# СОДЕРЖАНИЕ

# Том 66, номер 9, 2021

Институту радиотехнических и телекоммуникационных систем — 50 лет	
А. С. Сигов	835
ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН	
Повышение эффективности проекционных моделей полосковых линий	
А. Н. Коваленко, А. Д. Ярлыков	837
Обоснование использования профилирующих функций для эффективной постановки задач синтеза слоистых диэлектрических фильтров	
Ю. И. Худак, Д. В. Парфенов	845
Угловое сверхразрешение в двумерных задачах радиолокации	
Б. А. Лаговский	853
АНТЕННО-ФИЛЕРНЫЕ СИСТЕМЫ	
Частотная зависимость направленности выходного излучения плазменного релятивистского сверхвысокочастотного генератора	
Д. А. Сайфулин, С. Е. Андреев, Н. Н. Богачев, Н. Г. Гусейн-заде	859
СТАТИСТИЧЕСКАЯ РАДИОФИЗИКА	
Радиолокационные отражения от ясного неба в диапазоне 35 ГГц	
В. В. Стерлядкин, К. В. Куликовский, В. М. Калмыков, Д. В. Ермилов	863
ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ	
Регистрация финитных радиоизображений в сигнальном радиовидении субнаносекундного разрешения	
М. С. Костин, Д. С. Воруничев	872
Некогерентный прием сигналов с внутрисимвольной псевдослучайной перестройкой рабочей частоты с мажоритарным сложением субсимволов	
А. А. Парамонов, Ю. И. Худак, З. Хоанг Ван	884
ЭЛЕКТРОНИКА СВЧ	
Новые материалы и структуры для эффективной терагерцовой спектроскопии	
Е. Д. Мишина, А. М. Буряков, Д. С. Пономарев	891

901

Расширенные форматы однополосной модуляции интенсивности света

А. А. Задерновский, В. В. Щербаков, А. Ф. Солодков

# ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРАХ

Энергетическая эффективность зарядового насоса	
В. П. Бабенко, В. К. Битюков	907
Искусственные нейронные сети в задаче классификации дефектов электронных устройств	
Л. К. Х. Фам, К. И. Бушмелева, А. С. Увайсова, С. У. Увайсов	919

# НОВЫЕ РАДИОЭЛЕКТРОННЫЕ СИСТЕМЫ И ЭЛЕМЕНТЫ

Математическое моделирование телеметрического глубоководного канала передачи информации

А. А. Абдуханов, А. И. Стариковский, О. В. Тихонова

927

# ИНСТИТУТУ РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ И ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ – 50 ЛЕТ

<sup>а</sup>МИРЭА— Российский технологический университет, просп. Вернадского, 78, Москва, 119454 Российская Федерация <sup>b</sup>Центральное конструкторское бюро аппаратостроения, ул. Демонстрации, 36, Тула, 300034 Российская Федерация

DOI: 10.31857/S0033849421090187



Уважаемые читатели журнала "Радиотехника и электроника"!

Выпуск данного номера журнала — результат научной работы сотрудников одного из старейших радиотехнических факультетов вузов Москвы, преобразованного в Институт радиотехнических и телекоммуникационных систем (РТС) "МИРЭА — Российского технологического университета".

7 сентября 2021 года Институт РТС празднует 50-летний юбилей непрерывной образовательной и научно-практической деятельности в области радиотехники и радиосвязи, радиоэлектронных систем и радиоволновых технологий, спутниковой картографии, радиолокации и радионавигации, проектирования и производства радиоэлектронных средств.

В основу профориентационной деятельности института, как и всего университета в целом, заложен основополагающий концептуальный принцип взаимодействия "ВУЗ–базовая кафедра–базовое предприятие", что является актуальным для развития отраслевой экономики страны в целом. Динамично развивающаяся структура Института РТС насчитывает сегодня 11 внутренних кафедр и 10 базовых кафедральных подразделений, созданных при отраслевых и академических научно-исследовательских институтах, концернах, холдингах и передовых предприятиях оборонно-промышленного комплекса, и имеет самые передовые учебно-научные мегалаборатории. Институт РТС активно развивает научно-практическое и образовательное взаимодействие с более чем 50 предприятиями-партнерами радиоэлектронного сектора, непрерывно расширяя индустриальное сотрудничество.

Ежегодно Институт РТС открывает новые и совершенствует действующие образовательные программы подготовки инженерных кадров для современного экономического сектора радиоэлектронной отрасли страны. Научно-практический потенциал профессорско-преподавательского состава института сегодня обеспечивает непрерывную подготовку высококлассных специалистов, работы которых получают признание в России и на международном научном пространстве.

Президент РТУ МИРЭА, академик РАН

А. С. Сигов

### ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 621.372.8

# ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРОЕКЦИОННЫХ МОДЕЛЕЙ ПОЛОСКОВЫХ ЛИНИЙ

© 2021 г. А. Н. Коваленко<sup>*a*</sup>, А. Д. Ярлыков<sup>*a*</sup>, \*

<sup>а</sup>МИРЭА — Российский технологический университет, просп. Вернадского, 78, Москва, 119454 Российская Федерация \*E-mail: yarlykov@mirea.ru Поступила в редакцию 16.09.2020 г. После доработки 16.09.2020 г.

Принята к публикации 04.02.2021 г.

Представлены матричные коэффициенты проекционных моделей полосковых линий, полученных с использованием чебышевского базиса, в виде суммы бесконечных медленно и быстро сходящихся рядов. Медленно сходящиеся ряды просуммированы и преобразованы в быстро сходящиеся степенные ряды. Установлен диагональный характер матрицы коэффициентов, позволяющий получить асимптотическое решение бесконечной системы линейных алгебраических уравнений. Приведены численные результаты, подтверждающие эффективность использования полученных представлений для медленно сходящихся рядов при построении проекционных моделей полосковых линий.

DOI: 10.31857/S0033849421090084

#### введение

При построении проекционных моделей полосковых линий различного типа (микрополосковой, компланарной, щелевой и др.) граничная задача электродинамики сводится к системе интегральных уравнений относительно плотности тока на полосковых проводниках, или напряженности электрического поля в щелях. Решая ее проекционным методом, получаем бесконечную систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) относительно коэффициентов разложения плотности тока, или поля по выбранной системе базисных функций. Эта система решается методом редукции и называется проекционной моделью исходной электродинамической задачи. Таким образом, процедура получения СЛАУ носит формальный характер. Сходимость проекционных разложений к точному решению задачи требует специального исследования и доказательства. Если строгое доказательство провести не удается, то проводится численное исследование сходимости от порядка СЛАУ. Точность решения и скорость сходимости существенно зависят от выбора системы базисных функций и их числа – К, а также от точности вычисления матричных коэффициентов. В работе [1] при построении проекционной модели экранированной микрополосковой линии впервые в качестве базисных функций использованы полиномы Чебышева с весовыми функциями, учитывающими в явном виде краевые особенности решения. В [2] получено асимптотическое решение бесконечной СЛАУ для микрополосковой линии в многослойной диэлектрической среде, что позволило теоретически установить быструю сходимость разложений плотности тока по чебышевскому базису и возможность решения бесконечной СЛАУ методом редукции. Для одиночной полосковой линии порядок редуцированной СЛАУ – К не превышает пяти в широком диапазоне изменения параметров. Но для достижения высокой точности решения необходимо также обеспечить высокую точность вычисления матричных коэффициентов СЛАУ, представленных в виде медленно сходящихся рядов. При непосредственном их вычислении нужно учитывать до 10 тысяч членов для одиночной линии, а для близко расположенных связанных линий трудно получить численные результаты с погрешностью менее 1% даже при учете до 50 тысяч членов. Эффективность проекционных моделей полосковых линий можно существенно повысить путем улучшения сходимости рядов для матричных коэффициентов. В [1] изложена методика улучшения сходимости этих рядов и получены выражения для матричных коэффициентов в виде быстро сходящихся рядов для экранированной микрополосковой линии с симметричным расположением полоскового проводника относительно боковых стенок экрана. В настоящей статье получены интегральные представления для медленно сходярядов, через которые определяются шихся асимптотические выражения матричных коэффициентов полосковых линий различного типа. Эти представления позволяют преобразовать выражения для матричных коэффициентов в быстро сходящиеся ряды и существенно повысить эффективность проекционных моделей полосковых линий, построенных с использованием чебышевского базиса.

#### 1. ОБЩИЕ ВЫРАЖЕНИЯ ДЛЯ МАТРИЧНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПРОЕКЦИОННЫХ МОДЕЛЕЙ ПОЛОСКОВЫХ ЛИНИЙ

При построении проекционных моделей полосковых линий с использованием чебышевского базиса матричные коэффициенты имеют вид

$$A_{kn}(\alpha) = \sum_{m=1}^{\infty} A_m J_k(m\alpha) J_n(m\alpha) f_m(\beta),$$

где  $A_m$  – известные коэффициенты, зависящие от параметров линий,  $f_m(\beta) = 0.5(1 \pm \cos(2m\beta))$  при четных значениях чисел k + n,  $f_m(\beta) = 0.5\sin(2m\beta)$ при нечетных значениях чисел k + n,  $J_k(m\alpha) - функ$ ция Бесселя,  $\alpha = \frac{\pi}{2} \frac{W}{a}$ ,  $\beta = \alpha \left(1 + \frac{S}{W}\right)$ , W – ширина полосковых проводников или щелей, S – расстояние между ними.

Представим выражение для матричных коэффициентов в виде

$$A_{kn}(\alpha) = \sum_{m=1}^{\infty} (A_m - A_m^{\infty}) J_k(m\alpha) J_n(m\alpha) f_m(\beta) +$$

$$+ \sum_{m=1}^{\infty} A_m^{\infty} J_k(m\alpha) J_n(m\alpha) f_m(\beta),$$
(1)

где  $A_m^{\infty} = C/m$  — асимптотические выражения коэффициентов  $A_m$  при  $m \to \infty$ .

Таким образом, выражения для матричных коэффициентов проекционных моделей полосковых линий различного типа, полученных с использованием чебышевского базиса, можно представить в виде суммы двух бесконечных рядов, один из которых быстро сходится (коэффициенты в круглых скобках убывают как  $1/m^3$  при  $m \to \infty$ ), а второй медлению сходящийся определяется нерез

рой, медленно сходящийся, определяется через функции  $R_{kn}(\alpha)$ ,  $F_{kn}(\alpha,\beta)$  и  $E_{kn}(\alpha,\beta)$ :

$$R_{kn}(\alpha) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m} J_k(m\alpha) J_n(m\alpha),$$
  

$$k + n - \text{четные числа}$$
  

$$F_{kn}(\alpha, \beta) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\cos(2m\beta)}{m} J_k(m\alpha) J_n(m\alpha),$$
  

$$k + n - \text{четные числа}$$
  

$$E_{kn}(\alpha, \beta) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\sin(2m\beta)}{m} J_k(m\alpha) J_n(m\alpha),$$
  

$$k + n - \text{чечетные числа}.$$
(2)

В [1] получено интегральное представление для функции  $R_{kn}(\alpha)$ :

$$R_{kn}(\alpha) = -\frac{4}{\pi^2} \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} \cos[(k-n)\Theta] \cos[(k+n)\Phi] \times \\ \times \ln\left(2\sin\frac{u}{2}\right) d\Theta d\Phi, \quad u = 2\alpha\cos\Theta\sin\phi$$
(3)

Используя интегральные представления для функций Бесселя и их произведений, можно получить следующие интегральные представления для функций  $F_{kn}(\alpha,\beta)$  и  $E_{kn}(\alpha,\beta)$  (см. Приложение):

$$F_{kn}(\alpha,\beta) = R_{kn}(2\alpha) - R_{kn}(\alpha) - \frac{4}{\pi^2} \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} \cos[(k-n)\theta] \cos[(k+n)\phi] \times$$
(4)  
 
$$\times \left[ \ln(\sin\beta) + \frac{1}{2} \ln\left(1 - tg^2 \frac{u}{2} / tg^2\beta\right) \right] d\theta d\phi.$$
  

$$E_{kn}(\alpha,\beta) = \frac{2}{\pi^2} \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} \cos[(k-n)\theta] \sin[(k+n)\phi] \times$$
(5)  

$$\times \ln\left[\frac{1 + tg(u/2) / tg\beta}{1 - tg(u/2) / tg\beta}\right] d\theta d\phi.$$

Разлагая в (3) синус в степенной ряд и вычисляя интеграл, получим разложение функции  $R_{kn}(\alpha)$  в быстро сходящийся степенной ряд [1], который можно представить в виде

$$\begin{split} R_{kn}(\alpha)|_{k\neq n} &= (-1)^{\frac{k+n}{2}} \sum_{\nu=\frac{k+n}{2}}^{\infty} S_{2\nu} \frac{1}{\nu} \left[ \frac{(2\nu-1)!!}{(2\nu)!!} \right]^2 \times \\ &\times \frac{\nu(\nu-1)...\left(\nu+1-\frac{k+n}{2}\right)}{(\nu+1)(\nu+2)...\left(\nu+\frac{k-n}{2}\right)} \times \\ &\times \frac{\nu(\nu-1)...\left(\nu+1-\frac{|k-n|}{2}\right)}{(\nu+1)(\nu+2)...\left(\nu+\frac{|k-n|}{2}\right)} \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{2\nu}, \\ R_{kk}(\alpha)|_{k\neq 0} &= \frac{1}{2k} + (-1)^k \sum_{\nu=k}^{\infty} S_{2\nu} \frac{1}{\nu} \left[ \frac{(2\nu-1)!!}{(2\nu)!!} \right]^2 \times \\ &\times \frac{\nu(\nu-1)...(\nu+1-k)}{(\nu+1)(\nu+2)...(\nu+k)} \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{2\nu}, \\ R_{00}(\alpha) &= \ln \frac{2}{\alpha} + \sum_{\nu=1}^{\infty} S_{2\nu} \frac{1}{\nu} \left[ \frac{(2\nu-1)!!}{(2\nu)!!} \right]^2 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{2\nu}, \\ S_{2\nu} &= \sum_{p=1}^{\infty} \frac{1}{p^{2\nu}} = \frac{2^{2\nu} \pi^{2\nu}}{2(2\nu)!} |B_{2\nu}|, \\ B_{2\nu} &= \text{числа Бернулли} \left( B_2 = \frac{1}{2}, B_4 = -\frac{1}{1-2}, \ldots \right) \end{split}$$

где  $B_{2\nu}$  – числа Бернулли  $\left(B_2 = \frac{1}{6}, B_4 = -\frac{1}{30}, \ldots\right)$ .

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА том 66 № 9 2021

Из полученных выражений видно, что ряд быстро сходится и при расчете функции  $R_{kn}(\alpha)$  в нем достаточно учесть несколько первых членов. При больших размерах экрана ( $\alpha \ll 1$ ) этот ряд близок к нулю, и в этом случае при моделировании неэкранированных полосковых структур можно положить

$$R_{kn}(\alpha) = 0 \quad \text{при} \quad k \neq n \quad \mu$$

$$R_{kn}(\alpha) = \begin{cases} \ln \frac{2}{\alpha} \quad \text{при} \quad k = n = 0 \\ \frac{1}{2k} \quad \text{при} \quad k = n \end{cases}$$
(3')

Выражение (3') можно получить из выражения (3), полагая в нем  $\sin(u/2) \approx u/2$ . Полагая в выражениях (4), (5)  $tg(u/2) \approx u/2$  и разлагая лога-

рифмы в степенные ряды, после интегрирования получим следующие выражения для функций  $F_{kn}(\alpha,\beta)$  и  $E_{kn}(\alpha,\beta)$ при  $\alpha \ll 1$ :

$$\begin{split} F_{kn}(\alpha,\beta)|_{k\neq n} &= \frac{1}{2}(-1)^{\frac{k+n}{2}} \sum_{v=\frac{k+n}{2}}^{\infty} \frac{1}{v} \left[ \frac{(2v-1)!!}{(2v)!!} \right]^{2} \frac{v(v-1)...\left(v+1-\frac{k+n}{2}\right)}{(v+1)(v+2)...\left(v+\frac{k+n}{2}\right)} \times \\ &\times \frac{v(v-1)...\left(v+1-\frac{|k-n|}{2}\right)}{(v+1)(v+2)...\left(v+\frac{|k-n|}{2}\right)} \left( \frac{\alpha}{\mathrm{tg}\beta} \right)^{2v}, \end{split}$$
(4')  
$$F_{kk}(\alpha,\beta)|_{k\neq 0} &= \frac{1}{2}(-1)^{k} \sum_{v=k}^{\infty} \frac{1}{v} \left[ \frac{(2v-1)!!}{(2v)!!} \right]^{2} \frac{v(v-1)...\left(v+1-k\right)}{(v+1)(v+2)...\left(v+k\right)} \left( \frac{\alpha}{\mathrm{tg}\beta} \right)^{2v}, \end{aligned}$$
$$F_{00}(\alpha,\beta) &= -\ln(2\sin\beta) + \frac{1}{2} \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{v} \left[ \frac{(2v-1)!!}{(2v)!!} \right]^{2} \left( \frac{\alpha}{\mathrm{tg}\beta} \right)^{2v}. \end{aligned}$$
$$F_{kn}(\alpha,\beta)|_{n\neq k+1} &= (-1)^{\frac{k+n-1}{2}} \sum_{v=\frac{k+n+1}{2}}^{\infty} \frac{1}{2v-1} \frac{v+\frac{k-n+1}{2}}{v+\frac{|k-n+1|}{2}} \left[ \frac{(2v-1)!!}{(2v)!!} \right]^{2} \times \\ &\times \frac{v(v-1)...\left(v-\frac{k+n-1}{2}\right)}{v(v+1)...\left(v+\frac{k-n+1}{2}\right)} \frac{v(v-1)...\left(v-\frac{k}{2}\right)}{v(v+1)...\left(v+\frac{k-n+1}{2}\right)} \left( \frac{\alpha}{\mathrm{tg}\beta} \right)^{2v-1}, \end{aligned}$$
(5')  
$$E_{k(k+1)}(\alpha,\beta)|_{k\neq 0} &= (-1)^{k} \sum_{v=k+1}^{\infty} \frac{1}{2v-1} \left[ \frac{(2v-1)!!}{(2v)!!} \right]^{2} \frac{v(v-1)...\left(v-k\right)}{v(v+1)...\left(v+k\right)} \left( \frac{\alpha}{\mathrm{tg}\beta} \right)^{2v-1}, \end{aligned}$$
(5')

### 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАТРИЧНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПРОЕКЦИОННОЙ МОДЕЛИ КОМПЛАНАРНОЙ ПОЛОСКОВОЙ ЛИНИИ

Для компланарной полосковой линии, проекционная модель которой построена в [3], медленно сходящиеся ряды для матричных коэффици-

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА том 66 № 9 2021

ентов определяются через функции  $R_{kn}(\alpha)$ ,  $F_{kn}(\alpha, \beta)$  и  $E_{kn}(\alpha, \beta)$  по формулам

$$S_{ql}(\alpha,\beta) = \frac{1}{2} \left( R_{(2q)(2l)}(\alpha) - F_{(2q)(2l)}(\alpha,\beta) \right),$$

$$P_{ql}(\alpha,\beta) = \frac{1}{2} \left( R_{(2q-1)(2l-1)}(\alpha) + F_{(2q-1)(2l-1)}(\alpha,\beta) \right),$$

$$Q_{ql}(\alpha,\beta) = \frac{1}{2} E_{(2q)(2l-1)}(\alpha,\beta), \quad \alpha = \frac{\pi W}{2a},$$

$$\beta = \alpha(1 + S/W).$$
(6)



**Рис. 1.** Поперечное сечение компланарной полосковой линии: W – ширина полосковых проводников, S – расстояние между ними, h – толщина подложки,  $\varepsilon$  – относительная диэлектрическая проницаемость подложки,  $b_1$  – расстояние от подложки до нижнего экрана, 2a, b – размеры экрана;  $a \ll W + S$ ,  $a \gg h$ ,  $b \gg h$ ,  $b_1 \gg h$ .

Поперечное сечение компланарной полосковой линии показано на рис. 1.

Используя (3')–(5'), получим выражения для функций  $S_{ql}(\alpha,\beta)$ ,  $P_{ql}(\alpha,\beta)$ ,  $Q_{ql}(\alpha,\beta)$  в виде быстро сходящихся рядов:

$$S_{ql}(\alpha,\beta)|_{q\neq l} = -\frac{1}{2}F_{(2q)(2l)}(\alpha,\beta),$$

$$S_{qq}(\alpha,\beta)|_{q\neq 0} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{4q} - F_{(2q)(2l)}(\alpha,\beta)\right),$$

$$S_{00}(\alpha,\beta) = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{4\sin\beta}{\alpha}\right) - \frac{1}{4}\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{1}{\nu}\left[\frac{(2\nu-1)!!}{(2\nu)!!}\right]^{2}\left(\frac{\alpha}{\mathrm{tg}\beta}\right)^{2\nu},$$

$$P_{ql}(\alpha,\beta)|_{q\neq l} = \frac{1}{2}F_{(2q-1)(2l-1)}(\alpha,\beta),$$

$$P_{qq}(\alpha,\beta) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2(2q-1)} + F_{(2q-1)(2q-1)}(\alpha,\beta)\right),$$

$$Q_{ql}(\alpha,\beta) = 0.5E_{(2q)(2l-1)}(\alpha,\beta).$$
(7)

При больших значениях q + l = L бесконечные ряды (4'), (5') близки к нулю и эти функции представляются в виде

$$S_{ql} = \frac{1}{8q} \delta_{ql}, \quad P_{ql} = \frac{1}{4(2q-1)} \delta_{ql},$$

$$Q_{ql} = 0, \quad \delta_{ql} = \begin{cases} 1 & \text{при } q = l \\ 0 & \text{при } q \neq l \end{cases}$$
(7')

Отметим, что при больших значениях L быстро сходящиеся ряды в выражениях (1) для матрич-

ных коэффициентов близки к нулю, так как функции Бесселя быстро убывают с ростом индекса, когда индекс больше аргумента. Поэтому при  $m\alpha < L$  ( $\alpha \ll 1$ ) близки к нулю функции Бесселя, а при  $m\alpha > L$  близки к нулю коэффициенты в круглых скобках (они убывают, как  $1/m^3$ ). Следовательно, при больших значениях L матричные коэффициенты СЛАУ определяются медленно сходящимися рядами, для которых получены представления в виде быстро сходящихся степенных рядов (7).

Из (7') следует вывод о диагональном характере матрицы коэффициентов СЛАУ. В [2] получено асимптотическое решение этой системы для экранированной микрополосковой линии. Таким же способом можно получить асимптотическое решение СЛАУ для компланарной и других типов полосковых линий, из которого следует быстрая сходимость разложений плотности тока на полосковых проводниках по взвешенным полиномам Чебышева и возможность решения бесконечной системы уравнений методом редукции. Порядок редуцированной системы K = 4L + 1(L = 0, 1, 2, ...), гле 2L – число членов (четных и нечетных) в разложении поперечной составляющей плотности тока и 2L + 1 - продольной. Значение числа L устанавливается путем анализа численных результатов при его изменении. В результате расчетов основных электродинамических параметров линий - коэффициента замедления и волнового сопротивления, выполненных на персональном компьютере, установлено, что число L зависит в основном от отношения S/W и при  $S/W \ge 1$  не превышает 2 в широком диапазоне изменения параметров. При S/W = 1 погрешность расчета волнового сопротивления линии не превышает 0.1%. С уменьшением отношения S/Wчисло *L* увеличивается, и при S/W = 0.01 такая точность достигается при L = 4. В результате проведенного исследования установлено, что значение числа L, обеспечивающего достаточно точное решение СЛАУ, определяется из условия совпадения результатов расчета функций  $S_{al}(\alpha,\beta)$ ,  $P_{al}(\alpha,\beta), Q_{al}(\alpha,\beta)$  по формулам (7) и (7'). Это значение, как следует из формул (4'), (5'), зависит от отношения  $\alpha/tg\beta \approx 1/(1 + S/W)$ . При уменьшении отношения S/W сходимость степенных рядов ухудшается и значение числа L увеличивается.

В табл. 1, 2 представлены результаты расчета функций  $S_{ql}(\alpha,\beta)$ ,  $P_{ql}(\alpha,\beta)$ ,  $Q_{ql}(\alpha,\beta)$  по формулам (6) с использованием формулы (2) при различных значениях числа членов – M, учитываемых в медленно сходящихся рядах. В последних столбцах представлены результаты расчета этих функций по формулам (7). Приведенные результаты подПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРОЕКЦИОННЫХ МОДЕЛЕЙ

М	1000	2000	5000	10000	20000	50000	∞
S <sub>00</sub>	0.95529	0.96372	1.00431	1.01229	1.01765	1.02054	1.02285
$S_{01}$	0.05769	0.06243	0.02077	0.01502	0.00965	0.00652	0.00448
<i>S</i> <sub>02</sub>	0.00097	0.00081	-0.01616	-0.1017	-0.00517	-0.00209	-0.00005
<i>S</i> <sub>11</sub>	0.00688	0.06464	0.10593	0.11420	0.11959	0.12272	0.12477
<i>S</i> <sub>12</sub>	0.00016	0.00894	0.01805	0.01032	0.00515	0.00205	0.00001
<i>S</i> <sub>22</sub>	0.00000	0.00145	0.04062	0.05201	0.05732	0.06045	0.06250
<i>P</i> <sub>11</sub>	0.10345	0.19542	0.22012	0.23142	0.23633	0.23932	0.24134
<b>P</b> <sub>12</sub>	0.00715	0.03407	0.02077	0.01000	0.00516	0.00218	0.00016
<i>P</i> <sub>13</sub>	0.00018	0.00260	0.01357	-0.00907	-0.00491	-0.00202	0.00000
<i>P</i> <sub>22</sub>	0.00065	0.01446	0.06179	0.07334	0.07830	0.08130	0.08332
<i>P</i> <sub>23</sub>	0.00002	0.00166	0.01713	0.00967	0.00498	0.00202	0.00000
<i>P</i> <sub>33</sub>	0.00000	0.00021	0.02964	0.03971	0.04495	0.04797	0.05000
$Q_{01}$	0.04559	0.0706	0.06490	0.06599	0.06584	0.06579	0.06578
$Q_{02}$	-0.00353	0.00401	0.00064	-0.00058	-0.00047	-0.00043	-0.00042
$Q_{11}$	-0.01330	-0.00653	-0.00049	-0.00139	-0.00122	-0.00117	-0.00116
$Q_{12}$	-0.00108	-0.00685	-0.00073	0.00021	0.00009	0.00005	0.00004

**Таблица 1.** Результаты расчета функций  $S_{ql}(\alpha,\beta,M), P_{ql}(\alpha,\beta,M), Q_{ql}(\alpha,\beta,M)$  при S/h = W/h = 0.1, a/h = 100

**Таблица 2.** Результаты расчета функций  $S_{ql}(\alpha,\beta,M), P_{ql}(\alpha,\beta,M), Q_{ql}(\alpha,\beta,M)$  при S/h = W/h = 1, a/h = 100

М	1000	2000	5000	10000	20000	50000	~
<i>S</i> <sub>00</sub>	1.01221	1.01759	1.0271	1.02170	1.02215	1.02225	1.02277
$S_{01}$	0.01502	0.00965	0.00652	0.00550	0.00499	0.00468	0.00448
$S_{02}$	-0.01018	-0.00517	-0.00209	-0.00106	-0.00055	-0.00025	-0.00005
$S_{11}$	0.11420	0.11959	0.12273	0.12375	0.12426	0.12455	0.12477
$S_{12}$	0.1032	0.00515	0.00205	0.00102	0.00051	0.00021	0.00001
<i>S</i> <sub>22</sub>	0.05201	0.05733	0.06046	0.06148	0.06199	0.06229	0.06250
<i>P</i> <sub>11</sub>	0.23142	0.23633	0.23932	0.24032	0.24083	0.24112	0.24134
<i>P</i> <sub>12</sub>	0.00999	0.00516	0.00217	0.00117	0.00066	0.00036	0.00016
<i>P</i> <sub>13</sub>	-0.00907	-0.00491	-0.00202	-0.00101	-0.00051	-0.00021	0.00000
<i>P</i> <sub>22</sub>	0.07334	0.07831	0.08131	0.8231	0.08282	0.08311	0.08332
<i>P</i> <sub>23</sub>	0.00967	0.00498	0.00202	0.00101	0.00051	0.00021	0.00000
<i>P</i> <sub>33</sub>	0.03971	0.04495	0.04797	0.04898	0.04948	0.04979	0.05000
$Q_{01}$	0.06597	0.06582	0.06577	0.06576	0.06576	0.06576	0.06576
$Q_{02}$	-0.00058	-0.00047	-0.00043	-0.00042	-0.00042	-0.0042	-0.0042
$Q_{11}$	-0.00139	-0.00122	-0.00117	-0.00116	-0.00116	-0.00116	-0.00116
$Q_{12}$	0.00021	0.00009	0.00005	0.00004	0.00004	-0.00004	0.00004

М	1000	2000	5000	10000	20000	50000	~
S/h = 1	44.701	774.839	93.383	96.656	97.256	97.480	97.610
S/h = 0.1	26.077	0.119	46.791	51.213	51.918	52.178	52.332
S/h = 0.01	724.708	67.891	0.340	27.049	27.976	28.733	29.022

**Таблица 3.** Волновое сопротивление компланарной полосковой линии при W/h = 0.1

**Таблица 4.** Волновое сопротивление компланарной полосковой линии при W/h = 1

М	L	1000	2000	5000	10000	20000	50000	~
S/h = 1	—	50.488	51.169	51.430	51.497	51.525	51.533	51.560
S/h = 0.1	_	26.864	27.775	28.526	28.660	28.735	28.770	28.813
S/h = 0.01	3	5.623	13.684	17.940	18.863	18.955	19.113	19.219
S/h = 0.01	4	0.912	10.295	17.718	18.812	18.905	19.064	19.161
S/h = 0.01	5	0.776	9.419	17.159	17.830	17.874	17.958	19.142

тверждают быструю сходимость разложений для плотности тока по взвешенным полиномам Чебышева и медленную сходимость рядов (2). Анализ этих результатов позволяет выбрать значение числа L, при котором обеспечивается достаточно высокая точность ее решения. Из рассмотрения полученных данных следует, что при  $S/W \ge 1$ значение числа L не превышает 2. Представленные результаты позволяют определить точность расчета матричных коэффициентов СЛАУ, используя при их расчете медленно сходящиеся ряды (2), и определить число M, обеспечивающее требуемую точность. Это число зависит в основном от отношения а/W и для обеспечения погрешности 1...2% должно быть не менее 10a/W. Из приведенных результатов следует, что для достижения малой погрешности (порядка 0.1%) нужно учитывать более 10000 членов при  $a/W \ge 100$ . Сходимость рядов зависит также от необходимого числа L, которое увеличивается с уменьшением расстояния *S* между проводниками и трудно получить высокую точность для узких близко расположенных полосковых проводников даже при учете в рядах до 50 тысяч членов. Сказанное подтверждается результатами расчета волнового сопротивления компланарной полосковой линии, определяемого через мощность и ток, которые представлены в табл. 3, 4. Параметры линии:  $a/h = 100, b/h = 50, b_1/h = 25, \varepsilon = 9.6, f[\Gamma\Gamma\mu] \times$  $\times h$  [мм] = 10. Расчеты проводили при различных значениях L. Установлено, что время счета при больших значениях числа членов – *M*, учитываемых в медленно сходящихся рядах для матричных коэффициентов, пропорционально M. При расчете девяти точек частотных зависимостей коэффициента замедления и волнового сопротивления оно составляет 10 с при M = 10000, L = 4 и 14 с при M = 10000, L = 5. При использовании формул (7) оно не превышает 0.1 с.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные в данной статье представления (3')– (5') для функций, определяемых через медленно сходящиеся ряды (2), позволяют преобразовать выражения для матричных коэффициентов в быстро сходящиеся ряды, что существенно сокращает время численной реализации алгоритмов расчета собственных волн полосковых линий при высокой точности численных результатов. Использование этих представлений позволяет существенно повысить эффективность проекционных моделей полосковых линий различного типа в многослойной диэлектрической среде с использованием чебышевского базиса.

#### ПРИЛОЖЕНИЕ

Используя интегральные представления для произведений функций Бесселя из работы [4, формула (6.681 (10))] и функции Бесселя из работы [4, формулы (8.411 (2), (3))], представим произведение функций Бесселя при четных и нечетных значениях чисел k + n в виде

$$J_k(m\alpha)J_n(m\alpha) = \frac{4}{\pi^2} \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} \cos(mu) \cos[(k-n)\theta] \cos[(k+n)\phi] d\theta d\phi, \qquad (\Pi.1)$$

$$J_k(m\alpha)J_n(m\alpha) = \frac{4}{\pi^2} \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} \sin(mu) \cos[(k-n)\theta] \sin[(k+n)\phi] d\theta d\phi, \qquad (\Pi.2)$$
$$u = 2\alpha \cos\theta \sin\phi.$$

Используя (П.1), (П.2), представим функции  $F_{kn}(\alpha,\beta)$  и  $E_{kn}(\alpha,\beta)$ , определяемые медленно сходящимися рядами (2), в виде

$$F_{kn}(\alpha,\beta) = \frac{4}{\pi^2} \int_{0}^{\pi/2} \int_{0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^2} \left\{ \cos\left[2m(\beta - u/2)\right] + \cos\left[2m(\beta + u/2)\right] \right\} A_{kn}(\theta,\phi) \, \mathrm{d}\theta \,\mathrm{d}\phi, \tag{\Pi.3}$$

$$E_{kn}(\alpha,\beta) = \frac{4}{\pi^2} \int_0^{\pi/2} \int_0^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m} \frac{1}{2} \left\{ \cos\left[2m(\beta - u/2)\right] - \cos\left[2m(\beta + u/2)\right] \right\} B_{kn}(\theta,\phi) \, \mathrm{d}\theta \mathrm{d}\phi,$$
  

$$A_{kn}(\theta,\phi) = \cos\left[(k-n)\theta\right] \cos\left[(k+n)\phi\right],$$
  

$$B_{kn}(\theta,\phi) = \cos\left[(k-n)\theta\right] \sin\left[(k+n)\phi\right].$$
(II.4)

Используя при суммировании формулу из работы [4, (1.441 (2))]

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m} \cos mu = -\ln(2\sin(u/2)),$$

приведем выражения (П.3), (П.4) к виду

$$F_{kn}(\alpha,\beta) = -\frac{4}{\pi^2} \int_{0}^{\pi/2} \int_{0}^{\pi/2} \frac{1}{2} \ln\left[4\sin(\beta + u/2)\sin(\beta - u/2)\right] A_{kn}(\theta,\phi) \,\mathrm{d}\theta \mathrm{d}\phi, \tag{\Pi.5}$$

$$E_{kn}(\alpha,\beta) = \frac{4}{\pi^2} \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} \frac{1}{2} \ln\left[\frac{\sin(\beta+u/2)}{\sin(\beta-u/2)}\right] B_{kn}(\theta,\phi) \,\mathrm{d}\theta \mathrm{d}\phi. \tag{\Pi.6}$$

Учитывая, что в формуле (П.6) натуральный логарифм можно представить в виде

$$\ln\left[\frac{\sin(\beta+u/2)}{\sin(\beta-u/2)}\right] = \ln\frac{\sin\beta\cos(u/2) + \cos\beta\sin(u/2)}{\sin\beta\cos(u/2) - \cos\beta\sin(u/2)} = \ln\frac{1 + tg(u/2)/tg\beta}{1 - tg(u/2)/tg\beta},$$

получим следующее выражение для функции  $E_{kn}(\alpha,\beta)$ :

$$E_{kn}(\alpha,\beta) = \frac{4}{\pi^2} \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} \frac{1}{2} \ln\left[\frac{1 + tg(u/2)/tg\beta}{1 - tg(u/2)/tg\beta}\right] B_{kn}(\theta,\phi) \,d\theta d\phi.$$
(Π.7)

Путем алгебраических преобразований логарифмической функции в (П.5) приведем выражение для функции  $F_{kn}(\alpha,\beta)$  к виду

$$F_{kn}(\alpha,\beta) = -\frac{4}{\pi^2} \int_{0}^{\pi/2} \int_{0}^{\pi/2} \frac{1}{2} \ln \left[ 4\sin^2\beta\cos^2(u/2) \left( 1 - \frac{\mathrm{tg}^2(u/2)}{\mathrm{tg}^2(\beta)} \right) \right] A_{kn}(\theta,\phi) \mathrm{d}\theta \mathrm{d}\phi.$$

Учитывая, что

$$\ln(2\cos(u/2)) = \ln(2\sin(2u/2) - \ln(2\sin(u/2))),$$

представим функцию  $F_{kn}(\alpha,\beta)$  в виде

$$F_{kn}(\alpha,\beta) = R_{kn}(2\alpha) - R_{kn}(\alpha) - \tilde{F}_{kn}(\alpha,\beta), \qquad (\Pi.8)$$

$$\tilde{F}_{kn}(\alpha,\beta) = \frac{4}{\pi^2} \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} \left[ \ln \sin\beta + \frac{1}{2} \ln \left( 1 - \frac{\operatorname{tg}^2(u/2)}{\operatorname{tg}^2 \beta} \right) \right] A_{kn}(\theta,\phi) \, \mathrm{d}\theta \mathrm{d}\phi, \tag{\Pi.9}$$

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА том 66 № 9 2021

### КОВАЛЕНКО, ЯРЛЫКОВ

$$R_{kn}(\alpha) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m} J_k(m\alpha) J_n(m\alpha) = -\frac{4}{\pi^2} \int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} \ln(2\sin(u/2)A_{kn}(\theta,\phi) \, d\theta \, d\phi.$$
(II.10)

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Коваленко А.Н.* // Изв. вузов. Радиофизика. 1978. Т. 21. № 2. С. 188.
- 2. Коваленко А.Н. // РЭ. 2019. Т. 64. № 2. С. 108.
- 3. *Коваленко А.Н., Жуков А.Н.* // Росс. технол. журн. 2018. Т. 6. № 3. С. 54.
- 4. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Физматгиз, 1963.

### ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 535

# ОБОСНОВАНИЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПРОФИЛИРУЮЩИХ ФУНКЦИЙ ДЛЯ ЭФФЕКТИВНОЙ ПОСТАНОВКИ ЗАДАЧ СИНТЕЗА СЛОИСТЫХ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ФИЛЬТРОВ

© 2021 г. Ю. И. Худак<sup>а,</sup> \*, Д. В. Парфенов<sup>а</sup>

<sup>а</sup>МИРЭА — Российский технологический университет, просп. Вернадского, 78, Москва, 119454 Российская Федерация \*E-mail: hudak@mirea.ru Поступила в редакцию 16.09.2020 г. После доработки 22.04.2021 г. Принята к публикации 27.04.2021 г.

Дополнена постановка задачи синтеза слоистых диэлектрических фильтров, рассмотренная в предыдущих работах авторов и основанная на идеях П.Л. Чебышева. Включены принципиальные для таких задач ограничения на допустимые для синтеза материалы слоев. Развит математический аппарат, позволивший существенно упростить классический подход и вычислительные процедуры для подобных задач с сохранением математической эквивалентности получаемых результатов.

DOI: 10.31857/S0033849421090060

Впервые обоснован максимально широкий подход к теории слоистых сред для случая кусочно-непрерывной зависимости диэлектрической и магнитной проницаемостей. Показано, что предлагаемая постановка задачи синтеза приводит к значительно более экономным по сравнению с ранее известными вычислительным процедурам, сохраняя неизменными все другие важнейшие ограничения задачи синтеза.

#### 1. БАЗОВЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ СИНТЕЗА СЛОИСТЫХ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ФИЛЬТРОВ

Теория синтеза слоистых диэлектрических фильтров (СДФ) составляет существенный раздел фундаментальной радиоэлектроники, так как в ее современных приложениях, а также в оптике практически нет ни одного общезначимого устройства, которое бы не имело в своем составе некоторого, обычно достаточно большого, количества фильтров.

Построению СДФ посвящена обширная литература (см., например, [1–13]). Обычно математическая постановка задачи синтеза использует сильно нелинейный по основным параметрам задачи функционал качества синтезируемой системы:

$$\begin{split} \mathbf{\Phi}_{R} \stackrel{\text{def}}{=} \left\| R(\kappa) - \tilde{R}(\kappa) \right\|_{\mathbb{L}[\mathcal{H}_{1},\mathcal{H}_{2}]} \\ \text{или} \quad \mathbf{\Phi}_{T} \stackrel{\text{def}}{=} \left\| T(\kappa) - \tilde{T}(\kappa) \right\|_{\mathbb{L}[\mathcal{H}_{1},\mathcal{H}_{2}]}, \end{split}$$

где  $\kappa$  — волновое число,  $R(\kappa)$  или  $T(\kappa)$  — энергетические коэффициенты соответственно отражения и пропускания слоистой диэлектрической системы (СДС), реализующей фильтр.

Желаемое поведение энергетического коэффициента отражения или пропускания в заданной полосе волновых чисел  $[\mathcal{K}_1, \mathcal{K}_2]$  задается спектральными характеристиками этого фильтра  $\tilde{R}(\kappa)$  или  $\tilde{T}(\kappa)$ , достаточно условно изображенными на рис. 1а и 16. Функции типа  $\tilde{R}(\kappa)$ ,  $\tilde{T}(\kappa)$  в данной работе будем называть идеалами для соответствующих физически реализуемых конкретным фильтром спектральных характеристик.

Качество проектируемой системы оценивается величиной разности между функциями  $R(\kappa)$  и  $\tilde{R}(\kappa)$  [или  $T(\kappa)$  и  $\tilde{T}(\kappa)$ ] по норме линейного нормированного пространства  $\mathbb{L}[\mathcal{K}_1, \mathcal{K}_2]$ .

В данной работе, как и в [3] в качестве пространства сравнения с идеальными спектральными характеристиками фильтра  $\tilde{R}(\kappa)$  [ $\tilde{T}(\kappa)$ ] выбрано пространство  $\mathbb{C}[\mathcal{K}_1, \mathcal{K}_2]$  всех непрерывных на фиксированном отрезке [ $\mathcal{K}_1, \mathcal{K}_2$ ] функций с нормой

$$f(\kappa)_{\mathbb{C}[\mathcal{H}_1,\mathcal{H}_2]} = \max_{\mathcal{H}_1 \le \kappa \le \mathcal{H}_2} |f(\kappa)|.$$

Рассмотренная в [3] математическая постановка задачи оптимального синтеза СДФ в смысле П.Л. Чебышева состоит в том, чтобы для задан-



**Рис. 1.** Идеал  $\tilde{R}(\kappa)$  (а) и  $\tilde{T}(\kappa)$  (б) для энергетического коэффициента отражения  $R(\kappa)$  и  $T(\kappa)$  соответственно полосового фильтра для интервала волновых чисел  $\mathcal{K}_1, \mathcal{K}_2$  с учетом переходных областей.

ного интервала волновых чисел [ $\mathcal{K}_1, \mathcal{K}_2$ ] и заданного идеала энергетического коэффициента отражения  $\tilde{R}(\kappa)$  минимизировать функционал:

$$\max_{\mathcal{H}_1 \leq \kappa \leq \mathcal{H}_2} \left| R(\kappa, \vec{p}, \vec{\nu}) - \tilde{R}(\kappa) \right| \underset{\vec{p}, \vec{\nu}}{\to} \min, \tag{1}$$

где электрические толщины  $\vec{v}$  и импедансы  $\vec{p}$  всех слоев СДС.

По многим теоретическим и особенно практическим соображениям полезно дополнить постановку задачи синтеза в смысле П.Л. Чебышева, наложив дополнительные ограничения на электродинамические параметры задачи  $\vec{p}$  и записав математическую постановку задачи в виде

$$\max_{\mathcal{H}_{1} \leq \kappa \leq \mathcal{H}_{2}} \left| R(\kappa, \vec{p}, \vec{\nu}) - \tilde{R}(\kappa) \right| \xrightarrow{p, \vec{\nu}} \min \quad \text{при} \\
\vec{\nu} \subset \mathcal{N}_{N} \quad \mu \quad \vec{p} \in \mathbf{P}_{N} \subset \mathcal{P}_{N},$$
(2)

где электрические толщины  $\vec{v}$  есть элементы пространства всех возможных электрических толщин  $\mathcal{N}_N$ , а импедансы  $\vec{p}$  слоев СДС есть элементы заданного параллелепипеда  $\mathbf{P}_N$  из пространства всех возможных импедансов  $\mathcal{P}_N$  материалов слоистых систем. С учетом реализуемости на практике импедансы материалов слоев удовлетворяют двойному неравенству:  $\hat{p} \le p_j \le \breve{p}$ , j = 1, 2, ..., N, где  $p_j$  – импедансы слоев, а N – порядок фильтра. Такую постановку задачи синтеза СДФ естественно называть задачей оптимизации в смысле П.Л. Чебышева с ограничениями.

Определение. Идеал фильтра  $\tilde{R}(\kappa)$  [ $\tilde{T}(\kappa)$ ] будем называть правильным на заданном интервале волновых чисел [ $\mathcal{K}_1, \mathcal{K}_2$ ], если он может быть на этом интервале сколь угодно точно равномерно приближен  $R(\kappa)$  [ $T(\kappa)$ ], реализуемыми СДС в классе рассматриваемых. Это естественное требование корректности идеальных характеристик формализуется в виде предположения о том, что  $\tilde{R}(\kappa)$  [ $\tilde{T}(\kappa)$ ] принадлежит замыканию в метрике  $\mathbb{C}[\mathcal{K}_1, \mathcal{K}_2]$  множества всех возможных коэффициентов отражения (пропускания) СДС рассматриваемого класса.

Тогда, как будет показано далее, вычислительная сложность функционала качества определяется

846

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА том 66 № 9 2021

дробно-рациональной структурой энергетического коэффициента отражения от любой СДС данного класса и может быть существенно уменьшена при помощи эффективной процедуры построения идеала не для сложных коэффициентов отражения или пропускания  $R(\kappa) [T(\kappa)]$ , а для квадратичных профилирующих функций, введенных в [1, 2, 14], что существенно упрощает анализ и решение соответствующих оптимизационных задач.

По сравнению с работами [1, 2, 14], в постановку задачи синтеза в данной работе включены принципиальные ограничения на допустимые для задачи синтеза параметры материалов слоев. Проведен представляющий самостоятельный интерес анализ прямой задачи об описании всех возможных в СДС с кусочно-непрерывными физическими параметрами плоских электромагнитных полей с плоскостями постоянной фазы, параллельными слоям СДС. Ранее в [1, 2, 14] подобный анализ был проведен только для сред с кусочнопостоянными параметрами.

В этой части работы особенно важен факт доказательства основного энергетического тождества для СДС без потерь (17) (см. [1, 2, 14]), в отличие от обычно постулируемой формы закона сохранения энергии<sup>1</sup>:

$$R(\kappa) + T(\kappa) \equiv 1. \tag{3}$$

Замечание. Доказанное в работе основное энергетическое тождество для СДС без потерь (17), эквивалентное в своей основе тождеству (3), показывает, что все спектральные характеристики слоистых диэлектрических систем с кусочнонепрерывными параметрами  $\varepsilon(x) > 0$ ,  $\mu(x) > 0$  от координаты x, отсчитываемой от поверхности покрытия вглубь слоя, определяются исключительно величинами скачков функций  $\varepsilon(x_j)$ ,  $\mu(x_j)$  в точках  $x_j$  разрывов этих функций и совершенно не зависят от "непрерывного" поведения этих функций между точками разрыва.

Более детально вычислительные аспекты предлагаемого подхода к задачам синтеза полосовых фильтров будут рассмотрены в наших следующих работах.

## 2. ПОСТАНОВКА ПРЯМОЙ ЗАДАЧИ

Пусть часть пространства  $\mathbb{R}^3$  между двумя параллельными плоскостями  $\pi$  и  $\pi'$ , расстояние между которыми d, d > 0, заполнена диэлектрической средой, параметры которой – диэлектрическая и магнитная проницаемости – являются

кусочно-непрерывными функциями от координаты x оси Ox декартовой системы координат, направленной по нормали от  $\pi \kappa \pi'$ . Начало координат находится на плоскости  $\pi$ :

$$\varepsilon \stackrel{\text{def}}{=} \varepsilon(x)$$
 и  $\mu \stackrel{\text{def}}{=} \mu(x), \quad 0 \le x \le d,$ 

с конечным, общим для обеих функций, числом точек разрыва первого рода, которые будем обозначать  $a_0 = 0 < a_1 < ... < a_N = d$ , не заботясь о том, какая из двух функций,  $\varepsilon(x)$  или  $\mu(x)$ , терпит разрыв в точке  $a_j$ . Интервалы непрерывности обеих функций  $\varepsilon(x)$  и  $\mu(x)$  будем обозначать

$$\Delta_j \stackrel{\text{def}}{=} (a_{j-1}, a_j), (j = 1, \dots, N).$$

Пусть полупространство  $\mathbb{R}^3_-$  слева от  $\pi$  заполнено однородной средой с диэлектрической  $\varepsilon_-$  и магнитной  $\mu_-$  проницаемостями, а полупространство  $\mathbb{R}^3_+$  справа от  $\pi'$  – однородной средой с проницаемостями  $\varepsilon_+$  и  $\mu_+$ .

Прямая задача о распространении плоских электромагнитных волн в пространстве  $\mathbb{R}^3$ , заполненном слоистым диэлектриком, состоит в описании класса всех возможных плоских электромагнитных полей в определенной выше СДС: требуется, во-первых, указать количество свободных параметров, определяющих все возможные в указанной системе электромагнитные поля, и, во-вторых, определить коэффициенты отражения и пропускания от СДС [0, *d*] слева и справа от нее.

Известно (см., например, [9]), что комплексные амплитуды векторов электрической и магнитной напряженностей

$$ec{E} \stackrel{ ext{def}}{=} u(x)ec{y}_0$$
 и  $ec{H} \stackrel{ ext{def}}{=} v(x)ec{z}_0$ 

плоского электромагнитного поля (зависимость от времени —  $\exp(-i\omega t)$ ) с волновым вектором  $\vec{k}$ , параллельным оси Ox внутри каждого интервала непрерывности  $\Delta_j$  функций  $\varepsilon(x)$  и  $\mu(x)$ , удовлетворяют системе дифференциальных уравнений, записанной в матричной форме, которые получаются для плоских волн из общих уравнений Максвелла:

$$\vec{u}_{j}' = \mathbf{P}_{j}(x)\vec{u}_{j}(x), \text{ где}$$
$$\vec{u}_{j} = \begin{pmatrix} u_{j}(x) \\ v_{j}(x) \end{pmatrix}, \mathbf{P}_{j}(x) = \begin{pmatrix} 0 & i\kappa\mu_{j}(x) \\ i\kappa\varepsilon_{j}(x) & 0 \end{pmatrix}.$$
(4)

Кроме того, на каждой плоскости  $\pi_j$ :  $x = a_j$  разрыва коэффициентов  $\varepsilon(x)$  или  $\mu(x)$  должны выполняться вытекающие из уравнений Максвелла электродинамические граничные условия, совпа-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Распространение результатов данной работы на анализ, например "наклонного" распространения плоских волн в СДС, как в [15] не представляет трудностей.

дающие в нашем случае с условиями непрерывности амплитуд электрического и магнитного полей:

$$\vec{u}(a_j - 0) = \vec{u}(a_j + 0): \quad \begin{array}{l} u(a_j - 0) = u(a_j + 0) \\ v(a_j - 0) = v(a_j + 0), \end{array} \tag{5}$$

где  $(a_j - 0)$  и  $(a_j + 0)$  – пределы слева и справа в точках разрыва  $a_j$ , j = 0, 1, 2, ..., N, коэффициентов  $\varepsilon(x)$  или  $\mu(x)$  уравнений Максвелла.

Всевозможные плоские электромагнитные поля рассматриваемого выше типа слева и справа от СДС [0,d] (в полупространствах  $\mathbb{R}^3_{\mp}$ ) определяются уравнением (4) с постоянными коэффициентами  $\varepsilon_{-}, \mu_{-}$  слева от плоскости  $\pi$  и  $\varepsilon_{+}, \mu_{+}$  – справа от  $\pi'$ .

Поэтому в полупространствах  $\mathbb{R}^3_{\mp}$  общее решение системы (4) имеет вид

$$\vec{u}_{\mp} \left( x - x_0^{\mp} \right) = C_0^{\mp} \begin{pmatrix} 1 \\ p_{\mp} \end{pmatrix} \exp\left( i \kappa n_{\mp} \left( x - x_0^{\mp} \right) \right) + C_1^{\mp} \begin{pmatrix} 1 \\ -p_{\mp} \end{pmatrix} \exp\left( -i \kappa n_{\mp} \left( x - x_0^{\mp} \right) \right),$$

где величины, помеченные индексами минус и 0, относятся к плоской волне, распространяющейся в  $\mathbb{R}^3_-$  к плоскости  $\pi$ , а с индексами минус и 1 соответствуют плоской волне, распространяющейся в  $\mathbb{R}^3$  от плоскости  $\pi^2$ .

Аналогично этому в (4) все величины, помеченные индексами + и 0, относятся к плоской волне, распространяющейся в  $\mathbb{R}^3_+$  от плоскости  $\pi$ ', а с индексами + и 1 соответствуют плоской волне, распространяющейся в  $\mathbb{R}^3_+$  к плоскости  $\pi$ '.

Замечание. Вектор Пойнтинга  $\vec{W} = \begin{bmatrix} \vec{E}, \vec{H}^* \end{bmatrix}$ для волны в  $\mathbb{R}^3_-$ , распространяющейся к плоскости  $\pi$ , равен  $p_- |C_0^-|^2 \vec{x}_0$ , а для распространяющейся от  $\pi$ , равен  $-p_- |C_1^-|^2 \vec{x}_0$ . Аналогично, вектор Пойнтинга для волны в  $\mathbb{R}^3_+$ , распространяющейся к плоскости  $\pi$ ', равен  $-p_+ |C_1^+|^2 \vec{x}_0$ , а для распространяющейся от  $\pi$ ' равен  $p_+ |C_0^+|^2 \vec{x}_0$ . Общее решение уравнений (4) в  $\mathbb{R}^3_{\mp}$  в векторно-матричной записи имеет вид

$$\vec{u}_{\mp} \left( x - x_0^{\mp} \right) = \mathbf{B}_{\mp} \mathbf{S}_{\mp} \left( x - x_0^{\mp} \right) \vec{\mathbf{C}}_{\mp}, \quad \vec{\mathbf{C}}_{\mp} = \begin{pmatrix} C_0^{\mp} \\ C_1^{\mp} \end{pmatrix}, \quad (6)$$

где  $x_0^- = 0, x_0^+ = d$ . При этом

$$\mathbf{B}_{\tau} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ p_{\tau} & -p_{\tau} \end{pmatrix},$$
  
$$\mathbf{S}_{\tau} \left( x - x_{0}^{\tau} \right) =$$
(7)
$$= \begin{pmatrix} \exp\left(i\kappa n_{\tau} \left( x - x_{0}^{\tau} \right) \right) 0 \\ 0 & \exp\left(-i\kappa n_{\tau} \left( x - x_{0}^{\tau} \right) \right) \end{pmatrix}.$$

В (6) и (7) введены обозначения:  $\lambda_s^{\mp}$  – собственные значения и  $\vec{l}_s^{\mp}$ , (s = 0, 1) – собственные векторы матриц **Р**<sub> $\mp$ </sub> для полупространств  $\mathbb{R}^3_{\mp}$ , имеют вид

$$\lambda_{s}^{\mp} = (-1)^{s} i \kappa n_{\mp}, \quad \vec{l}_{s}^{\mp} = \begin{pmatrix} 1 \\ (-1)^{s} p_{\mp} \end{pmatrix}, \quad (s = 0, 1),$$

где  $n_{\mp} = (\epsilon_{\mp}\mu_{\mp})^{1/2}$ ,  $p_{\mp} = \left(\frac{\epsilon_{\mp}}{\mu_{\mp}}\right)^{1/2}$ . Таким образом, в соответствии с (5) на плоскостях  $\pi$  и  $\pi$ ' справед-

ливы равенства  $\mathbf{B}_{-}\vec{C}_{-} = \vec{u}_{1}(0)$  и  $\vec{u}_{N}(d) = \mathbf{B}_{+}\vec{C}_{+}$ .

#### 3. ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ПРЯМОЙ ЗАДАЧИ

Лемма. Матрицы  $\mathbf{B}_{\scriptscriptstyle T}$  обладают свойством:

$$\mathbf{B}_{\mp}^{*} \mathbf{J}_{0} \mathbf{B}_{\mp} = 2p_{\mp} \mathbf{J}_{1}, \quad \text{где} \quad \mathbf{J}_{0} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \\ \mathbf{J}_{1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} - \text{матрицы Паули.}$$
(8)

Доказательство леммы проводится перемножением нужных матриц.

Для произвольного решения  $\vec{u}(x)$  (4) рассмотрим квадратичную форму:

$$(\vec{u}^* \mathbf{J}_0 \vec{u})(x) \equiv u(x) v^*(x) + u^*(x) v(x) \equiv \equiv 2 \operatorname{Re}[u(x) v^*(x)].$$
(9)

*Лемма (основная)*. Для произвольного решения  $\vec{u}(x)$  системы уравнений (4) на всяком интервале непрерывности ее коэффициентов  $\Delta_j, j = 1, ..., N$ , квадратичная форма (9) сохраняет постоянное значение:

$$(\vec{u}^* \mathbf{J}_0 \vec{u})(x) \equiv \text{const.} \tag{10}$$

Доказательство. Производная от квадратичной формы (7) с учетом уравнений (4) тождественно равна нулю на всяком интервале непрерывности  $\Delta_j$ 

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> В физической литературе для волны, распространяющейся к какой-либо плоскости, обычно применяется термин "падающая" (на эту плоскость) волна, а для волны, распространяющейся от плоскости – термин "отраженная" (от этой плоскости) волна.

коэффициентов системы уравнений (4) в силу тождества:

$$\mathbf{P}^*(x)\mathbf{J}_0 + \mathbf{J}_0\mathbf{P}(x) \equiv 0.$$

#### 4. АМПЛИТУДНАЯ ПАРАМЕТРИЗАЦИЯ ПРЯМОЙ ЗАДАЧИ

Для решения прямой задачи используем представление решения (4) с начальным условием  $\vec{u}_i(a_i) = \vec{u}_i^0$  на всяком интервале  $\Delta_i, j = 1, 2, ..., N$ :

$$\vec{u}_i(x) = \mathbf{M}_i(x)\vec{C}_i,\tag{11}$$

где

$$\mathbf{M}_{j}(x) = \begin{pmatrix} m_{00}(x) & m_{01}(x) \\ m_{10}(x) & m_{11}(x) \end{pmatrix}$$

— фундаментальная матрица, столбцы которой  $\vec{m}_0$  и  $\vec{m}_1$  образуют фундаментальную систему решений (4) на  $\Delta_i$ ,

$$\vec{C}_j = \begin{pmatrix} C_0^{(j)} \\ C_1^{(j)} \end{pmatrix}$$

— постоянный на  $\Delta_j$ , j = 1, 2, ..., N вектор коэффициентов — комплексных амплитуд "волн"  $\vec{m}_0$  и  $\vec{m}_1$ .

Чтобы получить представление (11), достаточно решить матричное дифференциальное уравнение

$$\mathbf{M}'_{i} = \mathbf{P}_{i}(x) \mathbf{M}_{i}(x) \tag{12}$$

с начальным условием:

$$\mathbf{M}_{j}(a_{j}) = \mathbf{M}_{j}^{0}, \quad \det\left(\mathbf{M}_{j}^{0}\right) \neq 0.$$
(13)

Далее рассмотрим два разных представления фундаментальных матриц  $\mathbf{M}_{j}(x)$  в (12), j = 1, 2, ..., N, отвечающих разным начальным условиям (13). Во-первых, будем говорить про "тригонометрическое" представление (*t*-представление)<sup>3</sup>, когда  $\mathbf{M}_{j}(a_{j}) = \mathbf{I}$ , где  $\mathbf{I}$  – единичная матрица, и, во-вторых, про "экспоненциальное" представление (*e*-представление), когда

$$\mathbf{M}_{j}(a_{j}) = \mathbf{B}_{j},$$
 где  $\mathbf{B}_{j} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ p_{j}(a_{j}) & -p_{j}(a_{j}) \end{pmatrix},$  (14)

а  $p_j(a_j)$  — величина импеданса в правом конце  $\Delta_i, j = 1, 2, ..., N$ . В силу тождества (10) и нужного начального условия (13) на интервале  $\Delta_i$ :

$$((\mathbf{M}^{(t)})^* \mathbf{J}_0 \mathbf{M}^{(t)})(x) \equiv \mathbf{J}$$
  
в *t*-представлении,  
$$((\mathbf{M}^{(e)})^* \mathbf{J}_0 \mathbf{M}^{(e)})(x) \equiv 2p(a_j) \mathbf{J}_1$$
(15)  
в *e*-представлении.

Из этих тождеств следует невырожденность матриц  $\mathbf{M}_{j}^{(e)}(x), \mathbf{M}_{j}^{(t)}(x)$  для всякого x из  $\Delta_{j}, j = 1, 2, ..., N$ , а также выражения для постоянных векторов  $\vec{C}_{j}$ :

$$\vec{C}_{j}^{(t)} = \vec{u}_{j}^{(0)}$$
 в *t*-представлении,  
 $\vec{C}_{j}^{(e)} = \mathbf{B}_{j}^{-1}\vec{u}_{j}^{(0)}$  в *e*-представлении. (16)

Представления (15) аналогичны представлению (8) для всякого x из  $\Delta_i$ .

Используя первое из тождеств (13) и непрерывность электромагнитного поля в каждой точке разрыва коэффициентов уравнений (4), получим основное энергетическое тождество, показывающее сохранение направления и величины потока энергии электромагнитного поля слева от СДС [0,d] и справа от нее:

$$p_{-}\left(\left|C_{0}^{-}\right|^{2}-\left|C_{1}^{-}\right|^{2}\right) \equiv p_{+}\left(\left|C_{0}^{+}\right|^{2}-\left|C_{1}^{+}\right|^{2}\right).$$
(17)

Из последнего тождества видно, что решение прямой задачи для  $\mathbb{R}^3$  зависит от двух произвольных постоянных, в качестве которых можно взять  $\vec{C}_-$  или  $\vec{C}_+$ .

При интерпретации решения прямой задачи как задачи о распространении плоской электромагнитной волны через слоистую систему  $\mathbb{R}^3$  слева направо удобно выбрать произвольные постоян-

$$C_0^+ = 1, \quad C_1^+ = 0,$$
 (18)

где второе условие — отсутствие отражения на  $+\infty$ , а первое — нормировка "по прохождению" волны, прошедшей через СДС [0, d] с кусочно-непрерывными параметрами.

С учетом указанного выбора свободных параметров тождество (17) примет вид

$$\left|C_{0}^{-}\right|^{2} - \left|C_{1}^{-}\right|^{2} \equiv \theta,$$
 (19)

где  $\theta = p_+/p_-$ , из которого вытекает ряд важных следствий для рассматриваемых полей:  $|C_0^-|^2 = |C_1^-|^2 + \theta \ge \theta$ , т.е. оценка величины  $|C_0^-|^2$  снизу:  $|C_0^-|^2 \ge \theta > 0$ , в силу которой для всех к обязательна конечность энергетических коэффициентов

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Фундаментальная матрица для *t*-представления была названа Абеле характеристической матрицей *j*-го слоя [9, с. 85].

отражения слева от СДС и пропускания справа от СДС с кусочно-непрерывными физическими параметрами:

$$R_{-}(\kappa) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\left|C_{1}^{-}(\kappa)\right|^{2}}{\left|C_{0}^{-}(\kappa)\right|^{2}}, \quad T_{+}(\kappa) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\theta}{\left|C_{0}^{-}(\kappa)\right|^{2}}, \quad (20)$$

и, как следствие этого и (17), оказывается обоснованным тождество (3).

Подстановка решений (12) в условия непрерывности (5) приводит к основной системе уравнений (см. [1, 2, 14]) относительно амплитуд

прямой и обратной волн 
$$\vec{C}_j = \begin{pmatrix} C_0^{(j)} \\ C_1^{(j)} \end{pmatrix}$$
 в *j*-м слое

 $(j = 0, 1, \dots, N + 1)$ :

$$\mathbf{M}_{j}\vec{C}_{j}=\mathbf{M}_{j+1}\vec{C}_{j+1},$$

где j = 0 отвечает индексу минус, а j = N + 1 индексу плюс в предыдущем тексте.

Определение. При распространении волны слева направо будем называть профилирующими функциями следующие функции от волнового числа к:

$$F_0(\kappa) \stackrel{\text{def}}{=} \left| C_0^-(\kappa) \right|^2 \quad \varkappa \quad F_1(\kappa) \stackrel{\text{def}}{=} \left| C_1^-(\kappa) \right|^2.$$

Эти функции, а также аналогичные им при распространении волны справа налево, являются функционалами от кусочно-непрерывных параметров СДС [0, d]. В силу (17), будет справедливо тождество

$$F_0(\kappa) - F_1(\kappa) = \theta$$
, где  $\theta = \frac{p_+}{p_-}$ ,  
 $R_-(\kappa) = \frac{F_1(\kappa)}{F_0(\kappa)}$ ,  $T_+(\kappa) = \frac{\theta}{F_0(\kappa)}$ .

Замечание. При интерпретации решения прямой задачи, как задачи о распространении плоской электромагнитной волны через слоистую систему справа налево, удобно выбрать произвольные постоянные в (14) в виде  $C_0^- = 0$ ,  $C_1^- = 1$ , где первое условие означает отсутствие отражения на  $-\infty$ , а второе — нормировку "по прохождению" волны, прошедшей через кусочно-непрерывную СДС.

С учетом указанного выбора свободных параметров и изменения знаков тождество (17) примет вид

$$|C_1^+|^2 - |C_0^+|^2 \equiv \theta^{-1},$$
 (21)

из которого, как и выше, вытекает ряд следствий для рассматриваемых полей:  $|C_1^+|^2 = |C_0^+|^2 + \theta^{-1} \ge \theta^{-1}$ , т.е. оценка величины  $|C_1^+|^2$  снизу:  $|C_1^+|^2 \ge \theta^{-1} > 0$ , в си-

лу которой для всех к следует не обращение в нуль:  $|C_1^+|^2 > 0$ , и вытекающая из этого факта конечность энергетических коэффициентов отражения справа от СДС и пропускания слева от СДС с кусочно-непрерывными физическими параметрами:

$$R_{+}(\kappa) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\left|C_{0}^{+}(\kappa)\right|^{2}}{\left|C_{1}^{+}(\kappa)\right|^{2}}, \quad T_{-}(\kappa) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\theta^{-1}}{\left|C_{1}^{+}(\kappa)\right|^{2}},$$

Следствием этих обозначений и (17) выступает обоснование тождества (2), которое, как и при распространении волны слева направо, позволяет в случае правильных идеалов для коэффициентов отражения (пропускания) обосновать переход от стандартных постановок задач синтеза к их эффективным постановкам.

#### 5. ОБОСНОВАНИЕ ПЕРЕХОДА К ЭФФЕКТИВНЫМ ПОСТАНОВКАМ ЗАДАЧ СИНТЕЗА

*Лемма*. Если идеальные спектральные характеристики  $\tilde{R}(\kappa)$  и  $\tilde{T}(\kappa)$  связаны между собой соотношением  $\tilde{R}(\kappa) + \tilde{T}(\kappa) \equiv 1$ , то оба идеала могут быть правильными только одновременно.

*Лемма*. Если хотя бы один из идеалов  $\tilde{R}_{-}(\kappa)$  или  $\tilde{T}_{+}(\kappa)$  имеет представление

$$\tilde{R}_{-}(\kappa) = \frac{\tilde{F}_{1}(\kappa)}{\tilde{F}_{0}(\kappa)} \left[ \tilde{T}_{+}(\kappa) = \frac{\theta}{\tilde{F}_{0}(\kappa)} \right],$$

где  $\tilde{F}_1(\kappa)$  — идеал для профилирующей функции  $F_1(\kappa)$ , а  $\tilde{F}_0(\kappa)$  — идеал для профилирующей функции  $F_0(\kappa)$ , то правильность любого из идеалов  $\tilde{R}_-(\kappa)$ ,  $\tilde{T}_+(\kappa)$ ,  $\tilde{F}_0(\kappa)$  или  $\tilde{F}_1(\kappa)$  влечет правильность остальных идеалов из перечисленных.

Формулы пересчета идеала для стандартного коэффициента отражения  $\tilde{R}_{-}(\kappa)$  в идеалы для профилирующих функций  $\tilde{F}_{1}(\kappa)$  и  $\tilde{F}_{0}(\kappa)$  таковы:

$$\tilde{R}_{-}(\kappa) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\tilde{F}_{1}(\kappa)}{\tilde{F}_{0}(\kappa)}, \quad \tilde{F}_{0}(\kappa) - \tilde{F}_{1}(\kappa) = \theta.$$
(22)

Из первой формулы следует  $\tilde{F}_1(\kappa) = \tilde{R}_-(\kappa) \tilde{F}_0(\kappa)$ и, подставляя это соотношение во вторую формулу, получаем

$$ilde{F}_0(\kappa) = rac{ heta}{1 - ilde{R}_-(\kappa)} \; \; \mbox{i} \; \; ilde{F}_1(\kappa) = rac{R_-(\kappa)}{1 - ilde{R}_-(\kappa)} heta.$$

В приведенных формулах для оценки точности замены на интервале  $[\mathcal{K}_1, \mathcal{K}_2]$  исходного неравенства  $|R_{-}(\kappa) - \tilde{R}_{-}(\kappa)| < \varepsilon$  на  $|F_1(\kappa) - \tilde{F}_1(\kappa)| < \delta(\varepsilon)$ ,

нужно использовать модуль непрерывности функции

$$y \stackrel{\text{def}}{=} \frac{x}{x+\theta},$$

производная которой на  $(0, +\infty)$  монотонно спадает от  $y'(0) = \theta^{-1}$  до нуля, с заменой ее аргумента *x* на  $F_1(\kappa)$ , а ее значений *y* на  $R(\kappa)$ .

#### 6. ЗАПИСЬ УПРОЩЕННОЙ ПОСТАНОВКИ ЗАДАЧИ СИНТЕЗА ПО П.Л. ЧЕБЫШЕВУ

Задача оптимального синтеза СДФ в смысле П.Л. Чебышева (1) для энергетического коэффициента отражения в силу тождества (3) полностью эквивалентна такой же задаче для энергетического коэффициента пропускания, если  $\tilde{T}(\kappa) = 1 - \tilde{R}(\kappa)$ . Аналогично, в силу (17) эквивалентны между собой задачи оптимального синтеза для каждой из профилирующих функций  $F_0(\kappa), F_1(\kappa)$ .

Тождество

$$R_{-}(\kappa) - \tilde{R}_{-}(\kappa) = |T_{+}(\kappa) - \tilde{T}_{+}(\kappa)| =$$
$$\equiv \frac{\theta}{F_{0}(\kappa)\tilde{F}_{0}(\kappa)} |F_{0}(\kappa) - \tilde{F}_{0}(\kappa)|$$
(23)

позволяет дать простую двухстороннюю оценку для функционала задачи (1) через аналогичные функционалы для профилирующих функций:

$$\frac{\theta}{\alpha\beta} |F_{0}(\kappa) - \tilde{F}_{0}(\kappa)| \leq |R_{-}(\kappa) - \tilde{R}_{-}(\kappa)| \leq \frac{1}{\theta} |F_{0}(\kappa) - \tilde{F}_{0}(\kappa)|, \qquad (24)$$

где  $\theta \leq F_0(\kappa) \leq \alpha, \theta \leq \tilde{F}_0(\kappa) \leq \beta$ , что позволяет говорить об эквивалентности (1) и существенно более простой задачи:

$$\max_{\mathcal{H}_{1}\leq\kappa\leq\mathcal{H}_{2}}\left|F_{0}\left(\kappa,\vec{p},\vec{\nu}\right)-\tilde{F}_{0}\left(\kappa\right)\right|\underset{\vec{p},\vec{\nu}}{\rightarrow}\min.$$

Аналогичный переход от (24) к его аналогу:

$$\begin{aligned} \frac{\theta}{\alpha} v(\kappa) |F_0(\kappa) - \tilde{F}_0(\kappa)| &\leq |R(\kappa) - \tilde{R}(\kappa)| \leq \\ &\leq v(\kappa) |F_0(\kappa) - \tilde{F}_0(\kappa)|, \end{aligned}$$

где  $v(\kappa) = 1/\tilde{F}_0(\kappa)$  — фиксированная весовая функция для равномерной метрики, позволяет говорить об асимптотической (при  $n \to +\infty$ ) эквивалентности задачи (1), аналогичной "весовой" задаче для профилирующей функции  $\tilde{F}_0(\kappa)$ .

Замечание. Неравенства (24) и следующее за ним, справедливы для всех  $\vec{p}$ ,  $\vec{v}$  из пространств  $\mathcal{P}_N$ ,  $\mathcal{N}_N$  соответственно и, следовательно, справедливы при замене пространства  $\mathcal{P}_N$  на его подмножество — параллелепипед  $\mathbf{P}_N$ .

Таким образом, задача оптимального синтеза СДФ в смысле П.Л. Чебышева с ограничениями (2) для энергетического коэффициента отражения или пропускания в силу тождества (3), с учетом проведенных выше рассуждений, эквивалентна такой же задаче для профилирующих функций.

#### выводы

Проведен анализ прямой задачи о распространении плоских электромагнитных волн в слои-

стой среде в пространстве  $\mathbb{R}^3$  с кусочно-непрерывными физическими параметрами  $\varepsilon(x)$  и  $\mu(x)$ , являющийся единственно надежной основой для постановки и решения всех возможных оптимизационных и обратных задач, связанных с этой тематикой. При указанных предположениях, установлены основные для всей теории слоистых сред тождества (19) и (23).

Приведены явные формулы пересчета для "идеалов" энергетических коэффициентов отражения и пропускания в "идеалы" для профилирующих функций.

Обоснована эквивалентность традиционных постановок задач синтеза слоистых диэлектрических фильтров по их "желаемым" спектральным характеристикам типа энергетических коэффициентов отражения и пропускания, названных в работе "идеалами" для соответствующих спектральных характеристик, значительно более простым по структуре функционалам — задачам синтеза по "идеалу" для профилирующих функций.

Сформулированы принципиально новые постановки задач синтеза полосовых фильтров при помощи идеалов для профилирующих функций с учетом практических ограничений на импедансы слоев реализующих фильтры СДС.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Худак Ю.И., Ахмедов И.А., Музылев Н.В., Парфенов Д.В. // Электромагнитные волны и электронные системы. 2016. № 2. С. 24.
- 2. Худак Ю.И., Ахмедов И.А., Музылев Н.В., Парфенов Д.В. // Нелинейный мир. 2016. № 2. С. 38.
- 3. Худак Ю.И., Парфенов Д.В., Музылев Н.В., Хачлаев Т.С. // Росс. технол. журн. 2020. Т.8. № 5. С. 26.
- 4. Гласко В.Б., Тихонов А.Н., Тихонравов А.В. // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1974. Т. 14. № 1. С. 135.
- 5. *Тихонравов А.В.* // ДАН СССР. 1985. Т. 28. № 3. С. 582.
- 6. *Macleod H.A.* Thin-Film Optical Filters. Boca Raton: CRC Press, 2018.

- 7. *Baumeister P.W.* Optical Coating Technology. Bellingham: SPIE Press, 2004.
- Современная теория фильтров и их проектирование / Под ред. Г. Темеша и С. Митра. М.: Мир, 1977.
- 9. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1973.
- 10. *Кард П.Г.* Анализ и синтез многослойных интерференционных пленок. Таллин: Валгус, 1971.
- 11. *Furman Sh.A., Tikhonravov A.V.* Basics of Optics of Multilayer Systems. Gif-sur Yvette: Editions Frontiers, 1992.
- 12. *Винер Н*. Интеграл Фурье и некоторые его приложения. М.: Физматлит, 1963.
- 13. *Аткинсон* Ф. Дискретные и непрерывные граничные задачи. М.: Мир, 1968.

- 14. Худак Ю.И. // Докл. РАН. 2013. Т. 448. № 5. С. 1.
- 15. Худак Ю.И. // Докл. РАН. 2015. Т. 467. № 2. С. 149.
- 16. *Худак Ю.И.* // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1990. Т. 30. № 2. С. 325.
- Худак Ю.И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1985. Т. 28. № 4. С. 499.
- 18. *Худак Ю.И.* // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1986. Т.26. № 7. С. 1105.
- Akhmedov I., Hudak Yu. // Proc. of the 8th Congress of the Int.l Soc. for Analysis, its Applications, and Computation. Moscow. 22–27 Aug. 2011. M.: Peoples' Friendship Univ. of Russia, 2012. V. 1. P. 128.
- 20. Schuster K. // Annalen der Physik. 1949. F. 6. B. 4. S. 352.

### ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 537.876

# УГЛОВОЕ СВЕРХРАЗРЕШЕНИЕ В ДВУМЕРНЫХ ЗАДАЧАХ РАДИОЛОКАЦИИ

© 2021 г. Б.А. Лаговский\*

МИРЭА — Российский технологический университет, просп. Вернадского, 78, Москва, 119454 Российская Федерация \*E-mail: robertlag@yandex.ru Поступила в редакцию 16.09.2020 г. После доработки 16.09.2020 г.

Принята к публикации 21.04.2021 г.

Решена обратная двумерная задача формирования радиоизображения источника сигналов с угловым сверхразрешением. Обоснована новая методика цифровой обработки сигналов при значительном уровне шумов. Разработан ряд методов повышения устойчивости задач, основанный на поиске дополнительной информации о решении.

DOI: 10.31857/S0033849421090102

#### **ВВЕДЕНИЕ**

В силу важности задачи повышения эффективной угловой разрешающей способности систем во многих странах внедряются методы обработки сигналов, позволяющие достигать сверхразрешения. Для их успешной работы, в том числе для популярных MUSIC [1], ESPRIT [2] и других [3] обычно требуется обеспечить отношение сигнал/шум (ОСШ) не ниже 20...25 дБ. Большинство упомянутых методов позволяют получать решения одномерных задач. Их обобщение на двумерные задачи существенно усложняет алгоритмы, резко повышает время обработки сигналов. В итоге быстродействие алгоритмов на основе этих методов недостаточно для работы в режиме реального времени.

#### 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Ставится задача восстановления изображения источника сигналов со сверхразрешением при меньших ОСШ, чем большинство известных методов, и с быстродействием, позволяющим радиолокационным системам (РЛС) работать в режиме реального времени.

Пусть в области обзора угломерной системы находится исследуемый объект с конечными угловыми размерами. Задана диаграмма направленности (ДН) антенной системы  $f(\alpha, \phi)$  и угловая зависимость огибающей выходного сигнала  $U(\alpha, \phi)$ , полученная при сканировании области по углам  $\alpha$  и  $\phi$ . Требуется найти с возможно большим разрешением угловое распределение амплитуды отраженного объектом сигнала  $I(\alpha, \phi)$ .

Принятый сигнал может быть представлен в виде линейного интегрального уравнения (ИУ) Фредгольма первого рода типа свертки:

$$U(\alpha, \varphi) = \int_{\Omega} f(\alpha - \alpha', \varphi - \varphi') I(\alpha', \varphi') d\alpha' d\varphi', \quad (1)$$

где  $\Omega(\alpha, \phi)$  — угловая область расположения источника.

Из трех условий корректности задач по Адамару (существование решения, его единственность, устойчивость) уравнение (1) не удовлетворяет второму и третьему условиям. Таким образом, рассматриваемая задача относится к классу обратных и является некорректной.

#### 2. АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ

Для решения поставленной обратной задачи предлагаются методы и алгоритмы цифровой обработки сигналов, которые можно назвать алгебраическими [4]. Представим искомое решение  $I(\alpha, \phi)$  в виде разложения по полной системе ортонормированных в области  $\Omega$  функций  $g_m(\alpha, \phi)$  с неизвестными коэффициентами  $b_m$ :

$$I(\alpha, \varphi) = \sum_{m=1}^{\infty} b_m g_m(\alpha, \varphi) \cong \sum_{m=1}^{N} b_m g_m(\alpha, \varphi).$$
(2)

Если размеры области  $\Omega$  по каждой из координат равны ширине ДН 2 $\theta_{0.5}$ , то число используемых в (2) функций  $g_m(\alpha, \phi)$  определяет искомую степень сверхразрешения.

Подстановка представления (2) в (1) позволяет провести параметризацию обратной задачи, т.е.

Рис. 1. Малоразмерные источники (а) и плавно неоднородный источник (б).

свести задачу поиска неизвестной функции  $I(\alpha, \phi)$  к задаче поиска набора коэффициентов  $b_m$ :

$$U(\alpha, \varphi) \cong \sum_{m=1}^{N} b_m \int_{\Omega} f(\alpha - \alpha', \varphi - \varphi') g_m(\alpha', \varphi') d\alpha' d\varphi'. (3)$$

Коэффициенты  $b_m$ , m = 1, 2, ..., N, обычно находят из условия обеспечения минимума среднеквадратичного отклонения (3) от принятого сигнала  $U(\alpha, \varphi)$ . В итоге задача сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

$$\int_{\Theta} U(\alpha, \phi) \psi_j(\alpha, \phi) d\alpha d\phi =$$

$$= \sum_{m=1}^{N} b_m \int_{\Theta} \psi_m(\alpha, \phi) \psi_j(\alpha, \phi) d\alpha d\phi, \qquad (3)$$

$$\psi_m(\alpha, \phi) = \int_{\Omega} f(\alpha - \alpha', \phi - \phi') g_m(\alpha', \phi') d\alpha' d\phi', \qquad i = 1, 2, \dots, N.$$

где область  $\Theta$  — телесный угол, в пределах которого ОСШ достаточно для получения устойчивых решений. Обычно размер области  $\Theta$  превышает  $\Omega$ .

Числа обусловленности матриц в (3), как показывают численные эксперименты на моделях, с увеличением *N* быстро возрастают, и устойчивость решений резко — экспоненциально — падает.

В силу этого для достижения предельного для каждой решаемой задачи углового разрешения строится итерационный процесс, основанный на последовательном увеличении числа используемых функций в (2), вплоть до некоторого  $N_{\rm max}$ , при котором еще удается получить устойчивое решение [5].

В силу ограниченности числа используемых функций в (2) степень близости получаемого приближенного решения к истинному в значительной степени зависит от выбранной системы функций  $g_m(\alpha, \varphi)$  [6]. Поэтому выбор системы функций следует осуществлять на основе предварительных представлений о характеристиках целей. Например, при наблюдении целей с угловыми размерами, близкими к точечным, эффективно использование ступенчатых функций, при дистанционном зондировании поверхностей с плавными изменениями амплитуды отражаемого сигнала — системы гладких функций, при зондировании поверхностей, содержащих включения в виде "блестящих точек" удобно применять вейвлеты [7].

Хорошо известно, что использование априорной информации о решении обратных задач значительно повышает их устойчивость. Для рассматриваемых задач такой информацией может быть, в частности, расположение, размер и форма области расположения источника, тип углового распределения амплитуды излучаемого источником сигнала, количество отдельных целей в составе сложной цели и их характеристики отражения и т.д.

Алгебраические методы позволяют достаточно полно реализовать априорную информацию о решении в виде выбираемой для построения решения последовательности функций, выбора размера и формы области  $\Omega$ , введения дополнительных условий при построении решения [8]. Ряд типов одномерных задач такого рода рассмотрен в работе [9].

На рис. 1а, 1б приведены примеры решений двумерных задач. Рассматривалась эквидистантная антенная решетка (AP) из 19 × 19 элементов с расстояниями между ними  $d = 0.7\lambda$  ( $\lambda$  – длина волны). В качестве систем двумерных функций были использованы разделимые системы.

Приближенное решение задачи искали в виде

$$I(\alpha, \varphi) \cong \sum_{n=1}^{N} \sum_{m=1}^{N} b_{n,m} g_n(\alpha) g_m(\varphi).$$
(4)

Конкретный выбор функций  $g_n(\alpha)g_m(\phi)$  основывался на априорной информации о цели. Так, в задаче, решение которой показано на рис. 1а,

предварительно было известно, что источник сигналов представляет собой групповую цель, состоящую из нескольких малоразмерных источников, которые не разрешались при прямом наблюдении. Это предопределило выбор в качестве системы функций в (4) функций, близких к дельта-функциям, расположенным на различных расстояниях друг от друга.

По горизонтальным осям в декартовой системе координат на этом и последующих рисунках отложены углы, отсчитываемые от нормали к плоскости AP. По каждой из осей  $\alpha$  и  $\phi$  углы изменяются в пределах ширины ДН: от  $-\theta_{0.5}$  до  $\theta_{0.5}$ . В виде сетчатых поверхностей на рис. 1а и 16 приведен исследуемый сигнал  $U(\alpha, \phi)$ . Решение, полученное на основе выражений (3), (4), позволило правильно определить количество объектов и их местоположение. Амплитуды отраженных сигналов найдены с погрешностью в пределах 5...7%. Уровень достигнутого сверхразрешения превысил критерий Рэлея в три–пять раз.

На рис. 16 представлено решение задачи о дистанционном зондировании при использовании априорной информации о плавно меняющейся амплитуде сигнала, отраженного подстилающей поверхностью. В этом случае в представлении (4) применялись тригонометрические функции.

Полученное решение позволило разрешить все объекты и практически точно найти их расположение. Интенсивности были определены с небольшой ошибкой, составившей около 5%. Достигнутое эффективное разрешение по каждой из осей в четыре раза превысило критерий Рэлея. При повышении уровня шума степень достигаемого углового сверхразрешения снижалась. Получить решение со сверхразрешением оказалось возможным до ОСШ  $q \cong 16$  дБ, т.е. при большем уровне шума, чем многие другие известные методы [10].

#### 3. МОДИФИКАЦИИ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ

С использованием различных особенностей решаемых задач возможно дальнейшее повышение достигаемой степени сверхразрешения.

#### 3.1. Ортогонализация функций и их образов

Устойчивость решений СЛАУ повышается, если функции  $\psi_m$  из (3) ортогональны в области  $\Theta$ . В этом случае все искомые коэффициенты находятся непосредственно из каждого из уравнений в СЛАУ (3).

Возникает задача выбора системы таких ортонормированных в области  $\Omega$  функций  $g_m$ , образы которых  $\chi_m$  в области  $\Theta$  являются ортогональными. Такими функциями для совпадающих областей  $\Omega$  и  $\Theta$  являются собственные функции ИУ. Если же область  $\Theta$  превышает  $\Omega$ , то система функций может быть построена на их основе, например, с помощью процедуры ортогонализации Грамма—Шмидта.

Однако собственные числа исследуемого ИУ (1) близки к 0, и численный поиск собственных функций ИУ приводит к неустойчивым решениям. Численные эксперименты показали, что начиная с третьей, а иногда и со второй собственной функции их поиск сводится к решению менее устойчивых задач, чем прямое решение СЛАУ (3).

В работе [8] для одномерного случая предложен другой подход к решению задачи одновременной ортогонализации функций  $g_m$  и их образов  $\chi_m$ , названный двойной ортогонализацией. Обобщение метода на двумерные разделимые системы функций не представляет сложности. При низких ОСШ, как показали численные эксперименты, эта модификация алгебраического метода предпочтительнее прямого решения СЛАУ (3).

#### 3.2. Симметризация задачи

Увеличение размерности СЛАУ (3) позволяет увеличивать степень сверхразрешения, но одновременно снижает устойчивость решений. Существует, однако, возможность в некоторых случаях повысить сверхразрешение, не повышая размерность СЛАУ.

Введем понятие двойной четности функции. В силу линейности задачи всегда возможно представить принятый сигнал U в виде суммы четырех составляющих различной четности вида  $U_{o,o}$ ,  $U_{e,o}$ ,  $U_{o,e}$  и  $U_{e,e}$ :

$$U_{o,o}(\alpha, \varphi) = 1/4 (U(\alpha, \varphi) + U(-\alpha, \varphi) + U(-\alpha, \varphi) + U(-\alpha, -\varphi)),$$

$$U_{e,o}(\alpha, \varphi) = 1/4 (U(\alpha, \varphi) - U(-\alpha, -\varphi)),$$

$$U_{o,e}(\alpha, \varphi) = 1/4 (U(\alpha, \varphi) + U(-\alpha, \varphi) - U(-\alpha, -\varphi)),$$

$$U_{o,e}(\alpha, \varphi) = 1/4 (U(\alpha, \varphi) - U(-\alpha, -\varphi)),$$

$$U_{e,e}(\alpha, \varphi) = 1/4 (U(\alpha, \varphi) - U(-\alpha, -\varphi)),$$

$$U_{e,e}(\alpha, -\varphi) = 1/4 (U(\alpha, -\varphi) - U(-\alpha, -\varphi)),$$
(5)

Тогда исходная задача распадается на четыре задачи поиска составляющих решение I функций двойной четности  $I_{o,o}(\alpha, \phi), I_{e,o}(\alpha, \phi)$  и пр. В итоге, общее решение всей задачи — суперпозиция решений всех четностей:

$$I(\alpha, \varphi) = \frac{1}{4} (I_{e,o}(\alpha, \varphi) + I_{o,e}(\alpha, \varphi) + I_{o,e}(\alpha, \varphi) + I_{e,e}(\alpha, \varphi)).$$
(6)

Если для каждой из задач удается получить устойчивое решение при размерности СЛАУ  $N \times N$ , т.е. при использовании N функций, то итоговое суммарное решение содержит 4N функций. Таким



Рис. 2. Истинный (а) и восстановленный (б) источники.

образом, разрешение по каждой из координат (α, φ) удваивается без снижения устойчивости.

На рис. 2а, 2б показано решение задачи о восстановлении изображений плавно неоднородных источников. В отличие от задачи, показанной на рис. 1б, амплитудные значения сигналов источников различаются более чем в три раза. Простое следование решению задачи (2), (3) не позволило разрешить объекты. Симметризация задачи на основе выражений (5), (6) дала возможность получить радиоизображение источников со сверхразрешением.

На рис. 2а показано истинное угловое распределение амплитуды отражаемых сигналов. На рис. 26 приведено полученное решение на основе симметризации. В виде сетчатой поверхности показан принимаемый сигнал  $U(\alpha, \phi)$ . Решение практически точно воспроизвело форму амплитудного распределения и с ошибкой 5...10% значения максимумов.

Симметризация оказывается эффективной не для всех задач, а только если исходный принятый сигнал *U* не обладает симметрией.

#### 3.3. Двухлучевой метод

При использовании цифровых антенных решеток (ЦАР) излучение и прием зондирующих сигналов может проводиться двумя независимыми сканирующими лучами. Тогда связь между принятым сигналом и его источником выражается в виде интеграла типа свертки от четырех переменных, соответствующих положению передающего ( $\alpha$ ,  $\phi$ ) и приемного ( $\beta$ ,  $\gamma$ ) лучей:

$$U(\alpha, \varphi, \beta, \gamma) = (7)$$
  
= 
$$\int_{\Omega} f(\alpha - \alpha', \varphi - \varphi') f(\beta - \alpha', \gamma - \varphi') I(\alpha', \varphi') d\alpha' d\varphi'.$$

Поскольку ДН ЦАР может быть выражена в виде конечной суммы, то (7) оказывается ИУ с вырожденным ядром. Известно, что число собственных функций такого ИУ, *K*, конечно и степень достижимого уровня сверхразрешения определяется числом *K*.

Существенное отличие (7) от (1) состоит в том, что число собственных функций (7) вдвое больше. Это свидетельствует о потенциальной возможности получить большее разрешение двухлучевым методом.

Для получения результатов, выражаемых с помощью (7), необязательно физически проводить сканирование приемным лучом. При каждом угловом положении передающего луча прием сигнала реально осуществляется отдельными элементами ЦАР. Принятые каждым элементом сигналы можно далее в цифровой форме складывать с различными фазовыми сдвигами, что эквивалентно сканированию. Таким образом, процесс сканирования заменяется обработкой сигнала по специальным алгоритмам.

Наиболее перспективным методом обработки сигнала (7) представляется предварительное интегрирование по углам сканирования приемной антенны ( $\beta$ ,  $\gamma$ )  $\in \Theta$ . В этом случае получим

$$V(\alpha, \varphi) = \int_{\Theta} U(\alpha, \varphi, \beta, \gamma) d\beta d\gamma =$$
  
= 
$$\int_{\Omega} f(\alpha - \alpha', \varphi - \varphi') J(\alpha', \varphi') d\alpha' d\varphi', \qquad (8)$$
$$J(\alpha', \varphi') = I(\alpha', \varphi') \int_{\Theta} f(\beta - \alpha', \gamma - \varphi') d\beta d\gamma.$$

Выражение  $J(\alpha, \phi)$  в (8) эквивалентно  $I(\alpha, \phi)$  в (1). Следовательно, поиск  $J(\alpha, \phi)$  может быть проведен с помощью всех изложенных выше методов и алгоритмов. Интеграл в выражении для  $J(\alpha, \phi)$ легко берется и в итоге получаем искомую зависимость  $I(\alpha, \phi)$ .



**Рис. 3.** Изображение источника в области  $\Omega$  (а) и в уточненной области расположения источника  $\Omega_n$  (б).

Устойчивость решений систем на основе (8) увеличивается. Метод требует большего времени для обработки сигналов, но позволяет получать адекватные решения при низких ОСШ [11, 12].

### 3.4. Итерационный метод поиска и применения априорной информации

Поскольку использование априорной информации об источнике сигналов позволяет повысить устойчивость решений. предлагается новая методика, основанная на поиске "скрытой", т.е. априори неизвестной информации об источнике сигналов. Поиск такой информации осуществляется в ходе итерационного процесса. На каждом шаге процесса последовательно выявляются и уточняются "скрытые" характеристики источника, к которым относятся угловые размеры всего объекта и его составляющих, тип углового распределение интенсивности сигнала, контуры границ областей с равной интенсивностью и т.д. На следующем шаге поиска решения полученная новая информация об объекте используется в качестве априорной.

Один из путей использования этой информации — оптимизация набора функций для представления решения. Поскольку число функций  $N_{\rm max}$  при представлении (2) ограничено появлением неустойчивых решений, важно отобрать  $N_{\rm max}$  конкретных функций из используемой системы, которые наилучшим образом представят решение.

Метод селекции функций основан на интеллектуальном анализе получаемых приближенных решений. В частности, если полученное приближенное решение показывает, что найденная область расположения источника  $\Omega_n$  меньше предварительно введенной области  $\Omega$ , то следует искать решение в этой меньшей области путем введения новой системы функций, ортогональных в новой области  $\Omega_n$ . Тогда при том же числе используемых функций достигается лучшее разрешение.

В качестве примера эффективности оптимизации функций на рис. За и 3б показаны решения одной и той же задачи. На рис. За показано решение с наилучшим достигнутым разрешением при использовании системы ступенчатых функций во всей области  $\Omega$ . На следующем этапе вместо  $\Omega$ была выбрана новая двухсвязная область  $\Omega_n$ , найденная как приближенное решение, показанное на рис. За. В итоге полученное решение (см. рис. 3б) обеспечило разрешение всех отдельных объектов групповой цели и их хорошую локализацию, близкую к истинному положению объектов. Достигнутое разрешение в пять раз превысило критерий Рэлея.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработанная методика анализа и цифровой обработки сигналов позволяет получать приближенные радиоизображения объектов с угловым сверхразрешением, превышающим критерий Рэлея в два—восемь раз при отношении сигнал—шум 12...20 дБ. Достигнутые значения ОСШ существенно ниже, чем у известных методов [13]. Быстродействующие алгоритмы позволяют использовать методику в режиме реального времени.

#### ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 20-07-00006).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kim K., Seo D., Kim H.* // IEEE Trans. 2002. V. AP-22. № 3. P. 325.

- 2. *Almeida M., Figueiredo M.* // IEEE Trans. 2013. V. IP-22. № 8. P. 3074.
- 3. *Herman M.A., Strohmer T.* // IEEE Trans. 2009. V. SP-57. № 6. P. 2275.
- 4. *Морс* Ф.М., Фешбах Г. Методы теоретической физики. М.: Изд-во иностр. лит. Т. 1. 1958. Т. 2. 1960.
- Lagovsky B.A., Samokhin A.B., Samokhina A.S. // Proc. 2015 Int. Conf. Electromagnetics in Advanced Applications (ICEAA). Turin. 7–11 Sept. N.Y.: IEEE, 2015. P. 363.
- Lagovsky B.A., Samokhin A.B., Shestopalov Y.V. // Proc 2015 Progress in Electromagnetics Research Symp., Prague. 6–9 Jul. Cambridge (MA): The Electromagnetic Academy, 2015. Pt. 3. P. 1548.
- Lagovsky B.A. // Proc. 2012 Progress in Electromagnetics Research Symp., Moscow. 19–23 Aug. 2012. Cambridge (MA): The Electromagnetic Academy, 2012. Pt. 3. P. 993.

- Lagovsky B.A. // Proc. 2012 Progress in Electromagnetics Research Symp., Moscow. 19–23 Aug. 2012. Cambridge (MA): The Electromagnetic Academy, 2012. Pt. 3. P. 989.
- 9. Лаговский Б.А., Самохин А.Б., Самохина А.С. // Успехи совр. радиоэлектроники. 2014. № 8. С. 23.
- Lagovsky B.A., Samokhin A.B., Shestopalov Y.V. // Proc. 2018 IEEE Asia-Pacific Conf. on Antennas and Propagation (APCAP). Auckland. 5–8 Aug. 2018. N.Y.: IEEE. P. 114.
- Lagovsky B. // Proc. 2017 Progress in Electromagnetics Research Symp.–Fall. Singapore. 19–22 Nov. 2017. N.Y.: IEEE, 2017. P. 471.
- 12. *Куликов Г.В., Зунг Н.В.* // Российский технологический журн. 2018. Т. 6. № 6. С. 5.
- 13. Лаговский Б.А., Чикина А.Г. // Успехи совр. радиоэлектроники. 2020. № 1. С. 69.

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА, 2021, том 66, № 9, с. 859-862

### \_\_\_ АНТЕННО-ФИДЕРНЫЕ \_\_ СИСТЕМЫ

УДК 621.372.825;621.372.814;537.86;533.9

# ЧАСТОТНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ НАПРАВЛЕННОСТИ ВЫХОДНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПЛАЗМЕННОГО РЕЛЯТИВИСТСКОГО СВЕРХВЫСОКОЧАСТОТНОГО ГЕНЕРАТОРА

© 2021 г. Д. А. Сайфулин<sup>а, \*</sup>, С. Е. Андреев<sup>b, \*\*</sup>, Н. Н. Богачев<sup>b</sup>, Н. Г. Гусейн-заде<sup>а, b</sup>

<sup>а</sup>МИРЭА — Российский технологический университет, просп. Вернадского, 78, Москва, 119454 Российская Федерация <sup>b</sup>Институт общей физики им. А.М. Прохорова Российской академии наук, ул. Вавилова, 38, Москва, 119991, Российская Федерация

> \**E-mail: dsajfulin@inbox.ru* \*\**E-mail: funkmonk@rambler.ru* Поступила в редакцию 16.09.2020 г. После доработки 27.02.2021 г. Принята к публикации 01.03.2021 г.

Исследованы характеристики выходного тракта плазменного релятивистского СВЧ-генератора (ПРГ). Получена зависимость диаграммы направленности (ДН), коэффициента направленного действия (КНД) и передаточная характеристика от частоты в диапазоне 3...10 ГГц. Найдено значительное изменение формы ДН и увеличение КНД с ростом частоты и хорошее согласование передаточной характеристики в широком диапазоне частот. Показано, что в рассматриваемой системе вывода излучения необходимо осуществлять оптимальный выбор рабочей частоты ПРГ на основе компромисса между высоким значением КНД и искажением формы диаграммы направленности.

DOI: 10.31857/S0033849421090151

### введение

Одной из важнейших задач для современной радиотехники является создание сверхширокополосных устройств, которые могли бы стабильно функционировать в широком диапазоне частот при сохранении большой мощности СВЧ-излучения. Такими устройствами, в частности, являются плазменные релятивистские СВЧ-генераторы (ПРГ) [1–9]. Особенностями ПРГ являются больший диапазон рабочих частот (от 2 до 25 ГГц), высокая мощность сигнала (50...100 МВт), возможность работы в режиме генерации одиночного импульса или в частотно-периодическом режиме, в режиме генерации монохроматического или широкополосного излучения. Для такого типа генератора актуальной задачей является проектирование и изучение характеристик его выходного тракта, состоящего из рупорной антенны и преобразователя мод. Целью данной работы было получение характеристик выходного тракта с помощью численного моделирования для проектирования оптимального выходного тракта. Такие генераторы могут работать в различных режимах [3, 6]:

- генерации одиночного импульса,
- частотно-периодическом,
- генерации монохроматической волны,
- генерации широкополосного сигнала.

Схема ПРГ с инверсной конфигурацией представлена на рис. 1 [2]. Работа ПРГ основана на черенковском взаимодействии релятивистских электронных пучков (РЭП) с медленной плазменной волной, в результате трубчатый РЭП передает энергию медленной плазменной волне, возникающей на трубчатой плазме. При черенковском взаимодействии в ПРГ, если скорость пучка равна фазовой скорости волны и длина волны специально подобрана, то возможна передача энергии от пучка к волне, вследствие чего в плазменном коаксиальном волноводе появляются медленные плазменные волны  $E_{01}$ ,  $E_{02}$  и т.д. В текущих экспериментах используется мода  $E_{01}$ . СВЧ-излучение возникает при плотности плазмы, превышающей пороговое



Рис. 1. Схема ПРГ инверсной конфигурации: 1 – взрывоэмиссионный катод, 2 – РЭП, 3 – соленоид, 4 – коаксиальный волновод, 5 – рупор, 6 – источник плазмы, 7 – плазма, 8 – ограничитель плазмы.



Рис. 2. Конструкция используемого выходного преобразователя типов волн с рупорной антенной.

значение. При работе генератора с трубчатой геометрией РЭП и плазменного волновода в выходном коаксиальном волноводе возбуждается мода *TEM*. Для вывода полученного излучения в открытое пространство возникает необходимость преобразовывать получаемую в генераторе моду *TEM* коаксиального волновода в моду  $H_{11}$  круглого волновода. Поэтому в качестве фидера для рупорной антенны используется выходной преобразователь мод. Конусообразная рупорная антенна с описанным выше фидером позволяет выводить СВЧ-излучение ПРГ в открытое пространство с достаточно низким коэффициентом отражения [9].

#### 1. ОБЪЕКТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

В данной работе совместно моделировались преобразователь типов волн, рассмотренный в работе [10], и рупорная антенна в виде конуса. Для начала подробно опишем объекты исследования.

Используемый в настоящее время в выходном тракте ПРГ преобразователь волны TEM в волну  $H_{11}$  имеет довольно простое конструкционное исполнение и представляет собой плавный переход из коаксиального волновода в круглый. Переход осуществляется посредством плавного соединения внутреннего проводника коаксиального волновода, идущего из рабочей области генератора, с внешним проводником. Данное соединение осуществляется под углом 15° между трубкой внутреннего проводника, как показано на рис. 2. Далее стенка внешнего проводника, качестве стенки круглого волновода.

После преобразователя в выходном тракте ПРГ идет рупорная антенна – устройство, выводящее полученное в ходе работы СВЧ-излучение в открытое пространство.

Рупорные антенны находят широкое применение в СВЧ-диапазоне волн как самостоятельные антенны, как облучатели линз и зеркал и как элементы фазированных антенных решеток (ФАР) [11]. Волноводно-рупорные антенны обладают следующими достоинствами: простотой конструкции, высоким КПД, хорошим согласованием с питающим фидером (для конического рупора  $K_c = = 1.1...1.2$ ).

Практически рабочая полоса частот рупорной антенны ограничивается полосой питающего ее волновода и составляет около 100%. Однако широкое применение рупорных антенн ограниченно их существенным недостатком: при больших значениях коэффициента направленного действия (КНД) ( $D_{\rm max} > 100$ ) рупоры получаются громоздкими.

В данной работе рассматривается коническая рупорная антенна длиной 330 мм и диаметром раскрыва 200 мм (см. рис. 2).

#### 2. ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ И ОБСУЖДЕНИЕ

Для выполнения поставленной выше задачи был использован программный комплекс COMSOL Multiphysics, который представляет собой широко известный набор инструментов для проектирования, моделирования и проведения оптимизации трехмерных электромагнитных систем. В этом программном комплексе была создана модель выходного тракта ПРГ. Ниже приведены параметры моделирования используемого преобразователя мод:

-максимальное количество	10
интерполяций	
-отклонение S-параметров	0.02
<ul> <li>–количество возбуждаемых</li> </ul>	25
мод на входе	
-количество тетраэдров	130 000
в разбиении моделей	
<ul> <li>—шаг частотной сетки</li> </ul>	1 ГГц
—начальная частота обработки	3 ГГц
–конечная частота обработки	10 ГГц
-тип перестройки частоты	Дискретный

250



**Рис. 3.** Диаграммы направленности антенны в *H*- (а) и *E*-плоскости (б).

В результате моделирования выходного тракта ПРГ получилась зависимость диаграммы направленности (ДН) в *E*- и *H*-плоскостях от частоты.

На графиках (рис. За и 36) построены диаграммы направленности рупорной антенны при различных частотах (3, 9 и 10 ГГц) в *E*- и *H*-плоскостях. На рис. 4 приведена зависимость коэффициента направленного действия от частоты. Из приведенных результатов можно сделать вывод, что при увеличении частоты ширина ДН уменьшается и на высоких



**Рис. 4.** Зависимость КНД от частоты для рупорной антенны с преобразователем мод.



**Рис. 5.** Зависимость параметра  $S_{21}$  от частоты для исследуемого СВЧ-узла.

частотах ДН в *E*-плоскости отклоняются максимум на 3°. Одновременно с этим КНД возрастает с увеличением частоты до 9 ГГц. Все перечисленное выше происходит из-за того, что на этих частотах волна преобразуется не только в  $H_{11}$ , но и в более высокие моды. При этом стоит отметить, что на частотах 9 и 10 ГГц появляются заметные боковые лепестки. КНД на частоте 9 ГГц больше, а диаграмма направленности уже, чем на частоте 10 ГГц.

Из [10] известен модовый состав излучения на выходе преобразователя, на основании графиков. приведенных там же, можно сделать вывод, что в полосе частот 2...5 ГГц излучение ПРГ в основном преобразуется в моду  $H_{11}$ , а после эта энергия расходуется на преобразование в другие моды. Данные подтверждаются экспериментом, описанным в работе [12]. Как видно из графиков (см. рис. 3) на частоте 3 ГГц нет отклонений максимума ДН и заметных боковых лепестков, а на высоких частотах появляются отклонения максимума ДН в Е-плоскости и заметные боковые лепестки. Связано это с преобразованием выходного излучения в несимметричную Е-моду на более высоких частотах. Таким образом, при выборе частоты работы ПРГ нужно найти компромисс между высоким значением КНД, уровнем боковых лепестков и возможным отклонением ДН.

Как видно из рис. 5 данный СВЧ-узел имеет хорошее согласование в диапазоне частот от 3 до

10

10 ГГц, так как значение параметра  $S_{21}$  в диапазоне 3...10 ГГц не опускается ниже -1 дБ.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе было проведено численное молелирование частотной зависимости характеристик и параметров выходного тракта плазменного релятивистского генератора. Выходной тракт состоял из преобразователя типов волн выходного излучения ПРГ (из ТЕМ-моды в моды круглого волновода) и конической рупорной антенны. В результате расчетов была получена зависимость диаграммы направленности, коэффициента направленного действия и передаточная характеристика от частоты в диапазоне 3...10 ГГц. Было обнаружено значительное изменение формы ДН и увеличение КНД с ростом частоты. Анализ полученных данных показал, что в рассматриваемой системе вывола излучения необхолимо осуществлять оптимальный выбор рабочей частоты ПРГ на основе компромисса между высоким значением КНД и искажением формы диаграммы направленности. Для улучшения параметров значений КНД и уменьшения ширины ДН следует использовать параболическое зеркало на выходе выходного тракта ПРГ, тогда значительно увеличится КНД и уменьшится диаграмма направленности.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кузелев М.В., Лоза О.Т., Рухадзе А.А. и др.* // Физика плазмы. 2001. Т. 27. № 8. С. 710.

- 2. Ернылева С.Е. Булейко А.Б., Ульянов Д.К., Лоза О.Т. // Прикладная физика. 2017. № 2. С. 9.
- 3. Buleyko A.B., Gusein-zade N.G., Loza O.T. // Phys. Wave Phenomena. 2018. V. 26. № 4. P. 317. https://doi.org/10.3103/S1541308X18040118
- 4. *Булейко А.Б., Лоза О.Т., Ульянов Д.К.* // Физическое образование в вузах. 2018. Т. 24. № 1. С. 136.
- 5. Buleyko A.B., Ponomarev A.V., Loza O.T., Ul'yanov D.K. // Phys. Wave Phenomena. 2019. V. 27. № 4. P. 257. https://doi.org/10.3103/S1541308X19040022
- Андреев С.Е., Богданкевич И.Л., Гусейн-заде Н.Г., Ульянов Д.К. // Физика плазмы. 2019. Т. 45. № 7. С. 645. https://doi.org/10.1134/S0367292119070023
- Bogandkevich I.L., Andreev S.E., Gusein-zade N.G., Ul'yanov D.K. // J. Russ. Laser Research. 2019. V. 40. № 5. P. 435. https://doi.org/10.1007/s10946-019-09824-1
- Ulyanov D.K., Bogdankevich I.L., Ernyleva S.E., Andreev S.E. // Plasma Phys. Rep. 2019. T. 45. № 10. P. 980. https://doi.org/10.1134/S1063780X19080117
- 9. *Стрелков П.С. //* Успехи физ. наук. 2019. Т. 189. № 5. С. 494.
- https://doi.org/10.3367/UFNr.2018.09.038443
- 10. *Андреев С.Е., Богачев Н.Н. //* Прикладная физика. 2017. № 6. С. 15.
- Будагян И.Ф. Дубровин В.Ф., Сигов А.С. Электродинамика: учебное пособие для вузов. М.: Альфа-М, 2015.
- 12. *Андреев С.Е., Алексеев И.С., Иванов И.Е. и др.* // Инженерная физика. 2016. № 5. С. 20.

### \_\_\_\_\_ СТАТИСТИЧЕСКАЯ \_ РАДИОФИЗИКА \_

УДК 621.396.96

# РАДИОЛОКАЦИОННЫЕ ОТРАЖЕНИЯ ОТ ЯСНОГО НЕБА В ДИАПАЗОНЕ 35 ГГц

© 2021 г. В. В. Стерлядкин<sup>а, \*</sup>, К. В. Куликовский<sup>а</sup>, В. М. Калмыков<sup>b</sup>, Д. В. Ермилов<sup>b</sup>

<sup>а</sup>МИРЭА — Российский технологический университет, просп. Вернадского, 78, Москва, 119454 Российская Федерация <sup>b</sup>Центральное конструкторское бюро аппаратостроения, ул. Демонстрации, 36, Тула, 300034 Российская Федерация \*E-mail: sterlyadkin@mail.ru Поступила в редакцию 16.09.2020 г. После доработки 16.09.2020 г. Принята к публикации 24.02.2021 г.

Рассмотрен опыт эксплуатации ветрового профилемера, работающего на частоте 35 ГГц. Особое внимание уделено радиолокационным отражениям от ясного неба (ангелам), которые удается регистрировать до уровня —60 дБ*Z*. Показано, что в некоторых случаях сигналы от ясного неба невозможно интерпретировать в рамках традиционной теории отражений от турбулентных неоднородностей. Статистически обосновывается невозможность интерпретации полученных сигналов как отражений от насекомых или от крупных аэрозолей. Рассмотрены различные предполагаемые источники отражений от ясного неба в данном диапазоне длин волн.

DOI: 10.31857/S0033849421090163

#### **ВВЕДЕНИЕ**

Радиолокационные отражения от чистой безоблачной атмосферы (их иногда называют "ангелами") являются наименее изученным явлениями в радарной метеорологии и статистической радиофизике. Особенно это относится к миллиметровому диапазону длин волн, который начал широко использоваться в метеорологических целях лишь в последние 10-15 лет. Первые метеорологические радиолокационные измерения, проводимые в 50-60-х годах XX в. показали, что радиоэхо формируется не только от осадков или облаков, но нередко от визуально прозрачной чистой атмосферы [1-3]. В процессе исследований выявлено, что источниками таких отражений могут быть визуально ненаблюдаемые рассеиватели: птицы, насекомые, семена растений, увлекаемые потоками воздуха, крупные аэрозоли, а также неоднородности показателя преломления воздуха [3, 4]. Последние можно условно разделить на слоистые горизонтально протяженные образования, на границах которых формируются градиенты показателя преломления [5, 6]. Другой вид отражений связывают с турбулентными неоднородностями, которые распределены по объему пространства [6, 7]. Слоистые неоднородности обычно формируют отраженный сигнал, мощность которого максимальна при зеркальном отражении и очень быстро спадает при отклонении от этого

условия. Обычно такой характер имеют радиолокационные отражения в метровом и дециметровом диапазонах длин волн. По этой причине метровые и дециметровые профилемеры (в англоязычной литературе их называют profiler) обычно проводят зондирование при углах места, близких к зениту, с отклонением луча от вертикали на  $10^{\circ}...20^{\circ}$ . Отражения, распределенные по объему, связаны с брегговским рассеянием на турбулентных вихрях, масштаб которых равен половине длины волны [6-8]. Существует минимальный размер вихрей, ниже которого вихри разрушаются за счет вязкого трения. Для нижней тропосферы этот масштаб, по оценкам различных авторов, составляет единицы миллиметров и растет с высотой, достигая дециметровых масштабов в верхней тропосфере. При работе в диапазоне частот 35 ГГц (длина волны 8.6 мм) получаем, что размер турбулентных вихрей не должен превышать 4 мм, а это значение находится на нижней границе применимости теории турбулентного рассеяния для тропосферы. В таких граничных условиях применение классических формул может приводить к ошибкам, поскольку в игру могут включаться и другие механизмы рассеяния. Для изучения этой весьма актуальной проблемы необходимы специальные комплексные исследования, накопление статистического материала и его внимательный анализ. В данной работе представлены экспериментальные результаты измерений радиолокаци-

онных отражений от чистой атмосферы, полученные с помощью доплеровской радиолокационной станции (РЛС) диапазона 35 ГГц. Проведен анализ уровня радиолокационной отражаемости и статистических свойств сигналов, однако комплексные исследования не проводились. Следует отметить, что использование миллиметрового диапазона длин волн в метеорологических целях получило широкое применение лишь в последние 10–15 лет [9, 10]. В России исследования по использованию миллиметрового диапазона для создания ветрового радиолокатора начались раньше, чем за рубежом. В начале 2000 годов в МГУПИ (ныне – РТУ МИРЭА) была проведена научно-исследовательская работа "Механизм". В 2004 г. в Центральном конструкторском бюро аппаратостроения (ЦКБА) г. Тула был создан первый макет 35 ГГц малогабаритного радиолокационного комплекса ветрового зондирования [11, 12]. Уже первые натурные измерения показали, что диапазон метеорологических условий, при которых возможно его применение, оказался намного шире, чем предсказывали теоретические оценки и опыт применения более длинноволновых РЛС. Радиолокационные сигналы формировались в слое 300...500 м почти в 80% случаев, в том числе в ясную погоду. Кроме того, потенциал радиолокатора позволял получать сигналы практически от всех видов облаков, что наряду с приземными данными позволяло проводить восстановление ветрового профиля снизу до верхней границы облачности. Если учесть, что в средней полосе России облачность наблюдается более чем в 70% случаев, оказалось, что созданный радиолокатор является эффективным средством ветрового зондирования тропосферы.

#### 1. АППАРАТУРА И МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЙ

Детальное описание технических характеристик радиолокатора, который имеет рабочее название беззондовый определитель профилей ветра (БОПВ) приведено в работах [12–14]. Здесь кратко опишем только ту часть, которая касается оценки метеорологического потенциала РЛС и методики измерения радиолокационной отражаемости метеорологических объектов.

Режим зондирования заключается в проведении азимутального разреза под постоянным углом места  $\beta = 45^{\circ}$ , при 12-ти дискретных значениях угла азимута  $\alpha_i = 0^{\circ}$ ,  $30^{\circ}$ , ...,  $270^{\circ}$ . Импульсная мощность излучаемая в пространство составляла  $P_{\rm имп} = 3.5$  кВт, длительность зондирующих импульсов  $\tau = 0.4$  мкс (разрешение по дальности 60 м, а по высоте 42.6 м), частота повторения могла переключаться на  $f_{\rm повт1} = 12.5$  кГц или  $f_{\rm повт2} = 25$  кГц. В каждом из 12 направлений зондирования накопление сигнала происходило в течение 6 с, что

позволяло анализировать либо 75000, либо 150000 импульсов на каждой дискретной высоте  $H_j$ , где j = 1...200 или j = 1...100. Учитывая, что ширина распределения по проекциям скоростей  $\Delta v$  в зондируемом объеме почти всегда превышает 0.4...0.5 м/с, ширина доплеровских спектров будет равна

$$\Delta f_{\scriptscriptstyle \! \! I} = \frac{2\Delta v}{\lambda} \ge 100 \ \Gamma \mathrm{II}.$$

Следовательно, оптимальная длительность одной реализации при быстром преобразовании Фурье должна составить

$$\Delta \tau_{\text{опт}} = \frac{1}{\Delta f_{\pi}} = 0.01 \text{ c.}$$

С учетом двух возможных частот повторения импульсов это соответствует делению сигнала на реализации по M1 = 128 или 256 отсчетов. Накопление сигналов в течение 1 с в каждом направлении зондирования обеспечит дальнейшее некогерентное накопление M2 = 6 с/0.01 с = 600 спектров для каждого выделенного элемента объема пространства.

В соответствии с [7] уравнение радиолокации для метеорологических радиолокаторов, имеющих параболическую антенну, можно представить в следующем виде:

$$P_r = \frac{0.28\lambda^2 P_t G^2 h \theta^2 k_1 k_2}{(4\pi)^3} \frac{\eta k k_3}{R^2} = \Pi \frac{\eta k k_3}{R^2}.$$
 (1)

Здесь  $P_r$  — мощность принимаемого сигнала;  $P_t$  мощность излучаемого импульса; G-коэффициент усиления приемо-передающей антенны;  $h = c \tau_{\text{имп}} - c$ протяженность облучаемого объема;  $\theta$  – ширина диаграммы направленности антенны; 
 η – удельная радиолокационная отражаемость единицы объема;  $k_1, k_2 - коэффициенты, учитывающие потери$ в трактах РЛС и ее неоптимальный режим приема. соответственно; к - коэффициент, учитывающий ослабление сигнала при двукратном прохождении атмосферы;  $k_3$  – учитывает степень заполнения рассеивающего объема; *R* – дальность объема рассеяния. Все параметры, характеризующие радиолокатор, принято объединять в константу П, которую называют метеорологическим потенциалом РЛС. Учитывая эффективную площадью апертуры антенны  $A_r = 0.95 \text{ м}^2$ , получим коэффициент усиления антенны, равный

$$G = \frac{4\pi A_r}{\lambda^2} = 1.6 \times 10^4$$

Для созданной версии радиолокатора БОПВ необходимо учесть уровень потерь в трактах  $k_1 = 0.5$ и возможную неоптимальность режима обработки сигналов  $k_2 = 0.4$ . В результате получаем, что метеорологический потенциал созданного радиолокатора составляет  $\Pi = 1.4 \times 10^3$  м<sup>3</sup> Вт.

Для определения обнаружительных способностей созданной РЛС необходимо вычислить уровень минимально обнаружимого сигнала P<sub>min</sub>, который зависит от характеристик приемника и времени накопления сигнала. Мощность шумов на выходе приемной системы можно оценить соотношением:  $P_n = k T_0 F_n B_n$ . Шум-фактор приемной системы равен  $F_n = 4.0$ ,  $T_0 = 290$  K, а оптимальная ширина полосы приемника  $-B_n = 1/\tau_{\text{имп}} =$  $= 2.5 \times 10^6 \ 1/c$ . Оптимальный режим обработки означает когерентное накопление сигнала в пределах времени когерентности сигнала, т.е. за время  $\Delta \tau_{\text{ког}} = 1/\Delta f_{\pi} = 0.01 \text{ c.}$  Это соответствует временной длительности одной реализации. При частоте повторения 25 кГц в одной реализации будет  $M_1 =$ = 256 импульсов, тогда с учетом квадратурного анализа получим столько же точек доплеровского спектра. При этом вся мощность шумов распределяется на M<sub>1</sub> точек спектра, что приводит к уменьшению мощности шумов, приходящихся на элемент разрешения доплеровского спектра в  $M_1$ раз (с данного момента переходим на терминологию спектральной плотности – мошности, отнесенной на шаг доплеровского разрешения). Отметим, что вся мощность сигнала при этом регистрируется на одном элементе доплеровского спектра. Некогерентное накопление доплеровских спектров в течение 6 с позволило некогерентно накапливать  $M_2 = 6 \text{ c}/0.01 \text{ c} = 600 \text{ спектров}$ , что дает выигрыш в отношении сигнал/шум (С/Ш) в  $\sqrt{M_2}$ . раз. Опыт обработки доплеровских спектров показывает, что для распознавания сигнала достаточно, чтобы отношение С/Ш в спектре составляло C/Ш = 3. В результате нетрудно рассчитать мощ-

приходящегося на минимальный интервал частот  
доплеровского спектра:  
$$P_{\rm min} = P_n \left( {\rm C} / {\rm III} \right) \frac{1}{M_1 \sqrt{M_2}} = 1.95 \times 10^{-17} \text{ Br.}$$
(2)

ность минимально обнаруживаемого сигнала,

Если воспользоваться определением потенциала (1), то нетрудно рассчитать минимальное значение удельной радиолокационной отражаемости, которую ветровой радиолокатор может зарегистрировать на высоте h = 1000 м (дальности R = 1410 м).

$$\eta_{\min} = \frac{P_{\min}R^2}{\Pi} = 2.8 \times 10^{-14} \text{ m}^{-1}.$$
 (3)

Данную величину можно пересчитать на эквивалентную радиолокационную отражаемость Z, предполагая, что сигнал формируется каплей воды [7]:

$$\eta = \frac{\pi^5}{\lambda^4} |K_w|^2 \beta Z, \qquad (4)$$

где  $|K_w|^2 = 0.8 - 0.95$  для водяных капель,  $\beta = 10^{-18}$  учитывает переход размерностей в величине Z

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА том 66 № 9 2021

к мм<sup>6</sup>/м<sup>3</sup>. Для нашей системы, учитывая  $\lambda = 8.6 \times 10^{-3}$  м, получим

$$\eta(M^{-1}) = 5.6 \times 10^{-8} Z\left(\frac{MM^6}{M^3}\right).$$
 (5)

Таким образом, на основе представленных данных получилось, что теоретическое значение метеорологического потенциала радиолокатора таково, что позволяет на высоте 1 км регистрировать сигнал от объектов с удельной радиолокационной отражаемостью  $\eta = 2.8 \times 10^{-14} \text{ м}^{-1}$  или  $Z_{\min} (h = 1 \text{ км}) = -63 \text{ дБ}Z.$ 

Теоретическая оценка метеорологического потенциала ветрового радиолокатора была подтверждена комплексными радиолокационно радиометрическими измерениями облаков [15]. Физической основой таких измерений явился тот факт, что по радиометрическому контрасту, который возникает между безоблачным участком неба и участком с облаком хорошей погоды "Cumulus Humilis" можно оценить водность облака. При этом радиолокационная отражаемость, получаемая РЛС, работающей на той же длине волны, в свою очередь связана с водностью облака [7]. В результате по совместным измерениям контрастов отражаемости и радиометрическому контрасту, который создается облаком, удается оценить потенциал радиолокатора [15]. Результаты комплексных измерений позволили оценить минимальное значение эффективной радиолокационной отражаемости, которую РЛС может регистрировать на высоте 1 км величиной  $Z_{\min}(h = 1 \text{ км}) =$  $= (-58 \pm 5) \, \text{д} \text{БZ}$ . По сравнению с теоретической оценкой на основе параметров РЛС полученное значение отличается на 4 дБ. Среднее значение между теоретическим расчетом и экспериментальной оценкой мы и примем за истинное значение  $Z_{\min}$  (h = 1 км) = (-60 ± 5) дБZ.

Далее рассмотрим методику измерений вертикального профиля эффективной радиолокационной отражаемости. На рис. 1 приведены примеры доплеровских спектров при измерениях в условиях ясного неба вблизи космодрома Байконур 01.07.2017, 16.05 мск. Спектральная плотность представлена в относительных единицах в логарифмическом масштабе.

На рис. 2 представлена спектрограмма, полученная для выбранного направления зондирования, которая объединяет все доплеровские спектры в одну наглядную картину. При этом каждая строка спектрограммы представляет собой спектр на соответствующей высоте, а спектральная плотность мощности изображена плотностью затемнения. Следует отметить, что в данном примере ширина спектров, полученных в условиях ясного неба до высоты 2200 м, иногда доходит до 3...4 м/с, что



**Рис. 1.** Типичная форма доплеровских спектров, полученных в условиях ясного неба на космодроме Байконур (01.07.2017 в 16.05 мск) на высотах 3742 (а), 2257 (б), 857 (в) и 51 м (г).



Рис. 2. Спектрограмма, каждая строка которой является доплеровским спектром на заданной высоте.



**Рис. 3.** Зависимости радиолокационной отражаемости ясного неба от высоты для 12 различных азимутальных направлений зондирования, полученные на космодроме Байконур 01.07.17 в 16:04 мск.

больше, чем это обычно бывает в случае облаков или осадков.

На спектрах, представленных в логарифмическом масштабе, при высоких уровнях сигналов видна симметричная часть спектра, которая на 25 дБ ниже истинного сигнала. Это связано с неполным подавлением сигнала при квадратурной обработке. Следует отметить, что уровень шумовой дорожки зависит от дальности и в меньшей степени от направления зондирования. На самых нижних высотах этот уровень возрастает на 6...8 дБ по сравнению с высотами, большими 250 м. По-видимому, это связано с отражениями от местных предметов, попадающих в боковые лепестки антенны. По этой причине уровень полезного сигнала мы также отсчитывали от среднего уровня шума на участках спектров, удаленных от области возможных сигналов. Примерно такую же методику оценки уровня шумов применяли в работе [16]. Одновременно на этих же участках вычисляли среднеквадратичную спектральную плотность шума σ<sub>ш</sub>. Мощность радиолокационного сигнала рассчитана в относительных единицах как интеграл от доплеровского спектра, который превышает средний уровень шумов плюс 3 $\sigma_{\rm m}$ . Шумы при такой обработке в расчет уровня сигнала не попадали. Однако увеличение уровня шумов не приводит к изменению мощности сигнала, поэтому простое вычитание шумовой дорожки и интегрирование оставшегося спектра приведет к недооценке сигнала. В связи с этим при расчетах мощность сигнала корректировалась на разницу, возникшую за счет подъема уровня шума. Для перевода мощности сигнала в радиолокационную отражаемость умножали на квадрат высоты. Полученная в результате радиолокационная отражаемость, выраженная в относительных единицах, нормировалась на потенциал радиолокатора так, чтобы на дальности 1 км минимальный уровень сигнала составлял -60 дБ*Z*.

#### 2. РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ РАДИОЛОКАЦИОННОЙ ОТРАЖАЕМОСТИ ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ ПРИМЕРОВ ЯСНОГО НЕБА

Рассмотрим примеры измерений, проведенных в условиях ясного неба в летние месяцы года. На рис. 3 в логарифмическом масштабе представлены зависимости радиолокационной отражаемости от высоты для десяти различных направлений, полученных вблизи космодрома Байконур 01.07.2017 в 16.04 мск. Температура у поверхности составляла 26°С. Аналогичные измерения получены в окрестности Тулы 16.06.16 в12:51 мск (рис. 4).



Рис. 4. Зависимости радиолокационной отражаемости ясного неба от высоты для 12 различных азимутальных направлений зондирования, полученные 16.06.16 в 12:51 мск (Тула).

Температура у земли составляла 28°С. На графиках заметна общая недооценка отражаемости в слое 50...250 м, что, по-видимому, связано с ростом уровня шумовой дорожки в данном интервале высот. Общим свойством для тех и других измерений являются: во-первых, высокий средний уровень радиолокационной отражаемости Z = $= -30...-20 \, \text{дБ} Z$  до высоты 2000...2200 м, а во-вторых, однородность радиолокационной отражаемости в этом диапазоне высот. Так, на рис. 3 в семи направлениях из 12, а на рис. 4 во всех 12 направлениях в диапазоне высот 500...2000 м радиолокационная отражаемость держится в очень узком интервале ( $-35 \pm 5$ ) дБ*Z*.

Следует отметить стабильное в пространстве и времени весьма высокое значение радиолокационной отражаемости, которое близко к отражаемости облачности.

#### 2.1. Интерпретация результатов и анализ возможных источников отражений от ясного неба

Отражения от чистого безоблачного неба традиционно делят по видам источников отражений. Показано, что отражения могут формироваться птицами, насекомыми, семенами растений, увлеченных воздушными потоками, аэрозолями, а также флуктуациями показателя преломления воздуха [1-7]. Отражения от семян и крупных аэрозолей в среднем подчиняется распределению Больцмана по высоте и даже при наличии вертикальных потоков должно экспоненциально снижаться с высотой. Этого в наших примерах не происходит. Следовательно, такую причину формирования сигналов следует отбросить.

Особенность отражений от птиц и насекомых заключается в том, что отражения являются точечными и не заполняют всю область зондирования, а отмечаются на определенных дальностях и в определенных направлениях. В наших примерах отражения имеют объемный характер и равномерно заполняют весь слой до высоты 2000 м. Поэтому естественным предположением является интерпретация сигналов как отражения от флуктуаций показателя преломления. Теория таких отражений в микроволновом диапазоне длин волн была развита В.И. Татарским в его фундаментальной работе [17]. В ней показано, что турбулентные флуктуации показателя преломления (в рамках инерционного интервала турбулентности) формируют в пространстве множество периодических структур различного масштаба. Микроволны испытывают обратное рассеяние брегговского типа
на периодических неоднородностях показателя преломления, размер которых вдвое меньше длины волны. Получено соотношение для расчета удельной площади рассеяния (удельной отражаемости) развитой турбулентности [7, 17]:

$$\eta = 0.38 C_n^2 \lambda^{-1/3},\tag{6}$$

где  $\eta$  выражена в м<sup>-1</sup>,  $C_n^2$  является мерой интенсивности флуктуаций показателя преломления и имеет размерность м<sup>-2/3</sup>, а  $\lambda$  – длина волны, в м.

В работе [17] приведено множество экспериментальных данных, которые подтверждают развитую теорию в приложении к длинам волн 3 см и выше. Собранный экспериментальный материал [17, с. 434] показал, что  $C_n^2$  может изменяться в диапазоне от  $C_n^2 = 2 \times 10^{-14}...10^{-16}$  см<sup>-2/3</sup> до 4.3 ×  $\times 10^{-13}...2.1 \times 10^{-15}$  м<sup>-2/3</sup>. Данные, полученные в течение года на РЛС диапазона 10 см [18], показывают максимальное значение  $C_n^2 = 4.3 \times 10^{-13}$  м<sup>-2/3</sup> и по соотношению (6) получим максимальное теоретическое значение удельной отражаемости для длины волны  $\lambda = 8.6$  мм:

$$\eta_{\rm max} = 8.0 \times 10^{-13} \,\,{\rm M}^{-1}.\tag{7}$$

Если по формуле (5) перевести это значение в эффективную радиолокационную отражаемость Z, то получим

$$Z_{\text{max}} = 1.4 \times 10^{-5} \frac{\text{MM}^6}{\text{M}^3} = -49 \text{ gbZ}.$$

Очевидно, что в рассматриваемых случаях, при слабом ветре (V < 10 м/с), интенсивность турбулентности не должна принимать экстремальные высокие значения и радиолокационная отражаемость, формируемая турбулентными пульсациями должна быть в несколько раз меньше, на уровне -55...-65 дБZ. Эти значения находятся на границе чувствительности радиолокатора и почти не должны им регистрироваться. Тем не менее в рассматриваемых случаях в слое до 2 км мы регистрируем Z на уровне  $-35 \pm 5$  дБZ. Эти значения на 15...20 дБ превышают теоретические оценки! Такое расхождение трудно списать на погрешности оценки потенциала радиолокатора, поскольку наш РЛС регистрирует все виды облаков до 12 км, что невозможно для низкопотенциальных РЛС. Аналогичный потенциал демонстрируют и зарубежные РЛС миллиметрового диапазона [19, 20].

Рассмотрим более подробно версию, которая в принципе может объяснить отмеченное расхождение. Это отражения от мелких насекомых, сечение рассеяния у которых вполне укладывается в наблюдаемые значения. Однако статистические свойства наблюдаемых сигналов таковы, что версия насекомых не является состоятельной [21]. Из рис. 3 и 4 следует, что распределение отражаемости почти однородно во всех элементах разрешения радиолокатора до высоты 1600...2000 м. В этом случае такие статистические свойства сигнала невозможно объяснить только лишь появлением насекомых в объеме зондирования. Дело в том, что распределение насекомых в пространстве не может быть однородным, при условии, что всего несколько особей попадает в зондирующий объем. Обязательно, вследствие случайного распределения и стайного поведения насекомых, в каких-то объемах будет большое число насекомых, а в каких-то их не будет вовсе. Соответственно, интенсивность радиолокационного сигнала будет сильно флуктуировать от фоновых значений, определяемых отражениями от флуктуаций показателя преломления, до весьма значительных, определяемых наличием насекомых. В наших измерениях во всей области от 50 до 1600 м (с шагом 40 м) и во всех 12 направлениях зондирования радиолокационная отражаемость не опускалась ниже -32 дБ. Трудно предположить, что в течение всего дня во всем слое до 1600...2000 м постоянно и равномерно присутствуют насекомые. Статистически это невозможно.

Подтверждением этого вывода являются результаты компьютерного моделирования. Все пространство до 1600 м высоты было разделено на (1600/40 м)12 = 480 элементов объема в соответствии с проводимыми радиолокационными измерениями. При этом предполагалось, что в этом пространстве присутствует N = 480n одинаковых по размеру насекомых, в среднем по n особей в одном элементе объема.

Рассмотрим "идеализированный" случай, не учитывающий стайное поведение насекомых и их неоднородное распределение у земли, и предположим, что распределение насекомых по элементам объема равновероятно. Какова будет статистика их распределения по всем элементам?

На рис. 5 представлены гистограммы распределений насекомых по элементам объема для случая  $N = 480 \times 3 = 1440$  и  $N = 480 \times 4 = 1920$ . Из диаграмм видно, что даже при равномерном распределении вероятностей часть элементов объема окажется без насекомых (десятки элементов объема). Учитывая стайное поведение насекомых и их неравномерное распределение у поверхности земли, в реальности количество элементов объема без насекомых должно быть еще больше. Таким образом, если бы радиолокационный сигнал формировался бы в первую очередь насекомыми, то радиолокационная отражаемость сильно флуктуировала и в свободных от насекомых элементах



**Рис. 5.** Распределение насекомых (PH) по элементам объема ( $\Theta$ O) при N = 1440 (а) и N = 1920 особей (б) в 480 элементах объема. В каждом случае есть элементы объема без насекомых.

объема падала до  $Z = -55 \, \text{д}\text{Б}Z$ . Этого в наших измерениях не наблюдалось, следовательно, фоновый континуальный сигнал на уровне  $-32...-25 \, \text{д}\text{Б}Z$  формировался от флуктуаций показателя преломления. Такие уровни радиолокационной отражаемости на 15...20 дБ превышают максимальные значения, которые дает теория Брэгга для турбулентных флуктуаций.

В данной работе мы лишь фиксируем факты и не можем объяснить причины столь большого расхождения экспериментальных данных с теорией. Для понимания физики таких результатов, по-видимому, потребуется постановка и проведение комплексных исследований.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, рассмотрен опыт 20-летних радиолокационных измерений ветрового поля с помощью 35 ГГц ветрового профилемера. Обоснован метеорологический потенциал созданного радиолокатора, который позволяет регистрировать на высоте 1 км радиолокационные отражения от метеорологических объектов с радиолокационной отражаемостью Z = -60 дБZ. Особое внимание уделено отражениям в условиях ясной атмосферы. Показано, что в ряде случаев наблюдаемые значения радиолокационной отражаемости от ясного неба невозможно объяснить сушествующей турбулентной теорией отражений от флуктуаций показателя преломления. Расхождения достигают 15...20 дБ. Сложившаяся ситуация вполне предсказуема. Миллиметровый диапазон длин волн лежит на границе применимости теории турбулентности. В таких случаях на первый план, как правило, выдвигаются другие механизмы формирования сигналов, которые в настоящее время пока не известны. Вероятное объяснение высокого уровня радиолокационной отражаемости при натурных измерениях может заключаться в структуре термиков, которые образуются за счет неравномерного прогрева поверхности.

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Горелик А.Г., Костарев В.В.// ДАН СССР. 1959. Т. 125. № 1. С. 59.
- Atlas D. // J. Atmospheric and Terrestrial Phys. 1959.
   V. 15. № 3–4. P. 262.
- Atlas D. // J. Meteorology. 1959. V. 16. № 1. P. 6. https://doi.org/10.1175/1520-0469(1959)016<0006:ME> 2.0.CO;2
- 4. *Черников А. А. //* Труды ЦАО. 1961. Вып. 36. С. 126.
- 5. *Черников А.А.* Радиолокационные отражения от ясного неба. Л.: Гидрометеоиздат, 1979.
- 6. Атлас Д. Успехи радарной метеорологии. Л.: Гидрометеоиздат, 1967.
- 7. *Степаненко В.Д.* Радиолокация в метеорологии. Л.: Гидрометеоиздат, 1973.
- Горелик А.Г., Князев Л.В., Углова Л.Н. // Изв. АН СССР. Сер. Физика атмосферы и океана. 1973. Т. 9. № 2. С. 145.
- 9. *Kollias P., Clothiaux E.E., Miller M.A. et al.* // Bull. Amer. Meteorological Soc. 2007. V. 88. № 10. P. 1608. https://doi.org/10.1175/BAMS-88-10-1608
- Görsdorf U., Lehmann V., Bauer-Pfundstein M. et al. // J. Atmospheric and Oceanic Technology. 2015. V. 32. № 4. P. 675. https://doi.org/10.1175/JTECH-D-14-00066.1
- Кононов М.А. Малогабаритная доплеровская РЛС, обеспечивающая ветровое зондирование пограничного слоя атмосферы. Дис. ... канд. техн. наук. М.: МГТУ ГА, 2010. 178 с.
- Стерлядкин В.В., Кононов М.А. // Научн. вестн. МГТУ ГА. Сер. Радиофизика и радиотехника. 2010. № 158. С. 5259.
- 13. Sterlyadkin V.V., Gorelik A.G., Kulikovskii K.V. et al. // Proc. Progress in Electromagnetics Research Symp.—

Spring. St.Petetrsburg. 22–25 May, 2017. N.Y.: IEEE. 2017. P. 897.

- Стерлядкин В.В., Кононов М.А., Быковский С.С. // Научн. вестн. МГТУ ГА. Сер. Радиотехника. 2012. № 176. С. 31.
- Стерлядкин В.В., Куликовский К.В. // Сб. научн. тр. МНТК "Информатика и технологии. Инновационные технологии в промышленности и информатике", 06–07 апр. 2017 г. М.: МТУ–МИРЭА, С. 633
- 16. *Hildebrand P.H., Sekhon R.S.* // J. Appl. Meteorology and Climatology.1974. V. 13. № 7. P. 808.
- 17. Татарский В.И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1967.

- Radar in Meteorology/ Ed. by D. Atlas. Boston: Amer. Meteorological. Soc., 1990.
- 19. *Kollias P., Ieng Jo, Borque P. et al.* // J. Atmospheric and Oceanic Technology. 2014. V. 31. № 3. P. 583. https://doi.org/10.1175/JTECH-D-13-00045.1
- Luke E.P., Kollias P., Johnson K. L., Clothiaux E.E. // J. Atmospheric and Oceanic Technology. 2008. V. 25. № 9. P. 1498. https://doi.org/10.1175/2007JTECHA953.1
- Стерлядкин В.В., Куликовский К.В., Калмыков В.М., Ермилов Д.В. // Рос. Технол. Журн. 2018. Т. 6. № 6. С. 28.

https://doi.org/10.32362/2500-316X-2018-6-6-28-40

# ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

УДК 621.37+537.874+537.877

# РЕГИСТРАЦИЯ ФИНИТНЫХ РАДИОИЗОБРАЖЕНИЙ В СИГНАЛЬНОМ РАДИОВИДЕНИИ СУБНАНОСЕКУНДНОГО РАЗРЕШЕНИЯ

© 2021 г. М. С. Костин<sup>а,</sup> \*, Д. С. Воруничев<sup>а</sup>

<sup>а</sup>МИРЭА — Российский технологический университет, просп. Вернадского, 78, Москва, 119454 Российская Федерация \*E-mail: kostin\_m@mirea.ru Поступила в редакцию 16.09.2020 г. После доработки 16.09.2020 г. Принята к публикации 04.03.2021 г.

Разработан метод спектрально-временной рекуперации нестационарных полей сверхкоротких радиоимпульсов, волновая конфигурация которых составляет аутентификаторы радиоизображений в сигнальном радиовидении субнаносекундного разрешения. Показано, что технология спектрально-временной рекуперации одиночного радиоотклика заключается в генерации идентичной серии импульсов и достигается путем его последовательного пропускания через усилитель, охваченный петлей запаздывающей обратной связи. Построена и проанализирована параметрическая модель стробоскопического рециркулятора и исследованы условия его устойчивости. Дана статистическая оценка воспроизводимости радиооткликов с учетом влияния параметрических условий режима рециркуляции, а также стационарных шумов и итерационной аттенюации. Спроектирован экспериментальный образец микрополоскового модуля рециркулятора, генерирующего импульсно-выборочную последовательность по финитному радиоотклику заданной конфигурации. Показано, что наилучшим отношением сигнал—шум, при котором диапазон итераций лежит в интервале 15...20, является 9 дБ и более.

DOI: 10.31857/S0033849421090072

### введение

Переход к сигнальному радиовидению субнаносекундного разрешения при помощи нестационарных сверхкоротких импульсов (СКИ) сопровождается необходимостью решения научной проблемы регистрации и идентификации сигнального профиля финитных полей СКИ, составляющих высокоточные радиоизображения в сигнальном радиовидении. Безусловно, это позволяет принципиально улучшить показатели аутентификации собственно томографического радиовидения не только за счет получения информации о импедансной профилограмме, но и о импульсных характеристиках облучаемых объектов и неоднородных сред через волновые деформации СКИ, скрытых в его рассеянной конфигурации.

Как известно, в широко применяемых методах радиотомографии используют методы, основанные на принципах регистрации векторного распределения интенсивностей и пространственно-временных задержек обратно рассеянного поля, применяя СКИ исключительно в целях обеспечения пространственного разрешения регистрации распределения волнового импеданса облачаемой среды без фиксирования каких-либо изменений в волновой конфигурации самого профиля СКИ [1]. В то же время аутентификаторы различных объектов, определяемые реперными неоднородностями материальной среды, составляющей их структуру, скрыты именно в волновых деформациях поля СКИ. При этом волновые профили сигнальных радиоизображений различных объектов способны иметь достаточно сложные, но схожие огибающие, что определенно вводит все основания на ограничение аутентификации объектов по огибающим СКИ в сигнальном радиовидении и требует регистрации фактического профиля СКИ радиоизображения.

Действительно, сочетание сигнального и томографического методов позволит существенно расширить информативные возможности активного радиовидения благодаря возможности регистрации и идентификации волновых деформаций СКИ. Таким образом, актуальность представленной научной работы обусловлена необходимостью разработки и совершенствования радиотехнических методов и средств регистрации и идентификации СКИ-сигналов нестационарной конфигурации, основанных на получении информации об



**Рис. 1.** Структурная схема стробоскопического СКИ-рециркулятора (а): О – обнаружитель, Л31 – линяя задержки управления ключа, К – быстродействующий ключ, ШУ – широкополосный усилитель, НО – направленный ответвитесь, Л32 – линяя задержки петли обратной связи. Опытный образец (б).

объектах, содержащейся в волновых деформациях рассеянного СКИ. Так же становится актуальным решение проблемы достижения субнаносекундного разрешения при регистрации квазифинитных СКИ полей нестационарной конфигурации, требующего не менее 25% относительной полосы пропускания и пикосекундного быстродействия изделий твердотельных модулей СВЧ, способных аппаратно обеспечить высокоточную воспроизводимость СКИ [1, 2]. Эта проблема является не менее важной практической радиотехнической задачей, особенно применительно к быстропротекающим радиоволновым процессам, поскольку высокоточная регистрация параметров нестационарных сред в прикладных задачах радиофизики, так же как и радиоизображений в радиовидении, не всегда позволяет использовать сквозную последовательность радиоимпульсов для восстановления СКИ [2].

В работе решение проблемы регистрации квазифинитных СКИ-полей радиоизображений предлагается найти путем применения рециркуляции одиночных радиоимпульсов на основе метода спектрально-временной рекуперации СКИ с усиленно-задержанной обратной связью [1, 3].

#### 1. СПЕКТРАЛЬНО-ВРЕМЕННАЯ РЕКУПЕРАЦИЯ СКИ

Технология спектрально-временной рекуперации СКИ заключается в генерации идентичной серии импульсов и достигается путем его последовательного пропускания через широкополосный усилитель (ШУ), охваченный петлей запаздывающей обратной связи [1, 4]. Элемент запаздывания, реализуемый коаксиальной линией задержки (ЛЗ), необходим для временного разделения СКИ, совершающего требуемое число прохождений через нелинейный элемент с заданным периодом следования. При этом предложенная технология может быть универсально реализована для любого из известных практических решений масштабновременной трансформации (MBT) СКИ [1, 4]. На рис. 1 представлена структурная схема стробоскопического СКИ-рециркулятора с усиленно-задержанной обратной связью и его опытный образец соответственно.

Поясним принцип действия СКИ-рециркулятора. Сигнал СКИ  $U_{\rm BX}$ , принятый и обработанный устройством обнаружения, поступает на быстродействующий ключ К, а сигнал обнаружения – на линию задержки ЛЗ1, равной длительности СКИ  $\Delta T1$ . После того, как СКИ-сигнал приходит на вход ШУ, через время  $\Delta T1$  быстродействующий ключ изменит свое состояние. При этом одна часть усиленного  $U_{\rm Bbix}$  СКИ-сигнала  $U_{\rm MB\Pi}$  от направленного ответвителя НО поступает на устройство МВТ, а другая – на линию задержки ЛЗ2, задерживается на время  $\Delta T2 > \Delta T1$ , после чего через замкнутый ключ попадает на ШУ, и далее процесс повторяется в заданном цикле.

Так, пренебрегая потерями, нелинейными искажениями, шумами, а также влиянием эффекта самовозбуждения, считая режим СКИ-рециркуляции устойчивым, можно предположить, что число циклов рекуперации СКИ будет носить бесконечный характер, а модель рециркулятора может быть представлена системой выражений:

$$\begin{bmatrix}
 U_{\text{BbIX}} = U_{\text{BX}} K_{\text{IIIY}} \\
 U_{\text{BX}} = \frac{U_{\text{BbIX}}}{K_{\text{HO}}} \\
 U_{\text{BbIX}} = U_{\text{BX}} + U_{\text{MBII}}
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 U_{\text{MBII}} = U_{\text{BX}} (K_{\text{IIIY}} - 1), \quad (1)
 \end{bmatrix}$$

где  $K_{\rm ШУ}$  — коэффициент передачи ШУ, не охваченного обратной связью,  $K_{\rm HO}$  — коэффициент передачи плеча обратной связи НО. Причем для случая  $K_{\rm ШУ} = K_{\rm HO}$ , последовательность СКИ



Рис. 2. Функциональная схема СКИ-рециркулятора.

 $U_{\rm MB\Pi}$  на выходе ответвителя носит стабильный динамический характер, повторяясь с периодичностью  $\Delta T2$ . Однако на практике не представляется возможным обеспечить условие равенства  $K_{\rm ШV} = K_{\rm HO}$ , вследствие чего неизбежно возникает сложность поддержания последовательности СКИ неизменного уровня, что может привести к насыщению ШУ, когда  $K_{\rm ШY} > K_{\rm HO}$ , либо к последовательной аттенюации радиоимпульса, когда  $K_{\rm ШV} < K_{\rm HO}$ , что ограничивает число циклов рециркуляции. Данный недостаток может быть компенсирован введением в схему стробоскопического рециркулятора ШУ отслеживающей цепи с автоматической регулировкой усиления [5].

## 1.1. Параметрическая модель стробоскопического СКИ-рециркулятора

Проанализируем функциональные особенности стробоскопического СКИ-рециркулятора, схема которого представлена на рис. 2.

Широкополосный усилитель является ключевым устройством рециркулятора, от характеристик которого зависят радиотехнические характеристики устройства, поскольку качественным показателем ШУ является точность воспроизведения профиля исходного СКИ [5]. Для рециркулятора критичными являются как линейные искажения, обусловленные зависимостью модуля коэффициента усиления, фазового сдвига между входным и выходным сигналом от частоты входного сигнала, так и нелинейные – искажения, обусловленные влиянием нелинейных характеристик системы, ведущими к появлению в выходном СКИ высших гармоник. Если высшие гармонические составляющие не попадают в частотную область СКИ-сигнала, их легко подавить выходной фильтрацией. Однако если высшие составляющие

форманты лежат вблизи рабочей частоты ШУ, то уменьшить уровень их влияния не всегда представляется эффективно возможным. Поэтому для минимизации влияния искажений и обеспечения высокой линейности передаточной характеристики в ШУ вводятся дополнительные цепи линеаризации. При этом важно отметить, что обеспечение равномерности амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) ШУ в заданной полосе функции спектральной плотности мощности СКИ – очень важный параметр. Так, форма СКИ на выходе ШУ, будет отличаться от профиля СКИ в случае, если гармонические составляющие будут усиливаться с разным коэффициентом усиления  $K_{\text{HIV}}$ , а также если фазовые сдвиги, вносимые ШУ, будут различными для отдельных гармоник, т.е. изменения формовременного профиля СКИ на выходе рециркулятора в этом случае будет связано с частотными и фазовыми искажениями. Действительно, искажения в ШУ связаны с частотной зависимостью  $K_{\text{IIIV}}$ , поскольку АЧХ реальных ШУ имеет неравномерную зависимость от частоты [1, 5]. Так, уменьшение К<sub>ШУ</sub> на нижних границах частотного диапазона обусловлено возрастанием входного импеданса ШУ за счет увеличения реактивного емкостного сопротивления во входных каскадах, в то время как снижение К<sub>ШУ</sub> в области верхних границ частотного диапазона обусловлено влиянием паразитных емкостей активных нелинейных элементов и межэлементных соединений, шунтирующих СКИ [1, 5].

Для количественной оценки частотных искажений, вносимых ШУ, в работе используется коэффициент частотных искажений  $\zeta_{\rm q} = \overline{K}_{\rm ШУ}/K_{\rm ШУ}$ , где  $\overline{K}_{\rm ШУ}$  — усредненный коэффициент усиления в средней полосе рабочих частот, а  $K_{\rm ШУ}$ — коэффициент усиления на заданной частоте. Наряду с частотными искажениями в ШУ возможны фазовые искажения, которые не влияют на спектральный состав СКИ, но являются причиной изменения профиля СКИ в результате фазовых сдвигов, что недопустимо при решении задач радиовидения.

В отличие от линейных фазочастотных искажений, вносимых рециркулятором, нелинейные искажения связаны с появлением дополнительных частотных гармоник, также искажающих форму профиля СКИ. Величина нелинейных искажений при тестировании СКИ-рециркулятора оценивается коэффициентом нелинейных искажений или коэффициентом гармоник [1, 5]

$$K_{\rm r} = \sqrt{\frac{U_2^2 + U_3^2 + U_N^2}{U_1^2}}.$$

Одним из известных способов математической интерпретации нелинейных систем является

представление нелинейной характеристики полиномом вида

$$U_{\rm Bbix} = K_1 U_{\rm Bx} + K_2 U_{\rm Bx}^2 + K_3 U_{\rm Bx}^3 + \dots + K_N U_{\rm Bx}^N,$$

где  $K_1, K_2, ..., K_N$  — весовые коэффициенты. Отсюда нелинейные искажения, вносимые ШУ, будут зависеть не только от линейных коэффициентов, но и от более высоких составляющих входного сигнала. Поэтому нелинейные искажения СКИ могут проявиться как в возникновении дополнительных гармонических составляющих, так и в изменении соотношения амплитуд гармоник, что может привести к вырождению СКИ на выходе рециркулятора уже на первой декаде дробной итерации [6]. Следует также отметить, что между линейными и нелинейными искажениями сушествует связь, несмотря на различную природу их происхождения. Кроме того, в зависимости от частотных характеристик в многокаскадных ШУ нелинейные искажения (высшие гармоники), появившиеся в одном из каскадов, могут быть либо чрезмерно усилены, либо частично подавлены [6].

Важными также являются шумовые характеристики ШУ. Когда собственный шум ШУ накладывается на усиливаемый СКИ, отделить их друг от друга уже не представляется возможным [1, 6]. Так, внешние шумы, естественным образом подмешенные к СКИ, проходя итерацию за итерацией рециркуляции, при каждом цикле также усиливаются с добавлением собственных шумов ШУ. Поэтому при синтезе и исследовании рецеркулятора необходимо обеспечить снижение собственных шумов ШУ. С практической точки зрения для описания рециркулятора особый интерес представляет коэффициент шума ξ<sub>ш</sub>, характеризующий ухудшение ОСШ при прохождении сигнала через ШУ:

$$\xi_{\rm III} = \frac{P_{\rm BX}/N_{\rm BX}}{P_{\rm BMX}/N_{\rm BMX}} = \frac{P_{\rm BX}N_{\rm BMX}}{P_{\rm BMX}N_{\rm BX}} = \frac{N_{\rm BMX}}{K_{\rm IIIY}N_{\rm BX}},$$
(2)

где  $N_{\text{вых}}, N_{\text{вх}}$  – средняя мощность выходного и входного шума ШУ, соответственно;  $P_{\text{вых}}, P_{\text{вх}}$  – средняя мощность выходного и выходного СКИ ШУ соответственно.

В реальных ШУ  $\xi_{\text{ш}} > 1$ , так как ШУ обязательно вносит собственный шум [7]. Так, для первого прохождения СКИ через ШУ (цепь обратной связи не участвует; СКИ проходит через ШУ в первый раз) выходной шум  $N'_{вых}$  можно представить как  $N'_{\text{вых}} = \xi_{\text{ш}} N'_{\text{вх}} + N_{\text{ШУ}}$ , где  $N_{\text{ШУ}} -$ собственный шума ШУ не охваченного петлей обратной связи,

 $N'_{\rm вx}$  — шум на входе ШУ.

Для первой итерации (часть энергии СКИ первый раз передается по цепи обратной связи с выхода на вход ШУ; в импульсной последовательно-

Рис. 3. Эквивалентная схема анализа устойчивости стробоскопического СКИ-рециркулятора.

сти на выходе рециркулятора формируется второй СКИ) выходной шум *N*'<sub>вых</sub> можно определить как

$$\begin{split} N_{\rm Bbix}'' &= \frac{K_{\rm IIIY}}{K_{\rm HO}} \Big( K_{\rm IIIY} N_{\rm Bx}' + N_{\rm IIIY} \Big) + N_{\rm IIIY} + \\ &+ K_{\rm IIIY} \left( N_{\rm K} + N_{\rm HO} + N_{\rm JI3} \right), \end{split}$$

где  $N_{\rm K}$  — шумы перекидного ключа,  $N_{\rm HO}$  — тепловой шум HO,  $N_{\rm J3}$  — тепловой шум коаксиальной J3. Отсюда коэффициент шума рециркуляции (ШРЦ)  $\xi_{\text{ШРИ}}$  за N итераций для  $\xi_{\text{ШУ}} > 1$  будет иметь вил

$$\xi_{\text{ШРЦ}} = \xi'_{\text{ш}} + \frac{\xi'_{\text{ш}} - 1}{K_{\text{ШV}} - 1} \left(1 - \frac{1}{K_{\text{ШV}}}\right)^{N-1}, \quad (3)$$

где

$$\xi'_{\rm III} = 1 + \frac{1}{K_{\rm HIV}N'_{\rm BX}} [N_{\rm IIIY} + K_{\rm HO}(N_{\rm K} + H_{\rm HO} + N_{\rm J3})] - \frac{1}{K_{\rm HIV}N'_{\rm BX}} [N_{\rm HIV}N'_{\rm BX} + K_{\rm HO}(N_{\rm K} + H_{\rm HO} + N_{\rm J3})] - \frac{1}{K_{\rm HIV}N'_{\rm BX}} [N_{\rm HIV}N'_{\rm BX} + K_{\rm HO}(N_{\rm K} + H_{\rm HO} + N_{\rm J3})] - \frac{1}{K_{\rm HIV}N'_{\rm BX}} [N_{\rm HIV}N'_{\rm BX} + K_{\rm HO}(N_{\rm K} + H_{\rm HO} + N_{\rm J3})] - \frac{1}{K_{\rm HIV}N'_{\rm BX}} [N_{\rm HIV}N'_{\rm BX} + K_{\rm HO}(N_{\rm K} + H_{\rm HO} + N_{\rm J3})] - \frac{1}{K_{\rm HIV}N'_{\rm BX}} [N_{\rm HIV}N'_{\rm BX} + K_{\rm HO}(N_{\rm K} + H_{\rm HO} + N_{\rm J3})] - \frac{1}{K_{\rm HIV}N'_{\rm BX}} [N_{\rm HV}N'_{\rm BX} + K_{\rm HO}(N_{\rm K} + H_{\rm HO} + N_{\rm J3})] - \frac{1}{K_{\rm HV}N'_{\rm BX}} [N_{\rm HV}N'_{\rm BX} + K_{\rm HO}(N_{\rm K} + H_{\rm HO} + N_{\rm J3})] - \frac{1}{K_{\rm HV}N'_{\rm BX}} [N_{\rm HV}N'_{\rm BX} + K_{\rm HO}(N_{\rm K} + H_{\rm HO} + N_{\rm J3})] - \frac{1}{K_{\rm HV}N'_{\rm BX}} [N_{\rm HV}N'_{\rm BX} + K_{\rm HO}(N_{\rm K} + H_{\rm HO} + N_{\rm J3})] - \frac{1}{K_{\rm HV}N'_{\rm BX}} [N_{\rm HV}N'_{\rm BX} + K_{\rm HO}(N_{\rm K} + H_{\rm HO} + N_{\rm J3})] - \frac{1}{K_{\rm HV}N'_{\rm BX}} [N_{\rm HV}N'_{\rm BX} + K_{\rm HO}(N_{\rm K} + H_{\rm HO} + N_{\rm J3})] - \frac{1}{K_{\rm HV}N'_{\rm BX}} [N_{\rm HV}N'_{\rm BX} + K_{\rm HO}(N_{\rm K} + H_{\rm HO} + N_{\rm J3})] - \frac{1}{K_{\rm HV}N'_{\rm BX}} [N_{\rm HV}N'_{\rm BX} + K_{\rm HO}(N_{\rm K} + H_{\rm HO} + N_{\rm J3})] - \frac{1}{K_{\rm HV}N'_{\rm BX}} [N_{\rm HV}N'_{\rm BX} + K_{\rm HO}(N_{\rm K} + H_{\rm HO} + N_{\rm J3})] - \frac{1}{K_{\rm HV}N'_{\rm BX}} [N_{\rm HV}N'_{\rm BX} + K_{\rm HO}(N_{\rm HV} + N_{\rm HO} + N_{\rm HV})] - \frac{1}{K_{\rm HV}N'_{\rm HV}} [N_{\rm HV}N'_{\rm HV} + N_{\rm HV}N'_{\rm HV}] - \frac{1}{K_{\rm HV}N'_{\rm HV}} [N_{\rm HV}N'_{\rm HV} + N_{\rm HV}N'_{\rm HV}] - \frac{1}{K_{\rm HV}N'_{\rm HV}} [N_{\rm HV}N'_{\rm HV} + N_{\rm HV}N'_{\rm HV}] - \frac{1}{K_{\rm HV}N'_{\rm HV}} -$$

коэффициент шума первой итерации. Отсюда следует, что чем выше коэффициент усиления ШУ и ниже собственные шумы элементов схемы, тем выше отношение сигнал-шум (ОСШ). Кроме того, важно отметить, что для СКИ-рециркулятора коэффициент шума – динамическая характеристика [1, 7].

# 1.2. Анализ устойчивости стробоскопического СКИ-рециркулятора

Усиленно-задерженная обратная связь В СКИ-рециркуляторе носит положительный характер, а потому синтез такого устройства предполагает оценку его устойчивости к самовозбуждению [1, 7]. Причем внутренние и внешние паразитные обратные связи также необходимо учитывать. Так, на рис. 3 представлена эквивалентная схема рециркулятора, охваченного двумя типами обратной связи: отрицательной и положительной.

Режим работы рециркулятора считается устойчивым при двух условиях: если выполняется неравенство  $|\tilde{K}_{IIIV}\gamma| \ge 1$  и дополнительный фазо-



Рис. 4. Эквивалентные схемы направленных ответвителей: АНО (а) и ГНО (б).

вый сдвиг  $\phi > 180^\circ$ , либо если выполняется неравенство  $\left| \tilde{K}_{\rm ШУ} \gamma \right| < 1$  для  $\phi < 180^\circ$ . Здесь  $\tilde{K}_{\rm ШУ}$  — коэффициент усиления ШУ без обратной связи, а

$$\gamma = \frac{z_1 \| z_{\text{BX}}}{z_2 + z_1 \| z_{\text{BX}}} = \frac{z_1 z_{\text{BX}}}{(z_1 + z_{\text{BX}}) \left( z_2 + \frac{z_1 z_{\text{BX}}}{z_1 + z_{\text{BX}}} \right)}$$

– коэффициент обратной связи, где  $z_{\rm bx}$  – входной импеданс ШУ,  $z_1, z_2$ – импедансы цепи обратной отрицательной связи соответственно. Полагая коэффициент обратной связи частотно независимым и  $z_{\rm bx} \gg z_1$  для  $\phi \ge 180^\circ$ , получим первое условие устойчивости

$$\left|\tilde{K}_{\mathrm{IIIV}} \frac{z_1}{z_1 + z_2}\right| < 1.$$

Таким образом, коэффициент обратной связи, выраженный через импедансы сосредоточенных параметров схемы СКИ-рециркулятора

$$\gamma_{\rm PLL} = \frac{z_5}{(z_3 + z_4 + z_5)}$$

где  $z_4, z_5$  — импедансы плеч делителя на выходе рециркулятора,  $z_3$  — импеданс паразитных параметров топологии и элементов цепей, в том числе ЛЗ. Если коэффициент усиления  $\tilde{K}_{\rm ШУ}$  равномерен во всем диапазоне частот и  $z_4 + z_5 \ge z_3$ , тогда второе условие устойчивости

$$\tilde{K}_{\mathrm{IIIV}} \frac{z_5}{(z_4 + z_5)} < 1 \Longrightarrow \frac{K_{\mathrm{IIIV}}}{K_{\mathrm{HO}}} < 1.$$

Импеданс  $Z_3$  паразитных параметров в цепи обратной связи определяется как

$$z_{3} = (R_{\Pi 3} + j\omega L_{\Pi 3}) \| \frac{1}{j\omega C_{\Pi 3}} = \frac{(R_{\Pi 3} + j\omega L_{\Pi 3})}{j\omega C_{\Pi 3} (R_{\Pi 3} + j\omega L_{\Pi 3} + 1/j\omega C_{\Pi 3})}$$

где  $R_{\Pi 3}$  — омическое сопротивление конвекторов цепи и ЛЗ,  $X_C = 1/j\omega C_{\Pi 3}$ — емкостная составляющая,  $X_L = j\omega L_{\Pi 3}$  — индуктивная составляющая. При этом с увеличением частоты  $X_C$  шунтирует плечи делителя и совместно с  $X_L$  увеличивает коэффициент деления. В результате коэффициент деления в области верхних частот получается выше, чем в области нижних.

Быстродействующий ключ в схеме устройства рециркулятора обеспечивает режим замыкания СКИ-сигнала в контур цепи обратной связи и реализуется на паре КМОП-транзисторов, включенных по схеме с общим затвором либо с идентичным типом проводимости. При этом ключ должен переключить плечо в момент времени  $T_{\rm к}$  с таким быстродействием  $T_{\rm вкл}$ , чтобы выполнялось условие

$$\Delta T_1 < T_{\rm k} + T_{\rm bkn} < \Delta T_1 + \Delta T_2.$$

Реализация НО в схеме СКИ-рециркулятора может быть представлена тремя типами: активный НО (АНО), пассивный (ПНО) и гибридный (ГНО). Основным отличием АНО от ПНО является наличие в первом ШУ, включенного по схеме буфера (рис. 4). Так, достоинством схемы АНО является отсутствие зависимости коэффициента деления НО  $K_{\rm HO}$  от входных параметров цепей МВП за счет включения ШУ в режиме повторителей с низкими выходными импедансами  $z_{\rm Bl}$  и  $z_{\rm B2}$ . При этом условии

$$K_{\rm HO} = \frac{U_{\rm BX}}{U_{\rm BMX}} = \frac{z_4}{z_5} + 1 \approx \frac{R_4}{R_5} + 1,$$

где  $z_4, z_5$  и  $R_4, R_5$  — импедансы плеч резистивного делителя и их омические составляющие соответственно. Однако АНО свойственны те же недостатки, что и ШУ, обусловленные влиянием нелинейных искажений, собственных шумов, необходимостью обеспечения режима устойчивости [1, 7].

Пассивный НО исключает данные недостатки, однако требует корректного согласования как с входными каскадами масштабно-временного преобразователя (МВП), так и с цепями обратной связи рециркулятора. Однако в предложенной схеме рециркулятора предпочтительно использовать ГНО, когда активное плечо, не включенное в цепь задержанной обратной связи, обеспечивает согласование с входными каскадами МВП [8]. Принимая во внимание выражение коэффициента деления АНО, коэффициент для ПНО будет иметь вид

$$K_{\rm HO} = R_4 \frac{R_5 + z_2}{R_5 z_2} + 1$$

Очевидно, что значение импеданса  $z_{\rm B2}$  в рабочей полосе частот будет носить динамический характер и обеспечивать стабильное состояние при условии  $R_{\rm a2} \ll Z_{\rm B2}$ , для которого

$$K_{\rm HO} \approx \frac{R_4}{R_5} + 1.$$

На минимизацию омического сопротивления плеч НО указывает также зависимость среднеквадратичного значения теплового шума  $N_{\rm HO} = \sqrt{4kTR_{\rm a}\Delta f}$  от сопротивления, где k – постоянная Больцмана, T – температура,  $R_{\rm HO} = R_{\rm HO1} + R_{\rm HO2}$  – полное сопротивление плеч HO,  $\Delta f$  – рабочая полоса частот. Действительно, минимальное сопротивление плеч HO не может быть бесконечно малым, так как ограничивается нагрузочной способностью ШУ, а также необходимостью обеспечения режима согласования.

Линия задержки в схеме рециркулятора обеспечивает формирование периода генерации серии идентичной последовательности СКИ на входе МВП. Длина коаксиальной ЛЗ зависит от типа однородной линии и определяется исходя из необходимого времени задержки. Индуктивная и емкостная составляющие импеданса линии за-

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА том 66 № 9 2021

держки  $z_3$  влияют на устойчивость ШУ и должны быть минимизированы. К тому же индуктивная составляющая  $j\omega L_{\pi 3}$  влияет на коэффициент деления HO, и с учетом этого получаем

$$K_{\rm HO} = \left(\frac{R_4 + j\omega L_{\rm JI3}}{R_5}\right) + 1.$$

Отсюда для минимизации частотной зависимости и влияния реактивных составляющих ЛЗ на параметры НО необходимо минимизировать паразитные параметры ЛЗ так, чтобы на частоте высшей гармоники СКИ выполнялось неравенство

$$j\omega L_{\Pi 3} + 1/j\omega C_{\Pi 3} \gg R_{a2}.$$

# 2. МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРОБОСКОПИЧЕСКОГО СКИ-РЕЦИРКУЛЯТОРА И ОЦЕНКА ВОСПРОИЗВОДИМОСТИ РАДИООТКЛИКОВ

Режим динамической параметризации и отладку рециркулятора наиболее удобно проводить на основе разработанной программной функциональной модели, построенной в среде SciLab Xcos (рис. 5). Так, на выходе формирователя одиночного СКИ (ФОСКИ) длительностью  $\Delta T1$  к сигналу подмешивается аддитивный шум с генератора белого шума (ГБШ) и через управляемый сигналом U<sub>v</sub> коммутации ключ (К) поступает на усилитель (У). Далее через цепь НО по возвратному плечу Р2 часть энергии СКИ поступает на ЛЗ с временем задержки  $\Delta T2$ , формирующую период следования СКИ. Таким образом, сформированная последовательность СКИ поступает на устройство MBT (сигнал U<sub>вых</sub>), построенное по схеме строб-фрейм дискретизатора (СФД) [9, 10],

а очередной СКИ (сигнал  $U'_{\text{вых}}$ ) — возвращается через петлю обратной свиязи на усилитель для спектрально-временной рекуперации (ключ (K) переведен в нижнее состояние).

Длительность тестового СКИ выбирается исходя из необходимой детализации неоднородностей объекта в радиоинтроскопии или времени переходного радиофизического процесса состояния материальной среды. Пусть длительность СКИ-сигнала  $\Delta T1 \approx 500$  пс, тогда одиночный радиоимпульс без учета потерь и искажений, проходя через СКИ-рециркулятор, от итерации к итерации будет претерпевать многократные повторения.

На рис. 6 показана реализация стробоскопической оцифровки сгенерированной СКИ-последовательности методом MBT, реализующей принцип импульсно-выборочной последовательности с некоторым периодом  $\Delta T_{\rm выб}$ . Причем совершенно не обязательно чтобы каждый последующий импульс являлся эффективным для преобразования эффективным может быть, например, каждый третий или пятый СКИ [9, 10].



Рис. 5. Функциональная модель стробоскопического СКИ-рециркулятора в среде SciLab Xcos.



Рис. 6. Формирование рециркулятором СКИ-последовательности и ее регистрация МВП посредством импульсновыборочной последовательности (1...7 и т.д.)

В то же время оптимальным с позиции минимизации искажений в модели предлагается считать, что эффективен каждый 21-й СКИ для метода импульсно-выборочной последовательности и каждый последующий СКИ – для метода СФД, что исключает режим избыточной рециркуляции. В результате по полученным дискретам возможно стробоскопическое восстановление СКИ (рис. 7) с длительностью на несколько порядков больше принятого радиоимпульса.

Принимая во внимание процесс рециркуляции СКИ, как показано на рис. 6, можно утверждать, что для случая МВТ, реализуемого методом импульсно-выборочной последовательности, шаг временной дискретизации будет зависеть от числа импульсных итераций, в то время как для случая с СФД шаг дискретизации задается постоянным исходя из интервала массива ЛЗ СФД [11] и не зависит от числа импульсной последовательности [11]. Так, например, для обеспечения дискретизации в 30 пс за семь циклов в случае метода импульсно-выборочной последовательности необходимо формирование выборки из 35 СКИ (эффективным окажется каждый пятый СКИ), в то время как при заданном шаге массива ЛЗ СФД в 25 пс — необходимо всего семь СКИ (семь эффективных импульсных срезов). Именно поэтому СКИ-рециркуляторы наиболее предпочтительны для технологии СФД. Однако МВТ импульсной последовательностью позволяет получить временное сверхразрешение, ограниченное джиттером импульсов выборки для МВТ, что позволяет использовать данный метод при детализированной оценке заданного фрагмента СКИ [12].

# 2.1. Оценка воспроизводимости радиооткликов с учетом влияния параметрических условий режима рециркуляции

При оценке воспроизводимости восстановления СКИ предлагается использовать два статистических метода: корреляционной оценки (взаимная

N

N





Рис. 7. МВП СКИ за семь импульсных итераций рециркуляции (цифры 5...35) методом импульсно-выборочной последовательности (а) и методом СФД (б): восстановленный СКИ (кривая 1) и принятый СКИ (кривая 2).

корреляционная функция) и среднеквадратической оценки (функционал правдоподобия), а также представление каждого в межинтервальной динамике [1, 3]. При этом в качестве реперного СКИ будем считать априори известным профиль регистрируемого радиоимпульса, принятого и усредненного за N итераций при ОСШ не хуже 20 дБ.

Так, коэффициент взаимной корреляции (BKP) *r* принятого и восстановленного СКИ [1, 4]:

$$r = \frac{\sum (Y_{1,i} - \bar{Y}_1)(Y_{2,i} - \bar{Y}_2)}{\sqrt{\sum (Y_{1,i} - \bar{Y}_1)^2 \sum (Y_{2,i} - \bar{Y}_2)^2}},$$
(4)

(a)

30

40

20

 $U_{\rm hopm}$ 

10

где *Y*<sub>1,*i*</sub> – выборки значений принятого (реперного) СКИ; У2.і – выборки значений восстановленного СКИ,

$$\overline{Y}_1 = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M Y_{1,i}, \quad \overline{Y}_2 = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M Y_{2,i}$$

- средние значения выборок, *М* - число выборок. Функционал правдоподобия может быть представлен оценкой среднеквадратического отклонения (СКО) вида [1, 4]:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{i=1}^{M} \left[ U(i) - \overline{U}(i) \right]^2},$$
 (5)

где U(i) — значения точек выборки реперного СКИ,  $\overline{U}(i)$  – среднее арифметическое значение точек выборки восстановленного СКИ.

На рис. 8 представлены зависимости функций ВКР и СКО восстановленного СКИ от числа ите-

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА Nº 9 2021 том 66

раций рециркуляции при 100-кратной выборке для MBT импульсно-выборочной последовательностью и при помощи технологии СФД.

Анализируя полученные зависимости, показанные на рис. 8, можно судить о эффективном числе итераций рециркуляции СКИ с заданным статистическим показателем воспроизводимости [12, 16]. Так, например, для  $r \ge 0.9$  и  $\sigma \le 0.08$  при МВТ, реализуемого импульсно-выборочной последовательностью, эффективное число итераций  $N \ge 12$ , в то время как для СФД при тех же статических условиях эффективное число итераций N ≥ 10. Из анализа полученных зависимостей можно сделать вывод, что при N < 15 технология СФД за счет независимой от числа итераций временного шага дискретизации предпочтительнее МВТ импульсно-выборочной последовательностью.

Важно отметить, что МВТ позволяет получить показатели воспроизволимости олинаковые СКИ при его разбиении на интервалы, что невозможно добиться посредством других технологий, в том числе средствами мультиплексирования на базе аналого-цифрового преобразователя реального времени [5]. Проведем разбиение восстановленного при помощи технологии СФД СКИ на восемь равных интервалов, полагая, что в фреймдискретизаторе для формирования фрейма задействовано 42 счетчика, а шаг ЛЗ – 12 пс (рис. 9).

Анализируя зависимости на рис. 96, можно заметить, что для числа итераций более 20 динамический характер межинтервальных оценок ВКР



**Рис. 8.** Зависимости функций ВКР (*r*, кривая *1*) и СКО (σ, кривая *2*) восстановленного СКИ от числа итераций рециркуляции: а) для МВП импульсно-выборочной последовательностью; б) с помощью технологии СФД.



Рис. 9. Реализация интервальной оценки воспроизводимости СКИ: а) разбиение восстановленного СКИ на восемь равных интервалов (1...8 на верхней оси), кривая 1 – реализация принятой выборки, кривая 2 – интерполированный сигнал, полученный с сигнала 1, б) зависимость функций ВКР (r) и СКО ( $\sigma$ ) от порядкового номера интервала СКИ  $N_{\mu}$  при 10, 15, ..., 50 итерациях рециркуляции.

на всех интервалах удовлетворяет условию  $r \ge 0.9$ , а СКО –  $\sigma \le 0.1$ .

Таким образом, эффективное число итераций рециркуляции СКИ определяется заданным статистическим показателем воспроизводимости. Однако оценку эффективного числа итераций целесообразно проводить при установленном ОСШ. Известно, что для минимизации влияния коэффициента шума необходимо выбирать ШУ с максимально высоким коэффициентом усиления  $K_{\rm ШУ}$  и наиболее низким коэффициентом шума  $K_{\rm Ш}$ . Так, например, для ШУ типа ADL5523  $K_{\rm ШУ} = 21.5$  дБ,  $K_{\rm Ш} = 0.8$  дБ [7]. Выходной шум  $N_{\rm pu}$  на выходе рециркулятора зависит от числа итераций СКИ и может быть представлен в виде

$$N_{\rm pu} = \left(\frac{K_{\rm IIIV}}{K_{\rm HO}}\right)^{I-1} \left(N_{\rm BX}K_{\rm IIIV} + N_{\rm IIIV}\right) + \\ + N_{\rm IIIV}\frac{1 - \left(\frac{K_{\rm IIIV}}{K_{\rm HO}}\right)^{I-1}}{1 - \frac{K_{\rm IIIV}}{K_{\rm HO}}} + \\ + \left(\frac{K_{\rm IIIV}}{K_{\rm HO}}\right)^{I-2}K_{\rm IIIV}\left(N_{\rm J3} + N_{\rm HO}\right),$$
(6)

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА том 66 № 9 2021





**Рис. 10.** Формирование рециркулятором СКИ-последовательности (1...*N*): а) без учета влияния шумов и аттенюации; б) при затухании коаксиальной ЛЗ 0.16 дБ/м и ОСШ 12 дБ.

где  $I \ge 1$  — заданное число итераций рециркуляции СКИ.

При этом коэффициент затухания СКИ в коаксиальном коннекторе, задающим цепь ЛЗ, зависит от типа кабеля и увеличивается с ростом частоты, проявляя характер фильтра нижних частот, со спадом 0.16 дБ/м для кабеля типа PK-50-11-13 в рабочем диапазоне частот [1, 5].

Для расчета шумов НО  $N_{\rm HO}$  и шумов ЛЗ  $N_{\rm Л3}$ необходимо знать активные составляющие их входных импедансов. Так как ЛЗ и НО включены последовательно и  $R_{\rm HO} \ge R_{\rm Л3}$ , то шумами ЛЗ можно пренебречь. Причем общее сопротивление плеч аттенюатора  $R_{\rm HO}$  рассчитывается в соответствии с необходимостью согласования входа и выхода рециркулятора, охваченного цепью обратной связи при помощи коаксиальной ЛЗ с волновым сопротивлением 50 Ом.

При нормальных условиях в полосе  $\Delta f_{\Delta T1} \approx 2$  ГГц шум НО  $N_{\rm HO} \approx 40$  мкВ [1, 5]. Быстродействующий переключатель имеет линейный диапазон работы шире, чем ШУ, поэтому интермодуляционные искажения можно не учитывать. При выходном напряжении ШУ, меньшем допустимого, обеспечивающего работу усилителя на линейном участке, основным элементом, вносимым искажения в СКИ, можно считать фильтр, образованный коаксиальной ЛЗ. Аналитически затухание СКИ-сигнала в рециркуляторе в зависимости от числа итераций *I* удобно представить зависимостью вида

$$U(I) = \frac{K_{\rm HO}}{K_{\rm MIV}} U_1 \exp(-kI), \qquad (7)$$

где  $U_1$  – динамический уровень СКИ первой итерации, k – коэффициент аттенюации. Отсюда, зная закон аттенюации по передаточным коэффициентам и декременту затухания рециркулятора,

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА том 66 № 9 2021

нетрудно получить СКИ нивелируемой по уровню генерируемой последовательности [11, 12].

# 2.2. Оценка воспроизводимости радиооткликов с учетом влияния шумов и аттенюации СКИ

Для оценки влияния шумов на характер изменения статистических показателей воспроизводимости в функциональную схему рециркулятора, представленную на рис. 1, в каждый блок модели были введены источники шумов, имитирующие условия итерации при заданном ОСШ. Также в схему добавили фильтр низкой частоты (ФНЧ), имитирующий зависимость затухания СКИ от частоты при прохождении СКИ-сигнала через ЛЗ [5, 6].

Качественно оценить характер влияния вносимых помех и аттенюации в СКИ-рециркулятор для ОСШ 12 дБ можно на примере графиков, представленных на рис. 10.

Количественно оценить влияние шумов на показатели воспроизводимости СКИ удобно при построении зависимостей ВКР и СКО от ОСШ для реперных радиоизображений эквивалентных неоднородностей (рис. 11), численная аналитика которых приведена в работе [1, 8]. Как видно из приведенных зависимостей, наилучшим ОСШ, при котором диапазон итераций лежит в интервале 15...20 ( $r \ge 0.9$ ,  $\sigma \le 0.08$ ), является величина 9 дБ и более.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате выполненного исследования были получены следующие основные выводы.

1. Разработан метод спектрально-временной рекуперации одиночного СКИ, заключающийся в генерации идентичной серии импульсов, что достигается путем его последовательного пропус-



**Рис. 11.** Показатели оценки воспроизводимости СКИ по ВКР (а) и СКО (б) от ОСШ для разных уровней итерации СКИ: 10...50.

кания через ШУ, охваченного петлей запаздывающей обратной связи.

2. Построены параметрическая и функциональная модели стробоскопического СКИ-рециркулятора и исследованы его основные радиотехнические характеристики: устойчивость к самовозбуждению, частотные и нелинейные искажения. Для анализа устойчивости построена эквивалентная схема стробоскопического СКИ-рециркулятора в среде SciLab Xcos.

3. На основе запатентованного решения СФД спроектирован экспериментальный образец микрополоскового модуля СКИ-рециркулятора, генерирующего импульсно-выборочную последовательность по финитному СКИ заданной конфигурации [11, 12]. Экспериментальный образец прошел апробацию и был успешно использован при создании телеметрической системы радиосенсорной идентификации в работе [13].

4. Установлено, что ШУ в полосе 0.4...3.5 ГГц можно считать линейным и не учитывать фактор его влияния на искажения СКИ, функция спектральной мощности которого лежит в границах указанной спектральной полосы.

5. Получено выражение для коэффициента шума рециркуляции  $\xi_{\text{ШРЦ}}$  за *N* итераций. Показано, что для СКИ-рециркулятора коэффициент шума является динамическим.

6. Установлено, что для случая MBT, реализуемого методом импульсно-выборочной последовательности, шаг временной дискретизации будет зависеть от числа импульсных итераций, в то время как для случая с СФД шаг дискретизации задается постоянным, исходя из интервала массива ЛЗ, и не зависит от импульсной последовательности, поэтому СКИ-рециркулятор предпочтительнее для метода СФД.

7. Построены функции зависимости ВКР и СКО от числа итераций рециркуляции. Показано, для каждого метода эффективное число итераций рециркуляции СКИ однозначно определено с заданным статистическим показателем воспроизводимости. Так, например, для обеспечения  $r \ge 0.9$ и  $\sigma \le 0.08$  для MBT, реализуемого импульсно-выборочной последовательностью, эффективное число итераций  $N \ge 12$ . Для СФД при тех же статистических условиях эффективное число итераций  $N \ge 10$ . Из полученных зависимостей можно заметить, что для N < 15 технология СФД за счет независимой от числа итераций временного шага дискретизации предпочтительнее МВТ импульсно-выборочной последовательностью. Наилучшим ОСШ, при котором диапазон итераций лежит в интервале 15...20 ( $r \ge 0.9$ ,  $\sigma \le 0.08$ ), является 9 дБ и более.

8. Получено радиотехническое решение научной проблемы регистрации финитных СКИ-радиоизображений, что достигается посредством разработанной технологии их спектрально-временной рекуперации на базе СКИ-рециркулятора с усиленно-задержанной обратной связью.

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Куликов Г.В., Костин М.С.* // Журн. радиоэлектроники. 2019. № 11. http://jre.cplire.ru/jre/nov19/2/ text.pdf.

- 2. *Будагян И.Ф., Костин М.С.* // Журн. радиоэлектроники. 2016. № 3. http://jre.cplire.ru/jre/mar16/5/ text.html.
- 3. Будагян И.Ф., Костин М.С., Шильцин А.В. // РЭ. 2017. № 5. Т. 62. С. 486.
- 4. Якубов В.П., Шипилов С.Э., Суханов Д.Я. // Изв. вузов. Физика. 2016. Т. 59. № 12. С. 8.
- 5. Костин М.С., Бойков К.А. // Инженерная физика. 2018. № 1. С. 41.
- 6. Костин М.С., Бойков К.А., Котов А.Ф. // РЭ. 2019. № 2. Т. 64. С. 191.
- Костин М.С., Викулов В.М., Тамбовский С.С. // РЭ. 2019. № 2. Т. 64. С. 116.
- 8. *Костин М.С., Севрюгин П.В., Стешин И.А.* // Журн. радиоэлектроники. 2019. № 7. http://jre.cplire.ru/jre/ jul19/ 5/text.pdf.

- Костин М.С. Субнаносекундные сигналы и технологии: учебное пособие. М.: МИРЭА, 2018.
- 10. Куликов Г.В., Костин М.С., Петленко Д.Б., Ярлыков А.Д. // Журн. радиоэлектроники. 2020. № 5. http://jre.cplire.ru/jre/may20/3/text.pdf.
- Костин М.С. Атактовый строб-фрейм дискретизатор субнаносекундных радиоимпульсов. Пат. РФ № 2685977. Опубл. 23.04.2019 г. офиц. бюл. "Изобретения. Полезные модели". 2019. № 12.
- Костин М.С., Бойков К.А. Циклогенеративная система спектрально-временной рекуперации сверхкороткоимпульсных сигналов. Пат. РФ № 2710663. Опубл. 30.12.2019 г. офиц. бюл. "Изобретения. Полезные модели". 2020. № 1.
- 13. *Куликов А.А.* // Росс. технол. журн. 2020. Т. 8. № 3. С. 7. https://www.rtj-mirea.ru/jour/article/view/221/203.
- 14. *Wang X., Dinh A., Teng D.* // Ultra Wideband. 2013. № 11. P. 41.

# ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

УДК 621.391

# НЕКОГЕРЕНТНЫЙ ПРИЕМ СИГНАЛОВ С ВНУТРИСИМВОЛЬНОЙ ПСЕВДОСЛУЧАЙНОЙ ПЕРЕСТРОЙКОЙ РАБОЧЕЙ ЧАСТОТЫ С МАЖОРИТАРНЫМ СЛОЖЕНИЕМ СУБСИМВОЛОВ

© 2021 г. А. А. Парамонов<sup>а,</sup> \*, Ю. И. Худак<sup>а</sup>, З. Хоанг Ван<sup>а</sup>

<sup>а</sup>МИРЭА — Российский технологический университет, просп. Вернадского, 78, Москва, 119454 Российская Федерация \*E-mail: paramonov@mirea.ru Поступила в редакцию 16.09.2020 г. После доработки 21.04.2021 г. Принята к публикации 28.04.2021 г.

Рассмотрена помехоустойчивость приема сигналов с псевдослучайной перестройкой рабочей частоты в низкоскоростных системах радиосвязи при воздействии преднамеренных помех в части полосы. Получены зависимости вероятности ошибки приема сигналов от отношения сигнал-помеха и от частотных параметров помех для различных алгоритмов приема сигналов частотной телеграфии с внутрисимвольной псевдослучайной перестройкой рабочей частоты. Оценена эффективность рассматриваемых методов приема.

**DOI:** 10.31857/S0033849421090126

# введение

Применение сигналов с расширением спектра эффективный способ обеспечения надежной передачи информации в условиях воздействия организованных преднамеренных и непреднамеренных помех, а также для осуществления многостанционного доступа [1–4]. Сущность метода передачи информации с расширением спектра сигналов хорошо сформулирована в [4, 5]. На практике наиболее популярными методами расширения спектра сигналов являются метод прямого расширения с помощью псевдослучайной последовательности и метод псевдослучайной перестройки рабочей частоты (ППРЧ). При этом с точки зрения использования частотно-энергетического ресурса более эффективным является метод ППРЧ [6], при котором несущие частоты сигналов скачкообразно перестраиваются по псевдослучайному коду. Программа перестройки частот для постановщика помех неизвестна, что затрудняет ему возможность эффективно подавлять системы радиосвязи (СРС).

В зависимости от отношения времени непрерывной работы на одной частоте  $T_h$  и длительности информационного символа  $T_s \Pi\Pi P \Psi$  может быть классифицирована как межсимвольная, посимвольная и внутрисимвольная, в частности, при двоичной  $\Psi T$  и без кодирования — как межбитовая, побитовая и внутрибитовая [4].

При низкой скорости передачи информации в течение длительности информационного символа в результате радиотехнической разведки с последующим радиопротиводействием передаваемый символ может быть поражен преднамеренной помехой. В такой ситуации для борьбы с помехой целесообразно использовать режим внутрисимвольной ППРЧ, когда передача информации осуществляется путем разделения информационного символа по длительности на независимые элементы (субсимволы), как это показано на рис. 1. Каждый субсимвол после разделения передается на своей частоте в соответствии с программой перестройки частот, при этом соотношение между длительностями информационного символа и субсимвола имеет вид

$$T_h = T_s/L$$
,

где L — число субсимволов или число скачков рабочей частоты внутри одного символа.

С точки зрения постановщика помех применение режима ППРЧ вынуждает систему радиоэлектронного противодействия с ограниченным энергетическим ресурсом распределять соответствующим образом мощность преднамеренной помехи по всему частотному диапазону работы системы радиосвязи. В этой связи энергетический ресурс передатчика помех может быть рационально использован путем сосредоточения мощности шумовой помехи в ограниченной полосе частот, при этом постановщик помех выставляет помеху не по всему диапазону частот, а только в  $\rho$ -й его части. Такую помеху принято называть преднамеренной шумовой помехой в части полосы. Спектральная плотность мощности данной помехи  $N_{\rm n}$  представляется в виде

$$N_{\rm m} = \begin{cases} P_{\rm m} / (\rho \Delta F), & \text{в полосе } \rho \Delta F \\ 0 & \text{в полосе } (1 - \rho) \Delta F, \end{cases}$$
(1)

где  $\rho$  — доля полосы частот, занимаемая помехой  $(0 \le \rho \le 1), \Delta F$  — общая полоса частот СРС.

Субсимволы в режиме ППРЧ будут подавлены преднамеренной помехой с вероятностью  $\rho$  в пределах полосы частот  $\rho\Delta F$ . Вероятность того, что эти субсимволы не подавляются помехой, равна  $(1 - \rho)$ .

#### 1. МОДЕЛЬ КАНАЛА СВЯЗИ

Рассмотрим случай приема сигналов частотной телеграфии (ЧТ) в режиме внутрисимвольной ППРЧ. Полезный сигнал имеет вид

$$s_{i}(t) = \sqrt{\frac{2E_{s}}{T_{s}}} \cos(\omega_{i}t) = \sqrt{2P_{s}} \cos(\omega_{i}t), \qquad (2)$$
$$0 \le t \le T_{s},$$

где  $P_s$  — мощность сигнала,  $\omega_i$  — несущая частота,  $E_s$  — энергия сигнала.

Примем, что во входном колебании приемника при приеме *i*-го субсимвола кроме полезного сигнала  $s_i(t)$  и собственных шумов приемника  $n_i(t)$  присутствует и преднамеренная помеха  $j_i(t)$ :

$$x_i(t) = s_i(t) + n_i(t) + j_i(t), \quad i = 1, L.$$
 (3)

Преднамеренная шумовая помеха в части полосы  $j_i(t)$  имеет мощность

$$\sigma_{\pi}^{2} = P_{\pi}/(\rho\Delta F) F_{h} = P_{\pi}T_{h}/(\rho\Delta F).$$

При передаче информации в режиме ППРЧ помехи на частотах передачи субсимволов оказываются независимыми. Заметим, что режим передачи внутрисимвольной ППРЧ имеет сходство с разнесением сигналов. В этой связи для выбора способов принятия решения о символе по совокупности принятых субсимволов (частотных элементов) можно воспользоваться теорией разнесенного приема. Для определенности примем случай передачи двоичных сигналов ЧТ с некогерентным приемом, полагая, что синхронизация при этом обеспечена. Зависимость вероятности ошибки от отношения сигнал–шум при некогерентном приеме сигналов ЧТ на фоне шумовой помехи известна [5]:

$$P_{\rm 4T} = \frac{1}{2} \exp\left[-\frac{E_b}{2N}\right],\tag{4}$$

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА том 66 № 9 2021



Рис. 1. Разбиение символа на субсимволы.

где спектральная плотность мощности шума N равна либо  $N_0$ , либо  $N_0 + N_{\rm n}$  в зависимости от того, что присутствует на входе демодулятора только собственный шум приемника, либо собственный шум и преднамеренная помеха.

#### 2. ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЯ О ПЕРЕДАЧЕ СИМВОЛА НА ОСНОВЕ МАЖОРИТАРНОЙ ЛОГИКИ

В режиме внутрисимвольной ППРЧ на основе использования демодулятора с принятием жестких решений для каждого субсимвола (скачка частоты) решение о передаче соответствующего информационного символа выносится на основе мажоритарной логики, т.е. решение о передаваемом символе принимается по большинству голосов (решений) о субсимволах. Для того чтобы не возникла неопределенная ситуация (голоса разделились поровну), разумно символ разделять на нечетное число субсимволов. Однако число субсимволов может быть и четным, тогда при равенстве числа голосов принимается произвольное решение.

Для примера рассмотрим случай, когда в режиме внутрисимвольной ППРЧ символ разбивается на три субсимвола, каждый из которых передается на своей частоте. Учитываем то, что в рассматриваемом случае энергия субсимвола составляет  $E_s/3$ . Тогда средняя вероятность приема *i*-го субсимвола определяется формулой [7]

$$p_{si} = \rho \frac{1}{2} \exp\left[-\frac{E_s}{6(N_0 + N_n)}\right] + + (1 - \rho) \frac{1}{2} \exp\left[-\frac{E_s}{6N_0}\right] = = \rho \frac{1}{2} \exp\left[-\frac{E_s}{6(N_0 + P_n T_h / \rho \Delta F)}\right] + + (1 - \rho) \frac{1}{2} \exp\left[-\frac{E_s}{6N_0}\right].$$
(5)

В соответствии с мажоритарным правилом вынесения решения ошибка приема символа возникает в том случае, когда два или все три субсимвола приняты с ошибкой. Таким образом, с учетом независимости ошибок при приеме субсимвола



Рис. 2. Зависимости вероятности ошибки приема символа  $P_e$  от отношения сигнал-помеха для  $\rho = 0.1$  (a), 0.05 (б) и 0.01 (в) при мажоритарном объединении решений о субсимволах, полученные для случаев приема сигналов ЧТ в режиме внутрисимвольной ППРЧ с кратностью разнесения L = 1...5 (цифры на кривых).

полная вероятность ошибки приема символа имеет вид

$$P_{e} = p_{si}^{3} + 3p_{si}^{2} (1 - p_{si}) = \left\{ \rho \frac{1}{2} \exp\left[ -\frac{E_{s}}{6(N_{0} + N_{n})} \right] + \left( 1 - \rho \right) \frac{1}{2} \exp\left[ -\frac{E_{s}}{6N_{0}} \right] \right\}^{3} + \left( 1 - \rho \right) \frac{1}{2} \exp\left[ -\frac{E_{s}}{6(N_{0} + P_{n}T_{h}/\rho\Delta F)} \right] + \left( 1 - \rho \right) \frac{1}{2} \exp\left[ -\frac{E_{s}}{6N_{0}} \right] \right\}^{2} \times \left\{ 1 - \rho \frac{1}{2} \exp\left[ -\frac{E_{s}}{6(N_{0} + P_{n}T_{h}/\rho\Delta F)} \right] - \left( 1 - \rho \right) \frac{1}{2} \exp\left[ -\frac{E_{s}}{6N_{0}} \right] \right\}.$$
(6)

Вероятность ошибки приема символа  $P_e$  для произвольных значений L можно получить аналогичным способом:

для нечетных L -

$$P_{e} = \sum_{k=L-[L/2]}^{L} C_{L}^{k} p_{si}^{k} \left(1 - p_{si}\right)^{L-k},$$
(7a)

для четных *L* –

$$P_{e} = \sum_{k=L/2+1}^{L} C_{L}^{k} p_{si}^{k} (1 - p_{si})^{L-k} + \frac{1}{2} C_{L/2}^{L} p_{si}^{L/2} (1 - p_{si})^{L/2},$$

$$p_{si} = \rho \frac{1}{2} \exp \left[ -\frac{1}{L} \frac{E_{s}}{2(N_{0} + P_{u}T_{h}/\rho\Delta F)} \right] + (1 - \rho) \frac{1}{2} \exp \left[ -\frac{1}{L} \frac{E_{s}}{2N_{0}} \right].$$
(76)

Здесь через [L/2] обозначена целая часть величины L/2.

На рис. 2а–2в в логарифмическом масштабе представлены зависимости вероятности битовой ошибки приема символа  $P_e$  от отношения сигнал-помеха для СРС в режиме внутрисимвольной ППРЧ при воздействии преднамеренной шумовой помехи в части полосы для различных значений доли забитых частот  $\rho$  и значения отношения сигнал/шум  $E_b/N_0 = 15$  дБ.

Как видим из рис. 2а–2в, применение режима внутрисимвольной ППРЧ на основе мажоритарного правила позволяет снизить вероятность ошибки приема символа в области малых значений отношения сигнал–помеха, что соответствует сильной преднамеренной помехе по отношению к полезному сигналу. Важно отметить, что данное прави-



**Рис. 3.** Блок-схема приемника сигналов ЧТ с внутрисимвольной ППРЧ: ШПФ – широкополосный фильтр, ГПС кода – генератор псевдослучайного кода, ПФ – полосовой фильтр, КД – квадратичный детектор, РУ – решающее устройство.

ло вынесения решения о передаваемом символе показывает невысокие результаты, если символ разбивается на четное число субсимволов.

#### 3. МЕТОД АДАПТИВНОГО ВЗВЕШИВАНИЯ ВЫХОДНЫХ ВЫБОРОК

На практике постановщик помех забивает не все частоты, используемые в режиме ППРЧ, а только их часть, поэтому на приемной стороне субсимволы могут быть в разной степени поражены помехой. Отметим сходство режима внутрисимвольной ППРЧ с разнесенным приемом, когда отношение сигнал—шум в разных ветвях разнесения оказывается разным. Это сходство позволяет воспользоваться теорией разнесенного приема при выборе способов принятия решения о символе по совокупности принятых субсимволов.

В этом случае при приеме сигналов в режиме внутрисимвольной ППРЧ используется алгоритм взвешивания и сложения принятых субсимволов. Согласно [3] при обработке сигналов для последующего принятия решения о передаваемом символе эффективным методом взвешивания выборок каждого субсимвола перед их сложением, достаточно устойчивым к изменениям стратегии постановщика помех, является адаптивное взвешивание выходной выборки квадратичного детектора *x<sub>ik</sub>* в каждом канале некогерентного приема.

На рис. 3 представлена схема приемника сигналов ЧТ с внутрисимвольной ППРЧ. При приеме после переноса всех субсимволов на общую промежуточную частоту сигнал демодулируется путем пропускания его через два полосовых фильтра ПФ, чьи выходы подвергаются детектированию и стробированию в конце каждого субсимвола. Продетектированные квадратичными детекторами КД сигналы, соответствующие одному символу, взвешиваются и суммируются для формирования двух величин статистик принятия решения, которые обозначим  $z_1, z_2$  [5]. Представленные ниже результаты получены при условии, что весовой множитель  $w_k$  выбирается обратно пропорциональным сумме мощностей сигнала и помехи

$$w_k = 1/P_{\Sigma} = 1/(P_s + \sigma_k^2).$$

Это означает, что если сигналы при некотором скачке частоты поражены сильной преднамеренной помехой, то при сложении они имеют очень малый вес.

Рассмотрим ситуацию передачи символа "0". Согласно рассматриваемому алгоритму вынесения решения о символе ошибка возникает в случае, когда на входе решающего устройства РУ имеет место соотношение  $z_1 < z_2$  или  $z = z_1 - z_2 < 0$ , где

$$z_1 = \sum_{k=1}^{L} w_k x_{1k}, \quad z_2 = \sum_{k=1}^{L} w_k x_{2k},$$

— нормированные величины статистик при приеме *i*-го субсимвола для каналов "0" и "1". Здесь  $x_{1k}$  и  $x_{2k}$  — уровни сигналов на выходах каналов при приеме *i*-го субсимвола, представляющего "0" и "1" соответственно.

Для определения вероятности ошибки приема символа в режиме внутрисимвольной ППРЧ требуется знать распределение нормированных выборок. Сформированные из принимаемого колебания, со-

+

держащего полезный сигнал, величины  $z_1$  и  $z_2$  распределены по закону нецентрального хи-квадрат распределения с 2L степенями свободы, в противном случае (принимаются только шумы и помеха) будут иметь центральное хи-квадрат распределение с 2L степенями свободы. Тогда условная вероятность ошибки приема символа "0" определяется зависимостью

$$P_{yc\pi} = P(0|1) =$$
  
=  $P(z_1 < z_2) = \int_0^\infty f_1(z_1) \left[ \int_{z_1}^\infty f_2(z_2) \right] dz_1,$  (8)

где  $f_1(z_1), f_2(z_2)$  — плотности вероятностей случайных величин  $z_1$  и  $z_2$  соответственно. Эти плотности вероятностей определяются выражениями

$$\begin{cases} f_{1}(z_{1}) = \frac{1}{2} \left(\frac{z_{1}}{m}\right)^{\frac{L-1}{2}} \exp\left(-\frac{m+z_{1}}{2}\right) I_{L-1}\left(\sqrt{mz_{1}}\right), \\ f_{2}(z_{2}) = \left(\frac{1}{2}\right)^{L} \left(\frac{z_{1}}{2}\right)^{L-1} \exp\left(-\frac{z_{2}}{2}\right), \end{cases}$$
(9)

где  $I_{L-1}(x)$  — модифицированная функция Бесселя первого рода L-1 порядка, m — параметр нецентральности нецентрального хи-квадрат распределения,  $\Gamma(x)$  — гамма-функция.

Средняя вероятность ошибки приема символа в некогерентном приемнике двоичной ЧТ с ППРЧ и частотно-временным разнесением символа в присутствии преднамеренной шумовой помехи в части полосы при подавлении *l* из *L* субсимволов [3, 8]

$$P_{e} = \sum_{l=0}^{L} C_{L}^{l} \rho^{l} \left(1 - \rho\right)^{L-1} P_{yc\pi}.$$
 (10)

В соответствии с (10) средняя вероятность ошибки приема символа для случая отсутствия разделения символа на субсимволы (L = 1) имеет вид

$$P_{e}(L = 1) = \rho \frac{1}{2} \exp\left[-\frac{E_{s}}{2(N_{0} + N_{n})}\right] + (1 - \rho) \frac{1}{2} \exp\left[-\frac{E_{s}}{2N_{0}}\right] = (11)$$
$$= \rho \frac{1}{2} \exp\left[-\frac{E_{s}}{2(N_{0} + P_{n}T_{h}/\rho\Delta F)}\right] + (1 - \rho) \frac{1}{2} \exp\left[-\frac{E_{s}}{2N_{0}}\right],$$

а при разделении символа на три субсимвола (L = 3)

$$P_{e}(L = 3) = (1 - \rho)^{3} \frac{1}{8} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{E_{b}}{N_{0}}\right) \times \\ \times \left\{4 + \frac{3}{4} \frac{E_{b}}{N_{0}} + \frac{1}{32} \left(\frac{E_{b}}{N_{0}}\right)^{2}\right\} + \rho(1 - \rho)^{2} \times \\ \times \frac{3}{8} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{E_{b}/3}{N_{0} + P_{n}T_{h}/\rho\Delta F} + \frac{2E_{b}/3}{N_{0}}\right)\right] \times \\ \times \left\{4 + \frac{1}{4} \left(\frac{E_{b}}{N_{0} + P_{n}T_{h}/\rho\Delta F} + \frac{2E_{b}}{N_{0}}\right) + \\ + \frac{1}{32} \left(\frac{E_{b}/3}{N_{0} + P_{n}T_{h}/\rho\Delta F} + \frac{2E_{b}/3}{N_{0}}\right)^{2}\right\} + \\ \rho^{2}(1 - \rho)\frac{3}{8} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{2E_{b}/3}{N_{0} + P_{n}T_{h}/\rho\Delta F} + \frac{E_{b}/3}{N_{0}}\right)\right] \times (12) \\ \times \left\{4 + \frac{1}{4} \left(\frac{2E_{b}}{N_{0} + P_{n}T_{h}/\rho\Delta F} + \frac{E_{b}}{N_{0}}\right) + \\ + \frac{1}{32} \left(\frac{2E_{b}/3}{N_{0} + P_{n}T_{h}/\rho\Delta F} + \frac{E_{b}/3}{N_{0}}\right)^{2}\right\} + \\ + \rho^{3}\frac{1}{8} \exp\left(-\frac{1}{2}\frac{E_{b}}{N_{0} + P_{n}T_{h}/\rho\Delta F} + \\ + \frac{1}{32} \left(\frac{E_{b}}{N_{0} + P_{n}T_{h}/\rho\Delta F} + \\ + \frac{1}{32} \left(\frac{E_{b}}{N_{0} + P_{n}T_{h}/\rho\Delta F}\right)^{2}\right\},$$

Необходимо отметить, что вычисления вероятности ошибки по мере увеличения величины *L* становятся громоздкими.

На рис. 4а–4в представлены зависимости вероятности ошибки приема сигналов ЧТ в режиме внутрисимвольной ППРЧ, полученные для случая посимвольной ППРЧ (L = 1) и для сигналов с ЧТ в режиме внутрисимвольной ППРЧ при двух-, трех-, четырех- и пятикратном разбиении символа на субсимволы в условиях воздействия преднамеренной шумовой помехи в части полосы для различных значений доли забиваемых частот  $\rho = 0.05, 0.1, 0.5$  и отношения сигнал-шум  $E_s/N_0 = 15$  дБ.

На рис. 5 приведена зависимость вероятности ошибки приема символа  $P_e$  в режиме внутрисимвольной ППРЧ от отношения сигнал—помеха при воздействии заградительной шумовой помехи во всем диапазоне частот, занимаемом СРС ( $\rho = 1$ ).

Из рисунков видно, что в области небольших отношений сигнал—помеха использование режима внутрисимвольной ППРЧ с рассматриваемым алгоритмом объединения решений о субсимволах



**Рис. 4.** Зависимость вероятности ошибки приема символа  $P_e$  от отношения сигнал—помеха для  $\rho = 0.05$  (а), 0.1 (б) и 0.5 (в), полученные для случая посимвольной ППРЧ (L = 1) и для сигналов с ЧТ в режиме внутрисимвольной ППРЧ при двух-, трех-, четырех- и пятикратном разбиении символа на субсимволы (цифры на кривых).



**Рис. 5.** Зависимость вероятности ошибки приема символа  $P_e$  от отношения сигнал—помеха при воздействии заградительной шумовой помехи ( $\rho = 1$ ).

позволяет снизить вероятность ошибки приема сигналов. В этих условиях при заданной вероятности битовой ошибки  $P_e = 10^{-5}$  и доле забитых частот  $\rho = 0.05$  обеспечивается энергетический выигрыш в отношении сигнал-помеха более 4 дБ при L = 3, более 5 дБ для L = 4, а для  $\rho = 0.05 - 3$ и 4 дБ соответственно. Интересно, что в области больших отношений сигнал-помеха рассмотренный алгоритм может не улучшить, а ухудшить помехоустойчивость в связи с энергетическими потерями из-за некогерентного сложения сигналов. Следует отметить и тот факт, что при увеличении доли забиваемых помехой частот р сужается диапазон отношений сигнал-помеха, в котором применение рассмотренного алгоритма приводит к энергетическому выигрышу. В предельном случае  $\rho = 1$ , когда постановщик помех ставит заградительную помеху на всех используемых системой связи частотах, наилучший результат дает ППРЧ без разделения символа на субсимволы. Это, впрочем, очевидно по физическим соображениям. Следует отметить, что в области небольших отношений сигнал-помеха увеличение кратности разнесения свыше четырех не позволяет получить значительный выигрыш и может лишь привести к усложнению аппаратной части системы радиосвязи.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрен некогерентный прием сигналов ЧТ с внутрисимвольной ППРЧ. Исследованы два алгоритма — с мажоритарным сложением решений о субсимволах и с весовым сложением выбо-

рок сигналов на выходах ветвей демодуляторов, причем веса принимались обратно пропорциональными суммарным мощностям входных процессов на той или иной частоте.

Показано, что в области небольших входных отношений сигнал—помеха оба алгоритма демонстрируют энергетический выигрыш по отношению к системе с посимвольной ППРЧ. Первый алгоритм прост в реализации, но требует большей величины отношения сигнал—помеха для достижения одной и той же вероятности ошибки. Применение второго алгоритма позволяет добиться энергетического выигрыша 5 дБ и более по сравнению с системой с посимвольной ППРЧ.

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

 Viterbi A.J. // IEEE Military Communications Conf. (MILCOM'82) .Boston. 17–20 Oct. N.Y.: IEEE, 1982. V. 1. P. 22.4.

- 2. Ephremides A., Wieselthier J.E., Baker D.J. // Proc. IEEE. 1987. V. 75. № 1. P. 56.
- 3. Feng D., Jiang C., Lim G. et al. // IEEE Communications Surveys & Tutorials. 2013. V. 15. № 1. P. 167.
- Борисов В.И., Зинчук В.М., Лимарев А.Е. и др. Помехозащищенность систем радиосвязи с расширением спектра сигналов методом псевдослучайной перестройки рабочей частоты. М.: Радио и связь, 2000.
- 5. *Прокис Дж.* Цифровая связь. М.: Радио и связь, 2000.
- 6. Lu X., Wang P., Niyato D. et al. // IEEE Communications Surveys & Tutorials. 2015. V. 17. № 2. P. 757.
- Парамонов А.А., Хоанг Ван З. // Матер. XXI Междунар. научной конф. "Системы компьютерной математики и их приложения". Смоленск: Смол-ГУ. 2019. Вып. 20. С. 84.
- Miller L.E., Lee J.S., Kadrichu A.P. // IEEE Trans. 1986. V. COM-34. № 7. P. 669.

# \_\_\_\_\_ ЭЛЕКТРОНИКА \_\_\_\_ Свч

УДК 621.315.592,621.3.029.66

# НОВЫЕ МАТЕРИАЛЫ И СТРУКТУРЫ ДЛЯ ЭФФЕКТИВНОЙ ТЕРАГЕРЦОВОЙ СПЕКТРОСКОПИИ

© 2021 г. Е. Д. Мишина<sup>*a*, \*</sup>, А. М. Буряков<sup>*a*</sup>, Д. С. Пономарев<sup>*b*</sup>

<sup>а</sup>МИРЭА — Российский технологический университет, просп. Вернадского, 78, Москва, 119454 Российская Федерация <sup>b</sup>Институт сверхвысокочастотной полупроводниковой электроники им. В.Г. Мокерова РАН, Нагорный проезд, 7, стр. 5, Москва, 117105 Российская Федерация \*E-mail: mishina elena57@mail.ru

> Поступила в редакцию 16.09.2020 г. После доработки 23.02.2021 г. Принята к публикации 01.03.2021 г.

Представлены результаты разработок материалов и структур, используемых для генерации и детектирования терагерцового излучения посредством фотопроводящих антенн. Разработки велись по трем направлениям: оптимизация параметров наноплазмонных антенн, создание сверхрешеточных гетероструктур на основе InGaAs, использование слоистых и двумерных полупроводников. Показаны необходимость и пути дальнейшего улучшения характеристик терагерцовых антенн для расширения области применения применение этого излучения в спектроскопии материалов, биомедицинской диагностике, метрологии, спинтронике, беспроводной связи и т.д.

DOI: 10.31857/S0033849421090114

#### **ВВЕДЕНИЕ**

Наука и технологии, использующие терагерцовое (ТГц) излучение (0.3...30 ТГц), интенсивно развивались в последние 25 лет. В самом начале этого периода, ТГц-излучение, которое включает также субмиллиметровое и дальнее инфракрасное излучение, использовалось в отдельных областях спектроскопии твердого тела, а также детектировалось астрономами как излучение космических объектов. Использовать ТГц-излучение для полноценной диагностики различных физических, химических и биологических объектов не представлялось возможным ввиду отсутствия подходящих источников. В связи с бурным развитием мощной фемтосекундной лазерной техники в последнее десятилетие произошло взрывное развитие технологий генерации ТГц-излучения с использованием таких лазерных источников. Параллельно шло развитие методов детектирования с высоким временным разрешением. Оба фактора привели к развитию новой области исследования объектов различной природы: лазерной ТГцспектроскопии, наиболее известным методом которой является спектроскопия во временной области (time domain spectroscopy, TDS).

Терагерцовое излучение оказалось прекрасным инструментом для исследования и контроля квазичастиц и коллективных возбуждений в твердых телах, для управления фазовыми переходами и соответствующими изменениями свойств материалов, для исследования вращательных и колебательных спектров в молекулярных системах. На сегодняшний день ТГц-излучение имеет широчайший ряд научных, технологических и промышленных применений. Однако, как это происходит практически с любой наукой и технологией, возникает непреодолимое желание и необходимость расширять диагностические и технологические возможности методов, использующих ТГц-излучение.

В данной работе мы представляем наши результаты по трем направлениям разработок материалов и структур, используемых для генерации и детектирования ТГц-излучения посредством фотопроводящих антенн (ФПА):

1) оптимизация параметров наноплазмонных антенн,

2) создание сверхрешеточных гетероструктур на основе InGaAs,

 использование слоистых и двумерных полупроводников.

Измерения проводили методом TDS-спектроскопии с использованием фемтосекундного лазера на кристалле сапфира, допированного ионами титана, с усилителем. Для исследования времени жизни носителей заряда применяли методику оптического возбуждения-зондирования с использованием того же лазера. Подробное описание установки и методики можно найти в работах [1–3].

# 1. СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ПРОБЛЕМЫ

В дорожной карте 2017 г. [4] указано, что ключевым устройством, обеспечившим надежную генерацию и детектирование ТГц-излучения, явился фотопроводящий переключатель [5]. С момента своего первоначального внедрения эти устройства значительно эволюционировали [6]. Исходный полупроводник – кремний на сапфире, на котором они были изготовлены, заменен выращенным при низких температурах GaAs [6–8]. Позднее стали использоваться другие материалы, например сплавы InGaAs [9], InAlAs и GaBiAs [10], а также материалы на основе графена [11].

Проводник GaAs, выращенный на низких температурах, обладает высоким электрическим сопротивлением, позволяющим прикладывать большие поля, относительно хорошей подвижностью и малым временем жизни носителей заряда. Высокое сопротивление материала обеспечивается во многом благодаря широкой запрещенной зоне. При этом широкая запрещенная зона GaAs не позволяет работать с длинноволновой накачкой, генерируемой компактными и недорогими волоконными лазерами или лазерами на неодимовом стекле. Для работы с излучением этих лазеров необходимы фотопроводники с более узкой запрещенной зоной. Одним из самых перспективных материалов является фотопроводник InGaAs. Этот материал позволяет использовать в качестве оптической накачки лазеры, работающие в диапазоне 1.0...1.6 мкм [10, 12-14]. Однако использование InGaAs coпряжено с некоторыми трудностями. Для эффективной генерации ТГц-излучения необходимо, чтобы фотопроводящий слой полупроводника имел высокое удельное сопротивление. Именно поэтому необходимо применять различные методики, которые позволили бы уменьшать как электрическое (темновое) сопротивление фотопроводника, так и достаточно большие времена жизни фотовозбужденных носителей заряда. Например, для увеличения сопротивления InGaAs используется метод ионной имплантации, низкотемпературного роста с легированием атомами бериллия и эрбия и т.д.

В настоящее время динамический диапазон систем на основе фотопроводящих устройств с плазмонными элементами достиг 107 дБ, а их типичный спектр обычно составляет от 0.05 до 2...6 ТГц [15]. В ФПА лазерный импульс возбуждает импульс переходного тока, и генерация ТГц-излучения осуществляется за счет движения электронов, находящихся в зоне проводимости. Таким образом, в этом случае эффективное возбуждение импульса тока с соответствующими частотно-временными характеристиками является принципиальным условием для эффективной генерации ТГцизлучения.

Для увеличения эффективности ФПА используется специальная геометрия электродов антенны: антенна типа "галстук-бабочка", спиральная или логопериодическая антенна и др., которые улучшают связь оптического излучения с полупроводником [16] и ограничивают время прохождения заряда через границу раздела полупроводник-металл [17]. В последние годы начали активно использоваться наноплазмонные структуры [15], имплементированные в зазор ФПА, позволяющие перераспределить энергию лазерного импульса накачки таким образом, что большая часть фотовозбужденных носителей заряда располагается вблизи плазмонных электродов антенны. Подобная структура позволяет заметно увеличить эффективность конверсии в ФПА и увеличить мощность генерации ТГц-излучения [18].

Отметим, что ФПА являются не единственными генераторами и детекторами ТГц-импульсов. Кроме того, они имеют существенные ограничения по энергии генерируемых импульсов. ТГц-импульсы более высокой энергии генерируются в других материалах и за счет других эффектов. К ним относится прежде всего генерация высоких гармоник под воздействием лазерного импульса накачки на нелинейный кристалл, позволяющая получать в органических кристаллах импульсы с энергией 10...20 мДж, что при соответствующей фокусировке может обеспечить амплитуду электрического поля на уровне 40 МВ/см [19]. В качестве генераторов ТГц-излучения с механизмом выпрямления используются также сегнетоэлектрические кристаллы [20] и графеноподобные полупроводники [21].

Кроме того, ТГц-излучение генерируется плазмой (искрой), создаваемой в воздухе мощным фемтосекундным импульсом [22]. В последние годы также активно развиваются методы генерации ТГц-излучения магнитными (спинтронными) материалами и структурами [23, 24]. Все перечисленные методы могут быть реализованы в лазерных лабораторных установках.

Методы генерации ТГц-излучения в установках МЕГА-Сайнс также существуют, однако в настоящей работе не рассматриваются.

# 2. ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ТЕРАГЕРЦОВЫХ АНТЕНН

Одним из наиболее успешных методов увеличения эффективности ФПА является оптимизация геометрии электродов. В настоящее время исследовано очень много различных геометрий электродов, при этом металлические (плазмонные) решетки дали наилучшие результаты. В этом типе электродной геометрии (дизайна) напряженность электрического поля значительно увеличивается в области контакта металл/полупроводник и, соответственно, увеличивается коэффициент поглощения электромагнитного излучения фотопроводящим слоем [25].

В работах [2, 3, 25] впервые теоретически показано, что использование периодичной металлической структуры может заметно увеличить интенсивность генерации излучения за счет передачи энергии импульса лазерной накачки посредством возбуждения канализированных плазмонных мод, распространяющихся в щелевых волноводах между электродами металлической структуры. Показано, что наиболее эффективно энергия передается при выполнении условий резонансного распространения.

Рекордная на сегодняшний день эффективность преобразования лазерного излучения в электромагнитные колебания ТГц-диапазона была получена за счет трехмерных плазмонных электродов, она составила 7.5% при мощности генерируемого ТГц-излучения в 105 мкВт [26].

На рис. 1а, 16 представлены фотографии разработанной и исследованной нами логарифмической спиральной антенне (ЛСА), сделанные растровым электронным микроскопом. ЛСА состоит из электродов, представляющих собой пару логарифмических спиралей (см. рис. 1а), в зазоре которых сформированы две симметрично расположенные плазмонные решетки (см. рис. 1б) на поверхности сверхрешеточной гетероструктуры InAlAs/InGaAs. Сверхрешетка представляет собой 30 периодов чередующихся слоев InGaAs (толщиной 12 нм) и InAlAs (толщиной 4 нм), она изготовлена методом молекулярно-лучевой эпитаксии на подложке GaAs (100) с помощью пятиступенчатого метаморфного буфера In<sub>v</sub>Al<sub>1 – v</sub>As с переменной мольной долей индия от y = 0.104 до y = 0.52. Период решетки равен 250 нм.

На рис. 1в и 1г представлены временные и частотные зависимости ТГц-излучения, генерируемого на обычной спиральной и плазмонной фотопроводящих антеннах (ФПА). Здесь и далее частотные зависимости получены методом быстрого преобразования Фурье с использованием программного продукта SciDAVis. Наблюдается усиление генерируемого ТГц-излучения в два раза по сравнению с "обычным" зазором в ЛСА.

Выбранная геометрия плазмонной решетки обеспечивает возбуждение поверхностных плазмонных волн вдоль периодической границы металлической решетки под воздействием поляризованной *ТМ*-волны лазерной накачки [27]. Возбуждение поверхностных плазмонных волн позволяет пропускать большую часть оптической накачки через наноразмерную решетку в фотопоглощающую подложку. Кроме того, плазмонные антенны в непосредственной близости от контактных электродов значительно увеличивают интенсивность оптической накачки.

### 3. СОЗДАНИЕ СВЕРХРЕШЕТОЧНЫХ ГЕТЕРОСТРУКТУР НА ОСНОВЕ InGaAs

Как уже отмечалось ранее, для создания эргономичных, компактных и недорогих систем ТГп-спектроскопии требуется заменить дорогостоящие и громоздкие фемтосекундные титансапфировые лазеры, работающие на длине волны ~ 800 нм, на волоконные аналоги, излучаюшие в ближнем инфракрасном диапазоне длин волн 1.03...1.56 мкм. По этой причине выбор материала и конструкции функциональных слоев лля созлания ФПА становится ключевой залачей. Наиболее подходяшим кандидатом и технологически воспроизводимым материалом является InGaAs при мольной доле индия 53%, поскольку энергия его запрещенной зоны (~0.8 эВ при 300 К) соответствует энергии фотонов на длине волны 1.56 мкм. Для эффективной работы InGaAs должен обеспечивать сверхмалые времена жизни фотовозбужденных носителей заряда при сохранении относительно высокой подвижности. Кроме того, слой должен иметь высокое электрическое сопротивление.

Наиболее приемлемым решением является использование сверхрешеточных гетероструктур In-GaAs/InAlAs (см., например, [28, 29]). В [26] авторами была предложена структура, состоящая из последовательности самоорганизующихся слоев ErAs, разделенных фотопроводящим слоем In<sub>0 53</sub>Ga<sub>0 47</sub>As. Высаживание атомов эрбия в атмосфере мышьяка на поверхности InGaAs приводит к образованию островкового роста с высотой островков ErAs порядка четырех монослоев. С одной стороны, внедрение ErAs в кристаллическую решетку InGaAs приводит к смещению уровня Ферми к дну зоны проводимости InGaAs, что сопровождается увеличением концентрации свободных носителей заряда в фотопроводящем слое и соответствующим уменьшением его сопротивления. С другой стороны, легируя бериллием InGaAs возможно



**Рис. 1.** РЭМ-изображения топологии электродов антенны в различных масштабах (а, б); временные (в) и частотные (г) зависимости ТГц-излучения, генерируемого на обычной спиральной (1) и плазмонной (2) фотопроводящих антеннах при напряжении 60 В.

подобрать такую концентрацию легирования, при которой уровень Ферми располагается в запрещенной зоне InGaAs. Используя структуру, состоящую из 30—70 периодов ErAs:In<sub>0.53</sub>Ga<sub>0.47</sub>As, удалось получить малое время жизни носителей порядка 3.6 пс. В работе [28] авторы дополнительно использовали "сглаживающий" слой, что привело к еще большему уменьшению времени жизни, до 2 пс. Позднее, авторами работы [29] была предложена структура, в которой фотопроводящий слой InGaAs был помещен между барьерными слоями InAlAs, выращенными при пониженной температуре роста. Низкая температура роста слоя InAlAs обеспечивает большое число глубоких уровней ловушек для носителей заряда [30, 31]. При туннелировании между слоями InGaAs фотовозбужденные электроны захватываются ловушками в InAlAs, что приводит к увеличению сопротивле-



**Рис. 2.** Релаксационные кривые (а) коэффициента отражения, полученные в схеме оптическое возбуждение-зондирование для ненапряженного слоя (*1*)  $In_{0.53}Ga_{0.47}As/In_{0.52}Al_{0.48}As$  и напряженного слоя (*2*)  $In_{0.53}Ga_{0.47}As/In_{0.38}Al_{0.62}As$  ( $\tau_1...\tau_4$  – релаксационные процессы, характеризующие различные механизмы сверхбыстрой релаксации фотовозбужденных носителей заряда), а также спектральная зависимость амплитуды ТГц-излучения в тех же образцах (б); плотность излучения 9.39 мкДж/см<sup>2</sup>, длина волны возбуждения 800 нм.

ния фотопроводящего слоя и уменьшению времени жизни носителей.

Следует отметить, что процесс захвата наиболее эффективен для тонких слоев InGaAs толщиной порядка 10...15 нм, когда расстояние между электронами и ловушками достаточно для туннелирования. Для того чтобы большая часть оптической накачки поглотилась в фотопроводящем слое, авторы использовали структуру из 100 периодов, так, чтобы суммарная толщина InGaAs составила 1 мкм. Слой InGaAs был дополнительно легирован бериллием для увеличения сопротивления. За счет указанной конструкции удалось получить рекордно низкое время жизни носителей, порядка 0.8 пс.

Согласно нашим исследованиям [32, 33] напряженные сверхрешеточные наноструктуры InGaAs/InAlAs позволяют заметно уменьшить время жизни фотоносителей заряда, до 1.7 пс, по сравнению с решеточно-согласованными (4 пс) за счет интенсификации межсплавного рассеяния (рассеяния на неоднородностях состава) и рассеяния на шероховатостях гетероинтерфейса InAlAs/InGaAs. Кроме того, они позволяют управлять параметрами фотопроводящих слоев, например, влиять на ширину запрещенной зоны InGaAs и спектр генерации ТГц-излучения. Было показано, что введение эпитаксиальных напряжений в структуру является достаточно эффективным способом для уменьшения времени жизни носителей заряда при сохранении их подвижности [34, 35].

Используя экспериментальную методику оптической накачки-зондирования и феноменологическую релаксационную модель, мы определи времена жизни фотовозбужденных носителей заряда. Релаксационные кривые представлены на рис. 2а, соответствующие спектры – на рис. 2б. Весь временной отрезок такой релаксационной зависимости может быть разделен на три этапа. Первый этап (до 200 фс) — это когерентный режим. Второй этап (до 2 пс) – термализация носителей заряда — обычно характеризуется взаимным рассеянием носителей, рассеянием электронов на оптических фононах, межзонным рассеянием и захватом носителей ловушками. Третий этап (до 100 пс) — это режим горячих носителей, на котором происходит выравнивание температуры носителей заряда между собой (до 2 пс).

На структуре с отсутствием эпитаксиального напряжения достаточно просто можно наблюдать четыре релаксационных процесса. Сразу после возбуждения происходит сверхбыстрый процесс, который можно охарактеризовать кон-

стантой  $\tau_1$ . Как было показано в работе [36, 37], данный процесс связан с процессом термализации носителей заряда. Следующий процесс  $\tau_2$ относится к рассеянию носителей заряда на фононах, что может иметь отношение к режиму горячих носителей заряда, поскольку энергия оптического возбуждения значительно превышает ширину запрещенной зоны эпитаксиальной структуры. Следующая временная константа  $\tau_3$ определяется захватом носителей заряда ловушками (точечными дефектами кристаллической структуры). Здесь следует отметить, что процессы  $\tau_1$  и  $\tau_2$  в структуре с эпитаксиальными напряжениями не наблюдаются. В работе [38] этот эффект связывается с уменьшением вклада поглошения свободных носителей и двухфотонного поглощения в динамику носителей заряда. При этом, как видно из релаксационных кривых, введение эпитаксиального напряжения уменьшает время т<sub>3</sub>. В первую очередь это может определяться концентрацией ловушечных состояний, возникающих за счет эпитаксиальных напряжений [38]. И наконец, время  $\tau_4$  – характеризующее время рекомбинации носителей заряда для структуры с эпитаксиальным напряжением – демонстрирует низкие значения. Таким образом, показано, что на времена релаксации фотовозбужденных носителей заряда можно влиять путем искусственного введения эпитаксиальных напряжений. Отметим, что обнаруженный нами эффект дополняет успешно развиваемые в последние годы технологии инженерии напряжений [39-42].

# 4. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СЛОИСТЫХ И ДВУМЕРНЫХ ПОЛУПРОВОДНИКОВ

Графен и углеродные нанотрубки, обладающие уникальными электрофизическими свойствами, являются перспективными материалами для использования в ТГц-устройствах. Первые результаты исследования ТГц-генерации в монослойном и слоистом графене представлены в работах [43, 44]. Однако большие успехи были достигнуты при использовании графеноподобных материалов для детектирования ТГц-излучения. В работе [45] представлен ТГц-детектор с приемной антенной на основе одностенных углеродных трубок, отличительными особенностями которого являются компактность, широкополосность, гибкость, малая энергозатратность, а также возможность работы при комнатной температуре. Представленный детектор обладает относительно высокой чувствительностью, 2.5 В/Вт, в диапазоне частот 1.4...3.1 ТГц. В работе показано, что отклик имеет фототермоэлектрическую природу и

усиливается за счет плазмонных эффектов в антенне.

В последнее десятилетие слоистые и двумерные полупроводники, в частности дихалькогениды переходных металлов (ДПМ), интенсивно исследовались и в качестве генераторов и детекторов ТГиизлучения. В 2017 г. была впервые исследована ТГц-эмиссия с поверхности слоистого кристалла дисульфид молибдена MoS<sub>2</sub> [46]. После этого было опубликовано еще несколько работ, посвященных исследованию ТГц-генерации другими ДПМ: WSe<sub>2</sub> (диселенид вольфрама), WS<sub>2</sub> (дисульфид вольфрама) [47, 48]. В работе [21] было показано, что даже двумерная пленка WSe<sub>2</sub> толщиной порядка 0.8 нм генерирует более эффективный ТГц-сигнал по сравнению с пленкой InGaAs той же толщины. Этот результат наглядно демонстрирует, что при переходе к наноразмерам двумерные ДПМ более эффективны, чем полупроводники III-V группы. В работе [49] был представлен ТГц-фотодетектор на основе массива монослойных MoSe<sub>2</sub> с вольтватной чувствительностью 38 мВ/Вт. Другой пример – ТГц-фотодетектор на основе слоистого 2H-TaSe<sub>2</sub> [50], чувствительность которого составляет 27 В/Вт.

Если рассматривать объемные слоистые ДПМ как материалы для  $\Phi\Pi A$  и оценивать их с точки зрения таких параметров как сопротивление, подвижность и время жизни носителей заряда, то они сильно уступают полупроводниковым соединениям группы III–V. Так, один из наиболее перспективных ДПМ MoS<sub>2</sub> имеет подвижности электронов ~200 см<sup>2</sup>/В с и дырок ~72 см<sup>2</sup>/В с, что достаточно мало [50]. Несмотря на то, что в литературе есть несколько примеров создания ТГц-детекторов на основе двумерных ДПМ, эти материалы пока сильно уступают традиционно применяемым при создании  $\Phi\Pi A$  полупроводникам, таким как GaAs и InGaAs.

В начале 2014 г. стали появляться статьи о слоистом черном фосфоре (фосфорене), как о перспективном двумерном материале [51]. Благодаря сильной связи электронного состояния между слоями кристаллитов черного фосфора, его запрещенная зона варьируется в пределах от 1.5 эВ (монослой) до 0.3 эВ (объемный кристалл). Однако подход, реализованный в работах [52-55], показал еще одну уникальную возможность черного фосфора. Теоретически, возможно менять ширину запрещенной зоны в слоистом черном фосфоре с помощью приложения электрического поля. Последние эксперименты по фотоэмиссионной спектроскопии подтверждают, что в легированном через адсорбцию атомов калия черном фосфоре действительно можно "настраивать" и даже полностью перекрывать запрещенную зону [56]. К сожалению, расчетное электрическое поле составило порядка нескольких вольт на один нанометр. Такое большое электрическое поле препятствует реализации перестраиваемых запрещенных зон электронных и фотонных устройств. Кроме того, сильно легированный материал обычно не идеален для применения в подобных устройствах оптоэлектроники. Однако в работе [57] эта проблема была решена путем изменения толщины кристалла черного фосфора.

Экспериментально возможность "настройки" запрещенной зоны в черном фосфоре была показана путем приложения прямого электрического смещения к электродам. В кристаллите черного фосфора толщиной 4 нм (порядка семи монослоев) изменение запрещенной зоны ограничено примерно 75 мэВ. Причем наблюдается сильная нелинейная зависимость ширины запрещенной зоны от электрического поля смещения. Эта специфическая полевая зависимость обусловлена сильной межслойной связью электронного состояния и очень хорошо учитывается при расчете теории функционала плотности [58]. Напротив, в черном фосфоре с толщиной 10 нм, разность потенциалов может преодолеть межслойную связь. Ранее была продемонстрирована эффективная непрерывная "настройка" запрешенной зоны кристаллитов черного фосфора от 300 до 50 мэВ с внешним электрическим полем смещения до 1.1 В/нм.

Следующим важным свойством черного фосфора является его высокая подвижность, которая зависит от числа слоев [59, 60], вследствие чего фосфорен эффективно поглощает ТГц-излучение, даже если энергия фотонов ниже энергии запрещенной зоны полупроводника. Подвижность носителей заряда в объемных кристаллитах черного фосфора достигает 50000 и 1000 см<sup>2</sup>/В с при 30 и 300 К соответственно [60-63]. Кроме того, черный фосфор проявляет ярко выраженные анизотропные свойства, такие как анизотропный перенос и теплопроводность, оптическое поглощение и линейный дихроизм, что указывает на то, что его можно использовать в качестве эффективного оптоэлектронного материала, расширяя его работу до более длинных волн, таких как средний инфракрасный спектр и биомедицинское зондирование [64-66]. Экспериментально было доказано, что технологический прием укладки различных слоистых материалов (ДПМ, графен и т.д.) может быть использован для разработки сверхчувствительных детекторов света, или гибких фотовольтаических устройств.

В 2017 г. впервые было предложено в качестве фотопроводящего материала ТГц-антенны использовать нанослои черного фосфора [67]. Была показана возможность сверхширокополосного детектирования от ИК- до ТГц-частот. Хорошее сочетание параметров черного фосфора (ширина запрещенной зоны, высокая подвижность носителей заряда) приводит к широкому спектральному поглощению, превосходящему графен. В зависимости от геометрии устройства, длины волны и мощности падающего излучения могут различаться фотопроводящие механизмы, такие как фототермоэлектрическая, болометрическая и электронно-дырочная генерация. Предлагаемые фотодетекторы потенциально могут обладать хорошей эффективностью с чувствительностью более 300 В/Вт, малошумящей эквивалентной мощностью по отношению к падающей (поглощенной) мощности (меньше 10 пВт/Гц<sup>0.5</sup>). Улучшить характеристики созданных устройств можно более обоснованным выбором (несимметричных) материалов электродов, усовершенствованием плазмонных антенн, а также возможностью динамического управления шириной запрещенной зоны.

В наших работах мы исследовали генерацию ТГц-излучения различными двумерными и слоистыми полупроводниками. На рис. 3 приведены временные и спектральные зависимости амплитуды ТГц-импульса, генерируемого слоистыми кристаллами WSe<sub>2</sub> и черного фосфора толщиной порядка 20 нм, в геометрии "на отражение". Из рисунков видно, что эффективность генерации ТГц-излучения нанокристаллами черного фосфора примерно в два раза выше, чем нанокристаллами WSe<sub>2</sub>. Максимум эмиссии приходится на 1 и 1.5 ТГц для WSe<sub>2</sub> и черного фосфора соответственно. Спектр излучения черного фосфора шире спектра излучения WSe<sub>2</sub>

Механизмы генерации ТГц-излучения этими двумя материалами принципиально различные. Черный фосфор является узкозонным полупроводником (ширина запрещенной зоны порядка 0.3 эВ), он хорошо поглощает излучение накачки, и ТГц-излучение генерируется по фотовольтаическому механизму Дембера для фотопроводящих материалов. Ширина запрещенной зоны монослойного WSe<sub>2</sub> соответствует 1.62 эВ. Следовательно, как было показано в работе [21], основным механизмом генерации ТГц-излучения в образцах WSe<sub>2</sub> является нелинейно-оптическое выпрямление, а вклад поверхностного поля и фотоэффекта Дембера можно исключить ввиду отсутствия поглощения оптического излучения.



Рис. 3. Зависимость амплитуды ТГц-сигнала от времени задержки между импульсом накачки, падающим на образец, и зондирующим импульсом, падающим на кристалл ZnTe (а), для нанокристаллов BP (1) и черного фосфора WSe<sub>2</sub> (2); нормированный спектр ТГц-излучения, генерируемого в исследуемых образцах (б); плотность энергии в импульсе излучения накачки составляла ~0.5 мкДж/см<sup>2</sup>.

# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлен обзор современных тенденций развития и совершенствования ТГц-источников излучения, использующих в качестве накачки фемтосекундные лазеры, в том числе на кристалле сапфира, допированном ионами титана.

Рассмотрены фотопроводящие источники, для которых решение проблемы увеличения эффективности оптико-ТГц-конверсии связано с двумя фундаментальными задачами, заключающимися в обеспечении предельной концентрации энергии лазерного излучения в зазоре ФПА для усиления поглощения лазерного импульса в фотопроводящем материале, и создании фотопроводящих структур со сверхмалыми временами жизни фотоносителей заряда при сохранении их высокой полвижности. Решение первой задачи обеспечивается созданием ФПА, содержащих наноплазмонные структуры, дальнейшее увеличение эффективности которых возможно при совместном решении физических и технологических задач. Вторая задача может быть решена несколькими путями. Первый – целенаправленная модификация структур на основе узкозонного полупроводника InGaAs, paботающего с лазерной накачкой в диапазоне длин волн 1.03...1.56 мкм. Второй путь – создание и оптимизация новых материалов, таких как дираковские материалы и топологические изоляторы наряду с черным фосфором, а также комбинации новых материалов, например, черный фосфор/графен.

Что касается двумерных полупроводников, то в силу малости активного объема их использование эффективно при создании детекторов и модуляторов ТГц-излучения.

Работы в этой области обеспечат широкое применение ТГц-излучения в спектроскопии материалов, биомедицинской диагностике, метрологии, спинтронике, беспроводной связи и т.д.

#### ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках государственного задания вузу (FSFZ-0706-2020-0022), а также частично Российского фонда фундаментальных исследований (работы по изготовлению структур на основе сверхрешеток фотопроводящих материалов, проект № 20-32-70129 Стабильность).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Lepeshov S., Gorodetsky A., Krasnok A.* // Laser Photon. Rev. 2017. V. 11. № 1. P. 1770001.
- 2. Catrysse P.B., Veronis G., Shin H., Shen J.T. // Appl. Phys. Lett. 2006. V. 88. № 3. P. 031101.
- Hsieh B.Y., Jarrahi M. // J. Appl. Phys. 2011. V. 109. № 8. P. 084326.

**№** 9

2021

- 4. *Dhillon S.S., Vitiello M.S., Linfield E.H. et al.* // J. Phys. D: Appl. Phys. 2017. V. 50. № 4. P. 043001.
- 5. *Auston D.H., Nuss M.C.* // IEEE J. Quantum Electron. 1988. V. 24. № 2. P. 184.
- 6. *Shen Y.C., Upadhya P.C., Beere H.E.et al.* // Appl. Phys. Lett. 2004. V 85. № 2. P. 164.
- Kindt J.T., Schmuttenmaer C.A. // J. Phys. Chem. 1996.
   V. 100. № 24. P. 10373.
- 8. *Yardimci N.T., Yang S.H., Berry C.W., Jarrahi M. //* IEEE Trans. 2015. V. TST-5. № 2. P. 223.
- 9. *Dietz R.J.B., Globisch B., Roehle H.et al.* // Opt. Express. 2014. V. 22. № 16. P. 19411.
- 10. Лаврухин Д.В., Ячменев А.Э., Бугаев А.С. и др. // ФТП. 2015. Т. 49. № 7. С. 932.
- 11. Koppens F.H.L., Mueller T., Avouris P. et al. // Nature Nanotechnology. 2014. V. 9. № 10. P. 780.
- 12. *Takazato A., Kamakura M., Matsui T. et al.* // Appl. Phys. Lett. 2007. V. 91. № 1. P. 011102.
- Han S.-P, Ko H., Kim N. et al. // Opt. Lett. 2011. V. 36. № 16. P. 3094.
- 14. *Bernussi A.A., Souza C.F., Carvalho W. et al.* // Brazilian J. Phys. 1994. V. 24. № 1. P. 460.
- Yardimci N.T., Jarrahi M. // Scientific Rep. 2017. V. 7. № 1. P. 42667.
- 16. *Berry C.W., Wang N., Hashemi M.R. et al.* // Nature Commun. 2013. V. 4. № 1. P. 1622.
- 17. *Yang S.H., Hashemi M.R., Berry C.W., Jarrahi M. //* IEEE Trans. 2014. V. TST-4. № 5. P. 575.
- Горбатова А.В., Хусяинов Д.И., Ячменев А.Э. // Письма в ЖТФ. 2020. Т. 46. № 22. С. 10.
- Овчинников А.В., Чефонов О.В., Ситников Д.С. и др. // Квантовая электрон. 2018. Т. 48. № 6. С. 554.
- Hebling J., Yeh K.-L., Hoffmann M.C. et al. // J. Opt. Soc. Amer. B. 2008. V. 25. № 7. P. B6.
- Горбатова А.В., Хусяинов Д.И., Бурков А.М. и др. // Письма в ЖТФ. 2019. Т.45. № 24. С. 44.
- Zharova N.A., Mironov V.A., Fadeev D.A. // Phys. Rev. E. 2010. V. 82. № 5. P. 056409.
- 23. Schneider R., Fix M., Heming R. et al. // ACS Photonics. 2018. V. 5. № 10. P. 3936.
- 24. *Papaioannou E.Th., Beigang R. //* Nanophotonics. 2021. V. 10. № 4. P. 1243.
- Yardimci N.T., Yang S.H., Berry C.W., Jarrahi M. // OSA Techn. Dig. Conf. Lasers and Electro-Optics (CLEO-SI) Washinghton 10–15 May 2015. Wasinghton: Opt. Soc. Amer., 2015. P. SM4F.
- Ospald F., Maryenko D., Von Klitzing K. et al. // Appl. Phys. Lett. 2008. V. 92. № 13. P. 131117.
- 27. Berry C.W., Wang N., Hashemi M.R. et al. // Nature Commun. 2013. V. 4. № 1. P. 1622.
- Sukhotin M., Brown E.R., Driscoll D. et al. // Appl. Phys. Lett. 2003. V. 83. № 19. P. 3921.
- Roehle H., Dietz R.J.B., Hensel H.J. et al. // Opt. Express. 2010. V. 18. № 3. P. 2296.
  - РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА том 66 № 9 2021

- Dietz R.J.B., Gerhard M., Stanze D. et al. // Opt. Express. 2011. V. 19. № 27. P. 25911.
- 31. *Dietz R.J.B., Globisch B., Gerhard M. et al.* // Appl. Phys. Lett. 2013. V. 103. № 6. P. 061103.
- 32. Буряков А.М., Хусяинов Д.И., Мишина Е.Д. и др. // Письма в ЖТФ. 2018. Т. 44. № 23. С. 146.
- Ponomarev D.S., Gorodetsky A., Yachmenev A.E. et al. // J. Appl. Phys. 2019. V. 125. № 15. P. 151605.
- 34. Пономарев Д.С., Хабибуллин Р.А., Клочков А.Н. и др. // ФТП. 2018. Т 52. № 7. С. 723.
- 35. *M. Alfaro-Gomez and E. Castro-Camus* // Appl. Phys. Lett. 2017. V. 110. № 4. P. 042101.
- Hall K.L., Lai Y., Ippen E.P. et al. // Appl. Phys. Lett. 1990. V. 57. № 27. P. 2888.
- Alcalde A.M., Weber G. // J. Appl. Phys. 1999. V. 85. № 10. P. 7276.
- 38. *Buryakov A., Khusyainov D., Mishina E. et al.* // MRS Advances. 2019. V. 4. № 1. P. 15.
- 39. *Liu Z., Menéndez C., Shenoy J. et al.* // Nano Energy. 2020. V. 72. P. 104732.
- 40. *Chen Y., Lei Y., Li Y. et al.* // Nature. 2020. V. 577. Nº 7789. P. 209.
- 41. *Wang Y., Sun X., Chen Z. et al.* // Sci. Adv. 2018. V. 4. № 5. P. eaar3679.
- 42. Бородина В.В., Крамаров С.О. // Российский технологический журн. 2020. Т. 8. № 4. С. 66.
- 43. Bahk Y.M., Ramakrishnan G., Choi J., Song H. et al. // ACS Nano. 2014. V. 8. № 9. P. 9089.
- 44. *Maysonnave J., Huppert S., Wang F. et al.* // Nano Lett. 2014. V. 14. № 10. P. 5797.
- 45. *He X., Fujimura N., Lloyd J.M. et al.* // Nano Lett. 2014. V. 14. № 7. P. 3953.
- 46. *Huang Y., Zhu L., Zhao Q. et al.* // ACS Appl. Mater. Interfaces. 2017. V. 9. № 5. P. 4956.
- 47. Si K., Huang Y., Zhao Q., Zhu L. et al. // Appl. Surf. Sci. 2018. V. 448. P. 416.
- Zhang L., Huang Y., Zhao Q. et al. // Phys. Rev. B. 2017.
   V. 96. № 15. P. 155202.
- 49. Liu H., Chen Z., Chen X. et al. // J. Mater. Chem. C. 2016. V. 4. № 40. P. 9399.
- 50. *Cai Y., Zhang G., Zhang Y.W.* // J. Amer. Chem. Soc. 2014. V. 136. № 17. P. 6269.
- 51. *Qiao J., Kong X., Hu Z.X. et al.* // Nature Commun. 2014. V. 5. № 1. P. 4475.
- 52. Guo H., Lu N., Dai J. et al. // J. Phys. Chem. C. 2014. V. 118. № 25. P. 14051.
- Liu Q., Zhang X., Abdalla L.B. et al. // Nano Lett. 2015.
   V. 15. № 2. P. 1222.
- 54. *Li Y., Yang S., Li J.* // J. Phys. Chem. C. 2014. V. 118. № 41. P. 23970.
- 55. *Dai J., Zeng X.C.* // J. Phys. Chem. Lett. 2014. V. 5. Nº 7. P. 1289.
- 56. *Kim J., Baik S.S., Ryu S.H. et al.* // Science. 2015. V. 349. № 6249. P. 723.

- 57. *Deng B., Tran V., Xie Y. et al.* // Nature Commun. 2017. V. 8. № 1. P. 14474.
- 58. *Mahan G.D.* Many-Particle Physics. N.Y.: Kluwer Academic Publishers-Plenum Publishers, 2000.
- Long G., Maryenko D., Shen J. et al. // Nano Lett. 2016.
   V. 16. № 12. P. 7768.
- 60. *Chen X., Wu Y., Wu Z. et al.* // Nature Commun. 2015. V. 6. № 1. P. 7315.
- 61. *Li L., Yu Y., Ye G.J. et al.* // Nature Nanotechnol. 2014. V. 9. № 5. P. 372.
- 62. *Liu H., Neal A.T., Zhu Z. et al.* // ACS Nano. 2014. V. 8. № 4. P. 4033.

- 63. *Youngblood N., Chen C., Koester S.J., Li M.* // Nature Photonics. 2015. V. 9. № 4. P. 247.
- 64. *Xia F., Wang H., Jia Y.* // Nature Commun. 2014. V. 5. № 1. P. 4458.
- 65. *Luo Z., Maassen J., Deng Y. et al.* // Nature Commun. 2015. V. 6. № 1. P. 8572.
- 66. *Buscema M., Groenendijk D.J., Blanter S.I. et al.* // Nano Lett. 2014. V. 14. № 6. P. 3347.
- 67. Wang L., Liu C., Chen X. et al. // Adv. Funct. Mater. 2017. V. 27. № 7. P. 1604414.

# \_\_\_\_\_ ЭЛЕКТРОНИКА \_\_ Свч

УДК 621.383

# РАСШИРЕННЫЕ ФОРМАТЫ ОДНОПОЛОСНОЙ МОДУЛЯЦИИ ИНТЕНСИВНОСТИ СВЕТА

© 2021 г. А. А. Задерновский<sup>а, \*</sup>, В. В. Щербаков<sup>b, \*\*</sup>, А. Ф. Солодков<sup>b</sup>

<sup>а</sup>МИРЭА – Российский технологический университет, просп. Вернадского, 78, Москва, 119454 Российская Федерация <sup>b</sup>Центр волоконно-оптических систем передачи информации, ул. Введенского, 3, Москва, 117342 Российская Федерация \*E-mail: zadernovsky@mirea.ru

 \*\**E-mail: vospi@bk.ru* Поступила в редакцию 16.09.2020 г. После доработки 28.02.2021 г.
 Принята к публикации 10.03.2021 г.

Выполнен теоретический анализ различных форматов однополосной модуляции, используемых в волоконно-оптических линиях связи с внешним электрооптическим двухэлектродным модулятором Maxa—Цендера для генерирования оптических сигналов, устойчивых к дисперсионной деградации мощности. Представлено семейство новых форматов однополосной модуляции, рассмотрены особенности их использования, достоинства и недостатки. Предположено уменьшение нелинейных искажений сигналов при их транспортировке по дисперсионному оптоволокну.

DOI: 10.31857/S0033849421090199

# введение

Однополосные сигналы модуляции интенсивности света устойчивы к дисперсионной деградации мощности при их распространении в оптоволокне. Стандартным способом [1] генерирования таких сигналов является использование двухэлектродного модулятора Маха-Цендера с квадратурным смещением и управляющими напряжениями, сдвинутыми по фазе на 90°. Однако, это не единственная возможность получить такие сигналы. В данной статье представлено семейство расширенных форматов модуляции двухэлектродного модулятора Маха-Цендера, обеспечивающих генерирование однополосных оптических сигналов. Производится сравнение этих форматов с хорошо известными однополосными форматами модуляции. Обсуждаются особенности их применения, достоинства и недостатки.

# 1. МОДУЛЯТОР МАХА–ЦЕНДЕРА С ДВУМЯ УПРАВЛЯЮЩИМИ ЭЛЕКТРОДАМИ

Принципиальная схема двухэлектродного модулятора Маха—Цендера показана на рис. 1. Модулятор включает в себя подложку из монокристалла ниобата лития и сформированную на ней путем термодиффузии титана систему канальных оптических волноводов с одним входом и одним выходом (рис. 2). Входной оптический канал расщепляется на два независимых волновода, создавая пространственное разделение входного лазерного излучения на два пучка света, которые затем сводятся вместе в выходном оптическом канале. На подложке устанавливаются управляющие электроды. Электрическое напряжение, подаваемое на электроды, создает электрическое поле, проникающие в сечение каждого волновода. Это поле изменяет оптическую длину пути волноводов. Управляющие напряжения  $U_1$  и  $U_2$  определяют фазовые сдвиги  $\phi_1$  и  $\phi_2$  приобретаемые световыми



**Рис. 1.** Принципиальная схема модулятора Маха– Цендера с двумя управляющими электродами:  $U_1, U_2$  – модулирующие напряжения;  $+U_b, -U_b$  – напряжения смещения противоположной полярности.



**Рис. 2.** Поперечное сечение модулятора Маха–Цендера с двумя управляющими электродами: *U*<sub>1</sub>, *U*<sub>2</sub> – модулирующие напряжения.

волнами при прохождении своего собственного канального волновода.

Принцип работы двухэлектродного модулятора Маха—Цендера неоднократно обсуждался в литературе (см., например, [2]). Здесь мы лишь коротко повторим основные моменты необходимые для дальнейшего обсуждения. Если на сигнальные электроды подаются модулирующие напряжения  $U_1 = U_0 \cos(\omega_m t + \varphi_{m1})$  и  $U_2 = U_0 \cos(\omega_m t + \varphi_{m2})$  с одинаковыми частотами  $\omega_m$ , одинаковыми амплитудами  $U_0$ , но с разными начальными фазами  $\varphi_{m1}$  и  $\varphi_{m2}$ , то электромагнитная световая волна на выходе из модулятора может быть записана в виде

$$E = E_0 \exp[i(\omega_0 t + \varphi_0)] \times \\ \times \cos \frac{\pi}{2} \left( \frac{U_b}{U_\pi} + \frac{U_1 - U_2}{2U_\pi} \right) \exp \frac{i\pi U_1 + U_2}{U_\pi},$$
(1)

где  $U_b$  — напряжение смещения,  $U_{\pi}$  — полуволновое (запирающее) напряжение. Спектральное представление такой волны может быть представлено в виде суммы

$$E = E_0 \exp[i(\omega_0 t + \varphi_0)] \times \\ \times \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n \exp\left[in\left(\omega_m t + \frac{\varphi_{m1} + \varphi_{m2}}{2}\right)\right]$$
(2)

с коэффициентами

$$C_n = i^n J_n(\pi u_0/2) \cos\left(\frac{\pi u_b}{2} + n \frac{\varphi_{m1} - \varphi_{m2}}{2}\right), \quad (3)$$

где  $u_b = U_b / U_{\pi}$  и  $u_0 = U_0 / U_{\pi}$  – нормированные переменные,  $J_n$  – функция Бесселя первого рода порядка *n*. Соответственно, спектральное пред-

ставление сигнала модуляции интенсивности света на выходе из модулятора имеет вид

$$P_{\text{Bblx}} = \frac{P_0}{2} \left\{ 1 + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} i^n J_n \left( \pi u_0 \sin \frac{\varphi_{m1} - \varphi_{m2}}{2} \right) \times \\ \times \cos \left( \pi u_b + n \frac{\pi}{2} \right) \exp \left[ in \left( \omega_m t + \frac{\varphi_{m1} + \varphi_{m2}}{2} \right) \right] \right\}.$$
(4)

## 2. ФОРМАТЫ ОДНОПОЛОСНОЙ МОДУЛЯЦИИ ДВУХЭЛЕКТРОДНОГО МОДУЛЯТОРА

Из (3) легко видеть, что условие того, что в спектре электромагнитной волны пропадает одна из гармоник первого или минус первого порядка выглядит как

$$u_b \pm \frac{\varphi_{m1} - \varphi_{m2}}{\pi} = 1, \tag{5}$$

причем знак плюс относится к гармонике с n = +1, а знак минус к n = -1.

В табл. 1 представлены примеры однополосных форматов модуляции, полученные с помощью выражения (5). Некоторые из них хорошо известны. Так, формат с  $u_b = \pm 1/2$ ,  $(\phi_{m1} - \phi_{m2})/\pi = \pm 1/2$  исторически был первым предложенным однополосным оптическим форматом модуляции [1]. Он примечателен тем, что выбор квадратурной рабочей точки с нормированным напряжением смещения  $u_b = \pm 1/2$  приводит, как это видно из (4), к подавлению всех четных гармоник сигнала модуляции интенсивности. Тем самым, нелинейные искажения сигнала на выходе из модулятора оказываются минимальными.

Другой формат с  $u_b = \pm 1/3$ ,  $(\phi_{m1} - \phi_{m2})/\pi = \pm 2/3$  был предложен сравнительно недавно [3]. Он интересен тем, что при выборе  $u_b = -1/3$ ,  $(\phi_{m1} - \phi_{m2})/\pi = +2/3$  или  $u_b = +1/3$ ,  $(\phi_{m1} - \phi_{m2})/\pi =$ 

= -2/3 в электромагнитной волне пропадает не только полоса n = -1, но и n = +2. А при выборе режима с  $u_b = -1/3$ ,  $(\phi_{m1} - \phi_{m2})/\pi = -2/3$  или  $u_b =$ =+1/3,  $(\phi_{m1}-\phi_{m2})/\pi=+2/3$  пропадают одновременно полосы n = +1 и n = -2. Таким образом, в этом случае модуляция становится "однополосной" не только по основной, но и по второй гармонике. В результате следует ожидать уменьшения нелинейных искажений оптического сигнала модуляции интенсивности.

Кроме перечисленных, соотношение (5) дает целое семейство новых однополосных форматов модуляции (см. табл. 1). Обсуждение этих форматов обнаружить в литературе не удалось. Это связано, по-видимому, с тем, что применение таких форматов предполагает использование фазовращателей для управления фазой сигнальных напряжений двухэлектродного модулятора Маха-Цендера и формирования СВЧ-сигналов с произвольно заданной разностью фаз. Разработка таких фазовращателей является давней и не простой проблемой СВЧ-электроники. Обсуждение возможных подходов появилось в литературе лишь недавно и вызвало большой интерес [4-8].

# 3. ОПТИЧЕСКИЙ СИГНАЛ НА ВЫХОЛЕ ИЗ ОПТОВОЛОКНА

Из-за дисперсии каждая спектральная компонента электромагнитной волны (2) приобретает на выходе из оптоволокна длиной L свой набег фазы – βL. Так, для компоненты с частотой  $\omega_0 + n\omega_m$  он составляет

$$-\beta L = -\beta_0 L - \beta_1 n \omega_m L - (1/2)\beta_2 n^2 \omega_m^2 L - \dots,$$

где  $\beta_0$  — постоянная распространения на частоте  $\omega_0 = 2\pi c/\lambda_0$ несущей волны, коэффициент  $\beta_1 = 1/u$  равен обратной величине групповой скорости сигнала и коэффициент  $\beta_2$  определяется через коэффициент дисперсии оптоволокна D как  $\beta_2 = -\lambda_0^2 D / 2\pi c$  [9]. В итоге на выходе из оптоволокна имеем электромагнитную волну в виде

$$E = E_0 \exp[i(\omega_0 t - \beta_0 L + \varphi_0)] \times$$
(6)  
 
$$\times \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n \exp(in^2\theta) \exp\left\{in[\omega_m(t - L/u) + \frac{\varphi_{m1} + \varphi_{m2}}{2}]\right\},$$

$$\theta = \pi c \left( \omega_m / \omega_0 \right)^2 DL \tag{7}$$

 параметр транспортировки оптического сигнала по волокну.

Интенсивность света на выходе из оптоволокна  $P_{\rm e}$  (а следовательно, и фототок детектора излучения) будет пропорциональна квадрату модуля

T . C	1 11		1			
гаолина		пимет	м п	onm	<b>ATOR</b>	ОЛНОПОЛОСНОИ МОЛУЛЯНИИ
T continue 1		prime	μ	opm	arob	однополоспон модулиции

Нормированное напряжение смещения $u_{\rm b} = U_{\rm b}/U_{\pi}$	Нормированная разница фаз модулирующих напряжений ( $\phi_{m1} - \phi_{m2}$ )/ $\pi$					
n = -1						
$\pm 1/2$	$\mp 1/2$					
$\pm 1/3$	∓2/3					
$\pm 2/3$	<b>1</b> /3					
$\pm 1/4$	∓3/4					
$\pm 3/4$	∓1/4					
n = +1						
$\pm 1/2$	$\pm 1/2$					
$\pm 1/3$	±2/3					
$\pm 2/3$	$\pm 1/3$					
$\pm 1/4$	$\pm 3/4$					
$\pm 3/4$	$\pm 1/4$					

Примечание: *n* – номер гармоники с амплитудой, равной нулю.

напряженности электрического поля E(t) (6). Запишем ее в виле

$$P_{\rm s} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} P_n \exp\left\{in[\omega_{\rm m}(t-L/u) + \frac{\varphi_{\rm m1} + \varphi_{\rm m2}}{2}]\right\}, \quad (8)$$

где

$$P_{n} = P_{0} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} C_{n+k} \exp[i(n+k)^{2}\theta] C_{k}^{*} \exp(-ik^{2}\theta) =$$

$$= P_{0} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} C_{n+k} \exp[i(n+k)n\theta] C_{k}^{*} \exp(ikn\theta)$$
(9)

 комплексная амплитуда гармоники с частотой *п*ω<sub>m</sub>. При вычислении (9) воспользуемся теоремой Графа о суммировании бесселевых функций, которую для цели нашего анализа перепишем в виде (см. Приложение)

$$J_n(z_3) \exp(in\gamma) =$$
  
=  $\sum_{k=-\infty}^{+\infty} J_{n+k}(z_1) \exp[i(n+k)\alpha] J_k(z_2) \exp(ik\beta),$  (10)

903

где комплексное число  $z_3 \exp(i\gamma)$  есть сумма двух других комплексных чисел  $z_1 \exp(i\alpha)$  и  $-z_2 \exp(-i\beta)$ . В результате получим выражение

$$P_{n} = (-1)^{n} \frac{P_{0}}{2} \left\{ J_{n}(\pi u_{0} \sin n\theta) \cos \frac{n(\varphi_{m1} - \varphi_{m2})}{2} + \frac{1}{2} \exp(i\pi u_{b}) J_{n} \left[ \pi u_{0} \sin \left( n\theta + \frac{(\varphi_{m1} - \varphi_{m2})}{2} \right) \right] + (11) + \frac{1}{2} \exp(-i\pi u_{b}) J_{n} \left[ \pi u_{0} \sin \left( n\theta - \frac{(\varphi_{m1} - \varphi_{m2})}{2} \right) \right] \right\}.$$

Аналогичная, но более громоздкая версия выражения (11) с разделением на четные и нечетные спектральные компоненты была получена также в [10].

В качестве примера, иллюстрирующего устойчивость указанных сигналов к дисперсионной деградации мощности, рассмотрим формат модуляции  $\phi_{m1} = \phi_m$ ,  $\phi_{m2} = \phi_m + 2\pi/3$ ,  $u_b = \pm 1/3$ . Сигнал модуляции интенсивности (4) на выходе из модулятора (на входе в оптоволокно) принимает вид

$$P_{\text{BEAX}} = \frac{3P_0}{4} \left[ 1 \mp \frac{\pi u_0}{2} \cos\left(\omega_m t + \varphi_m - \frac{\pi}{6}\right) \right], \qquad (12)$$

а на выходе из волокна

$$P_{\rm s} = \frac{3P_0}{4} \bigg\{ 1 \mp \frac{\pi u_0}{2} \cos[\omega_m (t - L/u) + \varphi_m - \frac{\pi}{6} \pm \theta] \bigg\}.$$
(13)

Из сравнения (12) и (13) видно, что соответствующие сигналы на входе и на выходе из оптоволокна отличаются только фазой, а амплитуды этих сигналов одинаковы по величине (без учета затухания в волокне).

# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполнен теоретический анализ различных форматов однополосной модуляции, используемых в волоконно-оптических линиях связи с внешним электрооптическим двухэлектродным модулятором Маха—Цендера для генерирования оптических сигналов, устойчивых к дисперсионной деградации мощности. Представлено расширенное семейство новых форматов однополосной модуляции. Среди них форматы, обеспечивающие "однополосный" режим не только по основной, но и по второй гармонике. В результате следует ожидать уменьшения нелинейных искажений оптического сигнала модуляции интенсивности.

К основным трудностям использования указанных форматов модуляции следует отнести необходимость применения фазовращателей для управления фазой сигнальных напряжений двухэлектродного модулятора Маха–Цендера и формирования СВЧ-сигналов с заданной разностью фаз. Разработка таких фазовращателей является давней проблемой СВЧ-электроники. Потребность в таких устройствах диктуется необходимостью их использования для фазовой СВЧ-модуляции, компенсации фазовых искажений СВЧ-сигнала, выравнивания электрической длины линий передачи, в системах управления фазированными антенными решетками и др. Среди экспериментальных достижений можно отметить работу [11], в которой сообщается об экспериментальной демонстрации СВЧ-фазовращателя с непрерывным набором возможных фазовых сдвигов от 0° до 360° в полосе пропускания 10...40 ГГц. В работе [12] обсуждается концепция СВЧ-фазовращателя для осуществления непрерывных от 0 до 360° фазовых сдвигов в широком диапазоне частот до 100 ГГц.

Применение фазовращателей позволит полноценно использовать предложенные в статье расширенные форматы модуляции интенсивности света для формирования однополосных оптических сигналов. Полученные явные выражения наглядно демонстрируют передачу таких сигналов по оптоволокну без дисперсионной деградации мощности. При этом можно ожидать уменьшения нелинейных искажений рассмотренных сигналов при их транспортировке по дисперсионному оптоволокну.

#### ПРИЛОЖЕНИЕ

В волоконно-оптических линиях связи этап транспортировки световых сигналов по оптоволокну описывается в терминах классических электромагнитных волн, т.е. в терминах напряженностей электрического и магнитного полей. Регистрация же пришедших сигналов с помощью фотодетектора основана на явлении фотоэффекта и возвращает нас к фотонной трактовке и необходимости определения интенсивности света. Таким образом, детектор оптических сигналов является квадратичным по отношению к напряженности электрического поля световой волны. Определение спектральных компонент интенсивности света (9) на основе знаний о спектральном составе соответствующей электромагнитной волны (6) приводит к вычислению рядов типа (10). Такие вычисления обычно производятся с помощью теоремы Графа о суммировании бесселевых функций. Однако традиционное изложение этой теоремы, доступное в известных монографиях [13, 14], посвященных функциям Бесселя, приводит к выражениям, которые довольно трудно непосредственно применить для целей анализа передачи световых сигналов в волоконно-оптических линиях связи. В данном Приложении мы переформулируем и докажем терему Графа в терминах, наиболее пригодных для подобных аналитических расчетов.
Стартуем с известного интегрального представления функции Бесселя

$$J_n(z_3) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \exp[i(z_3 \sin \theta - n\theta)] d\theta.$$
(II.1)

Замена переменных  $\theta = \psi + \gamma$ ,  $d\theta = d\psi$  приводит (П.1) к виду

$$J_n(z_3) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi-\gamma}^{\pi-\gamma} \exp[iz_3 \sin(\psi + \gamma)] \exp[-in(\psi + \gamma)] d\psi.$$
(II.2)

Далее, умножим обе части равенства  $z_1 \exp(i\alpha) + z_2 \exp(i\beta) = z_3 \exp(i\gamma)$  на  $\exp(i\psi)$  и приравняем мнимые части полученного выражения. Тогда получим

 $z_1\sin(\alpha+\psi)+z_2\sin(\beta+\psi)=z_3\sin(\gamma+\psi).$ 

Подставляя это в формулу (П.2), приходим к соотношению

$$\exp(in\gamma)J_n(z_3) =$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi-\gamma}^{\pi-\gamma} \exp[iz_1\sin(\alpha+\psi)] \exp[iz_2\sin(\beta+\psi)] \exp(-in\psi)d\psi. \tag{II.3}$$

Используя теперь разложение Якоби-Ангера, запишем

$$\exp[iz_{1}\sin(\alpha + \psi)] = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} J_{m}(z_{1}) \exp[im(\alpha + \psi)],$$
  

$$\exp[iz_{2}\sin(\beta + \psi)] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} J_{k}(z_{2}) \exp[ik(\beta + \psi)]$$
(II.4)

и подставим в (П.3). Тогда получим

$$\exp(in\gamma)J_n(z_3) =$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi-\gamma}^{\pi-\gamma} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} J_m(z_1) \exp[im(\alpha + \psi)] \sum_{k=-\infty}^{+\infty} J_k(z_2) \exp[ik(\beta + \psi)] \exp(-in\psi)d\psi =$$

$$= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} J_m(z_1) \exp(im\alpha) \sum_{k=-\infty}^{+\infty} J_k(z_2) \exp(ik\beta) \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi-\gamma}^{\pi-\gamma} \exp(im\psi) \exp(ik\psi) \exp(-in\psi)d\psi.$$
(II.5)

Замена переменных  $\psi = \chi - \gamma$ ,  $d\psi = d\chi$  в интеграле (П.5) дает

$$\exp(in\gamma)J_{n}(z_{3}) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} J_{m}(z_{1})\exp(im\alpha)\sum_{k=-\infty}^{+\infty} J_{k}(z_{2})\exp(ik\beta) \times \\ \times \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \exp[i(m+k-n)\chi]\exp[-i(m+k-n)\gamma]d\chi =$$

$$= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} J_{m}(z_{1})\exp(im\alpha)\sum_{k=-\infty}^{+\infty} J_{k}(z_{2})\exp(ik\beta)\exp[-i(m+k-n)\gamma]\delta_{m+k,n},$$
(II.6)

где использовано равенство

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \exp[i(m-n)\varphi] d\varphi = \delta_{mn}$$
(Π.7)

и введен символ Кронекера  $\delta_{mn}$ , равный единице при m = n и нулю в остальных случаях. В итоге получаем удобную формулу для суммирования ряда:

$$\exp(in\gamma)J_n(z_3) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} J_m(z_1)\exp(im\alpha)J_{n-m}(z_2)\exp[i(n-m)\beta],\tag{II.8}$$

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА том 66 № 9 2021

где комплексные числа  $z_1 \exp(i\alpha)$ ,  $z_2 \exp(i\beta)$  и  $z_3 \exp(i\gamma)$  связаны соотношением  $z_1 \exp(i\alpha)$  +  $+ z_2 \exp(i\beta) = z_3 \exp(i\gamma)$ . Это утверждение и составляет сущность теоремы Графа. Эквивалентное утверждение (10), использованное в данной статье для вычисления интенсивности светового сигнала, получается из (П.8) заменой индекса *m* на *-m*.

Формулировки теоремы Графа о суммировании рядов бесселевых функций, приведенные в известных учебниках [13, 14], получаются непосредственно из (П.8) как частный случай при  $\alpha = 0$ .

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Smith G.H., Novak D., Ahmed Z.* // Electron. Lett. 1997. V. 33. № 1. P. 74.
- 2. *Hui R*. Introduction to Fiber-Optic Communications. N.Y.: Acad. Press, 2020. P. 299.
- Xue M, Pan Sh., Zhao Y. // J. Lightwave Technology. 2014. V. 32. № 19. P. 3317
- 4. *Yin Y., Lin T., Zhao S. et al.* // Int. J. Physical and Mathematical Sci. 2018. V. 12. № 10. P. 202.
- 5. Chew S.X., Huang D., Li L. et al. // Optics Express. 2019. V. 27. № 10. P. 14798.

- 6. *Guo Zh., Ma J., Huang Sh., Gao X.* // Fiber and Integrated Optics. 2019. V. 38. № 4. P. 208.
- Yasir M., Savi P. // Micromachines. 2020. V. 11(6). P. 600.
- Zhang J., Tianyi Li T., Kokkoniemi R. et al. // AIP Advances. 2020. V. 10. № 6. P. 065128.
- 9. Agrawal G.P. Nonlinear Fiber Optics. N. Y.: Acad. Press, 2013.
- Щербаков В.В., Солодков А.Ф., Задерновский А.А. // Радиоэлектроника. Наносистемы. Информ. технологии (РЭНСИТ). 2016. Т. 8. № 1. С. 9.
- 11. Liu W., Yao J. // Optics Lett. 2014. V. 39. № 4. P. 922.
- Cunha M.S.B., Da Silva R.N., Borges R.M., Arismar Cerqueira S.A. // Proc. Conf. SBMO/IEEE MTT-S Int. Microwave and Optoelectronics Conf. (IMOC). Águas de Lindoia. 27–30 Aug. 2017. N.Y.: IEEE, 2017. P. 8121054.
- Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. Т. 2. Функции Бесселя, функции параболического цилиндра, ортогональные многочлены. М.: Наука, 1966.
- Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами / Под ред. М. Абрамовица и И. Стиган. М.: Наука, 1979.

# ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРАХ

УДК 621.3.08:621.3.089.2:621.311.6

# ЭНЕРГЕТИЧЕСКАЯ ЭФФЕКТИВНОСТЬ ЗАРЯДОВОГО НАСОСА

© 2021 г. В. П. Бабенко<sup>*a*</sup>, В. К. Битюков<sup>*a*, \*</sup>

<sup>а</sup>МИРЭА — Российский технологический университет, просп. Вернадского, 78, Москва, 119454 Российская Федерация \*E-mail: bitukov@mirea.ru Поступила в редакцию 16.09.2020 г. После доработки 16.09.2020 г.

Принята к публикации 23.09.2020 г.

Представлены результаты анализа особенностей процесса обмена энергией в коммутируемых конденсаторах, а также способы, которыми достигается высокая эффективность накачки заряда. Исследованы особенности коммутационных процессов в переходных режимах работы. Схемотехническое моделирование позволило установить источники энергетических потерь преобразования и тепловыделения, сформулировать рекомендации по выбору параметров элементов преобразователей и формированию сигналов управления.

DOI: 10.31857/S0033849421090023

#### введение

Характерной чертой современных маломощных радиоэлектронных, компьютерных и медицинских систем является батарейное электропитание, которое выполняется с помощью DC/DC-преобразователей, построенных на микросхемах, реализующих топологию зарядового насоса [1–4].

При мощностях до единиц ватт интегральные преобразователи на переключаемых ("летающих") конденсаторах демонстрируют параметры, сравнимые с индуктивными DC/DC-преобразователями. При этом они не требуют громоздких дискретных индуктивностей, имеют невысокую стоимость, превосходные массогабаритные характеристики, высокий КПД, прекрасно совмещаются с архитектурой микроконтроллерных систем, находящихся большую часть времени в режиме ожидания и лишь изредка переключающихся в активный режим.

Зарядовый насос относится к классу емкостных (безындуктивных) преобразователей, использующих конденсаторы в качестве накопителей заряда. Перенос заряда от одного конденсатора к другому реализуется с помощью системы переключателей, выполняющих перераспределение заряда в конденсаторах. Безиндуктивные преобразователи без регулирования выходного напряжения или с упрощенной системой дискретного регулирования называются зарядовыми насосами или преобразователями с накачкой (или подкачкой) заряда. Однако если в структуре зарядового насоса имеется какой-либо механизм плавной регулировки выходного напряжения, например, с помощью контроллера управления выходным напряжением или линейного стабилизатора с малым падением напряжения на регулирующем элементе LDO, то такие преобразователи обычно относят к классу преобразователей на переключаемых конденсаторах [5].

При проектировании устройств с накачкой заряда необходимо учитывать особенности процессов обмена энергией в коммутируемых конденсаторах, а также способы, которыми достигается высокая эффективность преобразователя, и особенности коммутационных процессов в переходных режимах работы. Схемотехническое моделирование позволяет изучить коммутационные процессы работы преобразователя, минимизировать потери преобразования и тепловыделения, обеспечить большой КПД, оптимизировать частоту переключения.

Основные электронные компоненты такого преобразователя — переключатели и конденсаторы. В выпрямителях с умножением напряжения, которые тоже относят к преобразователям с накачкой заряда, переключателями служат диоды. При реализации в интегральном варианте предпочтение отдается активным MOSFET-переключателям с низким сопротивлением открытого канала, управляемым встроенным тактовым генератором. Конденсаторы, за исключением специальных применений, обычно не включаются в состав микросхем, что позволяет выбирать их тип и емкость в зависимости от рабочей частоты и требований к пульсациям выходного напряжения, ко-



Рис. 1. Базовая схема зарядового насоса: цикл заряда (а) и разряда (б) конденсатора С1.

торое может быть, как стабилизированным, так и нестабилизированным [6].

#### ФИЗИКА И СХЕМОТЕХНИКА DC/DC ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ

В базовой схеме построения зарядового насоса (рис. 1) используется принцип коммутации "летающего" конденсатора *C*1 с помощью двух ключей *S*1 и *S*2, работу которых можно разделить на два этапа. На первом этапе, когда коммутаторы *S*1 и *S*2 находятся в положении 1, конденсатор *C*1 заряжается током  $I_{3ap}$  от источника напряжения  $U_{BX}$  (см. рис. 1а). На втором этапе, после переключения коммутаторов *S*1 и *S*2 в положение 2, конденсатор *C*1 разряжается током  $I_{pазp}$  на выходной конденсатор *C*2, включенный параллельно нагрузочному резистору *R*1 (см. рис. 16).

Конденсатор C1 традиционно называют "летающим". Очевидно, что этот термин связан с переключением от входной цепи к выходной. Накопительный конденсатор C2 предназначен для хранения заряда и фильтрации выходного напряжения  $U_{\rm вых}$ . Секция накопительного конденсатора C2 гальванически развязана с секцией "летающего" конденсатора C1, что позволяет комбинировать выходное напряжение с входным и получать на выходное напряжение, превышающее входное, и выходное напряжение, меньшее входного.

Поэтому одним из основных параметров DC/DC-преобразователей, характеризующих их энергетическую эффективность, является коэффициент передачи  $k_u$  напряжения со входа на выход

$$k_u = U_{\rm BMX} / U_{\rm BX}$$

определяемый конфигурацией ключей и конденсаторов [1]. Высокий КПД обеспечивается при сравнительно небольших токах нагрузки  $I_{\text{нmax}}$  и  $k_u$ , кратном входному напряжению: 2, 1, 0.5. Кроме того, имеется возможность с высоким КПД реализовать на выходе одновременно несколько напряжений из одного входного [7].

Детали процесса переноса заряда от одного конденсатора к другому и энергетическая эффективность работы преобразователей подобного типа представлены на рис. 2а. В первой фазе работы зарядового насоса ключ S замкнут в положение 1 и "летающий" конденсатор C заряжается через резистор  $R_i$  от источника питания, на зажимах которого поддерживается постоянное напряжение  $U_{\rm вx}$ . Для последовательно включенных конденсатора C и резистора  $R_i$  справедливо соотношение

$$U_{_{\mathrm{BX}}}=u_{C}\left(t\right)+u_{R}\left(t\right),$$

где  $u_C(t)$  и  $u_R(t)$  – напряжение на конденсаторе C и резисторе  $R_i$ .

В начальный момент времени  $t_1$  подключения конденсатора *C* к источнику питания  $U_{\rm BX}$  напряжение  $u_C$  на конденсаторе равно нулю и все напряжение источника окажется приложенным к резистору  $R_i$ , т.е.  $u_R = U_{\rm BX}$  (рис. 26, кривая  $u_C$ ). По мере заряда конденсатора *C* напряжение  $u_C$  на нем возрастает по экспоненциальному закону, приближаясь к напряжению источника питания  $U_{\rm RX}$ :

$$u_{C}(t) = U_{\rm BX}\left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\rm sap}}\right)\right),\tag{1}$$

где  $\tau_{3ap}$  — постоянная времени заряда "летающего" конденсатора *C*, равная  $\tau_{3ap} = R_i C$ ,  $R_i$  — внутреннее (резистивное) сопротивление цепи заряда (сопротивление соединяющих проводников, обкладок, выводов и внутреннее сопротивление источника энергии), индуктивность отсутствует.



**Рис. 2.** Схема перекачки заряда "летающим" конденсатором (а) и происходящие при этом процессы (б):  $u_C$  – временные диаграммы напряжения на конденсаторе *C*;  $i_C$  – ток перезаряда конденсатора *C*;  $u_{BhX}$  – напряжение на нагрузке  $R_{H}$ .

При этом ток  $i_C$  через "летающий" конденсатор C, называемый током заряда  $i_{3ap}$  в момент  $t_1$  подключения конденсатора к источнику напряжения  $U_{BX}$  максимален  $I_0$  (рис. 26, кривая  $i_C$ ) и по мере заряда конденсатора C спадает по экспоненциальному закону, стремясь к нулю, согласно уравнению

$$i_{\rm sap}(t) = I_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\rm sap}}\right),\tag{2}$$

где I<sub>0</sub> – максимальный ток заряда, определяемый по формуле

$$I_0 = U_{\rm BX} / R_i \,. \tag{3}$$

Энергия  $W_C$ , накопленная "летающим" конденсатором с емкостью C на этапе заряда, определяется соотношением

$$W_C = \frac{CU_{\text{BX}}^2}{2}.$$
 (4)

Энергия потерь  $W_i$  при заряде конденсатора равна тепловой энергии, рассеиваемой на сопротивлении  $R_i$  зарядным током  $i_{3ap}$ , и может быть найдена из выражения

$$W_i = \int_0^{1/2} i_{3ap}^2 R_i dt.$$
 (5)

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА том 66 № 9 2021

Полагая, что  $R_i$  не изменяется со временем и учитывая соотношения для  $i_{3ap}$  и  $I_0$  из (2) и (3), после интегрирования выражения (5) получаем

$$W_i = \frac{CU_{\text{BX}}^2}{2}.$$
 (6)

Таким образом, при заряде "летающего" конденсатора половина энергии источника питания переходит в энергию электрического поля конденсатора, а вторая половина выделяется в зарядной цепи в виде тепловых потерь. При этом величина потерь не зависит от сопротивления зарядной цепи [8].

Полная энергия W, потребляемая от источника питания при перекачке заряда с помощью "летающего" конденсатора, равна сумме потери энергии  $W_i$  в процессе заряда конденсатора и накопленной энергии в конденсаторе  $W_C$ , т.е.

$$W = W_i + W_C = CU_{\rm BX}^2.$$

Во второй фазе работы зарядового насоса переключатель *S* находится в положении 2 (момент времени  $t_2$ ) и конденсатор *C* разряжается на нагрузку  $R_{\rm H}$  (см. рис. 2). Если конденсатор  $C_{\rm \phi}$  фильтра отсутствует, то ток  $i_{\rm pasp}$  разряда конденсатора *C* имеет обратное направление по сравнению с то-

ком заряда  $i_{3ap}$  и уменьшается во времени по экспоненциальному закону (см. рис. 26, кривая  $i_c$ ):

$$i_{\text{pasp}} = I_{\text{pasp 0}} \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{sap}}}\right),\tag{7}$$

где  $I_{\text{разр0}} = U_{\text{вх}} / R_{\text{н}}$  — максимальный ток разряда;  $\tau_{\text{разр}} = CR_{\text{н}}$  — постоянная времени цепи разряда "летающего" конденсатора.

Напряжение  $u_{\text{вых}}$  на сопротивлении нагрузки  $R_{\text{H}}$  повторяет форму тока разряда  $i_{\text{разр}}$  (рис. 26, кривая  $u_{\text{вых}}$ ).

Энергия  $W_{\rm n}$ , выделяемая при разряде "летающего" конденсатора *C* на сопротивление нагрузки  $R_{\rm H}$ при отсутствии конденсатора  $C_{\rm \phi}$  сглаживающего фильтра, равна энергии  $W_C$  (выражение (4)), запасенной в конденсаторе *C*, и не зависит от сопротивления нагрузки

$$W_{\rm H} = \frac{CU_{\rm BX}^2}{2} = 0.5W.$$
 (8)

Таким образом, "летающий" конденсатор перекачивает в нагрузку всего лишь половину энергии W, потребляемой от источника напряжения. Следовательно, КПД преобразования составляет 50% и не зависит ни от сопротивления потерь при заряде, ни от сопротивления нагрузки при разряде. Конечно, такой невысокий КПД малопривлекателен для разработчиков DC/DC преобразователей с накачкой заряда.

Однако утверждение об относительно невысоком КПД справедливо лишь для случая полного разряда "летающего" конденсатора C, когда напряжение  $u_c$  на конденсаторе падает до нуля. Ситуация существенно изменяется, если "летающий" конденсатор разряжается на нагрузку не полностью, а лишь частично [5], до напряжения  $U_{cmin}$ . В этом случае энергия W, передаваемая в нагрузку "летающим" конденсатором C за один цикл, определяется выражением

$$W = \frac{C(\Delta U)^2}{2} = \frac{C(U_{\rm BX} - U_{C\min})^2}{2},$$
 (9)

где  $U_{\rm BX}$  — начальное напряжение на "летающем" конденсаторе (см. рис. 26);  $\Delta U = (U_{\rm BX} - U_{C\min})$ .

При этом в нагрузку передается порция заряда  $\Delta Q$ , определяемая по формуле

$$\Delta Q = C \Delta U = C \left( U_{\rm BX} - U_{C \min} \right). \tag{10}$$

Конечно, при частичной перезарядке "летающего" конденсатора порция энергии, передаваемая за один цикл, уменьшается по сравнению с полной перезарядкой. Но при коммутации ключа *S*  (см. рис. 2а) с частотой  $f_{\text{такт}}$  ток в нагрузке растет пропорционально частоте коммутации:

$$I_{\rm H} = \Delta Q f_{\rm Takt} = C \left( U_{\rm BX} - U_{C \min} \right) f_{\rm Takt} = \frac{\Delta U}{R_{\rm 3kB}}, \quad (11)$$

где  $R_{_{3KB}} = 1/(Cf_{_{TaKT}})$  – выходное эквивалентное сопротивление преобразователя.

С физической точки зрения эквивалентное выходное сопротивление  $R_{_{3KB}}$  определяет резистивные потери рассматриваемого устройства. Чтобы увеличить ток нагрузки необходимо уменьшить  $R_{_{3KB}}$ , что может быть достигнуто увеличением емкости "летающего" конденсатора и/или повышением частоты коммутации.

Концепцию частичного разряда "летающего" конденсатора просто реализовать, подключив параллельно нагрузке конденсатор фильтра  $C_{\phi}$ . На конденсаторе фильтра, включенного параллельно сопротивлению нагрузки, сохраняется некоторое минимальное значение выходного напряжения  $U_{cmin}$ , начиная с которого в последующие циклы работы "летающий" конденсатор C дозаряжается до напряжения  $U_{вx}$ . Такая перекачка энергии микропорциями увеличивает эффективность процесса накачки заряда. Причем с уменьшением разницы между входным и выходным напряжения  $\Delta U = (U_{Bx} - U_{Cmin})$  повышаются значения коэффициента передачи  $k_u$  напряжения со входа на выход преобразователя и его КПД.

Важным эксплуатационным показателем преобразователя является коэффициент нестабильности  $K_{Ui}$  выходного напряжения при изменении тока нагрузки  $I_{\rm H}$ 

$$K_{Ui} = \frac{U_{\text{вых}i}}{U_{\text{вх}}},\tag{12}$$

где  $U_{\text{вых}i}$  — напряжение на выходе преобразователя при токе нагрузки  $I_{\text{H}}$ .

При малом токе нагрузки  $U_{\text{вых }i} \rightarrow U_{\text{вх}}$ . Следовательно, коэффициент нестабильности  $K_{Ui} \rightarrow 1$ . Однако, как видно из выражения (10), в этом случае снижается порция переносимой "летающим" конденсатором энергии. Увеличить количество переносимой конденсатором энергии возможно за счет увеличения либо его емкости, либо рабочей частоты  $f_{\text{такт}}$ . Однако в первом случае возрастают габариты конденсатора и, следовательно, габариты преобразователя, а во втором случае – потери энергии в ключах, что снижает его КПД.

Напряжение на выходе преобразователя определяется напряжением на конденсаторе фильтра (см. рис. 2а). В момент, когда ключ S соединяет конденсаторы C и  $C_{\phi}$  параллельно, выходное напряжение  $u_{\rm вых}$  имеет максимальное значение  $U_{\rm вых \, max}$ . В дальнейшем, по мере разряда ансамбля конденсаторов *C* и  $C_{\phi}$  на сопротивление нагрузки выходное напряжение падает до минимальной величины  $U_{\rm вых \, min}$ . На выходе преобразователя присутствует постоянная составляющая выходного напряжение пульсаций  $\Delta U_{\rm вых \, max} - U_{\rm выx \, min}$ . Величина пульсаций выходного напряжения, как и в любых источниках питания, определяется величиюй емкости фильтра  $C_{\phi}$  и током нагрузки.

При проектировании микросхем, реализующих регулирование выходного напряжения накачкой заряда, обычно приходится искать компромиссное решение между величинами емкости "летающего" конденсатора C, емкости накопительного конденсатора  $C_{\phi}$  и рабочей частоты  $f_{\text{такт}}$ .

На практике для снижения нестабильности выходного напряжения при изменении тока нагрузки *I*<sub>н</sub> преобразователя с накачкой заряда встречаются два варианта технических решений [11].

1. Первый вариант связан с использованием конденсаторов повышенной емкости. Такое решение целесообразно, когда электронное устройство, питаемое от DC/DC-преобразователя, допускает отклонение напряжения в некоторых пределах (питание цифровых устройств обычно допускает отклонение 3...5% от номинального напряжения), и можно обойтись без дополнительной стабилизации напряжения преобразователя. При этом для конкретного тока нагрузки важно выбрать емкости конденсаторов преобразователя достаточной величины [12].

2. Во втором варианте за счет усложнения устройства необходимый уровень стабилизации выходного напряжения достигается при использовании нетривиальных алгоритмов работы и специальных средств управления. При этом более эффективно используется запасенная в конденсаторах энергия, что минимизирует величину необходимой емкости. Необходимая стабилизация достигается:

 – за счет использования более сложной системы коммутации с контроллером управления, что позволяет обеспечить регулировку выходного напряжения с большей дискретностью коэффициента передачи; при этом сохраняется высокий КПД;

– при использовании дополнительного аналогового стабилизатора, включенного после преобразователя, например, LDO. При этом несколько снижается КПД, но допустимо выбрать емкости конденсаторов преобразователя меньшей величины, что может снизить общие затраты на устройство, даже с учетом расходов на дополнительный стабилизатор.

Схемотехническое моделирование при проектировании устройств с накачкой заряда позволяет изучить коммутационные процессы работы преобразователя, минимизировать потери преобразования и тепловыделения, обеспечить больший КПД, оптимизировать величину емкостей и частоту переключения.

При моделировании преобразователей подобного типа следует учитывать следующие схемотехнические особенности [13]:

 – режим работы силового ключа связан с большими импульсными токами и возможным изменением полярности напряжений на его выводах;

 драйверы управления ключом должны иметь гальваническую развязку между силовыми и управляющими цепями и обеспечивать необходимые управляющие токи и напряжения при высоком быстродействии;

— одновременная работа в определенной последовательности нескольких силовых ключей требует формирования паузы в интервалах между включением и выключением (Dead Time), чтобы исключить протекание сквозных токов во время переходных процессов [14, 15].

#### 2. МОДЕЛИРОВАНИЕ

В качестве среды схемотехнического моделирования была использована программа Electronics Workbench (EWB), что обусловлено спецификой поставленной задачи. Программа EWB (младшие версии) давно и успешно используется при проведении имитационного моделирования [2, 13–16]. Она имеет удобный, интуитивно понятный интерфейс. Кроме традиционного Spice анализа EWB позволяет пользователям подключать к исследуемой схеме виртуальные контрольно-измерительные приборы, приближенные к реальным аналогам. В ЕШВ имеется встроенная обширная библиотека аналоговых и цифровых электронных компонентов, большой набор методов анализа различных характеристик электронных схем. В настоящее время накоплен значительный опыт и существует обширная литература по использованию EWB в разных областях аналоговой и цифровой электроники анализа схемотехники силовых устройств [2, 13-16]. Имеется также достаточная библиотека мощных *n*- и *p*-канальных MOSFETтранзисторов фирм International Rectifier и Zetex Semiconductors, а также средства управления силовыми ключами с элементами гальванической развязки между цепями управляющих логических сигналов и силовых цепей.



Рис. 3. Схема для моделирования процессов зарядового насоса.

Задача моделирования DC/DC-преобразователей с накачкой заряда осложняется отсутствием в библиотеке программы EWB соответствующей элементной базы контроллеров и драйверов с функцией "Dead Time", что делает далеко не тривиальной проблему формирования и оптимизации и временных задержек [15].

На этапе исследования процесса накачки заряда в качестве коммутатора удобно использовать библиотечный компонент Voltage-Controlled Switch — электронный ключ, управляемый логическим сигналом. Привлекают такие его свойства: ключ идеален по быстродействию, не имеет ограничений по току и напряжению, имеет гальваническую развязку управляющих и силовых цепей, позволяет в опциях варьировать такие важные для энергетического моделирования характеристики, как сопротивление ключа во включенном и выключенном состоянии, уровни входного управляющего сигнала и выходного напряжения.

Для исследования процесса накачки заряда простейшая схема зарядового насоса, приведенная на рис. 2, была дополнена необходимыми элементами управления и контроля. Модифицированная электрическая схема для схемотехнического моделирования работы приведена на рис. 3. Вместо трехвыводного ключа S (см. рис. 1) использовались два двухвыводных S1 и S2, управляемых инверсными сигналами с выхода логических элементов (ЛЭ) U1 и U2 (рис. 4). Элемент задержки R1C3 обеспечивает временную паузу  $t_3 = 70$  нс между импульсами управления ключами (Dead Time) для предотвращения сквозных токов через коммутирующие ключи S1и S2. Форма мгновенного напряжения на конденсаторе C3 временной задержки показана на рис. 4 (график 5), а ее временные диаграммы работы на рис. 4 (графики 2-4).

"Летающий" конденсатор *C*1 заряжается от источника входного напряжения *V*1 через коммутатор *S*1 током заряда  $i_{3ap}$ , а разряжается током разряда  $i_{pa3p}$  через коммутатор *S*2 на накопительный конденсатор *C*2, включенный параллельно с резистором нагрузки  $R3 \equiv R_{\rm H}$ . Частота коммутации задается генератором прямоугольных импульсов *V*2 (Clock)  $f_{\rm такт} = 500$  кГц с коэффициентом заполнения импульса 0.5 (рис. 4, график *6*).

Ток заряда "летающего" конденсатора представляет собой импульс тока во входной цепи, для наблюдения которого включен последовательно в исследуемую цепь датчик преобразователя тока V3 (Current Controlled Voltage Source). Этот датчик преобразует протекающий через него ток в эквивалентное ему гальванически развязанное напряжение на заземленном резисторе R2 (рис. 4, график 2).

Контроль постоянной составляющей тока и напряжения входной и выходной цепей выполнялся виртуальными приборами M1, M2, ..., M4, работающими в режиме Direct Current (DC). Сетевой фильтр, состоящий из индуктивности L1 и



**Рис. 4.** Временные диаграммы работы зарядового насоса: график *1* – переменная составляющая выходного напряжения; *2* – импульс входного тока; *3* – напряжение *U*2 на выходе ЛЭ; *4* – напряжение *U*1 на выходе ЛЭ; *5* – напряжение на конденсаторе *C*3 временной задержки; *6* – импульсы тактового генератора *V*2.

конденсатора C4, уменьшает влияние импульсной составляющей входного тока на показания амперметра M1, регистрирующего постоянную составляющую входного тока. Форму и амплитуду пульсаций выходного напряжения и импульсов тока во входной цепи регистрировали с помощью осциллографа (рис. 4, кривые 1, 2).

Мгновенное выходное напряжение  $u_{\text{вых}}$  содержит постоянную составляющую, контролируемую вольтметром *M*4 и переменную составляющую в форме линейно падающего напряжения на участках заряда и разряда "летающего" конденсатора (осциллограмма на рис. 4, кривая *I*). Амплитуда пульсаций  $\Delta U_{\text{вых}}$  выходного напряжения (рис. 4, кривая *I*) обусловлена процессами заряда конденсатора фильтра *C*2 от "летающего" конденсатора *C*1 и его разряда на резистор нагрузки *R*3. При параметрах, приведенных в схеме на рис. 3, она составляла  $\Delta U_{\text{вых}} \approx 30$  мВ.

При наладке работы схемы моделирования чрезвычайно важно обеспечить достаточное время задержки  $t_3$  между моментами включения и выключения коммутаторов S1 и S2, чтобы

предотвратить появление через них сквозных токов. Сквозные токи нарушают гальваническое разделение входной и выходной цепи устройства, что в свою очередь препятствует реализации более сложных конфигураций DC/DC-преобразователей, таких как конвертор, удвоитель напряжения и т.д.

Для наблюдения сквозных токов в схеме достаточно отключить все конденсаторы *C*1, *C*2 и *C*3 (принять при моделировании их емкости равными нулю) и наблюдать на резисторе нагрузки *R*3 короткие импульсы (длительностью около 10 нс), возникающие в момент, когда ключи *S*1 и *S*2 находятся одновременно в замкнутом состоянии (рис. 5). Длительность импульсов сквозного тока обусловлена временной задержкой логических элементов управления ключами, а амплитуда сквозного тока ограничивалась сопротивлением нагрузки *R*3.

Осциллограммы импульса входного тока и пульсаций выходного напряжения приведены на рис. 5 (кривые 3 и 4). На диаграмме выходного напряжения (кривая 4) наблюдаются два участка падающего напряжения ПН. Относительно поло-



**Рис. 5.** Временные диаграммы при отладке схемы: 1 - сигнал тактового генератора V2; 2 - сквозной ток через ключи при отсутствии временной паузы  $t_3$  управляющих импульсов; 3 - импульс входного тока; 4 - пульсации выходного напряжения с двумя участками падающего напряжения ПН1 и ПН2.

гий участок ПН1. В этот момент ключ S1 разомкнут, а ключ S2 замкнут и конденсатор фильтра C2 включен параллельно с конденсатором C1 и разряжается на резистор нагрузки R3 (см. рис. 3). На участке ПН1 суммирование зарядов конденсаторов C1 и C2 увеличивает постоянную времени выходной цепи преобразователя (фильтра), вследствие чего на этом участке скорость изменения выходного напряжения меньше, чем на участке ПН2.

В соответствии с осциллограммой импульса входного тока (см. рис. 5, кривая 3) при заряде "летающего" конденсатора длительность импульса составляет около 25 нс при амплитуде тока ~18 A.

Особенностью моделирования работы зарядового насоса является достаточно большое время установления выходного напряжения (свыше 50 мкс) после запуска моделирования. Поскольку зачастую целью исследования являются характеристики преобразователя в стационарном режиме после окончания переходного процесса, то это обеспечивает установка интервала моделирования — Start Time и End Time в режиме Transient Analysis.

#### 3. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗАРЯДОВОГО НАСОСА

Исследование влияния емкости "летающего" конденсатора C1 на выходное напряжение  $u_{\text{вых}}$  проводили в режиме Analysis Parameter Sweep, используя опцию Transient Analysis. Результаты моделирования при входном напряжении 10.0 В представлены на рис. 6.

При достаточно большой емкости конденсатора С1, например, 10 мкФ (рис. 6а, график 3), выходное напряжение практически равно входному. При изменении сопротивления R<sub>н</sub> нагрузки в диапазоне от 100 до 1000 Ом коэффициент преобразования  $k_u = U_{\rm BX}/U_{\rm BBIX}$  практически равен единице. Однако с уменьшением емкости конденсатора C1 снижается коэффициент  $k_{\mu}$  передачи напряжения со входа на выход, причем скорость снижения растет с увеличением тока нагрузки (уменьшением сопротивления R<sub>н</sub>). Для емкости "летающего" конденсатора, равной 10 мк $\Phi$  при  $R_{\rm H} = 1000$  Ом, коэффициент преобразования высокий  $k_{\mu} \approx 0.98$  (см. рис. 6б, кривая 3). Но  $k_{\mu}$  снижается при увеличении тока нагрузки (при  $R_{\rm H} = 100$  Ом) до величины  $k_u \approx 0.82$  (см. рис. 6а, кривая 2). Однако при небольшой емкости "летающего" конденсатора  $C = 10 \ \text{н} \Phi$  и со-



**Рис. 6.** Временные характеристики выходного напряжения преобразователя  $u_{\text{вых}}$ : а) при различном сопротивлении нагрузки R3 = 10 (график *I*), 100 (*2*) и 1000 Ом (*3*); б) при различной емкости "летающего" конденсатора C1 = 0.1 (график *I*), 1 (*2*) и 10 мкФ (*3*).

противлении нагрузки  $R_{\rm H} = 100$  Ом коэффициент преобразования снижается до  $k_u \approx 0.3$  (см. рис. 6а, кривая *I*). Уменьшение емкости "летающего" конденсатора *C*1 увеличивает длительность переходного процесса от 50 мкс при *C*1 = 1000 нФ до 1000 нс при *C*1 = 100 нФ, что вызвано уменьшением порций электрического заряда, поступающих от "летающего" "конденсатора" в конденсатор фильтра, вследствие чего увеличивается время заряда конденсатора *C*2.

Исследование влияния емкости конденсатора *C*2 фильтра на выходное напряжение  $u_{\text{вых}}$  преобразователя (см. рис. 3), как и в предыдущем исследовании, проводили в режиме Analysis Parameter Sweep при разных токах нагрузки:  $R_{\text{H}} = 1000 \text{ Om}$  (практически холостой ход) и  $R_{\text{H}} = 1000 \text{ Om}$ . В качестве изменяемого параметра была выбрана емкость конденсатора *C*2 фильтра.

Изменение величины емкости конденсатора C2 фильтра в широком диапазоне практически не влияет на величину установившегося выходного напряжения  $u_{выx}$ . Как и следовало ожидать, увеличение емкости конденсатора C2 фильтра приводит к увеличению длительности переходного процесса (до 400 мкс) при включении питания. От величины емкости конденсатора C2 фильтра и от сопротивления нагрузки зависит величина напряжения пульсаций выходного напряжения. При токе нагрузки  $I_{\rm H} = 80$  мА для C2 = 100 нФ величина пульсаций выходного напряжения составила  $\Delta u_{\rm вых} = 2$  В (рис. 7, график *I*) и при той же

нагрузке снижается при C2 = 10 мк $\Phi$  до  $\Delta u_{\text{вых}} = 50$  мВ (рис. 7, график 3).

Исследование влияния сопротивления нагрузки R3 на выходное напряжение  $u_{\text{вых}}$  (см. рис. 3) проводили также в режиме Analysis Parameter Sweep. В качестве варьируемого параметра было выбрано сопротивление нагрузки R3 (1, 10, 100 и 1000 Ом). Величина емкости конденсаторов C1 и



**Рис. 7.** Временные характеристики выходного напряжения преобразователя  $u_{вых}$  при разном сопротивлении нагрузки: а) 1 кОм, б) 100 Ом, для разной емкости фильтра C2 = 0.1 (график *I*), 1 (*2*) и 10 мкФ (*3*).



**Рис. 8.** Выходное напряжение  $u_{\text{вых}}$  для различных сопротивлений нагрузки R3 = 1 (график *1*), 10 (2), 100 (3) и 1000 Ом (4).

*С*2 была выбрана равной 1 мкФ. Результаты моделирования приведены на рис. 8. С уменьшением сопротивления нагрузки *R*3 снижался коэффициент преобразования  $k_u$  от 0.98 при *R*3 = 1000 Ом (рис. 8, график 4) до 0.5 при *R*3 = 1 Ом (рис. 8, график 1).

С увеличением тока нагрузки (уменьшением *R*3) снижается выходное напряжение и, соответственно, уменьшается коэффициент передачи и растет амплитуда пульсаций  $\Delta u_{\text{вых}}$  выходного напряжения.

При небольших токах нагрузки (единицы миллиампер) и достаточно большом сопротивлении нагрузки (R3 > 100 Ом) выходное напряжение  $U_{\text{вых}} \approx U_{\text{вх}}$  практически не зависит от сопротивления нагрузки и равно выходному напряжению в режиме холостого хода ( $R3 \rightarrow \infty$ ). Коэффициент передачи преобразователя при этом близок к единице (см. рис. 8) и снижается с ростом тока нагрузки (при уменьшении сопротивления нагрузки R3).

Результаты, приведенные на рис. 8, удобно представить нагрузочной характеристикой (рис. 9а) в виде зависимости выходного напряжения  $U_{\rm вых}$  от тока нагрузки  $I_{\rm H}$ , которые измерены вольтметром M4 и амперметром M3 при различных сопротивлениях нагрузки. Характерная особенность полученной нагрузочной характеристики — линейная зависимость между током и напряжением нагрузки, соответствующая эквивалентному выходному сопротивлению устройства  $R_{_{3KB}} = \Delta U_{_{BЫX}}/\Delta I_{_{\rm H}}$ , которое зависит от емкости "летающего" конденсатора и частоты коммутации согласно выражению (11). Так, при емкости конденсатора  $C1 = 1 \, \text{мк}\Phi$  выходное сопротивление составило  $R_{_{3KB}} = 2 \, \text{Om}$ , а при  $C1 = 0.01 \, \text{мк}\Phi R_{_{3KB}} = 200 \, \text{Om}$ .



**Рис. 9.** Характеристики преобразователя: а) нагрузочная характеристика при разной величине "летающего" конденсатора C1 = 1 (график *I*), 0.1 (*2*) и 0.01 мкФ (*3*); б) выходное (эквивалентное) сопротивление  $R_{_{ЭКВ}}$  для различных значений *C*1.



**Рис. 10.** Уровень пульсаций выходного напряжения  $u_{\text{вых}}$  при различной частоте коммутации  $f_{\text{такт}} = 10$  (график *I*), 100 (*2*) и 1000 кГц (*3*).

На рис. 96 приведена зависимость эквивалентного выходного сопротивления  $R_{_{3KB}}$  от емкости конденсатора *C*1 при частоте  $f_{_{TaKT}} = 500$  кГц.

На энергетические характеристики преобразователя безусловно влияют потери в ключах S1 и S2 (см. рис. 3), в частности, их сопротивление во включенном состоянии  $r_{\kappa n}$ . При моделировании был использован режим Analysis Parameter Sweep. В качестве варьируемого параметра выбран параметр On State Resistance — сопротивление ключа в замкнутом состоянии.

Моделирование показало, что КПД преобразователя снижается с ростом потерь в ключах, но при вариации сопротивления  $r_{\kappa n}$  открытого ключа в диапазоне от 0.01 до 1 Ом (диапазон типовых значений современных MOSFET ключей) остается достаточно высоким.

При исследовании влияния частоты коммутации ключей S1 и S2 (см. рис. 3) на выходное напряжение  $u_{\text{вых}}$  преобразователя моделирование проводили в режиме Analysis Parameter Sweep при вариации параметра Frequency генератора V2 в широком диапазоне частот  $f_{\text{такт}}$  от 10 до 1000 кГц (рис. 10).

КПД зарядового насоса без учета потерь на ключах будет равно

КПД = 
$$\frac{P_{\text{вых}}}{P_{\text{вх}}} = \frac{U_{\text{вых}}I_{\text{H}}}{U_{\text{вх}}I_{\text{вх}}} \approx \frac{U_{\text{вых}}}{U_{\text{вх}}} = k_u,$$

т.е. коэффициенту передачи  $k_u$  напряжения со входа на выход.

С ростом частоты коммутации силовых транзисторов улучшается коэффициент передачи  $k_u$ напряжения со входа на выход, а значит и КПД, и уменьшается амплитуда пульсаций выходного напряжения. При малых токах нагрузки,  $I_{\rm H} < 0.01$  А, при параметрах, используемых при моделировании, КПД достигает 98%, а при токе нагрузки около 1 А снижается до 80%.

# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложена методика схемотехнического моделирования схемы зарядового насоса, позволившая количественно исследовать основные энергетические характеристики, такие как КПД, коэффициент передачи напряжения со входа на выход и выходное сопротивление DC/DC-преобразователей.

Показано, что с уменьшением емкости "летающего" конденсатора снижается коэффициент передачи напряжения со входа на выход, причем скорость снижения растет с увеличением тока нагрузки. Количественно определено влияние емкости конденсатора фильтра на установившееся выходное напряжение и его пульсации, а также длительность переходного процесса при включении питания. Установлено, что с уменьшением сопротивления нагрузки снижался коэффициент передачи напряжения со входа на выход от 0.98 (при сопротивлении 1000 Ом) до 0.5 (при сопротивлении 100 Ом). Сняты нагрузочные характеристики DC/DC-преобразователей с различной емкостью "летаюшего" конденсатора. Расчеты показали, что уменьшение емкости "летающего" конденсатора с 1 до 0.01 мкФ выходное (эквивалентное) сопротивление увеличилось с 2 до 200 Ом.

Установлено, что с ростом частоты коммутации силовых транзисторов улучшается коэффициент передачи напряжения со входа на выход, а значит, и КПД, и уменьшается амплитуда пульсаций выходного напряжения: например, при токах нагрузки меньших 0.01 А при параметрах, используемых при моделировании, КПД достигал 98%, а при токе нагрузки ~1 А снижался до 80%. Рассмотрены вопросы обеспечения гальванического разделения входной и выходной цепи DC/DC преобразователей схемотехникой временной задержки  $t_3$  Dead Time в сигналах управления силовыми ключами для предотвращения появления сквозных токов.

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Яблоков Д.* // Компоненты и технологии. 2005. № 2. С. 96.

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА том 66 № 9 2021

- 2. Битюков В.К., Симачков Д.С., Бабенко В.П. Источники вторичного электропитания. М.: Инфра-Инженерия. 2019.
- 3. Битюков В.К., Михневич Н.Г., Петров В.А. // Росс. Технол. Журн. 2020. Т. 8. № 1. С. 80.
- 4. Битюков В.К., Михневич Н.Г., Петров В.А. // Росс. Технол. Журн. 2019. Т. 7. № 4. С. 31.
- 5. DC-DC conversion without inductors. Maxim Integrated Product. Appnote 725. 22 July 2009.
- The forgotten converter. Charge-pump basics. Operation. Texas Instruments Incorporated. SLPY005. 2 July 2015.
- 7. Frenzel L. // Радиолоцман. 2017. Декабрь. С. 32. https://www.rlocman.ru/review/article.html?di=369541.
- Макаренко В. // Электрон. компоненты и схемы. 2016. № 2. С. 33.

- Битюков В.К., Миронов А.В, Михневич Н.Г, Петров В.А. // Вестн. концерна ВКО "Алмаз-Антей". 2017. № 1. С. 48.
- 10. Битюков В.К., Петров В.А., Сотникова А.А. // Росс. Технол. журн. 2017. Т. 5. № 4. С. 13.
- 11. Битюков В.К., Иванов А.А., Миронов А.В. и др.// Радиотехника. 2017. № 2. С. 126.
- 12. Битюков В.К., Иванов А.А., Миронов А.В. и др. // Росс. Технол. журн. 2016. Т. 4. № 3. С. 37.
- Бабенко В.П., Битюков В.К., Кузнецов В.В., Симачков Д.С. // Росс. технол. журн. 2018. Т. 6. № 1. С. 20.
- 14. Бабенко В.П., Битюков В.К. // РЭ. 2019. Т. 64. № 2. С. 199.
- 15. Бабенко В.П., Битюков В.К. // Фундаментальные проблемы радиоэлектронного приборостроения. 2018. Т. 18. № 3. С. 615.
- 16. *Ковалева И.В., Лучанинов Д.В.* // Постулат. 2018. № 2-1. С. 5.

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА, 2021, том 66, № 9, с. 919–926

# ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРАХ

УДК 621.396

# ИСКУССТВЕННЫЕ НЕЙРОННЫЕ СЕТИ В ЗАДАЧЕ КЛАССИФИКАЦИИ ДЕФЕКТОВ ЭЛЕКТРОННЫХ УСТРОЙСТВ

© 2021 г. Л. К. Х. Фам<sup>*a*</sup>, К. И. Бушмелева<sup>*b*, \*</sup>, А. С. Увайсова<sup>*a*</sup>, С. У. Увайсов<sup>*a*</sup>

<sup>а</sup>МИРЭА — Российский технологический университет, просп. Вернадского, 78, Москва, 119454 Российская Федерация <sup>b</sup>Сургутский государственный университет, ул. Энергетиков, 22, Сургут, 628408 Российская Федерация \*E-mail: bkiya@yandex.ru Поступила в редакцию 16.09.2020 г. После доработки 20.04.2021 г. Принята к публикации 23.04.2021 г.

Рассмотрена проблема идентификации и классификации механических дефектов электронных устройство, предложено ее решению с помощью искусственной нейронной сети. Показано, как с использованием искусственных нейронных сетей можно получить более быстрые решения проблемы и при этом достичь требуемой достоверности. В результате экспериментов было построено несколько нейронных сетей при различных входных условиях, которые прошли обучения и были запущены в эксплуатацию.

**DOI:** 10.31857/S0033849421090047

#### введение

Активное развитие технологий производства электронных устройств (ЭУ), постоянное стремление обеспечить их высокое качество и надежность способствуют появлению совершенных методов контроля и диагностики различных дефектов, которые неизбежно проявляют себя на производстве любой сложности.

Так как дефект в изделии негативно сказывается на его эксплуатационных параметрах и даже может привести к серьезным авариям, наука и производство всегда находятся в поисках способов повышения такого показателя как надежность. Одним из способов повышения надежности систем в целом и ЭУ в частности является техническая диагностика. Поскольку значительная доля дефектов электронных устройств имеет механическую природу, на сегодняшний день процессы контроля и диагностирования указанных изделий связаны прежде всего с отслеживанием их электрических характеристик, которые чаще всего поддаются выявлению в процессе эксплуатации. Однако важность механической диагностики состоит в том, что обнаружение некоторых конструктивных недостатков, как правило, возможно только в рамках приемочного контроля. Исследования показали, что наибольшее влияние на ЭУ оказывает сочетание вибрационных воздействий и одиночных ударов [1]. По этой причине данные виды испытаний имеют наибольший приоритет,

остальные нагрузки при этом можно отнести к дополнительным.

В данной работе принцип диагностического исследования состоит в том, что на ЭУ оказывается механическое, в частности ударное, воздействие. Реакции ЭУ на это воздействие являются исходными данными, используемыми при проведении диагностики в разрабатываемой системе. В механике удар — это некоторый кратковременный скачкообразный процесс. Во время удара в точке соприкосновения твердых тел возникают большие, но мгновенно действующие силы, вызывающие некоторый конечный импульс возбуждения, представляющий собой реакцию изделия. Конечный результат зависит от динамических параметров (масса, жесткость) исследуемого объекта.

Известно, что любая конструкция представляет собой анизотропную гетерогенную структуру, обладающую собственными механическими характеристиками, например, распределением массы в конструкции. При смене механической характеристики меняется картина отклика системы вследствие изменения распределения массы. Таким образом, проводя испытания на ударные воздействия электронных устройств, можно выделить определенные зависимости.

Предложенный в данной работе метод автоматизированной диагностики ЭУ основан на создании математической модели, показывающей ампли-



**Рис. 1.** Амплитудно-временная (а) и амплитудно-частотная (б) характеристики реакции на ударное воздействие: *1* – деформация электрорадиоизделий, *2* – изменение материала платы, *3* – норм, *4* – ослабление крепежа, *5* – изменение компоновки платы, *6* – наличие в ЭС посторонних элементов, 7 – образование трещины в конструкции, *8* – отсутствие электрорадиоизделий.

тудно-временную зависимость отклика системы от ударного воздействия. При этом сравнение результатов, полученных после ударного воздействия, с базой данных механических характеристик, полученных ранее для печатного узла [2, 3], позволяет классифицировать и идентифицировать дефекты. Однако при проведении данных исследований возникает проблема в сборе и обработке информации, полученной датчиками после реакции ЭУ на ударное воздействие. Применение общих математических методов для анализа полученных характеристик, сравнения их и получения последующих выводов о дефектах очень сложный процесс и отнимает много времени.

В данной работе предложено использовать искусственную нейронную сеть (ИНС), которая в свою очередь позволит более точно решить указанную проблему и потребует на это меньше времени.

Сегодня нейронные сети используются для решения различных сложных задач, которые требуют аналитических вычислений, подобных процессам, протекающим в мозге человека. Самым распространенным применением нейронных сетей является классификация, предсказание, распознавание.

Основная идея разрабатываемой ИНС состоит в анализе подобных ударных воздействий на печатные узлы ЭУ. Поскольку реакция или отклик узла будет различным в зависимости от наличия тех или иных конструктивных дефектов, задача нейронной сети будет состоять в том, чтобы научиться классифицировать результаты ударных воздействий, выделяя ряд признаков, которые характеризуют конкретный дефект либо его отсутствие. Так как для обучения классификации нейронной сети всегда нужен учитель, то в данном случае в качестве учителя выступает массив размеченных объектов или образов (текст, изображение) с указанием того, к какому классу относится каждый объект.

В данной работе база данных (БД), или массив размеченных объектов [4], представляет собой набор графиков, амплитудно-временных и амплитудно-частотных характеристик реакции ЭУ на ударное воздействие, соответствующих определенному типу дефекта (рис. 1а и 1б), так как каждый тип дефекта имеет свой уникальный гра-



Рис. 2. Модель нейронной сети: один входной и один выходной слой (а), математические действия в нейроне (б).

фик, который отличается от других. В свою очередь, когда появляется новый график, его нужно сравнить с имеющимися в БД после чего возможно классифицировать тип дефекта.

Таким образом, в работе поставлена задача разработать ИНС на основе созданной БД для выявления и классификации дефектов.

Для реализации поставленной задачи на первом этапе необходимо нормализовать графики, приведя их к соответствующим координатным точкам, и далее представить эти точки в виде набора чисел. Эти наборы чисел будут помечены в соответствии с предопределенным типом дефекта в БД, после чего их будут использовать для обучения ИНС [5–7].

#### 1. МОДЕЛЬ ИСКУССТВЕННОЙ НЕЙРОННОЙ СЕТИ

При формировании информации для входного слоя ИНС необходимо иметь совокупность точек, при этом следует обратить внимание на следующие моменты: если разделить график на несколько точек, то эти точки не будут представлять полную характеристику графика; если мы разделим график на слишком много точек, то процесс расчета усложниться и отнимет много времени. Поэтому необходимо разделить график на такое количество точек, которое позволит наиболее полно отображать характеристику графика. В результате было предложено разделить график на 1000 точек и занести эти данные в БД. Таким образом, входной слой ИНС будет иметь 1000 нейронов (d = 1000) [8].

В результате может быть создана ИНС, представленная на рис. 2, где входная матрица будет содержать совокупность точек X, выходная матрица Y, а весовая матрица будет содержать W. При этом данные для матриц X и Y известны, стоит задача — найти матрицу *W*, это можно сделать следующим образом:

$$XW = Y,$$
 (1)

$$X^{-1}XW = X^{-1}Y,$$
 (2)

$$W = X^{-1}Y.$$
 (3)

Однако в данном случае применить этот метод невозможно, так как матрица X не всегда является квадратной и, как следствие, матрицу  $X^{-1}$  невозможно найти. Кроме того, если матрица X слишком велика, то для нахождения матрицы  $X^{-1}$  требуется много вычислений.

При начальной инициализации допустим, что матрица W будет матрицей случайных чисел, вычислим XW и сравним ее с матрицей Y, после чего на основе выявленных ошибок можно постепенно корректировать весовую матрицу W.

Функция активации — это способ нормализации входных данных, т.е. если на входе у нас будет большое число, то, пропустив его через функцию активации, можно получить выходные данные в нужном диапазоне.

Для данного исследования необходимо задаться вероятностью такой, чтобы для каждого входа X выход  $a_i = f(Y)$  представлял собой вероятность того, что вход попадает в класс *i*. Таким образом, условие будет состоять в том, что каждое  $a_i$  является положительным числом, а их сумма была равна 1. Чтобы выполнить данное условие, необходимо оценить каждое значение  $z_i = w_i^T X$  и на основе отношения между этими  $z_i$  вычислить значение  $a_i$ . В дополнение к условию, что  $a_i > 0$  и их сумма равна 1, добавим еще одно условие: чем больше значение  $z_i$ , тем выше вероятность того, что данные попадут в класс *i*. Последнее условие

Тип дефектов	Десятичный код	Одно горячее кодирование
Деформация электрорадиоизделия	1	$1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0$
Изменение компоновки платы	2	0 1 0 0 0 0 0 0 0
Изменение материала платы	3	00100000
Наличие в ЭУ посторонних элементов	4	00010000
Норма	5	00001000
Образование трещины в конструкции	6	00000100
Ослабление крепежа	7	0000010
Отсутствие электрорадиоизделия	8	0000001

Таблица 1. Кодирование дефектов

указывает на то, что в данном случае нужно использовать возрастающую функцию.

Необходимо также отметить, что  $z_i$  может получать как положительные, так и отрицательные значения. Простая гладкая функция, безусловно, может превратить  $z_i$  в положительное значение, кроме этого, данное преобразование может произвести возрастающая функция  $\exp(z_i)$ . Конечное условие, т.е. когда сумма  $a_i = 1$ , может быть гарантировано, если:

$$a_i = \frac{\exp(z_i)}{\sum_j \exp(z_j)}.$$
(4)

## 2. ВЫБОР ФУНКЦИИ ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ МОДЕЛИ

В указанном сетевом представлении каждый выход больше не будет значением, соответствующим каждому классу, но будет вектором с одним элементом, равным 1, остальные элементы равны 0. Элемент равен 1 в позиции, соответствующей определенному классу, это в свою очередь указывает на то, что рассматриваемая точка попадает в класс с вероятностью 1. Способ кодирования вывода представлен в табл. 1 [9].

При использовании модели регрессии softmax для каждого входа x мы имеем прогнозируемый результат a = softmax(x, W). Между тем фактический результат — это вектор y, представленный в виде одного горячего кодирования.

Функция потерь будет построена таким образом, чтобы минимизировать разницу между прогнозируемым выходом *a* и фактическим выходом *y*. В результате будет получено следующее выражение:

$$J(W) = \sum_{i=1}^{N} (a_i y_i)^2.$$
 (5)

Тем не менее это не лучший вариант решения, существуют более эффективные, например, перекрестная энтропия, которая между двумя распределениями *p* и *q* определяется в виде

$$H(p,q) = E_p[\lg q]. \tag{6}$$

Поскольку *р* и *q* дискретны, как *у* и *a* в реализуемой задаче, то эта формула может быть записана в следующем виде:

$$H(p,q) = \sum_{i=1}^{C} p_i \lg q_i.$$
<sup>(7)</sup>

Чтобы лучше понять преимущества функции перекрестной энтропии по сравнению с функцией квадрата расстояния, рассмотрим пример на рис. 3, когда C = 2, а  $p_1$  принимает значения 0.5, 0.1 и 0.8.

Из анализа рис. 3 можно сделать два важных вывода:

— минимальное значение обеих функций достигается при q = p в координатах зеленых точек;

— функция перекрестной энтропии получает очень высокое значение (т.е. очень большие потери), когда q находится далеко от p. Между тем разница между потерями вблизи или вдали от решения функции квадрата расстояния  $(p - q)^2$  незначительна. Оптимальным является то, что функция перекрестной энтропии дает решение, близкое к p, потому что удаленные решения строго наказываются.

Для оптимизации функции потерь в работе использован стохастический градиентный спуск (8). В этом алгоритме одновременно вычисляется производная функции потерь на основе только одной точки данных  $x_i$ , после чего обновляется W на основе этой производной. Подобные вычисления производятся для каждой точки всех полученных данных, затем описанный выше процесс повто-



**Рис. 3.** Сравнение функций перекрестной энтропии (сплошная кривая) и квадрата расстояния (штриховая) при p = 0.5 (a), 0.1 (б) и 0.8 (в).



Рис. 4. Алгоритм процесса обучения искусственной нейронной сети.

ряется. При этом формула для расчета градиентов имеет вид

$$\frac{\partial J(W)}{\partial W} = X(AY)^{T}.$$
(8)

Обновленная формула для расчета весовой матрицы *W* имеет вид

$$W = W + \eta x_i \left( y_i a_i \right)^T, \tag{9}$$

где прези пре

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА том 66 № 9 2021

# 3. ОБУЧЕНИЕ, ОЦЕНКА И ВЫБОР ИСКУССТВЕННОЙ НЕЙРОННОЙ СЕТИ

Обучение ИНС можно разделить на два типа: обучение с учителем и обучение без учителя. В нашем случае при решении поставленной задачи был выбран вариант с учителем. Полученная БД включает в себя информацию для сравнения и метки, соответствующие этим данным. Процесс обучения ИНС представлен на рис. 4.

Обычно данные в этом случае делятся на две части, одна используется для обучения, другая —



Рис. 5. Погрешность (а) и точность (б) проверки правильности работы ИНС (сплошная кривая) и обучения ИНС (штриховая) (скрытый слой отсутствует).

для обзора процесса обучения. Однако многие ИНС после прохождения обучения и ее последующей оценки не работают должным образом, делая неверные прогнозы для новых случаев (данное явление называется переобучением), а если БД была недостаточно велика возникает недообучение. Чтобы избежать указанных проблем, разделим полученные данные на три части. В части обучения выделим две меньшие части, одну будем использовать для обучения, а другую для проверки правильности работы ИНС непосредственно в процессе обучения.

Известно, что хорошая модель нейронной сети — это модель, которая имеет процесс как обучения,



**Рис. 6.** Погрешность проверки правильности работы ИНС (сплошная линия) и обучения ИНС (штриховая линия) (скрытый слой с восьмью нейронами).

так и проверки правильности работы ИНС, при этом:

погрешность уменьшается и стремится к 0;

- точность увеличивается и достигает 1;

результат на финальном тесте равен почти 100%.

Указанная модель называется стабильной, если процессы обучения и проверки правильности работы ИНС не являются зигзагообразными и далеко не отклоняются.

В результате реализации первой модели (один входной и один выходной слой нейронов, отсутствуют скрытые слои) и последующего обучения ИНС были использованы следующие данные: амплитудно-временная характеристика реакции на ударное воздействие (общее количество – 4848; для обучения – 2375; для проверки правильности работы ИНС – 1018; для тестирования – 1455). Полученные результаты представлены на рис. 6.

Однако несмотря на то, что результат тестирования равен 100%, из рис. 5 видно, что с одним слоем входных нейронов и одним слоем выходных нейронов модель работала, но не очень стабильно. Хотя процесс обучения и проверки правильности работы ИНС стремится к высокой точке, однако он идет медленно, проходит много шагов, а зигзаг силен и нестабилен.

Для реализации следующей модели ИНС был добавлен скрытый слой, количество слоев которого равно количеству выходных нейронов, не менее 8. Так как функция softmax предназначена только для выходного слоя, то для реализации скрытого слоя часто используется функция Sigmoid.

Функция Sigmoid представляет входные данные как действительное число и преобразует его в значения в диапазоне (0; 1). Ввод очень маленького отрицательного действительного числа приведет к асимптотике, равной на выходе 0, в противном случае, если на входе большое положительное дей-



**Рис.** 7. Погрешность проверки правильности работы ИНС (сплошная кривая) и обучения ИНС (штриховая) (скрытый слой с 16 нейронами).

ствительное число, выход будет асимптотическим и paвeн 1.

Однако в настоящее время функция Sigmoid используется редко из-за того, что она отбрасывает и устраняет градиенты. Альтернативой является функция tanh, которая принимает входные данные как действительные числа и преобразует их в значения в диапазоне (-1; 1). Как и в случае с функцией Sigmoid, функция tanh насыщена на обоих концах.

В последние годы при обучении ИНС довольно часто используется функция ReLU, которая позволяет легко фильтровать значения меньше нуля. Данная функция по сравнению с Sigmoid и tanh имеет следующие преимущества:

– скорость сходимости намного быстрее. Функция ReLU имеет скорость сходимости в шесть раз больше, чем tanh. Это связано с тем, что функция ReLU не насыщена на обоих концах, как в случае с Sigmoid и tanh;

— рассчитать данную функцию можно проще и быстрее. Функции th и Sigmoid используют функцию exp(x), и расчет данной формулы намного сложнее, чем у ReLU, поэтому для ее вычисления и построения требуется больше времени.

При реализации следующей модели ИНС и ее последующего обучения были использованы данные: один входной и один выходной слой нейронов, один скрытый слой, содержащий восемь нейронов.

Добавив скрытый слой с восьмью нейронами, было обнаружено (рис. 6), что процессы обучения и проверки правильности работы ИНС имеют меньше выбросов на графике, при этом эти два



**Рис. 8.** Погрешность проверки правильности работы ИНС (сплошная кривая) и обучения ИНС для обработанных данных (штриховая) (скрытый слой отсутствует).

процесса происходят близко друг к другу, однако все еще содержат множество нечетких шагов, а конечная точка не является оптимальной (погрешность стремится к нулю, а точность – к единице).

Следующий эксперимент (рис. 7) проводился, когда количество нейронов в скрытом слое было увеличено до 16, это привело к тому, что модель ИНС работала стабильно, а процесс обучения и проверки правильности работы ИНС быстро достиг оптимальной точки.

Хотелось отметить, что БД, которая была использована в указанных выше экспериментах, являлась необработанной, полученной из экспериментального процесса. При этом если эти данные немного обработать, прежде чем помещать на обучение в ИНС, и представить в виде амплитудно-частотной характеристики реакции на ударное воздействие, то результат будет следующим. Рассмотрим модель с одним входным, одним выходным слоем и без скрытых слоев (рис. 8). Оценивая полученные результаты, можно сказать, что они довольно хорошие, процессы обучения и проверки правильности работы ИНС сокращаются, практически не содержат выбросы, стабильны. Однако чтобы ускорить процесс обучения ИНС, при следующем эксперименте в модель был добавлен скрытый слой с восьмью нейронами (рис. 9).

Анализируя полученные данные в виде погрешности и точности проверки правильности работы ИНС и обучения ИНС, можно сделать



**Рис. 9.** Погрешность проверки правильности работы ИНС (сплошная линия) и обучения ИНС для обработанных данных (штриховая линия) (скрытый слой с восьмью нейронами).

вывод, что была получена очень хорошая и стабильная модель нейронной сети.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрена проблема классификации отказов в электронных устройствах на основе ИНС. Хотя метод использования ИНС не является методом, который дает наиболее точные результаты для диагностики, однако это помогает достаточно быстро получать качественные и высокоточные результаты, которые в дальнейшем могут быть использованы в автоматизированных системах обработки данных.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Тихонов А.Н., Увайсов С.У., Иванов И.А., Лышов С.М. // Прикаспийский журн.: управление и высокие технологии. 2016. № 4. С. 144.
- Bushmeleva K.I., Avdeuk O., Uvaysova S.U., Uvaysova A.S. // Proc. Int. Seminar on Electron Devices Design and Production (SED). Prague. 23–24 Apr. 2019. N.Y.: IEEE, 2019. P. 8798419.
- Kokovin V.A., Diagilev V.I., Uvaysov S.U., Uvaysova S.S. // Proc. Int. Seminar on Electron Devices Design and Production (SED). Prague. 23–24 Apr. 2019. N.Y.: IEEE, 2019. 8798455.
- 4. Увайсова А.С., Увайсов С.У., Черноверская В.В., Рожков С.С. // Инновационные, информационные и коммуникационные технологии. 2018. № 1. С. 422.
- 5. Тадеусевич Р., Боровик Б., Гончаж Т., Леппер Б. // Элементарное введение в технологию нейронных сетей с примерами программ. М.: Горячая линия— Телеком, 2011.
- Барский А.Б. Нейронные сети: распознавание, управление, принятие решений. М.: Финансы и статистика, 2004.
- 7. *Ben-David Sh., Shalev-Shwartz Sh.* Understanding Machine Learning: From Theory to Algorithms. Cambridge: Univ. Press, 2014.
- Занин А.С., Бушмелева К.И. // Вестн. кибернетики. 2018. № 4. С.177.
- 9. Бушмелева К.И., Бажаев А.Б., Увайсов С.У., Бушмелев П.Е. // Вестн. кибернетики. 2018. № 1. С. 72.

# \_\_\_ НОВЫЕ РАДИОЭЛЕКТРОННЫЕ СИСТЕМЫ И ЭЛЕМЕНТЫ

УДК 654.02

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЛЕМЕТРИЧЕСКОГО ГЛУБОКОВОДНОГО КАНАЛА ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ

© 2021 г. А. А. Абдуханов<sup>*a*</sup>, А. И. Стариковский<sup>*a*</sup>, О. В. Тихонова<sup>*a*</sup>, \*

<sup>а</sup>МИРЭА — Российский технологический университет, просп. Вернадского, 78, Москва, 119454, Российская Федерация \*E-mail: o tikhonova@inbox.ru

Поступила в редакцию 16.09.2020 г. После доработки 26.04.2021 г. Принята к публикации 30.04.2021 г.

Предложен способ построения радиотелеметрической системы дистанционного считывания информации с гидроакустическим каналом, предназначенный для оперативного получения данных с затонувших аварийных носителей без их подъема. Для оценки технической реализуемости такой системы проведены теоретические расчеты эффективности отдельных подсистем и проведено математическое моделирование. На основе результатов моделирования установлена возможность построения и основные параметры системы (пропускная способность, необходимое число элементов, вид модуляции и помехоустойчивого кодирования).

DOI: 10.31857/S0033849421090011

#### введение

Своевременное снятие информации с затонувших аварийных накопителей — задача первостепенной важности для обеспечения бесперебойной работы авиационных систем. Для этих целей предлагается использовать радиотелеметрическую систему дистанционного считывания информации с затонувших аварийных накопителей с гидроакустическим каналом телеметрии. Идеология построения такой системы является новой, и поэтому для анализа возможности построения и определения основных технических параметров используется моделирование отдельных элементов. Аналогичные подходы создания подводных каналов связи для нефтяных месторождений, для сейсмического мониторинга и других подводных систем рассматривались в зарубежных работах [1, 2].

Электромагнитные сигналы не распространяются на большие расстояния под водой, за исключением крайне низких частот, передача которых предельно дорога из-за необходимости постройки чрезмерно больших и мощных передающих станций [3]. В то же время акустические сигналы из-за своего относительно небольшого затухания хорошо передаются в глубинах океана. Однако глубоководная среда является весьма сложным каналом для передачи информационных сигналов, в первую очередь из-за невысокой скорости распространения гидроакустических волн. Это обусловливает

ряд ограничений при проектировании подводных систем передачи информации: подводный канал имеет невысокую скорость передачи и неширокую полосу пропускания; подводный акустический канал ведет себя как многопутный (многолучевой) канал благодаря сигнальным отражениям от поверхности и дна моря; из-за случайного движения волны сигнальные продукты многопутного распространения приводят к случайным во времени задержкам распространения и в итоге к замираниям сигнала [4, 5]. Кроме того, имеется частотно-зависимое затухание, которое приблизительно пропорционально квадрату частоты сигнала

В целях эффективного использования глубоководного канала, определения потенциальных возможностей радиотелеметрической системы считывания аварийной информации с подводным гидроакустическим каналом и определения ее наиболее проблемных элементов построим и исследуем математическую модель такого канала, учитывающую все известные негативные факторы, снижающие достоверность передачи — замирания, многопутное распространение, переотражения. Характерными ограничениями такой системы являются жесткий дефицит электропитания (т.е. доступного времени на передачу данных), весьма малые значения несущей частоты, полосы пропускания и отсюда низкая информационная емкость канала передачи цифровой информации.



**Рис. 1.** Радиотелеметрическая система считывания аварийной информации: ТХ – гидроакустический передатчик, RX – *N* разнесенных приемных антенн.

# 1. МОДЕЛИРОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК SIMO КАНАЛА СИСТЕМЫ ПЕРЕДАЧИ

Радиотелеметрическая система дистанционного считывания информации с затонувших аварийных накопителей с гидроакустическим каналом телеметрии состоит из подводного сегмента (акустический трансмиттер и система надводных буев, принимающая информацию) и надводного сегмента, передающего информацию на авиационный или спутниковый приемник (рис. 1). Подводный сегмент рассматриваемой системы предназначен для передачи по гидроакустическому каналу информации небольшого объема, однако подводная среда накладывает ограничения на качество принятой информации. Использование метода пространственного распределения антенн в системах передачи информации является весьма эффективным средством для снижения влияния эффекта многолучевого замирания [6]. В данном случае рассмотрим канал SIMO (Single Input Multiply Output), в котором передатчиком является аварийный буй, находящийся на дне океана, роль нескольких приемников играют надводные буи с гидроакустическими антеннами.

Оценим достоверность принимаемой информации в зависимости от количества разнесенных в пространстве приемных антенн средствами MatLab и Simulink. Рассмотрим телеметрический канал с характерными частотно-селективными замираниями, используя пространственное разнесение приемных антенн (рис. 2). Протестируем такую систему для модуляции BPSK (Binary Phase-shift Keying).

Данный телеметрический канал описывается канальной матрицей **h** 

$$\mathbf{h} = \begin{bmatrix} h_1, h_2, h_3, \dots, h_{N_R} \end{bmatrix}^T,$$
(1)

где есть  $N_R$  независимых лучей с рэлеевскими замираниями. Пусть x — переданный сигнал с единичной дисперсией, тогда в общем виде принятый сигнал имеет вид

$$\mathbf{y} = \sqrt{\frac{E_x}{N_0}} \,\mathbf{h} x + \mathbf{n},\tag{2}$$

где  $E_x/N_0$  – отношение сигнал/шум (ОСШ), **n** – комплексный гауссовский шумовой процесс.

Используем метод суммирования максимальных отношений MRC (Maximum Ratio Combining).



Рис. 2. SIMO-канал связи, подводный сегмент телеметрической системы.

В таком методе каждый *i*-й из N<sub>R</sub> компонентов (лучей) суммируется следующим образом:

$$\mathbf{y}_{\text{MRC}} = \left[ c_1^{(\text{MRC})}, c_2^{(\text{MRC})}, c_3^{(\text{MRC})}, \dots, c_{N_R}^{(\text{MRC})} \right] \mathbf{y} =$$

$$= \sum_{i=1}^{N_R} c_i^{(\text{MRC})} y_i,$$
(3)

где  $\left[c_{1}^{(MRC)}, \dots, c_{N_{R}}^{(MRC)}\right] = \mathbf{c}_{MRC}^{T}$  – вектор весовых коэффициентов, *у* – принятый сигнал.

Так как

$$y_i = \sqrt{\frac{E_s}{N_0}} h_i x + n_i,$$

то результат будет суммой сигнальной и шумовой составляющих:

$$\mathbf{y}_{\mathrm{MRC}} = \mathbf{c}_{\mathrm{MRC}}^{T} \left( \sqrt{\frac{E_{x}}{N_{0}}} \mathbf{h} x + \mathbf{n} \right) =$$

$$= \sqrt{\frac{E_{x}}{N_{0}}} \mathbf{c}_{\mathrm{MRC}}^{T} \mathbf{h} x + \mathbf{c}_{\mathrm{MRC}}^{T} \mathbf{n}.$$
(4)

Средние мощности мгновенных компонент сигнала  $P_s$  и помехи  $P_n$  вычисляются соответственно по формулам

$$P_{s} = E\left\{\left|\sqrt{\frac{E_{x}}{N_{0}}}\mathbf{c}_{\mathrm{MRC}}^{T}\mathbf{h}\,x\right|^{2}\right\} =$$

$$E_{x} \left[1 + T - \frac{1}{2}\right] = E_{x} \left[1 + T - \frac{1}{2}\right]$$
(5)

$$= \frac{E_x}{N_0} E\left\{ \left| \mathbf{c}_{\mathrm{MRC}}^T \mathbf{h} x \right|^2 \right\} = \frac{E_x}{N_0} \left| \mathbf{c}_{\mathrm{MRC}}^T \mathbf{h} \right|^2,$$
$$P_n = E\left\{ \left| \mathbf{c}_{\mathrm{MRC}}^T \mathbf{n} \right|^2 \right\} = \left\| \mathbf{c}_{\mathrm{MRC}}^T \right\|_2^2.$$
(6)

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА том 66 № 9 2021

Таким образом, для метода суммирования максимальных отношений получена формула для среднего ОСШ:

$$\rho_{\rm MRC} = \frac{P_s}{P_n} = \frac{E_x}{N_0} \frac{\left| \mathbf{c}_{\rm MRC}^T \mathbf{h} \right|^2}{\left\| \mathbf{c}_{\rm MRC}^T \right\|_2^2}.$$
 (7)

Используя неравенство Коши-Буняковского, получим

$$\left|\mathbf{c}_{\mathrm{MRC}}^{T}\mathbf{h}\right|^{2} \leq \left\|\mathbf{c}_{\mathrm{MRC}}^{T}\right\|_{2}^{2} \left\|\mathbf{h}\right\|_{2}^{2}.$$
(8)

Уравнение (7) вычисляет верхнюю границу

$$\rho_{\mathrm{MRC}} = \frac{P_s}{P_n} = \frac{E_x}{N_0} \frac{\left| \mathbf{c}_{\mathrm{MRC}}^T \mathbf{h} \right|^2}{\left\| \mathbf{c}_{\mathrm{MRC}}^T \right\|_2^2} \le \frac{E_x}{N_0} \frac{\left\| \mathbf{c}_{\mathrm{MRC}}^T \right\|_2^2}{\left\| \mathbf{h} \right\|_2^2} \frac{E_x}{N_0} \left\| \mathbf{h} \right\|_2^2.$$
(9)

Из (9) видно, что ОСШ будет максимально при  $\mathbf{c}_{\text{MRC}} = \mathbf{h}^*$ , так что  $\rho_{\text{MRC}} = \frac{E_x \|\mathbf{h}\|_2^2}{N_0}$  – весовой коэффициент каждой ветви (компонента) многопутного канала уравнения (4) – должен строго соответствовать своему лучу.

Используя рассмотренный алгоритм, в Simulink была реализована пользовательская подпрограмма "MODEL\_BPSK" для схемы модуляции BPSK (рис. 3). Промоделируем методом Монте-Карло систему передачи информации в канале с рэлеевскими замираниями и рассмотрим влия-



Рис. 3. Модель системы передачи с BPSK-модуляцией (скриншот).

ние пространственного распределения антенн на достоверность принимаемой информации.

На рис. 4 представлены результаты моделирования, отражающие зависимость вероятности ошибки (BER) принимаемой информации для различного числа пространственно-разнесенных приемных антенн в условиях рэлеевских замираний сигнала в каждом из лучей многопутного канала передачи. Как видим, при увеличении числа приемных антенн достоверность информации повышается.



**Рис. 4.** Результаты моделирования канала с BPSK-модуляцией для RX1 (1), RX2 (2), RX4 (3), RX6 (4), RX8 (5).

Используя метод Монте-Карло, построим модель, определяющую вероятность битовой ошибки двоичного антиподного сигнала с выхода RAKE демодулятора для двух, трех, четырех и пяти лучей с рэлеевскими замираниями. Принятый сигнал на интервале  $0 \le t \le T$  выражается уравнением

$$r(t) = \pm c_1 s(t) \pm c_2 s\left(t - \frac{1}{W}\right) + n(t), \qquad (10)$$

где  $c_1$  и  $c_2$  — некоррелированные комплексные гауссовские переменные с нулевым средним и единичной дисперсией, n(t) — аддитивный белый гауссовский шум (АБГШ), s(t) — передаваемый сигнал.

Принятый сигнал подается на коррелятор с s(t), s(t-1/W) с его выхода получаем

$$r_{1} = c_{1}\sqrt{E_{b}}\cos m\pi + n_{1}, \quad m = 0, 1,$$
  

$$r_{2} = c_{2}\sqrt{E_{b}}\cos m\pi + n_{2}, \quad m = 0, 1,$$
(11)

где  $E_b$  — энергия одного принятого бита, а  $n_1$  и  $n_2$  — также некоррелированные гауссовские переменные с нулевым средним и дисперсией  $\sigma_n^2 = 1$ . Предположим, приемник идеально оценивает  $c_1$  и  $c_2$  и принимает решение на входе в детектор

$$R = \operatorname{Re}\left[c_{1}^{*}r_{1} + c_{2}^{*}r_{2}\right] =$$
  
=  $\pm \sqrt{E_{b}}\left[\left|c_{1}\right|^{2} + \left|c_{2}\right|^{2}\right]\cos m\pi + \operatorname{Re}\left[c_{1}^{*}r_{1} + c_{2}^{*}r_{2}\right] = (12)$   
=  $\left(\alpha_{1}^{2} + \alpha_{2}^{2}\right)\sqrt{E_{b}}\cos m\pi + n, \quad m = 0, 1,$ 



Рис. 5. Модель двухпутного канала (скриншот).

где R — значение с выхода блока решения (решающей статистики), с помощью которого детектор выносит решение в пользу того или иного символа передаваемого сообщения.

На основе указанного алгоритма построим в Simulink структурную схему (рис. 5) математической модели RAKE-демодулятора.

Аналогично проведено моделирование для другого числа путей. Проанализируем влияние количества компонентов многолучевого канала на помехоустойчивость принимаемой информации. Результаты — зависимость BER от ОСШ — представлены на рис. 6.

# 2. ИНФОРМАЦИОННАЯ ЕМКОСТЬ SIMO-КАНАЛА ПЕРЕДАЧИ

В системах MIMO (Multiply Input Multiply Output) с  $N_T$  передающими и  $N_R$  принимающими антеннами пропускная способность *C* почти линейно растет с увеличением min  $(N_T, N_R)$  в каналах с замираниями, особенно с большими ОСШ. Например, согласно [6, 7] имеем

$$C \approx \min(N_T, N_R) \log_2(\text{OCIII}) \left[\frac{6 \mu T/c}{\Gamma \mu}\right].$$
 (13)

Такая зависимость информационной емкости канала подвержена влиянию корреляции между подканалами в среде с замираниями.

В исследуемой радиотелеметрической системе наибольшей проблемой с точки зрения ширины полосы пропускания, несущей частоты и информационной емкости очевидно является ее гидроакустическая — подводная часть. Построим математическую модель подводного сегмента радиотелеметрической системы, состоящей из одного гидроакустического передатчика ТХ и *N* 

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА том 66 № 9 2021

разнесенных приемных антенн RX, развернутых на поверхности океана–SIMO–канал (Single Input Multiple Output).

SIMO-канал передачи с  $N_T = 1$  и  $N_R \ge 2$  описывается канальной матрицей (вектором) **h** =  $[h_{11}, h_{21}, \dots, h_{N_{R1}}]^T$ . Ранг такой матрицы равен единице, собственное значение –

$$\lambda_1 = \sum_{i=1}^{N_R} |h_{i1}|^2.$$
 (14)

Отсюда определим информационную емкость SIMO-канала:

$$C_{\text{SIMO}} = \log_2 \left( 1 + \frac{E_s}{N_0} \sum_{i=1}^{N_R} |h_{i1}|^2 \right) \left[ \frac{6 \mu \text{T/c}}{\Gamma \text{II}} \right], \quad (15)$$



**Рис. 6.** BER при двух- (*1*), трех- (*2*), четырех- (*3*) и пятипутевых (*4*) каналах распространения.



Рис. 7. Модель SIMO-канала (скриншот).



**Рис. 8.** Емкость SIMO-канала для RX2 (1), RX4 (2), RX6 (3), RX8 (4).



**Рис. 9.** Время считывания данных с аварийного накопителя в зависимости от объема информации (10 (I), 20 (2) и 90 Мб (3)) и скорости передачи (бит/с).

где  $N_R$  — число его элементов  $\{h_{i1}\}$ , которые считаются известными на приемной стороне.

Моделирование системы SIMO разнесенных приемных антенн (рис. 7) показывает, что с увеличением числа антенн также растет информационная емкость C (рис. 8). Однако после некоторого числа антенн она будет меняться незначительно.

Из рис. 8 видно, что емкость канала при использовании нескольких приемных антенн повышается. Например, при подключении восьми антенн в условиях низких ОСШ, т.е. сильных шумов, можно получить около 3 бит/с/Гц. Отсюда вычислим примерную продолжительность считывания информации при полностью развернутом комплексе, считая, что требуемый объем информации составляет 50 Мб.

Исходя из полученных графиков и с учетом ширины полосы  $\Delta f = 3 \text{ к}\Gamma\mu$ , рассчитаем среднюю скорость *R* [бит/с] передачи информации:

$$R = \Delta f [\Gamma \mu] C \left[ \frac{\delta \mu \tau/c}{\Gamma \mu} \right] =$$

$$= 3 \times 10^{3} [\Gamma \mu] \times 3 \left[ \frac{\delta \mu \tau/c}{\Gamma \mu} \right] = 9000 [\delta \mu \tau/c].$$
(16)

Из рис. 9 видно, что продолжительность считывания 50 Мб информации при скорости R = 9000 бит/с по глубоководному каналу будет длиться примерно 20 ч, что удовлетворяет требованиям по электропитанию аварийного накопителя.

#### 4. ИНФОРМАЦИОННАЯ ЕМКОСТЬ MISO-КАНАЛА ПЕРЕДАЧИ

Определим информационную емкость радиочастотного (надводного) сегмента телеметрической системы Multiple Input Single Output (MISO-канал), состоящей из N разнесенных передающих антенн TX на поверхности океана и одной приёмной антенны RX, размещенной на борту воздушного судна (рис. 10).

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА том 66 № 9 2021



Рис. 10. Радиоканал MISO-связи, надводный сегмент телеметрической системы.



Рис. 11. Модель MISO-системы, состоящей из восьми передающих антенн (скриншот).

MISO-канал передачи с  $N_R = 1$  и  $N_T \ge 2$  описывается вектором

$$\mathbf{h} = \left[h_{11}, h_{12}, \dots, h_{1N_T}\right]^T,$$

ранг такой матрицы равен единице, собственное значение –

$$\lambda_1 = \sum_{j=1}^{N_T} \left| h_{1j} \right|^2.$$
 (17)

Отсюда определим информационную емкость MISO-канала (рис. 11):

$$C_{\rm MISO} = \log_2 \left( 1 + \frac{E_s}{N_T N_0} \sum_{j=1}^{N_T} |h_{lj}|^2 \right) [{\rm бит}/{\Gamma {\rm II}}],$$
 (18)

где  $N_R$  — число его элементов  $\{h_{i1}\}$ , которые считаются известными на приемной стороне.

Результаты моделирования (рис. 12) показывают, что с увеличением числа антенн растет информационная емкость *С*. Однако аналогично SIMO-каналу, после некоторого числа антенн следует ожидать незначительного увеличения емкости

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА том 66 № 9 20



канала. Детально анализируя результаты, можно

видеть, что при равной канальной матрице  $\|\mathbf{h}\|^2$  емкость SIMO-системы больше чем MISO в случае,

**Рис. 12.** BPSK-манипуляция без кодирования в канале с рэлеевскими замираниями для TX2 (*3*), TX4 (*2*), TX8 (*1*).

2021



Рис. 13. Модель BPSK-модуляции (скриншот).

если свойства канала, т.е. элементы канальной матрицы  $\{h_{ij}\}$ , известны на приемной стороне. Это обусловлено тем, что при равной передаваемой энергии в обоих случаях энергия символа  $E_s$  в MISO-системе распределяется по  $N_T$  передающим антеннам, в то время как в SIMO-системах энергия передатчика  $E_s$  излучается одной антенной. Также в обеих SIMO-и MISO-системах информационная емкость растет логарифмически от  $\|\mathbf{h}\|^2$ .

# 5. УВЕЛИЧЕНИЕ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ ГИДРОАКУСТИЧЕСКОГО КАНАЛА

В ходе передачи цифровой информации сигналы подвержены влиянию серьезных помех и искажений, что особенно заметно в глубоководном сегменте системы. Для обеспечения помехоустойчивости таких сигналов наряду с эффективными схемами модуляции применяются методы канального кодирования.

Рассмотрим модель систем передачи, включающую помехоустойчивое кодирование сигналов в сочетании со схемами с *М*-фазовой модуляцией (манипуляцией), где цифровые данные передаются посредством сдвига фазы несущей, принимающей *М* дискретных значений. В частности, для бинарной BPSK фаза принимает всего лишь два значения, для QPSK (Quadrature Phase-Shift Keying) – четыре значения.

На рис. 13 и 14 представлены структурные схемы моделей каналов передачи с BPSK-модуляцией в условиях рэлеевских замираний без помехоустойчивого кодирования и использующие кодирование Боуза—Чоудхури—Хоквингема (БЧХ).

Аналогично были построены модели со сверточным кодированием.

Сводные результаты моделирования модулированного BPSK-сигнала без кодирования, с кодированием блочным кодом БЧХ(31,16), с кодированием сверточным кодом с жестким и мягким декодированием Витерби представлены на рис. 15. Видно очевидное преимущество использования кодирования, что повышает достоверность принятия информации в условиях замираний. Однако при этом следует учитывать возникающие вычислительные нагрузки на передающей и приемной



Рис. 14. Модель BPSK-модуляции с кодированием сигнала (скриншот).



**Рис. 15.** Результаты моделирования BPSK-сигнала: кривая 1 - 6ез кодирования, кривая 2 - c кодированием блочным кодом БЧХ (31,16), кривая 3 - c кодированием сверточным кодом с k = 7, r = 1/2 и мягким декодированием Витерби со схемой Аламоути (2,2), кривая 4 - c кодированием сверточным кодом с k = 7, r = 1/2 и жестким декодированием Витерби со схемой Аламоути (2,2), кривая 5 - c кодированием сверточным кодом с k = 7, r = 1/2 и жестким декодированием Витерби со схемой Аламоути (2,2), кривая 5 - c кодированием сверточным кодом с k = 7, r = 1/2 и мягким декодированием Витерби со схемой Аламоути (2,2), кривая 5 - c кодированием сверточным кодом с k = 7, r = 1/2 и мягким декодированием Витерби, кривая 6 - co схемой Аламоути (2,2), кривая 7 - c кодированием блочным кодом БЧХ(31,16) со схемой Аламоути (2,2).

сторонах. В ходе практической реализации радиотелеметрической системы передачи информации необходимо выбрать компромисс между сложностью конструкции, энергетическими запасами элементов питания, скоростью и достоверностью принимаемой информации.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Анализ эффективности отдельных подсистем радиотелеметрической системы дистанционного считывания информации с гидроакустическим каналом доказал ее техническую реализуемость и подтвердил выполнение поставленных перед ней задач. Показано, что требуемый объем информации (50 Мб) может быть передан по системе с глубоководным SIMO-каналом при восьми надводных буях и надводным MISO-каналом в течение 20 часов, это допустимо с точки зрения ограничения электропитания. Использование помехоустойчивого кодирования (при наличии такой возможности на аварийном буе) повысит достоверность передаваемых данных.

Результаты моделирования показывают, что для обеспечения устойчивой связи в каналах с замираниями схема BPSK является надежной и эффективной схемой модуляции в условиях сильной помеховой обстановки глубоководной среды, многолучевого распространения и переотражений сигнала.

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Sozer E.M., Stojanovic M., Proakis J.G.* // IEEE J. Oceanic Engineering. 2000. V. 25. № 1. P. 72. https://doi.org/10.1109/48.820738
- Heidemann J., Ye W., Wills J. et al. // Proc. IEEE Wireless Commun. and Networking Conf. (WCNC 2006). LasVegas. 3–8 Apr. 2006. N.Y.: IEEE, 2006. P. 228. https://doi.org/10.1109/WCNC.2006.1683469
- 3. *Соловьев В.И.* Связь на море. Л.: Судостроение, 1978.
- 4. *Stojanovic M., Preisig J.* // IEEE Commun. Magaz. 2009. V.47. № 1. P. 84. https://doi.org/10.1109/MCOM.2009.4752682
- Kilfoyle D.B., Baggeroer A.B. // IEEE J. Oceanic Engineering. 2000. V. 25. № 1. P. 4. https://doi.org/10.1109/48.820733
- 6. Прокис Д. Цифровая связь. М.: Радио и связь, 2000.
- 7. Скляр Б. Цифровая связь. М.: ИД "Вильямс", 2003.