СОДЕРЖАНИЕ

Том 98, номер 5, 2021

АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2021, том 98, № 5, с. 355–362

УДК 523.62-1/-8

СРЕДНИЙ КВАДРАТ ГЕОДЕЗИЧЕСКОГО ОТКЛОНЕНИЯ В ЗАДАЧЕ ЗЕЛЬДОВИЧА О РАСПРОСТРАНЕНИИ СВЕТА ВО ВСЕЛЕННОЙ С НЕОДНОРОДНОСТЯМИ

Д. Д. Соколов[1, 2, 3], А. А. Чикина[1], Е. А. Илларионов[1, 2, *]

[1] *Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия*
[2] *Московский центр фундаментальной и прикладной математики, Москва, Россия*
[3] *ИЗМИРАН, Троицк, Москва, Россия*
**E-mail: egor.mypost@gmail.com*

Поступила в редакцию 07.12.2020 г.
После доработки 20.12.2020 г.
Принята к публикации 30.12.2020 г.

Я.Б. Зельдович в 1964 г. сформулировал задачу о распространении света во Вселенной с учетом влияния неоднородностей. Она сводится к описанию разбегания двух близких геодезических в римановом пространстве и описывается уравнением отклонения геодезических (уравнение Якоби), причем кривизна вдоль геодезической меняется случайным образом. Полагая кривизну постоянной на отрезках малой, но конечной длины, задача сводится к изучению произведения случайных матриц и позволяет применить соответствующую хорошо развитую математическую теорию, которая, однако, не позволяла вычислить среднеквадратичную скорость роста отклонения геодезической. В нашей работе мы предлагаем способ решения этой проблемы с помощью введения билинейной величины, одна из компонент которой совпадает с квадратом поля Якоби. Для билинейной величины явно выписывается система дифференциальных уравнений первого порядка, и решение, как и скорость роста, вновь выражается через произведение матриц. Подобный прием может быть использован при исследовании широкого круга задач и естественным образом обобщается на моменты более старших порядков.

DOI: 10.31857/S0004629921050078

1. ВВЕДЕНИЕ

Еще в 1964 г. Я.Б. Зельдович обратил внимание, что свет во Вселенной распространяется так, что наблюдатель, применяющий стандартные космологические тесты для измерения угловых расстояний между объектами, получает кривизну пространства, которая оказывается несколько меньше кривизны, отвечающей средней плотности Вселенной [1]. В частности, если средняя плотность мира в точности равна критической плотности, то наблюдатель должен прийти к выводу, что Вселенная открыта. При критической плотности пространственное сечение плоское, а при меньшей плотности оно имеет отрицательную кривизну. В пространстве нулевой кривизны расстояние между близкими геодезическими увеличивается с ростом длин геодезических линейно, а в пространстве отрицательной кривизны оно растет экспоненциально. Это явление возникает из-за коллективного действия небольших пространственных неоднородностей кривизны. Именно его и должен заметить наблюдатель, конечно, если условия наблюдения позволят зафиксировать различие между линейным и экспоненциальным ростом. Сам физический эффект вполне воспринят современной космологией и в различных контекстах упоминается в работах по гравитационному линзированию, однако в количественном выражении оказывается невелик из-за того, что флуктуации плотности малы, а плотность близка к критической [2].

Отмеченный Я.Б. Зельдовичем эффект имеет геометрическую природу и сводится к задаче о разбегании геодезических в римановом пространстве, кривизна которого вдоль геодезической может рассматриваться как случайный процесс (см. подробнее [3]). Природа этого эффекта не связана с четырехмерностью пространства-времени и с наличием временной координаты. Поскольку в данной работе мы не планируем изучать непосредственные космологические следствия идеи Я.Б. Зельдовича (они исчерпаны в его работе), мы говорим просто о разбегании геодезических на искривленном двумерном римановом пространстве. Отметим, что оригинальная работа Я.Б. Зельдовича была написана еще до формирования современной физики случайных сред, поэтому он решал задачу с помощью очень специального приема. О ее решении современными регулярными методами см. [3].

Скорость роста расстояния между геодезическими (геодезического отклонения) можно определять в различных терминах. В случайной среде можно говорить о показателе Ляпунова (выборочной скорости роста) и о скоростях роста нормированных статистических моментов геодезического отклонения. В своей работе Зельдович предположил, что эти скорости роста не должны совпадать, скорость роста статистических моментов должна быть больше показателя Ляпунова, а высшие моменты должны расти быстрее низших.

Со временем было осознано, что задача Зельдовича представляет собой удобный модельный пример для изучения развития различных неустойчивостей в случайной среде, а отмеченное Зельдовичем соотношение скоростей роста различных характеристик геодезического отклонения является проявлением общего свойства развития неустойчивостей в случайных средах, которое со временем получило название перемежаемости [4].

В своей работе Зельдович приходил к правильным ответам, используя рассуждения, не требующие явного вычисления скоростей роста. При определенных предположениях о свойствах кривизны как случайного процесса (подробнее см. ниже) методами математической теории произведения случайных матриц удается вычислить показатель Ляпунова, однако эти методы не позволяют вычислить среднеквадратическую скорость роста и скорость роста старших моментов [5]. Это удавалось сделать лишь в модели флуктуаций кривизны в виде белого шума [6]. Данная модель задания случайного процесса, определяющего кривизну, плохо совместима с представлением о свойствах сил тяготения, и ее желательно заменить на более физические предположения. Это и составляет содержание настоящей работы.

Подчеркнем, что в своей работе Зельдович высказал целый ряд плодотворных мыслей, лишь отчасти связанных с интересующей нас идеей. Они развивались в последующие годы рядом авторов, включая самого Зельдовича (см., напр., [7–10]). Хотя подробный обзор восприятия в современной науке идей, высказанных Зельдовичем в своей работе, представлял бы несомненный интерес, это не является целью данной работы.

2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Одной из важных технических находок в работе Зельдовича было осознание того, что изучаемое явление можно свести к поведению геодезических на двумерном римановом пространстве, натянутом на проекции двух близких лучей света на пространственное сечение космологической модели, и перемасштабировать результаты для нестационарной многомерной космологической модели.

Рассмотрим две геодезические на двумерном римановом пространстве, пересекающиеся в одной точке, причем угол θ между геодезическими в точке пересечения мы считаем малой величиной. Отложим на обеих геодезических расстояние (в метрике риманова многообразия) x в одну и ту же сторону от точки их пересечения. Расстояние (в той же метрике) между полученными точками в первом приближении по θ составляет θy, где величина y известна в римановой геометрии как поле Якоби (а в физике θy известно как отклонение геодезических). Оказывается (см., напр., [11]), что поле Якоби удовлетворяет уравнению

$$y'' + K(x)y = 0, \tag{1}$$

которое называется уравнением Якоби. Здесь производные берутся по переменной x, а K – гауссова кривизна многообразия, единственная ненулевая компонента четырехмерного тензора Римана, которая рассматривается как случайный процесс. Предполагая, что движение точек по геодезическим происходит с постоянной скоростью, расстояние x можно понимать и как время, за которое точки проходят данное расстояние, так что мы имеем дело с эволюцией величины y в случайной среде K. Мы предполагаем, что случайный процесс K устроен следующим образом. На каждом отрезке вида $n\Delta \le x < (n+1)\Delta$ (их называют промежутками обновления) кривизна K не зависит от x и рассматривается как случайная величина с нулевым средним значением и конечной дисперсией σ^2, а на различных отрезках эти случайные величины статистически независимы и одинаково распределены (например, по гауссовскому закону). Такая модель случайного процесса называется моделью с обновлением. Возможны и иные предположения о строении случайного процесса K, которые тоже можно изучать подобными методами (см., напр., [12, 13]). Предлагаемый метод не требует специального вида статистического распределения кривизны, хотя для получения конкретного результата необходимо, конечно, задать какое-то конкретное распределение. Мы это сделаем ниже.

Для решения уравнения (1) необходимо задать начальные условия. Мы будем предполагать, что $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

Перепишем уравнение (1) как систему уравнений первого порядка, введя двумерный вектор $\mathbf{z}$, первая координата которого равна $z_1 = y$, вторая координата – $z_2 = y'\Delta$ (постоянный множитель Δ, равный длине промежутка обновления, введен для согласования размерностей компонент вектора $\mathbf{z}$). Тогда в матричной форме

$$\frac{d}{dx}\begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1/\Delta \\ -K\Delta & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix}.$$

Естественно, вектор $\mathbf{z}(x)$ тоже является (векторным) случайным процессом.

3. УРАВНЕНИЕ ДЛЯ КОРРЕЛЯЦИОННОГО ТЕНЗОРА

Построим теперь корреляционный тензор для случайного процесса $\mathbf{z}$. Для этого введем двухиндексный тензор

$$z_{ij} = z_i z_j, \tag{2}$$

средним значением (вычисленным по распределению K) которого и является корреляционный тензор. Дифференцируя произведение $z_{ij} = z_i z_j$ и используя (2), нетрудно показать, что z_{ij} удовлетворяет уравнению

$$z'_{ij} = A_{ijkl} z_{kl}, \tag{3}$$

где компоненты тензора A_{ijkl} равны

$$A_{1111} = A_{1122} = A_{1212} = A_{1221} = \\ = A_{2112} = A_{2121} = A_{2211} = A_{2222} = 0,$$

$$A_{1112} = A_{1121} = A_{1222} = A_{2122} = 1/\Delta,$$

$$A_{1211} = A_{2111} = A_{2212} = A_{2221} = -K\Delta.$$

На каждом промежутке обновления уравнение (3) является уравнением с постоянными коэффициентами, так что его решение представляет собой значение тензора z_{ij} в точке $n\Delta$, умноженное на экспоненту от тензора A_{ijkl}, которую мы обозначим B^n_{ijkl}, поскольку она тоже, конечно, является тензором четвертого ранга. Нам пришлось снабдить этот тензор индексом n, который указывает, на каком именно промежутке обновления проведено вычисление. Естественно, что конкретные значения тензора зависят от номера промежутка и являются случайными.

Теперь мы можем усреднить уравнение (3). Сначала сделаем это на первом отрезке $0 \le x < \Delta$. Для этого достаточно вычислить среднее значение тензора B^0_{ijkl}. Это среднее вычисляется покомпонентно.

Поскольку на концах промежутков обновления значения K заменяются на независимые, мы можем провести такое же вычисление последовательно на следующих промежутках обновления, причем среднее значение тензора B не зависит от n в силу одинаковости распределений K на различных промежутках обновления.

Для удобства дальнейших рассуждений сделаем перенумеровку переменных. Введем вспомогательную четырехмерную величину $\mathbf{w}$, компоненты которой равны, соответственно, $w_1 = z_{11}$, $w_2 = z_{12}$, $w_3 = z_{21}$, $w_4 = z_{22}$. Величина $\mathbf{w}$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{d}{dx}\mathbf{w} = \hat{A}\mathbf{w},$$

где

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1/\Delta & 1/\Delta & 0 \\ -K\Delta & 0 & 0 & 1/\Delta \\ -K\Delta & 0 & 0 & 1/\Delta \\ 0 & -K\Delta & -K\Delta & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение этого уравнения на каждом промежутке обновления выражается через матрицу $\hat{B} = \exp(\hat{A}\Delta)$. Соответственно, эволюция осредненной величины $\langle \mathbf{w} \rangle$ выражается через матрицу $\langle \hat{B} \rangle$. Переходя от одного промежутка обновления к другому, $\langle \mathbf{w} \rangle$ приближается к собственному вектору матрицы $\langle \hat{B} \rangle$, отвечающему старшему собственному значению, которое, в свою очередь, определяет скорость роста компонент $\langle \mathbf{w} \rangle$. Поскольку среднее значение компоненты $w_1 = z_{11}$ равно среднему значению y^2, то старшее собственное значение матрицы $\langle \hat{B} \rangle$ определяет и скорость роста второго момента поля Якоби.

4. ВЫЧИСЛЕНИЕ СОБСТВЕННОГО ЧИСЛА

Для начала найдем явный вид матрицы $\hat{B} = \exp(\hat{A}\Delta)$, используя определение матричной экспоненты. В силу простого устройства самой матрицы $\hat{A}$ ее степени выписываются явно. Вид матрицы $\hat{B}$ зависит от знака K. Для удобства записи временно введем безразмерную кривизну $k = K\Delta^2$. Тогда при $k \ge 0$ имеем:

$$\hat{B} = \begin{pmatrix} \cos^2\sqrt{k} & \dfrac{\sin 2\sqrt{k}}{2\sqrt{k}} & \dfrac{\sin 2\sqrt{k}}{2\sqrt{k}} & \dfrac{\sin^2\sqrt{k}}{k} \\ \dfrac{-\sqrt{k}\sin 2\sqrt{k}}{2} & \cos^2\sqrt{k} & -\sin^2\sqrt{k} & \dfrac{\sin 2\sqrt{k}}{2\sqrt{k}} \\ \dfrac{-\sqrt{k}\sin 2\sqrt{k}}{2} & -\sin^2\sqrt{k} & \cos^2\sqrt{k} & \dfrac{\sin 2\sqrt{k}}{2\sqrt{k}} \\ k\sin^2\sqrt{k} & \dfrac{-\sqrt{k}\sin 2\sqrt{k}}{2} & \dfrac{-\sqrt{k}\sin 2\sqrt{k}}{2} & \cos^2\sqrt{k} \end{pmatrix}, \tag{4}$$

при $k < 0$ матрица $\hat{B}$ имеет вид:

$$\hat{B} = \begin{pmatrix} \operatorname{ch}^2\sqrt{-k} & \dfrac{\operatorname{sh} 2\sqrt{-k}}{2\sqrt{-k}} & \dfrac{\operatorname{sh} 2\sqrt{-k}}{2\sqrt{-k}} & \dfrac{\operatorname{sh}^2\sqrt{-k}}{k} \\ \dfrac{\sqrt{-k}\operatorname{sh} 2\sqrt{-k}}{2} & \operatorname{ch}^2\sqrt{-k} & \operatorname{sh}^2\sqrt{-k} & \dfrac{\operatorname{sh} 2\sqrt{-k}}{2\sqrt{k}} \\ \dfrac{\sqrt{-k}\operatorname{sh} 2\sqrt{-k}}{2} & \operatorname{sh}^2\sqrt{-k} & \operatorname{ch}^2\sqrt{-k} & \dfrac{\operatorname{sh} 2\sqrt{-k}}{2\sqrt{-k}} \\ -k\operatorname{sh}^2\sqrt{-k} & \dfrac{\sqrt{-k}\operatorname{sh} 2\sqrt{-k}}{2} & \dfrac{\sqrt{-k}\operatorname{sh} 2\sqrt{k}}{2} & \operatorname{ch}^2\sqrt{-k} \end{pmatrix}. \tag{5}$$

Заметим, что было бы достаточно выписать только одну матрицу, например, для $k \geq 0$, тогда для отрицательных k из соотношений $\sqrt{k} = i\sqrt{-k}$ и $\sin\sqrt{k} = \sin(i\sqrt{-k}) = i\sqrt{-k}$ следовал бы вид второй матрицы.

Покажем далее, как в случае малых Δ можно получать приближенные оценки для собственных чисел матрицы $\langle\hat{B}\rangle$. Точный ответ, конечно, будет зависеть от распределения величины K. Нашей целью будет получить разложение собственных чисел в ряд по степеням Δ.

Начнем с простого случая, в котором матрица $\langle\hat{B}\rangle$ вычисляется явно. Для этого предположим, что K принимает всего два значения $\pm\sigma$ с одинаковой вероятностью. Тогда $\langle\hat{B}\rangle$ является полусуммой матриц (4) и (5), и можно выписать явное характеристическое уравнение. Коэффициенты состоят из комбинаций $\cos^2\sqrt{\sigma\Delta^2}$ и ${}^2\sqrt{\sigma\Delta^2}$. Мы выпишем результат их разложения по степеням Δ. Приближенное характеристическое уравнение с точностью до членов порядка Δ^4 имеет вид

$$\begin{gathered} \lambda^4 - \left(4 + \frac{4}{3}\sigma^2\Delta^4\right)\lambda^3 + \left(6 + \frac{1}{3}\sigma^2\Delta^4\right)\lambda^2 + \\ + \left(\frac{4}{3}\sigma^2\Delta^4 - 4\right)\lambda + 1 - \frac{1}{3}\sigma^2\Delta^4 = 0. \end{gathered} \tag{6}$$

Ниже мы поясним, почему более правильно смотреть на полученное разложение как на ряд по степеням Δ, а не σ, но пока займемся решением уравнения (6). Нетрудно заметить, что одним из корней является $\lambda = 1$. Оставшееся кубическое уравнение имеет вид

$$\begin{gathered} \lambda^3 - \left(3 + \frac{4}{3}\sigma^2\Delta^4\right)\lambda^2 + (3 - \sigma^2\Delta^4)\lambda - \\ - 1 + \frac{1}{3}\sigma^2\Delta^4 = 0. \end{gathered} \tag{7}$$

Пусть $\gamma = \sigma^2\Delta^4/3$, тогда (7) примет вид

$$\lambda^3 - (3 + 4\gamma)\lambda^2 + (3 - 3\gamma)\lambda - 1 + \gamma = 0.$$

Стандартной заменой переменных $\lambda = y + (3 + 4\gamma)/3$ приведем кубическое уравнение к канонической форме (отметим, что теперь все преобразования делаются с точностью до γ):

$$y^3 - 11\gamma y - 6\gamma = 0.$$

Еще одна стандартная замена $y = t + 11\gamma/3t$, известная как подстановка Виета, с точностью до γ приводит к уравнению

$$t^3 - 6\gamma = 0.$$

Корни последнего уравнения выражаются легко, и с учетом всех сделанных замен можно выписать решения (7):

$$\begin{gathered} \lambda_1 = 1 + 2\left(\delta + \frac{11}{9}\delta^2\right) + \frac{16}{9}\delta^3, \\ \lambda_{2,3} = 1 - \left(\delta + \frac{11}{9}\delta^2\right) + \frac{16}{9}\delta^3 \pm i\sqrt{3}\left(\delta - \frac{11}{9}\delta^2\right), \end{gathered} \tag{8}$$

где $\delta = (\sigma\Delta^2/2)^{2/3}$. Старшее собственное значение λ_1 и определяет рост решений расширенной системы (3).

Заметим, что прийти к уравнению (6) можно было несколько иным путем, который применим для более широкого класса распределений K. Идея состоит в том, чтобы заменить математическое ожидание функции от случайной величины математическим ожиданием от первых нескольких слагаемых ее ряда Тейлора. Вопрос о точности подобной аппроксимации довольно сложен, поскольку нужно принимать во внимание не только локальное поведение функции вблизи точки разложения, но и характер роста моментов случайной величины. В нашей ситуации дело упрощается, поскольку мы рассматриваем произведение случайной величины и малого параметра Δ. Тогда с точностью до членов порядка Δ^4 для произвольной достаточно гладкой в окрестности нуля функции f и симметричного распределения K можно записать

$$\left\langle f(K\Delta^2)\right\rangle \approx f(0) + f'(0)\left\langle K\right\rangle \Delta^2 + \frac{1}{2}f''(0)\left\langle K^2\right\rangle \Delta^4. \quad (9)$$

Пользуясь данным приближением для вычисления элементов матрицы $\left\langle \hat{B}\right\rangle$, а также тем, что для симметричного распределения K первый момент равен нулю, мы приходим в точности к выражению (6), в котором $\sigma^2 = \mathrm{D}K = \left\langle K^2\right\rangle$. Заметим, что следующие уточняющие поправки в (9) содержат моменты случайной величины K более старших порядков, которые, в общем случае, не выражаются через ее дисперсию σ^2. По этой причине (6), вообще говоря, не является разложением по степеням σ.

Таким образом, лишь в первом приближении для симметричного распределения K старшее собственное значение матрицы $\left\langle \hat{B}\right\rangle$ определяется всего двумя параметрами – дисперсией распределения K и длиной интервала обновления Δ.

Осталось в явном виде пересчитать найденное старшее собственное значение в терминах скорости роста второго статистического момента поля Якоби (1).

5. СВЯЗЬ СОБСТВЕННОГО ЗНАЧЕНИЯ И СКОРОСТИ РОСТА

Напомним (см. [4]), что скоростью роста p-го статистического момента называется величина

$$\gamma_p = \lim_{x\to\infty}\frac{\ln\left\langle |y(x)|^p\right\rangle}{px}, \quad (10)$$

где p – номер статистического момента, причем скорость роста γ_p нормирована на номер момента p в знаменателе уравнения (10), чтобы сделать сравнимыми результаты для моментов различного порядка.

Найденное в (8) старшее собственное число λ_1 по построению характеризует рост среднего квадрата поля Якоби y. А именно, это означает, что на расстоянии в n интервалов обновления величина $\left\langle y^2\right\rangle$ увеличивается в λ_1^n раз. С другой стороны, согласно определению скорости роста (10), это же изменение запишется как $\exp(2n\Delta\gamma_2)$. Отсюда следует связь между собственным значением и скоростью роста второго момента:

$$\gamma_2 = \frac{1}{2\Delta}\ln\lambda_1.$$

Подставляя выражение для λ_1 из (8), с точностью до слагаемых порядка Δ^3 получаем

$$\gamma_2 = \left(\frac{\sigma}{2}\right)^{2/3}\Delta^{1/3} + \frac{2}{9}\left(\frac{\sigma}{2}\right)^{4/3}\Delta^{5/3} + \frac{2}{9}\left(\frac{\sigma}{2}\right)^{2}\Delta^{3}. \quad (11)$$

Отметим, что при переходе к разложению (11) нужно учитывать ограниченную область сходимости ряда для логарифма, отсюда вытекают ограничения на возможные значения произведения $\sigma\Delta^2$. Численные оценки показывают, что для применимости формулы разложения логарифма должно выполняться условие $\sigma\Delta^2 < 0.37$.

Конечно, мы предполагаем, что для более сложных распределений старшее собственное значение нашей матрицы и среднеквадратичная скорость роста вычисляются численно.

Для демонстрации согласия полученных оценок с численным экспериментом мы рассмотрим три семейства распределений K: Бернулли со значениями $\pm\sigma$, равномерное на отрезке $[-\sigma\sqrt{3}, \sigma\sqrt{3}]$ и гауссовское с нулевым средним и дисперсией σ^2. Параметры распределений подобраны так, чтобы дисперсия K в точности была σ^2. Дальше мы рассмотрим $\sigma = 0.1$, 1 и 10, и значения Δ, пробегающие интервал от 10^{-4} до 10. Для каждого значения σ и Δ смоделируем 10^4 реализаций случайной величины K, численно оценим матрицу $\left\langle \hat{B}\right\rangle$ и найдем ее старшее собственное значение. Результаты изобразим на графиках зависимости старшего собственного значения от величины Δ и сравним с аппроксимацией, которую мы получили в (8). На рис. 1 можно видеть, что для малых Δ результаты практически неотличимы и хорошо согласуются с полученной аппроксимацией, для больших значений Δ появляется расхождение, поскольку начинают преобладать более старшие моменты распределения K.

Наконец, на рис. 2 показаны зависимости скорости роста от длины интервала обновления Δ для разных дисперсий распределения K. Заме-

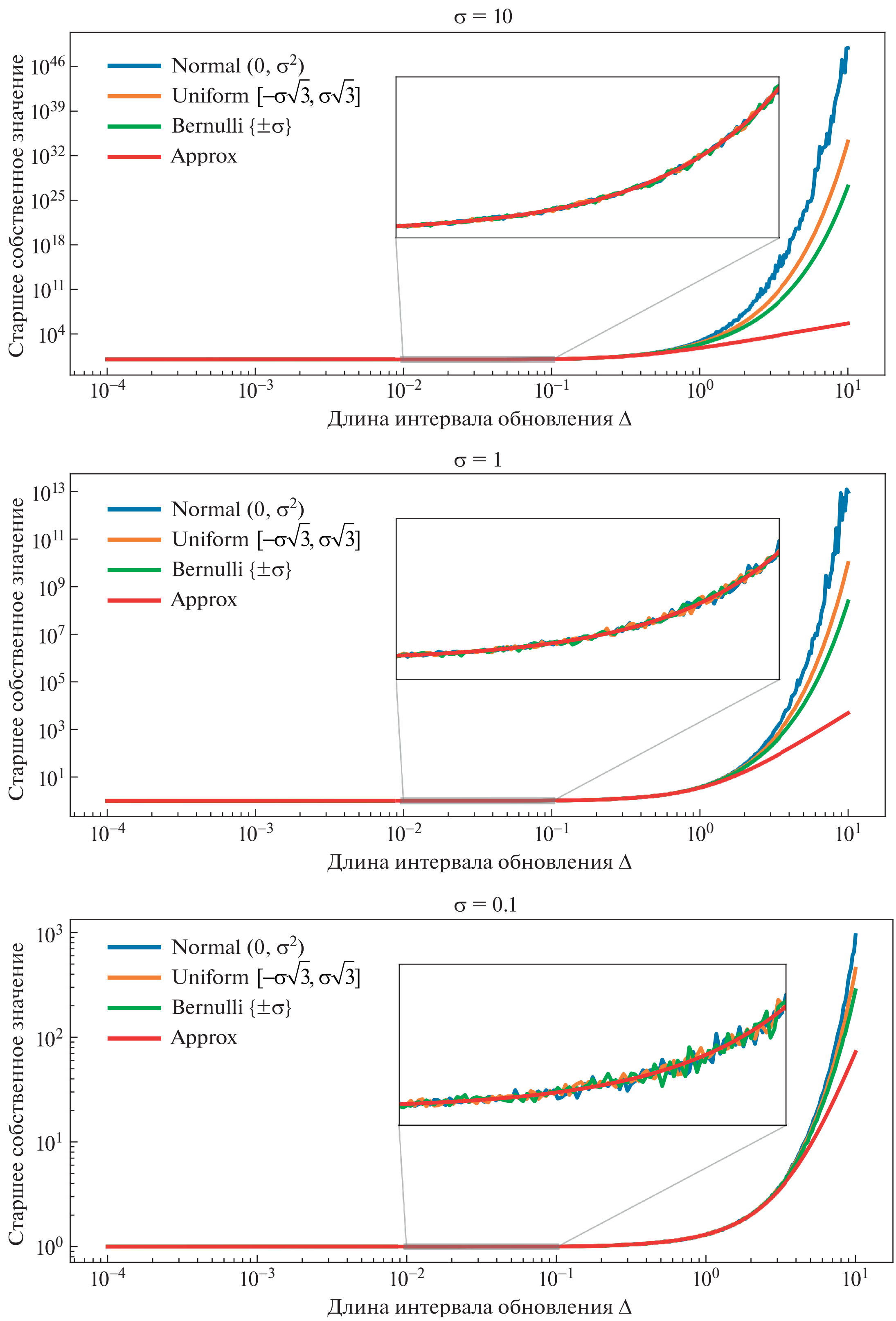


Рис. 1. Зависимость старшего собственного значения от длины интервала обновления для некоторых типов распределений в сравнении с полученной аппроксимацией. Оси показаны в логарифмическом масштабе.

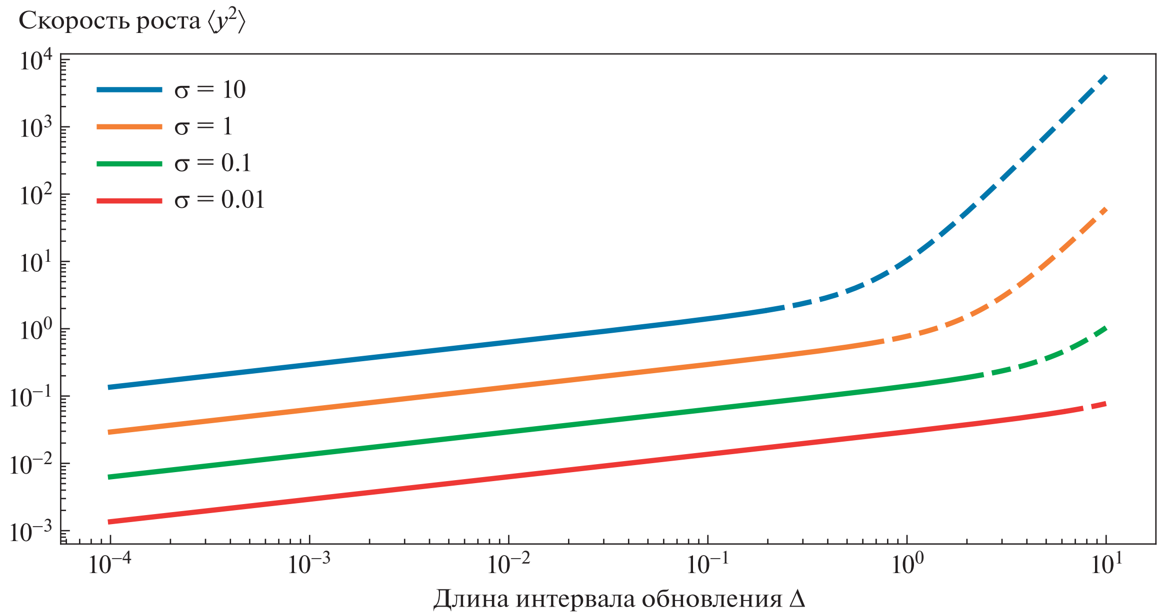


Рис. 2. Зависимости скорости роста второго момента поля Якоби от длины интервала обновления и дисперсии параметра кривизны ($\sigma = 10, 1, 0.1$ и 0.01, сверху вниз соответственно). Оси показаны в логарифмическом масштабе. Штриховые линии расположены в области, выходящей за границы применимости разложения логарифма ($\sigma\Delta^2 > 0.37$).

тим, что при малых Δ скорость роста определяется первым слагаемым $(\sigma/2)^{2/3}\Delta^{1/3}$, а значение Δ, при котором теряется точность разложения логарифма, приблизительно совпадает с тем значением Δ, на котором теряется точность аппроксимации для собственных значений (см. рис. 1). По-видимому, для малых значений произведения $\sigma\Delta^2$ хорошим приближением является $\gamma_2 \approx (\sigma/2)^{2/3}\Delta^{1/3}$.

Отметим один частный случай, когда $\Delta = 1$ и K, равномерно распределенное на отрезке $[-1, 1]$, рассмотренный ранее в работе [5]. Для него мы получаем приблизительное значение математического ожидания матрицы $\hat{B}$,

$$\langle \hat{B} \rangle \approx \begin{pmatrix} 1.11 & 1.04 & 1.04 & 1.01 \\ 0.22 & 1.11 & 0.11 & 1.04 \\ 0.22 & 0.11 & 1.11 & 1.04 \\ 0.34 & 0.22 & 0.22 & 1.11 \end{pmatrix},$$

и старшее собственное значение $\lambda_1 \approx 2.53$ (формула (8) также дает близкое значение $\lambda_1 \approx 2.49$). В пересчете на скорость роста получаем $\gamma_2 \approx 0.46$. Заметим, что найденное в [5] значение для показателя Ляпунова $\lambda \approx 0.2132$ оказывается, как и должно быть, меньше скорости роста старшего момента γ_2. Отметим также, что прямое применение формулы (11) дает завышенное значение $\gamma_2 \approx 0.50$. Это связано с тем, что данный случай лежит за границами применимости разложения логарифма.

6. ВЫВОДЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Мы показали, как вычислить среднеквадратичную скорость роста геодезического отклонения в задаче Зельдовича. Трудность вычисления состоит в том, что нас интересует квадратичная величина (квадрат геодезического отклонения), для которой ранее не удавалось получить линейного уравнения. Мы разрешаем эту трудность, вводя билинейную величину (тензор второго порядка), одна из компонент которой является квадратом геодезического отклонения. Этот прием широко применяется в теории турбулентности. Например, при изучении эволюции магнитной энергии в потоке проводящей жидкости неясно, как получить уравнение для этой квадратичной величины, но зато удается построить уравнение для корреляционного тензора магнитного поля [14].

Применяемый нами прием никак не ограничен конкретным видом уравнения геодезических отклонений, а применим к переносу произвольной физической величины, описывающейся системой обыкновенных линейных дифференциальных уравнений со случайными коэффициентами. К таким уравнениям сводятся многие задачи об исследовании развития неустойчивостей в случайных средах с помощью перехода в лагранжеву систему отсчета (см., напр., [4]).

С помощью рассмотренного приема можно изучать и рост статистических моментов более высокого порядка. Например, для исследования скорости роста четвертой степени геодезического отклонения потребуется ввести тензор четвертого порядка $Z_{ijkl} = z_i z_j z_k z_l$. Это, естественно, потребует рассмотрения матриц более высокого порядка и сделает вычисления более громоздкими, но принципиально не изменит их характер.

Что касается перспектив применения полученных результатов и всего имеющегося объема знаний об эффекте Зельдовича, мы еще раз отмечаем, что на близких к нам по времени этапах развития Вселенной этот эффект количественно очень невелик. В принципе, не исключена возможность того, что совместное действие многих небесных тел, находящихся вблизи одного луча зрения, которые по отдельности не приводят к гравитационному линзированию, может в совокупности привести к возникновению гравитационной линзы. Для оценки вероятности возникновения подобной линзы нужно, конечно, уметь вычислять разнообразные моменты поля Якоби. Однако это направление исследований не выглядит особенно многообещающим. Гораздо более важным выглядит эффект Зельдовича для исследования самой ранней Вселенной, поскольку он явно говорит о том, что влияние неоднородностей размывает понятие критической плотности для космологической модели и заставляет задуматься о том, как корректно сформулировать уравнения Эйнштейна для флуктуирующего пространства-времени. Представляется, что сформулированная Зельдовичем задача удачно изолирует из этой большой проблемы фрагмент, который поддается исследованию без последовательной математической проработки понятия псевдориманова многообразия со случайной метрикой и одновременно указывает на возможное направление фундаментального развития общей теории относительности. Авторы надеются в будущем внести посильный вклад в это развитие.

ФИНАНСИРОВАНИЕ

Авторы признательны правительству Российской Федерации и Министерству высшего образования и науки РФ за поддержку (грант 075-15-2020-780 (№ 13.1902.21.0039)). Работы по компьютерному моделированию частично поддержаны Российским научным фондом (грант РНФ 20-72-00106).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Я. Б. Зельдович*, Астрон. журн. **41**, 19 (1964).
2. *Е. В. Иванова, О. С. Хованская*, Астрон. журн. **82**, 867 (2005).
3. *В. Г. Ламбурт, Д. Д. Соколов, В. Н. Тутубалин*, Матем. заметки **74** (3), 416 (2003).
4. *Я. Б. Зельдович, С. А. Молчанов, А. А. Рузмайкин, Д. Д. Соколов*, Успехи физ. наук **152** (5), 3 (1987).
5. *Е. А. Илларионов, В. Н. Тутубалин, Д. Д. Соколов*, Вычисл. методы и программирование **13** (1), 218 (2012).
6. *Д. А. Грачев*, Вычисл. методы и программирование **9** (3), 234 (2008).
7. *В. М. Дашевский, Я. Б. Зельдович*, Астрон. журн. **41**, 1071 (1964).
8. *V. C. Busti, R. C. Santos, and J. A. S. Lima*, Phys. Rev. D **85**, id. 103503 (2012), arXiv:1202.0449 [astro-ph.CO]
9. *P. Fleury, J. Larena, and J.-P. Uzan*, Phys. Rev. D **99**, id. 023526 (2019).
10. *M.-A. Breton and P. Fleury*, arXiv:2012.07802 [astro-ph.CO] (2020).
11. *Д. Громол, В. Клингенсберг, В. Мейер*, *Риманова геометрия в целом* (М.: Мир, 1971).
12. *В. Г. Ламбурт, Д. Д. Соколов, В. Н. Тутубалин*, Астрон. журн. **77** (10), 743 (2000).
13. *В. Г. Ламбурт, Д. Д. Соколов*, Астрон. журн. **78** (2), 116 (2001).
14. *A. P. Kazantsev*, Sov. J. Experim. Theoret. Phys. **24** (6), 1183 (1967).

АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2021, том 98, № 5, с. 363–378

УДК 524.6-1/-7,524.6-36-54

ВЫМЕТАНИЕ ПЫЛИ ДАВЛЕНИЕМ ИЗЛУЧЕНИЯ ЗВЕЗД И ОСОБЕННОСТИ ХИМИЧЕСКОГО СОСТАВА ДИСКОВЫХ ГАЛАКТИК

Е. Э. Сивкова[1], *, Д. З. Вибе[1], Б. М. Шустов[1]

[1] *Институт астрономии РАН, Москва, Россия*

**E-mail: sivkovae@gmail.com*

Поступила в редакцию 11.10.2020 г.
После доработки 30.12.2020 г.
Принята к публикации 30.12.2020 г.

Рассмотрено движение пылевых частиц различных размеров и химического состава под действием давления излучения звезд в окрестностях Млечного Пути. При интегрировании уравнений движения помимо давления излучения учитывались гравитационное притяжение компонентов Галактики и сопротивление газа. Показано, что эффективнее всего из галактического диска выметаются углистые частицы средних размеров (~0.01 мкм). Более мелкие пылинки выметаются в существенно меньших количествах или не выметаются совсем. В работе рассмотрено также движение силикатных пылевых частиц, в том числе имеющих пористую структуру. Показано, что силикатные частицы значительно меньше подвержены действию давления излучения, а учет пористости не оказывает существенного влияния на результат моделирования их движения. Суммарный темп потери пыли Галактикой оказывается большим – примерно 0.03 $M_{\odot}$/год, что сопоставимо с другими механизмами выброса тяжелых элементов в окологалактическое пространство. Обсуждается возможная роль выметания пыли из Галактики в формировании радиального градиента металличности, а также перспективы обнаружения протяженных пылевых структур у эллиптических галактик.

DOI: 10.31857/S0004629921050066

1. ВВЕДЕНИЕ

Космическая пыль – один из основных компонентов межзвездной среды как в нашей Галактике, так и в других подобных галактиках. Основная масса пыли сосредоточена в галактических дисках, при этом наблюдения показывают, что толщина пылевого диска, как правило, меньше толщины звездного диска, тогда как в радиальном направлении пыль наблюдается даже на больших расстояниях, чем звезды [1–4]. Однако значительные количества пыли часто наблюдаются и на больших расстояниях от плоскости симметрии дисковых галактик, в галактических гало. На это указывают, например, вертикальные темные полосы (dark lanes), отходящие от галактических дисков [5–8]. Одной из наиболее изученных в этом отношении является галактика NGC 891, видимая с ребра. Авторы серии работ Хоук и Сэвидж [6, 9] обнаружили в ней многочисленные темные пылевые волокна, простирающиеся до высот более 2 кпк. Масса индивидуальных волокон в окрестностях диска галактики NGC 891 составляет ~$10^5 M_{\odot}$, тогда как общая масса внеплоскостного (extraplanar) газа составляет ~$10^8 M_{\odot}$ – 2% от полной массы межзвездного вещества в этой галактике. В работе [10] анализ пылевых волокон в NGC 891 по наблюдениям на Космическом телескопе им. Хаббла показал, что они тянутся в направлении, перпендикулярном диску, до высот порядка 1.5 кпк, указывая на связь формирования пылевых структур с динамическими явлениями в перпендикулярном диску направлении.

Подобные же результаты по наблюдениям поглощения в оптическом диапазоне были получены и для других спиральных галактик [7, 11]. Если обособленные пылевые структуры обнаруживаются на высотах порядка нескольких кпк, то признаки диффузного покраснения, вызванного пылью, иногда наблюдаются на расстояниях от десятков кпк до нескольких Мпк [12, 13].

Еще одним проявлением наличия пыли на больших галактических высотах являются так называемые ультрафиолетовые (УФ) гало. В работах [14, 15] сообщалось об обнаружении в галактике NGC 891 внеплоскостного диффузного УФ излучения. Свойства этого излучения указывают на наличие “толстого” пылевого диска (более протяженного в вертикальном направлении, чем обычный тонкий диск), пылинки в котором рассеивают УФ излучение звезд диска галактики. В работе

[16] сообщалось об аналогичных протяженных областях диффузного УФ излучения, наблюдаемых вокруг многих галактик, видимых почти с ребра, на расстояниях до 20 кпк. Свойства этого излучения также согласуются с наличием внеплоскостной пыли, рассеивающей УФ излучение звезд галактического диска.

Прямые свидетельства наличия пыли на больших галактических высотах можно получить из наблюдений в ИК диапазоне. Ирвин и Мадден [17] при помощи обсерватории ISO обнаружили излучение полициклических ароматических углеводородов (ПАУ) в вытянутых структурах, простирающихся на несколько кпк в гало галактики NGC 5907. Аналогичные структуры были найдены также в гало галактики NGC 5529 [18]. Наблюдения галактики NGC 5775 на телескопе "Spitzer" показывают, что в этой галактике нитевидное излучение частиц ПАУ на длине волны 8 мкм прослеживается до $z \sim 5$ кпк [19]. Косвенным признаком наличия ПАУ в гало нашей Галактики могут являться наблюдения абсорбционной особенности на длине волны 6565 Å [20]. Наблюдения пыли в гало NGC 891 при помощи космического телескопа "Herschel" представлены в работе [21], где показано, что шкала высот пылевого диска, оцененная по наблюдениям в диапазоне от 70 до 250 мкм, составляет примерно 1.5 кпк. Наблюдения, полученные космической обсерваторией "Planck", показали присутствие пылевой эмиссии в направлении на Северный Полярный Шпур в нашей Галактике [22].

В целом можно считать доказанным, что пыль является типичным компонентом гало дисковых галактик, который наблюдается на расстояниях как минимум нескольких кпк и по массе может составлять несколько процентов от полной массы пыли в галактике. Интерес к этой внеплоскостной пыли связан как с изучением свойств источников и динамики пылинок в галактиках, так и с возможными помехами, которые могут вноситься ею в различные наблюдения [23]. Между тем, до сих пор нет внятного ответа на вопрос, каков механизм или механизмы выноса пыли на большие высоты и насколько свойства пыли в галактических гало отличаются от свойств пыли в тонких дисках. Оценки типичных размеров пылинок в окологалактической среде дают различные результаты. Например, авторами работы [24] показано, что радиус углистых пылинок в галактических гало заключен в диапазоне $\approx$0.01–0.03 мкм, то есть примерно в том же диапазоне, что и в межзвездной среде нашей Галактики. С другой стороны, имеются свидетельства того, что пылинки в гало дисковых галактик по своим свойствам могут отличаться от пыли в диске [19, 25].

Для интерпретации обсуждаемых наблюдений необходимы модели, в которых описывался бы генезис внеплоскостной пыли. Поскольку для образования пыли необходимы низкая температура и высокая плотность газа, в котором образуются пылинки, а за пределами галактик эти условия не встречаются, логично считать, что пыль образуется в галактиках и выносится в окологалактическое пространство. Наиболее очевидным механизмом выметания пыли из галактик является движение пыли под действием галактического ветра. Такой механизм действительно эффективен в галактиках с активным звездообразованием и (или) активными ядрами [26–29]. Однако внеплоскостная пыль наблюдается и в галактиках с невысоким темпом звездообразования [17, 18]. На неединственность ветра как механизма выноса пыли из галактики указывает также возможное различное пространственное распределение пыли и газа в галактических гало [30].

В качестве альтернативного механизма в литературе широко рассматривается выметание пыли давлением излучения звезд. Впервые эта идея была высказана несколько десятилетий назад [31–33], и моделирование выметания пыли из дисковой галактики проводилось неоднократно [34–38]. В этих работах авторы, как правило, приходят к выводу, что выдувание пылинок давлением излучения звезд характерно для большинства дисковых галактик и может приводить к появлению наблюдаемой внеплоскостной пыли с одновременным выносом значительного количества тяжелых элементов из галактических дисков.

Пылинки в межзвездной среде не остаются неизменными (см., например, [39]). Перемещаясь в межзвездной среде (МЗС), они попадают в области с различными свойствами и претерпевают изменения. Поэтому при моделировании эволюции пыли нужно учитывать и динамические факторы, и кинетику пылевых частиц. Одна из первых таких попыток была сделана в [39]. За прошедшие четверть века наши знания о космической пыли существенно углубились и появилась возможность скорректировать и заметно уточнить представления об эволюции пылевой компоненты дисковых галактик. В этой работе мы развиваем модель движения пыли под действием давления излучения звезд, представленную в работе [40]. Модель усовершенствована для проведения трехмерных расчетов движения пылевых частиц различных размеров, химического состава и для различных начальных координат с учетом давления излучения звезд, гравитации и сопротивления межзвездного газа. Также в модель включено влияние темного гало. В разделе II описывается модель выметания пыли из Галактики, а также приводятся используемые предположения о свойствах и источниках пылевых частиц. В разделе III описаны основные результаты вычислений, характеризующие движение пыли в окологалактическом пространстве. В разделе IV обсуждаются астрофизические приложения полученных результатов.

2. МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ ПЫЛИ В ГАЛАКТИКЕ

В предлагаемой модели динамика пыли в галактике определяется тремя силами: силой давления излучения, силой гравитационного притяжения и силой сопротивления межзвездного газа. Для вычисления сил давления излучения и гравитации необходимы модель распределения поля излучения и гравитационного потенциала в Галактике и модель свойств пылинок. Для вычисления силы сопротивления газа необходимо также задать свойства среды, через которую движется пыль.

2.1. Свойства пылевых частиц

В этой работе нами рассмотрены пылевые частицы трех видов: графитовые, силикатные и ПАУ. Они отличаются друг от друга плотностью вещества и оптическими свойствами.

Взаимодействие пылинки с излучением определяется процессами поглощения, рассеяния и поляризации, которые характеризуются соответствующими сечениями. Эффективность передачи импульса излучения частотой ν пылинке описывается фактором эффективности давления излучения

$$Q_{\rm pr}(\nu) = Q_{\rm abs}(\nu) + Q_{\rm sca}(\nu)\left(1 - \langle\cos\theta(\nu)\rangle\right), \qquad (1)$$

где $Q_{\rm abs}(\nu)$ и $Q_{\rm sca}(\nu)$ – безразмерные коэффициенты, представляющие собой отношения сечений поглощения и рассеяния к геометрическому сечению пылинки, а величина $\langle\cos\theta(\nu)\rangle$ характеризует ее рассеивающие свойства. Значения $Q_{\rm abs}(\nu)$, $Q_{\rm sca}(\nu)$ и $\langle\cos\theta(\nu)\rangle$ для графитовых и силикатных пылинок брались нами из работы [41], где они вычислены в широком диапазоне размеров и частот. Следует отметить, что о структуре и химическом составе так называемых углистых пылинок имеются разные представления. В дальнейшем мы называем их графитовыми с точки зрения принятых оптических свойств и плотности вещества. Оптические свойства ПАУ взяты из работы [42][1].

Вычисляя силу давления излучения, мы использовали значения $Q_{\rm pr}$, рассчитанные по формуле (1) и усредненные по планковскому распределению энергии в спектре для принятой температуры источника излучения (см. ниже).

Оптические свойства рассматриваемых пылинок проиллюстрированы на рис. 1–2. На рис. 1а показаны зависимости фактора эффективности давления излучения от длины волны для графитовых пылинок трех различных размеров и ПАУ двух размеров. На рис. 1б показаны аналогичные зависимости для силикатных пылинок различных размеров. Здесь и далее пунктирными линиями показаны пылинки с радиусом 10 Å, штриховыми линиями показаны пылинки с радиусом 100 Å, сплошными линиями – 1000 Å. Цвет на графиках обозначает химический состав (структуру) пылинки: синий – графитовая, красный – ПАУ, зеленый – силикатная, черный – пористая силикатная пыль. Из графиков видно, что значение $Q_{\rm pr}(\nu)$ для крупных пылинок на порядок превышает значение $Q_{\rm pr}(\nu)$ для пылинок средних размеров, которое, в свою очередь, на порядок больше значения для мелких пылевых частиц. Видно также, что значения $Q_{\rm pr}$ для углистых пылинок с радиусом 100 Å и более практически не зависят от предположения об их структуре (ПАУ или графит). Для мелких пылинок значение $Q_{\rm pr}(\nu)$ на длинах волн 10^{-4}–10^{-1} см заметно зависит от материала пылинки, однако оно существенно ниже, чем $Q_{\rm pr}(\nu)$ для этих же частиц в оптическом диапазоне.

Силикатные пылинки также могут иметь различную структуру. В частности, не исключено, что в межзвездной среде они являются пористыми [43], т.е. их средняя плотность может быть меньше, чем у компактных частиц. Масса пылинки данного размера при этом уменьшается, следовательно, и притяжение со стороны Галактики будет иметь меньшее значение, что может способствовать выметанию пылинки в окологалактическое пространство. Однако оптические свойства пористых частиц также будут иными. На рис. 1б показаны зависимости фактора эффективности давления излучения от длины волны для пористых и компактных силикатных пылинок трех размеров. Для расчета величины $Q_{\rm pr}(\nu)$ пористых пылинок использовалась модель [44]. Из рис. 1б видно, что при учете пористости пылинки значение $Q_{\rm pr}(\nu)$ несколько снижается, однако и в этом случае учет структуры не будет иметь критического характера, поскольку значение $Q_{\rm pr}(\nu)$ уменьшается приблизительно в том же соотношении, что и масса пылинки.

Интегральная сила давления излучения определяется не только фактором $Q_{\rm pr}(\nu)$, но и формой спектра излучения. Чтобы проиллюстрировать эту зависимость, на рис. 2 мы показываем, как значение фактора эффективности давления излучения, проинтегрированного по длинам волн, зависит от температуры T планковского спектра. Из этих графиков видно, что значения $Q_{\rm pr}(T)$ для силикатных пылинок ниже, чем для углистых ча-

[1] https://www.astro.princeton.edu/draine/dust/dust.diel.html

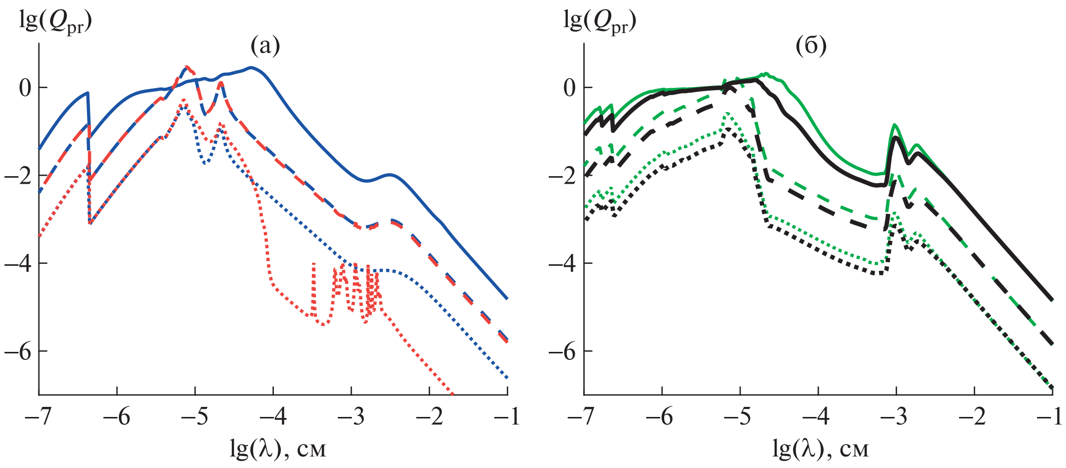


Рис. 1. Зависимость фактора эффективности давления излучения $Q_{pr}(\nu)$ от длины волны для графитовых (а) и силикатных (б) пылинок. Пунктирными линиями показаны данные для частиц размером 10 Å, штриховыми – для частиц размером 100 Å, сплошными – для частиц размером 1000 Å (0.1 мкм). На панели (а) показаны зависимости для графитовых пылинок (синие кривые) и для частиц ПАУ (красные кривые). На панели (б) показаны зависимости для силикатных пылинок. Зеленым цветом показаны зависимости для компактных пылинок, черным – с пористостью 50%.

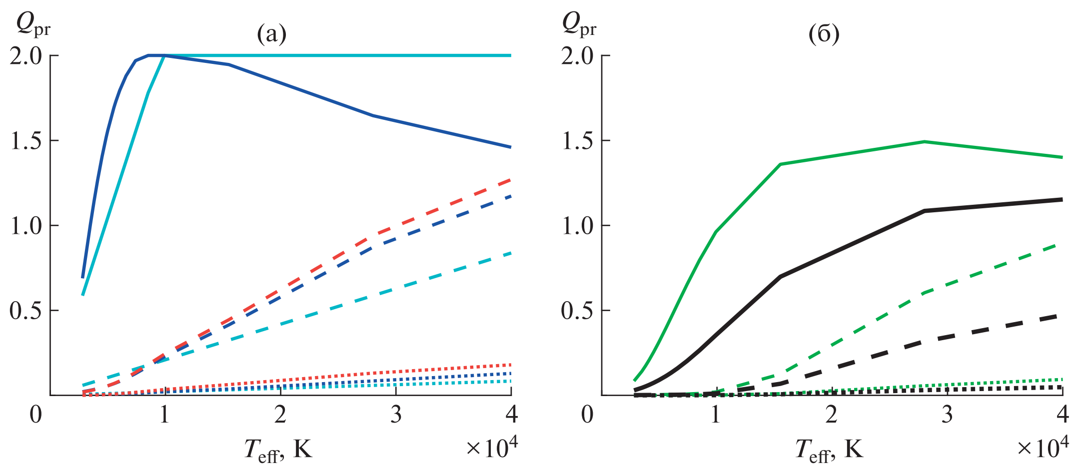


Рис. 2. Зависимость интегрального фактора эффективности давления излучения Q_{pr} от эффективной температуры источника излучения для углистых (а) и силикатных (б) пылинок. Обозначения те же, что на рис. 1; на рисунке а) голубым цветом показаны зависимости фактора эффективности давления излучения от температуры излучения в приближении рэлеевского рассеяния для углистых пылинок трех размеров: пунктиром – 10 Å, штриховыми линиями – 100 Å, сплошными линиями – 1000 Å (0.1 мкм).

стиц тех же размеров. На рис. 2б зеленым цветом показаны значения $Q_{pr}(T)$ для компактных пылинок, черным – для пылинок с пористостью 50%. Здесь также видно, что с уменьшением средней плотности за счет учета пористой структуры силикатов примерно в том же отношении снижается и значение $Q_{pr}(T)$. Таким образом, мы снова получаем подтверждение того, что в контексте решения уравнения движения частицы учет пористости силикатной пыли, вероятно, не имеет существенного значения.

На рис. 2а голубым цветом также показаны зависимости фактора эффективности давления излучения от температуры излучения в приближении рэлеевского рассеяния, т.е. $Q_{pr} = 2\pi a/\lambda$ (это приближение использовалось в работе [40]). Видно, что такой приближенный подход к оценке Q_{pr} приводит к ее завышению для крупных пылинок (радиусом 0.1 мкм) и занижению для пылинок меньших размеров. Последствия этих расхождений будут обсуждаться далее.

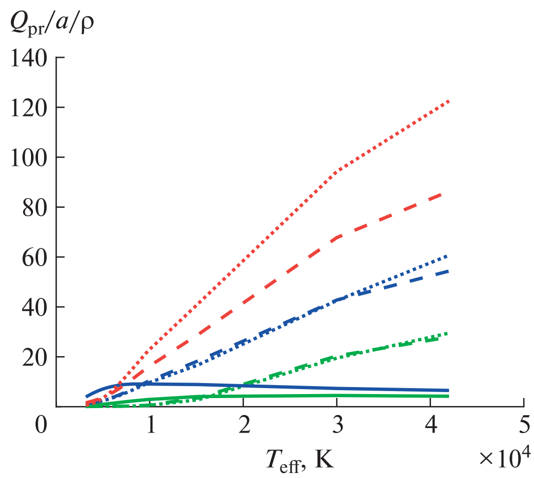


Рис. 3. Отношение $Q_{pr}/a/\rho$, где a – радиус пылинки в мкм, ρ – плотность в г/см^3; пунктирная линия – 0.001 мкм, штриховая линия – 0.01 мкм, сплошная линия – 0.1 мкм. Синим цветом показаны соотношения для графитовых пылинок, красным – ПАУ, зеленым – силикатных.

Для пылинки данного размера и состава (плотности) можно получить (с точностью до постоянного множителя) оценку отношения ускорений, вызываемых лучистым давлением и силой гравитации. Это отношение пропорционально величине $Q_{pr}/a/\rho$. На рис. 3 показаны зависимости отношения $Q_{pr}/a/\rho$ от эффективной температуры. Мы считали, что графитовые пылинки имеют плотность 2.2 г/см^3, ПАУ – 1.5 г/см^3, силикатные пылинки – 3.3 г/см^3. Видно, что наименее эффективно должны выметаться из галактического диска силикатные частицы, а наиболее подвержены влиянию давления излучения частицы ПАУ. Значения рассматриваемого отношения невысоки для крупных графитовых частиц при высоких T_{eff}, однако при низких T_{eff} значения $Q_{pr}/a/\rho$ для этих пылинок напротив лежат выше, чем для пылинок всех остальных типов. В дисковых галактиках такое соотношение вряд ли реализуется, но может встречаться в системах с более старым звездным населением.

2.2. Силы, действующие на пыль в окрестностях Галактики

В этом подразделе мы рассмотрим основные факторы, определяющие динамику пыли в Галактике: давление излучения, гравитацию и сопротивление межзвездного газа. Для расчета сил давления излучения и гравитации мы использовали данные о детальном распределении звезд в Галактике (см. далее). Влияние галактического ветра в данной работе не рассматривалось. Поскольку в данной работе пылинки считаются электрически нейтральными, влияние магнитного поля на их движение также не учитывалось (см. обсуждение в разделе 4), хотя необходимая инфраструктура в модели предусмотрена.

2.2.1. Сила давления излучения. Сила давления излучения, действующая на пылинку со стороны точечного источника со светимостью L на расстоянии r от него, равна

$$f_{\rm r} = \frac{L\sigma_{\rm d}}{4\pi c r^2} Q_{\rm pr},$$

где c – скорость света, $\sigma_{\rm d} = \pi a^2$ – поперечное сечение пылинки радиуса a.

Чтобы детально учесть вклад в давление излучения различных звездных населений Галактики, мы используем функцию светимости, разделенную на m групп (в данной работе $m = 21$), каждая из которых характеризуется светимостью L_i, эффективной температурой T_i и собственными параметрами распределения в Галактике. Мы считаем, что объемная плотность звезд i-й группы φ_i в точке с цилиндрическими координатами (r, z) определяется выражением

$$\varphi_i(z, r) = \varphi_0^i \exp(-|z|/\beta_i)\exp(-r/r_{\rm h}),$$

где φ_0^i – количество звезд i-й группы на единицу объема в центре Галактики, β_i – экспоненциальная шкала высот, $r_{\rm h}$ – радиальная шкала, которая для всех объектов выбрана равной 5 кпк. Разбиение звезд на группы и выбор параметров каждой группы проводились на основе данных [45], которые также сравнивались и корректировались в соответствии с данными [46]. Функция светимости нормировалась таким образом, чтобы звездная масса диска Галактики составляла $\sim 6 \times 10^{10} M_\odot$ [47]. Полная светимость при этом составляет $\sim 2.8 \times 10^{10}$ $L_\odot$ в полосе V. Для контроля мы сравнивали полученную функцию светимости с более поздними результатами [48, 49] и не нашли значимых отличий.

Со стороны элемента объема $d\tau$ в точке с радиус-вектором $\vec{r}$ (т.е. в точке с цилиндрическими координатами (r, z)) на пылинку, расположенную в точке с радиус-вектором $\vec{r}_0$, действует сила давления излучения

$$d\vec{F}_{\rm pr} = \sum_i \frac{L_i \sigma_d}{4\pi c} Q_{\rm pr}\varphi_i \times$$
$$\times \exp(-|z|/\beta_i)\exp(-r/r_{\rm h}) \frac{\vec{r}_0 - \vec{r}}{|\vec{r}_0 - \vec{r}|^3} d\tau.$$

Интегрируя это выражение по всему объему Галактики, получим формулу для силы давления излучения, действующей на пылинку:

$$\vec{F}_r = \int_\tau \sum_i \frac{L_i \sigma_d}{4\pi c} Q_{\rm pr} \varphi_i \exp(-|z|/\beta_i) \times \\ \times \exp(-r/r_{\rm h}) \frac{\vec{r}_0 - \vec{r}}{|\vec{r}_0 - \vec{r}|^3} d\tau.$$

2.2.2. Сила гравитационного притяжения. Пылинка, расположенная в точке с радиус-вектором $\vec{r}_0$, притягивается элементарным объемом $d\tau$ с радиус-вектором $\vec{r}$ с силой

$$d\vec{F}_{\rm g} = \sum_i G M_i m_{\rm d} \varphi_i \exp(-|z|/\beta_i) \times \\ \times \exp(-r/r_{\rm h}) \frac{\vec{r}_0 - \vec{r}}{|\vec{r}_0 - \vec{r}|^3} d\tau.$$

Интегрируя это выражение по всему объему, получим силу притяжения, действующую на пылинку со стороны Галактики:

$$\vec{F}_{\rm g} = \int_\tau G M_i m_{\rm d} \varphi_i \exp(-|z|/\beta_i) \times \\ \times \exp(-r/r_{\rm h}) \frac{\vec{r}_0 - \vec{r}}{|\vec{r}_0 - \vec{r}|^3} d\tau,$$

где G — гравитационная постоянная, $m_{\rm d}$ — масса пылинки.

Кроме того, отдельно учитывалось влияние гало темной материи. Масса гало в пределах радиуса R рассчитывалась из профиля Наварро—Френка—Уайта [50] плотности темной материи [51]:

$$M(R) = 4\pi\rho_c \delta_0 R_s^3 \left[\ln(1 + R/R_s) - \frac{R/R_s}{1 + R/R_s}\right],$$

где

$$\delta_0 = \frac{200}{3} \frac{C^3}{\ln(1 + C) - C/(1 + C)},$$

$$R = \sqrt{r^2 + z^2}.$$

Значение параметра C было принято равным 10, значение масштабного параметра R_s — 16 кпк [52]. Значение безразмерной постоянной Хаббла $h = H/(100$ (км/с)/Мпк) для расчета критической плотности было принято равным 0.67.

Отсюда вычислялись компоненты силы, с которой темное гало действует на пылинку вдоль галактоцентрического радиуса и высоты:

$$F_{{\rm halo},r} = -\frac{r G m_{\rm d} M(R)}{(r^2 + z^2)^{3/2}}, \quad F_{{\rm halo},z} = -\frac{z G m_{\rm d} M(R)}{(r^2 + z^2)^{3/2}}.$$

Полное распределение массы барионного и темного вещества в Галактике использовалось для вычисления азимутального компонента кривой вращения $V_{\rm R}(r, z)$.

2.2.3. Сила сопротивления межзвездного газа. Торможение пылинок окружающим газом играет важную роль в их движении даже при значениях плотности газа, соответствующих межгалактическому пространству. В силу торможения вносят вклад как прямые, так и кулоновские столкновения с ионами и электронами. Подробно этот процесс рассмотрен в работе [53]. Сила торможения пылинки с зарядом $z_{\rm d}$ при ее движении сквозь частично ионизованный водород равна

$$F_{\rm drag} = 2\pi a^2 kTn[G_0(s) + \varphi^2 \ln(\Lambda) G_2(s)],$$

где

$$s = \left[\frac{m_H v^2}{2kT}\right]^{1/2},$$

$$G_0(s) \approx \frac{8s}{3\sqrt{\pi}} \left[1 + \frac{9\pi}{64} s^2\right]^{1/2},$$

$$\varphi = \frac{z_g e^2}{akT},$$

$$\Lambda = \frac{3}{2ae\varphi} \left[\frac{kT}{\pi n_e}\right]^{1/2},$$

где n — концентрация водорода, e — заряд электрона, n_e — концентрация электронов. Хотя в общей формулировке модели кулоновское торможение учитывается, в данной работе зарядом пылинки мы пренебрегаем.

Для оценки распределения плотности газа, сквозь который движется пылинка, использовались данные из работы [54]:

$$n(r, z) = n_0 \exp(-r/r_{\rm n}) \exp(-z/z_{\rm n}),$$

где $n_0 = 0.9$ см$^{-3}$, $r_{\rm n} = 3150$ пк. Вертикальная шкала высот дается выражением

$$z_{\rm n} = h_0 \exp((r - R_\odot)/r_{\rm n}),$$

где $h_0 = 150$ пк. Газ вращается вокруг оси симметрии Галактики с неизменной скоростью $V_{\rm gas}^\varphi = V_{\rm R}(r, z)$. Компоненты скорости газа $V_{\rm gas}^r$ и $V_{\rm gas}^z$ всегда равны нулю.

2.3. Уравнение движения пылинки

С учетом рассмотренных сил уравнение движения пылинки записывается следующим образом:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}_{\rm r} + \vec{F}_{\rm g} - F_{\rm drag} \frac{\vec{v}}{v} + \vec{F}_{\rm halo},$$

где v — скорость пылинки. Чтобы оценить способность пылинок покинуть диск и выйти в гало за время существования Галактики, мы интегрировали уравнение движения до 10 млрд. лет. Частицы начинают движение с различных начальных координат и считаются покинувшими галактический диск, если за время 10 млрд. лет они достигают высоты 200 пк. Хотя все силы, учитываемые в данной работе, не имеют азимутальной зависимости, уравнение движения интегрировалось в трехмерной цилиндрической системе координат для учета вращения Галактики. Эволюция параметров Галактики со временем не учитывалась.

В начальный момент времени компоненты скорости пылинки v_r и v_z полагались равными нулю. Компонент скорости v_φ задавался в соответствии с кривой вращения $V_{\rm R}(r, z)$. В ходе расчета все три компонента скорости пылинки могут меняться.

2.4. Источники пыли

Главными источниками пыли в Галактике являются звезды на поздних стадиях эволюции и оболочки сверхновых звезд (см. [55] и ссылки в этой работе). На их долю приходится ~90% всей пыли, образующейся в Галактике. Основные составляющие пыли, производимые этими источниками, – графитовые и силикатные пылинки [56]. Согласно данным [57] основную часть всей массы межзвездной пыли составляют мелкие частицы, в том числе ПАУ.

В данной работе информация об образовании пыли является основным источником неопределенностей. Темпы потери массы различными типами звезд по данным разных авторов расходятся более чем на порядок [58, 59]. Также неоднозначна оценка доли каждого вида источников в производстве пыли [60]. До сих пор ведутся дискуссии о возможном вкладе молекулярных облаков в общий баланс производства пыли [61], однако пылью, находящейся (формирующейся) в молекулярных облаках, при оценке темпа выметания пыли за пределы Галактики в любом случае можно пренебречь. Оценки показывают, что при концентрациях вещества в темных холодных облаках более 10 см$^{-3}$ пыль вморожена в облако и не принимает участия в крупномасштабном движении, связанном с давлением излучения звезд [62]. Поэтому в данной работе за шкалу высот для основных источников пыли принята шкала высот для проэволюционировавших звезд, составляющая примерно 350 пк [63, 64].

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Основными целями данной работы являются исследование динамической эволюции графитовых и силикатных пылинок и оценка общего темпа потери пыли из галактического диска. Мы рассмотрели три представительных значения радиуса частиц: 0.001 мкм (ПАУ и очень мелкие пылинки, very small grains, VSG), 0.01 мкм (промежуточное значение радиуса), 0.1 мкм (“классические” пылинки). Доля пыли каждого размера была рассчитана в соответствии с распределением [57]. Согласно этой модели мелкая пыль (включающая ПАУ, представляющие собой промежуточное звено между пылинками и макромолекулами) составляет примерно 80% всей массы пыли, а средняя и крупная – примерно по 10%. Исходя из этих предположений, особенно важным представляется проследить движение именно мелких частиц, которые должны вносить основной вклад в выметание твердого вещества из галактического диска. Для них мы рассматривали два варианта оптических свойств: свойства ПАУ и свойства графита. Как будет показано далее, для оценок потери пылевой массы выбор конкретного вида частиц не имеет существенного значения.

3.1. Результаты расчетов без учета вращения Галактики

В этом подразделе мы представляем результаты расчетов без учета вращения для демонстрации различий в движении пылинок с различными свойствами (компактных и пористых силикатных и углистых со свойствами графита и ПАУ). На рис. 4 показаны траектории движения компактных силикатных и графитовых пылинок для различных начальных положений по галактоцентрическому радиусу (0, 5, 10, 15 кпк) и двух начальных высот – 10 и 100 пк. Видно, что частицам различного химического состава свойственен разный характер движения. Силикаты (линии зеленого цвета), как можно ожидать из результатов, показанных на рис. 3, меняют свое положение вдоль оси z лишь незначительно. Наиболее заметно над плоскостью диска поднимаются пылинки средних размеров (штриховые линии). Мелкие силикатные частицы пролетают столь малое расстояние, что в области построения графика на рис. 4 их движение вовсе не прослеживается, поскольку для них соотношение $Q_{\rm pr}/a/\rho$ для большинства типов звезд оказывается ниже, чем для пылинок средних размеров.

Средние и крупные графитовые пылинки (штриховые и сплошные синие линии), напротив, поднимаются на значительную высоту вне зависимости от начального положения. Исключение составляют крупные пылинки, находящиеся в центре Галактики ниже высоты $z = 10$ пк: такие частицы движутся в сторону плоскости диска (“вниз”). Мелкие графитовые пылинки эффективно выметаются из Галактики вблизи ее цен-

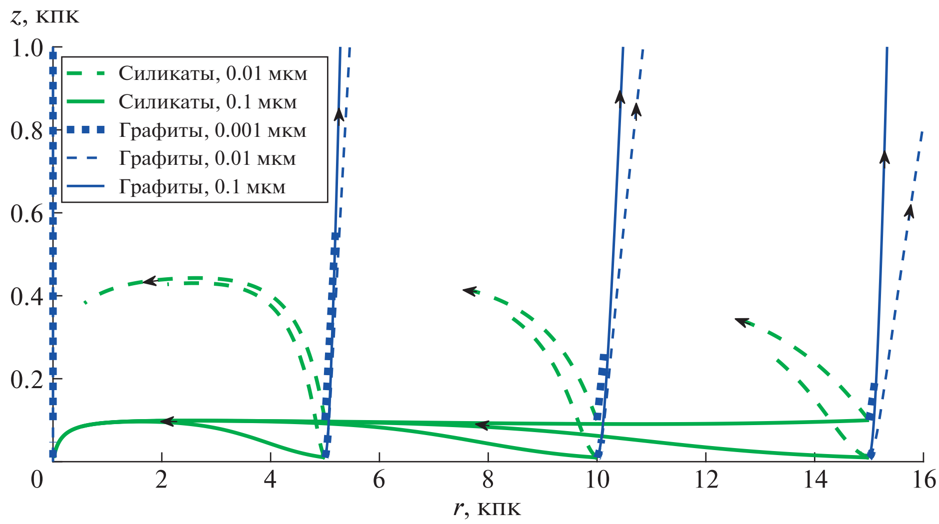


Рис. 4. Траектории движения пылинок без учета вращения Галактики: пунктирная линия – 0.001 мкм, штриховая линия – 0.01 мкм, сплошная линия – 0.1 мкм. Синим цветом показаны траектории графитовых пылинок, зеленым – компактных силикатных.

тра; с удалением от центра эффективность выметания снижается.

На рис. 5 сравниваются треки компактных и пористых силикатных пылинок. Видно, что компактные пылинки движутся несколько быстрее пористых, однако качественных отличий в характере движения нет. Это подтверждает сделанный ранее вывод о том, что при оценке общего темпа выметания пыли из Галактики учет возможной пористости силикатных частиц не играет существенной роли.

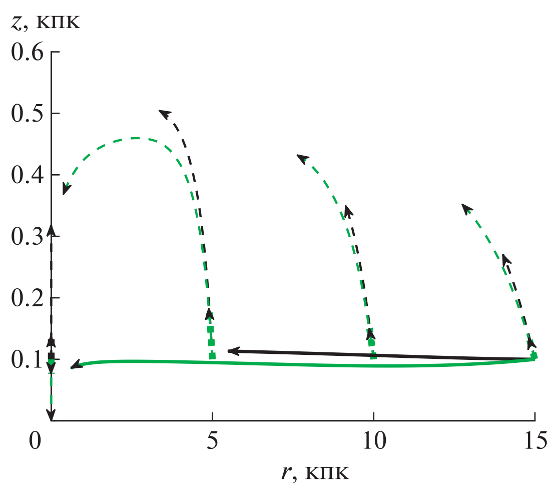


Рис. 5. Примеры треков силикатных пылинок: пунктирная линия – 0.001 мкм, штриховая линия – 0.01 мкм, сплошная линия – 0.1 мкм. Зеленым цветом показаны траектории движения компактных пылинок, черным – пористых.

При рассмотрении движения углистых частиц выбор оптических свойств оказывается более критичным. На рис. 6 показаны траектории движения углистых пылинок для одинаковой начальной высоты (100 пк), различных начальных положений по радиусу (0, 5, 10, 15 кпк) и с различными оптическими свойствами (графит или ПАУ). Поскольку пылинки разного типа имеют разную плотность (плотность ПАУ ниже, чем плотность графитовых частиц, а их плотность, в свою очередь, ниже силикатных), пылинки одинакового размера, но разного химического состава подвергаются разному воздействию гравитации, и поэтому их траектории заметно отличаются. Пылинки среднего размера с оптическими свойствами графита, поднимаясь над галактическим диском, заметно смещаются к оси симметрии Галактики (рис. 6а). Поскольку сила гравитации пропорциональна массе пылинки, еще более сильное воздействие барионной и темной материи испытывают крупные частицы. Для крупных графитовых пылинок появляется предельное значение высоты z, которой они могут достичь. Мелкие графитовые частицы преодолевают значительно меньшее расстояние, чем более крупные за то же самое время, т.е. их выметание значительно менее эффективно. По этой причине их траектории в области построения графика практически неразличимы.

На рис. 6б показаны треки мелких и средних частиц с оптическими свойствами ПАУ. Их движение существенно отличается от движения графитовых частиц. Даже без учета вращения с удалением от центра Галактики мелкие и средние ча-

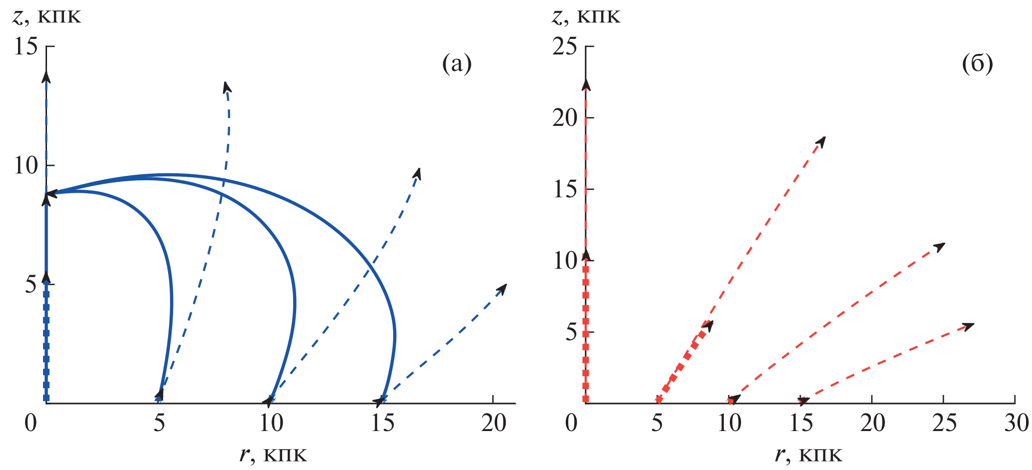


Рис. 6. Примеры треков графитовых пылинок (а) и ПАУ (б): пунктирная линия – 0.001 мкм, штриховая линия – 0.01 мкм, сплошная линия – 0.1 мкм. Синим цветом показаны траектории движения графитовых пылинок, красным – ПАУ.

стицы ПАУ движутся от центра Галактики по наклонным траекториям, т.е. движение вдоль диска Галактики все сильнее преобладает над движением по высоте. Учет вращения усиливает эту тенденцию (см. далее).

Еще одной иллюстрацией важности корректного учета оптических свойств пылинки является сравнение движения углистых пылинок при использовании двух различных подходов к вычислению Q_{pr}: расчет по формуле (1) с последующим усреднением по планковскому распределению энергии в спектре для принятых температур T_{eff} источников излучения и расчет по упрощенной формуле $Q_{pr} = 2\pi a/(0.3/T_{eff})$. На рис. 7 показано изменение высоты пылинки со временем для различных способов вычисления Q_{pr} и при нулевом начальном положении пылинки по галактоцентрическому радиусу. Упрощенный вариант обозначен голубым цветом. Видно, что использование разных значений фактора эффективности давления излучения заметно меняет картину выметания мелких частиц, которые представляют особенный интерес, поскольку на их долю приходится значительная часть межзвездной пыли. При более физически обоснованных значениях Q_{pr} (формула (1)) мелкие пылинки, как показано на рис. 7а, могут достигать высот вдвое больших, чем при использовании рэлеевского приближения. Кроме того, на рис. 7г видно, что использование рэлеевского приближения для расчета фактора эффективности давления излучения для крупных частиц, напротив, дает завышенное значение достигаемой высоты над плоскостью диска.

3.2. Результаты расчетов с учетом вращения Галактики

Учет вращения в начальной скорости пылинки приводит к тому, что все пылинки независимо от начальных галактоцентрических координат движутся в направлении периферии Галактики (за исключением пылинок, находящихся на оси симметрии Галактики, $r = 0$). На рис. 8 приведены траектории движения пылинок для различных начальных положений по галактоцентрическому радиусу (0, 5, 10, 15 кпк) и двух начальных высот (10 и 100 пк) с учетом вращения.

Сравнение рис. 4 и рис. 8 показывает, что характер движения графитовых пылинок (синие линии) при учете вращения качественно не меняется. Для силикатных пылинок (зеленые линии) наличие начального вращения оказывается критически важным, и его включение в модель приводит к тому, что по радиусу они движутся в противоположную сторону – прочь от центра Галактики. Однако движение силикатных частиц в вертикальном направлении происходит практически одинаково и при учете вращения, и без него.

На рис. 9 отдельно показаны примеры треков углистых пылинок с оптическими свойствами графитов и ПАУ и размерами 0.001, 0.01 и 0.1 мкм (только для графитовых частиц) для различных начальных положений пылинок по галактоцентрическому радиусу (0, 5, 10 и 15 кпк) и одинаковой начальной высоты 100 пк. Из графиков видно, что при ненулевом начальном радиусе пылинки с оптическими свойствами графита достигают определенной максимальной высоты (тем большей, чем ближе к центру Галактики расположена стартовая точка), а затем начинают двигаться

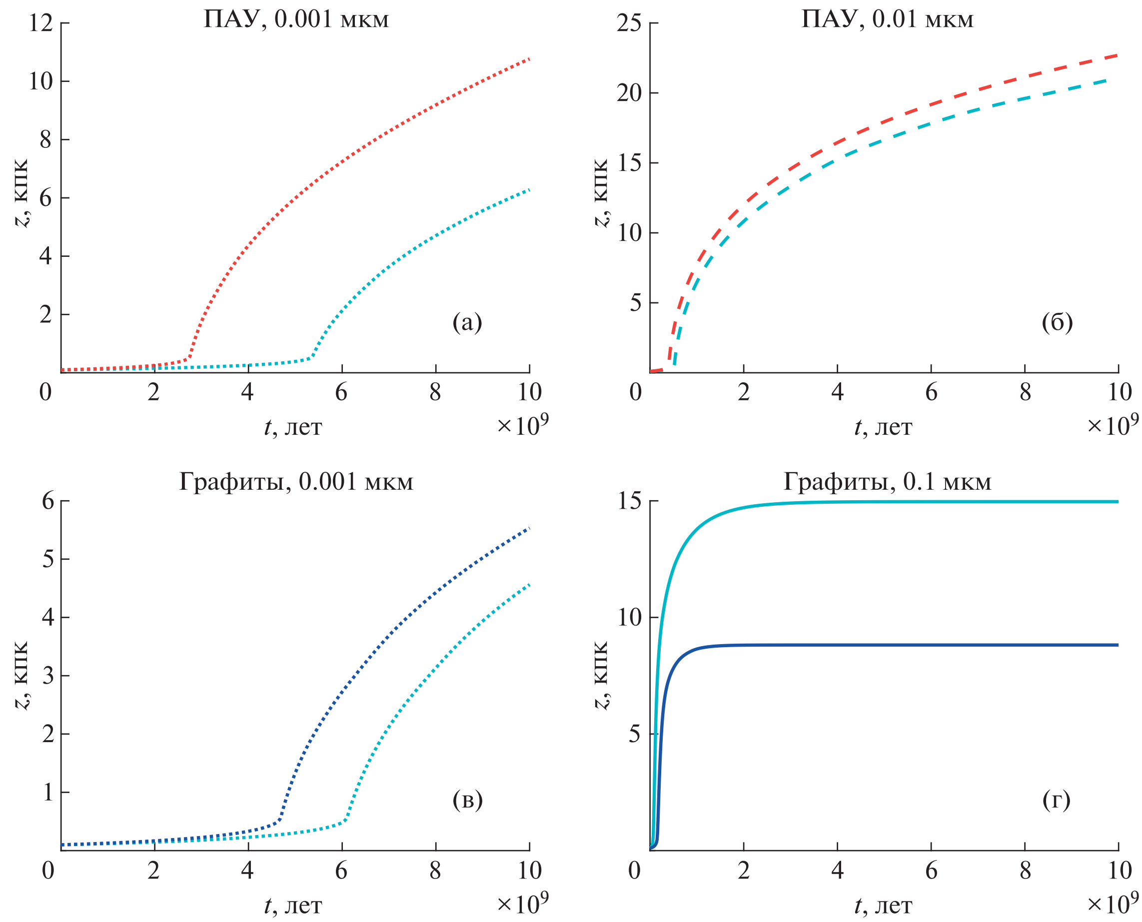


Рис. 7. Зависимость высоты над плоскостью диска от времени для ПАУ (а, б) и графитовых (в, г) пылинок при $r = 0$. Обозначения те же, что на рис. 1; голубым цветом показаны те же зависимости в приближении рэлеевского рассеяния.

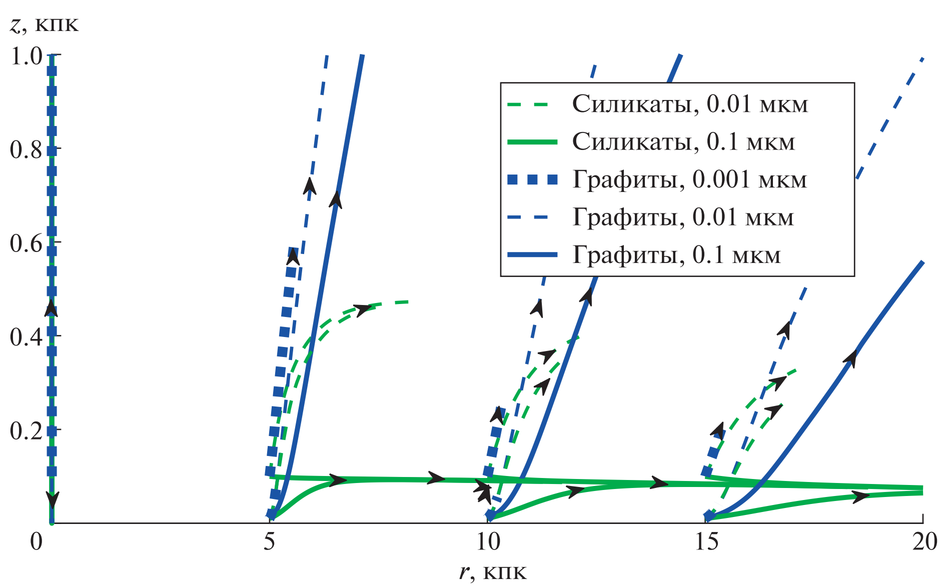


Рис. 8. Траектории движения пылинок; пунктирная линия – 0.001 мкм, штриховая линия – 0.01 мкм, сплошная линия – 0.1 мкм. Синим цветом показаны траектории графитовых пылинок, зеленым – силикатных.

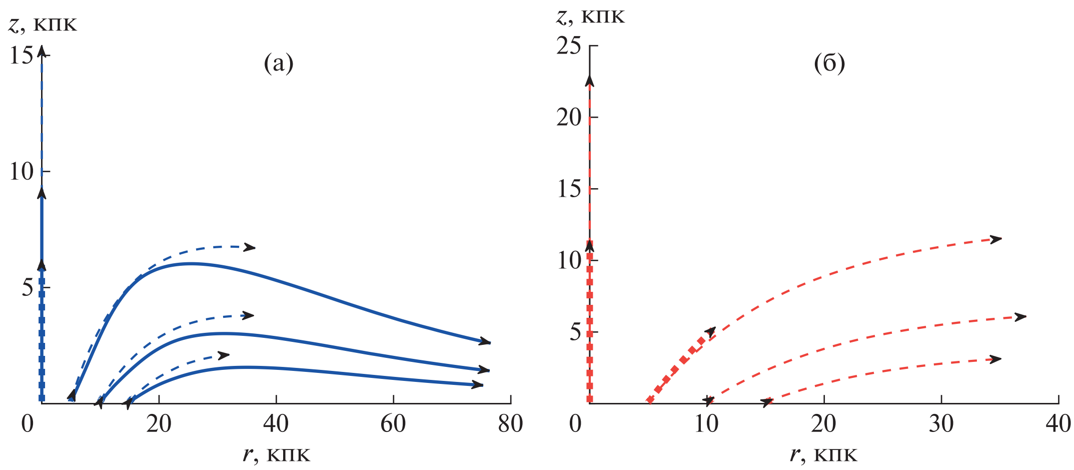


Рис. 9. Примеры треков графитовых пылинок (а) и ПАУ (б): пунктирная линия – 0.001 мкм, штриховая линия – 0.01 мкм, сплошная линия – 0.1 мкм. Синим цветом показаны траектории движения графитовых пылинок, красным – ПАУ.

вниз. Движение частиц с оптическими свойствами ПАУ в вертикальном направлении также постепенно замедляется, хотя максимальная высота в пределах $r < 40$ кпк не достигается. В обоих случаях движение вдоль плоскости диска Галактики сильно преобладает над движением по высоте. Эта особенность может объяснять сглаживание градиентов металличности [65, 66], наблюдающееся на галактоцентрических расстояниях >10 кпк. Мелкие частицы и в этом случае движутся с существенно меньшими скоростями, т.е. выметаются менее эффективно.

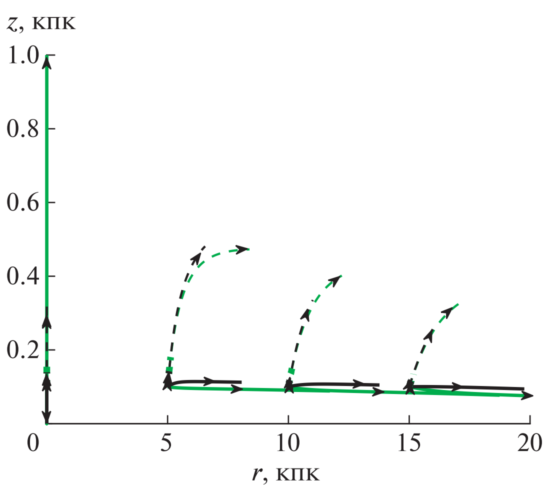


Рис. 10. Примеры треков силикатных пылинок: пунктирная линия – 0.001 мкм, штриховая линия – 0.01 мкм, сплошная линия – 0.1 мкм. Зеленым цветом показаны траектории движения компактных пылинок, черным – пористых.

На рис. 10 показаны аналогичные траектории силикатных пылинок. Крупные и мелкие частицы практически не меняют своего положения по высоте, а заметно смещаются только средние пылинки. Полученные результаты указывают, что силикатная пыль не покидает пределы Галактики за счет исследуемого механизма, т.е. действия давления излучения звезд, но может выметаться на большие расстояния в радиальном направлении. Следует впрочем отметить, что силикатные частицы в межзвездном пространстве, скорее всего, покрыты углеродными мантиями [57], их оптические свойства отличаются от свойств чисто силикатных частиц, однако в реалистичную модель выметания пылинок этого вида давлением излучения звезд необходимо включить также процессы образования и разрушения мантий, что выходит за рамки данной работы.

3.3. Темп выметания пылинок из Галактики

В целом на рис. 8–10 видно, что не любые частицы могут покидать пределы Галактики, и эта способность зависит от нескольких факторов: расчетного времени, начального положения, химического состава и размеров пылинки. В данной работе нас интересуют условия, при которых пылевые частицы покидают пределы тонкого диска Галактики за расчетное время (10 млрд. лет). Таким образом, задача сводится к нахождению предельной высоты $z_{\lim}(r)$, начиная с которой вся пыль данного вида будет заведомо покидать пределы диска Галактики.

На рис. 11 показана зависимость $z_{\lim}(r)$ от начального положения пылинки по галактоцентрическому радиусу для трех выбранных размеров пылинок. Вся пыль данного размера, образующа-

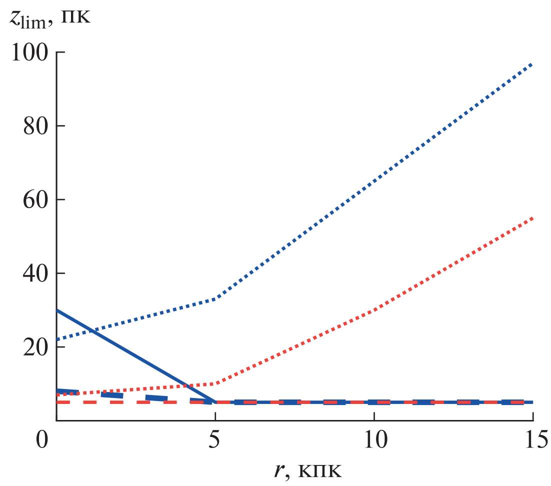


Рис. 11. Зависимость высоты, начиная с которой пыль за расчетное время покидает пределы диска Галактики, от начальной координаты вдоль галактического радиуса; пунктирная линия – 0.001 мкм, штриховая линия – 0.01 мкм, сплошная линия – 0.1 мкм. Синим цветом показана граничная высота для графитовых пылинок, красным – для ПАУ.

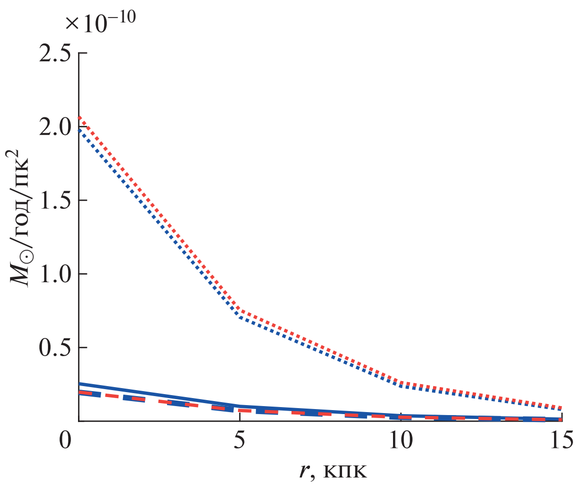


Рис. 12. Зависимость поверхностной плотности скорости потери массы в зависимости от галактоцентрического расстояния. Пунктирная линия – 0.001 мкм, штриховая линия – 0.01 мкм, сплошная линия – 0.1 мкм.

яся выше границы, показанной на графике, покидает пределы Галактического диска. Видно, что наиболее эффективно из Галактики выметаются пылинки средних и крупных размеров: за расчетное время пределы диска Галактики покидает практически вся крупная пыль, за исключением узкой области вблизи плоскости диска, а также центральной области для крупной пыли. Однако, поскольку большую часть массы межзвездной пыли составляют мелкие пылинки [57], основной вклад в потерю массы за счет рассмотренных процессов вносят именно они. В этом случае предельная высота начинает существенно зависеть от оптических свойств пылинки. Разными цветами на рис. 11 показаны кривые, посчитанные для пылинок с оптическими свойствами графита (синий цвет) и ПАУ (красный цвет). Мелкие пылинки ПАУ в центральной области диска вылетают за его пределы при условии, что они образовались выше нескольких парсек, тогда как на периферии диска мелкая частица ПАУ может покинуть его, только если она образовалась на высоте порядка 50 пк и выше. Для мелких графитовых частиц предельная высота на периферии диска составляет около 100 пк.

Зная распределение источников пыли в диске, можно рассчитать поверхностную плотность скорости потери пылевой массы. Поскольку, как следует из рис. 11, выметание пыли из центральной части Галактики идет эффективнее, чем с периферии, следует ожидать большей потери массы из центра и уменьшения этой величины с удалением от него вдоль галактического радиуса. На рис. 12 показана поверхностная плотность скорости потери массы в зависимости от галактоцентрического расстояния для трех выбранных нами размеров пылинок. Основной вклад в потерю пыли вносят мелкие частицы, которые в принятой модели составляют большую часть всей массы межзвездной пыли. Отметим, что, в отличие от предельной высоты, суммарный темп потери мелких частиц с единицы площади практически не зависит от предположения об их оптических свойствах, поскольку практически вся пыль образуется выше полученных нами предельных значений z (рис. 11).

В конкретном контексте описания возможных причин возникновения радиального градиента металличности в дисковых галактиках (в данном случае в Млечном Пути) нас интересует также поверхностная плотность скорости потери массы в виде пыли, нормированная на поверхностную плотность газа, поскольку содержание металлов в Галактике также представляет собой относительную величину. Эта величина показана на рис. 13. Здесь видно, что абсолютная величина потери пылевой массы действительно уменьшается по направлению к периферии Галактики, но ее относительный вклад в металличность газа с удалением от центра, напротив, несколько возрастает. Это означает, что выметание пыли давлением излучения звезд может вносить вклад в формирование радиального градиента тяжелых элементов, входящих в состав пыли.

Интегрирование по всем размерам пылинок и всему объему Галактики дает общий темп потери массы в виде пыли примерно 0.03 $M_\odot$/год. Полу-

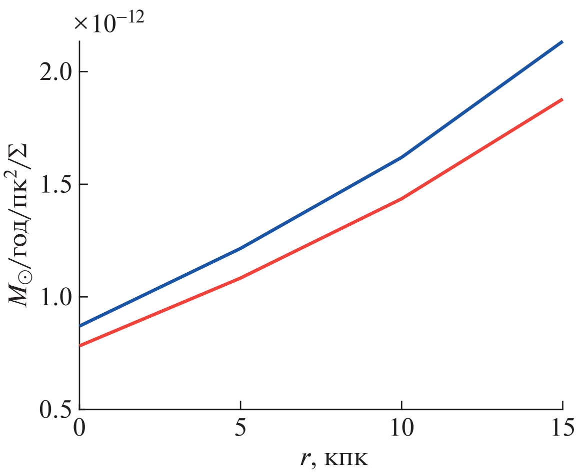


Рис. 13. Поверхностная плотность темпа потери пыли, нормированная на поверхностную плотность газа, в зависимости от галактоцентрического расстояния.

ченная величина сопоставима с выбросом тяжелых элементов с ветром и указывает, что описанный механизм выметания пыли из Галактики является значительным фактором в процессах обмена веществом с межгалактической средой и может объяснять наличие окологалактических пылевых структур.

4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Как отмечалось во Введении, выметание пыли из галактического диска, по всей видимости, происходит не только в Млечном Пути, но и вообще в большинстве дисковых галактик, благодаря чему пыль становится существенной составной частью окологалактической и межгалактической среды. Как показывают расчеты, выполненные нами и другими авторами, давление излучения звезд является важным фактором, определяющим эффективность этого процесса. Ранее выметание пылинок давлением излучения звезд уже рассматривалось Вибе и Шустовым в работе [40], однако появление новых данных о свойствах пыли в галактических дисках и о ее эволюции в окологалактическом пространстве заставляет вернуться к этому вопросу. В отличие от работы [40] в представленную модель внесены следующие усовершенствования:

- Использованы более точные значения фактора $Q_{\rm pr}$ для пылинок различного химического состава и структуры. Показано, что выбор оптических свойств не оказывает существенного влияния на оценку потери пыли из диска, однако заметно меняет траектории частиц на больших галактических высотах.

- Модель переформулирована в трехмерной постановке задачи, что позволяет использовать ее для исследования более сложных движений пыли, например, с учетом магнитного поля.

- В модель включено темное гало, учет которого также существенно влияет на движение частиц на больших высотах.

В результате этих изменений общий характер движения частиц и темп потери пылевой массы по сравнению с работой [40] изменился незначительно, но некоторые расчетные траектории заметно отличаются от полученных ранее.

Согласие старых и новых результатов по темпу потери пыли из Галактики позволяет сделать некоторые замечания относительно роли выметания пыли в формировании распределения химического состава по галактическому диску. Хорошо известной особенностью этого распределения является наличие в дисковых галактиках градиентов металличности, наблюдаемых по различным химическим элементам (C, N, O, Ne, S, Fe, Ar, Al, см. напр., [67]). Эти элементы частично входят в состав пылевых частиц [68]. Очевидно, что если мы учтем вклад выметания пыли давлением излучения звезд в формирование радиальных градиентов металличности, то градиенты содержания для элементов, входящих в состав пыли, должны отличаться от тех, которые в ее состав не входят. Конечно, эти элементы содержатся в пыли в различных соотношениях. Также помимо выметания пыли давлением излучения в формировании градиента немаловажную роль может играть галактический ветер, моделирование которого в данной работе не проводилось. Это, в частности, по-видимому верно для карликовых галактик на $z \sim 2$, демонстрирующих инвертированные радиальные градиенты металличности. Это указывает, что основную часть продуктов звездного нуклеосинтеза переносит на окраины галактики мощный галактический ветер, вызванный центральной вспышкой звездообразования [69].

В нашей Галактике сопоставление величины градиента для различных элементов дает противоречивые результаты. Можно проследить сильное отличие градиентов таких элементов, как He, Ar, Ne [70], и их сходство для элементов, входящих в состав пыли [70, 71]. С другой стороны, данные [72] свидетельствуют о сходстве градиентов для большинства элементов, вне зависимости от того, входят ли они в состав межзвездной пыли. Однако значения градиента по наблюдательным данным имеют довольно широкий разброс, и не всегда можно утверждать что-либо определенное о радиальной зависимости для выбранного химического элемента. Пока представляется возможным только качественное сравнение наблюдательных данных с результатами моделирования. Наши результаты показывают, что пренебрегать выметанием пыли и зависимостью темпа выметания от галактоцентрического расстояния нельзя.

Примечательно, что для большинства дисковых галактик, в том числе и для Млечного Пути, наблюдается изменение вида зависимости содержания тяжелых элементов от галактоцентрического расстояния, которое проявляется в уменьшении наклона радиального градиента металличности [65, 66]. На расстояниях ~10 кпк от центра зависимость становится более пологой, т.е. градиенты сглаживаются. Как говорилось выше, это может быть связано с уменьшением наклона траекторий движения пылинок относительно галактического диска при удалении от центра Галактики.

В данной работе мы ограничились выводами, связанными с движением пылинок на небольших галактических высотах. Исследование других вопросов — выброса пыли на большие расстояния, ее разрушения в окологалактическом пространстве и пр. — потребует внесения в модель следующих дополнений. В данной работе мы считали пылинки электрически нейтральными и потому пренебрегали вкладом магнитного поля в их динамику. Однако на самом деле пылинки могут иметь электрический заряд и потому двигаться вдоль силовых линий магнитного поля Галактики. С одной стороны, величина напряженности магнитного поля на больших галактических высотах невелика [73], и в ней существенен вклад нерегулярного компонента, так что оно будет, скорее, хаотизировать движение пыли, не оказывая существенного влияния на его глобальные характеристики. Поскольку в данной работе нас, главным образом, интересует не детальная динамика пылевых частиц, а общий темп выметания пыли на разных галактоцентрических радиусах, мы не учитывали силу Лоренца при расчете движения пылинки. С другой стороны, при включении в модель процессов разрушения пылинок действие магнитного поля может оказаться более важным. Влияние магнитного поля будет рассмотрено нами в отдельном исследовании.

Модель предполагает включение детального расчета процессов разрушения пылинок. В приближенной форме этот процесс учтен в работе [40], однако в настоящее время нами разработана существенно более детальная модель эволюции пылевых частиц различных размеров SHIVA [74], которая позволит ответить на вопрос о возможной связи выметаемых пылинок с появлением внеплоскостных частиц ПАУ в нашей и других галактиках. Поскольку формирование звездного диска Галактики, по всей видимости, происходило в относительно ранние времена [75], а также в силу того, что бóльшая часть звезд — источников пыли — образовалась за время ~1.5 млрд. лет, в контексте поставленной задачи учет эволюционных процессов представляется не столь необходимым. Различные исследования показывают, что за последние 10 млрд. лет существенных вариаций темпа звездообразования в диске Галактики не было [76, 77]. Однако мы также планируем применить модель к другим галактикам, в том числе к галактикам со вспышкой звездообразования, для чего в модель будет включено влияние галактического ветра. Рассмотрение подобных систем потребует рассмотрения изменяющихся со временем параметров галактики.

В заключение отметим, что рассмотренные нами закономерности движения пылинок в невращающейся галактике косвенно применимы к эллиптическим галактикам и указывают на то, что протяженные пылевые структуры могут формироваться и в окрестностях подобных систем. Проэволюционировавшие звезды — источники пыли — в эллиптических галактиках имеются. Выметание пыли давлением излучения звезд будет облегчаться существенно меньшей плотностью межзвездного вещества. Однако, как показывают наши расчеты (см. рис. 2), эффективность давления излучения сильно снижается с понижением характерной температуры звездных населений. Этот вопрос заслуживает отдельного изучения.

5. ВЫВОДЫ

Нами исследована динамическая эволюция углистых и силикатных пылинок с тремя значениями радиусов: 0.001, 0.01 и 0.1 мкм. Рассчитана результирующая сила, действующая на такие пылинки в галактических окрестностях, приведены характерные траектории. Рассмотрены углистые пылинки (с оптическими свойствами графита и полициклических ароматических углеводородов) и силикатные пылинки (с учетом возможной пористости).

Выполненные расчеты показали, что наиболее эффективно из Галактики выметаются углистые пылинки средних размеров, на долю которых, однако, приходится малая часть всей массы межзвездной пыли. Силикатные частицы в меньшей степени подвержены действию давления излучения и потому не достигают больших высот. Возможная пористость силикатных пылинок приводит к меньшей плотности при данном размере, что снижает действующую на них силу тяготения, однако наши оценки показывают, что при увеличении пористости силикатной пыли снижается также фактор эффективности давления излучения, что суммарно приводит к незначительным изменениям в движении самих частиц.

Хотя абсолютное значение темпа потери пыли с единицы площади растет с приближением к центру Галактики, его величина относительно плотности газа увеличивается на периферии Галактики. Это указывает, что выметание пыли давлением излучения звезд может быть фактором, влияющим на формирование радиального градиента химического состава. Показано, что при приближении к краю диска Галактики частицы начинают двигаться под наклоном к плоскости диска, т.е. движение вдоль радиуса преобладает над движением по высоте, что может объяснять сглаживание градиентов металличности, которое наблюдается на галактоцентрических расстояниях ~10 кпк многих дисковых галактик.

Полная потеря массы Галактикой в виде пыли составляет $0.03M_\odot$ /год, что существенно влияет на химическую эволюцию галактических дисков. Поскольку механизм выметания пыли давлением излучения звезд является общим для дисковых галактик, он вполне может объяснить существование пыли в околодисковых пространствах, а также существование межгалактической пыли. Расчеты, проведенные без учета вращения Галактики, также продемонстрировали эффективное выметание пылевых частиц. Поскольку такая постановка задачи на качественном уровне напоминает условия в эллиптических галактиках, наши результаты указывают на перспективность поиска окологалактической пыли вблизи подобных систем.

БЛАГОДАРНОСТИ

Благодарим анонимного рецензента за внимательное прочтение нашей работы и за сделанные замечания.

ФИНАНСИРОВАНИЕ

Е. Сивкова и Б. Шустов благодарят за поддержку грант РНФ 19-72-20089.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *E. M. Xilouris, N. D. Kylafis, J. Papamastorakis, E. V. Paleologou, and G. Haerendel*, Astron. and Astrophys. **325**, 135 (1997).
2. *E. M. Xilouris, Y. I. Byun, N. D. Kylafis, E. V. Paleologou, and J. Papamastorakis*, Astron. and Astrophys. **344**, 868 (1999), astro-ph/9901158.
3. *S. Bianchi*, Astron. and Astrophys. **471**, 765 (2007), 0705.1471.
4. *G. De Geyter, M. Baes, P. Camps, J. Fritz, I. De Looze, T. M. Hughes, S. Viaene, and G. Gentile*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **441**, 869 (2014), 1403.7527.
5. *Y. Sofue*, Publ. Astron. Soc. Jap. **39**, 547 (1987).
6. *J. C. Howk and B. D. Savage*, Astron. J. **114**, 2463 (1997), astro-ph/9709197.
7. *J. C. Howk and B. D. Savage*, Astron. J. **117**, 2077 (1999), astro-ph/9902061.
8. *B. W. Holwerda, W. C. Keel, B. Williams, J. J. Dalcanton, and R. S. de Jong*, Astron. J. **137**, 3000 (2009).
9. *J. C. Howk and B. D. Savage*, Astron. J. **119**, 644 (2000), astro-ph/9910248.
10. *J. Rossa, R.-J. Dettmar, R. A. M. Walterbos, and C. A. Norman*, Astron. J. **128**, 674 (2004), astro-ph/0405401.
11. *T. W. J. Thompson, J. C. Howk, and B. D. Savage*, Astron. J. **128**, 662 (2004).
12. *D. Zaritsky*, Astron. J. **108**, 1619 (1994).
13. *B. Ménard, R. Scranton, M. Fukugita, and G. Richards*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **405**, 1025 (2010), 0902.4240.
14. *K.-I. Seon and A. N. Witt*, in The Spectral Energy Distribution of Galaxies – SED 2011, edited by R. J. Tuffs and C. C. Popescu (2012), vol. 284 of IAU Symposium, pp. 135–137.
15. *K.-i. Seon, A. N.Witt, J.-h. Shinn, and I.-j. Kim*, Astrophys. J. Lett. **785**, L18 (2014), 1403.4905.
16. *E. Hodges-Kluck and J. N. Bregman*, Astrophys. J. **789**, 131 (2014), 1401.4170.
17. *J. A. Irwin and S. C. Madden*, Astron. and Astrophys. **445**, 123 (2006), astro-ph/0509726.
18. *J. A. Irwin, H. Kennedy, T. Parkin, and S. Madden*, Astron. and Astrophys. **474**, 461 (2007), 0708.3808.
19. *R. J. Rand, K. Wood, R. A. Benjamin, and S. E. Meidt*, Astrophys. J. **728**, 163 (2011), 1101.1491.
20. *S. K. Sethi, Y. Shchekinov, and B. B. Nath*, Astrophys. J. Lett. **850**, L20 (2017), 1711.00476.
21. *M. Bocchio, S. Bianchi, L. K. Hunt, and R. Schneider*, Astron. and Astrophys. **586**, A8 (2016), 1509.07677.
22. *Planck Collaboration, A. Abergel, P. A. R. Ade, N. Aghanim, M. I. R. Alves, G. Aniano, C. Armitage-Caplan, M. Arnaud, M. Ashdown, F. Atrio-Barand ela, et al.*, Astron. and Astrophys. **571**, A11 (2014), 1312.1300.
23. *E. Hodges-Kluck, L. Corrales, S. Veilleux, J. Bregman, J. Li, and M. Melendez*, in Bull. Amer. Astron. Soc. (2019), vol. 51, p. 249, 1903.09693.
24. *H. Hirashita and C.-Y. Lin*, Planetary and Space Science (2018), ISSN 0032-0633.
25. *R. J. Rand, K. Wood, and R. A. Benjamin*, Astrophys. J. **680**, 263 (2008), 0802.3156.
26. *H. Kaneda, M. Yamagishi, T. Suzuki, and T. Onaka*, Astrophys. J. Lett. **698**, L125 (2009), 0905.3800.
27. *H. Kaneda, D. Ishihara, T. Suzuki, N. Ikeda, T. Onaka, M. Yamagishi, Y. Ohyama, T. Wada, and A. Yasuda*, Astron. and Astrophys. **514**, A14 (2010), 1002.4521.
28. *A. McCormick, S. Veilleux, and D. S. N. Rupke*, Astrophys. J. **774**, 126 (2013).
29. *A. McCormick, S. Veilleux, M. Meléndez, C. L. Martin, J. Bland-Hawthorn, G. Cecil, F. Heitsch, T. Müller, D. S. N. Rupke, and C. Engelbracht*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **477**, 699 (2018), 1803.03269.
30. *Y.-S. Jo, K.-i. Seon, J.-H. Shinn, Y. Yang, D. Lee, and K.-W. Min*, Astrophys. J. **862**, 25 (2018), 1806.06525.
31. *J. C. Pecker*, Astron. and Astrophys. **18**, 253 (1972).
32. *R. Y. Chiao and N. C. Wickramasinghe*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **159**, 361 (1972).
33. *J. C. Pecker*, Astron. and Astrophys. **35**, 7 (1974).

34. *J. M. Greenberg, F. Ferrini, B. Barsella, and S. Aiello*, Nature **327**, 214 (1987).
35. *B. Barsella, F. Ferrini, J. M. Greenberg, and S. Aiello*, Astron. and Astrophys. **209**, 349 (1989).
36. *A. Ferrara, F. Ferrini, J. Franco, and B. Barsella*, Astrophys. J. **381**, 137 (1991).
37. *J. I. Davies, P. Alton, S. Bianchi, and M. Trewhella*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **300**, 1006 (1998).
38. *E. O. Vasiliev and Y. A. Shchekinov*, Astronomy Reports **58**, 497 (2014).
39. *H. Hirashita and S. Aoyama*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **482**, 2555 (2019), 1810.07962.
40. *B. M. Shustov and D. Z. Vibe*, Astron. Zhurn. 72, 650 (1995).
41. *B. T. Draine*, Astrophys. J.s **57**, 587 (1985).
42. *A. Li and B. T. Draine*, Astrophys. J. **554**, 778 (2001), astro-ph/0011319.
43. *H. A. Smith, A. Li, M. P. Li, M. Köhler, M. L. N. Ashby, G. G. Fazio, J. S. Huang, M. Marengo, Z. Wang, S. Willner, et al.*, Astrophys. J. **716**, 490 (2010), 1004.2277.
44. *D. Semenov, T. Henning, C. Helling, M. Ilgner, and E. Sedlmayr*, Astron. and Astrophys. **410**, 611 (2003), astro-ph/0308344.
45. *Аллен К.У.*, Астрофизические величины (Мир, Москва, 1977).
46. *A. Cox*, Allen's astrophysical quantities; 4th ed. (AIP, New York, NY, 2000), URL https://cds.cern.ch/record/441599.
47. *P. J. McMillan*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **414**, 2446 (2011), 1102.4340.
48. *I. N. Reid, J. E. Gizis, and S. L. Hawley*, Astron. J. **124**, 2721 (2002).
49. *J. Bovy*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **470**, 1360 (2017), 1704.05063.
50. *J. F. Navarro, C. S. Frenk, and S. D. M. White*, Astrophys. J. **490**, 493 (1997), astro-ph/9611107.
51. *I. Chattopadhyay, M. Sharma, B. B. Nath, and D. Ryu*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **423**, 2153 (2012), 1204.1133.
52. *F. Nesti and P. Salucci*, J. Cosmol. and Astropart. Phys. **2013**, 016 (2013), 1304.5127.
53. *B. T. Draine and E. E. Salpeter*, Astrophys. J. **231**, 77 (1979).
54. *P. M. W. Kalberla and J. Kerp*, Ann. Rev. Astron. and Astrophys. **47**, 27 (2009).
55. *A. Gupta and S. Sahijpal*, arXiv e-prints arXiv:2004.11328 (2020), 2004.11328.
56. *R. Gehrz*, in Interstellar Dust, edited by L. J. Allamandola and A. G. G. M. Tielens (1989), vol. 135 of IAU Symposium, p. 445.
57. *A. P. Jones, L. Fanciullo, M. Köhler, L. Verstraete, V. Guillet, M. Bocchio, and N. Ysard*, Astron. and Astrophys. **558**, A62 (2013), 1411.6293.
58. *M. Matsuura, M. J. Barlow, A. A. Zijlstra, P. A. Whitelock, M. R. L. Cioni, M. A. T. Groenewegen, K. Volk, F. Kemper, T. Kodama, E. Lagadec, et al.*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **396**, 918 (2009), 0903.1123.
59. *A. Nanni, M. A. T. Groenewegen, B. Aringer, S. Rubele, A. Bressan, J. T. van Loon, S. R. Goldman, and M. L. Boyer*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **487**, 502 (2019), 1904.06702.
60. *R. McKinnon, P. Torrey, and M. Vogelsberger*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **457**, 3775 (2016), 1505.04792.
61. *S. Zhukovska, T. Henning, and C. Dobbs*, Astrophys. J. **857**, 94 (2018), 1803.01929.
62. *N. C. Wickramasinghe*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **159**, 269 (1972).
63. *T. Jackson, Ž. Ivezić, and G. R. Knapp*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **337**, 749 (2002), astro-ph/0202407.
64. *A. Siebert, O. Bienaymé, and C. Soubiran*, Astron. and Astrophys. **399**, 531 (2003), astroph/0211328.
65. *F. Bresolin, R. C. Kennicutt, and E. Ryan-Weber*, Astrophys. J. **750**, 122 (2012), 1203.0956.
66. *S. M. Andrievsky, R. E. Luck, P. Martin, and J. R. D. Lépine*, Astron. and Astrophys. **413**, 159 (2004).
67. *K. Z. Arellano-Córdova, C. Esteban, J. García-Rojas, and J. E. Méndez-Delgado*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **496**, 1051 (2020), 2005.11372.
68. *U. J. Sofia, J. A. Cardelli, and B. D. Savage*, Astrophys. J. **430**, 650 (1994).
69. *X. Wang, T. A. Jones, and T. Treu*, in American Astronomical Society Meeting Abstracts #233 (2019), vol. 233 of American Astronomical Society Meeting Abstracts, p. 206.02.
70. *J. L. Hou, N. Prantzos, and S. Boissier*, Astron. and Astrophys. **362**, 921 (2000), astroph/0007164.
71. *K. Cunha, P. M. Frinchaboy, D. Souto, B. Thompson, G. Zasowski, C. Allende Prieto, R. Carrera, C. Chiappini, J. Donor, D. A. García-Hernández, et al.*, Astronomische Nachrichten 337, 922 (2016), 1601.03099.
72. *R. E. Luck and D. L. Lambert*, Astron. J. **142**, 136 (2011), 1108.1947.
73. *A. Shukurov, L. F. S. Rodrigues, P. J. Bushby, J. Hollins, and J. P. Rachen*, Astron. and Astrophys. **623**, A113 (2019), 1809.03595.
74. *M. S. Murga, D. S. Wiebe, E. E. Sivkova, and V. V. Akimkin*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **488**, 965 (2019), 1906.11308.
75. *L. Casagrande, V. Silva Aguirre, K. J. Schlesinger, D. Stello, D. Huber, A. M. Serenelli, R. Schönrich, S. Cassisi, A. Pietrinferni, S. Hodgkin, et al.*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **455**, 987 (2016), 1510.01376.
76. *H. J. Rocha-Pinto, J. Scalo, W. J. Maciel, and C. Flynn*, Astron. and Astrophys. **358**, 869 (2000), astro-ph/0001383.
77. *M. Cignoni*, S. Degl'Innocenti, P. G. Prada Moroni, and S. N. Shore, Astron. and Astrophys. **459**, 783 (2006), astro-ph/0608654.

АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2021, том 98, № 5, с. 379–386

УДК 524.387

СЛИЯНИЯ НЕЙТРОННЫХ ЗВЕЗД И ГАММА-ВСПЛЕСКИ: МОДЕЛЬ ОБДИРАНИЯ

© 2021 г. С. И. Блинников[1, 2, *], Д. К. Надёжин[1, 3, **], Н. И. Крамарев[1, 4, ***], А. В. Юдин[1, 3, ****]
[1] НИЦ “Курчатовский институт”, Институт теоретической и экспериментальной физики им. А.И. Алиханова (ИТЭФ), Москва, Россия
[2] Kavli IPMU, Tokyo University, Kashiwa (WPI), Japan
[3] НИЦ “Курчатовский институт”, Москва, Россия
[4] Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия
*E-mail: sblinnikov@gmail.com
**E-mail: nadezhin@itep.ru
***E-mail: kramarev-nikita@mail.ru
****E-mail: yudin@itep.ru

Поступила в редакцию 27.10.2020 г.
После доработки 20.12.2020 г.
Принята к публикации 30.12.2020 г.

В работе представлен обзор современного состояния модели обдирания (stripping model) для коротких гамма-всплесков. После исторического совместного детектирования гравитационно-волнового события GW170817 и сопутствующего гамма-всплеска GRB170817A, связь коротких гамма-всплесков со слиянием нейтронных звезд получила надежное подтверждение. Мы показываем, что многие свойства GRB170817A, оказавшегося пекулярным по сравнению с другими короткими гамма-всплесками, естественно объясняются именно в рамках модели обдирания, а именно: время (1.7 с) между пиком гравитационно-волнового сигнала и регистрацией гамма-всплеска, его полная изотропная энергия и параметры красного и синего компонентов сопутствующей килоновой.

DOI: 10.31857/S0004629921050017

1. ВВЕДЕНИЕ

Космические гамма-всплески с точки зрения регистрации представляют собой вспышки излучения длительностью от долей секунды до минут или даже часов. Энергии их излучения лежат в диапазоне от десятков кэВ до ГэВ. Их популяция разбивается на две части: длинные и короткие.

Общепринятым является представление, что длинные гамма-всплески порождаются в процессе смерти очень массивной звезды, ядро которой, коллапсируя, образует черную дыру. Процесс аккреции окружающего вещества на нее может не только привести к выбросу значительной части оболочки с большой энергией (так называемая гиперновая), но и к образованию узких сколлимированных выбросов вещества (джетов). Если такой джет будет направлен в нашу сторону, он будет зарегистрирован как длинный гамма-всплеск.

Короткие гамма-всплески, как считается, образуются при слиянии нейтронных звезд (НЗ) или, возможно, нейтронной звезды и черной дыры. Для описания этого процесса обычно используется модель именно *слияния* (merging), в рамках которой две НЗ, сближаясь из-за потерь углового момента на излучение гравитационных волн, образуют в результате один объект — сверхмассивную НЗ или черную дыру. Однако существует и альтернатива этому механизму, предложенная в работе [1], а именно модель обдирания (stripping). В ней одна из НЗ, более массивная, обдирает и поглощает вещество со своего менее массивного компаньона. Последний, дойдя до нижнего предела масс НЗ, взрывается, собственно и производя гамма-всплеск. Оставшаяся в одиночестве более массивная НЗ (в результате аккреции вещества компаньона она может, в принципе, сколлапсировать и в черную дыру) покидает место взаимодействия со значительной (до 1000 км/с) скоростью.

Событие GW170817 — шестое из зарегистрированных гравитационно-волновыми антеннами LIGO-Virgo и первое, соответствующее слиянию нейтронных звезд [2], а не черных дыр. Гамма-всплеск GRB170817A наблюдался спустя 1.7 с после потери сигнала на GW-антеннах. Тем самым впервые была непосредственно подтверждена связь между короткими гамма-всплесками и слияниями НЗ. Кроме того, эта практически одновременная регистрация GW-события и гамма-всплеска вкупе с известным расстоянием (порядка 40 Мпк) до галактики-носителя NGC 4993 позволила наложить ограничения на величину отклонения скорости распространения гравитации ν от скорости света c: $|\nu - c|/c \lesssim 10^{-15}$ [3]. Спустя 11 ч был открыт и источник в видимом свете, кривые блеска и спектры которого соответствуют так называемой "килоновой" [4]. Тем самым было подтверждено, что гамма-всплеску сопутствует синтез тяжелых элементов в r-процессе. Таким образом, впервые одновременно выполненные наблюдения в гравитационно-волновом и электромагнитном каналах ознаменовали собой начало новой эры всеканальной астрономии – multi-messenger astronomy [5].

Однако гамма-всплеск GRB170817A оказался пекулярным, в частности, он был в десять тысяч раз слабее других слабых коротких гамма-всплесков с известными расстояниями [3]. Наблюдения в рентгеновском и радиодиапазонах не подтверждают и наличия сильного джета [6]. В настоящее время теоретики пытаются искусственно объяснить эти наблюдения в моделях "захлебнувшегося джета" (choked jet), джета в коконе (cocoon) и т.п. (см., напр., [7–9]), где угол наблюдения джета превышает 13° [10]. Также между собой слабо согласуются оптические наблюдения и результаты модельных расчетов слияний НЗ [11]. Далее мы покажем, что многие свойства события 170817 естественно объясняются именно в механизме обдирания, в противовес общепринятой модели слияния НЗ.

План данной работы следующий: сначала мы кратко опишем основные характерные черты моделей слияния и обдирания для коротких гамма-всплесков, и в заключение сопоставим данные наблюдений с предсказаниями обеих моделей.

2. МОДЕЛЬ СЛИЯНИЯ НЗ

Рассмотрим нейтронные звезды, образующие тесную двойную систему. Они сближаются вследствие потери момента импульса системой на излучение гравитационных волн. Дальнейшее определяется, по-видимому, в основном массами компонентов системы. Если массы достаточно велики, порядка солнечной, а это "стандартная" масса НЗ, то реализуется сценарий слияния (merging). На последних стадиях слияния НЗ происходит неконсервативный обмен масс, который обусловлен двумя основными процессами. В первом часть вещества сдирается с поверхностей НЗ приливными силами и затем выбрасывается преимущественно в плоскость слияния [12]. Выброшенное холодное плотное нейтронно-избыточное вещество с электронной долей $Y_e \lesssim 0.2$ испытывает взрывную декомпрессию [13] с последующим протеканием r-процессов, дающих длительный, порядка недели, транзиент в ближнем инфракрасном и оптическом диапазонах [14], названный впоследствии красной килоновой [4]. Другой процесс связан с тем, что непосредственно в момент соприкосновения НЗ часть вещества "выдавливается" в полярные области. Вследствие ударного нагрева это вещество разогревается до высоких температур, что ведет к повышению его средней электронной доли из-за слабых взаимодействий [15]. Объединенный оптический и ультрафиолетовый транзиент, порождаемый радиоактивными распадами в веществе с $Y_e \gtrsim 0.2$, принято называть синей килоновой[1]. Количество выброшенного в том или ином процессе вещества зависит от уравнения состояния и соотношения масс НЗ [16].

В зависимости от полной массы двойной системы и уравнения состояния ядерного вещества в результате слияния образуется черная дыра или быстро вращающаяся сверхмассивная нейтронная звезда [17], которая за время порядка одной секунды [18] коллапсирует в черную дыру, вызывая возникновение джета. Новообразованный компактный объект окружен аккреционным диском: в ходе нестационарной аккреции часть нейтронно-избыточного вещества выплескивается наружу, также давая вклад в красную [19, 20] и синюю [21, 22] килоновую.

Отметим, что практически во всех проведенных до сих пор многомерных гидродинамических расчетах взаимодействия двух нейтронных звезд на поздних стадиях эволюции двойной системы, которые приводят именно к их *слиянию*, массы НЗ были равны и достаточно велики. Даже в специальном исследовании, посвященном изучению случая большого отношения масс компонентов двойной [23], масса менее массивного компонента была достаточно велика (порядка солнечной).

3. МОДЕЛЬ ОБДИРАНИЯ И ВЗРЫВ МНЗ

Что изменится в описанном выше сценарии, если система сильно асимметрична, т.е. массы компонентов значительно отличаются, и, более того, масса маломассивной нейтронной звезды (МНЗ) достаточно мала? Рассмотрим детали процесса, используя рис. 1. На панели (a) показана двойная система НЗ, в которой для масс компонентов справедливо условие $m_1 > m_2$. При этом МНЗ (m_2) имеет больший радиус. При сближении

[1] Отметим, что в последнее время также иногда выделяют фиолетовую килоновую [4] с Y_e от ~0.2 до 0.35.

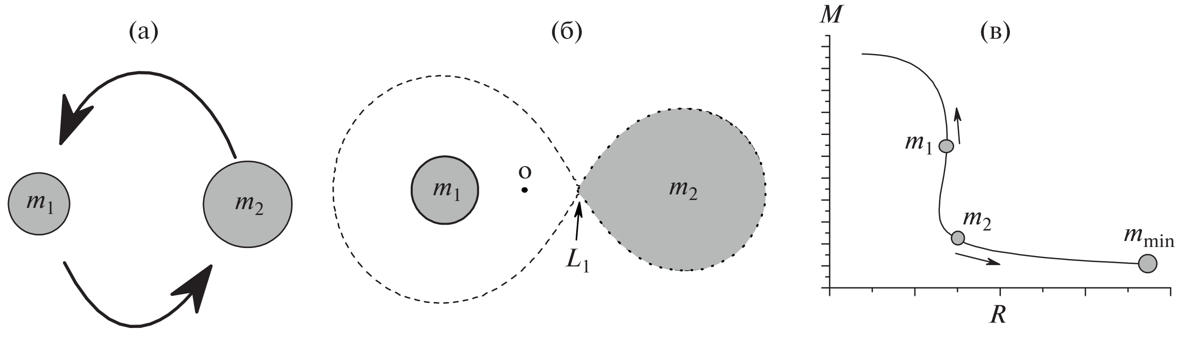


Рис. 1. Сценарий обдирания (схематично): две НЗ сближаются из-за гравитационного излучения (а); МНЗ переполняет свою полость Роша и начинается перетекание (б); в результате этого на диаграмме “масса–радиус” компоненты двойной системы m_1 и m_2 движутся в направлениях, указанных стрелками (в).

именно она первой переполняет свою полость Роша (см. панель б) и через внутреннюю точку Лагранжа L_1 начинает перетекать на своего массивного компаньона m_1. На диаграмме “масса–радиус” звезды начинают двигаться в направлениях, показанных стрелками на панели (в). Для реализации данного сценария важно, чтобы начальная масса МНЗ (m_2) находилась на пологой ветке кривой “масса–радиус” НЗ (рис. 1в). Конкретное значение массы МНЗ, достаточно малое для начала обдирания, зависит от уравнения состояния вещества НЗ. В работе [24, рис. 1] приведен набор кривых “масса–радиус” НЗ в области малых масс для различных уравнений состояния. В поведении этих кривых существуют значительные неопределенности, однако можно грубо оценить характерное значение этой массы как $M \sim 0.5\ M_\odot$.

Рассмотрим следующий аспект сценария обдирания: будет ли процесс перетекания вещества устойчивым? Пусть часть вещества Δm перешла от m_2 к m_1. При этом радиус МНЗ R_2 увеличился (см. рис. 1в). Но и расстояние между компонентами a также увеличилось, поскольку система стала более асимметричной (мы предполагаем консервативный обмен масс). Эффективный размер полости Роша МНЗ, R_R, также вырос. Его можно параметризовать в виде:

$$R_\mathrm{R} = af_\mathrm{R}(q), \quad f_\mathrm{R}(q) = 0.462\sqrt[3]{\frac{q}{1+q}}, \tag{1}$$

где $q = m_2/m_1 \le 1$ – параметр асимметричности системы. Приведенная аппроксимация для $f_\mathrm{R}(q)$ – лишь одна из возможных, см. также [25, 26]. Для устойчивости перетекания вещества нужно, чтобы $\Delta R_\mathrm{R} > \Delta R_2$. Это приводит нас к следующему условию:

$$\left|\frac{d\ln m_2}{d\ln R_2}\right| > \left[2(1-q) - (1+q)\frac{d\ln f_\mathrm{R}(q)}{d\ln q}\right]^{-1}. \tag{2}$$

Если для $f_\mathrm{R}(q)$ использовать конкретное выражение из (1), то выражение в квадратных скобках в (2) упростится до $5/3 - 2q$. Таким образом, перетекание будет устойчивым до тех пор, пока производная массы по радиусу (ее абсолютная величина) МНЗ достаточно велика. По мере того, как звезда m_2 теряет массу и двигается на диаграмме ($M - R$) вправо (см. рис. 1в), зависимость $M(R)$ становится все более пологой. Мы воспользовались уравнением состояния НЗ из работы [27], значение массы массивного компаньона приняли равным $m_1 = 1.4\ M_\odot$ и нашли, что устойчивость перетекания теряется при $m_2 \approx 0.107\ M_\odot$. При этом минимальная масса НЗ (m_min, см. рис. 1в) для этого уравнения состояния есть $m_\mathrm{min} \approx 0.089\ M_\odot$.

Таким образом, в сценарии обдирания после начала обмена масс события развиваются следующим образом: сначала обмен является устойчивым, т.е. радиус МНЗ увеличивается медленнее, чем рост критической полости Роша. Обмен масс идет на длинном масштабе времени, определяемом темпом потери системой углового момента, уносимого гравитационным излучением. Только при достижении МНЗ очень малого значения массы ($0.107\ M_\odot$ в численном примере выше), устойчивость перетекания теряется, и остаток вещества m_2 поглощается m_1 на быстром, гидродинамическом масштабе времени. Когда m_2 достигает значения m_min – минимального значения массы НЗ, она теряет гидродинамическую устойчивость и взрывается. Впервые этот сценарий был рассчитан в работе [28]. Сопутствующая взрыву вспышка электромагнитного излучения была предложена в работе [1] как источник коротких гамма-всплесков. В последующей работе [29] был проведен гидродинамический расчет

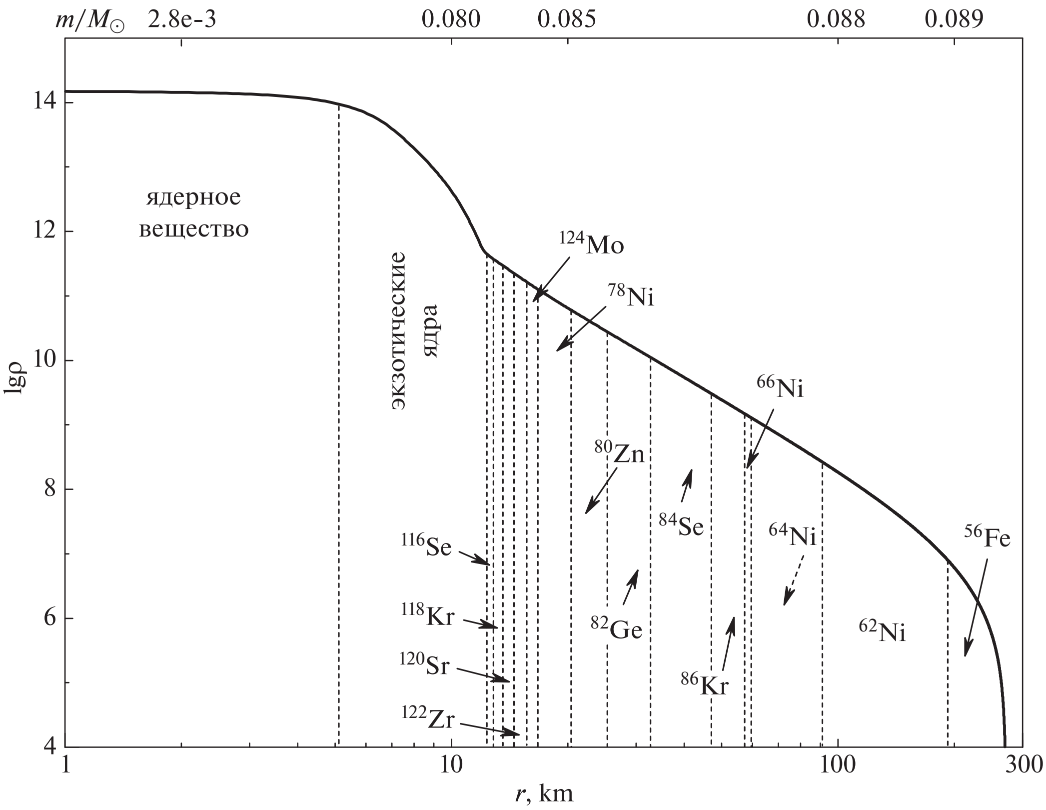


Рис. 2. Структура МНЗ минимальной массы. Показана зависимость логарифма плотности $\lg\rho$ от радиальной координаты r и состав вещества. Верхняя ось абсцисс показывает текущие значения массы (в массах Солнца) для нескольких значений r.

процесса взрыва МНЗ, достигшей минимальной массы. Сравнение полученных результатов с наблюдениями будет приведено ниже. Взрыв МНЗ рассматривался также в ряде работ, где исследовались такие аспекты процесса, как эффекты собственного вращения [30] и влияния массивного компаньона на процесс взрыва [31], сопутствующие процессы нуклеосинтеза [32], вспышка нейтринного излучения [33] и пр. [34]. Некоторые исторические детали развития сценария обдирания также можно найти в работе [35].

4. СОПОСТАВЛЕНИЕ С НАБЛЮДЕНИЯМИ

Рассмотрим сначала первый этап сценария обдирания, следуя работе Кларка и Эрдли [28]. В качестве численного примера они выбрали систему с начальными массами $m_1 = 1.3\ M_\odot$ и $m_2 = 0.8\ M_\odot$. Напомним, что максимальная величина m_2, при которой возможна реализация обдирания, существенно зависит от используемого уравнения состояния. Если сравнить теперь эти массы с диапазоном масс, выведенных из анализа гравитационно-волнового события GW170817 [36], обнаружится неплохое согласие: $m_1 \in (1.36–1.60)\ M_\odot$, $m_2 \in (1.16–1.36)\ M_\odot$ для случая малых собственных моментов вращения НЗ, и $m_1 \in (1.36–1.89)\ M_\odot$, $m_2 \in (1.0–1.36)\ M_\odot$ для случая больших (отметим, что ранее [37] авторы указывали более широкий диапазон $m_2 \in (0.86–1.36)\ M_\odot$ для последнего случая).

Нейтронные звезды сближались, и светимость гравитационно-волнового излучения непрерывно увеличивалась вплоть до момента начала перетекания. После того, как начался обмен масс, звезды начали “разъезжаться”, ассимметрия системы увеличиваться и GW-светимость стала падать. Полученная Кларком и Эрдли форма кривой GW-светимости имеет замечательное сходство с результатами наблюдений LIGO-Virgo. Через 1.7 с после начала обдирания (соответствующего, как было сказано, пику GW-излучения), МНЗ достигла своей минимальной массы и взорвалась. В [3, рис. 2] продемонстрировано удивительное согласие результатов измерения с этим провидческим предсказанием Кларка и Эрдли: после максимума кривой GW-излучения антенны LIGO и Virgo потеряли сигнал, и через 1.7 с (!) спутники FERMI и INTEGRAL зарегистрировали вспышку гамма-излучения!

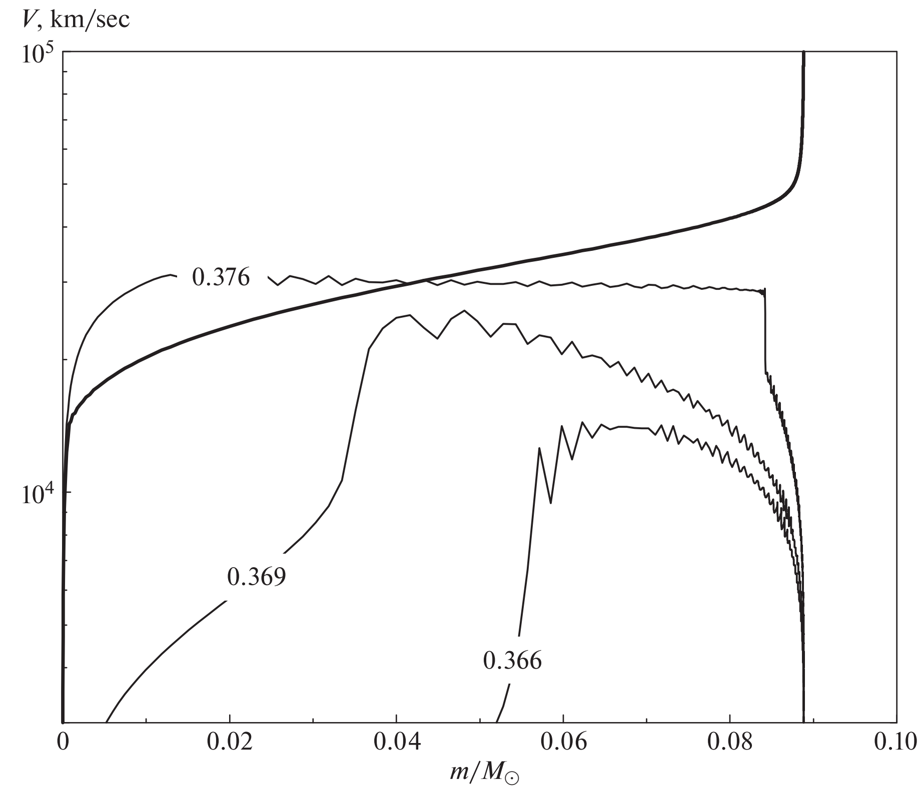


Рис. 3. Скорость вещества V как функция массы m в разлетающемся веществе МНЗ. Цифры на кривых показывают время (в секундах), прошедшее с момента потери устойчивости. Толстой линией показано финальное значение скорости расширения.

Перейдем теперь к ключевому ингредиенту механизма обдирания – взрыву МНЗ в двойной системе. Рассмотрим строение МНЗ минимальной массы. На рис. 2 показана зависимость ее логарифма плотности $\lg\rho$ от радиальной координаты r. Верхняя ось абсцисс показывает значения массы (в массах Солнца) для нескольких значений r. Показана также структура вещества: внешняя кора (crust) состоит, по мере движения с поверхности внутрь, из все более тяжелых и нейтронно-избыточных ядер, начиная от ^{56}Fe и заканчивая ^{116}Se. Конкретная последовательность и состав нуклидов могут слегка меняться в зависимости от используемой массовой формулы и других параметров вычисления уравнения состояния коры НЗ (см., напр., [38]), однако общая тенденция остается той же. Затем идет слой экзотических ядерных структур, погруженных в море появившихся свободных нейтронов, переходящий при плотности порядка $\rho \simeq 10^{14}$ г/см^3 в однородное ядерное вещество. Заметим, что вся кора МНЗ, простирающаяся на 200 км, содержит менее 10% полной массы звезды. Фактически, МНЗ состоит из очень плотного маленького (радиусом порядка 10 км) ядра, содержащего практически всю массу звезды, и протяженной легкой оболочки.

Рассмотрим теперь, что происходит с МНЗ после потери устойчивости, следуя статье [29]. Некоторые подробности этого процесса, впервые рассчитанные Д.К. Надёжиным в указанной работе, показаны на рис. 3. А именно, на нем приведена зависимость скорости разлета вещества V (в км/с) МНЗ как функция массы m (в массах Солнца) внутри звезды, т.н. “массовой” координаты. Цифры на кривых показывают время в секундах, прошедшее с момента потери устойчивости. Толстой линией показано финальное значение скорости расширения (скорость вещества на бесконечности). Как видно, потеря устойчивости и разлет вещества начинаются с поверхности и примерно за треть секунды охватывают всю звезду. Акустические колебания, порожденные в центре, распространяясь по ниспадающему профилю плотности протяженной оболочки МНЗ, переходят в ударные волны (см. скачок скорости на кривой $t = 0.376$ с). При этом вещество наружных слоев нагревается до температур порядка $T \sim 10^9$ K. Здесь уместно процитировать оригинальную работу [29]: “Это должно привести к вспышке рентгеновского и мягкого гамма-излучения с полной

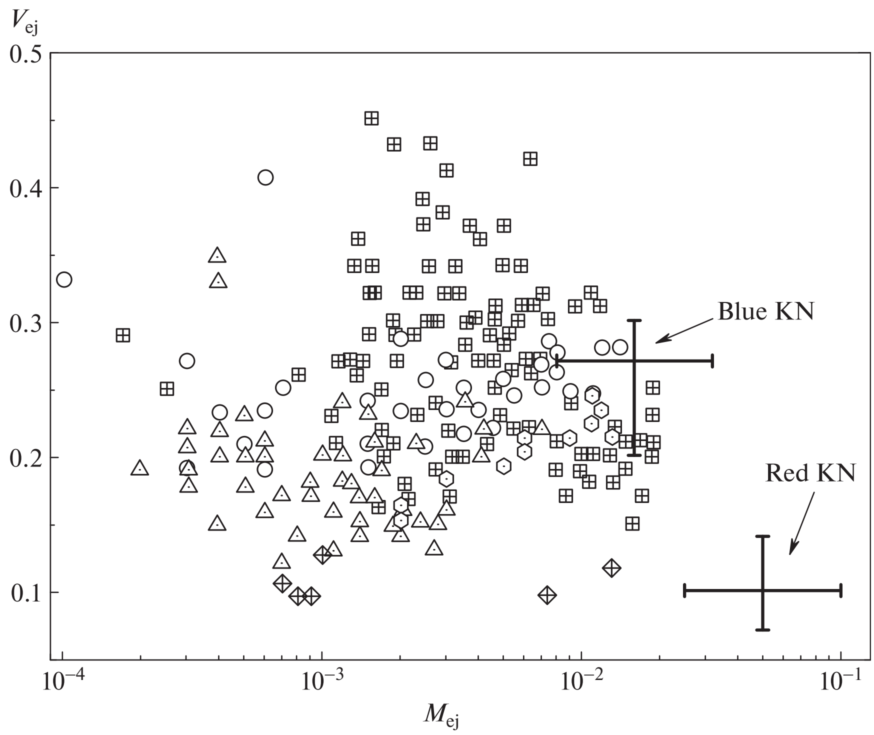


Рис. 4. Диаграмма “масса выброса $M_{ej}(M_\odot)$ – скорость выброса V_{ej}” (V_{ej} в единицах скорости света) для синего и красного компонентов килоновой. Символами показаны результаты численных расчетов в различных моделях слияния НЗ.

энергией 10^{43}–10^{47} эрг”. В работе [3, рис. 4] показано, что полная изотропная энергия гамма-всплеска GRB170817A была более чем на 3 порядка меньше, чем у других коротких гамма-всплесков и составляла $\sim 3\times10^{46}$ эрг. И здесь мы видим замечательное согласие модели обдирания с данными наблюдений. Заметим также, что оболочка МНЗ, состоящая из различных тяжелых переобогащенных нейтронами ядер (см. рис. 2), нагреваемая ударными волнами и выбрасываемая в окружающее пространство, – идеальное место для протекания r-процесса [32].

Обратимся также к данным, приведенным на рис. 4, адаптированным из работы [11] (воспроизводится с любезного согласия автора). Рисунок представляет собой диаграмму “масса выброса $M_{ej}(M_\odot)$ – скорость выброса V_{ej}” (в единицах скорости света c) для вещества синего и красного компонентов килоновой, имеющих параметры:

$$M_{ej}^{blue} = (1.6^{+1.4}_{-0.8})\times10^{-2}\,M_\odot,\quad V_{ej}^{blue} = (0.27^{+0.03}_{-0.07})c, \quad (3)$$

$$M_{ej}^{red} = (0.5^{+0.5}_{-0.25})\times10^{-1}\,M_\odot,\quad V_{ej}^{red} = (0.1^{+0.04}_{-0.03})c. \quad (4)$$

То есть синий компонент имеет высокую скорость (порядка трети скорости света) и малую массу выброшенного вещества, порядка 1% от $M_\odot$, а красный, наоборот, малую скорость выброса и относительно большую массу. На том же графике разными символами приведены результаты моделирования пяти различных исследовательских групп [16, 39–42], полученные в рамках модели слияния. Некоторые из этих моделей способны описать наблюдаемые параметры синей килоновой. Однако ни одна из них не способна объяснить величины, характерные для красного компонента выброса GRB170817A[2]. Между тем, если обратиться к нашему рис. 3, можно увидеть, что большая часть массы МНЗ (порядка 0.08 $M_\odot$) имеет скорости порядка 3×10^4 км/с ~ $0.1c$, а самые внешние слои ускорены до скоростей, сравнимых со скоростью света, в полном согласии с наблюдениями.

Еще один важный момент касается полной кинетической энергии выброса. Для известных коротких гамма-всплесков она оценивается величиной $E_{kin} \sim 10^{49}$–10^{50} эрг (см., напр., недавний

[2] Стоит отметить, что Д. Сигель, автор работы [11], откуда мы позаимствовали рис. 4, считает, что параметры красной килоновой могут быть объяснены как истечение вещества из аккреционного диска вокруг черной дыры. Однако учитывающий слабые взаимодействия расчет [43] опровергает это предположение.

обзор [4]). Между тем, характерная энергия $E_{\rm kin} \simeq \simeq \frac{M_{\rm ej}V_{\rm ej}^2}{2}$ для GRB170817A, определенная с помощью параметров (3) и (4), равна $E_{\rm kin} \sim 10^{51}$ эрг. Но это именно то, что получается в модели обдирания: согласно [29], кинетическая энергия выброса при взрыве МНЗ равна $E_{\rm kin} \approx 9\times10^{50}$ эрг. Близость этой энергии к классической энергии взрыва сверхновой (1 foe = 1 Бете = 10^{51} эрг) привела в свое время В.С. Имшенника к формулировке его ротационного механизма взрыва сверхновых [44], в рамках которого взрыв МНЗ является важнейшим компонентом.

Отметим, однако, что в работе [33] кинетическая энергия взрыва МНЗ оказалась меньше: порядка 10^{49} эрг. Причиной этого могли послужить два фактора: во-первых, использование авторами устаревшего уравнения состояния Гаррисона-Уилера, которое давало для минимальной массы нейтронной звезды значение $M_{\min} \approx 0.189\ M_{\odot}$, т.е. практически удвоенное значение, предсказываемое современными уравнениями состояния ($M_{\min} \approx 0.089\ M_{\odot}$). Нейтронная звезда с такой большой массой с современной точки зрения вообще имеет отрицательную полную энергию и взорваться не может. Во-вторых, в работе [33] учтены потери на нейтринное излучение, хотя и в чрезвычайно упрощенной постановке задачи. Этот ингредиент потерь, действительно, отсутствует в нашем моделировании, и может снизить кинетическую энергию выброса. В настоящее время мы заняты подготовкой соответствующего расчета, который должен прояснить этот аспект проблемы.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итак, кратко подведем итоги: гамма-всплеск GRB170817A, ассоциированный с гравитационно-волновым событием GW170817, подтвердил связь коротких гамма-всплесков со слиянием нейтронных звезд. Однако многие его свойства оказались неожиданными, если рассматривать их в текущей парадигме, в рамках которой две НЗ именно сливаются, образуя один объект. При этом из системы должно быть выброшено не так много вещества, но часть его может образовывать узкие коллимированные джеты высокой энергии. Между тем, в рамках механизма обдирания вся совокупность наблюдательных данных о GRB170817 получает естественное объяснение. Здесь мы хотели бы подчеркнуть, что, по нашему мнению, не следует делать выбор или-или между механизмами слияния (merging) и обдирания (stripping). Скорее всего, при одних условиях осуществляется один процесс, при других — другой. Для реализации механизма обдирания масса одного из компонентов двойной системы должна быть, как нами обсуждалось, достаточно мала. Однако для выяснения конкретного значения этой пороговой массы потребуются значительные усилия: как в уточнении уравнения состояния вещества НЗ и в определении действительного поведения кривых “масса—радиус НЗ” в области малых масс, так и в расчете процесса обмена масс в двойной системе НЗ, в которой один из компонентов — МНЗ. Среди всей популяции двойных НЗ доля двойных с МНЗ-компаньоном, по-видимому, невелика. Эта доля, определить которую еще также предстоит, и будет представлять долю stripping—механизма гамма-всплесков в их общей популяции. Этот вопрос представляет собой интересную задачу как для наблюдательной астрономии, так и, возможно, для популяционного синтеза [45]. Отметим, что для второго наблюдения слияния нейтронных звезд — события GW190425, сопутствующий гамма-всплеск обнаружен не был [46]. В рамках модели обдирания это не удивительно: при оцениваемом расстоянии порядка 160 Мпк гамма-всплеск в нашем механизме оказывается за пределами обнаружимости (см. [3]). С другой стороны, массы компонентов здесь оказались больше, и, возможно, имело-таки место слияние или без заметного выброса вещества, или с джетом, но направленным не на нас.

ФИНАНСИРОВАНИЕ

Авторы благодарны РФФИ (гранты № 18-29-21019 мк и 19-52-50014) за поддержку.

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы выражают благодарность анонимному рецензенту за конструктивные замечания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *S. I. Blinnikov, I. D. Novikov, T. V. Perevodchikova, and A. G. Polnarev*, Soviet Astron. Letters **10**, 177 (1984).
2. *B. P. Abbot, R. Abbott, T. D. Abbott, F. Acernese, et al.*, Astrophys. J. Letters **848**, id. L12 (2017).
3. *B. P. Abbot, R. Abbott, T. D. Abbott, F. Acernese, et al.*, Astrophys. J. Letters **848**, id. L13 (2017).
4. *B. D. Metzger*, arXiv:1910.01617 [astro-ph.HE] (2019).
5. *R. Margutti and R. Chornock*, arXiv:2012.04810 [astro-ph.HE] (2020).
6. *D. Dobie, D. L. Kaplan, T. Murphy, E. Lenc, et al.*, Astrophys. J. Letters **858**, id. L15 (2018).
7. *D. Lazzati, D. López-Camara, M. Cantiello, B. J. Morsony, R. Perna, and J. C. Workman*, Astrophys. J. Letters **848**, id. L6 (2017).
8. *O. Gottlieb, E. Nakar, and T. Piran*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **473**, 576 (2018).

9. *E. Nakar and T. Piran*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **478**, 407 (2018).
10. *D. Finstad, S. De, D. A. Brown, E. Berger, and C. M. Biwer*, Astrophys. J. Letters **860**, id. L2 (2018).
11. *D. M. Siegel*, European Phys. J. A **55**, 203 (2019).
12. *C. Freiburghaus, S. Rosswog, and F.-K. Thielemann*, Astrophys. J. **525**, L121 (1999).
13. *J. M. Lattimer, F. Mackie, D. G. Ravenhall, and D. N. Schramm*, Astrophys. J. **213**, 225 (1977).
14. *L.-X. Li and B. Paczynski*, Astrophys. J. **507**, L59 (1998).
15. *J. Lippuner and L. F. Roberts*, Astrophys. J. **815**, id. 18 (2015).
16. *A. Bauswein, S. Goriely, and H. T. Janka*, Astrophys. J. **773**, id. 78 (2013).
17. *J. D. Kaplan, C. D. Ott, E. P. O'Connor, K. Kiuchi, L. Roberts, and M. Duez*, Astrophys. J. **790**, id. 19 (2014).
18. *A. Murguia-Berthier, E. Ramirez-Ruiz, F. De Colle, A. Janiuk, S. Rosswog, and W. H. Lee*, arXiv:2007.12245 [astro-ph.HE] (2020).
19. *M.-R. Wu, R. Fernandez, G. Martinez-Pinedo, and B. D. Metzger*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **463**, 2323 (2016).
20. *D. M. Siegel and B. D. Metzger*, Astrophys. J. **858**, id. 52 (2018).
21. *R. Fernandez and B. D. Metzger*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **435**, 502 (2013).
22. *O. Just, A. Bauswein, R. Ardevol Pulpillo, S. Goriely, and H.-T. Janka*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **448**, 541 (2015).
23. *T. Dietrich, M. Ujevic, W. Tichy, S. Bernuzzi, and B. Brügmann*, Phys. Rev. D **95**, 2 (2017).
24. *H. Sotani, K. Iida, K. Oyamatsu, A. Ohnishi*, Progress Theor. and Exp. Physics **2014**(5), id. 051E018 (2014).
25. *P. P. Eggleton*, Astrophys. J. **268**, 368 (1984).
26. *Д. В. Бисикало, А. Г. Жилкин, А. А. Боярчук*, *Газодинамика тесных двойных звезд* (М.: Физматлит, 2013).
27. *P. Haensel and A. Y. Potekhin*, Astron. and Astrophys. **428**, 191 (2004).
28. *J. P. A. Clark and D. M. Eardley*, Astrophys. J. **215** 311 (1977).
29. *S. I. Blinnikov, V. S. Imshennik, D. K. Nadyozhin, I. D. Novikov, T. V. Perevodchikova, and A. G. Polnarev*, Soviet. Astron. **34** 595 (1990).
30. *А. В. Юдин, Т. Л. Разинкова, С. И. Блинников*, Письма в Астрон. журн. **45**(12), 893 (2019).
31. *К. В. Мануковский*, Письма в Астрон. журн. **36**(3), 203 (2010).
32. *И. В. Панов, А. В. Юдин*, Письма в Астрон. журн. **46** (7), 552 (2020).
33. *K. Sumiyoshi, S. Yamada, H. Suzuki, and W. Hillebrandt*, Astron. and Astrophys. **334**, 159 (1998).
34. *M. Colpi, S. L. Shapiro, and S. A. Teukolsky*, Astrophys. J. **339**, 318 (1989).
35. *П. В. Бакланов, С. И. Блинников, К. В. Мануковский, Д. К. Надежин, И. В. Панов, В. П. Утробин, А. В. Юдин*, Успехи физ. наук **186**, 879 (2016).
36. *B. P. Abbott, R. Abbott, T. D. Abbott, S. Abraham, et al.*, Phys. Rev. X **9**, id. 011001 (2019).
37. *B. P. Abbott, R. Abbott, T. D. Abbott, F. Acernese, et al.*, Phys. Rev. Lett. **119**, id. 161101 (2017).
38. *S. B. Ruster, M. Hempel, and J. Schaffner-Bielich*, Phys. Rev. C **73**, 3 (2006).
39. *K. Hotokezaka, K. Kyutoku, M. Tanaka, K. Kiuchi, Y. Sekiguchi, M. Shibata, and S. Wanajo*, Astrophys. J. Letters **778**, id. L16 (2013).
40. *D. Radice, A. Perego, K. Hotokezaka, S.A. Fromm, S. Bernuzzi, and L. F. Roberts*, arXiv:1809.11161 [astro-ph.HE] (2018).
41. *Y. Sekiguchi, K. Kiuchi, K. Kyutoku, M. Shibata, and K. Taniguchi*, Phys. Rev. D **93**, id. 124046 (2016).
42. *R. Ciolfi, W. Kastaun, B. Giacomazzo, A. Endrizzi, D. M. Siegel, and R. Perna*, Phys. Rev. D **95**, Id. 063016 (2017).
43. *J. M. Miller, B. R. Ryan, J. C. Dolence, A. Burrows, et al.*, Phys. Rev. D **100**, id. 023008 (2019).
44. *V. S. Imshennik*, Soviet. Astron. Letters **18**, 194 (1992);
45. *R. D. Ferdman, P. C. C. Freire, B. B. P. Perera, N. Pol, et al.*, Nature **583**, 211 (2020).
46. *B. P. Abbott, R. Abbott, T. D. Abbott, S. Abraham, et al.*, Astrophys. J. Letters **892**, id. L3 (2020).

АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2021, том 98, № 5, с. 387–406

УДК 52-17

ТРЕХМЕРНАЯ МОДЕЛЬ СТРУКТУРЫ ТЕЧЕНИЯ В АСИНХРОННОМ ПОЛЯРЕ CD IND В МОМЕНТ ПЕРЕКЛЮЧЕНИЯ МАГНИТНЫХ ПОЛЮСОВ

© 2021 г. А. В. Соболев[1,*], А. Г. Жилкин[1], Д. В. Бисикало[1], Д. А. Х. Бакли[2]

[1] *Институт астрономии Российской академии наук, Москва, Россия*

[2] *South African Astronomical Observatory, Cape Town, South Africa*

**E-mail: asobolev@inasan.ru*

Поступила в редакцию 30.10.2020 г.
После доработки 27.01.2021 г.
Принята к публикации 29.01.2021 г.

В работе проведено трехмерное численное МГД моделирование структуры течения в асинхронном поляре CD Ind в моменты переключения между магнитными полюсами аккретора – белого карлика. Для учета быстропротекающих процессов разработана численная нестационарная модель. Расчеты выполнены в предположении, что магнитное поле аккретора имеет конфигурацию смещенного диполя. По результатам расчетов построены карты горячих пятен на поверхности аккретора и кривые блеска в моменты переключения магнитных полюсов. Показано, что в принятой конфигурации магнитного поля, когда параметры поля на южном и северном полюсах отличаются, структура течения меняется по-разному, в зависимости от того, с какого полюса на какой идет переключение. Как следствие, наблюдаются значительные отличия и в характере изменения кривых блеска в различные моменты переключения. Данное обстоятельство позволяет надеяться, что из сравнения наблюдаемых и синтетических кривых блеска можно получить сведения о реальной конфигурации магнитного поля в системе.

DOI: 10.31857/S0004629921060074

1. ВВЕДЕНИЕ

Объект CD Ind был обнаружен в 1996 г. [1] как вероятный кандидат в магнитные катаклизмические переменные звезды при обработке данных с ультрафиолетового телескопа EUVE, а также в 1997 г. [2] как рентгеновский источник. А. Швопе, Д.Х. Бакли [2] впервые идентифицировали систему как асинхронный поляр с самым коротким периодом биений и оценили напряженность магнитного поля белого карлика равной 11 ± 2 МГс. С помощью оптической поляриметрии и рентгеновских наблюдений в работе [3, 4] была подтверждена принадлежность CD Ind к классу асинхронных поляров. В 2017 г. после обработки данных, полученных за 10 лет наблюдений поляра, были уточнены значения орбитального периода $P_{\rm orb}$, он оказался равным 110.8 мин, и периода вращения белого карлика $P_{\rm spin} = 109.6$ мин [5]. Определенный из соотношения

$$\frac{1}{P_{\rm beat}} = \frac{1}{P_{\rm spin}} - \frac{1}{P_{\rm orb}}, \qquad (1)$$

период биений составил $P_{\rm beat} = 10\,474.7$ мин (7.3 дня).

На основе данных, полученных в результате циклотронного картирования и численного моделирования в рамках приближения квазичастиц [6–12], сделано предположение о том, что магнитное поле белого карлика в рассматриваемом поляре имеет конфигурацию смещенного диполя [13]. Очевидно, что такая конфигурация должна приводить к различию величин индукции северного и южного магнитных полюсов. Это, в свою очередь, должно отражаться на параметрах зон энерговыделения и на форме болометрической кривой блеска. Причем эффекты различной светимости горячих пятен на полюсах должны наблюдаться и на орбитальном периоде системы, и на периоде биений. Однако наибольшую асимметрию в решениях следует ожидать в моменты переключения аккреции с одного полюса на другой.

В нашей работе [14] мы уже проводили МГД моделирование CD Ind в рамках стационарного решения, которое не учитывало собственное вращение аккретора. Тем не менее полученные результаты расчетов позволили сформировать общую картину структуры течения и распределение зон аккреции по поверхности аккретора, а также синтезировать кривые блеска. В частности, в этом исследовании было показано, что в течение периода биений наблюдается различие в светимости горячих пятен вследствие смещения магнитного диполя. При этом северная зона энерговыделения демонстрировала в максимуме в 2 раза больший поток излучения по сравнению с южной. Недостатком использованной модели является невозможность исследовать быстропротекающие изменения в структуре течения в моменты переключения полюсов, так как эти моменты расположены между двумя стационарными решениями, приходящимися на соседние фазы периода биений.

Для исследования структуры течения в процессах переключения полюсов мы разработали нестационарную численную модель, учитывающую собственное вращение аккретора. Использование этой модели позволило провести детальное исследование изменений положений горячих пятен и соответствующих изменений кривых блеска в моменты переключений полюсов. Обнаруженные значительные отличия в характере изменения кривых блеска, в зависимости от того, с какого полюса на какой идет переключение, позволяют надеяться на получение информации о реальной конфигурации поля при интерпретации данных с учетом построенных синтетических кривых блеска.

Статья организована следующим образом. Во втором разделе дано описание используемой нами численной модели. В третьем разделе представлены результаты численных расчетов. В Заключении кратко обсуждены основные выводы работы.

2. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

В нашей предыдущей работе [14], посвященной исследованию поляра CD Ind, подробно описана используемая трехмерная численная модель. С ее помощью мы получали последовательность стационарных решений, которые не учитывали собственное вращение звезды-аккретора и изменение положения магнитного диполя на всем времени расчета. Используемый подход допустим для изучения структуры течения, если при этом не ставится задача детального исследования быстропротекающих изменений в этой структуре.

Данная работа посвящена изучению структуры течения в процессах переключения аккреции между магнитными полюсами белого карлика. Из результатов расчетов со стационарной моделью [14] известно, что длительность процессов переключения составляет менее $0.1P_{\rm beat}$, поэтому для их рассмотрения необходимо использовать нестационарную модель. В разработанной нестационарной модели учитывается собственное вращение аккретора, а значит и магнитного диполя относительно донора, поэтому она может быть использована для изучения быстрых изменений в структуре течения. Рассмотрим основные отличия применяемой в данной работе нестационарной модели от ее стационарного варианта.

Прежде всего, уточним определение величины магнитной индукции для поля со смещенным диполем и положение этого диполя в используемой системе координат. Величина индукции в произвольной точке двойной системы может быть описана следующим выражением:

$$\mathbf{B}_* = \frac{\mu}{R^3}\left[3(\mathbf{d}\cdot\mathbf{n})\mathbf{n} - \mathbf{d}\right], \tag{2}$$

где $\mu = B_{\rm a}R_{\rm a}^3/2$ – магнитный момент аккретора, $B_{\rm a} = 11$ МГс – характерное значение индукции магнитного поля на поверхности белого карлика в CD Ind, взятое из наблюдений, $R_{\rm a} = 0.014\ R_\odot$ – радиус аккретора, $R = |\mathbf{R}|$ – расстояние от центра магнитного диполя до точки наблюдения поля, $\mathbf{n} = \mathbf{R}/R$ – единичный вектор нормали к сфере радиуса R, центр которой совпадает с центром диполя, восстановленный в точке наблюдения поля. Единичный вектор **d** определяет ось симметрии диполя. Компоненты вектора **d** в декартовой системе координат могут быть записаны в виде:

$$\begin{aligned} d_x &= \sin\theta\cos\phi, \\ d_y &= \sin\theta\sin\phi, \\ d_z &= \cos\theta, \end{aligned} \tag{3}$$

где углы θ, ϕ определяют ориентацию магнитной оси в пространстве. Также положение этой оси задано ее смещением ниже орбитальной плоскости поляра на половину радиуса аккретора. Угол θ отсчитывается от северного географического полюса аккретора, а ϕ – от положительного направления оси x против часовой стрелки. Поскольку мы рассматриваем систему с асинхронным вращением аккретора, азимутальный угол ϕ будет зависеть от времени. Ориентация магнитного диполя, соответствующая нулевой фазе периода биений, задана следующими значениями углов: $\theta_0 = 70°$, $\phi_0 = 90°$ [13]. При переходе от одного орбитального периода к другому угол ϕ увеличивается по следующему закону:

$$\phi = \phi_0 + \Omega_{\rm beat}t, \tag{4}$$

где $\Omega_{\rm beat} = 2\pi/P_{\rm beat}$, $t = P_{\rm orb}N$, N – количество орбитальных периодов от нулевой фазы периода биений. Угол θ при этом остается неизменным и равным θ_0.

Заметим, что магнитное поле $\mathbf{B}_*$, задаваемое формулой (2), является потенциальным, $\nabla\times\mathbf{B}_* = 0$. Так как в данной работе структура течения моделируется для каждого орбитального периода с учетом собственного вращения аккретора, то магнитное поле $\mathbf{B}_*$ в каждом варианте расчета будет нестационарным, $\partial\mathbf{B}_*/\partial t \neq 0$. Величину полного магнитного поля $\mathbf{B}$ можно представить в виде суперпозиции поля аккретора $\mathbf{B}_*$ и поля $\mathbf{b}$, индуцированного электрическими токами в аккреционной струе и оболочке двойной системы: $\mathbf{B} = \mathbf{B}_* + \mathbf{b}$. Соответствующее изменение этих компонентов поля во времени описывают следующие уравнения [15, 16]:

$$\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t} = \frac{\partial\mathbf{b}}{\partial t} + \frac{\partial\mathbf{B}_*}{\partial t}, \tag{5}$$

$$\frac{\partial\mathbf{B}_*}{\partial t} = \nabla\times(\mathbf{v}_*\times\mathbf{B}_*). \tag{6}$$

Здесь $\mathbf{v}_* = \Omega_{\text{beat}}\times(\mathbf{r}-\mathbf{r}_{\text{a}})$ — скорость магнитных силовых линий из-за асинхронного вращения аккретора, вектор $\Omega_{\text{beat}} = (0, 0, \Omega_{\text{beat}})$, $\mathbf{r}$ — радиус-вектор произвольной точки системы, $\mathbf{r}_{\text{a}}$ — радиус-вектор центра аккретора.

Отметим, что наличие скорости магнитных линий $\mathbf{v}_*$ в нестационарной модели приводит к необходимости соответствующих изменений в МГД уравнениях, которые теперь имеют следующий вид:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \nabla\cdot(\rho\mathbf{v}) = 0, \tag{7}$$

$$\begin{gathered}\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}\cdot\nabla)\mathbf{v} = -\frac{\nabla P}{\rho} - \frac{\mathbf{b}\times(\nabla\times\mathbf{b})}{4\pi\rho} - \\ - \nabla\Phi + 2(\mathbf{v}\times\Omega) - \frac{(\mathbf{v}-\mathbf{v}_*)_\perp}{t_w},\end{gathered} \tag{8}$$

$$\frac{\partial\mathbf{b}}{\partial t} = \nabla\times[\mathbf{v}\times\mathbf{b} + (\mathbf{v}-\mathbf{v}_*)\times\mathbf{B}_* - \eta_w(\nabla\times\mathbf{b})], \tag{9}$$

$$\begin{gathered}\rho\left[\frac{\partial\varepsilon}{\partial t} + (\mathbf{v}\cdot\nabla)\varepsilon\right] = -P(\nabla\cdot\mathbf{v}) + \\ + n^2(\Gamma-\Lambda) + \frac{\rho(\mathbf{v}-\mathbf{v}_*)_\perp^2}{t_w},\end{gathered} \tag{10}$$

где ρ — плотность, $\mathbf{v}$ — скорость, P — давление, Φ — потенциал Роша, Ω — вектор угловой скорости орбитального вращения двойной системы, ε — удельная внутренняя энергия газа, n — концентрация, η_w — коэффициент магнитной вязкости, t_w — время релаксации для поперечного компонента скорости, значок $\perp$ определяет перпендикулярный к магнитной силовой линии компонент вектора [15, 16], Γ и Λ — функции радиационного нагрева и охлаждения [14]. Слагаемое $2(\mathbf{v}\times\Omega)$ в уравнении движения (8) описывает силу Кориолиса. Последнее слагаемое в уравнении энергии (10) описывает нагрев за счет диссипации токов в используемом нами приближении волновой МГД турбулентности. Плотность, внутренняя энергия и давление связаны между собой уравнением состояния идеального газа с показателем адиабаты 5/3. Данная модель, основанная на приближении модифицированной магнитной гидродинамики [15–17], успешно использовалась нами ранее для исследования структуры течения в магнитных катаклизмических переменных различного типа [15–29].

В качестве исходных данных в нашей модели использованы следующие параметры двойной системы. Звезда-донор (красный карлик) имеет массу $M_{\text{d}} = 0.21\ M_\odot$ и эффективную температуру $T_{\text{d}} = 3200$ K. Звезда-аккретор (белый карлик) имеет массу $M_{\text{a}} = 0.7\ M_\odot$, эффективную температуру $T_{\text{a}} = 12000$ K и радиус $R_{\text{a}} = 0.014\ R_\odot$. Период обращения двойной системы $P_{\text{orb}} = 1.846$ ч, а большая полуось орбиты $A = 0.735R_\odot$.

Начальные и граничные условия, а также параметры расчетной области модели по сравнению со стационарной версией не изменялись и принимались следующими. В оболочке звезды-донора нормальный компонент скорости по отношению к поверхности v_{n} задавался равным локальной скорости звука c_{s}, соответствующей эффективной температуре донора $T_{\text{d}} = 3200$ K. Аккретор был определен сферой радиусом $0.014A$, на границе которой заданы условия свободного втекания. На внешних границах вычислительной области заданы постоянные граничные условия: плотность $\rho_{\text{b}} = 10^{-8}\rho(L_1)$, где $\rho(L_1) = 1.9245\times 10^{-7}$ г/см^3 — плотность вещества в точке Лагранжа L_1, температура $T_{\text{b}} = T_*$, где $T_* = 8278$ K — равновесное значение температуры, соответствующее эффективной температуре белого карлика T_{a}, магнитное поле $\mathbf{b}_{\text{b}} = 0$. Для скорости $\mathbf{v}_{\text{b}}$ были заданы условия свободного истечения: когда скорость направлена наружу, использовались симметричные граничные условия $\partial\mathbf{v}_{\text{b}}/\partial\mathbf{n} = 0$, а когда скорость направлена внутрь, использовались условия $\mathbf{v}_{\text{b}} = 0$. Начальные условия в вычислительной области: плотность $\rho_0 = 10^{-8}\rho(L_1)$, температура $T_0 = T_*$, скорость $\mathbf{v}_0 = 0$ и магнитное поле $\mathbf{b}_0 = 0$.

Задача решалась в расчетной области $-2.0 \le x/A \le 1.0$, $-1.5 \le y/A \le 1.5$ и $-0.75 \le z/A \le 0.75$ с числом ячеек $256\times256\times128$ и неравномерным шагом сетки, экспоненциально уменьшающимся к центру аккретора. Такая расчетная область полностью включает в себя полости Роша аккретора и донора.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

3.1. Структура течения

По результатам предыдущего исследования [14] известно, что переключение течения между магнитными полюсами происходит дважды за период биений: на фазах 0.0–0.1 течение переключается с южного магнитного полюса на северный, а на фазах 0.5–0.6 с северного на южный. Для анализа структуры течения в процессах переключения мы выполнили численные расчеты с использованием нестационарной модели в этих фазовых промежутках, что при принятых значениях орбитального периода и периода биений для CD Ind соответствует расчетам, покрывающим примерно 10 орбитальных периодов системы каждый.

На рис. 1 представлены результаты расчетов для переключения течения с южного магнитного полюса на северный. На рисунке приведены изоповерхности логарифма плотности ρ в окружающей аккретор области для пяти значений: -1.0, -2.5, -3.0, -4.0 и -5.0 (за единицу принято значение плотности во внутренней точке Лагранжа $\rho(L_1)$). Выбор указанных значений плотности обусловлен стремлением показать полную картину процесса массообмена между компонентами поляра. При переносе вещества от донора к аккретору помимо струи формируется общая оболочка системы и происходит скопление материи в области магнитного экватора аккретора. На представленном рисунке область, соответствующая донору, показана только в окрестности точки Лагранжа L_1. Решение представлено в системе координат земного наблюдателя на орбитальной фазе 0.75, так как вид с этой орбитальной фазы наилучшим образом позволяет фиксировать изменения в структуре течения. Синяя линия на рисунке обозначает ось вращения аккретора, зеленая – вектор магнитного поля, черными линиями показаны силовые линии магнитного поля. Внизу каждой панели указано время от начала расчета в орбитальных периодах. Начало отсчета времени совпадает с нулевой фазой периода биений.

Структура течения в начальные моменты времени $t = 0$ и $t = 1P_{\rm orb}$ соответствует режиму аккреции только на один южный полюс. Струя вещества из L_1 начинает движение в орбитальной плоскости системы по баллистической траектории, однако, достигнув магнитосферы аккретора, продолжает движение уже вдоль магнитных силовых линий. Интересно отметить, что струя характеризуется заметным утолщением в месте ее подхода к магнитосфере белого карлика. В момент времени $t = 2P_{\rm orb}$ струя начинает перераспределяться между двумя полюсами. При этом течение на северный магнитный полюс имеет на порядок меньшую плотность, чем на южный. По мере развития процесса переключения происходит увеличение потока на северный полюс, что на панелях рис. 1, соответствующих моментам времени $t = 3P_{\rm orb}$ и $t = 4P_{\rm orb}$, выглядит как формирование арки плотного вещества во внутренней области магнитосферы аккретора. Этот процесс завершается в момент времени $t = 5P_{\rm orb}$. На временно́м отрезке $t = (5–7)P_{\rm orb}$ происходит дальнейшее увеличение плотности потока на северный полюс и его расширение. Рост плотности вызывает увеличение динамического давления вещества и его накопление в окрестности магнитных полюсов. Следствием этого процесса является уменьшение внутреннего радиуса арки.

На рис. 2 представлено решение для моментов времени $t = (8–9)P_{\rm orb}$. Данный интервал характеризуется быстрыми изменениями в структуре течения, поэтому для него представлены результаты расчетов с более мелким шагом. На этом интервале времени происходит собственно переход струи от южного магнитного полюса на северный, что визуально выглядит как размыкание и исчезновение арки. Отрыв течения от южного полюса происходит за время, равное примерно $0.5P_{\rm orb}$. При этом стоит отметить, что плотность вещества в этой части струи изменяется незначительно, тогда как ее сечение стремительно уменьшается. На нижней правой панели рис. 2 показано состояние системы на момент времени $t = 9P_{\rm orb}$, который завершает собой процесс переключения. Отметим, что при полном переключении струи на северный магнитный полюс наблюдается ее остаточное уширение в начале магнитной части траектории (в области взаимодействия с магнитосферой). Плотность этого потока заметно выше, чем было в начале переключения. Это связано с уменьшением расстояния от северного магнитного полюса до точки Лагранжа L_1. Также можно отметить, что внутренний радиус арки, начиная со стадии накопления вещества и до момента ее полного разрушения, оставался неизменным.

На рис. 3 и 4 представлены изоповерхности логарифма плотности ρ для тех же значений, что и на рис. 1 и 2, но для процесса переключения течения с северного на южный магнитный полюс. В данном переключении картина течения аналогична предыдущему процессу и отличается от него только временной шкалой. Так, аккреция на южный полюс начинается позже (примерно на $1P_{\rm orb}$) и фактически происходит в момент времени $t = 3P_{\rm orb}$. Сам процесс переключения (уменьшение аккреции на северный магнитный полюс и размыкание арки) также протекает в интервале времени $t = (8–9)P_{\rm orb}$ и длится почти вдвое дольше по сравнению с предыдущим процессом переключения – около $1P_{\rm orb}$.

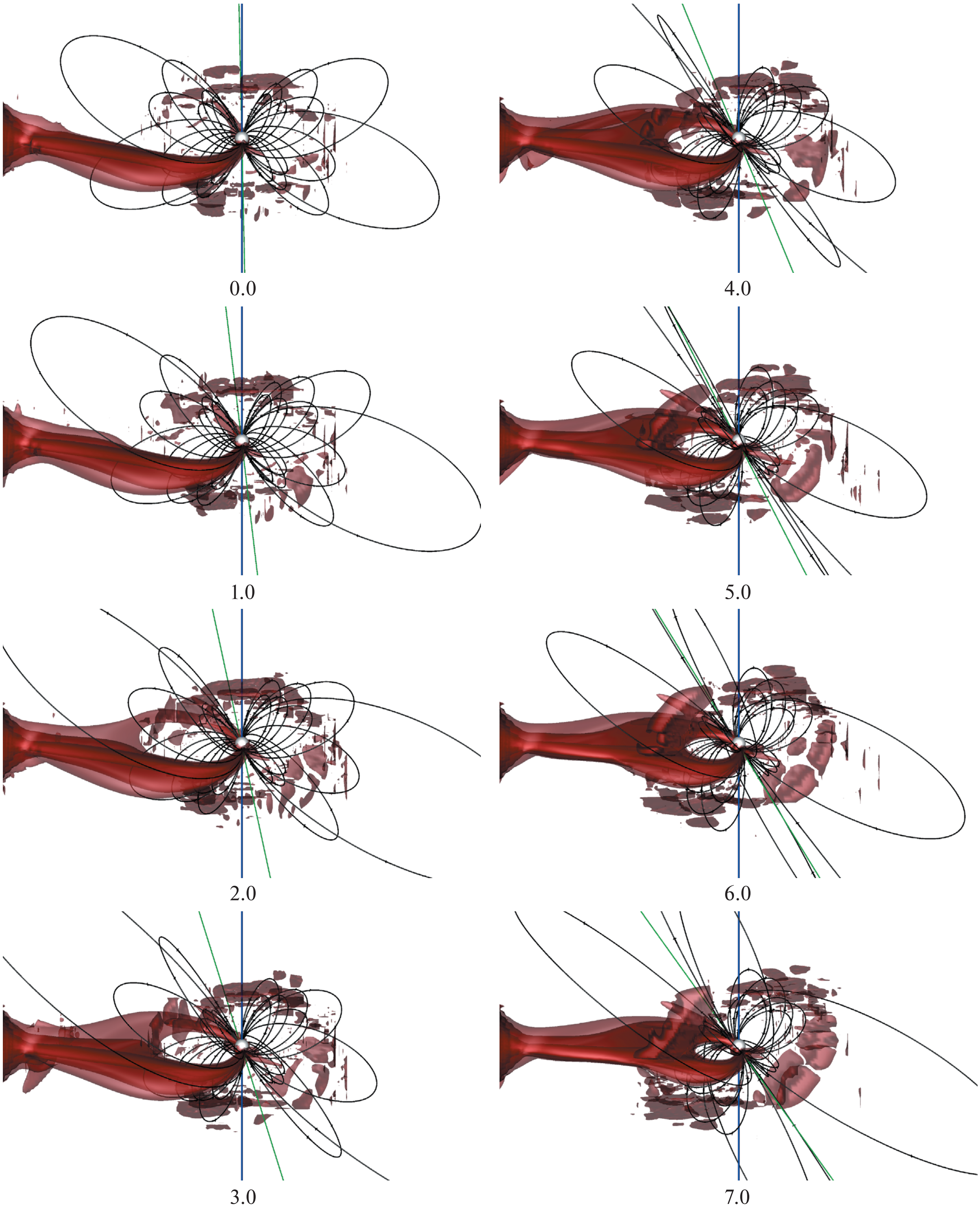


Рис. 1. Изоповерхности логарифма плотности ρ в окружающей аккретор области при переключении течения с южного магнитного полюса на северный. Решение показано на орбитальной фазе 0.75. Внизу каждой панели указан момент времени в орбитальных периодах от начала расчета, совпадающего с нулевой фазой периода биений.

На рис. 1–4 также заметно формирование пояса вещества в плоскости магнитного экватора. Оно может быть связано с действием эффекта магнитной ловушки. Механизм образования этого пояса аналогичен процессу формирования радиационных поясов у планет с дипольной конфи-

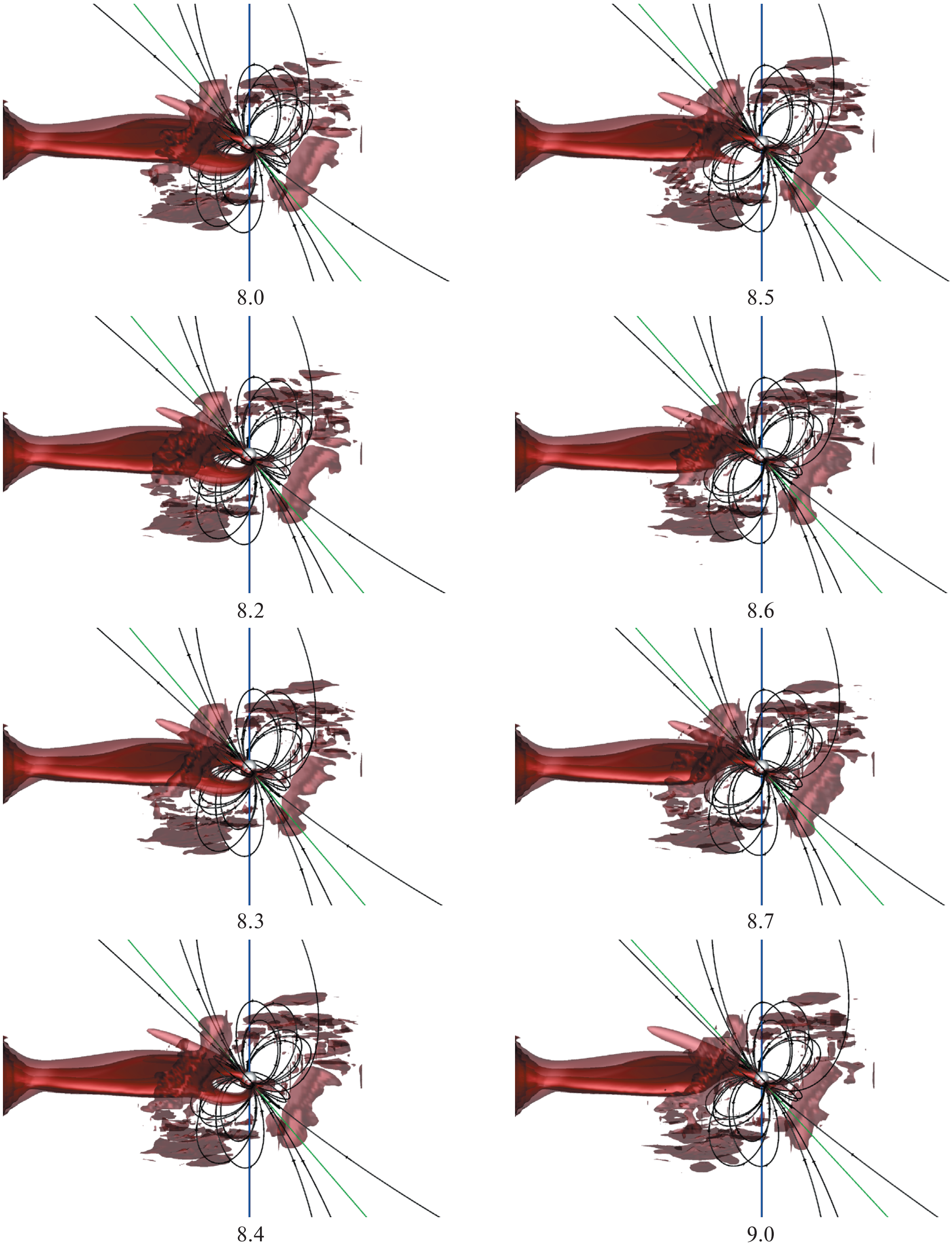


Рис. 2. То же, что и рис. 1, но для моментов времени $t = (8{-}9)P_{\rm orb}$.

гурацией поля. Частицы плазмы струи, обладающие энергией выше некоторого критического уровня, при своем движении вдоль магнитных силовых линий достигают полюса и тем самым создают аккреционный поток. Частицы с меньшей энергией совершают затухающие колебания вдоль линий поля между магнитными полюсами, останавливаясь в плоскости магнитного эквато-

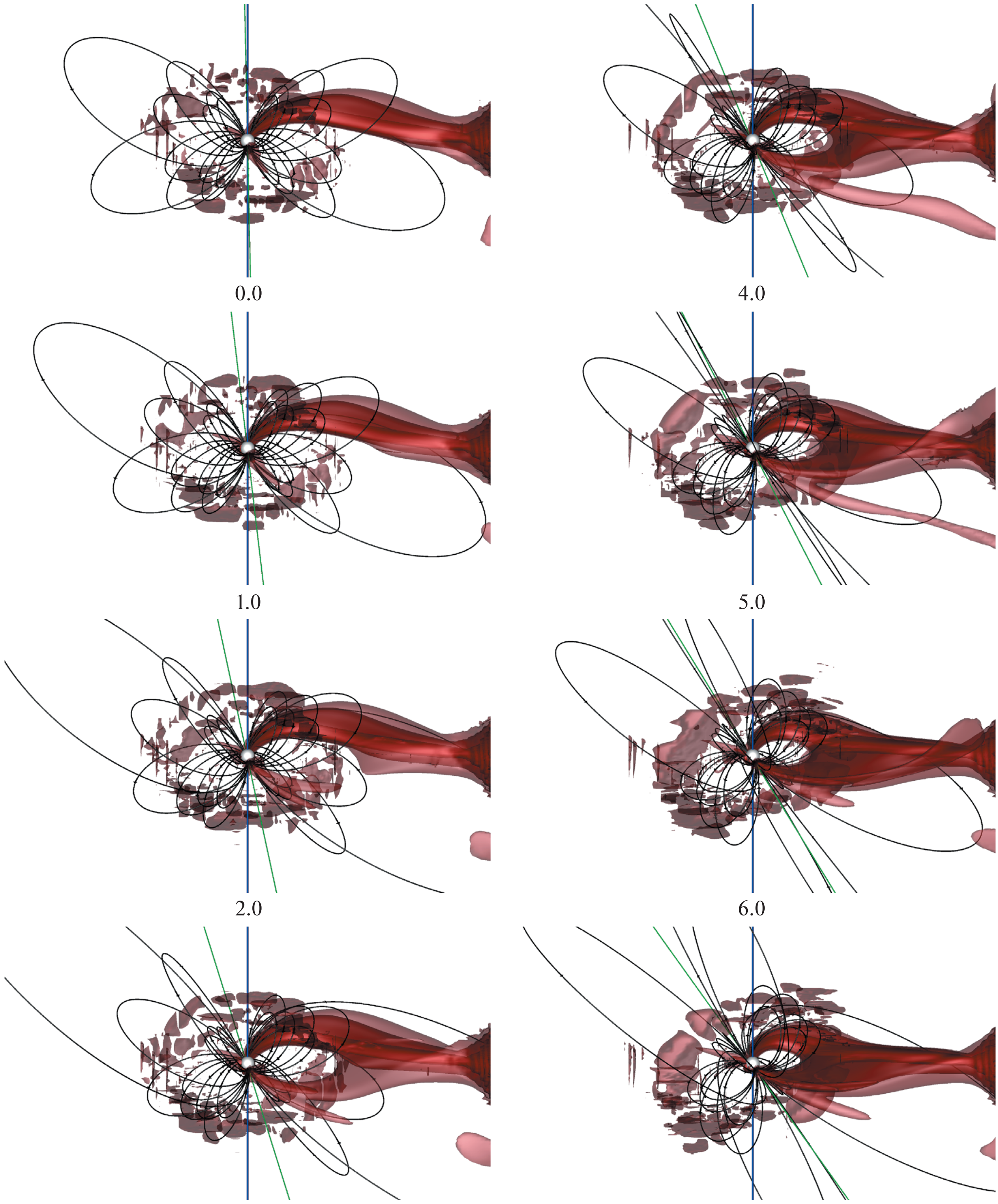


Рис. 3. Изоповерхности логарифма плотности ρ в окружающей аккретор области при переключении течения с северного магнитного полюса на южный. Решение показано на орбитальной фазе 0.25. Внизу каждой панели указан момент времени в орбитальных периодах от начала расчета, совпадающего с фазой 0.5 периода биений.

ра. Они и формируют наблюдаемый пояс. За счет медленного дрейфа по долготе экватора скапливающееся вещество распределяется по всей его окружности.

3.2. Горячие пятна на поверхности аккретора

Аккреция вещества на магнитные полюса должна приводить к увеличению температуры в

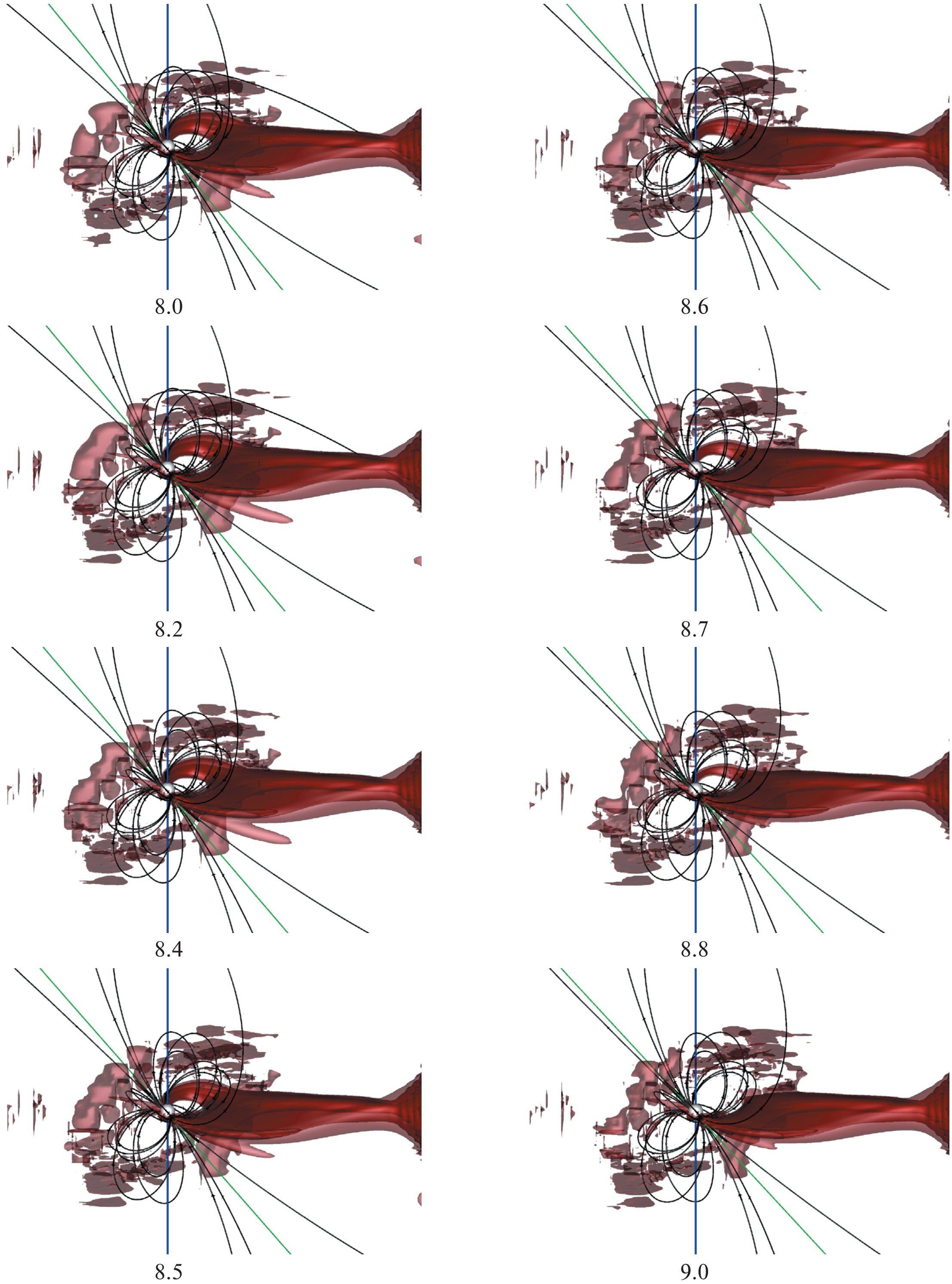


Рис. 4. То же, что и рис. 3, но для моментов времени $t = (8{-}9)P_{\rm orb}$.

этих зонах и формированию так называемых горячих пятен. Для целей определения положений зон энерговыделения, их размера, а также исследования дрейфа в процессах переключения магнитных полюсов, мы для всех имеющихся расчетов построили карты распределения температуры по поверхности аккретора.

Для расчета температуры использовалась методика из работы [30], которую мы уже успешно применяли ранее при анализе структуры течения в асинхронном поляре BY Cam [18], в затменном поляре V808 Aur [29], а также в исследуемой системе CD Ind в рамках стационарной модели [14]. В модели предполагается, что температура поверхности белого карлика состоит из двух частей: эффективной температуры в спокойном состоянии и температурной добавки, пропорциональной энергии аккрецирующего вещества. В спокойном состоянии излучение аккретора предполагается чернотельным и его эффективный поток определяется по закону Стефана–Больцмана. При наличии аккреции вещества к эффективному потоку добавляется излучение, в которое частично переходит кинетическая и тепловая энергия падающего вещества. Плотность потока энергии аккрецирующего вещества в точке $\mathbf{R}_a$ поверхности аккретора определяется выражением:

$$q(\mathbf{R}_a) = -\rho\mathbf{v}\cdot\mathbf{n}_a\left(\varepsilon + \frac{\mathbf{v}^2}{2} + \frac{P}{\rho}\right), \qquad (11)$$

где, как и ранее, ρ – плотность, $\mathbf{v}$ – скорость, ε – удельная внутренняя энергия, P – давление, $\mathbf{n}_a$ – вектор нормали к поверхности белого карлика. Знак "минус" учитывает отрицательную величину нормального компонента скорости падающего вещества $\mathbf{v}\cdot\mathbf{n}_a < 0$. При этом величина плотности потока энергии $q(\mathbf{R}_a)$ оказывается положительной. Таким образом, локальная температура $T(\mathbf{R}_a)$ в данной точке поверхности должна удовлетворять следующему соотношению:

$$T(\mathbf{R}_a) = \left[T_a^4 + \frac{Kq(\mathbf{R}_a)}{\sigma_{SB}}\right]^{1/4}, \qquad (12)$$

где σ_{SB} – постоянная Стефана–Больцмана, K – коэффициент переработки энергии падающего вещества в излучение. Согласно теореме вириала, его значение мы приняли равным 0.5.

На рис. 5–8 представлены рассчитанные распределения температуры по поверхности аккретора в те же моменты времени, что и на рис. 1–4. Для наглядности на поверхность аккретора нанесена сетка с шагом по долготе и широте 5°. Левое полушарие каждой панели соответствует полусфере белого карлика, содержащей северный магнитный полюс. При этом магнитный полюс находится точно на срединном меридиане полушария. На правом полушарии представлена противоположная полусфера белого карлика, содержащая южный магнитный полюс. Положения северного и южного магнитных полюсов отмечены синим и красным шариками соответственно. На всех рисунках использовалась одна шкала температуры в логарифмическом масштабе, где белому цвету соответствует эффективная температура аккретора T_a в спокойном состоянии, а черному цвету – максимальная расчетная температура $T_{a,\max} = 1.2\times10^6$ K.

Для целей интерпретации наблюдений значительный интерес представляет соответствие положения зон энерговыделения общей структуре и геометрии течения. Анализ представленных на рис. 5, 6 распределений температуры и показанных на рис. 1, 2 распределений плотности позволяет сделать выводы как об изменении размеров горячих пятен, так и об их дрейфе в процессе переключения аккреции с южного магнитного полюса на северный. Действительно, в моменты времени $t = (0–3)P_{\rm orb}$, когда аккреция идет преимущественно на южный полюс, на северном полюсе наблюдается лишь слабо выраженная область аккреции вещества из общей оболочки системы. Горячее пятно расположено чуть левее южного полюса и довольно плотно примыкает к нему. Однако даже здесь видно, что с течением времени площадь горячего пятна уменьшается примерно вдвое уже на третьем орбитальном периоде, а положение смещается левее магнитного полюса. На временно́м интервале $t = (4–7)P_{\rm orb}$ формируется арка вещества во внутренней области магнитосферы белого карлика. В это же время видны постепенное образование северной зоны аккреции и одновременное отклонение обеих зон энерговыделения от полюсов, что в результате приводит к их взаимному сближению по мере уменьшения внутреннего радиуса арки. При этом отклонение северного пятна от полюса составляет около 25°, а южного – около 15°. В момент времени $t = 8P_{\rm orb}$ (рис. 6) начинается фаза быстрого переключения, когда струя отрывается от южного магнитного полюса и полностью замыкается на северном полюсе. Из представленной температурной карты видно, что при этом северное пятно сохраняет свою площадь и положение относительно полюса. Южное пятно заметно уменьшается и в момент времени $t = 8.5P_{\rm orb}$ фактически исчезает. Его температура теперь определяется аккрецией вещества из общей оболочки системы.

Формирование зон энерговыделения при переключении течения с северного полюса на южный (рис. 7, 8) происходит практически по тому же сценарию, что и для предыдущего переключения. На интервале времени $t = (0–5)P_{\rm orb}$ площадь северного пятна, как и его положение относительно полюса, почти не меняется. В южном полушарии в этот момент наблюдается слабая область аккреции вещества из общей оболочки системы, симметричная относительно полюса. В момент времени $t = 6P_{\rm orb}$ видно начало образования южной зоны энерговыделения, при этом северная зона начинает смещаться влево от полюса. Следующий орбитальный период характеризуется завершением формирования арки ак-

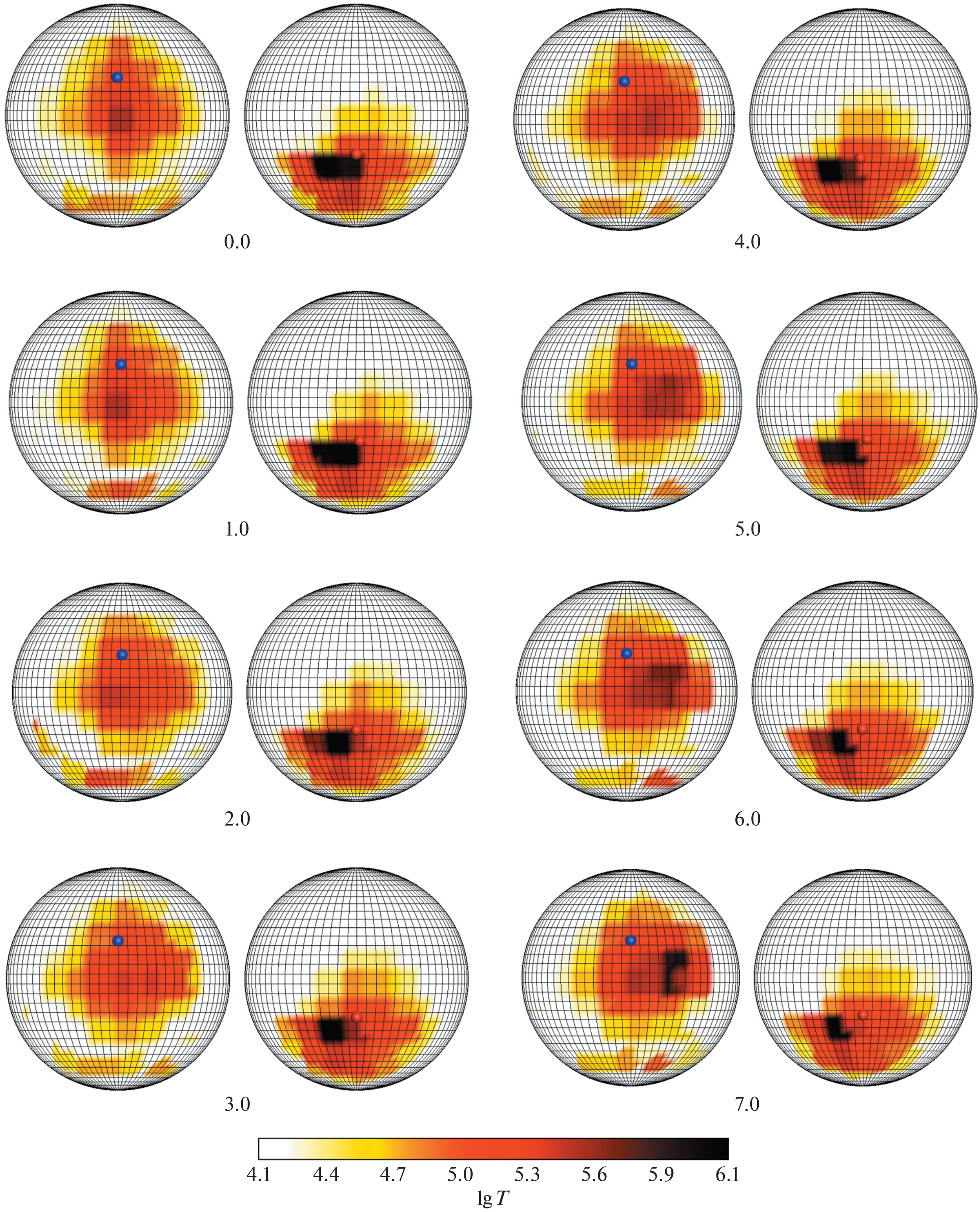


Рис. 5. Распределение температуры по поверхности белого карлика для различных моментов времени в процессе переключения аккреции с южного магнитного полюса на северный. Левое полушарие каждой панели соответствует области, включающей северный магнитный полюс, правое полушарие – южный магнитный полюс. Внизу каждой панели указан момент времени в орбитальных периодах от начала расчета, совпадающего с нулевой фазой периода биений.

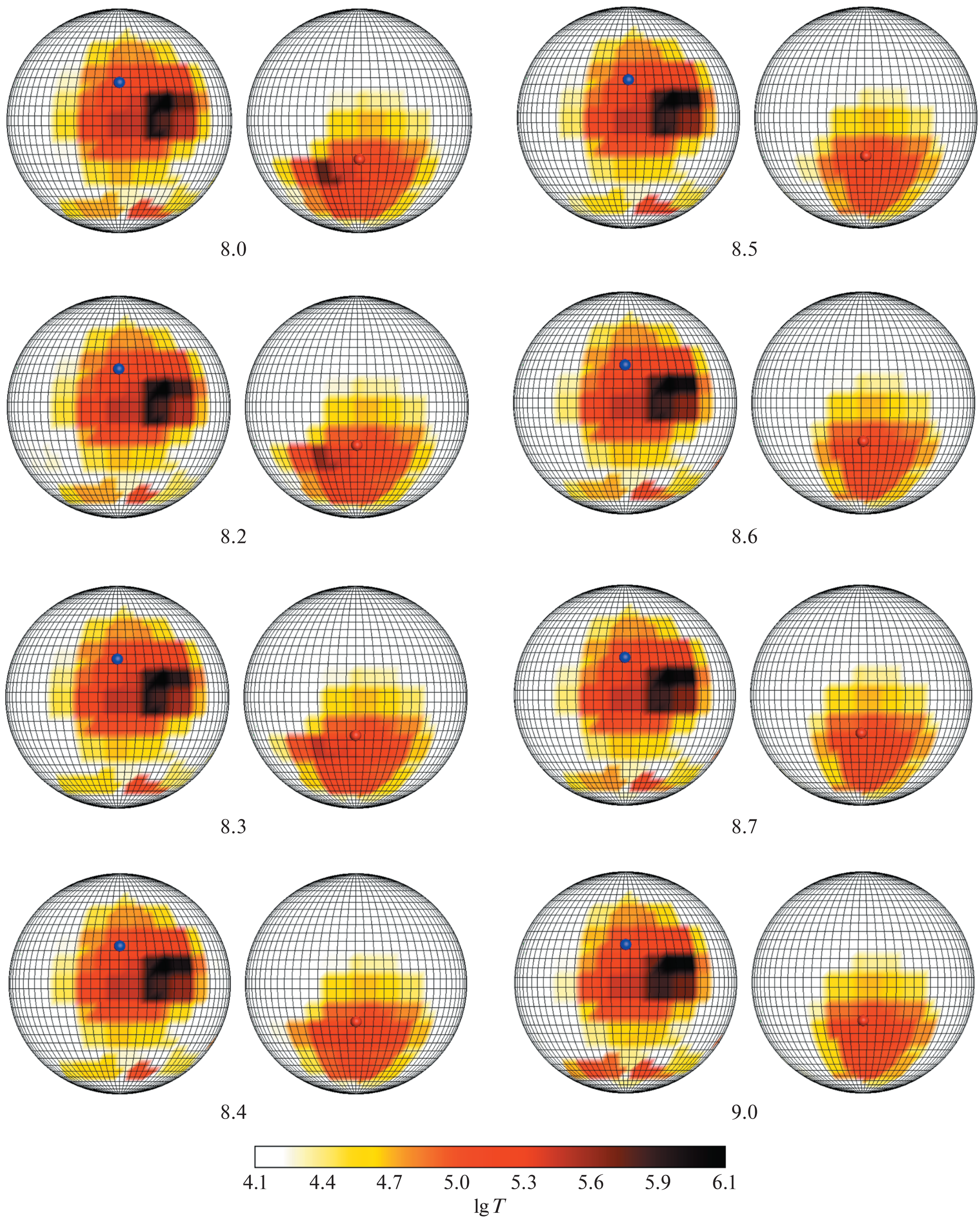


Рис. 6. То же, что и на рис. 5, но для моментов времени $t = (8{-}9)P_{\rm orb}$.

крецирующего вещества во внутренней области магнитосферы белого карлика. На этом этапе горячие пятна, как и в предыдущем случае, сближаются, угол их отклонения от полюсов составляет 25° для северного и 15° – для южного пятна. Полный отрыв струи от северного магнитного полюса

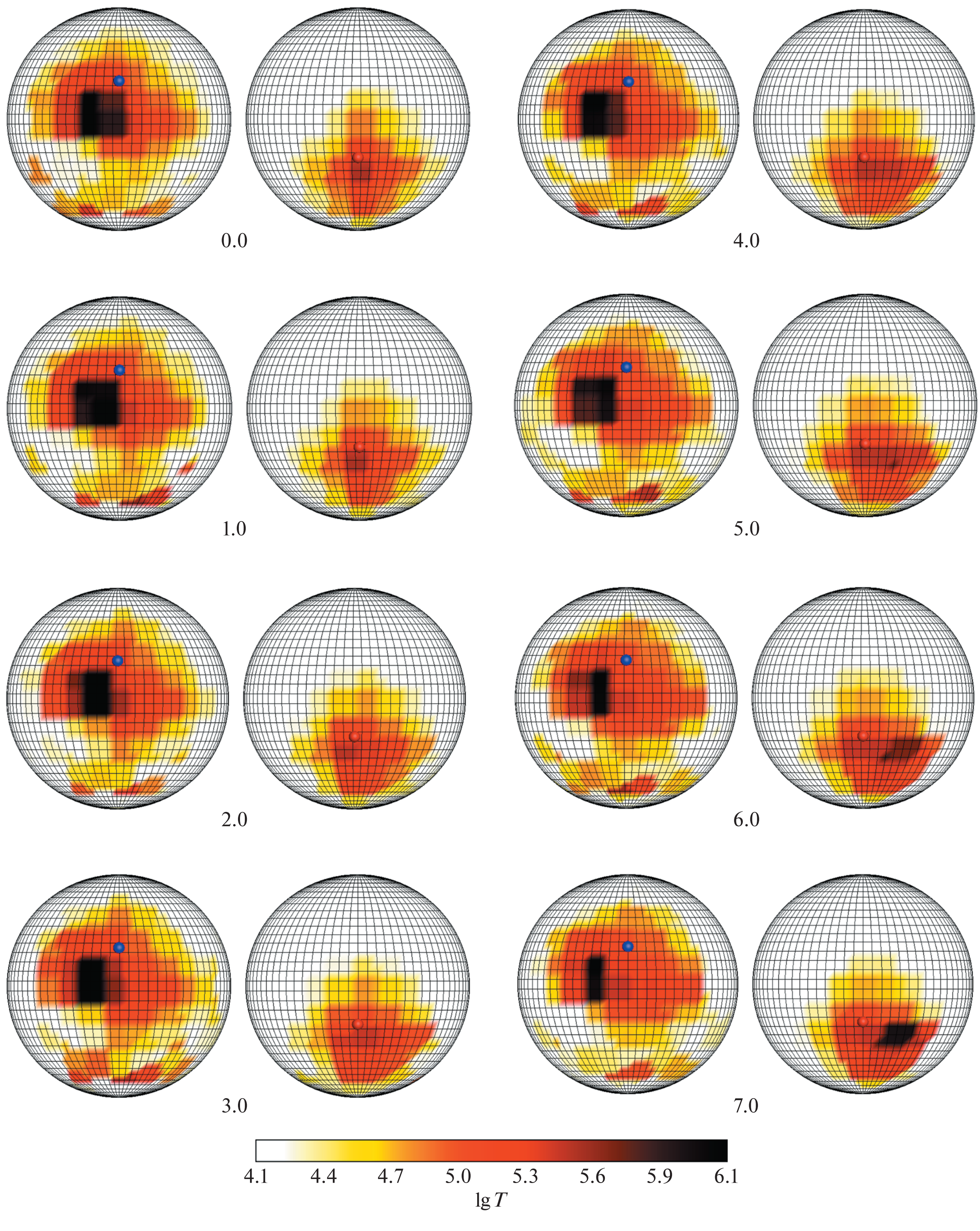


Рис. 7. Распределение температуры по поверхности белого карлика для различных моментов времени в процессе переключения аккреции с северного магнитного полюса на южный. Левое полушарие каждой панели соответствует области, включающей северный магнитный полюс, правое полушарие – южный магнитный полюс. Внизу каждой панели указан момент времени в орбитальных периодах от начала расчета, совпадающего с фазой 0.5 периода биений.

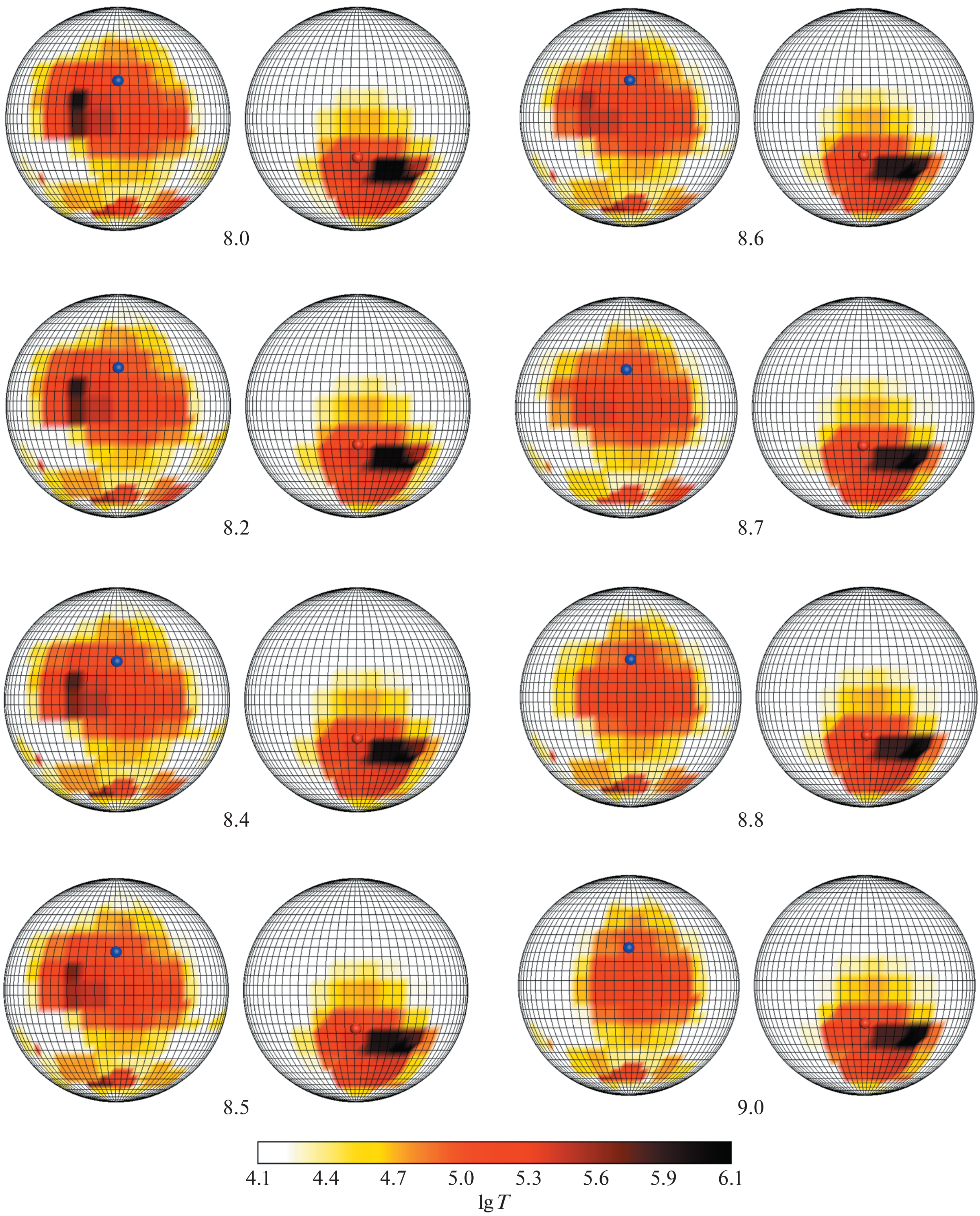


Рис. 8. То же, что и на рис. 6, но для моментов времени $t = (8{-}9)P_{\rm orb}$.

происходит в момент времени $t = 8.8P_{\rm orb}$, что на 0.3 орбитальных периода позже, чем при первом переключении. После замыкания аккреционного потока на южный полюс площадь зоны энерговыделения вокруг него остается постоянной, а северная область аккреции становится симметричной относительно полюса.

Из представленных распределений температуры легко получить информацию о движении пятен в процессах переключения. С учетом собственного вращения аккретора угол поворота магнитного диполя за время одного переключения составляет около 35°, что соответствует такому же смещению магнитных полюсов относительно начальной фазы переключения. Кроме того, обнаруживается дрейф пятен, вызванный собственно процессом переключения. В начальный момент времени $t = 0$ горячие пятна расположены симметрично по отношению к своим полюсам, а непосредственно в момент переключения полюсов ($t = 8P_{\rm orb}$) они максимально отклонены от этого положения. При этом северное горячее пятно совершает движение от полюса на угол 25°, а южное — на 15°.

3.3. Вариации темпа аккреции

Изменения светимости рассматриваемой двойной системы в процессах переключения вызваны вариациями темпа аккреции. Полный темп аккреции может быть рассчитан по следующей формуле:

$$\dot{M} = -\oint_S \rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}_{\rm a} dS, \qquad (13)$$

где интегрирование проводится по всей поверхности S аккретора. Чтобы проанализировать отличия в темпах аккреции на разные полюса, мы, наряду с определением полного темпа аккреции, провели расчеты и для каждого из полушарий по отдельности, представленных на рис. 5–8. На рис. 9 приведены полученные изменения темпа аккреции во времени. Синей линией показано изменение темпа аккреции для северного магнитного полюса, красной — для южного, а полный темп по всей поверхности белого карлика изображен черной линией.

Отметим, что в используемой модели темп массообмена является константой, что для поляра подразумевает и постоянный темп аккреции. Тем не менее в расчетах видны достаточно значимые вариации полного темпа аккреции. Фактически это означает, что в системе существует резервуар, где на короткое время может накапливаться вещество с последующим его выпадением на белый карлик. В принципе, сама струя может играть роль такого резервуара, так как при рассмотрении структуры течения мы видели формирование арки и утолщений в струе в области взаимодействия с магнитосферой. Кроме того, в системе наблюдается формирование оболочки (о чем свидетельствует аккреция на не основной в данный момент полюс), которая также может накапливать и сбрасывать вещество.

Важно отметить, что вариации темпов аккреции имеют различные свойства для разных процессов переключения. В течение девяти орбитальных периодов переключения с южного полюса на северный (рис. 9, верхняя панель) значение полного темпа аккреции остается в пределах $(4.5–5.0) \times 10^{-9}\ M_{\odot}$/год. Однако после полного замыкания потока вещества на северный полюс в момент времени $t = 9P_{\rm orb}$ происходит резкое, в 1.5 раза, увеличение темпа аккреции. Как следует из анализа результатов расчетов, возрастание темпа аккреции связано с увеличением плотности вещества, при этом нормальный компонент скорости изменяется незначительно. Рост плотности, в свою очередь, вызван сбросом накопленного в арке вещества на северный полюс после отрыва течения от южного магнитного полюса.

При обратном переключении полюсов с северного на южный (рис. 9, нижняя панель) наблюдается другая картина изменения темпа аккреции. В моменты времени $t = 1P_{\rm orb}$, $t = 3P_{\rm orb}$ и $t = 5P_{\rm orb}$ виден локальный рост темпа аккреции. Возможно, это связано с другим характером формирования арки вещества и многоступенчатым процессом его накопления. В отличие от предыдущего переключения, сброс накопленного вещества, во-первых, происходит на все еще активное северное пятно и, во-вторых, на начальных стадиях образования арки, в момент времени $t = 5P_{\rm orb}$, а не после замыкания течения на южное пятно. Отрыв струи от северного полюса также сопровождается заметными колебаниями темпа аккреции на интервале времени $t = (8–9)P_{\rm orb}$. Размыкание течения происходит частями, с небольшим локальным увеличением темпа аккреции на северный полюс. По завершении переключения величина темпа аккреции на южный полюс плавно возвращается к значению $(5.5 - 6.0) \times 10^{-9} M_{\odot}$/год.

3.4. Синтетические кривые блеска

Очевидно, что для целей сравнения с наблюдениями необходимо преобразовать полученные из МГД расчета изменения темпов аккреции в кривые блеска двойной системы. Отметим, что в представленной модели положение магнитной оси диполя непрерывно меняется как от одного орбитального периода к другому, так и внутри каждого периода в соответствии с собственным вращением аккретора. Однако при выполнении численного расчета результаты сохранялись только в точках шкалы времени, совпадающих с началом и концом каждого орбитального периода, поскольку основной целью вычислений являлась фиксация момента переключения полюсов, который соответствует 9-му орбитальному периоду. На остальных периодах исследовался общий тренд поведения кривой блеска и темпа аккреции. В течение 9-го периода результаты расчета

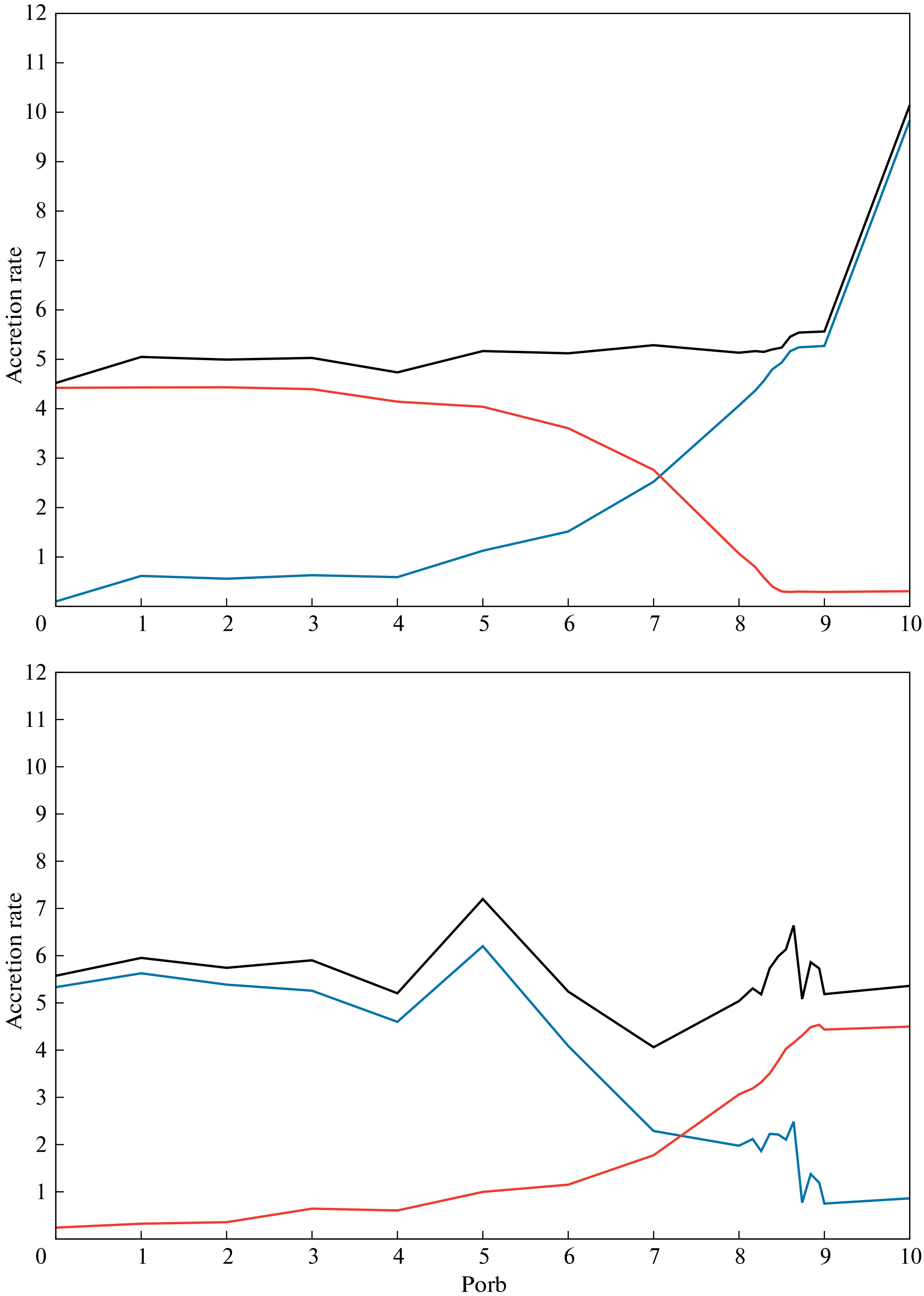


Рис. 9. Изменение темпа аккреции при переключении течения с южного магнитного полюса на северный (верхняя панель) и с северного на южный (нижняя панель). По оси x отложены моменты времени в орбитальных периодах, по оси y – значение темпа аккреции в единицах 10^{-9} $M_\odot$/год. Начало отсчета времени соответствует 0.0 (верхняя панель) и 0.5 (нижняя панель) фазам периода биений. Синяя линия соответствует северному горячему пятну, красная – южному. Черной линией показан полный темп аккреции.

выводились уже с более подробным шагом вывода, что позволило детально изучить процесс переключения.

При синтезе кривых блеска болометрический поток излучения $F_{\rm bol}$ для каждого компонента двойной системы рассчитывался по формуле:

$$F_{\rm bol} = \int [\sigma_{\rm SB}T^4 + Kq(\mathbf{R}_{\rm a})]\cos\beta dS, \qquad (14)$$

где T — эффективная температура звезды, для донора $T = T_{\rm d}$, для аккретора $T = T_{\rm a}$, β — угол между нормалью к поверхности звезды и направлением на наблюдателя. Полный поток от двойной системы вычисляется как сумма потоков от донора и аккретора.

В используемой модели мы не учитываем светимость струи, а также эффекты, связанные с нагревом вещества струи в аккреционной колонке. Проведенные нами оценки показали, что полная светимость струи меньше светимости донора, который, в свою очередь, вносит вклад в общую светимость системы на 3 порядка меньше по сравнению с горячими пятнами и на форму кривой блеска заметного влияния не оказывает. Подчеркнем, что в нашей модели учитываются неадиабатические процессы радиационного нагрева и охлаждения, поэтому дополнительного свечения в областях сжатия струи не возникает.

При расчете кривых блеска учитывалось затмение всем веществом, находящимся в расчетной области. Оптически толстым, влияющим на форму кривой блеска, оказывается только вещество струи.

Рассчитанные болометрические кривые блеска с учетом поглощения излучения в расчетной области приведены на рис. 10 и 11. На графиках по оси x отложено время в орбитальных периодах от начала расчета, по оси y — абсолютное значение потока излучения от поляра в единицах 10^{33} эрг/с. Красными линиями показана светимость системы без учета северного горячего пятна, т.е. фактически светимость южного горячего пятна с дополнительным вкладом донора, синими линиями — светимость северного горячего пятна с учетом вклада донора, зелеными линиями обозначена полная светимость системы. Пунктирной линией показана светимость системы без учета поглощения излучения в расчетной области. Следует учитывать, что вид кривой блеска на 9-м орбитальном периоде, который характеризуется быстрыми изменениями структуры течения, будет зависеть от выбранного начала отсчета по временнóй шкале. На рис. 10 за начало отсчета принята фаза 0.0 периода биений, а на рис. 11 — фаза 0.5 периода биений.

При переключении с южного полюса на северный (рис. 10) на протяжении первых четырех периодов наблюдается примерно постоянная светимость и системы, и обоих пятен. Начиная с 4-го периода и вплоть до момента переключения $t = 8.5P_{\rm orb}$ наблюдается плавный спад светимости южного горячего пятна. Поток излучения от северного пятна на этом же интервале времени показывает заметный рост. На начальном этапе его величина соответствует аккреции вещества из общей оболочки системы, а к середине 8-го орбитального периода светимость северного пятна становится равной южному. Подобное поведение светимости пятен является отражением процесса формирования арки вещества в магнитосфере аккретора и замыканием течения на второе пятно. В момент переключения струи (в точке $t = 8.5P_{\rm orb}$) происходит резкое повышение яркости северного пятна, которое совпадает с фазой сброса накопленного в арке вещества на данное пятно. Величина потока излучения на этом этапе увеличивается в 14 раз по сравнению с начальной светимостью в точке $t = 0$, достигая значения 2.7×10^{33} эрг/с. Южное пятно при этом демонстрирует ускоренный спад яркости, связанный с разрывом течения, и к началу 10-го орбитального периода его состояние соответствует аккреции вещества из общей оболочки системы. Характерное значение потока излучения от северного и южного пятен для этого состояния составляет около 0.2×10^{33} эрг/с.

При обратном переключении течения с северного магнитного полюса на южный (рис. 11) наблюдается аналогичная картина изменения светимости пятен. Поток излучения от северного пятна, начиная с момента времени $t = 4P_{\rm orb}$, плавно спадает, однако во второй половине как 3-го, так и 5-го орбитального периодов заметно небольшое локальное увеличение светимости северного пятна относительно общего тренда кривой блеска, связанное со сбросом накопленного в арке вещества на данную зону энерговыделения. На графике темпа аккреции (рис. 9, нижняя панель) эти пики представлены более наглядно. Поскольку светимость пятен в значительной степени зависит от величины нормального компонента скорости аккрецирующего вещества (слагаемое $\mathbf{v}^2/2$ в формуле (11)) и в меньшей степени определяется его плотностью (потоком массы), кривые блеска выглядят более сглаженными по сравнению с графиком темпа аккреции. Кроме того, плавность кривых блеска определяется изменением величины угла β в (14), под которым в конкретный момент времени горячее пятно видно земному наблюдателю. В данном случае сброс накопленного вещества происходит в несколько этапов с незначительным увеличением плотности потока, при этом его скорость не претерпевает заметных колебаний, что в результате не приводит к резкому росту яркости северного пятна. По мере

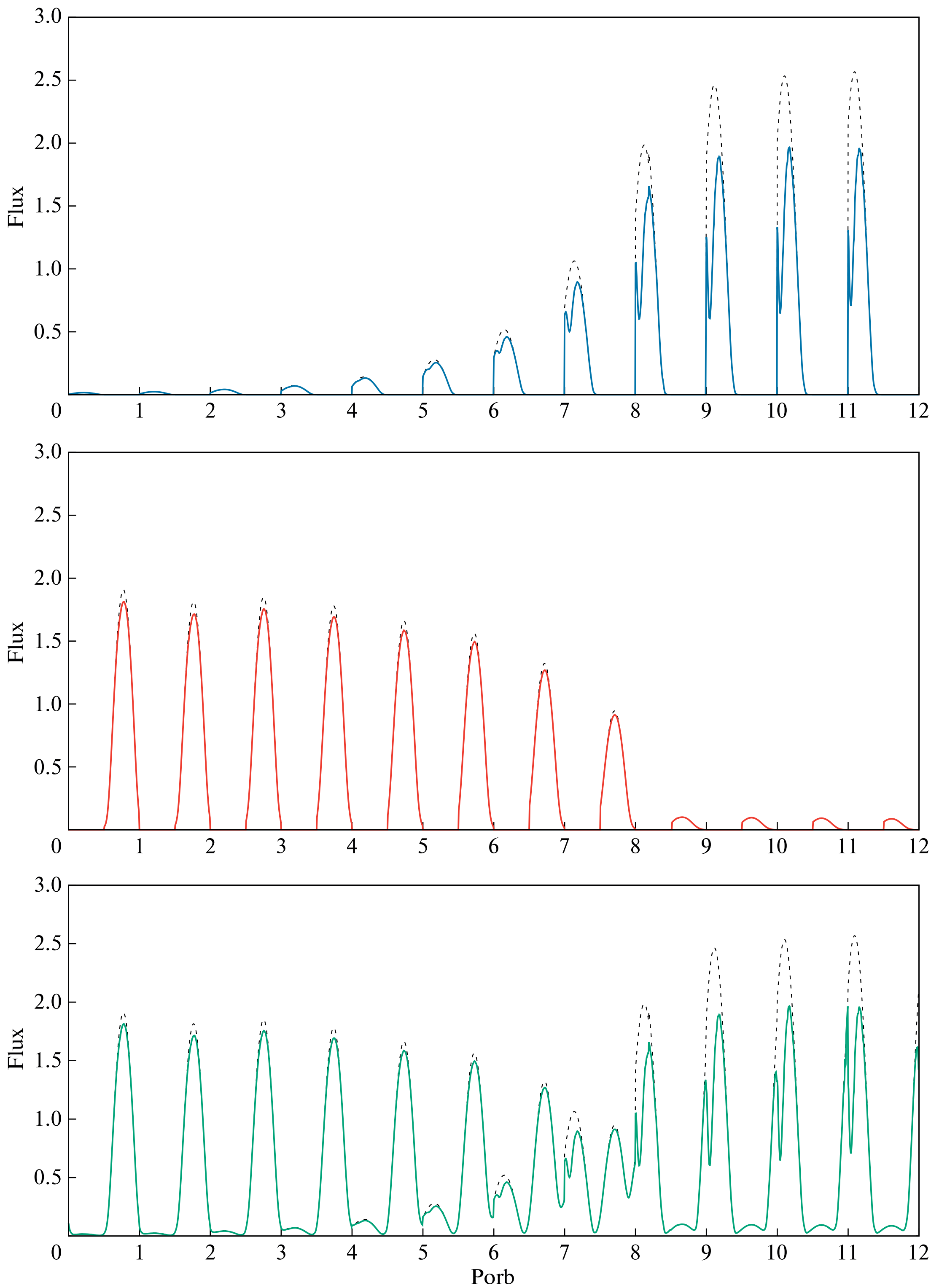


Рис. 10. Синтетические болометрические кривые блеска для переключения с южного магнитного полюса на северный с учетом поглощения в расчетной области. Красной линией показана светимость южного пятна, синей – северного пятна, зеленой – полная светимость поляра, пунктирной – без учета поглощения в расчетной области. По оси x отложены моменты времени в орбитальных периодах, по оси y – абсолютное значение потока в единицах 10^{33} эрг/с. Начало отсчета времени соответствует фазе 0.0 периода биений.

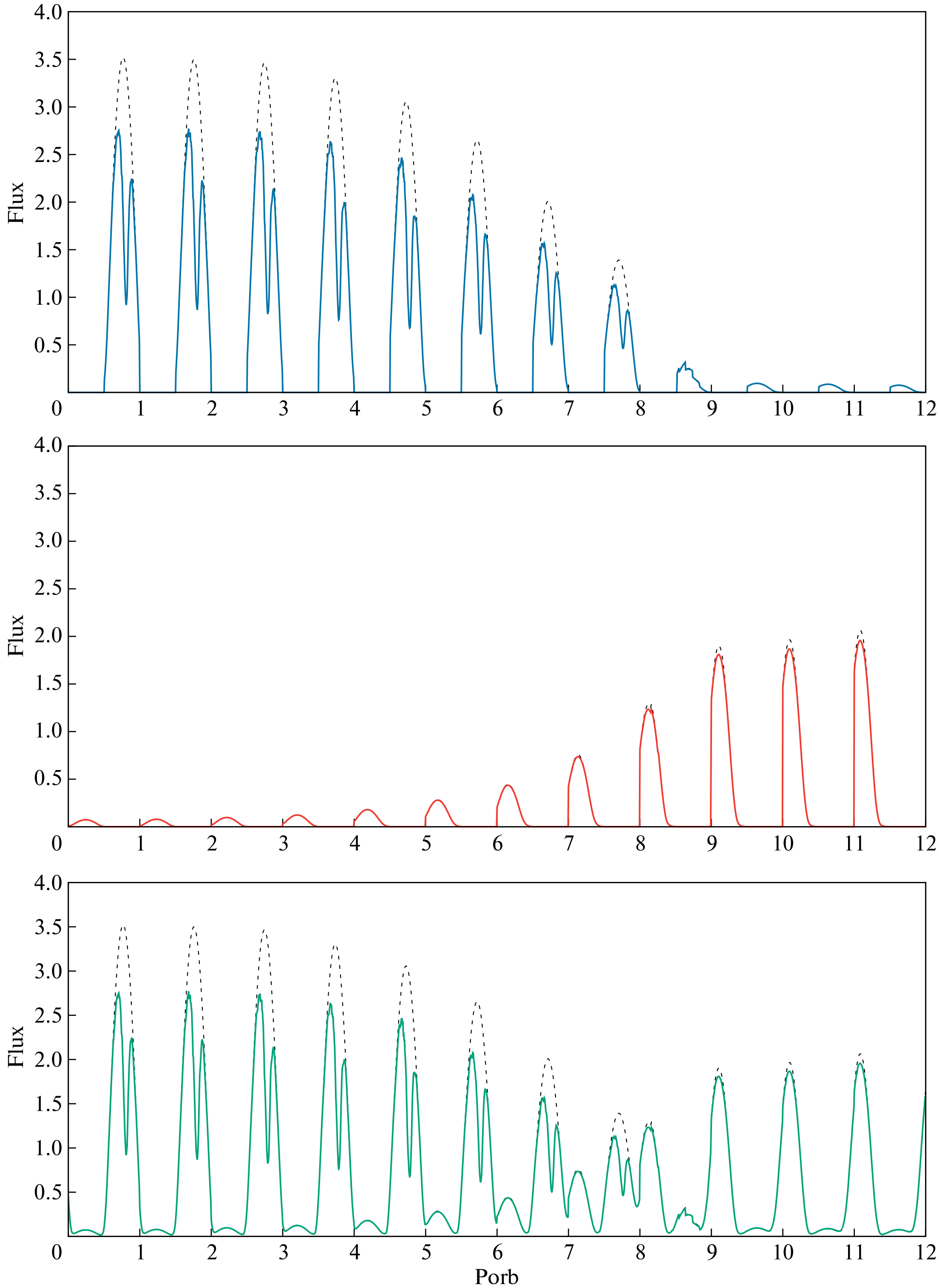


Рис. 11. То же, что и рис. 10, но для переключения с северного магнитного полюса на южный. Начало отсчета времени соответствует фазе 0.5 периода биений.

удаления северного полюса от внутренней точки Лагранжа светимость соответствующего пятна продолжает падать и к началу 10-го орбитального периода достигает значения, характерного для состояния аккреции вещества из общей оболочки поляра. Светимость южного пятна плавно нарастает вплоть до момента переключения, где происходит небольшой скачок.

Несмотря на качественную схожесть наблюдаемых изменений в структуре течения и в соответствующих кривых блеска при переключении с одного полюса на другой, следует отметить и значительные количественные отличия. В первую очередь, это касается светимости в режиме однополюсной аккреции (первые 4 периода из каждого расчета и момент времени после завершения переключения): полная светимость системы с аккрецией на южный полюс составляет примерно 2×10^{33} эрг/с, для аккреции на северный полюс – около 3×10^{33} эрг/с. Это прямое отражение факта смещения диполя в системе. Еще более значимые отличия наблюдаются в моменты переключения. При переключении с южного полюса на северный (рис. 10) светимость северного пятна в начале 9-го периода резко возрастает до величины 2.7×10^{33} эрг/с, а яркость южного пятна во второй половине этого периода падает до 0.2×10^{33} эрг/с. При обратном переключении (рис. 11) светимость южного пятна на том же временном интервале возрастает до 2×10^{33} эрг/с, а северного в конце этого периода снижается до 0.3×10^{33} эрг/с. Как видно из приведенных величин, отношение светимостей пятен в первом случае равно 14, а во втором – 6, причем оно соответствует резкому изменению потоков излучения вследствие перезамыкания течения с одного полюса на другой. Для сравнения, в состоянии однополюсной аккреции максимумы потоков излучения от пятен отличаются примерно в 2–2.5 раза и это соотношение сохраняется в интервале времени между переключениями. С точки зрения земного наблюдателя момент переключения, особенно с южного полюса на северный, когда светимость системы увеличивается в 14 раз, будет выглядеть как внезапная вспышка в течение одного орбитального периода измерений.

На основе анализа приведенных соотношений нами выдвинуто предположение о том, что их можно использовать для оценки величины смещения магнитного диполя относительно центра аккретора вдоль оси его вращения. Очевидно, что в случае несмещенного диполя в силу равноудаленности магнитных полюсов от экватора первичного компонента и одинакового прохождения около внутренней точки Лагранжа моменты переключения течения между полюсами будут характеризоваться равными изменениями потоков излучения от горячих пятен. Кривые блеска окажутся симметричными относительно момента переключения. Смещение диполя вдоль оси вращения белого карлика ниже орбитальной плоскости поляра должно приводить к различию параметров магнитных полюсов, что отразится и на поведении кривой блеска в момент переключения. Таким образом, задавая определенную величину смещения диполя и синтезируя соответствующие ей кривые блеска, можно построить зависимость отношения потоков излучения от горячих пятен в моменты переключения от параметра смещения. Это позволит решить и обратную задачу: если по наблюдательным кривым блеска оценить отношение потоков в указанный момент времени, то на основе полученной модельной функции можно предсказать величину смещения диполя и тем самым описать вероятную конфигурацию магнитного поля аккретора.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе исследована структура течения в асинхронном поляре CD Ind в моменты переключения аккреции с одного магнитного полюса белого карлика на другой. При этом предполагалось, что собственное магнитное поле первичного компонента является дипольным, но его центр смещен относительно центра звезды на половину ее радиуса. Такое предположение было выдвинуто в работе [13] на основе интерпретации наблюдательных данных, полученных космической обсерваторией TESS (Transiting Exoplanet Survey Satellite [31]). Для выявления динамики течения мы использовали нестационарную модель, которая учитывает собственное вращение аккретора.

Численное моделирование выявило качественные изменения структуры течения в процессах переключения аккреции. В частности, наблюдались увеличение сечения струи в начале магнитной части траектории и формирование арки плотного вещества во внутренней области магнитосферы белого карлика, обращенной к донору. Образование арки происходит примерно в течение 5 орбитальных периодов. Далее ее внутренний радиус начинает уменьшаться, что соответствует сближению горячих пятен на поверхности аккретора. На 9-м орбитальном периоде происходит быстрый процесс размыкания струи с предыдущим магнитным полюсом и формирование новой однополюсной аккреции. Отметим, что процессы собственно переключения имеют различную длительность: отрыв струи от южного полюса происходит за половину орбитального цикла системы, а от более сильного северного – примерно за период.

Построенные по результатам численного моделирования карты температуры поверхности первичного компонента показывают заметный дрейф горячих пятен в процессах переключения полюсов. Смещение зон энерговыделения происходит в основном по долготе в среднем на 15°–25°, при этом наблюдается их взаимное сближение при формировании арки вещества в магнитосфере белого карлика.

Из анализа рассчитанных темпов аккреции следует, что в моменты переключения в системе происходят процессы накопления вещества в магнитосфере белого карлика. Расчеты показали, что сброс накопленной материи происходит преимущественно на более сильный северный магнитный полюс. При этом при переключении с южного полюса на северный это приводит к резкому росту светимости северного горячего пятна. Обратное переключение характеризуется многоступенчатым накоплением вещества, а его основная часть также выпадает на северное пятно перед фазой собственно переключения, однако в этом случае резких изменений светимости горячих пятен не наблюдается.

Синтетические болометрические кривые блеска показали, что в системе со смещенным диполем существенно (примерно в 2 раза) отличаются светимости в периоды однополюсной аккреции. В моменты же переключения аккреции быстрые колебания светимости могут отличаться в 3.5 раза в зависимости от направления процесса. Это дает нам основания предположить, что из сравнения наблюдательных и синтетических кривых блеска, на основе выявленной зависимости, возможно разработать метод оценки величины смещения диполя по разнице светимостей северного и южного горячих пятен в моменты переключения аккреции.

ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа была поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (проект 19-52-60001).

БЛАГОДАРНОСТИ

Работа была выполнена с использованием оборудования центра коллективного пользования “Комплекс моделирования и обработки данных исследовательских установок мега-класса” НИЦ “Курчатовский институт”[1]. Работа была выполнена с использованием вычислительного кластера Межведомственного суперкомпьютерного центра РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *S. Vennes, D. T. Wickramasinghe, J. R. Thorstensen, D. J. Christian, and M. J. Bessell*, Astron. J. **112**, 2254 (1996).
2. *A. Schwope, D. H. Buckley, D. O’Donoghue, G. Hasinger, J. Trümper, and W. Voges*, Astron. and Astrophys. **326**, 195 (1997).
3. *G. Ramsay, D. H. Buckley, M. Cropper, and M. K. Harrop-Allin*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **303**, 96 (1999).
4. *G. Ramsay, D. H. Buckley, M. Cropper, M. K. Harrop-Allin, and S. Potter*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **316**, 225 (2000).
5. *G. Myers, J. Patterson, E. de Miguel, F.-J. Hambsch, et al.*, Publ. Astron. Soc. Pacific **129**, 4204 (2017).
6. *A. R. King*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **261**, 144 (1993).
7. *G. A. Wynn and A. R. King*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **275**, 9 (1995).
8. *G. A. Wynn, A. R. King, and K. Horne*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **286**, 436 (1997).
9. *A. R. King and G. A. Wynn*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **310**, 203 (1999).
10. *A. J. Norton, J. A. Wynn, and R. V. Somerscales*, Astrophys. J. **614**, 349 (2004).
11. *N. R. Ikhsanov, V. V. Neustroev, and N. G. Beskrovnaya*, Astron. and Astrophys. **421**, 1131 (2004).
12. *A. J. Norton, O. W. Butters, T. L. Parker, and G. A. Wynn*, Astrophys. J. **672**, 524 (2008).
13. *P. Hakala, G. Ramsay, S. B. Potter, A. Beardmore, D. H. Buckley, and G. Wynn*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **486**, 2549 (2019).
14. *A. V. Sobolev, A. G. Zhilkin, D. V. Bisikalo, and D. A. H. Buckley*, Astron. Rep. **64**, 467 (2020).
15. *А. Г. Жилкин, Д. В. Бисикало, А. А. Боярчук*, Успехи физ. наук **182**, 121 (2012).
16. *Д. В. Бисикало, А. Г. Жилкин, А. А. Боярчук*, *Газодинамика тесных двойных звезд* (М.: Физматлит, 2013).
17. *А. Г. Жилкин, Д. В. Бисикало*, Астрон. журн. 87(12), 1155 (2010).
18. *А. Г. Жилкин, Д. В. Бисикало, П. А. Масон*, Астрон. журн. **89**(4), 291 (2012).
19. *А. Г. Жилкин, Д. В. Бисикало*, Астрон. журн. **86**(5), 475 (2009).
20. *A. G. Zhilkin and D. V. Bisikalo*, Adv. Space Research. **45**, 437 (2010).
21. *А. Г. Жилкин, Д. В. Бисикало*, Астрон. журн. **87**(9), 913 (2010).
22. *Д. В. Бисикало, А. Г. Жилкин, П. В. Кайгородов, В. А. Устюгов, М. М. Монтгомери*, Астрон. журн. **90**(5), 366 (2013).
23. *В. А. Устюгов, А. Г. Жилкин, Д. В. Бисикало*, Астрон. журн. **90**(11), 885 (2013).
24. *А. М. Фатеева, А. Г. Жилкин, Д. В. Бисикало*, Астрон. журн. **92**(12), 977 (2015).
25. *П. Б. Исакова, А. Г. Жилкин, Д. В. Бисикало*, Астрон. журн. **92**(9), 720 (2015).
26. *П. Б. Исакова, Н. Р. Ихсанов, А. Г. Жилкин, Д. В. Бисикало, Н. Г. Бескровная*, Астрон. журн. **93**(5), 474 (2016).
27. *П. Б. Исакова, А. Г. Жилкин, Д. В. Бисикало, А. Н. Семена, М. Г. Ревнивцев*, Астрон. журн. **94**(7), 566 (2017).
28. *Е. П. Курбатов, А. Г. Жилкин, Д. В. Бисикало*, Астрон. журн. **96**(1), 27 (2019).
29. *А. Г. Жилкин, А. В. Соболев, Д. В. Бисикало, М. М. Габдеев*, Астрон. журн. **96**(9), 748 (2019).
30. *M. M. Romanova, G. V. Ustyugova, A. V. Koldoba, J. V. Wick, and R. V. E. Lovelace*, Astrophys. J. **610**, 920 (2004).
31. *G. R. Ricker, J. N. Winn, R. Vanderspek, D. W. Latham, et al.*, J. Astron. Tel. Instr. and Systems **1**, id. 014003 (2015).

[1] http://ckp.nrcki.ru/

АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2021, том 98, № 5, с. 407–422

УДК 521.1

R-ТОРОИД КАК ТРЕХМЕРНОЕ ОБОБЩЕНИЕ КОЛЬЦА ГАУССА И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ В АСТРОНОМИИ

© 2021 г. Б. П. Кондратьев[1, 2, 3, *], В.С. Корноухов[1, 2]

[1] Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Физический факультет, Москва, Россия

[2] Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Государственный астрономический институт им. П.К. Штернберга, Москва, Россия

[3] Главная (Пулковская) Астрономическая обсерватория РАН, Санкт-Петербург, Россия

*E-mail: work@boris-kondratyev.ru

Поступила в редакцию 26.11.2020 г.
После доработки 22.12.2020 г.
Принята к публикации 30.12.2020 г.

Построена новая аналитическая модель (R-тороид) для изучения вековых возмущений в небесной механике, представляющая 3D обобщение прецессирующего кольца Гаусса. Наш подход основан на тройном усреднении движения материальной точки и сводится к цепочке преобразований: 1D кольцо Гаусса–2D R-кольцо–3D R-тороид. Изучаются форма, структура и гравитационный потенциал R-тороида. Для исследования движения тел в гравитационном поле модели, в двух формах (в интегральной и в виде степенного ряда) получено выражение взаимной энергии R-тороида и внешнего кольца Гаусса. С помощью взаимной энергии выводятся две системы уравнений вековой эволюции оскулирующих орбит (колец Гаусса): в гравитационном поле R-тороида и в поле центральной прецессирующей звезды. Найдены периоды нодальной T_Ω и апсидальной T_ω прецессии орбит. Рассмотрены примеры трех горячих юпитеров с известным периодом нодальной прецессии. Для экзопланеты Kepler-413b R-тороид описывает эволюцию любой орбиты с $a \geq 5.48$ а.е., а для экзопланеты PTFO 8-8695b критическое значение большой полуоси оказалось равным всего $a_{\min} \approx 0.2$ а.е. Рассчитан профиль частот прецессии пробной орбиты в поле звезды и планеты PTFO 8-8695b. Минимальное значение периода нодальной прецессии оказалось равным $T_\Omega \approx (26.1 \pm 3.0) \times 10^3$ лет.

DOI: 10.31857/S0004629921050042

1. ВВЕДЕНИЕ

В небесной механике для изучения вековых эффектов активно применяются методы усреднения по “быстрым” переменным. В арсенал этих методов входит кольцо Гаусса, идею которого предложил К.Ф. Гаусс в 1818 г. Метод колец Гаусса был создан для изучения вековых возмущений первого порядка. Среди других аналитических методов этот выделяется наглядностью и основан на том предположении, что возмущающее действие тела с массой M_1 на другое тело массой M_2 эквивалентно влиянию силового поля материального гравитирующего кольца (кольца Гаусса), полученного при специальном распределении первой массы по эллиптической орбите.

Напомним, что кольцо Гаусса получается при “размазывании” точечной массы M по кеплеровскому эллипсу орбиты с плотностью, обратной скорости движения на данном участке траектории. После усреднения получается неоднородный эллипс с законом плотности

$$\mu(v) = \frac{M\sqrt{1-e^2}}{2\pi a}(1 + e^2 + 2e\cos v)^{-1/2}. \qquad (1)$$

Здесь v – угол истинной аномалии, a и e – большая полуось и эксцентриситет орбиты соответственно. Элемент массы на угловом интервале dv кольца равен

$$dM = \frac{M}{2\pi}\frac{(1-e^2)^{3/2}}{(1+e\cos v)^2}dv. \qquad (2)$$

Потенциал кольца Гаусса в конечном аналитическом виде недавно был найден методами, развитыми в [1] и [2], см. также [3]. Возможности метода колец Гаусса были расширены в работе [4] и особенно в аналитическом подходе, основанном на вычислении энергии взаимодействия двух колец Гаусса [1, 5, 6].

Однако для решения многих задач в астрономии одного усреднения оказывается недостаточно, и тогда следует изыскивать дополнительные возможности для усреднения по быстрым переменным. Так, при отличии потенциала центрального тела от закона $\varphi = \frac{\mu}{r}$ линия апсид возмущенной орбиты будет совершать дополнительное вращение (апсидальная прецессия эллипса). Тогда, как показано в [7], возможно второе усреднение, которое приводит к "размазыванию" массы кольца Гаусса за счет равномерного движения его линии апсид. В итоге получается плоское неоднородное 2D кольцо, названное в [8] R-кольцом. Структура и гравитационный потенциал R-кольца изучались в работах [1, 7, 8].

Кольцо Гаусса и его двумерное обобщение (R-кольцо) вошли в арсенал современных методов динамической астрономии. Но на практике встречаются задачи, когда в инерциальной системе отсчета плоскость R-кольца прецессирует вокруг некоторого направления; тогда появляется возможность дополнительного азимутального усреднения изучаемой орбиты спутника. В результате этого дополнительного азимутального усреднения получается $3D$ фигура тороидального типа (R-тороид), изучению которой и посвящена данная статья.

В разделе 2 даны необходимые сведения о двумерном R-кольце. В разделе 3 методом тройного усреднения получена фигура R-тороида, изучаются его форма и внутренняя структура. Гравитационный потенциал новой модели исследуется в разделах 4 и 5. В разделе 6 найдена взаимная энергия R-тороида и кольца Гаусса. В разделе 7.1 тремя способами вычисляется отношение периодов нодальной и апсидальной прецессий орбиты. В разделе 7.2 результаты теории используются для оценки параметров R-тороидов для Юпитера и Сатурна. В разделе 7.3 рассматривается возможность применения теории для изучения вековых эффектов в движении экзопланет. В разделе 7.4 развит метод вычисления суммарного влияния несферичности прецессирующей центральной звезды и возмущений от R-тороида на прецессию внешних орбит.

2. R-КОЛЬЦО КАК ДВУМЕРНОЕ ОБОБЩЕНИЕ КОЛЬЦА ГАУССА

Розеточное кольцо (R-кольцо) представляет обобщение эллиптического кольца Гаусса на двумерный случай [7, 8]. Такие розеточные кольца (рис. 1) конструируются или из многих симметрично расположенных одиночных колец Гаусса, или заполняются розеточными орбитами, прецессирующими вокруг центральной массы. Пространственный потенциал R-кольца изучался в работах [1, 7, 8]. Важность модели R-кольца определяется тем, что такие кольца естественным образом могут формироваться в планетных системах и в центральных областях плоских галактик.

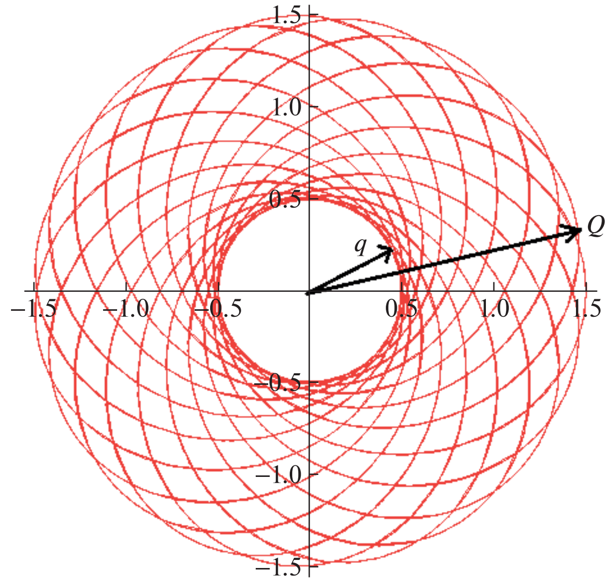


Рис. 1. Прецессия линии апсид создает розеточное кольцо. Взяты параметры $a = 1$, $e = 0.5$. Показаны внутренний q и внешний Q радиусы R-кольца.

В частном случае $e \to 1$ получается полный круговой диск. Распределение поверхностной плотности в R-кольце дается формулой

$$\sigma(r) = \frac{C}{\sqrt{(Q-r)(r-q)}}, \quad C = \frac{M}{\pi^2(q+Q)}. \tag{3}$$

Здесь M – масса кольца, $Q = a(1+e)$ и $q = a(1-e)$ – расстояния от активного фокуса до точек апоцентра и перицентра в эллипсе соответственно, a – большая полуось, e – эксцентриситет кольца Гаусса. На рис. 2 показан график распределения плотности в R-кольце. Средняя поверхностная плотность в кольце будет равна $\bar{\sigma} = \frac{M}{\pi(Q^2 - q^2)}$.

Потенциал R-кольца в интегральном виде дается формулой [1]

$$\varphi(r, x_3) = \frac{2}{\pi^2}\varphi_0 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{z(\gamma)}{\sqrt{R^2(\gamma, r) + x_3^2}} \times \\ \times K\left(2\sqrt{\frac{rz(\gamma)}{R^2(\gamma, r) + x_3^2}}\right) d\gamma, \tag{4}$$

где $K\left(2\sqrt{\frac{rz(\gamma)}{R^2(\gamma, r) + x_3^2}}\right)$ – полный эллиптический интеграл первого рода, φ_0 – потенциал в центре розеточного кольца

$$\varphi_0 = \varphi(0,0) = \frac{2MG}{q+Q} = \frac{MG}{a} = 2\pi G\bar{\sigma}(Q-q), \tag{5}$$

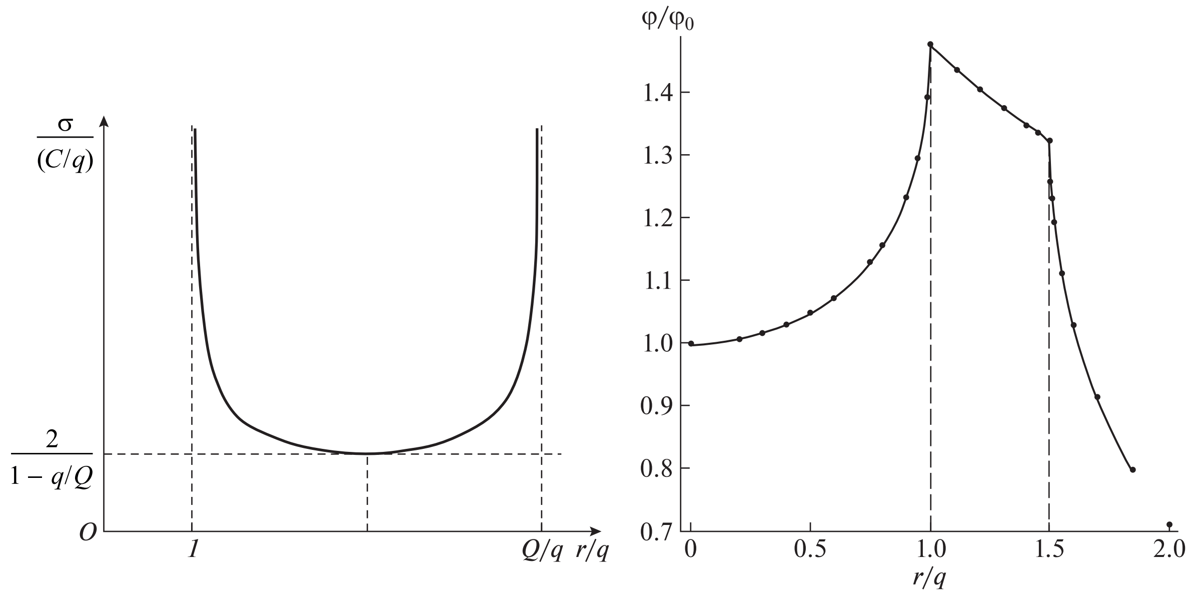


Рис. 2. Распределение нормированной плотности (панель слева) и потенциала в плоскости R-кольца (панель справа, φ_0 дано в (5)). Вертикальными штриховыми линиями отмечены точки входа и выхода из кольца.

а вспомогательные величины

$$z(\gamma) = \frac{Q-q}{2}\sin\gamma + \frac{Q+q}{2}; \quad R(\gamma, r) = z(\gamma) + r. \quad (6)$$

Пример расчета потенциала R-кольца по формуле (4) показан на рис. 2 (панель справа). Из него видно, что потенциал кольца возрастает от центра вплоть до его внутренней границы и на входе в кольцо, в точке $x_3 = 0$, $r = q$, потенциал имеет абсолютный максимум; в самом кольце потенциал почти линейно убывает вплоть до его внешней границы $r = Q$; затем, в области вне кольца $r \geq Q$ потенциал быстро спадает.

Отметим, что расчеты потенциала по формуле (4) сталкиваются с некоторыми трудностями; дело в том, что при $r = z(\gamma)$ модуль $k = 1$ и, как известно, эллиптический интеграл первого рода $K(1)$ логарифмически расходится. Но эти технические трудности удалось преодолеть, и в [1] была построена система эквипотенциальных поверхностей (см. рис. 3). На этом рисунке видно, что сепаратриса в форме лемнискаты разделяет эквипотенциали на две разные системы кривых.

В работе [8] модель R-кольца применялась для изучения движения газа и звезд в плоских галактиках. В этой же работе с помощью R-кольца изучалась также динамика звездного диска вокруг сверхмассивной черной дыры в центре Галактики (clockwise stellar disk).

3. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ФИГУРА R-ТОРОИДА

Если плоскость R-кольца прецессирует (прецессия узлов) вокруг некоторого направления, в движении тела появляется еще одна степень свободы и становится возможным следующее — третье усреднение орбиты спутника. Таким образом, метод получения новой модели включает в себя тройное усреднение движения материальной точки по быстрым переменным. Первое усреднение дает 1D кольцо Гаусса, на следующем этапе делается усреднение вращающегося кольца Гаусса по углу прецессии его линии апсид (это дает 2D R-диск); наконец, на третьем этапе мы проводим азимутальное усреднение прецессирующего R-кольца, что и дает в итоге трехмерный R-тороид.

Поясним сказанное. Начнем с изучения пространственной формы R-тороида. Как уже говорилось, модель R-тороида получается методом усреднения движения прецессирующего R-кольца по долготе; в результате получается особая $3D$ фигура тороидального типа. Для описания области пространства, которую занимает R-тороид, обратимся к сферическим координатам (r, θ, φ), где угол широты θ отсчитывается от экваториальной плоскости. Находим, что фигура тороида описывается ограничениями (см. рис. 4, справа)

$$\begin{cases} q \leq r \leq Q, \\ -i \leq \theta \leq i. \end{cases} \quad (7)$$

Фигура R-тороида показана на рис. 4 и 5.

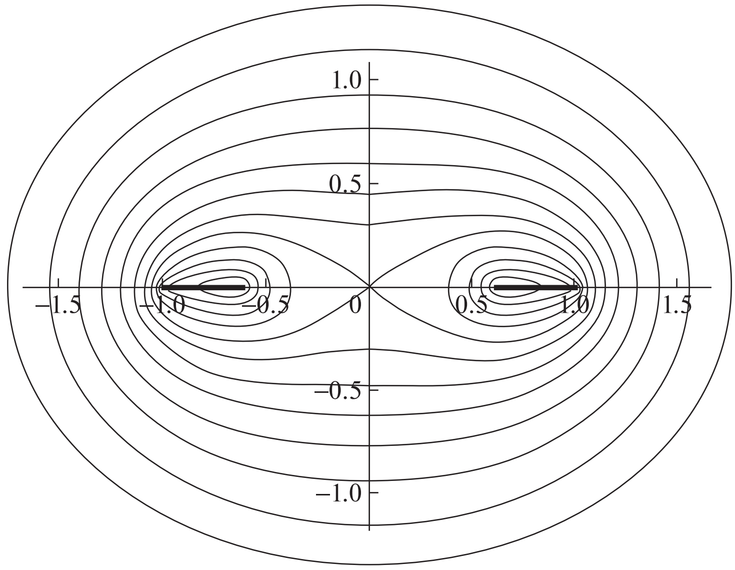


Рис. 3. Линии равного потенциала розеточного кольца (жирной линией показано сечение самого R-кольца). Отношение внутреннего радиуса кольца q к внешнему Q равно 3 : 5. Потенциал нормирован на $\frac{2}{\pi^2}\varphi_0\left(1-\frac{q}{Q}\right)$. Двенадцать изолиний (от внешних к внутренним) рассчитаны для потенциала, начиная со значения 6.127 и кончая значением 15.886 с интервалом 0.8871 (по монографии [1]).

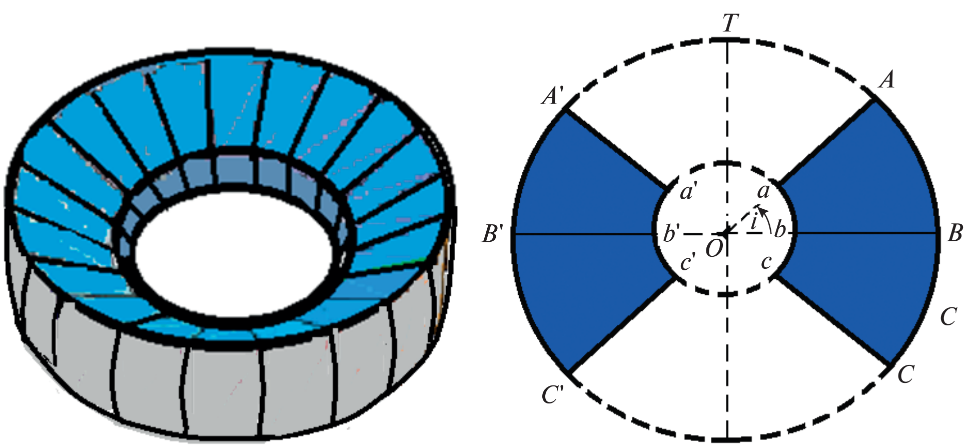


Рис. 4. R-тороид: слева – 3D изображение, справа – меридиональное сечение R-тороида (показано синим цветом). OT – ось симметрии. Внешняя (ABC и $A'B'C'$) и внутренняя (abc и $a'b'c'$) границы справа и слева есть части кругов, которые соединяются прямыми отрезками (aA, cC) и $(a'A', c'C')$. Обозначен угол i наклона плоских боковых сторон.

Объем R-тороида, как легко убедиться, равен

$$V=\int_0^{2\pi}\int_{-i}^{i}\int_q^Q r^2\cos\theta\,dr\,d\theta\,d\varphi=\frac{4}{3}\pi(Q^3-q^3)\sin i=\\=\frac{8}{3}\pi a^3 e(3+e^2)\sin i. \tag{8}$$

Здесь e – эксцентриситет исходного кольца Гаусса.

Далее находим распределение плотности $\rho(x)$ в R-тороиде. Для этого “размажем” прецессирующее R-кольцо с плотностью (3) по объему (7), в итоге получим

$$\rho(r,\theta)=\frac{M}{2\pi^3 ar\sqrt{\sin^2 i-\sin^2\theta}\sqrt{(Q-r)(r-q)}}, \tag{9}$$

где M – масса, i – угол наклона боковых сторон R-тороида. Для проверки легко убедиться, что

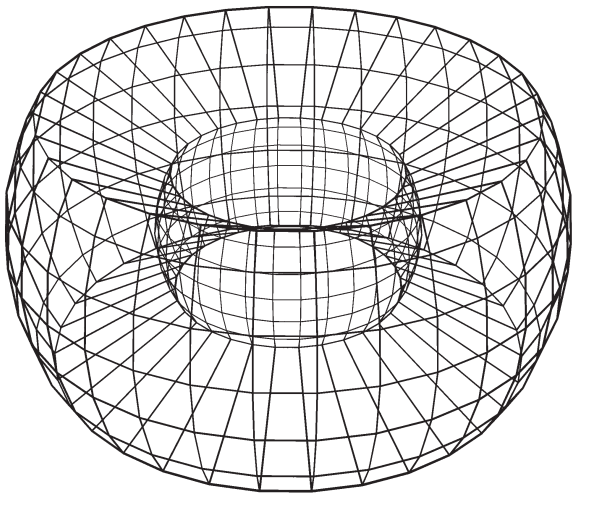


Рис. 5. Трехмерное изображение структуры R-тороида.

распределение плотности (9) действительно дает массу R-тороида

$$\int_0^{2\pi}\int_{-i}^{i}\int_q^Q \rho(r,\theta) r^2 \cos\theta dr d\theta d\varphi = M. \qquad (10)$$

Зная из (8) объем и массу новой фигуры, находим среднюю плотность $\overline{\rho}$, что позволит представить закон плотности (9) в нормированном виде

$$\frac{\rho(r,\theta)}{\overline{\rho}} = \frac{4a^2 e(3+e^2)\sin i}{3\pi^2 r\sqrt{\sin^2 i - \sin^2\theta}\sqrt{(Q-r)(r-q)}}. \qquad (11)$$

Обратим внимание на то, что поверхность R-тороида представляет собой “скорлупу” с аномально высокой плотностью. Действительно, при заданном угле θ плотность (11) при $r = Q$ обращается в бесконечность как на внешних ABC и $A'B'C'$ (см. рис. 4 и 5), так (при $r = q$) и на внутренних (abc и $a'b'c'$) фронтальных участках поверхности. “Скорлупа” появляется не только из-за особенностей распределения плотности в самом R-диске (см. рис. 2, панель слева), но также из-за обращения в нуль члена $\sin^2 i - \sin^2\theta = 0$ в точках на плоских сторонах самого R-тороида. На рис. 6 показаны два графика плотности, демонстрирующие указанные особенности в структуре R-тороида. На рис. 6 видно, что в большей части объема R-тороида плотность мало зависит от координат, причем оказывается там меньше средней по объему плотности.

4. ПОТЕНЦИАЛ R-ТОРОИДА В ИНТЕГРАЛЬНОМ ВИДЕ

Особенности формы и сингулярность плотности на поверхности R-тороида делают его гравитационный потенциал сложной функцией координат. Рассмотрим этот потенциал подробнее.

При законе плотности (9), потенциал R-тороида будет представлен тройным интегралом

$$\Phi(r,\theta,\varphi) = \frac{GM}{2\pi^3 a}\int_0^{2\pi}\int_{-i}^{i}\int_q^Q \frac{r'\cos\theta' dr' d\theta' d\varphi'}{\sqrt{\sin^2 i - \sin^2\theta'}\sqrt{(Q-r')(r'-q)}\sqrt{r^2 + r'^2 - 2rr'\cos\psi}}, \qquad (12)$$

где ψ – угол между r и r', равный

$$\cos\psi = (\cos\varphi\cos\theta \;\; \sin\varphi\cos\theta \;\; \sin\theta)\times$$
$$\times\begin{pmatrix}\cos\varphi'\cos\theta' \\ \sin\varphi'\cos\theta' \\ \sin\theta'\end{pmatrix} = \cos(\varphi'-\varphi)\cos\theta'\cos\theta + \qquad (13)$$
$$+ \sin\theta'\sin\theta.$$

Из-за наличия в (12) тройного интеграла и сингулярности в самой подынтегральной функции расчеты потенциала по этой формуле требуют определенных затрат машинного времени; подобные технические трудности существуют и в частных случаях (14) и (17). Однако это не помешало рассчитать необходимые графики.

На оси симметрии R-тороида, где $\theta = \frac{\pi}{2}$ и $\cos\psi = \sin\theta'$, потенциал (12) будет представлен однократным интегралом

$$\Phi(r) = \frac{2GM}{\pi^2 a}\times$$
$$\times\int_q^Q \frac{K(k) r' dr'}{\sqrt{(Q-r')(r'-q)}\sqrt{r^2 + r'^2 + 2rr'\sin i}}, \qquad (14)$$

где $K(k)$ – полный эллиптический интеграл первого рода

$$K(k) = \int_0^{\pi/2}\frac{d\alpha}{\sqrt{1-k^2\sin^2\alpha}};$$
$$k = 2\sqrt{\frac{rr'\sin i}{r^2 + r'^2 + 2rr'\sin i}}. \qquad (15)$$

Графики потенциала на оси симметрии у R-тороидов с разными углами наклона i плоских сторон показаны на рис. 7. Отметим, что для углов $i > \frac{\pi}{3}$, потенциал при малых $\frac{r}{a}$ ведет себя немонотонно

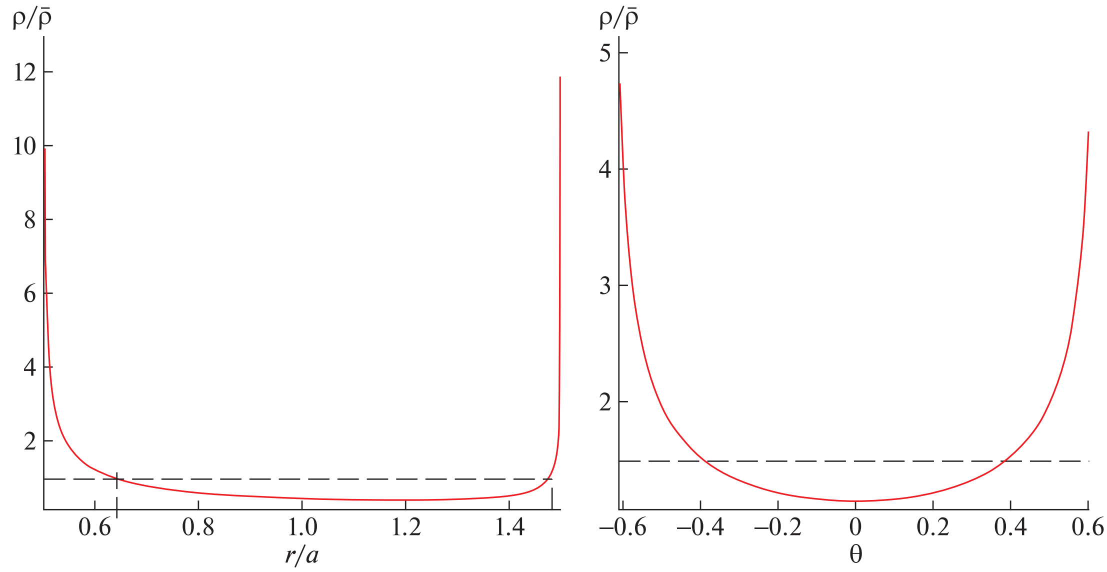


Рис. 6. Нормированная плотность R-тороида (слева – в экваториальной плоскости, справа – при заданном $r = 0.5Q$). Для расчетов взяты параметры эллипса $a = 1$, $e = 0.5$. Штрихами показано значение средней плотности.

и есть области, где сила притяжения направлена *от центра фигуры*.

В центре симметрии R-тороида, где $r = 0$, потенциал равен

$$\Phi_0 = \frac{GM}{\pi^2 a}\int_{-i}^{i}\frac{\cos\theta' d\theta'}{\sqrt{\sin^2 i - \sin^2\theta'}}\times \times \int_{q}^{Q}\frac{dr'}{\sqrt{(Q-r')(r'-q)}} = \frac{GM}{a}. \tag{16}$$

Кроме того, из формулы (12) следует, что потенциал R-тороида в экваториальной плоскости дается двойным интегралом

$$\Phi(r,\theta) = \frac{GM}{2\pi^3 a}\int_{q}^{Q}\frac{r' dr'}{\sqrt{(Q-r')(r'-q)}}\times \times \int_{-i}^{i}\frac{\cos\theta'}{\sqrt{\sin^2 i - \sin^2\theta'}}\frac{K\left(\sqrt{\frac{2b_1}{b_1+b_2}}\right)}{\sqrt{b_1+b_2}}d\theta', \tag{17}$$

где

$$b_1 = r^2 + r'^2; \quad b_2 = 2rr'\cos\theta'. \tag{18}$$

Результаты расчетов по формуле (17) в экваториальной плоскости R-тороида для разных углов i показаны на рис. 8.

Из рис. 7 и 8 следует, что при малых углах наклона сторон i потенциал (17) вблизи центра фигуры ведет себя немонотонно: сила притяжения *в экваториальной плоскости* монотонно возрастает от центра к внутренней границе фигуры (однако на оси симметрии потенциал будет всюду убывать). Вместе с тем для R-тороидов с большими углами наклона i, потенциал на оси симметрии в указанной области изменяется немонотонно, но в плоскости симметрии фигуры монотонно убывает. В связи с этим напомним, что как раз на эффекте возрастания потенциала от центра к ниж-

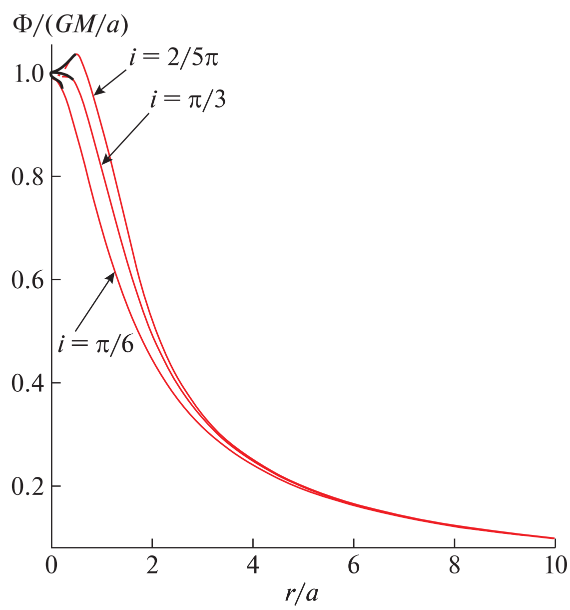


Рис. 7. Зависимость нормированного потенциала R-тороида на оси симметрии от r/a. Расчеты по формуле (14) для параметров эллипса $a = 1$, $e = 0.5$ и разных углов наклона сторон i.

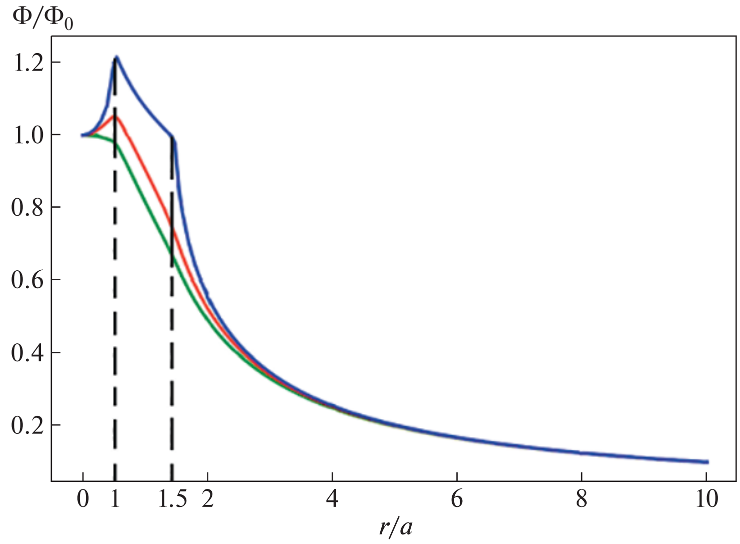


Рис. 8. Зависимость нормированного потенциала R-тороида в его экваториальной плоскости от r/a. Расчет выполнен для параметров эллипса $a = 1$, $e = 0.5$ и углов наклона $i = 0, \pi/6, \pi/3$ (последовательность графиков сверху вниз). Верхний график представляет потенциал в плоскости R-кольца. Вертикальными штриховыми линиями отмечены точки входа и выхода из фигуры.

ней границе кольца основывалась та модель, с помощью которой в [8] объяснялся эффект существования резких локальных минимумов на кривых вращения у многих плоских галактик.

Заметим, что в предельном случае $i = \frac{\pi}{2}$ R-тороид превращается в толстый сферический слой.

На рис. 9 показаны сечения эквипотенциальных поверхностей R-тороида. Эти сечения отличаются от окружностей и немного вытянуты вдоль оси симметрии фигуры Oz.

5. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ПОТЕНЦИАЛА R-ТОРОИДА В ДРУГОЙ ФОРМЕ

Преобразуем формулу (12) для потенциала R-тороида, положив в ней

$$\sin\theta' = \sin u \sin i, \quad r' = x + a. \tag{19}$$

Тем самым вместо (r', θ') вводятся новые переменные (x, u). Тогда

$$\begin{gathered} \cos\theta' d\theta' = \cos u \sin i du, \\ \sqrt{\sin^2 i - \sin^2\theta'} = \cos u \sin i, \\ \sqrt{(Q - r')(r' - q)} = \sqrt{a^2e^2 - x^2}, \end{gathered} \tag{20}$$

и интеграл (12) примет вид

$$\Phi(r,\theta) = \frac{2GM}{\pi^3 a}\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\int_{-ae}^{ae}\frac{(x+a)K(\bar{k})dxdu}{\Delta(x,u)\sqrt{a^2e^2 - x^2}}, \tag{21}$$

где

$$\Delta(x,u) = \sqrt{R^2 + z^2 + (x+a)^2 + 2(x+a)[R\sqrt{1-g^2(u)} - zg(u)]}, \tag{22}$$

а

$$\begin{gathered} R = r\cos\theta, \quad z = r\sin\theta, \quad g(u) = \sin i \sin u, \\ \bar{k}^2 = \frac{4(x+a)R\sqrt{1-g^2(u)}}{R^2 + z^2 + (x+a)^2 + 2(x+a)[R\sqrt{1-g^2(u)} - zg(u)]}. \end{gathered} \tag{23}$$

Внешний потенциал R-тороида (21) можно представить и в виде ряда. После некоторых преобразований (см. Приложение) получим

$$\begin{gathered} \Phi_{\rm out}(R,z) = \frac{2GM}{\pi^3}\times \\ \times\sum_{n,m=0}^{\infty}\left[\frac{a^n e^n(eP_{n+1} + P_n)}{n!}\frac{P_m \sin^m i}{m!}\frac{\partial^{n+m}\bar{F}(R,z,a,g)}{\partial a^n \partial g^m}\bigg|_{g=0}\right], \end{gathered} \tag{24}$$

где введены коэффициенты с целочисленным неотрицательным индексом

$$P_n = \begin{cases} 1, & n = 0; \\ 0, & n = 2l - 1 \quad (l = 1, 2, 3, \ldots); \\ \dfrac{(n-1)!!}{n!!}, & n = 2l \quad (l = 1, 2, 3, \ldots). \end{cases} \tag{25}$$

Так как на внешней поверхности R-тороида (где $r = Q$) плотность (9) имеет сингулярность $\rho(r = Q) \to \infty$, то при приближении пробной точки к веществу R-тороида ряд (24) будет сходиться все медленнее, и внутри вещества этот ряд вообще неприменим.

Формулу (24) можно представить в более наглядном виде, если рассматривать ее как ряд для потенциала R-тороида по степеням малых e и i. Тогда, с точностью до второй степени e и $\sin i$, этот ряд примет вид

$$\Phi(R, z) = \frac{2GM}{\pi\sqrt{(R+a)^2 + z^2}}(\varphi_0 + \varphi_2);$$
$$\varphi_0 = K(k); \quad k = 2\sqrt{\frac{Ra}{(R+a)^2 + z^2}}; \tag{26}$$

$$\varphi_2 = \frac{e^2 - \sin^2 i}{8((R+a)^2 + z^2)((R-a)^2 + z^2)}\left(\frac{(R^2 + a^2 + z^2)((R-a)^2 + z(z+2a))((R-a)^2 + z(z-2a))}{(R-a)^2 + z^2}\times\right. \tag{27}$$
$$\left.\times E(k) - ((R^2 - a^2) + z^2(2R^2 + z^2))K(k)\right).$$

Обратим внимание на присутствие в числителе φ_2 выражения $e^2 - \sin^2 i$; так как члены этой комбинации имеют разные знаки, эксцентриситет кольца и его наклон во втором приближении могут взаимно компенсировать вклад друг друга в потенциал.

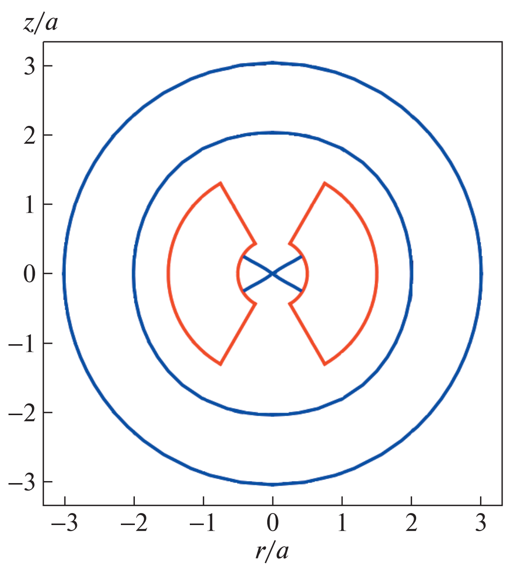


Рис. 9. Меридиональное сечение R-тороида (красным цветом) и сечение двух его эквипотенциальных поверхностей (синим цветом). Расчет выполнен для параметров эллипса $a = 1$, $e = 0.5$ и угла наклона $i = \pi/3$.

В частном случае $i = 0$, когда R-тороид превращается в плоское широкое R-кольцо, усеченный потенциал (26) в точках главной плоскости (при $z = 0$) примет вид

$$\Phi(R) = \frac{2GM}{\pi(R+a)}\times$$
$$\times\left\{K(k) + \frac{e^2}{8}\left(\frac{R^2 + a^2}{(R-a)^2}E(k) - K(k)\right)\right\}, \tag{28}$$
$$k = \frac{2\sqrt{Ra}}{R+a}.$$

Здесь R — расстояние от центра R-кольца до пробной точки, a — внешний радиус R-кольца (большая полуось исходного кольца Гаусса), e — эксцентриситет исходного кольца Гаусса. Отметим, что полный потенциал R-кольца в главной плоскости ранее был получен в [8].

Кроме того, потенциал R-тороида можно представить в виде ряда по малым величинам обратных расстояний $\frac{a}{r}$. Для этого заметим, что подынтегральный множитель в (12) есть производящая функция для полиномов Лежандра $\overline{P}_n(\cos\psi)$

$$\frac{1}{\sqrt{r^2 + (x+a)^2 - 2r(x+a)\cos\psi}} =$$
$$= \frac{1}{r}\sum_{n=0}^{\infty}\overline{P}_n(\cos\psi)\left(\frac{x+a}{r}\right)^n; \tag{29}$$

подставляя тогда (29) в интегральное выражение (12), в итоге получим требуемый ряд

$$\Phi_{\text{out}}(r,\theta) = = \frac{GM}{r}\sum_{n=0}^{\infty}\left\{(-1)^n P_{2n}\sum_{k=0}^{n}\left[\frac{(2n+1)!\,P_{2k}e^{2k}}{(2(n-k)+1)!(2k)!}\right]\times \times \bar{P}_{2n}(\cos i)\bar{P}_{2n}(\sin\theta)\left(\frac{a}{r}\right)^{2n}\right\}. \quad (30)$$

В частности, с точностью до 4-й степени по $\frac{a}{r}$ включительно ряд (30) имеет вид

$$\Phi_{\text{out}}(r,\theta) = \frac{GM}{r}\times \times\left\{1-\frac{1}{2}\left(1+\frac{3}{2}e^2\right)\bar{P}_2(\cos i)\bar{P}_2(\sin\theta)\left(\frac{a}{r}\right)^2 + +\frac{3}{8}\left(1+5e^2+\frac{15}{8}e^4\right)\times \times\bar{P}_4(\cos i)\bar{P}_4(\sin\theta)\left(\frac{a}{r}\right)^4 + O\left(\left(\frac{a}{r}\right)^6\right)\right\}, \quad (31)$$

где полиномы Лежандра 2-й и 4-й степеней в явном виде

$$\bar{P}_2(x) = \frac{3x^2-1}{2};\quad \bar{P}_4(x) = \frac{35x^4-30x^2+3}{8}. \quad (32)$$

6. ВЗАИМНАЯ ЭНЕРГИЯ “R-ТОРОИД–КОЛЬЦО ГАУССА”. УРАВНЕНИЯ ЭВОЛЮЦИИ КОЛЬЦА

Для вывода уравнений вековой эволюции внешней орбиты в гравитационном поле R-тороида необходимо знать взаимную (потенциальную) энергию R-тороида и кольца Гаусса, представляющего орбиту. Интегрируя выражение внешнего потенциала R-тороида (31) по внешней оскулирующей орбите с распределением массы (2), получим указанную взаимную энергию тел в виде

$$W_{\text{mut}} = -\frac{M'(1-e'^2)^{3/2}}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{\Phi_{\text{out}}(r',\varphi',\theta')dv'}{(1+e'\cos v')^2}, \quad (33)$$

где верхний штрих ( )' обозначает параметры, которые относятся к кольцу Гаусса. Сделаем в (33) замены

$$r' = \frac{a'(1-e'^2)}{1+e'\cos v'},\quad \sin\theta' = \sin(v'+\omega')\sin i', \quad \cos\theta' = \sqrt{1-\sin^2(v'+\omega')\sin^2 i'}. \quad (34)$$

Интегрируя (33) с учетом (31) и замен (34), получим взаимную энергию W_{mut} R-тороида и кольца Гаусса в виде усеченного ряда

$$W_{\text{mut}} = -\frac{GMM'}{a'}\left\{1+\frac{1}{4(1-e'^2)^{3/2}}\left(1+\frac{3}{2}e^2\right)\times \times\bar{P}_2(\cos i)\bar{P}_2(\cos i')\left(\frac{a}{a'}\right)^2 + \frac{9}{64(1-e'^2)^{7/2}}\times \times\left(1+5e^2+\frac{15}{8}e^4\right)\bar{P}_4(\cos i)\left(\frac{a}{a'}\right)^4\times \times\left[\left(1+\frac{1}{2}e'^2\right)\bar{P}_4(\cos i') + \frac{e'^2}{4}(5\cos^2 i'-1) - -\frac{5e'^2\sin^2 i'\sin^2\omega'}{4}(7\cos^2 i'-1)\right]\right\} \quad (35)$$

Рассмотрим теперь эволюцию гауссова кольца в силовом поле R-тороида. При этом исходим из известных уравнений Лагранжа эволюции оскулирующего эллипса. Важной особенностью данной задачи является то, что функция возмущения у нас заменяется (с точностью до коэффициента пропорциональности, см. статью [6]) найденной выше функцией взаимной энергии колец Гаусса (35):

$$R(e',i',\omega') = -\frac{W_{\text{mut}}}{M'}. \quad (36)$$

Обратим внимание: так как функция $R(e',i',\omega')$ зависит только от трех параметров кольца Гаусса, сами уравнения Лагранжа заметно упрощаются и принимают вид

$$\frac{de'}{dt} = -\frac{\sqrt{1-e'^2}}{e'n'a'^2}\frac{\partial R}{\partial'\omega},$$

$$\frac{di'}{dt} = \frac{\cos i'}{n'a'^2\sqrt{1-e'^2}\sin i'}\frac{\partial R}{\partial\omega'}, \quad (37)$$

$$\frac{d\omega'}{dt} = \frac{\sqrt{1-e'^2}}{e'n'a'^2}\frac{\partial R}{\partial e'} - \cos i'\frac{d\Omega'}{dt},$$

$$\frac{d\Omega'}{dt} = \frac{1}{n'a'^2\sqrt{1-e'^2}\sin i'}\frac{\partial R}{\partial i'}.$$

Отметим, что в (37) есть только четыре уравнения, так как большая полуось $a' = \text{const}$.

Используя теперь W_{mut} из (36) и (35), после многих выкладок из (37) получим требуемые уравнения эволюции кольца Гаусса в силовом поле R-тороида:

$$\left(\frac{de'}{dt}\right)_p = \frac{15n'}{16} C_{40}^p \frac{M}{M_*}\left(\frac{a}{a'}\right)^4 \times \\ \times \frac{\sin^2 i'(7\cos^2 i' - 1)e'\sin\omega'\cos\omega'}{(1-e'^2)^3}; \tag{38}$$

$$\left(\frac{di'}{dt}\right)_p = -\frac{15n'}{16} C_{40}^p \frac{M}{M_*}\left(\frac{a}{a'}\right)^4 \times \\ \times \frac{\sin i'\cos i'(7\cos^2 i' - 1)e'^2\sin\omega'\cos\omega'}{(1-e'^2)^4}; \tag{39}$$

$$\left(\frac{d\Omega'}{dt}\right)_p = \frac{3n'}{2} C_{20}^p \frac{M}{M_*}\left(\frac{a}{a'}\right)^2 \frac{\cos i'}{(1-e'^2)^2}; \tag{40}$$

$$\left(\frac{d\omega'}{dt}\right)_p = -\frac{3n'}{4} C_{20}^p \frac{M}{M_*}\left(\frac{a}{a'}\right)^2 \frac{5\cos^2 i' - 1}{(1-e'^2)^2}, \tag{41}$$

где M_* – масса центральной звезды, M – масса планеты (R-тороида). Уравнения (38)–(41) даны в системе отсчета, где главной плоскостью является плоскость Лапласа для системы звезда–планета.

Кроме того, в той ситуации, когда надо учитывать также влияние центральной звезды, уравнения эволюции кольца Гаусса следует записать в потенциале этой звезды, разложенном по сферическим гармоникам:

$$\left(\frac{de'}{dt}\right)_c = \frac{15n'}{16} C_{40}^c \left(\frac{R_*}{a'}\right)^4 \times \\ \times \frac{\sin^2 i'(7\cos^2 i' - 1)e'\sin\omega'\cos\omega'}{(1-e'^2)^3}; \tag{42}$$

$$\left(\frac{di'}{dt}\right)_c = -\frac{15n'}{16} C_{40}^c \left(\frac{R_*}{a'}\right)^4 \times \\ \times \frac{\sin i'\cos i'(7\cos^2 i' - 1)e'^2\sin\omega'\cos\omega'}{(1-e'^2)^4}; \tag{43}$$

$$\left(\frac{d\Omega'}{dt}\right)_c = \frac{3n'}{2} C_{20}^c \left(\frac{R_*}{a'}\right)^2 \frac{\cos i'}{(1-e'^2)^2}; \tag{44}$$

$$\left(\frac{d\omega'}{dt}\right)_c = -\frac{3n'}{4} C_{20}^c \left(\frac{R_*}{a'}\right)^2 \frac{5\cos^2 i' - 1}{(1-e'^2)^2}, \tag{45}$$

где R_* – среднеобъемный радиус центрального тела. Подчеркнем: в (42)–(45) главная плоскость проходит через экватор центральной звезды.

Коэффициенты гармоник поля R-тороида при нормировочном радиусе $R = a$ равны (см. (31)):

$$C_{20}^p = -\frac{1}{2}\left(1 + \frac{3}{2}e^2\right)\bar{P}_2(\cos i); \\ C_{40}^p = \frac{3}{8}\left(1 + 5e^2 + \frac{15}{8}e^4\right)\bar{P}_4(\cos i). \tag{46}$$

Коэффициенты (46) понадобятся в разделе 7.4 для вычисления частот прецессии орбиты экзопланеты.

7. ПРИМЕРЫ ПРИМЕНЕНИЯ МОДЕЛИ R-ТОРОИДА

7.1. Отношение периодов нодальной и апсидальной прецессии орбиты

С помощью уравнений (40) и (41) находим отношение периодов прецессии для внешней орбиты пробной планеты (оскулирующего кольца Гаусса)

$$\frac{T'_\Omega}{T'_\omega} = \frac{\dot\omega'}{\dot\Omega'} = -\frac{5\cos^2 i' - 1}{2\cos i'} \approx -2\left(1 - \frac{3}{4}i'^2 + O(i'^6)\right). \tag{47}$$

Из (47) следует, что модуль отношения периодов нодальной и апсидальной прецессий *кольца Гаусса, находящегося в гравитационном поле R-тороида*, оказывается чуть меньше 2:

$$\left|\frac{T'_\Omega}{T'_\omega}\right| \le 2. \tag{48}$$

Для сравнения заметим, что если экзопланета находится на орбите, близкой к центральной звезде и влиянием других тел можно пренебречь, отношение периодов прецессии орбиты можно оценить по формуле (см. [9])

$$\frac{T_\Omega}{T_\omega} = \frac{5\cos^2 i - 1}{2\cos i}. \tag{49}$$

В частности, при $i = 0$ уравнение (49) дает $T_\Omega/T_\omega = 2$. Этот результат подтвержден при моделировании экзопланеты KOI 120.01 [10].

Полезными являются также выражения для отношений периодов прецессии T_Ω/T_ω для двух колец, полученные в рамках известной двупланетной задачи. В этом случае возмущение движения происходит от взаимодействия орбит, представленных кольцами Гаусса. Тогда, согласно [6], для модулей отношения периодов прецессии первого и второго кольца в линейном приближении находим $\left(\kappa = \dfrac{a_2}{a_1}\right)$:

$$\frac{T_{1\Omega}}{T_{1\omega}} = \frac{M_1 + 2M_2\sqrt{\kappa}}{M_1 + M_2\sqrt{\kappa}};$$
$$\frac{T_{2\Omega}}{T_{2\omega}} = \frac{2M_1 + M_2\sqrt{\kappa}}{M_1 + M_2\sqrt{\kappa}}. \tag{50}$$

Например, для Юпитера и Сатурна наблюдения дают [11]

$$M_J = 1.9096\times10^{30}\ \text{г},\quad a_1 = 7.783\times10^{13}\ \text{см},$$
$$M_S = 5.71674\times10^{29}\ \text{г}, \tag{51}$$
$$a_2 = 1.4294\times10^{14}\ \text{см}.$$

Тогда первое из уравнений (50) для Юпитера дает $T_{J\Omega}/T_{J\omega} \approx 1.181$. Это величина действительно близка к той, которую дают современные расчеты $T_{J\Omega}/T_{J\omega} \approx 1.219$, что подтверждает адекватность применения метода в двупланетной задаче.

7.2. Планеты-гиганты Солнечной системы

Как отмечалось, модель R-тороида предназначена для изучения вековой эволюции внешних орбит, большие полуоси которых превышают некоторое критическое (минимальное) значение $a_{\min}$. При известном периоде узловой прецессии орбиты возмущающего тела T_Ω, значение $a_{\min}$ рассчитывается по формуле

$$a_{\min} \approx \left(\frac{\sqrt{\mu}}{2\pi}T_\Omega\right)^{2/3}. \tag{52}$$

Здесь $\mu = G(M_* + M_p)$ — гравитационный параметр системы.

Вначале рассмотрим модель R-тороида для двух планет-гигантов Солнечной системы. Начнем с Юпитера. Требуется знать два периода: период движения планеты вокруг Солнца $T_{\text{orb}} \approx$ ≈ 11.86233 лет и период прецессии узла орбиты Юпитера $T_{J\Omega}$. По данным [12], в линейном приближении частота движения узла орбиты Юпитера равна:

$$\frac{d}{dt}\Omega_J \approx 6362''\!.03561. \tag{53}$$

(время в столетиях). Следовательно, соответствующий период прецессии будет примерно равен $T_{J\Omega} \approx 20370.84$ лет. Угол наклона орбиты Юпитера к эклиптике в настоящее время мал и равен $i \approx 1^\circ\!.30327$, но в прошлом, согласно расчетам в рамках двупланетной задачи [9, 11], он мог достигать и больших значений $i \approx 2^\circ\!.5$. Ширина R-кольца для Юпитера равна $2ea \approx 0.50$ а.е. Так как характерное время создания R-тороида для Юпитера равно $T_\Omega \approx 20370.84$ лет, то на меньших масштабах времени фигура R-тороида для Юпитера не будет полной. Отсюда следует, что можно рассматривать вековое влияние R-тороида Юпитера только на те небесные тела, большие полуоси орбит у которых удовлетворяют неравенству $a \geq 747$ а.е. Аналогичные расчеты для Сатурна приводятся в табл. 1.

Таблица 1. Периоды узловой прецессии и соответствующие $a_{\min}$ для R-тороидов двух планет-гигантов

Планета	T_Ω, годы	$a_{\min}$, а.е.
Юпитер	20370.84	747
Сатурн	14025.67	582.4

Для Сатурна величина $a_{\min} \geq 582$ а.е. оказывается даже меньше, чем для Юпитера. Следовательно, модели R-тороидов для Юпитера и Сатурна позволяют рассчитать вековые эффекты не только на движение гипотетической Планеты 9 (с принятыми для нее параметрами $a \approx 400$–800 а.е. [13, 14]), но также на движение седноидов [15] и некоторых экстремальных транснептуновых объектов (eTNO).

7.3. Экзопланеты

В последние годы исследование внесолнечных планетных систем идет бурными темпами, и постоянный приток новых данных ставит новые задачи.

Для решения этих задач перспективным является применение модели R-тороида к экзопланетам. Особый интерес вызывает класс горячих юпитеров, имеющих тесные орбиты и большие массы [16]. В литературе уже появились некоторые данные, указывающие, что некоторые из таких планет, в отличие от планет Солнечной системы, могут иметь быструю узловую прецессию. Приведем некоторые примеры.

Kepler-413b

Планета Kepler-413b согласно работе Kostov et al. [17] относится к классу циркумбинарных экзопланет; она обращается с периодом $T_{\text{orb}} \approx 66.262$ д. вокруг тесной пары звезд классов K и M с массами $M_1 = 0.820 \pm 0.015\, M_\odot$ и $M_2 = 0.542 \pm 0.008\, M_\odot$. Сами звезды обращаются вокруг центра масс всего за 10.11615 ± 0.00001 дней по почти круговым ($e = 0.037 \pm 0.002$) орбитам. Радиус и масса экзопланеты равны $R \approx 0.388R_J$, $M \approx 0.2110M_J$. По этим характеристикам данная экзопланета близка к горячим Сатурнам. Параметры ее орбиты равны $e = 0.118$, $q \approx 0.3553$ а.е., $i \approx 30°$. Для орбиты этой планеты известен также период узловой прецессии $T_\Omega \approx 11$ лет [17]. Следовательно, для данной планеты $\frac{T_\Omega}{T_{\text{orb}}} \approx 60.83$. По этим данным можно рассчитать критическое значение большой полуоси орбиты, которое оказывается равным $a_{\min} \approx 5.48$ а.е. Таким образом, для Kepler-413b модель R-тороида позволяет описывать эволюцию орбит, расположенных на умеренных (несколько астрономических единиц) расстояниях от центральной звезды.

WASP-33b

Эта планета классифицируется как ретроградный горячий юпитер [18] – одна из самых горячих известных экзопланет. Обращается вокруг звезды с массой $M \approx 1.5\, M_\odot$ по очень тесной почти полярной орбите с полуосью $a = 0.02$ а.е. и исключительно малым периодом $T_{\text{orb}} \approx 1.22$ д. Вместе с тем частота движения восходящего узла довольна умеренная и равна $\dot{\Omega} \approx 0.373°$ лет$^{-1}$, что соответствует периоду нодальной прецессии $T_\Omega \approx 965$ лет. Следовательно, для этой экзопланеты $a_{\min} \approx 112$ а.е., т.е. модель R-тороида позволяет описывать эволюцию только орбит, далеких от центральной звезды.

7.4. Расчет суммарного эффекта влияния несферичности прецессирующей звезды и возмущения от R-тороида планеты. Пример экзопланеты PTFO 8-8695b

Рассмотрим подробнее комбинированную модель, в которой на орбиту внешней (пробной) планеты учитывается возмущающее влияние от R-тороида внутренней планеты и гравитационное поле центральной прецессирующей звезды.

Согласно Raetz et al. [19] и Barnes et al. [20], экзопланета PTFO 8-8695b (горячий юпитер) движется по сильно наклоненной орбите вокруг центральной звезды. Параметры орбиты таковы: $a = 0.0084$ а.е. и $T_{\text{orb}} \approx 10.76$ ч., поэтому PTFO 8-8695b является одной из самых близко расположенных к своей звезде экзопланет. Критическое значение большой полуоси орбиты $a_{\min}$ для этой планеты (см. форм. (52)) составляет всего $a_{\min} \approx 0.2$–0.7 а.е. Таким образом, модель R-тороида для планеты PTFO 8-8695b позволяет описывать эволюцию орбит даже тех тел, которые очень близко подходят к центральной звезде. Ирония в том, что вторая из известных планет в этой системе PTFO 8-8695c находится столь далеко от центральной звезды ($a = 662$ а.е.), что влиянием внутренней планеты на нее вполне можно пренебречь.

Таблица 2. Данные из статьи [20]. M_* – масса звезды; M – масса планеты b; R_* – радиус звезды; C_{20}^c – коэффициент второй зональной гармоники поля звезды; φ_p – наклон орбитального момента планеты b к суммарному моменту звезды и планеты b; φ_* – наклон спинового момента звезды к суммарному моменту звезды и планеты b; φ – угол между моментами звезды и планеты b. Коэффициент $C_{20}^c = -Cf$ рассчитан нами, в [20] аналогичный коэффициент $j_2 = 0.012$.

$M_*\ [M_\odot]$	0.34	0.44
$M\ [M_J]$	3.0 ± 0.2	3.6 ± 0.3
$R_*\ [R_\odot]$	1.04 ± 0.01	1.03 ± 0.01
C_{20}^c	-0.0064	-0.0049
φ_p [°]	51	52.9
φ_* [°]	18	20.2
φ [°]	69 ± 3	73.1 ± 0.6

Однако в системе PTFO-8-8695 мы можем рассмотреть эволюцию пробной внешней орбиты в гравитационном поле центральной звезды и R-тороида планеты b. В статье [20] даны два максимально правдоподобных набора параметров (табл. 2).

Далее рассмотрим только прецессию линии узлов и линии апсид пробной планеты. Напомним, что уравнения (40) и (41) записаны для случая, когда главной плоскостью является плоскость Лапласа для системы звезда–планета b, а уравнения (44) и (45) – когда главная плоскость проходит через экватор центрального тела. Чтобы найти суммарный эффект влияния несферичности звезды и возмущения от планеты b, нужно привести уравнения к единой главной плоскости, в качестве которой выберем плоскость Лапласа уравнений (40) и (41).

Введем, согласно [9], дополнительное уравнение

$$\left(\frac{d\omega''}{dt}\right)_c + \cos i''\left(\frac{d\Omega''}{dt}\right)_c = -\frac{3n'}{4}C_{20}^c\left(\frac{R}{a'}\right)^2\frac{3\cos^2 i'' - 1}{(1-e'^2)^2}, \tag{54}$$

где с помощью верхних штрихов ( )'' обозначаются углы в системе с экваториальной плоскостью звезды в качестве главной. Как показано в [9], значение левой и правой частей уравнения (54) при переходе в другую главную плоскость не меняется, т.е.

$$\left(\frac{d\omega'}{dt}\right)_c + \cos i'\left(\frac{d\Omega'}{dt}\right)_c = \left(\frac{d\omega''}{dt}\right)_c + \cos i''\left(\frac{d\Omega''}{dt}\right)_c \quad (55)$$

и, кроме того, согласно той же работе [9],

$$\cos i'' = \cos i'\cos\varphi_* + \sin i'\sin\varphi_*\cos\Delta\Omega;$$

$$\cos\Delta\bar{\varpi} = \frac{\sin i'\cos\varphi_* - \cos i'\sin\varphi_*\cos\Delta\Omega}{\sin i''}; \quad (56)$$

$$\left(\frac{d\Omega'}{dt}\right)_c = \frac{\cos\Delta\bar{\varpi}}{\sin i'}\sin i''\left(\frac{d\Omega''}{dt}\right)_c.$$

Используя (54)–(56), приводим уравнения (44) и (45) к виду

$$\left(\frac{d\Omega'}{dt}\right)_c = \frac{3n'}{2}C_{20}^c\left(\frac{R_*}{a'}\right)^2\times$$
$$\times\frac{\cos i'\cos\varphi_* + \sin i'\sin\varphi_*\cos\Delta\Omega}{(1-e'^2)^2}\times \quad (57)$$
$$\times\left(\cos\varphi_* - \frac{\cos i'}{\sin i'}\sin\varphi_*\cos\Delta\Omega\right);$$

$$\left(\frac{d\omega'}{dt}\right)_c = -\frac{3n'}{4}C_{20}^c\left(\frac{R_*}{a'}\right)^2\times$$
$$\times\frac{3(\cos i'\cos\varphi_* + \sin i'\sin\varphi_*\cos\Delta\Omega)^2 - 1}{(1-e'^2)^2} - \quad (58)$$
$$-\cos i'\left(\frac{d\Omega'}{dt}\right)_c.$$

Учитывая, что ось вращения звезды прецессирует очень быстро (~45 д.) по сравнению с прецессией орбиты пробной планеты (~10^6 лет), уравнения (57) и (58) следует усреднить по быстрой переменной $\Delta\Omega$; тогда получим

$$\left(\frac{d\Omega'}{dt}\right)_c = \frac{3n'}{2}C_{20}^c\left(\frac{R_*}{a'}\right)^2\frac{3\cos^2\varphi_* - 1}{2}\frac{\cos i'}{(1-e'^2)^2}; \quad (59)$$

$$\left(\frac{d\omega'}{dt}\right)_c = -\frac{3n'}{4}C_{20}^c\left(\frac{R_*}{a'}\right)^2\frac{3\cos^2\varphi_* - 1}{2}\frac{5\cos^2 i' - 1}{(1-e'^2)^2}. \quad (60)$$

Из формул (40), (41), (49), (59) и (60) получим уравнения для прецессии линий узлов и линии апсид под влиянием несферичности звезды совместно с влиянием планеты b

$$\frac{d\Omega'}{dt} = \frac{3n'}{2}\left[C_{20}^c\left(\frac{R_*}{a'}\right)^2\frac{3\cos^2\varphi_* - 1}{2} + C_{20}^p\frac{M}{M_*}\left(\frac{a}{a'}\right)^2\right]\frac{\cos i'}{(1-e'^2)^2}; \quad (61)$$

Таблица 3. Результаты расчета прецессии орбиты пробной планеты: величины $A_{\omega'}^c = \left(\frac{d\omega'}{dt}\right)_c$; $A_{\Omega'}^c = \left(\frac{d\Omega'}{dt}\right)_c$; $A_{\omega'}^p = \left(\frac{d\omega'}{dt}\right)_p$; $A_{\Omega'}^p = \left(\frac{d\Omega'}{dt}\right)_p$; $A_{\omega'} = \frac{d\omega'}{dt}$; $A_{\Omega'} = \frac{d\Omega'}{dt}$; вычислены при $a' = 1$ а.е., $e' = 0$, $i' = 0$; $T_{\omega'}^0 = \frac{2\pi}{|A_{\omega'}|}$; $T_{\Omega'}^0 = \frac{2\pi}{|A_{\Omega'}|}$; C_{20}^p и C_{40}^p – коэффициенты 2-й и 4-й зональной гармоники поля R-тороида планеты b

$A_{\omega'}^c$ $\left[10^{-14}\ \frac{\text{рад}}{\text{с}}\right]$	4.5 ± 0.1	3.66 ± 0.07
$A_{\Omega'}^c$ $\left[10^{-14}\ \frac{\text{рад}}{\text{с}}\right]$	-2.25 ± 0.05	-1.83 ± 0.04
$A_{\omega'}^p$ $\left[10^{-14}\ \frac{\text{рад}}{\text{с}}\right]$	1.0 ± 0.6	0.5 ± 0.2
$A_{\Omega'}^p$ $\left[10^{-14}\ \frac{\text{рад}}{\text{с}}\right]$	-0.5 ± 0.3	-0.25 ± 0.08
$A_{\omega'}$ $\left[10^{-14}\ \frac{\text{рад}}{\text{с}}\right]$	5.5 ± 0.6	4.2 ± 0.2
$A_{\Omega'}$ $\left[10^{-14}\ \frac{\text{рад}}{\text{с}}\right]$	-2.7 ± 0.3	-2.1 ± 0.1
$T_{\omega'}^0$ [10^6 лет]	3.6 ± 0.4	4.8 ± 0.2
$T_{\Omega'}^0$ [10^6 лет]	7.3 ± 0.8	9.6 ± 0.4
C_{20}^p	-0.047 ± 0.028	-0.023 ± 0.005
C_{40}^p	-0.159 ± 0.004	-0.154 ± 0.002

$$\frac{d\omega'}{dt} = -\frac{3n'}{4}\left[C_{20}^c\left(\frac{R_*}{a'}\right)^2\frac{3\cos^2\varphi_* - 1}{2} + C_{20}^p\frac{M}{M_*}\left(\frac{a}{a'}\right)^2\right]\frac{5\cos^2 i' - 1}{(1-e'^2)^2}. \quad (62)$$

Представим решение для угловых частот в таком виде

$$\frac{d\Omega'}{dt} = A_{\Omega'}\left(\frac{1\text{ a.e.}}{a'}\right)^{7/2}\frac{\cos i'}{(1-e'^2)^2};$$
$$\frac{d\omega'}{dt} = A_{\omega'}\left(\frac{1\text{ a.e.}}{a'}\right)^{7/2}\frac{5\cos^2 i' - 1}{4(1-e'^2)^2}. \quad (63)$$

Тогда периоды прецессии даются формулами

$$T_{\Omega'} = T_{\Omega'}^0\left(\frac{a'}{1\text{ a.e.}}\right)^{7/2}\frac{(1-e'^2)^2}{|\cos i'|};$$
$$T_{\omega'} = T_{\omega'}^0\left(\frac{a'}{1\text{ a.e.}}\right)^{7/2}\frac{4(1-e'^2)^2}{|5\cos^2 i' - 1|}, \quad (64)$$

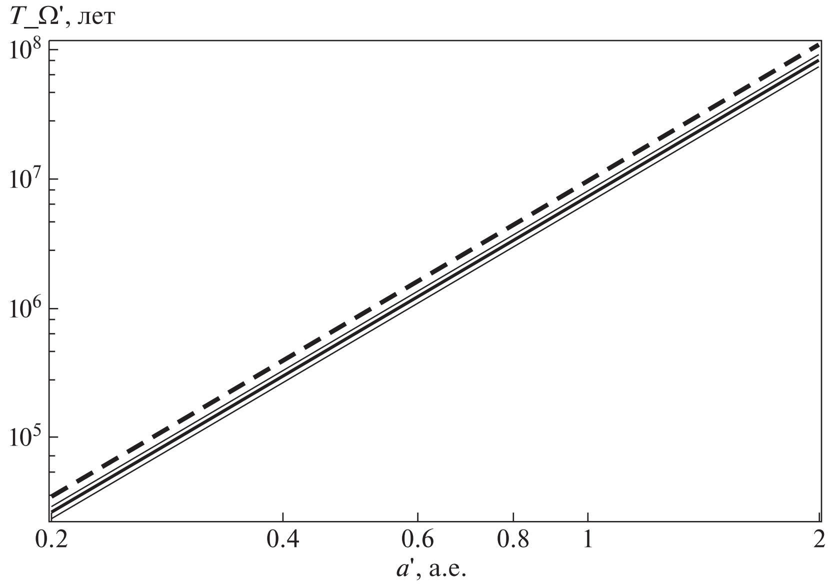


Рис. 10. График зависимости периода прецессии долготы узла орбиты пробной планеты $T_{\Omega'}(a')\Big|_{\substack{e'=0\\ i'=0}}$, измеряемого в годах, от ее полуоси, измеряемой в а.е., в вырожденном случае $e' = 0$ и $i' = 0$. График представлен в логарифмической шкале по обеим осям. Сплошной линией показан результат для первого варианта $M_* = 0.34\,M_\odot$, штрихованной линией – для второго варианта $M_* = 0.44\,M_\odot$. Указаны границы оценки периода в пределах 1σ.

где коэффициенты даны в табл. 3. Результаты расчета по формулам (64) показаны на рис. 10.

График на рис. 10 построен от минимального значения полуоси пробной планеты $a_{\min} = 0.2$ а.е. При таком значении полуоси орбиты оценка периода прецессии долготы восходящего узла для двух наборов входных параметров из табл. 2 $T_{\Omega'}\Big|_{\substack{a'=a_{\min}\\ e'=0\\ i'=0}} = [(26.1 \pm 3.0 \times 10^3$ лет; $(34.3 \pm 1.5) \times \times 10^3$ лет].

Так, в гравитационном поле прецессирующей несферичной звезды PTFO 8-8695 и R-тороида ближайшей к ней планеты PTFO 8-8695b минимальное значение периода нодальной прецессии пробной орбиты равно $T_\Omega \approx (26.1 \pm 3.0) \times 10^3$ лет.

8. РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

В этой статье построена новая модель для изучения вековых возмущений в небесной механике, названная R-тороидом. Метод построения R-тороида состоит из трех этапов: вначале движение усредняется по кеплеровскому эллипсу и получается одномерное кольцо Гаусса, затем усреднение прецессирующего кольца Гаусса по углу вращения линии апсид дает 2D R-кольцо; наконец, выполняя азимутальное усреднение прецессирующего R-кольца, получаем трехмерный R-тороид.

Распределение плотности внутри R-тороида является уникальным – его поверхность напоминает скорлупу с аномально высокой плотностью. Мы подробно изучаем гравитационный потенциал новой фигуры. Этот потенциал представлен не только в интегральной форме, но и в виде ряда как по степеням малых e и i, так и по обратным расстояниям пробной точки. Это позволило изучить зоны монотонного и немонотонного поведения потенциала и найти эквипотенциали. Методом интегрирования внешнего потенциала тороида по оскулирущей орбите была получена взаимная (потенциальная) энергия R-тороида и кольца Гаусса. Важность нахождения W_{mut} объясняется тем, что именно она используется затем в качестве возмущающей функции для вывода системы уравнений эволюции оскулирующих колец в гравитационном поле R-тороида, а также в поле центральной прецессирующей звезды. Были найдены периоды нодальной T_Ω и апсидальной T_ω прецессии кольца; доказано, что при малом наклоне отношение T_Ω/T_ω равно 2. Именно такое отношений для частот прецессий дают современные модели для экзопланет [10].

Рассмотрены примеры применения R-тороида. Установлено, что вековое влияние R-тороидов Сатурна и Юпитера распространяется на орбиты тел с полуосями, большими $a_{\min} \approx 582$ а.е. и $a_{\min} \approx 747$ а.е. соответственно. Следовательно, модель R-тороида можно применять для изучения вековой эволюции орбит тел в рассеянном диске Солнечной системы. Кроме того, эта модель позволяет изучать влияние планет-гигантов на движение гипотетической девятой планеты.

Перспективным является использование новой модели для изучения вековых эффектов в движении экзопланет, например, горячих юпитеров. Здесь параметры модели R-тороида были конкретизированы для трех экзопланет, время нодальной прецессии у которых известно. Показано, что среди огромного разнообразия внесолнечных систем существуют такие экзопланеты, для которых модель R-тороида позволяет описывать эволюцию орбит на умеренных, или даже близких расстояниях от центральной звезды. Так, для экзопланеты Kepler-413b R-тороид позволяет описывать эволюцию всех орбит с $a \geq 5.48$ а.е., а для экзопланеты PTFO 8-8695b критическое значение большой полуоси орбиты равно всего $a_{\min} \approx 0.20$ а.е.

В разделе 7.4 развит метод вычисления суммарного влияния гравитационного поля от центральной прецессирующей несферичной звезды и R-тороида ближней планеты PTFO 8-8695b на движение пробного тела. В частности, минимальное значение периода нодальной прецессии пробной орбиты оказалось равным $T_{\Omega} \approx (26.1 \pm 3.0) \times 10^3$ лет.

Важно заметить, что модель R-тороида можно применять не только к планетам, но и к орбитам центральных звезд, вокруг которых эти планеты движутся. В следующей работе мы покажем, что для циркумбинарных планет действительно можно построить систему из трех моделей R-тороида.

ПРИЛОЖЕНИЕ

РАЗЛОЖЕНИЕ ВНЕШНЕГО ПОТЕНЦИАЛА R-ТОРОИДА В РЯД

Для вывода формулы (24) целесообразно ввести функцию

$$F(R,z,x,a,g) = \frac{K(\bar{k})}{\sqrt{R^2 + z^2 + (x+a)^2 + 2(x+a)[R\sqrt{1-g^2(u)} - zg(u)]}}, \tag{A1}$$

которую разложим в ряд по переменным x и u. В результате получим ряд

$$F(R,z,x,a,g) = \sum_{n,m=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}\frac{g^m}{m!}\frac{\partial^{n+m}F(R,z,x,a,g)}{\partial x^n \partial g^m}\bigg|_{\substack{x=0\\g=0}}, \tag{A2}$$

который можно переписать, учитывая вид функции (A1), в виде

$$F(R,z,x,a,g) = \sum_{n,m=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}\frac{g^m}{m!}\frac{\partial^{n+m}\bar{F}(R,z,a,g)}{\partial a^n \partial g^m}\bigg|_{g=0}, \tag{A3}$$

где $\bar{F}(R,z,a,g) = F(R,z,x=0,a,g)$. После подстановки ряда (A3) в (22) с учетом (A1) и перестановки местами суммирования и интегрирования, двойной интеграл разделится на сумму произведений двух однократных интегралов

$$\Phi_{\text{out}}(r,\varphi,\theta) = \frac{2GM}{\pi^3 a}\sum_{n,m=0}^{\infty}\left[\frac{1}{n!}\int_{-ae}^{ae}\frac{(x+a)x^n dx}{\sqrt{a^2e^2 - x^2}}\times \right.$$
$$\left. \times \frac{\sin^m i}{m!}\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\sin^m u du \frac{\partial^{n+m}\bar{F}(R,z,a,g)}{\partial a^n \partial g^m}\bigg|_{g=0}\right]. \tag{A4}$$

Отсюда, вводя коэффициенты (25), в итоге получим формулу (24).

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы признательны Междисциплинарной Научно-Образовательной Школе МГУ “Фундаментальные и прикладные космические исследования”, а также И.А. Страхову за помощь в создании рисунка 5.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Б. П. Кондратьев*, *Теория потенциала. Новые методы и задачи с решениями* (М.: Мир, 2007).
2. *B. P. Kondratyev*, Solar Syst. Res. **46**, 352 (2012).
3. *В. А. Антонов, И. И. Никифоров, К. В. Холшевников*, *Элементы теории гравитационного потенциала и некоторые случаи его явного выражения* (Изд-во СПбГУ, 2008).
4. *М. А. Вашковьяк, С. Н. Вашковьяк*, Астрон. вестник **46**, 69 (2012).
5. *J. R. Touma, S. Tremaine, and M. V. Kazandjian*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **394**, 1085 (2009).
6. *B. P. Kondratyev and V. S. Kornoukhov*, Astron. Rep. **64**, 434 (2020).
7. *B. P. Kondratyev, N. G. Trubitsyna, and E. Sh. Mukhametshina*, ASP Conf. Ser. **316**, 326 (2004).
8. *B. P. Kondratyev*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **442**, 1755 (2014).
9. *B. P. Kondratyev and V. S. Kornoukhov*, Astron. Rep. **64**, 870 (2020).

10. *Y. Judkovsky, A. Ofir, and O. Aharonson*, Astron. J. **160**, id.195 (2020).
11. *C. D. Murray and S. F. Dermott*, *Solar System Dynamics* (Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2000).
12. *J. L. Simon, P. Bretagnon, J. Chapront, M. Chapront-Touze, G. Francou, and J. Laskar*, Astron. and Astrophys. **282**, 663 (1994).
13. *K. Batygin and M. E. Brown*, Astron. J. **151**, 22 (2016).
14. *K. Batygin, F. C. Adams, M. E. Brown, and J. C. Becker*, *Physics Reports*. **805**, 1 (2019).
15. *JPL Small-Body Database*.
16. *R. A. Wittenmyer, M. Endl, W. D. Cochran, and H. F. Levison*, Astron. J. **134**, 1276 (2007).
17. *V. B. Kostov, P. R. McCullough, J. A. Carter, M. Deleuil, et al.*, Astrophys. J. **784**, 14 (2014).
18. *M. C. Johnson, W. D. Cochran, A. Collier Cameron, and D. M. Bayliss*, Astrophys. J. Lett. **810**, 23 (2015).
19. *St. Raetz, T. O. B. Schmidt, S. Czesla, T. Klocová, et al.*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **460**, 2834 (2016).
20. *J. W. Barnes, J. C. van Eyken, B. K. Jackson, D. R. Ciardi, and J. J. J. W. Fortney*, Astrophys. J. **774**, 53 (2013).

АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2021, том 98, № 5, с. 423–430

УДК 521.1

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ФОТОМЕТРИЧЕСКОГО СТРУКТУРНОГО АНАЛИЗА И ОЦИФРОВАННЫХ ДАННЫХ ПОЗИЦИОННЫХ НАБЛЮДЕНИЙ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ МАЛЫХ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ

Ю. А. Нефедьев[1, *], А. В. Багров[2], В. С. Усанин[1], А. О. Андреев[1, 3, 4], Н. Ю. Демина[1]

[1] *Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань, Россия*
[2] *Институт астрономии РАН, Москва, Россия*
[3] *Московский государственный университет, Москва, Россия*
[4] *Казанский государственный энергетический университет, Казань, Россия*
**E-mail: star1955@yandex.ru*

Поступила в редакцию 23.12.2019 г.
После доработки 29.01.2021 г.
Принята к публикации 29.01.2021 г.

Задачи по изучению малых небесных тел являются важной составляющей современных космических исследований. Это касается как исследования физико-химических и эволюционных параметров, так и нахождения генетических связей метеорных потоков и их родительских тел. Важным направлением исследований является структурный анализ комет и астероидов. Актуальность изучения кометных тел заключается в том, что кометы содержат данные о протосолнечном молекулярном облаке. Ядра комет представляют собой твердые тела, состоящие из пыли (силикаты, полимеры, полициклические ароматические углеводороды и др.) и льда различного состава (вода, углекислый газ, угарный газ, метан, аммиак и др.). Ядра комет являются хрупкими и из-за их низкой плотности, малой массы и силы тяжести имеют неправильную форму. Изучение структурных и физико-химических характеристик комет является актуальной и важной задачей для разработки эволюционной теории. Используя разработанный метод и специальное программное обеспечение для яркостного анализа цифровых изображений, мы создали структурные модели комет и получили яркостные изофоты их ядер, головы и хвостов. Так как ядра комет являются элементами динамической эволюции и процессов в протодиске Солнечной системы, исследование цифровой структуры комет позволит уточнить теорию образования и эволюции Солнечной системы.

DOI: 10.31857/S0004629921060050

1. ВВЕДЕНИЕ

Единственным методом для исследования динамики небесных тел в течение очень продолжительных (в масштабе 100 лет) временны́х интервалов является анализ астрономических пластинок (astronomical plates, AP), хранящихся в стеклянных библиотеках. Как известно, вид неба в данный момент – это уникальное изображение, и его фотография может служить некоей машиной времени для исследования в будущем. Например, многие рентгеновские и γ-источники являются также источниками оптического излучения. Поэтому фотопластинки с изображением звездных площадок могут быть использованы для дополнительного изучения таких объектов, включая и объекты астрофизики высоких энергий [1], хотя эти фотопластинки были получены совсем для других целей. Например, в работе [2] фотопластинки, полученные на телескопах Шмидта, используются как дополнительная информация в ультрафиолетовом эксперименте, основанном на низкодисперсной спектроскопии (low dispersion spectroscopy, LDS) звезд. Такие фотопластинки являются источниками астрофизических данных для автоматизированного отождествления объектов со специфическими спектрами и анализа спектральной динамики [2].

В настоящее время особенно активные процессы происходят в области развития цифровой науки. С этой целью в астрономических организациях создаются виртуальные астрономические обсерватории (virtual astronomical observatories, VAO). Такие цифровые обсерватории включают в себя данные астрономических и астрофизических наблюдений, выполненных в разные годы, и создание программных средств для работы с ними [3, 4]. Сегодня астрономические работы по анализу фотопластинок в Астрономической обсерватории им. В.П. Энгельгардта (АОЭ, Engelhardt astronomical observatory, EAO) переходят на новый уровень благодаря развитию новых технологий [5]. Были проведены исследования, связанные с решением теоретических и прикладных задач астрофотограмметрии и обработки фотографических данных [6]. Это относится и к редукции фотопластинок комет. Считается, что ядра комет образовались из вещества протопланетного диска. Таким образом, изучение структуры и физических свойств комет позволяет понять эволюцию формирования всей планетарной составляющей Солнечной системы. Наиболее интенсивные исследования кометных атмосфер и структур проводились на основе использования фотографических наблюдений ярких околоземных комет. Однако следует упомянуть две проблемы, связанные с изучением эволюции комет.

Первая состоит в том, что современные работы по взаимному сравнению комет с большой величиной перигелийного расстояния и наблюдавшихся на малых гелиоцентрических расстояниях показали, что такие кометы имеют различные уровни активности [7]. Это приводит к наблюдательной селекции полученного материала по долгопериодическим кометам.

Вторая проблема заключается в том, что согласно современным представлениям, большая часть кометного вещества находится в поясе Койпера и облаке Оорта [8]. Соответственно, кометы как первичные планетезимали могли сохраняться до наших дней при разных условиях. С другой стороны, формирование Солнечной системы имело более сложный динамический характер [8]. Таким образом, моделирование и анализ структуры различных комет могут помочь разработать более точную теорию их происхождения и эволюции. Задачи по нахождению генетических связей между метеорными потоками и их родительскими телами, которыми могут быть кометы, также являются современными и актуальными [9, 10]. Цифровая библиотека АОЭ содержит более 2150 оцифрованных изображений астероидов и комет. Исследование этих объектов современными методами позволит получить новые структурные, динамические и эволюционные параметры малых небесных тел. Настоящая работа направлена на построение изоденсных структурированных моделей комет и проведение их анализа.

2. МЕТОД СОЗДАНИЯ ЦИФРОВЫХ ИЗОДЕНСНЫХ МОДЕЛЕЙ

В настоящее время цифровой изоденсный анализ (Digital Isodensity Analysis, DIA) используется для изучения различных сложных астрофизических систем [11]. Основой изоденсного анализа является псевдосоляризационный эффект Сабатье (pseudo-solarization effect, PSE) [12], который заключается в обращении в позитив фотоизображения, происходящем при добавочной равномерной засветке слоя фотопластинки в начале процесса ее проявления. При этом чувствительность фотоэмульсии к добавочной фотозасветке уменьшается в зависимости от первоначального значения экспозиции изображения, т.е. более яркие участки реального изображения (на негативе это более черные области) становятся более светлыми, чем окружающие менее яркие (т.е. менее черные на негативе) области. Такие участки называются линиями Макки. Варьируя время экспозиции и условия проявления, можно получить не полное обращение негатива в позитив, а выделить некоторый интервал яркостной плотности изображения, т.е. получить изоденсу, соответствующую определенному интервалу яркостной плотности. В нашей работе был разработан модифицированный метод (Method of the Digital Isodensity Modelling, MDIM) для анализа фотопластинок с использованием программных пакетов современных графических редакторов. Используя внутренние фильтры графических редакторов, можно создать имитационные модели псевдосоляризационного эффекта, изменяя параметры яркостных кривых полутонов для монохромного изображения. Метод и стадии создания имитационных моделей псевдосоляризационного эффекта следующие:

1. Оцифровка фотопластинок с изображениями малых небесных тел на сканере A3 Microtek ScanMaker 1000XL plus. Данный сканер имеет пиксельное разрешение 2400×4800 dpi и оптическую плотность 3.8D. Основу системы сканирования и оцифровки фотопластинок составляет автоматический аппаратно-программный комплекс анализа изображений (Hardware and Software Image Processing Complex, HSIPC).

2. Для построения структурных областей одинаковой плотности – изофот (isophotes) – с заданными граничными условиями используется программный алгоритм имитации псевдосоляризационного эффекта. Это наглядно изображено на рис. 1. Изначально имеется негативное изображение фотопластинки. Затем программным методом с помощью графического редактора из дубликата фотопластинки строится позитивное изображение.

3. Следующий шаг – цифровое наложение негативного и позитивного изображений и приведение яркостных параметров к заданным краевым значениям позволяют построить области одинаковой яркостной плотности в заданных границах $D \pm \Delta D$, где D – заданная яркостная плотность выделенной области изображения, соответствующая определенной изоденсе, а ΔD – допуск изменения значения при построении изоденсы. Следует уточнить, что изофота – это кри-

вая, соединяющая точки изображения с одинаковой плотностью, а изоденса соответствует области с точками заданного интервала плотности на изображении. Таким образом, получаются цифровые карты изоденс (Digital Isodensity Maps, DIM) – областей со средней плотностью в заданных краевых значениях. Программное изменение яркостных характеристик позитива и негатива позволяет выделять разные области средней освещенности. Чем больше значение яркости, тем более темные области фотопластинки будут выделяться, а чем больше значение коэффициента контрастности, тем меньшая область средней плотности будет выделена, и, соответственно, будет меньшее значение ΔD. В результате создается DIM целой системы изофот. Следует отметить, что при анализе фотопластинки используются все яркостные каналы графического редактора, и в зависимости от того, какое изображение (позитив или негатив) имеет большее значение яркости, производится либо совмещение изображений основного негатива и позитива, либо вычитание основного светового канала из совмещенного изображения. Для имитации псевдосоляризационного эффекта используется программный фильтр графического редактора. В результате мы получаем DIM с четко выделенными изофотами.

4. С целью определения значений относительных звездных величин для разных изофот можно применить известный программный продукт Maxlm DL. С использованием возможностей Maxlm DL для исследуемого изображения, производится оценка величины ошибки измерений по взаимному соотношению полезной яркости к шумовому фону (signal to noise ratio, SNR). Значение коэффициента SNR определяется с помощью программного модуля “Toggle information” в режиме “Aperture”. Модельные вычисления показали, что применение HSIPC и описанных выше процедур позволяет достичь точности оценки относительной яркости DIM для структурных изофот в диапазоне 0.08^m–0.10^m.

3. АНАЛИЗ DIM МОДЕЛЕЙ

К самым ярким околоземным небесным телам относится комета C/Bennett (1969 Y1). Параметры C/Bennett (1969 Y1) приведены в табл. 1. Данная комета в перигелии приближалась к Солнцу на 0.537606 а. е., достигала светимости выше 0^m и имела сложный структурно изменяющийся хвост. Голова кометы Беннета окружена большим вытянутым водородным облаком, имеющим протяженность более 13 млн. км [13]. Хвост кометы был расположен параллельно вытянутой структуре этого облака. Яркость ближайшей к центру ядра изофоты можно принять равной 0^m.

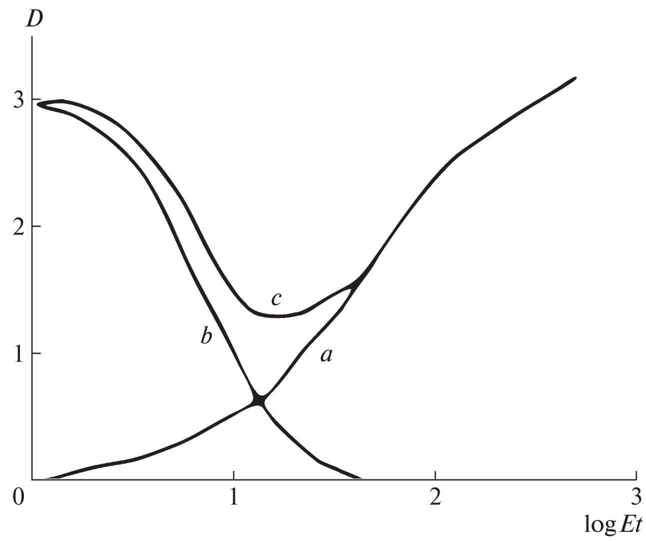


Рис. 1. Зависимость яркостной плотности фотопластинки (D) от логарифма количества освещенности Et (Et – произведение освещенности E и выдержки t). Приведены характеристическая кривая для негативного изображения фотопластинки (a), яркостная кривая для позитивного изображения фотопластинки (b) и суммарное почернение с выделением областей одинаковой плотности (c).

На рис. 2 представлена DIM, построенная по фотопластинке с экспозицией в 30 с. Изофота № 1 – это самая яркая центральная область головы кометы. Изофота № 2 имеет структуру, близкую к кольцевидной. Следующие по порядку изофоты имеют вытянутости в направлении выброса вещества кометным ядром. Фотометрический центр изображения кометы имеет асимметричную форму. Расположение изофот относительно друг друга довольно плотное, и величина отличия между средними плотностями изофот составляет 0.06^m. Суммарное уменьшение яркости от изофоты № 1 до изофоты № 9 равно 3.40^m.

DIM кометы Беннета на рис. 2 показывает, что структура внешних изофот повторяется с высоким уровнем детализации. Вблизи перигелия газовыделение из кометного ядра было очень интенсивным, но облако испаряющихся газов не деформировалось. Считается вероятным, что крупномасштабные структуры в комах комет являются признаками изменений полной газопроизводительности ядер, вызванных вращением [14]. Следовательно, отсутствие таких структур в случае кометы Беннета может указывать на отсутствие на ядре данной кометы преобладающих отдельных источников газовыделения (однородность газовыделения с поверхности ядра), либо на такое расположение этих источников по отношению к оси вращения, что вблизи времени на-

Таблица 1. Параметры комет Беннета (C/1969 Y1), Хонды–Мркоса–Пайдушаковой (45P) и Аренда–Роланда (C/1956 R1)

Название и обозначение	Беннета (C/1969 Y1)	Хонды–Мркоса–Пайдушаковой (45P)	Аренда–Роланда (C/1956 R1)
Эпоха, юлианский день	244 0680.5	245 0560.5	243 6028.5
q, а.е.	0.537606	0.5316337	0.316044
e	0.996193	0.8242502	1.000246
i, °	90.0394	4.24823	119.94430
ω, °	354.1460	326.0436	308.77457
Ω, °	224.6574	89.1391	215.85542
T	1970 03 20.0446	1995 12 25.97821	1957 04 08.0324
P, годы	≈1678	5.261	нет
Ссылка	SAO_2008	JPL J954/21	JPL 3

Примечание. q – перигелийное расстояние в а. е.; i – наклон орбиты в градусах; e – эксцентриситет; ω – аргумент перигелия в градусах; Ω – долгота восходящего узла в градусах; T – момент прохождения перигелия в формате год-месяц-день; P – орбитальный период в годах.

блюдения они не пересекали линию терминатора. Как известно, сублимация газов идет преимущественно с освещенной Солнцем поверхности, поэтому второй вывод, который можно сделать из структуры комы, заключается в том, что эрозия ядра вблизи времени прохождения кометой перигелия привела к обнажению свежей поверхности, содержащей большое количество высоколетучих веществ. Несмотря на сильнейшее газовыделение, комета Беннета не имеет чисто пылевого хвоста, хотя газовые струи, исходящие из ядра, должны были увлекать с собой пылевые частицы.

Другим интересным объектом является комета Хонды–Мркоса–Пайдушаковой (45P/Honda–Mrkos–Pajdusakova). Параметры кометы приведены в табл. 1. Данная комета принадлежит к малым небесным телам семейства Юпитера. Такие объекты имеют стационарное состояние “эклиптических” комет и небольшой наклон орбиты к плоскости эклиптики.

На рис. 3 изображена DIM кометы Хонды–Мркоса–Пайдушаковой. Средняя разница между соседними изофотами составляет 0.045^m. При использовании алгоритма MEDIM для построения DIM получены следующие результаты. Гранулярность, т.е. количество изофот, остается практически постоянной, в то время как ширина изофот значительно уменьшается, что увеличивает точность представления структуры кометы в случае ее природной неоднородности.

При создании DIM яркость ядра кометы была принята равной 0^m. Точность представления изофот составила 0.045^m. Такое значение точности объясняется тем, что разные изофоты отличаются друг от друга на 0.02^m, 0.025^m и 0.03^m.

На рис. 4 представлена динамическая DIM модель кометы Хонды–Мркоса–Пайдушаковой. Хорошо видно последовательное изменение структуры DIM от центральной области к периферийной в зависимости от времени. Около кометного ядра изофоты имеют кольцевидную форму. Если в центре DIM изофоты имеют форму, близкую к узким кольцам, то к периферийным областям проявляются вытянутости по направлению кометного хвоста и утолщение их структуры. В DIM № 841, № 851 и № 855 можно выделить большой и малый хвостовые лучи.

Характер эволюции карты изофот подтверждает неоднородность областей газовыделения с поверхности кометного ядра. По-видимому, в результате вращения ядра происходила смена зон основного газовыделения. Голова кометы формируется не просто массой сублимированных из ядра газов, но и перераспределением выброшенного газа давлением солнечного излучения. Каждая изофота отражает как направление и объем выброшенных газов, так и их дрейф. На рис. 4 видно, что некоторые элементы изофот вытянуты не вдоль направления от Солнца, а под разными углами к нему; это можно интерпретировать как указание на направление выброса отдельных сильных струй, впоследствии сохранившееся до полной дилюции выброса. Направление выброса можно определить как направление оси симметрии самого выброса по отношению к положению изофоты № 1. Среднюю скорость выброса из некоторой зоны можно оценить по величине наблюдаемой асимметрии относящейся к нему изофоты по отношению к фотометрическому центру головы кометы. Это исследование предполагается выполнить позднее.

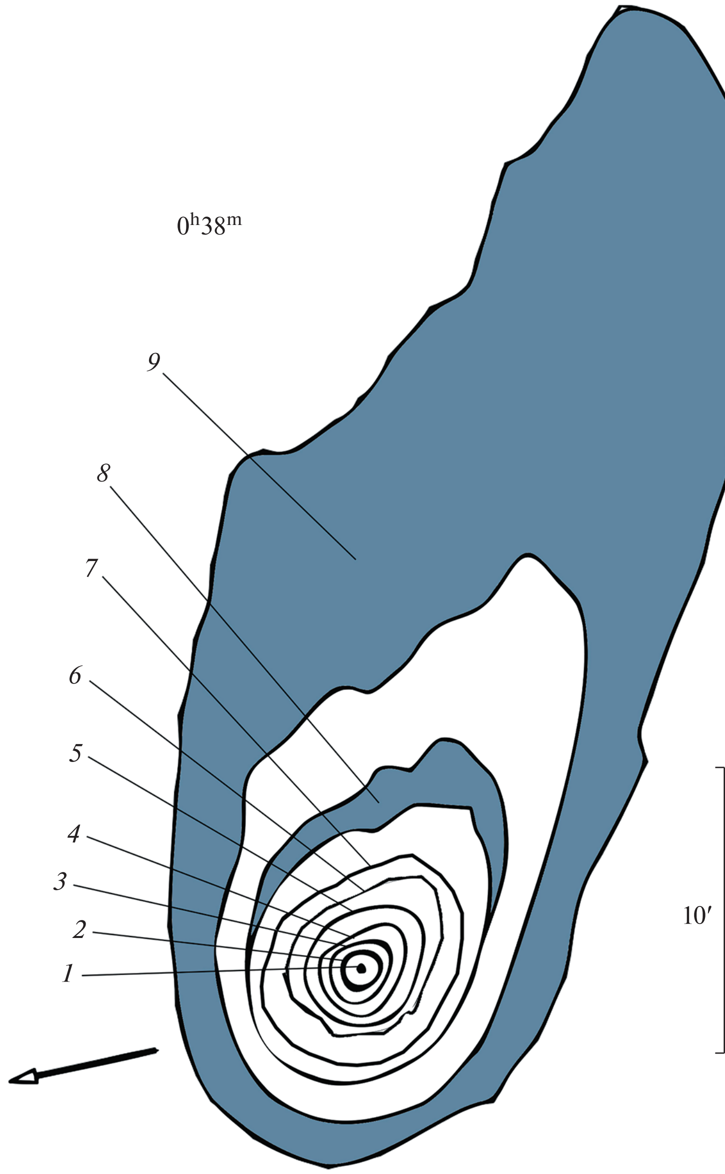


Рис. 2. DIM модель кометы Беннета 10 апреля 1970 г. в 0^h38^m UT.

Другим интересным объектом при анализе структурного распределения изофот в DIM модели (рис. 5) является долгопериодическая комета Аренда–Роланда C/1956 R1 (Arend–Roland). Параметры Аренда–Роланда приведены в табл. 1.

Карта изофот кометы Аренда–Роланда показывает существование сильного узкого выброса из ядра кометы, причем настолько сильного, что давление солнечного излучения не могло затормозить его на расстоянии нескольких миллионов километров. Поскольку данное изображение было получено через 18 сут после прохождения перигелия, когда гелиоцентрическое расстояние кометы достигло только 0.62 а. е., причиной такого аномального выброса могло быть масштабное разрушение части пылевой коры из-за распространения тепловой волны до легко летучих компонентов в подповерхностных слоях и их испарения. Процесс сублимации является фазовым переходом первого рода, следовательно, если он происходит при постоянном давлении, температура льда и газов в течение этого процесса остается постоянной, несмотря на поглощение тепла. Поэтому начальная температура испаренных газов могла быть относительно невысокой (в некоторых космогонических расчетах используется температура сублимации чистого водяного льда около 152 K, льда из чистого угарного газа – 25 K [15]). Однако увлекаемые струей газов тугоплавкие частицы (пылинки) при этом находились в

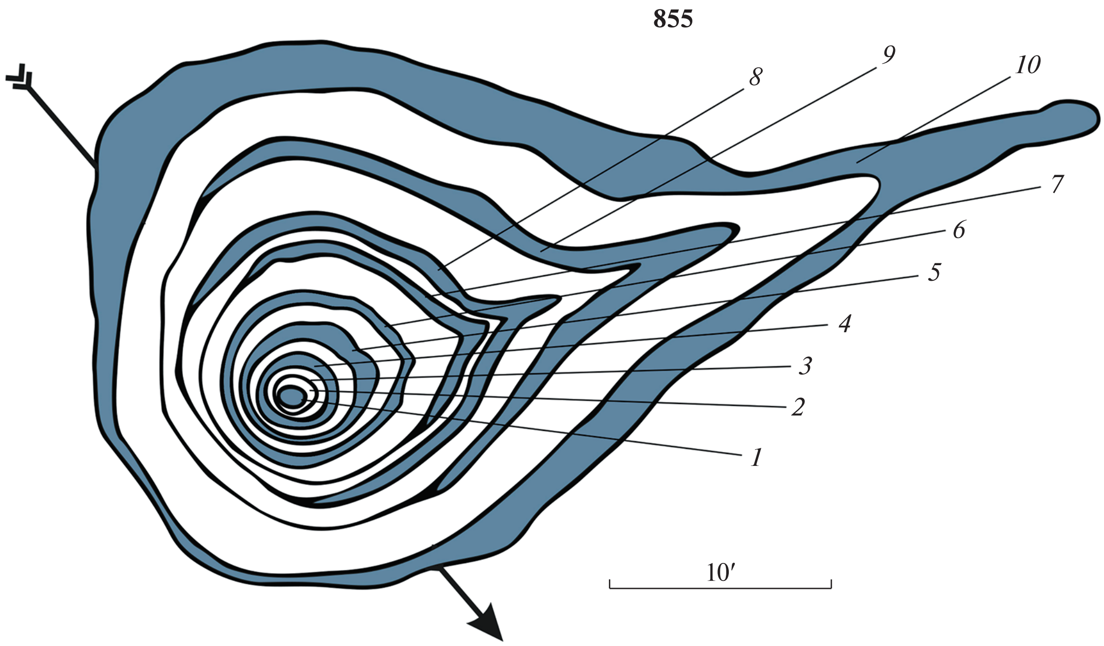


Рис. 3. DIM модель кометы Хонды–Мркоса–Пайдушаковой 29 августа 1968 г. в $21^h21^m37^s$ UT.

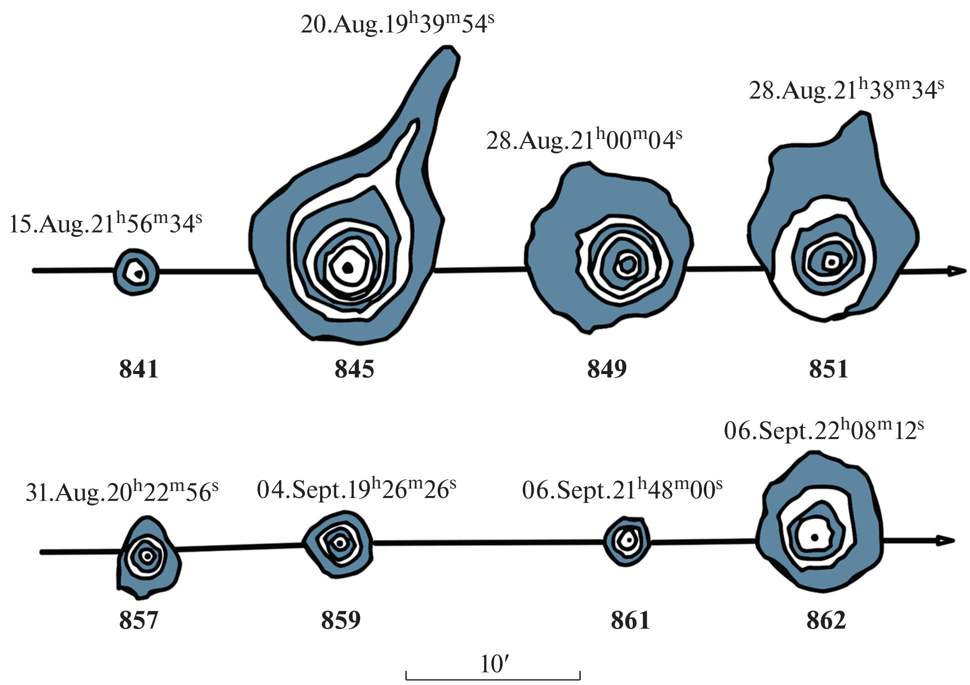


Рис. 4. Динамическая DIM кометы Хонды–Мркоса–Пайдушаковой.

струе и сильно нагревались солнечными лучами. Газ в струе, сам слабо поглощающий излучение в видимом свете и ближнем инфракрасном диапазоне, на которые приходится большая часть энергии солнечного излучения, нагревался от пылинок, что обеспечило очень высокую скорость их выброса. Малозаметные вариации массы выброшенного из ядра кометы материала, почти неразличимые в аномальном хвосте кометы, становятся заметными в структуре изофот нормального хвоста.

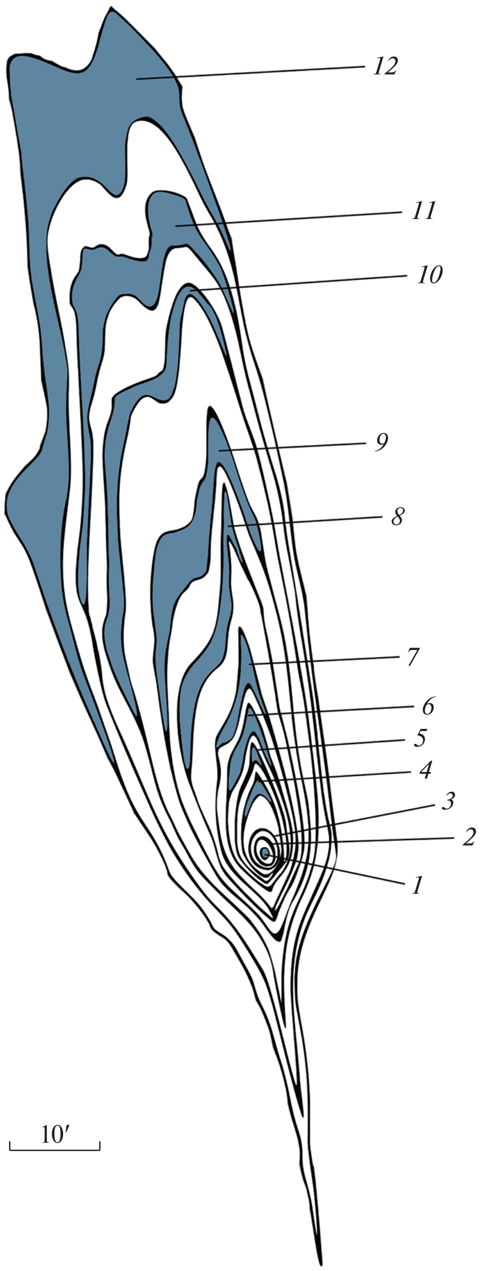


Рис. 5. DIM модель кометы Аренда–Роланда 26 апреля 1957 г. в $20^h48^m49^s$ UT.

Ярко выраженного пылевого хвоста у кометы Аренда–Роланда не наблюдается. Можно утверждать, что на орбите кометы Аренда–Роланда отсутствуют метеорные частицы. Что касается мелких пылевых частиц, всегда присутствующих в кометных льдах, то они выбрасывались на очень большое расстояние, и их пространственная плотность не могла быть высокой. Скорее всего, комета Аренда–Роланда тоже имела классический пылевой хвост, но его поверхностная яркость даже в самых плотных частях оказалась недостаточной, чтобы быть зарегистрированной фотографическим методом.

Как видно из рис. 5, в процессе построения модели DIM были получены довольно близкие друг к другу и узкие изофоты. Средние значения отличий соседних изофот одинаковой плотности достигают 0.02^m, а точность их определения – 0.02^m. Периферийное значение яркости изофоты № 12 отличается от фона на 0.01^m. Такая высокая точность построенных изофот может использоваться как прямое доказательство газообразования преимущественно на обращенной к Солнцу поверхности ядра данной кометы, так как на всех изофотах градиент яркости вдоль линии “ядро кометы – направление на Солнце” существенно круче на обращенной к Солнцу стороне, чем с противоположной стороны ядра.

4. ВЫВОДЫ

Развитие работ по применению современных технологий для анализа астрономических фотопластинок направлено на сохранение уникальных астрономических наблюдений, выполненных в течение многих лет, и использование их для современных научных исследований. Построенные в настоящей работе DIM имеют более четкую структуру, чем аналогичные модели, полученные другими исследователями [16–18]. Разработанный метод можно применять для анализа и оценки активности таких сложных систем, как кометы, которые во многих случаях наблюдались только в одном прохождении и которые можно исследовать только по архивным фотографическим наблюдениям. Необходимо отметить, что изучение динамики комет напрямую связано с теоретическим описанием динамической эволюции Солнечной системы.

Дальнейшее применение разработанных в настоящей работе методов планируется направить на исследование цифровых моделей других небесных объектов, в частности для анализа малых небесных тел [19–22], Луны [23–27], звездных объектов [28] и Земли [29], определения динамических параметров небесных тел [30] с применением многопараметрического анализа [31], селенофизического анализа [32] и для изучения активности Солнца [33]. Объединение цифровых электронных баз данных АОЭ с данными других мировых виртуальных обсерваторий позволит получить глобальную цифровую сеть астрономических наблюдений, которая будет использоваться как интерактивное хранилище для современных и исторических данных и результатов их обработки. Также следует отметить, что развитие рынка космических услуг открывает возможность постоянного использования электронных баз астрономических данных для текущей деятельности современной астрономии.

ФИНАНСИРОВАНИЕ

Настоящая работа частично поддержана Российским научным фондом, грант 20-12-00105 (согласно гранту разработан метод анализа данных и проведены численные расчеты). Работа выполнена за счет средств Программы стратегического академического лидерства Казанского (Приволжского) федерального университета. Работа частично поддержана грантом Российского фонда фундаментальных исследований 19-32-90024 Аспиранты и Фондом развития теоретической физики и математики "БАЗИС".

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *R. Hudec*, Astron. Nachricht. **339**, 408 (2018).
2. *R. Hudec*, Astron. Nachricht. **339**, 416 (2018).
3. *O. Malkov and I. Zolotukhin*, Astron. Nachricht. **334**, 818 (2013).
4. *O. B. Dluzhnevskaya and O. Y. Malkov*, Astron. Rep. **49**, 1028 (2005).
5. *A. Andreev, Y. Nefedyev, and N. Demina*, Astron. Astrophys. Trans. **31**, 37 (2019).
6. *Y. Nefedyev, S. Valeev, R. Mikeev, A. Andreev, and N. Varaksina*, Adv. Space Research **50**, 1564 (2012).
7. *J. M. Dlugach, O. V. Ivanova, M. I. Mishchenko, and V. L. Afanasiev, J. Quant*. Spectroscop. Radiative Transfer **205**, 80 (2018).
8. *D. Lis, N. Biver, D. Bockelo-Morvan, P. Hartogh, et al.*, Astrophys. J. Letters **774**, id. L3 (2013).
9. *M. Sokolova, Y. Nefedyev, M. Sergienko, N. Demina, and A. Andreev*, Adv. Space Research **58**, 541 (2016).
10. *M. Sokolova, M. Sergienko, Y. Nefedyev, A. Andreev, and L. Nefediev*, Adv. Space Research **62**, 2355 (2018).
11. *M. Pennetta*, Geosciences **8**, 235 (2018).
12. *I. I. Breido and T. P. Chebotareva*, Izvestiya GAO **180**, 159 (1966).
13. *M. J. Hendrie*, J. Brit. Astron. Assoc. **109**, 14 (1999).
14. *J. F. Crifo, M. Fulle, N. I. Kömle, and K. Szego*, Comets II. Part V: The Gas Coma, p. 471 (2004).
15. *T. Yamamoto*, Astron. and Astrophys. **142**, 31 (1985).
16. *L. Cai-Pin and K. Hiroshi*, Chin. Astron. and Astrophys. **7**, 11 (1983).
17. *Y. Moulane, E. Jehin, C. Opitom, F. Pozuelos, J. Manfroid, Z. Benkhaldoun, A. Daassou, and M. Gillon*, Astron. and Astrophys. **619**, id. A156 (2018).
18. *M. Fulle and G. Sedmak*, Icarus **74**, 383 (1988).
19. *M. Sergienko, M. Sokolova, Y. Nefedyev, and A. Andreev*, Astron. Rep. **64**, 1087 (2020).
20. *V. Usanin, Y. Nefedyev, and A. Andreev*, Adv. Space Research **58**, 2400 (2016).
21. *M. Sokolova, Y. Nefedyev, and N. Varaksina*, Adv. Space Research **54**, 2415 (2014).
22. *M. Sokolova, E. Kondratyeva, and Y. Nefedyev*, Adv. Space Research **52**, 1217 (2013).
23. *A. O. Andreev, Y. A. Nefed'ev, L. A. Nefed'ev, E. N. Akhmedshina, N. Y. Demina, and A. A. Zagidullin*, Uchenye Zapiski Kazanskogo Universiteta. Seriya Fiziko-Matematicheskie Nauki **162**, 223 (2020).
24. *N. Petrova, A. Zagidullin, Y. Nefedyev, V. Kosulin, and A. Andreev*, Adv. Space Research **60**, 2303 (2017).
25. *K. Churkin, A. Andreev, Y. A. Nefedyev, N. Petrova, and N. Y. Demina*, Astron. Rep. **62**, 1042 (2018).
26. *A. Andreev, Y. A. Nefedyev, N. Y. Demina, L. Nefediev, N. Petrova, and A. Zagidullin*, Astron. Rep. **64**, 795 (2020).
27. *N. Petrova, Y. Nefedyev, A. Andreev, and A. Zagidullin*, Astron. Rep. **64**, 1078 (2020).
28. *N. Varaksina, Y. Nefedyev, K. Churkin, R. Zabbarova, and S. Demin*, in J. Phys. Conf. Ser. (IOP Publishing, 2015), **661**, p. 012014.
29. *V. Lapaeva, V. Meregin, and Y. Nefedjev*, Geophys. Res. Lett. **32**(24), id. L24304 (2005).
30. *Y. A. Nefedyev, A. Andreev, N. Petrova, N. Y. Demina, and A. Zagidullin*, Astron. Rep. **62**, 1016 (2018).
31. *S. Demin, O. Y. Panischev, and Y. A. Nefedyev*, in J. Phys. Conf. Ser. (IOP Publishing, 2015), **661**, p. 012003.
32. *N. Varaksina, Y. Nefedyev, K. Churkin, R. Zabbarova, and S. Demin*, in J. Phys. Conf. Ser. (IOP Publishing, 2015), **661**, p. 012015.
33. *S. Demin, Y. Nefedyev, A. Andreev, N. Demina, and S. Timashev*, Adv. Space Research **61**, 639 (2018).

АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2021, том 98, № 5, с. 431–440

УДК 521.1

АНАЛИЗ ЦИФРОВОЙ МОДЕЛИ ФИЗИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ ЛУНЫ, ПОСТРОЕННОЙ НА ОСНОВЕ СПУТНИКОВЫХ АЛЬТИМЕТРИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

А. О. Андреев[1, 2, 3], Е. Н. Ахмедшина[1], Л. А. Нефедьев[1], Ю. А. Нефедьев[1, *], Н. Ю. Демина[1]

[1] *Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань, Россия*
[2] *Московский государственный университет, Москва, Россия*
[3] *Казанский государственный энергетический университет, Казань, Россия*
**E-mail: star1955@yandex.ru*

Поступила в редакцию 23.12.2019 г.
После доработки 29.01.2021 г.
Принята к публикации 29.01.2021 г.

При выполнении космических миссий по исследованию Солнечной системы было получено значительное количество данных о геофизических и морфологических свойствах планет. Это позволило создать новое научное направление – сравнительную планетологию. Данное направление сосредоточено не только на развитии эволюционных и космогонических концепций, но и на описании природных явлений, происходящих на небесных телах. Целью настоящей работы является исследование цифровой модели физической поверхности Луны, построенной на измерениях, выполненных в ходе космической миссии “Kaguya”. Для построения и анализа такой модели использовался многопараметрический гармонический анализ оптических и альтиметрических данных, полученных в ходе осуществления окололунных спутниковых наблюдений. Разработанный подход предполагает создание регрессионных гармонических моделей на основе разложения альтиметрических данных и анализ их фрактальных размерностей. Для исследуемой системы получен спектр фрактальных оценок как для различных локальных зон, так и для полной модели лунной сферы.

DOI: 10.31857/S0004629921060013

1. ВВЕДЕНИЕ

Анализ структуры и эволюции небесных тел включает в себя различные методы статистического многопараметрического анализа [1–3]. В настоящее время одним из перспективных направлений исследования структуры, материалов и их свойств разнородных природных объектов является фрактальная геометрия. Основное свойство фрактальных объектов – подобие при масштабировании. Описание экспериментальных данных с помощью фракталов позволяет рационально представлять их.

Количественной мерой, характеризующей распределение структуры в пространстве, является фрактальная размерность D. Исследования фрактальной размерности позволяют изучать не только структуру, но и связь между структурой и процессами ее формирования. Фрактальные структуры были обнаружены и в динамических системах. В частности, методы фрактального анализа позволяют количественно описать модели поверхностей небесных тел. В работе [4] подробно описаны основные подходы при фрактальном анализе параметров тел Солнечной системы. Однако в отличие от предыдущих исследований, в настоящей работе использовался авторский метод более точного учета коэффициентов самоподобия и цветовых фрактальных размерностей с целью нахождения самоподобных структур на основе многопараметрического анализа.

2. ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ ФИЗИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ ЛУНЫ

Основным методом исследования рельефа Луны является численно-аналитический метод, который подразумевает разложение спутниковых высотных данных в гармонические ряды по сферическим функциям.

При построении цифровой модели физической поверхности Луны использовалось регрессионное моделирование. С этой целью был разработан программный комплекс “Автоматизированная система преобразования координат” (ASTC). Программные модули обеспечивают решение нормальных и переопределенных систем линейных алгебраических уравнений. Решение последних реализовано на основе МНК. В отличие от существующих специализированных программных пакетов (СПП), созданных российскими и зарубежными командами и ориентированных на обработку данных с использованием методов математической статистики, ASTC разработана конкретно для решения селенодезических задач с учетом ряда необходимых для этого условий и позволяет выполнять процедуры регрессионного моделирования селенографических и гравиметрических параметров Луны. Данный программный комплекс имеет возможность перебора большого количества вариантов решения с целью оценки ошибок неизвестных. При этом проводится сопоставление остатка с основными параметрами МНК при определении параметров модели. Величины неизвестных и их ошибок, значения элементов матрицы корреляции, внутренние и внешние показатели качества, используемые для определения надежности и получения рекомендаций по структурированию модели, могут играть роль выходных данных. В большинстве случаев программа выполняет определенную процедуру поиска наиболее надежной структуры модели. Существует возможность использования пошагового регрессионного анализа, который применяется для получения модели при меньшем количестве наблюдений n, чем число коэффициентов p. Это возможно, поскольку дополнительные члены вводятся в модель последовательно, и процедура расчета может закончиться раньше, чем появятся избыточные решения.

Модель лунного рельефа может быть построена с использованием вариаций разложения радиусов-векторов $R(\lambda_i, \varphi_i)$ по сферическим функциям в следующем виде:

$$R(\lambda_i, \varphi_i) = F(\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm}, \bar{P}_{nm}), \tag{1}$$

где λ_i, φ_i – известные селенографические координаты точек лунной поверхности; $\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm}$ – стандартизированные коэффициенты сферических гармоник; $\bar{P}_{nm}$ – стандартизированные связанные функции Лежандра.

В результате разложений по гармоническим коэффициентам была построена цифровая модель высотных данных с точностью покрытия одна точка на один квадратный градус поверхности, что является вполне достаточным для наших исследований.

3. МЕТОД АНАЛИЗА ДАННЫХ ЦИФРОВОЙ ВЫСОТНОЙ КАРТЫ ЛУНЫ

Наибольшей чувствительностью обладают фрактальные размерности по нескольким свойствам исследуемых структур [5].

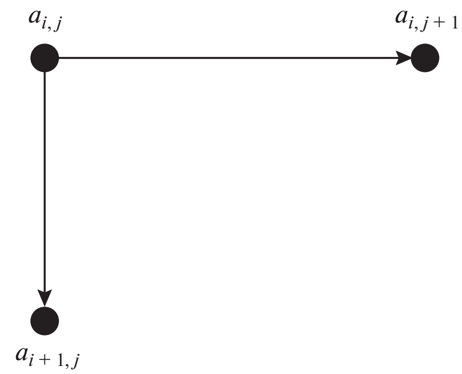


Рис. 1. Диаграмма Хассе.

Пусть структура рассматриваемого объекта может быть представлена частично упорядоченным множеством $A(N^2)$, где N^2 – число элементов a_{ij} в множестве $a_{ij} \in A(N^2)$, где $i,\ j = 1, \ldots, N$.

Будем считать, что частичный порядок на конечном множестве задается диаграммой Хассе (рис. 1) и элементы множества обладают некоторыми свойствами $H_\xi(a)$ (размер, цвет, объем, форма и т.д.), присущими только элементам данного множества $\forall a_{ij}$ $(a_{ij} \in \{a \mid H_\xi(a)\})$. Если общих свойств несколько, $\xi > 1$, то описание множества должно быть произведено с помощью нескольких фрактальных размерностей.

Представим множество $A(N^2)$ в виде

$$A(N^2) = Q^{(1)}(n^2) \cup Q^{(2)}(n^2) \cup \ldots Q^{(\alpha^2)}(n^2), \tag{2}$$

где $Q^{(k)}(n^2)$ – непересекающиеся подмножества множества $A(N^2)$

$$Q^{(k)}(n^2) \cap Q^{(k')}(n^2) = \emptyset,$$

$\alpha = \dfrac{N}{n}$, где α и n – целые. Тогда α и n представляют из себя множества $\forall \alpha \in \{\alpha_\gamma\}$ и $\forall n \in \{n_\gamma\}$. Причем $n_{\max} = \sup\{n_\gamma\} \in \{n_\gamma\} = N$, $n_{\min} = \inf\{n_\gamma\} \in \{n_\gamma\} = 1$, $\alpha_{\max} = \sup\{\alpha_\gamma\} \in \alpha_\gamma = N$, $\alpha_{\min} = \inf\{\alpha_\gamma\} \in \{\alpha_\gamma\} = 1$. Например, при $N = 24$, будем иметь $\{\alpha_\gamma\} = \{24, 12, 8, 6, 4, 3, 2, 1\}$ и $\{n_\gamma\} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$.

Будем считать, что существуют верхняя и нижняя грани множества $A(N^2)$ по всем свойствам $H_\xi(a)$:

$$G_\xi = \sup A(N^2), \tag{3}$$

$$g_\xi = \inf A(N^2), \tag{4}$$

причем $G_\xi \in A(N^2)$ и $g_\xi \in A(N^2)$. В этом случае возможно провести шкалирование множества $A(N^2)$ по всем свойствам. Для этого сопоставим верхней G_ξ и нижней g_ξ грани множества $A(N^2)$ некоторые числа R_ξ и r_ξ соответственно. Тогда в пространстве каждого свойства все множество $A(N^2)$ может быть покрыто кубом объема $V_\xi = (R_\xi - r_\xi)^3$. Причем на каждый элемент множества $A(N^2)$ будет приходиться область в пространстве свойств площадью $s_\xi = (R_\xi - r_\xi)^2/N^2$. Соответственно, каждое подмножество $Q^{(k)}(n^2)$ можно покрыть кубами с $\vartheta = \frac{V_\xi}{\alpha^3}$, а их число определится величиной $\sup Q^{(k)}(n^2) \in Q^{(k)}(n^2)$ во введенной выше шкале свойств, причем площадь, занимаемая элементами подмножества, будет $S_\xi(n^2) = s_\xi n^2$.

Фрактальную размерность D_ξ множества $A(N^2)$ по свойству $H_\xi(a)$ определим угловым коэффициентом зависимости $\log \Gamma_\xi(n^2)$ от $\log s_{n^2}$, где $\Gamma_\xi(n^2)$ – число несоприкасающихся поверхностей кубов, покрывающих подмножество $Q^{(k)}(n^2)$:

$$D_\xi = \sum_\gamma \frac{\log \Gamma_\xi(n_{\gamma+1}^2) - \log \Gamma_\xi(n_\gamma^2)}{\left|(\log S_\xi(n_{\gamma+1}^2))\right| - \left|(\log S_\xi(n_\gamma^2))\right|} \frac{\alpha_{\gamma+1} - \alpha_\gamma}{N-1}. \quad (5)$$

Коэффициент самоподобия K_ξ определим как

$$K_\xi = \frac{D_\xi^0}{D_\xi}, \quad (6)$$

где D_ξ^0 – фрактальная размерность самоподобного множества:

$$D_\xi^0 = \frac{\log \Gamma_\xi(N^2) - \log \Gamma_\xi(1)}{\left|(\log S_\xi(N^2))\right| - \left|(\log S_\xi(1))\right|}. \quad (7)$$

Как отмечалось выше, в работе использовались данные цифровой модели высотных данных физической поверхности Луны LDM (Lunar Digital Model), полученных миссией “Kaguya”. Анализ цифровой модели высотных данных LDM был выполнен с помощью многопараметрического фрактального метода, который позволяет рационально представить их. При исследовании фрактальных свойств высотных данных Луны, которые были получены миссией “Kaguya”, в качестве свойств $H_\xi(a)$ можно выбрать три цвета пикселя: красный ($\xi = R$), зеленый ($\xi = G$) и синий ($\xi = B$), соответствующих разным высотным областям. Таким образом, описание структуры изображения поверхности в данном случае осуществляется тремя фрактальными размерностями D_R, D_G, D_B, с помощью которых можно построить некоторую величину SRGB (площадь треугольника в координатной системе свойств), обладающей высокой чувствительностью к изменению цветовой, а в действительности высотной, структуры поверхности.

Из рис. 2 следует, что

$$SRGB = \begin{pmatrix} x_1 & D_R & 1 \\ x_2 & D_G & 1 \\ x_3 & D_B & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} M[-2(D_R + D_B) + (D_G + D_B) + (D_R + D_G)], \quad (8)$$

где M – масштабный множитель.

Однако в случае черно-белого изображения SRGB = 0. Поэтому введем величину $S0$.

Из рис. 3 следует, что

$$S0 = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \quad (9)$$

где

$$a = \sqrt{D_R^2 + D_G^2}, \quad b = \sqrt{D_R^2 + D_B^2}, \quad c = \sqrt{D_B^2 + D_G^2}, \quad p = \frac{1}{2}(a+b+c). \quad (10)$$

В более простом случае (см. рис. 4) рассматривается частично упорядоченное конечное множество $A(N)$, где N – число элементов α_i в множестве $\alpha_i \in A(N)$, где $i = 1 \ldots N$,

$$A(N) = Q^{(1)}(n) \cup Q^{(2)}(n) \ldots Q^{(\alpha)}(n), \quad (11)$$

что должно быть учтено в выражениях (8), (9) и (10).

В случае неупорядоченного множества $A(N)$ его описание с помощью фрактальных размерностей D_ξ по свойству $H_\xi(a)$ приведет к $k = 1, \ldots, N!$ различных $D_\xi^{(k)}$. Однако набор свойств каждого элемента множества $A(N)$ может быть охарактеризован фрактальной размерностью этого множества свойств. В этом случае $k = 1, \ldots, N$.

4. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ЦИФРОВОЙ КАРТЫ ПОВЕРХНОСТИ ЛУНЫ

Как результат работы, выполнены два вида исследований:

1. Проведен анализ 173 гистограмм распределения параметра SGRB по лунной долготе и широте с целью определения идентичных по структуре областей лунной поверхности.

2. Исследованы 253 области на лунной поверхности для определения максимальных значений коэффициентов самоподобия и распределения параметра SGRB.

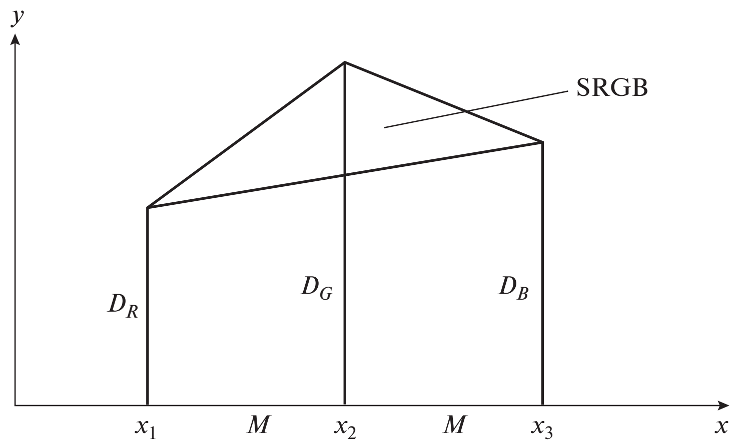


Рис. 2. Система SRGB.

Следует отметить, что физический смысл коэффициентов самоподобия заключается в том, что данные области наиболее полно соответствуют фрактальной логарифмической зависимости, в свою очередь близость параметра SGRB для двух областей подтверждает структурное подобие этих областей.

Области, имеющие одинаковые значения параметра SGRB и максимальные значения коэффициента самоподобия, обладают самоподобными свойствами, не зависящими от масштабирования, и именно эти области, по всей видимости, имеют и сходное эволюционное происхождение.

На рис. 5, как пример, показаны гистограммы распределения параметра SGRB по лунной долготе, а на рис. 6 – по широте.

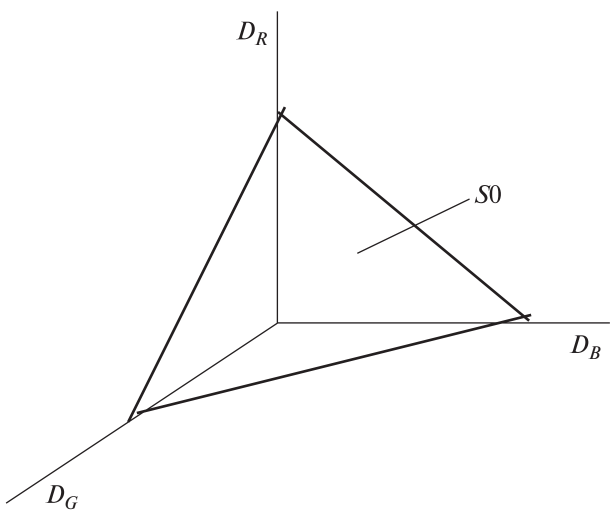


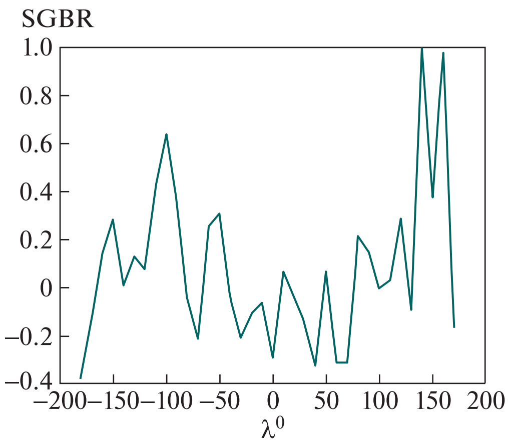
Рис. 3. Система SRGB = 0.

Для анализа гистограмм распределения параметра SGRB по лунной поверхности введем градацию значений параметра SRGB. Так как по значениям этот параметр меняется от 0 до ±60, введем 6 градаций: $0 < \text{SRGB} \le 20$, $20 < \text{SRGB} \le 40$, $40 < \text{SRGB} \le 60$, $-60 \le \text{SRGB} < -40$, $-40 \le \text{SRGB} < -20$, $-20 \le \text{SRGB} < 0$. То есть малые, средние и большие значения абсолютных величин параметра SRGB. Анализ соответствующих гистограмм приводит к следующим результатам (см. табл. 1).

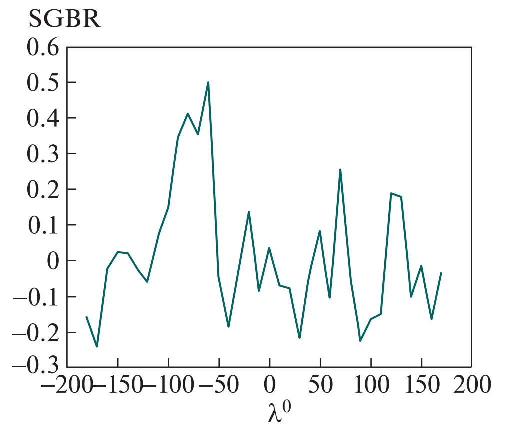
Анализ распределения параметра SRGB по лунной поверхности показывает, что сами исследуемые регионы имеют структуры, связанные с величинами перепадов высот на лунной поверхности. Это является результатом того, что параметр SRGB строится на основе информации о высотах, закодированной в цветовых характеристиках поверхности. Поэтому минимальные абсолютные значения параметра SRGB соответствуют областям с минимальным разбросом высот. Такая сложная структура поверхности может быть объяснена разными условиями формирования разных участков поверхности. Тем не менее для определенных областей присутствуют подобные структуры.

На рис. 7 построена модель распределения усредненных значений коэффициента самоподобия $\langle \text{SRGB} \rangle$ для областей 15° × 15°, а на рис. 8, со-

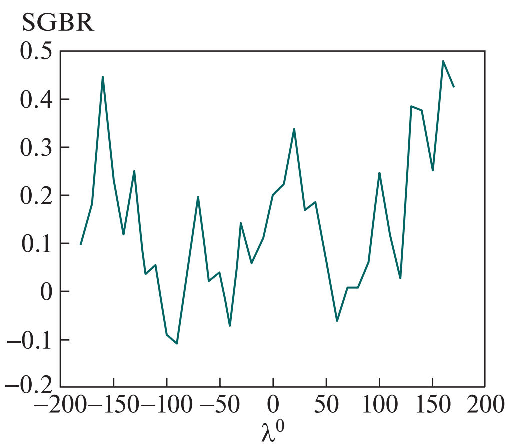
Рис. 4. Частично упорядоченное конечное множество $A(N)$.



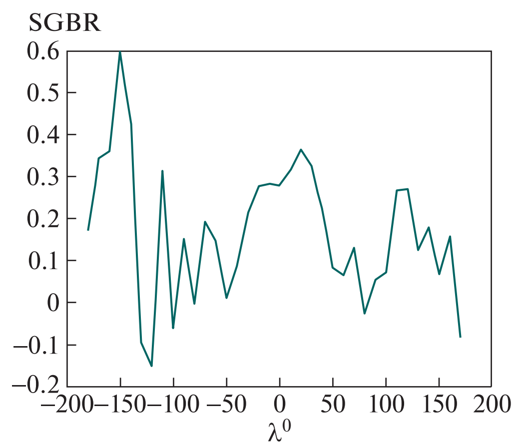
(а) Распределение параметров SGBR по долготе λ^0 при $\beta^0 = 90°$



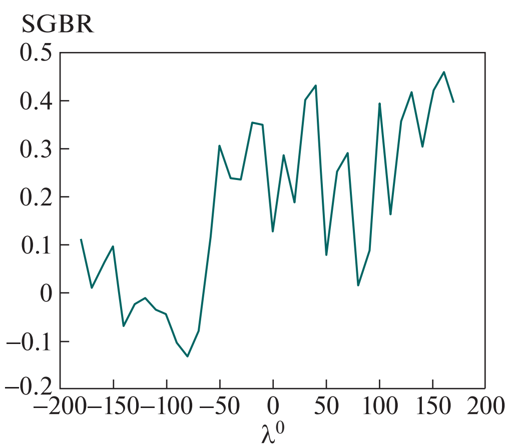
(б) Распределение параметров SGBR по долготе λ^0 при $\beta^0 = 80°$



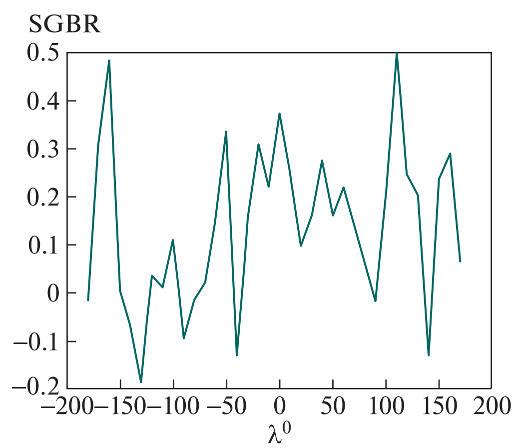
(в) Распределение параметров SGBR по долготе λ^0 при $\beta^0 = 70°$



(г) Распределение параметров SGBR по долготе λ^0 при $\beta^0 = 60°$

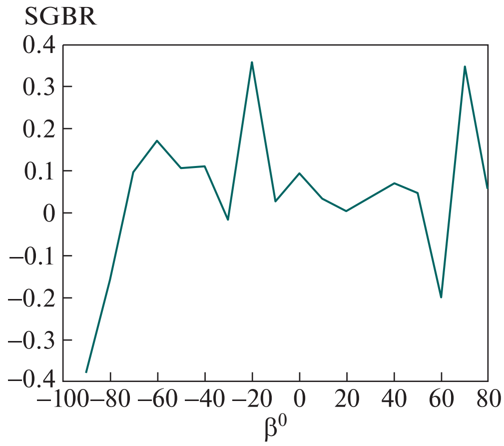


(д) Распределение параметров SGBR по долготе λ^0 при $\beta^0 = 50°$

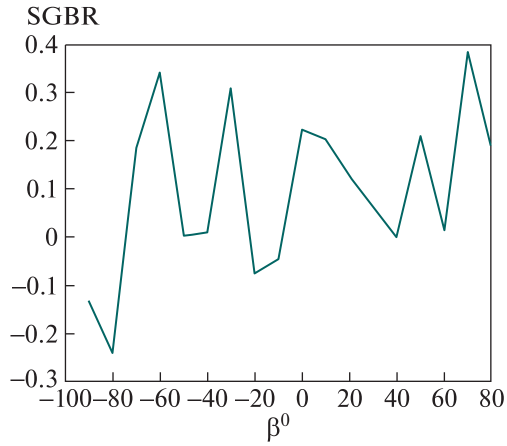


(е) Распределение параметров SGBR по долготе λ^0 при $\beta^0 = 40°$

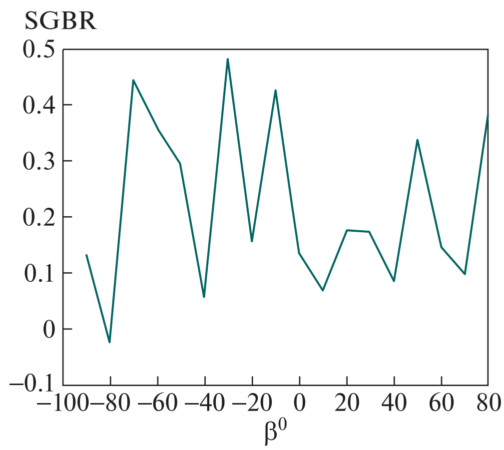
Рис. 5. Гистограммы распределения параметра SGRB (нормирован умножением на 0.01) по лунной долготе.



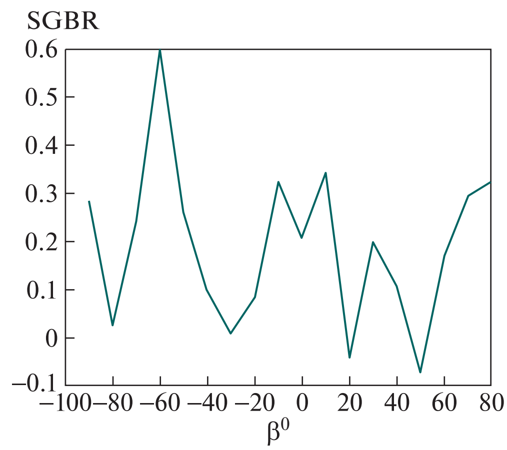
(а) Распределение параметров SGBR по широте β^0 при $\lambda^0 = -180°$



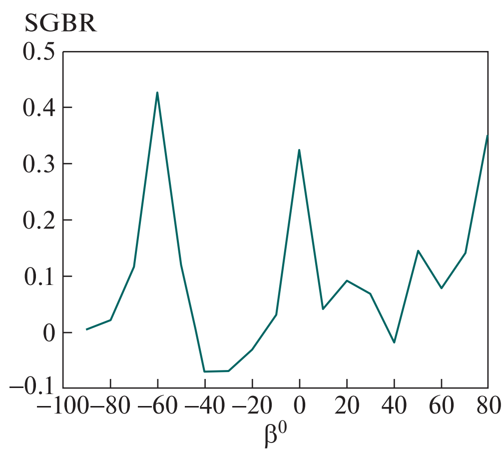
(б) Распределение параметров SGBR по широте β^0 при $\lambda^0 = -170°$



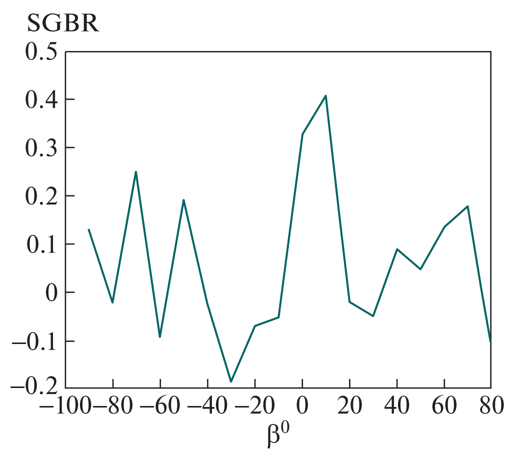
(в) Распределение параметров SGBR по широте β^0 при $\lambda^0 = -160°$



(г) Распределение параметров SGBR по широте β^0 при $\lambda^0 = -150°$



(д) Распределение параметров SGBR по широте β^0 при $\lambda^0 = -140°$



(е) Распределение параметров SGBR по широте β^0 при $\lambda^0 = -130°$

Рис. 6. Гистограммы распределения параметра SGRB (нормирован умножением на 0.01) по лунной широте.

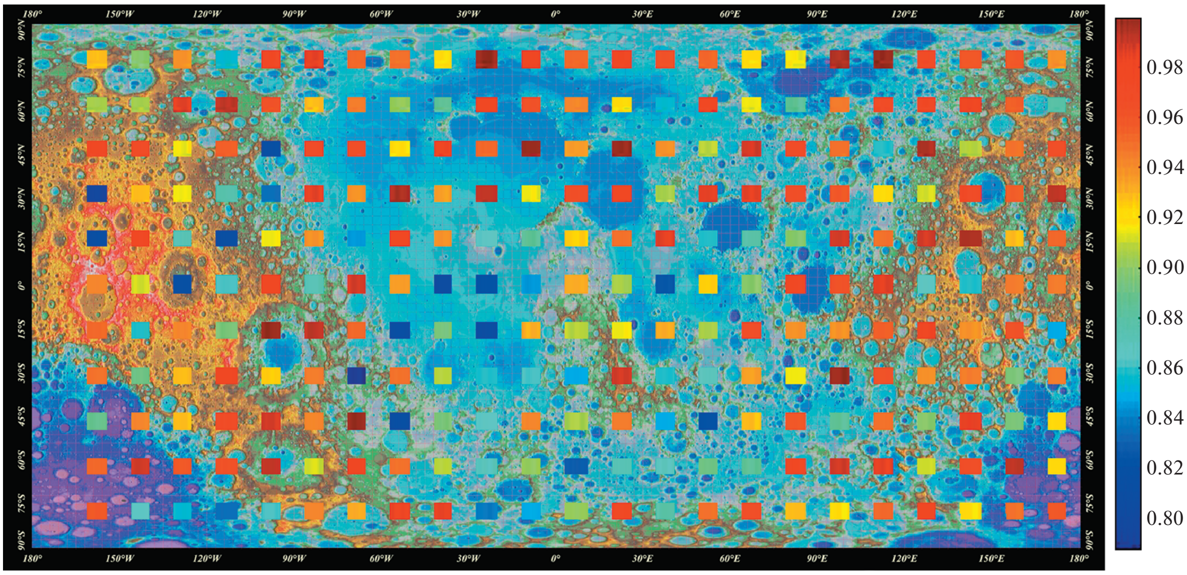


Рис. 7. Модель распределения усредненных значений коэффициента самоподобия для областей 15° × 15°. Шкала соответствует изменению коэффициента самоподобия.

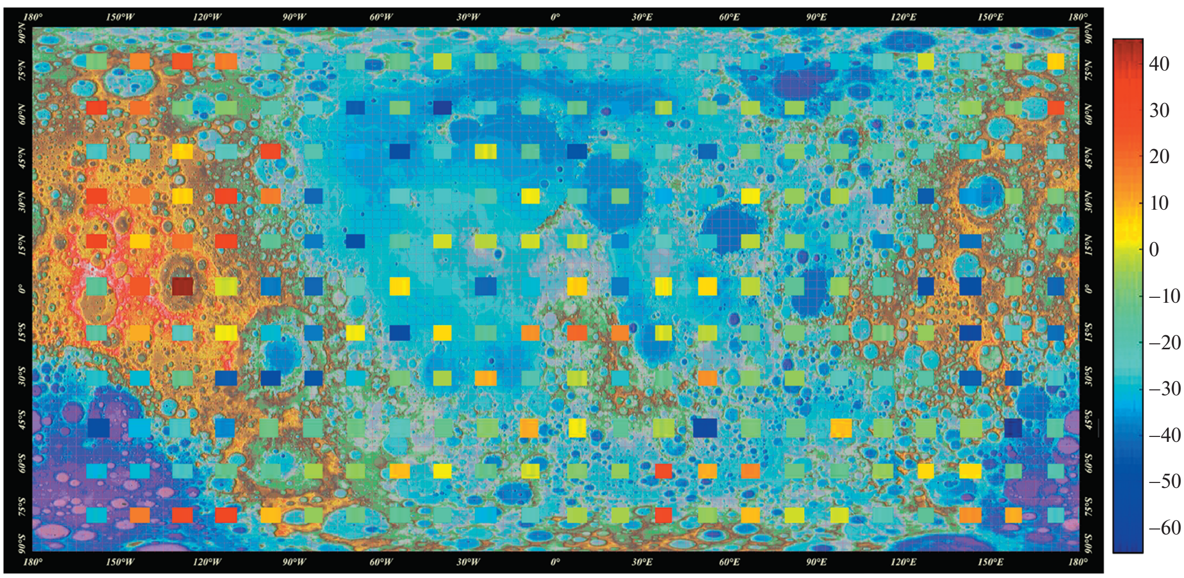


Рис. 8. Модель распределения усредненных значений параметра SGRB для областей 15° × 15°. Шкала соответствует изменению параметра SGRB.

ответственно, модель распределения параметра SGRB.

Анализ рис. 7 показывает, что распределение коэффициента самоподобия по различным областям лунной поверхности меняется в пределах от 0.8 до 1, что указывает на значительное изменение ее структуры от области к области.

В табл. 2 приведены результаты выборки самоподобных областей на поверхности Луны. Следует отметить, что параметр SRGB характеризует структурное подобие двух областей, а максимальное значение коэффициента подобия говорит об их фрактальном самоподобии. Таким образом, если для определенного значения параметра SRGB выбираются области с максимальным значением коэффициента самоподобия, мы получаем области, которые с большой долей вероятности были эволюционно сформированы при действии одинаковых селенохимических процессов. Первый столбец в табл. 2 – номер по порядку,

Таблица 1. Распределение параметра SGRB

№	SRGB	Выделяются области	
1	$-60 < SRGB < -40$	$(150° < \lambda < 165°,$	$-45° < \beta < -30°)$
		$(75° < \lambda < 120°,$	$-30° < \beta < -15°)$
		$(75° < \lambda < 90°,$	$-15° < \beta < 45°)$
		$(45° < \lambda < 60°,$	$-15° < \beta < 0°)$
		$(60° < \lambda < 75°,$	$15° < \beta < 30°)$
		$(45° < \lambda < 60°,$	$45° < \beta < 60°)$
		$(60° < \lambda < 75°,$	$60° < \beta < 75°)$
		$(30° < \lambda < 45°,$	$60° < \beta < 75°)$
		$(-75° < \lambda < -60°,$	$-45° < \beta < -30°)$
		$(-165° < \lambda < -150°,$	$-45° < \beta < -15°)$
		$(-150° < \lambda < -135°,$	$-30° < \beta < 30°)$
		$(75° < \lambda < 120°,$	$-30° < \beta < -15°)$
2	$-40 < SRGB < -20$	$(150° < \lambda < 165°,$	$-75° < \beta < -45°),$
		$(120° < \lambda < 150°,$	$-60° < \beta < -30°),$
		$(135° < \lambda < 165°,$	$45° < \beta < 60°),$
		$(75° < \lambda < 105°,$	$60° < \beta < 90°),$
		$(-120° < \lambda < 0°,$	$75° < \beta < 90°),$
		$(-180° < \lambda < -165°,$	$-75° < \beta < -15°)$
3	$-20 < SRGB < 40$	$(150° < \lambda < 175°,$	$15° < \beta < 45°),$
		$(105° < \lambda < 135°,$	$-75° < \beta < -60°),$
		$(-75° < \lambda < -30°,$	$-75° < \beta < -45°),$
		$(-180° < \lambda < -165°,$	$60° < \beta < 75°)$
4	$-20 < SRGB < 20$	Вся остальная поверхность лунной сферы	

Таблица 2. Самоподобные области на поверхности Луны

⟨SRGB⟩	Самоподобные области
	Область в районе кратера Метон (73°34′ с.ш. 19°38′ в.д.)
	Область в районе кратера Платон (51°37′ с.ш. 9°23′ з.д.)
	Область между кратером Аристотель (50°14′ с.ш. 17°19′ в.д.) и Озером смерти (45°00′ с.ш. 27°12′ в.д.)
	Область в районе кратера Шайн (32.6° с.ш. 172.5° в.д.)
	Область между кратерами Аль Бируни (18°04′ с.ш. 92°37′ в.д.) и Эдисон (25.0° с.ш. 99.1° в.д.)
	Область выше кратера Ингирами (47°29′ ю.ш. 68°57′ з.д.)
−10	Область в районе кратера Пуанкаре (56°52′ ю.ш. 163°59′ в.д.)
	Область выше кратера Крамера (53.6° с.ш. 127.6° з.д.)
	Область в районе кратера Де ля Рю (59°01′ с.ш. 52°50′ в.д.)
	Область в районе кратера Лютер (33°12′ с.ш. 24°09′ в.д.)
	Область в районе кратера Шуберт (2.8° с.ш. 81.0° в.д.)
	Область между кратерами Венделин (16°28′ ю.ш. 61°33′ в.д.) и Каптейн (10°47′ ю.ш. 70°35′ в.д.)
	Область в районе кратера Ридберг (46°26′ ю.ш. 96°26′ з.д.)
	Область в районе кратера Де Руа (55°14′ ю.ш. 98°59′ з.д.)
	Область в районе кратера Чемберлин (58.9° с.ш. 95.7° в.д.)
	Область в районе кратера Планк (57°23′ ю.ш. 135°05′ в.д.)
	Область в районе кратера Нансен (81°10′ с.ш. 95°23′ в.д.)
−25	Область в районе кратера Сегерс (47.1° с.ш. 127.7° в.д.)
	Область в районе кратера Нильсен (31°48′ с.ш. 51°46′ з.д.)
	Область в районе кратера Лауритсен (27°32′ ю.ш. 96°19′ в.д.)
−30	Область севернее кратера Петерман (74°21′ с.ш. 67°53′ в.д.)
	Область в районе кратера Маундер (14°31′ ю.ш. 93°53′ з.д.)

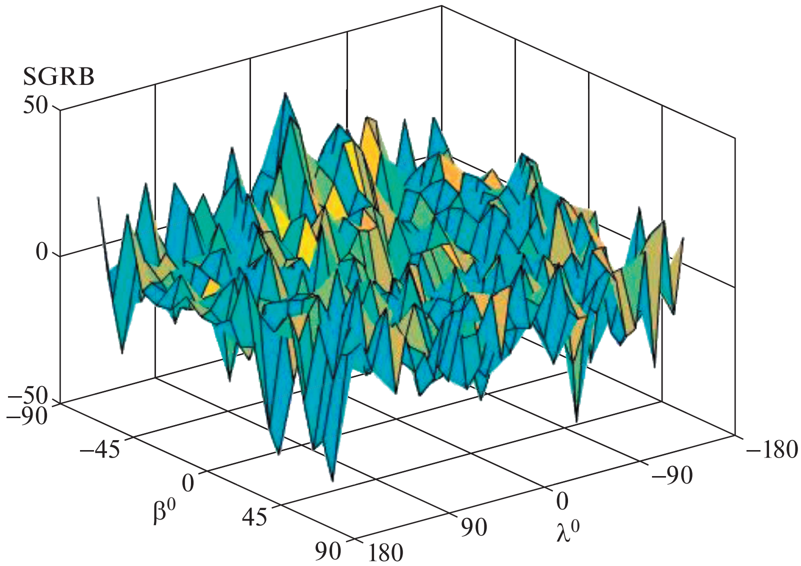


Рис. 9. 3D-модель распределения параметра SGRB по поверхности Луны.

второй столбец содержит значения ⟨SRGB⟩ – усредненных параметров SRGB, и в последнем столбце приведено описание самоподобных областей. Как следует из таблицы, наибольшее количество самоподобных областей наблюдается для значения параметра SRGB, равного −10. В данном случае такое значение параметра SRGB означает, что эти области имеют незначительный перепад на лунной поверхности возвышений и впадин. Также следует отметить, что параметр SGRB принимает наибольшие значения на обратной стороне Луны в основном в северной части лунной сферы. Для видимой стороны в большей части преобладают отрицательные значения SGRB, с увеличением в положительную область шкалы в южной части сферы. В результате можно сделать выводы, что при формировании лунной поверхности в северной части сферы обратной стороны Луны и южной части на видимой стороне преобладало вытеснение внутренних масс Луны. В частности, в процессе воздействия крупных плотных ударников. Остальная лунная поверхность подвергалась воздействию ударных тел более пористого содержания. Предварительным результатом можно считать, что в северной части сферы обратной стороны Луны и южной части видимой может быть сосредоточено наибольшее число полезных ресурсов, образованных падением медленных (скорость падения менее 12 км/с) твердых тел. Причем более пористых ударников в 1.5–2.0 раза больше, чем твердых. Плотные ударники содержат наибольшее количество металлических компонентов. Определенную связь полученные нами выводы имеют с результатами из работы [6] по исследованию фрактальных свойств Меркурия. Там авторы приходят к выводу, что южное полушарие Меркурия меньше подвергалось ударам астероидов и метеоритов, чем северное. Одно из объяснений данного явления заключается в разной преобладающей ориентации плоскости орбит пористых и плотных малых небесных тел относительно плоскости эклиптики в процессе эволюции Солнечной системы.

Для наглядности на рис. 9 приведена 3D-модель распределения параметра SGRB по поверхности Луны. Анализ рис. 9 показывает, что параметр SGRB имеет большую чувствительность к изменению структуры лунной поверхности.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе проведен анализ современных способов решения вопросов лунной селенографии на основе данных, полученных в ходе лунных космических миссий. В частности, были исследованы альтиметрические данные миссии “Kaguya” [7]. Обнаружена необходимость многократной обработки наборов космических данных из-за постоянного совершенствования методов обработки, на основе которых разрабатывается построение глобальных селенодезических опорных сетей. Это направление стало особенно важным после появления селеноцентрических систем, основанных на окололунных спутниковых наблюдениях [8]. Также в настоящее время создаются базы данных по глобальным измерениям высот лунной физической поверхности для будущих проектов, что должно повысить точность селеноцентрических опорных сетей [9], а также производится анализ динамических и геометрических моделей лунной фигуры. Такой анализ включает изучение систем координат селенографических каталогов и спутниковых наблюдений с учетом взаимного расположения центра симметрии Луны и ее центра масс [10]. На основании данных миссии "Kaguya" была построена модель лунной физической поверхности в цифровом виде и исследована методом многопараметрической фрактальной геометрии [11, 12]. Проведен анализ 173 гистограмм распределения параметра SGRB по лунной долготе и широте. В результате определена корреляция областей с максимальными значениями коэффициента самоподобия и областей с одинаковыми величинами параметра SRGB. Найденные таким образом области, по всей видимости, имеют и сходное эволюционное происхождение.

Фрактально оцененная цифровая модель распределения высот лунной поверхности может быть использована в имитационной модели для определения селенографических координат поверхности [13], для тестирования точности их определения [14], при исследовании лунных ударников [15], выполнения работ по структурному и вещественному строению Луны [16], создании теории физической либрации Луны [17, 18]. Все это является важным фактором для выбора будущей площадки для прилунения и создания роботизированных лунных баз.

ФИНАНСИРОВАНИЕ

Настоящая работа поддержана Российским научным фондом, грант 20-12-00105 (согласно гранту разработан метод анализа данных и проведены численные расчеты). Работа частично выполнена за счет средств Программы стратегического академического лидерства Казанского (Приволжского) федерального университета, а также поддержана грантом Российского фонда фундаментальных исследований № 19-32-90024 "Аспиранты" и Фондом развития теоретической физики и математики "БАЗИС".

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *D. L. Turcotte*, J. Geophys. Res. Solid Earth **92**, id. E597 (1987).
2. *T. Stepinski, M. Collier, P. McGovern, and S. Clifford*, J. Geophys. Res. Planets **109**(E2), id. E02005 (2004).
3. *A. D. Linkevich*, Nonlinear Phenom. Complex Syst. **2**, 93 (1999).
4. *P. R. Massopust*, *Fractal functions, fractal surfaces, and wavelets* (San Diego: Academic Press, 2014).
5. *L. A. Nefed'ev, D. L. Nefed'eva, A. R. Sakhbieva, and D. R. Khasanova*, Intern. J. Development Res. **06**, 9760 (2016).
6. *B. Ranguelov and R. Iliev*, Russ. J. Earth Sciences **19**, id. ES6001 (2019).
7. *H. Araki, S. Tazawa, H. Noda, Y. Ishihara, et al.*, Science **323**, 897 (2009).
8. *Y. A. Nefedyev, A. Andreev, N. Petrova, N. Y. Demina, and A. Zagidullin*, Astron. Rep. **62**, 1016 (2018).
9. *K. Churkin, A. Andreev, Y. A. Nefedyev, N. Petrova, and N. Y. Demina*, Astron. Rep. **62**, 1042 (2018).
10. *Y. Nefedyev, S. Valeev, R. Mikeev, A. Andreev, and N. Varaksina*, Adv. Space Res. **50**, 1564 (2012).
11. *N. Varaksina, Y. Nefedyev, K. Churkin, R. Zabbarova, and S. Demin*, in J. Phys. Conf. Ser. (IOP Publishing, 2015), **661**, 012014 (2015).
12. *A. O. Andreev, Y. A. Nefed'ev, L. A. Nefed'ev, E. N. Akhmedshina, N. Y. Demina, and A. A. Zagidullin*, Uchenye Zapiski Kazanskogo Universiteta. Seriya Fiziko-Matematicheskie Nauki **162**, 223 (2020).
13. *A. Andreev, Y. Nefedyev, L. Nefediev, N. Demina, A. Bagrov, N. Petrova, and A. Zagidullin*, in J. Phys. Conf. Ser. (IOP Publishing, 2020), **1697**, 012016 (2010).
14. *A. Andreev, Y. A. Nefedyev, N. Y. Demina, L. Nefediev, N. Petrova, and A. Zagidullin*, Astron. Rep. **64**, 795 (2020).
15. *M. Sergienko, M. Sokolova, Y. A. Nefedyev, and A. Andreev*, Astron. Rep. **64**, 1087 (2020).
16. *E. Kronrod, V. Kronrod, O. Kuskov, and Y. A. Nefedyev*, Dokl. Earth Sci. (Springer, 2018), **483**, 1475 (2018).
17. *A. Zagidullin, V. Usanin, N. Petrova, Y. A. Nefedyev, A. Andreev, and T. Gudkova*, Astron. Rep. **64**, 1093 (2020).
18. *N. Petrova, Y. A. Nefedyev, A. Andreev, and A. Zagidullin*, Astron. Rep. **64**, 1078 (2020).