

СОДЕРЖАНИЕ

Том 503, 2022

ФИЗИКА

Идея и практическая реализация “гигантской” коаксиальной линии с плазменным заполнением для моделирования эффектов взаимодействия электромагнитных импульсов с частично ионизированной газовой средой

М. Б. Гойхман, А. В. Громов, В. И. Гундорин, М. Е. Гуцин, И. Ю. Зудин, С. Ю. Корнишин, С. В. Коробков, А. В. Котов, А. В. Кузин, К. Н. Лоскутов, А. В. Палицин, А. В. Стриковский, Е. А. Мареев

3

Сверхширокополосная система для измерения напряженности электрического поля на основе кристалла теллурида кадмия в диэлектрическом волоконном сенсоре

Т. В. Долматов, В. В. Букин, С. В. Гарнов, О. А. Герасимчук, Ю. Ю. Поповский, В. В. Неуструев, К. Ю. Сахаров, О. В. Михеев

8

Паровой взрыв: экспериментальные наблюдения стадии спонтанного триггеринга процесса

А. В. Клименко, С. Н. Вавилов, Н. В. Васильев, Ю. А. Зейгарник, Д. А. Скибин

13

Координаты волнового аттрактора в трапециевидном водном бассейне со стратификацией

А. Г. Петров

17

Математическая теория рассеяния в электромагнитных волноводах

Б. А. Пламеневский, А. С. Порецкий, О. В. Сарафанов

23

Математическая теория зажигания накаливаемой поверхностью

А. А. Филиппов, А. А. Берлин

28

МЕХАНИКА

Инициирование детонации при взаимодействии ударной волны с горючим газовым пузырем

П. Ю. Георгиевский, О. Г. Сутырин

35

Аномальное влияние отсоса на неустойчивость сверхзвукового пограничного слоя

И. В. Егоров, А. В. Новиков, А. О. Образ

42

Численное исследование течения в кольцевом сопле на основе турбулентной модели

В. А. Левин, Н. Е. Афонина, В. Г. Громов, А. Н. Хмелевский

47

Об использовании нескольких подвижных масс для переориентации тела

Ф. Л. Черноусько

52

ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

Широкополосный высокоселективный микрополосковый фильтр на двухмодовых резонаторах

Б. А. Беляев, С. А. Ходенков, И. В. Говорун, А. М. Сержантов

57

Мощный преобразователь напряжения для заряда АКБ на борту летательного аппарата с гибридной силовой установкой

А. Н. Варюхин, М. В. Гордин, А. В. Дутов, С. И. Мошкунев, С. В. Небогаткин, В. Ю. Хомич, Е. А. Шершунова

63

Формирование тонкой структуры перлитной стали при сверхдлительной пластической деформации

К. В. Григорович, В. Е. Громов, Р. В. Кузнецов, Ю. Ф. Иванов, Ю. А. Шлярова

69

CONTENTS

Volume 503, 2022

PHYSICS

- Idea and Practical Implementation of the “Gigantic” Plasma Filled Coaxial Line for Modeling the Interaction of Electromagnetic Pulses with Ionized Gas Medium
M. B. Goykhman, A. V. Gromov, V. I. Gundorin, M. E. Gushchin, I. Yu. Zudin, S. Yu. Kornishin, S. V. Korobkov, A. V. Kotov, A. V. Kuzin, K. N. Loskutov, A. V. Palitsin, A. V. Strikovskiy, and E. A. Mareev 3
- Ultra-Wideband Electric Field Measurement System Using CdTe-based Dielectric Fiber Tip Sensor
T. V. Dolmatov, V. V. Bukin, S. G. Garnov, O. A. Gerasimchuk, Y. Y. Popovskiy, V. V. Neustruev, K. Y. Sakharov, and O. V. Miheev 8
- Vapor Explosion: Experimental Observations of Spontaneous Triggering Phase
A. V. Klimenko, S. N. Vavilov, N. V. Vasil'ev, Yu. A. Zeigarnik, and D. A. Skibin 13
- Coordinates of the Wave Attractor in a Trapezoidal Water Basin with Stratification
A. G. Petrov 17
- Mathematical Scattering Theory in Electromagnetic Waveguides
B. A. Plamenevskii, A. S. Poretskii, and O. V. Sarafanov 23
- Mathematical Theory of Ignition by an Incandescent Surface
A. A. Philippov and A. A. Berlin 28
-

MECHANICS

- Detonation Initiation Upon Interaction of a Shock with Combustible Gas Bubble
P. Yu. Georgievskiy and O. G. Sutyryn 35
- Anomalous Suction Effect on the Supersonic Boundary Layer Instability
I. V. Egorov, A. V. Novikov, and A. O. Obraz 42
- Numerical Investigation of Annular Nozzle Flow Based on Turbulent Model
V. A. Levin, N. E. Afonina, V. G. Gromov, and A. N. Khmelevsky 47
- Use of Several Movable Masses for the Body Reorientation
F. L. Chernousko 52
-

TECHNICAL SCIENCES

- Highly Selective Wideband Bandpass Microstrip Dual-Mode Filter
B. A. Belyaev, S. A. Khodenkov, I. V. Govorun, and A. M. Serzhantov 57
- Powerful DC/DC Voltage Converter for Battery Charging on Board Aircraft with a Hybrid Power Plant
A. N. Varyukhin, M. V. Gordin, A. V. Dutov, S. I. Moshkunov, S. V. Nebogatkin, V. Yu. Khomich, and E. A. Shershunova 63
- Formation of Fine Structure of Pearlite Steel under Ultra-Long Plastic Deformation
K. V. Grigorovich, V. E. Gromov, R. V. Kuznetsov, Yu. F. Ivanov, and Yu. A. Shliarova 69
-
-

УДК 533.9.07,537.874

ИДЕЯ И ПРАКТИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ “ГИГАНТСКОЙ” КОАКСИАЛЬНОЙ ЛИНИИ С ПЛАЗМЕННЫМ ЗАПОЛНЕНИЕМ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭФФЕКТОВ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ИМПУЛЬСОВ С ЧАСТИЧНО ИОНИЗИРОВАННОЙ ГАЗОВОЙ СРЕДОЙ

© 2022 г. М. Б. Гойхман¹, А. В. Громов¹, В. И. Гундорин¹, М. Е. Гущин^{1,*}, И. Ю. Зудин¹,
С. Ю. Корнишин¹, С. В. Коробков¹, А. В. Котов¹, А. В. Кузин¹, К. Н. Лоскутов¹, А. В. Палицин¹,
А. В. Стриковский¹, член-корреспондент РАН Е. А. Мареев¹

Поступило 23.12.2021 г.

После доработки 23.12.2021 г.

Принято к публикации 28.12.2021 г.

Для лабораторного моделирования явлений, возникающих при распространении сверхширокополосных электромагнитных импульсов (СШП ЭМИ) в атмосфере и ионосфере Земли, предложена и реализована концепция крупномасштабной (“гигантской”) коаксиальной линии, которая заполняется частично ионизированной плазмой и возбуждается генератором наносекундных импульсов. Линия позволяет воспроизводить эффекты трансформации формы СШП ЭМИ за счет дисперсии и нелинейных эффектов в плазме, в том числе при наличии внешнего магнитного поля. Характеристики линии продемонстрированы в вакуумной камере крупномасштабного плазменного стенда “Крот”.

Ключевые слова: сверхширокополосный электромагнитный импульс, плазма, лабораторное моделирование, ионосфера

DOI: 10.31857/S2686740022020067

Вопросы взаимодействия электромагнитных импульсов (ЭМИ) с плазмой [1] представляют большой интерес, в первую очередь в связи с явлениями, которые могут развиваться в верхних слоях атмосферы и ионосфере при быстропротекающих геофизических событиях, служащих источниками ЭМИ, включая молниевые разряды [2–4]. Влияние плазмы на распространение ЭМИ (такие как дисперсия, рассеяние на неоднородностях фоновой ионизации и нестационарная дополнительная ионизация в поле мощных ЭМИ) необходимо учитывать при разработке перспективных систем сверхширокополосной (СШП) радиосвязи с ионосферными каналами, космических систем мониторинга электромагнитной обстановки и т.д.

Лабораторное моделирование считается одним из перспективных подходов, позволяющих не только определить качественную картину физических явлений, но и верифицировать разработа-

ваемые модели за счет использования должным образом обоснованного набора критериев подобия [5]. Сегодня наносекундный диапазон длительностей достаточно хорошо освоен технически и обеспечен приборами для возбуждения и осциллографической регистрации СШП ЭМИ, включая датчики для прямых измерений электрических и магнитных полей. Вместе с тем, необходимость воспроизведения в лаборатории условий распространения ЭМИ, близких к распространению в околоземной среде в широком диапазоне давлений и концентраций электронов, накладывает жесткие (или даже экстремальные) ограничения на минимальный размер вакуумной камеры. Чтобы приблизить условия взаимодействия ЭМИ с лабораторной плазмой к таковым в ионосфере, необходимо, с одной стороны, организовать большую трассу прохождения ЭМИ через ионизированный газ, с другой – обеспечить достаточную протяженность и однородность фоновой ионизации в плоскости поляризации ЭМИ, распространяющегося в форме квазипоперечной электромагнитной волны.

Согласно оценкам из работы [6], для наблюдения дисперсионной трансформации ЭМИ с дли-

¹Институт прикладной физики

Российской академии наук, Нижний Новгород, Россия

*E-mail: mguschin@ipfran.ru

тельностью порядка 1 нс длина лабораторной плазмы должна составлять не менее нескольких метров. Но даже при наличии плазменного столба требуемой длины и диаметра возбудить ЭМИ в форме плоской, слаборасходящейся волны в плазме очень трудно. Например, поперечная неоднородность плазмы, облучаемой СШП ЭМИ из рупорной антенны, приводит к сильной рефракции электромагнитного излучения. Навязываемая вакуумной камерой волноводная дисперсия искажает спектр и форму СШП ЭМИ; также трудно бороться с переотражениями ЭМИ на стенках камеры, поскольку широкополосные радиопоглощающие материалы, эффективные на частотах ниже 1 ГГц и допустимые к применению в вакууме, должны занимать слишком большой объем. Возможно, в будущем будут созданы плазменные камеры объемом порядка 1000 м³ и более, в которых эти проблемы удастся решить, в том числе за счет применения новых технологий безэхового покрытия. В более же компактных объемах, чтобы моделировать взаимодействия ЭМИ с предварительно ионизированной газовой средой на протяженной трассе, предпочтительней использовать направляющие структуры – передающие линии, поддерживающие распространение ЭМИ в ТЕМ моде. Передающая линия, в зазоре которой создается плазма, позволяет локализовать электромагнитное поле в поперечном направлении, в целом сохраняя свойства распространяющейся в ней ТЕМ моды близкими к свойствам волны в свободном пространстве. К ключевым свойствам, которые могут быть воспроизведены в передающих линиях, относятся квазипоперечная поляризация ЭМИ, наличие плоского фронта, распространение со скоростью света в отсутствие плазмы. Такой подход был предложен в 1970-е годы в США и подтвердился успешными экспериментами с симметричными полосковыми линиями на небольших установках [7]. В дальнейшем эта концепция длительное время не получала развития, в первую очередь – из-за отсутствия в распоряжении экспериментаторов плазменных камер необходимой (не менее нескольких метров) длины.

Крупномасштабный стенд “Крот” (ИПФ РАН) является одной из крупнейших плазменных установок России и мира [8]. На стенде возможно создание квазиоднородной плазмы в объеме до нескольких десятков кубических метров. Диаметр камеры стенда – 3 м; длина плазменной трассы, которую можно организовать для распространения электромагнитных волн – более 10 м. Начатые на стенде несколько лет назад эксперименты по моделированию взаимодействия СШП ЭМИ с плазмой позволили, с одной стороны, получить обнадеживающие результаты, с другой – выявили проблемы, включая нежелательные искажения формы ЭМИ и рефракционные потери энергии, возникающие при облучении попереч-

но ограниченного плазменного столба. Эта работа привела нас к концепции крупномасштабной (или “гигантской”) коаксиальной линии (ГКЛ) с плазменным заполнением, которая была создана на стенде “Крот” в 2021 г. (рис. 1).

Изготовленная ГКЛ имеет внешний диаметр 1.4 м и общую длину 10 м. Линия состоит из центральной (рабочей) секции цилиндрической геометрии длиной 3 м и двух секционированных конических переходов длиной 3.5 м каждый. Внешний проводник выполнен из продольных алюминиевых полос шириной 7.5 см, установленных в рабочей секции со щелями шириной 5 см. Внутренний проводник выполнен из дюралюминиевой трубы диаметром 8 см в центральной секции, соединяемой с коническими медными электродами в трансформирующих переходах. Импеданс рабочей секции линии в вакууме составляет 170 Ом. Жесткость линии обеспечивает каркас из капролоновых колец и спиц; всего в состав линии входит несколько сотен деталей. Выбор такой конструкции облегчает линию и предупреждает ее деформацию под собственным весом. При сборке линия тщательно юстируется. Щелевая геометрия внешнего проводника позволяет вводить в рабочее пространство линии индукторы для генерации плазмы и средства диагностики.

Линия возбуждается генератором наносекундных импульсов. Полностью собранные конические переходы заканчиваются адаптерами на соединители международного (N-тип) или отечественного (тип IV по ГОСТ 20265-83) стандартов с волновым сопротивлением 50 Ом, с использованием которых производится проверка и настройка линии, а также ее запитка наносекундными генераторами с умеренным (до 50 кВ) уровнем амплитуды выходного напряжения [9, 10]. Секционированное исполнение конических переходов позволяет подключать к линии импульсное оборудование на напряжение порядка и выше 100 кВ с коаксиальными линиями увеличенного диаметра, такое как, например, наносекундный генератор РАДАН [11]. Для устройств с выходным импедансом около 50 Ом коаксиальная линия служит повышающим трансформатором с коэффициентом трансформации по напряжению около 1.8. В зависимости от амплитуды напряжения, для регистрации параметров прошедшего ЭМИ выход линии подключается к регистрирующей аппаратуре либо напрямую, либо через широкополосный высоковольтный аттенюатор, либо через ответвитель той или иной конструкции.

Для пробоя напускаемого в камеру рабочего газа и заполнения линии плазмой используется система из четырех кольцевых антенн-индукторов диаметром 90 см, установленных по всей длине рабочего отрезка линии с интервалами 75 см. Индукторы подключаются к импульсным ВЧ-ге-

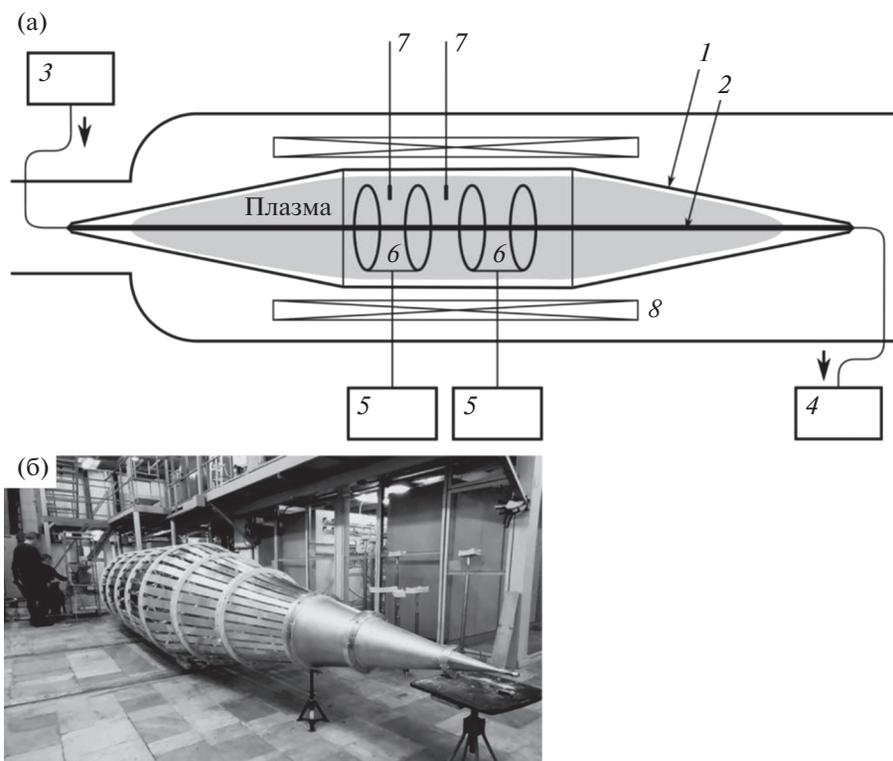


Рис. 1. а – Схема коаксиальной линии в камере стенда “Крот”: 1 – внешний проводник, 2 – внутренний проводник, 3 – генератор наносекундных импульсов, 4 – широкополосный осциллограф, 5 – ВЧ-генераторы плазмы, 6 – индукторы для пробоя рабочего газа, 7 – зонды, 8 – соленоид для создания внешнего магнитного поля; б – фотография коаксиальной линии перед ее установкой в вакуумную камеру.

нераторам стенда “Крот”, работающим на частоте 5 МГц в импульсе длительностью 1 мс. Для создания плазмы с требуемыми для данной работы параметрами достаточно мощности генератора уровня 100 кВт. Периодичность включения системы создания плазмы – 1 раз в 20 с. Рабочая секция ГКЛ установлена в соленоид длиной 3.5 м и диаметром 1.5 м, позволяющий замагничивать плазму полем с индукцией до 1 кГс.

Эксперименты удобно проводить в распадающейся плазме, после выключения плазмозадающих генераторов. Приводимые в статье экспериментальные результаты были получены в аргоне при давлении 5×10^{-4} Торр. Для импульсов напряжения с длительностью порядка 1 нс концентрация электронов, при которых плазма оказывается прозрачной для сигнала, не превышает $n_e \sim 5 \times 10^9 \text{ см}^{-3}$. Без внешнего магнитного поля такие значения концентрации достигаются через несколько миллисекунд после окончания ионизирующего импульса. За это время плазма успевает достаточно однородно заполнить линию по всему ее сечению (рис. 2), температура электронов составляет порядка 0.2 эВ. На рис. 3 показаны сигналы на выходе ГКЛ при ее возбуждении однополярным импульсом амплитудой около 150 В (длительность по полувысоте 800 пс, фронт на-

растания 300 пс) для различных концентраций плазмы. Хорошо видна дисперсионная трансформация импульса в плазме, при которой низкочастотные составляющие задерживаются относительно высокочастотных. Представленные на рис. 4 спектры принимаемых сигналов демонстрируют, с

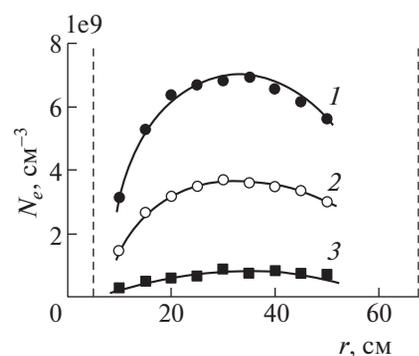


Рис. 2. Поперечное распределение концентрации распадающейся аргонной плазмы, заполняющей коаксиальную линию, полученное с помощью зонда с СВЧ-резонатором, в различные моменты времени после окончания ионизирующего импульса: 1 – 1.2, 2 – 1.7, 3 – 3.2 мс. Пунктиром указаны границы центрального и внешнего проводников коаксиальной линии.

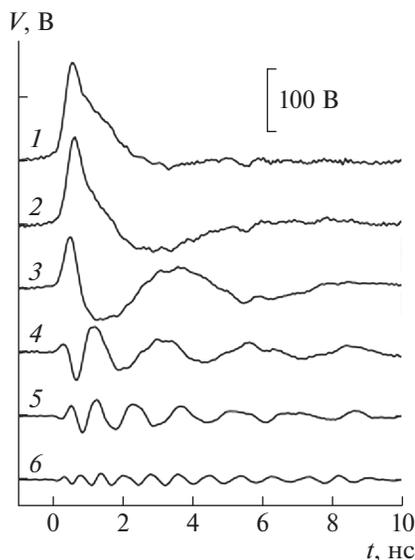


Рис. 3. Волновые формы ЭМИ после прохождения коаксиальной линии при различных значениях концентрации плазмы в рабочей секции (см^{-3}): 1 – без плазмы, 2 – 1.6×10^8 , 3 – 4.3×10^8 , 4 – 1.4×10^9 , 5 – 3×10^9 , 6 – 8.4×10^9 .

одной стороны, эффект отсечки, или запираания плазмой составляющих с частотами ниже плазменной частоты, с другой – отсутствие существенных потерь энергии импульса в полосе прозрачности плазмы для электромагнитного излучения, т.е. выше частоты отсечки. Другими словами, в полосе прозрачности плазма практически не отражает ЭМИ с заданными характеристиками и не поглощает его энергию.

В научном плане наибольший интерес представляют возможности ГКЛ как нового инструмента в части лабораторного моделирования нелинейных эффектов, развивающихся в поле мощных ЭМИ в наносекундном диапазоне длительностей на рекордно больших – до 10 м – пространственных масштабах.

Размеры линии позволяют исследовать трансформацию формы ЭМИ в частично ионизированном газе, обусловленную и дисперсией, и нелинейными эффектами. При высоких уровнях амплитуды ЭМИ – от нескольких единиц до нескольких сотен киловольт ГКЛ будет использоваться для моделирования процессов нестационарной ионизации газовых сред [12, 13] в зависимости от их состава, давления и начальной концентрации электронов, включая верификацию соответствующих моделей [14]. ГКЛ имеет перспективы применения в качестве плазменной дисперсионной линии для управления формой и амплитудой ЭМИ при испытаниях техники.

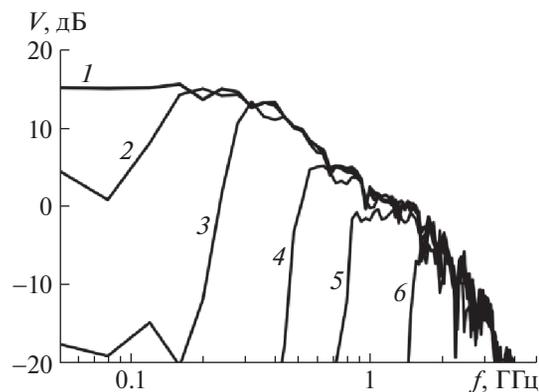


Рис. 4. Частотные спектры ЭМИ, представленные на рис. 3, для тех же значений концентрации плазмы в линии.

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы работы выражают благодарность В.А. Терехину за поддержку идеи ГКЛ и ценные дискуссии, А.С. Белову, А.Г. Люблинскому и В.В. Неуструеву за предоставленную аппаратуру и ценные консультации, А.А. Батурину, А.Г. Галке и М.А. Гурьяшову за сборку изделия, а также И.М. Вершинину, А.Н. Каткову, В.В. Кочедыкову и И.А. Петровой за помощь в проведении эксперимента.

ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки России (проект № 075-15-2020-790).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гуляев Ю.В., Стрелков Г.М. Распространение сверхширокополосного радиоимпульса в холодной плазме // ДАН. 2006. Т. 408. № 6. С.754–757.
2. Rowland H.L., Fernsler R.F., Huba J.D., Bernhardt P.A. Lightning driven EMP in the upper atmosphere // Geophys. Res. Lett. 1995. V. 22. № 4. P. 361–364.
3. Rodger C.J., Cho M., Clilverd M.A., Rycroft M.J. Lower ionospheric modification by lightning-EMP: Simulation of the night ionosphere over the United States // Geophys. Res. Lett. 2001. V. 28. № 2. P. 199–202.
4. Gombosi T.I., Baker D.N., Balogh A., Erickson P.J., Huba J.D., Lanzerotti L.J. Anthropogenic space weather // Space Science Reviews. 2017. V. 212. Issue 3–4. P. 985–1039.
5. Альевен Г., Фельтхаммар К. Космическая электродинамика. Основные принципы. М.: Мир, 1967. 260 с.
6. Gushchin M.E., Korobkov S.V., Strikovskiy A.V., Aidakina N.A., Zudin I.Yu., Terekhin V.A., Terekhin A.V., Soldatov A.V., Belov A.S. Transformation of an ultra-wide-band electromagnetic pulse in the process of its propagation through a large laboratory plasma // AIP Advances. 2019. V. 9. № 12. P. 125051–1 – 125051–6.
7. Carlile R., Cavalli A., Cramer W., Hyde R., Seidler W. Absorption of energy from a large amplitude electro-

- magnetic pulse by a collisionless plasma // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 1979. V. 27. № 5. P. 596–603.
8. Айдакина Н.А., Галка А.Г., Гундорин В.И., Гуцин М.Е., Зудин И.Ю., Коробков С.В., Костров А.В., Лоскутов К.Н., Могилевский М.М., Привер С.Э., Стриковский А.В., Чугунин Д.В., Янин Д.В. Моделирование физических явлений в ионосфере и магнитосфере Земли на крупномасштабном плазменном стенде “Крот”: некоторые результаты и перспективы // Геомагнетизм и аэронавигация. 2018. Т. 58. № 3. С. 331–342.
 9. Lyublinsky A.G., Korotkov S.V., Aristov Y.V., Korotkov D.A. Pulse power nanosecond-range DSRD-based generators for electric discharge technologies // IEEE Transactions on Plasma Science. 2013. V. 41. № 10. P. 2625–2629.
 10. Efanov V.M., Efanov M.V., Komashko A.V., Kriklenko A.V., Yarin P.M., Zazoulin S.V. High-voltage and high-PRF FID pulse generators // Ultra-Wideband, Short Pulse Electromagnetics. 2010. V. 9. P. 301–305.
 11. Mesyats G.A., Korovin S.D., Rostov V.V., Shpak V.G., Yalandin M.I. The RADAN series of compact pulsed power generators and their applications // Proc. of the IEEE. 2004. V. 92. № 7. P. 1166–1179.
 12. Solovyev A.A., Terekhin V.A., Tikhonchuk V.T., Altgilbers L.L. Electron kinetic effects in atmosphere breakdown by an intense electromagnetic pulse // Phys. Rev. E. 1999. V. 60. № 6. P. 7360–7368.
 13. Golubev A.I., Sysoeva T.G., Terekhin V.A., Tikhonchuk V.T., Altgilbers L.L. Kinetic model of the propagation of intense subnanosecond electromagnetic pulse through the lower atmosphere // IEEE Transactions on Plasma Science. 2000. V. 28. № 1. P. 303–311.
 14. Pusateri E.N., Morris H.E., Nelson E., Ji W. Comparison of equilibrium ohmic and nonequilibrium swarm models for monitoring conduction electron evolution in high-altitude EMP calculations. J. Geophys. Res.: Atmospheres. 2016. V. 121. Iss. 20. P. 11884–11899.

IDEA AND PRACTICAL IMPLEMENTATION OF THE “GIGANTIC” PLASMA FILLED COAXIAL LINE FOR MODELING THE INTERACTION OF ELECTROMAGNETIC PULSES WITH IONIZED GAS MEDIUM

M. B. Goykhman^a, A. V. Gromov^a, V. I. Gundorin^a, M. E. Gushchin^a, I. Yu. Zudin^a, S. Yu. Kornishin^a, S. V. Korobkov^a, A. V. Kotov^a, A. V. Kuzin^a, K. N. Loskutov^a, A. V. Palitsin^a, A. V. Strikovskiy^a, and Corresponding Member of the RAS E. A. Mareev^a

^a*Federal Research Center Institute of Applied Physics of the Russian Academy of Sciences, Nizhny Novgorod, Russia*

The concept of a large-scale (“gigantic”) coaxial line, which is filled with partially ionized plasma and excited by a nanosecond pulse generator, is proposed and implemented. The line is developed for the laboratory modeling of the propagation of ultra-wideband electromagnetic pulses (UWB EMP) in the atmosphere and ionosphere of the Earth. The line makes it possible to study UWB EMP transformation effects due to dispersion and nonlinear effects in plasma, including in the presence of an external magnetic field. The characteristics of the line are demonstrated in the vacuum chamber of a large-scale “Krot” device.

Keywords: ultra-wideband electromagnetic pulse, plasma, laboratory simulation, ionosphere

УДК 53.082.53

СВЕРХШИРОКОПОЛОСНАЯ СИСТЕМА ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ НАПРЯЖЕННОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ НА ОСНОВЕ КРИСТАЛЛА ТЕЛЛУРИДА КАДМИЯ В ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ВОЛОКОННОМ СЕНСОРЕ

© 2022 г. Т. В. Долматов^{1,*}, В. В. Букин¹, член-корреспондент РАН С. В. Гарнов¹, О. А. Герасимчук², Ю. Ю. Поповский², В. В. Неуструев², К. Ю. Сахаров³, О. В. Михеев³

Поступило 09.12.2021 г.

После доработки 09.12.2021 г.

Принято к публикации 14.12.2021 г.

В работе представлена относительно простая оптоволоконная система для измерения электромагнитных полей высокой мощности. В системе используется полностью диэлектрический первичный преобразователь с электрооптическим кристаллом CdTe в качестве преобразователя электрического поля. Волоконный сенсор малых размеров преобразует напряженность электрического поля в модуляцию оптической мощности. В работе измеряется и оценивается теоретически время нарастания переходной характеристики электрооптического датчика. Представленная система может использоваться при измерениях сверхширокополосных электромагнитных полей большой мощности.

Ключевые слова: эффект Погкельса, электрооптика, мощные электромагнитные поля, сверхширокополосное измерение поля

DOI: 10.31857/S2686740022020031

Исследования по измерению интенсивного электрического поля важны для множества областей, таких как техника высокого напряжения, технология генераторов электромагнитных импульсов и физика высоких энергий. Хотя антенны по-прежнему широко используются в измерениях электрического поля, они обладают определенными недостатками из-за их проводящей конструкции, например, сильное возмущение измеряемого поля, чрезмерные потери в кабельных линиях, отсутствие гальванической развязки и значительные размеры (порядка наибольшей длины волны для сверхширокополосных антенн). Оптоволоконные электрооптические (ЭО) датчики не имеют перечисленных недостатков, будучи полностью диэлектрическими и широкополосными по своей природе. Диэлектрическая конструкция делает такие датчики малоинвазивными, гальванически изолированными, а также не-

восприимчивыми к электрическим пробоям. ЭО-датчики имеют очень широкий диапазон рабочих частот, который в основном определяется материалом ЭО среды и ее размерами.

Линейный электрооптический эффект (также известный как эффект Погкельса), присутствующий в ряде кристаллических материалов, позволяет модулировать состояние поляризации света внешним электрическим полем, приложенным к материалу. Этот факт, а также широкое развитие волоконной связи, позволяет создавать датчики электрического поля с полностью диэлектрическими первичными преобразователями.

Было опубликовано значительное количество работ о создании таких датчиков и измерительных систем [1–4], а также обширные исследования по выбору электрооптических материалов [5, 6]. Основная цель данной работы – реализация относительно простой схемы датчика ЭО для системы измерения мощных сверхширокополосных импульсов электромагнитного поля.

¹Институт общей физики им. А.М. Прохорова Российской академии наук, Москва, Россия

²Всероссийский научно-исследовательский институт автоматики им. Н.Л. Духова, Москва, Россия

³Всероссийский научно-исследовательский институт оптико-физических измерений, Москва, Россия

*E-mail: timohodik@gmail.com

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Описываемый датчик электрического поля основан на электрооптическом кристалле теллурида кадмия (CdTe) размером $5 \times 5 \times 5$ мм, вырезанным вдоль оси [110]. Теллурид кадмия имеет наи-

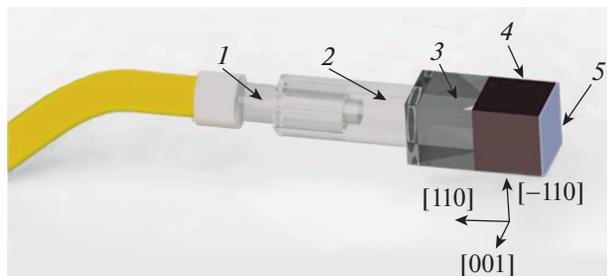


Рис. 1. Схема оптоволоконного первичного преобразователя электрического поля. 1 – волоконный коллиматор РМ, 2 – стеклянная трубка, 3 – куб поляризационного светоделителя, 4 – кристалл CdTe, 5 – волновая пластина $\lambda/8$ с высокоотражающим диэлектрическим покрытием. Дополнительно показана ориентация осей кристалла CdTe.

больший электрооптический отклик среди других кубических кристаллов и является изотропным в отсутствие электрических полей. Отсутствие естественного двулучепреломления в кубических кристаллах упрощает оптическую систему, поскольку снимает необходимость компенсировать температурный дрейф двулучепреломления. Первичный преобразователь датчика электрического поля, показанный на рис. 1, состоит из волоконного коллиматора с сохранением поляризации (РМ), поляризационного куба-светоделителя $5 \times 5 \times 5$ мм, кристалла CdTe и волновой пластины 5×5 мм $\lambda/8$ с оптической осью на диагонали и зеркальным покрытием с одной стороны. Датчик склеен с помо-

щью оптического клея NOA61 УФ-отверждения. Простота сборки первичного преобразователя обеспечивается совпадением размеров оптических элементов, и при склейке элементы достаточно хорошо ориентируются по граням благодаря поверхностному натяжению УФ-клея. Единственный этап, требующий юстировки, – склейка коллиматора и сборки поляризатора – кристалл – волновая пластина.

Компонента электрического поля вдоль оси кристалла $[-110]$ вызывает изменение состояния поляризации падающего света из-за электрооптического эффекта в CdTe. Это изменение поляризации затем преобразуется в изменение мощности с помощью поляризационного куба. Волновая пластина добавляет начальный фазовый сдвиг, чтобы обеспечить линейный отклик датчика. Используя матричное исчисление Джонса [7], выходной вектор Джонса датчика может быть записан как

$$X_{out} = Pol.R^{-1}.Cr.W.M.W.Cr.R.Pol.X, \quad (1)$$

с матрицами соответствующих элементов, приведенными в табл. 1.

Модуль X_{out} дает мощность света, отраженного от датчика:

$$|X_{out}| = P(E_{ext}) = P_0 \sin\left(\frac{\pi}{4} + \gamma(E_{ext})\right)^2, \quad (2a)$$

$$\begin{aligned} \gamma(E_{ext}) &= \frac{2\pi\alpha L n^3 r_{41} E_{ext}}{\lambda} = \\ &= S E_{ext} = 5.07 \times 10^{-7} \left[\frac{M}{B}\right] E_{ext}, \end{aligned} \quad (26)$$

где γ – величина фазового набег в кристалле CdTe, вызванного электрическим полем, $L = 5$ [мм] – длина кристалла, $n^3 r_{41} = 92.6$ [пм/В] – ЭО-отклик кристалла, $\lambda = 1550$ [нм] – длина волны света, E_{ext} [В/м] – напряженность внешнего электрического поля и $\alpha = 0.27$ – коэффициент ослабления электрического поля в кристалле CdTe, рассчитанный методом конечных элементов.

Выражение (2a) можно (в окрестности $E_{ext} = 0$, т.е. в линейном режиме) записать как

$$P(E_{ext}) = \frac{P_0}{2} + \delta P \approx \frac{P_0}{2} + P_0 S E_{ext}, \quad (3a)$$

$$\frac{\delta P}{P_0} = S E_{ext}, \quad (36)$$

где $S = 5.07 \times 10^{-7}$ [м/В] представляет указанную чувствительность датчика. В эксперименте δP и $\frac{P_0}{2}$ получают из переменного и постоянного фототока соответственно.

На рис. 2 изображена схема измерительного стенда с ЭО первичным преобразователем. Стенд

Таблица 1. Матрицы Джонса компонентов датчика

Обозначение	Описание	Матрица/Вектор Джонса
X	Вектор падающего излучения	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
Pol	Поляризатор	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
R	Матрица поворота на 45° ¹	$\begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$
Cr	Двулучепреломление кристалла CdTe	$\begin{pmatrix} e^{i\gamma/2} & 0 \\ 0 & e^{-i\gamma/2} \end{pmatrix}$
W	Двулучепреломление пластинки $\lambda/8$	$\begin{pmatrix} e^{i\pi/8} & 0 \\ 0 & e^{-i\pi/8} \end{pmatrix}$
M	Зеркало	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

¹Матрица поворота учитывает оси кристалла и волновой пластины, выровненные под углом 45° к поляризации входящего света.

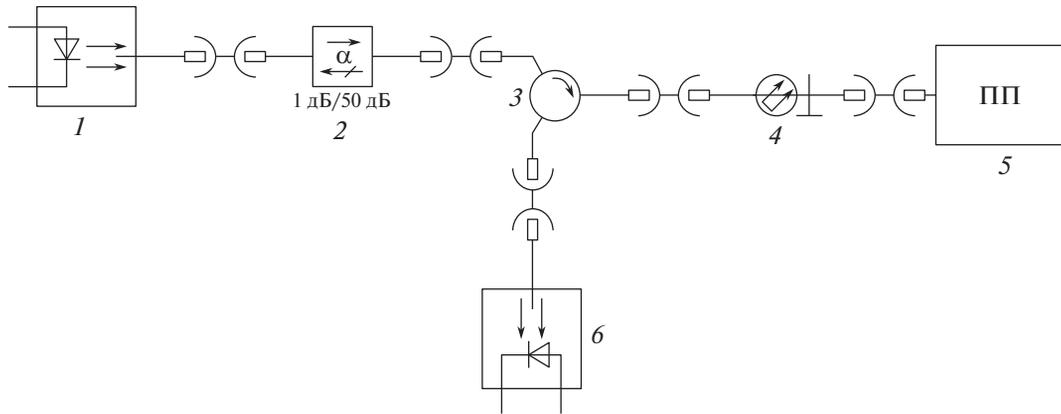


Рис. 2. Схема измерительного стенда: 1 – лазерный модуль, 2 – оптоволоконный изолятор, 3 – оптоволоконный циркулятор, 4 – оптоволоконная кабельная линия с сохранением поляризации, 5 – первичный преобразователь, 6 – фотоприемное устройство.

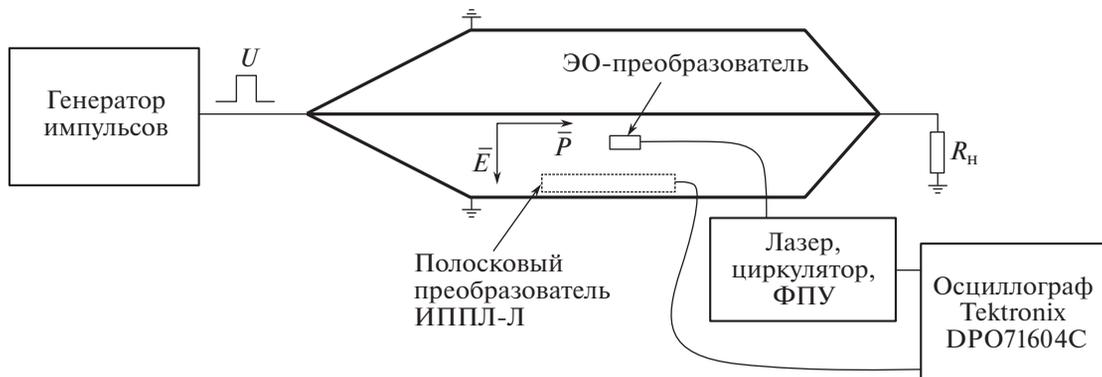


Рис. 3. Схема эксперимента. Полеобразующая система запитывалась генератором высоковольтных импульсов. Напряженность электрического поля внутри линии регистрировалась с помощью полоскового и электрооптического преобразователей. На схеме указаны направления вектора напряженности электрического поля (E) и вектора Пойнтинга (P).

состоит из одночастотного лазера Thorlabs SFL1550P с контроллером CLD1015, изолятора IO-G-1550-APC, циркулятора CIR1550PM-APC, первичного преобразователя электрического поля и фотоприемного устройства (ФПУ) производства НПФ «ДИЛАЗ» с усилителем 20 дБ (время нарастания 70 пс). Сигнал с фотоприемного устройства регистрировался осциллографом Tektronix DPO71604C (время нарастания 25 пс).

Первичный преобразователь помещался в полеобразующую линию [8], представляющую собой симметричную полосковую линию высотой 20 см, в которой воспроизводились электромагнитные импульсы напряженностью 150 кВ/м и длительностью переднего фронта 76 пс с частотой повторения 1 кГц. Также в полеобразующую линию помещался эталонный измерительный преобразователь полоскового типа (ИППЛ-Л, время нарастания 36 пс, коэффициент преобразования 1.49×10^{-4} В/(В/м)). Схема эксперимента приведена на рис. 3.

РЕЗУЛЬТАТЫ

На рис. 4 представлены осциллограммы откликов электрооптического и полоскового преобразователей на электрическое поле волны в полеобразующей системе. Сигнал фототока $P_0/2$ ЭО датчика составил 1.5 В, таким образом, чувствительность ЭО преобразователя составила 1.52×10^{-6} В/(В/м).

На рис. 4а отклик полоскового преобразователя длится около 10 нс, что соответствует максимальному времени регистрации для данного преобразователя. Также можно видеть неоднородность на вершине отклика, соответствующую волне, отраженной от активной нагрузки полеобразующей системы. Заметим, что отраженная волна имеет разную полярность для двух преобразователей. Это связано с тем, что полосковые преобразователи корректно работают для волн, распространяющихся только в одном направлении (падающих на преобразователь спереди), в то время как отраженная волна падает на полосковый преобразователь сзади. Электрооптический

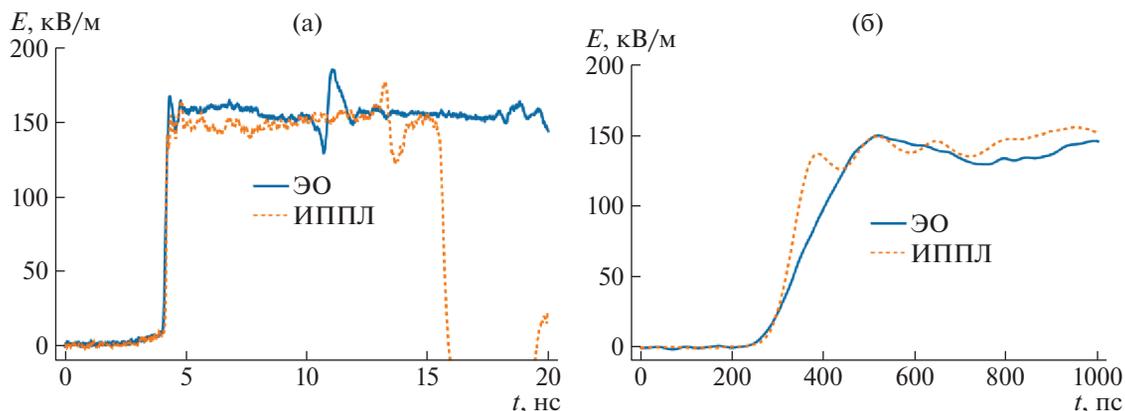


Рис. 4. Осциллограммы напряженности электрического поля, зарегистрированные с помощью полоскового и электрооптического преобразователя: а – на развертке 20 нс; б – на развертке 1 нс.

преобразователь лишен этих недостатков, и корректно отображает отраженную волну. Измеренное время нарастания переходной характеристики электрооптического преобразователя составило 140 пс, что хорошо согласуется с расчетным собственным временем нарастания ЭО-преобразователя, составившего 100 пс. Погрешность измерения напряженности электрического поля с помощью ЭО-датчика составляет не более 10% и определяется преимущественно неравномерностью вершины переходной характеристики и точностью калибровки.

ВЫВОДЫ

Экспериментально подтверждено, что представленный ЭО-датчик позволяет с приемлемой точностью измерять напряженность и временные параметры мощных импульсных электромагнитных полей с короткими фронтами (150 пс и более). Представленная ЭО-система относительно проста в сборке и эксплуатации, а также стабильна относительно температурных изменений благодаря использованию изотропного ЭО-кристалла. ЭО-датчик позволяет проводить измерения параметров мощных электромагнитных полей в относительно небольших пространствах, практически не искажая поле и не провоцируя электрических пробоев. Аналоговая информация от ЭО-датчика может передаваться на значительные расстояния (до сотни метров) без искажений благодаря использованию оптоволоконных кабелей.

ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Исследования выполнены при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (Соглашение 075-15-2020-790).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Togo H.* Flexibility and Sensitivity Enhancement in Optical Electric-Field Sensor with Bulk Electro-Optic Crystal. Graduate School of Systems and Information Engineering, University of Tsukuba, Japan, March 2010.
2. *Bernier M., Gaborit G., Duvillaret L., Paupert A., Lasserre J.-L.* Electric field and temperature measurement using ultra wide bandwidth pigtailed electro-optic probes // *Appl. Opt.* 2008. V. 47. P. 2470–2476.
3. *Gaeremynck Y., Gaborit G., Duvillaret L., Ruaro M., Le-coche F.* Two electric-field components measurement using a 2-port pigtailed electro-optic sensor // *Appl. Phys. Lett.* 2011. V. 99. P. 141102–1–3.
4. *Gaborit G., Jarrige P., Gaeremynck Y., Warzecha A., Bernier M., Lasserre J.-L., Duvillaret L.* Pockels' Effect-Based Probe for UWB and HPEM Measurements. *Ultra-Wideband, Short-Pulse Electromagnetics*. 2014. V. 10. P. 411–421.
5. *Duvillaret L., Rialland S., Coutaz J.* Electro-optic sensors for electric field measurements. I. Theoretical comparison among different modulation techniques // *J. Opt. Soc. Am. B*. 2002. V. 19. P. 2692–2703.
6. *Duvillaret L., Rialland S., Coutaz J.* Electro-optic sensors for electric field measurements. II. Choice of the crystals and complete optimization of their orientation // *J. Opt. Soc. Am. B*. 2002. V. 19. P. 2704–2715.
7. *Fowles G.R.* Introduction to Modern Optics. 2nd ed. Dover Publications, Inc: 31 East 2nd Street, Mineola, N.Y., USA, 1989. P. 33–52.
8. *Sakharov K.Y., Mikheev O.V., Turkin V.A., Sukhov A.V., Dobrotvorskyy M.I.* Get 148–2013: State Primary Special Standard of Units of Electric and Magnetic Pulse Field Strengths with Pulse Rise Time in the Range from 0.1 to 10.0 ns // *Measurement Techniques*. 2019. № 10 (61). P. 967–972.
<https://doi.org/10.1007/s11018-019-01534-z>

ULTRA-WIDEBAND ELECTRIC FIELD MEASUREMENT SYSTEM USING CdTe-BASED DIELECTRIC FIBER TIP SENSOR

**T. V. Dolmatov^a, V. V. Bukin^a, Corresponding Member of the RAS S. G. Garnov^a, O. A. Gerasimchuk^b,
Y. Y. Popovskiy^b, V. V. Neustruev^b, K. Y. Sakharov^c, and O. V. Miheev^c**

^a*Prokhorov General Physics Institute of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

^b*Dukhov Automatics Research Institute, Moscow, Russia*

^c*All-Russian Research Institute for Optical and Physical Measurements, Moscow, Russia*

A relatively simple fiber sensor system for high-power electromagnetic field measurements is presented. The system utilizes an all-dielectric fiber tip sensor head with CdTe electro optic (EO) crystal as an electric field transducer. The fiber sensor of small size converts electric field strength into modulation of light power. The rise time of the EO sensor is measured and evaluated theoretically. The system can be used for ultra-wideband high-power electric field low-intrusive measurements.

Keywords: pockels effect, electro-optics, high-power electromagnetic fields, ultra-wideband field measurement

ПАРОВОЙ ВЗРЫВ: ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ НАБЛЮДЕНИЯ СТАДИИ СПОНТАННОГО ТРИГГЕРИНГА ПРОЦЕССА

© 2022 г. Академик РАН А. В. Клименко¹, С. Н. Вавилов²,
Н. В. Васильев^{2,3,*}, Ю. А. Зейгарник², Д. А. Скибин⁴

Поступило 26.10.2021 г.

После доработки 17.11.2021 г.

Принято к публикации 17.11.2021 г.

Несмотря на большое число выполненных экспериментальных и расчетных работ, феноменологическое описание процесса парового взрыва остается неполным. Особенно много неизвестных вопросов приходится на стадию спонтанного (случайного) триггеринга тонкой фрагментации капель горячего расплава и начала собственно парового взрыва. Представлены опытные данные по спонтанному триггерингу резкого вскипания холодной воды на капле горячего расплава соли NaCl и возбуждению этим первичным взрывом аналогичных процессов на соседней капле (каплях) расплава. Тем самым, в лабораторных условиях получена и проанализирована начальная фаза триггеринга и представлены некоторые характеристики процесса.

Ключевые слова: паровой взрыв, недогретая вода, расплавленная соль, тонкая фрагментация, триггеринг, высокоскоростная видеосъемка

DOI: 10.31857/S2686740022010084

ВВЕДЕНИЕ

Под паровым взрывом обычно понимается процесс взаимодействия горячего расплавленного вещества с холодной жидкостью, когда температура вещества заметно превышает температуру предельного перегрева жидкости. Результатом такого взаимодействия является образование и резкий рост объема и давления паровой фазы. Несмотря на постоянное увеличение числа экспериментальных и расчетных работ, картина парового взрыва продолжает сохранять большое число “белых пятен” [1–4]. Это касается как феноменологического описания процесса и деталей отдельных стадий явления, так и практических рекомендаций по борьбе с ним. Особенно сложной и многоплановой является стадия триггеринга парового взрыва – запуск процесса тонкой фрагментации частиц (кластеров) горячей жидкости – продуктов стадии первичного дробления и смешения (premixing) горячей и холодной сред. Эти

исходные частицы имеют характерный размер порядка миллиметра и окружены нестационарной (колеблющейся) паровой пленкой холодной компоненты.

Сегодня общепризнано [1, 5, 6], что разрушение этой паровой пленки и вхождение горячей и холодной жидкостей в прямой контакт порождает тонкую фрагментацию горячей жидкости, рост ее удельной поверхности и собственно парового взрыва. Конкретные механизмы тонкой фрагментации, в принципе, могут быть разными [5, 6].

Экспериментально установлено, что триггеринг является случайным (стохастическим) началом процесса типа “цепной реакции”, вероятность возникновения которого, по-видимому, выше при больших объемах, прошедших стадию премиксинга горячего теплоносителя. Вероятность самопроизвольного (спонтанного) триггеринга (self-triggering) в лабораторных условиях, при изучении небольших (и даже одиночных) фрагментов существенно меньше, хотя и является отнюдь не нулевой. В лабораторных опытах в большинстве случаев прибегают к внешнему (принудительному) триггерингу – созданию импульса давления, разрушающего паровую пленку путем подрыва мембраны, резкого перемещения поршня, “электрического” взрыва проволоки и тому подобных мер.

В настоящей работе представлены результаты наблюдений спонтанно возникавшего микропарового взрыва на одиночной капле горячего рас-

¹ Национальный исследовательский технологический университет “МИСиС”, Москва, Россия

² Объединенный институт высоких температур Российской академии наук, Москва, Россия

³ Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

⁴ ООО “С7 КТС”, Москва, Россия

*E-mail: nikvikvas@mail.ru

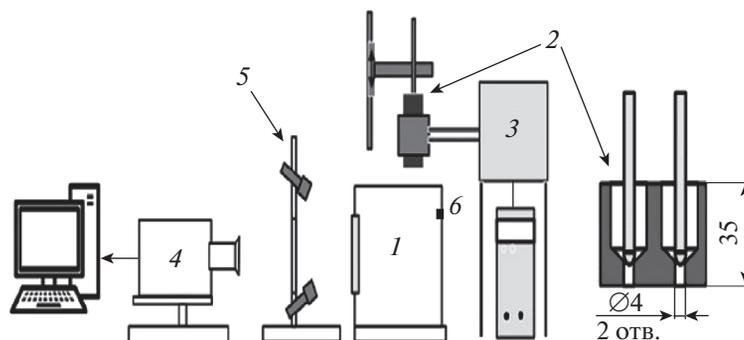


Рис. 1. Схема экспериментальной установки: 1 – емкость с дистиллированной водой; 2 – двуполостный графитовый тигель; 3 – индуктор; 4 – высокоскоростная видеокамера; 5 – фонари подсветки; 6 – датчик давления.

плава соли NaCl, импульса давления, сопровождающего этот микровзрыв, и возбуждения микропаровых взрывов на одной (двух) горячих каплях соли, расположенных по соседству. Тем самым, в определенной степени воспроизводилась начальная фаза реального спонтанного триггеринга парового взрыва.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Исследования проводились на экспериментальной установке, схема которой приведена на рис. 1. Емкость из нержавеющей стали, имеющая прямоугольное поперечное сечение 530×250 мм и высоту 230 мм, заполнялась до уровня 200 мм дистиллированной водой с комнатной температурой. На боковой стенке емкости было выполнено стеклянное смотровое окно для видеосъемки процесса.

Две одиночные капли исследуемого горячего вещества поступали в воду из устьев графитового тигля, расположенного на расстоянии 10–20 мм над свободной поверхностью воды. Тигель имел форму прямоугольного параллелепипеда – высотой 35 мм, шириной 33 мм и толщиной 23 мм. Внутри тигля были высверлены две цилиндрические полости диаметрами 10 мм на глубину 30 мм, расстояние между осями которых составляло 13 мм. В нижней части обеих полостей были сделаны сквозные отверстия диаметрами 4 мм, которые до момента подачи жидкой капли в емкость с водой были закрыты графитовыми цилиндрическими стержнями с коническими торцами. Температура в теле тигля и воды в емкости измерялась хромель-алюмелевыми термопарами и поддерживалась на заданном уровне с помощью вспомогательных электрических нагревателей. Масса соли, загружаемой в каждое устье тигля, варьировалась от 1 до 2 г. Нагрев тигля и плавление в нем исследуемого вещества осуществлялись с помощью высокочастотного индукционного нагрева-

теля ВЧ-15АВ (индуктора), имеющего водяное охлаждение и тепловую изоляцию.

Для измерения повышения давления в процессе парового взрыва использовался высокочастотный пьезоэлектрический датчик РСВ 113В24 с резонансной частотой ≥ 500 кГц. Датчик размещался на стенке емкости с водой на удалении ~ 2 –3 см от ожидаемого места взрыва капли расплава.

Видеосъемка исследуемого процесса производилась с использованием высокоскоростной видеокамеры Phantom VEO 410s с частотой кадров до 100 кГц и минимальным временем экспозиции 2 мкс. Подсветка осуществлялась двумя мощными светодиодными фонарями. Циклическая запись данных в оперативную память видеокамеры начиналась до момента погружения исследуемого объекта в жидкость и отключалась вручную при достижении парового взрыва.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Всего было проведено около 30 опытов при температуре расплава соли 900–1100°C и температуре воды в емкости 19–24°C.

Кратко картину наблюдавшегося в опытах явления можно описать следующим образом. Две исследуемые капли расплава NaCl падают в воду одна за другой с временным интервалом в 20–50 мс. Скорость входа капель в воду рассчитывалась по высоте падения и составляла примерно 0.4–0.6 м/с. Размер капель варьировался изменением массы загружаемой в тигель навески NaCl. Типичный размер капель в экспериментах составлял 10–15 мм, что близко к характерным размерам горячей фракции, образующейся на стадии премиксинга реального парового взрыва [1]. Погрузившиеся в воду капли делились на две-три части, которые могли существовать как отдельно, так и сливаться воедино. В процессе входа капли расплава в воду она покрывается паровой “оболочкой” (см. рис. 2а). Общий объем образования “расплав соли–пар” примерно в 2 раза превышал объем содержащей-

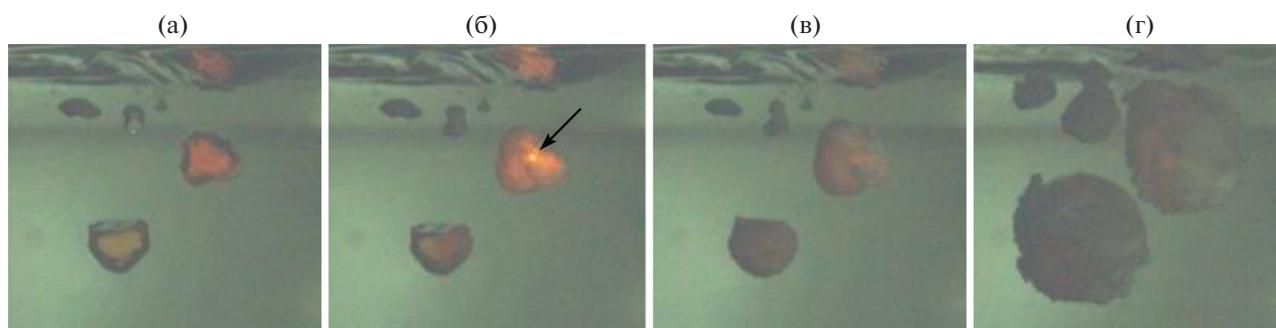


Рис. 2. Спонтанный паровой взрыв капле расплава NaCl в воде ($t_{\text{в}} = 23^{\circ}\text{C}$, $t_{\text{NaCl}} = 910^{\circ}\text{C}$). Экспозиция – 10 мкс. Размер кадров 44×40.5 мм. Время от кадра (а) – момента самопроизвольного триггеринга на первой капле, мкс: 60 (б); 100 (в); 380 (г).

ся в нем соли. Определить тонкую структуру этого “образования” было невозможно. Скорее всего, хорошая растворимость NaCl в воде приводит к более сложной структуре с взаимным проникновением компонент, нежели просто однородный шар горячего расплава, покрытый снаружи толстой паровой пленкой (0.7–1.0 мм). “Разрушить” столь толстую паровую пленку в ходе волнового процесса достаточно трудно [7].

“Инкубационный” период до начала спонтанного триггеринга составлял десятки, иногда несколько сотен, миллисекунд после входа капле расплава в воду. Какие-либо источники внешнего триггеринга отсутствовали. Он всегда носил случайный (спонтанный) характер. Это в числе прочего касалось и очередности взрыва капле – капля расплава, поступившая в воду позже, могла “взорваться” первой. Триггеринг начинался с локального возникновения и развития волн на поверхности капельно-парового “образования”, после этого появлялось характерное локальное светящееся пятно небольшого размера, которое может быть связано с кавитационной люминесценцией [8] (на рис. 2б это пятно указано стрелкой). Затем следовало начало микропарового взрыва, сопровождавшееся всплеском давления в несколько атмосфер, фиксировавшегося датчиком давления. Все эти процессы реализовывались в течение одного кадра видеосъемки, т.е. занимали временной интервал не более 20 мкс. Через 100–180 мкс эти же процессы повторялись на второй капле (см. рис. 2в). Временная пауза между этими микропаровыми взрывами (время передачи импульса давления) хорошо коррелирует с величиной скорости звука в воде.

Полный объем пара в 10^5 мм³, образовавшегося в результате взрыва капли диаметром 10–15 мм (примерно 1 г NaCl), достигался за 400 мкс. На его образование затрачивалось ~130 Дж тепла. Согласно оценкам, горячая капля NaCl при этом должна охладиться на ~150°C.

ВЫВОДЫ

С помощью высокоскоростной видеосъемки продемонстрирован процесс возбуждения (передачи) спонтанно возникшего на одной горячей капле расплава соли NaCl резкого вскипания недогретой воды на соседние капли. Тем самым, в лабораторных условиях воспроизведен и зафиксирован спонтанный триггеринг парового взрыва.

ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (госзадание № 075-00460-21-00).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Fletcher D.F., Theofanous T.G. Heat Transfer and Fluid Dynamic Aspects of Explosive Melt–Water Interactions // *Advances in heat transfer*. 1997. V. 29. P. 129–213. [https://doi.org/10.1016/S0065-2717\(08\)70185-0](https://doi.org/10.1016/S0065-2717(08)70185-0)
2. Мелихов В.И., Мелихов О.И., Якуш С.Е. Гидродинамика и теплофизика паровых взрывов. М.: Изд-во ИПМех РАН, 2020. 276 с.
3. Berthoud G. Vapor explosions // *Annu. Rev. Fluid Mech.* 2000. V. 32. № 1. P. 573–611. <https://doi.org/10.1146/annurev.fluid.32.1.573>
4. Kim B., Corradini M.L. Modeling of Small-Scale Single Droplet Fuel/Coolant Interactions // *Nuclear Science and Engineering*. 1988. V. 98. № 1. P. 16–28. <https://doi.org/10.13182/NSE88-A23522>
5. Степанов Е.В. Физические аспекты явления парового взрыва. М.: Препринт ИАЭ № 54503/3, 1991. 95 с.
6. Ивочкин Ю.П., Зейгарник Ю.А., Кубриков К.Г. Механизмы тонкой фрагментации горячего расплава, погруженного в холодную воду // *Теплоэнергетика*. 2018. № 7. С. 64–75. <https://doi.org/10.1134/S0040363618070020>
7. Зейгарник Ю.А., Ивочкин Ю.П., Григорьев В.С., Оксман А.А. Заметки о некоторых аспектах парового взрыва // *ТВТ*. 2008. Т. 46. № 5. С. 797–800.
8. Бирюков Д.А., Власова М.И., Герасимов Д.Н., Синкевич О.А. Гидродинамическая люминесценция и гамма-излучение // *Вестник МЭИ*. 2013. № 1. С. 69–72.

VAPOR EXPLOSION: EXPERIMENTAL OBSERVATIONS OF SPONTANEOUS TRIGGERING PHASE

Academician of the RAS **A. V. Klimenko^a, S. N. Vavilov^b, N. V. Vasil'ev^{b,c},
Yu. A. Zeigarnik^b, and D. A. Skibin^d**

^a *National University of Science and Technology (MISiS), Moscow, Russia*

^b *Joint Institute for High Temperatures, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

^c *Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia*

^d *LLC "S7 STS", Moscow, Russia*

Despite numerous experimental works and predictions conducted a mechanistic description of the vapor (steam) explosion process remains to be incomplete. Especially many poorly resolved questions lie the phase of spontaneous triggering of the particle fine fragmentation and vapor explosion starting itself. In the paper presented the experimental data on spontaneous triggering of cold water flashing on a hot NaCl salt melt droplet and excitation by this primary explosion the similar phenomenon on the neighboring melt droplet (droplets) are described and certain characteristics of the process are given.

Keywords: vapor explosion, subcooled water, molten salt, fine fragmentation, triggering, high speed video recording

КООРДИНАТЫ ВОЛНОВОГО АТТРАКТОРА В ТРАПЕЦИЕВИДНОМ ВОДНОМ БАССЕЙНЕ СО СТРАТИФИКАЦИЕЙ

© 2022 г. А. Г. Петров^{1,*}

Представлено академиком РАН В.Ф. Журавлевым 22.10.2021 г.

Поступило 22.10.2021 г.

После доработки 13.12.2021 г.

Принято к публикации 16.12.2021 г.

Рассматриваются волны в непрерывно стратифицированной жидкости, возбуждаемые в трапециевидном бассейне. Энергия волн распространяется по прямым линиям – лучам, образующим фиксированный угол с вертикалью θ . На основе лучевой модели методом отражений аналитически найдены координаты волнового аттрактора, который возникает в процессе отражений от стенок бассейна. Результаты сравниваются с лабораторными и численными экспериментами. Исследована сходимость к аттрактору. На основе аналитических выражений определены необходимые и достаточные условия для существования волнового аттрактора с одним отражением от каждой стороны.

Ключевые слова: внутренние волны, волновой аттрактор, трапециевидный бассейн

DOI: 10.31857/S2686740022020092

Градиент плотности в жидкости в основном определяется ее температурой и растворенными солями. Несжимаемая жидкость находится в устойчивом статическом равновесии с плотностью, линейно растущей в направлении силы тяжести. Регулярные возмущения этого статического равновесия с некоторой частотой ω приводят к внутренним гравитационным волнам, энергия которых распространяется по прямым линиям – лучам, образующим фиксированный угол с вертикалью $\theta = \arccos(\omega/N)$, где N – частота Брента–Вэйсяля. При отражении от стенки направление луча меняется так, что его угол с вертикалью θ меняет знак, а абсолютная величина угла θ сохраняется. Таким образом, для простейшего исследования внутренних волн можно использовать лучевую модель. Существуют лабораторные и численные эксперименты, в которых волновой луч отражается от стенок бассейна, имеющего форму трапеции [1, 2]. В таком бассейне луч, последовательно отражаясь от стенок, принимает предельную устойчивую форму параллелограмма – волновой аттрактор [1–5]. Было показано, что идеальная форма аттрактора наблюдается лишь при тщательном подборе параметров эксперимента и малой амплитуде воздействия [3–5]. При увеличении амплитуды возникает турбулентность, од-

нако фильтрация по частоте внешнего воздействия показала, что теоретический аттрактор по лучевой теории является областью накачки кинетической энергии в систему [4, 5] и изучение лучевой аккумуляции волновой энергии является актуальным. Диагонали трапеции являются предельным случаем существования аттрактора, на которых аттрактор вырождается в линию. В дальнейших работах [6] при изучении аттракторов (1,1) использовались аналитические выражения для границ диапазона их существования, которые были найдены исходя из диапазона углов между диагоналями трапеции.

Данное исследование посвящено аналитическому выводу координат вершин аттрактора при заданных сторонах трапеции и угла θ , условиям сходимости, а также вывода необходимых и достаточных условий, которым должны удовлетворять длины сторон трапеции, в которой образуются волновые аттракторы с одним отражением от каждой стороны.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим бассейн в форме трапеции $ABCD$. Сторона AD направлена по вертикали, стороны AB и DC по горизонтали, их длины $AD = a$, $AB = b_1$, $DC = b_2$. В декартовых осях X, Y вершины трапеции задаются координатами (рис. 1а)

$$A(0, a), \quad B(b_1, a), \quad C(b_2, 0), \quad D(0, 0). \quad (1)$$

¹Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского
Российской академии наук, Москва, Россия

*E-mail: petrovipmech@gmail.com

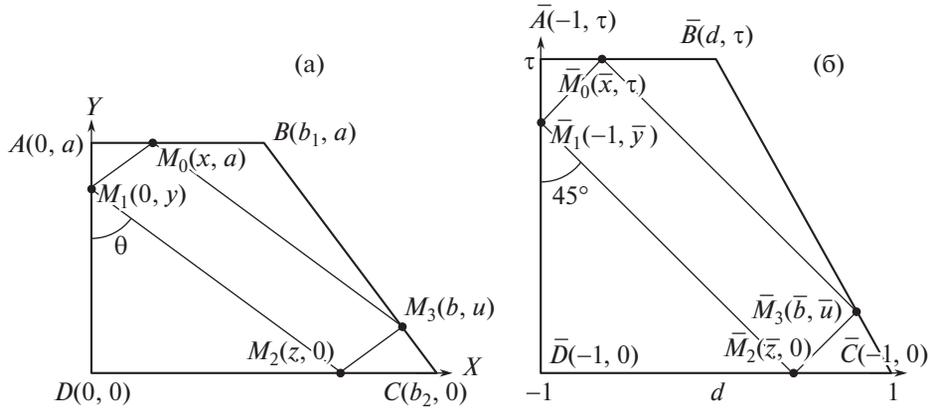


Рис. 1. Координаты аттрактора.

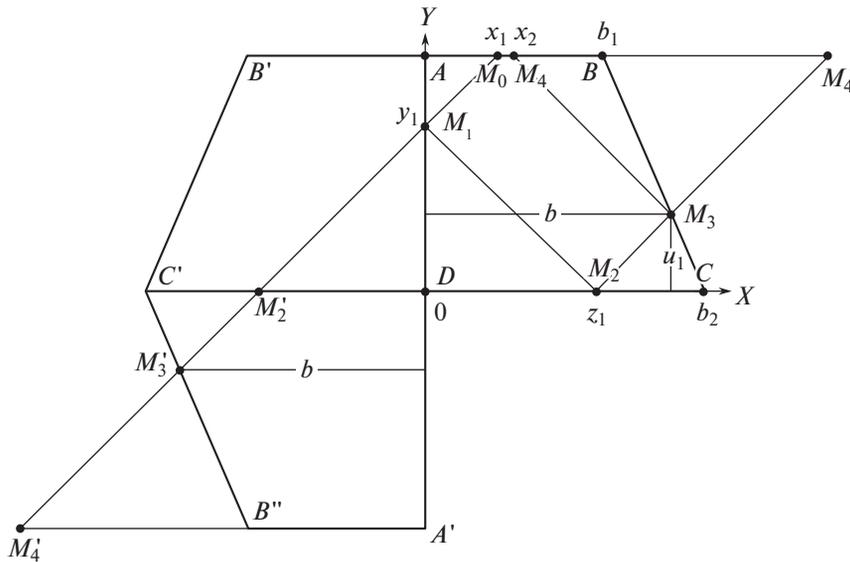


Рис. 2. Траектория луча и схема решения.

Без ограничения общности можно считать, что $b_1 < b_2$, так как если $b_1 > b_2$, то, сделав переобозначение $b_1 \rightarrow b_2$ и $b_2 \rightarrow b_1$, приходим к тому же неравенству.

Траектория луча с вершинами M_0, M_1, M_2, M_3, M_4 , лежащих на сторонах трапеции (рис. 2), состоит из четырех отрезков. Каждый отрезок траектории наклонен к вертикали под одним и тем же углом θ . Координаты начальной точки луча заданы $M_0(x_1, a)$.

Решаются следующие задачи:

1. Определить координаты точек траектории луча M_1, M_2, M_3, M_4 .

2. Определить координаты аттрактора: траектории луча у которого начальная точка M_0 совпадает с конечной M_4 (рис. 1а).

3. Исследовать устойчивость аттрактора, т.е. найти такие длины сторон трапеции $ABCD$, при которых при небольшом отклонении начальной точки от точки M_0 аттрактора, после каждого последующих отражений от стенок трапеции луч приближался к предельной траектории аттрактора.

2. ФОРМУЛИРОВКА РЕЗУЛЬТАТОВ

Результаты сформулируем в виде теорем.

Теорема 1. Координаты вершин аттрактора $M_0(x, a), M_1(0, y), M_2(z, 0), M_3(b, u)$ в трапеции-

видном бассейне со сторонами $a, b_1, b_2, b_1 < b_2$ определяются формулами

$$\begin{aligned} x &= \frac{atg\theta(b_2 - atg\theta)}{b_2 - b_1}, & y &= a \frac{b_1 - atg\theta}{b_1 - b_2}, \\ z &= atg\theta \frac{b_1 - atg\theta}{b_1 - b_2}, & (2) \\ u &= a \frac{-b_2 + atg\theta}{b_1 - b_2}, & b &= atg\theta. \end{aligned}$$

Условия $0 < x < b_1, 0 < y < a, 0 < z < b_2, 0 < u < a$ накладывают ограничения на стороны трапеции a, b_1, b_2 и $tg\theta$.

Теорема 2. Для того чтобы существовал аттрактор в трапеции $ABCD$, изображенной на рис. 1а, луч которого отражается от каждой стороны трапеции по одному разу, необходимо и достаточно, чтобы выполнялось следующее соотношение:

$$\begin{aligned} 1 + |d| < \tau < 2, \\ d = \frac{2b_1}{b_2} - 1, & \quad \tau = \frac{2atg\theta}{b_2}. \end{aligned}$$

Теорема 3. При последовательном отражении луча от стенок бассейна на верхней стороне образуется последовательность точек $M_0(x_1, a), M_4(x_2, a), M_8(x_3, a), \dots$, где x_n — геометрическая прогрессия:

$$\begin{aligned} x_n &= x + (x_1 - x)q^{n-1}, \\ q &= \frac{tg\theta - tg\alpha}{tg\theta + tg\alpha}, & tg\alpha &= \frac{b_2 - b_1}{a}. \end{aligned} \quad (3)$$

3. ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ТЕОРЕМ

Построим трапецию $AB'C'D$, симметричную исходной трапеции $ABCD$ относительно оси Y и трапецию $A'B''C'D$, которая получается поворотом трапеции $ABCD$ на 180° относительно начала координат D (симметрия относительно центра D) (см. рис. 1). Пусть луч в точках отражения от сторон исходной трапеции имеет координаты

$$M_0(x_1, a), M_1(0, y_1), M_2(z_1, 0), M_3(b, u_1), M_4(x_2, a). \quad (4)$$

При этом отрезок луча на исходной трапеции M_1M_2 перейдет в отрезок $M_1M'_2$ на зеркально отраженной трапеции $AB'C'D$. Следующий отрезок луча M_2M_3 перейдет в отрезок $M'_2M'_3$ на симметричной относительно центра D трапеции $AB''C'D$ и последний отрезок луча M_3M_4 перейдет в $M'_3M'_4$ — продолжение отрезка $M'_2M'_3$. Все отрезки $M_0M_1M_2M'_3M'_4$ образуют прямую линию, наклоненную к вертикали под углом θ . Выпишем координаты точек луча этой прямой, состоящей из отраженных точек (4):

$$M_0(x_1, a), \quad M_1(0, y_1), \quad M'_2(-z_1, 0),$$

$$M'_3(-b, -u_1), \quad M_4(x_2 - 2b, -a)$$

и условие принадлежности этих точек одной прямой:

$$tg\theta = \frac{x_1 - 0}{a - y_1} = \frac{x_1 + z_1}{a} = \frac{x_1 + b}{a + u_1} = \frac{x_1 - x_2 + 2b}{2a}. \quad (5)$$

Добавим к этой системе уравнений соотношение для b

$$\frac{b_2 - b}{u_1} = \frac{b_2 - b_1}{a}. \quad (6)$$

Разрешая систему уравнений (5), (6) относительно y_1, z_1, u_1, x_2, b , получим

$$\begin{aligned} y_1 &= a - \frac{x_1}{tg\theta}, & z_1 &= atg\theta - x_1, \\ u_1 &= a \frac{b_2 + x_1 - atg\theta}{b_2 - b_1 + atg\theta}, & (7) \\ x_2 &= 2atg\theta \frac{b_2 + x_1 - atg\theta}{b_2 - b_1 + atg\theta}, \\ b &= \frac{a(2b_2 - b_1)tg\theta - (b_2 - b_1)x_1}{b_2 - b_1 + atg\theta}. \end{aligned}$$

Отсюда из условия $x_1 = x_2 = x$ и, полагая $y = y_1, z = z_1, u = u_1$, получим координаты точек аттрактора (2). Теорема 1 доказана.

Теорема 3 доказывается с помощью равенства

$$\frac{x_2 - x}{x_1 - x} = \frac{tg\theta - tg\alpha}{tg\theta + tg\alpha},$$

которое получается подстановкой в левую часть формулы (7) для x_2 и формулы (2) для x .

Из теоремы 2 вытекает

С л е д с т в и е. Если луч в трапециевидной области распространяется против часовой стрелки, при $b_2 > b_1, tg\theta > tg\alpha$, то луч фокусируется в аттрактор. Если при тех же условиях распространяется против часовой стрелки, то происходит разфокусировка.

Иными словами, при $b_2 > b_1, tg\theta > tg\alpha$ аттрактор, образованный распространением луча против часовой стрелки, устойчив, а в противном случае неустойчив.

П р и м е р ы. В работе [7] приведена фотография наблюдаемого в лабораторном эксперименте волнового аттрактора. Вершины трапециевидного бассейна имеют координаты (рис. 3 а)

$$A(0, 7), B(9, 7), C(12.5, 0), D(0, 0).$$

Отсюда находим стороны трапеции: $a = 7, b_1 = 9, b_2 = 12.5$. Можно оценить $tg\theta = 1.5$.

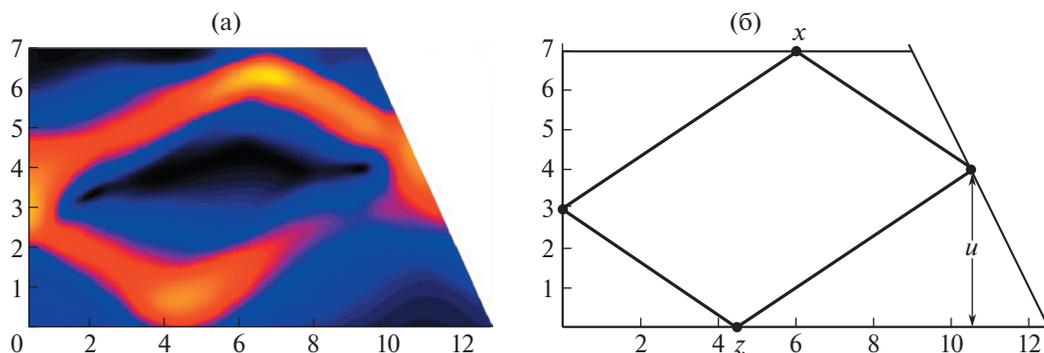


Рис. 3. Волновые аттракторы: а – наблюдаемый в лабораторном эксперименте [8], б – рассчитанный по формулам (1).

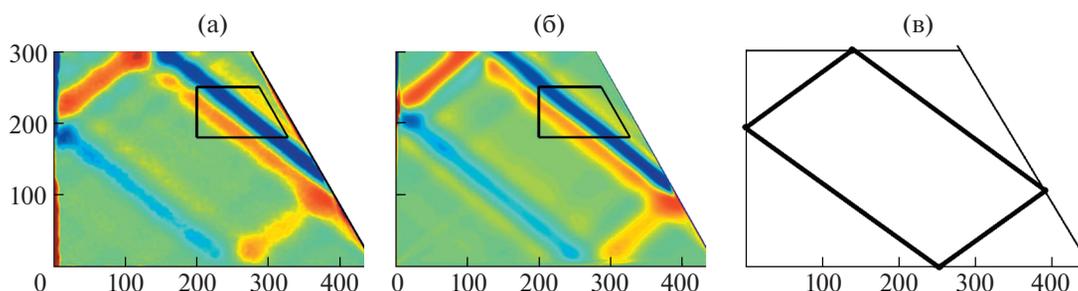


Рис. 4. Волновые аттракторы: а – наблюдаемый в лабораторном эксперименте; б – полученный с помощью численного моделирования [4]; в – рассчитанный по формулам (1).

Подставляя эти значения в формулы (2), находим

$$x = 6, \quad y = 3, \quad z = 4.5, \quad u = 4, \quad b = 10.5.$$

Вершины аттрактора имеют координаты $M_0(x, 7)$, $M_1(0, y)$, $M_2(z, 0)$, $M_3(b, u)$. Подставляя найденные значения (3), получим

$$M_0(6, 7), \quad M_1(0, 3), \quad M_2(4.5, 0), \quad M_3(10.5, 4).$$

Эти точки образуют волновой аттрактор, изображенный на рис. 3б. Форма аттрактора, полученного теоретически и изображенного на рис. 3б, согласуется с наблюдаемым в эксперименте (рис. 3а).

На рис. 4а и 4б изображены фотографии наблюдаемого в лабораторном эксперименте волнового аттрактора и результат численного моделирования соответствующих уравнений гидродинамики соответственно [4]. Стороны трапеции имеют значения: $a = 300$, $b_1 = 280$, $b_2 = 450$. Можно оценить $\text{tg}\theta = 1.3$. По формулам (2), находим

$$x = 138, \quad y = 194, \quad z = 252, \\ u = 106, \quad b = 390.$$

По этим координатам строится аттрактор, воспроизведенный на рис. 4в. Он также совпадает с наблюдаемым в эксперименте.

4. КООРДИНАТЫ АТТРАКТОРА НА (d, τ) -ПЛОСКОСТИ

Приведем исследование аттракторов на (d, τ) -плоскости, введенной в [1]. Заметим, что равенство углов луча относительно вертикали сохраняется при растяжении плоскости относительно горизонтальной оси или относительно вертикальной оси. Поэтому преобразование

$$\bar{x} = \frac{2x}{b_2} - 1, \quad \bar{y} = \frac{y\tau}{a}, \quad (8)$$

переводит вершины трапеции $A(0, a)$, $B(b_1, a)$, $C(b_2, 0)$, $D(0, 0a)$ на плоскости x, y в вершины трапеции $\bar{A}(-1, \tau)$, $\bar{B}(1, \tau)$, $\bar{C}(d, 0)$, $\bar{D}(-1, 0)$ на плоскости \bar{x}, \bar{y} . Координаты вершин аттрактора $M_0(x, a)$, $M_1(0, y)$, $M_2(z, 0)$, $M_3(b, u)$ в исходной трапеции $ABCD$ преобразуются в вершины $\bar{M}_0(\bar{x}, \tau)$, $\bar{M}_1(-1, \bar{y})$, $\bar{M}_2(\bar{z}, 0)$, $\bar{M}_3(\bar{b}, \bar{u})$ на преобразованной трапеции $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}, \bar{D}$. Формулам координат аттрактора (2) соответствуют координаты преобразованного аттрактора

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{(-2 + \tau)\tau}{-1 + d} - 1, & \bar{y} &= \frac{(1 + d - \tau)\tau}{-1 + d}, \\ \bar{z} &= \frac{(1 + d - \tau)\tau}{-1 + d} - 1, & & (9) \\ \bar{u} &= \frac{(-2 + \tau)\tau}{-1 + d}, & \bar{b} &= \tau - 1. \end{aligned}$$

При этом преобразовании (8) угол θ переходит в угол 45° , а параметры d и τ выражаются через стороны исходной трапеции и угол θ следующим образом:

$$d = \frac{2b_1}{b_2} - 1, \quad \tau = \frac{2atg\theta}{b_2}. \quad (10)$$

Без ограничения общности можно считать, что $0 < b_1 < b_2$. В противном случае $0 < b_2 < b_1$ можно переобозначить $b_1 \rightarrow b_2$ и $b_2 \rightarrow b_1$.

Поскольку $0 < b_1 < b_2$, то параметр d меняется на интервале $d \in (-1, 1)$. В предельных случаях $d = -1$ и $d = 1$ трапеция вырождается соответственно в треугольник и прямоугольник.

Авторы работ [1, 2] называют эти координаты координатами на (d, τ) плоскости. Удобство введения (d, τ) плоскости состоит в том, что координаты преобразованного аттрактора (9) зависят только от двух параметров d, τ . Они должны удовлетворять неравенствам

$$\begin{aligned} -1 < \bar{x} < d, & \quad 0 < \bar{y} < \tau, \\ -1 < \bar{z} < 1, & \quad 0 < \bar{u} < \tau. \end{aligned} \quad (11)$$

Подставляя сюда формулы (9), получим неравенства для параметров d, τ , откуда можно получить ограничения на них, сформулированные в теореме 2. Таким образом, теорема 2 доказана.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложен метод отражения, который иллюстрируется на рис. 2. При последовательных отражениях трапеции от вертикальной и горизонтальной сторон луч аттрактора преобразуется в прямую линию. Условия нахождения точек отражения аттрактора на прямой приводят к линейной системе для определения координат аттрактора.

Преимуществом такого подхода по сравнению с рассмотренными в [8, 9] является возможность его применения в более общем случае аттракторов (n, m) с n отражениями от горизонтальной границы и m отражениями от боковой границы.

Оценку для теоретической ширины λ волнового луча, полученную в [10], можно привести к виду

$$\frac{\lambda}{L_a} \sim \text{Re}^{-1/3} \left(\frac{s}{L_a} + \frac{1}{\gamma^3 - 1} \right)^{1/3}, \quad \text{где } L_a \text{ — периметр аттрактора, } s \text{ — координата на периметре аттракто-}$$

ра, $\gamma = \frac{1}{q}$ связан со знаменателем прогрессии q в (3), определяющим скорость сходимости луча к предельной форме, $\text{Re} = \frac{L_a \omega^2}{v}$ — число Рейнольдса.

Лабораторные эксперименты и прямое численное моделирование [3] подтвердили эту оценку для толщины волнового аттрактора.

Оказывается, что даже в турбулентных режимах волновые аттракторы являются областью основной накачки кинетической энергии в систему, это было подтверждено с помощью фильтрации течения около частоты внешнего воздействия [11].

БЛАГОДАРНОСТИ

Автор благодарит И.Н. Сибгатуллину за обсуждение результатов и академика РАН В.Ф. Журавлева за внимание к работе.

ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена в рамках госзадания (номер госрегистрации АААА-А20-120011690138-6).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Maas L.R.M., Benielli D., Sommeria J., Lam F.-P.A.* // <http://dx.doi.org/>. 1997. Aug. V. 388. P. 557–561. <https://doi.org/10.1038/41509Nature>
2. *Sibgatullin I.N., Ermanyuk E.V.* // <http://dx.doi.org/> of Applied Mechanics and Technical Physics. 2019. V. 60. № 2. P. 284–302. <https://doi.org/10.1134/s002189441902010xJournal>
3. *Grisouard N., Staquet C., Pairaud I.* // <http://dx.doi.org/> of Fluid Mechanics. 2008. Oct. V. 614. P. 1. <https://doi.org/10.1017/S002211200800325XJournal>
4. *Brouzet Ch., Sibgatullin I., Scolan H. et al.* // Journal of Fluid Mechanics. 2016. V. 793. P. 109–131.
5. *Brouzet Ch., Ermanyuk E., Joubaud S. et al.* // EPL (Europhysics Letters). 2016. V. 113. № 4. P. 44001.
6. *Рязанов Д.А., Провидухина Д.А., Сибгатуллин И.Н., Ерманюк Д.Ф.* // <http://dx.doi.org/> жидкости и газа. 2021. № 3.
7. *Hazewinkel J., Grisouard N., Stuart B. Dalziel* // <https://doi.org/> Journal of Mechanics – B/Fluids. 2011. V. 30. P. 51–56. <https://doi.org/10.1016/European>
8. *Gerkema, Theo and Zimmerman J.T.F.* An introduction to internal waves. (2008).
9. *Lenci, Marco et al.* Internal-wave billiards in trapezoids and similar tables. (2021).
10. *Thomas N., Stevenson T.* Fluid Mechanics. 1972. V. 54. № 3. P. 495–506.
11. *Brouzet Ch., Sibgatullin I., Ermanyuk E., Joubaud S., Dauxois Th.* Physical Review Fluids American Physical Society. 2017. V. 2. № 11. P. 114–803.

COORDINATES OF THE WAVE ATTRACTOR IN A TRAPEZOIDAL WATER BASIN WITH STRATIFICATION

A. G. Petrov^a

^aIshlinsky Institute for Problems in Mechanics, the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

Presented by Academician of the RAS V. F. Zhuravlev

Waves in a stratified liquid excited in a trapezoidal basin are considered. Wave energy propagates in straight lines – rays forming a fixed angle with the vertical θ . Based on the ray model, the coordinates of the wave attractor are analytically found, which is focused in the process of reflections from the walls of the pool. The results are compared with a laboratory experiment. The convergence of the rays to the attractor is investigated. Necessary and sufficient conditions for the existence of the attractor with one reflection from each side are given analytically.

Keywords: stratified liquid, wave attractor, trapezoidal pool

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ РАССЕЙНИЯ В ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛНОВОДАХ

© 2022 г. Б. А. Пламеневский¹, А. С. Порецкий^{1,*}, О. В. Сарафанов¹

Представлено академиком РАН Н.Ф. Морозовым 11.10.2021 г.

Поступило 11.10.2021 г.

После доработки 11.10.2021 г.

Принято к публикации 29.11.2021 г.

Волновод занимает область $G \subset \mathbb{R}^3$ с несколькими цилиндрическими выходами на бесконечность и описывается нестационарной системой Максвелла с идеально проводящими краевыми условиями. Для соответствующей стационарной задачи со спектральным параметром определяются собственные функции непрерывного спектра и матрица рассеяния. Вычисляются волновые операторы, определяется оператор рассеяния, и описывается его связь с матрицей рассеяния. Доказательство основано на расширении системы Максвелла до уравнения вида $i\partial_t \Psi(x, t) = \mathcal{A}(x, D_x) \Psi(x, t)$ с эллиптическим оператором $\mathcal{A}(x, D_x)$. С этим уравнением связывается начально-краевая задача, для которой строится теория рассеяния. Из полученных результатов извлекаются сведения об исходной системе Максвелла.

Ключевые слова: волновод, система Максвелла, матрица рассеяния, волновые операторы, оператор рассеяния

DOI: 10.31857/S2686740022010138

ВОЛНОВОД И ОПЕРАТОРЫ

Пусть G — область в \mathbb{R}^3 , совпадающая вне большого шара с объединением конечного числа попарно непересекающихся полуцилиндров $\Pi_+^q = \{(y, z): y \in \Omega^q, z \in \mathbb{R}_+\}$, $q = 1, \dots, \mathcal{T}$; граница ∂G гладкая. Рассматривается система дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} i\partial_t \psi^1(x, t) &= i\epsilon^{-1}(x) \operatorname{rot} \psi^2(x, t), \\ \operatorname{div}(\mu(x) \psi^2(x, t)) &= 0, \\ i\partial_t \psi^2(x, t) &= -i\mu^{-1}(x) \operatorname{rot} \psi^1(x, t), \\ \operatorname{div}(\epsilon(x) \psi^1(x, t)) &= 0, \quad x \in G, \quad t > 0, \end{aligned} \quad (1)$$

с краевыми условиями

$$\begin{aligned} \psi_\tau^1(x, t) &= 0, \quad (\mu(x) \psi^2(x, t))_\nu = 0, \\ x \in \partial G, \quad t > 0, \end{aligned} \quad (2)$$

и начальными условиями

$$\psi^1(x, 0) = \psi_0^1(x), \quad \psi^2(x, 0) = \psi_0^2(x), \quad x \in G. \quad (3)$$

Здесь $\psi^1(x, t)$ и $\psi^2(x, t)$ — трехкомпонентные векторы, обозначающие электрическое и магнитное поля. При этом ψ_τ^1 — касательная составляющая поля ψ^1 на ∂G , а $(\mu \psi^2)_\nu$ — нормальная составляющая поля $\mu \psi^2$. Предполагается, что матрицы $\epsilon(\cdot)$ и $\mu(\cdot)$ размера 3×3 с элементами $\epsilon_{j,l}(\cdot)$ $\mu_{j,l}(\cdot) \in C^1(\overline{G})$ являются положительно определенными, т.е. $\langle \epsilon(x) \xi, \xi \rangle \geq c \langle \xi, \xi \rangle$ и $\langle \mu(x) \xi, \xi \rangle \geq c \langle \xi, \xi \rangle$ при всех $\xi \in \mathbb{C}^3$, где c — положительная постоянная, а $\langle \cdot, \cdot \rangle$ — скалярное произведение в \mathbb{C}^3 . Кроме того, при некотором $\delta > 0$ в каждом цилиндрическом выходе $G \cap \Pi_+^q$ выполняются условия стабилизации

$$\begin{aligned} |\epsilon_{j,l}(y, z) - \epsilon_{j,l}^q(y)| + |\nabla(\epsilon_{j,l}(y, z) - \epsilon_{j,l}^q(y))| &= O(e^{-\delta z}), \\ |\mu_{j,l}(y, z) - \mu_{j,l}^q(y)| + |\nabla(\mu_{j,l}(y, z) - \mu_{j,l}^q(y))| &= O(e^{-\delta z}), \end{aligned} \quad (4)$$

$z \rightarrow +\infty;$

здесь (y, z) — локальные координаты в $G \cap \Pi_+^q$.

Для того чтобы связать с задачей (1)–(3) сопряженный оператор, нам понадобятся разложения Вейля пространства L_2 на “соленоидальное” (“бездивергентное”) и “градиентное” подпространства (см., например, [2])

¹ Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

*E-mail: poras1990@list.ru

$$\begin{aligned} L_2(G, \mathbb{C}^3, \varepsilon) &= \mathcal{F}(\tau, \varepsilon) \oplus \mathcal{G}(\tau), \\ L_2(G, \mathbb{C}^3, \mu) &= \mathcal{F}(\nu, \mu) \oplus \mathcal{G}(\nu). \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь $L_2(G, \mathbb{C}^3, \varepsilon)$ и $L_2(G, \mathbb{C}^3, \mu)$ – гильбертовы пространства со скалярными произведениями (ε, \cdot) и (μ, \cdot) . “Градиентное” подпространство $\mathcal{G}(\tau)$ – замыкание в $L_2(G, \mathbb{C}^3, \varepsilon)$ линейала $\{\nabla p : p \in C_c^\infty(G)\}$. Наконец, “градиентное” подпространство $\mathcal{G}(\nu)$ определяется равенством

$$\mathcal{G}(\nu) = \{\nabla p : p \in H_{\text{loc}}^1(G), \nabla p \in L_2(G)\}.$$

В пространстве $L_2(G, \mathbb{C}^6, \mathfrak{w}) := L_2(G, \mathbb{C}^3, \varepsilon) \times L_2(G, \mathbb{C}^3, \mu)$ с весом $\mathfrak{w} := \text{diag}(\varepsilon, \mu)$ выделим подпространство $\mathcal{H} := \mathcal{F}(\tau, \varepsilon) \times \mathcal{F}(\nu, \mu)$. Оператор M в гильбертовом пространстве \mathcal{H} , заданный дифференциальным выражением

$$M(x, D_x) = \begin{pmatrix} 0 & i\varepsilon^{-1}(x)\text{rot} \\ -i\mu^{-1}(x)\text{rot} & 0 \end{pmatrix}$$

на области определения

$$\begin{aligned} \mathcal{D}(M) &:= \{U = (u^1, u^2) : u^1 \in \mathcal{F}(\tau, \varepsilon), \\ \text{rot} u^1 &\in L_2(G, \mathbb{C}^3), \text{div}(\varepsilon u^1) \in L_2(G), u_\tau^1 = 0 \text{ на } \partial G, \\ u^2 &\in \mathcal{F}(\nu, \mu), \text{rot} u^2 \in L_2(G, \mathbb{C}^3), \\ \text{div}(\mu u^2) &\in L_2(G), (\mu u^2)_\nu = 0 \text{ на } \partial G\}, \end{aligned} \quad (6)$$

является самосопряженным и называется оператором Максвелла [2].

ТОЧЕЧНЫЙ И НЕПРЕРЫВНЫЙ СПЕКТРЫ

Число k – собственное значение, если существует ненулевое решение $U \in \mathcal{D}(M)$ уравнения $MU = kU$. Собственные значения оператора M имеют конечную кратность и могут сгущаться разве лишь на бесконечности. Говорят, что число k принадлежит непрерывному спектру, если образ оператора $M - kI$ не замкнут в $L_2(G, \mathbb{C}^6, \mathfrak{w})$. При $k \neq 0$ это происходит в том и только в том случае, если существует решение $U = (u^1, u^2) \notin L_2(G, \mathbb{C}^6, \mathfrak{w})$ задачи

$$\begin{aligned} i\varepsilon^{-1}(x)\text{rot} u^2(x) - ku^1(x) &= 0, \quad \text{div}(\mu(x)u^2(x)) = 0, \\ -i\mu^{-1}(x)\text{rot} u^1(x) - ku^2(x) &= 0, \\ \text{div}(\varepsilon(x)u^1(x)) &= 0, \quad x \in G, \\ u_\tau^1(x) &= 0, \quad (\mu(x)u^2(x))_\nu = 0, \quad x \in \partial G, \end{aligned} \quad (7)$$

причем $|U(x)| \leq C(|x| + 1)^N$, $N < \infty$; такое решение называется собственной функцией непрерывного спектра. Точка $k = 0$ является особенной и здесь не обсуждается; счетное число точек не дает вклада в абсолютно непрерывную часть операторо-

ра и потому условие $k \neq 0$ не мешает построению теории рассеяния. При всех k , за исключением изолированных “пороговых” значений, собственные функции непрерывного спектра являются ограниченными. Пороги расположены симметрично относительно нуля и накапливаются только на ∞ . Если все сечения Ω^q цилиндрических выходов – односвязные области, то непрерывный спектр оператора M – множество $(-\infty, -\tau_1] \cup [\tau_1, +\infty)$; здесь $\tau_1 > 0$ – наименьший положительный порог. Если хотя бы одно из сечений Ω^q неодносвязно, непрерывный спектр заполняет всю вещественную ось. Обозначим через $\mathcal{E}_c(k)$ линейную оболочку собственных функций непрерывного спектра, отвечающих числу k ; $\dim \mathcal{E}_c(k) < \infty$ при всех k . Если k не является собственным числом, то $\kappa(k) := \dim \mathcal{E}_c(k)$ называется кратностью непрерывного спектра в точке k . Если же k есть точка непрерывного спектра и собственное значение, то положим $\kappa(k) := \dim(\mathcal{E}_c(k)/\mathcal{E}_p(k))$, где $\mathcal{E}_c(k)/\mathcal{E}_p(k)$ – фактор-пространство, $\mathcal{E}_p(k)$ – подпространство собственных функций, отвечающих числу k . Функция $k \mapsto \kappa(k)$ четная и кусочно постоянная с разрывами на порогах. Здесь и всюду далее предполагается, что число k отлично от порогов и нуля.

По определению \mathcal{H}^p – замыкание линейной оболочки собственных функций оператора M , а \mathcal{H}^c – ортогональное дополнение в \mathcal{H} к \mathcal{H}^p . Пусть, кроме того, $X \mapsto E(X)$ обозначает спектральную меру оператора M . По определению \mathcal{H}^{ac} состоит из таких элементов $f \in \mathcal{H}^c$, что функция $k \mapsto (E(-\infty, k)f, f)$ абсолютно непрерывна относительно меры Лебега. Пространства \mathcal{H}^p , \mathcal{H}^c и \mathcal{H}^{ac} являются подпространствами \mathcal{H} и приводят оператор M .

ВОЛНЫ. СОБСТВЕННЫЕ ФУНКЦИИ НЕПРЕРЫВНОГО СПЕКТРА. МАТРИЦА РАССЕЯНИЯ

В каждом цилиндре $\Pi^q = \Omega^q \times \mathbb{R}$, $q = 1, \dots, \mathcal{J}$, рассмотрим задачу вида (7) с заменой $\varepsilon_{j,l}(y, z)$ и $\mu_{j,l}(y, z)$ на $\varepsilon_{j,l}^q(y)$ и $\mu_{j,l}^q(y)$ из (4). Если искать решения этой модельной задачи в виде $(y, z) \mapsto \exp(i\lambda z)\varphi(y)$ с вещественными λ , то оказывается, что на интервале $k \in (\tau', \tau'')$ между соседними порогами τ', τ'' существует конечное число линейно независимых решений

$$U_j^\pm(y, z, k) = N_j^\pm(k) \exp(i\lambda_j^\pm(k)z)\varphi_j^\pm(y, k), \quad (8)$$

где $y \in \Omega^q$, $z \in \mathbb{R}$, а $j = 1, \dots, \kappa^q$. При этом функции $k \mapsto N_j^\pm(k), \lambda_j^\pm(k), \phi_j^\pm(\cdot, k)$ являются вещественно-аналитическими на интервале $k \in (\tau', \tau'')$ и $\mp(\lambda_j^\pm)'(k) > 0$. Поток энергии, переносимый волной U_j^+ (U_j^-) через сечение Ω^q в направлении оси z , отрицательный (положительный). Поэтому волна U_j^+ (U_j^-) называется приходящей из $+\infty$ (уходящей в $+\infty$). Число $N_j^\pm(k)$ выбирается так, чтобы плотность потока энергии, переносимой каждой волной, была равна единице.

Вернемся к задаче (7) в области G . На интервале (τ', τ'') между соседними порогами τ' и τ'' существует базис в пространстве собственных функций непрерывного спектра $\mathcal{E}_c(k)/\mathcal{E}_p(k)$, состоящий из вещественно-аналитических функций $k \mapsto Y_j^+(\cdot, k)$, $j = 1, \dots, \kappa$, с асимптотикой

$$Y_j^+(x, k) = U_j^+(x, k) + \sum_{l=1}^{\kappa} S_{jl}(k) U_l^-(x, k) + O(e^{-\alpha|x|}), \quad (9)$$

$$j = 1, \dots, \kappa,$$

при $|x| \rightarrow \infty$. Здесь $\alpha = \alpha(k) > 0$ – достаточно малое число, которое ограничивается скоростью стабилизации коэффициентов ($\alpha < \delta$ из (4)) и расстоянием от k до порога; на любом отрезке $[k', k''] \subset (\tau', \tau'')$ число α можно выбрать не зависящим от k . Через U_j^+ и U_j^- обозначены приходящие и уходящие волны, введенные в цилиндрах $\Pi^1, \dots, \Pi^{\mathcal{J}}$ и пронумерованные сквозным индексом $j = 1, \dots, \kappa$, $\kappa = \kappa^1 + \dots + \kappa^{\mathcal{J}}$. При этом считается, что каждая из этих волн дается выражением (8) в Π_r^q для некоторого q и равна нулю в Π_r^r при $r \neq q$. При переходе через порог набор волн и их нумерация меняются.

Матрица $S(k) = \|S_{jl}(k)\|$ является унитарной и называется матрицей рассеяния. Матрица-функция $k \mapsto S(k)$ определена на всем непрерывном спектре, за исключением порогов, и является вещественно-аналитической на каждом интервале между соседними порогами. Далее нам понадобится еще один базис в пространстве собственных функций непрерывного спектра $\mathcal{E}_c(k)/\mathcal{E}_p(k)$, заданный формулами

$$Y_j^-(\cdot, k) = \sum_{l=1}^{\kappa(k)} S_{jl}^*(k) Y_l^+(\cdot, k), \quad j = 1, \dots, \kappa(k). \quad (10)$$

СПЕКТРАЛЬНАЯ МЕРА И СПЕКТРАЛЬНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ОПЕРАТОРА M

Обозначим через ρ_α гладкую положительную функцию в G , в каждом цилиндрическом выходе совпадающую с $e^{\alpha|x|}$, где α – число из (9), не зависящее от k . Введем пространство $L_{2, \alpha}(G, \mathbb{C}^6, \mathfrak{W}) = \{f : \rho_\alpha f \in L_2(G, \mathbb{C}^6, \mathfrak{W})\}$ и положим $\mathcal{H}(\alpha) := \mathcal{H} \cap L_{2, \alpha}(G, \mathbb{C}^6, \mathfrak{W})$.

Л е м м а 1. Пусть отрезок $[k', k''] \subset \sigma_c(M)$ свободен от порогов и нуля, $[k', k''] \supset X$ – произвольный интервал и $f, g \in \mathcal{H}(\alpha) \cap \mathcal{H}^c$. Тогда

$$(E(X)f, g) = \frac{1}{2\pi} \int_X \sum_{j=1}^{\kappa} (f, Y_j^+) (Y_j^+, g) dk$$

и мера $X \mapsto (E(X)f, g)$ абсолютно непрерывна.

С л е д с т в и е 1. Пространства \mathcal{H}^c и \mathcal{H}^{ac} совпадают. Таким образом, абсолютно непрерывный спектр $\sigma_{ac}(M)$ совпадает с непрерывным спектром $\sigma_c(M)$, а сингулярно непрерывного спектра нет.

Пусть τ_1, τ_2, \dots – последовательность положительных порогов, пронумерованных в порядке возрастания, тогда $\tau_{-j} := -\tau_j$ – отрицательные пороги; положим также $\tau_0 = 0$. Пусть еще κ_j – кратность непрерывного спектра на интервале (τ_j, τ_{j+1}) , а $\{Y_l^+(\cdot, k)\}_{l=1}^{\kappa_j}$ и $\{Y_l^-(\cdot, k)\}_{l=1}^{\kappa_j}$ – базисы собственных функций непрерывного спектра на (τ_j, τ_{j+1}) . Для $f \in \mathcal{H}(\alpha) \cap \mathcal{H}^{ac}$ и $k \in (\tau_j, \tau_{j+1})$, $j \in \mathbb{Z}$, введем вектор-столбцы

$$(\Phi^\pm f)(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} ((f, Y_1^\pm(\cdot, k)), \dots, (f, Y_{\kappa_j}^\pm(\cdot, k)))^t.$$

Функции $k \mapsto (\Phi^\pm f)(k)$ заданы на $\sigma_c(M)$, за исключением порогов. Из формул (10) вытекает, что $(\Phi^- f)(k) = S^t(k) (\Phi^+ f)(k)$. Пусть \mathfrak{h} – пространство, элементами которого являются функции $\mathbb{R} \ni k \mapsto g(k) \in \mathbb{C}^{\kappa(k)}$, со скалярным произведением

$$(g, h)_\mathfrak{h} = \int_{\mathbb{R}} \langle g(k), h(k) \rangle_{\mathbb{C}^{\kappa(k)}} dk = \sum_{j \in \mathbb{Z}} \int_{\tau_j}^{\tau_{j+1}} \sum_{l=1}^{\kappa_j} g_l(k) \overline{h_l(k)} dk.$$

Для любых $f, g \in \mathcal{H}(\alpha) \cap \mathcal{H}^{ac}$ справедлива формула $(\Phi^\pm f, \Phi^\pm g)_\mathfrak{h} = (f, g)_\mathcal{H}$. Поэтому отображения Φ^\pm продолжаются по непрерывности на \mathcal{H}^{ac} . Так как функции Y_l^\pm ортогональны любой собственной функции, то Φ^\pm определены на \mathcal{H}^p и $\Phi^\pm|_{\mathcal{H}^p} = 0$.

Лемма 2. *Справедливы соотношения $(\Phi^\pm)^* \Phi^\pm = P^{ac}$, $\Phi^\pm (\Phi^\pm)^* = I$, $\Phi^\pm M = k\Phi^\pm$, где P^{ac} – проектор на \mathcal{H}^{ac} .*

**ВОЛНОВОЙ ОПЕРАТОР.
ОПЕРАТОР РАССЕЙНИЯ**

Пусть $G_0^q \subset G \cap \Pi_+^q$ – область с гладкой границей, на достаточно большом расстоянии совпадающая с $G \cap \Pi_+^q$. Положим $G_0 := \cup_q G_0^q$. В области G_0 построим разложения Вейля вида (5) и определим соответствующее пространство \mathcal{H}_0 . Через M_0 обозначим оператор в \mathcal{H}_0 , заданный дифференциальным выражением $\mathcal{M}(x, D_x)$ на области определения $\mathcal{D}(M_0)$, которая получается из (6) заменой G на G_0 , ниже M_0 играет роль невозмущенного оператора. Множества порогов, кратность непрерывного спектра и наборы приходящих и уходящих волн для волноводов G и G_0 совпадают. Собственные функции непрерывного спектра в волноводе G_0 обозначим через Y_{0l}^\pm , а соответствующие спектральные преобразования – через Φ_0^\pm .

Пусть χ – срезка в G_0 , равная единице при $|x| \geq t_0$ и нулю при $|x| \leq t_0 - 1$, где t_0 – достаточно большое положительное число. Оператор отождествления $\mathcal{X} : \mathcal{H}_0 \rightarrow \mathcal{H}$ действует как композиция оператора умножения на χ , оператора продолжения нулем на G и проектирования из $L_2(G, \mathbb{C}^6, \mathfrak{w})$ на \mathcal{H} . Волновые операторы W^\pm определяются соотношением $W^\pm f := \lim_{t \rightarrow \pm\infty} e^{iMt} \mathcal{X} e^{-iM_0 t} f$ для $f \in \mathcal{H}^{ac}(M_0)$.

Теорема 1. *Справедливы равенства $W^\pm f = (\Phi^\mp)^* \Phi_0^\mp f$.*

Оператор рассеяния принимает вид

$S = (W^+)^* W^- = ((\Phi^-)^* \Phi_0^-)^* (\Phi^+)^* \Phi_0^+ = (\Phi_0^-)^* S^t \Phi_0^+$; здесь учтены соотношения $(\Phi^- f)(k) = S^t(k)(\Phi^+ f)(k)$ и $\Phi^+(\Phi^+)^* = I$. Из леммы 2 следует полнота волновых операторов и унитарность оператора рассеяния на $\mathcal{H}^{ac}(M_0)$.

Схема доказательства. Первым шагом является переход от переопределенной системы (1)–(3) к начально-краевой задаче для уравнения вида $i\partial_t \Psi(x, t) = \mathcal{A}(x, D_x) \Psi(x, t)$ с эллиптическим оператором $\mathcal{A}(x, D_x)$ (об эллиптическом расширении системы Максвелла см., например, [1, 2]). Для полученной задачи развивается схема построения теории рассеяния в волноводах, предложенная и обоснованная в [3] для уравне-

ния шрёдингеровского типа. В частности, доказывается существование и полнота волновых операторов и эти операторы вычисляются в терминах собственных функций непрерывного спектра соответствующей стационарной задачи $\mathcal{A}(x, D_x) \mathcal{U}(x) = k \mathcal{U}(x)$.

Второй шаг состоит в возвращении к исходной задаче (1)–(3); при этом устанавливаются специальные свойства расширенной задачи, связанные с ее происхождением от системы Максвелла. В частности, собственные функции непрерывного спектра расширенной задачи разбиваются на три группы: первая группа отвечает нерасширенной системе Максвелла (7), а две другие возникают в результате процедуры расширения и связаны с задачами Дирихле и Неймана для уравнений акустики [4]. Эти сведения позволяют установить существование и полноту волновых операторов для задачи (1)–(3) и выразить их через собственные функции непрерывного спектра задачи (7).

Комментарий к списку литературы. Математическая теория рассеяния для уравнений шрёдингеровского типа в волноводах обсуждалась в [3]. Обзор результатов для электромагнитных волноводов, описываемых стационарной системой Максвелла, приводится в [4]. Математическая теория рассеяния для нестационарной системы Максвелла во всем пространстве представлена в [5] и [6].

ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Исследование выполнено при поддержке гранта Российского научного фонда № 17-11-01126.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Picard R.* On the low frequency asymptotics in electromagnetic theory // *J. Reine Angew. Math.* 1984. V. 354. P. 50–73.
2. *Бирман М.Ш., Соломяк М.З.* Самосопряженный оператор максвелла в произвольных областях // *Алгебра и анализ.* 1989. Т. 1. № 1. С. 96–110.
3. *Пламеневский Б.А., Порецкий А.С., Сарафанов О.В.* Математическая теория рассеяния в квантовых волноводах // *ДАН.* 2019. Т. 489. № 2. С. 142–146.
4. *Пламеневский Б.А., Порецкий А.С.* Система Максвелла в волноводах с несколькими цилиндрическими выходами на бесконечность и неоднородным анизотропным заполнением // *Алгебра и анализ.* 2017. Т. 29. № 2. С. 89–126.
5. *Yafaev D.R.* *Mathematical Scattering Theory, Analytic Theory.* Providence: American Mathematical Society, Math. Surveys and Monographs. 2010. V. 158.
6. *Лакс П., Филлипс Р.* Теория рассеяния. М.: Мир, 1971.

**MATHEMATICAL SCATTERING THEORY
IN ELECTROMAGNETIC WAVEGUIDES****B. A. Plamenevskii^a, A. S. Poretskii^a, and O. V. Sarafanov^a**^a *Saint-Petersburg State University, Saint-Petersburg, Russia*

Presented by Academician of the RAS N.F. Morozov

The waveguide occupies a domain $G \subset \mathbb{R}^3$ having several cylindrical outlets to infinity and is described by the non-stationary Maxwell system with perfectly conductive boundary conditions. For the corresponding stationary problem with spectral parameter, the continuous spectrum eigenfunctions and the scattering matrix are defined. We calculate the wave operators, introduce the scattering operator and describe its connection with the scattering matrix. The proof is based on extending the Maxwell system to an equation of the form $i\partial_t \Psi(x, t) = \mathcal{A}(x, D_x) \Psi(x, t)$ with elliptic operator $\mathcal{A}(x, D_x)$. We associate to the equation an initial boundary value problem and develop the scattering theory for the problem. The information on the Maxwell system is derived from the results obtained for the extended problem.

Keywords: waveguide, Maxwell system, scattering matrix, wave operators, scattering operator

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ЗАЖИГАНИЯ НАКАЛЕННОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

© 2022 г. А. А. Филиппов^{1,*}, академик РАН А. А. Берлин^{1,**}

Поступило 01.01.2022 г.

После доработки 01.01.2022 г.

Принято к публикации 28.01.2022 г.

В теории зажигания широко известным стал критерий, полученный Я.Б. Зельдовичем в 1939 г., позволивший приблизительно вычислять параметры некоторых процессов зажигания. В 1984 г. один из авторов (А.А. Филиппов), решая уравнение теплопроводности, при ряде допущений, получил критерий зажигания, точно описывающий данные эксперимента. В 2015 г. он получил этот критерий, используя теорию устойчивости, а позднее вывел его из уравнения теплового баланса. В этом сообщении, решая стационарное уравнение теплопроводности при предельных граничных условиях, были получены критерии Зельдовича и Филиппова, при этом первый относится к самовоспламенению, а второй к зажиганию горючего накаленной поверхностью. Критерий зажигания связывает в одно простое уравнение все параметры горючей системы: температуры среды и горячей поверхности; геометрию и размер горячего тела; условия теплоотвода и параметры химической реакции горючего. Используя критерий зажигания, можно моделировать и другие природные взрывные процессы.

Ключевые слова: теория и критерий зажигания, условие зажигания, взрывные процессы, точки перегиба и бифуркации

DOI: 10.31857/S2686740022020055

Зажигание, являющееся первым этапом горения, активно изучалось в XX в. на основе ряда математических теорий [1–12], но они позволяли лишь качественно оценивать параметры реального процесса зажигания, поэтому продолжались поиски новых математических решений [3–8]. В 1984 г. А.А. Филиппов [6], решая стационарное уравнение теплопроводности, при ряде допущений, получил критерий зажигания горючего газа горячим цилиндром (25), позволивший точно обрабатывать надежные экспериментальные данные. Однако он не был замечен, так как актуальная на то время теория зажигания [7] использовала критерий (28), полученный Зельдовичем [1, 2]. В 2015 г. Филиппов [8] вывел критерий (25) из уравнения теплопроводности, используя идею теории устойчивости – возникновение точки перегиба $\left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} = 0\right)$ в профиле температуры горючего у горячей поверхности цилиндра в момент за-

жигания, а позднее [9] он получил критерий (25) из уравнения теплового баланса.

В этой статье, как и в работах [1, 2, 6, 8, 9], под зажиганием мы понимаем достижение предельного стационарного профиля температуры в горючем, после которого даже бесконечно малое повышение температуры поверхности горячего тела приводит к тепловому взрыву. В работе обобщены результаты предыдущих исследований [6, 8, 9], а также, впервые, представлено решение стационарного уравнения теплопроводности при противоположных, предельных граничных условиях – очень малом и очень большом потоках тепла от горячего тела к горючему. В результате получены критерии (25) и (28), и, как оказалось, Я.Б. Зельдович вывел критерий самовоспламенения, а А.А. Филиппов – критерий зажигания горючего накаленным цилиндром.

Для проверки обоих критериев зажигания были использованы надежные данные эксперимента, представленные С. Кумагаи [10]. Опыты проводились в трубе, по которой двигался поток сити-газа (в основе метан) температурой $T_0 = 298$ К. Поперек трубы, горизонтально, проходил цилиндрический провод, по которому протекал электрический ток, нагревавший его. В работе измеряли температуру поверхности цилиндра (T_s) в момент зажигания горючего газа, в зависимости

¹Федеральный исследовательский центр химической физики им. Н.Н. Семенова Российской академии наук, Москва, Россия

*E-mail: 7987961@mail.ru

**E-mail: berlin@chph.ras.ru

от диаметра цилиндра (d) и скорости потока газовой смеси (v). Для объяснения результатов опытов [10] рассмотрим стационарное уравнение теплопроводности в цилиндрических координатах (1), предполагая наличие теплового потока у поверхности цилиндра и отсутствие выгорания:

$$\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\lambda}{r} \frac{\partial T}{\partial r} = -Qk \exp\left(-\frac{E}{RT}\right), \quad (1)$$

$$T|_{r=r_s} = T_s \quad \text{и} \quad \lambda \cdot 2\pi r_s \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_s} = -q, \quad (2)$$

где Q , k , E – теплота, предэкспоненциальный множитель и энергия активации химической реакции; λ – теплопроводность горячего около горячего тела; r_s – радиус цилиндра. Сделаем общепринятую замену переменных [1, 2, 7, 11]:

$$\theta = (T - T_s)E/RT_s^2, \quad \xi = r/\ell, \quad \xi_s = r_s/\ell, \quad (3)$$

где

$$\ell = \left[\exp\left(\frac{E}{RT_s}\right) \cdot 2\lambda RT_s^2 / kQE \right]^{1/2} \quad (4)$$

есть характерный размер.

В новых переменных уравнение (1) и условия (2) примут вид

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial \theta}{\partial \xi} = -2 \exp \theta, \quad (5)$$

$$P|_{\xi=\xi_s} = 0 \quad \text{и} \quad -\frac{\partial \theta}{\partial \xi} \Big|_{\xi_s} = M. \quad (6)$$

Сделаем замену переменных [7]:

$$v = P + 2 \ln \xi / \xi_s, \quad \eta = \xi_s \ln \xi / \xi_s. \quad (7)$$

В новых переменных, используя правило дифференцирования $\frac{\partial v}{\partial \eta} = \frac{dv}{d\xi} \frac{d\xi}{d\eta}$, система уравнений (5), (6) примет вид

$$\frac{\partial^2 v}{\partial \eta^2} + 2 \exp v = 0, \quad (8)$$

$$v|_{\eta=0} = 0, \quad -\frac{\partial v}{\partial \eta} \Big|_{\eta=0} = M + 2/\xi_s = P. \quad (9)$$

Решение уравнения (8), согласно [7], имеет вид

$$\exp v = \operatorname{ch}^2 C / \operatorname{ch}^2 (C - \eta \operatorname{ch} C), \quad (10)$$

где C – константа интегрирования, ch – гиперболический косинус. Прологарифмируем, а затем продифференцируем выражение (10):

$$v = 2 \ln \operatorname{ch} C - 2 \ln \operatorname{ch} (C - \eta \operatorname{ch} C), \quad (11)$$

$$\frac{\partial v}{\partial \eta} = 2 \operatorname{ch} C \operatorname{th} (C - \eta \operatorname{ch} C). \quad (12)$$

Используя выражение $\operatorname{th} x = \frac{\operatorname{sh} x}{\operatorname{ch} x}$, (12), а также учитывая выражение (9), при $\eta = 0$, найдем константу интегрирования:

$$C = \operatorname{arsh}(P/2). \quad (13)$$

Используя выражение (13) и формулу $\operatorname{ch}^2 x - \operatorname{sh}^2 x = 1$, выражение (12) для теплоотода в холодную зону примет вид

$$-\frac{\partial v}{\partial \eta} \Big|_{\eta=\infty} = P(1 + 4/P^2)^{0.5}. \quad (14)$$

Тепловыделение химической реакции H_s равно разнице теплоотода (14) от зоны реакции и прихода в нее тепла (9) от горячего тела, а при $P \gg 1$:

$$H_s = -\frac{\partial v}{\partial \eta} \Big|_{\eta=\infty} + \frac{\partial v}{\partial \eta} \Big|_{\eta=0} = P(1 + 4/P^2)^{0.5} - P = P[(1 + 4/P^2)^{0.5} - 1] \approx 2/P. \quad (15)$$

Получим тепловыделение химической реакции H_s (15), в размерном виде [7], с учетом коэффициентов (2):

$$H = P[(1 + 4/P^2)^{0.5} - 1] \pi \lambda d R T_s^2 / \ell E. \quad (16)$$

Вычислим то же самое тепловыделение химической реакции, полагая, что она проходит у поверхности цилиндра в зоне химической реакции шириной X :

$$H = -\lambda \cdot 2\pi(r_s + X) \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_s+X} + \lambda \cdot 2\pi r_s \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_s} = 2\pi r_s X Q k \exp\left(-\frac{E}{RT_s}\right). \quad (17)$$

В работах [8, 9] показано, что в момент зажигания профиль температуры в зоне реакции проходит точку перегиба, становясь практически прямым. То есть производные температуры по координате на разных границах зоны реакции приблизительно равны между собой и выражение (17) примет вид

$$H = -\lambda \cdot 2\pi X \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_s} = 2\pi r_s X Q k \exp\left(-\frac{E}{RT_s}\right). \quad (18)$$

Вычислим безразмерную ширину зоны химической реакции X_s [4, 8]:

$$X_s \exp v \Big|_{\eta=0} = \int_0^\infty \exp v d\eta. \quad (19)$$

Используем выражение (10) и сделав замену переменных $\mu = C - \eta \operatorname{ch} C$, а также заметив, что $\exp v|_{\eta=0} = 1$, получим выражение (19) в новых переменных:

$$X_s = -\operatorname{ch} C \int_{-\infty}^C (1/\operatorname{ch}^2 \mu) d\mu. \quad (20)$$

Первообразной от функции $1/\operatorname{ch}^2(\mu)$ является $\operatorname{th}\mu$, и с учетом $\operatorname{th}(-\infty) = -1$, выражение (20) примет вид

$$X_s = -\operatorname{ch}C(\operatorname{th}C - 1) = \operatorname{ch}C - \operatorname{sh}C.$$

Вставим значение C (13) и найдем

$$X_s = P[(1 + 4/P^2)^{0.5} - 1]/2.$$

В размерном виде получим

$$X_s = \ell P[(1 + 4/P^2)^{0.5} - 1]/2. \quad (21a)$$

а при $P \gg 1$:

$$X_s \approx \ell/P. \quad (21b)$$

Средний теплоотвод от цилиндра в потоке газа [13, 14]:

$$\frac{\partial T}{\partial r} = -\alpha(T_s - T_0)/\lambda = -\operatorname{Nu}(T_s - T_0)/d, \quad (22)$$

где $\alpha = \lambda \operatorname{Nu}/d$ – средний коэффициент теплопередачи, Nu – число Нуссельта, выводимое из эмпирической кривой от значения числа Рейнольдса ($\operatorname{Re} = vd/\varepsilon$), где ε – динамическая вязкость при температуре $T_f = (T_s + T_0)/2$. Локальный коэффициент теплопередачи $\alpha_s(\varphi) = b(\varphi)\alpha$ в конкретной точке поверхности цилиндра зависит от угла (φ), отсчитываемого от лобовой точки натекания потока, а в условиях эксперимента [10] достигает минимума в точке отрыва потока ($\varphi \approx 100^\circ$), где $b(\varphi) \approx 0.5$ [13, 14]. На фотографиях, данных в работе [10], видно, что очаг зажигания возникает именно в этом месте. Таким образом, теплоотвод от цилиндра в месте зажигания определяется выражением

$$\frac{\partial T}{\partial r} = -b(\varphi)\operatorname{Nu}(T_s - T_0)/d \approx \operatorname{Nu}(T_s - T_0)/2d. \quad (23)$$

Тепловыделение химической реакции (18) в месте зажигания, используя выражения (21), (23) примет вид

$$H = b(\varphi)\pi\lambda\operatorname{Nu}(T_s - T_0)P[(1 + 4/P^2)^{0.5} - 1]\ell/d. \quad (24)$$

Приравняем выражения для тепловыделения химической реакции (16) и (24) и, вставив в тождество значение ℓ (4), получим критерий зажигания:

$$2b(\varphi)\frac{\lambda\operatorname{Nu}}{d^2}(T_s - T_0) = Qk\exp\left(-\frac{E}{RT_s}\right). \quad (25)$$

Критерий зажигания (25) вытекает из уравнения энергетического баланса (18), что не может быть волей случая – закон сохранения энергии “не играет в кости”. При возникновении в профиле температуры точки перегиба начинается перераспределение потока тепла от полного отвода в холодную зону к его бесконечно малому накоплению в зоне реакции. А так как тепловыделение химической реакции экспоненциально увеличивается с ростом

$$\text{температуры } \frac{\partial T}{\partial t} = \left(\frac{Qk}{c\rho}\right)\exp\left[\frac{E(T - T_s)}{RT_s^2}\right] \quad [11], \text{ то}$$

также экспоненциально накапливается и тепло в зоне реакции, в то время как отвод тепла из нее растет от температуры слабо (линейно). В результате включается положительная температурная обратная связь, накапливаемое тепло не успевает отводиться – происходит тепловой взрыв. Критерий зажигания у поверхности цилиндра можно представить в виде

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} = 0 \quad \text{и} \quad -\frac{\partial T}{\partial r} \gg 0. \quad (26)$$

При выводе критерия (25) выражение $[P(1 + 4/P^2)^{0.5} - P/2]$ сократилось, т.е. он справедлив для любых P , что верно только для $P \gg 1$, так как при $P \ll 1$ действует критерий самовоспламенения, вытекающий из выражений (9), (14):

$$\left.\frac{\partial v}{\partial \eta}\right|_{\eta=\infty} = -2, \quad \left.\frac{\partial v}{\partial \eta}\right|_{\eta=0} = 0. \quad (27)$$

В плоской геометрии ($r \gg 1$), при $M \ll 1$, критерий (27) примет вид

$$\left.\frac{\partial \theta}{\partial \xi}\right|_{\xi=\infty} \approx -2, \quad \left.\frac{\partial \theta}{\partial \xi}\right|_{\xi_s} \approx 0. \quad (28)$$

Критерий (28) был получен Я.Б. Зельдовичем в статье [1], где он писал, что выражение для предельного потока тепла “будет правильным и при любом другом способе отвода тепла”. Это утверждение было принято научным сообществом, так как вывод условий (28) был верен. В результате выражение для предельного теплового потока на долгие годы легло в основание теории зажигания, которое в размерных координатах имеет вид [1, 7]:

$$q = \lambda_s dT/dx|_{x=\infty} = -\lambda_s \left(\left.\frac{\partial \theta}{\partial \xi}\right|_{\xi_s=\infty}\right) RT_s^2/E\ell q = \quad (29)$$

$$= [(2\lambda_s RT_s^2 kQ \times \exp(-E/RT_s)/E)]^{0.5}.$$

Воспользуемся этим утверждением Зельдовича и получим “критерий зажигания” потока горючей смеси накаливаемым цилиндром, вставив в условие (29) формулу (23) для отвода потока тепла от зоны химической реакции:

$$\lambda b \operatorname{Nu}(T_s - T_0)/d = \quad (30)$$

$$= [(2\lambda_s RT_s^2 kQ \times \exp(-E/RT_s)/E)]^{0.5}.$$

Оказалось, условие (30) укладывает данные таблицы на разные кривые (рис. 1), в то время как критерий (25) собирает их на одну прямую (рис. 2). Метод проведения вычислений по обработке экспериментальных данных [10] по формулам (30) и (25) подробно изложен в работе [9] (по ошибке было написано зажигание пропано-воздушной газовой смеси, вместо сити-газа).

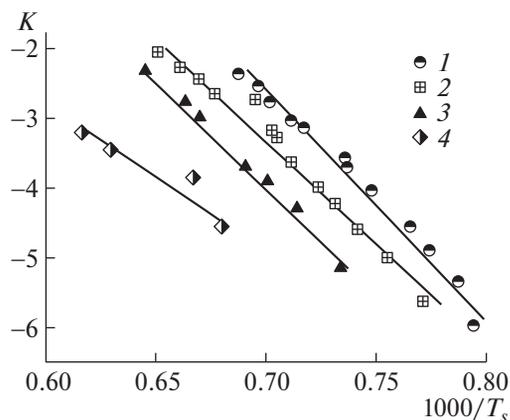


Рис. 1. Обработка экспериментальных данных [10] по зажиганию сити-газа (на основе метана) горячим цилиндром, используя критерий (30). Опыты проводились при диаметрах цилиндров (мм): 1 – 1.4, 2 – 1, 3 – 0.7, 4 – 0.48.

Для понимания этих фактов рассмотрим экспериментальные данные [10]. Используя рис. 2, при $b(\varphi) \approx 0.5$ найдем энергию активации химической реакции ($E = 34$ ккал/моль) и значение $kQ \approx 6 \times 10^7$ кал см³ с⁻¹. Вычисляем значения ℓ (табл. 1), полагая теплопроводность горючей смеси равной теплопроводности воздуха 2×10^{-4} кал/см с град при температуре 1300 К и ее рост на 5%, с повышением температуры на каждые 100 градусов [15]. Найдем выражение P (9) в размерных координатах, используя $\frac{\partial v}{\partial \xi} = \frac{dP}{dr} \frac{dr}{d\xi}$ и формулы (3), (23):

$$P = \ell[(Nu(T_s - T_0)E/RT_s^2 + 4)]/d.$$

Однако локальный поток тепла P_ℓ (22), (23) зависит от $\alpha_s(\varphi) = b(\varphi)\alpha$, где в месте зажигания $b(\varphi) \approx 0.5$, т.е. $P_\ell \approx P/2$. Выражение для теплового потока в месте зажигания примет вид

$$P_\ell = b(\varphi)\ell[(Nu(T_s - T_0)E/RT_s^2 + 4)]/d \approx \ell[(Nu(T_s - T_0)E/RT_s^2 + 4)]/2d. \quad (31)$$

Высчитаем значения P_ℓ и найдем $X \approx \ell/P_\ell$ – ширину зоны химической реакции (22) и $H_s/P_\ell \approx 1/P_\ell^2$ – отношение тепловыделения химической реакции к потоку тепла (15) (табл. 1). Видно, что при $P_\ell > 4$ экспериментальные точки хорошо ложатся на одну прямую (рис. 2), при этом значения H_s/P_ℓ и X малы. При уменьшении T_s значения P_ℓ падают, а значения H_s/P_ℓ и X быстро растут. Из табл. 1 и рис. 2 видно, что при минимальных значениях T_s ($P_\ell \approx 4$) точки эксперимента хуже ложатся на прямую линию – видимо, нужно учитывать тепловыделение химической реакции. При дальнейшем падении P_ℓ , критерий (25) станет менее точным, а затем его нельзя применять, так как при $P_\ell \ll 1$ происходит самовоспламенение горючего – работает критерий (28). А именно: при $P_\ell \ll 1$ приход тепла от горячего тела к горючему ничтожен (горячая поверхность не греет горючее), а ширина зоны химической реакции $X \gg r_s$, т.е. первичный очаг огня возникает в объеме горючего.

Итак, при уменьшении P_ℓ от больших величин до нуля изменяется характер теплового взрыва от зажигания горючего в тонком слое у накаливаемой поверхности к его объемному самовоспламенению, вдали от накаливаемой поверхности. При этом условие зажигания (25) постепенно переходит в условие самовоспламенения (28).

Я.Б. Зельдович написал статью в 1939 г. [1], когда математический аппарат теории горения не был хорошо развит и поэтому условие (28) было, ошибочно, отнесено им к зажиганию, так как позднее стало известно [7, 11], что обнаруженный

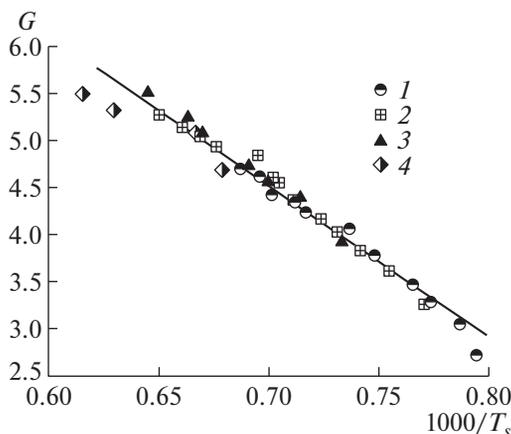


Рис. 2. Обработка экспериментальных данных [10] по зажиганию сити-газа (на основе метана) горячим цилиндром, используя критерий (25). Опыты проводились при диаметрах цилиндра (мм): 1 – 1.4, 2 – 1, 3 – 0.7, 4 – 0.48.

Таблица 1. Зажигание сити-газа (на основе метана) нагретыми цилиндрами

$d \cdot 10^{-2}$, см	T_s , К	v , см/с	$\ell \cdot 10^{-2}$, см	P_ℓ	H_s/P_ℓ	$X \cdot 10^{-2}$, см	Re	Nu	$\frac{1000}{T^\circ\text{K}}$	$\ln 2\lambda \frac{\text{Nu}(T_s - T_o)}{d^2}$
14	1451	1000	3.58	7.95	0.0158	0.45	157	6.19	0.686	4.69
14	1436	839	3.69	7.65	0.0171	0.48	134	5.7	0.696	4.59
14	1425	692	3.82	7.20	0.0193	0.53	108	5.1	0.702	4.41
14	1405	492	4.08	7.05	0.0201	0.58	82	4.6	0.712	4.33
14	1394	433	4.24	6.90	0.0210	0.61	72	4.3	0.717	4.25
14	1358	269	4.78	6.60	0.0230	0.72	46	3.5	0.736	4.00
14	1356	245	4.82	6.30	0.0252	0.77	42	3.3	0.738	3.97
14	1336	163	5.20	6.05	0.0273	0.86	28.6	2.85	0.749	3.76
14	1306	86	5.89	5.45	0.0337	1.08	15.5	2.17	0.766	3.45
14	1304	72	5.94	5.20	0.0370	1.14	13	2.03	0.767	3.38
14	1291	50	6.18	5.05	0.0392	1.22	9.2	1.85	0.775	3.27
14	1270	30	6.76	4.70	0.0453	1.44	5.6	1.5	0.787	3.04
14	1258	10	7.13	3.95	0.0641	1.80	1.9	1.1	0.795	2.7
10	1537	1000	2.72	6.70	0.0223	0.41	104	5.03	0.651	5.26
10	1513	839	2.91	6.60	0.0230	0.44	89	4.52	0.661	5.12
10	1493	665	3.09	6.55	0.0233	0.47	72	4.20	0.670	5.03
10	1478	498	3.24	6.45	0.0240	0.50	54.7	3.85	0.677	4.92
10	1438	433	3.66	7.15	0.0200	0.51	49.3	3.70	0.695	4.83
10	1423	269	3.85	6.3	0.0252	0.61	31	3.00	0.703	4.60
10	1418	245	3.91	6.1	0.0269	0.64	28.4	2.85	0.705	4.54
10	1405	163	4.08	5.55	0.0325	0.73	19.2	2.40	0.712	4.36
10	1381	86	4.42	5.20	0.0370	0.85	10.3	2.00	0.724	4.15
10	1367	72	4.65	5.35	0.0349	0.87	8.8	1.80	0.732	4.02
10	1347	50	5.01	4.8	0.0434	1.04	6.2	1.52	0.742	3.82
10	1324	30	5.44	3.65	0.0751	1.49	3.81	1.25	0.755	3.60
10	1296	10	6.09	4.05	0.0610	1.50	1.30	0.92	0.770	3.25
7	1551	433	2.62	5.90	0.0287	0.44	31.2	3.08	0.644	5.5
7	1508	245	2.96	5.70	0.0308	0.52	16.4	2.52	0.663	5.25
7	1493	163	3.11	5.30	0.0356	0.59	10.4	2.16	0.67	5.07
7	1448	72	3.55	4.85	0.0425	0.73	5.67	1.6	0.69	4.72
7	1428	50	3.79	4.70	0.0453	0.81	4.04	1.4	0.7	4.56
7	1400	30	4.16	4.65	0.0462	0.89	2.48	1.2	0.714	4.38
7	1363	10	4.72	4.0	0.0625	1.18	0.85	0.8	0.734	3.92
4.8	1623	72	2.17	3.50	0.0816	0.62	3.36	1.33	0.616	5.49
4.8	1588	50	2.37	3.55	0.0793	0.67	2.92	1.18	0.630	5.32
4.8	1500	30	3.02	4.0	0.0625	0.76	1.41	0.95	0.667	5.07
4.8	1493	10	3.29	3.60	0.0772	0.91	0.51	0.7	0.679	4.68

в работе [1] симметричный профиль температуры возникает при самовоспламенении горючего. Хотя и тогда было ясно, что в момент теплового взрыва градиент температуры у накалиной поверхности равен нулю [1] (28), т.е. она не может

греть и зажигать его. Отметим, что графический метод, использованный в работе [1], не видел точку перегиба в профиле температуры горючего, поэтому критерий зажигания (26) не был обнаружен.

Критерий зажигания горючего вещества горячим шаром можно получить из стационарного уравнения теплопроводности в сферических координатах при возникновении в профиле температуры горючего точки перегиба [6, 8, 9]:

$$2 \frac{\alpha_s}{r_o} (T_s - T_\infty) = Qk \exp\left(-\frac{E}{RT_s}\right), \quad (32)$$

где α_s – локальный минимальный коэффициент теплопередачи от шара в месте зажигания и r_o – радиус шара. Вероятно, критерий зажигания для выпуклого тела будет таким же, что и для шара (32), где α_s – локальный коэффициент теплопередачи в месте, где теплопередача минимальна, r_o – радиус кривизны в месте зажигания.

Критерий зажигания (25), (26) А.А. Филиппова связывают все характерные данные горючей системы: температуры среды T_0 и зажигания T_s ; размер (d) и геометрию горячего тела; условия теплоотвода (λ , Nu) и параметры химической реакции (Q , k , E) горючего в одно простое уравнение. Физический смысл критерия зажигания – нарушение стационарного теплового баланса в зоне химической реакции, при возникновении в ее температурном профиле точки перегиба, после чего тепловой взрыв становится неизбежен.

Условия (25), (26) получены при кондуктивном обмене тепла, поэтому они должны быть верны при зажигании конденсированного горючего. При зажигании горючего цилиндрической формы горячим потоком инертного газа стационарный режим невозможен из-за ограниченности объема горючего. Но при квазистационарном режиме прогрева горючего уравнение теплопроводности $\left(\frac{dT}{dt} \sim 0\right)$ примет вид (1) при граничных условиях, поменявших знак. А появление точки перегиба в профиле температуры горючего, вероятно, вызовет зажигание. В этом случае условия (25), (26) должны быть применимы. В работе [9] было обнаружено влияние материала накаливаемого тела и ингибиторов на T_s , т.е. условия (25), (26) можно использовать для изучения каталитических реакций и природы ингибирования при зажигании горючего.

Идея потери устойчивости используется в теории катастроф [15], где особые точки называются точками бифуркации. Поэтому условия зажигания (25), (26), являющиеся и условиями потери устойчивости, вероятно, можно использовать для моделирования лавинообразных природных и социальных процессов: газовый разряд, взрывное размножение вирусов, развитие пандемии, социальных конфликтов и экономических кризисов.

Авторы надеются, что аргументы, изложенные в этой статье и в работах [6, 8, 9], будут приняты и, по истечению восьмидесяти лет, возникнет еди-

ная точка зрения на “теорию зажигания накаливаемой поверхностью”.

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы благодарят доктора физ.-мат. наук, ведущего сотрудника ИХФ РАН Бориса Сергеевича Ермолаева за критические замечания, позволившие нам изложить текст статьи более понятно и аргументированно, а также Романа Андреевича Филиппова за компьютерное оформление статьи и Аллу Ивановну Кузнецову за редактирование статьи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зельдович Я.Б. Теория зажигания накаливаемой поверхностью // ЖЭТФ. 1939. Т. 9. № 12. С. 1530–1534.
2. Jackson E., Zel'dovich Ia.B., Siuniaev R.A. V. I. Chemical Physics and Hydrodynamics: Chemical Physics and Hydrodynamics. Princeton University Press, 1992.
3. Лисицкий В.И. Зажигание конденсированных веществ. Препринт. Черноголовка, 1970.
4. Аверсон А.Э. Теория зажигания. Препринт. Черноголовка, 1977.
5. Niioka T., Williams F.A. Relationship between theory and experiment for radiant of solids. 17-th International Symposium on Combustion. 1978. P. 1163–1190.
6. Филиппов А.А. К вопросу поджигания полимерных материалов накаливаемыми телами. Межвузовский сборник научных трудов по химии и технологии элементоорганических полупродуктов и полимеров. Волгоград, 1984.
7. Зельдович Я.Б., Баренблатт Г.И., Либрович В.Б., Махвиладзе Г.М. Математическая теория горения и взрыва. М.: Наука, 1980.
8. Philippov A.A., Khalturinskiy N.A. To the theory of ignition by a hot surface: critical conditions for occurrence of explosive and avalanche-like processes. Zeldovic memorial. 2015. V. 2.
9. Филиппов А.А., Берлин А.А. К теории зажигания накаливаемой поверхностью // Горение и взрыв. 2021. Т. 14. № 2.
10. Кумагаи С. Горение. М.: ИЛ, 1979.
11. Франк-Каменецкий Д.А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. 2-е изд. пер. и доп. М.: Наука, 1967.
12. Филиппов А.А. Экспериментальное изучение зажигания полимерных материалов накаливаемыми телами и влияние антипиренов. Дис. ... канд. физ.-мат. наук. М., 1985.
13. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974.
14. Гребер Г., Эрк С., Григуль У. Основы учения о теплообмене. М.: ИЛ, 1958.
15. Варгафтик Н.Б., Филиппов Л.П. и др. Справочник по теплофизическим свойствам жидкостей и газов. М.: Энергоатомиздат, 1990.
16. Арнольд В.И. Теория катастроф. М.: Наука, 1990.

MATHEMATICAL THEORY OF IGNITION BY AN INCANDESCENT SURFACE

A. A. Philippov^a and Academician of the RAS A. A. Berlin^a

^aN.N. Semenov Federal Research Center for Chemical Physics, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

In the theory of ignition, the criterion was obtained by Ya.B. Zeldovich in 1939, which made it possible to approximately calculate the parameters of some ignition processes. In 1984, A.A. Philippov solving the heat conduction equation, under a number of assumptions, obtained an ignition criterion that accurately describes the experimental data. In 2015, he derived this criterion using stability theory and later derived it from the heat balance equation. In this article, by solving the stationary heat conduction equation under limiting boundary conditions, the Zeldovich and Philippov criteria were obtained, while the first refers to self-ignition, and the second to the ignition of a fuel by a heated surface. The ignition criterion links all the parameters of the combustible system into one simple equation: the temperature of the medium and the hot surface; geometry and size of the hot body; heat removal conditions and parameters of the chemical reaction of the fuel. Using the ignition criterion, it is possible to simulate other natural explosive processes.

Keywords: theory and criterion of ignition, ignition condition, explosive processes, inflection and bifurcation points

ИНИЦИИРОВАНИЕ ДЕТОНАЦИИ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ УДАРНОЙ ВОЛНЫ С ГОРЮЧИМ ГАЗОВЫМ ПУЗЫРЕМ

© 2022 г. П. Ю. Георгиевский^{1,*}, О. Г. Сутырин^{1,**}

Представлено академиком РАН В.А. Левиным 24.11.2021 г.

Поступило 25.11.2021 г.

После доработки 25.11.2021 г.

Принято к публикации 06.12.2021 г.

На основе уравнений Эйлера проведено численное моделирование взаимодействия ударной волны в газе с эллипсоидальным горючим газовым пузырем повышенной плотности в двумерной плоской и осесимметричной постановках. Обнаружены три качественно различных режима инициирования детонации: прямое инициирование детонации в передней части пузыря при достаточно высоких числах Маха падающей волны и инициирование детонации в результате преломления волны и фокусировки вторичных скачков уплотнения в задней части пузыря при меньших числах Маха. Показано, что режим инициирования детонации существенно зависит как от интенсивности ударной волны, так и от формы пузыря. Удлинение пузыря приводит к уменьшению пороговых чисел Маха, умеренно в осесимметричном случае и существенно в случае плоской симметрии. Эффект фокусировки ударной волны позволяет достичь успешного инициирования детонации при принципиально меньшей интенсивности падающей волны по сравнению с прямым инициированием.

Ключевые слова: ударная волна, газовый пузырь, фокусировка ударной волны, кумуляция, детонация

DOI: 10.31857/S2686740022010072

В связи с интенсивным развитием высокоскоростных энергетических и двигательных систем в последние годы активно исследуются новые способы инициирования и управления горением, — в особенности детонационным, — газовых и капельно-газовых топливных смесей. Перспективным методом инициирования и стабилизации детонационного горения является фокусировка ударных волн в газах, сопровождающаяся чрезвычайно интенсивным повышением давления, плотности и температуры газа в локальных областях потока [1]. Один из путей организации фокусировки ударной волны основан на явлении “газодинамического линзирования” ударной волны при взаимодействии с пузырем газа повышенной плотности [2]. Первое экспериментальное подтверждение возможности инициирования горения в горючем газовом пузыре за счет эффекта фокусировки ударной волны получено в [3]. Ударная волна распространялась по азоту, а газовый пузырь был заполнен водородно-кислород-

ной смесью с добавлением ксенона, для повышения плотности смеси. Было обнаружено два режима возгорания смеси: прямое воспламенение в передней части пузыря, вызванное сильной волной (число Маха $M = 2.8$), и более медленное зажигание в задней части пузыря за счет преломления и фокусировки более слабых волн ($M = 1.3–2.0$). В последующих численных работах [4, 5] было показано, что в зависимости от интенсивности волны и начального давления в смеси может реализоваться как медленное дефлаграционное, так и быстрое детонационное горение.

Первое исследование влияния формы горючего газового пузыря (в плоской постановке — газового цилиндра) было предпринято в [6]. На основе одностадийной кинетики горения было показано, что пороговое число Маха волны существенно зависит от формы цилиндра и снижается от $M = 3.2$ для сплюснутого цилиндра до $M = 2.4$ для умеренно вытянутого цилиндра. Известно, что в осесимметричном случае фокусировка ударной волны намного более интенсивна [2], и поэтому эффект снижения порогового числа Маха волны в этом случае может быть выражен еще сильнее.

В настоящей работе численно исследуется взаимодействие ударной волны с эллипсоидальным горючим газовым пузырем повышенной плотности как в двумерной плоской, так и в осесиммет-

¹ Научно-исследовательский институт механики Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

*E-mail: georgi@imec.msu.ru

**E-mail: sutyurin@imec.msu.ru

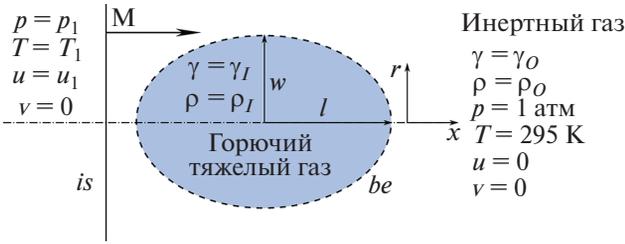


Рис. 1. Схема начального состояния задачи: *is* – падающая ударная волна с числом Маха *M*; пунктирная линия *be* обозначает границу пузыря; продольная и поперечная полуоси пузыря обозначены *l* и *w*. Плоскость или ось симметрии задачи показана штриховой линией.

$\chi = 10/7$. Для краткости термин “пузырь” применяется ниже как для газового цилиндра, так и для осесимметричного пузыря.

Нестационарные течения неоднородных горючих газовых смесей моделируются на основе уравнений Эйлера, дополненных уравнениями переноса для показателя адиабаты и параметров полноты протекания химических реакций:

$$\frac{\partial r^\nu U}{\partial t} + \frac{\partial r^\nu F(U)}{\partial x} + \frac{\partial r^\nu G(U)}{\partial r} = S(U), \quad (1)$$

$$U = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \\ \Gamma \\ \alpha \\ \beta \end{pmatrix}, \quad F(U) = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ (e + p)u \\ \Gamma u \\ \alpha u \\ \beta u \end{pmatrix}, \quad (2)$$

$$G(U) = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ (e + p)v \\ \Gamma v \\ \alpha v \\ \beta v \end{pmatrix}, \quad (3)$$

$$S(U) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \nu p \\ 0 \\ r^\nu \Gamma \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \nu \Gamma v \\ r^\nu \alpha \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \nu \alpha v + r^\nu \omega_\alpha \\ r^\nu \beta \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \nu \beta v + r^\nu \omega_\beta \end{pmatrix},$$

где ρ , p и $\Gamma = \frac{1}{\gamma - 1}$ – плотность, давление и функция показателя адиабаты газа, u и v – компоненты скорости вдоль осей x и r , $e = \frac{p}{\gamma - 1} + \rho \frac{u^2 + v^2}{2} + \rho \beta Q$ – полная энергия единицы объема газа, α , β и Q – параметры полноты прохождения реакций и теплота сгорания единицы массы газа, а ω_α и ω_β – скорости протекания реакций. Параметр ν задает геометрию задачи: $\nu = 0$ для плоских течений и $\nu = 1$ для осесимметричных.

ричной постановке на основе двухстадийной кинетики горения.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ, МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД

Схема начального состояния задачи приведена на рис. 1. Ударная волна (скачок уплотнения) распространяется вдоль оси x слева направо через газ при нормальных условиях. Область перед ударной волной содержит пузырь тяжелого горючего газа, т.е. эллиптическую область, заполненную газом повышенной плотности при том же давлении и температуре. Оба газа считаются совершенными газами с постоянной теплоемкостью. Интенсивность и скорость распространения начального скачка задаются числом Маха M , а параметры газа – давление p , температура T и скорость u за его фронтом – вычисляются с помощью соотношений Ренкина–Гюгонио. Плотность горючего газа составляет $\rho = 1.306 \text{ кг/м}^3$, а отношение плотностей газов равно $\rho_I/\rho_O = 3.0$ (число Атвуда $At = 0.5$). Такое значение близко к значению в эксперименте [3] ($At \approx 0.47$), а также характеризуется интенсивной фокусировкой волны и высокой чувствительностью к небольшим изменениям формы пузыря [2]. Термодинамические характеристики газов определяются показателями адиабаты γ_O и γ_I соответственно, в данном случае они равны $\gamma_I = 1.4$ и $\gamma_O = 1.67$.

Рассмотрены как двумерные плоские, так и осесимметричные течения, и соответствующая плоскость или ось симметрии на рис. 1 показана штрихпунктирной линией. Форма пузыря задается его полуосями l и w , либо его объемом (площадью сечения) и отношением полуосей $\chi = l/w$. В данном случае поперечное сечение имеет постоянную площадь 12.57 см^2 , что соответствует круглому пузырю диаметром 4 см, как в [3], а отношение полуосей варьировалось от $\chi = 0.7$ до

Горение газа описывается с помощью двухстадийной кинетики “индукция–реакция” Коробейникова–Левина [7]:

$$\omega_{\alpha} \equiv \frac{d\alpha}{dt} = -k_{\alpha} \rho \exp\left(-\frac{E_{\alpha}}{RT}\right),$$

$$\omega_{\beta} \equiv \frac{d\beta}{dt} = -H(-\alpha)k_{\beta} \rho^2 \left[\beta^2 \exp\left(-\frac{E_{\beta}}{RT}\right) - (1-\beta)^2 \exp\left(-\frac{E_{\beta}+Q}{RT}\right) \right],$$

где $H(\cdot)$ – функция Хевисайда, обеспечивающая запуск экзотермической реакции после реакции индукции. Температура газа T вычисляется из уравнения состояния совершенного газа $p = \rho RT$. Параметры кинетики соответствуют водородо-кислородной смеси разбавленной аргоном ($2\text{H}_2 + \text{O}_2 + 7\text{Ar}$) [7, 8]:

$$k_{\alpha} = 3.0 \times 10^8 \text{ м}^3/\text{кг} \cdot \text{с},$$

$$k_{\beta} = 1.5 \times 10^{-5} \text{ м}^2 \cdot \text{с}/\text{кг}^2, \quad E_{\alpha}/R = 9800 \text{ К}, \quad (4)$$

$$E_{\beta}/R = 2000 \text{ К}, \quad Q = 1.52 \times 10^6 \text{ Дж}/\text{кг}.$$

Численный метод основан на конечно-разностной реализации классической консервативной схемы WENO [9] с реконструкцией потока 5-го порядка аппроксимации, расширенной на системы с уравнениями переноса согласно [10]. Для валидации численного метода был смоделирован классический эксперимент по взаимодействию ударной волны с газовым цилиндром повышенной плотности [11]. Численные результаты очень хорошо согласуются с экспериментальными данными в отношении положений и интенсивности основных скачков уплотнения и особенностей морфологии цилиндра.

ГАЗОДИНАМИКА ФОКУСИРОВКИ ВОЛНЫ И РЕЖИМЫ ИНИЦИИРОВАНИЯ ДЕТОНАЦИИ

Основные стадии взаимодействия ударной волны с газовым пузырем без учета химических реакций приведены на рис. 2 на примере расчета с плоской симметрией при $M = 2.8$, $\chi = 1.0$. На рисунке приведены изолинии давления с шагом 0.5 атм и распределение показателя адиабаты для дифференциации различных газов; плоскость симметрии проходит по нижней границе рисунков. Время в миллисекундах от начала взаимодействия указано в углу каждого изображения. От границы раздела газов отражается скачок уплотнения rs , а прошедший внутрь пузыря скачок ts приобретает вогнутую форму. Со временем его вогнутость усиливается, формируется поперечный скачок tss и тройная точка tp , движущиеся по диагонали к плоскости симметрии. Скачки и

тройная точка выходят из пузыря во внешний газ, образуя вышедший скачок rts и волну разрежения rew , а затем фокусируются на плоскости симметрии – отражаются, образуя скачок $rtss$, – дополнительно повышая давление и температуру газа в окрестности правого полюса пузыря. В зависимости от параметров задачи возможен иной режим фокусировки – внутренний – характеризующийся коллапсом нескольких скачков внутри пузыря [2]. Течение с осевой симметрией качественно совпадает с плоским, при этом интенсивность фокусировки оказывается многократно выше.

При моделировании химически реагирующих течений были обнаружены три различных режима инициирования детонации в зависимости от числа Маха падающей ударной волны и формы пузыря. Первый режим – прямое инициирование детонации – имеет место при высоких числах Маха; воспламенение происходит на левом крае пузыря с некоторой задержкой после начала взаимодействия ударной волны с пузырем (рис. 3а). Задержка воспламенения зависит от интенсивности волны и составляет 6–18 мкс при $M = 3.0$ –2.8. Сформировавшаяся детонационная волна dw догоняет прошедший скачок ts и далее распространяется как через невозмущенную, так и через ударно-сжатую части горючего газа (рис. 3б). Сначала она распространяется в режиме пересжатой детонации, а затем ослабевает до волны Чепмена–Жуге, в конечном итоге сжигая весь пузырь. Скорость волны детонации в несколько раз превышает скорость ударной волны, и поэтому газодинамический процесс фокусировки ударной волны нарушается.

При меньших числах Маха задержка прямого воспламенения сравнима со временем формирования поперечных скачков уплотнения, и реализуется второй режим инициирования детонации – при преломлении скачка. Экзотермическая реакция начинается в непосредственной близости от тройной точки tp , образовавшейся при опрокидывании прошедшей ударной волны. Сформированная детонационная волна (рис. 4а) распространяется через горючую смесь, сжатую прошедшим скачком ts , и через небольшую область невозмущенного горючего газа перед ней. Поскольку поперечные вторичные скачки уплотнения образуются после того, как падающая ударная волна проходит среднюю часть пузыря, такая картина воспламенения всегда локализуется в правой части пузыря. Вызванная детонацией ударная волна dds в этом случае образуется на подветренной кромке пузыря и распространяется по газу за выпуклым участком ударной волны bis . Как и в режиме прямого инициирования, детонационная волна нарушает процесс фокусировки ударной волны.

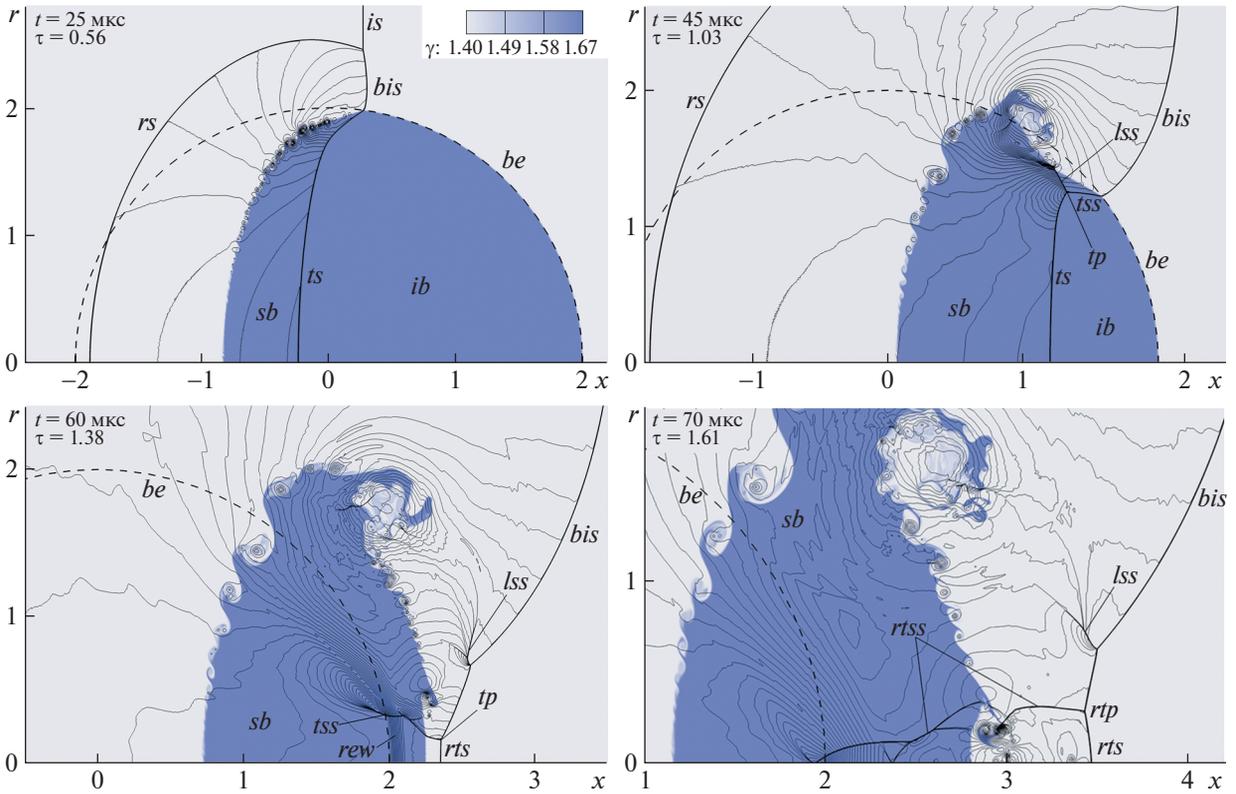


Рис. 2. Основные стадии взаимодействия ударной волны с газовым пузырем повышенной плотности при $M = 2.8$, $\chi = 1.0$, плоский случай. Изолинии давления, цветом показан показатель адиабаты газа; координаты в сантиметрах. *is* – Исходный скачок уплотнения, *be* – начальная граница пузыря, *rs* – отраженный скачок, *ib* и *sb* – невозмущенная и ударно-сжатая части пузыря, *ts* – прошедший скачок, *bis* – выпуклая часть падающего скачка, *tss* и *lss* – поперечный и продольный вторичные скачки, *tp* – тройная точка, *rts* – вышедший скачок, *rew* – отраженная волна разрежения, *rtp* и *rtss* – отраженные тройная точка и поперечный скачок.

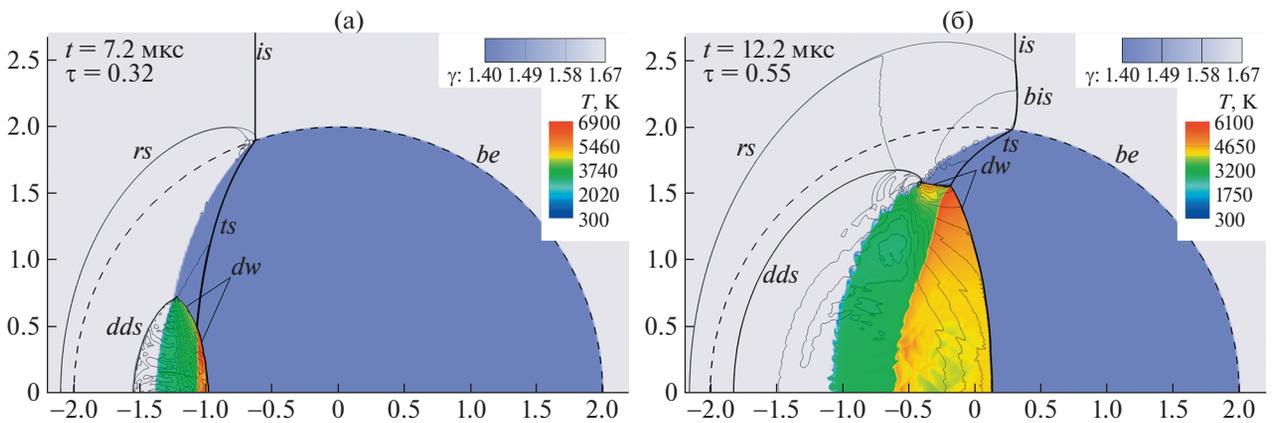


Рис. 3. Прямое инициирование детонации при $M = 3.0$ и $\chi = 1.0$, плоская симметрия. Изолинии давления, поле температуры (только при $\beta \leq 1.0$). *dw* – Детонационная волна, *dds* – вызванная детонацией ударная волна в инертном газе.

Третий режим инициирования детонации – при фокусировке ударной волны – наблюдается при еще меньших числах Маха падающей волны и, в плоском случае, только для вытянутых пузырей ($\chi > 1.0$). Возгорание происходит, когда отра-

женный от плоскости или оси симметрии скачок *rtss* проникает в горючий газ у заднего полюса пузыря (рис. 46). Для вытянутых пузырей во многих случаях воспламенение происходит сразу же, при фокусировке поперечных скачков внутри пузыря.

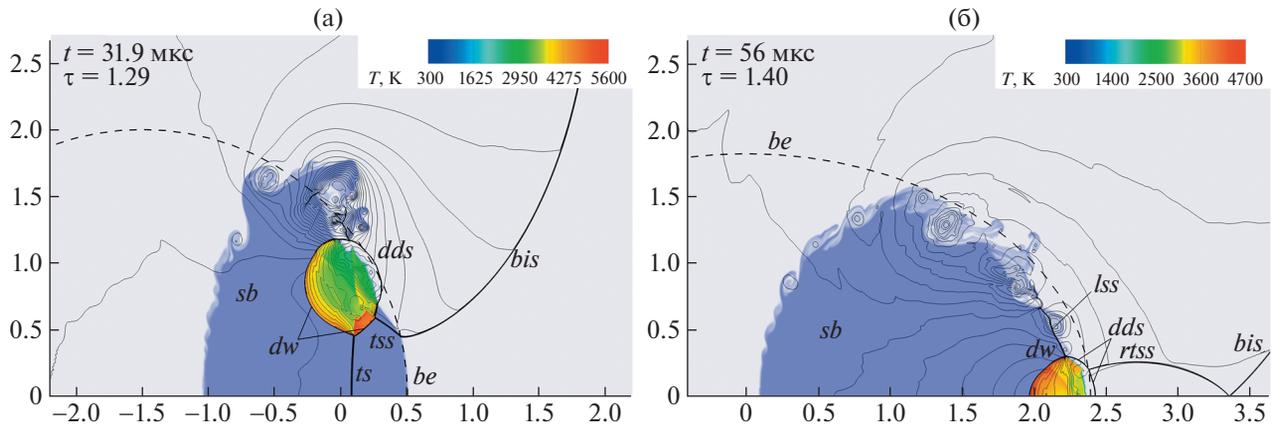


Рис. 4. Режимы непрямого инициирования детонации при взаимодействии ударной волны с горючим пузырем. Детонация при преломлении ударной волны при $M = 2.7$ и $\chi = 1.0$ (а) и детонация при фокусировке ударной волны при $M = 2.0$ и $\chi = 10/7$ (б).

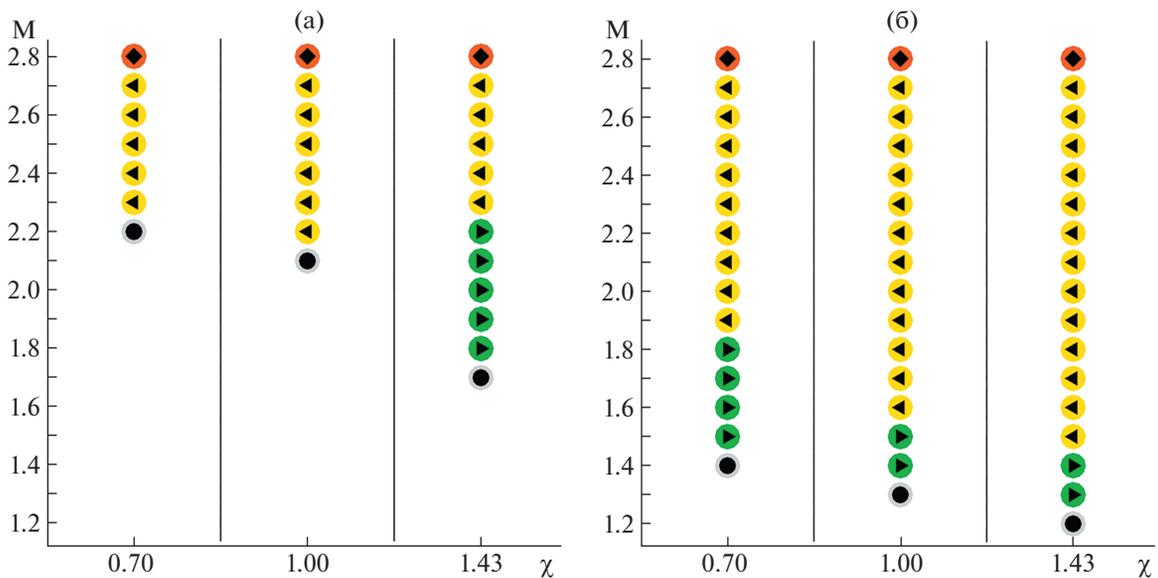


Рис. 5. Диаграммы режимов инициирования детонации при взаимодействии ударной волны с горючим газовым пузырем: плоские (а) и осесимметричные (б) течения. По горизонтали отложена форма пузыря – сплюснутый ($\chi = 0.7$), круглый ($\chi = 1.0$) и вытянутый ($\chi = 10/7 \approx 1.43$); по вертикали отложено число Маха падающей волны. Режимы инициирования детонации обозначены символами: ● – нет воспламенения; ◆ – прямое инициирование; ◀ – при преломлении волн; ▶ – при фокусировке волн.

На основе серии расчетов для различных чисел Маха и форм пузыря были составлены диаграммы режимов инициирования детонации в плоском и осесимметричном случаях (рис. 5). При $M \geq 2.8$ наблюдается только прямое инициирование детонации независимо от формы пузыря и типа симметрии потока, поэтому это значение можно рассматривать как верхнее пороговое число Маха. Ниже этого детонация инициируется при преломлении скачка, причем с уменьшением числа Маха точка воспламенения приближается к плос-

кости или оси симметрии. При еще меньших числах Маха повышения температуры вблизи тройной точки tp недостаточно, и детонация инициируется только при фокусировке поперечных скачков. При этом в плоском случае для сплюснутых и круглых пузырей не наблюдается инициирования детонации при фокусировке волны в силу того, что интенсивности отраженной волны $rtss$ недостаточно для воспламенения смеси в пузыре.

Параметры настоящего течения отличаются от условий в эксперименте [3], но основные соотношения между числами Маха и локализацией возгорания очень близки. Прямое инициирование в верхней части пузыря наблюдается при $M = 2.83$ в эксперименте и при $M \geq 2.8$ в расчетах. Для более низких чисел Маха воспламенение локализовано в нижней части пузыря как в эксперименте, так и в моделировании. Нижние пороговые числа Маха в расчетах — $M = 1.4$ для круглого и $M = 1.3$ для вытянутого пузыря — близки к предполагаемому в [3] нижнему порогу $M = 1.34$.

Аналогичные режимы инициирования детонации наблюдались ранее при моделировании плоской задачи с одностадийной кинетикой горения пропана Вестбрука–Драйера [6]. В настоящей работе детонация инициируется легче благодаря параметрам кинетики, соответствующим более легковоспламеняющейся смеси, и соответствующие пороговые значения числа Маха оказываются ниже: верхний предел ниже на 0.4, а нижний на 0.6. Тем не менее, основные особенности зависимости формы пузыря одинаковы: для сплюснутых и круглых пузырей наблюдаются только прямое инициирование и воспламенение при преломлении, а для вытянутых пузырей достигается значительное уменьшение нижнего порогового числа Маха с появлением внутренней фокусировки. Ключевое же значение имеет тип симметрии задачи: за счет осесимметричной фокусировки пороговое число Маха снижается вплоть до $M = 1.3$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе двухстадийной кинетики горения проведено численное моделирование инициирования детонации в горячем газовом пузыре при падении на него ударной волны. Обнаружены три различных режима инициирования детонации: прямое инициирование детонации сильной волной в передней части пузыря и инициирование детонации в задней части пузыря в результате преломления более слабой волны и фокусировки вторичных скачков уплотнения. Помимо интенсивности падающей волны, режим инициирования детонации существенно зависит от формы пузыря: удлинение пузыря приводит к уменьшению порогового числа Маха, умеренному в осесимметричном случае и значительному в случае плоской симметрии. За счет осесимметричной фокусировки волны пороговое число Маха снижается вплоть до $M = 1.3$. Столь существенное снижение пороговой интенсивности ударной волны при взаимодействии с пузырем может быть положено в основу разработки новых методов газодинамического инициирования детонации в перспективных системах высокоскоростного сгорания.

ИСТОЧНИКИ ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена в соответствии с планом исследований НИИ механики МГУ с использованием оборудования Центра коллективного пользования сверхвысокопроизводительными вычислительными ресурсами МГУ имени М.В. Ломоносова при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (соглашение № 075-15-2020-806).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Apaizidis N., Eliasson V.* Shock focusing phenomena. Springer, 2018
2. *Georgievskiy P.Y., Levin V., Sutyurin O.* Interaction of a shock with elliptical gas bubbles // *Shock Waves*. 2015. V. 25. № 4. P. 357–369.
3. *Haehn N., Ranjan D., Weber C., Oakley J., Rothamer D., Bonazza R.* Reacting shock bubble interaction // *Combustion and Flame*. 2012. V. 159. № 3. P. 1339–1350.
4. *Diegelmann F., Hickel S., Adams N.A.* Shock mach number influence on reaction wave types and mixing in reactive shock-bubble interaction // *Combustion and Flame*. 2016. V. 174. P. 85–99.
5. *Diegelmann F., Tritschler V., Hickel S., Adams N.* On the pressure dependence of ignition and mixing in two-dimensional reactive shock-bubble interaction // *Combustion and Flame*. 2016. V. 163. P. 414–426.
6. *Георгиевский П.Ю., Левин В.А., Сутырин О.Г.* Детонация горючего газового цилиндра при фокусировке падающей ударной волны // *Письма в Журнал технической физики*. 2019. Т. 45. № 23. С. 43–46.
7. *Левин В.А., Коробейников В.П.* Сильный взрыв в горючей смеси газов // *Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа*. 1969. Т. 6. С. 48–51.
8. *Matsuo A., Fujiwara T.* Numerical simulation of shock-induced combustion around an axisymmetric blunt body // In: 26th Thermophysics Conference. 1991. P. 1414.
9. *Jiang G.-S., Shu C.W.* Efficient implementation of weighted eno schemes // *J. Comp. Phys*. 1996. V. 126. № 1. P. 202–228.
10. *He Z., Li L., Zhang Y., Tian B.* Consistent implementation of characteristic flux-split base finite difference method for compressible multi-material gas flows // *Computers & Fluids*. 2018. V. 168. P. 190–200.
11. *Haas J.-F., Sturtevant B.* Interaction of weak shock waves with cylindrical and spherical gas inhomogeneities // *Journal of Fluid Mechanics*. 1987. V. 181. P. 41–76.

**DETONATION INITIATION UPON INTERACTION
OF A SHOCK WITH COMBUSTIBLE GAS BUBBLE****P. Yu. Georgievskiy^a and O. G. Sutyurin^a**^a *Institute of Mechanics of Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia*

Presented by Academician of the RAS V.A. Levin

Based on Euler's equations, an interaction of a shock in a gas with ellipsoidal combustible heavy gas bubble is numerically studied in two-dimensional plane and axisymmetric formulations. Three qualitatively different detonation initiation patterns are found: direct detonation initiation within front part of the bubble for sufficiently high Mach numbers and detonation initiation due to shock refraction and secondary shocks focusing within back bubble part for lower Mach numbers. Detonation initiation patterns is shown to significantly depend on shock intensity as well as on bubble shape. Bubble elongation result in a decrease of threshold Mach numbers, moderately in the axisymmetric case and significant in the case of plane symmetry. The effect of focusing the shock wave makes successful initiation of detonation possible at substantially lower intensity of the incident wave compared to direct initiation.

Keywords: shock wave, gas bubble, shock focusing, cumulation, detonation

АНОМАЛЬНОЕ ВЛИЯНИЕ ОТСОСА НА НЕУСТОЙЧИВОСТЬ СВЕРХЗВУКОВОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

© 2022 г. Член-корреспондент РАН И. В. Егоров^{1,2,*}, А. В. Новиков^{1,2,**}, А. О. Образ^{1,2,***}

Поступило 30.11.2021 г.

После доработки 30.11.2021 г.

Принято к публикации 28.01.2022 г.

Представлены результаты исследования устойчивости пристенного течения при сверхзвуковом обтекании плоской пластины с участком отсоса газа из пограничного слоя через стенку. Система отсоса обычно рассматривается как способ стабилизации пограничного слоя и затягивания ламинарно-турбулентного перехода, который работает при дозвуковых и невысоких сверхзвуковых скоростях. В настоящей работе исследуется влияние отсоса на развитие неустойчивостей в пограничном слое при больших сверхзвуковых скоростях. Проводится численное моделирование ламинарного обтекания пластины с участком постоянного отсоса различной интенсивности с помощью интегрирования уравнений Навье–Стокса. Неустойчивости в искаженном отсосом пограничном слое анализируются в рамках линейной теории устойчивости с помощью e^N метода. Рассмотрены высокочастотные возмущения, относящиеся к плоским волнам второй моды Мэка, которая наиболее неустойчива при высоких скоростях. Обнаружено, что неустойчивости над участком отсоса могут аномальным образом усиливаться сильнее, чем в случае без отсоса.

Ключевые слова: сверхзвуковые течения, отсос пограничного слоя, неустойчивые возмущения, линейная теория устойчивости

DOI: 10.31857/S2686740022020043

Концепция ламинаризации пограничного слоя потока при помощи отсоса газа через перфорированную стенку широко известна и относится к активным системам управления ламинарным потоком [1, 2]. Большинство исследований в этой области имеют ярко выраженную практическую (инженерную) направленность и не рассматривают подробно физические явления, связанные с развитием неустойчивых возмущений в искаженном отсосом пограничном слое. Кроме того, в большинстве публикаций рассмотрены дозвуковые и трансзвуковые режимы течения, в то время как сверхзвуковые режимы изучены слабо.

В данной работе проводятся исследования устойчивости для сверхзвукового обтекания плоской пластины при числе Маха $M_\infty = 6.0$ с участком

постоянного отсоса различной интенсивности. В рамках линейной теории устойчивости и метода e^N рассчитаны инкременты пространственного роста неустойчивых волн второй моды (волн Мэка), а также их интегральные усиления в зависимости от интенсивности отсоса.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ

Моделирование ламинарного течения около пластины выполняется путем решения уравнений Навье–Стокса для идеального сжимаемого газа. В настоящей работе рассматривается плоская пластина под нулевыми углами атаки и скольжения. Применяется двумерная формулировка уравнений в консервативной безразмерной форме. Координаты нормируются на характерную длину L^* ; зависимые переменные $\{u, v, T\}$ – на соответствующие значения в набегающем потоке $\{U_\infty^*, T_\infty^*\}$, давление p – на удвоенный скоростной напор $\rho_\infty^* U_\infty^{*2}$. Здесь и далее верхний индекс * обозначает размерные величины.

Уравнения Навье–Стокса интегрируются с помощью авторского пакета расчетных программ [3], который реализует неявный метод конечного

¹Центральный аэрогидродинамический институт им. проф. Н.Е. Жуковского, Жуковский, Московская обл., Россия

²Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), Долгопрудный, Московская обл., Россия

*E-mail: ivan.egorov@tsagi.ru

**E-mail: novikov.av@mipt.ru

***E-mail: obraz89@gmail.com

объема сквозного счета с аппроксимацией второго порядка по пространству и времени. Используется TVD-схема с приближенным решателем задачи распада разрыва P_{ou} . Реконструкция зависимых переменных на границах ячеек сетки выполняется с использованием подхода WENO3, который эффективно дает аппроксимацию по пространству третьего порядка.

Характеристики неустойчивых мод пограничного слоя исследуются в рамках линейной теории устойчивости с использованием авторского кода [4]. Рассматривается усиление неустойчивых волн второй моды (или моды Мэка), распространяющихся в ламинарном пограничном слое, полученном при решении уравнений Навье–Стокса. В рамках локально-параллельного приближения рассматриваются возмущения газодинамических величин вида $q(y)\exp(i\alpha x + i\beta z - i\omega t)$. Здесь $\alpha = \alpha_r + i\alpha_i$ – комплексное волновое число, получающееся в результате численного решения однородной краевой задачи на собственные значения; $\alpha(\omega, x)$ зависит от круговой частоты волны ω и продольной координаты x как от параметра. В настоящей работе изучаются только плоские волны второй моды Мэка с поперечным волновым числом $\beta = 0$, которые доминируют над другими неустойчивостями на рассматриваемом режиме течения. Если $\alpha_i < 0$, то амплитуда волны растет вниз по потоку с инкрементом $\sigma(\omega, x) = -\alpha_i$, а ее интегральное усиление характеризуется N -фактором

$$N(\omega, x) = \int_{x_0(\omega)}^x \sigma(\omega, x) dx,$$

где x_0 – точка потери устойчивости, лежащая на нижней ветви нейтральной кривой.

Рассматривается сверхзвуковое обтекание острой плоской пластины под нулевыми углами атаки и скольжения при числе Маха набегающего потока $M_\infty = 6$, единичном числе Рейнольдса $Re_{\infty,1} = 10.5 \times 10^6 \text{ м}^{-1}$, показателе адиабаты $\gamma = 1.4$, постоянном числе Прандтля $Pr = 0.72$ и статической температуре набегающего потока $T_\infty^* = 43.14 \text{ К}$. Поверхность пластины изотермическая с температурой $T_w^* = 293 \text{ К}$ ($T_w = 6.79$). Характерный масштаб длины $L^* = 0.2 \text{ м}$. Эти параметры потока относятся к экспериментам по исследованию устойчивости пограничного слоя над волнообразной пластиной [5] в ударной аэродинамической трубе Транзит-М ИТПМ СО РАН.

Отсос пограничного слоя через стенку производится на конечном участке,

$$x_{s1} \leq x \leq x_{s2}, \quad x_{s1} = 0.26, \quad x_{s2} = 0.8,$$

соответствующем положению профилированно-го участка на модели волнообразной пластины в

экспериментах [5]. Интенсивность отсоса задается коэффициентом

$$c_q(x) = \rho_w v_w \sqrt{2Re_{\infty,x}}, \quad \text{где } Re_{\infty,x} = xRe_{\infty,L}.$$

Расчеты производятся для постоянных значений $c_q = \{0.0, 0.4, 0.8\}$.

Расчетная область представляет собой прямоугольник размерами $[0, 1] \times [0, 0.21]$ с ортогональной структурированной многоблочной сеткой из 3001×401 узлов в направлении вдоль пластины и по нормали к стенке, и со сгущением таким, что 55% узлов попадает в пограничный слой. Ставятся следующие граничные условия: прилипание на обтекаемой поверхности вне области отсоса; условие набегающего потока на входной и верхней границах; линейная экстраполяция изнутри области для зависимых переменных на выходной границе; массовый расход газа $[\rho v]_w(x) = c_q / \sqrt{2Re_{\infty,x}}$ через стенку на участке с отсосом.

Расчеты проводятся в два этапа. Сначала с помощью метода установления вычисляется поле стационарного ламинарного обтекания пластины при различных интенсивностях отсоса. Затем из полученного двухмерного стационарного поля извлекаются профили пограничного слоя в различных сечениях по x и решается задача линейной теории устойчивости. Для наиболее неустойчивых волн рассчитываются распределения инкрементов роста $\sigma(x)$ и соответствующие коэффициенты интегрального усиления (N -факторы).

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Результаты расчетов стационарного обтекания пластины при различных интенсивностях отсоса показаны на рис. 1. Представлены поля продольной скорости $u(x, y)$ в пристенной области. Для наглядности вертикальная координата y растянута в 10 раз, а начало и конец участка отсоса отмечены пунктирными линиями. Также показаны профили скорости $u(y)$ и статической температуры $T(y)$ в среднем сечении $x = 0.5$. Видно, что отсос существенно уменьшает толщину пограничного слоя, но при этом форма профилей остается подобной случаю без отсоса.

На основе профилей пограничного слоя вычисляется нейтральная кривая устойчивости – в каждом сечении по x определяется диапазон частот наиболее неустойчивых волн. На рассматриваемом режиме течения это плоские волны второй моды с характерной частотой $f^* \sim 200 \text{ кГц}$ ($\omega \sim 317.1$). Далее, для различных фиксированных частот ω из неустойчивого диапазона вычисляются распределения инкрементов $\sigma(\omega, x)$ и соответствующие интегральные усиления $N(\omega, x)$. Пример получаемых распределений для волны с ча-

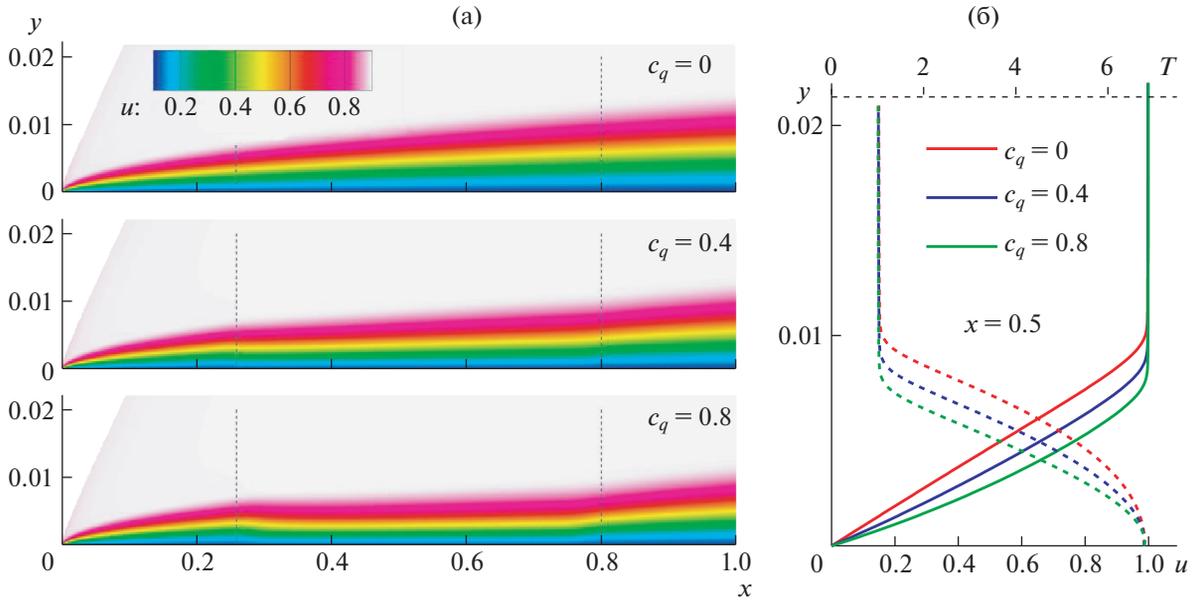


Рис. 1. Поля продольной скорости u (а) и профили пограничного слоя в сечении $x = 0.5$ (б) при различных интенсивностях отсоса.

стотой $\omega_1 = 296.8$ показан на рис. 2. Видно, что вблизи начала участка отсоса инкремент $\sigma(\omega_1; x)$ резко падает по сравнению со случаем без отсоса (рис. 2, пунктирные линии), т.е. локально проявляется известный эффект стабилизации пограничного слоя. Однако ниже по потоку на участке отсоса инкремент остается положительным, и по сравнению с пластиной без отсоса область неустойчивости оказывается более протяженной. Такое неожиданное поведение инкремента $\sigma_{c_q}(\omega_1; x)$ обусловлено изменением толщины $\delta(x)$ пограничного слоя на участке отсоса. Известно, что наиболее неустойчивая волна второй моды имеет длину $\lambda_*(x) \approx 2\delta(x)$ [6], а ее частота $\omega_* = 2\pi \cdot u_c / \lambda_* \approx \pi \cdot u_e / \delta$, где $u_c \approx 0.9u_e$ – типичная фазовая скорость волн второй моды, связанная со скоростью на границе пограничного слоя u_e . Тогда, если зафиксировать частоту волны ω_1 , то при некоторой толщине пограничного слоя δ_* будет наблюдаться максимальный инкремент σ_* , а при отстройке толщины $\delta \neq \delta_*$ инкремент будет падать. В случае отсоса пограничного слоя через стенку скорость u_e практически не меняется, но происходит резкое изменение толщины $\delta_{c_q} < \delta_{c_q=0}$ (см. профили на рис. 1), поэтому у волны фиксированной частоты ω_1 отстраивается инкремент роста

$$\sigma_{c_q}(\omega_1; x) \neq \sigma_{c_q=0}(\omega_1; x).$$

Причем в некоторых положениях по x возможно

$$\sigma_{c_q}(\omega_1) > \sigma_{c_q=0}(\omega_1; x)$$

в зависимости от соотношения λ_1 и $2\delta_{c_q}(x)$.

Такое поведение инкрементов $\sigma(x)$ приводит, в частности, к тому, что волна с частотой $\omega_1 = 296.8$ усиливается в $\exp(N) \approx 4.27$ раза на пластине без отсоса, и в 5.83 раза на пластине с отсосом (рис. 2, сплошные линии). Таким образом, наблюдается неожиданный эффект интегральной дестабилизации пограничного слоя при использовании системы отсоса.

Семейство кривых интегрального усиления для широкого диапазона частот неустойчивых

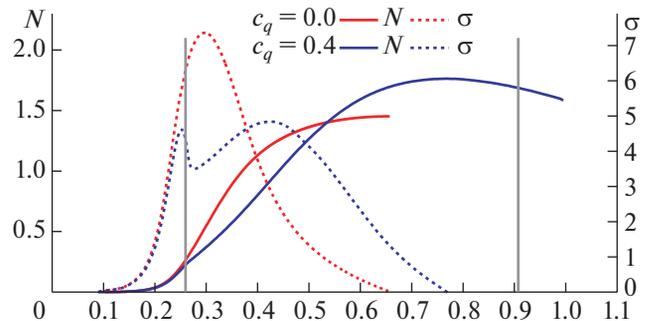


Рис. 2. Распределение инкрементов $\sigma(x)$ и интегрального усиления (N -фактора) неустойчивой волны второй моды с частотой $\omega = 296.8$ на пластине без отсоса ($c_q = 0.0$) и с отсосом $c_q = 0.4$ на участке, отмеченном вертикальными линиями.

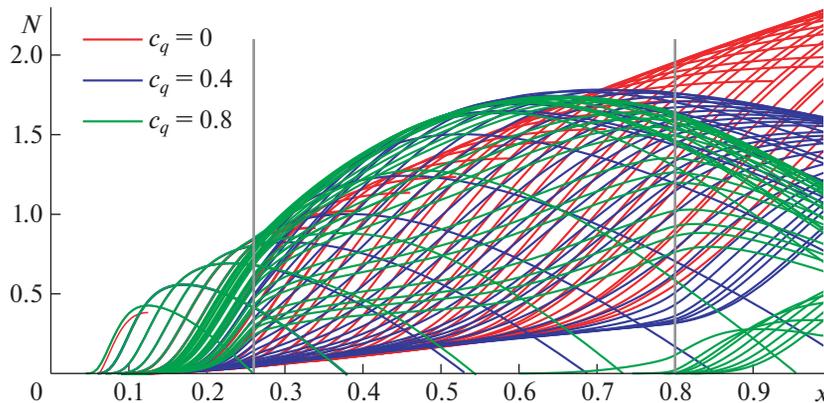


Рис. 3. Кривые интегрального усиления (N -факторы) для всех рассмотренных неустойчивых волн над пластиной с отсосом различных интенсивностей. Вертикальные линии отмечают начало и конец участка отсоса.

волн показано на рис. 3. Видно, что в соответствии с общепринятой концепцией управления ламинарным потоком с помощью отсоса есть волны, интегральное усиление которых падает на участке отсоса, т.е. пограничный слой становится более устойчив к таким возмущениям. Но также наблюдается широкий диапазон частот, в котором проявляется противоположный эффект — отсос приводит к увеличению интегрального роста на некотором участке обтекаемой поверхности.

Следует отметить, что наблюдаемый эффект интегральной стабилизации или дестабилизации неустойчивых волн второй моды зависит главным образом от характера изменения локальной толщины пограничного слоя. Вполне возможно, что для стабилизации волн в некотором диапазоне частот потребуются выдув, а не отсос, газа из пограничного слоя. Для поиска оптимального распределения $c_q(x)$ необходимо рассматривать интегральные, $N(x)$, а не локальные, $\sigma(x)$, усиления неустойчивости. В случаях больших скоростей, когда доминирует вторая мода Мэка, данные распределения могут существенно отличаться от традиционных распределений, полученных для дозвуковых и умеренно сверхзвуковых режимов. Исследования в этом направлении планируется провести в ближайшее время.

Отметим, что в рассмотренных случаях уровни интегрального усиления неустойчивых волн не велики, $N \sim 2$. С практической точки зрения интересны режимы с большими числами Рейнольдса, при которых $N \sim 10$. Следует проверить наличие anomального эффекта дестабилизации второй моды на этих режимах.

ВЫВОДЫ

Выполнены исследования устойчивости пограничного слоя на плоской пластине с участком отсоса газа через стенку при обтекании сверхзву-

ковым потоком с числом Маха $M_\infty = 6$. В рамках локально-параллельной теории устойчивости с помощью e^N -метода рассчитаны локальные инкременты нарастания и интегральные усиления плоских волн различных частот, относящихся ко второй моде Мэка, которая является доминирующим типом неустойчивости на рассматриваемом режиме.

Показано, что неустойчивые волны на участке отсоса в широком диапазоне частот усиливаются слабее, чем в случае без отсоса, что согласуется с известной концепцией стабилизации пограничного слоя. Однако для высокочастотной части спектра отсос приводит к увеличению интегрального усиления. Этот anomальный эффект необходимо учитывать при разработке активных систем управления ламинарно-турбулентным переходом для достаточно больших сверхзвуковых скоростей. В дальнейшем планируется рассмотреть течения с более высокими числами Рейнольдса, близкими к режимам ламинарно-турбулентного перехода в естественных условиях, при которых $N \sim 10$.

Из анализа обнаруженного эффекта дестабилизации следует, что его, вероятно, можно компенсировать выдувом газа в пограничный слой. Это — предмет будущих исследований.

ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Исследования выполнены при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект 19-19-00470).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Joslin R.D.* Overview of Laminar Flow Control // NASA/TP-1998-208705. 1998.
2. *Kimmel R.* Aspects of Hypersonic Boundary Layer Transition Control // 41st Aerospace Sciences Meeting

- and Exhibit. 2003. AIAA Paper 2003–772.
<https://doi.org/10.2514/6.2003-772>
3. Егоров И.В., Новиков А.В., Федоров А.В. Прямое численное моделирование ламинарно-турбулентного перехода при гиперзвуковых скоростях потока на супер-ЭВМ // ЖВМиМФ. 2017. Т. 57. № 8. С. 1347–1373.
<https://doi.org/10.7868/S0044466917080063>
 4. Образ А.О., Федоров А.В. Пакет программ HSFS для анализа устойчивости сжимаемых пограничных слоев // Ученые записки ЦАГИ. 2017. Т. XLVIII. № 3. С. 11–28.
<https://doi.org/10.1615/TsAGISciJ.2017022797>
 5. Bountin D., Chimitov T., Maslov A., Novikov A., Egorov I., Fedorov A., Utyuzhnikov S. Stabilization of a hypersonic boundary layer using a wavy surface // AIAA Journal. 2013. V. 51. № 5. P. 1203–1210.
<https://doi.org/10.2514/1.J052044>
 6. Stetson K., Kimmel R. On hypersonic boundary-layer stability // 30th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. 1992. AIAA Paper 1992–737.
<https://doi.org/10.2514/6.1992-737>

ANOMALOUS SUCTION EFFECT ON THE SUPERSONIC BOUNDARY LAYER INSTABILITY

Corresponding Member of the RAS I. V. Egorov^{a,b}, A. V. Novikov^{a,b}, and A. O. Obraz^{a,b}

^a*Central Aerohydrodynamic Institute n.a. Prof. N.E. Zhukovskiy, Zhukovskiy, Moscow Region, Russia*

^b*Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University), Dolgoprudny, Moscow Region, Russia*

The paper presents the results of a stability study of near-wall flow in a supersonic flow around a flat plate with a section of gas suction from the boundary layer through the wall. The suction system is usually considered as a way to stabilize the boundary layer and delay the laminar-turbulent transition, that applicable at subsonic and low supersonic speeds. In this work, we study the effect of suction on the development of instabilities in the boundary layer at high supersonic speeds. Numerical modeling of a laminar flow around a plate with a section of constant suction of various intensities is carried out using the integration of the Navier–Stokes equations. Instabilities in the boundary layer distorted by suction are analyzed within the framework of the linear stability theory using the e-to-N method. High-frequency disturbances related to plane waves of the second Mack mode, which is most unstable at high velocities, are considered. It was found that instabilities over the suction section can be anomalously amplified more strongly than in the case without suction.

Keywords: supersonic flows, boundary layer suction, unstable disturbances, linear stability theory

УДК 533.697.4/5+544.452.+534.222.2

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ В КОЛЬЦЕВОМ СОПЛЕ НА ОСНОВЕ ТУРБУЛЕНТНОЙ МОДЕЛИ

© 2022 г. Академик РАН В. А. Левин^{1,2,*}, Н. Е. Афонина^{1,**},
В. Г. Громов¹, А. Н. Хмелевский¹

Поступило 24.12.2021 г.

После доработки 24.12.2021 г.

Принято к публикации 28.01.2022 г.

Представлены результаты численного исследования особенностей течений газа в кольцевых соплах с внутренним дефлектором в турбулентном режиме течения, выполненные на основе осредненных по Фавру уравнений Навье–Стокса и приближения Буссинеска для описания процессов турбулентного переноса. В качестве рабочего газа рассмотрен воздух. В расчетах с использованием турбулентной модели стартовые возмущения, сопровождающие запуск сопла, затухают, и в полости внутреннего дефлектора кольцевого сопла устанавливается “стационарный” турбулентный режим с высокими значениями параметров турбулентного переноса, что существенно отличает его от ламинарного режима течения, характеризующегося наличием незатухающих пульсаций давления газа на тяговой стенке сопла.

Ключевые слова: численное исследование, модель турбулентности, кольцевое сопло

DOI: 10.31857/S2686740022020080

Кольцевые сопла с внутренним дефлектором рассматриваются в качестве перспективных для реализации пульсирующего, в том числе детонационного, режима сжигания топлив. На базе таких сопел удастся организовать также и непрерывное сжигание топлив во вращающихся детонационных волнах. Подобные сопловые устройства представляют потенциальный интерес для реализации соответственно пульсирующих, либо ротационных детонационных двигателей. Широкому внедрению в авиации и ракетостроении указанных сопловых устройств должна предшествовать разработка научных основ их функционирования. Создание расчетных моделей, описывающих процессы, протекающие в таких устройствах, – важный этап на этом пути. Расчетно-экспериментальные исследования таких устройств выполнены в работах [1, 2], в них использовались модели ламинарного течения, построенные на основе уравне-

ний Навье–Стокса для различных моделей газовой среды.

В настоящей работе представлены результаты численных исследований особенностей течений газа в кольцевых соплах с внутренним дефлектором в турбулентном режиме течения и проведено сравнение с результатами расчетов по модели ламинарного течения. Расчеты турбулентного течения, выполнены на основе осредненных по Фавру уравнений Навье–Стокса [3] и приближения Буссинеска для описания процессов турбулентного переноса. Коэффициенты турбулентного переноса рассчитывались с помощью трехпараметрической Lag Model (LA) [4]. В качестве рабочего газа рассмотрен воздух. Основные геометрические и газодинамические параметры численной модели близки к условиям проведенных ранее [1, 2] физических экспериментов.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕЧЕНИЯ И МЕТОД ВЫЧИСЛЕНИЙ

Воздух рассматривается как идеальная одно-температурная смесь молекулярного кислорода и азота с постоянными значениями мольных концентраций компонентов смеси $X_{O_2} = 0.21$ и $X_{N_2} = 0.79$.

В соответствии с гипотезой Буссинеска тензор турбулентных потоков импульса $\hat{\tau}_T$ и турбулентный тепловой поток \bar{q}_T представляются в виде, аналогичном молекулярному переносу

¹Научно-исследовательский институт механики, Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

²Институт автоматики и процессов управления Дальневосточного отделения Российской академии наук, Владивосток, Россия

*E-mail: levin@imec.msu.ru

**E-mail: afonina@imec.msu.ru

$$\hat{\tau}_T = -\mu_T \hat{\varepsilon}, \quad \bar{q}_T = -\lambda_T \frac{\partial T}{\partial \bar{r}}.$$

Для вычисления коэффициентов турбулентного переноса использовалась полуэмпирическая трехпараметрическая модель (LA), основанная на двухпараметрической ($k - \omega$) модели Уилкокса [5] и предназначенная для описания быстро протекающих газодинамических процессов. В этой модели кинематический коэффициент турбулентной вязкости $\nu_T = \frac{\mu_T}{\rho}$ определяется из уравнений

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\rho u_j k - (\mu_M + \sigma_k \mu_T) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) = b_k,$$

$$\frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\rho u_j \omega - (\mu_M + \sigma_T \mu_T) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) = b_\omega,$$

$$\frac{\partial \rho \nu_T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j \nu_T) = b_{\nu_T},$$

где $b_k = t_{ij} s_{ij} - \beta_T^* \rho \omega k$, $b_\omega = \alpha \rho S^2 - \beta_T \rho \omega^2$, $b_{\nu_T} = \alpha (R_T) \rho \omega (\nu_{TE} - \nu_T)$,

$$S = \sqrt{2s_{ij}s_{ij}}, \quad R_T = \frac{\rho k}{\mu_M \omega},$$

$$t_{ij} = \rho \nu_T \left(2s_{ij} - \frac{2}{3} s_{kk} \delta_{ij} \right), \quad s_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right),$$

$$\nu_{TE} = \frac{k}{\omega}, \quad \alpha(R_T) = 0.35 \frac{R_T + 1}{R_T + 0.01}.$$

Осредненные по Фавру интегральные уравнения Навье–Стокса, описывающие нестационарное осесимметричное течение газа в цилиндрической системе координат ($x \geq 0, y, \phi$), имеют вид

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_S \mathbf{U} x dS + \int_{\delta S} \bar{\mathbf{n}} \cdot \bar{\mathbf{F}} x dl = \int_S \mathbf{\Omega} x dS,$$

где S – фиксированная контрольная область в некоторой меридиональной плоскости (x, y), δS – граница области, $\bar{\mathbf{n}} = (n_x, n_y)$ – единичная внешняя нормаль к δS , \mathbf{U} – набор консервативных переменных, отнесенных к единице объема, $\bar{\mathbf{F}} = \bar{\mathbf{F}}^{\text{inv}} + \bar{\mathbf{F}}^{\text{vis}}$ – сумма невязких и вязких потоков \mathbf{U} через единицу площади границы области, $\mathbf{\Omega}$ состоит из источников членов в единице объема.

Для LA-модели турбулентного переноса

$$\mathbf{U} = \{\rho, \rho u, \rho v, \rho e_0, \rho k, \rho \omega, \rho \nu_T\}^T;$$

$$\bar{\mathbf{F}} = \left\{ \begin{array}{l} \rho \bar{u} \\ \rho \bar{u} u + \rho \bar{p} n_x \\ \rho \bar{u} v + \rho \bar{p} n_y \\ \rho \bar{u} h_0 \\ \rho \bar{u} k \\ \rho \bar{u} \omega \\ \rho \bar{u} \nu_T \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ \bar{\tau}_x \\ \bar{\tau}_y \\ \bar{q}_h + u \bar{\tau}_x + v \bar{\tau}_y \\ \bar{q}_k \\ \bar{q}_\omega \\ \bar{q}_{\nu_T} \end{array} \right\},$$

$$\mathbf{\Omega} = \{0, b_x, 0, 0, b_k, b_\omega, b_{\nu_T}\}^T.$$

Уравнения движения газа решаются численно методом конечного объема на структурированной одноблочной сетке. При таком подходе система разностных уравнений состоит из численных аналогов уравнений сохранения для четырехгранных ячеек, покрывающих расчетную область и разностных аппроксимаций граничных условий. Уравнения записаны относительно значений исходных переменных $\mathbf{Z} = \{p, u, v, T, k, \omega, \nu_T\}$ в центрах ячеек и в центрах сторон ячеек, лежащих на поверхности обтекаемого тела. Ячейки блоков образованы пересечением двух дискретных семейств кривых. Невязкие потоки $\bar{\mathbf{F}}_G^{\text{inv}}$ через границы ячеек вычисляются по результату точного решения задачи о распаде произвольного разрыва $\mathbf{Z}_G = \mathfrak{R}(\mathbf{Z}_G^L, \mathbf{Z}_G^R)$, где \mathfrak{R} – оператор решения задачи. Левые \mathbf{Z}_G^L и правые \mathbf{Z}_G^R граничные значения исходных переменных определяются с помощью одномерной интерполяции значений \mathbf{Z} в центрах ячеек на рассматриваемую границу между ячейками. Вязкие потоки $\bar{\mathbf{F}}_G^{\text{vis}}$ через грани ячеек вычисляются с использованием центральных или односторонних разностных формул второго порядка точности. Разностные уравнения решаются с помощью двухслойной итерационной схемы.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Расчеты выполнены для области течения, включающей:

– дефлектор с тяговой стенкой в форме сферического сегмента радиуса 36 мм и высотой 22 мм (диаметр основания $d = 66.4$ мм);

– входное кольцевое сопло диаметра d с высотой критического сечения $h = 4.4$ мм;

– выхлопное коническое сопло с полууглом раствора 45° и длиной 15 мм;

– достаточно большую разлетную область.

Приведенные ниже результаты получены на сетке с числом узлов 200×376 . Узлы сетки сгущались вблизи поверхности тяговой сетки так, чтобы в ламинарный подслои, переходную и логарифмическую область пограничного слоя попало 20–30 узлов. Границы расчетной области и

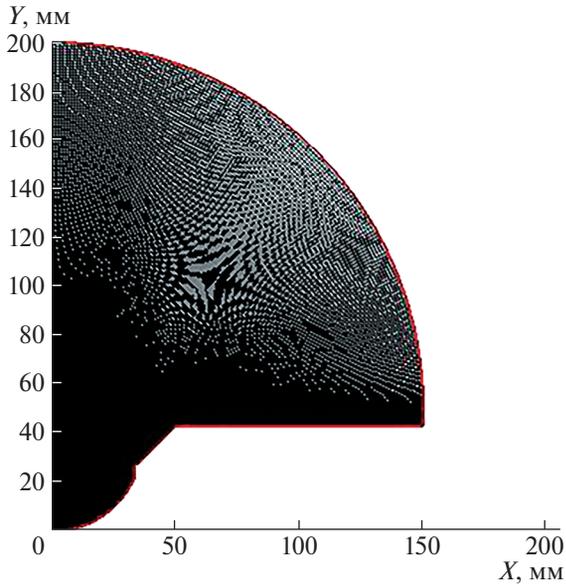


Рис. 1. Границы расчетной области и распределение узлов разностной сетки.

распределение узлов разностной сетки для указанных геометрических параметров модели соплового устройства показаны на рис. 1.

Предполагалось, что вдув воздуха через критическое сечение кольцевого сопла происходит со звуковой скоростью U_s при постоянных значениях давления торможения $P_0 = 19.8$ атм и двух значениях температуры торможения: $T_0 = 300$ К и $T_0 = 3000$ К. Значения параметров турбулентной модели в критическом сечении сопла определялись из условий

Таблица 1. Параметры рассмотренных вариантов расчетов

Вариант	T_0^{in} , К	Теплообмен на стенке	a_k^{in}	a_v^{in}	a_ω^w
1	300	$T_w = 300$ К	10^{-4}	10^{-3}	10^{-1}
2	300	$T_w = 300$ К	10^{-4}	10^2	10^{-1}
3	300	$T_w = 300$ К	10^{-3}	10^{-3}	10^{-1}
4	300	$T_w = 300$ К	10^{-4}	10^2	10
5	300	$T_w = 300$ К	10^{-4}	10^{-3}	10
6	300	$T_w = 300$ К	10^{-5}	10^{-3}	10
7	3000	$T_w = 300$ К	10^{-4}	10^{-3}	10^{-1}
8	300	$q_{hw} = 0$	10^{-4}	10^{-3}	10^{-1}

$$k^{in} = a_k^{in} 0.5u_s^2, \quad \nu_T^{in} = a_v^{in} \nu_M^{in}, \quad \omega^{in} = \frac{k^{in} \rho^{in}}{a_\omega^{in} \mu_M^{in}},$$

где a_k^{in} , a_v^{in} – варьируемые числовые параметры, верхним индексом in помечены значения параметров рабочего газа в критическом сечении кольцевого сопла.

Величина числа Рейнольдса, вычисленного по параметрам газа в критическом сечении сопла и его величине, составляет $Re = 1.28 \times 10^6$.

Истечение воздуха из устройства через коническое сопло происходит в газовую среду с давлением $P_e = 0.01$ атм и температурой $T_e = 300$ К. Для замыкания задачи на внешней границе используются мягкие граничные условия экстраполяционного типа.

На стенке соплового устройства ставились следующие граничные условия:

$$\vec{u}_w = 0, \quad T_w = 300 \text{ К (охлаждаемая стенка) или } q_{hw} = 0 \text{ (теплоизолированная стенка)}, \quad k_w = 0, \quad \omega_w = a_\omega^w \frac{60\nu_w}{0.075(\Delta_{i,0})^2}, \quad \nu_{T,w} = 0, \text{ где } \Delta_{i,0} \text{ – пристеночный шаг разностной сетки.}$$

В проведенных расчетах варьировались условия в критическом сечении кольцевого сопла и условия на тяговой стенке. Перечень рассмотренных вариантов расчетов приведен в табл. 1.

По условию запуск работы кольцевого сопла, первоначально заполненного неподвижным воздухом с давлением P_e и температурой T_e , происходит внезапно, что приводит к развитию интенсивных нестационарных газодинамических процессов и значительному повышению давления. В ранее проведенных расчетах, основанных на ламинарной модели течения [1, 2], стартовые возмущения в аналогичных условиях переходили в квазипериодический режим. В настоящих расчетах, моделирующих турбулентное течение в сопловом устройстве, во всех рассмотренных вариантах устанавливался “стационарный” турбулентный режим течения, в котором максимальное значение коэффициента турбулентной вязкости на несколько порядков превышает значение коэффициента молекулярной вязкости.

В качестве иллюстрации результатов здесь для 1-го и 8-го вариантов расчетов приведены два рисунка. На рис. 2 сравнивается динамика давления в центральной точке тяговой стенки для ламинарной и турбулентной моделей течения в интервале 2 мс с момента запуска сопла. На рис. 3 показано распределение в сечении соплового устройства отношения коэффициентов турбулентной и молекулярной вязкости через 2 мс от начала запуска сопла.

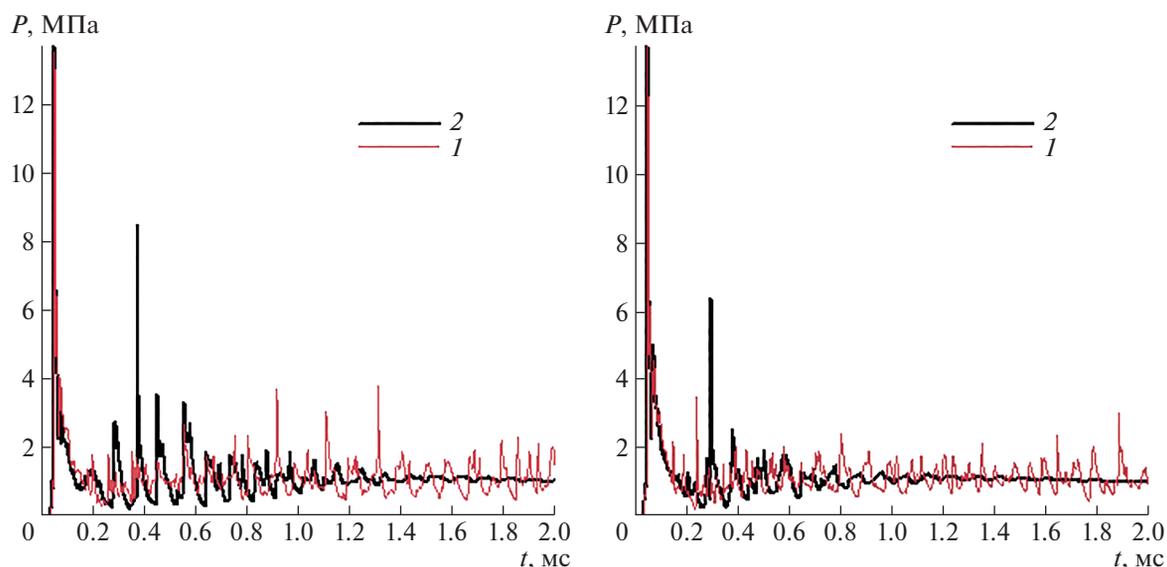


Рис. 2. Динамика давления в центральной точке тяговой стенки соплового устройства при ламинарном (1) и турбулентном (2) режимах течения: а – вариант 1; б – вариант 8.

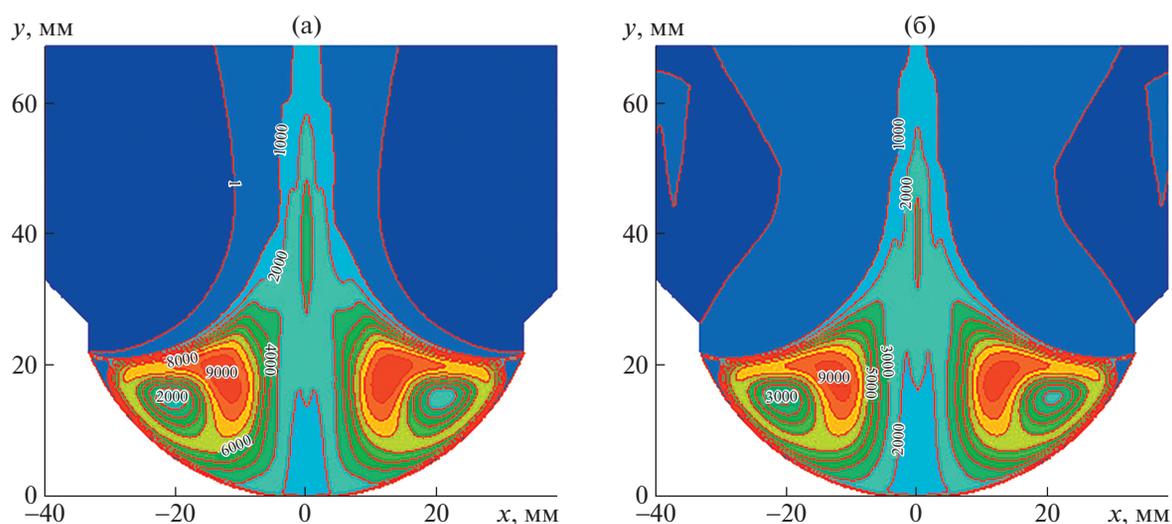


Рис. 3. Поле отношения $\frac{\mu_t}{\mu_m}$ в сопловом устройстве при $t = 2$ мс: а – вариант 1; б – вариант 8.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведены расчеты турбулентного течения в полости внутреннего дефлектора кольцевого сопла с использованием трехпараметрической Lag Model турбулентного переноса. В вариантах расчетов варьировались условия на входе кольцевого сопла и на тяговой стенке. В отличие от аналогичного исследования для ламинарной модели течения во всех вариантах расчетов по турбулентной модели стартовые возмущения давления на тяговой стенке сопла затухали и в полости внутреннего дефлектора соплового устройства в течение 2 мс уста-

навливался “стационарный” турбулентный режим с высокими значениями параметров турбулентного переноса, в котором максимальное значение коэффициента турбулентной вязкости на несколько порядков превышает значение коэффициента молекулярной вязкости. Для каждого варианта результаты расчетов проиллюстрированы сравнением динамики давления в центральной точке тяговой стенки при ламинарной и турбулентной моделях течения и картинами распределения в меридиональном сечении соплового устройства отношения коэффициентов турбулентной и молекулярной вязкости.

ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена в соответствии с планом исследований НИИ механики МГУ (тема АААА-А19-119012990113-1).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Левин В.А., Афонина Н.Е., Громов В.Г., Мануйлович И.С., Марков В.В., Смахов Г.Д., Хмелевский А.Н. Об управлении спектральным составом сигналов пульсаций давления газа в соплах с дефлектором // ДАН. 2018. Т. 483. № 5. С. 506–509. <https://doi.org/10.31857/S086956520003298-0>
2. Levin V.A., Afonina N.E., Gromov V.G., Manuylovich I.S., Khmelevsky A.N., Markov V.V. Spectra signals of gas pressure pulsations in annular and linear dual slotted nozzles // Combustion Science and Technology, Taylor & Francis (United Kingdom). 2019. Т. 191. № 2. С. 339–352. <https://doi.org/10.1080/00102202.2018.1467405>
3. Favre A. Equations des gaz turbulents compressibles. Part 1: Formes generales // Journal de Mecanique. 1965. V. 4. № 3. P. 361–390.
4. Olsen M.E., Coakley T.J. The Lag Model, a Turbulence Model for Non Equilibrium Flows // AIAA Papers. 2001–2564. P. 10. <https://doi.org/10.2514/6.2001-2564>
5. Wilcox D.C. Multiscale Model for Turbulent Flows // AIAA J. 1988. V. 26. № 11. P. 1311–1320. <https://doi.org/10.2514/6.1986-29>

NUMERICAL INVESTIGATION OF ANNULAR NOZZLE FLOW
BASED ON TURBULENT MODEL

Academician of the RAS V. A. Levin^{a,b}, N. E. Afonina^a,
V. G. Gromov^a, and A. N. Khmelevsky^a

^aInstitute of Mechanics, Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia

^bInstitute for Automatics and Control Processes, Far Eastern Branch of Russian Academy of Sciences, Vladivostok, Russia

The paper presents the results of a numerical study of the features of gas flows in annular nozzles with an internal deflector in a turbulent flow regime, carried out on the basis of the Favre-averaged Navier–Stokes equations and the Boussinesq approximation for describing the processes of turbulent transfer. Air is considered as a working gas. In calculations using the turbulent model, the starting disturbances accompanying the launch of the nozzle decay, and a “stationary” turbulent regime with high values of the turbulent transfer parameters is established in the cavity of the inner deflector of the annular nozzle, which significantly distinguishes it from the laminar flow regime, characterized by the presence of persistent pulsations of gas pressure on the traction wall of the nozzle.

Keywords: numerical study, turbulence model, annular nozzle

УДК 517.977

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ НЕСКОЛЬКИХ ПОДВИЖНЫХ МАСС ДЛЯ ПЕРЕОРИЕНТАЦИИ ТЕЛА

© 2022 г. Академик РАН Ф. Л. Черноушко^{1,*}

Поступило 14.12.2021 г.

После доработки 14.12.2021 г.

Принято к публикации 18.02.2022 г.

Предложен новый способ управления ориентацией твердого тела при помощи нескольких вспомогательных масс, движущихся относительно тела. Заданная переориентация достигается путем трех плоских поворотов, в каждом из которых движется одна масса. Алгоритм допускает значительную свободу размещения подвижных масс в теле.

Ключевые слова: динамика твердого тела, управление движением, ориентация

DOI: 10.31857/S268674002202002X

Подвижные массы, расположенные внутри твердого тела, могут использоваться для изменения его ориентации в пространстве. Плоские движения таких систем, управляемых при помощи вспомогательных внутренних масс, рассматривались в ряде работ в связи с управлением мобильными капсульными роботами [1–5]. Если мобильный робот с внутренними подвижными массами совершает быстрый поворот относительно центра масс, то в ряде случаев влиянием внешних сил и моментов за время поворота можно пренебречь и считать, что на систему не действуют внешние силы и моменты. Это происходит, если силы взаимодействия корпуса робота и подвижных внутренних масс значительно превосходят внешние силы. Такая ситуация может иметь место также для поворотов космических аппаратов и других подвижных объектов.

При отсутствии внешних сил уравнения движения системы значительно упрощаются, что дает возможность построить оптимальные алгоритмы поворота и в явном виде получить оптимальные траектории [6, 7]. В важном случае, когда внутренняя масса мала по сравнению с массой несущего тела [6], оптимальная траектория подвижной массы в случае плоского поворота оказывается дугой окружности. Алгоритм пространственной переориентации тела при помощи одной подвижной массы, предложенный в работе [8] на основе оптимальных плоских поворотов, предполагает движение этой массы в окрестности

центра масс несущего тела, что может быть неудобно по конструктивным соображениям. В работе [9] предложено использовать несколько подвижных масс для управления ориентацией тела. Показано, что при этом имеется большая свобода выбора областей, в которых движутся внутренние массы, но требуется синхронизация движений этих масс. В данной работе также используется несколько подвижных масс и сохраняется значительная свобода выбора по их размещению в теле. Однако предлагаемый ниже алгоритм переориентации не требует синхронизации движения, так как здесь всегда движется только одна из внутренних масс.

ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассматриваемая механическая система состоит из твердого тела P массы M и n материальных точек Q_i массы $m_i, i = 1, \dots, n$. Точки Q_i могут двигаться относительно тела P под действием двигателей (актюаторов), взаимодействуя с телом P , но не с внешней средой. Внешние силы, действующие на систему, считаем пренебрежимо малыми. Обозначим через C центр масс тела P , а через O — центр масс всей системы. Предполагаем, что в начальный момент $t = 0$ система покоится. Тогда ее центр масс O неподвижен и может быть принят в качестве начала координат неподвижной системы $Ox_1x_2x_3$. Введем также систему координат $Sx_1x_2x_3$, связанную с телом P , и обозначим через $\mathbf{r}_i = CQ_i$ радиус-вектор подвижной точки Q_i в системе координат $Sx_1x_2x_3$ (см. рис. 1).

Скорость точки Q_i относительно системы координат $Sx_1x_2x_3$ будем обозначать через $\dot{\mathbf{r}}_i$. Тогда,

¹Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского
Российской академии наук, Москва, Россия

*E-mail: chern@ipmnet.ru

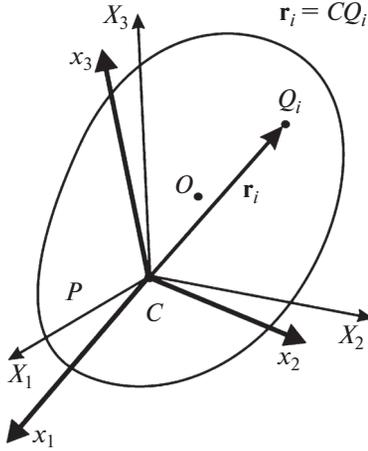


Рис. 1. Механическая система.

как показано в работе [9] на основе законов сохранения импульса и кинетического момента всей системы, справедливо следующее уравнение:

$$\mathbf{J} \cdot \boldsymbol{\omega} - (M + m)^{-1} \left(\sum_{i=1}^n m_i \mathbf{r}_i \right) \times \left[\sum_{i=1}^n m_i (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_i + \dot{\mathbf{r}}_i) \right] + \sum_{i=1}^n m_i \mathbf{r}_i \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_i + \dot{\mathbf{r}}_i) = 0. \quad (1)$$

Здесь $\boldsymbol{\omega}$ – угловая скорость тела P , \mathbf{J} – тензор инерции тела P относительно его центра масс C и введено обозначение

$$m = \sum_{i=1}^n m_i. \quad (2)$$

Уравнение (1) связывает угловую скорость $\boldsymbol{\omega}$ тела P с характеристиками движения точек Q_i относительно этого тела – их положениями \mathbf{r}_i и скоростями $\dot{\mathbf{r}}_i$, $i = 1, \dots, n$.

ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ ДВИЖЕНИЯ

Представим векторы $\mathbf{r}_i(t)$ в виде

$$\mathbf{r}_i(t) = \mathbf{r}_i^0 + \boldsymbol{\rho}_i(t), \quad i = 1, \dots, n, \quad (3)$$

где \mathbf{r}_i^0 – постоянные векторы, задающие положения точек Q_i в начальный момент $t = 0$:

$$\mathbf{r}_i^0 = \mathbf{r}_i(0), \quad i = 1, \dots, n, \quad (4)$$

а векторы $\boldsymbol{\rho}_i$ определяют смещения точек Q_i из начального состояния. Обозначим через Q_i^0 материальные точки массы m_i , находящиеся постоянно в начальном состоянии, т.е. при $\boldsymbol{\rho}_i = 0$.

Наложим следующее условие на векторы \mathbf{r}_i^0 :

$$\sum_{i=1}^n m_i \mathbf{r}_i^0 = 0, \quad (5)$$

означающее, что центр масс совокупности всех точек Q_i^0 , $i = 1, \dots, n$, находится в центре масс C тела P . Эту совокупность обозначим через Q^0 ; ее можно рассматривать как твердое тело массы m , определенной равенством (2), с центром масс в точке C .

Подставим соотношения (3) в уравнение (1) и преобразуем полученное уравнение, используя равенство (5). Получим

$$\begin{aligned} & \mathbf{J} \cdot \boldsymbol{\omega} - (M + m)^{-1} \left(\sum_{i=1}^n m_i \boldsymbol{\rho}_i \right) \times \\ & \times \left[\sum_{i=1}^n m_i (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\rho}_i + \dot{\boldsymbol{\rho}}_i) \right] + \sum_{i=1}^n m_i \mathbf{r}_i^0 \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_i^0) + \\ & + \sum_{i=1}^n m_i [\mathbf{r}_i^0 \times (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\rho}_i) + \mathbf{r}_i^0 \times \dot{\boldsymbol{\rho}}_i + \boldsymbol{\rho}_i \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_i^0)] + \\ & + \sum_{i=1}^n m_i \boldsymbol{\rho}_i \times (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\rho}_i + \dot{\boldsymbol{\rho}}_i) = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Третье слагаемое в уравнении (6) представляет собой кинетический момент виртуального твердого тела Q^0 относительно его центра масс C и может быть записано в виде

$$\sum_{i=1}^n m_i \mathbf{r}_i^0 \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_i^0) = \mathbf{J}^0 \cdot \boldsymbol{\omega}, \quad (7)$$

где \mathbf{J}^0 – тензор инерции твердого тела Q^0 относительно его центра масс C .

Обозначим через \mathbf{J}^* тензор инерции твердого тела $P + Q^0$, состоящего из тел P и Q^0 , относительно их общего центра масс C :

$$\mathbf{J}^* = \mathbf{J} + \mathbf{J}^0. \quad (8)$$

Принимая во внимание уравнения (7) и (8), перепишем уравнение (6) в виде

$$\begin{aligned} & \mathbf{J}^* \cdot \boldsymbol{\omega} - (M + m)^{-1} \left(\sum_{i=1}^n m_i \boldsymbol{\rho}_i \right) \times \left[\sum_{i=1}^n m_i (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\rho}_i + \dot{\boldsymbol{\rho}}_i) \right] + \\ & + \sum_{i=1}^n m_i [2\boldsymbol{\omega}(\mathbf{r}_i^0 \boldsymbol{\rho}_i) - \boldsymbol{\rho}_i(\boldsymbol{\omega} \mathbf{r}_i^0) - \mathbf{r}_i^0(\boldsymbol{\omega} \boldsymbol{\rho}_i) + \mathbf{r}_i^0 \times \dot{\boldsymbol{\rho}}_i] + \\ & + \sum_{i=1}^n m_i \boldsymbol{\rho}_i \times (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\rho}_i + \dot{\boldsymbol{\rho}}_i) = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

ЗАДАЧА ПЕРЕОРИЕНТАЦИИ

В начальный момент $t = 0$ система, состоящая из тела P и материальных точек Q_i , $i = 1, \dots, n$, находится в покое. Требуется, при помощи движений

точек Q_i , осуществить в некоторый (нефиксированный) момент времени T заданную конечную ориентацию тела P в пространстве. В этот момент T тело P и точки Q_i , $i = 1, \dots, n$, должны находиться в состоянии покоя, причем все точки Q_i должны вернуться в начальное положение относительно тела P . Таким образом, должны быть выполнены краевые условия

$$\begin{aligned} \omega(0) = \omega(T) = 0, \quad \rho_i(0) = \rho_i(T) = 0, \\ \dot{\rho}_i(0) = \dot{\rho}_i(T) = 0, \quad i = 1, \dots, n. \end{aligned} \quad (10)$$

Направим оси системы координат $Sx_1x_2x_3$ вдоль главных центральных осей инерции твердого тела $P + Q^0$. Требуемая переориентация может быть осуществлена путем трех последовательных плоских поворотов тела вокруг осей Sx_i , $i = 1, 2, 3$. Обозначим через e_i орты этих осей. Потребуем, чтобы для каждого из этих поворотов выполнялись краевые условия (10). Тогда все повороты можно рассматривать аналогичным образом. Для определенности рассмотрим поворот вокруг оси Sx_3 .

ПЛОСКИЙ ПОВОРОТ

В работе [9] предлагается выбирать векторы ρ_i в (3) одинаковыми и полагать $\rho_i(t) = \rho(t)$, $i = 1, \dots, n$. При этом имеется большая свобода в размещении подвижных точек Q_i внутри тела P , однако, ввиду равенств $\rho_i(t) = \rho(t)$, необходимо осуществить синхронизацию движений этих точек.

Рассмотрим здесь другую возможность, при которой только одна из масс Q_i всегда находится в движении. Положим

$$\rho_k(t) \neq 0, \quad \rho_i(t) = 0, \quad i \neq k, \quad i = 1, \dots, n. \quad (11)$$

Подставляя соотношения (11) в уравнение (9), получим

$$\begin{aligned} \mathbf{J}^* \cdot \omega - (M + m)^{-1} m_k^2 \rho_k \times (\omega \times \rho_k + \dot{\rho}_k) + \\ + m_k [2\omega(\mathbf{r}_k^0 \rho_k) - \rho_k(\omega \mathbf{r}_k^0) - \mathbf{r}_k^0(\omega \rho_k) + \mathbf{r}_k^0 \times \dot{\rho}_k] + \\ + m_k \rho_k \times (\omega \times \rho_k + \dot{\rho}_k) = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Рассматривая плоский поворот вокруг оси Sx_3 , положим, что точка Q_k^0 лежит в плоскости Sx_1x_2 . Тогда вектор \mathbf{r}_k^0 можно представить в виде

$$\mathbf{r}_k^0 = r_k^0 (\cos \beta_k \mathbf{e}_1 + \sin \beta_k \mathbf{e}_2), \quad (13)$$

где r_k^0 — длина вектора, а β_k — угол его ориентации в плоскости Sx_1x_2 .

Как показано в [6], оптимальными по быстродействию траекториями подвижной массы в важном случае, когда эта масса мала по сравнению с массой тела, являются дуги окружностей. Соглас-

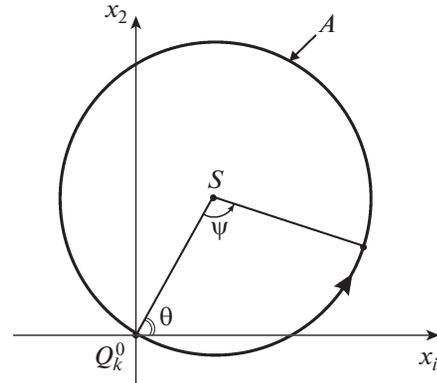


Рис. 2. Плоский поворот.

но краевым условиям (10), следует выбрать траекторию вектора $\rho_k(t)$ в виде замкнутой окружности A радиуса a , проходящей через точку Q_k^0 в плоскости Sx_1x_2 (рис. 2).

Определим координаты центра S окружности A формулами

$$x_1^S = a \cos \theta, \quad x_2^S = a \sin \theta, \quad x_3^S = 0. \quad (14)$$

Здесь a и θ — произвольные постоянные. Движение вектора ρ_k по окружности A зададим в виде

$$\begin{aligned} \rho_k = a [\cos \theta - \cos(\theta + \psi)] \mathbf{e}_1 + \\ + a [\sin \theta - \sin(\theta + \psi)] \mathbf{e}_2, \end{aligned} \quad (15)$$

где ψ — угол, определяющий положение конца вектора ρ_k на окружности A (рис. 2). Дифференцируя равенство (15), получим

$$\dot{\rho}_k = a \dot{\psi} [\sin(\theta + \psi) \mathbf{e}_1 - \cos(\theta + \psi) \mathbf{e}_2]. \quad (16)$$

При плоском вращении тела $P + Q^0$ вокруг оси Sx_3 , которая является главной центральной осью этого тела, имеем

$$\omega = \omega \mathbf{e}_3, \quad \mathbf{J}^* \cdot \omega = I \omega \mathbf{e}_3, \quad \omega = \dot{\phi}, \quad (17)$$

где I — момент инерции тела $P + Q^0$ вокруг оси Sx_3 , ϕ — угол поворота этого тела.

Подставим векторы \mathbf{r}_k^0 , ρ_k и $\dot{\rho}_k$ из соотношений (13), (15), (16) в уравнение (12). Заметим, что справедливы равенства $\omega \mathbf{r}_k^0 = \omega \rho_k = 0$ и все векторы в уравнении (12) коллинеарны \mathbf{e}_3 . Поэтому данное уравнение сводится к скалярному уравнению

$$\begin{aligned} I \dot{\phi} + m_k \left(1 - \frac{m_k}{M + m}\right) a^2 (2\dot{\phi} + \dot{\psi})(1 - \cos \psi) + \\ + 2m_k a r_k^0 \dot{\phi} [\cos(\theta - \beta_k) - \cos(\theta + \psi - \beta_k)] - \\ - m_k a r_k^0 \dot{\psi} \cos(\theta + \psi - \beta_k) = 0. \end{aligned} \quad (18)$$

Угол θ , определяющий согласно (14) положение окружности A (см. рис. 2), произволен, и можно принять $\theta = \beta_k$. Тогда уравнение (18) можно записать в виде

$$I\dot{\varphi} + m_k v a^2 (2\dot{\varphi} + \dot{\psi})(1 - \cos \psi) + m_k a r_k^0 [2\dot{\varphi}(1 - \cos \psi) - \dot{\psi} \cos \psi] = 0, \quad (19)$$

где введено обозначение

$$v = \frac{M + m - m_k}{M + m}. \quad (20)$$

Из уравнения (19) следует, что углы φ и ψ связаны друг с другом, и эта связь не зависит от закона изменения $\psi(t)$. Интегрируя уравнение (19) при начальных условиях

$$\psi(0) = \varphi(0) = 0, \quad (21)$$

вытекающих из условий (10), получим

$$\varphi(t) = \frac{q}{D} \operatorname{Arctg}(D \operatorname{tg} \frac{\psi}{2}) - \frac{\psi}{2}, \quad (22)$$

где введены обозначения

$$q = 1 + 2m_k r_k^0 a I^{-1}, \quad D = \sqrt{1 + 4m_k a (r_k^0 + va) I^{-1}}. \quad (23)$$

Когда конец вектора \mathbf{p}_k движется по замкнутой окружности A , угол ψ изменяется от 0 до 2π . На интервалах $\psi \in (0, \pi)$ и $\psi \in (\pi, 2\pi)$ функция $\operatorname{tg}(\psi/2)$ изменяется, соответственно, сначала от 0 до $\pm\infty$, а затем от $-\infty$ до 0. При этом Arctg в (22) монотонно возрастает от 0 до π , так что при $\psi = 2\pi$ угол φ , согласно (22), получает приращение

$$\Delta\varphi = \pi \left(\frac{q}{D} - 1 \right). \quad (24)$$

Здесь константы q и D определены равенствами (23).

Естественно предполагать, что масса тела P значительно больше, чем масса m_k точки Q_k , и $m_k (r_k^0)^2 \ll I$. Тогда, как следует из формул (23), имеем $q < D$, и, согласно (24), $\Delta\varphi < 0$. Таким образом, тело P вращается вокруг оси Sx_3 в направлении, противоположном вращению вектора \mathbf{p}_k , которое выбрано положительным на рис. 2.

Вектор \mathbf{p}_k может совершить несколько оборотов по окружности A . При N оборотах полный угол поворота тела P , согласно (24), составит

$$|\Delta\varphi| = \frac{N\pi(D - q)}{D}. \quad (25)$$

Константы D и q , входящие в правую часть равенства (25), зависят от радиуса a окружности A . Представляет интерес случай малых радиусов, в котором движение точки Q_k происходит в ограниченной области внутри тела P . Правая часть ра-

венства (25) монотонно зависит от радиуса a и убывает с уменьшением a . На основе равенств (23) получим оценку:

$$|\Delta\varphi| \sim 2N\pi v m_k a^2 I^{-1} \quad \text{при } a \rightarrow 0. \quad (26)$$

Следовательно, поворот тела P на заданный угол $\Delta\varphi$, при фиксированных массах и моментах инерции, можно осуществить при малом радиусе a за счет увеличения числа оборотов N , причем справедливо соотношение

$$a \sim \sqrt{\frac{|\Delta\varphi| I}{2\pi v m_k N}}.$$

Для осуществления пространственной переориентации плоские повороты вокруг осей Sx_1 и Sx_2 осуществляются аналогично повороту вокруг оси Sx_3 . Для этого две другие подвижные массы должны выполнять плоские повороты в двух других плоскостях, перпендикулярных осям Sx_1 и Sx_2 и проходящим, как и плоскость Sx_1x_2 , через центр масс S тела P . Заметим, что оси плоских поворотов являются главными центральными осями тела $P + Q^0$ и, вообще говоря, отличаются от главных центральных осей тела P .

ОБСУЖДЕНИЕ

Предложенный алгоритм переориентации предполагает поочередное движение трех подвижных масс Q_i по окружностям в трех плоскостях. Радиусы этих окружностей и число оборотов по ним могут быть различными. Векторы \mathbf{r}_i^0 начальных положений точек Q_i должны удовлетворять условию (5). В случае трех подвижных масс ($n = 3$) это условие означает, что точки Q_i^0 лежат в одной плоскости, проходящей через центр масс S . Данное условие представляет собой некоторое ограничение, которое может оказаться неудобным с точки зрения конструкции системы управления. Представляется целесообразным введение еще одной вспомогательной массы, которая остается неподвижной. В случае $n = 4$ условие (5) означает, что центр масс S лежит внутри тетраэдра с вершинами в точках Q_i^0 . Это условие менее ограничительно и позволяет разместить точки Q_i^0 на значительном удалении от центра масс S тела P . Что касается четвертой (неподвижной) массы, то она может быть использована для размещения полезного груза.

Главное допущение, сделанное в работе, состоит в отсутствии внешних сил. Оно с хорошей точностью выполняется в случае быстрых поворотов тела, когда силы его взаимодействия с внутренними массами значительно превышают внешние силы, для космических аппаратов и некоторых других подвижных объектов. Оценки влияния

внешних сил в случае быстрой переориентации приведены в работе [9].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложен новый алгоритм переориентации твердого тела при помощи нескольких (четырёх) вспомогательных подвижных масс. Переориентация осуществляется посредством трех последовательных плоских поворотов тела вокруг главных центральных осей инерции виртуального твердого тела $P + Q^0$. Вспомогательные массы совершают плоские круговые движения в нескольких областях, расположение которых может быть достаточно свободно выбрано относительно тела. Радиусы этих движений и размеры областей могут быть взяты достаточно малыми за счет увеличения числа оборотов. Предложенный алгоритм может представлять интерес для мобильных роботов, космических аппаратов и других подвижных объектов.

ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 18-11-00307.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Huda M.N., Yu H.* Trajectory tracking control of an underactuated capsbot // *Autonomous Robots*. 2015. V. 39. № 2. P. 183–198.
2. *Huda M.N., Yu H., Cang S.* Behavior-based control approach for the trajectory tracking of an underactuated planar capsule robot // *IET Control Theory and Applications*. 2015. V. 9. P. 163–175.
3. *Liu Y., Pavlovskaya E., Wiercigroch M.* Experimental verification of the vibro-impact capsule model // *Nonlinear Dynamics*. 2016. V. 83. P. 1029–1041.
4. *Zhan X., Xu J., Fang H.* A vibration-driven planar locomotion robot – Shell // *Robotica*. 2018. V. 36. № 9. P. 1402–1420.
5. *Xu J., Fang H.* Improving performance: recent progress on vibration-driven locomotion systems // *Nonlinear Dynamics*. 2019. V. 98. № 4. P. 2651–2669.
6. *Чернуосько Ф.Л.* Оптимальное управление движением двухмассовой системы // *ДАН*. 2018. Т. 480. № 5. С. 528–532.
7. *Шматков А.М.* Осуществление заданного движения твердого тела относительно своего центра масс перемещением материальной точки // *ДАН*. 2019. Т. 489. № 2. С. 147–151.
8. *Chernousko F.L.* Two- and three-dimensional motions of a body controlled by an internal movable mass // *Nonlinear Dynamics*. 2020. V. 99. № 1. P. 793–802.
9. *Chernousko F.L.* Reorientation of a rigid body by means of internal masses // *Nonlinear Dynamics*. 2020. V. 102. P. 1209–1214.

USE OF SEVERAL MOVABLE MASSES FOR THE BODY REORIENTATION

Academician of the RAS **F. L. Chernousko^a**

^a*Institute for Problems in Mechanics of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

New method is proposed for the control of the orientation of a rigid body by means of several auxiliary masses moving relative to the body. The prescribed reorientation is achieved by means of three plane rotations with only one mass moving in each of them. The algorithm permits a considerable freedom in the placement of movable masses inside the body.

Keywords: dynamics of rigid body, control of motion, orientation

УДК 621.3.029.6

ШИРОКОПОЛОСНЫЙ ВЫСОКОСЕЛЕКТИВНЫЙ МИКРОПОЛОСКОВЫЙ ФИЛЬТР НА ДВУХМОДОВЫХ РЕЗОНАТОРАХ

© 2022 г. Б. А. Беляев^{1,2,*}, С. А. Ходенков¹, И. В. Говорун^{1,3}, А. М. Сержантов^{2,3}

Представлено академиком РАН В.Ф. Шабановым 07.12.2021 г.

Поступило 07.12.2021 г.

После доработки 07.12.2021 г.

Принято к публикации 10.12.2021 г.

Исследована конструкция полуволнового микрополоскового резонатора с нерегулярным полосковым проводником, концы которого замкнуты на экран. На резонансах первых двух мод колебаний такого резонатора реализуется миниатюрный фильтр второго порядка с относительной шириной полосы пропускания от 40 до 90%, обладающий широкой высокочастотной полосой заграждения. Опытный образец разработанного фильтра восьмого порядка на четырех двухмодовых резонаторах с центральной частотой полосы пропускания 2 ГГц и ее относительной шириной 40%, изготовленный на подложке из поликора с относительной диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 9.8$, имел размеры подложки $45.0 \times 10.5 \times 1.0$ мм. Фильтр обладает высокой крутизной склонов амплитудно-частотной характеристики, благодаря полюсам затухания справа и слева от его полосы пропускания, при этом измеренные характеристики опытного образца хорошо согласуются с характеристиками, рассчитанными численным электродинамическим анализом его 3D-модели.

Ключевые слова: микрополосковый резонатор, полосно-пропускающий фильтр, крутизна склона, амплитудно-частотная характеристика, диэлектрическая подложка

DOI: 10.31857/S2686740022010047

Хорошо известно [1, 2], что полосно-пропускающие фильтры сверхвысоких частот (СВЧ) относятся к важнейшим элементам систем связи, радиолокации, радионавигации и специальной радиоаппаратуры. Современное развитие радиотехнических приложений требует не только уменьшения габаритов фильтров, но и улучшения их частотно-селективных свойств, прежде всего, повышения крутизны склонов полосы пропускания, а также увеличения подавления в полосах заграждения и расширения высокочастотной полосы заграждения [3]. Поэтому разработка новых миниатюрных конструкций фильтров, обладающих высокой избирательностью, является важной и актуальной задачей.

В настоящее время широкое распространение в СВЧ-технике получили микрополосковые кон-

струкции фильтров, отличающиеся миниатюрностью, надежностью и технологичностью в производстве [4, 5]. При этом продолжают разрабатываться и исследоваться новые микрополосковые конструкции с улучшенными частотно-селективными свойствами. Известный способ повышения избирательности фильтров, связанный с наращиванием количества резонаторов в устройстве, приводит к росту потерь в рабочей полосе частот и увеличению габаритов устройства. Один из перспективных подходов, позволяющих повысить порядок фильтра без увеличения в нем количества резонаторов, связан с использованием так называемых многомодовых резонаторов [6, 7], в которых резонансы нескольких нижайших мод колебаний сближаются, например, созданием нерегулярностей в полосковых проводниках. С применением такого подхода разработаны фильтры шестого порядка всего на двух трехмодовых микрополосковых резонаторах [8, 9]. Причем в фильтре со сверхширокой полосой пропускания использованы резонаторы с расщепленным щелью полосковым проводником [8], а в фильтре с узкой полосой пропускания шпильковые резонаторы с нерегулярным шлейфом [9].

В настоящей работе исследована конструкция нерегулярного микрополоскового двухмодового резонатора и миниатюрного полосно-пропуска-

¹ Сибирский государственный университет науки и технологий им. академика М.Ф. Решетнева, Красноярск, Россия

² Сибирский федеральный университет, Красноярск, Россия

³ Институт физики им. Л.В. Киренского Сибирского отделения Российской академии наук, Красноярск, Россия

*E-mail: belyaev@iph.krasn.ru

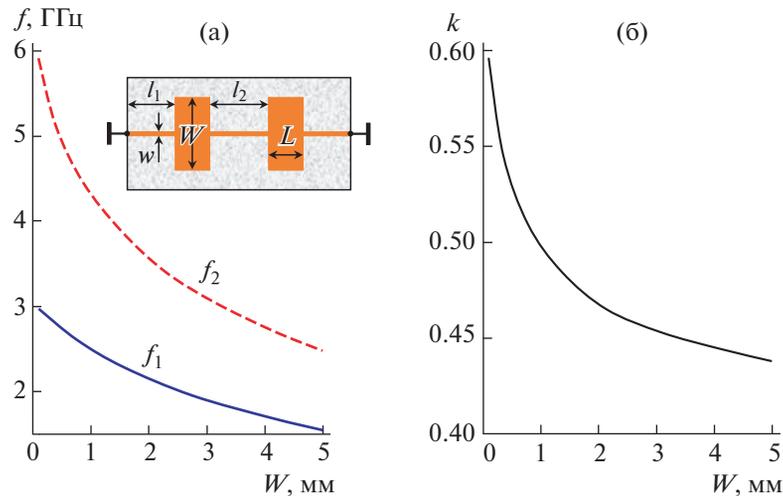


Рис. 1. Зависимости собственных частот двух нижайших мод колебаний нерегулярного резонатора (а) и их коэффициента связи (б) от ширины регулярных низкоомных отрезков микрополосковых линий. На вставке топология проводников нерегулярного двухмодового микрополоскового резонатора.

ющего фильтра восьмого порядка, состоящего из четырех таких резонаторов, обладающего высокой крутизной склонов амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) и широкой высокочастотной полосой заграждения.

КОНСТРУКЦИЯ И СВОЙСТВА ДВУХМОДОВОГО МИКРОПОЛОСКОВОГО РЕЗОНАТОРА

Топология нерегулярного полоскового проводника исследуемого двухмодового микрополоскового резонатора представлена на вставке рис. 1а. Этот проводник состоит из пяти регулярных участков, два из которых имеют ширину W и образуют отрезки линии передачи с низким волновым сопротивлением длиной L , наружные регулярные участки, свободными концами соединенные с экраном, имеют ширину w и образуют отрезки высокоомных линий длиной l_1 . Средний участок имеет ширину также w и является отрезком высокоомной линии передачи длиной l_2 .

На рис. 1а показаны зависимости собственных частот двух нижайших мод колебаний нерегулярного резонатора f_1 и f_2 , рассчитанные при изменении ширины низкоомного участка W при фиксированной ширине высокоомных участков $w = 0.1$ мм. Расчет проведен в пакете программ CST Studio Suite электродинамическим анализом 3D-модели исследуемого резонатора, при его слабой связи с внешними линиями передачи (в этом случае его резонансные частоты приближаются к собственным частотам f_1 и f_2). Видно, что с ростом W частоты f_1 и f_2 понижаются и монотонно сближаются. В описанном исследовании подложкой резонатора служит керамическая металлизи-

рованная снизу пластина толщиной 1 мм из поликора, имеющего относительную диэлектрическую проницаемость $\epsilon = 9.8$, а тангенс угла диэлектрических потерь $\text{tg}\delta = 10^{-4}$. Остальные конструктивные параметры резонатора следующие: длина узких участков $l_1 = 3.5$ мм и $l_2 = 5$ мм, длина широких участков $L = 4$ мм, расстояние от краев широких участков полосковой структуры до краев подложки 1 мм, а расстояние от поверхности подложки до верхней крышки-экрана 8 мм. В результате полная длина нерегулярного проводника резонатора равна 20 мм.

Величину взаимодействия двух первых мод колебаний исследуемого резонатора количественно можно оценить коэффициентом связи k , который несложно вычислить, зная собственные частоты этих мод

$$k = \frac{f_2^2 - f_1^2}{f_1^2 + f_2^2}, \quad (1)$$

по аналогии определения коэффициента связи пары взаимодействующих резонаторов [10]. В таком случае коэффициент связи, как известно, определяет относительную ширину полосы пропускания $\Delta f/f_0$ фильтра второго порядка (здесь Δf – ширина полосы пропускания, измеренная по уровню 3 дБ от уровня минимальных потерь, f_0 – ее центральная частота). На рис. 1б представлена зависимость коэффициента связи двух первых мод колебаний исследуемого резонатора, построенная от ширины проводника его низкоомных участков. Из представленных графиков видно, что варьированием конструктивных параметров рассматриваемого резонатора можно изменять отношение собственных частот первых двух мод его колебаний, что позволяет изменять коэффи-

циент связи в широких пределах, а значит и относительную ширину полосы пропускания.

МИНИАТЮРИЗОВАННЫЙ ПОЛОСНО-ПРОПУСКАЮЩИЙ ФИЛЬТР НА ДВУХМОДОВОМ МИКРОПОЛОСКОВОМ РЕЗОНАТОРЕ

Один из эффективных способов миниатюризации микрополосковых фильтров заключается в уменьшении размеров подложки за счет изгибов и сворачиваний полосковых проводников, если это допускает конкретная конструкция устройства. Названный способ миниатюризации хорошо подходит к исследованному двухмодовому резонатору, нерегулярный проводник которого (см. вставку на рис. 1а) можно свернуть в фигуру, напоминающую букву **S**, как это показано на вставке рис. 2. Отличительной особенностью такого миниатюризованного резонатора является то, что в нем отрезки высокоомных линий с узкими полосковыми проводниками подключаются не к центрам широких проводников отрезков низкоомных линий, а к их краям. При этом в полосно-пропускающем фильтре на основе двухмодового миниатюризованного резонатора разъемы портов входной и выходной линий передачи удобно подключить кондуктивно к соединенным с экраном высокоомным участкам резонатора (см. вставку на рис. 2). В этом случае изменением расстояния от точки подключения портов до точки соединения проводников с экраном легко регулируется величина связи внешних линий с резонатором при настройке фильтра на заданную ширину полосы пропускания.

На рис. 2 представлена АЧХ фильтра второго порядка, подключенного к внешним линиям передачи с волновым сопротивлением 50 Ом, синтезированного с использованием электродинамического анализа его 3D-модели в пакете программ CST Studio Suite. Для определенности, микрополосковая структура миниатюризованного двухмодового резонатора настраивалась на центральную частоту полосы пропускания $f_0 = 2$ ГГц и ее относительную ширину $\Delta f/f_0 = 70\%$ подбором размеров топологии проводников так, чтобы в полосе пропускания фильтра максимальная величина потерь на отражение $S_{11} = -20$ дБ. Все размеры топологии проводников настроенного фильтра, полученные в результате параметрического синтеза, показаны на вставке рис. 2. При этом габариты микрополосковой структуры фильтра составляют всего лишь 11.40×10.35 мм.

Частотная зависимость прямых потерь исследуемого фильтра $S_{21}(f)$, представленная на рис. 2, показывает протяженную высокочастотную полосу заграждения, простирающуюся почти до $5f_0$, и сравнительно высокий для широкополосного

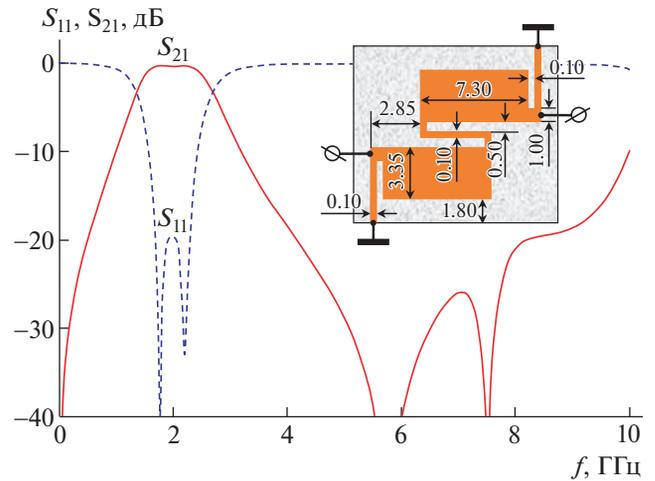


Рис. 2. Амплитудно-частотные характеристики фильтра второго порядка, синтезированного численным электродинамическим расчетом 3D-модели нерегулярного двухмодового микрополоскового резонатора (на вставке топология проводников резонатора с размерами в миллиметрах).

фильтра второго порядка уровень подавления СВЧ-мощности в ней. Очевидно, это обусловлено двумя полюсам затухания, наблюдаемыми в средней части полосы заграждения, которые формируются за счет дополнительной электромагнитной связи между резонаторами [11], возникшей из-за существенного сближения широких отрезков низкоомных линий в результате сворачивания нерегулярного проводника микрополосковой структуры. Отметим, что потери в полосе пропускания фильтра не превышают 0.3 дБ.

Важными параметрами, характеризующими частотно-селективные свойства полосно-пропускающих фильтров, являются коэффициенты крутизны низкочастотного K_l и высокочастотного K_h склонов АЧХ [12]:

$$K_l = \frac{\Delta f/2}{\Delta f_{30}^l - \Delta f/2}, \quad K_h = \frac{\Delta f/2}{\Delta f_{30}^h - \Delta f/2}, \quad (2)$$

где Δf_{30}^l и Δf_{30}^h — полосы частот, измеренные от центральной частоты до низкочастотного или высокочастотного склона АЧХ по уровню 30 дБ от уровня минимальных потерь в фильтре. Для рассматриваемого фильтра на двухмодовом резонаторе более крутой низкочастотный склон АЧХ характеризуется коэффициентом $K_l = 0.57$, а высокочастотный склон $K_h = 0.28$, что отражает достаточно хорошие частотно-селективные свойства исследованной конструкции в сравнении с широкополосными фильтрами второго порядка традиционных конструкций. Важно отметить, что предложенный микрополосковый двухмодовый резонатор позволяет создавать фильтры с относительной шириной полосы пропускания от 40% до 90%.

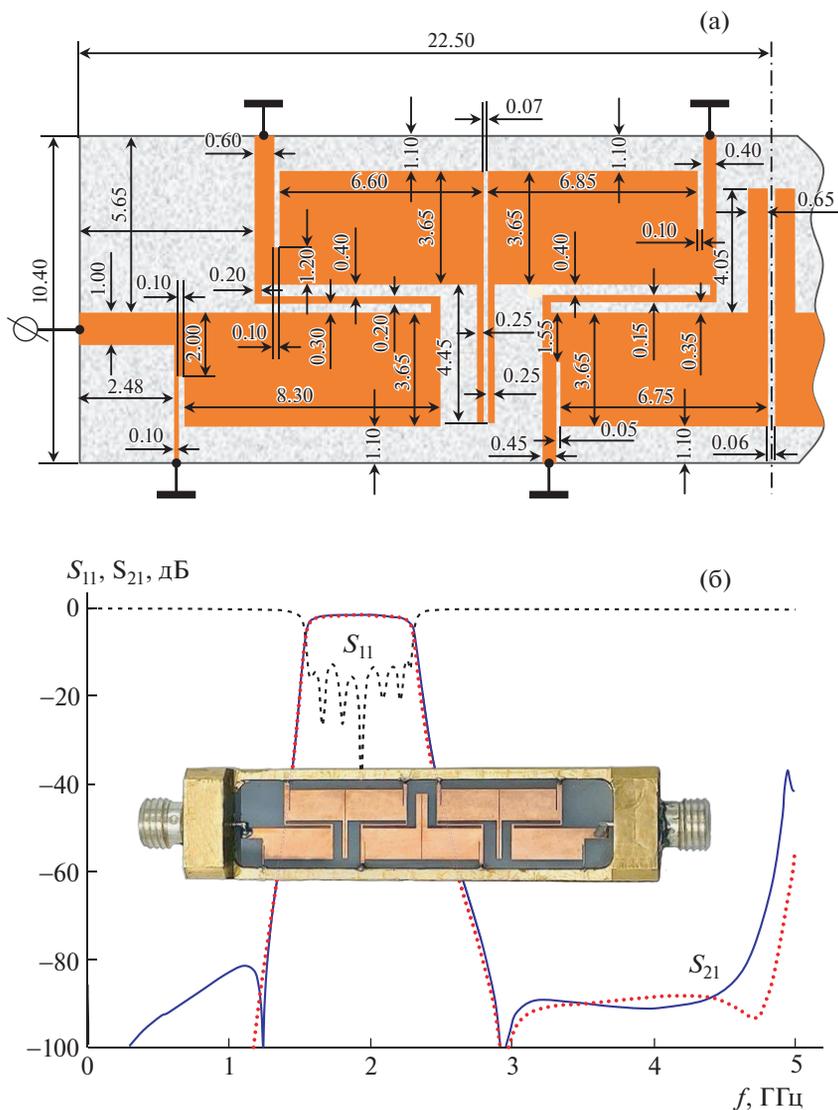


Рис. 3. Размеры топологии проводников в миллиметрах синтезированного опытного образца фильтра восьмого порядка на четырех двухмодовых резонаторах (а). Рассчитанные АЧХ фильтра: прямые потери – сплошная, потери на отражение – штриховая линия, точки – измеренная частотная зависимость прямых потерь (б). На вставке фотография устройства.

ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЫТНОГО ОБРАЗЦА ФИЛЬТРА ВОСЬМОГО ПОРЯДКА

Как известно, для увеличения крутизны склонов АЧХ полосно-пропускающего фильтра необходимо повышать его порядок, увеличивая число резонаторов. Это несложно сделать в многосвязном фильтре на основе исследованного двухмодового микрополоскового резонатора, используя в конструкции фильтра несколько таких электромагнитно связанных резонаторов. В частности, нами разработана и исследована конструкция фильтра восьмого порядка, построенного на четырех двухмодовых резонаторах. В качестве подложки фильтра использовалась керамическая пластина толщиной 1 мм из поликора, имеющего

относительную диэлектрическую проницаемость $\epsilon = 9.8$. Топология проводников фильтра представлена на рис. 3а. Параметрический синтез конструкции фильтра, в которой предусмотрена верхняя металлическая крышка на высоте 8 мм от поверхности подложки, проводился с использованием электродинамического анализа его 3D-модели в пакете программ CST Studio Suite так, чтобы все максимумы потерь на отражение в полосе пропускания были на уровне примерно -14 дБ. При этом для определенности была задана центральная частота полосы пропускания $f_0 = 2$ ГГц и ее относительная ширина $\Delta f/f_0 = 40\%$, измеренная по уровню 3дБ от уровня минимальных потерь. В процессе синтеза подбирались ширины и дли-

ны регулярных участков полосковых проводников, а также зазоры между ними. Размеры топологии проводников фильтра, полученные в результате синтеза, показаны на рис. 3а в миллиметрах. Благодаря небольшим габаритам подложки фильтра 45.0×10.5 мм, его конструкцию можно считать миниатюрной.

На рис. 3б сплошной линией представлена частотная зависимость прямых потерь $S_{21}(f)$, а штриховой линией – частотная зависимость потерь на отражение $S_{11}(f)$, полученные численным расчетом 3D-модели синтезированной конструкции фильтра. Видно, что фильтр обладает высокими частотно-селективными свойствами, имеет протяженную высокочастотную полосу заграждения и уровни подавления помех как в низкочастотной, так и в высокочастотной полосах заграждения более 80 дБ. Кроме того, полюса затухания, расположенные слева и справа вблизи полосы пропускания, значительно увеличивают крутизну склонов АЧХ, тем самым повышая избирательность фильтра. В результате коэффициенты крутизны склонов АЧХ, вычисленные по формуле (2), значительно возросли по сравнению с фильтром второго порядка, описанным выше. Значение коэффициента крутизны низкочастотного склона $K_l = 4.45$ увеличилось почти в 8 раз, а коэффициент крутизны высокочастотного склона $K_h = 3.35$ увеличился почти в 12 раз.

Для экспериментальной проверки работоспособности разработанного фильтра восьмого порядка был изготовлен опытный образец устройства в соответствии с полученными в результате синтеза размерами топологии проводников. Изготовленная фотолитографией микрополосковая структура припаивалась нижним металлизированным основанием (экраном) к дну металлического корпуса, а затем узкие наружные проводники резонаторов, которые должны соединяться с экраном, припаивались к боковым стенкам корпуса. На торцах корпуса закреплены коаксиальные разъемы SMA, к которым припаяны полосковые проводники входа и выхода фильтра. Фотография изготовленного таким образом опытного образца фильтра без верхней металлической крышки представлена на вставке рис. 3б. Измеренные на векторном анализаторе цепей R&S ZVA-40 частотные зависимости прямых потерь $S_{21}(f)$ показаны точками на рис. 3б. Видно хорошее совпадение рассчитанных и измеренных частотных характеристик фильтра. Отметим также, что измеренное значение минимальных потерь в полосе пропускания изготовленного фильтра в точности совпадает с расчетным значением и равно 1.5 дБ.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, разработана новая конструкция двухмодового микрополоскового резонатора, в которой нерегулярный полосковый проводник, состоящий из пяти регулярных участков, позволяет изменением ширин этих участков варьировать в широких пределах собственные частоты первых двух мод колебаний и величину их взаимодействия (коэффициент связи). Показано, что на таком двухмодовом резонаторе можно создавать фильтры второго порядка с относительной шириной полосы пропускания $\Delta f/f_0$ от 40 до 90% и расширенной высокочастотной полосой заграждения, простирающейся до $5f_0$. Миниатюризация резонатора путем сворачивания его нерегулярного проводника в форму, напоминающую букву S, приводит не только к уменьшению размеров подложки, но и к образованию полюсов затухания в высокочастотной полосе заграждения, которые значительно увеличивают уровень подавления помех.

Показано также, что на основе миниатюризованных двухмодовых резонаторов можно разрабатывать многосвязные фильтры высокого порядка, обладающие повышенными частотно-селективными свойствами. В этом случае между отдельными резонаторами легко образуется необходимая электромагнитная связь посредством взаимодействующих узких отрезков проводников от каждого резонатора. На примере фильтра восьмого порядка продемонстрирована возможность реализации миниатюрного устройства с высокими частотно-селективными свойствами, в котором электромагнитно связаны четыре двухмодовых резонатора. В этом фильтре крутизна склонов амплитудно-частотной характеристики увеличена за счет полюсов затухания, расположенных с обеих сторон вблизи полосы пропускания. Хорошее согласие измеренных характеристик на опытном образце устройства с рассчитанными характеристиками, полученными численным электродинамическим анализом 3D-модели фильтра, говорят о высокой эффективности параметрического синтеза разработанной конструкции фильтра по заданным характеристикам. Результаты проведенных исследований доказывают перспективность применения разработанной конструкции широкополосного микрополоскового фильтра в современных радиотехнических системах связи, радиолокации, радионавигации, различной измерительной и специальной аппаратуре.

ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, государственное задание FEFE-2020-0013.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Jia-Sheng Hong*. Microstrip filters for RF/microwave applications. Hoboken (New Jersey): John Wiley & Sons, 2011. 635 p.
2. *Zhu Lei*. Microwave bandpass filters for wideband communications. Hoboken (New Jersey): John Wiley & Sons, 2012. 221 p.
3. *Беляев Б.А., Сержантов А.М., Лексиков А.А., Бальва Я.Ф., Галеев Р.Г.* Монолитный миниатюрный полосно-пропускающий фильтр на многопроводниковых полосковых резонаторах // Письма в ЖТФ. 2021. Т. 47. Вып. 13. С. 16–20.
4. *Belyaev B.A., Serzhantov A.M., Leksikov A.A., Bal'va Ya.F., Leksikov An.A.* Novel High-Quality Compact Microstrip Resonator and its Application to Bandpass Filter // IEEE Microwave and Wireless Components Letters. Sept. 2015. V. 25. Iss. 9. P. 579–581.
5. *Беляев Б.А., Ходенков С.А., Говорун И.В., Сержантов А.М.* Микрополосковые фильтры с широкими полосами пропускания // Письма в ЖТФ. 2021. Т. 47. Вып. 7. С. 30–34.
6. *Belyaev B.A., Turnev V.V., Serzhantov A.M., Leksikov A.A., Leksikov An.A.* Highly selective suspended stripline dual-mode filter // Progress in Electromagnetics Research Letters. 2011. V. 25. P. 57–66.
7. *Killamsetty V.K., Mukherjee B.* Miniaturised highly selective wide-band bandpass filter using dual-mode resonators and inter digital capacitors // Electronics Letters. August 2017. V. 53. № 17. P. 1209–1211.
8. *Беляев Б.А., Ходенков С.А., Лексиков А.А., Шабанов В.Ф.* Микрополосковый трехмодовый резонатор и миниатюрный фильтр на его основе со сверхширокой полосой пропускания // ДАН. 2017. Т. 474. № 6. С. 682–686.
9. *Александровский А.А., Беляев Б.А., Лексиков А.А.* Синтез и селективные свойства фильтров на шпильковых резонаторах со шлейфными элементами // РЭ. 2003. Т. 48. № 4. С. 398–405.
10. *Hong J.-S., Lancaster M.J.* Couplings of microstrip square open-loop resonators for cross-coupled planar microwave filters // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. 1996. V. 44. P. 2099–2109.
11. *Belyaev B.A., Serzhantov A.M., Bal'va Y.F., Turnev V.V., Leksikov A.A., Galeev R.G.* Implementation of Cross Couplings in Microwave Bandpass Filters // Microwave Opt. Technol. Lett. 2014. V. 56. № 9. P. 2021–2025.
12. *Беляев Б.А., Лексиков А.А., Тюрнев В.В.* Частотно-селективные свойства многозвенных фильтров на регулярных микрополосковых резонаторах // РЭ. 2004. Т. 49. № 11. С. 1315–1324.

HIGHLY SELECTIVE WIDEBAND BANDPASS MICROSTRIP DUAL-MODE FILTER

B. A. Belyaev^{a,b}, S. A. Khodenkov^a, I. V. Govorun^{a,c}, and A. M. Serzhantov^{b,c}

^a *Reshetnev Siberian State University of Science and Technology, Krasnoyarsk, Russia*

^b *Siberian Federal University, Krasnoyarsk, Russia*

^c *Kirensky Institute of Physics, Federal Research Center "Krasnoyarsk Scientific Center of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences", Krasnoyarsk, Russia*

Presented by Academician of the RAS V. F. Shabanov

A design of half-wave microstrip resonator with irregular strip conductor was investigated. The two ends of this strip conductor are short-circuited. On the base of two oscillation mode of this resonator a miniaturized second-order filter with relative bandwidth from 40% to 90% is realized. It has the broad high-frequency stopband. An experimental sample of a designed eight-order filter based on the four dual-mode resonators with a central frequency of the passband of 2 GHz and fractional bandwidth of 40% was made on an alumina substrate $\epsilon = 9.8$. The substrate has size of $45.0 \times 10.5 \times 1.0$ mm. Filter has a high steepness of the frequency response due to two transmission poles located in vicinity of passband. The experimental data are in good agreement with the electromagnetic simulation of filters 3D model.

Keywords: microstrip resonator, bandpass filter, slope steepness, frequency response, dielectric substrate

УДК 621.314

МОЩНЫЙ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬ НАПРЯЖЕНИЯ ДЛЯ ЗАРЯДА АКБ НА БОРТУ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА С ГИБРИДНОЙ СИЛОВОЙ УСТАНОВКОЙ

© 2022 г. А. Н. Варюхин¹, М. В. Гордин², А. В. Дутов³, член-корреспондент РАН С. И. Мошкунов⁴,
С. В. Небогаткин⁴, академик РАН В. Ю. Хомич⁴, Е. А. Шершунова^{4,*}

Поступило 30.12.2021 г.

После доработки 30.12.2021 г.

Принято к публикации 28.01.2022 г.

Был создан импульсный понижающий-повышающий преобразователь напряжения мощностью 20 кВт с дистанционным цифровым управлением выходными значениями тока и напряжения для заряда аккумуляторной батареи в составе гибридной силовой установки летательного аппарата. Преобразователь работает в режиме ограничения тока от 5 до 20 А и напряжения от 800 до 1000 В при изменении напряжения на его входе от 800 до 1300 В. Экспериментально полученный КПД устройства составляет $98 \pm 0.5\%$.

Ключевые слова: гибридная силовая установка, аккумуляторная батарея, преобразователь постоянного напряжения, летательный аппарат

DOI: 10.31857/S2686740022020110

Год от года растет число грузовых и пассажирских авиаперевозок. В 2019 г. перед пандемией, обусловленной коронавирусом Covid-19, авиационная отрасль перевезла 4.5 млрд человек, что повлекло за собой существенные выбросы углекислого газа в атмосферу – почти 900 млн тонн [1]. Такие цифры, безусловно, оказывают огромное влияние на изменение климата и его негативные последствия. Кроме того, рост стоимости топлива также сказывается на рентабельности и самих авиаперевозок. Решение этих проблем лежит в повышении топливной эффективности, снижении стоимости топлива на одного пассажира.

Термодинамические ограничения, налагаемые циклом Брайтона, означают, что дальнейшее повышение эффективности газотурбинного реактивного двигателя невозможно. Все будущие улучшения должны быть основаны на использовании чисто электрических и гибридных электри-

ческих силовых установок в летательных аппаратах. Начиная с замены гидравлической, пневматической и механических систем в летательных аппаратах, сегодня все больший интерес просыпается к реализации самой тяги с помощью электричества. Ведутся разработки силовых установок мощностью сотни киловатт, мегаватты, среди которых можно выделить три основные: турбоэлектрические (где энергия от электрогенератора идет напрямую в электромотор), гибридные электрические (где помимо турбогенератора энергия черпается от аккумуляторных батарей) и полностью электрические без двигателей внутреннего сгорания (где вся энергия на борту запасается в аккумуляторных батареях или топливных элементах) [2].

Неотъемлемой частью этих установок являются силовые преобразователи постоянного тока, которые уже прочно заняли свою нишу в системе возобновляемых источников энергии, таких как ветро- и фотоэлектростанции. Однако для успешного внедрения на борту летательных аппаратов известные топологии схем силовых преобразователей должны быть построены с учетом отношения мощности к массе, что часто не столь важно при их стационарном наземном исполнении. При сохранении аэродинамических характеристик дальнейшее увеличение эффективности перелетов возможно лишь при увеличении удельной мощности преобразователя. В перспективе для силовой электроники на борту летательных аппаратов согласно Программе DOE/EERE [3] эта величина

¹Центральный институт авиационного моторостроения имени П.И. Баранова, Москва, Россия

²Национальный исследовательский центр “Институт имени Н.Е. Жуковского”, Москва, Россия

³Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, Москва, Россия

⁴Институт электрофизики и электроэнергетики Российской академии наук, Санкт-Петербург, Россия

*E-mail: eshershunova@ieeras.ru

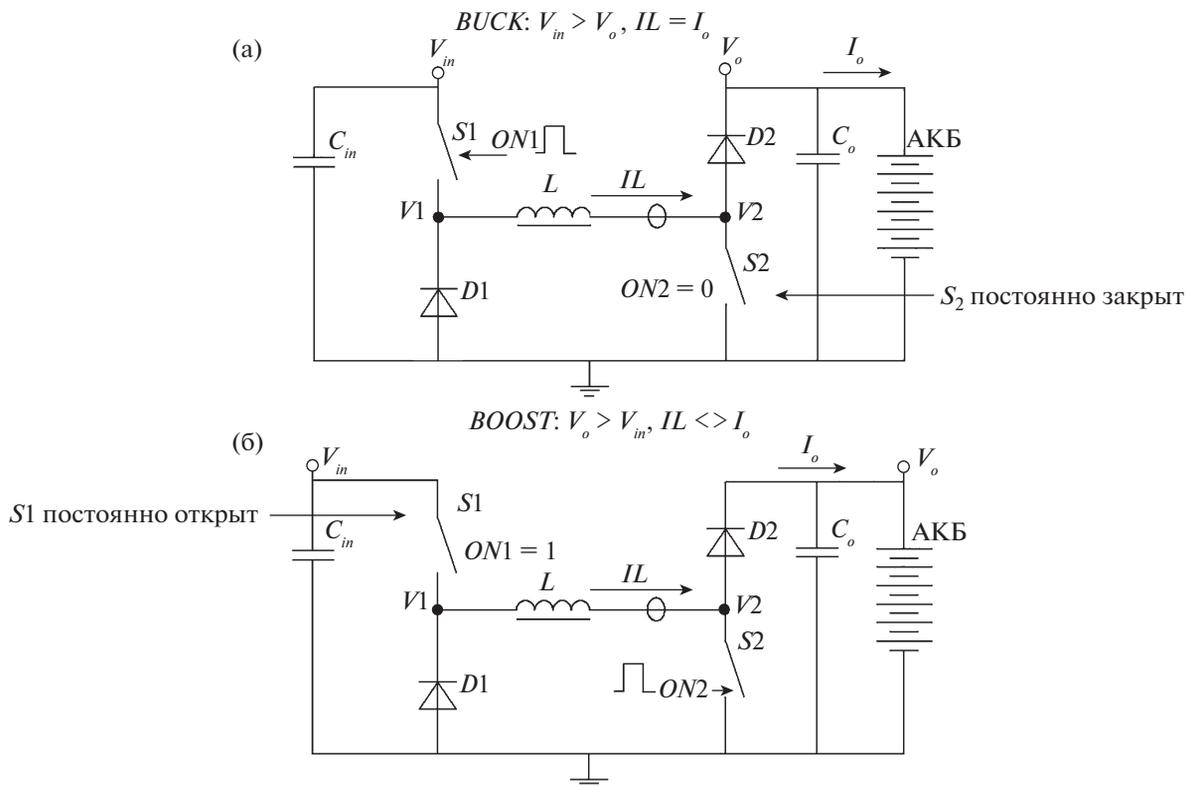


Рис. 1. Схема работы понижающего-повышающего асинхронного преобразователя напряжения для заряда аккумуляторной батареи.

должна составлять десятки кВт/кг. Компонентная база для построения силовых преобразователей напряжения также должна тщательно выбираться, исходя из возможности быстрой и надежной работы в условиях низкого давления и низких температур, которые обычно встречаются в условиях крейсерского полета [4].

Неотъемлемой частью гибридной силовой установки является преобразователь напряжения, который позволяет производить заряд аккумуляторной батареи на борту летательного аппарата во время полета. Как правило, в аэрокосмической отрасли в качестве аккумуляторов используют литиевые батареи, которые позволяют при большой экономии массы достигать желаемых эксплуатационных характеристик [5–7]. Основные преимущества литиевых аккумуляторов связаны с их способностью работать при экстремально низких температурах с высокой плотностью энергии и удельной мощностью. Заряд таких аккумуляторов реализуется в две стадии. Сначала аккумулятор заряжается определенным током, при этом напряжение на нем возрастает, а потом определенным напряжением, при этом ток заряда падает [8].

Реализовать такую схему заряда можно путем применения понижающего-повышающего им-

пульсного преобразователя напряжения [9], схема которого показана на рис. 1. На рисунке показано два режима работы:

- когда напряжение на шине постоянного напряжения летательного аппарата V_{in} больше напряжения требуемого для заряда батареи V_o (рис. 1а),
- когда напряжение на шине постоянного напряжения летательного аппарата V_{in} меньше напряжения требуемого для заряда батареи V_o (рис. 1б).

В зависимости от случая схема работает либо в режиме понижения (случай – BUCK) либо в режиме повышения напряжения (случай 2 – BOOST).

В первом случае в работе преобразователя задействованы ключ $S1$, диод $D1$ и диод $D2$, поэтому ток через индуктор равен выходному току преобразователя I_o .

Во втором случае задействованы оба ключа и диод $D2$, поэтому ток на выходе не равен току в индукторе.

Для стабильной и эффективной работы преобразователя на основании расчета, проведенного по методике, описанной в [10], были выбраны силовые компоненты преобразователя мощностью 20 кВт, работающего в режиме ограничения тока до 20 А и напряжения до 1000 В: индукторы, конденсаторы, транзисторы и диоды. В качестве си-

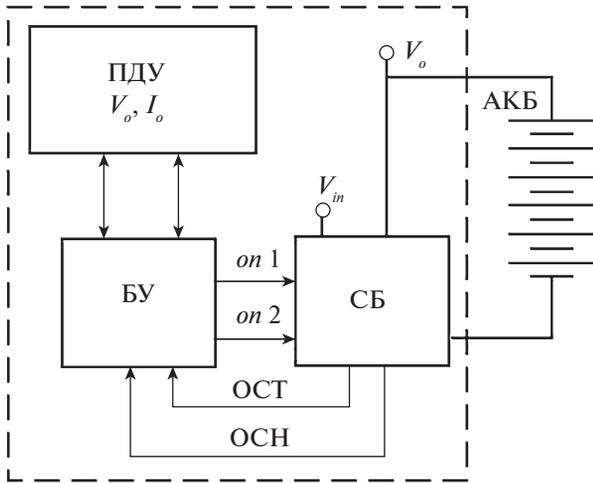


Рис. 2. Блок-схема силового преобразователя для заряда аккумуляторной батареи: ПДУ – пульт дистанционного управления, БУ – блок управления, СБ – силовой блок, ОСТ и ОСН – обратная связь по току и напряжению соответственно, АКБ – аккумуляторная батарея.

ловых активных элементов выбраны полевые транзисторы и диоды на карбиде кремния с рабочим напряжением 1700 В: C2M0045170D и C5D10170H, отвод тепла от которых был реализован посредством принудительного жидкостного охлаждения.

Сердечник силового дросселя индуктивностью 250 мкГн и током насыщения 37 А был набран из двух соединенных ферритовых магнитопроводов U-образной формы марки Ferrgoxcube

U80-65-32. При такой конструкции обмотка оказывается целиком поверх сердечника, что позволило более эффективно отводить выделяющееся в ней тепло. Сглаживание пульсаций тока было реализовано с помощью керамических конденсаторов поверхностного монтажа суммарной емкостью 2.4 мкФ, размещенных на отдельной плате. Это обеспечило преимущество по массе в 3 раза и по объему в 20 раз по сравнению с использованием традиционно используемых пленочных конденсаторов.

Условно созданный преобразователь можно разделить на несколько блоков (рис. 2): силовой блок (СБ) (где происходит коммутация напряжения), блок управления (где осуществляется формирование сигналов управления коммутаторами) и пульт дистанционного управления (с которого задаются необходимые на выходе преобразователя значения тока и напряжения и происходит запуск устройства). Кроме того, преобразователь включает индуктор, описанный выше, и плату входных и выходных конденсаторов.

Принцип управления преобразователем удобно также описать с помощью блок-схемы, представленной на рис. 3.

Стабилизация напряжения происходит посредством цифрового управления, стабилизация тока – посредством аналогового.

Для стабилизации напряжения разница опорного сигнала напряжения V_{ref} и сигнала напряжения обратной связи V_{ofb} , образованного делителем от выходного напряжения V_o , поступает на вход PID-регулятора. На выходе PID-регулятора формируется сигнал V_v , который сравнивается с сиг-

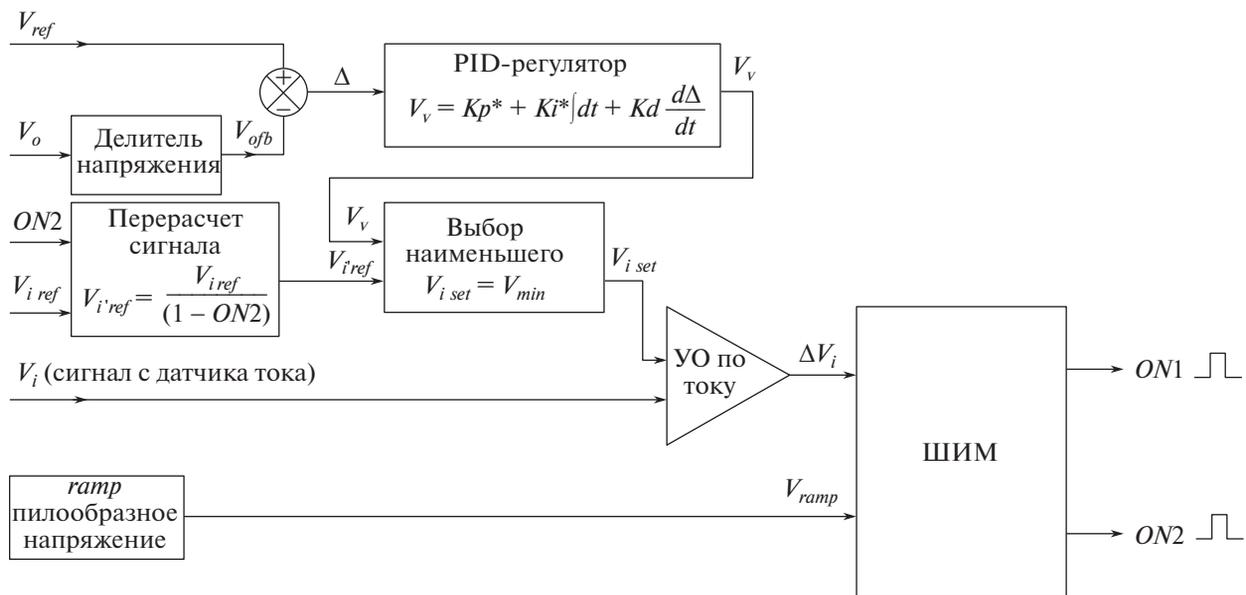


Рис. 3. Принцип управления преобразователем.

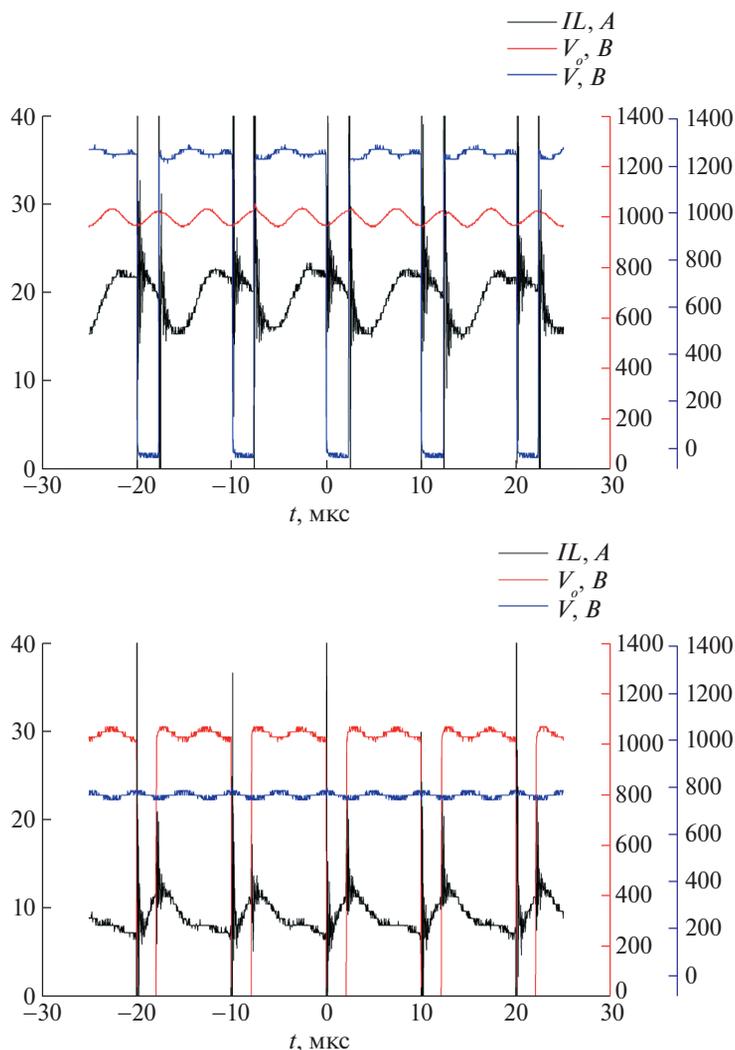


Рис. 4. Осциллограммы тока через индуктор IL и напряжений в средней точке V_1 , V_2 при работе преобразователя в режиме: а – понижения напряжения: $V_{in} = 1300$ В, $V_o = 1000$ В, $I_o = 20$ А; б – повышения напряжения: $V_{in} = 800$ В, $V_o = 1000$ В, $I_o = 7.2$ А.

налом $V_{i\text{ref}}$, который рассчитывается через опорный сигнал тока $V_{i\text{ref}}$ и коэффициент заполнения $ON2$. Выбирается наименьшее значение $V_{i\text{set}}$.

Стабилизация тока реализована посредством усиления ошибки по току между сигналом с датчика тока V_i и сигналом $V_{i\text{set}}$.

Формирование сигналов управления транзисторами $ON1$ и $ON2$ реализуется с помощью широтно-импульсной модуляции (ШИМ).

Для дистанционного управления преобразователем был разработан пульт, который позволяет выставлять требуемые выходные значения тока и напряжения для заряда аккумуляторной батареи. Кроме того, на дисплей пульта выводятся измеряемые значения выходных значений тока и напряжения. Во избежание помех измеряемые и референтные значения токов и напряжений передаются в блок управления преобразователем по оптоволокну.

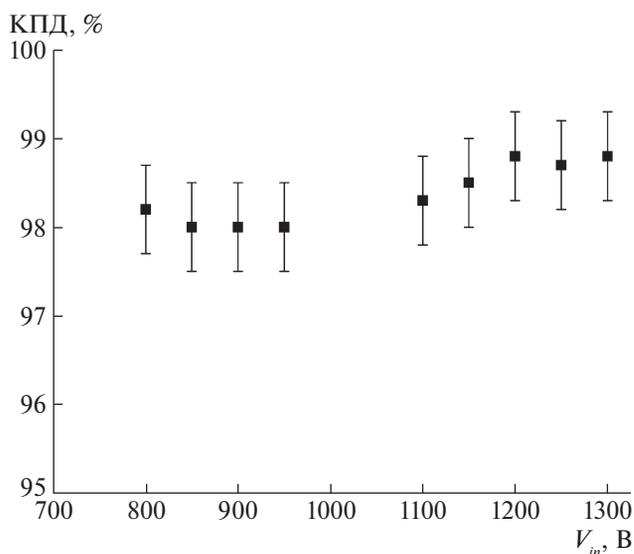


Рис. 5. КПД преобразователя (экспериментальные данные).

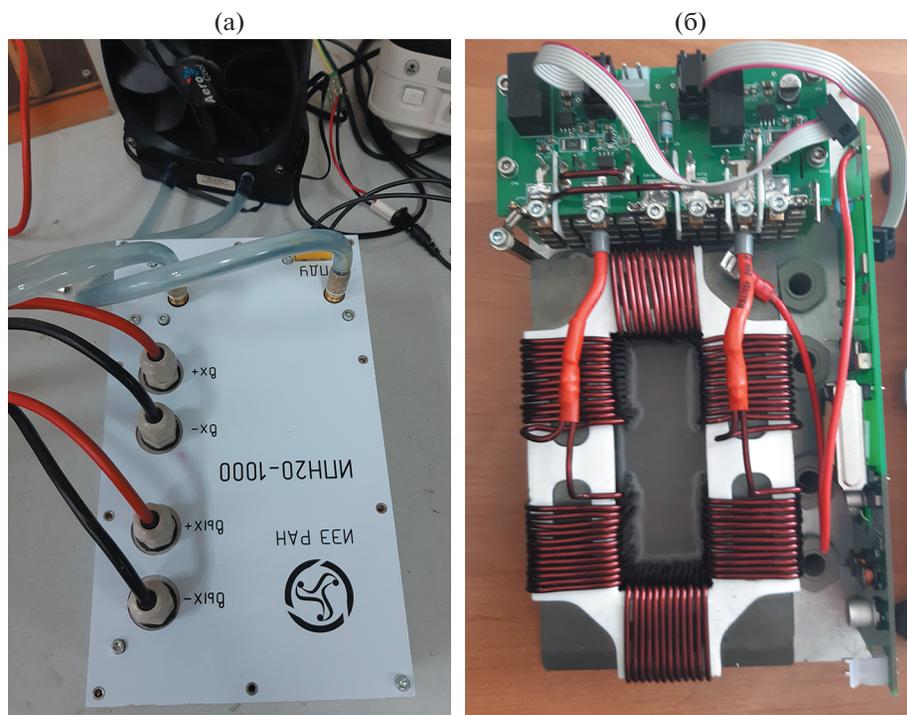


Рис. 6. Фотографии понижающего-повышающего преобразователя постоянного напряжения для заряда АКБ мощностью 20 кВт: а – в корпусе; б – без корпуса.

Были проведены успешные испытания созданного преобразователя на эквивалентную нагрузку. На рис. 4а и рис. 4б показаны типичные осциллограммы напряжений и токов при работе преобразователя в режиме понижения и повышения соответственно.

На основании данных полученных осциллограмм в разных режимах была построена экспериментальная зависимость КПД созданного преобразователя от напряжения на его входе (рис. 5). Как видно, средний КПД во всем диапазоне входных напряжения вне зависимости от режима равен 98%.

При работе преобразователя в режиме повышения, что соответствует входному напряжению V_{in} меньше 1000 В, КПД прибора несколько меньше, нежели при его работе в режиме понижения напряжения, т.е. при изменении входного напряжения от 1100 до 1300 В. Это объясняется дополнительными потерями на втором коммутаторе $S2$ при работе конвертора в режиме BOOST (рис. 1).

Как видно из фотографии (рис. 6), преобразователь для своей мощности достаточно компактен. Его габаритные размеры – $131 \times 224 \times 85$ мм. Масса преобразователя составляет около 2.5 кг.

Таким образом, в результате использования современной полупроводниковой базы и эргономичной конструкции нам удалось достичь удельной мощности устройства, соотношения мощность

на массу почти 10 кВт/кг, что больше в два раза по сравнению с нашей предыдущей разработкой [9] и сравнимо с мировыми аналогами [11, 12].

ИСТОЧНИКИ ФИНАНСИРОВАНИЯ

Исследования выполнены при поддержке Минпромторга России и Минобрнауки России.

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки «Институте электрофизики и электроэнергетики Российской академии наук».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Channegowda P. et al. Megawatt Class Ultra High Density DC-DC Converters for Future Electric Aircraft Systems // 2019 AIAA/IEEE EATS. P. 1–11. <https://doi.org/10.2514/6.2019-4518>
2. Romeo G., Borello F., Correa G. ENFICA-FC: Design, realization and flight test of all electric 2-seat aircraft powered by fuel cells // 27th International Congress of the Aeronautical Sciences (ICAS2010) // 2010. P. 1–13.
3. Jansen R. et al. Overview of NASA electrified aircraft propulsion (EAP) research for large subsonic transports // 53rd AIAA/SAE/ASEE. 2017. P. 4701. <https://doi.org/10.2514/6.2017-4701>
4. Kaplar R.J. et al. Generation-After-Next Power Electronics: Ultrawide-bandgap devices, high-temperature packaging, and magnetic nanocomposite materials // IEEE Power Electronics Magazine. 2017. V. 4. № 1.

- P. 36–42.
<https://doi.org/10.1109/MPEL.2016.2643098>
5. Flynn M.C. et al. A fault management-oriented early-design framework for electrical propulsion aircraft // IEEE Transactions on Transportation Electrification. 2019. V. 5. № 2. P. 465–478.
<https://doi.org/10.1109/TTE.2019.2913274>
 6. Scrosati B. et al. Lithium batteries: advanced technologies and applications. John Wiley & Sons. 2013. V. 58.
 7. Gohardani A.S., Dunn R., Millecam N. Green Aerospace Engineering: A Focus on the Technical and Economic Hurdles of Next Generation Lithium-Ion Batteries // 54th AIAA Aerospace Sciences Meeting. 2016. P. 0865.
<https://doi.org/10.2514/6.2016-0865>
 8. Wang X. Managing End-of-Life Lithium-ion Batteries: An Environmental and Economic Assessment, Ph.D. Thesis. Rochester Institute of Technology, 2014.
 9. Шершунова Е.А., Мошкунев С.И., Варюхин А.Н., Гордин М.В. Четырехфазный импульсный преобразователь постоянного напряжения для применения в составе гибридных и электрических силовых установок летательных аппаратов // Тезисы докладов Междунар. конф. “Авиация и космонавтика”. 23–27 ноября 2020. М., МАИ. С. 232–233.
 10. Варюхин А.Н. др. Силовой многофазный импульсный преобразователь для гибридных летательных аппаратов // Известия РАН. Энергетика. 2019. № 6. С. 121–129.
<https://doi.org/10.1134/S0002331019060128>
 11. Мошкунев С.И., Хомич В.Ю., Шершунова Е.А. Повышающе-понижающий преобразователь напряжения для заряда аккумуляторной батареи на борту электрического самолета // Письма в ЖТФ. 2020. Т. 46. № 15.
<https://doi.org/10.21883/PJTF.2020.15.49743.18139>
 12. Варюхин А.Н. и др. Мощный импульсный преобразователь постоянного тока на карбид-кремниевых транзисторах // Прикладная физика. 2021. № 1. С. 75–81.
<https://doi.org/10.51368/1996-0948-2021-1-75-81>
 13. Kreutzer O., Billmann M., Maerz M. A passively cooled 15 kW, 800 V DCDC converter with a peak efficiency of 99.7% // IEEE AFRICON. 2017. P. 1390–1396.
<https://doi.org/10.1109/AFRCON.2017.8095685>
 14. Kreutzer O. et al. Non-isolating DC/DC converter for a fuel cell powered aircraft // ESARS-ITEC. 2016. P. 1–6.
<https://doi.org/10.1109/ESARS-ITEC.2016.7841372>

POWERFUL DC/DC VOLTAGE CONVERTER FOR BATTERY CHARGING ON BOARD AIRCRAFT WITH A HYBRID POWER PLANT

A. N. Varyukhin^a, M. V. Gordin^b, A. V. Dutov^c, Corresponding Member of the RAS S. I. Moshkunov^d, S. V. Nebogatkin^d, Academician of the RAS V. Yu. Khomich^d, and E. A. Shershunova^d

^aCentral Institute for Aviation Motor Development named after P.I. Baranov, Moscow, Russia

^bNational Research Center “Institute named after N. E. Zhukovsky”, Moscow, Russia

^cBauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

^dInstitute for Electrophysics and Electric Power of the Russian Academy of Sciences, Saint-Petersburg, Russia

A 20 kW pulsed buck-boost voltage converter with remote digital control of the output current and voltage was created for charging the battery as a part of a hybrid power plant of an aircraft. The converter operates in the mode of current limitation from 5 to 20 A and at voltage from 800 to 1000 V when the voltage at its input changes from 800 to 1300 V. Experimentally obtained efficiency of the device is $98 \pm 0.5\%$.

Keywords: hybrid power plant, storage battery, DC/DC voltage converter, aircraft

УДК 669.539.392:669.17:625.1

ФОРМИРОВАНИЕ ТОНКОЙ СТРУКТУРЫ ПЕРЛИТНОЙ СТАЛИ ПРИ СВЕРХДЛИТЕЛЬНОЙ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ

© 2022 г. Академик РАН К. В. Григорович¹, В. Е. Громов^{2,*}, Р. В. Кузнецов², Ю. Ф. Иванов³, Ю. А. Шлярова²

Поступило 18.12.2021 г.

После доработки 18.12.2021 г.

Принято к публикации 22.12.2021 г.

На микро- и наномасштабном уровне методами просвечивающей электронной микроскопии выявлены количественные преобразования структуры на глубине 0, 2, 5, 10 мм по центральной оси и оси симметрии выкружки головки длинномерных дифференцированно закаленных рельсов после severe plastic deformation (пропущенный тоннаж 1770 млн тонн брутто). На микромасштабном уровне установлена трансформация перлитной колонии путем разрезания пластин цементита движущимися дислокациями и последующего растворения с уходом углерода на линии дислокаций, мало- и большеугловые границы. На наномасштабном уровне формирующаяся в поверхностных слоях субзеренная структура содержит наноразмерные частицы цементита, локализованные на дислокациях, в стыках и вдоль границ субзерен. Формирование субзеренной структуры является результатом динамической рекристаллизации при мегапластической деформации, реализуемой в процессе экстремально длительной эксплуатации рельсов. Выявлено формирование так называемых “каналов деформации”.

Ключевые слова: масштабные уровни, структура, дислокации, интенсивная пластическая деформация, эволюция

DOI: 10.31857/S2686740022020079

ВВЕДЕНИЕ

Срок службы рельсов из перлитной стали определяется многими факторами: чистотой металла, структурой, фазовым составом, условиями эксплуатации, технологией термообработки и т.д. В рельсах при современных скоростях движения железнодорожных составов и высоких контактных давлениях уже при сравнительно небольшом пропущенном тоннаже в поверхностных слоях наблюдается сильное изменение структуры, отмечается аномально высокое значение микротвердости и явление распада цементита. В процессе длительной эксплуатации в рельсах накапливаются многочисленные дефекты, индуцируются сегрегационные, релаксационные, гомогенизационные и рекристаллизационные процессы, фазовые переходы, что может сопровождаться ухудшением физико-механических свойств и являться причинами выхода рельсов из строя [1].

¹Институт металлургии и материаловедения им. А.А. Байкова Российской академии наук, Москва, Россия

²Сибирский государственный индустриальный университет, Новокузнецк, Россия

³Институт сильноточной электроники Сибирского отделения Российской академии наук, Томск, Россия

*E-mail: gromov@physics.sibsiu.ru

Анализ исследований формирования структурно-фазовых состояний в рельсах при длительной эксплуатации позволяет констатировать, что эта проблема является одной из ключевых для физики конденсированного состояния [2].

В работах [1–3] представлен банк данных о закономерностях формирования структурно-фазовых состояний и дислокационной субструктуры, распределения атомов углерода в головке длинномерных дифференцированно закаленных рельсов по центральной оси и по выкружке после интенсивной пластической деформации (пропущенный тоннаж 691 и 1411 млн тонн брутто).

В зарубежной литературе исследователи ограничиваются изучением структуры и свойств рельсов после незначительного объема пропущенного тоннажа [4, 5]. Целью настоящей работы является исследование на различных масштабных уровнях изменения структуры и фазового состава в головке 100-метровых рельсов после сверхдлительной пластической деформации (пропущенный тоннаж 1770 млн тонн брутто).

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

В качестве материала исследования были использованы образцы рельсов из перлитной стали после пропущенного тоннажа 1770 млн тонн. Та-

Таблица 1. Химический состав металла рельса

Материал	Массовая доля химических элементов, %											
	C	Mn	Si	P	S	Cr	Ni	Cu	Al	Ti	Mo	V
Проба	0.73	0.75	0.58	0.012	0.007	0.42	0.07	0.13	0.002	0.003	0.06	0.04

кая экстремально высокая длительность эксплуатации соответствует интенсивной пластической деформации [6]. Химический состав металла рельсов приведен в табл. 1.

Структуру металла рельсов на микро- и наноровне изучали методами просвечивающей электронной микроскопии (ПЭМ) (прибор JEOL JEM-2100, Japan) [7, 8]. Как и в [1], объекты исследования для просвечивающего электронного микроскопа готовили путем ионного утонения пластинок, вырезанных из объемной заготовки на расстоянии 2 и 10 мм от поверхности рельс (поверхность катания и рабочая выкружка), а также из пластинок, примыкающих к поверхности.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

В исходном состоянии структура рельсов представлена зернами пластинчатого перлита и, в малом количестве, зернами феррита. После интенсивной пластической деформации наиболее существенное преобразование структурно-фазового состояния выявляется в поверхностных слоях.

Во-первых, наблюдается формирование так называемых “каналов деформации”. В этом случае в пределах колоний пластинчатого перлита формируются протяженные области, в объеме которых на месте пластинчатой структуры образуется фрагментированная субструктура (рис. 1а).

Во-вторых, выявлено значительное количество перлитных колоний с изогнутыми (волнистыми) и разрушенными пластинами цементита.

В-третьих, наблюдается формирование зерен динамической рекристаллизации феррита. Данная структура образуется в первую очередь вдоль

границ зерен и в торцах колоний пластинчатого перлита (рис. 1б). Последнее указывает на наиболее напряженные области материала, являющиеся концентраторами напряжений. Размеры таких зерен изменяются в пределах от 65 до 300 нм (рис. 2). Микроэлектроннограммы, полученные с данных областей, являются кольцевыми (рис. 2б). Это свидетельствует о том, что формирующаяся структура имеет большеугловую разориентацию, соответствующую именно зеренной структуре. Области с зернами динамической рекристаллизации содержат частицы карбида железа преимущественно округлой формы (рис. 2в). Частицы располагаются в стыках и вдоль границ зерен. Размеры частиц изменяются в пределах от 30 до 70 нм. Можно предположить, что данная структура сформировалась в результате разрушения пластин цементита подвижными дислокациями по механизму растворения и ухода атомов углерода на ядра дислокаций с последующим перемещением атомов углерода по дислокационным трубкам на границы формирующейся дефектной субструктуры [1]. Таким образом, одним из реализующихся при интенсивной пластической деформации вариантов преобразования структуры пластинчатого перлита является образование субмикронаноразмерной механической смеси зерен феррита и частиц цементита глобулярной формы.

Исследования дефектной субструктуры выявили в ферритной составляющей структуры стали дислокационную субструктуру в виде хаотически распределенных дислокаций и дислокационных сеток (рис. 3а). Следует отметить, что дислокационная субструктура обнаруживается преимущественно в ферритной составляющей перлитных колоний и в структуре каналов деформации; в

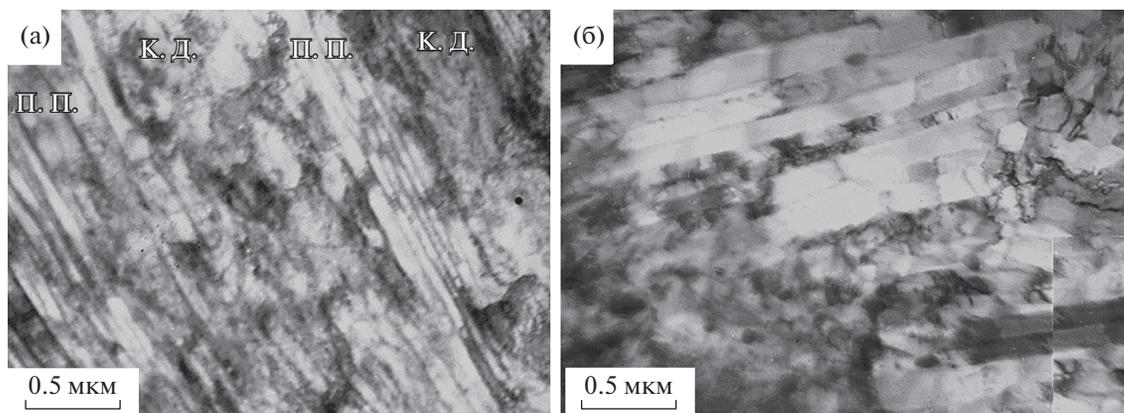


Рис. 1. ПЭМ изображение поверхностного слоя головки; п.п. — пластинчатый перлит, к.д. — канал деформации.

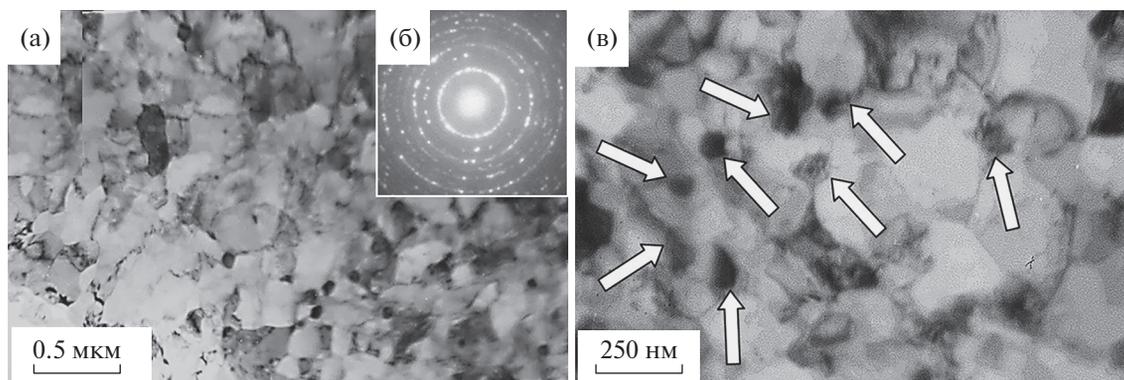


Рис. 2. ПЭМ-изображения структуры поверхностного слоя головки; а, в – светлопольные изображения; б – микроэлектроннограмма, полученная с участка фольги, структура которого приведена на (а). На (в) стрелками указаны частицы карбида железа.

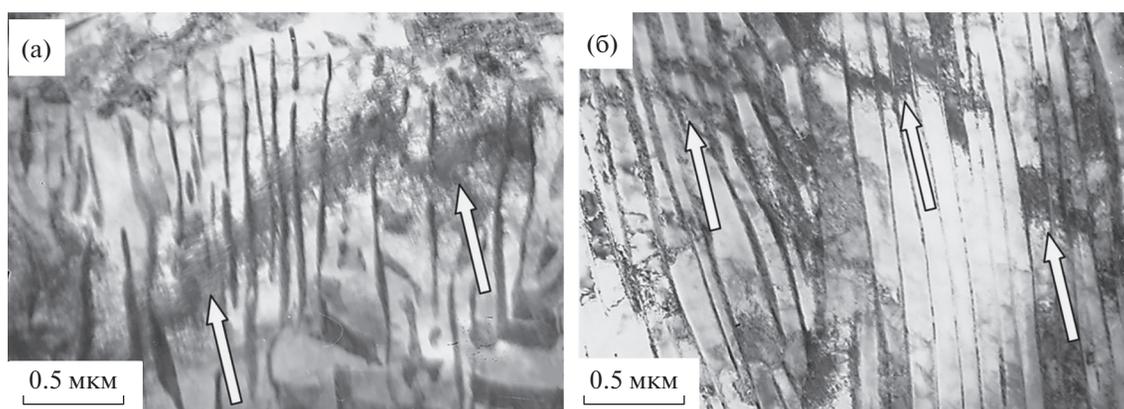


Рис. 3. ПЭМ-изображение дефектной субструктуры колоний перлита. Стрелками указаны изгибные экстинкционные контуры.

зернах динамической рекристаллизации дислокации практически не обнаруживаются.

Количественный анализ дислокационной субструктуры показал, что скалярная плотность дислокаций, определенная по методу случайно брошенной секущей, увеличивается по мере приближения к поверхности головки. Увеличение скалярной плотности дислокаций в поверхностном слое относительно слоя, расположенного на глубине 10 мм, измеренной вдоль центральной оси головки рельса, составляет 21%; при измерении вдоль оси симметрии рабочей выкружки увеличение более значительно и составляет 52%. Следовательно, деформационное преобразование структуры металла рельсов более существенно в области рабочей выкружки.

Анализ структуры металла выявил присутствие изгибных контуров экстинкции (рис. 3), появление которых свидетельствует о кривизне-кручении фольги. Последнее указывает на существование в материале внутренних полей напряжений [9]. Используя методику, изложенную в [1], была проведена оценка избыточной плотности дислокаций ρ_{\pm} . Установлено, что величина избы-

точной плотности дислокаций ниже величины скалярной плотности дислокаций. Последнее указывает на упругий характер изгиба-кручения фольги. Величина избыточной плотности дислокаций, измеренная и вдоль центральной оси головки, и вдоль оси симметрии рабочей выкружки в поверхностном слое, более чем в 2 раза превышает эту же характеристику дефектной субструктуры материала, выявленную в слое, расположенном на глубине 10 мм. Следовательно, интенсивная пластическая деформация способствует кратному увеличению внутренних упругих полей напряжений металла поверхностного слоя.

Анализ фазового состава поверхностного слоя рельсов после пропущенного тоннажа 1770 млн тонн выявил существенное снижение объемной доли карбидной фазы. Установлено, что в объеме стали, расположенном на глубине 10 мм, объемная доля цементита составляет 10.4%, что соответствует концентрации углерода в материале, равной 0.74 вес. %. В поверхностном слое “поверхности катания” объемная доля карбидной фазы снизилась до 4.5%; в поверхностном слое рабочей выкружки до 3.1%, что соответствует (в предполо-

жении, что частицы сформированы карбидом железа Fe_3C стехиометрического состава) 0.32 и 0.22 вес. % углерода.

Можно предположить, что выявленная потеря углерода может быть обусловлена как обезуглероживанием поверхностного слоя металла рельсов в процессе сверхдлительной эксплуатации, так и выходом атомов углерода на дефекты структуры стали – линии дислокаций, границы зерен и субзерен, т.е. реализацией процесса динамического старения стали. Очевидно, что взаимодействие дислокаций с атомами внедрения приводит к закреплению дислокаций, препятствующему их дальнейшему движению, способствуя существенному упрочнению материала, приводя, в конечном итоге, к его охрупчиванию. Факт охрупчивания поверхностного слоя металла проявляется в формировании множественных микро- и макротрещин в головке рельса после сверхдлительной эксплуатации.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методами просвечивающей электронной микроскопии исследовано формирование структуры, фазового состава и дислокационной субструктуры перлитной стали при интенсивной пластической деформации. Экстремально длительная эксплуатация рельсов обеспечивает следующие пути преобразования структуры: во-первых, формирование так называемых “каналов деформации”; во-вторых, образование значительного количества перлита с изогнутыми и разрушенными пластинами цементита; в-третьих, формирование зерен динамической рекристаллизации феррита и, в-четвертых, протекание процесса динамического старения. Показано, что скалярная и избыточная плотность дислокаций ферритной составляющей

структуры стали увеличивается по мере приближения к поверхности головки рельсов. Выявлено, что деформационное преобразование ферритной составляющей структуры металла рельсов более существенно в области рабочей выкружки. Установлено, что интенсивная пластическая деформация способствует кратному увеличению внутренних упругих полей напряжений металла поверхностного слоя.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Yuriev A.A., Gromov V.E., Ivanov Yu.F., et al.* Structure and Properties of Lengthy Rails after Extreme Long-Term Operation. Materials Research Forum LLC, 2021.
2. *Gromov V.E., Ivanov Yu.F., Kormyshev V.E., et al.* Change in Structural-Phase States and Properties of Lengthy Rails during Extremely Long-Term Operation // Progress in Physics of Metals. 2020. V. 21. № 4. P. 527–553.
3. *Панин В.Е., Громов В.Е., Иванов Ю.Ф., Юрьев А.А., Кормышев В.Е.* Роль кривизны решетки в деградации структуры поверхностного слоя металла рельсов при длительной эксплуатации // Доклады РАН. Физика, технические науки. 2020. Т. 494. С. 89–92.
4. *Ivanisenko Yu., Fecht H.J.* Microstructure modification in the surface layers of railway rails and wheels // Steel tech. 2008. V. 3. № 1. P. 19–23.
5. *Lojkowski W., Djahanbakhsh M., Bürkle G., et al.* Nanostructure formation on the surface of railway tracks // Mater. Sci. Eng. A. 2001. V. 303. P. 197–208.
6. *Глезер А.М., Метлов Л.С.* Физика мегапластической (интенсивной) деформации твердых тел // Физика твердого тела. 2010. Т. 52. Вып. 6. С. 1090–1097.
7. *Carter C.B., Williams D.B.* Transmission Electron Microscopy. Berlin: Springer International Publishing, 2016.
8. *Egerton F.R.* Physical Principles of Electron Microscopy. Basel: Springer International Publishing, 2016.
9. *Хирш П., Хови А., Николсон Р. и др.* Электронная микроскопия тонких кристаллов. М.: Мир, 1968.

FORMATION OF FINE STRUCTURE OF PEARLITE STEEL UNDER ULTRA-LONG PLASTIC DEFORMATION

Academician of the RAS **K. V. Grigorovich^a, V. E. Gromov^b, R. V. Kuznetsov^b, Yu. F. Ivanov^c, and Yu. A. Shliarova^b**

^a*Baykov Metallurgy and Materials Institute, Moscow, Russia*

^b*Siberian State Industrial University, Novokuznetsk, Russia*

^c*Institute of High Current Electronics, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Tomsk, Russia*

By the methods of transmission electron microscopy the quantitative transformations of structure at depth of 0, 2, 5, 10 mm along a central axis and axis of symmetry of a head fillet of lengthy differentially quenched rails after a severe plastic deformation (passed tonnage 1770 mln. tons of gross weight) are revealed at a micro- and nanoscale level. At a microscale level a transformation of a pearlite colony by cutting the cementite plates with moving dislocations and a subsequent dissolution with an escape of carbon to dislocation lines, low- and large angle boundaries is established. At a nanoscale level a subgrain structure, being formed in surface layers, contains nanodimensional cementite particles, localized at dislocations, in junctions and along subgrain boundaries. A formation of a subgrain structure is a result of a dynamic recrystallization under a megaplastic deformation being realized in a process of extremely long operation of rails. A formation of so-called ‘channels of deformation’ is detected.

Keywords: scale levels, structure, dislocations, severe plastic deformation, evolution