

# СОДЕРЖАНИЕ

---

---

Том 83, номер 5, 2020

---

---

## ЯДРА

### Эксперимент

Совместные исследования ядерных реакций  $^{11}\text{B}(p, 3\alpha)$  и  $^{11}\text{B}(p, n)^{11}\text{C}$  как метод определения абсолютного выхода альфа-частиц в пикосекундной лазерной плазме

*В. С. Беляев, А. П. Матафонов, В. П. Крайнов, А. Ю. Кедров, Б. В. Загреев,  
А. С. Русецкий, Н. Г. Борисенко, А. И. Громов, А. В. Лобанов, В. С. Лисица*

370

### Теория

Теоретическое вычисление параметров МВБ1 и пересечение полос в четных изотопах Се

*А. Д. Ефимов*

380

Атомные процессы, сопровождающие  $\alpha$ -распад сверхтяжелых ядер

*В. К. Никулин, М. Б. Тржасковская*

402

Глобальные расчеты свойств  $\beta$ -распада на основе функционала Фаянса

*И. Н. Борзов*

413

## ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ И ПОЛЯ

### Эксперимент

Поиск процесса  $e^+e^- \rightarrow \eta'\gamma$  на детекторе СНД

*М. Н. Ачасов, А. Ю. Барняков, К. И. Белобородов, А. В. Бердюгин, Д. Е. Беркаев,  
А. Г. Богданчиков, А. А. Ботов, В. Б. Голубев, Т. В. Димова, В. П. Дружинин,  
В. Н. Жабин, Л. В. Кардапольцев, А. С. Касаев, А. Н. Кирпотин, Д. П. Коврижин,  
И. А. Кооп, А. А. Король, А. С. Купич, К. А. Мартин, Н. А. Мельникова,  
Н. Ю. Мучной, А. Е. Образовский, А. В. Отбоев, Е. В. Пахтусова, К. В. Пугачев,  
Ю. А. Роговский, Я. С. Савченко, А. И. Сенченко, С. И. Середняков,  
З. К. Силагадзе, И. К. Сурин, М. В. Тимошенко, Ю. В. Усов, А. Г. Харламов,  
Ю. М. Шатунов, Д. Б. Шварц, Д. А. Штоль*

427

Совместное описание полных, дифференциальных сечений и  $\rho$ -параметра  $p(\bar{p})p$ -рассеяний в интервале энергий  $\sqrt{s} \geq 7$  ГэВ и при всех  $t < 0$

*В. И. Белоусов, В. В. Ежела, Н. П. Ткаченко*

433

### Материалы Сессии-конференции Секции ядерной физики ОФН РАН, 10–12 марта 2020 г., Новосибирск

Измерение сечения процесса  $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$  с детектором КМД-3

*В. Л. Иванов*

*(от имени коллаборации КМД-3)*

444

Когерентное фоторождение нейтральных псевдоскалярных мезонов  $\pi^0\pi^0$  и  $\pi^0\eta$  на легких ядрах

*М. В. Егоров*

451

Динамика ядерных каскадов при фоторождении легких нейтральных мезонов

*В. Г. Недорезов, А. А. Туринге*

455

Поправка: “Электронный каталог мезорентгеновских спектров излучения”  
[ЯФ 82 (3), 228 (2019)]

*Д. Р. Зинатулина*

460

---

---

## СОВМЕСТНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ $^{11}\text{B}(p, 3\alpha)$ И $^{11}\text{B}(p, n)^{11}\text{C}$ КАК МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ АБСОЛЮТНОГО ВЫХОДА АЛЬФА-ЧАСТИЦ В ПИКОСЕКУНДНОЙ ЛАЗЕРНОЙ ПЛАЗМЕ

© 2020 г. В. С. Беляев<sup>1)</sup>, А. П. Матафонов<sup>1)</sup>, В. П. Крайнов<sup>2)\*</sup>,  
 А. Ю. Кедров<sup>1)</sup>, Б. В. Загреев<sup>1)</sup>, А. С. Русецкий<sup>3)</sup>,  
 Н. Г. Борисенко<sup>3)</sup>, А. И. Громов<sup>3)</sup>, А. В. Лобанов<sup>4)</sup>, В. С. Лисица<sup>5)</sup>

Поступила в редакцию 22.03.2020 г.; после доработки 18.04.2020 г.; принята к публикации 18.04.2020 г.

Представлены результаты экспериментальных исследований по инициированию перспективной ядерной реакции синтеза  $^{11}\text{B}(p, 3\alpha)$  в лазерной пикосекундной плазме при интенсивности лазерного излучения  $5 \times 10^{18}$  Вт/см<sup>2</sup>. Предложен новый метод измерения абсолютного выхода  $\alpha$ -частиц в реакции  $^{11}\text{B}(p, 3\alpha)$ , основанный на одновременном измерении количества нейтронов в реперной ядерной реакции  $^{11}\text{B}(p, n)^{11}\text{C}$ . Оценка полного количества  $\alpha$ -частиц за импульс в реакции  $^{11}\text{B}(p, 3\alpha)$  по новой методике составляет для указанных параметров лазерного импульса величину  $10^8$  частиц в  $4\pi$  ср. Представленные результаты существенно отличаются от данных по измерениям одноканального выхода  $\alpha$ -частиц.

DOI: 10.31857/S0044002720050062

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Перспективность бороводородной смеси как термоядерного топлива, обладающего важными преимуществами — малым количеством генерируемых нейтронов с невысокой энергией и дешевой, вот уже почти полвека обсуждается в научной печати [1, 2].

Активность исследования ядерной реакции  $^{11}\text{B}(p, 3\alpha)$  значительно возросла после проведения экспериментальных исследований, начало которым положила работа 2005 г. [3].

В этой работе впервые в лазерной плазме был получен выход  $\alpha$ -частиц в результате реализации реакции  $^{11}\text{B}(p, 3\alpha)$ . Эксперимент был проведен на лазерной установке при интенсивности излучения  $2 \times 10^{18}$  Вт/см<sup>2</sup>. Выход  $\alpha$ -частиц был зафиксирован на уровне  $10^3$  в 1 ср. Работа [3] показала

принципиальную возможность экспериментального изучения реакции  $p^{11}\text{B}$ , стимулировавшую проведение подобных исследований.

Первыми после 2005 г. экспериментами в этом направлении были исследования на лазерной установке Pico 2000 в лаборатории LULI (Laboratoire d'Utilisation des Lasers Intenses) [4]. Установка для исследования реакции  $p^{11}\text{B}$  позволяет синхронизировать два лазерных пучка, фокусируя их в одной вакуумной камере. Авторы работы [4] отмечают, что их целью была демонстрация научного прогресса в осуществлении безнейтронного синтеза с использованием коротких лазерных импульсов и создание возможностей для дальнейших научных исследований по этой теме. Использовались два лазера. Лазерное излучение первого лазера с энергией в импульсе 400 Дж на длине волны 0.53 мкм при длительности импульса 1.5 нс и интенсивности излучения  $6 \times 10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup> фокусировалось на поверхность мишени из бора и вызывало образование плазмы. Лазерное излучение второго лазера (20 Дж,  $\lambda = 0.53$  мкм,  $\tau = 1$  пс,  $I \approx 6 \times 10^{18}$  Вт/см<sup>2</sup>) генерировало из тонкой алюминиевой фольги быстрые протоны, которые взаимодействовали с ионами бора плазмы, образованной излучением первого лазера.

При оптимальной задержке между импульсами двух лазеров на уровне 1.2 нс выход  $\alpha$ -частиц достигал максимального значения около  $10^7$  в 1 ср.

<sup>1)</sup>Центральный научно-исследовательский институт машиностроения, Королев, Россия.

<sup>2)</sup>Московский физико-технический институт (Государственный университет), Долгопрудный, Россия.

<sup>3)</sup>Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Москва, Россия.

<sup>4)</sup>Научно-техническое объединение “ИРЭ-Полюс”, Фрязино, Россия.

<sup>5)</sup>Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт”, Москва, Россия.

\*E-mail: vpkrainov@mail.ru

Следующими по значимости и по рекордному выходу  $\alpha$ -частиц следует считать эксперименты, проведенные международным коллективом ученых из Чехии, Италии, Польши на одном из мощнейших лазеров Европы “Астерикс” [5], предназначенном для научных исследований и расположенном в Праге — PALS (Prague Asterix Laser System). В этих экспериментах был получен выход  $\alpha$ -частиц в результате протекания ядерной реакции  $p^{11}\text{B}$  около  $10^9$  в 1 ср за один лазерный импульс. Параметры лазерного излучения в этих экспериментах — энергия импульса 500 Дж, длительность импульса  $\sim 0.3$  нс, диаметр пятна фокусировки 80 мкм. Как отмечают авторы [5], научная значимость и прогресс этих экспериментов заключаются не только в достижении очень высокого выхода  $\alpha$ -частиц, но также в том, что использовался лазер умеренной мощности (2 ТВт) и интенсивности ( $3 \times 10^{16}$  Вт/см<sup>2</sup>), что показывает возможность использования в будущем компактных и недорогих лазерных систем (например, на основе диодной накачки) и простой схемы эксперимента (один лазер — одна мишень). Фактически использование лазера умеренной мощности с большой длительностью лазерного импульса избавляет от необходимости использовать специальные технологии его сжатия (например, метод усиления чирпированных импульсов), что упрощает и удешевляет лазерную систему. Кроме этого, лазерные системы такой длительности излучения не требуют вакуума для транспортировки излучения, так как интенсивности несфокусированного излучения оказываются ниже пороговой для пробоя в воздухе.

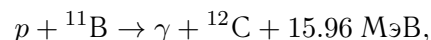
В следующих экспериментах на этой установке удалось увеличить выход  $\alpha$ -частиц до  $10^{11}$  в 1 ср за один лазерный импульс [6] за счет оптимизации мишени.

Важно отметить, что в работах [4–6] для получения максимального выхода  $\alpha$ -частиц в результате инициирования в лазерной плазме ядерной реакции  $p + ^{11}\text{B} = 3\alpha$  использовали предварительно созданную плазму. В статье [4] для этой цели использовалось лазерное излучение дополнительного лазера, а в статьях [5, 6] — излучение предимпульса основного лазерного импульса. В работах [4–6] подбирали или оптимальную временную задержку между первым лазерным импульсом и основным импульсом [4], или величину и длительность предимпульса [5, 6] для получения таких параметров предварительной плазмы, при которых выход  $\alpha$ -частиц получается максимальным. При этом авторы работ [4–6] утверждают, что в этом случае создаются оптимальные условия как для получения максимального количества быстрых протонов, так и для получения максимального количества  $\alpha$ -частиц, которые выходят из созданной лазерной

плазмы и попадают на детекторы регистрации  $\alpha$ -частиц. Действительно, в работе [4] показано, что изменяя длительность временной задержки между наносекундным лазером, который создает предварительную плазму, и основным пикосекундным лазерным импульсом, количество  $\alpha$ -частиц изменится. При этом если авторы [4] оставляли для воздействия на мишень из бора только один основной пикосекундный лазерный импульс, то количество  $\alpha$ -частиц в таком случае было близко к нулю. Однако в следующей статье этих авторов [7] было показано, что в случае воздействия на мишень из бора только одного лазерного импульса с повышенной интенсивностью до уровня  $10^{19}$  Вт/см<sup>2</sup> был зарегистрирован значительный выход  $\alpha$ -частиц. В экспериментах [7] лазерное излучение (12 Дж,  $\lambda = 1.056$  мкм,  $\tau = 350$  фс,  $I \approx 10^{19}$  Вт/см<sup>2</sup>) генерировало из тонкой алюминиевой фольги быстрые протоны, которые взаимодействовали с ионами бора мишени. Таким образом получается, что как при воздействии быстрых протонов на предварительно созданную плазму, так и при воздействии на твердотельную мишень регистрируется значительное количество  $\alpha$ -частиц.

Во всех перечисленных выше работах [3–7] остается нерешенным вопрос о полном выходе  $\alpha$ -частиц в результате инициирования реакции  $p + ^{11}\text{B} = 3\alpha$ , так как регистрируются только те  $\alpha$ -частицы, которые вышли либо из предварительно созданной плазмы [4–6], либо из твердотельной мишени [3, 7], и при этом нет информации, сколько  $\alpha$ -частиц не смогло выйти из плазмы или из глубины мишени.

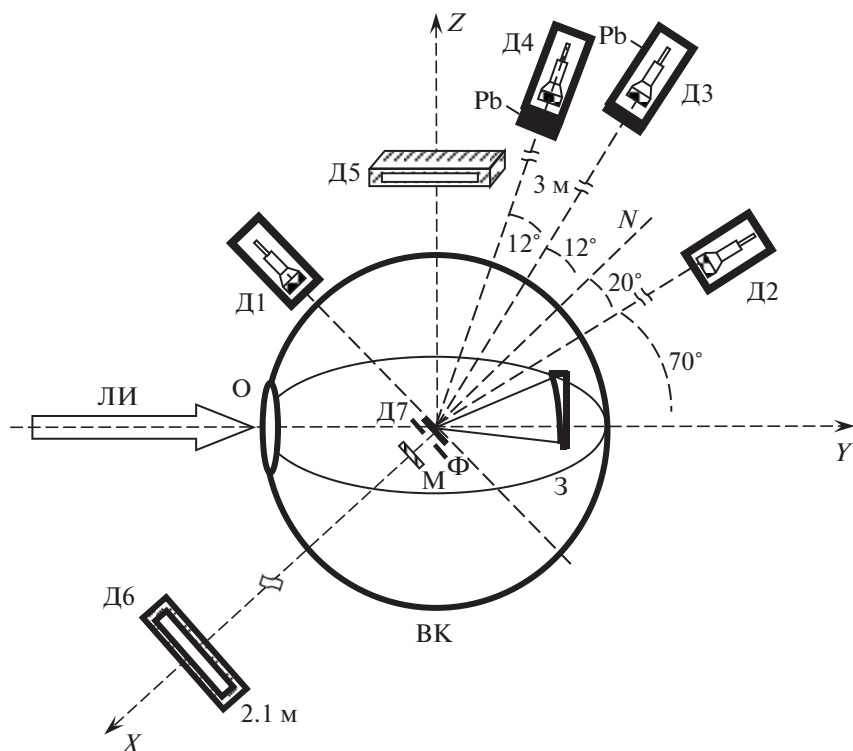
Для  $p + ^{11}\text{B}$ -реакции в первом поколении возможны две экзотермические реакции [1]:



вторая из которых, впрочем, сильно подавлена. Возможным источником нейтронов может явиться пороговая реакция  $^{11}\text{B}(p, n)^{11}\text{C}$ , для инициирования которой необходимы протоны с энергией  $E_p > 3 \text{ МэВ}$ .

Оценку полного выхода  $\alpha$ -частиц в результате инициирования реакции  $p + ^{11}\text{B} = 3\alpha$  можно получить с использованием реакции  $p + ^{11}\text{B} = n + ^{11}\text{C}$  в качестве реперной. При этом необходимо, чтобы максимальная энергия протонов превышала пороговую энергию в 3 МэВ. Такие условия реализуются в экспериментах [3, 4, 7].

Действительно, зная выход нейтронов в реперной реакции, спектр ускоренных протонов, сечения основной и реперной реакции, можно оценить



**Рис. 1.** Схема эксперимента. Ф — фольга из Al; М — мишень из бора; ВК — вакуумная камера; О — окно вакуумной камеры; З — внеосевое параболическое зеркало; ЛИ — лазерное излучение; N — нормаль к мишени; Д1–Д4 — сцинтилляционные детекторы нейтронного и  $\gamma$ -излучения; Д5, Д6 — детекторы нейтронов на гелиевых счетчиках; Д7 — трековые детекторы CR-39. Детекторы Д1–Д4, Д6–Д7 расположены в одной плоскости XY.

количество  $\alpha$ -частиц, которые генерируются в результате протекания основной реакции  $p + {}^{11}\text{B} = 3\alpha$ . При этом важно отметить, что ни величина глубины мишени, где происходят реакции  $p + {}^{11}\text{B} = n + {}^{11}\text{C}$ , ни параметры плазмы не оказывают влияния на распространение и регистрацию генерируемых нейтронов. Однако в случае регистрации  $\alpha$ -частиц эти величины имеют важное значение. Поэтому в представленной работе мы приводим результаты по исследованию реакции  $p + {}^{11}\text{B} = 3\alpha$  одновременно с реперной реакцией  $p + {}^{11}\text{B} = n + {}^{11}\text{C}$ . Это позволило оценить полное количество  $\alpha$ -частиц, инициируемых в ядерной реакции  $p + {}^{11}\text{B} = 3\alpha$ , количество  $\alpha$ -частиц, которые не смогли выйти из мишени, и количество  $\alpha$ -частиц, которые вышли из мишени и достигли трековых детекторов.

## 2. ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Эксперименты проводились на 10 ТВт пикосекундной лазерной установке “Неодим” [8]. Лазерная установка имеет следующие параметры лазерного импульса: энергия до 10 Дж, длина волны 1.055 мкм, длительность 1.0 пс. Система фокусировки на основе внеосевого параболического зеркала с фокусным расстоянием 20 см обеспечивает

концентрацию не менее 40% энергии лазерного пучка в пятно диаметром 10 мкм и, соответственно, пиковую интенсивность  $5 \times 10^{18}$  Вт/см<sup>2</sup>.

Генерируемое лазерное излучение установки “Неодим” характеризуется наличием предимпульсов двух типов: пикосекундной и наносекундной длительности. Первый предимпульс возникает за 14 нс до основного импульса, имеет длительность 1.5 пс и относительную интенсивность менее  $10^{-7}$  (контраст более  $10^7$ ) по отношению к основному импульсу. Второй предимпульс является импульсом усиленной спонтанной эмиссии. Длительность второго предимпульса на полувысоте составляет 4 нс, при этом относительная (к основному импульсу) интенсивность составляет величину менее  $10^{-8}$  (контраст более  $10^8$ ).

Схема эксперимента представлена на рис. 1. Лазерное излучение с  $p$ -поляризацией фокусировалось внеосевым параболическим зеркалом на поверхность алюминиевой фольги толщиной 11 мкм под углом  $30^\circ$  к нормали поверхности фольги. На расстоянии 20 мм за фольгой устанавливалась мишень в виде плоской пластины из бора размером 25 на 25 мм и толщиной 500 мкм. Мишень из бора состояла из 80% изотопов  $\text{B}^{11}$  и 20% изотопов  $\text{B}^{10}$ , при этом плотность бора составляла

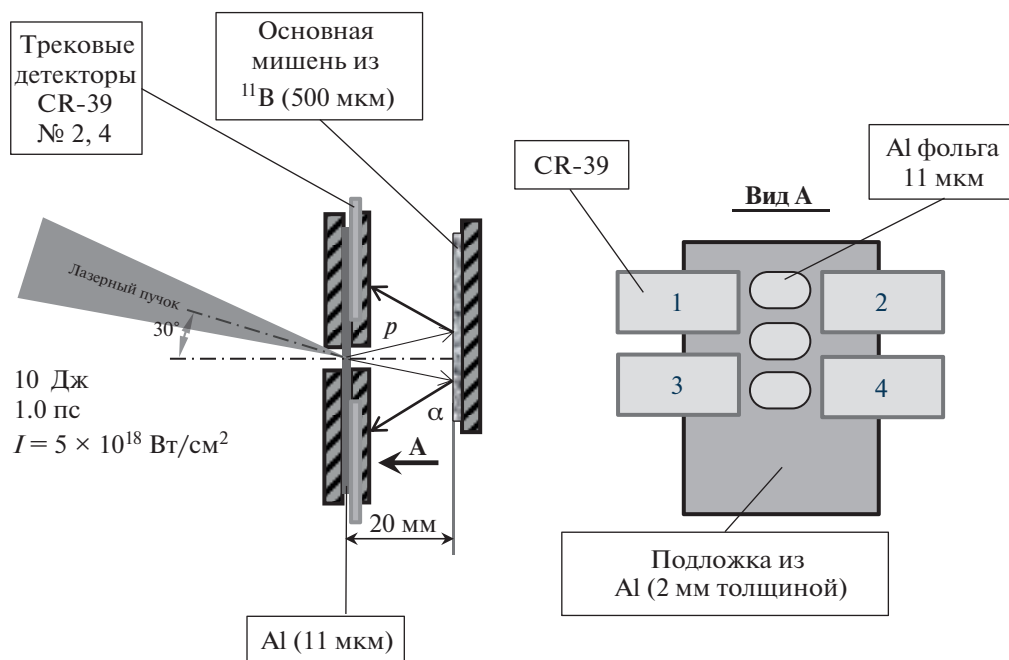


Рис. 2. Детальное изображение расположения трековых детекторов, Al-фольги и мишени из бора.

величину около  $0.9 \text{ г/см}^3$ . Мишень располагалась в вакуумной камере диаметром 30 см и высотой 50 см. Давление остаточного газа в вакуумной камере было не хуже  $10^{-3}$  Торр.

Для регистрации жесткого рентгеновского излучения использовались четыре сцинтилляционных детектора Д1–Д4, расположенные на расстояниях 0.3; 3.1; 4.3 и 3.0 м соответственно. Перед детекторами устанавливались свинцовые фильтры толщиной от 1 до 13.5 см.

Для определения количества нейтронов, генерируемых в результате инициирования ядерной реакции  $p + {}^{11}\text{B} = n + {}^{11}\text{C}$  использовались детекторы Д5 и Д6 на гелиевых счетчиках. Детектор Д5 располагался над мишенью на расстоянии 25 см, а детектор Д6 располагался за мишенью на расстоянии 2.1 м. Размеры детектора Д5 — ширина детектора 33 см, высота 20 см, толщина 10 см, а детектора Д6 — 45, 26, 12 см.

Эффективность регистрации нейтронов для импульсного потока нейтронов составила для детекторов Д5 и Д6 величину около 50% [9].

Для определения выхода  $\alpha$ -частиц, генерируемых в результате инициирования ядерной реакции  $p + {}^{11}\text{B} = 3\alpha$ , использовались детекторы Д7 на основе трековых детекторов CR-39 размером 10 на 18 мм и толщиной 1 мм с фильтрами из алюминия различной толщины — от 7 до 18 мкм. Детальное изображение расположения трековых детекторов, Al-фольги и мишени из бора представлено на рис. 2.

При воздействии лазерного излучения на Al-фольгу на ее тыльной поверхности генерируется направленный поток быстрых протонов, который падает на мишень из бора и инициирует в ее объеме ядерные реакции  $p + {}^{11}\text{B} = 3\alpha$  и  $p + {}^{11}\text{B} = n + {}^{11}\text{C}$ . Те  $\alpha$ -частицы, которые смогут выйти из объема мишени из бора, попадают на трековые детекторы CR-39. В экспериментах использовали четыре трековых детектора CR-39 (№1–№4) с Al-фильтрами различной толщины. Расположение трековых детекторов CR-39 (№1–№4) и толщины фильтров из Al перед ними приведены на рис. 2 и табл. 1.

Для сравнения и учета фона вместо мишени из бора использовалась мишень из Al толщиной 2 мм. Для регистрации фоновых частиц использовали четыре трековых детектора CR-39 (№5–№8) с Al-фильтрами различной толщины. Трековые детекторы №5–№8 располагались на позициях, соответствующих детекторам №1–№4.

Использование детекторов с фильтрами из алюминия различной толщины позволяет оценить энергию и определить тип детектируемых частиц.

Калибровка детекторов CR-39 была проведена с помощью протонного пучка ускорителя Ван де Графа ( $E_p = 0.75\text{--}3.0 \text{ МэВ}$ ) и стандартных  $\alpha$ -источников ( $E_\alpha = 0.4\text{--}7.7 \text{ МэВ}$ ), пучка циклотрона ( $E_\alpha = 8\text{--}30 \text{ МэВ}$ ) в НИИЯФ МГУ. После облучения проводилось травление детекторов в растворе 6M NaOH в  $\text{H}_2\text{O}$  при  $70^\circ \text{C}$  в течение 7 ч. Просмотр детекторов проводился на микроскопном комплексе ПАВИКОМ в Физическом институте

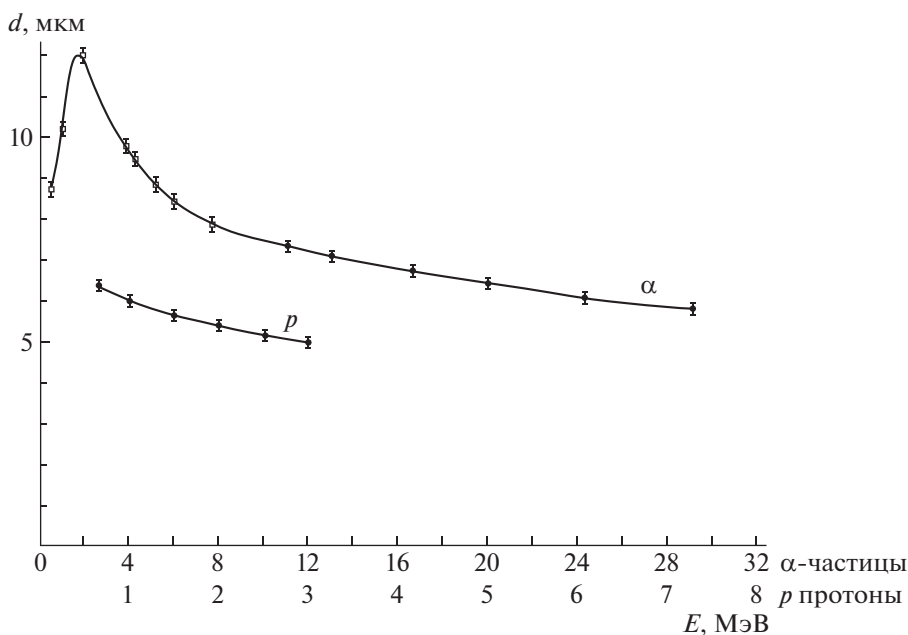


Рис. 3. Зависимости диаметров треков  $\alpha$ -частиц и протонов от их энергии.

им. П. Н. Лебедева РАН. На рис. 3 представлены результаты калибровки, т.е. зависимости диаметров треков  $d$  протонов и  $\alpha$ -частиц от их энергии  $E$ .

### 3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Была проведена серия из десяти экспериментов по регистрации  $\alpha$ -частиц и нейтронов. Результаты одной из серии экспериментов по регистрации  $\alpha$ -частиц представлены в табл. 1. В экспериментах производили по три выстрела лазерной установки для основной и контрольной (фоновой) мишеней. Выстрел лазерной установки проводился один раз в 30 минут. Для детекторов №1–№4 (основная мишень — В (0.5 мм)) зарегистрировано значительное превышение над фоном (детекторы №5–№8, контрольная (фоновая) мишень — Al (2 мм)). Важно отметить, что расположение детекторов под углом  $40^\circ$  относительно нормали к мишени привело к тому, что треки  $\alpha$ -частиц от реакции  $p + {}^{11}\text{B} = 3\alpha$  получились наклонными, и они имеют выделенное направление, указывающее на мишень (см. рис. 4).

Для треков частиц на фоновых детекторах такого выделенного направления нет. Также видно, что фон достаточно низкий, поскольку мишень из алюминия не подвергается прямому воздействию лазерного луча.

Поскольку калибровка детекторов проводилась частицами при нормальном падении на трековые детекторы CR-39, то построение распределения треков по диаметрам не дает точной информации по энергии частиц. Поэтому энергетический

спектр для  $\alpha$ -частиц, зарегистрированных детекторами №1–№4, можно построить, зная толщины их фильтров (без фильтра, 7, 11 и 18 мкм Al соответственно). Спектр зарегистрированных  $\alpha$ -частиц показан на рис. 5. Видно, что основная часть  $\alpha$ -частиц имеет энергию меньше 4 МэВ.

По данным детекторов №1–№4 можно оценить количество  $\alpha$ -частиц, генерируемых в  $p + {}^{11}\text{B} = 3\alpha$ . С учетом результатов всех экспериментов было определено среднее количество  $\alpha$ -частиц, равное  $n_\alpha \sim 10^5$   $\alpha$ -частиц/ср с точностью 20% (или  $\sim 10^6$   $\alpha$ -частиц в  $4\pi$  ср), генерируемых в телесный угол 1 ср за один выстрел лазерной установки.

При проведении экспериментов с использованием мишени из бора были зарегистрированы нейтроны, генерируемые в результате инициирования ядерной реакции  $p + {}^{11}\text{B} = n + {}^{11}\text{C}$ . Пример осциллограмм импульсов от детекторов нейтронов на гелиевых счетчиках Д5 и Д6 представлен на рис. 6.

Из рис. 6 видно, что детектор Д6 зарегистрировал девять нейтронов. Учитывая, что телесный угол регистрации нейтронов детектором Д6 равен  $2.6 \times 10^{-2}$  ср при расстоянии 2.1 м от детектора Д6 до мишени, и учитывая, что эффективность регистрации нейтронов детектором Д6 равна 50%, получим, что выход нейтронов в  $4\pi$  ср (при условии изотропии нейтронного излучения) за один лазерный импульс составляет величину около  $10^4$ .

При использовании контрольной (фоновой) мишени из Al толщиной 2 мм нейтроны не были зарегистрированы.

**Таблица 1.** Результаты экспериментов по регистрации  $\alpha$ -частиц

№ детектора	Мишень	Фильтр	Количество $\alpha$ -частиц в 1 ср, измеренное с точностью 20%
1	B(0.5 мм) — основная мишень	Без фильтра	$10^5$
2	B(0.5 мм) — основная мишень	7 мкм Al	$1.3 \times 10^5$
3	B(0.5 мм) — основная мишень	11 мкм Al	$2 \times 10^4$
4	B(0.5 мм) — основная мишень	18 мкм Al	$7 \times 10^3$
5	Al(2 мм) — контрольная (фоновая) мишень	Без фильтра	28
6	Al(2 мм) — контрольная (фоновая) мишень	7 мкм Al	8
7	Al(2 мм) — контрольная (фоновая) мишень	11 мкм Al	12
8	Al(2 мм) — контрольная (фоновая) мишень	18 мкм Al	11

Также мы провели эксперименты по определению спектра протонов, генерируемых с тыльной поверхности Al-фольги. Механизмы образования ускоренных протонов при воздействии мощных лазерных импульсов представлены во многих работах, например [10, 11]. Для регистрации протонов и определения их энергии использовались трековые детекторы CR-39 с Al-фильтрами различной толщины, а также активационная методика [12]. Спектр протонов, генерируемых с тыльной поверхности Al (11 мкм) фольги представлен на рис. 7.

Исходя из экспериментально полученного спектра протонов, была определена эффективная температура быстрых протонов, равная  $T_p = 450 \pm 50$  кэВ. При этом количество быстрых протонов с энергией свыше 1 МэВ составило величину около  $5 \times 10^{11}$ .

#### 4. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Проведем оценку полного количества  $\alpha$ -частиц, возникающих в результате протекания ядерной реакции  $p + {}^{11}\text{B} = 3\alpha$  по измеренному выходу нейтронов при протекании “реперной” реакции  $p + {}^{11}\text{B} = n + {}^{11}\text{C}$ . Приведем данные по сечению ядерной реакции  $p + {}^{11}\text{B} = 3\alpha$  (рис. 8) и “реперной” реакции  $p + {}^{11}\text{B} = n + {}^{11}\text{C}$  (рис. 9).

Количество  $\alpha$ -частиц, генерируемых в результате протекания ядерной реакции  $p + {}^{11}\text{B} = 3\alpha$ , можно записать в виде

$$N_\alpha \approx 3N_{p1}\sigma_\alpha L_{p1}n_B, \quad (1)$$

где  $N_{p1} = 5 \times 10^{11}$  — количество быстрых протонов с энергией  $E_p \geq 1.0$  МэВ (см. рис. 7), которые вылетают с тыльной стороны Al-фольги, падают на мишень из бора, тормозятся до резонансной

энергии в 0.6 МэВ и инициируют ядерные реакции  $p + {}^{11}\text{B} = 3\alpha$ . Выбор для расчетов протонов с энергией  $E_p \geq 1.0$  МэВ определяется тем, что, как показали наши эксперименты [15], пучок протонов с меньшей энергией имеет достаточно большое расхождение (угол отклонения больше  $30^\circ$ ), и часть протонного пучка минует мишень из бора;  $\sigma_\alpha = 1$  бн — сечение реакции  $p + {}^{11}\text{B} = 3\alpha$  вблизи резонансной энергии протонов  $E_p = 0.6$  МэВ (см. рис. 8);  $L_{p1}$  — длина пробега протонов в мишени из бора, при которой энергия протонов уменьшается от 1.0 до 0.6 МэВ;  $n_B$  — концентрация ядер изотопа  ${}^{11}\text{B}$  мишени из бора с плотностью  $0.9$  г/см<sup>3</sup> (80% от общего количества бора).

Выход нейтронов в результате протекания ядерной реакции  $p + {}^{11}\text{B} = n + {}^{11}\text{C}$  можно записать в виде

$$N_n \approx N_{p2}\sigma_n L_{p2}n_B, \quad (2)$$

где  $N_{p2} = 10^9$  — количество быстрых протонов с энергией  $3.4 > E_p \geq 3.0$  МэВ, падающих на мишень из бора (при меньших энергиях сечение реакции становится очень малым, а при больших энергиях количество протонов мало), оценка дана в соответствии с рис. 7;  $\sigma_n = 0.02$  бн — среднее сечение реакции  $p + {}^{11}\text{B} = n + {}^{11}\text{C}$  при  $3.4 > E_p \geq 3.0$  МэВ (см. рис. 9);  $L_{p2}$  — длина пробега протонов в мишени, при которой энергия протонов уменьшается от 3.4 до 3.0 МэВ.

Рассчитаем длины пробега протонов и  $\alpha$ -частиц в мишени из бора. Потери энергии на единице длины в мишени из бора для ионизационных потерь протонов или  $\alpha$ -частиц даются известной формулой Бете—Блоха:

$$\frac{dE_{p,\alpha}}{dx} = -\frac{2\pi n Z^2 e^4}{E_{p,\alpha}} \frac{M_{p,\alpha}}{m_e} \ln \frac{4m_e E_{p,\alpha}}{M_{p,\alpha} I}. \quad (3)$$



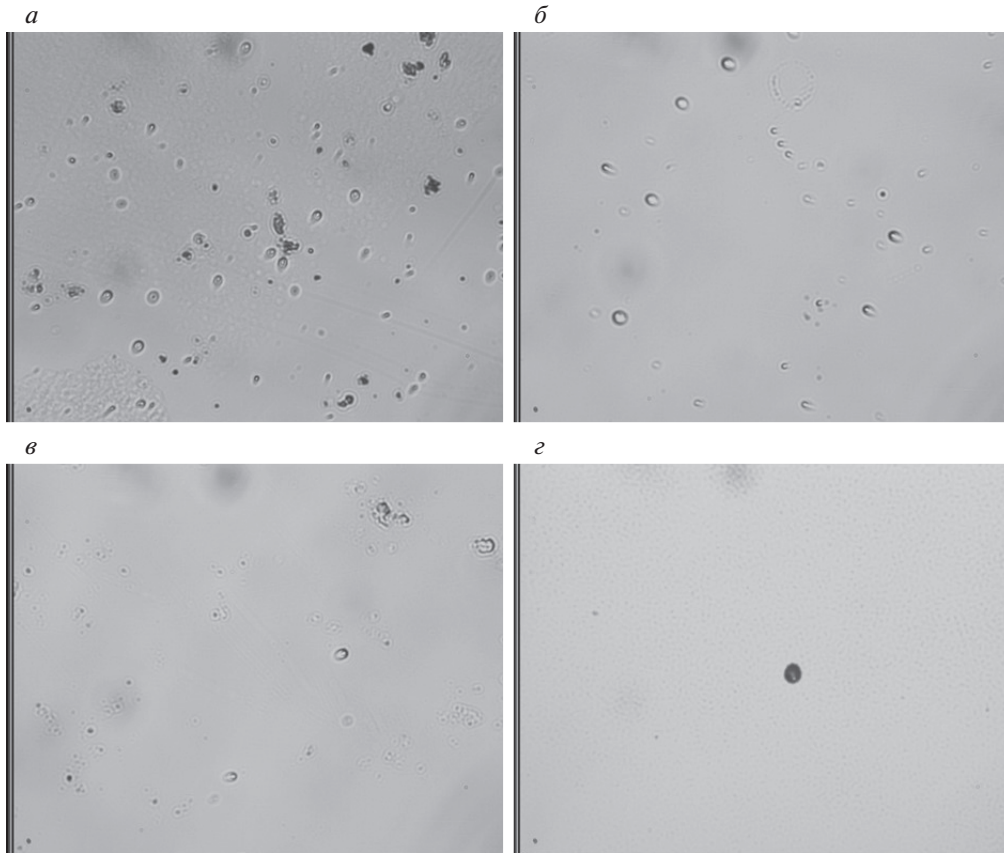


Рис. 4. Микрофотографии детекторов №1 (а), №2 (б), №3 (в) и фонового детектора №5 (г). Размер изображения 120 × 90 мкм.

Здесь  $E_{p,\alpha}$  — энергия налетающего протона или  $\alpha$ -частицы,  $Z$  — заряд налетающей частицы,  $n$  — число электронов в единице объема вещества,

$I = 13.5Z_B$  (эВ) — средний потенциал ионизации атома бора. В соответствии с суммарной концентрацией атомов бора ( $^{11}\text{B} + ^{10}\text{B}$ ) в мишени из бора (с плотностью  $0.9 \text{ г/см}^3$ ) имеем  $n = 2.5 \times 10^{23} \text{ см}^{-3}$ ,  $m_e$  — масса электрона,  $M_{p,\alpha}$  — масса протона или  $\alpha$ -частицы. Полагая для  $E_p = 1.0 \text{ МэВ}$  и  $Z_B = 5$ , получим для логарифма  $\ln \frac{4m_e E_p}{M_p I} = 3.46$ . Полагая для  $E_p = 0.6 \text{ МэВ}$  и  $Z_B = 5$ , получим для логарифма  $\ln \frac{4m_e E_p}{M_p I} = 3.0$ . Тогда из (3) находим длину пробега  $L_p$  протонов в мишени из бора (в мкм):

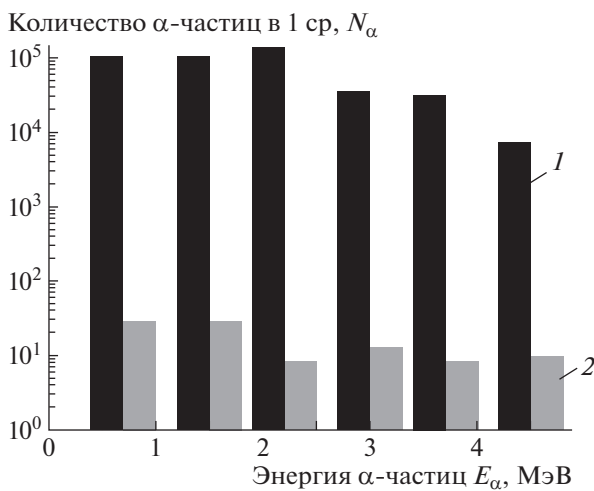


Рис. 5. Энергетический спектр  $\alpha$ -частиц (1), зарегистрированных детекторами №1–№4 в сравнении со спектром  $\alpha$ -частиц (2), зарегистрированных фоновыми детекторами №5–№8.

$$L_p = 25 (E_{pi}^2 - 0.86E_{pf}^2). \quad (4)$$

Здесь начальная и конечная энергии протона выражены в МэВ. Полагая, что начальная энергия  $E_{pi} = 1.0 \text{ МэВ}$ , а конечная энергия протона  $E_{pf} = 0.6 \text{ МэВ}$  (сечение реакции имеет максимум), из (4) находим длину пробега протонов:  $L_{p1} = 25 - 8 = 17 \text{ мкм}$ .

В реакции с образованием нейтронов начальная энергия  $E_{pi} = 3.4 \text{ МэВ}$ , а конечная энергия



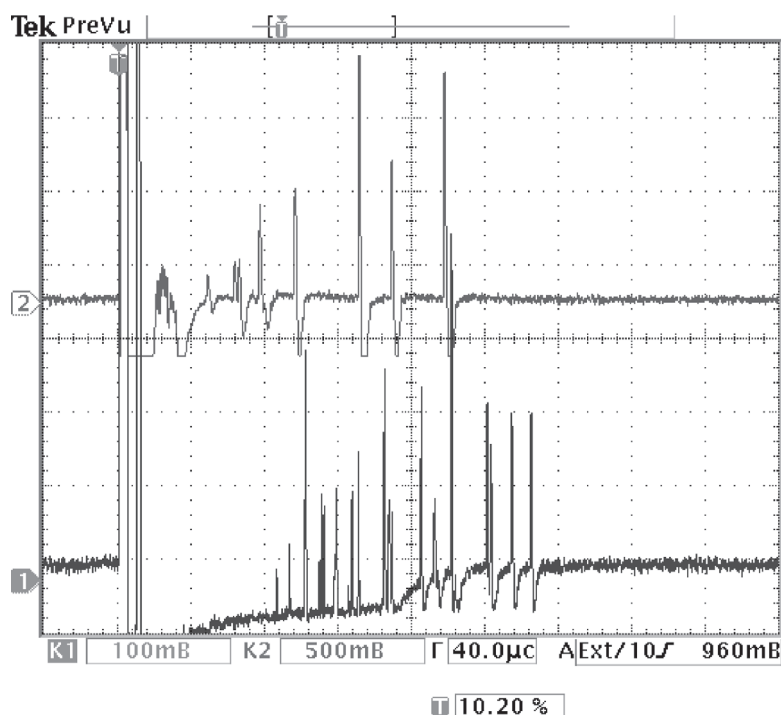


Рис. 6. Осциллограммы импульсов от детекторов нейтронов на гелиевых счетчиках Д5 (нижний луч) и Д6 (верхний луч). Масштаб по горизонтали — 40 мкс/дел., по вертикали — 0.1 В/дел. для детектора Д5 и 0.5 В/дел. для детектора Д6.

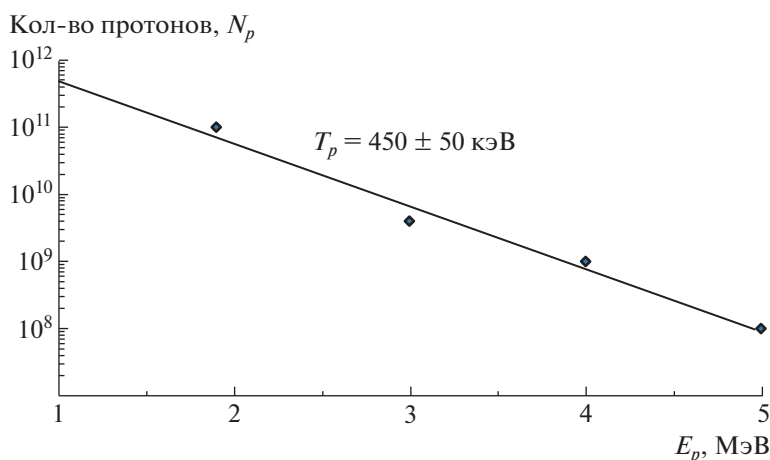


Рис. 7. Спектр протонов, генерируемых с тыльной поверхности Al (11 мкм) фольги.

протона  $E_{pf} = 3.0$  МэВ. Получим для кулоновского логарифма в формуле Бете–Блоха значение  $\ln \frac{4m_e E_p}{M_p I} = 4.6$ . Вместо (4) в этой области энергий имеем следующее выражение для длины пробега протонов:

$$L_p = 18.4 (E_{pi}^2 - E_{pf}^2). \quad (5)$$

Получаем  $L_{p2} = 212 - 166 = 46$  мкм. Разделив

выражение (1) на (2), получим

$$N_\alpha = 3Y_n \frac{N_{p1} \sigma_\alpha L_{p1}}{N_{p2} \sigma_n L_{p2}}. \quad (6)$$

При экспериментально измеренном количестве нейтронов  $Y_n = 10^4$  значение для полного количества  $\alpha$ -частиц в  $4\pi$  ср в соответствии с выражением (6) будет приблизительно равно  $N \approx 10^8$ . Однако экспериментально измеренное количество  $\alpha$ -частиц составило величину в  $10^6$  в  $4\pi$  ср. Отсюда можно сделать вывод, что трековые детекторы регистрируют только около 1% генерируемых  $\alpha$ -частиц, а

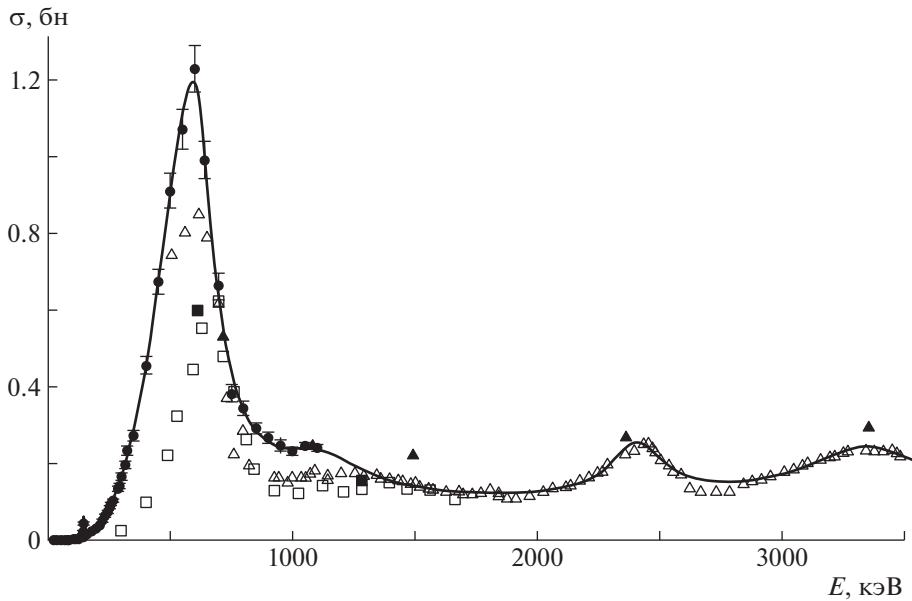


Рис. 8. Сечение ядерной реакции  $p + {}^{11}\text{B} = 3\alpha$  [13].

99%  $\alpha$ -частиц не могут выйти из объема мишени из бора. Приведем теоретические оценки пробегов  $\alpha$ -частиц в мишени из бора.

Потери энергии на единице длины в мишени из бора для ионизационных потерь  $\alpha$ -частицы даются формулой (3). Полагая для оценки  $E_\alpha = 3$  МэВ и

$Z_B = 5$ , получим для логарифма  $\ln \frac{4m_e E_\alpha}{M_\alpha I} = 3.2$ .

Тогда из (3) находим длину пробега  $\alpha$ -частиц:

$$L_\alpha = 1.7 (E_{\alpha i}^2 - 0.43E_{\alpha f}^2). \quad (7)$$

Если взять начальную энергию  $\alpha$ -частицы  $E_{\alpha i} = 3$  МэВ, а ее конечную энергию  $E_{\alpha f} = 0.5$  МэВ (см. рис. 5), то отсюда получим длину пробега  $\alpha$ -частиц  $L_\alpha = 15$  мкм.

Итак, длина пробега протонов в порошке бора оказалась несколько выше, чем длина пробега  $\alpha$ -частиц. Поэтому только малая часть  $\alpha$ -частиц сможет выйти из мишени и попасть на трековые детекторы. Такие оценки хорошо соответствуют вышеприведенному выводу, что трековые детекторы регистрируют только около 1% генерируемых  $\alpha$ -частиц.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложен новый метод измерения абсолютного выхода  $\alpha$ -частиц в реакции  ${}^{11}\text{B}(p, 3\alpha)$ , основанный на одновременном измерении количества нейтронов в реперной ядерной реакции  ${}^{11}\text{B}(p, n){}^{11}\text{C}$ . Впервые проведены измерения количества  $\alpha$ -частиц, генерируемых в результате протекания ядерной реакции  ${}^{11}\text{B}(p, 3\alpha)$ , одновременно с измерением количества нейтронов, инициируемых в реперной ядерной реакции. Это позволило оценить полное количество  $\alpha$ -частиц, инициируемых в ядерной реакции  ${}^{11}\text{B}(p, 3\alpha)$ , равное  $10^8$  в  $4\pi$  ср. Эти результаты существенно уточняют результаты измерений, основанных на одном канале измерений с

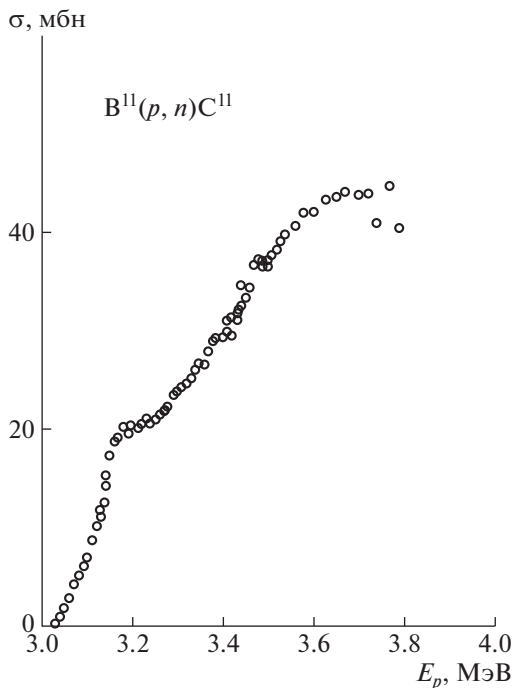


Рис. 9. Сечение ядерной реакции  $p + {}^{11}\text{B} = n + {}^{11}\text{C}$  [14].

использованием регистрации выхода единственной фракции  $\alpha$ -частиц.

Работа выполнена при поддержке проекта РФФИ 18-29-21021.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Изотопы: свойства, получение, применение*, под ред. В. Ю. Баранова (Наука, Москва, 1999), т. 2.
2. А. Б. Кукушкин, В. И. Коган, *Физика плазмы* **5**, 1264 (1979).
3. V. S. Belyaev, A. P. Matafonov, V. I. Vinogradov, V. P. Krainov, V. S. Lisitsa, A. S. Roussetski, G. N. Ignatyev, and V. P. Andrianov, *Phys. Rev. E* **72**, 026406 (2005).
4. C. Labaune, C. Baccou, S. Depierreux, C. Goyon, G. Loisel, V. Yahia, and J. Rafelski, *Nat. Commun.* **4**, 2506 (2013).
5. A. Picciotto, D. Margarone, A. Velyhan, P. Bellutti, J. Krasa, A. Szydłowski, G. Bertuccio, Y. Shi, A. Mangione, J. Prokupek, A. Malinowska, E. Krousky, J. Ullschmied, L. Laska, M. Kucharik, and G. Korn, *Phys. Rev. X* **4**, 031030 (2014).
6. L. Giuffrida, V. Scuderi, G. A. P. Cirrone, G. Milluzzo, G. Petringa, A. Velhyan, A. Picciotto, F. Belloni, and M. Kucharik, in *Abstract Book of 2nd International Conference on Nuclear Photonics, June 24–29, 2018, Brasov, Romania*, p. 110.
7. C. Baccou, S. Depierreux, V. Yahia, C. Neuville, C. Goyon, R. De Angelis, F. Consoli, J. E. Ducret, G. Boutoux, J. Rafelski, and C. Labaune, *Laser Part. Beams* **33**, 117 (2015).
8. Н. Н. Демченко, В. С. Беляев, А. П. Матафонов, Б. В. Загреев, А. Ю. Кедров, А. А. Лятегин, А. В. Лобанов, В. П. Крайнов, *ЖЭТФ* **156**, 428 (2019) [*JETP* **129**, 357 (2019)].
9. В. С. Беляев, В. И. Виноградов, А. П. Матафонов, С. М. Рыбаков, В. П. Крайнов, В. С. Лисица, В. П. Андрианов, Г. Н. Игнатъев, В. С. Бушуев, А. И. Громов, А. С. Русецкий, В. А. Дравин, *ЯФ* **72**, 1123 (2009) [*Phys. At. Nucl.* **72**, 1077 (2009)].
10. В. С. Беляев, В. П. Крайнов, В. С. Лисица, А. П. Матафонов, *УФН* **178**, 823 (2008) [*Phys. Usp.* **51**, 793 (2008)].
11. С. Ю. Гуськов, Ф. А. Корнеев, *Письма в ЖЭТФ* **104**, 3 (2016) [*JETP Lett.* **104**, 1 (2016)].
12. В. С. Беляев, В. И. Виноградов, А. П. Матафонов, В. П. Крайнов, В. С. Лисица, В. П. Андрианов, Г. Н. Игнатъев, Ю. А. Меркульев, В. С. Бушуев, А. И. Громов, *ЯФ* **71**, 466 (2008) [*Phys. At. Nucl.* **71**, 443 (2008)].
13. W. M. Nevins and P. Swain, *Nucl. Fusion* **40**, 865 (2000).
14. R. E. Segel, S. S. Hanna, and R. G. Allas, *Phys. Rev.* **139**, B818 (1965).
15. В. С. Беляев, Г. С. Бисноватый-Коган, А. И. Громов, Б. В. Загреев, А. В. Лобанов, А. П. Матафонов, С. Г. Моисеенко, О. Д. Торопина, *Астрон. журн.* **95**, 171 (2018) [*Astron. Rep.* **62**, 162 (2018)].

## JOINT INVESTIGATIONS OF NUCLEAR REACTIONS $^{11}\text{B}(p, 3\alpha)$ AND $^{11}\text{B}(p, n)^{11}\text{C}$ AS A NEW TOOL OF ABSOLUTE ALPHA-PARTICLE YIELD DETECTION IN PICOSECOND LASER PLASMAS

V. S. Belyaev<sup>1)</sup>, A. P. Matafonov<sup>1)</sup>, V. P. Krainov<sup>2)</sup>, A. Yu. Kedrov<sup>1)</sup>, B. V. Zagreev<sup>1)</sup>, A. S. Rusetsky<sup>3)</sup>, N. G. Borisenko<sup>3)</sup>, A. I. Gromov<sup>3)</sup>, A. V. Lobanov<sup>4)</sup>, V. S. Lisitsa<sup>5)</sup>

<sup>1)</sup> Central Research Institute for Machine Building, Korolev, Russia

<sup>2)</sup> Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University), Dolgoprudny, Russia

<sup>3)</sup> Lebedev Physical Institute of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

<sup>4)</sup> IPG IRE-Polus, Fryazino, Russia

<sup>5)</sup> National Research Center "Kurchatov Institute", Moscow, Russia

Results of experimental investigations devoted to the initiation of the perspective nuclear fusion reaction  $^{11}\text{B}(p, 3\alpha)$  in laser picosecond plasmas at the intensity of laser radiation of about  $5 \times 10^{18}$  W/cm<sup>2</sup> are presented. A new method of absolute alpha-particle yield measurement in the reaction  $^{11}\text{B}(p, 3\alpha)$  based on the simultaneous neutron number registration in the reference nuclear reaction  $^{11}\text{B}(p, n)^{11}\text{C}$  is suggested. The estimation of total alpha-particle number per pulse in the reaction  $^{11}\text{B}(p, 3\alpha)$  in accordance with the new method is equal  $10^8$  particles into  $4\pi$  sr for the laser pulse parameters pointed above. The results presented are in essential difference from data based on single-channel alpha-particles yield measurements.

## ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВЫЧИСЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ МВБ1 И ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОЛОС В ЧЕТНЫХ ИЗОТОПАХ Се

© 2020 г. А. Д. Ефимов<sup>1),2)\*</sup>

Поступила в редакцию 14.04.2020 г.; после доработки 14.04.2020 г.; принята к публикации 14.04.2020 г.

Разработана расширенная микроскопическая версия модели взаимодействующих бозонов. На ее основе изучены свойства состояний ирраст-полос в четных изотопах Се до спинов  $I^\pi = 18^+$ . Эти значения спинов включают те, при которых происходит пересечение полос. Параметры модели вычисляются на основе использования среднего сферического потенциала и остаточных мультипольных сил. Расширение модели осуществлено за счет учета высокоспиновых пар квазичастиц, что позволило получить удовлетворительное описание энергий и значений  $B(E2)$  без введения эффективных зарядов. Данное исследование является продолжением аналогичного рассмотрения свойств низколежащих коллективных состояний в четных изотопах Хе и Ва.

DOI: 10.31857/S0044002720050104

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Около семидесяти лет назад описание квадрупольной низкоэнергетической коллективности стали связывать с геометрической моделью Бора–Моттельсона, использующей пять переменных квадрупольной деформации [1]. Вслед за этим в соответствии с моделью Давыдова явно стала учитываться неаксиальность [2, 3]. Данные варианты модели использовались сначала как феноменологические, но вскоре, на основе вычисления энергии деформации с помощью оболочечной поправки Струтинского [4] и вычисления моментов инерции, следуя методу Инглиса [5], эти модели стали получать микроскопическое обоснование [6].

Следующий этап в описании коллективных состояний был связан с бозонным представлением парных фермионных операторов. К одним из наиболее ранних работ этого направления следует отнести работы Беляева и Зелевинского [7], где ставилось условие равенства коммутаторов фермионных пар с одной стороны и соответствующих бозонных рядов с другой. На основе этой идеи была построена серия работ Соренсена [8], цель которых заключалась в бозонном представлении фермионных операторов, а через это приближенное решение многочастичной ядерной задачи. Однако сходимость разложения фермионных операторов в ряд по бозонным оказалась слабой. Следующий этап был связан с работами Кишимото и Тамуры [9–12].

Эта серия работ позволила сформулировать ряд требований к теории, необходимых для корректного описания рассматриваемых состояний. Прежде всего, это отображение не квазичастичных пар, а именно фононов на бозоны, а также необходимость учета связи коллективных и неколлективных мод возбуждений. Под коллективными здесь понимаются квадрупольные нижайшие  $D$ -моды или фононы, под неколлективными все прочие  $V_J$  с моментами  $J$ , среди которых есть гигантские резонансы. Учет этой связи был осуществлен в технике теории возмущений в варианте Бриллюэна–Вигнера [13] с разделением пространства состояний на два типа. Один состоял только из коллективных  $D$ -фононов, второй содержал дополнительно один из прочих  $V_{J=2}$ -фононов и только квадрупольного типа. Это привело к эффективному бозонному гамильтониану, параметры которого заменяются на зависящие от энергии перенормированные значения. На примере конкретных расчетов было выявлено, что учет этой связи необходим для получения количественного описания коллективного спектра состояний.

Предполагается, что нижайшие квадрупольные фононы  $D_\mu^+, D_\mu$  имеют структуру, характерную для Квазичастичного Метода Случайной Фазы (КМСФ)

$$D_\mu^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{1,2;\tau=n,p} [\psi_{12} a_1^+ a_2^+ + \varphi_{12} a_2 a_1] \times (j_1 j_2 m_1 m_2 | 2\mu)_\tau, \quad (1)$$

где  $a^+(a)$  — операторы рождения (уничтожения) квазичастиц; 1, 2 обозначают номера одноквазичастичных состояний в сферическом базисе; состоя-

<sup>1)</sup> Государственный университет морского и речного флота имени адмирала С.О. Макарова, Россия.

<sup>2)</sup> ФТИ им. А.Ф. Иоффе, Санкт-Петербург, Россия.

\*E-mail: efimov98@mail.ru

ния  $\bar{1}, \bar{2}$  — сопряженные по времени к 1, 2. Амплитуды и  $\psi_{12}, \varphi_{12}$  или часто используемые вместо них  $z^{(0)} = \psi + \varphi, z^{(1)} = \psi - \varphi$  не зависят от магнитных квантовых чисел и нормированы стандартным образом,  $\sum_{1,2;\tau=n,p}(\psi_{12}^2 - \varphi_{12}^2) = \sum_{1,2;\tau}(z_{12}^{(0)} z_{12}^{(1)})_{\tau} = 1$ .

К наиболее широко используемому подходу описания коллективных состояний в настоящее время относится модель, полученная на основе представления фоновых операторов в виде конечных выражений через бозонные операторы. Это представление, основывающееся на предположении о замкнутости алгебры фоновых операторов  $D_{\mu}^+, D_{\mu}, [D_{\mu 1}, D_{\mu 2}^+]$ , числом тридцать пять элементов, было сделано в серии работ Джолоса, Янссена, Дэнау [14–17], что реализуется через  $SU(6)$ -алгебру. Эта алгебра характеризуется максимально возможным числом нижайших квадрупольных фононов  $\Omega$ . После используемого отображения фоновых операторов на бозонные, чьи операторы образуют ту же замкнутую  $SU(6)$ -алгебру, предполагалось, что, используя только нижайшие квадрупольные фононы, можно рассчитывать параметры бозонных операторов. Однако оказалось, что эта модель является удобной с точки зрения феноменологии независимо от задачи расчета ее параметров. Эта “феноменология” была популяризирована в работах Аримы и Ячелло [18], и в силу того, что она описывала как вибрационный, так и ротационный характеры спектров, стала широко использоваться в качестве способа описания свойств коллективных состояний, продемонстрировав значительный успех в описании экспериментальных спектров и вероятностей переходов между коллективными состояниями. В этих работах она получила общепризнанное название Модели Взаимодействующих Бозонов (МВБ) или МВБ1, рассматривающей взаимодействие состояний, построенных из  $s$  и  $d$  идеальных бозонов, не различающихся по изоспину, которые отождествлялись с нуклонными парами, связанными в  $J^{\pi} = 0^{+}$ - и  $J^{\pi} = 2^{+}$ -моменты.

Справедливости ради следует отметить, что в [16] указано, что для генераторов группы  $SU(6)$  можно использовать представление, в котором явно не присутствует квантовое число  $\Omega$ , соответствующее максимальному числу квадрупольных бозонов. Для этого чисто формально вводился оператор монопольных бозонов (в оригинальной работе он обозначался как  $\beta$ -бозон), в привычных теперь обозначениях это соответствует  $s$ -бозону. Так что максимальное число квадрупольных бозонов  $\Omega$  становится полным числом квадрупольных и скалярных бозонов, а его оператор  $\hat{\Omega} = s^{+}s + \sum d_{\mu}^{+}d_{\mu}$  коммутирует со всеми генераторами

$SU(6)$ -алгебры операторов  $d_{\mu}^{+}s, s^{+}d_{\mu}, d_{\mu 1}^{+}d_{\mu 2}$ . Это позволяет от операционных корней  $\sqrt{\Omega - \hat{n}_d}$  ( $\hat{n}_d = \sum d_{\mu}^{+}d_{\mu}$ ) перейти к  $s$ -бозонам. При такой трактовке  $s$ -бозоны являются формальным инструментом и не соответствуют парам квазичастиц или частиц, связанных в нулевой момент.

Исходя из предположения замкнутости алгебры фоновых операторов, можно получить оценку для параметра  $\Omega$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Omega} &= \tag{2} \\ &= -\frac{1}{6} \sum_{\mu} \text{q.p.} \left\langle \left| \left[ D_{\mu 1}, [[D_{\mu}, D_{\mu}^+], D_{\mu 1}^+] \right] \right| \right\rangle_{\text{q.p.}} = \\ &= \frac{5}{3} \sum_{123} \frac{1}{2j_2 + 1} z_{12}^{(0)} z_{12}^{(1)} (z_{23}^{(1)2} + z_{23}^{(0)2}), \end{aligned}$$

$| \rangle_{\text{q.p.}}$  обозначает квазичастичный вакуум. Отображение фоновых операторов на идеальные бозонные структуры осуществляется из требования, чтобы коммутаторы фоновых операторов по вакууму квазичастиц были равны соответствующим коммутаторам бозонных операторов. Это приводит к замкнутой алгебре относительно бозонов, если выполняются правила соответствия

$$\begin{aligned} D_{\mu}^{+} &\longrightarrow \frac{1}{\sqrt{\Omega}} d_{\mu}^{+} s; \tag{3} \\ | \rangle &\longrightarrow \frac{1}{\sqrt{\Omega!}} (s^{+})^{\Omega} | \rangle; \quad | I \rangle \longrightarrow | I \rangle, \end{aligned}$$

где  $| \rangle$  — вакуум фононов,  $| I \rangle$  — фоновое состояние со спином  $I$ ,  $| \rangle$  — вакуум бозонов,  $| I \rangle$  — бозонное коллективное состояние со спином  $I$ . При этом основное состояние  $| 0 \rangle$  не является вакуумом бозонов, т.е.  $| 0 \rangle \neq | \rangle$  и аналогично  $| 0 \rangle \neq | \rangle$ . Данные правила соответствия принимаются в настоящей работе. Их можно соотнести с теми, которые были предложены в работах Беляева, Зелевинского [7] и использованы в [8] таким образом, что бесконечные ряды разложения по бозонам собираются в соответствующие корни, например,  $s|\Omega, n_d\rangle = \sqrt{\Omega - n_d}|\Omega, n_d\rangle$ .

Используемая трактовка  $s$ -бозонов приводит к тому, что не следует вводить члены взаимодействия  $s$ -бозонов ( $s^{+}s$  и  $s^{+}s^{+}ss$ ), а гамильтониан МВБ1 относительно энергии вакуума  $d$ -бозонов в нормальном порядке по операторам имеет вид

$$\begin{aligned} H_{\text{ВМ}} &= \varepsilon_d \hat{n}_d + k_1 (d^{+} \cdot d^{+} ss + \text{H.c.}) + \tag{4} \\ &+ k_2 \left( (d^{+} d^{+})^{(2)} \cdot ds + \text{H.c.} \right) + \\ &+ \frac{1}{2} \sum_L C_L (d^{+} d^{+})^{(L)} \cdot (dd)^{(L)}, \end{aligned}$$

Н.с. означает эрмитово сопряжение, точка между операторами соответствует скалярному произведению, величины  $\varepsilon_d$ ,  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $C_0$ ,  $C_2$ ,  $C_4$  являются параметрами гамильтониана МВБ1.

Эта модель стала широко использоваться в качестве способа описания свойств коллективных состояний. Вместе с тем микроскопическому расчету ее параметров было посвящено существенно меньшее число работ.

Несмотря на общетеоретическое обоснование коллективного гамильтониана МВБ1, следует иметь в виду, что он был получен с учетом только одной коллективной моды (что противоречит выводам работ Кишимото и Тамуры). В [14, 17] был выполнен расчет свойств коллективных состояний в различных сферических, переходных и деформированных ядрах. Так как коллективный гамильтониан характеризуется шестью параметрами, то введение дополнительных членов может быть мотивировано либо исходя из этого анализа, либо использованием их оценок, полученных из микроскопических вычислений. Кроме того, в рамках феноменологии МВБ1 существует неопределенность в значениях параметров, найденных из лучшего описания экспериментальных данных. Впервые это было отмечено в [19]. Неопределенность значений феноменологических параметров делает возможным использование упрощенного варианта МВБ1, получившего название расширенного согласованного  $Q$ -формализма. Этот вариант модели содержит упрощенную форму гамильтониана, содержащего всего четыре параметра вместо традиционных шести [20]. Последняя работа из этой серии представлена в [21]. Согласованность такого упрощенного формализма означает, что один из параметров гамильтониана используется и в операторе  $E2$ -перехода.

Надежды первоначальных работ [14–16], относящихся к направлению МВБ1, были связаны с возможностью микроскопического воспроизведения параметров модели, ранее найденных из феноменологического анализа, используя фононы либо КМСФ, либо метода Тамм–Данкова (ТД). Этим самым оправдывая использование одного сорта бозонов по изоспину, т.е. использование МВБ1. В работах [22, 23] при расчете параметров коллективного гамильтониана МВБ1 было найдено, что их корректные значения могут быть получены только с учетом связи коллективных состояний с неколлективными, содержащими  $V_J$ -фононы. При этом ограничивались конфигурациями, содержащими один  $V_J$ -фонон и некоторым числом  $D$ -фононов. Как уже говорилось ранее, аналогичная ситуация имела место и в ранних работах по бозонным моделям [9], ограничиваясь из всех возможных  $V_J$  только квадрупольными с  $J^\pi = 2^+$ .

Все это показывает, что для успешного расчета параметров коллективной модели, описывающих состояния квадрупольного типа, необходимо учитывать двухквaziчастичные пары с моментами  $J^\pi = 2^+$ ,  $4^+$ ,  $6^+$ , т.е.  $B_2$ ,  $B_4$ ,  $B_6$ -фононы, которые перенормируют теоретические значения параметров МВБ1.

Расширение базиса возбуждений за счет явного учета бозонов со спинами  $J^\pi \geq 8^+$  приводит к возможности описания состояний с более высокими спинами, нежели это удастся при использовании стандартных вариантов МВБ1.

В [24] на основе МВБ2 (модель, различающая бозоны по изоспину, а потому не имеющая в своем обосновании фононов КМСФ) была сделана попытка описания пересечения полос в  $^{126}\text{Ba}$  с учетом двухквaziчастичных возбуждений. Также в рамках МВБ2 [25] был дан учет неколлективных фононов в виде двухчастичных нейтронных и протонных конфигураций из подоболочки  $h_{11/2}$  со всеми возможными спинами больше  $2^+$ . Однако как параметры МВБ2, т.е. взаимодействие нейтронных и протонных коллективных бозонов, так и параметры их взаимодействия с парами из  $h_{11/2}$  выбирались феноменологически, что позволило удовлетворительно описать свойства иррастворимой до спина  $16^+$  в изотопах бария и церия. Относительно МВБ2 следует сказать, что так как протонные и нейтронные пары в отдельности не образуют коллективных низколежащих мод, то необходимо было бы рассматривать большой набор соответствующих пар или бозонов. С формально алгебраической точки зрения, если этого не делать, соответствующий бозонный гамильтониан также позволяет воспроизводить низколежащие коллективные возбуждения. Тем более, что ограниченность симметричными состояниями относительно разных бозонов в МВБ2 приводит к МВБ1. Однако при микроскопическом расчете бозонных параметров такой подход не будет последовательным.

Расширение МВБ1 за счет включения высокоспиновых  $V_J$ -фононов с  $J^\pi \geq 8^+$ , формируемыми нейтронами и протонами в оболочке  $50 < N, Z < 82$ , рассматривалось в [26] на микроскопическом уровне, однако параметры МВБ1 подбирались при этом феноменологическим образом, чтобы получить согласие теории с экспериментом для состояний с относительно небольшими спинами. В то же время взаимодействие состояний, определяемых только  $D$ -фононными конфигурациями, с состояниями, включающими  $V_J$ -фононы, было учтено на основе квазичастичного гамильтониана. Это определяло параметры взаимодействия  $d$ - и  $b_J$ -бозонов. Такой вариант теории позволил

удовлетворительно описать свойства возбужденных состояний ряда полос вплоть до  $I^\pi = 18^+$  и  $I^\pi = 26^+$  соответственно в  $^{126}\text{Ba}$  и  $^{130}\text{Ce}$ .

Переход в структуре возбуждений с полосы основного состояния на полосу, построенную на высокоспиновой квазичастичной паре, экспериментально наблюдается по изменению значений  $B(E2; I \rightarrow I - 2)$  с ростом спина и по нарушению монотонности в изменении энергий ираст-состояний. Наиболее наглядной картиной, иллюстрирующей пересечение полос, является зависимость эффективного момента инерции  $\mathfrak{I} = (2I - 1)\hbar^2/E(I \rightarrow I - 2)$  от квадрата частоты вращения  $\hbar\omega = E(I \rightarrow I - 2)/\left(\sqrt{I(I + 1)} - \sqrt{(I - 2)(I - 1)}\right)$ . При этом нерегулярности в кривой  $\mathfrak{I}$  от  $\omega^2$ , особенно явление “обратного загиба” — backbending, могут указывать, насколько быстро с ростом спина происходит переход в ираст-полосе от коллективного состояния к состоянию, включающему высокоспиновую фононную моду.

Задачей представленной работы является по возможности более полное изложение микроскопической версии МВБ1, позволяющей на основе использования среднего поля и эффективных межнуклонных остаточных взаимодействий вычислять параметры бозонного гамильтониана. Необходимым элементом данной теории является использование техники КМСФ. Традиционно квазичастичный гамильтониан приближения КМСФ определяется как  $h_{\text{RPA}} = H_{11} + \hat{V}_{22} + \hat{V}_{40+04}$ , где соответствующие индексы обозначают число операторов рождения и уничтожения квазичастиц. Один из параметров бозонного гамильтониана определяется также частью квазичастичного гамильтониана  $H_{22} + V_{31+13}$ . Все параметры бозонных операторов, определяющих как гамильтониан, так и оператор электрических квадрупольных переходов, вычисляются на основе процедуры Марумори [27] через равенство соответствующих матричных элементов (МЭ) в фермионном и бозонном пространствах.

Фононные амплитуды определяются из минимизации полной энергии, и минимизируемый функционал содержит средние от бозонных операторов гамильтониана по бозонным функциям. При этом уже основное состояние содержит как некоторое число квазичастиц, что характерно для КМСФ, так и некоторое число фононов. Это позволяет сформулировать задачу о согласовании фононных амплитуд с составом бозонных функций. Само согласование оказалось возможным при выполнении ряда дополнительных условий, что привело

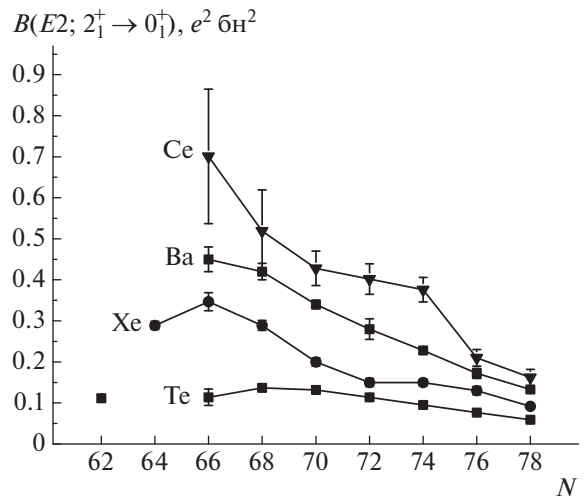


Рис. 1. Экспериментальные значения  $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$  [29] для четных изотопов Te, Xe, Ba, Ce.

к существенному расширению состава фононных амплитуд по парам квазичастиц из вневалентных оболочек и соответственно к существенному увеличению размера бозонного пространства. Поэтому для решения задачи на собственные значения и собственные функции бозонного гамильтониана была разработана процедура, позволяющая производить расчеты в базисе, включающем до 36 квадрупольных бозонов [28]. В условиях многофононности были получены нелинейные уравнения как для фононных, так и  $u, v$ -амплитуд. При решении задачи сверхтекучести было использовано простейшее константное взаимодействие, учтена блокировка одночастичных состояний квазичастицами, формирующими многофононные состояния, а также учтено влияние квадрупольного взаимодействия на сверхтекучесть. Был рассмотрен большой набор различных каналов взаимодействий в расширенном бозонном пространстве за счет явного учета высокоспиновых бозонов на микроскопической основе. Это позволило описать механизм пересечения полос.

По мере роста числа протонов в оболочке 50–82, т.е. последовательно в четных изотопах Te, Xe, Ba и Ce происходит существенный рост коллективности, что проявляется в росте вероятностей квадрупольных переходов с первого возбуждения. Из рис. 1 видно, что значения  $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$  для изотопов Ce превышают соответствующие значения для изотопов Te в 5–7 раз. Исследование свойств коллективных состояний в изотопах Ce наряду с ранее рассмотренными в изотопах Xe [30], Ba [31] в рамках микроскопической версии МВБ1 с учетом высокоспиновых бозонов, а также в изотопах Te [32] позволяет расширить границы приме-



нимости разработанной микроскопической версии МВБ1.

Изотопы Се можно отнести к деформированным ядрам. Об этом свидетельствуют как приведенные значения  $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$  на рис. 1, так и значения энергий первых возбуждений. Они варьируются от минимального значения 136 кэВ в  $^{122}\text{Ce}$  до 325 кэВ в  $^{132}\text{Ce}$  из рассмотренных здесь ядер. К этому следует добавить, что отношение  $E_{4^+}/E_{2^+}$  оказывается близким к ротационному пределу, т.е. к 3.33, а именно, для  $^{122-126}\text{Ce}$  соответственно равно 3.20; 3.16; 3.06, что также подтверждает тезис о деформированности данных ядер.

Аналогично, как и для широкого набора ядер от сферических до деформированных, в изотопах Се имеются изменения в структуре состояний, которые можно назвать пересечением полос. При относительно небольших спинах ( $I^\pi \leq 10^+$  в  $^{122-128}\text{Ce}$  и  $I^\pi \leq 8^+$  в  $^{130,132}\text{Ce}$ ) состояния в четно-четных ядрах могут быть интерпретированы как квадрупольные коллективные возбуждения, связанные сильными  $E2$ -переходами, для которых величины  $B(E2; I \rightarrow I-2)$  в сто раз превышают одночастичную оценку. При этом и при больших спинах ираст-полоса продолжается, но соответствующие состояния оказываются уже построенными на высокоспиновых двухквaziчастичных возбуждениях. Это очевидно из представленных на рис. 2 графиках зависимостей  $\mathfrak{I}$  от  $(\hbar\omega)^2$  для четных изотопов  $^{122-126}\text{Ce}$ . Для самого легкого из представленных изотопов,  $^{122}\text{Ce}$ , обратный загиб не наблюдается вплоть до максимально известного состояния со спином  $14^+$ . Однако, как показывают последующие вычисления, такое поведение момента инерции оказалось возможным воспроизвести в вычислениях и в том случае, когда пересечение реально происходит и происходит это при спине  $12^+$ . Уточнить ситуацию может информация об экспериментальных значениях вероятностей квадрупольных переходов, чего для  $^{122}\text{Ce}$  пока нет.

При анализе пересечения полос обычно ограничиваются рассмотрением энергетических характеристик соответствующих состояний, однако уже в [33] утверждалось о невозможности определения детальной природы этого явления только по данному критерию. Дополнительной экспериментальной информацией здесь были бы данные о магнитных моментах состояний и значений  $B(E2; I \rightarrow I-2)$ . Информация о магнитных моментах известна для немногих ядер. Поэтому в настоящей работе делается акцент на анализе значений вероятностей квадрупольных переходов, особенно в области пересечения полос.

Ранее свойства коллективных состояний в четных изотопах Се уже анализировались в ряде

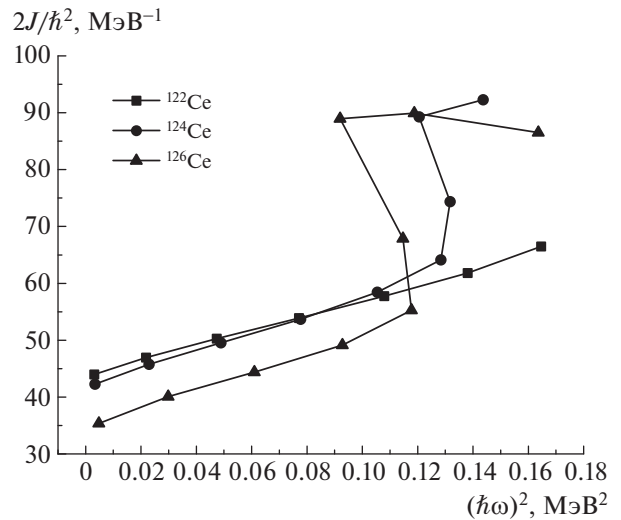


Рис. 2. Зависимость эффективного момента инерции от  $(\hbar\omega)^2$  для ираст-полос в  $^{122-126}\text{Ce}$  по экспериментальным значениям энергий.

работ. Так, в [21] в приближении  $Q$ -формализма МВБ1 были рассмотрены свойства низкоспиновых состояний в ряде цепочек изотопов, среди которых были изотопы Се. В [34, 35] в рамках феноменологии МВБ2 для цепочки изотопов Се получено удовлетворительное описание состояний до  $6^+$  и  $8^+$  соответственно, т.е. до области пересечения полос. В рамках той же феноменологии с полным набором параметров в [36] были рассмотрены коллективные свойства ядер  $^{128-138}\text{Ce}$ . Это позволило воспроизвести энергии состояний ираст-полос до  $10^+$ .

Микроскопическое описание энергий ираст-полос до спинов  $10^+$  для  $^{124-132}\text{Ce}$  было получено в [37] на основе проектирования на угловой момент состояний, найденных в хартри-боголюбовском приближении. Использовалось взаимодействие в виде спаривательного константного типа и мультипольных сил. Одночастичный базис был ограничен восемью уровнями каждого сорта. Поэтому для воспроизведения  $B(E2; 0_1^+ \rightarrow 2_1^+)$  вводились значительные эффективные заряды.

В [38] для  $^{124}\text{Ce}$  и в [39] для  $^{126-130}\text{Ce}$  проведен анализ ираст-полос в рамках кренкинг-модели с использованием вудс-саксоновского среднего поля. Для всех ядер был получен бекбендинг, а для  $^{130}\text{Ce}$  два бекбендинга при  $12^+$  и  $24^+$ . В модельных расчетах использовался усеченный базис до  $N = 5$ , а потому вводился эффективный заряд, равный 0.5. Полученное в работе пересечение полос коррелировано с существенным уменьшением значений  $B(E2)$  при спине  $12^+$ .

В [40] впервые возбужденные состояния до спина  $14^+$  были идентифицированы в сильно

нейтронно-дефицитном ядре  $^{122}\text{Ce}$ . При этом малое значение энергии первого возбуждения (0.136 МэВ) говорит о довольно большой деформации ( $\beta = 0.35$ ) основного состояния, хорошо согласующегося с расчетами среднего поля Хартри–Фока–Боголюбова. В связи с этим интересно отметить работу [41], где в модели обобщенного дифференциального уравнения приводятся предсказания для  $E(2_1^+)$  и  $B(E2)$  относительно нижайшего перехода в  $^{120,122}\text{Ce}$ . Так, для  $^{120}\text{Ce}$   $E(2_1^+) = 0.213$  МэВ,  $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+) = 0.606 e^2 \text{ бн}^2$ , для  $^{122}\text{Ce}$  соответственно 0.132 МэВ и  $0.874 e^2 \text{ бн}^2$ .

Рассмотрение пересечения полос с использованием бозонной модели и высокоспиновых пар для ядра  $^{126}\text{Ce}$  было осуществлено в [42] в рамках  $Q$ -формализма МВБ1 с учетом нарушенных пар. При этом одночастичные энергии валентных оболочек определялись на основе анализа экспериментальных энергий состояний в соседних нечетных и нечетно-нечетных ядрах. Следует отметить, что такой способ приемлем для состояний в области около магических ядер. В других случаях на спектр нечетных ядер большое влияние оказывает взаимодействие частиц с фононами. Как следствие, спектр квазичастиц, используемый в этой работе, оказывается существенно сжатым по сравнению с тем, что дают различные варианты потенциала Вудса–Саксона. В результате такого приближения было получено, что иррациональные состояния в области спинов  $12^+ \leq I^\pi \leq 24^+$  основаны на двухпротонной конфигурации  $(\pi h_{11/2})^2$ . Наблюдаемая в этой работе вторая полоса интерпретируется как построенная на  $(\nu h_{11/2})^2$ -конфигурации.

## 2. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВЫЧИСЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ В МИКРОСКОПИЧЕСКОЙ ВЕРСИИ МВБ1

### 2.1. Дополнительные условия

Амплитуды фононных операторов (1) ( $\psi$ ,  $\varphi$ ) и боголюбовские параметры ( $u$ ,  $v$ ) находятся на основе вариационного принципа из условия минимума энергетического функционала,

$$H_{\text{tot}} = E_{\text{vac.q.p.}} + E_0^{(B)} + (I|H_{\text{IBM}}|I), \quad (5)$$

включающего энергию вакуума квазичастиц ( $E_{\text{vac.q.p.}}$ ), энергию фононного вакуума ( $E_0^{(B)}$ ) и среднего значения  $H_{\text{IBM}}$ , вычисленного с бозонными волновыми функциями (7), которые в свою очередь зависят от ( $\psi$ ,  $\varphi$ ) и ( $u$ ,  $v$ ) через параметры  $\varepsilon_d$ ,  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $C_0$ ,  $C_2$ ,  $C_4$  гамильтониана МВБ1 (4). Для дальнейшего понадобятся средние

от отдельных членов этого гамильтониана по бозонным функциям, в частности

$$n_d(I) = (I|\sum_{\mu} d_{\mu}^+ d_{\mu}|I); \quad (6)$$

$$P_1(I) = \frac{1}{2\sqrt{\Omega(\Omega-1)}}(I|(d^+ \cdot d^+ s s + s^+ s^+ d \cdot d)|I).$$

Минимизация функционала (5) по искомым амплитудам осуществляется при выполнении ряда дополнительных условий. Первые из них учитывают наличие нормировок. Одна из них — это нормировка  $D$ -фононов. Следующим условием является условие нормировки амплитуд бозонных волновых функций  $|I\rangle$ . Бозонные волновые функции представимы в виде

$$|I\rangle = \sum_{n_d, v, \omega_{\Delta}} \alpha_d(n_d, v, \omega_{\Delta}, I) \times \frac{1}{\sqrt{(\Omega - n_d)!}} (s^+)^{\Omega - n_d} |n_d, v, \omega_{\Delta}, I\rangle, \quad (7)$$

где  $|n_d, v, \omega_{\Delta}, I\rangle$  есть нормированные функции квадрупольных бозонов, соответствующие неприводимому представлению группы  $SU(5)$  с квантовыми числами: число квадрупольных бозонов ( $n_d$ ), бозонное сениорити ( $v$ ), т.е. число квадрупольных бозонов, не связанных в нулевой угловой момент, число троек  $v$ , связанных в нулевой угловой момент ( $\omega_{\Delta}$ ). В этом случае условие нормировки имеет вид

$$(I|I) = \sum_{n_d, v, \omega_{\Delta}} \alpha_d^2(n_d, v, \omega_{\Delta}, I) = 1. \quad (8)$$

Еще одним нормировочным условием является условие на боголюбовские амплитуды  $u$  и  $v$ .

Следующие условия не связаны с нормировками функций. Так как в работе используется квазичастичное представление, то контроль за правильным числом частиц реализуется через их средние значения с помощью химических потенциалов  $\lambda_{\tau}$ , так что соответствующий член Лагранжа  $\sum_{\tau} \lambda_{\tau} \hat{N}_{\tau}$  учитывается при переходе от частиц к квазичастицам. Еще одно условие, отражающее специфику МВБ1, состоит в фиксации  $\Omega$ , максимального числа бозонов, которое используется при построении  $|I\rangle$ . Соответствующим образом вводится член Лагранжа, позволяющий регулировать значение  $\Omega$  и восстанавливать его целочисленное значение. Производя процедуру определения параметров МВБ1 по основному состоянию, можно было бы не вводить его, принимая в бозонной задаче то  $\Omega$ , которое будет ближе к микроскопическому значению. Однако следует иметь в виду, что если процедуру проводить в отдельности для каждого коллективного состояния, то получается, что значения  $\Omega$  будут различаться для разных состояний, что выведет

нас из приближения МВБ1. Условие неизменности  $\Omega$  при вычислении фононных амплитуд ( $\psi, \varphi$ ) для каждого коллективного состояния приводит к некоторому уменьшению числа квазичастиц на уровнях валентной оболочки. Это важно, так как максимальное число квазичастиц на каждом одночастичном уровне не может превышать значения  $(2j_i + 1)/2$ . Член Лагранжа, позволяющий фиксировать целочисленность значений  $\Omega$ , принимается в виде

$$\delta\Phi'(\omega') = \frac{6}{5} \frac{1}{\Omega(z^{(n)})} \omega'(n_d + 5/2),$$

где  $\Omega(z^{(n)})$  есть функция фононных амплитуд,  $\omega'$  — множитель Лагранжа, величина  $(n_d + 5/2)$  введена для удобства.

Отображение оператора числа квазичастиц  $\hat{n}_i$  на бозонные операторы используется также при вычислении средних значений чисел протонов и нейтронов  $\langle I | \hat{N}_\tau | I \rangle = N_{\tau=p,n}$ , фиксация которых дает уравнение для определения химических потенциалов  $\lambda_\tau$ . Оператор числа частиц при переходе к квазичастичному представлению при ряде упрощений имеет вид  $\hat{N}_\tau = \sum_j (2j + 1) v_j^2 + \sum_j (u_j^2 - v_j^2) \hat{n}_j$ ;  $\hat{n}_j = \sum_m a_{jm}^+ a_{jm}$ . Среднее по фононным функциям от оператора числа квазичастиц  $a_{jm}^+ a_{jm}$  определяется как

$$\begin{aligned} \langle I | a_{jm}^+ a_{jm} | I \rangle &= \frac{1}{2} (1 - y_j), \\ \langle I | 1 - a_{jm}^+ a_{jm} - a_{j\bar{m}}^+ a_{j\bar{m}} | I \rangle &= y_j. \end{aligned} \quad (9)$$

Переход к бозонным средним дает

$$y_j = 1 - 2 \left( n_j^{(1)} n_d(I) + n_j^{(2)} P_1(I) \right), \quad (10)$$

где

$$n_i^{(n)} = \frac{1}{2j_i + 1} \sum_s \left( z_{is}^{(1)2} - (-1)^n z_{is}^{(0)2} \right); \quad (11)$$

$$n = 1, 2.$$

Таким образом, среднее от числа частиц через бозонные средние равно

$$\begin{aligned} \langle I | \hat{N}_\tau | I \rangle &\rightarrow \langle I | \hat{N}_\tau | I \rangle = N_\tau = \sum_j (2j + 1) \times \\ &\times \left( v_j^2 + (1 - 2v_j^2) \left( n_j^{(1)} n_d(I) + n_j^{(2)} P_1(I) \right) \right) = \\ &= \sum_j (2j + 1) \left( y_j v_j^2 + \frac{1 - y_j}{2} \right), \end{aligned} \quad (12)$$

где  $n_d(I)$  и  $P_1(I)$  определены в (6), в частности,  $n_d(I)$  является средним числом квадрупольных бозонов в бозонном состоянии  $|I\rangle$ . Фактор  $y_j$  можно трактовать как меру занятости одночастичного

уровня квазичастицами. Для полностью свободного от квазичастиц уровня  $y_j = 1$ , для полностью занятого  $y_j = 0$ . Точнее,  $y_j$  рассматривается как вероятность того, что уровень  $jlm$  свободен от квазичастиц и через число последних ( $n_j$ ) на уровне сферического поля  $j$  определяется следующим образом:

$$y_j = (j + 1/2 - n_j) / (j + 1/2). \quad (13)$$

По мере заполнения одночастичного уровня квазичастицами, что происходит с ростом  $n_d$ , значения  $y_j$  будут уменьшаться, но не должны быть отрицательными, что есть условие выполнения принципа Паули в среднем. В данном случае оно заключается в том, что число квазичастиц на каждом одночастичном уровне  $jl$  не должно превышать значения  $j + 1/2$ . Это согласуется с уравнением (13), так как при этом  $y_j$  (10) будет положительной величиной. Выполнение принципа Паули осуществляется именно в среднем, так как число квазичастиц считается по тем компонентам, которые формируют структуру  $D$ -фонона, и соответствует их среднему числу  $n_d(I)$ , а также бозонному среднему  $P_1(I)$ .

Если в результате расчета значения  $y_j$  оказываются отрицательными, то необходимо осуществить уменьшение корреляций в основном состоянии. При этом фононные амплитуды  $\psi$  и  $\varphi$  распределяются по большему числу одночастичных уровней, увеличивая роль вневалентных оболочек. Выражение для  $N_\tau$  (12) можно интерпретировать таким образом, что на  $j$ -уровне с учетом блокировки будет  $(2j + 1) y_j v_j^2$  нуклонов, образующих куперовские пары, и  $(2j + 1)(1 - y_j)/2$  неспаренных нуклонов. Это приводит к некоторому изменению в интерпретации величин  $v_j^2$ , но аналогичная ситуация происходит и при блокировке уровня одним или несколькими нуклонами.

С ростом энергии возбуждения и спина меняются бозонные средние, что приводит к изменению средних чисел частиц, определяемых выражением (12). Добиться их неизменности можно за счет варьирования значений химических потенциалов  $\lambda_\tau$ . В результате химические потенциалы меняются при переходе от одного коллективного состояния к другому. Это обстоятельство следует учитывать при вычислении энергий возбуждений, если производить самосогласованные расчеты в отдельности для каждого коллективного состояния.

Достичь при вычислении самосогласования всех трех амплитуд ( $z^{(n)}, u(v), \{\alpha_d\}$ ) оказывается невозможно как при использовании стандартного варианта КМСФ, где амплитуды  $\varphi$  часто оказываются значительными, так и в приближении ТД. Чтобы самосогласование стало возможным, необходимо, оставаясь в рамках КМСФ, обеспечить малость амплитуд  $\varphi$ . Выполнение этого условия

при фиксированных значениях силовых констант осуществляется введением в минимизируемый функционал слагаемого, регулирующего величину суммы квадратов  $\varphi$ :

$$\begin{aligned} \Phi_\varphi &= 2\chi\left(n_d(I) + \frac{5}{2}\right) \left(\sum_{\tau 12} \varphi_{12\tau}^2 + \frac{1}{2}\right) = \quad (14) \\ &= \frac{1}{2}\chi\left(n_d(I) + \frac{5}{2}\right) \left(\sum_{\tau 12} (z_{12}^{(1)2} + z_{12}^{(0)2})_\tau\right), \end{aligned}$$

где, как и ранее, множитель  $(n_d + 5/2)$  введен для удобства.

Таким образом, функционал  $\Phi'$ , определяемый всеми дополнительными условиями, имеет вид

$$\begin{aligned} \Phi' &= -\omega\left(n_d(I) + 5/2\right) \sum_{\tau 12} (z_{12}^{(1)} z_{12}^{(0)})_\tau - \quad (15) \\ &\quad - \sum_{\tau} \lambda_\tau N_\tau - \sum_{\tau, j} e_{\tau j} (u_j^2 + v_j^2)_\tau - \\ &\quad - E_I \sum_{n_d, v, \omega_\Delta} \alpha_d^2(n_d, v, \omega_\Delta, I) + \\ &\quad + 2\omega'\left(n_d(I) + 5/2\right) \sum_{\tau 12} (z_{12}^{(1)} z_{12}^{(0)} n_2^{(1)})_\tau + \\ &\quad + \frac{1}{2}\chi\left(n_d(I) + 5/2\right) \sum_{\tau 12} (z_{12}^{(1)2} + z_{12}^{(0)2})_\tau, \end{aligned}$$

где  $E_I$  является собственным значением бозонного гамильтониана.

### 2.2. Параметры МВБ1, вычисленные с учетом D-фононов

Как уже говорилось, параметры, определяющие бозонные операторы в предлагаемой теории, вычисляются на основе отображения фермионных операторов  $O_F$  на операторы  $O_B$  в представлении идеальных бозонов на основе процедуры Марумори [27]. Реализуется это таким образом, чтобы выполнялось равенство

$$\langle I' | O_F | I \rangle = \langle I' | O_B | I \rangle.$$

Это позволяет найти параметры от каждого члена любого оператора в отдельности как для бозонного гамильтониана, так и для оператора E2-переходов. При расчете параметров, с той целью, чтобы среди фермионных состояний  $|I\rangle$  не оказалось нефизических компонент, были рассмотрены состояния, которые не содержали бы состояний с более чем двумя D-фононами. Поэтому параметры бозонного гамильтониана с учетом минимального числа только D-фононов, что соответствует индексу  $(0)$ , определяются как:

$$\varepsilon_d^{(0)} = \langle [D_\mu, [h_{RPA}, D_\mu^+]] \rangle; \quad (16)$$

$$\begin{aligned} &2\left(k_1 \sqrt{\Omega(\Omega - 1)}\right)^{(0)} = \\ &= \frac{1}{5} \sqrt{\frac{2}{\aleph_0}} \sum_{\mu} \langle [ [h_{RPA}, D_\mu^+], D_\mu^+ ] \rangle; \\ &(k_2 \sqrt{\Omega - 1})^{(0)} = \frac{1}{\sqrt{2\aleph_2}} \times \\ &\times \sum_{m_1, m_2} \langle [ [ [D_M, H_{20+02} + \hat{V}_{31+13}], D_{m_1}^+], D_{m_2}^+ ] \rangle \times \\ &\quad \times (22m_1 m_2 | 2M); \\ &C_L^{(0)} = \sum_{m_1, m_2, m_3, m_4} \frac{1}{\aleph_L} \times \\ &\quad \times \langle [ [D_{m_2}, [D_{m_1}, [ [h_{RPA}, D_{m_3}^+], D_{m_4}^+]]] \rangle \times \\ &\quad \times (22m_1 m_2 | LM) (22m_3 m_4 | LM). \end{aligned}$$

$\aleph_L = \langle |DD(D^+D^+)^{(L)}\rangle$  — нормировка двухфотонного состояния. Это позволяет получить выражения для данных параметров через фоновые амплитуды. В настоящей работе МЭ квазичастичного остаточного взаимодействия в частично-дырочном и частично-частичном каналах факторизуются единым образом в соответствии с [43]. В этом случае, например, для первых двух параметров были получены выражения

$$\varepsilon_d^{(0)} = \frac{1}{2} \sum_{\eta 12} e_{12} z_{12\tau}^{(\eta)2} - \quad (17)$$

$$\begin{aligned} &- 0.1 \left( 2\kappa_{pn} Q_p Q_n + \sum_{\tau} \left( \kappa Q_\tau^2 + G^{(2)} \sum_{\eta} P_\tau^{(\eta)2} \right) \right); \\ &2(k_1 \sqrt{\Omega(\Omega - 1)})^{(0)} = \quad (18) \end{aligned}$$

$$= \sqrt{\frac{2}{\aleph_0}} \left\{ \frac{1}{2} \sum_{\eta 12} e_{12} (-1)^{\eta+1} z_{12\tau}^{(\eta)2} - \right.$$

$$\left. - 0.1 \left( 2\kappa_{pn} Q_p Q_n + \right. \right.$$

$$\left. \left. + \sum_{\tau} \left( \kappa Q_\tau^2 + G^{(2)} \sum_{\eta} (-1)^{1-\eta} P_\tau^{(1-\eta)2} \right) \right) \right\};$$

$$Q_\tau = \left( \sum_{12} \langle 1 || q || 2 \rangle (-1)^{l_2} L_{12}^{(0)} z_{12}^{(1)} \right)_\tau; \quad (19)$$

$$P_\tau^{(\eta)} = \left( \sum_{12} \langle 1 || q || 2 \rangle (-1)^{l_2} M_{12}^{(\eta)} z_{12}^{(1-\eta)} \right)_\tau.$$

Здесь и далее  $\tau = n$  означает нейтроны,  $\tau = p$  — протоны,  $e_{12} = e_1 + e_2$ ,  $\langle 1 || q || 2 \rangle$  — приведенные МЭ квадрупольного оператора, которые определяются через производную по радиусу

от центральной части среднего поля, т.е.  $q = \partial V(r)/\partial r Y_2$ ,  $G^{(2)} = G_{\tau\tau}^{(2)}$ ,  $G_{\nu\pi}^{(2)} = 0$  и  $\kappa_{\tau\tau}^{(2)}$  — константы квадрупольных факторизованных взаимодействий в частично-частичном (квадрупольное спаривание) и в частично-дырочном каналах. Для сил притяжения приняты знаки констант  $G^{(2)}$  и  $\kappa_{\tau\tau}^{(2)} > 0$ . Их значения в реальных расчетах варьируются относительно оценок, полученных в [43], и приведены в табл. 1,  $e_i$  — энергии квазичастиц, среднее поле принимается в виде сферически-симметричного потенциала Вудса–Саксона. Его параметры взяты из работы [44] в варианте для оболочки 50–82 за исключением параметра спин-орбитального расщепления, который варьировался от соответствующей оценки на множитель, приведенный также в табл. 1.

$$M_{12}^{(\eta)} = u_1 u_2 + (-1)^{1-\eta} v_1 v_2; \quad (20)$$

$$L_{12}^{(\eta)} = u_1 v_2 + (-1)^\eta u_2 v_1; \quad \eta = 0, 1.$$

Выражения для  $C_L^{(0)}$ , полученные на основе различных процессов, приведены в [45]. Соответствующие расчеты дают большие значения  $C_L^{(0)}$ . Это значит, что энергии двухфононного триплета существенно превышают удвоенную однофононную энергию. Все вместе это является результатом действия сил притяжения между квазичастицами, формирующими разные фононы, а также специфическими фазовыми соотношениями, природа которых связана с принципом Паули и не зависит от степени коллективности  $D$ -фонона вплоть до того, является ли ядро сферическим или деформированным. Этот эффект авторы работ [22, 27] назвали кинематическим, и связан он с тем, что  $D$ -фононы не являются точными  $d$ -бозонами. В особенности, когда эти элементарные моды используются дважды для описания двухфононных состояний из-за принципа Паули среди квазичастиц, принадлежащих различным  $D$ -модам. Забегая несколько вперед, следует сказать, что отчасти компенсировать этот эффект позволяют динамические эффекты. Они обеспечиваются за счет учета связи между коллективными модами, содержащими  $(D^2)^{(L)}$  с состояниями, содержащими  $B_J$ -моды. Демонстрацией этого является табл. 2, где приведены рассчитанные значения параметров  $C_L^{(0)}$ , полученные только с учетом  $D$ -фононов, т.е. с учетом кинематических эффектов. Из этих данных видно, что оценки, полученные в [22, 27] относительно того, что  $C_0^{(0)} \gg C_2^{(0)} \simeq C_4^{(0)}$ , справедливы. Здесь же приведены эти параметры с учетом динамических эффектов, способ учета которых дан ниже. Это демонстрирует масштаб соответствующих перенормировок. Для  $C_0$  они варьируются от 0.6

**Таблица 1.** Параметры, используемые в расчетах (все величины безразмерны; силовые параметры  $G^{(2)}$ ,  $\kappa_{nn}$ ,  $\kappa_{np}$  даны в единицах изоскалярной константы  $\kappa_0$  [43]; оценка для изовекторной константы, полученной там же,  $\kappa_1 = -0.6\kappa_0$ ; это приводит к  $\kappa_{nn} = \kappa_{pp} = 0.4\kappa_0$ ;  $\kappa_{pn} = 1.6\kappa_0$ ; коэффициент  $\alpha_{ls}$  соответствует усилению спин-орбитального расщепления в среднем поле относительно принятой в работе [44] оценки; параметр  $\zeta$  определяет ослабление связи коллективных и квазичастичных состояний)

$A$	$G^{(2)}$	$\kappa_{nn}$	$\kappa_{np}$	$\alpha_{ls}$	$\zeta$	$\sum \varphi^2 / \sum \psi^2$
122	1.4	0.42	1.86	1.274	0.96	0.017
124	1.4	0.40	1.6	1.274	0.94	0.01
126	1.4	0.39	1.56	1.274	0.86	0.017
128	1.4	0.40	1.6	1.174	0.87	0.01
130	1.4	0.40	1.6	1.174	0.85	0.007
132	1.4	0.40	1.6	1.074	0.79	0.012

**Таблица 2.** Параметры  $C_L$ , определяющие расщепление двухфононного триплета, демонстрирующие кинематические и динамические эффекты

$A$	$C_0^{(0)}$	$C_0$	$C_2^{(0)}$	$C_2$	$C_4^{(0)}$	$C_4$
122	1.57	0.37	0.51	0.18	0.55	0.29
124	1.34	0.40	0.42	0.13	0.49	0.25
126	1.36	0.60	0.43	0.16	0.49	0.26
128	1.19	0.51	0.41	0.14	0.44	0.21
130	1.16	0.48	0.38	0.11	0.43	0.21
132	1.16	0.53	0.37	0.10	0.46	0.23

до 1.2 МэВ, для  $C_{2,4}$  порядка 0.25 МэВ. Такие большие перенормировки достигаются за счет учета большого числа  $B_J$ -фононов.

Следует также отметить, что максимальное число бозонов  $\Omega$  есть один из параметров теории, зависящий от фононных амплитуд, а вовсе не принимается равным половине суммарного числа протонных и нейтронных частиц или дырок, как это обычно постулируется в МВБ1.

### 2.3. Перенормировка параметров

Для учета связи коллективного (состоящего только из  $D$ -фононов) и неколлективного (содержащего дополнительно один из возможных  $B_J$ -фононов) пространств рассматривается расширенная волновая функция

$$\Psi(I) = |\psi_c(I)\rangle + \sum_{i1,c1} \alpha_{i1,c1} \left| (B_{i1}^+ \psi_{c1})^{(I)} \right\rangle, \quad (21)$$

где  $|\psi_c\rangle$  есть волновая функция, содержащая суперпозицию только  $D$ -фононов, которая будет называться функцией коллективного состояния.

Энергии нижайших состояний ирраст-полос с  $I^\pi \leq 6^+$  оказываются существенно ниже энергий  $B_J$ -мод, которые как минимум больше удвоенной парной щели. Такая выделенность состояний по энергии двух пространств позволяет рассматривать их связь неявным образом через перенормировку бозонных параметров  $\varepsilon_d, k_1, C_L, k_2$  (16), рассмотренных в [30, 32, 46] с помощью теории возмущений в варианте Бриллюэна–Вигнера (БВ). Для этого рассматриваются из конфигураций, построенных только из  $D$ -фононов, состояния  $(D^+)^n| \rangle$  с  $n = 0, 1, 2$ , другой набор конфигураций будет дополнительно иметь один из  $B_J^+$ -фононов положительной четности с мультипольностью  $J^\pi$  от  $0^+$  до  $6^+$ .

Учет такого взаимодействия приводит к поляризации вакуума, энергия которого  $E_0$  относительно квазичастично-фононного вакуума  $E_0^{(qp-ph)}$  находится через решение уравнения

$$-E_0 = R_0(E_0) + R_{01}(E_0),$$

$$\text{где } R_0(E_0) = \sum_i \frac{|\langle H|B_{iJ=2}^+D^+\rangle|^2}{\omega_i + \varepsilon_d^{(0)} - E_0};$$

$$R_{01}(E_0) = \sum_{iJ} \frac{|\langle H|B_{iJ}^+D^+D^+\rangle|^2}{\omega_i + 2\varepsilon_d^{(0)} + C_J^{(0)} - E_0}.$$

Один МЭ здесь обозначает взаимодействие бесфононного состояния с состоянием, содержащим одновременно два фонона, —  $D$  и  $B_J$ , последний фонон является также квадрупольным. Наличие поляризации вакуума в указанном смысле связано с модификацией КМСФ, что приводит к неравенствам

$$\begin{aligned} \langle H(D^+D^+)^{(0)}| \rangle &\neq 0; \\ \langle H(D^+B^+)^{(0)}| \rangle &\neq 0. \end{aligned} \quad (22)$$

Однофононная энергия  $E_1$  с учетом рассматриваемых поправок определяется из уравнения

$$\varepsilon_d^{(0)} - E_1 = R_1(E_1) + R_2(E_1);$$

$$R_1(E_1) = \sum_{iJ} \frac{|\langle D|H|B_{iJ}^+D^+\rangle|^2}{\omega_i + \varepsilon_d^{(0)} - E_1};$$

$$R_2(E_1) = \sum_{iJ\lambda} \frac{|\langle D|H|B_{iJ}^+(D^+D^+)^{(\lambda)}\rangle_n|^2}{\omega_i + 2\varepsilon_d^{(0)} + C_\lambda^{(0)} - E_1},$$

где  $\varepsilon_d^{(0)}$  является оценкой для однобозонной энергии, выраженной через амплитуды только  $D$ -фонона. В том случае, когда когерентным рождением является  $D$ -фонон, то большую роль

при суммировании по  $B_J$ -фононам играют те фононы, чьи энергии минимальны. Если наоборот, когерентным рождением является  $B_J$ -фонон, то большую роль при суммировании по ним играют фононы, соответствующие гигантскому квадрупольному резонансу.

Уравнение для перенормированной двухфононной энергии  $E_2^{(L)}$  с учетом, что невозмущенная энергия определяется как  $2\varepsilon_d^{(0)} + C_L^{(0)}$ , имеет вид

$$\begin{aligned} 2\varepsilon_d^{(0)} + C_L^{(0)} - E_2^{(L)} &= R_3^{(L)}(E_2^{(L)}) + \\ &+ R_4^{(L)}(E_2^{(L)}) + R_5^{(L)}(E_2^{(L)}) + R_6^{(L)}(E_2^{(L)}), \\ R_k^{(L)}(E_2^{(L)}) &= \\ &= \sum_{iJ\lambda} \frac{|\langle (DD)_n^{(L)}|H|B_{iJ}^+((D^+)^{k-3})^{(\lambda)}\rangle_n|^2}{\omega_i + E^{(k-3)} - E_2^{(L)}}, \\ k &= 3, 4, 5, 6, \end{aligned}$$

где  $E^{(0)} = 0$ ,  $E^{(1)} = \varepsilon_d^{(0)}$  — однобозонная энергия,  $E^{(2)} = 2\varepsilon_d^{(0)} + C_\lambda^{(0)}$  — двух  $d$ -бозонная энергия,  $E^{(3)} = E_{3\lambda}^{(0)}$  — энергия трех  $d$ -бозонного состояния, связанного в момент  $\lambda$  и полученная с учетом только  $D$ -фононных амплитуд,  $L = 0, 2, 4$  — мультипольность двухфононного триплета. При вычислении МЭ  $\langle (DD)_n^{(L)}|H|B_{iJ}^+(D^+D^+D^+)^{(\lambda)}\rangle$  необходимо знать трех  $D$ -фононную нормировку, которая оказалась заметно меньше трех  $d$ -бозонной. Это важно для последующих вычислений.

Неколлективные  $B_i$ -фононы рассматривались в тамм-данковском приближении, техника суммирования по ним, которая не предполагает расчета энергий и амплитуд фононов, представлена и использована в работе [23].

По найденным перенормированным энергиям находятся значения перенормированных бозонных параметров гамильтониана

$$\tilde{\varepsilon}_d = E_1 - E_0; \quad C_L = E_2^{(L)} - 2E_1 + E_0. \quad (23)$$

Все полученные таким образом бозонные параметры оказываются зависящими от спина и энергии рассматриваемого состояния. Обычно проводимые перенормировки параметров МВБ1 связывают с учетом  $G$ -фононов, т.е. квазичастичных пар с  $J^\pi = 4^+$ . Настоящие расчеты показали, что главный вклад вносят фононы с моментом, равным  $2^+$ , т.е. опять же квадрупольные фононы, но те, которые не относятся к нижайшему из них. Следующими по важности являются фононы с моментами  $4^+$  и  $6^+$ . Для исследуемых ядер примесь неколлективных состояний к коллективным (одно и двум  $D$ -фононным состояниям) оказывается небольшой. Для одно  $D$ -фононного состояния эта

примесь  $\sim 9\%$ , для двухфононных несколько больше: для состояния  $(D^+D^+)^{(0)}$  эта примесь  $\sim 25\%$ , в то время как для  $(D^+D^+)^{(L=2,4)} \sim 15\%$ .

Найденная совокупность амплитуд примеси неколлективных компонент позволяет получить поправки во втором порядке по взаимодействию к параметрам МВБ1  $k_1$  и  $k_2$ . Так как эти параметры связывают состояния с разным числом  $d$ -бозонов, то соответственно и в  $D$ -фононном пространстве они будут определяться недиагональными МЭ. Это приводит к тому, что в полученных поправках для этих параметров оказывается более сложная зависимость от энергий как фононов  $\omega_i$ , так и параметров гамильтониана  $\varepsilon_d^{(0)}$  и  $C_L^{(0)}$ , чем это имело место при определении параметров  $\varepsilon_d$ ,  $C_L$ , которые определяются диагональными МЭ.

Член гамильтониана МВБ1, пропорциональный параметру  $k_1$ , обеспечивает взаимодействие бозонных состояний, отличающихся на два квадрупольных бозона, связанных в нулевой угловой момент. Это приводит к уменьшению корреляций в основном состоянии по сравнению с тем, что дает стандартный вариант КМСФ. Его перенормировка за счет неколлективных фононов определяется выражением

$$\begin{aligned} \delta(2\kappa_1\sqrt{\Omega(\Omega-1)}) &= \\ &= -\sqrt{\frac{2}{5}} \sum_i \left\{ \langle H | (B_{iJ=2}^+ D^+)^{(0)} \rangle \times \right. \\ &\quad \times \langle (DD)_n^{(0)} | H | (B_{iJ=2}^+ D^+)^{(0)} \rangle \times \\ &\quad \times \frac{x_1 - E_0 - E_2^{(L=0)}}{(x_1 - E_0)(x_1 - E_2^{(L=0)})} + \\ &\quad + \sum_J \langle H | (B_{iJ}^+ D^+ D^+)^{(0)} \rangle_n \times \\ &\quad \times \langle (DD)_n^{(0)} | H | (B_{iJ}^+ D^+ D^+)^{(0)} \rangle_n \times \\ &\quad \left. \times \frac{x_2 - E_0 - E_2^{(L=0)}}{(x_2 - E_0)(x_2 - E_2^{(L=0)})} \right\}; \\ x_1 &= \omega_i + \varepsilon_d^{(0)}; \quad x_2 = \omega_i + 2\varepsilon_d^{(0)} + C_J^{(0)}. \end{aligned}$$

После этого параметр  $\kappa_1$  определяется как

$$\tilde{\kappa}_1 = \kappa_1^{(0)} + \delta\kappa_1. \quad (24)$$

Член бозонного гамильтониана, пропорциональный параметру  $\kappa_2$ , осуществляет взаимодействие состояний, отличающихся на один квадрупольный бозон. Собственные значения бозонного гамильтониана и вероятности переходов между ними инвариантны относительно знака  $\kappa_2$ , однако от его знака зависят знаки квадрупольных моментов состояний. Так, для

состояний ираст-полосы  $\text{sign}(Q(I)) = -\text{sign}(\kappa_2)$ . Расчетные значения квадрупольных моментов слабо зависят от  $e^* \chi_{E2}(d^+d)^{(2)}$  — части оператора  $E2$ -перехода (48) (см. ниже), не меняющего числа  $d$ -бозонов. Это приводит к тому, что величины квадрупольных моментов состояний определяются одновременным присутствием в состоянии компонент, отличающихся на один квадрупольный бозон и МЭ оператора  $e^*(d^+s + s^+d)^{(2)}$ , также меняющего число квадрупольных бозонов на единицу. Поэтому величины квадрупольных моментов в принципе в равной степени определяются как протонной, так и нейтронной структурой  $D$ -фонона. Представленная в уравнении (16) оценка для  $\kappa_2^{(0)}$  включает фактор  $(u_1u_2 - v_1v_2)$ , который приводит к сильной зависимости результирующей величины от деталей расположения уровней среднего поля. Для данного параметра, также как и для других, были учтены слагаемые, определяемые следующим порядком по взаимодействию. Для него таких членов три, происхождение их понятно из приведенных ниже МЭ:

$$\begin{aligned} \delta(2\kappa_2\sqrt{\Omega-1}) &= \\ &= -\frac{1}{\sqrt{2}} \sum_i \left\{ \sum_J \langle (DD)_n^{(2)} | H | B_{iJ}^+ D^+ \rangle \times \right. \\ &\quad \times \langle D | H | (B_{iJ}^+ D^+)^{(2)} \rangle \frac{x_1 - E_1 - E_2^{(L=2)}}{(x_1 - E_1)(x_1 - E_2^{(L=2)})} + \\ &\quad + \sum_{J\lambda} \langle (DD)_n^{(2)} | H | B_{iJ}^+ (D^+ D^+)^{(\lambda)} \rangle_n \times \\ &\quad \times \langle (DD)_n^{(\lambda)} B_{iJ} | H | D^+ \rangle \frac{x_2 - E_1 - E_2^{(L=2)}}{(x_2 - E_1)(x_2 - E_2^{(L=2)})} + \\ &\quad + \sum_{J\lambda} \langle (DD)_n^{(2)} | H | B_{iJ}^+ (D^+ D^+ D^+)^{(\lambda)} \rangle_n \times \\ &\quad \times \langle (DDD)_n^{(\lambda)} B_{iJ} | H | D^+ \rangle \times \\ &\quad \left. \times \frac{x_3 - E_1 - E_2^{(L=2)}}{(x_3 - E_1)(x_3 - E_2^{(L=2)})} \right\}; \quad x_1 = \omega_i + \varepsilon_d^{(0)}; \\ x_2 &= \omega_i + 2\varepsilon_d^{(0)} + C_\lambda^{(0)}; \quad x_3 = \omega_i + E_{3\lambda}^{(0)}. \end{aligned}$$

После данной процедуры параметр  $\kappa_2$  определяется как

$$\kappa_2 = \kappa_2^{(0)} + \delta\kappa_2. \quad (25)$$

Следует отметить, что поправки к параметрам  $\kappa_1$  и  $\kappa_2$  не столь существенны как к  $\varepsilon_d$  и  $C_L$ , однако они важны, когда один из параметров, например  $\kappa_2$ , оказывается мал по оценке, полученной в первом порядке по взаимодействию.



2.4. Корреляционная энергия и полный вариационный функционал

Одной из особенностей Модификации КМСФ (МКМСФ) является условие существенного уменьшения корреляции в основном состоянии. Его введение в функционал позволяет добиться согласованности бозонных средних и микроскопически вычисленных бозонных параметров гамильтониана МВБ1.

Для энергии фононного вакуума, связанного с корреляциями и определяемого с учетом только нижайшего квадрупольного фонона, было получено выражение с использованием сил в частично-частичном и частично-дырочном каналах

$$E_0^{(B)}(\lambda = 2) = 5 \sum_{\tau 12} e_{12} \varphi_{12\tau}^2 + \quad (26)$$

$$+ \sum_{\eta\tau 12} \frac{(-1)^\eta}{2} |G_\tau^{(2)}| P_\tau^{(\eta)} \langle 1||q||2 \rangle_\tau (-1)^{l_2} M_{12}^{(\eta)} \varphi_{12} +$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{\tau\tau' 12} |k_{\tau\tau'}| Q_{\tau'} \langle 1||q||2 \rangle_\tau (-1)^{l_2} L_{12}^{(0)} \varphi_{12},$$

величины  $Q_\tau$  и  $P_\tau^{(\eta)}$  даны в (19).

Если использовать стандартный вариант КМСФ с учетом полноты фононных функций для каждого момента и суммирования по всем фононам, то с точностью до константы относительно фононных амплитуд в вариационном функционале вместо (26) можно использовать выражение  $5/2\varepsilon_d^{(0)}$ , хотя это есть явное упрощение.

Для собственно фононной задачи определения фононных амплитуд минимизируемый функционал имеет вид

$$\Phi = \langle I|\hat{H} - \sum_{\tau} \lambda_{\tau} \hat{N}_{\tau}|I \rangle + \Phi' = \quad (27)$$

$$= E_0^{(B)} + (I|H_{\text{ИВМ}}|I) + \Phi'.$$

Вариации данного функционала осуществляются в предположении, что вместо полного гамильтониана  $H_{\text{ИВМ}}$  в (27) используется его часть, определяемая параметрами  $\varepsilon_d^{(0)}$  и  $k_1^{(0)}$ , полученными только с учетом  $D$ -фононов, и  $E_0^{(B)}$  заменяется на  $5/2\varepsilon_d^{(0)}$ . Таким образом,

$$E_0^{(B)} + (I|H_{\text{ИВМ}}|I) \rightarrow \quad (28)$$

$$\rightarrow \varepsilon_d^{(0)} \left( n_d(I) + \frac{5}{2} \right) + 2 \left( k_1 \sqrt{\Omega(\Omega - 1)} \right)^{(0)} P_1(I)$$

и минимизируемый функционал принимается в виде

$$\Phi = \varepsilon_d^{(0)} \left( n_d(I) + \frac{5}{2} \right) + \quad (29)$$

$$+ 2 \left( k_1 \sqrt{\Omega(\Omega - 1)} \right)^{(0)} P_1(I) + \Phi'.$$

Роль членов  $\delta\varepsilon_d, \delta C_L, C_L^{(0)}$  в определении амплитуд фононов сводится к перенормировке констант остаточного взаимодействия и к добавкам к двухквазичастичным энергиям, входящих в уравнения для амплитуд. Это оправдывает понятие эффективных сил. Добавки к двухквазичастичным энергиям при этом оказываются несущественными.

2.5. Полная энергия и окончательные параметры гамильтониана МВБ1

После определения всех искомым амплитуд, включая бозонные, характеризующие бозонный состав функций, находятся численные значения энергии состояний  $E_I$ :

$$E_I = E^{\text{(vac.q.p.)}} + E_0^{(B)} + \quad (30)$$

$$+ (I|H_{\text{ИВМ}}|I) + \sum_{\tau} \lambda_{\tau} (I|\hat{N}_{\tau}|I).$$

Такой подход не имеет, однако, прямого отношения к МВБ1. Причина заключается в том, что, в силу неявной зависимости  $u, v, z^{(\eta)}$  и  $\lambda$  от энергии и спина коллективного состояния, энергия квазичастично-фононного вакуума  $E^{\text{(vac.q.p.)}} + E_0^{(B)}$  и параметры  $H_{\text{ИВМ}}(\tilde{\varepsilon}_d, \tilde{k}_1, k_2, C_L)$  изменяются от состояния к состоянию. Это подтверждается численными расчетами. В то же время анализ спектров коллективных состояний в рамках МВБ1 производится в предположении, что энергия вакуума бозонов и параметры гамильтониана остаются неизменными для всех состояний, вовлекаемых в этот анализ. Поэтому возникает вопрос, нельзя ли так перегруппировать члены в  $E_I$ , чтобы выделить некоторую фоновую часть в энергии коллективного состояния, которая не изменяется с ростом  $I$  и “активную” часть, подобную гамильтониану МВБ1, с мало изменяющимися параметрами  $\varepsilon_d, k_1, k_2, C_L$  (теперь два из этих параметров не имеют верхней тильды)?

Для этого полную энергию, отсчитанную от  $\sum \lambda_{0\tau} N_{\tau}$  ( $\lambda_{0\tau}$  — химические потенциалы для основного состояния ядра), примем в виде

$$E_I = \tilde{E}_I + (I|H_{\text{ИВМ}}(\tilde{\varepsilon}_d, \tilde{k}_1, k_2, C_L)|I), \quad (31)$$

$$\tilde{E}_I = E_I^{\text{(q.p.)}} + E_0^{(D)} + \sum_{\tau} (\lambda_{\tau} - \lambda_{0\tau}) N_{\tau}.$$

Таким образом,

$$\tilde{E}_I = E_0^{(D)} + \quad (32)$$

$$+ \sum_{\tau} \left( \left( \sum_i (2j_i + 1)(\epsilon_i - \lambda_{\tau}) v_i^2 \right)_{\tau} - \right.$$

$$-\frac{\Delta_\tau^2}{G_\tau^{(0)}} + (\lambda_\tau - \lambda_{0\tau})N_\tau),$$

где  $\epsilon_i$  есть энергия частиц. Расчеты показывают, что внебозонная энергия  $\widetilde{E}_I$  заметно растет с ростом спина. Особенно сильная зависимость проявляется для ядер, бозонная структура которых близка к вибрационному случаю, когда при переходе к следующему спину коллективного состояния среднее число квадрупольных бозонов  $n_d$  увеличивается на единицу. В тех случаях, когда ядро становится более коллективным, как это оказывается для цепочки изотонов с  $N = 70$ , значения  $n_d$  меняются существенно меньше, а рост спина реализуется за счет угловой пересвязки имеющихся квадрупольных бозонов. В этом случае рост  $\widetilde{E}_I$  со спином значительно слабее. Для того чтобы внебозонная энергия оставалась неизменной для всех рассматриваемых состояний ядра, а именно как в основном состоянии, можно перераспределить слагаемые, входящие в уравнение (31) для  $E_I$ , между собой следующим образом:

$$\begin{cases} \overline{E}_0 = \widetilde{E}_0; \\ \overline{E}_0 = \widetilde{E}_I - \xi_1 n_d - \xi_2 P_1, I^\pi \geq 2^+; \\ \epsilon_d = \widetilde{\epsilon}_d + \xi_1; \\ 2k_1 \sqrt{\Omega(\Omega - 1)} = 2\widetilde{k}_1 \sqrt{\Omega(\Omega - 1)} + \xi_2. \end{cases} \quad (33)$$

Данное преобразование не меняет полной энергии  $E_I$ . Оно выполняет возложенную на него функцию, так как если  $\widetilde{E}_I$  заметно растет с ростом спина, а  $\widetilde{\epsilon}_d$ , наоборот, падает, то после преобразования  $\widetilde{E}_I$  переходит в  $\overline{E}_0$ , а  $\widetilde{\epsilon}_d$  в  $\epsilon_d$ , которое испытывает лишь небольшие вариации с изменением спина. В данном преобразовании для основного состояния  $I^\pi = 0_1^+$ ,  $\xi_1 = \xi_2 = 0$ . Для всех прочих параметр  $\xi_2$  определяется таким образом, чтобы параметр гамильтониана МВБ1  $k_1$  оставался неизменным и таким, как для основного состояния, т.е.

$$\xi_2 = (2\widetilde{k}_1 \sqrt{\Omega(\Omega - 1)})_{(I=0)} - (2\widetilde{k}_1 \sqrt{\Omega(\Omega - 1)})_{(I)}, \quad (34)$$

параметр же  $\xi_1$  определяется из требования, чтобы для всех состояний  $\overline{E}_I = \widetilde{E}_{I=0}$ , т.е.

$$\xi_1 n_d(I) = \widetilde{E}_I - \widetilde{E}_{I=0} - \xi_2 P_1(I). \quad (35)$$

С определенными таким образом параметрами  $\xi_1$  и  $\xi_2$  находятся окончательные значения величин  $\epsilon_d$  и  $k_1$ . При этом параметры  $\epsilon_d$ ,  $k_2$ ,  $C_L$  все же сохраняют зависимость от номера коллективного состояния.

После проведенных переопределений полная энергия, отсчитанная от  $\Sigma\lambda_{0\tau}N_\tau$ , равна

$$E_I = \overline{E}_0 + (I|H_{\text{ВМ}}|I). \quad (36)$$

Энергии возбужденных состояний относительно основного будут определяться как

$$\Delta E_I = E_I - E_0. \quad (37)$$

Теперь можно сформулировать вариационный принцип для определения неизвестных амплитуд  $u, v, z^{(n)}, \{\alpha_d\}$ . Они находятся из минимума энергии по отношению к их вариации при дополнительных условиях. Это дает уравнения для  $(u, v)$  и амплитуд  $z^{(n)}$ . Амплитуды  $\{\alpha_d\}$  бозонного состава  $|I\rangle$  находятся из минимизации (36) при условии, что  $\overline{E}_0$  не меняется при изменении спина или номера коллективного состояния.

Варьирование функционала по фоннным амплитудам приводит к системе уравнений, подобных уравнениям КМСФ. Ее решение осуществляется при фиксированных значениях  $\omega', \chi$ . Это позволяет определить  $\omega$ . Если в рамках обычного КМСФ  $\omega$ , будучи множителем Лагранжа, одновременно оказывается однофононной энергией, которая может быть только положительной, то в случае используемой модификации КМСФ множитель Лагранжа  $\omega$  не является однофононной энергией и физического смысла не имеет. Однофононной энергией является вычисленная с найденными фоннными амплитудами величина  $\epsilon_d^{(0)}$ , которая в основном состоянии для рассматриваемых ядер соответственно оказывается равной:  $-1.13; -0.75; -0.40; -0.06; 0.26; 0.38$  МэВ. Т.е. для  $^{122-128}\text{Ce}$  она отрицательна, для  $^{130,132}\text{Ce}$  — положительна. После перенормировок эта величина, т.е.  $\epsilon_d$ , которая приведена в табл. 3, уменьшается относительно  $\epsilon_d^{(0)}$  на значения от 0.5 МэВ в  $^{122}\text{Ce}$  до 0.18 МэВ в  $^{132}\text{Ce}$ .

После определения  $\omega$  находятся численные значения фоннных амплитуд  $z^{(n)}$ . Расчет повторяется, при этом  $\chi$  подбирается таким образом, чтобы отношение  $\sum \varphi^2 / \sum \psi^2$  было строго определенной величиной, не превышающей значения 0.05 и единой для всех рассматриваемых состояний. Причем чем больше низкоэнергетичная коллективность, т.е. меньше энергия первого возбуждения и больше значение  $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$ , тем указанная величина меньше, вплоть до 0.007. Значение множителя Лагранжа  $\omega'$  находится из требования, чтобы максимальное число бозонов  $\Omega$  было целым, причем таким, чтобы  $\Omega(\omega') \geq \Omega(\omega' = 0)$ . Наличие в функционале члена с  $\omega'$  делает систему уравнений на амплитуды нелинейной, поэтому она решается итерационным способом. Еще раз следует отметить, что главной особенностью МКМСФ является возможность независимо от энергии  $D$ -фона менять уровень корреляций в основном состоянии. Реализуется это таким образом, что к любой двухквазичастичной энергии, участвующей

**Таблица 3.** Параметры  $H_{\text{IBM}}$  в МэВ, полученные без учета каналов взаимодействия  $V^{(2,3)}$ ; величина  $n_d$  есть среднее число бозонов в основном состоянии, т.е.  $(n_d)_{I=0+}$

$A$	$\Omega$	$\varepsilon_d$	$k_1$	$k_2$	$C_0$	$C_2$	$C_4$	$n_d$
122	27	-1.65	-0.0631	0.0287	0.371	0.182	0.290	10.24
124	26	-1.125	-0.0608	0.0329	0.400	0.129	0.247	9.58
126	23	-0.676	-0.0547	0.0357	0.604	0.156	0.258	6.81
128	22	-0.308	-0.0582	0.0405	0.510	0.136	0.212	6.66
130	22	0.045	-0.0584	0.0365	0.477	0.105	0.214	5.90
132	19	0.203	-0.0550	0.0341	0.534	0.102	0.229	4.18

в уравнении на фононные амплитуды, добавляются независимые от этой энергии величины — множители Лагранжа  $\chi$  и  $\omega'$

$$e_{ij} \rightarrow e_{ij} + \omega' n_{ij}^{(3)} + \chi,$$

$$\text{где } n_{ij}^{(3)} = 2 \sum_1 \left( \frac{z_{i1}^{(1)} z_{i1}^{(0)}}{2j_i + 1} + \frac{z_{j1}^{(1)} z_{j1}^{(0)}}{2j_j + 1} \right),$$

и особенно это существенно, когда одночастичные уровни  $i$  и  $j$  относятся к состояниям валентной оболочки. Такая замена — результат модификации — существенно уменьшает значения амплитуд  $z_{ij}^{(\eta)}$  для состояний валентной оболочки, перераспределяя значения остальных компонент в большей степени по вневалентным одночастичным состояниям. Одновременно это приводит к существенному увеличению максимального числа бозонов  $\Omega$ .

Другой важной особенностью рассмотренной модификации является наличие в минимизируемом функционале бозонных средних, что позволяет ставить задачу самосогласованности, когда микроскопически рассчитанные параметры бозонного гамильтониана приводят к тем же бозонным средним, которые используются при вычислении амплитуд и параметров.

При этом оказалось, что достичь такого согласования невозможно без того, чтобы дополнительно за счет одного из слагаемых Лагранжа уменьшить меру корреляций. Было доказано, что как при  $\chi = 0$  в (15), так и при всех  $\varphi = 0$ , что соответствует приближению ТД, это согласование невозможно. Реализуется оно в некотором коридоре значений  $\chi$ , достигая этим устойчивое решение задачи.

Численное значение величины  $\sum \varphi^2 / \sum \psi^2$  в каждом ядре зависит, естественно, от значений силовых параметров, бозонных средних и параметра  $\chi$ . Причем изменением последнего в расчетах величина  $\sum \varphi^2$  и регулируется. При прочих равных параметрах энергия возбуждения сильно зависит от меры корреляций, чем она больше, тем меньше

энергия возбуждения. Именно поэтому, рассматривая совокупность состояний, как возбужденных, так и основного, необходимо оставаться на одном уровне значений  $\sum \varphi^2$ . Если при этом получать самосогласованные решения для спинов от нулевого до некоторого  $I_{\text{max}}$ , то это существенно снижает коридор возможных значений  $\chi$ . Пусть найдено значение  $\chi$ , начиная с которого для основного состояния достигается согласование. Для того, чтобы достичь согласования для основного и возбужденных состояний, вплоть до  $I_{\text{max}}$ , необходимо увеличивать значения  $\chi$ , но таким образом, чтобы было реализовано одинаковое значение  $\sum \varphi^2$  для всех рассматриваемых состояний. При этом остается вопрос о верхней границе значений  $\chi$ , соответственно минимума  $\sum \varphi^2$ . Решен он может быть практически, исходя из конкретных численных расчетов. Важнейшим из них является требование, чтобы вплоть до  $I_{\text{max}}$  число квазичастиц на каждом одночастичном уровне не превышало значения  $j + 1/2$ .

### 3. БОЗОННОЕ ОПИСАНИЕ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ПОЛОС

Перенормировка параметров МВБ1 осуществляется через расширение волновой функции фононных состояний в виде (21) за счет  $V_J$ -фононов с  $J^\pi \leq 6^+$ . При больших спинах состояний иррациональные коллективные и неколлективные возбуждения могут оказаться энергетически близкими. Поэтому компоненты этих неколлективных мод необходимо явно вводить в рассматриваемый базис, а значения  $J^\pi$  уже будут меняться от  $0^+$  до  $10^+$  с учетом рассматриваемой оболочки 50–82. Это приводит не только к дополнительному сжатию спектра коллективных состояний, но и к пересечению полос разной природы.

Переходя к бозонам, гамильтониан  $H_b$  с учетом  $b_J$ -бозонов принят в виде

$$H_b = H_{b1} + H_{b2}; \tag{38}$$

$$H_{b1} = H_{\text{IBM}}^{(0)} + \sum_i \omega_i b_i^+ b_i + V^{(1)};$$

$$H_{b2} = V^{(2)} + V^{(3)},$$

где  $H_{\text{IBM}}^{(0)}$  (4) является гамильтонианом МВБ1 с параметрами, определенными только через  $D$ -фононы, т.е. без учета неколлективных фононов,  $\omega_i$  — энергии  $b_i$ -бозонов.

$$\begin{aligned} V^{(1)} = & \sum_i \sqrt{\frac{5}{2J_i + 1}} \nu_1(i) \times \\ & \times [(d^+ d)^{(J_i)} s^+ \cdot b_i + \text{H.c.}] + \\ & + \sum_{iL} \sqrt{\frac{5}{2J_i + 1}} \nu_2^{(L)}(i) \times \\ & \times [(d^+ (dd)^{(L)} s^+ s^+)^{(J_i)} \cdot b_i + \text{H.c.}] + \\ & + \sum_i \nu_3(i) [(d^+ d^+)^{(J_i)} s \cdot b_i + \text{H.c.}] + \\ & + \sum_{iL} \sqrt{\frac{2L+1}{2J_i + 1}} \nu_4^{(L)}(i) \times \\ & \times [(d^+ d^+)^{(L)} d^{(J_i)} \cdot b_i + \text{H.c.}], \\ V^{(2)} = & \sum_{iL} \nu_5^{(L)}(i) \times \\ & \times [((d^+ d^+)^{(L)} d^+)^{(J_i)} \cdot b_i s s + \text{H.c.}]. \end{aligned} \quad (39)$$

$$V^{(2)} = \sum_{iL} \nu_5^{(L)}(i) \times \quad (40)$$

$$\times [((d^+ d^+)^{(L)} d^+)^{(J_i)} \cdot b_i s s + \text{H.c.}].$$

Соответствующие параметры определяются МЭ в фермионном пространстве с помощью процедуры Марумори:

$$\nu_1(i) = \frac{1}{\sqrt{\Omega - 1}} \langle D | H | (B_i^+ D^+)^{(2)} \rangle; \quad (41)$$

$$\begin{aligned} \nu_2^{(L)}(i) = & \frac{1}{\sqrt{2(\Omega - 1)(\Omega - 2)}} \times \\ & \times \langle D | H | (B_i^+ (D^+ D^+)^{(L)})^{(2)} \rangle; \end{aligned}$$

$$\nu_3(i) = \frac{1}{\sqrt{2(\Omega - 1)}} \langle (DD)^{(J)} | H | B_i^+ \rangle;$$

$$\nu_4^{(L)}(i) = \frac{1}{\sqrt{2}} \langle (DD)^{(L)} | H | (B_i^+ D^+)^{(L)} \rangle;$$

$$\begin{aligned} \nu_5^{(L)}(i) = & \frac{1}{\sqrt{\aleph_{JL}(\text{bos})(\Omega - 1)(\Omega - 2)}} \times \\ & \times \langle [(DD)^{(L)} D]^{(J)} | H | B_i^+ \rangle, \end{aligned} \quad (42)$$

$$\aleph_{JL}(\text{bos}) = (|(d(dd)^{(L)})^{(J)}((d^+ d^+)^{(L)} d^+)^{(J)}|),$$

$H$  — квазичастичный гамильтониан,  $\aleph_{JL}(\text{bos})$  — значение бозонной нормировки. Комбинации фоновых функций нормированы. Взаимодействие  $V^{(1)}$  и  $V^{(2)}$  выражает связь коллективных состояний с неколлективными. Оператор  $V^{(3)}$  определяет

взаимодействие между состояниями, содержащими различные  $b_J$ -бозоны:

$$V^{(3)} = \sum_{i1 \neq i2} \sqrt{\frac{2J_2 + 1}{5}} (-1)^{J_1 + J_2} \times \quad (43)$$

$$\times u_{i1, i2}^{(1)} [(b_{i1}^+ b_{i2})^{(2)} \cdot d^+ s + \text{H.c.}] +$$

$$+ \sum_{L, i1 \neq i2} \sqrt{\frac{2J_2 + 1}{2L + 1}} (-1)^{J_1 + J_2} u_{i1, i2}^{(2)}(L) \times$$

$$\times [(b_{i1}^+ b_{i2})^{(L)} \cdot (d^+ d^+)^{(L)} s s + \text{H.c.}] +$$

$$+ \sum_{L, i1 \neq i2} (-1)^{L + J_2} u_{i1, i2}^{(3)}(L) \times$$

$$\times [(b_{i1}^+ b_{i2})^{(L)} \cdot (d^+ d)^{(L)} + \text{H.c.}].$$

Параметры в  $V^{(3)}$  определяются как

$$u_{i1, i2}^{(1)} = \frac{1}{\sqrt{\Omega - 1}} \langle DB_{i1} | H | B_{i2}^+ \rangle; \quad (44)$$

$$\begin{aligned} u_{i1, i2}^{(2)}(L) = & \frac{1}{\sqrt{2(\Omega - 1)(\Omega - 2)}} \times \\ & \times \langle [(DD)_n^{(L)} B_{i1}]^{(J_2)} | H | B_{i2}^+ \rangle; \end{aligned}$$

$$u_{i1, i2}^{(3)}(L) = \sum_x \langle (DB_{i1})^{(x)} | H | B_{i2}^+ D^+ \rangle \times$$

$$\times (-1)^x (2x + 1) \begin{Bmatrix} 2 & 2 & L \\ J_2 & J_1 & x \end{Bmatrix}.$$

Мультипольность  $B_i$ -фононов в МЭ (41) и (42), определяющих взаимодействие  $V^{(1)}$ ,  $V^{(2)}$ , варьируется от  $J^\pi = 0^+$  до  $J^\pi = 6^+$ , в (44) для взаимодействия  $V^{(3)}$  от  $J^\pi = 0^+$  до  $J^\pi = 10^+$ .

Часть гамильтониана, а именно  $V^{(1)}$ , через произведение МЭ  $\langle V^{(1)} | \langle V^{(1)} \rangle$  используется для перенормировки параметров бозонного гамильтониана (4) [32, 46]. Для связи коллективных состояний с  $b_{J=8,10}$  взаимодействие  $V^{(1)}$  имеет важное значение наряду с  $V^{(2)}$  и  $V^{(3)}$  в (38) из-за членов интерференции. Часть гамильтониана,  $V^{(2)}$ , через второй порядок по взаимодействию приводит к дополнительному взаимодействию трех  $d$ -бозонов между собой, которое не сводится к членам традиционного гамильтониана МВБ1. Влияние этого канала взаимодействия приводит к дополнительному уменьшению энергий по мере роста спина и энергии возбуждения. Существует и прямой канал дополнительного взаимодействия трех  $d$ -бозонов между собой, но его оценка оказалась существенно меньше той, которую дает второй порядок.

Связь коллективных состояний с конфигурациями, содержащими высокоспиновые бозоны

$b_{J=8,10}$ , осуществляется также через второй порядок по взаимодействию через произведение МЭ от  $V^{(1)} + V^{(2)}$  с  $V^{(3)}$ , т.е.  $\langle V^{(1)} + V^{(2)} \rangle \langle V^{(3)} \rangle$ . В ядрах, структура которых близка к вибрационному случаю, важны именно произведения  $\langle V^{(2)} \rangle \langle V^{(3)} \rangle$ , но в том случае, когда уже основное состояние далеко от бозонного вакуума, то важным будет и произведение  $\langle V^{(1)} \rangle \langle V^{(3)} \rangle$ , тем более, что среди бозонов, определяющих  $V^{(1)}$ , есть и с  $J^\pi = 6^+$ , а именно  $\langle d|V^{(1)}|d^+d^+b_{J=6}^+ \rangle$  и  $\langle d^2|V^{(1)}|d^+b_{J=6}^+ \rangle$ .

Существует прямой канал взаимодействия компонент, содержащих только  $d$ -конфигурации с  $b_{J=8,10}$ , но его оценки оказались пренебрежимо малы по сравнению с величинами, даваемыми вторым порядком.

Используя процедуру теории возмущения в варианте Бриллюэна–Вигнера, амплитуды  $\alpha_{i,c}$  в функциях (21) при  $J^\pi \leq 6^+$  рассчитываются в

первом порядке по взаимодействию

$$\alpha_{i1(J1 \leq 6),c1} = \alpha_0 \frac{\langle \psi_c | V^{(1)} + V^{(2)} | b_{i1}^+ \psi_{c1} \rangle}{E - \omega_{i1} - E_{c1}}, \quad (45)$$

где  $E$  — собственные значения гамильтониана  $H_b$  (38),  $E \langle \Psi(I) | \Psi(I) \rangle = \langle \Psi(I) | H_b | \Psi(I) \rangle$ .

Амплитуды с  $J^\pi > 6^+$  находятся через второй порядок по взаимодействию:

$$\alpha_{i1(J1 > 6),c1} = \frac{\alpha_0}{E - \omega_{i1} - E_{c1}} \times \quad (46)$$

$$\times \sum_{i2(J2 \leq 6),c2} \frac{\langle \psi_{c1} b_{i1} | V^{(3)} | b_{i2}^+ \psi_{c2} \rangle}{E - \omega_{i2} - E_{c2}} \times$$

$$\times \langle \psi_{c2} b_{i2} | V^{(1)} + V^{(2)} | \psi_c \rangle.$$

Собственная энергия с учетом (45), (46) является решением уравнения

$$E - \langle \psi_c | H_{\text{IBM}} | \psi_c \rangle = \sum_{i1(J1 \leq 6),c1} \frac{|\langle \psi_c | V^{(1)} + V^{(2)} | b_{i1}^+ \psi_{c1} \rangle|^2 - |\langle \psi_c | V^{(1)} | b_{i1}^+ \psi_{c1} \rangle|^2}{E - \omega_{i1} - E_{c1}} + \quad (47)$$

$$+ \sum_{i2(J2 > 6),c2} \frac{1}{E - \omega_{i2} - E_{c2}} \left( \sum_{i1(J1 \leq 6),c1} \frac{\langle \psi_{c1} b_{i1} | V^{(1)} + V^{(2)} | \psi_c \rangle \langle \psi_{c2} b_{i2} | V^{(3)} | b_{i1}^+ \psi_{c1} \rangle}{E - \omega_{i1} - E_{c1}} \right)^2,$$

где  $\langle \psi_c | H_{\text{IBM}} | \psi_c \rangle$  есть энергия МВБ1, полученная с учетом перенормировок параметров гамильтониана (4), определяемых  $V^{(1)}$  (39). В уравнении (47) искомая энергия зависит от  $V^{(1)}$  через члены интерференции  $V^{(1)}$  с  $V^{(2)}$  и  $V^{(3)}$ .

При вычислении МЭ квадрупольного электрического оператора нас в основном будут интересовать переходы вдоль ираст-полосы. Переход с неколлективных компонент в коллективные учитывается при перенормировках эффективных зарядов [47], что позволяет рассматривать МЭ только между коллективными компонентами, выраженными через  $d$ -бозоны, не затрагивая  $b_J$ -бозоны. При этом бозонный оператор  $\hat{T}(E2)$  имеет вид

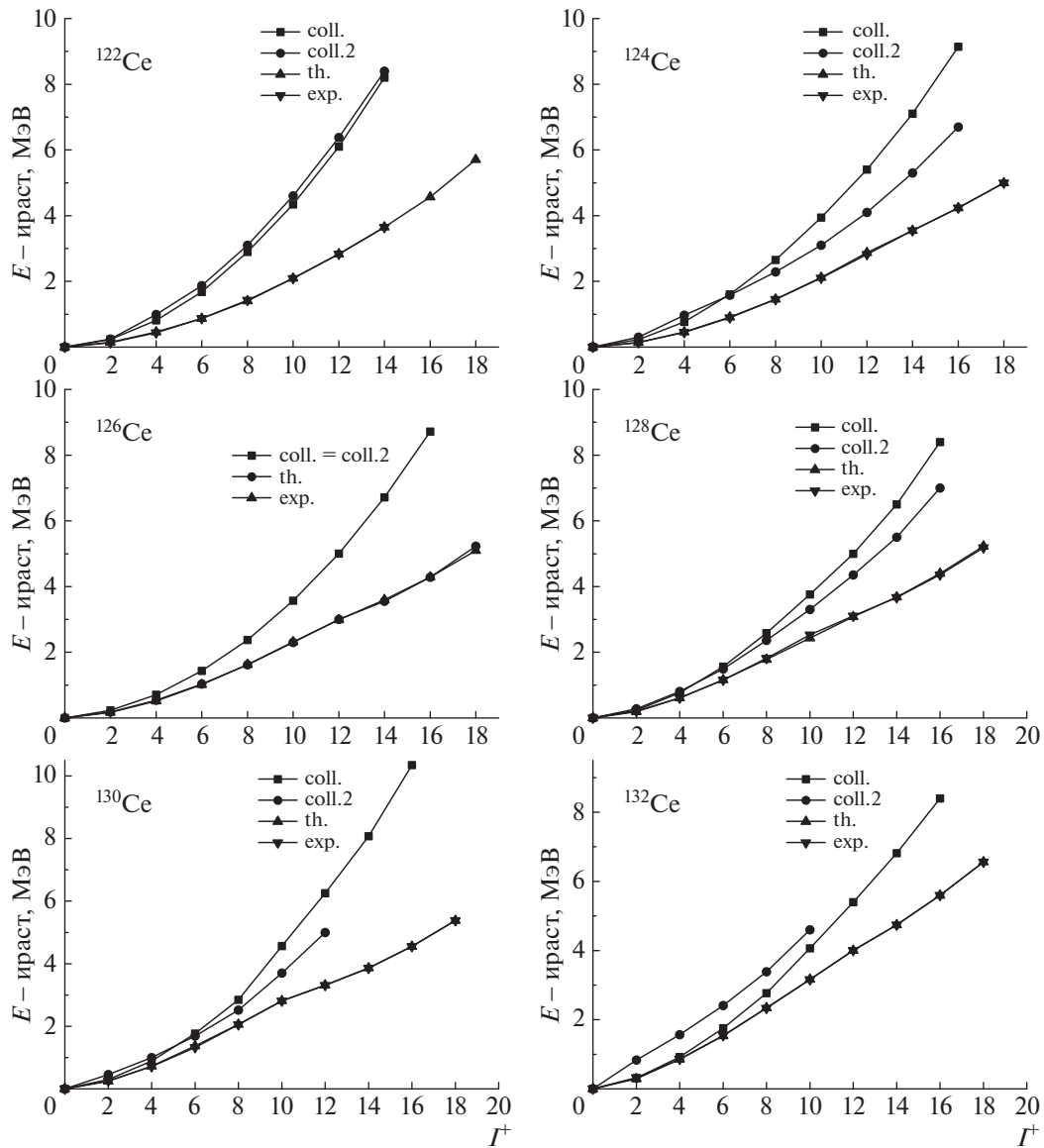
$$\hat{T}(E2) = e^* (d^+ s + s^+ d + \chi_{E2} d^+ d)^{(2)} + \quad (48)$$

$$+ e_0^* (s^+ (d^+ d)^{(0)} d + d^+ (d^+ d)^{(0)} s)^{(2)}.$$

Микроскопический расчет его параметров представлен в [47] с учетом  $B_J$ -фононов только с  $J^\pi \leq 6^+$ .

#### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ ДЛЯ $^{122-132}\text{Ce}$

С теми же параметрами среднего поля и факторизованными силами, с которыми рассчитывались параметры фононных  $D$ -амплитуд и параметров бозонного гамильтониана (4) с учетом перенормировок, были получены значения и прочих параметров расширенного гамильтониана (38) в соответствии с (41), (42), (44). Константы факторизованных сил приведены в табл. 1. Использовался широкий спектр одночастичных состояний, вплоть до резонансных состояний, всего 26 ( $njl$ ) протонных и столько же нейтронных уровней. Константы монопольного спаривания определялись по значениям парных энергий. Константы квадрупольного взаимодействия в частично-частичном ( $G^{(2)}$ ) и частично-дырочном каналах ( $\kappa_{nn}$  и  $\kappa_{np}$ ), как видно из табл. 1, претерпевают незначительные изменения, а полусумма  $\kappa_{nn}$  и  $\kappa_{np}$  в единицах [43] близка единице, т.е. изоскалярной константе. В табл. 1 также приведена мера корреляций в основном состоянии  $r = \sum \varphi^2 / \sum \psi^2$ , ее варьирование связано с выполнением принципа Паули, т.е. таким образом, чтобы среднее число квазичастиц,



**Рис. 3.** Энергии состояний ираст-полос. Подписи “th.” и “exp.” соответствуют теоретическим и экспериментальным [29] значениям (в масштабе рисунка они практически сливаются). Подпись “coll.” соответствует расчетному значению, но без учета каналов взаимодействия  $V^{(2)}$ ,  $V^{(3)}$ , “coll.2” — энергиям тоже коллективных состояний, но в присутствии высокоспиновой пары.

определяемых набором  $D$ -фононов на каждом одночастичном уровне с моментом  $j$ , не превышало  $j + 1/2$ .

С данными силовыми константами были произведены расчеты, которые без учета каналов взаимодействия  $V^{(2,3)}$  приводят к значениям параметров  $H_{\text{ВМ}}$  (4). В табл. 3 они приведены для основного состояния, для прочих состояний их значения претерпевают некоторые численные изменения [46]. Максимальное число бозонов  $\Omega$  в каждом ядре определялось по фоновым амплитудам в соответствии с (2). Они приведены в табл. 3, где также представлены средние значения числа

квадрупольных бозонов  $n_d$  в основном состоянии. Их значения показывают, что в соответствии с вычислениями структура состояний даже для тяжелых ядер далека от того, что дает вибрационный случай, когда  $\langle n_d \rangle_{I=0^+} = 0$ .

Коллективные состояния, построенные на высокоспиновых фононах или бозонах, как это следует из анализа энергий состояний, после пересечения полос и как это было учтено в [26], могут отличаться в сторону меньшей коллективности. Это проявляется в больших энергиях  $d$ -бозонных состояний по сравнению с теми, что строятся на фоновом вакууме или в меньших значениях мо-

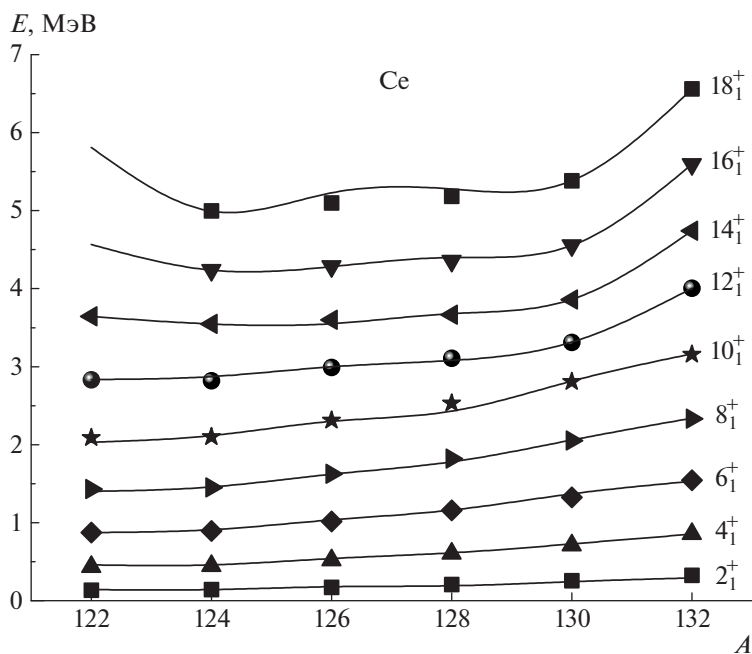


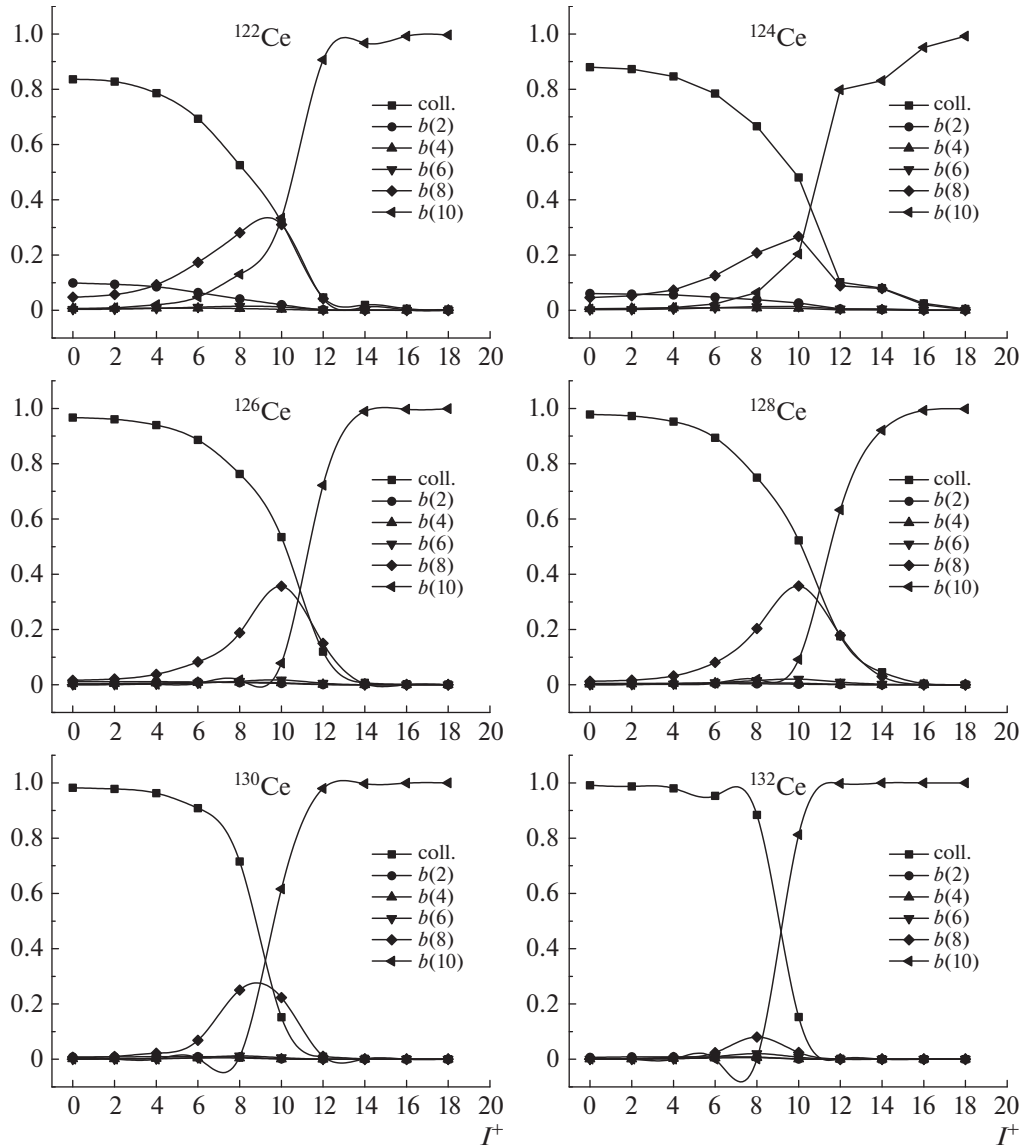
Рис. 4. Сравнение теоретических (кривые) и экспериментальных (точки) значений энергий ирраст-полос в четных изотопах Се.

ментов инерции. Оказалось, что чем больше коллективность, тем меньше это различие. Это демонстрируется на последующих рисунках, где приведены энергии, полученные в рамках самосогласованной схемы, т.е. без учета  $V^{(2,3)}$  каналов взаимодействия. Эти энергии на соответствующих рис. 3 обозначаются как “coll.” в отличие от коллективных состояний, при наличии высокоспиновых пар, которые обозначаются как “coll.2”. Различие энергий состояний полосы основного состояния (часто обозначаемой как  $g$ -полоса) и полосы, построенной на высокоспиновом квазичастичном возбуждении ( $s$ -полоса), было использовано в работах [26] и [33]. В данной массовой области объясняется это тем, что высокоспиновый фонон определяется конфигурацией  $(h_{11/2})^2$ . По мере роста числа нейтронов химический потенциал приближается к нейтронному уровню  $h_{11/2}$ , приводя к тому, что двухквазичастичное состояние  $(h_{11/2})^2$  дает существенный вклад в структуру  $D$ -фонона. Поэтому явное присутствие в волновой функции высокоспиновой пары приводит к сокращению квазичастичного конфигурационного пространства, на котором формируются остальные фононы, в частности, увеличивая энергию  $D$ -фонона, перераспределяя его компоненты по более высоколежащим двухквазичастичным возбуждениям. Как результат, меняются параметры  $H_{IVM}$  для тех компонент волновых функций, в которых присутствует высокоспиновая пара. Соответственно происходит изменение бозонных средних от бозонных операторов, которые в том числе

определяют связь коллективных и квазичастичных возбуждений. Учет этого эффекта выполнен феноменологически. Во-первых, введено некоторое ослабление связи коллективных и квазичастичных состояний, определяемое параметром  $\zeta$ , см. табл. 1. Для легких изотопов оно близко к единице, в тяжелых, для которых квазичастицы  $h_{11/2}$  играют более важную роль в структуре  $D$ -фонона,  $\zeta$  уменьшается до значения 0.8. Во-вторых, как указано, приводит к увеличению энергий состояний, обозначенных как “coll.2”. Следует отметить, что это отличие для  $^{122-130}\text{Ce}$  и спинов  $I_c \leq 8^+$  не столь значительно, а для  $^{132}\text{Ce}$  существенно. Таким образом, значения  $\zeta$  и отличие в энергиях коллективных состояний,  $E_I$ , в зависимости от наличия высокоспиновой квазичастичной пары, коррелируют. Эта процедура, являясь по существу феноменологической, указывает на желательность микроскопического учета влияния высокоспинового двухквазичастичного возбуждения на структуру  $D$ -фонона за счет сокращения конфигурационного квазичастичного пространства. На рис. 3 приведены также результаты расчета с учетом  $V^{(2,3)}$ , обозначаемые как “th.”. На этих же рисунках приведены экспериментальные значения — “exp.”, которые по существу совпадают с теоретическими значениями в представленном масштабе. Реальное различие не превышает 60 кэВ.

Сравнение теоретических и экспериментальных энергий, тенденции их поведения в зависимости от массового числа даны на рис. 4.





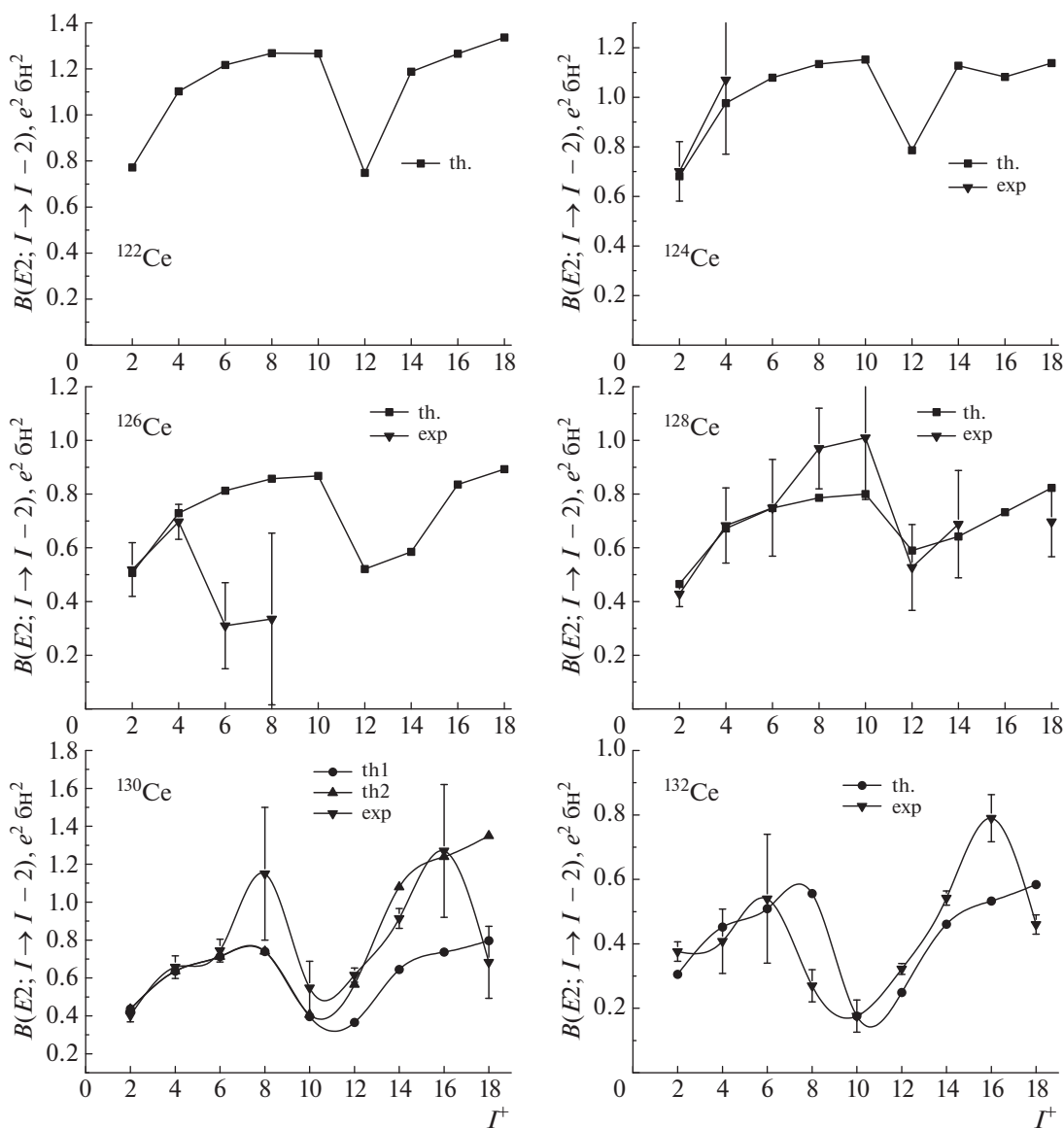
**Рис. 5.** Бозонный состав волновых функций ираст-полос. Под “collective” понимается вклад в функцию компонент, содержащих только  $d$ -бозонный состав. Под  $b(J)$  понимается вклад от всех компонент, содержащих различные бозоны с фиксированным моментом  $J$ , т.е.  $\sum_{i_1, c_1} |\alpha_{J, i_1, c_1}|^2$ , где амплитуды  $\alpha$  определяются в (21).

На рис. 5 приведен бозонный состав волновых функций состояний ираст-полос. Следует подчеркнуть, что амплитуды даны именно в терминах бозонов, а не фононов, как это представлено в уравнении (21). В терминах фононов уже основное состояние меньше, чем на 40% определялось бы только  $D$ -конфигурациями. Это понятно помимо расчета уже из того, что, как говорилось, перенормированные одно- и двухфононные состояния соответственно состоят примерно на 91% и 85% из  $D$ -компонент, а число квадрупольных бозонов в  $^{122}\text{Ce}$  в основном состоянии равно десяти (табл. 3).

Величины  $B(E2; I \rightarrow I - 2)$  представлены на рис. 6, где расчетные значения получены без

введения эффективных зарядов [47]. То, что при этом удается воспроизвести абсолютные значения  $B(E2)$ , связано не только с большим используемым одночастичным базисом, но и с учетом поляризации фононного вакуума, выраженным, например, соотношением (22).

Еще в работе [33] было отмечено, что только анализ энергетических спектров не может говорить о природе бекбендинга и механизме его формирования. Полученное в настоящей работе теоретическое описание соответствует экспериментальному поведению момента инерции. Для  $^{122}\text{Ce}$  в соответствии с рис. 3 бекбендинг не наблюдается, но рис. 5 показывает, что в этом ядре при спине  $I^\pi = 12^+$



**Рис. 6.** Теоретические и экспериментальные [29] значения вероятностей  $E2$ -переходов внутри ираст-полос. Для  $^{130}\text{Ce}$  представлены два теоретических расчета, первый вариант соответствует единому набору параметров оператора  $E2$ -переходов, второй дан при наличии усиливающего фактора оператора между компонентами волновых функций, явно содержащих неколлективные фононы.

пересечение полос все же происходит. Подтвердить или опровергнуть такое предположение могли бы еще не полученные экспериментальные данные относительно  $B(E2; I \rightarrow I - 2)$ . Теоретические их значения приведены на рис. 6, откуда видно, что для перехода  $12^+ \rightarrow 10^+$  обсуждаемая величина имеет минимум, причем  $B(E2; 12^+ \rightarrow 10^+) \simeq B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$ .

Аналогичное пересечение полос происходит в изотопах  $^{124,126}\text{Ce}$ . Это видно из рис. 3 и соответствует поведению момента инерции от квадрата частоты. Вероятности квадрупольных переходов в первом ядре для имеющих двух переходов со-

ответствуют экспериментальным данным. Эти переходы воспроизводятся и для второго ядра, чего не скажешь относительно переходов с  $6^+$ - и  $8^+$ - состояний. Говорить о пересечении полос при спине  $6^+$  для ядра, чьи нейтроны заполняют середину оболочки, не приходится. Это подтверждается экспериментальной информацией относительно  $B(E2)$  в ядре  $^{128}\text{Ce}$ , воспроизводя соответствующий минимум при  $I^\pi = 12^+$ .

Для ядра  $^{130}\text{Ce}$  минимум  $B(E2)$  имеется сразу для двух соседних спинов  $I^\pi = 10^+, 12^+$ . Это воспроизводится и объясняется тем, что как видно из рис. 5 при спине  $I^\pi = 10^+$ , вклад

квазичастичной высокоспиновой пары составляет чуть больше 50%. Относительно этого ядра в первых вариантах расчета оказалось, что энергия  $I^\pi = 10^+$ -состояния занижена, вероятность  $B(E2; 10^+ \rightarrow 8^+)$  завышена, а  $B(E2; 12^+ \rightarrow 10^+)$  явно занижена. Преодолеть эти проблемы одновременно удалось за счет одновременного повышения самосогласованных энергий, обозначаемых как “coll.”, а именно для  $I^\pi = 10^+, 12^+, \dots$  на 0.4 МэВ. Оказалось, что достигается это за счет уменьшения величины  $\zeta$  для соответствующих спинов от 0.854 до 0.837. Это как раз соответствует указанному энергетическому сдвигу и может свидетельствовать о необходимости введения в величину  $\zeta$  зависимости от  $\langle n_d \rangle$ . Кроме того, для ядра  $^{130}\text{Ce}$  после пересечения полос наблюдаются повышенные значения  $B(E2)$ . Поэтому на рис. 6 для  $^{130}\text{Ce}$  представлены два варианта расчета. Первый, “th.1”, с традиционным способом расчета, второй, “th.2”, с увеличенным протонным зарядом в 1.3 раза больше для конфигураций, включающих высокоспиновые пары. Не исключено, что по мере заполнения нейтронной оболочки и при наличии высокоспиновой квазичастичной пары  $h_{11/2}$  происходит перераспределение квазичастичных амплитуд  $D$ -фононов в сторону протонных компонент.

Наконец, в последнем и самом тяжелом из рассмотренных изотопов,  $^{132}\text{Ce}$ , пересечение полос в соответствии с рис. 5 происходит при  $I^\pi = 10^+$ . Экспериментальные же значения  $B(E2)$  показывают и подавленное значение для  $8^+ \rightarrow 6^+$ -перехода.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе представлена разработанная автором микроскопическая версия МВБ1, позволяющая рассчитывать ее параметры с использованием сферического одночастичного базиса и остаточных межнуклонных взаимодействий. На основе этой теории сделаны расчеты свойств состояний ираст-полос в шести наиболее легких и нейтронно-дефицитных изотопах церия. Для наиболее легких из них значения  $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$  оказываются больше 100 одночастичных единиц. Это говорит о том, что эти ядра относятся скорее к деформированным, нежели переходным, что дает основание для применения данной теории для описания коллективных свойств состояний в традиционно деформированных ядрах. При этом было получено микроскопическое описание механизма пересечения полос на основе учета связи большого числа  $d$ ,  $b_J$ -бозонов положительной четности с  $J^\pi = 0^+ - 10^+$ , т.е. включая высокоспиновые. При

этом, как показал расчет, во многом согласующийся с экспериментом, в изотопах Се пересечение полос происходит неизменно в области состояний ираст-полосы при спинах либо  $10^+$ , либо  $12^+$ .

Автор выражает благодарность профессору В.М. Михайлову за полезные обсуждения и комментарии на протяжении всей работы.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. И. Айзенберг, В. Грайнер, *Модели ядер* (Атомиздат, Москва, 1975) [J. M. Eisenberg and W. Greiner, *Nuclear Theory*, Vol. 1 (North-Holland, Amsterdam, 1970)].
2. A. S. Davydov and G. F. Fillipov, *Nucl. Phys.* **8**, 237 (1958).
3. А. С. Давыдов, *Возбужденные состояния атомных ядер* (Атомиздат, Москва, 1967).
4. V. V. Srtutinsky, *ЯФ* **3**, 614 (1966) [*Sov. J. Nucl. Phys.* **3**, 449 (1966)].
5. D. R. Inglis, *Phys. Rev.* **97**, 701 (1955).
6. K. Kumar, *J. Phys. G.: Nucl. Phys.* **4**, 849 (1978); *Prog. Part. Nucl. Phys.* **9**, 233 (1983).
7. S. Beliaev and V. G. Zelevinsky, *Nucl. Phys.* **39**, 582 (1962); *Izv. AN SSSR. Ser. Fiz.* **28**, 127 (1964).
8. B. Sorensen, *Phys. Lett.* **21**, 683 (1966); **23**, 274 (1966); *Nucl. Phys. A* **97**, 1 (1967); *Phys. Lett. B* **24**, 328 (1967); *Nucl. Phys. A* **119**, 65 (1968); *Prog. Theor. Phys.* **39**, 1468 (1968); *Nucl. Phys. A* **142**, 392, 411 (1970); **217**, 505 (1973).
9. T. Kishimoto and T. Tamura, *Nucl. Phys. A* **163**, 100 (1971); **192**, 246 (1972); **270**, 317 (1976).
10. T. Tamura, K. Weeks, and T. Kishimoto, *Phys. Rev. C* **20**, 307 (1979); *Nucl. Phys. A* **347**, 359 (1980).
11. K. J. Weeks and T. Tamura, *Phys. Rev. C* **22**, 888, 1323 (1980).
12. K. J. Weeks, T. Tamura, T. Udagawa, and F. J. W. Nahne, *Phys. Rev. C* **24**, 703 (1981).
13. Н. Марч, У. Янг, С. Сампантар, *Проблема многих тел в квантовой механике* (Мир, Москва, 1969) [N. H. March, W. H. Young, and S. Sampanthar, *The Many-Body Problem in Quantum Mechanics* (Cambridge, Univ. Press, 1967)].
14. D. Janssen, R. V. Jolos, and F. Donau, *Nucl. Phys. A* **224**, 93 (1974).
15. Р. В. Джолос, Ф. Дэнау, Д. Янсен, *ТМФ* **20**, 112 (1974) [R. V. Jolos, F. Donau, and D. Janssen, *Theor. Math. Phys.* **20**, 704 (1974)].
16. Р. В. Джолос, Ф. Дэнау, Д. Янсен, *ТМФ* **23**, 374 (1975) [R. V. Jolos, F. Donau, and D. Janssen, *Theor. Math. Phys.* **23**, 580 (1975)].
17. Р. В. Джолос, Ф. Дэнау, В. Г. Картвенко, Д. Янсен, Препринты Р4-7223, Р4-7533, ОИЯИ (Дубна, 1973).
18. A. Arima and F. Iachello, *Phys. Rev. Lett.* **35**, 1069 (1975); *Ann. Phys. (N. Y.)* **99**, 253 (1976); **111**, 201 (1978); **123**, 468 (1979).

19. К. И. Ерохина, А. Д. Ефимов, И. Х. Лемберг, В. М. Михайлов, ЯФ **41**, 596 (1985) [К. I. Erokhina, A. D. Efimov, I. Kh. Lemberg, and V. M. Mikhailov, Sov. J. Nucl. Phys. **41**, 596 (1985)].
20. D. D. Warner and R. F. Casten, Phys. Rev. Lett. **48**, 1385 (1982); Phys. Rev. C **28**, 1798 (1983).
21. S. Pascu, N. V. Zamfir, Gh. Căta-Danil, and N. Mărginean, Phys. Rev. C **81**, 054321 (2010).
22. S. Tazaki, K. Takada, K. Kaneko, and F. Sakata, Prog. Theor. Phys. Suppl. **71**, 123 (1981).
23. А. Д. Ефимов, В. М. Михайлов, Изв. АН СССР. Сер. физ. **56**, 57 (1992) [A. D. Efimov and V. M. Mikhajlov, Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. **56**, 96 (1992)].
24. A. Gelberg and A. Zemel, Phys. Rev. C **22**, 937(R) (1980).
25. N. Yoshida, A. Arima, and T. Otsuka, Phys. Lett. B **114**, 86 (1982).
26. A. D. Efimov and V. M. Mikhajlov, Phys. Rev. C **59**, 3153 (1999).
27. T. Marumori, K. Takada, and F. Sakata, Prog. Theor. Phys. Suppl. **71**, 1 (1981).
28. А. Д. Ефимов, В. М. Михайлов, Изв. РАН. Сер. физ. **73**, 808 (2009) [A. D. Efimov and V. M. Mikhajlov, Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. **73**, 760 (2009)].
29. Brookhaven National Laboratory, National Nuclear Data Center (online), <http://www.nndc.bnl.gov/nndc/ensdf/>
30. А. Д. Ефимов, В. М. Михайлов, Изв. РАН. Сер. физ. **82**, 1395 (2018) [A. D. Efimov and V. M. Mikhajlov, Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. **82**, 1266 (2018)].
31. А. Д. Ефимов, В. М. Михайлов, Изв. РАН. Сер. физ. **83**, 1244 (2019) [A. D. Efimov and V. M. Mikhajlov, Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. **83**, 1136 (2019)].
32. А. Д. Ефимов, В. М. Михайлов, Изв. РАН. Сер. физ. **80**, 986 (2016) [A. D. Efimov and V. M. Mikhajlov, Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. **80**, 898 (2016)].
33. G.-O. Xu and J.-Y. Zhang, Nucl. Phys. A **343**, 189 (1980).
34. F. Iachello, G. Puddu, O. Scholten, A. Arima, and T. Otsuka, Phys. Lett. B **89**, 1 (1979).
35. G. Puddu, O. Scholten, and T. Otsuka, Nucl. Phys. A **348**, 109 (1980).
36. N. Turkan and I. Maras, Pramana **68**, 769 (2007).
37. R. K. Bhat, R. Devi, and S. K. Khosa, Braz. J. Phys. **33**, 340 (2003).
38. J. F. Smith, V. Medina-Chico, C. J. Chiara, M. P. Carpenter, C. N. Davids, M. Devlin, J. L. Durell, D. B. Fossan, S. J. Freeman, R. V. F. Janssens, D. R. LaFosse, M. J. Leddy, P. Reiter, D. G. Sarantites, D. Seweryniak, K. Starosta, R. Wadsworth, A. N. Wilson, and J. N. Wilson, Phys. Rev. C **69**, 034339 (2004).
39. R. Devi, B. D. Sehgal, S. K. Khosa, and J. A. Sheikh, Phys. Rev. C **72**, 064304 (2005).
40. J. F. Smith, C. J. Chiara, M. P. Carpenter, H. J. Chantler, P. T. W. Choy, C. N. Davids, M. Devlin, J. L. Durell, D. B. Fossan, S. J. Freeman, R. V. F. Janssens, N. S. Kelsall, T. Koike, D. R. LaFosse, E. S. Paul, P. Reiter, D. G. Sarantites, D. Seweryniak, K. Starosta, R. Wadsworth, A. N. Wilson, and P.-H. Heenen, Phys. Lett. B **625**, 203 (2005).
41. R. C. Nayak and S. Pattnaik, Int. J. Mod. Phys. E **24**, 1550091 (2015).
42. C. M. Petrache, G. Lo Bianco, P. G. Bizzeti, A. M. Bizzeti-Sona, D. Bazzacco, S. Lunardi, M. Nespolo, G. de Angelis, D. R. Napoli, N. Blasi, S. Brant, and D. Vretenar, Eur. Phys. J. A **16**, 337 (2003).
43. A. Bohr and B. Mottelson, *Nuclear Structure* (Benjamin, New York, 1975), Vol. 2.
44. V. I. Isakov, K. I. Erokhina, H. Mach, M. Sanchez-Vega, and B. Fogelberg, Eur. Phys. J. A **14**, 29 (2002).
45. A. D. Efimov and V. M. Mikhajlov, EPJ Web Conf. **38**, 17005 (2012).
46. A. D. Efimov and V. M. Mikhajlov, EPJ Web Conf. **107**, 03013 (2016).
47. А. Д. Ефимов, В. М. Михайлов, Изв. РАН. Сер. физ. **77**, 948 (2013) [A. D. Efimov and V. M. Mikhajlov, Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. **77**, 862 (2013)].

## DESCRIPTION OF YRAST-BANDS IN EVEN ISOTOPES Ce

A. D. Efimov<sup>1,2)</sup>

<sup>1)</sup>Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping, Russia

<sup>2)</sup>Ioffe Institute, St.-Petersburg, Russia

An expanded microscopic version of the interacting boson model is developed. On its base, the properties of the states of yrast-bands in even Ce isotopes up to spins  $I^\pi = 18^+$  were studied. These spin values include those at which the bands are crossing. The model parameters are calculated using the average spherical potential and residual multipole forces. The model was expanded by taking into account the high-spin pairs of quasiparticles, which made it possible to obtain a satisfactory description of the energies and values of  $B(E2)$  without introducing effective charges. This study is a continuation of a similar consideration of the properties of low-lying collective states in even isotopes Xe and Ba.

## АТОМНЫЕ ПРОЦЕССЫ, СОПРОВОЖДАЮЩИЕ $\alpha$ -РАСПАД СВЕРХТЯЖЕЛЫХ ЯДЕР

© 2020 г. В. К. Никулин<sup>1)</sup>, М. Б. Тржасковская<sup>2)</sup>\*

Поступила в редакцию 20.01.2020 г.; после доработки 24.02.2020 г.; принята к публикации 24.02.2020 г.

Рассматриваются процессы ионизации атомных оболочек и рентгеновских переходов в дочерних атомах, сопровождающие  $\alpha$ -распад сверхтяжелых изотопов. Выполнены расчеты вероятности ионизации  $N$ -оболочек при распаде изотопов, входящих в цепочки  $\alpha$ -распадов теннессина  $^{294}_{117}\text{Ts}$  и оганесона  $^{294}_{118}\text{Og}$ . Использовался метод Дирака–Фока, учитывались все мультипольные переходы и туннелирование  $\alpha$ -частицы через кулоновский барьер атома. Результаты анализируются и сравниваются с вероятностями ионизации  $K$ -,  $L$ - и  $M$ -оболочек. Вычислены энергии рентгеновских  $K_{\alpha_{1,2}}$ -линий для сверхтяжелых элементов, являющихся продуктами  $\alpha$ -распада в цепочках  $^{294}_{117}\text{Ts}$  и  $^{294}_{118}\text{Og}$ . Учитывалось взаимодействие Брейта и электродинамические поправки высших порядков. Получено, что энергия  $K_{\alpha_1}$ -линии изотопа мейтнерия  $^{268}_{109}\text{Mt}$  совпадает с точностью 0.01 кэВ с предыдущими расчетами. Это подтверждает, что наблюдаемая в лаборатории GSI (Дармштадт) линия, энергия которой выше теоретического значения на 3.2 кэВ, не может быть идентифицирована как  $K_{\alpha_1}$ -линия  $^{268}_{109}\text{Mt}$ .

DOI: 10.31857/S0044002720040169

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Изменение кулоновского потенциала ядра при  $\alpha$ -распаде, а также прохождение  $\alpha$ -частицы через атомные орбитали приводит к возмущению орбиталей, в результате чего  $\alpha$ -распад сопровождается излучением электронов дочернего атома с энергиями от 1 эВ до нескольких сотен кэВ. Электронная эмиссия может быть инициирована различными атомными процессами, например, ионизацией атомных оболочек, внутренней конверсией, перестройкой атомных оболочек и др. В настоящей работе рассматривается процесс ионизации внутренних атомных оболочек, сопровождающей  $\alpha$ -распад. Если излученная  $\alpha$ -частица заселяет возбужденный ядерный уровень продукта распада, последующая разрядка ядра происходит путем  $\gamma$ -излучения или процесса внутренней конверсии на  $K$ -оболочке. Дырка в  $K$ -оболочке после конверсии может заполняться рентгеновскими переходами электронов с  $L$ -оболочек. Теоретическое исследование как электронной эмиссии, так и рентгеновских переходов важно для интерпретации спектров, полученных при  $\alpha$ -распаде сверхтяжелых элементов.

История экспериментального и теоретического изучения вероятности ионизации атомных оболочек,

сопровождающей  $\alpha$ -распад в изотопах тяжелых атомов, начиная с работы Мигдала [1], подробно описана, например, в [2–4]. В работах [5–8] нами вычислялась и исследовалась вероятность ионизации  $K$ -,  $L$ - и  $M$ -оболочек при  $\alpha$ -распаде изотопов тяжелых и сверхтяжелых элементов. Показано, что наши теоретические значения для ряда изотопов  $^{84}\text{Po}$  и изотопа  $^{222}_{86}\text{Rn}$  согласуются с имеющимися в литературе экспериментальными данными лучше, чем другие расчеты [9, 10]. В [8] показано также, что вероятность ионизации увеличивается с возрастанием главного квантового числа оболочки. Вероятность ионизации  $L$ -оболочки увеличивается на полтора–два порядка по сравнению с  $K$ -оболочкой, а вероятность ионизации  $M$ -оболочки — на порядок по сравнению с  $L$ -оболочкой.

Влияние  $\alpha$ -распада на внутренние и внешние оболочки атома различно из-за существенно различающихся орбитальных скоростей. Определим отношение

$$\tilde{v}_i = v_\alpha / v_{i \equiv n\ell j}, \quad (1)$$

где  $v_\alpha$  — скорость  $\alpha$ -частицы,  $v_{i \equiv n\ell j}$  — орбитальная скорость  $i$ -й оболочки,  $n$  — главное квантовое число,  $\ell$  и  $j$  — орбитальный и полный моменты электрона. Для внутренних оболочек орбитальная скорость значительно больше, чем скорость  $\alpha$ -частицы, т.е.  $\tilde{v}_i < 1$ . Поэтому внутренние электроны адиабатически приспособляются к внезапному изменению заряда ядра  $Z$ . Для внешних оболочек, наоборот,  $\tilde{v}_i > 1$ , поэтому внешние электроны,

<sup>1)</sup>Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе, Санкт-Петербург, Россия.

<sup>2)</sup>НИЦ “Курчатовский институт” — ПИЯФ, Гатчина, Россия.

\*E-mail: trzhask@thd.pnpi.spb.ru

замороженные в родительском атоме  $Z$ , медленно перестраиваются к орбиталим дочернего атома  $Z - 2$ .

Для тяжелых элементов, например, для  ${}_{84}\text{Po}$  и  ${}_{86}^{222}\text{Rn}$ , рассматриваемых в [5–7], внутренними являются  $K$ -,  $L$ - и  $M$ -оболочки ( $n \leq 3$ ), для которых  $\tilde{v}_i \lesssim 0.5$ . Для  $N$ -оболочек ( $n = 4$ ) этих элементов может оказаться, что  $\tilde{v}_i > 1$ . В частности, для  ${}_{84}^{210}\text{Po}$  при энергии  $\alpha$ -частицы  $Q_\alpha = 5.403$  МэВ отношение  $\tilde{v}_i = v_\alpha / \bar{v}_{4lj} = 1.2$ , где  $\bar{v}_{4lj}$  — средняя орбитальная скорость электрона  $N$ -оболочки. Для сверхтяжелых элементов скорости электронов  $N$ -оболочки больше, и отношение  $\tilde{v}_{4lj} < 1$ , несмотря на то, что энергии  $\alpha$ -частицы  $Q_\alpha$  при  $\alpha$ -распаде сверхтяжелых элементов обычно существенно выше. Например, для  ${}_{118}^{294}\text{Og}$  при энергии  $\alpha$ -частицы  $Q_\alpha = 11.65$  МэВ и для  ${}_{105}^{270}\text{Db}$  при энергии  $Q_\alpha = 7.9$  МэВ отношение (1) для  $N$ -оболочек  $\tilde{v}_{4lj} \approx 0.8$ . Средние значения радиуса  $\langle r \rangle_{nlj}$  для радиальных электронных волновых функций  $K$ -,  $L$ -,  $M$ - и  $N$ -оболочек сверхтяжелых атомов в 1.5–2 раза меньше, чем в тяжелых атомах. Следовательно,  $N$ -оболочки для сверхтяжелых элементов являются внутренними и вероятность их ионизации при  $\alpha$ -распаде может быть рассчитана в тех же приближениях, что и для более внутренних  $K$ -,  $L$ - и  $M$ -оболочек.

Основной целью настоящей работы является расчет и теоретическое изучение вероятности ионизации  $N$ -оболочек элементов, входящих в цепочки  $\alpha$ -распадов изотопов теннессина:  ${}_{117}^{294}\text{Ts} \rightarrow {}_{115}^{290}\text{Mc} \rightarrow {}_{113}^{286}\text{Nh} \rightarrow {}_{111}^{282}\text{Rg} \rightarrow {}_{109}^{278}\text{Mt} \rightarrow {}_{107}^{274}\text{Bh} \rightarrow {}_{105}^{270}\text{Db}$  и оганесона:  ${}_{118}^{294}\text{Og} \rightarrow {}_{116}^{290}\text{Lv} \rightarrow {}_{114}^{286}\text{Fl}$ . Оба элемента были синтезированы в Институте ядерных исследований (Дубна) [11–13]. В настоящее время активно изучаются как сами эти элементы, так и продукты их  $\alpha$ -распада (см. [14–18] и ссылки там).

Сопоставление измеренных спектров дочернего атома с аккуратными теоретическими значениями энергий рентгеновских линий позволяет идентифицировать изотопы продуктов  $\alpha$ -распада сверхтяжелых элементов. В работе [16] была сделана попытка объяснить линию  $(155 \pm 0.8)$  кэВ в спектре мейтнерия  ${}_{109}^{268}\text{Mt}$ , дочернего ядра при  $\alpha$ -распаде изотопа  ${}_{111}^{272}\text{Rg}$ , как  $K_{\alpha_1}$  рентгеновскую линию. Спектр  ${}_{109}^{268}\text{Mt}$  исследовался в лаборатории GSI (Дармштадт) [18]. Однако теоретическое значение энергии  $K_{\alpha_1}$ -линии в нейтральном мейтнерии, полученное в [16], оказалось меньше экспериментального на 3.2 кэВ. В то же время расчеты [16] для более легких элементов из области  $27 \leq Z \leq 77$  совпадают с экспериментом с точностью  $\lesssim 0.015$  кэВ. В связи с такой ситуацией

была определена дополнительная цель этой работы — вычисление в наиболее современных предположениях энергий рентгеновских  $K_{\alpha_{1,2}}$ -линий для сверхтяжелых элементов, являющихся дочерними атомами в цепочках  $\alpha$ -распадов теннессина  ${}_{117}^{294}\text{Ts}$  и оганесона  ${}_{118}^{294}\text{Og}$ , и, в частности, энергии  $K_{\alpha_1}$ -линии для  ${}_{109}^{268}\text{Mt}$ . Все расчеты выполнены с использованием нашего пакета программ RAINE [19, 20].

В разд. 2 кратко описаны модель и формулы для расчета вероятности ионизации атомной оболочки при  $\alpha$ -распаде. Значения вероятности ионизации  $N$ -оболочек сверхтяжелых элементов, перечисленных выше, приводятся и обсуждаются в разд. 3. В разд. 4 описываются приближения, используемые в расчетах энергии  $K_{\alpha_{1,2}}$ -линий. Полученные нами значения энергий для изотопов, являющихся продуктами  $\alpha$ -распада в цепочках теннессина  ${}_{117}^{294}\text{Ts}$  и оганесона  ${}_{118}^{294}\text{Og}$ , сравниваются с теоретическими значениями из [16] и с имеющимися экспериментальными данными.

## 2. МЕТОД РАСЧЕТА ВЕРОЯТНОСТИ ИОНИЗАЦИИ ПРИ $\alpha$ -РАСПАДЕ

Подробно методы вычисления вероятности ионизации оболочки при  $\alpha$ -распаде описаны в [5, 6]. Здесь мы кратко перечислим приближения, в которых выполнены расчеты, и приведем основные формулы. В соответствии с работами [9, 21] вероятность ионизации оболочки при  $\alpha$ -распаде рассматривается в приближении объединенного атома. Вылетающая  $\alpha$ -частица записывается в виде расходящейся волны, которая сшивается с волновой функцией внутри ядра на расстоянии, равном радиусу ядра  $R_{\text{ядр}}$ . Затем  $\alpha$ -частица туннелирует через кулоновский барьер атома и далее проходит путь от кулоновского барьера радиуса  $R_0$  до бесконечности по классической траектории. Полная амплитуда ионизации записывается как сумма стандартной полуклассической амплитуды процесса ионизации и квантовой амплитуды туннелирования  $\alpha$ -частицы через кулоновский барьер [9]. Эта квантово-полуклассическая амплитуда вычисляется, используя теорию внезапного возмущения.

Дифференциальная вероятность ионизации  $i$ -й подоболочки дочернего атома при  $\alpha$ -распаде ядра с зарядом  $Z$  может быть записана в виде

$$\frac{dP_i(E_f)}{dE_f} = (Z_1\alpha)^2(2j_i + 1)(2l_i + 1) \times \quad (2)$$

$$\times \sum_L \sum_{\kappa_f} \frac{(2j_f + 1)(2l_f + 1)}{(2L + 1)^2} (C_{l_i 0 l_f 0}^{L 0})^2 \times$$

$$\times W^2[l_i j_i l_f j_f; 1/2L] \left| \tilde{H}_{if}^{(L)} \right|^2.$$

В (2)  $Z_1$  — заряд  $\alpha$ -частицы,  $\ell$  и  $j$  — орбитальный и полный моменты электрона, участвующего в ионизации,  $L$  — мультипольность перехода,  $\alpha = e^2/\hbar c$  — постоянная тонкой структуры,  $\kappa = (\ell - j)(2j + 1)$  — релятивистское квантовое число,  $C_{i_0 l_f 0}^{L0}$  — коэффициент Клебша–Гордана,  $W[l_i j_i l_f j_f; 1/2L]$  — коэффициент Рака. Индексы  $i$  и  $f$  относятся соответственно к начальному (связанному) состоянию электрона и конечному (свободному) состоянию,  $E_f$  — энергия вылетающего электрона. Матричный элемент  $\tilde{H}_{if}^{(L)} = H_{if}^{(L)}/Z_1$ . Формулы записаны в релятивистской системе единиц, где  $\hbar = m_0 = c = 1$ .

Интегрируя дифференциальную вероятность  $dP_i(E_f)/dE_f$  по энергиям конечного состояния электрона  $E_f$ , мы получаем полную вероятность  $P_i(Q_\alpha)$  ионизации  $i$ -й подоболочки атома при энергии  $\alpha$ -частицы  $Q_\alpha$ . Матричный элемент  $H_{if}^{(L)}$  без учета туннелирования  $\alpha$ -частицы через кулоновский барьер имеет вид

$$\begin{aligned} H_{if}^{(L)} = & Z_1 \left[ \frac{1}{\omega} \int_0^\infty \sin(\omega t) \dot{R}(t) \frac{d\Phi_{if}^{(L)}(R)}{dR} dt - \right. & (3) \\ & \left. - \delta_{L,1} \frac{Z_2}{M_2} I_{if}^{(1)} \int_0^\infty \cos(\omega t) \frac{1}{R^2(t)} dt \right] + \\ & + i Z_1 \left\{ \frac{1}{\omega} \int_0^\infty \cos(\omega t) \dot{R}(t) \frac{d\Phi_{if}^{(L)}(R)}{dR} dt + \right. \\ & \left. + \delta_{L,1} \frac{Z_2}{M_2} I_{if}^{(1)} \int_0^\infty \sin(\omega t) \frac{1}{R^2(t)} dt + \right. \\ & \left. + \frac{1}{\omega} [\Phi_{if}^{(L)}(R_0) - \delta_{L,0} I_{if}^{(-1)}] \right\}. \end{aligned}$$

Здесь  $\omega = E_f + \varepsilon_i$  — энергия электронного перехода  $i \rightarrow f$  и  $\varepsilon_i$  — собственное значение энергии ионизируемой оболочки. Функция  $\dot{R}(t)$  связана с траекторией  $R(t)$  движения  $\alpha$ -частицы от кулоновского барьера атома  $R_0$  до бесконечности:

$$\dot{R}(t) = v \left[ 1 - \frac{R_0}{R(t)} \right]^{1/2}, \quad (4)$$

где  $v$  — конечная скорость  $\alpha$ -частицы,  $R_0 = Z_1 Z_2 \alpha / (Q_\alpha - \omega)$  — радиус кулоновского барьера,  $Z_2 = Z - Z_1$ . В начальный момент времени  $R(0) = R_0$  и  $\dot{R}(0) = 0$ .

Релятивистский формфактор  $\Phi_{if}^{(L)}(R)$ , входящий в матричный элемент (3), имеет вид

$$\begin{aligned} \Phi_{if}^{(L)}(R) = & & (5) \\ = & \frac{1}{R^{L+1}} \int_0^R r^L [G_i(r)G_f(r) + F_i(r)F_f(r)] dr + \\ & + R^L \int_R^\infty \frac{1}{r^{L+1}} [G_i(r)G_f(r) + F_i(r)F_f(r)] dr. \end{aligned}$$

Производная формфактора записывается:

$$\begin{aligned} \frac{d\Phi_{if}^{(L)}(R)}{dR} = & & (6) \\ = & \frac{1}{R} \left\{ L\Phi_{if}^{(L)}(R) - (2L+1)R^{-(L+1)} \times \right. \\ & \left. \times \int_0^R r^L [G_i(r)G_f(r) + F_i(r)F_f(r)] dr \right\}. \end{aligned}$$

Интегралы  $I_{if}^{(1)}$  и  $I_{if}^{(-1)}$  имеют следующий вид:

$$I_{if}^{(1)} = \int_0^\infty r [G_i(r)G_f(r) + F_i(r)F_f(r)] dr, \quad (7)$$

$$I_{if}^{(-1)} = \int_0^\infty \frac{1}{r} [G_i(r)G_f(r) + F_i(r)F_f(r)] dr. \quad (8)$$

Функции  $G(r) = rg(r)$  и  $F(r) = rf(r)$  представляют собой большую и малую компоненты релятивистской электронной волновой функции Дирака.

Для учета туннелирования  $\alpha$ -частицы через кулоновский барьер атома в мнимую часть матричного элемента  $H_{if}^{(L)}$  должен быть включен дополнительный член  $a_{if}^{(L)}(E_f)$ , для которого нами было получено точное выражение в работе [5]:

$$\begin{aligned} a_{if}^{(L)}(E_f) = & -i \frac{R_0}{v} \int_{x_0}^1 \frac{x dx}{\sqrt{x-x^2}} b_{if}^{(L)}(xR_0) \times & (9) \\ & \times \exp \left\{ -\omega \frac{R_0}{v} \left[ \frac{\pi}{4} + \sqrt{x-x^2} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{2} \arcsin(1-2x) \right] \right\}. \end{aligned}$$

Здесь

$$x_0 = R_{\text{nucl}}/R_0, \quad (10)$$

$$b_{if}^{(L=0)}(R) = \Phi_{if}^{(L=0)}(R) - I_{if}^{(-1)}, \quad (11)$$

**Таблица 1.** Сравнение наших расчетов вероятностей ионизации  $K$ -,  $L$ - и  $M$ -оболочек при  $\alpha$ -распаде изотопа  $^{210}_{84}\text{Po}$  с экспериментальными значениями

Оболочка	$Q_\alpha$ , МэВ	Наш расчет	Эксперимент
$P_K(Q_\alpha)$	5.305	$3.00 \times 10^{-6}$ [5]	$(2.58 \pm 0.08) \times 10^{-6}$ [3]
$P_L^{(\text{tot})}(Q_\alpha)$	5.403	$6.42 \times 10^{-4}$ [7]	$(7.25 \pm 1.18) \times 10^{-4}$ [24]
$P_M^{(\text{tot})}(Q_\alpha)$	5.403	$1.75 \times 10^{-2}$ [8]	$(1.84 \pm 0.37) \times 10^{-2}$ [24]

$$b_{if}^{(L=1)}(R) = \Phi_{if}^{(L=1)}(R) + I_{if}^{(1)} \omega^2 R \left( \frac{1}{Z_2} - \frac{\mu}{M_2 Z_1} \right), \quad (12)$$

где  $\mu$  — приведенная масса для массы  $\alpha$ -частицы  $M_1$  и массы дочернего ядра  $M_2$ . Как было показано в [5–8], учет туннелирования существен при вычислении вероятности ионизации  $K$ -оболочек и заметен для  $L_1$ - и  $M_1$ -оболочек. Так как для  $s$ -оболочек только мультипольности  $L = 0$  и  $L = 1$  вносят значимые вклады в вероятность ионизации, формулы (11), (12) приведены для  $L = 0, 1$ .

В расчетах используются электронные волновые функции начального и конечного состояний, вычисленные методом Дирака–Фока (ДФ) с точным учетом экранирования ядра атомными электронами и обменного взаимодействия как между связанными электронами, так и между связанными и свободными электронами [19, 22]. Волновая функция начального состояния вычислялась в самосогласованном методом ДФ поле нейтрального атома, а волновая функция конечного состояния — в поле иона с вакансией в  $i$ -й подоболочке. При вычислении волновых функций учитывались конечные размеры ядра в предположении, что заряд равномерно распределен по сфере с радиусом  $R_{\text{nucl}}$  [23].

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ ВЕРОЯТНОСТИ ИОНИЗАЦИИ $N$ -ОБОЛОЧЕК

Ниже мы рассмотрим результаты вычислений вероятности ионизации  $N$ -оболочек сверхтяжелых элементов, входящих в цепочки  $\alpha$ -распадов теннессина:  $^{294}_{117}\text{Ts}$ ,  $^{290}_{115}\text{Mc}$ ,  $^{286}_{113}\text{Nh}$ ,  $^{282}_{111}\text{Rg}$ ,  $^{278}_{109}\text{Mt}$ ,  $^{274}_{107}\text{Bh}$ ,  $^{270}_{105}\text{Db}$  и оганесона:  $^{294}_{118}\text{Og}$ ,  $^{290}_{116}\text{Lv}$ ,  $^{286}_{114}\text{Fl}$ , и сравним их с вероятностями ионизации более внутренних оболочек. Все расчеты выполнены в модели, описанной выше. Учитывалось туннелирование  $\alpha$ -частицы через кулоновский барьер атома. В выражении (2) сумма по мультипольностям  $L$  включает все члены, вносящие значимый вклад в вероятность ионизации. Электронные волновые функции вычислялись методом ДФ. Вычислительная точность

расчета вероятности ионизации  $P_i(Q_\alpha)$  составляет  $\lesssim 1\%$ .

Как было упомянуто во Введении, наши предыдущие расчеты вероятностей ионизации внутренних  $K$ -,  $L$ - и  $M$ -оболочек тяжелых элементов удовлетворительно согласуются с имеющимися в литературе экспериментальными значениями. В качестве примера в табл. 1 приведено сравнение с экспериментальными данными [3, 24] вероятностей ионизации  $K$ -оболочки и полной ионизации  $L$ - и  $M$ -оболочек  $P_{L,M}^{(\text{tot})}(Q_\alpha)$  при  $\alpha$ -распаде изотопа  $^{210}_{84}\text{Po}$ , где

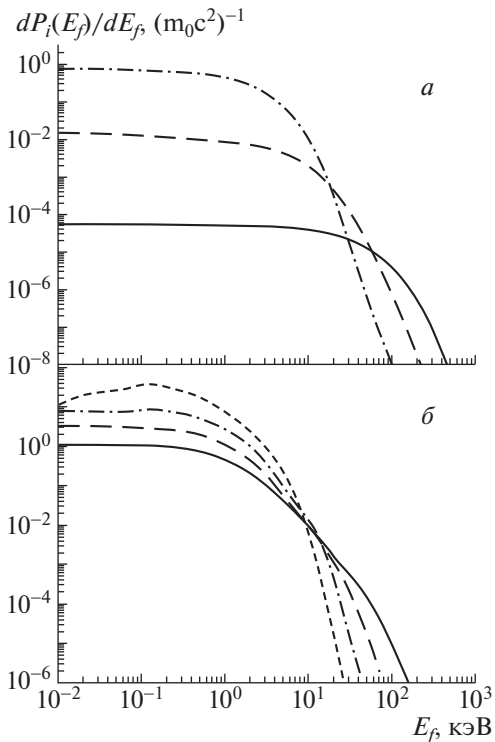
$$P_L^{(\text{tot})}(Q_\alpha) = \sum_{\kappa_i} P_{2\kappa_i}(Q_\alpha), \quad (13)$$

$$P_M^{(\text{tot})}(Q_\alpha) = \sum_{\kappa_i} P_{3\kappa_i}(Q_\alpha).$$

Как видно, значения вероятности ионизации  $K$ -,  $L$ - и  $M$ -оболочек при  $\alpha$ -распаде изотопа  $^{210}_{84}\text{Po}$  согласуются с экспериментальными значениями с точностью 16%, 11% и 5% соответственно. Согласие с экспериментом позволило использовать описанный метод расчета для  $K$ - [6],  $L$ - [7] и  $M$ -оболочек [8] сверхтяжелых элементов. Выше показано, что для сверхтяжелых элементов  $N$ -оболочки также являются внутренними, поэтому вероятность их ионизации при  $\alpha$ -распаде вычислялась тем же методом.

Рассмотрим особенности поведения вероятности ионизации  $N$ -подоболочек в сверхтяжелых элементах. На рис. 1 приведены дифференциальные вероятности  $\frac{dP_i(E_f)}{dE_f}$  ионизации  $N_1$ -,  $N_3$ -,  $N_5$ - и  $N_7$ -подоболочек (рис. 1б), а также ионизации  $K$ -,  $L_3$ - и  $M_5$ -подоболочек (рис. 1а), при  $\alpha$ -распаде изотопа  $^{270}_{105}\text{Db}$ . Как видно из сравнения этих рисунков, дифференциальные вероятности ионизации  $N$ -подоболочек при низких энергиях  $E_f \lesssim 1$  кэВ, в отличие от  $K$ -,  $L$ - и  $M$ -подоболочек, не являются гладкими кривыми, особенно для  $N$ -подоболочек с большими квантовыми числами  $\ell$  и  $j$ . Немонотонность зависимости  $\frac{dP_i(E_f)}{dE_f}(E_f)$  ясно видна для  $N_5$ - и  $N_7$ -подоболочек. Поэтому, чтобы получить





**Рис. 1.** Дифференциальная вероятность ионизации  $dP_i(E_f)/dE_f$  при  $\alpha$ -распаде изотопа дубния  $^{270}_{105}\text{Db}$ ,  $Q_\alpha = 7.9$  МэВ. Кривые на рис. (а): сплошная —  $K$ -оболочка, штриховая —  $L_3$ -подоболочка, штрихпунктирная —  $M_5$ -подоболочка. Кривые на рис. (б): сплошная —  $N_1$ -подоболочка, штриховая —  $N_3$ -подоболочка, штрихпунктирная —  $N_5$ -подоболочка, штриховая с короткими штрихами —  $N_7$ -подоболочка.

достаточно аккуратное значение полной вероятности ионизации  $P_i(Q_\alpha)$ , при расчете этих оболочек должен быть выбран достаточно малый шаг интегрирования по  $E_f$  в области низких энергий. Для расчета  $P_{N_{6,7}}(Q_\alpha)$  с точностью  $\sim 1\%$  выбирался шаг  $h_E = 0.005$  кэВ, в то время как для  $K$ - и  $L$ -подоболочек в этой области достаточно было выбрать  $h_E = 5$  кэВ.

При более высоких энергиях зависимости  $\frac{dP_i(E_f)}{dE_f}(E_f)$  для всех  $N$ -подоболочек становятся гладкими (рис. 1б) и падают значительно быстрее, чем для  $K$ -,  $L_3$ - и  $M_5$ -подоболочек. Дифференциальная вероятность для  $N$ -подоболочек падает практически на шесть порядков величины при энергии  $E_f \approx 100$  кэВ, причем тем быстрее, чем больше орбитальное квантовое число  $\ell$  данной оболочка. В связи с этим дифференциальная вероятность для  $N$ -оболочек при энергиях  $E_f \gtrsim 10$  кэВ может вычисляться с большим шагом. Расчет может быть выполнен до более низких энергий  $E_f$ , чем в случае  $K$ -,  $L$ - и  $M$ -оболочек.

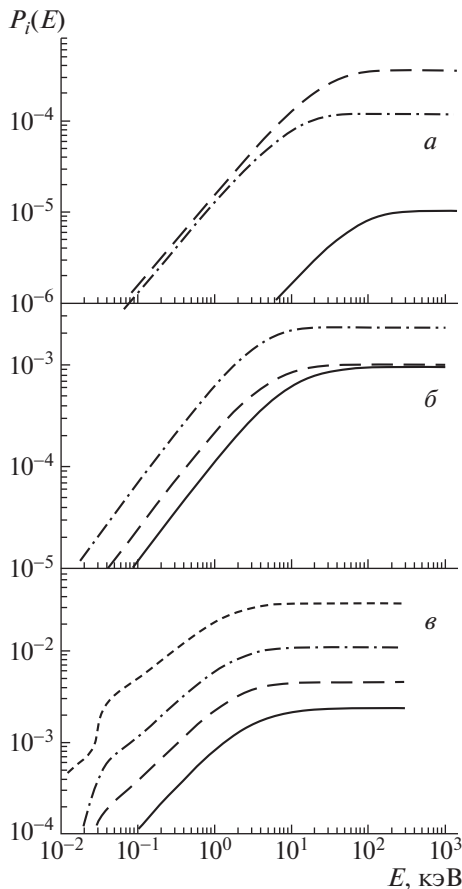
Величина промежутка интегрирования дифференциальной вероятности  $\frac{dP_i(E_f)}{dE_f}$  для различных оболочек показана на рис. 2, где приведен интеграл с переменным верхним пределом  $E$  вида

$$P_i(E) = \int_0^E \frac{dP_i(E_f)}{dE_f} \times dE_f. \quad (14)$$

Значение энергии  $E$ , где интеграл (14) достигает своего асимптотического значения, определяет область формирования процесса и, следовательно, необходимый промежуток интегрирования дифференциальной вероятности  $\frac{dP_i(E_f)}{dE_f}$  для подоболочки  $i$ . На рис. 2а приведена область формирования процесса ионизации  $K$ -,  $L_1$ - и  $L_3$ -подоболочек, на рис. 2б — ионизации  $M_1$ -,  $M_3$ - и  $M_5$ -подоболочек, на рис. 2в — ионизации  $N_1$ -,  $N_3$ -,  $N_5$ - и  $N_7$ -подоболочек при  $\alpha$ -распаде изотопа оганесона  $^{294}_{118}\text{Og}$ ,  $Q_\alpha = 11.65$  МэВ. Видно, что область формирования для ионизации  $K$ - и  $L$ -оболочек составляет несколько сотен кэВ, для  $M$ -оболочек ограничена  $\sim 100$  кэВ, а для  $N$ -оболочек составляет несколько десятков кэВ.

Как указывалось ранее [5–8], в некоторых теоретических работах при вычислении ионизации после  $\alpha$ -распада не учитывались вклады всех необходимых мультипольных переходов. Так, например, расчеты [1, 25] выполнены для  $K$ - и  $L$ -оболочек при  $\alpha$ -распаде  $^{210}_{84}\text{Po}$  в дипольном приближении ( $L = 1$ ). Однако в наших работах было показано, что основной вклад в вероятность ионизации тяжелых элементов дают монопольные переходы ( $L = 0$ ):  $\gtrsim 80\%$  для  $K$ -оболочки,  $\sim 70\%$  для  $L_1$ -подоболочки и  $\sim 20\%$  для  $L_{2,3}$ -подоболочек. Для сверхтяжелых изотопов доля монопольного вклада, как правило, возрастает. Существенные вклады,  $\sim 30\%$ , в вероятность ионизации  $L_{2,3}$ -подоболочек вносят также квадрупольные переходы ( $L = 2$ ) [7]. Для  $M$ -подоболочек важны вклады всех мультипольностей  $L \leq 4$  [8]. При этом в вероятности ионизации различных подоболочек значительные вклады вносят различные мультипольности, например, для  $M_2$ -подоболочки монопольный вклад вносит  $\gtrsim 60\%$ , а для  $M_3$ -подоболочки только  $\sim 20\%$ . Для  $M_{4,5}$ -подоболочек дипольные переходы дают  $\sim 35\%$ , а суммарный вклад квадрупольных и октупольных ( $L = 3$ ) переходов составляет  $\gtrsim 30\%$ .

Рассмотрим, как распределяются мультипольные вклады при ионизации  $N$ -подоболочек. Эти вклады приведены в табл. 2 для изотопов  $^{270}_{105}\text{Db}$  и  $^{294}_{118}\text{Og}$ . Видно, что для  $N$ -подоболочек вклады размазаны по мультипольностям  $0 \leq L \leq 6$ . Однако, если в случае  $L$ - и  $M$ -оболочек вклады



**Рис. 2.** Область формирования процесса ионизации различных подоболочек при  $\alpha$ -распаде изотопа оганесона  $^{294}_{118}\text{Og}$ ,  $Q_\alpha = 11.65$  МэВ. Кривые на рис. (а): сплошная —  $K$ -оболочка, штриховая —  $L_1$ -подоболочка, штрихпунктирная —  $L_3$ -подоболочка. Кривые на рис. (б): сплошная —  $M_1$ -подоболочка, штриховая —  $M_3$ -подоболочка, штрихпунктирная —  $M_5$ -подоболочка. Кривые на рис. (в): сплошная —  $N_1$ -подоболочка, штриховая —  $N_3$ -подоболочка, штрихпунктирная —  $N_5$ -подоболочка, штриховая с короткими штрихами —  $N_7$ -подоболочка.

высоких мультипольностей  $L$  возрастают для подоболочек с большими орбитальными квантовыми числами  $\ell$ , то, как видно из табл. 2, для  $N_6, N_7$ -подоболочек с самым большим значением  $\ell = 3$  основной вклад вносят монопольные и дипольные переходы, и только  $\sim 20\%$  вносят мультиполи  $2 \leq L \leq 6$ . Следовательно, для  $N$ -оболочки  $p$ - и  $d$ -электроны размазаны по мультиполям сильнее, чем  $f$ -электроны. Отметим также, что хотя обычно распределения по мультиполям для разных элементов подобны, но для  $N_1$ - и  $N_2$ -подоболочек более тяжелого  $^{294}_{118}\text{Og}$  монопольный вклад значительно больше, чем для этих же оболочек более легкого  $^{270}_{105}\text{Db}$ . Еще раз подчеркнем, что в наших вычислениях учитывались все мультипольные переходы

$L \geq 0$ , вносящие значимый вклад в вероятность ионизации данной оболочки.

Что касается вклада туннелирования  $\alpha$ -частицы через кулоновский барьер атома, данные расчеты подтвердили вывод работ [5–8], что учет туннелирования существен для расчета ионизации  $K$ -оболочки и мало изменяет значение вероятности для более высоких  $s$ -оболочек. Так, например, в случае  $\alpha$ -распада изотопа  $^{274}_{107}\text{Bh}$ ,  $Q_\alpha = 8.7$  МэВ учет туннелирования уменьшает вероятность ионизации  $K$ -оболочки на 31%,  $L_1$ -оболочки — на 1.5%,  $M_1$ -оболочки — на 0.8% и  $N_1$ -оболочки — на 0.4%. Следовательно, вероятности ионизации всех оболочек, кроме  $K$ , изменяются практически в пределах точности расчетов.

Вероятности ионизации  $N$ -подоболочек, сопровождающей  $\alpha$ -распад изотопов из цепочек  $\alpha$ -распадов теннессина и оганесона, приведены в табл. 3 и 4 соответственно. Сравнение этих значений с вероятностями ионизации  $K$ -,  $L$ - и  $M$ -оболочек показало, что вероятность ионизации увеличивается для каждой подоболочки с теми же квантовыми числами  $\ell$  и  $j$ , но с большим главным квантовым числом  $n$ , а также увеличивается для полной ионизации оболочки с большим главным квантовым числом  $n$ . В табл. 5 приведены отношения вероятностей полной ионизации оболочек  $A_{(n+1)n}$  для всех рассматриваемых сверхтяжелых изотопов:

$$A_{LK} = P_L^{(\text{tot})}(Q_\alpha) / P_K(Q_\alpha), \quad (15)$$

$$A_{ML} = P_M^{(\text{tot})}(Q_\alpha) / P_L^{(\text{tot})}(Q_\alpha),$$

$$A_{NM} = P_N^{(\text{tot})}(Q_\alpha) / P_M^{(\text{tot})}(Q_\alpha).$$

Таблица 5 показывает, что вероятности ионизации при  $\alpha$ -распаде увеличиваются для оболочек с большим главным квантовым числом  $n$ , так как все отношения  $A_{(n+1)n} \gg 1$ . Вероятности ионизации  $L$ -оболочек на полтора–два порядка превышают вероятности  $K$ -оболочек, а вероятности  $M$ -оболочек по сравнению с  $L$ -оболочками и вероятности  $N$ -оболочек по сравнению с  $M$ -оболочками увеличиваются более, чем на порядок величины. Увеличение связано как с возрастанием вероятности ионизации каждой из  $(n+1)\ell j$ -подоболочек по сравнению с соответствующей  $n\ell j$ -подоболочкой, так и с увеличением числа электронов на оболочке  $(n+1)$  по сравнению с оболочкой  $n$ .

Возрастание вероятности ионизации оболочек с увеличением главного квантового числа может быть качественно объяснено, если рассматривать ионизацию внутренних атомных оболочек при  $\alpha$ -распаде как результат прямого столкновения  $\alpha$ -частицы с электроном  $i$ -й оболочки [26]. Отношение  $\tilde{v}_i$  скорости  $\alpha$ -частицы к орбитальной скорости

**Таблица 2.** Относительные вклады (в %) переходов различной мультипольности  $L$  в вероятность ионизации  $N$ -подоболочек, сопровождающей  $\alpha$ -распад изотопов  $^{270}_{105}\text{Db}$  и  $^{294}_{118}\text{Og}$

Изотоп	$^{270}_{105}\text{Db}, Q_\alpha = 7.9 \text{ МэВ}$							$^{294}_{118}\text{Og}, Q_\alpha = 11.65 \text{ МэВ}$							
	Оболочка/ $L$	0	1	2	3	4	5	$\geq 6$	0	1	2	3	4	5	$\geq 6$
$N_1$	36.8	27.3	16.1	7.7	10.8	1.3			51.5	19.2	12.4	6.8	9.0	1.1	
$N_2$	35.4	31.6	11.7	13.7	3.7	3.5	0.4		47.3	25.5	9.6	11.1	3.3	2.9	0.3
$N_3$	32.8	25.4	9.9	20.6	3.8	6.3	1.2		32.8	22.3	8.9	22.9	4.2	7.3	1.6
$N_4$	43.4	10.3	28.9	6.0	6.6	1.7	3.1		39.4	9.1	32.8	6.2	7.3	1.8	3.3
$N_5$	43.5	9.9	29.5	5.9	6.7	1.7	2.8		37.9	9.3	33.4	6.3	7.4	1.8	3.9
$N_6$	42.6	40.4	6.6	5.2	1.8	1.7	1.7		35.0	46.3	7.2	5.8	1.9	1.9	1.9
$N_7$	41.3	41.4	6.8	5.2	1.8	1.7	1.8		33.9	47.5	7.2	5.8	1.9	1.8	1.9

**Таблица 3.** Вероятность  $P_{N_i}(Q_\alpha)$  ионизации  $N_i$ -подоболочек, сопровождающей  $\alpha$ -распад изотопов из цепочки распадов теннессина;  $N^{(\text{tot})} = \sum_i P_{N_i}$

Изотоп	$^{294}_{117}\text{Ts}$	$^{290}_{115}\text{Mc}$	$^{286}_{113}\text{Nh}$	$^{282}_{111}\text{Rg}$	$^{278}_{109}\text{Mt}$	$^{274}_{107}\text{Bh}$	$^{270}_{105}\text{Db}$
$Q_\alpha, \text{ МэВ}$	11.0	10.2	9.5	9.2	9.0	8.7	7.9
Оболочка							
$N_1$	$2.38 \times 10^{-3}$	$2.43 \times 10^{-3}$	$2.50 \times 10^{-3}$	$2.63 \times 10^{-3}$	$2.78 \times 10^{-3}$	$2.94 \times 10^{-3}$	$3.04 \times 10^{-3}$
$N_2$	$2.71 \times 10^{-3}$	$2.77 \times 10^{-3}$	$2.86 \times 10^{-3}$	$3.02 \times 10^{-3}$	$3.22 \times 10^{-3}$	$3.43 \times 10^{-3}$	$3.56 \times 10^{-3}$
$N_3$	$4.62 \times 10^{-3}$	$4.89 \times 10^{-3}$	$5.17 \times 10^{-3}$	$5.56 \times 10^{-3}$	$5.98 \times 10^{-3}$	$6.43 \times 10^{-3}$	$6.79 \times 10^{-3}$
$N_4$	$6.98 \times 10^{-3}$	$7.44 \times 10^{-3}$	$7.86 \times 10^{-3}$	$8.57 \times 10^{-3}$	$9.17 \times 10^{-3}$	$9.92 \times 10^{-3}$	$1.06 \times 10^{-2}$
$N_5$	$1.12 \times 10^{-2}$	$1.19 \times 10^{-2}$	$1.26 \times 10^{-2}$	$1.37 \times 10^{-2}$	$1.46 \times 10^{-2}$	$1.58 \times 10^{-2}$	$1.68 \times 10^{-2}$
$N_6$	$2.45 \times 10^{-2}$	$2.64 \times 10^{-2}$	$2.77 \times 10^{-2}$	$3.09 \times 10^{-2}$	$3.27 \times 10^{-2}$	$3.59 \times 10^{-2}$	$3.85 \times 10^{-2}$
$N_7$	$3.36 \times 10^{-2}$	$3.62 \times 10^{-2}$	$3.80 \times 10^{-2}$	$4.23 \times 10^{-2}$	$4.48 \times 10^{-2}$	$4.90 \times 10^{-2}$	$5.41 \times 10^{-2}$
$N^{(\text{tot})}$	$8.60 \times 10^{-2}$	$9.20 \times 10^{-2}$	$9.66 \times 10^{-2}$	$1.07 \times 10^{-1}$	$1.13 \times 10^{-1}$	$1.23 \times 10^{-1}$	$1.33 \times 10^{-1}$

электрона [см. (1)] для внутренних оболочек сверхтяжелых атомов можно приближенно оценить следующим образом:

$$\tilde{v}_K \approx 0.1, \quad \tilde{v}_L \approx 0.2, \quad \tilde{v}_M \approx 0.4, \quad \tilde{v}_N \approx 0.8. \tag{16}$$

Сечение столкновения  $\alpha$ -частицы с электроном такой оболочки может быть записано в виде простого аналитического выражения [27]:

$$\begin{aligned} \sigma(i, \tilde{v}_i) &= \tag{17} \\ &= \pi a_0 \frac{E_0^2 Z_1^2}{I_i^2 \tilde{v}_i^2} [0.283 \ln(\tilde{v}_i^2 + 1) + 1.26] \times \\ &\quad \times \exp \left[ - \frac{1.95}{\tilde{v}_i (1 + 1.2 \tilde{v}_i^2)} \right], \end{aligned}$$

где  $a_0 = \hbar^2/m_0 e^2$ ,  $E_0 = m_0 v_0^2$ ,  $I_i$  — потенциал ионизации  $i$ -й оболочки. Уравнение (17) получено в приближении плоской волны с помощью подгонки.

Как утверждается в [27], сечения ионизации, вычисленные с использованием (17), согласуются с точным расчетом в пределах 20%, если  $0.2 \lesssim \tilde{v}_i \lesssim 1$ .

Множитель  $1/(I_i^2 \tilde{v}_i^2)$  в (17) увеличивает сечение  $\sigma(i, \tilde{v}_i)$  для каждой оболочки с большим главным квантовым числом  $n$  в несколько раз. Множитель  $[0.283 \ln(\tilde{v}_i^2 + 1) + 1.26]$  не изменяет существенно величину сечения. Наибольшее увеличение сечения, до нескольких порядков величины, происходит за счет экспоненциального множителя  $\exp\{-1.95/[\tilde{v}_i(1 + 1.2\tilde{v}_i^2)]\}$ , который растет с увеличением  $\tilde{v}_i$ . Следовательно, поперечное сечение ионизации  $\sigma(i, \tilde{v}_i)$  увеличивается для каждой более высокой оболочки. Однако, как видно из (16), (17), само увеличение экспоненциального множителя уменьшается при переходе к отношению более высоких оболочек. Это уменьшение особенно су-

**Таблица 4.** Вероятность  $P_{N_i}(Q_\alpha)$  ионизации  $N_i$ -оболочек, сопровождающей  $\alpha$ -распад изотопов из цепочки распадов оганесона

Изотоп $Q_\alpha$ , МэВ Оболочка	$^{294}_{118}\text{Og}$ 11.65	$^{290}_{116}\text{Lv}$ 10.80	$^{286}_{114}\text{Fl}$ 10.2
$N_1$	$2.39 \times 10^{-3}$	$2.43 \times 10^{-3}$	$2.51 \times 10^{-3}$
$N_2$	$2.72 \times 10^{-3}$	$2.75 \times 10^{-3}$	$2.86 \times 10^{-3}$
$N_3$	$4.58 \times 10^{-3}$	$4.76 \times 10^{-3}$	$5.10 \times 10^{-3}$
$N_4$	$6.79 \times 10^{-3}$	$7.15 \times 10^{-3}$	$7.78 \times 10^{-3}$
$N_5$	$1.09 \times 10^{-2}$	$1.16 \times 10^{-2}$	$1.25 \times 10^{-2}$
$N_6$	$2.44 \times 10^{-2}$	$2.55 \times 10^{-2}$	$2.77 \times 10^{-2}$
$N_7$	$3.34 \times 10^{-2}$	$3.51 \times 10^{-2}$	$3.80 \times 10^{-2}$
$N^{(\text{tot})}$	$8.38 \times 10^{-2}$	$8.92 \times 10^{-2}$	$9.64 \times 10^{-2}$

шественно при увеличении скорости  $\tilde{v}_i$ , поэтому отношения  $A_{ML}$  и  $A_{NM}$  в несколько раз меньше, чем  $A_{LK}$ . Отношения  $A_{ML}$  и  $A_{NM}$  имеют приблизительно одинаковую величину. Таблица 5 демонстрирует, что отношения  $A_{(n+1)n}$ , как правило, уменьшаются для более тяжелых изотопов с большей энергией  $\alpha$ -частицы.

Значения вероятности ионизации  $N_i$ -подоболочек, приведенные в табл. 3 и 4, тоже медленно уменьшаются для более тяжелых изотопов с большей энергией  $Q_\alpha$ . Эта закономерность также качественно объясняется на основе уравнения (17). Но в этом случае главной причиной уменьшения является множитель  $1/(I_i^2 \tilde{v}_i^2)$ , а экспоненциальный множитель меняется значительно меньше.

#### 4. РЕНТГЕНОВСКИЕ ПЕРЕХОДЫ В СВЕРХТЯЖЕЛЫХ АТОМАХ

В случае, когда излученная  $\alpha$ -частица заселяет возбужденный ядерный уровень дочернего ядра и последующая разрядка ядра происходит путем внутренней конверсии на  $K$ -оболочке, дырка, образовавшаяся в  $K$ -оболочке, может заполняться рентгеновскими переходами электронов с  $L$ -оболочек. Сравнение экспериментальных спектров дочернего атома с точными теоретическими значениями энергий рентгеновских  $K_{\alpha_{1,2}}$ -линий позволяет исследовать продукты  $\alpha$ -распада сверхтяжелых элементов.

В работе [16] авторы пытались сопоставить линию  $(155 \pm 0.8)$  кэВ в спектре  $^{268}_{109}\text{Mt}$ , наблюдаемом в GSI [18], с рентгеновской  $K_{\alpha_1}$ -линией в нейтральном мейтнерии. Изотоп  $^{268}_{109}\text{Mt}$  является дочерним ядром при  $\alpha$ -распаде  $^{272}_{111}\text{Rg}$ . Однако теоретическое значение, полученное в [16], оказалось равным 151.78 кэВ, т.е. меньше экспериментального значения на 3.22 кэВ. В то же время теоретические энергии  $K_{\alpha_{1,2}}$ -линий для ряда

более легких элементов  $27 \leq Z \leq 77$ , вычисленные в [16], совпадают с экспериментом с точностью  $\lesssim 0.015$  кэВ, а для сверхтяжелых элементов  $98 \leq Z \leq 104$  расчеты [16] согласуются с соответствующими экспериментальными значениями [28] с точностью  $\lesssim 0.5$  кэВ.

Мы вычислили значения энергий  $K_{\alpha_{1,2}}$ -линий в  $^{268}_{109}\text{Mt}$  как методом ДФ в одночастичном приближении [19, 20], так и многоконфигурационным методом ДФ (МКДФ) [29, 30]. Энергии линий  $K_{\alpha_{1,2}}$  вычислялись как разности полных энергий атомов и ионов с вакансиями в соответствующих оболочках. В расчет полной энергии включалось взаимодействие Брейта, которое дает основные электродинамические поправки к кулоновскому потенциалу (см. [31] и ссылки там). Эти поправки особенно существенны для внутренних оболочек сверхтяжелых атомов. Как показали наши вычисления, брейтовское взаимодействие уменьшает энергии  $K_{\alpha_{1,2}}$ -линий для сверхтяжелых элементов на величину  $\lesssim 1$  кэВ. Максимальное уменьшение для наиболее тяжелого из рассматриваемых здесь изотопов ливермория  $^{290}_{116}\text{Lv}$  (дочернее ядро при  $\alpha$ -распаде  $^{294}_{118}\text{Og}$ ) составляет 1.04 кэВ.

В отличие от [16], нами учитывались все электродинамические поправки высших порядков, входящие в лэмбовский сдвиг, — собственная энергия электрона, поляризация вакуума, релятивистская поправка на отдачу, поправка на приведенную массу и др. Эти вклады включены в медленно изменяющуюся функцию  $F_{nlj}(Z\alpha)$ , табулированную в [32] для водородоподобных ионов с конфигурациями  $1s, 2s, 2p_{1/2}$  и  $2p_{3/2}$  для всех элементов  $Z \leq 110$ . Функция  $F_{nlj}(Z\alpha)$  позволяет определить лэмбовский сдвиг  $nlj$  уровня в единицах  $m_0 c^2$  по формуле

$$\Delta E_{\text{Lamb}} = \frac{\alpha (Z\alpha)^4}{\pi n^3} F_{nlj}(Z\alpha). \quad (18)$$

Для элементов  $Z \leq 110$  функция  $F_{nlj}(Z\alpha)$  выбиралась из таблиц [32]. Для  $Z > 110$  мы определяли ее экстраполяцией, используя табулированные значения. Проверка точности экстраполяции показала, что возможная ошибка составляет несколько эВ. Экранирование приближенно учитывалось согласно работе [33] заменой в (18)  $(Z\alpha)^4$  на  $(Z^*\alpha)^4$ , где эффективный заряд  $Z^*$  определялся следующим образом:

$$Z^* = \frac{\langle r \rangle_{nlj}^{(H)}}{\langle r \rangle_{nlj}^{(DF)}} Z. \quad (19)$$

Здесь  $\langle r \rangle_{nlj}^{(H)}$  — среднее значение радиуса  $nlj$ -подоболочки в водородоподобном ионе, а  $\langle r \rangle_{nlj}^{(DF)}$  — в нейтральном атоме, вычисленное методом ДФ.

**Таблица 5.** Отношения вероятностей ионизации  $A_{LK}$ ,  $A_{ML}$  и  $A_{NM}$  [см. (15)] при  $\alpha$ -распаде рассматриваемых сверхтяжелых изотопов

Изотоп	${}^{270}_{105}\text{Db}$	${}^{274}_{107}\text{Bh}$	${}^{278}_{109}\text{Mt}$	${}^{282}_{111}\text{Rg}$	${}^{286}_{113}\text{Nh}$	${}^{286}_{114}\text{Fl}$	${}^{290}_{115}\text{Mc}$	${}^{290}_{116}\text{Lv}$	${}^{294}_{117}\text{Ts}$	${}^{294}_{118}\text{Og}$
$Q_{\alpha}$ , МэВ	7.9	8.7	9.0	9.2	9.5	10.2	10.2	10.8	11.0	11.65
$A_{LK}$	113.1	93.8	88.1	84.8	80.0	69.3	69.6	62.3	60.2	54.0
$A_{ML}$	18.1	16.6	15.8	14.9	14.1	13.2	13.0	12.4	11.9	11.4
$A_{NM}$	16.9	16.1	15.5	15.7	14.8	14.6	14.4	13.8	13.7	12.6

**Таблица 6.** Теоретические и экспериментальные значения энергий  $K_{\alpha_{1,2}}$ -линий (в кэВ) сверхтяжелых элементов  $103 \leq Z \leq 116$ 

Изотоп	Данная работа		Расчет [16]		Эксперимент	
	$K_{\alpha_1}$	$K_{\alpha_2}$	$K_{\alpha_1}$	$K_{\alpha_2}$	$K_{\alpha_1}$	$K_{\alpha_2}$
${}^{255}_{103}\text{Lr}$	130.593	123.837	130.613	123.867	$130.5 \pm 0.1$ [28]	$123.9 \pm 0.2$ [28]
${}^{257}_{104}\text{Rf}$	133.921	126.808	133.941	126.839	$133.5 \pm 0.4$ [28]	$126.7 \pm 0.4$ [28]
${}^{270}_{105}\text{Db}$	137.312	129.825			$137.4 \pm 1.6$ [17]	
${}^{274}_{107}\text{Bh}$	144.359	136.064	144.403	136.114		
${}^{268}_{109}\text{Mt}$	151.770	142.572	151.780	142.606	$155.0 \pm 0.8$ [18]	
${}^{282}_{111}\text{Rg}$	159.495	149.317	159.554	149.389		
${}^{282}_{112}\text{Cn}$	163.524	152.811	163.563	152.867		
${}^{286}_{113}\text{Nh}$	167.636	156.361				
${}^{286}_{114}\text{Fl}$	171.868	159.999				
${}^{290}_{115}\text{Mc}$	176.199	163.704				
${}^{290}_{116}\text{Lv}$	180.655	167.500				

Расчеты показали, что уменьшение энергии  $K_{\alpha_{1,2}}$ -линий за счет лэмбовского сдвига для сверхтяжелых элементов составляет несколько сотен эВ. Для  $Z = 116$  энергии  $K_{\alpha_{1,2}}$ -линий уменьшаются на  $\lesssim 600$  эВ.

В наших расчетах учитывались конечные размеры ядра. При этом предполагалось не равномерное распределение заряда по ядру, а распределение Ферми [20, 33]:

$$\rho(r) = \rho_0 \left[ 1 + \exp \frac{4 \ln 3 (r - c)}{t} \right]^{-1}, \quad (20)$$

где  $\rho_0$  — нормирующий множитель,  $c$  — радиус половинной плотности,  $t$  — толщина поверхностного слоя. В отличие от [16], мы выбирали параметры  $c$  и  $t$ , используя выражения, предложенные в [33]:

$$c = (1.1769A^{1/3} - 0.47983), \quad (21)$$

$$t = [(R_0^2 - c^2)/1.192525]^{1/2}.$$

Здесь  $A$  — массовое число,  $R_0 = 1.2A^{1/3}$  фм — радиус ядра, значения  $c$  и  $t$  приведены в единицах фм. Проверялось, что зарядовое распределе-

ние Ферми увеличивает энергии  $K_{\alpha_{1,2}}$ -линий на несколько эВ по сравнению с равномерным распределением заряда по поверхности ядра [23]. Для  $Z = 116$  это увеличение составляет  $\sim 10$  эВ.

Учет корреляционного взаимодействия, выполненный методом МКДФ с включением возбужденных внешних электронов, мало влияет на внутренние уровни. По сравнению с одночастичным ДФ-расчетом энергии  $K_{\alpha_{1,2}}$ -линий изменяются незначительно, на несколько эВ. Для  ${}^{268}_{109}\text{Mt}$  это увеличение составляет 8 эВ. В результате значение энергии  $K_{\alpha_1}$ -линии мейтнерия, вычисленной нами МКДФ методом с учетом брейтовского взаимодействия, лэмбовского сдвига и фермиевского распределения плотности заряда по ядру, составляет 151.77 кэВ.

Результаты расчетов энергий  $K_{\alpha_{1,2}}$ -линий приведены в табл. 6 для сверхтяжелых элементов, являющихся дочерними атомами в цепочках  $\alpha$ -распадов  ${}^{294}_{117}\text{Ts}$  и  ${}^{294}_{118}\text{Og}$ . Мы включили также данные для  $Z = 103, 104$ , так как для этих элементов имеются экспериментальные значения [28]. Там же даны результаты, полученные в [16]. Отметим, что в

табл. 6 представлены энергии  $K_{\alpha_{1,2}}$ -линий для элементов  $Z = 105$  и  $113 \leq Z \leq 116$ , отсутствующие в [16]. Для всех изотопов, кроме  ${}^{268}_{109}\text{Mt}$ , приведены значения, вычисленные нами методом ДФ без учета корреляционных эффектов, но со всеми указанными выше поправками.

Таблица 6 демонстрирует хорошее согласие, с точностью до сотых долей процента, наших вычислений и значений из [16]. Расчеты прекрасно совпадают с данными экспериментов для  $Z = 103, 104, 105$ . Однако расчеты для  ${}^{268}_{109}\text{Mt}$ , хотя и совпадают между собой с точностью 0.01%, существенно расходятся (на 2.1%) с экспериментальным значением, полученным в [18]. Следовательно, наши расчеты подтверждают вывод работы [16] о том, что линия  $(155.0 \pm 0.8)$  кэВ не может быть идентифицирована как  $K_{\alpha_1}$ -линия нейтрального  ${}^{268}_{109}\text{Mt}$ .

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Показано, что  $N$ -оболочки являются внутренними для сверхтяжелых элементов, и вероятность ионизации этих оболочек, сопровождающей  $\alpha$ -распад сверхтяжелых изотопов, может быть рассчитана в той же модели, которая использовалась при вычислении ионизации  $K$ -,  $L$ - и  $M$ -оболочек в наших предыдущих работах [5–8]. В основе модели лежит квантовомеханическое рассмотрение, предложенное в [9]. Основные отличия наших расчетов от предыдущих вычислений других авторов состоят в следующем: а) использование метода ДФ с точным учетом экранирования ядра атомными электронами и обменного взаимодействия между электронами; б) учет всех мультипольных переходов, вносящих значимый вклад в вероятность ионизации оболочек, например, при вычислении ионизации  $N$ -оболочек необходимо учитывать вклады всех мультиполей  $0 \leq L \leq 6$ ; в) точный учет туннелирования  $\alpha$ -частицы через кулоновский барьер атома, что особенно существенно для  $K$ -оболочки. Как показано в [5–8], результаты расчетов вероятности ионизации  $K$ -,  $L$ - и  $M$ -оболочек, сопровождающей  $\alpha$ -распад ряда изотопов  ${}^{84}\text{Po}$  и изотопа  ${}^{222}_{86}\text{Rn}$ , хорошо согласуются с имеющимися экспериментальными данными.

В данной работе впервые вычислена вероятность ионизации  $N$ -подоболочек при  $\alpha$ -распаде десяти сверхтяжелых изотопов, входящих в цепочки распадов  ${}^{294}_{117}\text{Ts}$  и  ${}^{294}_{118}\text{Og}$ , которые в настоящее время активно исследуются теоретически и экспериментально. Результаты для  $N$ -оболочек анализируются и сравниваются с вероятностями ионизации  $K$ -,  $L$ - и  $M$ -оболочек. Показано, что вероятность ионизации  $N$ -оболочки увеличивается в среднем в 15 раз по сравнению с  $M$ -оболочкой.

Дано качественное объяснение увеличения вероятности ионизации при  $\alpha$ -распаде для каждой оболочки атома с большим главным квантовым числом  $n$ .

Вычислены энергии  $K_{\alpha_{1,2}}$  рентгеновских линий для ряда сверхтяжелых элементов. Использовался метод ДФ, учитывалось взаимодействие Брейта и лэмбовский сдвиг, включающий электродинамические поправки высших порядков, а также фермиевское распределение плотности заряда ядра. Эти расчеты были выполнены в связи с существенным, на 3.2 кэВ, расхождением теоретического значения энергии  $K_{\alpha_1}$ -линии, полученного в [16] для  ${}^{268}_{109}\text{Mt}$ , с экспериментом [18]. Наш расчет  $K_{\alpha_1} = 151.77$  кэВ прекрасно согласуется с вычислениями [16]  $K_{\alpha_1} = 151.78$  кэВ. Это подтверждает вывод, сделанный в [16], что экспериментальная линия  $(155.0 \pm 0.8)$  кэВ не может быть идентифицирована как  $K_{\alpha_1}$ -линия нейтрального  ${}^{268}_{109}\text{Mt}$ . Вычислены энергии  $K_{\alpha_{1,2}}$ -линий для элементов  ${}^{270}_{105}\text{Db}$ ,  ${}^{274}_{107}\text{Bh}$ ,  ${}^{282}_{111}\text{Rg}$ ,  ${}^{282}_{112}\text{Cn}$ ,  ${}^{286}_{113}\text{Nh}$ ,  ${}^{286}_{114}\text{Fl}$ ,  ${}^{290}_{115}\text{Mc}$ ,  ${}^{290}_{116}\text{Lv}$ , которые являются дочерними атомами в цепочках  $\alpha$ -распадов изотопов  ${}^{294}_{117}\text{Ts}$  и  ${}^{294}_{118}\text{Og}$ .

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. А. Б. Мигдал, ЖЭТФ **11**, 207 (1941).
2. L. Kocbach, in *Proceedings of the Nordic Spring Symposium on Atomic Inner Shell Phenomena*, Ed. by J. M. Hansteen and R. Gundersen (Univ. Bergen, Norway, 1978), Vol. 2, p. 65.
3. M. Lund, J. U. Andersen, E. Lægsgaard, and L. Kocbach, Report DK-8000 (Univ. Aarhus, Denmark, 2009); [www.phys.au.dk/main/publications/PhD/Martin\\_Lund.pdf](http://www.phys.au.dk/main/publications/PhD/Martin_Lund.pdf)
4. N. Wandkowsky, G. Drexlin, F. M. Fränkle, F. Glück, S. Groh, and S. Mertens, arXiv: 1304.1375v1 [physics.ins-det].
5. М. В. Тржасковская и V. K. Nikulin, Phys. Rev. C **93**, 034312 (2016).
6. В. К. Никулин, М. Б. Тржасковская, Изв. РАН. Сер. физ. **81**, 1343 (2017) [Bull. Russ. Acad. Sci.: Phys. **81**, 1201 (2017)].
7. В. К. Никулин, М. Б. Тржасковская, ЯФ **82**, 62 (2019) [Phys. At. Nucl. **82**, 55 (2019)].
8. V. K. Nikulin and M. B. Trzhaskovskaya, Phys. Rev. C **99**, 054328 (2019).
9. R. Anholt and P. A. Amundsen, Phys. Rev. A **25**, 169 (1982).
10. S. R. McConnell, A. N. Artemyev, and A. Surzhykov, J. Phys. B **44**, 145204 (2011).
11. L. Öhrström and J. Reedijk, Pure Appl. Chem. **88**, 1225 (2016).
12. <https://en.wikipedia.org/wiki/Tennessine>
13. <https://en.wikipedia.org/wiki/Oganesson>

14. N. T. Brewer, V. K. Utyonkov, K. P. Rykaczewski, Yu. Ts. Oganessian, F. Sh. Abdullin, R. A. Boll, D. J. Dean, S. N. Dmitriev, J. G. Ezold, L. K. Felker, R. K. Grzywacz, M. G. Itkis, N. D. Kovrizhnikh, D. C. McInturff, R. Miernik, G. D. Owen, *et al.*, *Phys. Rev. C* **98**, 024317 (2018).
15. Yu. Ts. Oganessian and V. K. Utyonkov, *Nucl. Phys. A* **944**, 62 (2015).
16. C. Thierfelder, P. Schwerdtfeger, F. P. Heßberger, and S. Hofmann, *Eur. Phys. J. A* **36**, 227 (2008).
17. F. P. Heßberger, S. Hofmann, B. Streicher, B. Sulignano, S. Antalic, D. Ackermann, S. Heinz, B. Kindler, I. Kojouharov, P. Kuusiniemi, M. Leino, *et al.*, *Eur. Phys. J. A* **41**, 145 (2009).
18. S. Hofmann, F. P. Heßberger, D. Ackermann, G. Münzenberg, S. Antalic, P. Cagarda, D. Kindler, J. Kojouharova, M. Leino, B. Lommel, R. Mann, *et al.*, *Eur. Phys. J. A* **14**, 147 (2002).
19. I. M. Band, M. B. Trzhaskovskaya, C. W. Nestor, Jr., P. O. Tikkanen, and S. Raman, *At. Data Nucl. Data Tables* **81**, 1 (2002).
20. И. М. Банд, М. А. Листенгартен, М. Б. Тржасковская, *Комплекс программ RAINE, часть VI*, Препринт ЛИЯФ №1479 (Гатчина, 1989).
21. J. U. Andersen, E. Lægsgaard, M. Lund, and C. D. Moak, *Nucl. Instrum. Methods* **132**, 507 (1976).
22. I. P. Grant, *Adv. Phys.* **19**, 747 (1970).
23. Л. А. Слив, *ЖЭТФ* **21**, 770 (1951).
24. M. S. Rapaport, F. Asaro, and I. Perlman, *Phys. Rev. C* **11**, 1746 (1975).
25. M. S. Rapaport, F. Asaro, and I. Perlman, *Phys. Rev. C* **11**, 1740 (1975).
26. J. S. Hansen, *Phys. Rev. A* **9**, 40 (1974).
27. I. D. Kaganovich, E. Startsev, and R. C. Davidson, *New J. Phys.* **8**, 278 (2006).
28. F. P. Heßberger, S. Hofmann, D. Ackermann, S. Antalic, B. Kindler, I. Kojouharov, P. Kuusiniemi, M. Leino, B. Lommel, R. Mann, K. Nishio, A. G. Popeko, *et al.*, *Eur. Phys. J. A* **29**, 165 (2006); **30**, 561 (2006).
29. I. P. Grant, B. J. McKenzie, P. H. Norrington, D. F. Mayers, and N. C. Pyper, *Comput. Phys. Commun.* **21**, 207 (1980).
30. I. M. Band and M. B. Trzhaskovskaya, *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **30**, 5185 (1997).
31. I. P. Grant and N. C. Pyper, *J. Phys. B: Atom. Molec. Phys.* **9**, 761 (1976).
32. W. R. Johnson and G. Soff, *At. Data Nucl. Data Tables* **33**, 405 (1985).
33. M. H. Chen, B. Crasemann, V. Aoyagi, K.-N. Huang, and H. Mark, *At. Data Nucl. Data Tables* **26**, 561 (1981).

## ATOMIC PROCESSES ACCOMPANYING $\alpha$ DECAY OF SUPERHEAVY NUCLEI

V. K. Nikulin<sup>1)</sup>, M. B. Trzhaskovskaya<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>*Ioffe Physical Technical Institute, St. Petersburg, Russia*

<sup>2)</sup>*National Research Center "Kurchatov Institute" — PNPI, Gatchina, Russia*

Considered here are processes of the atomic shell ionization and X-ray transitions in daughter atoms accompanying  $\alpha$  decay of superheavy isotopes. We have calculated probabilities of the  $N$ -shell ionization during  $\alpha$  decay of isotopes from the tennessine  ${}_{117}^{294}\text{Ts}$   $\alpha$ -decay chain as well as the oganesson  ${}_{118}^{294}\text{Og}$  chain. The Dirac–Fock method has been used taking into account all multipole transitions and the  $\alpha$ -particle tunneling through the atomic Coulomb barrier. Results obtained are analyzed and compared with the  $K$ -,  $L$ -, and  $M$ -shell ionization probabilities. The  $K_{\alpha_{1,2}}$  X-ray energies have been calculated with consideration for the Breit interaction and electrodynamic high-order corrections for superheavy isotopes which are the  $\alpha$ -decay products in chains of  ${}_{117}^{294}\text{Ts}$  and  ${}_{118}^{294}\text{Og}$ . The  $K_{\alpha_1}$  X-ray energy for the  ${}_{109}^{268}\text{Mt}$  isotope is shown to agree with an accuracy of 0.01 keV with the theoretical value obtained in previous calculations. The agreement provides a confirmation that the experimental line observed in GSI (Darmstadt) which exceeds theoretical values by 3.2 keV cannot be identified with the X-ray  $K_{\alpha_1}$  of the meitnerium atom.

## ГЛОБАЛЬНЫЕ РАСЧЕТЫ СВОЙСТВ $\beta$ -РАСПАДА НА ОСНОВЕ ФУНКЦИОНАЛА ФАЯНСА

© 2020 г. И. Н. Борзов<sup>1),2)</sup>\*

Поступила в редакцию 02.04.2020 г.; после доработки 02.04.2020 г.; принята к публикации 02.04.2020 г.

Представлено эффективное приближение к полностью самосогласованному глобальному описанию характеристик  $\beta$ -распада в рамках теории конечных ферми-систем, основанное на расчете основных состояний с энергетическим функционалом плотности, предложенным Фаянсом и др. (DF3), и квазичастичном приближении случайной фазы в континууме (CQRPA). Оценена точность глобальных DF3 + CQRPA-расчетов. Для более чем 200 (квази)сферических ядер с  $Z = 18-51$  и  $T_{1/2} < 5$  с экспериментальные времена жизни описываются с точностью до фактора 2, а вероятности эмиссии запаздывающих нейтронов жизни — до фактора 3. Проведено сравнение с аналогичными расчетами в современных самосогласованных моделях: сферическом релятивистском  $\text{HB} + \text{RQRPA}$  с функционалом  $\text{D3C}^*$  и в моделях с учетом деформации — в методе конечной амплитуды (FAM) с функционалом Скирма  $\text{SKO}'$  и в  $\text{HFB} + \text{QRPA}$  с функционалом Скирма  $\text{SLy4}$ , а также в модели оболочек с взаимодействием. Детальный анализ характеристик  $\beta$ -распада в цепочке изотопов никеля, полученных в различных расчетах, позволяет определить основные механизмы, отвечающие за эффект “внезапного сокращения” периодов полураспада для изотопов тяжелее дважды магического ядра  $^{78}\text{Ni}$ , экспериментально обнаруженный в RIKEN. Это вклады переходов первого запрета (FF) и многофононных конфигураций, возможная деформация и спиновая инверсия основных состояний. Отмечена исключительная чувствительность эффекта к балансу вкладов переходов Гамова–Теллера (GT) и первого запрета в полную скорость  $\beta$ -распада. Показано изменение отношения этих вкладов в изотопах Ni до и после пересечения главной нейтронной оболочки при  $N = 50$ .

DOI: 10.31857/S0044002720050086

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Перспективы исследований структуры нейтронно-избыточных ядер и их  $\beta$ -распада связаны с новыми ускорителями радиоактивных ионов. На “фабриках редких изотопов” (FRIB) с помощью вторичных пучков продуктов деления возможен синтез короткоживущих нуклидов, сильно обогащенных нейтронами. Тем не менее большинство из экзотических нейтронно-избыточных изотопов, производимых в процессе быстрого астрофизического нуклеосинтеза ( $r$ -процессе), недоступны в земных условиях. Для получения прецизионных ядерных данных для этих нуклидов необходимо развитие самосогласованного подхода к теории структуры атомного ядра. Это одно из условий надежного моделирования  $r$ -процесса нуклеосинтеза. Другое важное условие — определение

наиболее вероятного сценария  $r$ -процесса. В последнее время, помимо традиционных исследований гравитационного коллапса сверхновых, особое внимание привлечено к моделированию слияния нейтронных звезд в тесных двойных системах. Относительную роль этих процессов помогает установить интегральный анализ экспериментальных данных нейтринной астрономии и всеволновой (multi-messenger) астрофизики. Последняя показала свою эффективность при регистрации события GW170817, продемонстрировав преимущества анализа сопутствующего электромагнитного излучения методами радио- и  $\gamma$ -астрономии совместно с данными от детекторов гравитационных волн.

Последние эксперименты в GSI и RIKEN существенно расширили доступную область экзотических ядер на карте изотопов до отношений  $N/Z \approx 1.8$ , что уже достаточно близко к предполагаемым траекториям  $r$ -процесса. Для более ста новых изотопов измерены массы и периоды  $\beta$ -распада. Обнаружен ряд явлений: необычные магические числа, спиновая инверсия основных состояний, мягкие моды и континуумное спаривание в слабосвязанных ядрах вблизи границы нейтронной стабильности. Масштабные измерения планируются

<sup>1)</sup>Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт”, Москва, Россия.

<sup>2)</sup>Лаборатория теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова, Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия.

\*E-mail: Borzov\_IN@nrcki.ru



на следующем поколении FRIB в ОИЯИ, Дубна, FAIR-GSI, SPIRAL-2-GANIL, FRIBF-400-MSU (см. [1, 2]).

Кардинально новый проект XCELS предусматривает ускорение ионов лазерными импульсами с пиковой мощностью экзаваттного уровня  $(1-2) \times 10^{17}$  Вт. При этом плотности ионных пучков на порядки выше доступных на классических ускорителях, что позволит синтезировать тяжелые ядра с экстремальным нейтронным избытком [3]. Планируется получение сверхплотного ядерного вещества (до  $3\rho_0$ ) на накопительных кольцах FRIB-установок, что позволит уточнить экспериментальные ограничения на уравнение состояния (EOS) ядерной и нейтронной материи. Обсуждаются возможности структурно-ядерных исследований редких изотопов на FRIB-установках с использованием электронных коллайдеров (Проект DERICA [4]).

Сейчас на FRIB изучаются в основном массы сильно нейтронно-избыточных ядер и интегральные характеристики их  $\beta$ -распада. Совместный анализ периодов полураспада ( $T_{1/2}$ ) и вероятностей запаздывающей мультинейтронной эмиссии ( $P_{xn}$ ), в принципе, позволяет “реконструировать” силовые функции низколежащих спин-изоспиновых возбуждений в окне  $\beta$ -распада. Расширенные возможности спектроскопических исследований появляются при использовании зарядово-обменных реакций ( $p, n$ ) типа [5] и ( $n, p$ ) типа [6] в обратной кинематике. Это прямые измерения силовых функций нестабильных ядер, включая возбуждения как в окне  $\beta$ -распада, так и в области гигантских резонансов.

Для анализа FRIB-экспериментов требуется экстраполяция изоспинового и спин-изоспинового отклика нейтронно-избыточных ядер в область экстремальных отношений  $N/Z$ ; в самосогласованных моделях она более обоснована. Требуется также оценка эффектов нарушения симметрии, чему могут помочь исследования возбуждений фермиевского типа ( $\Delta L = 0, \Delta S = 0, \Delta T = 1$ ), индуцируемых оператором изоспина  $\tau^-$  — изобар-аналоговых резонансов (IAR) (см. [7]). Для прогнозирования скоростей  $\beta^-$ -распада и их зависимости от заряда ядра  $Z$  и массового числа принципиально важен учет конкуренции между GT-переходами и высокоэнергетическими переходами первого запрета (FF). Резонансы Гамова–Теллера ( $\Delta L = 0, \Delta S = 1, \Delta T = 1$ ), его сателлиты, а также переходы различной степени запрета ( $\Delta L = 1, 2, \dots; \Delta S = 1, \Delta T = 1$ ) в окне  $\beta$ -распада возбуждаются различными мультипольными спин-изоспиновыми операторами, содержащими фактор  $\sigma\tau^-$ .

Реалистичное описание распределения силы спин-изоспиновых возбуждений в окне  $\beta$ -распада

обеспечивается мультikonфигурационной моделью оболочек [8]. Эти расчеты можно считать “стандартом” для нуклидов вблизи замкнутых оболочек  $Z = 20, 28, 50$  и  $N = 28, 50, 82$ . Для более тяжелых ядер, а также для ядер с незаполненными оболочками и сверхтяжелых ядер расчеты по мультikonфигурационной оболочечной модели требуют ресурсов, превышающих возможности современных суперкомпьютеров. Для глобальных расчетов  $\beta$ -распадных характеристик нескольких тысяч ядер, необходимых для астрофизического моделирования  $\gamma$ -процесса, широко используется подход, основанный на теории энергетического функционала плотности [9].

В настоящей работе проведены расчеты свойств  $\beta$ -распада более 200 (квази)сферических ядер нейтронно-избыточных ядер с  $Z = 18-51$  и  $T_{1/2} < 5$  с для астрофизических приложений. Полностью согласованное описание свойств основных состояний базируется на энергетическом функционале плотности, предложенном Фаянсом и др. [10, 11]. Для расчетов силовых функций спин-изоспиновых возбуждений и характеристик  $\beta$ -распада развито приближение, использующее согласованное с ЭФП Фаянса (DF3) эффективное  $NN$ -взаимодействие в канале частица–дырка, состоящее из контактного взаимодействия Ландау–Мигдала, однопионного и  $\rho$ -мезонного обмена, модифицированных ядерной средой [12]. Такой вид эффективного  $NN$ -взаимодействия применялся для анализа смягчения пионных мод в ядрах [13]. Он дает надежное описание спин-изоспиновых возбуждений, низколежащих состояний аномальной четности и GT-резонансов [14], а также магнитных моментов [15, 16]. Так называемое приближение DF3 + CQRPA не меняет глобального характера самосогласованного подхода — используются универсальные (одинаковые для всех зарядовых и массовых чисел  $Z, A$ ) параметры функционала и  $NN$ -взаимодействия.

В работе проанализирована точность результатов глобальных DF3 + CQRPA-расчетов периодов  $\beta$ -распада ( $T_{1/2}$ ) и вероятностей эмиссии  $\beta$ -запаздывающих нейтронов ( $P_{ntot}$ ) для 200 (квази)сферических ядер с  $Z = 18-51$  и  $T_{1/2} < 5$  с в сравнении с экспериментом и самосогласованными расчетами в сферической релятивистской модели RHB + RQRPA [17] и расчетами, учитывающими деформацию в рамках метода конечных амплитуд (FAM) [18] и в HFB + QRPA [19]. Все рассмотренные модели являются полностью микроскопическими и самосогласованными, они включают вклады разрешенных GT-переходов и FF-переходов первого запрета. Для полноты проведено также сравнение с последними расчетами в гибридной

модели FRDM+RPA со статистическим учетом FF-переходов [20].

Для сравнения различных подходов в работе отдельно рассмотрены нейтронно-избыточные изотопы вблизи  $^{68}\text{Ni}$  и дважды магического, короткоживущего  $^{78}\text{Ni}$  с его уникальным сочетанием замкнутых оболочек при  $Z = 28$  и  $N = 50$ . В недавних экспериментах RIKEN [21] найдено, что при заполнении орбиталей сверх нейтронной оболочки  $N = 50$  в изотопах Ni происходит “внезапное ускорение”  $\beta$ -распада. Периоды  $\beta$ -распада равны  $43.0 + 8.6 - 7.5$  с для  $^{79}\text{Ni}$  и  $23.9 + 26.0 - 17.2$  с для  $^{80}\text{Ni}$ , что на 60% и 81% меньше экспериментального периода  $^{78}\text{Ni}$ , равного  $122.0 \pm 5$  с (следует отметить, что экспериментальные ошибки для  $^{80}\text{Ni}$  гораздо выше, чем в  $^{79}\text{Ni}$ ).

Детально обсуждаются различные механизмы эффекта ускорения  $\beta$ -распада. Во-первых, показана важность надежного описания различными функционалами плотности характеристик основных состояний (полных энергий  $\beta$ -распада  $Q_\beta$ , энергий отделения нескольких нейтронов  $S_{xn}$ ) и одночастичных уровней. Во-вторых, подробно сравнивается предсказываемый различными моделями баланс вкладов переходов Гамова–Теллера (%GT) и первого запрета (%FF) в полную скорость  $\beta$ -распада. В-третьих, обсужден важный механизм ускорения  $\beta$ -распада, появляющийся при учете квазичастично-фононной связи [22]. Отмечена также возможность “эрозии” магического числа нейтронов  $N = 50$  для изотопов более тяжелых, чем  $^{78}\text{Ni}$ , из-за эффекта сосуществования сферической и деформированной форм и “внезапного” появления деформированной структуры при  $N > 50$  [23, 24]. Совместный анализ этих конкурирующих механизмов, ответственных за эффект “внезапного ускорения”  $\beta$ -распада, в предыдущих работах не проводился.

## 2. ОПИСАНИЕ СПИН-ИЗОСПИНОВОГО ОТКЛИКА

Отклик ядра на внешнее зарядово-обменное поле  $V_0 = \hat{Q} \exp(-i\omega t)$  (+ эрмитово сопряженный оператор) в теории конечных ферми-систем (ТКФС) [25] описывается уравнением для эффективного поля  $\hat{V}$ . Для ядер со спариванием в нейтронной и протонной системах оно имеет следующий вид (в суперматричном представлении):

$$\hat{V}(\omega) = \hat{V}_0(\omega) + \hat{\mathcal{F}}\hat{A}(\omega)\hat{V}(\omega), \quad (1)$$

где

$$\hat{V} = \begin{pmatrix} V \\ d_1 \\ d_2 \end{pmatrix}, \quad \hat{V}_0 = \begin{pmatrix} e_q V_0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

$$\hat{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} \mathcal{F} & \mathcal{F}^{\omega\xi} & \mathcal{F}^{\omega\xi} \\ \mathcal{F}^{\xi\omega} & \mathcal{F}^\xi & 0 \\ \mathcal{F}^{\xi\omega} & 0 & \mathcal{F}^\xi \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Здесь  $\hat{Q}$  — зависящий от спина и изоспина одночастичный оператор ( $\hat{Q} = \sigma_\alpha \tau_\beta, \mathbf{q}\tau_\alpha, \mathbf{P}\tau_\alpha$ ). Матрица  $\hat{A}$  состоит из  $4 \times 4$  интегралов по энергии  $\epsilon$  от произведений различных комбинаций функции Грина  $G(\epsilon)$  и функций Горькова  $F^{(1)}(\epsilon)$  и  $F^{(2)}(\epsilon)$ . Их явный вид можно найти в [25].

В стандартных обозначениях ТКФС для силовой функции имеем следующее выражение:

$$\begin{aligned} S(\omega, \mathbf{q}) &= -\frac{1}{\pi} \text{Im} \mathcal{P}(\omega, \mathbf{q}) = \\ &= -\frac{1}{\pi} \text{Im}(e_q \hat{V}_0 \hat{A}(\omega) \hat{V}(\omega, \mathbf{q})). \end{aligned} \quad (4)$$

В полностью самосогласованном подходе для ядер со спариванием вводится энергетический функционал плотности, зависящий от нормальной  $\rho$  и аномальной плотностей  $\nu$ :  $E[\rho, \nu] = \int \mathcal{E}(\rho(\mathbf{r}), \nu(\mathbf{r})) d^3r$ . Гамильтониан среднего поля  $h(1, 2)$  и потенциал спаривания  $\Delta(\mathbf{r})$  находятся как вариации ЭФП по  $\rho$  и  $\nu$ :

$$h(1, 2) = \frac{\delta \mathcal{E}}{\delta \rho(2, 1)}, \quad \Delta(\mathbf{r}) = \frac{\delta \mathcal{E}}{\delta \nu(\mathbf{r})},$$

где  $1 = (\mathbf{r}_1, \sigma_1), 2 = (\mathbf{r}_2, \sigma_2)$  — пространственные и спиновые координаты. Элементы матрицы эффективного взаимодействия (3) являются различными вторыми вариационными производными функционала по  $\rho$  и  $\nu$

$$\begin{aligned} \mathcal{F}^\omega &= \frac{\delta^\epsilon \mathcal{E}}{\delta \rho^2}; & \mathcal{F}^{\omega\xi} &= \mathcal{F}^{\xi\omega} = \frac{\delta^2 \mathcal{E}}{\delta \rho \delta \nu}; \\ \mathcal{F}^\xi &= \frac{\delta^\epsilon \mathcal{E}}{\delta \nu^2}. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь  $\mathcal{F}$  в (5) — “нормальные” (скалярные и изоспиновые) компоненты частично-дырочной ( $ph$ ) амплитуды Ландау–Мигдала, которая входит в (1) в случае, когда внешнее поле  $V_0$  не зависит от спина.  $\mathcal{F}^\xi$  в (5) — “аномальная” (частично-частичная) компонента обобщенной амплитуды, или, другими словами, эффективное спаривательное  $pp$ -взаимодействие, отвечающее за зависимость функционала энергии спаривания от

нормальной плотности. Оно входит в уравнение для щели и включает смешанные производные  $\mathcal{F}^{\omega\xi}$ ,  $\mathcal{F}^{\xi\omega}$ , обеспечивающие дополнительную связь  $pp$ -канала с  $ph$ - и  $hh$ -каналами амплитуды. (Изотопные индексы в отношениях (1)–(5) для краткости опущены.)

Для изоспиновых зарядово-обменных возбуждений, в частности для IAR, уравнения для эффективного поля содержат амплитуду  $\mathcal{F}^-$ , которая определяется второй вариационной производной исходного ЭФП по изовекторной плотности  $\rho_- = \rho_n - \rho_p$ :

$$\mathcal{F}^- = \frac{\delta^2 \mathcal{E}}{(\delta \rho_-)^2}. \quad (6)$$

В модели DF + CQRPA для спин-изоспиновых возбуждений и  $\beta$ -распада используется эффективное приближение, разработанное в [12]. Характеристики основных состояний описываются полностью самосогласованно с функционалом Фаянса DF3 [11]. Как показано в [26], пренебрежение спиновыми компонентами в ЭФП вызывает сравнительно небольшую ошибку в энергиях связи ( $\approx 100$  кэВ). Поэтому спин-изоспиновое эффективное  $NN$ -взаимодействие в канале частица–дырка находится не как вторая вариация ЭФП, а вводится независимым образом — в виде контактного  $NN$ -взаимодействия Ландау–Мигдала в канале частица–дырка, дополненного однопионным  $\pi$ - и  $\rho$ -мезонным обменами, модифицированными ядерной средой [25]. Спин-изоспиновые параметры определяются из положения GT-резонанса в единственном ядре  $^{208}\text{Pb}$ . Определенный таким образом “анзац” надежно описывает характеристики спин-изоспиновых возбуждений. При этом как “согласованные” с функционалом параметры эффективного  $NN$ -взаимодействия, так и “частично согласованные” спин-изоспиновые параметры остаются универсальными (одинаковыми для всех зарядовых и массовых чисел  $Z, A$ ).

Для расчетов свойств основных состояний используется зависящее от плотности изовекторное ( $T = 1$ ) спаривание нулевого радиуса с силой, зависящей от массового числа  $A$ . Предполагается также, что в QRPA-расчетах спин-изоспиновых возбуждений индуцированное изоскалярное ( $T = 0$ ) протон-нейтронное эффективное  $NN$ -взаимодействие в  $pp$ -канале (динамическое спаривание) имеет аналогичную форму.

Корреляции, более сложные, чем в QRPA, включаются, во-первых, путем перенормировки спин-зависимых мультипольных операторов с помощью фактора подавления, не зависящего от энергии возбуждения:  $Q^{1/2} = (g_A/G_A)$ . Таким образом, соответствующие спин-изоспиновые

вершины содержат дополнительный фактор  $Q$ . Считается, что фактор подавления однопионной компоненты остаточного взаимодействия также равен  $Q$  (хотя, в принципе, он может быть выбран независимо).

Во-вторых, при расчете силовых функций зарядово-обменных спин-изоспиновых возбуждений, кроме естественной escape-ширины  $\Gamma^\uparrow$ , связанной с вылетом нуклона в континуум, можно добавить спредовую ширину  $\Gamma^\downarrow$ . С ее помощью полумикроскопически учитывается фрагментация возбуждений, связанная со сложными конфигурациями. В рамках континуум-QRPA она линейно зависит от энергии возбуждения в дочернем ядре [27]. Эффективный полумикроскопический метод включения  $\Gamma^\downarrow$  предложен в так называемой частично-дырочной дисперсионно-оптической модели [28].

Переходы первого запрета рассматриваются в терминах приведенных мультипольных операторов, зависящих от пространственных и спиновых переменных [12]. Используется полный набор операторов первого запрета, причем релятивистские операторы  $\alpha, \gamma_5$  редуцированы к пространственно-зависимым аналогам посредством отношений SVC и PCAC, что дает возможность развить подход  $pn$ CQRPA в координатном представлении. В модели имеется возможность фиксировать (до вариации) спины основных состояний (нечетных) изобарических партнеров, если они известны из эксперимента.

Подробное описание различных версий ЭФП Фаянса можно найти в [10, 11, 29]. В отличие от ЭФП Скирма, зависимость от ядерной плотности  $\rho$  для него более сложная. Для объемной и поверхностной частей ЭФП эта зависимость симулируется дробно-линейным Паде-приближением — в схематической форме имеем:

$$\epsilon(\rho) = (1 + h_1)\rho^\alpha / (1 + h_2)\rho^\sigma,$$

где  $h_1, h_2, \alpha, \sigma$  — параметры. Нетрудно заметить, что при  $h_2 = 0$  получается более жесткая зависимость функционала от  $\rho$ , как у ЭФП Скирма.

Плотность энергии спаривания  $\epsilon_{\text{pair}}$  имеет вид:

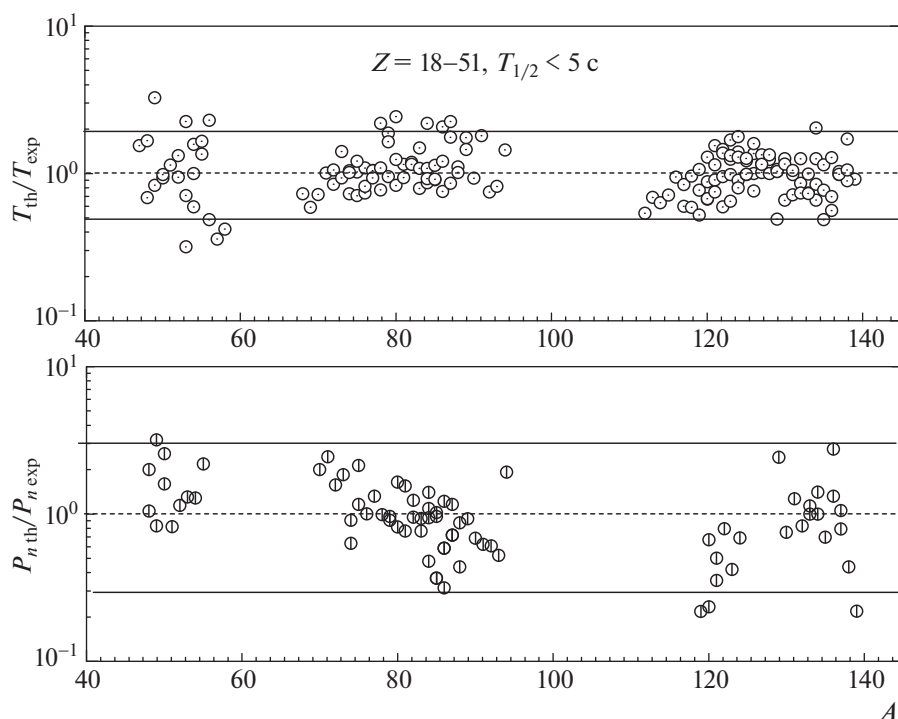
$$\epsilon_{\text{pair}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} \sum_{\tau=n,p} \mathcal{F}^{\xi,\tau}(\rho_+(\mathbf{r})) |\nu_\tau(\mathbf{r})|^2.$$

При учете вклада в энергию взаимодействия многочастичных сил и корреляций амплитуда  $\mathcal{F}$  зависит от нормальной плотности

$$\mathcal{F}^{\xi,\tau} = \mathcal{F}^{p,p} = \mathcal{F}^{n,n} = C_0 f^\xi(x_+).$$

В общем случае спаривательная часть функционала зависит как от нормальной плотности, так и от ее градиента, и параметризация  $f^\xi$  имеет вид

$$f^\xi(x_+(\mathbf{r})) = f_{\text{ex}}^\xi + h^\xi(x_+(\mathbf{r}))^q + f_{\nabla}^\xi r_0^2 (\nabla x_+(\mathbf{r}))^2.$$



**Рис. 1.** *a* — Отношение рассчитанных в DF3 + CQRPA к оцененным экспериментальным периодам полураспада [30] в зависимости от атомного номера для (квази)сферических ядер в областях  $Z = 18-21, 27-35$  и  $44-51$ ; *b* — отношение теоретических (DF3 + CQRPA) и оцененных экспериментальных значений  $P_{ntot}$  [30] для тех же ядер в зависимости от атомного номера.

В наших глобальных расчетах уравнение ТКФС для обобщенного эффективного поля согласовано с основным состоянием ядра, рассчитываемым с помощью функционалов DF3 и DF3-а. При расчетах спин-изоспиновых возбуждений плотностные и градиентные компоненты спаривания в основном состоянии не учитывались, при этом использовалась аппроксимация  $f_{\xi}^{pp} = f_{\xi}^{nn} = f_{\xi}^{np} = f_{\xi}$  и значение  $f_{\xi} = 0.28$  для области изотопов Ni [12].

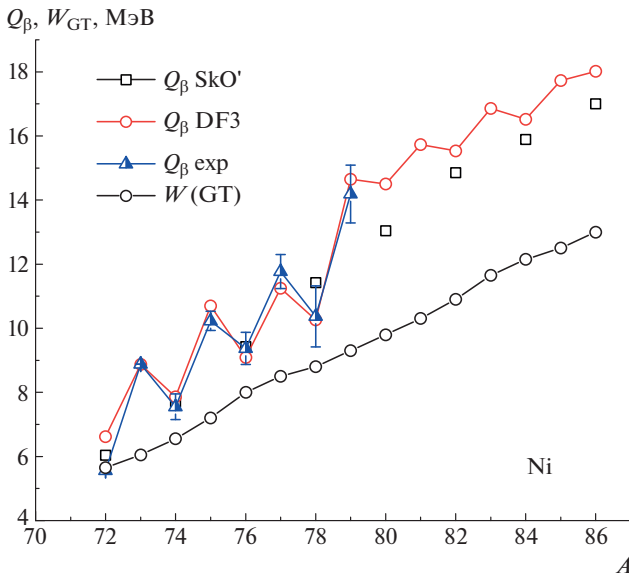
### 3. ГЛОБАЛЬНЫЕ РАСЧЕТЫ СВОЙСТВ БЕТА-РАСПАДА

На рис. 1а, 1б представлены результаты глобальных расчетов в сферическом DF3 + CQRPA-подходе [12], основанном на функционале Фаянса DF3 [11, 10], в сравнении с значениями  $T_{1/2}$  и  $P_{ntot}$ , рекомендованными в оценке IAEA-2018 [30]. Отношение теоретических и оцененных данных ( $T_{th}/T_{exp}$ ) в зависимости от массового числа изображено для периодов полураспада  $\beta$ -распада  $T_{1/2}$  и для  $P_{ntot}$ . В данном формализме используется сферическое приближение для основных состояний, соответственно в расчет включены (квази)сферические ядра с  $Z = 18-22, 27-35$  и  $44-51$ . Для долгоживущих ядер точность микроскопических подходов невелика, поскольку для ядер с малыми полными энергиями  $\beta$ -распада погрешность

расчета силовых функций сравнима с величинами  $Q_{\beta}$ . По этой причине расчет ограничен сравнительно короткоживущими ядрами с периодами полураспада  $T_{1/2}$  от 10 мс до 5 с.

Из анализа зависимости отношений  $T_{th}/T_{exp}$  от массового числа (рис. 1а) следует, что большинство периодов  $\beta$ -распада согласуются с оцененными данными с точностью до фактора 2 (этот интервал показан штриховыми линиями). Видно, что для изотопов с большими значениями  $Q_{\beta}$  и достаточно короткими периодами полураспада (10 мс–1 с) разброс относительно  $T_{th}/T_{exp} = 1$  уменьшается. Более короткие периоды полураспада коррелируют с более высокими значениями  $Q_{\beta}$  и, соответственно, с большей суммарной вероятностью GT- и FF-возбуждений в окне  $\beta$ -распада. В результате периоды полураспада короткоживущих ядер менее чувствительны к деталям силовой функции  $\beta$ -распада.

Из соответствующей  $Z$ -зависимости вышеуказанных отношений (не показано на рис. 1а) можно сделать вывод, что разброс результатов вокруг значения  $T_{th}/T_{exp} = 1$  меньше для изотопов с  $Z = 46-51$ , в которых деформация мала ( $\beta_2 = 0-0.05$ ) [20], а значения  $Q_{\beta}$  высоки. Напротив, для деформированных ядер с  $Z = 31-35$  около  $A = 85$  и  $Z = 44-45$  около  $A = 120$  с  $\beta_2 = 0.1-0.2$  имеет



**Рис. 2.** Полные энергии  $\beta$ -распада  $Q_\beta$  для изотопов Ni между подоболочкой  $N = 40$  и главной нейтронной оболочкой  $N = 50$ , рассчитанные с функционалами DF3 и SkO' [18]. Экспериментальные данные из компиляции AME16 [31]. Для изотопов с  $A > 72$  приведена также массовая зависимость энергии  $\beta$ -распада (относительно родительского ядра  $W_{GT}(A)$ ), рассчитанная в DF3 + CQRPA для интенсивного GT-перехода с наибольшей энергией.

место систематическая переоценка периодов полураспада.

Из рис. 1б видно, что глобальные DF3 + CQRPA-расчеты полных вероятностей эмиссии запаздывающих нейтронов сферических ядер с  $Z = 18-51$  и  $T_{1/2} < 5$  с воспроизводят имеющиеся экспериментальные данные с точностью до фактора 3.

Для сравнения, в FRDM + RPA-расчетах для 2000 сферических и деформированных ядер, представленных в [20], указанные отношения для  $T_{1/2}$  достигают фактора 10; аналогичные отношения для величин  $P_{n\ tot}$  выше. Для расчетов в релятивистском RHB + RQRPA [17], в целом, точность описания сферических ядер сравнима с DF3 + CQRPA, но значения отношений  $T_{th}/T_{exp}$  для деформированных ядер, которые в этой работе рассматривались в сферическом приближении, значительно больше, чем в FRDM + RPA, и достигают фактора  $10^2$ .

#### 4. $\beta$ -РАСПАДНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ИЗОТОПОВ Ni

В данном разделе рассмотрены возможные механизмы “резкого сокращения” периодов  $\beta$ -распада изотопов Ni после пересечения нейтрон-

ной оболочки  $N = 50$ , обнаруженного в экспериментах RIKEN [21]. Детально сравниваются экспериментальные данные и результаты расчетов полных энергий  $\beta$ -распада и времен жизни  $T_{1/2}$  в подходах DF3 + CQRPA [12], релятивистском RHB + RQRPA [17], FAM [18], HFB + QRPA [19] и FRDM + RPA [20].

##### 4.1. Свойства основных состояний

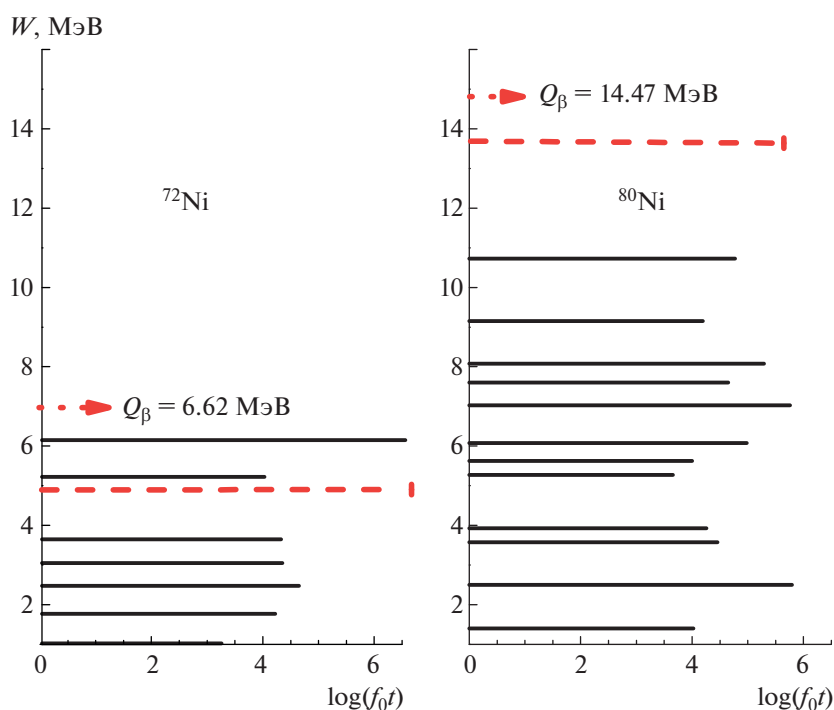
В самосогласованном подходе полные энергии  $\beta$ -распада  $Q_\beta$  и пороги нейтронной эмиссии  $S_{xn}$  определяются из того же функционала, который используется для расчета квазичастичных энергий. Последние, в свою очередь, определяют “исходное” распределение силы  $\beta$ -распада в модели без NN-взаимодействия. Поскольку для ЭФП Фаянса эффективная масса  $m^* = 1$ , одночастичные энергии могут быть непосредственно сопоставлены с экспериментом. Хорошее описание как экспериментальных одночастичных энергий, так и полного фазового пространства  $\beta$ -распада — это критерий надежности предсказания силовой функции  $\beta$ -распада, рассчитываемой в  $pn$ CQRPA, а следовательно, и интегральных характеристик: периодов  $\beta$ -распада и вероятностей задержанной мульти-нейтронной эмиссии.

В работе [19] “внезапное сокращение” периодов  $\beta$ -распада в изотопах Ni объяснялось различием в величине маговых просветов при  $N = 40$  и  $N = 50$ , из-за чего вклад FF-переходов ослаблен для изотопов с  $N < 50$  и усилен в области  $N > 50$ . Действительно, рассчитанная в DF3 величина магового просвета для  $N = 40$  равна 2.35 МэВ, а для  $N = 50$  она на 60% больше (3.88 МэВ).

Более важен эффект изменения полного фазового объема  $\beta$ -распада (полной энергии  $\beta$ -распада —  $Q_\beta$ ). Так, для  $^{69}\text{Ni}$  расчет с DF3 дает 5.572 МэВ по сравнению с экспериментальным значением 5.758(4) МэВ, а для  $^{79}\text{Ni}$  — 14.40 МэВ по сравнению с оценкой из систематики — 14.190(0.9) МэВ.

Сравним экспериментальные значения  $Q_\beta$  из [31, 32] в изотопах никеля вблизи подоболочки  $N = 40$  и главной оболочки  $N = 50$ , рассчитанными с функционалами DF3 и SkO' [18] (рис. 2). Для функционала DF3 среднее отклонение от экспериментальных данных составляет около  $\pm 500$  кэВ. Величина нечетно-четного скачка между  $N = 40$  и  $N = 41$  составляет 2.4 МэВ, а экспериментальное значение [31] — 3.655 МэВ.

Скачок величины  $Q_\beta$  при пересечении главной нейтронной оболочки в DF3-расчете составляет 4.0 МэВ (3.820 МэВ из систематики [31]). Можно заметить, что в отличие от подоболочки  $N = 40$ ,



**Рис. 3.** Приведенные в единицах  $\log(ft)$  силовые функции для GT-переходов (сплошные отрезки) и усредненные вклады FF-переходов (штрихи) в  $^{72}\text{Ni}$  и  $^{80}\text{Ni}$ , рассчитанные с DF3-функционалом.

амплитуда нечетно-четных осцилляций  $Q_\beta$  с ростом числа нейтронов уменьшается, что отражает влияние ослабленного спаривания и соответствует “сильной” оболочке  $N = 50$ .

В расчете с SkO' [18] величина скачка для  $N = 40-41$  на 1.0 МэВ меньше, чем в DF3. В изотопах никеля вблизи главной нейтронной оболочки  $N = 50$  с  $A < 80$  результаты DF3 и SkO' близки и согласуются с экспериментальными и оцененными данными [31, 32]. Для  $A = 80$  рассчитанная с SkO' величина  $Q_\beta$  на 1.5 МэВ ниже, чем предсказанная с DF3. Недооценка полного фазового пространства может изменить характер зависимости периодов  $\beta$ -распада от  $A$  (см. разд. 4.3), что затрудняет анализ эффекта их “внезапного сокращения” в изотопах Ni при  $N > 50$ .

#### 4.2. Силовые функции $\beta$ -распада изотопов Ni

Интегральные характеристики  $\beta$ -распада  $T_{1/2, \text{ntot}}$  более чувствительны к структуре силовых функций  $\beta$ -распада — спектральных распределений вероятностей GT- и FF-переходов. Поэтому обсуждаемый эффект сокращения периодов изотопов Ni обусловлен не только ростом полных энергий  $\beta$ -распада  $Q_\beta$  и маговых просветов при  $N > 50$ . При  $N < 50$  основной фактор, определяющий массовую зависимость времен жизни — это плавное увеличение энергии наиболее интенсивных

GT-переходов с ростом числа нейтронов (см. рис. 2).

Для изотопов с  $N > 50$  после пересечения главной нейтронной оболочки происходит изменение характера FF-переходов. В области между  $N = 40$  до  $N = 50$  доминируют уникальные  $\beta$ -переходы первого запрета, построенные на конфигурации  $(n1g_{9/2} \rightarrow p1f_{5/2})$ . Этот канал распада  $\Delta J = 2$  замедлен по сравнению с высокоэнергетическими неуникальными FF-переходами ( $\Delta J = 0, 1$ ) [33]. Они открываются для изотопов с  $N > 50$ , приводя к заметному разделению по энергиям между GT- и наиболее интенсивными FF-переходами:  $W_{\text{FF}} > W_{\text{GT}}$ , и постепенному росту вклада запрещенных переходов в полную скорость  $\beta$ -распада.

На рис. 3 приведены силовые функции GT-переходов и усредненные по энергии вклады FF-переходов в изотопах  $^{72}\text{Ni}$  и  $^{80}\text{Ni}$  (значения  $\log(ft)$  в зависимости от энергии перехода  $W$  относительно родительского ядра). Для ядер в начале заполнения нейтронной оболочки  $N = 50$  с малыми полными энергиями  $\beta$ -распада  $Q_\beta$  скорости  $\beta$ -распада в основном определяются вкладом GT-переходов. Так, например, в  $^{72}\text{Ni}$  они сосредоточены в области 3–5.5 МэВ. Поскольку основной FF-переход с  $\Delta J = 2$  и  $\log(ft) = 6.56$  и  $W_{\text{FF}} = 5.18$  МэВ попадает в этот же интервал энергий, его вклад в полную скорость не столь значителен.



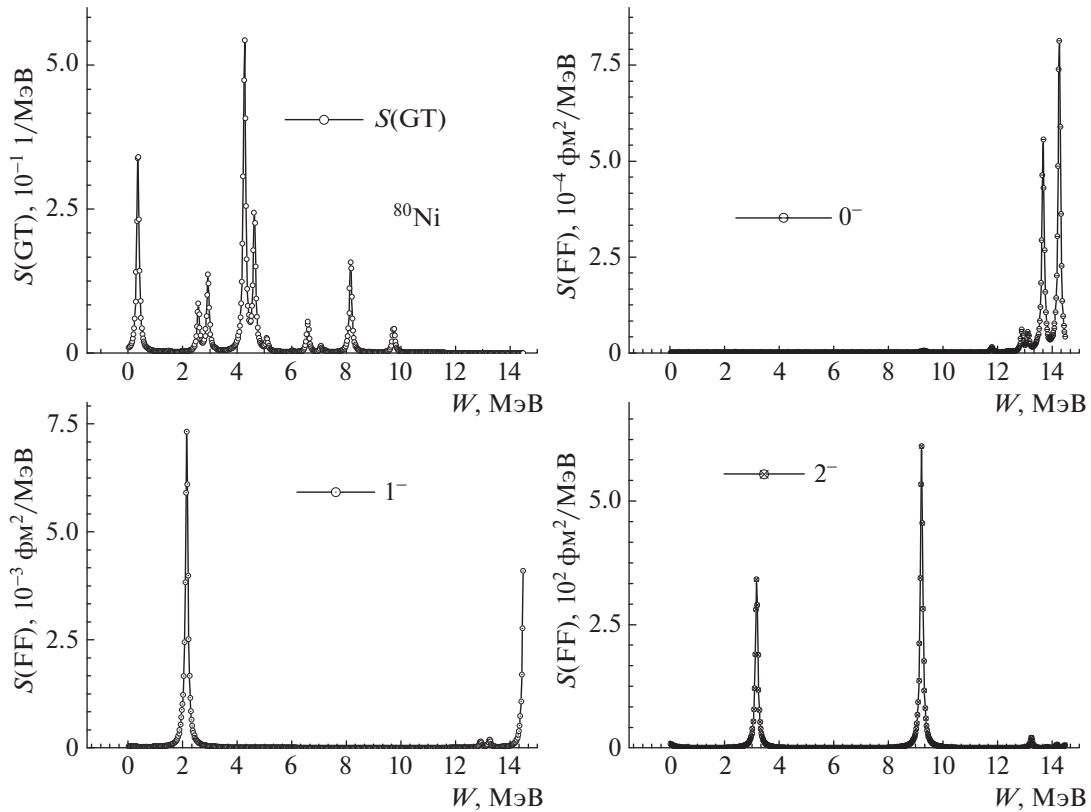


Рис. 4. Силовые функции GT и FF  $\beta$ -распада для  $^{80}\text{Ni}$ , рассчитанные с DF3-функционалом и введением искусственной ширины 100 кэВ.

Для ядер  $^{79,80}\text{Ni}$ , в которых нейтроны заполняют орбитали сверх нейтронной оболочки  $N = 50$ , появляется конкуренция между группой GT-переходов при 5–9 МэВ с высокоэнергетическими FF-переходами, энергии которых близки к  $Q_{\beta}(\text{theor}) = 14.42$  МэВ (рис. 4). По сравнению с изотопами с  $N < 50$  в этих изотопах важен также и дополнительный канал GT-распада, связанный с открывающимися ( $n1f_{7/2} \rightarrow p1f_{9/2}$ )-переходами.

Из рис. 4, на котором детально представлены силовые функции GT- и FF-переходов в изотопе  $^{80}\text{Ni}$ , видно, что средние энергии наиболее интенсивных (неуникальных) переходов с  $\Delta J = 0, 1$  почти на 9 МэВ больше, чем для группы GT-переходов с  $W \approx 5$  МэВ.

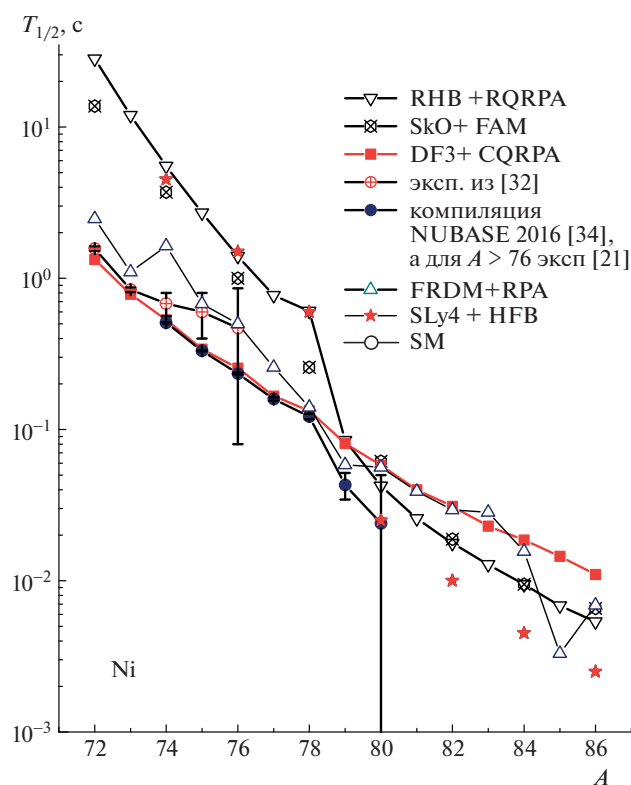
#### 4.3. Периоды $\beta$ -распада изотопов Ni в различных *rp*QRPA-моделях

На рис. 5 экспериментальные периоды полураспада RIKEN [21] сравниваются с рассчитанными в сферических моделях DF3 + CQRPA и RHB RQRPA [17], а также в рамках деформированного подхода SkO-HFB + FAM [18] и SLy4-HFB + QRPA [19]. При  $N < 50$  наш расчет в DF3 + CQRPA прекрасно описывает экспериментальные данные, что свидетельствует о доминировании

GT-распада в этой области ядер, несмотря на последовательную блокировку ( $n1f_{5/2} \rightarrow p1f_{7/2}$ )-переходов при приближении к  $N = 50$ . Результаты DF3 + CQRPA-расчета при  $N = 50$  находятся в согласии с моделью оболочек со взаимодействием [8].

Для изотопов с  $N > 50$  настоящий DF3 + CQRPA-расчет в приближении разрешенных переходов дает следующие периоды полураспада: в  $^{79}\text{Ni}$  — 0.72 с, в  $^{80}\text{Ni}$  — 0.59 с. Высокоэнергетические FF-переходы с  $\Delta J = 0-2$  уменьшают время жизни  $^{79}\text{Ni}$  на 11%, а для  $^{80}\text{Ni}$  — на 13%. Таким образом, хотя FF-переходы с высокими энергиями  $\omega_{\text{FF}} > \omega_{\text{GT}}$  играют значительную роль, вклад GT-переходов в полную скорость  $\beta$ -распада в этих изотопах Ni в DF3-расчете существен, в отличие от прогноза [19].

Периоды полураспада, рассчитанные как в RHB + RQRPA [17], так и в FAM [18], напротив, гораздо выше экспериментальных значений  $T_{1/2}$  в области  $N \leq 50$ . Для SkO' и релятивистского функционала D3C\* рассчитанные периоды полураспада для изотопов с  $N < 50$  выше экспериментальных в 8 и 18 раз соответственно, а в дважды магическом ядре  $^{78}\text{Ni}$  рассчитанные периоды выше в 2–5 раз (258 и 605 мс соответственно) по

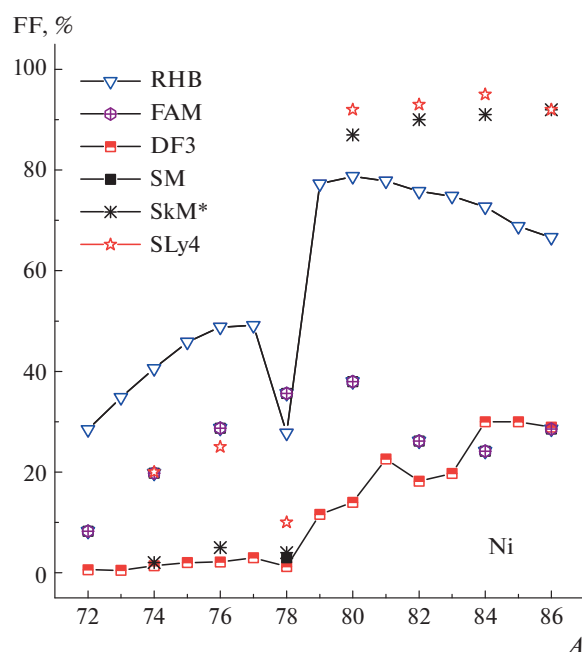


**Рис. 5.** Экспериментальные периоды полураспада изотопов Ni из [34], [32] и [21] в сравнении с теоретическими расчетами: DF3 + CQRPA, FRDM + RPA [20], RHB + RQRPA [17], SkO' + FAM [18] и SLy4 + HFB [19].

сравнению с экспериментом:  $122.2 \pm 5.1$  мс [21]. Для  $A = 79, 80$  расчет в DF3 + CQRPA переоценивает периоды в 2 раза. Возможная причина в том, что в [12] использовалось приближение для фазового фактора уникального распада, не в полной мере учитывающее возрастающую роль высокоэнергетических возбуждений с  $\Delta J = 2$  в ядрах, в которых начинается заполнение орбиталей сверх замкнутой оболочки  $N = 50$ .

#### 4.4. Баланс вкладов GT- и FF-переходов в изотопах Ni в различных *rp*QRPA-моделях

Итак, изотопическая зависимость периодов  $\beta$ -распада в значительной степени определяется конкуренцией вкладов переходов Гамова–Теллера (GT) и первой степени запрета (FF). Это особенно важно в ядрах, в которых нейтроны заполняют орбитали сверх главных оболочек и открываются FF-переходы с большими энергиями распада, превышающими энергии GT-переходов  $\omega_{FF} > \omega_{GT}$ . Важным структурным индикатором, который позволяет уточнить  $A$ -зависимость полных периодов полураспада и вероятностей мультинейтронной эмиссии, является вклад FF-распадов в полную



**Рис. 6.** Вклад FF-переходов в полные скорости  $\beta$ -распада изотопов Ni, рассчитанный в DF3 + SM [8], RHB + RQRPA [17], SkO' + FAM [18], а также в HFB + QRPA с SkM\*- и SLy4-функционалами [19].

скорость  $\beta$ -распада:  $\%FF = \lambda_{FF} / \lambda_{tot} = T_{GT} - T_{tot} / T_{GT}$ , где  $\lambda_{tot}$ ,  $\lambda_{FF}$  — полная скорость распада и скорость распада при учете только FF-переходов, а  $T_{tot}$ ,  $T_{GT}$  — полное время жизни и время жизни при учете только GT-переходов.

Как видно из рис. 6, в моделях RHB + RQRPA [17], SkO' + FAM [18], а также SLy4 + HFB + QRPA [19] предсказывается значительный вклад переходов первого запрета (от 30 до 50%) в полную скорость распада изотопов никеля при  $N < 50$ . Столь высокие значения %FF не соответствуют доступным схемам распада ядер этой области [35]. Предсказываемые в RQRPA, FAM и SLy4 + HFB + QRPA значения  $T_{1/2}$  оказываются от 13.7 до 2.0 раз выше экспериментальных. В деформированном SkM\* + HFB + QRPA-расчете [19] при столь же низком значении %FF-фактора для  $N < 50$ , как и в расчете с DF3 + CQRPA, значения  $T_{1/2}$  сильно завышены и близки к расчетам [17]. Сильная переоценка периодов полураспада при  $N < 50$  в расчетах RHB + RQRPA, FAM и SkM\* + HFB + QRPA возникает, по-видимому, в результате погрешностей в рассчитанных полных энергиях  $\beta$ -распада и вероятностях GT-переходов, что влияет на результирующий баланс вкладов GT- и FF-переходов.

Для  $N > 50$  изменяется характер запрещенного  $\beta$ -распада — открываются неуникальные распады ( $n2d_{5/2}, 2s_{1/2} \rightarrow p2p_{1/2,3/2}, 1f_{5/2}$ ). Как видим, в



расчете DF3 + CQRPA при постепенном заполнении нейтронных орбиталей возрастают рассчитанные значения фактора %FF, достигающие величины 25% при  $A = 86$ , что довольно близко к прогнозу FAM. При этом для  $A > 78$  расчеты FAM дают периоды полураспада, близкие к значениям из RNB + RQRPA, хотя разница в значениях %FF с RNB + QRPA остается очень большой. А именно, для  $N > 50$  значения %FF, рассчитанные из релятивистского функционала D3C\*, примерно в 2 раза больше, чем из DF3 и SkO'. Такие различия величин %FF в DF3 + CQRPA, RQRPA и FAM в основном связаны с различиями в прогнозируемых полных фазовых пространствах  $\beta$ -распада. При  $N > 50$  расчеты с SkO' и DF3 дают умеренный рост значений %FF (рис. 6). В то же время прогнозируемые в HFB + QRPA [19] значения %FF при  $N > 50$  гораздо выше — 85–95%. Это приводит в [19] как основной аргумент, объясняющий эффект “внезапного сокращения” периодов полураспада.

#### 4.5. Периоды $\beta$ -распада изотопов Ni в моделях, выходящих за рамки $pnQRPA$

Обращает на себя внимание, что (в отличие от DF3 + CQRPA) для описания экспериментальной величины  $T_{1/2}$  в  $^{79,80}\text{Ni}$  в расчете HFB + QRPA [19] требуется очень сильное (до фактора 10) подавление периода за счет FF-распадов. Столь высокая степень перенормировки не оставляет места для альтернативных механизмов сокращения периодов  $\beta$ -распада, в частности, для важного вклада квазичастично-фононного взаимодействия, учет которого означает выход за рамки  $pnQRPA$ -подхода.

Как было впервые показано в [22], включение в рассмотрение многофононных конфигураций приводит к фрагментации и смягчению распределения вероятности переходов в окне  $\beta$ -распада и, соответственно, к более коротким периодам полураспада. Самосогласованная модель  $\beta$ -распада с фонон-фононным взаимодействием (PPC) была предложена в рамках FRSA + PPC-модели [22], а для ядер со спариванием — в QFRSA + PPC-модели [36].

Несколько самосогласованных моделей  $\beta$ -распада используют механизм квазичастично-фононного взаимодействия (PVC): RPA + PVC [37], QRPA + PVC [38]. Все эти модели пока ограничены рассмотрением только разрешенных переходов Гамова–Теллера. Для изотопов никеля такое приближение более справедливо для ядер с числом нейтронов, меньшим чем  $N = 50$ . Аналогичные расчеты с учетом квазичастично-фононного взаимодействия, использующие квазичастичное

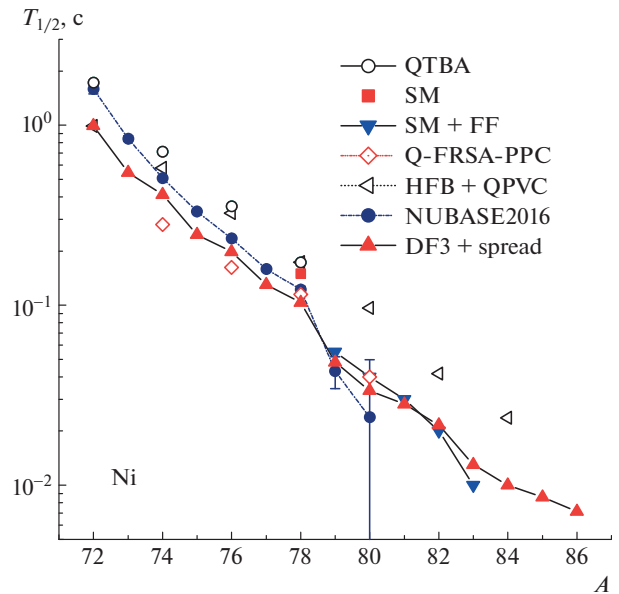


Рис. 7. Экспериментальные периоды полураспада изотопов Ni [30] по сравнению с расчетами в моделях, выходящих за рамки QRPA: DF3 + CQRPA со спариванием, RNB + RQRPA [40], HFB + QPVC [38], SM [8] (в  $^{78}\text{Ni}$ ) и NUSHELLX + CQRPA (для FF-распадов) [41].

приближение с блокировкой по времени (QTBA), развитое Целяевым в [39], сделаны недавно в [40] для нескольких изотопов Ni с  $N < 50$ .

Периоды  $\beta$ -распада для изотопической цепочки Ni, полученные в [36, 38, 40], показаны на рис. 7. В работе [38], в которой учтено квазичастично-фононное взаимодействие, период полураспада для дважды магического  $^{78}\text{Ni}$  на 50% выше экспериментального значения. Заметим, что “стартовый” период полураспада, полученный в рамках  $1p-1h$  RPA, в этих расчетах почти на порядок выше экспериментального значения [21].

Периоды полураспада в  $pnQRPA$  и их отношения к периодам, рассчитанным с учетом фононной связи, приведены в табл. 1. В приближении QFRSA включение тензорных сил значительно сокращает период полураспада уже на уровне QRPA, и дополнительный фактор уменьшения периодов за счет многофононных конфигураций в этой модели не столь высок, например, в  $^{74-80}\text{Ni}$  он составляет всего от 33% до 11% [36]. В QTBA [40] периоды полураспада в  $pnQRPA$ , рассчитанные без квазичастично-фононной связи, значительно выше, чем аналогичные величины из FRSA и QFRSA [22, 36].

Коэффициенты  $f_1$ , отражающие перенормировку спин-изоспинового отклика ядра за счет эффективных взаимодействий, в данных подходах

**Таблица 1.** Измеренные периоды полураспада изотопов Ni: а) [32], б) [21] в сравнении с расчетами в Sk – FRSA + PPC [22], RNB + QTBA [40]; приведены коэффициент перенормировки  $f1 = T_{pnQRPA}/T_{\text{theor}}$  и отношение  $f2 = T_{\text{theor}}/T_{\text{exp}}$ ; индекс “theor” обозначает FRSA + PPC или RNB + QTBA (см. в тексте ниже)

A	$T_{1/2 \text{exp}}, \text{c}$	$T(\text{QRPA})$	$T(\text{QFRSA})$	f1	f2	$T(\text{QRPA})$	$T(\text{QTBA})$	f1	f2
68	29(2) а)	—	—	—	—	25176.646	110.495	227	3.8
70	6(3) а)	—	—	—	—	1112.299	8.850	125	1.5
72	1.57(5) а)	—	—	—	—	129.388	1.725	75	1.3
74	0.5077(0.0046) б)	0.424	0.281	1.5	0.55	30.053	0.713	42	1.4
76	0.2346(0.0027) б)	0.424	0.162	1.2	0.69	8.408	0.354	22	1.6
78	0.1222(0.0051) б)	0.131	0.115	1.4	0.94	2.433	0.173	14	1.7

отличаются более чем на порядок. Перенормировка за счет взаимодействия квазичастиц с фононами в расчете QTBA более сильная. Заметим, что отношение  $f2 = T_{\text{th}}/T_{\text{exp}}$ , рассчитанное в модели QTBA, растет при приближении к заполненным оболочкам  $^{68,78}\text{Ni}$ . Поскольку для этих изотопов спин-изоспиновым взаимодействием в *pp*-канале можно пренебречь, следовало бы ожидать близкого соответствия расчетов в QTBA и *pnQRPA* или RPA. Однако результаты QTBA отличаются от экспериментальных периодов полураспада  $^{68,78}\text{Ni}$  сильнее, чем для немагических изотопов (например,  $f2 = 3.8$  для  $^{68}\text{Ni}$  и 1.3 для  $^{72}\text{Ni}$ ). Одной из возможных причин различия может быть использование в [40] экспериментальных значений  $Q_{\beta}$  вместо рассчитанных полностью самосогласованно.

На рис. 7 показаны результаты расчета для изотопов Ni в модели DF3 + CQRPA + spreading, включающей как FF-переходы, так и затухание квазичастиц. На полумикроскопическом уровне его можно учесть с помощью ширины элементарных возбуждений:  $\Gamma^{\downarrow} = \alpha E_x$  [27], где  $\alpha = 0.09$ , а  $E_x$  — энергия возбуждения в дочернем ядре. Как видно из рис. 7, в области  $^{72}\text{Ni}$ , где величины  $Q_{\beta}$  малы, введение затухания приводит к сокращению периодов. Недооценка экспериментальных периодов (до 50%) не принципиальна — это следствие использования константы спин-изоспинового взаимодействия, найденной в *1p–1h*-приближении DF3 + CQRPA из условия описания GTR в единственном ядре  $^{208}\text{Pb}$ . Соответствующей перенормировки константы для модели DF3 + CQRPA + spreading в настоящем расчете не производилось, но в области  $A > 78$ , где вклад GT-переходов конкурирует с вкладами FF-переходов эффект перенормировки должен быть слабее, чем для  $A < 78$ .

Для изотопов с  $A \geq 78$  расчет с  $\Gamma^{\downarrow}$  уменьшает периоды  $\beta$ -распада по сравнению с настоящим CQRPA-расчетом. В GT-приближении время

жизни изотопа  $^{80}\text{Ni}$  составляет 0.36 с, что на 39% короче, чем в QRPA (0.59 с). Дальнейшее уменьшение величины  $T_{1/2}$  в  $^{80}\text{Ni}$  из-за FF-переходов с  $\Delta J = 0–2$  составляет 6.2%, и в результате получаем 33.5 с по сравнению с 23.9 + 26–17.2 с. Экспериментальные данные хорошо описываются в рамках “гибридной модели” [41], использующей оболочечную модель NUSHELX [42] для GT-переходов и скорости FF-распадов, рассчитанные в DF3 + CQRPA.

Основной вывод нашего расчета — впервые показано, что при одновременном учете вклада сложных конфигураций, а также GT- и FF-переходов удастся, по крайней мере на качественном уровне, описать изотопическую зависимость периодов  $\beta$ -распада в цепочке изотопов Ni как при  $N < 50$ , так и при  $N > 50$  [21].

Как дополнительный фактор уменьшения периодов  $\beta$ -распада следует упомянуть недостаточно исследованную роль спиновой инверсии в формировании изотопической зависимости периодов  $\beta$ -распада. В подходе FRDM [20] предсказывается последовательная инверсия спинов основных состояний изотопов Ni с  $A = 79–81$  ( $J^{\pi}$  от  $5/2^+$  до  $1/2^+$ ) и для  $A = 83–85$  ( $J^{\pi}$  от  $5/2^+$  до  $7/2^+$ ). Как показано в [43, 44], в областях спиновой инверсии может появляться характерная стабилизация периодов полураспада, а в соседних изотопах их резкий спад.

Наконец, нерегулярности в изотопической зависимости периодов  $\beta$ -распада возможны и за счет “внезапного” возникновения деформации в родительских или дочерних ядрах-изобарах. Расчеты в аксиально-деформированном HFB-приближении [19] предсказывают сферическую форму изотопов Ni при  $N > 50$ , тем не менее возможность сосуществования сферической и деформированной форм в изотопах Ni с  $N > 50$  широко обсуждается в литературе [23, 24].

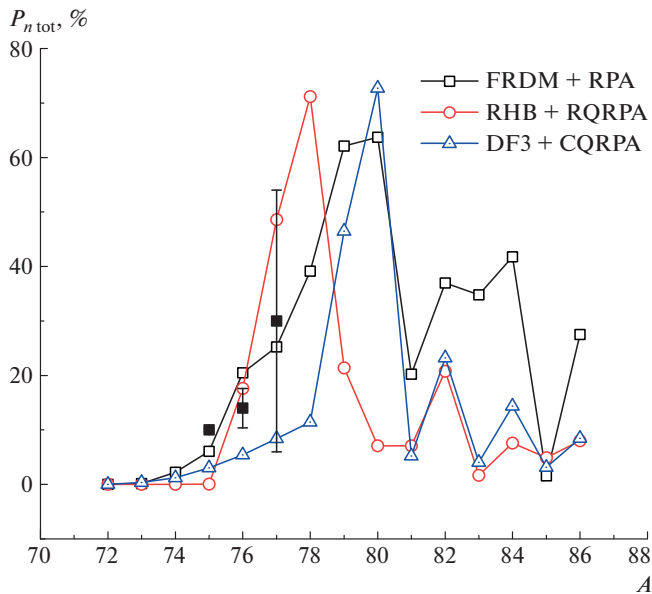


Рис. 8. Полные вероятности эмиссии запаздывающих нейтронов  $P_{ntot}$  в DF3 + CQRPA [45], RHB + RQRPA [17], FRDM + RPA [20] в сравнении с экспериментом [32].

#### 4.6. Вероятности эмиссии запаздывающих нейтронов в изотопах Ni

Дополнительная информация о природе эффекта ускорения  $\beta$ -распада может быть получена из совместного анализа периодов полураспада ( $T_{1/2}$ ) и вероятностей мультинейтронной эмиссии  $\beta$ -задержанных нейтронов ( $P_{xn}$ ). На рис. 8 сравниваются с экспериментом [32] полные вероятности эмиссии запаздывающих нейтронов  $P_{ntot}$ , полученные в DF3 + CQRPA [45], RHB + RQRPA [17], FRDM + RPA [20], рассчитанные без учета конкуренции нейтронной и гамма-эмиссии (приближение “отсечки” — см. обсуждение в [46, 47]). Видно, что величины  $P_{ntot}$  в DF3 + CQRPA [45] и RHB + RQRPA [17] различаются: их максимумы отвечают разным массовым числам. Изотопические зависимости величин  $P_{ntot}$ , рассчитанные в [20] и [45], согласуются между собой.

Нерегулярное поведение энергий отделения нейтрона  $S_n$  в зависимости от числа нейтронов в сочетании с плавной зависимостью энергий наиболее интенсивных GT-переходов в низколежащие состояния в дочерних ядрах приводит к “скачкам” величин  $P_{xn}$  в изотопах Ni при  $N > 50$ . Максимумы в изотопической зависимости  $P_{ntot}$ , рассчитанные в [20, 45], соответствуют резкому уменьшению периодов полураспада при  $N > 50$ .

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Существующие расхождения расчетов характеристик  $\beta$ -распада различными самосогласованны-

ми моделями, особенно в областях вблизи замкнутых оболочек, вызваны, в частности, тем, что используемые функционалы плотности энергии дают различные полные энергии  $\beta$ -распада  $Q_\beta$ , пороги эмиссии нейтронов и одночастичные уровни. Недооценка полной энергии распада и отклонения от экспериментальных одночастичных энергий транслируются в силовые функции  $\beta$ -распада и искажают времена жизни и вероятности эмиссии запаздывающих нейтронов. Таким образом, надежность полностью микроскопических моделей  $\beta$ -распада сильно зависит от качества предсказания свойств основных состояний.

Рассчитываемые свойства  $\beta$ -распада обнаруживают также сильную чувствительность к конкуренции различных вкладов: GT-переходов, FF-переходов и сложных конфигураций. Настоящий расчет, описывающий свойства основных состояний в рамках функционала Фаянса, а также свойства возбужденных состояний в рамках CQRPA, показывает, что одновременный учет вклада первых запрещенных распадов и конфигураций более высокого порядка в полную скорость  $\beta$ -распада достаточен для объяснения так называемого внезапного сокращения периодов  $\beta$ -распада при пересечении основной нейтронной оболочки  $N = 50$  в области  $^{78}\text{Ni}$ . Дополнительная информация о природе эффекта ускорения  $\beta$ -распада может быть получена из сравнения с экспериментом более широкого набора данных: времен жизни  $T_{1/2}$ , величин  $P_{xn}$  и факторов %FF, рассчитанных в [19, 17, 20, 45, 36].

Микроскопические модели запрещенного  $\beta$ -распада [12, 17–19] различаются в учете перенормировки (за счет ядерной среды) зависящих от переданного спина мультипольных операторов. Детальное сравнение значений  $P_{xn}$ , соответствующих расчетам [17, 45] и [19], могло бы дать более точную информацию о вкладе запрещенных переходов в так называемый эффект внезапного сокращения периодов полураспада в области  $Z \approx 28$ ,  $N > 50$  [21].

Необходим также учет FF-переходов в самосогласованных моделях  $\beta$ -распада, выходящих за рамки QRPA и включающих фонон-фононные корреляции в формализме PPC [36] и квазичастично-фононные корреляции в формализме PVC [38] или QTBA [39, 40]. Это увеличило бы предсказательную силу данных моделей.

Для развития самосогласованного подхода необходимо совершенствование структуры ядерных энергетических функционалов плотности. Значительное внимание привлечено в последнее время к функционалу Фаянса, включающему новые спаривательные и поверхностные компоненты,

зависящие от градиента плотности. Это дает прекрасное одновременное описание четно-нечетных эффектов (staggering) в изотопической зависимости ядерных зарядовых радиусов (см. обзор [29] и [48]), а также полных энергий  $\beta$ -распада и порогов эмиссии запаздывающих нейтронов  $Q_\beta$ ,  $S_{xn}$ .

Серия недавних работ посвящена новым экспериментам по измерениям зарядовых радиусов с помощью резонансной лазерной спектроскопии (см. ссылки в [49]) и их анализу в рамках функционала Фаянса с учетом квазичастично-фононных корреляций [50], а также с использованием так называемого гибридного функционала плотности  $Fy(\nabla r)$  [48]. В нем использована “нормальная” часть функционала Скирма и спаривательная часть функционала Фаянса, включающая зависимость от градиента плотности.

Актуально дальнейшее уточнение формы и параметров спаривательной части функционала Фаянса для универсального описания четно-нечетного эффекта в коррелирующих величинах — зарядовых радиусах и полных энергиях  $\beta$ -распада  $Q_\beta$ . В этой связи представляет интерес более детально изучить влияние зависимости спаривательных и поверхностных компонентов энергетического функционала от градиента плотности на периоды  $\beta$ -распада и вероятности эмиссии нейтронов [44].

Кроме анализа интегральных характеристик  $\beta$ -распада, необходимы также новые исследования изобар-аналоговых и GT-резонансов в реакциях типа ( $p$ ,  $n$ ), особенно в областях ядерной карты, содержащих наиболее нейтронно-избыточные ядра. Представляет интерес более детальный анализ корреляций между характеристиками изоспиновых и спин-изоспиновых возбуждений и так называемой нейтронной шубой (разностью между среднеквадратичными радиусами нейтронов и протонов), связанной с энергией симметрии ядра и ее производной по плотности вблизи точки насыщения. Таким образом, изучение изоспиновых и спин-изоспиновых возбуждений помогает уточнить эти важные компоненты уравнений состояния ядерной и нейтронной материи, знание которых необходимо для астрофизического моделирования процесса слияния нейтронных звезд.

Автор благодарит Ю.С. Лютостанского и С.В. Толоконникова за полезные обсуждения. Работа была частично поддержана грантами Российского фонда фундаментальных исследований (РФФИ 18-02-00670) и Отделения нейтринных процессов НИЦ “Курчатовский институт”. Автор благодарен МАГАТЭ за поддержку участия в работе 2-го и 3-его Координационных совещаний по исследовательскому проекту “Development of a Reference Database for Beta-Delayed Neutron Emission”.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. В. Е. Фортон, Б. Ю. Шарков, Х. Штокер, УФН **182**, 621 (2012) [Phys. Usp. **55**, 582 (2012)].
2. <https://fribusers.org/documents/2019/FRIB400-Upgrade.pdf>
3. Проект “Центр исследований экстремальных световых полей XCELS” — ИПФ РАН, <http://www.xcels.iapras.ru>
4. Л. В. Григоренко, Б. Ю. Шарков, А. С. Фомичев, А. Л. Барабанов, В. Барг, А. А. Безбах, С. Л. Богомолов, М. С. Головкин, А. В. Горшков, С. Н. Дмитриев, В. К. Ерёмин, С. Н. Ершов, М. В. Жуков, И. В. Калагин, А. В. Карпов, Т. Катаяма и др., УФН **189**, 721 (2019) [Phys. Usp. **62**, 675 (2019)].
5. L. Shtul, in *Proceedings of the 10th International Conference on Direct Reactions with Exotic Beams (DREB2018)*, p. 102.
6. R. Reifarth and Yu. A. Litvinov, Phys. Rev. ST Accel. Beams **17**, 014701 (2014).
7. И. Н. Борзов, С. В. Толоконников, ЯФ **82**, 471 (2019) [Phys. At. Nucl. **82**, 560 (2019)].
8. Q. Zhi, E. Caurier, J. J. Cuenca-García, K. Langanke, G. Martínez-Pinedo, and K. Sieja, Phys. Rev. C **87**, 025803 (2013).
9. *Energy Density Functional Methods for Atomic Nuclei*, Ed. by N. Schunck (IOP Publ., 2019).
10. S. A. Fayans, S. V. Tolokonnikov, E. L. Trykov, and D. Zawischa, Nucl. Phys. A **676**, 49 (2000).
11. I. N. Borzov, S. A. Fayans, E. Krömer, and D. Zawischa, Z. Phys. A **355**, 117 (1996).
12. I. N. Borzov, Phys. Rev. C **67**, 025802 (2003).
13. И. Н. Борзов, Э. Е. Сперштейн, С. В. Толоконников, С. А. Фаянс, ЭЧАЯ **12**, 848 (1981).
14. I. N. Borzov and S. Goriely, Phys. Rev. C **62**, 035501 (2000).
15. I. N. Borzov, E. E. Saperstein, S. V. Tolokonnikov, G. Neyens, and N. Severijns, Eur. Phys. J. A **45**, 159 (2010).
16. A. B. D'yachkov, V. A. Firsov, A. A. Gorkunov, A. V. Labozin, S. M. Mironov, E. E. Saperstein, S. V. Tolokonnikov, G. O. Tsvetkov, and V. Y. Panchenko, Eur. Phys. J. A **53**, 13 (2017).
17. T. Marketin, L. Huther, and G. Martínez-Pinedo, Phys. Rev. C **93**, 025805 (2016).
18. M. T. Mustonen, T. Shafer, Z. Zenginerler, and J. Engel, Phys. Rev. C **90**, 024308 (2014).
19. K. Yoshida, Phys. Rev. C **99**, 025805 (2019).
20. P. Möller, M. R. Mumpower, T. Kawano, and W. D. Myers, At. Data Nucl. Data Tables **125**, 1 (2019).
21. Z. Y. Xu *et al.*, Phys. Rev. Lett. **113**, 032505 (2014).
22. A. P. Severyukhin, V. V. Voronov, I. N. Borzov, N. N. Arsenyev, and Nguyen Van Giai, Phys. Rev. C **90**, 044320 (2014).
23. F. Nowacki, A. Poves, E. Caurier, and B. Bounthong, arXiv: 1605.05103 [nucl-th].
24. T. S. Santamaria, P. Doornbal, *et al.*, Nature Phys. **53**, 569 (2019).
25. A. B. Migdal, *Finite Fermi-System Theory*, 2nd ed. (Наука, Москва, 1983).

26. J. Margueron, S. Goriely, M. Grasso, G. Colò, and H. Sagawa, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **36**, 125103 (2009).
27. G. F. Bertsch and R. A. Broglia, *Oscillations in Finite Quantum Systems* (Cambridge Univ. Press, 1994).
28. G. V. Kolomyitsev, M. L. Gorelik, and M. H. Urin, *Eur. Phys. J.* **54**, 228 (2018).
29. Э. Е. Саперштейн, С. В. Толоконников, *ЯФ* **79**, 703 (2016) [*Phys. At. Nucl.* **79**, 1030 (2016)].
30. X. Z. Liang, B. Singh, *et al.*, *Nucl. Data Sheets* (2020) (in press).
31. W. J. Huang, G. Audi, F. G. Kondev, W. J. Huang, S. Naimi, and Xing Xu (AME-2016), *Chin. Phys. C* **41**, 030002 (2017).
32. G. Audi, F. G. Kondev, Meng Wang, W. J. Huang, and S. Naimi, *Chin. Phys. C* **41**, 030001 (2017).
33. I. S. Towner, E. K. Warburton, and G. T. Garvey, *Ann. Phys. (N.Y.)* **66**, 674 (1971).
34. P. T. Hosmer, H. Schatz, A. Aprahamian, O. Arndt, R. R. C. Clement, A. Estrade, K.-L. Kratz, S. N. Liddick, P. F. Mantica, W. F. Mueller, F. Montes, A. C. Morton, M. Ouellette, E. Pellegrini, B. Pfeiffer, P. Reeder, *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 112501 (2005).
35. <http://nndc.bnl.gov>
36. Е. О. Сушенок, А. П. Северюхин, Н. Н. Арсеньев, И. Н. Борзов, *ЯФ* **81**, 17 (2018) [*Phys. At. Nucl.* **81**, 24 (2018)].
37. Y. F. Niu, Z. M. Niu, G. Colò, and E. Vigezzi, *Phys. Rev. Lett.* **114**, 142501 (2015).
38. Y. F. Niu, Z. M. Niu, G. Colò, and E. Vigezzi, *Phys. Lett. B* **780**, 325 (2018).
39. V. I. Tselyaev, *Phys. Rev. C* **75**, 024306 (2007).
40. C. Robin and E. Litvinova, *Eur. Phys. J. A* **52**, 205 (2016).
41. M. F. Alshudifat, R. Grzywacz, M. Madurga, C. J. Gross, K. P. Rykaczewski, J. C. Batchelder, C. Bingham, I. N. Borzov, N. T. Brewer, L. Cartegni, A. Fijałkowska, J. H. Hamilton, J. K. Hwang, S. V. Ilyushkin, *et al.*, *Phys. Rev. C* **93**, 044325 (2016).
42. B. A. Brown and W. D. M. Rae, *Nucl. Data Sheets* **120**, 115 (2014).
43. I. N. Borzov, *Phys. At. Nucl.* **79**, 910 (2016).
44. И. Н. Борзов, *ЯФ* **81**, 627 (2018) [*Phys. At. Nucl.* **81**, 680 (2018)].
45. I. N. Borzov, in *Proceedings of the International Symposium on Exotic Nuclei (EXON-2018), Petrozavodsk, Russia* (2019).
46. M. R. Mumpower, T. Kawano, and P. Möller, *Phys. Rev. C* **94**, 064317 (2016).
47. R. Yokohama, R. Grzywacz, B. C. Rasco, N. Brewer, K. P. Rykaczewski, I. Dillmann, J. L. Tain, S. Nishimura, D. S. Ahn, A. Algora, J. M. Allmond, J. Agramunt, H. Baba, S. Bae, C. G. Bruno, R. Caballero-Folch, *et al.*, *Phys. Rev. C* **100**, 031302(R) (2019).
48. P.-G. Reinhard and W. Nazarewicz, *Phys. Rev. C* **95**, 064328 (2017).
49. R. P. de Groote, J. Billowes, C. L. Binnersley, M. L. Bissell, T. E. Cocolios, T. Day Goodacre, G. J. Farooq-Smith, D. V. Fedorov, K. T. Flanagan, S. Franchoo, R. F. Garcia Ruiz, W. Gins, J. D. Holt, Á. Koszorús, K. M. Lynch, T. Miyagi, *et al.*, <https://doi.org/10.1038/s41567-020-0868-y>
50. Э. Е. Саперштейн, И. Н. Борзов, С. В. Толоконников, Письма в ЖЭТФ **104**, 216 (2016) [*JETP Lett.* **104**, 218 (2016)].

## GLOBAL CALCULATIONS OF THE BETA DECAY PROPERTIES WITH THE FAYANS FUNCTIONAL

I. N. Borzov<sup>1),2)</sup>

<sup>1)</sup> National Research Center “Kurchatov Institute”, Moscow, Russia

<sup>2)</sup> Bogoliubov Laboratory of Theoretical Physics, Joint Institute for Nuclear Research,  
Dubna, Russia

An effective approximation to fully self-consistent global calculations of the  $\beta$ -decay properties is presented. It is based on the self-consistent description of the ground states within the Fayans energy-density functional (DF3) and continuum quasiparticle random phase approximation (QRPA). The accuracy of the DF3 + CQRPA calculations is analyzed. For more than 200 (quasi) spherical nuclei with  $Z = 18-51$  and  $T_{1/2} < 5$  s, the experimental lifetimes are described accurately up to factor 2, and the probabilities of emission of delayed neutrons are up to factor 3. A comparison with current state-of-the-art self-consistent models: spherical relativistic HB + RQRPA with D3C\* functional, deformed finite-amplitude method (FAM) with SkO' and deformed and HFB + QRPA with Sly4 Skyrme functionals Interacting Shell Model is exemplified by studying the beta-decay properties in the reference Ni isotopic chain. The main mechanisms of the “sudden shortening” of the half-lives found in RIKEN for the isotopes heavier than doubly-magic  $^{78}\text{Ni}$  are figured out. These are the contribution of the first-forbidden decays, many-particle-many hole ( $np-nh$ ) configurations effects, possible deformation and ground-state spin inversion. The emphasis is made on extreme sensitivity of the effect to the balance of the Gamow-Teller (GT) and first-forbidden (FF) decays in the total  $\beta$ -decay rate. A change in their ratio before and beyond the neutron shell crossing at  $N = 50$  is shown.

## ПОИСК ПРОЦЕССА $e^+e^- \rightarrow \eta'\gamma$ НА ДЕТЕКТОРЕ СНД

© 2020 г. М. Н. Ачасов<sup>1),2)</sup>, А. Ю. Барняков<sup>1),2)</sup>, К. И. Белобородов<sup>1),2)</sup>,  
 А. В. Бердюгин<sup>1),2)\*</sup>, Д. Е. Беркаев<sup>1),2)</sup>, А. Г. Богданчиков<sup>1)</sup>, А. А. Ботов<sup>1)</sup>,  
 В. Б. Голубев<sup>1),2)</sup>, Т. В. Димова<sup>1),2)</sup>, В. П. Дружинин<sup>1),2)</sup>, В. Н. Жабин<sup>1)</sup>,  
 Л. В. Кардапольцев<sup>1),2)</sup>, А. С. Касаев<sup>1)</sup>, А. Н. Кирпотин<sup>1)</sup>, Д. П. Коврижин<sup>1),2)</sup>,  
 И. А. Кооп<sup>1),2)</sup>, А. А. Король<sup>1),2)</sup>, А. С. Купич<sup>1)</sup>, К. А. Мартин<sup>1)</sup>, Н. А. Мельникова<sup>1),2)</sup>,  
 Н. Ю. Мучной<sup>1),2)</sup>, А. Е. Образовский<sup>1)</sup>, А. В. Отбоев<sup>1)</sup>, Е. В. Пахтусова<sup>1)</sup>,  
 К. В. Пугачев<sup>1),2)</sup>, Ю. А. Роговский<sup>1),2)</sup>, Я. С. Савченко<sup>1),2)</sup>, А. И. Сенченко<sup>1),2)</sup>,  
 С. И. Середняков<sup>1),2)</sup>, З. К. Силагадзе<sup>1),2)</sup>, И. К. Сурин<sup>1),2)</sup>, М. В. Тимошенко<sup>1)</sup>,  
 Ю. В. Усов<sup>1),2)</sup>, А. Г. Харламов<sup>1),2)</sup>, Ю. М. Шатунов<sup>1),2)</sup>, Д. Б. Шварц<sup>1),2)</sup>, Д. А. Штоль<sup>1),2)</sup>

Поступила в редакцию 02.03.2020 г.; после доработки 02.03.2020 г.; принята к публикации 02.03.2020 г.

Представлены результаты поиска процесса  $e^+e^- \rightarrow \eta'\gamma$  в эксперименте с детектором СНД на  $e^+e^-$ -коллайдере ВЭПП-2000. Использовались данные с интегральной светимостью около  $87 \text{ пб}^{-1}$ , накопленные в диапазоне энергии в системе центра масс  $\sqrt{s}$  от 1.15 до 2 ГэВ. Установлены верхние пределы на 90% уровне достоверности:  $\sigma_{\eta'\gamma} < 28 \text{ пб}$  при  $1.15 < \sqrt{s} < 1.39 \text{ ГэВ}$  и  $\sigma_{\eta'\gamma} < 12 \text{ пб}$  при  $1.39 < \sqrt{s} < 2.00 \text{ ГэВ}$ .

DOI: 10.31857/S0044002720050049

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Данная работа посвящена изучению процесса  $e^+e^- \rightarrow \eta'\gamma$  в эксперименте с детектором СНД на коллайдере ВЭПП-2000 [1] в области энергии в системе центра масс  $1.15 < \sqrt{s} < 2 \text{ ГэВ}$ . Процесс  $e^+e^- \rightarrow \eta'\gamma$  экспериментально мало исследован. Имеются данные по распадам векторных мезонов  $\phi, J/\psi, \psi(2S) \rightarrow \eta'\gamma$  [2] и измерения сечения при  $\sqrt{s} = 3.773 \text{ ГэВ}$  [3] и  $10.6 \text{ ГэВ}$  [4]. В изучаемой области энергии  $1.15\text{--}2 \text{ ГэВ}$  в  $e^+e^-$ -аннигиляции в адроны доминируют вклады возбужденных векторных резонансов семейств  $\rho, \omega$  и  $\phi$ . Поэтому можно ожидать, что сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow \eta'\gamma$  будет определяться радиационными распадами этих резонансов. Ранее в эксперименте СНД в этой области энергии были проведены измерения сечений  $e^+e^- \rightarrow \pi^0\gamma$  [5] и  $e^+e^- \rightarrow \eta\gamma$  [6]. В обеих реакциях было обнаружено превышение измеренного сечения над расчетом в рамках модели векторной доминантности с учетом только низших состояний векторных мезонов  $\rho(770), \omega(782)$  и  $\phi(1020)$ .

В частности, для реакции  $e^+e^- \rightarrow \eta\gamma$  при  $\sqrt{s} = 1.5 \text{ ГэВ}$  измеренное сечение составляет около  $35 \text{ пб}$  и на порядок превосходит вклад от низколежащих резонансов. В работе [6] это превышение интерпретировалось как проявление распадов  $\rho(1450) \rightarrow \eta\gamma$  и  $\phi(1680) \rightarrow \eta\gamma$ , амплитуды которых интерферируют друг с другом и амплитудой для  $e^+e^- \rightarrow \rho(770), \omega(782), \phi(1020) \rightarrow \eta\gamma$ .

Ниже мы используем результаты работы [6] для оценки сечения процесса  $e^+e^- \rightarrow \eta'\gamma$ . В кварковом базисе ( $|n\rangle = (|u\bar{u}\rangle + |d\bar{d}\rangle)/\sqrt{2}$ ,  $|s\rangle = |s\bar{s}\rangle$ ) волновые функции  $\eta'$ - и  $\eta$ -мезонов записываются следующим образом [7]:

$$\begin{aligned} |\eta\rangle &= \cos \phi_P |n\rangle - \sin \phi_P |s\rangle, \\ |\eta'\rangle &= \sin \phi_P |n\rangle + \cos \phi_P |s\rangle, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\phi_P \approx 42^\circ$  [8, 9] — угол смешивания. При таком угле смешивания  $\eta$ -мезон на 45%, а  $\eta'$ -мезон на 55% состоит из странных кварков. Константы связи для низколежащих векторных мезонов  $V = \rho, \omega, \phi$  приблизительно равны друг другу по модулю  $|g_{V\eta\gamma}| \approx |g_{V\eta'\gamma}|$ , но для  $\phi$ -мезона имеют разный знак [8]. Мы предполагаем, что такие же соотношения выполняются и для возбужденных резонансов. Сечение  $e^+e^- \rightarrow \eta'\gamma$  подавлено по сравнению с сечением  $e^+e^- \rightarrow \eta\gamma$  фактором  $p_{\eta'}^3/p_\eta^3$ ,

<sup>1)</sup>Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН, Новосибирск, Россия.

<sup>2)</sup>Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия.

\*E-mail: A.V.Berdyugin@inp.nsk.su

где  $p_{\eta'}$  и  $p_{\eta}$  — импульсы  $\eta'$ - и  $\eta$ -мезонов соответственно. При  $\sqrt{s} = 1.5$  ГэВ он равен 0.32. В работе [6] для описания сечения  $e^+e^- \rightarrow \eta\gamma$  выше 1.1 ГэВ использовались вклады резонансов  $\rho(1450)$  и  $\phi(1680)$ , которые интерферируют между собой деструктивно. В процессе  $e^+e^- \rightarrow \eta'\gamma$  ожидается конструктивная интерференция этих вкладов. В результате сечение для  $\eta'\gamma$  оказывается близким по величине к сечению для  $\eta\gamma$ , несмотря на упомянутое выше подавление. Например, при  $\sqrt{s} = 1.5$  ГэВ ожидается  $\sigma(e^+e^- \rightarrow \eta'\gamma) \approx 30$  пб. Статистика, накопленная на детекторе СНД, позволяет провести поиск процесса  $e^+e^- \rightarrow \eta'\gamma$  на этом уровне сечения.

## 2. ДЕТЕКТОР И ЭКСПЕРИМЕНТ

В работе анализируются данные с интегральной светимостью около  $87 \text{ пб}^{-1}$ , накопленные с детектором СНД на  $e^+e^-$ -коллайдере ВЭПП-2000 в 2010, 2011, 2012 и 2017 гг. в диапазоне энергии в системе центра масс  $\sqrt{s}$  от 1.15 до 2.05 ГэВ.

Детальное описание детектора СНД дано в работах [10]. Это немагнитный детектор, основной частью которого является трехслойный сферический электромагнитный калориметр на основе кристаллов NaI(Tl). Телесный угол калориметра составляет 95% от  $4\pi$ . Его энергетическое разрешение для фотонов равно  $\sigma_E/E = 4.2\%/\sqrt{E(\text{ГэВ})}$ , а угловое — около  $1.5^\circ$ . Направления заряженных частиц измеряются в трековой системе, состоящей из девятислойной дрейфовой камеры и пропорциональной камеры со съемом сигналов с катодных полосок. Телесный угол трековой системы составляет 94% от  $4\pi$ . Снаружи калориметр окружен мюонной системой, которая в этом анализе используется для подавления космического фона.

Поиск процесса  $e^+e^- \rightarrow \eta'\gamma$  проводится в канале распада  $\eta' \rightarrow \eta\pi^0\pi^0$  с последующими распадами  $\eta \rightarrow \gamma\gamma$ ,  $3\pi^0$  и  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ , т.е. в конечных состояниях с 7 и 11 фотонами. Поскольку события изучаемого процесса не содержат заряженных частиц, для нормировки был выбран процесс  $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ . В результате такой нормировки сокращаются систематические неопределенности, связанные с аппаратным отбором событий в системе первичного триггера, а также неопределенности, возникающие из-за наложения на изучаемые события заряженных треков от пучкового фона. Систематическая погрешность измерения светимости по процессу  $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$  была оценена в работе [11] и равна 2.2%.

В данном анализе важную роль играет моделирование фоновых процессов. Генераторы событий методом Монте-Карло для фоновых процессов включают радиационные поправки [12], в

частности, излучение дополнительного фотона из начального состояния [13]. Борновские сечения, необходимые для моделирования фона, были взяты из работ [14] для  $e^+e^- \rightarrow \omega\eta\pi^0$ , [6, 15] для  $e^+e^- \rightarrow \eta\gamma$ , [16] для  $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^0\gamma$  и  $e^+e^- \rightarrow \eta\eta\gamma$ , [17, 18] для  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0\pi^0$ , [11] для  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0$ , [19] для  $e^+e^- \rightarrow K_S K_L$ , [20, 21] для  $e^+e^- \rightarrow K_S K_L \pi^0$ , [21] для  $e^+e^- \rightarrow K_S K_L \pi^0 \pi^0$ . Приблизительно в 5% экспериментальных событий из-за наложения пучкового фона возникает дополнительный фотон. Для моделирования этого эффекта используются специальные фоновые события, записанные во время эксперимента со случайным триггером. Эти события накладываются на моделированные события.

## 3. УСЛОВИЯ ОТБОРА

Для анализа отбирались события, в которых зарегистрировано 7 или 11 нейтральных частиц, нет заряженных треков в дрейфовой камере, и не сработала мюонная система. Суммарное энерговыделение в калориметре  $E_{\text{tot}}$  и суммарный импульс  $P_{\text{tot}}$ , вычисленный по энерговыделениям в кристаллах калориметра, удовлетворяют условиям

$$\begin{aligned} 0.7\sqrt{s} < E_{\text{tot}} < 1.2\sqrt{s}, \\ P_{\text{tot}} < 0.3\sqrt{s}, \quad E_{\text{tot}} - P_{\text{tot}} > 0.7\sqrt{s}. \end{aligned} \quad (2)$$

В семифотонном событии требовалось наличие двух кандидатов в  $\pi^0$ -мезон и одного кандидата в  $\eta$ -мезон, которые определяются как пары фотонов с инвариантными массами в диапазонах  $|m_{\gamma\gamma} - m_{\pi^0}| < 35 \text{ МэВ}$  и  $|m_{\gamma\gamma} - m_{\eta}| < 50 \text{ МэВ}$  соответственно. Для отобранных таким образом событий проводилась кинематическая реконструкция в гипотезе  $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^0\pi^0\gamma \rightarrow 7\gamma$ , которая использует четыре условия сохранения энергии и импульса и три условия на инвариантные массы пар фотонов. На  $\chi^2$  кинематической накладывалось условие  $\chi_{\eta\pi^0\pi^0\gamma}^2 < 50$ .

Для семифотонных событий доминирующим источником фона при  $\sqrt{s} > 1.7$  ГэВ является процесс  $e^+e^- \rightarrow \omega\eta\pi^0$  с распадом  $\omega \rightarrow \pi^0\gamma$ , имеющий такое же конечное состояние, как и изучаемый процесс. При меньших энергиях источниками фона являются процессы  $e^+e^- \rightarrow \eta\gamma \rightarrow 3\pi^0\gamma$ ,  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0\pi^0 \rightarrow 3\pi^0\gamma$ ,  $e^+e^- \rightarrow \eta\omega \rightarrow \eta\pi^0\gamma$  и  $e^+e^- \rightarrow \eta\phi \rightarrow \eta\eta\gamma$  с распадом  $\eta \rightarrow 3\pi^0$  или  $2\gamma$  и  $e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ . В фоновых событиях от процессов с пятью фотонами в конечном состоянии дополнительные два фотона могут образовываться из-за расщепления ливня в калориметре, излучения фотонов на большой угол начальными частицами и наложения на события пучкового фона. Кроме перечисленных выше многофотонных процессов, в



фон могут давать вклады процессы с нейтральными каонами,  $e^+e^- \rightarrow K_S K_L$ ,  $K_S K_L \pi^0$  и  $K_S K_L \pi^0 \pi^0$ , с распадом  $K_S \rightarrow 2\pi^0$  и одним или несколькими кластерами в калориметре от ядерного взаимодействия  $K_L$ -мезона.

Для подавления фона накладываются еще два условия. Во-первых, отбрасываются события, в которых имеются 3 кандидата в  $\pi^0$ -мезоны, определенных выше. Во-вторых, проводится кинематическая реконструкция в гипотезе  $e^+e^- \rightarrow 7\gamma$ . По подправленным в результате реконструкции параметрам фотонов вычисляются трехфотонные инвариантные массы. Если инвариантная масса трех фотонов удовлетворяет условию  $|m_{3\gamma} - m_\omega| < < 35$  МэВ, и два из этих фотонов имеют инвариантную массу внутри диапазона  $|m_{2\gamma} - m_{\pi^0}| < < 35$  МэВ, то такое событие отбрасывается.

На рис. 1 приведено распределение по массе отдачи фотона  $M_{\text{гес } \gamma}$ , вычисленной после кинематической реконструкции в гипотезе  $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^0\pi^0\gamma$ . Экспериментальное распределение сравнивается с моделированными распределениями сигнала и ожидаемого фона.

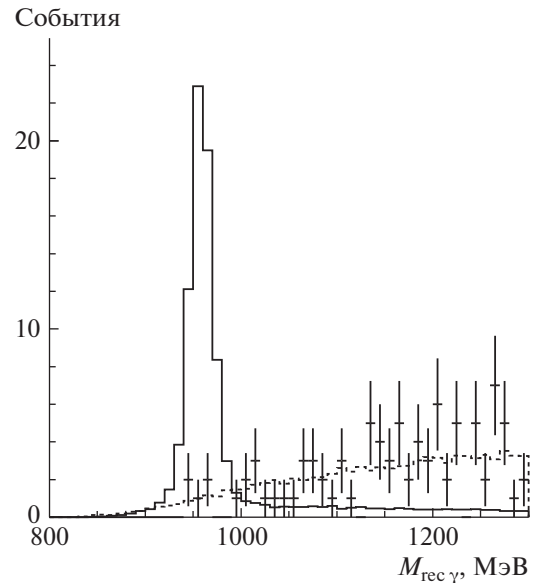
Видно, что измеренный спектр масс отдачи хорошо согласуется с расчетным спектром для моделированных фоновых событий. Окончательный отбор кандидатов в события процесса  $e^+e^- \rightarrow \eta'\gamma$  осуществляется по условию  $0.9 < M_{\text{гес } \gamma} < 1$  ГэВ. В этом диапазоне масс находятся 6 экспериментальных событий при ожидаемом числе фоновых событий  $9.3 \pm 2.1$ .

Для событий с 11 зарегистрированными фотонами проводилась кинематическая реконструкция в гипотезе  $e^+e^- \rightarrow 11\gamma$ , использующая условия сохранения энергии и импульса. На  $\chi^2$  кинематической накладывалось условие  $\chi^2_{11\gamma} < 50$ .

В одиннадцатифотонном конечном состоянии доминирующим источником фона является процесс  $e^+e^- \rightarrow \omega\eta\pi^0$  с распадами  $\omega \rightarrow \pi^0\gamma$  и  $\eta \rightarrow 3\pi^0$ . Также в фон могут давать вклад процессы  $e^+e^- \rightarrow \rightarrow \eta\eta\gamma$ ,  $e^+e^- \rightarrow K_S K_L$ ,  $K_S K_L \pi^0$  и  $K_S K_L \pi^0 \pi^0$ .

Для подавления фона от процесса  $e^+e^- \rightarrow \omega\eta\pi^0$  по подправленным в результате кинематической реконструкции параметрам фотонов вычисляются трехфотонные инвариантные массы. Если инвариантная масса трех фотонов удовлетворяет условию  $|m_{3\gamma} - m_\omega| < 35$  МэВ, и два из трех фотонов имеют инвариантную массу в диапазоне  $|m_{2\gamma} - m_{\pi^0}| < 35$  МэВ, то такое событие отбрасывается.

Моделирование показывает, что фотон отдачи в событиях процесса  $e^+e^- \rightarrow \eta'\gamma \rightarrow 11\gamma$  может быть однозначно идентифицирован как наиболее энергичный фотон в событии при энергии  $\sqrt{s} \gtrsim 1.3$  ГэВ.



**Рис. 1.** Распределение по массе отдачи фотона, вычисленной после кинематической реконструкции в гипотезе  $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^0\pi^0\gamma$ . Точки с ошибками — экспериментальные данные. Сплошная гистограмма — моделированное распределение для событий сигнала. Штриховая гистограмма — вычисленное по моделированию ожидаемое распределение для фоновых процессов.

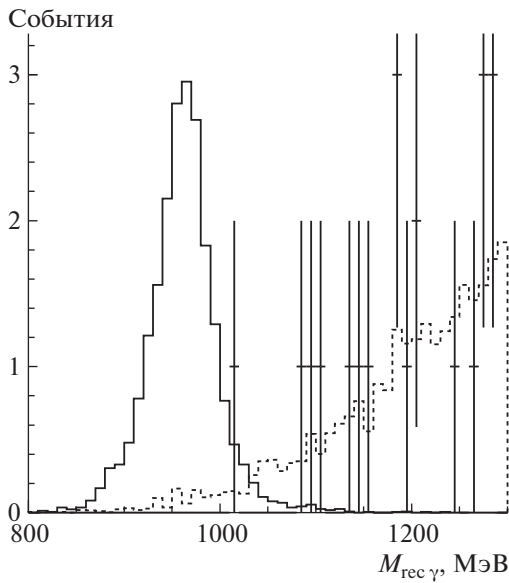
Поэтому одиннадцатифотонные события используются в анализе при  $\sqrt{s} > 1.4$  ГэВ. Распределение отобранных экспериментальных событий по массе отдачи наиболее энергичного фотона в событии  $M_{\text{гес } \gamma}$  приведено на рис. 2. Экспериментальный спектр неплохо описывается распределением для фона, полученном по моделированию. Окончательный отбор событий осуществляется по условию  $0.85 < M_{\text{гес } \gamma} < 1.05$  ГэВ. В этой области находится одно экспериментальное событие при ожидаемом фоне  $1.9 \pm 0.8$ .

#### 4. ВЕРХНИЙ ПРЕДЕЛ НА СЕЧЕНИЕ ПРОЦЕССА $e^+e^- \rightarrow \eta'\gamma$

В табл. 1 приведено распределение отобранных экспериментальных событий (сумма семи- и одиннадцатифотонных событий) по трем интервалам энергии. Там же приведены значения интегральной светимости, эффективности регистрации событий процесса  $e^+e^- \rightarrow \eta'\gamma$  и оценки числа фоновых событий. Эффективность регистрации определялась по моделированию. Систематическая неопределенность эффективности для событий многофотонных процессов не хуже 10% [11].

Источники фона и точности его оценки сильно различаются в трех энергетических интервалах. При  $\sqrt{s} < 1.39$  ГэВ ожидаемый фон составляет





**Рис. 2.** Распределение по массе отдачи наиболее энергичного фотона для событий с 11 зарегистрированными фотонами, прошедших условия отбора. Точки с ошибками — экспериментальные данные. Сплошная гистограмма — моделированное распределение для событий сигнала. Штриховая гистограмма — вычисленное по моделированию ожидаемое распределение для фоновых процессов. Распределение построено для событий с  $\sqrt{s} > 700$  МэВ.

$0.5 \pm 0.2$  события и определяется, главным образом, процессом  $e^+e^- \rightarrow \eta\gamma$ . Его доля составляет около 80%, остальные 20% происходят от процесса  $e^+e^- \rightarrow K_S K_L$ . Сечение  $e^+e^- \rightarrow \eta\gamma$  известно в области  $1.15 < \sqrt{s} < 1.4$  ГэВ с точностью 40% [6], а систематическая погрешность вклада процесса  $e^+e^- \rightarrow K_S K_L$  определяется точностью моделирования взаимодействия  $K_L$ -мезона с веществом детектора. Мы приписываем вкладам процессов с нейтральными каонами 100% неопределенность. Чтобы проверить точность оценки фона, используется расширенная область по массе отдачи

**Таблица 1.** Энергия в системе центра масс ( $\sqrt{s}$ ), интегральная светимость ( $L$ ), число отобранных экспериментальных событий ( $N$ ) и расчетное число фоновых событий ( $N_{\text{bkg}}$ ), эффективность регистрации процесса  $e^+e^- \rightarrow \eta'\gamma$  ( $\epsilon$ ), верхний предел на видимое сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow \eta'\gamma$  ( $\sigma_{\eta'\gamma}$ ) на 90% уровне достоверности

$\sqrt{s}$ , МэВ	$L$ , пб $^{-1}$	$N$	$N_{\text{bkg}}$	$\epsilon$ , %	$\sigma_{\eta'\gamma}$ , пб
1150–1390	16.2	1	$0.5 \pm 0.2$	0.75	<28
1390–1690	19.4	0	$2.2 \pm 1.1$	0.96	<12
1690–2000	51.2	6	$6.9 \pm 0.8$	0.60	<12

$0.8 < M_{\text{гес } \gamma} < 1.3$  ГэВ. При  $\sqrt{s} < 1.39$  ГэВ в этой области находятся 6 экспериментальных событий при расчетном фоне  $2.5 \pm 1.0$ . Можно сделать вывод, что моделирование по крайней мере не завышает уровень фона.

Для интервала  $1.39 < \sqrt{s} < 1.69$  ГэВ расчетный фон составляет  $2.2 \pm 1.1$  события в сигнальной области по массе отдачи и  $19 \pm 12$  в расширенной. Число экспериментальных событий в сигнальной и расширенной областях равно 0 и 29 соответственно. В этом диапазоне энергии около 50% фона происходит от процессов с нейтральными каонами. С учетом большой систематической неопределенности фона наблюдаемые числа экспериментальных событий не противоречат расчетным.

В интервале  $1.69 < \sqrt{s} < 2.0$  ГэВ число экспериментальных событий в сигнальной и расширенной областях по массе отдачи составляет 6 и 75, а расчетный фон —  $8.5 \pm 2.0$  и  $93 \pm 22$  соответственно. В фоне с долей около 90% доминирует процесс  $e^+e^- \rightarrow \omega\eta\pi^0$ , сечение которого известно с точностью около 25% [14]. Отношение чисел моделированных и экспериментальных событий в расширенной области по массе отдачи  $0.8 < M_{\text{гес } \gamma} < 1.3$  ГэВ, равное  $1.24 \pm 0.14$ , используется для поправки расчетного фона в сигнальной области. Полученная оценка фона равна  $6.9 \pm 0.8$  событий.

В шестом столбце табл. 1 приведены верхние пределы на 90% уровне достоверности на среднее сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow \eta'\gamma$  в трех интервалах энергии. Пределы установлены с помощью метода, описанного в работе [22], который учитывает погрешности в определении уровня фона и эффективности регистрации. В интервале энергии  $1.39 < \sqrt{s} < 1.69$  ГэВ число отобранных кандидатов в события процесса  $e^+e^- \rightarrow \eta'\gamma$  равно 0. В этом интервале мы использовали консервативный подход к установке верхнего предела, полагая, что ожидаемый фон равен нулю.

Сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow \eta'\gamma$ , оцененное, как описано во введении, по сечению  $e^+e^- \rightarrow \eta\gamma$ , измеренному в работе [6], составляет около 15 пб при  $\sqrt{s} = 1.25$  ГэВ, около 30 пб при  $\sqrt{s} = 1.55$  ГэВ и около 10 пб при  $\sqrt{s} = 1.85$  ГэВ. Приведенные в табл. 1 верхние пределы превышают эту оценку в первом и третьем интервале. В интервале  $1.39 < \sqrt{s} < 1.69$  ГэВ верхний предел более, чем в два раза меньше нашей оценки сечения процесса  $e^+e^- \rightarrow \eta'\gamma$ .

В ближайшее время по процессу  $e^+e^- \rightarrow \eta\gamma$  предполагается проанализировать данные, накопленные детектором СНД в 2017, 2018, 2019 гг. Это в несколько раз увеличит статистику для измерения сечения  $e^+e^- \rightarrow \eta\gamma$ , позволит уточнить модель для

описания его энергетической зависимости, а также и предсказания для процесса  $e^+e^- \rightarrow \eta'\gamma$ .

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе представлены результаты поиска процесса  $e^+e^- \rightarrow \eta'\gamma$  в диапазоне энергий от 1.15 до 2 ГэВ в системе центра масс. Анализировались данные с интегральной светимостью  $87 \text{ пб}^{-1}$ , накопленные в эксперименте с детектором СНД на  $e^+e^-$ -коллайдере ВЭПП-2000 в 2010, 2011, 2012 и 2017 гг. Для поиска использовался канал распада  $\eta' \rightarrow \eta\pi^0\pi^0$  с последующими распадами  $\eta \rightarrow \gamma\gamma$  и  $3\pi^0$ . Событий процесса  $e^+e^- \rightarrow \eta'\gamma$  обнаружить не удалось. Получены верхние пределы на его сечение на уровне достоверности 90% для трех интервалов энергии: 28 пб при  $1.15 < \sqrt{s} < 1.39$  ГэВ, 12 пб при  $1.39 < \sqrt{s} < 1.69$  ГэВ и 12 пб при  $1.69 < \sqrt{s} < 2.00$  ГэВ.

Работа выполнена на базе УНУ “Комплекс ВЭПП-4 — ВЭПП-2000”.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. P. Yu. Shatunov, D. E. Berkaev, Yu. M. Zharinov, I. M. Zemlyansky, A. S. Kasaev, A. N. Kirpotin, I. A. Koop, A. P. Lysenko, A. V. Otboev, E. A. Perevedentsev, V. P. Prosvetov, Yu. A. Rogovsky, A. L. Romanov, A. I. Senchenko, A. N. Skrinsky, Yu. M. Shatunov, and D. B. Shwartz, *Phys. Part. Nucl. Lett.* **13**, 995 (2016).
2. M. Tanabashi *et al.* (Particle Data Group), *Phys. Rev. D* **98**, 030001 (2018).
3. T. K. Pedlar *et al.* (CLEO Collab.), *Phys. Rev. D* **79**, 111101 (2009).
4. B. Aubert *et al.* (BABAR Collab.), *Phys. Rev. D* **74**, 012002 (2006).
5. M. N. Achasov *et al.* (SND Collab.), *Phys. Rev. D* **98**, 112001 (2018).
6. M. N. Achasov *et al.* (SND Collab.), *Phys. Rev. D* **90**, 032002 (2014).
7. Th. Feldmann, P. Kroll, and B. Stech, *Phys. Rev. D* **58**, 114006 (1998).
8. R. Escribano and J. Nadal, *JHEP* **0705**, 006 (2007).
9. C. E. Thomas, *JHEP* **0710**, 026 (2007).
10. M. N. Achasov, D. E. Berkaev, A. G. Bogdanchikov, D. A. Bukin, I. A. Koop, A. A. Korol, S. V. Koshuba, D. P. Kovrizhin, A. V. Otboev, E. A. Perevedentsev, Yu. A. Rogovsky, A. L. Romanov, P. Yu. Shatunov, Yu. M. Shatunov, D. B. Shwartz, A. A. Valkovich, and I. M. Zemlyansky, *Nucl. Instrum. Methods A* **598**, 31 (2009); V. M. Aulchenko, A. G. Bogdanchikov, A. A. Botov, A. D. Bukin, D. A. Bukin, T. V. Dimova, V. P. Druzhinin, P. V. Filatov, V. B. Golubev, A. G. Kharlamov, A. A. Korol, S. V. Koshuba, A. E. Obrazovskiy, E. V. Pakhtusova, V. M. Popov, S. I. Serebnyakov, *et al.*, *Nucl. Instrum. Methods A* **598**, 102 (2009); M. Yu. Barnyakov, K. I. Beloborodov, V. S. Bobrovnikov, A. R. Buzykaev, A. F. Danilyuk, V. B. Golubev, V. L. Kirillov, S. A. Kononov, E. A. Kravchenko, A. P. Onuchin, K. A. Martin, S. I. Serebnyakov, and V. M. Vesenev, *Nucl. Instrum. Methods A* **598**, 163 (2009); A. G. Bogdanchikov, A. A. Botov, D. A. Bukin, M. A. Bukin, E. A. Chekushkin, T. V. Dimova, V. P. Druzhinin, A. A. Korol, S. V. Koshuba, A. I. Tekutiev, and Yu. V. Usov, *Nucl. Instrum. Methods A* **598**, 340 (2009).
11. M. N. Achasov *et al.* (SND Collab.), *Phys. Rev. D* **88**, 054013 (2013); M. N. Achasov, A. Yu. Barnyakov, K. I. Beloborodov, A. V. Berdyugin, D. E. Berkaev, A. G. Bogdanchikov, A. A. Botov, T. V. Dimova, V. P. Druzhinin, V. B. Golubev, L. V. Kardapoltsev, A. S. Kasaev, A. G. Kharlamov, A. N. Kirpotin, D. P. Kovrizhin, I. A. Koop, *et al.*, *Phys. Rev. D* **94**, 112001 (2016).
12. Э. А. Кураев, В. С. Фадин, *ЯФ* **41**, 733 (1985) [*Sov. J. Nucl. Phys.* **41**, 466 (1985)].
13. G. Bonneau and F. Martin, *Nucl. Phys. B* **27**, 381 (1971).
14. M. N. Achasov, V. M. Aulchenko, A. Yu. Barnyakov, K. I. Beloborodov, A. V. Berdyugin, D. E. Berkaev, A. G. Bogdanchikov, A. A. Botov, T. V. Dimova, V. P. Druzhinin, V. B. Golubev, L. V. Kardapoltsev, A. G. Kharlamov, I. A. Koop, A. A. Korol, D. P. Kovrizhin, *et al.*, *Phys. Rev. D* **94**, 032010 (2016).
15. M. N. Achasov *et al.* (SND Collab.), *Phys. Rev. D* **76**, 077101 (2007).
16. M. N. Achasov, A. Yu. Barnyakov, K. I. Beloborodov, A. V. Berdyugin, A. G. Bogdanchikov, A. A. Botov, T. V. Dimova, V. P. Druzhinin, V. B. Golubev, L. V. Kardapoltsev, A. G. Kharlamov, A. A. Korol, S. V. Koshuba, D. P. Kovrizhin, A. S. Kupich, R. A. Litvinov, *et al.*, *Phys. Rev. D* **99**, 112004 (2019).
17. R. R. Akhmetshin *et al.* (CMD-2 Collab.), *Phys. Lett. B* **489**, 125 (2000).
18. B. Aubert *et al.* (BABAR Collab.), *Phys. Rev. D* **76**, 092005 (2007).
19. J. P. Lees *et al.* (BABAR Collab.), *Phys. Rev. D* **89**, 092002 (2014).
20. M. N. Achasov, V. M. Aulchenko, A. Yu. Barnyakov, K. I. Beloborodov, A. V. Berdyugin, D. E. Berkaev, A. G. Bogdanchikov, A. A. Botov, T. V. Dimova, V. P. Druzhinin, V. B. Golubev, L. V. Kardapoltsev, A. S. Kasaev, A. G. Kharlamov, A. N. Kirpotin, I. A. Koop, *et al.*, *Phys. Rev. D* **97**, 032011 (2018).
21. J. P. Lees *et al.* (BaBar Collab.), *Phys. Rev. D* **95**, 052001 (2017).
22. R. Barlow, *Comput. Phys. Commun.* **149**, 97 (2002).

## SEARCH FOR THE PROCESS $e^+e^- \rightarrow \eta'\gamma$ AT THE SND DETECTOR

**M. N. Achasov<sup>1),2)</sup>, A. Yu. Barnyakov<sup>1),2)</sup>, K. I. Beloborodov<sup>1),2)</sup>, A. V. Berdyugin<sup>1),2)</sup>,  
**D. E. Berkaev<sup>1),2)</sup>, A. G. Bogdanchikov<sup>1)</sup>, A. A. Botov<sup>1)</sup>, V. B. Golubev<sup>1),2)</sup>, T. V. Dimova<sup>1),2)</sup>,  
**V. P. Druzhinin<sup>1),2)</sup>, V. N. Zhabin<sup>1)</sup>, L. V. Kardapoltsev<sup>1),2)</sup>, A. S. Kasaev<sup>1)</sup>, A. N. Kyrpotin<sup>1)</sup>,  
**D. P. Kovrizhin<sup>1),2)</sup>, I. A. Koop<sup>1),2)</sup>, A. A. Korol<sup>1),2)</sup>, A. S. Kupich<sup>1)</sup>, K. A. Martin<sup>1)</sup>,  
**N. A. Melnikova<sup>1),2)</sup>, N. Yu. Muchnoi<sup>1),2)</sup>, A. E. Obrazovskiy<sup>1)</sup>, A. V. Otboev<sup>1)</sup>,  
**E. V. Pakhtusova<sup>1)</sup>, K. V. Pugachev<sup>1),2)</sup>, Yu. A. Rogovsky<sup>1),2)</sup>, Ya. S. Savchenko<sup>1),2)</sup>,  
**A. I. Senchenko<sup>1),2)</sup>, S. I. Serednyakov<sup>1),2)</sup>, Z. K. Silagadze<sup>1),2)</sup>, I. K. Surin<sup>1),2)</sup>,  
**M. V. Timoshenko<sup>1)</sup>, Yu. V. Usov<sup>1),2)</sup>, A. G. Kharlamov<sup>1),2)</sup>, Yu. M. Shatunov<sup>1),2)</sup>,  
**D. B. Shwartz<sup>1),2)</sup>, D. A. Shtol<sup>1),2)</sup>******************

<sup>1)</sup>*Budker Institute of Nuclear Physics of SB RAS, Novosibirsk, Russia*

<sup>2)</sup>*Novosibirsk State University, Novosibirsk, Russia*

The results of the search for the process  $e^+e^- \rightarrow \eta'\gamma$  with the SND detector at the VEPP-2000  $e^+e^-$  collider are presented. The data sample with an integrated luminosity of  $87 \text{ pb}^{-1}$  recorded in the center-of-mass energy region from 1.15 up to 2 GeV is used in this analysis. Upper limits are established at a 90% confidence level:  $\sigma_{\eta'\gamma} < 28 \text{ pb}$  at  $1.15 < \sqrt{s} < 1.39 \text{ GeV}$  and  $\sigma_{\eta'\gamma} < 12 \text{ pb}$  at  $1.39 < \sqrt{s} < 2.00 \text{ GeV}$ .

## СОВМЕСТНОЕ ОПИСАНИЕ ПОЛНЫХ, ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СЕЧЕНИЙ И $\rho$ -ПАРАМЕТРА $p(\bar{p})p$ -РАССЕЯНИЙ В ИНТЕРВАЛЕ ЭНЕРГИЙ $\sqrt{s} \geq 7$ ГэВ И ПРИ ВСЕХ $t < 0$

© 2020 г. В. И. Белоусов<sup>1)\*</sup>, В. В. Ежела<sup>1)</sup>, Н. П. Ткаченко<sup>1)</sup>

Поступила в редакцию 07.02.2020 г.; после доработки 03.03.2020 г.; принята к публикации 03.03.2020 г.

Приведены результаты совместного описания данных по дифференциальным, полным сечениям рассеяния и  $\rho$ -параметру  $p(\bar{p})p$ -столкновений в настройке параметров аналитической модели, построенной для описания данных в широкой области кинематических переменных  $\sqrt{s} \gtrsim 7$  ГэВ и всех известных в настоящее время экспериментальных данных по  $t$ . Экспериментальные данные взяты из компиляций группы КОМПАС (ИФВЭ) и компиляции CLM, дополненные данными экспериментов FNAL-COLLIDER-D0, CERN-LHC-TOTEM и данными обсерватории космических лучей PАО.

DOI: 10.31857/S0044002720050050

### ВВЕДЕНИЕ

Новые данные по измерениям наблюдаемых величин  $d\sigma/dt$ ,  $\sigma_{\text{tot}}$  и  $\rho$  в упругих рассеяниях антипротонов и протонов на протонах при максимальных энергиях, полученных на коллайдерах и в космических лучах [1–7], показали необходимость подстройки почти всех моделей описания экспериментальных данных для уточнения прогнозов значений измеряемых величин, получаемых с их помощью (см. рис. 4 в [1]). Здесь мы представляем результаты совместного аналитического описания всех опубликованных экспериментальных данных, полученных по указанным наблюдаемым в ускорительных экспериментах<sup>2)</sup> для  $\sqrt{s} \gtrsim 7$  ГэВ и в наблюдениях взаимодействий космических лучей с атмосферными ядрами при высоких энергиях во всем интервале экспериментальных данных инвариантных передач импульса  $t$ .

### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ

Экспериментальные данные по дифференциальным сечениям [8] упругих рассеяний антипротонов и протонов на протонах в переменных ( $\sqrt{s}$ ,  $t$ ,  $d\sigma/dt(s, t)$ ) распределены вблизи некоторых двумерных поверхностей, для которых и подбираются аналитические модели для наилучшего описания данных по методу наименьших квадратов. Проекция этих распределений на плоскость ( $t$ ,  $d\sigma/dt$ )

показана на рис. 1, на котором видны общие особенности поверхностей и их относительное расположение:

1. совместное согласованное поведение обеих поверхностей при малых  $|t| \gtrsim 0.16$  ГэВ<sup>2</sup>, похожее на их пересечение и последующее сближение (при  $|t| \rightarrow 0$ ) или склейку поверхностей в области кулон-ядерной интерференции в пределах экспериментальных погрешностей (более детальная картина представлена на рис. 2);
2. “полоса” пересечения и склейки поверхностей слабо изменяется с энергией<sup>3)</sup>;
3. проявление “оврагов (складок)” на поверхностях в области  $|t| \gtrsim 0.16$  ГэВ<sup>2</sup>, примыкающих к области кулон-ядерной интерференции со стороны больших значений энергий столкновений<sup>4)</sup>.

Набор данных сформирован на основе известной компиляции CLM [9], файл данных которой выверен нами по справочникам Landolt–Börnstein [10–12], базам данных HEPDATA и COMPAS. Файл CLM поправлен: устранены замеченные некорректности, заполнены пропуски, добавлены новые экспериментальные данные, опубликованные после 2006 г.

Текстовые файлы с данными по сечениям и  $\rho$ -параметру находятся на сайте Particle Data Group и в наших сетевых файлах [13–20].

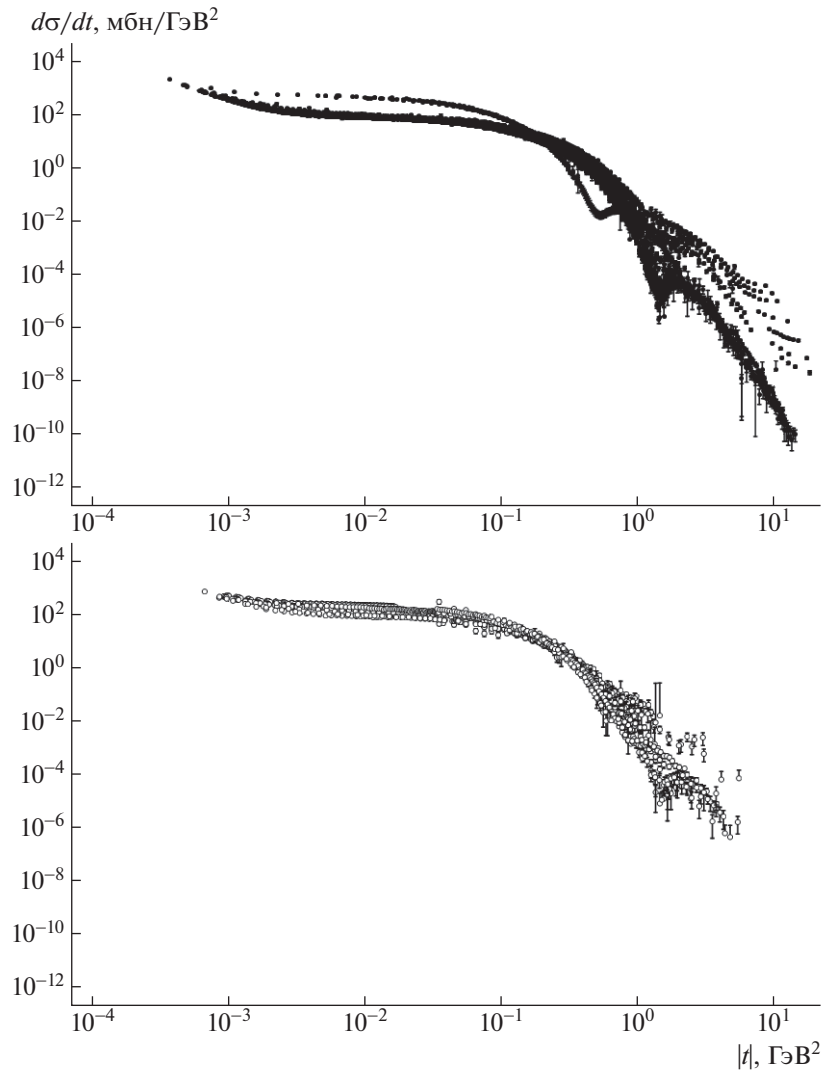
<sup>1)</sup>НИЦ “Курчатовский институт” — ИФВЭ, группа КОМПАС, Протвино, Россия.

\*E-mail: belousov@ihep.ru

<sup>2)</sup>При фитировании для полных сечений и  $\rho$ -параметра использованы данные при  $\sqrt{s} \gtrsim 5$  ГэВ.

<sup>3)</sup>Эффект “cross-over”.

<sup>4)</sup>Эффект “dip/shoulder”.



**Рис. 1.** Упругие дифференциальные сечения для  $pp$  (темные) и  $\bar{p}p$  (светлые) столкновений. Для некоторых точек нижняя ошибка не показана, поскольку уходит в область отрицательных величин.

## ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Полные сечения  $\sigma^{\text{tot}}$ ,  $\rho$ -параметр и дифференциальные сечения  $d\sigma/dt$  описываются соотношениями<sup>5)</sup>:

$$\sigma_{\pm}^{\text{tot}}(s) = \frac{\text{Im } T_{\pm}(s, t=0)}{\sqrt{s(s-4m_p^2)}},$$

$$\rho_{\pm}(s) = \frac{\text{Re } T_{\pm}(s, t=0)}{\text{Im } T_{\pm}(s, t=0)},$$

$$\frac{d\sigma_{\pm}}{dt}(s, t) = \frac{|T_{\pm}(s, t) + T_{\pm}^c(s, t)|^2}{16\pi(\hbar c)^2 s(s-4m_p^2)},$$

<sup>5)</sup>Далее везде, где встречается в формулах обозначение  $\pm$ , знак “+” для  $pp$ -рассеяния, а знак “-” — для  $\bar{p}p$ .

здесь  $T_{\pm}(s, t)$  и  $T_{\pm}^c(s, t)$  — ядерная и кулоновская амплитуды соответственно (в мбн  $\text{GeV}^2$ ),  $m_p$  — масса протона,  $(\hbar c)^2 = 0.389379 \dots$  [мбн  $\text{GeV}^2$ ].

Вводя обозначения<sup>6)</sup>:

$$\hat{s}(s, t) \equiv \hat{s} = \frac{-t + 2s - 4m_p^2}{2s_0}, \quad s_0 = t_0 = 1 [\text{GeV}^2],$$

$$\tilde{s} = \ln \hat{s} - \frac{i\pi}{2}, \quad \tilde{\tau} = \sqrt{-t/t_0} \ln \tilde{s},$$

выпишем выражения для ядерной амплитуды, которая выражается как линейная комбинация  $s$ -четной ( $F_+$ ) и  $s$ -нечетной ( $F_-$ ) реджевских амплитуд:

$$T_{\pm}(s, t) = F_+(\hat{s}, t) \pm F_-(\hat{s}, t).$$

<sup>6)</sup> $s_0$  и  $t_0$  — множители для обезразмеривания, которые приняты тождественно равными 1  $\text{GeV}^2$ .

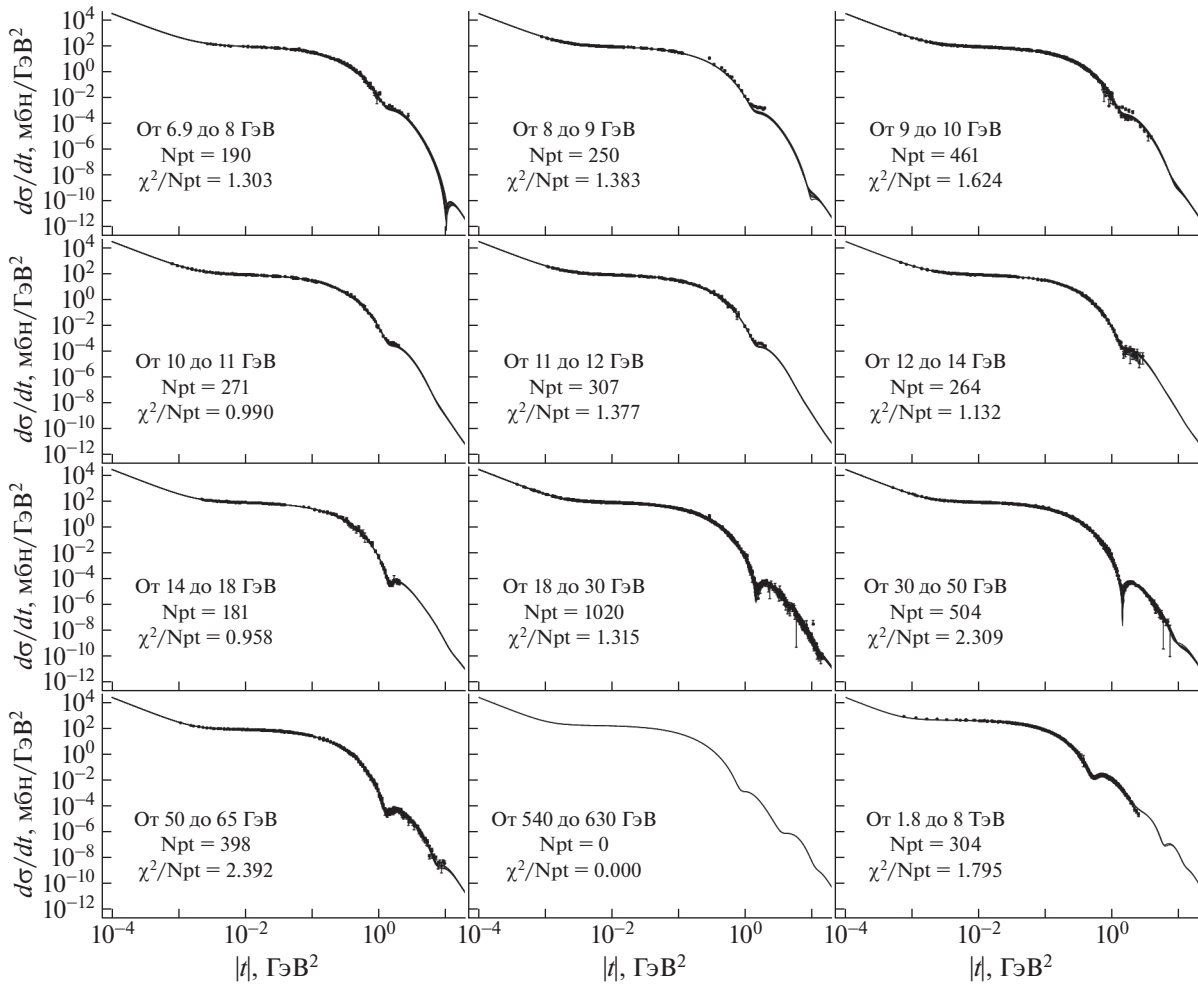


Рис. 2. Раскладка выборки данных и теоретические кривые нашей модели дифференциальных сечений для различных  $\sqrt{s}$  ( $pp$  — темные и  $\bar{p}\bar{p}$  — светлые). Штриховые кривые — теоретические кривые для  $\bar{p}p$ .

В свою очередь для  $F_{\pm}(\hat{s}, t)$  четно-нечетные реджевские амплитуды записываем в виде

$$\begin{aligned}
 F_{+}(\hat{s}, t) &= F_{+}^{\text{H}}(\hat{s}, t) + F_{+}^{\text{P}}(\hat{s}, t) + F_{+}^{\text{PP}}(\hat{s}, t) + \\
 &+ F_{+}^{\text{R}}(\hat{s}, t) + F_{+}^{\text{RP}}(\hat{s}, t) + N_{+}(s, t), \\
 F_{-}(\hat{s}, t) &= F_{-}^{\text{MO}}(\hat{s}, t) + F_{-}^{\text{O}}(\hat{s}, t) + F_{-}^{\text{OP}}(\hat{s}, t) + \\
 &+ F_{-}^{\text{R}}(\hat{s}, t) + F_{-}^{\text{RP}}(\hat{s}, t) + N_{-}(s, t),
 \end{aligned}$$

где  $F_{+}^{\text{H}}(\hat{s}, t)$  — вклад Гайзенберга–Фруассара [21] (тройной редже-полус),  $F_{-}^{\text{MO}}(\hat{s}, t)$  — тройной редже-полус для максимального оддерона,  $F_{+}^{\text{P}}(\hat{s}, t)$  — простой редже-полус померона,  $F_{-}^{\text{O}}(\hat{s}, t)$  — простой редже-полус оддерона,  $F_{+}^{\text{PP}}(\hat{s}, t)$  — описывает вклад от померон-померонного обмена,  $F_{-}^{\text{OP}}(\hat{s}, t)$  — описание вклада от померон-оддеронного обмена,  $F_{\pm}^{\text{R}}(\hat{s}, t)$  — вклады от вторичных  $s$ -четных и  $s$ -нечетных реджеонов,  $F_{\pm}^{\text{RP}}(\hat{s}, t)$  — вклад от  $s$ -четных и  $s$ -

нечетных реджеон-померонных ветвлений,  $N_{\pm}(s, t)$  — поправочные слагаемые (см. ниже) асимптотических КХД-вкладов в амплитуды. Все они записываются с учетом определяемых в дальнейшем параметров фитирования в виде<sup>7)</sup>:

$$\begin{aligned}
 \frac{F_{+}^{\text{H}}(\hat{s}, t)}{i\hat{s}} &= \\
 &= \left( \begin{array}{l} H_1 \frac{2J_1(K_+\tilde{\tau})}{K_+\tilde{\tau}} e^{b_+t} \ln^2 \tilde{s} + \\ + H_2 J_0(K_+\tilde{\tau}) e^{b_+2t} \ln \tilde{s} + \\ + H_3 [J_0(K_+\tilde{\tau}) - K_+\tilde{\tau} J_1(K_+\tilde{\tau})] e^{b_+3t} \end{array} \right),
 \end{aligned}$$

<sup>7)</sup>Здесь  $J_0$  и  $J_1$  — функции Бесселя нулевого и первого рода.

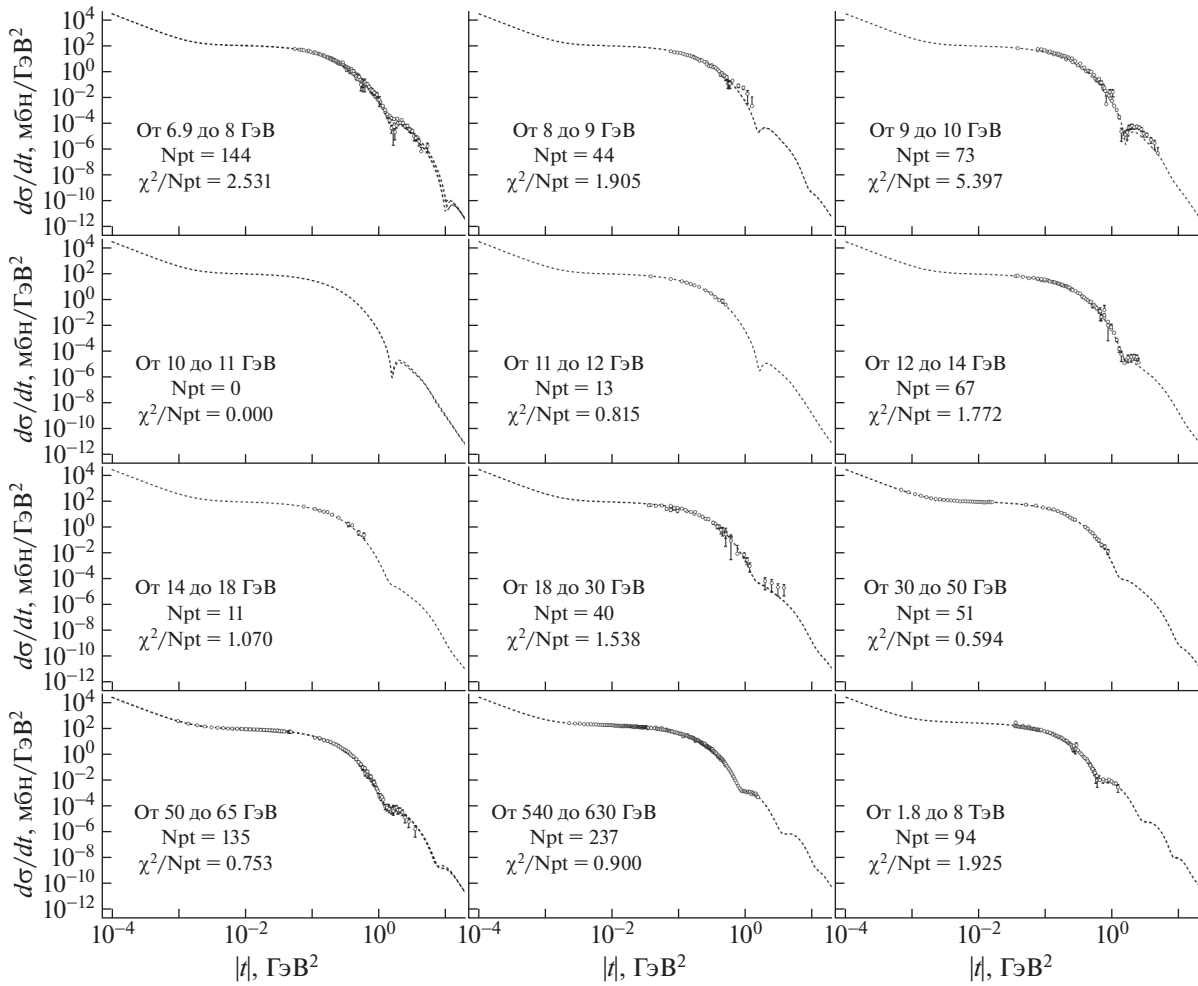


Рис. 2. Окончание.

$$\frac{F_{-}^{MO}(\hat{s}, t)}{\hat{s}} = \begin{pmatrix} O_1 \frac{\sin(K_- \tilde{\tau})}{K_- \tilde{\tau}} e^{b_{-1} t \ln^2 \tilde{s}} + \\ + O_2 \cos(K_- \tilde{\tau}) e^{b_{-2} t \ln \tilde{s}} + \\ + O_3 e^{b_{-3} t} \end{pmatrix},$$

$$F_{+}^P(\hat{s}, t) = -C_P e^{b_P t} e^{-\frac{i\pi}{2} \alpha_P(t)} (\hat{s})^{\alpha_P(t)},$$

$$F_{-}^O(\hat{s}, t) = -i C_O e^{b_O t} e^{-\frac{i\pi}{2} \alpha_O(t)} (\hat{s})^{\alpha_O(t)},$$

$$F_{+}^{PP}(\hat{s}, t) = \frac{-C_{PP}}{\ln \tilde{s}} e^{b_{PP} t} e^{-\frac{i\pi}{2} \alpha_{PP}(t)} (\hat{s})^{\alpha_{PP}(t)},$$

$$F_{-}^{OP}(\hat{s}, t) = \frac{-i C_{OP}}{\ln \tilde{s}} e^{b_{OP} t} e^{-\frac{i\pi}{2} \alpha_{OP}(t)} (\hat{s})^{\alpha_{OP}(t)},$$

$$F_{\pm}^{RP}(\hat{s}, t) = \frac{t F_{RP}^{\pm}}{\ln \tilde{s}} e^{b_{RP}^{\pm} t} i^{\frac{-1 \pm 1}{2}} e^{-\frac{i\pi}{2} \alpha_{RP}^{\pm}(t)} (\hat{s})^{\alpha_{RP}^{\pm}(t)},$$

$$F_{\pm}^R(\hat{s}, t) = \pm C_R^{\pm} e^{b_R^{\pm} t} i^{\frac{-1 \pm 1}{2}} e^{-\frac{i\pi}{2} \alpha_R^{\pm}(t)} (\hat{s})^{\alpha_R^{\pm}(t)},$$

$$\alpha_P(t) = 1 + \alpha'_P t,$$

$$\alpha_R^{\pm}(t) = \alpha_R^{\pm}(0) + \alpha'^{\pm}_R(t) t,$$

$$\alpha_O(t) = 1 + \alpha'_O t,$$

$$\alpha_{OP}(t) = 1 + \frac{\alpha'_P \alpha'_O}{\alpha'_P + \alpha'_O} t,$$

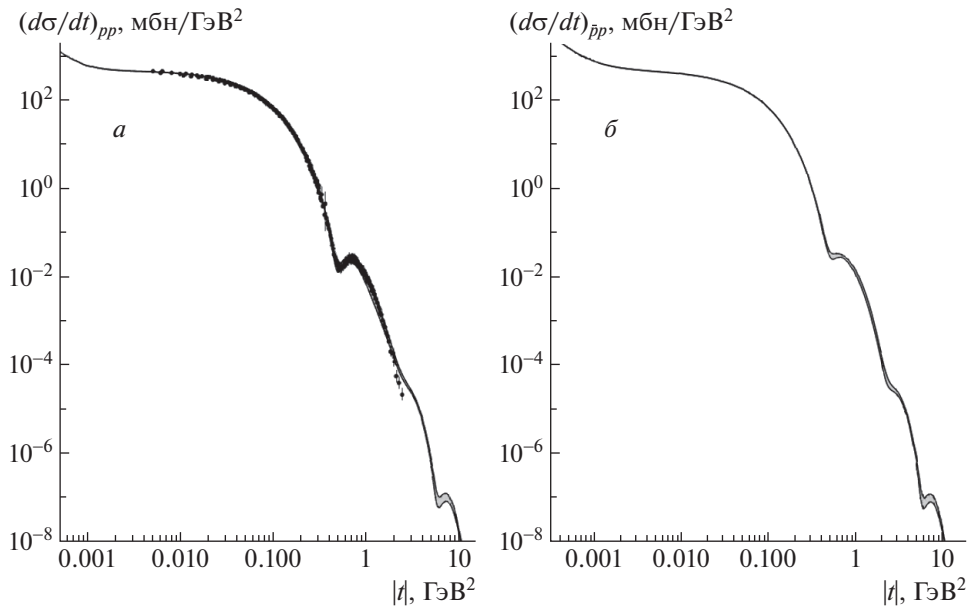
$$\alpha_{PP}(t) = 1 + \frac{\alpha'_P}{2} t,$$

$$\alpha_{RP}^{\pm}(t) = \alpha_R^{\pm}(0) + \frac{\alpha'_P \alpha'^{\pm}_R}{\alpha'_P + \alpha'^{\pm}_R} t.$$

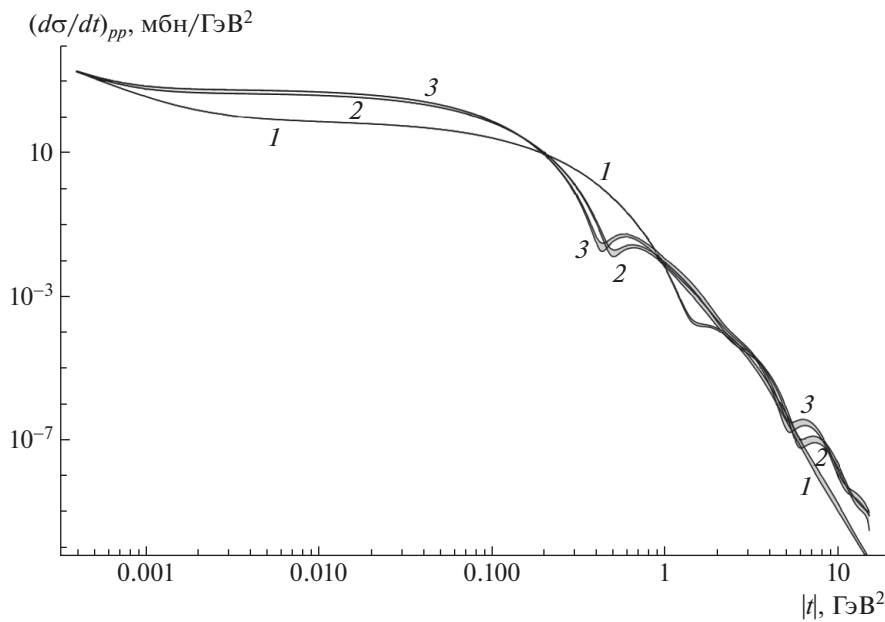
Выше к членам  $F_{\pm}(s, t)$  добавлены соответственно поправочные слагаемые  $N_{\pm}(s, t)$  асимптотики КХД:

$$N_{\pm}(s, t) = -i \frac{-1 \pm 1}{2} \hat{s} N_{\pm} \ln \tilde{s} \frac{(t/t_0)}{(1 - t/t_{\pm})^5}.$$

Аналогичные поправки использовались в работе [22]. Экспериментальное поведение  $\sim t^{-4}$  при больших  $|t|$  известно. Теоретическая мотивация  $N_{-}(s, t)$  была давно дана Donnachie и Landshoff как трехглюонный оддеронный обмен [23]. Мотивация  $N_{+}(s, t)$  не так очевидна, но может быть



**Рис. 3.** Теоретические кривые (с учетом ошибок) и экспериментальные точки при  $\sqrt{s} = 7$  ТэВ  $d\sigma/dt$  для  $pp$  (а) и  $\bar{p}p$  (б). Эти кривые заметно отличаются только в районе локальных минимумов.



**Рис. 4.** Теоретические кривые  $d\sigma/dt$  (с учетом ошибок) для  $pp$ -столкновений при  $\sqrt{s} = 12$  ТэВ (1), 7 ТэВ (2) и 14 ТэВ (3). С ростом энергии локальные минимумы смещаются влево.

также интерпретирована как  $c$ -четная часть вклада от трехглюонного обмена.

Описанная нами модель включает в себя следующие 36 неизвестных параметров (которые в дальнейшем были определены фитированием) — жирным шрифтом выделены фиксированные параметры:

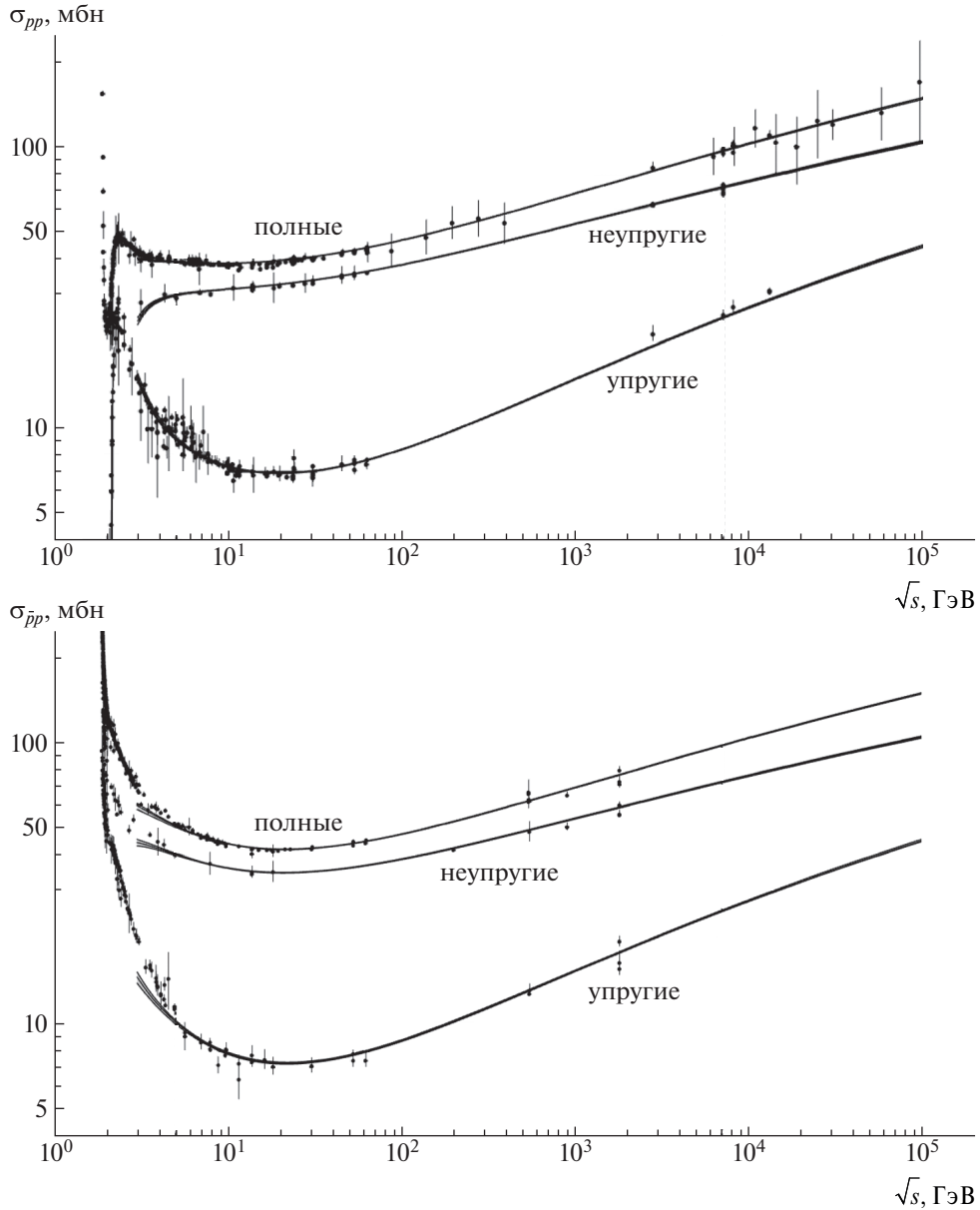
$$H_1, H_2, H_3, K_+, C_P, C_{PP}, C_R^+, C_{RP}^+, \alpha_R^+(0),$$

$$\alpha_R^{+'} = \mathbf{0.8}, \alpha'_P, b_{+1}, b_{+2}, b_{+3}, \mathbf{b}_P = \mathbf{0}, b_{PP}, b_R^+, b_{RP}^+, N_+, t_+, \mathbf{O}_1 = \mathbf{0}, O_2, O_3, K_-, C_O, C_{OP}, C_R^-, C_{RP}^-, \alpha_R^{-'} = \mathbf{0.8}, \alpha'_O, \mathbf{b}_{-1} = \mathbf{0}, b_{-2}, b_{-3}, b_O, b_{OP}, b_R^-, b_{RP}^-, N_-, t_-, \mathbf{A}_{MO} = \mathbf{0}, A_O.$$

Кроме того:

1. Предполагается, что  $O_1 \equiv 0$  в силу его чрезвычайной малости при фитировании по полному набору параметров.





**Рис. 5.** Теоретические кривые (при  $\sqrt{s} \geq 7$  ГэВ) и экспериментальные точки (полный набор из базы данных) для полных, упругих и неупругих сечений рассеяний  $pp$  и  $\bar{p}p$ .

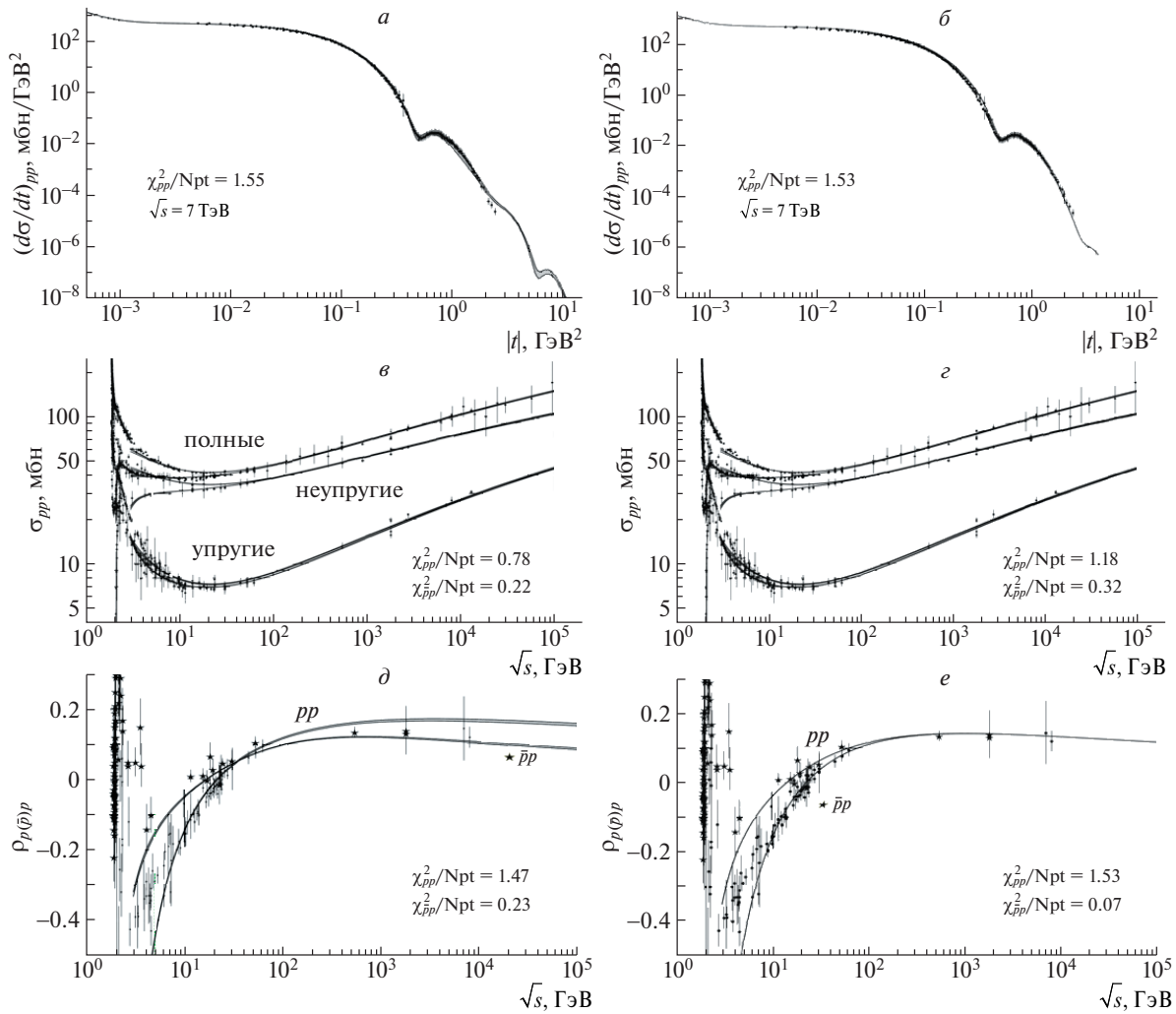
2. Полагаем, что параметры  $\alpha_R^{\pm'}$   $\equiv 0.8$  в фитировании не участвуют.
3. К слагаемым  $F_-^{MO}(\hat{s}, t)$  и  $F_-^O(\hat{s}, t)$  добавлены эмпирические поправочные множители  $(1 + A_{MO}t)$  и  $(1 + A_Ot)$  соответственно. Однако при фитировании по полному набору параметров параметр  $A_{MO}$  оказывался чрезвычайно малым, и мы положили его тождественным нулем.
4. При свободном фитировании всех без исключения параметров параметр  $b_p$  становится отрицательным, что ведет к неограни-

ченному экспоненциальному росту. По этой причине мы искусственно ограничили изменение этого параметра и не позволяли ему перейти в отрицательную область, что привело к его занулению (еще один фиксированный параметр).

Кулоновские поправки учитываются в дипольном виде следующим образом<sup>8)</sup>:

$$T_{\pm}^C(s, t) = \pm e^{[\pm i\alpha\Phi_{\pm}^{NC}(s,t)]} \times 8\pi(\hbar c)^2 \alpha \frac{s}{t} \left(1 - \frac{t}{\Lambda^2}\right)^{-4},$$

<sup>8)</sup>Здесь  $\alpha$  — постоянная тонкой структуры;  $\gamma$  — постоянная Эйлера.



**Рис. 6.** Экспериментальные данные (полный набор) и теоретические кривые для дифференциальных сечений (а, б) при  $\sqrt{s} \geq 7$  ГэВ,  $\sqrt{s} \geq 5$  ГэВ (в, з) и  $\rho$ -параметров для  $pp$ - и  $\bar{p}p$ -рассеяний (д, е). а, в, д — Результаты исходной модели, б, з, е — с зануленным оддероном. Дифференциальные и полные сечения визуально неразличимы на этих графиках, а вот поведение  $\rho$ -параметра кардинально меняется (д, е).

где  $\Phi_{\pm}^{NC}(s, t)$  — фаза кулон-ядерного взаимодействия:

$$\Phi_{\pm}^{NC}(s, t) = \ln \left[ -\frac{t}{2} \left( B_{\pm}(s) + \frac{8}{\Lambda^2} \right) \right] + \gamma - \frac{4t}{\Lambda^2} \ln \left[ \frac{-4t}{\Lambda^2} \right] - \frac{2t}{\Lambda^2}.$$

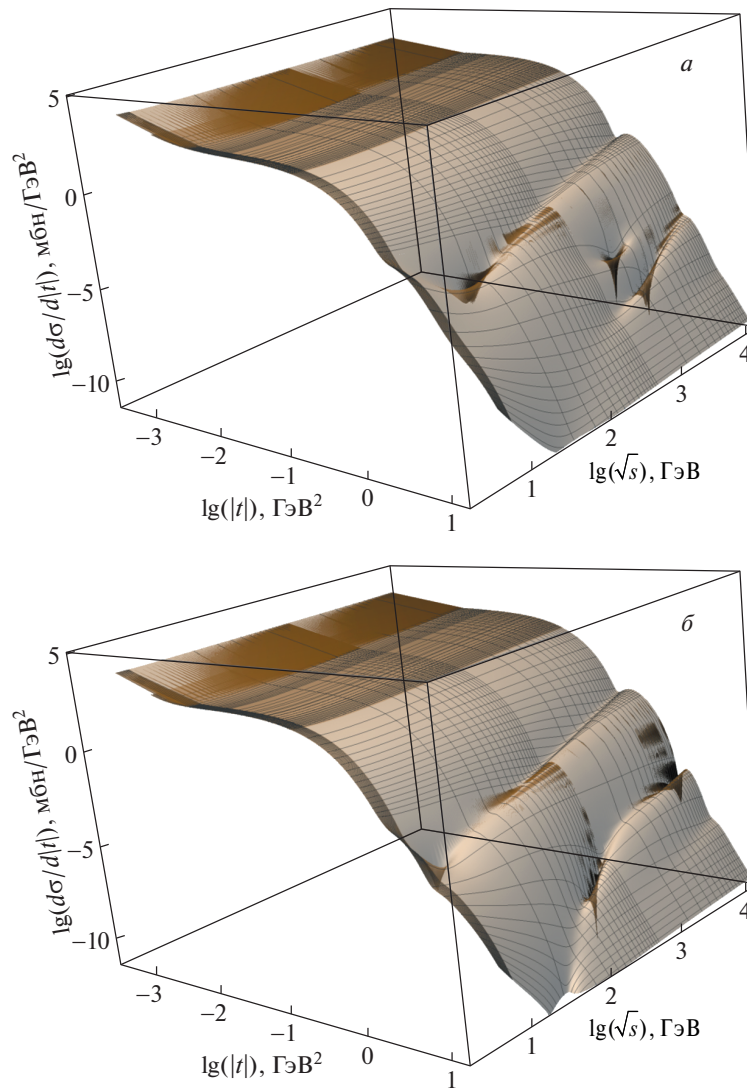
Такой вид фазы кулон-ядерной интерференции взят из [24] ( $\Lambda = \sqrt{0.71}$  [ГэВ]).

Для упрощения вычислений мы модернизируем формулу наклона дифракционного конуса следующим образом:

$$B_{\pm}(s) = \left\{ \frac{d}{dt} \ln \left[ \frac{d\sigma_{\pm}(s, t)}{dt} \right] \right\}_{t=0} \xrightarrow{\text{замена}} \xrightarrow{\text{замена}} B_{\pm}(s) = \frac{\sigma_{\pm}(s)}{4\pi (\hbar c)^2}.$$

### РЕЗУЛЬТАТЫ ФИТИРОВАНИЯ И ПАРАМЕТРИЗАЦИЯ НАБЛЮДАЕМЫХ

В недавних феноменологических обработках данных по  $d\sigma/dt$ ,  $\sigma_{tot}$  и  $\rho$  аналитическими параметризациями [24–27] вне области кулон-ядерной интерференции предъявлялись “наилучшие совместные описания данных” до появления данных эксперимента CERN-LHC-TOTEM. Наши попытки воспроизвести результаты работы [24] оказались безуспешными. Возможно, по причине того, что в этой работе производились выборочные выбрасывания экспериментальных данных без надлежащих для этого пояснений — вероятно для получения хорошего значения  $\chi^2$ . Мы исключили выбрасывание массивов экспериментальных данных и провели обработку всех без исключения экспериментальных точек. На основе формул работы [24] мы построили свою (дополненную)



**Рис. 7.** Поведение поверхностей  $d\sigma/dt$  как функции  $\sqrt{s}$  и  $|t|$  для  $pp$  (а) и  $\bar{p}p$  (б). Все оси приведены в логарифмическом масштабе.

версию параметризации с учетом эффекта кулон-ядерной интерференции.

Параметров в модели много, но получить удовлетворительное значение функции  $\chi^2/\text{DoF} \cong 1$  не получилось. Для всех экспериментальных данных  $\chi^2/\text{DoF} = 1.62$ . И хотя это рекордное значение этой величины, оно существенно больше единицы, и, таким образом, применить строгую стандартную процедуру для вычисления ошибок параметров методом гесса не представляется возможным.

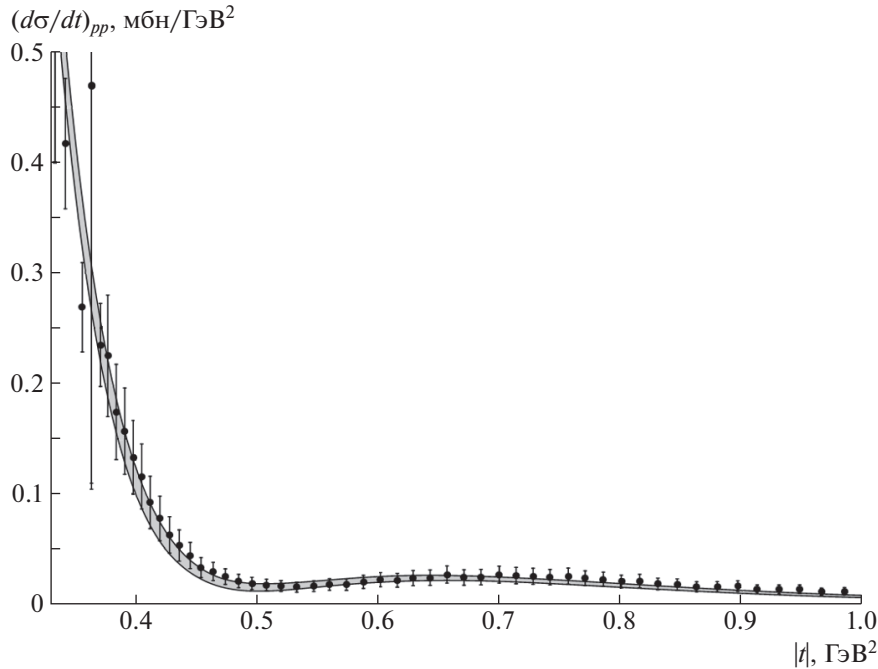
Поэтому нами была использована методика так называемого прямого переноса ошибок. Подробно этот метод будет описан в следующей работе, здесь мы только кратко упомянем о нем.

Упорядоченный набор значений параметров для глобального минимума исходных экспериментальных данных мы назовем глобальным вектором параметров.

Далее производилась случайная сдвигка экспериментальных данных в условиях гауссова распределения в пределах полной ошибки каждого экспериментального измерения. После чего проводилось новое фитирование и получался новый вектор параметров. После формирования выборки таких векторов проводилась статистическая обработка этих наборов, из которых извлекались ошибки параметров, и их посредством вычислялись ошибки наблюдаемых физических величин (полных и дифференциальных сечений и  $\rho$ -параметров).

## РЕЗУЛЬТАТЫ ОПИСАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

В табл. 1 приведены значения параметров и их ошибок, полученные из результатов фитирования и



**Рис. 8.** Поведение теоретической кривой (с учетом расчетных ошибок)  $d\sigma/dt$  при  $\sqrt{s} = 7$  ТэВ для  $pp$  в районе первого локального минимума.

их обработки. Далее приведем соответствие экспериментальных данных дифференциальных сечений и теоретических кривых при разных энергиях. На рис. 2 приведены данные с рис. 1, разбитые на указанные интервалы по энергиям с указанием количества точек в указанной области энергий  $N_{pt}$  и соответствующего значения  $\chi^2/N_{pt}$ .

В целом при искусственном выбрасывании не более 5% экспериментальных точек только в дифференциальных сечениях (отстоящих на три и более стандартных ошибки от теоретической кривой) значение полного  $\chi^2/DoF$  становится равным единице и менее.

Теоретическое описание вполне хорошо соответствует экспериментальным данным во всех областях. Для демонстрации этого соответствия приведем типичное поведение теоретической кривой (с учетом ошибок) и экспериментальных данных при энергии 7 ТэВ (рис. 3).

На рис. 4 показано плавное смещение локального минимума (dip) для  $pp$ -столкновений в нашей модели с изменением энергии. Кривые приведены как коридор ошибок ( $1\sigma$ ) с учетом неопределенностей параметров, полученных при фитировании. На рис. 5 приведены графики для полного ( $\sigma_{tot}$ ), упругого ( $\sigma_{elastic}$ ) и неупругого ( $\sigma_{inelastic}$ ) сечений рассеяний  $pp$  (верхний график) и  $\bar{p}p$  (нижний).

Упругое сечение рассеяния  $\sigma_{elastic}$  можно оценить как:

$$\sigma_{elastic}(s) = \int_{t=0}^{\infty} \left( \frac{d\sigma_{\pm}}{dt} \right)_{nucl}(s, t) dt,$$

где  $(d\sigma_{\pm}/dt)_{nucl}$  вычислялось без кулоновского слагаемого  $T_{\pm}^c(s, t)$  в полной амплитуде рассеяния:

$$\left( \frac{d\sigma_{\pm}}{dt} \right)_{nucl}(s, t) = \frac{|T_{\pm}(s, t)|^2}{16\pi(\hbar c)^2 s (s - 4m_p^2)}.$$

Неупругое сечение полагалось равным разнице:

$$\sigma_{inelastic} = \sigma_{tot} - \sigma_{elastic}.$$

Видно, что экспериментальные данные по упругим, неупругим и полным сечениям описываются вполне удовлетворительно (численная характеристика такого описания приводится на рис. 6).

На наш взгляд, важной особенностью этой модели является тот факт, что кривые  $\rho$ -параметров в этой модели, во-первых, пересекаются и, во-вторых, расходятся при больших энергиях (см. рис. 6). Ранее у нас никогда не получалось таких результатов, которые опубликованы в нескольких последних изданиях PDG или в [28] (что, по-видимому, является следствием отсутствия оддерона в модельном описании).

По этой причине была проведена некоторая минимальная модернизация нашей модели: “выключался” оддерон в полных сечениях и  $\rho$ -параметре

Таблица 1. Значения параметров модели и их ошибки

Name	Unit	Value	$\pm V_{\text{std}}$	Name	Unit	Value	$\pm V_{\text{std}}$
$H_1$	мбн ГэВ <sup>2</sup>	0.2488	0.0010	$O_1$	мбн ГэВ <sup>2</sup>	0.0	(fix)
$H_2$	мбн ГэВ <sup>2</sup>	$6.912 \times 10^{-3}$	$0.438 \times 10^{-3}$	$O_2$	мбн ГэВ <sup>2</sup>	0.5756	0.0270
$H_3$	мбн ГэВ <sup>2</sup>	10.42	0.19	$O_3$	мбн ГэВ <sup>2</sup>	-3.256	0.167
$K_+$		0.3092	0.0014	$K_-$		0.1000	0.0013
$C_P$	мбн ГэВ <sup>2</sup>	$-9.457 \times 10^{-2}$	$0.787 \times 10^{-2}$	$C_O$	мбн ГэВ <sup>2</sup>	-6.912	0.339
$C_{PP}$	мбн ГэВ <sup>2</sup>	159.8	1.6	$C_{OP}$	мбн ГэВ <sup>2</sup>	53.83	1.44
$C_R^+$	мбн ГэВ <sup>2</sup>	-30.20	1.08	$C_R^-$	мбн ГэВ <sup>2</sup>	85.10	2.01
$C_{RP}^+$	мбн ГэВ <sup>2</sup>	-1.897	0.179	$C_{RP}^-$	мбн ГэВ <sup>2</sup>	-48.77	2.88
$\alpha_R^+(0)$		0.6504	0.0092	$\alpha_R^-(0)$		0.4558	0.0061
$\alpha_R^+$	ГэВ <sup>-2</sup>	0.8	(fix)	$\alpha_R^-$	ГэВ <sup>-2</sup>	0.8	(fix)
$\alpha_P'$	ГэВ <sup>-2</sup>	0.1603	0.0051	$\alpha_O'$	ГэВ <sup>-2</sup>	0.6803	0.0323
$b_{+1}$	ГэВ <sup>-2</sup>	3.895	0.051	$b_{-1}$	ГэВ <sup>-2</sup>	0.0	(fix)
$b_{+2}$	ГэВ <sup>-2</sup>	0.6078	0.0114	$b_{-2}$	ГэВ <sup>-2</sup>	2.935	0.038
$b_{+3}$	ГэВ <sup>-2</sup>	6.445	0.220	$b_{-3}$	ГэВ <sup>-2</sup>	2.502	0.029
$b_P$	ГэВ <sup>-2</sup>	0.0	(fix)	$b_O$	ГэВ <sup>-2</sup>	14.75	0.42
$b_{PP}$	ГэВ <sup>-2</sup>	5.287	0.056	$b_{OP}$	ГэВ <sup>-2</sup>	2.480	0.036
$b_R^+$	ГэВ <sup>-2</sup>	1.928	0.058	$b_R^-$	ГэВ <sup>-2</sup>	9.246	0.236
$b_{RP}^+$	ГэВ <sup>-2</sup>	0.4525	0.0244	$b_{RP}^-$	ГэВ <sup>-2</sup>	1.154	0.042
$N_+$	мбн ГэВ <sup>2</sup>	$-7.730 \times 10^{-2}$	$0.485 \times 10^{-2}$	$N_-$	мбн ГэВ <sup>2</sup>	15.93	1.59
$t_+$	ГэВ <sup>2</sup>	1.475	0.022	$t_-$	ГэВ <sup>2</sup>	0.1221	0.0135
$A_{OM}$	ГэВ <sup>-2</sup>	0.0	(fix)	$A_O$	ГэВ <sup>-2</sup>	-34.72	2.16

при  $t \rightarrow 0$ . Для этого в формулах для полных сечений полагалось  $t = 0$ , и в амплитуде занулялись члены, соответствующие оддеронным полюсам. При этом теоретическое описание поведения дифференциальных сечений  $d\sigma_{\pm}/dt$  и полных сечений  $\sigma_{\pm}$  практически не отличается для этих двух случаев. Различия в значениях  $\chi^2/\text{DoF}$  также несущественные.

Однако поведение  $\rho$ -параметра претерпевает принципиальное изменение при больших энергиях  $\sqrt{s}$ . Ранее нами было проанализировано большое количество различных теоретических описаний [29] поведения  $\sigma_{\text{tot}}$  и  $\rho$ -параметра при отсутствии оддерона, и во всех этих случаях кривые для  $\rho$ -параметра  $pp$ - и  $\bar{p}p$ -столкновений с увеличением энергии постепенно сближаются (не пересекаясь) и становятся в пределах коридора ошибок теоретических кривых неотличимыми при  $\sqrt{s}$  порядка нескольких сотен ГэВ. В исходной модели эти кривые, во-первых, пересекаются и, во-вторых, с ростом энергии все больше расходятся (рис. 6).

Этот факт свидетельствует о необязательности включения оддеронных полюсов в модели описания дифференциальных сечений, что ведет к упрощению формул и количества параметров модели. На рис. 7 приводится общий трехмерный вид поведения поверхностей дифференциальных сечений во всей области рассмотренных энергий как функции от  $\sqrt{s}$  и  $|t|$ .

По ссылке [30] можно наблюдать ход кривой  $d\sigma/dt(|t|)$  для  $pp$  (красная кривая) и  $\bar{p}p$  (синяя) при изменении энергии  $7 \text{ ГэВ} \leq \sqrt{s} \leq 14 \text{ ТэВ}$ .

В заключение приведем график, иллюстрирующий точность описания экспериментальных данных нашей моделью в районе первого локального минимума (см. рис. 8).

Получение более точных данных по всем параметрам модели и вариантам описания будет проведено при получении новых результатов с ЛНС при энергиях 13 и 14 ТэВ для дифференциальных и полных сечений, а также значений  $\rho$ -параметра.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. TOTEM Collab. (G. Antchev *et al.*), EPL **95**, 41001 (2011).
2. TOTEM Collab. (G. Antchev *et al.*), EPL **96**, 21002 (2011).
3. TOTEM Collab. (G. Antchev *et al.*), EPL **101**, 21002 (2013).
4. TOTEM Collab. (G. Antchev *et al.*), EPL **101**, 21004 (2013).
5. G. Antchev *et al.* (TOTEM Collab.), Phys. Rev. Lett. **111**, 012001 (2013).
6. V. M. Abazov *et al.* (D0 Collab.), Phys. Rev. D **86**, 012009 (2012).
7. P. Abreu *et al.* (Pierre Auger Collab.), Phys. Rev. Lett. **109**, 062002 (2012).
8. <https://yadi.sk/i/FZWiqqJNG-Nh4g>
9. J. R. Cudell, A. Lengyel, and E. Martynov, Phys. Rev. D **73**, 034008 (2006).
10. P. J. Carlson, in *Landolt–Börnstein, Group I* (1973), Vol. 7, p. 109.
11. R. R. Shubert, in *Landolt–Börnstein, Group I* (1980), Vol. 9, p. 216.
12. P. J. Carlson, in *Landolt–Börnstein, Group I* (1980), Vol. 9, p. 675.
13. Данные  $\sigma_{\text{tot}}$  для  $pp$ :  
[http://pdg.lbl.gov/2018/hadronic-xsections/rpp2018pp\\_total.dat](http://pdg.lbl.gov/2018/hadronic-xsections/rpp2018pp_total.dat)
14. Данные  $\sigma_{\text{tot}}$  для  $\bar{p}p$ :  
[http://pdg.lbl.gov/2018/hadronic-xsections/rpp2018pbarp\\_total.dat](http://pdg.lbl.gov/2018/hadronic-xsections/rpp2018pbarp_total.dat)
15. Данные  $\sigma_{\text{elastic}}$  для  $pp$ :  
[http://pdg.lbl.gov/2018/hadronic-xsections/rpp2018pp\\_elastic.dat](http://pdg.lbl.gov/2018/hadronic-xsections/rpp2018pp_elastic.dat)
16. Данные  $\sigma_{\text{elastic}}$  для  $\bar{p}p$ :  
[http://pdg.lbl.gov/2018/hadronic-xsections/rpp2018pbarp\\_elastic.dat](http://pdg.lbl.gov/2018/hadronic-xsections/rpp2018pbarp_elastic.dat)
17. Данные  $\sigma_{\text{inelastic}}$  для  $pp$ :  
<https://yadi.sk/i/SYY9n4wWV2IViA>
18. Данные  $\sigma_{\text{inelastic}}$  для  $\bar{p}p$ :  
[http://pdg.lbl.gov/2018/hadronic-xsections/rpp2018pbarp\\_elastic.dat](http://pdg.lbl.gov/2018/hadronic-xsections/rpp2018pbarp_elastic.dat)
19. Данные по  $\rho$ -параметру для  $pp$ :  
[http://pdg.lbl.gov/2018/hadronic-xsections/rpp2018pp\\_elastic.reim](http://pdg.lbl.gov/2018/hadronic-xsections/rpp2018pp_elastic.reim)
20. Данные по  $\rho$ -параметру для  $\bar{p}p$ :  
[http://pdg.lbl.gov/2018/hadronic-xsections/rpp2018pbarp\\_elastic.reim](http://pdg.lbl.gov/2018/hadronic-xsections/rpp2018pbarp_elastic.reim)
21. W. Heisenberg, Z. Phys. **133**, 65 (1952).
22. P. Desgrolard, M. Giffon, and E. Martynov, Eur. Phys. J. C **18**, 359 (2000); hep-ph/0703248.
23. A. Donnachie and P. V. Landshoff, Nucl. Phys. B **348**, 297 (1991).
24. R. Cahn, Z. Phys. C **15**, 253 (1982).
25. R. F. Avila, P. Gauron, and B. Nicolescu, Eur. Phys. J. C **49**, 581 (2007); E. Martynov, Phys. Rev. D **76**, 074030 (2007).
26. E. Martynov and B. Nicolescu, Eur. Phys. J. C **56**, 57 (2008); E. Martynov, Phys. Rev. D **87**, 114018 (2013).
27. JCGM Working Group 1,  
[http://www.bipm.org/utis/common/documents/jc-gm/JCGM\\_101\\_2008\\_E.pdf](http://www.bipm.org/utis/common/documents/jc-gm/JCGM_101_2008_E.pdf)
28. J. R. Cudell, V. Ezhela, K. Kang, S. Lugovsky, and N. Tkachenko, Phys. Rev. D **61**, 034019 (2000); **63**, 059901 (Erratum) (2001).
29. J. R. Cudell, V. V. Ezhela, P. Gauron, K. Kang, Yu. V. Kuyanov, S. B. Lugovsky, B. Nicolescu, and N. P. Tkachenko (COMPETE Collab.), Phys. Rev. D **65**, 074024 (2002).
30. <https://yadi.sk/i/JAmCDqDMzPEoLw>

## COMBINED DESCRIPTION OF TOTAL AND DIFFERENTIAL CROSS SECTIONS AND $\rho$ -PARAMETER OF $p(\bar{p})p$ -SCATTERING WITHIN ENERGY RANGE OF $\sqrt{s} \geq 7$ GeV AND FOR ALL $t < 0$

V. I. Belousov<sup>1)</sup>, V. V. Ezhela<sup>1)</sup>, N. P. Tkachenko<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> NRC “Kurchatov Institute” — IHEP, Group COMPAS, Protvino, Russia

Here are the results derived from a combined description of data on differential and total cross section as well as on the  $\rho$ -parameter of the (anti) proton–proton collisions by fitting the parameters of the analytical model designed to describe data in a wide range of kinematic variables  $\sqrt{s} > 7$  GeV and all known experimental data on  $t$ . The experimental data were taken from COMPAS group (IHEP) compilations and CLM compilations, supplemented by experimental data of FNAL-COLLIDER-D0, CERN-LHC-TOTEM as well as PAO cosmic ray observatory.

## ИЗМЕРЕНИЕ СЕЧЕНИЯ ПРОЦЕССА $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$ С ДЕТЕКТОРОМ КМД-3

© 2020 г. В. Л. Иванов<sup>1),2)\*</sup>  
(от имени коллаборации КМД-3)

Поступила в редакцию 05.05.2020 г.; после доработки 05.05.2020 г.; принята к публикации 05.05.2020 г.

Представлены предварительные результаты измерения сечения процесса  $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$  в диапазоне энергий в системе центра масс от 1.075 до 1.975 ГэВ. Анализ проводится на основе  $62.9 \text{ пбн}^{-1}$  интегральной светимости, набранных детектором КМД-3 в экспериментальных заходах 2019 г. Подавление фоновых событий процессов  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-(\gamma)$ ,  $\mu^+\mu^-(\gamma)$ ,  $\pi^+\pi^-(\gamma)$  и событий с космическими мюонами осуществляется с использованием информации об удельном энерговыделении заряженных частиц в слоях жидкоксеронового калориметра КМД-3. Предварительные результаты измерения сечения  $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$  находятся в разумном согласии с предыдущими измерениями и имеют сравнимую статистическую точность.

DOI: 10.31857/S0044002720050141

### ВВЕДЕНИЕ

Измерение адронных сечений  $e^+e^-$ -аннигиляции в адроны необходимо для вычисления адронного вклада в аномальный магнитный момент мюона

$(g-2)_\mu$ . Наблюдаемое отличие на уровне  $\sim 3.5\sigma$  между расчетным [1–4] и экспериментально измеренным [5] значениями  $(g-2)_\mu$  требует более точного измерения названных сечений.

В настоящей работе мы представляем предварительные результаты измерения сечения процесса  $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$  в диапазоне энергий в системе центра масс ( $E_{\text{с.м.}}$ ) от 1.075 до 1.975 ГэВ с детектором КМД-3 [6] на коллайдере ВЭПП-2000 [7] (ИЯФ СО РАН, Новосибирск). Анализ основан на интегральной светимости  $62.9 \text{ пбн}^{-1}$ , набранной КМД-3 в экспериментальных заходах 2019 г. Данный процесс ранее изучался коллаборациями ВаВаг [8] и СНД [9]. Особенностью нашего анализа является использование новой методики идентификации каонов [10], использующей информацию об удельном энерговыделении заряженных частиц в слоях жидкоксеронового калориметра детектора КМД-3.

### ДЕТЕКТОР КМД-3

Детальное описание детектора КМД-3 и его физической программы приведено в работе [6]. Трековая система КМД-3 представлена дрейфовой камерой (ДК) с 1218 аксиальными гексагональными ячейками и двуслойной многопроволочной пропорциональной Z-камерой. Магнитное поле 1.3 Тл создается тонким ( $\sim 0.1X_0$ ) сверхпроводящим соленоидом, расположенным между трековыми системами и баррельным калориметром. Торцевой калориметр состоит из 680 кристаллов ВГО толщиной

<sup>1)</sup> Институт ядерной физики им. Г. И. Будкера СО РАН, Новосибирск, Россия.

<sup>2)</sup> Новосибирский национальный исследовательский государственный университет (НГУ), Новосибирск, Россия.

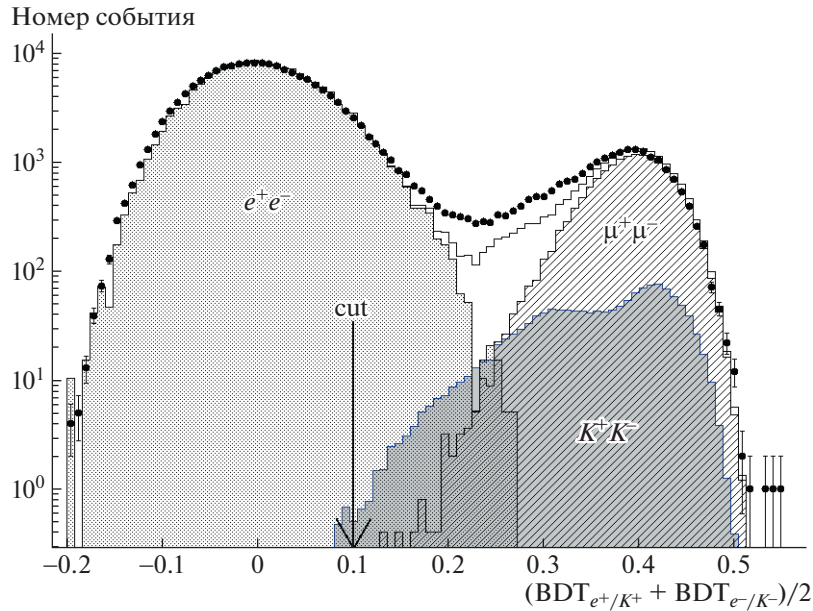
<sup>3)</sup> Новосибирский государственный технический университет (НГТУ), Россия.

<sup>4)</sup> Университет Виктории, Канада.

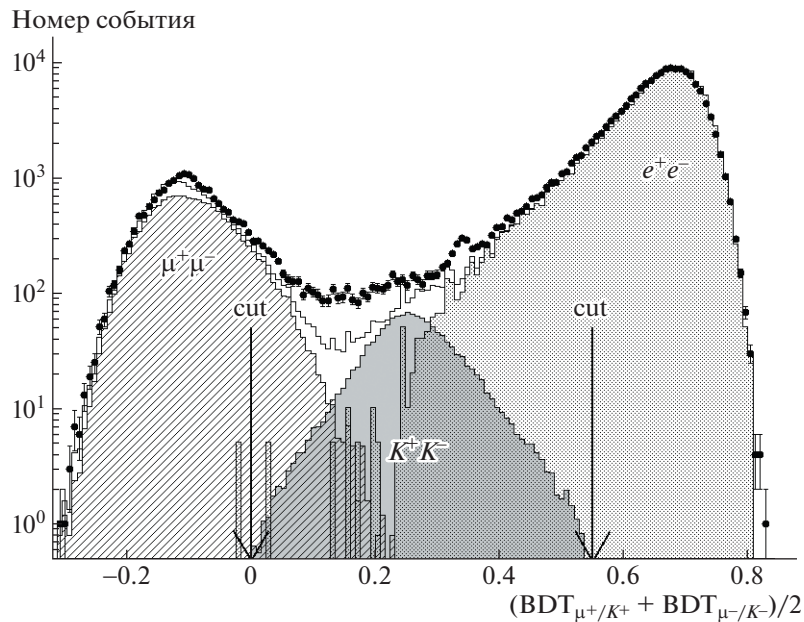
<sup>5)</sup> Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, Москва. Коллаборация КМД-3: Р. Р. Ахметшин<sup>1),2)</sup>, А. Н. Амирханов<sup>1),2)</sup>, А. В. Анисенков<sup>1),2)</sup>, В. М. Аульченко<sup>1),2)</sup>, В. Ш. Банзаров<sup>1)</sup>, Н. С. Баштовой<sup>1)</sup>, Д. Е. Беркаев<sup>1),2)</sup>, А. Е. Бондарь<sup>1),2)</sup>, А. В. Брагин<sup>1)</sup>, А. И. Воробьев<sup>1)</sup>, С. Е. Гаязов<sup>1),2)</sup>, А. А. Гребенюк<sup>1),2)</sup>, С. С. Грибанов<sup>1),2)</sup>, Д. Н. Григорьев<sup>1),2),3)</sup>, Д. А. Епифанов<sup>1)</sup>, А. Л. Ерофеев<sup>1),2)</sup>, Ф. В. Игнатов<sup>1)</sup>, С. В. Карпов<sup>1)</sup>, В. Ф. Казанин<sup>1),2)</sup>, А. Н. Козырев<sup>1)</sup>, Е. А. Козырев<sup>1),2)</sup>, И. А. Кооп<sup>1),2)</sup>, А. А. Коробов<sup>1),2)</sup>, П. П. Кроковный<sup>1),2)</sup>, А. С. Кузьмин<sup>1)</sup>, И. Б. Логашенко<sup>1),2)</sup>, П. А. Лукин<sup>1),2)</sup>, К. Ю. Михайлов<sup>1),2)</sup>, В. С. Охапкин<sup>1)</sup>, Ю. Н. Пестов<sup>1)</sup>, А. С. Попов<sup>1),2)</sup>, Г. П. Разуваев<sup>2)</sup>, А. А. Рубан<sup>1)</sup>, А. Е. Рыжененков<sup>1),2)</sup>, Н. М. Рыскулов<sup>1)</sup>, А. В. Семенов<sup>1),2)</sup>, А. Л. Сибиданов<sup>4)</sup>, Е. П. Солодов<sup>1),2)</sup>, А. А. Талышев<sup>1),2)</sup>, В. М. Титов<sup>1)</sup>, С. С. Толмачев<sup>1),2)</sup>, А. А. Усков<sup>1),2)</sup>, Г. В. Федотович<sup>1),2)</sup>, В. Е. Шебакин<sup>1),2)</sup>, Б. А. Шварц<sup>1),2)</sup>, Д. Б. Шварц<sup>1),2)</sup>, Ю. М. Шатунов<sup>1)</sup>, С. И. Эйфельман<sup>2),1),5)</sup>, Л. Б. Эпштейн<sup>1),3)</sup>, Ю. В. Юдин<sup>1)</sup>.

\*E-mail: vyacheslav\_lvovich\_ivanov@mail.ru





**Рис. 1.** Распределение среднего по двум трекам отклика BDT( $e^\pm, K^\pm$ ) для событий в точке  $E_{\text{beam}} = 936$  МэВ. Маркеры с ошибками — эксперимент, открытая гистограмма — полное моделирование сигнального и фоновых процессов. Также показаны смоделированные вклады процессов  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-(\gamma)$ ,  $\mu^+\mu^-(\gamma)$ ,  $K^+K^-(\gamma)$ .



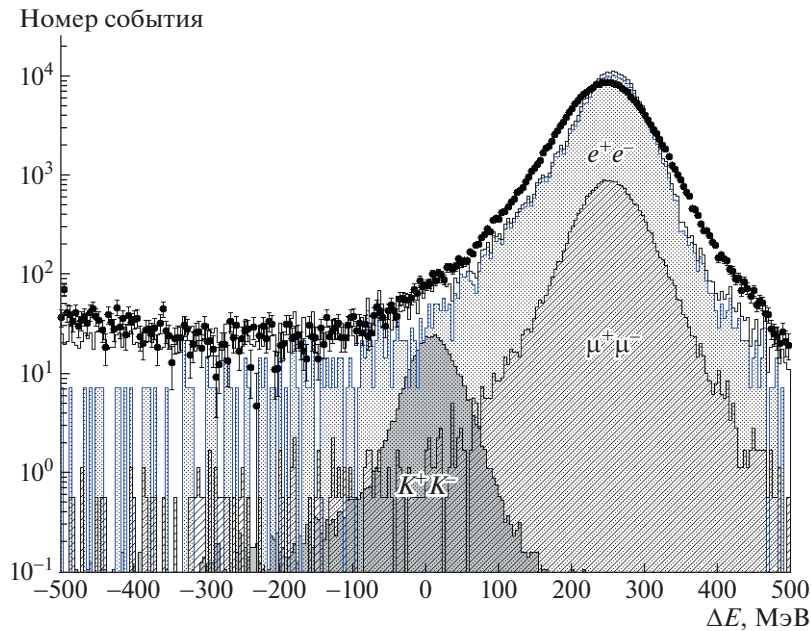
**Рис. 2.** Распределение среднего по двум трекам отклика BDT( $\mu^\pm, K^\pm$ ) для событий в точке  $E_{\text{beam}} = 936$  МэВ. Маркеры с ошибками — эксперимент, открытая гистограмма — полное моделирование сигнального и фоновых процессов. Также показаны смоделированные вклады процессов  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-(\gamma)$ ,  $\mu^+\mu^-(\gamma)$ ,  $K^+K^-(\gamma)$ .

13.4 $X_0$ . Баррельный калориметр состоит из двух подсистем — внутреннего многослойного ионизационного калориметра на основе жидкого ксенона (LXe) и внешнего сцинтилляционного на основе кристаллов CsI(Tl). Количество вещества перед баррельным калориметром составляет  $\sim 0.35X_0$ .

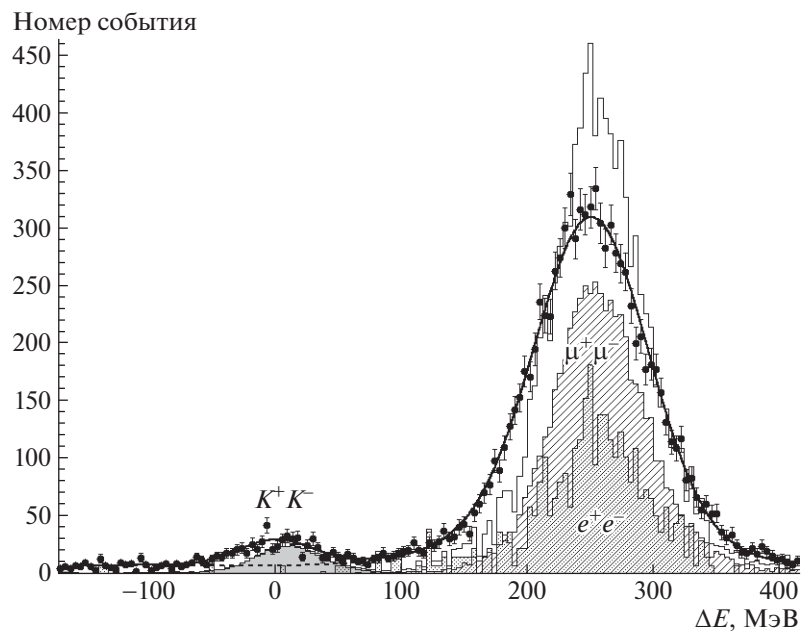
В течение экспериментальных заходов энергия

пучков измерялась методом обратного комптоновского рассеяния лазерных фотонов с точностью  $\sim 50$  кэВ [11]. Интегральная светимость определялась на основе событий процессов  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$  и  $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$  с систематической неопределенностью  $\sim 1\%$  [12].





**Рис. 3.** Распределение параметра  $\Delta E$  до подавления фона в точке  $E_{\text{beam}} = 936$  МэВ. Маркеры с ошибками — эксперимент, открытая гистограмма — полное моделирование сигнального и фоновых процессов. Также показаны смоделированные вклады процессов  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-(\gamma)$ ,  $\mu^+\mu^-(\gamma)$ ,  $K^+K^-(\gamma)$ .



**Рис. 4.** Распределение параметра  $\Delta E$  после подавления фона в точке  $E_{\text{beam}} = 936$  МэВ. Маркеры с ошибками — эксперимент, открытая гистограмма — полное моделирование сигнального и фоновых процессов. Также показаны смоделированные вклады процессов  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-(\gamma)$ ,  $\mu^+\mu^-(\gamma)$ ,  $K^+K^-(\gamma)$ . Кривые: сплошная — аппроксимация распределения в эксперименте, штриховая — часть аппроксимации, соответствующая вкладу фона.

Особое значение для обсуждаемого анализа имеет LXe-калориметр КМД-3, обладающий возможностью измерения удельных ионизационных потерь ( $dE/dx$ ) в 14 слоях. Для каждого трека в ДК, достигающего LXe-калориметра, вычисляется

шесть откликов классификаторов BDT (boosted decision trees), натренированных на оптимальное разделение различных пар заряженных частиц в определенном диапазоне углов и импульсов:  $\text{BDT}(e^\pm, \mu^\pm)$ ,  $\text{BDT}(e^\pm, \pi^\pm)$ ,  $\text{BDT}(e^\pm, K^\pm)$ ,

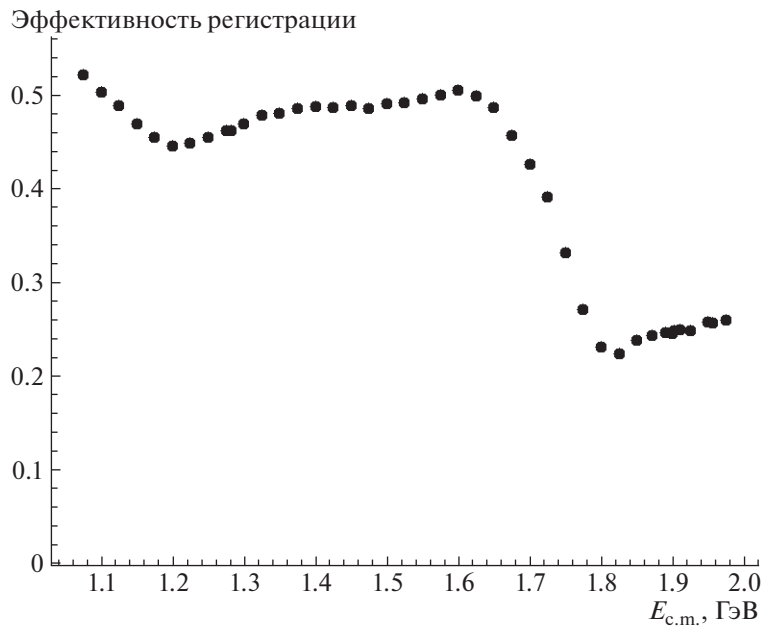


Рис. 5. Эффективность регистрации событий сигнального процесса в зависимости от энергии в системе центра масс.

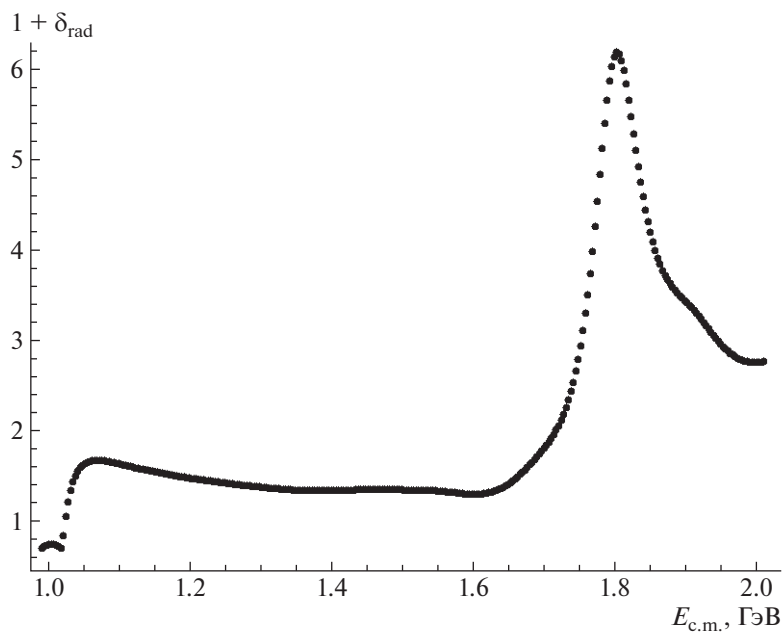


Рис. 6. Радиационная поправка в зависимости от энергии в системе центра масс.

$\text{BDT}(\mu^\pm, \pi^\pm)$ ,  $\text{BDT}(\mu^\pm, K^\pm)$ ,  $\text{BDT}(\pi^\pm, K^\pm)$ . Величины этих откликов используются для отбора каонов и подавления фоновых процессов с  $e^\pm$ ,  $\mu^\pm$ ,  $\pi^\pm$ .

#### ОТБОР СОБЫТИЙ И ПОДАВЛЕНИЕ ФОНА

Прежде всего, мы отбираем события с ровно двумя противоположно заряженными “хорошими”

треками, т.е. треками, удовлетворяющими следующим условиям:

1. условие центральности:  $|\rho|$  и  $|z|$  — точки на спирали трека, ближайшей к оси пучков, меньше 0.6 и 12 см соответственно;
2. полярный угол трека  $\theta$  лежит в диапазоне от 1.0 до  $\pi - 1.0$  рад;
3. поперечный импульс трека больше 65 МэВ/с.

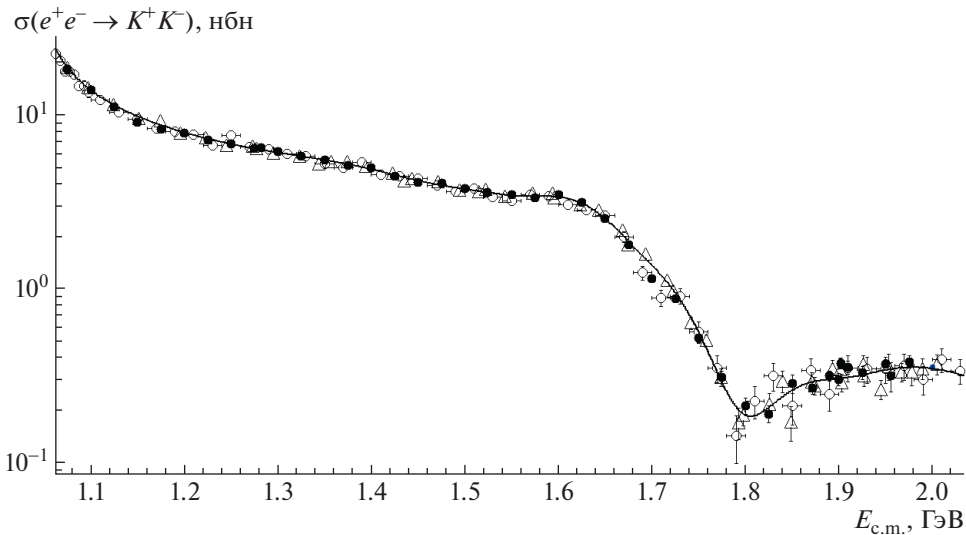


Рис. 7. Борновское сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$  в зависимости от энергии в системе центра масс. Точки:  $\circ$  — результаты ВаВар,  $\triangle$  — СНД,  $\bullet$  — предварительные результаты КМД-3. Кривая — аппроксимация данных КМД-3.

Далее, на два отобранных “хороших” трека накладывается условие коллинеарности по  $\varphi$ :  $|\varphi_1 - \varphi_2| - \pi| < 0.25$  рад. Моделирование показывает, что основными фоновыми процессами являются  $e^+e^- \rightarrow e^+e^- (\gamma)$ ,  $\mu^+\mu^- (\gamma)$ ,  $\pi^+\pi^- (\gamma)$ , а также события с космическими мюонами. Для подавления фона от  $e^+e^- \rightarrow e^+e^- (\gamma)$  мы накладываем условие отбора на средний отклик  $\text{BDT}(e^\pm, K^\pm)$  для двух треков (индивидуально в каждой точке по энергии), см. рис. 1. Для подавления фона от  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^- (\gamma)$  и от космики условие отбора накладывается на средний отклик  $\text{BDT}(\mu^\pm, K^\pm)$ , см. рис. 2. Поскольку сечение процесса  $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^- (\gamma)$  относительно мало, и события этого процесса кинематически отделены от событий  $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$ , мы не накладываем условий отбора на  $\text{BDT}(\pi^\pm, K^\pm)$ .

## РАЗДЕЛЕНИЕ СИГНАЛА И ФОНА

Разделение сигнала и фона, позволяющее определить число сигнальных событий, осуществляется путем аппроксимации распределения параметра  $\Delta E$ , определяемого как

$$\Delta E = \sqrt{m_K^2 + p_{1,z}^2} + \sqrt{m_K^2 + p_{2,z}^2} + |p_{1,z} + p_{2,z}| - 2E_{\text{beam}},$$

где  $p_{1,2}$  — импульсы частиц. Этот параметр представляет собой дисбаланс энергии в событии в предположении, что две частицы являются каонами. Добавочное слагаемое  $|p_{1,z} + p_{2,z}|$  “отыгрывает” потерю энергии в результате излучения струй начальными электроном и позитроном вдоль оси

пучков. На рис. 3 показано распределение  $\Delta E$  в эксперименте и моделировании сигнального и фоновых процессов до подавления фона с помощью ВДТ, а на рис. 4 — после подавления. Видно, что применение идентификации с использованием  $dE/dx$  в LXe делает возможным разделение сигнала и фона.

Аппроксимация формы сигнального пика осуществляется суммой трех гауссов, параметры которых, за исключением положения пика и его добавочного уширения в эксперименте, фиксируются из моделирования. Аппроксимация формы фона при низких энергиях  $E_{\text{beam}} < 1.4$  ГэВ осуществляется линейной функцией, а при высоких энергиях  $E_{\text{beam}} > 1.4$  ГэВ — суммой линейной функции и трех гауссов, описывающих пикованный вклад процессов  $e^+e^- \rightarrow e^+e^- (\gamma)$ ,  $\mu^+\mu^- (\gamma)$ ,  $\pi^+\pi^- (\gamma)$ .

## ВЫЧИСЛЕНИЕ И АППРОКСИМАЦИЯ СЕЧЕНИЯ ПРОЦЕССА

Видимое сечение процесса вычисляется по формуле

$$\sigma_{\text{vis}} = \frac{N_{\text{sig.evt.}}}{L\varepsilon},$$

где  $N_{\text{sig.evt.}}$  — число отобранных сигнальных событий в данной точке по энергии,  $L$  — интегральная светимость в точке,  $\varepsilon$  — эффективность регистрации событий сигнального процесса в данной точке, см. рис. 5. Борновское сечение вычисляется из видимого по формуле

$$\sigma_{\text{Born}} = \frac{\sigma_{\text{vis}}}{1 + \delta_{\text{rad}}},$$

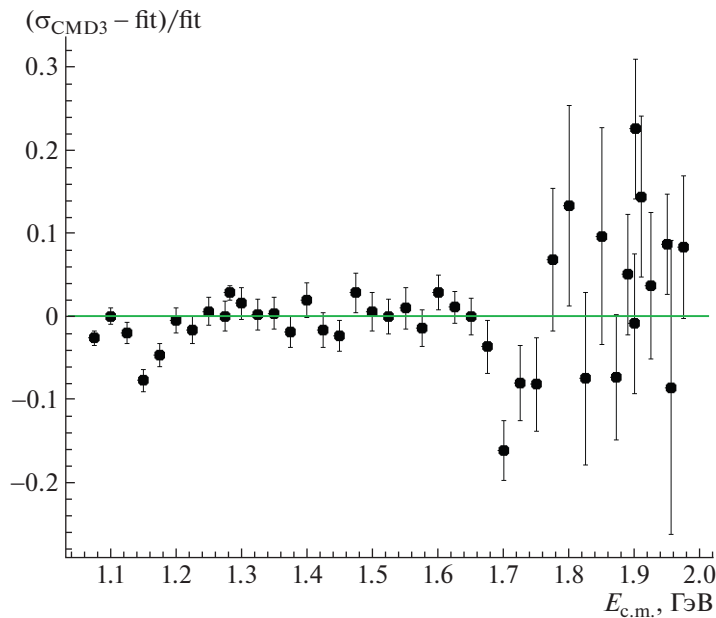


Рис. 8. Относительная разность сечения  $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$ , измеренного с КМД-3, и аппроксимации результатов ВаВаг и СНД.

где радиационная поправка  $(1 + \delta_{\text{rad}})$  вычисляется с помощью структурных функций [13], см. рис. 6.

Вычисление радиационной поправки проводится итерационно, при этом на этапе первой итерации используется аппроксимация борновского сечения, измеренного ВаВаг [8] и СНД [9]. Для аппроксимации сечения мы используем ту же параметризацию, что и СНД [9]. В результате получаем предварительное борновское сечение, разумно согласующееся (за исключением нескольких точек) с результатами ВаВаг и СНД, см. рис. 7. На рис. 8 показано также относительное отклонение измеренного нами борновского сечения от аппроксимации сечения ВаВаг и СНД.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ И ПЛАНЫ

В данной работе были получены предварительные результаты измерения сечения процесса  $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$  с детектором КМД-3. Новизна анализа состоит в применении разработанной нами методики идентификации заряженных частиц на основе удельных ионизационных потерь в слоях LXe-калориметра. Сечение данного процесса при энергиях  $E_{\text{с.м.}} > 1.6$  ГэВ не может быть измерено с КМД-3 без применения данной методики. Предварительные результаты находятся в разумном согласии с предшествующими измерениями (за исключением, быть может, нескольких точек по энергии) и имеют сравнимую статистическую точность. В дальнейшем планируется распространить данный анализ на другие экспериментальные сезоны и провести анализ систематических ошибок.

Данная работа проведена при поддержке гранта Российского фонда фундаментальных исследований 20-52-00008 Бел\_а. Благодарим команду ВЭПП-2000 за отличную работу ускорителя.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. F. Jegerlehner, Springer Tracks Mod. Phys. **274**, 1 (2017).
2. M. Davier, A. Hoecker, B. Malaescu, and Z. Zhang, Eur. Phys. J. C **77**, 827 (2017).
3. A. Keshavarzi, D. Nomura, and T. Teubner, Phys. Rev. D **97**, 114025 (2018).
4. K. Hagiwara, R. Liao, A. D. Martin, D. Nomura, and T. Teubner, J. Phys. G **38**, 085003 (2011).
5. G. W. Bennett *et al.* (Muon g-2 Collab.), Phys. Rev. D **73**, 072003 (2006).
6. B. Khazin *et al.* (CMD-3 Collab.), Nucl. Phys. B Proc. Suppl. **181–182**, 376 (2008).
7. I. A. Koop, Nucl. Phys. B Proc. Suppl. **181–182**, 371 (2008).
8. J. P. Lees *et al.* (BABAR Collab.), Phys. Rev. D **88**, 032013 (2013).
9. M. N. Achasov *et al.*, Phys. Rev. D **94**, 112006 (2016).
10. V. L. Ivanov, G. V. Fedotov, A. V. Anisenkov, A. A. Grebenuk, A. A. Kozyrev, A. A. Ruban, and K. Yu. Mikhailov, Nucl. Instrum. Methods A **952**, 161971 (2020).
11. E. V. Abakumova, M. N. Achasov, D. E. Berkaev, V. V. Kaminsky, I. A. Koop, A. A. Korol, S. V. Koshuba, A. A. Krasnov, N. Yu. Muchnoi, E. A. Pe-

- revedentsev, E. E. Pyata, P. Yu. Shatunov, Yu. M. Shatunov, and D. B. Schwartz, Nucl. Instrum. Methods A **744**, 35 (2014).
12. A. E. Ryzhenenkov, R. R. Akhmetshin, A. N. Amir-khanov, A. V. Anisenkov, V. M. Aulchenko, V. Sh. Banzarov, N. S. Bashtovoy, D. E. Berkaev, A. E. Bondar, A. V. Bragin, S. I. Eidelman, D. A. Epifanov, L. B. Epshteyn, A. L. Erofeev, G. V. Fedotovych, S. E. Gayazov, *et al.*, JINST **12**, C07040 (2017).
13. E. A. Kuraev and V. S. Fadin, Sov. J. Nucl. Phys. **41**, 466 (1985).

## MEASUREMENT OF THE $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$ PROCESS CROSS SECTION WITH THE CMD-3 DETECTOR

V. L. Ivanov<sup>1),2)</sup>

on behalf of the CMD-3 collaboration

<sup>1)</sup> Budker Institute of Nuclear Physics, SB RAS, Novosibirsk, 630090, Russia

<sup>2)</sup> Novosibirsk State University, Novosibirsk, 630090, Russia

<sup>3)</sup> Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, 630092, Russia

<sup>4)</sup> University of Victoria, Victoria, BC, Canada V8W 3P6

<sup>5)</sup> Lebedev Physical Institute RAS, Moscow, 119333, Russia

In this paper we present the preliminary results for the  $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$  process cross section measurement in the center-of-mass energy range from 1.075 to 1.975 GeV. The analysis is based on  $62.9 \text{ pb}^{-1}$  of integral luminosity, collected with the CMD-3 detector in the experimental runs of 2019 year. The suppression of the background processes  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-(\gamma)$ ,  $\mu^+\mu^-(\gamma)$ ,  $\pi^+\pi^-(\gamma)$  and of the events with the cosmic muons is performed with the use of specific energy losses of charged particles in the layers of the liquid xenon calorimeter of CMD-3. The preliminary results for the  $e^+e^- \rightarrow K^+K^-$  cross-section measurement are in reasonable agreement with the previous measurements and have comparable statistical precision.

CMD-3 collaboration: R. R. Akhmetshin<sup>1),2)</sup>, A. N. Amir-khanov<sup>1),2)</sup>, A. V. Anisenkov<sup>1),2)</sup>, V. M. Aulchenko<sup>1),2)</sup>, V. Sh. Banzarov<sup>1)</sup>, N. S. Bashtovoy<sup>1)</sup>, D. E. Berkaev<sup>1),2)</sup>, A. E. Bondar<sup>1),2)</sup>, A. V. Bragin<sup>1)</sup>, S. I. Eidelman<sup>2),1),5)</sup>, D. A. Epifanov<sup>1)</sup>, L. B. Epstein<sup>1),3)</sup>, A. L. Erofeev<sup>1),2)</sup>, G. V. Fedotovych<sup>1),2)</sup>, S. E. Gayazov<sup>1),2)</sup>, A. A. Grebenuk<sup>1),2)</sup>, S. S. Griбанov<sup>1),2)</sup>, D. N. Grigoriev<sup>1),2),4)</sup>, F. V. Ignatov<sup>1)</sup>, S. V. Karpov<sup>1)</sup>, V. F. Kazanin<sup>1),2)</sup>, I. A. Koop<sup>1),2)</sup>, A. A. Korobov<sup>1),2)</sup>, A. N. Kozyrev<sup>1)</sup>, E. A. Kozyrev<sup>1),2)</sup>, P. P. Krokovny<sup>1),2)</sup>, A. S. Kuzmin<sup>1),2)</sup>, I. B. Logashenko<sup>1),2)</sup>, P. A. Lukin<sup>1),2)</sup>, K. Yu. Mikhailov<sup>1),2)</sup>, V. S. Okhapkin<sup>1)</sup>, Yu. N. Pestov<sup>1)</sup>, A. S. Popov<sup>1),2)</sup>, G. P. Razuvaev<sup>2)</sup>, A. A. Ruban<sup>1)</sup>, N. M. Ryskulov<sup>1)</sup>, A. E. Ryzhenenkov<sup>1),2)</sup>, A. V. Semenov<sup>1),2)</sup>, V. E. Shebalin<sup>1),2)</sup>, B. A. Schwartz<sup>1),2)</sup>, D. B. Schwartz<sup>1),2)</sup>, A. L. Sibidanov<sup>4)</sup>, E. P. Solodov<sup>1),2)</sup>, A. A. Talyshev<sup>1),2)</sup>, V. M. Titov<sup>1)</sup>, S. S. Tolmachev<sup>1),2)</sup>, Yu. M. Shatunov<sup>1)</sup>, A. A. Uskov<sup>1),2)</sup>, A. I. Vorobiev<sup>1)</sup>, Yu. V. Yudin<sup>1)</sup>

## КОГЕРЕНТНОЕ ФОТОРОЖДЕНИЕ НЕЙТРАЛЬНЫХ ПСЕВДОСКАЛЯРНЫХ МЕЗОНОВ $\pi^0\pi^0$ И $\pi^0\eta$ НА ЛЕГКИХ ЯДРАХ

© 2020 г. М. В. Егоров<sup>1)\*</sup>

Поступила в редакцию 22.04.2020 г.; после доработки 22.04.2020 г.; принята к публикации 22.04.2020 г.

В настоящей работе систематически изучено когерентное фоторождение  $\pi^0\pi^0$  и  $\pi^0\eta$  на ядрах с  $A \leq 7$  от порога до энергии фотонов в лабораторной системе  $E_\gamma = 2$  ГэВ. Амплитуда фоторождения на ядрах строилась на основе импульсного приближения с учетом ряда процессов, ответственных за взаимодействие мезонов с ядром в конечном состоянии. Впервые в рамках единого микроскопического подхода рассчитано перерассеяние пионов  $\pi N \rightarrow \pi N$  и  $\pi N \rightarrow \eta N$  нуклонами-спектаторами, рождение  $\pi^{+/-}\pi^0\pi^0$  и  $\pi^{+/-}\pi^0\eta$  и последующее поглощение  $\pi^{+/-}$  нуклонами-спектаторами, а также трехчастичное  $\pi$ - $NN$ - и  $\eta$ - $NN$ -взаимодействие.

DOI: 10.31857/S0044002720050116

На сегодняшний день поиск связей возбужденных состояний нуклона с мезонными модами распада, наряду с аннигиляцией протон-антипротон, играет первостепенную роль при решении проблемы “недостающих резонансов” [1, 2]. Вместе с тем фотообразование легчайших пар псевдоскалярных нейтральных мезонов в когерентных процессах на легких ядрах характеризуется еще некоторыми особенностями: i) влияние ядерного окружения на элементарный оператор фоторождения, ii) искажение выхода мезонов вследствие сильного взаимодействия мезонов с ядром в конечном состоянии. Систематического изучения этих особенностей в рамках единой унифицированной модели фоторождения пар псевдоскалярных мезонов на легких ядрах не проводилось. Вместо этого с появлением прецизионных экспериментальных данных по поляризованному полному и дифференциальному сечению [3–6] набирает популярность **независимое** моделирование реакций  $\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$  и  $\gamma \rightarrow \pi^0\eta$  по парциально-волновым каналам, связанным с тем или иным барионным резонансом. В когерентных процессах фоторождения  $\pi^0\pi^0$  и  $\pi^0\eta$  на легких ядрах влияние ядерного окружения проявляется как в модификации самого оператора рождения в зависимости от атомного номера ядра-мишени, так и в проявлении нерезонансных вкладов, меняющих форму дифференциального по инвариантной массе мезонов сечения [7] или увеличивающих его абсолютную величину [8]. Наличие сильных

нерезонансных вкладов в процессах  $\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$  и  $\gamma \rightarrow \pi^0\eta$ , возникающих из-за взаимодействия в конечном состоянии, должно быть отражено в структуре унифицированной модели фоторождения пар  $\pi^0\pi^0$  и  $\pi^0\eta$ . Так как процессы  $\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$  на ядрах с нулевым изоспином инициируются только изоскалярными фотонами, величина соответствующих полных сечений мала (порядка десятков нбн) и сравнима с вкладом от фотообразования  $\pi^0\pi^0\pi^0$  [9] в той же энергетической области. Роль тройного образования мезонов с последующим поглощением одного из них нуклонами-спектаторами в когерентных процессах  $\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$  и  $\gamma \rightarrow \pi^0\eta$  ранее не была изучена.

В настоящей работе впервые рассмотрено влияние на полные сечения процессов  $\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$  и  $\gamma \rightarrow \pi^0\eta$  наиболее вероятных механизмов взаимодействия мезонов с ядром с  $A \leq 7$  в конечном состоянии, а также процессов фоторождения трех мезонов  $\pi^{+/-}\pi^0\pi^0$  и  $\pi^{+/-}\pi^0\eta$  с последующим поглощением заряженных пионов  $\pi^{+/-}$  нуклонами-спектаторами. Кроме этого, на примере когерентных процессов  $d(\gamma, \pi^0\pi^0)d$  и  $d(\gamma, \pi^0\eta)d$  кратко изучено влияние трехчастичных  $\pi$ - $NN$ - и  $\eta$ - $NN$ -сил.

Когда энергия фотона в лабораторной системе намного превосходит энергию связи нуклона в ядре, а импульсы образующихся  $\pi^0$ - и  $\eta$ -мезонов заметно больше среднего импульса связанных в ядре нуклонов, то для нахождения матричных элементов оператора фоторождения  $\pi^0\pi^0$  и  $\pi^0\eta$  на ядре разумно использовать импульсное приближение. В рамках этого приближения фоторождение на ядре аппроксимируется когерентной суммой операторо-

<sup>1)</sup>РФЯЦ-ВНИИТФ им. академика Е.И. Забабахина, Снежинск, Россия.

\*E-mail: egorovphys@mail.ru

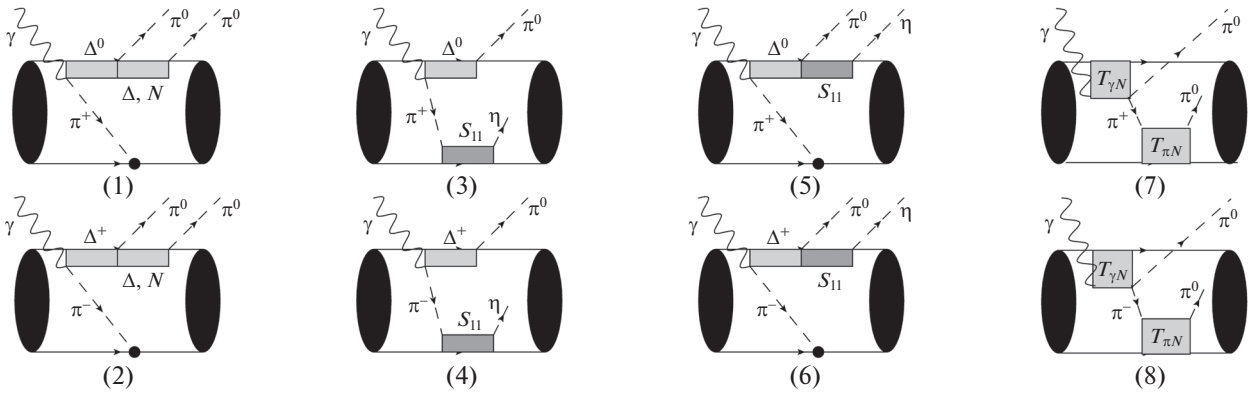


Рис. 1. Лидирующие вклады в фоторождение  $\pi^{+/-}\pi^0\pi^0$  (диаграммы 1, 2) и  $\pi^{+/-}\pi^0\eta$  (диаграммы 5, 6), а также перерассеяние  $\pi^{+/-}N \rightarrow \eta N$  (диаграммы 3, 4) и  $\pi^{+/-}N \rightarrow \pi^0 N$  (диаграммы 7, 8). Овалами на диаграммах обозначена связанная в ядре пара нуклонов.

ров квазисвободного фоторождения на отдельных нуклонах ядра. Амплитуда фоторождения  $\pi^0\pi^0$  и  $\pi^0\eta$  на нуклоне факторизуется в виде

$$T_{\gamma N} = F_{\gamma N \rightarrow N^*(J,L)} G_{N^*(J,L)} \times \quad (1)$$

$$\times F_{F^*(J,L) \rightarrow sM^*} G_{M^*} F_{M^* \rightarrow tN},$$

в котором отражена сильная связь резонанса  $N^*(J,L)$  (со спином  $J$  и орбитальным моментом  $L$ ) с мезоном  $s \in (\pi^0, \eta)$  и промежуточным резонансом  $M^* \in (\Delta(1232), S_{11}(1535))$ . Связь промежуточного резонанса  $M^*$  с мезонами  $t \in (\eta, \pi^0)$  и нуклоном  $N$  формирует конечное состояние для однонуклонного оператора фоторождения. Более точно конечные  $2\pi^0 N$ - и  $\pi^0\eta N$ -состояния формируются в результате распада промежуточных квазидвухчастичных состояний  $\pi\Delta$ ,  $\sigma N$  для  $2\pi^0 N$  и  $\eta\Delta$ ,  $\pi S_{11}(1535)$ ,  $a_0(980)N$  для  $\pi^0\eta N$  соответственно. Выражения для электромагнитных  $F_{\gamma N \rightarrow N^*(J,L)}$  и адронных  $F_{N^*(J,L) \rightarrow sM^*}$ ,  $F_{M^* \rightarrow tN}$  вершинных функций получены в рамках нерелятивистской изобарной модели [10] с борновскими и резонансными вкладами, рассчитываемыми в древесном приближении. Данная модель нами была расширена на канал  $\pi^0\eta$  включением дополнительных резонансов  $N(1710)\frac{1}{2}^+$ ,  $N(1880)\frac{1}{2}^+$ ,  $N(1900)\frac{1}{2}^+$ ,  $N(2100)\frac{1}{2}^+$ ,  $\Delta(1900)\frac{1}{2}^-$ ,  $\Delta(1905)\frac{5}{2}^+$ ,  $\Delta(1920)\frac{3}{2}^+$ ,  $\Delta(1940)\frac{3}{2}^-$ . Пропагаторы барионных резонансов  $G_{N^*(J,L)}$  и  $G_M$  находились в простой брейт-вигнеровской форме. Отсутствие сильных борновских вкладов в фоторождении  $\pi^0\pi^0$  и  $\pi^0\eta$ , а также сильная зависимость полного сечения от типа ядра-мишени приводят к необходимости учитывать дополнительные по отношению к импульсному приближению механизмы, представленные на рис. 1.

Приведенные на рис. 1 вклады входят отдельно-ми слагаемыми в полную амплитуду  $T$  фоторождения на ядре:

$$T = T_{IA} + T_{MS} + T_{MMA} + T_{MVF}. \quad (2)$$

В (2)  $T_{IA}$  — элементы оператора фоторождения в импульсном приближении на ядре,  $T_{MS}$  — слагаемое, учитывающее мезонное рассеяние на одном или нескольких нуклонах-спектаторах,  $T_{MMA}$  — расширенный оператор фоторождения  $\pi^{+/-}\pi^0\pi^0$  и  $\pi^{+/-}\pi^0\eta$  с последующим поглощением заряженных пионов  $\pi^{+/-}$  нуклонами-спектаторами,  $T_{MVF}$  — вклад многочастичного взаимодействия замедленных мезонов с ядром в конечном состоянии. Детали расчета отдельных слагаемых формулы (2) приведены в работе [11]. В первом приближении, среди процессов, ответственных за взаимодействие в конечном состоянии, важны те, представленные на рис. 1, которые содержат вершину  $\Delta$  Кролл–Рудермана. По этой причине обмен заряженными пионами в  $NN \rightarrow NN$  должен приводить к росту полного сечения процессов  $d(\gamma, \pi^0\pi^0)d$  и  $d(\gamma, \pi^0\eta)d$ . Именно этот рост мы и наблюдаем из данных рис. 2 при включении величин  $T_{MMA}$ . При этом фильтрующее действие дейтрона, как ядра с нулевым изоспином, отсеивает механизмы 7–8, изображенные на рис. 1. По этой причине обычное для мезонной оптики поглощение пионов нуклонами-спектаторами в случае процесса  $d(\gamma, \pi^0\pi^0)d$  исключено. Феноменологическая волновая функция дейтрона находилась по анализу работы [15]. Фазовые сдвиги  $N$ -рассеяния, полученные на основе такой функции, согласуются с экспериментальными данными вплоть до кинетической энергии одного из нуклонов 500 МэВ в лабораторной системе.

Учет трехчастичных  $\pi$ - $NN$ - и  $\eta$ - $NN$ -сил по модели [8, 11] представлен на рис. 2 сплошной



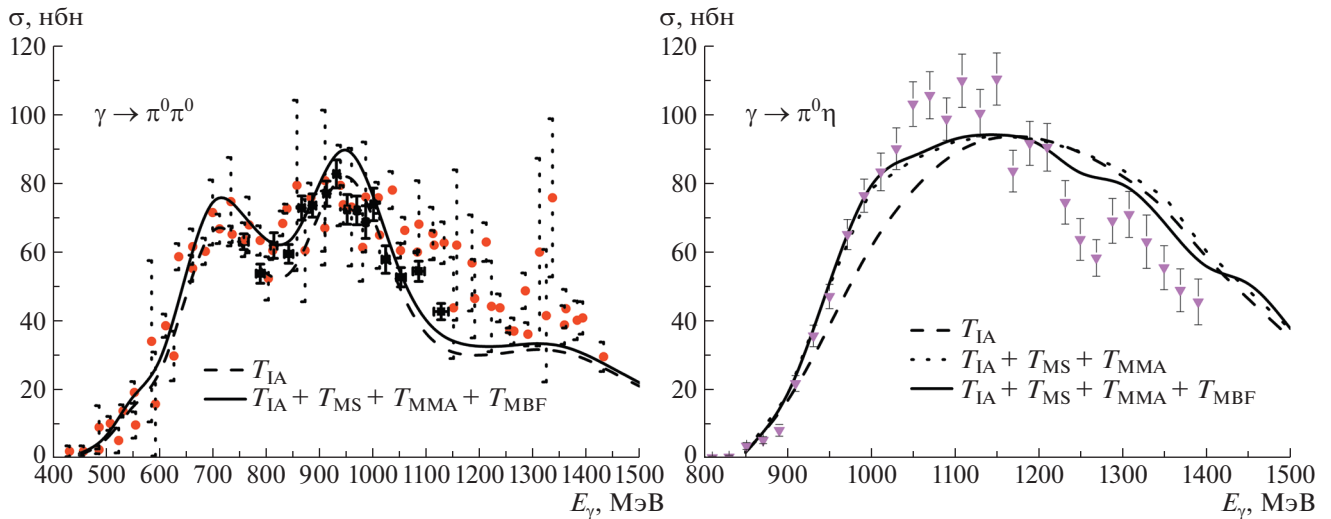


Рис. 2. Полное сечение  $d(\gamma, \pi^0 \pi^0) d$  (а) и  $d(\gamma, \pi^0 \eta) d$  (б). Предварительные данные для  $d(\gamma, \pi^0 \pi^0) d$  — точки [12], квадраты [13]. Данные для  $d(\gamma, \pi^0 \eta) d$  [14].

линией. Вклады трехчастичных сил оказываются ничтожными для процесса  $d(\gamma, \pi^0 \pi^0) d$  (результат на рис. 2 сливается с расчетом без них). В то же время  $\eta$ - $NN$ -взаимодействие оказывается существенным для процесса  $d(\gamma, \pi^0 \eta) d$  не только в области  $E_\gamma < 1$  ГэВ [8], но и в области  $E_\gamma > 1.2$  ГэВ, где учет трехчастичных сил приводит к уменьшению полного сечения. Как показали наши расчеты, в области кинетической энергии  $\eta$  мезона  $T_\eta < 5$  МэВ существенную роль играет зависимость интенсивности  $N$ -взаимодействия от полной энергии  $\eta N$ -системы.

Для ядер с  $A > 2$  ключевое значение в описании сечений когерентных процессов  $\gamma \rightarrow \pi^0 \pi^0$  и  $\gamma \rightarrow \pi^0 \eta$  приобретает волновая функция ядра-мишени. Для ядер с  $A > 4$ , по-видимому, уже оболочечная модель с промежуточной  $S$ -связью качественно передает поведение полного сечения фоторождения пионов с ростом энергии фотонов. Полное сечение  ${}^6\text{Li}(\gamma, \pi^0 \pi^0) {}^6\text{Li}$  того же порядка, что и  $d(\gamma, \pi^0 \pi^0) d$ , в то же время поведение  ${}^4\text{He}(\gamma, \pi^0 \pi^0) {}^4\text{He}$  отличается заметно. Такое же влияние волновой функции ядра-мишени прослеживается и для процессов  ${}^4\text{He}(\gamma, \pi^0 \eta) {}^4\text{He}$  и  ${}^6\text{Li}(\gamma, \pi^0 \eta) {}^6\text{Li}$ .

В настоящей работе мы впервые представили систематический подход для поиска сечений когерентного фоторождения пар псевдоскалярных мезонов  $\pi^0 \pi^0$  и  $\pi^0 \eta$  на легких ядрах. Элементарные операторы фоторождения рассчитывались на основе изобарной модели с промежуточными барионными и мезонными резонансами, адронные кон-

станты связи которых подбирались исходя из наилучшего описания полных сечений процессов  $\gamma \rightarrow \pi^0 \pi^0$  и  $\gamma \rightarrow \pi^0 \eta$  на протонах и дейтронах. В настоящей работе кратко представлены основные результаты учета эффектов взаимодействия мезонов с ядром дейтерия в конечном состоянии, среди которых впервые рассчитаны вклады от образования  $\pi^{+/-} \pi^0 \pi^0$  и  $\pi^{+/-} \pi^0 \eta$  с последующим поглощением заряженных пионов  $\pi^{+/-}$  нуклонами-спектаторами. Вклад этого нерезонансного по своей природе эффекта оказывается важным для обоих процессов  $\gamma \rightarrow \pi^0 \pi^0$  и  $\gamma \rightarrow \pi^0 \eta$  на легчайших ядрах в широкой области энергий. С ростом атомного номера ядра-мишени величина этого эффекта уменьшается.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-02-00004.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. S. Capstick and W. Roberts, Phys. Rev. D **49**, 4570 (1994).
2. E. Klempt and J.-M. Richard, Rev. Mod. Phys. **82**, 1095 (2010).
3. V. Sokhoyan, AIP Conf. Proc. **1432**, 405 (2012).
4. V. Sokhoyan *et al.* (A2 Collab. at MAMI), Phys. Rev. C **97**, 055212 (2018).
5. The CBELSA/TAPS Collab. (E. Gutz *et al.*), Eur. Phys. J. A **50**, 74 (2014).
6. A. Käser, M. Dieterle, L. Witthauer, S. Abt, P. Achenbach, P. Adlarson, F. Afzal, Z. Ahmed, J. Ahrens, J. R. M. Annand, H. J. Arends, M. Bashkanov, R. Beck, M. Biroth, N. S. Borisov, A. Braghieri, *et al.*, Phys. Lett. B **786**, 305 (2018).



7. Y. Maghrbi, R. Gregor, S. Lugert, J. Ahrens, J. R. M. Annand, H. J. Arends, R. Beck, V. Bekrenev, B. Boillat, A. Braghieri, D. Branford, W. J. Briscoe, J. Brudvik, S. Cherepnaya, R. Codling, E. J. Downie, *et al.*, Phys. Lett. B **722**, 69 (2013).
8. M. Egorov and A. Fix, Phys. Rev. C **88**, 054611 (2013).
9. A. Starostin, I. M. Suarez, B. M. K. Nefkens, J. Ahrens, J. R. M. Annand, H. J. Arends, K. Bantawa, P. A. Bartolome, R. Beck, V. Bekrenev, A. Braghieri, D. Branford, W. J. Briscoe, J. Brudvik, S. Cherepnaya, M. Dieterle, *et al.*, arXiv: 1101.3744 [nucl-ex].
10. A. Fix and H. Arenhövel, Eur. Phys. J. A **25**, 115 (2005).
11. M. Egorov, Phys. Rev. C (to be printed) (2020).
12. I. Jaegle, *14th CB Meeting, Edinburgh, 2009*.
13. T. Ishikawa, H. Fujimura, H. Fukasawa, R. Hashimoto, Q. He, Y. Honda, T. Iwata, S. Kaida, H. Kanda, J. Kasagi, A. Kawano, S. Kuwasaki, K. Maeda, S. Masumoto, M. Miyabe, F. Miyahara, *et al.*, Phys. Lett. B **789**, 413 (2019).
14. A. Käser, J. Ahrens, J. R. M. Annand, H. J. Arends, K. Bantawa, P. A. Bartolome, R. Beck, V. Bekrenev, H. Berghäuser, A. Braghieri, D. Branford, W. J. Briscoe, J. Brudvik, S. Cherepnaya, S. Costanza, B. Demissie, *et al.*, Phys. Lett. B **748**, 244 (2015).
15. R. Machleidt, K. Holinde, and Ch. Elster, Phys. Rep. **149**, 1 (1987).

## COHERENT PHOTOPRODUCTION OF NEUTRAL PSEUDOSCALAR MESONS $\pi^0\pi^0$ AND $\pi^0\eta$ ON LIGHT NUCLEI

M. V. Egorov

*Federal State Unitary Enterprise “Russian Federal Nuclear Center — Zababakhin All-Russia Research Institute of Technical Physics”, Snezhinsk, Russia*

We systematically studied coherent photoproduction of  $\pi^0\pi^0$  and  $\pi^0\eta$  on nuclei with masses  $A \leq 7$  from threshold up to photon energy  $E_\gamma = 2$  GeV in laboratory frame. Photoproduction amplitude is constructed under the impulse approximation with the inclusion of processes governing meson-nucleus final state interaction. For the first time within the unified microscopic model it is calculated pion rescattering  $\pi N \rightarrow \pi N$  and  $\pi N \rightarrow \eta N$  by nucleons-spectators, production of  $\pi^{+/-}\pi^0\pi^0$  and  $\pi^{+/-}\pi^0\eta$  followed by absorption  $\pi^{+/-}$  by nucleons-spectators, and also three-body  $\pi-NN$  and  $\eta-NN$  interaction.

## ДИНАМИКА ЯДЕРНЫХ КАСКАДОВ ПРИ ФОТОРОЖДЕНИИ ЛЕГКИХ НЕЙТРАЛЬНЫХ МЕЗОНОВ

© 2020 г. В. Г. Недорезов<sup>1)\*</sup>, А. А. Туринге<sup>1)</sup>

Поступила в редакцию 26.04.2020 г.; после доработки 26.04.2020 г.; принята к публикации 26.04.2020 г.

Обсуждаются новые экспериментальные данные по мультифрагментации ядер углерода, инициированной фоторождением нейтральных  $\pi^0$ - и  $\eta$ -мезонов. Новизна связана с эксклюзивным характером изучаемых процессов, когда выделяются парциальные реакции фоторождения мезонов с последующим анализом комплементарных частиц на совпадение. Эксперимент выполнен в коллаборации GRAAL (Grenoble Accelérateur Anneau Laser) на пучке комптоновских фотонов с энергией 500–1500 МэВ. Обсуждаются возможности новых экспериментов в коллаборации BGO-OD (Бонн, Германия). Обсуждается новый метод изучения взаимодействия короткоживущих мезонов с ядрами, основанный на регистрации каскадных нуклонов отдачи.

DOI: 10.31857/S0044002720050177

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Мотивация изучения внутриядерных каскадов в области нуклонных резонансов на современном этапе связана с возможностью получения новой информации о взаимодействии нестабильных короткоживущих мезонов ( $\pi^0$ ,  $\pi^+$ ,  $\pi^-$ ,  $\eta$ ,  $\rho$ ,  $\omega$ ) с ядрами. Это стало возможным благодаря созданию экспериментальных установок, на которых в режиме совпадений можно изучать процессы мультифрагментации ядер под действием фотонов промежуточных энергий. Таким образом, на повестке дня стоит переход от инклюзивных экспериментов по фрагментации ядер к эксклюзивным экспериментам с идентификацией начальной стадии взаимодействия на совпадение с каскадными нуклонами и ядерными фрагментами.

### 2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА И ПЕРВЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Первые фотоядерные эксперименты по изучению мультифрагментации ядер были выполнены на установке GRAAL [1, 2] на пучке квазимонохроматических (меченых) фотонов, полученных методом обратного комптоновского рассеяния. Для регистрации продуктов реакций использовался широкоапертурный детектор LAGRAN $\gamma$ E, состоящий из двух основных частей. Центральная часть включала в себя широкоапертурный BGOкалориметр, кольцевой пластиковый сцинтилляционный  $\Delta E$ -детектор и координатно-чувствительную кольцевую пропорциональную камеру. В направлении

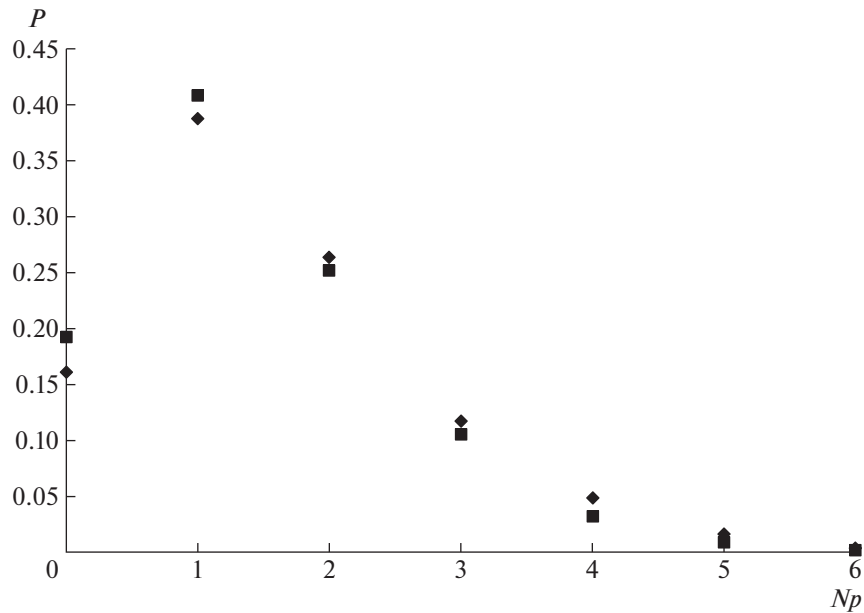
вперед располагались плоская пропорциональная камера, годоскоп из пластиковых сцинтилляционных полос и ливневый сцинтилляционный детектор площадью  $3 \times 3 \text{ м}^2$ . Это позволяло идентифицировать с высокой эффективностью протоны отдачи и ядерные фрагменты с разрешением по импульсу около 10%. В согласии с результатами моделирования, выполненного по программе GEANT-4, время пролета протонов не превышало 30 нс при пролетной базе 3 м. Фрагменты тяжелее протона регистрировались в области больших времен пролета (от 30 до 100 нс).

На рис. 1 показаны новые результаты по испусканию каскадных протонов в эксклюзивном режиме из ядра  $^{12}\text{C}$  в результате фоторождения нейтральных  $\pi^0$ -мезонов фотонами с энергией от 800 до 1500 МэВ. Экспериментальные данные сравниваются с результатами моделирования по программе RELDIS [3]. Можно отметить хорошее согласие экспериментальных и модельных результатов для событий с разной множественностью (от 1 до 6) испускания протонов. Но события когерентного фоторождения мезонов, когда нуклонов отдачи быть не должно, в эксперименте достоверно не наблюдаются. Пока на основании полученных данных можно говорить только о существовании верхней границы вероятности когерентного процесса на уровне 5% по отношению к полному сечению фоторождения  $\pi^0$ -мезонов. Этот вопрос требует дальнейшего изучения.

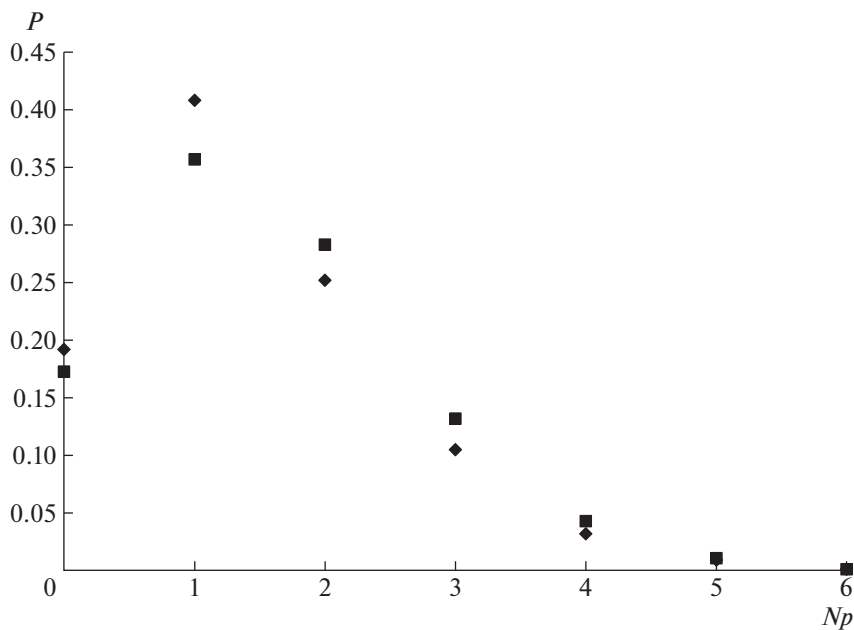
На рис. 2 показаны экспериментальные данные для реакции фоторождения нейтральных  $\eta$ -мезонов в сравнении с данными, приведенными на рис. 1. Видно, что вероятность испускания

<sup>1)</sup>Институт ядерных исследований РАН, Москва, Россия.

\*E-mail: vladimir@inr.ru



**Рис. 1.** Вероятности вылета каскадных протонов ( $P$ ) в реакции фоторождения  $\pi^0$ -мезонов на ядре  $^{12}\text{C}$  в зависимости от их множественности ( $Np$ ). Квадраты и ромбы соответствуют результатам эксперимента и моделирования соответственно.



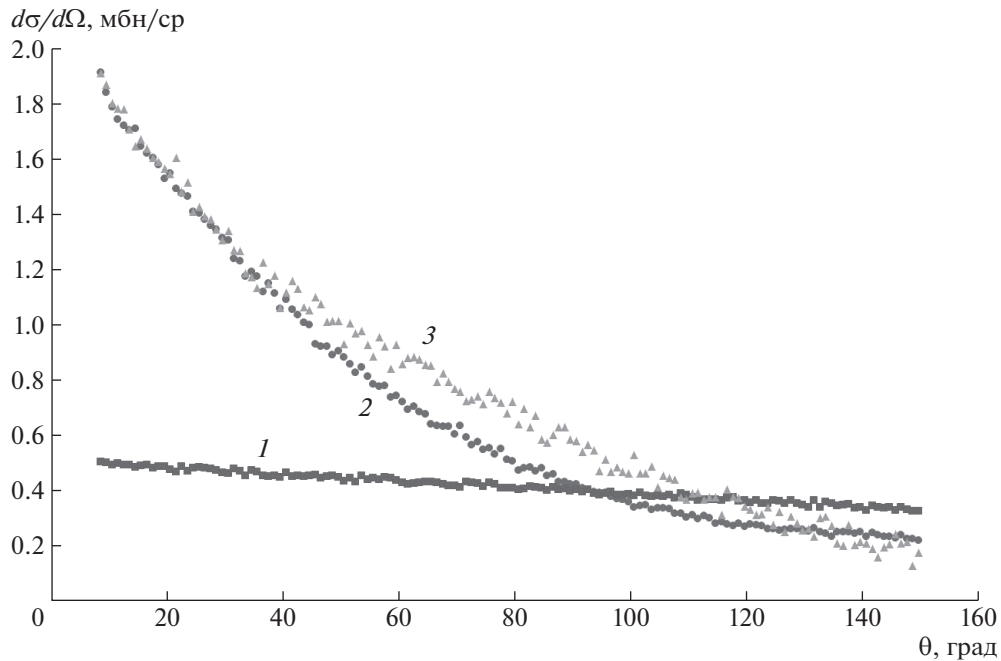
**Рис. 2.** Вероятности вылета каскадных протонов в реакции фоторождения  $\pi^0$ -мезонов (ромбы) и  $\eta$ -мезонов (квадраты) на ядре  $^{12}\text{C}$ .

протонов с разной множественностью практически одинакова для реакций с образованием  $\pi^0$ - и  $\eta$ -мезонов.

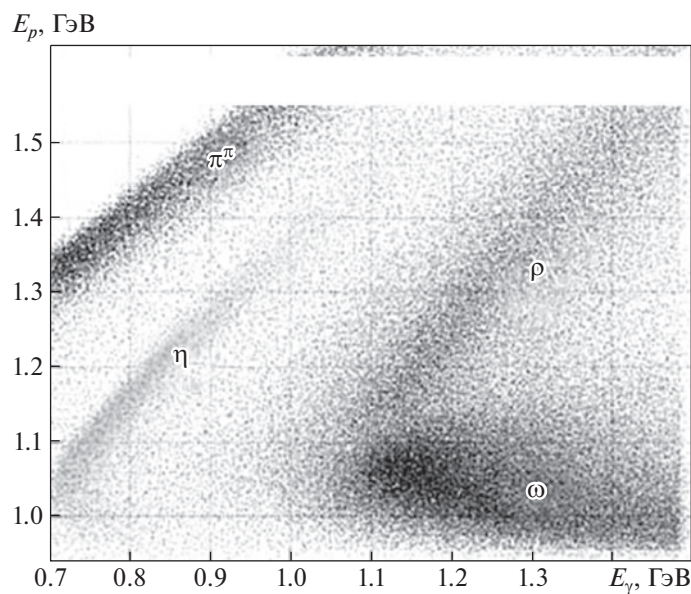
Полученные результаты следует считать предварительными. В настоящее время проводится изучение вероятности изучаемых эффектов от энергии

фотонов, оценка фоновых условий, исследование вероятности испускания более тяжелых фрагментов по сравнению с протонами.

Новые эксперименты планируются на установке BGO-OD на ускорителе ELSA в Германии [4]. Существенное улучшение параметров этой установки



**Рис. 3.** Угловые распределения каскадных протонов из ядра  $^{12}\text{C}$ . Кружки (кривая 2) и треугольники (кривая 3) соответствуют реакциям фоторождения  $\pi^0$ -мезонов и  $\eta$ -мезонов с не изотропным угловым распределением соответственно (сечение для  $\eta$ -мезона умножено на 30). Квадраты (кривая 1) соответствуют остальным каскадным нуклонам.



**Рис. 4.** Зависимость энергии каскадных протонов от энергии фотонов для разных парциальных реакций фоторождения мезонов по результатам моделирования.

по отношению к эксперименту GRAAL связано с наличием дипольного магнита OD в переднем направлении относительно мишени. Это позволит примерно в 10 раз улучшить разрешение по импульсу и повысить точность идентификации частиц. Но эксперимент еще не вышел на стадию набора статистики и находится в стадии подготовки.

### 3. ИЗУЧЕНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НЕСТАБИЛЬНЫХ КОРОТКОЖИВУЩИХ МЕЗОНОВ С ЯДРАМИ

Полученные данные позволяют провести классификацию изучаемых процессов фрагментации в зависимости от множественности испускаемых нуклонов (см. табл. 1). При этом следует учитывать, что фоторождение мезонов происходит на квазисвободных нуклонах ядра. Это подтвержда-

**Таблица 1.** Механизмы образования каскадных нуклонов в зависимости от их множественности

Множественность нуклонов	Механизм взаимодействия мезонов с ядрами
$n = 1$	Фоторождение мезонов на квазисвободных нуклонах. Упругое рассеяние мезонов на нуклонах ядра.
$n = 2$	Неупругое взаимодействие с внутриядерными нуклонами. Например, в реакции $\pi^0 p > \eta p$ .
$n > 2$	Мультифрагментация за счет внутриядерного каскада. Фазовый переход в ядре от жидкой капли в газообразное состояние.
$n = 0$	Когерентное взаимодействие.

ется универсальной зависимостью процессов фоторождения от атомного веса ядра мишени, когда полное сечение фотопоглощения пропорционально числу нуклонов в ядре [5].

Было экспериментально установлено, что по энергетическим и угловым распределениям каскадных протонов возможно выделить первый протон, получивший импульс от налетающего фотона. Из рис. 3 видно, что вылет одного из протонов происходит вдоль импульса налетающего фотона. Энергия этого протона выше, чем у остальных протонов, которые имеют изотропные распределения. Очевидно, это связано с тем, что налетающий фотон полностью поглощается квазисвободным нуклоном ядра и передает ему свою энергию и импульс. Благодаря этому появляется возможность идентифицировать тип реакции фоторождения с образованием конкретного мезона без его регистрации и без использования кинематического анализа, т.е. использовать протон отдачи как метку (таггер).

На рис. 4 показана зависимость энергии протонов от энергии налетающего фотона, полученная в результате моделирования по программе GEANT-4. При этом другие кинематические переменные, например, импульс протона, жестко фиксируются (в пределах нескольких процентов). Видно, что разные парциальные реакции фоторождения  $\pi$ ,  $\eta$ ,  $\rho$ ,  $\omega$ -мезонов, образующихся в области нуклонных резонансов, попадают в разные кинематические области. Таким образом, можно использовать протоны отдачи как метку ("tagger") протекающей реакции.

Постановка задачи по изучению реакций взаимодействия нестабильных короткоживущих мезонов с ядрами впервые была описана в работе [6]. В настоящее время по этому предложению проводится анализ полученных данных для определения сечения реакции  $\eta n \rightarrow \pi^- p$  на ядре  $^{12}\text{C}$ .

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основании представленных данных можно сделать вывод о том, что современные экспериментальные возможности открывают довольно широкую программу работ по изучению динамики внутриядерных каскадов, исследованию взаимодействия нестабильных мезонов с ядрами.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. J. P. Bocquet, J. Ajaka, M. Anghinolfi, V. Bellini, G. Berrier, P. Calvat, M. Capogni, L. Casano, M. Castoldi, P. Corvisiero, A. D'Angelo, J. P. Didelez, R. Di Salvo, Ch. Djalali, M. A. Duval, R. Frascaria, *et al.* (GRAAL Collab.), Nucl. Phys. A **622**, c124 (1997).
2. V. Nedorezov, A. D'Angelo, O. Bartalini, V. Bellini, M. Capogni, L. E. Casano, M. Castoldi, F. Curciarello, V. De Leo, J.-P. Didelez, R. Di Salvo, A. Fantini, D. Franco, G. Gervino, F. Ghio, G. Giardina, *et al.* (GRAAL Collab.), Nucl. Phys. A **940**, 264 (2015).
3. I. A. Pshenichnov, I. N. Mishustin, J. P. Bondorf, A. S. Botvina, and A. S. Iljinov, Phys. Rev. C **57**, 1920 (1998).
4. T. C. Jude, S. Alef, P. Bauer, D. Bayadilov, R. Beck, J. Bieling, A. Bella, S. Boese, A. Braghieri, K. Brinkmann, D. Burdeyny, P. Cole, R. Di Salvo, D. Elsner, A. Fantini, O. Freyermuth, *et al.* (BGO-OD Collab.), PoS (Hadron2017) 054 (2018); doi:10.22323/1.310.0054
5. J. Ahrens, Nucl. Phys. A **446**, 229 (1985).
6. A. Ignatov, O. Bartalini, V. Bellini, J. P. Bocquet, P. Calvat, M. Capogni, M. Casano, M. Castoldi, A. D'Angelo, J.-P. Didelez, R. Di Salvo, A. Fantini, G. Gervino, F. Ghio, B. Girolami, A. Giusa, *et al.*, Prog. Part. Nucl. Phys. **61**, 253 (2008).

# DYNAMICS OF NUCLEAR CASCADES IN PHOTOPRODUCTION OF LIGHT NEUTRAL MESONS

V. G. Nedorezov<sup>1)</sup>, A. A. Turinge<sup>1)</sup>

*<sup>1)</sup>Institute for Nuclear Research RAS, Moscow, Russia*

New experimental data on multifragmentation of carbon nuclei initiated by photoproduction of neutral  $\pi^0$  and  $\eta$  mesons are discussed. The novelty is associated with the exclusive nature of the processes under study, when partial reactions of meson photoproduction are identified with the subsequent analysis of complementary particles for coincidence. The experiment was performed in the GRAAL collaboration (Grenoble Accelérateur Anneau Laser) on a beam of Compton photons with an energy of 500–1500 MeV. The possibilities of new experiments in the BGO-OD collaboration (Bonn, Germany) are discussed. A new method for studying the interaction of short-lived mesons with nuclei, based on the registration of cascade recoil nucleons, is discussed.

**ПОПРАВКА: “ЭЛЕКТРОННЫЙ КАТАЛОГ МЕЗОРЕНТГЕНОВСКИХ  
СПЕКТРОВ ИЗЛУЧЕНИЯ”  
82 (3), 228 (2019)**

© 2020 г. Д. Р. Зинатулина\*

*Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия*

DOI: 10.31857/S0044002720050232

В последнем абзаце разд. 4 следует читать “Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (грант № 18-32-00383-Мол\_а)”.

---

E-mail: [d.zinatulina@gmail.com](mailto:d.zinatulina@gmail.com)