

# СОДЕРЖАНИЕ

---

---

Том 97, номер 5, 2020

---

---

Молодые звездные комплексы в гигантской галактике UGC 11973 <i>А. С. Гусев, Ф. Х. Сахибов, О. В. Ежкова</i>	355
Обзор линий излучения молекул в межзвездном волокне WB 673 <i>О. Л. Рябухина, М. С. Кирсанова</i>	365
Исследование ярких компактных радиоисточников северной полусферы на частоте 111 МГц <i>С. А. Тюльбашев, И. В. Чашей, И. А. Субаев, М. А. Китаева</i>	378
Орбитальный распад массивных рентгеновских двойных звезд <i>С. В. Чернов</i>	399
Взаимная гравитационная энергия колец Гаусса и проблема возмущений в небесной механике <i>Б. П. Кондратьев, В. С. Корноухов</i>	408
Релятивистские редукции в высокоточных измерениях глобального гравитационного поля Земли с помощью мультипарной космической группировки <i>В. К. Милюков, И. Ю. Власов, М. В. Сажин, О. С. Сажина, В. Н. Семенцов</i>	421
Многофакторная методика поиска малых тел на близких орбитах <i>М. В. Сергиенко, М. Г. Соколова, К. В. Холшевников</i>	432

---

---



УДК 524.7

## МОЛОДЫЕ ЗВЕЗДНЫЕ КОМПЛЕКСЫ В ГИГАНТСКОЙ ГАЛАКТИКЕ UGC 11973

© 2020 г. А. С. Гусев<sup>1,\*</sup>, Ф. Х. Сахибов<sup>2</sup>, О. В. Ежкова<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,  
Государственный астрономический институт им. П.К. Штернберга, Москва, Россия

<sup>2</sup> Университет прикладных наук Гессен-Фридберг, Фридберг, Германия

\* E-mail: gusev@sai.msu.ru

Поступила в редакцию 11.12.2019 г.

После доработки 24.01.2020 г.

Принята к публикации 24.01.2020 г.

Представлены результаты анализа фотометрических и спектральных наблюдений молодых звездных комплексов в гигантской спиральной галактике позднего типа UGC 11973. Проведен анализ фотометрических параметров в полосах *UBVRI* 13 крупнейших комплексов. Для одного из них, по данным спектроскопии, оценены металличность окружающего газа  $Z = 0.013 \pm 0.005$ , масса  $M = (4.6 \pm 1.6) \times 10^6 M_{\odot}$  и возраст звездного комплекса  $t = (2.0 \pm 1.1) \times 10^6$  лет. Показано, что все комплексы являются массивными ( $M \geq 1.7 \times 10^5 M_{\odot}$ ) звездными группировками с возрастaми менее  $3 \times 10^8$  лет.

DOI: 10.31857/S000462992006002X

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Среди относительно близких галактик UGC 11973 является одной из самых ярких, крупных и массивных звездных систем (см. табл. 1). Ее радиус достигает 30 кпк, абсолютная звездная величина  $M(B)_0^i < -22^m$ . Анализ кривой вращения показал, что общая масса галактики только в пределах 10 кпк ( $1/3$  радиуса  $D_{25}$ ) от центра составляет  $2.4 \times 10^{11} M_{\odot}$  [1]. Полная звездная масса UGC 11973 оценена по данным светимости в полосах *B* и *K* в  $9.4 \times 10^{10} M_{\odot}$  [2]. Масса HI по данным наблюдений в линии 21 см составляет  $2 \times 10^{10} M_{\odot}$  [3]. Галактика является членом небольшой группы [4], но близких спутников не имеет. Несмотря на большой наклон ( $i = 81^\circ$ ), хорошо прослеживается симметричная структура UGC 11973: мощные спиральные ветви с пылевыми линиями и слабый бар (рис. 1).

Помимо большого наклона, сложность в изучении этой галактики связана с ее близостью к плоскости Млечного Пути, из-за чего суммарное ослабление света в полосе *B* превышает  $1.5^m$ . По-видимому, этим и объясняется относительно слабая изученность UGC 11973. Хотя детальные исследования галактики и не проводились (исключая [1]), она наблюдалась в рамках крупных про-

ектов в широком диапазоне длин волн от УФ до радио. Наблюдения в радио- [6, 7], дальнем и ближнем ИК- (проекты IRAS [8] и 2MASS [9]) и оптическом диапазонах [10], а также значительная яркость галактики в УФ-диапазоне (проект GALEX<sup>1</sup>) согласованно показывают наличие активного, равномерного по времени звездообразования, характерного для массивных спиральных галактик позднего типа. Показатели цвета UGC 11973, исправленные за поглощение Галактики и поглощение за наклон диска, уменьшаются от значений  $(U - B)_0^i = 0.38 \pm 0.03^m$  и  $(B - V)_0^i = 0.85 \pm 0.04^m$  в центральной части (ядро и балдж), до  $(U - B)_0^i = 0.08 \pm 0.19^m$ ,  $(B - V)_0^i = 0.59 \pm 0.13^m$  в области спиральных ветвей вне ярких областей звездообразования [10] (рис. 1).

Основные сведения о галактике (морфологический тип, видимая звездная величина  $m(B)$ , исправленная за галактическое поглощение и поглощение за наклон диска, абсолютная звездная величина  $M(B)_0^i$ , наклон  $i$  и позиционный угол  $P.A.$  диска, расстояние  $d$ , диаметр по изофоте  $25^m$  в полосе *B* с учетом галактического поглощения и поглощения, вызванное наклоном галактики,

<sup>1</sup> <http://galex.stsci.edu/GR6/?page=explore&objidc72147238576064570>

**Таблица 1.** Основные характеристики UGC 11973

Параметр	Значение
Тип	SAB(s)bc (3.9)
$m(B)$	13.34 <sup>m</sup>
$M(B)_0^i$	-22.47 <sup>m</sup>
$i$	81°
Р.А.	39°
$d$	58.8 Мпк
$D_{25}$	3.46′
$D_{25}$	59.2 кпк
$V_{\text{rad}}$	4215 ± 8 км/с
$V_{\text{max}}$	231 ± 7 км/с
$A(B)_G$	0.748 <sup>m</sup>
$A(B)_i$	0.85 <sup>m</sup>

$D_{25}$ , лучевая скорость  $V_{\text{rad}}$ , максимальная скорость вращения  $V_{\text{max}}$ , галактическое поглощение  $A(B)_G$  и поглощение, вызванное наклоном галактики,  $A(B)_i$  приведены в табл. 1. Данные о величине поглощения в нашей Галактике ( $A(B)_G$ ) и морфологический тип UGC 11973 приведены согласно базе данных NED<sup>2</sup>, остальные параметры брались из базы данных HyperLEDA<sup>3</sup>.

Отметим, что в ряде работ используется расстояние до галактики 49–55 Мпк, полученное по методу Талли-Фишера в работе [11]. Это несколько уменьшает оценки светимости, массы и линейного размера UGC 11973. В частности, в последнем варианте базы данных HyperLEDA дается абсолютная звездная величина галактики  $M(B)_0^i = -22.28 \pm 0.35^m$ . В данной работе мы используем значения, приведенные в табл. 1, основанные на измерении лучевой скорости UGC 11973 [1].

Целью данной работы являются анализ фотометрических и оценка физических параметров 13 крупнейших комплексов звездообразования, обнаруженных в галактике. Основой для анализа являются данные *UBVRI*-фотометрии комплексов, полученные нами ранее, а также результаты спектроскопических наблюдений комплекса № 1502 [5], ранее не публиковавшиеся.

Работа является частью обширного проекта исследования физических параметров звездного

населения областей современного звездообразования в дисках галактик на основе комплексных спектральных и фотометрических наблюдений [5, 12–14]. Результаты спектроскопических исследований были опубликованы нами ранее в работах [12, 13] за единичным исключением – области НII (комплекса № 1502) в галактике UGC 11973. Причиной “пропуска” явилось то, что для данной области НII нам не удалось померить линии кислорода [OIII]  $\lambda$  4959 и  $\lambda$  5007 Å (см. подробнее раздел 3.1). Это потребовало особой нестандартной методики определения химического состава газа в области. Такая методика была разработана лишь в 2016 г. в работе [15].

В следующей работе в рамках проекта мы планируем исследовать физические параметры в нескольких сотнях областей звездообразования, используя, в том числе, спектральные данные из литературы. Для них химический состав газа будет определяться стандартными методами с использованием интенсивностей линий кислорода. Нестандартная методика определения химических параметров газа области НII в галактике UGC 11973 представляет, по нашему мнению, самостоятельный интерес.

## 2. НАБЛЮДЕНИЯ И ОБРАБОТКА

Фотометрические наблюдения галактики в фильтрах *UBVRI*, проведенные на 1.5-метровом телескопе Майданакской обсерватории (Узбекистан), были описаны нами ранее в работе [10]. Идентификация комплексов звездообразования, проведенная с помощью программы SExtractor<sup>4</sup> с порогом обнаружения над локальным фоном, равным  $5\sigma$  и количеством пикселей  $\geq 10$  выше порогового, и фотометрия 13 выявленных комплексов описаны в работе [5]. Каталог фотометрических параметров областей звездообразования представлен также в электронном виде<sup>5</sup>.

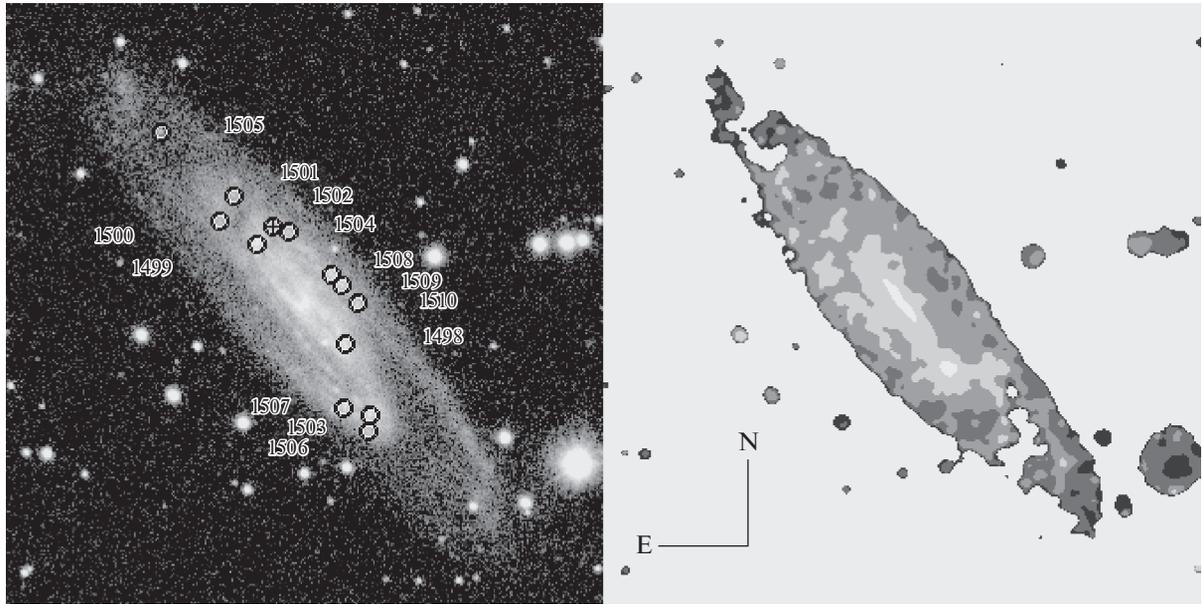
Спектральные наблюдения одной из наиболее ярких областей НII в UGC 11973 – комплекса № 1502, расположенного в 23.0″ к северу и 9.5″ к востоку от центра галактики (см. рис. 1), были выполнены одним из авторов данной работы 23/24 августа 2006 г. на 6-метровом телескопе БТА САО РАН с помощью фокального редуктора SCORPIO (детальное описание прибора см. в [16]) в многощелевом режиме. В качестве приемника использовалась ПЗС-камера EEV 42–40. Размер матрицы составляет 2048 × 2048 пикселей, что обеспечивает поле зрения 6′ при масштабе изображения 0.178″/пикс. В многощелевом режиме размер щелей составляет 1.5″ × 18″. Наблюдения проводились при значении воздушной

<sup>2</sup> <http://ned.ipac.caltech.edu/>

<sup>3</sup> <http://leda.univ-lyon1.fr/>

<sup>4</sup> <http://sextractor.sourceforge.net/>

<sup>5</sup> [http://lnfm1.sai.msu.ru/~gusev/sfr\\_cat.html](http://lnfm1.sai.msu.ru/~gusev/sfr_cat.html)



**Рис. 1.** Изображение UGC 11973 в полосе  $B$  (слева) и карта показателя цвета  $(B - V)_0^j$ , исправленного на поглощение в Галактике и поглощение за наклон диска UGC 11973 (справа). На изображении слева кружками отмечены комплексы звездообразования, кружком с крестом (№ 1502) — комплекс, изученный спектрально, цифры — номера областей по каталогу [5]. Справа выделены области с показателем цвета  $>0.8$ ,  $0.6-0.8$ ,  $0.4-0.6$ ,  $0.2-0.4$  и  $<0.2^m$ ; более красные области показаны более светлыми. Размеры изображений —  $3.0' \times 3.0'$ .

массы  $M(z) = 1.16-1.33$ . Качество изображения составляло  $1.8''$ . Всего было сделано 4 экспозиции по 900 с каждая. После каждой экспозиции позиции щелей смещались вправо-влево вдоль щели с шагом 30 пикселей.

Для проведения стандартной обработки и калибровки данных, до и после наблюдений галактики были получены изображения байеса, “плоского поля”, спектры гелий-неон-аргоновой лампы и звезды сравнения BD+25°4655 из каталога спектрофотометрических стандартов [17].

Дальнейшая обработка проводилась по стандартной процедуре с использованием системы обработки изображений ESO-MIDAS. Основные этапы обработки включали в себя: устранение следов космических лучей; определение и исправление данных за смещение усилителя матрицы (байес) и “плоское поле”; перевод в шкалу длин волн, используя спектр He-Ne-Ar лампы; вычитание фона; перевод инструментальных потоков в абсолютные по данным наблюдений звезды-стандарта; коррекция за атмосферное поглощение; интегрирование двумерных спектров в выбранных апертурах и получение одномерных спектров области HII; сложение спектров.

Подробное описание методики обработки спектральных наблюдений дано нами в работах [12, 13].

Эквивалентные ширины эмиссионных линий  $H\alpha$  и  $H\beta$  оценивались по спектру области HII с учетом континуума. Такой спектр строился путем вычитания из спектра области HII спектра окружающей подложки диска галактики. Это позволило исключить вклад звезд и газа диска галактики в излучение, приходящее из области HII.

Наблюдаемые потоки в линиях представлены в левом столбце табл. 2. В среднем столбце таблицы приведены коэффициент поглощения  $c(H\beta)$ , исправленные за межзвездное поглощение света относительные интенсивности линий  $[NII] \lambda 6548 + \lambda 6584$  и  $[SII] \lambda 6717 + \lambda 6731$  (в единицах  $I(H\beta)$ ), отношение линий серы  $[SII] \lambda 6717/[SII] \lambda 6731$ , эквивалентные ширины линий  $H\alpha$  и  $H\beta$ .

Учет поглощения эмиссионных линий газа проведен на основе величины бальмеровского декремента с использованием теоретического отношения линий  $H\alpha/H\beta$  [18] для случая В рекомбинации при электронной температуре  $10^4$  К и аналитической аппроксимации [19] закона межзвездного покраснения Витфорда. При этом эквивалентная ширина линий поглощения водорода  $EW_a(\lambda)$  принималась равной  $2 \text{ \AA}$ , что является средней величиной для областей HII [20]. Для линий других химических элементов значение  $EW_a(\lambda)$  принималось равным 0.

**Таблица 2.** Спектральные параметры области НII, физические и химические параметры газа в комплексе № 1502

Линия	Поток $F$ , $10^{-16}$ эрг/(с см <sup>2</sup> )	Параметр	Значение	Параметр	Значение
H $\beta$	$4.27 \pm 0.49$	$c(\text{H}\beta)$	$1.27 \pm 0.26$		
[NII] 6548	$6.16 \pm 1.06$	[NII] 6548	$2.12 \pm 0.76$	12+(O/H)	$8.67 \pm 0.18$
H $\alpha$	$48.24 \pm 1.11$	[SII] 6717	$0.99 \pm 0.37$	$Z$	$0.013 \pm 0.005$
[NII] 6584	$17.97 \pm 1.07$	[SII] 6717/[SII] 6731	$1.24 \pm 0.42$	$T_e$ , К	$\sim 5000$
[SII] 6717	$6.65 \pm 1.01$	EW(H $\alpha$ ), Å	$26.84 \pm 1.24$	$n_e$ , см <sup>-3</sup>	$\leq 300$
[SII] 6731	$5.37 \pm 1.01$	EW(H $\beta$ ), Å	$3.26 \pm 0.49$		

### 3. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

#### 3.1. Физические и химические параметры газа в комплексе звездообразования № 1502

Используя эмиссионные линии газа, можно оценить ряд характеристик газа. Очень важными для этого являются линии [OIII]  $\lambda$  4959 и  $\lambda$  5007 Å. Однако, как уже упоминалось во Введении, в связи с относительной слабостью этих линий и большим поглощением в данной области (см. табл. 2), их не удалось измерить. Поэтому мы проводим анализ, возможный на основе измерений полученных линий водорода, азота и серы.

Классические диаграммы классификации различных типов объектов эмиссионных линий (*BPT*-диаграммы  $\lg([\text{NII}] \lambda 6584/\text{H}\alpha) - \lg([\text{OIII}] \lambda 5007/\text{H}\beta)$  и  $\lg([\text{SII}] \lambda 6717 + \lambda 6731/\text{H}\alpha) - \lg([\text{OIII}] \lambda 5007/\text{H}\beta)$ ) позволяют определить основной механизм возбуждения газа в области эмиссии. Несмотря на отсутствие измерений линии [OIII]  $\lambda$  5007, мы можем оценить верхний предел ее интенсивности –  $\lg([\text{OIII}] \lambda 5007/\text{H}\beta) < 0$ . Учитывая относительные интенсивности линий азота и серы  $\lg([\text{NII}] \lambda 6584/\text{H}\alpha) = -0.43 \pm 0.04$  и  $\lg([\text{SII}] \lambda 6717 + \lambda 6731/\text{H}\alpha) = -0.60 \pm 0.03$ , исследуемый нами источник располагается на *BPT*-диаграммах в области, занимаемой областями НII, то есть объектами с фотоионизацией (согласно моделям [21]).

Для оценок химического состава и физических характеристик газа, окружающего звездный комплекс, при отсутствии данных по интенсивностям линий кислорода, мы можем воспользоваться эмпирическими зависимостями и корреляциями, полученными Пилюгиным и Гребель в работе [15].

Относительная интенсивность линий азота указывает на высокую металличность области НII, поэтому мы можем воспользоваться формулой (9) из работы [15] для оценки содержания кислорода:  $12 + (\text{O}/\text{H}) = 8.67 \pm 0.18$  или  $Z = 0.013 \pm 0.005$ , что в пределах ошибок соответствует солнечной металличности. Согласно зависимости между относительной интенсивностью линии азота

$\lg(I([\text{NII}] \lambda 6548 + \lambda 6584)/I(\text{H}\beta))$  и электронной температурой  $T_e$  из работы [15], мы оценили температуру газа  $T_e \sim 5000$  К.

Подобные характеристики – высокая металличность, близкая к солнечной, и относительно низкая электронная температура – являются типичными для областей НII в гигантских спиральных галактиках. Похожие значения O/H и  $T_e$  были получены нами и в крупной близкой галактике NGC 6946 [13], где также была отмечена антикорреляция между значениями O/H и электронной температуры.

Отношение линий серы [SII]  $\lambda$  6717/[SII]  $\lambda$  6731 =  $1.24 \pm 0.42 \geq 1$  из области НII соответствует значениям электронной плотности газа  $n_e \leq 300$  см<sup>-3</sup>. Подобные относительно низкие плотности являются характерными для гигантских областей НII, наблюдаемых в других галактиках (см., напр., [22, 23]). Отметим, что диаметр области № 1502 оценен нами в 550 пк [5], что является типичным размером для звездных комплексов – крупнейших областей когерентного звездообразования [24].

Полученные нами оценки химических и физических параметров газа в области звездообразования № 1502 даны в правом столбце табл. 2.

#### 3.2. Фотометрические и физические параметры комплексов звездообразования в UGC 11973

Изучение самых ранних этапов жизни областей звездообразования и оценка их физических параметров являются сложной задачей из-за воздействия газа и пыли. Возможно, самой сложной задачей является оценка возраста звездного населения. Если в ближайших галактиках мы можем разрешить молодую звездную группировку на отдельные звезды и определить их возраст на диаграмме цвет–светимость (см., напр., [25]), то для более далеких галактик используются спектроскопические или фотометрические данные или их комбинация. Спектроскопический метод включает в себя как оценку спектральных возраст-

ных показателей (например, эквивалентные ширины  $EW(H\alpha)$  и  $EW(H\beta)$ , отношение  $[OIII]/H\beta$ , потоки в эмиссионных линиях  $HeII$  и т.д.), так и прямое сравнение наблюдаемых спектров с модельными [26–33]. Фотометрический метод заключается в сравнении данных многоцветной фотометрии для областей звездообразования с предсказаниями моделей эволюционного или популяционного синтеза [34–39].

Хотя возрасты, оцененные для одних и тех же звездных скоплений с использованием спектроскопических и фотометрических данных, находятся в достаточно хорошем согласии [25, 33, 34], авторы [40], изучавшие разрешаемые на отдельные звезды скопления в M83, обнаружили, что корреляция между возрастными звездными группами, полученных по возрастам отдельных звезд в регионе, и возрастными, полученными по интегральным показателям цвета с использованием стандартного фотометрического метода, не является очень сильной.

Спектроскопические методы обычно обеспечивают высококачественные оценки возраста, однако позволяют определить его для ограниченного числа объектов. Основной проблемой оценки фотометрического возраста является учет влияния газа и пыли в измеряемых фотометрических потоках. Отсутствие независимых данных о химическом составе и поглощении приводит к вырождениям диаграмм “возраст–металличность” и “возраст–поглощение” при сравнительном анализе с теоретическими эволюционными моделями звездных скоплений [41].

Для оценки физических параметров звездного населения в комплексах звездообразования мы использовали методику, подробно описанную нами в работах [14, 42] и апробированную в работах [14, 43]. Она основана на наблюдаемых светимостях и показателях цвета объектов, полученных из фотометрии, и интенсивностях эмиссионных линий, оценках металличности и поглощения в газе, полученных из спектроскопических наблюдений. Используя эволюционные модели с определенным значением химического состава, по светимости и показателям цвета областей звездообразования, исправленных за поглощение света и вклад эмиссионных линий, можно получить оценки массы и возраста молодого звездного населения. В данной методике при решении задачи определения параметров массы  $m$  и возраста  $t$  ищутся не только все локальные минимумы функционала отклонений, но и вычисляется их глубина. За решение задачи принимается наиболее глубокий минимум.

При моделировании использовалась сетка изохрон версии 3.1, разработанная в Падуе (см., напр., [44]) и доступная через онлайн-сервер CMD<sup>6</sup>. Наборы звездных эволюционных треков данной версии были рассчитаны для начальной

функции масс Солпитера с диапазоном масс от  $0.15 M_{\odot}$  до  $100 M_{\odot}$ .

Для оценки возраста использовалась модель единовременного звездообразования (SSP-модель). Хотя в крупных звездных комплексах, состоящих из систем звездных скоплений и ОВ-ассоциаций, звездообразование может происходить за больший промежуток времени, выбор режима звездообразования для них неоднозначен. Непрерывное постоянное звездообразование является крайним случаем в таких системах. Наиболее вероятным представляется серия вспышек звездообразования различной мощности и промежутков между ними. Наибольший вклад в цветовые характеристики такого комплекса будет вносить последняя крупная вспышка звездообразования. Из-за неопределенности истории звездообразования в крупных звездных комплексах мы решили отказаться от моделирования режима постоянного звездообразования. При этом стоит помнить, что определяемые нами возрасты молодых звездных комплексов являются “фотометрическими”, а не реальными физическими возрастными.

Относительный вклад газового континуума в излучение в широких фотометрических полосах ( $I_{\text{gas}}/I_{\text{total}}$ ) оценивался с помощью уравнений для спектральной интенсивности излучения вблизи границ серий водорода, свободно-свободного излучения и двухфотонного излучения, приведенные в [18, 45]. Вклад от излучения эмиссионных линий был рассчитан путем суммирования интенсивностей линий излучения, которые проявляются в данной фотометрической полосе. Потоки для неизмеренных эмиссионных линий вычислялись по полученным оценкам меры эмиссии EM с использованием уравнений из работ [18, 45]. Всего учитывалось 18 основных линий межзвездной среды.

При оценке возрастов и масс мы использовали показатели цвета  $U-B$  и  $B-V$ , поскольку в случае молодого звездного населения потоки в полосах  $R$  и  $I$  слабо чувствительны к изменениям в возрасте, а их фактические ошибки измерений увеличивают неопределенности оценок возраста и массы.

Полученные для комплекса № 1502 светимость в полосе  $B$ ,  $M(B)_c$ , и показатели цвета  $(U-B)_c$ ,  $(B-V)_c$ ,  $(V-R)_c$  и  $(V-I)_c$ , исправленные за поглощение света и вклад эмиссионных линий газа в общий поток, оценка вклада газа  $I_{\text{gas}}/I_{\text{total}}$  в полосе  $B$ , возраст  $t$  и масса  $m$  приведены в табл. 3 и выделены жирным шрифтом. Для остальных комплексов звездообразования в галактике мы

<sup>6</sup> <http://stev.oapd.inaf.it/cgi-bin/cmd>

Таблица 3. Фотометрические и физические параметры комплексов звездообразования

Номер	$M(B)$ , зв. вел. $d$ , пк	$U-B$ $r$ , кпк	$B-V$ $I_{\text{gas}}/I_{\text{total}}(B)$ , %	$V-R$ $t$ , $10^6$ лет	$V-I$ $m$ , $10^6 M_{\odot}$
1498	$-13.29 \pm 0.15$ 700	$-0.27 \pm 0.20$ 6.01	$0.21 \pm 0.13$ —	$0.08 \pm 0.18$ $\leq 300$	$0.34 \pm 0.25$ $\geq 0.21$
1499	$-15.29 \pm 0.04$ 850	$-0.50 \pm 0.08$ 6.48	$0.18 \pm 0.08$ —	$0.26 \pm 0.10$ $\leq 45$	$0.67 \pm 0.10$ $\geq 1.4$
1500	$-13.56 \pm 0.12$ 650	$-0.37 \pm 0.30$ 12.96	$0.23 \pm 0.16$ —	$0.05 \pm 0.21$ $\leq 300$	$0.45 \pm 0.22$ $\geq 0.27$
1501	$-13.22 \pm 0.16$ 550	$-0.73 \pm 0.28$ 12.98	$0.19 \pm 0.21$ —	$0.06 \pm 0.24$ $\leq 47$	$0.71 \pm 0.16$ $\geq 0.19$
1502	<b><math>-15.99 \pm 0.56</math></b> 550	<b><math>-1.19 \pm 0.23</math></b> 14.53	<b><math>-0.34 \pm 0.27</math></b> <b>7</b>	<b><math>-0.06 \pm 0.27</math></b> <b><math>2.0 \pm 1.1</math></b>	<b><math>0.19 \pm 0.35</math></b> <b><math>4.6 \pm 1.6</math></b>
1503	$-13.55 \pm 0.06$ 650	$-0.62 \pm 0.11$ 14.91	$0.25 \pm 0.08$ —	$0.41 \pm 0.10$ $\leq 25$	$0.70 \pm 0.09$ $\geq 0.29$
1504	$-13.30 \pm 0.14$ 600	$-0.61 \pm 0.19$ 18.35	$0.27 \pm 0.13$ —	— $\leq 32$	$0.85 \pm 0.15$ $\geq 0.21$
1505	$-14.06 \pm 0.04$ 550	$-1.29 \pm 0.04$ 19.35	$0.11 \pm 0.06$ —	$0.14 \pm 0.09$ $\leq 5.1$	$0.47 \pm 0.09$ $\geq 0.45$
1506	$-13.05 \pm 0.06$ 550	$-0.78 \pm 0.18$ 20.55	$-0.07 \pm 0.11$ —	$0.26 \pm 0.15$ $\leq 4.7$	$-0.11 \pm 0.36$ $\geq 0.17$
1507	$-14.42 \pm 0.04$ 650	$-0.75 \pm 0.09$ 20.74	$0.14 \pm 0.06$ —	$0.33 \pm 0.07$ $\leq 5.3$	$0.30 \pm 0.08$ $\geq 0.63$
1508	$-14.35 \pm 0.07$ 600	$-0.56 \pm 0.13$ 21.26	$0.05 \pm 0.14$ —	$0.27 \pm 0.14$ $\leq 53$	$0.24 \pm 0.18$ $\geq 0.58$
1509	$-14.43 \pm 0.06$ 500	$-0.57 \pm 0.12$ 22.43	$-0.10 \pm 0.12$ —	$0.18 \pm 0.13$ $\leq 4.7$	$0.30 \pm 0.19$ $\geq 0.57$
1510	$-14.43 \pm 0.06$ 650	$-0.67 \pm 0.10$ 22.68	$0.09 \pm 0.08$ —	$0.13 \pm 0.09$ $\leq 5.1$	$0.55 \pm 0.08$ $\geq 0.63$

приводим в таблице значения  $M(B)_0^i$ ,  $(U-B)_0^i$ ,  $(B-V)_0^i$ ,  $(V-R)_0^i$  и  $(V-I)_0^i$ , исправленные за поглощение в Галактике, и поглощение, вызванное наклоном диска UGC 11973. В предположении, что поглощение в областях НП превышает или равно сумме поглощений  $A_G$  и  $A_r$ , а металличность звездного населения в них соответствует солнечной, мы оценили нижний предел массы и верхний предел возраста для остальных комплексов в галактике.

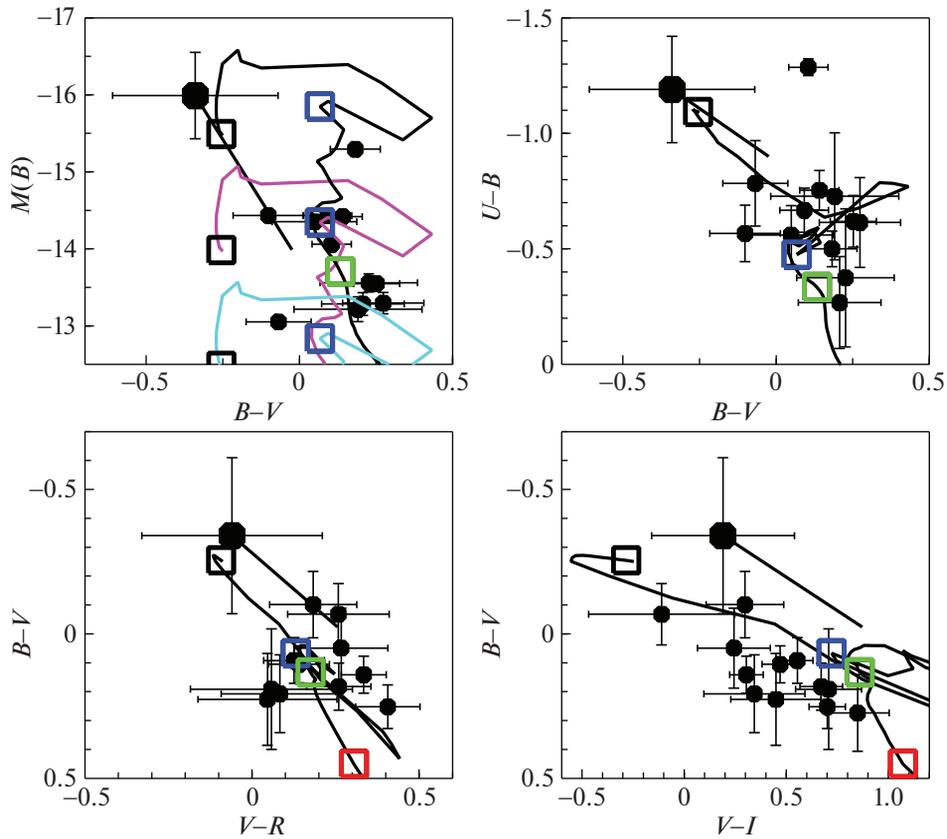
Предельные значения массы и возраста соответствуют случаю отсутствия дополнительного поглощения в области НП (поглощение равно  $A_G + A_r$ ). В случае дополнительного поглощения, вызванного плотной оболочкой НП, массы объектов будут большими, а возраста — меньшими (на диаграммах рис. 2 это будет соответствовать смещению вверх влево вдоль линии поглоще-

ния). Данные предельные значения даны в табл. 3 с учетом погрешностей измерений яркости и показателей цвета объектов.

В табл. 3 приведены также галактоцентрические расстояния с учетом наклона диска  $r$  и диаметры комплексов  $d$ .

На рис. 2 показаны положения изученных комплексов на диаграмме цвет—светимость и двухцветных диаграммах.

Как видно из рисунка, на всех диаграммах все комплексы звездообразования в пределах ошибок и возможного недоучета поглощения располагаются вдоль эволюционных треков стареющих звездных систем. Мы оценили возраст и массу звездного комплекса № 1502, применяя методику [14]:  $t = (2.0 \pm 1.1) \times 10^6$  лет,  $M = (4.6 \pm 1.6) \times 10^6 M_{\odot}$ . Остальные комплексы, не изученные методами



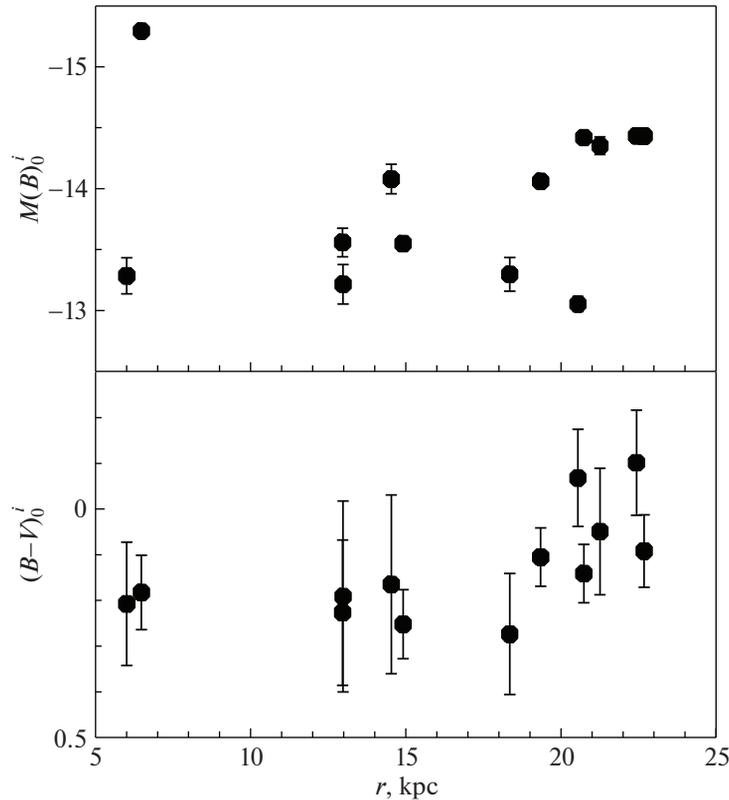
**Рис. 2.** Диаграмма цвет  $(B-V)$  – светимость  $M(B)$  и двухцветные диаграммы  $(U-B)-(B-V)$ ,  $(B-V)-(V-R)$  и  $(B-V)-(V-I)$  для комплексов звездообразования в галактике. Для комплекса № 1502 (большой черный кружок) приведены абсолютная звездная величина  $M(B)_c$  и показатели цвета, исправленные за поглощение света и вклад эмиссионных линий газа; для остальных комплексов звездообразования (маленькие черные кружки) даны светимости  $M(B)_0^i$  и показатели цвета, исправленные за поглощение в Галактике и поглощение, связанное с наклоном диска UGC 11973. Приведены ошибки измерений. Толстые черные отрезки показывают смещение объектов на диаграммах вдоль линии поглощения. Длина отрезков соответствует величине поглощения  $A(B) = 1.99^m$ , равного разнице между поглощением в комплексе № 1502  $A(B)_c = 3.59^m$ , определенному по бальмеровскому декременту, и сумме поглощений  $A(B)_G + A(B)_i$  (см. табл. 1). Толстые линии – эволюционные треки звездных систем с металличностью  $Z = 0.012$ . На диаграмме цвет–светимость показаны треки звездных систем с массами  $4 \times 10^6 M_\odot$  (черным),  $1 \times 10^6 M_\odot$  (фиолетовым) и  $2.5 \times 10^5 M_\odot$  (голубым) цветом. Квадраты – положения звездных систем с возрастом  $10^6$  (черный цвет),  $10^7$  (синий),  $10^8$  (зеленый) и  $10^9$  лет (красный) соответственно.

спектроскопии, имеют массы  $M \geq 1.7 \times 10^5 M_\odot$  и возрасты  $t \leq 3 \times 10^8$  лет.

#### 4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Полученные нами оценки возраста звездного комплекса № 1502 указывают на время последней крупной вспышки звездообразования в нем. Реальный физический возраст образования комплекса, по-видимому, должен быть большим. Характерное время звездообразования в звездных комплексах такого размера (550 пк) составляет порядка 20 млн. лет [46]. Оценки возраста ком-

плекса, полученные другими методами, более чувствительны к присутствию относительно “старого” звездного населения, дадут большие значения  $t$ . В частности, метод определения возраста по эквивалентной ширине линии H $\beta$  [26–28], рассчитанный для единовременной вспышки звездообразования во всей области, дает для комплекса № 1502 несколько больший возраст – 6–8 млн. лет. Причиной этого является наложение спектра звездного населения с возрастом больше 10 млн. лет (с высоким уровнем в континууме и абсорбцией в линии H $\beta$ ) на спектр последней вспышки, уменьшающее величину EW(H $\beta$ ).



**Рис. 3.** Светимость и цвет звездных комплексов в зависимости от их расстояния до центра галактики. Абсолютные звездные величины  $M(B)_0^i$  и показатели цвета  $(B-V)_0^i$  исправлены за поглощение в Галактике и поглощение, связанное с наклоном диска UGC 11973, для всех комплексов, включая № 1502. Показаны ошибки измерений.

Индикатором присутствия молодого звездного населения с возрастом менее 10 млн. лет является эмиссия в линии  $H\alpha$ . Фотометрия галактики в данной линии не проводилась, поэтому мы не можем уверенно констатировать, что все изученные комплексы являются областями эмиссии  $H\alpha$ . Однако по положению на двухцветных диаграммах можно утверждать, что, как минимум, пять наиболее голубых комплексов (№№ 1505–1507, 1509, 1510) должны быть моложе 10 млн. лет (см. табл. 3 и рис. 2).

Представленные в табл. 3 значения  $t$  являются верхним пределом возрастов изученных звездных комплексов по показателям цвета  $(U-B)_0^i$  и  $(B-V)_0^i$ . Показатель цвета  $V-I$ , хотя и является менее достоверным индикатором, указывает на еще более юные возрасты комплексов: их положение на диаграмме  $(B-V)_0^i - (V-I)_0^i$  соответствует возрастам  $t \leq 5 \times 10^6$  лет для всех объектов, кроме четырех с наибольшим значением  $(V-I)_0^i$  (см. рис. 2 и табл. 3).

Комплекс № 1502 по своим наблюдаемым фотометрическим параметрам (абсолютной звезд-

ной величине и показателям цвета, исправленным за  $A_G$  и  $A_I$ ) не выделяется среди других областей звездообразования (см. положение нижних правых концов черных отрезков на рис. 2). Его смещение в левые верхние углы на диаграммах вызвано большим внутренним поглощением, определенном из спектральных данных по балмеровскому декременту. Весьма вероятно, что и другие звездные комплексы в UGC 11973 имеют схожие величины внутреннего поглощения и могли бы располагаться на диаграммах  $(B-V)_c - M(B)_c$ ,  $(U-B)_c - (B-V)_c$  и др. рядом с комплексом № 1502.

В сильно наклоненной галактике, какой является UGC 11973, важную роль играют эффекты селекции. Поглощение, вызванное наклоном диска галактики, принимается, в общем случае, равным константе. Реально, поглощение меняется по полю диска, оно уменьшается от центра к краю галактики пропорционально уменьшению поверхностной плотности пыли в диске и от дальнего края галактики к ближайшему вдоль малой оси (см. рис. 1). По-видимому, поэтому большинство идентифицированных звездных комплексов расположено в ближней к нам северо-западной ча-

сти UGC 11973 и находится во внешних областях диска на расстояниях от центра  $r > 18$  кпк (см. табл. 3). Из-за эффектов селекции мы не проводим в работе анализ пространственного распределения комплексов в галактике.

Отметим при этом, что комплексы с меньшим расстоянием до центра галактики систематически менее яркие и более красные, чем внешние (рис. 3). Самый яркий комплекс № 1499, выпадающий из общей зависимости на рис. 3, имеет площадь в  $\approx 2.5$  раза большую, чем остальные (см. табл. 3).

В целом измеренные и оцененные параметры популяции звездных комплексов в UGC 11973 являются типичными для областей звездообразования в крупных спиральных галактиках позднего типа. Подробный анализ характеристик областей звездообразования в дисках галактик различных типов будет проведен нами в следующей работе в рамках проекта. Исследование будет базироваться на однородном каталоге фотометрических параметров более 1500 областей звездообразования в 19 галактиках (каталог [5]), включающем спектральные характеристики более 500 областей НII.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Мы провели анализ фотометрических и спектральных наблюдений 13 молодых звездных комплексов в гигантской спиральной галактике UGC 11973. Для комплекса № 1502 оценены химические и физические параметры окружающего его газа, масса и возраст.

2. Металличность газа в окрестностях звездного комплекса № 1502 оказалась, в пределах ошибок, солнечной:  $Z = 0.013 \pm 0.005$ ; масса комплекса  $M = (4.6 \pm 1.6) \times 10^6 M_{\odot}$ , а его возраст  $t$  оценен в  $(2.0 \pm 1.1) \times 10^6$  лет.

3. Для 12 остальных комплексов в галактике были оценены нижний предел массы и верхний предел возраста. Все комплексы оказались массивными с  $M \geq 1.7 \times 10^5 M_{\odot}$ , а их возраст не превышает  $3 \times 10^8$  лет.

## ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа частично выполнена при поддержке гранта Программы развития МГУ “Ведущая научная школа “Физика звезд, релятивистских объектов и галактик”. Работа выполнена в рамках научного проекта, поддержанного с 2020 г. грантом Российского фонда фундаментальных исследований (РФФИ) № 20-02-00080.

## БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы благодарят рецензента за ценные замечания и С.Н. Додонова (САО РАН) за помощь в наблюдениях на телескопе БТА.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *V. L. Afanas'ev, A. N. Burenkov, A. B. Zosov, O. K. Silychenko*, *Астрофизика* **29**, 155 (1988).
2. *O. Graur, F. B. Bianco, S. Huang, M. Modjaz, I. Shivers, F. V. Filippenko, W. Li, and J. J. Eldridge*, *Astrophys. J.* **837**, Id. 120 (2017).
3. *H. M. Courtois and R. B. Tully*, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **447**, 1531 (2015).
4. *A. M. Garcia*, *Astron. and Astrophys. Suppl. Ser.* **100**, 47 (1993).
5. *A. S. Gusev, E. V. Shimanovskaya, N. I. Shatsky, F. Sakhibov, A. E. Piskunov, and N. V. Kharchenko*, *Open Astronomy* **27**, 98 (2018).
6. *J. Marvil, F. Owen, and J. Eilek*, *Astron. J.* **149**, Id. 32 (2015).
7. *J. J. Condon, W. D. Cotton, and J. J. Broderick*, *Astron. J.* **124**, 675 (2002).
8. *M. A. Strauss, J. P. Huchra, M. Davis, A. Yahil, K. B. Fisher, and J. Tonry*, *Astrophys. J. Suppl.* **83**, 29 (1992).
9. *M. F. Skrutskie, R. M. Cutri, R. Stiening, M. D. Weinberg, et al.*, *Astron. J.* **131**, 1163 (2006).
10. *A. C. Gusev, C. A. Гусякова, А. П. Новикова, М. С. Храмова, В. В. Бруевич, О. В. Ежкова*, *Астрон. журн.* **92**, 779 (2015).
11. *J. G. Sorce, R. B. Tully, H. M. Courtois, T. N. Jarrett, J. D. Neill, and E. J. Shaya*, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **444**, 527 (2014).
12. *A. S. Gusev, L. S. Pilyugin, F. Sakhibov, S. N. Dodonov, O. V. Ezhkova, and M. S. Khramtsova*, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **424**, 1930 (2012).
13. *A. C. Gusev, Ф. X. Сахибов, С. Н. Додонов*, *Астрофиз. бюл.* **68**, 42 (2013).
14. *A. S. Gusev, F. Sakhibov, A. E. Piskunov, N. V. Kharchenko, et al.*, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **457**, 3334 (2016).
15. *L. S. Pilyugin and E. K. Grebel*, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **457**, 3678 (2016).
16. *V. L. Afanas'ev, A. B. Mousseev*, *Письма в Астрон. журн.* **31**(3), 214 (2005).
17. *J. B. Oke*, *Astron. J.* **99**, 1621 (1990).
18. *D. E. Osterbrock*, *Astrophysics of gaseous nebulae and active galactic nuclei* (Mill Valley, CA: University Science Books, 1989).
19. *Y. I. Izotov, T. X. Thuan, and V. A. Lipovetsky*, *Astrophys. J.* **435**, 647 (1994).
20. *M. L. McCall, P. M. Rybski, and G. A. Shields*, *Astrophys. J. Suppl.* **57**, 1 (1985).
21. *L. J. Kewley, M. A. Dopita, R. S. Sutherland, C. A. Heisler, and J. Trevena*, *Astrophys. J.* **556**, 121 (2001).
22. *R. C. Kennicutt*, *Astrophys. J.* **287**, 116 (1984).
23. *L. Gutiérrez and J. E. Beckman*, *Astrophys. J.* **710**, L44 (2010).
24. *Yu. N. Efremov*, *Astron. J.* **110**, 2757 (1995).

25. *B. C. Whitmore, R. Chandar, H. Kim, C. Kaleida, et al.*, *Astrophys. J.* **729**, 78 (2011).
26. *M. V. F. Copetti, M. G. Pastoriza, and H. A. Dottori*, *Astron. and Astrophys.* **156**, 111 (1986).
27. *G. Stasińska and C. Leitherer*, *Astrophys. J. Suppl.* **107**, 661 (1996).
28. *D. Schaerer and W. D. Vacca*, *Astrophys. J.* **497**, 618 (1998).
29. *N. Bastian, M. Gieles, Yu. N. Efremov, and H. J. G. L. M. Lamers*, *Astron. and Astrophys.* **443**, 79 (2005).
30. *N. Bastian, E. Emsellem, M. Kissler-Patig, and C. Maraston*, *Astron. and Astrophys.* **445**, 471 (2006).
31. *N. Bastian, G. Tranco, I. S. Konstantopoulos, and B. W. Miller*, *Astrophys. J.* **701**, 607 (2009).
32. *I. S. Konstantopoulos, N. Bastian, L. J. Smith, M. S. Westmoquette, G. Tranco, and J. S. Gallagher III*, *Astrophys. J.* **701**, 1015 (2009).
33. *A. Wofford, C. Leitherer, and R. Chandar*, *Astrophys. J.* **727**, Id. 100 (2011).
34. *L. Searle, A. Wilkinson, and W. G. Bagnuolo*, *Astrophys. J.* **239**, 803 (1980).
35. *R. A. W. Elson and S. M. Fall*, *Astrophys. J.* **299**, 211 (1985).
36. *F. Bresolin, R. C. Jr. Kennicutt, and P. B. Stetson*, *Astron. J.* **112**, 1009 (1996).
37. *R. Chandar, B. C. Whitmore, H. Kim, C. Kaleida, et al.*, *Astrophys. J.* **719**, 966 (2010).
38. *K. Hollyhead, N. Bastian, A. Adamo, E. Silva-Villa, J. Dale, J. E. Ryon, and Z. Gazak*, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **449**, 1106 (2015).
39. *K. Hollyhead, A. Adamo, N. Bastian, M. Gieles, and J. E. Ryon*, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **460**, 2087 (2016).
40. *H. Kim, B. C. Whitmore, R. Chandar, A. Saha, et al.*, *Astrophys. J.* **753**, Id. 26 (2012).
41. *J. M. Scalo*, *Fundam. Cosmic Phys.* **11**, 1 (1986).
42. *А. С. Гусев, В. И. Мясутин, Ф. Х. Сахибов, М. А. Смирнов*, *Астрон. журн.* **84**(3), 266 (2007).
43. *В. В. Бруевич, А. С. Гусев, О. В. Ежкова, Ф. Х. Сахибов, М. А. Смирнов*, *Астрон. журн.* **84**(3), 253 (2007).
44. *P. Marigo, L. Girardi, A. Bressan, P. Rosenfield, et al.*, *Astrophys. J.* **835**, Id. 77 (2017).
45. *С. А. Каплан, С. Б. Пикельнер*, *Физика межзвездной среды* (М.: Наука, 1979).
46. *Y. N. Efremov and B. Elmegreen*, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **299**, 588 (1998).

УДК 524.5

## ОБЗОР ЛИНИЙ ИЗЛУЧЕНИЯ МОЛЕКУЛ В МЕЖЗВЕЗДНОМ ВОЛОКНЕ WB 673

© 2020 г. О. Л. Рябухина<sup>1, \*</sup>, М. С. Кирсанова<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Институт астрономии Российской академии наук, Москва, Россия

\*E-mail: ryabukhina@inasan.ru

Поступила в редакцию 31.10.2019 г.

После доработки 15.12.2019 г.

Принята к публикации 20.12.2019 г.

В работе представлены результаты наблюдений линий излучения молекул в направлении на плотные сгустки межзвездного волокна WB 673, полученные на 20-м телескопе в обсерватории Онсала. Определены параметры линий излучения, построены карты интенсивностей, лучевых концентраций и обилий молекул CO, N<sub>2</sub>H<sup>+</sup>, CS, HCN, HNC по отношению к водороду в плотных сгустках волокна: WB 673, WB 668, S233–IR, G173.57+2.43. Показано, что обилия молекул уменьшаются в направлении максимумов лучевых концентраций молекулярного водорода.

DOI: 10.31857/S0004629920050035

### 1. ВВЕДЕНИЕ

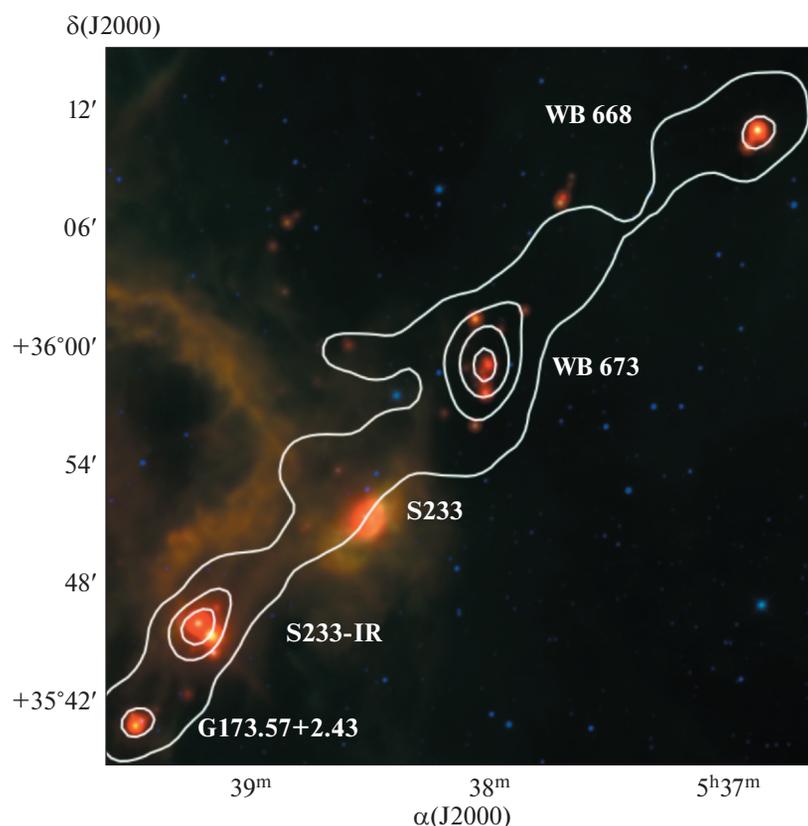
Исследование областей звездообразования на протяжении нескольких последних десятилетий остается актуальной темой астрофизики. Наблюдения ближайших к Солнцу молекулярных облаков, например, облаков в Тельце и Змееносце, позволили установить последовательность стадий образования звезд солнечной массы: от дозвездного молекулярного сгустка до протозвезды [1]. Создать подобную последовательность для массивных звезд оказалось намного труднее из-за мощного ультрафиолетового излучения звезды, давление которого препятствует аккреции вещества [2]. Однако давно ясно, что отправной точкой процесса звездообразования является формирование сгустков плотного газа в молекулярных облаках.

Неоднородная структура молекулярных облаков известна наблюдателям довольно давно (см., напр., [3, 4]). После наблюдений областей звездообразования на телескопе им. Гершеля в далеком ИК-диапазоне стало ясно, что молекулярные облака имеют волокнистую структуру [5]. Образование волокон может быть необходимой стадией эволюции молекулярных облаков на пути к образованию звезд, и именно образование волокон обуславливает вид начальной функции масс звезд [6]. Теоретические расчеты (напр., [7]), показывают, что формирование молекулярных волокон возможно после множественных сжатий газа ударными волнами, источником которых явля-

ются расширяющиеся области ионизованного водорода H II и остатки сверхновых звезд.

Для исследования взаимосвязи между местонахождением областей H II и свойствами волокон необходимы массивы данных об излучении молекулярных линий на масштабах нескольких парсек. В силу своей симметричности молекула водорода не имеет вращательных переходов в радиодиапазоне, и поэтому изучать темные и холодные облака, в которых процесс звездообразования находится на ранней стадии, приходится с помощью линий, соответствующих вращательным переходам других молекул, чаще всего молекул CO и ее изотопомеров, поскольку углерод и кислород наиболее обильны в межзвездной среде после водорода и гелия. Ближайшие к Солнцу комплексы звездообразования, содержащие как области H II, так и молекулярные облака, расположены в Местном спиральном рукаве и в рукаве Персея. Объекты из рукава Персея обладают также тем преимуществом, что находятся во внешней, по отношению к Солнцу, части Галактики, поэтому на луч зрения попадает гораздо меньше объектов, чем при наблюдениях внутренних частей Галактики. Благодаря своей относительной близости, области звездообразования из рукава Персея могут быть изучены с помощью одиночных радиотелескопов на масштабах долей парсек, являясь прекрасными объектами для обзоров в линиях CO (см., напр., [8–11]).

Одним из перспективных для изучения комплексов звездообразования из рукава Персея, в



**Рис. 1.** Молекулярное волокно WB 673. Трехцветное изображение составлено из ИК-данных телескопа WISE [20] на 22 мкм (красный), 12 мкм (зеленый), 3.4 мкм (синий). Интегральная интенсивность в линии излучения CS(2–1) показана белыми контурами для уровней 1, 5, 9, 13 и 17 К км/с, карта взята из работы [19]. В восточной стороне ИК-изображения видна арка, это область фотодиссоциации около области Н II S231.

котором наблюдается несколько стадий этого процесса, является область S231–S235, расположенная в гигантском молекулярном облаке (ГМО) G174+2.5. Этому комплексу принадлежат три протяженных области ионизованного водорода: Sh2–231 (далее S231), Sh2–232 и Sh2–235 (см. каталог [12]). Кроме того, имеются три компактных области Н II: S235A и S235C [13–16], а также Sh2–233 [17] (далее S233). В работе [18] на основе данных об излучении в молекулярных линиях CO были определены размеры, лучевые концентрации и массы плотных сгустков в G174+2.5. В этой работе было показано, что сгустки группируются: 1) вблизи области Н II Sh2–235, 2) вдоль линии “юго-восток” – “северо-запад”, частично примыкая к границе S231. В работе [19] было показано, что вторая группа плотных сгустков образует молекулярное волокно, которое с западной стороны граничит с протяженной оболочкой, происхождение которой не было установлено. ИК-изображение волокна WB 673 и карта линий излучения CS(2–1) из работы [19] показаны на рис. 1.

Наиболее проэволюционировавшая область образования массивных звезд из волокна WB 673 уже наблюдается как область Н II S233, которая видна в радиоконтинууме (см., напр., [21], обзор New GPS 20 cm<sup>1</sup>). Кроме того, в волокне есть два сгустка с IRAS-источниками, соотношение между ИК-потоками в которых соответствует областям Н II: это IRAS 05345+3556 в сгустке WB 673 [22] и IRAS 05358+3543 в сгустке S233–IR [22]. Последний сгусток является одним из наиболее изученных молекулярных истечений (см., напр., [23–30]) в области образования массивных звезд. В сгустках G173.57+2.43 и WB 668, расположенных по краям волокна, обнаружены мазеры воды на частоте 22 ГГц, что является признаком активного звездообразования и наличия истечений в объектах, но областей Н II в них нет. Полный список ИК-источников в плотных сгустках волокна WB 673 приведен в табл. 1. Таким образом, напрашивается вывод о том, что наиболее проэволюционировавшие области звездообразования находятся в центральной части волокна, а

<sup>1</sup> <https://www.cv.nrao.edu/nvss/>

**Таблица 1.** ИК-источники IRAS и MSX в направлении на плотные сгустки из волокна

Сгусток	IRAS	MSX
G173.57+2.43	05361+3539	G173.5826+02.4452
S233-IR	05358+3543	G173.4956+02.4218
		G173.4902+02.4577
		G173.4815+02.4459
		G173.4839+02.4317
S233	05351+3549	G173.3173+02.3674
WB673	05345+3556	G173.1371+02.38558
	05346+3559	G173.1862+02.343
	05347+3556	
WB668	05335+3609	G172.8742+02.2687

наименее – на его концах. Однако сгустки в волокне исследованы лишь в общих чертах, что не дает нам возможности сделать подобный вывод. Одной из возможностей для исследования пространственного распределения стадий процесса звездообразования в волокне является использование обилий различных молекул и т.н. метод “химических часов”. Этот метод требует построения карт обилий (содержаний относительно водорода) молекул-трассеров “ранней”, например, CS, и “поздней”, например,  $N_2H^+$ , химии в сгустках, поскольку отношение этих двух молекул очень чувствительно к температуре и плотности (см., напр., [31]).

Цель этой работы – провести обзор линий излучения молекул в волокне WB 673 и построить карты обилий молекул в его центральном и периферийных сгустках для того, чтобы в последующих работах сравнить пространственное распределение молекул “ранней” и “поздней” химии. Работа структурирована следующим образом. Мы описываем проведенные наблюдения и архивные данные в разделе 2, методы анализа наблюдательных данных – в разделе 3, полученные результаты – в разделе 4.

## 2. НАБЛЮДАТЕЛЬНЫЕ ДАННЫЕ

### 2.1. Наблюдения линий молекул

Обзор линий излучения молекул в волокне WB 673, составляющий основу этой работы, был проведен в декабре 2016 и в феврале 2017 г. на 20-м телескопе обсерватории Онсала (Швеция). Для наблюдений использовался приемник на длине волны 3 мм (85–116 GHz) [32] (см. также данные в интернете<sup>2</sup>), принимающий излучение в двух

<sup>2</sup> <https://www.chalmers.se/en/centres/GoCAS/Events/ALMA-Bands2and3-Workshop-2016/Documents/Pantaleev-2mm-4mmReceiversfortheOSO20-mantenna.pdf>

ортогональных поляризациях. Основные параметры наблюдений описаны в работе [19]. Наблюдения велись одновременно в двух полосах приема, шириной по 2.5 ГГц каждая, середины спектральных интервалов которых разнесены на 12 ГГц. Шумовая температура системы находилась в интервале 160–340 К для наблюдений в более высокочастотной полосе (USB) и 80–250 К в более низкочастотной (LSB). Проверка точности наведения телескопа и фокусировки проводилась по лазерным линиям SiO в источниках R Cas, U Ori,  $\chi$  Cyg и TX Cam после восхода и заката. Точность фокусировки была в пределах 0.3–0.8 мм, точность наведения – в пределах 3” по азимуту и высоте. Наблюдения проводились в режиме сдвига частоты (frequency-switch mode) с разницей частот 5 МГц.

Переход от антенной температуры к яркостной  $T_{mb}$  производился путем деления спектров на коэффициент эффективности антенны  $v_{MB}$ , который зависит от высоты источника над горизонтом и указывается в fits-файлах со спектрами, например,  $v_{MB} = 0.36$  для высоты 47° (см. также рис. 2.1 в техническом описании телескопа<sup>3</sup>). Спектральное разрешение составляло 76 кГц на канал, что соответствует 0.2 км/с. Выбранное разрешение позволяет разрешить профили линий, поскольку типичная ширина полученных линий составляет 2–3 км/с (см. ниже). Для построения карт использовался метод растрового картирования, при котором смещение составляло половину диаграммы направленности телескопа.

Полученные спектры обрабатывались в программе CLASS<sup>4</sup> из пакета GILDAS [33], а для дальнейших преобразований полученных fits-кубов использовались пакеты MIRIAD [34] и Astro ru [35].

### 2.2. Архивные данные об излучении пыли

Данные об излучении пыли в непрерывном спектре на длине волны  $\lambda = 1.1$  мм взяты из обзора галактической плоскости Volocam [36, 37]. Этот обзор охватывает практически всю галактическую плоскость с эффективным пространственным разрешением  $\approx 33''$ . Как показал анализ этих данных в работе [37], источники Volocam представляют собой относительно плотные ( $\sim 10^{3.5}$  см<sup>-3</sup>) структуры в молекулярных облаках с угловыми размерами  $\approx 0.5' - 2'$ . Мы использовали версию 2.1 этого обзора.

<sup>3</sup> [https://www.chalmers.se/en/researchinfrastructure/oso/radio-astronomy/20m/Documents/OSOman\\_31aug2016.pdf](https://www.chalmers.se/en/researchinfrastructure/oso/radio-astronomy/20m/Documents/OSOman_31aug2016.pdf)

<sup>4</sup> <http://www.iram.fr/IRAMFR/GILDAS>

### 3. АНАЛИЗ НАБЛЮДАТЕЛЬНЫХ ДАННЫХ

В этом разделе мы описываем формулы, которые использовались для определения лучевых концентраций молекул. Основное допущение, сделанное нами в этой работе – это предположение о локальном термодинамическом равновесии (ЛТР), которое вполне соответствует G174+2.5, согласно работе [11]. Параметры линий определялись путем приближения их гауссовой функцией.

#### 3.1. Линии со сверхтонким расщеплением

Линии HCN(1–0), HNC(1–0) и N<sub>2</sub>H<sup>+</sup>(1–0) обладают сверхтонким расщеплением, параметры которого для условий ЛТР известны. Поэтому мы использовали метод FFS из пакета CLASS для одновременного приближения сверхтонких компонентов в спектрах этих линий. Параметры сверхтонкого расщепления для линий N<sub>2</sub>H<sup>+</sup>(1–0) [38] показаны в табл. 2, для линии HCN(1–0) – в табл. 3 по данным [39], для HNC(1–0) – в табл. 4, согласно [40]. Вследствие доплеровского уширения линий невозможно разделить все компоненты спектров HNC(1–0) и N<sub>2</sub>H<sup>+</sup>(1–0) в сгустках волокна WB 673. Для определения лучевой концентрации этих молекул проведено интегрирование интенсивности излучения по всем переходам ( $\int T_{mb} dv$ ).

#### 3.2. Линии без сверхтонкого расщепления

Оптические толщины линий CS(2–1), SO(3.2–2.1) и <sup>13</sup>CO(1–0) были найдены из отношения интенсивностей линий с основными изотопами серы <sup>34</sup>S, углерода <sup>12</sup>C, для которого массовое число в написании обычно опускается, и кислорода <sup>18</sup>O (соответствующие линии изотопомеров C<sup>34</sup>S(2–1), <sup>34</sup>SO(3.2–2.1) и C<sup>18</sup>O(1–0) принимаются оптически тонкими). Уравнение решается методом итераций. Отношение обилий изотопов  $r = {}^{32}\text{S}/{}^{34}\text{S} \approx 23$  [41]. Для пары линий CS(2–1) и C<sup>34</sup>S(2–1):

$$\frac{T(\text{CS})}{T(\text{C}^{34}\text{S})} = \frac{1 - \exp(-\tau)}{1 - \exp(-\tau/r)}. \quad (1)$$

Для расчета лучевой концентрации CO по картам излучения <sup>13</sup>CO(1–0) и C<sup>18</sup>O(1–0) были использованы отношения обилий изотопов <sup>16</sup>O/<sup>18</sup>O = 557 ± 30 [42] и <sup>12</sup>C/<sup>13</sup>C = 80 [43].

#### 3.3. Лучевая концентрация молекул

Для определения лучевой концентрации мы использовали приближение ЛТР, температура возбуждения излучения молекул одинакова и равна 10 К. Чтобы оценить температуру возбуждения линий, мы рассматривали отношения ин-

**Таблица 2.** Параметры линий сверхтонкого расщепления N<sub>2</sub>H<sup>+</sup>(1–0)

Переход	Частота, МГц	Смещение, км/с	Отн. сила
101–012	93176.2650	–8.0064	3/27
121–011	93173.9666	–0.6109	3/27
123–012	93173.7767	0.0000	7/27
122–011	93173.4796	0.9560	5/27
111–010	93172.0533	5.5452	3/27
112–012	93171.9168	5.9841	5/27
110–011	93171.6210	6.9360	1/27

**Таблица 3.** Параметры линий сверхтонкого расщепления HCN(1–0)

Переход	Частота, МГц	Смещение, км/с	Отн. сила
11–01	88630.4157	4.85	3/9
12–01	88631.8473	0.00	5/9
10–01	88633.9360	–7.07	1/9

**Таблица 4.** Параметры линий сверхтонкого расщепления HNC(1–0)

Переход	Частота, МГц	Смещение, км/с	Отн. сила
11–01	90663.459	0.37	3/9
12–01	90663.574	0.00	5/9
10–01	90663.656	–0.27	1/9

тенсивностей линий <sup>13</sup>CO(1–0) и C<sup>18</sup>O(1–0) в каналах скоростей во всех пикселях карт этих молекул. Для тех каналов скоростей, где отношение сигнал/шум превышает 3, мы определяли оптическую толщину с помощью аналога уравнения (1) и температуру возбуждения в канале, согласно уравнению переноса из работы [44]. Затем, усредняя по всем каналам, определили среднюю температуру возбуждения в пикселе. Анализ пространственного распределения температуры возбуждения пары линий <sup>13</sup>CO(1–0) и C<sup>18</sup>O(1–0) показал, что допущение  $T_{ex} = 10$  К является приемлемым для большинства пикселей на картах. Анализ пары линий CS(2–1) и C<sup>34</sup>S(2–1) дал тот же самый результат. При увеличении  $T_{ex}$  до 15 К значения лучевой концентрации молекул, вычисленное в оптически тонком приближении, увеличится на 22%, а значение лучевой концентрации H<sub>2</sub>, вычисленное по пыли, упадет на 52% от значения, полученного при температуре пыли  $T_d = 10$  К. При повышении  $T_{ex}$  до 20 К концентрация увеличится на 43% и уменьшится на 65% соответственно. Для определения лучевой концентрации в оптически тонком случае мы использовали рас-

**Таблица 5.** Константы для расчета лучевых концентраций молекул

Молекула	$J_u$	$\mu$ , Дебаи	$B$ , ГГц
$^{13}\text{CO}$	1	0.110	55.10
$\text{N}_2\text{H}^+$	1	3.400	46.586
$\text{HCN}$	1	2.984	44.315
$\text{HNC}$	1	3.050	45.331
$\text{CS}$	2	1.957	24.495
$\text{HCCCN}$	12	3.724	4.549
$\text{SO}$	3	1.55	21.523

четы из работы [44, формула (80)] и оперировали интегральными интенсивностями линий.

$$N^{\text{thin}} = \left( \frac{3h}{8\pi^3 S \mu^2} \right) \left( \frac{Q_{\text{rot}}}{g_j g_k g_l} \right) \frac{\exp\left(\frac{E_u}{kT_{\text{ex}}}\right)}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT_{\text{ex}}}\right) - 1} \times \frac{1}{J_{\nu}(T_{\text{ex}}) - J_{\nu}(T_{\text{bg}})} \int \frac{T_{\text{mb}} d\nu}{f} \text{ см}^{-2}, \quad (2)$$

где

$$J_{\nu}(T) = \frac{h\nu/k}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1} \text{ К}, \quad (3)$$

где  $h$  – постоянная Планка,  $S = J_u/2J_u + 1$  – сила линии,  $\mu$  – дипольный матричный момент,  $Q_{\text{rot}}$  – вращательная частичная функция,  $g_j = 2J + 1$  – квантовое число вырожденных вращательных уровней,  $g_k$  – К-вырожденность,  $g_l$  – вырожденность ядерного спина,  $f$  – коэффициент заполнения диаграммы направленности телескопа. Мы используем значение  $f = 1$ , хотя нужно отметить, что для наших источников эта величина не определялась. Из рис. 2 видно, что для центральных частей источников выбор  $f = 1$  представляется обоснованным, однако для периферийных частей это значение может быть завышено. Следовательно, мы можем недооценивать лучевую концентрацию молекул на периферии наблюдавшихся источников;  $J_{\nu}(T)$  – эквивалентная температура Рэлея-Джинса. Для линейных молекул  $g_k = g_l = 1$ ,  $Q_{\text{rot}} \approx \frac{kT}{hB} + \frac{1}{3}$ , где  $B$  – вращательная постоянная. Дипольные матричные моменты и вращательные постоянные для молекул взяты из каталога NASA<sup>5</sup> и приведены в табл. 5.

Для учета оптической толщины линий CS(2–1),  $^{13}\text{CO}(1-0)$ , HNC(1–0), HCN(1–0),  $\text{N}_2\text{H}^+(1-0)$ ,

SO(3.2–2.1) лучевые концентрации пересчитаны с учетом величины оптической толщины  $\tau$ :

$$N = N^{\text{thin}} \frac{\tau}{1 - \exp(-\tau)} \text{ см}^{-2}. \quad (4)$$

### 3.4. Анализ данных *Bolocat*

Для определения массы пыли, а затем и массы газа  $M$  по данным *Bolocat* мы использовали подход, предложенный в работе [45]: для каждого пикселя карты излучения пыли мы считали, что излучение создается одинаковыми по размеру и свойствам пылинками с температурой  $T_d$  (см. также [36]). Излучение пыли на длине волны 1.1 мм является оптически тонким. Тогда для каждого пикселя масса пыли:

$$M = \frac{10^{-23} S_{1.1} D^2}{\kappa_{1.1} B_{1.1}(T_d)} \text{ гр}, \quad (5)$$

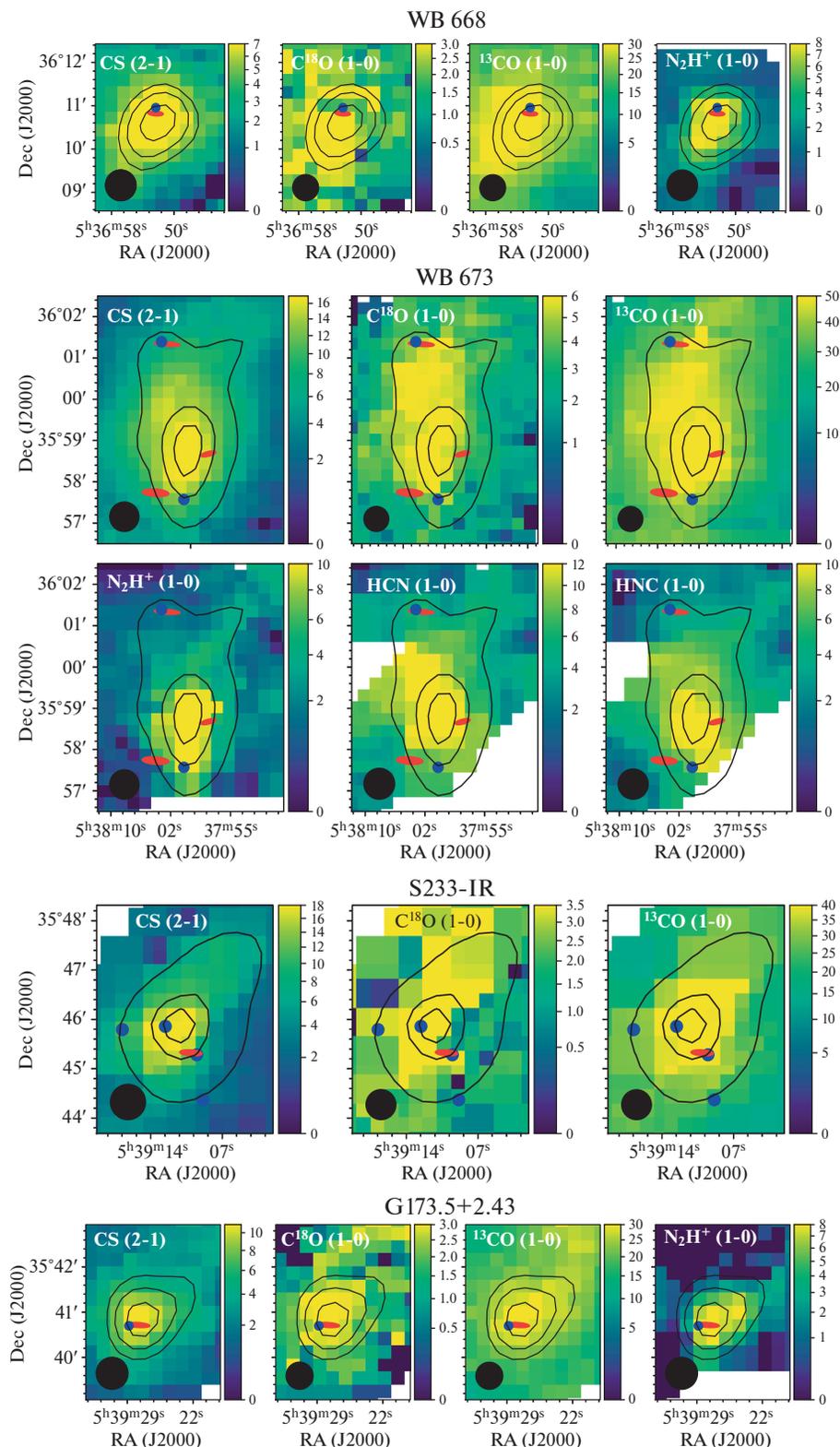
где  $B_{1.1}(T)$  – функция Планка для принятой температуры пыли  $T_d$  в единицах СГС (в данной работе температура пыли принята равной температуре газа  $T_d = 10$  К),  $\kappa_{1.1} = 0.0114 \text{ см}^2/\text{г}$  – непрозрачность пыли, в этом значении уже учтено, что отношение массы газа к массе пыли в молекулярных облаках равно 100 [46–48],  $S_{1.1}$  – плотность потока на длине волны 1.1 мм,  $D$  – расстояние до объекта [см], соответствующее 1.6 кпк [49], коэф-

фициент  $10^{-23}$  используется для перевода плотности потока из единиц СГС в Янские. Так как в архивных fits-файлах обзора *Bolocat* данные записаны в единицах [Янские/диаграмма направленности], [Jy/beam], т.е. в каждом пикселе плотность потока  $S_{1.1}$  проинтегрирована по всей площади диаграммы направленности телескопа, то и масса  $M$  является в этом смысле величиной интегральной. Для того, чтобы получить значение лучевой концентрации молекулярного водорода  $N(\text{H}_2)$  в единицах  $[\text{см}^{-2}]$ , необходимо учесть 1) среднюю молекулярную массу  $\mu_{\text{H}_2} = 2.8$  в единицах массы атома водорода; также учесть вклад гелия и металлов (вклад атомарного водорода незначительный [50]), 2) массу атома водорода  $m_{\text{H}} = 1.66053 \times 10^{-24} \text{ г}$  и 3) площадь, которую охватывает диаграмма направленности в картинной плоскости на расстоянии объекта  $S = \pi \left( \text{tg}(\text{FWHM}/\sqrt{4\ln 2}/206265) D \right)^2 \text{ см}^2$ , где  $\text{FWHM} = 33''$  – размер диаграммы направленности в угловых секундах:

$$N(\text{H}_2) = \frac{M}{S \mu_{\text{H}_2} m_{\text{H}}} \text{ см}^{-2}. \quad (6)$$

Неопределенности калибровки данных обзора *Bolocat* лежат в пределе 20–30% [36].

<sup>5</sup> <https://spec.jpl.nasa.gov>



**Рис. 2.** Карты интегрального излучения молекул в центральном сгустке WB 673 и трех крайних. Красные эллипсы – IRAS-источники (эллипс показывает область неопределенности положения), синие кружки – MSX-источники, черные контуры – уровни излучения пыли на 1.1 мм (Bolocam), где внешний контур соответствует уровню  $3\sigma$ , а внутренние показывают 35% и 65% от уровня максимальной интенсивности в каждом из сгустков отдельно (табл. 8), черный круг в левом нижнем углу – диаграмма направленности телескопа.

**Таблица 6.** Линии, отождествленные в центральном сгустке WB 673

Линия	Переход	Частота, МГц	$W$ , (К км/с)	$T_{mb}$ , К	$\Delta V$ , км/с	$V$ , км/с	$E_u$ , К
HCN	1–0	88631.8	0.8 (0.2)	0.4 (0.2)	1.7 (0.4)	–26.3 (0.2)	4.3
			6.0 (0.2)	2.3 (0.2)	2.6 (0.1)	–20.0 (0.1)	
			1.0 (0.2)	0.6 (0.2)	1.7 (0.3)	–15.1 (0.1)	
HCO <sup>+</sup>	1–0	89188.5	14.6 (0.4)	5.1 (0.1)	2.7 (0.1)	–20.1 (0.03)	4.3
HNC	1–0	90663.6	9.0 (0.4)	3.0 (0.1)	2.8 (0.1)	–19.6 (0.02)	4.4
			1.5 (0.1)	0.7 (0.1)	2.3 (0.1)	–28.0 (0.1)	
N <sub>2</sub> H <sup>+</sup>	1–0	93173.8	6.9 (0.7)	2.5 (0.1)	2.7 (0.04)	–19.6 (0.02)	4.5
			3.7 (0.1)	1.5 (0.1)	2.3 (0.06)	–13.9 (0.03)	
C <sup>34</sup> S	2–1	96412.9	1.7 (0.3)	0.7 (0.2)	2.1 (0.4)	–19.2 (0.2)	6.9
			0.6 (0.2)	0.5 (0.3)	1.2 (0.4)	–29.7 (0.1)	
CH <sub>3</sub> OH	2–1	96741.4	5.8 (0.3)	2.1 (0.3)	2.6 (0.2)	–19.2 (0.1)	7.0
			4.0 (0.3)	1.7 (0.3)	2.2 (0.2)	–12.9 (0.04)	
<sup>34</sup> SO	3.2–2.1	97715.4	0.6 (0.1)	0.2 (0.03)	2.8 (0.3)	–21.0 (0.2)	9.1
CS	2–1	97980.9	17.2 (0.2)	5.1 (0.1)	3.2 (0.03)	–19.8 (0.01)	7.1
H <sub>2</sub> CS	3(1,2)–2(1,1)	104617.1	0.8 (0.1)	0.4 (0.1)	1.9 (0.5)	–18.9 (0.2)	23.2
SO	3.2–2.1	109252.2	1.2 (0.2)	0.4 (0.1)	3.2 (0.7)	–19.1 (0.3)	21.1
C <sup>18</sup> O	1–0	109782.2	6.6 (0.2)	1.9 (0.2)	3.3 (0.1)	–19.3 (0.1)	5.3
HCCCN	12–11	109173.6	0.7 (0.1)	0.5 (0.1)	1.3 (0.2)	–18.7 (0.1)	34.1
<sup>13</sup> CO	1–0	110201.4	54.2 (0.5)	13.2 (0.3)	3.9 (0.04)	–19.4 (0.03)	5.3

**Примечание.**  $W$  – интегральная интенсивность,  $T_{mb}$  – яркостная температура пика,  $\Delta V$  – ширина линии,  $V$  – лучевая скорость пика яркостной температуры в спектре,  $E_u$  – энергия верхнего уровня вращательного перехода. Для линий со сверхтонким расщеплением (HNC, HNC, N<sub>2</sub>H<sup>+</sup>) показана частота компонента с наибольшей относительной силой, остальные параметры разделены. В скобках указана ошибка измерения.

#### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ НАБЛЮДЕНИЙ

##### 4.1. Обзор линий излучения молекул в пике излучения линии CS сгустка WB 673

В направлении на пик лучевой концентрации CS, найденный в работе [19] ( $\alpha$ (J2000) = 05<sup>h</sup>38<sup>m</sup>00<sup>s</sup>.0,  $\delta$ (J2000) = 35°59'17.0") в центральном сгустке WB 673 был зарегистрирован ряд линий, параметры которых показаны в табл. 6, а спектры – на рис. 3. В таблице приведена ошибка определения интегральной интенсивности, для всех линий она не превышает 20%, для ярких линий CS(2–1), C<sup>18</sup>O(1–0), <sup>13</sup>CO(1–0), N<sub>2</sub>H<sup>+</sup>(1–0), HNC(1–0), HCN(1–0) ошибка не превышает 10%. Для спектров SO(3.2–2.1), <sup>34</sup>SO(3.2–2.1), HCCCN(13–12), C<sup>34</sup>S(2–1) проведена процедура усреднения по 3 каналам. В спектрах <sup>13</sup>CO(1–0), CS(2–1) и HNC(1–0) видно небольшое красное крыло, а в спектре HCO<sup>+</sup>(1–0) – синее. Излучение в линиях со сверхтонкими компонентами является оптически тонким, как показал анализ с пакетом CLASS. Оптическая толщина линии

CS(2–1) составляет 3.4, линии SO(3.2–2.1) – 17.6, линии <sup>13</sup>CO(1–0) – 0.4.

Лучевые концентрации и относительные обилия в направлении пика излучения CS(2–1) плотного сгустка WB 673 показаны в табл. 7. Мы ожидаем, что ошибка определения лучевых концентраций молекул не превышает 10%, ошибка определения обилий – 50%.

**Таблица 7.** Лучевые концентрации и относительные обилия молекул в направлении пика излучения CS(2–1) в WB 673

Молекула	$N$ , см <sup>–2</sup>	$N/N(\text{H}_2)$
CO	$5.12 \times 10^{18}$	$1.1 \times 10^{-4}$
N <sub>2</sub> H <sup>+</sup>	$1.6 \times 10^{13}$	$3.4 \times 10^{-10}$
HCN	$1.7 \times 10^{13}$	$3.6 \times 10^{-10}$
HNC	$1.6 \times 10^{13}$	$3.4 \times 10^{-10}$
CS	$2.8 \times 10^{14}$	$5.9 \times 10^{-9}$
SO	$2.5 \times 10^{14}$	$5.3 \times 10^{-9}$
HCCCN	$5.8 \times 10^{12}$	$1.2 \times 10^{-10}$

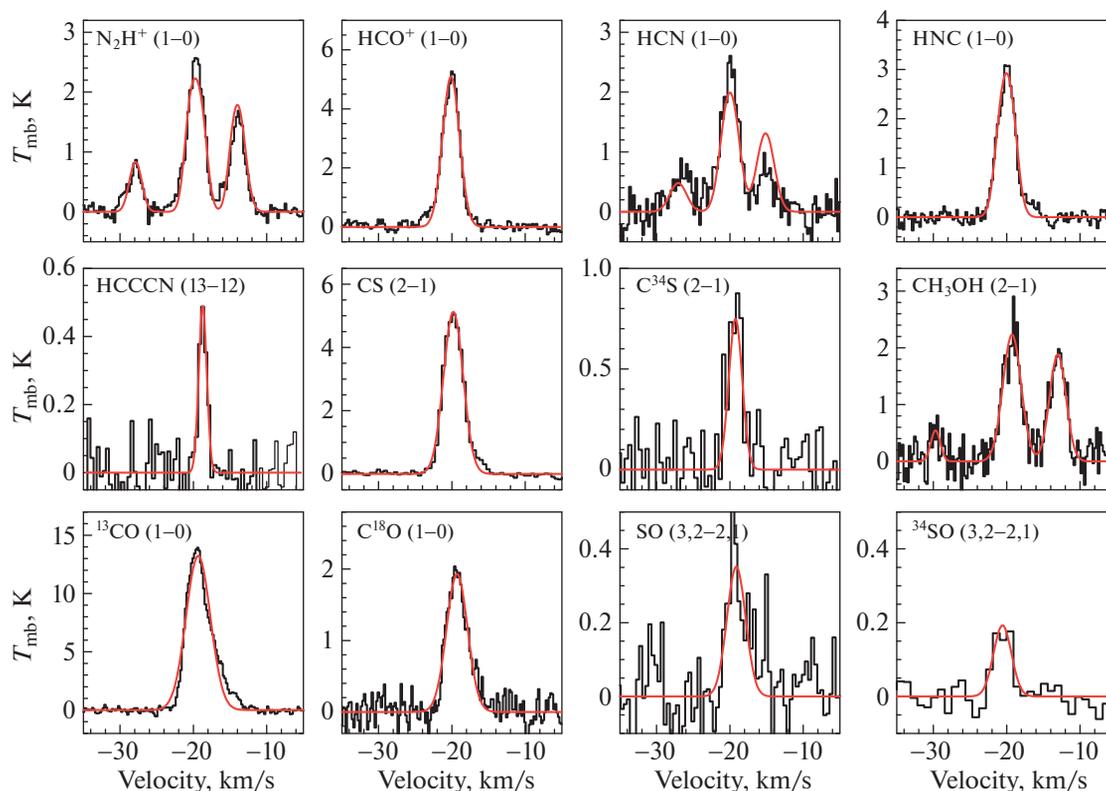


Рис. 3. Спектры линий излучения молекул в направлении центрального сгустка WB 673. Красной линией показано приближение спектра гауссовыми функциями.

#### 4.2. Карты излучения молекул и распределения обилий молекул в сгустках

Построены карты интегральной интенсивности излучения в линиях молекул CS(2–1), C<sup>18</sup>O(1–0), <sup>13</sup>CO(1–0), N<sub>2</sub>H<sup>+</sup>(1–0), HNC(1–0), HCN(1–0) в сгустках WB 673, WB 668, S233–IR и G173.57+2.43 (рис. 2). Из-за нехватки наблюдательного времени данные по всем молекулам есть не для всех сгустков.

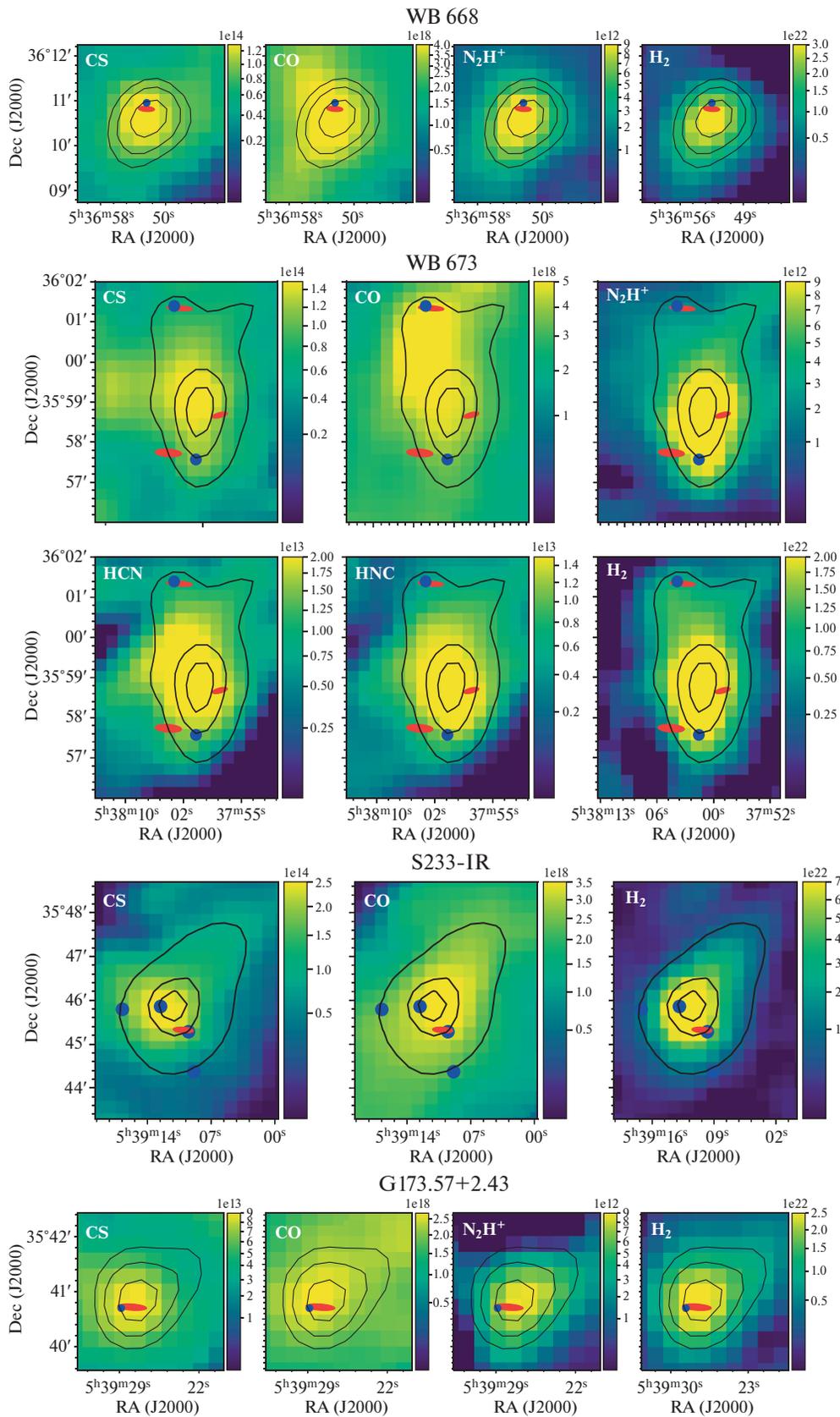
Из рис. 2 видно, что пики излучения в линиях молекул, в основном, совпадают с пиками излучения пыли на длине волны 1.1 мм. Излучение линий C<sup>18</sup>O и <sup>13</sup>CO во всех сгустках распределено более равномерно, без ярко выраженного контраста, так как линии C<sup>18</sup>O(1–0) и <sup>13</sup>CO(1–0) имеют низкую критическую плотность и переходят в насыщение в плотных регионах.

Мы приводим карты  $N(\text{H}_2)$  вместе с лучевыми концентрациями других молекул на рис. 4. Для всех карт проведена процедура конволюции с функцией Гаусса для того, чтобы пространственное разрешение карт было одинаковым, таким же как для карты излучения в линии N<sub>2</sub>H<sup>+</sup>(1–0), для которой размер диаграммы направленности 20-метрового телескопа равен 43". Также все карты лучевых концентраций были приведены к од-

ной и той же координатной сетке, соответствующей карте  $N(\text{CO})$ . Лучевая концентрация CO была получена из карты лучевой концентрации <sup>13</sup>CO с использованием отношения <sup>12</sup>C/<sup>13</sup>C = 80 [43]. Черные контуры на рис. 2, 4, 5 показывают уровни излучения пыли в полосе 1.1 мм, где внешний контур соответствует уровню отношения сигнал/шум ≈ 3, а внутренние показывают ~35% и ~65% от уровня максимальной интенсивности в каждом из сгустков отдельно. В табл. 8 приведены уровни лучевой концентрации водорода в сгустках. На уровне 3σ лучевая концентрация водорода составляет  $7.2 \times 10^{21} \text{ см}^{-2}$ .

В сгустке WB 673 пики  $N(\text{CS})$ ,  $N(\text{CO})$ ,  $N(\text{N}_2\text{H}^+)$ ,  $N(\text{HCN})$  и  $N(\text{HNC})$  находятся в центральной части сгустка, также виден вторичный максимум  $N(\text{CO})$  в северо-восточной части сгустка, где расположены точечные ИК-источники.

На рис. 5 показаны карты относительных обилий молекул  $x = N/N(\text{H}_2)$  в сгустках. Предварительно со всех карт излучения молекул были удалены пиксели, в которых отношение сигнал/шум было меньше 3, чтобы удалить ненадежные данные. Та же процедура была проведена с картами излучения пыли, а затем были получены обилия



**Рис. 4.** Лучевая концентрация молекул CS, CO, N<sub>2</sub>H<sup>+</sup>, HNC, HCN, H<sub>2</sub> в центральном сгустке WB 673. Обозначения как на рис. 2.

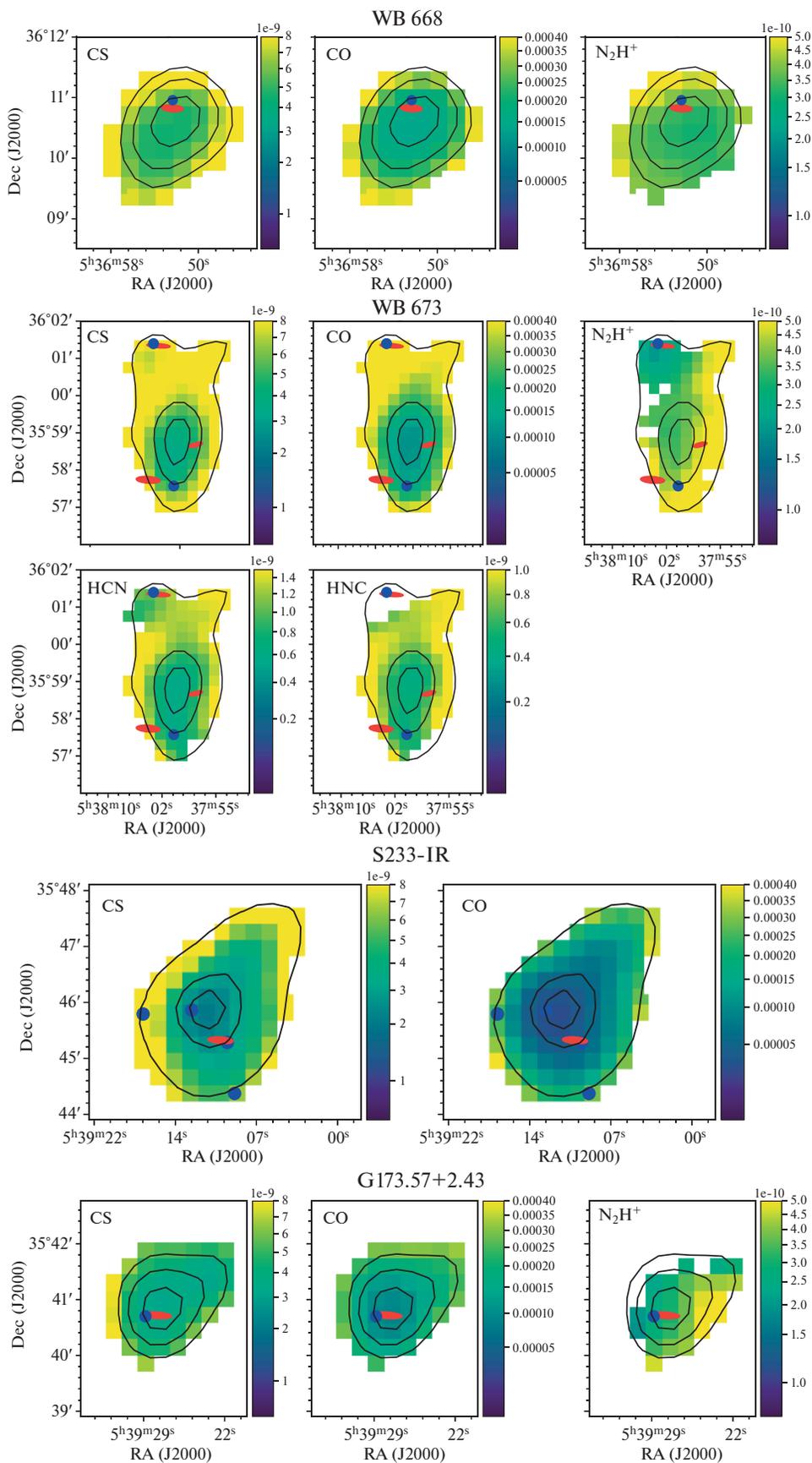


Рис. 5. Обилия молекул CS, CO,  $N_2H^+$ , HNC, HCN в плотных сгустках волокна WB 673. Обозначения как на рис. 2.

**Таблица 8.** Уровни лучевой концентрации водорода в сгустках,  $\text{см}^{-2}$ 

Уровень	WB89 668	WB 673	S233–IR	G173.57+2.43
35%	$1.9 \times 10^{22}$	$2.4 \times 10^{22}$	$6.4 \times 10^{22}$	$1.6 \times 10^{22}$
65%	$3.0 \times 10^{22}$	$4.0 \times 10^{22}$	$1.2 \times 10^{23}$	$2.4 \times 10^{22}$
Максимум	$4.4 \times 10^{22}$	$5.7 \times 10^{22}$	$2.0 \times 10^{23}$	$4.2 \times 10^{22}$

молекул путем деления лучевых концентраций молекул и  $N(\text{H}_2)$  попиксельно.

В табл. 9 приведены обилия молекул, усредненные по сгусткам. Средние обилия одних и тех же молекул сохраняются примерно равными во всех сгустках.

Во всех сгустках обилия молекул уменьшаются в направлении максимума величины  $N(\text{H}_2)$ , за исключением обилий  $\text{N}_2\text{H}^+$  в центральном сгустке WB 673 и в южном G173.57+2.43. В них максимумы  $x(\text{N}_2\text{H}^+)$  находятся в юго-западных частях сгустков, и виден плавный градиент величины  $x(\text{N}_2\text{H}^+)$  в направлении с северо-востока к юго-западу, а в сгустке WB 668 наблюдается противоположный градиент величины  $x(\text{N}_2\text{H}^+)$ . Во всех сгустках максимум обилия  $\text{N}_2\text{H}^+$  находится в области с пониженным обилием CO, что хорошо согласуется с теорией: молекулы CO быстро разрушают  $\text{N}_2\text{H}^+$  [31].

Мы сравнили результат наших наблюдений с данными излучения пыли на 30-м телескопе IRAM [51]. Максимальное значение лучевой концентрации водорода в направлении источника IRAS 05358+3543 в сгустке S233–IR составляет  $5.8 \times 10^{23} \text{ см}^{-2}$ , для трех менее плотных пиков лучевая концентрация лежит в пределах  $(1.1-1.8) \times 10^{23} \text{ см}^{-2}$ . Согласно нашим расчетам по данным Bolocam максимальная лучевая концентрация в сгустке S233–IR равна  $2.0 \times 10^{23} \text{ см}^{-2}$ . Также в работе [51] определена лучевая концентрация CS в направлении на пик плотности,  $(1.7-10) \times 10^{14} \text{ см}^{-2}$ , которая приближается к концентрации, полученной в данной работе ( $3.1 \times 10^{14} \text{ см}^{-2}$ ).

**Таблица 9.** Обилия молекул, усредненные по сгусткам

Молекула	WB 668	WB 673	S233–IR	G173.57+2.43
CS	$7.0 \times 10^{-9}$	$7.8 \times 10^{-9}$	$6.6 \times 10^{-9}$	$4.8 \times 10^{-9}$
CO	$2.7 \times 10^{-4}$	$3.4 \times 10^{-4}$	$1.5 \times 10^{-4}$	$1.9 \times 10^{-4}$
$\text{N}_2\text{H}^+$	$3.8 \times 10^{-10}$	$4.3 \times 10^{-10}$	—	$3.6 \times 10^{-10}$
HCN	—	$1.2 \times 10^{-9}$	—	—
HNC	—	$8.34 \times 10^{-10}$	—	—

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Метод “химических часов”, который мы в дальнейшем собираемся использовать для анализа полученных распределений обилий, требует информации о температуре и плотности газа и пыли. Значения  $N(\text{H}_2)$ , полученные в каждом из пикселей наших карт, предполагают постоянство температуры пыли по всем картам ( $T_d = 10 \text{ K}$ ), что может не соответствовать действительности. Поэтому мы будем работать над определением физических параметров газа, например, по излучению молекул аммиака. Значения температуры газа в работе [18] получены с пространственным разрешением  $2'$ , что сравнимо с размером плотных сгустков из волокна WB 673, карты излучения в линиях молекул в нашей работе обладают более чем в 2.5 раза лучшим разрешением, поэтому мы не используем значения температуры газа из [18]. Температура пыли может быть получена из более тонкого анализа ИК-излучения пыли, над чем мы также планируем работать далее.

Мы формулируем выводы по проделанной работе следующим образом:

- Проведен обзор линий излучения молекул в центральном сгустке волокна WB 673. Уверенно обнаружено 13 линий молекул, излучающих в миллиметровом диапазоне. Для этих линий определены интегральные интенсивности, яркостные температуры пика, уровень шума, ширины линий, лучевые скорости пика яркостной температуры. Для молекул со сверхтонким расщеплением (HCN,  $\text{N}_2\text{H}^+$ , HNC) определены параметры всех видимых компонентов.

- Построены карты интегральных интенсивностей излучения молекул в линиях CS(2–1),  $\text{C}^{18}\text{O}(1-0)$ ,  $^{13}\text{CO}(1-0)$ ,  $\text{N}_2\text{H}^+(1-0)$ , HNC(1–0), HCN(1–0) в плотных сгустках WB 673, WB 668, S233–IR, G173.57+2.43, проведен анализ распределения газа. Пики излучения в линиях молекул совпадают в пиками излучения пыли на длине волны 1.1 мм. Также определены лучевые концентрации, обилия молекул относительно концентрации водорода.

- Построены карты распределения обилий молекул в плотных сгустках; показано, что обилия CO и CS во всех сгустках, а также HCN и

HNC в центральном сгустке, уменьшаются в направлении наиболее плотной центральной части. Для распределения обилия молекулы  $N_2H^+$  наблюдается градиент в направлении с северо-востока на юго-запад в сгустках WB 673 и G173.57+2.43, и противоположный – в сгустке WB 668.

#### ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 18-02-00917.

#### БЛАГОДАРНОСТИ

Мы благодарим А.О.Х. Олофссона за помощь при наблюдениях на 20-м телескопе обсерватории Онсала; А.М. Соболева и Д.З. Вибе за плодотворные обсуждения; рецензента за замечания и комментарии, которые позволили нам сделать лучше текст статьи.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *F. H. Shu, F. C. Adams, and S. Lizano*, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **25**, 23 (1987).
2. *F. Motte, S. Bontemps, and F. Louvet*, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **56**, 41 (2018).
3. *S. Schneider and B.-G. Elmegreen*, *Astrophys. J. Suppl.* **41**, 87 (1979).
4. *N. M. McClure-Griffiths, J. M. Dickey, B. M. Gaensler, A. J. Green, and M. Haverkorn*, *Astrophys. J.* **652** (2), 1339 (2006).
5. *P. André, J. Di Francesco, D. Ward-Thompson, S.-I. Inutsuka, R. E. Pudritz, and J. E. Pineda*, *Protostars and Planets VI*, edited by *H. Beuther, R. S. Klessen, C. P. Dullemond, and T. Henning* (Tucson: University of Arizona Press, 2014), p. 27.
6. *P. André, V. Révère, V. Könyves, D. Arzoumanian, et al.*, *Astron. and Astrophys.* **592**, id. A54 (2016).
7. *S.-i. Inutsuka and S. M. Miyama*, *Astrophys. J.* **480**, 681 (1997).
8. *J. H. Bieging, W. L. Peters, B. Vila Vilaro, K. Schlotzman, and C. Kulesa*, *Astron. J.* **138** (3), 975 (2009).
9. *J. C. Mottram and C. M. Brunt*, *The Dynamic Interstellar Medium: A Celebration of the Canadian Galactic Plane Survey*, edited by *R. Kothes, T. L. Landecker, and A. G. Willis*, *Astron. Soc. Pacific Conf. Ser.* **438**, 98 (2010).
10. *J. H. Bieging and W. L. Peters*, *Astrophys. J. Suppl.* **196** (2), id. 18 (2011).
11. *J. H. Bieging, S. Patel, W. L. Peters, L. V. Toth, G. Marton, and S. Zahorecz*, *Astrophys. J. Suppl.* **226** (1), id. 13 (2016).
12. *S. Sharpless*, *Astrophys. J. Suppl.* **4**, 257 (1959).
13. *F. P. Israel and M. Felli*, *Astron. and Astrophys.* **63**, 325 (1978).
14. *M. Felli, L. Testi, R. Valdetaro, and J.-J. Wang*, *Astron. and Astrophys.* **320**, 594 (1997).
15. *M. Felli, F. Massi, A. Navarrini, R. Neri, R. Cesaroni, and T. Jenness*, *Astron. and Astrophys.* **420**, 553 (2004).
16. *M. Felli, F. Massi, M. Robberto, and R. Cesaroni*, *Astron. and Astrophys.* **453**, 911 (2006).
17. *D. A. Ladeyschikov, A. M. Sobolev, S. Yu. Parfenov, S. A. Alexeeva, and J. H. Bieging*, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **452** (3), 2306 (2015).
18. *D. A. Ladeyschikov, M. S. Kirsanova, A. P. Tsvilev, and A. M. Sobolev*, *Astrophys. Bull.* **71** (2), 208 (2016).
19. *M. S. Kirsanova, S. V. Saliu, A. M. Sobolev, A. O. H. Olofsson, D. A. Ladeyschikov, and M. Thomasson*, *Open Astronomy* **26**, 99 (2017).
20. *E. L. Wright, P. R. M. Eisenhardt, A. K. Mainzer, M. E. Ressler, et al.*, *Astron. J.* **140** (6), 1868 (2010).
21. *J. J. Condon, W. D. Cotton, E. W. Greisen, Q. F. Yin, R. A. Perley, G. B. Taylor, and J. J. Broderick*, *Astron. J.* **115**, 1693 (1998).
22. *L. Bronfman, L.-A. Nyman, and J. May*, *Astron. and Astrophys. Suppl. Ser.* **115**, 81 (1996).
23. *G. Tofani, M. Felli, G. B. Taylor, and T. R. Hunter*, *Astron. and Astrophys. Suppl. Ser.* **112**, 299 (1995).
24. *A. Porras, I. Cruz-González, and L. Salas*, *Astron. and Astrophys.* **361**, 660 (2000).
25. *H. Beuther, P. Schilke, K. M. Menten, F. Motte, T. K. Sridharan, and F. Wyrowski*, *Astrophys. J.* **566** (2), 945 (2002).
26. *H. Beuther, P. Schilke, F. Gueth, M. McCaughrean, M. Andersen, T. K. Sridharan, and K. M. Menten*, *Astron. and Astrophys.* **387**, 931 (2002).
27. *H. Beuther, P. Schilke, T. K. Sridharan, K. M. Menten, C. M. Walmsley, and F. Wyrowski*, *Astron. and Astrophys.* **383**, 892 (2002).
28. *V. Minier, M. G. Burton, T. Hill, M. R. Pestalozzi, C. R. Purcell, G. Garay, A. J. Walsh, and S. Longmore*, *Astron. and Astrophys.* **429**, 945 (2005).
29. *H. Beuther, S. Leurini, P. Schilke, F. Wyrowski, K. M. Menten, and Q. Zhang*, *Astron. and Astrophys.* **466** (3), 1065 (2007).
30. *S. Leurini, H. Beuther, P. Schilke, F. Wyrowski, Q. Zhang, and K. M. Menten*, *Astron. and Astrophys.* **475** (3), 925 (2007).
31. *E. A. Bergin and W. D. Langer*, *Astrophys. J.* **486**, 316 (1997).
32. *V. Belitsky, I. Lapkin, M. Fredrixon, E. Sundin, et al.*, *Astron. and Astrophys.* **580**, id. A29 (2015).
33. *S. Maret, P. Hily-Blant, J. Pety, S. Bardeau, and E. Reynier*, *Astron. and Astrophys.* **526**, id. A47 (2011).
34. *R. J. Sault, P. J. Teuben, and M. C. H. Wright*, *Astronomical Data Analysis Software and Systems IV*, edited by *R. A. Shaw, H. E. Payne, and J. J. E. Hayes*, *Astron. Soc. Pacific Conf. Ser.* **77**, 433 (1995).
35. *A. M. Price-Whelan, B. M. Sipőcz, H. M. Günther, P. L. Lim, et al.*, *Astron. J.* **156**, id. 123 (2018).
36. *J. Bally, J. Aguirre, C. Battersby, E. T. Bradley, et al.*, **721**, 137 (2010).
37. *A. Ginsburg, J. Glenn, E. Rosolowsky, E. and T. P. Ellsworth-Bowers*, *Astrophys. J. Suppl.* **208**, id. 14 (2013).
38. *P. Caselli, P. C. Myers, and P. Thaddeus*, *Astrophys. J.* **455**, L77 (1995).
39. *A. M. Mullins, R. M. Loughnane, M. P. Redman, B. Willes, N. Guegan, J. Barrett, and E. R. Keto*, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **459**, 2882 (2016).

40. *M. A. Frerking, W. D. Langer, and R. W. Wilson*, *Astrophys. J.* **232**, L65 (1979).
41. *P. G. Wannier*, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **18**, 399 (1980).
42. *T. L. Wilson*, *Rep. Prog. Phys.* **62** (2), 143 (1999).
43. *J. H. Bieging, S. Patel, W. L. Peters, L. V. Toth, G. Marton, and S. Zahorecz*, *Astrophys. J. Suppl.* **226** (1), id. 13 (2016).
44. *J. G. Mangum and Y. L. Shirley*, *Publ. Astron. Soc. Pacific* **127**, 266 (2015).
45. *R. H. Hildebrand*, *Quart. J. Roy. Astron. Soc.* **24**, 267 (1983).
46. *V. Ossenkopf and Th. Henning*, *Astron. and Astrophys.* **291**, 943 (1994).
47. *V. V. Akimkin, M. S. Kirsanova, Ya. N. Pavlyuchenkov, and D. S. Wiebe*, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **449** (1), 440 (2015).
48. *V. V. Akimkin, M. S. Kirsanova, Ya. N. Pavlyuchenkov, and D. S. Wiebe*, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **469** (1), 630 (2017).
49. *R. A. Burns, H. Imai, T. Handa, T. Omodaka, A. Nakagawa, T. Nagayama, and Y. Ueno*, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **453** (3), 3163 (2015).
50. *J. Kauffmann, F. Bertoldi, T. L. Bourke, N. J. Evans II, and C. W. Lee*, *Astron. and Astrophys.* **487**, 993 (2008).
51. *H. Beuther, P. Schilke, K. M. Menten, and F. Motte, T. K. Sridharan, and F. Wyrowski*, *Astrophys. J.* **566** (2), 945 (2002).

УДК 523.9-466

## ИССЛЕДОВАНИЕ ЯРКИХ КОМПАКТНЫХ РАДИОИСТОЧНИКОВ СЕВЕРНОЙ ПОЛУСФЕРЫ НА ЧАСТОТЕ 111 МГц

© 2020 г. С. А. Тюльбашев<sup>1,\*</sup>, И. В. Чашей<sup>1</sup>, И. А. Субаев<sup>1</sup>, М. А. Китаева<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Пушчинская радиоастрономическая обсерватория АКЦ ФИАН,  
Пушино, Россия

\*E-mail: serg@prao.ru

Поступила в редакцию 19.12.2019 г.

После доработки 13.01.2020 г.

Принята к публикации 24.01.2020 г.

Проведен поиск компактных компонентов методом межпланетных мерцаний у сильных ( $S_{\text{int}} \geq 5$  Ян на 102.5 МГц) дискретных радиоисточников Пушчинского каталога. Компактные (мерцающие) компоненты обнаружены у 812 источников из 3620 исследованных. Даны оценки флуктуации плотности потока компактных компонентов этих источников, пересчитанные из индекса мерцаний ( $m_{\text{max}}$ ), относящегося к элонгации  $25^\circ$ . Для 178 объектов из 812 источников с компактными компонентами получены оценки угловых размеров и компактности. Получены индексы мерцаний источников, относящиеся к компактному компоненту ( $m_0$ ), а также плотности потока компактных компонентов. Показано, что медленные вариации пространственного распределения межпланетной плазмы, связанные с 11-летним циклом солнечной активности, могут оказывать систематическое влияние на оценки угловых размеров источников. Найдены коэффициенты, позволяющие компенсировать отклонения от сферической симметрии солнечного ветра при оценках угловых размеров с помощью коэффициента асимметрии статистического распределения флуктуаций интенсивности. Исследование корреляции между параметрами источников выборки показывает, что выраженная зависимость углового размера от интегрального потока отсутствует, а максимальное значение индекса мерцаний уменьшается при увеличении интегрального потока.

DOI: 10.31857/S0004629920060067

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Для оценки угловых размеров компактных радиоисточников в метровом диапазоне длин волн используются два основных метода. Первый из них — радиоинтерферометрические наблюдения. Если есть возможность использования нескольких радиотелескопов для наблюдений за источником, можно сделать апертурный синтез изображения. После обработки наблюдений получается карта источника, на которой можно выделить его компактные компоненты и оценить их размеры. Если угловые размеры компактного радиоисточника меньше угловой секунды, то база (расстояние между телескопами) должна быть порядка 1000 км. Второй подход — использование метода межпланетных мерцаний. При размере компактного радиоисточника меньше нескольких угловых секунд наблюдаются его мерцания на движущихся неоднородностях плазмы солнечного ветра. Анализ наблюдаемых флуктуаций плотности потока позволяет оценить размеры радиоисточника. Если угловые размеры компактных компонентов источника меньше нескольких десятков миллисекунд, то в источнике, помимо

межпланетных мерцаний, должны также наблюдаться межзвездные мерцания.

Оценка углового размера радиоисточника из наблюдаемых флуктуаций плотности потока может быть сделана разными способами, например, из наблюдений зависимости индекса мерцаний от элонгации в области слабых мерцаний [1], по спектру мощности мерцаний [2, 3], по исследованию временных спектров дифракционных мерцаний в области насыщения [4], а также по измерениям коэффициента асимметрии статистического распределения флуктуаций плотности потока излучения [5, 6].

В работе [7] развит метод с использованием коэффициента асимметрии и оценки угловых размеров и компактностей на основе выборки 53 сильных мерцающих радиоисточников, отобранных из обзора мерцающих радиоисточников [8].

В настоящей работе метод оценки компактностей и угловых размеров радиоисточников с использованием коэффициента асимметрии применен к выборке дискретных источников, наблюдавшихся на Большой синфазной антенне

(БСА ФИАН) в обзоре северного неба на частоте 102.5 МГц [9].

## 2. МОНИТОРИНГОВЫЕ НАБЛЮДЕНИЯ НА РАДИОТЕЛЕСКОПЕ БСА ФИАН И ПОЛУЧЕНИЕ ВЫБОРКИ КОМПАКТНЫХ РАДИОИСТОЧНИКОВ

После капитальной реконструкции, закончившейся в 2012 г., эффективная площадь меридианного радиотелескопа БСА ФИАН возросла в 2–3 раза. Позднее, начиная с 2013 г., введены в эксплуатацию несколько независимых систем диаграммообразования. В частности, круглосуточный мониторинг ведется на системе, состоящей из 128 неуправляемых лучей, имеющих фиксированное расположение координат по склонениям. 96 лучей из 128 подключены к цифровым регистраторам. Эти 96 лучей антенны перекрывают склонения от  $-9^\circ$  до  $+42^\circ$  и имеют мгновенную площадь обзора примерно 50 кв. град., если учитывать диаграмму направленности каждого используемого луча по его половинной мощности. Круглосуточные мониторинговые наблюдения на радиотелескопе БСА ФИАН ведутся на центральной частоте 110.3 МГц в полосе 2.5 МГц. Частота опроса составляет примерно 100 мс, что позволяет наблюдать мерцания компактных источников на межпланетной плазме. Мониторинговые наблюдения на БСА ФИАН, имеющие незначительные пропуски по времени из-за аварийных отключений электричества и регламентных работ на антенне, начаты в 2014 г. Детальная информация о параметрах реконструированного радиотелескопа БСА ФИАН и программах наблюдений в 96 лучах приведена в работах [10, 11].

К настоящему времени накоплено 5 полных лет круглосуточных наблюдений площадки с размером около 17000 кв. град. Ранние наблюдения на БСА ФИАН показали, что в обзоре компактных источников регистрируется примерно один мерцающий радиочастотный источник на 1 кв. град [12]. Поэтому ожидаемое количество компактных источников, доступных для наблюдений, составляет приблизительно 15000–20000. Однако далеко не для всех наблюдаемых мерцающих источников можно оценить их угловые размеры. В частности, если для получения оценки углового размера используется коэффициент асимметрии, то необходимо знать интегральную плотность потока источника. Эта плотность потока должна быть заведомо больше уровня путаницы протяженных (не мерцающих) радиочастотных источников. Уровень путаницы протяженных источников на антенне БСА ФИАН составляет примерно 0.6 Ян [9] по наблюдениям на 102.5 МГц. Нижняя граница плотностей потоков источников, для которых можно пытаться получить оценки угловых размеров, должна в несколько раз превышать этот уровень.

Для дальнейшей работы из каталога дискретных радиочастотных источников [9] были отобраны источники с интегральной плотностью потока больше 5 Ян. Выбор этой границы по плотности потока связан с тем, что направление лучей БСА ФИАН на небе фиксировано, и координаты источника по склонению могут не совпадать с направлением луча БСА. Поэтому в лучах антенны записывается не полный поток дискретного источника, а лишь его часть. При выбранной границе 5 Ян можно ожидать, что даже если координаты исследуемого источника по склонению окажутся посередине между направлениями двух соседних лучей, наблюдаемая плотность потока в этих лучах будет в 3–4 раза больше уровня путаницы. Эта же граница 5 Ян указана в работе [9], как плотность потока, на которой гарантирована полнота обзора.

Всего в электронной версии<sup>1</sup> Пушинского каталога дискретных радиочастотных источников на склонениях  $-9^\circ < \delta < +42^\circ$  находится 6487 источников. 3620 источников из этой выборки имеют плотность потока больше 5 Ян. Из них для дальнейшего исследования нужно было выбрать источники с компактными компонентами. Как показано в работе [13], на антенне БСА ФИАН предельно слабые компактные источники, обнаруживаемые в наблюдениях методом межпланетных мерцаний, имеют отношение сигнала к шуму  $S/\text{Ш} = 0.5$  на постоянной времени 0.5 с. Так как длительность обрабатываемой записи составляет примерно 200 независимых точек, взятых в максимум диаграммы направленности антенны, конечное отношение сигнала к шуму будет  $S/\text{Ш} = 200^{1/2} \times 0.5 = 7$ . В этой же работе показано, что примерно половина источников с  $S/\text{Ш} = 0.5$  при слепом поиске будет пропущена. Если за критерий отбора мерцающих радиочастотных источников взять источники, имеющие отношение  $S/\text{Ш} = 1$ , то возможные потери будут составлять 1 источник из 1000. Критерий  $S/\text{Ш} \geq 1$  был взят для отбора мерцающих радиочастотных источников из полученной выборки источников, что соответствует  $S/\text{Ш} \approx 14$  для самых слабых наблюдаемых компактных радиочастотных источников после обработки их мерцаний.

Проверка существования компактного радиочастотного источника в отобранном дискретном объекте проводилась следующим образом.

1. Координаты проверяемого источника пересчитывались на год наблюдений, рассчитывались номера лучей, между которыми попадает источник.
2. Рассчитывались оптимальные элонгации  $\epsilon$  наблюдений, максимально близкие к  $\epsilon = 25^\circ$  (на частоте 111 МГц  $23\text{--}25^\circ$  определяют максимум наблюдаемых флуктуаций плотности потока).

<sup>1</sup> <http://astro.prao.ru/db/>

3. Отбирались первичные данные для дней с оптимальной элонгацией, и делалась свертка записанного сигнала с моделированной формой диаграммы направленности антенны. Так как в метровом диапазоне может быть велик вклад ионосферных мерцаний, сдвигающих каталожную координату от секунд до минуты, то процедура определения точной координаты источника на день наблюдений является обязательной.

4. Полная длина записи источника на антенне, являющейся дифракционной решеткой, зависит от его склонения как  $1/\cos \delta$ , поэтому исходя из найденной координаты источника, можно определить ожидаемое расположение нулей (отсутствие сигнала) источника при его прохождении через диаграмму направленности антенны.

5. На интервале в 60 с на вершине источника и 30 с в нулях диаграммы направленности определялись среднеквадратичные отклонения шумов. Если оценка среднеквадратичных отклонений шума на вершине была в  $2^{1/2}$  (соответствует  $C/\Pi = 1$ ) больше, чем в нулях диаграммы направленности, источник отбирался для дальнейшего исследования.

6. Все отобранные источники проверялись визуально. Эта проверка позволила выявить источники, у которых увеличение шумовой дорожки на вершине было вызвано помехами. Визуальная проверка позволила удалить часть источников из предварительно отобранных для дальнейшей работы.

На рис. 1 проиллюстрирован отбор компактных источников для дальнейшего исследования.

Таким образом, окончательно было отобрано 812 источников.

### 3. ОЦЕНКИ УГЛОВЫХ РАЗМЕРОВ РАДИОИСТОЧНИКОВ В ПЕРИОД 2014–2018 гг.

Для каждого отобранного источника рассчитывались индекс мерцаний и коэффициент асимметрии статистического распределения флуктуаций плотности потока во всех доступных сеансах наблюдений. Дальнейший анализ по получению оценок компактности и угловых размеров источников проводился согласно методике, приведенной в работе [7]. Оценка индекса мерцаний для данного сеанса получалась из наблюдений интенсивности исследуемого источника:

$$m^2 = \langle (I - \langle I \rangle)^2 \rangle / \langle I \rangle^2, \quad (1)$$

где  $m$  – индекс мерцаний в данный день наблюдений,  $I$  – текущее значение плотности потока в условных единицах, а  $\langle I \rangle$  – средняя интенсивность. Проводя наблюдения на разных элонгациях, можно получить оценку максимального ин-

декса мерцаний ( $m_{\max}$ ) из зависимости  $m(\epsilon)$  ( $\epsilon$  – элонгация источника):

$$m_{\max} = x m_0, \quad (2)$$

где  $x$  – компактность исследуемого источника, а  $m_0$  – максимальное значение индекса мерцаний, относящееся к компактному компоненту радиоисточника. Индекс мерцаний  $m_0$ , в свою очередь, связан с эффективным значением углового размера источника:

$$m_0^2 = [1 + (\theta_1^2 / \theta_{Fr}^2)]^{-1}, \quad (3)$$

где  $\theta_1$  – эффективный угловой размер источника [7], а  $\theta_{Fr}$  – угловой размер зоны Френеля, зависящий от длины волны (центральной частоты наблюдений) и от расстояния до модулирующего слоя ( $\theta_{Fr} = 2.06265 \times 10^5 \times (z/k)^{1/2}$ ), где  $\theta_{Fr}$  выражено в секундах дуги,  $z$  – расстояние до модулирующего слоя в метрах,  $k = 2\pi/\lambda$  – волновое число,  $\lambda$  – длина волны в метрах). Эффективное значение углового размера связано с реальным угловым размером через коэффициент:

$$\theta_0 = \beta \theta_1, \quad (4)$$

где  $\theta_0$  – угловой размер компактного радиоисточника, а  $\beta = 0.8$  – коэффициент, определенный в работе [7] по наблюдениям ряда источников с известными угловыми размерами. В свою очередь коэффициент асимметрии, определяемый как

$$\gamma = \langle (I - \langle I \rangle)^3 \rangle / \langle (I - \langle I \rangle)^2 \rangle^{3/2}, \quad (5)$$

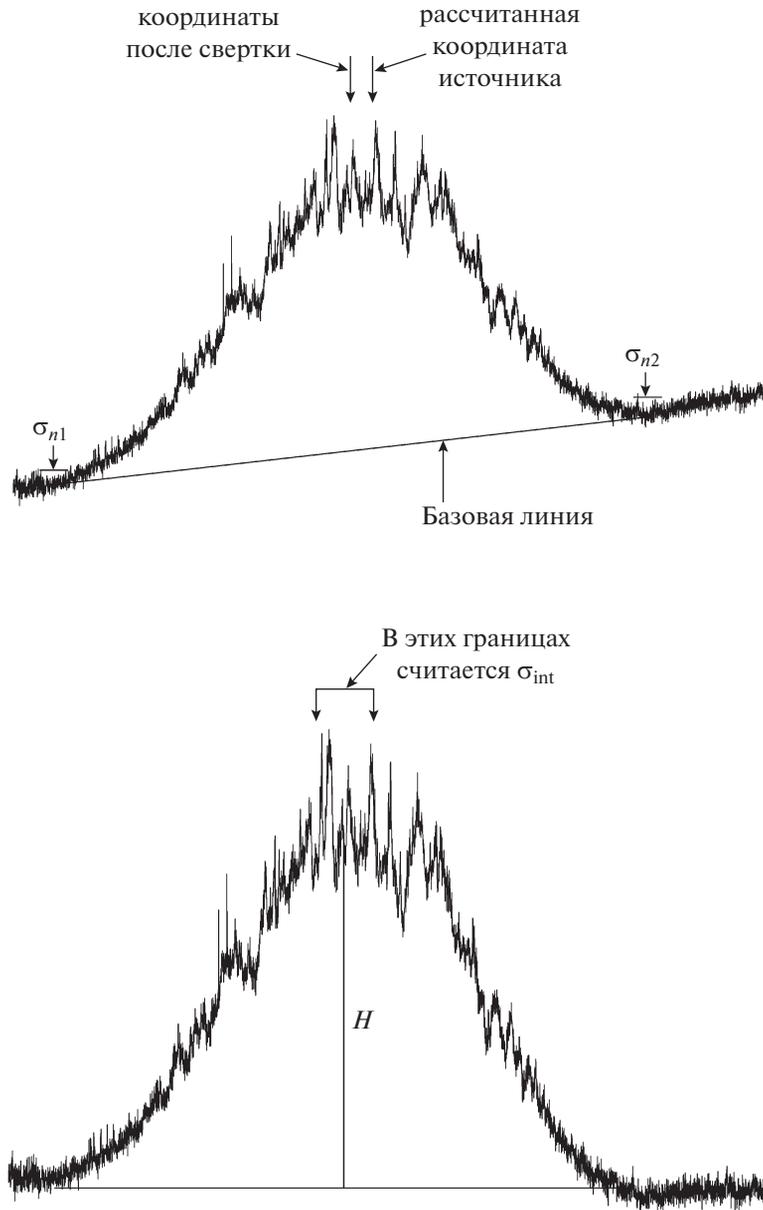
пропорционален индексу мерцаний и, согласно работе [6], не зависит от протяженного (не мерцающего) компонента (гало):

$$\gamma = A m_{\max} = A_0 m_0. \quad (6)$$

Значения  $A$  и  $A_0$  – коэффициенты пропорциональности, определенные в [7]. Таким образом, угловой размер источника в работе [7] оценивался, исходя из параметров, вычисляемых из оценок индекса мерцаний в максимуме зависимости  $m(\epsilon)$  и параметра  $A$ , определяемого из коэффициента асимметрии:

$$\theta_0 = \beta \theta_{Fr} [(A_0 / A m_{\max})^2 - 1]^{1/2}. \quad (7)$$

Обращаем внимание, что используемые в формуле (7) значения  $A$  и  $m_{\max}$  получаются из зависимостей  $\gamma(m)$  и  $m(\epsilon)$ , т.е. фактически из наблюдений. Для каждого исследуемого источника эти зависимости будут уникальными. Значение  $\theta_{Fr}$  вычисляется в предположении, что расстояние до модулирующего слоя известно. По умолчанию предполагается, что это расстояние равно  $1 \text{ а.е.} \times \cos \epsilon$ . Однако это расстояние будет другим, например, для случая выброса корональной массы, когда луч зрения проходит через выброс. Так как боль-



**Рис. 1.** В верхней части рисунка приведена исходная запись интенсивности радиоисточника 4C+21.09. На записи стрелками показаны минимальные уровни сигнала источника при прохождении через меридиан (нули диаграммы направленности). Через нули диаграммы проведена прямая (базовая) линия, отражающая температуру фона Галактики. Две стрелки на вершине источника указывают на координату источника, рассчитанную на дату наблюдений, и координату источника, полученную после проведения процедуры свертки. Свертка массива наблюдаемой интенсивности и теоретической диаграммы направленности БСА ФИАН позволяет найти сдвиг координаты источника из-за ионосферных мерцаний. В нижней части рисунка показан тот же источник после вычитания отсчетов базовой линии. Рядом с каждым из нулей диаграммы направленности проведены короткие отрезки (длительностью 30 с), показывающие границы, внутри которых вычислялись среднеквадратичные отклонения шумов ( $\sigma_{n1}$  и  $\sigma_{n2}$ ). Вертикальная линия, маркированная  $H$ , показывает плотность потока излучения источника в условных единицах, вертикальные короткие линии на вершине – границы, на которых проводилась оценка среднеквадратичных шумов на вершине источника  $\sigma_{int} = (\sigma_{sc}^2 + \sigma_n^2)^{1/2}$  ( $\sigma_n^2 = (\sigma_{n1}^2 + \sigma_{n2}^2)/2$ ;  $\sigma_{sc}^2$  – дисперсия флуктуаций плотности потока компактного компонента;  $\sigma_n^2$  – дисперсия шумового сигнала).

шую часть времени Солнце находится в спокойном состоянии, то угловой размер зоны Френеля для данной элонгации считается константой.

Значения  $\beta = 0.8$  и  $A_0 = 2$  были найдены в работе [7] на основе выборки источников, у которых имелись независимые оценки угловых размеров

по наблюдениям на 103 МГц [14]. Значение  $A_0$  может меняться от 1.5 до 3 в различных моделях турбулентности межпланетной среды [15, 16]. Значение  $\beta$  – константа, которая была получена при исследовании источников с известными угловыми размерами [7], и которую можно использовать для любых исследуемых источников. Предполагается, что это простой коэффициент пропорциональности, который включает в себя все возможные неопределенности, связанные с межпланетной средой. Значение  $A_0$  определено нами в работе [7] и относится к областям турбулентной плазмы сформировавшегося солнечного ветра, ответственного за мерцания на частоте 111 МГц (гелиоцентрические расстояния от 0.4 до 1 а.е.). При использовании метода на более высоких частотах, в частности 327 МГц, для которых модулирующая излучение плазма расположена ближе к Солнцу, константа  $A_0$  должна быть переопределена.

Как известно, в максимуме солнечной активности пространственное распределение турбулентного солнечного ветра близко к сферически симметричному, а в минимуме за счет влияния гелиосферного токового слоя плотность плазмы повышена на низких гелиоширотах и понижена на высоких [10, 17, 18]. При этом вариации на низких широтах незначительны, а на высоких широтах максимальны. Циклическая эволюция пространственного распределения плазмы может приводить к изменению величины  $\theta_{Fr}$  и коэффициента  $A_0$  (см. формулу (7)), которые вычисляются в предположении о сферической симметрии. Поскольку точное распределение плазмы для каждого года неизвестно, то для компенсации возможных годовых вариаций указанных параметров в настоящей работе средний параметр  $\beta$  в выражении (7) определяется для каждого года отдельно.

В наших наблюдениях 2014 год соответствует периоду максимальной активности Солнца, в последующие его годы активность падала. Для проверки возможного влияния среды на оцениваемые параметры был взят квазар 3С 48, который хорошо исследован на метровых волнах, как методом межпланетных мерцаний, так и интерферометрическими способами [14, 19, 20]. В каждый год наблюдений для него были получены оценки индекса мерцаний и коэффициента асимметрии. В ходе обработки наблюдений встречаются случаи сильных помех, которые не устраняются программой обработки, резкие изменения индекса мерцаний, связанные с выбросами корональной массы или с коротящими потоками, искажения формы источника вплоть до его раздваивания из-за ионосферных мерцаний. Все эти факторы могут приводить к тому, что на зависимости

**Таблица 1.** Угловые размеры, максимальный индекс мерцаний и компактность квазара 3С 48 в период 2014–2018 гг.

Год	2014	2015	2016	2017	2018
$\theta_0, ''$	0.29	0.41	0.34	0.42	0.53
$m_{\max}$	0.64	0.66	0.63	0.57	0.52
$x$	0.91	1.14	0.96	0.99	1.06

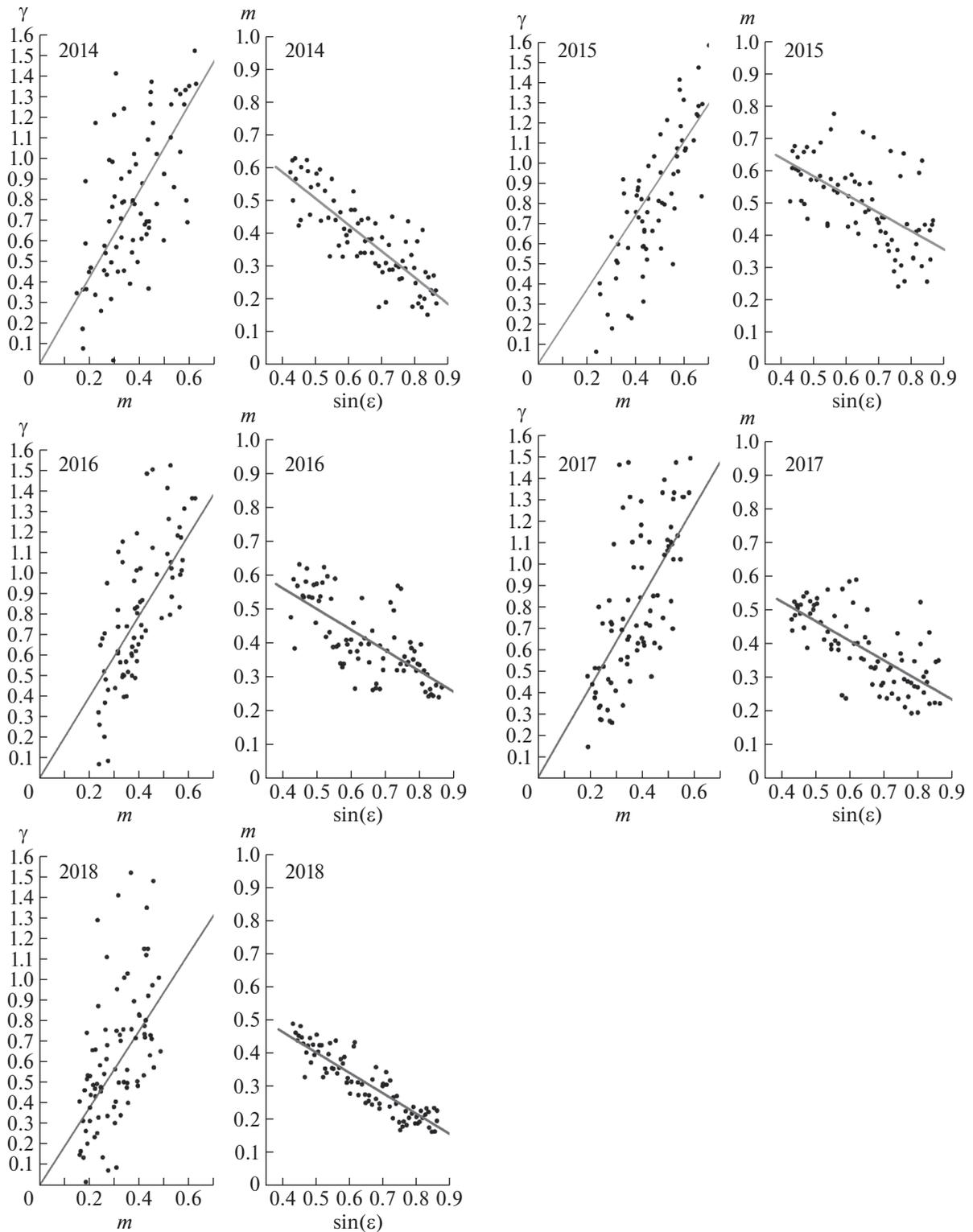
$m(\epsilon)$  появляются явно выпадающие точки. Эти точки устранены на этой зависимости программой обработки. В дополнение к перечисленным факторам серия помех малой длительности, которые практически не влияют на определяемые флуктуации плотности потока, могут дать большой вклад в коэффициент асимметрии. Поэтому на зависимости  $\gamma(m)$  исключены соответственно, как выпавшие значения индекса мерцаний, так и большие отклонения коэффициента асимметрии. На рис. 2 приведены попарные зависимости  $m(\epsilon)$  и  $\gamma(m)$  для радиоисточника 3С 48 в 2014–2018 гг.

В зависимость  $m(\sin \epsilon)$  методом МНК вписывалась логарифмическая прямая, а в зависимость  $\gamma(m)$  обычная прямая. Полученные оценки  $m_{\max}$  и  $A$  позволяют оценить компактность и угловые размеры 3С 48 по формуле (7) в предположении  $\beta = 0.8$ . В табл. 1 приведены эти значения.

Как видно из таблицы, значения параметра компактности для 3С 48 находятся в районе единицы, то есть точность определения компактности была не хуже, чем  $\pm 10\%$ , а вклад в плотность потока протяженного (не мерцающего) компонента для источника 3С 48 мал или вообще отсутствует. При этом угловые размеры 3С 48 статистически увеличиваются, начиная с 2014 г. Максимальный индекс мерцаний со временем, наоборот, уменьшается. Вновь отметим, что 2014 год соответствует максимуму в цикле солнечной активности, а 2018 год близок к минимуму цикла солнечной активности.

Оценки угловых размеров были получены также и для двух радиоисточников, которые в ранней работе [7] использовались как основа для оценок угловых размеров всей выборки сильных мерцающих источников. Для этих источников были известны независимые оценки угловых размеров из наблюдений на 103 МГц [14]. На рис. 3 приведены оценки этих угловых размеров при  $\beta = 0.8$  в зависимости от года наблюдений.

Угловые размеры, соответствующие долям секунды, на космологических расстояниях соответствуют линейным размерам от сотен парсек до нескольких килопарсек. Очевидно, что невозможно физическое увеличение угловых размеров вдвое на масштабе в несколько лет, связанное непосредственно с изменением каких-то структур в



**Рис. 2.** Попарные рисунки зависимостей наблюдаемого индекса мерцаний  $m$  от синуса элонгации  $\sin \epsilon$  и коэффициента асимметрии  $\gamma$  от индекса мерцаний. Сверху для каждой пары показан год наблюдений. Прямая линия на рисунках вписана методом наименьших квадратов. Видно, что максимальный индекс мерцаний источника 3С 48 на элонгациях, наилучших для наблюдений мерцаний (вблизи  $\epsilon = 25^\circ$ ), отличается от года к году, и его значения расположены между 0.5 и 0.65. Также на рисунках видно, что наклон вписанной прямой, определяющей коэффициент  $A$ , тоже отличается год от года и его значения расположены между 0.93 и 1.05.

исследованных источниках. Поэтому можно предположить, что полученные оценки увеличения угловых размеров источников со временем вызваны какими-то изменениями в межпланетной плазме.

Некоторое обсуждение составляющих формулы (7), по которой вычисляется угловой размер, приведены в тексте непосредственно после ее представления. Так как физическое увеличение угловых размеров источников нереально, то логично предположить, что эти изменения связаны с 11-летним циклом солнечной активности. В свою очередь наиболее вероятным представляется, что используемая нами оценка размера зоны Френеля меняется год от года. То есть в целом оценка углового размера зоны Френеля  $\theta_{Fr}$  в метровом диапазоне длин волн в разных фазах солнечного цикла не вполне корректна. В случае сферически симметричного распределения солнечного ветра, которое имеет место в максимуме солнечной активности, максимальная модуляция радиоволны происходит вблизи прицельной точки луча зрения. С приближением к минимуму активности возрастает вклад низкоширотных областей, где концентрация плазмы повышена по сравнению с высокоширотными областями. Вследствие этого эффективно модулирующая область смещается из прицельной точки, приближаясь к наблюдателю, для источников, луч зрения на которые проходит через средние и высокие гелиошироты.

При уменьшении расстояния до эффективно модулирующего слоя френелевский размер будет уменьшаться. Это означает, что уменьшение расстояния до эффективно модулирующего слоя будет приводить к частичному подавлению уровня мерцаний, которое в оценках угловых размеров источников по методу, предложенному в работе [7], будет формально отражаться как увеличение угловых размеров источников. При практическом использовании формулы (7) удобнее считать, что изменяется не френелевский размер, а коэффициент  $\beta$  в формулах (4) и (7), который каждый год нужно определять заново. Такой подход позволяет убрать все неопределенности в коэффициент  $\beta$ . В течение года исследуемые радиоисточники наблюдаются на оптимальных элонгациях в разное время, и если в разные месяцы глобальная структура солнечного ветра заметно меняется, то будет меняться и коэффициент  $\beta$ . Можно ожидать, что на протяжении одного года эти изменения незначительны, поскольку они не превосходят вариаций от года к году.

Для получения корректных оценок относительного изменения  $\beta$  от года к году были использованы оценки угловых размеров в разные годы для всех источников, у которых удалось сделать эти оценки. С этой целью для каждого источника

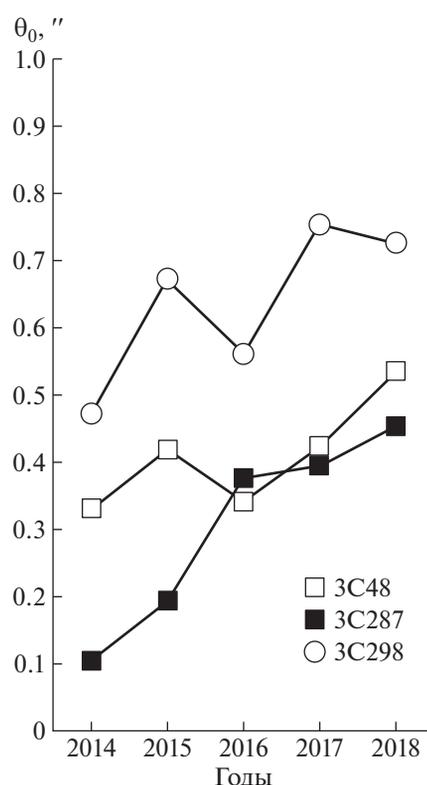
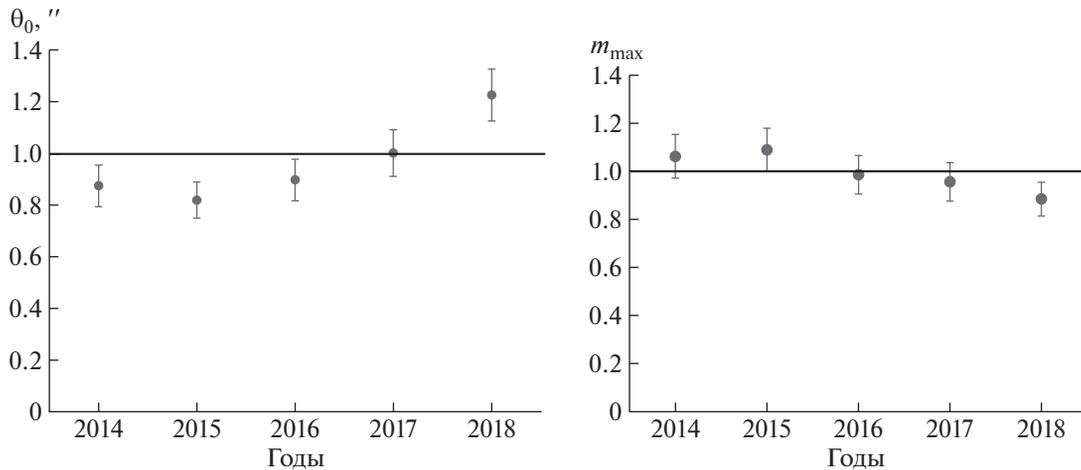


Рис. 3. Зависимость угловых размеров источников  $\theta_0$  от времени для объектов 3C 48, 3C 287 и 3C 298, вызванная уменьшением среднего по зондируемой области солнечного ветра уровня мелкомасштабных флуктуаций концентрации плазмы.

вычислялся средний угловой размер, и на этот угловой размер делились оценки углового размера данного источника, полученные на интервале 2014–2018 гг. Таким образом, можно сделать перенормировку угловых размеров, и средний угловой размер каждого источника будет равен одной угловой секунде. Далее для каждого года независимо определялось медианное значение углового размера и оценивались среднеквадратичные отклонения от него. Такая же работа была сделана и для максимальных индексов мерцаний. Зависимости  $m(\epsilon)$  и  $\gamma(m)$  строились на элонгациях от  $25^\circ$  до  $60^\circ$ . Среднее количество точек составило в зависимости  $m(\epsilon) = 69$ , в зависимости  $\gamma(m) = 63$ . Медианное количество точек в зависимостях  $m(\epsilon) = 68$ ,  $\gamma(m) = 62$ . Среднеквадратичные отклонения для полученных зависимостей  $\sigma_m = 0.3$ , а  $\sigma_\gamma = 0.3$ .

На рис. 4 и в табл. 2 представлены зависимости относительных изменений угловых размеров и индексов мерцаний от времени.

Таким образом, из рис. 4 можно увидеть, что значение  $\beta$  в 2014–2018 гг. изменилось примерно в 1.4 раза.



**Рис. 4.** Зависимости роста углового размера источника (слева) и падения максимального индекса мерцаний (справа) от времени. Вертикальные бары показывают среднеквадратичные отклонения, полученные за каждый год.

Зная характер относительных изменений коэффициента  $\beta$  со временем и при условии, что угловой размер 3C 48 должен быть равен  $0.33''$  [14, 19, 20], после усреднения оценок углового размера источника за 5 лет были переопределены значения  $\beta$ . Эти окончательные значения  $\beta$ , показанные в табл. 3, использовались в дальнейшем для оценок угловых размеров компактных источников.

#### 4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Пушкинский каталог дискретных радиоисточников [9] был получен из обзора, сделанного на радиотелескопе БСА ФИАН на частоте 102.5 МГц в 1991–1993 гг. Для калибровки наблюдений в обзоре использовался ряд источников с известными плотностями потока. Возможные систематические ошибки в работе [9] проверялись по каталогу [21], сделанному на частотах 80 и 160 МГц. Для этого выполнялась линейная интерполяция ожидаемой плотности потока источников на частоту 102.5 МГц, исходя из каталожных значений плотности потока на 80 и 160 МГц. Затем строилась зависимость наблюдаемой плотности потока на 102.5 МГц от интерполированной плотности потока на этой же частоте. Существенные систематические ошибки должны были быть заметны на этой зависимости. Плотности потоков между из-

мерениями на БСА ФИАН и интерполированными значениями для отдельных радиоисточников расходятся в 1.5–2 раза. Однако в целом систематического отклонения плотностей потоков не наблюдается.

Мониторинговые наблюдения проводились на той же антенне БСА ФИАН, но с измененной после реконструкции центральной частотой наблюдений. Частоты 102.5 и 110.3 МГц отличаются меньше, чем на 10%, и поэтому поправки к плотностям потока источников из каталога на 102.5 МГц должны быть небольшими. Согласно рисункам из статьи с обзором, сделанным на частоте 151 МГц [22], примерно 90% всех наблюдаемых на частоте 151 МГц источников имеют спектральные индексы в промежутке  $0.6 < \alpha < 1.2$  ( $S \sim \nu^{-\alpha}$ ), и, следовательно, самые крайние случаи из этих 90% источников есть  $\alpha = 0.6$  и  $\alpha = 1.2$ . Предполагая, что для всех исследованных источников спектральный индекс  $\alpha = 0.9$ , мы пересчитали их плотности потоков на частоту 110.3 МГц и использовали полученные плотности потоков для самокалибровки. Возможные ошибки определения плотности потока на 110.3 МГц из-за использования  $\alpha = 0.9$  для всех источников вместо использования индивидуальных спектральных индексов источников, получаемых из зависимости для плотности потока от частоты, не будут превышать  $\pm 4\%$  для 90% источников. Погрешности

**Таблица 2.** Относительные изменения и погрешности нормированных средних угловых размеров и максимальных индексов мерцаний в 2014–2018 гг.

Год	2014	2015	2016	2017	2018
$\Theta_0, ''$	$0.88 \pm 0.08$	$0.82 \pm 0.07$	$0.90 \pm 0.08$	$1.00 \pm 0.09$	$1.23 \pm 0.10$
$m_{\max}$	$1.06 \pm 0.09$	$1.09 \pm 0.09$	$0.97 \pm 0.08$	$0.96 \pm 0.08$	$0.88 \pm 0.07$

**Таблица 3.** Оценки коэффициента  $\beta$  в 2014–2018 гг.

Год	2014	2015	2016	2017	2018
$\beta$	0.72	0.77	0.70	0.63	0.51

оценок  $m_{\max}$  от года к году составляют примерно  $\pm 10\%$ , и поэтому можно пренебречь тем, что в оценку интегральной плотности потока на 111 МГц могут быть внесены ошибки.

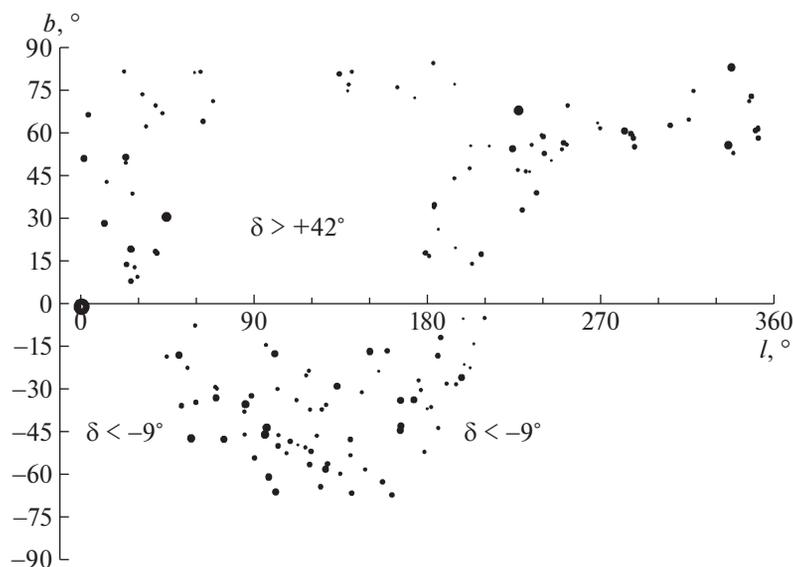
В предыдущих параграфах обсуждалось получение оценок угловых размеров источников, а также получение значений их компактности. В качестве промежуточного результата для каждого источника извлекалась оценка максимума индекса мерцаний ( $m_{\max}$ ). Так как исследуются источники с плотностью потока в 5 Ян и более, для получения оценок флуктуации плотности потока в янских можно использовать индивидуальную калибровку сигнала, не зависящую для каждого из исследуемых источников, то есть самокалибровку. В частности, самокалибровка удобна тем, что при ее использовании можно игнорировать возможное смещение координат источника из-за ионосферных мерцаний, можно не учитывать поправки за зенитную высоту источника при прохождении меридиана, можно не рассчитывать вклад в наблюдаемую плотность потока в лучах БСА из-за того, что координаты источника по склонению попадают между соседними лучами диаграммы направленности. Основные ошибки

при использовании самокалибровки будут связаны с возможными систематическими ошибками исходного каталога, взятого за основу.

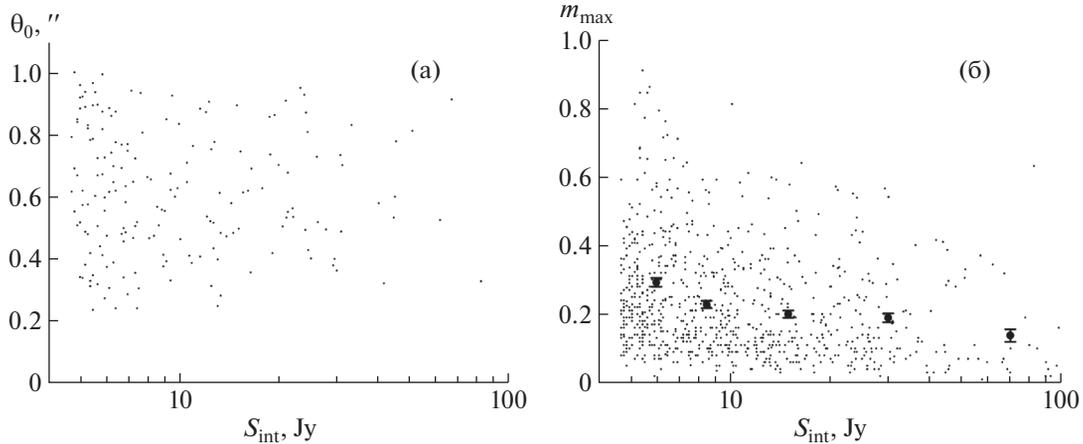
Полученные независимо за каждый год мониторинговых наблюдений оценки индекса мерцаний ( $m_{\max}$ ,  $m_0$ ), угловых размеров ( $\theta_0$ ), значений компактности ( $x$ ), флуктуаций плотности потока ( $\Delta S$ ), плотности потока компактного компонента ( $S_c$ ) усреднялись. Результаты по всем источникам приведены в Приложении. Угловые размеры источников, превышающие одну угловую секунду, в таблице (см. Приложение) исключены, потому что, как было показано в работе [7], такие размеры определяются некорректно. Для всех оставшихся источников были сделаны оценки  $m_{\max}$  и  $\Delta S$ .

На рис. 5 показаны 178 источников, у которых удалось определить их угловые размеры. Видно, что источники с размерами меньше угловой секунды отсутствуют в области плоскости Галактики. Это ожидаемый результат, так как плотная межзвездная среда рассеивает сигнал, и наблюдаемые угловые размеры компактных радиочастотных источников растут при приближении к плоскости Галактики.

Как упоминалось выше, плотность потока в 5 Ян является границей, гарантирующей полноту обзора. Можно посмотреть зависимости между определяемыми параметрами источников, у которых обнаружены компактные (мерцающие) компоненты, и интегральной плотностью потока



**Рис. 5.** Все источники, имеющие оценки угловых размеров. Размер кружка пропорционален угловому размеру источника. Большой кружок вблизи координаты  $b = 0^\circ$ ,  $l = 0^\circ$  указывает на центр Галактики. Большие белые области на рисунке – склонения, недоступные для мониторинговых наблюдений. Вдоль плоскости Галактики ( $b = 0^\circ$ ) просматривается белая полоса, показывающая, что на расстоянии  $\pm 5^\circ$  от плоскости Галактики источников с угловыми размерами меньше  $1''$  не обнаружено.



**Рис. 6.** Зависимости от интегральной плотности потока источников (в логарифмической шкале) наблюдаемого углового размера источника  $\theta_0$  (а) и наблюдаемого максимального индекса мерцаний  $m$  при  $\epsilon = 25^\circ$  (б). Крупные кружки и бары показывают среднее значение  $m_{\max}$  и его среднеквадратичные отклонения  $\sigma_m$  на интервалах плотностей потоков  $4.5 < S_{\text{int}} \leq 7$ ;  $7 < S_{\text{int}} \leq 10$ ;  $10 < S_{\text{int}} \leq 20$ ;  $20 < S_{\text{int}} \leq 40$  и  $S_{\text{int}} > 40$  Ян.

полной выборки источников. Если эти компактные компоненты меньше  $1''$ , то можно дополнительно посмотреть возможную связь между угловым размером компактного радиоисточника и другими определяемыми параметрами. Проверялось существование зависимости между компактностью и угловыми размерами источника, компактностью источника и его интегральной плотностью потока, плотностью потока в компактном компоненте и интегральной плотностью потока, угловыми размерами источника и интегральной плотностью потока. Явно выраженных зависимостей не обнаружено. В качестве примера на рис. 6а представлены точки, показывающие угловой размер источника и его интегральную плотность потока. На рис. 6б представлена зависимость между максимальным значением индекса мерцаний и интегральной плотностью потока.

Из рис. 6а видно, что явно выраженная зависимость между наблюдаемой плотностью потока и угловыми размерами источника отсутствует. В то же время на рис. 6б наблюдается зависимость  $m_{\max}(S_{\text{int}})$ . У более слабых источников индекс мерцаний в среднем больше.

Отметим и ряд ограничений на применимость разработанного способа оценки угловых размеров источников. Во-первых, он относится к источникам с угловыми размерами меньше угловой секунды. Рассеяние ограничивает границы до галактических широт  $\pm 5^\circ$ , как это видно из рис. 5. Во-вторых, обнаружена явная связь между полученными оценками угловых размеров и активностью Солнца в 11-летнем цикле. При наблюдениях на других частотах нужно получать свои оценки коэффициента  $\beta$ . В-третьих, оценки угловых размеров можно делать по спектрам мощности

мерцаний, из зависимости индекс мерцаний от элонгации в области слабых мерцаний, из зависимости индекс мерцаний от элонгации в области сильных мерцаний. Так как межпланетная среда меняется от года к году, во всех используемых методах будет проявляться влияние межпланетной среды и поэтому нужно учитывать этот факт.

## 5. ВЫВОДЫ

Оценки углового размера компактных радиоисточников, определяемые с помощью коэффициента асимметрии, зависят от того, на какой стадии цикла солнечной зависимости эти оценки получены. В максимуме солнечной активности преобладают сферическая составляющая и поправочный коэффициент  $\beta$  (см. формулу (4)), связывающий истинный угловой размер с определяемым с помощью коэффициента асимметрии, близок к 0.75. Если оценка углового размера делается в минимуме солнечной активности, то существенную роль играет экваториальная составляющая, и коэффициент  $\beta$  близок к 0.5.

Эффект связи оценки углового размера мерцающего радиоисточника с фазой цикла солнечной активности может зависеть от частоты наблюдений. В дециметровом диапазоне следует ожидать вариаций, близких или превышающих вариации в метровом диапазоне, так как некоторая часть данных определяется высокими гелиоширотами. Вместе с тем вариации в декаметровом диапазоне будут сравнительно невелики вследствие того, что основной вклад в мерцания вносят расположенные на низких широтах, близкие к орбите Земли области солнечного ветра, для которых циклические вариации малы.

Отметим также, что связь между оценкой углового размера источника и фазой цикла солнечной активности должна иметь место и для других способов оценок угловых размеров, в основе которых лежит предположение о центральной симметричности распределения солнечного ветра. Это связано с тем, что условие симметричности неявным образом присутствует в формульной части и в методе оценки углового размера из зависимости индекса мерцаний от элонгации, и в оценках углового размера из спектров мощности. Несимметричное распределение межпланетной плазмы будет приводить к завышенным оценкам углового размера в годы низкой активности Солнца по сравнению с годами высокой активности Солнца.

Полученный каталог компактных радиоисточников, приведенный в Приложении, может быть использован как основа при изучении солнечной активности по наблюдениям мерцаний радиоисточников. В то же время данный каталог имеет самостоятельную ценность при исследовании внегалактических радиоисточников, так как оценки плотностей потоков и угловых размеров компактных радиоисточников полных выборок очень редки.

## КАТАЛОГ КОМПАКТНЫХ РАДИОИСТОЧНИКОВ

В первом столбце каталога дано название источника по Пушинскому каталогу дискретных источников. В столбцах 2–6 приведены параметры, усредненные на интервале 5 лет: индекс мерцаний в максимуме ( $m_{\max}$ ), угловой размер источника ( $\theta_0$ ), компактность источника (доля энергии в компактном компоненте,  $x$ ), наблюдаемые флуктуации плотности потока в максимуме мерцаний ( $\Delta S_{\max}$ ), плотность потока компактного компонента ( $S_c$  определяется по формуле (2)), в седьмом столбце дана интегральная плотность потока ( $S_{\text{int}}$ ), пересчитанная с частоты 102.5 МГц на частоту 110.3 МГц в предположении, что все исследуемые источники имеют спектральный индекс, равный 0.9. Прочерк в столбце означает, что для этого источника не удалось оценить его угловой размер, поэтому прочерки стоят и в других столбцах, значение в которых определяется лишь при известных угловых размерах.

**Таблица 4. Приложение.** Каталог компактных радиоисточников

Имя	$m_{\max}$	$\theta_0, ''$	$x$	$\Delta S_{\max}, \text{Ян}$	$S_c, \text{Ян}$	$S_{\text{int}}, \text{Ян}$	Имя	$m_{\max}$	$\theta_0, ''$	$x$	$\Delta S_{\max}, \text{Ян}$	$S_c, \text{Ян}$	$S_{\text{int}}, \text{Ян}$
0002+126	0.08	—	—	2.4	—	30.5	1118+238	0.46	—	—	5.4	—	11.6
0003+196	0.69	—	—	4	—	5.8	1119+127	0.2	—	—	7	—	35
0004–004	0.44	0.4	0.88	11	22.2	25.1	1119+197	0.71	0.77	1	4.9	7	7
0004+218	0.15	—	—	0.9	—	6.3	1120+217	0.12	—	—	1.2	—	10.1
0004+382	0.2	—	—	2.8	—	13.8	1123+303	0.13	—	—	3.4	—	26
0007+124	0.43	—	—	7.8	—	18.1	1124+260	0.13	—	—	0.9	—	7.2
0010+353	0.11	—	—	0.6	—	5.4	1126+018	0.19	—	—	3	—	15.8
0010+348	0.19	—	—	0.9	—	4.9	1130+106	0.47	—	—	2.3	—	4.8
0010+344	0.19	—	—	1.6	—	8.5	1132+304	0.1	—	—	0.9	—	8.6
0010+266	0.27	—	—	1.3	—	5	1133+262	0.11	—	—	0.6	—	5.8
0011+281	0.32	0.44	0.58	1.8	3.3	5.7	1135+314	0.08	—	—	0.6	—	7.5
0011+206	0.12	—	—	2.2	—	11.9	1138+123	0.08	—	—	0.7	—	9.1
0012+322	0.1	—	—	2.7	—	26.7	1138+058	0.12	—	—	0.7	—	5.7
0012+090	0.36	0.61	1	2.2	6.1	6.1	1139+063	0.34	0.79	1	1.6	4.7	4.7
0013+135	0.58	0.41	1	6.2	10.7	10.7	1139+234	0.12	—	—	1.5	—	12.5
0015+214	0.06	—	—	0.4	—	6.9	1140+218	0.11	—	—	1.9	—	17.1
0017–047	0.5	0.86	1	3.1	6.2	6.2	1140+224	0.25	—	—	6.4	—	25.8
0017+154	0.12	—	—	2.8	—	23.4	1141+303	0.11	—	—	1.5	—	13.8
0018+242	0.22	—	—	1.2	—	5.3	1141+374	0.34	0.41	0.63	4	7.3	11.6
0019–086	0.36	—	—	2.4	—	6.7	1142+319	0.09	—	—	3.8	—	41.9
0025+126	0.19	0.61	0.53	3	8.3	15.6	1142+354	0.12	—	—	1.1	—	8.9

Таблица 4. Продолжение

Имя	$m_{\max}$	$\theta_0, ''$	$x$	$\Delta S_{\max}, \text{Ян}$	$S_c, \text{Ян}$	$S_{\text{int}}, \text{Ян}$	Имя	$m_{\max}$	$\theta_0, ''$	$x$	$\Delta S_{\max}, \text{Ян}$	$S_c, \text{Ян}$	$S_{\text{int}}, \text{Ян}$
0025+373	0.24	0.67	0.7	1.2	3.4	4.9	1143+293	0.1	—	—	1.2	—	12
0026+258	0.2	—	—	1.1	—	5.4	1145+256	0.15	—	—	0.9	—	6.2
0029+216	0.27	—	—	2.5	—	9.4	1147+131	0.25	0.63	0.63	4.4	11.2	17.9
0031+063	0.15	—	—	2.1	—	14.3	1148+287	0.08	—	—	0.4	—	5.5
0031+391	0.25	0.81	0.77	6.1	18.8	24.5	1148+387	0.14	—	—	1	—	7.4
0034+386	0.11	—	—	1.2	—	11.1	1149+174	0.16	—	—	0.9	—	5.3
0035+121	0.27	0.72	0.88	1.6	5.2	5.9	1150+334	0.11	—	—	0.6	—	5.1
0035+339	0.09	—	—	0.9	—	10.1	1150+115	0.21	—	—	1.6	—	7.7
0036+043	0.28	—	—	5.7	—	20.2	1151+026	0.2	0.96	0.69	1.1	3.7	5.4
0038+329	0.14	—	—	2.7	—	19	1152+045	0.18	0.86	0.59	3.3	11	18.8
0038+088	0.12	—	—	1.7	—	14	1153+305	0.23	0.92	0.91	1.2	4.6	5.1
0038+255	0.25	0.61	0.67	3.4	8.9	13.2	1154+193	0.19	—	—	0.9	—	5
0039+321	0.33	—	—	3.1	—	9.5	1157+255	0.11	—	—	1	—	9.2
0040+373	0.17	—	—	1.9	—	11.4	1158+123	0.19	0.31	1	1	5.4	5.4
0040+281	0.09	—	—	0.9	—	9.5	1159–060	0.3	—	—	1.6	—	5.4
0042+062	0.32	0.49	0.74	1.7	3.8	5.2	1200+353	0.12	0.65	0.86	0.9	6.2	7.2
0043+108	0.43	0.48	0.94	2.3	5	5.3	1201+240	0.08	—	—	0.4	—	4.7
0044+302	0.17	—	—	1	—	5.8	1201+310	0.13	—	—	0.8	—	6
0047+324	0.1	—	—	0.5	—	4.9	1204+372	0.16	0.94	0.77	0.9	4.2	5.5
0049+118	0.23	—	—	1.9	—	8.2	1204+353	0.22	0.92	0.87	2.1	8.2	9.5
0050+381	0.31	—	—	3	—	9.7	1209+120	0.24	—	—	1.4	—	5.9
0051+129	0.14	—	—	1.4	—	10.2	1211+285	0.13	—	—	1	—	7.5
0051+163	0.25	0.66	0.76	2	6	8	1211–007	0.46	0.48	0.91	3	6.1	6.7
0051+169	0.13	—	—	0.9	—	6.9	1212+261	0.14	—	—	0.8	—	5.4
0054–015	0.39	0.6	0.87	17.4	39.3	45.2	1214+351	0.15	—	—	1.5	—	10.2
0054+090	0.19	—	—	1	—	5.1	1216–068	0.48	0.96	1	2.4	5	5
0056+315	0.81	—	—	4.2	—	5.2	1216–021	0.34	0.68	0.93	7.2	19.8	21.3
0058+106	0.16	—	—	1.5	—	9.5	1216+235	0.13	—	—	0.7	—	5.3
0059+145	0.1	—	—	2.3	—	23.2	1216+194	0.21	—	—	1	—	4.7
0100+256	0.32	0.52	0.69	3.9	8.6	12.4	1217+001	0.34	0.46	0.69	2.3	4.7	6.8
0100+045	0.65	0.34	0.97	4.4	6.6	6.8	1217–038	0.36	0.67	1	2.1	5.8	5.8
0104+322	0.16	—	—	5.4	—	34	1218+340	0.16	0.95	0.79	3.8	18.5	23.3
0105+267	0.07	—	—	0.4	—	5.9	1218–026	0.35	0.89	1	1.8	5.2	5.2
0106+130	0.06	—	—	4	—	66.3	1218+228	0.21	—	—	2.1	—	9.9
0106+144	0.08	—	—	0.6	—	7.9	1218+318	0.09	—	—	0.9	—	10.5
0108+134	0.08	—	—	0.4	—	5.5	1222+217	0.14	—	—	1.3	—	9.1
0108+352	0.13	—	—	0.6	—	4.7	1225+207	0.22	—	—	1.6	—	7.1
0108+272	0.24	0.62	0.53	1.6	3.4	6.4	1228+263	0.12	—	—	0.7	—	5.7
0110+296	0.2	—	—	0.9	—	4.7	1228+298	0.29	0.57	0.76	1.5	4	5.3
0111+339	0.18	—	—	0.9	—	5.1	1228+419	0.37	0.72	0.82	2.7	6	7.3
0115+025	0.2	0.83	0.7	1.9	7	10	1229+342	0.18	—	—	0.9	—	5.1
–0119+379	0.06	—	—	0.8	—	13.2	1232+397	0.16	0.87	0.58	1.9	6.9	12
0119–047	0.4	0.82	1	2.3	5.8	5.8	1233+268	0.07	—	—	0.4	—	6.2

Таблица 4. Продолжение

Имя	$m_{\max}$	$\theta_0, ''$	$x$	$\Delta S_{\max}, \text{Ян}$	$S_c, \text{Ян}$	$S_{\text{int}}, \text{Ян}$	Имя	$m_{\max}$	$\theta_0, ''$	$x$	$\Delta S_{\max}, \text{Ян}$	$S_c, \text{Ян}$	$S_{\text{int}}, \text{Ян}$
0124+231	0.28	—	—	1.7	—	5.9	1233+168	0.1	0.48	0	1.4	0	13.3
0124+347	0.23	—	—	1.8	—	7.9	1234+372	0.15	—	—	1.2	—	8.2
0124+326	0.09	—	—	1.3	—	14.6	1236+057	0.12	—	—	2.7	—	22.6
0125+288	0.1	—	—	1.9	—	19.5	1239+329	0.13	—	—	2.1	—	16.5
0127+234	0.32	—	—	5.8	—	18.1	1242+364	0.55	0.3	0.85	4.2	6.4	7.5
0128+251	0.14	—	—	2.5	—	17.6	1244+390	0.13	—	—	1.6	—	12.5
0128+063	0.13	—	—	2	—	15.7	1246+095	0.26	—	—	3.4	—	13.3
0133+206	0.07	—	—	3.7	—	52.3	1246+220	0.2	—	—	1	—	5.1
0134+310	0.26	—	—	1.3	—	5.2	1246+113	0.23	—	—	1.1	—	4.8
0134+329	0.63	0.33	0.98	52	80.6	82.5	1248+240	0.11	—	—	0.5	—	4.9
0135+227	0.38	—	—	4.1	—	10.9	1251+160	0.12	—	—	1.8	—	15
0138+135	0.58	0.5	1	8.7	15.1	15.1	1251+349	0.16	—	—	0.8	—	4.8
0139+295	0.08	—	—	0.4	—	5.3	1252+278	0.06	—	—	1.4	—	23.3
0140+388	0.32	—	—	2	—	6.4	1253+375	0.09	—	—	0.9	—	10
0141+341	0.21	—	—	1.7	—	7.9	1255+370	0.14	—	—	1.8	—	13.1
0142+020	0.22	0.85	1	1.1	4.9	4.9	1255-078	0.4	—	—	2.3	—	5.7
0146+064	0.09	—	—	1.1	—	12	1257-003	0.5	0.55	0.99	3	5.9	5.9
0147+268	0.17	—	—	0.9	—	5.4	1258+384	0.11	—	—	0.7	—	6.5
0151-038	0.53	0.8	1	4.1	7.7	7.7	1258+404	0.14	—	—	3.5	—	25.1
0151+407	0.36	—	—	4.6	—	12.8	1258+300	0.14	—	—	1	—	7.2
0152+039	0.1	—	—	3.2	—	32	1302+388	0.21	—	—	1.7	—	8.3
0153+286	0.13	—	—	3.2	—	24.3	1303+091	0.19	—	—	4.1	—	21.5
0154+209	0.1	—	—	1.1	—	11.4	1304+067	0.08	—	—	0.4	—	4.8
0154+224	0.15	—	—	2	—	13.3	1307+122	0.36	0.9	1	4.4	12.3	12.3
0157+011	0.34	—	—	2.2	—	6.4	1309+212	0.65	0.78	1	3.5	5.4	5.4
0203+292	0.11	—	—	1.4	—	13.2	1313+022	0.36	0.49	0.62	10.1	17.3	27.9
0204+295	0.11	—	—	1	—	9.4	1315+233	0.23	—	—	1.6	—	7.1
0208+211	0.09	—	—	1.1	—	12	1315+349	0.18	—	—	0.9	—	5.1
0210+049	0.2	—	—	4.9	—	24.7	1316+299	0.21	0.71	1	2.2	10.5	10.5
0211+119	0.17	—	—	1.7	—	9.8	1318+258	0.24	—	—	1.1	—	4.7
0212+349	0.2	—	—	1.9	—	9.5	1318+380	0.18	—	—	1.8	—	10
0215+108	0.35	—	—	3.6	—	10.3	1318+114	0.3	—	—	4.3	—	14.2
0216+022	0.43	—	—	10	—	23.3	1319+271	0.47	—	—	3.6	—	7.7
0218+111	0.38	—	—	2.9	—	7.6	1320+299	0.21	—	—	2	—	9.4
0219+398	0.07	—	—	3.4	—	48.9	1321+318	0.09	—	—	0.7	—	7.7
0221+276	0.43	0.43	0.82	5.5	10.3	12.7	1322+259	0.22	—	—	1.1	—	4.8
0222+267	0.15	—	—	1.1	—	7.5	1324+230	0.42	—	—	2.8	—	6.6
0225+370	0.24	—	—	2.8	—	11.8	1325+371	0.08	—	—	0.5	—	6.1
0226+344	0.11	—	—	0.6	—	5.7	1325+321	0.72	—	—	4.7	—	6.5
0226+294	0.14	—	—	1.9	—	13.5	1326+150	0.07	—	—	0.8	—	12
0227+307	0.36	—	—	1.7	—	4.8	1326+070	0.32	—	—	2	—	6.2
0228+344	0.1	—	—	2.4	—	23.9	1326+312	0.32	0.39	0.64	2.9	5.8	9.1
0229+375	0.17	—	—	1.3	—	7.4	1328+308	0.3	0.52	0.64	7.8	16.7	26.3

Таблица 4. Продолжение

Имя	$m_{\max}$	$\theta_0, ''$	$x$	$\Delta S_{\max}, \text{Ян}$	$S_c, \text{Ян}$	$S_{\text{int}}, \text{Ян}$	Имя	$m_{\max}$	$\theta_0, ''$	$x$	$\Delta S_{\max}, \text{Ян}$	$S_c, \text{Ян}$	$S_{\text{int}}, \text{Ян}$
0231+132	0.19	—	—	1.2	—	6.3	1328+253	0.54	0.36	0.93	16.2	28	30.1
0231+314	0.13	—	—	3.7	—	28.1	1329+140	0.14	—	—	1.4	—	9.8
0232+229	0.11	—	—	1	—	8.7	1336+359	0.15	—	—	1.2	—	7.9
0235+272	0.32	—	—	2.9	—	8.9	1340+354	0.1	—	—	0.7	—	6.9
0235+099	0.1	—	—	1.6	—	16.1	1340+088	0.45	—	—	6.6	—	14.7
0238+100	0.12	—	—	0.8	—	6.3	1340+320	0.08	0.77	0	0.5	0	6.4
0238+089	0.21	—	—	1.1	—	5.1	1341+144	0.46	0.38	0.85	4.1	7.6	8.9
0242+365	0.09	—	—	1.1	—	12.6	1343+215	0.13	—	—	0.9	—	7.2
0242+350	0.14	—	—	0.7	—	4.8	1345+288	0.11	—	—	1.1	—	9.8
0244+378	0.26	—	—	1.4	—	5.4	1345+245	0.32	—	—	2.7	—	8.4
0244+282	0.14	—	—	2	—	14.1	1346+269	0.09	—	—	0.6	—	6.8
0246+334	0.16	—	—	1.7	—	10.6	1347+215	0.19	—	—	3	—	15.6
0249+081	0.91	0.35	1	4.9	5.4	5.4	1348+161	0.18	—	—	0.9	—	4.8
0250+385	0.08	—	—	1	—	12.1	1349+353	0.24	—	—	1.5	—	6.4
0250—011	0.31	—	—	1.7	—	5.4	1350+317	0.11	—	—	2.5	—	22.5
0253—030	0.4	0.87	1	2.6	6.4	6.4	1352+164	0.06	—	—	0.9	—	15.5
0254+093	0.68	0.33	1	3.7	5.4	5.4	1353+259	0.11	—	—	0.6	—	5.7
0258+349	0.23	0.75	1	2.8	12.5	12.5	1354+398	0.18	—	—	1.7	—	9.4
0300+375	0.15	—	—	2.3	—	15.1	1357+267	0.12	—	—	0.7	—	5.4
0300+276	0.13	—	—	0.9	—	7.1	1358+116	0.25	—	—	1.3	—	5.3
0301+335	0.16	—	—	0.8	—	5.2	1401+387	0.09	—	—	0.8	—	8.6
0303+349	0.21	—	—	1	—	4.8	1401+353	0.24	—	—	2.6	—	11
0307+252	0.4	—	—	2.7	—	6.9	1403—026	0.63	0.47	1	4.6	7.2	7.2
0308+385	0.55	0.5	1	4.8	8.6	8.6	1404+344	0.12	—	—	3.2	—	26.4
0308+305	0.54	0.39	0.91	5.9	10	10.9	1405+257	0.28	0.5	0.68	1.4	3.3	4.9
0309+153	0.19	—	—	2	—	10.3	1405+241	0.3	—	—	2.9	—	9.6
0309+262	0.09	—	—	0.9	—	10.4	1407+317	0.08	—	—	1.4	—	17
0309+048	0.5	—	—	7.9	—	15.9	1408+370	0.37	0.47	0.79	3.1	6.6	8.4
0310+221	0.09	—	—	0.7	—	7.5	1414+111	0.07	—	—	1.2	—	16.8
0310+363	0.26	—	—	1.2	—	4.7	1414+362	0.1	—	—	0.5	—	5.3
0312+318	0.09	—	—	0.9	—	10.4	1414—042	0.25	0.65	0.75	2.6	7.9	10.5
0317+163	0.54	0.25	0.79	7	10.3	13.1	1415+072	0.26	0.87	0.88	6.2	21.4	24.2
0317+306	0.3	—	—	1.9	—	6.2	1416+045	0.15	0.91	0.55	3.2	11.6	21
0320+119	0.41	—	—	2.7	—	6.6	1416+059	0.36	0.55	0.91	7.7	19.3	21.3
0322+358	0.13	—	—	1	—	7.9	1416+142	0.43	0.34	0.7	2.1	3.5	5
0322—035	0.36	—	—	4.7	—	13.1	1416+067	0.34	0.52	0.81	21.3	50.1	62
0325+290	0.1	—	—	0.5	—	5	1417+272	0.12	—	—	0.8	—	6.9
0328+248	0.3	—	—	1.8	—	6.1	1423+243	0.16	—	—	1.7	—	10.6
0328+294	0.28	—	—	1.5	—	5.3	1423+275	0.33	0.76	0.71	3.7	7.8	11
0329—071	0.29	—	—	2.3	—	8.1	1424+008	0.44	0.34	0.49	2.2	2.5	5.1
0331—013	0.3	0.78	0.83	13.5	38	45.6	1425+287	0.46	—	—	3.5	—	7.7
0333+130	0.29	—	—	2.9	—	9.9	1425+044	0.3	0.94	1	2.1	7.1	7.1
0333+095	0.11	—	—	1.2	—	10.8	1426+296	0.23	0.99	0.78	1.3	4.5	5.8

Таблица 4. Продолжение

Имя	$m_{\max}$	$\theta_0, ''$	$x$	$\Delta S_{\max}, \text{Ян}$	$S_c, \text{Ян}$	$S_{\text{int}}, \text{Ян}$	Имя	$m_{\max}$	$\theta_0, ''$	$x$	$\Delta S_{\max}, \text{Ян}$	$S_c, \text{Ян}$	$S_{\text{int}}, \text{Ян}$
0334+340	0.3	0.89	1	1.6	5.4	5.4	1427+075	0.13	—	—	1.6	—	12.6
0335+125	0.91	0.24	1	4.9	5.4	5.4	1435+038	0.11	—	—	4.9	—	44.3
0335+100	0.12	—	—	0.9	—	7.6	1436+286	0.34	0.5	0.62	2.3	4.2	6.8
0335-006	0.36	—	—	1.9	—	5.3	1437-076	0.22	0.89	0.93	3.3	13.9	14.9
0336+096	0.11	—	—	0.7	—	5.9	1438+358	0.19	—	—	1.7	—	8.9
0341+092	0.28	—	—	4.2	—	15.1	1443+240	0.2	—	—	1.2	—	5.8
0341+064	0.16	0.67	0.93	0.9	5.2	5.6	1445+376	0.32	0.6	0.97	1.9	5.7	5.9
0343+277	0.14	—	—	1.2	—	8.5	1454+244	0.18	0.88	0.68	1.1	4.1	6.1
0343+337	0.27	0.67	0.96	2.6	9	9.4	1454+271	0.22	—	—	1.4	—	6.3
0345+340	0.24	0.58	0.68	3.5	9.8	14.4	1455+253	0.07	—	—	0.6	—	8.6
0346+301	0.24	—	—	1.4	—	5.6	1457+146	0.12	—	—	1.6	—	13.5
0346+335	0.3	—	—	3.9	—	13.2	1502+037	0.57	0.47	1	3.4	6	6
0347+055	0.21	0.83	0.76	6.9	25.3	33.4	1502+290	0.24	—	—	1.5	—	6.3
0348+263	0.06	—	—	0.8	—	12.8	1508+081	0.08	—	—	2.8	—	35
0349+126	0.59	—	—	3.1	—	5.3	1510+157	0.33	0.88	1	3.8	11.6	11.6
0349+383	0.16	—	—	1.5	—	9.7	1511+227	0.1	—	—	1	—	10
0350-072	0.22	—	—	6.2	—	28.1	1514+333	0.17	—	—	1	—	6.1
0352-081	0.16	—	—	1.4	—	8.7	1518-036	0.45	0.84	1	2.2	4.9	4.9
0353+129	0.27	0.74	0.9	4.2	13.8	15.3	1518+154	0.19	—	—	0.9	—	4.8
0355+217	0.14	—	—	0.7	—	5.2	1526+377	0.44	—	—	5	—	11.4
0355+145	0.21	—	—	1.9	—	9.1	1527+352	0.43	—	—	3.4	—	8
0356+237	0.17	—	—	0.9	—	5.3	1529+243	0.06	—	—	1.9	—	31.2
0401+159	0.42	0.38	0.75	2.2	3.9	5.2	1529+357	0.06	—	—	1.2	—	20.4
0403+303	0.09	—	—	2.2	—	24.1	1529+110	0.11	—	—	0.7	—	6.2
0405+259	0.42	—	—	2.2	—	5.2	1530+155	0.44	0.39	0.86	2.8	5.4	6.3
0406+387	0.26	—	—	2.7	—	10.3	1534+139	0.24	—	—	2.6	—	11
0406+294	0.24	—	—	1.5	—	6.4	1538+147	0.31	0.83	1	1.6	5.3	5.3
0408+070	0.25	—	—	1.3	—	5.1	1538+011	0.49	0.52	1	3.7	7.4	7.4
0408+170	0.15	—	—	1.4	—	9.3	1539+118	0.24	—	—	2	—	8.5
0409+229	0.31	—	—	2.6	—	8.5	1542+354	0.28	—	—	2.8	—	9.9
0410+267	0.59	—	—	5.4	—	9.1	1543+373	0.35	—	—	2.1	—	6.1
0410+111	0.07	—	—	2.4	—	33.9	1544+082	0.2	—	—	1.1	—	5.3
0417+253	0.19	—	—	2.5	—	13.2	1547+386	0.64	—	—	4.7	—	7.4
0418+106	0.17	—	—	1	—	5.9	1548+216	0.14	—	—	3.7	—	26.1
0418+151	0.11	—	—	1.5	—	13.4	1548+053	0.17	0.73	0.47	5.3	14.5	30.8
0418+146	0.12	—	—	0.9	—	7.2	1549+261	0.07	—	—	0.4	—	6.1
0420+349	0.19	—	—	1.7	—	8.7	1549+202	0.44	0.93	1	10.6	24	24
0423+307	0.19	—	—	1.5	—	7.8	1555+357	0.16	—	—	1.4	—	8.8
0425+233	0.44	—	—	4.3	—	9.9	1557+187	0.33	—	—	2.4	—	7.3
0426+411	0.28	0.37	1	1.7	6	6	1557+020	0.07	—	—	0.4	—	5.2
0426+157	0.12	—	—	0.6	—	5.3	1559+158	0.28	—	—	2.7	—	9.7
0430+050	0.31	0.41	0.58	2.8	5.2	8.9	1600+021	0.07	—	—	4.7	—	66.8
0433+032	0.13	—	—	1	—	7.9	1601+017	0.07	—	—	1.4	—	20.1

Таблица 4. Продолжение

Имя	$m_{\max}$	$\theta_0, ''$	$x$	$\Delta S_{\max}, \text{Ян}$	$S_c, \text{Ян}$	$S_{\text{int}}, \text{Ян}$	Имя	$m_{\max}$	$\theta_0, ''$	$x$	$\Delta S_{\max}, \text{Ян}$	$S_c, \text{Ян}$	$S_{\text{int}}, \text{Ян}$
0433+213	0.13	—	—	2.5	—	19.1	1602+375	0.44	—	—	2.9	—	6.6
0434+102	0.37	—	—	1.8	—	4.9	1605+412	0.44	—	—	3.3	—	7.5
0435+230	0.12	—	—	1.8	—	15.4	1610+225	0.15	—	—	2.4	—	15.9
0439+013	0.19	0.42	0.29	3.7	5.5	19.2	1619+128	0.09	—	—	0.8	—	8.8
0442+151	0.07	—	—	0.5	—	7.6	1621+251	0.17	—	—	2.7	—	15.8
0442+396	0.16	—	—	4.5	—	28	1622+128	0.09	—	—	1	—	11.2
0444+334	0.08	—	—	1.3	—	15.8	1622+239	0.06	—	—	0.9	—	15.2
0446+207	0.59	—	—	2.8	—	4.7	1622+123	0.16	0.58	0.38	1.1	2.6	6.9
0447+014	0.21	—	—	1.6	—	7.6	1623+271	0.08	—	—	0.9	—	11.3
0449+319	0.12	—	—	0.9	—	7.6	1625+214	0.56	—	—	4.7	—	8.5
0450+314	0.09	—	—	2.3	—	25.8	1625+278	0.1	—	—	1.8	—	18
0452+003	0.28	0.66	0.72	2.2	5.9	8.2	1626+150	0.21	—	—	1.1	—	5.1
0453+141	0.43	0.57	1	3.7	8.6	8.6	1626+397	0.1	—	—	8.4	—	84.4
0453+210	0.15	—	—	0.8	—	5.4	1634+270	0.2	—	—	2.1	—	10.5
0456+324	0.15	—	—	1	—	6.5	1635–033	0.56	0.75	1	3.9	7	7
0456+397	0.11	—	—	0.7	—	6.2	1635+159	0.13	—	—	1.4	—	10.5
0459+247	0.2	—	—	1.1	—	5.4	1635+112	0.15	—	—	1.5	—	10.1
0459+252	0.13	—	—	4.8	—	36.9	1641+300	0.15	—	—	0.9	—	5.9
0502+282	0.11	—	—	1.8	—	16	1642+134	0.17	—	—	3.3	—	19.5
0505+034	0.17	—	—	0.8	—	4.8	1651+271	0.45	—	—	3.1	—	6.9
0508+028	0.14	—	—	2.8	—	20.2	1656+124	0.1	—	—	2.5	—	25.4
0510+387	0.37	—	—	5.8	—	15.7	1657+120	0.06	—	—	1	—	16.2
0511+017	0.18	0.74	0.44	3.4	8.4	18.9	1658+067	0.14	—	—	1.3	—	9.1
0511+337	0.07	—	—	1	—	14.9	1658+285	0.17	—	—	1	—	5.6
0511+347	0.09	—	—	0.6	—	6.5	1659+300	0.09	—	—	1.1	—	12.4
0512–014	0.37	0.74	1	2.3	6.2	6.2	1702+298	0.1	—	—	0.8	—	8.1
0513+249	0.09	—	—	2.4	—	26.8	1707+229	0.13	—	—	0.8	—	6
0514+266	0.22	—	—	1.2	—	5.3	1708+078	0.18	—	—	5.6	—	30.9
0514+238	0.29	—	—	2.1	—	7.2	1711+281	0.34	—	—	2.1	—	6.1
0514+244	0.14	—	—	0.8	—	5.4	1716+316	0.38	—	—	2	—	5.3
0514+107	0.13	—	—	1.2	—	9.4	1717+229	0.25	0.9	0.88	1.4	5	5.6
0518+165	0.56	0.38	0.98	16.6	28.6	29.3	1722+343	0.06	—	—	0.4	—	6.8
0519+146	0.1	—	—	1	—	9.9	1733+035	0.41	0.94	1	2.1	5.2	5.2
0519–060	0.26	—	—	1.2	—	4.7	1736+114	0.2	—	—	5.8	—	29.1
0523+328	0.09	—	—	2.7	—	30.4	1737+315	0.22	—	—	1.3	—	5.7
0537+174	0.22	—	—	1.1	—	4.8	1739+311	0.13	—	—	0.7	—	5.4
0542–010	0.3	—	—	1.7	—	5.8	1739+185	0.52	—	—	4.5	—	8.6
0544+011	0.17	0.62	0.51	1.6	4.8	9.4	1746+093	0.55	—	—	12.9	—	23.5
0549+085	0.3	—	—	1.6	—	5.3	1746–015	0.32	0.91	1	21.4	67.2	67.2
0552+066	0.16	—	—	0.9	—	5.3	1746+160	0.07	—	—	0.4	—	5.2
0556+283	0.61	—	—	3.4	—	5.5	1750+270	0.56	—	—	3.6	—	6.5
0558+387	0.26	—	—	2.5	—	9.7	1751+064	0.19	—	—	14.8	—	77.6
0601+299	0.1	—	—	1.1	—	11.3	1756+135	0.39	0.33	0.67	3.7	6.3	9.4

Таблица 4. Продолжение

Имя	$m_{\max}$	$\theta_0, ''$	$x$	$\Delta S_{\max}, \text{Ян}$	$S_c, \text{Ян}$	$S_{\text{int}}, \text{Ян}$	Имя	$m_{\max}$	$\theta_0, ''$	$x$	$\Delta S_{\max}, \text{Ян}$	$S_c, \text{Ян}$	$S_{\text{int}}, \text{Ян}$
0601+012	0.24	—	—	1.1	—	4.8	1756+034	0.21	—	—	7.1	—	33.9
0602+018	0.18	—	—	1	—	5.4	1757+237	0.11	—	—	1.3	—	11.8
0606+124	0.13	—	—	0.8	—	6	1757+012	0.29	0.4	0.5	8.5	14.7	29.6
0607+366	0.43	—	—	2.3	—	5.4	1757+018	0.22	0.4	0.41	2.8	5.4	13.1
0607+094	0.33	—	—	1.7	—	5.3	1758–024	0.47	—	—	7.6	—	16.1
0610+261	0.1	—	—	2.9	—	28.7	1759+139	0.33	0.52	0.85	4.2	10.8	12.7
0612+415	0.36	—	—	3.1	—	8.6	1803+110	0.23	—	—	4.9	—	21.4
0614+196	0.57	—	—	11.9	—	20.9	1805+099	0.1	—	—	1.3	—	13.1
0614+139	0.24	—	—	5.5	—	22.8	1806+109	0.23	—	—	4.9	—	21.1
0614+376	0.07	—	—	0.9	—	13.2	1808+099	0.11	—	—	1.6	—	14.7
0616+341	0.14	—	—	1.1	—	7.9	1810+265	0.11	—	—	1.1	—	10.4
0618+268	0.14	—	—	0.8	—	5.5	1811–022	0.3	0.81	1	15.6	51	51
0619+145	0.24	—	—	6.1	—	25.4	1812+014	0.42	0.32	0.64	17.4	26.6	41.8
0619+230	0.11	—	—	1.1	—	10	1812+031	0.09	—	—	12.1	—	134.6
0619+384	0.13	—	—	2.4	—	18.3	1829+147	0.1	—	—	0.9	—	8.7
0620–026	0.34	—	—	3.6	—	10.6	1831+123	0.16	—	—	1.5	—	9.1
0620+318	0.39	—	—	5.3	—	13.5	1833+327	0.4	—	—	14.5	—	36.3
0621+402	0.12	—	—	4.5	—	37.9	1836+171	0.1	—	—	3.3	—	32.5
0625+337	0.17	—	—	1.6	—	9.4	1837+048	0.14	—	—	0.9	—	6.8
0627–014	0.25	—	—	1.6	—	6.6	1838+098	0.48	—	—	11.6	—	24.1
0627+003	0.23	0.55	0.52	2	4.7	9	1838+133	0.25	—	—	7.4	—	29.7
0628+251	0.06	—	—	1	—	15.9	1841–062	0.1	—	—	14.5	—	144.9
0630–030	0.29	—	—	2	—	6.8	1843+002	0.15	—	—	4.8	—	31.8
0631+117	0.59	—	—	4.9	—	8.3	1844–053	0.31	—	—	37.8	—	121.8
0632+023	0.12	—	—	4.4	—	36.8	1845–045	0.1	—	—	7	—	70.1
0633+111	0.37	—	—	2.5	—	6.8	1846+264	0.17	—	—	0.8	—	4.9
0633–027	0.31	—	—	2.5	—	8.2	1846–030	0.33	—	—	16.9	—	51.2
0635–002	0.34	—	—	1.8	—	5.3	1847+074	0.08	—	—	0.6	—	8
0641+074	0.16	—	—	0.8	—	4.7	1848–061	0.14	—	—	3.7	—	26.1
0644+419	0.15	—	—	1	—	6.9	1848+350	0.16	0.5	1	1.2	7.3	7.3
0644+191	0.08	—	—	0.5	—	6.5	1848+033	0.06	—	—	1.6	—	27.3
0645–021	0.34	—	—	7	—	20.5	1856+173	0.14	—	—	1.1	—	7.5
0646–083	0.28	—	—	1.5	—	5.3	1857+008	0.41	—	—	18	—	43.9
0648+376	0.24	—	—	1.8	—	7.3	1858+127	0.16	—	—	4.2	—	26.3
0649+227	0.12	—	—	3.1	—	26.2	1901+299	0.2	—	—	3.8	—	19
0651+240	0.21	—	—	1.2	—	5.7	1901+319	0.11	—	—	1.6	—	14.1
0653+106	0.21	—	—	2.1	—	9.9	1905+102	0.16	—	—	15.7	—	98
0655+360	0.23	—	—	2.7	—	11.8	1912+016	0.37	—	—	21.1	—	57
0655+169	0.22	—	—	1.3	—	5.8	1912+140	0.32	—	—	47.6	—	148.8
0656+214	0.86	—	—	4.9	—	5.7	1918+393	0.11	—	—	2.1	—	19.3
0657+325	0.3	—	—	1.5	—	5	1921+191	0.08	—	—	1.7	—	21.2
0657+032	0.27	—	—	1.3	—	4.8	1922+196	0.18	—	—	3.2	—	17.9
0658+354	0.31	0.69	0.86	5.1	14.3	16.5	1925+054	0.13	—	—	3.5	—	27.2

Таблица 4. Продолжение

Имя	$m_{\max}$	$\theta_0, ''$	$x$	$\Delta S_{\max}, \text{Ян}$	$S_c, \text{Ян}$	$S_{\text{int}}, \text{Ян}$	Имя	$m_{\max}$	$\theta_0, ''$	$x$	$\Delta S_{\max}, \text{Ян}$	$S_c, \text{Ян}$	$S_{\text{int}}, \text{Ян}$
0658+380	0.33	0.53	0.8	7	16.8	21.2	1926+151	0.07	—	—	8.1	—	115.6
0659–024	0.29	—	—	7.8	—	27	1929+155	0.06	—	—	0.3	—	5.5
0700+375	0.35	0.35	0.57	2.6	4.2	7.3	1930+190	0.06	—	—	5.4	—	89.8
0704+351	0.13	—	—	0.6	—	4.7	1931+178	0.08	—	—	1.3	—	16
0709–088	0.29	—	—	2.8	—	9.6	1933+012	0.25	—	—	1.9	—	7.5
0710+118	0.08	—	—	2	—	25.4	1933+201	0.06	—	—	0.8	—	13.7
0711+147	0.25	—	—	3.3	—	13.3	1933+166	0.09	—	—	4	—	44.5
0712–089	0.34	0.82	1	1.8	5.3	5.3	1935+185	0.32	—	—	2.9	—	8.9
0713+367	0.09	—	—	0.4	—	4.9	1938+212	0.29	—	—	1.6	—	5.4
0715+378	0.07	—	—	0.9	—	12.9	1946+024	0.15	—	—	1	—	6.5
0720+192	0.15	—	—	1.5	—	10.2	1948+237	0.13	—	—	0.7	—	5.1
0721+129	0.28	—	—	2.8	—	10.1	1950+135	0.07	—	—	1.8	—	25
0721+161	0.13	—	—	1.6	—	12.4	1950+254	0.4	—	—	3.9	—	9.9
0725+146	0.35	0.62	0.96	5.7	15.5	16.2	2000+018	0.11	—	—	8.8	—	79.9
0727+214	0.37	—	—	2.5	—	6.9	2004+326	0.05	0.93	0.43	0.4	3.3	7.6
0730+259	0.18	—	—	1	—	5.5	2010–051	0.52	—	—	2.8	—	5.3
0731+270	0.49	—	—	2.6	—	5.3	2011+195	0.23	0.77	0.64	1.5	4.2	6.7
0731+317	0.24	—	—	2.1	—	8.7	2012+234	0.08	—	—	9.5	—	119.1
0732+332	0.59	—	—	8.1	—	13.8	2012+264	0.39	—	—	5.2	—	13.3
0732+291	0.13	—	—	1.6	—	11.9	2016+094	0.17	—	—	1.3	—	7.4
0733+244	0.13	0.69	0.41	0.6	2	4.8	2018+296	0.06	—	—	3.6	—	59.6
0733+361	0.39	—	—	3.7	—	9.5	2018+126	0.18	—	—	1.4	—	7.7
0740+380	0.3	—	—	9.6	—	32	2018+209	0.22	—	—	1.1	—	5.2
0741+394	0.21	—	—	2	—	9.4	2019+095	0.08	—	—	1.1	—	13.3
0742+376	0.22	—	—	1.9	—	8.7	2019+178	0.09	—	—	0.7	—	7.6
0745+343	0.21	—	—	1	—	5	2019+018	0.41	0.48	1	2.1	5.3	5.3
0745+119	0.48	0.32	0.72	2.7	4.1	5.6	2020+076	0.28	—	—	13.4	—	47.9
0747+316	0.38	—	—	3.5	—	9.2	2021+206	0.07	—	—	0.4	—	5.4
0748+343	0.19	0.6	0.62	1.8	6	9.7	2022+213	0.16	—	—	1.9	—	11.8
0750+299	0.18	—	—	1.3	—	7.1	2024+117	0.14	—	—	1.9	—	13.3
0755+379	0.08	—	—	1.5	—	18.6	2029+189	0.08	—	—	1.5	—	19.3
0800–040	0.44	—	—	2.8	—	6.4	2030+072	0.65	0.72	1	3.7	5.6	5.6
0801+304	0.3	—	—	1.9	—	6.2	2030+243	0.44	—	—	2.4	—	5.4
0807+285	0.19	—	—	0.9	—	4.8	2030+257	0.13	—	—	2	—	15.4
0810+371	0.28	—	—	2.1	—	7.4	2036–084	0.46	—	—	3.1	—	6.8
0811+389	0.16	—	—	1.7	—	10.4	2044–029	0.56	—	—	11.8	—	21.1
0812+381	0.12	—	—	0.9	—	7.4	2045+233	0.25	—	—	1.3	—	5.2
0820+225	0.2	—	—	1.5	—	7.3	2046+148	0.18	—	—	1	—	5.5
0822+345	0.09	—	—	1.1	—	12.7	2049+149	0.18	—	—	1.3	—	7.2
0823+379	0.46	0.24	0.8	3.4	6	7.4	2053+228	0.11	—	—	1.3	—	12
0827+379	0.6	0.28	0.85	8	11.4	13.3	2054+083	0.28	0.7	0.74	5.6	14.8	20
0831–052	0.27	—	—	3.4	—	12.7	2057+117	0.61	—	—	6.9	—	11.4
0831+099	0.68	—	—	3.6	—	5.3	2100+140	0.76	—	—	4.9	—	6.4

Таблица 4. Продолжение

Имя	$m_{\max}$	$\theta_0, ''$	$x$	$\Delta S_{\max}, \text{Ян}$	$S_c, \text{Ян}$	$S_{\text{int}}, \text{Ян}$	Имя	$m_{\max}$	$\theta_0, ''$	$x$	$\Delta S_{\max}, \text{Ян}$	$S_c, \text{Ян}$	$S_{\text{int}}, \text{Ян}$
0834+371	0.11	—	—	0.5	—	4.8	2105+216	0.16	—	—	1.3	—	7.9
0836+255	0.1	—	—	2	—	19.6	2106+143	0.54	—	—	3.3	—	6.2
0837+300	0.09	—	—	0.4	—	4.8	2111+302	0.34	—	—	2.8	—	8.3
0846+380	0.06	—	—	0.4	—	6.9	2113+088	0.2	—	—	3	—	14.9
0850+344	0.23	—	—	2.3	—	10.1	2118+372	0.06	—	—	1.1	—	18.8
0854+343	0.29	—	—	4.9	—	16.9	2120+406	0.08	—	—	0.5	—	5.9
0855+281	0.2	—	—	3.5	—	17.7	2120+168	0.07	—	—	1.9	—	26.5
0855–039	0.31	—	—	1.5	—	5	2121+299	0.2	—	—	4	—	20.1
0857+188	0.08	—	—	0.8	—	9.9	2130+127	0.23	—	—	3.4	—	14.9
0858+388	0.12	—	—	2.2	—	18.6	2131+381	0.31	—	—	6.6	—	21.4
0902+225	0.06	—	—	0.6	—	10.1	2132+226	0.14	—	—	0.8	—	5.7
0903+258	0.11	—	—	0.9	—	8.1	2132–015	0.71	0.7	1	4.5	6.3	6.3
0906+381	0.09	—	—	3.3	—	36.5	2135+156	0.77	—	—	4.3	—	5.5
0915+053	0.22	—	—	1.1	—	5	2136+329	0.4	0.88	1	2	5	5
0916+019	0.36	0.62	0.65	1.7	3	4.7	2137+172	0.81	—	—	8.2	—	10.1
0918+219	0.39	—	—	2.2	—	5.5	2140+103	0.16	—	—	1.7	—	10.6
0919+314	0.41	0.43	0.79	10	19.4	24.6	2142+042	0.41	0.63	1	2.8	6.9	6.9
0923+392	0.19	—	—	1.3	—	6.9	2143+104	0.29	—	—	1.4	—	5
0926+280	0.28	—	—	1.4	—	5.1	2144+334	0.06	—	—	0.5	—	8.3
0927+315	0.11	—	—	0.7	—	6.4	2145+151	0.07	—	—	1.7	—	24
0927+362	0.23	—	—	3.3	—	14.3	2148+143	0.34	0.49	0.76	10.7	23.7	31
0932+399	0.39	—	—	5.8	—	14.9	2149+328	0.09	—	—	0.9	—	9.5
0939+267	0.54	0.69	1	3.6	6.7	6.7	2149+211	0.13	—	—	1	—	7.8
0947+145	0.11	—	—	2.3	—	21.3	2149+215	0.14	—	—	0.7	—	4.7
0949+003	0.32	0.53	0.86	7.2	19.2	22.2	2152+144	0.31	0.47	0.62	4.2	8.6	13.9
0951+216	0.08	—	—	0.7	—	8.8	2153+124	0.36	—	—	3.7	—	10.2
0951+377	0.19	—	—	1.1	—	5.6	2154+372	0.09	—	—	1.3	—	14.1
0952+358	0.16	—	—	1.9	—	11.8	2156+297	0.33	—	—	3.6	—	11
0954+278	0.1	—	—	0.7	—	6.9	2200+119	0.64	0.36	1	10.5	16.4	16.4
0956+389	0.12	—	—	1	—	8.3	2203+239	0.11	—	—	1.6	—	14.7
0959+290	0.07	—	—	3.9	—	56.1	2203+292	0.09	—	—	2.1	—	23.8
1001+321	0.2	—	—	2.8	—	14	2207+374	0.24	—	—	2.6	—	11
1001+106	0.32	0.56	0.82	2.8	7.3	8.8	2209+082	0.3	—	—	7.5	—	25.1
1002+353	0.22	0.5	0.71	4.6	14.6	20.6	2218+413	0.33	—	—	3.4	—	10.3
1003+147	0.13	—	—	0.6	—	5	2219–048	0.56	0.41	1	3.3	5.8	5.8
1005+121	0.13	—	—	0.6	—	4.7	2222+306	0.09	—	—	0.6	—	7.1
1005+078	0.28	0.53	0.73	12.7	32.6	44.8	2222+049	0.21	—	—	5	—	24
1008+067	0.21	0.58	0.52	8.4	21	40.3	2222+216	0.58	—	—	3.5	—	6
1008+215	0.25	—	—	2	—	7.8	2227+261	0.22	—	—	1.4	—	6.3
1008+322	0.13	—	—	0.9	—	7.2	2227+248	0.28	—	—	1.6	—	5.7
1010+234	0.18	—	—	1	—	5.3	2230+267	0.1	—	—	0.6	—	6.1
1010+408	0.31	—	—	2.8	—	8.9	2231+359	0.2	—	—	3.6	—	17.9
–1011+292	0.17	—	—	1.9	—	11.5	2231+410	0.26	0.87	0.77	1.5	4.5	5.8

Таблица 4. Окончание

Имя	$m_{\max}$	$\theta_0, ''$	$x$	$\Delta S_{\max}, \text{Ян}$	$S_c, \text{Ян}$	$S_{\text{int}}, \text{Ян}$	Имя	$m_{\max}$	$\theta_0, ''$	$x$	$\Delta S_{\max}, \text{Ян}$	$S_c, \text{Ян}$	$S_{\text{int}}, \text{Ян}$
1013+129	0.26	0.78	1	1.4	5.4	5.4	2233-065	0.39	—	—	1.9	—	4.9
1014+393	0.27	—	—	1.5	—	5.6	2234+340	0.17	—	—	2.1	—	12.4
1014+277	0.28	0.54	0.58	3.3	7	12.1	2234+334	0.25	—	—	1.7	—	6.7
1019+223	0.25	0.56	0.57	5.5	12.6	22.1	2238-012	0.51	—	—	2.6	—	5.1
1023+068	0.13	—	—	4	—	30.6	2239+334	0.14	—	—	1.5	—	10.4
1025+154	0.65	0.24	0.88	4.1	5.6	6.4	2243+315	0.06	—	—	0.8	—	12.7
1026+391	0.18	—	—	1.1	—	6.2	2244+368	0.08	—	—	1.7	—	20.8
1029+253	0.1	—	—	0.7	—	6.6	2245+356	0.18	—	—	1.1	—	5.9
1033+264	0.11	—	—	0.6	—	5.1	2246+183	0.84	0.5	1	4.8	5.6	5.6
1035+363	0.15	—	—	1.2	—	8.2	2247+113	0.15	—	—	3	—	19.8
1036+323	0.11	—	—	0.6	—	5.4	2247+134	0.49	—	—	9.1	—	18.5
1036-043	0.42	0.65	1	2.7	6.3	6.3	2248+222	0.41	0.57	0.94	2.1	4.8	5.1
1039+030	0.17	0.86	0.41	3.2	8	19.4	2250+035	0.52	0.52	1	2.6	5	5
1040+062	0.29	0.48	0.66	4.2	9.7	14.6	2250+379	0.17	—	—	4.3	—	25.1
1042+112	0.31	0.62	0.82	1.6	4.1	5.1	2251+159	0.37	0.31	0.58	4.6	7.2	12.5
1042+392	0.1	—	—	1.1	—	11.4	2253-083	0.33	—	—	1.6	—	4.8
1044+227	0.08	—	—	0.4	—	5.5	2257+314	0.12	—	—	0.6	—	4.9
1044+298	0.28	—	—	1.6	—	5.8	2302+224	0.16	—	—	1.3	—	8.2
1046+358	0.12	—	—	1.1	—	8.9	2309+093	0.32	0.73	0.88	8.3	22.9	26.1
1047+288	0.25	—	—	2	—	8.1	2310+051	0.07	—	—	2.1	—	30.4
1048+098	0.14	—	—	0.7	—	5.3	2327+031	0.21	—	—	1.3	—	6.1
1049+044	0.22	1	0.94	1	4.5	4.8	2329+296	0.42	0.46	0.91	4.2	9.2	10
1055+316	0.23	—	—	1.2	—	5.3	2331+399	0.59	—	—	3.9	—	6.6
1057+307	0.1	—	—	0.9	—	8.6	2334+153	0.84	0.42	1	4.5	5.4	5.4
1059+101	0.41	0.55	1	2	4.8	4.8	2334+048	0.2	—	—	1.2	—	6.2
1059-009	0.35	—	—	5.2	—	14.9	2335+136	0.34	0.92	1	1.7	5	5
1059+031	0.2	0.6	0.72	1.1	4	5.5	2335+128	0.79	0.3	1	4.8	6.1	6.1
1059+108	0.2	0.63	0.54	1.9	5.3	9.9	2336+381	0.22	—	—	1.1	—	4.8
1104+160	0.13	—	—	0.6	—	4.7	2338+039	0.54	0.49	1	13	24.2	24.2
1104+129	0.16	—	—	1	—	6.2	2339+260	0.12	—	—	1.4	—	11.4
1104+314	0.15	—	—	1	—	6.5	2342+292	0.24	—	—	1.1	—	4.8
1105+392	0.11	—	—	1.1	—	9.7	2348-026	0.45	—	—	2.8	—	6.2
1106+253	0.08	0.7	0	2.4	0.1	31.3	2349+217	0.42	—	—	2	—	4.8
1107+379	0.09	—	—	1.6	—	18.2	2349+290	0.32	—	—	2.5	—	7.9
1107+043	0.35	0.48	0.81	2.4	5.6	6.9	2351+339	0.12	—	—	0.6	—	4.9
1108+033	0.21	0.78	0.64	2.6	8.2	12.8	2351+400	0.45	—	—	4.8	—	10.6
1108+360	0.1	—	—	2.8	—	27.6	2353+283	0.34	—	—	2.2	—	6.5
1109+411	0.14	—	—	1.8	—	12.6	2354+144	0.34	0.46	0.73	2.8	5.9	8.1
1111+409	0.11	—	—	6	—	54.6	2355+313	0.13	—	—	1.2	—	9.1
1113+218	0.15	—	—	1.9	—	12.9	2358+236	0.32	—	—	1.5	—	4.7
1113+273	0.11	—	—	1.1	—	9.8	2359+108	0.44	0.27	0.66	2.6	3.9	5.9

## ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа поддержана Программой Президиума РАН КП19-270 “Вопросы происхождения и эволюции Вселенной с применением методов наземных наблюдений и космических исследований”.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *M. Marians*, *Radio Science* **10**, 115 (1975).
2. *В. И. Шишов, Т. Д. Шишова*, *Астрон. журн.* **55**, 411 (1978).
3. *В. И. Шишов, Т. Д. Шишова*, *Астрон. журн.* **56**, 613 (1979).
4. *А. В. Глянецв, С. А. Тюльбашев, И. В. Чашей, В. И. Шишов*, *Астрон. журн.* **90**, 557 (2013).
5. *G. Bourgois and C. Creynet*, *Astron. and Astrophys.* **21**, 25 (1972).
6. *В. И. Шишов, Т. В. Смирнова, С. А. Тюльбашев*, *Астрон. журн.* **82**, 281 (2005).
7. *С. А. Тюльбашев, И. В. Чашей, Е. А. Григорьева*, *Астрон. журн.* **96**, 492 (2019).
8. *A. Purvis, S. J. Tappin, W. G. Rees, A. Hewish, and P. J. Duffett-Smith*, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **229**, 589 (1987).
9. *R. D. Dagkesamanskii, V. A. Samodurov, and K. A. Laptev*, *Astron. Rep.* **44**, 18 (2000).
10. *В. И. Шишов, И. В. Чашей, В. В. Орешко, С. В. Логвиненко, и др.*, *Астрон. журн.* **93**, 1045 (2016).
11. *С. А. Тюльбашев, В. С. Тюльбашев, В. В. Орешко, С. В. Логвиненко*, *Астрон. журн.* **93**, 177 (2016).
12. *V. S. Artyukh and S. A. Tyul'bashev*, *Astron. Rep.* **40**, 601 (1996).
13. *V. S. Artyukh and S. A. Tyul'bashev*, *Astron. Rep.* **40**, 608 (1996).
14. *P. Janardhan and S. K. Alurkar*, *Astron. and Astrophys.* **269**, 119 (1993).
15. *R. P. Mercier*, *Proc. Cambridge Philos. Soc.* **58**, 382 (1962).
16. *В. И. Татарский*, *Распространение волн в турбулентной атмосфере* (М.: Наука, 1967).
17. *M. Tokumaru, M. Kojima, and K. Fujiki*, *J. Geophys. Res.* **117**, id. 06108 (2012).
18. *P. K. Manoharan*, *Astroph. J.* **751**, 128 (2012).
19. *С. К. Глубокова, С. А. Тюльбашев, И. В. Чашей, В. И. Шишов*, *Астрон. журн.* **90**, 639 (2013).
20. *В. С. Артюх, С. А. Тюльбашев, П. А. Черников*, *Астрон. журн.* **76**, 3 (1999).
21. *O. B. Slee*, *Australian J. Physics* **48**, 143 (1995).
22. *M. M. McGilchrist, J. E. Baldwin, J. M. Riley, D. J. Titterton, E. M. Waldram, and P. J. Warner*, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **246**, 110 (1990).

УДК 524.3-17

## ОРБИТАЛЬНЫЙ РАСПАД МАССИВНЫХ РЕНТГЕНОВСКИХ ДВОЙНЫХ ЗВЕЗД

© 2020 г. С. В. Чернов<sup>1, \*</sup>

<sup>1</sup>Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, Астрокосмический центр, Москва, Россия

\*E-mail: chernov@ipi.ru

Поступила в редакцию 28.06.2019 г.

После доработки 20.12.2019 г.

Принята к публикации 20.12.2019 г.

В работе рассматриваются две модели, способные объяснить изменение орбитального периода с течением времени у массивных рентгеновских двойных звезд. Первая модель объясняет орбитальный распад за счет действия динамических приливных сил, вторая модель — за счет изменения момента инерции массивной звезды вследствие эволюции самой звезды. Данные модели применяются к системам LMC X-4 и Cen X-3.

DOI: 10.31857/S0004629920050011

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Рентгеновские двойные звезды были открыты спутником “Ухуру” в начале семидесятых годов прошлого века [1]. С тех пор эти системы постоянно исследуются. В частности, для некоторых систем удалось достаточно точно измерить изменение орбитального периода с течением времени [2]. Это может быть важно по следующим причинам. Если предположить, что причина орбитального распада связана с приливными взаимодействиями [3–5], то изучая орбитальный распад, можно понять природу диссипации приливного потока в звездах [6], т.к. именно диссипация приводит к орбитальному распаду. Тем самым можно непосредственно изучать физику эволюции звезд в двойной системе с учетом влияния звезд друг на друга [4].

В данной работе рассматриваются две массивные рентгеновские двойные системы, LMC X-4 и Cen X-3. Для них удалось измерить уменьшение орбитального периода с течением времени. Для системы LMC X-4 это уменьшение равно  $\dot{P}_{\text{orb}}/P_{\text{orb}} = (-1.00 \pm 0.05) \times 10^{-6} \text{ yr}^{-1}$  [2, 7], для системы Cen X-3 соответственно  $\dot{P}_{\text{orb}}/P_{\text{orb}} = (-1.800 \pm 0.001) \times 10^{-6} \text{ yr}^{-1}$  [2, 8].

В предыдущих работах было рассмотрено несколько моделей, способных объяснить орбитальный распад в массивных рентгеновских двойных системах. В работе [9] было рассмотрено быстрое изменение орбитального периода за счет приливных взаимодействий между нейтронной звездой и массивным компонентом в системе Cen

X-3. В работе [10] рассмотрен орбитальный распад в системах LMC X-4 и Cen X-3 за счет переноса массы (ветра) от массивного компонента к нейтронной звезде и за счет приливной эволюции. В работе [7] обсужден орбитальный распад за счет изменения момента инерции звезды вследствие ее эволюции.

В данной работе рассмотрены две модели, способные объяснить изменение орбитального периода с течением времени. Первая модель объясняет орбитальный распад за счет действия динамических приливных сил в режиме умеренно большой диссипации [6]. В отличие от предыдущих работ [9, 10], мы учитываем динамические приливные взаимодействия, исходя из первых принципов [6], и используем более реалистичные модели звезд для расчетов приливных потоков. Вторая модель связана с изменением момента инерции звезды вследствие ее эволюции [9]. В процессе эволюции водородная оболочка массивной звезды может значительно увеличиваться, вследствие чего изменяется момент инерции звезды. Это приводит к изменению углового момента самой звезды, а т.к. суммарный угловой момент системы (орбитальный угловой момент плюс угловой момент звезды) сохраняется, то это приводит к изменению орбитального углового момента и, следовательно, к изменению орбитального периода двойной системы. В отличие от других работ [7], при моделировании звезд учитываются неустойчивости, которые приводят к дополнительному перемешиванию вещества внутри звезды и перераспределению углового момента в звездах, что также может внести свой

вклад в процесс орбитального распада этих систем. Помимо этого, в данной работе учитывается модель звездного ветра от массивных звезд, которая также может уносить на бесконечность угловой момент тесной двойной системы, тем самым изменяя его.

Изменение орбитального периода за счет динамических приливов для других систем, таких как системы экзопланет, содержащие горячие Юпитеры, были рассмотрены в работе [11, 12].

## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим две массивные рентгеновские двойные системы LMC X-4 и Cen X-3 [2], параметры которых представлены в табл. 1. Один компонент этих систем является нейтронной звездой с массой порядка полторы массы Солнца, а второй — массивной звездой с массой около 20 масс Солнца. Эти массивные звезды относятся к классу горячих ОВ звезд с эффективной температурой порядка 35 000 К. Орбита в таких системах практически круговая. Отношение угловой скорости вращения звезды к орбитальной угловой скорости порядка единицы, что говорит о том, что вращение массивного ОВ компонента практически синхронно с его орбитальным обращением. К синхронизации частот и циркуляризации орбиты приводят приливные взаимодействия [6]. Поэтому вначале рассмотрим орбитальный распад за счет действия динамических приливных сил.

### 2.1. Динамические приливы

Суть динамических приливов заключается в следующем. Нейтронная звезда, двигаясь по орбите, возбуждает в массивной звезде собственные колебания вблизи двойной резонансной частоты, диссипация которых приводит к обмену энергии и углового момента между орбитальным движением и массивной звездой и, следовательно, к орбитальному распаду. Последний проявляется в виде изменения орбитального периода с течением времени.

В работе [6] была выведена общая формула скорости диссипации энергии (и углового момента) за счет динамических приливов из первых принципов. Для вывода этой формулы рассматривалось уравнение Навье—Стокса. Были рассмотрены частные случаи: предел малых вязкостей и умеренно большие вязкости. (Понятие малой вязкости описано в [6], умеренно большие вязкости рассмотрены ниже). В звездах рассматривают радиационную и конвективную вязкость. Оказывается, что оба этих вида диссипации недостаточны, чтобы описать наблюдательные проявления. Этот вывод был получен в работе [11] для систем с экзопланетами. В рассмотренных двойных системах ситуация аналогичная. Поэтому

**Таблица 1.** Параметры двойной системы [2]

Параметр	LMC X4	Cen X-3
$M_{ns}, M_{\odot}$	$1.57 \pm 0.11$	$1.57 \pm 0.16$
$P_s, \text{c}$	13.5	4.8
$M_{opt}, M_{\odot}$	$18.3 \pm 1$	$23.7 \pm 1.4$
$R_{opt}, R_{\odot}$	$7.4 \pm 0.4$	$11.4 \pm 0.7$
$T_{eff} \times 10^4, \text{K}$	3.5–3.6	3.3–3.7
$P_{orb}, \text{d}$	1.4083790	2.08704106
$e$	$0.006 \pm 0.002$	<0.0016
$\Omega/\Omega_{orb}$	$0.97 \pm 0.13$	$0.75 \pm 0.13$
$\dot{P}_{orb}/P_{orb}, \text{yr}^{-1}$	$-1.00 \times 10^{-6}$	$-1.800 \times 10^{-6}$

Примечание.  $M_{ns}$  и  $P_s$  — масса и период вращения нейтронной звезды,  $M_{opt}$ ,  $R_{opt}$  и  $T_{eff}$  — масса, радиус и эффективная температура массивной звезды,  $P_{orb}$  и  $e$  — орбитальный период и эксцентриситет двойной системы,  $\Omega/\Omega_{orb}$  — отношение скорости вращения массивной звезды к орбитальной скорости,  $\dot{P}_{orb}/P_{orb}$  — изменение орбитального периода со временем.

стоит проблема понимания природы диссипации собственных мод. В нашей модели для описания наблюдательных проявлений был рассмотрен режим умеренно больших вязкостей. Удивительно, что в этом режиме коэффициент вязкости выпадает из окончательного ответа. Поэтому установить источник диссипации в этом режиме сложно. Режим умеренно больших вязкостей соответствует режиму, рассмотренному Заном в работе [13] (см. также [14]). С другой стороны, в этом режиме удастся объяснить изменение орбитального периода для многих систем, не только рентгеновских массивных двойных звезд, рассмотренных в этой статье, но и в системах с экзопланетами, а также в системах “черная дыра + маломассивная звезда”.

Изменение орбитального периода с течением времени за счет динамических приливных взаимодействий задается формулой [6]

$$\frac{\dot{P}_{orb}}{P_{orb}} = \frac{3a\dot{E}_I}{GM_{ns}M_{opt}}, \quad (1)$$

где  $a$  — большая полуось орбиты,  $G$  — гравитационная постоянная,  $\dot{E}_I$  — скорость изменения энергии за счет вязких диссипаций. При выводе этой формулы предполагалось, что спектр возмущений достаточно плотный, то есть разность между соседними частотами много меньше самой частоты:  $d\omega/dj \ll \omega$ , где  $j$  — номер собственной частоты. Мы будем считать, что диссипация в таких системах происходит в режиме умеренно большой диссипации [6]. Это означает, что характерный темп вязкой диссипации на резонансной частоте много больше, чем разница между резо-

нансной частотой и соседней [6]. Это будет происходить в случае, когда характерное время распада моды либо из-за вязкости, либо из-за нелинейных эффектов много меньше времени распространения волнового пакета в лучистой области звезды с частотами порядка резонансной, которая, в свою очередь, имеет порядок обратного расстояния между собственными частотами нормальных мод [6]. В режиме умеренно большой вязкости скорость изменения энергии за счет вязких диссипаций определяется формулой с учетом вращения звезды [6],

$$\dot{E}_I = -\pi \sum_{m,k} \left( 1 + \frac{m\Omega}{\omega_{m,k}} \right) \frac{A_{m,k}^2 Q_j^2}{\left| \frac{d\omega}{dj} \right|}, \quad (2)$$

где  $\omega_{mk} = k\Omega_{orb} - m\Omega$ ,  $Q_j$  – интеграл перекрытия, который служит мерой эффективности возбуждения нормальных мод в звезде приливными силами [15],  $A_{mk}$  – коэффициенты разложения эллиптической орбиты по малому эксцентриситету (значения этих коэффициентов приведены в [6, Приложение А]).

В формуле (2) наибольший вклад в сумму дают следующие пары чисел: для системы LMC X-4  $(m, k) = (2, 1)$  и  $(2, 3)$ , для системы Cen X-3  $(m, k) = (2, 1)$ ,  $(2, 2)$  и  $(2, 3)$  [6]. Если просуммировать по этим парам, то в результате получаем

$$\begin{aligned} \dot{E}_I = & -\pi \left( 1 + \frac{2\Omega}{\Omega_{orb} - 2\Omega} \right) \frac{A_{21}^2 Q_j^2}{\left| \frac{d\omega}{dj} \right|_{|21}} - \\ & - \pi \left( 1 + \frac{2\Omega}{2\Omega_{orb} - 2\Omega} \right) \frac{A_{22}^2 Q_j^2}{\left| \frac{d\omega}{dj} \right|_{|22}} - \\ & - \pi \left( 1 + \frac{2\Omega}{3\Omega_{orb} - 2\Omega} \right) \frac{A_{23}^2 Q_j^2}{\left| \frac{d\omega}{dj} \right|_{|23}}. \end{aligned} \quad (3)$$

В приведенной выше формуле, при равенстве  $\Omega = \Omega_{orb}$  (полная синхронизация) в знаменателе получается бесконечность, но частота возмущения в этом случае равна нулю, т.к.  $\omega = \omega_{22} = 2\Omega_{orb} - 2\Omega = 0$ . Интеграл перекрытия при нулевой частоте возмущения тождественно равен нулю,  $Q = 0$ , следовательно, членом (2,2) можно пренебречь в случае полной синхронизации (см. [6]). Аналогичный вывод получаем при рассмотрении предельного случая, когда  $\Omega \rightarrow \Omega_{orb}$ . Для системы Cen X-3 частота вращения массивной звезды составляет 0.75 от орбитальной частоты, слагаемое (2,2) в этом случае будет давать сравнимый вклад с остальными членами. Для круговой орбиты в случае полной синхронизации скорость

изменения орбитального периода равна нулю, т.к. во вращающейся системе отчета приливные силы работы не совершают. Для некруговой орбиты скорость изменения орбитального периода определяется эксцентриситетом системы.

Подставляя коэффициенты  $A_{m,k}$  [6] в (3), получаем окончательный выражение для скорости изменения энергии

$$\begin{aligned} \dot{E}_I = & -\frac{6\pi^2 G^2 M_{ns}^2}{5 a^6} \left[ \frac{\Omega_{orb}}{\Omega_{orb} - 2\Omega} \frac{e^2 Q_j^2}{16 \left| \frac{d\omega}{dj} \right|_{|21}} + \right. \\ & \left. + \frac{\Omega_{orb}}{\Omega_{orb} - \Omega} \frac{(1 - 5e^2) Q_j^2}{4 \left| \frac{d\omega}{dj} \right|_{|22}} + \frac{3\Omega_{orb}}{3\Omega_{orb} - 2\Omega} \frac{49e^2 Q_j^2}{16 \left| \frac{d\omega}{dj} \right|_{|23}} \right]. \end{aligned} \quad (4)$$

Это общая формула для расчета скорости диссипации энергии за счет динамических приливных сил в режиме умеренно больших вязкостей с учетом вращения звезды для массивных рентгеновских двойных систем. Подставляя (4) в (1), получаем окончательную формулу для подсчета изменения орбитального периода за счет динамических приливов.

## 2.2. Изменение момента инерции массивной звезды

Следующей моделью, позволяющей объяснить изменение орбитального периода с течением времени для массивных рентгеновских двойных звезд, является модель, учитывающая изменение момента инерции массивной звезды, которое возникает из-за эволюционного расширения водородной оболочки звезды.

В работе [9] было показано, что в режиме слабого трения изменение орбитального периода за счет изменения момента инерции звезды выражается формулой

$$\frac{\dot{P}_{orb}}{P_{orb}} \approx - \frac{\Omega \frac{d \ln(I)}{dt}}{\Omega_{orb} (\mu a^2 / 3I - 1)}, \quad (5)$$

где  $\mu$  – приведенная масса,  $I$  – момент инерции звезды. Знак изменения орбитального периода зависит от отношения момента инерции нейтронной звезды относительно центра масс системы к моменту инерции массивной звезды. Если момент инерции нейтронной звезды относительно центра масс больше момента инерции массивной звезды, то орбитальный период системы уменьшается, и система стремится к синхронизованному состоянию [9]. В противном случае период увеличивается, и такое условие может приводить к асинхронизации.

К изменению момента инерции звезды могут приводить дополнительные эффекты, связанные с перемешиванием вещества в звездах из-за кон-

**Таблица 2.** Численные параметры модели

Параметр	LMC X4	Cen X3
$M_{\text{opt}}, M_{\odot}$	18.3	23.7
$R_{\text{opt}}, R_{\odot}$	7.38	11.5
$T_{\text{eff}} \times 10^4, \text{K}$	3.08	3.14
$\Omega/\Omega_{\text{orb}}$	0.94	0.71
$t_{\text{age}} \times 10^6, \text{yr}$	4.12	5.18

векции и перераспределения углового момента за счет различных видов неустойчивости, связанных с дифференциальным вращением звезды. В данной работе при моделировании звезды учитывались следующие виды неустойчивостей [16, 17]: конвекция, полуконвекция, овершутинг, термохалинная циркуляция, динамическая сдвиговая неустойчивость, вековая сдвиговая неустойчивость, меридиональная циркуляция Эддингтона–Свита, неустойчивость Солберга–Хойланда и неустойчивость Голдрайха–Шуберта–Фрике. Эти неустойчивости рассматривались в диффузном приближении. Решаются два уравнения [17]: уравнение перемешивания вещества

$$\frac{\partial X_n}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial M} \left[ (4\pi r^2 \rho)^2 D \frac{\partial X_n}{\partial M} \right] + \left( \frac{dX_n}{dt} \right)_{\text{nuc}} \quad (6)$$

и уравнение переноса углового момента

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial M} \left[ (4\pi r^2 \rho)^2 i v \frac{\partial \omega}{\partial M} \right] - \frac{\omega}{r} \left( \frac{\partial r}{\partial t} \right) \frac{d \ln i}{d \ln r}, \quad (7)$$

где  $X_n$  – массовая доля каждого элемента в звезде,  $\rho$  – плотность,  $D$  – коэффициент диффузии,  $i$  – удельный момент инерции,  $v$  – коэффициент турбулентной вязкости, а слагаемое  $\left( \frac{dX_n}{dt} \right)_{\text{nuc}}$  связано с изменением массовой доли каждого элемента за счет ядерных реакций. Значения коэффициентов диффузии и турбулентной вязкости даны в работе [17].

Помимо эффектов перемешивания вещества и переноса углового момента, в работе исследован ветер массивной звезды. Ветер непосредственно уносит угловой момент от звезды, тем самым изменяя орбитальный угловой момент двойной системы [4]. Так как рассматриваемые звезды быстро вращаются и достаточно горячие, то при учете ветра использовался так называемый  $\Omega\Gamma$  предел, т.е. использовалась формула с учетом вращения и излучения [18, 19]:

$$\dot{M}(\Omega) = \dot{M}(0) \left( \frac{1}{1 - \Omega} \right)^{0.43}, \quad \Omega = \frac{v}{v_{\text{crit}}}, \quad (8)$$

$$v_{\text{crit}}^2 = \frac{GM}{R} \left( 1 - \frac{L}{L_{\text{Edd}}} \right),$$

где  $\dot{M}(0)$  – скорость потери массы за счет ветра без учета вращения и излучения звезды,  $v$  – скорость вращения на поверхности звезды,  $L_{\text{Edd}}$  – Эддингтоновская светимость,  $M$  – масса звезды,  $R$  – радиус звезды. Величина  $\dot{M}(0)$  взята из работы [20], где была выведена специально для массивных горячих звезд OB класса. Эта формула имеет двухтемпературный режим и зависит от пяти параметров звезды: массы, светимости, эффективной температуры, скорости убегания частиц и металличности.

Звезда моделировалась с помощью пакета программ MESA версии 7385 [21–23]. В начальный момент времени параметры звезды выбирались таким образом, чтобы в некоторый момент времени, называемый возрастом звезды, наблюдаемые параметры звезды (см. табл. 1), такие как масса, радиус, эффективная температура, угловая скорость вращения, были в пределах ошибок близки к наблюдаемым величинам. В табл. 2 представлены параметры моделирования такой звезды, наилучшим образом согласующиеся с наблюдениями. Осцилляции звезды вычислялись с помощью пакета программ GYRE [24] с учетом вращения в традиционном приближении. Момент инерции звезды вычислялся по формуле

$$I = \int_0^r r^2 dM. \quad (9)$$

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ

В данной главе представлены результаты вычислений для каждой из представленных выше моделей.

#### 3.1. Динамические приливы

На рис. 1 показана зависимость безразмерного интеграла перекрытия от безразмерной собственной частоты. Интеграл перекрытия нормируется условием  $Q = \tilde{Q}\sqrt{MR}$ , а частоты – условием  $\omega = \tilde{\omega}\sqrt{GM/R^3}$ . Синяя сплошная кривая соответствует модели LMC X-4, а зеленая штриховая – модели Cen X-3. С уменьшением частоты происходит плавное уменьшение интеграла перекрытия. На рис. 2 показана зависимость разности между соседними частотами от собственной частоты. Синяя сплошная кривая соответствует модели LMC X-4, зеленая штриховая – модели Cen X-3. Для каждой модели звезд спектр оказался достаточно плотным в области двойной резонансной частоты, что подтверждает возможность использования формулы (1).

На рис. 3 и рис. 4 показаны результаты изменения орбитального периода за счет действия динамических приливных сил для систем LMC X-4 и

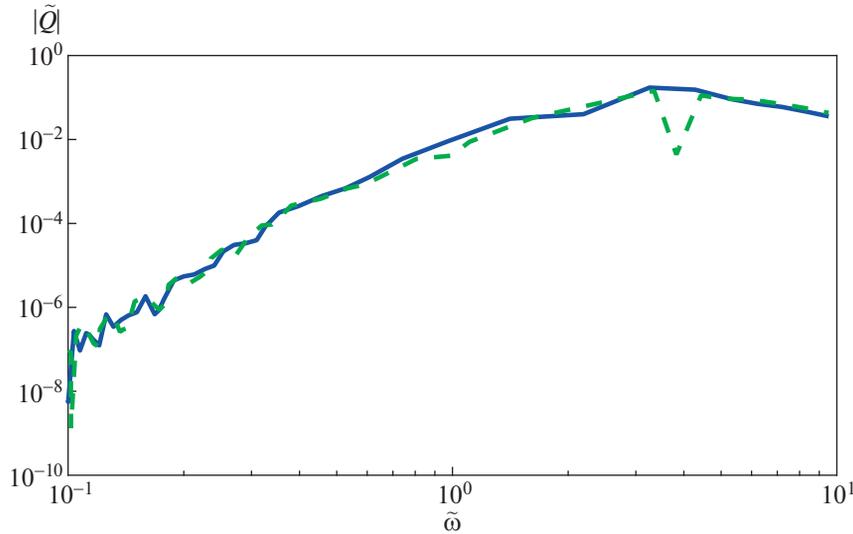


Рис. 1. Зависимость модуля интеграла перекрытия от частоты для каждой модели.

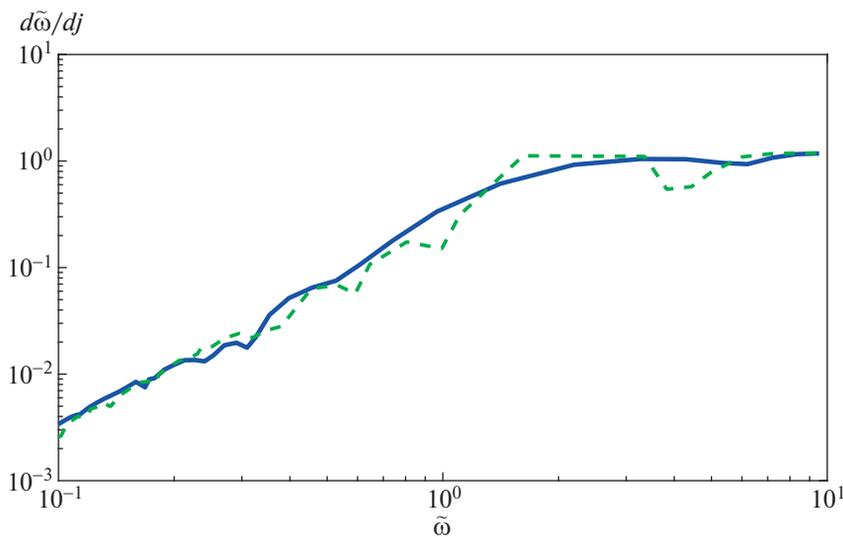


Рис. 2. Зависимость разности между соседними частотами от частоты для каждой модели.

Сеп X-3 соответственно. Рассмотрим каждый рисунок в отдельности.

На рис. 3 синяя сплошная кривая соответствует случаю, когда массивная звезда не вращается; черная пунктирная кривая соответствует случаю, когда угловая скорость вращения звезды составляет половину от орбитальной угловой скорости  $\Omega = 0.5\Omega_{orb}$ ; красная штрих-пунктирная кривая соответствует случаю, когда угловая скорость вращения звезды составляет три четверти от орбитальной угловой скорости  $\Omega = 0.75\Omega_{orb}$ ; зеленая штриховая кривая соответствует случаю полной синхронизации, когда угловая скорость вращения звезды равна орбитальной угловой

скорости  $\Omega = \Omega_{orb}$ . Наблюдения (звездочка) показывают, что система LMC X-4 близка к полной синхронизации,  $\Omega = (0.97 \pm 0.13)\Omega_{orb}$  и, следовательно, зеленая штриховая кривая в пределах ошибок хорошо согласуется с наблюдениями.

На рис. 4 синяя сплошная кривая соответствует случаю, когда массивная звезда не вращается, красная штрих-пунктирная кривая соответствует случаю, когда угловая скорость вращения звезды составляет нижнюю допустимую границу ошибок от орбитальной угловой скорости  $\Omega = 0.62\Omega_{orb}$ , зеленая штриховая кривая соответствует наблюдаемой угловой скорости вращения звезды  $\Omega = 0.75\Omega_{orb}$  и черная пунктирная кривая соответ-

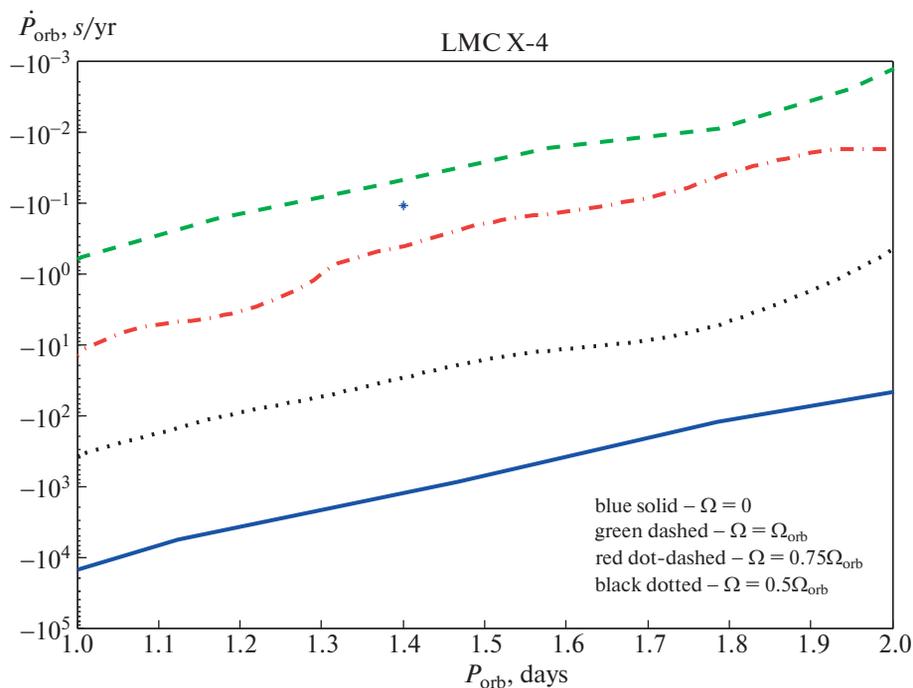


Рис. 3. Изменение орбитального периода в зависимости от орбитального периода для системы LMC X-4 за счет динамических приливов.

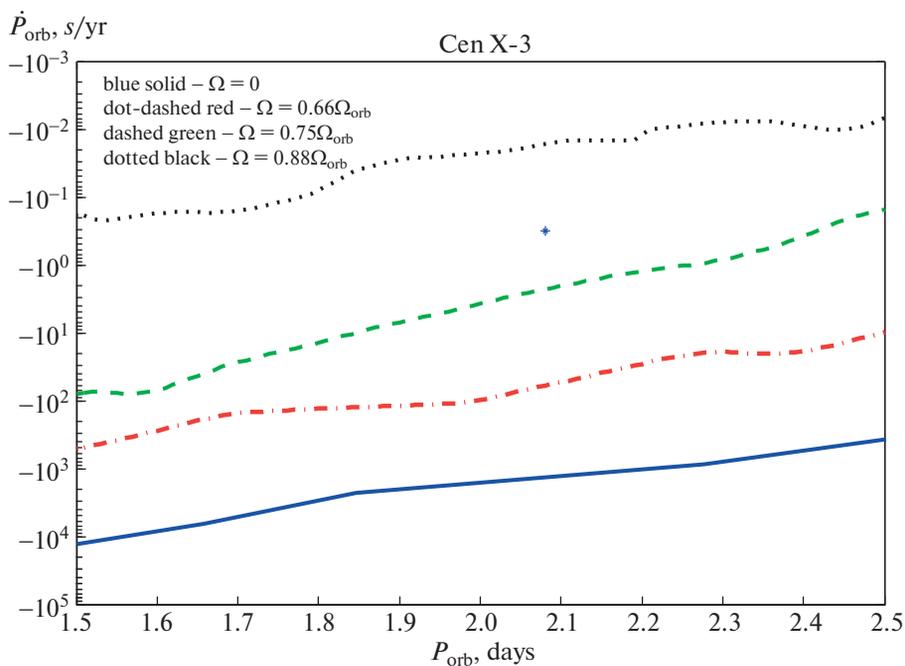


Рис. 4. Изменение орбитального периода в зависимости от орбитального периода для системы Cen X-3 за счет динамических приливов.

ствует верхней ошибке угловой скорости вращения звезды  $\Omega = 0.88\Omega_{\text{orb}}$ . Из рис. 4 видно, что в пределах ошибок измерения угловой скорости вращения

массивной звезды ( $\Omega/\Omega_{\text{orb}} = 0.75 \pm 0.13$ ) динамические приливы хорошо согласуются с наблюдениями.

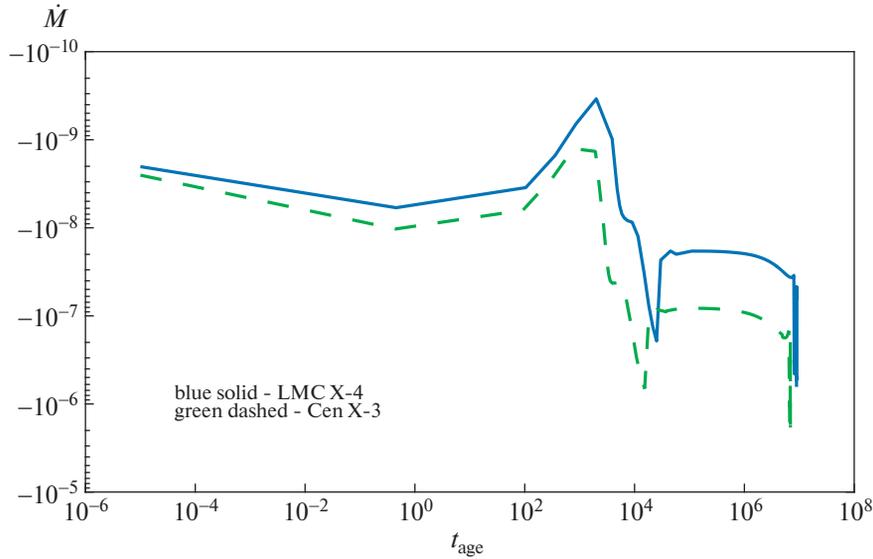


Рис. 5. Зависимость скорости потерь массы звезды от возраста.

Расхождения теории с наблюдениями могут быть связаны с недостаточно точным определением параметров орбиты, особенно эксцентриситета, т.к. в режиме полной синхронизации приливный распад определяется эксцентриситетом системы [6].

### 3.2. Изменение момента инерции звезды

Сначала рассмотрим орбитальный распад за счет потери массы массивной звездой посредством звездного ветра. На рис. 5 показана зависимость скорости потери массы звезды в единицах массы Солнца за год от возраста звезды в годах. Сплошная синяя кривая соответствует звезде LMC X-4, а штриховая зеленая кривая — звезде Cen X-3. Для возраста звезды порядка  $t_{\text{age}} \sim 10^6$  лет скорость потери массы для обеих звезд  $\dot{M} < 10^{-7} M_{\odot}$ . В работе [25] приведен верхний предел на скорость потери массы для системы Cen X-3,  $\dot{M} \sim 3 \times 10^{-6} M_{\odot}$ , что хорошо согласуется с численным моделированием. Следовательно, изменение орбитального периода со временем будет порядка  $\dot{P}_{\text{orb}}/P_{\text{orb}} \sim \dot{M}/M < 10^{-8}$ , что на два порядка меньше, чем наблюдаемое значение. Стоит отметить, что та часть звездного ветра, которая аккрецирует на нейтронную звезду (большой телесный угол маломассивного компонента) не изменяет орбитальный угловой момент системы, а та часть звездного ветра, которая проходит сквозь ударную волну и уходит на бесконечность, приобретает существенную часть удельного орбитального момента маломассивного компонента (нейтронной звезды). К сожалению, численные

расчеты с более точной оценкой приобретаемого веществом момента вращения в результате прохождения сквозь ударную волну пока отсутствуют. Конечно, особенно в системе Cen X-3, где оптический компонент практически заполняет свою полость Роша, есть потоки вещества, которые уходят на бесконечность через внешнюю точку Лагранжа  $L_2$  и тоже уносят часть орбитального момента маломассивного компонента [26].

На рис. 6 показан график эволюции угловой скорости вращения звезды в  $s^{-1}$  в зависимости от безразмерного радиуса для системы LMC X-4. Разным цветом показаны кривые для разных возрастов звезды. В начальный момент моделирования звезды  $t = 0$  задавалось твердотельное вращение (синяя кривая) и по мере эволюции, вращение звезды частично становилось дифференциальным за счет рассмотренных в главе 2 неустойчивостей. Основные изменения происходят в ядре звезды, что и наблюдается на рис. 6. Оболочка звезды продолжает вращаться твердотельно во всем диапазоне эволюции звезды.

На рис. 7 приведен график зависимости изменения орбитального периода в зависимости от возраста звезды за счет изменения момента инерции звезды для системы LMC X-4. Сплошная синяя кривая вычисляется по формуле (5), красная звездочка соответствует наблюдениям. Расхождение приблизительно составляет 2.5 раза.

На рис. 8 показан график зависимости изменения орбитального периода в зависимости от возраста звезды за счет изменения момента инерции звезды для системы Cen X-3. Сплошная синяя кривая вычисляется по формуле (5), красная

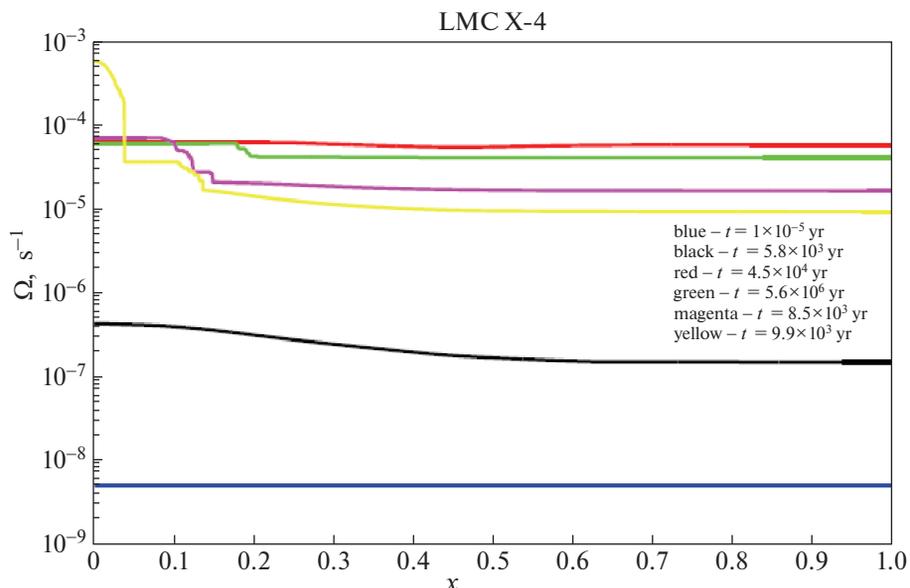


Рис. 6. Зависимость угловой скорости вращения звезды от радиуса для системы LMC X-4.

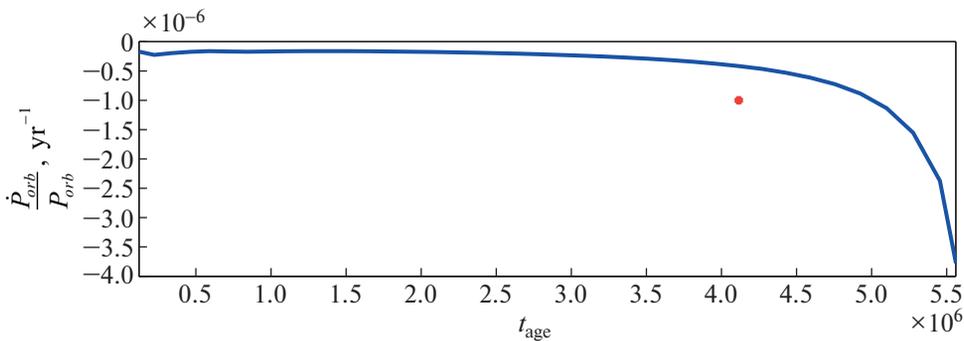


Рис. 7. Изменение орбитального периода в зависимости от орбитального периода для системы LMC X-4 за счет изменения момента инерции звезды.

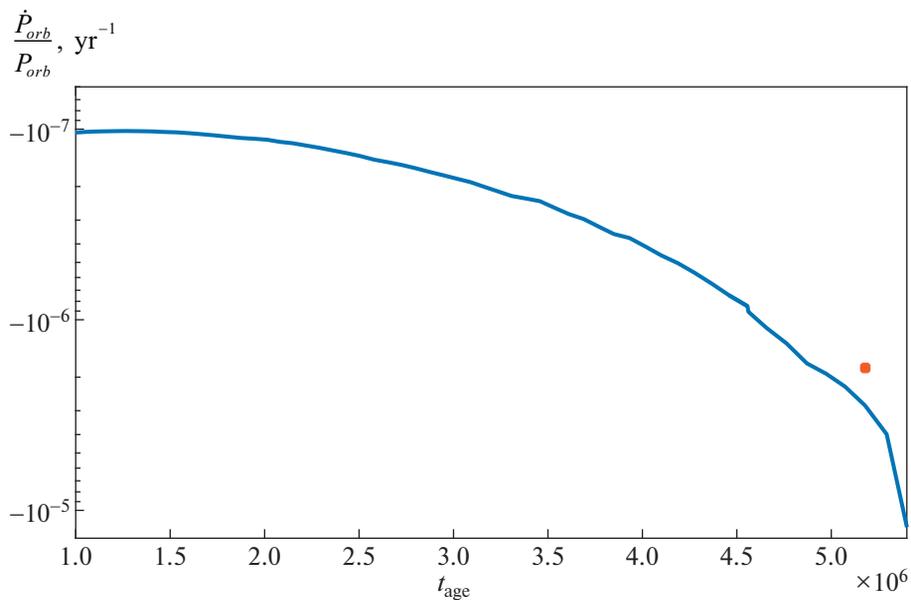


Рис. 8. Изменение орбитального периода в зависимости от орбитального периода для системы Cen X-3 за счет изменения момента инерции звезды.

звездочка соответствует наблюдениям. Расхождение приблизительно составляет 1.5 раза.

Таким образом, данная модель с расхождением приблизительно в два раза в состоянии объяснить наблюдательные проявления орбитального распада. Отличия могут быть связаны с необходимостью более точного моделирования и определения параметров звезды, с рассмотрением более общей модели трения (не только режим слабого трения).

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрены две модели, которые способны (дополняя друг друга или по отдельности) объяснить изменения орбитального периода двойной системы с течением времени. Первая модель объясняет наблюдательные процессы за счет динамических приливов, вторая — за счет изменения момента инерции массивной звезды вследствие эволюции самой звезды. Звезды моделировались с учетом эффектов перемешивания вещества и перераспределения углового момента из-за неустойчивостей, связанных с конвекцией и с дифференциальным вращением звезды. В дополнении ко второй модели были учтены эффекты, связанные с потерей массы за счет звездного ветра массивной звезды. Так как звезда вращается, ветер также может уносить угловой момент массивной звезды и, следовательно, изменять орбитальный угловой момент.

Было показано, что в пределах наблюдательных ошибок можно подобрать параметры модели, которые с достаточно хорошей точностью способны объяснить изменение орбитального периода с течением времени.

#### ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 19-02-00199-а), проекта РАН КП 19-270 “Вопросы происхождения и эволюции Вселенной с применением методов наземных наблюдений и космических исследований” и Госзадания по научной программе ОКР “Миллиметр”.

#### БЛАГОДАРНОСТИ

Автор выражает благодарность рецензенту за ряд ценных замечаний.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *R. Giacconi, H. Gursky, E. Kellogg, E. Schreier, and H. Tananbaum*, *Astrphys. J.* **167**, L67 (1971).
2. *M. Falanga, E. Bozzo, A. Lutovinov, J. M. Bonnet-Bidaud, Y. Fetisova, and J. Puls*, *Astron. and Astrophys.* **577**, id. A130 (2015).
3. *С. В. Чернов*, Письма в Астрон. журн. **43**, 214 (2017).
4. *J. R. Hurley, C. A. Tout, and O. R. Pols*, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **329**, 897 (2002).
5. *S. V. Chernov, J. C. B. Papaloizou, and P. B. Ivanov*, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **434**, 1079 (2013).
6. *P. B. Ivanov, J. C. B. Papaloizou, and S. V. Chernov*, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **432**, 2339 (2013).
7. *A. M. Levine, S. A. Rappaport, and G. Zojcheski*, *Astrophys. J.* **541**, 194 (2000).
8. *R. L. Kelley, S. Rappaport, G. W. Clark, and L. D. Petro*, *Astrophys. J.* **268**, 790 (1983).
9. *A. M. Levine, S. Rappaport, J. E. Deeter, P. E. Boynton, and F. Nagase*, *Astrophys. J.* **410**, 328 (1993).
10. *S. Safi-Harb, H. Ogelmant, and K. Dennerl*, *Astrophys. J.* **456**, L37 (1996).
11. *S. V. Chernov, P. B. Ivanov, and J. C. B. Papaloizou*, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **470**, 2054 (2017).
12. *С. В. Чернов*, ЖЭТФ **154**(1), 85 (2018).
13. *J.-P. Zahn*, *Astron. and Astrophys.* **57**, 383 (1975).
14. *С. В. Чернов*, Письма в Астрон. журн. **43**(6), 474 (2017).
15. *W. H. Press and S. A. Teukolsky*, *Astrophys. J.* **213**, 183 (1977).
16. *A. S. Endal and S. Sofia*, *Astrphys. J.* **220**, 279 (1978).
17. *A. Heger, N. Langer, and S. E. Woosley*, *Astrophys. J.* **528**, 368 (2000).
18. *A. Maeder and G. Meynet*, *Astron. and Astrophys.* **361**, 159 (2000).
19. *D. B. Friend and D. C. Abbott*, *Astrophys. J.* **311**, 701 (1986).
20. *J. S. Vink, A. de Koter, and H. J. G. L. M. Lamers*, *Astron. and Astrophys.* **369**, 574 (2001).
21. *B. Paxton, L. Bildsten, A. Dotter, F. Herwig, P. Lesaffre, and F. Timmes*, *Astrophys. J. Suppl.* **192**, 3 (2011).
22. *B. Paxton, M. Cantiello, P. Arras, L. Bildsten, et al.* *Astrophys. J. Suppl.* **208**, 4 (2013).
23. *B. Paxton, P. Marchant, J. Schwab, E. B. Bauer, et al.* *Astrophys. J. Suppl.* **220**, 15 (2015).
24. *R. H. D. Townsend and S. A. Teitler*, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **435**, 3406 (2013).
25. *P. S. Wojdowski, D. A. Liedhal, and M. Sako*, *Astrophys. J.* **547**, 973, (2001).
26. *T. M. Tauris and E. P. J. van den Heuvel*, arXiv:1401.0941 [astro-ph.SR] (2014).

УДК 521.1

## ВЗАИМНАЯ ГРАВИТАЦИОННАЯ ЭНЕРГИЯ КОЛЕЦ ГАУССА И ПРОБЛЕМА ВОЗМУЩЕНИЙ В НЕБЕСНОЙ МЕХАНИКЕ

© 2020 г. Б. П. Кондратьев<sup>1, 2, 3, \*</sup>, В. С. Корноухов<sup>1, 2</sup>

<sup>1</sup> Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Физический факультет, Москва, Россия

<sup>2</sup> Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,  
Государственный астрономический институт им. П.К. Штернберга, Москва, Россия

<sup>3</sup> Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, Санкт-Петербург, Россия

\* E-mail: work@boris-kondratyev.ru

Поступила в редакцию 06.12.2019 г.

После доработки 24.01.2020 г.

Принята к публикации 24.01.2020 г.

Развит новый подход к изучению долгопериодических и вековых возмущений в небесной механике. В отличие от традиционного использования аппарата возмущающей функции Лагранжа, мы опираемся на взаимную потенциальную энергию эллиптических колец Гаусса. Такой подход важен в связи с тем, что вместо усреднения выражения для возмущающей функции Лагранжа, полученного очень сложным образом, методически проще оказывается сразу вычислить взаимную энергию колец Гаусса. В данной работе рассматривается задача для двух колец Гаусса с одним общим фокусом, имеющих малые эксцентриситеты, небольшой угол взаимного наклона и произвольный угол между линиями апсид. Получено выражение для взаимной энергии такой системы колец в виде ряда с точностью до членов 4-го порядка малости включительно. Это выражение используется для вывода и решения системы дифференциальных уравнений, описывающих эволюцию колец в эклиптической системе отсчета. Метод применяется для детального изучения двупланетной задачи Солнце–Юпитер–Сатурн. Получены результаты, дополняющие и уточняющие результаты других авторов. Новое выражение возмущающей функции может применяться не только к планетной задаче, где все наклонения должны быть малыми, но и к задаче с кольцами непланетного типа, обнаруженными у малых небесных тел.

DOI: 10.31857/S0004629920060031

### 1. ВВЕДЕНИЕ

В небесной механике для нахождения возмущений основным является метод Лагранжа, в котором используется разложение возмущающей функции по наклонам и эксцентриситетам орбит [1]. Однако подход Лагранжа при всей его несомненной ценности является весьма трудоемким, поэтому актуальными остаются поиски других способов решения задач о возмущениях в небесной механике. Новый шаг в решении проблемы в 1818 г. сделал Гаусс, который ввел представление о специальных кольцах. Гауссово кольцо получается при “размазывании” точечной массы  $m$  по эллиптической орбите с одномерной плотностью вещества, обратной скорости движения спутника на данном участке траектории. Элемент массы кольца на угловом интервале  $dv$  равен

$$dm = \frac{m}{2\pi(1+e\cos v)^2} (1-e^2)^{\frac{3}{2}} dv, \quad (1)$$

где  $v$  – угол истинной аномалии,  $e$  – эксцентриситет орбиты.

Ньютоновский потенциал гауссова кольца выражается через полные эллиптические интегралы Лежандра и был найден в работе [2] (см. также книгу [3]). Отметим, что на практике указанный подход к нахождению возмущений может опираться на систему из нескольких колец Гаусса [4]. Подчеркнем, что в этом методе не рассматривается *обратное влияние пробного тела на возмущающее кольцо*. Условно назовем этот метод расчета возмущений прямым.

Однако в небесной механике часто встречаются и такие задачи, когда необходимо учитывать не только прямое влияние кольца на внешнее тело, но и обратное влияние возмущаемых тел на кольцо. Здесь основной интерес для нас представляет задача, в которой рассматривается взаимодействие между двумя (или несколькими) гравитирующими кольцами Гаусса. В таких задачах усреднение по быстрым переменным необходимо делать как для возмущающего, так и для возмущае-

мого тела. Условно назовем этот второй подход методом полного усреднения.

В указанных задачах для изучения эволюции взаимодействующих колец Гаусса необходимо знать взаимный гравитационный потенциал (или взаимную гравитационную энергию  $W_{mut}$ ) этих колец. Эффективность метода, основанного на применении функции  $W_{mut}$ , была показана на примере исследования упрощенного варианта двухпланетной задачи Солнце–Юпитер–Сатурн [5, 6]. В этих работах был найден взаимный потенциал двух однородных гравитирующих круглых колец, пересекающихся по диаметру под углом  $\alpha$  друг к другу. С точностью до квадрата угла наклона  $\alpha^2$  включительно это выражение взаимной энергии колец равно

$$W_{mut} = W_0 + W_2 \cdot \alpha^2, \quad (2)$$

где

$$W_0 = -\frac{2Gm_1m_2}{\pi R_1} K(k),$$

$$W_2 = -\frac{Gm_1m_2}{2\pi R_1} \frac{K(k) - \frac{1+k^2}{1-k^2} E(k)}{1-k^2}, \quad k = \frac{R_2}{R_1} \leq 1. \quad (3)$$

Здесь  $R_1$  и  $R_2$  – радиусы колец, а  $K(k)$  и  $E(k)$  – полные эллиптические интегралы Лежандра первого и второго рода соответственно. Через  $W_{mut}$  легко найти момент сил  $M$  между кольцами

$$M = -\frac{\partial W_{mut}}{\partial \alpha} = \frac{GM_1M_2}{\pi R_1} \frac{K(k) - \frac{1+k^2}{1-k^2} E(k)}{1-k^2} \alpha. \quad (4)$$

Момент сил между кольцами пропорционален углу  $\alpha$  в первой степени, и этого достаточно при требуемой точности расчетов. Зная момент сил (4) и наделяя кольца соответствующим планетам угловым моментом, можно вычислить скорость прецессии узлов  $\dot{\Omega} \approx 25.6''/\text{год}$ . Результат применения метода показал его адекватность (метод Лагранжа дает  $\dot{\Omega} = 25.93''/\text{год}$  [7]) и позволил дать простое и наглядное объяснение явлению вековой прецессии плоскостей орбит планет-гигантов.

Развивая данную тему, в работе [8] авторы отказались от упрощающего предположения о круговых кольцах. Предполагая кольца Гаусса *компланарными* слабо сжатыми эллипсами, выражение для взаимной гравитационной энергии было найдено в квадратичном по эксцентриситетам  $e_1$  и  $e_2$  приближении

$$W_{mut} = -\frac{Gm_1m_2}{\pi a_1} [W_0 + W_1e_1 + W_2e_2 + W_{11}e_1^2 + W_{22}e_2^2 + W_{12}e_1e_2], \quad (5)$$

где использованы обозначения:

$$W_0 = 2K(n);$$

$$W_1 = W_2 = 0;$$

$$W_{11} = \frac{(1+n^2)E(n) - (1-n^2)K(n)}{2(1-n^2)^2}; \quad (6)$$

$$W_{22} = \frac{(1+n^2)E(n) - (1-n^2)K(n)}{2(1-n^2)^2};$$

$$W_{12} = \frac{(1-n^2)(2-n^2)K(n) - 2(1-n^2+n^4)E(n)}{n(1-n^2)^2} \cos \beta.$$

Здесь  $n = a_2/a_1 \leq 1$  есть отношение больших полуосей колец, а  $\beta$  – угол между линиями их апсид. Заметим, что в (5) и (6) от угла  $\beta$  зависит только коэффициент при смешанном члене  $W_{12}(n)$ .

Предлагаемая работа продолжает указанную тематику: в ней задача о взаимной потенциальной энергии двух гауссовых колец решается в более общей постановке, когда *оба кольца являются слабо эллиптическими и некопланарными друг другу*. Это позволяет применить новый метод для детального изучения вековой и долгопериодической эволюции орбит Юпитера и Сатурна в рамках двухпланетной задачи. В разделе 2 дана постановка задачи. В разделе 3 получено выражение для взаимной энергии колец Гаусса, имеющих малые эксцентриситеты и небольшой наклон плоскостей друг к другу; результат представлен в виде ряда с точностью до членов четвертого порядка малости включительно. В разделе 4 выражение для взаимной энергии используется для вывода системы пяти дифференциальных уравнений, описывающих вековую эволюцию колец Гаусса. Получено решение этих уравнений эволюции. В разделе 5 разработанный математический аппарат применяется для более тщательного, чем ранее, исследования двухпланетной задачи Солнце–Юпитер–Сатурн. В разделе 6 обсуждаются полученные результаты.

## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Даны два эллиптических кольца Гаусса с параметрами:

$$a_1, e_1, i_1, \omega_1, \Omega_1, \mu_1(v_1), m_1; \quad (7)$$

$$a_2, e_2, i_2, \omega_2, \Omega_2, \mu_2(v_2), m_2.$$

Здесь  $a_i, e_i$  – большая полуось и эксцентриситет  $i$ -го кольца,  $v_i$  – угол истинной аномалии на нем,  $(i_i, \omega_i, \Omega_i)$  – углы наклона, аргументы перигентра и восходящего узла;  $\mu_i(v_i)$  – распределение одно-

мерной плотности вдоль кольца,  $m_i$  – масса кольца. Вклад во взаимную энергию колец от двух элементарных точечных масс  $dm_1$  и  $dm_2$  равен

$$dW_{\text{mut}} = -\frac{Gdm_1dm_2}{r_{12}}, \quad (8)$$

где  $G$  – универсальная гравитационная постоянная;  $dm_1$  и  $dm_2$  – элементарные массы на участках колец, представленные формулой (1). Расстояние  $r_{12}$  между этими элементарными массами выражается следующим образом:

$$r_{12} = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2 \cos \varphi}, \quad (9)$$

$$r_1 = \frac{a_1(1 - e_1^2)}{1 + e_1 \cos v_1}; \quad r_2 = \frac{a_2(1 - e_2^2)}{1 + e_2 \cos v_2},$$

где  $\varphi$  – угол между  $r_1$  и  $r_2$ .

Выражение для взаимной энергии двух эллиптических колец Гаусса можно получить теперь методом двукратного усреднения по средним движениям исходного выражения (8):

$$W_{\text{mut}} = -G \int_{(m_1)} dm_1 \int_{(m_2)} \frac{dm_2}{r_{12}}. \quad (10)$$

Введем декартову вспомогательную систему координат  $O\xi\eta\zeta$ , в которой ось  $\eta$  направлена вдоль общей линии узлов колец Гаусса на восходящий узел, ось  $\zeta$  – вдоль вектора углового момента 1-го кольца, а плоскость  $O\xi\eta$  совпадает с плоскостью внешнего кольца под номером 1. В этой системе координат удобно находить взаимную энергию двух колец Гаусса, а также компоненты вектора  $\mathbf{M}$  момента действующих сил. Радиус-вектор точки на  $k$ -ом кольце Гаусса ( $k = 1, 2$ ) можно записать в виде  $\mathbf{r}_k = r_k \{\cos u_k, \sin u_k \cos i_k, \sin u_k \sin i_k\}$ . Обозначим угол взаимного наклона плоскостей колец через  $\Delta i = i_2 - i_1$  (хотя в системе  $O\xi\eta\zeta$  угол  $i_1 = 0$ , но для симметрии в формулах мы его формально сохраним), тогда косинус угла между этими радиус-векторами будет равен  $\cos \varphi = \cos u_1 \cos u_2 + \sin u_1 \sin u_2 \cos(\Delta i)$ , где  $u_k = v_k + \omega_k$ , а  $\omega_k$  – аргумент перицентра  $k$ -го кольца. С учетом закона распределения массы на каждом кольце (1), взаимную энергию (10) колец Гаусса можно представить двойным интегралом [5]

$$W_{\text{mut}} = -\frac{Gm_1m_2(1 - e_1^2)^{3/2}(1 - e_2^2)^{3/2}}{4\pi^2} \times \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{dv_1 dv_2}{r_{12} (1 + e_1 \cos v_1)^2 (1 + e_2 \cos v_2)^2}. \quad (11)$$

### 3. ВЗАИМНАЯ ЭНЕРГИЯ КОЛЕЦ. РАЗЛОЖЕНИЕ В РЯД

#### 3.1. Случай некомпланарных колец

Далее для преобразования (11) введем новые переменные интегрирования  $(\theta, u_2)$

$$v_1 = u_2 - \theta - \omega_1, \quad u_1 = u_2 - \theta, \quad v_2 = u_2 - \omega_2,$$

после чего интеграл (11) примет вид

$$W_{\text{mut}} = \frac{Gm_1m_2(1 - e_1^2)^{3/2}(1 - e_2^2)^{3/2}}{4\pi^2} \times \int_{\omega_2}^{2\pi + \omega_2} \left( \int_{u_2 - \omega_1}^{u_2 - \omega_1 - 2\pi} \frac{(1 + e_2 \cos(u_2 - \omega_2))^{-2} d\theta}{r_{12} (1 + e_1 \cos(u_2 - \omega_1 - \theta))^2} \right) du_2. \quad (11a)$$

Так как в силу периодичности подынтегральной функции пределы интегрирования в (11a) можно сместить (см. также [9]), в итоге приводим (11) к виду

$$W_{\text{mut}} = \frac{Gm_1m_2(1 - e_1^2)^{3/2}(1 - e_2^2)^{3/2}}{4\pi^2} \times \int_{\omega_2}^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{(1 + e_2 \cos(u_2 - \omega_2))^{-2} d\theta du_2}{r_{12} (1 + e_1 \cos(u_2 - \theta - \omega_1))^2}, \quad (12)$$

где входящие в выражение для  $r_{12}$  радиусы-векторы эллиптических орбит и косинус угла между ними равны

$$r_1 = \frac{a_1(1 - e_1^2)}{1 + e_1 \cos(u_2 - \theta - \omega_1)}; \quad (13)$$

$$r_2 = \frac{a_2(1 - e_2^2)}{1 + e_2 \cos(u_2 - \omega_2)},$$

$$\cos \varphi = \cos \theta - (1 - \cos(\Delta i)) \sin(u_2 - \theta) \sin u_2.$$

Полагая далее, что эксцентриситеты колец  $e_1, e_2$  и угол взаимного наклона  $\Delta i$  малы, разложим подынтегральное выражение в (12) по степеням указанных трех малых параметров в ряд Тейлора. Это разложение в ряд проведем до 4-й степени включительно. В итоге, после большого объема работы, (12) можно представить в виде

$$W_{\text{mut}} = -\frac{Gm_1m_2}{\pi a_1} \{W_{000} + W_{200}(e_1^2 + e_2^2 - \Delta i^2) + W_{110}e_1e_2 + W_{400}e_1^4 + W_{310}e_1^3e_2 + W_{220}e_1^2e_2^2 + W_{130}e_1e_2^3 + W_{040}e_2^4 + \Delta i^2[W_{202}e_1^2 + W_{022}e_2^2 + W_{112}e_1e_2] + W_{004}\Delta i^4\}. \quad (14)$$

Найдены все четырнадцать коэффициентов  $W_{klm}$ , которые входят в выражение взаимной энергии колец Гаусса (14):

$$W_{000} = \frac{2}{1+n} K(k); \quad (15)$$

$$W_{200} = W_{020} = -W_{002} = \frac{1}{4(1+n)} \left( \frac{1+n^2}{(1-n)^2} E(k) - K(k) \right); \quad (16)$$

$$W_{110} = -\frac{1}{n(1+n)} \times \left( \frac{1-n^2+n^4}{(1-n)^2} E(k) - (1+n^2)K(k) \right) \cos(\omega_2 - \omega_1); \quad (17)$$

$$W_{202} = \frac{1}{16(1+n)(1-n^2)^2} \times \left( \left( \frac{1-3n^2+23n^4+3n^6}{(1-n)^2} E(k) - (1-n^2+3n^4)K(k) \right) \times 2 \cos^2(\omega_1) - \left( \frac{1+21n^2+47n^4+3n^6}{(1-n)^2} E(k) - (1+5n^2+3n^4)K(k) \right) \right); \quad (18)$$

$$W_{022} = \frac{1}{16(1+n)(1-n^2)^2} \times \left( \left( \frac{3+23n^2-3n^4+n^6}{(1-n)^2} E(k) - (3-n^2+n^4)K(k) \right) \times 2 \cos^2(\omega_2) - \left( \frac{3+47n^2+21n^4+n^6}{(1-n)^2} E(k) - (3+5n^2+n^4)K(k) \right) \right); \quad (19)$$

$$W_{112} = -\frac{1}{16n(1+n)(1-n^2)^2} \times \left( \left( \frac{4-15n^2-25n^4-15n^6+4n^8}{(1-n)^2} E(k) - (4-11n^2+4n^4)(1+n^2)K(k) \right) \cos(\omega_1) \cos(\omega_2) + \left( \frac{4-21n^2-110n^4-21n^6+4n^8}{(1-n)^2} E(k) - (4-n^2)(1-4n^2)(1+n^2)K(k) \right) \sin(\omega_1) \sin(\omega_2) \right); \quad (20)$$

$$W_{004} = -\frac{1}{96(1+n)(1-n^2)^2} \times \left( \frac{1-37n^2-37n^4+n^6}{(1-n)^2} E(k) - (1-3n-n^2)(1+3n-n^2)K(k) \right); \quad (21)$$

$$W_{400} = \frac{1}{32(1+n)(1-n^2)^2} \times \left( \frac{3+23n^2-3n^4+n^6}{(1-n)^2} E(k) - (3-n^2+n^4)K(k) \right); \quad (22)$$

$$W_{040} = \frac{1}{32(1+n)(1-n^2)^2} \times \left( \frac{1-3n^2+23n^4+3n^6}{(1-n)^2} E(k) - (1-n^2+3n^4)K(k) \right); \quad (23)$$

$$W_{310} = -\frac{n}{16(1+n)(1-n^2)^2} \times \left( \frac{9+50n^2-15n^4+4n^6}{(1-n)^2} E(k) - (9-7n^2+4n^4)K(k) \right) \times \cos(\omega_2 - \omega_1); \quad (24)$$

$$W_{130} = -\frac{1}{16n(1+n)(1-n^2)^2} \times \left( \frac{4-15n^2+50n^4+9n^6}{(1-n)^2} E(k) - (4-7n^2+9n^4)K(k) \right) \times \cos(\omega_2 - \omega_1); \quad (25)$$

$$W_{220} = \frac{3}{16(1+n)(1-n^2)^2} \times \left( \left( \frac{(1+n^2)(1-2n-n^2)(1+2n-n^2)}{(1-n)^2} E(k) - (1-n-n^2)(1+n-n^2)K(k) \right) \times 2 \sin^2(\omega_2 - \omega_1) - \left( \frac{(1+n^2)(1-4n+n^2)(1+4n+n^2)}{(1-n)^2} E(k) - (1-5n^2+n^4)K(k) \right) \right). \quad (26)$$

Модуль полных эллиптических интегралов первого и второго рода, входящих в компоненты  $W_{klm}$ , симметричен относительно перестановки индексов у колец и равен

$$k = \frac{2\sqrt{a_1 a_2}}{a_1 + a_2} = \frac{2\sqrt{n}}{1+n} \leq 1, \quad n = \frac{a_2}{a_1} \leq 1. \quad (27)$$

Выражения всех коэффициентов  $W_{klm}$  из (15)–(26) были нами тщательно проверены.

Отметим, что формула для взаимной энергии (14), записанная в виде ряда по степеням малых эксцентриситетов и малого взаимного наклона колец Гаусса, не содержит членов *нечетных степеней по совокупности малых величин*. Проверено, что член пятого порядка тождественно равен ну-

лю, а шестого порядка не равен нулю, поэтому следующая поправка к выражению для взаимной энергии будет иметь сразу 6-й порядок малости.

3.2. Случай компланарных колец

В более простом случае, когда оба кольца расположены в одной плоскости, полагая в (14) угол взаимного наклона колец  $\Delta i = 0$  равным нулю, получим выражение взаимной энергии колец (с точностью до членов четвертого порядка малости) в виде:

$$W_{mut} = -\frac{Gm_1m_2}{\pi a_1} \{W_{000} + W_{200}(e_1^2 + e_2^2) + W_{110}e_1e_2 + W_{400}e_1^4 + W_{310}e_1^3e_2 + W_{220}e_1^2e_2^2 + W_{130}e_1e_2^3 + W_{040}e_2^4\}. \quad (28)$$

Кроме того, в квадратичном по эксцентриситетам  $e_1$  и  $e_2$  приближении формула (28) еще более упрощается

$$W_{mut} = -\frac{Gm_1m_2}{\pi a_1} \{W_{000} + W_{200}(e_1^2 + e_2^2) + W_{110}e_1e_2\}. \quad (29)$$

Для контроля заметим, что выражение (29) эквивалентно полученному ранее выражению (5). В этом можно убедиться, сделав в (29) преобразования Ландена [10] для эллиптических интегралов

$$\begin{aligned} K\left(\frac{2\sqrt{n}}{1+n}\right) &= (1+n)K(n); \\ E\left(\frac{2\sqrt{n}}{1+n}\right) &= \frac{2E(n) - (1-n^2)K(n)}{1+n}. \end{aligned} \quad (30)$$

Нетривиально также, что в общем *некомпланарном* случае взаимная энергия колец (14) зависит не только от разности углов  $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ , но и от каждого угла  $\omega_1$  и  $\omega_2$  в отдельности.

4. УРАВНЕНИЯ ЭВОЛЮЦИИ КОЛЕЦ ГАУССА

Под действием взаимных возмущений два гравитирующих кольца Гаусса не будут стационарными – они должны эволюционировать. Здесь нас интересует долгопериодическая и вековая эволюция эллиптических колец Гаусса (а значит, и соответствующих этим кольцам орбит).

4.1. Уравнения Лагранжа и уравнения для компонентов момента сил

Как известно, система уравнений Лагранжа для оскулирующих элементов имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{da}{dt} &= \frac{2}{n_0 a} \frac{\partial R}{\partial M}, \\ \frac{de}{dt} &= \frac{1-e^2}{en_0 a^2} \frac{\partial R}{\partial M} - \frac{\sqrt{1-e^2}}{en_0 a^2} \frac{\partial R}{\partial \omega}, \end{aligned}$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{\cos i}{n_0 a^2 \sqrt{1-e^2} \sin i} \frac{\partial R}{\partial \omega} - \frac{1}{n_0 a^2 \sqrt{1-e^2} \sin i} \frac{\partial R}{\partial \Omega}, \quad (31)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{\sqrt{1-e^2}}{en_0 a^2} \frac{\partial R}{\partial e} - \cos i \frac{d\Omega}{dt},$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{n_0 a^2 \sqrt{1-e^2} \sin i} \frac{\partial R}{\partial i}.$$

В (31) опущено уравнение для  $\dot{M}_0$ , так как в нашем случае возмущающая функция не содержит явно угол средней аномалии  $M_0$ . Поэтому

$$\frac{\partial R}{\partial M_0} = 0 \text{ и, как следствие,}$$

$$\frac{da}{dt} = 0. \quad (32)$$

В (32) получен первый важный результат: в ходе эволюции колец Гаусса их большие полуоси остаются неизменными.

Переходя далее к другой системе оскулирующих элементов ( $a, e, i, \varepsilon, \pi, \Omega$ ) и полагая  $\omega = \pi - \Omega$ ;

$\varepsilon = \pi + M$ , с учетом очевидного равенства  $\frac{\partial R}{\partial \varepsilon} = 0$ ,

третье из уравнений (31) можно записать в другом виде

$$\frac{di}{dt} = -\frac{1}{n_0 a^2 \sqrt{1-e^2}} \left( \frac{1}{\sin i} \frac{\partial R}{\partial \Omega} + \text{tg} \frac{i}{2} \frac{\partial R}{\partial \pi} \right). \quad (33)$$

**Замечание 1.** Вариант (33) для уравнения эволюции наклона используется далее для того, чтобы во втором уравнении в системе уравнений (42) в знаменателе исчез “опасный” член  $\Delta i$ .

4.2. Уравнения, описывающие компоненты момента сил

Для дальнейших преобразований уравнений Лагранжа (31) рассмотрим основное уравнение вращающихся тел [11]

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \mathbf{M}, \quad (34)$$

где  $\mathbf{L}$  – угловой момент тела,  $\mathbf{M}$  – момент внешних сил, действующих на него. В нашей задаче, во введенной в разделе 2 вспомогательной системе координат  $O\xi\eta\zeta$  векторное уравнение (34) в проекциях дает

$$L \frac{di}{dt} = M_\xi, \quad L \sin i \frac{d\Omega}{dt} = M_\eta, \quad \frac{dL}{dt} = M_\zeta. \quad (35)$$

С учетом известного выражения для углового момента тела на эллиптической орбите  $L = m\sqrt{\mu p}$ , где  $p = a(1-e^2)$ , формулы (35) при условии (32) примут вид:

$$\frac{di}{dt} = \frac{M_\xi}{L}, \quad \sin i \frac{d\Omega}{dt} = \frac{M_\eta}{L}, \quad -\frac{e}{1-e^2} \frac{de}{dt} = \frac{M_\zeta}{L}. \quad (36)$$

Принимая во внимание выражение для эволюции истинной аномалии  $v$ , выраженной только через оскулирующие элементы ([12], стр. 504)

$$-\left(\frac{dv}{dt}\right) = \frac{d\omega}{dt} + \cos i \frac{d\Omega}{dt}, \quad (37)$$

а также указанное выше условие независимости возмущающей функции от средней аномалии, из уравнений Лагранжа (31) получим следующую вспомогательную систему уравнений

$$\begin{aligned} \frac{M_\xi}{L} &= -\frac{1}{n_0 a^2 \sqrt{1-e^2}} \left( \frac{1}{\sin i} \frac{\partial R}{\partial \Omega} + \operatorname{tg} \frac{i}{2} \frac{\partial R}{\partial \pi} \right), \\ \frac{M_\eta}{L} &= \frac{1}{n_0 a^2 \sqrt{1-e^2}} \frac{\partial R}{\partial i}, \\ \frac{1-e^2}{e} \frac{M_\zeta}{L} &= \frac{\sqrt{1-e^2}}{e n_0 a^2} \frac{\partial R}{\partial \omega}, \\ -\left(\frac{dv}{dt}\right) &= \frac{\sqrt{1-e^2}}{e n_0 a^2} \frac{\partial R}{\partial e}. \end{aligned} \quad (38)$$

Заметим, что третье уравнение в (38) для компонента  $\frac{M_\eta}{L}$  эквивалентно полученному ранее в работе [2] моменту сил  $M = -\frac{\partial W_{\text{mut}}}{\partial \alpha}$ , см. выше формулу (4). Проведение такой аналогии важно для понимания физического смысла уравнений (38).

#### 4.3. Запись уравнений для оскулирующих элементов через компоненты момента сил

Теперь надо учесть, что при поворотах системы координат инвариантными остаются: модуль и направление углового момента  $\mathbf{L}$ , модуль и направление момента действующих сил  $\mathbf{M}$ , а также изменение истинной аномалии. Кроме того, не изменяется при этом и форма эллипса. Эти условия запишем в виде (штрихами отмечены величины в новой системе отсчета)

$$\begin{aligned} L' &= L, & M' &= M, & a' &= a, \\ e' &= e, & \frac{dv'}{dt} &= \frac{dv}{dt}. \end{aligned} \quad (39)$$

С учетом инвариантности величин (39) уравнения эволюции оскулирующих элементов в инерциальной системе отсчета можно представить в виде:

$$\begin{aligned} \frac{da}{dt} &= 0, & \frac{de}{dt} &= -\frac{1-e^2}{e} \frac{M_\zeta}{L}, \\ \frac{di'}{dt} &= \frac{M_\xi}{L}, & \frac{d\Omega'}{dt} &= \frac{1}{\sin i'} \frac{M_\eta}{L}, \\ \frac{d\omega'}{dt} &= -\left(\frac{dv'}{dt}\right) - \cos i' \frac{d\Omega'}{dt}. \end{aligned} \quad (40)$$

#### 4.4. Уравнения взаимной эволюции колец Гаусса

Рассмотрим вначале эволюцию 2-го кольца под действием 1-го. Исходим из того, что возмущающая функция связана с взаимной потенциальной энергией выражением

$$R = -\frac{W_{\text{mut}}}{m_2}. \quad (41)$$

Сама же функция  $W_{\text{mut}}$  была получена выше, см. формулу (14).

Подставляя (41) во вспомогательную систему уравнений (38), с учетом (14) после многих расчетов получим

$$\begin{aligned} \frac{1-e_2^2}{e_2} \frac{M_\xi^{(2)}}{L^{(2)}} &= \frac{Gm_1}{16\pi a_1^3 n_2 n^3 (1+n)(1-n^2)^2} \times \\ &\times \sum_{k+l+m=1}^3 e_{klm}^{(2)} e_1^k e_2^l \Delta i^m, \\ \frac{M_\xi^{(2)}}{L^{(2)}} &= -\frac{Gm_1 \Delta i}{8\pi a_1^3 n_2 n^3 (1+n)(1-n^2)^2} \sum_{k+l=2}^2 i_{kl}^{(2)} e_1^k e_2^l, \\ \frac{1}{\sin(\Delta i)} \frac{M_\eta^{(2)}}{L^{(2)}} &= -\frac{Gm_1}{8\pi a_1^3 n_2 n^3 (1+n)(1-n^2)^2} \times \\ &\times \sum_{k+l+m=0}^2 \Omega_{klm}^{(2)} e_1^k e_2^l \Delta i^m, \\ \left(\frac{dv_2}{dt}\right) &= \frac{Gm_1}{16\pi a_1^3 n_2 n^3 (1+n)(1-n^2)^2} \times \\ &\times \sum_{k+l+m=1}^3 \bar{v}_{klm}^{(2)} e_1^k e_2^{l-1} \Delta i^m. \end{aligned} \quad (42)$$

Здесь все индексы  $k, l, m$  – неотрицательные числа и, кроме того, под знаками суммы в (42) мы обозначили следующие коэффициенты:

$$\begin{aligned} e_{102}^{(2)} &= \left( \left( \frac{4-15n^2-26n^4-15n^6+4n^8}{(1-n)^2} E(k) - \right. \right. \\ &\left. \left. - (4-11n^2+4n^4)(1+n^2)K(k) \right) \cos \omega_1 \sin \omega_2 - \right. \\ &\left. - \left( \frac{4-21n^2-110n^4-21n^6+4n^8}{(1-n)^2} E(k) - \right. \right. \\ &\left. \left. - (4-n^2)(1-4n^2)(1+n^2)K(k) \right) \sin \omega_1 \cos \omega_2 \right); \end{aligned} \quad (43)$$

$$\begin{aligned} e_{012}^{(2)} &= -\left( \frac{3+23n^2-3n^4+n^6}{(1-n)^2} E(k) - \right. \\ &\left. - (3-n^2+n^4)K(k) \right) \times 4n \sin \omega_2 \cos \omega_2; \end{aligned} \quad (44)$$

$$e_{300}^{(2)} = \left( \frac{9 + 50n^2 - 15n^4 + 4n^6}{(1-n)^2} E(k) - \right. \quad (45)$$

$$\left. - (9 - 7n^2 + 4n^4)K(k) \right) n^2 \sin(\omega_2 - \omega_1);$$

$$e_{210}^{(2)} = \left( \frac{(1+n^2)(1-2n-n^2)(1+2n-n^2)}{(1-n)^2} E(k) - \right. \quad (46)$$

$$\left. - (1-n-n^2)(1+n-n^2)K(k) \right) \times$$

$$\times 12n \sin(\omega_2 - \omega_1) \cos(\omega_2 - \omega_1);$$

$$e_{120}^{(2)} = -\sin(\omega_2 - \omega_1) \times \quad (47)$$

$$\times \left( \frac{4 - 9n^2 - 18n^4 - 33n^6 + 8n^8}{(1-n)^2} E(k) - \right.$$

$$\left. - (4 - n^2 - 17n^4 + 8n^6)K(k) \right);$$

$$e_{100}^{(2)} = \left( \frac{1-n^2+n^4}{(1-n)^2} E(k) - (1+n^2)K(k) \right) \times \quad (48)$$

$$\times 16(1-n^2)^2 \sin(\omega_2 - \omega_1);$$

остальные коэффициенты  $e_{klm}^{(2)} = 0$ .

**Замечание 2.** В правых частях уравнений (42) присутствуют 22 коэффициента; в дополнение к шести коэффициентам (43–48), 16 других коэффициентов  $i_{kl}^{(2)}$ ,  $\bar{v}_{klm}^{(2)}$ ,  $\Omega_{klm}^{(2)}$  даны в Приложении Б.

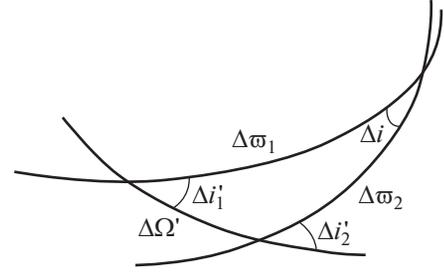
#### 4.5. Уравнения взаимной эволюции колец Гаусса в эклиптической системе отсчета

Теперь необходимо записать уравнения эволюции колец в основной, инерциальной системе отсчета. В качестве таковой естественно взять эклиптическую систему координат. Чтобы перейти в (40) от вспомогательной системы координат  $O\xi\eta\zeta$  к эклиптической  $O\xi'\eta'\zeta'$ , необходимо выполнить преобразования, связанные с вращением первой системы отсчета вокруг оси  $\zeta$  на угол  $\Delta\bar{\omega}_2$ , который может быть найден с помощью сферического треугольника, показанного на рис. 1 (соответствующие формулы см. в Приложении А).

Итак, используя вспомогательные формулы (A2), уравнения эволюции (40) запишем в виде

$$\frac{da_2}{dt} = 0,$$

$$\frac{de_2}{dt} = -\frac{1-e_2^2}{e_2} \frac{M_\xi^{(2)}}{L^{(2)}},$$



**Рис. 1.** Сферический треугольник в задаче о переходе к эклиптической системе координат. Здесь  $\Delta i$  – угол между кольцами Гаусса;  $\Delta\Omega' = \Omega_2' - \Omega_1'$  – разность долгот восходящих узлов колец Гаусса, отсчитываемая в некоторой плоскости (в нашем случае это плоскость эклиптики);  $i_1'$  и  $i_2'$  – наклонения, соответственно, первого и второго колец Гаусса к плоскости эклиптики;  $\Delta\bar{\omega}_i$  – угол между линией узлов  $i$ -го кольца, лежащей в плоскости эклиптики, и общей линией узлов двух колец.

$$\frac{di_2'}{dt} = \frac{M_\xi^{(2)}}{L^{(2)}} \cos(\Delta\bar{\omega}_2) - \frac{M_\eta^{(2)}}{L^{(2)}} \sin(\Delta\bar{\omega}_2), \quad (49)$$

$$\frac{d\Omega_2'}{dt} = \frac{1}{\sin i_2'} \left( \frac{M_\xi^{(2)}}{L^{(2)}} \sin(\Delta\bar{\omega}_2) + \frac{M_\eta^{(2)}}{L^{(2)}} \cos(\Delta\bar{\omega}_2) \right),$$

$$\frac{d\omega_2'}{dt} = -\left( \frac{dv_2}{dt} \right) - \cos i_2' \frac{d\Omega_2'}{dt}.$$

Подставляя в уравнения (49) величины (42) и делая замены

$$\omega_1 = \omega_2' - \Delta\bar{\omega}_1, \quad \omega_2 = \omega_2' - \Delta\bar{\omega}_2,$$

$$\Delta i = \arccos(\cos i_1' \cos i_2' + \sin i_1' \sin i_2' \cos \Delta\Omega') \equiv \quad (50)$$

$$\equiv \Delta i(i_1', i_2', \Delta\Omega'),$$

получаем систему дифференциальных уравнений эволюции для оскулирующих элементов 2-го кольца под действием 1-го:

$$\frac{da_2}{dt} = 0,$$

$$\frac{de_2}{dt} = -\frac{Gm_1}{16\pi a_1^3 n_2 n^3 (1+n)(1-n^2)^2} \times$$

$$\times \sum_{k+l+m=1}^3 e_{klm}^{(2)} \Big|_{\substack{\omega_1=\omega_1'-\Delta\bar{\omega}_1 \\ \omega_2=\omega_2'-\Delta\bar{\omega}_2}} e_1^k e_2^l \Delta i^m(i_1', i_2', \Delta\Omega'),$$

$$\frac{di_2'}{dt} = -\frac{Gm_1 \Delta i(i_1', i_2', \Delta\Omega')}{8\pi a_1^3 n_2 n^3 (1+n)(1-n^2)^2} \times$$

$$\begin{aligned}
 & \times \sum_{k+l=2}^2 i_{kl}^{(2)} \Big|_{\substack{\omega_1=\omega_1'-\Delta\bar{\omega}_1 \\ \omega_2=\omega_2'-\Delta\bar{\omega}_2}} e_1^k e_2^l \cos(\Delta\bar{\omega}_2) + \\
 & + \sin(\Delta\bar{\omega}_2) \frac{Gm_1}{8\pi a_1^3 n_2 n^3 (1+n)(1-n^2)^2} \times \\
 & \times \sum_{k+l+m=0}^2 \Omega_{klm}^{(2)} \Big|_{\substack{\omega_1=\omega_1'-\Delta\bar{\omega}_1 \\ \omega_2=\omega_2'-\Delta\bar{\omega}_2}} e_1^k e_2^l \Delta i^{m+1}(i_1', i_2', \Delta\Omega'), \quad (51) \\
 \\
 & \frac{d\Omega_2'}{dt} = - \frac{Gm_1 \Delta i(i_1', i_2', \Delta\Omega')}{8\pi a_1^3 n_2 n^3 (1+n)(1-n^2)^2 \sin i_2'} \times \\
 & \times \sum_{k+l=2}^2 i_{kl}^{(2)} \Big|_{\substack{\omega_1=\omega_1'-\Delta\bar{\omega}_1 \\ \omega_2=\omega_2'-\Delta\bar{\omega}_2}} e_1^k e_2^l \sin(\Delta\bar{\omega}_2) - \\
 & - \cos(\Delta\bar{\omega}_2) \frac{Gm_1}{8\pi a_1^3 n_2 n^3 (1+n)(1-n^2)^2 \sin i_2'} \\
 & \times \sum_{k+l+m=0}^2 \Omega_{klm}^{(2)} \Big|_{\substack{\omega_1=\omega_1'-\Delta\bar{\omega}_1 \\ \omega_2=\omega_2'-\Delta\bar{\omega}_2}} e_1^k e_2^l \Delta i^{m+1}(i_1', i_2', \Delta\Omega'), \\
 \\
 & \frac{d\omega_2'}{dt} = -\cos i_2' \frac{d\Omega_2'}{dt} - \frac{Gm_1}{16\pi a_1^3 n_2 n^3 (1+n)(1-n^2)^2} \times \\
 & \times \sum_{k+l+m=1}^3 \bar{V}_{klm}^{(2)} \Big|_{\substack{\omega_1=\omega_1'-\Delta\bar{\omega}_1 \\ \omega_2=\omega_2'-\Delta\bar{\omega}_2}} e_1^k e_2^{l-1} \Delta i^m(i_1', i_2', \Delta\Omega').
 \end{aligned}$$

**Замечание 3.** Уравнения (51) записаны в инерциальной (эклиптической) системе отсчета. Интересно, что в ней взаимный наклон колец  $\Delta i' = i_2' - i_1'$ , вообще говоря, уже не равен (см. вторую формулу в (50)) разности наклонов во вспомогательной системе отсчета, то есть  $i_2' - i_1' \neq i_2 - i_1$ .

**Замечание 4.** Чтобы получить уравнения эволюции первого кольца под действием второго, нужно сделать перестановку индексов в уравнениях (51).

### 5. ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ВЗАИМНОЙ ЭНЕРГИИ К РЕШЕНИЮ ДВУПЛАНЕТНОЙ ЗАДАЧИ СОЛНЦЕ–ЮПИТЕР–САТУРН

Как известно, в небесной механике для изучения вековых и долгопериодических возмущений обычно применяется аналитический метод Лагранжа, основанный на разложении возмущающей функции в ряд по малым значениям эксцентриситетов и углов наклона орбит. Ранее этим методом Лаплас доказал замечательную теорему об устойчивости (в первом приближении) Сол-

нечной системы. Численными расчетами было установлено, что в эволюции орбит планет и их спутников важную роль играют резонансы. Неожиданные эволюционные закономерности были открыты для орбит планет-гигантов. Оказалось, что на больших масштабах времени противоположные узлы орбит Юпитера и Сатурна на плоскости Лапласа совпадают и движутся вековым образом. Направление этого движения узлов попятное и скорость равна  $\dot{\Omega} \approx 25.93''/\text{год}$  (Стокуэлл, в книге [7]). Характерным является *синхронное* движение узлов и периодические колебания *в противофазе* эксцентриситетов и наклонов орбит Юпитера и Сатурна. Согласно [13], период изменения взаимного наклона орбит равен  $T \approx 51\,000$  лет, а эксцентриситетов  $T \approx 70\,000$  лет.

В целом метод Лагранжа является весьма объемистым и трудоемким, о чем можно судить, например, по монографии ([13], раздел 7.3). Поэтому полученные ранее результаты по эволюции орбит Юпитера и Сатурна важно проверить другим методом, основанным на применении взаимной энергии колец Гаусса. Проблема сводится к изучению эволюции оскулирующих элементов колец под действием их взаимного гравитационного возмущения.

Расчеты по полученным выше формулам (51) дали следующие результаты (штрихи теперь опущены). На рис. 2 показана долгопериодическая зависимость от времени эксцентриситетов колец Юпитера и Сатурна.

Мы нашли, что период и амплитуды этих долгопериодических колебаний эксцентриситетов имеют следующие значения:

$$\begin{aligned}
 T_e &= 69.0 \times 10^3 \text{ лет}, \\
 A_{e_1} &= 0.0311, \quad A_{e_2} = 0.0706.
 \end{aligned} \quad (52)$$

Углы наклона колец к эклиптике также имеют долгопериодические колебания, см. рис. 3а. Период и амплитуды этих колебаний равны:

$$\begin{aligned}
 T_i &= 49.9 \times 10^3 \text{ лет}, \\
 A_{i_1} &= 0.725^\circ, \quad A_{i_2} = 1.788^\circ.
 \end{aligned} \quad (53)$$

Интересно, что взаимный наклон колец в эклиптической системе отсчета имеет биения, которые показаны на рис. 3б. Период биений равен  $T \approx 68.1 \times 10^3$  лет.

Эволюция углов направления линий апсид у колец также имеет сложный характер (рис. 4а). Установлено, что эволюция перицентров характеризуется не только долгопериодическими колебаниями для долгот перицентров с периодом

$$T_{\bar{\omega}} = 69.0 \times 10^3 \text{ лет}, \quad (54)$$

но имеет также вековое вращение, причем периоды полного поворота линий апсид на  $360^\circ$  для

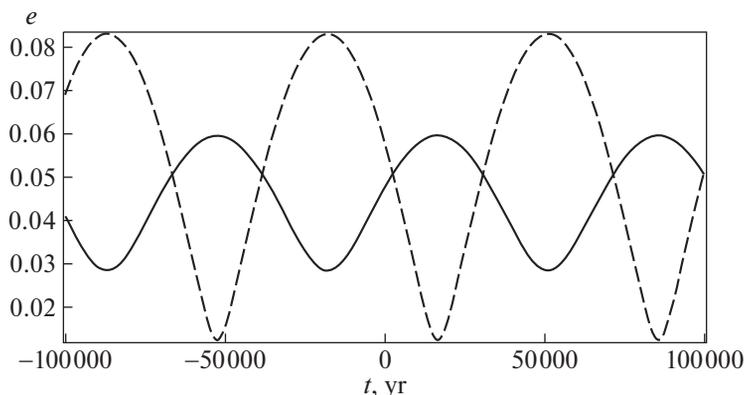


Рис. 2. Зависимость от времени эксцентриситета кольца Юпитера (сплошная линия) и Сатурна (штрихи), представляющие долгопериодическую эволюцию орбит планет под действием взаимного возмущения.

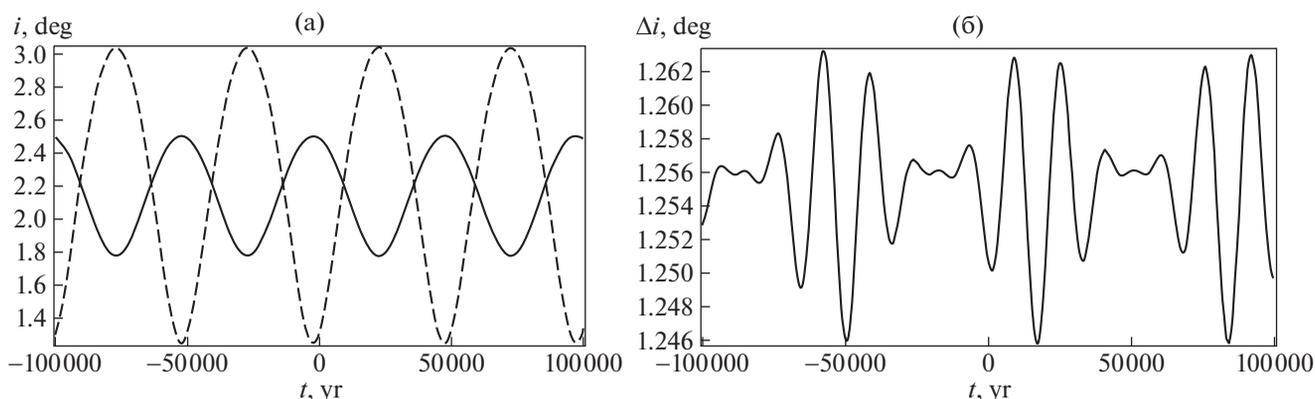


Рис. 3. а). Зависимость от времени наклона (к эклиптике) кольца Юпитера (сплошная линия) и Сатурна (штрихи); б) биения угла наклона между кольцами Гаусса планет-гигантов.

Юпитера и Сатурна сильно различаются и соответственно равны

$$T_{\varpi_1}^{\text{sec}} = 37.2 \times 10^4 \text{ лет}, \quad T_{\varpi_2}^{\text{sec}} = 58.2 \times 10^3 \text{ лет}. \quad (55)$$

На рис. 4б показан график для разности углов  $\Delta\varpi = \varpi_2 - \varpi_1$ . Период этого вращения равен  $T_{\Delta\varpi} = 69.0 \times 10^3$  лет.

Вычитая из  $\varpi$  и  $\Delta\varpi$  соответствующие вековые компоненты эволюции, вместо рис. 4а, б мы получим графики, показанные на рис. 4в, г. В сущности, график на рис. 4г представляет собой разность двух кривых, данных на рис. 4в.

В двухпланетной задаче важно также найти прецессионное движение самих плоскостей двух колец. На рис. 5а, б это прецессионное движение колец представлено эволюцией долготы восходящего узла. Важно подчеркнуть, что указанная прецессия имеет не вековой характер, а описывается долгопериодическими поворотными колебаниями.

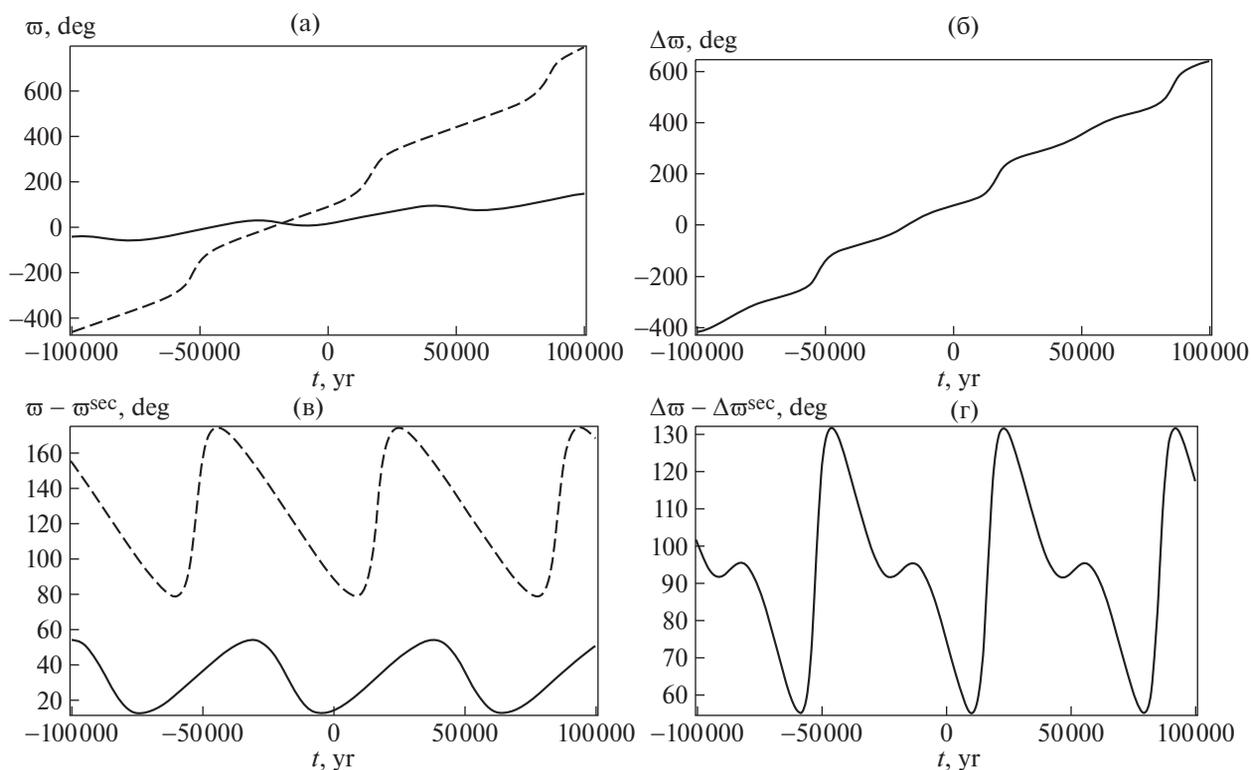
Особенно наглядно периодичность прецессионного движения орбит Юпитера и Сатурна показана на рис. 5б. Период и амплитуды колебаний долгот восходящих узлов и их разности соответственно равны:

$$\begin{aligned} T_{\Omega} &= 49.9 \times 10^3 \text{ лет}, & T_{\Delta\Omega} &= 49.9 \times 10^3 \text{ лет}; \\ A_{\Omega_1} &= 19.5^\circ, & A_{\Omega_2} &= 49.5^\circ, & A_{\Delta\Omega} &= 66.7^\circ. \end{aligned} \quad (56)$$

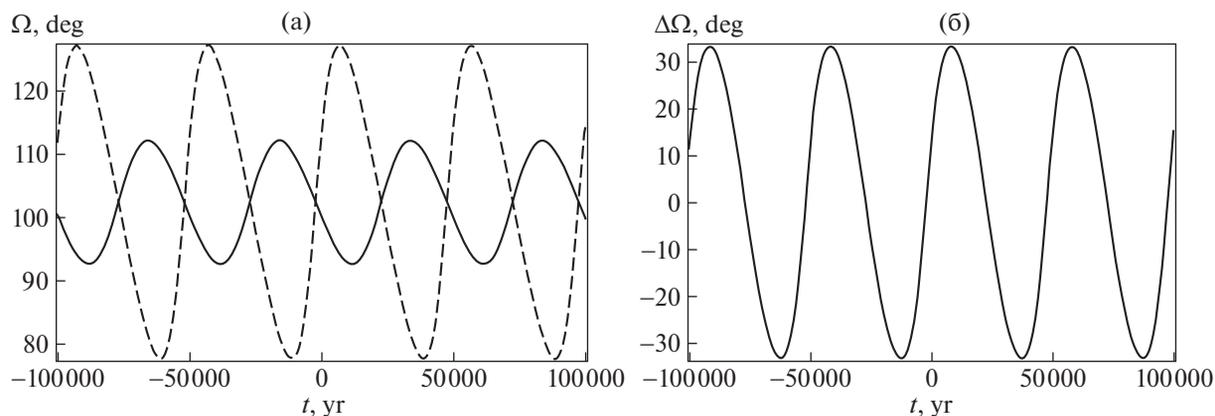
Обратим внимание, что узлы в эклиптике у колец Юпитера и Сатурна не находятся строго в противофазе, как это имело бы место для узлов колец в плоскости Лапласа.

## 6. ОБСУЖДЕНИЕ И РЕЗУЛЬТАТЫ

В статье развит новый метод для изучения долгопериодических и вековых возмущений в динамической системе, которую можно моделировать двумя гравитирующими кольцами Гаусса. Установлено, что вместо усреднения полученного очень сложным образом выражения для возмущающей функции Лагранжа, проще и эффектив-



**Рис. 4.** а) зависимость долготы перигелия для орбиты Юпитера (сплошная линия) и Сатурна (штрихи); б) зависимость от времени угла  $\Delta\varpi = \varpi_2 - \varpi_1$ , в) зависимость от времени угла  $\varpi$  (за вычетом векового компонента эволюции) для Юпитера (сплошная линия) и Сатурна (штрихи); г) зависимость  $\Delta\varpi$  (также за вычетом векового компонента эволюции).



**Рис. 5.** а) Зависимость изменения долготы восходящего узла для Юпитера (сплошная линия) и Сатурна (штрихи), представляющие вековую прецессию плоскостей орбит планет-гигантов под действием взаимного возмущения; б) разность долгот узлов орбиты Юпитера и Сатурна как функция времени.

нее сразу вычислить взаимную энергию двух колец Гаусса.

Основное внимание в работе уделяется задаче, где два кольца Гаусса имеют малые эксцентриситеты, небольшой угол взаимного наклона и произвольный угол между линиями апсид. При этих

предположениях получено выражение для взаимной энергии колец  $W_{вз}$  в виде ряда с точностью до членов 4-го порядка малости включительно. Найдены и тщательно проверены все четырнадцать сложных коэффициентов, которые входят в выражение (14) для взаимной энергии двух колец

Гаусса. Установлено, что выражение для взаимной энергии, записанное в виде ряда по степеням малых эксцентриситетов и малого взаимного наклона колец Гаусса, не содержит членов нечетных степеней *по совокупности малых величин*. Проверено, что член пятого порядка тождественно равен нулю, а шестого порядка не равен нулю, поэтому следующая поправка к выражению для взаимной энергии будет иметь сразу 6-й порядок малости.

Важным элементом в проведенных расчетах является учет того, что взаимная энергия инвариантна к преобразованиям переноса и повороту системы отсчета, поэтому можно выбрать систему отсчета для изучения вековых возмущений наиболее удобным образом. Именно так мы и поступили в разделе 2 с выбором вспомогательной системы координат  $O\xi\eta\zeta$ . В этой системе координат удобно находить взаимную энергию двух колец Гаусса, а значит, и вектор момента действующих сил. Но для практических приложений важным является переход к инерциальной системе координат  $O\xi'\eta'\zeta'$ , связанной с плоскостью эклиптики.

Выражение взаимной энергии  $W_{\text{mut}}$  двух колец используется для вывода и решения системы пяти дифференциальных уравнений, описывающих их эволюцию. Решение уравнений эволюции также получено в виде степенных рядов.

Сравнение наших результатов с полученными традиционным методом разложения возмущающей функции Лагранжа на примере известной двупланетной задачи Солнце–Юпитер–Сатурн показало адекватность нового подхода. Более того, наши результаты в решении этой задачи дополняют и уточняют результаты других авторов. Дело в том, что, как уже говорилось, выражения для возмущающих функций получены у нас до членов 4-й степени малых величин, а в книге [13] только до членов 2-й степени малости. Кроме того, разработанный здесь принципиально новый метод получения возмущающей функции позволяет сразу изучать вековые и долгопериодические возмущения элементов орбит.

Новый метод позволил выявить неизвестные ранее особенности движений в двупланетной задаче. В частности, показано, что прецессионное движение плоскостей двух орбит описывается долгопериодическими поворотными колебаниями с периодом  $T_{\Omega} = 49.9 \times 10^3$  лет, причем амплитуды колебаний долгот восходящих узлов у обоих планет заметно различаются  $A_{\Omega_1} = 19.5^\circ$ ,  $A_{\Omega_2} = 49.5^\circ$ . Отметим, что узлы в эклиптике у колец Юпитера и Сатурна не находятся строго в противофазе, как это имело бы место для узлов колец в плоскости Лапласа.

Отметим, наконец, что выражение возмущающей функции через взаимную гравитационную энергию может применяться не только к планетной задаче, где все наклонения должны быть малыми, но и к задаче с недавно обнаруженными у малых небесных тел кольцами уже не планетного типа [14–16].

## ПРИЛОЖЕНИЕ А

Из сферического треугольника на рис. 1 получаем формулы

$$\begin{aligned} \sin(\Delta\bar{\omega}_1) &= \frac{\sin i'_2 \sin(\Delta\Omega')}{\sin(\Delta i)}, \\ \cos(\Delta\bar{\omega}_1) &= \\ &= \frac{-\sin i'_1 \cos i'_2 + \cos i'_1 \sin i'_2 \cos(\Delta\Omega')}{\sin(\Delta i)} \quad (A1) \\ \sin(\Delta\bar{\omega}_2) &= \frac{\sin i'_1 \sin(\Delta\Omega')}{\sin(\Delta i)}, \\ \cos(\Delta\bar{\omega}_2) &= \\ &= \frac{\sin i'_2 \cos i'_1 - \cos i'_2 \sin i'_1 \cos(\Delta\Omega')}{\sin(\Delta i)}. \end{aligned}$$

Тогда компоненты вектора момента сил (деленные на модуль углового момента 2-го кольца), действующего со стороны 1-го кольца на 2-е, преобразуются так

$$\begin{aligned} \frac{M_{\xi}^{(2)}}{L^{(2)}} &= \frac{M_{\xi}^{(2)}}{L^{(2)}} \cos(\Delta\bar{\omega}_2) - \frac{M_{\eta}^{(2)}}{L^{(2)}} \sin(\Delta\bar{\omega}_2), \\ \frac{M_{\eta}^{(2)}}{L^{(2)}} &= \frac{M_{\xi}^{(2)}}{L^{(2)}} \sin(\Delta\bar{\omega}_2) + \frac{M_{\eta}^{(2)}}{L^{(2)}} \cos(\Delta\bar{\omega}_2), \quad (A2) \\ \frac{M_{\zeta}^{(2)}}{L^{(2)}} &= \frac{M_{\zeta}^{(2)}}{L^{(2)}}. \end{aligned}$$

## ПРИЛОЖЕНИЕ Б

### КОЭФФИЦИЕНТЫ $i_{kl}^{(2)}$ , $\bar{v}_{klm}^{(2)}$ , $\Omega_{klm}^{(2)}$ В ПРАВЫХ ЧАСТЯХ УРАВНЕНИЙ (39)

Приводим точные выражения для оставшихся шестнадцати коэффициентов:

$$i_{20}^{(2)} = \left( \frac{1 - 3n^2 + 23n^4 + 3n^6}{(1-n)^2} E(k) - (1-n^2 + 3n^4)K(k) \right) \times \\ \times 2n \sin(\omega_1) \cos(\omega_1); \quad (B1)$$

$$i_{02}^{(2)} = \left( \frac{3 + 23n^2 - 3n^4 + n^6}{(1-n)^2} E(k) - (3-n^2 + n^4)K(k) \right) \times \\ \times 2n \sin(\omega_2) \cos(\omega_2); \quad (B2)$$

$$i_{11}^{(2)} = \left( \left( \frac{4 - 15n^2 - 26n^4 - 15n^6 + 4n^8}{(1-n)^2} E(k) - (4 - 11n^2 + 4n^4)(1+n^2)K(k) \right) \cos(\omega_1) \sin(\omega_2) - \left( \frac{4 - 9n^2 + 58n^4 - 9n^6 + 4n^8}{(1-n)^2} E(k) - (4 - 5n^2 + 4n^4)(1+n^2)K(k) \right) \sin(\omega_1) \cos(\omega_2) \right); \quad (B3)$$

$$\bar{v}_{102}^{(2)} = \left( \frac{4 - 15n^2 - 26n^4 - 15n^6 + 4n^8}{(1-n)^2} E(k) - (4 - 11n^2 + 4n^4)(1+n^2)K(k) \right) \times \cos(\omega_1) \cos(\omega_2) + \sin(\omega_1) \sin(\omega_2) \times \left( \frac{4 - 21n^2 - 110n^4 - 21n^6 + 4n^8}{(1-n)^2} E(k) - (4 - n^2)(1 - 4n^2)(1+n^2)K(k) \right); \quad (B4)$$

$$\bar{v}_{012}^{(2)} = 2n \left( \frac{3 + 47n^2 + 21n^4 + n^6}{(1-n)^2} E(k) - (3 + 5n^2 + n^4)K(k) \right) - \left( \frac{3 + 23n^2 - 3n^4 + n^6}{(1-n)^2} E(k) - (3 - n^2 + n^4)K(k) \right) \times 4n \cos^2(\omega_2); \quad (B5)$$

$$\bar{v}_{300}^{(2)} = \left( \frac{9 + 50n^2 - 15n^4 + 4n^6}{(1-n)^2} E(k) - (9 - 7n^2 + 4n^4)K(k) \right) n^2 \cos(\omega_2 - \omega_1); \quad (B6)$$

$$\bar{v}_{210}^{(2)} = 6n \left( \frac{(1+n^2)(1-4n+n^2)(1+4n+n^2)}{(1-n)^2} E(k) - (1 - 5n^2 + n^4)K(k) \right) - \left( \frac{(1+n^2)(1-2n-n^2)(1+2n-n^2)}{(1-n)^2} E(k) - (1-n-n^2)(1+n-n^2)K(k) \right) \times 12n \sin^2(\omega_2 - \omega_1); \quad (B7)$$

$$\bar{v}_{120}^{(2)} = \left( \frac{4 - 21n^2 + 118n^4 + 51n^6 - 8n^8}{(1-n)^2} E(k) - (1 - 3n^2 + 8n^4)(4 - n^2)K(k) \right) \cos(\omega_2 - \omega_1); \quad (B8)$$

$$\bar{v}_{100}^{(2)} = \left( \frac{1 - n^2 + n^4}{(1-n)^2} E(k) - (1+n^2)K(k) \right) \times 16(1-n^2)^2 \cos(\omega_2 - \omega_1); \quad (B9)$$

$$\bar{v}_{030}^{(2)} = \left( \frac{1 + n^2 - 25n^4 - n^6}{(1-n)^2} E(k) - (1 - 3n^2 - n^4)K(k) \right) \times 2n; \quad (B10)$$

$$\bar{v}_{010}^{(2)} = - \left( \frac{1 + n^2}{(1-n)^2} E(k) - K(k) \right) \times 8n(1-n^2)^2; \quad (B11)$$

другие коэффициенты  $\bar{v}_{klm}^{(2)} = 0$ ;

$$\Omega_{002}^{(2)} = \left( \frac{(1+n^2)(1-4n+n^2)(1+4n+n^2)}{(1-n)^2} E(k) - (1 - 5n^2 + n^4)K(k) \right) n; \quad (B12)$$

$$\Omega_{200}^{(2)} = \left( \frac{1 + 21n^2 + 47n^4 + 3n^6}{(1-n)^2} E(k) - (1 + 5n^2 + 3n^4)K(k) \right) n - \left( \frac{1 - 3n^2 + 23n^4 + 3n^6}{(1-n)^2} E(k) - (1 - n^2 + 3n^4)K(k) \right) \times 2n \cos^2(\omega_1); \quad (B13)$$

$$\Omega_{110}^{(2)} = \left( \frac{4 - 15n^2 - 26n^4 - 15n^6 + 4n^8}{(1-n)^2} E(k) - (4 - 11n^2 + 4n^4)(1+n^2)K(k) \right) \cos(\omega_1) \cos(\omega_2) + \left( \frac{4 - 21n^2 - 110n^4 - 21n^6 + 4n^8}{(1-n)^2} E(k) - (4 - n^2)(1 - 4n^2)(1+n^2)K(k) \right) \sin(\omega_1) \sin(\omega_2); \quad (B14)$$

$$\Omega_{020}^{(2)} = \left( \frac{5 + 45n^2 + 19n^4 + 3n^6}{(1-n)^2} E(k) - (5 + n^2 + 3n^4)K(k) \right) n - \left( \frac{3 + 23n^2 - 3n^4 + n^6}{(1-n)^2} E(k) - (3 - n^2 + n^4)K(k) \right) \times 2n \cos^2(\omega_2); \quad (\text{B15})$$

$$\Omega_{000}^{(2)} = \left( \frac{1 + n^2}{(1-n)^2} E(k) - K(k) \right) \times 4n(1-n^2)^2; \quad (\text{B16})$$

другие коэффициенты  $\Omega_{klm}^{(2)} = 0$ .

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Г. Н. Дубошин, *Небесная механика. Основные задачи и методы* (М.: Наука, 1975).
2. В. Р. Кондратьев, *Solar Sys. Res.* **46**, 352 (2012).
3. В. А. Антонов, И. И. Никифоров, К. В. Холшевников, *Элементы теории гравитационного потенциала и некоторые случаи его явного выражения* (Изд-во СПбГУ, 2008).
4. М. А. *Vashkov'yak* and S. N. *Vashkov'yak*, *Solar Sys. Res.* **46**, 69 (2012).
5. Б. П. Кондратьев, *Теория потенциала. Новые методы и задачи с решениями* (М.: Мир, 2007).
6. В. Р. *Kondratyev*, *Solar Sys. Res.* **48**, 396 (2014).
7. К. Шарлье, *Небесная механика* (М.: Наука, 1966).
8. В. Р. *Kondratyev* and V. S. *Kornoukhov*, *Technical Physics* **64**, 1395 (2019).
9. В. Р. *Kondratyev*, *Technical Physics* **61**, 1097 (2016).
10. М. *Абрамович* *Справочник по специальным функциям* (М.: Наука, 1979).
11. А. Г. *Вебстер*, *Механика материальных точек, твердых, упругих и жидких тел* (ГТТИ, Л.-М., 1933).
12. М. Ф. *Субботин* *Введение в теоретическую астрономию* (М.: Наука, 1968).
13. К. *Мюррей*, С. *Дермотт*, *Динамика Солнечной системы* (М.: Физматлит, 2009).
14. F. *Braga-Ribas*, B. *Sicardy*, J. L. *Ortiz*, et al., *Nature* **508**, 72 (2014).
15. J. L. *Ortiz*, P. *Santos-Sanz*, B. *Sicardy*, et al., *Nature* **550**, 219 (2017).
16. P. *Goldreich* and S. *Tremaine*, *Annu. Rev. Astron. and Astrophys.* **20**, 249 (1982).

УДК 521.9

## РЕЛЯТИВИСТСКИЕ РЕДУКЦИИ В ВЫСОКОТОЧНЫХ ИЗМЕРЕНИЯХ ГЛОБАЛЬНОГО ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ С ПОМОЩЬЮ МУЛЬТИПАРНОЙ КОСМИЧЕСКОЙ ГРУППИРОВКИ

© 2020 г. В. К. Милуков<sup>1,\*</sup>, И. Ю. Власов<sup>1,\*\*</sup>, М. В. Сажин<sup>1,\*\*\*</sup>,  
О. С. Сажина<sup>1,\*\*\*\*</sup>, В. Н. Семенцов<sup>1,\*\*\*\*\*</sup>

<sup>1</sup>Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,  
Государственный астрономический институт им. П.К. Штернберга, Москва, Россия

\* E-mail: vmilyukov@yandex.ru

\*\* E-mail: i.vlasov78@mail.ru

\*\*\* E-mail: sazhinm@gmail.com

\*\*\*\* E-mail: cosmologia@yandex.ru

\*\*\*\*\* E-mail: valera@sai.msu.ru

Поступила в редакцию 24.12.2019 г.

После доработки 24.01.2020 г.

Принята к публикации 24.01.2020 г.

В статье разработана теория релятивистских редукиций для решения перспективных задач космической гравиметрии с целевой точностью до 1 пикометра.

DOI: 10.31857/S0004629920060043

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Создание детальной модели гравитационного поля Земли с высокими пространственным и временным разрешениями, модели, которая может в будущем обеспечить в том числе навигацию по гравитационному полю, предполагает трехуровневую реализацию: глобальный, региональный и локальный уровни. Первый уровень картирования гравитационного поля Земли реализуется с помощью космических аппаратов (КА) на околоземной орбите.

Историю космической гравиметрии и градиентометрии следует начать уже со второго искусственного спутника Земли (ИСЗ), который был запущен в 1957 г. [1]. Высокоточные наблюдения его орбиты по регрессии долготы восходящего узла в течение трех месяцев позволили получить величину динамического сжатия Земли на порядок точнее, чем за 300 лет высокоточных триангуляционных наблюдений. В последние два десятка лет последовало бурное развитие методов космической гравиметрии и градиентометрии. Особенным успехом завершились космические миссии CHAMP [2], GRACE [3], GOCE [4], а также GRAIL [5]. В обзорных статьях эти космические миссии уже детально описаны (см., напр., [6]).

Современная космическая группировка спутников (далее просто космическая группировка), предназначенная для картирования глобального

гравитационного поля Земли и создания моделей высокого разрешения, состоит из двух спутников-близнецов, которые расположены на геоцентрической круговой орбите с первоначальной высотой порядка 400–450 км. На более низких орбитах КА подвержены сильному тормозному воздействию атмосферы, на более высоких орбитах теряется чувствительность к амplitудам гармоник гравитационного поля Земли. Основная измеряемая величина в космической группировке – это межспутниковое расстояние. Необходимую точность его измерения обеспечивает лазерная система активного типа (ЛИС). Требуемая точность измерения межспутниковых расстояний на уровне 30 нм/Гц<sup>1/2</sup> приводит к требованию точности наведения порядка 1''–3''. Указанная величина точности соответствует уровню современных серийно выпускаемых звездных датчиков.

При движении КА на низких (400 км и ниже) геоцентрических орбитах необходимы компенсация негравитационных сил, действующих на КА, и контроль высоты. Автоматическая компенсация негравитационных ускорений (компенсация “сноса”) КА во время его движения по орбите приводит к значительным улучшениям траектории движения КА, приближая ее к так называемой “геодезической траектории”. В этой связи в будущих гравитационных миссиях система “ком-

пенсации сноса” будет обязательной частью состава служебных систем. В продолжение миссии GRACE 22 мая 2018 г. состоялся запуск двух спутников-близнецов GRACE Follow On (GRACE FO) [7]. Основная цель данной миссии — это обеспечение поступления данных для ежемесячных глобальных моделей гравитационного поля Земли высокого разрешения, начатых в миссии GRACE, т.е. мониторинг медленных временных вариаций гравитационного поля Земли. Два спутника GRACE FO находятся на той же орбите высотой 490 км (период обращения 90 мин) на расстоянии порядка 220 км друг от друга и используют ту же систему микроволновой связи  $K$ -диапазона, что и GRACE. Следовательно, ожидается тот же микронный уровень точности измерения межспутникового расстояния. Важно отметить принципиальный момент: спутники дополнительно оснащены лазерной интерферометрической системой, которая позволит поднять точность измерений на нанометровый уровень. Ожидаемая среднеквадратическая ошибка лазерных измерений 80 нм/Гц<sup>1/2</sup> в диапазоне частот 0.2–100 мГц.

Лазерная интерферометрическая система была создана коллаборацией двух организаций: JPL NASA (США) и Max Planck Institute for Gravitational Physics (Германия). Лазерная система была включена спустя три недели после запуска, и “первый свет” был получен практически с первой попытки. ЛИС приступила к выполнению научной фазы программы. Первые данные обработки лазерных измерений показали беспрецедентную точность: 100 пм/Гц<sup>1/2</sup> (пм — пикометр) на частоте порядка 1 мГц, а также хорошее согласие с данными основной измерительной системы микроволнового диапазона.

12 июня 2019 г. были опубликованы результаты анализа данных GRACE FO, так называемый продукт 2-го уровня. Этот первый выпуск продукта включает в себя девять ежемесячных моделей гравитационного поля Земли, построенных в трех центрах обработки данных (JPL, GFZ, CSR), а также соответствующие фоновые модели атмосферы и океана, охватывающие период с июня 2018 г. по апрель 2019 г. Последующие продукты 2-го уровня доступны на ежемесячной основе, начиная с июля 2019 г. В октябре 2019 г. состоялось рабочее совещание научных групп GRACE FO для обсуждения качества данных и результатов анализа.

В КНР в 2017 г. начала выполняться пятилетняя государственная программа “Precision gravity measurements”, в которой принимают участие ряд ведущих НИИ и ключевых университетов КНР. В рамках этой программы должна быть разработана миссия SAGM (Space Advanced Gravity Measurement), аналогичная GRACE: два космических аппарата на орбите вокруг Земли, оборудованные

микроволновой системой измерения расстояния между спутниками. Запуск КА SAGM планируется на 2021–2022 гг.

В рамках проекта гравитационно-волнового детектора на околоземной орбите TianQin [8], который разрабатывается в КНР, предполагается в качестве второго этапа реализации проекта вывод на орбиту двух КА, связанных между собой оптической (лазерной) связью (космическая группировка типа GRACE FO). Предполагаемые параметры космической группировки следующие: высота полярной орбиты от 350 до 450 км, межспутниковое расстояние от 50 до 100 км. Точность измерения расстояния лазерной системой составит величину порядка 20 нм/Гц<sup>1/2</sup>. Низкая орбита космической группировки предполагает использование системы компенсации инерциальных возмущений (технология “drag free”, т.е. “система, свободная от сноса”) на уровне порядка 10<sup>-12</sup> м/с<sup>2</sup>/Гц<sup>1/2</sup>. Ориентировочное время запуска: 2023–2024 гг.

Космические гравитационные группировки, состоящие из пары спутников, находящихся на одинаковых орбитах (GRACE, GRACE FO, GRAIL), имеют один существенный недостаток, связанный с ограничениями пространственно-временного разрешения моделей гравитационного поля Земли, которые создаются по данным гравитационной миссии.

Пространственное разрешение связано обратно пропорциональным отношением с временным разрешением. Чем лучше пространственное разрешение, тем хуже временное, и наоборот. Если мы имеем достаточное пространственное разрешение данных на временном интервале в один месяц (т.е. за месячный “период замыкания” орбит спутник покрывает треками поверхность Земли достаточно часто), то на более коротких интервалах (т.е. временное разрешение лучше) покрытие треками более редкое, т.е. угловое разрешение хуже.

Чтобы одновременно улучшить как угловое (пространственное), так и временное разрешение, необходимо рассматривать более сложные конфигурации спутников [9, 10]. Решением этой проблемы может быть мультипарная конфигурация, которая позволяет одновременно покрывать треками существенно разные участки поверхности Земли. Например, использование двух пар спутников, находящихся на разных орбитах, может существенно улучшить пространственное и временное разрешения. Основная задача таких конфигураций — обеспечить более равномерное покрытие на различных широтах и большую изотропность измерений, что в конечном итоге обеспечивает более высокую точность гравитационных моделей Земли.

Для повышения точности пространственно-временного разрешения были предложены несколько типов расположения КА, основанных на конфигурации типа GRACE: все пары спутников, входящих в космическую группировку, имеют одинаковую орбитальную высоту и, следовательно, примерно одинаковые орбитальные периоды. Одна из таких конфигураций состоит из двух пар спутников типа GRACE, но имеет временной сдвиг относительно друг друга. Другими словами, две пары имеют одинаковое пространственное разрешение, но совершают движение по орбитам со сдвигом во времени, таким образом, проходя определенную широту в разные моменты времени. Максимальное расстояние между наземными треками в одни сутки составляет около 2600 км, что достигается для разности средних аномалий порядка  $\pi$ . Таким образом, космическая группировка состоит из двух пар спутников, каждая пара имеет одинаковые орбитальные элементы, но разные средние аномалии ( $\Delta M = 180^\circ$ ).

Наиболее обсуждаемая конфигурация состоит из двух коллинеарных пар спутников, расположенных по типу GRACE: одна пара спутников находится на полярной орбите, а другая — на наклонной. Идея такой конфигурации впервые была предложена в работе [11] и получила название BENDER. Относительно наклона второй орбиты имеются различные рекомендации, от величины порядка  $63^\circ$  до  $75^\circ$ . Обе пары спутников измеряют межспутниковые расстояния вдоль траектории полета (вдоль треков). Сочетание орбит с различным наклоном позволяет добиться более равномерного распределения плотности треков на различных широтах и большей изотропности измерений. Было выполнено численное моделирование гравитационного поля Земли для мультипарной конфигурации BENDER. Предполагалось, что спутники в конфигурации имеют на борту ЛИС и систему компенсации сноса. Результаты моделирования показали, что использование мультипарной конфигурации эффективно подавляет широтную зависимость ошибок моделей геофизических параметров Земли (ГПЗ) и приводит к однородному их распределению по поверхности Земли [12]. Мультипарные конфигурации позволяют повысить точность месячных моделей ГПЗ на два порядка по сравнению с GRACE, а также создавать модели ГПЗ на коротких временных интервалах с достаточным пространственным разрешением.

Точность измерения межспутникового расстояния в миссии GRACE FO приводит к необходимости учитывать релятивистские эффекты в наборах выходных данных ЛИС. Для релятивистской редукции данных наблюдений космических миссий типа GRACE FO был разработан аппарат, учитывающий влияние квадрупольного момента гравитационного поля Земли, влияние прилив-

ных сил планет Солнечной системы, а также влияние вращательных компонентов метрики на распространение света [13, 14]. В мультипарных группировках будущих гравитационных миссий, по данным которых будут строиться модели ГПЗ с существенно более высокой точностью, необходимо учитывать релятивистские эффекты следующего порядка малости.

Вариация межспутникового расстояния измеряется лучами света, при этом расстояние определяется как время света в пути между спутниками, деленное на скорость света. Время в пути отягощено задержками, связанными с релятивистскими эффектами. При распространении света в поле тяжести, время в пути зависит от величины этого поля. Для того, чтобы эффекты задержки не исказили измерения, необходимо учесть их влияние и провести редукцию измерений за этот эффект. Целью данной работы являются анализ гармоник гравитационного поля высокого порядка и их влияние на распространение лазерного луча между космическими аппаратами на околоземной орбите, а также вывод формул для редукции релятивистских эффектов.

## 2. МЕТРИЧЕСКИЙ ТЕНЗОР В ПРИБЛИЖЕНИИ СЛАБОГО ПОЛЯ

В статьях [13, 14] была построена теория релятивистских редукций для КА типа GRACE FO. Точность расчетов редукционных формул соответствовала точности измерений 1 нм. При этом было выяснено, что при редукциях необходимо принимать во внимание лишь несколько эффектов, связанных с гравитационным полем.

В космических миссиях следующего поколения точность измерений вырастет на несколько порядков и может достигнуть 1 пм. При повышении точности измерений на три порядка величины возникает много новых эффектов, которые необходимо принимать во внимание.

Оценим следующим образом точность, с которой необходимо проводить редукционные вычисления. Точность измерения межспутникового расстояния, деленная на расстояние между спутниками, есть хорошая оценка точности редукционных измерений. Для GRACE FO расстояния между спутниками составляет 270 км, точность измерений 1 нм; для спутников Луны GRAIL расстояния между КА 200 км, а точность измерения расстояния есть 1 мкм. Расстояние между КА NGSM будет порядка 100 км, а точность измерения расстояния будет 1 пм. Данные по разным космическим экспериментам приведены в табл. 1.

Далее, в табл. 2 приведено несколько эффектов, которые надо принимать во внимание при построении редукционных формул. Так, если для GRAIL и GRACE FO нужно было принимать во

**Таблица 1.** Оценка точности редукционных формул для различных космических миссий

Название КА	Расстояние между КА, км	Точность
GRACE-FO	270	$4 \times 10^{-15}$
GRAIL	200	$5 \times 10^{-12}$
NGSM	100	$1 \times 10^{-17}$

внимание лишь монополюный и квадрупольный член гравитационного поля соответственно, то для космических миссий следующего поколения необходимо принимать во внимание несколько других эффектов, вполне возможно, включая квадратичные добавки по метрике.

В качестве ньютоновского потенциала гравитационного поля будем рассматривать разложение потенциала по сферическим функциям. Будут вычислены формулы для редукции только квадрупольной гармоника такого потенциала.

В этой статье используются обозначения, принятые в книге [15], а именно: буквы латинского алфавита  $m, n, \dots \in \{0, 1, 2, 3\}$  обозначают индексы пространства-времени. Буквы греческого алфавита  $\alpha, \beta, \dots \in \{1, 2, 3\}$  обозначают только пространственные индексы. Метрика  $g_{mn}$  обозначает полный метрический тензор четырехмерного пространства-времени. Метрика  $\gamma_{mn}$  принимается для обозначения пространства-времени Минковского:

$$\gamma_{mn} = \text{diag}(+1, -1, -1, -1).$$

Будем разлагать метрику пространства-времени по степеням гравитационной постоянной  $G$  и по обратным степеням скорости света  $c$ .

**Таблица 2.** Релятивистские поправки по порядку величины для околоземного пространства

Эффект	Порядок величины	Неопределенность
Гравитационный потенциал Земли (монополюльная часть)	$\sim 7 \times 10^{-10}$	$< 10^{-17}$
Центробежный потенциал $v^2/(2c^2)$	$\sim 10^{-12}$	$< 10^{-18}$
Гравитационный потенциал Земли (квадрупольная часть)	$\sim 8 \times 10^{-13}$	$< 10^{-18}$
Гравитационный потенциал Земли (октупольная часть и выше)	$\sim 10^{-15}$	$< 10^{-18}$
Вулканическая и сейсмическая активность	$\sim 10^{-16}$	?
Суммарное влияние внешних тел	$\sim 2 \times 10^{-17}$	$< 10^{-18}$
Приливы коры Земли, океанские приливы	$\sim 10^{-18}$	$< 10^{-18}$
Поправки порядка $O(c^{-4})$	$\sim 10^{-18}$	$< 10^{-18}$

Приближенная метрика имеет вид суммы тензора Минковского и малых поправок:

$$g_{mn} = \gamma_{mn} + h_{mn}.$$

Рассмотрим приближенный метод решения задачи о прохождении электромагнитной волны через медленно меняющееся гравитационное поле. Масштаб изменений этого поля значительно больше длины электромагнитной волны  $\lambda$ . При этом рассеяние назад или на большие углы пренебрежимо мало.

Флуктуации волнового поля определяются преимущественно теми неоднородностями гравитационного поля, которые лежат на пути волны, то есть в окрестности луча, который соединяет источник и наблюдателя. В указанном случае говорят о распространении волны в гравитационном поле с крупномасштабными неоднородностями. Существует несколько основных приближенных методов, используемых для решения таких задач. Рассмотрим только один из них: метод геометрической оптики.

Кратко напомним вывод уравнения геометрической оптики для простейшего случая монохроматической электромагнитной волны, которая распространяется в гравитационном поле с неподвижными или медленно движущимися неоднородностями.

Уравнения поля можно записать в виде

$$A_{m;n}^{;n} + R_m^n A_n = 0.$$

Здесь калибровка выбрана в виде

$$A_n^{;n} = 0.$$

В этих условиях можно полагать, что

$$\lambda \nabla h \ll 1.$$

Кроме того, естественно предположить, что поле в каждой точке приближенно имеет структуру плоской волны

$$A_n(x^a) = A_{n0} \exp(iS(x^a)),$$

где амплитуда  $A_{n0}$  и эйконал  $S(x^a)$  меняются медленно в масштабах длины волны  $\lambda$ . Воспользуемся малостью изменения амплитуды и эйконала. Тогда, следуя работам Дебая, нетрудно получить уравнение для  $A$  и  $S$ . Разложим амплитуду в ряд по длине волны  $\lambda$ :

$$A_n(x^a) = (A_{n0} - i\lambda A_{n1} - \lambda^2 A_{n2} + \dots). \quad (1)$$

Коэффициент  $A_{ni}$  в этом разложении в общем случае есть комплексное число. Вообще говоря, это число дает вклад в фазу результирующего электромагнитного поля. Подставив ряд (1) в уравнения поля и приравнявая члены при одинаковых степенях  $\lambda$ , получим систему уравнений для коэффициентов  $A_{n0}$ ,  $A_{n1}$ ,  $A_{n2}$ :

$$g^{mn} \frac{\partial S}{\partial x^m} \frac{\partial S}{\partial x^n} = 0, \quad (2)$$

$$g^{mn} \frac{\partial S}{\partial x^m} \frac{\partial A_{a0}}{\partial x^n} + A_{a0} g^{mn} \left( \frac{\partial^2 S}{\partial x^m \partial x^n} - \Gamma_{mn}^b \frac{\partial S}{\partial x^b} \right) = 0. \quad (3)$$

Здесь (2) – уравнение эйконала, а (3) – уравнение переноса для амплитуд.

Будем анализировать только уравнение (2) для функции  $S$ . Оно определяет фазу электромагнитной волны и траекторию луча света. Уравнение (3) для амплитуды не представляет интереса, поскольку изменение амплитуды (или изменение потока света) представляет собой сумму постоянного члена (нулевого приближения) и переменного члена первого порядка по возмущениям метрики. Если возмущения фазы электромагнитной волны в гравитационном поле являются заметными величинами, которые легко измерить на современном технологическом уровне, то изменение амплитуды измерить практически невозможно.

Важно отметить, что приведенный метод является универсальным. Несмотря на то что он применяется для вычисления расстояния между спутниками, этот метод также приложим для вычисления расстояния между наземным телескопом и рефлектором на Луне, а также для вычисления расстояния между наземным телескопом и рефлектором на спутнике.

Конкретный вид метрического тензора, с которым нам предстоит работать ниже [13, 16], рассмотрим в рамках метрики слабого поля. Последняя представляется в виде стандартного постньютоновского разложения и реализует геоцентрическую систему координат (GCRF). Данная система координат не вращается и имеет начало отсчета в цен-

тре масс Земли. Соответствующая метрика в первом постньютоновском приближении имеет вид [13, 17–19]:

$$\begin{aligned} g_{00} &= 1 - \frac{2}{c^2} w_E + \frac{2}{c^4} w_E^2 + O(c^{-6}), \\ g_{0\alpha} &= -\gamma_{\alpha\lambda} \frac{4}{c^3} w_E^\lambda + O(c^{-5}), \\ g_{\alpha\beta} &= \gamma_{\alpha\beta} + \gamma_{\alpha\beta} \frac{2}{c^2} w_E + O(c^{-4}). \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь  $w_E^\lambda$  – релятивистский векторный потенциал, отвечающий за вклад в гравитационное поле от вращения Земли (а также внешних по отношению к Земле тел, но в данном приближении вклад внешних тел крайне мал и им пренебрегаем).

Скалярный потенциал

$$w_E = U + u_E^{\text{tidal}} + O(c^{-3})$$

есть линейная суперпозиция гравитационного потенциала  $U$  изолированной Земли и внешнего “приливного” потенциала  $u_E^{\text{tidal}}$ , создаваемого остальными телами Солнечной системы. Мультипольное разложение всех этих потенциалов будет приведено ниже при оценивании вклада соответствующих членов в фазу. Для решения уравнения эйконала необходимо знать компоненты  $h_1^{mn}$ , линейные по  $G$  поправки к плоской метрике.

Из метрики (4) получаем

$$\begin{aligned} h_1^{00} &= \frac{2}{c^2} w_E, \\ h_1^{0\alpha} &= \frac{4}{c^3} w_E^\alpha, \\ h_1^{\alpha\beta} &= -\frac{2}{c^2} \gamma^{\alpha\beta} w_E. \end{aligned} \quad (5)$$

Решения уравнений для распространения луча в метрике (4) были получены в [13, 14]. В этих работах учитывались влияние квадрупольного момента гравитационного поля Земли, влияние приливных сил со стороны планет Солнечной системы, а также влияние вращательных компонентов метрики на распространение света. Для заданной точности измерения межспутниковых расстояний порядка 1 нм этого было достаточно.

Отметим, что важность релятивистских редуций была осознана уже в 1981 г. [20] при анализе каталогов гамма-источников. Сейчас редуционные формулы общей теории относительности являются необходимыми как в высокоточной навигации (см., напр., [21]), так и в высокоточных наблюдениях в астрометрии и астрофизике [22].

В будущих экспериментах точность измерений вырастет, и проведенного анализа уже будет недостаточно. В этой работе проведен анализ вкла-

да членов гравитационного поля высоких порядков и их влияния на распространение света.

Следует отметить, что поправки  $h_2^{mn}$  не могут быть получены из метрики (4), эта проблема будет решена в последующих работах.

### 3. ГРАВИТАЦИОННЫЙ ПОТЕНЦИАЛ ЗЕМЛИ

В связи с перспективой повышения точности в измерении расстояния между спутниками будущих миссий вплоть до  $10^{-12}$  м возникает вопрос, какой порядок сферических гармоник следует учитывать в разложении гравитационного потенциала. Для решения этой проблемы будем работать с разложением земного потенциала по сферическим гармоникам в виде

$$U = \frac{GM}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left( \frac{R_E}{r} \right)^n (C_{nm} \cos m\varphi + S_{nm} \sin m\varphi) \bar{P}_{nm}(\cos \theta), \quad (6)$$

где  $M$ ,  $R_E$  – масса и радиус Земли соответственно, координаты точки даются стандартным набором сферических координат  $(r, \theta, \varphi)$ , а  $\bar{P}_{nm}$  обозначают нормализованные присоединенные полиномы Лежандра. Обычные присоединенные полиномы  $P_{nm}$  определяются через производные от классических полиномов Лежандра  $P_n$  как

$$P_{nm}(x) = (1 - x^2)^{0.5m} \frac{d^m}{dx^m} P_n(x).$$

Обращаем внимание на отсутствие в этом определении множителя  $(-1)^m$ , называемого фазой Кондона-Шортли, что является обычной практикой в геодезии. Нормализованные присоединенные полиномы Лежандра  $\bar{P}_{nm}$  вычисляются по правилу [23]

$$\bar{P}_{nm}(x) = \sqrt{K_m(2n+1) \frac{(n-m)!}{(n+m)!}} P_{nm}(x)$$

с множителем  $K_m = 1$  при  $m = 0$  и  $K_m = 2$  при  $m \neq 0$ . Коэффициенты  $C_{nm}$  и  $S_{nm}$  в (6) носят название нормализованных гармоник; они вычислены и затабулированы для многочисленных моделей гравитационного поля Земли. Различия в численных значениях гармоник в современных моделях находятся за пределами точности рассматриваемой нами задачи, и для анализа поправки к фазе луча света выбрана модель GGM05C, содержащая гармоники по  $n = 360$  и датированная 2015 годом [24]<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Таблицы с численными значениями гармоник этой модели, как и множества других, можно найти в открытом доступе на сайте <http://icgem.gfz-potsdam.de/home>

Поскольку в дальнейшем будем вычислять изменение фазы вдоль прямого пути, что проще делать в декартовых координатах, преобразуем нормализованные гармоники к виду однородных гармонических полиномов, которые являются функциями декартовых координат [25].

На первом этапе преобразований выразим нормированные функции в виде сферических гармоник согласно уравнениям:

$$\cos m\varphi \bar{P}_{nm}(\cos \theta) = \sqrt{K_m \pi} (Y_{nm}(\theta, \varphi) + Y_{nm}^*(\theta, \varphi)),$$

$$\sin m\varphi \bar{P}_{nm}(\cos \theta) = -i\sqrt{K_m \pi} (Y_{nm}(\theta, \varphi) - Y_{nm}^*(\theta, \varphi)).$$

Здесь  $Y_{nm}(\theta, \varphi)$  – обычные ортонормированные сферические функции, а индексы  $n$ ,  $m$  обозначают номер гармоники. Звездочка сверху функции означает комплексное сопряжение. Шаровые однородные сферические полиномы  $u_{nm}(x, y, z)$  выражаются через сферические функции как

$$\begin{aligned} u_{nm}(x, y, z) &= r^n Y_{nm}(\theta, \varphi), \\ x &= r \sin \theta \cos \varphi, \\ y &= r \sin \theta \sin \varphi, \\ z &= r \cos \theta. \end{aligned} \quad (7)$$

Шаровые полиномы выражаются через декартовы координаты как

$$\begin{aligned} u_{nm}(x, y, z) &= \\ &= B_{nm} \int_0^{2\pi} \exp(-im\xi) (z + ix \sin \xi + iy \cos \xi)^n d\xi, \quad (8) \\ B_{nm} &= \frac{1}{4\pi n!} \sqrt{\frac{2n+1}{\pi} (n-m)(n+m)!}. \end{aligned}$$

Отметим, что размерность шаровых полиномов есть  $u_{nm}(x, y, z) \sim r^n$ . Будем использовать вид (8) для вычисления вариации эйконала или фазы.

Разложение гравитационного потенциала по рядам сферических функций заменим на разложение по ортогональным шаровым полиномам. Кроме того, для удобства вычислений введем новое обозначение  $U_n$ , которое имеет вид:

$$\begin{aligned} U_n &= \sum_{m=0}^n \left( \frac{R_E^n}{r^{2n+1}} \right) \sqrt{K_m \pi} [(C_{nm} - iS_{nm}) u_{nm}(x, y, z) + \\ &+ (C_{nm} + iS_{nm}) u_{nm}^*(x, y, z)]. \end{aligned} \quad (9)$$

Тогда разложение гравитационного потенциала будет иметь вид:

$$U = GM \sum_{n=0}^{\infty} U_n(x, y, z). \quad (10)$$

При вычислении вариации эйконала будем работать с функциями  $U_n$ , а затем подставлять их в ряд (10) для вычисления вариации эйконала.

Сделаем еще одно упрощение для удобства дальнейшей работы с функциями  $U_n$  и вычисления вариации оптического пути. Введем обозначения:

$$\begin{aligned} Q_{nm} &= B_{nm} (C_{nm} - iS_{nm}), \\ Q_{nm}^* &= B_{nm} (C_{nm} + iS_{nm}). \end{aligned} \quad (11)$$

Теперь используем формулу (8) и получим выражение:

$$\begin{aligned} U_n &= \sum_{m=0}^n \left( \frac{R_E^n}{r^{2n+1}} \right) \sqrt{K_m \pi} \times \\ &\times \int_0^{2\pi} d\xi [Q_{nm} \exp(-im\xi)(z + ix \sin \xi + iy \cos \xi)^n + \\ &+ Q_{nm}^* \exp(+im\xi)(z - ix \sin \xi - iy \cos \xi)^n]. \end{aligned} \quad (12)$$

Далее вычислим вариации оптического пути, используя (12) как основную формулу для описания зависимости гравитационного потенциала от координат.

#### 4. ВЫЧИСЛЕНИЕ ОПТИЧЕСКОГО ПУТИ

Уравнения, которые описывают движение лучей света в слабом гравитационном поле, выводились неоднократно. В частности, для ситуации двух спутников на орбите эти уравнения подробно обсуждены в [13, 17, 19]. Обсудим эти уравнения лишь для того, чтобы в дальнейшем ссылаться на них.

Рассмотрим эйконал  $S$  электромагнитной волны, который является скаляром и в приближении геометрической оптики удовлетворяет уравнению эйконала

$$g^{mn} S_{,m} S_{,n} = 0,$$

здесь и далее индекс после запятой обозначает частную производную по соответствующей координате. В плоском пространстве волна распространяется прямолинейно, и эйконал линейно зависит от пространственных координат вдоль луча, оставаясь при этом фиксированным в любой движущейся вместе с волной точке волнового фронта. Введем постоянный вектор  $K^m$ , который направлен вдоль невозмущенной прямолинейной траектории луча и является нулевым, т.е. его компоненты удовлетворяют условию

$$\gamma_{mn} K^m K^n = 0.$$

Удобно представить компоненты этого нулевого вектора как

$$K^m = k_0(1, k^\alpha), \quad (13)$$

$$K_m \equiv \gamma_{mn} K^n = k_0(1, -k_\alpha), \quad (14)$$

где  $k_0 = \omega/c$ , и  $\omega$  есть постоянная угловая частота невозмущенной волны. Трехмерный единичный (относительно плоской метрики) вектор  $\mathbf{k}$  имеет компоненты  $k^\alpha$  и является касательным к пространственной проекции невозмущенной мировой линии сигнала. Для удобства обозначений не будем делать различий между верхним и нижним индексами компонентов этого вектора, т.е. по определению полагаем  $k^\alpha = k_\alpha$ , но в формулах будем помещать индексы в позициях, согласующихся со стандартным правилом суммирования Эйнштейна.

Вдоль мировой линии сигнала введем аффинный параметр  $l$ , что позволяет записать пространственную часть траектории в виде уравнения прямой линии с направляющим вектором  $\mathbf{k}$ .

$$\{x^m\} \equiv (x^0 = l, \mathbf{x}(l) = \mathbf{x}_0 + \mathbf{k}l + O(G^2)),$$

при этом будем полагать, что в момент  $t_0$  выхода луча от первого спутника, который находится в точке  $\mathbf{r}_0$ , значение аффинного параметра равно нулю.

Вернемся к рассмотрению эйконала или фазы. Так как сигнал распространяется в искривленном пространстве, то к нулевому невозмущенному приближению необходимо добавить возмущения. Поправку к фазе первого порядка по степени гравитационной постоянной  $G$  обозначим как  $\phi_1$ , решение для нее было исследовано в [13]. В нашей работе вычислим вариации фазы только от сферических гармоник ньютоновского потенциала. Таким образом, запишем разложение фазы вдоль луча в виде

$$\begin{aligned} \varphi(t, \mathbf{x}) &= \varphi_0 + k_0(c(t - t_0) - \mathbf{k}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)) + \\ &+ \phi_1(t, \mathbf{r}) + O(G^2). \end{aligned}$$

Аналогично метрику представляем как сумму плоской метрики Минковского и возмущений первого порядка по  $G$ , соответственно  $h_1^{mn}$  (их явный вид будет конкретизирован позже):

$$g^{mn} = \gamma^{mn} + h_1^{mn} + O(G^2).$$

С учетом разложений метрики и фазы уравнение эйконала (4) дает уравнение для возмущений первого порядка в виде

$$2K^m \phi_{1,m} + K_m K_n h_1^{mn} = O(G^2).$$

Так как нас интересует фаза на луче, то от частных производных удобно перейти к полным производным по времени; для возмущения фазы получаем

$$K^m \phi_{1,m} = k_0 \frac{d\phi_1}{dl} + O(G^2),$$

так что (15) переходит в

$$2k_0 \frac{d\varphi_1}{dl} + K_m K_n h_1^{mn} = \mathcal{O}(G^2).$$

Получаем вдоль невозмущенной прямолинейной траектории сигнала:

$$\begin{aligned} \varphi_1(t, \mathbf{r}) &= \varphi_1(t, \mathbf{r}_0 + \mathbf{k}l) + \mathcal{O}(G^2), \\ h_1^{mn}(t, \mathbf{r}) &= h_1^{mn}(t, \mathbf{r}_0 + \mathbf{k}l) + \mathcal{O}(G^2). \end{aligned} \quad (15)$$

Далее под функциями  $\varphi$  и  $h^{mn}$  будем понимать функции в точках на невозмущенной траектории, как в правых частях (15), и для сокращения записи не будем указывать эту зависимость в уравнениях. Теперь получаем уравнения для линейной поправки к фазе:

$$\frac{d\varphi_1}{dl} = -\frac{1}{2k_0} K_m K_n h_1^{mn}. \quad (16)$$

В следующих разделах будут найдены решения этих уравнений и оценен их вклад в определение расстояния между спутниками: из (15) видно, что если значение поправки к фазе равно  $\varphi_1$ , то этому соответствует вклад в расстояние  $\delta R = -\varphi_1/k_0$ .

Далее везде будем вычислять вклад в расстояние между спутниками, называя этот вклад вариациями оптического пути.

Уравнение для изменения оптического пути вдоль траектории есть:

$$\frac{dR}{dl} = \frac{1}{2} k_m k_n h_1^{mn}. \quad (17)$$

## 5. РЕШЕНИЕ ДЛЯ ПОПРАВОК ПЕРВОГО ПОРЯДКА К ФАЗЕ

До сих пор наши рассуждения обладали некой общностью в том смысле, что оказывались применимы к физической ситуации достаточно слабого гравитационного поля, точнее, для случаев достаточно хорошей сходимости постмиנקовского разложения полей на поправки с возрастающими степенями гравитационной постоянной  $G$ . Так как основной целью данной работы является описание ситуации околоземного гравитационного эксперимента, то можно конкретизировать вид метрического тензора; из всей совокупности членов, входящих в метрический тензор, оставим только гравитационный потенциал Земли в виде разложения по сферическим гармоникам.

Тогда вариации оптического пути из-за действия гравитационного поля есть:

$$R = \frac{r_g}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^L U_n(l) dl, \quad (18)$$

здесь  $r_g = 2GM_E/c^2$ ,  $L$  – расстояние между спутниками.

Введем обозначение:

$$R_n = \int_0^L U_n(l) dl.$$

Теперь выразим вариации оптического пути в виде ряда разложения по ортогональным шаровым полиномам, при этом поменяем порядок интегрирования по  $\xi$  и  $l$ :

$$\begin{aligned} R_n &= \sum_{m=0}^n R_E^n \sqrt{K_m} \pi \int_0^{2\pi} d\xi \left\{ Q_{nm} \exp(-im\xi) \times \right. \\ &\times \left. \int_0^L dl \frac{(z(l) + ix(l) \sin \xi + iy(l) \cos \xi)^n}{r^{2n+1}} + H.C. \right\}. \end{aligned} \quad (19)$$

Здесь обозначение  $H.C.$  означает комплексное сопряжение.

Введем дополнительные обозначения:

$$\begin{aligned} a &= k_3 + ik_1 \sin \xi + ik_2 \cos \xi, \\ \alpha &= (\mathbf{k} \mathbf{r}_0), \\ b &= z_0 + ix_0 \sin \xi + iy_0 \cos \xi, \\ b_1 &= b - a\alpha, \\ l_1 &= l + \alpha, \\ f &= \sqrt{r_0^2 - \alpha^2}. \end{aligned} \quad (20)$$

Тогда

$$\begin{aligned} z(l) + ix(l) \sin \xi + iy(l) \cos \xi &= al_1 + b \\ r &= \sqrt{l_1^2 + f^2}. \end{aligned} \quad (21)$$

Кроме того, аффинный параметр теперь меняется в пределах  $l_1 \in \{\alpha, L + \alpha\}$ . Теперь интеграл по аффинному параметру сводится к виду:

$$I_n = \int_{\alpha}^{L+\alpha} dl \frac{(al + b)^n}{r^{2n+1}}. \quad (22)$$

Это табличный интеграл, который берется аналитически. Общий вид выражается в виде гипергеометрической функции Аппеля  $F_1(\alpha; \beta, \gamma; \delta; x, y)$  двух переменных  $x, y$ .

$$\begin{aligned} I_n &= \frac{1}{a(n+1)(l^2 + f^2)(n+1/2)} \times \\ &\times \left( \frac{iaf - l}{iaf + b} \right)^{n+1/2} \left( \frac{iaf - l}{iaf + b} \right)^{n+1/2} \times \end{aligned} \quad (23)$$

$$\times F_1 \left( n+1; n+1/2, n+1/2; n+2; \frac{al+b}{b-iaf}, \frac{al+b}{b+iaf} \right).$$

Однако можно получить более компактное выражение [26]. Будем пользоваться выражением, представленным в [26] для нескольких мультиполей низкого порядка.

5.1. Вклад квадрупольного компонента

Проведем расчет вклада в вариацию оптического пути от квадрупольного компонента гравитационного потенциала. Для этого нам надо вычислить интеграл вида:

$$I_2 = \int_{\alpha}^{L+\alpha} dl \frac{(al + b_1)^2}{(l^2 + f^2)^{5/2}} = \frac{a^2 f^2 l^3 - 2ab_1 f^4 + b_1^2 l(3f^2 + 2l^2)}{3f^4 (l^2 + f^2)^{3/2}} \Big|_{\alpha}^{L+\alpha} \quad (24)$$

Величина  $a$  является безразмерной, величина  $b_1$  имеет размерность длины. Для обратного преобразования к сферическим функциям уравнием размерность, умножив величину  $a$  на  $r_0$ , и получим выражение вида:

$$I_2 = (ar_0)^2 J_1 - 2(ar_0)bJ_2 + b^2 J_3, \quad (25)$$

где

$$J_1 = \frac{f^2 l^3 + 2\alpha f^4 + \alpha^2 l(3f^2 + 2l^2)}{3r_0^2 f^4 (l^2 + f^2)^{3/2}} \Big|_{\alpha}^{L+\alpha},$$

$$J_2 = \frac{f^4 + \alpha l(3f^2 + 2l^2)}{3r_0 f^4 (l^2 + f^2)^{3/2}} \Big|_{\alpha}^{L+\alpha}, \quad (26)$$

$$J_3 = \frac{l(3f^2 + 2l^2)}{3f^4 (l^2 + f^2)^{3/2}} \Big|_{\alpha}^{L+\alpha}.$$

Для того, чтобы вычислить вариации оптического пути, нам осталось вычислить интеграл по переменной  $\xi$  и выразить полученную формулу в виде сферических функций.

$$\int_0^{2\pi} d\xi \exp(-im\xi) I_2 J_1 \int_0^{2\pi} d\xi \exp(-im\xi) (ar_0)^2 + J_2 \int_0^{2\pi} d\xi \exp(-im\xi) (ar_0)b + J_3 \int_0^{2\pi} d\xi \exp(-im\xi) b^2, \quad (27)$$

причем

$$B_{2m} \int_0^{2\pi} d\xi \exp(-im\xi) (ar_0)^2 = u_{2m}(X_0, Y_0, Z_0), \quad (28)$$

где

$$\begin{aligned} X_0 &= k_1 r_0, \\ Y_0 &= k_2 r_0, \\ Z_0 &= k_3 r_0, \end{aligned} \quad (29)$$

а  $u_{nm}(X_0, Y_0, Z_0)$  – однородный полином, который выражается через сферическую функцию как:

$$u_{2m}(X_0, Y_0, Z_0) = r_0^2 Y_{2m}(\Theta, \Phi), \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \Theta &= \arccos k_3, \\ \Phi &= \arctan \frac{k_2}{k_1}. \end{aligned} \quad (31)$$

Соответственно интеграл по переменной  $\xi$  от третьего члена в интеграле  $I_2$  есть:

$$B_{2m} \int_0^{2\pi} d\xi \exp(-im\xi) b^2 = u_{2m}(x_0, y_0, z_0) = r_0^2 Y_{2m}(\theta, \phi). \quad (32)$$

Интеграл от второго члена в  $I_2$  не сводится к сферическим функциям, однако он имеет простой вид:

$$\begin{aligned} j_{2m} &= \int_0^{2\pi} d\xi \exp(-im\xi) (ar_0)b = k_3 r_0 z_0 \int_0^{2\pi} \xi \exp(-im\xi) + \\ &+ i(k_1 r_0 z_0 + k_3 r_0 x_0) \int_0^{2\pi} d\xi \exp(-im\xi) \sin \xi + \\ &+ i(k_2 r_0 z_0 + k_3 r_0 y_0) \int_0^{2\pi} d\xi \exp(-im\xi) \cos \xi - \\ &- (k_1 r_0 x_0) \int_0^{2\pi} d\xi \exp(-im\xi) \sin^2 \xi - \\ &- (k_2 r_0 y_0) \int_0^{2\pi} d\xi \exp(-im\xi) \cos^2 \xi - \\ &- (k_2 r_0 x_0 + k_1 r_0 y_0) \int_0^{2\pi} d\xi \exp(-im\xi) \sin \xi \cos \xi. \end{aligned} \quad (33)$$

Теперь приведем значения величин  $j_{2m}$ .

$$\begin{aligned} j_{20} &= 2\pi k_3 r_0 z_0 - \pi k_1 r_0 x_0 - \pi k_2 r_0 y_0, \\ j_{21} &= \frac{i\pi}{4} (k_2 r_0 z_0 + k_3 r_0 y_0) + \frac{\pi}{4} (k_1 r_0 z_0 + k_3 r_0 x_0), \\ j_{22} &= \frac{\pi}{8} (k_1 r_0 x_0 - k_2 r_0 y_0) + \frac{i\pi}{8} (k_1 r_0 y_0 + k_2 r_0 x_0). \end{aligned} \quad (34)$$

Приведем значение  $R_2$  – длины оптического пути с учетом воздействия квадрупольного компонента гравитационного поля.

$$R_2 = \sum_{m=0}^2 R_E^2 \sqrt{K_m} \pi \{ (C_{2m} - iS_{2m}) [J_1 u_{2m}(X_0, Y_0, Z_0) + J_2 B_{2m} j_{2m} + J_3 r_0^2 Y_{2m}(\theta, \phi)] + H.C. \}. \quad (35)$$

Вариации оптического пути, вызванные квадрупольным компонентом гравитационного поля, теперь есть:

$$R = \frac{1}{2} r_g R_2. \quad (36)$$

Не приводя громоздкие вычисления, укажем лишь, что основные величины, которые определяют величину оптического пути, есть

$$(\mathbf{kr}_0)/|\mathbf{r}_0|, L.$$

Для произвольной орбиты эта формула имеет довольно сложный вид, ограничимся ее вычислением для круговой орбиты. Расстояние между КА на круговых орбитах определяется формулой:

$$L = 2r_0 \sin \frac{\varphi}{2}.$$

Здесь  $a$  – большая полуось орбиты,  $\varphi$  – угол между КА, наблюдаемые из центра Земли. Проекция единичного вектора, соединяющего КА, на вектор первого КА есть:

$$(\mathbf{kr}_0) = -\frac{L}{2}.$$

Приведем окончательный вид коэффициентов  $J_1, J_2, J_3$ :

$$\begin{aligned} J_1 &= \frac{L^3}{6r_0^5} \frac{2r_0^2 - \left(\frac{L}{2}\right)^2}{\left(r_0^2 - \left(\frac{L}{2}\right)^2\right)}, \\ J_2 &= \frac{L^2}{6r_0^4} \frac{3r_0^2 - \left(\frac{L}{2}\right)^2}{\left(r_0^2 - \left(\frac{L}{2}\right)^2\right)}, \\ J_3 &= \frac{L}{3r_0^3} \frac{3r_0^2 - \left(\frac{L}{2}\right)^2}{\left(r_0^2 - \left(\frac{L}{2}\right)^2\right)}. \end{aligned} \quad (37)$$

Теперь видно, что вариации оптического пути, созданные квадрупольным компонентом гравитационного поля Земли, выражаются в виде трех членов.

Первый член представляет собой однородный полином второй степени как функция компонентов единичного вектора, соединяющего два КА. Он пропорционален  $L^3$ . Поскольку расстояние между КА значительно меньше их расстояний до центра Земли, то и вклад первого члена в вариации оптического пути самый маленький.

Второй член представляет собой функцию от координат КА и от компонентов единичного вектора  $\mathbf{k}$ . Он пропорционален  $L^2$ .

Наконец, третий член является линейным по  $L$  и зависит от квадрупольного компонента гравитационного поля Земли и от координат КА. Вклад этого члена в вариации оптического пути самый большой.

Величины  $J_1, J_2, J_3$  могут быть аппроксимированы разложением в ряд по малому параметру  $L/r_0$ . Напишем разложение этих функций в ряд Тейлора по параметру  $L$  вблизи точки  $L = 0$ , тогда коэффициенты  $J_1, J_2, J_3$  есть:

$$\begin{aligned} J_1 &= -\frac{L^3}{3r_0^7} - \frac{L^5}{8r_0^9} - \frac{L^7}{24r_0^{11}} + O(L^8), \\ J_2 &= -\frac{L^2}{2r_0^6} - \frac{5L^4}{24r_0^8} - \frac{7L^6}{96r_0^{10}} + O(L^7), \\ J_3 &= \frac{L}{r_0^5} + \frac{5L^3}{12r_0^7} + \frac{7L^5}{48r_0^9} + O(L^6). \end{aligned} \quad (38)$$

Теперь видно, что линейный по  $L$  член дает самый большой вклад в вариацию оптической длины.

У нас есть все формулы для окончательного вычисления вклада квадрупольного компонента и сравнения точной формулы (36) с формулами (31), (32) и (33) из статьи [13].

В работе [13] расстояние между космическими аппаратами  $L$  обозначено как

$$d_{AB}/a.$$

Расчет релятивистской редукции с точностью до нанометров содержит лишь линейные и квадратичные величины при разложении по малому параметру  $d_{AB}/a$  [13]:

$$\begin{aligned} R_2 &\approx 1.66 \times 10^{-7} \text{ м} \cdot \frac{L}{270 \text{ км}} (\gamma_{e\lambda} + 3n_{Ae}n_{A\lambda}) j_E^{\epsilon\lambda} + \\ &+ 9.85 \times 10^{-9} \text{ м} \cdot \left(\frac{L}{270 \text{ км}}\right)^2 (n_{Ae}k_\lambda + n_{A\lambda}k_e) j_E^{\epsilon\lambda}. \end{aligned} \quad (39)$$

Будем считать, что расстояние между двумя спутниками есть  $L \approx 100$  км, тогда вклад линейного члена по  $L$  составляет

$$R_2 \approx 6.14 \times 10^{-8} \text{ м},$$

вклад квадратичного члена составляет

$$R_2 \approx 9.01 \times 10^{-10} \text{ м},$$

вклад третьей степени  $\left(\frac{L}{r_0}\right)^3$  составляет

$$R_2 \approx 1.32 \times 10^{-11} \text{ м},$$

наконец, вклад четвертой степени  $\left(\frac{L}{r_0}\right)^4$  составляет

$$R_2 \approx 1.93 \times 10^{-13} \text{ м}.$$

Для расчета с точностью до пикометров необходимо учитывать квадрат расстояния между КА, а также третью степень по величине  $L$ . Поэтому из коэффициента  $J_3$  необходимо удерживать три члена, из коэффициента  $J_2$  только два и из коэффициента  $J_1$  только один член.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе обсуждались эффекты общей теории относительности в постньютоновском приближении при распространении плоской электромагнитной волны в пространстве с гравитационным полем в окрестности протяженного тела. Произвольное по форме и распределению масс, а также вращению распределение материи представляется произвольным тензором энергии-импульса, который был положен в основу данного обсуждения. Была получена компактная замкнутая форма общерелятивистского решения, описывающая фазу плоской волны, учитывающая вклад гармоник гравитационного поля Земли высокого порядка. Результат вычислений представлен в форме вариации оптического пути между двумя космическими аппаратами.

Наша формулировка соответствует точностным требованиям космической миссии по измерению гармоник с большим мультипольным числом  $l$  гравитационного поля Земли.

Поскольку рассматривались эффекты релятивизма, которые возникают на уровне точности измерений 1 пм, наш анализ релятивистских эффектов, представленных здесь, в основном, касался величин наибольших членов. В данной работе было получено точное решение для вклада квадрупольного момента гравитационного поля Земли в вариации оптического пути. Они зависят от координат КА и, следовательно, переменны во времени.

Наш анализ может быть использован для выбора орбиты кластера КА, включая члены, которые могут быть перенормированы в параметры орбиты. Более того, наши результаты могут быть легко расширены для анализа вкладов других мультипольных моментов гравитационного поля. Аналитическая модель, которую мы обсудили для измерения расстояния, является достаточно общей и может быть легко расширена на другие случаи.

## ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа выполнена при поддержке грантами РФФИ № 18-52-53018 и 19-29-11008, а также грантом Программы развития МГУ “Ведущая научная школа: “Физика звезд, релятивистских объектов и галактик””.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. С. Н. Яшкин, Геопроби. Научно-технический журнал по геодезии, картографии и навигации № 4, 43 (2007).
2. Ch. Reigber, H. Luehr, P. Schwintzer, J. Adv. Space Res. **30**, 129 (2002).
3. B. D. Tapley, S. Bettadpur, M. M. Watkins, and Ch. Reigber, Geophys. Res. Lett. **31**(9), id. L09607 (2004).
4. A. Albertella, F. Migliaccio, and F. Sansó, Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy **83**(1), 1 (2002).
5. M. T. Zuber, D. E. Smith, M. M. Watkins, S. W. Asmar, et al., Science **339**, 668 (2013).
6. В. К. Милуков, С.-Ц. Е, Астрон. журн. **95**(12), 901 (2018).
7. M. Watkins, F. Flechtner, F. Webb, in GRACE Science Team Meeting Proceedings, held in Texas, Austin, September 21–23, 2015.
8. Luo Jun, Chen Li-Sheng, Duan Hui-Zong, Gong Yun-Gui, et al., Classical and Quantum Gravity **33**, id. 035010 (2016).
9. T. Reubelt, N. Sneeuw, and M. A. Sharifi, in Gravity, Geoid and Earth Observation: IAG Commission 2: Gravity Field, held in Chania, Crete, Greece, 23–27 June 2008 (2009).
10. T. van Dam, P. Visser, N. Sneeuw, M. Losch, et al., in The Earth System by Means of Satellites. Final Report. ESA Contract № 20403, November (2008).
11. P. L. Bender, D. Wiese, and R. S. Nerem, in Proc. Third Intern. Symp. “Formation Flying, Missions and Technologies, ESA/ESTEC”, held in Noordwijk, The Netherlands, April 23–25, 2008 (ESA SP-654, June 2008).
12. F. Flechtner, K.-H. Neumayer, and Ch. Dahle, in GRACE Science Team Meeting Proceedings, held in Texas, Austin, September 21–23 (2015).
13. S. G. Turyshev, M. V. Sazhin, and V. T. Toth, Phys. Rev. D **89**, id. 105029 (2014).
14. V. K. Milyukov, M. V. Sazhin, V. N. Sementsov, H.-Chi. Yeh, and C. Xue, Moscow University Phys. Bull. **74** (2), 197 (2019).
15. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Теория поля (М.: Наука, 1980).
16. M. Soffel, S. A. Klioner, G. Petit, P. Wolf, et al., Astron. J. **126**(6), 2687, [astro-ph/0303376] (2003).
17. S. G. Turyshev, V. T. Toth, and M. V. Sazhin, Phys. Rev. D **87**, id. 024020 (2013).
18. S. M. Kopeikin, M. Efroimsky, and G. Kaplan, Relativistic Celestial Mechanics of the Solar System (Wienheim, Germany: Wiley-VCH Verlag GmbH and Co. KGaA, 2011).
19. S. G. Turyshev and V. T. Toth, Intern. J. Modern Physics D **24**(6), id. 1550039 (2015).
20. G. S. Bisnovaty-Kogan, I. V. Estulin, N. G. Haveson, V. G. Kurt, G. A. Mersov, and I. D. Novikov, Astrophys. Space Sci. **75**, 219 (1981).
21. М. В. Сажин, И. Ю. Власов, О. С. Сажина, В. Г. Тuryшев. Астрон. журн. **87**(11), 1043 (2010).
22. В. Е. Жаров, В. В. Орешко, В. А. Потапов, М. С. Пущиков, А. Е. Родин, М. В. Сажин, Астрон. журн. **96**(2), 120 (2019).
23. W. Torge, Geodesy (Berlin, New York: Walter de Gruyter, 2001).
24. J. Ries, S. Bettadpur, R. Eanes, Z. Kang, et al., The Combined Gravity Model GGM05C (Potsdam: GFZ Data Services, 2016).
25. А. Ф. Никифоров, В. В. Уваров, Основы теории специальных функций (М.: Наука, 1974).
26. И. С. Градштейн, И. М. Рыжик, Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений (М.: ФизматГИЗ, 1963).

УДК 523.683

## МНОГОФАКТОРНАЯ МЕТОДИКА ПОИСКА МАЛЫХ ТЕЛ НА БЛИЗКИХ ОРБИТАХ

© 2020 г. М. В. Сергиенко<sup>1,\*</sup>, М. Г. Соколова<sup>1</sup>, К. В. Холшевников<sup>2,3</sup>

<sup>1</sup> Казанский (Приволжский) федеральный университет, Институт физики, Казань, Россия

<sup>2</sup> Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

<sup>3</sup> Институт прикладной астрономии РАН, Санкт-Петербург, Россия

\*E-mail: maria\_sergienko@mail.ru

Поступила в редакцию 20.11.2019 г.

После доработки 14.01.2020 г.

Принята к публикации 24.01.2020 г.

Приводятся результаты поиска астероидов групп Аполлона, Амура, Атона с орбитами, близкими к орбитам метеороидов метеорного комплекса  $\delta$ -Канкриды (код DCA), состоящего из северной (код NCC) и южной (код SCC) ветвей. Поиск малых тел на близких орбитах выполнен на основе многофакторной методики совокупности ряда критериев: критерия схожести орбит Драммонда, метрики Холшевникова и параметров динамической эволюции орбит с использованием двух каталогов орбит метеоров (Японское метеорное общество, SonatoCo; CAMS Meteoroid Orbit Database v2.0, CAMS), полученных по телевизионным наблюдениям. Астероиды на близких орбитах с орбитами метеороидов северной NCC и южной SCC ветвей  $\delta$ -Канкрид выделены только в группе Аполлона. Общими для NCC и SCC ветвей выделены следующие астероиды: 2015 PU228, 2014 YQ34, 2017 YO4 (по каталогу орбит CAMS); Hephaistos 1978 SB, 2003 RW11, 2006 BF56, 2011 SR12, 2014 RS17, 2001 YB5 (по каталогу SonatoCo). Астероид 85182 (1991 AQ) отождествлен только с северной NCC ветвью потока, но по двум каталогам метеорных орбит.

DOI: 10.31857/S0004629920060055

### 1. ВВЕДЕНИЕ

При изучении связей комплекса малых тел и идентификации метеорных потоков с их вероятными родительскими телами (РТ) широко используют критерии схожести орбит. Наиболее часто используют  $D$  критерии, согласно которым принимается, что два тела могут иметь общее происхождение, если расстояние между их орбитами в орбитальном пространстве меньше, чем некоторое заданное пороговое значение  $D_c$ . Критерии схожести орбит для отождествления малых тел использованы, в частности, в работах [1–4].

Критерии схожести орбит просты в применении и требуют знания лишь элементов орбит малых тел, но проблема их использования заключается в определении порогового значения  $D_c$ , относительно которого принимается или отклоняется гипотеза о возможной связи двух малых тел. Единой методики в этом вопросе не существует. Исследователи применяют разные подходы и, как результат, один и тот же метеорный поток отождествляется с разными кометами или астероидами. По данным центра метеорных данных Международного астрономического союза (МАС) в околоземном пространстве наблюдается порядка

ста метеорных потоков, для которых не найдено родительское тело (назовем такие потоки условно потоками-сиротами). Таким образом, разработка новых подходов и усовершенствование уже существующих методик поиска малых тел на близких орбитах являются актуальным направлением изучения происхождения и эволюции метеороидных и кометно-астероидных комплексов.

### 2. КРИТЕРИИ ОТОЖДЕСТВЛЕНИЯ ОРБИТ МАЛЫХ ТЕЛ

При изучении генетических связей малых тел используют критерии схожести орбит, в которых степень близости двух орбит оценивается формальным безразмерным параметром  $D$  в 5-мерном пространстве орбит, или в одном из его фактор-пространств меньшей размерности. Для  $D$  критериев Саутворта-Хокинса [5], Драммонда [6], Йопека [7], Ашера [8] на примере главных метеорных потоков с уже известными родительскими кометами Лирид (C/1861 G1 Thatcher), Персеид (109P/Swift-Tuttle), Орионид (1P/Halley), Леонид (55P/Tempel-Tuttle), Урсид (8P/Tuttle), Геминид (астероид 3200 Phaethon) ранее нами были исследованы пороговые значения  $D_c$ , их

внутренняя и внешняя сходимости [9]. Было показано, что наиболее устойчивым к геометрии орбит метеоров и менее чувствительным к инструментальным ошибкам их определения, полученным фотографическим и телевизионным методами, является критерий Драммонда, записанный в виде

$$D_{DR}^2 = \left(\frac{e_2 - e_1}{e_2 + e_1}\right)^2 + \left(\frac{q_2 - q_1}{q_2 + q_1}\right)^2 + \left(\frac{I_{21}}{180^\circ}\right)^2 + \left(\frac{e_2 + e_1}{2}\right)^2 \left(\frac{\theta_{21}}{180^\circ}\right)^2, \quad (1)$$

где  $\theta = \arccos(\sin \beta_2 \sin \beta_1 + \cos \beta_2 \cos \beta_1 \cos(\lambda_2 - \lambda_1))$ ,  $\lambda = \Omega + \arctg(\cos i \operatorname{tg} \omega)$  (прибавляется  $180^\circ$ , если  $\cos \omega < 0$ ),  $\beta = \arcsin(\sin i \sin \omega)$ ,  $I, e, q$  – взаимный наклон, эксцентриситеты и перигелийные расстояния гелиоцентрических орбит двух малых тел. Поэтому при выборе критериев был использован  $D$  критерий Драммонда.

Все указанные выше критерии обладают неустраняемыми недостатками [2, 10–12]: они плохо работают для околокруговых орбит и не удовлетворяют аксиоме треугольника, а именно, в некоторых случаях

$$D(x, z) > D(x, y) + D(y, z),$$

где  $x, y, z$  – тройка орбит.

Эти недостатки, однако, не сильно портят картину, так как метеорные и кометные орбиты являются вытянутыми, и аксиома треугольника все же выполняется в ослабленном варианте [12]:

$$D(x, z) < A[D(x, y) + D(y, z)]$$

при некоторой постоянной  $A > 1$ .

В 2016 г. опубликован свободный от отмеченных недостатков критерий, являющийся метрикой (расстоянием) в пятимерном пространстве непрямолинейных кеплеровых орбит. В работах [2, 10] определены метрики в нескольких фактор-пространствах. Здесь мы используем метрику  $\rho$ , определенную в трехмерном фактор-пространстве как

$$\rho^2 = (1 + e_1^2)p_1 + (1 + e_2^2)p_2 - 2\sqrt{p_1 p_2}(e_1 e_2 + \cos(i_1 - i_2)). \quad (2)$$

Элементом этого пространства является класс орбит с фиксированными фокальным параметром  $p$ , эксцентриситетом  $e$  и наклоном  $i$ , которые со временем меняются незначительно, и всевозможными значениями направления перигетров  $\omega$  и узлов орбиты  $\Omega$ , испытывающих большие вековые возмущения. Физическая размерность  $\rho$  – корень из единицы длины, поэтому далее будем вычислять  $\rho^2$  в астрономических единицах (а.е.). Соответственно для критерия Драммонда (1) также будем вычислять величину  $D_{Dr}^2$ .

*Замечание.* Определенная формулой (2) метрика  $\rho$  обозначалась в [2] как  $\rho_5$ , а в [10] – как  $\rho_3$ .

Вследствие планетных возмущений орбиты метеороидов в одном и том же рое могут значительно отличаться как друг от друга, так и от орбиты родительского тела [13]. Поэтому наряду с  $D$  критериями применяют еще три критерия [14, 15], полученные на основе решения ограниченной задачи трех тел Солнце–Юпитер – малое тело (астероид). Это постоянная Тиссерана [16, 17]:

$$T = \frac{1}{a} + 2(1 + m_{пл})^{1/2} \frac{1}{a_{пл}^{3/2}} (a(1 - e^2))^{1/2} \cos i,$$

где  $m_{пл}$ ,  $a_{пл}$  – отношение массы планеты к массе Солнца и большая полуось планеты; применительно к Юпитеру

$$T = a^{-1} + 0.16860(a(1 - e^2))^{1/2} \cos i, \quad (3)$$

и два квазистационарных параметра:

$$\mu = \sqrt{a(1 - e^2)} \cos i \quad (4)$$

$$\nu = (1 - e^2)(0.4 - \sin^2 \omega \sin^2 i) = \text{const}. \quad (5)$$

Вычисления вековых гравитационных возмущений от девяти планет и с учетом негравитационного эффекта Пойнтинга–Робертсона на интервале 10 тыс. лет показали, что относительные изменения квазистационарных параметров  $\mu$  и  $\nu$  составляют не более 5–10%. За тот же период времени долгота восходящего узла  $\Omega$  и аргумент перигелия  $\omega$  орбиты изменяются значительно, но часто (хотя и не всегда) значение долготы перигелия как суммы

$$\pi = \Omega + \omega \quad (6)$$

сохраняет стабильность [18]. В частности, это имеет место для  $\delta$ -Канкрид, как будет показано ниже. Таким образом, для предположения о возможной связи двух малых тел необходимо, чтобы в процессе своей эволюции их орбиты сохраняли близкие значения постоянной Тиссерана  $T$ , квазистационарных параметров  $\mu$ ,  $\nu$  и долгот перигелиев  $\pi$ .

### 3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОРОГОВЫХ ЗНАЧЕНИЙ КРИТЕРИЕВ СХОЖЕСТИ ОРБИТ

Существуют два основных подхода в определении верхнего порогового значения  $D_c$ : статистический и метод ретро-моделирования орбит. При статистическом подходе значение  $D_c$  определяется на основе статистической выборки исследуемых орбит, принадлежащих метеорным потокам с известными родительскими телами, например [19]

$$D_c = 0.8n^{-1/4},$$

где  $n$  – размер выборки отождествляемых метеороидных орбит.

При таком подходе для большинства пар: метеороид – родительское тело для  $D$  критериев независимо от метеороидного потока пороговое значение  $D_c$  не превышает значения 0.2. Однако применение этих формул не всегда может быть оправдано из-за различной точности и статистической обеспеченности орбит метеороидов, приведенных в каталогах метеороидных орбит. В работе [3] реализован способ определения  $D_c$  на основе двухэтапной графической интерполяции: сначала пороговое значение  $D_c$  определяется для каждого выбранного  $D$  критерия, а затем на его основе индивидуально определяется  $D_c$  для исследуемого метеороидного потока. Однако в методике, описанной в работе [3], при определении значений  $D_c$  учитываются только ошибки определения орбит астероидов, в то время как инструментальные ошибки наблюдений метеороидов значительно выше.

При втором подходе определения значения  $D_c$  используются орбиты метеороидов, полученные путем моделирования их выброса из родительского тела (задаются точка и направление выброса на орбите родительского тела, скорость выброса и масса частицы) и последующей орбитальной эволюции. Метод применим для потоков с уже известными родительскими телами. Как показали исследования [20–22], при таком подходе значение  $D_c$  для пары орбит “модельный метеороид-комета” получается значительно ниже значения 0.2 для метеороидных потоков с родительской кометой группы Галлея и выше для потоков, относящихся к группе Юпитера.

Определение пороговых значений критерия Драммонда (1) и метрики Холшевникова (2), а также пороговых значений постоянной Тиссерана (3), квазистационарных параметров (4), (5), долготы перигелия (6) было выполнено нами на основе вычисления средней орбиты метеороидного потока внутри каждого использованного каталога метеороидных орбит по следующему алгоритму:

1) расчет средней орбиты метеороидного потока по всей совокупности индивидуальных орбит метеороидов потока;

2) расчет значений критерия Драммонда  $D_{DRi}$  (1), метрики Холшевникова  $\rho_i$  (2), для каждой пары орбит: орбита метеороида – средняя орбита метеороидного потока;

3) расчет средних значений критерия Драммонда  $D_{DR}$ , метрики Холшевникова  $\rho$  и их средних квадратических ошибок (СКО)  $\sigma D_{DR}$ ,  $\sigma \rho$ ;

4) расчет значений постоянной Тиссерана  $T_i$  (3), параметров  $\mu_i$  (4),  $\nu_i$  (5), долготы перигелия  $\pi_i$  (6) по элементам индивидуальных орбит метеороидов;

5) расчет средних значений постоянной Тиссерана  $T$ , параметров  $\mu$ ,  $\nu$ , долготы перигелия  $\pi$  и их средних квадратических ошибок (СКО)  $\sigma T$ ,  $\sigma \mu$ ,  $\sigma \nu$ ,  $\sigma \pi$ ;

6) вычисление значений каждого из критериев (1–6) для пары орбит: орбита астероида – средняя орбита метеороидного потока;

7) проверка выполнения критериев (1–6) на основе их СКО  $\sigma D_{DR}$ ,  $\sigma \rho$ ,  $\sigma T$ ,  $\sigma \mu$ ,  $\sigma \nu$ ,  $\sigma \pi$ .

Из-за многочисленных возмущений, учет которых возможен только с ограниченной точностью (например, негравитационные возмущения), а также из-за погрешностей наблюдений реалистична только статистическая постановка вопроса о близости орбит. В идеале каждому критерию следует поставить в соответствие фактор  $P$ , непрерывно изменяющийся от 1 до 0. Например, для  $\rho^2$  значения  $P$  убывают от 1 для  $\rho^2 = 0$  до 0 для  $\rho^2 = 0.1$  а.е. Однако закон распределения  $P$  нам неизвестен. Поэтому мы ограничились упрощенной постановкой. Именно, фактору  $P$  мы приписываем множество значений, состоящее из четырех элементов  $P = \{1, 0.9, 0.8, 0.7\}$ . Если значения критерия выступают за некоторое пороговое значение, соответствующая орбита отбрасывается, что равносильно равенству  $P = 0$ . Совокупности критериев ставится в соответствие фактор  $P = P_1 P_2 \dots P_n$ . Произвольный выбор возможных значений  $P_i$  слабо влияет на результат, меняя только пороговое значение  $P$ .

Для критерия Драммонда и метрики Холшевникова принималось, что если для пары орбит:  $x$  (орбита астероида) и  $y$  (средняя орбита потока) имеет место неравенство:

$$\begin{aligned} D_c^2(x, y) &\leq D_c^2, \\ \rho_c^2(x, y) &\leq \rho_c^2, \end{aligned} \quad (7)$$

где пороговые значения  $D_c$  и  $\rho_c$  равны, соответственно, средним значениям для потока внутри каталога орбит, то критерии (1) и (2) оцениваются факторами  $P_1 = 1$ ,  $P_2 = 1$ ; если имеет место неравенство:

$$\begin{aligned} D_c^2(x, y) < D_c^2(x, y) &\leq D_c^2(x, y) + \sigma D_{DR}, \\ \rho_c^2(x, y) < \rho_c^2(x, y) &\leq \rho_c^2(x, y) + \sigma \rho, \end{aligned}$$

то критерии (1) и (2) оцениваются факторами  $P_1 = 0.9$ ,  $P_2 = 0.9$ . Если имеет место неравенство:

$$\begin{aligned} D_c^2(x, y) < D_c^2(x, y) &\leq D_c^2(x, y) + 2\sigma D_{DR}, \\ \rho_c^2(x, y) < \rho_c^2(x, y) &\leq \rho_c^2(x, y) + 2\sigma \rho, \end{aligned} \quad (8)$$

то критерии (1) и (2) оцениваются факторами  $P_1 = 0.8$ ,  $P_2 = 0.8$  и т. д.

Выполнение критерия (3) по постоянной Тиссерана  $T$  для пары орбит “орбита астероида ( $x$ ) –

средняя орбита потока ( $y$ )” также оценивается на основе СКО  $\sigma T$  следующим образом:

– если выполняется неравенство

$$T - \sigma T < T(x, y) \leq T + \sigma T,$$

то критерий (3) оценивается фактором  $P_3 = 0.9$ ;

– если выполняется неравенство

$$T - 2\sigma T \leq T(x, y) \leq T + 2\sigma T, \quad (9)$$

то критерий (3) оценивается фактором  $P_3 = 0.8$  и т.д.

Аналогично (9) для пары орбит “ $x$  (орбита астероида) и  $y$  (средняя орбита потока)” оценивалась степень выполнения критериев (4–6) квазистационарных параметров  $\mu$ ,  $\nu$ , долготы перигелия  $\pi$  на основе их СКО  $\sigma\mu$ ,  $\sigma\nu$ ,  $\sigma\pi$  с факторами  $P_4$ ,  $P_5$  и  $P_6$  соответственно. Для критериев (3–6) оценивается именно интервальный разброс значений  $T$ ,  $\mu$ ,  $\nu$ ,  $\pi$  между орбитами астероида и средней орбитой потока, а не их полное совпадение, поэтому факторам  $P_3$ ,  $P_4$ ,  $P_5$  и  $P_6$  значение единицы не присваивается.

Для каждой пары орбит “ $x$  (орбита астероида) и  $y$  (средняя орбита потока)” мера выполнения всей совокупности критериев (1–6) оценивалась по формуле:

$$P = \prod P_i, \quad (10)$$

т.е. произведение  $P_i$  факторов выполнения каждого критерия при  $i = 1, \dots, 6$ . Отбор астероидов, для орбит которых предполагается схожесть с орбитами метеороидов, выполняется на основе значений СКО критериев  $\sigma D_{DR}$ ,  $\sigma r$ ,  $\sigma T$ ,  $\sigma\mu$ ,  $\sigma\nu$ ,  $\sigma\pi$ , полученных для пары “ $x$  (орбита астероида) и  $y$  (средняя орбита потока)”, и меры  $P$  выполнения критериев.

## 4. ПОИСК АСТЕРОИДОВ С БЛИЗКИМИ ОРБИТАМИ МЕТЕОРОИДОВ $\delta$ -КАНКРИД

### 4.1. Объект исследования

Данная методика была применена для поиска вероятных родительских тел малого метеорного потока  $\delta$ -Канкриды среди околоземных астероидов, некоторые из которых могут быть потухшими кометами или продуктами их распада. Поток  $\delta$ -Канкриды имеет две ветви – северные (NCC) и южные (SCC)  $\delta$ -Канкриды, но в некоторых источниках, например, в базе данных визуальных наблюдений метеоров Международной метеорной организации (ММО) он обозначен как DCA без деления на ветви. Поток является подтвержденным MAC малым метеорным потоком и не имеет достоверно установленных генетических связей ни с одним малым телом Солнечной системы. Комплекс  $\delta$ -Канкрид наблюдается в период с 1 по 31 января, размер его средней ор-

биты порядка 2.5 а.е., геоцентрическая скорость 27 км/с. Поток мало изучен и данных об исследованиях его структуры и эволюции практически нет.

По визуальным наблюдениям за период 1987–2006 гг., выполненным под эгидой ММО (<http://www.imo.net/data/visual>, дата обращения 30.05.2018), была изучена структура  $\delta$ -Канкрид (DCA). Приведем данные только об активности потока, которая определяется зенитным часовым числом ( $ZHR$ ). Значение  $ZHR$ , пропорциональное плотности потока метеорных тел с массами больше, чем минимальная регистрируемая масса метеороида, соответствующая метеору +3<sup>m</sup> и ярче, определялось по формуле

$$ZHR = \frac{N}{t} k e^{0.4F} \cos^{-S} Z, \quad (11)$$

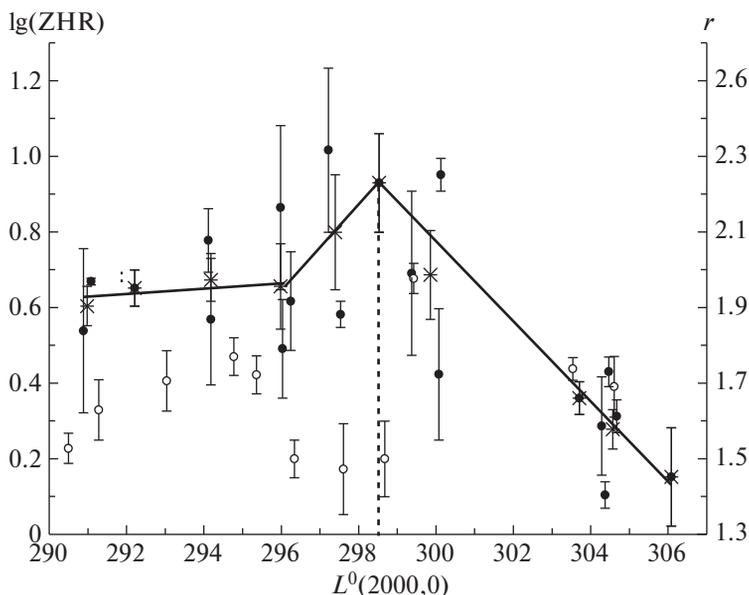
где  $N$  – зарегистрированное число метеоров в интервале времени  $t$ ,  $k$  – поправка приведения наблюдаемого числа метеоров к +3<sup>m</sup>,  $Z$  – зенитное расстояние радианта,  $F$  – фаза Луны. Параметр  $S$  распределения метеороидов потока по массам (интегральный масс-индекс) связан с параметром  $r$  функции светимости метеоров соотношением

$$S = 1 + 2.5 \lg r. \quad (12)$$

Методика определения параметров функции светимости  $r$  и  $S$ ,  $ZHR$  по визуальным наблюдениям метеоров подробно описана в [23–25].

Было установлено, что для метеоров DCA с минимальной регистрируемой звездной величиной +3<sup>m</sup> и ярче усредненное за все годы наблюдений максимальное зенитное часовое число составляет  $ZHR_{\max} = 8.6 \pm 1.8$  и наблюдается на долготе Солнца  $L_{\max} = 298.5^\circ \pm 1.2^\circ$  (рис. 1). Максимум активности  $L_{\max}$  в пределах  $1^\circ$  совпадает с положением основного минимума параметра  $r$  функции светимости, обусловленного концентрацией более крупных метеороидов на данном участке потока (рис. 1). По данным других источников [26] значение  $L_{\max}$  равно  $296.3^\circ$  (по визуальным наблюдениям 1989 г.);  $299^\circ$  (по телевизионным наблюдениям 1999–2009 гг.). Таким образом, моменты наступления максимальной активности  $\delta$ -Канкрид, полученные на основе разных методов наблюдений метеоров, варьируются в пределах порядка  $2^\circ$  относительно полученного нами  $L_{\max}$ .

По положению максимальной активности потока относительно долготы узла орбиты РТ, по ширине профиля, наклону восходящей и нисходящей ветвей можно судить о его эволюционной стадии. Для молодых роев максимум активности практически совпадает с долготой узла орбиты РТ. Для более старых потоков максимум активности по долготе Солнца может не совпадать с узлом



**Рис. 1.**  $\delta$ -Канкриды по визуальным наблюдениям 1987–2006 гг. (темные кружки – индивидуальные значения ZHR; крестики и сплошная линия – усредненные значения ZHR; открытые кружки – усредненные значения параметра  $r$  функции светимости, штриховая линия – положение максимума активности  $L_{\max}$ ).

орбиты РТ вследствие гравитационных возмущений от планет [27]. В случае метеорного потока с неизвестным РТ по моменту наступления  $L_{\max}$  максимальной активности потока  $ZHR_{\max}$  и положению минимума параметра  $r$  функции светимости можно судить о вероятном значении узла орбиты потенциального РТ в момент образования роя. Таким образом, вероятное родительское тело  $\delta$ -Канкрид в период образования роя могло иметь орбиту с долготой узла в интервале значений  $296^{\circ}$ – $300^{\circ}$ .

#### 4.2. Наблюдательная база метеорных орбит и астероидов

Для исследования связей  $\delta$ -Канкрид с астероидами были использованы телевизионные каталоги метеорных орбит Японской метеорной сети SonatoCo (Японское метеорное общество (<http://sonotaco.jp/doc/SNM/index.html>, SonatoCo) и каталог CAMS Meteoroid Orbit Database v2.0 (<http://cams.seti.org/>, CAMS). В SonatoCo по наблюдениям 2007–2015 гг. представлено 111 и 59 орбит метеоров NCC северной и SCC южной ветвей соответственно. В каталоге CAMS орбитальные элементы представлены для 74 орбит NCC и 69 орбит SCC ветвей за 2007–2009 гг. Точность измерений составляет: для каталога SonatoCo направления –  $0.03^{\circ}$ , времени регистрации события –  $0.3$  с, скорости метеороидов главных потоков  $\pm 20\%$ , малых потоков  $\pm 30\%$ , индивидуальные ошибки элементов орбит не приводятся. В каталоге CAMS для всех орбит и их параметров

приведены ошибки определения, которые учитываются при вычислениях. В других опубликованных телевизионных и фотографических каталогах орбиты  $\delta$ -Канкрид не представлены. Не использовались каталоги орбит, в которых наблюдаемые метеоры не отнесены к какому-либо метеорному потоку, например, Лундский сводный фотографический каталог (<https://www.astro.sk/~ne/IAUM-DC/PhV2016/photo.html>).

Актуальная база данных орбит астероидов групп Аполлона, Амура, Атона, пересекающих орбиту Земли, представлена на сайте ([http://ssd.jpl.nasa.gov/sbdb\\_query.cgi](http://ssd.jpl.nasa.gov/sbdb_query.cgi), дата обращения 28.04.2019).

#### 4.3. Результаты поиска астероидов с орбитами, близкими метеороидам $\delta$ -Канкрид

Согласно описанному выше алгоритму по каждому каталогу орбит SonatoCo и CAMS вычислялись орбитальные элементы средней орбиты (перигелийное расстояние  $q$ , а.е., эксцентриситет  $e$ , наклон орбиты  $i$ , долгота восходящего узла  $\Omega$ , аргумент перигелия  $\omega$ , долгота перигелия  $\pi$  на эпоху J2000.0) южной SCC и северной NCC ветвей  $\delta$ -Канкрид и их средние квадратические ошибки  $\sigma$  (СКО) (табл. 1).

Средние значения критерия Драммонда  $D_{DR}$  (1), метрики Холшевникова  $\rho$  (2), постоянной Тиссерана  $T$  (3) и квазистационарных параметров  $\mu$  (4),  $\nu$  (5), долготы перигелия  $\pi$  (6) и их СКО определялись на основе вычисления данных па-

**Таблица 1.** Средние орбиты SCC южной и NCC северной ветвей δ-Канкрид

Поток	$q \pm \sigma$ (а.е.)	$e \pm \sigma$	$i^\circ \pm \sigma^\circ$	$\Omega^\circ \pm \sigma^\circ$	$\omega^\circ \pm \sigma^\circ$	$\pi^\circ \pm \sigma^\circ$	Каталог
SCC	0.376 ±0.100	0.812 ±0.061	5.676 ±2.321	121.066 ±6.202	112.638 ±13.189	233.705 ±7.600	SonatoCo
	0.429 ±0.047	0.810 ±0.025	4.921 ±1.120	111.853 ±6.941	107.743 ±8.542	219.596 ±11.944	CAMS
NCC	0.419 ±0.108	0.801 ±0.058	2.481 ±1.709	298.923 ±6.292	286.323 ±12.917	225.246 ±7.637	SonatoCo
	0.412 ±0.047	0.813 ±0.026	2.781 ±1.082	277.921 ±23.306	275.108 ±23.192	217.354 ±6.597	CAMS

раметров для каждой пары орбит “индивидуальная орбита метеороида – средняя орбита потока” (табл. 1) отдельно для каждого каталога (табл. 2 и 3).

Списки астероидов, выделенные для ветвей SCC и NCC δ-Канкрид по каждому каталогу, приведены в табл. 4. Отбор астероидов проводился на основе значений СКО критериев  $\sigma D_{DR}$ ,  $\sigma r$ ,  $\sigma T$ ,  $\sigma \mu$ ,  $\sigma v$ ,  $\sigma \pi$  по правилу  $2\sigma$ . Следовательно, в список астероидов, приведенных в табл. 4, вошли только те астероиды, для которых все использованные нами критерии (1–6) выполняются со значениями факторов  $P_i \geq 0.8$  (с учетом округления до десятых долей). При этом мера  $P$  (10) выполнения совокупности всех критериев принимает значение: для каталога CAMS выше или равно 0.5; для каталога SonatoCo – выше или равно 0.6, что, вероятно, обусловлено несколько более высокими СКО средних элементов орбиты потока (табл. 1) и критериев (табл. 2, 3) по сравнению с CAMS.

Сравнение результатов поиска астероидов с орбитами, схожими с орбитами δ-Канкрид, с данными других источников приведено в табл. 5. В случае, если астероид нами не отобран, один из критериев (1–6) не удовлетворяет правилу  $2\sigma$ .

**Таблица 2.** Средние значения  $D_{DR}$  критерия Драммонда и  $\rho$  метрики Холшевникова для SCC южной и NCC северной ветвей δ-Канкрид

Поток	$D_{DR}^2 \pm \sigma$	$\rho^2 \pm \sigma$ (а.е.)	Каталог
SCC	0.021 ±0.025	0.021 ±0.028	SonatoCo
	0.006 ±0.005	0.005 ±0.005	CAMS
NCC	0.020 ±0.023	0.017 ±0.021	SonatoCo
	0.019 ±0.010	0.005 ±0.005	CAMS

В табл. 6 для отобранных как для SCC, так и для NCC астероидов даны орбитальные и физические характеристики по данным ([http://ssd.jpl.nasa.gov/sbdb\\_query.cgi](http://ssd.jpl.nasa.gov/sbdb_query.cgi), дата обращения 28.04.2019) в сравнении с параметрами средних орбит ветвей потока. В табл. 6 приведены следующие значения:  $e_n, q_n, i_n, \Omega_n, e, q, i, \Omega$  – орбитальные элементы потока и астероида;  $T_n, T$  – постоянные Тиссерана потока и астероида;  $H, D, \alpha$  – абсолютная звездная величина, диаметр, геометрическое альbedo астероида (в случае, если известны);  $r_{min}$  – расстояние его сближения с Землей.

Согласно [18, 29] объекты со значением постоянной Тиссерана относительно Юпитера  $T < 3.1$  движутся по кометоподобным орбитам, а с  $T > 3.1$  – по астероидным орбитам. Кроме того, предполагается, что астероиды с низким геометрическим альbedo, лежащим в интервале от 0.02 до 0.12, могут быть угасшими кометами [30]. По значению постоянной Тиссерана  $T_n = 3.17$  комплекс δ-Канкрид занимает промежуточное положение между классом комет и астероидов (табл. 6). За исключением двух астероидов 2011 SR12, 2014 RS17, все астероиды имеют кометный, а астероид 85182 (1991 AQ) – промежуточный типы орбит. По ор-

**Таблица 3.** Средние значения постоянной Тиссерана  $T$ , квазистационарных параметров  $\mu$  и  $v$ , долготы перигелия  $\pi$  для SCC южной и NCC северной ветвей δ-Канкрид

Поток	$T \pm \sigma$	$v \pm \sigma$	$\mu \pm \sigma$	$\pi \pm \sigma$	Каталог
SCC	3.241 ±0.755	0.125 ±0.038	0.816 ±0.103	233.705 ±7.624	SonatoCo
	3.076 ±0.316	0.134 ±0.021	0.875 ±0.053	214.378 ±6.665	CAMS
NCC	3.301 ±0.402	0.134 ±0.035	0.863 ±0.105	225.246 ±7.637	SonatoCo
	3.126 ±0.381	0.134 ±0.023	0.861 ±0.055	217.354 ±7.677	CAMS

**Таблица 4.** Астероиды, отобранные для SCC южной и NCC северной ветвей  $\delta$ -Канкрид

Поток	Астероиды	$P$	Астероиды	$P$
	каталог SonatoCo		каталог CAMS	
SCC	2212 Hephaistos (1978 SB)	0.7	2017 YO4	0.6
	2011 SR12	0.7	2015 PU228	0.5
	2014 RS17	0.7	2010 XC11	0.5
	2006 BF56	0.6	2003 RW11	0.5
	2003 RW11	0.6	2014 YQ34	0.5
	2009 BB	0.6		
	162825 (2001 BO61)	0.6		
	356394 (2010 QD2)	0.6		
	2001 YB5	0.6		
	2006 AM8	0.6		
NCC	каталог SonatoCo		каталог CAMS	
	2006 BF56	0.7	2014 YQ34	0.6
	85182 (1991 AQ)	0.7	85182 (1991 AQ)	0.5
	2017 YO4	0.6	2017 YO4	0.6
	2015 PU228	0.6	2015 PU228	0.5
	2003 RW11	0.6	2019 AQ	0.5
	2011 SR12	0.6		
	2010 XC11	0.6		
	2014 BX2	0.6		
	2014 RS17	0.6		
	2001 YB5	0.6		
	2212 Hephaistos (1978 SB)	0.6		
	2015 PC	0.6		

бите, размеру и альбедо астероид 2003 RW11, выделенный для обеих ветвей, демонстрирует кометный тип и может быть ядром угасшей ко-

меты. По значению альбедо крупные астероиды Hephaistos 1978 SB и 85182 (1991 AQ) классифицируются как астероиды. Астероиды 2006 BF56, 2001 YB5, 2014 RS17, 2014 YQ34 являются потенциально опасными, сближаясь с Землей менее, чем на 900 тыс. км, они попадают в сферу ее влияния.

**Таблица 5.** Астероиды на близких орбитах с  $\delta$ -Канкридами по разным источникам

Поток	Астероид	Источники
SCC	2212 Hephaistos (1978 SB)	авторы; [28]
	2001 YB5	авторы; [26]
	2010 XC11	авторы; [3]
	85182 (1991 AQ)	[28]
	(480822)1998YM4	[3]
NCC	2212 Hephaistos (1978 SB)	авторы; [28]
	2003 RW11	авторы; [28]
	2015 PU228	авторы; [3]
	85182 (1991 AQ)	авторы; [3, 26, 28]
	2013 YL2	[3]

Если сравнивать положение узлов орбит  $\Omega$  астероидов, приведенных в табл. 6, с профилем активности потока  $\delta$ -Канкриды (рис. 1), то современное положение узлов орбит астероидов 2006 BF56, 2015 PU228, 2001YB5 попадает в диапазон дат наблюдения потока. Данные объекты, звездная величина которых слабее  $+20^m$ , имеют, подобно астероиду 2015 PU228 (табл. 6), небольшие размеры, и могут быть продуктами распада более крупного родительского тела.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для поиска астероидов со схожими орбитами с метеороидами комплекса  $\delta$ -Канкриды использо-

**Таблица 6.** Параметры астероидов, отобранных для метеороидов SCC южной и NCC северной ветвей  $\delta$ -Канкрид

Астероиды	$e$	$q$ (а.е.)	$i^\circ$	$\Omega^\circ$	$T$	$H/D$ , км	$\alpha$	$r_{\min}$ (а.е.)
SCC $\delta$ -Канкриды $e_n = 0.81$ $q_n = 0.38$ а.е. $i_n = 5^\circ$ $\Omega_n = 121^\circ$ $T_n = 3.17$								
NCC $\delta$ -Канкриды $e_n = 0.80$ $q_n = 0.42$ а.е. $i_n = 3^\circ$ $\Omega_n = 298^\circ$ $T_n = 3.17$								
Нephaistos 1978 SB	0.838	0.350	11.553	27.540	3.099	13.87 <sup>m</sup> /5.7	0.163	0.116
2011 SR12	0.804	0.395	12.072	203.481	3.302	19.6 <sup>m</sup> /–	–	0.150
2014 RS17	0.771	0.443	1.628	322	3.461	23.2 <sup>m</sup> /–	–	0.006
2006 BF56	0.799	0.471	0.961	125.244	3.030	29.6 <sup>m</sup> /–	–	0.001
2003 RW11	0.823	0.467	10.358	170.859	2.768	18.7 <sup>m</sup> /1.507	0.026	0.077
2017 YO4	0.830	0.381	7.397	189.660	3.053	20.6 <sup>m</sup> /–	–	0.086
2015 PU228	0.790	0.479	9.445	301.870	3.082	20.3 <sup>m</sup> /0.328	0.125	0.214
2014 YQ34	0.830	0.427	3.424	272.316	2.848	20.9 <sup>m</sup> /–	–	0.006
2001 YB5	0.865	0.317	5.550	288.390	2.895	20.9 <sup>m</sup> /–	–	0.004
2010 XC11	0.850	0.377	9.112	94.216	2.791	18.7 <sup>m</sup> /–	–	0.030
85182 1991 AQ	0.777	0.496	3.130	339.642	3.164	17.1 <sup>m</sup> /1.1	0.242	0.017

вана многофакторная методика, основанная на применении ряда критериев:  $D$  критерия Драммонда, метрики Холшевникова и параметров динамической эволюции орбит. Применение совокупности критериев повышает достоверность результатов исследований о возможной связи малых тел Солнечной системы. Пороговые значения критериев отождествления орбит определены с учетом дисперсии орбит метеороидов в потоке как за счет начальных условий их выбросов из РТ, так и последующей эволюции их орбит. Кроме того, пороговые значения критериев определяются внутри каждого используемого каталога метеорных орбит, что позволяет учитывать инструментальные ошибки метода наблюдения метеоров. При отборе кандидатов возможных РТ потоков-сирот применен статистический подход на основе определения меры выполнения критериев с помощью интервальных оценок их СКО.

Методика применена для поиска вероятных родительских тел мало изученного метеорного комплекса  $\delta$ -Канкриды в группах астероидов Аполлона, Амура, Атона, пересекающих орбиту Земли. Астероиды на близких орбитах, возможно связанные с NCC северной и SCC южной ветвями  $\delta$ -Канкрид, отождествлены только в группе Аполлона. Выполнен сравнительный анализ их характеристик с параметрами и структурой  $\delta$ -Канкрид. Общими для NCC и SCC ветвей выделены следующие астероиды: по каталогу орбит CAMS – 2015 PU228, 2014 YQ34, 2017 YO4; по каталогу SonatoCo – Нephaistos 1978 SB, 2003 RW11, 2006 BF56, 2011 SR12, 2014 RS17, 2001 YB5. Астероид

85182 (1991 AQ) отождествлен по двум каталогам метеорных орбит только с северной NCC ветвью потока.

#### ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа поддержана Российским научным фондом (грант 18-12-00050).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *T. J. Jopek and I. P. Williams*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **430**, 2377 (2013).
2. *K. V. Kholshchevnikov, G. I. Kokhirova, P. B. Babadzhanov, and U. H. Khamroev*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **462**, 2275 (2016).
3. *B. A. Dumitru, M. Birlan, M. Popescu, and D. A. Nedelcu*, Astron. and Astrophys. **607**, 5 (2017).
4. *G. I. Kokhirova, K. V. Kholshchevnikov, P. B. Babadzhanov, U. H. Khamroev, and D. V. Milanov*, Planetary and Space Science **157**, 28 (2018).
5. *R. B. Southworth and G. S. Hawkins*, Smithson. Contrib. Astrophys. **7**, 261 (1963).
6. *J. D. Drummond*, Icarus **45**, 545 (1981).
7. *T. J. Jopek*, Icarus **106**, 603 (1993).
8. *D. J. Asher, S. V. Clube, W. M. Napier, and D. I. Steel*, Vistas in Astronomy **38**, 1 (1994).
9. *M. G. Sokolova, E. D. Kondratyeva, and Y. A. Nefedyev*, Adv. Space Res. **52**, 1217 (2013).
10. *К. В. Холшевников*, в Трудах 45-й межд. студ. науч. конф. “Физика космоса” (Екатеринбург, Изд-во: УрФУ. 2016, с. 168–184).

11. *D. V. Milanov*, *Celest. Mech. Dyn. Astr.* **130**, 3, с. 75 (2018).
12. *D. V. Milanov, Yu. V. Milanova, and K. V. Kholshchevnikov*, *Celest. Mech. Dyn. Astron.* **131**, 5 (2019).
13. *Ю. В. Обрубов*, *Астрон. журн.* **68**, 1063 (1991).
14. *М. Л. Лидов*, *Искусственные спутники Земли.* **8**, с. 5 (1961).
15. *Е. Н. Крамер, И. С. Шестака*, *Астрон. вестник* **21**, 75 (1987).
16. *F. Tisserand*. *Traité de mécanique céleste*, Paris, Gauthier-Villars, V. 4, p. 203 (1896).
17. *М. Ф. Субботин*. *Введение в теоретическую астрономию* (М.: “Наука”, 1968).
18. *И. С. Шестака*, *Астрон. вестник* **28**, 70 (1994).
19. *В. А. Lindblad*, *Smithson. Contrib. Astrophys.* **12**, 14 (1971).
20. *Н. В. Куликова, Д. А. Калинин*, Сб. трудов конф. “Околоземная астрономия-2007”, с. 177 (Нальчик, 2008).
21. *М. Г. Ишмухаметова, Е. Д. Кондратьева, В. С. Усагин*, *Астрон. вестник* **43**, 453 (2009).
22. *Г. О. Рыабова*, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **456**, 78 (2016).
23. *О. И. Белькович, М. Г. Ишмухаметова, Н. И. Сулейманов*, *Астрон. вестник* **35**, 448 (2001).
24. *О. И. Белькович, М. Г. Ишмухаметова*, *Астрон. вестник* **40**, 230 (2006).
25. *О. I. Bel'kovich, M. G. Ishmukhametova, and E. D. Kondrateva*, *Solar System Res.* **45**, 529 (2011).
26. *P. Jenniskens Showers and their Parent Comets* (Cambridge, UK: Cambridge University, 2006).
27. *М. Г. Соколова, М. В. Сергиенко*, *Астрон. вестник* **50**, 401 (2016).
28. *П. Б. Бабаджанов, Г. И. Кохирова*. *Метеорные потоки астероидов, пересекающих орбиту Земли* (Душанбе: “Доиш”, 2009).
29. *D. C. Jewitt*, *Astron. J.* **143**, 3 (2012).
30. *D. C. Jewitt*, *Astrophys. and Space Sci. Library* **167**, 19 (1992).