

СОДЕРЖАНИЕ

Том 67, номер 4, 2022

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

Метод расчета рассеяния электромагнитных волн на 2D-неоднородностях, расположенных на поверхности больших тел

В. В. Лесняк, Д. Ю. Стрелец 315

Исследование перестраиваемых одиночных и связанных ЕВГ-резонаторов

С. Е. Банков, В. И. Калинин, Е. В. Фролова 328

Радиопоглотитель на основе искусственного магнитного проводника и резистивной пленки

Ю. Н. Казанцев, Г. А. Крафтмахер, В. П. Мальцев, В. С. Солосин 339

ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

Максимальная вероятность обнаружения фазоманипулированного широкополосного сигнала с учетом искажений в одноконтурной входной цепи приемника

Г. А. Бакаева 345

Сопоставление параметров сверхширокополосных сигналов для сравнения характеристик зрительной системы человека и матричных фотоприемников

С. И. Зиенко, В. Л. Жбанова 353

Межобзорное накопление отраженных радиолокационных сигналов на фоне негауссовских коррелированных помех

В. И. Кошелев, В. А. Белокуров 361

Классификация неоднозначности определения частоты в цифровом приемнике с субдискретизацией

А. С. Подстригаев 369

ПРИМЕНЕНИЕ РАДИОТЕХНИКИ И ЭЛЕКТРОНИКИ В БИОЛОГИИ И МЕДИЦИНЕ

Применение акустической микроскопии для визуализации структурных перемещений при развитии эмбрионов рыб

А. Б. Бурлаков, С. А. Титов, А. Н. Богаченков 377

Разработка лазерно-волоконного флуориметра для инфракрасной люминесцентной диагностики рака

И. П. Шилов, Г. Л. Даниелян, С. В. Маречек, Л. Ю. Кочмарев, Е. П. Новичихин 384

ЭЛЕКТРОННАЯ И ИОННАЯ ОПТИКА

Транспортировка электронных пучков с сечением, близким к прямоугольному

Т. М. Сапронова, В. А. Сыровой 391

ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРАХ

Взаимодействие компонентов микросервисной архитектуры на основе RESTful подхода для расчета электронных схем в частотной области

В. Н. Гридин, В. И. Анисимов, С. А. Васильев

404

Влияние поляризации в образце на токи, возникающие во внешней цепи при изменении параметров образца

С. Г. Дмитриев

411

**ЭЛЕКТРОДИНАМИКА
И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН**

УДК 537.87

**МЕТОД РАСЧЕТА РАССЕЙЯНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН
НА 2D-НЕОДНОРОДНОСТЯХ, РАСПОЛОЖЕННЫХ
НА ПОВЕРХНОСТИ БОЛЬШИХ ТЕЛ**© 2022 г. В. В. Лесняк^а, *, Д. Ю. Стрелец^а^аМосковский авиационный институт (национальный исследовательский университет),
Волоколамское шос., 4, Москва, 125993 Российская Федерация

*E-mail: maksmi33@gmail.com

Поступила в редакцию 14.04.2021 г.

После доработки 23.09.2021 г.

Принята к публикации 15.10.2021 г.

Рассмотрена задача расчета рассеяния на 2D-неоднородностях с произвольной формой сечения, расположенных на поверхности больших тел. Для решения задачи рассеяния в реальном 3D-пространстве предлагается модификация метода физической теории дифракции с использованием метода интегральных уравнений. Рассмотрена проблема низкой точности, возникающая при расчете рассеяния на полубесконечных объектах. Предложено решение этой проблемы путем учета неравномерной части тока на полубесконечных гранях контура неоднородности. Приведены экстраполяционные формулы для неравномерной части тока на полубесконечных гранях. Рассмотрен итерационный процесс увеличения точности расчета функций рассеяния Уфимцева.

DOI: 10.31857/S0033849422030081

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время одним из действенных методов расчета эффективной площади рассеяния (ЭПР) является комбинированный метод на основе метода физической оптики (ФО). Для компенсации недостатков метода ФО в комбинированный метод добавляют поправки, расчет которых основывается на аналитических методах, на методах интегральных уравнений или лучевых методах. Частным случаем комбинированного метода, включающего метод ФО и поправки, рассчитанные на двумерных задачах, является метод физической теории дифракции Уфимцева (ФТД) [1, 2]. В данной работе представлен комбинированный метод, который является дальнейшим развитием метода ФТД.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Введем понятие 2D-неоднородности, название которой связано с тем, что основой предложенного метода является численное решение интегральных уравнений в двумерном пространстве (2-Dimension). Представим большой объект с характерными размерами, включая главные радиусы кривизны поверхности объекта, много больше длины электромагнитной волны облучения. На этот объект накладывается поверхность неоднородности в виде полосы, длина которой много

больше ее ширины, а также много больше длины волны облучения. Центральную линию полосы назовем линией расположения 2D-неоднородности на поверхности большого объекта. Радиус кривизны этой линии также должен быть много больше длины волны. Сечение полосы неоднородности в плоскости, перпендикулярной линии расположения, в классическом методе ФТД Уфимцева имеет форму острого клина, как, например, изломы поверхности у конечного цилиндра, рассмотренного в [2]. В предложенном варианте ФТД форма сечения 2D-неоднородности является произвольной. Форма сечения является линией, которую будем называть контуром неоднородности. Единственным условием, накладываемым на форму сечения, является непрерывность первой производной контура неоднородности, которая достигается закруглением острых кромок на контуре радиусом порядка 0.01λ , где λ — длина электромагнитной волны облучения. Наряду с линией излома, примером 2D-неоднородности могут быть канавка на поверхности объекта или, наоборот, выступ (рис. 1). Таким образом, форма 2D-неоднородности определяется двумя независимыми характеристиками: формой сечения и линией расположения неоднородности на поверхности большого объекта.

Предложенный комбинированный метод расчета ЭПР-объектов с 2D-неоднородностями на

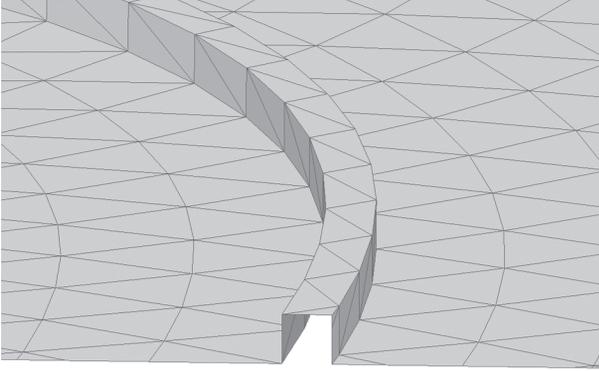


Рис. 1. 2D-неоднородность квадратного сечения.

поверхности, как уже отмечалось, состоит из расчета рассеянного поля методом ФО, к которому добавляется поле поправки, наведенной 2D-неоднородностями. Формула комбинированного метода может быть записана следующим образом:

$$\vec{E}^p = \vec{E}_{p0}^p + \vec{E}_{2D}^p,$$

где \vec{E}^p – поле, рассеянное объектом, \vec{E}_{p0}^p – нулевое приближение, рассчитывается методом физической оптики, \vec{E}_{2D}^p – поправки на 2D-неоднородности.

Расчет рассеянного поля методом ФО не представляет сложностей и описан во множестве работ, например, в [3]. Расчет поправок наведенных 2D-неоднородностями разделяется на несколько этапов.

1. На поверхности объекта задается линия расположения 2D-неоднородности, которая представляется в виде полилинии с определенным количеством прямых ребер. Длина ребер определяется кривизной линии и длиной волны облучения. Далее задача по расчету поправки в рассеянное поле решается для участка неоднородности на каждом ребре этой линии.

2. Создается контур сечения неоднородности для решения модельной задачи в двумерном пространстве.

3. Из значений углов падения плоской волны на неоднородность на каждом ребре линии вычисляются параметры эквивалентной двумерной задачи. Расчет параметров эквивалентной задачи описан, например в [1, 2], в частности, эквивалентная длина волны $\lambda_{2D} = \lambda_{3D} / \sin(\gamma)$, где γ – угол между направлением ребра линии расположения и направлением плоской волны облучения.

4. Методом интегральных уравнений численно решается двумерная эквивалентная задача по поиску тока на контуре неоднородности. Реально решаются две задачи: для E - и H -поляризации. Интегрирование найденных токов позволяет вы-

числить функции рассеяния Уфимцева $f^l(\varphi_0, \varphi)$, $g^l(\varphi_0, \varphi)$.

5. Далее расчет рассеяния переходит в 3D-пространство, где по найденным функциям f^l и g^l вычисляется эквивалентная нить тока. Этот эквивалентный ток проходит по ребрам полилинии и имеет свои параметры на каждом ребре.

6. Поправка на 2D-неоднородность в рассеянное поле рассчитывается путем интегрирования в 3D-пространстве нити эквивалентного тока, проходящего по полилинии.

В предложенном методе расчета поправок, наведенных 2D-неоднородностями, оригинальным является этап 4. Описание математических выражений, применяемых по остальным этапам, можно найти в [1, 2] и более поздних работах П.Я. Уфимцева.

В данной статье кратко описывается именно этап 4, также приведен полный, пересчитанный в реальное 3D-пространство результат расчета рассеяния на 2D-неоднородности.

Рассмотрим задачу, указанную выше в п. 4. Для расчета тока на контуре 2D-объекта воспользуемся интегральным уравнением магнитного поля (ИУМП) для идеально проводящих поверхностей в двумерном пространстве [4]:

$$\vec{J}(\vec{r}) - 2[\hat{n}(\vec{r}) \times \vec{M}(\vec{J}, \vec{r})] = 2[\hat{n}(\vec{r}) \times \vec{H}^i(\vec{r})], \quad (1)$$

где оператор \vec{M} является интегралом по контуру объекта –

$$\vec{M}(\vec{J}, \vec{r}) = \int_L [\vec{J}(\vec{r}_q) \text{grad}_q G(\vec{r}, \vec{r}_q)] dl_q.$$

В этих выражениях введены следующие обозначения: \vec{r} – точка наблюдения, \vec{r}_q – точка источника, $\vec{J}(\vec{r})$ – поверхностный электрический ток, $\hat{n}(\vec{r})$ – единичная наружная нормаль, $\vec{H}^i(\vec{r})$ – напряженность магнитного поля облучающей волны, $G(\vec{r}, \vec{r}_q) = \frac{1}{4i} H_0^2(kR)$ – функция Грина двумерного пространства, $R = |\vec{r} - \vec{r}_q|$ – расстояние от точки источника до точки наблюдения, $H_0^2(kR)$, $H_1^2(kR)$ – функции Ханкеля 2-го рода нулевого и первого порядка, k – волновое число.

Задача ставится следующим образом: на контур объекта падает плоская волна (рис. 2) и путем численного решения уравнения (1) требуется найти ток на контуре. Физика процесса рассеяния такова, что векторное уравнение (1) распадается на два независимых скалярных уравнения:

$$J_\tau(\vec{r}) + \frac{1}{2i} M_z(J_\tau, \vec{r}) = -2H_z^i(\vec{r}), \quad (2)$$

$$J_z(\vec{r}) + \frac{1}{2i} M_\tau(J_z, \vec{r}) = 2(n_x H_y^i(\vec{r}) - n_y H_x^i(\vec{r})), \quad (3)$$

где $J_\tau(\vec{r})$ – тангенциальная компонента электрического тока, $J_z(\vec{r})$ – компонента электрического тока по оси z , M_z и M_τ – интегральные операторы:

$$M_z(J_\tau, \vec{r}) = \int_L J_\tau(\vec{r}_q) H_1^2(kR) \times \\ \times \left[n_y^q \frac{ky_q - ky}{kR} + n_x^q \frac{kx_q - kx}{kR} \right] d(kl_q), \\ M_\tau(J_z, \vec{r}) = \int_L J_z(\vec{r}_q) H_1^2(kR) \times \\ \times \left[n_y^q \frac{ky_q - ky}{kR} + n_x^q \frac{kx_q - kx}{kR} \right] d(kl_q).$$

Уравнение (2) описывает случай H -поляризации со следующими компонентами облучающего поля:

$$H_z^i(\vec{r}) = H_0 \exp(ik(x \cos \varphi_0 + y \sin \varphi_0)) \hat{z}. \quad (4)$$

Уравнение (3) описывает случай E -поляризации, компоненты облучающего поля имеют следующий вид:

$$n_x H_y^i(\vec{r}) - n_y H_x^i(\vec{r}) = \\ = H_0 \exp(ik(x \cos \varphi_0 + y \sin \varphi_0)) \times \\ \times (-\hat{x} \sin \varphi_0 + \hat{y} \cos \varphi_0),$$

где H_0 – амплитуда магнитной компоненты облучающего поля эквивалентной задачи, φ_0 – направление на источник падающей волны, отсчитывается от оси x .

Так как 2D-неоднородность расположена на поверхности большого объекта, то при построении контура модельной задачи необходимо учесть и этот большой объект. Контур модельной задачи (рис. 3) строится следующим образом. Сначала в контур добавляется сечение 2D-неоднородности (см. рис. 3 участок CD). Обратим внимание на условие, что объект, на котором расположена 2D-неоднородность, является большим относительно длины волны, а также имеет главные радиусы кривизны много больше длины волны. В таком случае участки контура, примыкающие к неоднородности и принадлежащие большому объекту, можно аппроксимировать полубесконечными прямыми гранями. Наклон грани¹ C определяется ка-

¹ Грань – в трехмерном пространстве является полуплоскостью, сечение полуплоскости в двумерном пространстве вырождается в луч (этот луч в [1] также назван гранью как, например, плоские грани у многоугольника). Линия границы полуплоскости в двумерном пространстве вырождается в точку начала грани (луча). В работе упоминаются четыре грани (луча) начинающиеся в точках A, B, C, D , для идентификации граней они обозначены такими же буквами. Грань A является частью грани C и, соответственно, грань B является частью грани D .

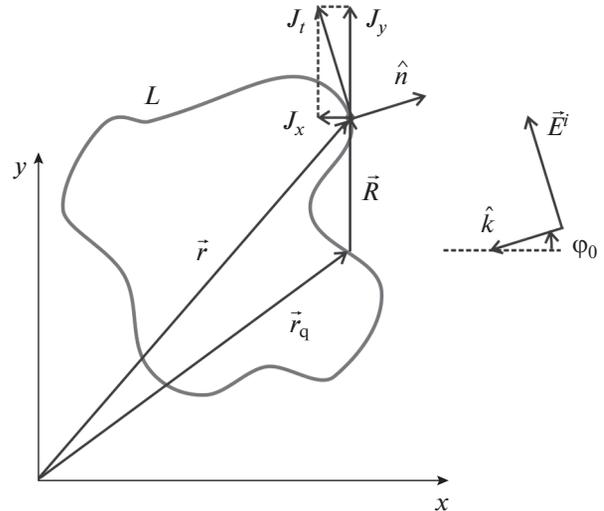


Рис. 2. Задача рассеяния электромагнитной плоской волны на 2D-объекте.

сательным вектором к участку в точке C . Аналогично для грани D наклон определяется касательным вектором в точке D . Далее разделим грань C на буферный участок AC и полубесконечную грань A . Также разделим грань D на буферный участок DB и бесконечную грань B . Длину буферных участков разные авторы аналогичных методов выбирают от нескольких длин волн облучения до десяти и более.

Отметим, что контур модельной задачи, так же как и на рис. 2, должен быть замкнут. Поэтому грани A и B соединяются между собой по дуге бесконечного радиуса. Однако, учитывая, что все интегралы, по дуге бесконечного радиуса возникающие при решении задачи, равны нулю, то эта часть контура далее не упоминается.

Грани A и B образуют клин с внешним углом $\alpha = \varphi_B - \varphi_A$, где φ_B, φ_A – углы наклона граней A, B относительно оси x . Таким образом, модельная задача по расчету 2D-неоднородности в общем случае представляет собой бесконечный клин с произвольной формой кромки. В частности, при угле клина 180° клин раскрывается в плоскость. При этом мы решаем задачу расчета рассеяния на 2D-неоднородности, расположенной на плоской или слабо искривленной поверхности.

Для решения задачи с полубесконечным модельным контуром (см. рис. 3) также справедливы уравнения (2), (3).

2. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Далее преобразуем приведенные выше общие выражения для решения задачи на модельном полубесконечном контуре. Рассмотрим проблему

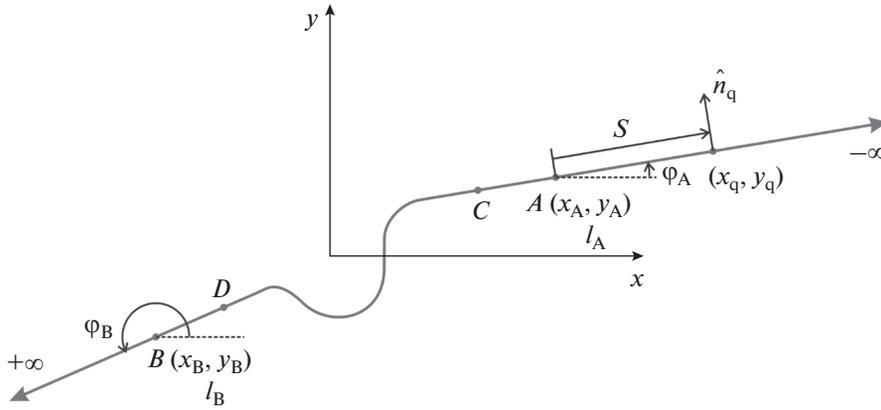


Рис. 3. Построение контура модельной задачи.

на примере H -поляризации. Разделим контур интегрирования на три части по точкам A и B :

$$M_z(J_\tau, \vec{r}) = M_z^A(J_\tau, \vec{r}) + M_z^{AB}(J_\tau, \vec{r}) + M_z^B(J_\tau, \vec{r}),$$

где

$$M_z^A(J_\tau, \vec{r}) = \int_{-\infty}^{kl_A} J_\tau(\vec{r}_q) H_1^2(kR) \times \left[n_y^q \frac{ky_q - ky}{kR} + n_x^q \frac{kx_q - kx}{kR} \right] d(kl_q), \quad (5)$$

$$M_z^B(J_\tau, \vec{r}) = \int_{kl_B}^{\infty} J_\tau(\vec{r}_q) H_1^2(kR) \times \left[n_y^q \frac{ky_q - ky}{kR} + n_x^q \frac{kx_q - kx}{kR} \right] d(kl_q), \quad (6)$$

$$M_z^{AB}(J_\tau, \vec{r}) = \int_{kl_A}^{kl_B} J_\tau(\vec{r}_q) H_1^2(kR) \times \left[n_y^q \frac{ky_q - ky}{kR} + n_x^q \frac{kx_q - kx}{kR} \right] d(kl_q).$$

Интегрирование производится по безразмерному параметру длины контура: kl_A, kl_B – значение параметров в точках A и B (см. рис. 3).

Как уже отмечалось, при разбиении контура на участки был опущен интеграл на участке по бесконечному радиусу от $+\infty$ до $-\infty$. Подробное изучение этого интеграла показывает, что его значение стремится к нулю.

Перенесем интегралы по полубесконечным границам в правую часть уравнения (2), тогда получим

$$J_\tau(\vec{r}) + \frac{1}{2i} M_z^{AB}(J_\tau, \vec{r}) = -2H_z^i(\vec{r}) - \frac{1}{2i} M_z^A(J_\tau, \vec{r}) - \frac{1}{2i} M_z^B(J_\tau, \vec{r}). \quad (7)$$

Ток на гранях C и D разделим на физоптический и неравномерную часть тока, как предложено в [1, 2]. Неравномерная часть тока определяется возмущением полей от неоднородности, расположенной на части контура L_{CD} :

$$J_\tau = J_\tau^{\text{фо}} + J_\tau^{\text{н}}, \quad (8)$$

где $J_\tau^{\text{фо}}$ – физоптический ток, $J_\tau^{\text{н}}$ – неравномерная часть тока.

Падающая волна должна распространяться во внешнем пространстве, поэтому очевидно следующее ограничение на угол φ_0 :

$$\varphi_A < \varphi_0 < \varphi_B, \quad \alpha \geq \pi. \quad (9)$$

Кроме того, поставим условие, что отраженная зеркально волна от одной грани не должна попасть на другую грань. Тогда для угла падения φ_0 справедливо дополнительное к условию (9) ограничение:

$$\varphi_A - \alpha + \pi < \varphi_0 < \varphi_B + \alpha - \pi, \quad \alpha < \pi. \quad (10)$$

При принятых ограничениях (9), (10) физоптический ток для случая H -поляризации полностью определяется магнитной компонентой облучающего поля (4):

$$J_\tau^{\text{фо}} = 2 \left[\hat{n}(\vec{r}) \times H_z^i(\vec{r}) \right] = -2H_0 \exp(i(kx \cos \varphi_0 + ky \sin \varphi_0)). \quad (11)$$

Неравномерная часть тока соответственно определяется магнитной компонентой поля, рассеянного на неоднородности. Степень затухания электромагнитных полей в дальней зоне от источника определяется асимптотикой функции Грина. В свободном 2D-пространстве асимптотика функции Грина определяется первым членом разложения функции Ханкеля. Тогда для магнитной компоненты можно записать следующую асимптотику:

$$|\vec{H}| \sim |H_0^2(kR)| \sim \frac{1}{\sqrt{kR}}. \quad (12)$$

Однако наличие в задаче идеально проводящей грани (рассмотрим каждую грань отдельно) вносит коррективы в степень затухания тангенциальной составляющей магнитного поля при распространении возмущения по грани. В случае H -поляризации асимптотика остается той же, что и в свободном пространстве (12). Но для случая E -поляризации степень затухания тангенциальной составляющей магнитного поля увеличивается, это связано с суммированием реальных и зеркальных (отраженных от грани) источников излучения:

$$|\vec{H}| \sim \frac{1}{kR\sqrt{kR}}.$$

Таким образом, неравномерная часть тока в дальней зоне на грани в случае H -поляризации будет иметь степень затухания $1/2$, как в (12), а в случае E -поляризации $-3/2$.

Далее вернемся к рассмотрению уравнения (6) для случая H -поляризации. Учитывая затухание неравномерной части тока на гранях, можно ожидать, что при достаточной ширине буферных зон AC и DB (более нескольких длин волн) амплитуда неравномерной части тока на границах \mathbf{A} и \mathbf{B} достаточно снизится, чтобы считать ее равной нулю. При этом ток (8) на гранях \mathbf{A} и \mathbf{B} можно считать равным физоптическому. Таким образом, уравнение (7) преобразовывается в интегральное уравнение с неизвестным током на ограниченной области L_{AB} и известными переменными в правой части. Это обычная процедура, которую применяют многие авторы, например, [5–9]:

$$J_{\tau}(\vec{r}) + \frac{1}{2i} M_z^{AB}(J_{\tau}, \vec{r}) = -2H_z^i(\vec{r}) - \frac{1}{2i} M_z^A(J_{\tau}^{\text{фо}}, \vec{r}) - \frac{1}{2i} M_z^B(J_{\tau}^{\text{фо}}, \vec{r}). \quad (13)$$

Теперь уравнение (13) для H -поляризации можно преобразовать методом моментов (ММ) к системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), которая без проблем решается численно.

Получим выражения для интегралов в правой части уравнения (13). Сначала для интеграла по грани \mathbf{A} . Подставим физоптический ток (11) в выражение (5) и получим

$$M_z^A(J_{\tau}^{\text{фо}}, \vec{r}) = -2H_0 \int_{kl_A}^{\infty} \exp(i(kx_q \cos \varphi_0 + ky_q \sin \varphi_0)) \times H_1^2(kR) \left[n_y^q \frac{ky_q - ky}{kR} + n_x^q \frac{kx_q - kx}{kR} \right] d(kl_q).$$

Проведем преобразования данного интеграла. Вектор нормали к грани \mathbf{A} связан с углом наклона грани следующими соотношениями:

$$n_x^q = -\sin \varphi_A, \quad n_y^q = \cos \varphi_A.$$

Введем обозначения:

$$\begin{aligned} kl_q &= -s + kl_A, \quad kx_q = kx_A + s \cos \varphi_A, \\ ky_q &= ky_A + s \sin \varphi_A, \\ k\xi_A &= (kx - kx_A) \cos \varphi_A + (ky - ky_A) \sin \varphi_A, \\ k\eta_A &= -(kx - kx_A) \sin \varphi_A + (ky - ky_A) \cos \varphi_A, \\ kR &= \sqrt{(kx - kx_q)^2 + (ky - ky_q)^2} = \\ &= \sqrt{(s - k\xi_A)^2 + (k\eta_A)^2}, \end{aligned} \quad (14)$$

где kl_q – параметр интегрирования, пропорционален длине контура, s – параметр длины вдоль грани, отсчет идет от границы \mathbf{A} .

После проведения преобразований получим интеграл следующего вида:

$$M_z^A(J_{\tau}^{\text{фо}}, \vec{r}) = 2H_0 k\eta_A \exp(i(kx_A \cos \varphi_0 + ky_A \sin \varphi_0)) \times \int_0^{+\infty} \exp(iscos(\varphi_0 - \varphi_A)) \frac{H_1^2(kR)}{kR} d(s). \quad (15)$$

Аналогично для грани \mathbf{B} . Подставим физоптический ток (11) в выражение (6) и получим

$$M_z^B(J_{\tau}^{\text{фо}}, \vec{r}) = -2H_0 \int_{kl_B}^{\infty} \exp(i(kx_q \cos \varphi_0 + ky_q \sin \varphi_0)) \times H_1^2(kR) \left[n_y^q \frac{ky_q - ky}{kR} + n_x^q \frac{kx_q - kx}{kR} \right] d(kl_q).$$

Введем обозначения:

$$\begin{aligned} n_x^q &= \sin \varphi_B, \quad n_y^q = -\cos \varphi_B, \quad kl_q = s + kl_B, \\ kx_q &= kx_B + s \cos \varphi_B, \quad ky_q = ky_B + s \sin \varphi_B, \\ k\xi_B &= (kx - kx_B) \cos \varphi_B + (ky - ky_B) \sin \varphi_B, \\ k\eta_B &= -(kx - kx_B) \sin \varphi_B + (ky - ky_B) \cos \varphi_B, \\ kR &= \sqrt{(kx - kx_q)^2 + (ky - ky_q)^2} = \\ &= \sqrt{(s - k\xi_B)^2 + (k\eta_B)^2}, \end{aligned} \quad (16)$$

где s – параметр длины вдоль грани, отсчет идет от границы \mathbf{B} .

После проведения преобразований получим следующий интеграл:

$$M_z^B(J_{\tau}^{\text{фо}}, \vec{r}) = -2H_0 k\eta_B \exp(i(kx_B \cos \varphi_0 + ky_B \sin \varphi_0)) \times \int_0^{\infty} \exp(iscos(\varphi_0 - \varphi_B)) \frac{H_1^2(kR)}{kR} d(s). \quad (17)$$

Для тестирования численных расчетов интегральных уравнений будем сравнивать результаты этих расчетов с аналитическим решением. Так как существует только одно аналитическое асимптотическое решение задачи рассеяния на 2D-неоднородности в

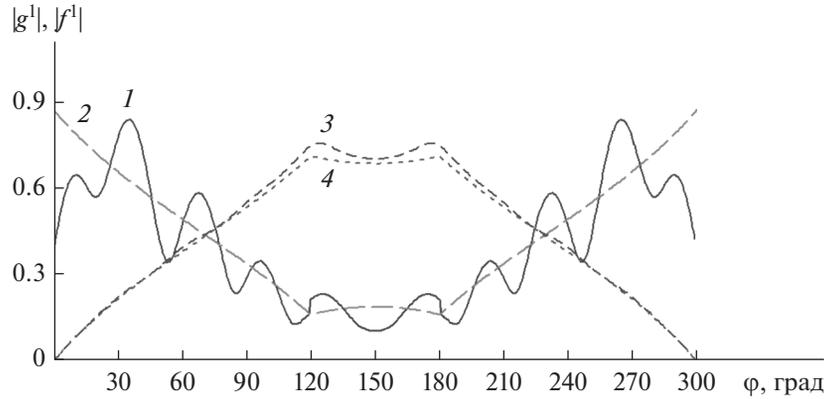


Рис. 4. Функции рассеяния на клине с внешним углом 300° для H - (1, 2) и E -поляризации (3, 4), рассчитанные методом интегральных уравнений (1, 3) и с помощью аналитического решения Уфимцева (2, 4).

виде острого клина, то воспользуемся решением задачи рассеяния на клине из работ [1, 2], в которых предложены функции рассеяния $f^1(\varphi_0, \varphi)$, $g^1(\varphi_0, \varphi)$, описывающие поправку к ΦO .

Функцию рассеяния g^1 для контуров произвольного сечения можно рассчитать с помощью следующего интеграла:

$$g^1(\varphi) = \frac{-i}{2} \int_L J_\tau^H(\vec{r}_q) (n_x^q \cos\varphi + n_y^q \sin\varphi) \times \exp(i(kx_q \cos\varphi + ky_q \sin\varphi)) d(kl_q). \quad (18)$$

Подынтегральное выражение содержит неравномерный ток на контуре, найденный из решения интегральных уравнений в двумерном пространстве. Так как неравномерную часть тока на гранях мы установили равной нулю, то область интегрирования в (18) сократилась до L_{AB} . При этом неравномерная часть тока на области L_{AB} определяется разностью между полным током, найденным при решении уравнения (13), и физоптическим током (11):

$$J_\tau^H = J_\tau - J_\tau^{\Phi O}. \quad (19)$$

Для полноты описания приведем также выражение для расчета функции f^1 для E -поляризации

$$f^1(\varphi) = \frac{-i}{2} \int_L J_z^H(\vec{r}_q) \times \exp(i(kx_q \cos\varphi + ky_q \sin\varphi)) d(kl_q). \quad (20)$$

Сравним функции рассеяния, рассчитанные через интегралы (18), (20), с функциями, рассчитанными по формулам Уфимцева [1, 2]. Для примера возьмем клин с внешним углом 300° . Для использования в интегральных уравнениях закруглим острую кромку радиусом, равным 1% от длины волны, а размер буферной зоны установим равным 5λ , где λ – длина волны облучения. Будем рассчитывать случай обратного рассеяния, при

котором угол наблюдения φ равен углу облучения φ_0 . Результаты расчетов показаны на рис. 4. Отметим, что все численные расчеты выполнены в безразмерном виде, в связи с этим ток нормировался на амплитуду падающего магнитного поля H_0 и, соответственно, функции f^1 , g^1 также получились безразмерными.

На рис. 4 приведены графики модуля комплексной функции f^1 для E -поляризации, рассчитанные методом интегральных уравнений и с использованием аналитического решения Уфимцева. Как видно из сравнения, соответствие между графиками достаточно точное. Этим объясняется выбор E -поляризации для использования в примерах многими авторами. Там же представлен модуль функции g^1 для H -поляризации для численного решения и для аналитического решения Уфимцева. Как видим, численное решение для H -поляризации имеет большую погрешность. Чтобы проанализировать причины столь большой погрешности, приведем график модуля неравномерной части тока, например, при угле облучения 80° , рассчитанного численно при решении интегральных уравнений. На рис. 5 представлен модуль неравномерного тока на области L_{AB} для H - и E -поляризации. По горизонтальной оси отложен параметр длины контура kl , отчет расстояния начинается от границы A области L_{AB} . Как уже отмечалось, длина контура области L_{AB} , включая буферную зону, составляет примерно 10λ .

Из анализа поведения тока на рис. 5 становится очевидной причина большой погрешности для функции g^1 , рассчитанной при использовании уравнения (13). Эта причина в недостаточном затухании неравномерного тока на границах области L_{AB} в точках A и B . При преобразовании интегрального уравнения (7) в уравнение (13) мы полагали, что неравномерная часть тока в точках A ($kl = 0$) и B ($kl = 62.8$) равна 0, но для H -поляризации это

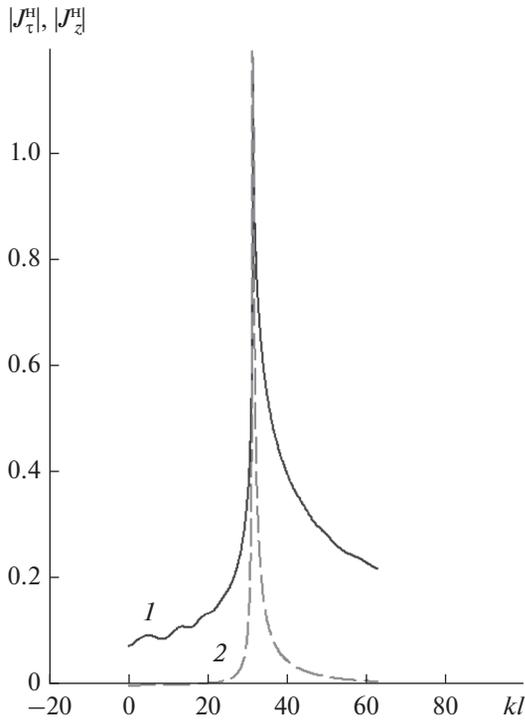


Рис. 5. Неравномерная часть тока на участке контура L_{AB} для H - (1) и E -поляризации (2).

далеко от действительности. Разрывы тока на границах области L_{AB} образуют фиктивные источники излучения. Эти источники совместно с реальным источником на острие клина создают интерференционную картину, которая определяет колебательный характер функции g^1 (см. рис. 4 кривая 1). Попробуем увеличить ширину буферной зоны до 50λ на каждой границе области L_{AB} . Результаты расчетов показаны на рис. 6. Как видно из сравнения с аналитическим расчетом по Уфимцеву, точность расчетов при использовании уравнения (13) улучшилась, однако при углах об-

лучения, близких к скользящим вдоль граней, погрешность все еще недопустимо велика. Из данного примера можно сделать вывод, что проблема точности расчетов не решается путем увеличения ширины буферных зон.

Как видим для увеличения точности расчетов необходимо учитывать неравномерную часть тока на гранях. В работе [10] предлагается экстраполировать ток следующим выражением:

$$J_{\tau}^H = C \frac{\exp(ik\xi)}{\sqrt{\xi}}. \quad (21)$$

А для особых случаев падения волны вдоль граней, когда неравномерная часть тока практически не затухает, в той же работе предлагается для соответствующей грани выражение

$$J_{\tau}^H = C \exp(ik\xi), \quad \varphi_0 = \varphi_A + \pi, \quad \varphi_0 = \varphi_B - \pi. \quad (22)$$

Так как коэффициент C входит в выражение (21) и (22) линейно, то его добавляют в СЛАУ в качестве дополнительного неизвестного. Всего два дополнительных неизвестных по числу граней. Параметр ξ отсчитывается от острой кромки клина. В связи с этим метод невозможно применить к клину с произвольным сечением кромки, так как будет неизвестно положение фазового центра рассеяния, от которого отсчитывается параметр ξ .

В работе [11] приводится вариант решения задачи рассеяния на клине с произвольным сечением кромки, в том числе с диэлектриком на кромке. Здесь предлагается неравномерную часть тока на гранях получать из решения модельной задачи на остром идеально проводящем клине с аналогичным углом раскрыва. Однако проблема несоответствия положения фазовых центров рассеяния в решаемой задаче и модельной задаче до конца не решена.

В данной работе для увеличения точности расчетов рассеяния на полубесконечных структурах

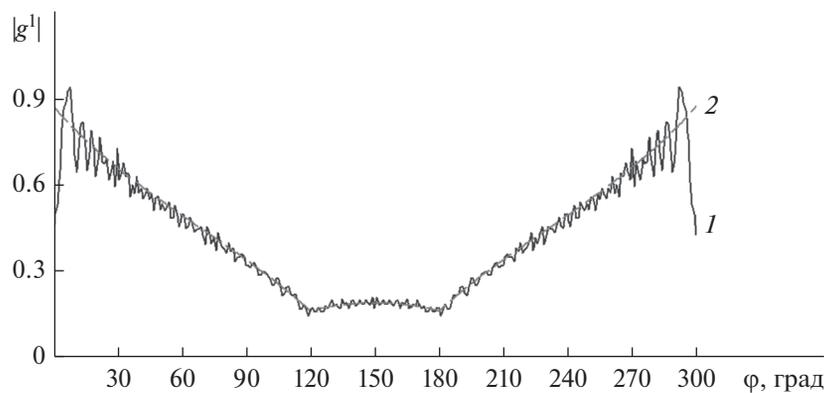


Рис. 6. Функции рассеяния на клине с внешним углом 300° , ширина буферной зоны 50λ для H - (1) и E -поляризации (2).

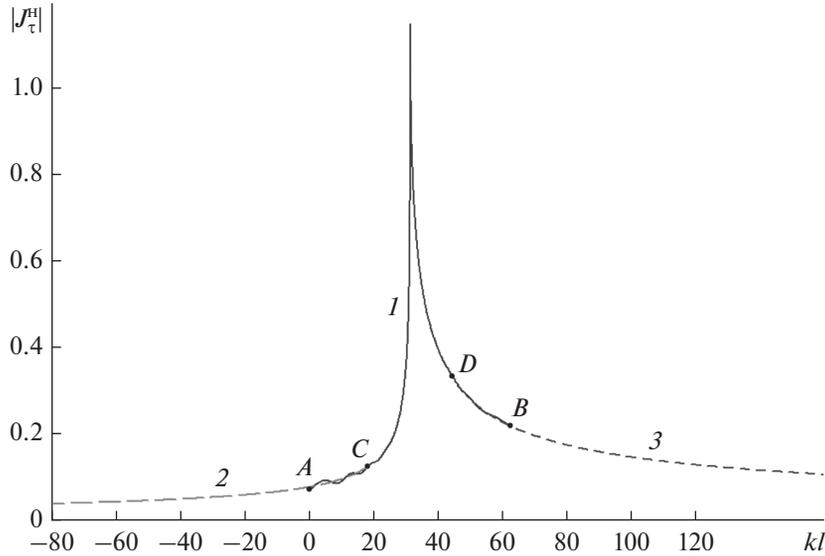


Рис. 7. Экстраполяция неравномерной части тока на гранях **A** и **B** для неравномерного тока на участке L_{AB} (1), экстраполяции (23) на грани **A** (с заходом на участок AC) (2) и экстраполяции (24) на грани **B** (3).

предлагается экстраполировать неравномерные токи на гранях следующими выражениями:

$$J_{\tau}^H = \frac{A_2}{\sqrt{A_3 - kl}} \exp(i(A_0 + kl)), \quad (23)$$

$$J_{\tau}^H = \frac{B_2}{\sqrt{B_3 + kl}} \exp(i(B_0 - kl)). \quad (24)$$

Выражение (23) для неравномерного тока на грани **A**, а выражение (24) соответственно для грани **B**. В отличие от выражений (21) и (22) здесь добавлены коэффициенты A_0 , B_0 , которые определяют положение фазового центра рассеяния. Кроме того, добавлены коэффициенты A_3 , B_3 , которые регулируют степень затухания вблизи неоднородности. Увеличение этих коэффициентов позволяет постепенно, по мере приближения угла облучения к особым случаям, перейти от выражения типа (21) к типу (22). В расчетной программе на коэффициенты A_3 , B_3 искусственно наложено ограничение, поэтому полного перехода к выражению (22) не происходит. Так как величина ограничения достаточно велика, то на точности расчетов это практически не сказывается.

Коэффициенты A_0 , A_3 и B_0 , B_3 входят в выражения (23), (24) нелинейно, поэтому воспользоваться методом их расчета, примененным в [10], не представляется возможным. В данной работе задача расчета рассеяния решается в две итерации (или больше при необходимости). На первой итерации решаем уравнение (13), в котором неравномерные токи на гранях приравнены к нулю. Далее найденный неравномерный ток на граничных участках AC и BD контура L_{AB} используем для вычисления неизвестных коэффициентов A_0 , A_2 , A_3

и B_0 , B_2 , B_3 . Для этого выделяем участок буферной зоны, примыкающий к границе **A**, длина этого участка может быть $1 \dots 3\lambda$, но можно выбрать буферную зону целиком. И на этом участке при помощи метода наименьших квадратов вычисляем коэффициенты A_0 , A_2 , A_3 так, чтобы полученная экстраполяция (23) минимально отличалась от неравномерной части тока полученного при численном решении уравнения (13). Аналогично вычисляем коэффициенты B_0 , B_2 , B_3 .

Графики неравномерного тока, рассчитанные по экстраполяциям (23) и (24) для случая, рассмотренного на рис. 5, показаны на рис. 7.

Теперь, имея выражения для неравномерного тока на гранях, мы можем рассчитать функцию рассеяния (18) путем интегрирования тока по всему контуру, включая грани. Область интегрирования разделяем на три части:

$$g^1(\varphi) = g_{AB}^1(\varphi) + g_A^1(\varphi) + g_B^1(\varphi), \quad (25)$$

где

$$\begin{aligned} g_{AB}^1(\varphi) &= \\ &= \frac{-i}{2} \int_{kl_A}^{kl_B} (J_{\tau}(\vec{r}_q) - J_{\tau}^{\Phi_0}(\vec{r}_q)) (n_x^q \cos\varphi + n_y^q \sin\varphi) \times \\ &\quad \times \exp(i(kx_q \cos\varphi + ky_q \sin\varphi)) d(kl_q), \\ g_A^1(\varphi) &= \frac{-iA_2}{2} \times \\ &\quad \times \int_{-\infty}^{kl_A} \frac{(n_x^q \cos\varphi + n_y^q \sin\varphi)}{\sqrt{A_3 - kl_q}} \exp(i(A_0 + kl_q)) \times \\ &\quad \times \exp(i(kx_q \cos\varphi + ky_q \sin\varphi)) d(kl_q), \end{aligned} \quad (26)$$

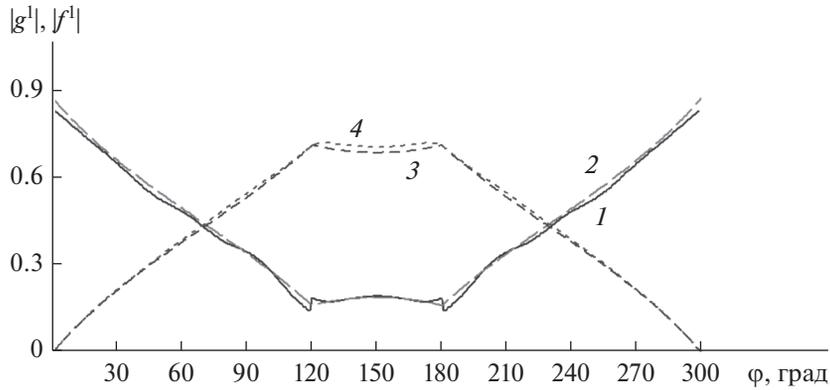


Рис. 8. Функции рассеяния на клине с внешним углом 300°, с учетом неравномерного тока на гранях **A** и **B** для *H*- (1, 2) и *E*-поляризации (3, 4), рассчитанные методом интегральных уравнений (1, 3) и с помощью аналитического решения Уфимцева (2, 4).

$$g_B^1(\varphi) = \frac{-iB_2}{2} \int_{kl_B}^{\infty} \frac{(n_x^q \cos\varphi + n_y^q \sin\varphi)}{\sqrt{B_3 + kl_q}} \times \exp(i(B_0 - kl_q)) \exp(i(kx_q \cos\varphi + ky_q \sin\varphi)) d(kl_q). \quad (27)$$

Используя обозначения (14), (16), проведем преобразования интегралов (26) и (27) и получим

$$g_A^1(\varphi) = P_A \int_{A_3 - kl_A}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{s}} \exp(-i(1 - \alpha_A)s) d(s), \quad (28)$$

где

$$\alpha_A = \cos(\varphi - \varphi_A),$$

$$P_A = \frac{-iA_2}{2} \sin(\varphi - \varphi_A) \exp(i(A_0 + (1 - \alpha_A)A_3 + kx_A \cos\varphi + ky_A \sin\varphi + \alpha_A kl_A)).$$

Аналогично для грани **B**:

$$g_B^1(\varphi) = P_B \int_{B_3 + kl_B}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{s}} \exp(-i(1 - \alpha_B)s) d(s),$$

$$\alpha_B = \cos\varphi_B \cos\varphi + \sin\varphi_B \sin\varphi = \cos(\varphi - \varphi_B), \quad (29)$$

$$P_B = \frac{iB_2}{2} \sin(\varphi - \varphi_B) \exp(i(B_0 + (1 - \alpha_B)B_3 + kx_B \cos\varphi + ky_B \sin\varphi - \alpha_B kl_B)).$$

Результаты расчетов функции рассеяния g^1 в виде суммы (25) приведены на рис. 8. Отметим, что расчеты проводились для варианта контура с буферной зоной равной 5λ .

Как видим из сравнения графиков функций рассеяния, точность расчета существенно повысилась, однако ее можно еще улучшить. Для этого перепишем уравнение (7) в виде

$$J_\tau(\vec{r}) + \frac{1}{2i} M_z^{AB}(J_\tau, \vec{r}) = -2H_z^i(\vec{r}) - \frac{1}{2i} (M_z^A(J_\tau^{\text{фо}}, \vec{r}) + M_z^B(J_\tau^{\text{фо}}, \vec{r}) + M_z^A(J_\tau^{\text{н}}, \vec{r}) + M_z^B(J_\tau^{\text{н}}, \vec{r})). \quad (30)$$

В этом уравнении учтены неравномерные токи на гранях **A** и **B**, которые мы вычислили в виде экстраполяций (23), (24). Подставим выражение для неравномерного тока (23) в интеграл (5) и получим

$$M_z^A(J_\tau^{\text{н}}, \vec{r}) = \int_{-\infty}^{kl_A} \frac{A_2}{\sqrt{A_3 - kl_q}} \exp(i(A_0 + kl_q)) H_1^2(kR) \times (kR) \left[n_y^q \frac{ky_q - ky}{kR} + n_x^q \frac{kx_q - kx}{kR} \right] d(kl_q).$$

Учитывая обозначения (14), интеграл можно привести к следующему виду:

$$M_z^A(J_\tau^{\text{н}}, \vec{r}) = -A_2 k \eta_A \exp(i(A_0 + kl_A)) \times \int_0^{\infty} \frac{H_1^2(kR)}{kR \sqrt{A_3 - kl_A + s}} \exp(-is) d(s). \quad (31)$$

Аналогично для неравномерного тока на грани **B** подставим выражение (24) в интеграл (6) и получим

$$M_z^B(J_\tau^{\text{н}}, \vec{r}) = \int_{kl_B}^{\infty} \frac{B_2}{\sqrt{B_3 + kl_q}} \exp(i(B_0 - kl_q)) H_1^2(kR) \times \left[n_y^q \frac{ky_q - ky}{kR} + n_x^q \frac{kx_q - kx}{kR} \right] d(kl_q).$$

Учитывая обозначения (16), интеграл можно привести к следующему виду:

$$M_z^B(J_\tau^{\text{н}}, \vec{r}) = B_2 k \eta_B \exp(i(B_0 - kl_B)) \times \int_0^{\infty} \frac{H_1^2(kR)}{kR \sqrt{B_3 + kl_B + s}} \exp(-is) d(s). \quad (32)$$

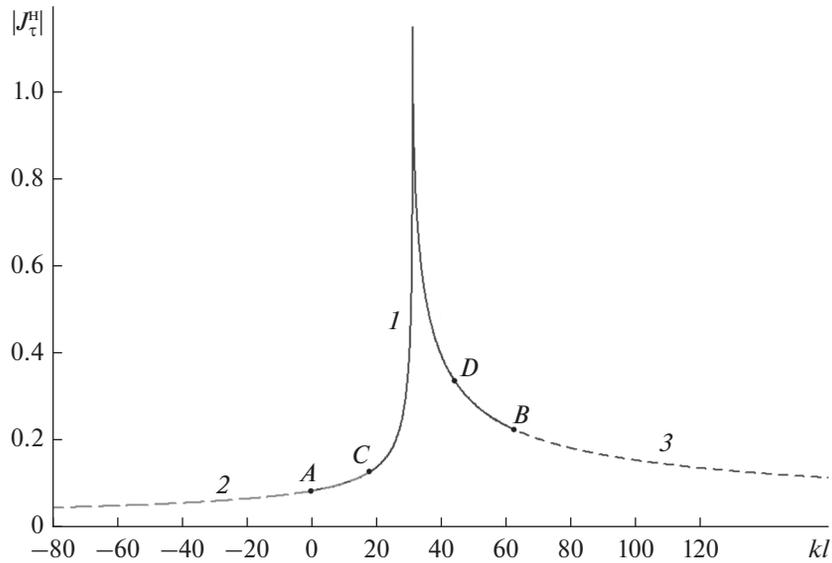


Рис. 9. Экстраполяция неравномерной части тока на гранях, вторая итерация для неравномерного тока на участке L_{AB} (1), экстраполяции (23) на грани А (с заходом на участок АС) (2) и экстраполяции (24) на грани В (3).

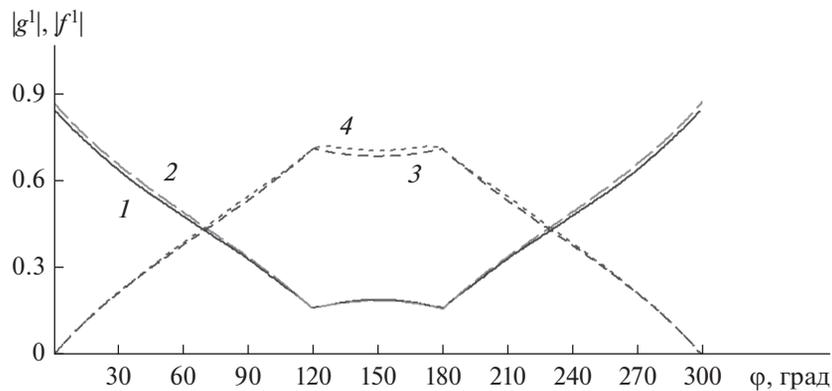


Рис. 10. Функции рассеяния на клине с внешним углом 300° , с учетом неравномерного тока на гранях, 2-я итерация для H - (1, 2) и E -поляризации (3, 4), рассчитанные методом интегральных уравнений (1, 3) и с помощью аналитического решения Уфимцева (2, 4).

Решение уравнения (30) является второй итерацией по поиску тока на контуре 2D-неоднородности. При этом мы получим более точное значение тока на части контура L_{AB} . Далее можно рассчитать новые коэффициенты для выражений неравномерного тока на гранях (23) и (24). На рис. 9 показаны новые результаты расчета тока на трех участках контура. В отличие от первого расчета (см. рис. 7) во втором расчете отсутствуют колебания амплитуды неравномерной части тока вблизи границ А и В. Кроме того, линии графика рассчитанного тока на пересекающихся участках АС и ВD хорошо совпадают с экстраполяционными кривыми.

Новый расчет функций рассеяния g^1 (21) и f^1 показан на рис. 10. В отличие от графиков на рис. 8 и, тем более, на рис. 4 можно наблюдать полное совпадение численных расчетов с аналитическим решением. Небольшие различия графиков связаны с наличием закругления кромки клина с радиусом 1% от длины волны.

При необходимости можно повторить решение уравнения (30), но уже с новыми найденными токами на гранях, и таким образом запустить итерационный процесс улучшения точности расчетов.

Выражения для расчета функций рассеяния для случая E -поляризации получаются аналогич-

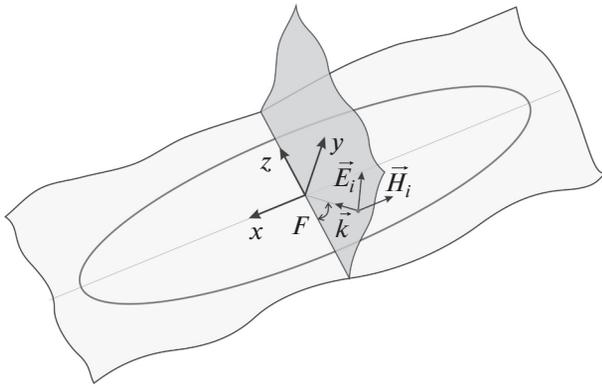


Рис. 11. Линия расположения 2D-неоднородности на поверхности объекта.

но приведенным здесь выражениям для H -поляризации. Только следует учесть, что в формулах экстраполяции неравномерного тока степень затухания равна $3/2$, а не $1/2$, как в выражениях (23), (24).

Полубесконечные интегралы (15), (17), (28), (29), (31), (32) для H -поляризации и аналогичные для E -поляризации имеют слабую степень затухания подынтегральных выражений. Для вычисления этих интегралов применяли метод замены контура интегрирования на комплексной плоскости. При этом подынтегральные выражения получали экспоненциальную кривую затухания, что позволило рассчитать интегралы численно.

На основании приведенных здесь сравнений с аналитическим решением можно сделать вывод, что применение итерационного процесса учета неравномерного тока на гранях существенно повышает точность расчета функций рассеяния f^1 , g^1 . Следовательно, полный расчет рассеяния на

2D-неоднородности в 3D-пространстве также будет выполнен с высокой точностью.

3. ПРИМЕР: ВЫСТУП НА ИДЕАЛЬНО ПРОВОДЯЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ

Теперь рассмотрим, какое преимущество дает представленный метод расчета поправок к ФО в 3D-пространстве. В качестве примера выбрана 2D-неоднородность в виде выступа с квадратным сечением (см. рис. 1). Высота и ширина сечения неоднородности составили 2 мм. Форма линии расположения неоднородности на плоской идеально проводящей поверхности выбрана в виде эллипса (рис. 11). Главные радиусы эллипса составили 200 и 100 мм. Длина волны облучения, на которой проводились расчеты, равна 30 мм. Конкретные размеры плоскости, на которой располагается неоднородность, значения не имеют, так как рассчитываться будет только поправка, связанная с рассеянием на неоднородности, а само рассеяние на плоскости в данном примере нас не интересует. Предполагается выполнение единственного условия, связанного с плоской подложкой под неоднородностью: то, что расстояние от любой части неоднородности до края плоскости должны быть много больше длины волны.

На рис. 12 приведены графики модуля комплексных функций рассеяния g^1 и f^1 для неоднородности, показанной на рис. 1. Так как длина волны для эквивалентной задачи зависит от угла между направлением ребра, линии расположения и направлением волны облучения, то и графики функций g^1 и f^1 будут зависеть от этого угла. На рис. 12 показаны графики функций g^1 и f^1 для случая нормального падения волны на ребро линии

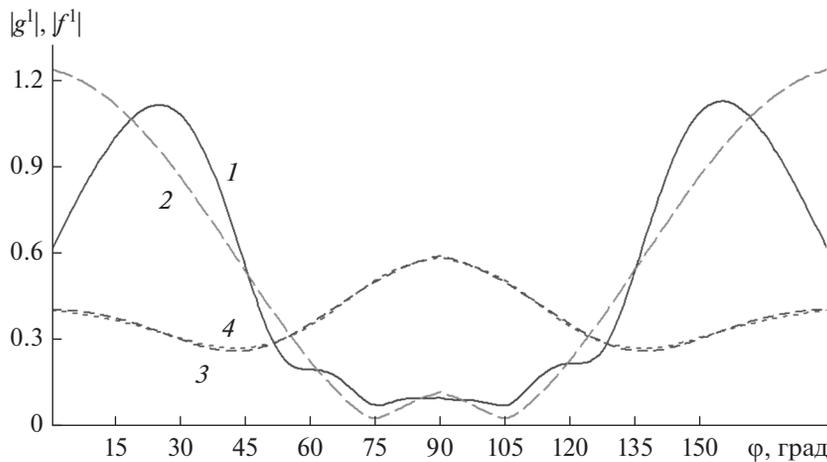


Рис. 12. Функции рассеяния на выступе для случая нормального падения волны на ребро линии неоднородности (1), модуль функции g^1 , рассчитанный с учетом неравномерных токов на гранях (2), функция f^1 , рассчитанная без учета неравномерных токов на гранях (3) и с учетом этих токов (4).

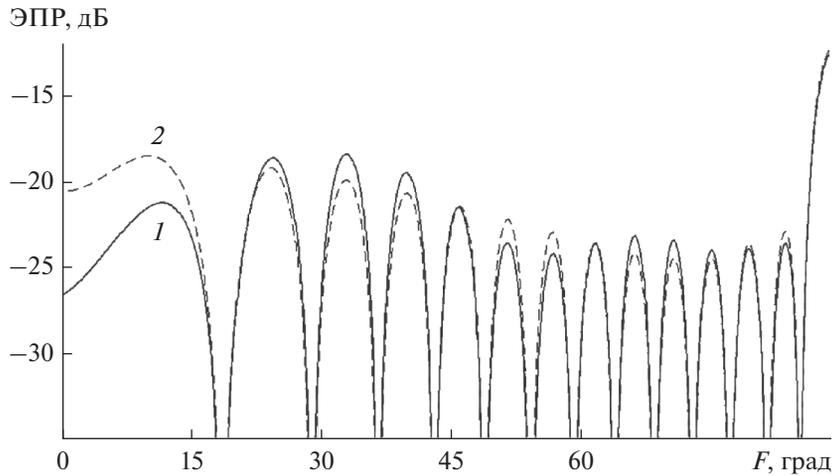


Рис. 13. ЭПР неоднородности в перпендикулярной плоскости, рассчитанная без учета неравномерных токов на гранях (1) и с учетом неравномерных токов по методу, рассмотренному в данной статье (2).

неоднородности. Модуль функции g^1 рассчитан без учета и с учетом неравномерных токов на гранях. Как видим из сравнения, графики существенно отличаются, особенно при скользящих падениях вдоль граней, углы вблизи 0° и 180° . Функция f^1 также рассчитана без учета и с учетом неравномерных токов на гранях. Как видно из сравнения, для случая E -поляризации учет неравномерных токов на гранях несуществен. Однако следует заметить, что при пересчете рассеяния в 3D-пространство обычно участвует комбинация функций g^1 и f^1 , поэтому учет неравномерных токов на гранях **A** и **B** имеет принципиальное значение.

На рис. 13 приведены диаграммы ЭПР неоднородности, пересчитанные в 3D-пространство, без включения ЭПР поверхности, на которой она расположена. Расчет диаграмм ЭПР проведен в плоскости, перпендикулярной к поверхности, на которой лежит неоднородность, и в то же время перпендикулярной к линии большого диаметра эллипса. Поляризация облучающей волны такова, что вектор магнитной компоненты поля компланарен плоскости, на которой лежит неоднородность. Угол 0° на графике соответствует скользящему облучению вдоль поверхности расположения неоднородности, а угол 90° соответствует нормальному падению на эту поверхность. ЭПР неоднородности рассчитана без учета неравномерных токов на гранях и с учетом неравномерных токов по методу, рассмотренному в данной статье. Значения ЭПР неоднородности вблизи угла облучения 90° не представляют особого интереса, так как в реальности будут теряться на фоне большой ЭПР от поверхности, на которой расположена неоднородность. В этом смысле значения ЭПР при скользящих углах представляют больший интерес. Именно с этих ракурсов проявляется максимальное отличие между

ЭПР, рассчитанной без учета и с учетом неравномерных токов. Как видим, различие в случае отсутствия учета неравномерных токов на полубесконечных гранях в данном примере доходит до 6 дБ.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе кратко описан комбинированный метод, являющийся дальнейшим развитием метода физической теории дифракции Уфимцева, позволяющий рассчитывать рассеяние электромагнитных волн на 2D-неоднородностях с произвольной формой сечения. Приведены уравнения для расчета тока на модельном контуре неоднородности, а также выражения для расчета функций рассеяния Уфимцева $f^1(\varphi_0, \varphi)$, $g^1(\varphi_0, \varphi)$.

Рассмотрена проблема низкой точности, возникающая при расчете рассеяния на полубесконечных объектах методом интегральных уравнений. Из приведенных выше примеров следует, что даже значительное увеличение ширины буферных зон до 50λ не устраняет эту проблему. Ситуация осложняется тем, что эквивалентная длина волны для задачи в 2D-пространстве $\lambda_{2D} = \lambda_{3D}/\sin(\gamma)$, что может достигать больших величин при скользящих падениях волны на линию расположения неоднородности в 3D-пространстве. А это, в свою очередь, требует пропорционального увеличения ширины буферных зон. Кроме того, при расчете рассеяния на 2D-неоднородности в реальном 3D-пространстве необходимо решать двумерную эквивалентную задачу на каждом ребре линии неоднородности при каждом угле облучения. При этом для расчета одной диаграммы ЭПР необходимое количество решаемых численно двумерных задач может превышать 10000 и более. Так как время расчета двумерной задачи зависит от ширины буферных зон, то

уменьшение ширины этих зон имеет принципиальное значение.

Предложенный метод расчета рассеяния на 2D-неоднородностях полностью снимает проблему низкой точности при ограниченной ширине буферных зон и имеет повышенную точность решения даже при ограниченном размере буферных зон, равных 5λ и менее.

Приведен пример расчета ЭПР на неоднородности, расположенной по линии эллипса с сечением в виде выступа. Показано, что различие в диаграммах ЭПР при учете неравномерных токов на бесконечных гранях по разработанному авторами методу и без учета неравномерных токов в данном примере доходит до 6 дБ, что свидетельствует о необходимости такого учета.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Уфимцев П.Я. Метод краевых волн в физической теории дифракции. М.: Сов. радио, 1962.
2. *Ufimtsev P.Ya.* Fundamental of the Physical Theory of Diffraction. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc., 2007.
3. *Gibson W.C.* The Method of Moments in Electromagnetics. Boca Raton: Chapman & Hall/CRC, 2008.
4. *Harrington R.F.* Field Computation by Moment Methods. N.Y.: Macmillan Publ. Comp., 1968.
5. *Morita N.* // IEEE Trans. 1971. V. AP-19. № 3. P. 358.
6. *Васильев Е.Н., Солoduхов В.В.* // Радиофизика. 1977. Т. 20. № 2. С. 280.
7. *Васильев Е.Н., Федоренко А.И.* // Радиофизика. 1983. Т. 26. № 3. С. 351.
8. *Vasil'ev E.N., Solodukhov V.V.* // Electromagnetics. 1991. V. 11. № 2. P. 161.
9. *Jin J.M., Liepa V.V.* // Electromagnetics. 1989. V. 9. № 2. P. 201.
10. *Burnside W.D., Yu C.L., Marhefka R.J.* // IEEE Trans. 1975. V. AP-23. № 7. P. 551.
11. *Кисель В.Н., Федоренко А.И.* // Радиотехника. 1994. № 11. С. 44.

**ЭЛЕКТРОДИНАМИКА
И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН**

УДК 621.396.67

**ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕСТРАИВАЕМЫХ ОДИНОЧНЫХ
И СВЯЗАННЫХ EBG-РЕЗОНАТОРОВ**© 2022 г. С. Е. Банков^а, *, В. И. Калинин^а, Е. В. Фролова^а^аИнститут радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
ул. Моховая, 11, стр. 7, Москва, 125009 Российская Федерация

*E-mail: sbankov@yandex.ru

Поступила в редакцию 21.09.2021 г.

После доработки 18.11.2021 г.

Принята к публикации 20.11.2021 г.

Предложены и исследованы одиночные и связанные волноводные EBG-резонаторы с механически управляемыми параметрами. Резонаторы выполнены на основе электромагнитного кристалла в виде двумерной решетки металлических цилиндров, расположенной внутри плоского волновода (ПВ). В структуре имеются управляемые зазоры между цилиндрами и одним из экранов ПВ. Рассмотрены в основном внешние параметры резонаторов: резонансная частота и нагруженная добротность для одиночного резонатора и коэффициент связи для системы из двух одинаковых резонаторов. Проведено электродинамическое моделирование одиночных и связанных резонаторов и построены их параметрические модели, связывающие внешние и управляющие параметры резонаторов. Изготовлен макет перестраиваемых одиночных и связанных резонаторов и проведены экспериментальные исследования резонансных частот, добротности и коэффициента связи. Показано, что измеренные значения частот хорошо согласуются с расчетными. Найдено, что для связанных резонаторов в измерениях наблюдается явление межмодового взаимодействия четных и нечетных колебаний. Измерено также значение тепловой составляющей добротности колебаний в исследованных резонансных конструкциях.

DOI: 10.31857/S0033849422040015

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Резонаторы широко применяются в различных СВЧ- и микроволновых устройствах, включая фильтры, поэтому им посвящено множество работ. Вероятно, наиболее исследованными являются волноводные резонаторы и фильтры на металлических волноводах [1], а также печатные резонаторы и фильтры на микрополосковых линиях [2]. Высокодобротные резонаторы и фильтры на их основе получили широкое распространение в электронном оборудовании базовых станций в системах беспроводной связи, а также в других приложениях. В настоящее время в этой области востребованы конструкции перестраиваемых по частоте фильтров, которые позволяют обеспечить более гибкое и эффективное использование ресурсов частотного спектра и оборудования [3].

С развитием технологии SIW (substrate-integrated waveguides) [4] появилось большое количество работ по различным SIW-устройствам, включая резонаторы и фильтры [5]. Линией передачи в них является волновод, образованный в диэлектрической подложке, с боковыми стенками в виде решетки металлизированных отвер-

стий. В данной работе наибольший интерес для нас представляют технические решения, которые позволяют получить перестраиваемые по частоте резонаторы и фильтры. Один из примеров реализации перестраиваемого SIW-резонатора описан в статье [6], в которой предложен и исследован планарный резонатор в диэлектрической подложке, стенки которого образованы системой металлизированных отверстий. Расстояние между центрами отверстий равно 1.89 мм, что составляет около 0.07 относительно длины волны на максимальной частоте исследованного диапазона 8...11 ГГц. В статье эта конструкция названа EBG (electromagnetic band gap) резонатором, хотя по сложившейся в настоящее время терминологии его скорее можно охарактеризовать как резонатор, выполненный по SIW-технологии. Реконфигурируемые свойства резонатора достигаются за счет двух возможных состояний цилиндрических элементов стенок. В одном состоянии они имеют контакт с верхней металлизированной стороной подложки, в другом контакт прерывается за счет узких кольцевых щелей, окружающих перестраиваемые элементы. В зависимости от того или иного состояния резонатор имеет резонансы на частотах 10.60

или 8.63 ГГц и соответствующие значения добротности 448 и 274. Резонатор был изготовлен с использованием стандартных методов изготовления печатных плат. Измерения подтвердили расчетные результаты. Отмечено, что при использовании более толстой подложки можно получить резонаторы с собственной добротностью выше 500. Также перспективным является использование электронного управления частотой. По мнению авторов, такие резонаторы могут использоваться при конструировании перестраиваемых фильтров с управляемой величиной пульсаций частотной характеристики. Описание других методов перестройки частоты SIW-резонаторов, а также их качественное сравнение содержится в обзоре [7].

В последнее время в литературе активно обсуждается идея реконфигурируемых фильтров, которые являются развитием перестраиваемых фильтров. Отличие между ними состоит в том, что перестраиваемые фильтры имеют управляемые параметры, изменение которых не меняет структуру устройства. Реконфигурируемые фильтры могут под воздействием управляющих факторов изменять не только свои параметры, но и структуру. В качестве наглядного примера управления структурой фильтра можно привести изменение числа его звеньев, которое влияет на вид частотной характеристики в существенно большей степени, чем изменение параметров фиксированного числа резонаторов. Также можно отметить возможность изменения пространственной конфигурации резонаторов, позволяющей выполнять наряду с частотной фильтрацией другие полезные функции, например, переключение каналов.

Примеры реализации микроволновых фильтров с полностью реконфигурируемыми параметрами приведены в работе [8]. В ней представлено несколько конструкций фильтров, основанных на технологии программируемой микроволновой подложки. Такая подложка представляет собой метаматериал с управляемой эффективной диэлектрической проницаемостью. Величина проницаемости может быть запрограммирована как положительной, так и отрицательной, при этом волна в такой управляемой среде может или распространяться или отражаться. Таким образом, удается динамически управлять волноводными свойствами материала для получения требуемых функций. Подчеркивается, что на этой основе были впервые реализованы СВЧ-фильтры с полной реконфигурацией. При этом можно настраивать не только центральную частоту, полосу пропускания и порядок фильтров, но также можно осуществить перенастройку на другой тип фильтра. Приведены примеры конструкций нескольких типов волноводных фильтров. Отмечается, что помимо высокой степени управляемости удается также значительно уменьшить размеры фильтра по сравнению с конструкциями с использованием тради-

ционных технологий за счет возможности достижения более высокой эффективной диэлектрической проницаемости для волноводной моды.

Характерным недостатком предложенных конструкций являются достаточно большие потери, обусловленные тепловыми потерями в подложке и в варакторах, с помощью которых осуществляется контроль эффективной диэлектрической проницаемости. Отмечается, что их можно уменьшить, в частности, за счет уменьшения диапазона перестройки параметров фильтров.

Электромагнитные кристаллы (ЭМК) [9] представляют другую, отличную от SIW, технологическую основу для создания микроволновых устройств. В простейшем случае ЭМК имеют структуру в виде периодической решетки металлических цилиндров, расположенных в узлах квадратной или прямоугольной сетки между двух проводящих экранов, образующих плоский волновод (ПВ). Структуры на основе ЭМК характеризуются чередованием в их частотном спектре полос прозрачности, в которых волны распространяются, и полос непрозрачности, в которых волны не могут распространяться. Отсюда их принятое в англоязычной литературе название *electromagnetic band gap* (EBG) структуры, по аналогии с *photonic band gap* (PBG) структурами в оптическом диапазоне.

В ряде наших работ, опубликованных по данной тематике с 2019 по 2021 г. в журнале “Радиотехника и электроника”, предлагается использовать ЭМК данного типа для создания реконфигурируемых СВЧ-устройств. В качестве управляющих элементов в работе [10] используются, так называемые, емкостные цилиндры. Роль емкости играет зазор между цилиндром и экраном ПВ. Его величина может изменяться механически или электромеханически. Также роль емкости может выполнять перестраиваемый конденсатор, включенный в указанный зазор. В этом случае возможно электронное управление.

В работе [11] было показано, что при применении ЭМК с емкостными элементами для создания широкополосных СВЧ-устройств исследователи сталкиваются с определенными проблемами, обусловленными особенностями трансформации волн в EBG-волноводах. По этой причине в работе [12] при построении относительно широкополосных реконфигурируемых устройств предпочтение было отдано ЭМК с элементами другого типа.

Следует отметить, что полосовые фильтры относятся к классу узкополосных СВЧ-устройств. Поэтому отмеченные выше недостатки ЭМК с емкостными цилиндрами могут быть для них не столь существенны, как в случае широкополосных элементов, таких как делители мощности, повороты и т.д. В то же время, с точки зрения

простоты управления и возможности перехода к электронному управлению емкостные цилиндры значительно превосходят структуры, рассмотренные в [12]. По этой причине в данной работе мы рассматриваем резонаторы на основе ЭМК с емкостными цилиндрами.

Стандартным для СВЧ-техники техническим решением при создании резонаторов и фильтров на их основе является применение волноводных резонаторов. В ЭМК волноводы, получившие название ЕВГ-волноводов, выполняются путем удаления одного или нескольких рядов элементов кристалла [9]. В полосе запираания ЭМК волны в таких волноводных каналах распространяются подобно волнам в прямоугольных металлических волноводах. Поэтому можно попытаться реализовать волноводные ЕВГ-резонаторы и фильтры по аналогии с волноводными резонаторами и фильтрами на прямоугольных металлических волноводах.

Конечной целью нашего исследования ЕВГ-резонаторов является формирование элементной базы реконфигурируемых фильтров на основе ЭМК. Эта цель позволяет сформулировать задачи, которые необходимо решить для ее достижения. Указанные задачи следуют из общего подхода к синтезу СВЧ-фильтров, который изложен в классической книге [13]. В рамках этого подхода фильтр представляется в виде цепочки резонаторов. Внешние резонаторы связаны с волноводами, которые формируют входы/выходы устройства. Кроме того, внешние резонаторы связаны с внутренними резонаторами, которые в свою очередь связаны друг с другом. Предполагается, что каждый резонатор фильтра связан только с соседними элементами: другими резонаторами и волноводами. Для синтеза фильтра необходимо по известному алгоритму [13] выбрать следующие параметры: резонансные частоты всех резонаторов, добротности связи внешних резонаторов, коэффициенты связи внутренних резонаторов. Данный метод синтеза является приближенным. Он дает удовлетворительные результаты для фильтров с узкой относительной полосой пропускания.

Из сказанного выше следует, что для создания фильтра необходимо знать функциональные зависимости внешних параметров резонаторов: резонансная частота, добротность связи, коэффициент связи от внутренних параметров, к которым относятся величины зазоров емкостных цилиндров. Построение таких зависимостей является задачей данной работы. Говоря о зазорах емкостных цилиндров, мы имеем в виду, что в этой работе мы ограничимся исследованием механического управления.

Структуры одиночных перестраиваемых резонаторов, а также двух связанных резонаторов с регулируемой связью, которые будут исследованы в данной работе, представлены на рис. 1а–1в.

Сформулированная выше задача решалась путем численного электродинамического моделирования резонаторов при помощи системы HFSS (<https://ansys.com>). Также проведено их экспериментальное исследование.

2. ИССЛЕДУЕМЫЕ СТРУКТУРЫ И ВЫБОР ИХ ПАРАМЕТРОВ

В данной работе исследуем три типа резонансных структур, которые представлены на рис. 1а–1в. В них используется однорядный ЕВГ-волновод шириной W , который выполнен в ЭМК из металлических цилиндров с диаметром D , расположенных в узлах прямоугольной сетки, с разными периодами P_x , P_y вдоль главных оптических осей кристалла (определение рядности ЕВГ-волновода см., например, в [12]). В принятых в работе моделях стенки ЕВГ-волновода состоят из двух рядов цилиндров.

Выбор прямоугольной сетки ЭМК обусловлен выполнением следующих требований. Рабочий диапазон ЕВГ-волновода должен быть близок к рабочему диапазону стандартного металлического волновода, сечение которого 23×10 . Здесь и далее все размеры приводятся в миллиметрах. Кроме того, диапазон перестройки частоты одиночного резонатора (см. рис. 1а, 1б) должен находиться внутри рабочего диапазона волновода. Оказалось, что при использовании квадратной сетки с одинаковыми периодами диапазон перестройки резонатора сильно смещен относительно рабочего диапазона волновода. Для устранения этого недостатка применен ЭМК с прямоугольной сеткой $P_x = 13$, $P_y = 9$, которая позволяет выполнить указанные выше требования.

Все цилиндры, образующие исследуемые структуры, имеют одинаковый диаметр, равный $D = 5$. Выбор данного параметра обусловлен наличием доступных стандартных цилиндров с указанным размером. Их применение существенно облегчило изготовление опытного образца и его экспериментальное исследование.

Как показано на рис. 1а, размер резонансного элемента в продольном направлении (вдоль оси y) определяется расстоянием $L = 2P_y$ между двух цилиндров с зазором d_c , расположенных в узлах сетки на оси волновода. В направлении оси x размер резонансной области определяется шириной однорядного ЕВГ-волновода $W = 2P_x$, а в направлении оси z размер определяется расстоянием $h = 10$ между экранами ПВ. Связь резонатора с волноводом может регулироваться путем изменения глубины погружения двух крайних элементов $h_c = h - d_c$, поэтому функционально они являются элементами связи резонатора с внешней схемой. Резонансная частота F_r может изменяться в определенных пределах с помощью настроечного ци-

цилиндра с зазором d_r , который расположен в резонансной области посередине между цилиндрами связи. Отметим, что как добротность, обусловленная связью резонатора с волноводом Q_c , так и частота F_r являются функциями обоих параметров d_c и d_r .

Все исследуемые EBG-структуры имеют выходы в виде отрезков стандартных волноводов. Выходные торцы волноводов 1, 2 (см. рис. 1а) нагружены на согласованные нагрузки. На резонансной частоте возбуждаемая резонатором волноводная мода в каждом из волноводов поглощается в соответствующей нагрузке. По этой причине собственные колебания резонаторов имеют конечную добротность, которая является искомой добротностью связи.

Резонатор на рис. 1а нагружен на волноводы симметрично с двух сторон, т.е. является резонатором с двумя элементами связи или двухсвязным резонатором. Структура на рис. 1б – односвязный резонатор, так как он имеет один элемент связи. Оба типа резонаторов использовались для определения функций $Q_c(d_c, d_r)$, $F_r(d_c, d_r)$.

Внутренние секции фильтра конструируются на основе электромагнитно связанных резонаторов, обеспечивающих требуемые величины взаимной связи для реализации заданных частотных характеристик фильтра. Вариант реализации связанных резонаторов на EBG-волноводе, предложенный и исследуемый в данной статье, приведен на рис. 1в. В этом варианте связь резонаторов регулируется вертикальным перемещением центрального цилиндра (изменением зазора d_k), образующего общую полупрозрачную стенку двух связанных резонаторов.

3. ОДИНОЧНЫЕ РЕЗОНАТОРЫ

Двухсвязный резонатор (см. рис. 1а). Отрезок однорядного EBG-волновода образован в ЭМК с прямоугольной сеткой, расстояние между цилиндрами связи $L = 2P_y = 18$, ширина EBG-волновода $W = 2P_x = 26$. Данная модель ограничена воздушным боксом размерами $5P_y = 45$ и $5P_x = 65$ в направлении осей y и x соответственно, по оси z размер $h = 10$. Прямоугольные металлические волноводы имеют размер поперечного сечения 23×10 . Функцию согласованных нагрузок в системе HFSS (<https://ansys.com>), использованной для электродинамического моделирования, выполняют идеально согласованные слои – PML (perfectly matched layer).

Характеристики резонатора – резонансную частоту и добротность – вычисляли с помощью программы HFSS, задавая в ней режим анализа собственных колебаний структуры. Как уже отмечалось, на резонансной частоте резонатор с каждой стороны возбуждает волноводную моду,

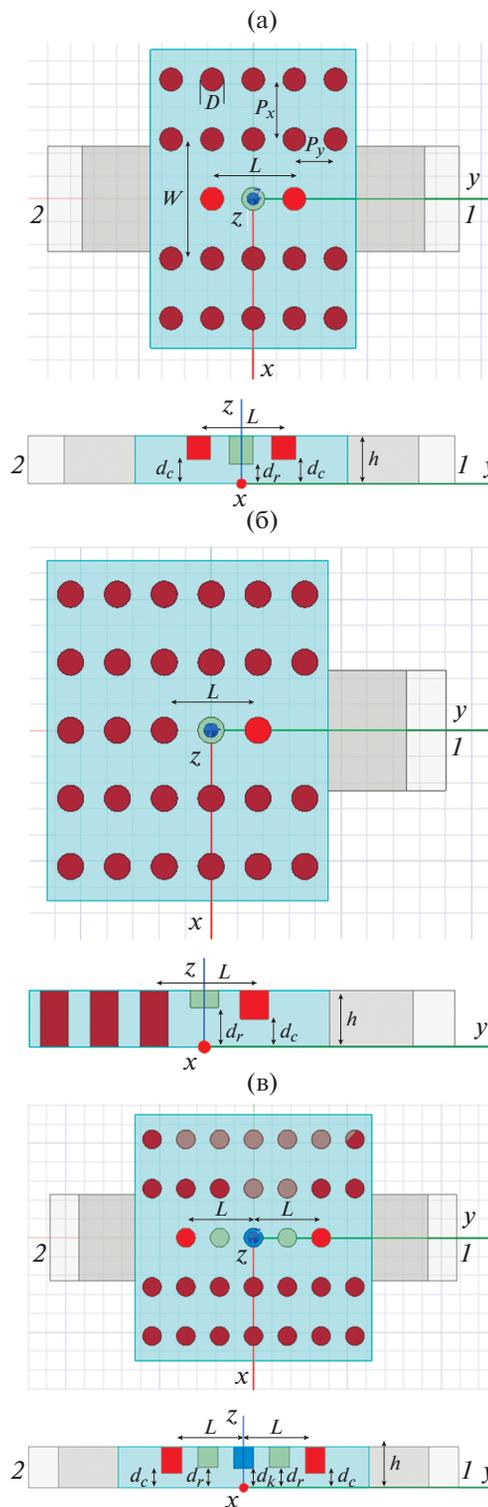


Рис. 1. Модели одиночного двухсвязного резонатора (а), одиночного односвязного резонатора (б) и двух одинаковых связанных резонаторов (в). Показаны вид сверху и структура моделей в сечении ZY.

которая распространяется вдоль волновода и поглощается в согласованной нагрузке. Это приводит к тому, что собственная частота резонатора

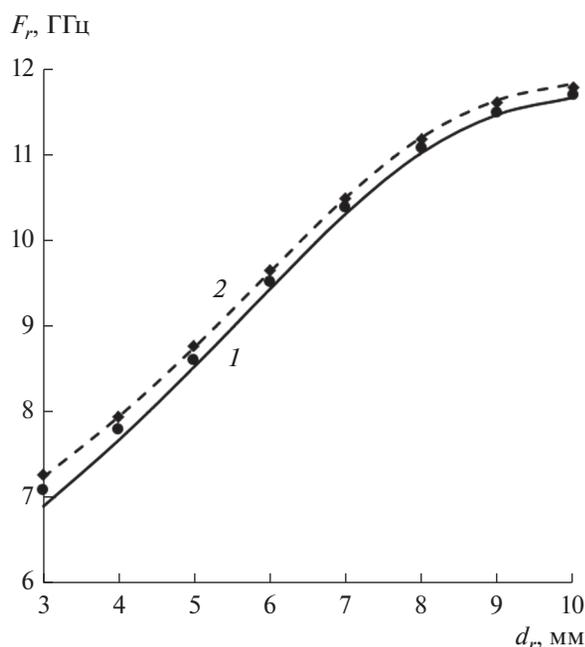


Рис. 2. Расчетные (линии) и измеренные (точки) зависимости резонансных частот колебаний двухсвязного резонатора от зазора d_r при $d_c = 1.5$ (1 и кружочки) и $d_c = 3$ (2 и ромбы).

является комплексной величиной: действительная ее часть определяет резонансную частоту, а мнимая часть — добротность колебаний, которая в отсутствие тепловых потерь обусловлена связью резонатора с внешней схемой.

С точки зрения проектирования фильтра на ЕВГ-волноводе основной интерес представляют зависимости собственной частоты и добротности резонатора от величины зазора настроечного элемента d_r при разной величине зазора элементов связи d_c . Эти зависимости для двух значений зазора $d_c = 1.5, 3$ представлены на рис. 2. (Схема экспериментальной установки и методика измерений представлены далее в разд. 5.)

Как видим, во всех рассмотренных случаях при уменьшении глубины погружения настроечного элемента $h_r = h - d_r$ от 7 до 0 резонансная частота изменяется примерно в пределах от 7 до 12 ГГц, что соответствует рабочему режиму стандартного металлического волновода в этом диапазоне частот. Отметим, что все эти зависимости $F_r(h_r/h)$ с хорошей точностью аппроксимируются полиномами 3-й степени (здесь не приведены).

На рис. 3 представлены расчетные зависимости добротности двухсвязного резонатора от положения настроечного элемента для четырех значений глубины погружения элементов связи $h_c = h - d_c$. Тепловые потери в резонаторе при этом не учитывались. Интересно отметить, что данные зависимости $Q_c(d_r)$ также практически точно аппрок-

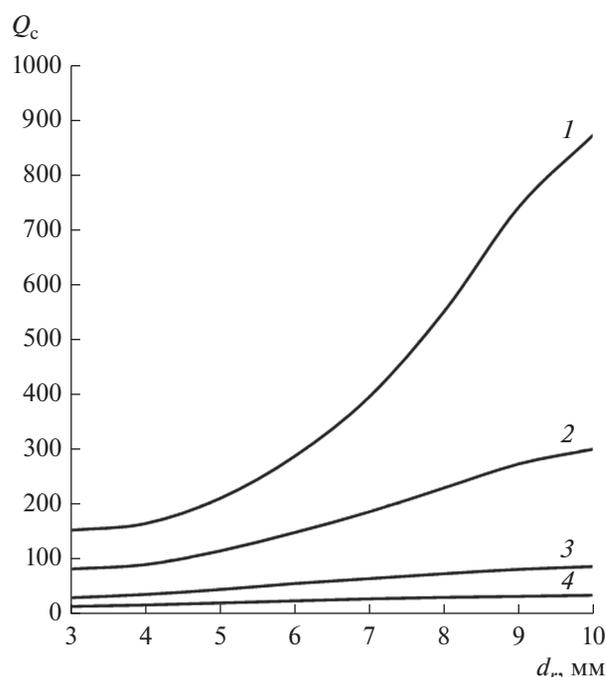


Рис. 3. Расчетные зависимости добротности связи Q_c двухсвязного резонатора в отсутствие тепловых потерь от зазора d_r при $d_c = 1.5$ (1), 2 (2), 3 (3), 4 (4).

симируются полиномами 3-й и 4-й степени, в зависимости от величины зазора.

Важно напомнить, что двухсвязный резонатор имеет два источника потерь в виде двух входных волноводов. Поэтому его добротность связи в два раза ниже добротности односвязного резонатора. В фильтре крайние резонаторы связаны с одним волноводом, поэтому для корректного использования данных, полученных для двухсвязной структуры при синтезе фильтра, ее добротность должна быть умножена на два. Может возникнуть вопрос о целесообразности анализа двухсвязного резонатора при наличии односвязного. Но поскольку он намного проще с точки зрения экспериментального исследования, и его параметры могут быть измерены с большей точностью, мы одновременно исследовали как односвязный, так и двухсвязный резонаторы.

На рис. 4 приведен пример распределения амплитуды напряженности электрического поля собственного колебания двухсвязного резонатора на частоте 10.523 ГГц при $d_r = 7$ и $d_c = 3$. Наглядно демонстрируется связь поля резонатора с волноводной модой обоих металлических волноводов.

Односвязный резонатор. Как было сказано выше, односвязный резонатор (см. рис. 1б) может служить моделью для входной и выходной секций фильтра, которые определяют величину его внешней добротности. Эта структура описывается теми же параметрами, что и двухсвязный резонатор, но отличается

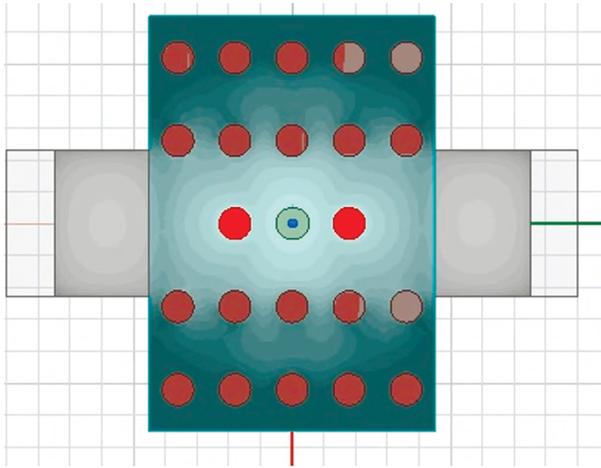


Рис. 4. Распределение амплитуды напряженности электрического поля собственного колебания в двухсвязном резонаторе на частоте 10.523 ГГц при $d_r = 7$ и $d_c = 3$.

от него тем, что связь резонатора с линией передачи осуществляется только с одной стороны, а противоположная стенка резонатора является практически непрозрачной для поля. В данной модели непрозрачность стенки достигается расположением дополнительных цилиндров-элементов ЭМК в поперечном сечении ЕВГ-волновода. Естественно предполагать, что добротность односвязного резонатора, обусловленная связью резонатора с внешней схемой, выше, чем соответствующего двухсвязного при тех же параметрах структуры, что подтверждается приведенными ниже расчетами.

На рис. 5 представлены зависимости резонансной частоты односвязного резонатора от глубины погружения настроечного элемента для двух величин зазора d_c , аналогичные зависимостям на рис. 2 и при тех же параметрах структуры, что и выше. Видно, что, как и в случае двухсвязного резонатора имеет место хорошее совпадение расчетных и экспериментальных данных.

На рис. 6 приведены соответствующие расчетные значения добротности односвязного резонатора в отсутствие тепловых потерь в зависимости от зазора d_r настроечного элемента. Кривые получены для тех же четырех значений глубины погружения элемента связи $h_c = h - d_c$, что и на рис. 3. Как и следовало ожидать, добротность односвязного резонатора выше добротности двухсвязного при тех же параметрах структуры. Интересно отметить, что в отличие от двухсвязного резонатора зависимости $Q_c(d_r)$ для односвязного резонатора лучше аппроксимируются полиномами 5-й степени.

На рис. 7 показан пример распределения амплитуды напряженности электрического поля собственного колебания в односвязном резонаторе на частоте 10.3044 ГГц при $d_r = 7$ и $d_c = 3$. В этом

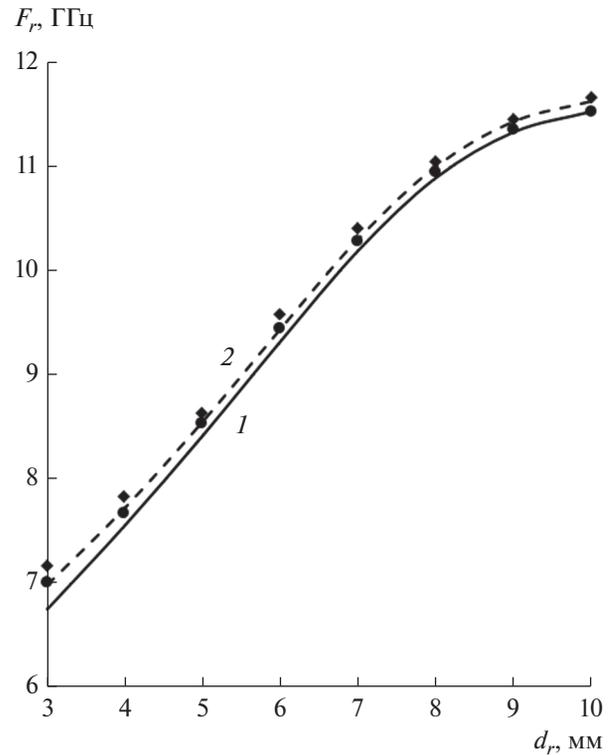


Рис. 5. Расчетные (линии) и измеренные (точки) зависимости резонансных частот колебаний односвязного резонатора от зазора d_r при $d_c = 1.5$ (1 и кружочки) и $d_c = 3$ (2 и ромбы).

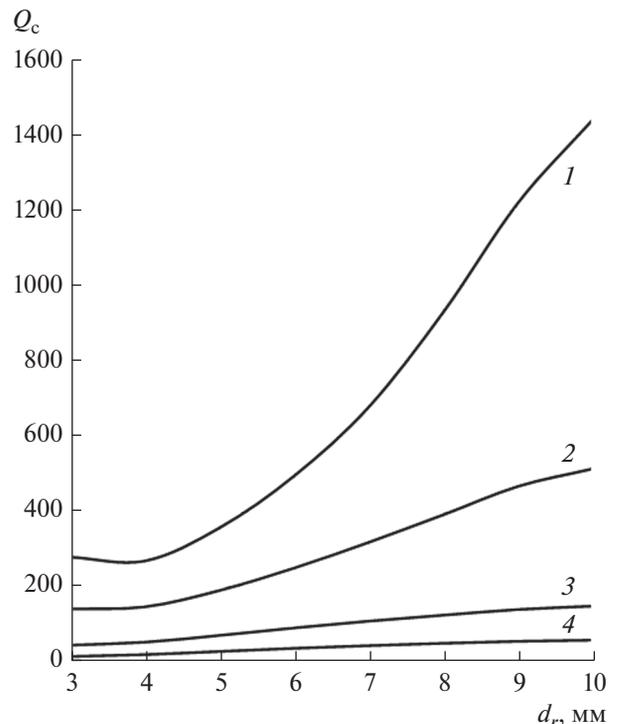


Рис. 6. Зависимости добротности связи Q_c односвязного резонатора в отсутствие тепловых потерь от зазора d_r при $d_c = 1.5$ (1), $d_c = 2$ (2), $d_c = 3$ (3), $d_c = 4$ (4).

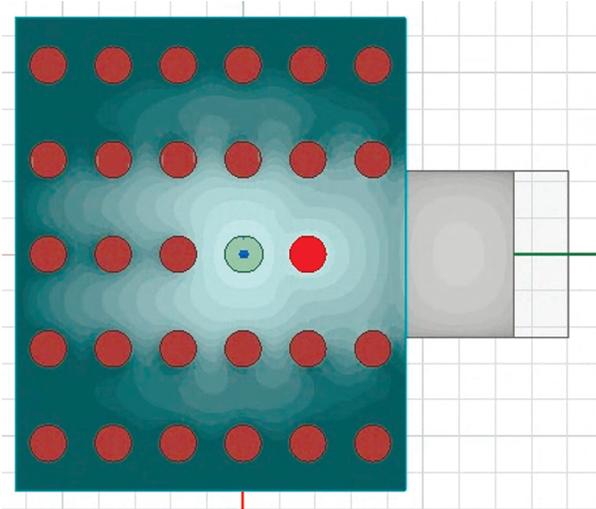


Рис. 7. Распределение амплитуды напряженности электрического поля собственного колебания в односвязном резонаторе на частоте 10.3044 ГГц при $d_r = 7$ и $d_c = 3$.

случае поле резонатора связывается с модой одного волновода.

Учет тепловых потерь в резонаторах. Для проектирования фильтра наряду с добротностью связи важную роль играет собственная добротность Q_0 . Она в существенной степени определяет потери фильтра в полосе пропускания. Суммарная добротность резонатора с учетом тепловых потерь и потерь на связь с нагрузкой описывается суммарной добротностью Q_Σ . Иногда ее называют также нагруженной добротностью Q_n . Суммарная добротность Q_Σ определяется по формуле

$$Q_\Sigma^{-1} = Q_c^{-1} + Q_0^{-1}, \quad (1)$$

где Q_c – добротность за счет связи резонатора с внешней схемой, Q_0 – тепловая составляющая добротности.

Экспериментально измерялась суммарная добротность двухсвязного резонатора. При этом отдельное измерение составляющих добротности весьма затруднительно. По этой причине для оценки параметра Q_0 была использована методика, сочетающая измеренные и расчетные данные. В рамках этой методики добротность связи Q_c рассчитывалась путем электродинамического моделирования, а затем по формуле (1) определялась суммарная добротность. При этом величина Q_0 подбиралась из условия наилучшего совпадения расчетных и измеренных данных.

На рис. 8 показана расчетная для $Q_0 = 500$ и измеренная зависимости суммарной добротности от величины зазора d_r при $d_c = 1$ и 2. Обращает на себя внимание относительно низкая собственная добротность резонатора не характерная для волно-

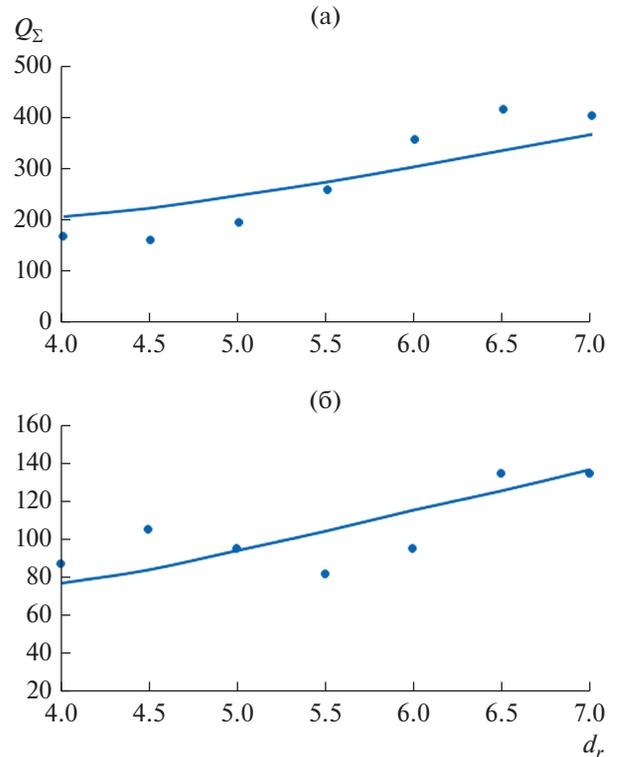


Рис. 8. Измеренные (точки) и расчетные (сплошные линии, при $Q_0 = 500$) значения суммарной добротности колебаний двухсвязного резонатора в зависимости от величины зазора d_r при $d_c = 1$ (а) и 2 (б).

водных структур. Ее снижение, видимо, обусловлено особенностью экспериментального образца (см. далее разд. 5), в котором имеются плохо контролируемые малые зазоры между цилиндрами и экранами ПВ. Такие зазоры приводят к концентрации в них электромагнитного поля и, следовательно, электрических токов, являющихся причиной больших тепловых потерь в металле с конечной проводимостью. В принципе имеется возможность устранить указанные неконтролируемые зазоры при помощи диэлектрических цилиндров, фиксирующих их величину, и четвертьволновых канавок в стенках ПВ. Однако они значительно усложняют конструкцию фильтра. Поэтому на данном этапе мы отдали предпочтение более простому варианту, который позволяет сравнительно простыми средствами решить основную задачу исследования, состоящую в измерении резонансных частот одиночного и связанных резонаторов.

На рис. 9а, 9б показаны зависимости суммарной добротности, рассчитанной по соотношению (1), двухсвязного и односвязного резонаторов для d_c , равной 1.5, 2, 3 и 4 в предположении, что собственная добротность равна 500.

4. СВЯЗАННЫЕ РЕЗОНАТОРЫ

Связанные резонаторы используются в многозвенных фильтрах с числом резонаторов 2 и более, которые в основном и применяются на практике. Для получения требуемой амплитудно-частотной характеристики фильтра необходимо обеспечить соответствующий уровень связи между резонансными секциями. Поэтому исследование характеристик электромагнитной связи резонаторов является важным этапом при проектировании фильтров в устройствах на ЕВГ-волноводах. Предложенная и исследуемая в данной работе структура связанных резонаторов представлена на рис. 1в. Как отмечалось выше, связь резонаторов регулируется с помощью центрального цилиндра, который играет роль частично отражающей общей стенки резонаторов. Так как структура симметрична относительно плоскости XOZ , собственные колебания в ней разделяются на четные и нечетные относительно этой плоскости. Рассмотрим характеристики обоих типов колебаний в зависимости от глубины погружения d_k при фиксированном значении $d_c = 1.5$ и трех разных значениях параметра $d_r = 8, 6, 5$. Остальные параметры структуры такие же, как и выше для одиночных резонаторов.

С использованием модели на рис. 1в были проведены расчеты характеристик собственных колебаний в системе двух связанных резонаторов. На рис. 10а–10в приведены расчетные (сплошные линии) и экспериментальные (квадратики и ромбики) зависимости резонансных частот системы двух связанных резонаторов от положения элемента связи для четного и нечетного колебаний. Частота f_1 соответствует меньшей из двух измеренных частот, частота f_2 – большей.

Следует отметить пересечение расчетных кривых для четных (с положительной производной) и нечетных (с отрицательной производной) типов колебаний на рис. 10а–10в. Из сравнения экспериментальных и расчетных данных можно сделать обоснованный вывод о том, что при $d_k < d_0$, где d_0 соответствует точке пересечения кривых, частота f_1 соответствует четному колебанию, а частота f_2 – нечетному. При $d_k > d_0$ они меняются местами.

В данном случае имеет место эффект вырождения собственных колебаний [14] в связанных резонаторах: при вырождении частот четных и нечетных типов колебаний возможно их интенсивное взаимодействие. Фактором, который вызывает взаимодействие типов колебаний в данном случае, может служить любая неоднородность, нарушающая симметрию структуры и, следовательно, ортогональность симметричных собственных колебаний.

Результаты, полученные в работе [10], позволяют объяснить описанный выше эффект вырождения собственных колебаний связанных резона-

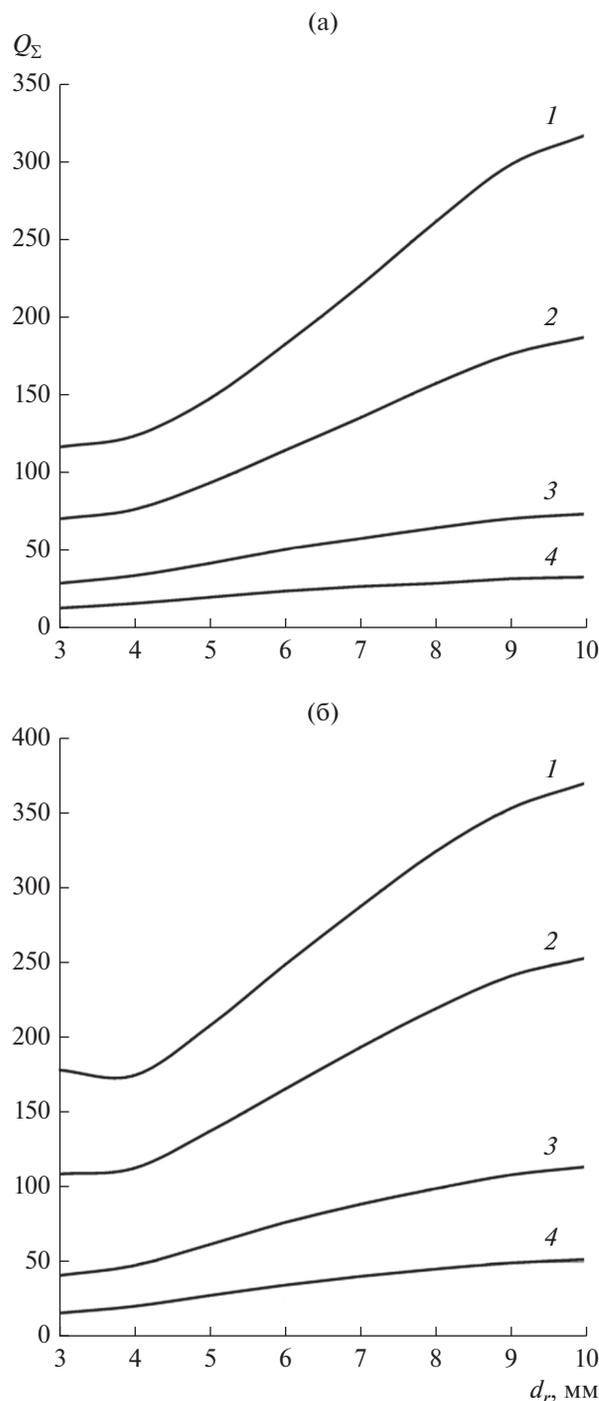


Рис. 9. Расчетные зависимости суммарной добротности двухсвязного (а) и односвязного (б) резонаторов от зазора d_r при $d_c = 1.5$ (1), 2 (2), 3 (3), 4 (4); $Q_0 = 500$.

торов, при котором их частоты совпадают. В указанной работе показано, что при определенной глубине погружения емкостной цилиндр демонстрирует свойства последовательного контура, параллельно включенного в линию передачи. На частоте резонанса его сопротивление равно нулю, и он полностью отражает падающую на него вол-

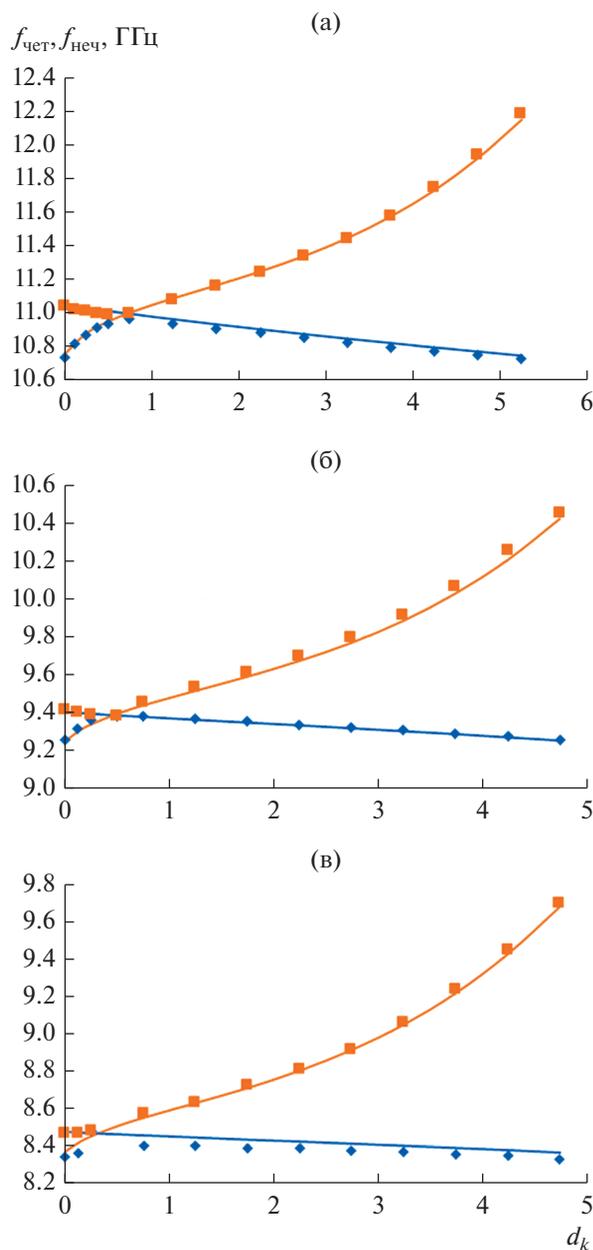


Рис. 10. Расчетные (сплошные линии) и измеренные (квадратики и ромбики) значения резонансных частот четного $f_{\text{чет}}$ и нечетного $f_{\text{неч}}$ собственных колебаний связанных резонаторов в зависимости от величины зазора связи d_k при $d_r = 8$ (а), 6 (б) и 5 (в); во всех случаях $d_c = 1.5$.

ну. В нашем случае роль последовательного контура играет цилиндр с зазором d_k , определяющий связь между резонаторами. На частоте последовательного резонанса его импеданс обращается в нуль и обмен энергией между резонаторами прекращается, что выражается в равенстве резонансных частот собственных колебаний.

На рис. 11 приведены примеры распределения амплитуды напряженности электрического поля

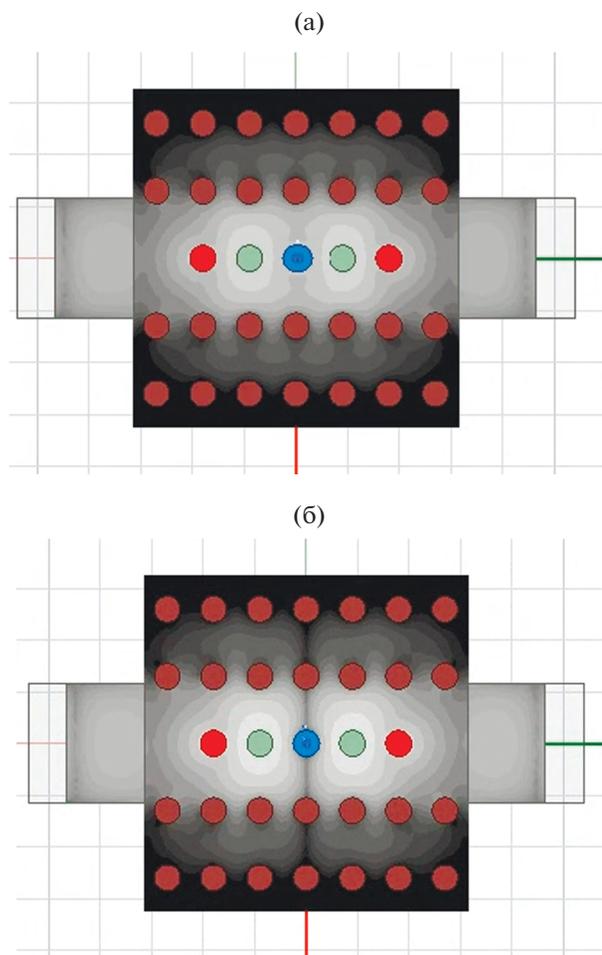


Рис. 11. Распределения амплитуды напряженности электрического поля четного (а) и нечетного (б) типов колебаний в связанных резонаторах на частотах 10.9488 и 11.0145 ГГц соответственно при $d_r = 8$, $d_c = 1.5$, $d_k = 0.5$.

четного и нечетного типов колебаний в связанных резонаторах в режиме связи (область d_k ниже точки пересечения на рис. 10), при котором частота четного колебания ниже частоты нечетного.

5. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ ОБРАЗЕЦ И МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЙ

Для измерения параметров резонаторов, а в дальнейшем и фильтра на их основе был разработан и изготовлен экспериментальный образец (рис. 12, 13). Образец состоит из трех пластин толщиной 5 (рис. 12а), наряду с пластинами присутствуют неподвижные латунные стойки диаметром 5 и длиной 10 (рис. 12б). Стойки имеют сквозные отверстия с резьбой М3, с помощью которых они крепятся к пластинам 2,3.

Неподвижные стойки установлены в узлах прямоугольной сетки с периодами, приведенны-

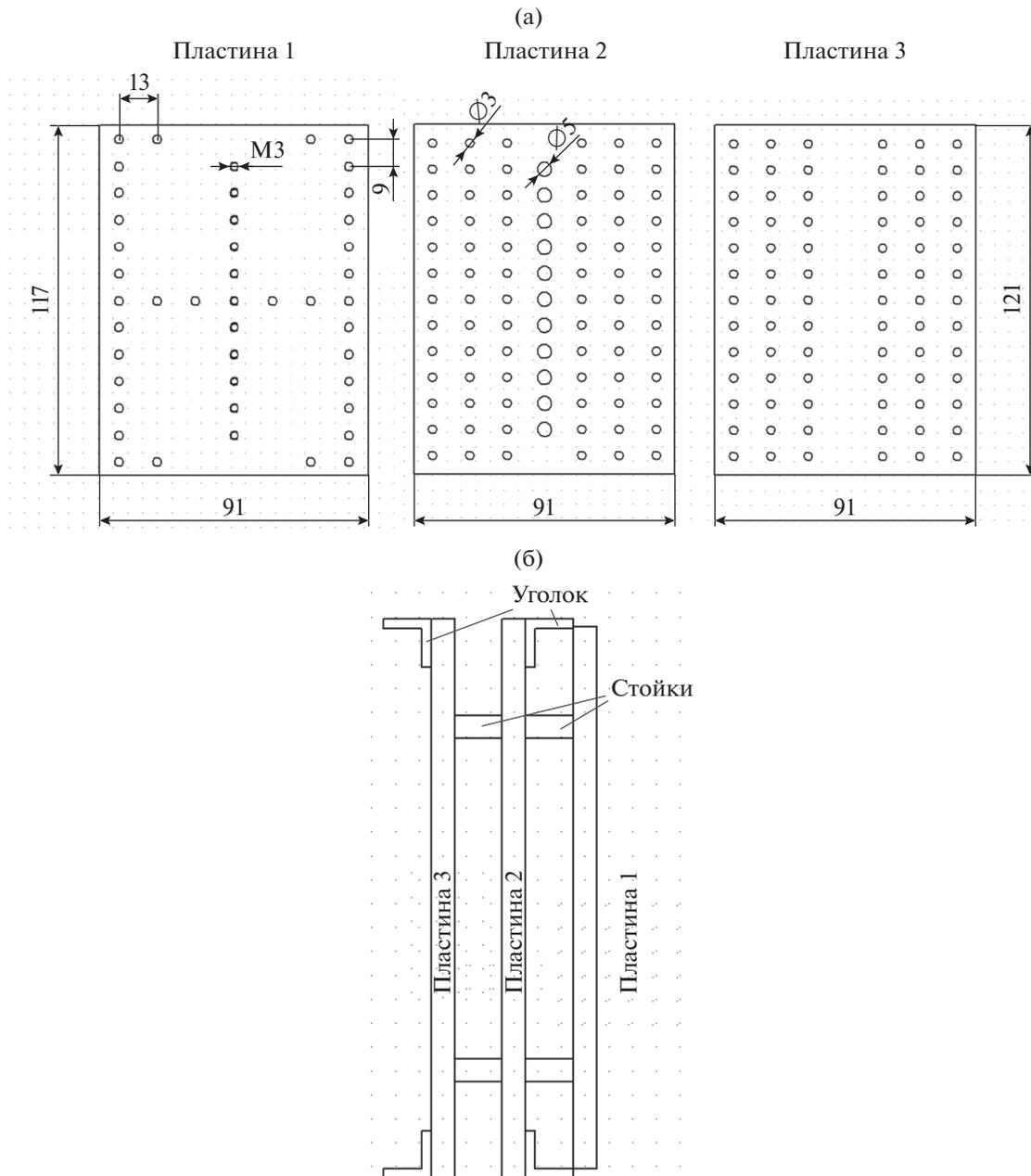


Рис. 12. Экспериментальный образец.

ми выше. Они образуют стенки ЕВГ-волновода. Наряду с неподвижными стойками в макете имеются подвижные стойки с тем же диаметром, но длиной 15. Они устанавливаются на оси волновода. Подвижные стойки перемещаются перпендикулярно пластинам при помощи винтов М3. Для их погружения в ЕВГ-волновод в пластине 2 предусмотрены отверстия с диаметром 5. Конструкция макета позволяет менять глубину погружения в пределах 0...10. Уголки, которые входят в состав устройства, используются для соединения с фланцами стандартных волноводов сечением 23×10 .

Экспериментальный образец позволяет создавать фильтры линейной структуры с переменными связями резонаторов друг с другом и с внешней схемой. Число звеньев фильтра может меняться от нуля до пяти.

Для измерения параметров резонаторов была использована традиционная методика, основанная на применении скалярного анализатора цепей МИКРАН. Там, где это было возможно, измеряли коэффициент передачи устройства при наличии у него двух портов. Исключение составляет односвязный резонатор, имеющий один порт. Для него измеряли коэффициент отражения. преимуще-

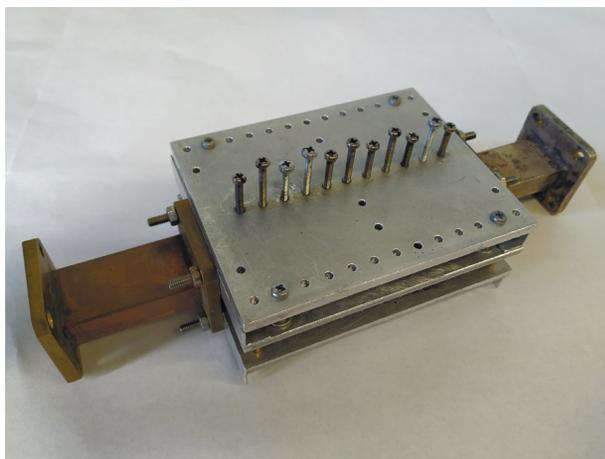


Рис. 13. Фотография экспериментального образца.

ство коэффициента передачи обусловлено тем, что он может быть измерен с большей точностью, чем коэффициент отражения, поскольку на него меньше влияют паразитные неоднородности волноводного тракта.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе предложены перестраиваемые резонансные элементы на ЕВГ-волноводе. Результаты электродинамического моделирования и экспериментальных исследований показали, что в одиночных резонаторах диапазон механической перестройки частоты составляет 7...12 ГГц, что соответствует полосе частот стандартного металлического волновода Х-диапазона. Показана возможность перестройки в весьма широких пределах добротности связи, а также разноса частот связанных резонаторов. В целом полученные результаты показывают перспективность применения резонаторов данного типа для построения реконфигурируемых СВЧ-фильтров.

Измеренная тепловая составляющая добротности оказалась ниже ожидаемой. Результаты измерения затухания в ЕВГ-волноводах представлены в работах [15, 16]. Отметим, что затухание в волноводе однозначно связано с добротностью резонатора на его основе. В работе [15] приводятся данные о затухании ЕВГ-волновода с гальваническими контактами между цилиндрами и экранами ПВ. Пересчитанные по известным соотношениям они соответствуют добротности близкой к 2000...2500.

В работе [16] исследовались волноводы с емкостными цилиндрами, в которых имеются малые зазоры между цилиндрами и экранами. Отмечалось существенное увеличение затухания и, как следствие, снижение добротности таких структур до значений 600...800. Исследованные резонаторы также используют емкостные цилиндры. Поэтому для них не следует ожидать добротности выше указан-

ного уровня. Полученная в работе собственная добротность близка к 500, т.е. несколько ниже ожидаемой. Как отмечалось выше, снижение добротности может быть обусловлено неоптимальной конструкцией узла перемещения цилиндров.

При исследовании связанных резонаторов наблюдается явление вырождения четных и нечетных типов колебаний. Следствием этого является режим нулевой связи резонаторов на определенной частоте. Результаты работы могут послужить основой для проектирования перестраиваемых/реконфигурируемых ЕВГ-фильтров.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена за счет бюджетного финансирования в рамках государственного задания по теме 0030-2019-0014.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Matthaei G.L., Young L., Jones E.M.T.* Microwave Filters, Impedance-Matching Networks, and Coupling Structures. Boston: Artech House, 1980.
2. *Hong J.-S., Lancaster M.J.* Microstrip Filters for RF/Microwave Applications. N. Y.: John Wiley & Sons, 2001.
3. *Mansour R.R., Huang F., Fouladi S. et al.* // IEEE Microwave Magaz. 2014. V. 15. № 5. P. 70.
4. *Xu F., Wu K.* // IEEE Trans. 2005. V. MTT-53. № 1. P. 66.
5. *Chen X.-P., Wu K.* // IEEE Microwave Magaz. 2014. V. 15. № 6. P. 121.
6. *Hill M.J., Ziolkowski R.W., Papapolymerou J.A.* // IEEE Microwave and Wireless Components Lett. 2001. V. 11. № 6. P. 255.
7. *Entesari K., Saghati A.P., Sekar V., Armendariz M.* // IEEE Microwave Magaz. 2015. V. 15. № 6. P. 34.
8. *Xu H., Wang Y., Ghaffar F.A., Roy L.* // IEEE Trans. 2021. V. MTT-69. № 2. P. 1344.
9. *Банков С.Е.* Электромагнитные кристаллы. М.: Физматлит, 2010.
10. *Банков С.Е., Калинин В.И., Фролова Е.В.* // РЭ. 2020. Т. 65. № 6. С. 565.
11. *Банков С.Е., Калинин В.И., Фролова Е.В.* // РЭ. 2021. Т. 66. № 4. С. 315.
12. *Банков С.Е., Калинин В.И., Фролова Е.В.* // РЭ. 2021. Т. 66. № 7. С. 627.
13. *Маттей Г.Л., Янг Л., Джонс М.Т.* Фильтры, согласующие цепи и цепи связи. М.: Связь, 1971. Ч. 2.
14. *Штейншлейгер В.Б.* Явления взаимодействия волн в электромагнитных резонаторах. М.: Оборонгиз, 1955.
15. *Банков С.Е., Пангонис Л.Ю.* // РЭ. 2008. Т. 53. № 3. С. 295.
16. *Банков С.Е., Калошин В.А.* // РЭ. 2010. Т. 55. № 4. С. 415.

**ЭЛЕКТРОДИНАМИКА
И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН**

УДК 537.874;621.396

**РАДИОПОГЛОТИТЕЛЬ НА ОСНОВЕ ИСКУССТВЕННОГО
МАГНИТНОГО ПРОВОДНИКА И РЕЗИСТИВНОЙ ПЛЕНКИ**© 2022 г. Ю. Н. Казанцев^{а, *}, Г. А. Крафтмахер^а, В. П. Мальцев^а, В. С. Солосин^{а, б}^аФрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
пл. Введенского, 1, Фрязино Московской обл., 141190 Российская Федерация^бИнститут теоретической и прикладной электродинамики РАН,
ул. Ижорская, 13, Москва, 125412 Российская Федерация

*E-mail: yukazantsev@mail.ru

Поступила в редакцию 14.09.2020 г.

После доработки 14.11.2021 г.

Принята к публикации 16.11.2021 г.

Представлены аналитические выражения для частотно-угловых зависимостей коэффициента отражения от радиопоглотителя (РП) на основе резистивной пленки с сопротивлением 120π Ом и искусственного магнитного проводника (ИМП) в составе пары емкостных решеток и электропроводящего экрана. Показано, что отношение ширины полосы поглощения РП к его толщине составляет $4\pi/3$. С помощью численного расчета найдены расстояния между резистивной пленкой и парой решеток, при которых коэффициент отражения на резонансной частоте минимален.

DOI: 10.31857/S0033849422040064

ВВЕДЕНИЕ

В последние годы существенно расширилась область применения так называемых метаматериалов, т.е. материалов и структур с необычными электромагнитными свойствами. Так, метаматериалы стали использоваться при создании эффективных радиопоглотителей (РП) [1–7]. Особенное значение в этой области приобрели искусственные магнитные проводники (ИМП), иначе – структуры с высоким поверхностным импедансом [8–11].

Радиопоглотители на основе ИМП можно рассматривать как модификацию известного РП Солсбери [12], который представляет собой резистивную пленку с сопротивлением, равным волновому сопротивлению свободного пространства (120π Ом), расположенную на расстоянии четверти длины волны от электропроводящего экрана в плоскости, в которой волновой импеданс бесконечно велик. Очевидным недостатком РП Солсбери является его сравнительно большая толщина. Поскольку толщина ИМП обычно мала по сравнению с четвертью длины волны, то его применение в РП в качестве структуры с высоким поверхностным импедансом обещает заметные преимущества. Впервые такое применение было предложено в работе [8], а затем развито в работе [13], в которой в качестве ИМП выбрана грибовидная структура [14].

В данной статье рассмотрены характеристики РП на основе ИМП, выполненного из пары близ-

ко расположенных емкостных решеток и электропроводящего экрана [15–17].

1. СТРУКТУРА РП И ЕГО ЧАСТОТНО-УГЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Структура РП показана на рис. 1а. В ее состав входят следующие основные элементы: резистивная пленка 1 с сопротивлением, равным сопротивлению свободного пространства, пара емкостных решеток 2 (рис. 1б), разделенных диэлектрическим слоем с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 2.25$ и электропроводящий экран 3, отделенный от пары решеток слоем диэлектрика с диэлектрической проницаемостью $\epsilon_1 = 1.05$. Емкостные решетки сдвинуты по отношению друг к другу по обеим координатам на половину периода. Все размеры, указанные на рис. 1а, 1б, малы по сравнению с длиной волны λ и, кроме того, удовлетворяют следующим условиям: $a \ll b$, $d \ll b$, $2a = 0.5$ мм, $2d = 0.1$ мм. Для предварительного анализа РП и определения максимально достижимых характеристик, например, $\Delta\lambda/D$ (отношение ширины полосы поглощения к толщине), нами получены аналитические выражения для частотно-угловых зависимостей коэффициента отражения от РП.

На схеме РП, изображенной на рис. 1в, сечения 1–1 и 2–2 лежат соответственно на правой и левой сторонах пары емкостных решеток, а сече-

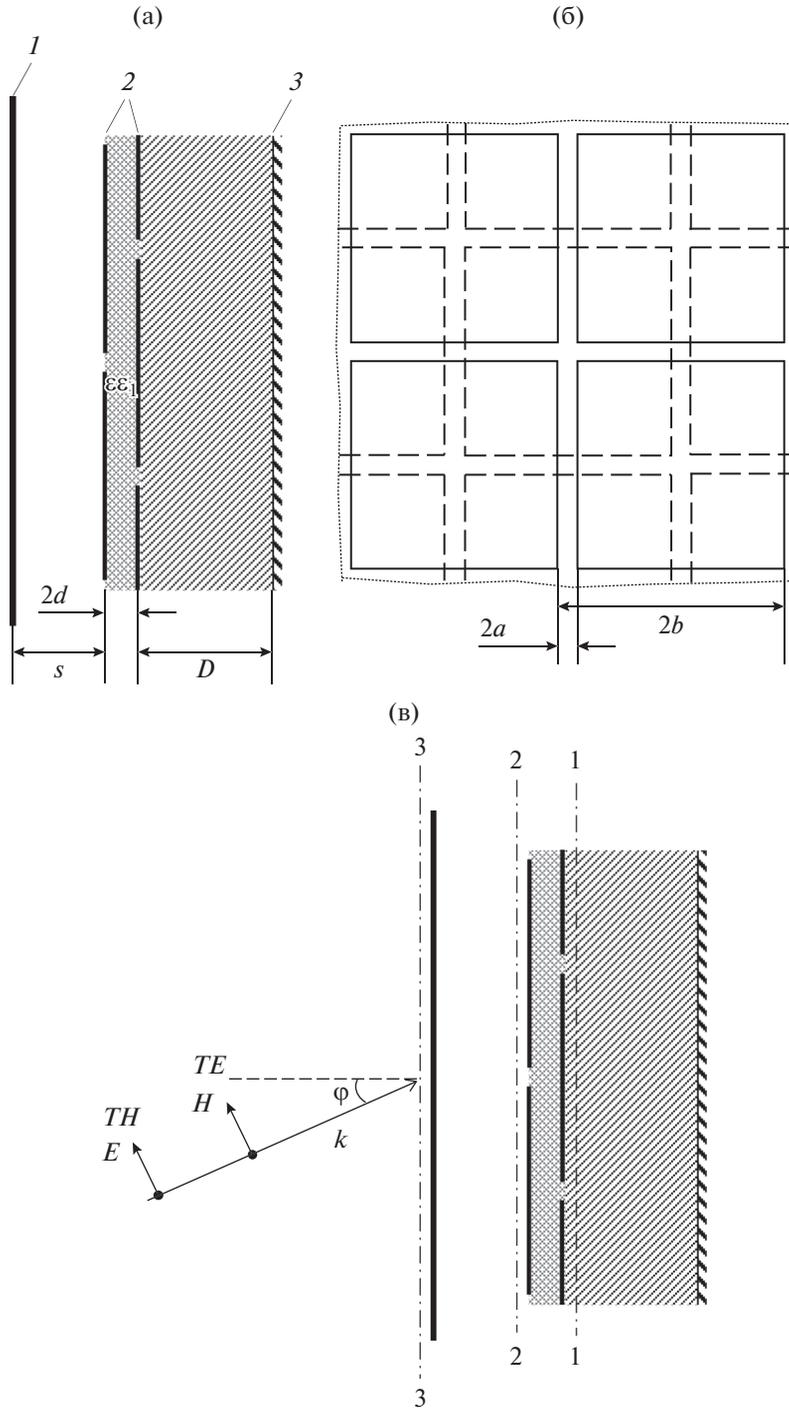


Рис. 1. Радиопоглотитель на основе искусственного магнитного проводника и резонансной пленки: а – структура РП (1 – резистивная пленка, 2 – емкостные решетки, 3 – электропроводящий экран), б – структура пары емкостных решеток, в – схема РП (1–1...3–3 – сечения).

ние 3–3 на левой стороне резистивной пленки. Импедансы в этих сечениях Z_{11} , Z_{22} и Z_{33} связаны следующими соотношениями:

$$Z_{22} = \frac{Z_{11}Z}{Z_{11} + Z}, \tag{1}$$

$$Z_{33} = \frac{Z_{22}}{1 + Z_{22}}, \tag{2}$$

где

$$Z = -j \frac{d\lambda}{\pi(b - 2a)b\epsilon} \tag{3}$$

– импеданс пары емкостных решеток [15] и

$$Z_{11} = j \frac{2\pi D}{\lambda} \begin{cases} 1 & \text{— для волн } TE\text{-поляризации,} \\ [1 - \sin^2(\varphi)/\varepsilon_1] & \text{— для волн } TM\text{-поляризации,} \end{cases} \quad (4)$$

где φ — угол падения плоской волны на РП.

Импеданс Z_{22} стремится к бесконечности при условии

$$Z_{11} + Z = 0, \quad (5)$$

что соответствует резонансу в объеме между решетками и экраном. В формулах (1)–(5) все импедансы нормированы на волновое сопротивление свободного пространства, а формула (4) получена для условия $2\pi D\sqrt{\varepsilon_1}/\lambda \ll 1$. Используя выражения (3)–(5), легко получить формулы для резонансных длин волн:

$$\lambda_{p1,2}^2 = \frac{2\pi^2 D(b - 2a)b\varepsilon}{d} \begin{cases} 1 & \text{— для волн } TE\text{-поляризации,} \\ [1 - \sin^2(\varphi)/\varepsilon_1] & \text{— для волн } TM\text{-поляризации,} \end{cases} \quad (6)$$

где индексы 1, 2 соответствуют TE - и TM -поляризации.

Коэффициент отражения R от РП при наклонном падении волн рассчитывается по известным формулам отражения от импедансной плоскости

$$R = \begin{cases} \frac{Z_{33} - 1/\cos \varphi}{Z_{33} + 1/\cos \varphi} & \text{— для волн } TE\text{-поляризации,} \\ \frac{Z_{33} - \cos \varphi}{Z_{33} + \cos \varphi} & \text{— для волн } TM\text{-поляризации,} \end{cases} \quad (7)$$

или с использованием формул (1)–(6):

$$|R|^2 = \begin{cases} \frac{A^2 + (1 - \cos \varphi)^2}{A^2 + (1 + \cos \varphi)^2} & \text{— для волн } TE\text{-поляризации,} \\ \frac{A^2 \cos^2 \varphi + (1 - \cos \varphi)^2}{A^2 \cos^2 \varphi + (1 + \cos \varphi)^2} & \text{— для волн } TM\text{-поляризации,} \end{cases} \quad (8)$$

где

$$A = \frac{\pi(b - 2a)b\varepsilon}{d\lambda} \left(1 - \frac{\lambda^2}{\lambda_{p1,2}^2} \right). \quad (9)$$

Для случая нормального падения плоской волны на РП выражение $|R|^2$ приобретет следующий вид:

$$|R|^2 = \left[\left(\frac{4\pi D}{\lambda(1 - \lambda_p^2/\lambda^2)} \right)^2 + 1 \right]^{-1}. \quad (10)$$

Из выражения (10) легко получить формулу для $\Delta\lambda/D$:

$$\frac{\Delta\lambda}{D} = 4\pi \sqrt{\frac{r^2}{1 - r^2}}, \quad (11)$$

где r^2 — коэффициент отражения (по мощности) на краях рабочего диапазона РП. При $r^2 = 0.1$ получаем

$$\frac{\Delta\lambda}{D} = \frac{4\pi}{3} \approx 4.19. \quad (12)$$

Представленные здесь формулы для частотно-угловой зависимости коэффициента отражения от РП были получены в предположении, что по-

верхность магнитного проводника однородна и взаимовлияние между резистивной пленкой и емкостными решетками отсутствует. Однако в реальности поверхность магнитного проводника однородной не является, а указанное выше взаимодействие имеет место. Поэтому естественно предположить, что на эффективность поглощения энергии резистивной пленкой влияют такие факторы, как период решетки, длина волны и величина зазора между резистивной пленкой и решетками. Для оценки этого влияния был проведен численный расчет частотных зависимостей коэффициента отражения от РП с учетом указанных факторов.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО РАСЧЕТА

Численная оценка эффективности поглощения энергии резистивной пленкой была проведена для нормального падения плоской волны на РП и трех периодов решеток (2.5, 5 и 10 мм) в двух областях резонансных частот: 4.1...4.5 и 2.16...2.21 ГГц при $\varepsilon = 2.25$, $\varepsilon_1 = 1.05$. Так, на рис 2а приведены частотные зависимости коэффициента отражения от РП со следующими размерами структуры: $2b = 5$ мм, $2a = 0.5$ мм, $2d = 0.1$ мм, $D = 1$ мм для нескольких значений s промежутка между рези-

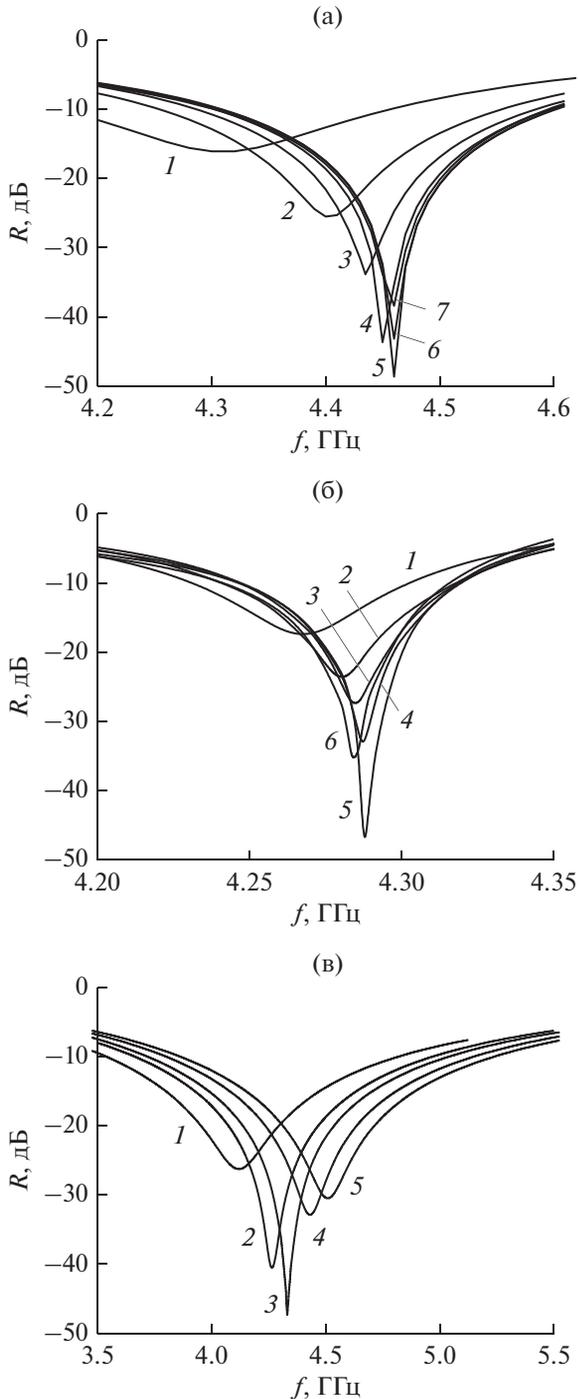


Рис. 2. Частотные зависимости коэффициента отражения от РП со следующими различающимися параметрами структуры: а) $2b = 5$ мм, $D = 1$ мм и $s = 0.1$ (1), 0.2 (2), 0.3 (3), 0.5 (4), 0.7 (5), 0.9 (6), 1.2 (7); б) $2b = 10$ мм, $D = 0.2$ мм и $s = 0.5$ (1), 0.8 (2), 1 (3), 2 (4), 2.7 (5), 3 (6); в) $2b = 2.5$ мм, $D = 5$ мм и $s = 0.025$ (1), 0.04 (2), 0.05 (3), 0.075 (4), 0.1 (5).

стивной пленкой и решетками. Легко видеть, что существует некоторое значение $s = s_{\text{опт}}$, при котором глубина резонансного провала кривой мак-

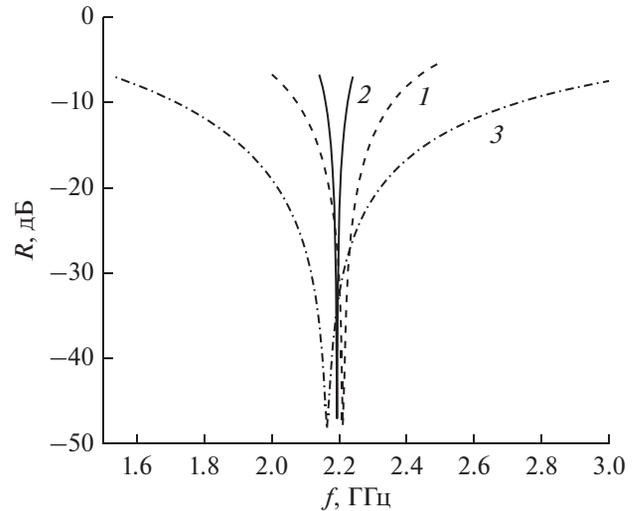


Рис. 3. Частотные зависимости коэффициента отражения от РП (со следующими параметрами структуры) с общими параметрами структуры: $2a = 0.5$ мм, $2d = 0.1$ мм, $\epsilon = 2.25$, $\epsilon_1 = 1.05$, и разными: $2b = 5$ мм, $D = 4$ мм, $s_{\text{опт}} = 0.16$ мм (кривая 1), $2b = 10$ мм, $D = 1$ мм, $s_{\text{опт}} = 1$ мм (кривая 2), $2b = 2.5$ мм, $D = 15$ мм, $s_{\text{опт}} = 0.013$ мм (кривая 3).

симальна. При уменьшении s , т.е. при приближении резистивной пленки к поверхности ИМП, вначале происходит увеличение, а по достижении максимума — уменьшение этой глубины, т.е. увеличения коэффициента отражения. Эффект увеличения коэффициента отражения, т.е. уменьшения поглощения энергии резистивной пленкой, обусловлен как фактором неоднородности электрического поля вблизи поверхности ИМП, так и фактором взаимодействия резистивной пленки и решеток, и его можно трактовать как результат уменьшения эффективного сопротивления резистивной пленки из-за воздействия указанных факторов.

На рис. 2б и 2в даны аналогичные зависимости коэффициента отражения от РП для решеток с периодом $2b = 10$ и 2.5 мм соответственно. Значения D подбирались так, чтобы частоты наиболее глубоких резонансных провалов мало отличались друг от друга для всех трех периодов решеток. В табл. 1 приведены характеристики частотных зависимостей коэффициента отражения f_p , $\Delta f/f_p$, $\Delta\lambda$, $\Delta\lambda/D$ (см. рис. 2) и соответствующие параметры РП для случая $s = s_{\text{опт}}$. Величины $\Delta f = f_{\text{max}} - f_{\text{min}}$ и $\Delta\lambda = \lambda_{\text{max}} - \lambda_{\text{min}}$ взяты здесь по уровню -10 дБ.

На рис. 3 представлены частотные зависимости коэффициента отражения от РП также для трех значений периода решеток $2b = 2.5, 5, 10$ мм при $s = s_{\text{опт}}$, но в более низкочастотной области

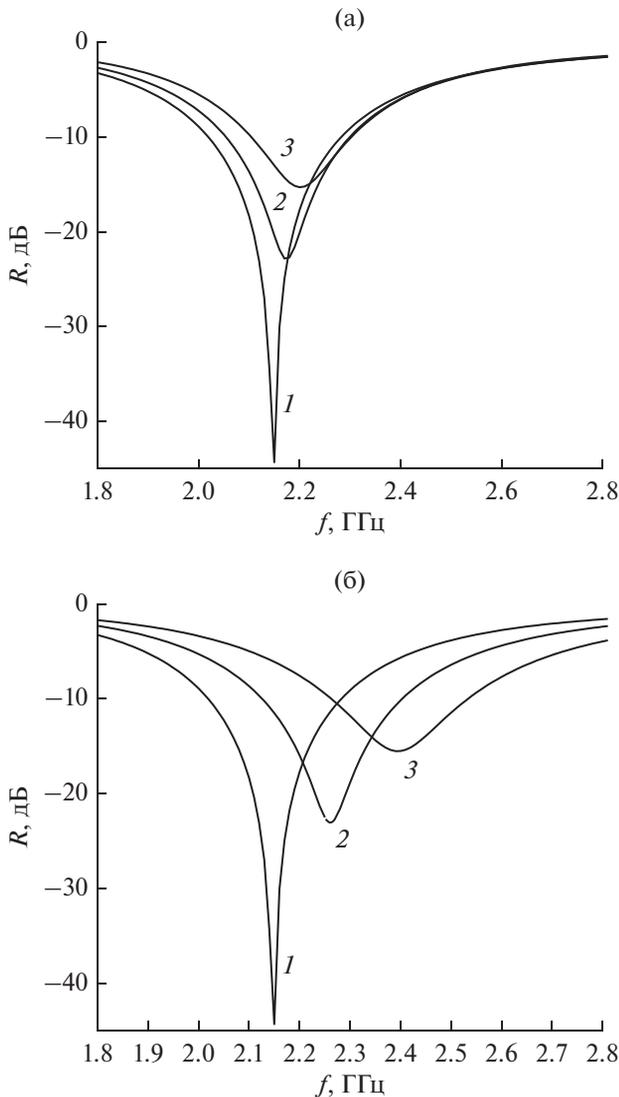


Рис. 4. Рассчитанные частотно-угловые зависимости коэффициента отражения от РП для TE - (а) и TM -поляризации (б) при $\vartheta = 0^\circ$ (1), 30° (2) и 45° (3) и параметрах структуры: $2b = 5$ мм, $2a = 0.5$ мм, $2d = 0.1$ мм, $D = 4$ мм, $s = 0.16$, $\epsilon = 2.25$, $\epsilon_1 = 2.55$.

резонансных частот (в окрестности 2.2 ГГц). В табл. 2 приведены характеристики этих зависимостей при $s = s_{\text{опт}}$ и соответствующие параметры структуры РП. Как следует из табл. 1 и 2 значения отношений $\Delta\lambda/D$ неплохо согласуются с оценкой, данной в разд. 1.

На рис. 4а и 4б приведены рассчитанные частотно-угловые зависимости коэффициента отражения от РП со следующими параметрами структуры: $2b = 5$ мм, $2a = 0.5$ мм, $2d = 0.1$ мм, $D = 4$ мм, $s = 0.16$ мм, $\epsilon = 2.25$, $\epsilon_1 = 2.55$, полученные для волн TE - и TM -поляризации при углах падения волны $\vartheta = 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ$.

Как следует из рис. 4а и 4б смещение резонансной частоты (минимума коэффициента отражения) для волн TE - и TM -поляризации при угле падения 45° составило 2.5% и 11% соответственно. Это смещение может быть существенно уменьшено без изменения полосы поглощения при применении в слое между решетками и экраном диэлектрика с большей диэлектрической проницаемостью.

Сравнивая рассмотренную здесь конструкцию радиопоглотителя с аналогичной на основе грибовидной структуры, следует отметить, что, она, несколько уступая второй в угловой устойчивости для волн TM -поляризации, превосходит ее в простоте и технологичности, так как в ней отсутствуют “ножки грибов”, электрически соединяющие “шляпки” с проводящим экраном.

Следует указать также следующие преимущества конструкции РП:

- возможность уменьшения периода емкостных решеток, что позволяет улучшить характеристики рассеяния РП;
- слабое влияние экрана и резистивной пленки на емкостное сопротивление сдвоенных решеток, что облегчает проектирование РП и при производстве уменьшает влияние погрешностей на его радиотехническое качество.

Все численные расчеты в данном разделе были проведены методом моментов в программе FEKO.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, получены аналитические выражения для оценки частотно-угловых характеристик коэффициента отражения от РП, состоящего из ИМП на основе пары емкостных решеток и резистивной пленки с сопротивлением 120π Ом. Из этих выражений следует, что величина $\Delta\lambda/D$ для РП такого типа составляет $4\pi/3 \approx 4.19$ по уровню отражения -10 дБ, что несколько больше соответствующей величины для РП Долленбаха, равной 3.2. Корректность этой оценки подтверждена численным расчетом конкретных моделей РП. Путем численных расчетов проведено исследование эффективности поглощения энергии резистивной пленкой в зависимости от следующих факторов: периода решетки, длины волны и величины зазора между резистивной пленкой и парой решеток. Для двух диапазонов частот и трех значений периода решеток найдены значения этого зазора, при которых поглощение в резистивной пленке максимально и, соответственно, коэффициент отражения на резонансной частоте минимален.

Таблица 1. Характеристики частотных зависимостей коэффициента отражения R и соответствующие параметры РП для значений s , при которых R минимален в области резонансных частот 4.1...4.5 и 2.16...2.21 ГГц

Номер рис. 2 и кривых на рис. 3	$2b$, мм	$2a$, мм	$2d$, мм	D , мм	$s_{\text{опт}}$, мм	f_p , ГГц	$\Delta f/f_p$, %	$\Delta\lambda$, мм	$\Delta\lambda/D$, мм
$f = 4.1...4.5$ ГГц									
2а	5	0.5	0.1	1	0.7	4.46	6.5	4.55	4.14
2б	10	0.5	0.1	0.2	2.7	4.29	1.7	1.16	3.87
2в	2.5	0.5	0.1	5	0.05	4.33	30.5	21.1	4.14
$f = 2.16...2.21$ ГГц									
Кривая 1	5	0.5	0.1	4	0.16	2.21	1.27	17	4.15
Кривая 2	10	0.5	0.1	1	1	2.19	3	4.1	4.1
Кривая 3	2.5	0.5	0.1	15	0.013	2.16	46.6	64.5	4.27

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена за счет бюджетного финансирования в рамках государственного задания ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Cheng Y., Yang H., Cheng Z., Wu N. // Appl. Phys. A. 2011. V. 102. № 1. P. 99.
2. Bilotti F., Nucci L., Vegni L. // Microwave and Opt. Technol. Lett. 2006. V. 48. № 11. P. 2171.
3. Bilotti F., Toscano A., Alici B.K. et al. // IEEE Trans. 2011. V. EC-53. № 1. P. 63.
4. Wang Ben-Xin, Zhai Xiang, Wang Gui-Zhen et al. // J. Appl. Phys. 2015. V. 117. № 1. P. 014504.
5. Wu M., Zhao X., Zhang J. et al. // Appl. Phys. Lett. 2017. V. 111. № 5. P. 051101.
6. Pang Y., Wang J., Cheng Q. et al. // Appl. Phys. Lett. 2017. V. 110. № 10. P. 104103.
7. Astorino M.D., Frezza F., Tedeschi N. // J. Appl. Phys. 2017. V. 121. № 6. P. 063103.
8. Engheta N. // IEEE Antennas and Propagation Soc. Int. Symp. San Antonio. 16–21 Jun. 2002. N.Y.: IEEE, 2002. V. 2. P. 392.
9. Tretyakov S., Maslovski S. // Proc. 33rd Europ. Microwave Conf. Munich. 7 Oct. 2003. N.Y.: IEEE, 2003. P. 1107.
10. Paquay M., Iriarte J.-C., Ederra I. et al. // IEEE Trans. 2007. V. AP-55. № 12. P. 3630.
11. Ra'di Y., Simovski C.R., Tretyakov S.A. // Phys. Rev. Appl. 2015. V. 3. № 3. P. 037001.
12. Salisbury W.W. Absorbent Body for Electromagnetic Waves. US Pat. № 2599944. Publ. 10 Jun. 1952.
13. Simms S., Fusco V. // Electron. Lett. 2005. V. 41. № 24. P. 1311.
14. Sievenpiper D., Zhang L., Broas R.F.J. et al. // IEEE Trans. 1999. V. MTT-47. № 11. P. 2059.
15. Казанцев Ю.Н., Анлеталин В.Н. // РЭ. 2007. Т. 52. № 4. С. 415.
16. Казанцев Ю.Н., Анлеталин В.Н., Солосин В.С. // РЭ. 2008. Т. 53. № 3. С. 316.
17. Казанцев Ю.Н., Анлеталин В.Н., Солосин В.С. // РЭ. 2008. Т. 53. № 8. С. 946.

МАКСИМАЛЬНАЯ ВЕРОЯТНОСТЬ ОБНАРУЖЕНИЯ ФАЗОМАНИПУЛИРОВАННОГО ШИРОКОПОЛОСНОГО СИГНАЛА С УЧЕТОМ ИСКАЖЕНИЙ В ОДНОКОНТУРНОЙ ВХОДНОЙ ЦЕПИ ПРИЕМНИКА

© 2022 г. Г. А. Бакаева*

Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина,
ул. Старых Большевиков, 54 “А”, Воронеж, 394064 Российская Федерация

*E-mail: gbakaeva@rambler.ru

Поступила в редакцию 21.07.2021 г.

После доработки 21.08.2021 г.

Принята к публикации 17.09.2021 г.

Рассмотрено обнаружение ограниченного по спектру фазоманипулированного широкополосного сигнала (ФМШПС) со случайными амплитудой и фазой с учетом искажений в одноконтурной входной цепи приемника. Рассчитаны вероятности обнаружения ФМШПС в зависимости от ширины его спектра, полосы пропускания одноконтурной входной цепи приемника, характеристик сигнала и шума. Определены условия, при которых вероятность обнаружения ФМШПС максимальна.

DOI: 10.31857/S0033849422030019

ВВЕДЕНИЕ

В системах радиосвязи и управления применяют фазоманипулированные широкополосные сигналы (ФМШПС), расширение спектра в которых достигается за счет псевдослучайной перестройки рабочей фазы передаваемого сигнала [1, 2]. Мгновенная полоса частот ФМШПС определяется длительностью одного элемента кода псевдослучайной последовательности (ПСП) и совпадает с шириной полосы частот системы радиосвязи (СРС).

При обнаружении ФМШПС с учетом случайного изменения амплитуды и фазы на фоне шума необходимо определить начало модулирующей ПСП. Для этого максимальное значение выходного сигнала корреляционного приемника сравнивают с “порогом”, при превышении которого выносится решение. На определение времени начала ПСП ФМШПС влияют искажения, вызванные ограничением его спектра [3, 5].

В СРС с ФМШПС возможны также искажения из-за неравномерности амплитудно-частотной и нелинейности фазочастотной характеристик (АЧХ, ФЧХ) входных цепей приемника, которые проявляются тем сильнее, чем шире его спектр. Наиболее распространены одноконтурные входные цепи. Представляет интерес определить параметры одноконтурной входной цепи приемника, при которых вероятность обнаружения ФМШПС с ограниченной шириной спектра с учетом случай-

ного изменения амплитуды и фазы на фоне шумов максимальна.

1. ВЫХОДНОЙ СИГНАЛ КОРРЕЛЯЦИОННОГО ПРИЕМНИКА

Формируемый генератором передатчика ФМШПС без учета информационной составляющей с двоичной фазовой манипуляцией можно представить как [1]

$$s(t) = \sum_{k=1}^L p_k \operatorname{rect}[t - (k-1)\tau_n] \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (1)$$

где $\omega_0 = 2\pi f_0$ (f_0 – несущая частота ФМШПС); τ_n – длительность элемента кода ПСП; L – число элементов кода ПСП на длительности бита информации, $L = T/\tau_n$ (T – длительность одного бита информации); φ_0 – случайная начальная фаза, $|\varphi_0| \leq \pi$;

$$\operatorname{rect}[t - (k-1)\tau_n] = \begin{cases} 1, & (k-1)\tau_n \leq t \leq k\tau_n \\ 0, & t < (k-1)\tau_n, \quad t > k\tau_n \end{cases}$$

– функция единичного скачка; p_k – значения кода ПСП, $\{+1, -1\}$, причем $p_k = p_{k \pm L}$.

На вход одноконтурной цепи приемника поступает смесь ограниченного по спектру выходными цепями передатчика ФМШПС и шума

$$x(t) = as_1(t - \epsilon_0) + n(t), \quad (2)$$

где a – амплитуда ФМШПС на входе приемника, содержащая постоянную и флуктуирующую составляющие; ϵ_0 – временная задержка ФМШПС на входе приемника относительно выбранного начала отсчета;

$$s_1(t) = \int_0^t s(\tau)h(t - \tau)d\tau = \begin{cases} p_1 \int_0^t \cos(w_0\tau + \varphi_0)h(t - \tau)d\tau, & 0 < t < \tau_n \\ p_v \int_{(v-1)\tau_n}^t \cos(w_0\tau + \varphi_0)h(t - \tau)d\tau + \\ + \sum_{k=1}^{v-1} p_k \int_{(k-1)\tau_n}^{k\tau_n} \cos(w_0\tau + \varphi_0)h(t - \tau)d\tau, & (v-1)\tau_n < t < v\tau_n, \quad 2 \leq v \leq L \end{cases} \quad (3)$$

– ФМШПС, ограниченный по спектру выходными цепями передатчика;

$$h(t) = K_0 \frac{\Delta w}{\pi} \text{sinc} \frac{\Delta w t}{2} \cos w_0 t \quad (4)$$

– импульсная характеристика выходной цепи передатчика;

$\Delta f = \Delta w / 2\pi$ – рабочая полоса частот выходной цепи передатчика, соизмеримая с шириной спектра элемента кода ПСП ФМШПС;

$\text{sinc } x = \sin x / x$; K_0 – коэффициент пропорциональности;

$$w(a, \varphi_0) = \frac{a}{2\pi\sigma_a^2} \exp \left[-\frac{a^2 + a_0^2 - 2aa_0 \cos \varphi_0}{2\sigma_a^2} \right] \quad (5)$$

– плотность распределения амплитуды и фазы, a_0 – постоянная составляющая амплитуды ФМШПС, σ_a^2 – дисперсия флуктуирующей составляющей амплитуды, $a \geq 0$; $n(t)$ – шум аппаратуры, функция корреляции которого равна

$$\langle n(t_1)n(t_2) \rangle = \frac{N_0}{2} \delta(t_1 - t_2), \quad (6)$$

N_0 – односторонняя спектральная плотность шума.

Для одноконтурной входной цепи приемника, настроенной на несущую частоту ФМШПС f_0 с полосой пропускания $\Omega = 2\pi\Delta f_{\text{пр}} \ll 2\pi f_0$, соизмеримой с шириной спектра элемента кода ПСП,

квадрат модуля частотной характеристики можно представить [4] в виде

$$|k_1(jw)|^2 = \frac{K_1^2 \Omega^2}{w^2 + \Omega^2}, \quad (7)$$

где K_1 – коэффициент передачи входной цепи на несущей частоте.

На выходе одноконтурной цепи приемника выражения для сигнальной и помеховой составляющих имеют соответственно вид

$$s_2(t) = as_2(t) = a \int_0^t s_1(x)h_1(t - x)dx = \begin{cases} p_1 \int_0^t dx \int_0^x \cos(w_0\tau + \varphi_0)h(x - \tau)h_1(t - x)d\tau, & 0 < t < \tau_n \\ \left[p_v \int_{(v-1)\tau_n}^t dx \int_{(v-1)\tau_n}^x \cos(w_0\tau + \varphi_0)h(x - \tau)h_1(t - x)d\tau + \right. \\ + \sum_{n=1}^{v-1} p_n \int_{(n-1)\tau_n}^{n\tau_n} dx \int_{(n-1)\tau_n}^x \cos(w_0\tau + \varphi_0) \times \\ \times h(x - \tau)h_1(t - x)d\tau + p_{v-1} \int_{(v-2)\tau_n}^t dx \times \\ \times \int_{(v-1)\tau_n}^{(v-1)\tau_n} \cos(w_0\tau + \varphi_0)h(x - \tau)h_1(t - x)d\tau + \\ \left. + \sum_{n=1}^{v-2} p_n \int_{(n-1)\tau_n}^{n\tau_n} dx \times \right. \\ \left. \times \int_{(n-2)\tau_n}^{(n-1)\tau_n} \cos(w_0\tau + \varphi_0)h(x - \tau)h_1(t - x)d\tau \right], & (v-1)\tau_n < t < v\tau_n, \quad 2 \leq v \leq L \end{cases} \quad (8)$$

и

$$n_2(t) = \int_0^t n(\tau)h_1(t - \tau)d\tau, \quad (9)$$

где

$$h_1(t) = K_1 \Omega \exp[-\Omega|t|] \cos w_0 t \quad (10)$$

– импульсная характеристика входной цепи приемника.

Выходной сигнал корреляционного приемника с квадратурными каналами определяется по выражению [5]

$$M(\epsilon) = \left[\int_{\epsilon_{\text{он}}}^{T+\epsilon_{\text{он}}} \hat{x}(t)s_c(t - \epsilon_{\text{он}})dt \right]^2 + \left[\int_{\epsilon_{\text{он}}}^{T+\epsilon_{\text{он}}} \hat{x}(t)s_s(t - \epsilon_{\text{он}})dt \right]^2, \quad (11)$$

где

$$\hat{x}(t) = a\hat{s}_2(t - \varepsilon_0) + n_2(t); \quad (12)$$

$$\begin{Bmatrix} S_c(\varepsilon) \\ S_s(\varepsilon) \end{Bmatrix} = \int_0^T \hat{s}_2(t - \varepsilon) \begin{Bmatrix} s_c(t) \\ s_s(t) \end{Bmatrix} dt; \quad (16)$$

$\varepsilon_{\text{оп}}$ – время задержки опорного сигнала квадратурного приемника относительно выбранного начала отсчета;

$$\begin{Bmatrix} s_c(t) \\ s_s(t) \end{Bmatrix} = \sum_{v=1}^L p_v \operatorname{rect} \left[\frac{t - (v-1)\tau_{\text{и}}}{\tau_{\text{и}}} \right] \begin{Bmatrix} \cos w_0 t \\ \sin w_0 t \end{Bmatrix} \quad (13)$$

– опорные сигналы квадратурных каналов.

Аддитивная смесь ограниченного по спектру ФМШПС и шума проходит одноконтурную цепь приемника, поступает в квадратурные каналы, перемножается с опорными сигналами, интегрируется, возводится в квадрат и суммируется. С учетом (12), (13) выражение (11) принимает вид

$$M(\varepsilon) = a^2 S^2(\varepsilon) + 2aS(\varepsilon)G_1 + G_c^2 + G_s^2, \quad (14)$$

где $\varepsilon = \varepsilon_0 - \varepsilon_{\text{оп}}$ – время задержки принимаемого ФМШПС относительно начала ПСП опорного сигнала;

$$S(\varepsilon) = [S_c^2(\varepsilon) + S_s^2(\varepsilon)]^{1/2} \quad (15)$$

– огибающая корреляционной функции принимаемого ФМШПС и опорного сигналов [3];

$$G_1 = G_c \cos[\varphi' + \chi(\varepsilon)] - G_s \sin[\varphi' + \chi(\varepsilon)]; \quad (17)$$

$\chi(\varepsilon) = -\arctg \left[\frac{S_s(\varepsilon)}{S_c(\varepsilon)} \right]$; $\varphi' = \varphi_0 - w_0\varepsilon$; G_c и G_s – нормальные случайные некоррелированные величины

$$\begin{Bmatrix} G_c \\ G_s \end{Bmatrix} = K_1 \Omega \sum_{v=1}^L p_v \int_{(v-1)\tau_{\text{и}}}^{v\tau_{\text{и}}} dt \begin{Bmatrix} \cos w_0 t \\ \sin w_0 t \end{Bmatrix} \times \quad (18)$$

$$\times \int_0^t n(\tau) \exp[-\Omega(t - \tau)] \cos[w_0(t - \tau)] d\tau,$$

среднее значение которых равно нулю, а дисперсия определяется как

$$\begin{aligned} \sigma_G^2 &= \left(\frac{K_1 \Omega}{4} \right)^2 \sum_{k,v=1}^L p_k p_v \int_{(k-1)\tau_{\text{и}}}^{k\tau_{\text{и}}} dt_1 \exp[-\Omega t_1] \times \\ &\times \int_{(v-1)\tau_{\text{и}}}^{v\tau_{\text{и}}} dt_2 \exp[-\Omega t_2] \int_0^{t_1} d\tau_1 \int_0^{t_2} d\tau_2 \langle n(\tau_1)n(\tau_2) \rangle \times \\ &\times \exp[\Omega(\tau_1 + \tau_2)] \cos w_0 \tau_1 \cos w_0 \tau_2. \end{aligned} \quad (19)$$

С учетом [3] корреляционную функцию $S(\varepsilon)$ в области высокой корреляции можно записать в виде

$$S(\varepsilon) = \frac{K_0 K_1 L \tau_{\text{и}}}{4\pi} \hat{S}(\varepsilon), \quad (20)$$

$$\hat{S}(\varepsilon) = \begin{cases} \left(1 - \frac{\varepsilon}{\tau_{\text{и}}} - \frac{1}{c} \right) Y_1 + \frac{\cos b \left(1 - \frac{\varepsilon}{\tau_{\text{и}}} \right) - 1}{b} + \frac{\exp \left\{ -c \left(1 - \frac{\varepsilon}{\tau_{\text{и}}} \right) \right\}}{c} Y_2, & 0 < \frac{\varepsilon}{\tau_{\text{и}}} < 1; \\ \frac{\exp \left\{ -c \left(2 - \frac{\varepsilon}{\tau_{\text{и}}} \right) \right\} - \exp \{-2c\} - \exp \left\{ \frac{c\varepsilon}{\tau_{\text{и}}} \right\}}{c} Y_3 - \left(\frac{\varepsilon}{\tau_{\text{и}}} + \frac{1}{c} \right) Y_4 + \frac{\exp \left\{ -c \left(1 - \frac{\varepsilon}{\tau_{\text{и}}} \right) \right\}}{c} Y_5 - \\ - \frac{\exp \left\{ \frac{c\varepsilon}{\tau_{\text{и}}} \right\}}{c} Y_6 + \left(1 - \frac{\varepsilon}{\tau_{\text{и}}} \right) Y_7 - Y_8 + \left(1 - \frac{1}{c} \right) Y_9 + \frac{\exp \left\{ -c \left(2 - \frac{\varepsilon}{\tau_{\text{и}}} \right) \right\}}{c} Y_{10} - \frac{\exp \{-2c\}}{c} Y_{11} - \\ - \frac{\exp \left\{ -c \left(1 - \frac{\varepsilon}{\tau_{\text{и}}} \right) \right\}}{c} Y_{12} + \frac{\exp \{-c\}}{c} Y_{13} + \frac{1}{c} Y_{14} + \\ + \frac{2 \cos b - \cos \frac{b\varepsilon}{\tau_{\text{и}}} + \cos b \left(2 - \frac{\varepsilon}{\tau_{\text{и}}} \right) - \cos 2b - \cos b \left(1 - \frac{\varepsilon}{\tau_{\text{и}}} \right)}{b}, & -1 < \frac{\varepsilon}{\tau_{\text{и}}} < 0; \end{cases}$$

где $2b = \Delta w \tau_{\text{и}} = 2\pi \Delta f \tau_{\text{и}}$ – произведение длительности элемента кода ПСП на ширину спектра ФМШПС на выходе передатчика; $2c = 2\Omega \tau_{\text{и}} =$

$4\pi \Delta f_{\text{пр}} \tau_{\text{и}}$ – произведение длительности элемента кода ПСП на полосу пропускания одноконтурной входной цепи приемника;

$$\begin{aligned}
 Y_1 &= \int_0^{b\left(\frac{1-\varepsilon}{\tau_n}\right)} \text{sinc } x dx, & Y_2 &= \int_0^{b\left(\frac{1-\varepsilon}{\tau_n}\right)} \text{sinc } x \exp\left(\frac{cx}{b}\right) dx, \\
 Y_3 &= \int_0^b \text{sinc } x dx, & Y_4 &= \int_0^{\frac{b\varepsilon}{\tau_n}} \text{sinc } x dx, \\
 Y_5 &= \int_0^b \text{sinc } x \exp\left(\frac{cx}{b}\right) dx, & Y_6 &= \int_0^{\frac{b\varepsilon}{\tau_n}} \text{sinc } x \exp\left(\frac{cx}{b}\right) dx, \\
 Y_7 &= \int_{b\left(\frac{1-\varepsilon}{\tau_n}\right)}^{b\left(\frac{2-\varepsilon}{\tau_n}\right)} \text{sinc } x dx, & Y_8 &= \int_b^{2b} \text{sinc } x dx, \\
 Y_9 &= \int_{2b}^{b\left(\frac{2-\varepsilon}{\tau_n}\right)} \text{sinc } x dx, & Y_{10} &= \int_0^{b\left(\frac{2-\varepsilon}{\tau_n}\right)} \text{sinc } x \exp\left(\frac{cx}{b}\right) dx, \\
 Y_{11} &= \int_0^{2b} \text{sinc } x \exp\left(\frac{cx}{b}\right) dx, \\
 Y_{12} &= \int_{-b}^{b\left(\frac{1-\varepsilon}{\tau_n}\right)} \text{sinc } x \exp\left(\frac{cx}{b}\right) dx, \\
 Y_{13} &= \int_{-b}^b \text{sinc } x \exp\left(\frac{cx}{b}\right) dx, & Y_{14} &= \int_b^{b\left(\frac{1-\varepsilon}{\tau_n}\right)} \text{sinc } x dx.
 \end{aligned}$$

После замены порядка интегрирования в (19), вычисления интегралов и пренебрежения слагаемыми, имеющими порядок малости $0(1/L)$, выражение (19) примет вид

$$\sigma_G^2 = \frac{N_0 K_1^2 L \tau_n}{16} \hat{\sigma}_G^2, \tag{21}$$

где $\hat{\sigma}_G^2 = 1 - \frac{1 - \exp(-c)}{c}$.

2. ВЕРОЯТНОСТЬ ОБНАРУЖЕНИЯ ФМШПС КВАДРАТУРНЫМ ПРИЕМНИКОМ

Определим вероятность обнаружения ФМШПС как

$$D = \int_{z_{\text{пор}}}^{\infty} W(z) dz, \tag{22}$$

$W(z)$ – плотность распределения вероятностей выходного сигнала корреляционного приемника $z = M(\varepsilon)$; $z_{\text{пор}}$ – уровень “порога”, при превышении которого выносится решение о наличии ФМШПС на входе приемника.

В соответствии с [5] выражение для плотности распределения сигнала со случайной начальной фазой, равномерно распределенной на $[-\pi; \pi]$, и амплитудой, содержащей постоянную и флуктуирующую составляющие с совместным распределением

$$w(a, \varphi_0) = \frac{a}{2\pi\sigma_a^2} \exp\left[-\frac{a^2 + a_0^2 - 2aa_0 \cos \varphi_0}{2\sigma_a^2}\right], \tag{23}$$

на выходе корреляционного приемника будет иметь вид

$$\begin{aligned}
 W(z) &= \frac{1}{2\sigma_G^2 [1 + Q H(\gamma, b, c)]} \times \\
 &\times \exp\left\{-\frac{z + \sigma_G^2 \eta^2 Q H(\gamma, b, c)}{2\sigma_G^2 [1 + Q H(\gamma, b, c)]}\right\} \times \\
 &\times I_0\left[\frac{z \eta^2 Q H(\gamma, b, c)}{\sqrt{\sigma_G^2 \{1 + Q H(\gamma, b, c)\}}}\right], \tag{24}
 \end{aligned}$$

где $I_0(x)$ – функция Бесселя нулевого порядка от мнимого аргумента; $Q = \sigma_a^2 L \tau_n / N_0$ – отношение сигнал/шум для флуктуирующей составляющей амплитуды; $\eta = a_0 / \sigma_a$ – отношение постоянной составляющей амплитуды к среднеквадратичному отклонению флуктуирующей составляющей;

$$\begin{aligned}
 H(\gamma, b, c) &= \frac{1}{\pi^2 \hat{\sigma}_G^2} \times \\
 &\times \left\{ \left[\left(1 - \gamma - \frac{1}{c}\right) Y_1 + \frac{\cos b(1 - \gamma) - 1}{b} + \frac{\exp\{-c(1 - \gamma)\}}{c} Y_2 \right]^2, \quad 0 \leq \gamma < 1; \right. \\
 &\left. \left[\left(1 + \frac{\exp\{-c(2 - \gamma)\} - \exp\{-2c\} - \exp\{c\gamma\}}{c}\right) Y_3 - \left(\gamma + \frac{1}{c}\right) Y_4 + \frac{\exp\{-c(1 - \gamma)\}}{c} Y_5 - \frac{\exp\{c\gamma\}}{c} Y_6 + \right. \right. \\
 &\left. \left. + (1 - \gamma) Y_7 - Y_8 + \left(1 - \frac{1}{c}\right) Y_9 + \frac{\exp\{-c(2 - \gamma)\}}{c} Y_{10} - \frac{\exp\{-2c\}}{c} Y_{11} - \frac{\exp\{-c(1 - \gamma)\}}{c} Y_{12} + \right. \right. \\
 &\left. \left. + \frac{\exp\{-c\}}{c} Y_{13} + \frac{Y_{14}}{c} + \frac{2 \cos b - \cos b\gamma + \cos b(2 - \gamma) - \cos 2b - \cos b(1 - \gamma)}{b} \right]^2, \quad -1 < \gamma < 0; \right. \\
 &\left. \right\} \tag{25}
 \end{aligned}$$

– коэффициент, зависящий от параметров одно-контурной входной цепи приемника и выходной цепи передатчика; $\gamma = \varepsilon/\tau_{и}$ – время задержки принимаемого ФМШПС относительно опорного, нормированное на длительность элемента кода ПСП; $x_{пор} = z_{пор}/2\sigma_G^2$ – уровень “порога”, нормированный на мощность шумовой составляющей, связанный с вероятностью ложной тревоги как

$$F_{л.т.} = \exp\left[-\frac{z_{пор}}{2\sigma_G^2}\right].$$

С учетом (24), (25), выражение (22) для вероятности обнаружения ФМШПС принимает вид

$$D(\gamma, b, c, Q, \eta, F_{л.т.}) = 1 - \frac{1}{1 + QH(\gamma, b, c)} \times \exp\left\{-\frac{\eta^2 QH(\gamma, b, c)}{2[1 + QH(\gamma, b, c)]}\right\} \times \int_0^{-\ln F_{л.т.}} \exp\left\{-\frac{x}{1 + QH(\gamma, b, c)}\right\} I_0\left[\sqrt{\frac{2x\eta^2 QH(\gamma, b, c)}{1 + QH(\gamma, b, c)}}\right] dx. \quad (26)$$

Для каждого из значений, характеризующих ограниченный спектр ФМШПС на выходе передатчика с параметрами: $b = 1.8\pi, 2.0\pi, 2.5\pi, 3.0\pi, 3.5\pi, 4.0\pi, 4.5\pi, 5.0\pi$, отношения сигнал/шум $Q = 10, 30, 50$ для флуктуирующей составляющей амплитуды и отношения $\eta = 0.3, 1.0, 3.0$ для постоянной составляющей амплитуды к среднеквадратичному отклонению ее флуктуирующей составляющей, построены семейства вероятностей обнаружения ФМШПС (26) как функции от нормированной на длительность элемента кода ПСП временной задержки между принимаемым и опорным сигналом $\gamma = \varepsilon/\tau_{и}$ для параметров одноконтурной входной цепи приемника при $c = 4\pi, 6\pi, 8\pi, 10\pi, 12\pi$. В качестве минимального значения параметра входной цепи приемника c принято 4π , при котором искажения, вызванные неравномерностью ее АЧХ, не приводят к существенному искажению передаваемой информации. Для каждого графика из семейства характеристик обнаружения определены его наибольшие значения. Из заданного множества наибольших значений семейства кривых выделены максимальные, характеризующие временной задержкой между принимаемым и опорным сигналами и полосой пропускания входной цепи приемника. Результаты расчетов представлены в табл. 1 для $F_{л.т.} = 10^{-2}$ и в табл. 2 для $F_{л.т.} = 10^{-4}$.

В таблицах приведены значения ширины спектра ФМШПС в выходной цепи передатчика b , нормированные на длительность элемента кода ПСП; значение полосы пропускания одноконтурной входной цепи приемника c , нормированное на длительность элемента кода ПСП, при котором функция вероятности обнаружения $D(\gamma)$

располагается выше других из заданного семейства кривых при $b = \text{const}$; значение нормированной на длительность элемента кода ПСП временной задержки между принимаемым ФМШПС и опорным $\gamma_{\max} = \varepsilon_{\max}/\tau_{и}$, при котором наибольшее значение вероятности обнаружения семейства кривых максимально. Так, например, для рабочей полосы частот передатчика $b = \pi\Delta f\tau_{и} = 1.8\pi$ вероятность обнаружения достигает максимума D_{\max} , если принимаемый сигнал опережает опорный на $|\varepsilon| = 0.1322\tau_{и}$ и параметр полосы пропускания приемника $c = 2\pi\Delta f_{пр}\tau_{и}$ при этом равен 4π .

В табл. 1 и 2 для заданных значений Q и η рассчитаны максимальные вероятности обнаружения D_{\max} при указанных параметрах рабочих частот передатчика и одноконтурной цепи приемника. Так, например, если параметр рабочих частот передатчика $b = 1.8\pi$, то параметр одноконтурной входной цепи приемника, при котором вероятность обнаружения максимальна, равен $c = 4\pi$, при этом принимаемый сигнал опережает опорный на $|\varepsilon| = 0.1322\tau_{и}$. Для отношения сигнал/шум флуктуирующей составляющей амплитуды $Q = 10$ и постоянной составляющей амплитуды к среднеквадратичному отклонению ее флуктуирующей составляющей $\eta = 0.3$, вероятности ложной тревоги $F_{л.т.} = 10^{-2}$, максимальная величина вероятности обнаружения составит $D_{\max} = 0.238$. А при $Q = 50, \eta = 0.3$ и неизменных остальных параметрах вероятность обнаружения составит $D_{\max} = 0.683$. При увеличении отношения регулярной составляющей амплитуды к среднеквадратичному отклонению до $\eta = 3$ и неизменными другими параметрами, максимумы вероятностей правильного обнаружения будут составлять $D_{\max} = 0.843$ при $Q = 10$ и $D_{\max} = 0.989$ при $Q = 50$. При уменьшении вероятности ложной тревоги $F_{л.т.} = 10^{-4}$ (см. табл. 2) максимум вероятности обнаружения при тех же параметрах частот цепей передатчика и приемника составит: $D_{\max} = 0.057$ для $Q = 10$ и $\eta = 0.3$; $D_{\max} = 0.466$ для $Q = 50$ и $\eta = 0.3$; $D_{\max} = 0.599$ для $Q = 10$ и $\eta = 3$; $D_{\max} = 0.97$ для $Q = 50$ и $\eta = 3$.

С расширением полосы частот выходной цепи передатчика наибольшее значение функции вероятности обнаружения ФМШПС увеличивается, также увеличивается максимальное из всех наибольших значений вероятностей обнаружения заданного семейства кривых, абсолютная величина временной задержки между принимаемым и опорным сигналами (для случая опережения принимаемым ФМШПС опорного) при этом уменьшается, параметр избирательной цепи приемника, при котором достигается максимум, увеличивается.

Таблица 1. Параметры рабочих частот передатчика, одноконтурной входной цепи приемника и максимальные значения вероятности обнаружения ФМШПС для заданных отношений сигнал/шум регулярной и флуктуирующей составляющих амплитуды и вероятности ложной тревоги $F_{л.т} = 10^{-2}$

$b = \pi \Delta f \tau_{и}$	$c = 2\pi \Delta f_{пр} \tau_{и}$	$\gamma_{\max} = \frac{\epsilon_{\max}}{\tau_{и}}$	D_{\max}		
			η		
			0.3	1.0	3.0
			$Q = 10$		
1.8π	4π	-0.1322	0.238	0.337	0.843
2.0π	4π	-0.123	0.238	0.336	0.842
2.5π	4π	-0.112	0.24	0.339	0.845
3.0π	12π	-0.0419	0.244	0.345	0.849
3.5π	8π	-0.0659	0.256	0.358	0.859
4.0π	6π	-0.0733	0.257	0.36	0.861
4.5π	6π	-0.0697	0.258	0.361	0.862
5.0π	12π	-0.0387	0.259	0.363	0.863
$Q = 30$					
1.8π	4π	-0.1322	0.547	0.659	0.975
2.0π	4π	-0.123	0.546	0.658	0.975
2.5π	4π	-0.112	0.549	0.661	0.975
3.0π	12π	-0.0419	0.554	0.666	0.976
3.5π	8π	-0.0659	0.568	0.678	0.978
4.0π	6π	-0.0733	0.57	0.679	0.978
4.5π	6π	-0.0697	0.571	0.68	0.978
5.0π	12π	-0.0387	0.572	0.681	0.979
$Q = 50$					
1.8π	4π	-0.1322	0.683	0.774	0.989
2.0π	4π	-0.123	0.682	0.773	0.989
2.5π	4π	-0.112	0.684	0.775	0.989
3.0π	12π	-0.0419	0.689	0.779	0.99
3.5π	8π	-0.0659	0.7	0.788	0.99
4.0π	6π	-0.0733	0.701	0.789	0.991
4.5π	6π	-0.0697	0.702	0.789	0.991
5.0π	12π	-0.0387	0.703	0.79	0.991

Если параметр, пропорциональный полосе рабочих частот передатчика, увеличивается от $b = 1.8\pi$ до $b = 5.0\pi$, то максимальное значение вероятности обнаружения увеличивается на 0.4...17%, в пределах заданных значений Q , η и $F_{л.т}$. При $F_{л.т} = 10^{-2}$, $Q = 10$, $\eta = 0.3$ и изменении параметра полосы частот выходной цепи передатчика b от 1.8π до 5.0π максимум вероятности обнаружения увеличивается на 8%, а при $F_{л.т} = 10^{-4}$ – на 17%.

При увеличении отношений сигнал/шум для флуктуирующей и постоянной составляющих амплитуды максимум вероятности обнаружения ФМШПС в заданных пределах рабочих частот передатчика изменяется на 0.4...7%.

Параметр одноконтурной входной цепи приемника, при котором наибольшее значение вероятности обнаружения из заданного семейства кривых максимально, с увеличением полосы пропускания рабочих частот передатчика увеличивается на интервалах $b = 1.8\pi...3.0\pi$ и $b = 4.5\pi...5.0\pi$.

Таблица 2. Параметры рабочих частот передатчика, одноконтурной входной цепи приемника и максимальные значения вероятности обнаружения ФМШПС для заданных отношений сигнал/шум регулярной и флуктуирующей составляющих амплитуды и вероятности ложной тревоги $F_{л.т} = 10^{-4}$

$b = \pi\Delta f\tau_{и}$	$c = 2\pi\Delta f_{пр}\tau_{и}$	$\gamma_{max} = \frac{\epsilon_{max}}{\tau_{и}}$	D_{max}		
			η		
			0.3	1.0	3.0
			$Q = 10$		
1.8π	4 π	-0.1322	0.057	0.108	0.599
2.0π	4 π	-0.123	0.056	0.107	0.597
2.5 π	4 π	-0.112	0.058	0.109	0.603
3.0 π	12 π	-0.0419	0.06	0.113	0.611
3.5 π	8 π	-0.0659	0.065	0.122	0.633
4.0 π	6 π	-0.0733	0.066	0.124	0.636
4.5 π	6 π	-0.0697	0.067	0.124	0.638
5.0 π	12 π	-0.0387	0.067	0.125	0.64
$Q = 30$					
1.8π	4 π	-0.1322	0.299	0.428	0.927
2.0π	4 π	-0.123	0.298	0.427	0.926
2.5 π	4 π	-0.112	0.302	0.43	0.928
3.0 π	12 π	-0.0419	0.307	0.436	0.93
3.5 π	8 π	-0.0659	0.322	0.453	0.935
4.0 π	6 π	-0.0733	0.324	0.455	0.936
4.5 π	6 π	-0.0697	0.325	0.456	0.936
5.0 π	12 π	-0.0387	0.327	0.457	0.937
$Q = 50$					
1.8π	4 π	-0.1322	0.466	0.595	0.97
2.0π	4 π	-0.123	0.465	0.593	0.97
2.5 π	4 π	-0.112	0.468	0.597	0.97
3.0 π	12 π	-0.0419	0.474	0.602	0.971
3.5 π	8 π	-0.0659	0.49	0.616	0.973
4.0 π	6 π	-0.0733	0.492	0.618	0.974
4.5 π	6 π	-0.0697	0.493	0.619	0.974
5.0 π	12 π	-0.0387	0.494	0.62	0.974

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Вероятность обнаружения ФМШПС со случайной начальной фазой и амплитудой, содержащей регулярную и флуктуирующую составляющие, определяется характером и параметрами рабочей полосы частот передатчика и одноконтурной входной цепи приемника, искажающими принимаемый сигнал, а ее максимум достигается при конечном времени опережения принимаемого сигнала

относительно опорного. Расширение рабочей полосы частот выходной цепи передатчика увеличивает вероятность его правильного обнаружения. Увеличение полосы пропускания входной цепи приемника приводит, с одной стороны, к увеличению энергии принимаемого сигнала, с другой – к увеличению энергии шума, а также к уменьшению абсолютного значения временной задержки между принимаемым и опорным сигналами, со-

ответствующей максимуму вероятности обнаружения.

Таким образом, для заданных характеристик сигнала, шума, рабочей полосы частот передатчика определены параметры одноконтурной входной цепи приемника при которых достигается максимальная вероятность обнаружения ФМШПС.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Борисов В.И., Зинчук В.М., Лимарев А.Е. и др.* Помехозащищенность систем радиосвязи с расширенным спектра сигналов модуляцией несущей псевдослучайной последовательностью. М.: Радио и связь, 2003.
2. *Деев В.В.* Методы модуляции и кодирования в современных системах связи. М.: Наука, 2007.
3. *Бакаева Г.А.* // Радиолокация, навигация, связь: труды XXII международной научно-технич. конф., 15–17 апреля 2016 г. Воронеж, 2016. Т. 1. С. 594.
4. *Буга Н.Н., Фалько А.И., Чистяков Н.И.* Радиоприемные устройства. М.: Радио и связь, 1986.
5. *Нахмансон Г.С., Бакаева Г.А.* // Теория и техника радиосвязи. 2008. № 1. С. 26.

**ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ
ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ**

УДК 621.396.624,543.4(045)

СОПОСТАВЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ СВЕРХШИРОКОПОЛОСНЫХ СИГНАЛОВ ДЛЯ СРАВНЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ЗРИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ЧЕЛОВЕКА И МАТРИЧНЫХ ФОТОПРИЕМНИКОВ

© 2022 г. С. И. Зиенко^а, В. Л. Жбанова^{а, *}^аФилиал Национального исследовательского университета “МЭИ” в г. Смоленске,
Энергетический пр., 1, Смоленск, 214013 Российская Федерация

*E-mail: stanislav-zienko@rambler.ru

Поступила в редакцию 30.08.2021 г.

После доработки 22.09.2021 г.

Принята к публикации 23.09.2021 г.

Проведено количественное сравнение спектральных характеристик зрительной системы человека и матричных фотоприемников. Представлены критерии количественной оценки этих систем по следующим параметрам: быстроедействие, число элементарных колебаний, величина показателя широкополосности, длительность импульсной характеристики, число периодов световых (оптических) колебаний. Получены простые соотношения для расчета длительности импульсной (временной) характеристики и числа световых колебаний n для элементарных составляющих спектров в форме кривых Гаусса. Использована переходная характеристика медленной компоненты для выявления отличий огибающих кривых сверхширокополосного сигнала по их форме.

DOI: 10.31857/S0033849422030214

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Особенностью видимого диапазона света, в котором работают зрительная система человека (ЗСЧ) и матричные фотоприемники (ФП), являются его малые временные процессы. Например, для длины волны 600 нм (оранжевый цвет) период колебаний соответствует фемтосекундному масштабу времени (~ 2 фс). Это означает фактически полную реализацию возможностей оптического сигнала. Один период оптического колебания – предельная длительность светового импульса, и одновременно предельная “скорость” оптического отклика материальной среды [1, 2]. Важным параметром ФП, является ширина полосы спектральной чувствительности Δf . Отношение Δf к пиковой частоте f_0 спектральной кривой называют показателем широкополосности ФП [3–5]:

$$\mu = \Delta f / f_0. \quad (1)$$

Когда выполняется условие $2 \geq \mu \geq 0.25$, то исследуемая структура проявляет сверхширокополосные (СШП) свойства.

Надо иметь в виду, что узкополосные – синусоидальные и квазисинусоидальные сигналы обладают уникальным свойством. При таких широко используемых преобразованиях, как сложение, вычитание, дифференцирование и интегрирование, их

форма остается прежней. Здесь и далее под формой понимается закон изменения сигналов во времени. Преобразованные сигналы могут различаться амплитудой и сдвигом во времени. Подобные свойства таких сигналов можно объяснить, если ввести понятие добротности спектральной линии $Q = f_0 / \Delta f = 1/\mu$. Из этого соотношения следует, что при $\mu \rightarrow 0$ добротность $Q \rightarrow \infty$ и, следовательно, потери энергии, например в LC-контуре, отсутствуют, а колебания имеют форму синусоиды с постоянной амплитудой. СШП-сигналы имеют конечное значение добротности, которая в лучшем случае достигает значения $Q = 4$. Здесь имеют место значительные потери энергии, вследствие чего СШП-сигнал имеет форму быстро осциллирующего затухающего во времени колебания. У СШП-сигнала при указанных (и других) преобразованиях изменяются не только параметры, но и форма. Для них понятие несущей частоты отсутствует, информация содержится в форме колебания. Для СШП-сигналов наиболее удобным является анализ задач распространения их во временной области [6].

В работе впервые приведены результаты исследования СШП-свойств ЗСЧ и матричных ФП цветного изображения. Данные вопросы в литературе практически не рассматривались. Между тем их решение имеет большое научное и практическое значение. В научных исследованиях, свя-

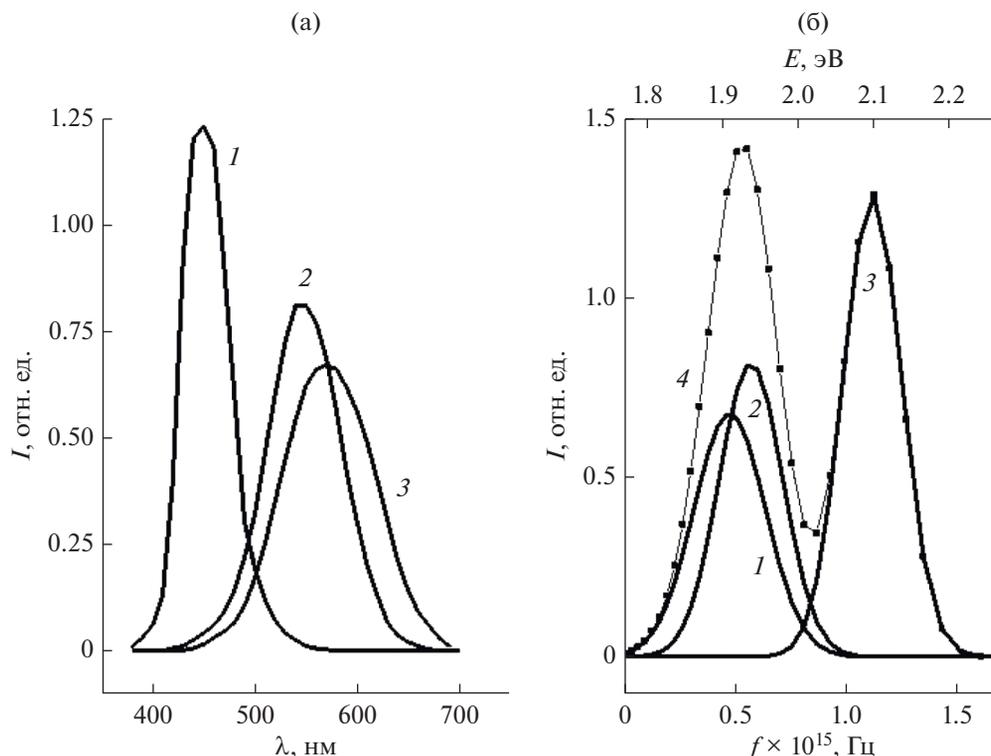


Рис. 1. Спектральные характеристики ЗСЧ по длине волн (а) и по частоте и энергии (б), представляющие собой элементарные полосы для R- (1), G- (2) и В-цвета (3) в форме кривой Гаусса, а также огибающую кривую (4) при $E_0 = 1.77$ эВ.

занных с колориметрией, необходимы цифровые устройства с точной передачей цвета. От регистратора изображения во многом зависит соответствие цифрового изображения реальной картине. Так как эталоном в таком сравнении является зрительный орган человека, то, соответственно, ориентироваться необходимо именно на его характеристики при построении новых типов матричных ФП. При рассмотрении спектральных характеристик приемника и ЗСЧ уже видны различия. Данное исследование может помочь ответить на вопрос, в чем отличие и схожесть этих характеристик на качественном уровне.

Целью статьи является использование параметров СШП-сигналов для сравнения ЗСЧ и матричных ФП по следующим параметрам: величина показателя широкополосности, длительность импульсной характеристики, число периодов световых колебаний и форме кривых СШП-сигналов. В качестве матричных ФП были выбраны матрицы четырех фирм: Sony, Foveon X3, Agilent, Kodak [7–13].

1. СПЕКТРАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗРИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ЧЕЛОВЕКА В ЧАСТОТНОЙ ОБЛАСТИ

Зависимость функции спектральной чувствительности ЗСЧ в основной физиологической системе красный–зеленый–синий (RGB) от длины

волны приведена на рис. 1а [14]. Анализ данных проводили по шкале энергии: $E = 1240/\lambda$ (λ в нм, E в эВ) и шкале частот. Спектральные кривые по шкале энергии и частот приведены на рис. 1б. Начальное значение шкалы энергии находили из соотношения $E_0 = (1240/700) = 1.77$ эВ. Частоту находили следующим образом: из шкалы энергии E вычитали энергию E_0 , в результате получали шкалу локальной энергии $E - E_0$, затем учитывали переход от энергии E к энергии $E - E_0$ с помощью коэффициента $m = E_n / (E_n - E_0)$, где E_n – энергия, соответствующая пику спектральной кривой. После этого находили соотношение для расчета частоты $f = mv$, где $v = (E - E_0)/h$, где $h = 4.1 \times 10^{-15}$ эВ с – постоянная Планка. Окончательно получаем $f = (m/4.1)(E - E_0)10^{15}$ Гц. В расчете за единицу частоты принимали величину, равную 10^{15} Гц. В нашем случае $m = 4.68$. Спектральные кривые R, G, В (см. рис. 1а) аппроксимировали с помощью программы Origin элементарными полосами в форме кривой Гаусса. Дифференциальная функция распределения ЗСЧ вычисляется по формуле

$$G_{\text{ЗСЧ}}(f) = A \exp\left(-2.8\left(\frac{f - f_0}{\Delta f}\right)^2\right), \quad (2)$$

где A – амплитуда кривой Гаусса, f_0 – частота пика, Δf – ширина на его полувысоте.

Таблица 1. Параметры полос спектральной чувствительности RGB-ЗСЧ

Пик	$f_0 \times 10^{15}$, Гц	$\Delta f \times 10^{15}$, Гц	C	H , отн. ед.	μ	$t_{0.5}$, фс	n
1	0.462	0.387	0.275	0.68	0.83	1.1	1.0
2	0.552	0.322	0.296	0.81	0.60	1.4	1.35
3	1.123	0.342	0.428	1.29	0.30	1.3	2.7

При этом площадь ограниченная спектральной кривой 4 (рис. 1б) по величине равна единице.

Параметры спектров приведены в табл. 1. Из данных табл. 1 следует, что элементарные составляющие спектральной чувствительности ЗСЧ RGB имеют $0.3 \leq \mu \leq 0.8$ и, следовательно, проявляют СШП-свойства.

2. СШП-СИГНАЛ СПЕКТРА В ФОРМЕ СИММЕТРИЧНОЙ КРИВОЙ ГАУССА

Комплексную импульсную (временную) характеристику находили по формуле обратного преобразования Фурье:

$$g^*(t) = \int_0^{\infty} G(f) \exp(-2\pi jft) df, \quad (3)$$

где $G(f)$ – дифференциальная функция распределения спектральной чувствительности ЗСЧ.

Когда функция $G(f)$ описывается кривой Гаусса (2), интеграл (3) имеет аналитическое решение [15]:

$$g^*(t) = \exp(-at^2 + j2\pi f_0 t), \quad (4)$$

СШП-сигнал (модуль функции $g^*(t)$) находится как

$$g(t) = C \exp(-\alpha t^2), \quad (5)$$

где коэффициент $C = 1$.

$$\alpha = 3.5\Delta f^2. \quad (6)$$

В соответствии с выражением (5) для пиков 1, 2 и 3 (см. рис. 1б) (соответственно) можно записать следующие соотношения для модулей:

$$\begin{aligned} g_1(t) &= C_1 \exp(-\alpha_1 t^2), \\ g_2(t) &= C_2 \exp(-\alpha_2 t^2), \\ g_3(t) &= C_3 \exp(-\alpha_3 t^2), \end{aligned} \quad (7)$$

и мнимой их компоненты согласно (4):

$$\begin{aligned} g_{M1}(t) &= g_1(t) \sin(\omega_1 t), \\ g_{M2}(t) &= g_2(t) \sin(\omega_2 t), \\ g_{M3}(t) &= g_3(t) \sin(\omega_3 t), \end{aligned} \quad (8a)$$

где коэффициенты $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ – находят из соотношения (6), принимая ширину пика равной соот-

ветственно $\Delta f_1, \Delta f_2$ и Δf_3 ; параметры C_1, C_2 и C_3 – весовые коэффициенты, значения которых указаны в табл. 1, причем всегда $C = C_1 + C_2 + C_3 = 1$,

$$\omega_1 = 2\pi f_1, \quad \omega_2 = 2\pi f_2, \quad \omega_3 = 2\pi f_3. \quad (8б)$$

СШП-сигналы для R,G,B-цветов, построенные по формулам (7) и данным табл. 1, представлены на рис. 2а, а по формулам (8а), (8б) – на рис. 2б.

Ширина импульса $t_{0.5}$ на его полувысоте, и ширина Δf соответствующего спектра связаны соотношением неопределенности [15]:

$$t_{0.5}\Delta f = 0.445 = \text{const}. \quad (9)$$

Соотношение (9) не зависит от пиковой частоты f_0 . От этой частоты зависит сдвиг спектра по оси частот. Спектры системы R, G, B имеют форму колокола (рис. 1б), при этом в соответствии с (8) сигнал во времени также имеет форму колокола. Таким образом, если менять Δf , то один из колоколов становится уже, а другой соответственно шире. В расчетах используем правую половину колокола (см. рис. 2а).

Результаты расчета по формуле (9) приведены в табл. 1. Сопоставление их с результатами численных расчетов (см. рис. 2а) показывает хорошее совпадение. Из рис. 2а можно видеть, что зависимости $g(t)$ для R,G,B-цветов имеют монотонно спадающие во времени кривые и одновременно заканчивающиеся в точке “с”. При этом ширина R-импульса имеет наименьшее значение (1.1 фс) из трех цветов, тогда как G-, B-импульсы, примерно, равны по величине, 1.4 и 1.3 фс. Более того, из-за нелинейных свойств функций $g_2(t)$ и $g_3(t)$ кривые B и G (см. рис. 2а) пересекаются между собой. Из соотношений (7) несложно определить время t^* , соответствующее этому моменту $t^* = \ln(C_2/C_3)/(\alpha_2 - \alpha_3)$, где α_2 и α_3 зависят от частоты f_2 и f_3 по формуле (6). Расчет показывает: $t^* \approx 3.0$ фс, что по величине согласуется с экспериментом ~ 2.9 фс. При $t \geq t^*$ кривые B и G (см. рис. 2а) практически сливаются между собой.

Импульсы, изображенные на рис. 2б, в фемто-секундной оптике называют предельно короткими импульсами (ПКИ) [16]. Они содержат внутри себя всего несколько периодов электромагнитных колебаний, обычно два-три [2]. Их получают

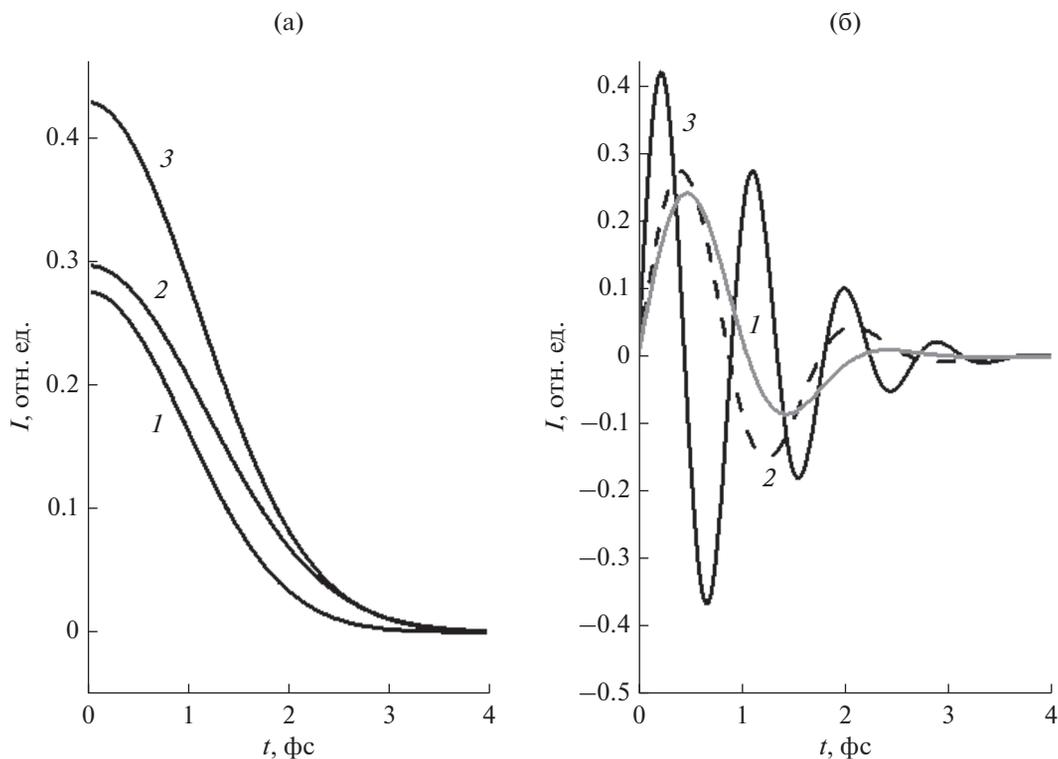


Рис. 2. Модуль СШП-сигналов системы ЗСЧ (а) и мнимые компоненты комплексной функции импульсных характеристик (б): R (1), G (2), B (3).

с помощью фемтосекундных лазеров. Оптика ПКИ имеет ряд особенностей по сравнению с оптикой более длинных импульсов. Во-первых, благодаря предельно малой длительности импульса при взаимодействии их с оптической средой не происходит разрушения вещества даже при достаточно высокой интенсивности излучения. Во-вторых, нелинейные эффекты, слабые в поле длинных импульсов, в данном случае становятся ярко выраженными и хорошо наблюдаемы. Импульсные характеристики, приведенные на рис. 2б, по физическому смыслу отражают нелинейные свойства процесса перехода из закрытого состояния глаза в открытое. Соотношение (5) с учетом (1) и (6) можно привести к виду

$$g(t) = \exp(-3.5\mu^2(t/T_0)^2), \quad (10)$$

где $T_0 = 1/f_0$ – период колебаний. Длительность переходного процесса t_n оценим на уровне 0.1, затем, полагая $t_n = nT_0$ (n – число периодов колебаний), находим связь числа колебаний с показателем широкополосности:

$$n = 0.81/\mu. \quad (11)$$

В соответствии с данными табл. 1 красный цвет имеет ~ 1.0 , зеленый ~ 1.35 , синий ~ 2.7 колебаний, что согласуются с расчетно-экспериментальными результатами, представленными на рис. 2б.

2. СШП-СИГНАЛ СПЕКТРА В ФОРМЕ ТРЕХ СИММЕТРИЧНЫХ КРИВЫХ ГАУССА

Вначале решение интеграла (3) выполнено численным методом (функция $G(f)$ описывается огибающей кривой 4 (см. рис. 1б)). Результаты расчета для модуля импульсной характеристики приведены на рис. 3а.

В данном случае СШП-сигнал ЗСЧ имеет сложную форму. Для выяснения механизма его возникновения выполним аналитический расчет импульсной характеристики на комплексной плоскости.

Представим комплексный спектр в следующем виде [17]:

$$g^*(t) = a + jb, \quad (12)$$

где

$$a = g_1(t) \cos(\omega_1 t) + g_2(t) \cos(\omega_2 t) + g_3(t) \cos(\omega_3 t), \quad (13)$$

$$b = g_1(t) \sin(\omega_1 t) + g_2(t) \sin(\omega_2 t) + g_3(t) \sin(\omega_3 t). \quad (14)$$

Модуль комплексной функции (индекс k) имеет вид

$$g_k(t) = (a^2 + b^2)^{1/2}. \quad (15)$$

С помощью соотношений (13)–(15) и данных табл. 1 получена расчетная зависимость $g_k(t)$ (см. рис. 3, штриховая кривая). Сопоставление данных численного метода и аналитического расчета показывает хорошее их совпадение.

Далее возведем в квадрат соотношения (13) и (14) и подставим полученные результаты в (15), в результате получим другое выражение $g_k(t)$:

$$g_k(t) = (D^2 + E^2)^{1/2}, \quad (16)$$

где

$$D^2 = g_1^2(t) + g_2^2(t) + g_3^2(t) \quad (17)$$

– мгновенная мощность спектральных составляющих ЗСЧ,

$$E^2 = E_1 + E_2 + E_3, \quad (18)$$

$$E_1 = 2g_1(t)g_2(t)\cos(2\pi(f_1 - f_2)t), \quad (19a)$$

$$E_2 = 2g_1(t)g_3(t)\cos(2\pi(f_1 - f_3)t), \quad (19б)$$

$$E_3 = 2g_2(t)g_3(t)\cos(2\pi(f_2 - f_3)t), \quad (19в)$$

где E_1, E_2, E_3 – значения мгновенной мощности взаимодействия спектров между собой. Последнее следует из того, что спектральные кривые 1, 2 и 3 (см. рис. 1б) перекрываются между собой.

При этом в отличие от D^2 взаимная мгновенная мощность E^2 в определенные моменты времени может принимать отрицательные значения (рис. 4а). Таким образом, в случае многокомпонентного спектра ЗСЧ форма СШП-сигнала зависит как от ширины каждой элементарной составляющей, так и от разности их пиковых частот. При этом активное взаимодействие между R, G, B-цветами имеет место в начальные моменты времени (0, ..., t_1). Когда $t \geq t_2$, компоненты сигнала D^2 и E^2 изменяются во времени синхронно (см. рис. 4а).

Влияние степени взаимодействия спектров R, G, B-цветов между собой проявляется в том, что форма мнимой компоненты комплексной функции импульсной характеристики (рис. 4б) заметно отличается от формы мнимой компоненты для каждого цвета в отдельности (см. рис. 2б). При этом пики 1 и 2, изображенные на рис. 4б, относятся к кривой 1, рис. 3а, а пики 3 и 4 к кривой 2.

С целью получения наглядного представления о свойствах СШП-сигнала преобразуем его в виде двух импульсов. Для этого часть кривой 1 (рис. 3а) до точки ее минимума “а” аппроксимировали полиномом третьей степени:

$$y = 0.993 + 0.113t - 2.958t^2 + 1.828t^3. \quad (20)$$

После этого строили кривую “b–c” (точка “c” – проекция точки “а” на ось абсцисс, см. рис. 3б). Численные значения импульсной (временной) характеристики быстрой компоненты $g_6(t)$ нахо-

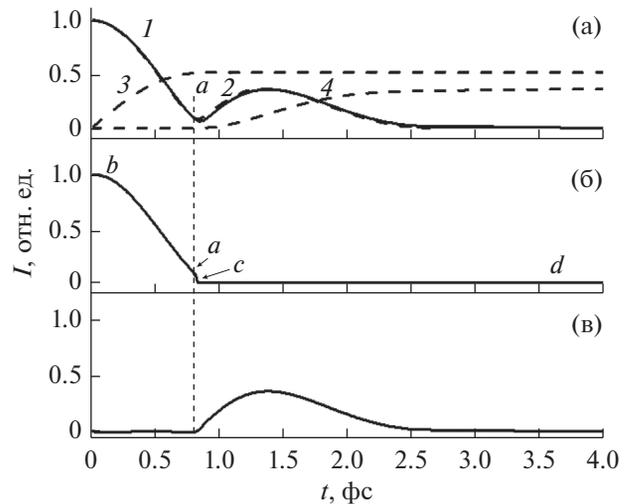


Рис. 3. Временные характеристики спектральной чувствительности ЗСЧ: импульсная характеристика $g(t)$ (а), быстрая $g_6(t)$ (б) и медленная $g_m(t)$ (в) компоненты импульсной характеристики.

дили путем интерполяции кривой линии “a–b–c–d”, а медленной (индекс “м”) компоненты $g_m(t)$ – путем вычитания из исходной кривой $g(t)$ (кривая 1, рис. 3а) кривой быстрой компоненты $g_6(t)$ (см. рис. 3б). Форма этой компоненты показана на рис. 3в. Для лучшего представления о СШП-свойствах ЗСЧ используем понятие переходной характеристики:

$$h(t) = \int_0^t g(t) dt = \int_0^t (g_6(t) + g_m(t)) dt,$$

откуда следует, что

$$h(t) = h_6(t) + h_m(t),$$

где

$$h_6(t) = \int_0^t g_6(t) dt; \quad h_m(t) = \int_0^t g_m(t) dt \quad (21)$$

– это переходные характеристики быстрой и медленной компоненты СШП-сигнала соответственно. Результаты численного интегрирования соотношений (21) представлены на рис. 3а. Можно видеть, что использование переходной характеристики ЗСЧ позволяет наглядно представить переходной процесс в виде двух компонент. При этом их амплитудные значения 0.51 и 0.36 сопоставимы по величине.

4. СШП-СИГНАЛЫ МАТРИЧНЫХ ФОТОПРИЕМНИКОВ

Параметры матричных ФП, полученные по данным работы [13] в виде элементарных полос, представлены в табл. 2, там же приведены значе-

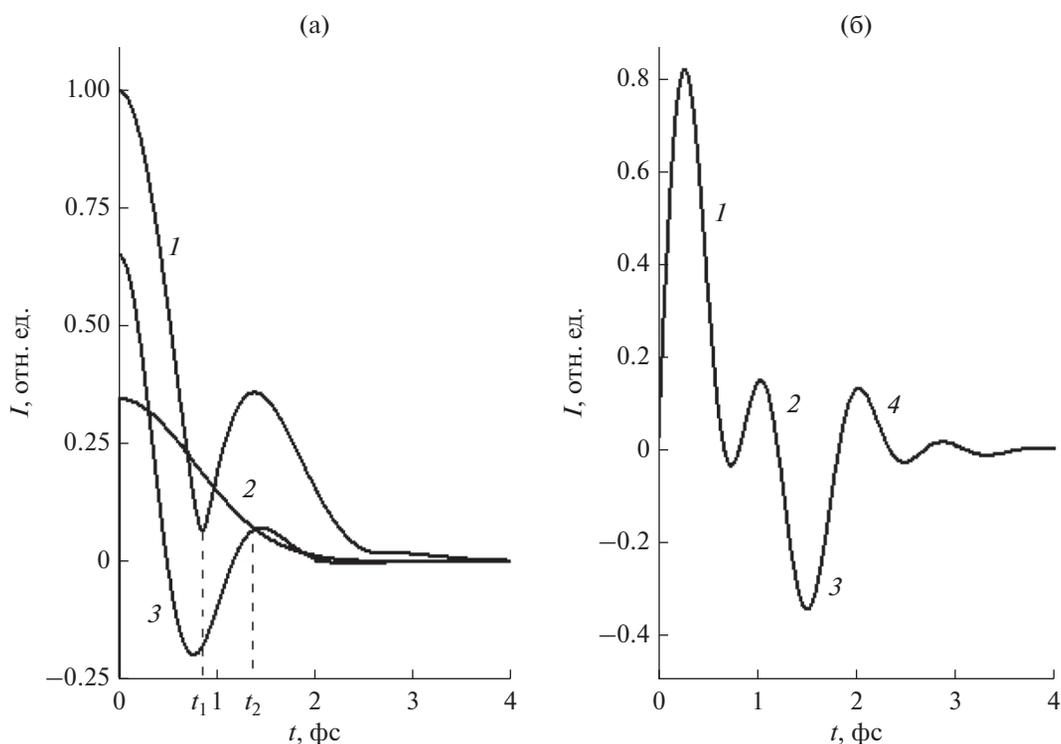


Рис. 4. Влияние взаимодействия R,G,B-спектров между собой на форму СШП-сигнала (а): 1 – комплексная импульсная характеристика $g_k(t)$, 2 – мгновенная мощность спектральных составляющих ЗСЧ – D^2 , 3 – мгновенная мощность взаимодействия E^2 , где $t_1 = 0.85$ фс, $t_2 = 1.35$ фс; мнимая компонента комплексной функции импульсной характеристики (б), где 1, 2, 3, 4 – рабочие отрезки этой кривой.

ния параметров μ , n , $t_{0.5}$, рассчитанные по формулам (1), (9) и (11). Сравнение характеристик ЗСЧ и матричных ФП по этим параметрам (см. табл. 1) показывает заметное расхождение между ними. ЗСЧ имеет определенные закономерности в свойствах СШП-сигналов от частоты. Так, с увеличением частоты пика (см. табл. 1) наблюдается плавное уменьшение μ от 0.8 до 0.3, а также плав-

ный рост величины n от 1 до 2.7. Общим свойством матричных ФП и ЗСЧ является только то, что они являются СШП-сигналами, значение которых для матричных ФП находится в диапазоне $0.33 \leq \mu \leq 0.66$.

Компоненты 1–3 каждого из ФП, параметры которых приведены в табл. 2, имеют форму кри-

Таблица 2. Параметры спектральных компонент ФП различного типа

Тип приемника	Пик	$f \times 10^{15}$, Гц	$\Delta f \times 10^{15}$, Гц	C	μ	n	$t_{0.5}$, фс
Agilent	1	0.242	0.161	0.200	0.66	1.2	2.8
	2	0.464	0.242	0.352	0.52	1.5	1.8
	3	0.686	0.302	0.448	0.44	1.8	1.5
Sony	1	0.467	0.175	0.259	0.37	2.2	2.5
	2	0.818	0.467	0.336	0.57	1.4	0.9
	3	1.139	0.555	0.410	0.48	1.7	0.3
Foveon X3	1	0.454	0.277	0.267	0.61	1.3	1.6
	2	0.655	0.403	0.390	0.61	1.3	1.1
	3	1.03	0.554	0.342	0.53	1.5	0.8
Kodak	1	0.488	0.150	0.214	0.30	2.7	3.0
	2	0.826	0.412	0.522	0.50	1.6	1.1
	3	1.351	0.450	0.263	0.33	2.4	1.0

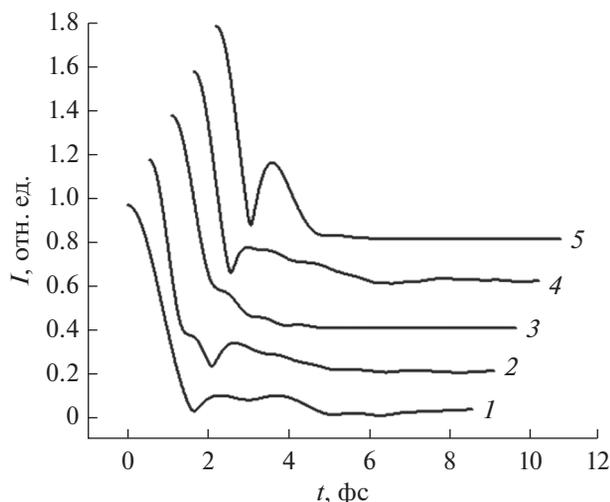


Рис. 5. СШП-сигналы различных матричных ФП: Agilent (1), Kodak (2), Foveon X3 (3), Sony (4) и ЗСЧ (5), кривые смещены по осям абсцисс и ординат.

вой Гаусса (2). При этом амплитуда A равна весовым коэффициентам C_1 , C_2 и C_3 соответственно. Элементарные полосы описываются уравнениями

$$G_1(f) = C_1 \exp(-2.8((f - f_1)/\Delta f_1)^2), \quad (22a)$$

$$G_2(f) = C_2 \exp(-2.8((f - f_2)/\Delta f_2)^2), \quad (22б)$$

$$G_3(f) = C_3 \exp(-2.8((f - f_3)/\Delta f_3)^2). \quad (22в)$$

Огибающую линию контура спектра ФП находили из соотношения:

$$G_m(f) = G_1(f) + G_2(f) + G_3(f). \quad (23)$$

Соотношение (23) для каждого из ФП с данными, указанными в табл. 2, подставляли в формулу (3), полагая в нем $G(f) = G_m(f)$.

В результате численного интегрирования получены графические зависимости (рис. 5) для СШП-сигналов (модуля импульсной характеристики) матричных ФП и ЗСЧ. Из рисунка видно, что кривые заметно отличаются. Данное явление связано с различными свойствами материала среды, через которую проходят СШП-сигналы.

Для выявления признаков, отличающих матричные ФП друг от друга, использовали метод, описанный выше и позволяющий выделить быструю и медленную компоненты в функции $g(t)$. Переходные характеристики для быстрой компоненты приведены на рис. 6.

По своей форме переходные характеристики, изображенные на рис. 6, демонстрируют подобие рассмотренных ФП. Что касается переходной характеристики медленной компоненты $g(t)$, то здесь

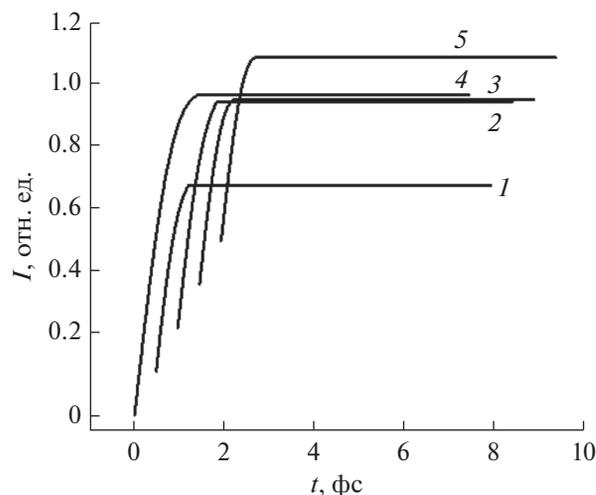


Рис. 6. Переходные характеристики быстрой компоненты $h_g(t)$ для матричных ФП Kodak (1), Foveon X3 (2), Sony (3), Agilent (4) и ЗСЧ (5), кривые смещены по осям абсцисс и ординат.

ситуация другая. Графики этой функции для разных приемников приведены на рис. 7.

Сопоставление сигналов, изображенных на рис. 7 (по форме), показывает: ЗСЧ имеет переходную характеристику, которая монотонно нарастает во времени и достигает установившегося (стационарного) значения. По форме переходной характеристики к ЗСЧ приближается фотоприемник Foveon X3. Остальные ФП (см. рис. 7) по этому параметру заметно отличаются от ЗСЧ. Одной из причин этого явления является то, что длительность импульса R-цвета по величине у них

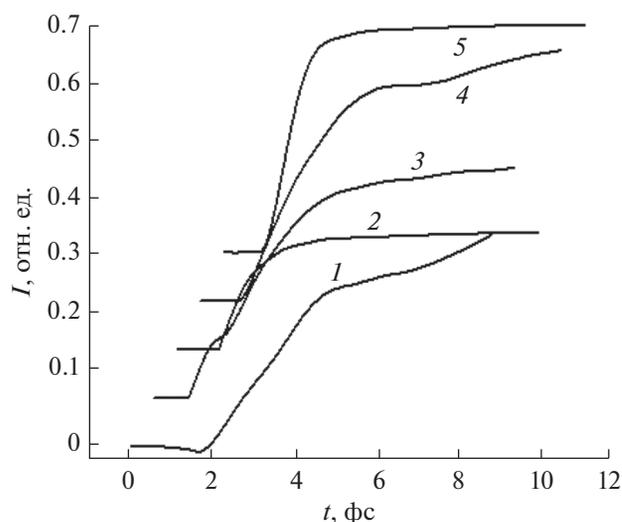


Рис. 7. Переходные характеристики медленной компоненты $h_m(t)$ для матричных ФП Agilent (1), Foveon X3 (2), Kodak (3), Sony (4) и ЗСЧ (5), кривые смещены по осям абсцисс и ординат.

превышает длительность этого цвета ЗСЧ (рис. 2а). Здесь отсутствует синхронное изменение сигналов во времени, которое имеет место в ЗСЧ (рис. 2а).

Количественная оценка времени нарастания t_h переходной характеристики на ее полувывоте показывает, что ЗСЧ имеет наименьшее значение $t_h = 1.5$ фс. У фотоприемника Foveon X3 величина $t_h = 1.6$ фс. Остальные ФП имеют время $t_h = 2.2...3.7$ фс, т.е. заметно уступают ЗСЧ по временным характеристикам.

ПОЛУЧЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

1. Представлены параметры R,G,B-цветов в частотной области для ЗСЧ и матричных ФП фирм Sony, Foveon X3, Agilent, Kodak.

2. Установлено: ЗСЧ ($0.3 \leq \mu \leq 0.8$) и матричные ФП ($0.33 \leq \mu \leq 0.66$) по величине показателя μ по определению удовлетворяют условиям сверхширокополосности.

3. Показано, что показатель широкополосности μ определяет число периодов колебаний n импульсной характеристики на комплексной плоскости: $n = 0.81/\mu$.

4. Получены простые соотношения для расчета длительности импульсной (временной) характеристики для элементарных составляющих спектров. Установлено, что по этим параметрам матричные ФП заметно отличаются от ЗСЧ.

5. В случае совместного действия R, G, B-кривых ЗСЧ и матричных фотоприемников форма СШП-сигнала зависит как от ширины элементарных составляющих спектральных кривых, так и от разности их пиковых частот.

6. Огибающая кривая СШП-сигнала многокомпонентного спектра содержит быструю и медленную составляющие. Для выявления отличий формы огибающих кривых спектра ЗСЧ и матричных ФП использовали переходную характеристику медленной компоненты.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследованы спектральные характеристики современных матричных фотоприемников и зрительной системы человека. Обнаруженные СШП-свойства у исследуемых объектов могут помочь математически оценить полученную чувствительность того или иного приемника, несмотря на качественное их отличие зрительной системы человека. Исследование позволило сопоставить современные ФП и зрительную систему человека по следующим параметрам: быстродействие, число элементарных колебаний, величина показателя широкополосности, длительность импульсной характеристики,

число периодов оптических (световых) колебаний. Данный способ исследования позволяет ввести новые критерии количественной оценки качества приемников в видимом диапазоне.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 21-79-00012.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Беспалов В.Г., Козлов С.А., Петров А.Н. и др. Фемтосекундная оптика и фемтотехнология. СПб.: Университет ИТМО, 2018.
2. Шполянский Ю.А. Спектрально-временная эволюция предельно коротких импульсов света в прозрачных средах и оптических волноводах с дисперсией и кубической нелинейностью. Автореф. дис. ... док. физ.-мат. наук. СПб: Университет ИТМО, 2010. 35 с.
3. Лазоренко О.В., Черногор Л.Ф. // Радиофизика и радиоастрономия, 2008. Т. 13. № 2. С. 166.
4. Лазоренко О.В., Черногор Л.Ф. // Радиофизика и радиоастрономия, 2008. Т. 13. № 4. С. 270.
5. Зиенко С.И. // Успехи прикладной физики. 2018. Т. 6. № 4. С. 297.
6. Ultra-wideband Radar Technology / Ed. James D. Taylor, Boca Raton: CRC Press, 2000.
7. Горбачев В.А., Криворотов И.А., Маркелов А.О., Котлярова Е.В. // Компьютерная оптика. 2020. Т. 44. № 4. С. 636. <https://doi.org/10.18287/2412-6179-CO-636>
8. Zhabanova V.L., Parvulyusov Yu.B., Solomatina V.A. // J. Physics: Conf. Ser. 2020. V. 1679. № 2. P. 022039. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1679/2/022039>
9. Зиенко С.И., Жбанова // Прикладная физика. 2021. № 3. С. 39. <https://doi.org/10.51368/1996-0948-2021-3-39-46>
10. Ning Lu, Zhiwu Lu. Method and System for Interpolating Missing Picture Elements in a Single Color Component Array Obtained from a Single Color Sensor. US Pat. № 5805217 A. Publ. Sept. 8, 1998.
11. Hoshuyama H. Color Separation Device of Solid-state Image Sensor. US Pat. № 7138663 B2. Publ. Nov. 21, 2006.
12. Merrill R.B. Color Separation in an Active Pixel Pit Imaging Array Using a Triple-Well Structure. US Pat. № 5, 965, 875. Publ. Oct. 12, 1999.
13. Lyon R., Hubel P.M. // The Tenth Color Imaging Conf.: Color Science and Engineering Systems, Technologies, Applications (CIC 2002). Scottsdale. Nov. 12–14. Springfield: The Soc. for Imaging Sci. and Technology, 2002. P. 349.
14. Мешков В.В., Матвеев А.Б. Основы светотехники. М.: Энергоатомиздат, 1989.
15. Зельдович Я.Б., Мышкис А.Л. Элементы прикладной математики. М.: Наука, 1972.
16. Сазонов С.В. // Изв. РАН. Сер. физическая. 2011. Т. 75. № 2. С. 172.
17. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Радио и связь, 1986.

**ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ
ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ**

УДК 621.396.96

**МЕЖОБЗОРНОЕ НАКОПЛЕНИЕ
ОТРАЖЕННЫХ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ НА ФОНЕ
НЕГАУССОВСКИХ КОРРЕЛИРОВАННЫХ ПОМЕХ**© 2022 г. В. И. Кошелев^а, В. А. Белокуров^а, *^аРязанский государственный радиотехнический университет им. В.Ф. Уткина,
ул. Тагарина, 59/1, Рязань, 390005 Российская Федерация

*E-mail: belokurov.v.a@rsreu.ru

Поступила в редакцию 23.03.2021 г.

После доработки 26.10.2021 г.

Принята к публикации 10.11.2021 г.

Изложены результаты синтеза алгоритма межобзорного накопления отраженных радиолокационных сигналов на фоне негауссовских коррелированных помех инвариантного к закону распределения помехи. Предложен алгоритм аналитического расчета порога обнаружения синтезированного алгоритма. Проведено тестирование и сравнение синтезированного алгоритма с известным на основе обработки реальных данных.

DOI: 10.31857/S0033849422040076

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время перспективным направлением повышения энергетической дальности радиолокационных станций (РЛС) является межобзорное накопление отраженных радиолокационных сигналов.

Для решения данной задачи предложено несколько подходов. В отечественной литературе можно отметить направление, связанное с использованием оценочно-корреляционного подхода [1], предложенного Ю.Г. Сосулиным. Данный подход основан на рекуррентном вычислении отношения правдоподобия с учетом апостериорной плотности распределения вероятностей вектора оцениваемых параметров.

Другой подход [2, 3] к решению задачи межобзорного накопления отраженных радиолокационных сигналов заключается в формировании обобщенного отношения правдоподобия по возможным траекториям движения цели и сравнении с порогом максимального значения обобщенного отношения правдоподобия. При этом, как правило, авторы [4] ограничиваются рассмотрением случая гауссовского некоррелированного шума.

Вопросы межобзорного накопления на фоне негауссовского некоррелированного шума рассмотрены в работах [5–8]. Законы распределения шума следующие: Вейбулла, K -распределение, логнормальное, экспоненциальное. В работе [9] рассмотрен синтез алгоритма межобзорного накопления на фоне коррелированных помех с

K -распределением. Особенностью данных работ является то, что авторы предполагают закон распределения помех априорно известным.

В работах [1, 10] рассмотрено применение оценочно-корреляционного подхода при обнаружении сигнала на фоне негауссовских шумов. При этом описанный подход требует априорного знания не только закона распределения шума, но и переходной плотности распределения вероятностей и ряда других параметров, что несколько ограничивает применение данного подхода на практике.

Вопросам обнаружения на фоне негауссовских помех посвящено большое количество работ. В их числе работы [10–12], в которых рассмотрен синтез локально оптимального обнаружителя при обнаружении пачки импульсов на фоне негауссовских коррелированных помех и который заключается в предварительной обработке квадратурных составляющих отраженной пачки импульсов с помощью безынерционного преобразователя, реализующего нормализацию входной негауссовской помехи.

Аналізу законов распределения отраженных сигналов от морской поверхности посвящено большое количество работ как в отечественной литературе [13], так и зарубежной [14]. В данных работах показано, что в зависимости от разрешения РЛС, закон распределения амплитуды помехи могут иметь следующие распределения: релейское, логнормальное, K -распределение, обобщенное K -распределение и др. Кроме того, анализ экспери-

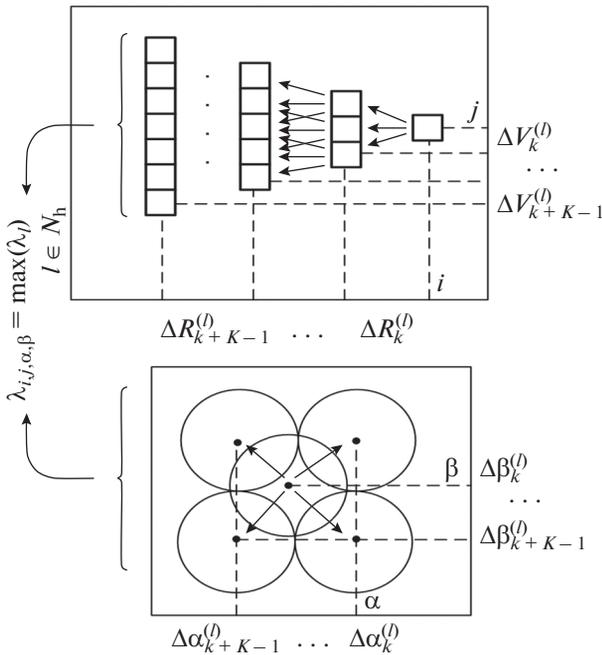


Рис. 1. Формирование возможных траекторий движения цели в координатах “дальность–скорость”.

ментальных данных РЛС IPIX, выполненный авторами в данной работе показывает, что закон распределения может меняться между каналами по дальности при высоком разрешении по дальности. Поэтому одним из перспективных направлений синтеза обнаружителей, инвариантных к закону распределения помехи, является описание распределения помех с помощью сферических инвариантных процессов [15].

В литературе [16–18] рассмотрены различные алгоритмы обнаружения малоразмерных целей с использованием сферических инвариантных процессов. Общим для представленных в работах алгоритмах является обнаружение цели по данным одного обзора, при этом вопрос использования подобных алгоритмов с целью межобзорного накопления не рассмотрен.

Цель данной работы – синтезировать алгоритм межобзорного накопления отраженных радиолокационных сигналов на фоне негауссовских коррелированных помех инвариантного к закону распределения помехи, а также алгоритм вычисления порога обнаружения.

Полученные в результате синтеза алгоритмы обнаружения и вычисления порога обнаружения тестируются на реальных данных, полученных с помощью РЛС IPIX [http://soma.mcmaster.ca/ipix/dartmouth/datasets.html]. В качестве цели использовался 1.5-метровый пенопластовый буй, обтянутый металлической проволокой и расположенный на морской поверхности. Дальность от РЛС до буя составляла около 2 км. Учитывая, что

радиальная скорость относительно РЛС данной цели близка к нулю, то вопросы устранения неоднозначности измерения скорости не рассматривались.

1. ФОРМИРОВАНИЕ ТРАЕКТОРИЙ ДВИЖЕНИЯ ЦЕЛИ

Перед синтезом алгоритма межобзорного накопления необходимо ввести ряд обозначений, связанных с возможными траекториями движения цели.

На рис. 1 иллюстрируется принцип формирования траекторий в координатах “дальность–скорость–азимут–угол места”, на котором введены следующие обозначения: i, j, β, α – номера каналов по дальности, скорости, азимуту и углу места соответственно. Диапазоны значений каналов определяются числом каналов по дальности N_R , по скорости N , по азимуту N_α , угол места N_β .

Обозначим $\Delta R_k^{(l)}$ – смещение по дальности между k -м и $(k + 1)$ -м обзорами в l -й гипотезе движения цели, выраженное в номере канала по дальности; $\Delta V_k^{(l)}$ – смещение по скорости между k -м и $(k + 1)$ -м обзорами в l -й гипотезе движения цели; $\Delta \alpha_k^{(l)}$ – смещение по азимуту между k -м и $(k + 1)$ -м обзорами в l -й гипотезе движения цели; $\Delta \beta_k^{(l)}$ – смещение по углу места между k -м и $(k + 1)$ -м обзорами в l -й гипотезе движения цели. Переменная l обозначает одну из N_h возможных гипотез движения цели.

Одна из N_h возможных гипотез движения цели за K обзоров может быть записана в виде

$$\{i + k\Delta R_k^{(l)} \quad j + k\Delta V_k^{(l)} \quad \alpha + k\Delta \alpha_k^{(l)} \quad \beta + k\Delta \beta_k^{(l)}\}_{k=0}^{K-1}.$$

Смещение по дальности $\Delta R_k^{(l)}$ определяется в виде $\text{int}((j + k\Delta V_k^{(l)})\delta VT_{\text{обз}}/\delta R)$, где δR – ширина канала по дальности; $\text{int}()$ – целая часть числа. Максимальное значение, на которое может переместиться цель между обзорами при движении цели со скоростью V_{max} , определяется как $\text{int}(V_{\text{max}}T_{\text{обз}}/\delta R)$. Аналогичным образом определяются смещения по скорости и угловым координатам. Максимальное значение изменения скорости между обзорами ΔV_{max} определяется в соответствии с выражением $\text{int}(a_{\text{max}}T_{\text{обз}}/\delta V)$, где a_{max} – максимальное значение ускорения цели между обзорами, δV – величина разрешающей способности по скорости.

Рассмотрим принцип формирования траекторий движения цели при использовании линейной модели движения в лучевой системе координат [19]. Предположим, что РЛС неподвижна. Обра-

ботка радиолокационной информации строится по корреляционно-фильтровой схеме [20].

В соответствии с линейной моделью движения дальность до цели R между k -м и $k-1$ -м обзорами меняется в соответствии с выражением

$$R_k = R_{k-1} \pm VT_{обз},$$

где V – скорость цели, которая выбирается исходя из номера канала по скорости, входящего в l -ю ячейку, $T_{обз}$ – период обзора РЛС. Аналогичным образом в рамках линейной модели движения определяются смещения по угловым координатам.

Номера каналов по дальности, скорости и угловым координатам соответствующих каждой N_h возможной гипотезе движения необходимы для формирования решающего правила, обеспечивающего межобзорное накопление отраженных сигналов, синтез которого приведен в следующем разделе.

$$\mathbf{s}_j^{(l)} = [1 \exp(i(j + k\Delta V_k^{(l)})) \dots \exp(i(N-1)(j + k\Delta V_k^{(l)})]]$$

– модель опорного сигнала, соответствующая настройке $(j + k\Delta V_k^{(l)})$ -го канала по скорости; $A_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)}$ – амплитуда отраженного сигнала на k -м обзоре в $i + k\Delta R_k^{(l)}$ -м канале по дальности; $\alpha + k\Delta\alpha_k^{(l)}$ -м канале по азимуту; $\beta + k\Delta\beta_k^{(l)}$ -м канале по углу места; i – мнимая единица.

Вектор $\mathbf{y}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)}$ в i -м канале по дальности представим в виде составного гауссовского случайного вектора [15]:

$$\mathbf{y}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)} = \sqrt{\tau_i} \mathbf{x}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)},$$

где τ_i – скалярная случайная величина с известной плотностью распределения вероятностей

2. СИНТЕЗ АЛГОРИТМА МЕЖОБЗОРНОГО НАКОПЛЕНИЯ ОТРАЖЕННЫХ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ НА ФОНЕ НЕГАУССОВСКИХ КОРРЕЛИРОВАННЫХ ПОМЕХ

Обозначим $\mathbf{Z}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)}$ массив данных, формируемых на выходах аналого-цифровых преобразователей двух квадратурных каналов и соответствующих i -му каналу по дальности, α -му каналу по азимуту и β -му каналу по углу места на k -м обзоре и входящий в l -ю гипотезу движения.

Представим принятую пачку импульсов $\mathbf{Z}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)}$ в i -м канале по дальности, α -м канале по азимуту и β -м канале по углу места на k -м обзоре в виде

$$\mathbf{Z}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)} = \begin{cases} A_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)} \mathbf{s}_j^{(l)} + \mathbf{y}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)}, & \text{гипотеза } H_1 \\ \mathbf{y}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)}, & \text{гипотеза } H_0 \end{cases},$$

где

$p(\tau_i)$; $\mathbf{x}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)}$ – векторная комплексная случайная величина, размерностью $N \times 1$, с гауссовским законом распределения с нулевым математическим ожиданием и корреляционной матрицей $\mathbf{C}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)}$ в $i + k\Delta R_k^{(l)}$ -м канале по дальности, $\alpha + k\Delta\alpha_k^{(l)}$ -м канале по азимуту, $\beta + k\Delta\beta_k^{(l)}$ -м канале по углу места. Матрица $\mathbf{C}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)}$ имеет размерность $N \times N$ (N – количество импульсов в пачке). Случайные величины τ_i в различных каналах дальности статистически независимы.

Плотность распределения вектора $\mathbf{Z}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)}$ при гипотезе H_1 имеет вид

$$p(\mathbf{Z}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)} | H_1) = \int_0^\infty \frac{1}{(\pi\tau_i)^N \det(\mathbf{C}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)})} \exp\left(-\frac{(\mathbf{Z}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)} - A_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)} \mathbf{s}_j^{(l)})^H (\mathbf{C}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)})^{-1} (\mathbf{Z}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)} - A_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)} \mathbf{s}_j^{(l)})}{\tau_i}\right) p(\tau_i) d\tau_i,$$

где индекс H – символ комплексного сопряжения и транспонирования; $\det()$ – определитель матрицы.

Плотность распределения вектора $\mathbf{Z}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)}$ при гипотезе H_0 имеет вид

$$p(\mathbf{Z}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)} | H_0) = \int_0^\infty \frac{1}{(\pi\tau_i)^N \det(\mathbf{C}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)})} \exp\left(-\frac{(\mathbf{Z}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)})^H (\mathbf{C}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)})^{-1} (\mathbf{Z}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)})}{\tau_i}\right) p(\tau_i) d\tau_i.$$

Отношение правдоподобия для i -го канала по дальности, α -го канала по азимуту и β -го канала по углу места на k -м обзоре имеет вид

$$\lambda_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)} = \frac{p(\mathbf{Z}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)} | H_1)}{p(\mathbf{Z}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)} | H_0)}. \quad (1)$$

С учетом выражения (1) отношение правдоподобия для l -й возможной гипотезы движения цели при накоплении данных с K обзоров имеет вид

$$\lambda_l = \prod_{k=0}^{K-1} \frac{h_N \left(\left(\mathbf{Z}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)} - A_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)} \mathbf{s}_j^{(l)} \right)^H \left(\mathbf{C}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)} \right)^{-1} \left(\mathbf{Z}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)} - A_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)} \mathbf{s}_j^{(l)} \right) \right)}{h_N \left(\left(\mathbf{Z}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)} \right)^H \left(\mathbf{C}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)} \right)^{-1} \mathbf{Z}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)} \right)}, \quad (2)$$

где

$$h_N(x) = \int_0^{\infty} \frac{1}{(\pi\tau)^N} \exp\left(-\frac{x}{\tau}\right) p(\tau) d\tau \quad \hat{A}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)} = \frac{\left(\mathbf{s}_j^{(l)} \right)^H \left(\mathbf{C}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)} \right)^{-1} \mathbf{Z}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)}}{\left(\mathbf{s}_j^{(l)} \right)^H \left(\mathbf{C}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)} \right)^{-1} \mathbf{s}_j^{(l)}}.$$

– монотонная функция.

Так как амплитуда отраженного сигнала неизвестна, то подставим в выражение (2) ее оценку [21], которая может быть представлена в виде

Возможная гипотеза движения цели априорно неизвестна, поэтому максимизируем выражение (2) по всем возможным гипотезам движения цели, начинающим движение из (i, j, α, β) -го канала:

$$\lambda_{i,j,\alpha,\beta} = \max_{l \in N_h} (\lambda_l) = \max_{l \in N_h} \prod_{k=0}^{K-1} \frac{h_N \left(\left(\mathbf{Z}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)} \right)^H \left(\mathbf{C}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)} \right)^{-1} \mathbf{Z}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)} - \frac{\left| \left(\mathbf{s}_j^{(l)} \right)^H \left(\mathbf{C}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)} \right)^{-1} \mathbf{Z}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)} \right|^2}{\left(\mathbf{s}_j^{(l)} \right)^H \left(\mathbf{C}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)} \right)^{-1} \mathbf{s}_j^{(l)}} \right)}{h_N \left(\left(\mathbf{Z}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)} \right)^H \left(\mathbf{C}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)} \right)^{-1} \mathbf{Z}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)} \right)}. \quad (3)$$

Представить в явном виде числитель и знаменатель в выражении (3) невозможно [22], в связи с чем введем аппроксимацию функции $h_N(x)$ в виде

$$h_N(x) \approx \frac{\Gamma(N)}{2\sqrt{N}} x^{-N+0.5} p\left(\sqrt{\frac{x}{N}}\right).$$

Подставим последнее выражение в формулу (3) и, проведя преобразование отношения правдоподобия, получим:

$$\lambda_{i,j,\alpha,\beta} = \max_{l \in N_h} (\lambda_l) = \max_{l \in N_h} \prod_{k=0}^{K-1} \left(1 - \frac{\left| \left(\mathbf{s}_j^{(l)} \right)^H \left(\mathbf{C}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)} \right)^{-1} \mathbf{Z}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)} \right|^2}{\left(\mathbf{Z}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)} \right)^H \left(\mathbf{C}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)} \right)^{-1} \mathbf{Z}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)} \left(\mathbf{s}_j^{(l)} \right)^H \left(\mathbf{C}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)} \right)^{-1} \mathbf{s}_j^{(l)}} \right)^{-1}. \quad (4)$$

Одним из достоинств использования математического аппарата сферических инвариантных процессов является то, что данные процессы включают в себя большой набор различных законов распределения: Релея, экспоненциальный, K -распределение, обобщенное K -распределение, Вейбулла, инверсное гамма-распределение и другие, за исключением логнормального [15]. Каждый закон распределения в рамках сферических инвариантных процессов описывается своей функцией $h_N(x)$.

Учитывая, что корреляционная матрица $\mathbf{C}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)}$ априорно неизвестна, то в соответствии с адаптивным байесовским подходом подставим в выражение (4) оценку корреляционной матрицы [23], не зависящую от мощности помехи:

$$\hat{\mathbf{C}}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)} = \frac{N}{N_C} \sum_{m=0}^{N_C-1} \frac{\mathbf{Z}_{(i+m,\alpha,\beta)_k}^{(l)} \left(\mathbf{Z}_{(i+m,\alpha,\beta)_k}^{(l)} \right)^H}{\left(\mathbf{Z}_{(i+m,\alpha,\beta)_k}^{(l)} \right)^H \mathbf{Z}_{(i+m,\alpha,\beta)_k}^{(l)}}, \quad (5)$$

где N_C – объем обучающей выборки, используемой для оценки корреляционной матрицы \mathbf{C}_l .

В соответствии с выражением (4) необходимо в “скользящем окне” из K -обзоров формировать все возможные траектории движения цели для всех каналов i, j, α, β и для каждой l -й возможной траектории движения цели вычислить отношение правдоподобия в соответствии с выражением (4). После этого выбрать максимальное значение

$$\lambda_{i,j,\alpha,\beta} = \max_{l \in N_h} (\lambda_l)$$

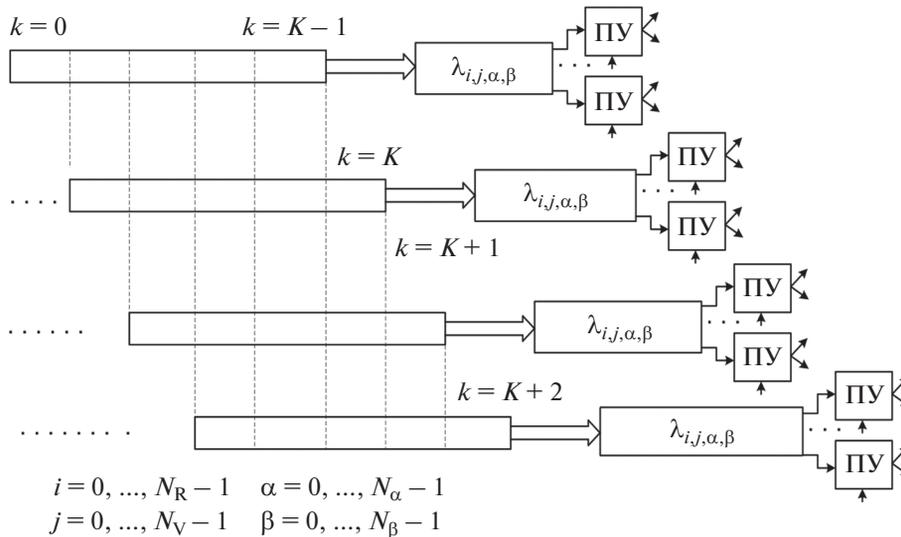


Рис. 2. Формирование «скользящего» окна по обзорам.

и сравнить его с порогом обнаружения

$$\lambda_{i,j,\alpha,\beta} = \max_{l \in N_h} (\lambda_l) \geq \lambda_{th},$$

где λ_{th} – порог (от англ. threshold) обнаружения, вычисленный на основе критерия Неймана–Пирсона.

Процесс формирования «скользящего окна» показан на рис. 2.

Предложенный алгоритм межобзорного накопления может быть использован как дополнительный канал обработки в существующих РЛС.

3. ВЫЧИСЛЕНИЯ ПОРОГА ОБНАРУЖЕНИЯ

В известных работах [5, 24], посвященных межобзорному накоплению на фоне негауссовского некоррелированного шума порог выбирается с помощью метода Монте-Карло. В связи с этим актуальным является вопрос вычисления порога обнаружения при формировании решающего правила (4), который в соответствии с критерием Неймана–Пирсона обеспечит заданную вероятность ложной тревоги. Для этого необходимо найти плотность распределения вероятностей статистики λ_l после чего определить закон распределения

$$\lambda_{i,j,\alpha,\beta} = \max_{l \in N_h} (\lambda_l).$$

Воспользуемся асимптотическим свойством статистики

$$\frac{\left| (\mathbf{s}_j^{(l)})^H (\mathbf{C}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)})^{-1} \mathbf{Z}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)} \right|^2}{(\mathbf{Z}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)})^H (\mathbf{C}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)})^{-1} \mathbf{Z}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)} (\mathbf{s}_j^{(l)})^H (\mathbf{C}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)})^{-1} \mathbf{s}_j^{(l)}},$$

входящей в выражение (5). В работе [25] доказано, что плотность распределения данной статистики при использовании оценки корреляционной матрицы $\hat{\mathbf{C}}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)}$ в виде (5) описывается выражением

$$p(x|H_0) = \frac{(N - N_C + 1)(N_C - 1)}{(N_C - 1)} (1 - x)^{N - N_C} \times \times {}_2F_1((N - N_C + 2), (N - N_C + 2), (N + 2), x), \quad (6)$$

где ${}_2F_1()$ – гипергеометрическая функция Гаусса.

Используя данное асимптотическое свойство, вычислим порог обнаружения. Для этого, используя плотность распределения (6), сформируем N_s случайных величин $\{x_i\}_{i=0}^{N_s-1}$. После этого над отсчетами $\{x_i\}_{i=0}^{N_s-1}$ выполним преобразование $\{1/(1 - x_i)\}_{i=0}^{N_s-1}$, которое соответствует решающему правилу (4).

С точки зрения вычисления порога обнаружения необходимо знание «хвоста» плотности распределения статистики, соответствующей решающему правилу (4) при гипотезе H_0 . Использование аппроксимации плотности распределения вероятности отсчетов полиномами на основе различных ортогональных многочленов [10], например полиномами Лежандра и Лагерра, нецелесообразно. Результаты аппроксимации плотности распределения в логарифмическом масштабе представлены на рис. 3.

При увеличении порядка полиномов наблюдаются выраженные колебания в области «хвоста» распределения, что затрудняет использование данных аппроксимаций для вычисления порога обнаружения.

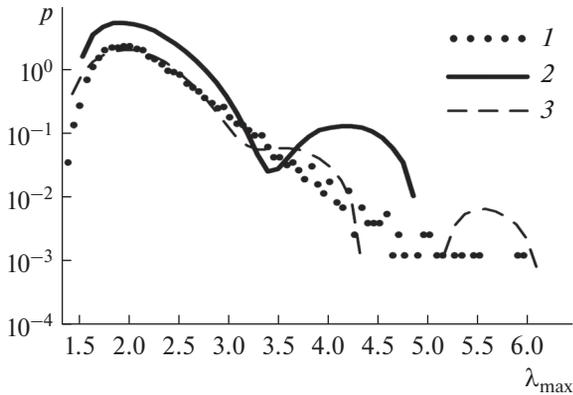


Рис. 3. Результат аппроксимации гистограммы (кривая 1) отсчетов на входе порогового устройства при гипотезе H_0 полиномом Лежандра порядка 30 (кривая 2) и полиномом Лагерра порядка 60 (кривая 3), описывающей решающее правило (4).

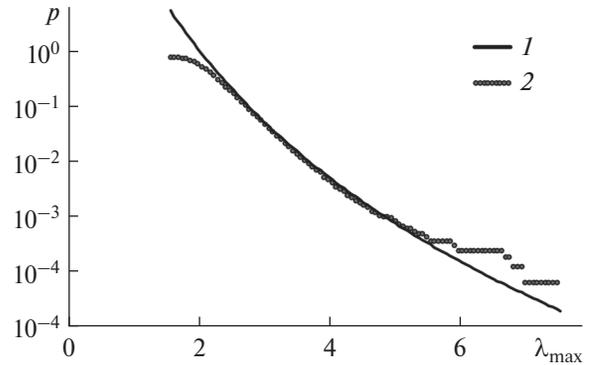


Рис. 4. Результат аппроксимации эмпирической функции распределения отсчетов на входе порогового устройства (кривая 1) обобщенным распределением Парето (кривая 2).

В работе [26] показано, что “хвост” любого распределения может быть аппроксимирован обобщенным распределением Парето, параметры которого можно определить методом максимального правдоподобия:

$$F(y) = 1 - \frac{M_1}{N_S} \left(1 + c_{\text{Par}} \frac{y - u}{a_{\text{Par}}} \right)^{-\frac{1}{c_{\text{Par}}}},$$

где $a_{\text{Par}}, c_{\text{Par}}$ – параметры обобщенного распределения Парето; u – порог, фиксирующий выбросы случайной величины; M_1 – число отсчетов случайных величин, превысивших порог u .

Результат аппроксимации распределением Парето эмпирической функции распределения отсчетов $\{1/(1 - x_i)\}_{i=0}^{N_S-1}$ показан на рис. 4. Параметры обобщенного распределения Парето вычислены методом максимального правдоподобия.

Зависимости на рис. 4 построены при числе отсчетов $N_S = 100000$. Порог u выбирается таким образом, чтобы его значение превысило M_1 отсчетов. Отношение числа превышение порога u к числу отсчетов $M_1/N_S = 0.1$. Порог обнаружения вычисляется на основе выражения

$$u + \frac{\hat{a}_{\text{Par}}}{\hat{c}_{\text{Par}}} \left(\left(F \frac{N_S}{M_1} \right)^{-\hat{c}_{\text{Par}}} - 1 \right),$$

где F – заданная вероятность ложной тревоги.

Вычисленная для заданного значения F , числа импульсов в пачке N , числа пачек, используемых для оценки $\hat{C}_{(i,\alpha,\beta),k}^{(l)}$, величина порога обнаружения загружается в память обнаружителя и используется в дальнейшем в процессе обнаружения.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Тестирование синтезированного алгоритма проводилось на экспериментальных данных, полученных с помощью РЛС ИРХ. Параметры РЛС: несущая частота 9.39 ГГц; мощность излучения 8 кВт; период повторения импульсов от 0 до 20 мс; разрешение по дальности может изменяться в диапазоне 30...150 м. Режим работы – разрешение по дальности 30 м, период повторения импульсов 1 мс. Данные в каждом файле сгруппированы по 14 каналов дальности. Число зондирующих импульсов 131072. Для анализа синтезированного в данной работе алгоритма межобзорного накопления использованы данные следующих файлов [http://soma.mcmaster.ca/ipix/dartmouth/datasets.html] 19931107_135603_starea.cdf; 19931107_141630_starea.cdf; 19931107_145028_starea.cdf; 19931108_213827_starea.cdf; 19931108_220902_starea.cdf.

На первом этапе анализировали законы распределения помех в каналах по дальности. Были рассмотрены следующие виды законов распределения: K -распределение, инверсное гамма-распределение, обобщенное K -распределение. Кроме того, рассмотрено логнормальное распределение.

На рис. 5 для примера показаны гистограмма, а также плотности распределения вероятностей, соответствующие распределениям: K -распределение, инверсное гамма-распределение, обобщенное K -распределение, логнормальное распределение. Данные взяты из файла 19931108_213827_starea.cdf. Разрешение по дальности 30 м.

Параметры распределений вычислялись на основе метода моментов. В табл. 1 показаны статистики критерия “Хи-квадрат” для различных распределений в зависимости от номера канала по дальности (19931108_213827_starea.cdf).

Анализ данных табл. 1 показывает, что в каналах по дальности с 1 по 5 из рассмотренных распределений наиболее близким является инверсное гамма-

Таблица 1. Статистики критерия “Хи-квадрат”

Распределение	Номер канала						
	1	2	3	4	5	6	7
<i>K</i> распределение	223.1	118.6	238.9	273.7	227.3	399.4	549.3
Обобщенное <i>K</i> распределение	672.2	282.8	516.1	698.4	555.8	748.1	944.3
Инверсное гамма-распределение	137.8	57.2	97.5	120	109.5	402.4	630.4
Логнормальное распределение	305.4	88.9	244.2	220.5	215.3	517.9	570.3

Примечание. Полужирным шрифтом выделены минимальные значения статистик критерия “Хи-квадрат” для соответствующего канала по дальности.

распределение, в каналах по дальности с 6 по 7 наиболее близким является *K*-распределение.

Учитывая, что отношение сигнал-помеха в экспериментальных данных известно, для анализа эффективности были построены зависимо-

сти $D(F)$, где D – вероятность правильного обнаружения.

В работе [27] авторы приводят выражение для решающей статистики при межобзорном накоплении в виде

$$\lambda_{i,j,\alpha,\beta} = \max_{l \in N_h} (\lambda_l) = \max_{j \in N_h} \prod_{k=0}^{K-1} \frac{\left| (\mathbf{s}_j^{(l)})^H (\mathbf{C}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)})^{-1} \mathbf{z}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)} \right|^2}{\left(\mathbf{z}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)} \right)^H (\mathbf{C}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)})^{-1} \mathbf{z}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)} \left(\mathbf{s}_j^{(l)} \right)^H (\mathbf{C}_{(i,\alpha,\beta)_k}^{(l)})^{-1} \mathbf{s}_j^{(l)}}. \quad (7)$$

Решающее правило (7) использовано для сравнения с синтезированным в данной работе межобзорным алгоритмом накопления (4). Особенность радара IPIX заключается в том, что сканирование в пространстве не осуществляется. Данные снимаются при одном значении азимута и угла места. В связи с этим из выражения для решающего правила (4) исключены гипотезы возможного движения по азимуту и углу места. Движение цели рассматривается только в координатах “дальность–скорость”.

Результаты обработки экспериментальных данных, взятых из файла 19931107_135603_star-

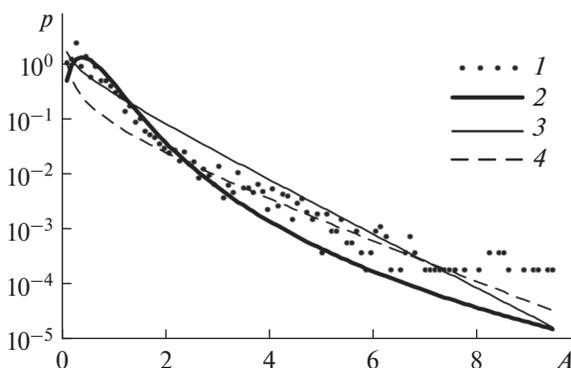


Рис. 5. Результаты аппроксимации гистограммы отсчетов амплитуды помехи в одном из каналов по дальности (кривая 1) плотностью инверсного гамма распределения (кривая 2); плотностью *K*-распределения (кривая 3); плотностью обобщенного *K*-распределения (кривая 4).

ea.cdf, приведены на рис. 6. Число импульсов в пачке $N = 16$. Число обзоров $K = 1.2$. Число пачек, используемых для вычисления оценки корреляционной матрицы $N_C = 8N$. В проведенном эксперименте цель находилась в 9-м канале по дальности, а отношение сигнал-помеха лежит в диапазоне 0...6 дБ.

Совпадение эффективности алгоритмов (4) и (7) при $K = 1$ подтверждает результаты работы [21]. При увеличении количества обзоров вероят-

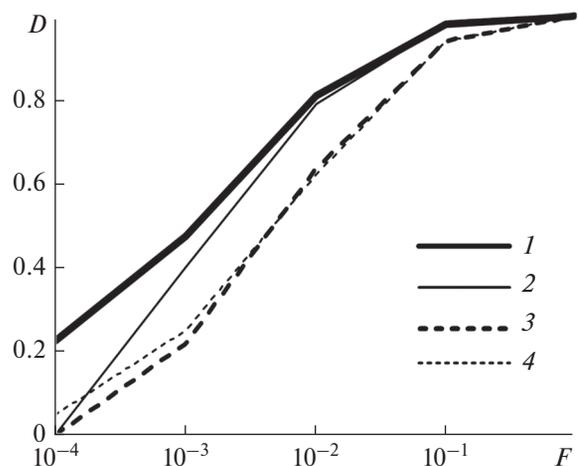


Рис. 6. Характеристики обнаружения межобзорного алгоритма обнаружения (4) (кривая 1) и алгоритма (7) (кривая 2) при $K = 2$, межобзорного алгоритма обнаружения (4) (кривая 3) и алгоритма (7) (кривая 4) при $K = 1$.

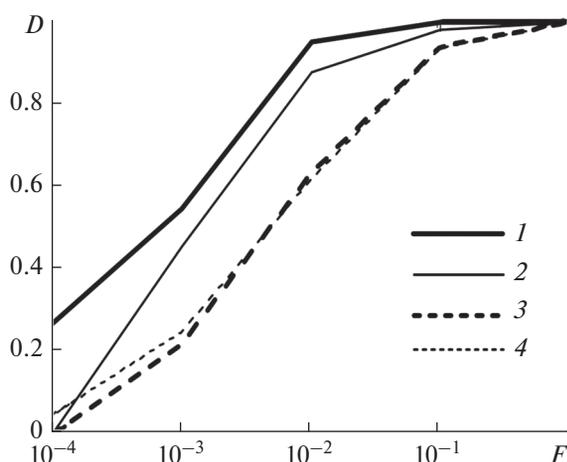


Рис. 7. Характеристики обнаружения межобзорного алгоритма обнаружения (4) (кривая 1) и алгоритма (7) (кривая 2) при $K = 3$, межобзорного алгоритма обнаружения (4) (кривая 3) и алгоритма (7) (кривая 4) при $K = 1$.

ность правильного обнаружения алгоритмов (4) и (7) также увеличивается. При вероятностях F больше 10^{-2} эффективность алгоритмов (4) и (7) также практически совпадает.

При увеличении количества обзоров с $K = 2$ до $K = 3$ алгоритм (4) обеспечивает более высокую вероятность правильного обнаружения по сравнению с алгоритмом (4). При $F = 10^{-2}$ выигрыш составляет 0.1 по вероятности правильного обнаружения при сравнении с известным алгоритмом (7).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в работе синтезирован алгоритм межобзорного накопления отраженных радиолокационных сигналов на фоне негауссовских коррелированных помех и получен инвариантный относительно закона распределения помехи алгоритм вычисления порога обнаружения, использующий асимптотические свойства статистики, входящей в решающее правило (4). Обработка экспериментальных данных с РЛС ИРХ показала, что предлагаемый алгоритм межобзорного накопления при трех и более обзорах обеспечивает повышение вероятности правильного обнаружения цели не менее чем на 0.1 при вероятности ложной тревоги 10^{-2} .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Сосулин Ю.Г.* Теория обнаружения и оценивания стохастических сигналов. М.: Советское радио, 1978.
2. *Bussy S., Lops M., Venturino L.* // IEEE Trans. 2005. V. AES-41. № 7. P. 937.
3. *Barniv Y., Kella O.* // IEEE Trans. 1985. V. AES-21. № 1. P. 144.
4. *Arnold J., Shaw S.W., Pasternack H.* // IEEE Trans. 1993. V. AES-29. № 1. P. 44.
5. *Daikun Z., Shouyong W., Xing Q.* // Chinese J. Electronics. 2016. V. 25. № 3. P. 583.
6. *Jiang H., Wei Y., Kirubarajab T. et al.* // IEEE Trans. 2017. V. AES-53. № 2. P. 736.
7. *Белокуров В.А., Кошелев В.И.* // Радиотехника. 2019. Т. 83. № 11(18). С. 41.
8. *Белокуров В.А., Кошелев В.И.* // Радиотехника. 2019. Т. 83. № 5-2. С. 161.
9. *Abramovich Y., Besson O.* // IEEE Signal Processing Lett. 2015. V. 22. № 10. P. 1791.
10. *Акимов П.С., Бакут П.А., Богданович В.А. и др.* Теория обнаружения сигналов. М.: Радио и связь, 1984.
11. *Шелухин О.И.* Негауссовские процессы в радиотехнике. М.: Радио и связь, 1998.
12. *Валеев В.Г.* Нелинейная обработка сигналов. М.: Радиотехника, 2013.
13. *Винокуров В.И.* Морская радиолокация. М.: Судостроение, 1986.
14. *Ward K., Tough R., Watts S.* Sea Clutter: Scattering, the K Distribution and Radar Performance. L.: The Institution of Engineering and Technology, 2006.
15. *Weiner M.* Adaptive Antennas and Receivers. N.Y.: Taylor and Francis group, 2006.
16. *Sangston K.J., Gini F., Greco M.S.* // IEEE Trans. 2012. V. AES-48. № 1. P. 64.
17. *Gini F., Greco M. S.* // IEEE Trans. 1999. V. AES-35. № 7. P. 1095.
18. *Jay E., Ovarlez J.-P., Declercq D., Duvaut P.* // Signal Processing. 2003. V. 83. № 6. P. 1151.
19. *Меркулов В.И., Верба В.С., Ильчук А.Р. и др.* Автоматическое сопровождение целей в РЛС интегрированных авиационных комплексов. Сопровождение одиночных целей. М.: Радиотехника, 2018.
20. *Ширман Я.Д., Манжос В.Н.* Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. М.: Радио и связь, 1981.
21. *Kay S.* Fundamental of Statistical Signal Processing. Detection Theory. N.Y.: SpringerLink, 1993.
22. *Conte E., Lops M., Ricci G.* // IEEE Trans. 1995. V. AES-31. № 2. P. 617.
23. *Conte E., De Maio A., Ricci G.* // IEEE Trans. 2002. V. AES-38. № 2. P. 415.
24. *Liu S., Chen X., Zeng T.* // IET Radar, Sonar and Navigation. 2013. V. 7. № 8. P. 773.
25. *Pascal F., Ovarlez J.-P., Forster P. et al.* // Proc. 12th Europ. Signal Processing Conf. Vienna. 6–10 Sept. 2004. N.Y.: IEEE, 2004. P. 2143.
26. *Franke J., Härdle W.K., Hafner C.M.* Statistics of Financial Markets. An Introduction. Berlin: Springer-Verlag, 2008.
27. *Xu S.-W., Shui P.-L., Yan X.-Y.* // Circuits, Systems and Signal Processing, 2017. V. 36. № 6. P. 2360.

**ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ
ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ**

УДК 621.396.62

КЛАССИФИКАЦИЯ НЕОДНОЗНАЧНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЧАСТОТЫ В ЦИФРОВОМ ПРИЕМНИКЕ С СУБДИСКРЕТИЗАЦИЕЙ

© 2022 г. А. С. Подстригаев*

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет “ЛЭТИ” им. В.И. Ульянова (Ленина),
ул. Профессора Попова, 5, Санкт-Петербург, 197376 Российская Федерация

*E-mail: ap0d@ya.ru

Поступила в редакцию 11.02.2021 г.

После доработки 22.03.2021 г.

Принята к публикации 18.04.2021 г.

Предложена классификация неоднозначности определения частоты (НОЧ) в приемнике с субдискретизацией по причинам возникновения. Аналитически и на примерах показано, что НОЧ приводит к промахам при измерении частоты сигнала, ограничивает динамический и частотный диапазоны приемника, повышает вероятности ложной тревоги и пропуска полезного сигнала. На основе характеристик серийно выпускаемых электронных компонентов выполнена оценка достижимого динамического диапазона приемника в зависимости от его частотного диапазона и условий работы. Показана возможность прогнозирования величины и условий возникновения ошибок измерения частоты.

DOI: 10.31857/S0033849422040131

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

При ведении радиомониторинга и в системах когнитивного радио требуется выполнять мгновенный (без сканирования по частоте) широкополосный анализ радиоэлектронной обстановки. При этом рабочая полоса частот должна достигать 18...20 ГГц, а для некоторых задач и выше. Для мгновенной обработки такой полосы используются следующие типы приемников: на основе банка частотно-зависимых линий задержки [1, 2], монобитного аналого-цифрового преобразования [3, 4], субдискретизации [5–18] и матричный приемник [19, 20]. Все перечисленные приемники имеют сложности с определением параметров наложенных во времени сигналов. А учитывая необходимость работы в широкой полосе, это является существенным недостатком. В то же время технология обработки сигналов с использованием субдискретизации принципиально не исключает возможность обработки наложенных сигналов. Поэтому далее рассматривается приемник на основе данной технологии.

Существуют различные схемы приемников с применением технологии субдискретизации, в которых отсутствует сканирование по частоте [5–10]. Однако благодаря возможности использования в сложной сигнальной обстановке, относительно простоте реализации и большому модернизационному потенциалу наибольшее распространение получила схема, представленная на рис. 1

[5, 10]. Приемник включает в себя входной широкополосный малошумящий усилитель (МШУ), N каналов обработки и решающее устройство. Каждый канал обработки содержит физические устройства: устройство выборки-хранения (УВХ), аналого-цифровой преобразователь (АЦП) и программные устройства: устройство вычисления спектра (УВС), устройство обнаружения (УО).

Принцип действия приемника основан на использовании N каналов (на практике $N = 3...4$), параллельно оцифровывающих входной сигнал F_0 на разных частотах дискретизации f_{si} ($i = \overline{1, N}$) в десятках зон Найквиста [5, 10]. То есть требование теоремы Котельникова–Найквиста не выполняется, и поэтому сигнал оцифровывается в режиме субдискретизации. При этом использование широкополосного УВХ до АЦП позволяет расширить диапазон рабочих частот не менее чем до 18 ГГц (<https://www.analog.com/media/en/technical-documentation/data-sheets/hmc661.pdf>). В каждом канале выполняется аналого-цифровое преобразование, вычисление амплитудного спектра и обнаружение сигнала. Затем в устройстве обработки выполняется восстановление спектрального состава входного сигнала, т.е. определяется истинная частота F_0 .

Принцип определения частоты F_0 в общем случае основан на решении системы линейных сравнений [21, 22]:

$$F_0 \equiv f_i \pmod{F_{si}}, \quad i \in \overline{1, N}, \quad (1)$$

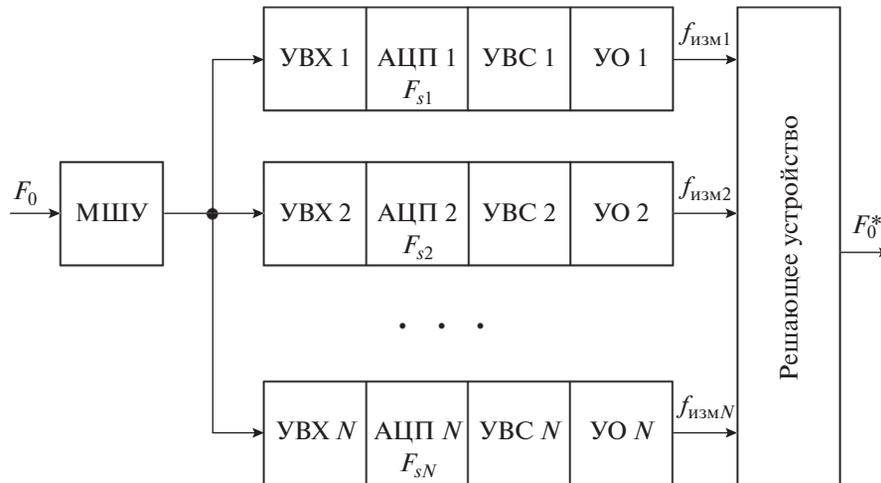


Рис. 1. Структурная схема цифрового приемника с субдискретизацией.

где f_i — целое число, модуль которого равен частоте $f_{измi}$, измеренной в первой зоне Найквиста i -го канала приемника. Величина f_i может принимать как положительные, так и отрицательные значения; $f_{измi}$ — только неотрицательные.

Систему (1) также можно записать в виде

$$F_0 = f_i + n_i F_{s_i}, \quad i \in \overline{1, N}, \quad n_i \in \mathbb{N}_0. \quad (2)$$

Запись системы линейных сравнений в виде (2) показывает, что любую входную частоту можно представить как сумму или разность n_i -го количества частот дискретизации F_{s_i} и частоты $f_{измi} = |f_i|$, определенной в первой зоне Найквиста i -го канала приемника.

Для определения реальной частоты входного сигнала F_0 приемник должен по кортежу частот, измеренных в каждом из N каналов в первой зоне Найквиста, $\langle f_{изм1}, f_{изм2}, \dots, f_{измN} \rangle$ построить все возможные кортежи $\langle f_1, f_2, \dots, f_N \rangle$ и решить для каждого из них систему сравнений (1). Одна из реализаций одновременного решения всех таких систем основана на развертывании амплитудных спектров сигналов на частотную ось во множество зон Найквиста и поиске совпадающих частот, развернутых из разных каналов [10].

Основными преимуществами описанного приемника являются широкая мгновенная полоса приема, простота аналоговой части и возможность глубокой модернизации приемника посредством изменения только программной части. По сути, такой приемник является SDR-системой (Software-Defined Radio; программно-определяемое радио) с широкими возможностями изменения как отдельных характеристик, так и функционала в целом.

Несмотря на эти важные для практики преимущества, существенным недостатком приемника является неоднозначность определения частоты (НОЧ), на существование которой указывают еще авторы работ [5–8]. В то же время причины возникновения неоднозначности до сих пор не систематизированы. Это препятствует разработке научно обоснованных способов устранения НОЧ, а значит, и дальнейшему совершенствованию приемника с субдискретизацией.

Поэтому целью данной работы является разработка классификации НОЧ, характерной для описанного выше приемника, по причинам возникновения на основе анализа функционирования приемника и особенностей его практической реализации.

2. ПРЕДЛАГАЕМАЯ КЛАССИФИКАЦИЯ НЕОДНОЗНАЧНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЧАСТОТЫ

2.1. Неоднозначность первого типа

Неоднозначность определения частоты первого типа (НОЧ-1) возникает по причине периодичности решений системы сравнений (1). Поэтому такую неоднозначность можно также назвать глобальной. Начиная с некоторой критической частоты F_k кортежи частот, измеряемых в каналах приемника в первой зоне Найквиста, начинают повторяться в той же последовательности, в которой они шли до указанной частоты.

Кортежи считаются повторяющимися (равными), если все их элементы равны и порядок следования этих элементов одинаковый. Кортежи частот повторяются с периодом, численно равным F_k и определяемым как $F_k = \text{НОК}(F_{s1}, F_{s2}, \dots, F_{sN})$, где НОК — наименьшее общее кратное частот дис-

критизации АЦП $F_{s1}, F_{s2}, \dots, F_{sN}$. Соответственно, частота F_k определяется как количеством каналов приемника N , так и значениями частот дискретизации F_{si} .

Например, если $F_k = 50$ ГГц, то частотам 0.001, 50.001, 100.001, 150.001, ... ГГц будут соответствовать одинаковые кортежи, и отличить эти частоты друг от друга будет невозможно. Тот же эффект будет наблюдаться и для частот 0.002, 50.002, 100.002, 150.002, ... ГГц, а также любых двух и более частот, отстоящих друг от друга на mF_k ($m \in \mathbb{N}$).

Таким образом, при измерении частоты в диапазоне, превышающем F_k , возникает неоднозначность, которая при неверном разрешении приводит к промаху. Следует отметить, что при выборе высоких частот дискретизации (1.5...3 ГГц) и использовании трех-четырех каналов частота F_k достаточно высока и составляет десятки-сотни гигагерц.

2.2. Неоднозначность второго типа

На рис. 2 приведена зависимость частоты $f_{изм}$, измеренной в первой зоне Найквиста произвольного канала приемника, от входной частоты F_0 .

Из рис. 2 видно, что частоты $nf_{si} + f_{\Delta}$ и $nf_{si} - f_{\Delta}$ являются неотличимыми для i -го канала приемника. Обе эти частоты приводят к возникновению в первой зоне Найквиста частоты f_{Δ} и, как следствие, измерению каналом частоты f_{Δ} . Это означает, что приемник выполняет измерение модулей чисел f_i в системе (1), а не самих этих чисел. Поэтому для определения истинной частоты F_0 в приемнике решаются одновременно 2^N систем сравнений, каждая из которых соответствует одной из комбинаций знаков остатков f_i в системе (1).

Возникновение НОЧ второго типа (НОЧ-2) связано с априорной невозможностью оценки знаков остатков f_i , входящих в систему сравнений (1), и, как следствие, определением реальной частоты по кортежу частот $\langle f_{изм1}, f_{изм2}, \dots, f_{измN} \rangle$. В результате для некоторых двух входных частот F_{01} и F_{02} ($F_{01} < F_{02}$), лежащих ниже F_k , приемником измеряются одинаковые кортежи $\langle f_{изм1}, f_{изм2}, \dots, f_{измN} \rangle$. Из-за отсутствия информации о знаках f_i , соответствующих этим входным частотам, отличить частоту F_{01} от частоты F_{02} невозможно.

В качестве примера рассмотрим трехканальный приемник с частотами дискретизации 1700, 1800 и 1900 МГц, в котором для измерения частот в первой зоне Найквиста используется быстрое преобразование Фурье, взятое по 1024 отсчетам сигнала. В таком приемнике кортеж частот, измеренных

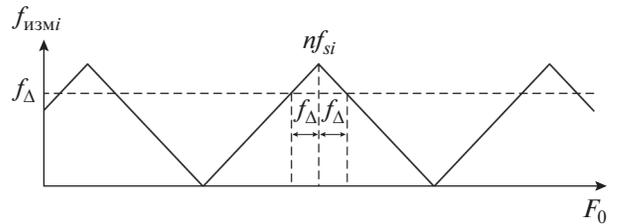


Рис. 2. Зависимость частоты $f_{измi}$, измеренной в первой зоне Найквиста i -го канала, от входной частоты F_0 .

в первой зоне Найквиста, $\langle f_{изм1}, f_{изм2}, f_{изм3} \rangle$ ($f_{изм1} \approx 750.4$ МГц, $f_{изм2} \approx 49.2$ МГц и $f_{изм3} \approx 849.8$ МГц) соответствует сигналам с частотами 14350, 16250, 17950, 48850 МГц и др. Отличить указанные частоты друг от друга невозможно. Соответственно, НОЧ-2 приводит к промахам определения частоты. Но, в отличие от НОЧ-1, промахи появляются при измерении частот в диапазоне ниже F_k .

2.3. Неоднозначность третьего типа

При приеме множества различных по частоте, но совмещенных во времени сигналов может возникнуть НОЧ третьего типа (НОЧ-3).

Механизм возникновения НОЧ-3 поясняется на примере трехканального приемника. Одиночному сигналу на частоте F_1 в i -м канале приемника соответствует своя частота в первой зоне Найквиста $f_{измi}$ (рис. 3). Таким образом, этому сигналу соответствует кортеж $\langle f_{изм1}, f_{изм2}, f_{изм3} \rangle$. При наличии на входе нескольких сигналов невозможно понять, каким входным частотам соответствуют те или иные кортежи. Более того, при попытке определить истинные частоты перебором возможных кортежей $f_{измi}$ возможно нахождение кортежей, состоящих из значений $f_{измi}$, полученных от разных сигналов на входе приемника.

Так, сигналы с частотами F_1 и F_2 формируют соответствующие им кортежи частот в первой зоне Найквиста $\langle f_{изм11}, f_{изм21}, f_{изм31} \rangle$ и $\langle f_{изм12}, f_{изм22}, f_{изм32} \rangle$ (рис. 4). На рисунке для примера выделен кортеж, соответствующий сигналу с частотой F_1 . Однако частоты в первой зоне Найквиста могут сформировать и такой кортеж частот, который будет соответствовать несуществующей (фантомной) частоте на входе приемника.

Например, на рис. 5 показан кортеж частот $\langle f_{изм12}, f_{изм21}, f_{изм32} \rangle$, сформированный сигналами на частотах F_1 и F_2 . Этому кортежу соответствует фантомная частота F_3 . В то же время в первой зоне Найквиста обнаружены два сигнала, поэтому

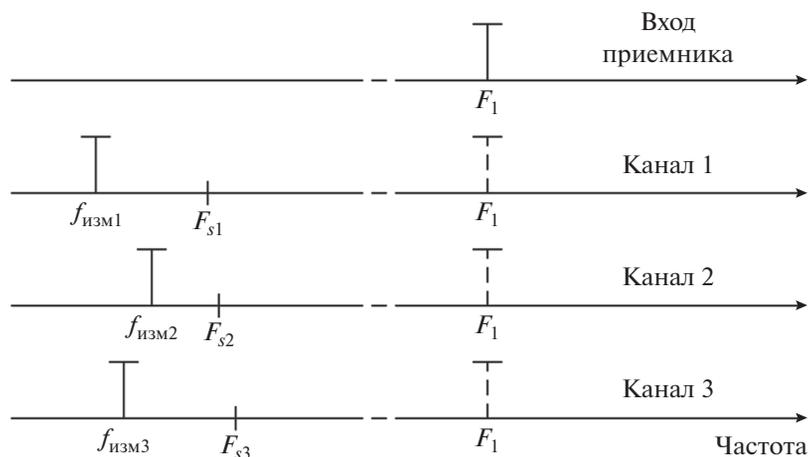


Рис. 3. Частоты $f_{измi}$ в первой зоне Найквиста, соответствующие одиночному входному сигналу с частотой F_1 .

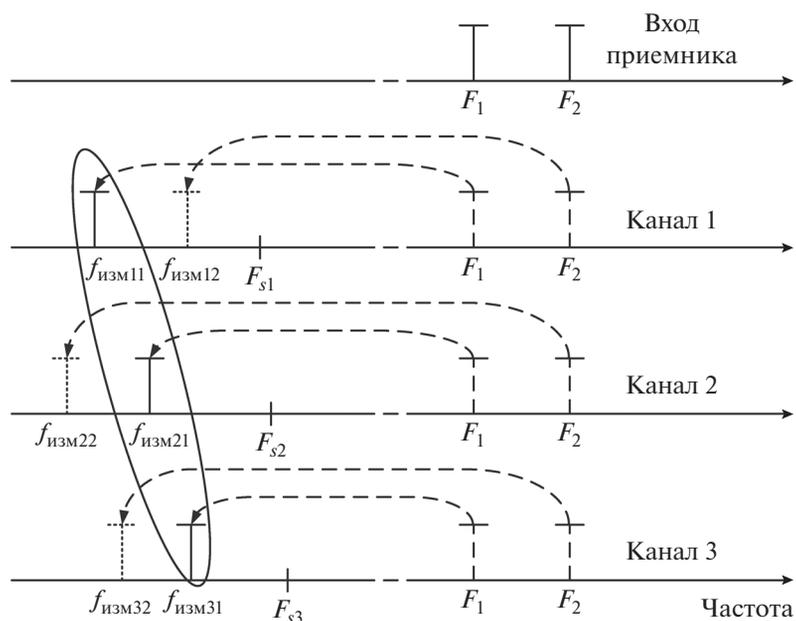


Рис. 4. Частоты $f_{измi1}$ и $f_{измi2}$ в первой зоне Найквиста, соответствующие входным сигналам с частотами F_1 и F_2 .

возникает необходимость выбора двух из трех частот. Соответственно, определение фантомной частоты F_3 может привести к промаху при измерении частоты F_1 или F_2 .

2.4. Неоднозначность четвертого типа

Возникновение гармоник мощных сигналов в нелинейных элементах приемного тракта приводит к НОЧ четвертого типа (НОЧ-4).

Для МШУ величину возникающей на выходе второй гармоники можно оценить по значению приводимой для некоторых МШУ точки пересечения второго порядка OIP_2 для выходного сигнала.

Например, для МШУ НМС8412 с диапазоном рабочих частот (ДРЧ) 0.4...10 ГГц согласно данным производителя (<https://www.analog.com/media/en/technical-documentation/data-sheets/hmc8412chips.pdf>) типовое значение OIP_2 составляет 38 дБм при мощности выходного сигнала $P_{вых} = 0$ дБм. Тогда согласно выражению $OIP_2 = P_{вых} + IM_2$ (<https://www.minicircuits.com/app/AN0-39.pdf>) уровень второй гармоники составляет 38 дБн (IM_2 – уровень интермодуляционной составляющей второго порядка относительно несущей). Для ряда других МШУ эта величина еще ниже (например, для НМС8410 уровень второй гармоники составляет 25 дБн).

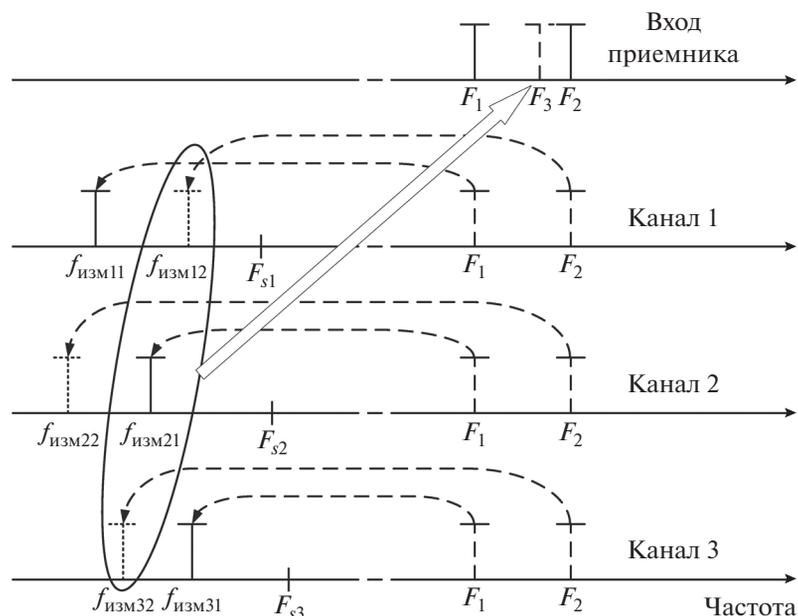


Рис. 5. Иллюстрация перепутывания сигналов в первой зоне Найквиста и определения фантомной частоты F_3 .

Приведенные примеры соответствуют полученным на практике результатам. Согласно [23] в широкополосном приемнике с МШУ на входе уровень второй гармоники составляет 30...40 дБн.

По данным ведущих мировых производителей электронных компонентов, таких как Teledyne Technologies, Texas Instruments и Analog Devices, типовой уровень второй и третьей гармоник быстродействующих широкополосных АЦП составляет не менее 50...70 дБн. Это можно показать на примере соответствующих АЦП этих фирм EV12AD550B (<https://www.teledyne-e2v.com/shared/content/resources/File/documents/broadband-data-converters/EV12AD550/EV12AD550B%20Data-sheet.pdf>), ADS54J40 (<https://www.ti.com/lit/ds/sym-link/ads54j40.pdf>) и AD9694 (<https://www.analog.com/media/en/technical-documentation/data-sheets/ad9694.pdf>). Причем уровень гармоник повышается с ростом частот входного сигнала и дискретизации.

Устройство выборки-хранения (УВХ) также вносит паразитные гармоники в спектр сигнала. Их подавление существенно ухудшается с ростом частоты входного сигнала. Например, для УВХ НМС661LC4В при увеличении частоты входного сигнала с 1 до 12 ГГц подавление паразитных гармоник уменьшается с 68 до 33 дБ (<https://www.analog.com/media/en/technical-documentation/datasheets/hmc661.pdf>).

К этому же типу НОЧ следует отнести и частотные составляющие, возникающие при интермодуляционных искажениях в многосигнальном режиме. Оценить уровень этих составляющих можно на примере приведенного выше МШУ

НМС8412. Для него типовое значение точки пересечения третьего порядка по выходу $OIP_3 = 32$ дБм при мощности выходного сигнала $P_{\text{вых}} = 0$ дБм. Следует отметить, что приведенное значение OIP_3 является достаточно высоким для широкополосных МШУ СВЧ-диапазона [24]. В соответствии с выражением $OIP_3 = P_{\text{вых}} + 0.5IM_3$ (<https://www.minicircuits.com/app/AN0-39.pdf>) уровень интермодуляционной составляющей третьего порядка относительно несущей $IM_3 = 64$ дБн. Однако выходная мощность данного МШУ в точке однодецибелной компрессии составляет $P_{1\text{дБ}} = 19$ дБм. При такой мощности уровень интермодуляционных составляющих достигает 32 дБн.

На практике эффективный динамический диапазон (ДД) 14-разрядного АЦП составляет не менее 60 дБ (<https://www.analog.com/media/en/technical-documentation/data-sheets/ad9694.pdf>). Поскольку все паразитные составляющие попадают в первую зону Найквиста, их невозможно алгоритмически исключить из первичной обработки. Соответственно, ДД приемника фактически ограничен величиной паразитных составляющих в спектре обрабатываемого сигнала. Согласно приведенным выше данным наибольший вклад вносят МШУ и УВХ. При полосе приемника 20 ГГц они могут ограничивать его ДД до 30...40 дБ.

При обеспечении узкого ДРЧ, в котором исключено возникновение второй гармоники, ДД приемника в односигнальном режиме может быть увеличен до 60 дБ и выше. Однако в многосигнальном режиме ДД ограничится величиной интермодуляционных составляющих, которая,

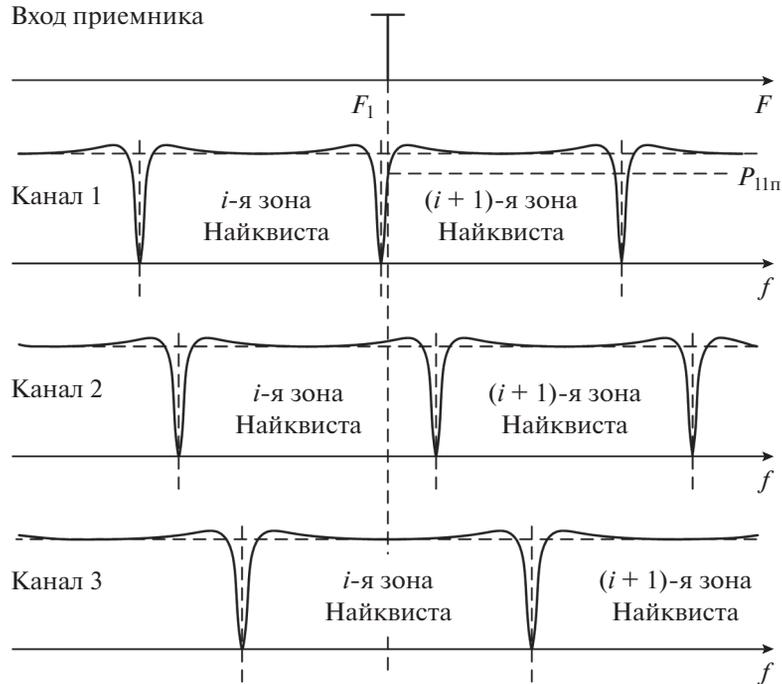


Рис. 6. Пропуск сигнала на частоте F_1 при попадании в смежную область соседних зон Найквиста первого канала приемника.

как показано выше, в зависимости от уровня входного сигнала изменяется приблизительно от 30 до 60 дБн.

Закономерным результатом возникновения НОЧ-4 является повышение вероятности ложной тревоги при превышении уровнем сигнала верхней границы ДД приемника, свободного от паразитных составляющих. Кроме того, при фиксированной пропускной способности приемника по количеству сигналов обнаружение ложных сигналов приводит к перегрузке линий связи и пропуску истинных сигналов.

2.5. Неоднозначность пятого типа

На практике в приемнике с субдискретизацией используется квадратурное преобразование входного сигнала. Формирование квадратур позволяет разбить действительный сигнал на два потока с двукратным уменьшением количества отсчетов. Соответственно, за счет распараллеливания вычислений для обработки требуется меньше ресурсов. Кроме того, квадратурное преобразование позволяет реализовать множество операций над сигналом (например, получение огибающей сигнала для измерения его длительности или анализа закона модуляции).

Для формирования квадратурных составляющих сигнала над ним выполняют следующие преобразования [25]. Спектр сигнала сдвигают вниз по частоте на величину, численно равную частоте

$F_s/4$, где F_s — частота дискретизации. Для исключения из обработки возникающей при этом зеркальной составляющей используют фильтр низких частот (ФНЧ) с шириной полосы пропускания $F_s/4$. То есть полоса пропускания фильтра с учетом области отрицательных частот составляет от $-F_s/4$ до $F_s/4$. После сдвига по частоте составляющие спектра сигнала, лежащие в окрестности нулевой частоты, оказываются вблизи частоты $-F_s/4$, а составляющие, лежащие в окрестности $F_s/2$, — вблизи частоты $F_s/4$. В результате указанные составляющие спектра располагаются вблизи положительной и отрицательной частот среза ФНЧ. Для восстановления несущей частоты сигнала его спектр сдвигают обратно вверх по частоте на величину, численно равную частоте $F_s/4$.

Перечисленные преобразования в приемнике с субдискретизацией эквивалентны тому, что для каждой зоны Найквиста появляется свой полосовой фильтр. При попадании сигнала на стык амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) двух фильтров одного из каналов приемника при недостаточной мощности сигнала он не обнаруживается. Соответственно, однозначное определение частоты становится невозможным.

В качестве примера на рис. 6 проиллюстрировано попадание сигнала на частоте F_1 в смежную область соседних зон Найквиста первого канала трехканального приемника. Обнаружение сигнала и последующее определение частоты возмож-

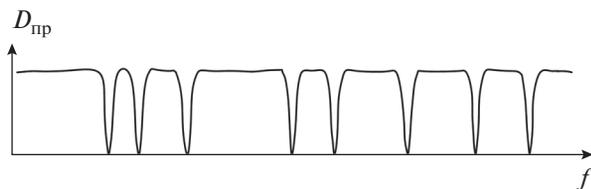


Рис. 7. ДД приемника и АЧХ трех его каналов.

ны, если мощность сигнала на частоте F_1 в первом канале приемника P_{11} не ниже пороговой величины $P_{1п}$. При $P_{11} < P_{1п}$ однозначное определение частоты по кортежу $\langle f_{изм1}, f_{изм2}, f_{изм3} \rangle$ невозможно.

Поскольку для штатной работы приемника необходимо обнаружение сигнала во всех каналах, ДД приемника в каждой точке определяется ДД канала с наименьшим коэффициентом передачи. Таким образом, можно определить свободный от НОЧ-5 ДД приемника $D_{пр}$, который для рассмотренного на рис. 6 примера имеет вид, представленный на рис. 7. Как видно, приемник имеет “провалы” по чувствительности.

2.6. Неоднозначность шестого типа

Следует выделить также возможность возникновения НОЧ из-за воздействия внутрисистемных помех (НОЧ-6). Такой эффект на практике наблюдался в приемнике при просачивании внутриблочных частот в приемный СВЧ-тракт приемника. Это приводило к множественному обнаружению случайных импульсных сигналов в полосе первой зоны Найквиста.

Аналогично НОЧ-4, НОЧ-6 не только повышает вероятность ложной тревоги, но и ввиду передачи помеховых импульсов может перегружать линии связи приемника. Соответственно, в дополнение повышается вероятность пропуска полезного сигнала.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренные примеры возникновения НОЧ в приемнике с субдискретизацией показывают, что НОЧ приводит к промахам при измерении частоты сигнала (НОЧ-1, НОЧ-2, НОЧ-3), ограничивает ДД и ДРЧ приемника (НОЧ-4, НОЧ-5), повышает вероятности ложной тревоги и пропуска полезного сигнала (НОЧ-4, НОЧ-6).

Рассмотренные типы НОЧ дают подробное представление о возможных причинах ошибок определения частоты принятого сигнала в приемнике с субдискретизацией. Полученные результаты целесообразно использовать при проектировании приемных устройств. Так, появляется возможность прогнозирования величины и условий возникнове-

ния ошибок измерения частоты, определения достижимых ДРЧ и входного ДД приемника, свободных от НОЧ различного типа. Понимание причин возникновения НОЧ существенно упрощает отладку приемников на практике.

Таким образом, полученные результаты позволяют обосновать возможные направления модернизации приемника с субдискретизацией, что является предметом дальнейших исследований автора.

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

БЛАГОДАРНОСТИ

Автор выражает благодарность А.В. Смолякову и А.А. Галичиной за замечания и предложения, высказанные при обсуждении материалов статьи, а также М.Ф. Шабанову и И.И. Шпакову за помощь в проведении экспериментов, направленных на исследование описанных типов НОЧ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Егоров Н., Кочемасов В.* // Электроника: НТБ, 2017. № 5. С. 136. <https://doi.org/10.22184/1992-4178.2017.165.5.136.141>
2. *Praneetha R., Raju VVSRN, Sreenivasa Rao E., Singh A.K.* // Int. J. Recent Advances in Engineering Technol. 2015. V. 3. № 9. P. 7.
3. *Tsui J.B.Y., Schamus J.J., Kaneshiro D.H.* // Dig.1997 IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. N.Y.: IEEE, 1997. V. 2. P. 469.
4. *Карманов Ю.Т., Николаев А.Н., Зеленцова Я.Г. и др.* // Вестник ЮУрГУ. Сер. “Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника”. 2014. Т. 14. № 3. С. 11. <https://dspace.susu.ru/xmlui/handle/0001.74/4860>
5. *Sanderson R.B., Tsui J.B.Y.* Digital Frequency Measurement Receiver with Bandwidth Improvement through Multiple Sampling of Real Signals. US Pat. № 5099194. Publ. 24.03.1992.
6. *Tsui J.B.Y., Sanderson R.B.* Digital Frequency Measurement Receiver with Bandwidth Improvement through Multiple Sampling of Complex Signals. US Pat. № 5099243. Publ. 24.03.1992.
7. *Sanderson R.B., Tsui J.B.Y.* Instantaneous Frequency Measurement Receiver with Bandwidth Improvement through Phase Shifted Sampling of Real Signals. US Pat. № 5109188. Publ. 28.04.1992.
8. *McCormick W.S., Tsui J.B.Y.* Frequency Measurement Receiver with Means to Resolve an Ambiguity in Multiple Frequency Estimation. US Pat. № 5293114. Publ. 08.03.1994.
9. *Beharrell G.P.* Digital Electronic Support Measures. EP Pat. № 1618407. Publ. Bulletin 2013/16. 17.04.2013.
10. *Крнев А.Н., Ботов В.А., Горюнов И.С. и др.* Способ расширения полосы частот оценки спектров сигналов. Патент РФ № 2516763. Оpubл. офиц. бюл.

- “Изобретения. Полезные модели” № 14. 20.05.2014.
11. *Tsui J.* Digital Techniques for Wideband Receivers. Raleigh: SciTech Publishing, 2004.
 12. *Huang S., Zhang H., Sun H., et al.* // Signal Processing. 2017. V. 139. P. 96.
<https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2017.04.013>
 13. *Ботов В.А., Горюнцов И.С., Погребной Д.С. и др.* // Системы синхронизации, формирования и обработки сигналов. 2013. Т. 4. № 2. С. 122.
 14. *Ботов В.А., Горюнцов И.С., Погребной Д.С. и др.* // Сб. трудов Междунар. НТК “Системы синхронизации, формирования и обработки сигналов в инфокоммуникациях СИНХРОИНФО 2014”, Воронеж, 29 июня—1 июля 2014. Воронеж: Медиа Паблишер, 2014. Т. 2. № 2. С. 122.
 15. *Лесников В.А., Наумович Т.В., Частиков А.В., Гарш Д.Г.* // DSPA: Вопросы применения цифровой обработки сигналов. 2016. Т. 6. № 2. С. 239. URL: https://www.elibrary.ru/download/elibrary_32721405_33212411.pdf.
 16. *Кондаков Д.В., Космынин А.Н., Лавров А.П.* // XXIII Междунар. НТК “Радиолокация, навигация, связь”: труды конф., Воронеж, 18—20 апреля 2017 г. Воронеж: ВГУ, 2017. Т. 2. С. 481.
 17. *Кондаков Д.В., Лавров А.П.* // Радиотехника. 2019. Т. 83. № 9(13). С. 52.
 18. *Лесников В.А., Наумович Т.В., Частиков А.В.* // Проблемы разработки перспективных микро- и наноэлектронных систем (МЭС). 2020. № 3. С. 194.
<https://doi.org/10.31114/2078-7707-2020-3-194-200>
 19. *Мельников Ю.П., Попов С.В.* // Электромагн. волны и электрон. системы. 2009. Т. 14. № 3. С. 52.
 20. *Подстригаев А.С., Лихачев В.П.* // Журн. радиоэлектроники. 2015. № 2.
<http://jre.cplire.ru/jre/feb15/13/text.pdf>
 21. *Huang X., Bai R., Jin X., Fu H.* // PLoS ONE. 2016. V. 11. № 10. P. e0163871.
<https://doi.org/10.1371/journal.pone.0163871>
 22. *Xiao L., Xia X.G.* // Signal Processing. 2018. V. 150. P. 248.
<https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2018.04.022>
 23. *Подстригаев А.С.* // Современные проблемы проектирования, производства и эксплуатации радиотехнических систем. 2016. № 1(10). С. 147.
 24. *Ganesan S., Sanchez-Sinencio E., Silva-Martinez J.* // IEEE Trans. 2006. V. MTT-54. № 12. P. 4079.
<https://doi.org/10.1109/tmtt.2006.885889>
 25. *Лайонс Р.* Цифровая обработка сигналов. М.: Бинном-Пресс, 2006.

**ПРИМЕНЕНИЕ РАДИОТЕХНИКИ
И ЭЛЕКТРОНИКИ В БИОЛОГИИ И МЕДИЦИНЕ**

УДК 534.6

**ПРИМЕНЕНИЕ АКУСТИЧЕСКОЙ МИКРОСКОПИИ
ДЛЯ ВИЗУАЛИЗАЦИИ СТРУКТУРНЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ
ПРИ РАЗВИТИИ ЭМБРИОНОВ РЫБ**© 2022 г. А. Б. Бурлаков^а, С. А. Титов^{б, *}, А. Н. Богаченков^с^аМосковский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
Ленинские горы, 1, Москва, 119991 Российская Федерация^бНаучно-технологический центр уникального приборостроения РАН,
ул. Бутлерова, 15, Москва, 117342 Российская Федерация^сМИРЭА – Российский технологический университет,
просп. Вернадского, 78, Москва, 119454 Российская Федерация

*E-mail: sergetitov@mail.ru

Поступила в редакцию 21.04.2021 г.

После доработки 21.11.2021 г.

Принята к публикации 25.11.2021 г.

Разработана методика неинвазивной ультразвуковой визуализации процессов эмбрионального развития малых биологических организмов. Создан сканирующий акустический микроскоп с диапазоном рабочих частот 50...100 МГц, позволяющий регистрировать ультразвуковые данные в режиме замедленной съемки и наблюдать *in vivo* трансформации и перемещения структурных элементов эмбриона. С помощью разработанной методики были проведены исследования эмбриона вьюна (*Misgurnus fossilis*), развивающегося непосредственно в иммерсионной ячейке микроскопа. Для 6-й и 15-й стадий развития эмбриона произведены записи данных продолжительностью по 10 мин, демонстрирующие процессы деления и движения клеток. Показано, что на 15-й стадии движение клеток во внутренней и наружной областях клеточного слоя с толщиной 0.1 мм происходит в противоположных направлениях со скоростями приблизительно 0.3 и 0.1 мкм/с соответственно.

DOI: 10.31857/S0033849422040027

ВВЕДЕНИЕ

Эмбрионы низших позвоночных являются общепринятыми модельными организмами для исследований в биологии развития, экологии, фармацевтике и генетике [1]. При исследовании низших позвоночных, таких как рыбы, широко используются методы, основанные на использовании электромагнитного излучения. В подавляющем большинстве случаев исследования проводятся *in vitro* на специально подготовленных образцах. Наблюдать структурные изменения в живом организме, рост и деление клеток, их движение и интеграцию в органы и ткани позволяет оптическая микроскопия. Однако использование оптического излучения имеет ограничения при визуализации внутренних областей эмбриона, вызванные низким контрастом структурных элементов и рассеянием света на оптических неоднородностях. Некоторые методы оптической микроскопии были разработаны для преодоления этих ограничений [1–5]; однако все они так или иначе основаны на использовании излучения высокой интенсивности. Инвазивное воздействие интен-

сивного излучения на живой организм (фототоксичность) представляет собой серьезную проблему при длительном наблюдении развития эмбрионов *in vivo*.

Как было показано в результате многочисленных исследований, незначительное влияние на живой организм оказывает диагностический ультразвук [6]. Акустические методы позволяют визуализировать пространственное распределение изменений упругости, плотности и вязкости объекта. Ультразвуковые приборы широко используются в медицине; однако частотный диапазон медицинских сканеров ограничен из-за глубокого расположения интересующих областей внутри человеческого тела и высокого затухания ультразвука в тканях. В результате пространственное разрешение медицинских сканеров оказывается недостаточным для визуализации эмбрионов рыб, размеры которых не превышают 1...2 мм.

Более высокое разрешение обеспечивает сканирующий акустический микроскоп [7–12]. Его использовали для изучения мелких животных [7], эмбрионов кур и мышей [8–10]. Также недавно с

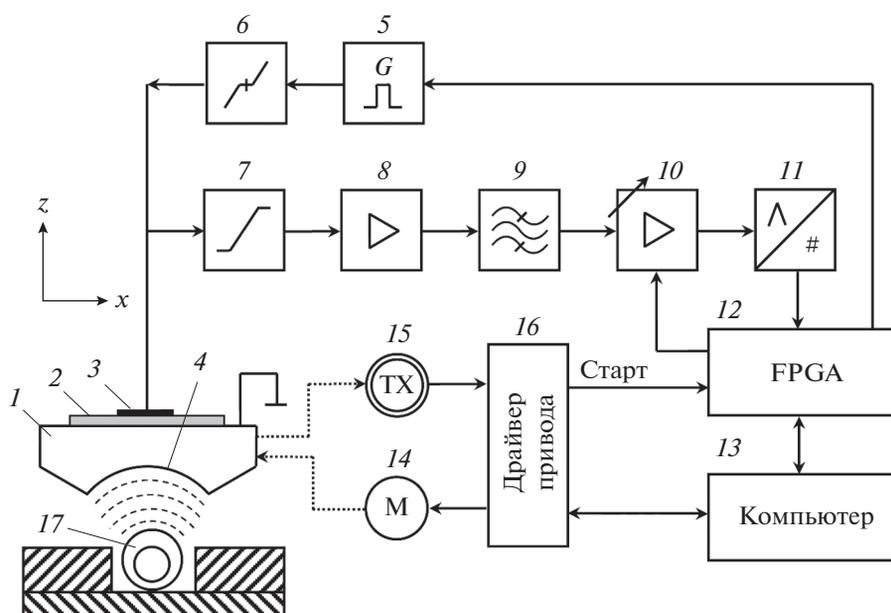


Рис. 1. Структурная схема акустического микроскопа: 1 – звукопровод; 2 – пьезоэлектрическая пластина; 3 – электрод преобразователя; 4 – акустическая линза; 5 – генератор возбуждающих импульсов; 6 – схема подавления шумов генератора; 7 – амплитудный ограничитель; 8 – предварительный усилитель; 9 – полосовой фильтр; 10 – усилитель с регулируемым коэффициентом передачи; 11 – аналого-цифровой преобразователь; 12 – модуль управления; 13 – компьютер; 14 – двигатель; 15 – энкодер; 16 – драйвер привода; 17 – исследуемый объект.

помощью акустического микроскопа были выполнены предварительные исследования по визуализации структуры эмбрионов рыб на некоторых стадиях их развития [11, 12]. Ультразвуковые изображения живых объектов в этих исследованиях формировались с периодом в несколько часов или дней. Такой режим работы микроскопа позволяет наблюдать за общим ростом эмбриона, но не может использоваться для визуализации процессов формирования и движения тканей и отдельных структурных элементов.

Несколько высокочастотных ультразвуковых методов были разработаны для визуализации сердечно-сосудистой системы и измерения скорости кровотока мышей, эмбрионов цыпленка и рыб [13–15]. В этих методах дискриминация сигналов, рассеянных на движущихся элементах крови, происходит в частотной области за счет приобретаемого ими доплеровского сдвига. В данных случаях доплеровский сдвиг достаточно велик для надежного выделения сигналов благодаря значительной скорости крови в этих организмах. Однако скорость перемещения структурных элементов в эмбрионах рыб значительно ниже и доплеровский принцип не может быть использован для исследования их развития.

Данная работа посвящена разработке сканирующего акустического микроскопа с замедленной регистрацией ультразвуковых данных и его применению для изучения развивающейся биологической системы типа эмбриона рыбы.

1. ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

Структурная схема разработанного акустического микроскопа приведена на рис. 1. Центральным элементом прибора является фокусирующий ультразвуковой преобразователь, работающий в эхо-импульсном режиме. Преобразователь излучает в иммерсионную жидкость короткие ультразвуковые импульсы, которые фокусируются внутри исследуемого объекта. Ультразвуковые волны, рассеянные на структурно-упругих неоднородностях объекта, принимаются тем же преобразователем и записываются в цифровом виде. Для формирования изображения объекта осуществляется перемещение преобразователя относительно образца и отображение принятого сигнала в зависимости от пространственной координаты. Данный принцип ультразвуковой визуализации позволяет использовать широкие угловые апертуры сфокусированных коротких ультразвуковых импульсов, что обеспечивает высокое пространственное разрешение в продольном и поперечных направлениях [16]. Вместе с тем механическое сканирование, необходимое для формирования изображений, сопряжено со значительным временем сбора данных. Однако данный недостаток не является решающим при исследовании медленно протекающих процессов развития низших позвоночных.

Ультразвуковой преобразователь разработанного акустического микроскопа состоит из кремниевого звукопровода 1, на металлизированный

торец которого методом холодной сварки в вакууме присоединена пластина 2 из ниобата лития среза $Y+36^\circ$ (см. рис. 1). На свободной поверхности пластины выполнен круглый электрод 3 с диаметром 6 мм, соосно которому на противоположном торце 3 размещена сферическая акустическая линза 4. Толщина пьезопластины составляла 60 мкм, что обеспечивало центральную частоту и относительную полосу частот преобразователя приблизительно 50 МГц и 50% соответственно. Фокусное расстояние преобразователя было равно 5.25 мм, а угловая апертура при использовании воды в качестве иммерсионной жидкости составляла $\theta_0 = 35^\circ$. Поперечная разрешающая способность δx , глубина резкости z_f устройства визуализации, построенного по конфокальной схеме, могут быть оценены на уровне 3 дБ по известным формулам [16]:

$$\delta x = \frac{0.61\lambda}{\sin \theta_0}, \quad z_f = \frac{1.8\lambda}{(\sin \theta_0)^2}, \quad (1)$$

где $\lambda = 30$ мкм – длина волны ультразвука на характерной частоте. Для выбранных параметров линзовой системы они приблизительно равны $\delta x \approx 30$ мкм, $z_f \approx 160$ мкм. Продольная разрешающая способность δz микроскопа в широкополосном импульсном режиме определяется длительностью огибающей принимаемого сигнала τ [17]:

$$\delta z = 0.5\tau C_w, \quad (2)$$

где $C_w = 1485$ м/с – скорость ультразвука в иммерсионной жидкости (воде). Учитывая, что длительность импульса обратно пропорциональна полосе частот преобразователя, можно получить оценку продольной разрешающей способности $\delta z \approx 30$ мкм.

Ультразвуковой элемент возбуждается импульсами с генератора 5, который позволяет получать на выходе импульсы с амплитудой не менее 30 В с регулируемой длительностью 5...50 нс. Между выходом генератора и ультразвуковым элементом включена диодная схема 6 подавления слабых (шумовых) сигналов, которые могут исходить от генератора в режиме приема.

Отраженные ультразвуковые сигналы, характерная амплитуда которых составляет 0.1...1 мВ, поступают в приемный тракт 7–11. Схема ограничения 7, выполненная на диодах, защищает приемный тракт от высоковольтных возбуждающих импульсов и предотвращает его перегрузку. Предварительный усилитель 8 имеет полосу пропускания до 1 ГГц, полосовой фильтр 9 может индивидуально подстраиваться под используемый ультразвуковой датчик, его типичная полоса пропускания 5...200 МГц. Основной регулируемый усилитель 10 имеет на входе цифровой аттенюатор, позволяющий регулировать усиление в диапазоне 50 дБ с шагом 2 дБ. Последним компонентом в приемном

тракте является 12-разрядный АЦП 11 с реальной частотой дискретизации 500 МГц. Цифровой поток с АЦП поступает в модуль управляющей логики – программируемую логическую интегральную схему (ПЛИС) 12. В ПЛИС происходит предварительная обработка данных, например усреднение, фильтрация, также ПЛИС управляет генерацией и параметрами возбуждающих импульсов, реализует регулировку коэффициента усиления в процессе регистрации сигналов, обеспечивает передачу данных в компьютер 13 по высокоскоростному интерфейсу USB 3.0.

Механическое сканирование осуществляется перемещением ультразвукового датчика вдоль осей x, y . С платформой, на которой установлен датчик (на рис. 1 не показана), винтовой передачей связан двигатель 14 и энкодер 15. Характерная односторонняя повторяемость привода составляет 1.5 мкм. Драйвер привода 16 является автономным, имеет независимое управление от компьютера по низкоскоростному интерфейсу USB. Для синхронизации моментов регистрации ультразвуковых сигналов с механическим перемещением используется сигнал “Старт”, вырабатываемый драйвером привода в моменты прохождения заданных координат и иницирующий логику управления 12 на начало процесса регистрации.

Исследуемый организм 17 помещали в иммерсионную ячейку из биоинертного пластика. В ячейке имелась пластина с отверстием, в которой собственно и находился эмбрион. Такая конструкция обеспечивала достаточную иммобилизацию объекта, предотвращая его перемещение от возмущений иммерсионной среды, возникающих при движении преобразователя. Общий вид акустического микроскопа показан на рис. 2.

Эксперименты проводили на эмбрионе выюна (*Misgurnus fossilis*), который является классическим модельным объектом в биологии развития [1, 18]. Самок выюна содержали в холодильнике при температуре 4...5°C. Для ускорения созревания самок применяли гормональную стимуляцию хорионическим гонадотропином при комнатной температуре, получение половых продуктов и искусственное осеменение проводили по стандартной методике [19]. Оплодотворенные яйцеклетки тщательно промывали двумя порциями свежей воды. После этого часть зародышей размещали в термостате с температурой 17°C. Стадии развития определяли по таблицам нормального развития выюна [19]. Отобранный для экспериментов эмбрион помещали в иммерсионную ячейку микроскопа, в которой его исследовали при комнатной температуре в течение времени, достигающего до 10 ч.

Обычно в сканирующем импульсном акустическом микроскопе регистрируется простран-

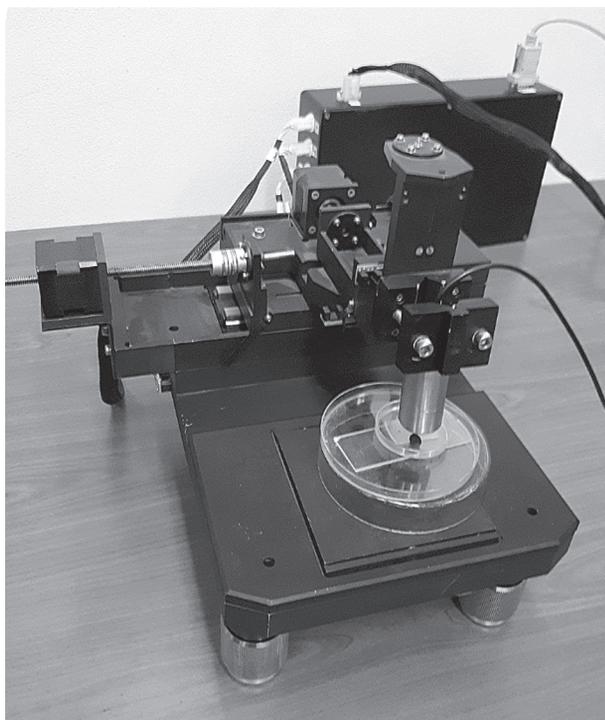


Рис. 2. Общий вид акустического микроскопа.

ственно-временной сигнал вида $s(x, y, t)$, где x , — координаты преобразователя, t — время прихода эхо-сигналов, отсчитываемое в каждой точке от момента излучения зондирующего импульса. При визуализации сигнал s часто отображается градациями серого тона на двумерной диаграмме x, t при некотором выбранном значении y . Получаемые изображения, называемые В-сканами, отображают структуру объекта в плоскости, параллельной вертикальной оси z . Для построения ультразвукового изображения сигнал $s(x, y, t)$ подвергается преобразованию Гильберта G по отношению к временной переменной t , затем рассчитывается огибающая сигнала и для каждой точки находится максимум огибающей во временном окне $[t_1, t_2]$:

$$I(x, y) = \max_{t_1 \leq t \leq t_2} \{ |G[s(x, y, t)]| \}. \quad (3)$$

Изображение $I(x, y)$, традиционно называемое С-сканом, для однородной среды со скоростью звука C_W отображает поперечное распределение отражателей в слое $[z_1, z_2]$, где $z_1 = C_W t_1 / 2$, $z_2 = C_W t_2 / 2$.

Особенностью представляемого в данной работе акустического микроскопа является возможность регистрации пространственно-временного сигнала $s(x, y, t, T)$, где T — “медленное” время, характеризующее процессы, происходящие в исследуемых биологических объектах. Наглядным способом представления изменений в организме является режим замедленной съемки, в котором

сигнал $s(x, t, T)$ записывается при фиксированном значении y , а последовательность кадров $s(x, t)$ воспроизводится в виде анимации. Изображение, формируемое из сигнала $s(x, t, T)$ аналогично (3)

$$W(x, T) = \max_{t_1 \leq t \leq t_2} \{ |G[s(x, t, T)]| \} \quad (4)$$

— показывает временную эволюцию отражательной способности объекта в выбранной области. Наконеч диаграммы вида $s(t, T)$ могут быть использованы для оценки скорости движения неоднородностей в вертикальном направлении.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТА И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Разработанный акустический микроскоп был использован для исследования процессов развития эмбриона выюна. Для исследований были выбраны 6-я и 15-я стадии развития, на которых оказываются ярко выраженными различные функциональные этапы. На 6-й стадии идет процесс образования бластулы, которая представляет собой область из делящихся клеток зародыша. Эта область эмбриона имеет форму шарового сегмента, прилегающую к желтку [1, 18]. На 15-й стадии имеет место процесс гаструляции, выражающийся в интенсивном направленном перемещении клеток вдоль поверхности желтка и в их дифференцировке. В качестве примера на рис. 3а и 3б показаны ультразвуковые изображения $I(x, y)$ эмбриона на 6-й и 15-й стадиях развития соответственно. На рис. 4 приведены соответствующие В-сканы $s(x, t)$, построенные для поперечной координаты $y = 0.9$ мм. При исследованиях клетки зародыша были ориентированы сверху, по направлению к преобразователю. Фокус преобразователя при регистрации данных располагался несколько выше центра эмбриона, положение фокальной плоскости при выбранном начале отсчета задавалось значением $t = 0.4$ мкс. Временное окно $[t_1, t_2]$, применявшееся при построении изображений по формуле (3), было установлено равным 0.3, 0.5 мкс. Положение этого окна на рис. 4 показано пунктирными линиями.

На 6-й стадии развития в изображение (см. рис. 3а) дают вклад только отражения от клеток бластулы В, а желток Y располагается ниже визуализируемого слоя и в изображение вклада не дает. В силу дискретности строения бластулы ее ультразвуковое изображение имеет характерную для биологических тканей спекл-структуру. По мере развития эмбриона происходит распространение клеток вдоль поверхности желтка, бластула становится тоньше, а во временное окно в центре изображения (рис. 4б) попадают ткани желтка. Отражательная способность желтка меньше, чем у клеток, поэтому на изображении $I(x, y)$ (см. рис. 3б) желток выглядит темной областью Y, обрамлен-

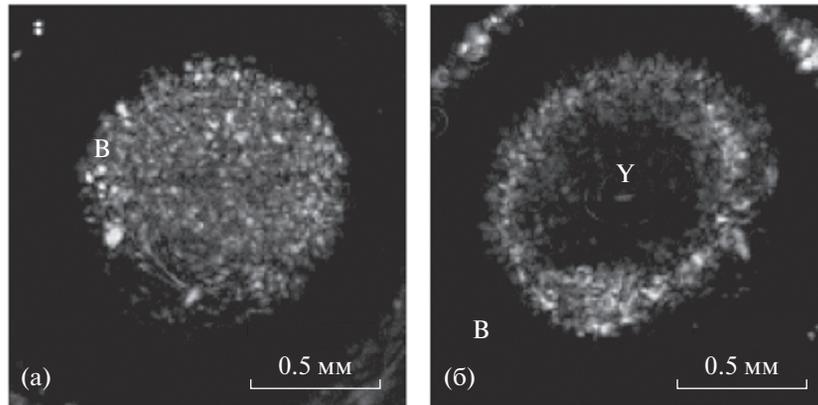


Рис. 3. Ультразвуковые изображения эмбриона на 6-й (а) и 15-й (б) стадиях развития.

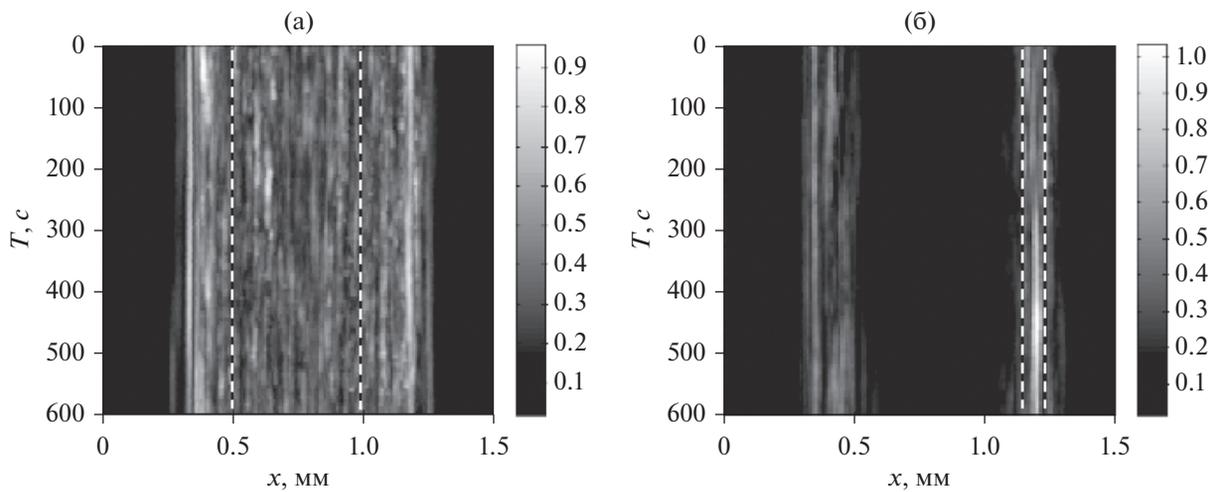


Рис. 4. В-сканы $s(x, t)$ эмбриона на 6-й (а) и 15-й (б) стадиях развития.

ной яркой кольцевой областью отражений от клеток В.

Для исследования процессов развития эмбриона на данных стадиях были записаны сигналы $s(x, t, T)$. Для этого сигналы $s(x, t)$, подобные приведенным на рис. 4, регистрировались с периодом 6 с, реализуя режим замедленной съемки. Полученные наборы из 100 кадров оформлялись в виде анимаций, просмотр которых наглядно демонстрирует движения и трансформации элементов эмбриона.

Изображения $W(x, T)$, построенные согласно (4) на основе записанных пространственно-временных сигналов $s(x, t, T)$, представлены на рис. 5. При построении использовалось то же временное окно, 0.3, 0.5 мкс, что и при формировании изображений $I(x, y)$ (см. рис. 3). Как видно из сравнения приведенных диаграмм, характер изменения сигнала в зависимости от времени T является различным для 6-й и 15-й стадий развития эмбриона.

На рис. 6 и 7 представлены сигналы $s(t, T)$ для нескольких значений координаты x , которые обозначены на рис. 5 вертикальными пунктирными линиями. Как видно из рис. 5а и б, на 6-й стадии имеют место резкие изменения сигнала, но отсутствует направленное движение откликов с течением времени T . Эти особенности могут быть следствием хаотических процессов в бластуле. В некоторых местах, помеченных на диаграммах стрелками, наблюдаемые ультразвуковые отклики внезапно исчезают или появляются. Такое явление может быть объяснено делением клеток или трансформацией их кластеров, которое происходит за время, сравнимое с периодом дискретизации сигнала по времени T (6 с). На 15-й стадии развития изменения структуры сигнала преимущественно происходят в тонком клеточном слое, прилегающем к желтку со всех сторон. Характер поведения сигнала становится более плавными, и в разных частях клеточного слоя наблюдаются преимущественные движения отражате-

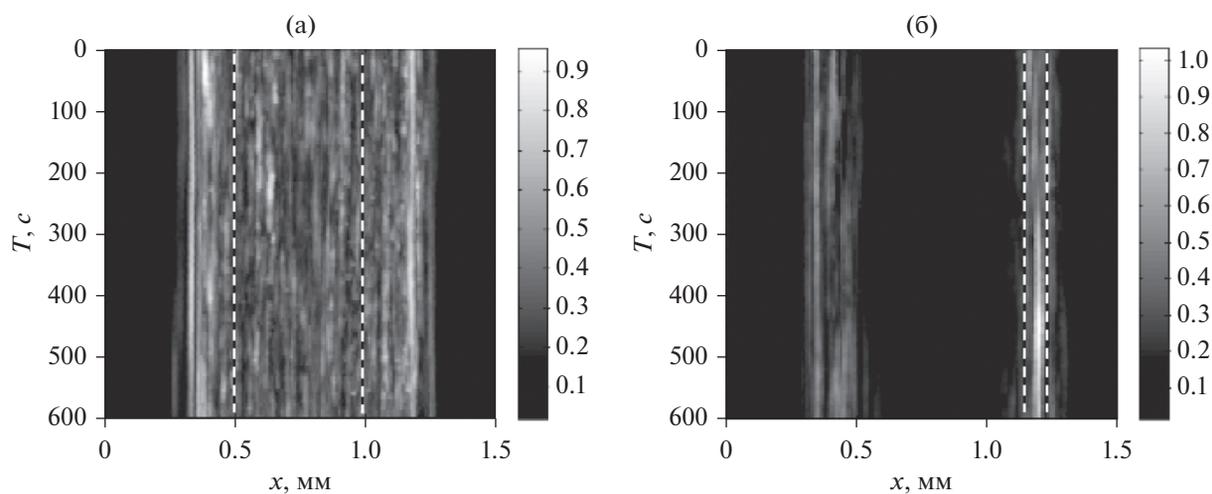


Рис. 5. Диаграммы $W(x, T)$ для 6-й (а) и 15-й (б) стадий развития эмбриона.

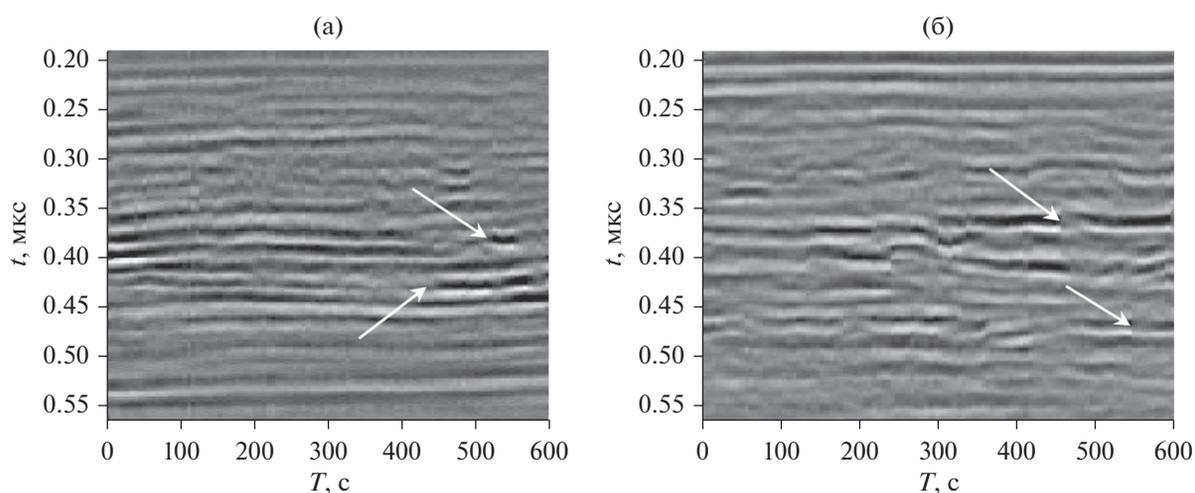


Рис. 6. Сигнал $s(t, T)$ для эмбриона на 6-й стадии развития при $x = 0.5$ (а) и 1.0 мм (б).

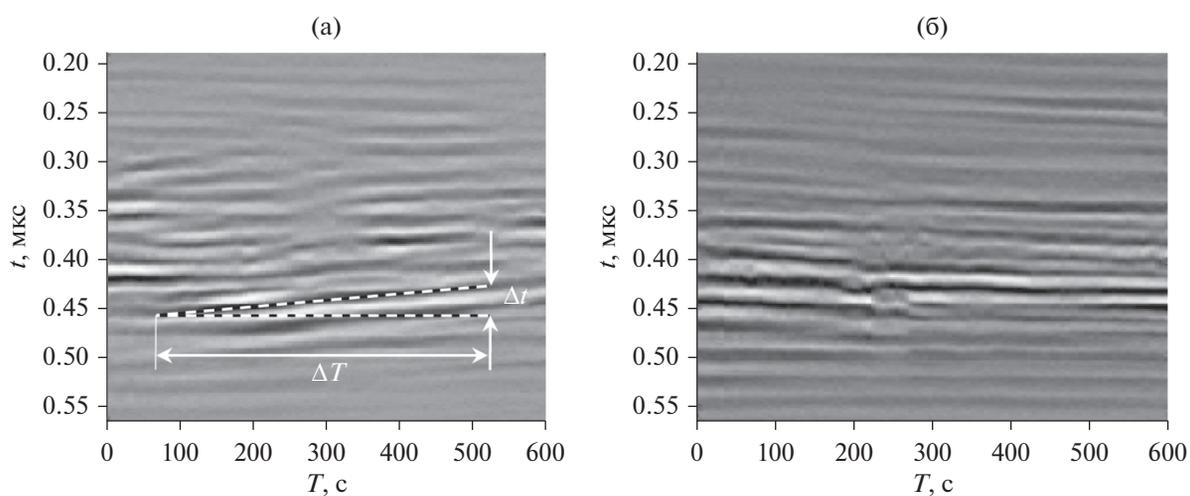


Рис. 7. Сигнал $s(t, T)$ для эмбриона на 15-й стадии развития при $x = 1.15$ (а) и 1.25 мм (б).

лей. Располагая данными диаграммами, можно оценить скорость движения в вертикальном направлении:

$$v = \frac{\Delta t C_{из}}{2 \Delta T}, \quad (5)$$

где Δt — есть изменение задержки ультразвуковой волны, отраженной от подвижного элемента за время ΔT .

В сечении $x = 1.15$ мм, которое соответствует внутренней области клеточного слоя, движение клеток происходит вверх с преимущественной скоростью $v \approx 0.3$ мкм/с. В поверхностной области клеточного слоя происходит изменение направления движения клеток. Для сечения $x = 1.25$ мм оценка вертикальной составляющей скорости движения составляет $v \approx 0.1$ мкм/с. Известно, что движение клеточных структур в разных направлениях и с разными скоростями является характерным для 15-й стадии развития эмбриона [1, 18]. Вместе с тем наблюдение такого движения клеток во внутренних слоях эмбриона *in vivo* и измерение скорости их движения является затруднительным при применении традиционных методов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты ультразвукового исследования живого эмбриона вьюна, полученные по разработанной методике, соответствуют современным знаниям в области биологии развития. Ультразвуковые изображения органов, полученные без какого-либо химического воздействия на исследуемый объект, обладают высоким контрастом. Незначительное воздействие ультразвуковых волн на живые организмы и разработанный в данной работе режим замедленной съемки позволяют длительное время наблюдать за эмбрионами, которые развиваются в иммерсионной ячейке акустического микроскопа. В работе получены результаты по визуализации структурных изменений в клеточной массе в бластуле и оценке скоростей движения структурных компонентов во внутренних и внешних областях клеточного слоя. Подобные сведения трудно или невозможно получить *in vivo* с помощью оптических методов. Использованный нами неинвазивный метод ультразвуковой визуализации позволяет более тонко оценивать морфо-функциональные изменения у эмбрионов в процессе развития. Поскольку существует множество стадий развития эмбрионов низших позвоночных и множество различных явлений, связанных с их развитием, предлагаемую методику можно рассматривать как универсальный, неинвазивный и эффективный инструмент для будущих исследований.

СОБЛЮДЕНИЕ ЭТИЧЕСКИХ НОРМ

Все процедуры, выполненные в исследованиях с участием животных, соответствовали этическим стандартам учреждения, в котором проводились исследования, и утвержденным правовым актам Российской Федерации и международных организаций.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках государственного задания № 0069-2019-0009.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Gilbert S.F., Barresi M.J.F. *Developmental Biology*. N.Y.: Oxford Univ. Press, 2017.
2. Megason S.G. // *Methods Mol. Biol.* 2009. V. 546. P. 317. https://doi.org/10.1007/978-1-60327-977-2_19
3. Swinburne I.A., Mosaliganti K.R., Green A.A., Megason S.G. // *PLoS One*. 2015. V. 10. № 8. P. 0134005. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0134005>
4. Keller P.J., Schmidt A.D., Wittbrodt J., Stelzer E.H.K. // *Science*. 2008. V. 322. № 5904. P. 1065. <https://doi.org/10.1126/science.1162493>
5. Daetwyler S., Günther U., Modes C.D. et al. // *Development*. 2019. V. 146. № 6. P. dev173757. <https://doi.org/10.1242/dev.173757>
6. Szabo T.L. *Diagnostic ultrasonic imaging: inside out*. Amsterdam: Elsevier Academic Press, 2004.
7. Greco A., Mancini M., Gargiulo S. et al. // *J. Biomed. Biotechnol.* 2012. V. 2012. Article ID 519238. <https://doi.org/10.1155/2012/519238>
8. Денисова Л.А., Маев П.Г., Храмова Е.А. и др. // *Технологии живых систем*. 2006. Т. 1. № 3. С. 56.
9. Schellpfeffer M.A., Bolender D.L., Kolesari G.L. // *Ultras. Med. Biol.* 2007. V. 33. № 5. P. 751. <https://doi.org/10.1016/j.ultrasmedbio.2006.10.019>
10. Phoon C.K.L. // *Pediatric Research*. 2006. V. 60. P. 14.
11. Булаков А.Б., Хохлов Д.Д., Мачихин А.С. и др. // *РЭ*. 2020. Т. 65. № 7. С. 717.
12. Burlakov A.B., Khokhlov D.D., Domanskiy V.L., Titov S.A. // *J. Phys.: Conf. Ser.* 2019. V. 1421. № 1. P. 012050.
13. Sun L., Lien C.L., Xu X., Kirk Shung. K. // *Ultras. Med. Biol.* 2008. V. 34. № 1. P. 31. <https://doi.org/10.1016/j.ultrasmedbio.2007.07.002>
14. Ho S., Tan G.X.Y., Foo T.J. et al. // *Ann. Biomed. Eng.* 2017. V. 45. № 10. P. 2309. <https://doi.org/10.1007/s10439-017-1882-9>
15. Tan G.X., Jamil M., Tee N.G. et al. // *Ann. Biomed. Eng.* 2015. V. 43. № 11. P. 2780. <https://doi.org/10.1007/s10439-015-1339-y>
16. Кайно Г. *Акустические волны*. М.: Мир, 1990. С. 208.
17. Smith N., Webb A. *Introduction to Medical Imaging Physics, Engineering and Clinical Applications*. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2011. P. 163.
18. Макеева А.П. *Эмбриология рыб*. М.: Изд-во МГУ, 1992.
19. Костомарова А.А. *Объекты биологии развития*. М.: Наука, 1975. С. 309.

**ПРИМЕНЕНИЕ РАДИОТЕХНИКИ
И ЭЛЕКТРОНИКИ В БИОЛОГИИ И МЕДИЦИНЕ**

УДК 666.189.2

**РАЗРАБОТКА ЛАЗЕРНО-ВОЛОКОННОГО ФЛУОРИМЕТРА
ДЛЯ ИНФРАКРАСНОЙ ЛЮМИНЕСЦЕНТНОЙ ДИАГНОСТИКИ РАКА**

© 2022 г. И. П. Шилов^а*, Г. Л. Даниелян^б, С. В. Маречек^а, Л. Ю. Кочмарев^а, Е. П. Новичихин^а

^аФрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
пл. Введенского, 1, Фрязино, Московской обл., 141190 Российская Федерация

^бИнститут общей физики им. А.М. Прохорова РАН,
ул. Вавилова, 38, Москва, 119991 Российская Федерация

*E-mail: laserlab@ms.ire.rssi.ru

Поступила в редакцию 21.04.2021 г.

После доработки 18.05.2021 г.

Принята к публикации 30.05.2021 г.

Разработан опытный вариант лазерно-волоконного флуориметра для люминесцентной диагностики рака кожи и слизистых оболочек, работающий в ближнем ИК-спектральном диапазоне (900...1100 нм). Рассмотрены основные элементы устройства: компактный полупроводниковый источник лазерного излучения на рабочей длине волны 405 нм, высокочувствительный оптоэлектронный блок, ноутбук с разработанной программой, высокоапертурный волоконно-оптический зонд (числовая апертура до 0.32). Показано, что данный прибор, работающий совместно с фармацевтической композицией типа “Флюроскан” на основе дикалиевой соли итербиевого комплекса 2,4-ди(α-метоксиэтил)дейтеропорфирина IX, обеспечивает достижение высоких значений люминесцентного диагностического контрастного индекса новообразование/нормальная ткань (вплоть до 50 единиц).

DOI: 10.31857/S003384942204009X

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время основным методом лазерной медицинской визуализации и анализа биотканей на наличие новообразований (доброкачественные, злокачественные опухоли) является лазерный флуоресцентный анализ. Флуоресценция соответствует разрешенному оптическому переходу со сравнительно малым (наносекунды) временем жизни, возникает после поглощения света и связана с электронным переходом из возбужденного состояния молекулы в основное состояние. Интенсивность флуоресценции пропорциональна концентрации и квантовому выходу флуоресценции поглощающих молекул [1]. Флуоресцентная спектроскопия применяется для анализа большого числа различных объектов: от индивидуальных биохимических образцов до целых органов *in vivo*. Одним из подходов флуоресцентной диагностики (ФД) новообразований является использование специальных вводимых в организм экзогенных флуоресцентных маркеров, накапливающихся в опухолевых и других быстро пролиферирующих биотканях.

Следует отметить, что имеющиеся в настоящее время в распоряжении врачей для проведения процедур ФД спектральные устройства созданы в ос-

новном для спектрального диапазона 600...750 нм, дающего в некоторых случаях ложноположительные результаты из-за присутствия в биотканях эндогенных порфиринов [2]. Эта аппаратура работает с фотосенсибилизаторами (ФС) типа “Фотодитазин”, “Фотофрин”, “Аласенс”, которые при проведении ФД опухолей создают токсичные концентрации синглетного кислорода, разрушающего как больные ткани, так и здоровые. В последнее время появился ряд работ [3, 4], исследующих различные биомедицинские применения, включая диагностику новообразований, где предлагаются фотосенсибилизаторы на основе некоторых лантанидных комплексов порфиринов, люминесцирующих в ближней ИК-области спектра (БИК-люминесценция). К ним относятся комплексы порфиринов на основе Yb, Ho, Er и Nd. При этом у иона Yb³⁺ наиболее высокий внутренний квантовый выход люминесценции (до 4%), благодаря чему он является наиболее перспективным кандидатом на применение в ИК-люминесцентной диагностике (ЛД) новообразований.

Как оказалось, введение иона итербия в центр порфириновой матрицы приводит к резкому снижению фотохимической активности соединения [5], сохраняя при этом свойственную

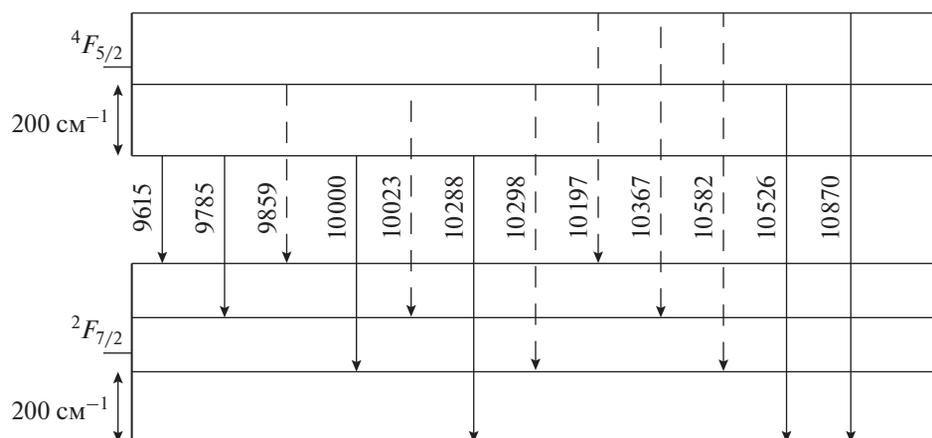


Рис. 1. Электронные переходы между вырожденными энергетическими уровнями иона Yb^{3+} : ${}^4F_{5/2}$ и ${}^2F_{7/2}$.

большинству порфиринов тропность к злокачественным опухолям. Дело в том, что ионы иттербия, введенные в соответствующие производные порфириновых комплексов, в значительной степени снижают квантовый выход генерации синглетного кислорода. В результате фототоксичность у иттербиевых комплексов порфиринов (ИКП) значительно снижается, а при возбуждении π -электронной системы органической части молекулы порфиринов наблюдается люминесценция, обусловленная переходами $4f$ -электронов иона Yb^{3+} : ${}^4F_{5/2} \rightarrow {}^2F_{7/2}$.

Необходимо также подчеркнуть, что Yb^{3+} -ион во всем диапазоне энергий, вплоть до энергий, соответствующих УФ-области спектра, имеет только два энергетических уровня: основной (${}^2F_{7/2}$) и возбужденный (${}^4F_{5/2}$) [6]. При этом электронные уровни ${}^4F_{5/2}$ и ${}^2F_{7/2}$ в свою очередь расщепляются на три и четыре вырожденных уровня соответственно (рис. 1).

По этой причине при возбуждении в диапазоне 300...630 нм $4f$ -люминесценция иона Yb^{3+} в ИКП наблюдается в достаточно широком спектральном интервале БИК-диапазона 920...1080 нм. Наличие многочисленных полос люминесценции в этой области спектра позволяет эффективно контролировать накопление иона Yb^{3+} в опухоли методом БИК-люминесценции в "окне прозрачности" биотканей, где практически отсутствует фоновая люминесценция, обусловленная наличием эндогенных порфиринов.

Наиболее перспективным для биомедицинских диагностических исследований БИК-диапазон является из-за большей глубины проникновения фотонов через биоткань и минимальной аутофлуоресценции в этом диапазоне спектра [7]. Для спектрального БИК-диапазона (800...1100 нм) в настоящее время отсутствует оптоэлектронная аппаратура достаточной чувствительности для

детектирования сигнала люминесценции малой интенсивности.

Цель данной работы – создать опытный образец высокочувствительного лазерно-волоконного флуориметра для люминесцентной ИК-диагностики рака на основе использования ИКП в виде наноконпозиций, которые в диагностических концентрациях не создают токсичных концентраций синглетного кислорода.

1. МЕТОДЫ И МАТЕРИАЛЫ

Лазерно-волоконный флуориметр основан на разработанном ранее методе люминесцентной БИК-диагностики опухолей с использованием ИКП [5, 8]. В основе метода лежат два явления: 1) избирательность накопления люминесцирующего маркера-фотосенсибилизатора в тканях новообразований и возможность его обнаружения по характерной люминесценции на освещаемой лазерным излучением области; 2) различия в интенсивности люминесценции здоровых и патологически измененных тканей при их возбуждении лазерным излучением в ультрафиолетовом диапазоне спектра.

Использование метода ЛД, часто называемого оптической биопсией, предпочтительней традиционной биопсии, требующей удаления нескольких квадратных миллиметров тканевой поверхности и последующего ожидания результатов гистологического исследования.

В БИК-диапазоне спектра наблюдаются две основные люминесцентные полосы – вблизи 930 и 980 нм (наиболее интенсивная) – и многочисленные эмиссионные полосы в спектральном диапазоне 920...1080 нм. В связи с этим является возможность отказаться в конструкции от использования монохроматора, а для сбора интегрального малого сигнала люминесценции использовать весь названный выше спектральный диапазон с помо-

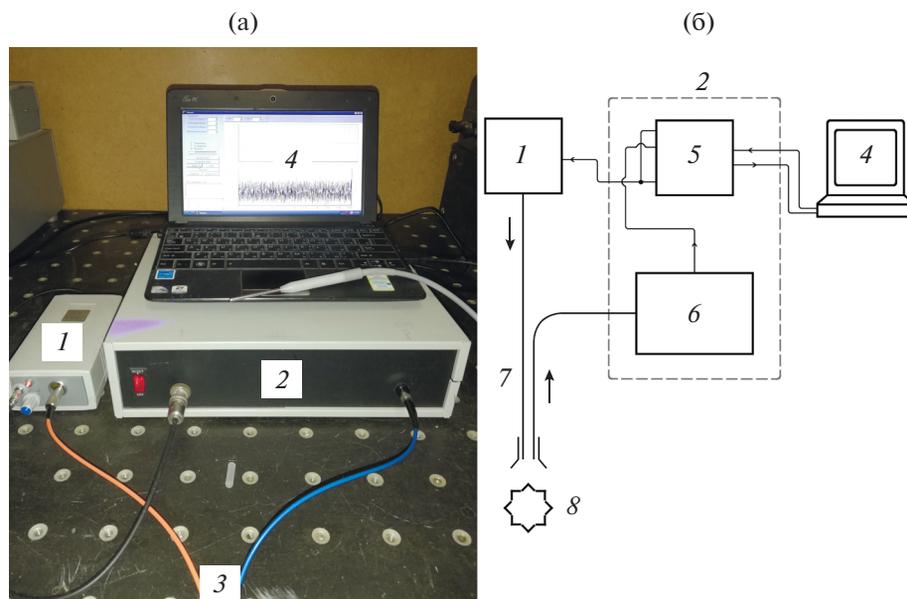


Рис. 2. Внешний вид (а) и блок-схема (б) ЛВФ: 1 – 405-нанометровый источник лазерного излучения, 2 – оптоэлектронный блок (ОЭБ), 3 – волоконно-оптический зонд, 4 – ноутбук, 5 – блок модуляции и оцифровки (БМО), 6 – блок приема сигнала люминесценции, 7 – волоконно-оптический зонд, 8 – биоткань.

шью системы интерференционных фильтров. В качестве диагностикума использовали гель “Флуороскан” (сертификат № РОССRU.0001.510608, совместная разработка РТУ МИРЭА и ФИРЭ РАН). Фармацевтическая композиция (ФК) “Флуороскан” состоит из Yb-комплекса 2,4-ди(α -метоксипропило)дейтеропорфирина IX (дикалиевая соль), люминесцирующего в БИК-области спектра, и различных гелей (кремофор, тизоль) с использованием диметилсульфоксида, глюкозамина и глицерина, обеспечивающих хорошую проникаемость в кожу и слизистые оболочки (так называемые пенетраторы) [9].

2. РЕЗУЛЬТАТЫ

2.1. Лазерно-волоконный флуориметр. Устройство и принцип работы

На рис. 2б представлена блок-схема макетного лазерно-волоконного флуориметра (разработки ФИРЭ им. В. А. Котельникова РАН) для БИК-люминесцентной диагностики опухолей кожи и слизистых оболочек, а на рис. 2а – внешний вид прибора.

Устройство содержит следующие основные элементы (см. рис. 2).

1. Компактный полупроводниковый лазер 405 нм 1, который включает блок питания, драйвер лазерного диода, блок управления драйвером и оптический узел лазерного диода. Оптический узел включает непосредственно лазерный диод, установленный на радиаторе и фокусирующую

оптическую систему, заканчивающуюся оптическим разъемом типа SMA-905.

2. Блок приема сигнала люминесценции 5, основу которого составляет рефокусатор (рис. 3а), а в корпусе размещены линзы, фокусирующие полезный сигнал люминесценции на приемную площадку фотодиодного модуля (рис. 3б).

Между линзами рефокусатора смонтированы две ячейки со сменными интерференционными фильтрами (ИФ). Их диаметр составляет 10...20 мм, а толщина 2 мм. В качестве ИФ были использованы фильтры SL 930-1100, оптическое пропускание которых достигает значений вплоть до 80%. При этом степень блокировки возбуждающего излучения составляет не менее 10^{-6} . Слева к корпусу рефокусатора через разъем SMA-905 крепятся подводные люминесценцию световоды. В правой части рефокусатора размещен детектирующий фотодиодный модуль с предусилителем. Блок приема сигнала люминесценции подробно описан в [10], а на рис. 3б представлена общая схема блока. В качестве фотодиодного модуля был использован модуль S9269 “Hamamatsu” (Япония), обладающий повышенной чувствительностью до 10 фВт.

3. Блок модуляции и оцифровки (4, рис. 2б), как и блок приема, входит конструктивно в состав оптоэлектронного блока и выполняет три основные задачи: 1) формирование меандра на частоте модуляции излучателя (по цифро-аналоговому каналу), 2) регистрация результатов измерений (по аналого-цифровому каналу), 3) обработка результатов. При обработке данных использован метод син-

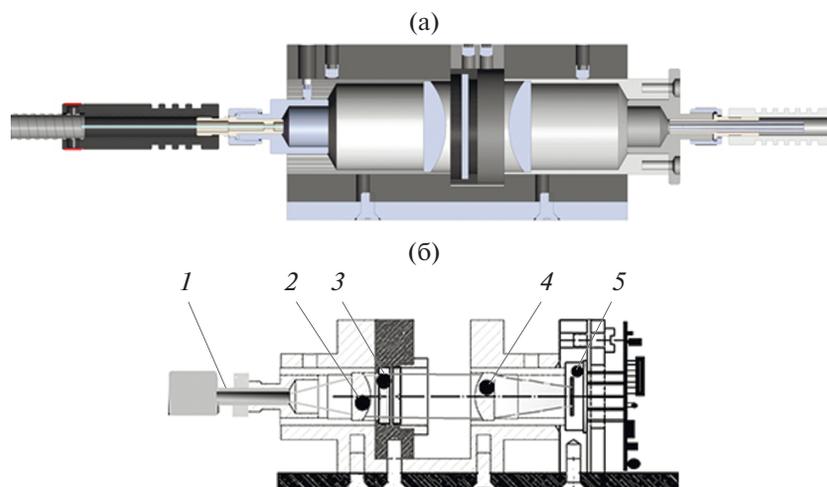


Рис. 3. Общий вид рефокусатора (а) и схема блока приема сигнала люминесценции (б): 1 – оптический коннектор волоконно-оптического зонда (ввод сигнала люминесценции), 2, 4 – короткофокусные линзы из кварца, 3 – интерференционные фильтры, 5 – стыковочный блок фотодиодного модуля с оптической схемой.

хронного детектирования для увеличения отношения сигнал–шум. Интерфейс программы позволяет устанавливать различные параметры для оптимизации измерений. Программа написана и отлажена в среде программирования Delphi, разработана в ИРЭ им. В. А. Котельникова РАН и зарегистрирована в Реестре программ для ЭВМ [11].

4. Одним из основных элементов ЛВФ является волоконно-оптический зонд (ВО-зонд). Известно, что при проведении ЛД опухолей необходимо облучать довольно большие поверхности биообъекта. Чем выше числовая апертура N_A световода, тем больший размер поверхности может быть освещен. При этом можно повысить производительность процесса ЛД.

С целью создания высокоапертурных световодов состава $\text{SiO}_2\text{-F/SiO}_2$ (SiO_2 – сердцевина световода, $\text{SiO}_2\text{-F}$ – светоотражающая оболочка) была разработана лабораторная технология формирования заготовок световодов указанного состава. Заготовки изготавливали на макетной СВЧ-плазмохимической установке (разработка ФИРЭ им. В.А. Котельникова РАН) [12]. Вытяжка из получаемых заготовок осуществлялась по известной технологии с использованием графитовой печи.

Конструктивно зонд представляет собой гексагональную сборку многомодовых световодов (рис. 4а), плотно упакованных в тонкостенную термопластичную полимерную трубку.

Функционально световоды в ВО-зонде разделяются на зондирующие и приемные. С помощью первых к объекту (новообразование биоткани) доставляется возбуждающее люминесценцию лазерное зондирующее излучение, а с помощью вторых собирается люминесцентное излучение и доставляется к блоку приема сигнала люминес-

ценции. На дистальном конце ВО-зонда торцы всех световодов отполированы и расположены в одной плоскости и на нем установлена гайка-наконечник, позволяющая регулировать расстояние до объекта. На другом конце ВО-зонда зондирующие и приемные световоды разделены и закреплены в двух оптических разъема типа SMA-905.

Приемные волокна зонда были сформированы путем перетяжки заготовки кварцевого световода состава $\text{SiO}_2/\text{SiO}_2\text{-F}$. Заготовка была получена с использованием метода плазмохимического СВЧ-осаждения при пониженном давлении, а также метода “штабик в трубке”. Сердцевины этих световодов были изготовлены из суперсухого кварцевого стекла типа “Heraeus”, Германия (стекло типа WF), с содержанием гидроксил-ионов менее 1 ppm. Вытяжка волокон из заготовок осуществлялась по технологии, предусматривающей нанесение защитного покрытия на волокно, вытягиваемое из расплавов термопластов фильерным способом. В качестве защитного покрытия применялся полиамид П-12, а также сополимер тетрафторэтилена с этиленом марки “Tefzel”. Диаметр сердцевины (SiO_2) составил около 200 мкм, диаметр светоотражающей оболочки ($\text{SiO}_2\text{-F}$) – 220 мкм, внешний диаметр защитного покрытия ~280...290 мкм; числовая апертура N_A составила 0.32. В качестве зондирующих световодов ВО-зонда, обеспечивающих подачу лазерного излучения к биообъекту для возбуждения люминесценции, были использованы световоды такого же состава, что и приемные, но с содержанием гидроксил-ионов в сердцевине 1000...1300 ppm (световоды типа UV) с алюминиевым защитным покрытием. Размеры сечения зондирующего световода такие же, как у приемных световодов, а числовая апертура $N_A = 0.30$.

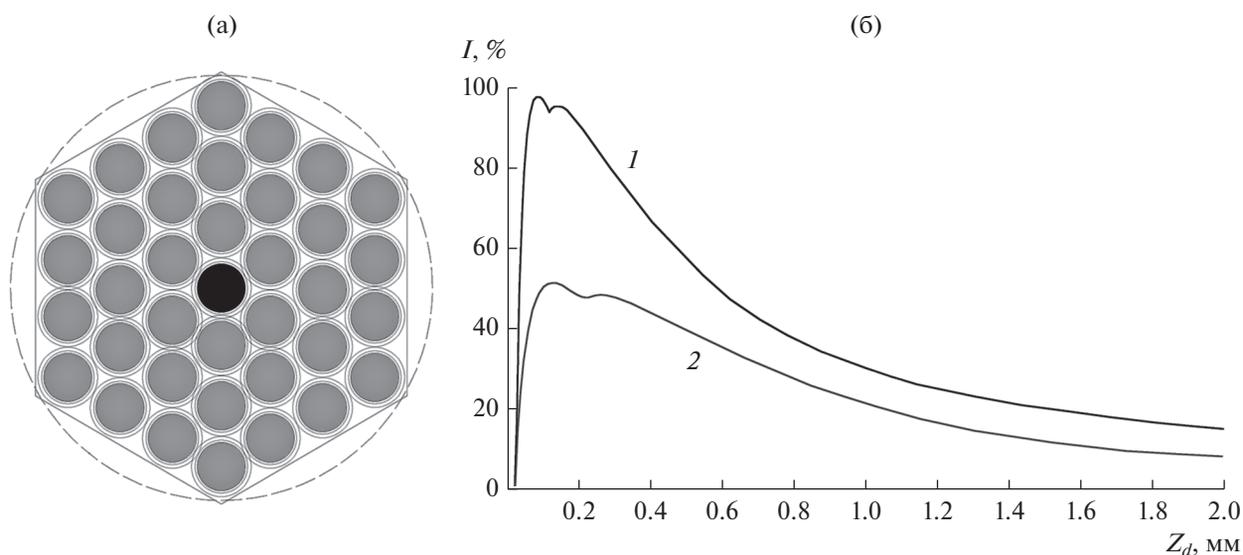


Рис. 4. Гексагональная упаковка световодов на дистальном конце ВО-зонда (а) и зависимость (б) интенсивности люминесценции от расстояния Z_d между дистальным концом зонда и поверхностью биоткани при различной числовой апертуре: $N_A = 0.5$ (1) и 0.22 (2).

Тонкий слой алюминия обеспечивает надежную изоляцию зондирующего световода ВО-зонда от приемных, что принципиально важно при анализе спектров люминесценции. Следует отметить, что в спектральных исследованиях, в частности во флуоресцентной диагностике, применяются, как правило, световоды с чисто кварцевой сердцевиной, так как это исключает появление нежелательных центров окраски при прохождении по ним излучения в ультрафиолетовом и видимом диапазоне спектра.

Проведенное для данной гексагональной укладки из 19 волокон (18 + 1) численное моделирование [13] влияния числовой апертуры световодов на характеристики ВО-зонда показало (см. рис. 4б), что с увеличением числовой апертуры (NA) с 0.22 до 0.5 интенсивность приемного сигнала люминесценции возрастает почти в два раза (при расстоянии от дистального конца ВО-зонда до поверхности биоткани ~ 0.2 мм).

Основные технические характеристики разработанного опытного варианта ЛВФ представлены в табл. 1.

Флуориметр работает следующим образом. Излучение от лазера 1 (см. рис. 2) с регулируемой оптической мощностью (до 10 мВт) через центральный световод волоконно-оптического зонда 6 попадает на исследуемую биоткань 7, в которой селективно накоплен ион иттербия. С помощью блока модуляции и оцифровки 4 обеспечивается модуляция лазерного излучения. Частотой и амплитудой модуляции управляет программа, установленная на ноутбуке 3. Далее малый сигнал ИК-люминесценции иона иттербия после

УФ-возбуждения вместе с фоновыми флуоресцентными сигналами от эндогенных порфиринов и других хромофоров биоткани (флавины, коллагены и т.д.) через приемные световоды ВО-зонда поступает в блок приема сигнала люминесценции 5. Данный блок устраняет попадание на фотодиодный модуль возбуждающего излучения (405 нм), а также фоновой аутолюминесценции, излучающейся в основном в зеленом и красном диапазонах спектра. Выделенный полезный сигнал ИК-люминесценции детектируется и после усиления и оцифровки с помощью аналогоцифрового и цифро-аналогового преобразователей, расположенных в БМО 2, поступает на ноутбук 3 с разработанной программой.

На ноутбуке детектируемый сигнал представляется в виде усредненной за время получения сигнала интегральной интенсивности люминесценции, относящейся к зоне локализации ВО-зонда. Следует отметить, что ЛВФ с его волоконно-оптическим зондом, по сути, можно рассматривать как биомедицинский фотонный локалатор.

2.2. Экспериментальная часть

Для ЛД рака кожи и слизистых оболочек была разработана ФК «Флюроскан», состоящая из Yb-ДМДП (дикалиевой соли), люминесцирующей в БИК-области спектра, и различных гелей (кремофор, тизоль) с использованием диметилсульфоксида, глюкозамина и глицерина [14].

Апробация разработанного ЛВФ была проведена в Государственном научном центре «Лазерная медицина» (ФМБА, Москва) на 34-х пациен-

Таблица 1. Основные технические характеристики ЛВФ

Параметр	Значение
Оптическая мощность лазера, мВт	до 30
Рабочая длина волны лазера, нм	405
Рабочая частота модулирующего сигнала, Гц	20...100
Чувствительность обнаружения препарата, мкгр/кг	10.0
Габариты корпуса ALAS 61.09, мм	80 × 307 × 257
Вес ЛВФ, кг	3
Фильтры SL 930-1100	
Коэффициент пропускания в полосе спектра 930...1100 нм, %	до 80
Коэффициент пропускания в полосе фонового спектра 350...850 нм, %	10 ⁻⁶
Спектральный диапазон измерений, нм	930...1100
Фотодиодный модуль с предусилителем	
Тип модуля (Hamamatsu) S9269	
Пороговая чувствительность, фВт	10
Длина волны максимальной чувствительности, нм	960
Волоконно-оптический зонд	
Тип – многожильный	19 жил
Световоды – кварц-кварц, SiO ₂ + F/SiO ₂	–
Числовая апертура световодов	0.30...0.32

тах-добровольцах с базальноклеточным раком кожи (поверхностная форма). У большинства пациентов имели место множественные и сочетанные поражения кожи. Из них: базалиом без изъязвления – 20, базалиом с изъязвлением – 14. Гель наносился на поверхность новообразований и окружающую здоровую кожу на 30 мин. Затем остатки препарата тщательно удаляли и измеряли

уровень люминесценции для исследования процесса накопления препарата, содержащего ионы иттербия, в патологически измененных и здоровых тканях.

Типичная зависимость интегральной интенсивности люминесценции в случае поверхностной формы базальноклеточного рака кожи от различных ее участков представлена на рис. 5.

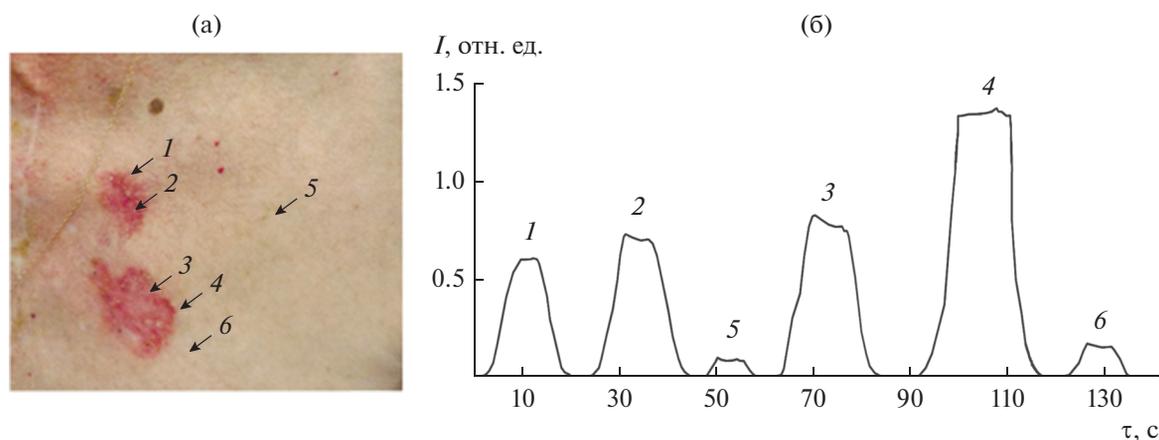


Рис. 5. Базальноклеточный рак кожи (поверхностная форма); фото различных участков кожи, подвергшихся обследованию с помощью ЛВФ (а) и зависимость интегральной интенсивности люминесценции от различных участков кожи (б): 1–3 – участки опухолевого роста без изъязвления; 4 – изъязвления по краю очага, 5 – кожа, не обработанная гелем (внешне здоровая), 6 – неизменная кожа (соседняя с поз. 4, внешне здоровая), обработанная гелем.

Интегральная (в спектральном диапазоне 930...1100 нм) интенсивность люминесценции характеризует накопление ИКП в различных элементах новообразований и областях здоровой кожи, так что с помощью графика можно оценить величину люминесцентного диагностического контрастного индекса (ЛДКИ):

$$\text{ЛДКИ} \sim I_{\text{поз.4}}/I_{\text{поз.6}} = 1.3 \text{ мВ}/0.2 \text{ мВ} = 6.5.$$

В результате исследований было установлено, что уровень люминесценции здоровых участков кожи составлял 0.1...0.2 отн. ед. При этом фиксировалось повышение уровня люминесценции до 0.9...1.5 отн. ед. над очагами рака кожи без изъязвления. Максимальные уровни наблюдались на поверхности эрозированных опухолевых очагов 1.8...3.7 отн. ед.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработан, изготовлен и освоен рядом медицинских учреждений г. Москвы опытный вариант лазерно-волоконного флуориметра для БИК-люминесцентной диагностики рака на основе наноконпозиций с итербиевыми комплексами порфиринов. Данный прибор, совместно с фармацевтической композицией типа “Флюроскан” на основе дикалиевой соли итербиевого комплекса 2,4-ди(α-метоксиэтил)дейтеропорфирина IX, обеспечивает достижение высоких значений люминесцентного диагностического контрастного индекса новообразование/нормальная ткань (~5...50). Чувствительность разработанной аппаратуры позволяет с повышенной точностью определять границы поражений кожи, изучать накопление ФК при воспалительных и пролиферативных процессах.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках государственного задания (тема № 0030-2019-0009).

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы благодарны сотрудникам ГНЦ “Лазерная медицина” Ю.В. Алексееву и М.В. Рябову за проведе-

ние апробации разработанного ЛВФ на пациентах-добровольцах с базальноклеточным раком кожи (поверхностная форма).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Optical Biomedical Diagnostics* / Ed. V.V. Tuchin. Bellingham: SPIE PRESS, 2002. V. 2.
2. *Zaak D., Alexander K., Stepp H. et al.* // *BJU International*. 2005. V. 96. № 2. P. 217. <https://doi.org/10.1111/j.1464-410X.2005.05604.x>
3. *Comby S., Bunzli J.* // *Handbook on the Physics and Chemistry of Rare Earths*. Amsterdam: Elsevier Sci., 2007. P. 217.
4. *Bulach V., Sguerra F., Hosseini M.W.* // *Coord. Chem. Rev.* 2012. V. 256. № 15-16. P. 1468. <https://doi.org/10.1016/j.ccr.2012.02.027>
5. *Ivanov A.V., Romyantseva V.D., Shchamkhalov K.S., Shilov I. P.* // *Laser Phys.* 2010. V. 20. № 12. P. 2056. <https://doi.org/10.1134/s10546660x10220032>
6. *Болдырев К.Н., Попова М.Н., Безматерных Л.Н., Беттинелли М.* // *Квант. электроника*. 2011. Т. 41. № 2. С. 120.
7. *Kumar R., Ohulchanskyu T.Y., Roy I. et al.* // *ACS Appl. Mater. Interfaces*. 2009. V. 1. № 7. P. 1474. <https://doi.org/10.1021/am9001293>
8. *Gaiduk M.I., Grigoryants V.V., Mironov A.F. et al.* // *Photochem. Photobiol. B: Biology*. 1990. V. 7. № 1. P. 15. [https://doi.org/10.1016/1011-1344\(90\)85139-n](https://doi.org/10.1016/1011-1344(90)85139-n)
9. *Алексеев Ю.В., Румянцева В.Д., Шилов И.П. и др.* // *Лазерная медицина*. 2016. № 2. С. 20. <https://doi.org/10.37895/2071-8004-2016-20-2>
10. *Шилов И.П., Даниелян Г.Л., Маречек С.В., Кочмарев Л.Ю.* // *РЭ*. 2021. Т. 66. № 1. С. 96. <https://doi.org/10.1134/s1064226921010095>
11. *Шилов И.П., Рябов А.С., Новичихин Е.П.* Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2018617536, Оpubл. офиц. бюл. “Программы для ЭВМ. Базы данных. Топология интегральных микросхем” № 7 от 26.06.2018.
12. *Бабенко В.А., Кочмарев Л.Ю., Шилов И.П.* // *РЭ*. 2005. Т. 50. № 1. С. 100.
13. *Явелов И.С., Каплунов С.М., Даниелян Г.Л.* Волоконно-оптические измерительные системы. Прикладные задачи. М., 2011. С. 304.
14. *Alekseev Y., Romyantseva V., Gorshkova A. et al.* // *J. Biomed. Opt.* 2017. V. 22. № 9. P. 098001. <https://doi.org/10.1117/1.jbo.22.9.098001>

**ЭЛЕКТРОННАЯ
И ИОННАЯ ОПТИКА**

УДК 537.533

**ТРАНСПОРТИРОВКА ЭЛЕКТРОННЫХ ПУЧКОВ С СЕЧЕНИЕМ,
БЛИЗКИМ К ПРЯМОУГОЛЬНОМУ**© 2022 г. Т. М. Сапронова^а, В. А. Сыровой^{а, *}^аВЭИ – филиал “РФЯЦ – ВНИИТФ им. акад. Е.И. Забабахина”,
ул. Красноказарменная, 12, Москва, 111250 Российская Федерация

*E-mail: red@cplire.ru

Поступила в редакцию 23.12.2020 г.

После доработки 23.12.2020 г.

Принята к публикации 19.10.2021 г.

Исследована задача о транспортировке плотного электронного пучка с “почти прямоугольным” сечением (частный случай – эллиптический контур) без изменения его формы и ориентации. Обсуждается возможность реализации начальных состояний потока на входе в тракт транспортировки, принимаемых обычно в численных моделях траекторного анализа.

DOI: 10.31857/S0033849422030123

**1. РАЗЛИЧНЫЕ ПОДХОДЫ
К ПРОБЛЕМЕ ТРАНСПОРТИРОВКИ**

За последние десятилетия существенно возросло количество публикаций, посвященных ленточным электронным пучкам, в том числе проблеме их транспортировки, в которых, как правило, представлены результаты численного моделирования с использованием коммерческих программ траекторного анализа. В типичных для этого вида публикаций работах [1–4] под транспортировкой понимается исследование эволюции пучка с сечением, напоминающим прямоугольник (торцы обычно выполнены в виде полуокружностей) при инжекции в прямоугольный канал.

Дисбаланс между начальной формой сечения и конфигурацией тракта транспортировки в случае сильного магнитного поля приводит к диокотронной неустойчивости. Отказ от поиска сбалансированных состояний пучка ожидаемым образом не позволяет решить задачу о его распространении без деформации и поворотов начального сечения и в электростатическом случае. Именно в такой формулировке далее будем говорить о проблеме транспортировки, противопоставляя ее изучению распространения несбалансированного пучка в канале заданной формы.

В работах [5–7] численными методами исследованы равновесные конфигурации пучка с закругленными указанным выше способом краями в прямоугольном канале. В [5] это шель или полубесконечный прямоугольник, в [6, 7] – прямоугольное сечение с заданным отношением сторон. Визуально результаты производят впечатление тождественных.

Для подавления диокотронной неустойчивости обычно предлагается усилить магнитное поле, в работе [6] авторы сформулировали способ ослабления деформации сечения за счет стремления к эквипотенциальности контура.

Задача о формировании и транспортировке ленточного пучка относится к категории разномасштабных, как и задача о потоках с высокой компрессией. Изменение интенсивности квадратулы внешнего электрического поля на 1% (об этом будет сказано ниже) приводит к кардинальной перестройке потенциала в пучке. По этой причине все замечания к 3D-пакетам траекторного анализа, обсуждавшиеся в [9] в связи с проблемой теплового зазора и пучков с высокой компрессией, справедливы и по отношению к ленточным потокам.

Существующие расчеты трехмерных электронно-оптических систем носят эмпирический характер, не учитывающий теоретических результатов в этой области. Трудно представить практику расчетов, в которых значение пирсовского угла 67.5° всякий раз устанавливалось бы экспериментально, однако с 3D-оптикой ситуация напоминает указанную. Публикация в Physical Review работы [10], в которой решение задачи о формировании цилиндрического пучка с эллиптическим сечением дано в форме контурного интеграла в комплексной плоскости параметра p с интеграндом в виде бесконечного ряда из произведений радиальных и угловых функций Матье, свидетельствует об осведомленности англоязычного научного сообщества в области 3D-оптики плотных пучков: решение в случае произвольного се-

чения [11], описываемое определенным интегралом, и расчеты формирующих электродов для эллипса и прямоугольника [12–14] получены за 30–35 лет до [10]. Решение [10] вошло также в диссертацию одного из авторов [15].

Теория формирования произвольных трехмерных потоков в общем виде не существует, однако к настоящему времени известны: 1) локальное решение уравнений пучка вблизи произвольной стартовой поверхности в ρ - и T -режимах эмиссии [16, 17]; 2) формирующие электроды для цилиндра и конуса с произвольными сечениями, локально справедливые для пучков с криволинейными траекториями при эмиссии с плоскости и сферы; 3) параксиальные решения внешней задачи для квазицилиндрических потоков, к которым при использовании криволинейных координат относятся практически все встречающиеся на практике варианты. Проблемы формирования подобных течений обсуждаются в обзорной статье [18].

Пакеты траекторного анализа обрабатывают любые постановки, в том числе и не имеющие физического смысла, и при отсутствии соответствующей теоретической подготовки у авторов и пользователей и некритическом отношении к результатам могут порождать абсурдные решения. Примеры подобных ситуаций обсуждаются в [9].

Существует несколько теоретических моделей, позволяющих исследовать трехмерные электронные течения, которые могут приводить к обоснованным начальным состояниям пучка на входе в канал транспортировки. Это трехмерная параксиальная теория релятивистских потоков с произвольным сечением [19], изложение которой можно найти в монографиях [20, 21]; теория потенциальных нерелятивистских пучков с эллиптическим сечением и экранированным катодом [22]; теория вихревых релятивистских эллиптических пучков [23–27], свободная от ограничений [22]; различные варианты теории ленточных пучков [28–34]; геометризованная теория электростатических пучков с произвольным сечением [35, 36]. Модели [19, 22–27, 35, 36] описывают трехмерные потоки, в то время как теория ленточных пучков [28–34] позволяет рассматривать вырезки произвольной конфигурации из двумерных течений. Работа [37] посвящена исследованию возможностей, которые предоставляет теория [19] для формирования и транспортировки “почти прямоугольных” пучков.

Наибольшую сложность при построении теоретических моделей потоков с близким к прямоугольному сечением представляет нахождение аналитического контура и связанной с ним системы криволинейных координат с конформной метрикой. Соотношения между криволинейными и декартовыми координатами должны быть взаимноод-

нозначными на удалениях от пучка, достаточных для эффективного расчета формирующих электродов. На практике можно рассчитывать только на аппарат аналитического продолжения при том или ином параметрическом задании контура, а не на конформное отображение соответствующих областей, которое автоматически решало бы упомянутые выше проблемы.

Примеры нарушения однозначности при аналитическом продолжении границы приводятся в монографиях [20, 21, 29, 38], причем в [38] чисто математическому факту придана неверная физическая интерпретация, то же самое в работах [39, 40]. Однако во всех этих случаях координатная сетка, хотя и неоднозначная в некоторых областях, заполняла всю плоскость.

Вполне приемлемый с точки зрения аппроксимации прямоугольного контура суперэллипс описывается уравнениями

$$x_e = a\sqrt{\cos u}, \quad y_e = b\sqrt{\sin u} \quad (1)$$

и при аналитическом продолжении $u \rightarrow u + iv$ порождает сетку, определенную формулами

$$\begin{aligned} x(u, v) &= \frac{1}{\sqrt{2}}(a\sqrt{m_c + R_c} - b\sqrt{m_s - R_s}), \\ y(u, v) &= \frac{1}{\sqrt{2}}(a\sqrt{m_c - R_c} + b\sqrt{m_s + R_s}); \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} R_c &= \cos u \operatorname{ch} v, \quad I_c = -\sin u \operatorname{sh} v, \quad m_c^2 = R_c^2 + I_c^2; \\ R_s &= \sin u \operatorname{ch} v, \quad I_s = \cos u \operatorname{sh} v, \quad m_s^2 = R_s^2 + I_s^2. \end{aligned}$$

На рис. 1 приведены контур $v = 0$ и сетка u, v , оставляющая незаполненной область между линиями $u = \pm \pi/2$.

В работе [13] построена система координат, связанная с отображением “повышенной гладкости”, которое получается разложением в ряд Лорана функции, отображающей внешность прямоугольника на внешность единичного круга при удержании конечного числа членов:

$$\begin{aligned} x + iy &= c \left(w + \sum_{k=1}^n c_k w^{1-2k} \right), \\ w &= \exp(-v + iu), \quad v \leq 0; \\ c_1 &= \cos 2\gamma, \quad c_2 = -\frac{1}{6}(1 - c_1^2), \\ c_3 &= -\frac{1}{10}c_1(1 - c_1^2), \quad c_4 = \frac{1}{56}(1 - 6c_1^2 + 5c_1^4). \end{aligned} \quad (3)$$

Эта система, которой мы будем пользоваться ниже при проведении расчетов, в качестве границы пучка имеет контур $v = 0$ в виде скругленного прямоугольника (далее – прямоугольник); c – нормировочный множитель, обеспечивающий равенство $y(\pi/2, 0) = 1$ для выбранного n . Попытка использовать в качестве контура линию уровня

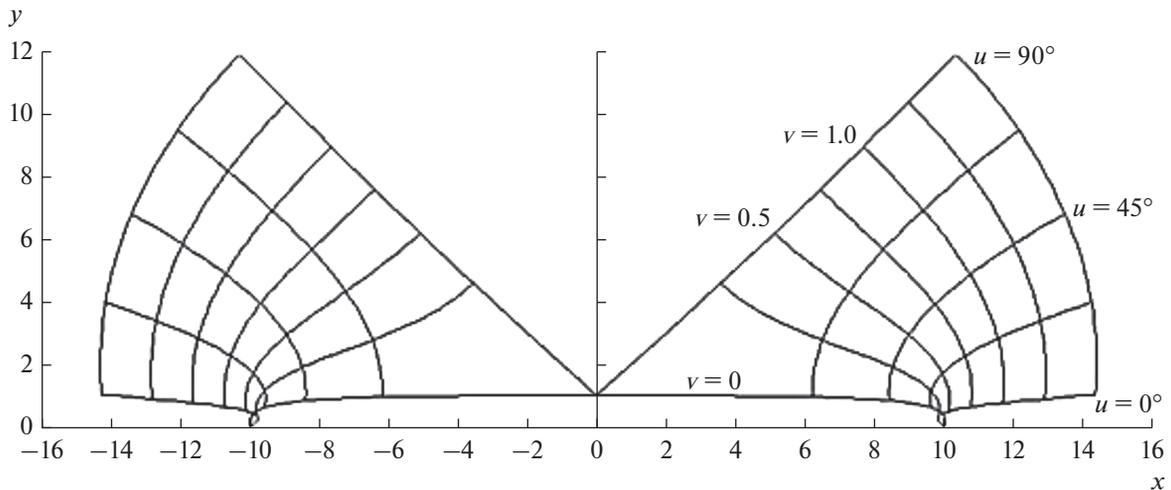


Рис. 1. Координатная сетка u, v , полученная при аналитическом продолжении уравнений суперэллипса.

$v = -\varepsilon$ самого конформного отображения, описываемого интегралом Кристоффеля–Шварца в задаче о формировании цилиндрического пучка, выделенного из плоского диода при эмиссии в р-режиме, не привела к успеху из-за возникновения вблизи скругленного угла эквипотенциалей с изломом, что в физическом плане приводит к необходимости реализации поверхностей с переменным потенциалом [13, 20, 21].

Отметим, что неаналитические контуры с разрывом второй производной, упоминавшиеся выше, приводят к таким же результатам, не замечаемым численными алгоритмами. Дискретизация может скрыть, но не устранить проблемы, существование которых вне зависимости от используемого аппарата обусловлено единственностью решения задачи.

Подходы, отличные от численных моделей, сводятся к двум вариантам. Первый удобно называть моделью закрепленных зарядов [41–48], второй связан с определением параметров пучка при выходе на режим с прямолинейными образующими трубок тока на основании подходов [19, 22–36]. Завершающий этап – определение конфигурации сечения канала, обеспечивающего транспортировку пучка с сохранением его формы и ориентации. Эти же модели определяют характер распределения потенциала в поперечном сечении на входе в тракт транспортировки, назначаемого в программах анализа вне связи с историей формирования пучка.

Все формулы в дальнейшем представлены в нормировке (релятивистской или нерелятивистской), исключаяющей из уравнений пучка все физические постоянные используемой системы единиц [20, 29].

2. МОДЕЛЬ ЗАКРЕПЛЕННЫХ ЗАРЯДОВ

Выражение для потенциала в бесконечном цилиндре с эллиптическим сечением [41, 42], равномерно заполненном пространственным зарядом плотностью ρ , используется во многих работах, иногда после слов “как хорошо известно” [15, 44, 45, 48]:

$$\Phi_i = \frac{1}{4} \rho \left[(x^2 + y^2) - \frac{a-b}{a+b} (x^2 - y^2) \right]. \quad (4)$$

Квадруполь в (4) представляет собой внешнее поле, добавленное к полю пространственного заряда, исходя из желания иметь логарифмическую особенность потенциала вне цилиндра на бесконечности. В работе [46] показано, что в вопросах формирования и транспортировки плотного пучка беспокоиться об асимптотике на бесконечности из-за ограниченности области рассмотрения не имеет смысла, а поведение точного решения даже для осесимметричного цилиндрического пучка, выделенного из потока в плоском диоде, не описывается логарифмической функцией.

Модель неподвижных зарядов в оптике плотных пучков основывается на предположении о продольной скорости, значительно превышающей скорость поперечного распыливания пучка под действием сил пространственного заряда и поперечного внешнего поля. В работе [44] на основе дрейфовой теории показано, что фактором, обеспечивающим выполнение условия $\rho = \text{const}$, может быть сильное продольное магнитное поле. Для случая, когда ларморовский радиус не мал или при отсутствии магнитного поля, остается аргумент малого времени, в течение которого анализируется эволюция пучка.

Определение формы канала транспортировки для потенциала в пучке (4) в работе [15] при $\rho = \text{const}$ или в случае полиномиальной зависимости ρ от эллиптической координаты [45] предсказуемым образом приводило к быстрой трансформации эквипотенциалей в окружности с малым коэффициентом заполнения сечения канала пучком.

В монографии [43] предложен отличный от [41] вариант внешнего квадруполья:

$$\varphi_i = \frac{1}{4}\rho \left[(x^2 + y^2) - \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} (x^2 - y^2) \right], \quad (5)$$

обеспечивающий постоянство потенциала на контуре. В [43] распределение (5) квалифицировано как не представляющее интереса из-за того, что пучок должен был бы распространяться вплотную к стенке канала. В работе [44] показано, что модификация потенциала в пучке за счет новой интенсивности внешнего квадруполья приводит к образованию в лапласовской области сепаратрисы с находящимися под ней эквипотенциалами, которые могли бы определить форму канала транспортировки, однако все эти кривые находятся слишком близко к границе пучка.

В работе [47] отказ от эквипотенциальности контура за счет изменения интенсивности квадруполья на 1% приводит для случая $a/b = 10$, $b = 1$ к почти равномерному расстоянию между каналом транспортировки и пучком (~ 0.3) при отношении значений потенциала в вершинах эллипса $\varphi_a/\varphi_b = 1.52$ и коэффициенте заполнения канала 0.75.

Сохраняя сформулированные выше предположения о справедливости модели, перейдем к рассмотрению пучков с прямоугольным сечением (3). Учтем результаты, относящиеся к эллиптическому контуру, и введем внешнее поперечное электрическое поле, которое определяется содержащим высшие гармоники решением уравнения Лапласа:

$$\begin{aligned} \varphi_i = & \frac{1}{4}\rho(x^2 + y^2) + K_2 R^2 \cos 2\psi + \\ & + K_4 R^4 \cos 4\psi + K_6 R^6 \cos 6\psi + K_8 R^8 \cos 8\psi, \end{aligned} \quad (6)$$

где R , ψ – полярные координаты. Контур пучка $v = 0$ в (3) описывается гармониками вплоть до седьмой включительно в отличие от эллипса с функциями $\cos u$, $\sin u$.

Точное решение задачи определено формулой

$$\varphi = \varphi_i + S, \quad S = -\rho \operatorname{Re} \int_0^v d\eta \int_0^{v-\eta} h^2(u + i\xi, \eta) d\xi, \quad (7)$$

где выражение для квадрата коэффициента Ляме h^2 системы (3) приведено в [37]. В развернутом виде функция S описывается выражением

$$\begin{aligned} S = & -\rho c^2 \left\{ \left[\frac{1}{4} c_1^2 (\exp(2v) - 1) - \frac{1}{2} (c_1^2 - 1)v + \right. \right. \\ & + \frac{1}{4} (\exp(-2v) - 1) + \frac{1}{2} c_1 (1 - \operatorname{ch} 2v) \cos 2u \left. \right] + \\ & + \left[\frac{1}{4} c_1^2 (\exp(6v) - 1) - \frac{3}{2} c_2^2 v - \frac{3}{4} c_1 c_2 \left(\operatorname{sh} 2v + \right. \right. \\ & + \frac{1}{2} \exp(2v) - \frac{2}{3} \exp(4v) + \frac{1}{6} \exp(-2v) \left. \right) \cos 2u + \\ & + \frac{3}{4} c_2 \left(\operatorname{sh} 4v + \frac{2}{3} \exp(2v) - \exp(4v) + \right. \\ & + \frac{1}{3} \exp(-4v) \left. \right) \cos 4u \left. \right] + \left[\frac{1}{4} c_3^2 (\exp(10v) - 1) - \right. \\ & - \frac{5}{2} c_3^2 v - \frac{15}{8} c_2 c_3 \left(\operatorname{sh} 2v + \frac{1}{6} \exp(2v) - \right. \\ & - \frac{4}{15} \exp(8v) + \frac{1}{10} \exp(-2v) \left. \right) \cos 2u - \frac{5}{12} c_1 c_3 \left(\operatorname{sh} 4v + \right. \\ & + \exp(4v) - \frac{6}{5} \exp(6v) + \frac{1}{5} \exp(-4v) \left. \right) \cos 4u + \\ & + \frac{5}{12} c_3 \left(\operatorname{sh} 6v + \frac{6}{5} \exp(4v) - \frac{3}{2} \exp(6v) + \right. \\ & + \frac{3}{10} \exp(-6v) \left. \right) \cos 6u \left. \right] + \left[\frac{1}{4} c_4^2 (\exp(14v) - 1) - \right. \\ & - \frac{7}{2} c_4^2 v - \frac{35}{12} c_3 c_4 \left(\operatorname{sh} 2v + \frac{1}{10} \exp(2v) - \right. \\ & - \frac{6}{35} \exp(12v) + \frac{1}{14} \exp(-2v) \left. \right) \cos 2u - \frac{21}{20} c_2 c_4 \times \\ & \times \left(\operatorname{sh} 4v + \frac{1}{3} \exp(4v) - \frac{10}{21} \exp(10v) + \frac{1}{7} \exp(-4v) \right) \times \\ & \times \cos 4u - \frac{7}{24} c_1 c_4 \left(\operatorname{sh} 6v + \frac{3}{2} \exp(6v) - \right. \\ & - \frac{12}{7} \exp(8v) + \frac{3}{14} \exp(-6v) \left. \right) \cos 6u + \frac{7}{24} c_4 \left(\operatorname{sh} 8v + \right. \\ & + \frac{12}{7} \exp(6v) - 2 \exp(8v) + \frac{2}{7} \exp(-8v) \left. \right) \cos 8u \left. \right] \left. \right\}. \end{aligned} \quad (8)$$

Имея в виду результаты, относящиеся к эллиптическому сечению, подберем коэффициенты в формуле (6) так, чтобы потенциал на границе $v = 0$ при $u = 0$, $\pi/8$, $\pi/4$, $3\pi/8$, $\pi/2$ принимал одинаковые значения. На рис. 2 представлено распределение потенциала $\varphi_e = \varphi_i(u, 0)$ на контуре с $\gamma = 20^\circ$, $a/b = 9.05$, причем величина φ_i осциллирует вблизи $\varphi_i(0, 0)$ с вариацией порядка 6%. На рис. 3 изображены ход эквипотенциалей вблизи точек экстремумов (рис. 3а, 3б); вблизи образования сепаратрисы (рис. 3в) и структура решения на значительных расстояниях от грани-

цы пучка (рис. 3г). Как и в случае с эллипсом, огибающие контур эквипотенциали существуют, однако они слишком слабо удалены от границы.

Для удаления сепаратрисы от контура сечения был принят убывающий закон изменения потенциала от $u = 0$ к $u = \pi/2$:

$$\varphi_e(u_k) = \frac{La - b + (1 - L)R_k}{a - b} \varphi_a, \quad R_k = R(u_k), \quad (9)$$

где L имеет смысл отношения φ_b/φ_a .

На рис. 4а приведено распределение потенциала на границе $v = 0$ при $L = 0.5$; рис. 4б демонстрирует картину кривых $\varphi = \text{const}$ в плоскости u, v , где не приходящие на ось u кривые определяют огибающие контур пучка эквипотенциали. При уменьшении L сепаратриса удаляется от контура; на рис. 4в представлены кривые $\varphi = \text{const}$ при $L = 0.3, 0.5$ вблизи скругленного угла и возле всего контура. Область образования сепаратрисы со значением потенциала $\varphi \approx 1.642$ в координатах u, v изображена на рис. 5а при $L = 0.3$; в плоскости x, y она представлена на рис. 5б. Просвет по осям x, y составляет $\Delta x = 0.06, \Delta y = 1.27$.

На рис. 6 приведена картина поля вблизи контуров, описываемых формулами (3) при уменьшении числа коэффициентов c_k, K_n .

Выше было сказано, что в численных моделях рассматривается распределение потенциала по сечению, пропорциональное либо R^2 , либо y^2 . Для эллиптического пучка в первом (см. (5)) и втором случаях условие $\varphi_i = \text{const}$ при $v = 0$ обеспечивается внешним квадруполем разной интенсивности (рис. 7):

$$K_2 = -\frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}; \quad K_2 = \frac{b^2}{a^2 + b^2}. \quad (10)$$

В силу того, что для $1/2 y^2$ справедливо представление

$$\frac{1}{2} y^2 = \frac{1}{4} R^2 - \frac{1}{4} R^2 \cos 2\psi, \quad (11)$$

потенциал φ_i из (6) для K_2 из (10) различается лишь сдвигом коэффициента K_2 : $K_2 \rightarrow K_2 - 1/4$.

3. УСЛОВИЯ ИНЖЕКЦИИ, ОПРЕДЕЛЯЕМЫЕ ФОРМИРОВАНИЕМ ЭЛЕКТРОННОГО ПОТОКА

Выше было сказано, что относящиеся к прямоугольному каналу как в несбалансированном варианте, так и при определении равновесных конфигураций результаты получены в отрыве от вопроса об источнике, гарантирующем принятое начальное состояние пучка на входе в тракт. Отсутствие подобной гарантии ставит под сомнение

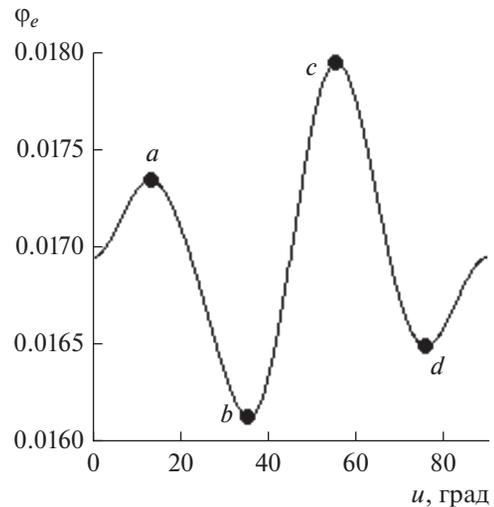


Рис. 2. Распределение потенциала $\varphi_e(u)$ на контуре прямоугольника, $\gamma = 20^\circ$.

полученные выводы. При исследовании этого вопроса в качестве источника электронов естественно рассматривать термоэмиссионный катод.

Параксиальная теория. В работе [37] показано, что параксиальная теория [19] пространственных релятивистских пучков произвольной конфигурации во внешнем магнитном поле при условии сохранения формы сечения пучка требует его ускорения по закону одномерного движения, отличающегося от известного решения учетом поперечных градиентов собственного магнитного поля в уравнении $\text{rot } \vec{H} = \rho \vec{v}$ [49]. Таким образом, пучок, выведенный на этот режим, должен иметь постоянный потенциал не только на контуре, но и во всем сечении. К тому же результату приводит геометризованная модель [35, 36].

Плоскосимметричные пучки. Плоскосимметричные потоки [28–34], допускающие выделение из них фрагмента с произвольным сечением, в равновесном состоянии $f = \text{const}$ имеют плотность пространственного заряда и потенциал, определяемые формулами

$$\frac{\rho}{1 + \tilde{U}} = \Omega_z^2 + \Omega_x^2 - \frac{f_0}{f} \Omega_{z0} \Omega_z, \quad (12)$$

$$\varphi_i = U + V \Omega_x y + \frac{1}{2} \rho y^2,$$

где f – полуширина пучка; ось x направлена по нормали к плоскости течения (z, y) ; $\tilde{\Omega}$ – напряженность магнитного поля; U, V – потенциал и скорость на оси; индекс нуль относит величины к катоду.

При отсутствии продольного поля Ω_z в нерелятивистском случае формулы (12) определяют плоский бриллюэновский поток. Вместе с тем в

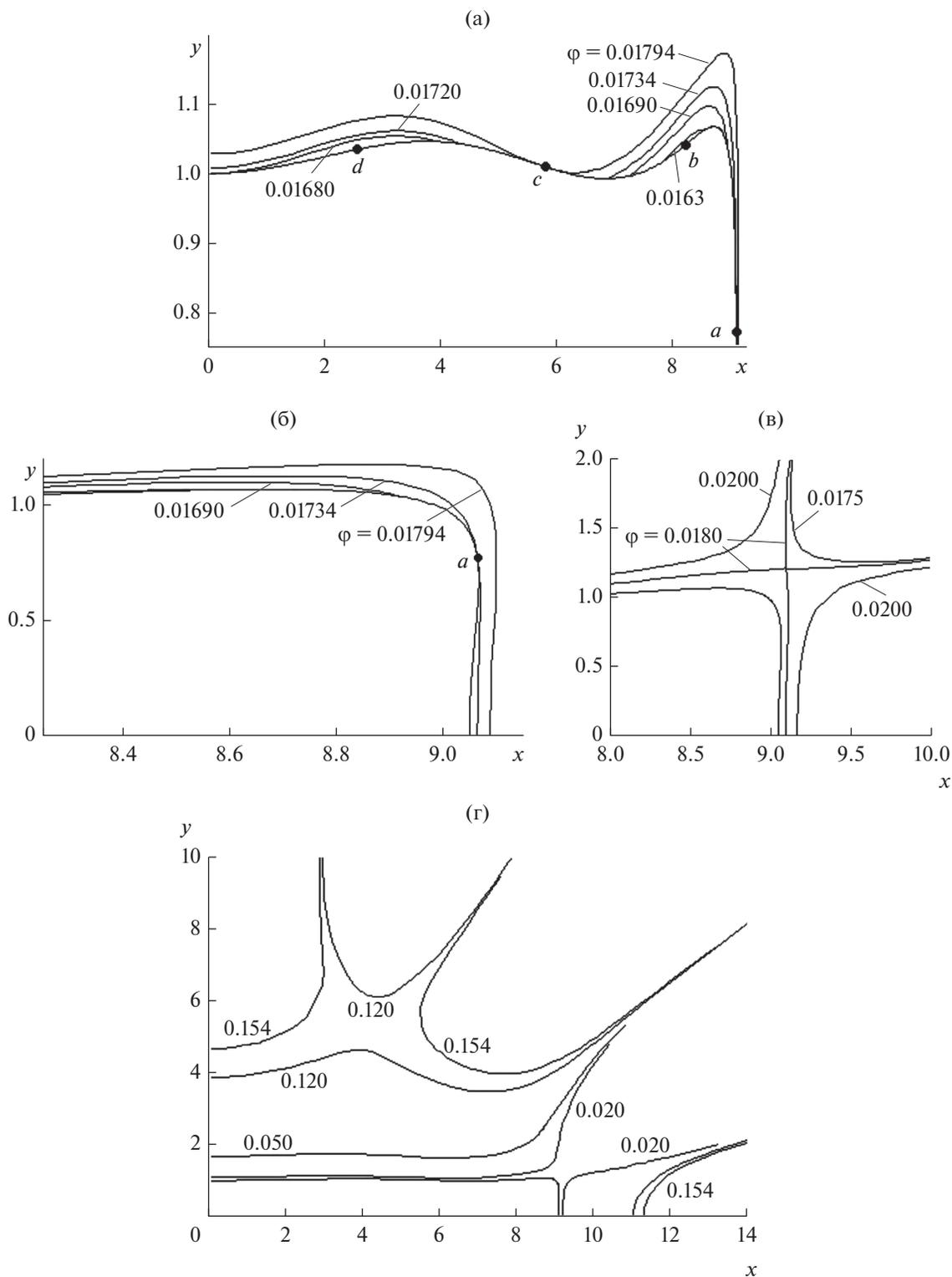


Рис. 3. Эквипотенциалы лапласовского поля для прямоугольника $\gamma = 20^\circ$ с равенством потенциала в пяти точках контура; а, б – картина поля вблизи контура (точки экстремумов и потенциал в них $a - u = 13.5^\circ$, $\varphi = 0.01734$, $b - u = 35.5^\circ$, $\varphi = 0.01612$, $c - u = 55.25^\circ$, $\varphi = 0.01794$, $d - u = 73.75^\circ$, $\varphi = 0.01649$); в – эквипотенциалы в окрестности образования сепаратисты; г – картина поля на больших расстояниях от контура.

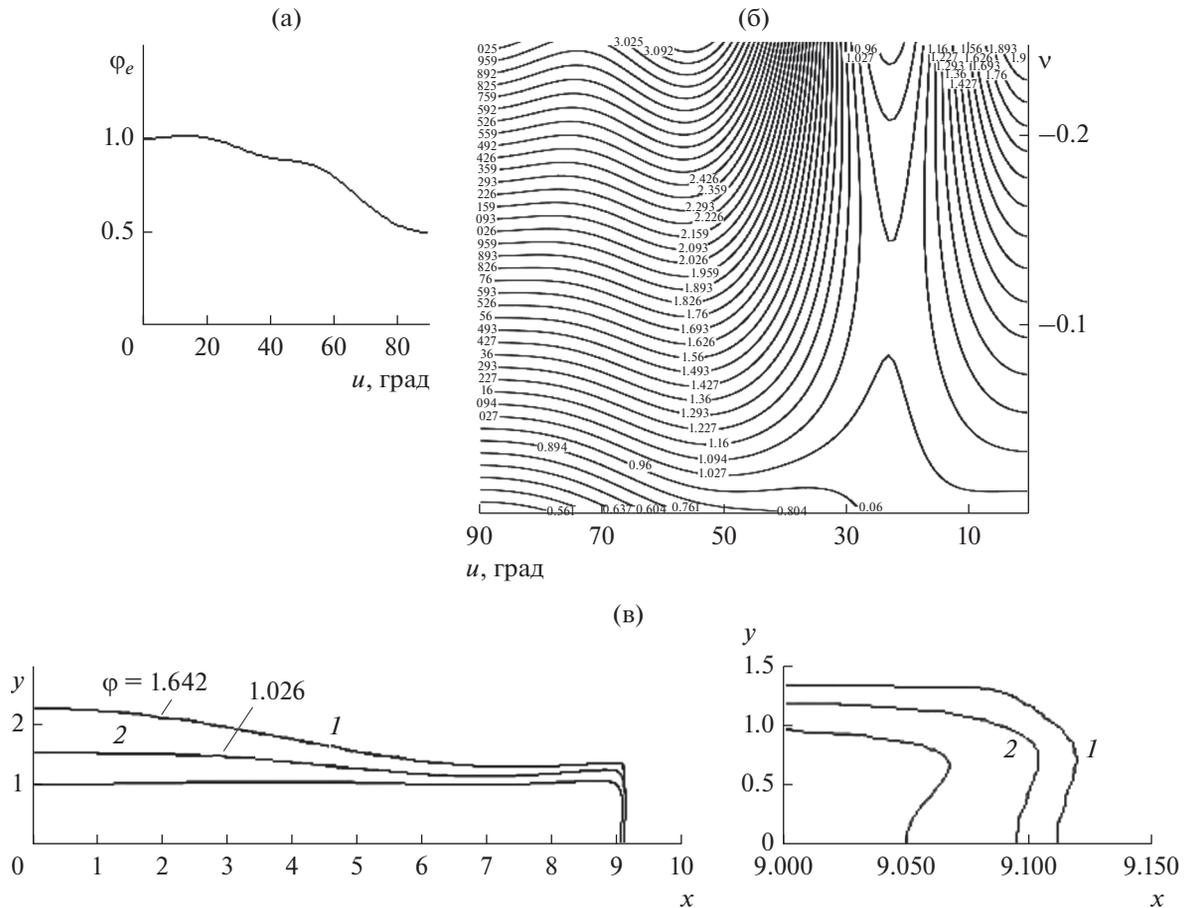


Рис. 4. Эквипотенциалы вне прямоугольного контура при возрастании потенциала $\Phi_a > \Phi_b$; а – распределение потенциала $\Phi_e(u)$ на контуре при $L = 0.5$; б – картина эквипотенциалей в плоскости u, v ; в – конфигурация эквипотенциалей в плоскости x, y : 1 – $L = 0.3$, 2 – $L = 0.5$.

условия равновесия (12) входит релятивистская коррекция, не имеющая отношения к бриллюэновским режимам с учетом только релятивистского интеграла энергии или при учете собственного магнитного поля:

$$\rho = \Omega_x^2 (1 + \Omega_x^2 y^2)^{-3/2}, \quad \rho = \Omega_x \text{ch}(\Omega_x y). \quad (13)$$

В выражении (12) присутствует магнитное поле на катоде, причем параметры равновесного режима связаны с плотностью тока эмиссии J соотношением

$$J = \sqrt{U(2 + \tilde{U})} \left[\frac{f}{f_0} (\Omega_z^2 + \Omega_x^2) - \Omega_{z0} \Omega_z \right]. \quad (14)$$

Сносная скорость v_x деформирует контур пучка на катоде по закону $x \rightarrow \bar{x}$

$$v_x = \frac{1}{1 + \tilde{U}} \left(\frac{f_0}{f} \Omega_{z0} - \Omega_z \right), \quad \bar{x} = x + k(z)y, \quad (15)$$

$$k(z) = \int \frac{1}{\sqrt{U(2 + \tilde{U})}} \left(\frac{f_0}{f} \Omega_{z0} - \Omega_z \right) dz.$$

В случае $k(z) = 0$ сечение не изменяется. При невыполнении этого равенства у начального эллипса не только изменяются полуоси, но и за счет поворота нарушается зависимость от u Φ_i из (12). Прямоугольник переходит в параллелограмм, скругленное описание которого может быть получено по алгоритмам [13, 14].

На рис. 8а, 8б представлены эллиптический и прямоугольный пучки с параболическим распределением потенциала при $k(z) = 0$ и при постоянстве потенциала в сечении, свойственном одномерным потокам.

Эллиптические трубки тока. Для пучка с эллиптическим сечением $\xi = \xi_e$, прямой осью, полуосями a, b и трубками тока $\xi = \text{const}$ связь криволинейных ξ, ψ и декартовых координат x, y в плоскости сечения определена следующими формулами [23–27]:

$$x = (a \cos \psi) \bar{\xi}, \quad y = (b \sin \psi) \bar{\xi}, \quad \bar{\xi} = \xi / \xi_e. \quad (16)$$

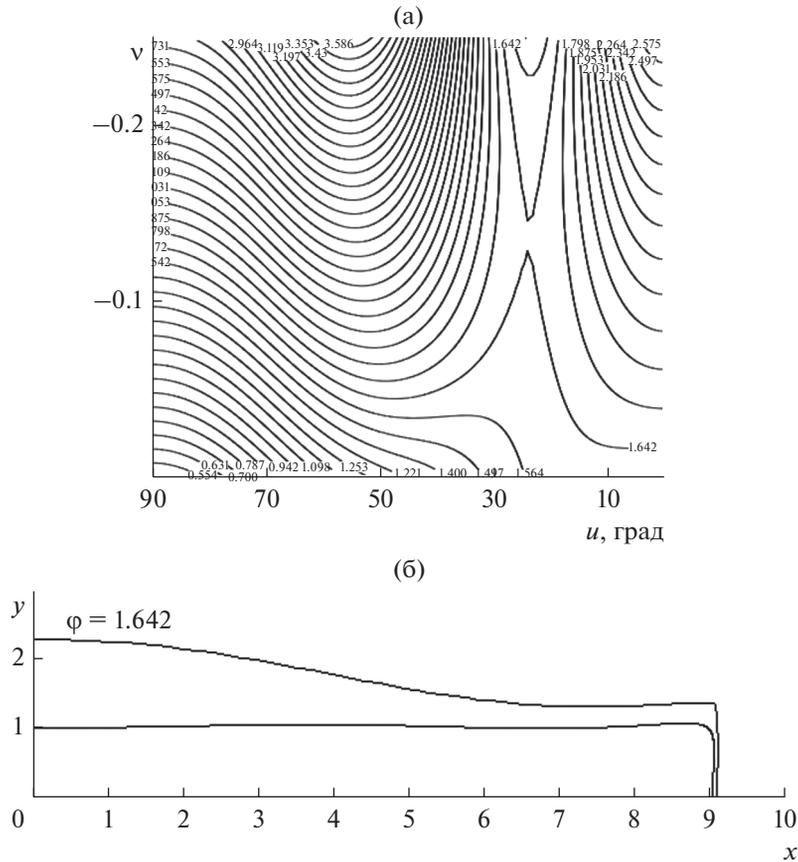


Рис. 5. Параметры сепаратрисы для прямоугольника $\gamma = 20^\circ$, $L = 0.3$; а – область образования сепаратрисы в координатах u, v ; б – сепаратриса, просвет между сепаратрисой и контуром пучка по осям x, y : $\Delta x = 0.06$, $\Delta y = 1.27$ ($a = 9.05$, $b = 1$), координаты “угла сепаратрисы” по осям x, y : $x_s = 9.083$, $y_s = 1.33$.

Обратные соотношения описываются выражениями

$$\begin{aligned} \xi^2 &= \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}, \quad \text{tg}\hat{\psi} = \frac{a}{b} \text{tg}\psi = \frac{ay}{bx}; \\ \cos 2\hat{\psi} &= \frac{b^2x^2 - a^2y^2}{b^2x^2 + a^2y^2}, \quad \sin 2\hat{\psi} = \frac{abxy}{b^2x^2 + a^2y^2}. \end{aligned} \quad (17)$$

Для потенциала в пучке при $U, V = \text{const}$, $\Omega_z, C_{21}, C_{22} = \text{const}$ имеем

$$\begin{aligned} \varphi_i &= U + (\varphi_{20} + \varphi_{2c} \cos 2\hat{\psi} + \varphi_{2s} \sin 2\hat{\psi}) \xi^2, \\ 2\varphi_{20} &= a_0 b_0 \Omega_{z0} W + \frac{1}{2}(1 + \tilde{U})(a^2 + b^2)W^2 + \\ &+ \frac{1}{4}[(a^2 + b^2)\rho \tilde{V} - (a^2 - b^2)C_{21}], \quad (18) \\ 2\varphi_{2c} &= -\frac{1}{2}(1 + \tilde{U})(a^2 - b^2)W^2 + \\ &+ \frac{1}{4}[(a^2 - b^2)\rho \tilde{V} - (a^2 + b^2)C_{21}], \quad 2\varphi_{2s} = -\frac{1}{4}abC_{22}, \end{aligned}$$

где C_{21}, C_{22} – интенсивности квадрупольных в формуле для векторного потенциала:

$$A_z = -\frac{1}{4}\rho \tilde{V}(x^2 + y^2) + C_{21}(x^2 - y^2) - 2C_{22}xy. \quad (19)$$

Функция W представляет собой главный член контравариантной компоненты скорости v^3 , соответствующей “эллиптическому азимуту” $\hat{\psi}$ (аналог угловой скорости в осесимметричном случае)

$$v^3 = W = \frac{1}{1 + \tilde{U}} \frac{ab\Omega_z - (ab\Omega_z)_0}{a^2 + b^2}. \quad (20)$$

Условие равновесия пучка $a, b = \text{const}$ определено из основного уравнения теории

$$\begin{aligned} \frac{ab\Omega_z - (ab\Omega_z)_0}{ab(a^2 + b^2)^2} [(a^4 + b^4)\Omega_z + 2ab(ab\Omega_z)_0] &= \\ &= \frac{\rho}{1 + \tilde{U}} \end{aligned} \quad (21)$$

и в силу $\rho > 0$ по правилам нормировки имеет смысл при выполнении неравенства

$$F = \frac{a_0 b_0 \Omega_{z0}}{ab \Omega_z} < 1, \quad (22)$$

где $(a_0 b_0 / ab)$ – компрессия по площади.

Переходя в выражении (18) для φ_i к декартовым координатам при помощи соотношений (16) и выражения для ρ из (21), получаем

$$\varphi_i = U + \frac{1}{4}\rho(x^2 + y^2) + \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}\frac{a^2 - b^2}{ab}W\Omega_z + VC_{21}\right)(x^2 - y^2) - \frac{1}{8}C_{22}xy. \quad (23)$$

Таким образом, для состояния равновесия потенциал внутри пучка должен содержать внешние квадрупольные вполне определенной интенсивности, в отличие от [41] не зависящей от ρ . Связь плотности пространственного заряда с плотностью тока эмиссии позволяет установить ее значение, соответствующее распределению (23):

$$\rho = \frac{a_0 b_0 J}{abV}, \quad J = \sqrt{U(2 + \tilde{U})} \frac{ab}{a_0 b_0} \times \frac{a^2 b^2}{(a^2 + b^2)^2} (1 - F) \left(\frac{a^4 + b^4}{a^2 b^2} + 2F \right). \quad (24)$$

Рассмотрим различные специализации формул (21), (23). Для экранированного катода $\Omega_{z0} = 0$ и отсутствия квадрупольных $C_{21} = C_{22} = 0$ получаем

$$W = \frac{ab\Omega_z}{(1 + \tilde{U})(a^2 + b^2)}, \quad \rho = (1 + \tilde{U}) \frac{a^4 + b^4}{(a^2 + b^2)^2} \Omega_z^2, \quad \varphi_i = U + \frac{1}{4}\rho(x^2 + y^2) - \frac{1}{41 + \tilde{U}} \frac{1}{a^2 + b^2} \Omega_z^2 (x^2 - y^2). \quad (25)$$

При наложении в нерелятивистском случае дополнительной связи

$$\Omega_z = \frac{a^2 + b^2}{a^2 b^2} \quad (26)$$

выражения (25) определяют точное решение уравнений пучка, которое описывает обобщенный бриллюэновский поток [50–52]; подробное исследование этого решения с устранением неточностей первых работ приведено в [29, 53]. Таким образом, при выполнении (26) пучок с термокатода выходит на равновесное состояние, описывающее плоское потенциальное течение, рассматривавшееся в отрыве от возможности его реализации.

При полном погружении катода в магнитное поле $\Omega_{z0} = \Omega_z$, $C_{21} = C_{22} = 0$ имеем

$$W = \frac{1}{1 + \tilde{U}} \frac{ab}{a^2 + b^2} (1 - F) \Omega_{z0}, \quad F = \frac{a_0 b_0}{ab}, \quad \rho = \frac{a^2 b^2}{(a^2 + b^2)^2} \left(\frac{a^4 + b^4}{a^2 b^2} + 2F \right) (1 - F) \Omega_{z0}, \quad \varphi_i = U + \frac{1}{4}\rho(x^2 + y^2) - \frac{1}{41 + \tilde{U}} \times \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} (1 - F) \Omega_{z0}^2 (x^2 - y^2). \quad (27)$$

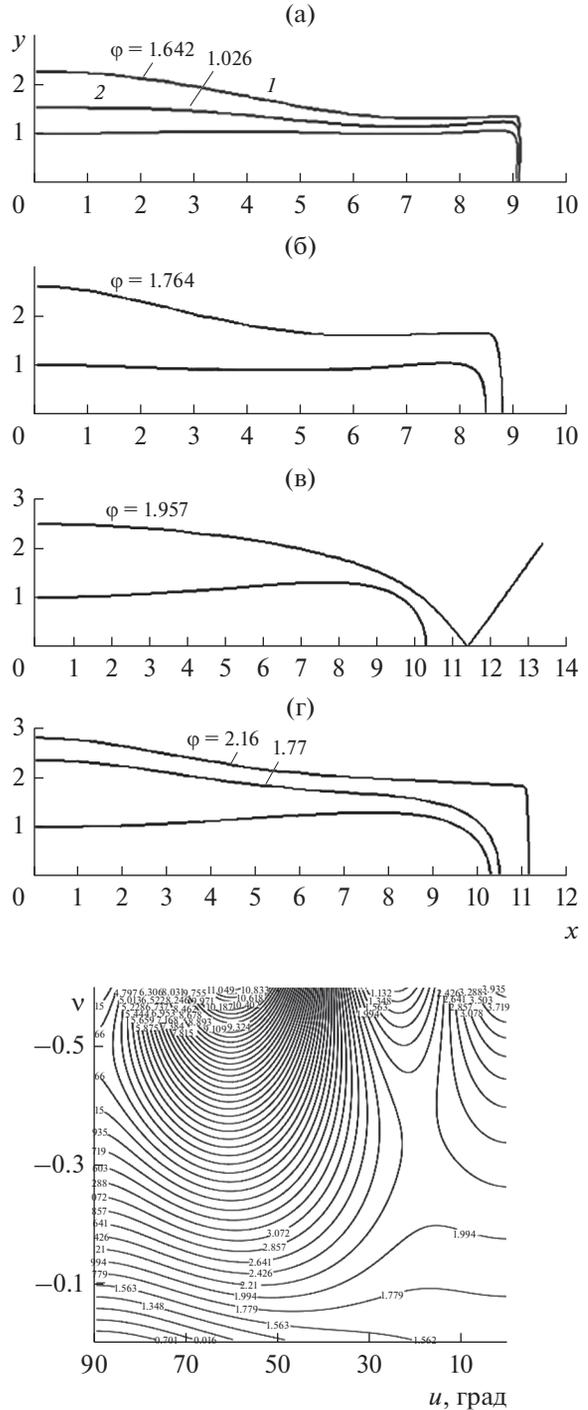


Рис. 6. Вариация контура и лапласовского поля в зависимости от числа сохраненных членов (c_k) и фрагментов внешнего поперечного поля (K_n); $a - c_4 \neq 0, K_8 \neq 0, 1 - L = 0.3, 2 - L = 0.5$; $б - c_4 = 0, K_8 = 0, L = 0.3$; $в - c_3 = 0, K_6 = 0, L = 0.3$; $г - c_3 = 0, K_6 \neq 0, L = 0.3$; эквипотенциалы в плоскостях x, y и u, v .

Площадь сечения в этом случае может только увеличиваться, а отсутствие компрессии (декомпрессии в данном случае) соответствует нулевой плотности тока эмиссии.

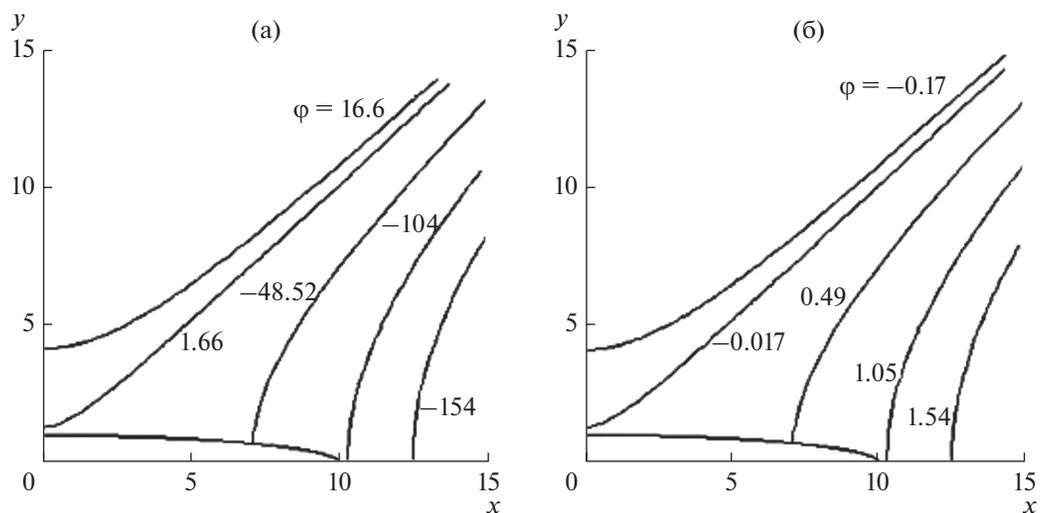


Рис. 7. Внешние поперечные квадруполь для распределения потенциала в пучке: а – $\varphi \sim R^2$; б – $\varphi \sim y^2$.

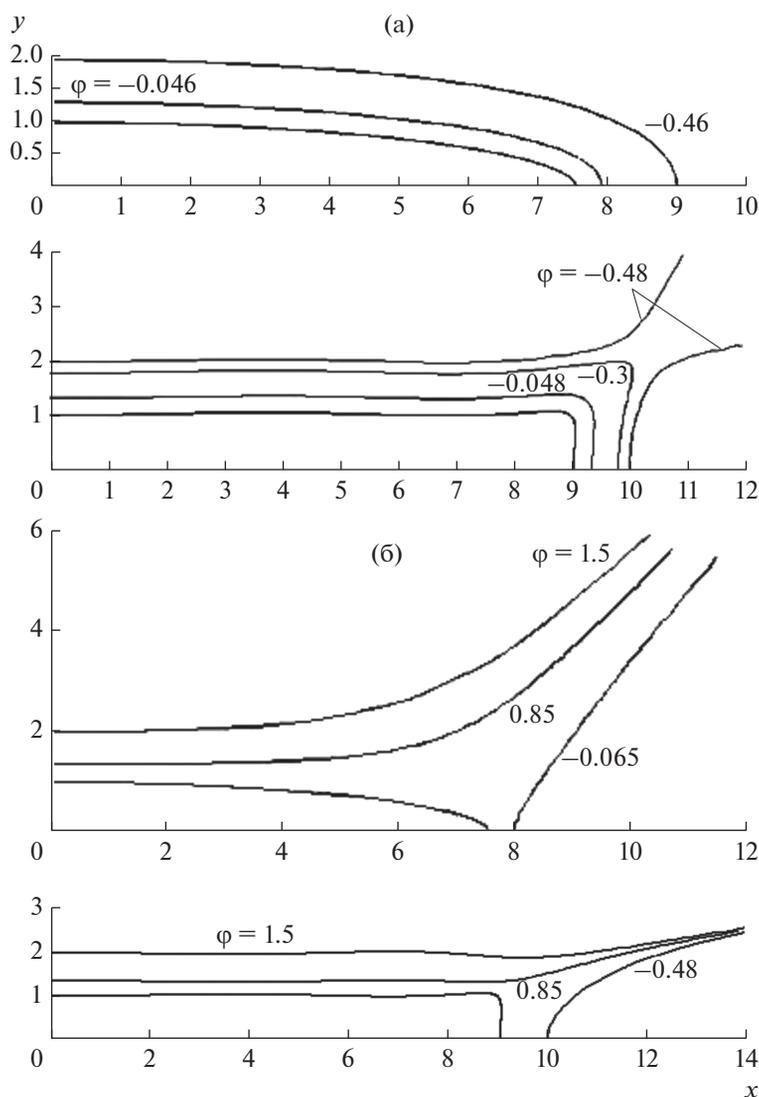


Рис. 8. Поверхности $\varphi = \text{const}$ вне эллиптического и прямоугольного контуров без внешних поперечных полей: а – для одномерного движения на входе в канал транспортировки; б – в случае плоского бриллюэновского равновесия.

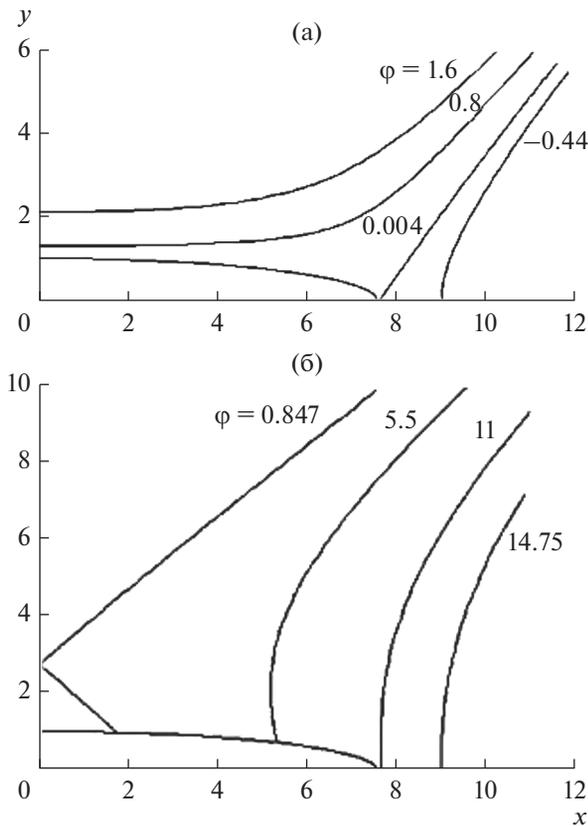


Рис. 9. Поверхности $\varphi = \text{const}$ для эллиптического пучка без внешних поперечных полей в случае бриллюэновского равновесия на входе в канал транспортировки: а – нерелятивистский случай ($\tilde{U} = 0$); б – релятивистские скорости ($\tilde{U} = 1$).

В силу $U, \rho = \text{const}$ эти величины определяют начало отсчета потенциала и масштабный множитель для картины эквипотенциальных поверхностей. При $\Omega_{z0} = 0$ из формулы (25) получаем

$$\bar{\varphi}_i = \frac{\varphi_i - U}{\rho} = \frac{1}{4}(x^2 + y^2) - \frac{1}{4} \frac{1}{(1 + \tilde{U})^2} \frac{a^4 - b^4}{a^4 + b^4} (x^2 - y^2). \tag{28}$$

Переход $a \rightarrow \infty$ трансформирует формулу (28) в (12).

На рис. 9а, 9б приведена картина эквипотенциальных поверхностей $\bar{\varphi} = \text{const}$ в нерелятивистском случае и при $\tilde{U} = 1$ (511 кВ), рассчитанная по формуле (7).

Формула, аналогичная (28), при частичной экранировке катода, имеет вид

$$\bar{\varphi}_i = \frac{1}{4}(x^2 + y^2) - \frac{1}{4} \frac{\alpha^4 - 1}{\alpha^4 + 1} \times \left(1 + 2 \frac{\alpha}{\alpha^4 + 1} \frac{a_0 b_0}{b^2} \frac{\Omega_{z0}}{\Omega_z} \right)^{-1} (x^2 - y^2), \quad \alpha = \frac{a}{b}. \tag{29}$$

Условие (22) накладывает ограничение на возможное значение Ω_{z0} , величина которого оказывает заметное воздействие на распределение потенциала на границе пучка в случае трансформации вытянутого эллипса в приближающийся к окружности контур; при обратной деформации сечения (большие значения α) влияние Ω_{z0} пренебрежимо мало.

Для пучка с параметрами

$$a_0 = 10, \quad b_0 = 1, \quad a = 1/30, \tag{30}$$

$$b = 1/5, \quad (a_0 b_0 / ab) = 150$$

величина Ω_{z0} / Ω_z не должна превышать 0.00666. При $\Omega_{z0} / \Omega_z = 1/200$ интенсивность квадруполья в (29) составляет (-0.1306) с отношением $\varphi_a / \varphi_b = 0.873$. При $\Omega_{z0} = 0$ коэффициент перед $(x^2 - y^2)$ равен (-0.193) при $\varphi_a / \varphi_b = 0.36$. При $\alpha = 10$ поправка за счет Ω_{z0} в (29) меньше 10^{-3} .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При решении задачи об эволюции пучка, сечение которого в разной степени приближено к прямоугольному, выполняемой численными методами, исходят из предположения, что в плоскости инъекции объект имеет однородную плотность, одномерное или двумерное распределение потенциала и скорость, направленную вдоль оси системы. Вопрос о возможности реализации принятых условий обычно не обсуждается.

Перечисленные требования на входе в тракт транспортировки могут быть выполнены для одномерных потоков или пучков в состоянии бриллюэновского равновесия. Существующие теоретические модели, отличающиеся от численных адекватным описанием сингулярной прикатодной зоны, позволяют сформировать релятивистский поток с изменяющимся прямоугольным сечением в присутствии неоднородного внешнего магнитного поля с выходом на режим одномерного движения или на бриллюэновское равновесие для эллиптических трубок тока. В первом случае потенциал постоянен по всему сечению пучка, во втором поле пространственного заряда однозначно связано с интенсивностью внешнего квадруполья.

Замкнутые эквипотенциальные каналы с достаточным удалением стенки от электронного потока при сохранении его формы и ориентации, как показывает проведенное исследование, возможны в модели закрепленных зарядов при умеренном скруглении угла ($c_4 = 0$) или в случае выхода на режим одномерного движения. Во всех прочих вариантах, включая бриллюэновское равновесие пучка на входе в тракт транспортировки, канал должен иметь вид квадрупольной линзы.

Численные модели расчета трехмерных электронно-оптических систем — область эмпирики. К их использованию в разномасштабных задачах с ленточными пучками могут быть высказаны те же претензии, что и в случае потоков с высокой компрессией [9]. Дополнительные проблемы связаны с тем, что с появлением поверхностей с изломами эквипотенциалей при расчете неаналитических контуров, которые не замечаются численными алгоритмами и неконтролируемыми флуктуациями плотности, обусловленными сущностью численной модели и упомянутыми в [6].

Поверхность инжекции не может быть плоскостью кроссовера из-за несбалансированности потока в этом сечении, хотя модели синтеза допускают обращение в нуль не только второй, но и третьей производных траекторной функции [53, 54].

Адекватность численного подхода не тождественна возможности перерабатывать любые постановки, в том числе и абсурдные [9], и прямо зависит от учета известных к настоящему времени сведений из теории формирования трехмерных электронных потоков. Экспериментальная доводка прибора элиминирует недостатки математического моделирования, количество которых желательно минимизировать.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ruan C., Wang S., Zhao D. et al. // Proc. Int. Vacuum Electronics Conf. (IVEC-2012). Monterey. 24–26 Apr. N.Y.: IEEE, 2012. P. 147.
2. Ruan C., Wang S., Han Y. et al. // IEEE Trans. Electron Dev. 2014. V. 61. № 6. P. 1643.
3. Tang X., Sha G., Duan Z. et al. // Proc. IEEE 14 th Int. Vacuum Electronics Conf. (IVEC-2013). Paris. 21–23 May. N.Y.: IEEE, 2013. P. 215.
4. Бурцев А.А., Данилушкин А.В. // РЭ. 2019. Т. 64. № 10. С. 1002.
5. Астрелин В.Т., Ерофеев В.И. // ЖТФ. 1989. Т. 59. № 2. С. 135.
6. Nguyen K.T., Pasour J.A., Antonsen T.M. et al. // IEEE Trans. Electron Dev. 2009. V. 56. № 5. P. 744.
7. Pasour J.A., Nguyen K.T., Antonsen T.M. et al. // Proc. 2009 IEEE Int. Vacuum Electronics Conf. (IVEC-2009). Rome. 28–30 Apr. N.Y.: IEEE, 2009. P. 300.
8. Nguyen K.T., Pasour J.A., Wright E.L. et al. // Proc. 2008 IEEE Int. Vacuum Electronics Conf. (IVEC-2008). Monterey. 22–24 Apr. N.Y.: IEEE, 2008. P. 179.
9. Акимов П.И., Никитин А.П., Сыровой В.А. // Электрон. техника. Сер. 1. СВЧ-техника. 2018. № 1. С. 32.
10. Bhatt R., Chen C. // Phys. Rev. Accelerators and Beams. 2005. V. 8. № 1. P. 014201.
11. Сыровой В.А. // Прикл. матем. механика. 1970. Т. 34. № 1. С. 4.
12. Пегов С.А., Сыровой В.А. // РЭ. 1974. Т. 19. № 10. С. 2157.
13. Данилов В.Н., Сыровой В.А. // РЭ. 1977. Т. 22. № 7. С. 1473.
14. Данилов В.Н., Сыровой В.А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1977. Т. 20. № 11. С. 1727.
15. Bhatt R.J. Inverse Problems in Elliptic Charge-Particle Beams. Massachusetts Institute of Technology: 2006.
16. Сыровой В.А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1988. Т. 31. № 8. С. 984.
17. Сыровой В.А. // РЭ. 2017. Т. 62. № 5. С. 493.
18. Сыровой В.А. // Письма в ЭЧАЯ. 2020. Т. 17. № 2. С. 169.
19. Данилов В.Н. // Журнал прикл. механики и техн. физики. 1968. № 5. С. 3.
20. Сыровой В.А. Теория интенсивных пучков заряженных частиц. М.: Энергоатомиздат, 2004.
21. Syrovoy V.A. Theory of Intense Beams of Charged Particles. US: Elsevier, 2011.
22. Пензяков В.В., Олейников В.И. // РЭ. 1975. Т. 20. № 5. С. 1049.
23. Сыровой В.А. // РЭ. 2008. Т. 53. № 8. С. 999.
24. Сыровой В.А. // РЭ. 2011. Т. 56. № 1. С. 111.
25. Сыровой В.А. // РЭ. 2016. Т. 61. № 7. С. 692.
26. Сыровой В.А. // РЭ. 2018. Т. 63. № 5. С. 472.
27. Акимов П.И., Гаврилин А.А., Никитин А.П. и др. // РЭ. 2018. Т. 63. № 11. С. 1303.
28. Овчаров В.Т. // РЭ. 1962. Т. 7. № 8. С. 1368.
29. Сыровой В.А. Введение в теорию интенсивных пучков заряженных частиц. М.: Энергоатомиздат, 2004.
30. Сыровой В.А. // РЭ. 2017. Т. 62. № 6. С. 584.
31. Сапронова Т.М., Сыровой В.А. // РЭ. 2017. Т. 62. № 11. С. 1106.
32. Сыровой В.А. // РЭ. 2001. Т. 46. № 5. С. 617.
33. Сыровой В.А. // РЭ. 2001. Т. 46. № 9. С. 1139.
34. Сыровой В.А. // РЭ. 2016. Т. 61. № 3. С. 263.
35. Сыровой В.А. // РЭ. 2002. Т. 47. № 3. С. 372.
36. Сыровой В.А. // РЭ. 2014. Т. 59. № 4. С. 358.
37. Сыровой В.А. // РЭ. 2018. Т. 63. № 8. С. 871.
38. Кириштейн П.Т., Кайно Г.С., Уотерс У.Е. Формирование электронных пучков. М.: Мир, 1970.
39. Мануилов В.Н., Цимринг Ш.Е. // РЭ. 1978. Т. 23. № 7. С. 1486.
40. Мануилов В.Н. // РЭ. 1981. Т. 26. № 11. С. 2425.
41. Капчинский И.М. Теория линейных резонансных ускорителей. Динамика частиц. М.: Энергоатомиздат, 1982.
42. Муратов М.З. Потенциалы эллипсоида. М.: Атомиздат, 1976.
43. Лоусон Дж. Физика пучков заряженных частиц. М.: Мир, 1980.

44. Лебедев В.А., Мешков И.Н., Шарана А.Н. // ЖТФ. 1979. Т. 49. № 4. С. 726.
45. Акимов П.И., Гаврилин А.А., Никитин А.П. и др. // Журн. Радиоэлектроники. 2015. № 11. <http://jre.cplire.ru/jre/nov15/4/text.pdf>.
46. Сыровой В.А. // Письма в ЭЧАЯ. 2018. Т. 15. № 3. С. 211.
47. Сыровой В.А. // Письма в ЭЧАЯ. 2019. Т. 16. № 2. С. 121.
48. Han Y., Ruan C. // Chin. Phys. B. 2012. V. 21. № 5. С. 0541103-1.
49. Завьялов М.А., Сапронова Т.М., Сыровой В.А. // РЭ. 2022. Т. 67. № 3. С. 303.
50. Walker L.R. // J. Appl. Phys. 1955. V. 26. № 6. P. 781.
51. Kirstein P.T. // J. Electr. Contr. 1958. V. 4. № 5. P. 425.
52. Pöschl K., Veith W. // J. Appl. Phys. 1962. V. 33. № 3. P. 1013.
53. Сыровой В.А. // РЭ. 1994. Т. 39. № 3. С. 481.
54. Гамаюнов Ю.Г., Патрушева Е.В., Тореев А.И., Шаталина С.А. // РЭ. 2008. Т. 53. № 3. С. 344.
55. Гамаюнов Ю.Г., Патрушева Е.В. // РЭ. 2017. Т. 62. № 11. С. 1126.

**ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ
В ЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРАХ**

УДК 004

**ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ КОМПОНЕНТОВ МИКРОСЕРВИСНОЙ
АРХИТЕКТУРЫ НА ОСНОВЕ RESTful ПОДХОДА ДЛЯ РАСЧЕТА
ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ В ЧАСТОТНОЙ ОБЛАСТИ**© 2022 г. В. Н. Гридин^{а, *}, В. И. Анисимов^{а, b}, С. А. Васильев^{а, b}^аЦентр информационных технологий в проектировании РАН,
ул. Маршала Бирюзова, 7а, Одинцово Московской обл., 143003 Российская Федерация^бСанкт-Петербургский государственный электротехнический университет “ЛЭТИ” им. В.И. Ульянова (Ленина),
ул. Профессора Попова, 5, Санкт-Петербург, 197022 Российская Федерация

*E-mail: info2@ditc.ras.ru

Поступила в редакцию 01.07.2021 г.

После доработки 05.08.2021 г.

Принята к публикации 26.09.2021 г.

Определены основные требования к программному обеспечению для построения распределенных систем автоматизации схемотехнического проектирования. Описаны отличительные особенности архитектурного стиля построения распределенных систем на основе веб-сервисов RESTful. Описаны методы группировки компонентов моделируемой схемы на основе типа подключаемого полюса. Предложена форма записи уравнения моделируемой схемы с возможностью использования как явной, так и неявной формы описания компонентных уравнений. Предложены два способа реализации вычислительного процесса расчета характеристик электронной схемы на основе разных принципов формирования математического описания в комплексной и линейной формах. Приведены преимущества и недостатки описанных методов, а также алгоритмы формирования математического описания.

DOI: 10.31857/S0033849422040052

ВВЕДЕНИЕ

Построение системы автоматизации схемотехнического проектирования предполагает наличие следующих требований к программному обеспечению: масштабируемость, возможность модернизации (добавления функций), работа с большими сложными структурированными объемами данных. На основе приведенных требований становится очевидно, что монолитный подход, лежащий в основе построения веб-служб, к организации серверной составляющей, несущей бизнес-логику системы, не является оптимальным. Наиболее подходящей под описанную задачу является микросервисная архитектура, она в полной мере отвечает основным требованиям за счет разделения системы на автономные модули. Основной особенностью является то, что микросервисы обновляются и развертываются независимо друг от друга, слабая связанность микросервисов позволяет оперативно повысить производительность системы за счет ее вертикального и, что более ценно, горизонтального масштабирования. Также преимуществом микросервисной архитектуры является возможность внедрять нововведения без особого влияния на систему в целом путем присо-

единения или замены одного, или нескольких из узлов системы. Архитектура микросервисов определяет не только структуру программного обеспечения, но и организацию команды разработчиков, позволяя эффективно распараллелить и контролировать этапы формирования программного комплекса [1, 2].

Для построения микросервисной архитектуры возможно использование архитектурного стиля взаимодействия компонентов распределенного приложения в сети RESTful, который обладает рядом преимуществ по сравнению с альтернативными подходами на основе традиционного протокола обмена структурированными сообщениями в распределенной вычислительной среде SOAP. К указанным преимуществам можно отнести: отсутствие дополнительного внутреннего программного обеспечения, требующего специального преобразования данных для обмена ими, каждый ресурс имеет уникальный URL-адрес, управление ресурсами выполняется на основе формирования запросов с помощью методов GET, PUT, POST, DELETE, определяющих набор операций сервера CRUD (Create—Read—Update—Delete).

Системы автоматизации схемотехнического проектирования должны решать следующие основные задачи:

- расчет частотных характеристик электронных схем;
- расчет переходных характеристик электронных схем;
- расчет стационарного режима электронных схем;
- расчет чувствительности выходных параметров электронных схем к вариации параметров компонентов.

Одной из распространенных задач схемотехнического проектирования является расчет электронных схем в частотной области с целью вычисления их частотно-зависимых передаточных функций. Эту задачу необходимо решать при проектировании электронных схем с целью выбора компонентов, обеспечивающих достаточно широкополосную характеристику в области низших и высших частот. Как правило, такая задача выполняется многократно в пределах заданного техническими условиями частотного диапазона.

Возможны два подхода к решению задачи моделирования электронных схем в частотной области. Первый предусматривает формирование комплексных матриц моделируемой схемы частотного диапазона с расчетом значения комплексной частоты $s = (0.0, 6.28f[kf])$ для всех выбранных точек массива частот $f[kf]$. Такая процедура должна выполняться для всех компонентов схемы, что связано со значительными затратами времени, что является недостатком указанного подхода. Второй подход к построению алгоритма расчета частотных свойств моделируемой схемы предусматривает предварительное построение вещественных частотно-независимых матриц для описания компонентов схемы, которые должны быть записаны в линейной форме $\mathbf{W} = \mathbf{A} + s\mathbf{B}$, составляющими которой являются вещественные матрицы \mathbf{A} и \mathbf{B} , не зависящие от частоты. Использование этого подхода к расчету частотных свойств значительно повышает скорость решения задачи расчета частотных свойств электронных устройств, поскольку на всех частотных точках используется одно и то же описание частотных свойств компонентов схемы. Следует, однако, иметь в виду, что при использовании второго подхода к расчету частотных свойств электронных схем необходимо предварительно представить математическое описание их компонентов в линейной форме, что является не всегда тривиальной задачей.

1. ПОСТРОЕНИЕ МИКРОСЕРВИСНОЙ АРХИТЕКТУРЫ НА ОСНОВЕ RESTful ПОДХОДА

Для реализации программного обеспечения автоматизированного схемотехнического проектирования на основе технологии веб-сервисов с применением архитектурного подхода REST требуется определить ряд критериев, которым должна соответствовать система [3, 4].

1. Разделение системы на клиентские и серверные составляющие. Такое разделение двух основополагающих программных продуктов позволяет добиться множественных преимуществ: возможность организации кроссплатформенных клиент-серверных взаимодействий, возможность независимой модернизации составляющих, упрощение масштабируемости и администрирования системы.

2. Работа сервера по модели конечного автомата в отношении данных о клиенте. Сервер не хранит какую-либо информацию о состоянии клиента, при этом клиентское приложение обладает полной информацией о состоянии сессии и формирует запросы, содержащие всю необходимую информацию для вызова ресурса.

3. Индикация кэша в ответе. Узлы системы или клиентские приложения имеют возможность кэшировать ответы сервера, явно помечая их, тем самым предотвращая использование устаревших или некорректных данных. Такой механизм позволяет увеличить производительность системы, уменьшая количество запросов к серверу за счет кэширования данных.

4. Построение иерархии системы на основе слоев. Компонент системы может видеть узлы непосредственно следующего уровня, что позволяет повысить масштабируемость системы за счет промежуточных серверов.

5. Передача исполняемого кода (опционально). Технология RESTful позволяет реализовать передачу исполняемого кода клиентскому приложению в виде сценариев или апплетов, тем самым повышая функциональность клиентского приложения за счет передаваемой ему логики.

6. Унификация интерфейсов. Единый интерфейс позволяет сервисам, входящим в состав системы, развиваться независимо друг от друга.

Унифицированный интерфейс имеет следующие принципы: ресурсы идентифицируются в запросах посредством уникального идентификатора; представлением ресурса является текущее или желаемое состояние ресурса, позволяющее модифицировать или удалить данные ресурса; запрос и ответ хранят в себе достаточно информации для их обработки; изменения состояния клиентского приложения базируются на основе динамически

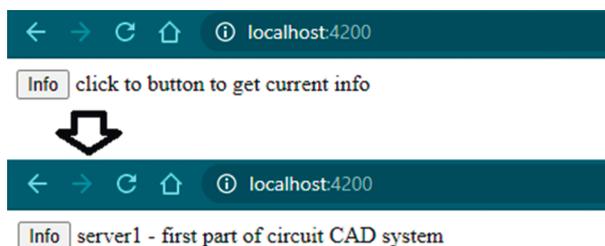


Рис. 1. Результат работы веб-сервисов.

формирующихся на серверной стороне данных (например, изображение электронной схемы).

Одним из сценариев работы микросервиса является обработка запроса без осуществления подзапросов к другим компонентам, например, обработка алгоритма расчета электронной схемы в частотной области, в таком случае необходимо определить URL сервиса для передачи параметров расчета.

Альтернативным сценарием работы микросервиса является решение задачи посредством ее декомпозиции с учетом ресурсов других компонентов, работающих по любому из перечисленных сценариев. Для демонстрации работы системы необходимо создать еще один сервис, взаимодействующий с первым сервисом с целью передачи клиенту модифицированного сообщения. Также создадим клиентскую составляющую распределенной системы на основе Framework программной платформы “Angular”, использующего язык, являющийся надстройкой над JavaScript – TypeScript, в котором исправлены многие недостатки JavaScript (например, типизация данных). Использование языка TypeScript повышает эффективность разработки, указанный Framework, имеет встроенный компилятор для преобразования его в JavaScript, поэтому конечный результат разработки клиентского приложения будет использовать единый язык программирования с серверными составляющими.

После выполнения команды “ng serve” автоматически откроется браузер с содержимым, приведенным на рис. 1 (верхняя часть). При нажатии на кнопку “Info” клиентское приложение обратится к серверу 2, а тот в свою очередь к серверу 1, при этом полученные результаты сервер 2 модернизирует, преобразуя данные в формат json. Клиентское приложение получит данные от сервера 2, при этом все манипуляции с данными и бизнес-логика внутри распределенного серверного приложения (сервер 1 и сервер 2) останутся конфиденциальными [5, 6].

2. МЕТОДЫ ОРГАНИЗАЦИИ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ ПРИ РАСЧЕТЕ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

Все многополюсные компоненты моделируемой схемы могут быть разбиты на две группы. В первую группу входят компоненты, полюсные уравнения которых могут быть представлены в явной форме $p = f(\dots, q, \dots)$ [7–9]. Если зависимая переменная p является токовой переменной, то эта переменная подключена к y -полюсу и ее уравнение имеет вид

$$i_i = f_i(\dots, u_k, \dots, i_l, \dots). \quad (1)$$

Если же переменная p является потенциальной переменной, то эта переменная подключена к z -полюсу и ее уравнение записывается в виде

$$u_j = f_j(\dots, u_k, \dots, i_l, \dots). \quad (2)$$

Проводя линеаризацию уравнений (1) и (2), можно представить уравнения y - и z -полюсов в виде

$$i_i = \sum_k y_{ik}^0 u_k + \sum_l \beta_{il}^0 i_l + j_i^0, \quad (3)$$

$$u_j = \sum_k \mu_{jk}^0 u_k + \sum_l z_{jl}^0 i_l + e_j^0. \quad (4)$$

Линеаризованные неавтономные и автономные параметры многополюсника при этом определяются выражениями

$$y_{ik}^0 = \frac{\partial i_i}{\partial u_k}, \quad \beta_{il}^0 = \frac{\partial i_i}{\partial i_l}, \quad \mu_{jk}^0 = \frac{\partial u_j}{\partial u_k}, \quad z_{jl}^0 = \frac{\partial u_j}{\partial i_l},$$

$$j_i^0 = i_i^0 - \sum_k y_{ik}^0 u_k^0 - \sum_l \beta_{il}^0 i_l^0,$$

$$e_j^0 = u_j^0 - \sum_k \mu_{jk}^0 u_k^0 - \sum_l z_{jl}^0 i_l^0.$$

В матричной форме линеаризованные уравнения (1) и (2) y - и z -полюсов имеют вид

$$\mathbf{I}_y = \mathbf{Y}_m^0 \mathbf{U}_y + \mathbf{B}_m^0 \mathbf{I}_z + \mathbf{J}_m^0, \quad (5)$$

$$\mathbf{U}_z = \mathbf{M}_m^0 \mathbf{U}_y + \mathbf{Z}_m^0 \mathbf{I}_z + \mathbf{E}_m^0. \quad (6)$$

Здесь \mathbf{I}_y , \mathbf{U}_y , \mathbf{I}_z , \mathbf{U}_z – векторы токовых и потенциальных переменных y - и z -полюсов, \mathbf{Y}_m^0 , \mathbf{B}_m^0 , \mathbf{M}_m^0 , \mathbf{Z}_m^0 – матрицы линеаризованных неавтономных параметров, \mathbf{J}_m^0 , \mathbf{E}_m^0 – векторы линеаризованных автономных параметров компонентов.

Во вторую группу полюсов входят полюса, для которых полюсные уравнения задаются в неявной форме:

$$f(u_d, i_d, u_y, i_z) = 0,$$

где u_d, i_d – потенциальная и токовая переменные полюса, входящего в группу дополнительных полюсов, уравнения которых задаются в неявной

форме, u_y, i_z -потенциальная и токовая переменные y - и z -полюсов.

Проводя линеаризацию уравнений полюсов, заданных в неявной форме, получим

$$\mathbf{G}_d^0 \mathbf{U}_d + \mathbf{H}_d^0 \mathbf{I}_d + \mathbf{G}_y^0 \mathbf{U}_y + \mathbf{H}_z^0 \mathbf{I}_z + \mathbf{S}_d^0 = 0. \quad (7)$$

Здесь $\mathbf{G}_d^0, \mathbf{H}_d^0, \mathbf{S}_d^0$ и $\mathbf{U}_d, \mathbf{I}_d$ – линеаризованные матрицы параметров компонентов и векторы переменных полюсов, уравнения которых заданы в неявной форме, $\mathbf{G}_y^0, \mathbf{H}_z^0$ и $\mathbf{U}_y, \mathbf{I}_z$ – линеаризованные матрицы параметров и векторы потенциальных и токовых переменных компонентов, заданных уравнениями в явной форме.

Топологические уравнения на основе матрицы инцидентий моделируемой схемы можно записать в виде [10–12]

$$\mathbf{A}_y \mathbf{I}_y + \mathbf{A}_z \mathbf{I}_z + \mathbf{A}_d \mathbf{I}_d = 0, \quad (8)$$

$$\mathbf{U}_y = \mathbf{A}_y^T \mathbf{V}, \quad (9)$$

$$\mathbf{U}_z = \mathbf{A}_z^T \mathbf{V}, \quad (10)$$

$$\mathbf{U}_d = \mathbf{A}_d^T \mathbf{V}. \quad (11)$$

После исключения из уравнений (5)–(11) векторов $\mathbf{U}_y, \mathbf{I}_y, \mathbf{U}_z, \mathbf{U}_d$, получим матричное уравнение моделируемой схемы в расширенном базисе узловых потенциалов:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{A}_y \mathbf{Y}_M^0 \mathbf{A}_y^T & \mathbf{A}_y \mathbf{B}_M^0 \mathbf{A}_y^T + \mathbf{A}_z & \mathbf{A}_d \\ \mathbf{M}_M^0 \mathbf{A}_y^T - \mathbf{A}_z^T & \mathbf{Z}_M^0 & 0 \\ \mathbf{G}_d^0 \mathbf{A}_d^T + \mathbf{G}_y^0 \mathbf{A}_y^T & \mathbf{H}_z^0 & \mathbf{H}_d^0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \mathbf{V} \\ \mathbf{I}_z \\ \mathbf{I}_d \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{A}_y \mathbf{J}_M^0 \\ \mathbf{E}_M^0 \\ \mathbf{S}_d^0 \end{pmatrix} = 0. \quad (12)$$

Отличительной особенностью уравнения (12) является возможность использования как явной, так и неявной формы описания компонентных уравнений моделируемой схемы. При этом вектор базисных переменных $\mathbf{X} = [\mathbf{V}^T, \mathbf{I}_z^T, \mathbf{I}_d^T]^T$ уравнения (12) содержит все узловые потенциалы схемы, а также токи z -полюсов компонентов, описываемых уравнениями в явной форме, и токи тех компонентов, для которых уравнения имеют неявную форму.

Вычислительный процесс при расчете характеристик электронных схем в частотной области может быть реализован двумя способами. Первый предусматривает формирование на всех частотных точках математического описания компонентов схемы на основе комплексного типа данных.

Эта задача решается при помощи функций формирования частных матриц описания компонентов, которые создаются в проекте для каждого типа компонента схемы (двухполюсные компоненты типа R, C и L , трансформаторы, биполярные и униполярные транзисторы, операционные усилители, а также произвольные управляемые источники). При этом результирующие матрицы \mathbf{W} и \mathbf{S} матричного уравнения схемы $\mathbf{W}\mathbf{X} + \mathbf{S} = 0$ образуются путем суммирования частных матриц, каждая из которых учитывает вклад k -го компонента в общее описание схемы [13–15]:

$$\mathbf{W} = \sum_{k=1}^m \mathbf{W}_k, \quad \mathbf{S} = \sum_{k=1}^m \mathbf{S}_k.$$

Реализация этого способа осуществляется согласно блок-схеме, приведенной на рис. 2а.

В блок-схеме рис. 2а содержится частотный цикл, в котором при помощи класса complex, обеспечивающего работу с комплексной арифметикой, на каждой частотной точке формируется комплексная переменная $s = (0.0, 6.28 * f[kf])$, на основе которой формируется комплексное матричное уравнение схемы $\mathbf{W}\mathbf{X} + \mathbf{S} = 0$.

На заключительных этапах блок-схемы рис. 2а выполняется решение уравнения моделируемой схемы и расчет ее передаточных функций.

Недостатком такого способа моделирования электронных схем в частотной области является необходимость многократного формирования описания частных матриц всех компонентов схемы, которое должно выполняться на каждой частотной точке.

Альтернативным способом решения задачи расчета электронных схем в частотной области является формирование математического описания схемы на основе представления комплексной матрицы схемы в линейной форме $\mathbf{W} = \mathbf{A} + s\mathbf{B}$, содержащей частотно-независимые вещественные матрицы \mathbf{A} и \mathbf{B} , при помощи которых на каждой частоте вычисляется комплексная матрица схемы $\mathbf{W} = \mathbf{A} + s\mathbf{B} = \mathbf{A} + j\omega\mathbf{B}$.

Блок-схема процесса моделирования схем в частотной области с использованием частотно-независимых вещественных матриц приведена на рис. 2б. В соответствии с приведенной блок-схемой формирование вещественных частотно-независимых матриц \mathbf{A} и \mathbf{B} моделируемой схемы выполняется до входа в частотный цикл, а затем на каждой частоте эти матрицы используются для построения результирующей матрицы схемы $\mathbf{W} = \mathbf{A} + j\omega\mathbf{B}$.

Формирование описания моделируемой схемы на основе вещественных частотно-независимых матриц позволяет существенно повысить эффективность расчета, так как при этом не требуется построения частных матриц компонентов на каждой частоте. Следует, однако, заметить, что

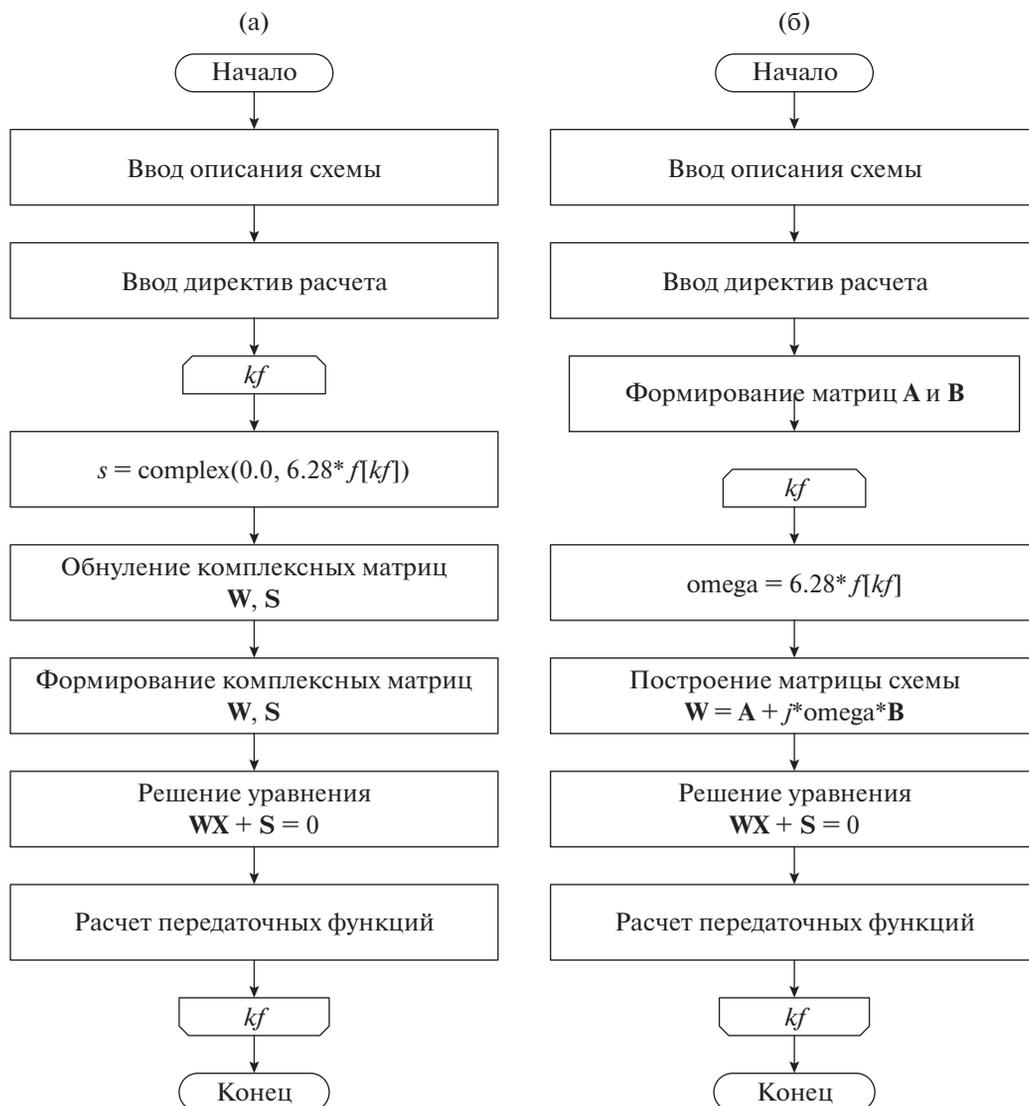


Рис. 2. Блок-схемы расчета электронных схем в частотной области.

практическая реализация такого подхода требует построения матриц компонентов в линейной форме $\mathbf{W} = \mathbf{A} + s\mathbf{B}$, а это требует применения специальных алгоритмов формирования описания компонентов.

Задача формирования описания компонентов в линейной форме относительно частоты решается наиболее просто для двухполюсников R и C , для которых описание задается частной матрицей $\mathbf{W} = \mathbf{A}_y \mathbf{Y}_m^0 \mathbf{A}_y^T$:

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} 1/R + sC & -(1/R + sC) \\ -(1/R + sC) & 1/R + sC \end{pmatrix}.$$

Отсюда для вещественных матриц \mathbf{A} и \mathbf{B} получаем выражения

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1/R & -1/R \\ -1/R & 1/R \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} C & -C \\ -C & C \end{pmatrix}.$$

Для двухполюсника типа L необходимо выполнить его описание на основе второй блочной строки уравнения в расширенном базисе узловых потенциалов (12), введя в вектор \mathbf{I}_z токовую переменную i_k , что дает

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & sL \end{pmatrix}.$$

Частотно-независимые матрицы \mathbf{A} и \mathbf{B} при этом имеют вид

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L \end{pmatrix}.$$

Для управляемых источников $p = w(s)q$ с частотно-зависимыми параметрами передаточную функцию $w(s)$ можно представить в виде

$$w(s) = \frac{\alpha_0 + \alpha_1 s + \dots + \alpha_m s^m}{\beta_0 + \beta_1 s + \dots + \beta_n s^n} = \frac{\sum_{i=0}^{i=m} \alpha_i s^i}{\sum_{i=0}^{i=n} \beta_i s^i}. \quad (13)$$

В случае вещественных корней полиномов можно записать выражение (13) в виде

$$w(s) = \prod_{i=1}^n w_i(s), \quad (14)$$

где

$$w_i(s) = w_{0i} \frac{1 + s\tau'_i}{1 + s\tau''_i}$$

— элементарная функция первого порядка для типового обобщенного управляемого источника $p = w(s)q$.

Чтобы получить линейную форму описания обобщенного управляемого источника $p = w(s)q$, следует использовать неявную форму уравнений. Так, для типового обобщенного управляемого источника с передаточной функцией

$$p = w_0 \frac{1 + s\tau'}{1 + s\tau''} q \quad (15)$$

можно записать обобщенное уравнение в неявной форме

$$w_0(1 + s\tau')q - (1 + s\tau'')p = 0. \quad (16)$$

Конкретная реализация описания управляемого источника в линейной форме зависит от типа источника. Так, для источника напряжения, управляемого напряжением (источник типа ИНУН), имеем $w_0 = \mu_0$, $q = u_1$, $p = u_2$, и, следовательно, все входящие в уравнение (7) блочные матрицы содержат единственную составляющую и определяются выражениями

$$\mathbf{U}_d = u_2, \quad \mathbf{I}_d = i_2, \quad \mathbf{U}_y = u_1, \quad \mathbf{G}_d^0 = -(1 + s\tau''),$$

$$\mathbf{G}_y^0 = \mu_0(1 + s\tau'), \quad \mathbf{H}_z^0 = 0, \quad \mathbf{I}_z = 0.$$

Если входные полюса источника ИНУН подключены к узлам $n1+$, $n1-$, а выходные полюса — к узлам $n2+$, $n2-$, то матрицы инцидентий источника будут иметь вид

$$\mathbf{A}_y = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}_d = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Уравнение (12) в этом случае имеет вид

$$\begin{pmatrix} 0 & \mathbf{A}_d \\ \mathbf{G}_d^0 \mathbf{A}_d^T + \mathbf{G}_y^0 \mathbf{A}_y^T & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{V} \\ \mathbf{I}_z \end{pmatrix} = 0.$$

Подставляя в это уравнение значения блочных матриц, получим частную матрицу $\mathbf{W} = \mathbf{A} + s\mathbf{B}$ управляемого источника типа ИНУН:

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ \mu_0(1 + s\tau') & -\mu_0(1 + s\tau') & -(1 + s\tau'') & 1 + s\tau'' & 0 \end{pmatrix}.$$

Следовательно, частотно-независимые матрицы \mathbf{A} и \mathbf{B} зависимого источника, управляемого напряжением, в линейной форме $\mathbf{W} = \mathbf{A} + s\mathbf{B}$ будут иметь вид

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ \mu_0 & -\mu_0 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mu_0 \tau' & -\mu_0 \tau' & -\tau'' & \tau'' & 0 \end{pmatrix}.$$

Аналогичным образом решается задача построения частотно-независимых матриц \mathbf{A} и \mathbf{B} линейной формы $\mathbf{W} = \mathbf{A} + s\mathbf{B}$ управляемых источников типа ИТУН, ИТУТ и ИНУТ.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представленная в данной работе технология построения распределенной системы автоматизации схмотехнического проектирования на основе веб-сервисов с применением архитектурного стиля RESTful создает следующие преимущества: надежность и конфиденциальность с учетом отсутствия данных о состоянии клиентского приложения, производительность за счет уменьшения запросов на сервер посредством применения алгоритмов явного кеширования, масштабируемость, прозрачность системы взаимодействия, возможность асинхронной модернизации узлов системы.

В работе проанализированы возможные способы расчета электронных схем в частотной области и показано, что наибольшей эффективностью обладает метод, основанный на построении частотно-независимых матриц в линейной форме $\mathbf{W} = \mathbf{A} + s\mathbf{B}$, поскольку такой подход позволяет многократно использовать одно и то же описание компонентов схемы для всех частотных точек рабочего диапазона. Приводится методика построения математического описания компонентов схе-

мы, позволяющая получить их описание в линейной форме.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках государственного задания (тема № 0071-2019-0001).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Демичев А.П., Крюков А.П., Шамардин Л.В. // Программные продукты и системы. 2009. № 4. С. 55.
2. Сушко П.А., Чернышов Л.Н. // Технические науки: проблемы и решения: Сб. ст. по материалам XLIII Междунар. научно-практич. конф. “Технические науки: проблемы и решения”. М.: Интернаука, 2020. Вып. 12.
3. Чеглаков А.Л. // Инновационная наука. 2016. № 12. С. 118.
4. Сергеев О.А. // Современные научные исследования и инновации. 2019. № 2. С. 1.
5. Безрук П.А. // Актуальные проблемы авиации и космонавтики. 2017. Т. 2. № 13. С. 94.
6. Гаврилюк В.И. // Молодой ученый. 2020. № 13. С. 4.
7. Сигорский В.П., Петренко А.И. Алгоритмы анализа электронных схем. М.: Сов. радио, 1976.
8. Калабеков Б.А., Лapidус И.Ю., Малафеев В.М. Методы автоматизированного расчета электронных схем в технике связи. М.: Радио и связь, 1990.
9. Влах И., Сингхал К. Машинные методы анализа и проектирования электронных схем. М.: Радио и связь, 1988.
10. Гридин В.Н., Михайлов В.Б., Шустерман Л.Б. Численно-аналитическое моделирование радиоэлектронных схем. М.: Наука, 2008.
11. Тарасик В.П. Математическое моделирование технических систем. Минск: Дизайн ПРО, 2004.
12. Хайнеман Р. PSPICE – моделирование работы электронных схем. М.: Изд-во ДМК, 2005.
13. Морган С. Разработка распределенных приложений на платформе Microsoft. Net Framework. М.: Русская Редакция, 2008.
14. Гридин В.Н., Анисимов В.И. // Вычислит. технологии. 2020. Т. 25. № 6. С. 85.
15. Гридин В.Н., Анисимов В.И. // Докл. РАН. Математика, информатика, процессы управления. 2020. Т. 493. № 1. С. 51.

ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРАХ

УДК 621.382+621.391.822

ВЛИЯНИЕ ПОЛЯРИЗАЦИИ В ОБРАЗЦЕ НА ТОКИ, ВОЗНИКАЮЩИЕ ВО ВНЕШНЕЙ ЦЕПИ ПРИ ИЗМЕНЕНИИ ПАРАМЕТРОВ ОБРАЗЦА

© 2022 г. С. Г. Дмитриев*

Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
пл. Введенского, 1, Фрязино Московской обл., 141190 Российская Федерация

*E-mail: sgd@ms.ire.rssi.ru

Поступила в редакцию 09.10.2021 г.

После доработки 09.10.2021 г.

Принята к публикации 27.10.2021 г.

В развитие идей теоремы Шокли–Рамо проанализирована природа токов во внешней цепи, связанных с поляризацией в образце. В частности, выведена формула, описывающая влияние поляризации на токи аномальной природы, которые не сводятся к токам, индуцированным конвективными токами в образце, или токам емкостной природы.

DOI: 10.31857/S0033849422040039

ВВЕДЕНИЕ

Теорема Шокли–Рамо (ТШР) [1, 2] описывает токи, возникающие во внешней цепи при движении между металлическими электродами в вакууме одиночного точечного заряда q (токи, втекающие из внешней цепи в металлические электроды). Теорема предназначалась для изучения дробового эффекта в электровакуумных сверхвысокочастотных (СВЧ) приборах. При ее выводе были использованы теоремы математического анализа для *потенциальных* полей (теорема Грина, в частности), когда электрическое поле равно $\vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi$ (φ – потенциал), а изменения полей со временем t предполагались *квазистационарными* (достаточно медленными). Влияние подводящих ток проводов не рассматривалось.

В реальных условиях, однако, в СВЧ-приборах присутствуют и другие заряды – как неподвижные, так идвигающиеся. Требуемые на этот случай обобщения не заставили себя долго ждать (см., например, [3–6]).

Далее, в работах [7–13] ТШР была распространена на диэлектрики, включая и случай неоднородного анизотропного диэлектрика [10–12] с *поляризацией* [10–13], когда

$$D_i = P_i + \varepsilon_{ij}E_j, \quad (1)$$

где $\varepsilon_{ij}(t, \vec{r})$ – тензор диэлектрической проницаемости (по одинаковым тензорным индексам (обычно латинским) здесь и далее предполагается суммирование), $P_i(t, \vec{r})$ – плотность дипольного момента, $D_i(t, \vec{r})$ – электрическая индукция.

В этих случаях ТШР полезна при изучении датчиков жесткого излучения [7–9, 14], инте-

гральных схем и приборов со структурами металл–диэлектрик–полупроводник (МДП) [10–13] и других современных приборов.

1. ТЕОРЕМА ШОКЛИ–РАМО

При выводе ТШР удобно использовать функционал

$$J_1 = -\iiint \operatorname{div}(\varphi^{(1)} \vec{j}_n) dV, \quad (2)$$

где интегрирование проводится по всему пространству без N металлических электродов, $\vec{j}_n(t, \vec{r})$ – плотность полного тока в исследуемом образце, равная

$$\vec{j}_n = \vec{j} + \partial \vec{D} / \partial t, \quad (3)$$

$\vec{j}(t, \vec{r})$ – плотность конвективного тока, а $\varphi^{(1)}(t, \vec{r})$ – потенциал из вспомогательной краевой задачи (отмеченной индексом (1)), рассматриваемой в том же пространстве и с теми же электродами, но без зарядов и поляризации. Отсюда, используя теорему Остроградского–Гаусса, равенство

$$\operatorname{div} \vec{j}_n = 0 \quad (4)$$

и уравнения Максвелла, можно, действуя аналогично [1, 2] и последующим работам, получить равенство

$$\sum_{k=1}^N \Phi_k^{(1)} I_k = \iiint (\vec{E}^{(1)} \vec{j}_n) dV, \quad (5)$$

где $\vec{E}^{(1)} = -\operatorname{grad} \varphi^{(1)}$, $\Phi_k^{(1)}(t)$ – потенциал k -го электрода из вспомогательной задачи ($k = 1, 2, \dots, N$),

а I_k – ток, втекающий в k -й электрод из внешней цепи.

Отметим, что вспомогательный потенциал, нужный здесь для получения выражения с токами в левой части (5), не обязательно должен быть тесно связан с основной задачей. Все, что требуется пока от этой функции, – быть постоянной на поверхностях электродов, хотя выбор той же среды (но без зарядов и поляризации), конечно, удобен. Кроме того, используемый подход и формула (5) справедливы и для *непотенциальных* полей в основной задаче (см., например, вывод в [11, 12]). Роль подводящих ток проводов обсуждалась в [12, 15].

Формулу для тока I_α на отдельный (α -й) электрод можно получить, как в [1, 2], выбрав в (5) следующие значения вспомогательных потенциалов на электродах:

$$\Phi_k^{(1)} = 0 \text{ при } k \neq \alpha, \quad \Phi_\alpha^{(1)} = \Phi_0 = 1 \text{ В.} \quad (6)$$

В результате получаем

$$\Phi_0 I_\alpha = \iiint (\bar{E}^{(1\alpha)} \bar{j}_n) dV, \quad (7)$$

где $\bar{E}^{(1\alpha)}$ – поле во вспомогательной задаче в рассматриваемом случае (индекс (1 α)). Отсюда следует

$$I_\alpha = \iiint (\bar{E}^{(\alpha)} \bar{j}_n) dV, \quad (8)$$

где $\bar{E}^{(\alpha)}$ – вспомогательное нормированное поле

$$\bar{E}^{(\alpha)} = \bar{E}^{(1\alpha)} / \Phi_0. \quad (9)$$

В работах [1, 2] рассматривался только вклад I_0 в ток из (8), связанный с движением одиночного заряда q ,двигающегося со скоростью \vec{v}_0 в точке \vec{r}_0 и создающего конвективный ток с плотностью

$$j_0 = q \vec{v}_0 \delta(\vec{r} - \vec{r}_0). \quad (10a)$$

При этом формула (для втекающего в α -й электрод тока) имеет вид

$$I_\alpha = \iiint (\bar{E}^{(\alpha)} \bar{j}_0) dV = q (\bar{E}^{(\alpha)} \vec{v}_0). \quad (10б)$$

Это и есть обобщение работ [1, 2], справедливое и для диэлектриков, и для непотенциальных полей.

В случае двух плоскопараллельных электродов результат особенно прост. Нормированное поле для выбранного электрода (будем обозначать его индексом 0) имеет вид

$$\bar{E}^{(0)} = \vec{n}_0 / d, \quad (10в)$$

где d – расстояние между электродами, а \vec{n}_0 – внешний единичный вектор нормальный к поверхности выбранного электрода. Тогда (10б) приобретает следующий вид:

$$I_0 = q (\vec{v}_0 \vec{n}_0) / d. \quad (10г)$$

Как видно из (10г), при приближении заряда к электроду ($\vec{v}_0 \vec{n}_0 < 0$ и $q I_0 < 0$, т.е. ток приносит в электрод заряд другого знака, экранирующий поле заряда q). При удалении же от электрода знаки заряда и тока совпадают.

В реальной ситуации вклад в ток во внешней цепи дают одновременно все двигающиеся в рассматриваемом пространстве (в образце или в вакууме) заряды. Поэтому естественным расширением ТШР будет формула

$$I_\alpha = I_{\alpha 1} + \iiint \left(\bar{E}^{(\alpha)} \frac{\partial \bar{D}_0}{\partial t} \right) dV, \quad (11)$$

где

$$I_{\alpha 1} = \iiint \bar{E}^{(\alpha)} \left(\bar{j} + \frac{\partial \bar{P}}{\partial t} \right) dV, \quad (12)$$

$$D_{0i} = \varepsilon_{ij} E_j. \quad (13)$$

В (12), кроме вклада от конвективных токов, включено и слагаемое с поляризацией, так как оно, очевидно, имеет ту же природу (см. также текст ниже).

Однако в полный ток, который описывается формулой (11), дает вклад еще одно слагаемое. Возникает вопрос, какие токи оно описывает, какова их природа и как на практике отделить их от индуцированных токов из (12). Обычно предполагается, что (в квазистационарных режимах) кроме индуцированных токов есть еще только токи емкостной природы (эффекты же индукции приводят к электродвижущим силам (ЭДС) и влияют на токи лишь опосредованно). Такой подход практикуется, например, при изучении полупроводников и полупроводниковых приборов (см., например, [16–18]).

2. ТОКИ ЕМКОСТНОЙ ПРИРОДЫ

Для сравнения формул для токов емкостной природы со вторым слагаемым в (11) и выделения емкостных токов в явном виде удобно использовать другой функционал (см., работы [11, 12, 19]):

$$J_2 = - \iiint \text{div} [\varphi^{(1)} \bar{j}_n - \frac{\partial}{\partial t} (\bar{D}^{(1)} \varphi)] dV, \quad (14)$$

где все поля потенциальны, а вспомогательный потенциал рассматривается в том же пространстве (с теми же электродами), но без заряда и поляризации, т.е.

$$\text{div} \bar{D} = \rho, \quad \text{div} \bar{D}^{(1)} = 0, \quad (15)$$

где ρ – плотность заряда, а

$$\bar{D} = \bar{P} + \bar{D}_0, \quad D_i^{(1)} = \varepsilon_{ij} E_j^{(1)}. \quad (16)$$

Проведем преобразования интеграла (14) по аналогии с выводом формулы (5) из функционала (2), получим

$$\sum_{\beta=1}^N \Phi_{\beta}^{(1)} I_{\beta} = \sum_{\beta=1}^N \frac{\partial}{\partial t} (Q_{\beta}^{(1)} \Phi_{\beta}) + \iiint \left\{ \bar{E}^{(1)} \left(\vec{j} + \frac{\partial \bar{P}}{\partial t} \right) - \left(\frac{\partial \bar{E}^{(1)}}{\partial t} \bar{D}_0 \right) + \frac{\partial}{\partial t} (\bar{E}^{(1)} \bar{D}_0 - \bar{D}^{(1)} \bar{E}) \right\} dV \quad (17a)$$

или

$$\sum_{\beta=1}^N \Phi_{\beta}^{(1)} I_{\beta} = \sum_{\beta=1}^N \frac{\partial}{\partial t} (Q_{\beta}^{(1)} \Phi_{\beta}) + \iiint \left\{ \bar{E}^{(1)} \left(\vec{j} + \frac{\partial \bar{P}}{\partial t} \right) - \left(\frac{\partial \bar{E}^{(1)}}{\partial t} \bar{D}_0 \right) + \frac{\partial}{\partial t} [E_i^{(1)} (\epsilon_{ij} - \epsilon_{ji}) E_j] \right\} dV, \quad (17b)$$

где Φ_{β} – потенциал β -го электрода, а $Q_{\beta}^{(1)}$ – заряд β -го электрода во вспомогательной задаче. В случае (6) формула (17b) приобретает вид

$$\Phi_0 I_{\alpha} = \sum_{\beta=1}^N \frac{\partial}{\partial t} (Q_{\beta}^{(1\alpha)} \Phi_{\beta}) + \iiint \left\{ \bar{E}^{(1\alpha)} \left(\vec{j} + \frac{\partial \bar{P}}{\partial t} \right) - \frac{\partial \bar{E}^{(1\alpha)}}{\partial t} \bar{D}_0 + \frac{\partial}{\partial t} [E_i^{(1\alpha)} (\epsilon_{ij} - \epsilon_{ji}) E_j] \right\} dV, \quad (18)$$

где $Q_{\beta}^{(1\alpha)}$ – заряд β -го электрода во вспомогательной задаче в рассматриваемом случае, а I_{α} – ток из внешней цепи в α -й электрод, формула для которого легко выводится из (18):

$$I_{\alpha} = \sum_{\beta=1}^N \frac{\partial}{\partial t} (C_{\beta}^{\alpha} \Phi_{\beta}) + \iiint \left\{ \bar{E}^{(\alpha)} \left(\vec{j} + \frac{\partial \bar{P}}{\partial t} \right) - \frac{\partial \bar{E}^{(\alpha)}}{\partial t} \bar{D}_0 + \frac{\partial}{\partial t} [E_i^{(\alpha)} (\epsilon_{ij} - \epsilon_{ji}) E_j] \right\} dV. \quad (19)$$

Здесь

$$C_{\beta}^{\alpha} = Q_{\beta}^{(1\alpha)} / \Phi_0, \quad (20)$$

где C_{β}^{α} – емкостные коэффициенты. В электростатике это были бы коэффициенты емкости C_{α}^{α} и коэффициенты электростатической индукции C_{β}^{α} (при $\beta \neq \alpha$) (см., например, [20]).

Итак, полный ток содержит следующие компоненты различной природы:

$$I_{\alpha} = I_{\alpha 1} + I_{\alpha 2} + I_{\alpha 3} + I_{\alpha 4}, \quad (21)$$

где второе слагаемое

$$I_{\alpha 2} = \sum_{\beta=1}^N \frac{\partial}{\partial t} (C_{\beta}^{\alpha} \Phi_{\beta}) \quad (22)$$

описывает рассматриваемые токи емкостной природы, включая и токи, связанные с изменениями емкостных коэффициентов.

Отметим, что определение на эксперименте индуцированных токов в пленках диэлектриков

МДП-структур путем “вычитания” емкостных токов из полных измеряемых токов при синхронных измерениях емкостных и полных токов (см. историю вопроса в монографии [18] и в работе [10]) было необходимо для развития высокочувствительной диагностики подвижного заряда (в особенности подвижных при комнатной температуре ионов) в пленках подзатворных окислов SiO₂ (см. [10, 18] и ссылки там) и стало важным, чуть ли не определяющим, этапом в создании современных интегральных схем [18] и компьютеров на их основе. Кроме того, в рамках аналогичных методик возможно определение токов через границы раздела диэлектрик–полупроводник в МДП-структурах и других полезных параметров [10, 13, 21].

3. АНОМАЛЬНЫЕ ТОКИ

Третье слагаемое в (21)

$$I_{\alpha 3} = -\iiint \left(\frac{\partial \bar{E}^{(\alpha)}}{\partial t} \bar{D}_0 \right) dV \quad (23)$$

описывает еще один, независимый, тип токов. Если индуцированные токи (12) и токи емкостной природы (22) равны нулю, то ток из (23) может быть отличен от нуля (в этом смысле вклад (23) аномален). Для этого требуется, чтобы в образце не было двигающихся зарядов, поляризация не изменялась и не менялись также потенциалы электродов и емкостные коэффициенты. В [15] приведен простой иллюстрирующий пример с конденсатором, заряды в котором неподвижны, поляризация отсутствует, потенциалы постоянны, а неоднородные изменения диэлектрической проницаемости происходят таким образом, что емкость конденсатора не меняется. Дополнительные токи в этом примере связаны с перераспределением экранирующих зарядов между электродами при неоднородных изменениях диэлектрической проницаемости. В работе [19] этот эффект рассмотрен в более общем случае. В данной работе вклад (23) анализируется без ограничений. Исследуется, в частности, влияние поляризации на токи, возникающие при изменениях параметров образца.

Рассмотрим с этой целью функционал

$$J_3 = \iiint \operatorname{div} \left(\frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial t} \bar{D}_0 \right) dV \quad (24)$$

и преобразуем его с помощью теоремы Остроградского–Гаусса в поверхностный интеграл

$$J_3 = -\sum_{\beta=1}^N \frac{\partial \Phi_{\beta}^{(1)}}{\partial t} \oint_{S_{\beta}} (\bar{D}_0 \vec{n}) dS, \quad (25)$$

где интегрирование проводится по поверхностям S_β металлических электродов системы, \vec{n} – внешние нормали к ним (интеграл по бесконечности равен нулю вследствие электронейтральности системы). Как видно из (25), $J_3 = 0$, если вспомогательные потенциалы на электродах постоянны во времени. Чтобы использовать это обстоятельство, раскроем подынтегральное выражение в (24):

$$\operatorname{div} \left(\frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial t} \vec{D}_0 \right) = -\frac{\partial \vec{E}^{(1)}}{\partial t} \vec{D}_0 + \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial t} \operatorname{div} \vec{D}_0, \quad (26)$$

и заметим, что

$$\operatorname{div} \vec{D}_0 = \operatorname{div} \vec{D} - \operatorname{div} \vec{P}, \quad \operatorname{div} \vec{D} = \rho, \quad (27)$$

откуда

$$\operatorname{div} \vec{D}_0 = \rho - \operatorname{div} \vec{P} = \rho_n. \quad (28)$$

Поскольку $-\operatorname{div} \vec{P}$ – связанный заряд, то заряд ρ_n , введенный в (28), это полный (свободный плюс связанный) заряд. В этих обозначениях (26) принимает следующий вид:

$$\operatorname{div} \left(\frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial t} \vec{D}_0 \right) = -\frac{\partial \vec{E}^{(1)}}{\partial t} \vec{D}_0 + \frac{\partial \varphi^{(1)}}{\partial t} \rho_n. \quad (29)$$

Отметим, что для интересующего нас случая (6), когда вспомогательные потенциалы на электродах постоянны и поэтому $J_3 = 0$, равны нулю интеграл в правой части (24) и равный ему интеграл от левой части в (29). Поэтому равен нулю и интеграл от правой части в (29), т.е.

$$\iiint \frac{\partial \vec{E}^{(1\alpha)}}{\partial t} \vec{D}_0 dV = \iiint \frac{\partial \varphi^{(1\alpha)}}{\partial t} \rho_n dV \quad (30)$$

или, после деления на $-\Phi_0$,

$$-\iiint \frac{\partial \vec{E}^{(\alpha)}}{\partial t} \vec{D}_0 dV = -\iiint \frac{\partial \varphi^{(\alpha)}}{\partial t} \rho_n dV, \quad (31)$$

где

$$\varphi^{(\alpha)} = \varphi^{(1\alpha)} / \Phi_0 \quad (32)$$

– это нормированный потенциал. Заметим наконец, что левая часть в (31) совпадает с правой частью в (23), так что формулу (23) для третьего вклада в ток из (21) теперь можно записать в окончательном виде:

$$I_{\alpha 3} = -\iiint \frac{\partial \varphi^{(\alpha)}}{\partial t} \rho_n dV. \quad (33)$$

Эта формула служит обобщением соответствующего выражения из [19].

Отметим, что закон сохранения связанного заряда имеет вид

$$\frac{\partial(-\operatorname{div} \vec{P})}{\partial t} + \operatorname{div} \left(\frac{\partial \vec{P}}{\partial t} \right) = 0, \quad (34)$$

т.е., как видно из (34), $\partial \vec{P} / \partial t$ играет роль тока для связанного заряда. Отсюда следует и закон сохранения полного, свободного плюс связанного, заряда:

$$\frac{\partial(\rho - \operatorname{div} \vec{P})}{\partial t} + \operatorname{div} \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} \right) = 0, \quad (35)$$

где величина

$$\vec{j} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} = \vec{J}_n \quad (36)$$

играет, очевидно, роль связанной с полным зарядом плотности тока. В этих обозначениях равенство (35) приобретает более компактный вид:

$$\frac{\partial \rho_n}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{J}_n = 0. \quad (37)$$

Теперь формулу (12) для традиционного вклада из ТШР можно записать в следующем виде:

$$I_{\alpha 1} = \iiint (\vec{E}^{(\alpha)} \vec{J}_n) dV. \quad (38)$$

Таким образом, свободный и связанный заряды входят в формулы (33) и (38) одинаковым образом – в составе ρ_n и \vec{J}_n . Иначе говоря, поляризация (связанные заряды) влияет на токи во внешней цепи (индуцированные и аномальные) так же, как и свободные заряды.

При этом аномальные токи из (33), хотя и связаны с наличием в образце локальных полных зарядов, но отличны от нуля только тогда, когда одновременно происходят изменения вспомогательного нормированного потенциала, а для этого, в свою очередь, требуется, чтобы диэлектрическая проницаемость образца менялась соответствующим образом. Приведенный в работе [15] пример показывает, что такая ситуация вполне возможна; причем ненулевые аномальные токи могут присутствовать даже тогда, когда остальные вклады в ток во внешней цепи равны нулю. Это показывает, что аномальный вклад в ток во внешней цепи независим от остальных вкладов.

Обсуждаемые вопросы интересны, например, в связи с диагностикой дипольных дефектов в тонких пленках диэлектриков МДП-структур и интегральных схем [13]. Но особого внимания заслуживают, конечно, вещества со спонтанной поляризацией, величина которой может принимать довольно высокие значения, $> 4 \times 10^{-6}$ Кл/см² [22], такими что поля связанного заряда, неизбежно возникающего на границах сегнетоэлектриков из-за обрыва поляризации, могли бы быть достаточно велики, $\sim 5 \times 10^7$ В/см и больше. Однако на практике эти поля экранируются зарядами адсорбированных ионов, а в полупроводниках – зарядами электронов и дырок. В последнем случае возникает интересная ситуация, когда вблизи

границ образуются узкие переходные заряженные слои с размерами, зависящими от соотношения между величинами поляризации и пьезоэлектрических напряжений. Поляризация в этих слоях непрерывно изменяется до своих граничных значений, которые могут значительно уступать объемным. При этом экранирование полей поляризации электронами (дырками) приводит в итоге к уменьшению общих полей в поверхностном слое (см., например, модельное рассмотрение сегнетоэлектрика—полупроводника в [23]). Тем не менее общий связанный заряд в слое и экранирующий его свободный заряд электронов или дырок остаются по-прежнему большими. Конечно, свободный заряд локализован, хотя бы частично, на дефектных уровнях и поверхностных состояниях, т.е. не обязательно подвижен. Но и подвижная его часть может быть достаточно велика, чтобы использовать ее в приборных применениях, включая транзисторы (см., например, обзор [24] по приборам на основе GaN и теоретические данные по спонтанной и пьезоэлектрической поляризации и зарядам в нитридах на их границах [25]). Отметим наконец, что при внешних воздействиях на структуры с поляризацией (поля, подсветка, температура и т.п.) будет изменяться величина и пространственное распределение не только свободных, но и связанных зарядов.

Далее, четвертый вклад в ток (четвертые слагаемые в формулах (19) и (21))

$$I_{\alpha 4} = \iiint \frac{\partial}{\partial t} [E_i^{(\alpha)} (\epsilon_{ij} - \epsilon_{ji}) E_j] dV \quad (39)$$

связан с асимметричной частью тензора диэлектрической проницаемости. Обычно он равен нулю, так как тензор ϵ_{ij} симметричен в силу обобщенного принципа симметрии кинетических коэффициентов [20], однако в некоторых случаях (при наличии магнитного поля, например) симметрия может нарушаться. Природа этого вклада будет рассмотрена в другой работе.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итак, ток из внешней цепи на отдельный металлический электрод, возникающий при изменении связанных с образцом факторов, можно, в развитие ТШР, представить в виде четырех компонент различной природы (см. формулы (21) и (22), (33), (38) и (39)). При этом свободные заряды и поляризация влияют на токи во внешней цепи одинаковым образом: в составе полного (свободного плюс связанного) заряда (см. (28)) в формуле (33) для аномальных токов и в составе связанного с полным зарядом тока (см. (36)) в формуле (38) для индуцированных токов.

Аномальные токи индуцируются, как мы видели (см. (33)), локальными полными зарядами, но отличны они от нуля только тогда, когда внутри образца одновременно с зарядами и в том же месте изменяется вспомогательный нормированный потенциал. Может возникнуть сомнение: а возможно ли это, ведь во вспомогательной задаче токи и заряды отсутствуют, а потенциалы электродов постоянны. И все же внутри образца при изменении его диэлектрической проницаемости (и постоянных потенциалах электродов) изменения внутренних потенциалов могут происходить. В работе [15] приведен пример с конденсатором, в котором происходят неоднородные изменения диэлектрической проницаемости, такие что все компоненты тока, кроме аномальной, равны нулю. Этот пример показывает, что аномальные токи теоретически возможны и независимы от других компонент полного тока. Вообще в природе изменения диэлектрической проницаемости наблюдаются не так уж и редко: например, в различных процессах, связанных фазовыми переходами или химическими реакциями, при релаксации структуры стекол и в других случаях. Однако встреча с подобными ситуациями в приборных применениях маловероятна (разве что при наличии в приборе макроскопических дефектов соответствующей природы), да и вряд ли желательна.

Работа выполнена в рамках государственного задания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Shockley W.* // J. Appl. Phys. 1938. V. 9. № 10. P. 635.
2. *Ramo S.* // Proc. IRE. 1939. V. 27. № 9. P. 584.
3. *Jen C.K.* // Proc. IRE. 1941. V. 29. № 6. P. 345.
4. *Gabor D.* // J. Inst. Electr. Engrs. 1944. V. 91. Pt 3. № 15. P. 128.
5. *Гвоздовер С., Лопухин В.* // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1946. Т. 10. № 1. С. 29.
6. *Beck A.H.W.* Thermionic Valves: Their Theory and Design. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1953.
7. *Cavalleri G., Fabri G., Gatti E., Svelto V.* // Nucl. Instr. Meth. 1963. V. 21. P. 177.
8. *Cavalleri G., Gatti E.* // Nucl. Instr. Meth. 1971. V. 92. P. 137.
9. *He Z.* // Nucl. Instr. Meth. 2001. V. A463. № 1–2. P. 250.
10. *Дмитриев С.Г.* // РЭ. 2012. Т. 57. № 11. С. 1229.
11. *Дмитриев С.Г.* // РЭ. 2018. Т. 63. № 10. С. 1115.
12. *Дмитриев С.Г.* // РЭ. 2019. Т. 64. № 9. С. 926.
13. *Дмитриев С.Г.* // ФТП. 2009. Т. 43. № 6. С. 854.
14. *Tavernier S.* Experimental Techniques in Nuclear and Particle Physics. L.: Springer, 2010.
15. *Дмитриев С.Г.* // РЭ. 2020. Т. 65. № 7. С. 725.

16. *Бонч-Бруевич В.Л., Калашиков С.Г.* Физика полупроводников. М.: Наука, 1990.
17. *Зи С.* Физика полупроводниковых приборов. М.: Мир, 1984.
18. *Nicollian E.R., Brews J.R.* MOS (Metal-Oxide-Semiconductor) Physics and Technology. N.Y.: J. Wiley & Sons, 1982.
19. *Дмитриев С.Г.* // РЭ. 2022. Т. 67. № 2. С. 181.
20. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. М.: Физматлит, 2005.
21. *Дмитриев С.Г.* // ФТП. 2011. Т. 45. № 2. С. 192.
22. Таблицы физических величин. Справочник / Под ред. И.К. Кикоина. М.: Атомиздат, 1976.
23. *Дмитриев С.Г.* // ЖЭТФ. 1980. Т. 78. № 1. С. 412.
24. *Wang J., Mulligan P., Brillson L., Cao L.R.* // Appl. Phys. Rev. 2015. V. 2. № 3. P. 031102.
25. *Супрядкина И.А., Абгарян К.К., Бажанов Д.И., Мутигуллин И.В.* // ФТП. 2013. Т. 47. № 12. С. 1647.