 - 15.32\alpha^3 + 20.53\alpha^2 - 12.06\alpha + 2.89) \times 10^{-8}, \quad (19)$$

при построении которого использовался метод наименьших квадратов.

Из рис. 5 видно, что с увеличением параметра затухания время релаксации сначала падает довольно быстро, однако далее его падение замедляется, при достаточно больших значениях параметра затухания стремясь к нулю. Наиболее сильно выраженное изменение характера спада

времени релаксации происходит при значении параметра затухания $\alpha_c = 0.75$, которое как раз и является критическим для резкого изменения характера дисперсии, представленного на рис. 3 и 4.

По вертикальной оси сплошными горизонтальными линиями дополнительно отложено время периода возбуждаемых колебаний $T_0 = 3.57 \times 10^{-10}$ с, а также его половина $T_0/2 = 1.78 \times 10^{-10}$ с. Видно, что замедление падения времени релаксации происходит как раз при значениях параметра затухания, соответствующих близости между временем релаксации и периодом или полупериодом возбуждаемых колебаний. Затухание колебаний за время собственного периода означает, что они становятся аperiодическими. Это происходит как раз при значении параметра затухания, равном критическому по изменению характера дисперсии. То есть можно считать, что изменение характера дисперсии обусловлено именно установлением аperiодического характера магнитных колебаний. Из вставки на рисунке можно видеть, что падение амплитуды колебаний при этом замедляется и стремится к постоянному значению около 0.05 отн. ед., с резонансом никак не связанному.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрены дисперсионные свойства электромагнитных волн, распространяющихся в касательно намагниченной ферритовой пластине, обладающей бигиротропными свойствами в сочетании с магнитной диссипацией. В геометрии задачи Дэймона—Эшбаха рассмотрено общее волновое уравнение для гиромангнитной волны. Получено дисперсионное соотношение, по структуре совпадающее с классическим соотношением Дэймона—Эшбаха. Показано, что благодаря диссипации составляющие дисперсионного соотношения и само соотношение в целом имеют комплексный характер, происходящий из-за комплексного характера тензора магнитной проницаемости среды. Установлено, что закон дисперсии гиромангнитной волны в среде с диссипацией определяется равенством нулю действительной части комплексного дисперсионного соотношения. Решение полученного уравнения методом поиска нуля позволило получить закон дисперсии гиромангнитной волны в широком диапазоне значений параметра затухания. Рассмотрены дисперсионные кривые в случаях отсутствия и наличия диссипации. Отмечено, что в отсутствие диссипации дисперсионные кривые, кроме обычной ветви поверхностной волны типа Дэймона—Эшбаха, имеют еще одну ветвь, лежащую выше по частоте. При наличии диссипации характер дисперсионных кривых усложняется, появляются ветви, свойственные только диссипативной среде. Установлено критическое значение параметра затухания, разделяющее две области, различающиеся по характеру дисперсии существенным образом. Показано, что при величине параметра затухания меньшей критического значения в области частот выше волны Дэймона—Эшбаха имеют место разделенные промежутком две диссипативные ветви, характер которых подобен аномальной дисперсии в оптике. При величине параметра затухания, большей критической, две диссипативные ветви сливаются в одну, начинающуюся с частоты волны Дэймона—Эшбаха и уходящую по частоте в бесконечность, стремясь к дисперсионной ветви волны в свободном пространстве. Показано, что критическое значение параметра затухания соответствует переходу магнитных колебаний из периодического режима в аперриодический.

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы признательны В.С. Власову (Сыктывкарский государственный университет) за стимулирующее внимание к работе и многочисленные полезные замечания.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках государственного задания и при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 20-55-53019 ГФЕН_а), а также Российского научного фонда (проекты № 21-72-20048 и 21-47-00019) и Правительства Республики Коми (грант 20-42-110004, р_а).

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Адам Дж.Д.* // ТИИЭР. 1988. Т. 76. № 2. С. 73.
2. *Исхак В.С.* // ТИИЭР. 1988. Т. 76. № 2. С. 86.
3. *Adam J.D., Davis L.E., Dionne G.F. et al.* // IEEE Trans. 2002. V. MTT-50. № 3. P. 721.
4. *Kirilyuk A., Kimel A.V., Rasing T.* // Rev. Mod. Phys. 2010. V. 82. № 3. P. 2731.
5. *Janusonis J., Chang C.L., Jansma T. et al.* // Phys. Rev. B. 2016. V. 94. № 2. P. 024415(7).
6. *Власов В.С., Макаров П.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И.* // Журн. радиоэлектроники. 2017. № 6. <http://jre.cplire.ru/jre/jun17/5/text.pdf>.
7. *Damon R.W., Eshbach J.R.* // J. Phys. Chem. Solids. 1961. V. 19. № 3/4. P. 308.
8. *Шавров В.Г., Щеглов В.И.* Магнитостатические волны в неоднородных полях. М.: Физматлит, 2016.
9. *Шавров В.Г., Щеглов В.И.* Магнитостатические и электромагнитные волны в сложных структурах. М.: Физматлит, 2017.
10. *Вашковский А.В., Локк Э.Г.* // РЭ. 2001. Т. 46. № 10. С. 1257.
11. *Вашковский А.В., Локк Э.Г.* // Успехи физ. наук. 2011. Т. 181. № 3. С. 293.
12. *Келлер Ю.И., Макаров П.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И.* // Журн. радиоэлектроники. 2018. № 4. <http://jre.cplire.ru/jre/apr18/7/text.pdf>.
13. *Вызулин С.А., Розенсон А.Э., Шех С.А.* // РЭ. 1991. Т. 36. № 1. С. 164.
14. *Ползикова Н.И., Раевский А.О.* // ФТТ. 1996. Т. 38. № 10. С. 2937.
15. *Annenkov A.Yu., Gerus S.V.* // Book of Abstracts of Moscow Intern. Symp. on Magnetism (MISM). Moscow: Publ. "Изд-во Физ.фак. МГУ", 2014. P. 863.
16. *Анненков А.Ю., Герус С.В.* // Сб. трудов XXII Международн. конф. "Электромагнитное поле и материалы". М.: НИУ МЭИ, 2014. С. 99.
17. *Макаров П.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И.* // Журн. радиоэлектроники. 2014. № 7. <http://jre.cplire.ru/jre/jul14/8/text.pdf>.

18. *Келлер Ю.И., Макаров П.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И.* // Журн. радиоэлектроники. 2016. № 2. <http://jre.cplire.ru/jre/feb16/2/text.pdf>.
19. *Келлер Ю.И., Макаров П.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И.* // Журн. радиоэлектроники. 2016. № 3. <http://jre.cplire.ru/jre/mar16/1/text.pdf>.
20. *Келлер Ю.И., Макаров П.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И.* // Журн. радиоэлектроники. 2016. № 3. <http://jre.cplire.ru/jre/mar16/2/text.pdf>.
21. *Келлер Ю.И., Макаров П.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И.* // РЭ. 2018. Т. 63. № 6. С. 577.
22. *Келлер Ю.И., Макаров П.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И.* // РЭ. 2018. Т. 63. № 9. С. 974.
23. *Makarov P., Maltceva L., Kotov L., Shcheglov V.* // Eur. Phys. J. Web of Conf. 2018. V. 185. № 2. P. 02012.
24. *Makarov P., Maltceva L., Kotov L., Shcheglov V.* // Eur. Phys. J. Web of Conf. 2018. V. 185. № 2. P. 02015.
25. *Макаров П.А., Шавров В.Г., Щеглов В.И.* // Журн. радиоэлектроники. 2018. № 9. <http://jre.cplire.ru/jre/sep18/10/text.pdf>.
26. *Гуревич А.Г., Мелков Г.А.* Магнитные колебания и волны. М.: Физматлит, 1994.
27. *Шавров В.Г., Щеглов В.И.* Динамика намагниченности в условиях изменения ее ориентации. М.: Физматлит, 2019.

МОДЕЛЬ ПСЕВДОЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ФИЛЬТРА ВЕРХНИХ ЧАСТОТ И ЕГО РЕАЛИЗАЦИЯ НА ОСНОВЕ ТЕХНОЛОГИИ НИЗКОТЕМПЕРАТУРНОЙ СОВМЕСТНО ОБЖИГАЕМОЙ КЕРАМИКИ

© 2022 г. П. А. Зеленчук^{a, b, *}

^a Южный федеральный университет, Институт математики, механики и компьютерных наук им. И.И. Воронича, ул. Мильчакова, 8а, Ростов-на-Дону, 344090 Российская Федерация

^b Ростовский-на-Дону научно-исследовательский институт радиосвязи (РНИИРС), ул. Нансена, 130, Ростов-на-Дону, 344038 Российская Федерация

*E-mail: zelenchukpavel@mail.ru

Поступила в редакцию 23.07.2021 г.

После доработки 10.09.2021 г.

Принята к публикации 25.09.2021 г.

Представлена модель псевдоэллиптического фильтра верхних частот (ФВЧ) на основе квазисосредоточенных элементов, реализованного по технологии низкотемпературной совместно обжигаемой керамики (ЛТСС). Два нуля коэффициента передачи введены в схему ФВЧ пятого порядка за счет дополнительных электрической и магнитной связей между несмежными элементами. Приведено сравнение результатов моделирования предложенной структуры с измерениями макета ФВЧ. Показано, что изготовленный по ЛТСС-технологии образец по крутизне амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) превосходит чебышевский ФВЧ на идеальных элементах.

DOI: 10.31857/S0033849422050114

ВВЕДЕНИЕ

В условиях непрерывно усложняющейся электромагнитной обстановки задача качественного приема и фильтрации слабого полезного сигнала является актуальной проблемой современной радиотехники [1–3]. Современные радиосистемы различного назначения предъявляют достаточно жесткие требования к используемым фильтрам по массе, габаритным размерам и частотно-избирательным параметрам. Одним из таких параметров является крутизна скатов АЧХ. При прочих равных условиях наибольшую крутизну АЧХ дает аппроксимация эллиптическими функциями [4]. Но практическая реализация таких фильтров достаточно сложна [5], и поэтому разработчики чаще используют аппроксимацию Чебышева. Однако фильтры с парой нулей коэффициента передачи имеют более высокую прямоугольность, чем фильтры Чебышева. Эта пара нулей коэффициента передачи может быть получена введением в фильтр Чебышева дополнительной связи между несмежными резонаторами [5, 6]. Такие фильтры часто называют псевдоэллиптическими [7, 8], поскольку у них только некоторые нули функции передачи расположены на конечных частотах, в то время как у эллиптических фильтров – все. Известно, что при одном и том же порядке квазиэллиптические фильтры всегда будут обладать

лучшей прямоугольностью, чем фильтры Чебышева [9].

Основные мировые тенденции в области исследований и разработок СВЧ-фильтров направлены не только на то, чтобы улучшить частотную избирательность, но и уменьшить массу и габаритные размеры проектируемых устройств. Появление новых технологий и материалов стимулируют создание и развитие новых типов фильтров. Среди них следует отметить фильтры на основе технологии ЛТСС (Low-Temperature Cofired Ceramic, низкотемпературной совместно обжигаемой керамики), которая позволяет создавать монолитные объемные СВЧ-устройства с высокой степенью интеграции [10]. Использование объемных структур, а также керамики с высокой относительной диэлектрической проницаемостью приводит к существенному уменьшению общих размеров фильтров и появлению новых технических решений при их проектировании [11].

Цель работы – создать псевдоэллиптический фильтр верхних частот (ФВЧ) на основе ЛТСС-технологии, имеющий два нуля коэффициента передачи на заданных частотах.

Решаемые задачи: 1) построение модели псевдоэллиптического ФВЧ; 2) анализ полученной модели; 3) реализация элементов схемы ФВЧ в “квазисосредоточенном” виде на основе ЛТСС-

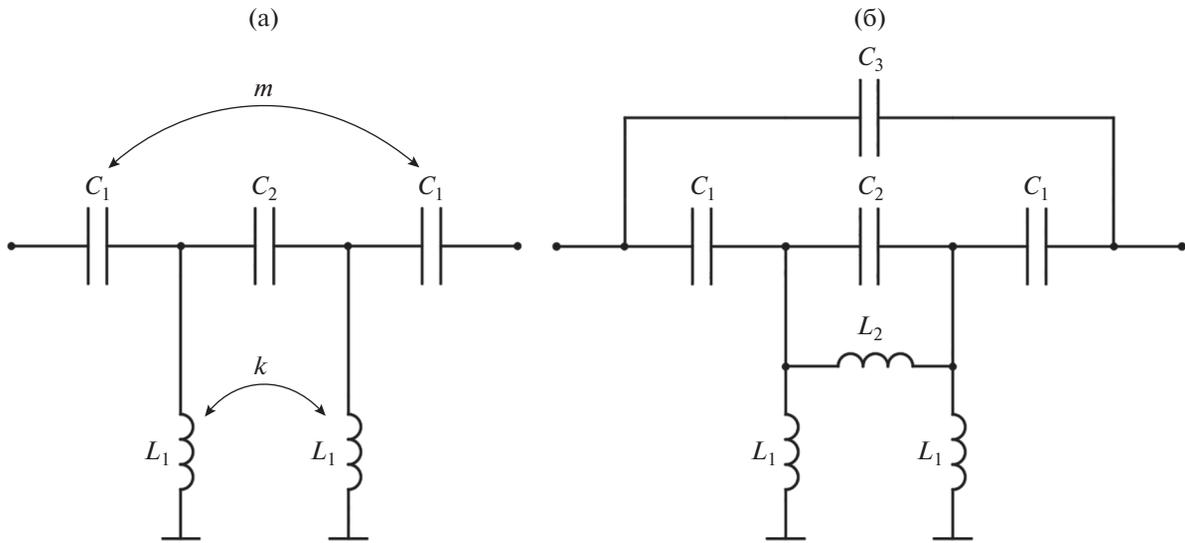


Рис. 1. Чебышевский ФВЧ пятого порядка с двумя дополнительными связями между несмежными элементами (а) и его эквивалентная схема (б).

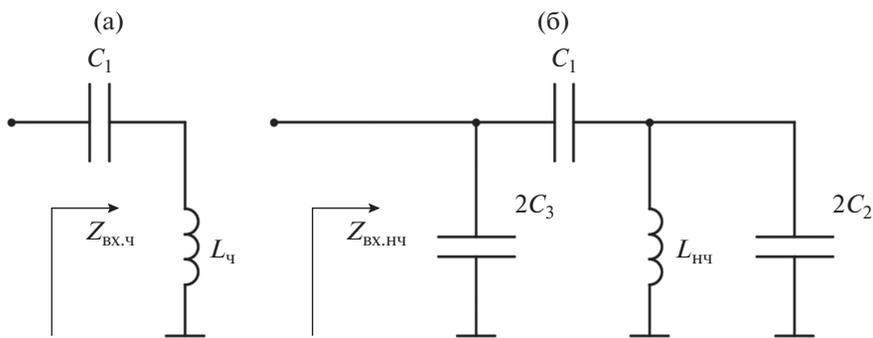


Рис. 2. Эквивалентные схемы, для двухполюсников четного (а) и нечетного (б) типов.

технологии; 4) численное моделирование ФВЧ с помощью метода конечных элементов; 5) изготовление макета и проведение экспериментальных исследований.

1. МОДЕЛЬ ФВЧ

Возьмем за основу ФВЧ пятого порядка с чебышевской аппроксимацией, эквивалентная схема которого приведена на рис. 1а. Дополнительные нули коэффициента передачи можно ввести, установив емкостную связь между крайними конденсаторами и индуктивную связь между катушками индуктивности. Эквивалентная схема полученного таким образом ФВЧ приведена на рис. 1б.

Поскольку схема симметрична, ее анализ можно значительно упростить, воспользовавшись методом синфазно-противофазного возбуждения [12]. Применяя этот метод, получаем

следующие две схемы для парциальных двухполюсников четного и нечетного типов (рис. 2). Вычисляя входное сопротивление для каждого из двух случаев, получаем

$$Z_{\text{вх.ч}} = \frac{1 - \omega^2 C_1 L_q}{j\omega L_q}, \tag{1}$$

$$Z_{\text{вх.нч}} = \frac{4 - 2\omega^2 L_{\text{нч}} (C_2 + 2C_1)}{j\omega [2C_3 - \omega^2 L_{\text{нч}} (C_2 C_3 - 2C_1 C_3 - 2C_1 C_2) + 2C_1]} \tag{2}$$

Величины индуктивностей для двухполюсников четного (L_q) и нечетного ($L_{\text{нч}}$) типов определяются следующим образом:

$$\begin{cases} L_q = L_1 (1 + k) \\ L_{\text{нч}} = L_1 (1 - k) \end{cases} \text{ при } 0 \leq k \leq 1, \tag{3}$$

где k – коэффициент взаимной индукции, определяющий силу магнитной связи (или эквивалентное значение L_2).

Поскольку коэффициент передачи S_{21} выражается формулой [5]

$$S_{21} = \frac{Z_{\text{вх.ч}}Z_0 - Z_{\text{вх.нч}}Z_0}{(Z_{\text{вх.ч}} + Z_0)(Z_{\text{вх.нч}} + Z_0)}, \quad (4)$$

где Z_0 – это характеристический импеданс источника и нагрузки, то, подставляя выражения (1)–(3) в (4) и полагая S_{21} равным нулю, можем решить уравнение относительно ω , найдя тем самым частоты, на которых будут иметь место нули коэффициента передачи при данных параметрах схемы (C_1, C_2, C_3, L_1 и k).

Аналогично, задавая частоты, на которых требуется получить дополнительные нули коэффициента передачи и зная исходные параметры ФВЧ (C_1, C_2, L_1), можно решить систему из двух уравнений относительно C_3 и k .

При этом следует иметь в виду, что введение элементов C_3 и k приведет к искажению исходной характеристики фильтра с чебышевской аппроксимацией. Для возвращения к исходной характеристике ФВЧ (но уже с двумя дополнительными нулями коэффициента передачи) необходимо произвести корректировку C_1, C_2 к некоторым новым значениям C_1' и C_2' . Это можно сделать, приравняв коэффициенты передачи исходной и новой схем ФВЧ на двух произвольных частотах и решив систему из двух уравнений относительно C_1' и C_2' .

2. РЕАЛИЗАЦИЯ ЭЛЕМЕНТОВ СХЕМЫ ФВЧ

В нижней части СВЧ-диапазона (например, в L-диапазоне) при использовании сосредоточенных элементов для реализации схемы фильтра возникает ряд трудностей. Во-первых, серийно выпускаемые конденсаторы и катушки индуктивности доступны в ограниченных стандартами рядах номиналов, что усложняет разработку, так как требуется “подгонка” схемы под имеющиеся в ряду значения. Во-вторых, с ростом частоты на функциональный отклик схемы все сильнее начинают влиять паразитные параметры, связанные с физической структурой сосредоточенных элементов (сопротивление и емкость контактных площадок, индуктивность выводов, и пр.). Физическая длина самих элементов будет соизмеримой с длиной волны в линии передачи, это приведет к дополнительным набегаем фазы и не даст таким образом реализовать их в чистом, “сосредоточенном” виде. Более того, уже нельзя пренебрегать расстоянием между соседними элементами. Ряд этих

проблем решается с помощью известного преобразования Ричардса [13], которое ставит в соответствие идеальным сосредоточенным элементам распределенные, например, разомкнутые или короткозамкнутые отрезки линии передачи определенной длины (шлейфы). Для физического разделения распределенных элементов могут быть использованы тождества Куроды [14]. Однако в нижней части СВЧ-диапазона отрезки линий передачи с электрической длиной $\lambda/4$ даже при использовании подложек с высокой диэлектрической проницаемостью ($\epsilon = 6 \dots 12$) имеют геометрические размеры порядка 10...20 мм. Преодолеть этот недостаток можно с помощью так называемых квазисосредоточенных элементов, реализуемых на основе тех или иных линий передачи (встречноштыревые конденсаторы, индуктивности в виде меандра или спирали и т.д.) [5, 15, 16]. Еще большего уменьшения размеров можно достичь, используя совместно с квазисосредоточенными элементами вырезы в заземленном проводнике. Известны работы, реализующие компактные фильтры на квазисосредоточенных элементах с вырезами (дефектами) в заземленной пластине [17, 18].

Рассмотрим реализацию таких элементов для выбранной модели ФВЧ на основе объемной интегральной схемы (ОИС) с использованием технологии ЛТСС. Если в качестве основной линии передачи на поверхности ЛТСС структуры выбрать микрополосковую линию (МПЛ), а внутри – симметричную полосковую линию (СПЛ), то последовательно включенные конденсаторы можно реализовать в виде плоскопараллельных пластин [19]. Для увеличения емкости и снижения паразитных эффектов заземление в районе этих пластин может быть удалено. Емкость такого конденсатора может приближенно оценена с помощью формулы

$$C = \epsilon S/d, \quad (5)$$

где S – площадь пластины, d – расстояние между пластинами, ϵ – диэлектрическая проницаемость материала. Точное значение может быть получено только с использованием электродинамических расчетов, учитывающих все краевые и паразитные эффекты [5, 20]. Катушки индуктивности могут быть выполнены в виде отрезков линии передачи длиной ℓ с высоким волновым сопротивлением Z_L , индуктивность которой оценивается по формуле

$$\omega L = Z_L \sin(2\pi\ell/\lambda_b), \quad (6)$$

где λ_b – длина волны в волноводе. Для увеличения индуктивности при малых линейных размерах ℓ необходимо увеличивать волновое сопротивление за счет сужения ширины линии. Однако это уменьшение ширины имеет своим пределом

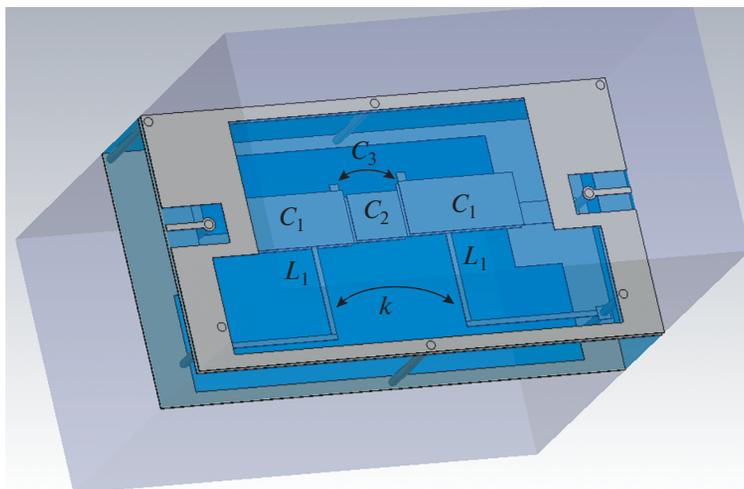


Рис. 3. Вид ФВЧ (1550 МГц) внутри ЛТСС-структуры, размеры макета $11 \times 5.8 \times 12$ мм при толщине ЛТСС-подложки 2.2 мм.

технологические возможности метода нанесения проводников. Альтернативным методом увеличения волнового сопротивления может послужить увеличение высоты всей подложки или, как и в случае с конденсатором, удаление заземления над индуктивностью. Вырезы в заземленном проводнике представляются наиболее удобным вариантом, но вместе с тем надо иметь в виду, что Z_L и λ_v в формуле (6) должны быть пересчитаны для более сложного волновода, включающего подложку, корпус и воздушное заполнение.

Располагая плоскопараллельные конденсаторы в разных слоях так, что верхняя пластина одного конденсатора переходит в нижнюю пластину конденсатора, расположенного выше, можно избежать дополнительных линий связи между ними. Индуктивности могут быть подключены непосредственно к пластинам конденсаторов под углом в 90 градусов. Дополнительный конденсатор связи C_3 образуется из пластин, одна из которых стыкуется с самой нижней пластиной первого конденсатора C_1 , а вторая с самой верхней пластиной второго конденсатора C_1 (рис. 3).

3. РАСЧЕТ, МОДЕЛИРОВАНИЕ И ПРОИЗВОДСТВО ФВЧ

Для примера реализации топологии ФВЧ проведем расчет фильтра с частотой среза 1550 МГц. Найдем из таблиц для чебышевской аппроксимации [5] значения нормированных элементов фильтра прототипа нижних частот для $N = 5$. Далее, преобразовав частоту от ФНЧ к ФВЧ и проводя денормировку, получаем следующие значения элементов: $C_1 = C_3 = 2.057$ пФ, $C_2 = 1.123$ пФ, $L_1 = L_2 = 3.735$ нГн. Для того чтобы обеспечить

требуемое затухание в полосе заграждения (не менее 50 дБ) и увеличить крутизну АЧХ, заданы на частотах 450 и 750 МГц два дополнительных нуля коэффициента передачи. В качестве входной и выходной линий передачи выбрана микрополосковая линия передачи, в качестве основной линии – симметричная полосковая линия. Переход между линиями передачи выполнен посредством металлизированных отверстий (см. рис. 3). Геометрические размеры всех элементов ФВЧ приведены в табл. 1.

Чтобы уменьшить габаритные размеры, индуктивности свернуты в виде Г-образных короткозамкнутых шлейфов. Точные геометрические размеры конденсаторов C_1, C_2 , индуктивностей L_1 и расстояние между ними определяли с помощью моделирования методом конечных элементов [21]. Так, для коэффициента связи k (или индуктивности L_2) при длине области связи 2.22 мм получаем расстояние 1.8 мм. Устройство реализовано в рамках технологического процесса на керамике “Green Tape” 951 с диэлектрической проницаемостью 7.8 (фирма DuPont). ЛТСС-подложка тол-

Таблица 1. Геометрические размеры элементов

Элемент	Длина, мм	Ширина, мм
C_1	2.5	1.35
C_2	1.2	1.15
C_3	0.2	0.3
L_1	4.1	0.12

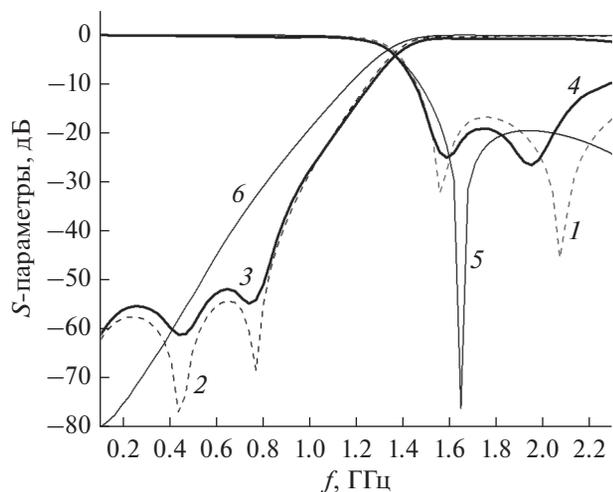


Рис. 4. Параметры S_{11} (1, 3, 5) и S_{21} (2, 4, 6) модели ФВЧ (1, 2), измеренного макета ФВЧ (3, 4) и идеального чебышевского фильтра (5, 6).

щиной 2.2 мм состоит из 12 слоев (6 шт. 951 РХ и 6 шт. 951 Р2).

4. ОБСУЖДЕНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

На рис. 4 приведено сравнение S-параметров модели ФВЧ полученных с помощью полной электромагнитной симуляции методом конечных элементов [21], с S-параметрами идеального чебышевского фильтра (ИЧФ) и измеренного макета ФВЧ. На экспериментальной кривой отчетливо видны два дополнительных нуля коэффициента передачи, коррелирующие с результатами моделирования.

В рабочей полосе частот (1550...2100 МГц) фильтр достаточно хорошо согласован ($S_{11} < -18$ дБ) и имеет малые вносимые потери ($S_{21} < 0.8$ дБ). Потери в полосе заграждения начиная с частоты 800 МГц составляют не менее 50 дБ. По сравнению даже с идеальным чебышевским фильтром виден существенный выигрыш в крутизне ската АЧХ.

Предложенная модель псевдоэллиптического ФВЧ, построенная путем введения в схему двух дополнительных связей между несмежными элементами, обладает рядом достоинств с точки зрения ее реализации по технологии ЛТСС. Отметим, что установить нули коэффициента передачи можно и традиционным способом [4], как это показано на рис. 5. Полученная схема (рис. 5б) содержит то же число элементов, что и предложенный в статье фильтр, а ее расчет и реализация выглядят даже проще. Однако по сравнению с начальной схемой рис. 5а она теряет симметрию, что повышает чувствительность к разбросу параметров при изготовлении и, кроме того, приводит к появлению конденсаторов значительно больших емкостей. Так, емкость C_4 схемы рис. 5б в 15.5 раз превышает емкость самых больших конденсаторов C_1, C_3 схемы рис. 5а, что при изготовлении по ЛТСС-технологии приведет к существенному увеличению площади пластин (обкладок) конденсатора и, как следствие, к увеличению общего размера ФВЧ. В то же время для рассматриваемого в работе фильтра реализация нулей коэффициента передачи возникает “естественным” образом, при топологическом сближении несмежных элементов схемы и не требует введения новых элементов больших размеров.

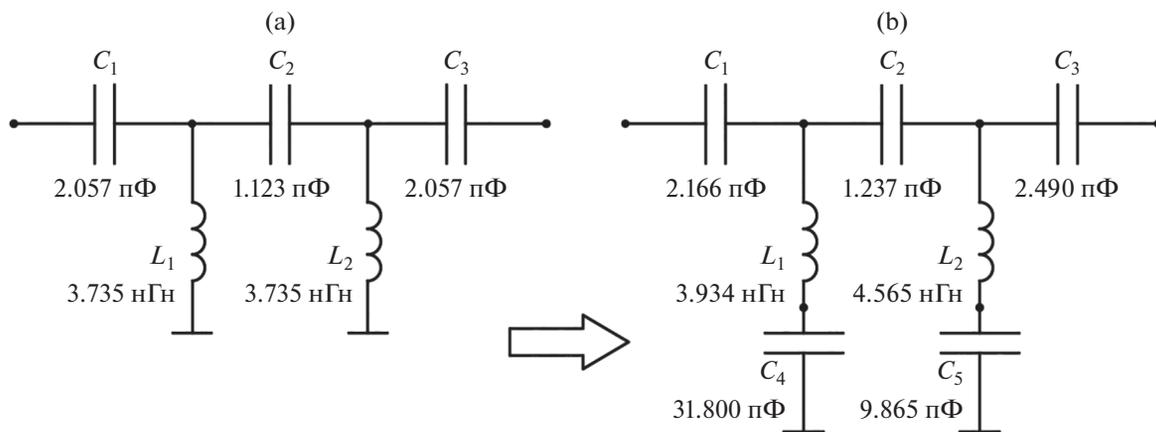


Рис. 5. Переход от чебышевского ФВЧ ($f_c = 1550$ МГц) пятого порядка (а) к ФВЧ седьмого порядка с двумя нулями коэффициента передачи (б).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе изложен процесс топологической реализации элементов схемы ФВЧ в “квасисосредоточенном” виде на основе ЛТСС-технологии. Приведенные формулы для расчета, основанные на методе синфазно-противофазного возбуждения, а также конечно-элементный анализ позволяют разработчику “скорректировать” положение нулей коэффициента передачи и превратить их из “паразитных” (когда, например, они попадают в рабочую полосу частот) в “полезные”, установив их на требуемые частоты.

Разработанное устройство может использоваться как самостоятельно (в корпусе), так и в составе более сложной ОИС на основе ЛТСС-технологии.

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при финансовой поддержке Правительства Российской Федерации (проект № 075-15-2019-1928).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Седельников Ю.Е., Веденькин Д.А. Электромагнитная совместимость радиоэлектронных средств. Казань: Новое знание, 2016.
2. Андрющенко М.С., Гусаковский В.Е., Штагер Е.А., Штагер Д.Е. Методы расчета средств защиты радиоэлектронных систем от электромагнитного излучения. СПб.: Изд-во ВВМ, 2016.
3. Вышков Ю.Д., Кириллов В.Ю. Защита информации бортовых комплексов летательных аппаратов от электромагнитных воздействий и несанкционированного доступа. М.: Изд-во МАИ, 2015.
4. Лэм Г. Аналоговые и цифровые фильтры. Расчет и реализация. М.: Мир, 1982.
5. Hong Jia-Sheng, Lancaster M.J. Microstrip Filters for RF/Microwave Applications. N.Y.: John Wiley & Sons, Inc., 2001.
6. Dutta Sujesh, Kaur Dalveer // 4th Int. Conf. on Advancements in Engineering & Technology (ICAET-2016), Sangrur, 18–19 Mar., 2016. MATEC Web of Conferences. 2016. V. 57. P. 01002.
7. Влостовский Э.Г., Петров А.С. // РЭ. 1997. Т. 42. № 1. С. 76.
8. Ness J.B. // IEEE Trans. 1998. V. MTT-46. № 4. P. 343.
9. Thomas J.B. // IEEE Trans. 2003. V. MTT-51. № 4. P. 1356.
10. Kopp B.A., Francomacaro A.S. // 1992 IEEE MTT-S. Microwave Symp. Digest. Albuquerque. 1–5 Jun. N.Y.: IEEE, 1992. V. 3. P. 1513.
11. Huang H.H., Xu S.Y., Horng T.S. // Proc. 36th European Microwave Conf. Manchester, 10–15 Oct. 2006. N.Y.: IEEE, 2006. P. 545.
12. Reed J., Wheeler G.J. // IRE Trans. Microwave Theory and Techniques. 1956. V. 36. P. 246.
13. Richards P.I. // Proc. IRE. 1948. V. 36. P. 217.
14. Kuroda K. Synthesis of Distribute-Constant Networks. Tokyo: Kyoritsu Publ., 1959.
15. Фуско В. СВЧ Цепи. Анализ и автоматическое проектирование. М.: Радио и связь, 1990.
16. Pozar D.M. Microwave Engineering. Hoboken: John Wiley & Sons Inc., 2012.
17. Li JiaLin, Chen JianXin, Xue Quan, et al. // IEEE MTT-S. Int. Microwave Symp. Digest. Long Beach. 17 Jun. 2005. N.Y.: IEEE, 2005. P. 1483.
18. Boutejdar A., Ramadan A., Makkey M., Omar A.S. // Proc. 36th European Microwave Conf. Manchester. 10–15 Oct. 2006. N.Y.: IEEE, 2006. P. 267.
19. Hong Heon Jin, Park Dong Chul. // Int. Microwave Symp. Digest. Long Beach, 17 Jun. 2005. N.Y.: IEEE, 2005. P. 2223.
20. Gupta K.C., Garg R., Bahl I.J. Microstrip Lines and Slotlines. Dedham: Artech House, 1979.
21. Наседкин А.В., Наседкина А.А. Конечно-элементное моделирование связанных задач. Ростов-на-Дону: Южный федер. ун-т, 2015.

**КОНСТРУКТОРСКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ
ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ШИРОКОПОЛОСНОГО
БАЛАНСНОГО СМЕСИТЕЛЯ СВЕРХВЫСОКОЧАСТОТНОГО ДИАПАЗОНА
НА БАЗЕ РЕЗОНАНСНО-ТУННЕЛЬНЫХ ДИОДОВ**© 2022 г. К. В. Черкасов^а, *, С. А. Мешков^а, М. О. Макеев^а, В. Д. Шашурин^а^аМосковский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана,
2-я Бауманская ул., 5, Москва, 105005 Российская Федерация

*E-mail: kvche@mail.ru

Поступила в редакцию 21.04.2021 г.

После доработки 17.09.2021 г.

Принята к публикации 27.09.2021 г.

Предложено решение задачи конструкторско-технологической оптимизации (К-ТО) электрических характеристик нелинейных преобразователей частоты (ПЧ) СВЧ-радиосигналов на базе резонансно-туннельных диодов (РТД) для обеспечения надежности в заданных условиях эксплуатации. Разработан программный комплекс, позволяющий выполнять анализ надежности ПЧ СВЧ-радиосигналов на базе РТД и проводить К-ТО электрических характеристик ПЧ с целью обеспечения надежности в заданных условиях эксплуатации. Проведена апробация разработанного программного комплекса на примере широкополосного балансного смесителя СВЧ-радиосигналов на базе РТД. Показано, что в результате оптимизации электрических характеристик рассматриваемого смесителя гамма-процентный ресурс может быть увеличен в 7.5 раз, что доказывает перспективность конструкторско-технологической оптимизации для решения задачи обеспечения надежности ПЧ радиосигналов на базе РТД.

DOI: 10.31857/S0033849422060079

ВВЕДЕНИЕ

Нелинейные преобразователи частоты (ПЧ) радиосигналов являются ключевыми элементами радиотехнических систем, так как с их помощью осуществляются основные радиотехнические преобразования. Одним из путей улучшения электрических характеристик ПЧ радиосигналов является использование наноэлектронных приборов, к которым относятся резонансно-туннельные диоды (РТД) на основе AlGaAs/GaAs многослойных гетероструктур с поперечным токопереносом [1]. Применение РТД в качестве нелинейных элементов (НЭ) ПЧ радиосигналов позволяет расширить рабочий диапазон частот и повысить их помехоустойчивость [2–10]. Производство РТД возможно с использованием отработанных технологий микроэлектроники.

При проектировании ПЧ радиосигналов помимо обеспечения заданных электрических характеристик приоритетной является задача обеспечения надежности в заданных условиях эксплуатации. Одним из путей решения задачи обеспечения надежности ПЧ радиосигналов на базе РТД в задан-

ных условиях эксплуатации является изложенная в [11] методология проектирования микро- и наноприборов, которая предусматривает введение этапа конструкторско-технологической оптимизации (К-ТО), позволяющего определить номинальные значения параметров конструкции прибора и его электрических характеристик, максимизирующие заданную целевую функцию, при этом оставляя неизменными технологические допуски на параметры конструкции и задаваемые конструктором допуски на электрические характеристики оптимизируемого прибора.

Цель данной работы – рассмотреть методику и алгоритм К-ТО электрических характеристик ПЧ радиосигналов на базе РТД, провести апробацию разработанного авторами программного комплекса, позволяющего осуществлять анализ надежности ПЧ расчетными методами и проводить конструкторско-технологическую оптимизацию электрических характеристик ПЧ радиосигналов на базе РТД в заданных условиях эксплуатации.

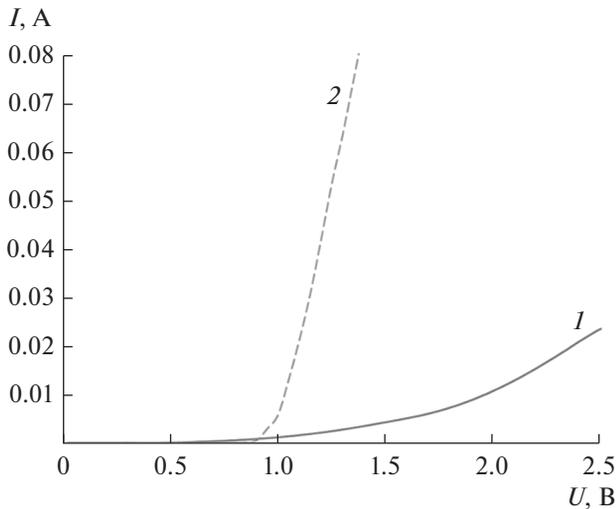


Рис. 1. Начальный участок ВАХ РТД (1) и ДБШ (2).

1. ОПИСАНИЕ ОБЪЕКТА ИССЛЕДОВАНИЯ, МЕТОДИКИ И АЛГОРИТМОВ ОПТИМИЗАЦИИ

Объектом исследования является широкополосный балансный смеситель частот (БС) диапазона 4...8 ГГц на базе РТД, выполненный в виде гибридной интегральной схемы. Начальный участок вольт-амперной характеристики (ВАХ) РТД приведен на рис. 1, резонансно-туннельная структура диода состоит из двух AlAs-барьеров и располагающейся между ними GaAs-квантовой ямы. Моделирование электрических характеристик смесителя проводится в системе автоматизированного проектирования (САПР) AWR Microwave Office, схема смесителя в данной САПР представлена на рис. 2а, 2б. Номера на рис. 2б соответствуют номерам портов на рис. 2а.

Оптимизация электрических характеристик ПЧ радиосигналов достигается за счет измене-

ния номинальных значений параметров конструкции.

В качестве целевой функции (ЦФ) вида $f(t, Y, \sigma, \Delta)$, где t – время эксплуатации прибора, Y – вектор его электрических характеристик, σ – вектор технологических разбросов параметров конструкции прибора, Δ – вектор допустимых отклонений (допуски) электрических характеристик прибора, могут быть выбраны вероятность выполнения заданных функций партией приборов в течение определенного срока эксплуатации, вероятность попадания параметров в установленные допуски (вероятность выхода годных) P_T за время эксплуатации прибора и гамма-процентный ресурс T_γ в заданных условиях эксплуатации.

В качестве целевой функции нами был выбран гамма-процентный ресурс. В этом случае:

- 1) критерий оптимальности: $\max T_\gamma$;
- 2) управляемые параметры: вектор X номинальных значений параметров конструкции прибора;
- 3) ограничения: $\Delta = \text{const}$, $\sigma = \text{const}$, $X \in O_K$, $X \in O_T$, $P_T(t=0, Y, \sigma, \Delta) \geq P_T^{\min}$, где O_K , O_T – ограничения конструкторского и технологического характера, P_T^{\min} – минимально допустимое значение функции вероятности выхода годных после изготовления.

В результате решения задачи оптимизации получают новые значения номиналов $X_{\text{опт}}$ и $Y_{\text{опт}}$, которым соответствует максимум выбранной целевой функции. Устройство считается годным/работоспособным в момент времени t_i , если все электрические параметры Y одновременно попадают в соответствующие допуски.

Данный подход предполагает использование методов имитационного, в том числе вероятностного, моделирования электрических характеристик прибора, закономерностей их деградации в заданных условиях эксплуатации, а также технологиче-

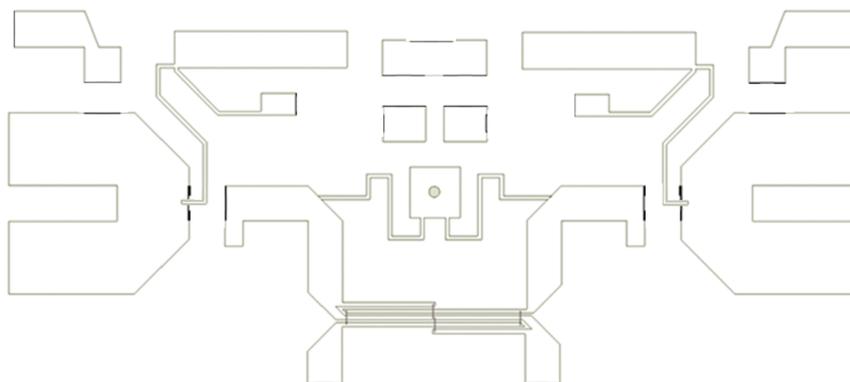


Рис. 2. Топология широкополосного балансного смесителя в САПР AWR Microwave Office.

ских погрешностей и основывается на результатах исследований процессов деградации элементов прибора в условиях воздействия внешних факторов.

Большинство современных САПР, используемых при проектировании микроэлектронных устройств, имеют в своем составе специализированные модули, позволяющие автоматизировать процесс оптимизации электрических характеристик проектируемых устройств. Необходимым условием для проведения такой оптимизации является наличие в САПР математических моделей, связывающих параметры конструкции с электрическими характеристиками, для всех элементов, входящих в состав рассматриваемого устройства. Поскольку НЭ БС в исследуемом смесителе являются РТД, математические модели которых отсутствуют в САПР, задача оптимизации не может быть решена их средствами. Поэтому нами разработан программный модуль, позволяющий производить оптимизацию электрических характеристик микроэлектронных устройств, в состав которых входят элементы нанoeлектроники. В данной работе этот модуль используется для моделирования БС с РТД в качестве НЭ, но он может быть использован для оптимизации электрических характеристик других микроэлектронных устройств.

Основной идеей алгоритма работы описываемого модуля является разделение процесса оптимизации на несколько независимых этапов, последовательно связанных друг с другом: результаты каждого этапа являются входными параметрами следующего. Таким образом, решение задачи оптимизации, которую можно записать в виде

$$\text{ЦФ}(t, Y_{\text{опт}}, \sigma, \Delta) = \max(\text{ЦФ}(t, Y, \sigma, \Delta)),$$

где $Y_{\text{опт}} = Y(X_{\text{БС, опт}}, X_{\text{РТД, опт}})$, $\Delta = \text{const}$, $\sigma = \text{const}$, $X_{\text{БС, РТД}} \in O_k$, $X_{\text{БС, РТД}} \in O_t$, $P_t(t=0, Y, \sigma, \Delta) \geq P_t^{\text{min}}$, $X_{\text{БС}}$ – вектор параметров конструкции оптимизируемого устройства, $X_{\text{РТД}}$ – вектор параметров конструкции РТД, сводится к последовательному выполнению следующих этапов.

1. Поиск такого целевого сочетания электрических характеристик оптимизируемого прибора $Y_{\text{ц}}$, которое обеспечивает решение задачи оптимизации $\text{ЦФ}(t, Y_{\text{ц}}, \sigma, \Delta) = \max(\text{ЦФ}(t, Y, \sigma, \Delta))$.

2. Поиск такого сочетания параметров конструкции оптимизируемого прибора (в данном случае смесителя частот) $X_{\text{ц, БС}}$ и коэффициентов полинома, описывающего форму ВАХ НЭ прибора $X_{\text{ц, ВАХ}}$, которое обеспечивает максимально близкие к целевым значения электрических характеристик

$$|Y_{\text{ц}} - Y_{\text{ц, ВАХ}}| = \min(|Y_{\text{ц}} - Y(X_{\text{БС}}, X_{\text{ВАХ}})|),$$

$$Y_{\text{ц, ВАХ}} = Y(X_{\text{ц, БС}}, X_{\text{ц, ВАХ}}).$$

При выполнении данного условия транзитивно обеспечивается выполнение условия

$$|\text{ЦФ}(t, Y_{\text{ц}}, \sigma, \Delta) - \text{ЦФ}(t, Y_{\text{ц, ВАХ}}, \sigma, \Delta)| = \\ = \min(|\text{ЦФ}(t, Y_{\text{ц}}, \sigma, \Delta) - \text{ЦФ}(t, Y(X_{\text{БС}}, X_{\text{ВАХ}}), \sigma, \Delta)|),$$

т.е. $\text{ЦФ}(t, Y_{\text{ц}}, \sigma, \Delta) \approx \text{ЦФ}(t, Y_{\text{ц, ВАХ}}, \sigma, \Delta)$ с точностью до приведенной выше разности.

3. Поиск сочетания параметров конструкции оптимизируемого устройства $X_{\text{БС, опт}}$ и его нелинейного элемента $X_{\text{РТД, опт}}$, при которых электрические характеристики прибора $Y_{\text{опт}}$ максимально близки к $Y_{\text{ц, ВАХ}} = Y(X_{\text{ц, БС}}, X_{\text{ц, ВАХ}})$, а следовательно, и к $Y_{\text{ц}}$:

$$|Y(X_{\text{ц, БС}}, X_{\text{ц, ВАХ}}) - Y(X_{\text{БС, опт}}, X_{\text{РТД, опт}})| = \\ = \min(|Y(X_{\text{ц, БС}}, X_{\text{ц, ВАХ}}) - Y(X_{\text{БС}}, X_{\text{РТД}})|),$$

т.е. $Y(X_{\text{БС, опт}}, X_{\text{РТД, опт}}) \approx Y(X_{\text{ц, БС}}, X_{\text{ц, ВАХ}}) \approx Y_{\text{ц}}$.

4. Проверка полученного решения.

На этапе 1 оптимизируемое устройство моделируется как “черный ящик”, обладающий рядом электрических характеристик Y , которые являются управляемыми параметрами на данном этапе. Перед началом этапа 1 необходимо выбрать ЦФ , по которой будет проводиться оптимизация (в рассматриваемом случае T_γ при $\gamma = 0.99$), сформулировать количественные критерии годности Y_t для электрических характеристик прибора (задать допуски Δ для всех элементов Y), а также задать коэффициенты полиномов, описывающих кинетику Y в заданных условиях эксплуатации. Зависимость задается в виде функции $y(t, A)$, $y(0, A) = Y_0$, где t – параметр, прямо или косвенно характеризующий длительность воздействия дестабилизирующего фактора, Y_0 – значение электрической характеристики до воздействия дестабилизирующего фактора, A – величина воздействия эксплуатационного фактора.

Далее строится групповая кинетика каждой электрической характеристики в условиях воздействия указанного фактора с учетом влияния технологических разбросов параметров конструкции прибора. Под групповой кинетикой понимается кинетика статистического распределения электрической характеристики, получаемого посредством компьютерного статистического эксперимента, учитывающего влияние технологических разбросов параметров конструкции прибора на его электрические характеристики. На основании полученной групповой кинетики для каждой электрической характеристики определяется новое номинальное значение, затем вычисляется значение ЦФ для нового и старого номиналов (в случае нового номинала распределение сдвигается на величину $dY = Y_{\text{нов}} - Y_{\text{стар}}$). Процесс повторяется до тех пор, пока приращение ЦФ для очередного $Y_{\text{нов}}$ по сравнению с предыдущим значением

не станет меньше некоторого предельного значения ϵ_{ps} . Результатом работы данного этапа является вектор целевых значений электрических характеристик $Y_{ц}$.

Этап 2 оптимизации заключается в подборе формы ВАХ НЭ и параметров конструкции ПЧ, обеспечивающей максимально близкие к $Y_{ц}$ значения электрических характеристик, что предполагает моделирование оптимизируемого устройства с учетом параметров конструкции ПЧ X_{BC} за исключением параметров конструкции НЭ – на данном этапе они понимаются как нелинейные сопротивления, ВАХ которых задается некоторой функцией. Исходными данными на этапе 2 являются: полученный на этапе 1 вектор $Y_{ц}$; вектор параметров конструкции устройства X_{BC} ; вектор технологических разбросов параметров конструкции устройства σ_{sigma} ; вектор параметров полинома ВАХ НЭ $X_{ВАХ}$. ЦФ оптимизации на этапе 2 может быть представлена как $\min(|Y_{ц} - Y_{ВАХ}|)$, где $Y_{ВАХ} = Y(X_{BC}, X_{ВАХ})$ – вектор электрических характеристик, полученный на текущей итерации оптимизации. Управляемыми параметрами являются $X_{ВАХ}$ и X_{BC} , причем параметры конструкции БС оптимизируются средствами используемого САПР (в описываемом случае – AWR Microwave Office) под каждую из получаемых конфигураций $X_{ВАХ}$ отдельно с целью обеспечения согласования волновых сопротивлений диодных секций ПЧ с сопротивлениями НЭ. Результатом этапа 2 оптимизации является пара векторов $X_{ц,ВАХ}$ и $X_{ц,BC}$, содержащие коэффициенты полинома ВАХ и параметры конструкции оптимизируемого ПЧ, при которых достигается максимальное приближение к целевым значениям электрических характеристик.

Завершающим этапом цикла оптимизации является определение параметров конструкции НЭ, обеспечивающих наиболее близкую к целевой форму ВАХ. Поскольку математические модели, позволяющие проводить подобную оптимизацию конструкции РТД, в открытом доступе отсутствуют, для этих целей нами был разработан дополнительный модуль к программному комплексу RTSVAC. В качестве метода оптимизации ВАХ РТД используется покоординатный спуск. ЦФ на данном этапе – $\min(R^2)$, где R^2 – средний квадрат разности между полиномиально заданной и смоделированной по $X_{РТД}$ ВАХ. Управляемыми параметрами являются параметры конструкции РТД $X_{РТД}$, в качестве начальных значений $X_{РТД}$ принимаются параметры конструкции НЭ ПЧ, при которых были получены исходные (до начала оптимизации) значения Y . Как и на предыдущем этапе, параметры $X_{ПЧ}$ варьируются с целью обеспечения согласования волновых сопротивлений диодных секций ПЧ с сопротивлениями НЭ ПЧ. Результатом работы этапа 3 оптимизации являются векторы

$X_{РТД, \text{опт}}$, $X_{BC, \text{опт}}$ и $Y_{\text{опт}}$, содержащие оптимальные параметры конструкции РТД, ПЧ и оптимальные значения электрических характеристик ПЧ, обеспечивающие максимум выбранной в начале оптимизации ЦФ.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

Для реализации описанной выше методики нами был разработан программный комплекс, позволяющий проводить конструкторско-технологическую оптимизацию ПЧ радиосигналов на базе РТД. Для моделирования электрических характеристик ПЧ и учета влияния технологических разбросов параметров конструкции ПЧ на разброс этих характеристик использован САПР AWR Microwave Office. Для моделирования ВАХ РТД, ее кинетики в условиях воздействия дестабилизирующих факторов с учетом влияния технологических разбросов параметров конструкции диода нами разработан соответствующий программный комплекс на основе алгоритмов высокоскоростного моделирования начального участка ВАХ РТД, реализованных в [12]. Помимо алгоритмов моделирования ВАХ в данном комплексе реализованы алгоритмы оптимизации ее формы путем подбора параметров конструкции РТД, обеспечивающих наиболее близкую к заданному полиному форму ВАХ диода. Смоделированные в данном комплексе ВАХ аппроксимируются полиномами и подставляются в модель ПЧ в САПР Microwave Office для получения электрических характеристик ПЧ. Параметры деградационных процессов, происходящих в структуре РТД в условиях воздействия температурного фактора и ионизирующих излучения и приводящих к дрейфу ВАХ, определены в ходе проведения экспериментальных исследований [13–16].

Рассматриваемый ПЧ рассчитывали на условия эксплуатации в составе бортовой аппаратуры автономных космических аппаратов (КА), находящихся на околоземной орбите. Таким условиям эксплуатации соответствует воздействие дозы гамма-излучения мощностью до 30 крад/год (характерное значение для бортовой аппаратуры КА, находящейся за массовой защитой величиной $1...2 \text{ г/см}^2$ (что соответствует типовым значениям для материалов защит, применяемых в КА), согласно [17–21]) и повышенной температуры до 200°C .

В качестве электрических характеристик оптимизируемого БС РТД рассматривали потери преобразования комбинационных частот (КЧ) 1-1 (первая цифра – номер гармоники сигнала, вторая – номер гармоники гетеродина) и 2-2. В качестве критериев годности на основании представленных разработчиком требований выбраны следующие: поте-

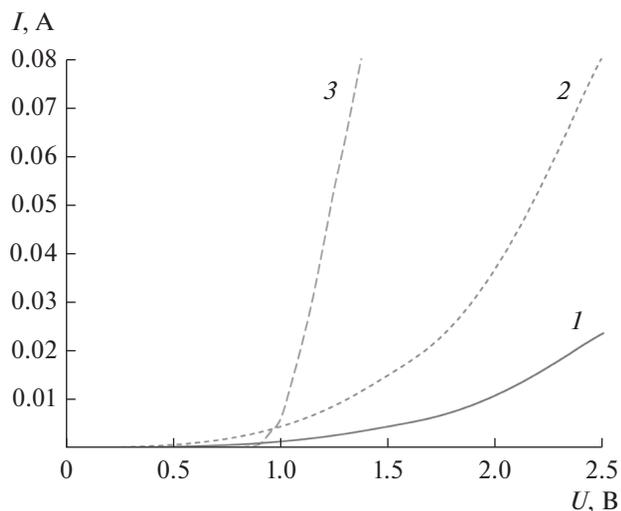


Рис. 3. Номинальная (1) и оптимальная (2) формы начального участка ВАХ НЭ оптимизируемого смесителя на основе РТД и начальный участок ВАХ ДБШ (3).

ри преобразования КЧ 1-1 не более 16 дБ; потери преобразования КЧ 2-2 не менее 66 дБ.

Анализ надежности БС показал, что наиболее опасной с точки зрения возникновения отказов является частота сигнала 7.5 ГГц, так как потери преобразования КЧ 1-1 на данной частоте наиболее близки к пороговому значению, а сами отказы возникают в результате роста потерь преобразования КЧ 1-1, вызванного необратимыми процессами деградации НЭ в условиях воздействия дестабилизирующих факторов. Зависимость потерь преобразования КЧ 2-2 от длительности воздействия эксплуатационных факторов имеет монотонно растущий характер, что делает невозможным отказ БС из-за уменьшения потерь преобразования

КЧ 2-2. Установлено, что гамма-процентный ресурс исследуемого БС при $\gamma = 0.99$ ($t_{\gamma=0.99}$) в условиях воздействия гамма-излучения превышает 25 лет. В то же время $t_{\gamma=0.99}$ данного БС в условиях воздействия повышенной температуры не превышает 6.5 лет, что свидетельствует о необходимости проведения К-ТО его электрических характеристик с целью обеспечения надежности.

В результате оптимизации, проведенной посредством разработанного программного комплекса, подобраны параметры конструкции РТД (начальная и оптимизированная ВАХ приведены на рис. 3) и пассивных элементов БС, позволившие увеличить гамма-процентный ресурс при $\gamma = 0.99$ $T_{\gamma=0.99}$ в условиях воздействия повышенной температуры в 7.5 раз (зависимость вероятности безотказной работы (ВБР) БС от наработки приведена на рис. 4). Оценка гамма-процентного ресурса получена из анализа графика зависимости ВБР смоделированной выборки из 100 БС от наработки в условиях воздействия повышенной температуры для температур эксплуатации 85 и 125°C. ВБР партии в момент времени t определяется как отношение числа отказавших приборов к размеру выборки. Отказ прибора фиксируется при выходе хотя бы одной из рассматриваемых электрических характеристик за пределы установленных допусков.

Для получения оптимальной формы ВАХ РТД ширина симметричных барьеров его двухбарьерной AlAs/GaAs резонансно-туннельной структуры (РТС) уменьшена в 2.5 раза по сравнению с исходной (с 2.83 до 1.13 нм), ширина ямы увеличена на 40% (с 2.83 до 3.96 нм), диаметр мезы — в 2.25 раза (с 20 до 45 мкм), химический состав слоев РТС не изменялся, параметры пассивных элементов БС были оптимизированы под новую форму ВАХ НЭ.

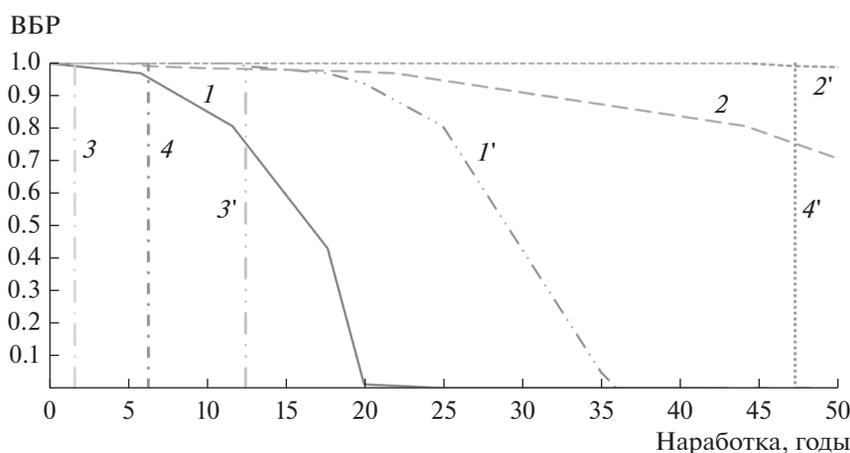


Рис. 4. Зависимость вероятности безотказной работы широкополосного балансного смесителя на основе РТД от времени до оптимизации (1–4) и после (1'–4'): ВБР при температуре эксплуатации 125 (1, 1') и 85°C (2, 2'); $t_{\gamma=0.99}$ при температуре эксплуатации 125 (3, 3') и 85°C (4, 4').

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Оптимизация параметров конструкции РТД и топологии широкополосного БС посредством разработанного программного комплекса позволила увеличить $T_{\gamma=0,99}$ в условиях воздействия повышенной температуры в 7.5 раз. Это доказывает, что задачу обеспечения надежности прибора в заданных условиях эксплуатации возможно решить посредством К-ТО электрических характеристик ПЧ радиосигналов без изменения технологии их изготовления. Полученные результаты также демонстрируют перспективность дальнейших исследований в сфере применения РТД как НЭ ПЧ радиосигналов, поскольку проведенное исследование показало возможность обеспечить надежность ПЧ на базе РТД путем задействования основного преимущества РТД – возможности подбирать оптимальную для конкретного ПЧ форму ВАХ диода с помощью варьирования параметров конструкции диода.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 19-37-90125/19).

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Mizuta H., Tanoue T. The Physics and Applications of Resonant Tunneling Diodes. N.Y.: Cambridge Univ. Press, 2006. P. 133.
2. Ivanov Yu.A., Meshkov S.A., Fedorenko I.A. et al. // J. Commun. Technol. Electron. 2010. V. 55. P. 921.
3. Sinyakin V.Yu., Makeev M.O., Meshkov S.A. // J. Phys.: Conf. Ser. 2016. V. 741. № 1. P. 012160.

4. Wang J., Al-Khalidi A., Zhang C. et al. // Proc. 10th UK-Europe-China Workshop on Millimetre Waves and Terahertz Technologies (UCMMT), Liverpool, 11–13 Sept. 2017. N.Y.: IEEE, 2014. P. 8068353.
5. Nagatsuma T., Fujita M., Kaku A. et al. // Proc. Int. Conf. Telecommunications and Remote Sensing. Luxembourg. 26–27 Jun. 2014. Sophia: ICREST, 2014. P. 41.
6. Hori T., Ozono T., Orihashi N., Asada M. // Appl. Phys. 2006. V. 99. № 6. P. 064508.
7. Kanaya H., Shibayama H., Suzuki S., Asada M. // Appl. Phys. (Express). 2012. V. 5. № 12. P. 124101.
8. Maekawa T., Kanaya H., Suzuki S., Asada M. // Appl. Phys. (Express). 2016. V. 9. № 2. P. 024101.
9. Srivastava A. // Eur. J. Adv. in Engin. Technol. 2015. V. 2. № 8. P. 54.
10. Diebold S., Tsuruda K., Kim J.-Y. et al. // Procs. SPIE . 2016. Washington: SPIE. V. 9856. P. 98560U.
11. Meshkov S.A. // J. Instrumental Engineering. 2019. V. 62. P. 921.
12. Makeev M.O., Черкасов К.В., Иванов Ю.А., Мешков С.А. // Успехи совр. радиоэлектроники. 2019. № 3. С. 28.
13. Makeev M.O., Иванов Ю.А., Мешков С.А. // Физика и техника полупроводников. 2016. Т. 50. № 1. С. 83.
14. Makeev M.O., Meshkov S.A., Ivanov Y.A. // Key Engineering Mater. 2017. V. 724. P. 48.
15. Makeev M.O., Meshkov S.A., Sinyakin V.Yu. // J. Phys.: Conf. Ser. 2017. V. 917. № 9. P. 092004.
16. Makeev M.O., Sinyakin V.Yu., Meshkov S.A. // Adv. in Astronautical Sci. 2020. V. 170. P. 655.
17. Ravinarayana B., Upadhyaya N., Kulkarni R. // IEEE Trans. 2006. V. NS-52. № 2. P. 530.
18. Ravinarayana B. // J. Spacecraft and Rocket. 2009. V. 46. № 3. P. 712.
19. Clowdsley M., Wilson J., Shinn J. et al. // SAE Technical Papers. 2001. P. 01ICES-2327.
20. Панасюк М.И., Подзолко М.В., Ковтюх А.С. и др. // Космич. исслед. 2016. Т. 54. № 6. С. 451.
21. Артюхова М.А. // Тр. Междунар. симп. “Надежность и качество”, Пенза, 27 мая–3 июня 2013 г. Пенза: Изд. ПГУ, 2013. № 2. С. 9.

РЕЛЯТИВИСТСКИЙ МАГНИТОИЗОЛИРОВАННЫЙ ВИРКАТОР
С КООКСИАЛЬНЫМ ВЫВОДОМ СВЧ-ИЗЛУЧЕНИЯ© 2022 г. А. Е. Дубинов^{a, b, *}, В. П. Тараканов^{c, d}^a Российский федеральный ядерный центр – Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики, просп. Мира, 37, Саров, Нижегородская обл., 607188 Российская Федерация^b Саровский физико-технический институт Национального исследовательского ядерного университета “Московский инженерно-физический институт”, ул. Духова, 6, Саров, Нижегородская обл., 607189 Российская Федерация^c Объединенный институт высоких температур РАН, ул. Ижорская, 13, стр. 2, Москва, 125412 Российская Федерация^d Национальный исследовательский ядерный университет “Московский инженерно-физический институт”, Каширское шос., 31, Москва, 115409 Российская Федерация

*E-mail: dubinov-ae@yandex.ru

Поступила в редакцию 27.09.2021 г.

После доработки 27.09.2021 г.

Принята к публикации 10.11.2021 г.

Смоделирован PIC-методом релятивистский магнитоизолированный виркатор с коаксиальным выводом СВЧ-излучения. Показано, что после рождения во 2-й по ходу движения электронного пучка трубе виртуального катода в 1-й трубе устанавливается сжатое состояние электронного пучка, представляющее плотную горячую однокомпонентную электронную плазму с концентрацией электронов $n \cong 1.4 \times 10^{11} \text{ см}^{-3}$ и температурой 50 кэВ; длительность процесса ее формирования 125 нс. Рассчитаны СВЧ-характеристики виркатора. Пиковая мощность СВЧ-излучения, которая была сгенерирована в первые 100 нс (пиковая эффективность $\sim 17.5\%$), оказалась ~ 1.4 ГВт, а после установления сжатого состояния мощность генерации уменьшилась до среднего значения ~ 250 МВт (средняя эффективность $\sim 3\%$). Вычислена спектрограмма радиальной компоненты электрического поля в коаксиальной линии. Найдено, что частота генерации растет в первые 100 нс и далее остается неизменной, $f \cong 1.4$ ГГц.

DOI: 10.31857/S0033849422050059

ВВЕДЕНИЕ

Сверхвысокочастотные генераторы с виртуальным катодом (ВК) – виркаторы – представляют собой особый класс источников мощных СВЧ-импульсов на базе сильноточных релятивистских электронных пучков (СРЭП), на которых уже несколько десятилетий назад достигнут мультигигаваттный выходной уровень мощности выведенного излучения [1, 2]. Именно на виркаторе в 1988 г. был установлен рекорд по величине генерируемой СВЧ-мощности – 22 ГВт [3], не превзойденный до сих пор ни на одном из СВЧ-генераторов других классов.

Принцип действия виркаторов заключается в инжекции СРЭП в некую вакуумированную трубу так, чтобы его ток превышал значение предельного тока в этой трубе. Тогда внутри трубы возникает ВК, колебания которого являются источником СВЧ-излучения. Обзоры разных лет перспективных схем генераторов с ВК, физики их работы и достижений представлены в [4–9].

Виркаторы обладают целым рядом очевидных достоинств по сравнению с другими типами мощных СВЧ-генераторов: компактность и возможность работы со сверхпредельным СРЭП, простота конструкции, низкие требования к качеству СРЭП и др. Но несмотря на эти достоинства в них пока не удалось достичь высокой эффективности (например, в [10] эффективность составляет всего 11%).

В традиционных виркаторах с плоско-параллельными электронными диодами длительность СВЧ-импульса ограничена временем перекрытия катодной плазмой диодного промежутка и составляет несколько сотен наносекунд. Для увеличения длительности СВЧ-импульса до нескольких микросекунд был изобретен магнитоизолированный виркатор с протяженной трубой дрейфа и волноводно-рупорным выводом излучения [11]. Такие магнитоизолированные виркаторы интенсивно исследовались в [12–15], но эффективность их

СВЧ-генерации оказались весьма малой (в [12] не более 1.5%, в [13, 14] еще меньше).

При моделировании типичных магнитоизолированных виркаторов с волноводным выводом СВЧ-излучения было найдено, что в протяженной трубе дрейфа формируется так называемое сжатое состояние пучка [16], являющееся по сути распределенным по длине трубы ВК и представляющее собой плотную горячую однокомпонентную электронную плазму. Моделирование также показало, что сжатое состояние негативно влияет на характеристики виркатора и приводит к существенному снижению эффективности [17].

В патенте [18] был предложен виркатор с коаксиальным выводом СВЧ-излучения. Недавнее моделирование виркатора с коаксиальным выводом СВЧ-излучения на двух встречных пучках показало, что эффективность виркатора может быть достаточно высокой (пиковая эффективность до 50%) как за счет коаксиального выхода излучения, так и за счет множественности ВК, возникающих на встречных пучках [19].

Цель данной работы – смоделировать релятивистский магнитоизолированный виркатор с коаксиальным выводом СВЧ-излучения, исследовать динамику электронов в виркаторе и вычислить выходные СВЧ-характеристики этого виркатора.

1. ГЕОМЕТРИЯ ВИРКАТОРОВ. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МЕТОД РЕШЕНИЯ

Упрощенная схема моделируемого виркатора показана на рис. 1. Он содержит две соосные цилиндрические трубы, состыкованные друг с другом торцами и отделенные друг от друга тонкой, прозрачной для частиц фольгой. Было задано, что стенки обеих труб находятся под нулевым электростатическим потенциалом.

Первая труба меньшего диаметра представляет собой вакуумную полость виркатора длиной $L_1 = 300$ см и диаметром $2R_1 = 20$ см. Вторая вакуумированная труба – длиной $L_2 = 70$ см и диаметром $2R_2 = 40$ см – служит выходным СВЧ-резонатором виркатора, в котором формируется ВК и генерируется СВЧ-излучение. Она состыкована с коаксиальной линией длиной $h = 30$ см с волновым сопротивлением $\rho = 9.75$ Ом. Линия открыта для СВЧ-излучения с правой стороны с помощью держащего вакуум диэлектрического окна.

Было задано сильное аксиальное однородное магнитное поле величиной $B_z = 10$ Т. Считалось, что в нулевой момент времени с левого торца газоразрядной трубы в ее полость начинает инжектироваться трубчатый моноэнергетический СРЭП с постоянным по времени током $I_b = 8$ кА, внешним радиусом $r_b = 4$ см и толщиной трубки тока

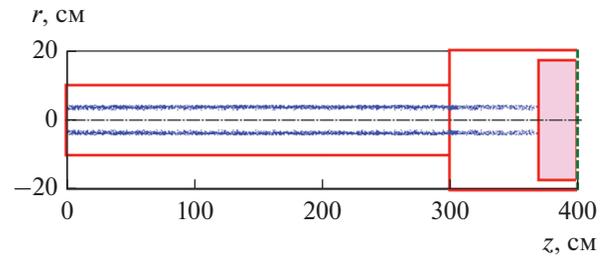


Рис. 1. Геометрия виркатора и СРЭП.

$\delta_b = 1$ см. Энергия электронов в инжектируемом пучке составляет $U = 1$ МэВ (лоренц-фактор $\gamma \cong 2.96$). Укажем, что для выбранных геометрии труб и параметров СРЭП значения предельных вакуумных токов вычислены по формуле для труб бесконечной длины [12, 20]

$$I_{\text{пред}1,2} = I_0 \frac{(\gamma^{2/3} - 1)^{3/2}}{\delta/r_b + 2 \ln(R_{1,2}/r_b)}, \quad (1)$$

($I_0 = mc^3/e \cong 17.03$ кА) и составляют $I_{\text{пред}1} = 8.9$ кА и $I_{\text{пред}2} = 5.3$ кА соответственно. Таким образом, задаваемый ток СРЭП является слегка допредельным в 1-й трубе и существенно сверхпредельным во 2-й. Выбранное значение тока СРЭП подходит для формирования сжатого состояния СРЭП в первой трубе. Укажем, что геометрия рассматриваемого виркатора близка к геометрии виркатора с волноводным выводом излучения, рассмотренным в [21], а параметры пучков полностью совпадают.

Моделирование виркатора осуществлялось с помощью кода “КАРАТ” [22], который представляет собой электромагнитный код на базе релятивистского метода “частица-в-ячейке”. Он предназначен для решения нестационарных электродинамических задач, имеющих сложную геометрию и включающих динамику, в общем случае, нескольких сортов частиц (электронов, ионов, нейтралов). Код ранее многократно тестировался и широко использовался для моделирования пучковых и СВЧ-приборов [16, 17, 19–21, 23–25].

2. ДИНАМИКА ЭЛЕКТРОНОВ В МАГНИТОИЗОЛИРОВАННОМ ВИРКАТОРЕ

Приведем сначала результаты моделирования динамики электронов СРЭП. Моделирование показало, что в СРЭП действительно возникает сжатое состояние пучка, т.е. распределенный ВК. Сложную нелинейную динамику возникновения этого ВК удобно проследить по эволюции его фазового портрета. На рис. 2 показана эта эволюция с шагом 25 нс на протяжении 25...150 нс, т.е. на интервале времени, пока изменения фазового портрета значительны.

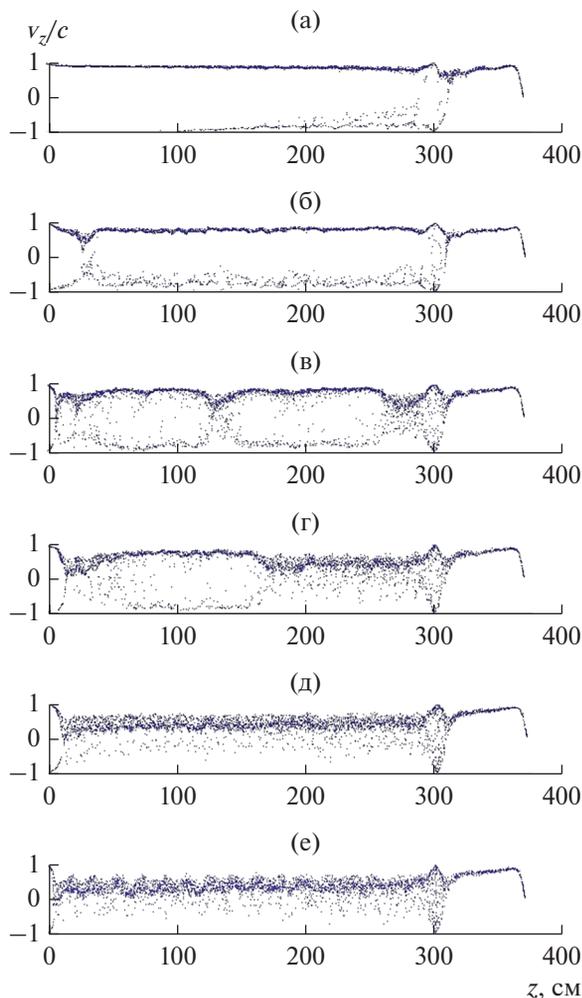


Рис. 2. Изменения фазового портрета СРЭП в вакуумном виркаторе в зависимости от времени: 25 (а), 50 (б), 75 (в), 100 (г), 125 (д) и 150 нс (е).

Прокомментируем основные фазы эволюции фазового портрета СРЭП. К 25 нс во второй трубе сформировался локальный ВК, и отраженный от ВК пучок почти полностью повторно прошел первую трубу. Далее, увеличенного пространственного заряда в первой трубе за счет отраженного пучка становится достаточно, чтобы к 50 нс и в левой части первой трубы начал формироваться еще один локальный ВК. Далее в течение от 75 до 125 нс оба ВК расширяются в продольном направлении, формируя сжатое состояние, которое представляет собой достаточно плотную электронную плазму. После 125 нс сжатое состояние занимает почти всю первую трубу и фазовая эволюция СРЭП на этом прекращается.

Таким образом, получено, что к моменту времени 125 нс в первой трубе устанавливается квазистационарное однородное сжатое состояние (или распределенный ВК), представляющее собой трубчатую плотную заряженную электронную плазму в

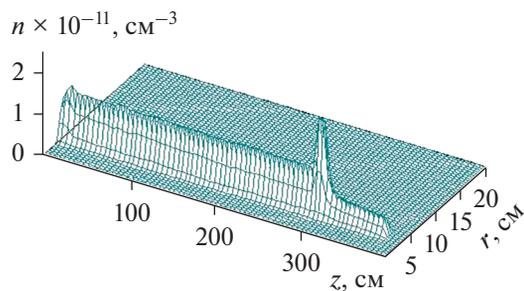


Рис. 3. Мгновенное распределение концентрации электронов в виркаторе в момент времени 500 нс.

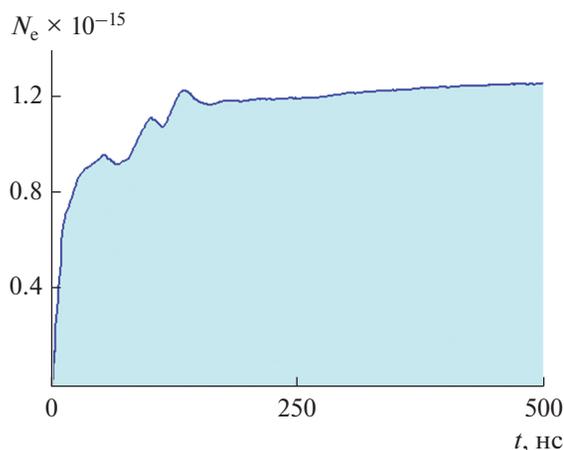


Рис. 4. Динамика полного числа электронов в виркаторе на протяжении 500 нс.

форме тонкостенного цилиндра длиной $l \cong 250$ см, внешним радиусом $r_b = 4$ см и толщиной трубки тока $\delta = 1$ см.

Были оценены параметры этой плазмы: концентрация электронов в нем близка к значению $n \cong 1.4 \times 10^{11}$ см⁻³, а температура — к 50 кэВ. Распределение концентрации электронов в трубах к моменту времени 500 нс представлено на рис. 3. Такая плазма может быть эффективным источником ионизации газа в первой трубе, если бы он там находился. Плазма может найти применение в плазменно-пучковых лазерах [21] или источников многозарядных ионов на основе электронных пучков [26].

Интересно проследить за поведением полного числа электронов во времени. Рассчитанная зависимость числа электронов от времени в течение первых 500 нс показана на рис. 4. На этой зависимости заметны три характерных временных интервала (вблизи ~ 75 , ~ 125 и ~ 150 нс), в которые происходит некоторое уменьшение числа электронов за счет сброса электронов на левый торец первой трубы, причем с окончанием последнего

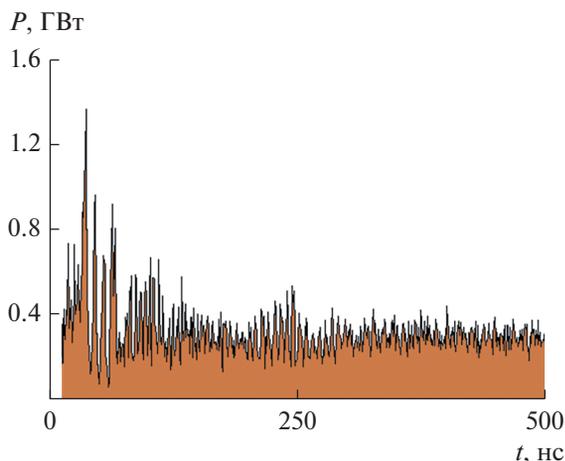


Рис. 5. Зависимость мощности СВЧ-генерации виркатора от времени на протяжении 500 нс.

из указанных интервалов завершается процесс установления сжатого состояния в первой трубе.

3. СВЧ-ГЕНЕРАЦИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВИРКАТОРА

Для нахождения мощностных характеристик виркатора вычисляли поток вектора Пойнтинга вблизи открытого торца коаксиальной линии в поперечном сечении $z = 399$ см. Рассчитанный временной ход этого потока представлен на рис. 5. Оказалось, что огибающая временного хода потока вектора Пойнтинга немонотонна: в течение первых 100 нс наблюдается ее быстрый подъем до пиковой мощности СВЧ-излучения ~ 1.4 ГВт (пиковая эффективность составила при этом $\sim 17.5\%$), а затем, после установления сжатого состояния пучка и возникновения там горячей электронной плазмы, мощность генерации уменьшилась до среднего значения ~ 250 МВт (средняя эффективность $\sim 3\%$). Это еще раз подтвердило выводы работы [17] о том, что горячая турбулентная электронная плазма сжатого состояния негативно влияет на мощность виркатора, подавляя когерентные продольные колебания в СРЭП. Следует отметить, что аналогичный виркатор с волноводным выводом излучения из [21] показал пиковую эффективность менее 2.5% , а после установления сжатого состояния пучка в первой трубе эффективность падает почти до нуля. Это сравнение свидетельствует о том, что согласование резонатора с ВК с коаксиалом оказалось гораздо более эффективным, чем с круглым волноводом.

Для установления спектральных характеристик СВЧ-полей, генерируемых различными приборами, обычно вычисляются фурье-спектры колебаний одной из компонент электромагнит-

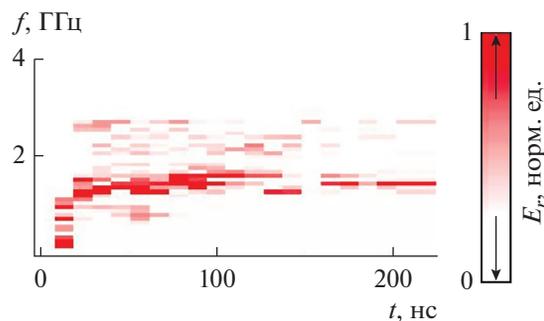


Рис. 6. Спектрограмма электрического поля в коаксиальной линии виркатора от времени на протяжении 250 нс.

ной волны в выходном волноводе [27]. Для длинно-импульсных СВЧ-генераторов, в которых частоты генерации могут существенно изменяться за время одного импульса, принято вычислять спектрограммы сигналов [28–30]. Мы вычисляли спектрограмму радиальной компоненты электрического поля в волне E_r во внутренней точке коаксиала в сечении $z = 399$ см. Метод вычисления — преобразование Фурье в скользящем временном окне длительностью 20 нс. Рассчитанная спектрограмма представлена на рис. 6. Анализ спектрограммы свидетельствует о росте частоты генерации в первые 100 нс и последующей почти неизменности частоты СВЧ-генерации в виркаторе ($f \cong 1.4$ ГГц). Известно, что СВЧ-частота генерации в виркаторах пропорциональна плазменной частоте электронного пучка [10, 31], поэтому на тех интервалах времени, когда число электронов растет, должна расти и частота генерации. Сравнение рис. 4 и 6 еще раз подтверждает это обстоятельство.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в работе смоделирован и исследован релятивистский магнитоизолированный виркатор с коаксиальным выводом СВЧ-излучения.

Исследована динамика СРЭП. Показано, что после рождения во второй по ходу движения пучка трубе ВК в первой трубе устанавливается сжатое состояние СРЭП, представляющее плотную горячую однокомпонентную электронную плазму. Были вычислены параметры этой плазмы: концентрация электронов $n \cong 1.4 \times 10^{11}$ см $^{-3}$ и температура 50 кэВ. Длительность процесса формирования этой плазмы составила 125 нс.

Были рассчитаны СВЧ-генерационные характеристики виркатора. Расчеты показали немонотонный характер изменения огибающей потока вектора Пойнтинга во времени: в первые 100 нс наблюдается быстрый рост мощности СВЧ-излу-

чения до пикового значения ~ 1.4 ГВт (пиковая эффективность при этом $\sim 17.5\%$), а затем, после установления сжатого состояния пучка и возникновения там горячей турбулентной электронной плазмы мощность генерации уменьшилась до среднего значения ~ 250 МВт при средней эффективности $\sim 3\%$. Пиковые и средние значения мощности оказались значительно выше (примерно в семь раз) аналогичного магнитоизолированного виркатора с волноводным выводом излучения из [20].

Была вычислена спектрограмма радиальной компоненты электрического поля в коаксиальной линии. Ее поведение согласуется с более ранними утверждениями о том, что частота СВЧ-генерации в виркаторе пропорциональна плазменной частоте СРЭП.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Platt R., Anderson B., Christofferson J. et al.* // Appl. Phys. Lett. 1989. V. 54. № 13. P. 1215.
2. *Huttlin G.A., Bushell M.S., Conrad D.B. et al.* // IEEE Trans. 1990. V. PS-18. № 3. P. 618.
3. *Bromborsky A., Agee F., Bollen M. et al.* // Proc. SPIE. 1988. V. 0873. P. 51.
4. *Hoeberling R.F., Fazio M.V.* // IEEE Trans. 1992. V. EC-34. № 3. P. 252.
5. *Диденко А.Н., Арзин А.П., Жерлицын А.Г. и др.* Релятивистские триодные СВЧ-генераторы / В сб. Релятивистская высокочастотная электроника. Горький: ИПФ АН СССР, 1984. № 4. С. 104.
6. *Рухадзе А.А., Столбецов С.Д., Тараканов В.П.* // РЭ. 1992. Т. 37. № 3. С. 385.
7. *Дубинов А.Е., Селемир В.Д.* // РЭ. 2002. Т. 47. № 6. С. 645.
8. *Selemir V.D., Dubinov A.E., Voronin V.V., Zhdanov V.S.* // IEEE Trans. 2020. V. PS-48. № 6. P. 1860.
9. *Benford J., Swegle J., Schamiloglu E.* High Power Microwaves. Boca Raton: PS-22. № 5. P. 945.
10. *Sullivan D.* High Power Microwave Generator Using Relativistic Electron Beam in Waveguide Drift Tube // U.S. Pat. № 4345220/ Publ. 17 Aug. 1982.
11. *Nikolov N.A., Kostov K.G., Spasovsky I.P., Spasov V.A.* // Electron. Lett. 1988. V. 24. № 23. P. 1445.
12. *Григорьев В.П., Жерлицын А.Г., Коваль Т.В.* // Физика плазмы. 1990. Т. 16. № 11. С. 1353.
13. *Jiang W., Kitano H., Huang L. et al.* // IEEE Trans. 1996. V. PS-24. № 1. P. 187.
14. *Куркин С.А., Короновский А.А., Храмов А.Е.* // ЖТФ. 2009. Т. 79. № 10. С. 119.
15. *Ignatov A.M., Tarakanov V.P.* // Phys. Plasmas. 1994. V. 1. № 3. P. 741.
16. *Дубинов А.Е.* // РЭ. 2000. Т. 45. № 7. С. 875.
17. *Convert G., Brasile J.-P.* Electron Beam Device Generating Microwave Energy via a Modulated Virtual Cathode // Thomson-CSF Patent № 5164634. Publ. 17 Nov. 1992.
18. *Dubinov A.E., Saikov S.K., Tarakanov V.P.* // IEEE Trans. 2020. V. PS-48. № 1. P. 141.
19. *Дубинов А.Е., Тараканов В.П.* // Физика плазмы. 2020. Т. 46. № 5. С. 476.
20. *Dubinov A.E., Selemir V.D., Tarakanov V.P.* // IEEE Trans. 2021. V. PS-49. № 6. P. 1834.
21. *Tarakanov V.P.* User's Manual for Code KARAT. Springfield: Berkley Research Associates, 1992.
22. *Dubinov A.E., Tarakanov V.P.* // IEEE Trans. 2016. V. PS-44. № 8. P. 1391.
23. *Dubinov A.E., Tarakanov V.P.* // Laser and Particle Beams. 2017. V. 35. № 2. P. 362.
24. *Dubinov A.E., Tarakanov V.P.* // IEEE Trans. 2021. V. PS-49. № 3. P. 1135.
25. *Донец Е.Д., Донец Е.Е., Сыресин Е.М. и др.* // Физика плазмы. 2009. Т. 35. № 1. С. 61.
26. *Mumtaz S., Lim J.S., Ghimire B. et al.* // Phys. Plasmas. 2018. V. 25. № 10. P. 103113.
27. *Jiang W.* // IEEE Trans. 2010. V. PS-38. № 6. P. 1325.
28. *Postacı E., Erciyas H., Atmaca N.Y.A. et al.* // IEEE Trans. 2020. V. PS-48. № 10. P. 3565.
29. *Tanaka R., Fukada Y., Ito H.* // Phys. Plasmas. 2021. V. 28. № 3. P. 033103.
30. *Дубинов А.Е.* // Физика плазмы. 2000. Т. 26. № 5. С. 439.

УДК 538.913

ВОЗДЕЙСТВИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН МИЛЛИМЕТРОВОГО ДИАПАЗОНА НА СТРУКТУРУ И ФАЗОВЫЙ СОСТАВ ПРИПОВЕРХНОСТНЫХ СЛОЕВ АРСЕНИДА ГАЛЛИЯ

© 2022 г. Т. А. Брянцева^{а, *}, Д. В. Любченко^б, И. А. Марков^а, Ю. А. Тен^а^а Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
пл. Введенского, 1, Фрязино Московской обл., 141120 Российская Федерация^б CENTERA Laboratories, Institute of High Pressure Physics, PAS,
ul. Sokółowska 29/37, 01-142, Warsaw, Poland

*E-mail: bryantseva44@mail.ru

Поступила в редакцию 26.06.2021 г.

После доработки 26.09.2021 г.

Принята к публикации 15.10.2021 г.

Обнаружено, что под воздействием СВЧ-излучения малой мощности на поверхности арсенида галлия изменяется количественное соотношение между атомами (ионами) Ga и As, которое зависит от частоты электромагнитного поля. Показано, что изменение отношения Ga/As является результатом резонансно-релаксационных процессов, обусловленных дрейфом избыточных носителей заряда и их временем жизни, при этом движение заряженных частиц осуществляется по колеблющейся подкладке и определяется как дрейфом, так и диффузией в поле электромеханических напряжений, изменяющихся с частотой. Обнаружено, что под воздействием изменяется не только состав, но также концентрация и тип свободных носителей заряда, что в свою очередь вызывает изменения реологических и электрических параметров поверхности, включая изменение направления и скорости заряженных частиц, сопровождаемое электронной и акустической эмиссией.

DOI: 10.31857/S0033849422060067

ВВЕДЕНИЕ

В процессе создания и эксплуатации полупроводниковых приборов поверхность используемых материалов подвергается, как правило, воздействию различных технологических факторов, в том числе и электромагнитных излучений [1, 2]. Воздействие сверхвысокочастотного (СВЧ) электромагнитного поля на твердое тело помимо термического нагрева может приводить к изменению скорости физико-химических реакций, а также к изменению степени солидификации и аморфизации приповерхностных слоев [2–4]. Облучение поверхности является причиной разрыва межатомных связей, и движения электронов и ионов.

При этом возникают новые кластеры с перестроенной структурой решетки и изменение потенциального рельефа поверхности. В результате физико-химических реакций осуществляется перераспределение свободных зарядов, создание новой структуры встроенных поверхностных электрических полей и, как результат, возникновение новых видов колебаний (гиперзвук). При этом реализуется обмен фононами поверхности с объемом диэлектрика (полупроводника). Эти эф-

фекты могут носить нетепловой характер и проявляться при очень малых уровнях поглощенной мощности. Они приводят к модуляции потенциального барьера и, как следствие, к разориентации решеток [2–5, 7]. Данный эффект особенно характерен для тонкопленочных структур и реализуется в том числе в контактах металл–полупроводник.

Зависимость содержания свободных атомов галлия и мышьяка на поверхности, не связанных с кристаллической решеткой GaAs, от мощности падающего излучения миллиметрового диапазона волн была исследована в [3, 4, 7] с использованием метода тонкого химического анализа. Целью данной работы было исследование методом фотометрирования изменения состава приповерхностных слоев GaAs под воздействием электромагнитной волны малой мощности в зависимости от частоты в диапазоне 55...75 ГГц.

1. МЕТОДИКА И ТЕХНИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Исследуемые образцы, площадью 5×5 мм² нарезались из эпитаксиальных структур $n^+ - n - n^{++}$

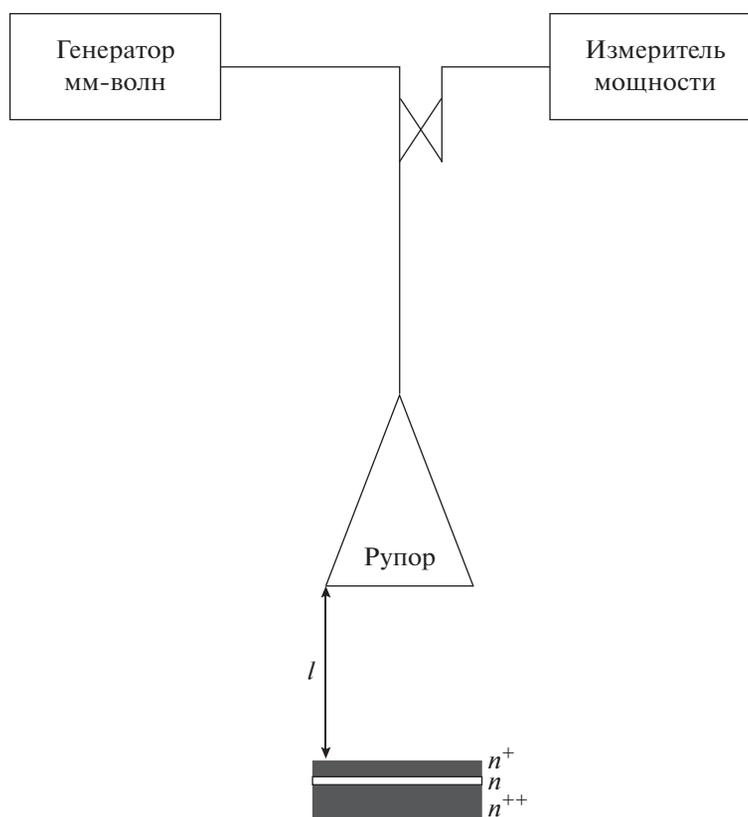


Рис. 1. Блок-схема установки для СВЧ-облучения поверхности образца.

(100) GaAs, обычно используемых для создания диодов Ганна. Толщина слоя с концентрацией электронов $n^+ \sim 10^{17} \text{ см}^{-3}$ составляла 0.33 мкм, толщина подложки с $n^{++} \sim 10^{18} \text{ см}^{-3}$ — $d \sim 300$ мкм. Блок-схема экспериментальной установки показана на рис. 1. Облучение образцов проводилось в диапазоне частот 55...75 ГГц при мощности излучения $P_{\text{ген.}} = 9$ мВт и с выдержкой 1 с для минимизации термического нагрева.

Образцы размещали на расстоянии $l = 100$ мм от рупора (см. рис. 1), что позволило рассматривать поверхность образца как дальнюю зону для падающей волны и оценить плотность мощности облучения. Часть падающей волны отражалась от поверхности, коэффициент отражения составлял 0.55. В зависимости от частоты толщина скин-слоя для GaAs с $n \sim 10^{17} \text{ см}^{-3}$ соответствовала 1.3...1.5 мм, а для подложки с $n \sim 10^{18} \text{ см}^{-3}$ 0.4...0.5 мм, т.е. волна частично поглощалась в подложке. Однако оценка возможного термического нагрева показывает, что в условиях эксперимента изменение температуры образца не превышало 0.015°C . Общая площадь облучения плоскости образца соответствовала 0.7 см^2 .

Для оценки количеств галлия и мышьяка, не связанных с кристаллической решеткой, был выбран метод травления поверхности в концентри-

рованной соляной кислоте [6, 7]. Как известно, HCl плохо растворяет соединение GaAs, тогда как свободные атомы мышьяка и галлия, а также их соединения с кислородом, водой или углеродом, в том числе атомы, входящие в слой природного оксида, растворяются в ней легко. Уходящие с поверхности элементы анализировались в растворенном виде с помощью метода фотометрирования. Этот метод позволял с точностью до 5% определять количественное содержание “свободных” атомов галлия и мышьяка в приповерхностном слое арсенида галлия до и после облучения.

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ

Изменения содержания по Ga и As в приповерхностном слое в зависимости от частоты электромагнитного поля для исследуемых образцов приведены на рис. 2. Анализ зависимостей показан на рис. 3–5 (на графиках выделены реперные точки).

Данные химического анализа показывают, что на поверхности (100) GaAs еще до облучения (см. рис. 2–4, в точке $f = 0$) в малом количестве присутствуют “свободные” Ga и As, и отношение Ga/As соответствует единице.

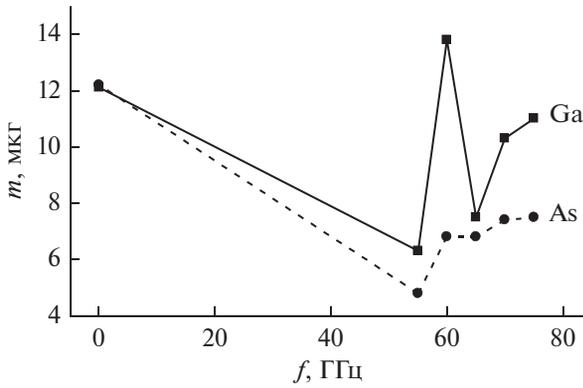


Рис. 2. Содержание атомов Ga и As в мкг/1 см² от частоты мм-волн (*f*): время облучения 1 с, мощность излучения 9 мВт.

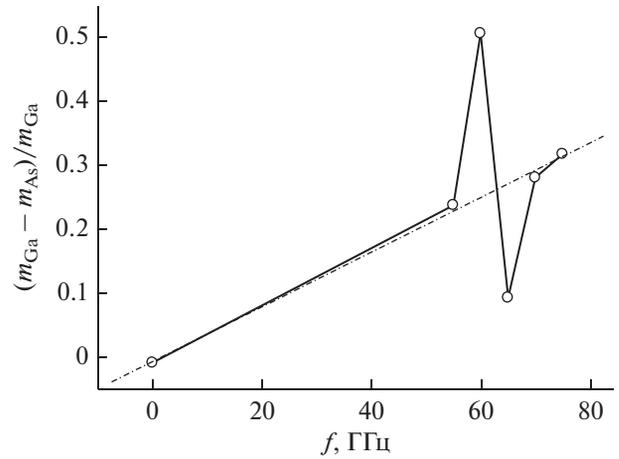


Рис. 4. Отклонение от единицы Ga/As (в ат. мас.) в зависимости от частоты мм-волн; точки – эксперимент.

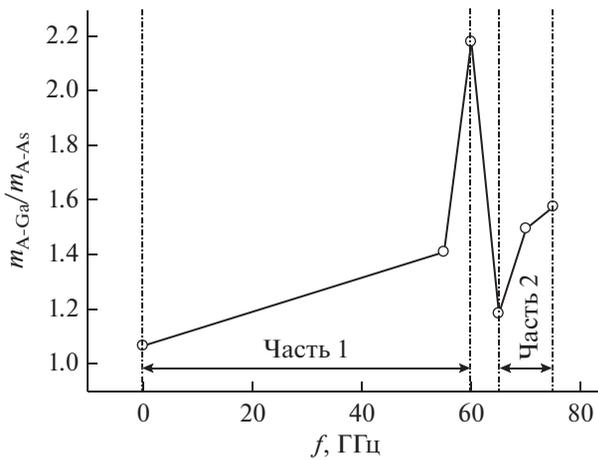


Рис. 3. Зависимость Ga/As (в ат. мас.) от частоты мм-волн: время облучения 1 с, мощность излучения 9 мВт.

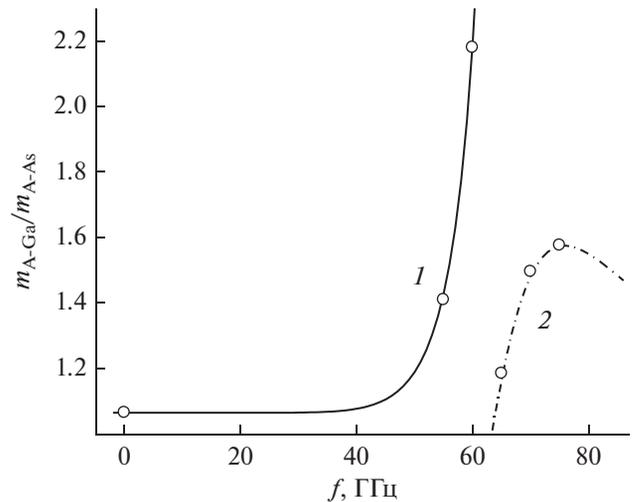


Рис. 5. Зависимость Ga/As (в ат.мас.) от частоты мм-волн: точки – эксперимент, кривые – аппроксимация часть 1 (1) и часть 2 (2); время облучения 1 с, мощность излучения 9 мВт.

На рис. 3 показаны изменения соотношения Ga/As в зависимости от частоты электромагнитного поля. Оказалось, что величина Ga/As имеет резонансный пик вблизи частоты $f = 63$ ГГц. Общая зависимость, исключая пик $f = 63$ ГГц, определяется линейным уравнением (см. рис. 4):

$$\frac{m_{A-Ga} - m_{A-As}}{m_{A-Ga}} = -0.00654 + 0.00428 f (\text{ГГц}). \quad (1)$$

Частотная зависимость в этом случае соответствует обратному пьезоэффекту [8].

На рис. 5 выделяются два участка нелинейности, при $f \leq 63$ ГГц и $f \geq 63$ ГГц (часть 1 и 2), которые соответствуют уравнениям (2) и (3):

$$\ln \frac{m_{A-Ga}}{m_{A-As}} = 0.06338 + 5.49342 \times 10^{-20} f^{10.75}, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} f^{5.5} \ln \frac{m_{A-Ga}}{m_{A-As}} &= \\ &= 2.35693 \times 10^{11} - 9.77256 \times 10^{11} \frac{1}{\ln f}. \end{aligned} \quad (3)$$

Уравнение (2) соответствует, скорее всего, эффектам электрострикции [8], а уравнение (3) – явлениям фазовых превращений на поверхности GaAs за счет пьезоэффекта и эффектов релаксации [8, 9]. Таким образом, уравнения (1)–(3) свидетельствуют о различных типах механизмов воздействия СВЧ-поля в зависимости от частоты.

3. АНАЛИЗ И ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

3.1. Отклонения от стехиометрического состава

Поверхность исходного образца до облучения при Ga/As = 1 находится в квазиравновесном состоянии. При этом на поверхности GaAs присутствует тонкий слой природного оксида, который, достигая определенной толщины, в дальнейшем пассивирует поверхность [6]. В то же время обнаружение свободных атомов Ga и As на поверхности свидетельствует о наличии дефектов (вакансий Ga и As или дислокаций) в подлежащем слое GaAs. Существование слоя оксида постоянной толщины предполагает наличие двух потоков атомов (ионов) Ga и As и их вакансий, помимо электронов и дырок: удвоенный по направлению к поверхности GaAs и один – по направлению в объем арсенида галлия. При этом, как известно [10], концентрации электронов и дырок находятся в равновесии и описываются выражениями

$$n = n_0 \exp \frac{\varepsilon_F - \varepsilon_c}{k_0 T},$$

$$p = p_0 \exp \frac{\varepsilon_v - \varepsilon_F}{k_0 T},$$

где ε_F – уровень Ферми, ε_c – энергетический зазор в зоне проводимости, ε_v – энергетический зазор в валентной зоне.

В квазиравновесном состоянии возмущения на поверхности GaAs со стороны слоя оксида возникают за счет различия по плотности и величине коэффициента расширения природного оксида и подслоя GaAs. Величина отношения Ga/As (атомных масс) характеризует не только степень стехиометрии, но и изменение значения поверхностного электрического потенциала ϕ [11]. Так, например, из выражения электродного потенциала Нернста следует

$$\frac{RT}{Fz} d \ln \frac{a_0}{a_n} = d\phi,$$

где F – число Фарадея, z – заряд катиона, a_n и a_0 – активность иона на поверхности и в объеме GaAs.

Согласно уравнениям Липпмана: $d\sigma/d = -q_s$, где $q = q/s = q_s$ – заряд единицы поверхности при постоянной температуре. В то же время изменение поверхностной энергии выражается как σds , где σ – величина поверхностного натяжения, s – площадь межграничной поверхности [11]. Диф-

ференциальная емкость двойного электрического слоя C , возникающая при этом, определяется как

$$\frac{d^2\sigma}{d^2\phi} = -\frac{dq}{d\phi} = -C,$$

$$\sigma = \sigma_{\max} - \frac{C\phi^2}{2}.$$

Отсюда следует, что если знак плотности заряда и потенциала находятся в одинаковой фазе, то поверхностное натяжение уменьшается с ростом потенциала, когда же их знаки находятся в противофазе – рост потенциала приводит к повышению поверхностного натяжения.

В то же время движение положительных и отрицательных ионов As^- и Ga^+ и их вакансий совместно с электронами и дырками, как известно, создает локальное электрическое поле $E = E_0 \exp(-i\omega t)$ и записывается в форме бегущей волны с различными амплитудами u_{Ga} и v_{As} [12].

Изменение состава в зависимости от частоты падающего излучения (1) (рис. 4) могут быть результатом направленного движения заряженных частиц, являющихся следствием возникновения пластической деформации или тепловой ориентационной поляризации [13]. При этом, как известно, меняется вязкость, и поэтому на поверхности возникают значительные скалывающие напряжения [2, 11]. Выражение (1) можно записать и в виде

$$1 - \frac{m_{\text{A-As}}}{m_{\text{A-Ga}}} \approx -0.00654 \left(1 - \frac{f}{f_0} \right),$$

где $f_0 = 1.5$. При $f \rightarrow 0$ процесс воздействия электромагнитного излучения определяется реакцией с пороговой энергией $Q_1 = 3.9$ эВ, что соответствует энергии всестороннего сжатия (100)GaAs [14]. При условии $m_{\text{As}} \rightarrow m_{\text{Ga}}$, $\ln(f/f_0) = 5.02$ и энергия вероятности изменения соотношения $m_{\text{As}}/m_{\text{Ga}}$ соответствует $\Phi_1 = 0.13$ эВ = (0.065×2) эВ. Учитывая, что осуществляется сложение энергий движения четырех элементов $\Phi_1 = (0.0325 \times 4)$ эВ, то, скорее всего, Φ_1 соответствует потенциалу двойного электрического слоя на поверхности стехиометрического арсенида галлия [15]. В этом случае предполагается, что образец находится в равновесии и при неравновесном воздействии создаются электронно-дырочные пары и $p = n$. Тогда ϕ_n настолько выше уровня Ферми, насколько ϕ_p опустится ниже.

При увеличении массы Ga в 2.7 раза по отношению к As энергия вероятности изменения соотношения $m_{\text{Ga}}/m_{\text{As}}$ будет равна

$$\Phi_2 = 0.144 \text{ эВ} = (0.072 \times 2) \text{ эВ} = (0.036 \times 4) \text{ эВ},$$

что равно удвоенной энергии ионноплазменных осцилляций в GaAs [19].

При увеличении массы As в 2.7 раза по отношению к галлию энергия вероятности изменения соотношения будет

$$\Phi_3 = 0.118 \text{ эВ} = (0.059 \times 2) \text{ эВ} = (0.029 \times 4) \text{ эВ},$$

и это равно удвоенной энергии смещения вакансий галлия [14]. Следует отметить также, что энергия потока электронов с поверхности полупроводника при эмиссии составляет $\Phi \approx 0.11 \text{ эВ}$ [10].

Величина Φ соответствует учетверенным значениям энергии поперечных оптических колебаний TO_1 и TO_2 (табл. 1),

что может указывать на поглощение энергии при рассеянии акустических колебаний. Из этой же зависимости можно сделать вывод, что на участке вблизи 63 ГГц выделяется (потребляется) энергия порядка 180 кал/моль (0.0079 эВ), значение которой соответствует энергии ориентационного перехода $(100) \text{ GaAs} \leftrightarrow (111) \text{ GaAs}$.

Наблюдаемая частотная зависимость объясняется тем фактом, что в ответ на воздействие электрического поля полярные молекулы совершают скачки в их угловой ориентации из одного стабильного положения в другое [10] и угол между дипольным моментом и электрическим полем уменьшается. Изменения угловой ориентации допускаются симметрией кристалла. В нашем случае можно предположить, что молекулы из ориентированных в направлении $[211]$ становятся ориентированными в направлении $[110]$ на $(100) \text{ GaAs}$ поверхности. Скорость, с которой происходят эти перескоки, определяется постоянной времени релаксации, выражаемой как

$$\tau = \frac{\exp(y/kT)}{2\pi\nu_d},$$

где ν_d — дебаевская частота: собственная частота перескоков, выражаемая через максимальную частоту в спектре колебаний решетки, y — высота энергетического барьера между двумя возможными ориентациями. При приложении внешнего электрического поля и сжатии согласно [10] энергетические минимумы перестают быть эквивалентными и переходы способствуют повышению заселенности одного из них за счет заселенности другого. Если поле приложено в течение времени, достаточного для установления стационарного состояния, то отношение заселенностей для ориентаций 1 и 2 согласно соотношению $U = -\vec{P} \cdot \vec{E} = -PE \cos \theta$ и закону распределения Больцмана, имеет вид

$$\frac{N_1}{N_2} = \exp \frac{\cos \theta_2 - \cos \theta}{k_0 T / PE}.$$

Разность заселенностей ($N_2 - N_1$) приводит к появлению объемной поляризации P .

Из сказанного выше следует, что этот переход может осуществляться под воздействием суммар-

Таблица 1. GaAs: тип фононов и их энергия [15]

Тип фонона	Энергия, эВ
TO_1	0.0324
TO_2	0.0316
LO	0.0292
LA	0.0230
TA	0.0086

ного электрического поля, формирующегося на поверхности GaAs в результате пластической деформации $\sigma = 0.072 \text{ эВ}$ и/или вследствие ориентационной поляризации $\varphi = 0.066 \text{ эВ}$. Из данных, представленных на рис. 4 можно найти время полной релаксации исходного напряжения $\tau_0 = 231.3 \text{ с}$. Здесь τ , по-видимому, время перехода дефектов двойникования — фасеток $(111) \text{ GaAs} \leftrightarrow (100) \text{ GaAs}$. Таким образом, линейная составляющая частотной зависимости определяется эффектами всестороннего сжатия исходной поверхности и временем релаксации.

Следует отметить, что энергия активации изменения содержания As найдена равной $q_{As} \approx 0.036 \text{ эВ}$, т.е. изменение осуществляется с участием колебаний решетки с частотой, близкой к частоте длинноволновых оптических фононов, (см. рис. 2, табл. 1). Энергия активации изменения концентрации Ga (см. рис. 2) оказалась равной $q_{Ga} \approx 0.0086 \text{ эВ}$, что соответствует энергии поперечных акустических фононов.

3.2. Электромеханические напряжения

Поток энергии частиц. При $f < 60 \text{ ГГц}$ величина Ga/As в выражении (2) определяется величиной потока энергии заряженных частиц, определяемой временем релаксации [13, 15]. В этом случае, как известно, величина потока энергии частиц соответствует энергии, отнимаемой у движущихся дефектов по поверхности подложки осцилляторами подложки, имеющими собственную частоту, на которые в течение промежутка времени t действует сила. Эта сила, как известно, равна $\frac{t}{\tau} \delta W$, а величина $\frac{1}{\tau} \delta W$ является энергией, теряемой за единицу времени. Из уравнения (2) можно найти время релаксации напряжений $\tau_1 = 100 \text{ с}$ и величины выделенной или поглощенной энергии, определяющие скорость соответствующих физикохимических реакций. Так, например, при $f \rightarrow 0$ энергия активации изменения Ga/As соответствует $Q = 0.41 \text{ эВ}$, что равно половине энергии образования GaAs [17].

Скорость потока энергии. При $f > 60 \text{ ГГц}$ зависимость (3) изменения отношения Ga/As от частоты имеет другой характер. Соотношение Ga/As, судя

по всему, при облучении образца GaAs определяется скоростью потока энергии $\frac{1}{\tau} \delta W$ (интенсивностью) движущихся дефектов, связанной с изменением частоты колебаний решетки GaAs, время релаксации $\tau \sim 113$ с. При $f \rightarrow 0$ энергия активации изменения Ga/As равна $Q = 0.254$ эВ, что соответствует половине энергии однократной ионизации GaAs [14].

Полученные результаты прежде всего указывают на тот факт, что в первом случае поверхностный потенциал определяется величиной собственной проводимости: электронов и дырок, когда $Q = W + E$, W – энергия образования дефектов и E – энергия электрического поля. Наблюдаемые изменения состава при этом являются следствием разогрева поверхности [19]. Во втором случае поверхностный потенциал определяется величиной примесной проводимости (дырок), причем $Q = E$. Пик при $f \sim 63$ ГГц является границей между горячей и холодной областями. Таким образом, изменение состава поверхности может быть как следствием, так и причиной изменения поверхностной энергии образцов.

Радиус кривизны поверхности. Помимо перечисленных выше явлений в результате изменения состава изменяется и радиус кривизны поверхности, что, как известно, приводит к накоплению или обеднению заряда в этих местах [11]. В результате изменения содержания галлия максимум кривизны поверхности достигается при $f \sim 55$ ГГц, а энергия активации соответствует 0.075 эВ. В то же время из графика изменения по As видно, что максимум изгиба поверхности формируется при $f \sim 73$ ГГц, а энергия активации ~ 0.064 эВ.

Энергетический зазор электронов. Любой объемный заряд при накоплении или обеднении зарядами, как следует из уравнения Пуассона, сопровождается возникновением электростатического потенциала [8].

Обращает на себя внимание тот факт, что при $f \leq 60$ ГГц энергия активации изменения величины m_{Ga}/m_{As} совпадает с энергетическим зазором электронов $Q_1 = (\varphi_n - \varepsilon_c) = 0.41$ эВ в GaAs. В этом случае движение приведенного волнового вектора осуществляется из $\Gamma(000)$ к $X(100)$, когда приведенный волновой вектор $\vec{r} = 0$ [10]. При $f \geq 64$ ГГц энергия активации изменения m_{Ga}/m_{As} соответствует $Q_2 = 0.254$ эВ и находится в корреляции с величиной энергетического зазора электронов в том случае, когда приведенный волновой вектор сдвигается из $\Gamma(000)$ к $L(111)$. Следует учитывать, что на поверхности, находящейся под внешним

воздействием, концентрация свободных электронов и дырок записывается как

$$n = n_0 = N_c \exp \frac{\varphi_n - \varepsilon_c}{k_0 T},$$

$$p = p_0 = N_v \exp \frac{\varepsilon_v - \varphi_p}{k_0 T},$$

где φ_n и φ_p – связаны с параметрами нормировки, имеющими размерность энергии и представляющие собой квазиуровни Ферми [10].

3.3. Воздействие излучений на атомно-молекулярном уровне

Атомная диффузия. Релаксационно-резонансный пик $f \sim 63$ ГГц, как оказалось, соответствует резонансной частоте атомных перескоков, происходящих посредством междузельной атомной диффузии, подобной наблюдаемым в [19]. Резонансная частота перескоков, судя по всему, равна

$$f \approx f_0 \exp \frac{-\Phi}{RT} \approx 6.3 \times 10^{10} \text{ с}^{-1}.$$

В случае $f < 63$ ГГц (2) имеем

$$\ln \frac{m_{A-Ga}}{m_{A-As}} \approx \frac{f}{f_0} \approx 15.5$$

и $\Phi_2/RT = 2.74$, а отсюда энергия активации изменения частоты будет $\varepsilon_1 = 0.072$ эВ, и это соответствует вероятности того, что атом получит избыточную энергию, достаточную для преодоления “горба” потенциальной энергии, чтобы совершить перескок между двумя соседними междоузлиями. При этом ионно-плазменная частота в GaAs [9] равна $f_0 \approx 9.8 \times 10^{11} \text{ с}^{-1}$, отсюда $f \approx 6.3 \times 10^{10} \text{ с}^{-1}$.

В области $f > 63$ ГГц (3)

$$\ln \frac{m_{A-Ga}}{m_{A-As}} \approx \frac{\ln f_0}{\ln f} \approx 9.8$$

и $\Phi_3/RT = 2.28$, $\Phi_3 = 0.059$ эВ (0.029×2 эВ) и $f_0 \approx 1.27 \times 10^{12} \text{ с}^{-1}$, что соответствует частоте поперечных оптических колебаний в арсениде галлия. Отсюда:

$$f \approx \frac{1}{9.8 \times 2} f_0 \approx 6.3 \times 10^{10} \text{ с}^{-1}.$$

Таким образом, при облучении поверхности миллиметровыми волнами на частоте до 75 ГГц в приповерхностном слое GaAs возникают высокочастотные оптические колебания решетки, причем в случае $f \leq 63$ ГГц эти колебания близки к поперечным, а состояние $f \geq 63$ ГГц – длинноволновым оптическим фононам. То есть при частоте ~ 63 ГГц происходит дисперсия диэлектрической проницаемости.

На молекулярном уровне. Под воздействием электромагнитных излучений, как известно, может

Таблица 2. Зависимость электрохимического потенциала от частоты

$\tilde{\mu} = \mu/kT^*$		$n, \text{см}^{-3}$	$\mu, \text{эВ}$		Примечание
Эксперимент	Расчет		Эксперимент	Расчет	
+1.21	+1.21	10^{18}	+0.031	+0.031	$f < 63 \text{ ГГц}$
0		—	0		Дно зоны проводимости $\epsilon = 0$ – граница между вырожденным и невырожденным состояниями
-1.32	-1.3	10^{17}	-0.034	-0.03379	$f > 63 \text{ ГГц}$
+5.48	+6	10^{19}	+0.142	+0.15	При $n = 10^{19} \text{ см}^{-3}$ расстояние от уровня Ферми до дна второй зоны 0.15...0.2 эВ

* Энергия смещения приведенного уровня Ферми.

происходить деформация молекулярных электронных облаков, растяжение или сжатие молекул, а также их поворот [2, 12, 13], что может характеризоваться, в частности, таким параметром как диэлектрическая проницаемость ϵ . Оказалось, что и при $f \leq 63 \text{ ГГц}$, и при $f \geq 63 \text{ ГГц}$ получаем $(\ln f_0 / \ln f) = \epsilon / \epsilon_0 = 1.08$, что в свою очередь соответствует значению ω_L / ω_T [12]. При этом

$$\frac{\omega_T^2}{\omega_L^2} = \frac{\epsilon(\infty)}{\epsilon(0)},$$

где ω_T, ω_L – частота поперечных и продольных оптических колебаний соответственно, $\epsilon(0)$ – статическая диэлектрическая проницаемость, $\epsilon(\infty)$ – высокочастотная (оптическая) диэлектрическая проницаемость, обусловленная смещением электронных облаков.

Смещение приведенного уровня Ферми. В области $f \leq 63 \text{ ГГц}$ при

$$\ln \frac{m_{\text{A-Ga}}}{m_{\text{A-As}}} = 2.7 \ln \frac{m_{\text{A-Ga0}}}{m_{\text{A-As0}}},$$

$$\ln \frac{f}{f_0} \approx \frac{1}{10.75\beta_0}$$

энергия активации изменения химического потенциала будет равна $U/RT \approx 1.46$, а величина энергии смещения приведенного уровня Ферми согласно [15] (табл. 2) – $\mu/RT \approx \sqrt{U/RT} = \sqrt{1.46} = 1.21$, что соответствует $\mu = +0.032 \text{ эВ}$.

В области $f \geq 63 \text{ ГГц}$ при увеличении массы Ga в 2.7 раз по отношению к As выражение (3) может быть записано как

$$5.5 \ln \frac{f}{f_0} = \ln \left(1 - \frac{\ln f_0}{\ln f} \right),$$

$$\ln \frac{\ln f - \ln f_0}{\ln f} \approx \frac{\Delta \ln f}{\ln f} = \frac{5.5}{4.16},$$

и тогда $\mu/KT \approx 1.322$, $\mu = 0.034 \text{ эВ}$, что соответствует энергии сдвига уровня Ферми и изменению концентрации в слое GaAs (табл. 3) [13]. Отсюда следует вывод, что в процессе облучения происходит смещение уровня Ферми выше или ниже дна зоны проводимости. Изменяется электрохимический потенциал и величина поверхностного заряда, как это можно видеть из данных, представленных в табл. 2.

Переход электронов внутри зоны проводимости. Выделяемое или поглощаемое тепло за счет перемещения заряженных частиц, таких как электроны, ионы, дислокации, включая дрейф или диффузию в поле возникающих электромеханических напряжений, а также движения молекул или диполей, такие как растяжение–сжатие или поворот в электрическом поле (поляризация), распределяется анизотропно вдоль выделенных направлений. В GaAs этим направлением является [110] As как наиболее нестабильное.

Соотношение между величинами поглощенной или выделенной энергий для состояний 1) $f < 63 \text{ ГГц}$ и 2) $f > 63 \text{ ГГц}$ определяется величинами углов между этими направлениями, связанными, в частности, с переориентациями решетки. В этом случае изменение углов, скорее всего, опи-

Таблица 3. Энергетические характеристики реакций

f , ГГц	q , эВ	$\Delta\phi$, эВ	n , см ⁻³	T	Энергетический зазор, эВ	Энергия колебаний	f_0 , с ⁻¹ (тип колебаний)
$f \leq 55$ $55 < f < 60$	0.028 0.024	-0.036 +0.032	10^{17}	$\uparrow\uparrow$	(100) \leftrightarrow (111) $\epsilon - \epsilon_v = -0.41$	0.072	9.8×10^{11} (ионно-плазменный)
$75 > f > 60$	0.008	0.034	10^{18}	\uparrow	(111) \leftrightarrow (100) $(\epsilon - \epsilon_c) = 0.25$	0.058	1.27×10^{12} (оптические)
$80 > f > 40$	0.039	+0.144	10^{19}	\downarrow	(111) \rightarrow (100) фасетки	—	—

Примечание: q – энергия активации изменения Ga/As, $\Delta\phi$ – энергия сдвига уровня Ферми, n – концентрация электронов, T – внутренняя термодинамическая температура приповерхностного слоя (\uparrow – увеличение T ; \downarrow – снижение T).

сывается хорошо известным выражением Рида–Шокли для энергии границ зерен [20]:

$$E = E_0\theta(A - \ln\theta).$$

Первая часть этого выражения $E_0\theta A$ увеличивается с возрастанием угла, вторая часть $-E_0\theta \ln\theta = E_0\theta \ln(1/\theta)$ представляет собой энергию атомного несоответствия на единицу площади и является переменной. Эти функции дают в результате кривую, круто возрастающую при малых углах и достигающую максимума при $\theta = 25^\circ$.

Соотношение энергий активации изменения Ga/As для случаев 1 и 2 равно $\tan\theta = 0.072/0.059 = 1.2$ и $\theta = 2 \times 25^\circ$. При этом величина энергии активации изменения состояний 1 и 2, т.е., энергия активации изменения угла между выделенными направлениями равна $\pm(0.22-0.024)$ эВ.

Судя по энергиям, время переходов $\sim 10^{-12}$ с соответствует времени перескока электронов внутри зоны проводимости [10, 19]. Изгиб приповерхностного слоя, в свою очередь, также может являться причиной перехода электронов внутри зоны проводимости.

3.4. Движение дефектов и распределение векторов внутрикристаллических полей в приповерхностных слоях

Поскольку ионы галлия и мышьяка являются потенциалообразующими, то энергии активации изменения соотношения их масс позволяют судить не только о величине напряженности, но и о распределении векторов внутрикристаллических полей, что дает возможность определить соответствующие физико-механические реакции.

1. В области $f \leq 55$ ГГц при $\frac{m_{A-Ga}}{m_{A-As}} = \frac{1}{2.7} \frac{m_{A-Ga0}}{m_{A-As0}}$ энергия активации изменения Ga/As, определяемая из выражения (2), составляет $q_1 \sim 0.027$ эВ (0.072 эВ/2.7) и соответствует энергии продоль-

ных оптических фононов. В этом случае, судя по всему, происходит растяжение молекул приповерхностного слоя за счет увеличения расстояния между ионами As^- и Ga^+ в направлениях [110]Ga и [110]As, т.е. осуществляется перемещение вектора встроенного электрического поля [100]GaAs. Движение заряженных частиц – электронов и дырок (помимо ионов) – происходит преимущественно в измененном направлении [100]GaAs. Перпендикулярно к нему изменяется и положение вектора механического напряжения. Вектор плоскости скольжения, формирующейся как результат изменения вязкости, стремится занять место, параллельное направлению механического напряжения.

2. В области 55...63 ГГц при $\frac{m_{A-Ga}}{m_{A-As}} = 2.7 \frac{m_{A-Ga0}}{m_{A-As0}}$ из выражения (2) можно найти $q_2 \sim 0.024$ эВ (0.066 эВ/2.7), что соответствует энергии продольных акустических фононов и объясняется воздействием миллиметровой (мм) волны на скорость движущихся электронов. Когда время жизни электронов совпадает с частотой электромагнитных волн вследствие резонансного эффекта, возникает разогрев поверхности преимущественно в направлении [100] GaAs, являющимся направлением встроенного электрического поля. Наибольшее растяжение наблюдается в этом же направлении. Вектор плоскости скольжения, в свою очередь, стремится занять положение, параллельное направлению механического напряжения. Вслед за ним изменяется и направление вектора встроенного электрического поля.

3. В области $f \geq 63$ ГГц, при $\frac{m_{A-Ga}}{m_{A-As}} = \frac{1}{2.7} \ln \frac{m_{A-Ga0}}{m_{A-As0}}$ согласно с (3) энергия активации изменения свободной энергии поверхности становится равной $q_3 \sim 0.008$ эВ (0.066 эВ/2.7²), что соответствует энергии поперечных акустических фононов. Откуда следует, что при воздействии электромагнитных волн на заряженные частицы (в этом случае дырки)

вследствие резонансного эффекта приповерхностный слой охлаждается в направлении [100]. В результате в этом направлении осуществляется сжатие приповерхностного слоя. Вектор плоскости скольжения стремится к направлению, перпендикулярному линиям напряженности электрического поля. Вслед за ним также изменяется положение вектора встроенного электрического поля.

Таким образом, энергия активации физико-механических реакций, протекающих одновременно, сопровождается взаимосвязанными изменениями направлений вектора напряженности встроенного электрического поля (решеточное поглощение) и механических напряжений (рассеяние на электронах и дырках) на поверхности. Полученные результаты, кроме того, указывают на тот факт, что в первых двух случаях поверхностный потенциал определяется величиной собственной проводимости – электронов и дырок, а в третьем случае – величиной примесной проводимости, дырок [19].

В табл. 3 приведены полученные в данной работе энергетические характеристики электрохимико-механических реакций, возникающих в приповерхностном слое GaAs под воздействием СВЧ-поля в зависимости от частоты.

3.5. Электронная и акустическая эмиссия

Эмиссия электронов. Вероятность электронной эмиссии связана, скорее всего, с появлением свободной энергии вследствие переходов растяжение–сжатие с последующим ориентационными переходами $(100)\text{GaAs} \leftrightarrow (111)\text{GaAs}$, сопровождаемыми изменением величины работы выхода электронов помимо изменения радиуса кривизны поверхности. Суммарная величина энергии, достигаемая за счет сложения выделяемых при этих переходах энергий, становится равной пороговой энергии фотоэмиссии $h\nu_0 \geq 5.5$ эВ [14]. Следует отметить, что при $f < 55$ ГГц электроны удаляются с поверхности арсенида галлия в окружающую среду, скорее всего, посредством механизма автоэлектронной эмиссии. При увеличении $\frac{m_{\text{A-Ga}}}{m_{\text{A-As}}}$ в 2.7 раз энергия потока электронов соответствует энергии вероятности изменения колебаний решетки $\Phi \sim +0.11$ эВ, при этом поверхность разогревается. При $55 \text{ ГГц} < f < 63 \text{ ГГц}$ и увеличении $\frac{m_{\text{A-Ga}}}{m_{\text{A-As}}}$ в 2.7 раз электроны удаляются с поверхности GaAs посредством термоэлектронной эмиссии, поверхность нагревается в меньшей степени. При $f > 60$ ГГц происходит инжекция электронов с поверхности в объем полупроводника, поверхность GaAs охлаждается.

Изменение внутренней термодинамической температуры. Поскольку нарушенный подслоем GaAs в качестве подкладки обладает плохой тепло- и электропроводностью, в результате физико-химических процессов приповерхностный слой GaAs может как разогреваться, так и охлаждаться. Причиной могут быть физико-химические процессы, такие как:

- 1) движение заряженных частиц под воздействием мм-волн;
- 2) присоединение атомов Ga и As к решетке арсенида галлия;
- 3) превращение ионов галлия и мышьяка, поступающих на поверхность GaAs, в нейтральные атомы с выделением энергии;
- 4) электронная и акустическая эмиссия.

Величина двойного электрического слоя. Как следует из изложенного выше, повышение внутренней термодинамической температуры за счет движения ионов и изгиба поверхности в области $f \leq 55$ ГГц способствуют эмиссии электронов. Электроны в виде облака удерживаются вблизи поверхности полупроводника, изменяя величину и знак двойного электрического слоя. В то же время формирование электронного облака замедляет эмиссию. В области $55 \text{ ГГц} \leq f \leq 63 \text{ ГГц}$ наряду с эмиссией и образованием электронного облака увеличивается время жизни и длина свободного пробега электронов в приповерхностном слое GaAs за счет уменьшения их количества. В результате дрейфа электронов поверхность GaAs разогревается и осуществляется переход $(100)\text{GaAs} \rightarrow (111)\text{GaAs}$. Поскольку работа выхода в $(111)\text{GaAs}$ больше $(100)\text{GaAs}$ [14], поверхность GaAs обогащается электронами. При $f = 63$ ГГц потенциал двойного электрического слоя на границе электронное облако–полупроводник стремится к нулю. В результате при $f \geq 63$ ГГц осуществляется обратный переход $(111)\text{GaAs} \rightarrow (100)\text{GaAs}$.

3.6. Фононный спектр

Результатом возмущения электрического потенциала на границе с окружающей средой является нарушение равновесного распределения фононов, уже существующих в кристалле при комнатной температуре. За счет перераспределения их по спектру энергий выделяется преимущественная (резонансная) частота и возникает акустическая волна. Это дает возможность предположить, что мм-волны воздействуют на движение заряженных частиц (дефектов), таких, например, как электроны в связке с положительно заряженными вакансиями As_v^+ и ионами Ga^+ или дырки в паре с отрицательно заряженными вакансиями Ga_v^- и ионами As^- , включая дислокации.

Вблизи поверхности GaAs как пьезоэлектрика при этом возбуждается два вида упругих колебаний. Первый – за счет наличия слоя оксида на основе $\text{Ga}_2\text{O}_3 + \text{As}_2\text{O}_3 + \text{GaAsO}_4$ [6], имеющего вид резонансного преобразователя пластинчатого типа малой толщины из-за эффектов электрострикции и/или пьезоэлектричества. Второй – нерезонансный метод возбуждения гиперзвука как результат скачка диэлектрической проницаемости кристалла. Это приводит к появлению на его поверхности зарядов, меняющихся с частотой поля и вызывающих переменную пьезоэлектрическую деформацию, которая в виде продольной или сдвиговой упругой волны распространяется по кристаллу. Нелинейное взаимодействие этих вынужденных колебаний приводит к образованию третьей волны [21]. Вследствие взаимодействия акустических волн, возбуждаемых в резонаторных пластинках (оксида и нарушенного слоя GaAs), энергии волн могут увеличиваться (складываться) или уменьшаться (вычитаться) как следствие фонон-фононного взаимодействия, как показано ниже.

1. В области $f \leq 55$ ГГц значение энергии соответствует

$$0.036 \text{ эВ(ТО)} - 0.008 \text{ эВ(ТА)} = 0.028 \text{ эВ(ЛО)},$$

что является результатом фонон-фононного взаимодействия.

2. При $55 \text{ ГГц} \leq f \leq 65 \text{ ГГц}$ выполняется соотношение

$$0.032 \text{ эВ(ТО)} - 0.008 \text{ эВ(ТА)} = 0.024 \text{ эВ(ЛА)},$$

что является результатом электрон-фононного взаимодействия, в согласии с условиями синхронизма.

3. Для $f \geq 65$ ГГц энергия результирующей волны соответствует

$$0.032 \text{ эВ(ТО)} - 0.024 \text{ эВ(ЛА)} = 0.008 \text{ эВ(ТА)},$$

что также является результатом электрон-фононного взаимодействия с участием дырок.

Сравнение с данными, представленными в таблице разрешенных колебаний в [15] для различных плоскостей, показывает, что смена выделяющихся энергий результирующих колебаний соответствует процессу смены поверхностной ориентации. Кроме того, вследствие реакций взаимодействия типа “деформация–электрическое поле” появляются акустические и электроакустические волны на комбинационных частотах [15, 21]. Смещение атомов решетки при этом приводит к воздействию волны на свободные электроны полупроводника.

Таким образом, в рассматриваемом случае воздействие мм-волн осуществляется с помощью таких механизмов как:

1) потенциал-деформационный механизм, за счет изменения ширины запрещенной зоны полупроводника и работы выхода электронов при переходе плоскости $(100) \leftrightarrow (111)$,

2) пьезоэлектрический механизм как следствие воздействия акустической волны на электроны проводимости, который, как известно, является наиболее эффективным на частотах до 10^{11} Гц [20].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Зависимость соотношения количеств As и Ga от частоты СВЧ-поля носит ярко выраженный резонансно-релаксационный характер с частотой резонанса $\sim 6.5 \times 10^{10}$ Гц, что соответствует частоте перескока атомов в кристаллической решетке.

Аппроксимация зависимостей изменения массы свободных галлия и мышьяка показывает, что каждая из них (и по галлию, и по мышьяку) состоит по крайней мере из трех функций. Первая – логарифмическая, вторая – является двойной логарифмической функцией от частоты, а третья – экспоненциальная. Это, в свою очередь, указывает на три реакции различной природы, протекающих одновременно. Первая соотносится с движением частиц посредством диффузии (μ – химический потенциал) или дрейфа в электрическом поле (ϕ – электрический потенциал), вторая – относится к изменению поверхностной энергии, включая химический и электрический потенциалы ($\Delta\mu$, $\Delta\phi$), третья – к эмиссии электронов и дырок, включающих в себя термоэлектронную и автоэлектронные эмиссии. При этом происходят изменения реологических параметров.

Таким образом, под воздействием электромагнитных волн миллиметрового диапазона малой мощности на поверхности GaAs помимо изменения состава происходит изменение концентрации электронов и дырок, а следовательно, и скорости движения заряженных частиц. Осуществляется деформация поверхности типа растяжение-сжатие с участием ориентационных переходов типа $(100)\text{GaAs} \leftrightarrow (111)\text{GaAs}$, деформация сдвига, изгиба и, как следствие, акустическая и/или электронная эмиссия.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках государственного задания № 0030-2019-0012.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Черняев В.Н. Физико-химические процессы в технологии РЭА. М.: Высш. школа, 1987.
2. Гладков С.О. Физика композитов. Термодинамические и диссипативные свойства, М.: Наука, 1999.
3. Брянцева Т.А., Любченко Д.В., Марков И.А., Тен Ю.А. // Журн. радиоэлектроники. 2019. № 6. <https://doi.org/10.30898/1684>
4. Брянцева Т.А., Любченко Д.В., Любченко В.Е. и др. // Физика и техника полупроводников. 2014. Т. 48. № 2. С. 196.
5. Брянцева Т.А., Любченко В.Е., Любченко Д.В. и др. // РЭ. 2009. Т. 54. № 5. С. 4.
6. Брянцева Т.А., Бобылев М.А., Лебедева З.М., Любченко Д.В. // Завод. лаб. Диагностика материалов. 2012. Т. 78. № 4. С. 41.
7. Lioutchenko D.V., Briantseva T.A., Lebedeva Z.M. et al. // Defect and Diffuzion Forum. 2001. V. 194–199. P. 745.
8. Физический энциклопедический словарь. М.: Сов. энциклопедия, 1983. С. 928.
9. Анималу А. Квантовая теория кристаллических твердых тел. М.: Мир, 1981.
10. Блейкмор Дж. Физика твердого тела. М.: Мир, 1988.
11. Фролов Ю.Г. Курс коллоидной химии. Поверхностные явления и дисперсные системы. М.: Химия, 1982.
12. Киттель Ч. Введение в физику твердого тела. М.: Наука, 1978.
13. Фридкин В.М. Динамика решетки и фазовые переходы. Современная кристаллография. Т. 2. Структура кристаллов. М.: Наука, 1979. С. 268.
14. Физические величины. Справочник. М.: Энергоатомиздат, 1991. С. 1231.
15. Арсенид галлия в микроэлектронике / Под ред. Н. Айнспрука, У. Уиссмана. М.: Мир, 1988.
16. *Laser Annealing of Semiconductors* / Ed. J.M. Poate, J.W. Mayer. New York; London: Acad. Press, 1982.
17. Френкель Я.И. Введение в теорию металлов / Под ред. С.В. Вонсовского. Л.: Наука, 1972.
18. Яценко С.П. Галлий. Взаимодействие с металлами. М.: Наука, 1974.
19. Кристи Р., Питти А. Строение вещества: введение в современную физику. М.: Наука, 1969.
20. Матаре Г. Электроника дефектов в полупроводниках. М.: Мир, 1974.
21. Нелинейные акустоэлектронные устройства и их применение / Под ред. В.С. Бондаренко. М.: Радио и связь, 1985.

ДВУХСТАДИЙНОЕ СПЕКАНИЕ КЕРАМИКИ ЖЕЛЕЗОИТТРИЕВОГО ГРАНАТА ДЛЯ МАГНЕТРОННОГО РАСПЫЛЕНИЯ

© 2022 г. В. А. Лузанов^а*, В. В. Балашов^а, К. В. Лопухин^а

^а Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
пл. Введенского, 1, Фрязино Московской обл., 141190 Российская Федерация

*E-mail: valery@luzanov.ru

Поступила в редакцию 03.02.2022 г.

После доработки 03.02.2022 г.

Принята к публикации 07.02.2022 г.

Предложен и опробован двухстадийный процесс спекания керамики железиттриевого граната для магнетронного распыления. Показано, что при использовании одноосного прессования компактов происходит синтез наноразмерных кристаллитов железиттриевого граната. Исследована кристаллическая структура полученных образцов керамики. Методом магнетронного распыления полученной мишени выращены эпитаксиальные пленки на подложках из алюмоиттриевого граната.

DOI: 10.31857/S0033849422060158

ВВЕДЕНИЕ

Железоиттриевый гранат (ЖИГ) является одним из наиболее исследуемых материалов в области микроэлектроники, магноники, акустоэлектроники, спинтроники. Пленочные структуры на основе ЖИГ представляют особенно большой интерес. В настоящее время для изготовления пленок ЖИГ используются различные методы: жидкофазная эпитаксия [1], ионно-лучевое распыление [2], МОСVD [3], импульсное лазерное распыление [4], магнетронное ВЧ-распыление [5]. В двух последних в качестве источника используют спрессованные мишени из ЖИГ. Для изготовления керамических мишеней обычно используется горячее изостатическое прессование — довольно сложный технологический процесс, требующий высоких давлений газа при повышенных температурах.

Цель данной работы — исследовать возможность осаждения высококачественных пленок ЖИГ методом магнетронного распыления керамической мишени, полученной двухстадийным спеканием без использования изостатического пресса.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТА

В качестве исходных материалов применяли высокочистые оксид иттрия и оксид железа. Стехиометрические количества оксидных порошков смешивали в течение 15 ч в безводном изопропиловом спирте вместе со связующим (поливинил-

бутираль — 1% вес. к порошку). После смешивания и последующей сушки до влажности порядка 1% при 50°C порошки просеивали через сито с ячейками 500 мкм для гранулирования. Компактирование производилось одноосным прессованием в пресс-форме из нержавеющей стали диаметром 70 мм при давлении 20 МПа. Толщина компактов составила 6 мм. На первом этапе после прессования компакты прокаливали при 1000°C в течение 20 ч для удаления остаточных органических веществ. Кристаллическую структуру полученных образцов исследовали методом рентгеновской дифракции. Рентгеновская дифрактограмма от полученного компакта приведена на рис. 1. Как можно видеть, в составе полученного компакта присутствуют простые оксиды иттрия и железа. Кроме того, наблюдается наличие синтезированного оксида железа — иттрия $YFeO_3$.

На втором этапе для синтеза ЖИГ и придания прочности был проведен отжиг при температуре 1250°C в течение 20 ч. Вместо обычной усадки наблюдалось увеличение диаметра образца до 75 мм из-за одноосной направленности давления при прессовании. На рис. 2 приведена рентгеновская дифрактограмма. Все наблюдаемые линии соответствуют железиттриевому гранату $Y_3Fe_5O_{12}$. На рис. 3 представлен профиль линии для отражения (402). По уширению линии в полученной керамике был определен средний размер областей когерентного рассеяния. Он составил около 100 нм.

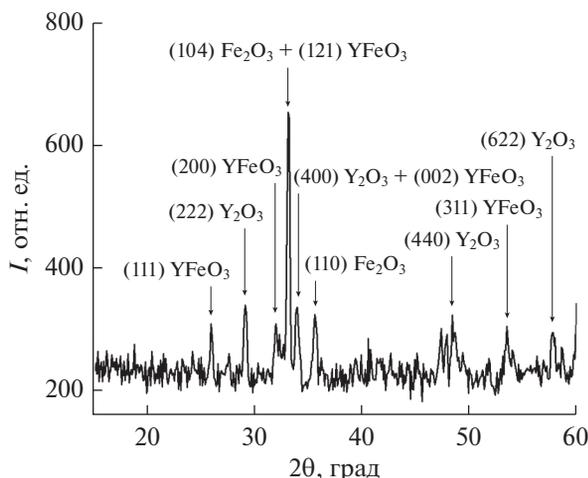


Рис. 1. Рентгеновская дифрактограмма от образца после первого этапа отжига при температуре 1000°C.

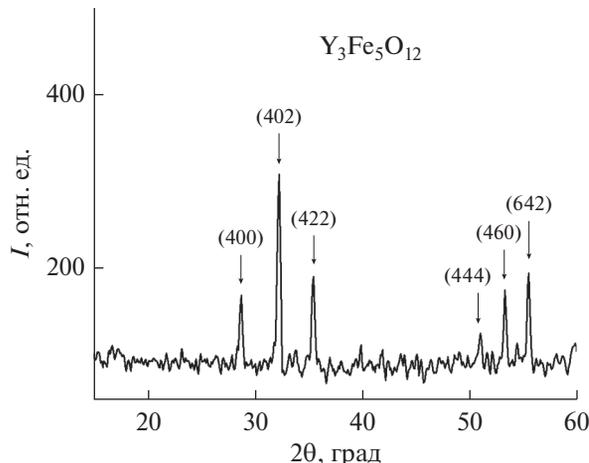


Рис. 2. Рентгеновская дифрактограмма от образца после второго этапа отжига при температуре 1250°C.

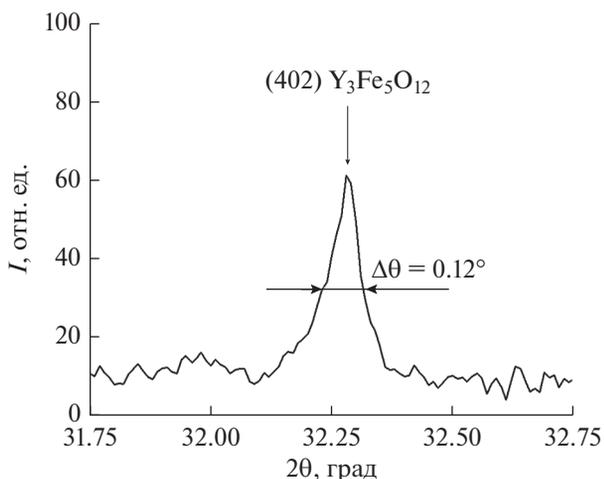


Рис. 3. Профиль дифракционной линии $Y_3Fe_5O_{12}$. Отражение от плоскости (402).

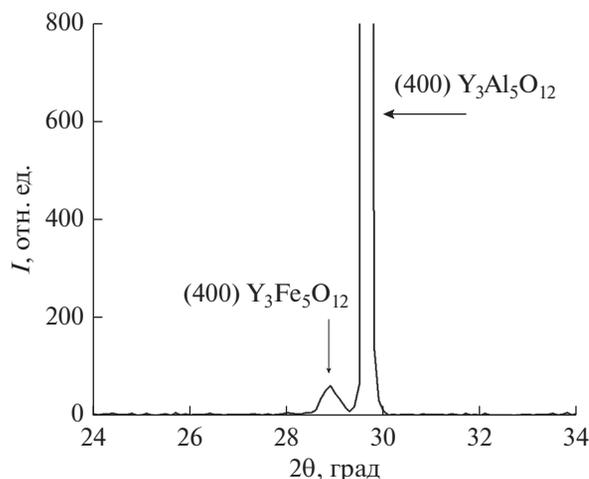


Рис. 4. Рентгеновская дифрактограмма от пленки $Y_3Fe_5O_{12}$, осажденной на подложку из $Y_3Al_5O_{12}$.

Полученная керамическая мишень была установлена в магнетронное распылительное устройство, описанное в [6]. Диаметр катода составлял 75 мм. После предварительного распыления в течение 30 мин было проведено осаждение пленки на подложку из алюмоиттриевого граната. Температура подложки составляла 25°C. Распыление проходило в атмосфере аргона при давлении 10^{-3} мбар. Мощность ВЧ-разряда на мишени составляла 100 Вт. После осаждения полученную пленку отжигали в атмосфере при температуре 700°C в течение 3 ч. В результате отжига произошла рекристаллизация осажденной пленки с образованием эпитаксиального монокристаллического слоя $Y_3Fe_5O_{12}$. Рентгеновская дифрактограмма от по-

лученной пленки (рис. 4) содержит только линии (400) от пленки ЖИГ и от подложки из $Y_3Al_5O_{12}$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Показано, что двухстадийное спекание керамики железиттриевого граната без использования изостата позволяет получать стехиометрические керамические мишени, пригодные для эпитаксиального осаждения пленок ЖИГ методом магнетронного распыления. При использовании такой мишени получены структурно совершенные эпитаксиальные пленки на подложках из алюмоиттриевого граната.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках государственного задания ИРЭ РАН по теме 0030-2019-0012 при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 20-07-01075).

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Shone M.* // Circuits, Syst. Signal Process. 1985. V. 4. № 1–2. P. 89.
2. *Высоцкий С.Л., Никулин Ю.В., Кожевников А.В. и др.* // ЖТФ. 2020. V. 65. № 7. P. 1221.
3. *Stadler B., Vaccaro K., Yip P. et al.* // IEEE Trans. 2002. V. MAG-38. № 3. P. 1546.
4. *Sokolov N.S., Fedorov V.V., Korovin A.M. et al.* // J. Appl. Phys. 2016. V. 119. № 2. P. 023903.
5. *Park M.-B., Cho N.-H.* // J. Magn. Magn. Mater. 2001. V. 231. P. 253.
6. *Лузанов В.А.* Магнетронное распылительное устройство. Патент РФ на изобретение № 2761900. Оpubл. офиц бюл. “Изобретения. Полезные модели”. № 35. 13.12.2021.

ГЕОМЕТРИЗОВАННАЯ ТЕОРИЯ ПОТЕНЦИАЛЬНЫХ
РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОННЫХ ПУЧКОВ

© 2022 г. В. А. Сыровой*

*ВЭИ – филиал ФГУП “РФЯЦ – ВНИИТФ им. академ. Е.И. Забабахина”,
ул. Красноказарменная, 12, Москва, 111250 Российская Федерация***E-mail: red@cplire.ru*

Поступила в редакцию 15.03.2021 г.

После доработки 15.03.2021 г.

Принята к публикации 26.03.2021 г.

В системе координат, связанной с заранее неизвестными трубками тока, построена геометризованная модель трехмерных потенциальных релятивистских электронных пучков во внешнем магнитном поле при использовании в качестве продольной координаты действия (потенциала обобщенного импульса). Для двумерных течений проведена декомпозиция уравнений пучка, позволяющая синтезировать непараксиальные потоки с заданными формой катода и распределением плотности тока эмиссии или электрического поля.

DOI: 10.31857/S0033849422060195

ВВЕДЕНИЕ

Геометризованная теория, основанная на введении заранее неизвестной неортогональной системы координат x^i ($i = 1, 2, 3$), связанной с траекториями или трубками тока, в наиболее полном виде изложена в монографиях [1, 2]. Там же приведено минимальное количество сведений из тензорного анализа и дифференциальной геометрии координатных поверхностей, необходимое для понимания и использования результатов этого подхода.

При синтезе непараксиальных потоков на базовой траектории или трубке тока роль продольной координаты играет [1, 2] длина дуги l соответствующей кривой или любая функция l . По этой причине удобно говорить о l -представлении или l -варианте теории. В работе [3] при тестировании двумерных геометризованных моделей на полном наборе точных решений уравнений пучка с аддитивным и мультипликативным разделением переменных обнаружено, что точность приближенного решения может возрасти, если в качестве продольной координаты x^1 использовать потенциал электрического поля φ : $x^1 = \varphi$. При этом подходе делается еще один шаг от физической постановки к полной геометризации задачи, сводящейся к нахождению системы координат (ее метрического тензора g_{ik}), а модель естественно назвать φ -вариантом теории [4–6].

Релятивистские потоки с потенциальным вектором \vec{P} обобщенного импульса $\vec{P} = \nabla W$ позволяют сформулировать еще один вариант модели с потенциалом W (действием) в качестве продольной координаты (W -представление).

Зависимость точности приближенного решения от способа измерения продольной координаты известна, помимо [3], в теории антипараксиальных разложений [1, 2] (понятие оптимального параметра, логарифм радиуса в классических решениях И. Лэнгмюра для цилиндрического и сферического диодов). Кроме того, в работе [3] обнаружено существенное влияние на точность решения способа отсчета поперечной координаты.

Построение W -варианта геометризованной теории, связанной, как и предыдущие модели [1, 2, 4–6], с действительными характеристиками [7] системы дифференциальных уравнений интенсивного электронного пучка в частных производных, которое является целью работы, поставляет новый материал, относящийся к формулировке наиболее эффективных приближенных моделей синтеза плотных непараксиальных потоков, обладающих не меньшими возможностями [8–10], чем численные модели.

Частным случаем потенциального течения является электронный пучок с катодом, экранированным от магнитного поля.

1. УРАВНЕНИЯ ПОТЕНЦИАЛЬНОГО РЕЛЯТИВИСТСКОГО ПОТОКА

Трехмерные течения. Стационарный потенциальный моноэнергетический пучок в произвольной системе координат x^i с метрическим тензором g_{ik} описывается уравнениями движения и уравнениями Максвелла для самосогласованного электромагнитного поля. В релятивистской нормировке [1, 2], исключающей из уравнений все физические константы используемой системы единиц, имеем

$$\begin{aligned} P_i &= p_i + A_i = W_{,i}, \quad p_i = (1 + \tilde{\varphi})v_i; \\ \varphi(2 + \tilde{\varphi}) &= g_{ik}p^i p^k; \quad \sqrt{g}H^1 = A_{3,2} - A_{2,3}, \\ \sqrt{g}H^2 &= A_{1,3} - A_{3,1}, \quad \sqrt{g}H^3 = A_{2,1} - A_{1,2}; \\ H_{3,2} - H_{2,3} &= \sqrt{g}\tilde{\rho}v^1, \quad H_{1,3} - H_{3,1} = \sqrt{g}\tilde{\rho}v^2, \\ H_{2,1} - H_{1,2} &= \sqrt{g}\tilde{\rho}v^3; \quad (\sqrt{g}g^{ik}\varphi_{,i})_{,k} = \sqrt{g}\tilde{\rho}; \\ H_i &= g_{ik}H^k, \quad H^i = g^{ik}H_k; \quad g = \det g_{ik}. \end{aligned} \quad (1)$$

Замыкается система (1) тремя тождествами Ляме, содержащими вторые производные по продольной координате от элементов g_{22}, g_{33}, g_{23} метрического тензора, которые выражают факт эвклидовости пространства и приведены в [4].

Помимо уравнений (1) полезны следующие из них уравнение сохранения тока, уравнения для $\operatorname{div}\vec{H}$ и $\operatorname{rot}\vec{P}$:

$$\begin{aligned} (\sqrt{g}\rho v^i)_{,i} &= 0, \quad (\sqrt{g}H^i)_{,i} = 0; \\ P_{3,2} - P_{2,3} &= 0, \quad P_{1,3} - P_{3,1} = 0, \quad P_{2,1} - P_{1,2} = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

В формулах (1), (2) использованы следующие обозначения: \vec{p} – импульс частицы; φ, ρ – скалярный потенциал электрического поля и плотность пространственного заряда; \vec{H}, \vec{A} – напряженность магнитного поля и векторный потенциал; g^{ik} – контравариантный метрический тензор; тильдой отмечены члены, исчезающие в нерелятивистском пределе; индекс после запятой означает частную производную по соответствующей координате:

$$\varphi_{,i} \equiv \partial\varphi/\partial x^i, \quad H_{1,3} \equiv \partial H_1/\partial x^3. \quad (3)$$

Не ограничивая общности, доопределим векторный потенциал \vec{A} условием

$$A_i \equiv 0. \quad (4)$$

Диагональные элементы метрического тензора g_{11}, g_{22}, g_{33} удобно определить через функции h_k , становящиеся в случае ортогональной системы коэффициентами Ляме:

$$g_{11} = h_1^2, \quad g_{22} = h_2^2, \quad g_{33} = h_3^2. \quad (5)$$

Геометризованные уравнения пучка для потенциальных потоков при наличии магнитного поля возможны только в варианте с трубками тока $x^2 = \text{const}$, так как координатные линии $x^1 = W$ не совпадают с траекториями:

$$\begin{aligned} v^2 &\equiv 0, \quad p^1 = (1 + \tilde{\varphi})v^1, \quad p^2 = 0, \\ p^3 &= (1 + \tilde{\varphi})v^3. \end{aligned} \quad (6)$$

Введем косоугольные проекции L, M, N вектора \vec{H} и u, w вектора скорости \vec{v} на касательные к координатным осям

$$\begin{aligned} L &= h_1 H^1, \quad M = h_2 H^2, \quad N = h_3 H^3, \\ u &= h_1 v^1, \quad w = h_3 v^3. \end{aligned} \quad (7)$$

Детерминант метрического тензора определен выражением

$$\begin{aligned} g &= h_1^2 h_2^2 h_3^2 (\sin^2 \theta_{23} - \cos^2 \theta_{12} - \cos^2 \theta_{13} + \\ &+ 2 \cos \theta_{12} \cos \theta_{13} \cos \theta_{23}) = h_1^2 h_2^2 h_3^2 \delta^2, \\ \cos \theta_{ab} &= g_{ab}/(h_a h_b), \end{aligned} \quad (8)$$

где θ_{ab} – угол между осями x^a и x^b .

2. СТРУКТУРА РЕШЕНИЯ

Эмиссия в ρ -режиме. В l -варианте теории [1, 2] при эмиссии в ρ -режиме структура метрики и параметров потока определена рядами по $l^{1/3}$ с главными членами вида

$$\begin{aligned} g_{11}, g_{22}, g_{33}, g_{23} &\sim l^0; \quad g_{12}, g_{13} \sim l^{1/3}; \\ \varphi, \varphi_{,2}, \varphi_{,3} &\sim l^{4/3}, \quad \rho \sim l^{-2/3}, \\ u &\sim l^{2/3}, \quad w \sim l, \quad W \sim l^{5/3}. \end{aligned} \quad (9)$$

При переходе от x^1 к новой продольной координате $\bar{x}^1 = W(x^i)$ прежние координаты выражаются через новые при помощи соотношений

$$\begin{aligned} x^1 &= f(W, x^2, x^3), \quad x^2 = \bar{x}^2, \quad x^3 = \bar{x}^3; \\ dx^1 &= f_{,W}dW + f_{,2}dx^2 + f_{,3}dx^3. \end{aligned} \quad (10)$$

Квадрат расстояния $(ds)^2$ между двумя бесконечно близкими точками определяет элементы метрического тензора \bar{g}_{ik} в новой системе. Продифференцировав первое выражение (10) по x^1, x^2, x^3 , найдем значения производных в дифференциале dx^1 :

$$\begin{aligned} 1 &= f_{,W}W_{,1}, \quad 0 = f_{,W}W_{,2} + f_{,2}, \quad 0 = f_{,W}W_{,3} + f_{,3}; \\ f_{,W} &= \frac{1}{W_{,1}}, \quad f_{,2} = -\frac{W_{,2}}{W_{,1}}, \quad f_{,3} = -\frac{W_{,3}}{W_{,1}}. \end{aligned} \quad (11)$$

В результате метрика в системе \bar{x}^i определяется выражениями

$$\begin{aligned} (ds)^2 &= g_{ik} dx^i dx^k = \bar{g}_{ik} d\bar{x}^i d\bar{x}^k, \\ \bar{g}_{11} &= \frac{g_{11}}{W_{,1}^2}, \quad \bar{g}_{22} = g_{11} \frac{W_{,2}^2}{W_{,1}^2} - 2g_{12} \frac{W_{,2}}{W_{,1}} + g_{22}, \\ \bar{g}_{33} &= g_{11} \frac{W_{,3}^2}{W_{,1}^2} - 2g_{13} \frac{W_{,3}}{W_{,1}} + g_{33}, \\ \bar{g}_{23} &= g_{11} \frac{W_{,2}W_{,3}}{W_{,1}^2} - g_{12} \frac{W_{,3}}{W_{,1}} - g_{13} \frac{W_{,2}}{W_{,1}} + g_{23}, \\ \bar{g}_{12} &= -g_{11} \frac{W_{,2}}{W_{,1}^2} + g_{12} \frac{1}{W_{,1}}, \\ \bar{g}_{13} &= -g_{11} \frac{W_{,3}}{W_{,1}^2} + g_{13} \frac{1}{W_{,1}}. \end{aligned} \quad (12)$$

Учитывая формулы (9), убеждаемся, что параметром антипараксиальных разложений вблизи катода будет $W^{1/5}$, а главные члены, соответствующие (9), имеют вид (черту опускаем)

$$\begin{aligned} h_1 &\sim W^{-2/5}, \quad h_2 \sim W^0, \quad h_3 \sim W^0, \quad g_{23} \sim W^0, \\ g_{12} &\sim W^{-1/5}, \quad g_{13} \sim W^{-1/5}; \quad u \sim W^{2/5}, \\ w &\sim W^{3/5}, \quad \rho \sim W^{-2/5}, \quad \varphi \sim W^{4/5}. \end{aligned} \quad (13)$$

Таким образом, при переходе к $x^1 = W$ метрика получилась сингулярной, причем в отличие от φ -варианта теории [4–6] в бесконечность на катоде обращается не только g_{11} , но и недиагональные элементы g_{12} , g_{13} .

Асимптотики (13) не противоречат известному факту старта частиц с нулевой начальной скоростью по нормали к эквипотенциальному катоду $x^1 = W = 0$ (далее $-W \equiv x$):

$$\cos \theta_{12} = \frac{g_{12}}{h_1 h_2} \sim x^{1/5}, \quad \cos \theta_{13} = \frac{g_{13}}{h_1 h_3} \sim x^{1/5}. \quad (14)$$

Для полной и гауссовой кривизн катода справедливы выражения [1, 2]

$$\begin{aligned} T &= \kappa_1 + \kappa_2 = -\frac{1}{2h_1 G} (g_{33}g_{22,1} - 2g_{23}g_{23,1} + g_{22}g_{33,1}), \\ K &= \kappa_1 \kappa_2 = \frac{1}{4h_1^2 G} [g_{22,1}g_{33,1} - (g_{23,1})^2], \\ G &= g_{22}g_{33} - g_{23}^2, \end{aligned} \quad (15)$$

где κ_1 , κ_2 – главные кривизны поверхности. Из формул (15) видно, что они принимают конечные

значения, если разложения для функций h_2, h_3, g_{23} имеют вид

$$\begin{aligned} h_2 &= b_0 (1 + \bar{b}_3 x^{3/5} + \bar{b}_4 x^{4/5} + \dots), \\ h_3 &= c_0 (1 + \bar{c}_3 x^{3/5} + \bar{c}_4 x^{4/5} + \dots), \\ g_{23} &= d_0 (1 + \bar{d}_3 x^{3/5} + \bar{d}_4 x^{4/5} + \dots). \end{aligned} \quad (16)$$

В соответствии с (13) для прочих искомым функций справедливы разложения

$$\begin{aligned} h_1 &= x^{-2/5} a_0 (1 + \bar{a}_1 x^{1/5} + \bar{a}_2 x^{2/5} + \dots), \\ g_{12} &= x^{-1/5} f_0 (1 + \bar{f}_1 x^{1/5} + \bar{f}_2 x^{2/5} + \dots), \\ u &= x^{2/5} U_2 (1 + \bar{U}_3 x^{1/5} + \bar{U}_4 x^{2/5} + \dots), \\ w &= x^{3/5} U_2 (\bar{W}_3 + \bar{W}_4 x^{1/5} + \bar{W}_5 x^{2/5} + \dots), \\ \varphi &= x^{4/5} \varphi_4 (1 + \bar{\varphi}_5 x^{1/5} + \bar{\varphi}_6 x^{2/5} + \dots), \\ \rho &= x^{-2/5} \rho_0 (1 + \bar{\rho}_1 x^{1/5} + \bar{\rho}_2 x^{2/5} + \dots), \\ L &= L_0 + L_1 x^{1/5} + L_2 x^{2/5} + \dots, \\ \delta &= \delta_0 (1 + \bar{\delta}_2 x^{2/5} + \bar{\delta}_3 x^{3/5} + \dots). \end{aligned} \quad (17)$$

Элемент g_{13} имеет разложение, подобное разложению для g_{12} ; компоненты M, N магнитного поля представимы рядами, однотипными с рядом для L с коэффициентами M_k, N_k .

Эмиссия в T-режиме. При эмиссии, ограниченной температурой, ряды идут по полужелым степеням l с главными членами, описываемыми формулами:

$$\begin{aligned} g_{11}, g_{22}, g_{33}, g_{23} &\sim l^0; \quad g_{12}, g_{13} \sim l^{1/2}; \quad \varphi, \varphi_2, \varphi_3 \sim l, \\ \rho &\sim l^{-1/2}, \quad u \sim l^{1/2}, \quad w \sim l, \quad W \sim l^{3/2}. \end{aligned} \quad (18)$$

Параметром разложений при переходе к $x \equiv W$ будет $x^{1/3}$ при следующих асимптотиках искомым функций:

$$\begin{aligned} h_1 &= x^{-1/3} a_0 (1 + \bar{a}_1 x^{1/3} + \bar{a}_2 x^{2/3} + \dots), \\ h_2 &= b_0 (1 + \bar{b}_2 x^{2/3} + \bar{b}_3 x^{3/3} + \dots), \\ h_3 &= c_0 (1 + \bar{c}_2 x^{2/3} + \bar{c}_3 x^{3/3} + \dots), \\ g_{23} &= d_0 (1 + \bar{d}_2 x^{2/3} + \bar{d}_3 x^{3/3} + \dots), \\ g_{12} &= f_0 (1 + \bar{f}_1 x^{1/3} + \bar{f}_2 x^{2/3} + \dots), \\ u &= x^{1/3} U_1 (1 + \bar{U}_2 x^{1/3} + \bar{U}_3 x^{2/3} + \dots), \\ w &= x^{2/3} U_1 (\bar{W}_2 + \bar{W}_3 x^{1/3} + \bar{W}_4 x^{2/3} + \dots), \\ \varphi &= x^{2/3} \varphi_2 (1 + \bar{\varphi}_3 x^{1/3} + \bar{\varphi}_4 x^{2/3} + \dots), \\ \rho &= x^{-1/3} \rho_0 (1 + \bar{\rho}_1 x^{1/3} + \bar{\rho}_2 x^{2/3} + \dots), \\ L &= L_0 + L_1 x^{1/3} + L_2 x^{2/3} + \dots, \\ \delta &= \delta_0 (1 + \bar{\delta}_2 x^{2/3} + \bar{\delta}_3 x^{3/3} + \dots). \end{aligned} \quad (19)$$

3. УРАВНЕНИЯ *W*-ВАРИАНТА ГЕОМЕТРИЗОВАННОЙ ТЕОРИИ

Трехмерные потоки в магнитном поле. Переход к $x^1 \equiv W$ не меняет числа уравнений и искомым функций: четырнадцать уравнений в (1) при пятинадцати подлежащих определению функциях, шесть из которых – элементы g_{ik} , позволяют использовать систему x^i с нулевым элементом g_{13} :

$$g_{13} \equiv 0. \tag{20}$$

Выбор (20) при симметричных направлениях x^2 , x^3 объясняется тем, что при переходе к двумерным потокам (осесимметричным и плоским) циклическая координата x^3 ортогональна осям x^1 , x^2 в плоскости течения (меридиональной в первом случае):

$$g_{13} = g_{23} = 0. \tag{21}$$

Для элементов контравариантного метрического тензора g^{ik} и детерминанта g_{ik} получаем

$$\begin{aligned} g &= h_1^2 h_2^2 h_3^2 \delta^2, \quad \delta^2 = 1 - \cos^2 \theta_{12} - \cos^2 \theta_{23}, \\ g^{11} &= \frac{1 \sin^2 \theta_{23}}{h_1^2 \delta^2}, \quad g^{22} = \frac{1}{h_2^2 \delta^2}, \\ g^{33} &= \frac{1 \sin^2 \theta_{12}}{h_3^2 \delta^2}, \quad g^{12} = -\frac{1 \cos \theta_{12}}{h_1 h_2 \delta^2}, \\ g^{13} &= 0, \quad g^{23} = -\frac{1 \cos \theta_{23}}{h_2 h_3 \delta^2}. \end{aligned} \tag{22}$$

Уравнения (1) принимают вид

$$\begin{aligned} P_1 &= p_1 = 1, \quad P_2 = p_2 + A_2 = 0, \quad P_3 = p_3 + A_3 = 0; \\ p_1 &= h_1 p_u, \quad p_2 = \frac{g_{12}}{h_1} p_u + \frac{g_{23}}{h_3} p_w, \quad p_3 = h_3 p_w; \\ p_u &= (1 + \tilde{\varphi}) u, \quad p_w = (1 + \tilde{\varphi}) w; \\ \varphi(2 + \tilde{\varphi}) &= p_u^2 + p_w^2; \quad h_2 h_3 \delta L = A_{3,2} - A_{2,3}, \\ h_1 h_3 \delta M &= -A_{3,1}, \quad h_1 h_2 \delta N = A_{2,1}; \\ H_1 &= h_1 (L + M \cos \theta_{12}), \\ H_2 &= h_2 (M + L \cos \theta_{12} + N \cos \theta_{23}), \\ H_3 &= h_3 (N + M \cos \theta_{23}); \\ H_{3,2} - H_{2,3} &= h_2 h_3 \delta \tilde{\rho} u, \quad H_{1,3} - H_{3,1} = 0, \\ H_{2,1} - H_{1,2} &= h_1 h_2 \delta \tilde{\rho} w; \\ &\left[\frac{1}{\delta} \left(\frac{h_2 h_3}{h_1} \sin^2 \theta_{23} \varphi_{,1} - h_3 \cos \theta_{12} \varphi_{,2} \right) \right]_{,1} + \\ &+ \left[\frac{1}{\delta} \left(-h_3 \cos \theta_{12} \varphi_{,1} + \frac{h_1 h_3}{h_2} \varphi_{,2} - h_1 \cos \theta_{23} \varphi_{,3} \right) \right]_{,2} + \\ &+ \left[\frac{1}{\delta} \left(-h_1 \cos \theta_{23} \varphi_{,2} + \frac{h_1 h_2}{h_3} \sin^2 \theta_{12} \varphi_{,3} \right) \right]_{,3} = h_1 h_2 h_3 \delta \rho, \end{aligned} \tag{23}$$

где p_u, p_w – косоугольные проекции импульса на оси x^1, x^3 .

Вместо двух первых уравнений (2) имеем

$$\begin{aligned} (h_2 h_3 \delta \rho u)_{,1} + (h_1 h_2 \delta \rho w)_{,3} &= 0, \\ (h_2 h_3 \delta L)_{,1} + (h_1 h_3 \delta M)_{,2} + (h_1 h_2 \delta N)_{,3} &= 0. \end{aligned} \tag{24}$$

Уравнения для $\text{rot } \vec{P}$ из (2) запишутся следующим образом:

$$\begin{aligned} (h_3 p_w)_{,2} - \left(\frac{g_{12}}{h_1} p_u + \frac{g_{23}}{h_3} p_w \right)_{,3} + h_2 h_3 \delta L &= 0, \\ (h_3 p_w)_{,1} - h_1 h_3 \delta M &= 0, \\ \left(\frac{g_{12}}{h_1} p_u + \frac{g_{23}}{h_3} p_w \right)_{,1} + h_1 h_2 \delta N &= 0. \end{aligned} \tag{25}$$

Трехмерные электростатические потоки. При отсутствии магнитного поля ось x^1 совпадает с траекторией и формулы (22) принимают вид

$$\begin{aligned} g_{12} &\equiv 0, \quad \delta = \sin \theta_{23}, \quad g^{11} = \frac{1}{h_1^2}, \\ g^{22} &= \frac{1}{h_2^2 \sin^2 \theta_{23}}, \quad g^{33} = \frac{1}{h_3^2 \sin^2 \theta_{23}}, \\ g^{23} &= -\frac{1 \cos \theta_{23}}{h_2 h_3 \sin^2 \theta_{23}}, \quad g^{12} = g^{13} = 0, \end{aligned} \tag{26}$$

а вместо уравнений (23), (24) имеем

$$\begin{aligned} h_1 u &= 1, \quad w = 0, \quad 2\varphi = u^2, \\ \left(\frac{h_2 h_3}{h_1} \sin \theta_{23} \varphi_{,1} \right)_{,1} + \left(\frac{h_1 h_3}{h_2 \sin \theta_{23}} \varphi_{,2} - h_1 \text{ctg} \theta_{23} \varphi_{,3} \right)_{,2} + \\ &+ \left(-h_1 \text{ctg} \theta_{23} \varphi_{,2} + \frac{h_1 h_2}{h_3} \sin \theta_{23} \varphi_{,3} \right)_{,3} = \\ &= h_1 h_2 h_3 \sin \theta_{23} \rho, \\ (h_2 h_3 \sin \theta_{23} \rho u)_{,1} &= 0. \end{aligned} \tag{27}$$

Дополняющие их условия евклидовости пространства определены соотношениями

$$\begin{aligned} &2(g_{22,11} + g_{11,22}) - g^{11} (g_{11,2})^2 - \\ &- g_{22,1} (g^{22} g_{22,1} + 2g^{23} g_{23,1}) - g^{33} (g_{23,1})^2 - \\ &+ g^{11} g_{11,1} g_{22,1} - g_{22,2} (g^{22} g_{11,2} + g^{23} g_{11,3}) - \\ &- (2g_{23,2} - g_{22,3}) (g^{23} g_{11,2} + g^{33} g_{11,3}) = 0, \\ &2(g_{33,11} + g_{11,33}) - g^{11} (g_{11,3})^2 - \\ &- g_{33,1} (g^{33} g_{33,1} + 2g^{23} g_{23,1}) - g^{22} (g_{23,1})^2 - \\ &- g^{11} g_{11,1} g_{33,1} - g_{33,3} (g^{33} g_{11,3} + g^{23} g_{11,2}) - \\ &- (2g_{23,3} - g_{33,2}) (g^{23} g_{11,3} + g^{22} g_{11,2}) = 0, \\ &2(g_{23,11} + g_{11,23}) - g^{11} g_{11,2} g_{11,3} - \\ &- g_{22,1} (g^{22} g_{23,1} + g^{23} g_{33,1}) - \\ &- g_{23,1} (g^{23} g_{23,1} + g^{33} g_{33,1}) - g^{11} g_{11,1} g_{23,1} - \\ &- g_{11,2} (g^{22} g_{22,3} + g^{23} g_{33,2}) - \\ &- g_{11,3} (g^{23} g_{22,3} + g^{33} g_{33,2}) = 0. \end{aligned} \tag{28}$$

Двумерные потоки в магнитном поле. Наличие циклической координаты (азимута в осесимметричном случае и декартовой координаты для плоских течений) приводит к ортогональности осей x^1 , x^2 и x^3 :

$$g_{13} = g_{23} = 0, \quad \delta = \sin \theta_{12}, \quad g^{11} = \frac{1}{h_1^2 \sin^2 \theta_{12}},$$

$$g^{22} = \frac{1}{h_2^2 \sin^2 \theta_{12}}, \quad g^{33} = \frac{1}{h_3^2}, \quad (29)$$

$$g^{12} = -\frac{\cos \theta_{12}}{h_1 h_2 \sin^2 \theta_{12}}, \quad g^{13} = g^{23} = 0.$$

Двумерный пучок описывается уравнениями

$$h_1 p_u = 1, \quad \varphi(2 + \tilde{\varphi}) = p_u^2 + p_w^2,$$

$$h_2 h_3 \sin \theta_{12} L = A_{3,2}, \quad h_1 h_3 \sin \theta_{12} M = -A_{3,1},$$

$$h_1 h_2 \sin \theta_{12} N = A_{2,1}; \quad H_1 = h_1 (L + M \cos \theta_{12}),$$

$$H_2 = h_2 (M + L \cos \theta_{12}), \quad H_3 = h_3 N;$$

$$H_{3,2} = h_2 h_3 \sin \theta_{12} \tilde{\rho} u, \quad H_{3,1} = 0, \quad (30)$$

$$H_{2,1} - H_{1,2} = h_1 h_2 \sin \theta_{12} \tilde{\rho} w;$$

$$\left[\frac{1}{\sin \theta_{12}} \left(\frac{h_2 h_3}{h_1} \varphi_{,1} - h_3 \cos \theta_{12} \varphi_{,2} \right) \right]_{,1} +$$

$$+ \left[\frac{1}{\sin \theta_{12}} \left(-h_3 \cos \theta_{12} \varphi_{,1} + \frac{h_1 h_3}{h_2} \varphi_{,2} \right) \right]_{,2} =$$

$$= h_1 h_2 h_3 \sin \theta_{12} \rho.$$

Уравнения (24) принимают вид

$$h_2 h_3 \sin \theta_{12} \rho u = (h_2 h_3)_0 J,$$

$$(h_2 h_3 \sin \theta_{12} L)_{,1} + (h_1 h_3 \sin \theta_{12} M)_{,2} = 0, \quad (31)$$

где J – плотность тока эмиссии; индекс нуль относит величины к катоду.

Уравнения (25) для $\text{got } \bar{P}$ определены соотношениями

$$(h_3 p_w)_{,2} + h_2 h_3 \sin \theta_{12} L = 0,$$

$$(h_3 p_w)_{,1} - h_1 h_3 \sin \theta_{12} M = 0, \quad (32)$$

$$\left[(1 + \tilde{\varphi}) \frac{g_{12}}{h_1^2} \right]_{,1} + h_1 h_2 \sin \theta_{12} N = 0.$$

Условия евклидовости пространства для двумерных течений состоят из двух уравнений:

$$2(g_{22,11} + g_{11,22}) + g^{11} (g_{11,2})^2 - g^{22} (g_{22,1})^2 -$$

$$- g^{11} g_{11,1} g_{22,1} - g^{22} g_{11,2} g_{22,2} = 0, \quad (33)$$

$$2g_{33,1} - g^{33} (g_{33,1})^2 - g^{11} g_{11,1} g_{33,1} + g^{22} g_{11,2} g_{33,2} = 0.$$

Элемент g_{33} метрического тензора для осесимметричных течений известен: $g_{33} = R^2 = y^2 + z^2$, для плоских потоков $h_3 = 1$.

Двумерные электростатические потоки. Течения этого вида могут быть описаны в ортогональной системе координат:

$$h_1 u = 1, \quad 2\varphi = u^2,$$

$$\left(\frac{h_2 h_3}{h_1} \varphi_{,1} \right)_{,1} + \left(\frac{h_1 h_3}{h_2} \varphi_{,2} \right)_{,2} = h_1 h_2 h_3 \rho,$$

$$h_2 h_3 \rho u = (h_2 h_3)_0 J. \quad (34)$$

Уравнения (34) дополняются соотношениями (33).

Формулы, в общем случае связывающие криволинейные и декартовы координаты, необходимые после построения решения в системе x^i , приведены в работе [4].

4. РЕШЕНИЕ В ОКРЕСТНОСТИ СТАРТОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ ДЛЯ ТРЕХМЕРНЫХ ПОТОКОВ

Построение без потери общности локального решения уравнений пучка на основе выявленных выше асимптотик элементов g_{ik} и параметров потока доказывает непротиворечивость предлагаемой модели, дает описание зоны вблизи сингулярной стартовой поверхности и позволяет установить возможные произвольные элементы, обращение которых в нуль способствует упрощению результатов.

Эмиссия в ρ -режиме. Начнем рассмотрение с уравнения Пуассона и интеграла энергии в (23), а также уравнения сохранения тока из (24). Первый член в первой квадратной скобке в уравнении Пуассона имеет порядок $x^{-4/5}$, в то время как все остальные слагаемые в левой части – порядок x^0 и, таким образом, не участвуют в балансах вплоть до этого порядка. Приравнявая слагаемые порядка $x^{-4/5}$, используя интеграл энергии и определение плотности тока эмиссии, найдем выражения для первых коэффициентов разложений (17)

$$\rho_0 = \frac{2 \sin^2 \theta_{23}}{25 a_0^2 \delta_0^2} U_2^2, \quad 2\varphi_4 = U_2^2, \quad (35)$$

$$J = \rho_0 U_2; \quad U_2 = \left(\frac{25 a_0^2 \delta_0^2}{2 \sin^2 \theta_{23}} J \right)^{1/3}.$$

Следующая тройка соотношений позволяет выразить коэффициенты $\bar{U}_3, \bar{\varphi}_5, \bar{\rho}_1$ через \bar{a}_1 :

$$\bar{\rho}_1 + \bar{U}_3 = 0, \quad \bar{\varphi}_5 = 2\bar{U}_3, \quad \bar{\rho}_1 + \bar{a}_1 = \frac{5}{2} \left(\bar{\varphi}_5 - \frac{4}{5} \bar{a}_1 \right); \quad (36)$$

$$\bar{U}_3 = \frac{1}{2} \bar{a}_1, \quad \bar{\varphi}_5 = \bar{a}_1, \quad \bar{\rho}_1 = -\frac{1}{2} \bar{a}_1.$$

Уравнение для p_1 из (23) приводит к тому, что все функции в (36) обращаются в нуль

$$a_0 U_2 = 1, \quad \bar{a}_1 + \bar{U}_3 = 0, \quad (37)$$

$$\bar{a}_1 = \bar{U}_3 = \bar{\varphi}_5 = \bar{\rho}_1 = 0.$$

Рассмотрим первые коэффициенты разложения полной T и гауссовой K кривизны поверхности $x^1 = \text{const}$ из (15) в окрестности $x^1 = 0$:

$$\begin{aligned} T &= T_0 + T_1 x^{1/5} + \dots, \quad K = K_0 + \dots; \\ a_0 T_0 &= -\frac{3}{5} \frac{1}{\sin^2 \theta_{23}} (\bar{b}_3 + \bar{c}_3 - \bar{d}_3 \cos^2 \theta_{23}), \\ a_0 T_1 &= -\frac{4}{5} \frac{1}{\sin^2 \theta_{23}} (\bar{b}_4 + \bar{c}_4 - \bar{d}_4 \cos^2 \theta_{23}), \\ a_0^2 K_0 &= \frac{9}{25} \frac{1}{\sin^2 \theta_{23}} \left(\bar{b}_3 \bar{c}_3 - \frac{1}{4} \bar{d}_3 \cos^2 \theta_{23} \right). \end{aligned} \quad (38)$$

Главные кривизны κ_1, κ_2 связаны с T, K двумя соотношениями, включающими три функции $\bar{b}_3, \bar{c}_3, \bar{d}_3$. Не теряя общности, последнюю из них можно принять равной нулю

$$\bar{d}_3 \equiv 0. \quad (39)$$

Кривизны κ_1, κ_2 при этом определены формулами

$$\begin{aligned} a_0 \kappa_{1,2} &= -\frac{3}{10} \frac{1}{\sin^2 \theta_{23}} \times \\ &\times \left[(\bar{b}_3 + \bar{c}_3) \pm \sqrt{\bar{b}_3^2 + 2\bar{b}_3 \bar{c}_3 (1 - 2 \sin^2 \theta_{23}) + \bar{c}_3^2} \right]. \end{aligned} \quad (40)$$

Для функции δ из (8) получаем

$$\begin{aligned} \delta_0 &= \sin \theta_{23}, \quad \bar{\delta}_2 = -\frac{1}{2} \frac{1}{\sin^2 \theta_{23}} \left(\frac{f_0}{a_0 b_0} \right)^2, \\ \bar{\delta}_3 &= \frac{5}{3} a_0 T_0 \cos^2 \theta_{23} + 2\bar{\delta}_2, \\ \bar{\delta}_4 &= -\left(\frac{5}{4} a_0 T_1 + \bar{d}_4 \right) \cos^2 \theta_{23} + \\ &+ \left(2\bar{f}_2 + \bar{f}_1^2 - 2\bar{a}_2 \right) \bar{\delta}_2 - \frac{1}{2} \bar{\delta}_2^2. \end{aligned} \quad (41)$$

Функция U_2 принимает более простой вид

$$U_2 = \left(\frac{25}{2} J \right)^{1/5}. \quad (42)$$

Приравнивая в соотношениях из (23), (24) члены более высокого порядка малости, получаем системы уравнений для вычисления коэффициентов с возрастающими индексами. Уравнение Пуассона дает

$$\begin{aligned} \frac{9}{2} \bar{\varphi}_6 - 3(\bar{a}_2 + \bar{\delta}_2) &= \bar{\rho}_2 + \bar{a}_2 + \bar{\delta}_2, \\ 7\bar{\varphi}_7 - 4(\bar{a}_3 + \bar{\delta}_3 + \bar{b}_3 + \bar{c}_3) + 8 \frac{1}{\sin^2 \theta_{23}} (\bar{b}_3 + \bar{c}_3) &= \\ &= \bar{\rho}_3 + \bar{a}_3 + \bar{\delta}_3 + \bar{b}_3 + \bar{c}_3. \end{aligned} \quad (43)$$

Интеграл энергии порождает соотношения

$$\bar{\varphi}_6 = 2\bar{U}_4 + \bar{W}_3^2, \quad \bar{\varphi}_7 = 2\bar{U}_5 + 2\bar{W}_3 \bar{W}_4. \quad (44)$$

Уравнение сохранения тока приводит к следующим балансам:

$$\begin{aligned} \bar{\rho}_2 + \bar{U}_4 + \bar{\delta}_2 &= 0, \\ \bar{\rho}_3 + \bar{U}_5 + \bar{\delta}_3 + \bar{b}_3 + \bar{c}_3 &= 0. \end{aligned} \quad (45)$$

Второе уравнение для $\text{rot } \vec{P}$ из (25) связывает функции W_k и M_k :

$$\begin{aligned} -\frac{3}{5} \bar{W}_3 + \delta_0 \bar{M}_0 &= 0, \quad -\frac{4}{5} \bar{W}_4 + \delta_0 \bar{M}_1 = 0; \\ \bar{M}_0 &\equiv M_0 / U_2^2, \end{aligned} \quad (46)$$

в то время как третье уравнение служит для определения коэффициентов разложения элемента g_{12} :

$$\begin{aligned} \frac{3}{5} \left(\bar{W}_3 \cos \theta_{23} + \frac{f_0}{a_0 b_0} \right) + \delta_0 \bar{N}_0 &= 0, \\ \frac{4}{5} \left(\bar{W}_4 \cos \theta_{23} + \frac{f_0}{a_0 b_0} \bar{f}_1 \right) + \delta_0 \bar{N}_1 &= 0. \end{aligned} \quad (47)$$

Уравнение для $\text{div } \vec{H}$ позволяет выразить функции L_k через коэффициенты разложений компонент касательного к катоду магнитного поля с меньшими индексами

$$\begin{aligned} \frac{3}{5} b_0 c_0 \delta_0 L_3 + (a_0 c_0 \delta_0 M_0)_{,2} + (a_0 b_0 \delta_0 N_0)_{,3} &= 0, \\ \frac{4}{5} b_0 c_0 \delta_0 L_4 + (a_0 c_0 \delta_0 M_1)_{,2} + (a_0 b_0 \delta_0 N_1)_{,3} &= 0, \\ b_0 c_0 \delta_0 (L_5 + \bar{\delta}_2 L_3) + [a_0 c_0 \delta_0 (M_2 + M_0 (\bar{a}_2 + \bar{\delta}_2))]_{,2} + \\ &+ [a_0 b_0 \delta_0 (N_2 + N_0 (\bar{a}_2 + \bar{\delta}_2))]_{,3} = 0. \end{aligned} \quad (48)$$

Первое уравнение для $\text{rot } \vec{H}$ из (23) связывает компоненты M_0, N_0 на поверхности катода:

$$\begin{aligned} [c_0 (M_0 \cos \theta_{23} + N_0)]_{,2} - \\ - [b_0 (N_0 \cos \theta_{23} + M_0)]_{,3} &= b_0 c_0 \delta_0 \bar{J}, \end{aligned} \quad (49)$$

второе и третье уравнения образуют системы для определения коэффициентов M_k, N_k при известных L_k, f_k :

$$\begin{aligned} M_1 \cos \theta_{23} + N_1 &= 0, \quad M_2 \cos \theta_{23} + N_2 = 0, \\ (M_3 - \bar{b}_3 M_0) \cos \theta_{23} + N_3 + \bar{c}_3 N_0 &= 0; \\ N_1 \cos \theta_{23} + M_1 + \frac{f_0}{a_0 b_0} L_3 &= 0, \\ N_2 \cos \theta_{23} + M_2 + \frac{f_0}{a_0 b_0} (L_4 + \bar{f}_1 L_3) &= 0, \\ (N_3 - \bar{c}_3 N_0) \cos \theta_{23} + M_3 + \bar{b}_3 M_0 + \\ &+ \frac{f_0}{a_0 b_0} (L_5 - \bar{a}_2 L_3 + \bar{f}_1 L_4 + \bar{f}_2 L_3). \end{aligned} \quad (50)$$

Первое уравнение для $\text{rot}\vec{A}$ из (23) приводит к следующим равенствам:

$$L_0 = 0, \quad L_1 = L_2 = 0. \quad (51)$$

Обращение в нуль нормальной компоненты магнитного поля на катоде является условием реализации потенциального течения, на что впервые было указано в работе [11], где также отмечен факт старта частиц по нормали к эквипотенциальному катоду при нулевой начальной скорости.

Уравнение для p_1 в (23) связывает коэффициенты a_k, U_k :

$$a_0 U_2 = 1, \quad \bar{a}_2 + \bar{U}_4 = 0, \quad \bar{a}_3 + \bar{U}_5 = 0. \quad (52)$$

Компоненты векторного потенциала определены через скорость w на основании равенств $P_2 = P_3 = 0$

$$A_{20} = A_{21} = A_{22} = 0, \quad \frac{A_{23}}{U_2} + \frac{f_0}{a_0} + \frac{d_0}{c_0} \bar{W}_3 = 0; \quad (53)$$

$$A_{30} = A_{31} = A_{32} = 0, \quad \frac{A_{33}}{U_2} + c_0 \bar{W}_3 = 0.$$

Первое уравнение (48) может быть преобразовано следующим образом:

$$\frac{1}{a_0} L_3 = -\frac{5}{3} \left\{ \frac{1}{b_0} M_{0,2} + \frac{1}{c_0} N_{0,3} + \left[\frac{(\sin \theta_{23})_{,2}}{b_0 \sin \theta_{23}} - k_{21} - k_{22} \right] M_0 + \left[\frac{(\sin \theta_{23})_{,3}}{\sin \theta_{23}} - k_{31} - k_{32} \right] N_0 \right\}; \quad (54)$$

$$k_{21} = -\frac{a_{0,2}}{a_0 b_0}, \quad k_{22} = -\frac{c_{0,2}}{b_0 c_0}; \quad k_{31} = -\frac{a_{0,3}}{a_0 c_0},$$

$$k_{32} = -\frac{b_{0,3}}{b_0 c_0}.$$

Величины в формулах (54) имеют ясный геометрический или физический смысл: k_{21}, k_{22} и k_{31}, k_{32} — главные кривизны поверхностей $x^2 = \text{const}$ и $x^3 = \text{const}$ при $x^1 = 0$; $L_3/a_0, M_{0,2}/b_0, N_{0,3}/c_0$ — ортогональные проекции градиентов функций L, M, N на касательные к координатным осям при $x^1 = 0$; аналогичный смысл у агрегатов $(\sin \theta_{23})_{,2}/b_0, (\sin \theta_{23})_{,3}/c_0$.

Тождества Ляме служат для определения функций b_k, c_k, d_k , начиная с $k = 4$.

Разрешая последовательно уравнения (43)–(47) относительно искомых функций, имеем

$$\bar{W}_3 = \frac{5}{3} \sin \theta_{23} \bar{M}_0, \quad \bar{U}_4 = \frac{3}{14} \bar{\delta}_2 - \frac{9}{28} \bar{W}_3^2,$$

$$\bar{\Phi}_6 = \frac{3}{7} \bar{\delta}_2 + \frac{5}{14} \bar{W}_3^2, \quad \bar{\rho}_2 = -\frac{17}{14} \bar{\delta}_2 + \frac{9}{28} \bar{W}_3^2, \quad (55)$$

$$\bar{a}_2 = -\frac{3}{14} \bar{\delta}_2 + \frac{9}{28} \bar{W}_3^2, \quad \frac{f_0}{a_0 b_0} = -\frac{5}{3} \sin \theta_{23} \bar{H}_{n3},$$

$$\bar{\delta}_2 = -\frac{25}{18} \bar{H}_{n3}^2, \quad \bar{H}_{n3} = \bar{N}_0 + \bar{M}_0 \cos \theta_{23},$$

где H_{n3} — ортогональная проекция магнитного поля на касательную к оси x^3 .

Первая пара уравнений (50) относительно M_1, N_1 позволяет определить эти функции

$$M_1 = \frac{5}{3} \frac{1}{\sin \theta_{23}} L_3 \bar{H}_{n3}, \quad N_1 = -\frac{5}{3} \text{ctg} \theta_{23} L_3 \bar{H}_{n3}. \quad (56)$$

Следующая группа соотношений описывает параметры с возросшими на единицу индексами

$$\bar{W}_4 = \frac{25}{12} \bar{L}_3 \bar{H}_{n3}, \quad \bar{U}_5 = \frac{1}{3} a_0 T_0 - \frac{175}{72} \sin \theta_{23} \bar{L}_3 \bar{M}_0 \bar{H}_{n3},$$

$$\bar{\Phi}_7 = \frac{2}{3} a_0 T_0 + \frac{3}{5} \bar{W}_3 \bar{W}_4, \quad \bar{\rho}_3 = -\bar{U}_5 + \frac{5}{3} a_0 T_0, \quad (57)$$

$$\bar{a}_3 = -\bar{U}_5, \quad \bar{f}_1 = 0, \quad \bar{\delta}_3 = -\frac{5}{3} a_0 T_0 \cos^2 \theta_{23}.$$

Эмиссия в T-режиме. Главные члены, описывающие потенциал, скорость и действие вблизи катода при эмиссии, ограниченной температурой, определены формулами

$$\Phi = El, \quad u = \sqrt{2El}^{1/2}, \quad W = \int u dl = \frac{2}{3} \sqrt{2El}^{3/2}, \quad (58)$$

где E — электрическое поле при $x^1 = 0$. Выражения (56) позволяют вычислить коэффициент Φ_2 в асимптотике потенциала из (19):

$$l = \left(\frac{9}{8E} \right)^{1/3} W^{2/3}, \quad \Phi = \left(\frac{9E^2}{8} \right)^{1/3} W^{2/3}, \quad (59)$$

$$\Phi_2 = \left(\frac{9E^2}{8} \right)^{1/3}, \quad 2\Phi_2 = U_1^2, \quad \rho_0 = \frac{J}{U_1}, \quad a_0 = \frac{1}{U_1}.$$

Уравнения Пуассона, сохранения тока, интеграл энергии и равенство $p_1 = 1$ из (23) приводят к первой группе соотношений

$$\frac{1}{3} \Phi_2 \left(\bar{\Phi}_3 - \frac{2}{3} \bar{a}_1 \right) = a^2 \rho_0, \quad \bar{\rho}_1 + \bar{U}_2 = 0, \quad (60)$$

$$\bar{\Phi}_3 = 2\bar{U}_2, \quad \bar{a}_1 + \bar{U}_2 = 0,$$

разрешая которые относительно искомых функций, имеем

$$\bar{U}_2 = \frac{9}{4} \frac{J}{U_1^5}, \quad \bar{\Phi}_3 = 2\bar{U}_2, \quad \bar{\rho}_1 = -\bar{U}_2, \quad \bar{a}_1 = -\bar{U}_2. \quad (61)$$

Следующая система балансов принимает вид

$$\begin{aligned} & \frac{2}{3} \Phi_2 \left\{ \frac{4}{3} \bar{\Phi}_4 - \bar{a}_1 \bar{\Phi}_3 + \frac{2}{3} (-\bar{a}_2 + \bar{a}_1^2) + \right. \\ & \left. + \frac{2}{3} \left[\frac{1}{\sin^2 \theta_{23}} (\bar{b}_2 + \bar{c}_2) + \frac{1}{2} \left(\frac{f_0}{a_0 b_0} \right)^2 \right] \right\} = a_0^2 \rho_0 (\bar{a}_1 + \bar{\rho}_1), \\ & \bar{\rho}_2 + \bar{U}_3 + \bar{\rho}_1 \bar{U}_2 + \bar{b}_2 + \bar{c}_2 + \bar{\delta}_2 = 0, \\ & \bar{\Phi}_4 = 2\bar{U}_3 + \bar{U}_2^2 + \frac{3}{2} \tilde{\Phi}_2, \\ & \bar{a}_2 + \bar{U}_3 + \bar{a}_1 \bar{U}_2 + \tilde{\Phi}_2 = 0; \\ & \bar{\delta}_2 = - \left[\text{ctg}^2 \theta_{23} (\bar{b}_2 + \bar{c}_2) + \frac{1}{2} \left(\frac{f_0}{a_0 b_0} \right)^2 \right], \\ & \frac{1}{\sin^2 \theta_{23}} (\bar{b}_2 + \bar{c}_2) = -\frac{3}{2} a_0 T_0. \end{aligned} \quad (62)$$

Удовлетворяющие ей функции описываются формулами

$$\begin{aligned} \bar{U}_3 &= -\frac{9}{5} \bar{U}_2^2 + \frac{3}{10} a_0 T_0 - \frac{9}{40} \sin^2 \theta_{23} \bar{H}_{n3}^2 - \frac{4}{5} \tilde{\Phi}_2, \\ \bar{\Phi}_4 &= -\frac{13}{5} \bar{U}_2^2 + \frac{3}{5} a_0 T_0 - \frac{9}{20} \sin^2 \theta_{23} \bar{H}_{n3}^2 - \frac{1}{10} \tilde{\Phi}_2, \\ \bar{\rho}_2 &= \frac{14}{5} \bar{U}_2^2 + \frac{6}{5} a_0 T_0 + \frac{27}{20} \sin^2 \theta_{23} \bar{H}_{n3}^2 + \frac{4}{5} \tilde{\Phi}_2, \\ \bar{a}_2 &= \frac{14}{5} \bar{U}_2^2 - \frac{3}{10} a_0 T_0 + \frac{9}{40} \sin^2 \theta_{23} \bar{H}_{n3}^2 - \frac{1}{5} \tilde{\Phi}_2; \\ & \bar{H}_{n3} \equiv H_{n3} / U_1^2. \end{aligned} \quad (63)$$

Для продольного магнитного поля получаем

$$\begin{aligned} L_0 &= 0, \quad L_1 = 0, \quad \delta_0 = \sin \theta_{23}, \\ \frac{2}{3} b_0 c_0 \delta_0 L_2 + (a_0 c_0 \delta_0 M_0)_{,2} + (a_0 b_0 \delta_0 N_0)_{,3} &= 0, \\ b_0 c_0 \delta_0 L_3 + (a_0 c_0 \delta_0 M_1)_{,2} + (a_0 b_0 \delta_0 N_1)_{,3} &= 0. \end{aligned} \quad (64)$$

Функции M_0 , N_0 удовлетворяют уравнению (49), а для коэффициентов с индексами 1, 2 имеют место связи

$$\begin{aligned} \frac{d_0}{b_0} M_1 + c_0 N_1 &= 0, \quad b_0 M_1 + \frac{d_0}{c_0} N_1 = 0; \\ \frac{d_0}{b_0} M_2 + c_0 N_2 &= \frac{d_0}{b_0} \bar{b}_2 M_0 - c_0 \bar{c}_2 N_0, \\ b_0 M_2 + \frac{d_0}{c_0} N_2 &= -b_0 \bar{b}_2 M_0 + \frac{d_0}{c_0} \bar{c}_2 N_0. \end{aligned} \quad (65)$$

Из уравнений (64), (65) следуют выражения

$$\begin{aligned} M_1 &= N_1 = L_3 = 0, \\ M_2 &= -\frac{1 + \cos^2 \theta_{23}}{\sin^2 \theta_{23}} \bar{b}_2 M_0 + 2 \frac{\cos \theta_{23}}{\sin^2 \theta_{23}} \bar{c}_2 N_0, \\ N_2 &= 2 \frac{\cos \theta_{23}}{\sin^2 \theta_{23}} \bar{b}_2 M_0 - \frac{1 + \cos^2 \theta_{23}}{\sin^2 \theta_{23}} \bar{c}_2 N_0. \end{aligned} \quad (66)$$

Коэффициенты разложений элемента g_{12} и компоненты скорости w описываются формулами

$$\begin{aligned} \frac{f_0}{a_0 b_0} &= -\frac{3}{2} \sin \theta_{23} \bar{H}_{n3}, \quad \bar{f}_1 = -\frac{8}{3} \bar{U}_2; \\ \bar{W}_2 &= \frac{3}{2} \sin \theta_{23} \bar{M}_0, \quad \bar{W}_3 = -\sin \theta_{23} \bar{U}_2 \bar{M}_0, \\ \bar{M}_0 &\equiv M_0 / U_1^2. \end{aligned} \quad (67)$$

Формулы (58)–(67) определяют локальное решение геометризованных уравнений при эмиссии в T -режиме.

5. ДЕКОМПОЗИЦИЯ УРАВНЕНИЙ ОСЕСИММЕТРИЧНОГО ПУЧКА

Уравнения геометризованной теории в l -варианте удалось представить [1, 2] в виде соотношения на трубке тока, формально имеющего вид обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка относительно функции $h_2(x^1)$, в которое поперечная координата x^2 входит как параметр, и системы уравнений первого порядка, выражающих частные производные по x^2 от физических и геометрических параметров пучка через информацию на базовой трубке тока. Тем самым появляется возможность синтеза непараксиальных потоков либо за счет сращивания решения в нескольких узких полосах вблизи поверхности $x^2 = 0$, либо в результате построения высших приближений теории, приводящего к фрагментам тэйлоровских разложений параметров пучка по x^2 .

Как первая, так и вторая группы связей выписаны для произвольного значения элемента g_{12} метрического тензора, который в l -варианте теории имеет локальный характер и назначается, исходя из соображений регуляризации решения, обеспечивающей выполнение условий термоэмиссии на стартовой поверхности.

В силу сказанного исходным материалом для декомпозиции уравнений в W -варианте теории являются формулы l -варианта, которые необходимо подвергнуть модификациям, связанным с новым подходом.

Соотношение на трубке тока для потенциальных течений имеет вид

$$\begin{aligned} & \frac{(1 + \tilde{\Phi})u^2}{\sin \theta_{12}} \times \\ & \times \left\{ \frac{1}{h_1} \left(\frac{h_{2,1}}{h_1} \right)_{,1} - h_2 \left(\frac{\theta_{12,1}}{h_1} \right)^2 - \frac{\cos \theta_{12}}{h_1} \left[\frac{1}{h_1} \left(\frac{g_{12}}{h_1} \right)_{,1,1} \right] \right\} = \\ & = \frac{1}{h_1} (h_2 \sin \theta_{12})_{,1} \times \\ & \times \left[-\frac{\Phi_{,1}}{h_1} + (1 + \tilde{\Phi}) k_2 \operatorname{tg} \theta w^2 + 2wM \sin \theta_{12} \right] - \\ & - wM \sin^2 \theta_{12} \frac{h_{2,1}}{h_1} + h_2 \sin \theta_{12} \times \\ & \times \left[-2(1 + \tilde{\Phi}) (k_1^2 u^2 + k_2^2 w^2) + \right. \\ & + (1 + \tilde{\Phi}) k_1 k_2 (u^2 + w^2) + k_2 \operatorname{tg} \theta \frac{\Phi_{,1}}{h_1} - \frac{1}{h_1} \left(\frac{\Phi_{,1}}{h_1} \right)_{,1} - \\ & - 2(k_1 u N - k_2 w H_{n1}) - \frac{1}{1 + \tilde{\Phi}} (N^2 + H_{n1}^2) + \\ & + w \sin \theta_{12} \frac{M_{,1}}{h_1} + \frac{1}{1 + \tilde{\Phi}} \tilde{E}_v^2 \left. \right] + \frac{h_{20} h_{30} J}{h_3 (1 + \tilde{\Phi})^2 u}, \\ & E_v = (1 + \tilde{\Phi}) (k_1 u^2 + k_2 w^2) + uN - wH_{n1}, \\ & H_{n1} = L + M \cos \theta_{12}, \quad k_2 = -\cos \theta / h_3, \end{aligned} \quad (68)$$

где k_1, k_2 – главные кривизны трубки тока, причем k_2 отвечает за осесимметричность; H_{n1} – ортогональная проекция магнитного поля на касательную к оси x^1 ; E_v – нормальное электрическое поле на трубке тока; θ – угол наклона образующей трубки тока к продольной декартовой оси z .

Часть эволюционной системы, относящаяся к геометрическим величинам, описывается формулами

$$\begin{aligned} z_{,2} &= h_2 \cos \vartheta, \quad R_{,2} = h_2 \sin \vartheta, \quad \vartheta = \theta + \theta_{12}, \\ \theta_{,2} &= \frac{1}{\sin \theta_{12}} \frac{h_{2,1}}{h_1} + h_2 \cos \theta_{12} k_1 - \frac{\operatorname{ctg} \theta_{12}}{h_1} \left(\frac{g_{12}}{h_1} \right)_{,1}, \\ h_{1,2} &= -h_1 h_2 \sin \theta_{12} k_1 + \left(\frac{g_{12}}{h_1} \right)_{,1}, \\ k_{1,2} &= h_2 \cos \theta_{12} \frac{k_{1,1}}{h_1} + h_2 \sin \theta_{12} k_1^2 + \\ & + \frac{1}{\sin \theta_{12}} \left\{ \frac{1}{h_1} \left(\frac{h_{2,1}}{h_1} \right)_{,1} - \right. \\ & \left. - h_2 \left(\frac{\theta_{12,1}}{h_1} \right)^2 - \frac{\cos \theta_{12}}{h_1} \left[\frac{1}{h_1} \left(\frac{g_{12}}{h_1} \right)_{,1,1} \right] \right\}, \\ k_{2,2} &= -k_2 \operatorname{tg} \theta \times \\ & \times \left\{ h_2 \cos \theta_{12} k_1 + \frac{1}{\sin \theta_{12}} \left[\frac{h_{2,1}}{h_1} - \frac{\cos \theta_{12}}{h_1} \left(\frac{g_{12}}{h_1} \right)_{,1} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (69)$$

Поперечные производные от физических параметров потока с учетом особенностей W -представления определены выражениями

$$\begin{aligned} \Phi_{,2} &= h_2 E, \quad E = \sin \theta_{12} E_v + \cos \theta_{12} \frac{\Phi_{,1}}{h_1}, \\ p_{u,2} &= -\frac{h_{1,2}}{h_1^2}, \quad p_{w,2} = -h_2 (p_w \sin \vartheta + h_3 \sin \theta_{12} L). \end{aligned} \quad (70)$$

Производная $E_{v,2}$ легко получается из определения нормального поля и приведенных уравнений эволюционной системы. Для компонент магнитного поля имеем

$$\begin{aligned} (h_1 H_{n1})_{,2} &= (h_2 H_{n2})_{,1} - (h_2 h_3)_0 \tilde{J} \frac{h_1 w}{h_3 u}, \\ (\sin \theta_{12} M)_{,2} &= -\left(\frac{h_{1,2}}{h_1} + \frac{h_{3,1}}{h_3} \right) (\sin \theta_{12} M) - \\ & - \frac{1}{h_1 h_3} (h_2 h_3 \sin \theta_{12} L)_{,1}, \\ (h_3 N)_{,2} &= (h_2 h_3)_0 \tilde{J}; \quad h_{3,1} = h_1 \sin \theta. \end{aligned} \quad (71)$$

Принципиальное отличие рассматриваемой модели от l -варианта состоит в том, что недиагональный элемент метрического тензора g_{12} является искомой функцией, лишенной статуса локальности. В l -представлении азимутальная скорость w при $x^2 = 0$ описывается уравнением первого порядка, не зависящим от соотношения на трубке тока, и определена компонентой M магнитного поля. В W -варианте теории задание продольного импульса p_u при $x^2 = 0$ приводит к выражению для функции h_1

$$h_1 = 1 / [(1 + \tilde{\Phi}) u] \quad (72)$$

и связывает в систему три уравнения: соотношение на трубке тока, уравнение для изменения азимутального импульса p_w в продольном направлении (второе уравнение (32))

$$p_{w,1} = h_1 \sin \theta_{12} M - \frac{h_1}{h_3} \sin \theta p_w \quad (73)$$

и трансформированное уравнение из (32), описывающее эволюцию функции g_{12} :

$$\left(\frac{g_{12}}{h_1} \right)_{,1} = -\frac{h_1 h_2}{1 + \tilde{\Phi}} \left[\left(\frac{1 + \tilde{\Phi}}{h_1} \right)_{,1} \cos \theta_{12} + h_1 \sin \theta_{12} N \right]. \quad (74)$$

При известных компонентах импульса потенциал определен выражением

$$\Phi = \sqrt{1 + p_u^2 + p_w^2} - 1, \quad (75)$$

которое путем дифференцирования по x^1 может быть преобразовано в уравнение для $\Phi_{,1}$ при $x^2 = 0$.

Встречающиеся в уравнениях (68)–(71) производные от g_{12} , θ_{12} , $\sin \theta_{12}$, $\cos \theta_{12}$ исключим при помощи соотношений, следующих из формулы (74):

$$\begin{aligned}
 (\cos \theta_{12})_{,1} &= -\sin \theta_{12} \theta_{12,1}, \quad (\sin \theta_{12})_{,1} = \cos \theta_{12} \theta_{12,1}, \\
 \theta_{12,1} &= \frac{1}{h_2 \sin \theta_{12}} \left[\cos \theta_{12} h_{2,1} - \left(\frac{g_{12}}{h_1} \right)_{,1} \right], \\
 N_{,1} &= h_1 k_2 \operatorname{tg} \theta N, \\
 \left[\frac{1}{h_1} \left(\frac{g_{12}}{h_1} \right)_{,1} \right]_{,1} &= \left(\frac{h_{2,1}}{h_2} - \frac{\tilde{\Phi}_{,1}}{1 + \tilde{\Phi}} \right) \frac{1}{h_1} \left(\frac{g_{12}}{h_1} \right)_{,1} - \\
 &\quad - \frac{h_2}{1 + \tilde{\Phi}} \left\{ \left(\frac{1 + \tilde{\Phi}}{h_1} \right)_{,1} \cos \theta_{12} + \right. \\
 &\quad \left. + \left[-\sin \theta_{12} \left(\frac{1 + \tilde{\Phi}}{h_1} \right)_{,1} + h_1 \cos \theta_{12} N \right] \theta_{12,1} + \right. \\
 &\quad \left. + \sin \theta_{12} N \left(h_{1,1} + h_1^2 k_2 \operatorname{tg} \theta \right) \right\}. \quad (76)
 \end{aligned}$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе представлен третий вариант геометризованной теории, описывающей плотные потенциальные релятивистские электронные пучки при использовании в качестве продольной координаты действия (потенциала обобщенного импульса). Для двумерных потоков проведена декомпозиция уравнений пучка, которые представлены как соотношение на трубке тока $x^2 = \text{const}$, связывающее функции продольной координаты x^1 , и система эволюционных уравнений. Первое имеет вид обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка относительно элемента g_{22} метрического тензора ($h_2 = \sqrt{g_{22}}$), в которое координата x^2 входит как параметр; вторая выражает частные производные по поперечной координате x^2 от геометрических и физических параметров потока через известную информацию на базовой трубке тока $x^2 = 0$.

Подобное представление открывает возможность синтеза непараксиальных пучков либо сшиванием решения в нескольких узких полосах, либо при формулировке фрагментов рядов Тэйлора по поперечной координате в высших приближениях теории.

Как и в φ -формализме (потенциал электрического поля в качестве продольной координаты), модель описывается существенно нелинейными дифференциальными соотношениями на трубке тока в неортогональной системе координат в отличие от первого l -варианта теории (продольная координата – произвольная функция длины дуги образующей трубки тока), где неортогональность координат и нелинейность уравнений носили локальный характер.

Использование как потенциала, так и действия для отсчета в продольном направлении меняет структуру исходных уравнений пучка (в φ -варианте уравнение Пуассона становится уравнением первого порядка) и по этой причине не эквивалентно переходу от одной криволинейной системы координат к другой.

Можно предположить, что эффект повышения точности приближенного решения при использовании φ -формализма [3] связан с нелинейным характером уравнений модели.

Определение первых коэффициентов антипараксиальных разложений в W -варианте путем обращения к известным результатам l -представления возможно только в непосредственной близости к катоду, где действие определяется продольной компонентой импульса в силу локально одномерного характера течения. Антипараксиальные разложения W -модели не переходят в разложения l -варианта, как и сами два этих подхода.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сыровой В.А. Теория интенсивных пучков заряженных частиц. М.: Энергоатомиздат, 2004.
2. Syrovoy V.A. Theory of Intense Beams of Charged Particles. US: Elsevier, 2011.
3. Сапронова Т.М., Сыровой В.А. // РЭ. 2010. Т. 55. № 6. С. 726.
4. Сыровой В.А. // РЭ. 2013. Т. 58. № 6. С. 614.
5. Сыровой В.А. // РЭ. 2017. Т. 62. № 5. С. 502.
6. Сыровой В.А. // РЭ. 2019. Т. 64. № 1. С. 82.
7. Сыровой В.А. // РЭ. 1998. Т. 43. № 2. С. 232.
8. Акимов П.И., Гаврилин А.А., Никитин А.П. и др. // РЭ. 2018. Т. 63. № 11. С. 1303.
9. Гамаюнов Ю.Г., Патрушева Е.В., Тореев А.И., Шаталова С.А. // РЭ. 2008. Т. 53. № 3. С. 344.
10. Гамаюнов Ю.Г., Патрушева Е.В. // РЭ. 2017. Т. 62. № 11. С. 1126.
11. Gabor D. // Proc. IRE. 1945. V. 33. № 11. P. 792.