# СОДЕРЖАНИЕ

#### Механика машин

Определение численными методами параметров поперечного обтекания двух тандемно расположенных трубопроводов	
С. М. Каплунов, Н. Г. Вальес, В. Ю. Фурсов, Н. А. Ченцова, В. В. Перевезенцев	3
Исследование напряженно-деформированного состояния зубьев колес	
Ф. Г. Нахатакян, Ф. И. Плеханов	10
Численное моделирование упругогидродинамического контакта профилированного ролика с учетом геометрии входной границы смазочной пленки	
М. Я. Пановко	18
Надежность, прочность, износостойкость машин и конструкций	
Оценка вероятности усталостного разрушения конструкционных элементов с учетом статистического разброса механических характеристик прочности материала и остаточной дефектности	
Ю. Г. Матвиенко, Д. А. Кузьмин, Д. О. Резников, В. В. Потапов	26
Анализ напряженно-деформированного состояния композиционных цилиндрических оболочек на основе уточненной теории с учетом пьезоэлектрического эффекта	
В. В. Фирсанов, Л. Х. Нгуен	37
Коррозионная стойкость никелида титана в атмосферных условиях	
И. С. Сплавский	45
Повышение надежности технологического процесса штамповки с кручением изделий из алюминиевого сплава	
П. А. Петров, А. Г. Матвеев, Б. Ю. Сапрыкин, М. А. Петров, И. А. Бурлаков, У. Ш. Диксит	50
Новые технологии в машиностроении	
Моделирование технологии лазерно-ударно-волновой обработки титановых сплавов с памятью формы с использованием анализа размерностей	
Г. Ж. Сахвадзе	59
Исследование аэроупругих явлений корпуса и тонкостенных конструкций беспилотных ЛА при больших сверхзвуковых скоростях	
Ф. А. Абдухакимов, А. В. Быков, В. В. Веденеев, Л. Р. Гареев, В. А. Нестеров	70

#### Автоматизация и управление в машиностроении

Управление сборкой изделий на основе данных о параметрах составляющих деталей и сборочных единиц

А. В. Медведев, И. Ю. Зараменский, Е. М. Халатов

# Экспериментальная механика. Диагностика испытания

Анализ работы торсионного вала, установленного в ДВС	
и в повышающем обороты редукторе на входе в гидротрансформатор	
механизма передач и поворота легкой гусеничной машины,	
и повышение его надежности	
Ю. И. Крыхтин, В. И. Карлов	88
Оценка взаимодействия картерных газов с моторным маслом	
В. И. Кубич, О. Г. Чернета, В. И. Бокарьов, Е. П. Лещенко,	
В. М. Юров, В. С. Олешко	96
Анализ особенностей тепловых полей углеродных нитей разных типов	
Р. С. Ахметханов, А. А. Шульженко	103

= МЕХАНИКА МАШИН ==

УДК 532.526.5

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧИСЛЕННЫМИ МЕТОДАМИ ПАРАМЕТРОВ ПОПЕРЕЧНОГО ОБТЕКАНИЯ ДВУХ ТАНДЕМНО РАСПОЛОЖЕННЫХ ТРУБОПРОВОДОВ

© 2021 г. С. М. Каплунов<sup>1,\*</sup>, Н. Г. Вальес<sup>1</sup>, В. Ю. Фурсов<sup>1</sup>, Н. А. Ченцова<sup>1</sup>, В. В. Перевезенцев<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва, Россия <sup>2</sup> Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия \*e-mail: savelivkaplunov@gmail.com

> Поступила в редакцию 28.08.2020 г. Принята к публикации 26.04.2021 г.

В статье приводится описание эффективного подхода при нахождении опасных соотношений конструкционных параметров для подводной трубопроводной транспортной системы при наиболее часто применимом последовательном по потоку (тандемном) расположении труб для обеспечения безаварийной работы исследуемой конструкции. Для решения такой задачи анализируется влияние специфического расположения трубопроводов на характер их динамического отклика. При этом, в первую очередь, рассматриваются гидродинамические механизмы возбуждения вибраций труб, существенно влияющих на прочность конструкций. На основании анализа результатов численных и экспериментальных исследований поведения труб в потоке жидкости или газа разработана методика определения недопустимых значений амплитуды колебаний труб и обеспечения безопасности эксплуатации подобных трубных конструкций. Предложенная модель численного эксперимента применима для полного воспроизведения всех основных механизмов возбуждения колебаний трубных пучков, а именно – периодического вихревого отрыва и гидроупругого возбуждения.

*Ключевые слова:* вихревой отрыв, отрывное течение, опасные соотношения конструкционных параметров, численные методы, метод дискретных вихрей, периодический вихревой отрыв

DOI: 10.31857/S0235711921040040

Результаты анализа состояния подводных транспортных трубопроводов на участках перехода рек и морей свидетельствуют о том, что их прочностные характеристики существенно снижаются, т.е. запасы их прочности и долговечности можно исчерпать в ближайшие годы. Такая опасная тенденция в недалеком будущем может привести к выработке допустимых сроков эксплуатации и к еще более значительному росту числа аварийных ситуаций. При внешнем воздействии водной среды технические характеристики трубопровода изменяются вплоть до критического их состояния, что может быть причиной их последующего разрушения. При ликвидации подобных аварий требуется их оперативный дорогостоящий ремонт с применением специальных средств и техники.

В статье рассматривается природа гидродинамических механизмов возбуждения вибраций трубных конструкций в поперечном потоке жидкости или газа (рис. 1) [1, 2]. Такое возбуждение происходит по причине взаимодействия конструктивных элемен-



Рис. 1. Укладка подводного трубопровода.

тов между собой, а гидродинамические силы возникают в результате нестационарного отрывного обтекания трубной конструкции.

Цель исследования — разработка методики на основании постановки численного эксперимента для определения недопустимых значений амплитуды колебаний последовательно по потоку (тандемно) расположенных труб в обеспечение безопасности их эксплуатации.

Объектами приложения результатов исследований являются ответственные комплексы теплообменного оборудования, трубопроводы, элементы газонефтехимического машиностроения, а также объекты гражданского строительства.

С учетом известного опыта исследований авторов в данной области была подтверждена и апробирована эффективность использования разработанного ими метода дискретных вихрей (ММДВ, ИМАШ РАН) [1, 2].

На рис. 1 показана укладка системы подводных трубопроводов, состоящей из двух тандемных труб (распространенная схема при транспортировке нефти и газа).

Анализ механизмов возбуждения колебаний трубных конструкций в поперечном потоке жидкости. Довольно хорошо изучено явление вихревого отрыва при обтекании одиночной трубы (кругового цилиндра) [4], которое проявляется в образовании вихревой дорожки Кармана и, как следствие, в появлении отчетливо выраженной периодической компоненты гидродинамической силы.

Рассмотрим природу гидродинамических механизмов возбуждения вибраций трубных конструкций в поперечном потоке жидкости или газа (рис. 2). Математическое описание явления требует разработки достаточно сложных моделей.

При поперечном обтекании трубного пучка потоком различают несколько механизмов возбуждения колебаний подобных конструкций: вихревое возбуждение и гидроупругое возбуждение. Для этого используются известные зависимости амплитуды колебаний пучка труб A от скорости поперечного потока U, обтекающего трубный пучок (амплитудно-скоростная характеристика – ACX) (рис. 2) [3]. В области вихревого возбуждения характерная частота отрыва вихрей совпадает с собственной частотой колебаний труб и происходит их резонансное возбуждение. На рис. 2 указаны границы проявления различных физических механизмов возбуждения колебаний труб.

Сведений о величине гидродинамической силы, связанной с отрывом вихрей в пучке труб в литературе существенно меньше [3, 6, 7]. Таким образом, имеющиеся данные позволяют только оценить возможность резонанса труб в зависимости от параметров пучка, если известны собственные частоты колебаний трубного пучка.



**Рис. 2.** Типичная амплитудно-скоростная характеристика (ACX) при поперечном обтекании пучка параллельных труб [3].

**Частотная отстройка при тандемном расположении труб.** Зная собственные частоты колебаний труб, можно определить опасные значения скорости потока, при которых возможно резонансное возбуждение их колебаний за счет отрыва вихрей.

Необходимые численные исследования реализуются на основании специально разработанных алгоритмов [1, 2]. Подобная стратегия позволяет проводить для решения данной задачи динамический анализ гидродинамических нагрузок для многокомпонентных конструкций методом дискретных вихрей для всего возможного диапазона скоростей потока в реальном времени. Численный эксперимент был проведен на модельном фрагменте из двух труб.

В различных отраслях техники, и в судостроении особенно [6], имеется ряд конструкций, состоящих из плохообтекаемых элементов, представляющих цилиндры с круглым поперечным сечением, которые располагаются один за другим по потоку (тандем). К таким конструкциям можно отнести различного рода трубные решетки, помещенные в поток жидкости, группы дымовых труб теплоцентралей и др. Рассматриваемая в статье конструкция представляет две параллельные трубы (рис. 3а), одна из которых расположена в следе другой.

Опыты показывают [6, 7], что вибрация цилиндра, находящегося в следе другого цилиндра, существенно увеличивается, причем тем значительнее, чем ближе цилиндры расположены друг к другу. Под влиянием следа впереди стоящего цилиндра средняя скорость обтекания цилиндра в следе уменьшается и происходит смещение зоны резонанса в сторону больших скоростей потока (рис. 36). Обратное влияние мало и практически им можно пренебречь при t/d > 2 (t – расстояние между осями цилиндров; d – диаметр впереди стоящего цилиндра, который в дальнейшем называется изолированным). При относительном смещении t/d = 15-20 влияние следа на вибрацию цилиндра практически прекращается. Смещение осей цилиндров поперек потока уменьшает влияние впереди стоящего цилиндра на вибрацию цилиндра, находящегося в следе.

В зависимости от картины обтекания изменяется число Струхаля для следа за цилиндрами (рис. 4).



**Рис. 3.** (а) – обтекаемая потоком система цилиндров (трубопроводов); (б) – резонансные колебания цилиндра, расположенного в вихревом следе стоящего впереди цилиндра [6]; U – скорость набегающего потока;  $Y_0$  – амплитуда колебаний цилиндров в потоке жидкости.  $\bigcirc$  – колебания изолированного цилиндра;  $\bigcirc$  – колебания цилиндра, расположенного в следе.



**Рис. 4.** Число *Sh* Струхаля в потоке за цилиндрами, установленными тандемом [6, 7], (задний цилиндр –  $Re = 5.1 \times 10^3$ ).

Взаимное влияние между цилиндрами весьма существенно при относительном расстоянии между ними t/d < 3.5. Как показывает анализ экспериментов, существуют две картины обтекания [6, 7]. При t/d < 3.5 обтекание цилиндров происходит практически как обтекание двух соединенных тел. Вихревой след образуется за цилиндром в следе. При t/d > 3.5 вихревой след образуется как за цилиндром в следе, так и за изолированным цилиндром, но влияние потока, обтекающего цилиндр в следе, на силы, образующиеся на изолированном цилиндре, практически отсутствует.

В настоящее время можно провести расчет колебаний пары цилиндров для самого общего случая с помощью вихревых методов. Имеющаяся экспериментальная информация [6, 7] о характеристиках колебаний цилиндров в поперечном потоке дает возможность оценить качество результатов, полученных численными методами, и оста-



**Рис. 5.** Число *Sh* Струхаля в потоке за цилиндрами, установленными тандемом: - – эксперимент [7],  $\bigcirc$  – численный эксперимент авторов методом дискретных вихрей.

новиться на наиболее адекватном методе для оценки параметров обтекания различных трубных конструкций.

Вывод формул для определения опасного соотношения величин зазора между трубами и расстояния между опорами. Для двух труб, расположенных тандемом, можно вычислить частоту собственных колебаний в зависимости от расстояния между опорами. Так как из эксперимента [6, 7], изображенного на рис. 4, известны опасные частоты отрыва вихрей в зависимости от расстояния между трубами, то при совпадении собственной частоты колебаний труб с частотой отрыва вихрей от данной конструкции получается резонансное возбуждение периодическим вихревым отрывом (рис. 2). Таким образом, можно получить опасные соотношения расстояния между опорами и расстояния между трубами при фиксированной скорости обтекания. Если известна скорость течения реки, где установлена система трубопроводов, то, варьируя расстояниями между опорами (меняя частоту отрыва вихрей), можно отстроить конструкцию от интенсивного возбуждения периодическим вихревым отрывом.

Зависимость числа Sh Струхаля (рис. 5) определяется формулой

$$Sh = A_0 + A_1 \left(\frac{t}{d}\right) + A_2 \left(\frac{t}{d}\right)^2 + A_3 \left(\frac{t}{d}\right)^3 + A_4 \left(\frac{t}{d}\right)^4 + A_5 \left(\frac{t}{d}\right)^5.$$
 (1)

На рис. 5 изображены точки, полученные в результате численного эксперимента методом дискретных вихрей, и показана экспериментальная кривая, полученная в [7]. Убедившись в удовлетворительном совпадении численного и физического эксперимента, получим формулу зависимости числа *Sh* от t/d. Находим  $A_0$ ,  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ ,  $A_4$ ,  $A_5$ , решая систему линейных уравнений по точкам рис. 5.

Так как  $Sh = \frac{f_{cp}d}{u}$ , где  $f_{cp}$  – частота срыва вихрей с конструкции из двух труб, то

$$\frac{f_{\rm cp}d}{u} = A_0 + A_1 \left(\frac{t}{d}\right) + A_2 \left(\frac{t}{d}\right)^2 + A_3 \left(\frac{t}{d}\right)^3 + A_4 \left(\frac{t}{d}\right)^4 + A_5 \left(\frac{t}{d}\right)^5.$$
 (2)



Рис. 6. Расчет срывного обтекания двух колеблющихся цилиндров методом дискретных вихрей. Анимация.



**Рис. 7.** Графики опасного соотношения расстояния между опорами *L* и расстояния между центрами труб t/d (*d* – диаметр трубы), при фиксированной скорости обтекания: (a) – U = 0.45 м/с; (б) – U = 3.1 м/с.

Приравняв частоту срыва  $f_{cp}$  к собственной частоте колебаний трубы на опорах  $f_0$ , получим формулу для опасного расстояния между опорами  $\frac{t}{d}$ 

$$L\left(\frac{t}{d}\right) = \sqrt{\frac{\frac{\pi}{2}d\sqrt{\frac{EJ}{m}}}{U\left(A_0 + A_1\left(\frac{t}{d}\right) + A_2\left(\frac{t}{d}\right)^2 + A_3\left(\frac{t}{d}\right)^3 + A_4\left(\frac{t}{d}\right)^4 + A_5\left(\frac{t}{d}\right)^5\right)}}.$$
(3)

На рис. 6 показана анимация процесса обтекания двух колеблющихся цилиндров методом дискретных вихрей.

При обтекании двух труб, расположенных одна за другой и закрепленных на опорах, существуют опасные конфигурации. Опасная конфигурация определяется соотношением расстояния между опорами L и расстояния между центрами труб t/d при фиксированных скоростях потока (рис. 7) (при совпадении частоты срыва вихрей и собственной частоты колебаний трубы в следе).

Заключение. В статье приводится описание эффективного подхода при нахождении опасных соотношений конструкционных параметров трубопроводной системы из

двух последовательно расположенных труб в поперечном потоке среды (тандем) для обеспечения их безаварийной работы.

С учетом значительного опыта применения авторами результатов сравнительного анализа физических и численных экспериментов, можно обоснованно установить идентичность картин обтекания, что дает возможность в дальнейшем проводить решение подобных задач, используя только численный эксперимент.

#### КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Kaplunov S., Valles N., Shitova L., Foursov V. Aero-hydrodynamic loads investigations for different constructions in turbulent flows with special verification approach // Vibroengineering PROCEDIA. 2019. V. 26. P. 7.
- 2. *Kaplunov S., Valles N., Foursov V.* Application of numerical Experiment to Determine the Parameters of Pipeline Transport Depending on the Flow Stream Velocity // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. 2020. V. 49. № 9. P. 69.
- 3. Жукаускас А., Улинскас Р., Катинас В. Гидродинамика и вибрации обтекаемых пучков труб // Вильнюс, Мокслас, 1984. 312 с.
- Добровольский К.Г. Методика исследования поперечного обтекания цилиндра в гидродинамической трубе // НГУ, Новосибирск, Вестник НГУ. Серия: Физика. 2013. Т. 8. № 4. С. 110.
- 5. *Pikovsky A., Rosenblum M., Kurths J.* Synchronization. A Universal Concepts in Nonlinear Sciences // Cambridge: Cambridge University Press, 2001. 433 p.
- Девнин С.И. Гидроупругость конструкций при отрывном обтекании // Издательство "Судостроение", Ленинград, 1975. С. 99.
- 7. Девнин С.И. Аэрогидромеханика плохообтекаемых конструкций. Справочник // Издательство "Судостроение", Ленинград, 1983. С. 192.

## = МЕХАНИКА МАШИН ==

УДК 621.833.6

## ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ЗУБЬЕВ КОЛЕС

© 2021 г. Ф. Г. Нахатакян<sup>1,\*</sup>, Ф. И. Плеханов<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва, Россия <sup>2</sup> Ижевский государственный технический университет им. М.Т. Калашникова, Ижевск, Россия \*e-mail: filnahat7@mail.ru

> Поступила в редакцию 16.07.2020 г. После доработки 29.03.2021 г. Принята к публикации 26.04.2021 г.

Предложен аналитический метод определения податливости зубьев зубчатых колес и коэффициентов неравномерности распределения нагрузки, а также напряжений изгиба. Для решения задачи о напряженно-деформированном состоянии зуба колеса, последний представлен в виде клина с углом развернутости, соответствующим углу профиля эвольвентного зуба. Математическая модель нагруженного зуба представлена в виде неоднородного интегрального уравнения Вольтерра с ядром, зависящим от разности аргументов, которое решено методом операционного исчисления. Использование результатов приведенного исследования при расчете зубчатых передач на прочность позволит более точно определить их несущую способность.

*Ключевые слова:* зуб колеса, деформация, распределение нагрузки и напряжений **DOI**: 10.31857/S023571192104009X

Деформация зубьев колес зависит от их геометрии и оказывает существенное влияние на распределение нагрузки и напряжений в их зацеплениях, а также на виброактивность передачи [1–3]. Причем влияние ее на нагрузочную способность привода является положительным, так как позволяет частично компенсировать неизбежные погрешности изготовления механизма.

Существующие методы определения указанных жесткостных и силовых факторов базируются либо на приближенных расчетах, либо на компьютерном моделировании и численном конечно-элементном анализе, что создает определенные сложности при проектировании и исследовании зубчатых передач [4].

Поэтому является актуальным получение аналитических выражений для определения податливости зубьев зубчатых колес и коэффициентов неравномерности распределения нагрузки и напряжений изгиба, в зависимости от которых находится несущая способность механического привода. Это имеет существенное значение для планетарных и волновых передач, в которых неравномерность распределения силовых факторов по длине зуба накладывается на неравномерность распределения нагрузки и напряжений по потокам мощности [5–7]. В связи с этим, очень важно, особенно на стадии проектирования таких зубчатых редукторов, иметь аналитические методы расчета жесткости (податливости) зубчатых зацеплений и о неравномерности распределения нагрузки и напряжений изгиба (по сути, коэффициента концентрации изгибных на-



Рис. 1. Расчетная схема зуба колеса.

пряжений). Поэтому в настоящей статье разработан теоретический метод для определения указанных параметров.

Для аналитического решения задачи о напряженно-деформированном состоянии зуба колеса при равномерном распределении погонной нормальной нагрузки q представим его в виде клина (рис. 1) с углом развернутости  $2\gamma$ , соответствующим углу профиля эвольвентного зуба в средней его части  $\alpha$  и числу зубьев z, и используем известные формулы теории упругости в полярных координатах r,  $\varphi$ , позволяющие определить напряжения изгиба  $\sigma(r, \varphi)$  и соответствующие им перемещения.

Применяя к зубу колеса зависимости, справедливые для клина, нагруженного в его вершине, перенесем нагрузку q параллельно самой себе в эту точку, добавив в соответствии с методом Пуансо момент  $M = q \cos \alpha_n (\rho \cos \gamma + 0.5 s_n \operatorname{tg} \alpha_n) (\alpha_n - \operatorname{yron} \alpha_n)$  ния,  $\rho$  – радиус, соответствующий точке приложения нагрузки;  $s_n$  – толщина зуба в месте приложения нагрузки).

Полученный таким образом клинообразный зуб-выступ эквивалентен заданному. Рассмотрим отдельно влияние на него составляющих погонной нагрузки  $q_H = q \cos \alpha_n$ ,  $q_V = q \sin \alpha_n$  и момента M.

Напряжения, вызванные действием вертикальной составляющей нагрузки  $\sigma_V(r, \phi) = \frac{2q \sin \alpha_n}{r(2\gamma + \sin 2\gamma)} \cos \phi$ , а соответствующее им перемещение точки приложения нагрузки *q* в направлении линии ее действия

$$\Delta_{V} = \frac{(1-\mu^{2})\sin\alpha_{n}}{E} \int_{\rho}^{R} \sigma_{V}(r,0) dr = \frac{2q(1-\mu^{2})\sin^{2}\alpha_{n}}{E(2\gamma+\sin 2\gamma)} \ln\left(\frac{R}{\rho}\right).$$

Здесь  $\gamma = \arccos(r_b/r_c) - s_c/2r_c$ ;  $R = (l_c \operatorname{tg} \gamma + 0.5s_c) / \sin \gamma$ ;  $\rho = R - l/\cos \gamma$ ;  $l_c$  – расстояние от основания до средней части эвольвентного зуба; l – расстояние от основания зуба до точки приложения нагрузки к нему;  $s_c$  – толщина зуба в средней его части;  $r_c$  – радиус окружности средней части зубьев колеса;  $r_b$  – радиус основной окружности колеса; E – модуль упругости первого рода.

Нормальные напряжения, вызванные действием горизонтальной составляющей нагрузки, и соответствующее им перемещение точки ее приложения в направлении линии действия *q* 

$$\sigma_H(r, \varphi) = \frac{2q \cos \alpha_n}{r (2\gamma - \sin 2\gamma)} \sin \varphi,$$
$$\Delta_H = \frac{(1 - \mu^2)}{E \sin \gamma} \int_{\rho}^{R} \frac{\sigma_H(r, \gamma)h(r) \cos (\alpha_n + \Omega(r))}{r} dr$$

где  $h(r) = \sqrt{\left(r + l - R\cos\gamma\right)^2 + \left(0.5s_n\right)^2}; \Omega(r) = \arcsin\left[s_n/2h(r)\right].$ 

Напряжения и перемещение, обусловленные действием момента

$$\sigma_{\Theta}(r, \varphi) = \frac{2M}{r^2 (\sin 2\gamma - 2\gamma \cos 2\gamma)} \sin 2\varphi,$$
  

$$\tau_{\Theta}(r, \varphi) = \frac{M (\cos 2\varphi - \cos 2\gamma)}{r^2 (\sin 2\gamma - 2\gamma \cos 2\gamma)},$$
  

$$\Delta_{\Theta} = \Delta_{\Theta\tau} - \Delta_{\Theta\sigma} = \int_{\rho}^{R} \left[ \frac{2(1+\mu)\tau_{\Theta}(r,0)\cos\alpha_n}{E} - \frac{(1-\mu^2)\sigma_{\Theta}(r,\gamma)h(r)\cos(\alpha_n + \Omega(r))}{rE\sin\gamma} \right] dr.$$

Аналогичным образом определяются силовые и деформационные факторы, вызванные податливостью основания зуба. При этом последнее рассматривается как клин с углом развернутости  $2\gamma_0 = \pi$ , нагруженный погонными силами  $q_V$ ,  $q_H$  и моментом  $M_0 = q_x[(R - \rho)\cos\gamma - 0.5s_n \operatorname{tg} \alpha_n)]$ . Тогда

$$\Delta_{V0} = \frac{(1-\mu^2)\sin\alpha_n}{E} \int_{\rho_0}^{R_0} \sigma_{V0}(r_0, 0) dr_0 = \frac{2q(1-\mu^2)\sin^2\alpha_n}{E\pi} \ln\left(\frac{R_0}{\rho_0}\right)$$
$$\Delta_{H0} = \frac{(1-\mu^2)}{E} \int_{\rho_0}^{R_0} \frac{\sigma_{H0}(r_0, \gamma_0)h_0(r_0)\cos\left(\alpha_n + \Omega_0(r_0)\right)}{r_0} dr_0,$$



**Рис. 2.** Зависимости суммарной относительной удельной податливости зуба зубчатого колеса K(L): линия – 1 и для однопарного зацепления  $K_{\Sigma}(L)$ : линия – 2, от положения точки приложения нагрузки L.

$$\begin{split} \Delta_{\Theta 0} &= \frac{(1-\mu^2)}{E \sin \varphi_m} \int\limits_{\rho_0}^{R_0} \frac{\sigma_{\Theta 0} \left( r_0, \varphi_m \right) h_0(r_0) \cos \left( \alpha_n + \Omega_0(r_0) \right) dr_0}{r_0} + \\ &+ \frac{2(1+\mu)}{E} \int\limits_{\rho_o}^{R_o} \frac{\tau_{\Theta 0} \left( r_0, 0 \right) dr_0}{r_0} h_0^* \cos(\alpha_n + \Omega_0^*), \end{split}$$

где  $\rho_0 = R \sin \gamma$ ;  $R_0 = H_0 (H_0 -$ толщина обода колеса);  $h_0(r_0) = \sqrt{(r_0 + l)^2 + (0.5s_n)^2}$ ;  $\phi_m -$ угол, соответствующий максимальному значению напряжения  $\sigma_{\Theta 0} (\phi_m = \pi/4)$ ;  $\Omega_0^* = \arccos(0.5s_n/h_0^*)$ ;  $h_0^* = \sqrt{(0.5s_n)^2 + l^2}$ ;  $\Omega_0(r_0) = \arcsin[0.5s_n/h_0(r_0)]$ .

Перемещение, вызванное контактной податливостью зацепления  $\delta_h$  ( $\delta_h = k_h/E$ ,  $k_h -$ коэффициент контактной податливости [8]),  $\Delta_h = 0.5q\delta_h$ .

Суммарное перемещение точки приложения погонной силы *q* в направлении линии ее действия, вызванное податливостью зуба

$$\Delta = \Delta_V + \Delta_H + \Delta_\Theta + \Delta_{V0} + \Delta_{H0} + \Delta_{\Theta0} + \Delta_h.$$

На рис. 2 представлен график зависимости суммарной относительной податливости зуба К(L) =  $E\Delta/q$  и суммарной относительной податливости однопарного зацепления К<sub> $\Sigma$ </sub>(L) =  $\Delta_{\Sigma}E/q = (\Delta + \overline{\Delta})E/q$  ( $\overline{\Delta}$  – перемещение зуба парного колеса в направлении линии действия q) от положения точки приложения нагрузки L = l/m (m – модуль зацепления) при  $k_h = 4$ . График построен для колес с числом зубьев z = 50, коэффициентом смещения исходного контура x = 0 и толщиной обода  $H_0 = 3m$  (рекомендуемая толщина жесткого обода колеса  $H_0 = 3m-5m$ ).

Расстояние от основания зуба парного колеса до точки приложения нагрузки к нему  $\overline{l}$  определялось исходя из геометрии зацепления [9]

$$\overline{l} = \sqrt{r_b^2 + \left[a_W \sin \alpha_W - \sqrt{\left(r_f + l\right)^2 - r_b^2}\right]^2} - r_f$$

где  $r_f$  – радиус окружности впадин колес;  $a_W$  – межосевое расстояние передачи;  $\alpha_W$  – угол зацепления ( $\alpha_W$  = 20°).



Рис. 3. К определению законов распределения нагрузки и напряжений изгиба по длине зуба колеса.

Для установления законов распределения нагрузки q(x) и напряжений изгиба зубьев  $\sigma(x)$  по их длине *b* при наличии угла начального неприлегания  $\beta$  рассмотрим напряженно-деформированное состояние зуба с учетом кручения его относительно продольной оси (рис. 3).

Уравнения связи угла начального неприлегания и деформаций зуба имеют следующий вид

$$x\Lambda\beta - \delta_{W} \left[ q(x) - q(0) \right] = h_{n} [\phi(x) - \phi(0)] = \frac{h_{n}}{GI_{K}} \int_{0}^{x} \left[ t(\xi) - h_{n} q(\xi) \right] (x - \xi) d\xi,$$
(1)  
$$\phi(x) - \phi(0) = v_{F} \left[ t(x) - t(0) \right],$$

где  $\Lambda$  – отношение суммарной удельной податливости зуба рассматриваемого колеса к суммарной удельной податливости зацепления;  $\Lambda = \delta/\delta_{\Sigma} = \Delta/\Delta_{\Sigma}$ ; G – модуль упругости второго рода;  $I_K$  – момент инерции поперечного сечения зуба при кручении относительно продольной оси (определяется по приближенной зависимости, как для стержня треугольного сечения:  $I_K = H^4/(15\sqrt{3})$ , где  $H \cong 2.4m$  – высота равностороннего треугольника);  $h_n$  – плечо погонной нагрузки относительно центра изгиба зуба,  $h_n = (R - \rho \cos \gamma - 0.5s_n \operatorname{tg} \alpha_n) \cos \alpha_n$ ;  $v_F$  – удельная податливость зуба, определяемая через смещение точки приложения нагрузки относительно центра изгиба зуба  $\Delta_F$ ,  $v_F = \varphi_F/t = (\Delta_F/h_n)/(qh_n)$ ; t и q – средние погонные момент изгиба и нормальная нагрузка ( $t = qh_n$ );  $\delta_W$  – составляющая суммарной удельной податливости зуба,  $\delta_W = (\Delta - \Delta_F)/q = \delta - \delta_F$ .

Смещение точки приложения нагрузки относительно центра изгиба в основании зуба определим в соответствии с вышеприведенными зависимостями по формуле

$$\begin{split} \Delta_{F} &= \Delta_{H} - \Delta_{\Theta\sigma} + \frac{(1 - \mu^{2})h^{*}\cos(\alpha_{n} + \Omega^{*})}{E\sin\phi_{m}} \int_{\rho_{0}}^{R_{0}} \frac{[\sigma_{\Theta0}(r_{0}, \phi_{m}) + \sigma_{H0}(r_{0}, \gamma_{0})\sin\phi_{m}]dr_{0}}{r_{0}} + \\ &+ \frac{2(1 + \mu)h^{*}\cos(\alpha_{n} + \Omega^{*})}{E} \int_{\rho_{0}}^{R_{0}} \frac{\tau_{\Theta0}(r_{0}, 0)dr_{0}}{r_{0}}, \end{split}$$

где  $h^* = \sqrt{(l + R - R\cos\gamma)^2 + (0.5s_n)^2}$ ,  $\Omega^* = \arcsin[0.5s_n/h^*]$ .

Таким образом, разность смещений точек приложения нагрузки к рассматриваемому зубу в произвольном сечении и начале координат в результате его кручения можно выразить через внутренний погонный момент и изгибную податливость

$$x\Lambda\beta - \delta_{W}[q(x) - q(0)] = v_{F}h_{n}[t(x) - t(0)] = \delta_{F}\frac{t(x) - t(0)}{h_{n}}.$$
(2)

Интегрирование этого уравнения с учетом уравнения статики  $\int_0^b q(x)dz = \frac{1}{h_n} \int_0^b t(x)dx =$ 

= qb позволяет выразить t(0) через q(0).

Подстановка выражения (2) в равенство (1) дает

$$q(x) = \psi^2 \int_0^x q(\xi) (x - \xi) d\xi + \Phi(x),$$
(3)

где  $\psi = h_n \sqrt{\frac{\delta}{GI_K \delta_W \delta_F}}, \Phi(x) = q(0) + \frac{\Lambda \beta x}{\delta_W} + 0.5(\psi x)^2 \left[\frac{\Lambda \beta}{\delta} \left(\frac{3b - 2x}{6}\right) - q\right].$ 

Уравнение (3) представляет собой неоднородное интегральное уравнение Вольтерра с ядром, зависящим от разности аргументов, решение которого методом операционного исчисления позволяет найти законы изменения погонной нагрузки и погонного момента с учетом угла перекоса, при контакте зубьев по всей их длине

$$q(x) = q + \frac{\Lambda\beta b}{\delta_F + \delta_W} \left[ \frac{x}{b} - 0.5 + \frac{\delta_F}{\psi b \delta_W} \left( sh\psi x + \frac{1 - ch\psi b}{sh\psi b} ch\psi x \right) \right],$$
  
$$t(x) = qh_n + \frac{\Lambda\beta bh_n}{\delta_F + \delta_W} \left[ \frac{x}{b} - 0.5 - \frac{1}{\psi b} \left( sh\psi x + \frac{1 - ch\psi b}{sh\psi b} ch\psi x \right) \right].$$

Найденный погонный момент t(x) можно выразить через нормальные напряжения изгиба в основании зуба (рис. 2), причем зависимость близка к линейной

$$t(x) = D\sigma_m(x),$$

где  $\sigma_m(x)$  — максимальное значение напряжения изгиба в произвольном поперечном сечении зуба; D — коэффициент пропорциональности. Поэтому отношение максимального погонного момента t(b) к среднему  $t = qh_n$  можно представить в виде равенства  $K_F = \sigma_m(b)/\sigma_m$  ( $\sigma_m$  — среднее значение напряжения изгиба в крайних точках сечения).

В соответствии с этим и с учетом приведенных выше соотношений между податливостями зуба и зацепления определим максимальные значения силовых факторов и коэффициенты неравномерности их распределения

$$\begin{split} K_H &= \frac{q(b)}{q} = 1 + \frac{0.5\beta b}{q\delta_{\Sigma}} \bigg[ 1 + \frac{2\delta_F}{\psi b\delta_W} \bigg( sh\psi b + \frac{ch\psi b - 1}{sh\psi b} ch\psi b \bigg) \bigg], \\ K_F &= \frac{t(b)}{t} = 1 + \frac{0.5\beta b}{q\delta_{\Sigma}} \bigg[ 1 - \frac{2}{\psi b} \bigg( sh\psi b + \frac{ch\psi b - 1}{sh\psi b} ch\psi b \bigg) \bigg]. \end{split}$$

На рис. 4, 5 представлены графики изменения относительной нагрузки Q(X) = q(X)/q, относительного момента T(X) = t(X)/t и соответствующих им коэффициентов неравномерности  $K_H$  и  $K_F$  в зависимости от безразмерных величин  $\beta^* = \beta b E/q$ , B = b/m, X = x/b.

Для определения коэффициентов неравномерности распределения нагрузки и напряжений изгиба K при произвольных значениях величин  $\beta^*$  и B с использованием графиков рис. 5 следует воспользоваться выражением, записанным с учетом линейно-



**Рис. 4.** Распределение относительной нагрузки (линия *I*) Q(X) и относительного момента изгиба зуба (линия *2*) T(X) по его длине при  $\beta^* = \beta b E/q = 20$ , l = 1.25m, b = 10m.



**Рис. 5.** Зависимость коэффициентов неравномерности распределения нагрузки (линия *I*)  $K_H = KH$  и напряжений изгиба зуба (линия *2*)  $K_F = KF$  от его относительной длины B = b/m при  $\beta^* = \beta bE/q = 20$ : (a) – приложение нагрузки к вершине зуба (l = 2.25m); (б) – приложение нагрузки в полюсе зацепления (l = 1.25m).

го характера изменения указанных коэффициентов от угла начального неприлегания зубьев

$$K(l, B, \beta^*) = 1 + \frac{[K(l, B, \beta^* = 20) - 1]\beta^*}{20},$$

где  $K(l, B, \beta^* = 20)$  — коэффициент неравномерности распределения нагрузки или напряжений изгиба, найденный в зависимости от фазы зацепления (параметр *l*) и относительной длины зуба *B* по графику рис. 5.

Анализ приведенных выше выражений и построенных по ним графиков показывает, что напряжения изгиба (или соответствующий им изгибающий момент) в отличие от нагрузки распределяются по длине зуба более равномерно. Это обусловлено кручением зуба и появлением в результате этого касательных напряжений в сечениях, перпендикулярных продольной оси x. Указанные напряжения создают поддерживающий эффект, передавая изгибающий момент от одного сечения к другому. При относительном угле начального неприлегания зубьев  $\beta^* = \beta b E/q \le 50$  и их длине  $b \ge 10m$  коэффициент неравномерности распределения нагрузки превышает коэффициент неравномерности распределения напряжений изгиба не более чем на 20%, при  $b \ge 20m$  – не более чем на 11%. С ростом  $\beta^*$  разница указанных коэффициентов неравномерности возрастает.

Использование полученных зависимостей при расчете зубчатых передач на прочность позволяет с высокой степенью точности определить их несущую способность.

Выводы. 1. Деформативность зубьев колес и коэффициенты неравномерности распределения нагрузки и напряжений изгиба в значительной степени зависят от фазы однопарного зацепления, но мало изменяются с изменением наиболее часто используемых на практике значений коэффициентов смещения исходного контура и чисел зубьев колес. 2. При отношении длины зуба к модулю зацепления не менее 20 и относительном угле начального неприлегания зубьев  $\beta^* \leq 50$  коэффициент неравномерности распределения нагрузки превышает коэффициент неравномерности распределения напряжений изгиба не более чем на 11%. 3. С ростом относительного угла начального неприлегания их длины разница коэффициентов неравномерности распределения нагрузки и напряжений изгиба возрастает.

#### КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Ражиков В.Н., Беляев А.Н. Учет деформации подшипников сателлитов при проверке геометрических показателей качества зацепления в цилиндрических эвольвентных зубчатых передачах внутреннего зацепления с малой разностью чисел зубьев // Вестник машиностроения. 2017. № 2. С. 38.
- Plekhanov F.I., Pushkarev A.E., Pushkarev I.A. Influence of Layout Features and Parameters of a Planetary Gear on Its Dynamics and Strength Characteristics // Mechanisms and Machine Science. Springer. 2018. V. 51. P. 481.
- 3. *Ан И.К.* Распределение усилий между звеньями планетарного механизма типа К-H-V // Вестник машиностроения. 2016. № 5. С. 60.
- 4. *Drewniak I., Kopek I., Zawislak S.* Kinematical and Efficiency Analysis of Planetary Gear Trains by Means of Various Graph-Based Approaches // Theory and Practice of Gearing and Transmissions. Mechanisms and Machine. Springer. 2016. V. 34. P. 263.
- Plekhanov F.I., Goldfarb V.I., Vychuzhanina E.F. Load Distribution in Meshing of Planetary Gearweels and Its Influence on the Technical and Economic Performance of the Mechanism // Mechanisms and Machine Science. Springer. 2018. V. 51. P. 117.
- *Тимофеев Г.А.* Проектирование приводов с двухступенчатыми волновыми зубчатыми передачами для следящих систем // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2016. № 5. С. 32.
- 7. Волков Г.Ю., Колмаков С.В. Структурный синтез безводильных планетарных передач // Вестник машиностроения. 2014. № 4. С. 26.
- 8. *Нахатакян Ф.Г., Нахатакян Д.Ф.* Расчетный метод определения суммарной контактной деформации упругих тел конечных размеров на линейном контакте // Приводы и компоненты машин. 2016. № 1–2 (19). С. 17.
- Plekhanov F.I., Goldfarb V.I. Rational Designs of planetary Transmissions, Geometry of gearing and Strength Parameters // Theory and Practice of Gearing and Transmissions. Mechanisms and Machine. Springer. 2016. V. 34. P. 285.

= МЕХАНИКА МАШИН ==

УДК 539.3:621.891

# ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРУГОГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО КОНТАКТА ПРОФИЛИРОВАННОГО РОЛИКА С УЧЕТОМ ГЕОМЕТРИИ ВХОДНОЙ ГРАНИЦЫ СМАЗОЧНОЙ ПЛЕНКИ

#### © 2021 г. М. Я. Пановко

Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва, Россия e-mail: mpanovko@yandex.ru

> Поступила в редакцию 12.07.2020 г. После доработки 23.03.2021 г. Принята к публикации 26.04.2021 г.

Решается пространственная задача об упругогидродинамической смазке профилированного ролика с учетом сложной геометрии входной границы смазочной пленки. Данной постановкой моделируются условия обильной или недостаточной смазки, в которых могут находиться узлы трения, например, такие, как зубчатые передачи и роликовые подшипники качения. Система интегродифференциальных уравнений с граничными условиями и неравенствами, описывающая упругогидродинамический контакт, решалась итерациями на основе метода Ньютона. Полученные результаты демонстрируют значительное влияние геометрии входной границы на распределения давления и толщины смазочной пленки в зоне контакта. Показано, что там, где участки входной границы вдвинуты в зону контакта, возникают в направлении потока смазки зоны с меньшими значениями давления и толщины смазочной пленки по сравнению со случаем обильной смазки.

*Ключевые слова:* упругогидродинамический контакт, ролик, профилирование, входная граница, численное моделирование **DOI:** 10.31857/S0235711921040106

При численном анализе процессов в упругогидродинамическом (УГД) контакте входная граница смазочной пленки обычно задается на значительном расстоянии от центра контакта. Полагается, что при таком расположении входной границы контактирующие поверхности находятся в условиях обильной смазки. Для случая обильной смазки численными методами исследовались линейные (неограниченные по длине) и точечные смазанные контакты [1]. Однако в реальных узлах трения возможны ситуации (например, масляное голодание, нестабильный режим смазывания), при которых входная граница смазочной пленки (входной мениск) приближается к центру контакта.

Экспериментами показано, что толщина смазочной пленки в случае масляного голодания уменьшается и даже может достигнуть нуля в некоторых участках области контакта [2]. В численных исследованиях явление масляного голодания моделируется приближением входной границы смазочной пленки к центру контакта. Влияние геометрии и расположения входного мениска на параметры точечного УГД-контакта изучалось в работах [3–5]. Было показано, что недостаточная смазка приводит к уменьшению толщины смазочной пленки по сравнению со случаем обильной смазки. В работах [6–8] приводятся результаты решения задачи об УГД-контакте профилированного ролика для условий обильной смазки. Для моделирования режима обильной смазки входная граница смазочной пленки на расчетной сетке задавалась в виде прямой ли-

нии, которая параллельна центральной линии контакта ролика и расположена вдали от нее. Центральной линией контакта в этих задачах является совпадающий с осью координат отрезок прямой линии, по которому контактируют до начала деформации короткие несмазанные ролики. Начало координат принимается в качестве центра контакта. Численное решение задачи об УГД-контакте профилированного ролика с учетом сложной геометрии входной границы смазочной пленки получено в [9]. Входная граница составлялась из участков, которые находились как вдали от центральной линии контакта (оси координат), так и вблизи нее. Заданием сложной геометрии входной границы моделировались условия недостаточной смазки. Полагалось, что центральная часть ролика располагалась в зоне обильной смазки, при этом соответствующий прямолинейный участок входной границы задавался на удалении от центральной линии контакта. Из результатов работы [9] следовало, что толщина смазочной пленки в центре контакта (в начале координат) практически равна толщине смазочной пленки в режиме обильной смазки ролика, когда входная граница представляла собой прямую линию вдали от центральной линии контакта. Толщина смазочной пленки в центре контакта является одним из параметров, характеризующих УГД-контакт. Значения этого параметра могут изменяться в зависимости от реальных условий функционирования УГД-контакта. В связи с этим представляет интерес проведение численного эксперимента с целью определения параметров УГД-контакта для различных конфигураций входной границы смазочной пленки.

В настоящей статье на основе методики [9] проведено численное моделирование УГД-контакта профилированного ролика с целью определения влияния на его параметры, в частности, на толщину смазочной пленки в центре контакта для случаев, когда геометрия входной границы отличается от геометрии границы, заданной в [9].

**Постановка задачи.** Рассматривается стационарная изотермическая задача о смазке ролика со скругленным краем (рис. 1) [9] в условиях сложной геометрии входной границы, следуя постановке задачи, представленной в [9].

Полагается: смазочный материал — несжимаемая ньютоновская вязкая жидкость, толщина смазочной пленки мала по сравнению с характерными размерами области контакта, силы вязкого трения значительно больше инерционных сил, локально контактирующие тела заменяются упругими полупространствами. К ролику приложена сила  $P = \pi a_H p_H l_c/2$ , равная силе на участке  $l_c$  бесконечно длинного цилиндра  $(a_H, p_H$ соответственно полуширина и максимальное герцевское напряжение в линейном контакте). Зависимость вязкости смазки µ от давления *p* задана в виде  $\mu = \mu_0 \exp(Q_0 p)$ , где  $\mu_0$  — вязкость при давлении окружающей среды,  $Q_0$  — пьезокоэффициент вязкости. На рис. 1  $h_0$  — расстояние между смазанными поверхностями в начале декартовой системы координат 0xyz;  $R_x(y)$  — радиус кривизны ролика,  $R_{x0} = R_x(0)$ ;  $R_{y0}$  и  $R_{y1}$  — радиусы кривизны дуг образующей ролика;  $y = l_c/2$  — сечение, в котором сопрягаются дуги образующей;  $\mathbf{v}_1(v_{1x}, v_{1y})$  и  $\mathbf{v}_2(v_{2x}, v_{2y})$  — скорости контактирующих поверхностей.

Математическая модель УГД-контакта представляет собой систему интегродифференциальных уравнений с граничными условиями и неравенствами. В безразмерной форме система имеет вид [9]

$$L(p; H_0) = \nabla \left( H_0^2 \frac{h^3}{\mu} \nabla p - V \mathbf{v} h \right) = 0,$$
<sup>(1)</sup>

$$h(x,y) = 1 + \frac{x^2 + \varepsilon_0 y^2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_0) f_1(|y|) \theta(|y|)}{H_0} + \frac{1}{\pi H_0} \iint_{(S)} G(x,y,\xi,\eta) p(\xi,\eta) d\xi d\eta,$$
(2)

$$M(p) = \iint_{(S)} p(\xi, \eta) d\xi d\eta - \frac{\pi}{2} l_c = 0,$$
(3)



Рис. 1. Схема смазанного контакта [9].

$$p|_{C} = \frac{\partial p}{\partial n}\Big|_{C_{e}} = 0, \tag{4}$$

 $L(p;H_0) = 0, \quad p > 0$  в зоне смазки;

 $L(p;H_0) < 0, \quad p = 0$  в зоне кавитации, (5)

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}\right), \quad \mathbf{v} = (v_x, v_y), \quad \mu = \mu(p),$$
$$G(x, y, \xi, \eta) = \frac{1}{\sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}} - \frac{1}{\sqrt{\xi^2 + \eta^2}}$$

$$\Theta(|y|) = \begin{cases} 1, & \text{при} & |y| > l_c/2 \\ 0, & \text{при} & |y| \le l_c/2 \end{cases}.$$

В уравнении (2)  $f_1(|y|) = (|y| - l_c/2)^2$  при гладком сопряжении дуг  $R_{y0}$  и  $R_{y1}$ , при негладком  $f_1(|y|) = y^2 - (l_c/2)^2$ . Неравенства (5) – условия дополнительности [10–12] – используются для определения местоположения выходной границы  $C_e$  области контакта S в процессе решения задачи. Граничные условия для давления ставятся на заданной входной границе  $C_i$  и на неизвестной границе выхода  $C_e$ ,  $C = C_i \cup C_e$ . Выходная граница  $C_e$  отделяет зону смазки, где p > 0, от кавитационной, где полагается p = 0. Система (1)–(5) получена путем применения безразмерных переменных [9]

$$(x', y', \xi', \eta') = (x, y, \xi, \eta)/a_H, \quad p' = p/p_H, \quad h' = h/h_0,$$
  

$$\mu' = \mu/\mu_0, \quad H_0 = 2h_0 R_{x0}/a_H^2,$$
  

$$V = (24\mu_0 |\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2| R_{x0}^2)/p_H a_H^3, \quad P' = P/p_H a_H^2, \quad P = \pi p_H a_H l_c/2,$$
  

$$= (\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2)/|\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2|, \quad \varepsilon_0 = R_{x0}/R_{y0}, \quad \varepsilon_1 = R_{x0}/R_{y1}, \quad Q_0' = Q_0 p_H.$$

Здесь p(x, y) и h(x, y) – давление и толщина смазочной пленки в зоне УГД-контакта;  $H_0$  – безразмерная толщина пленки в центре контакта;  $\varepsilon_0$  и  $\varepsilon_1$  – параметры скругления; V – нагрузочно-скоростной параметр.

**Численный метод.** Численное моделирование УГД-контакта проводилось по методике [9], согласно которой для построения численного решения системы (1)–(5) ис-

v

пользовались итерационная процедура на основе метода Ньютона, а также представление уравнения Рейнольдса (1) в интегральной форме

$$L_1(p;H_0) = \int_{(l_{ij})} \left[ H_0^2 \frac{h^3}{\mu} (\nabla p \cdot \mathbf{n}) - V(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n})h \right] dl = 0.$$
(6)

Соотношение (6) записано для ячейки декартовой сетки в расчетной области (задается в виде прямоугольника), где (i, j) – узел сетки;  $l_{ij}$  – контур ячейки. Итерационная процедура согласно методу Ньютона записывается в виде

$$\frac{\partial L_1(p;H_0)}{\partial p}\bigg|_k \Delta p_{k+1} + \frac{\partial L_1(p;H_0)}{\partial H_0}\bigg|_k \Delta H_{0,k+1} = -L_1(p;H_0)\bigg|_k,$$
(7)

$$\frac{\partial M(p)}{\partial p}\Big|_{k} \Delta p_{k+1} = -M(p)\Big|_{k}, \qquad (8)$$

$$\Delta p_{k+1}|_C = 0,$$

$$_{+1} = p_{k+1} - p_k, \quad \Delta H_{0,k+1} = H_{0,k+1} - H_{0,k}.$$
(9)

Здесь уравнения (3), (4), (6) линеаризуются около решения  $(p(x, y), H_0)_k$ , где k – номер итерации. Система (7)–(8) является исходной для вывода системы разностных уравнений, решаемых относительно приращений  $\Delta p_{k+1}$ ,  $\Delta H_{0, k+1}$ 

 $\Delta p_k$ 

$$\begin{pmatrix} (a_{qr})_{nn} & (b_q)_n \\ (c_r)_n & 0 \end{pmatrix}_k \begin{pmatrix} (\Delta p_r)_n \\ \Delta H_0 \end{pmatrix}_{k+1} = - \begin{pmatrix} (L_1(p_r; H_0)_n \\ M(p_r) \end{pmatrix}_k$$

Здесь  $(a_{qr})_{nn}$ ,  $(b_q)_n$ ,  $(c_r)_n$  – элементы матрицы порядка (n + 1); n – число узлов области контакта, где p > 0, (q, r = 1, ..., n). Сингулярный интеграл в (2) вычислялся по кубатурной формуле [13].

**Результаты расчетов.** В расчетах использовались те же условия численного моделирования, что и в работе [9]. Однако конфигурация входной границы и ее расположение в области контакта задавались иными. Конфигурация границы представляла собой чередование прямолинейных и криволинейных участков, которые моделировали режим недостаточной смазки УГД-контакта. Прямолинейные участки располагались вдали от центральной линии контакта (оси *y*). Криволинейные участки определяли области контакта без смазки вблизи оси *y*. В этих областях давление p = 0. В настоящей статье расчеты проводились для двух вариантов геометрии входной границы. Основное различие между ними заключалось в расположении областей без смазки относительно плоскости симметрии ролика y = 0. Рассматривались следующие случаи: плоскость симметрии ролика y = 0.

Расчеты проводились для симметричного относительно плоскости y = 0 цилиндрического ролика со скругленным торцом на декартовой сетке в плоскости (x, y) с числом узлов 34 × 84 при следующих параметрах: V = 0.1,  $Q_0 = 3$ ,  $v_x = 1$ ,  $v_y = 0$ ,  $\varepsilon_0 = 0$ ,  $\varepsilon_1 = 0.1$ . При  $y = l_c/2 = 20$  прямолинейная часть образующей цилиндрического ролика сопрягается гладким образом со скругленной частью. В расчетах [9] для ролика при обильной смазке значение безразмерной толщины смазочной пленки  $H_0 = 0.1692$ .

На рис. 2–4 представлены результаты решения УГД-задачи в случаях обильной и недостаточной смазки.

Распределения давления и толщины смазочной пленки (зазор) показаны в виде поверхностей на рис. 2 и изолиний на рис. 3, а также на рис. 4 в виде распределений p(x), h(x) в сечении y = const, где  $y < l_c/2$ , и p(y), h(y) в сечении x = 0. Распределения давления и зазора на рис. 4a, б получены из расчета, когда плоскость симметрии y = 0 проходила через область без смазки. На рис. 4в, г распределения давления и зазора получены из расчета, когда область без смазки находилась вдали от плоскости симметрии



**Рис. 2.** Распределения давления (а), (б), (в) и толщины смазочной пленки (г), (д), (е) в УГД-контакте: (а), (г) – обильная смазка; (б), (д) (в), (е) – недостаточная смазка [9].

y = 0. Из решения УГД-задачи при условии, что плоскость симметрии y = 0 проходит через область без смазки (рис. 26, д, рис. 36, д), следует, что безразмерная толщина пленки в центре контакта  $H_0 = 0.09819$ .

При сдвиге области без смазки в направлении оси у на заданное расстояние от плоскости симметрии y = 0 (рис. 2в, е; рис. 3в, е) безразмерная толщина пленки в центре контакта  $H_0 = 0.1683$ . При увеличении этого расстояния  $H_0$  приближается к значению  $H_0 = 0.1692$  для режима обильной смазки. В расчетах работы [9]  $H_0 = 0.1689$  при расстоянии вдвое большем. На рис. 2а, г; рис. 3а, г [9] представлены характерные особенности распределений давления и толщины смазочной пленки в тяжелонагруженных сосредоточенных УГД-контактах в режиме обильной смазки: пик давления и сужение зазора в окрестности выходной границы смазочной пленки, уплощение зазора в центральной области контакта. Отмеченные особенности наблюдаются в областях контактной зоны с прямолинейными участками входной границы в случае режимов недостаточной смазки. Это видно на рис. 26, д, в, е и рис. 36, д, в, е. На этих рисунках прямолинейные участки входной границы совпадают с входной границей в случае режима обильной смазки. Расположение выходной границы  $x_{e}(y)$ , отделяющей область смазки (p > 0) от области кавитации (p = 0), отчетливо видно на рис. 3a, б, в, где область кавитации выделена светло-серым тоном. Области без смазки (p = 0), у которых входная граница расположена вблизи центральной линии контакта, выделены темно-серым тоном (рис. 3б, в). На участке  $y > l_c/2$  проявляется краевой эффект – рост и последующее снижение давления. Обратная картина наблюдается в распределении толщины смазочной пленки. Конфигурация выходной границы  $x_{e}(y)$  демонстрирует увеличение ширины зоны контакта из-за увеличения давления в торцевой зоне (рис. 3а, б, в) и уменьшение ее ширины в областях контакта из-за приближения областей без смазки к оси у, отмеченных темно-серым тоном на рис. 36, в.



**Рис. 3.** Изобары (а), (б), (в) и линии уровня толщины смазочной пленки (г), (д), (е) в УГД-контакте: (а), (г) – обильная смазка; (б), (д), (в), (е) – недостаточная смазка [9].

В областях контактной зоны с криволинейными участками входной границы в распределениях p(x), h(x) также наблюдаются особенности, характерные для УГД-контакта в режиме обильной смазки (рис. 4а, в, кривые 2 и 4). Распределения p(y), h(y) в этих областях отличаются от распределений в режиме обильной смазки (рис. 4б, г, кривые 2 и 4). Области контакта без смазки, где p = 0, заметно изменяют общую картину распределений давления и зазора. Кроме того, из-за различного расположения входной границы относительно плоскости симметрии y = 0 следуют отличия соответствующих распределений p(x, y) и h(x, y) в окрестности плоскости симметрии y = 0 (рис. 26, в и рис. 2д, е; рис. 36, в и рис. 3д, е).

На рис. 2–4 показано, что приближение криволинейных участков входной границы к центральной линии контакта приводит к появлению в распределениях p(x, y) и h(x, y) зон с меньшими значениями давления (рис. 26, в) и толщины смазочной пленки (рис. 2д, е) по сравнению со случаем обильной смазки (рис. 2а, г). Этот эффект также демонстрируют картины изолиний функций p(x, y) и h(x, y) на рис. 36, в, д, е, на которых видно, как криволинейные участки входной границы изменяют монотонный характер изолиний, представленных на рис. 3а, г. Распределения p(x), h(x) в сечении y = const (рис. 4a, в, кривые 2 и 4) и p(y), h(y) в сечении x = 0 (рис. 46, г, кривые 2 и 4) показывают, что в зонах контакта с недостаточной смазкой снижается давление, при этом зазор уменьшается практически в два раза по сравнению с режимом обильной смазки.

При сопоставлении численных значений толщины пленки в режимах обильной и недостаточной смазки (рис. 4, кривые 3 и 4) учитывалось, что эти распределения в расчетах нормированы на разные размерные значения толщины пленки в начале координат (в центре контакта)  $h_0$ , т.е. в условиях обильной смазки  $h'_1 = h_1/h_{01}$ , где  $h_{01} = (a_H)^2 H_{01}/2R_{x0}$ , а в условиях недостаточной смазки  $h'_2 = h_2/h_{02}$ , где  $h_{02} = (a_H)^2 H_{02}/2R_{x0}$ . Здесь  $H_{01} = 0.1692$  – безразмерная толщина смазочной пленки в режиме обильной смазки,  $H_{02} = 0.09819$  – безразмерная толщина смазочной плёнки в режиме недостаточной смазки, когда по условиям численного моделирования плоскость симметрии



**Рис. 4.** Распределения давления и толщины смазочной пленки (а) в плоскости сечения y = 9.055, (в) в плоскости сечения y = 11.36; (б), (г) в плоскости сечения x = 0: I, 3 - давление и зазор соответственно при обильной смазке; <math>2, 4 - давление и зазор соответственно при недостаточной смазке [9].

y = 0 проходит через зону без смазки. В случае, когда в режиме недостаточной смазки зона без смазки отодвинута от плоскости симметрии y = 0,  $H_{02} = 0.1683$ . С учетом известных значений  $H_{01}$  и  $H_{02}$  можно нормировать распределение  $h_2$  на значение  $h_{01}$ . Для значений  $h_2''$ , нормированных на  $h_{01}$ , получаем  $h_2'' = h_2' H_{02}/H_{01}$ . Данная перенормировка позволяет адекватно сравнивать распределения безразмерных толщин пленки  $h_1'$ и  $h_2''$ . На рис. 4 (кривые 4) представлены распределения толщины пленки при режиме недостаточной смазки  $h_2''$ , нормированные на толщину пленки в начале координат при режиме обильной смазки  $h_{01}$ . Отметим, что на рис. 3д, е значения изолиний соответствуют распределению  $h_2'$ . С учетом множителя  $H_{02}/H_{01}$  можно получить значения изолиний для  $h_2''$ . Для режима недостаточной смазки, когда плоскость симметрии y = 0проходит через зону без смазки,  $H_{02}/H_{01} \cong 0.58$ . В случае, когда зона без смазки отодвинута от плоскости симметрии  $H_{02}/H_{01} \cong 0.995$ .

Заключение. Проведено численное моделирование УГД-контакта профилированного ролика с учетом сложной геометрии входной границы смазочной пленки. Кон-

тур входной границы включал участки границы вдали от центральной линии контакта (оси у) и вблизи нее. Расчеты проводились для двух вариантов расположения входной границы. Основное различие между ними заключалось в расположении областей без смазки (здесь участок границы С, расположен вблизи оси у) относительно плоскости симметрии ролика y = 0. Рассмотрены случаи, когда плоскость симметрии ролика y = 0 проходит через область как без смазки (p = 0), так и со смазкой (p > 0). Причем во втором случае область без смазки расположена вдали от плоскости y = 0. Показано, что возникновение в УГД-контакте несмазанных областей приводит к появлению в направлении потока смазки зон с меньшими значениями давления и толщины смазочной пленки по сравнению со случаем обильной смазки. Из расчетов следует, что при увеличении расстояния области контакта без смазки от плоскости симметрии ролика y = 0 значения безразмерной толщины смазочной пленки  $H_0$  приближаются к ее значениям в режиме обильной смазки. С уменьшением этого расстояния наблюдается обратный эффект. Так, например,  $H_{02}/H_{01} \cong 0.58$ , где  $H_{02}$  – значение  $H_0$  для случая, когда плоскость симметрии ролика y = 0 проходит через зону контакта без смазки (p = 0),  $H_{01}$  – значение  $H_0$  в случае обильной смазки (p > 0). Полученные распределения давления и толщины смазочной пленки могут использоваться для расчетного анализа трения в контакте и поля тензора напряжений в подповерхностном слое. Обобщение изложенного вычислительного алгоритма позволяет рассмотреть ряд важных задач, а именно: о нестационарных режимах, теплообмене в контакте, шероховатости.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Dowson D., Ehret P.* Past, present and future studies in elastohydrodynamics // Proc. Instn. Mech. Engrs. Part J: J. Engineering Tribol. 1999. V. 213. № J5. P. 317.
- 2. Wedeven L.D., Evans D., Cameron A. Optical analysis of ball bearing starvation // Trans. ASME. J. Lubric. Technol. 1971. V. 93. № 3. P. 349.
- 3. *Hamrock B.J., Dowson D.* Isothermal elastohydrodynamic lubrication of point contacts. Part 4 starvation results // Trans. ASME. J. Lubric. Technol. 1977. V. 99. № 1. P. 15.
- 4. *Kudish I.I., Panovko M.Ya.* Influence of an inlet oil meniscus geometry on parameters of a point elastohydrodynamic contact // Trans. ASME. J. Tribology. 1997. V. 119. № 1. P. 112.
- 5. *Venner C.H., Lubrecht A.A.* Multigrid techniques: a fast and efficient method for the numerical simulation of elastohydrodynamically lubricated point contact problems // Proc. Instn. Mech. Engrs. Part J: J. Engineering Tribol. 2000. V. 214. № J. P. 43.
- 6. *Mostofi A., Gohar R.* Elastohydrodynamic lubrication of finite line contacts // Trans. ASME. J. Lubric. Technol. 1983. V. 105. № 4. P. 82.
- 7. *Park T.J., Kim K.W.* Elastohydrodynamic lubrication of a finite line contact // Wear. 1998. V. 223. № 1. P. 102.
- 8. *Пановко М.Я*. Упругогидродинамическая смазка цилиндрического ролика со скругленным краем // Изв. АН. Механика твердого тела. 2003. № 2. С. 40.
- 9. Пановко М.Я. Влияние геометрии входной границы смазочной пленки на напряженное состояние в подповерхностном слое упругогидродинамического контакта профилированного ролика // Проблемы машиностроения и автоматизации. 2020. № 1. С. 141.
- 10. *Kostreva M.M.* Elasto-hydrodynamic lubrication: a nonlinear complementarity problem // Intern. J. Numer. Methods in Fluids. 1984. V. 4. № 4. P. 377.
- 11. Oh K.P. The numerical solution of dynamically loaded elastohydrodynamic contact as a nonlinear complementarity problem // Trans. ASME. J. Tribol. 1984. V. 106. № 1. P. 88.
- 12. Oh K.P., Li C.H., Goenka P.K. Elastohydrodynamic lubrication of piston skirts // Trans. ASME. J. Tribol. 1984. V. 109. № 2. P. 356.
- Белоцерковский С.М., Лифанов И.К. Численные методы в сингулярных интегральных уравнениях и их применение в аэродинамике, теории упругости, электродинамике. М.: Наука, 1985. 253 с.

# НАДЕЖНОСТЬ, ПРОЧНОСТЬ, ИЗНОСОСТОЙКОСТЬ МАШИН И КОНСТРУКЦИЙ

УЛК 539.4

# ОПЕНКА ВЕРОЯТНОСТИ УСТАЛОСТНОГО РАЗРУШЕНИЯ КОНСТРУКЦИОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ С УЧЕТОМ СТАТИСТИЧЕСКОГО РАЗБРОСА МЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОЧНОСТИ МАТЕРИАЛА И ОСТАТОЧНОЙ ДЕФЕКТНОСТИ

© 2021 г. Ю. Г. Матвиенко<sup>1</sup>, Д. А. Кузьмин<sup>2</sup>, Д. О. Резников<sup>1,\*</sup>, В. В. Потапов<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Институт машиноведения им. А.А. Благонравова, РАН, Москва, Россия

<sup>2</sup> Всероссийский научно-исследовательский институт по эксплуатации атомных электростанций, Москва. Россия

\*e-mail: mibsts@mail.ru

Поступила в редакцию 30.12.2020 г. После доработки 30.03.2021 г. Принята к публикации 26.04.2021 г.

В статье представлен метод оценки вероятности разрушения конструктивных элементов технических систем под действием однократных статических и циклических нагрузок, позволяющий учитывать разброс механических свойств материалов и размеров, остаточных макродефектов, невыявленных в ходе неразрушающего контроля. Представленный метод можно использовать при реализации вероятностного и риск-ориентированного подходов к обеспечению прочности, ресурса и безопасности технических систем в реальных условиях эксплуатации и корректировке типовых программ эксплуатации с точки зрения выбора периодичности и объема неразрушающего контроля

Ключевые слова: прочность, трещиностойкость, вероятность разрушения, неразрушающий контроль, дефектность

DOI: 10.31857/S0235711921040076

1. Постановка задачи. В задачах оценки и обеспечения конструкционной прочности и ресурса конструктивных элементов технических систем в реальных условиях эксплуатации неизбежно присутствует высокий уровень неопределенности, обусловленный вариативностью механических свойств и стохастической природой процессов их деградации, а также разбросом размеров трещин и других макродефектов. Дефекты могут возникнуть при изготовлении, монтаже или в процессе эксплуатации и не быть выявленными средствами неразрушающего контроля, которые не позволяют на современном уровне развития техники обеспечить 100% выявляемость дефектов. Вследствие чего на практике всегда приходится учитывать наличие остаточной дефектности, под которой понимается совокупность дефектов, которая остается в оборудовании после неразрушающего контроля и ремонта выявленных дефектов [1-4]. Отдельная группа неопределенностей связана с вариативностью режимов эксплуатационных нагружений, а также возможностью реализации расчетных и нерасчетных экстремальных воздействий на рассматриваемые конструктивные элементы.

Конструкционная прочность и эксплуатационный ресурс рассматриваемых конструктивных элементов считаются обеспеченными, если для всей совокупности доминирующих механизмов достижения предельных состояний i = 1, 2, ..., k на протяжении всего срока эксплуатации элемента  $T_{2}$  выполняются условия [5–12]

$$\Sigma_{i}^{C}(t)/\Sigma_{i}^{\Theta}(t) > 1, \quad i = 1, 2, ..., k \quad \forall t \in [0; T_{\Theta}],$$
(1)

где  $\Sigma_i^C(t)$  – предельные характеристики прочности, трещиностойкости, надежности, ресурса, живучести элемента (далее характеристики несущей способности),  $\Sigma_i^{9}(t)$  – соответствующие им факторы эксплуатационного нагружения (далее нагрузки).

Традиционно при решении задач прочности раскрытие указанных неопределенностей осуществлялось в рамках детерминистического подхода путем введения системы запасов прочности  $n_1, n_2, ..., n_k$  по основным механизмам достижения предельных состояний, при которых неопределенные параметры  $\sum_{i}^{C}(t), \sum_{i}^{9}(t)$  (i = 1, 2, ..., k) в системе неравенств (1) заменяются на их детерминированные характеристики, например, математические ожидания  $E\{\sum_{i}^{C}(t)\}, E\{\sum_{i}^{9}(t)\}$ , а для компенсации возможных отклонений от указанных математических ожиданий (в том числе, минимизации влияния неучтенных нагрузок), вместо числа 1 в правые части неравенств (1) вводятся соответствующие величины запасов  $n_1 > 1, n_2 > 1, ..., n_k > 1$ 

$$E\{\Sigma_{i}^{C}(t)\}/E\{\Sigma_{i}^{\Theta}(t)\} > n_{i}; \quad i = 1, 2, ..., k; \quad \forall t \in [0; T_{\Theta}].$$

С развитием вероятностного и далее риск-ориентированного подходов, обусловленных необходимостью решения проблем по минимизации затрат жизненного цикла, встает задача оценки вероятности разрушения конструктивных элементов под действием рассматриваемых режимов нагружения ( $P_{F1}, P_{F2}, ..., P_{Fk}$ ) [12] и сопоставления полученных оценок с некоторыми нормативными предельно-допустимыми значениями вероятности разрушения [ $P_F$ ], которая в зависимости от ответственности рассматриваемой конструкции выбирается в диапазоне  $10^{-5}-10^{-8}$ , год<sup>-1</sup> [9, 13]. При этом конструкционная прочность и эксплуатационный ресурс рассматриваемого конструктивного элемента по основным механизмам достижения предельных состояний считаются обеспеченными, если выполняется система неравенств

$$P_{Fi}(t) = P(\Sigma_i^C(t) / \Sigma_i^{\mathfrak{S}}(t) < 1) < [P_{Fi}(t)], \quad i = 1, 2, \dots, k, \quad \forall t \in [0; T_{\mathfrak{S}}].$$

Решение поставленной задачи в вероятностной постановке предполагает описание неопределенностей с помощью вероятностных распределений неопределенных параметров и получение расчетных оценок вероятности разрушения аналитическим или численным способом. Отдельной задачей является обоснованный выбор значений нормативных, предельно-допустимых значений вероятности разрушения [ $P_{Fi}(t)$ ] по рассматриваемым механизмам достижения предельных состояний, который осуществляется с учетом критичности элемента и последствий, наступающих в случае его разрушения.

**2.** Оценка вероятности разрушения элемента при однократном статическом нагружении. Используя записанную в интегральной форме теорему о полной вероятности, уравнение для оценки вероятности разрушения компонента, находящегося в хрупком состоянии и содержащего трещиноподобный дефект, можно записать в виде [1, 2]

$$P_F = \int_{K_{Ic\,\min}}^{K_{Ic\,\max}} f_{K_{Ic}}(K_{Ic}) \int_{\sigma_{\min}}^{\sigma_{\max}} f_{\sigma}(\sigma) P(a \ge a_c) d\sigma dK_{Ic},$$

где  $P_F$  – вероятность разрушения;  $F_{KIc}(K_{Ic})$  – интегральная функция распределения вязкости разрушения  $K_{Ic}$ ;  $f_{\sigma}(\sigma)$  – функция плотности распределения напряжения  $\sigma$ ; a – вероятностная величина "характерный размер дефекта", под которой, можно понимать, например, глубину трещины; F(a) – интегральная функция распределения

размера дефекта;  $P(a \ge a_C)$  — вероятность того, что размер дефекта превысит критическую величину  $a_C$ :  $F(a_C) = P(a \le a_C) = 1 - P(a \ge a_C) \rightarrow P(a \ge a_C) = 1 - F(a_C)$ .

Коэффициент интенсивности напряжений в зоне поверхностной трещины определяют по уравнению  $K_I = f_k \sigma \sqrt{\pi a}$ , где  $f_k$  – корректирующая функция на геометрию и размер трещины, ее место расположения и схему нагружения.

Если ввести допущение о детерминированности приложенных напряжений ( $\sigma$ ), то вероятность разрушения будет определяться более простым выражением

$$P_F = \int_{K_{Ic\,\text{min}}}^{K_{Ic\,\text{max}}} f_{KIc}(K_{Ic}) P(a \ge a_c) dK_{Ic} = \int_{K_{Ic\,\text{min}}}^{K_{Ic\,\text{max}}} f_{KIc}(K_{Ic}) (1 - F(a_c)) dK_{Ic}.$$
(2)

Выражение (2) представляет собой запись теоремы о полной вероятности: вероятность разрушения представляет собой сложное событие  $a > a_C(K_{Ic})|K_{Ic} \in dK_{Ic}$ , объединяющее два связанных события: 1) событие 1 – вязкость разрушения  $K_{Ic}$  оказывается в интервале  $dK_{Ic}$  ( $K_{Ic} \in dK_{Ic}$ ). Вероятность этого события равняется  $f_{KIc}(K_{Ic})dK_{Ic}$ ; 2) событие 2 – размер дефекта a превышает критическую величину  $a_C$  ( $a > a_C$ ). Вероятность этого события, соответственно,  $P(a > a_C)$ .

Пределы интегрирования в выражении (2) можно выбрать из условия

$$\begin{split} K_{Ic\,\min} &= E\{K_{Ic}\} - 3S\{K_{Ic}\} = E\{K_{Ic}\}(1 - 3\nu_{KIc}), \\ K_{Ic\,\max} &= E\{K_{Ic}\} + 3S\{K_{Ic}\} = E\{K_{Ic}\}(1 + 3\nu_{KIc}), \end{split}$$

где  $E\{K_{Ic}\}$  и  $S\{K_{Ic}\}$  – математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение величины вязкости разрушения  $K_{Ic}$ ;  $v_{KIc} = S\{K_{Ic}\}/E\{K_{Ic}\}$  – коэффициент вариации величины  $K_{Ic}$ .

Пусть величина вязкости разрушения распределена по нормальному закону

$$f_{KIc}(K_{Ic}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}S\{K_{Ic}\}} e^{-\frac{(K_{Ic} - E\{K_{Ic}\})^2}{2 \cdot S_{KIc}^2}}$$

Будем считать, что случайная величина "характерный размер дефекта" распределена согласно экспоненциальному закону [1] (рис. 1, кривая *I*)

$$F(a) = 1 - e^{-\frac{a}{E\{a\}}},\tag{3}$$

где  $E\{a\}$  — математическое ожидание случайной величины a.

Тогда второй множитель подынтегрального выражения в уравнении (2) можно записать в виде

$$P(a \ge a_C) = 1 - F(a_C) = e^{-\frac{a_C}{E\{a\}}}.$$
(4)

При этом уравнение (2) можно переписать как

$$P_F = \int_{K_{Ic\,min}}^{K_{Ic\,max}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}S\{K_{Ic}\}} e^{-\frac{(K_{Ic}-E\{K_{Ic}\})^2}{2\cdot S_{KIc}^2}} e^{-\frac{a_C}{E\{a\}}} dK_{Ic}.$$

Учитывая, что

$$a_C = \left(\frac{K_{I_C}}{f_k \sigma \sqrt{\pi}}\right)^2,\tag{5}$$



**Рис. 1.** Распределение величины "размер дефекта" *а*: *I* – экспоненциальное распределение (Э); *2* – усеченное экспоненциальное распределение (УЭ).



Рис. 2. Рассматриваемый конструктивный элемент.

получим выражение для вероятности разрушения конструктивного элемента с трещиной

$$P_{F} = \int_{K_{lc}\min}^{K_{lc}\max} \frac{1}{\sqrt{2\pi}S\{K_{lc}\}} e^{-\frac{(K_{lc}-E\{K_{lc}\})^{2}}{2S\{K_{lc}\}^{2}}} e^{-\frac{1}{E\{a\}}\left(\frac{K_{lc}}{f_{k}\sigma\sqrt{\pi}}\right)^{2}} dK_{lc}.$$
 (6)

Рассмотрим численный пример расчета вероятности разрушения элемента трубопровода, нагруженного внутренним давлением, содержащего осевую поверхностную трещину на внутренней стенке (рис. 2). Исходные данные задачи приведены в табл. 1.

В рассматриваемом примере для консервативной оценки допускается в качестве характерного размера трещины *а* принимать ее глубину, т.е. рассматривать протяжен-

· · ·	
Внутреннее давление в трубопроводе, <i>p</i> <sub>0</sub> (МПа)	8
Диаметр, <i>D</i> (м)	1.26
Толщина стенки, δ (м)	0.025
Окружное напряжение, σ (МПА)	201.6
Вязкость разрушения, <i>K</i> <sub>Ic</sub>	
Математическое ожидание, $E\{K_{Ic}\}$ (МПа $\sqrt{M}$ )	61
Коэффициент вариации, v <sub>Klc</sub>	0.1

Таблица 1. Численные значения параметров



**Рис. 3.** Зависимость вероятности хрупкого разрушения при однократном статическом нагружении от математического ожидания глубины трещины.

ный дефект длиной, превышающей на порядок ее глубину. Значение корректирующей функции  $f_k$  для протяженного дефекта в выражении для коэффициента интенсивности напряжения принимается равным 1.12 [15].

Будем считать, что после проведения неразрушающего контроля осуществляется идентификация и ремонт выявленных дефектов. При этом размер невыявленных дефектов, определяемый качеством (объемом и глубиной) проведения неразрушающего контроля, является вероятностной величиной, распределенной по экспоненциальному закону. В рассматриваемом примере ее математическое ожидание принимается равным  $E\{a\} = 2.00 \times 10^{-3}$ . Иными словами, при проведении расчета постулируется наличие дефекта типа трещины, глубина которой точно неизвестна и считается вероятностной величиной, распределенной по экспоненциальному закону с математическим ожиданием  $E\{a\} = 2.00 \times 10^{-3}$  м.

Согласно соотношению (6) для рассматриваемого примера вероятность разрушения элемента при однократном статическом нагружении составляет  $P_F = 6.51 \times 10^{-5}$ .

Зависимость вероятности разрушения от величины математического ожидания размера трещины  $E\{a\}$  представлена на рис. 3.

Если вместо экспоненциального по выражению (4) в качестве распределения глубины трещины *a* использовать усеченное экспоненциальное распределение вида

$$F(a) = \frac{1}{1 - e^{-\frac{1}{E(a)}a}} - \frac{e^{-\frac{1}{E(a)}a}}{1 - e^{-\frac{1}{E(a)}}},$$
(7)

с параметром  $\delta$  равным толщине стенки элемента, позволяющее учесть естественное ограничение для величины a, то с помощью аналогичных преобразований можно получить уточненную оценку вероятности разрушения рассматриваемого конструктивного элемента

$$P_{F} = \int_{K_{I_{c} \min}}^{K_{I_{c} \max}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}S\{K_{I_{c}}\}} e^{\frac{-(K_{I_{c}}-E\{K_{I_{c}}\})^{2}}{2\cdot S_{KI_{c}}^{2}}} \left(1 - \frac{1}{1 - e^{-\frac{1}{E\{a\}}\delta}} + \frac{e^{-\frac{1}{E\{a\}}a_{c}}}{1 - e^{-\frac{1}{E\{a\}}\delta}}\right) dK_{I_{c}}$$

Таким образом, в случае использования в рассмотренном численном примере усеченного экспоненциального распределения вероятность разрушения составит  $P_F = 6.14 \times 10^{-5}$ . При этом различие оценок вероятности разрушения при использовании экспоненциального и усеченного экспоненциального распределений составляет порядка 6%.

3. Оценка вероятности усталостного разрушения с учетом разброса начальных размеров трещины  $a_0$  и вязкости разрушения  $K_{Ic}$ . Рассмотрим задачу циклического нагружения конструктивного элемента с трещиноподобным дефектом. Используя (2), можно записать выражение для оценки вероятности разрушения после N циклов нагружения с учетом подрастания трещины от исходной глубины  $a_0$  до текущей глубины  $a_N$ 

$$P_{F_N} = P_F(\tau_N) = \int_{K_{I_c \min}}^{K_{I_c \max}} f_{K_{I_c}}(K_{I_c}) P(a_N > a_C) dK_{I_c}.$$
(8)

Будем считать, что кинетика трещины описывается модифицированным уравнением Пэриса

$$\frac{da}{dN} = C \left(\frac{\Delta K}{1-R}\right)^m,\tag{9}$$

где *С* и *m* — постоянные, зависящие от материала и условий нагружения; *R* — коэффициент асимметрии цикла нагружения;  $\Delta K$  — размах коэффициента интенсивности напряжений в цикле нагружения. Будем считать, что начальный размер трещины  $a_0$  является случайной величиной, распределенной по экспоненциальному закону (3).

При этом глубина трещины после N циклов нагружения будет являться функцией случайной величины "начальная глубина трещины"  $a_0$ , т.е. между случайными величинами  $a_N$  и  $a_0$  будет существовать детерминированная функциональная зависимость. Разделяя переменные и интегрируя левую и правую части выражения (9) можно получить

$$N = \frac{a_N^{1-\frac{m}{2}} - a_0^{1-\frac{m}{2}}}{C\left(1-\frac{m}{2}\right)\left(\frac{f_k\sqrt{\pi}}{(1-R)}\Delta\sigma\right)^m},$$
(10)

где *a*<sub>*N*</sub> – глубина трещины после *N* циклов нагружения.

Из уравнения (10) можно записать выражение для глубины трещины после N циклов нагружения

$$a_{N} = \left(a_{0}^{1-\frac{m}{2}} + NC\left(1-\frac{m}{2}\right)\left(\frac{f_{k}\sqrt{\pi}}{1-R}\Delta\sigma\right)^{m}\right)^{\frac{2}{2-m}}.$$
(11)

Условие разрушения после *N* циклов нагружения имеет вид

$$a_N > a_C$$
.

Таким образом, в рассматриваемой постановке величина  $a_N$  по выражению (11) будет являться функцией только случайной величины  $a_0$ .

Введем понятие критической начальной глубины трещины  $a_{0C_N}$  (рис. 4), под которой будем понимать такую начальную глубину трещины, которая после N циклов на-гружения при заданном уровне размаха номинальных напряжений в цикле нагруже-



Рис. 4. Кинетика роста усталостных трещин с учетом разброса исходной дефектности.

ния  $\Delta \sigma$  достигнет критического размера  $a_C$ , определяемого с учетом соотношения (5) и возможности изменения параметров цикла нагружения в виде

$$a_C = \left(\frac{K_{Ic}}{f_k \sigma_{\max} \sqrt{\pi}}\right)^2 = \left(\frac{K_{Ic}(1-R)}{f_k \Delta \sigma \sqrt{\pi}}\right)^2.$$

В связи с тем, что в рассматриваемой постановке кинетика роста трещины является детерминированной и между величинами  $a_0$  и  $a_N$  существует детерминированная функциональная зависимость, условие разрушения в момент времени  $\tau_N$ , соответствующий N циклам нагружения, можно выразить через соотношение между начальной глубиной трещины  $a_0$  и величиной  $a_{0C_N}$ 

$$a_0 > a_{0C_N}.\tag{12}$$

Величину  $a_{0C_N}$  можно получить, выразив  $a_0$  из (10)

$$a_{0} = \left(a_{N}^{(2-m)/2} - NC\left(1 - \frac{m}{2}\right)\left(\frac{f_{k}}{1-R}\Delta\sigma\sqrt{\pi}\right)^{m}\right)^{2/(2-m)}$$

и подставив в него  $a_N = a_C$  получим

$$a_{0C_N} = \left(a_C^{(2-m)/2} - NC\left(1 - \frac{m}{2}\right)\left(\frac{f_k}{1 - R}\Delta\sigma\sqrt{\pi}\right)^m\right)^{2/(2-m)}.$$
 (13)

Учитывая (12), выражение для вероятности усталостного разрушения после N циклов нагружения (8) можно переписать в виде

$$P_F(\tau_N) = \int_{K_{I_c \min}}^{K_{I_c \max}} f_{K_{I_c}}(K_{I_c}) P(a_0 > a_{0C_N}) dK_{I_c}.$$
 (14)

Второй множитель подынтегрального выражения в уравнении (14) можно представить через функцию распределения  $F(a_0)$  случайной величины "начальная глубина трещины"

$$P(a_0 > a_{0C_N}) = 1 - P(a_0 < a_{0C_N}) = 1 - F(a_{0C_N}).$$

Или с учетом (3) для экспоненциального распределения начальной глубины трещины  $a_0$ 

$$P(a_0 > a_{0C_N}) = e^{-\frac{a_{0C_N}}{E\{a_0\}}}.$$

Тогда с учетом выражений (5) и (13)

$$P(a_0 > a_{0C_*}) = e^{-\frac{\left(\left(\frac{K_{IC}(1-R)}{f_k \Delta \sigma \sqrt{\pi}}\right)^{2-m} - NC\left(1-\frac{m}{2}\right)\left(\frac{f_k}{1-R} \Delta \sigma \sqrt{\pi}\right)^m\right)^{2/(2-m)}}{E\{a_0\}}}.$$

При этом выражение для оценки вероятности разрушения после *N* циклов нагружения можно записать в виде

$$P_{F}(\tau_{N}) = \int_{K_{lc\,\text{max}}}^{K_{lc\,\text{max}}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}S\{K_{lc}\}} e^{-\frac{(K_{lc}-E\{K_{lc}\})^{2}}{2S\{K_{lc}\}^{2}}} e^{-\frac{\left(\left(\frac{K_{lc}(1-R)}{f_{k}\Delta\sigma\sqrt{\pi}}\right)^{2}-NC\left(1-\frac{m}{2}\right)\left(\frac{f_{k}}{1-R}\Delta\sigma\sqrt{\pi}\right)^{m}\right)^{2/(2-m)}}{E\{a_{0}\}}} dK_{lc}.$$
 (15)

Следовательно, вероятность усталостного разрушения (15) зависит от: 1) числа циклов нагружения N в интервале времени между проведением оценки состояния элемента методами неразрушающего контроля ( $N = v\tau$ , v - годовая частота циклов,  $\tau -$ интервал времени между проведением оценок состояния, год); 2) качества проведения неразрушающего контроля, которое определяет параметры распределения остаточной дефектности, которая не была выявлена в ходе неразрушающего контроля и, следовательно, была пропущена в эксплуатацию,  $E\{a_0\}$ ; 3) размаха действующих напряжений  $\Delta \sigma$ ; 4) параметров распределения величины вязкости разрушения  $K_{IC}$ . Первые два из перечисленных факторов позволяют сформировать программу эксплуатации рассматриваемого элемента с точки зрения периодичности и объема контроля, позволяющую обеспечить его конструкционную прочность, надежность, ресурс, безопасность при заданных режимах нагружения и свойствах конструкционного материала.

В качестве примера использования полученной расчетной зависимости обратимся к рассмотренному в п. 2 элементу трубопровода, который в данном случае будет подвергаться циклическому нагружению внутренним давлением со средним значением в цикле  $p_0 = 7.6$  МПа, размахом за цикл нагружения  $\Delta p = 0.8$  МПа, коэффициентом асимметрии цикла R = 0.9 и частотой нагружения v = 500 год<sup>-1</sup>. Константы уравнения Пэриса принимаются равными:  $C = 3.00 \times 10^{-11}$ , m = 2.9.

При этом ставится задача определить интервалы времени т между моментами проведения двух последовательных технических инспекций методами неразрушающего контроля, при которых вероятность разрушения не превысит предельно допустимой величины вероятности разрушения, которая в рассматриваемом примере выбирается на уровне  $[P_F] = 5.0 \times 10^{-5}$  для трех расчетных случаев, когда значения математического ожидания пропущенного в эксплуатацию после неразрушающего контроля глубины трещины равны соответственно:  $E\{a_0\} = 1 \times 10^{-3}$  м,  $E\{a_0\} = 1.5 \times 10^{-3}$  м и  $E\{a_0\} = 2 \times 10^{-3}$  м.

На рис. 5 представлены зависимости вероятности разрушения от промежутка времени между техническими инспекциями ( $\tau$ ) для указанных трех случаев. Из рис. 5 следует, что при избранной величине [ $P_F$ ] в случае I (когда  $E\{a_0\} = 1 \times 10^{-3}$  м) интервал времени между проведением инспекций можно выбрать равным [ $\tau_1$ ] = 8 лет и, соответственно, предельно допустимое число циклов нагружения [ $N_1$ ] =  $\nu[\tau_1]$  = 4000 циклов; для случая 2 (когда  $E\{a_0\} = 1.5 \times 10^{-3}$  м): [ $\tau_2$ ] = 2 года и [ $N_2$ ] = 1000 циклов; а в случае 3 (когда  $E\{a_0\} = 2 \times 10^{-3}$  м) эксплуатация рассматриваемого элемента запрещена,



**Рис. 5.** Зависимости вероятности усталостного разрушения элемента для трех случаев:  $E\{a_0\} = 1 \times 10^{-3}$  м (кривая *I*);  $E\{a_0\} = 1.5 \times 10^{-3}$  м (кривая *2*) и  $E\{a_0\} = 2 \times 10^{-3}$  м (кривая *3*).

поскольку уже в момент ввода элемента в эксплуатацию вероятность его разрушения превышает предельно допустимую величину.

Если вместо экспоненциального распределения (3) величины  $a_0$  аналогично тому, как это делалось в п. 2, использовать физически более корректное усеченное экспоненциальное распределение (7), то после аналогичных преобразований можно получить уточненное выражение для вероятности усталостного разрушения конструктивного элемента с трещиной

$$P_{F}(\tau_{N}) = \frac{K_{I_{c}\max}}{\int_{L_{c}\min}^{K_{I_{c}\max}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}S\{K_{I_{c}}\}}} e^{\frac{-(K_{I_{c}}-E\{K_{I_{c}}\})^{2}}{2S\{K_{I_{c}}\}^{2}}} \times \left(1 - \frac{1}{\frac{1}{1-e^{-\frac{1}{E\{a_{0}\}}}}} + \frac{e^{\frac{-\left(\left(\frac{K_{I_{c}}(1-R)}{f_{k}\Delta\sigma\sqrt{\pi}}\right)^{2} - NC\left(1-\frac{m}{2}\right)\left(\frac{f_{k}}{1-R}\Delta\sigma\sqrt{\pi}\right)^{m}\right)^{2/(2-m)}}}{1-e^{-\frac{1}{E\{a_{0}\}}}}\right)}{1-e^{-\frac{1}{E\{a_{0}\}}}} dK_{I_{c}}.$$
(16)

На рис. 6 представлены графики зависимости вероятности разрушения от величины математического ожидания глубины трещины, пропущенной в эксплуатацию после неразрушающего контроля  $E\{a_0\}$ , полученные для случаев экспоненциального и усеченного экспоненциального распределения величины  $a_0$ .

Так как оценки, полученные для случаев экспоненциального (15) и усеченного экспоненциального распределений (16), оказываются весьма близкими, в расчетах можно ориентироваться на более простую зависимость (15).

4. Сопоставление расчетной вероятности разрушения с величиной предельно-допустимой вероятности разрушения. Прочность и ресурс рассматриваемого элемента считаются обеспеченными, если расчетная величина вероятности разрушения  $P_F$  оказывается меньше предельно допустимой вероятности разрушения  $[P_F]$ :  $P_F < [P_F]$ .

Вопрос об обоснованном выборе величины предельно допустимой верояти

Вопрос об обоснованном выборе величины предельно допустимой вероятности разрушения рассматриваемого элемента  $[P_F]$  решается с учетом критичности данного



**Рис. 6.** Зависимости вероятности разрушения от уровня пропущенной в эксплуатацию дефектности: *1* – для экспоненциального распределения величины *a*<sub>0</sub>; *2* – для усеченного экспоненциального распределения *a*<sub>0</sub>.

элемента для обеспечения прочности и безопасности конструкции в целом, а также уровня социальной значимости самой конструкции и величины ущербов, возникающих в случае ее разрушения.

Вероятность разрушения системы в целом ( $P_{SF}$ ) как вероятность сложного события определяется через произведение вероятности разрушения элемента ( $P_F$ ) и условной вероятности разрушения системы в случае разрушения данного элемента ( $P_{SF|F}$ ):  $P_{SF} = P_F P_{SF|F}$ .

Аналогичное условие можно записать для предельно допустимых вероятностей

$$[P_{SF}] = [P_F]P_{SF|F}.$$
(17)

Предельная величина вероятности разрушения конструкции в целом  $[P_{SF}]$  устанавливается в зависимости от таких факторов как величина ущерба, который может наступить в случае разрушения системы, ее социальной значимости системы и срока эксплуатации [13, 14]. В частности, Международной научно-информационной ассоциацией строительной индустрии (CIRIA – Construction Industry Research and Information Association) для сложных инженерных сооружений (плотин, мостов, шельфовых платформ) принята формула для оценки величины предельно допустимой вероятности разрушения системы

$$[P_{SF}] = \frac{10^{-4} \xi_S t}{L k_{HF}},$$

где *t* – расчетный срок эксплуатации системы; *L* – среднее количество людей, которые могут погибнуть в случае разрушения системы;  $k_{HF}$  – коэффициент, учитывающий разрушения, связанные с человеческим фактором (обычно принимают  $k_{HF}$  = 10);  $\xi_S$  – коэффициент социальной значимости системы (табл. 2). Таким образом, величина [ $P_{SF}$ ] обычно оказывается в диапазоне 1 × 10<sup>-5</sup>–1 × 10<sup>-8</sup>.

Условная вероятность разрушения системы в случае разрушения рассматриваемого элемента ( $P_{SF|F}$ ) определяется с помощью графологических методов сценарной оценки (типа методов дерева событий, дерева отказов, байесовых сетей и др.). После чего из выражения (17) определяется предельно допустимая вероятность разрушения рассматриваемого элемента [ $P_F$ ], которая затем сопоставляется с расчетной вероятностью разрушения. Далее принимается решение относительно обеспеченности прочности и ресурса рассматриваемого конструктивного элемента.

Тип системы	$\xi_S$
Объекты массового скопления людей (спортивные комплексы, торговые центры)	0.005
Плотины	0.005
Жилые здания, офисные центры, промышленные объекты	0.05
Мосты	0.5
Буровые вышки, шельфовые установки	5

T.C	TZ 1	1								F 1 4 1
гаолина Z	коэт	опишиент	социальной	значимости	лля раз	пичных	типов	технических	систем	1141
raomiga 2	11000	фициени	Confination	Jild minioern	для pus	JIN IIIDIA	Imob	TOATTH TOORTA	CHCICM	1 1 1

Заключение. Разработан метод оценки вероятности разрушения конструктивных элементов технических систем с постулируемой дефектностью. Метод позволяет учитывать различные виды развития трещин, такие как усталостное, коррозионное растрескивание под напряжением или замедленное деформационное коррозионное растрескивание через константы, входящие в уравнение Пэриса. Метод учитывает время эксплуатации, что позволяет определять оптимальную периодичность неразрушающего контроля.

#### КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Гетман А.Ф., Козин Ю.Н.* Неразрушающий контроль и безопасность эксплуатации сосудов и трубопроводов давления. М.: Энергоатомиздат, 1997. 288 с.
- 2. *Гетман А.Ф.* Ресурс эксплуатации сосудов и трубопроводов АЭС. М.: Энергоатомиздат, 2000. 427 с.
- 3. *Кузьмин Д.А., Кузьмичевский А.Ю., Верташенок М.В.* Остаточная дефектность и вероятность существования дефектов с размером, превышающим допускаемое значение // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2020. Т. 16. № 5. С. 414.
- 4. BS 7910:2013. Guide to Methods of Assessing the Acceptability of Flaws in Metallic Structures, 3rd ed. BSI: London, UK, December 2013.
- 5. *Ржаницын А.Р.* Расчет сооружений с учетом пластических свойств металлов. М.: Стройиздат, 1979. 289 с.
- Ching J. Equivalence between reliability and factor of safety // Probabilistic Engineering Mechanics. 2009. V. 24 (2). P. 159.
- 7. *Ang A., Tang. W.* Probability concepts in Engineering Planning and Design. V. 1. Basic Principles. John Wiley & Sons, Inc. US. 1975. V. 1. 407 p.
- 8. *Melchers R*. Structural Reliability Analysis and Prediction. 2nd Ed. John Wiley & Sons Ltd., England, 1999.
- 9. Шатов М.М., Чернявский А.О. Методика назначения предельной вероятности отказа // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2013. № 1. С. 51.
- Mori Y., Ellingwood B.E. Reliability-based service-life assessment of aging concrete structures // J. Struct. Eng. 1993. V. 119 (5). P. 1600.
- 11. Aghakouchak A.A., Stiemer S.F. Fatigue reliability assessment of tubular joints of existing offshore structures // Can. J. Civ. Eng. 2001. V. 28. P. 691.
- Kong J.S., Frangopol D.M. Life-cycle performance prediction of steel/concrete composite bridges // International Journal of Steel Structures. 2002. V. 2 (1). P. 13.
- 13. *Резников Д.О.* Соотношение между детерминистическим и вероятностным подходами к оценке конструкционной прочности технических систем // Проблемы машиностроения и автоматизации. 2018. № 3. С. 61.
- 14. *Elishakoff I*. Safety Factors and Reliability: Friends or Foes Kluwer. Academic Publishers, Dordrecht, 2004. 295 p.
- 15. Матвиенко Ю.Г. Модели и критерии механики разрушения. М.: Физматлит, 2006. 328 с.
# НАДЕЖНОСТЬ, ПРОЧНОСТЬ, ИЗНОСОСТОЙКОСТЬ МАШИН И КОНСТРУКЦИЙ

УДК 539.3

## АНАЛИЗ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ КОМПОЗИЦИОННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК НА ОСНОВЕ УТОЧНЕННОЙ ТЕОРИИ С УЧЕТОМ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЭФФЕКТА

© 2021 г. В. В. Фирсанов<sup>1</sup>, Л. Х. Нгуен<sup>1,2,\*</sup>

<sup>1</sup> Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва, Россия

> <sup>2</sup> Государственный технический университет им. Ле Куи Дона, Ханой, Социалистическая Республика Вьетнам

\*e-mail: lehung.mai@mail.com

Поступила в редакцию 30.09.2020 г. После доработки 07.04.2021 г. Принята к публикации 26.04.2021 г.

В настоящей статье представлена уточненная математическая модель напряженнодеформированного состояния многослойных композиционных цилиндрических оболочкек с учетом пьезоэлектрического эффекта. Перемещения и электрический потенциал оболочки представляются в виде полиномов по нормальной координате на две степени выше по отношению к классической теории типа Кирхгофа—Лява. Математическая модель электромеханического состояния композиционных оболочек получена с помощью вариационного принципа Лагранжа. Сформулированная краевая задача электроупругости решается путем сведения трехмерных уравнений к двумерным. Рассматривается пример расчета напряженного состояния типа "погранслой" композиционных цилиндрических оболочек с учетом пьезоэлектрического эффекта с симметричным и ассиметричным распределениями слоев под действием произвольной механической и электрической нагрузок.

*Ключевые слова*: композиционная цилиндрическая оболочка, уточненная теория, пьезоэлектрический эффект, напряженное состояние "погранслой", электроупругость, электромеханическое состояние

DOI: 10.31857/S0235711921040039

На сегодняшний день большинство современных технических устройств, использующих пьезоэффект, создаются на базе однослойных или многослойных композиционных элементов. Это связано с тем, что такие устройства обладают низкой массой, высокой механической прочностью, повышенной чувствительностью и температурной стабильностью, высокой эффективностью преобразования электрической энергии в механическую, низкой себестоимостью и простотой конструкции. Особенно, пьезоэффекты активно исследуются и применяются в авиационных и космических отраслях. Композиционные пьезоэлементы используются на летательных аппаратах (ЛА) в виде корпусных элементов, панелей, в устройствах системы активного управления для адаптипных конструкций [1]. С помощью различных сенсоров и актюаторов, изготовленных из smart-материалов, ЛА можно обеспечить необходимое распределение аэродинамических коэффициентов, уменьшить аэродинамические нагрузки на при маневрах и порывах ветра, подавить флаттер, снизить уровень вибраций [2]. Следовательно, использование композиционных пьезоэлементов помогает ЛА при гашении аэроупругих колебаний за счет повышения качества аэродинамики и эффективного управления их деформациями.

Основными расчетными схемами элементов конструкций ЛА являются тонкие пластинки и оболочки [3], находящиеся под действием различных факторов. В настоящее время инженерные расчеты напряженно-деформированного состояния (НДС) указанных элементов конструкций ЛА базируются на результатах классической теории пластин и оболочек типа Кирхгофа—Лява [4], Тимошенко—Рейсснера [5]. В работах [6—8] и др. показано, что расчеты по классической теории не дают удовлетворительного соответствия с практикой из-за наличия дополнительных напряжений типа "погранслой" при исследовании НДС не только изотропных пластин, оболочек в узких краевых зонах искажения, но и оболочек, выполненных из анизотропных, в том числе композиционных материалов.

Вместе с тем, технический прогресс и внедрение новых технологий предъявляют повышенные требования к более точным моделям для описания поведения пластин и оболочек. В последнее время предложены новые методы расчета НДС тонкостенных конструкций. Численные методы, основанные на методе конечных элементов (МКЭ), используются [9] в виде известных программных пакетов Ansys, Nastran, ACELAN и др. для моделирования НДС конструкции на электронно-вычислительных машинах (ЭВМ). Среди аналитических подходов можно назвать: теории сдвиговых деформаций первых, третьих и высших порядков (FSDT, TSDT и HSDT) [9], методы асимптотического интегрирования дифференциальных уравнений трехмерной теории упругости [10], метод простых итераций [11], метод конечных разностей [7], метод собственных функций [12] и др. Один из подходов к построению уточненной теории, называемый в [13] энергетически согласованным, заключается в разложении искомых перемещений в полиноминальные ряды по нормальной координате и последующем применении вариационного принципа Лагранжа.

В настоящей статье в рамках указанного подхода [13] разработана уточненная математическая модель НДС многослойной композиционной цилиндрической оболочки с учетом пьезоэлектрического эффекта с симметричным и ассиметричным распределениями слоев под действием произвольной механической и электрической нагрузок. Указанная математическая модель, по сравнению с классической теорией, дает более достоверные результаты, так как позволяет учесть НДС типа "погранслой" вблизи жестко закрепленных краев пластин и оболочек.

Электромеханическое состояние композиционной цилиндрической оболочки с учетом пьезоэффекта. Композиционная оболочка рассматривается как трехмерное твердое тело, отнесенное к триортогональной криволинейной системе координат  $\xi$ ,  $\theta$ , z и находится под действием произвольных механических нагрузок  $q_{i3} = q_{i3}^{\pm}(\xi, \theta)$ , (i = 1, 2, 3) и электрических потенциалов  $\varphi_i = \varphi^{\pm}(\xi, \theta)$  (рис. 1). Оболочка имеет длину L, толщину 2h, радиус R и состоит из N слоев. Угол армирования каждого слоя k обозначим через  $\beta_k$ .

Перемещения и электрический потенциал оболочки представляются в виде разложений по нормальной координате [13, 14]



Рис. 1. Пьезокомпозиционная цилиндрическая оболочка.

$$u(\xi, \theta, z) = u_0(\xi, \theta) + u_1(\xi, \theta)z + u_2(\xi, \theta)\frac{z^2}{2!} + u_3(\xi, \theta)\frac{z^3}{3!},$$
  

$$v(\xi, \theta, z) = v_0(\xi, \theta) + v_1(\xi, \theta)z + v_2(\xi, \theta)\frac{z^2}{2!} + v_3(\xi, \theta)\frac{z^3}{3!},$$
  

$$w(\xi, \theta, z) = w_0(\xi, \theta) + w_1(\xi, \theta)z + w_2(\xi, \theta)\frac{z^2}{2!},$$
  

$$\phi(\xi, \theta, z) = \phi_0(\xi, \theta) + \phi_1(\xi, \theta)z + \phi_2(\xi, \theta)\frac{z^2}{2!}.$$
  
(1)

Деформации оболочки определяются как

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_{\xi}, \varepsilon_{\theta}, \varepsilon_{z}, \gamma_{\xi\theta}, \gamma_{\xi z}, \gamma_{\theta z}\}^{T},$$
(2)

где, компоненты деформаций находятся с помощью геометрических соотношений

$$\epsilon_{\xi} = \frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial \xi}, \quad \epsilon_{\theta} = \frac{1}{R+z} \left( \frac{\partial v}{\partial \theta} + w \right), \quad \gamma_{\xi\theta} = \frac{1}{R} \frac{\partial v}{\partial \xi} + \frac{1}{R+z} \frac{\partial u}{\partial \theta},$$

$$\epsilon_{z} = \frac{\partial w}{\partial z}, \quad \gamma_{\xi z} = \frac{1}{R} \frac{\partial w}{\partial \xi} + \frac{\partial u}{\partial z}, \quad \gamma_{\theta z} = \frac{1}{R+z} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{v}{R+z}.$$
(3)

Уравнения напряженного состояния оболочки при деформации *k*-го слоя [15, 16] с учетом сопряженного электрического поля в локальной системе координат *O*123 (рис. 1) можно записать в виде [14, 17]

$$\{ \sigma_{123}^{(k)} \} = \left[ C^{(k)} \right] \{ \varepsilon_{123}^{(k)} \} - \left[ e_{123}^{(k)} \right]^T \{ E_{123}^{(k)} \},$$

$$\{ D_{123}^{(k)} \} = \left[ e_{123}^{(k)} \right] \{ \varepsilon_{123}^{(k)} \} + \left[ \mu_{123}^{(k)} \right]^T \{ E_{123}^{(k)} \},$$

$$(4)$$

где  $\sigma_{123}^{(k)} = \{\sigma_{11}^{(k)}, \sigma_{22}^{(k)}, \sigma_{33}^{(k)}, \sigma_{12}^{(k)}, \sigma_{23}^{(k)}, \sigma_{31}^{(k)}\} -$  вектор напряжения *k*-го слоя оболочки,  $\varepsilon_{123}^{(k)} = \{\varepsilon_{11}^{(k)}, \varepsilon_{22}^{(k)}, \varepsilon_{33}^{(k)}, \gamma_{12}^{(k)}, \gamma_{23}^{(k)}, \gamma_{31}^{(k)}\} -$  вектор деформации *k*-го слоя, определяемый по формуле  $\{\varepsilon_{123}^{(k)}\} = \{\varepsilon\}\{\sigma_{123}^{(k)}\}, C^{(k)} = C_{ij}^{(k)}, (i = \overline{1, 6}, j = \overline{1, 6}) -$  симметричная матрица жесткости *k*-го слоя,  $D_{123}^{(k)} = \{D_{11}^{(k)}, D_{22}^{(k)}, D_{33}^{(k)}\} -$  вектор электрической индукции,  $E_{123}^{(k)} =$   $= \{E_{11}^{(k)}, E_{22}^{(k)}, E_{33}^{(k)}\} -$  вектор напряженности электрического поля *k*-го слоя,  $e_{123}^{(k)} = e_{ij}^{(k)}$  $(i = \overline{1, 3}, j = \overline{1, 6}) -$  матрица пьезоэлектрических постоянных *k*-го слоя,  $\mu_{123}^{(k)} = \mu_{ij}^{(k)}$   $(i = \overline{1, 3}, j = \overline{1, 3})$  – симметричная матрица диэлектрических проницаемостей при нулевой деформации *k*-го слоя оболочек.

Электромеханическая связь *k*-го слоя в общей системе координат *О*ξθ*z* определяется следующей формулой

$$\left\{ \boldsymbol{\sigma}_{\boldsymbol{\xi}\boldsymbol{\theta}\boldsymbol{z}}^{(k)} \right\} = \left[ T_2^{(k)} \right]^T \left[ C^{(k)} \right] \left[ T_2^{(k)} \right] \left\{ \boldsymbol{\varepsilon} \right\} - \left[ \boldsymbol{e}_{\boldsymbol{\xi}\boldsymbol{\theta}\boldsymbol{z}}^{(k)} \right]^T \left\{ E_{\boldsymbol{\xi}\boldsymbol{\theta}\boldsymbol{z}}^{(k)} \right\},$$

$$\left\{ D_{\boldsymbol{\xi}\boldsymbol{\theta}\boldsymbol{z}}^{(k)} \right\} = \left[ \boldsymbol{e}_{\boldsymbol{\xi}\boldsymbol{\theta}\boldsymbol{z}}^{(k)} \right] \left\{ \boldsymbol{\varepsilon} \right\} + \left[ \boldsymbol{\mu}_{\boldsymbol{\xi}\boldsymbol{\theta}\boldsymbol{z}}^{(k)} \right]^T \left\{ E_{\boldsymbol{\xi}\boldsymbol{\theta}\boldsymbol{z}}^{(k)} \right\}.$$

$$(5)$$

Здесь  $\left[T_{2}^{(k)}\right]$  – матрица перехода [18], принимаемая в виде

$$\begin{bmatrix} T_2^{(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2 \beta^{(k)} & \sin^2 \beta^{(k)} & 0 & 0 & 0 & \sin \beta^{(k)} \cos \beta^{(k)} \\ \sin^2 \beta^{(k)} & \cos^2 \beta^{(k)} & 0 & 0 & -\sin \beta^{(k)} \cos \beta^{(k)} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \beta^{(k)} & -\sin \beta^{(k)} & 0 \\ 0 & 0 & \sin \beta^{(k)} & \cos \beta^{(k)} & 0 \\ -\sin 2\beta^{(k)} & \sin 2\beta^{(k)} & 0 & 0 & \cos^2 \beta^{(k)} - \sin^2 \beta^{(k)} \end{bmatrix}$$
(6)

и  $\left\{\sigma_{\xi\theta_z}^{(k)}\right\} = \left\{\sigma_{\xi}^{(k)}, \sigma_{\theta}^{(k)}, \sigma_{z}^{(k)}, \sigma_{\xi\theta}^{(k)}, \sigma_{\xiz}^{(k)}, \sigma_{\thetaz}^{(k)}\right\}^T$ ,  $D_{\xi\theta_z}^{(k)} = \left\{D_{\xi}^{(k)}, D_{\theta}^{(k)}, D_{z}^{(k)}\right\} = D_{123}^{(k)}, e_{\xi\theta_z}^{(k)} = e_{123}^{(k)}, \\ \mu_{\xi\theta_z}^{(k)} = \mu_{123}^{(k)}, E_{\xi\theta_z}^{(k)} = \left\{E_{\xi}^{(k)}, E_{\theta}^{(k)}, E_{z}^{(k)}\right\} = E_{123}^{(k)} -$ электроупругостные параметры *k*-го слоя оболочки в общей системе координат  $O_{\xi} \theta_z$ .

Уравнения Максвелла для электрического поля в материальных средах, пренебрегая в них магнитными эффектами, можно привести к уравнениям электростатики. Отсюда следует, что вектор напряженности можно выразить [15, 19] через потенциал ф

$$E_{\xi}^{(k)} = -\frac{\partial \varphi}{A_{l}\partial\xi}, \quad E_{\theta}^{(k)} = -\frac{\partial \varphi}{A_{2}\partial\theta}, \quad E_{z}^{(k)} = -\frac{\partial \varphi}{\partial z}, \tag{7}$$

где  $A_1 = R$ ,  $A_2 = 1 + z/R$  — параметры Ламе цилиндрической оболочки.

Обозначая электрический потенциал, действующий на верхнюю и нижнюю поверхности оболочки через  $\phi^+$  и  $\phi^-$ , соответственно, из четвертого равенства системы (1) получим

$$\varphi_1 = \frac{\varphi^+ - \varphi^-}{2h}, \quad \varphi_2 = -\frac{\varphi_0}{h^2} + \frac{\varphi^+ + \varphi^-}{2h^2}.$$
(8)

Для построения основных уравнений теории цилиндрических оболочек с учетом пьезоэлектрического эффекта используется вариационный принцип Лагранжа [20]

$$\delta U - \delta A = 0. \tag{9}$$

В уравнении (9) вариация потенциальной энергии  $\delta U$ , состоящая из энергий механической деформации и электрического поля, определяется как

$$\delta U = \sum \int (\sigma \delta \varepsilon + D \delta E) dV.$$
<sup>(10)</sup>

Работа внешних нагрузок представляется суммой работ механических нагрузок и электрических зарядов Q на поверхностях оболочки, в результате вариация  $\delta A$  находится по формуле

$$\delta A = \sum \int q_{i3} (\delta u_i + \delta v_i + \delta w_i) dS + \sum \int Q \delta \varphi dS.$$
(11)

Подставляя выражения (10) и (11) в равенство (9), получим систему уравнений равновесия теории композиционных цилиндрических оболочек в перемещениях и потенциалах с учетом пьезоэлектрического эффекта

$$\frac{\partial N_{11}^{(0)}}{\partial \xi} + \frac{\partial N_{21}^{(0)}}{\partial \theta} = 0,$$

$$\frac{\partial N_{11}^{(i)}}{\partial \xi} + \frac{\partial N_{21}^{(i)}}{\partial \theta} - RN_{13}^{(i-1)} = 0, \quad (i = \overline{1, 3}),$$

$$\frac{\partial N_{12}^{(0)}}{\partial \xi} + \frac{\partial N_{22}^{(0)}}{\partial \theta} + N_{23}^{(0)} = 0,$$

$$\frac{\partial N_{12}^{(i)}}{\partial \xi} + \frac{\partial N_{22}^{(i)}}{\partial \theta} + N_{23}^{(i)} - RN_{23}^{(i-1)} - iN_{23}^{(i)} = 0, \quad (i = \overline{1, 3}),$$

$$\frac{\partial N_{13}^{(0)}}{\partial \xi} + \frac{\partial N_{23}^{(0)}}{\partial \theta} - N_{22}^{(0)} + Rp_{z}^{(0)} = 0,$$

$$\frac{\partial N_{13}^{(j)}}{\partial \xi} + \frac{\partial N_{23}^{(j)}}{\partial \theta} - N_{22}^{(j)} - RN_{33}^{(j-1)} + Rp_{z}^{(j)} = 0, \quad (j = \overline{1, 2}),$$

$$\frac{\partial (h^2 N D_1^{(0)} - N D_1^{(2)})}{\partial \xi} + \frac{\partial (h^2 N D_2^{(0)} - N D_2^{(2)})}{\partial \theta} - 2N D_3^{(1)} = 0.$$

Воспользовавшись стандартными краевыми условиями трехмерной теории электроупругости [8], получим соответствующие краевые условия при стандартном закреплении краев оболочки:

- 1) на жестко защемленном краю:  $u_i = v_i = w_i = 0$ ,  $\phi_0 = 0$ ,  $(i = \overline{1, 3})$ ;
- 2) на шарнирно защемленном краю:  $N_{11}^{(j)} = 0$ ,  $(j = \overline{0, 3})$ ,  $v_i = w_i = 0$   $\varphi_0 = 0$ ,  $(i = \overline{1, 3})$ ; 3) на свободном краю:  $N_{11}^{(i)} = N_{12}^{(i)} = N_{13}^{(i)} = 0$ ,  $\varphi_0 = 0$ ,  $(i = \overline{0, 3})$ .

Здесь  $N_{ij}^{(k)}$   $(i = \overline{1, 3}, j = \overline{1, 3}, k = \overline{0, 3})$  — механические усилия и моменты,  $ND_i^{(k)}$   $(i = \overline{1, 3}, k = \overline{0, 2})$  — электрические усилия и моменты, для которых приняты следующие обозначения:

$$\begin{pmatrix} N_{11}^{(i)}, N_{12}^{(i)}, N_{13}^{(i)} \end{pmatrix} = \sum_{k=1}^{n+2} \int_{-h}^{h} (\sigma_{\xi}, \sigma_{\xi\theta}, \sigma_{\xiz}) \frac{z^{i}}{i!} dz, \quad (i = \overline{0, 3}), \\ \begin{pmatrix} N_{22}^{(i)}, N_{21}^{(i)}, N_{23}^{(i)} \end{pmatrix} = \sum_{k=1}^{n+2} \int_{-h}^{h} (\sigma_{\theta}, \sigma_{\xi\theta}, \sigma_{\thetaz}) \frac{z^{i}}{i!} dz, \quad (i = \overline{0, 3}), \\ N_{33}^{(j)} = \sum_{k=1}^{n+2} \int_{-h}^{h} \sigma_{z} \frac{z^{j}}{j!} dz, \quad (j = \overline{0, 2}), \\ ND_{1}^{(i)} = \sum_{k=1}^{n+2} \int_{-h}^{h} D_{1} \left( 1 + \frac{z}{R} \right) \frac{z^{i}}{i!} dz, \quad ND_{2}^{(i)} = \sum_{k=1}^{n+2} \int_{-h}^{h} D_{2} \frac{z^{i}}{i!} dz, \quad (i = \overline{0, 2}), \\ ND_{3}^{(i)} = \sum_{k=1}^{n+2} \int_{-h}^{h} D_{3} \left( 1 + \frac{z}{R} \right) \frac{z^{i}}{i!} dz, \quad (i = \overline{0, 2}), \end{cases}$$

$$(13)$$

$$p_{z}^{(i)} = q_{33}^{+}(\xi,\theta) \left(1 + \frac{h}{R}\right) \left(\frac{h^{i}}{i!}\right) - q_{33}^{-}(\xi,\theta) \left(1 - \frac{h}{R}\right) \left(\frac{(-h)^{i}}{i!}\right), \quad (i = \overline{0,3}).$$

Решение краевой задачи. Рассматривается замкнутая круговая композиционная цилиндрическая оболочка, края которой жестко защемлены. Для приведения краевой задачи (12)–(13) к системе обыкновенных дифференциальных уравнений используются разложения перемещений и электрических потенциалов в тригонометрические ряды по окружной координате θ вида

$$q\left(\xi,\theta\right) = \sum_{m=1}^{\infty} Q_m\left(\xi\right)\cos(m\theta) + Q_0\left(\xi\right),$$
$$u_i\left(\xi,\theta\right) = \sum_{m=1}^{\infty} U_i\left(\xi\right)\cos(m\theta) + U_{i0}\left(\xi\right), \quad i = \overline{0, 3},$$
$$v_i\left(\xi,\theta\right) = \sum_{m=1}^{\infty} V_k\left(\xi\right)\sin(m\theta) + V_{i0}\left(\xi\right), \quad i = \overline{0, 3},$$
$$(14)$$
$$w_j\left(\xi,\theta\right) = \sum_{m=1}^{\infty} W_j\left(\xi\right)\cos m\theta + W_{j0}\left(\xi\right), \quad j = \overline{0, 2},$$
$$\phi\left(\xi,\theta\right) = \sum_{m=1}^{\infty} \phi_m\left(\xi\right)\cos(m\theta) + \phi_0\left(\xi\right).$$

После подстановки разложений (14) в уравнения (12) и краевые условия  $u_i = v_i = w_i = 0$ ,  $\varphi_0 = 0$ ,  $(i = \overline{1, 3})$ , находим систему обыкновенных дифференциальных уравнений для функций  $u_{im}$ ,  $v_{im}$ ,  $w_{lm}$ ,  $\varphi_{lm}$ ,  $i = \overline{0, 3}$ ,  $l = \overline{0, 2}$ , m = 1, 2, 3..., которые здесь не приводятся по причине их громоздкости.

**Пример расчета.** В качестве примера рассматривается замкнутая цилиндрическая композиционная оболочка из smart-материала *PZT*-4 радиусом R = 0.25 м, длиной L = 4R, относительной толщиной 2h/R = 1/50. Электроупругостные характеристики материала: модули Юнга  $Y_1 = Y_2 = 81.3$  (GPa) и  $Y_3 = 64.5$  (GPa), коэффициенты Пуасона  $v_{12} = 0.329$  и  $v_{13} = v_{23} = 0.432$ , модули сдвига  $G_{12} = 30.6$  (GPa) и  $G_{13} = G_{23} = 25.6$  (GPa), пьезоэлектрические константы:  $e_{31} = e_{32} = -5.20$  (Cm<sup>-1</sup>),  $e_{33} = 15.08$  (Cm<sup>-2</sup>) и  $e_{15} = e_{24} = 0$ , диэлектрические проницаемости:  $\mu_{11} = 5.62$  ( $10^{-9}$  Fm<sup>-1</sup>) и  $\mu_{22} = \mu_{33} = 6.46$  ( $10^{-9}$  Fm<sup>-1</sup>). Оболочка состоит из шести слоев и находится под действием нагрузок в двух вариантах: 1) механическая нагрузка  $q_{33}^+(\xi, \theta) = Q_0(\xi) \cos(2\theta)$ , 2) электрический потенциал  $\phi^+(\xi, \theta) = V_0(\xi) \cos(2\theta)$ .

Результаты вычисления нормальных напряжений на жестко защемленном краю оболочки, имеющей симметричное и антисимметричное распределения слоев показаны на рис. 2, 3.

Анализ полученных результатов распределения напряжений по толщине оболочки показывает, что в первом варианте на жестко защемленном краю поперечные нормальные и касательные напряжения  $\sigma_z$ ,  $\sigma_{\xi z}$  составляют примерно 60 и 28% от максимальных нормальных напряжений при симметричном распределении слоев [0/90°/0/0/90°/0], а при антисимметричном распределении слоев [0/90°/-90°/90°/-90°/0] – 65 и 30%, соответственно.

Аналогично, во втором варианте на жестко защемленном краю поперечные нормальные и касательные напряжения  $\sigma_z$ ,  $\sigma_{\xi z}$  составляют примерно 28 и 8% от максимальных нормальных напряжений при симметричном распределении сло-



**Рис. 2.** Распределение напряжений по толщине на краю в первом варианте: (а) – при симметричном распределении слоев  $[0/90^{\circ}/0/0/90^{\circ}/0]$ ; (б) – при антисимметричном распределении слоев  $[0/90^{\circ}/-90^{\circ}/90^{\circ}/-90^{\circ}/0]$ .



**Рис. 3.** Распределение напряжений по толщине на краю во втором варианте: (а) – при симметричном распределении слоев  $[0/90^{\circ}/-90^{\circ}/90^{\circ}/0]$ ; (б) – при антисимметричном распределении слоев  $[0/45^{\circ}/-45^{\circ}/45^{\circ}/-45^{\circ}/0]$ .

ев  $[0/90^{\circ}/-90^{\circ}/-90^{\circ}/90^{\circ}/0]$ , а при антисимметричном распределении слоев  $[0/45^{\circ}/-45^{\circ}/45^{\circ}/-45^{\circ}/0]$  –32 и 12%, соответственно.

Расчеты напряженного состояния в зонах, удаленных от краев оболочки, показали, что поперечные нормальные напряжения, как и следовало ожидать, малы по сравнению с остальными напряжениями, что позволяет ими пренебречь.

Заключение. На основании уточненной теории построена математическая модель электромеханического состояния композиционных цилиндрических оболочек под действием произвольных нагрузкок с учетом пьезоэлектрического эффекта.

Приведены примеры расчетов напряженного состояния замкнутой цилиндрической композиционной оболочки под действием механических и электрических нагрузок с симметричным и ассиметричным распределениями слоев. Установлено, что в зонах жесткого закрепления имеют место дополнительные поперечные нормальные и касательные напряжения типа "погранслой", которые необходимо учитывать при расчете прочности и долговечности непрерывных соединений элементов конструкций.

#### КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Baker A., Dutton St., Kelly D. Composite materials for aircraft structures. Publisher: AIAA Inc, 2004. 603 p.
- 2. Гришанина Т.В., Шклярчук Ф.Н. Динамика управляемых конструкций. М.: Изд-во МАИ, 2007. 326 с.
- 3. Гольденвейзер А.Л. Теория упругих тонких оболочек. М.: Наука, 1976. 512 с.
- 4. *Friedrlchs K.O.* Kirchoff's boundary conditions and the edge effect for elastic plates // Proc. Sympos. Appl. Math. 1950. V. 3. P. 258.
- 5. Timoshenko S.P., Voinovsky-Krieger S. Theory of plates and shells. McGrawHill, 1959. 591 p.
- 6. *Фирсанов В.В., Чан. Н.Д.* Энергетически согласованная теория цилиндрических оболочек // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2011. № 6. С. 49.
- 7. Фирсанов В.В., Фам В.Т. Напряженно-деформированное состояние сферической оболочки под действием произвольной нагрузки на основе неклассической теории // Проблемы прочности и пластичности. 2019. Т. 81. № 3. С. 64.
- 8. *Firsanov V.V., Doan T.N.* Investigation of the statics and free vibrations of cylindrical shells on the basis of a nonclassical theory // Composites: Mechanics. 2015. V. 6. Iss. 2. P. 135.
- 9. *Reddy J.N.* Mechanics of laminated composite plates and shells: theory and analysis. CRC Press, 2004. 831 p.
- 10. *Гольденвейзер А.Л.* Построение приближенной теории оболочек при помощи асимптотического интегрирования уравнений теории упругости // Прикладная математика и механика. 1963. Т. 27. № 4. С. 593.
- 11. Зверяев Е.М., Олехова Л.В. Итерационная трактовка полуобратного метода Сен-Венана при построении уравнений тонкостенных элементов конструкций из композиционного материала // Труды МАИ. 2015. № 79. С. 27.
- 12. *Улитко А.Ф.* Метод собственных векторных функций в пространственных задачах теории упругости. Киев: Наукова думка, 1979. 262 с.
- 13. Васильев В.В., Лурье С.А. К проблеме уточнения теории пологих оболочек // Известия АН СССР. Механика твердого тела. 1990. № 6. С. 139.
- Xiao-Hong Wu, Chongqing Chen, Ya-Peng Shen, Xiao-Geng Tian. A high order theory for functionally graded piezoelectric shells // International Journal of Solids and Structures. 2002. № 39 (20). P. 5325.
- 15. Партон В.З., Кудрявцев Б.А. Электромагнитоупругость пьезоэлектрических и электропроводных тел. М.: Наука, 1998. 470 с.
- 16. *Tzou H.S.* Piezoelectric Shells, Distributed Sensing and Control of Continua. 1993. ISBN 978-94-010-4784-5.
- 17. Димитриенко Ю.И., Морозов А.Н., Соколов А.П., Ничеговский Е.С. Моделирование эффективных пьезоэлектроупругих композиционных материалов // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2010. № 3. С. 86.
- 18. Амбарцумян С.А. Теория анизотропных пластин. М.: Наука, 1967. 68 с.
- 19. Гринченко В.Т., Улитко А.Ф., Шульга Н.А. Электроупругость. Киев: Наукова думка, 1989. Т. 5. 280 с.
- 20. Власов В.З. Общая теория оболочек. Избранные труды. Общая теория оболочек. М.: АН СССР, 1962. Т. 1. 528 с.

# НАДЕЖНОСТЬ, ПРОЧНОСТЬ, ИЗНОСОСТОЙКОСТЬ МАШИН И КОНСТРУКЦИЙ

УДК 621.79.05

## КОРРОЗИОННАЯ СТОЙКОСТЬ НИКЕЛИДА ТИТАНА В АТМОСФЕРНЫХ УСЛОВИЯХ

## © 2021 г. И.С.Сплавский

Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва, Россия e-mail: spl-igor@yandex.ru

Поступила в редакцию 21.12.2020 г. Принята к публикации 26.04.2021 г.

В статье представлены результаты исследования сплава с эффектом памяти формы на коррозионную стойкость в различных условиях эксплуатации применительно к соединениям трубопроводов муфтами из никелида титана.

*Ключевые слова:* эффект памяти формы, никелид титана, коррозия, мартенситное превращение, фазовые превращения, соединения трубопроводов

DOI: 10.31857/S0235711921040143

Сплавы на основе никеля и титана наряду с пластичностью, псевдоупругостью, ферроупругостью обладает рядом уникальных свойств, таких как проявление эффекта "памяти" формы, сверхупругости, изменение модуля упругости, предела текучести в процессе мартенситного превращения, сопровождающегося изменением кристаллической решетки. Также известна высокая коррозионная стойкость сплавов на основе титана в атмосферных условиях. Однако в литературе нет сведений по коррозионному поведению сплавов никелида титана.

Для оценки возможности его применения в качестве соединительных муфт для трубопроводов из разнородных металлических материалов возникла необходимость в определении коррозионной стойкости, как самого сплава, так и материалов соединяемых трубопроводов. Принимая во внимание свойства никелида титана изменять свои объемные параметры при резком изменении температурного воздействия, наряду с определением общей коррозионной стойкости возникла необходимость в изучении склонности к коррозионному растрескиванию.

Материал и методика исследования. Исследование стойкости к общей коррозии и к коррозионному растрескиванию. Коррозионным испытаниям подвергался сплав ТН1-К в состоянии поставки, химический состав которого: Ti – 50%; Ni – 46.8%; Fe – 3.0%; Si – 0.01%; C – 0.005%; N<sub>2</sub> – 0.02%; O<sub>2</sub> – 0.12%; H<sub>2</sub> – 0.001%. На общую коррозию испытывались образцы из прутка диаметром 20 мм.

Оценка склонности сплава ТН1-К к коррозионному растрескиванию проводилась в соответствии с ГОСТ Р 9.905-2007. Испытания проводились на образцах — пластинах размером 112 × 22 мм толщиной 4—5 мм. Торцы образцов фрезеровались механически. Испытания проводились на пяти параллельных образцах. Напряжения создавались методом изгиба образцов при постоянной деформации и составляли 90% от предела текучести основного материала. Исследовались также коррозионная стойкость трубопроводов из разнородных материалов, соединенных муфтой из никелида титана.

Наименование	ΓΟСТ ОСТ ΤΥ	Содержание легирующих элементов, %										
материала	1001, 001, 19	Fe	С	Mn	Si	Cr	Ni	Ti	Al	Mg	Mo	V
Сталь хромонике- левая 12Х18Н10Т с титаном	ЧМТУ 1-490-68	осн.	0.12	$\frac{1.0}{2.0}$	0.8	<u>17.0</u> 19.0	<u>9.0</u> 11.0	0.7	_	_	_	-
Немагнитный коррозионностойкий сплав 36НХТЮ	ЧМТУ 5834-57	осн.	_	_	_	$\frac{11.5}{13.0}$	<u>34.5</u> 36.5	$\frac{2.7}{3.2}$	<u>0.9</u> 1.2	_	-	-
Алюминиевомаг- ниевый сплав АМг6	ГОСТ 12592-67	_	_	$\frac{0.5}{0.8}$	_	_	_	$\frac{0.02}{0.10}$	осн.	$\frac{5.8}{6.8}$	-	_
Титановый сплав ВТ14	OCT1-900-13-71	_	_	_	-	-	_	осн.	$\frac{3.5}{4.5}$	_	$\frac{2.5}{3.5}$	$\frac{0.7}{1.5}$
Никелид титана TH1	ТУОП 1-809-193-77	-	-	-	-	-	56.3	44.5	-	_	-	-

Таблица 1. Химический состав материалов, %

Исследование склонности к коррозионному растрескиванию и стойкости к общей коррозии проводилась в средах: 1) при полном погружении в водный раствор 3% NaCl (имитация морской воды); 2) в камере соляного тумана. Режим работы камеры: через каждые 15 мин распыление 3% раствора NaCl в течение 30 с, (имитация атмосферы приморских районов); 3) в условиях 98% относительной влажности воздуха (имитация атмосферы сельских районов); 4) в условиях 98% относительной влажности воздуха при концентрации сернистого газа (SO<sub>2</sub>) равной 0.01% (имитация промышленных районов).

Испытания проводились при температуре 20 ± 5°C, время испытаний 90 суток.

Трубопроводы испытывались также в камере тепла и влаги при температуре 60°С и относительной влажности воздуха 98% (имитация тропического климата) в течение 90 суток.

Электрохимические исследования контактных пар. Для определения влияния контактов разнородных материалов через муфту из никелида титана на коррозионную стойкость этих материалов проводились электрохимические исследования. Электрохимические исследования были проведены на сплаве TH1.

Замерялись контактные токи пар сплава TH1, со сплавом 12X18H10T, сплавами 36HXTЮ, BT-14 и АМг6. Химический состав материалов приведен в табл. 1.

Электрохимические исследования контактной коррозии металлов проводились в растворе 3% NaCl, имитирующем морскую воду. Образцы перед испытаниями зачищались наждачной бумагой, протирались спиртом. Замеры проводились в течение 24 часов. Через 24 часа испытаний образцы очищались от продуктов коррозии, промывались и взвешивались.

Оценка результатов исследований проводилась: по изменению внешнего вида; определением скорости коррозии в соответствии с ГОСТ Р 9.905-2007; определением времени до коррозионного растрескивания образцов; металлографическим анализом (на склонность к межкристаллитной коррозии и поверхностным дефектам типа трещин);

**Оценка коррозионной стойкости трубопроводов проводилась:** по изменению внешнего вида; по изменению герметичности стыков; металлографическим анализом муфты их никелида титана материала трубопроводов.

Результаты исследований. Общая коррозионная стойкость сплава TH1-К. Испытания показали (табл. 2), что сплав TH1-К обладает высокой стойкостью к общей коррозии во всех испытательных средах. Однако, в условиях, имитирующих промышленную атмосферу, скорость коррозии примерно на один порядок выше по сравнению с други-

Условия испытаний	Скорость коррозии, мм/год	Группа и балл коррозионной стойкости по ГОСТ13819-68
Туманная камера	0.0004	Совершенно стойкий, 1 гр., 1 балл
3% раствор NaCl	0.0002	_
98% влажность	0.0002	_
Атмосфера 0.01% SO <sub>2</sub>	0.0015	Весьма стойкий, 1 балл

Таблица 2. Общая коррозионная стойкость сплава ТН1-К

Таблица 3. Результаты коррозионных испытаний сплава по	д напряжением (врем	ıя 90	) суток)
--------------------------------------------------------	---------------------	-------	----------

Условия испытаний	Склонность к коррозионному растрескиванию	Результаты металлографиче- ского исследования
Туманная камера	Не склонен	Трещин и межкристаллитной коррозии нет
3% раствор NaCl	_	_
98% влажность	—	—
Атмосфера SO <sub>2</sub>	_	_

ми условиями. Внешний вид образцов практически не изменился. Металлографические исследования показали, что межкристаллитная коррозия и поверхностные дефекты типа трещин отсутствуют.

Стойкость к коррозионному растрескиванию. Из табл. 3 видно, что сплав TH1-К не склонен к коррозионному растрескиванию под напряжением во всех испытательных средах. Внешний вид образцов остался без изменений, видимые продукты коррозии отсутствуют, склонности к межкристаллитной коррозии нет, поверхностных дефектов не обнаружено.

**Результаты электрохимических исследований контактных пар.** Из табл. 4 видно, что во всех случаях сплав TH1-K является катодом. Плотность контактного тока в парах TH1 со сталью 12X18H10T и сплавами 36HXTЮ и ВТ14 незначительна (0.0008–0.0009 мА/см<sup>2</sup>), скорость коррозии сплава TH1 даже несколько уменьшается. Заметно увеличивается контактный ток в паре TH1-AMr6 (0.017 мА/см<sup>2</sup>). Это объясняется тем, что сплав AMr6 обладает отрицательным потенциалом в 3% растворе NaCl. В этом случае несколько возрастает скоррозии сплава TH1.

Таким образом, приведенные данные позволяют считать неопасным контакт сплава TH1 со сталью 12Х18Н10Т, и сплавами 36НХТЮ и ВТ14. Контактная пара TH1-AMr6 является недопустимой и требует дополнительной защиты от коррозии.

Общая коррозионная стойкость трубопроводов, соединенных муфтой из сплава ТН1-К. Из табл. 5, следует, что в атмосфере 98% влажности трубопроводы из стали 12Х18Н10Т и титановых сплавов ОТ4 и ОТ4-0 остались без изменений. Во всех других более жестких условиях трубопроводы подвергаются коррозионным поражениям. Так, в соединениях 12Х18Н10T+OT4 через муфту из TH1-К со стороны трубопровода из 12Х18Н10T под муфтой образовались бурые продукты коррозии.

Можно считать, что причиной их образования является контактная коррозия и наличие зазора. Металлографическим анализом межкристаллической коррозии на трубопроводах из стали и титана, а также на муфтах не обнаружено. Трубопроводы из 12X18H10T и AMr6, соединенные муфтой TH1-K, также подвергаются коррозионным поражением в 3% растворе NaCl и туманной камере. Муфты со стороны алюминиевых трубопроводов имеют мелкие трещины. Можно предположить, что причиной возник-

Контактирующие	Полюсность	Скорость корр	Плотность анодного		
материалы	полосность	Без контакта	В контакте	тока, мА/см <sup>2</sup>	
TH1-K	катод	0.00009	0.00003	0.00008	
12X18H10T	анод	0.00017	0.00004		
TH1-K	катод	0.00009	0.00001	0.00090	
36НХТЮ	анод	0.00105	0.00169		
ТН1-к	катод	0.00009	0.00020	0.01700	
АМг6	анод	0.00063	0.01341		
TH1-K	катод	0.00009	0.00006	0.00014	
BT14	анод	0.00020	0.00003		

Таблица 4. Результаты исследований контактной коррозии сплава ТН1-К в 3% растворе NaCl

Таблица 5. Результаты коррозионных и	спытаний трубопроводов	различных материалов, соеди
ненных муфтой из сплава ТН1-К		

Материал трубопроводов	Условия испытаний	Внешний вид
OT4 +12X18H10T	98% влажности	Без изменений
	3% раствор NaCl	На трубопроводе из стали под муфтой вид- ны продукты коррозии бурого цвета. Тре- щин нет
	Туманная камера	На трубопроводе из стали под муфтой вид- ны продукты коррозии бурого цвета. Тре- щин нет
	Атмосфера	_
12X18H10T + AMr3	Туманная камера	На трубопроводах из алюминиевого сплава белый налет продуктов коррозии. На муфте из ТН1-К со стороны алюминиевого трубо- провода мелкие трещины. Трубопровод из стали без изменений
	3% paствор NaCl	_
OT4-0 + OT4-0	Камера тепла и влаги: T=60°C, влажность 98%	Без изменений
12X18H10T+ 12X18H10T	Камера тепла и влаги: T=60°C, влажность 98%	Без изменений
АМг6 + АМг6	Камера тепла и влаги: <i>T</i> = 60°С, влажность 98%	На трубопроводах из сплава АМг6 с наруж- ной стороны, в зазорах между муфтой и тру- бопроводом, наблюдается точечная и язвен- ная коррозия сплава

новения трещин является контактная коррозия, которая привела к образованию в зазоре под муфтой большого количества продуктов коррозии алюминия. Известно, что объем продуктов коррозии алюминия значительно больше объема прореагировавшего металла. Это может привести к созданию на краях муфты напряжений, превышающих допустимые, что может привести к появлению надрывов. Другой возможной причиной появления трещин в муфте могли быть внутренние напряжения, превышающие допустимые для никелида титана. После коррозионных испытаний соединения трубопроводов прошли проверку на герметичность в соответствии с ГОСТ 30703-2001. Давление гелиево-воздушной смеси при испытаниях на герметичность для соединений ОТ4+12X18H10T составляло 6<sup>+1</sup> МПа и 2<sup>+1</sup> МПа – для соединений 12X18H10T+AMr3. Результаты испытаний показали, что все проверяемые соединения сохранили герметичность. Соединения 12X18H10T+AMr3 через муфту TH1-K, прошедшие коррозионные испытания в 3% растворе NaCl, проверке на герметичность не подвергались в связи со значительной коррозией алюминиевого трубопровода [7].

Металлографическими исследованиями шлифов, вырезанных из сплава AMr6 в районе зазора между муфтой и трубопроводом, установлено, что с наружной стороны трубопроводов наблюдалась точечная и язвенная коррозия сплава. Максимальная глубина коррозионных поражений алюминиевого сплава после 90 суток испытаний в камере тепла и влаги составляла 0.4 мм.

Выводы. Проведенные коррозионные испытания никелида титана показали, что сплав обладает высокой стойкостью к общей коррозии в морской воде, влажной, промышленной и морской атмосфере (ГОСТ Р 9.905-2007). Сплав склонен к межкристаллитной коррозии и коррозионному растрескиванию в атмосферных и морских условиях. Контакт сплава со сталью 12Х18Н10Т, сплавами 36НХТЮ, ВТ14 и ВТ1-0 является допустимым. Алюминиевые сплавы АМг3 и Амг6 в контакте с ТН1 и ТН1-К требуют дополнительной защиты от коррозии. Трубопроводы из стали 12Х18Н10Т и сплавов ОТ4 и ОТ4-0, соединенные муфтой из никелида титана, сохранили работоспособность при испытаниях в морских и атмосферных условиях. Трубопроводы из алюминиевых сплавов АМг3 и Амг6 в паре с трубопроводами из стали 12Х18Н10Т в этих условиях требуют дополнительной защиты.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Сахвадзе Г.Ж., Сплавский И.С. Особенности применения технологии лазерно-ударно-волновой обработки к титановым сплавам с памятью формы. V International scientific conference "Mechanical Science and Technology Update" 16–17 March 2021. Omsk, Russia (В печати).
- 2. Хасьянова Д.У. Технологическое обеспечение качества изготовления муфт ТМС и сборки трубопроводов. Дис. ... канд. наук. Москва. МГУПИ, 2012. 115 с.
- Khasyanova D.U. The mechanism of fretting corrosion of details from alloy with shape memory effect. IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 996 012014. https://doi.org/10.1088/1757-899X/996/1/012014
- Lotkov A.E., Grishkov V.E., Timkin V.N., Baturin A.E., Zhapova D. Yield stress in titanium nickelidebased alloys with thermoelastic martensitic transformations // Materials Science and Engineering A. 2019. V. 744. P. 74.
- Lotkov A.I., Kuznetsov A.V. Elastic properties of Ti-Ni single crystals preceding B2 → B19' and B2 → R → B19' martensitic transformations // Physics of Metals and Metallography. 1988. V. 66 (5). P. 65.
- 6. Шишкин С.В., Махутов Н.А. Расчет и проектирование силовых конструкций на сплавах с эффектом памяти формы. Ижевск: Научно-издательский центр "Регулярная и хаотическая динамика", 2007. 412 с.
- 7. Хасьянова Д.У. Условия существования R-состояния в сплаве на основе TINI. Проблемы машиностроения и автоматизации. 2020. № 4. С. 27.
- 8. *Махутов Н.А., Шишкин С.В.* Безопасные соединения трубопроводов с эффектом памяти формы. М.: ИМАШ РАН, 1999. 504 с.

## НАДЕЖНОСТЬ, ПРОЧНОСТЬ, ИЗНОСОСТОЙКОСТЬ МАШИН И КОНСТРУКЦИЙ

УДК 620.173

## ПОВЫШЕНИЕ НАДЕЖНОСТИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА ШТАМПОВКИ С КРУЧЕНИЕМ ИЗДЕЛИЙ ИЗ АЛЮМИНИЕВОГО СПЛАВА

© 2021 г. П. А. Петров<sup>1,\*</sup>, А. Г. Матвеев<sup>1</sup>, Б. Ю. Сапрыкин<sup>1</sup>, М. А. Петров<sup>1</sup>, И. А. Бурлаков<sup>1</sup>, У. Ш. Диксит<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Московский политехнический университет, Москва, Россия <sup>2</sup> Индийский институт технологии Гувахати, Гувахати, Индия \*e-mail: petrov p@mail.ru

> Поступила в редакцию 03.10.2020 г. После доработки 29.03.2021 г. Принята к публикации 26.04.2021 г.

В настоящей статье представлены методологические подходы к повышению точности расчета сложного малоизученного технологического процесса штамповки кручением на основе компьютерного имитационного моделирования. Представлена методика постановки обратной задачи для одного из известных типов испытаний на сжатие образцов из алюминиевого сплава; приведены результаты моделирования испытаний и их сравнение с данными, полученными при проведении экспериментов. Рассмотрено испытание на сжатие сплошных цилиндрических образцов. Представлена схема реализации обратной задачи (инверсионного метода). Полученные результаты можно применить при подготовке исходных данных на этапе разработки либо оптимизации технологического процесса штамповки кручением на основе компьютерного имитационного моделирования в специализированных программах, например, программе QFORM.

*Ключевые слова:* алюминиевый сплав, обратная задача, инверсионный метод, испытание сжатием, кривая текучести, осадка с кручением, компьютерное моделирование **DOI:** 10.31857/S0235711921040118

Тонкостенные осесимметричные поковки без фланца и с фланцем, из алюминиевых сплавов (АМг2, АМг3, АМг6 и т.п.), нашли свое применением во многих отраслях промышленности, в т.ч. судостроении, авиастроении и автомобилестроении. Учитывая сложность геометрии, поковки можно изготовить за более, чем одну операцию обработки давлением. Традиционным способом изготовления таких поковок является холодная либо горячая объемная штамповка из мерной заготовки, а также горячая изотермическая штамповка.

При производстве вышеуказанных поковок, контактное взаимодействие заготовки и инструмента играет существенную роль при оценке стойкости инструмента; оказывает существенное влияние на штампуемость материала заготовки и на качество конечного изделия. Одной из современных прогрессивных технологий штамповки, позволяющей изготавливать тонкостенные осесимметричные поковки, является технология штамповки с кручением [1].

В теоретическом плане на технологическую эффективность процесса осесимметричной осадки с кручением было указано в работах Г.Д. Полосаткина, С.П. Буркина и Б.Р. Картака, А.Н. Леванова, В.Н. Субича [1], А.Д. Хвана [2] и др. Наиболее системный подход к проектированию оборудования, теоретическому анализу кинематики



**Рис. 1.** Конечно-элементная модель осадки с кручением: (а) — первый этап процесса (осесимметричная осадка); (б) — второй этап процесса (осесимметричная осадка с кручением).

течения деформируемого материала и практическому освоению технологии штамповки с кручением представлен В.Н. Субичем и его учениками в их работах, например, в монографии [1].

Для технологии штамповки с кручением характерно, что остаются малоизученными вопросы контактного взаимодействия заготовки и инструмента, характер течения материала на контактной поверхности, топология микронеровностей на контактной поверхности и их изменение в процессе скольжения деформируемого материала по контактной поверхности, условия теплообмена между заготовкой и инструментом, выбор технологической смазки [1].

Отсутствие теоретического обоснования механики контактного и теплового взаимодействия деформируемого слоя и инструмента не позволяет дать рекомендации для разработки технологических процессов штамповки с кручением и их рациональных режимов выполнения для изготовления тонкостенных осесимметричных поковок из алюминиевых сплавов с различным состоянием поставки (литая заготовка; прессованный или прокатанный пруток; заготовка, полученная по технологии SLM либо EBM) на основе применения компьютерного имитационного моделирования.

В работе [3] предложена конечно-элементная модель процесса осадки с кручением (рис. 1) для исследования процесса теплопереноса при деформировании цилиндрической заготовки при температуре 20°С.

Рассматриваемая модель (рис. 1) является первичной и требующей уточнения таких параметров, как сопротивление материала заготовки пластической деформации (кривые текучести) и контактное трение (модель трения и значение фактора трения).

Как показывают результаты виртуальных испытаний работы [3], тепловой эффект контактного трения является наиболее сильным механизмом теплопереноса в процессе осадки с кручением; тепловой эффект пластической деформации рассматривается как константа материала в заданных температурно-скоростных условиях деформирования и играет второстепенную роль. Анализируя результаты работы Б.А. Кривицкого [4] можно отметить, что даже при горячей деформации тепловой эффект за счет пластической деформации не превышает 50–60°С. В случае же осадки с кручением суммарный тепловой эффект наблюдается много большим. На рис. 2 представлены результаты расчета поля температуры в сечении деформируемой заготовки, полученные с применением программы компьютерного моделирования QFORM.

Для алюминиевого сплава, например, АМг2, АМг3 либо АМг6, температура нагрева в диапазоне от 200 до 400°С соответствует теплой и полугорячей деформации. То есть модель сопротивления деформации, описывающая изменение напряжения текучести



**Рис. 2.** Распределение температуры при деформировании заготовки на втором этапе процесса (осесимметричная осадка с кручением): (а) — приращение температуры от контактного трения; (б) — максимальное приращение температуры в процессе.

в заданных температурно-скоростных условиях, должна быть работоспособной как при холодной пластической деформации, так и при теплой и полугорячей деформации. Выявленная особенность теплопереноса в процессе осадки с кручением накладывает дополнительное требование на подготовку исходных данных о сопротивлении материала деформации для выполнения компьютерного имитационного моделирования.

При подготовке данных для имитационного моделирования в специализированных САЕ-системах помимо данных о сопротивлении деформации, необходимо задать характеристики технологической смазки (показатель трения и модель контактного трения). Точность выполнения расчетов при моделировании определяется достоверностью задаваемых исходных данных [5–7], адекватностью математической модели, например, модели сопротивления деформации, а также надежностью выбранных методов оптимизации для построения модели процесса либо объекта [8]. Это утверждение основано на результатах исследований, связанных с применением компьютерного имитационного моделирования [5–7].

Целью настоящей статьи является формализация методики постановки обратной задачи для испытания на сжатие образцов алюминиевого сплава и последующего применения полученных данных при САЕ-моделировании. В качестве испытания рассматривается испытание на сжатие сплошных цилиндрических образцов.

Рассмотрим алгоритм обработки результатов экспериментов, методика которых известна [9] и схему постановки обратной задачи, которые в последующем можно использовать для автоматизации обработки данных эксперимента.

#### Испытание на сжатие цилиндрических образцов

Алгоритм обработки экспериментальных результатов включает три этапа:

1. Первичная обработка экспериментальных кривых текучести (рис. 3), в том числе: 1) нормализация данных — основываясь на данных эксперимента формируется новый массив данных, включающий значения параметров: времени (t), накопленной деформации ( $\varepsilon$ ), перемещения инструмента ( $\Delta h$ ), напряжения текучести ( $\sigma$ ) и силы деформирования (P); новый массив данных имеет меньшее число значений для каждого из



Рис. 3. Алгоритм первичной обработки результатов экспериментов (шаг 1).

пяти параметров; в результате нормализации кривые текучести, полученные для различных значений скорости деформации имеют одинаковое число точек, что упрощает последующую обработку данных (программный код – ПК1); 2) сглаживание экспериментальной кривой текучести – процедура, обеспечивающая получение гладкой кривой текучести и индикаторной диаграммы без выраженных колебаний значений; колебание значений возникает при записи данных в контроллер испытательной машины во время проведения испытания (программный код – ПК2); 3) определение средней экспериментальной кривой текучести для фиксированной температуры испытания и заданной скорости деформации (программный код – ПК3); 4) объединение средних экспериментальных кривых текучести и визуализация результатов – кривые текучести, входящие при объединении в набор, соответствуют одной и той же номинальной температуре испытания, но различным скоростям деформации (программный код – ПК4; пример объединенных кривых текучести для температуры  $340^{\circ}$ С (рис. 4));

#### 2. Построение изотермической кривой текучести (рис. 5):

1) корректировка экспериментальной кривой текучести с учетом колебания скорости деформации в процессе монотонного нагружения относительно номинального значения скорости деформации (программный код – ПК5; пример колебаний в ходе испытания текущего значения скорости деформации относительно ее номинального значения представлен на рис. 6); 2) корректировка экспериментальной кривой текучести с учетом влияния контактного трения на сопротивление деформации [9] (программный код – ПК6); 3) корректировка экспериментальной кривой текучести с уче-



**Рис. 4.** Пример объединения экспериментальных кривых текучести (алюминиевый сплав АМг3, температура 340°С):  $I - 0.1 \text{ c}^{-1}$ ;  $2 - 1.0 \text{ c}^{-1}$ ;  $3 - 10.0 \text{ c}^{-1}$ ;  $4 - 30.0 \text{ c}^{-1}$ .



Рис. 5. Алгоритм построения изотермической кривой текучести (шаг 2).



**Рис. 6.** Пример колебания скорости деформации в процессе монотонного нагружения (испытательная машина марки INSTRON VHS400kN) образца при температуре  $340^{\circ}$ C: (а) — номинальная скорость деформации 0.1 с<sup>-1</sup>; (б) — номинальная скорость деформации 1.0 с<sup>-1</sup>; (в) — номинальная скорость деформации 10.0 с<sup>-1</sup>; *I* – значение в эксперименте; *2* – сглаживание; *3* – среднее значение; *4* – номинальное значение.

том влияния теплового эффекта пластической деформации на сопротивление деформации [9] (программный код – ПК7); **4)** корректировка экспериментальной кривой текучести с учетом влияния теплового эффекта контактного трения на сопротивление деформации [9] (программный код – ПК8); **5)** построение изотермической кривой текучести для заданной температуры и скорости деформации, а также объединение изотермических кривых текучести, соответствующих одной и той же номинальной температуре испытания, но различным скоростям деформации, в набор данных, визуализированных в одной системе координат (программный код – ПК9).

**3. Формирование фрагмента базы данных** материалов для компьютерного моделирования процессов пластического деформирования с применением CAE-систем.

В завершение первичной обработке кривых текучести (шаг 1) принимается решение о дальнейшем применении результатов. В случае если полученные кривые имеют



Рис. 7. Алгоритм метода постановки обратной задачи.

ярко выраженную немонотонность, обусловленную погрешностью эксперимента, неверным выбором/заданием программы нагружения, либо ошибками обработки при сборе данных на испытательной машине, результаты первичной обработки должны быть уточнены путем проведения повторного эксперимента.

В завершение построения изотермической кривой текучести (рис. 5, шаг 2) принимается решение о включении полученных результатов в базу данных материалов пригодную для выполнения САЕ-моделирования либо о выполнении еще одного расчета и построении новой кривой текучести соответствующей другим температурно-скоростным условиям деформирования.

Для устранения выявленной погрешности в найденных кривых текучести применялся метод постановки обратной задачи (инверсионный метод).

Существенным преимуществом метода постановки обратной задачи перед обычными аналитическими методами корректировки кривых текучести является то, что в программе QFORM, благодаря учету градиента температур и скоростей деформации по сечению образца, расчет ведется не по одной кривой текучести, построенной для определенной температуры и скорости деформации, а по группе соседних кривых (для других ближайших температур и скоростей деформации), каждая из которых оказывает влияние на итоговый график силы, а, следовательно, и на корректировку каждой из соседних кривых текучести, тогда как в обычных аналитических методах кривые текучести корректируются отдельно.



**Рис. 8.** Кривые текучести сплава АМг3 при температуре 340°С: *1* – экспериментальная кривая текучести; *2* – кривая текучести с учетом компенсации контактного трения; *3* – "изотермическая" кривая текучести.

Метод инверсионного анализа можно описать алгоритмом (рис. 7), в котором кривые текучести корректируются в соответствии с расхождениями в диаграммах сил (экспериментальной и расчетной), и после каждой корректировки моделирование осадки цилиндрического образца повторяется, до тех пор, пока не будет достигнута требуемая сходимость расчетного и экспериментального результатов, составляющая  $\pm 2.5\%$ 

$$\delta = \left| \frac{P_{\text{QFORM}} - P_{\text{эксп}}}{P_{\text{эксп}}} \times 100\% \right| \le 2.5\%, \tag{1}$$

где  $\delta$  — относительная погрешность измерений;  $P_{\rm QFORM}$  — сила деформирования по результатам расчета в QFORM;  $P_{\rm эксп}$  — сила деформирования, полученная по результатам испытаний.

В качестве примера, на рис. 8 представлены результаты, полученные после проведения циклов корректировок для кривых текучести при температуре 340°С.

Заключение и выводы. 1. Выполнен анализ теплопереноса в процессе осадки с кручением и установлено, что наиболее важным механизмоv теплопереноса является тепловой эффект контактного трения, приводящий к приращению температуры от 102 до 312°C (рис. 2) в зависимости от модели контактного трения и значения фактора трения. 2. Подготовка исходных данных для компьютерного имитационного моделирования процесса осадки с кручением при температуре 20°С предполагает выбор модели сопротивления деформации и модели контактного трения. **3.** Модель сопротивления деформации должна быть задана в широком диапазоне температурно-скоростных условий деформирования, несмотря на то, что пластическая деформация при осадке с кручением осуществляется при температуре окружающей среды и начальной температуре заготовки 20°С. Рекомендуемый диапазон температуры от 20 до 400°С. **4.** В статье предложен алгоритм обработки результатов испытания на сжатие образцов алюминиевых сплавов, в частности, сплава АМг2, АМг3, АМг6. Представлены результаты обработки (рис. 8), которые можно применить для компьютерного имитационного моделирования процесса осадки с кручением.

#### ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа является частью совместного российско-индийского проекта "Экспериментальные и численные исследования контактного трения в процессе пластической деформации сжатием с кручением". Работа финансируется Российским фондом фундаментальных исследований (РФФИ) и Департаментом науки и технологий (ДНТ) по исследовательскому проекту № 19-58-45020\19 и гранту INT/RUS/RFBR/388.

#### КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Субич В.Н., Демин В.А., Шестаков Н.А., Власов А.В.* Штамповка с кручением. Монография. М.: МГИУ, 2008. 389 с.
- 2. *Хван А.Д.* Упрочнение материалов реверсивным пластическим сдвигом // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2019. № 5. С. 114.
- 3. Petrov P., Matveev A., Kulikov M., Stepanov B., Petrov M., Burlakov I. Uday Shanker Dixit. Finite-Element Modelling of Forging with Torsion: Investigation of Heat Effect // Procedia Manufacturing. 2020. № 47. P. 274.
- Кривицкий Б.А. Исследование деформационного разогрева образца при испытаниях кручением // Кузнечно-штамповочное производство. Обработка материалов давлением. 2011. № 6. С. 36.
- 5. *Сухоруков Р.Ю.* Моделирование технологических процессов изготовления осесимметричных деталей газотурбинных двигателей из жаропрочных сплавов методом раскатки в сверхпластических условиях // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2020. № 2. С. 80.
- 6. *Алисин В.В., Рощин М.Н.* Численный анализ тепловых потоков в процессе плавления покрытий лазером // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2019. № 4. С. 93.
- Pietrzyk M., Madej L., Rauch L., Szeliga D. Computational Materials Engineering. 1st Edition. Achieving High Accuracy and Efficiency in Metals Processing Simulations. Butterworth-Heinemann, 2015. 376 p. ISBN: 978-0-12-416707-0
- 8. *Bodunrin M.O.* Flow stress prediction using hyperbolic-sine Arrhenius constants optimised by simple generalised reduced gradient refinement // Journal of Materials Research and Technology. 2020. V. 9. Iss. 2. P. 2376.
- 9. Воронков В.И., Потапенко К.Е., Петров П.А., Выдумкина С.В. Получение уточненных данных по сопротивлению пластической деформации при горячей объемной штамповке алюминиевых сплавов АД35 и АД31 // Авиационные материалы и технологии. 2017. № 1 (46). С. 3.

## = новые технологии в машиностроении =

УДК 539.3

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИИ ЛАЗЕРНО-УДАРНО-ВОЛНОВОЙ ОБРАБОТКИ ТИТАНОВЫХ СПЛАВОВ С ПАМЯТЬЮ ФОРМЫ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АНАЛИЗА РАЗМЕРНОСТЕЙ

#### © 2021 г. Г. Ж. Сахвадзе

Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва, Россия e-mail: sakhvadze@mail.ru

Поступила в редакцию 11.02.2021 г. Принята к публикации 26.04.2021 г.

Методами анализа размерностей и конечно-элементного моделирования исследованы процессы, протекающие при лазерно-ударно-волновой обработке титановых сплавов с эффектом памяти формы. Установлено, что основными безразмерными параметрами, управляющими распределением остаточных напряжений и глубиной пластической зоны, возникающих при лазерно-ударно-волновой обработке, являются безразмерные длительность действия лазерного импульса и пиковое давление в ударной волне. На основе принятого определяющего соотношения, учитывающего мартенситное превращение, было численно исследовано влияние указанных безразмерных параметров на возникающие при лазерно-ударно-волновой обработке остаточные напряжения в сплавах с эффектом памяти формы. Получены численные результаты, количественно раскрывающие закономерности влияния вышеуказанных безразмерных параметров на остаточные напряжения. Получены численные моделированием связь между глубиной пластически зоны и пиковым давлением в ударной волне подтверждена сравнением с аналогичными экспериментальными результатами, известными из литературы.

*Ключевые слова:* сплавы с памятью формы, лазерно-ударно-волновая обработка, безразмерные параметры, анализ размерностей, остаточные напряжения, глубина пластической зоны, пиковое давление в ударной волне

DOI: 10.31857/S0235711921040131

Сплавы с эффектом памятью формы (СПФ) являются одними из самых популярных материалов, которые все чаще и чаще используются в качестве потенциально лучших материалов для биомедицинских устройств и различных конструкционных применений. Их уникальные свойства, такие как память формы и сверхупругие эффекты, получаются в результате термоупругого мартенситного превращения между высокотемпературной высокосимметричной аустенитной фазой и низкотемпературной низкосимметричной мартенситной фазой [1]. Для возникновения деформационно-индуцированного мартенсита и повышения его стабильности в сплавах NiTi (Ni – 50.9%, Ti – 49.1%, далее – NiTi) с эффектом памяти формы ранее было использовано несколько методов интенсивной пластической деформации, такие как дробеструйная обработка, холодная прокатка, кручение под высоким давлением и равноканальное угловое прессование [2]. Недавно сообщалось о деформационно-индуцированном мартенсите, генерируемом при лазерно-ударно-волновой обработке (ЛУВО) в сплавах NiTi [3]. Таким образом, помимо прочего, это делает ЛУВО еще одной перспективной технологией, обладающей большим потенциалом для обработки СПФ и создания в



**Рис. 1.** Принципиальная схема технологии ЛУВО. *1* – лазерный импульс; *2* – фокусирующая линза; *3* – прозрачный слой; *4* – плазма; *5* – поглощающий слой; *6* – исследуемый образец; *7* – подложка.

них локализованных деформационно-индуцированных мартенситных структур для конкретных практических применений.

ЛУВО – это инновационный метод улучшения качества поверхностей металлических конструкции, который широко применяется в аэрокосмической и автомобильной промышленности для улучшения механических свойств ключевых компонентов машин [4]. Во время ЛУВО (рис. 1) лазерный импульс с высокой плотностью мощности излучения 1 через линзы 2 фокусируется на поглощающий слой 5 (обычно – черная краска), предварительно нанесенного на металлическую поверхность исследуемого образца 6, проходя через прозрачный ограничивающий слой 3 (обычно – вода или стекло). Нагретая поверхность мгновенно испаряется, и посредством ионизации превращается в плазму 4. Плазма зажата между прозрачным ограничивающим слоем и исследуемым образцом, продолжая поглощение лазерной энергии. При этом плазмой генерируется высокое давление, которое передается исследуемому материалу в виде ударных волн. Обычно сгенерированное давление плазмы может достигать нескольких ГПа за десятки наносекунд. При распространении ударной волны в приповерхностном слое исследуемого материала происходит пластическая деформация, что приводит к возникновению и определенному перераспределению остаточных напряжений по всей глубине пластической зоны. Для традиционных металлических материалов, таких как разные алюминиевые сплавы, титановые сплавы и нержавеющие стали, были проведены обширные экспериментальные исследования по ЛУВО, в которых изучалось влияние таких параметров, как форма и размеры лазерного пятна, интенсивность лазерного излучения, на возникающие при ЛУВО остаточные напряжения [5]. Также были разработаны аналитические и численные модели, основанные на описание физических процессов, протекающих при ЛУВО, и они успешно прогнозировали распределения остаточных напряжений и глубины пластических зон в зависимости от параметров лазерного воздействия [6]. Однако применение ЛУВО для сплавов с памятью формы слабо изучено как экспериментально, так и аналитически.

Для СПФ большое практическое значение имеет установление оптимальных параметров воздействия при ЛУВО и соответствующие им степени упрочнения материалов. Однако возникают определенные сложности при проведении таких экспериментов [7]. Также трудно определить оптимальные параметры обработки с помощью теоретического анализа, поскольку ЛУВО — это сложный физико-механический процесс, на который влияет множество параметров, таких как параметры лазера, параметры окружающей среды и параметры материала. В настоящей статье с помощью методов анализа размерностей и конечно-элементного моделирования представлены результаты исследования ЛУВО применительно к сплавам СПФ (NiTi).

Использование метода анализа размерностей при моделировании технологии ЛУВО применительно к СПФ. Для анализа физических процессов, протекающих в NiTi сплавах с эффектом памяти формы (СПФ), подвергнутых ЛУВО, был использован метод



**Рис. 2.** Кривая напряженно-деформированного состояния сплава с памятью формы и его основные механические характеристики.

анализа размерностей. Главными параметрами, контролирующими все основные протекающие процессы при ЛУВО, являются пиковое давление в ударной волне  $P_m$ , длительность импульса  $\tau$  и радиус лазерного пятна R [8].

Известно [1], что существуют всего одиннадцать основных параметров, которые полностью определяют механическое поведение материала сплава с памятью формы (рис. 2). Это – модуль упругости аустенита  $E_A$ , модуль упругости мартенсита  $E_M$ , плотность материала  $\rho$ , коэффициент Пуассона v, начальное напряжение прямого мартенситного превращения  $\sigma_s^{AM}$ , конечное напряжение прямого мартенситного превращения  $\sigma_f^{AM}$ , начальное напряжение обратного превращения  $\sigma_s^{MA}$ , конечное напряжение обратного упрочнения  $E_t$ , предел текучести мартенсита  $\sigma_y^M$  и модуль пластичности  $E_p$ . Предполагается, что объемное сжатие материала описывается гидроупругопластической моделью, поэтому исследуемые параметры материала также включают коэффициенты мартенсита и аустенита, встречающихся в определяющем соотношении Ми–Грюнейзена: показатель адиабаты  $\gamma$ , и коэффициенты  $b_A$ ,  $b_M$ ,  $c_A$ ,  $c_M$  [1].

Как правило, при ЛУВО толщина исследуемого образца достаточно велика по сравнению с зоной влияния ЛУВО, и, соответственно, толщину можно считать бесконечно большой. Поэтому, логично предположить, что главное влияние ЛУВО на СПФ характеризуется глубиной пластической зоны вдоль оси лазерного луча  $L_p$  и поверхностным остаточным напряжением в центре ЛУВО  $\sigma_m$ , которые, в свою очередь, являются функциями управляющих параметров, характеризующих лазерное воздействие и свойства материала:

$$L_P = f_1(P_m, \tau, R, E_A, E_M, E_{tr}, E_p, \rho, \nu, \sigma_s^{AM}, \sigma_f^{AM}, \sigma_s^{MA}, \sigma_f^{MA}, \sigma_y^M, \gamma, b_A, c_A, b_M, c_M),$$
(1)

$$\sigma_m = f_2(P_m, \tau, R, E_A, E_M, E_t, E_p, \rho, \nu, \sigma_s^{AM}, \sigma_f^{AM}, \sigma_s^{MA}, \sigma_f^{MA}, \sigma_y^{MA}, \gamma, b_A, c_A, b_M, c_M).$$
(2)

Принимая в качестве величин с независимыми размерностями длительность импульса  $\tau$ , мартенситный модуль упругости  $E_M$  и плотность материала  $\rho$ , и применяя к уравнениям (1) и (2) пи-теорему [9], получим следующие безразмерные соотношения

$$\frac{L_{P}}{R} = f_{1} \left( \frac{P_{m}}{\sigma_{y}^{M}}, \frac{\tau}{R/\sqrt{E_{M}/\rho}}, \frac{E_{A}}{E_{M}}, \frac{E_{tr}}{E_{M}}, \frac{E_{P}}{E_{M}}, \frac{\sigma_{s}^{AM}}{E_{A}}, \frac{\sigma_{f}^{AM}}{E_{M}}, \frac{\sigma_{s}^{MA}}{E_{A}}, \frac{\sigma_{f}^{M}}{E_{A}}, \frac{\sigma_{f}^{M}}{$$

Всего имеем 16 независимых безразмерных параметров

$$\begin{aligned} \xi_{1} &= \frac{P_{m}}{\sigma_{y}^{M}}, \quad \xi_{2} &= \frac{\tau}{R/\sqrt{E_{M}/\rho}}, \quad \xi_{3} &= \frac{E_{A}}{E_{M}}, \quad \xi_{4} &= \frac{E_{tr}}{E_{M}}, \quad \xi_{5} &= \frac{E_{P}}{E_{M}}, \\ \xi_{6} &= \frac{\sigma_{s}^{AM}}{E_{A}}, \quad \xi_{7} &= \frac{\sigma_{f}^{AM}}{E_{M}}, \quad \xi_{8} &= \frac{\sigma_{s}^{MA}}{E_{M}}, \quad \xi_{9} &= \frac{\sigma_{f}^{MA}}{E_{A}}, \quad \xi_{10} &= \frac{\sigma_{y}^{M}}{E_{M}}, \quad \xi_{11} &= \frac{c_{A}}{\sqrt{E_{A}/\rho}}, \\ \xi_{12} &= \frac{c_{M}}{\sqrt{E_{M}/\rho}}, \quad \xi_{13} &= \gamma, \quad \xi_{14} &= b_{A}, \quad \xi_{15} &= b_{M}, \quad \xi_{16} &= \nu. \end{aligned}$$

Приведем физический смысл введенных вышеуказанных безразмерных параметров:  $\frac{P_m}{\sigma_y^M}$  – характеризует степень пластической деформации;  $\frac{\tau}{R/\sqrt{E_M/\rho}}$  – характеризует отношение длительности лазерного импульса к длительности его релаксации в исследуемом образце;  $\frac{E_A}{E_M}$ ,  $\frac{E_{tr}}{E_M}$ ,  $\frac{E_P}{E_M}$  – характеризуют модуль упругости аустенита, модуль деформационного упрочнения и модуль пластичности, соответственно;  $\frac{\sigma_s^{AM}}{E_A}$ ,  $\frac{\sigma_s^{MA}}{E_A}$ ,  $\frac{\sigma_f^{MA}}{E_A}$  – характеризуют упругую деформацию в начале прямого мартенситного превращения, в конце прямого мартенситного превращения, в начале обратного мартенситного превращения, и конце обратного мартенситного превращения, конце обратного мартенситного превращения, соответственно;  $\frac{\sigma_y^M}{E_M}$  – характеризует предел упругой деформации;  $\frac{c_A}{\sqrt{E_A/\rho}}$ ,  $\frac{c_M}{\sqrt{E_M/\rho}}$  – характеризуют продольные скорости звука в аустенитной и мартенситной фазах, соот-

ветственно;  $\gamma$ ,  $b_A$ ,  $b_M$  — являются: показателем адиабаты, и коэффициентами в определяющем соотношении Ми–Грюнейзена, соответственно;  $\nu$  — представляет собой коэффициент Пуассона образца (TiNi).

В случае, когда исследуемый образец фиксирован и защемлен по краям (как в нашем случае), 14 из 16 безразмерных параметров в правых частях уравнений (3) и (4), связанных с материалом (последние 14 членов), являются постоянными величинами. Следовательно, для этого случая указанные уравнения существенно упрощаются (остаются только параметры, связанные с лазерным излучением)

$$\frac{L_P}{R} = f_1 \left( \frac{P_m}{\sigma_y^M}, \frac{\tau}{R/\sqrt{E_M/\rho}} \right), \tag{5}$$

$$\frac{\sigma_m}{\sigma_v^M} = f_2 \left( \frac{P_m}{\sigma_v^M}, \frac{\tau}{R/\sqrt{E_M/\rho}} \right).$$
(6)

Этот факт указывает на то, что метод анализа размерностей полностью применим для изучения воздействия ЛУВО на СПФ [6, 9]. Из уравнений (5) и (6) также следует

важное с практической точки зрения заключение, что в исследуемом материале при каждом лазерном импульсе с одинаковыми параметрами воздействия будут индуцированы одинаковые распределения остаточных напряжений, так как безразмерные

параметры 
$$\frac{P_m}{\sigma_y^M}$$
 и  $\frac{\tau}{R/\sqrt{E_M/\rho}}$  в процессе ЛУВО остаются неизменными

Определяющее соотношение для СПФ. Как известно [1], в сплавах с памятью формы при нагружении и разгрузке при температуре, выше температуры окончания аустенитного превращения, наблюдается сверхупругое поведение, что связано с деформациями, индуцированными при прямом мартенситном превращении во время нагружения и обратном мартенситном превращении при разгрузке. Определяющее соотношение для СПФ должно одновременно учитывать и фазовые превращения, и пластическое деформирование мартенсита, что существенно отличается от определяющих соотношений для традиционных металлов.

Исходя из предположения о малости деформации, полная деформация состоит из трех частей [10]: первая часть ( $\varepsilon^{e}$ ) является упругой деформацией; вторая часть ( $\varepsilon^{t'}$ ) является деформацией преобразования из аустенитной фазы в деформацию, индуциро-

ванной мартенситной фазой; третья часть ( $\varepsilon_M^p$ ) является пластической деформацией, вызванной необратимым пластическим скольжением мартенсита при высоких напряжениях

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^{tr} + \varepsilon^p_M. \tag{7}$$

Установив внутреннюю переменную материала в виде некой объемной доли мартенсита z ( $0 \le z \le 1$ ), можно получить определяющее соотношение — зависимость упругого напряжения от упругих деформаций в следующем виде [10]

$$\sigma = \frac{D(z)}{\varepsilon - \varepsilon^{tr} - \varepsilon_M^p}.$$
(8)

Вариации матрицы модуля упругости D(z) при деформациях, вызванных мартенситными превращениями, можно описать установлением зависимости D от внутренней переменной материала z в виде [10]

$$D(z) = (1 - z) D_A + z D_M,$$
(9)

где  $D_A$  и  $D_M$  – являются тензорами эквивалентных модулей упругости аустенитной и мартенситной фаз, соответственно.

Модель прямого и обратного мартенситных превращений. Процессы мартенситных превращений очень важны для сплавов с памятью формы, т.к. именно они являются основной причиной главных эффектов СПФ – эффектов памяти формы и сверхупругости. Обобщенная модель пластичности для СПФ впервые было использовано Люблинером и Ауриккио для описания прямого и обратного мартенситных превращений [7]. Здесь вводятся т.н. поверхности преобразования Друкера–Прагера

$$F_{y}^{AM}(\sigma, z) = \overline{\sigma} - \sigma_{s}^{AM}(z) = 0 - \text{прямое мартенситное превращение},$$
(10a)

$$F_{y}^{MA}(\sigma, z) = \overline{\sigma} - \sigma_{s}^{MA}(z) = 0 - \text{обратное мартенситное превращение,}$$
(106)

где  $\overline{\sigma}$  – эквивалентное напряжение; z – объемная доля мартенсита;  $\sigma_s^{AM}(z)$ ,  $\sigma_s^{MA}(z)$  – начальные напряжения прямого и обратного мартенситных превращений, соответственно.

Как и при классической пластичности, приращения деформаций при мартенситных превращениях подчиняются так называемому правилу ортогональности, т.е. приращения деформации при мартенситных превращениях перпендикулярны к соответствующим поверхностям преобразований [11]

$$d\varepsilon^{tr} = d\gamma \frac{\partial F_{y}^{AM}(\sigma, z)}{\partial \sigma}, \quad d\gamma > 0 - \text{прямое мартенситное превращение,}$$
(11a)

$$d\varepsilon^{tr} = d\gamma \frac{\partial F_y^{MA}(\sigma, z)}{\partial \sigma}, \quad d\gamma < 0$$
 – обратное мартенситное превращение, (116)

где  $d\gamma$  — приращение множителя деформаций при мартенситных превращениях. Процесс упрочнения при мартенситных превращениях описывается с помощью модуля деформационного упрочнения  $E_{tr}$  (рис. 2).

**Модель пластичности.** После окончания мартенситного превращения и в случае, когда приложенная нагрузка превышает предел текучести мартенсита, происходит пластическая деформация. Предполагается, что пластическая деформация при этом подчиняется условию текучести Мизеса [10]

$$F_{y}^{MP}\left(\sigma,\varepsilon_{p}\right)=\overline{\sigma}-\sigma_{y}^{M}\left(\varepsilon_{p}\right)=0,$$
(12)

где  $\overline{\sigma}$  – эквивалентное напряжение;  $\sigma_y^M$  – представляет собой напряжение текучести, вызванное мартенситной деформацией.

Приращение пластической деформации определяется выражением

$$d\varepsilon_p = d\lambda \frac{\partial F_y^{MP}(\sigma, \varepsilon_p)}{\partial \sigma},\tag{13}$$

где  $d\lambda$  — приращение множителя пластической деформации. Поведение мартенсита при пластическом упрочнении описывается модулем пластического упрочнения  $E_p$  (рис. 2).

Конечно-элементное моделирование. Поскольку процесс ЛУВО сопровождается высокоскоростным ударом и динамическим распространением ударных волн, необходимо использование конечноэлементного пакета с возможностью явного интегрирования по времени. Для этих целей удобным является пакет ABAQUS/Explicit. Поскольку время полного развития пластической деформации в материале во время процесса ЛУВО занимает намного больше времени, чем длительность самого лазерного импульса, время расчета должно быть достаточно большим. Более подробно особенности применения конечно-элементного моделирования применительно к ЛУВО изложены в работах [12–14].

При конечноэлементом моделировании ЛУВО для СПФ была использована специальная пользовательская подпрограмма (VUMAT), имеющейся в распоряжении ABAQUS/Explicit, которая позволяет использование обобщенной пластической модели Люблинера—Ауриккио [7]. Свойства исследуемого сплава с памятью формы приведены в табл. 1 [10, 15].

Основные определяющие параметры, показанные на рис. 2, получены из квазистатической кривой напряжение—деформация при растяжении используемого сплава NiTi [10]. Коэффициенты Ми–Грюнейзена взяты из [15]. Соответствующие им безразмерные параметры при численном моделировании остаются постоянными (табл. 2).

**Проверка сходимости численной модели.** Сходимость результатов численного моделирования была подтверждена сравнением с экспериментальными результатами из [16]. Смоделированные поверхностные остаточные напряжения показаны на рис. 3 (сплошная линия), где минимальная длина элементов  $\xi^* = L_{\min}/R = 0.006$ , шаг по времени  $\Delta t^* = \Delta t/\tau = 0.005$  и общее время счета  $t^* = t/\tau = 5000$ . Результаты моделирования достаточно хорошо согласуются с экспериментальными результатами (черные квадратики), что подтверждает сходимость численного моделирования при выбранных параметрах  $\xi^* = 0.006$ ,  $\Delta t^* = 0.005$  и  $t^* = 5000$ . Поэтому эти же значения параметров  $\xi^*$ ,  $\Delta t^*$  и  $t^*$  были использованы при моделировании ЛУВО для СПФ.

Разработанная методика по использованию анализа размерностей для моделирования технологии ЛУВО применительно к СПФ была реализована в конечноэлементном пакете ABAQUS/Explicit, где проводятся параметрические исследования по уста-

Свойства материала, (единица)	Величина
Модуль Юнга аустенита, Е <sub>А</sub> (ГПа)	80
Модуль Юнга мартенсита, <i>E<sub>M</sub></i> (ГПа)	40
Коэффициент Пуассона, v	0.33
Плотность, ρ (г/см <sup>3</sup> )	6.45
Начальное напряжение прямого мартенситного превращения, $\sigma_s^{AM}$ (MPa)	500
Конечное напряжение прямого мартенситного превращения, $\sigma_f^{AM}$ (MPa)	550
Начальное напряжение обратного мартенситного превращения, $\sigma_s^{MA}$ (MPa)	300
Конечное напряжение обратного мартенситного превращения, $\sigma_f^{MA}$ (MPa)	250
Модуль деформационного упрочнения, <i>E</i> <sub>tr</sub> (ГПа)	2.86
Предел текучести мартенсита, $\sigma_y^M$ (MPa)	1100
Модуль пластичности, $E_p$ (ГПа)	4.0
Скорость звука в аустените, $c_A$ (м/с)	$5.12 \times 10^{3}$
Скорость звука в мартенсите, $c_M$ (м/с)	$3.56 \times 10^{3}$
Константа Ми–Грюнейзена аустенита, <i>b</i> <sub>A</sub>	-3.88
Константа Ми–Грюнейзена мартенсита, <i>b<sub>M</sub></i>	4.87
Показатель адиабаты, ү	2.0

Таблица 1. Физико-механические характеристики сплавов NiTi с памятью формы

новлению степени влияния вышеуказанных безразмерных параметров на отклик материалов на ЛУВО (в основном, это – возникновение остаточных напряжений).

При исследованиях задаются различные диапазоны безразмерных входных параметров ЛУВО:  $P_m/\sigma_y^M \in (2.73, 10.91), \tau/(R/\sqrt{E_M/\rho}) \in (0.0025, 0.1000), и анализируются их влияния на выходные параметры процесса: остаточные напряжения и другие меха$ нические характеристики.

Полученные результаты расчетов и их анализ. Здесь моделируется влияние длительности лазерного импульса и пикового давления в ударной волне на возникающие при ЛУВО остаточные напряжения. Результаты моделирования приведены на рис. 4. На рис. 4а показано влияние лазерного воздействия (безразмерные длительность лазерного импульса и пиковое давление в ударной волне) на возникающие максимальные остаточные напряжения. Безразмерное пиковое давление меняется в диапазоне от 2.73 до 10.91, безразмерная длительность дазерного импульса меняется в диапазоне от 0.0025 до 0.1. Остальные безразмерные параметры остаются постоянными, и они приведены в табл. 2. Видно, что максимальные остаточные напряжения практически не зависят от длительности импульса при пиковых давлениях, меньших величины 5.45. Когда пиковое давление превышает значение 5.45, максимальные остаточные напряжения приобретают тенденцию к снижению по мере увеличения продолжительности импульса. Это, по-видимому, происходит потому, что в нашем моделировании используется круглое лазерное пятно, а в этом случае, как обнаружили в [17], возникает т.н. эффект "дырки остаточных напряжений", который заключается в том, что в центре лазерного пятна одновременно фокусируются волны разрежения, отраженные с краев образца после их достижения ударными волнами.

На рис. 4б показано влияние безразмерной длительности лазерного импульса и пикового давления в ударной волне на глубину пластической зоны. Глубина пластической зоны монотонно увеличивается с увеличением продолжительности импульса в случае, когда пиковое давление меньше величины 7.27. Когда безразмерное пиковое

Безразмерные параметры	Величина
$\frac{E_A}{E}$	2.00
$E_M$ $\underline{E_{tr}}$	0.071
$E_M$ $E_P$	0.71
$\overline{E_M}$	$6.25 \times 10^{-3}$
$\frac{O_S}{E_A}$	$1.38 \times 10^{-2}$
$\frac{\sigma_f^{AM}}{E_M}$	
$\frac{\sigma_s^{MA}}{F_{ss}}$	$7.50 \times 10^{-3}$
$\frac{\sigma_{M}^{MA}}{\sigma_{f}}$	$3.12 \times 10^{-3}$
$E_A \ \sigma_y^M$	$2.75 \times 10^{-2}$
$\overline{E_M}$ $c_A$	1.45
$\frac{\overline{\sqrt{E_A/\rho}}}{c_M}$	1.43
$\frac{\sqrt{E_M}}{\sqrt{E_M}/\rho}$	2.0
$b_A$	-3.88
$b_M$	4.87
	0.33

Таблица 2. Безразмерные параметры сплавов NiTi с памятью формы

давление в ударной волне превышает значение 7.27, глубина пластической зоны при увеличении продолжительности импульса начинает проявлять нелинейные характеристики. Так, например, при безразмерной длительности лазерного импульса, меньше значения 0.0747, глубина пластической зоны однозначно увеличивается с увеличением пикового давления в ударной волне, однако, когда длительность импульса превышает значение 0.0747, глубина пластической зоны сначала увеличивается, а затем немного уменьшается с увеличением пикового давления.

Сравнение экспериментальных результатов с результатами моделирования. На рис. 5 приведено сравнение экспериментальных результатов [16] зависимости безразмерной глубины пластической зоны  $L_P/(\sqrt{E_M/\rho\tau})$  от безразмерного пикового давления в ударной волне  $P_m/\sigma_y^M$  с результатами, полученными анализом размерностей, где модуль упругости мартенсита  $E_M$ , плотность  $\rho$  и предел текучести деформируемого мартенсита та  $\sigma_y^M$  взяты из табл. 1, а длительность давления  $\tau$  принята равной 20 нс.

Видно, что полученная при расчетах линейная зависимость между безразмерной глубиной пластической зоны и безразмерного пикового давления в ударной волне, достаточно хорошо согласуется с экспериментальными результатами.



**Рис. 3.** Сравнение распределения безразмерных остаточных напряжений ( $\sigma_x/\sigma_y^{dyn}$ , где  $\sigma_y^{dyn}$  – динамический предел текучести) по поверхности в направлении x(x/R), полученных конечноэлементным моделированием (сплошная линия) с результатами экспериментальных исследований из [16] (черные квадратики), в которых используются один и тот же материал и одинаковое пиковое давление в ударной волне.



**Рис. 4.** Результаты имитационного моделирования: (а) — влияние длительности импульса лазерного излучения и пикового давления в ударной волне на максимальные остаточные напряжения; (б) — влияние длительности импульса лазерного излучения и пикового давления в ударной волне на глубину пластической зоны.

Максимальное пиковое давление ударной волны в экспериментах было 8.8 ГПа (рис. 5). Из-за естественных ограничений, существующих при проведении сложных экспериментальных исследований, пока не удалось провести ЛУВО-эксперименты при более высоких пиковых давлениях. Поэтому верификация нелинейной характеристики, полученной с помощью анализа размерностей при давлениях в ударной волне, больших 8.8 ГПа, нуждается в дальнейших экспериментальных подтверждениях.

Выводы. Исследованы возможности применения анализа размерностей и конечноэлементного моделирования при лазерно-ударно-волновой обработке титановых сплавов (NiTi) с памятью формы. Основные выводы заключаются в следующем: 1. Установлено, что основными безразмерными параметрами, управляющими распре-



**Рис. 5.** Сравнение экспериментальных результатов [14] зависимости безразмерной глубины пластической зоны  $L_P/(\sqrt{E_M/\rho\tau})$  (круглые точки) от безразмерного пикового давления в ударной волне ( $P_m/\sigma_y^M$ ) с результатами численного модерирования (прямая линия).

делением остаточных напряжений и глубиной пластической зоны, возникающих при ЛУВО, являются безразмерные длительность действия лазерного импульса и пиковое давление в ударной волне. 2. Показано, что глубина пластической зоны линейно увеличивается с увеличением длительности импульса и пикового давления в ударной волне, пока пиковое давление меньше безразмерной величины 7.27. Когда пиковое давление превышает 7.27, глубина пластической зоны показывает нелинейные характеристики. Предположительно, такая двухступенчатая характеристика может быть обусловлена т.н. эффектом "дырки остаточных напряжений", т.е., взаимодействием сжимающих волн, возникающих при ЛУВО, с волнами разрежения, возникающих при отражении сжимающих волн с краев образца. 3. Проведена сравнительная оценка между смоделированной зависимостью безразмерной глубины пластической зоны от безразмерного пикового давления в ударной волне и соответствующими экспериментальными исследованиями из литературы, которая при давлениях, меньших 8.8 ГПа, показала приемлемую сходимость между ними, что подтверждает достоверность разработанных в настоящей работе численной модели для анализа поведения СПФ, подвергнутых ЛУВО.

#### ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, проект RFMEFI60719X0300.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Kazuhiro O., Clarence W.* Shape Memory Materials. Cambridge University Press: Cambridge, UK. 1999. 348 P. ISBN 0521663849.
- Sergueeva A.V., Song C., Valiev R.Z., Mukherjee A.K. Structure and properties of amorphous and nanocrystalline NiTi prepared by severe plastic deformation and annealing // Mater. Sci. Eng. A 2003. V. 339. P. 159.

- Liao Y., Ye C., Lin D., Suslov S., Cheng G. Deformation induced martensite in NiTi and its shape memory effects generated by low temperature laser shock peening // J. Appl. Phys. 2012. V. 112. 033515.
- 4. Luo K.Y., Lu J.Z., Zhang Y.K., Zhou J.Z., Zhang L.F., Dai F.Z., Zhang L., Zhong J.W., Cui C.Y. Effects of laser shock processing on mechanical properties and micro-structure of ANSI 304 austenitic stainless steel // Mater. Sci. Eng. A. 2011. V. 528. P. 4783.
- 5. Wu B.X., Shin Y.C. From incident laser pulse to residual stress: A complete and self-closed model for laser shock peening // J. Manuf. Sci. Eng.-Trans. ASME. 2007. V. 129. P. 117.
- 6. Wu X.Q., Tan Q.M., Huang C.G. Geometrical Scaling Law for Laser Shock Peening // J. Appl. Phys. 2013. V. 114. 043105.
- Lubliner J., Auricchio F. Generalized plasticity and shape-memory alloys // Int. J. Solids Struct. 2006. V. 33. P. 991.
- Arif A.F. Numerical prediction of plastic deformation and residual stresses induced by laser shock processing // J. Mater. Process. Technol. 2003. V. 136. P. 120.
- 9. Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике. 8-е изд. М.: Наука, 1977. 440 с.
- Meziere Y.J.E., Millett J.C.F., Bourne N.K. Equation of state and mechanical response of NiTi during one-dimensional shock loading // J. Appl. Phys. 2006. V. 100. 033513.
- 11. Wu X.Q., Tan Q.M., Huang C.G. Geometrical Scaling Law for Laser Shock Peening // J. Appl. Phys. 2013. V. 114. 043105.
- 12. *Сахвадзе Г.Ж., Сахвадзе Г.Г., Кавтарадзе Р.З.* Применение лазерно-ударно-волновой обработки для повышения трещиностойкости материалов // Вестник машиностроения. 2020. № 10. С. 42.

https://doi.org/10.36652/0042-4633-2020-10-42-48

- 13. Сахвадзе Г.Ж., Киквидзе О.Г. Роль технологии лазерно-ударно-волновой обработки в динамике роста усталостных трещин в образцах из титановых сплавов ВТ6, подвергнутых повреждениям посторонними предметами // Проблемы машиностроения и автоматизации. 2020. № 3. С. 90.
- 14. *Сахвадзе Г.Ж.* Повышение трещиностойкости материалов с использованием технологии лазерно-ударно-волновой обработки // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2020. № 4. С. 76.

https://doi.org/10.31857/S0235711920040124

- Meziere Y.J.E., Millett J.C.F., Bourne N.K. Equation of state and mechanical response of NiTi during one-dimensional shock loading // J. Appl. Phys. 2006. V. 100. 033513.
- Ballard P., Fournier J., Fabbro R. Residual stresses induced by laser-shocks // J. Phys. IV. 2001. V. 1. P. 487.
- Ding K. Three-dimensional dynamic finite element analysis of multiple laser shock peening processes // Surf. Eng. 2013. V. 19. P. 351.

= НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В МАШИНОСТРОЕНИИ =

УДК 533.6.013.42

## ИССЛЕДОВАНИЕ АЭРОУПРУГИХ ЯВЛЕНИЙ КОРПУСА И ТОНКОСТЕННЫХ КОНСТРУКЦИЙ БЕСПИЛОТНЫХ ЛА ПРИ БОЛЬШИХ СВЕРХЗВУКОВЫХ СКОРОСТЯХ

© 2021 г. Ф. А. Абдухакимов<sup>1</sup>, А. В. Быков<sup>2</sup>, В. В. Веденеев<sup>1</sup>, Л. Р. Гареев<sup>1,\*</sup>, В. А. Нестеров <sup>3</sup>

<sup>1</sup> Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия <sup>2</sup> Государственное машиностроительное конструкторское бюро "Вымпел" им. И.И. Торопова, Москва, Россия <sup>3</sup> Московский авиационный институт, Москва, Россия

\*e-mail: gareev.lr@yandex.ru

Поступила в редакцию 11.06.2020 г. После доработки 17.02.2021 г. Принята к публикации 24.02.2021 г.

Флаттер беспилотных летательных аппаратов на гиперзвуковых скоростях является одной из малоизученных проблем, стоящих перед разработчиками гиперзвуковых аппаратов. Современные методы расчета аэроупругой устойчивости либо позволяют решать упрощенные варианты реальных задач (например, без учета физико-химических явлений), либо требуют большой вычислительной мощности. В настоящей статье описывается методика расчета сверх- и гиперзвукового флаттера летательного аппарата с использованием стандартного инженерного программного обеспечения и дополнительных разработанных программных модулей. Дано обоснование необходимости уточнения существующих методик расчета аэроупругости летательных аппаратов с учетом реальной геометрии конструкции и с возможностью учета физико-химических процессов, происходящих в воздухе при движении тел с большой скоростью. Разработаны теоретические положения расчета аэроупругой устойчивости с учетом этих факторов и приведены три примера расчета аэроупругой устойчивости вости модельных объектов.

*Ключевые слова:* гиперзвуковая аэродинамика, аэроупругость, флаттер, обтекание, CFD

DOI: 10.31857/S0235711921030020

При полете летательных аппаратов с высокими скоростями, в том числе сверхзвуковыми и гиперзвуковыми скоростями, может возникать явление флаттера различных элементов конструкции летательных аппаратов — крыльев, рулей, корпуса, панелей обшивки [1]. Используемые в настоящее время инженерные подходы к расчету аэроупругой устойчивости зачастую используют упрощенные подходы: идеализация рулей и корпуса пластинами и цилиндрическими оболочками, которые обтекаются с нулевым углом атаки. В действительности, геометрия внешних обводов тела обычно является более сложной, а режимы полета включают ненулевые углы атаки, но эти особенности не учитываются в расчетах флаттера. Особенность гиперзвукового потока заключается в том, что при этих скоростях воздух после головной ударной волны находится в неравновесном состоянии, и существенными факторами, влияющими на обтекание, являются процессы диссоциации и рекомбинации молекул, сопровождающиеся различными химическими реакциями. При таких условиях граница устойчивости к флаттеру должна определяться с учетом химических реакций и кинетических процессов в набегающем потоке воздуха. Эти эффекты до настоящего времени остаются практически неисследованными и не учитываются в практике инженерных расчетов.

В то же время, в России и за рубежом проектируются летательные аппараты с полетными числами Маха M = 6...15, внешние обводы которых имеют сложную форму, и обтекание которых может сопровождаться указанными выше химическими превращениями. Для достижения больших скоростей полета конструкция таких аппаратов должна иметь высокое весовое совершенство, которое обеспечит размещение на гиперзвуковых летательных аппаратах (ГЗЛА) необходимого для решения боевых задач бортового оборудования и боевой части. Конструкции ГЗЛА могут иметь тонкостенные панели обшивки и упругое оперение, и, следовательно, они могут быть подвержены флаттеру и возможным разрушениям от него. Расчеты границ устойчивости к флаттеру таких аппаратов на основе упрощенных методик могут давать количественно неверные предсказания границ устойчивости [2]. Таким образом, высока актуальность разработки более совершенной методики расчета аэроупругой устойчивости, учитывающей как реальную геометрию внешних обводов тела, так и химические превращения в воздухе, и создания на ее основе программных модулей и библиотек для расчета флаттера в сверхзвуковом потоке.

**Методика расчета аэроупругой устойчивости.** Выведем систему уравнений движения аэроупругой системы в обобщенных координатах из системы дифференциальных уравнений движения Лагранжа [3]

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{u}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial u_i} = Q_i^n,$$

где L — лагранжиан, равный разности кинетической и потенциальной энергий;  $Q_i^n$  — непотенциальные обобщенные силы, вызванные аэродинамическим воздействием;  $u_i$  — обобщенные координаты, в качестве которых примем амплитуды разложения вектора перемещений поверхности упругого тела по собственным формам колебаний (т.е., по сути, используется метод Бубнова—Галеркина). Будем считать, что известно статическое аэроупругое положение равновесия, которое далее исследуется на устойчивость.

Для получения выражений для линеаризованных обобщенных сил рассмотрим элементарную работу  $\delta W$ , совершаемую аэродинамическим давлением на элементарном приращении обобщенных координат  $\delta u_i$ 

$$\delta W = \sum_{j=1}^{N} \int_{S} \vec{p}_{n} \left( \sum_{i=1}^{N} u_{i}\left(t\right) \cdot \vec{w}_{i}\left(x, y, z\right) \right) \cdot \vec{w}_{j} \delta u_{j} d\sigma =$$
$$= \sum_{i, j=1}^{N} \int_{S} \vec{p}_{n}\left(u_{i}\left(t\right) \cdot \vec{w}_{i}\left(x, y, z\right)\right) \cdot \vec{w}_{j}\left(x, y, z\right) \delta u_{j} d\sigma,$$

где  $\vec{p}_n$  — приращение вектора давления, действующего на тело (вязкими напряжениями в воздухе будем пренебрегать); S — площадь поверхности тела;  $\vec{w}_i(x, y, z)$  — распределение перемещений по *i*-й собственной форме;  $\vec{w}_j \delta u_j$  — элементарное движение тела при вариации обобщенной координаты; N — число учитываемых собственных форм. Из вариационного принципа Даламбера-Лагранжа [3] следует, что

$$Q_{j} = \frac{\partial \left(\delta W\right)}{\partial \left(\delta u_{j}\right)} = \sum_{i=1}^{N} \int_{S} \vec{p}_{n}\left(u_{i}\left(t\right) \cdot \vec{w}_{i}\left(x, y, z\right)\right) \cdot \vec{w}_{j}\left(x, y, z\right) d\sigma = \sum_{i=1}^{N} q_{ji}u_{i}\left(t\right).$$

Таким образом, вектор-столбец линеаризованных обобщенных аэродинамических сил можно представить в виде произведения матрицы

$$\hat{K}_{a} = (q_{ij}) = \int_{S} p\left(\vec{w}_{j}\left(x, y, z\right)\right) \cdot \vec{n}\left(x, y, z\right) \cdot \vec{w}_{i}\left(x, y, z\right) d\sigma,$$

называемой матрицей аэродинамической жесткости, и вектора-столбца обобщенных координат. Здесь p — возмущение давления, вызванное деформацией тела по j-й собственной форме;  $\vec{n}$  — нормаль к поверхности тела, направленная внутрь тела. Поскольку в статье рассматриваются высокие сверхзвуковые и гиперзвуковые скорости и относительно небольшие объекты, то характерное время движения частицы газа вдоль тела на порядок меньше характерных периодов колебаний тела по собственным формам, которые имеет смысл учитывать в расчетах на флаттер (малые числа Струхаля). Следовательно, обтекание можно считать квазистационарным, и распределение давления зависит лишь от перемещения, но не от скорости движения поверхности тела. Матрицей аэродинамического демпфирования, таким образом, пренебрегается, что дает несколько меньшие критические скорости флаттера и идет "в запас".

Выражения для кинетической *T* и потенциальной *U* энергии линейно упругого тела в обобщенных координатах имеют вид

$$T = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \dot{u}_1 & \cdots & \dot{u}_N \end{pmatrix} \hat{M} \begin{pmatrix} \dot{u}_1 \\ \vdots \\ \dot{u}_N \end{pmatrix}, \quad U = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} u_1 & \cdots & u_N \end{pmatrix} \hat{K} \begin{pmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_N \end{pmatrix},$$

что дает выражение для лагранжиана L = T - U. В этих выражениях матрица  $\hat{M}$  – матрица масс; матрица  $\hat{K}$  – матрица конструкционной жесткости. Уравнения Лагранжа движения тела в матричной форме примут вид

$$\hat{M}\ddot{u} + \hat{D}\dot{u} + \hat{K}u = \hat{K}_a u \rightarrow \hat{M}\ddot{u} + \hat{D}\dot{u} + (\hat{K} - \hat{K}_a)u = 0.$$

Здесь также учтена матрица конструкционного демпфирования  $\hat{D}$ , которую можно задать при известных значениях коэффициентов демпфирования по каждому собственному колебанию.

Анализ аэроупругой устойчивости в рассмотренных ниже примерах проводился для ненагруженного состояния конструкции (нулевой угол атаки и нулевой угол отклонения рулей) в силу рассмотрения движения достаточно жестких тел сравнительно небольших размеров, что, однако, не ограничивает общность методики. Для вычисления нагрузок, действующих со стороны потока воздуха на конструкцию, используется численное решение уравнений газовой динамики (CFD). Решается система уравнений Навье—Стокса и энергии для вязкого теплопроводного газа.

Уравнение неразрывности 
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U) = 0.$$
  
Уравнения Навье–Стокса  $\frac{\partial (\rho U)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U \otimes U) = -\nabla p + \nabla \cdot \tau$ , где  $(U \otimes U)_{ij} = (UU^T)_{ij} = UU^T$ 

=  $U_i U_j$ , и компоненты тензора т выражаются как  $\tau_{ij} = \mu \left( \nabla_j U_i + \nabla_i U_j - \frac{2}{3} \delta_{ij} (\nabla \cdot U) \right)$ , а  $\delta_{ii}$  – символ Кронекера.


Рис. 1. Блок-схема проведения расчетов.

Уравнение энергии, записанное через полную энтальпию

$$\frac{\partial (\rho h_{\text{tot}})}{\partial t} - \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U h_{\text{tot}}) = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + \nabla \cdot (U \cdot \tau).$$

Система уравнений решается методом контрольных объемов. Получение характеристик установившегося течения проводится методом установления. В случае, когда химическими реакциями в потоке можно пренебречь (число Маха не превышает пяти), система уравнений замыкается уравнением состояния совершенного газа. В случае учета химических реакций в воздухе при гиперзвуковых скоростях полета, эта система уравнений рассматривается для смеси реагирующих компонент и дополняется системой уравнений химических реакций [4].

Получив уравнения движения аэроупругой системы и вычислив матрицу  $\hat{K}_a$ , решается задача на комплексные собственные значения. Представляя *и* как  $u = Ce^{\lambda t}$ , находим

$$\det\left(\hat{M}\lambda^2 + \hat{D}\lambda + \left(\hat{K} - \hat{K}_a\right)\right) = 0.$$



Рис. 2. Геометрия трех расчетных моделей: (а), (б) – первая; (в) – вторая; (г) – третья.

В результате получаем набор *N* собственных значений  $\lambda$ . Критерием устойчивости является условие  $\text{Re}\lambda \leq 0$ . При наличии вещественного положительного собственного значения имеется дивергенция, комплексного собственного значения с положительной вещественной частью — флаттер.

Практическая реализация методики. В настоящей статье описывается методика расчета флаттера, при которой обобщенные аэродинамические силы вычисляются на основе численного моделирования обтекания (CFD) реальной геометрии конструкции с возможностью учета происходящих в воздухе химических реакций. Как показано, в предыдущем разделе, в силу больших скоростей полета и относительно небольших размеров рассматриваемых объектов, предполагается, что обтекание колеблющейся конструкции квазистационарно. Конкретная реализация методики основана на использовании двух коммерческих программных пакетов, используемых в инженерной практике: MSC.Nastran [5, 6] — для расчета собственных частот и форм колебаний конструкции в пустоте и для решения задачи на собственные значения связанной аэроупругой системы и Ansys CFX [7] — для решения задачи о квазистационарном обтекании конструкции. Для интеграции этих двух программных пакетов, вычисления обобщенных аэродинамических сил, формирования матрицы аэродинамической жесткости и обработки результатов разработаны дополнительные программные модули.

Блок-схема проведения расчетов показана на рис. 1. Собственные формы и частоты колебаний (как корпусные, так и рулевых поверхностей) рассчитываются в MSC.Nastran стандартным методом конечных элементов (решатель SOL 103) и с использованием разработанного программного модуля передаются в газодинамический пакет Ansys CFX. В нем рассчитывается обтекание конструкции при деформациях корпуса по собственным формам. Далее, используя второй разработанный модуль, вычисляются обобщенные аэродинамические силы, формирующие матрицу аэродинамической жесткости. Эта матрица передается в MSC.Nastran для расчета комплексных собственных частот колебаний связанной аэроупругой системы (решатель SOL 110), который проводится методом Бубнова–Галеркина (в терминологии Nastran – "в модальных координатах"), что требует сравнительно небольшого числа учитываемых собственных форм при вычислении обобщенных аэродинамических сил. Согласно

Форма	Частота, Гц	Тип собственной формы	Форма	Частота, Гц	Тип собственной формы
1	0	Незакрепленное перемещение	16	179.19	Рулевая, 1-я изгибная
2	0	Незакрепленное перемещение	17	185.07	Рулевая, 1-я изгибная
3	0	Незакрепленное перемещение	18	197.42	Рулевая, 1-я изгибная
4	0	Незакрепленное перемещение	19	201.39	Рулевая, 1-я изгибная
5	0	Незакрепленное перемещение	20	201.80	Рулевая, 1-я изгибная
6	0	Незакрепленное перемещение	21	285.09	Корпусная, продольная
7	38.98	Корпусная, 1-я изгибная	22	325.78	Корпусная, 3-я изгибная
8	38.98	Корпусная, 1-я изгибная	23	325.78	Корпусная, 3-я изгибная
9	97.79	Корпусная, 2-я изгибная	24	400.03	Корпусная, смешанная
10	97.90	Корпусная, 2-я изгибная	25	400.03	Корпусная, смешанная
11	117.16	Рулевая, изгибная в плоскости руля	26	444.81	Корпусная, смешанная
12	122.77	Рулевая, изгибная в плоскости руля	27	444.81	Корпусная, смешанная
13	123.16	Рулевая, изгибная в плоскости руля	28	444.93	Рулевая, изгибно- крутильная
14	124.02	Рулевая, изгибная в плоскости руля	29	483.48	Рулевая, вращательная
15	179.14	Рулевая, 1-я изгибная	30	483.64	Рулевая, вращательная

Таблица 2. Результаты расчета	собственных значений.	Первая модель.	M = 5; H =	25 км
-------------------------------	-----------------------	----------------	------------	-------

Мода	Δ	ω, Γц	Мода	Δ	ω, Γц
1	0	0	16	0	179.19
2	0	0	17	0	185.07
3	0	0	18	0	197.42
4	0	0	19	0	201.39
5	0	0	20	0	201.83
6	0	0	21	0	285.09
7	0	38.97	22	0	325.78
8	0	38.98	23	0	325.78
9	0	97.79	24	0	400.03
10	0	97.90	25	0	400.03
11	0	117.16	26	0	444.81
12	0	122.77	27	0	444.81
13	0	123.16	28	0	444.95
14	0	124.02	29	0	483.48
15	0	179.14	30	0	483.67



**Рис. 3.** Собственные формы колебаний первой модели. Масштаб увеличен в 15 раз: (а) — мода 8; (б) — мода 10; (в) — мода 20; (г) — мода 28; (д) — мода 30.

теории, критерием неустойчивости (дивергенции или флаттера) является наличие собственной частоты с положительной вещественной частью.

**Примеры применения.** С помощью разработанной методики были исследованы три объекта, а также проведено сравнение результатов с данными, полученными из натурных экспериментов.

На рис. 2а, б представлена геометрия первого исследуемого объекта — беспилотного маневренного ЛА. Все расчеты для данной модели были проведены для параметров полета на высоте 25 км и числе Маха M = 5. Описание низших собственных форм колебаний модели приведено в табл. 1 и на рис. 3. В расчетах учитывались две корпусные собственные формы колебаний (первая и вторая изгибные формы с номерами 8 и 10), а также трех форм колебаний рулей (изгибная, изгибно-крутильная и вращательная — номера 20, 28, 30). Стоит отметить, что в табл. 1 несколько частот соответствуют одной форме, поскольку соответствующая собственная форма реализуется на различных рулях, а малое отличие в значениях частот обусловлено несимметричным расположением бортового оборудования и полезной нагрузки.

Расчет комплексных собственных значений в модуле SOL110 MSC.Nastran показал отсутствие флаттера (табл. 2).

Об этом свидетельствуют нулевые значения аэродинамического демпфирования  $\Delta = -\operatorname{Re}(\lambda)$ , приведенные для всех рассчитанных физических частот колебаний  $\omega = \frac{\operatorname{Im}(\lambda)}{2}$  которые практически не отличаются от частот колебаний в пустоте. Это

 $ω = \frac{\text{Im}(\lambda)}{2\pi}$ , которые практически не отличаются от частот колебаний в пустоте. Это





вызвано достаточно большими собственными частотами колебаний рулей и большой высотой полета на рассмотренном режиме (25 км), при которой аэродинамическое воздействие потока на ракету мало. Результаты расчета подтверждены натурными испытаниями.

На рис. 2в, г представлены геометрии второго и третьего исследуемого объекта – оперение маневренного ЛА. Согласно экспериментальным данным, использование трапециевидного руля (рис. 2г) не вызывало флаттер на различных расчетных режимах полета. В то же время замена трапециевидной геометрии оперения на прямоугольную (рис. 2в) приводила к флаттеру. Расчеты по предлагаемой в этой статье методике подтверждают экспериментальные результаты. Все расчеты проводились с параметрами, соответствующими нулевой высоте над уровнем моря.

На рис. 4 изображены, а в табл. 3 описаны полученные собственные формы колебания второй модели в пустоте.

В табл. 4 приведены полученные по результатам расчета согласно методике результаты для оперения прямоугольной формы. Сначала был проведен расчет для числа Маха M = 2.5, по результатам которого был сделан вывод о флаттере связанного типа по второй форме на этом режиме полета. Далее были проведены расчеты для M = 2 и



**Рис. 5.** Собственные формы колебаний третьей модели. Масштаб увеличен в 15 раз. На (а)–(г) изображены с 1 по 4 моды соответственно.

M = 1.5 (отметим, что в последнем случае предположение о квазистационарности потока заведомо неверно, и этот расчет представляет чисто академический интерес). Полученные значения коэффициентов аэродинамического демпфирования также свидетельствуют о наличии того же типа флаттера.

Аналогичные расчеты были проведены для трапециевидной модели оперения. На рис. 5 изображены, а в табл. 5 описаны полученные собственные формы модели. Сначала был проведен расчет для M = 2, затем на M = 6 (табл. 6). При этом  $\Delta$  остался равен нулю, что указывает на отсутствие флаттера.

Мода	Частота, Гц	Тип собственной формы
1	87.40	1-я изгибная
2	156.97	1-я крутильная
3	376.72	2-я изгибная
4	436.55	пластинчатая

Таблица 3. Собственные формы. Вторая модель

Мода	Δ, Γц	ω, Γц	Мода	Δ, Γц	ω, Γц	Мода	Δ, Γц	ω, Γц
1	308	172.55	1	244	145.22	1	171	114.0
2	-308	172.55	2	-244	145.22	2	-171	114.0
3	0	375.51	3	0	386.35	3	0	378.1
4	0	432.07	4	0	424.23	4	0	408.6

**Таблица 4.** Результаты расчета комплексных собственных значений. Вторая модель. H = 0 км. Слева направо: M = 2.5; M = 2; M = 1.5

Таблица 5. Собственные формы. Третья модель

Мода	Частота, Гц	Тип собственной формы
1	145.20	1-я изгибная
2	394.85	1-я крутильная
3	585.12	2-я изгибная
4	887.48	2-я крутильная

**Таблица 6.** Результаты расчета комплексных собственных значений. Третья модель. H = 0 км. Слева направо: M = 2; M = 6

Мода	Δ, Γц	ω, Γц	Мода	Δ, Γц	ω, Γц
1	0	168.02	1	0	254.38
2	0	389.10	2	0	409.99
3	0	593.83	3	0	606.13
4	0	880.11	4	0	888.44

Заключение. В статье приведена теория и методика расчета флаттера конструкций летательных аппаратов при больших скоростях полета с учетом реальной геометрии конструкции и возможности учета особенностей гиперзвукового потока (химических превращений, вязких эффектов и др.). Описана практическая реализация методики проведения расчетов с использованием разработанных программных модулей и с частичным использованием стандартного инженерного ПО. Приведены примеры расчета флаттера модельных конструкций летательных аппаратов, результаты которых соответствуют экспериментальным.

Описанную методику можно применить при исследовании флаттера других летательных аппаратов, а также их конструкционных составляющих. Методику можно использовать совместно с другими, в т.ч. российскими, программными комплексами путем разработки дополнительных модулей, обеспечивающих связи "упругого" и "газодинамического" решателя и проведения промежуточных вычислений.

### ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ в рамках НЦМУ "Сверхзвук" (соглашение № 075-15-2020-923).

### КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Bisplinghoff R.L., Ashley H., Halman R.L. Аэроупругость. Москва. Издательство иностранной литературы, 1958.
- 2. Vedeneev V.V., Nesterov V.A. Effect of nonequilibrium reacting flow on flutter at hypersonic flight speed // AIAA Journal, 2019. V. 57. № 5. P. 2222.
- 3. Маркеев А.П. Теоретическая механика. М.: Черо, 1999. 572 с.
- 4. Kang S.W., Jones W.L., Dunn M.G. Theoretical and Measured Electron-Density Distributions at High Altitudes // AIAA Journal. 1973. V. 11. № 2. P. 141.
- 5. MSC. Nastran Quick Reference Guide.
- 6. MSC. Nastran Dynamic Analysis User's Guide.
- 7. Documentation for ANSYS CFX 12.1. SAS IP, Inc., 2009.

# АВТОМАТИЗАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ В МАШИНОСТРОЕНИИ

УДК 621.752

# УПРАВЛЕНИЕ СБОРКОЙ ИЗДЕЛИЙ НА ОСНОВЕ ДАННЫХ О ПАРАМЕТРАХ СОСТАВЛЯЮЩИХ ДЕТАЛЕЙ И СБОРОЧНЫХ ЕДИНИЦ

© 2021 г. А. В. Медведев<sup>1,\*</sup>, И. Ю. Зараменский<sup>1</sup>, Е. М. Халатов<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Конструкторское бюро "Арматура" филиал АО "Государственный космический научно-производственный центр имени М.В. Хруничева", Ковров, Владимирская обл., Россия \*e-mail: mavrich@mail.ru

> Поступила в редакцию 07.11.2020 г. После доработки 29.03.2021 г. Принята к публикации 26.04.2021 г.

На примере электрогидравлического сервопривода показано, как данные о численных значениях параметров составляющих деталей и сборочных единиц, поступающих на участок сборки, позволяют управлять ходом сборки, качественно преобразовать процесс сборки и улучшить характеристики готовых изделий. Описанный подход к организации сборки можно применить для любых изделий, как с целью обеспечения сборки годных изделий при изготовлении составляющих деталей с заведомо расширенными полями допусков на значения параметров, так и с целью улучшения характеристик и снижения трудоемкости регулировок изделий.

*Ключевые слова:* сборка партии изделий, управление сборкой, подбор деталей, подбор регулировок

DOI: 10.31857/S0235711921040088

Процессы сборки подавляющего большинства изделий: механических, оптических, электротехнических, построены с применением допускового контроля качества. В технической документации на такие изделия заданы диапазоны значений (поля допусков) параметров составляющих деталей и сборочных единиц (ДСЕ), при которых с достаточной вероятностью обеспечивается сборка годного изделия — изделия, численные значения характеристик которого также лежат в заданных диапазонах. Если перед вовлечением в сборку и измеряют значения параметров ДСЕ, то только чтобы убедиться, что они лежат в заданных диапазонах, ДСЕ распределяют по сборочным комплектам случайным образом, без учета измеренных значений их параметров. В силу этого дальнейший процесс сборки приобретает элементы случайности: значения характеристик готовых изделий — случайные величины в пределах полей допусков, становятся известны только по окончании сборки. Последнее справедливо и для селективной сборки изделий методом групповой взаимозаменяемости, когда селективные группы деталей определены по значениям их параметров так, чтобы обеспечить сборку годного изделия без улучшения характеристик в пределах поля допуска. В то же время известны случаи, когда сборка сложных прецизионных изделий требует направленного подбора ДСЕ исходя из измеренных значений их параметров [1–3]. За счет такого подбора достигается улучшение характеристик изделий. Более того, данные об измеренных значениях параметров ДСЕ можно использовать для прогноза характеристик будущих изделий, для подбора оптимальных параметров регулировок изделий до начала сборки [4, 5]. В целом, данные об измеренных значениях парамет-



**Рис. 1.** Конструкция ЭГС: *1* – гидроцилиндр с блоком гидрозамков; *2* – гидродемпфер; *3* – корпус; *4* – электрогидравлический усилитель; *5* – механизм обратной связи; *6* – блок фильтров; *7* – хвостовик.

ров ДСЕ, поступающих на участок сборки, дают возможность активно воздействовать на процесс, управлять сборкой. При этом в роли объекта управления выступает процесс сборки одного или партии изделий, результатом управления являются значения характеристик готовых изделий, сигналом управления — подобранные сочетания ДСЕ в сборочных комплектах и подобранные параметры регулировок. Такой подход к организации сборки является развитием селективной сборки, причем при решении задачи обеспечения сборки годных изделий и улучшения их характеристик он потенциально более эффективен, чем метод групповой взаимозаменяемости [6, 7]. Несмотря на это, в силу сложности реализации, примеры практического внедрения такого подхода к организации сборки сложных прецизионных изделий редки, а результаты не достаточно описаны. В представленных результатах внедрения управления сборкой для изготовления такого сложного прецизионного изделия как электрогидравлический сервопривод (ЭГС) показано, как управление сборкой влияет на процесс сборки и характеристики готовых изделий.

Конструкция ЭГС показана на рис. 1. ЭГС представляет собой электро-гидромеханическое силовое исполнительное устройство, предназначенное для перемещения инерционного объекта на расстояние, пропорциональное входному электрическому сигналу, с требуемой динамической и статической точностью при воздействии различных нагрузок.

К ЭГС предъявляются высокие требования. Сложность сборки рассматриваемого изделия обусловлена тем, что характеристики изделия взаимосвязаны и нелинейно зависят от параметров составляющих ДСЕ. Изготовление ДСЕ с малым разбросом параметров технически сложно. Как результат — неблагоприятное сочетание параметров ДСЕ может приводить к сборке привода, характеристики которого не будут удовлетворять всем требованиям технической документации на изделие. Блок-схема процесса сборки ЭГС без учета параметров составляющих ДСЕ показана на рис. 2а. Помимо поэтапной установки отдельных ДСЕ сборка ЭГС включает в себя выполнение регулировок: сначала первого каскада электрогидравлического усилителя, затем — второго каскада, разомкнутого привода и привода замкнутого обратной связью. Результаты каждой регулировки контролируются по результатам испытаний. В ходе сборки ЭГС необходимо обеспечить выполнение требований к четырнадцати взаимосвязанным характеристикам отдельных сборок и изделия в целом (девять из них – характеристи-ки готового изделия).



**Рис. 2.** Блок-схема сборки ЭГС: (а) – без учета измеренных значений параметров составляющих ДСЕ; (б) – при управлении процессом с учетом данных об измеренных значениях параметров составляющих ДСЕ; 1 – условный номер цикла итераций при выполнении регулировок.



**Рис. 3.** Схема управления процессом сборки: (а) – без учета измеренных значений параметров составляющих ДСЕ; (б) – при управлении процессом с учетом данных об измеренных значениях параметров составляющих ДСЕ; *T* – исполнитель; *A* – процесс сборки; *C* – регулятор; *I* – идентификатор.

Конструкция ЭГС имеет четыре места регулировки, однако данные регулировки позволяют лишь частично компенсировать отклонения параметров ДСЕ от номинальных значений, придавая процессу сборки трудоемкий итерационный характер. Блок-схема (рис. 2a) демонстрирует такой характер сборки привода. Из-за высокой трудоемкости регулировка ЭГС часто заканчивается при получении характеристик изделий, удовлетворяющих требованиям технической документации, но не оптимальных.

Рассмотрим процесс сборки ЭГС с позиций теории управления. В общем случае, для изделия с возможностью регулировки процесс сборки можно описать схемой управления с обратной связью (рис. 3а), где в роли объекта управления выступает процесс сборки А, в роли выходного сигнала объекта – полученный по результатам испытаний вектор измеренных значений характеристик изделия Zm, а в роли регулятора исполнитель T, специалист, руководящий сборкой. В ходе сборки и выполнения регулировок исполнитель по результатам испытаний сравнивает измеренные значения характеристик изделия Zm с номинальными (требуемыми) Zn и предпринимает корректирующие действия: выполняет или изменяет регулировки, набор которых можно описать вектором Y. На схеме векторы X и Q – соответственно вектор измеренных значений параметров поступивших на участок сборки ДСЕ и вектор внешних по отношению к процессу сборки параметров испытательного оборудования и режимов испытаний, оказывающих влияние на результаты измерения характеристик изделия. В случае сборки ЭГС к составляющим вектора Q можно отнести: температуру рабочей жидкости при испытаниях, давление рабочей жидкости на входе в ЭГС, жесткость крепления привода в испытательном стенде и т.п. Данные параметры режимов испытаний и оборудования непостоянны и меняются в определенных границах от образца к образцу.

Как можно убедиться на примере ЭГС, сборка изделий без учета измеренных значений параметров составляющих ДСЕ имеет недостатки: 1) до начала сборки невозможно спрогнозировать, какие значения будут иметь характеристики собираемых изделий, выполнение регулировок в процессе сборки носит итерационный характер; 2) воздействовать на характеристики собираемых изделий можно только путем регулировок; 3) не учитывается партионность изготовления, при сборке очередного изделия исполнитель руководствуется результатами испытания только одного, собираемого в данный момент изделия, нет возможности до сборки определить целесообразность изменения состава сборочных комплектов для улучшения или выравнивания значений характеристик изделий в партии.

Сборку ЭГС при управлении процессом с учетом данных об измеренных значениях параметров составляющих ДСЕ можно описать схемой рис. 36. В отличие от рассмотренного выше случая в процесс сборки включены блок регулятор *C* и блок идентифи-

катор *I*. Регулятор — программное обеспечение (ПО), выполняющее подбор деталей в сборочные комплекты по их параметрам X' и подбор параметров регулировок Y' изделий с помощью математической модели изделия. Подбор осуществляется путем решения задачи оптимизации: сочетание деталей в комплектах и параметры регулировок должны обеспечивать сборку партии изделий с наибольшими относительными величинами отклонений прогнозируемых значений характеристик от предельно допустимых значений. Идентификатор — ПО, уточняющее параметры *К* математической модели, используемой регулятором. Уточнение происходит по результатам испытаний изделия.

В соответствии со схемой рис. Зб сборка изделий происходит следующим образом. До начала сборки на основе данных об измеренных значениях параметров изготовленных на данный момент ДСЕ (массив данных D) регулятором С автоматически производится распределение деталей по сборочным комплектам и подбор регулировок для сборки партии изделий. Для каждого изделия в отдельности результаты прогноза его характеристик Zp, рекомендуемое сочетание деталей в сборочном комплекте X, а также подобранные параметры регулировок У, поступают к исполнителю Т. Исполнитель, руководствуясь личным опытом, принимает окончательное решение, какие сочетания ДСЕ использовать, начинается сборка<sup>1</sup>. В ходе сборки по результатам отдельных регулировок и испытаний (при получении новой информации о собираемом изделии) математическая модель изделия для каждого образца уточняется идентификатором I, соответственно уточняются прогнозируемые значения характеристик будущего изделия. Уточнение ряда параметров математической модели необходимо по той причине, что результаты прогноза характеристик ЭГС чувствительны даже к их небольшому отклонению, но задать с требуемой точностью все параметры математической модели до начала сборки невозможно. Например, до начала сборки, при подборе ДСЕ в сборочные комплекты и подборе параметров регулировок, используется величина математического ожидания передаточного отношения механизма обратной связи ЭГС. Действительное же значение для каждого образца можно определить только в ходе сборки, так как сам механизм формируется при сборке, а величина его передаточного отношения зависит от сочетания размеров и отклонений форм поверхностей большого количества деталей. Также данные, полученные в ходе сборки, данные о параметрах ДСЕ и данные о действительных параметрах режимов испытаний изделий Q, позволяют идентифицировать, контролировать и учитывать параметры испытательного оборудования, влияющие на результаты испытаний (рис. 36, пунктирная линия). При каждом уточнении модели регулятор предлагает исполнителю два сценария продолжения сборки: 1) ранее выполненные регулировки не изменяются, регулятор подбирает значения регулировок, которые только предстоит выполнить; 2) все параметры регулировок, в том числе и ранее выполненных, изменяются на оптимальные, полученные для уточненной модели. В зависимости от того, насколько новые прогнозируемые значения отдельных характеристик изделия удалены от предельно допустимых значений, исполнитель продолжает сборку, возвращается к ранее выполненным регулировкам, принимает решение о замене или доработке отдельных ДСЕ для получения требуемых характеристик будущего изделия.

Преимущества рассмотренного способа организации сборки изделий по сравнению со сборкой изделий без учета измеренных значений параметров составляющих ДСЕ следующие: 1) до начала сборки становится возможным спрогнозировать характеристики будущих изделий и построить процесс регулировки так, чтобы сократить количество итераций; 2) подбор деталей в сборочные комплекты, как и подбор регу-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Здесь рассмотрен пример, когда исполнитель – специалист, руководящий сборкой, не исключен из процесса управления, принимает решения исходя из ситуации, складывающейся при сборке очередной партии изделий. Впоследствии, при достаточной отработке технологии, исполнитель может быть исключен из процесса управления, выполняя действия, рекомендуемые регулятором.



**Рис. 4.** Гистограмма распределения значений *i*-й характеристики: при случайном подборе ДСЕ ( ), при управлении процессом и сборке изделий партиями по два изделия ( ), при управлении процессом и сборке изделий партиями по четыре изделия ( ),  $z_i$  – значение *i*-й характеристики,  $N(z_i)$  – число изделий с значение *i*-й характеристики в пределах диапазона,  $[z_{\min i}]$  – минимальное допустимое значение *i*-й характеристики.

лировок, становится инструментом воздействия на характеристики будущих изделий и дает возможность улучшить их; 3) до начала сборки известны прогнозируемые значения характеристик всех изделий в партии, сборка отдельных изделий может вестись с их учетом для получения партии изделий с близкими значениями характеристик.

Для оценки влияния управления на процесс сборки изделий был проанализирован ход сборки и составлена блок-схема процесса сборки ЭГС при внедрении управления (рис. 2б). Сравнение блок-схем (рис. 2), демонстрирует: благодаря внедрению управления из процесса сборки исключено шесть циклов регулировки-контроля характеристик и повторной регулировки или замены деталей. Это позволяет снизить трудоем-кость сборки одного ЭГС на 20%, что составляет 11% от общей трудоемкости изготовления изделия. В ходе сборки возможны итерации, вызванные уточнением математической модели, но количество их минимально.

Для оценки результатов внедрения управления сборкой было смоделировано изготовление 1000 ЭГС и получены распределения их характеристик при случайном подборе ДСЕ в сборочные комплекты и при сборке изделий партиями по 2 и 4 изделия. В качестве примера (рис. 4) приведены распределения одной из характеристик ЭГС. К выбранной *i*-й характеристике предъявляется требование, чтобы ее значение было не меньше предельно допустимой величины [ $z_{min}$ ]. Существует вероятность сборки изделия, значения *i*-й характеристики которого не будут удовлетворять требованиям технической документации. Сравнение распределений демонстрирует, что управление сборкой позволяет сместить значения характеристики изделий вправо от минимальной допустимой величины и уменьшить разброс значений. Это происходит за счет подбора лучших сочетаний ДСЕ в сборочных комплектах, подбора параметров регулировок и изменения значений прочих, связанных с ней характеристик. Изменение прочих характеристик происходит так, чтобы для всех изделий в партии по всем характеристикам относительные величины отклонений их значений от предельно допустимых величин были не менее чем у рассматриваемой характеристики. Благодаря этому ожидается снижение вероятности сборки негодного ЭГС с 8.4% – при случайном формировании сборочных комплектов, до 1% – при управлении сборкой ЭГС и сборке их партиями всего по четыре изделия.

Опыт организации управления сборкой ЭГС, исходя из измеренных значений параметров составляющих ДСЕ, демонстрирует, что данный подход к производству можно распространить на любые изделия, для которых с помощью математической модели можно установить связь между параметрами составляющих ДСЕ и характеристиками готового изделия. Управление сборкой может применяться как с целью обеспечения сборки годных изделий, если составляющие ДСЕ изготавливаются с заведомо расширенными полями допусков на значения параметров, так и с целью улучшения характеристик, снижения трудоемкости регулировок изделий. Более того, предложенный подход к изготовлению позволяет качественно преобразовать процесс сборки, а полученные при этом данные можно использовать на других этапах жизненного цикла изделий. Например, данные о параметрах составляющих ДСЕ и характеристиках готовых изделий позволяют вести мониторинг качества изготовления, определять пути повышения качества и модернизации изделий. Уточненные в процессе сборки математические модели отдельных образцов изделий можно использовать в системах управления изделиями, а также для автоматизации контроля технического состояния изделий при эксплуатации.

### КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Сазанов А.А. Повышение эффективности изготовления топливных форсунок ГТД путем функционально-ориентированной сборки: Дис. ... канд. техн. наук. Рыбинск, 2014. 166 с.
- 2. *Смирнова Е.В.* Разработка и исследование технологии адаптивно-селективной сборки для многоэлементных инфракрасных приемников: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Спб., 2011. 19 с.
- Kannan R., Selladurai V. Optimization of Characteristic Parameters of Turbocharger Assembly using GA // Manufacturing and industrial engineering, 2011. Iss. 1. P. 39.
- 4. Безъязычный В.Ф., Непомилуев В.В., Семенов А.Н. Обеспечение качества изделий при сборке: Монография / В.Ф. Безъязычный, В.В. Непомилуев, А.Н. Семенов. М.: Издательский дом "Спектр", 2012. 204 с.
- 5. *Недайвода А.К.* Технологические основы обеспечения качества ракетно-космической техники. М.: Машиностроение, 1998. 240 с.
- 6. *Сорокин М.Н., Ануров Ю.Н*. Анализ собираемости изделий типа "вал–втулка" при селективной сборке // Сборка в машиностроении и приборостроении. 2012. № 1. С. 23.
- 7. *Непомилуев В.В.* Исследование возможностей повышения качества изделий при сборке // Сборка в машиностроении и приборостроении. 2007. № 10. С. 9.

# ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ МЕХАНИКА. ДИАГНОСТИКА ИСПЫТАНИЯ

УДК 629.114.2-235

# АНАЛИЗ РАБОТЫ ТОРСИОННОГО ВАЛА, УСТАНОВЛЕННОГО В ДВС И В ПОВЫШАЮЩЕМ ОБОРОТЫ РЕДУКТОРЕ НА ВХОДЕ В ГИДРОТРАНСФОРМАТОР МЕХАНИЗМА ПЕРЕДАЧ И ПОВОРОТА ЛЕГКОЙ ГУСЕНИЧНОЙ МАШИНЫ, И ПОВЫШЕНИЕ ЕГО НАДЕЖНОСТИ

## © 2021 г. Ю. И. Крыхтин<sup>1</sup>, В. И. Карлов<sup>1,\*</sup>

<sup>1</sup> Волгоградский государственный технический университет Волгоград, Россия

\*e-mail: au@vstu.ru

Поступила в редакцию 15.08.2020 г. После доработки 31.03.2021 г. Принята к публикации 26.04.2021 г.

Проведен анализ причин поломки торсионного вала, установленного в двигателе внутреннего сгорания и в повышающем обороты редукторе на входе в гидротрансформатор механизма передач и поворота легкой гусеничной машины с большой удельной мощностью (более 30 л.с./Тс). Из-за большой цикличности работы торсионного вала, возможного крутильного удара и для снижения уровня крутильных колебаний торсионного вала предложено устанавливать пружинно-фрикционный демпфер крутильных колебаний торсионного вала, работающий в масле, в ограниченном объеме на выходном фланце двигателя внутреннего сгорания. Результаты исследований можно использовать при создании новых гидромеханических трансмиссий для легких гусеничных машин с большой удельной мощностью.

*Ключевые слова:* гидромеханическая трансмиссия, гидротрансформатор, блокировочный фрикцион, демпфер, крутильные колебания, торсионный вал, поломка, гусеничная машина

DOI: 10.31857/S0235711921040052

Рассматривается работа моторно-трансмиссионной установки (МТУ) без демпфера и с демпфером крутильных колебаний гусеничной машины (ГМ) массой 13–18 т, включающей в себя дизельный оппозитный шестицилиндровый без маховика двигатель внутреннего сгорания (ДВС) и гидромеханическую трансмиссию (ГМТ) с дифференциальным гидрообъемным механизмом поворота [1–3]. Связь двигателя с трансмиссией без демпфера осуществляется через торсионный вал диаметром 35 мм.

На рис. 1 показана кинематическая схема ГМТ легкой ГМ с торсионным валом между ДВС и повышающим обороты редуктором к гидротрансорматору (ГТ) механизма передач и поворота (МПП).

При компоновке МТУ легкой ГМ возникает необходимость удаления ГТ от ДВС на значительное расстояние. Связь ДВС с повышающим обороты редуктором на входе в ГТ при этом осуществляется через стальной торсионный вал со шлицевыми концами.

При эксплуатации изделий с ГМТ с 2-х дисковым блокировочным фрикционом после пробегов различной протяженности (даже небольшой) наблюдались случаи поломки торсионного вала. Поломка стального торсионного вала показана на рис. 2.



Рис. 1. Кинематическая схема ГМТ легкой ГМ: 1, 16 – водометные движители; 2, 15 – фрикционные муфты водометных движителей; 3, 14 – высокооборотные вентиляторы системы охлаждения; 4 – гидромуфта; 5 – МПП; 6 – фрикционная муфта коробки передач (КП); 7 – блок маслонасосов; 8 – двигатель; 9 – выходной фланец ДВС, на котором далее устанавливается гаситель крутильных колебаний; 10 – реверс КП; 11 – вал промежуточный; 12 – тормоз-синхронизатор; 13 – фрикционная муфта отключения гидропередачи механизма поворота (МП); 17, 26 – бортовые передачи; 18, 24 – тормоза остановочные; 19 – гидропередача МП; 20 – вал торсионный; 21 – ГТ; 22 – редуктор, повышающий обороты на входе в ГТ; 23 – вал грузовой; 25 – вал выходной.



Рис. 2. Поломка стального торсионного вала.

Торсионный вал был изготовлен из стали  $45XH2M\Phi A$  с твердостью HB = 477, с троосто-мартенситной структурой. По внешнему виду излом — срез на кручение, о чем свидетельствует гладкая поверхность излома.

На вышедших из строя торсионных валах цилиндрическая часть вала диаметром 35 мм имеет цвета побежалости от излома — серый, соответствующий приблизительно



Рис. 3. Поломка титанового торсионного вала.

350°С, с переходом к васильковому (приблизительно 320°С), фиолетовому (приблизительно 280°С) и соломенному (приблизительно 220°С) ближе к галтели. Галтель радиусом 50 мм и шлицы диаметром 45 мм — светлые, без цветов побежалости. Излом находится на расстоянии 50 мм от торца шлиц, почти на оси вала.

Характер излома — усталостный, происходит в результате растяжений и одностороннего изгиба расчетным номинальным напряжением и при слабом локальном концентраторе.

Попытка заменить стальной торсионный вал на титановый не увенчалась успехом. На рис. 3 показана поломка экспериментального торсионного вала из титанового сплава ВТЗ-1 с микроструктурой, соответствующей 3—4 балла десятибалльной шкалы микроструктур титановых сплавов.

Внешним осмотром установлено, что поломка этой детали произошла со скручиванием, о чем свидетельствует деформация структуры излома.

Постановка задачи. Создание надежных ГМТ с торсионным валом, установленным в ДВС и в повышающем обороты редукторе на входе в ГТ МПП для моторно-трансмиссионных установок с оппозитным дизельным ДВС без маховика легких ГМ с большой удельной мощностью, является актуальным вопросом.

**Цель настоящей статьи** – анализ работы торсионного вала, установленного в ДВС и в повышающем обороты редукторе на входе в ГТ МПП легкой ГМ с большой удельной мощностью, и повышение его надежности.

**Новизна исследования** — установка на выходной фланец ДВС (без маховика) в ограниченном по длине габарите пружинно-фрикционного демпфера крутильных колебаний, работающего в масле, что повышает надежность работы торсионного вала.

Анализ результатов. Характерные пятна на рис. 2 указывают на усталостные разрушения, так как из-за высокой цикличности работы вала не обеспечивается усталостная прочность, и получаются высокие касательные напряжения при кручении –  $\tau_{-1}$ . Для торсионного вала из стали 45ХН2МФА, используемого в ГМ массой 13–18 т, расчетные касательные напряжения составляют  $\tau_{-1} = 3250 \text{ кГс/см}^2$ . Количество циклов N работы торсионного вала определяется по выражению: N = tnm, где t – время работы, мин, n – номинальные обороты ДВС, об./мин, m – количество вспышек в цилиндрах за оборот ДВС. При количестве циклов  $N \approx 1-2$  миллиона допускаемые напряжения [ $\sigma_{-1}$ ] для сталей существенно уменьшаются от [ $\sigma_{-1}$ ] = 14500 кГс/см<sup>2</sup> до [ $\sigma_{-1}$ ]<sub>min</sub> и соответственно уменьшаются допускаемые касательные напряжения [ $\tau_{-1}$ ] = 0.22[ $\sigma_{-1}$ ] от [ $\tau_{-1}$ ] = 3190 кГс/см<sup>2</sup> до [ $\tau_{-1}$ ]<sub>min</sub>.

При проверке на крутильный удар,  $\frac{J\omega_0^2}{2} = \frac{c\Delta\phi^2}{2}$ ,  $\Delta\phi = \omega_0\sqrt{\frac{J}{c}}$ , где J – момент инерции ведущих частей;  $\omega_0$  – угловая скорость; c – податливость торсионного вала;  $\Delta\phi$  –

угол поворота торсионного вала.

При крутильном ударе от скручивания момент на торсионном валу определяется по формуле:  $M = c\Delta \phi = 2210\omega_0 \sqrt{cJ}$ , кГс·м. При этом касательные напряжения от крутильного удара:  $\tau = M/W = 41000$  кГс/см<sup>2</sup>, где W – момент сопротивления торсионного вала.

Для устранения таких напряжений рекомендуется убрать один из 2-х дисков трения блокировочного фрикциона ГТ и установить упруго-фрикционный демпфер, например, на противоположный конец ДВС установить демпфер сухого трения с буксующим диском или на выходном фланце ДВС установить в ограниченном по длине габарите пружинно-фрикционный демпфер крутильных колебаний, работающий в масле.

При кратковременном (0.2–0.3 с) импульсном воздействии 40–45 Тс от тепловой ударной установки на движущуюся ГМ усилие передается через корпус машины, гусеничный движитель, грунт, трансмиссию на базовый ДВС машины через включенный блокировочный фрикцион гидротрансформатора, имеющий коэффициент запаса по условиям работы моторно-трансмиссионной установки, и торсионный вал.

Уравнение движения центра тяжести быстроходной ГМ на подъеме при этом имеет вид:  $P - R - R_I - G \sin \alpha - m\ddot{x} - P_a = 0$ , где P -сила тяги; R -сила сопротивления движению машины;  $R_I -$ сила импульсного воздействия; G -вес машины;  $\alpha -$ угол наклона местности; m -масса машины;  $\ddot{x} -$ ускорение движения машины;  $P_a -$ сопротивление воздуха.

При импульсном воздействии диски трения включенного блокировочного фрикциона подвергаются пробуксовке, что отражается на их износе и изменении геометрических характеристик, а также на работе торсионного вала.

Расчет крутильных колебаний торсионного вала выполнен для варианта работы с незаблокированным ГТ [4, 5]. Опыт расчетного исследования аналогичных установок свидетельствует, что наиболее нагруженными элементами МТУ являются элементы силовой цепи ДВС–ГТ, причем нагруженность их полностью определяется вариантом работы с незаблокированным ГТ. Динамическая нагруженность от крутильных колебаний, возбуждаемых ДВС, элементов турбинной части МТУ даже при работе с заблокированным ГТ существенно ниже.

На рис. 4 представлены результаты расчета вынужденных крутильных колебаний в виде расчетной кривой амплитуд динамических нагрузок ( $M_T$ ) в торсионном вале от вынужденных крутильных колебаний в зависимости от оборотов ДВС.

Максимальный уровень расчетных динамических нагрузок в торсионном вале между ДВС и трансмиссией  $M_T = 560$  кГс м имеет место на резонансе "главной" гармоники v = 3 (v – порядок гармонической составляющей возмущающих моментов на кривошипно-шатунных массах коленчатого вала без маховика оппозитного дизельного ДВС) при n = 740 об./мин коленчатого вала. Этот уровень нагрузок может представлять опасность для входных элементов трансмиссии – зубчатых шестерен согласующего редуктора, шлицевых соединений и торсионного вала. В связи с этим длительная работа в диапазоне частот вращения коленчатого вала n < 1000 об./мин должна быть исключена. Регулировку ДВС необходимо выполнить таким образом, чтобы минимальная частота вращения на холостом ходу была не менее 1100 об./мин. Эта рекомендация дана по результатам тензометрирования ДВС в стендовой установке.

В легкой ГМ массой 13–18 т обеспечивается необходимое значение суммарной податливости элементов соединения ДВС с трансмиссией, при которой главные резо-



**Рис. 4.** Расчетные динамические нагрузки от вынужденных крутильных колебаний без демпфера во входном торсионном вале: *1* – ГТ не заблокирован; *2* – ГТ заблокирован, пятая передача; *3* – ГТ заблокирован, первая передача.

нансные колебания выводятся в нерабочую, проходную зону частот вращения коленчатого вала n < 800 об./мин.

При этом уровень динамической нагруженности торсионного вала в зоне частот вращения n > 1100 об./мин становится незначительным. Максимальный уровень расчетных динамических нагрузок в диапазоне частот вращения коленчатого вала 1300 < n < 2500 об./мин не превосходит 50 кГсм.

Уровень расчетных динамических нагрузок в коленчатом вале ДВС во всем диапазоне частот вращения находится в допустимых пределах. Полученные результаты расчетного динамического анализа трансмиссии используются при расчете долговечности элементов трансмиссии [6–8].

Разработка пружинно-фрикционного демпфера крутильных колебаний, работающего в масле. Для быстроходных легких транспортных ГМ предлагается использовать силовой блок, состоящий из оппозитного дизельного ДВС (без маховика) и ГМТ, в котором установлен на свободном конце коленвала ДВС демпфер крутильных колебаний пружинно-фрикционного типа, работающий в масле. Выходной элемент демпфера связан с торсионным валом диаметром 35 мм длиной 430 мм, второй конец которого связан с повышающим обороты редуктором на входе в ГТ с блокировочным фрикционом.

На рис. 5 показан демпфер крутильных колебаний пружинно-фрикционного типа, работающий в масле. Демпфер — гаситель колебаний, состоит из упругого элемента — 20 пружин, расположенных по двум окружностям, для снижения жесткости трансмиссии и устранения возможности появления высокочастотного резонанса и фрикционного устройства с тарельчатыми пружинами для поглощения энергии низкочастотных резонансных колебаний. На поверхностях трения А и В ведомого диска позиция *3* рекомендуется наносить пористое фрикционное плазменное покрытие для повышения коэффициента трения и износостойкости [9, 10].

На рис. 6 показана расчетная схема для определения собственной частоты крутильных колебаний торсионного вала.

Предлагается методика расчета пружинно-фрикционного демпфера крутильных колебаний, работающего в масле:

1. Определение предельного момента  $M_{up}$ , скручивающего гаситель до упоров при двухрядном расположении цилиндрических пружин на концентрических окружно-



Рис. 5. Пружинно-фрикционный демпфер крутильных колебаний – продольный разрез: 1 – болт; 2 – пружина; 3 – диск ведомый; 4, 17 – подшипники; 5 – винт для фиксации опоры от проворота; 6 – опора; 7 – заклепка; 8 – пружина тарельчатая (две подряд); 9 – заклепка; 10 – шайба регулировочная; 11 – диск с маховой массой; 12 – проставка МПП; 13 – диск ведущий; 14 – шайба; 15 – вал торсионный; 16 – кольцо стопорное; 18, 19 – шестерни привода маслонасоса системы гидроуправления; A, B – поверхности трения; D – диаметр посадочный поверхности картера МПП на ДВС.



**Рис. 6.** Расчетная схема для определения собственной частоты крутильных колебаний торсионного вала: I - ДВС (момент инерции  $j_1 = 1.648 \text{ кг·м}^2$ ); 2 - вал торсионный (длина L = 430 мм);  $3 - \text{ насосное колесо } \Gamma T$  (момент инерции  $j_2 = 1.275 \text{ кг·м}^2$ ).



Рис. 7. Рекомендуемая установка тарельчатых пружин в демпфере.

стях с радиусами  $R_{\rm sr} M_{\rm up} = P_2 N_1 R_{\rm sr1} + P_2' N_2 R_{\rm sr2} = 222$  кГс м, где  $P_2$  – усилие одной пружины;  $N_1$  – число пружин;  $R_{\rm sr1}$  – радиус расположения пружин, установленных в первом ряду. Параметры  $P_2'$ ,  $N_2$ ,  $R_{\rm sr2}$  – те же самые параметры для пружин во втором ряду,  $P_2' = P_2 \frac{R_{\rm sr2}}{R_{\rm sr1}}$ . Должно быть  $M_{\rm up} > M_{dv \max}$ , где  $M_{dv \max}$  – максимальный момент на коленчатом валу ДВС.

2. Определение резонансных оборотов, при которых возникают крутильные колебания в связи с изменениями жесткости системы. Собственная частота крутильных колебаний для 2-х массовой системы определяется по формуле:  $\omega = (c_k(j_1 + j_2)/(j_1j_2))^{0.5}$ , где  $c_k$  – крутильная жесткость системы без учета жесткости торсионного вала;  $c_k = R_{sr1}M_{up}/S_2$ , где  $S_2$  – рабочая деформация пружины. Резонансное число оборотов:  $n_{dv} = n/a = 651 \text{ мин}^{-1}$ , где a – число вспышек за один оборот коленчатого вала ДВС,  $n = 30\omega/\pi$ .

3. Определение резонансных оборотов системы с учетом жесткости пружин и торсионного вала:  $c'_k = (c_k^{-1} + c_{kval}^{-1})^{-1}$ , где  $c_{kval}$  – жесткость торсионного вала;  $c_{kval} = GJ/L$ , где G – модуль упругости материала; J, L – соответственно момент инерции и длина торсионного вала. Резонансные обороты ДВС:  $n'_{dv} = n_{dv} (c'_k/c_k)^{0.5} = 557 \text{ мин}^{-1}$ .

4. Расчет параметров поглотителя энергии низкочастотных резонансных колебаний. Оптимальное значение момента трения фрикционного устройства  $M_{\rm fropt} = \sqrt{2}J_{\rm gt}\omega^2\varphi_0/\pi = 20.21$  кГс·м, где  $\omega$  – угловая частота вращения коленчатого вала ДВС при околорезонансных оборотах;  $\omega = \pi n'_{dv}/30$ ,  $J_{\rm gt}$  – момент инерции насосного колеса ГТ относительно оси вращения;  $\varphi_0 = \varphi_{\rm fr} + \varphi_{\rm val}$  – амплитуда колебаний угла поворота того сечения вала, с которым связан поглотитель энергии;  $\varphi_{\rm fr}$  – угол проворота элементов фрикционного устройства,  $\varphi_{\rm val}$  – угол закрутки торсионного вала. По рекомендации И.А. Биргера и Я.Г. Пановко  $\varphi \approx 0.035-0.07$  рад,  $M_{\rm fr} \approx (0.15-0.25)M_{dv}$  [5].

5. Определение момента трения фрикциона, заложенного в конструкции.  $M_{\rm fr} = 0.5 P_{\rm ts} \mu z R_{\rm sr} Km = 14.48 \ \kappa \Gamma c \cdot m$ , где  $P_{\rm ts}$  – усилие одной тарельчатой пружины;  $\mu$  – коэффициент трения сталь по стали в масле; z – число пар поверхностей трения;  $R_{\rm sr}$  – средний радиус поверхности трения; K – количество пакетов тарельчатых пружин; m – число пружин в пакете.

Рассчитанный по методике демпфер за счет пружин снижает резонансные обороты с 970 до 557 об./мин вследствие уменьшения частоты собственных колебаний системы

и предохраняет систему "ДВС—насосное колесо ГТ" от резонанса на низких частотах при  $n_{dv} = 557$  об./мин за счет фрикционного устройства.

По результатам проведенного расчета рекомендуемая схема установки выбранной тарельчатой пружины в демпфере для обеспечения необходимого момента трения и его повышения при наличии места для компоновки демпфера показана на рис. 7. Пружины должны быть установлены по схеме конус в конус.

Эксплуатационные испытания на машинах пружинно-фрикционного демпфера крутильных колебаний. ГТ в МПП при испытаниях устанавливался с однодисковым блокировочным фрикционом. На быстроходной ГМ массой 13.2 т демпфер крутильных колебаний испытывался в пробеге 4000 км без замечаний, обеспечивал нормальную работу силового блока. На быстроходной ГМ массой 18 т демпфер испытывался в пробеге 1900 км без замечаний, силовой блок нормально работал. Поломок торсионного вала при испытаниях не было.

**Вывод.** Результаты анализа работы торсионного вала, установленного в ДВС и в повышающем обороты редукторе на входе в ГТ МПП, и рекомендации по уменьшению числа фрикционных дисков в блокировочном фрикционе ГТ с двух до одного и установки пружинно-фрикционного демпфера крутильных колебаний для повышения надежности работы торсионного вала можно использовать при создании новых ГМТ легких ГМ с большой удельной мощностью.

#### ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа выполнена при поддержке РФФИ и Администрации Волгоградской области по проекту № 19-48-340021.

#### КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Труханов В.М., Зубков В.Ф., Крыхтин Ю.И., Желтобрюхов В.Ф.* Трансмиссии гусеничных и колесных машин. М.: Машиностроение, 2001. 736 с.
- 2. Львовский К.Я., Черпак Ф.А., Серебряков И.Н., Щельцин Н.А. Трансмиссии тракторов. М.: Машиностроение, 1970. 280 с.
- 3. Шарипов В.М. Конструирование и расчет тракторов. М.: Машиностроение, 2004. 590 с.
- 4. Сцепления транспортных и тяговых машин / Под ред. Ф.Р. Геккера, В.М. Шарипова, Г.М. Щеренкова. М.: Машиностроение, 1989. 340 с.
- 5. Прочность. Устойчивость. Колебания. Справочник / Под общей редакцией И.А. Биргера и Я.Г. Пановко. Т. 3. М.: Машиностроение, 1968. 338 с.
- 6. *Светлицкий В.А., Нарайкин О.С.* Упругие элементы машин. М.: Машиностроение, 1989. 261 с.
- 7. Маслов Г.С. Расчеты колебаний. М.: Машиностроение, 1968. 271 с.
- 8. *Ивович В.А., Онищенко В.Я.* Защита от вибрации в машиностроении. М.: Машиностроение, 1990. 272 с.
- 9. *Крыхтин Ю.И., Карлов В.И.* Физические основы разработки заготовок дисков трения с молибденовым покрытием для повышения надежности работы в масле в узлах трансмиссий транспортных машин // Вестник машиностроения. 2016. № 12. С. 70.
- 10. *Крыхтин Ю.И., Карлов В.И.* Физические основы разработки дисков трения с бронзовым покрытием для транспортных машин // Вестник машиностроения. 2018. № 6. С. 42.

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ МЕХАНИКА. ДИАГНОСТИКА ИСПЫТАНИЯ

УДК 621.43.06: 62-404.2

## ОЦЕНКА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ КАРТЕРНЫХ ГАЗОВ С МОТОРНЫМ МАСЛОМ

© 2021 г. В. И. Кубич<sup>1</sup>, О. Г. Чернета<sup>2</sup>, В. И. Бокарьов<sup>1</sup>, Е. П. Лещенко<sup>2</sup>, В. М. Юров<sup>3</sup>, В. С. Олешко<sup>4,\*</sup>

<sup>1</sup> Национальный университет "Запорожская политехника", Запорожье, Украина

<sup>2</sup> Днепровский государственный технический университет, Каменское, Украина

<sup>3</sup> Карагандинский университет имени академика Е.А. Букетова, Караганда, Республика Казахстан

<sup>4</sup> Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва,

Россия

\*e-mail: OleshkoVS@mai.ru

Поступила в редакцию 22.02.2021 г. После доработки 26.03.2021 г. Принята к публикации 26.04.2021 г.

Рассматриваются актуальные аспекты оценки влияния картерных газов двигателя внутреннего сгорания на проявление эксплуатационных показателей моторного масла с учетом расходования его ресурса. Для математического описания изменения состояния моторного масла предложены комплексный критерий оценки его эксплуатационных показателей и критерий оценки нагружения картерными газами. При этом установлено, что изменение каждого из критериев в зависимости от ресурса и оборотов двигателя имеет экспоненциальный характер с достоверностью аппроксимации данных 0.95. Произведена оценка параметров предложенных критериев и показана возможность их совместного использования для диагностирования состояния моторного масла. Предварительно установлено, что развернутый эксплуатационный ресурс двигателя, на котором проявляются свойства моторного масла, может определяться моделируемым временем его взаимодействия с картерными газами.

*Ключевые слова*: моторное масло, картерные газы, давление, вязкость, критерий, ресурс

DOI: 10.31857/S0235711921040064

Известно, что надежность двигателей внутреннего сгорания определяется тремя группами факторов – конструкционными, технологическими и эксплуатационными. Причем если при проектировании и производстве двигателей надежность закладывается и обеспечивается в соответствии с конструкторско-технологической документацией, то в процессе их использования по назначению – проявляется в виде отказов, и поддерживается широким спектром мероприятия в соответствии с инструкциями и рекомендациями. Безотказность кривошипно-шатунного механизма, систем смазывания и вентиляции картера двигателя является одним из свойств его параметрической надежности в целом. Эффективное функционирование указанных элементов конструкции неразрывно связано с процессами подведения моторного масла к подшипникам скольжения, взаимодействия масляного аэрозоля в полостях двигателя (картерном пространстве, головке блока цилиндров и каналах) с картерными газами, очистки и удаления этих газов. Исследование этих процессов представляется актуальной научно-технической задачей, решаемой для обеспечения эксплуатационной на-дежности двигателей различного назначения.

97

Анализ литературных источников. На сегодняшний день вопросам обеспечения эффективного функционирования систем вентиляции картеров двигателей, взаимосвязи между состоянием двигателя и изменением показателей эксплуатационных свойств моторных масел уделяется большое внимание [1–9].

В работах [1–3] совершенствуются конструкции систем вентиляции картера: предлагается новая конструкция маслоотделителя, вводится дополнительный "сильфонный темплообменник", выполняются дополнительные элементы в виде стенок и каналов связи, и др. технические решения. При этом рассматривается и оценивается содержание моторного масла в картерных газах. В работе [4] оценивается связь между износом цилиндропоршневой группы и расходом картерных газов. При этом установлено, что при "старении масла" расход картерных газов растет. В работе [5] предложен вариант управления вязкостью судовых моторных масел за счет интенсификации пополнения масла в масляной системе, а также за счет добавления в масло поверхностно-активных веществ. При этом установлен факт снижения роста "пристенной" и "объемной" вязкости моторного масла MLC30 фирмы Castrol по мере наработки дизеля S6A2 фирмы Mitsubishi.

Проводятся исследования на установление термоокислительной стабильности моторных масел, например, работы авторов [6, 7]. При этом пользуются специальными приборами, в которые помещают только свежие порции топлива, не предполагая их аэрацию иными газообразными веществами. В работах [7, 8] уделяется внимание исследованию влияния процесса старения моторного масла на его противоизносные свойства. Для этого предлагается отбирать пробы масел из работающих двигателей, что позволяет оценивать изменение их свойств по коэффициенту поглощения светового потока (метод прямого фотометрирования), по коэффициенту относительной вязкости, и его противоизносным свойствам на трехшариковой машине трения. При этом если масло использовалось с учетом взаимодействия с картерным газом, что предполагало объективность оценки потери свойств по вязкостному и термоокислительному показателям, то материалы шариков машины трения не соответствовали трибологическим системам материалов деталей двигателя.

Постановка проблемы, формулирование цели. Работа двигателя на холостом ходу сопровождается плохой вентиляцией камеры сгорания из-за прикрытой дроссельной заслонки, малой турбулизацией топливо-воздушной смеси из-за относительно медленного движения поршня, а отсюда и малой скорость ее сгорания. При этом пропуск газов в картер максимальный [8], что связано с уменьшением давления газов на внутреннюю поверхность компрессионных колец, и проявляющийся в большей мере при расходе ресурса цилиндро-поршневой группы 50% и выше. Повышение вязкости моторного масла может быть обусловлено следующими причинами: термическая полимеризация масла и добавок, окисление, потери при испарении низкотемпературных фракций, попадание воды, аэрация, попадание антифриза. Если исключить четыре предыдущие причины, то стоит уделять внимание в первую очередь термической полимеризации и окислению [10].

Таким образом, влияние картерных газов на изменение эксплуатационных показателей масла имеет место и сопровождает работу цилиндров двигателя. Эффективность удаления картерных газов из двигателя задана конструктивными особенностями его системы вентиляции картера, а уменьшение величины аэрации — как свойствами самого масла, так и конструктивными особенностями системы смазки двигателя [10].

**Цель статьи** — описание разработки подходов к оценке интенсивности влияния картерных газов на изменение эксплуатационных показателей моторных масел.

Математическая оценка влияния картерных газов на эксплуатационное состояние моторного масла. Наработка двигателя *T* до ремонта, режим работы двигателя, давление картерных газов влияют на протекание физико-химического взаимодействия жидкой фазы (моторного масла) и газообразной фазы (картерных газов) на границах их раздела. Поэтому представляется важным изменение эксплуатационных показателей, которым уделяется особое внимание при контроле масел в процессе эксплуатации двигателей — кинематической вязкости, щелочному и кислотному числам, температуре вспышки в открытом тигле. Взаимосвязь между параметрами двигателя и показателями масла можно представить системой уравнений

$$\begin{array}{l} \gamma_{100} = f\left(T, n, p_{e}, p_{k}\right), \\ N_{al} = f\left(T, n, p_{e}, p_{k}\right), \\ N_{as} = f\left(T, n, p_{e}, p_{k}\right), \end{array}$$
(1)

где  $\gamma_{100}$  — кинематическая вязкость; T — наработка двигателя до очередного ремонта; n — частота вращения коленчатого вала двигателя;  $p_e$  — нагрузка на двигатель (среднее эффективное давление за цикл);  $p_k$  — давление картерных газов;  $N_{al}$  — щелочное число;  $N_{as}$  — кислотное число.

Из системы уравнений (1) следует, что параметры, выступающие в роли аргументов функции, по совокупности отображения характера протекания рабочих процессов в двигателе и взаимосвязи между собой представляется возможным в формуле (2) выразить в виде безразмерного критерия оценки нагружения моторного масла картерными газами  $\pi_k^m$ 

$$\pi_k^m = Tn \frac{p_e}{p_k}.$$
(2)

В формуле (2) вместо нагрузки на двигатель (среднего эффективного давления за цикл) целесообразно использование величины разрежения на впуске  $p_0$ , которое определяется экспериментально в процессе диагностирования двигателя. Такой подход позволяет опираться на прямо измеренные параметры, в том числе в реальных условиях эксплуатации двигателя [10].

Эксплуатационные показатели моторного масла представляются в виде безразмерного комплексного оценочного критерия  $E_{\rm M}$ . Тогда система уравнений (1) примет вид (3)

$$E_{\rm M} = \frac{\gamma_{100}^{\rm H} N_{al}}{\gamma_{100}^{\rm T} N_{as}} = f\left(\pi_k^m\right),\tag{3}$$

где  $\gamma_{100}^{\mu}$  и  $\gamma_{100}^{m}$  – номинальное и текущее значение кинематической вязкости, мм<sup>2</sup> с<sup>-1</sup>.

Таким образом, анализ процесса взаимодействия картерных газов с компонентами моторных масел по показателям позволяет получить математическую модель предложенного критерия оценки  $E_{\rm M}$ , зависящего от наработки двигателя T. Возможно получить и закономерности "старения" моторных масел, но при этом необходим сбор статистических сведений по наработке двигателей, имеющий большую трудоемкость.

Необходимый результат возможно получить с меньшей трудоемкостью при физическом моделирование в лабораторных условиях. При этом моделирование будет заключаться в имитации насыщения моторного масла картерными газами. Тогда характеристикой прогнозируемой наработки масла будет время его насыщения картерными газами *t*, которое представляет собой величину ускорения моделируемого физического процесса в реальном двигателе. Вследствие этого формулу (3) можно преобразовать в формулу

$$E_{\rm M} = f\left(\frac{tnp_0}{p_k}\right). \tag{4}$$

Для вычисления критерия  $E_{\rm M}$  согласно формуле (4) с учетом реальной работы автомобильного двигателя необходимо: 1) получить образцы масел, взаимодействующих с картерными газами реального двигателя на соответствующих режимах его работы; 2) провести исследование параметров моторных масел и определить величины  $E_{\rm M}$ ; 3) определить коэффициенты функциональной зависимости, которой будут графически аппроксимироваться полученные статистические данные.

Графоаналитические модели целесообразно определять для моторных масел, взаимодействующих с картерными газами с соответствующей динамикой. Динамика взаимодействия масел с картерными газами зависит от длительности и интенсивности насыщения свежего масла картерными газами двигателей с учетом износа пары трения "кольцо-цилиндр". Полученные модели позволят, например, определить время эксплуатации двигателя, момент целесообразного управляющего воздействия на какуюлибо систему двигателя (к примеру, на систему вентиляции картера). Таким образом появляется возможность прогнозирования эксплуатационных показателей масел с учетом изнашивания цилиндропоршневой группы и управления эффективностью системы вентиляции картера двигателя. Но при этом необходимо использование вместо времени моделирования *t* величины текущей наработки *T* [10].

Взаимодействие компонентов жидкой и газообразных фаз может протекать, как по поверхностям отдельно взятых мелкодисперсных частиц — молекулах, так и в их сосредоточениях — объемах. Важным является то, какие по строению и массе углеводороды представляют основу моторного масла — минеральные, полусинтетические или же синтетические смазочные композиции с соответствующими присадками, от которых зависит назначение масел и их эксплуатационные режимы работы.

Важным критерием является установление закономерностей влияния интенсивности старения моторного масла по параметру  $E_{\rm M}$  на интенсивность протекания процессов коррозионно-механического изнашивания материалов трибосопряжений, лимитирующих ресурс двигателя. К таким трибосопряжениям относятся "шейка вала вкладыш" коленчатого, распределительного вала, "кольцо—цилиндр (гильза цилиндра)" цилиндропоршневой группы двигателя. Поэтому необходимо уделять внимание этому вопросу, моделируя контактное взаимодействие материалов на малогабаритных образцах в лабораторных условиях. Например, предлагается использовать схему трения "диск—колодка" и трибологические системы материалов "40Х-(15W-40 и картерные газы)-AO20-1", "сталь 45-(15W-40 и картерные газы)-AO20-1", "BЧ800-(10W-40 и картерные газы)-AO20-1", "КЧ50-(5W-30 и картерные газы)-AO20-1" и другие.

Экспериментальная оценка влияния картерных газов на эксплуатационное состояние моторного масла. С целью предварительной оценки изменения эксплуатационных свойств моторных масел при принудительном обогащении картерными газами были проведены натурные испытания. Методика испытаний заключалась в следующем. Отводящий патрубок системы вентиляции двигателя, прогретого до рабочей температуры, помещался в стеклянный сосуд с полусинтетическим маслом Wolf 10W-40. Расход ресурса двигателя составлял более 85%, пробег автомобиля 130 тыс. км. Объем моторного масла составлял 200 мл. При этом время насыщения составляло  $t_1 = 1$  мин и  $t_1 = 3$  мин при  $n_1 = 975$  мин<sup>-1</sup> и сменными режимами  $n_2 = 1000-3500$  мин<sup>-1</sup> в течение  $t_2 = 35$  с. Во время обогащения мерных газов через патрубок вентиляции. Для этого в патрубке было выполнено отверстие соответствующего диаметра. Давление  $p_k$  измеряли манометром MediTech, которое на прогретом двигателе при n = 1000 мин<sup>-1</sup> составляло от 0.2 до 0.3 кПа, а при n = 3000 мин<sup>-1</sup> величина  $p_k$  составляла от 0.53 до 0.59 кПа.

Отмечено, что чем ниже частота вращения коленчатого вала, тем выше амплитуда колебаний давлений картерных газов. При этом характер изменения давлений газов при увеличении частоты вращения холостого хода по мере прогрева двигателя неоднозначный (рис. 1a). При температуре от 25 до 35°С и n = 2200 мин<sup>-1</sup> фиксировалось дав-



**Рис. 1.** Результаты эксперимента: (a) – зависимость давления газов от частоты вращения коленчатого вала: I – при прогреве двигателя от 40 до 70°C; 2 – при установившейся температуре от 85 до 90°C; (6) – зависимость разрежения на впуске (I) и  $p_0/p_k$  (2) от частоты вращения коленчатого вала при установившейся температуре от 85 до 90°C.

ление  $p_k = 1.07 \ \kappa \Pi a$ . При прогреве двигателя от 40 до 70°С аппроксимация полученных данных выражается полиноминальной зависимостью с достоверностью  $R^2 = 0.82$  и с максимумом давлений газов в диапазоне  $n = 1500-2000 \ {
m Muh}^{-1}$ . При установившейся нормальной температуре двигателя от 85 до 90°С аппроксимация полученных данных выражается экспоненциальной зависимостью с достоверностью  $R^2 = 0.72$ . Также определены значения разрежений на впуске, которые измерялись в задроссельном пространстве карбюратора при прогретом двигателе и прикрытии воздушной заслонки (рис. 16). Аппроксимация полученных данных выражается экспоненциальной зависимостью с достоверностью  $p_0/p_k$  также выражается экспоненциальной зависимостью с достоверностью  $R^2 = 0.99$ .

Для сравнительной оценки показателей моторного масла использовались его пробы, взятые из картера двигателя с присадкой "Ремол-2" в начале периода эксплуатации масла, и при его окончании.

Все образцы моторного масла исследовались в специализированной лаборатории. Определялись следующие показатели: кинематическая вязкость  $\gamma$  при 100 и 40°C, мм<sup>2</sup> с<sup>-1</sup>; щелочное число  $N_{al}$ , мг КОН/г; кислотное число  $N_{as}$ , мг КОН/г; концентрации химических элементов Zn, P, S, Ba, Ca.

Анализ полученных данных указывает на следующее. В целом направленность протекания процесса взаимодействия картерных газов с маслом совпадает с характером уменьшения кинематической вязкости. Это свидетельствует в первую очередь о разбавлении масла продуктами несгоревшего топлива, содержащегося в картерных газах. При этом протекание процессов термического разрушения маловероятно.

Динамика уменьшения щелочного числа — от 0.2 до 3.9%. Однако увеличения кислотного числа не наблюдается. Но с одной из проб масла ситуация иная. Здесь имеет место потеря эксплуатационных свойств моторного масла по рассматриваемым показателям: вязкость уменьшилась на 41%, щелочное число уменьшилось на 17%, кислотное число увеличилось на 2%. Отмечено, что добавление присадки "Ремол-2" обуславливает снижение вязкости на 12%, что выше критического уровня. Уменьшение щелочного числа при этом составляет 6%, и снижение кислотного числа на 24%. Таким образом, на фоне значимого влияния ускоренного обогащения "свежего" моторного масла картерными газами, проявление свойств присадки "Ремол-2" на срабаты



**Рис. 2.** Зависимость критерия *E*<sub>м</sub> от наработки газопоршневых двигателей: *1* – текущие значения; *2* – критическое значение.

вание пакета основных присадок неоднозначное. Это вызвано ограниченностью экспериментальных данных. Что касается изменений в концентрации химических элементов, то она примерно пропорциональна изменению щелочного числа.

Если произвести оценку критерия, то его значения в соответствии с выражением (3) для образцов масел составят: № 1 – 2.33; № 2 – 2.45; № 3 – 3.11; № 4 – 3.27; № 5 – 3.17. Предварительно, оценивая только образцы № 1–3, следует считать, что чем меньше значение критерия  $E_{\rm M}$ , тем выше его функциональность эксплуатационных свойств.

Оценив критерий  $E_{\rm M}$  для масла GProfi PSN 40 при обработке результатов исследований [9], нами получены другие результаты (рис. 2), показывающие, что критерий  $E_{\rm M}$ с увеличением наработки двигателей T по экспоненциальной зависимости (при достоверности аппроксимации данных  $R^2 = 0.95$ )

$$E_{\rm M} = ae^{bT},\tag{5}$$

где T – наработка двигателя, моточасы; a = 7.23, b = -0.001 – коэффициенты экспоненциальной зависимости для моторного масла GProfi PSN 40.

Результаты исследований (рис. 2) показывают, что: 1) критерий  $E_{\rm M}$  отражает динамику изменения показателей масла по наработке двигателей; 2) для более точного определения закона изменения  $E_{\rm M}$  необходимы более обширная статистика; 3) для конкретно рассматриваемого класса моторного масла коэффициенты *a* и *b* формулы (5) будут иметь свои конкретные значения.

Таким образом, складываются предпосылки к получению массива данных по предложенному критерию. При этом появляется возможность прогнозировать эксплуатационные свойства моторных масел по наработке двигателя, работающего на соответствующих режимах [10].

Из выражения (5) следует, что развернутый эксплуатационный ресурс T, на котором проявляются свойства моторного масла в соответствии с выражением (4) может определяться моделируемым временем t взаимодействия свежего объема моторного масла с картерными газами. Логичным представляется и то, что это время может рассматриваться как свернутый моделируемый ресурс с учетом масштабного коэффициента (коэффициента ускорения нагружения моторного масла картерными газами).

Выводы. Учет предложенных в статье критериев позволяет выполнять оценку влияния картерных газов на эксплуатационное состояние моторного масла по мере расходования двигателем своего ресурса. Для определения более точных количественных характеристик конкретных сортов масел необходимо проведение более обширных статистических исследований. Предложенные подходы с учетом результатов экспериментальных исследований применимы и для других сортов масел, а также типов и моделей двигателей внутреннего сгорания.

#### БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы благодарны за помощь в техническом редактировании, редактировании перевода статьи Патрику Ван Рименанту, доценту факультета инженерных технологий, руководителю отдела обучения кафедры сварочного оборудования Левенского Католического университета, Кампус Де Найер, Синт-Кателейне-Вавер, Ян де Найерлаан 5, Бельгия, 2860, e-mail: patrick.vanrymenant@kuleuven.be.

#### КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Андриянов С.М., Никишин В.Н., Куликов А.С. Анализ и разработка маслоотделителя системы вентиляции картера высокофорсированного автомобильного двигателя // Тракторы и сельхозмашины. 2017. № 10. С. 20. https://elibrary.ru/item.asp?id=30291178.
- 2. Парфенов Ю.А. Устройство вентиляции картерных газов. Патент РФ на изобретение № 2509220. Опубликован 10.03.2014. Бюллетень № 7.
- 3. *Ponomarev I.A., Kopylov K.A.* Reducing the Level of Engine Oil Reflux into the Crankcase Ventilation System of a V-engine // The History of Land Transport. 2018. № 4 (1). C. 26. https://www.elibrary.ru/item.asp?id=36984570.
- 4. Дунаев А.В. Разработка методов контроля и управления техническим состоянием самоходных машин в агропромышленном комплексе. Дисс. ... д.т.н. М.: Российский государственный аграрный университет. МСХА имени К.А. Тимирязева, 2016. 397 с.
- 5. *Сагин С.В.* Реология моторных масел при режимах пуска и реверса судовых малооборотных дизелей // Universum: Технические науки: электронный научный журнал. 2018. № 3 (48). С. 67. http://7universum.com/ru/tech/archive/item/5651
- 6. Агровиченко Д.В., Ковальский Б.И., Безбородов Ю.Н. Количественная оценка влияния доливов на термоокислительную стабильность частично синтетических моторных масел // Южно-Сибирский научный вестник. 2020. № 3 (21). С. 46. https://www.elibrary.ru/item.asp?id=43126942
- Ковальский Б.И., Шрам В.Г., Петров О.Н., Сокольников А.Н., Иванова С.И. Исследование влияния процессов окисления на вязкостно-температурные свойства моторных масел // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2016. Выпуск 7. Часть 2. С. 182. https://www.elibrary.ru/item.asp?id=27157058
- Кравцова Е.Г., Верещагин В.И., Ковальский Б.И., Лысянникова Н.Н., Шрам В.Г. Контроль состояния моторного масла Ravenol VSI 5W-40 SM/CF по концентрации продуктов старения и противоизносным свойствам // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. 2015. Выпуск 7. Часть 1. С. 214. https://www.elibrary.ru/item.asp?id=25070436
- Корнеев С.В., Пашукевич С.В., Тришкин А.О., Буравкин Р.В. Изменение характеристик моторных масел в газопоршневых двигателях большой мощности // Вестник Сибирского государственного автомобильно-дорожного университета. 2017. Выпуск 4–5 (56–57). С. 36. https://www.elibrary.ru/item.asp?id=30046079
- 10. Кубич В.И., Чернета О.Г. Комплексный критерий оценки эксплуатационного состояния моторного масла // Сучасні енергетичні установки на транспорті, технології та обладнання для їх обслуговування: CEVTTOO-2020. Матеріали 11 між нар. наук.-практ. конфер., 8–10 вересня 2019 року. Херсон: Херсонська державна морська академія, 2020. C. 46. http://kma.ks.ua/ua/images/fs/keseu/konferentsii/seutto\_2020.pdf

# ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ МЕХАНИКА. ДИАГНОСТИКА ИСПЫТАНИЯ

УДК 663.952.1

## АНАЛИЗ ОСОБЕННОСТЕЙ ТЕПЛОВЫХ ПОЛЕЙ УГЛЕРОДНЫХ НИТЕЙ РАЗНЫХ ТИПОВ

© 2021 г. Р. С. Ахметханов<sup>1,\*</sup>, А. А. Шульженко<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва, Россия \*e-mail: mibsts@mail.ru

> Поступила в редакцию 15.03.2021 г. После доработки 29.03.2021 г. Принята к публикации 26.04.2021 г.

Цель исследований — получение представления об особенностях тепловых полей различных углеродных нитей. Для этого были проведены экспериментальные исследования на различных типах углеродных нитей и при различных уровнях подводимых напряжений к ним. Полученные тепловые поля при этом исследовались методами теории фракталов для оценки степени упорядоченности теплового поля. Получено, что углеродная нить в оболочке имеет лучшие характеристики по упорядоченности теплового поля, но при этом уменьшается значение максимальной температуры теплового поля, среднеквадратическое отклонение плотности распределения температур в поле также меньше по сравнению с подобной нитью без оболочки, т.е. выше однородность теплового поля. Результаты исследований могут использоваться при создании различных изделий на основе углеродных нитей.

*Ключевые слова:* углеродные нити, филаменты, тепловое поле, упорядоченность, однородность, мультифрактальный спектр, связность Минковского, кластеризация **DOI:** 10.31857/S0235711921040027

В машиностроении и других отраслях народного хозяйства используются тканые электронагреватели, являющиеся элементами энергосберегающих нанотехнологий. Характерной чертой тканых нагревательных элементов является простота их конструкции, обеспечивающая высокую технологичность изготовления, способствующая возможности массового изготовления нагревателей с заданными электрическими и тепловыми параметрами. Повторяющаяся технологическая схема, используемая при изготовлении тканых нагревателей, и параллельное расположение тепловыделяющих элементов обеспечивает им небольшое отклонение от заданных физических параметров.

Тепловыделяющие элементы в тканых электронагревателях изготавливаются из различных материалов. Особое место занимают тепловыделяющие элементы из углеродных (графитовых) нитей. Их достоинствами являются высокая эластичность, электропроводность, а также возможность обеспечивать различные уровни и формы теплового воздействия, возможность их использования для эффективного контактного обогрева и т.д.

В тканом электронагревателе углеродная нить в качестве тепловыделяющего элемента используется в сочетании с другими нитями, как неэлектропроводными (основа тканой конструкции), так и низкоомными электропроводными нитями. С помощью низкоомных нитей создаются контактные соединения между углеродными нитями в виде контактных площадок. Они также используются для подведения электричества. Контактные соединения, построенные подобным образом, обеспечивают надежные электрические соединения между углеродными нитями. Они обладают крайне низкими переходными сопротивлениями, намного меньшими сопротивлениями, чем у самих нитей. Контактные соединения практически не влияют на характер тепловых полей, формируемых углеродными нитями.

Обычно к тканым электронагревателям предъявляют ряд требований, в первую очередь, по тепловым параметрам, которым они должны отвечать. Во многом, требуемые свойства тканых электронагревателей, определяются свойствами используемой электропроводной углеродной нити.

Отклонение электрических параметров у углеродной нити в процессе создания ткани достигает до ~20% [1]. Изучение физических свойств углеродной нити позволит добиться снижения отклонений параметров нити в ходе прохождения ею различных технологических операций, благодаря их усовершенствованию. Изменения параметров нити происходят и при эксплуатации углеродных нитей: они могут пушиться и разрываться. Поэтому результаты изучения свойств углеродной нити позволят в дальнейшем усовершенствовать и конструкцию, и технологию изготовления изделий, в которых используется электронагревательная ткань.

Так как электрическое сопротивление тепловыделяющего элемента является одним из основополагающих факторов при расчете мощности нагревателя, обеспечивающего нагрев [2], то рассмотрим, из чего оно складывается в углеродной нити.

Использованные при проведении исследований углеродные нити обладают протяженной структурой, которая организована из элементарных нитей в виде непрерывной формы — филаментов. Филаменты имеют длину меньше длины углеродной нити, распределение филаментов по длине нити имеет случайный характер. Также случайным образом филаменты располагаются и по сечению углеродной нити. Площадь и форма сечений отдельных филаментов так же является случайной величиной. Таким образом, электропроводность нити определяется электрическими свойствами филаментов и случайным распределением контактных взаимодействий между филаментами по объему нити.

Ранее проведенные эксперименты с углеродными нитями показали, что характеристики их тепловых полей зависят от уровня подведенного напряжения, и тепловое поле не имеет идеальной формы. Контур теплового поля и значения температур в нем меняется по длине нити [3].

Поэтому было проведено исследование характера (степени) упорядоченности и однородности теплового поля разных углеродных нитей. В эксперименте использовались три типа углеродных нитей: два образца с одинаковым количеством филаментов в скрутке нити (отличие между этими нитями заключается в том, что одна нить помещена в оболочку), а третий образец отличался отсутствием оболочки и с другим количеством филаментов в скрутке нити. Оболочка образца ПШУС изготовлена из кремнийорганической резины, все остальные технические характеристики схожи с нитью НШ-215. Данные нити сделаны на основе вискозной технической нити по специальной технологии.

В табл. 1 приведены технические характеристики исследуемых нитей.

В табл. 2 приведены данные измерений — подведенного напряжения (В) и тока (А) в нити. Напряжение подавалось источником постоянного тока ОКТОКОМ АТМ-1030. Время выдержки пять минут. Устройство измерения теплового поля — тепловизор фирмы Місгоп, модель М7604F. По каждой нити (длина нити l = 400 мм) проводилось семь измерений при различном уровне напряжения (от 6 до 24 В, с интервалом в 3 В).

Получено, что при одинаковом напряжении, подаваемом на каждый образец нити, уровень тока отличался в зависимости от типа нити. Это явление можно объяснить тем, что при одинаковости количества филаментов в сечении в первом и втором образцах, во втором образце (ПШУС) они прилегают более плотно, так как залиты кремнийорганической резиной, и электрическое сопротивление за счет большего ко-

Вид нити	НШ-215	ПШУС	H-100
Номинальная линейная плотность	215	215	100
Число филаментов	6000	6000	3000
Удельная разрывная нагрузка	24	24	25
Удлинение при разрыве, %, мин	0.5	0.5	0.3
Номинальное сопротивление, Ом/м	240	240	510
Отклонение от фактического, %	$\pm 10$	$\pm 10$	$\pm 50$
Содержание золы, %, не более	1.0	1.0	1.0
Содержание замасливателя, %	0.8	0.8	0.8
Число кручений, кр./м	120	120	8-100

#### Таблица 1. Технические характеристики

Таблица 2. Изменение тока в углеродных нитях (А) при изменении напряжения (В)

NºNº	Тип нити	Напряжение, В	Ток, А
1	НШ-215 (образец 1)	6	0.050
2		9	0.080
3		12	0.110
4		15	0.140
5		18	0.170
6		21	0.210
7		24	0.230
8	ПШУС (образец 2)	6	0.050
9		9	0.085
10		12	0.115
11		15	0.150
12		18	0.175
13		21	0.210
14		24	0.400
15	H-100 (образец 3)	6	0.020
16		9	0.040
17		12	0.060
18		15	0.080
19		18	0.100
20		21	0.110

личества контактных площадок с большей суммарной площадью контакта получается несколько меньше [3]. В третьем образце количество филаментов в сечении в  $\sim$ 2 раза меньше, чем в образцах *1* и *2*, поэтому и сопротивление  $\sim$ 2 раза больше.

На рис. 1 представлены графики зависимости максимальной температуры нити при различной величине подводимого напряжения *U*.

Все нити (образцы 1, 2 и 3) имеют максимальную температуру при напряжении 24 В (табл. 3). Наибольшую температуру в тепловом поле показал образец 1, содержащий число филаментов в сечении нити 6000. Отличие температур в образцах 1 и 2 вызыва-



**Рис. 1.** Зависимости максимальных температур углеродных нитей (*I* – НШ-215; *2* – ПШУС; *3* – Н-100) при различных величинах подводимых напряжений.

ется наличием кремнийорганической резины, представляющей собой тепловое сопротивление, снижающее температуру на внешней поверхности оболочки. Наименьшую температуру показал образец *3*, имеющий большое номинальное сопротивление нити (табл. 1) и число филаментов в сечении 3000.

Рассмотрим однородность и упорядоченность теплового поля. Однородность, каких-либо физических характеристик, определяется статистически с помощью коэффициента вариации. Вследствие того, что программа MikroSpec4 прилагаемая к тепловизору не имеет функции определения средней температуры в тепловом поле (математическое ожидание температурного множества), анализ отличий тепловых полей различных нитей при одинаковом уровне напряжений производился на основании среднеквадратических отклонений (СКО). Данные по СКО приведены в табл. 4. На рис. 2 показаны графики изменения величины СКО в зависимости от подведенного напряжения к нити.

Можно отметить, что характер изменения среднеквадратических отклонений для всех типов нитей носит идентичный характер. Он обладает сильной нелинейностью изменений. Отличие характеристик второго образца от первого связано с наличием во

Тип нити	Напряжение, В						
	6	9	12	15	18	21	24
НШ-215	30.9	33.2	36.5	40.7	44.6	52.5	57.7
ПШУС	29.7	30.8	32.5	34.0	36.8	43.4	45.0
H-100	30.0	30.0	30.7	32.3	33.5	35.1	37.3

Таблица 3. Максимальные температуры углеродных нитей при различных напряжениях

**Таблица 4.** Среднеквадратические отклонения температурных значений в тепловом поле по изображению теплового поля (уровни окрашенности пикселей 0-255) углеродных нитей

Тип нити	Напряжение, В						
	6	9	12	15	18	21	24
НШ-215	1.81	17.50	19.40	31.63	29.85	29.40	28.48
ПШУС	2.28	1.26	11.27	19.03	15.99	26.40	23.70
H-100	2.06	1.17	1.52	17.46	20.39	24.14	21.76



**Рис. 2.** Среднеквадратическое отклонение (СКО) плотности распределения температур в тепловом поле в единицах окрашенности пикселей: *1* – НШ-215; *2* – ПШУС; *3* – Н-100.

втором образце кремнийорганической резиновой оболочки, что приводит к сохранению более упорядоченной структуры нити, снижению уровня теплового поля и к некоторому снижению среднеквадратических отклонений. Отличие характеристик третьего образца от первого и второго возникает из-за снижения уровня теплового поля за счет более высокого электрического сопротивления, что также приводит к снижению среднеквадратичного отклонения. Применение кремнийорганической резиновой оболочки приводит к сближению значений среднеквадратического отклонения образца 2 к образцу 3.

Тепловые поля отражают характеристику структуры, включающую степень взаимной согласованности ее элементов — филаментов и контактных взаимодействий между ними. Рассмотрим тепловые поля исследуемых углеродных нитей с этой точки зрения.

Характер упорядоченности множества элементов углеродных нитей, отраженный тепловым полем, можно оценить с помощью методов теории фракталов. При этом фрактальные свойства объектов (процессов и изображений) различаются на моно-фрактальные и мультифрактальные.

Для количественного описания фракталов могут использоваться размерности Хаусдорфа или показатели скейлинга, характеризующие сохранность свойств геометрии, структуры или статистических характеристик изменения масштаба.

Однако в физике, химии, биологии и других науках встречаются явления и процессы, которые сложно оценить одним показателем скейлинга. Для описания таких структур, процессов и явлений нужен целый спектр показателей, а размерность Хаусдорфа является лишь одним из многих. Для описания таких процессов, структур и явлений был разработан мультифрактальный подход, который позволил описать их в терминах теории фракталов.

Фактически мультифрактальный подход означает, что изучаемый объект какимлибо образом можно представить в виде нескольких множеств, для каждого из которых наблюдаются свои собственные свойства самоподобия [4–6]. Таким образом, для выявления структурных свойств процессов, явлений и характеристик множеств в теории фракталов было предложено использовать множество размерностей  $D_q$  (q = 0, 1, 2, ..., n), определяющих их статистическую структуру [5, 6]

$$D_{q} = \lim_{\epsilon \to 0} \frac{1}{q-1} \frac{\ln \sum_{i=1}^{N(\epsilon)} p_{i}^{q}}{\ln \epsilon}, \quad q = 0, 1, 2, \dots, n,$$
(1)

где  $\varepsilon$  – мерная величина покрытия объекта;  $p_i$  – мера *i*-го покрытия.

Опыт применения мультифрактального подхода при исследовании структуры изучаемого объекта (временных рядов, изображений и множеств) показал наибольшую информативность следующих показателей, которые были определены в рамках теории фракталов:  $D_0$  – размерность Хаусдорфа–Безиковича, данная величина является фрактальной размерностью однородного множества;  $D_1$  – информационная размерность, данная размерность связана со скоростью роста количества информации;  $D_2$  – корреляционная размерность, характеризующая, например, в анализе динамических процессов размерность фазового пространства.

Для оценки мультифрактальных свойств данных в виде временных рядов, изображений или множеств изменения значений q выбирается от  $-\infty$  до  $+\infty$ .

 $D_{+q}$  и  $D_{-q}$  – экстремальные значения, отвечающие степени разреженности анализируемых данных. Положительный индекс *q* в выражении (1) – величина, определяющая повышенный вклад ячеек с относительно большими значениями меры *p*, а отрицательные значения индекса *q* определяют повышенный вклад ячеек с относительно низкими значениями меры *p*.

Полученный спектр размерностей  $D_q$  позволяет получить количественную характеристику структуры анализируемых данных — мультифрактальный параметр скрытой периодичности структуры (упорядоченности) —  $\Delta D = D_1 - D_q$ . Чем больше его значение, тем более упорядочена анализируемая структура [7].

Вся совокупность размерностей  $D_q$  характеризуется шириной спектра и асимметрией. Выражения, используемые при вычислении мультифрактального спектра, приведены в работе [4].

Мультифрактальный спектр представляется функцией вида  $f(\alpha)$ , которая характеризует зависимость числа элементов покрытия  $N_{\alpha}$  анализируемого множества от величины покрытия  $\varepsilon$  при некотором значении параметра  $\alpha$ , который связан функционально с индексом q

$$N_{\alpha}(\varepsilon) \sim \varepsilon^{-f(\alpha)}.$$

Величина функции  $f(\alpha)$  при условии  $\alpha$  = const соответствует размерности Хаусдорфа.

При равномерном распределении меры p на множестве мультифрактальный спектр представляется единственной точкой на плоскости ( $\alpha$ , f), а при неравномерном распределении меры p функция  $f(\alpha)$  имеет выраженный колоколообразный вид.

Физический смысл отдельных значений функции  $f(\alpha)$  заключается в том, что оно представляет размерность Хаусдорфа некоего однородного подмножества  $N_i$  из исходного множества N, характеризуемого одинаковыми вероятностями заполнения ячеек p. Поэтому набор различных значений функции  $f(\alpha)$  представляет собой спектр фрактальных размерностей однородных подмножеств, на которые можно разбить исходное множество N.

Ширина и асимметрия мультифрактального спектра являются характеристиками, которые могут оценивать структуры данных различного масштаба. В случае если мультифрактальный спектр будет иметь длинный левый хвост, исследуемые данные будут иметь структуру нечувствительную к локальным изменениям с малыми величи-


**Рис. 3.** Гистограммы распределения температур в тепловом поле образца: (a) -12 B; (б) -24 B.



**Рис. 4.** Мультифрактальные спектры для образца *1*: (а) – 12 В; (б) – 24 В.

нами. А если мультифрактальный спектр будет иметь длинный правый хвост, тогда данные соответствуют структурам, нечувствительным к локальным изменениям значений с большими величинами.

На рис. 3 приведены гистограммы плотности распределения температур в тепловом поле углеродной нити (образце *I*) при различных уровнях подводимых напряжений к нити. Гистограмма на рис. За представляет распределение с длинными хвостами, которое характерно для мультифрактальных распределений, температура в тепловом поле в диапазоне от 34 до 36.4°C. При напряжении в 24 В диапазон изменений температур от 55.2 до 58.0°C (рис. 36), а гистограмма представляет распределение близкое к нормальному распределению, что соответствует монофрактальному распределению [8].

На рис. 4 приведены мультифрактальные спектры для различных вариантов подводимого напряжения (программа *ImageJ*, модуль *FracLac*) также для образца 1. При напряжении 24 В (рис. 46) величина  $\Delta D$  значительно меньше, это говорит о том, что распределение температуры в тепловом поле является более неупорядоченным по сравнению с тепловым полем при 12 В. Уменьшение ширины мультифрактального спектра и величины  $\Delta D$  показывает на монофрактальный характер распределения значений температур в тепловом поле.

В табл. 5 приведены значения фрактальной размерности  $D_0$  и отмечены значения напряжений, при которых тепловое поле более упорядочено (уп.) или наоборот не-

Нить	Напряжение, В						
	6	9	12	15	18	21	24
НШ-215	1.3711	1.3022	1.4312 уп.	1.3722	1.5082	1.4617	1.3992 н/уп.
ПШУС	1.3064	1.3019	1.3329	1.1990	1.2848 уп.	1.4118	1.3608
H-100	1.3820	1.4804	1.6328	1.7230 уп.	1.5687	1.4736	1.5591 н/уп.

**Таблица 5.** Фрактальная размерность *D*<sub>0</sub>

упорядоченно (н/уп.) (образцы 1 и 3). К тому же, по образцу 1 получено, что при напряжении 24 В мультфрактальный спектр вырождается в монофрактальный (оценивается программой *ImageJ*). По образцу 2 упорядоченность теплового поля менялась незначительно по ширине спектра и по величине  $\Delta D$  в зависимости от напряжения, более упорядоченное поле получено при 18 В. Все спектры мультифрактальные.

На рис. 5 приведены графики изменения связности Минковского (образец 1 при напряжении 12 и 24 В), которая показывает характер изменения температур в тепловом поле. Данные температурные поля были выбраны из-за значительных отличий их упорядоченности

Связность Минковского определяется функцией  $\chi$ , которая оценивает количественно связанность изображения теплового поля по значениям температуры

$$\chi = \frac{N_w - N_b}{N}$$

где N – общее число пикселей в изображении термограммы;  $N_w$  – число непрерывных наборов белых пикселей (сегментов). Пиксели, которые ниже порога, называются "черными";  $N_b$  – число непрерывных наборов (сегментов) "черных" пикселей.

Пороговое значение — текущее значение температуры T в диапазоне температур теплового поля [9]. Точка  $T^*$  соответствует условиям равенства по численности наборов черных и белых пикселей.

Представленные функции связности Минковского отличаются по виду и расположению точек *T*\*. При напряжении 12 В данная точка ближе к области максимальной температуры в тепловом поле. Отличие этих функций (рис. 5) также состоит в том, что для теплового поля при напряжении 12 В максимум связности на уровне 0.02 в диапазоне максимальных температур, тогда как при 24 В она меньше — максимальное зна-



**Рис. 5.** Связность Минковского  $\chi$  при напряжениях: – 12 В; (б) – 24 В (образец *1*).



Рис. 6. Кластеризация изображений теплового поля при различных напряжениях: (а) – 12 В; (б) – 24 В.

чение 0.012. Но при этом есть особенность — два пика с близкими максимальными отрицательными значениями в области температур в диапазоне от 55.2 до 56.6°С. Особенности структуры изображения характеризует и асимметрия функции связности Минковского по максимальным значениям.

Максимальные значения связности Минковского по модулю (положительные и отрицательные) показывают уровни температур, где наибольшее различие по количеству непрерывных наборов областей (перколяционных сегментов, кластеров) с меньшими и большими температурами. Поэтому чтобы визуально оценить эти качественные отличия тепловых полей (распределение масштабных элементов) нити HШ-215 (образец *I*), которые отличались по упорядоченности, был проведен кластерный анализ их изображений. На рис. 6 приведены результаты кластеризации методом *K*-срединных. Максимальное число кластеров было получено для 12 В – 26 кластеров, а для 24 В – 16 кластеров. Кластеры обозначены уровнем окрашенности пикселей. Структура теплового поля при напряжении 12 В более упорядочена и имеет более равномерное распределение кластеров и их размеров, тогда как при напряжении 24 В сильно отличается по размерам и неравномерности распределения их по тепловому полю.

Заключение. Выявлено, что при изменении подаваемого напряжения на углеродную нить упорядоченность теплового поля меняется (мультифрактальные спектры изображений теплового поля изменяются). Изменения характера теплового поля также показаны с помощью кластерного анализа и вычислением функции связности Минковского. Кластерный анализ показал на разное количество значимых кластеров при различных уровнях подаваемого напряжения на одну и ту же углеродную нить.

Функция Минковского, характеризующая связанность теплового поля на разных пороговых значениях температуры, показывает качественную и количественную распределенность областей с близкой температурой (сегменты).

Наибольшая неупорядоченность теплового поля была в образцах 1 и 3 при напряжении 24 В, тогда как упорядоченность теплового поля в этих образцах определилась для образца 1 – при 12 В, а для образца 3 – при 15 В. Для образца 2 (с оболочкой) при данных напряжениях наибольшая упорядоченность теплового поля при напряжении 18 В. Такие различия в распределении упорядоченности связаны со случайным характером распределения филаментов как по сечению, так и вдоль углеродных нитей и перераспределения контактных взаимодействий при изменении подаваемого напряжения.

За счет фрактальности структуры углеродной нити (вероятностного характера распределения филаментов при их укладке в жгут) электропроводность нити значительно отличается по длине нити. При этом эти свойства меняются с течением времени, они отличаются и при различном уровне подводимого напряжения. С увеличением напряжения характер изменения силы тока становится нелинейным. Это происходит из-за контактного взаимодействия филаменов, которое влияет на локальную электропроводность углеродной нити. При этом одновременно происходит изменение электрического сопротивления всей углеродной нити, которое также связано с его ковалентной структурой, ростом валентных электронов в зоне проводимости по мере роста температуры с ростом напряжения электрического поля [10]. Эти изменения происходят одновременно и они независимы друг от друга.

## КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Ахметханов Р.С., Шульженко А.А. Электропроводность и фрактальные свойства углеродных нитей // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2019. № 6. С. 99.
- 2. Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С. "Теплопередача". М.: Энергия, 1975. 487 с.
- 3. *Deng Y*. Carbon fiber electronic interconnects. Dis. ... Ph. D. University of Maryland, CollegePark, 2007. 74 p
- 4. *Павлов А.Н., Анищенко В.С.* Мультифрактальный анализ сложных сигналов // Успехи физических наук. 2007. Т. 177. № 8. С. 859.
- Baranowski P., Krzyszczak J., Slawinski C. and other. Multifractal analysis of meteorological time series to assess climate impacts // Climate research. 2015. V. 65. P. 39.
- 6. *Малинников В.А, Учаев Д.В., Учаев Дм.В., Тиен Ч.Р.* Разведочный мультифрактальный анализ многозональных космических изображений // Известия высших учебных заведений. Геодезия и аэрофотосъемка. 2018. Т. 62. № 5. С. 569.
- 7. Встовский Г.В. Элементы информационной физики. М.: МГИУ, 2002. 260 с.
- 8. Филимонов А.В. Мультифрактальные модели временных рядов. Препринт Р1/2010/06. Нижний Новгород: НФ ГУ-ВШЭ, 2010. 45 с.
- 9. Klapetek P., Nečas D., Anderson Chr. Руководство пользователя Gwyddion. Статистический анализ, 2021 (gwyddion.net)
- 10. Дмитриев А.С. Введение в нанотеплофизику. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2015. 790 с.