

# СОДЕРЖАНИЕ

---

---

Том 55, Номер 2, 2021

---

---

Геолого-геоморфологическая характеристика приоритетных мест посадки миссии Луна-Глоб <i>С. С. Красильников, А. Т. Базилевский, М. А. Иванов, А. С. Красильников</i>	99
Выброс вещества в атмосферу при падении десятикилометровых астероидов в океан <i>В. В. Шувалов</i>	114
Транспортные характеристики приповерхностного слоя ядра кометы 67P/Чурюмова–Герасименко <i>В. Решетник, Ю. Скоров, М. Васюта, М. Бенгли, Л. Резак, Д. Агарвал, Ю. Блюм</i>	124
Открытие первой межзвездной кометы и пространственная плотность межзвездных объектов в солнечной окрестности <i>Г. В. Борисов, Б. М. Шустов</i>	144
Джинсовская неустойчивость протопланетного околозвездного диска с учетом магнитного поля и излучения в неэкстенсивной кинетике Тсаллиса <i>А. В. Колесниченко</i>	153
Нетепловая потеря атмосферы экзопланеты GJ 436b за счет процессов диссоциации H <sub>2</sub> <i>А. А. Автаева, В. И. Шематович</i>	172
Численно-аналитическое исследование сцепленных орбит в ограниченной эллиптической двукратно осредненной задаче трех тел <i>М. А. Вашковьяк</i>	182

---

---



УДК 523

## ГЕОЛОГО-ГЕОМОРФОЛОГИЧЕСКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ПРИОРИТЕТНЫХ МЕСТ ПОСАДКИ МИССИИ ЛУНА-ГЛОБ

© 2021 г. С. С. Красильников<sup>а</sup>, \*, А. Т. Базилевский<sup>а</sup>, М. А. Иванов<sup>а</sup>, А. С. Красильников<sup>а</sup>

<sup>а</sup>Институт геохимии и аналитической химии им. В.И. Вернадского РАН, Москва, Россия

\*e-mail: krasilnikovruss@gmail.com

Поступила в редакцию 17.07.2020 г.

После доработки 11.09.2020 г.

Принята к публикации 16.09.2020 г.

В работе представлен геоморфологический и геологический анализ поверхности трех основных и десяти запасных эллипсов посадки (15 × 30 км) российской автоматической научной станции Луна-Глоб (Луна-25). Ранее отобранные эллипсы посадки располагаются в секторе 65°–85° ю.ш. и 0°–60° в.д. южного полушария Луны. Геологическая характеристика эллипсов включает в себя анализ возраста поверхности и определение источников материала. Также были проведены анализы концентрации водного эквивалента водорода в секторе посадки и каменности поверхности. Ограничения, такие как уклон поверхности и характеристика трассы подлета аппарата, использовались для приоритизации эллипсов с инженерно-технической точки зрения. По результатам исследования были определены наиболее предпочтительные эллипсы посадки: 1, 3, 4, 6 и 8. И наименее предпочтительные эллипсы: 5, 7, 9, 10, 11, а также Б1 и Б2.

**Ключевые слова:** Луна, Луна-Глоб, Луна-25, место посадки

**DOI:** 10.31857/S0320930X21010059

### ВВЕДЕНИЕ

Для посадки космического аппарата (КА) Луна-Глоб (Луна-25) из инженерных соображений был выбран сектор в районе южного полушария Луны с координатами 65°–85° ю.ш. и 0°–60° в.д., который наилучшим образом удовлетворяет баллистическим ограничениям экспедиции и условиям связи с Землей (Дьячкова и др., 2017). При выборе определенных эллипсов посадки в этом секторе должны учитываться две необходимые компоненты проводимой экспедиции, техническая и научная. К технической составляющей относится отработка технологии мягкой посадки и длительной работы в условиях полюса Луны. Научная составляющая зависит от главной научной задачи экспедиции и, соответственно, приборов, установленных на борту КА.

В настоящий момент можно выделить несколько наиболее значимых направлений в исследовании тел Солнечной системы, проводимых спускаемыми и орбитальными аппаратами: (1) анализ грунта для определения состава и возможного происхождения материнских пород; (2) поиск воды в приповерхностном слое грунта и на поверхности; (3) поиск сложных органических соединений и метана, позволяющих говорить о возможном наличии жизни на данном теле в прошлом или настоящем.

Приоритетным научным направлением экспедиции Луна-Глоб является анализ спускаемым аппаратом реголита в южной полярной области Луны, где по результатам нейтронной спектроскопии установлены области повышенного содержания водорода в реголите, что считается признаком существования льда (Feldman и др., 2001; Sanin и др., 2017; Иванов и др., 2017; Li и др., 2018).

Также с научной точки зрения крайне важным является геолого-геоморфологическое строение поверхности, что позволит ввести результаты анализа грунта в местный или даже региональный геологический контекст. Разнообразие рельефа даст значительно более полный результат для геологического анализа и позволит лучше изучить ударные и склоновые процессы в южной полярной области Луны. Наличие материала, выброшенного из-под покрова SPA, позволит проанализировать наиболее древние лунные породы.

Однако для безопасной посадки и успешной работы спускаемого аппарата в южный приполярный регион, имеющий сильно расчлененный рельеф, необходимо выполнение четырех основных инженерно-технических требований (Дьячкова и др., 2017).

1. Выбор подлетной орбиты: рельеф на подлете к месту посадки не должен создавать опасность столкновения с поверхностью.

2. Уклон поверхности в месте посадки не должен превышать  $7^{\circ}$ – $10^{\circ}$  на базе, сравнимой с оперечными размерами спускаемого аппарата (первые метры). Данное требование позволит избежать опрокидывания аппарата.

3. Продолжительность и устойчивость сеансов радиосвязи. Из-за большого объема передаваемой информации, исключительно важно обладать наибольшим периодом радиовидимости аппарата с Земли.

4. Угол падения лучей на верхнюю панель радиатора не должен превышать  $20^{\circ}$ , что позволит избежать перегрева аппарата. Продолжительность освещения аппарата должна составлять не менее 40% лунных суток. Условия освещенности сильно зависят от локальных уклонов и экспозиции в месте посадки, а также накладываются ограничения на географическую широту посадки – выше  $65^{\circ}$  ю.ш.

В работе Дьячкова и др. (2017) было предложено 11 эллипсов посадки и проведен их предварительный анализ с точки зрения соответствия техническим ограничениям. Ранжирование эллипсов от наиболее благоприятных к наименее благоприятным местам посадки производилось в работах (Дьячкова и др., 2017; Красильников и др., 2018). По совокупности технических параметров, основным эллипсом посадки выбран эллипс 1 с запасными эллипсами 4 и 6 (Дьячкова и др., 2017). В работах (Ivanov и др., 2015; Красильников и др., 2018) были проанализированы два эллипса в кратере Boguslawsky, рассматривавшиеся ранее как основные, Богуславский-1 ( $73.9^{\circ}$  ю.ш.;  $43.9^{\circ}$  в.д., далее в тексте Б1) и Богуславский-2 ( $72.9^{\circ}$  ю.ш.;  $41.3^{\circ}$  в.д., Б2) (рис. 1). В работе Ivanov и др. (2018) было проведено геологическое описание трех основных эллипсов посадки (1, 4 и 6). Восемь запасных эллипсов посадки (2, 3, 5, 7, 8, 9, 10 и 11, рис. 1) оставались не изученными с геологической точки зрения. Тем не менее, при возможной коррекции планов экспедиции Луна-Глоб, какие-то из этих эллипсов могут получить наивысший приоритет. Следовательно, для обоснованного выбора места посадки с научной и инженерной точек зрения, необходим геолого-морфологический анализ и эллипсов, считающихся до сих пор запасными.

Анализ запасных мест посадки КА основывается на данных, полученных следующими инструментами, установленными на КА Lunar Reconnaissance Orbiter. (1) Оптических камер WAC (Wide Angle Camera) с разрешением 100 м/пикс и NAC (Narrow Angle Camera) с разрешением 0.5–1.0 м/пикс (Robinson и др., 2010). Эти данные составляли основу для фотогеологического анализа области исследования; (2) лазерного высотомера LOLA (Lunar Orbiter Laser Altimeter), по замерам которого была построена топографическая карта с пространственным разрешением 60 м/пикс в

области нашего исследования (Smith и др., 2010); (3) нейтронного детектора LEND (Lunar Exploration Neutron Detector) с номинальным пространственным разрешением 10 км (Mitrofanov и др., 2010). Эти данные позволяют оценивать содержание водорода в верхнем слое реголита мощностью примерно 1 м; (4) и инфракрасного радиометра Diviner, данные которого позволяют оценивать модельную степень каменистости поверхности, что важно для оценки риска, связанного с посадкой в том или ином месте (Paige и др., 2010).

С использованием этих данных в нашем исследовании мы провели анализ рельефа на подлетных траекториях, геологическое картирование всех эллипсов, установили потенциальные источники материала, накопившегося и перемещавшегося в пределах эллипсов, установили частотное распределение уклонов и провели анализ частотно-размерного распределения камней и кратеров в пределах запасных посадочных эллипсов.

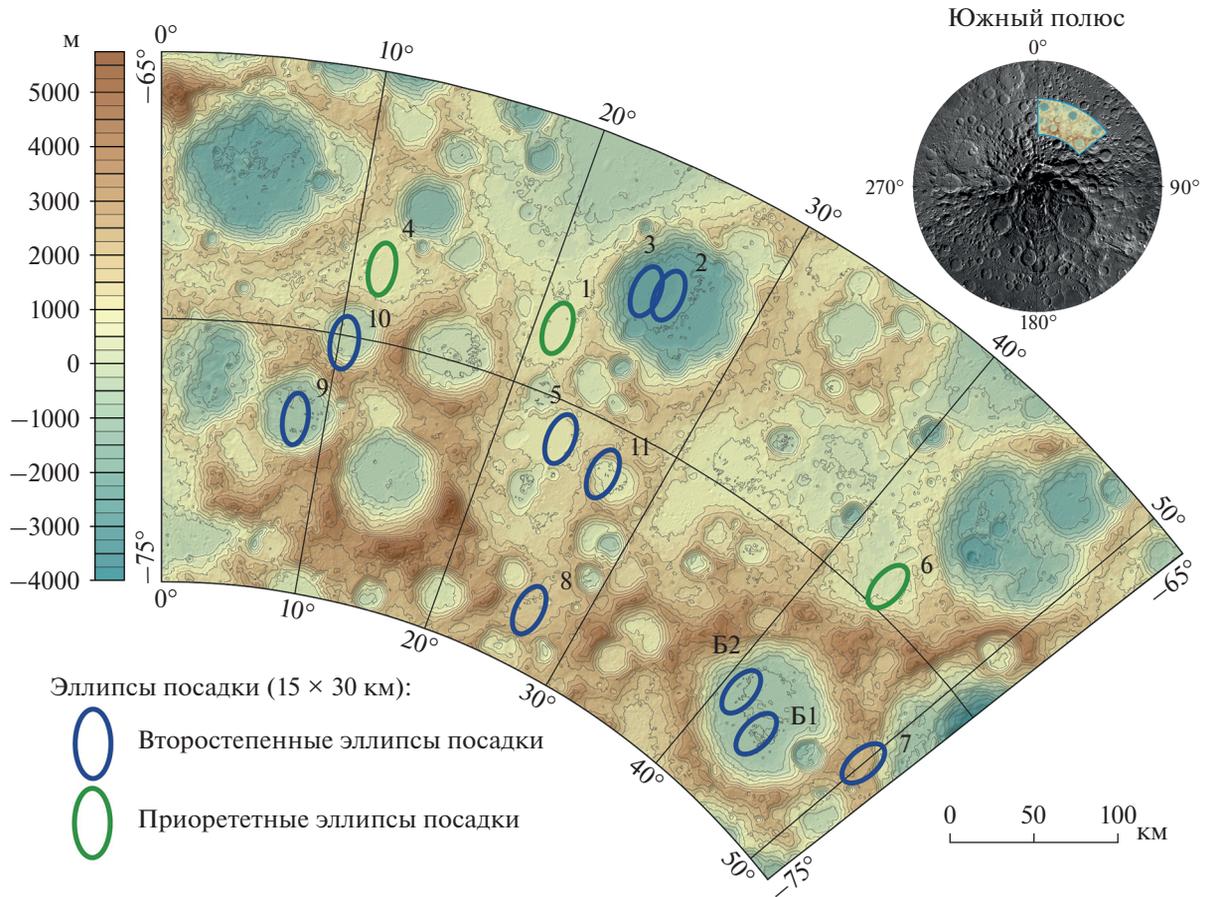
#### АНАЛИЗ РЕЛЬЕФА НА ТРАЕКТОРИЯХ ПОДЛЕТА К ПОСАДОЧНЫМ ЭЛЛИПСАМ

Для анализа рельефа на трассе подлета посадочного аппарата использовались цифровые модели рельефа (ЦМР), построенные по данным LOLA. Ширина сектора исследования равна максимальной ширине посадочного эллипса (15 км), а ее длина – 200 км. Для сектора посадки был рассчитан усредненный профиль поверхности.

Трассы подлета аппарата можно разделить на два класса – с незначительным и с значительными перепадами высот относительно средней высоты эллипса посадки. К первому классу относятся эллипсы 5, 7, 8 и 11. Ко второму – эллипсы 2, 3, 9, 10, Б1 и Б2. Эллипсы первого класса располагаются на сравнительно ровной поверхности выбросов из ударных кратеров (5, 7, 8), либо борт кратера выражен незначительно (эллипс 11). Все эллипсы второго класса находятся на днище ударных кратеров, борт которых, расположенный в непосредственной близости от места посадки может представлять угрозу при снижении аппарата. Полученная информация должна приниматься во внимание при производстве посадки, так как аппарат может зацепиться за высокие выступы при очень пологом снижении, однако не должна быть лимитирующим фактором при выборе места, поскольку окончательная траектория посадки будет рассчитываться перед запуском аппарата.

#### ОЦЕНКИ РАСПРОСТРАНЕННОСТИ ЛЬДА В СЕКТОРЕ РАБОТЫ ЭКСПЕДИЦИИ ЛУНА-ГЛОБ

Анализ данных прибора LEND (Sanin и др., 2017) в пределах всех выбранных эллипсов посад-



**Рис. 1.** Предполагаемые эллипсы посадки Луна-Глоб (Луна-25). Основные эллипсы – 1, 4, 6 и запасные – 2, 3, 5, 7, 8, 9, 10, 11 и Б1, Б2.

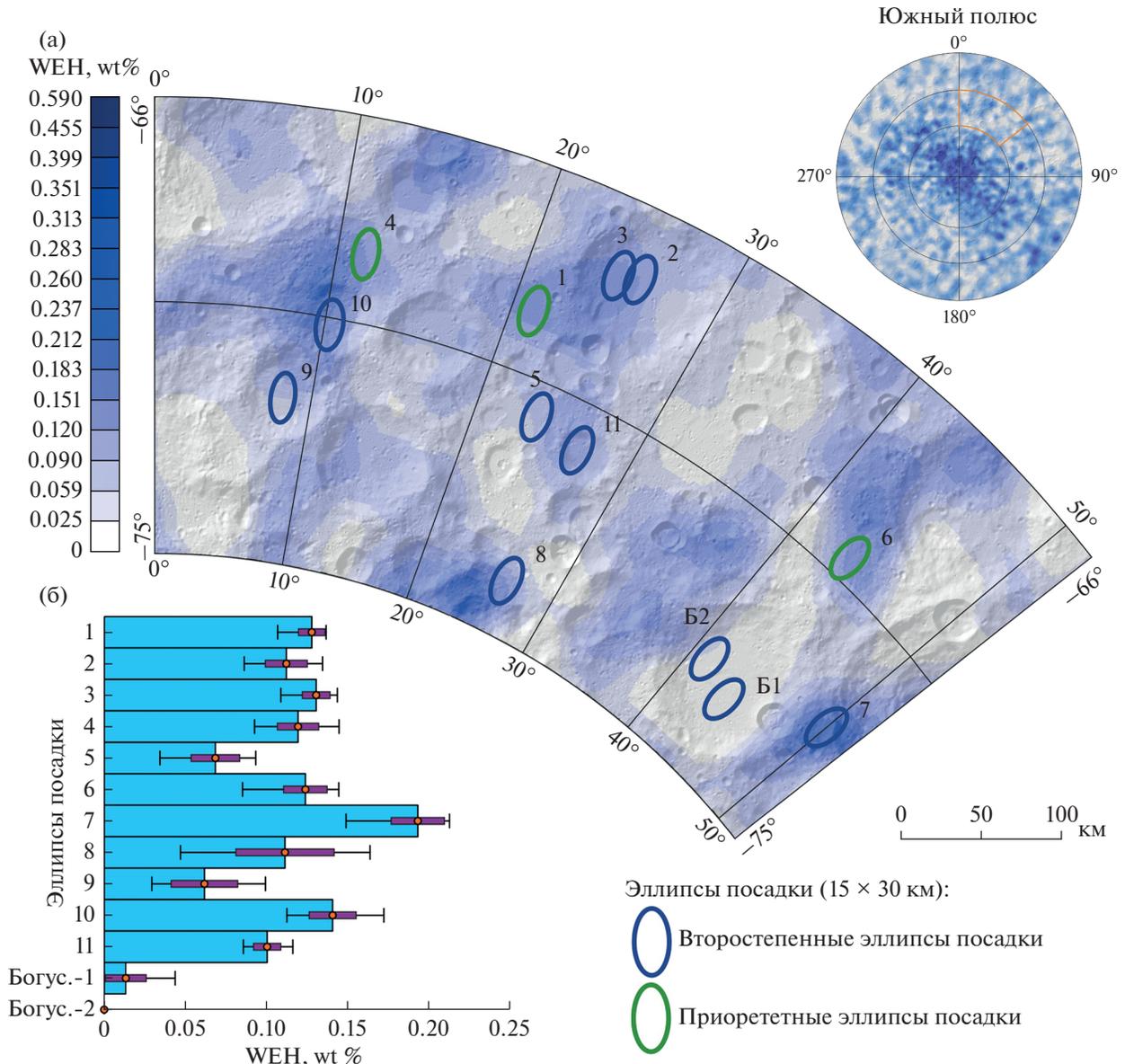
ки позволил установить характер вариаций водного эквивалента водорода (WEN) в приповерхностном (~1 м) слое реголита (рис. 2). Наибольшая концентрация WEN наблюдается в эллипсах 7 и 10, где средние значения WEN составляют  $0.19 \pm 0.02$  (здесь и далее  $1\sigma$ ) и  $0.14 \pm 0.01$  мас. % соответственно. Наименьшие значения WEN характеризуют эллипсы 5 ( $0.07 \pm 0.02$  мас. %), 9 ( $0.06 \pm 0.02$  мас. %) и Б-1 ( $0.01 \pm 0.01$  мас. %), в посадочном эллипсе Б-2 значения WEN ниже предела обнаружения. Таким образом, измеренные значения водного эквивалента водорода указывают на то, что по этому признаку наибольшим приоритетом пользуются эллипсы 7 и 10. Следует, однако, иметь в виду, что эти оценки основаны на измерениях LEND с пространственным разрешением 10 км, и, концентрация льда в реголите в пределах такого пиксела могут сильно варьировать. Поэтому приоритетность эллипсов по параметру WEN, несомненно, имеет не абсолютный, а вероятностный характер. На следующем этапе исследования необходимо ранжировать эллипсы по их инженерным особенностям и охарактеризовать их геологическое строение.

### ГЕОЛОГО-ГЕОМОРФОЛОГИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭЛЛИПСОВ ПОСАДКИ

Геолого-геоморфологическое описание эллипсов посадки включает в себя анализ уклонов по данным LOLA и NAC, каменистости по данным Diviner, кратерной статистики и плотности кратеров, а также геологического строения по данным LOLA и LROC.

#### *Уклоны поверхности в эллипсах посадки*

Процентное отношение различных категорий уклонов ( $<7^\circ$ ,  $7^\circ-10^\circ$ ,  $10^\circ-15^\circ$ ,  $15^\circ-20^\circ$  и  $>20^\circ$ ) поверхности (Красильников и др., 2018) было рассчитано по данным LOLA с разрешением 60 м/пикс. Наибольшая концентрация критических уклонов (более  $10^\circ$ ) наблюдается в эллипсах 7, 10 и 11, а наиболее ровный рельеф – в эллипсах 2, 3 и 5. Для определения уклонов на базе размаха опор посадочного аппарата (~3.5 м) требуются дополнительные исследования, основанные на определении доли площади поверхности, занятой тенью на снимках NAC в зависимости от высоты Солнца



**Рис. 2.** (а) Карта значений водного эквивалента водорода (ВЕВ) в секторе работы экспедиции Луна-Глоб по (Sanin и др., 2017). Показаны посадочные эллипсы, а на врезке показаны колебания средних значений ВЕВ для каждого эллипса. (б) усредненные значения ВЕВ по эллипсам посадки с  $1\sigma$  и дисперсией.

(Абдрахимов и др., 2015). Этот метод был использован для определения уклонов на базе спускаемого аппарата в основных (1, 4 и 6) и запасных (Б-1, -2) посадочных эллипсах работе Красильников и др., (2018). Сравнивая полученные результаты с предыдущими исследованиями на базе данных LOLA (Дьячкова и др., 2017), можно наблюдать разницу в уклонах меньше  $<7^\circ$  в несколько процентов, что по всей видимости, связано с различием в методах обработки данных.

При сравнении результатов оценки уклонов, полученных по снимкам NAC и LOLA для эллипсов 1, 4, 6 и Б-1, 2, обнаруживается заметное увеличение уклонов выше  $10^\circ$ , при расчете при по-

мощи метода теней (Красильников и др., 2018). Это ожидаемый результат, связанный с тем, что метод теней при разрешении используемых снимков 0.5–1 м/пикс приводит к оценке распространенности уклонов на базе нескольких метров, а на карте с пространственным разрешением 60 м/пикс эти уклоны на малой базе сглаживаются и оценка вероятности встречи опасного уклона занижается (табл. 1).

#### Анализ каменности поверхности

В пределах исследуемых эллипсов не обнаружено значительной концентрации камней. Анализ каменности проводился при помощи дан-

**Таблица 1.** Распределение уклонов по категориям для основных и запасных эллипсов посадки. Доля уклонов по данным LROC NAC рассчитывалась только для эллипсов 1, 4, 6 и Б1, Б2 в работах Красильников и др. (2018) и Абдрахимов и др. (2015) соответственно

Номер эллипса	Данные по LOLA							Данные по LROC NAC
	среднее значение уклонов, градусы	<7°	7°–10°	10°–15°	15°–20°	>20°	доля поверхности с уклоном >10°	доля поверхности с уклоном >10°
1	3.57	89.69	7.36	3.19	0.72	0.24	4.15	26
2	2.99	92.89	4.55	2.91	1.40	0.40	4.71	–
3	2.72	95.00	4.44	2.14	0.42	0.10	2.66	–
4	4.03	86.03	8.91	4.74	1.50	0.11	6.34	23
5	3.78	86.47	8.33	3.84	0.87	0.49	5.20	–
6	4.62	83.23	12.19	5.00	0.27	0.00	5.28	17
7	8.77	51.31	18.69	11.50	6.96	10.68	29.13	–
8	5.11	77.20	15.24	4.65	0.49	0.69	5.83	–
9	4.67	79.11	10.22	7.51	2.02	0.55	10.07	–
10	7.98	55.75	12.77	16.03	11.38	4.40	31.81	–
11	8.75	41.89	16.96	24.89	14.79	1.33	41.01	–
Б1	2.9	92.38	4.02	1.78	0.35	0.04	2.17	15
Б2	2.62	93.98	3.80	0.88	0.09	0.01	0.98	18

ных теплового инфракрасного радиометра Diviner и анализа снимков высокого разрешения LROC NAC. Данные радиометра позволяют измерять тепловую инерцию поверхности, которая в свою очередь позволяет оценивать модельную концентрацию камней. Камнями в эксперименте Diviner считаются объекты на поверхности с тепловой инерцией не менее  $1570 \text{ J m}^{-2} \text{ K}^{-1} \text{ s}^{-1/2}$  при 200 К, а результаты определения степени каменистости (доля площади, покрытой каменными фрагментами) приводится для пикселя размером примерно 237 м (Bandfield и др., 2011).

Для всех эллипсов наблюдаются низкие значения общей каменистости поверхности. Распределение камней имеет фрагментарный характер, увеличение количества камней приурочено к более свежим малым кратерам (100–1000 м), поэтому в работе имеет смысл рассматривать максимальные, а не средние значения каменистости (рис. 3). Большинство эллипсов показало низкие значения максимальной каменистости, не превышающие ~0.02% камней от общей площади поверхности пикселя. Некоторое увеличение максимальной каменистости поверхности наблюдается для эллипсов 2 (0.036%), 3 (0.028%) и Б2 (0.05%).

Места распространения камней были исследованы при помощи снимков высокого разрешения NAC с максимальным разрешением до 0.5 м/пикс. Для мест, где по данным Diviner отмечены повышенные значения каменистости (рис. 4, А1, Б1), характерно присутствие россыпей камней (рис. 4,

А2, Б2). Большинство камней имеет размер до 2 м в диаметре, однако отдельные камни достигают 5 м в поперечнике. В работе Демидов и Базилевский (2014), было установлено, что характерное среднее отношение высоты (h) к диаметру камней (d) для Луны составляет около 0.5, следовательно, среднее значение высоты камней в рассматриваемых кратерах (рис. 4) достигает 1 м, а максимальная высота приближается к 2.5 м. В сочетании с уклонами >10° на стенках, такие кратеры могли бы представлять значительную угрозу для посадки КА. Однако вероятность посадки аппарата в такой кратер крайне мала и не превышает 2.7, 0.6 и 0.3% для наиболее “каменистых” эллипсов 2, 3 и Б-2, соответственно. Для остальных эллипсов вероятность встречи аппаратом крупных камней еще меньше.

#### *Кратерная статистика и плотность кратеров*

Определение возраста территории проводилось при помощи кратерной статистики. В зависимости от диаметра кратеров, в исследовании применялись различные подходы в анализе кратерной статистики. Кратеры более 1 км в диаметре не имеющие ярко выраженных выбросов изображаются на геолого-геоморфологических картах эллипсов посадки по границе различного вала. Кратеры с хорошо выраженными выбросами составляют отдельные геолого-геоморфологические подразделения “с” (описание геоморфологических подразделений дано в следующем разделе).

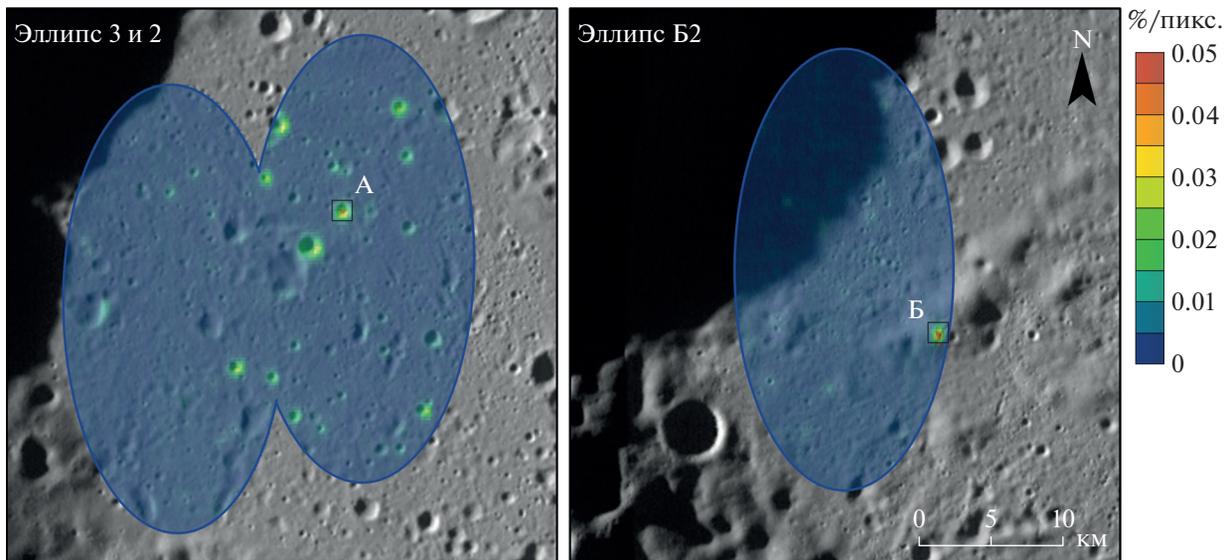


Рис. 3. Анализ каменистости поверхности при помощи теплового инфракрасного радиометра Diviner. Показаны эллипсы с наибольшим процентом поверхности занятой камнями (до 0.05%) от площади одного пикселя (237 м<sup>2</sup>).

Кратеры, диаметром 100–1000 м не обозначаются на картах, однако включены в описание геоморфологических подразделений, где указана их низкая (0.6 кратеров на 1 км<sup>2</sup>), средняя (0.72 на 1 км<sup>2</sup>) и высокая плотность (1.03 на 1 км<sup>2</sup>). Для геолого-геоморфологических подразделений определялась плотность малых кратеров 3–100 м в диаметре. Определение плотности проводилось на участках 0.125 км<sup>2</sup> с пересчетом до плотности на 0.1 км<sup>2</sup>. Количество малых кратеров имеет слабую связь с возрастом поверхности и, в основном, зависит от рельефа местности (табл. 2). Так в пределах пологонной равнинной поверхности “р” можно встретить наибольшее количество малых кратеров. При увеличении уклонов поверхности на холмах “h” и пологосклонных холмах “sh” плотность малых кратеров уменьшается, очевидно из-за их разрушения при движении реголита по склонам.

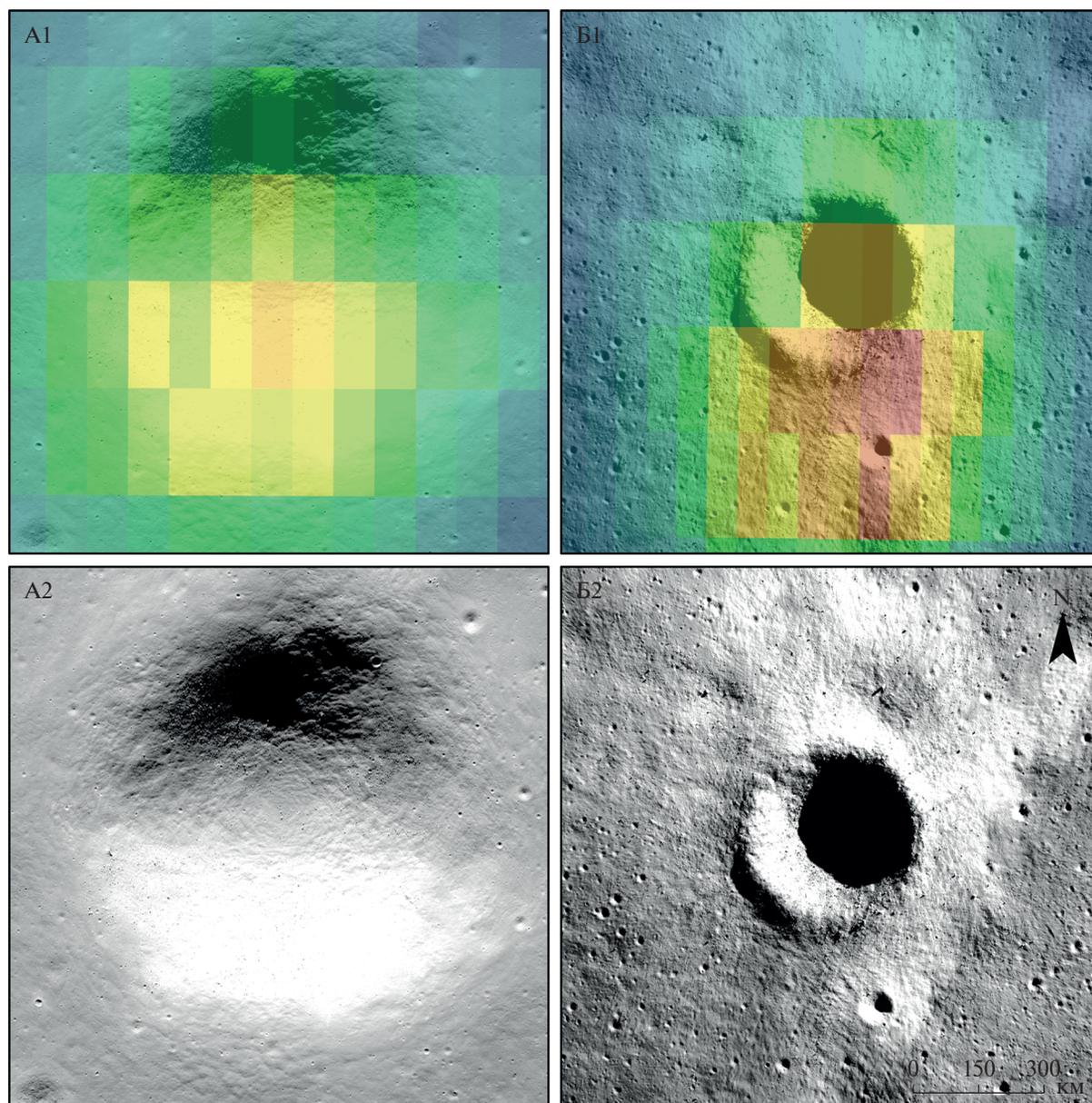
#### Геология поверхности

В пределах исследуемых эллипсов основное преобразование поверхности происходило при

формировании бассейна Южный Полюс–Эйткен (SPA) и больших ударных структур донектарианского (pN), нектарианского (N) и имбрийского (I) возраста. В работе Ivanov и др. (2018) была рассчитана мощность выбросов из ударных кратеров в исследуемом регионе: SPA –  $3.18 \pm 0.96$  км (96%); pN –  $0.10 \pm 0.03$  км (2.9%); N –  $0.02 \pm 0.00$  км (0.7%); I –  $0.01 \pm 0.00$  км (0.4%). Ударные события, которые привели к образованию донектарианских кратеров Boguslawsky, Boussingault, Manzius и Simpelius (pN возраст), нектарианского кратера Boussingault A (N), и имбрийских кратеров Moretus и Schomberger (I), также оказывали значительное влияние на исследуемую территорию за счет образования вторичных кратеров и перекрытия поверхности выбросами. Одной из наиболее важных геологических задач, было определение вероятности встречи на поверхности исследуемых эллипсов, древнего донектарианского материала, расположенного под покровом SPA. Данные породы могли попасть на поверхность в результате экскавации материала при пробитии выбросов SPA. Глубина экскавации рассчиты-

Таблица 2. Количество малых кратеров на геолого-геоморфологических подразделениях

Геоморфологическое подразделение	Количество малых кратеров на 0.1 км <sup>2</sup> в подразделениях разного возраста			
	pN	N	I	E
p	770	–	860	–
pc	653, 579	–	679	742
gp	631	644	698	–
sh	682	–	379, 695	689
h	–	–	594	–



**Рис. 4.** Снимки NAC (A2, B2), показывающие области с высокой концентрацией камней по данным Diviner (A1, B1). Расположение участков А и Б показано на рис. 3.

лась для всех вероятных источников материала вокруг исследуемых эллипсов на основе модели кратерообразования по Melosh (1989) и составляла  $1/10$  глубины кратера к диаметру. Для расчета мощности выбросов бассейна SPA использовалась модель Housen и др. (1983). Модели Melosh (1989) и Housen и др. (1983) показали, что основная часть кратеров, выбросы которых находятся в исследуемых эллипсах, пробиты покровом SPA.

Для каждого из эллипсов была проведена оценка мощности выбросов, перекрывающих их поверхность. В зависимости от типа и размера кратера, использовались модели Sharpton (2014) или Housen и др. (1983), для кратеров до 45 км в

диаметре или более, соответственно. В дополнение к модельной оценке было проведено топографическое профилирование предполагаемых границ выбросов, которое показало несоответствие в некоторых случаях модельной мощности выбросов с измеряемой разницей высот окружающей поверхности и выбросов. Это связано с тем, что верхние части покрова выбросов не полностью определяют наблюдаемый рельеф, а перекрывают подстилающую поверхность и смешиваются с подстилающим реголитом.

Фотогеологический анализ снимков NAC, WAC и топографический анализ ЦМР, позволили составить детальные геолого-геоморфологические

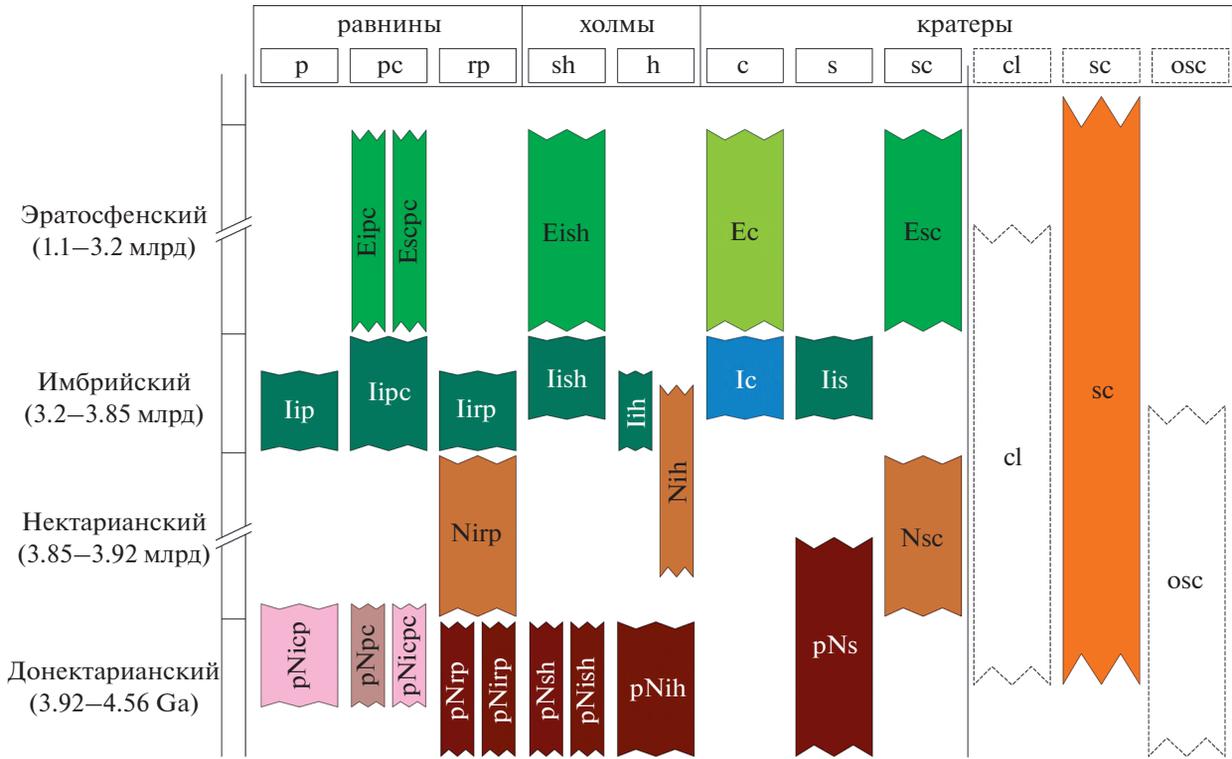


Рис. 5. Корреляционная схема вещественных комплексов, отмеченных на геолого-геоморфологических картах для эллипсов посадки.

карты исследуемых эллипсов в масштабе 1 : 100000. Стратиграфическая принадлежность морфологических подразделений, показанных на картах, устанавливалась с использованием региональных геологических карт южной полярной области Луны (Wilhelms, McCauley, 1979; Ivanov и др., 2018).

На картах эллипсов цвет и заглавные буквы показывают стратиграфический возраст, прописными буквами показан морфологический тип поверхности (рис. 6 и 7–13). К ним относятся следующие индексы: “p” – пологоволнистая равнинная поверхность с низкой плотностью кратеров и уклонами менее 10°; “pc” – кратерированная пологоволнистая равнина со средней или высокой плотностью малых (100–1000 м) кратеров; “gp” – холмисто-западинная равнина с низкой или средней плотностью кратеров; “sh” – полого-склонные холмы, с незначительным перепадом высот и низкой либо средней плотностью кратеров; “h” – холмы с уклонами до 20° и разницей высот до ~300 м с низкой плотностью кратеров; “s” – склоны кратеров с оползнями или перекрытые последующими выбросами; “c” – кратеры среднего размера (от одного до нескольких километров в диаметре), для которых можно выделить зону выбросов; “sc” – цепочки и поля вторичных кратеров; “cl” – оползни, преимущественно на склонах кратеров; “osc” – частично перекрытые цепочки и поля вторичных кратеров; индексом

“i” показаны геоморфологические подразделения, сложенные выбросами из ударных кратеров (рис. 5 и 6–12).

В этой работе мы не рассматривали геологическое и геоморфологическое строение основных эллипсов посадки 1, 4 и 6, а также эллипсов в кратере Boguslawsky, описанных в работе Ivanov и др. (2015; 2018).

Эллипсы 2 и 3 (67.48° ю.ш., 24.61° в.д. и 67.37° ю.ш., 24.70° в.д., соответственно) располагаются на дне кратера Manzinus (рис. 6). Общий перепад высот в пределах эллипса 2 составляет ~100 м, а общий наклон поверхности, направленный на север, составляет ~0.19°. Перепад высот в пределах эллипса 3 составляет ~80 м с общим наклоном поверхности на север (~0.21°). Для данных эллипсов наблюдается незначительное увеличение показателей каменистости в нескольких кратерах эратосфенского – коперниковского возраста. Основная часть уклонов выше 10° относится именно к этим кратерам (~1–2 км в диаметре). В пределах эллипсов 2 и 3 было выделено четыре основных геоморфологических подразделения. Подразделение pc (pNiprc) занимает 69.1% территории обоих эллипсов и представляет собой кратерированную слабоволнистую поверхность с преимущественно малыми кратерами (до 500 м), расположенную на дне крупного кратера Manzinus (96 км в диаметре) донектарианского возраста. Кратер Manzinus обла-

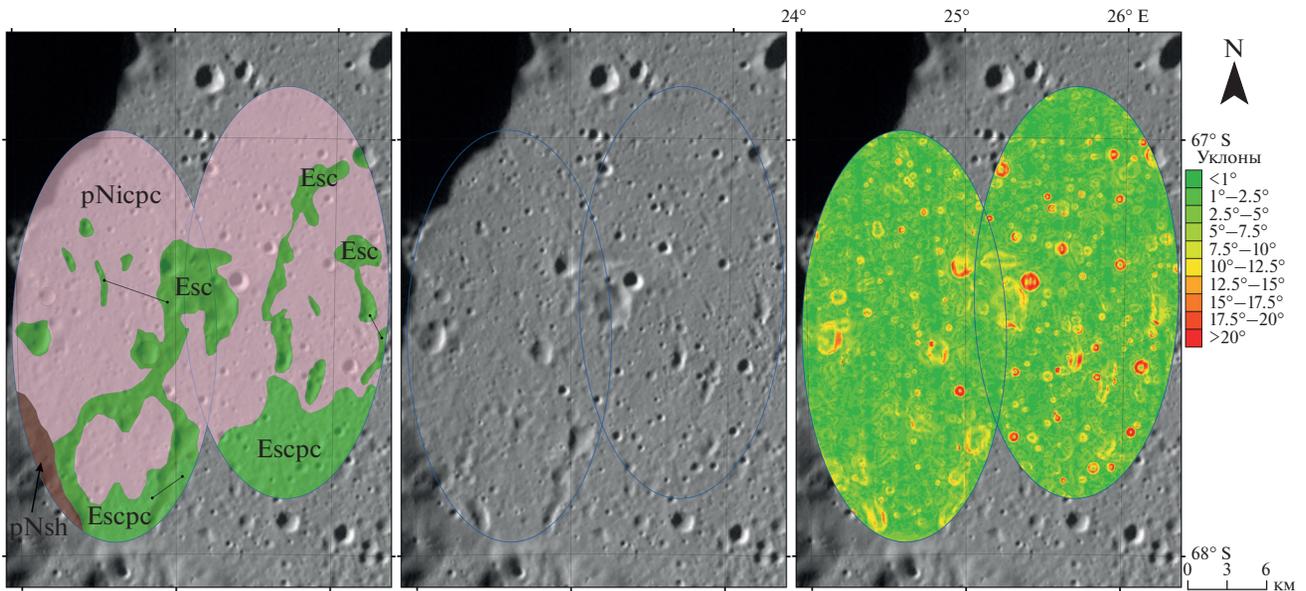


Рис. 6. Эллипсы посадки 2 и 3.

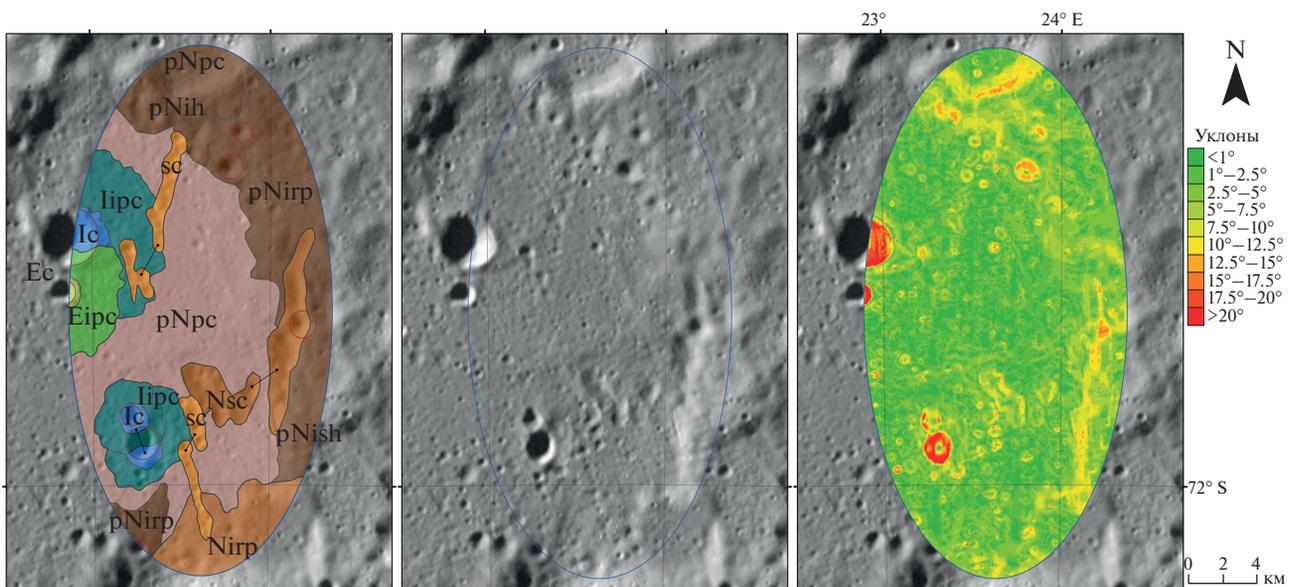


Рис. 7. Эллипс посадки 5.

дает достаточным размером, чтобы пробить выбросы SPA, что означает возможность нахождения древнего донектарианского материка, предшествовавшего SPA, в подразделении pNicpc. Подразделение sc (Esc) занимает 17.7% обоих эллипсов и представляет собой вытянутые понижения или цепи вторичных кратеров, образованных выбросами из кратера Manzinus E (68.98° ю.ш., 24.72° в.д., диаметром 18 км) эратосфенского возраста. Выбросы из кратера Manzinus E формируют также подразделение pc (Escpc) кратеризован-

ную слабоволнистую равнину на юге эллипсов (11.4% от двух эллипсов). Мощность выбросов Manzinus E в пределах эллипсов не превышает нескольких метров. Внутренний склон кратера Manzinus образует подразделение слабонаклонных холмов h (pNsh) в юго-западной части Эллипса 3 и занимает 1.8% общей территории.

В пределах Эллипса 5 (70.68° ю.ш., 23.63° в.д.) было выделено 12 геолого-геоморфологических подразделений (рис. 7). Уклоны больше 15° приурочены к сравнительно молодым кратерам им-

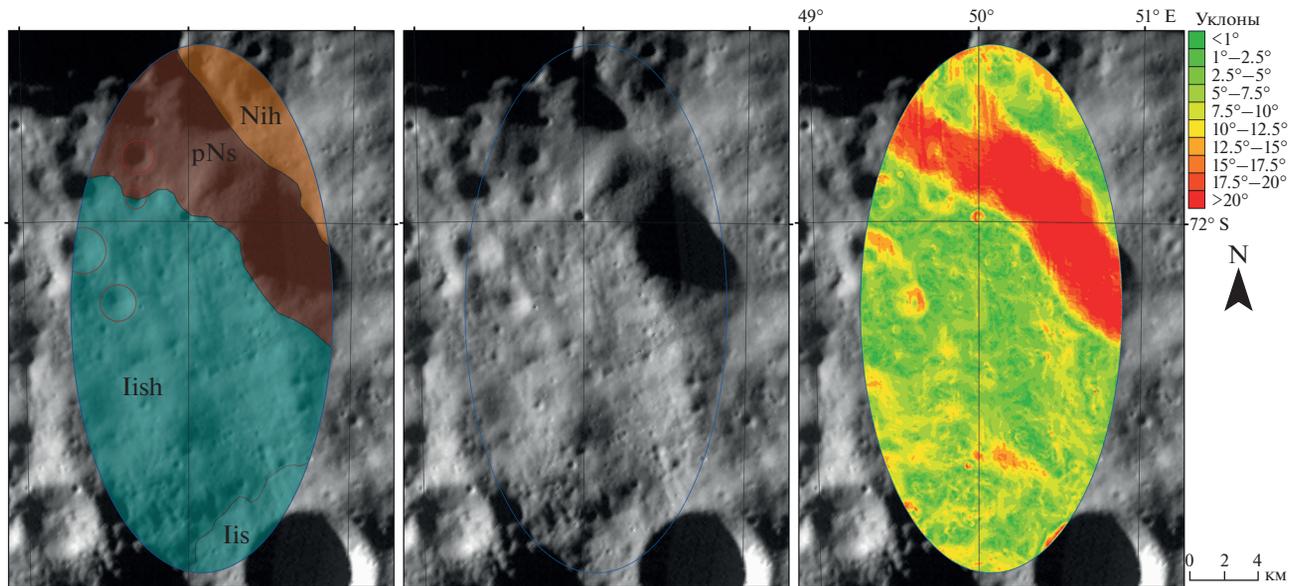


Рис. 8. Эллипс посадки 7.

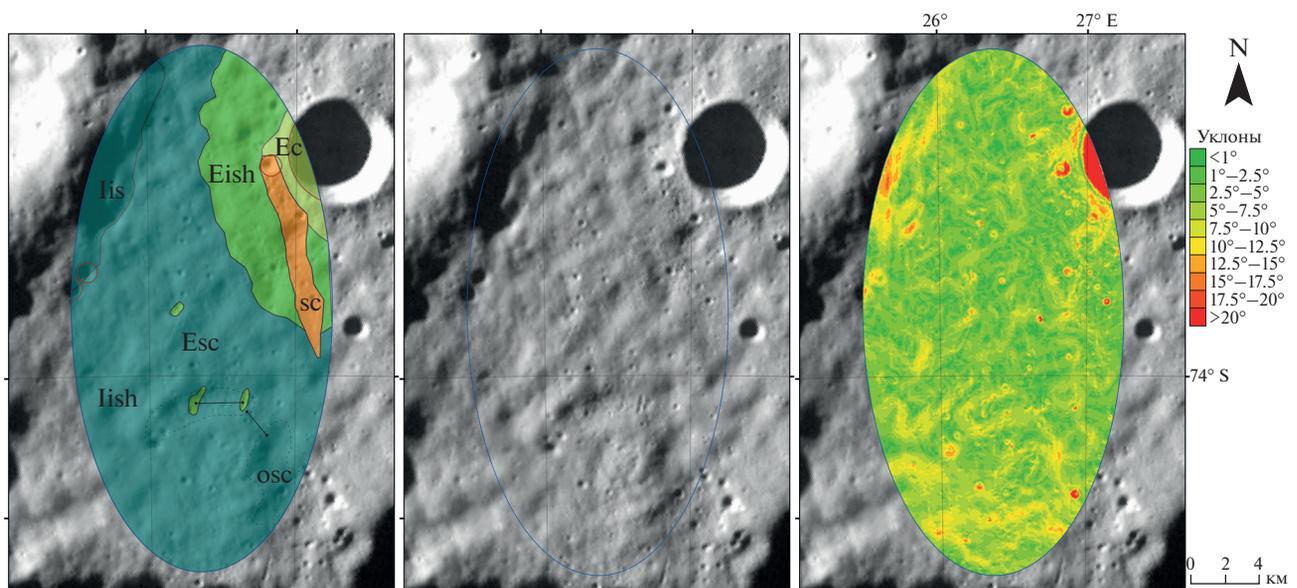


Рис. 9. Эллипс посадки 8.

брийского и эратосфенского возраста. Основная часть поверхности относится к донектарианскому возрасту и представляет собой подразделение рс (pNrc), кратерированную равнину, которая занимает 36.2% территории. В восточной и северо-восточной части эллипса располагаются выбросы из кратера Boguslawsky C (pN) (70.99° ю.ш., 27.7° в.д., диаметром 34 км) с различными типами рельефа: sh (pNish) 5% и гр (pNirp). Данный кратер является единственно возможным источником донектарианского материала, предшествовавшего SPA, для этого эллипса. Этот материал можно будет

найти в предполагаемых выбросах кратера Boguslawsky C и на равнине pNrc. Местность с типом рельефа гр (pNirp), располагается в юго-западной части эллипса и относится к кратеру Simpelius G (71.78° ю.ш., 22.76° в.д., диаметром 22 км). Общая площадь этих подразделений составляет 17.7% поверхности эллипса. В северной части эллипса расположены выбросы из кратера Manzinus C (pN, 69.99° ю.ш., 21.68° в.д., диаметром 24 км), образующие два геоморфологических подразделения: кратерированную равнину рс (pNrc) 1.7% площади эллипса и вытянутую гряду h 5.7% пло-

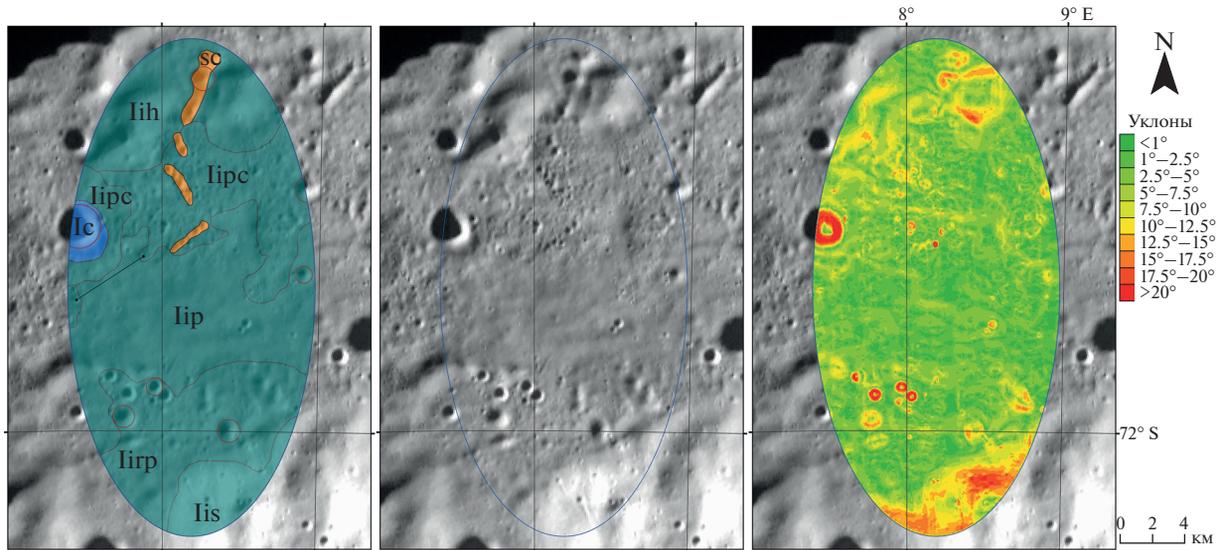


Рис. 10. Эллипс посадки 9.

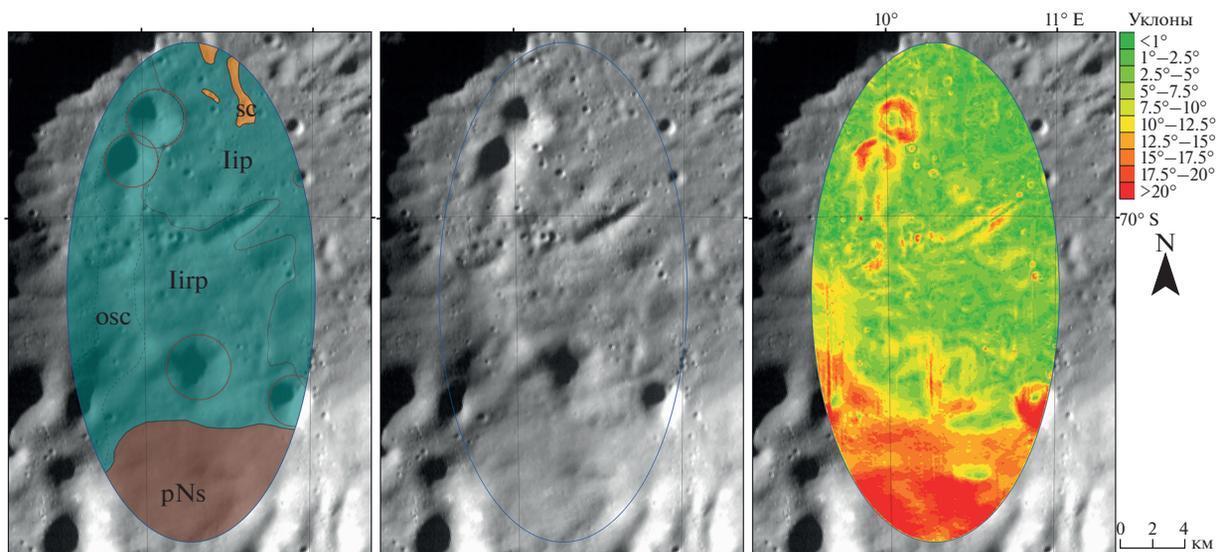


Рис. 11. Эллипс посадки 10.

щади эллипса. На юге эллипса располагается холмисто-западинная равнина  $gr$  ( $Nigr$ ) 6.9% площади эллипса нектарианского возраста, относящаяся к выбросам кратера *Simpelius G*. Немного севернее этот кратер образовал вытянутые понижения и цепочку вторичных кратеров  $sc$  ( $Nsc$ ) 6.5% площади эллипса. В эллипсе 5 присутствует несколько кратеров среднего размера, отнесенные к имбрийскому и эратосфенскому возрасту. Их геоморфологические подразделения представляют собой саму кратерную чашу и кратерированную равнину выбросов вокруг них,  $rc$ . Подразделения имбрийского возраста занимают 2.3% ( $Ic$ ) и 11.2% ( $Iipc$ ) площади эллипса, а части кратера эрато-

сфенского возраста на западе эллипса занимают 0.3% ( $Ec$ ) и 4% ( $Eipc$ ) площади эллипса. Доля цепочек вторичных кратеров для данного эллипса  $sc$  составляет 4.5%; цепочки ориентированы преимущественно в направлении север-юг.

Эллипс 7 ( $72.16^\circ$  ю.ш.,  $50.09^\circ$  в.д.) расположен между кратерами *Voguslawsky* и *Boussingault* (рис. 8). Основную часть поверхности (61.3%) занимает подразделение  $sh$  ( $Iish$ ) с перепадом высот до ~500 м. Данное подразделение образовано выбросами сравнительно молодого (имбрийского возраста) кратера *Voguslawsky D* ( $72.86^\circ$  ю.ш.,  $47.41^\circ$  в.д., диаметром 22 км), модельная мощность выбросов в пределах кратера достигает нескольких десят-

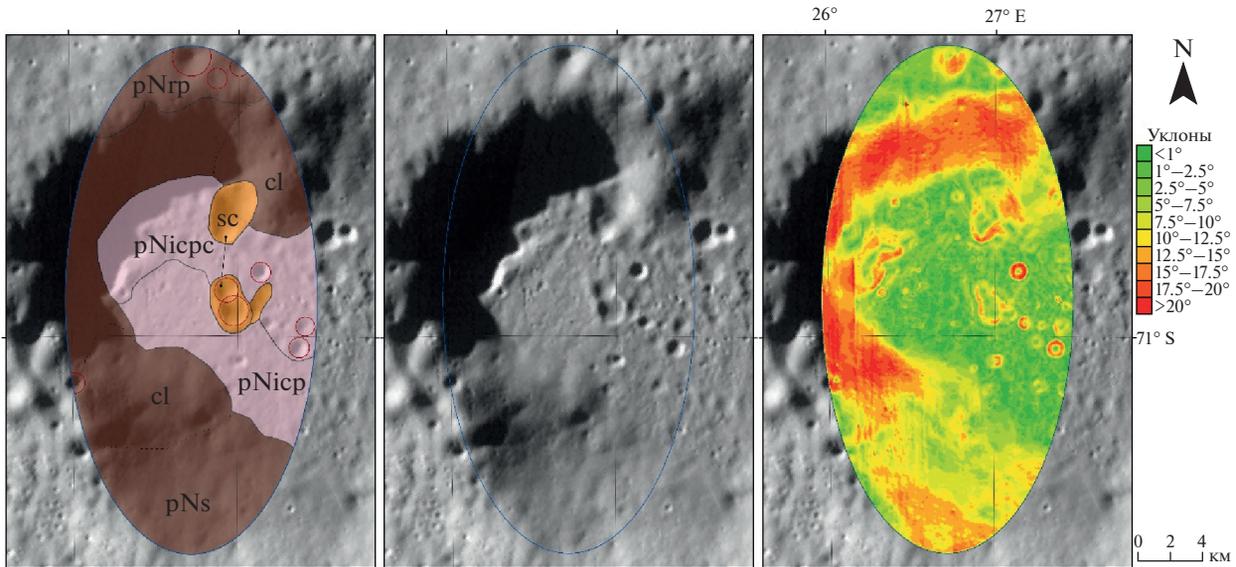


Рис. 12. Эллипс посадки 11.

ков метров. Кратер, расположенный на юго-востоке эллипса, также имеет имбрийский (I) возраст, его внешняя часть вала (Iis) занимает 4.8% площади территории эллипса, диаметр кратера 8 км. На севере эллипса расположен внутренний склон *s* кратера Boussingault (70.21° ю.ш., 53.73° в.д., с диаметром 128 км) донектарианского возраста (pNs) северо-восточной экспозиции. Склон имеет перепад высот ~1900 м со средним уклоном около 18°. Внутри кратера Boussingault располагается более молодой кратер Boussingault A (69.96° ю.ш., 53.87° в.д., диаметр 75 км) нектарианского возраста. Выбросы из него перекрыли днище и склоны кратера Boussingault, однако можно предположить, что материал этих выбросов нектарианского возраста частично переместился вниз по крутому склону кратера Boussingault, обнажая склон Boussingault донектарианского возраста. Таким образом, на северо-востоке эллипса образовались холмы *h*, сложенные выбросами кратера Boussingault A (Nih), занимающие 8.4% площади эллипса, предполагаемая мощность отложений составляет более ста метров. В выбросах этого кратера, возможно найти материал более древний, чем выбросы SPA.

Эллипс 8 (73.882° ю.ш., 26.363° в.д.) располагается на равнине с небольшим наклоном на север (рис. 9). Разница высот между северной и южной частью эллипса составляет ~250 м, что соответствует общему наклону поверхности в пределах эллипса ~0.8°. Поверхность внутри эллипса перекрыта выбросом материала из кратера Schomberger (I) с мощностью от ~100 м в южной части эллипса, до ~40 в северной. Основная часть эллипса (70.7%) расположена на слабонаклонной холмистой поверхности *sh* (Iish) со средней плотностью

кратеров. Выбросы кратера Schomberger, перекрывающие большую часть эллипса, с большой долей вероятности могут содержать материал, выброшенный из-под покрова SPA. На северо-западе эллипса располагается слабонаклонный внешний борт кратера Schomberger D (pN – N, 73.38° ю.ш., 24.22° в.д., с диаметром 24 км), перекрытый имбрийскими отложениями *s* (Iis). Выбросы данного кратера расположены под покровом имбрийских отложений и имеют модельную мощность около 100 м в северо-западной части эллипса, уменьшаясь до ~10 м в юго-восточной. На северо-востоке эллипса расположен кратер Schomberger Z эратосфенского возраста (73.59° ю.ш., 27.29° в.д., диаметр 6 км) с четко выраженной чашей кратера (Es, 2.9% площади эллипса) и выбросами, представляющими слабонаклонную холмистую поверхность *sh* (Eish, 15% площади эллипса). Мощность выбросов составляет несколько десятков метров. Внутренний борт кратера обладает высокими значениями уклонов >20° на базе 60 м. Вокруг кратера можно обнаружить вытянутые понижения, образованные вторичными кратерами *sc* (Esc, 0.5% площади эллипса). Также в пределах эллипса есть цепочки и ложбины вторичных кратеров, перекрытые выбросами имбрийского возраста *osc*, 4% площади эллипса.

Эллипс 9 (71.718° ю.ш., 8.186° в.д.) располагается на дне кратера Simpelius D (pN) на границе выбросов имбрийского возраста из кратера Moretus (70.64° ю.ш., 354.05° в.д., диаметром 115 км). Модельная мощность этих выбросов составляет около 50 м (рис. 10). Выбросы из этого кратера образуют различные типы поверхностей, среди которых можно выделить ровную слабоволнистую поверхность *p* (Iip, 31.7% площади эллипса), кратериро-

ванную слабоволнистую поверхность *pc* (*Prс*, 21.8% площади эллипса), холмисто-западинную поверхность *gr* (*Prр*, 20.5% площади эллипса) с многочисленными малыми (сотни метров в диаметре) кратерами. Внутренний склон кратера *Simpelius D* (диаметр 56 км) частично перекрыт имбрийскими отложениями *s* (*Iis*, 6.3% площади эллипса). На западной границе эллипса располагается кратер имбрийского возраста диаметром 2.5 км *s* (*Iс*, 1.9% поверхности эллипса), окруженный выбросами *gr*. На севере эллипса располагается холмистая поверхность *h* (*Iih*, 15.7% поверхности эллипса). В северной части эллипса также видны вытянутые понижения, образованные вторичными кратерами *sc*. Кратер *Moretus* может являться источником древнего донектарианского материала, выброшенного из-под покрова SPA.

Эллипс 10 (70.148° ю.ш., 10.288° в.д.) расположен в 26 км на север от предыдущего эллипса, на днище соседнего кратера *Simpelius E* (диаметром 43 км) мощностью около 30 м (рис. 11). В этом эллипсе также преобладает равнинный материал имбрийского возраста *p* (*Prр*, 25.7% площади эллипса) и *gr* (*Prр*, 56.4% площади эллипса), выброшенного из кратера *Moretus*. Внутренний склон кратера *Simpelius E* (*pN*), расположенный на юге исследуемого эллипса обладает значительными уклонами и, вероятнее всего, не перекрыт выбросами имбрийского возраста *s* (*pNs*, 16.7% площади эллипса). На севере региона расположен небольшой кластер вторичных кратеров *sc* 1.2% площади эллипса. На востоке эллипса можно выделить вытянутое понижение, *osc*, перекрытое выбросами имбрийского возраста. Как и в предыдущем эллипсе, материал кратера *Moretus* является возможным источником древнего донектарианского материала.

Эллипс 11 (70.930° ю.ш., 26.715° в.д.) расположен на дне наиболее древнего кратера *Voguslawsky C* (диаметром 35 км) донектарианского (*pN*) возраста (рис. 12). Днище кратера занято ровной слабоволнистой поверхностью *p* (*pNіср*, 14.5% площади эллипса) и сильно кратерированной слабоволнистой поверхностью *pc* (*pNісрс*, 18.4% площади эллипса). На севере и юго-востоке располагается крутой внутренний склон *s* (*pNs*, 33% площади эллипса) кратера *Voguslawsky C*, имеющий общий уклон более 15°. Общий перепад высот внутренних склонов кратера достигает ~1200 м. На севере эллипса, за пределами кратера располагается холмисто-западинная равнина *gr* (*pNgr*, 7.3% площади эллипса). На внутреннем склоне можно выделить несколько оползней (*cl* 22.7% площади эллипса) большого объема. В границах кратера располагаются несколько серий вторичных кратеров, *sc* (4.1% площади эллипса). Кратер *Voguslawsky C* является вероятным источником древнего донектарианского материала, более древнего, чем покров SPA.

Общий характер поверхности исследуемых эллипсов подвержен сильному влиянию вторичного кратерообразования. В некоторых эллипсах выделяются кластеры малых (до 1 км) вторичных кратеров и вытянутые желоба – следы касательного удара выброшенного материала. По результатам изучения рельефа и геологического строения, исследуемые эллипсы можно разделить на наиболее и наименее приоритетные с научной точки зрения. Научная значимость эллипсов в данном случае определяется не столько модельными содержаниями льда, сколько другими характеристиками, например, разнообразием источников материала, накопившегося в потенциальных местах опробования. Также значимую роль имеют эллипсы, в пределах которых возможно найти древний, донектарианский материал, выброшенный из-под покрова SPA. Эллипсы 2 и 3 расположены в кратере *Manzinus*, глубина экскавации которого позволила выбросить материал, находившийся под покровом SPA. Эллипс 5 по большей части состоит из подразделений донектарианского возраста с различной морфологией поверхности, также в нем можно встретить подразделения нектарианского, имбрийского и эратосфенского возраста, кластеры вторичных кратеров. На востоке эллипса располагаются отложения кратера *Voguslawsky C*, которые могут являться источников материала, выброшенного из-под покрова SPA. Эллипс 7 интересен с геологической точки зрения тем, что межкратерная равнина, перекрытая выбросами имбрийского возраста, с севера прерывается внутренним склоном донектарианского кратера *Boussingault*, днище которого перекрыто выбросы нектарианского возраста. Основная часть эллипса 8 расположена на равнине имбрийского возраста, сформированной выбросами кратера *Schomberger*, потенциального источника материала, расположенного под покровом SPA. Эллипсы 9 и 10 практически полностью перекрыты выбросами имбрийского возраста из кратера *Moretus*. Кратер является потенциальным источником древнего донектарианского материала, расположенного под выбросами SPA. В эллипсе 9 интерес представляет разнообразная морфология поверхности, включающая классы рельефа *p*, *pc*, *gr*, *h*, *s* и *s*. Фотогеологический анализ снимков, сделанных в этом месте посадки, мог бы быть крайне важным для расшифровки геологической истории в южной полярной области. Эллипс 11 располагается в кратере *Voguslawsky C* донектарианского возраста. Эллипс Б1, как и Б2 расположены в одном кратере, в нескольких десятках километров друг от друга, однако в первом из них можно наблюдать более разнообразное морфологическое строение территории, которая частично перекрывается выбросом из имбрийского кратера.

## ВЫВОДЫ

В работе были проанализированы запасные и некоторые параметры основных мест посадки аппарата Луна-Глоб (Луна-25). Рассматриваются инженерно-технические требования к условиям мягкой посадки и длительной работы в условиях полюса Луны, а также научная составляющая миссии.

Для безопасного прилунения в месте посадки требуется оценка рельефа на траектории подлета к эллипсу, оценка уклонов на поверхности и вероятность встречи камней в месте посадки. Окончательную потенциальную опасность рельефа на траектории снижения аппарата стоит оценивать при конечном расчете орбиты, поэтому стоит помнить, что эллипсы 2, 3, 9, 10, Б1 и Б2 находятся на дне кратера. Для исключения вероятности опрокидывания аппарата, уклон на поверхности не должен превышать  $10^\circ$  на базе  $\sim 3$  м. К эллипсам с наиболее пологим рельефом стоит отнести основные 1, 4 и 6, а также запасные эллипсы посадки 2, 3 и 5. Измерение уклонов поверхности запасных эллипсов проводилось на базе 60 м/пикс. В ближайшем будущем необходимо оценить распространенности в эллипсах уклонов на базе опор спускаемого аппарата (3.5 м). Из табл. 1 видно, что распространенности уклонов на базе 60 м и 3.5 м не коррелируют друг с другом и оценка распространенности уклонов на базе 3.5 м может привести к изменению приоритетов рассматриваемых эллипсов. Для рассматриваемых эллипсов характерна низкая каменность. Наблюдается незначительное увеличение камней в нескольких сравнительно свежих кратерах и выбросах из них в эллипсах 2, 3 и Б2, однако, площадь этих кратеров от всего эллипса незначительна и может не приниматься во внимание.

Наибольшая средняя концентрация WEN характерна для эллипсов 7 и 10 со значениями  $0.19 \pm 0.02$  ( $1\sigma$ ) и  $0.14 \pm 0.01$  ( $1\sigma$ ) мас. % соответственно. Основываясь на комплексном геолого-геоморфологическом анализе с учетом инженерно-технических требований и научной значимости, были выделены наиболее предпочтительные эллипсы для посадки (1, 3, 4, 6 и 8). К наименее пригодным для посадки эллипсам относится эллипс 5, 7, 9, 10, 11, а также Б1 и Б2.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Абдрахимов А.М., Базилевский А.Т., Иванов М.А., Коханов А.А., Карачевцева И.П., Хэд Дж. У. Оценка вероятностей встречи уклонов на поверхности Луны по доле затененной поверхности на снимках LROC NAC // Астрон. вестн. 2015. Т. 49. № 5. С. 1–9. (Abdrakhimov A.M., Basilevsky A.T., Ivanov M.A., Kokhanov A.A., Karachevtseva I.P., Head J. W. Occurrence Probability of Slopes on the Lunar Surface: Estimate by the Shaded Area Percentage in the LROC

NAC Images // Sol. Syst. Res. 2015. V. 49. № 5. P. 285–294.)  
<https://doi.org/10.7868/S0320930X15050011>

Демидов Н.Э., Базилевский А.Т. Отношения высоты лунных камней к их поперечнику по результатам анализа панорам Лунохода-1, -2, Apollo-11–17 и снимков камеры LROC NAC // Астрон. вестн. 2014. Т. 48. № 5. С. 351–357. (Demidov N.E., Basilevsky A.T. Height-to-Diameter Ratios of Moon Rocks from Analysis of Lunokhod-1 and -2 and Apollo 11–17 Panoramas and LROC NAC Images // Sol. Syst. Res. 2014. V. 48. № 5. P. 324–329.)  
<https://doi.org/10.1134/S0038094614050013>

Дьячкова М.В., Литвак М.Л., Митрофанов И.Г., Санин А.Б. Выбор мест посадки космического аппарата Луна-25 в окрестности южного полюса Луны // Астрон. вестн. 2017. Т. 51. № 3. С. 204–215. (Djachkova M.V., Litvak M.L., Mitrofanov I.G., Sanin A.B. Selection of Luna-25 Landing Sites in the South Polar Region of the Moon // Sol. Syst. Res. 2017. V. 51. № 3. P. 185–195.)  
<https://doi.org/10.1134/S0038094617030029>

Иванов М.А., Базилевский А.Т., Бричева С.С., Гусева Е.Н., Демидов Н.Э., Захарова М., Красильников С.С. Фундаментальные проблемы изучения Луны, технические средства подходов к их решению и потенциальные регионы исследования. Астрон. вестн. 2017. Т. 51. С. 473–489. (Ivanov M.A., Basilevsky A.T., Bricheva S.S., Guseva E.N., Demidov N.E., Zakharova M., Krasil'nikov S.S. Fundamental Problems of Lunar Research, Technical Solutions, and Priority Lunar Regions for Research // Sol. Syst. Res. 2017. V. 51. № 6. P. 441–456.)  
<https://doi.org/10.1134/S0038094617060041>

Красильников С.С., Базилевский А.Т., Иванов М.А., Абдрахимов А.М., Коханов А.А. Оценка крутизны склонов в местах посадки КА Луна-Глоб по доле тени на снимках LROC NAC // Астрон. вестн. 2018. Т. 52. № 2. С. 99–109. (Krasilnikov S.S., Basilevsky A.T., Ivanov M.A., Abdrakhimov A.M., Kokhanov A.A. Steepness of Slopes at the Luna-Glob Landing Sites: Estimating by the Shaded Area Percentage in the LROC NAC Images // Sol. Syst. Res. 2018. V. 52. № 2. P. 87–97.)  
<https://doi.org/10.1134/S0038094618010045>

Bandfield J.L., Ghent R.R., Vasavada A.R., Paige D.A., Lawrence S.J., Robinson M.S. Lunar surface rock abundance and regolith fines temperatures derived from LRO Diviner Radiometer data // J. Geophys. Res. E: Plan. 2011. V. 116. P. 1–18.  
<https://doi.org/10.1029/2011JE003866>

Feldman W.C., Maurice S., Lawrence D.J., Little R.C., Lawson S.L., Gasnault O., Wiens R.C., Barraclough B.L., Elphic R.C., Prettyman T.H., Steinberg J.T., Binder A.B. Evidence for water ice near the Lunar poles // J. Geophys. Res. E: Plan. 2001. V. 106. P. 23231–23251.  
<https://doi.org/10.1029/2000JE001444>

Housen K.R., Schmidt R.M., Holsapple K.A. Crater ejecta scaling laws: fundamental forms based on dimensional analysis // J. Geophys. Res. 1983. V. 88. P. 2485–2499.  
<https://doi.org/10.1029/JB088iB03p02485>

Ivanov M.A., Abdrakhimov A.M., Basilevsky A.T., Demidov N.E., Djachkova M.V., Guseva E.N., Head J.W., Hiesinger H., Kohanov A.A., Krasilnikov S.S., Mitrofanov I.G. Geological characterization of the three high-priority land-

- ing sites for the Luna-Glob mission // *Planet. and Space Sci.* 2018 V. 162. P. 190–206.
- Ivanov M.A., Hiesinger H., Abdrakhimov A.M., Basilevsky A.T., Head J. W., Pasckert J.H., Bauch K., van der Bogert C.H., Gläser P., Kohanov A.* Landing site selection for Luna-Glob mission in crater Boguslawsky // *Planet. and Space Sci.* 2015. V. 117. P. 45–63.  
<https://doi.org/10.1016/j.pss.2015.05.007>
- Li S., Lucey P.G., Milliken R.E., Hayne P.O., Fisher E., Williams J.-P., Hurley D.M., Elphic R.C.* Direct evidence of surface exposed water ice in the lunar polar regions // *PNAS.* 2018. V. 115. P. 8907–8912.  
<https://doi.org/10.1073/pnas.1802345115>
- Melosh H.J.* Impact cratering: A geologic process. N.-Y.: Oxford Univ. Press, 1989. 253 p.
- Mitrofanov I.G., Sanin A.B., Boynton W.V., Chin G., Garvin J.B., Golovin D., Evans L.G., Harshman K., Kozyrev A.S., Litvak M.L., Malakhov A., Mazarico E., McClanahan T., Mikhlikh G., Mokrousov M., Nandikotkur G., Neumann G.A., Nuzhdin I., Sagdeev R., Shevchenko V., Shvetsov V., Smith D.E., Starr R., Tretyakov V.I., Trombka J., Usikov D., Varenikov A., Vostrukhin A., Zuber M.T.* Hydrogen mapping of the lunar south pole using the LRO neutron detector experiment LEND // *Science.* 2010. V. 330. Is. 6003. p. 483–486.  
<https://doi.org/10.1126/science.1185696>
- Paige D.A., Foote M.C., Greenhagen B.T., Schofield J.T., Calcutt S., Vasavada A.R., Preston D.J., Taylor F.W., Allen C.C., Snook K.J., Jakosky B.M., Murray B.C., Soderblom L.A., Jau B., Loring S., Bulharowski J., Bowles N.E., Thomas I.R., Sullivan M.T., Avis C., De Jong E.M., Hartford W., McCleese D.J.* The lunar reconnaissance orbiter diviner lunar radiometer experiment // *Space Sci. Rev.* 2010. V. 150. P. 125–160.  
<https://doi.org/10.1007/s11214-009-9529-2>
- Robinson M.S., Brylow S.M., Tschimmel, Humm M.D., Lawrence S.J., Thomas P.C., Denevi B.W., Bowman-Cisneros E., Zerr J., Ravine M.A., Caplinger M.A., Ghaemi F.T., Schaffner J.A., Malin M.C., Mahanti P., Bartels A., Anderson J., Tran T.N., Eliason E.M., McEwen A.S., Turtle E., Jolliff B.L., Hiesinger H.* Lunar Reconnaissance Orbiter Camera (LROC) Instrument Overview // *Space Sci. Rev.* 2010. V. 150. Iss. 1–4. P. 81–124.
- Sanin A.B., Mitrofanov I.G., Litvak M.L., Bakhtin B.N., Bodnarik J.G., Boynton W.V., Chin G., Evans L.G., Harshman K., Fedosov F., Golovin D. V., Kozyrev A.S., Livengood T.A., Malakhov A.V., McClanahan T.P., Mokrousov M.I., Starr R.D., Sagdeev R.Z., Tretyakov V.I., Vostrukhin A.A.* Hydrogen distribution in the lunar polar regions // *Icarus.* 2017. V. 283. P. 20–30.  
<https://doi.org/10.1016/j.icarus.2016.06.002>
- Sharpton V.L.* Outcrops on lunar crater rims: Implications for rim construction mechanisms, ejecta volumes and excavation depths // *J. Geophys. Res. E: Plan.* 2014. V. 119. P. 154–168.  
<https://doi.org/10.1002/2013JE004523>
- Smith D.E., Zuber M.T., Jackson G.B., Cavanaugh J.F., Neumann G.A., Riris H., Sun X., Zellar R.S., Coltharp C., Connelly J., Katz Igor R.B., Kleyner P., Liiva P., Matuszowski A., Mazarico E.M., McGarry J.F., Novo-Gradac A.-M., Ott M.N., Peters C., Ramos-Izquierdo L.A., Ramsey L., Rowlands D.D., Schmidt S., Stanley Scott III V., Shaw G.B., Smith J.C., Swinski J.P., Torrence M.H., Unger G., Yu A.W., Zagwodzki T.W.* The Lunar Orbiter Laser Altimeter Investigation on the Lunar Reconnaissance Orbiter Mission // *Space Sci. Rev.* 2010. 150: 209–241  
<https://doi.org/10.1007/s11214-009-9512-y>
- Wilhelms D.E., McCauley J.F.* Geologic map of the near side of the Moon // *US Geological Survey Map I-703.* 1971.

УДК 523.6

## ВЫБРОС ВЕЩЕСТВА В АТМОСФЕРУ ПРИ ПАДЕНИИ ДЕСЯТИКИЛОМЕТРОВЫХ АСТЕРОИДОВ В ОКЕАН

© 2021 г. В. В. Шувалов\*

*Институт динамики геосфер РАН, Москва, Россия*

*\*E-mail: valeryvhuvalov@gmail.com*

Поступила в редакцию 16.07.2020 г.

После доработки 04.09.2020 г.

Принята к публикации 18.09.2020 г.

Приведены результаты численного моделирования вертикального падения десятикилометровых астероидов на твердую поверхность и в океан глубиной от 1 до 7 км. В расчетах получены максимальные массы, выброшенных в атмосферу воды и грунта, а также массы воды и грунта, оставшиеся в атмосфере через 30 мин после удара. Делается вывод, что при падении астероидов размером порядка десяти километров в океан воздействие на атмосферу Земли будет, по-видимому, не менее сильным, чем при падении астероидов на сушу.

**Ключевые слова:** астероидная опасность, численное моделирование, кратер, атмосферные возмущения

**DOI:** 10.31857/S0320930X21010072

### ВВЕДЕНИЕ

Идея о том, что удары космических тел могут заметно влиять на эволюцию биосферы и, в частности, могут быть причиной массовых вымираний стала очень популярной после выхода работы (Alvarez и др., 1980). В этой и последующих статьях авторы показали, что удар космического тела размером порядка 10 км мог быть причиной массового вымирания биоты на границе мел-палеоген 66 млн лет назад. Вскоре был обнаружен и кратер Чиксулуб (Hildebrand и др., 1991), который был образован этим ударом. Вслед за этим начались поиски других кратеров, образование которых можно было бы связать с другими массовыми вымираниями. Однако до сих пор эти поиски не увенчались успехом, и вымирание на границе мела и палеогена остается единственным, которое можно уверенно связать с ударом космического тела (см., например, Racki, 2012). Тем не менее ударная гипотеза по-прежнему видится весьма перспективной. Во-первых, более двух третей Земли покрыто океаном, а подводные кратеры не только плохо изучены, но и большей частью просто еще не обнаружены. Во-вторых, даже в тех случаях, когда удары не были единственной и основной причиной массовых вымираний, они могли быть триггерными эффектами, запускающими или усиливающими другие механизмы (Feulner, 2011). В связи с этим интересно рассмот-

реть подробнее падения крупных космических тел в океан. Основные механизмы, которые могут приводить к гибели живых организмов при ударе (см., например, Claeys, 2007; Kring, 2007; Rampino, 2020) в большой степени определяются выбросом вещества в атмосферу в процессе кратерообразования и могут зависеть от структуры мишени (химического состава грунта и наличия воды). При ударе в океан наличие слоя воды толщиной в несколько километров может заметно повлиять на выбросы грунта в атмосферу. Кроме того, в атмосферу выбрасывается много воды, которая сама и содержащиеся в ней соли могут заметно повлиять на химию атмосферы и радиационный баланс. Цель данной работы оценить с помощью численных экспериментов, как глубина океана влияет на выбросы вещества в атмосферу.

Первые расчеты ударов крупных (10–30 км) астероидов в океан глубиной 5 км были проведены еще в прошлом веке (Ahrens, O’Keefe, 1987). Выброс воды при ударах небольших (километр и менее) тел рассматривался в работах (Шувалов, Трубецкая, 2007; Robertson, Gisler, 2019). В недавней работе (Koeberl, Ivanov, 2019) рассматривались выбросы воды в атмосферу при ударе пяти- и десятикилометровых астероидов в океан глубиной 1 и 3 км. Однако в этой работе не рассматривались выбросы грунта и расчеты заканчивались через 6 мин после удара, до того, как сформировалось более или менее стационарное облако выбросов на вы-

сотах от нескольких десятков до нескольких сотен км. Цель данного исследования учесть выбросы вещества мишени и продолжить расчеты до момента зависания облака выбросов.

В первой части статьи описывается постановка задачи и методы, используемые при ее решении; во второй — результаты расчета падения десятикилометровых астероидов в океан разной глубины; в третьей части приведены основные выводы, обсуждаются использованные приближения и оставшиеся невыясненными вопросы.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МЕТОД РЕШЕНИЯ

Для оценки выброса воды и грунта в атмосферу было проведено численное моделирование вертикальных ударов сферических каменных астероидов диаметром 10 км по мишени состоящей из кварца или дунита (моделирующих твердую поверхность), покрытых слоем воды глубиной от 1 до 7 км. Астероиды также считались состоящими из кварца или дунита. В одном из вариантов рассматривался удар десятикилометровой ледяной кометы. Скорость ударников принималась равной 20 км/с. Для того, чтобы учесть влияние атмосферного следа, образующегося при пролете астероида через атмосферу, расчеты начинались в момент, когда астероид находился на высоте 100 км над уровнем моря.

Расчеты проводились с помощью программного комплекса COVA (Shuvalov, 1999), который неоднократно применялся для моделирования ударных явлений, в том числе падений астероидов в море (см., например, Shuvalov, Dyrvik, 2004). В расчетах явно выделялись границы между веществами, описываемыми разными уравнениями состояния (в данном случае вода, воздух и грунт). Размер расчетной сетки  $2000 \times 2000$  ячеек. Начальный размер ячейки 125 м (80 точек на диаметр ударника), по мере разлета атмосферного плюма, образующегося при ударе, и увеличения возмущенной области ячейки удваивались, на заключительной стадии расчетов расчетная сетка была неравномерной, ячейки увеличивались по мере удаления от эпицентра удара. Максимальный размер расчетной области составлял  $6000 \times 6000$  км.

Для описания термодинамических свойств воздуха использовалось табличное уравнение состояния (Кузнецов, 1965). Для описания термодинамики воды, кварца и дунита использовались табличные уравнения состояния, полученные по программе ANEOS (Thomson, Lauson, 1972) с начальными данными для дунита (Potter и др., 2013) и кварца (Melosh, 2007). Распределение плотности и давления воздуха по высоте в равновесной

атмосфере Земли задавалось согласно модели CI-RA (COSPAR International Reference Atmosphere, <ftp://nssdcftp.gsfc.nasa.gov/models/atmospheric/cira/cira86/>).

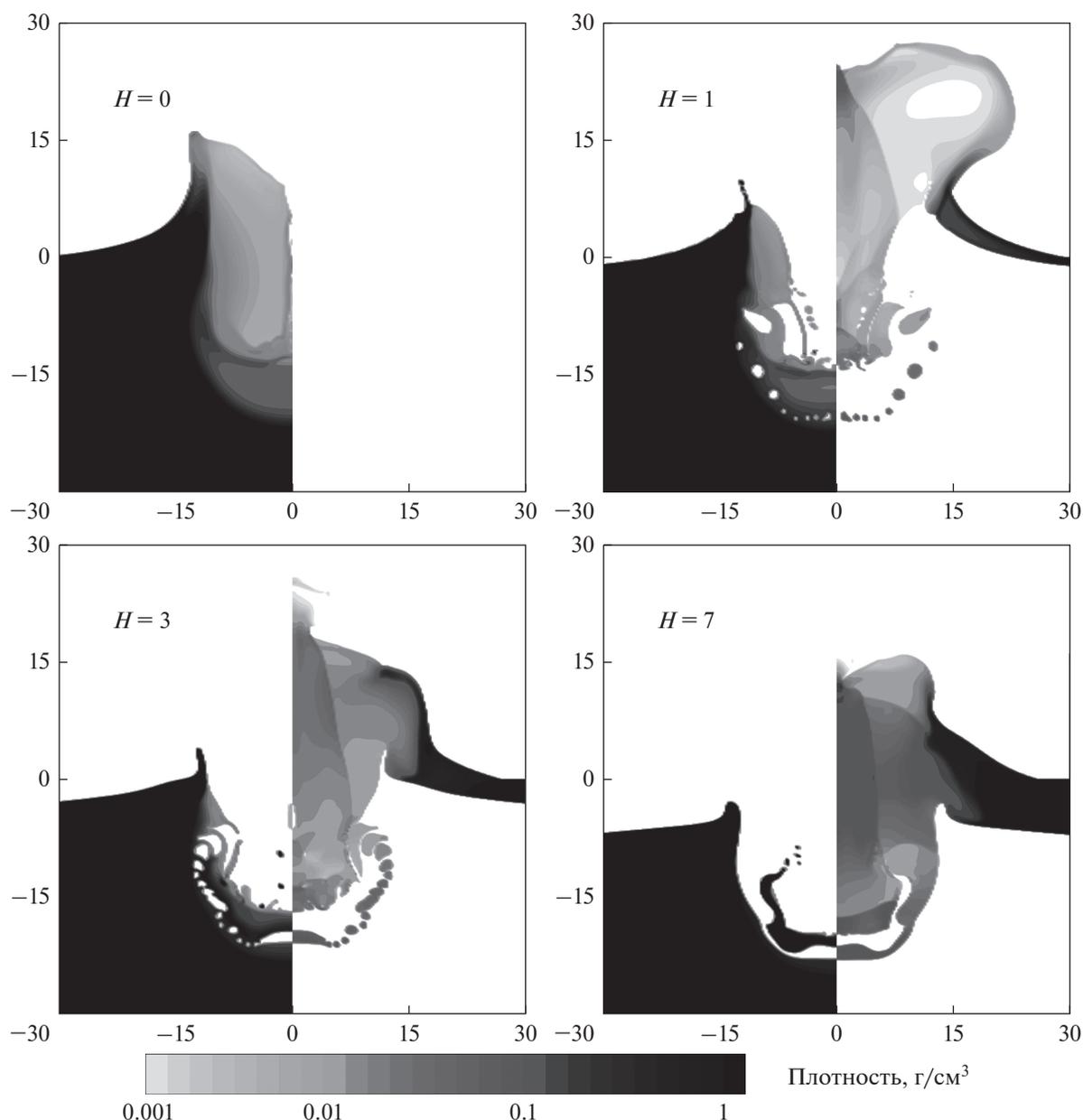
Газодинамическое приближение работает до высот порядка 400 км, выше пробег частиц становится больше характеристической высоты атмосферы. Учитывая это, в качестве граничных условий на верхней границе расчетной сетки использовалась процедура, описанная в работе (Шувалов и Хазинс, 2018). Уравнения газовой динамики решались и на высотах более 400 км, при этом периодически (в данном случае один раз за 50 расчетных слоев) область, где плотность газа меньше, чем равновесная плотность на высоте 400 км, заполнялась фоновыми значениями плотности и давления и нулевыми скоростями. Такие граничные условия не влияют на течение на высотах до 200–300 км, обеспечивают максимально большой временной шаг и позволяют аккуратно описывать атмосферный плюм, который поднимается на высоты в тысячи километров.

При расчете кратерообразования учитывалась прочность грунта по модели Кулона–Мора и акустическая флюидизация (Wunnemann, Ivanov, 2003).

### РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

На рис. 1 показана самая начальная стадия (через 5 с после начального контакта ударника, состоящего из кварца, с твердой (кварцевой) или жидкой поверхностью) падения десятикилометрового астероида на сушу и в океан глубиной 1, 3 и 7 км.

Классическая картина кратерообразования в однородной мишени при невысоких скоростях (порядка 1 км/с и ниже) описывается зет-моделью (Иванов, 1979). Согласно этой модели вещество мишени в момент удара приобретает скорость, направленную по радиусам (перпендикулярную фронту ударной волны), расходящимся из точки первоначального контакта. Эта скорость уменьшается со временем из-за того, что давление газа в образующейся полости (кратере) меньше давления за фронтом ударной волны, распространяющейся в мишени. Одновременно появляется скорость в перпендикулярном радиусу направлении из-за наличия свободной поверхности на границе мишени и воздуха, в котором давление равно атмосферному. Вещество ударника растекается по поверхности растущего кратера. При больших скоростях удара (десятки км/с) часть вещества мишени и ударника полностью или частично испаряется, испаренная масса разлетается с поверхности растущего кратера и ударника в его центр, что хорошо видно на рис. 1. При наличии воды



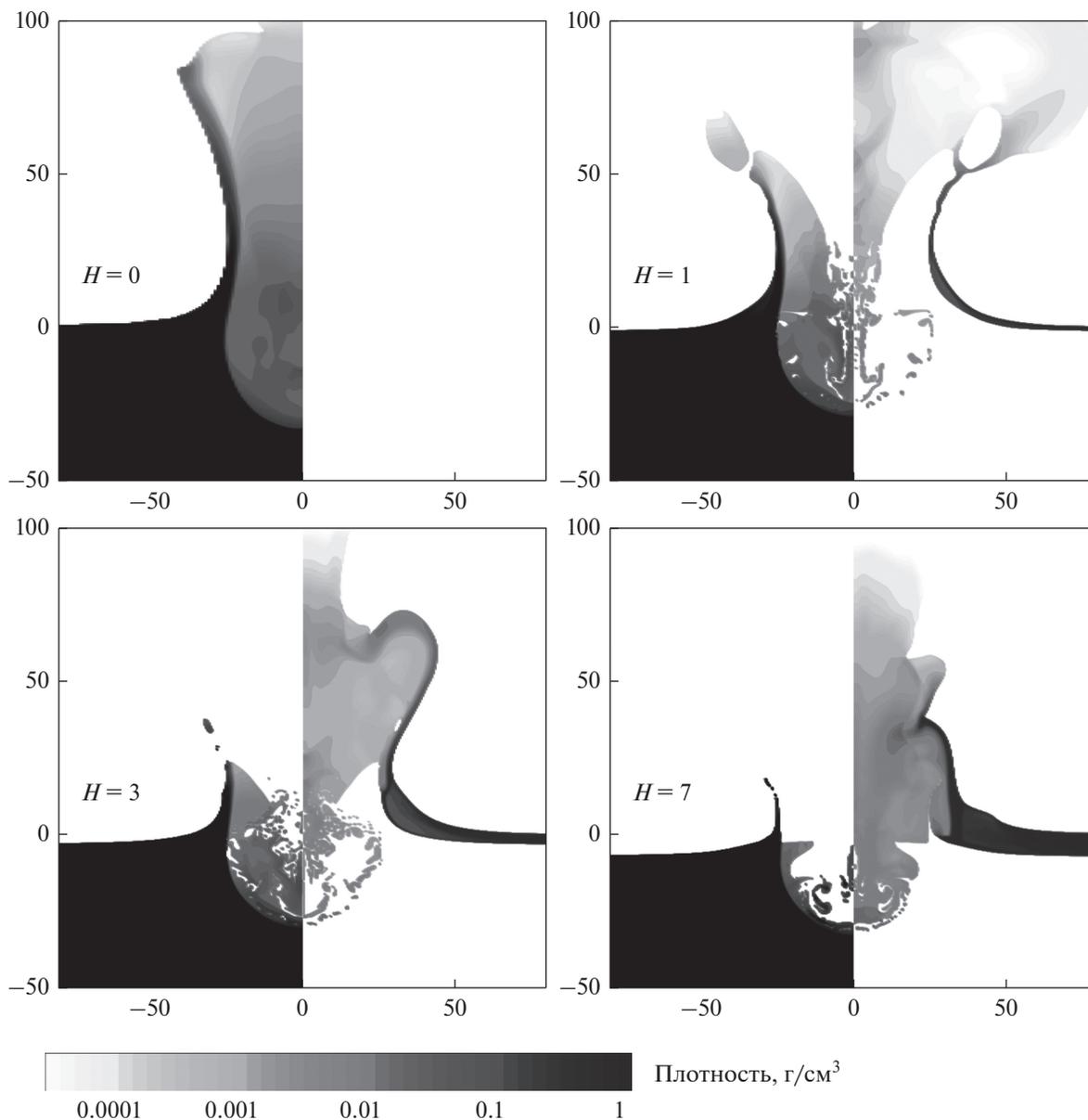
**Рис. 1.** Распределения плотности воды (справа) и вещества грунта и ударника (слева) в  $\text{г/см}^3$  через 5 с после вертикального падения десятикилометрового астероида на твердую поверхность ( $H = 0$ ) и в океан глубиной  $H$ , равной 1, 3 и 7 км. Все расстояния измерены в км.

картина становится сложнее. В случае глубины океана 3 и 7 км почти вся внутренность кратера заполняется парами воды, при глубине океана 1 км внутри кратера разлетаются и пары воды, и пары грунта и ударника.

Вблизи оси симметрии потоки испаренного вещества сталкиваются, образуя струю паров, направленную вверх. В результате при падении астероида на сушу формируется атмосферный плум, состоящий из плотного (в основном конденсированного) вещества, выбрасываемого за счет класси-

ческого кратерообразующего течения с краев кратера (конуса выбросов), и горячая разреженная струя пара внутри конуса выбросов (см. рис. 2).

При малых скоростях ударника (порядка скорости звука в грунте или меньших) выбросы разлетаются под углом примерно  $45^\circ$ . При скоростях в десятки км в с угол значительно больше, особенно в начальные моменты времени. Это объясняется сильной сжимаемостью грунта при скоростях, больших скорости звука в мишени, и тем,



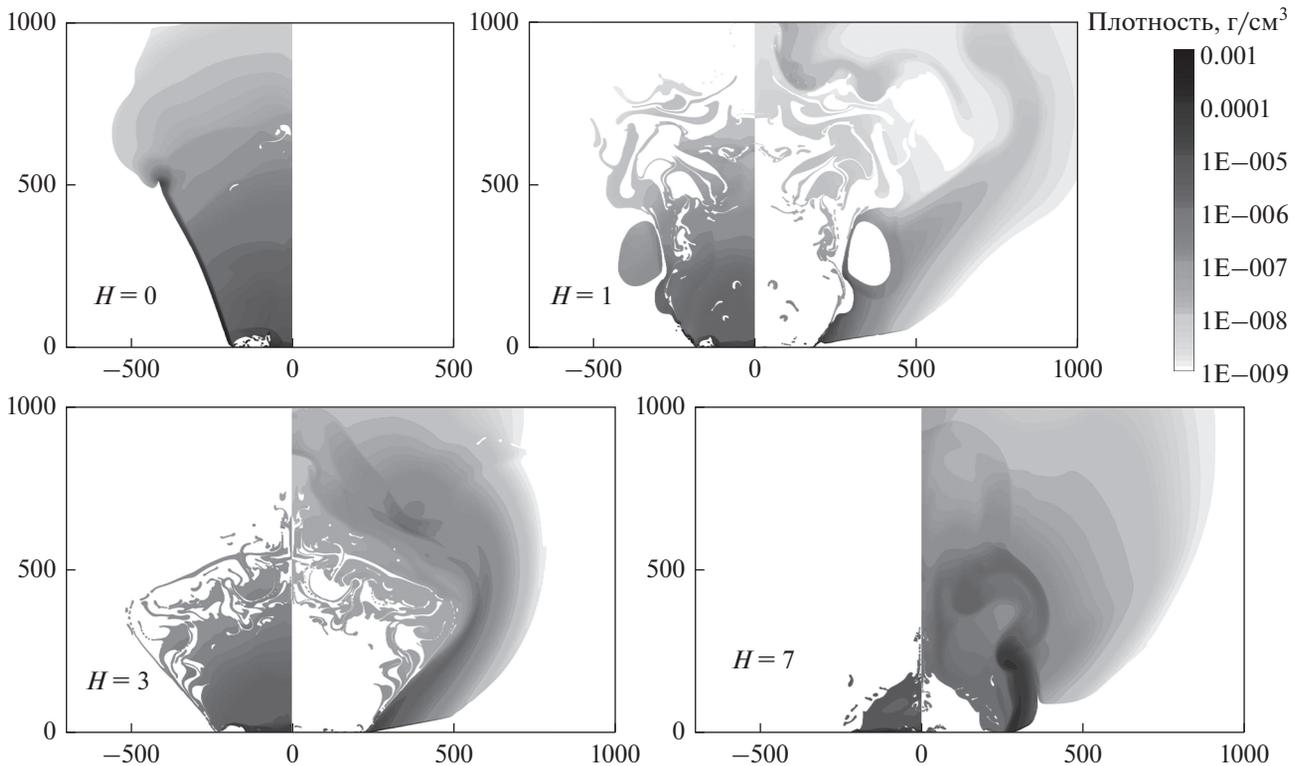
**Рис. 2.** Распределения плотности воды (справа) и вещества грунта и ударника (слева) в  $\text{г/см}^3$  через 30 с после вертикального падения десятикилометрового астероида на твердую поверхность ( $H = 0$ ) и в океан глубиной  $H$ , равной 1, 3 и 7 км. Все расстояния измерены в км.

что значительная масса мишени плавится и не имеет прочности.

При падении астероида в океан картина течения более сложная. При глубине океана  $H = 7$  км в начале образуются два кратера: водяной и внутри него меньший (из-за большей плотности и прочности грунта) в грунте. Центральная струя плюма состоит только из паров воды. При меньших глубинах наблюдается промежуточная картина течения. Центральная струя состоит из паров и воды, и грунта, и ударника. Выброс воды обусловлен сначала распространением ударной

волны в океане при движении в нем ударника, потом вода выбрасывается вылетающим из донного кратера грунтом. Вода испаряется значительно легче (при меньших температурах), чем грунт, поэтому даже при глубине океана 1 км (в 10 раз меньше диаметра ударника) облако водяных паров больше по объему облака паров грунта и ударника.

Через 5 мин после удара во всех случаях атмосферный плюм поднимается на высоты выше 1000 км. С увеличением глубины океана объем облака, содержащего пары и частицы грунта и



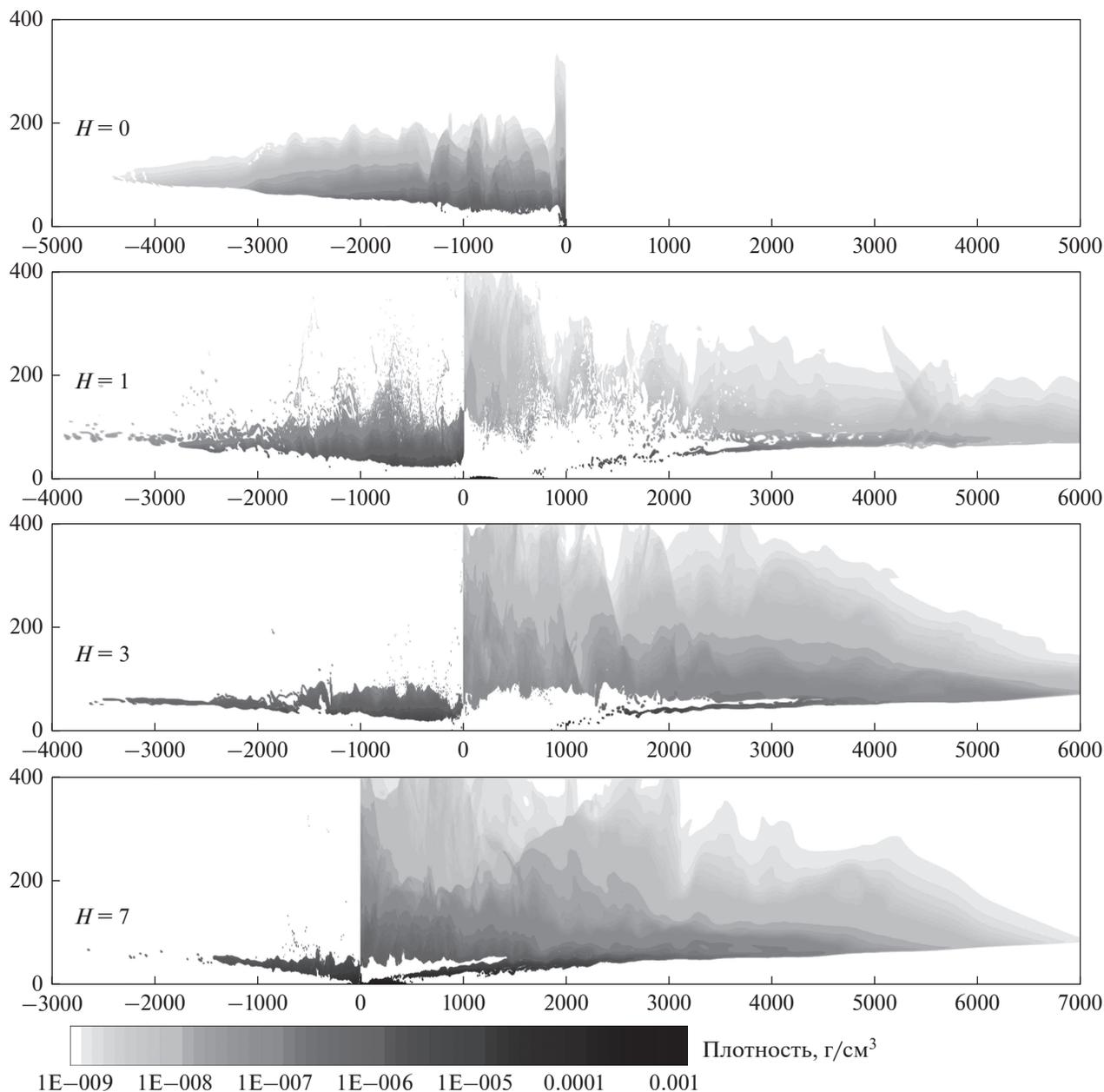
**Рис. 3.** Распределения плотности воды (справа) и вещества грунта и ударника (слева) в  $\text{г/см}^3$  через 5 мин после вертикального падения десятикилометрового астероида на твердую поверхность ( $H = 0$ ) и в океан глубиной  $H$ , равной 1, 3 и 7 км. Все расстояния измерены в км.

ударника, и высота его подъема немного уменьшаются. При этом облако из вещества грунта и ударника находится внутри водяного облака. В этот момент верхняя часть плюма продолжает подниматься вверх, а нижняя, вылетевшая из кратера позже и с меньшей скоростью, опускается вниз под действием силы тяжести.

Плотное конденсированное вещество из конуса выбросов осажается на поверхность океана (или суши при  $H = 0$ ), а разреженные частично конденсированные пары тормозятся в плотных слоях атмосферы и через 30 мин формируют облако паров и мелких конденсированных частиц воды, грунта и ударника размером в несколько тысяч километров (см. рис. 4). Размер облака из вещества ударника и грунта заметно уменьшается с увеличением глубины океана, а размер водяного облака остается примерно одинаковым. Температура вещества грунта и ударника в этот момент разная в разных частях плюма, максимальная близка к температуре конденсации. Про размер частиц (как образовавшихся при дроблении грунта, так и при конденсации) данные расчеты не дают информации, так как вещество рассматривалось как сплошная среда, термодинамические свойства

которой описываются уравнением состояния. Конденсация паров детально рассматривалась в работах (Johnson, Melosh, 2012; Svetsov, Shuvalov, 2016). В частности было показано, что более мелкие частицы образуются во внешней, самой высокоскоростной части плюма, более крупные — внутри. Характерный размер частиц при диаметре астероида 10 км и скорости 21 км/с составляет 250  $\mu\text{м}$ .

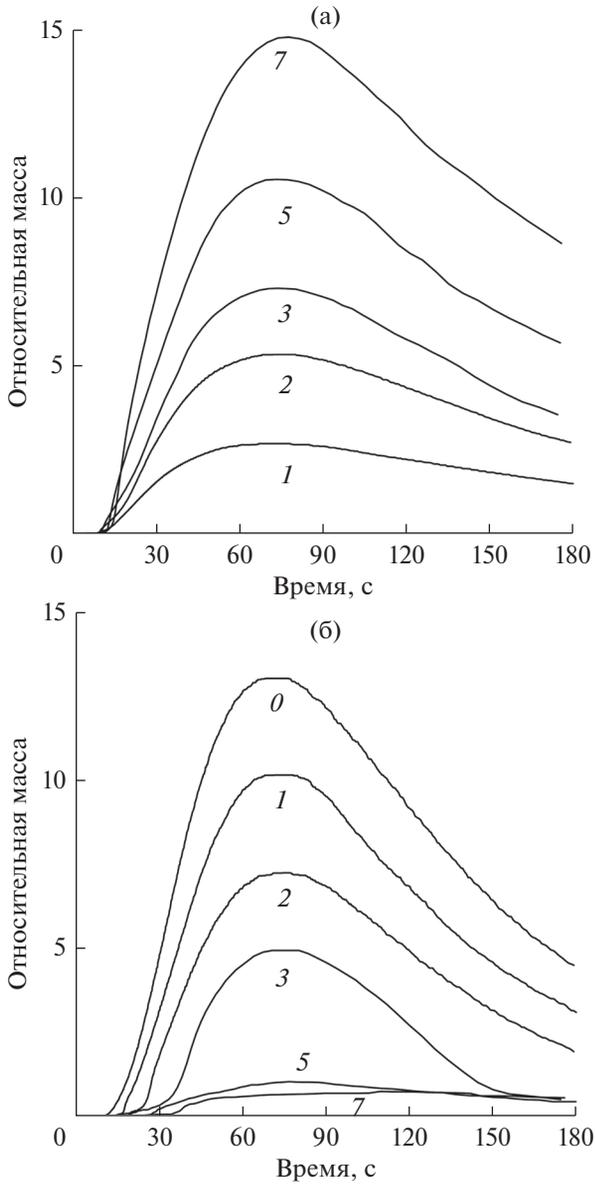
На рис. 5 показаны зависимости от времени масс воды и суммарной массы ударника и грунта в атмосфере на высотах более 16 км для всех рассмотренных глубин океана. Используемая методика не позволяет использовать более трех разных материалов, поэтому грунт и ударник состоят из одинакового материала и их нельзя разделить. Значение 16 км выбрано как характерное значение высоты современной тропопаузы, т.е. рассматривалась масса вещества, выброшенного в современную стратосферу и выше. Во всех случаях максимальная масса выбросов воды и грунта в атмосфере достигается в моменты времени 70–80 с, потом она падает из-за осаждения в поле тяжести. Зависимость от глубины океана выглядит вполне естественной: масса выброшенного грунта с увеличением глубины уменьшается, масса воды —



**Рис. 4.** Распределения плотности воды (справа) и вещества грунта и ударника (слева) в  $\text{г/см}^3$  через 30 мин после вертикального падения десятикилометрового астероида на твердую поверхность ( $H = 0$ ) и в океан глубиной  $H$ , равной 1, 3 и 7 км. Все расстояния измерены в км.

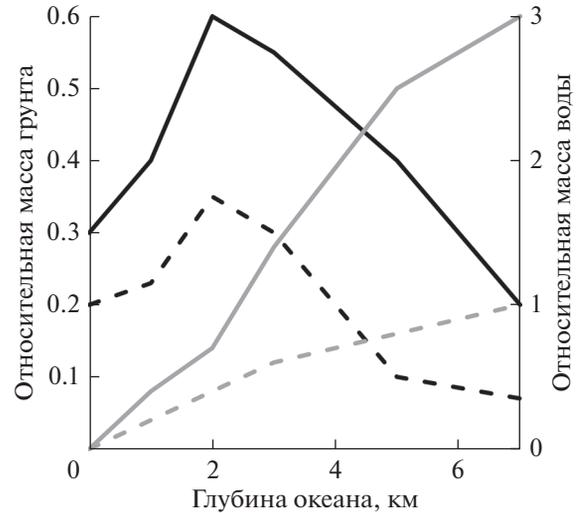
увеличивается. Максимальная масса выброшенной воды примерно на 10% больше, чем в расчетах (Koeberl, Ivanov, 2019), что объясняется несколько большей скоростью удара (20 км/с вместо 18 км/с). Суммарная масса выбросов (грунт + вода + ударник) во всех вариантах остается примерно одинаковой. При средней глубине океана 3–4 км масса выброшенного грунта в три раза меньше, чем при падении астероида на сушу.

В течение времени 5–10 мин основная часть выброшенных воды и грунта выпадает на поверхность под действием силы тяжести. В основном падает большей частью конденсированное вещество из конуса выбросов. Центральная часть плюма, состоящая в основном из первоначально частично или полностью испаренного вещества, тоже опускается и частично тормозится на высотах порядка 100 км. При торможении вещество нагревается и может снова частично испаряться. Рис. 6



**Рис. 5.** Зависимости от времени массы воды (а) и суммарной массы грунта и ударника (б) в атмосфере на высотах более 16 км. Массы измеряются в массах падающего астероида. Значения глубины океана в км указаны около каждой кривой.

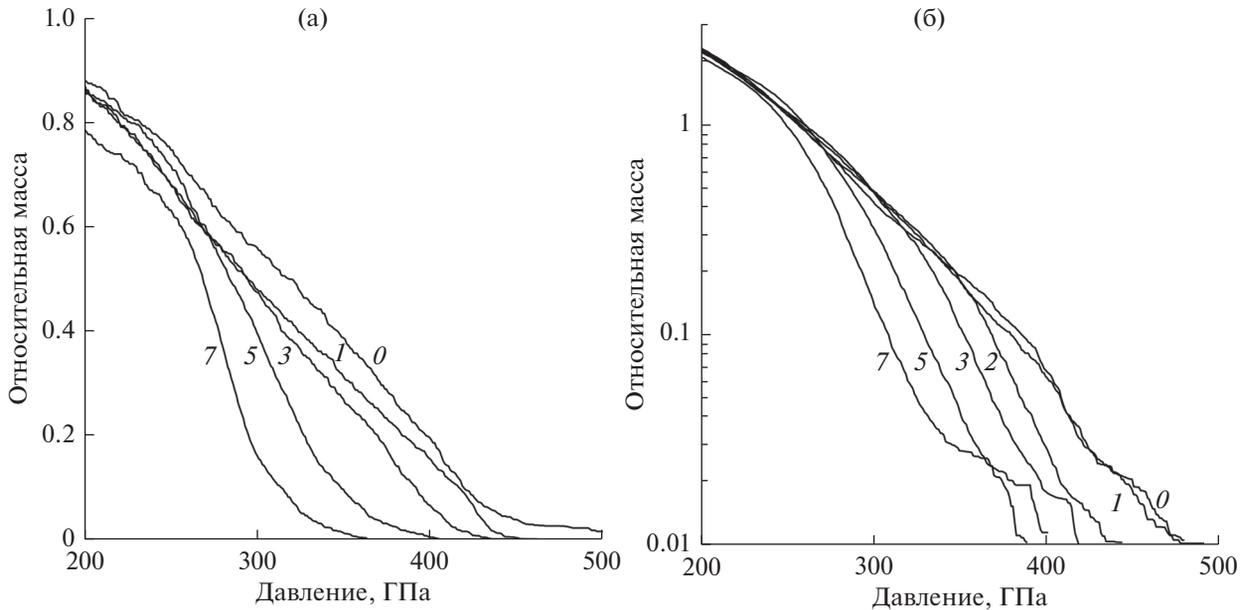
демонстрирует содержание воды и вещества грунта и ударника в атмосфере в момент времени 30 мин, после падения плюма в поле тяжести и торможения в верхних слоях атмосферы. Содержание воды в стратосфере и мезосфере (на высотах более 50 км) ведет себя очевидным образом. Чем больше глубина океана, тем больше воды выбрасывается и больше остается после падения плюма. А вот содержание вещества грунта и ударника на стратосферных и мезосферных высотах и выше при глубинах океана 1–5 км оказывается



**Рис. 6.** Зависимости от глубины океана массы воды (серая кривая) и вещества грунта и ударника (черная кривая) в атмосфере на высоте более 16 км (сплошные кривые) и 50 км (пунктирные кривые) через 30 мин после удара.

даже больше, чем при падении астероида на сушу. Объясняется это, по-видимому, тем, что вещество грунта окружено облаком водяного пара и перемешивается с ним. При ударе о твердую поверхность частично или полностью испаренное вещество ударника и грунта перемешивается с холодным веществом конуса выбросов, конденсируется и осаждается вместе с ним на поверхность и/или превращается в пыль. При падении астероида в океан частично или полностью испаренное в процессе удара вещество ударника и грунта перемешивается с парами воды, что способствует его удержанию в атмосфере. При падении в поле силы тяжести частицы грунта тормозятся не только атмосферным воздухом, но и водяными парами.

На рис. 7 показано, какая масса вещества ударника и грунта сжимается до разных давлений. Испарение вещества ударника и мишени начинается при давлениях порядка 300 ГПа (Melosh, 2007). Заметное уменьшение массы частично или полностью испаренного вещества начинается при глубинах порядка 5–7 км, что неплохо коррелирует с данными по массе выбросов, остающихся в атмосфере через 30 мин после удара. При этом масса частично испаренного вещества ударника примерно равна массе частично испаренного вещества грунта. Поэтому можно предположить, что и в облаке выбросов, оставшихся в атмосфере через 30 мин массы вещества ударника и мишени тоже не сильно отличаются.



**Рис. 7.** Зависимости от давления  $p$  массы ударника (а) и грунта (б), сжатой в ударной волне до давления выше  $p$ . Массы измеряются в массах падающего астероида. Значения глубины океана в километрах указаны около каждой кривой.

Наличие слоя воды препятствует выбросу холодного грунта с краев кратера (конус выбросов), поэтому с увеличением глубины океана максимальная масса выбросов грунта заметно уменьшается. Частично или полностью испаренное при ударе вещество, которое и задерживается в атмосфере надолго, вылетает вверх внутри конуса выбросов, откуда вода уже удалена, и не испытывает сопротивление слоя воды. Поэтому максимальная масса выброшенного грунта сильнее зависит от глубины, чем масса частично или полностью испаренного при ударе вещества надолго остающаяся в атмосфере. Частично или полностью испаренное при ударе вещество ударника и мишени охлаждается за счет адиабатического расширения и перемешивания с парами воды и воздухом. С течением времени доля паров уменьшается, а доля конденсата увеличивается.

На первый взгляд, данные рис. 6 о содержании вещества ударника и грунта в атмосфере противоречат рис. 4, на котором объем, занимаемый веществом мишени, заметно уменьшается при увеличении глубины океана. Это кажущееся противоречие объясняется тем, что при больших  $H$  вещество грунта тормозится на меньших высотах, имеет большую плотность и, соответственно, меньший объем. Водяное облако, окружающее пары грунта при разлете, препятствует их расширению. В результате вещество грунта не так сильно расширяется, как при отсутствии воды, имеет

большую плотность и тормозится на меньших высотах в атмосфере.

Для глубины океана  $H = 3$  (близкой к средней глубине в настоящее время) были также рассчитаны варианты падения десятикилометровой кометы, состоящей из льда плотностью  $0.9 \text{ г/см}^3$ , и астероида, состоящего из дунита с плотностью  $3.3 \text{ г/см}^3$ . В последнем случае твердая часть мишени также состояла из дунита. При падении кометы масса выброшенной воды оказалась примерно такой же как при падении кварцевого астероида (на 10–20% больше), а масса выброшенного грунта в 3–4 раза меньше, причем через 20 мин после удара вещества грунта в атмосфере практически не остается. Замена кварца на дунит (в ударнике и мишени) приводит к заметному, в полтора-два раза, увеличению выброса грунта и слабо влияет на выброс воды.

### ОБСУЖДЕНИЕ И ВЫВОДЫ

Проведенные расчеты показывают, что даже при падении десятикилометровых астероидов в океан в атмосферу выбрасывается большое количество вещества грунта. В зависимости от глубины современный океан делится на литоральную (до 200 м), батимальную (до 2500 м), абиссальную (до 6000 м) и хадальную (глубже 6000 м) зоны [Океанографическая энциклопедия, 1974]. Суммарная площадь литоральной и батимальной зон примерно равна площади суши, площадь хадаль-

ной зоны составляет около одного процента от полной площади океана.

Расчеты показывают, что при глубинах вплоть до 3 км (т.е. при падении в литоральную или батимальную зоны) максимальная масса выброшенного в атмосферу вещества грунта не более, чем в 2–3 раза отличается от массы выбросов при падении астероида на твердую поверхность. Более того расчеты показывают, что масса вещества грунта, остающаяся в атмосфере после осаждения в поле тяжести при глубинах до 5 км (т.е. при падении в литоральную, батимальную или абиссальную зоны) даже больше, чем при падении на твердую поверхность. И только при глубинах порядка 7 км и больше (при падении астероида в хадальную зону, составляющую около 1% от поверхности Земли) выбросы твердого вещества заметно уменьшаются по сравнению с выбросами при падении астероидов на сушу. Кроме того, при ударах в воду в атмосферу выбрасывается большое количество воды и содержащихся в ней солей (Birks и др., 2007). Таким образом можно сделать вывод, что при падении астероидов размером порядка десяти км в океан воздействие на атмосферу Земли будет, по-видимому, не менее сильным, чем при падении астероидов на сушу.

В описанных расчетах выбросы рассматривались как сплошная среда, термодинамические свойства которой описывались уравнением состояния. В реальности выбросы состоят из газобразных паров (и/или двухфазной смеси) и конденсированных частиц разного размера, которые в общем случае не двигаются с одинаковой скоростью. Кроме того, процесс турбулентного перемешивания воздуха и паров воды и грунта тоже рассматривался приближенно, на масштабах, больших размера расчетной ячейки. Также в работе рассматривались только вертикальные удары. Поэтому приведенные результаты могут рассматриваться как первое приближение, оценка и требуют дальнейшего уточнения.

Автор благодарен рецензенту Б.А. Иванову за полезные замечания. Работа выполнена в рамках государственного задания ИДГ РАН (рег. № 0146-2020-0003).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Иванов Б.А. Простая модель кратерообразования // Метеоритика. 1979. № 38. С. 68–85.

Кузнецов Н.М. Термодинамические функции и ударные адиабаты воздуха при высоких температурах. М.: Машиностроение, 1965. 463 с.

Океанографическая энциклопедия. Гидрометеиздат, 1974. 632 с.

Шувалов В.В., Трубецкая И.А. Численное моделирование образования подводной ударной структуры Элтанин // Астрон. вестн. 2007. Т. 41. № 1. С. 61–69. (Shuvalov V.V., Trubetskaya I.A. Numerical modeling of the formation of the Eltanin submarine impact structure // Sol. Syst. Res. 2007. V. 41. № 6. P. 56–64.)

Шувалов В.В., Хазинс В.М. Численное моделирование возмущений в ионосфере, генерируемых при падении Челябинского и Тунгусского космических тел // Астрон. вестн. 2018. Т. 52. № 2. С. 142–151. (Shuvalov V.V., Khazins V.M. Numerical Simulation of Ionospheric Disturbances Generated by the Chelyabinsk and Tunguska Space Body Impacts // Sol. Syst. Res. 2018. V. 52. № 2. P. 129–138.)

Ahrens N.J., O'Keefe J.D. Impact on the Earth, ocean and atmosphere // Int. J. of Impact Engin. 1987. V. 5. P. 13–32.

Alvarez L.W., Alvarez W., Asaro F., Michel H.V. Extraterrestrial cause for the Cretaceous–Tertiary extinction // Science. 1980. V. 208. P. 1095–1108.

Birks J.W., Crutzen P. J., Roble R.G. Frequent ozone depletion resulting from impacts of asteroids and comets // Comet/asteroid impacts and human society / Eds Bobrowsky P.T., Rickman H. Berlin: Springer, 2007. P. 225–245.

Claeys P. Impact events and the evolution of the Earth // Advances in Astrobiology and Biogeophysics, Lectures in Astrobiology II / Eds Gargaud M., Martin H., Claeys P. Berlin: Springer Verlag, 2007. P. 239–280.

Feulner G. Limits to biodiversity cycles from a unified model of mass–extinction events // Int. J. Astrobiology. 2011. V. 10. P. 123–129.

Hildebran A.R., Penfield G.T., Kring D.A., Pilkington M., Camargo–Zanoguera A., Jacobsen S.B., Boynton W.V. Chicxulub crater. A possible Cretaceous–Tertiary Boundary impact crater on the Yucatan peninsula, Mexico // Geology. 1991. V. 19. P. 867–871.

Johnson B.C., Melosh H.J. Formation of spherules in impact produced vapor plumes // Icarus. 2012. V. 217. № 1. P. 416–430.

Kring D.A. The Chicxulub impact event and its environmental consequences at the Cretaceous–Tertiary boundary // Palaeogeography, Palaeo–climatology, Palaeoecology. 2007. V. P. 255: 4–21.

Koeberl K., Ivanov B. Asteroid impact effects on Snowball Earth // Meteorit. and Planet. Sci. 2019. V. 54. № 10. P. 2273–2285.

Melosh H.J. A hydrocode equation of state for SiO<sub>2</sub> // Meteorit. and Planet. Sci. 2007. V. 42. № 12. P. 2079–2098.

Potter R.W.K., Kring D.A., Collins G.S., Kiefer W.S., McGovern P.J. Numerical modeling of the formation and structure of the Orientale impact basin // J. Geophys. Res.: Planets. 2013. V. 118. № 5. P. 963–979.

Racki G. The Alvarez impact theory of mass extinction; limits to its applicability and the “great expectations syndrome” // Acta Palaeontologica Polonica. 2012. V. 57. № 4. P. 681–702.

- Rampino M.R.* Relationship between impact-crater size and severity of related extinction episodes // *Earth-Science Rev.* 2020. V. 201. P. 102990.
- Robertson D.K., Gisler G.R.* Near and far-field hazards of asteroid impacts in oceans // *Acta Astronautica.* 2019. V. 156. P. 262–277.
- Shuvalov V.V.* Multi-dimensional hydrodynamic code SOVA for interfacial flows: Application to thermal layer effect // *Shock Waves.* 1999. V. 9. № 6. P. 381–390.
- Shuvalov V., Dypvik H.* Ejecta formation and crater development of the Mjolnir impact // *Meteorit. and Planet. Sci.* 2004. V. 39. № 3. P. 467–479.
- Svetsov V.V., Shuvalov V.V.* Silicate impact-vapor condensate on the Moon: Theoretical estimates versus geochemical data // *Geochim. et Cosmochim. Acta.* 2016. V. 173. P. 50–63.
- Thompson S.L., Lauson H.S.* Improvements in the Chart D radiation-hydrodynamic CODE III: Revised analytic equations of state. Report SC-RR-71 0714. Albuquerque: Sandia National Laboratory, 1972. 119 p.
- Wunnemann K., Ivanov B.A.* Numerical modeling of the impact crater depth-diameter dependence in an acoustically fluidized target // *Planet. Space Sci.* 2003. V. 51. P. 831–845.

УДК 523.64-82

## ТРАНСПОРТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРИПОВЕРХНОСТНОГО СЛОЯ ЯДРА КОМЕТЫ 67P/ЧУРЮМОВА–ГЕРАСИМЕНКО

© 2021 г. В. Решетник<sup>a, b</sup>, Ю. Скоров<sup>c, d, \*</sup>, М. Васюта<sup>a</sup>, М. Бенгли<sup>e</sup>, Л. Резак<sup>c</sup>,  
Д. Агарвал<sup>c, d</sup>, Ю. Блюм<sup>d</sup>

<sup>a</sup>Киевский национальный университет им. Тараса Шевченко, Киев, Украина

<sup>b</sup>Главная астрономическая обсерватория НАН Украины, Киев, Украина

<sup>c</sup>Макс-Планк институт по изучению Солнечной системы, Геттинген, Германия

<sup>d</sup>Институт геофизики и внеземной физики Технического университета Брауншвайга,  
Брауншвайг, Германия

<sup>e</sup>ESA/ESAC, Camino Bajo del Castillo s/n, Urb. Villafranca del Castillo,  
28691, Villanueva de la Cañada, Spain

\*e-mail: skorov@mps.mpg.de

Поступила в редакцию 07.08.2020 г.

После доработки 04.10.2020 г.

Принята к публикации 08.11.2020 г.

В работе рассматривается свободно молекулярное течение газа через пылевой пористый поверхностный слой кометного ядра. Исследование выполнено на основе компьютерных моделей генерации пористой среды и Кнудсеновской диффузии газа. Мы рассматриваем различные типы как однородных, так и неоднородных слоев, построенных из непересекающихся сфер, включая слои, содержащие микротрещины или внутренние полости. Используя метод пробных частиц, количественно оцениваются функция распределения длин пролетов, проницаемость слоя, эффективные кинетические характеристики продуктов сублимации, прошедших через неизотермический пористый слой. Кроме того, в рамках используемого подхода мы рассматриваем объемное поглощение видимого солнечного излучения в приповерхностном поглощающем слое. Для всех изучаемых транспортных характеристик получены простые аппроксимационные выражения, которые позволяют с достаточной точностью оценивать изучаемые характеристики для практических приложений в физике комет. Полученные результаты будут использованы для построения новых согласованных моделей переноса энергии в приповерхностном слое кометного ядра и, прежде всего, для анализа результатов наблюдений кометы 67P/Чурюмова–Герасименко.

**Ключевые слова:** комета, кометная пыль, моделирование комы

**DOI:** 10.31857/S0320930X21020043

### ВВЕДЕНИЕ

Недавно завершившаяся космическая миссия Розетта по изучению кометы 67P/Чурюмова–Герасименко открыла новую эру в изучении короткопериодических комет. Различные научные приборы на борту орбитального и посадочного модулей провели многосторонние исследования физических процессов как в самом кометном ядре, так и в его окрестности – газо-пылевой коме. За время выполнения миссии получено огромное количество наблюдательных данных. Для многих приборов лишь часть полученных результатов обработана и проанализирована. В конце 2019 г. и начале 2020 г. ряд обзорных статей, суммирующих современное состояние дел, был опубликован в журнале Space Science Reviews: El-Maarry и др., 2019; Choukroun и др., 2019; Vincent и др., 2019; Grous-

sin и др., 2019; Weissman и др., 2019; Keller и др., 2020; Mottola и др., 2020. Мы кратко перечислим лишь некоторые из полученных результатов, непосредственно относящихся к теме нашего исследования.

Было убедительно показано, что поверхность кометного ядра покрыта нелетучим материалом, который мы будем называть кометной пылью. Отметим, что размеры пылевых частиц, их состав, и физические свойства очень разнообразны. Так, они могут достигать, видимо, сантиметрового размера (Blum и др., 2017). Ядро в целом обладает очень высокой пористостью ~65–85% (Pätzold и др., 2016; 2019). Пылевые частицы, захваченные инструментами COSIMA, GIADA и MIDAS расположенными на орбитальном модуле, также имеют сложную пористую структуру (Lan-

gevin и др., 2016; Hilchenbachm и др., 2016; Rotundi и др., 2015; Fulle и др., 2016; Bentley и др., 2015). Тепловая инерция приповерхностного слоя очень мала (Schloerb и др., 2015; Choukroun и др., 2015). Газовая активность наблюдается практически везде, следуя за солнечным освещением (Keller и др., 2015; Vincent и др., 2019). Это позволяет заключить, что лед находится близко к поверхности (Fornasier и др., 2016; 2019).

Эти результаты ясно говорят о том, что изучение газовой активности требует аккуратного изучения транспортных свойств экранирующего поверхностного пористого пылевого слоя. Общая картина, описывающая сублимацию льда из-под пористого нелетучего слоя, выглядит следующим образом. Значительная доля солнечного излучения поглощается ядром (бондовское альbedo очень мало (Fornasier и др., 2015)). За счет теплопроводности (которая в общем случае включает контактную теплопроводность твердой фазы, теплопроводность, обусловленную потоком газа через слой и радиационную теплопроводность из-за тепловой эмиссии пылинок) энергия доставляется к фронту сублимации. Продукты сублимации мигрируют сквозь пористый слой наружу, создавая газовую кому, и вглубь, конденсируясь и, возможно, образуя более компактные ледосодержащие слои (Kossacki и др., 2015). Таким образом, согласованная модель переноса энергии и массы в приповерхностном слое включает рассмотрение поглощения прямого солнечного излучения в слое, тепловую эмиссию нагретых пылинок, диффузию пара через пористый слой и оценку эффективной скорости сублимации с учетом газодинамического сопротивления слоя. Рассмотрение каждого из этих процессов является сложной задачей и прямо связано с транспортными свойствами приповерхностного слоя.

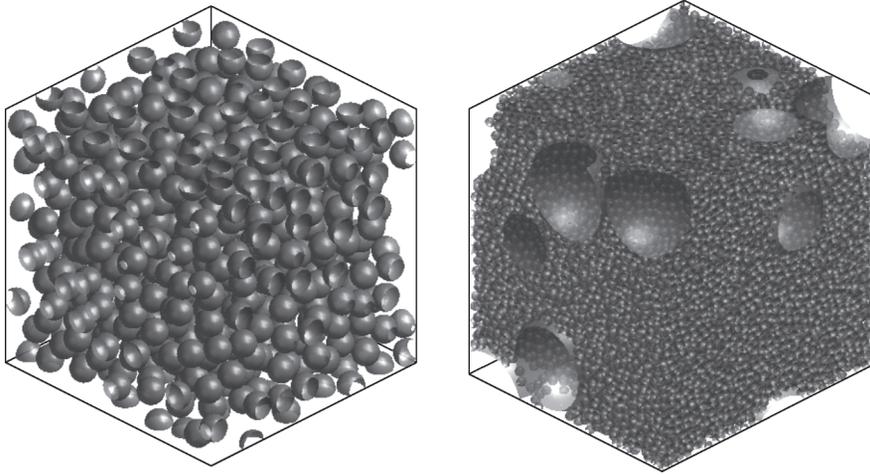
Говоря о транспортных свойствах, мы говорим о таких различных характеристиках как: а) проницаемость слоя для газового потока, б) эффективный размер пор, в) среднее вертикальное смещение между столкновениями в слое, г) распределения глубин для первого и последнего столкновения в слое. Первая характеристика влияет на эффективный темп сублимации; вторая, например, на радиационную теплопроводность; третья служит мерой извилистости пор; распределение глубин первого и последнего столкновений используется при оценке объемного поглощения солнечного излучения в слое и при оценке эффективной температуры вылетевших молекул при прохождении через неизотермический слой. В данной работе мы предлагаем согласованный подход для их количественной оценки на основе анализа микроструктуры модельного пористого слоя. На первом этапе мы описываем различные модельные слои, используемые в работе. Затем,

используя компьютерное моделирование, количественно анализируем поведение интересующих нас характеристик, и, наконец, получаем аппроксимирующие формулы, позволяющие включить наши результаты в многомерные нестационарные тепловые модели, созданные для анализа наблюдений (Macher и др., 2019).

## МОДЕЛЬНЫЕ СЛОИ

Для математического моделирования свойств пористой среды используются различные подходы, один из наиболее распространенных – это построение модельных слоев из простейших составляющих (мономеров). В данной работе мы рассматриваем различные модельные пористые слои, имеющие как однородную, так и неоднородную структуру. Слои состоят из сферических непересекающихся частиц либо одного размера (монодисперсные слои), либо двух размеров (бидисперсные слои). Кроме того, в слое могут быть полости (пустоты, размер которых значительно превышает размер частиц) или щели (модельный аналог микроскопических трещин, ширина которых также превышает размер модельных частиц). Мы будем характеризовать слои степенью заполнения  $\psi$  и пористостью  $\phi$ , где первая – это отношение объема, занятого частицами  $V_s$  к общему объему образца  $V_m$ , а вторая – это разность между общим объемом и полным объемом частиц, деленная на полный объем образца  $(V_m - V_s)/V_m$  или  $1 - \psi$ . Пористость модельных слоев изменяется в широких пределах: от примерно 30% до примерно 85%, то есть степень заполнения меняется более чем в 4 раза.

Для конструирования случайных пористых слоев мы использовали несколько подходов, которые широко применяются при изучении свойств пористых сред. Первый метод – это метод случайного баллистического осаждения (random ballistic deposition, RBD). В этом случае пористой слой создается в результате вертикального падения сферических частиц на плоскую подложку. Тестовая частица останавливается, и ее положение фиксируется после первого контакта с одной из предыдущих частиц, уже принадлежащих образующейся матрице. Подробное описание этого метода можно найти, например, в (Blum и Schröpfer, 2004). Отметим, что в монодисперсном случае использование классического варианта этого метода приводит к созданию слоя с фиксированной пористостью около 85%. Для того чтобы получить монодисперсные слои с более низкой пористостью, можно использовать, например, метод случайной последовательной упаковки (random sequential packing, RSP). В этом случае контрольный объем последовательно заполняется сферами, на каждом шаге случайным образом генерируются координаты центра новой частицы и



**Рис. 1.** Примеры модельных слоев. Левая панель: часть слоя, состоящего из сфер одного размера. Пористость слоя 65%. Правая панель: часть слоя, содержащего сферы одного размера и полости, размер которых в десять раз больше размера малой сферы. Эффективная пористость слоя 50%.

проверяется, что не возникает пересечение с ранее размещенными частицами. Более подробное описание этой техники можно найти в (Skorov и др., 2011). Используя этот метод, удается создать слой с пористостью примерно 65% и выше. Наконец, мы использовали метод случайного гравитационного осаждения (random gravitational deposition, RGD). При использовании этого метода частицы сначала располагаются случайным образом в большом первоначальном объеме (так что степень заполнения заметно меньше единицы), а потом под действием внешней гравитации модельные сферы скатываются в устойчивое положение, так что каждая частица имеет контакты с несколькими сферами-соседями. В этом случае пористость получаемого слоя может составлять около 40%. В нашей работе мы реализовали этот подход, используя компьютерные пакеты YADE (<https://www.yade-dem.org>) и LIGGGHTS (Kloss и др., 2012). Очевидно, что все указанные подходы могут использоваться для создания как моно-, так и бидисперсных слоев. Для того чтобы изучить слои с полостями, мы сначала создавали плотно упакованные случайные пористые бидисперсные слои, в которых размер частиц отличался в десять раз, а число крупных частиц менялось в различных вариантах от до 51 до 201 (пористости равны 32 и 23% соответственно). Затем мы удаляли крупные частицы, получая внутри слоя большие пустоты, объем которых примерно в тысячу раз превосходил объем сферы меньшего радиуса. Изменяя количество крупных частиц, как следствие, мы изменяли пористость получаемого неоднородного слоя: в наших моделях она изменялась от 47 до 71% соответственно. Для изучения транспортных характеристик в слоях со щелями, мы брали однородный плотно упакованный слу-

чайный слой и удаляли его часть, создавая щели в форме прямоугольного параллелепипеда. При этом ширина и количество щелей определялись значением конечной средней пористости, которую мы хотели получить. При заданных требуемой пористости и числе щелей их ширина определяется однозначно. Примеры модельных слоев показаны на рис. 1.

### МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕНОСА ГАЗА И РАДИАЦИИ В СЛОЕ

Используя созданные модельные слои, мы можем перейти к анализу транспортных характеристик. Но прежде сделаем одно замечание. Целью данного исследования является получение количественных оценок физических характеристик, имеющих важное прикладное значение. Эти характеристики должны быть в будущем использованы в согласованных моделях тепло- и массопереноса в приповерхностном слое ядра кометы. В свою очередь, эти модели должны помочь нам в анализе данных, полученных в ходе наблюдений *in situ*. Именно такая прикладная цель во многом определяет как выбор используемых подходов, так и выбор анализируемых характеристик. Последние мы разделим на две группы: относящиеся к прохождению через слой продуктов сублимации (т.е. молекул разреженного газа) и относящиеся к распространению в слое излучения (как прямого солнечного, так и теплового излучения нагретых солнцем пылинок). К первой группе относятся: проницаемость слоя  $\Psi$ , среднее вертикальное смещение между последовательными столкновениями  $\Delta$ , и распределение глубин, на которых имело место последнее перед вылетом из слоя столкновение пробной частицы с пылевой

матрицей  $\Lambda(z)$ . Во вторую группу входят средний размер пор  $\Omega$  и распределение глубин, на которых имело место первое столкновение пробной частицы с пылевой матрицей  $\Theta(z)$ . То, как именно эти характеристики влияют на перенос энергии и массы, будет рассмотрено в разделе обсуждения полученных результатов ниже.

Стремясь в первую очередь к общности используемых подходов и к достижению практических целей, мы будем использовать метод трассировки лучей (или так называемый метод пробной частицы) для обеих групп. Обосновывая применение данного подхода, отметим, что в кометных условиях обычно можно рассматривать течение газа в приповерхностном пористом слое как бесстолкновительное, т.е. мы пренебрегаем столкновениями между молекулами, находящимися внутри слоя. Это упрощение справедливо, если средняя длина свободного пробега молекул (MFP) намного больше, чем средний размер пор. В кинетически равновесном газе MFP-молекулы однозначно определяется плотностью газа, которая, в свою очередь, является функцией температуры сублимирующего льда. Оценки этой характеристики для водяного пара для типичных кометных условий можно найти, например, в (Skorov and Rickman, 1999). На основании этих расчетов и данных о размерах пылинок, полученных инструментом COSIMA на борту аппарата Розетта (Hilchenbach et al., 2016), можно заключить, что такое упрощение не является сильной идеализацией и физически обосновано: средняя длина свободного пробега молекул воды при наблюдаемых кометных температурах ( $\geq 1$  мм) на порядок больше характерного размера исследованных пылинок (ниже мы покажем, что этот размер сравним с характерным размером пор). В случае анализа характеристик радиационного переноса применение метода пробных частиц, конечно, является значительно более сильным упрощением. Прежде всего отметим, что применение геометрического по сути своей подхода накладывает жесткие ограничения на соотношение между характерной длиной волны излучения и размером частицы: это отношение должно быть существенно меньше единицы. Кроме того, в простейшем варианте, который используется в данной работе, мы считаем, что имеет место только полное поглощение прямого солнечного света (т.е. среда абсолютно непрозрачная). Более подробно мы рассмотрим эти ограничения при обсуждении результатов ниже.

Подробное описание метода пробных частиц в применении к анализу транспортных характеристик пористой среды может быть найдено в нашей предыдущей статье (Skorov et al., 2011). Краткое описание схемы моделирования представлено ниже. На первом шаге координаты центров всех частиц, составляющих модельный слой, за-

гружаются в память компьютера. Для того чтобы ослабить граничные неоднородности в распределении частиц, обусловленные методом генерации слоя, границы области моделирования сдвигаются от верхней и боковых граней на размер одного номера. Нижняя граница расчетной области не изменяется, т.е. все сферы в нижнем слое касаются плоскости  $z = 0$ . После определения области мы приступаем к моделированию движения пробной частицы. Движение частицы начинается на нижней грани среды. Сначала задаются случайным образом координаты точки входа в кубоид. После этого генерируются случайные значения для направляющих косинусов в соответствии с предполагаемой функцией распределения пробных частиц. При изучении диффузии газа мы считаем, что молекулы имеют так называемую полу-Максвелловскую функцию распределения скоростей. Для моделирования ослабления интенсивности прямого солнечного излучения предполагается, что все пробные частицы изначально двигаются в одном направлении по внутренней нормали к нижней грани кубоида. Отметим, что для оценки упомянутых выше характеристик ( $\Psi$ ,  $\Delta$ ,  $\Lambda(z)$ ) не требуется генерировать значения абсолютной величины скорости, поскольку мы остаемся в рамках чисто геометрической модели. (В данной работе не рассматриваются нестационарные процессы диффузии, т.е. предполагается, что изменение граничных характеристик если и имеет место, то происходит значительно медленнее, чем время нахождения пробной частицы в слое. Таким образом эффекты, связанные с различием скоростей молекул не исследуются.) На следующем шаге ищется ближайшая сфера, с которой пересекается линия движения пробной частицы. После определения координат столкновения новые значения направляющих косинусов генерируются, считая, что имеет место диффузное рассеяние. (Следует отметить, что такая модель описания столкновения является простейшей. В более общем случае материал пылевого слоя может частично или полностью абсорбировать молекулы газа. Эффективный коэффициент абсорбции зависит от многих параметров, например, химического состава пылинок, их температуры и т.д. Изучение этого вопроса требует проведения дополнительных лабораторных экспериментов.) В ходе моделирования информация о координатах столкновений, длина свободного пролета и вертикальное смещение сохраняется. Затем моделируется следующее столкновение-рассеяние. Эта процедура повторяется до тех пор, пока пробная частица не пересекает одну из граней вычислительной области. Если пробная частица пересекает горизонтальные грани, то значения счетчиков испускаемых или поглощаемых частиц изменяются, и мы переходим к следующей тестовой частице. Если частица пересекает вертикаль-

ные грани кубоида, то в предположении о периодических граничных условиях на боковых гранях задаются новые координаты, и моделирование продолжается. Описанная процедура продолжается до тех пор, пока счетчик частиц, вылетевших через верхнюю грань, не достигнет заданного значения (обычно 100 тысяч частиц).

### СТРУКТУРНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СЛОЯ

Наш анализ мы начнем с рассмотрения такой важной транспортной характеристики пористой среды как газодинамическая проницаемость  $\Psi$ . Если ограничить наш анализ случаем свободно молекулярной диффузии, то проницаемость пористого слоя — это просто отношение числа молекул, вошедших в контрольный объем, к числу молекул, вышедших из рассматриваемого объема. Количественная оценка проницаемости, очевидно, зависит от описания процесса диффузии (например, модели рассеяния) и от описания пористой среды. В простейшем случае пористая среда описывается как система прямых цилиндрических каналов — капилляров. Свободно молекулярная диффузия газа в длинной трубе была изучена более ста лет назад Кнудсеном (1909), который получил формулу, хорошо согласующуюся с результатами экспериментов для длинных каналов, т.е. для случая, когда радиус трубки много меньше ее длины. Эта формула широко применялась в публикациях, где рассматривались теоретические тепловые модели кометного ядра и оценивалась эффективная сублимация льдов (например, Enzian и др., 1997; Hubner и др., 2006)

$$\Psi = \left(\frac{8r}{3L}\right) \left(\frac{m}{2\pi k}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{P_t}{\sqrt{T_t}} - \frac{P_b}{\sqrt{T_b}}\right),$$

где  $r$  — радиус канала,  $L$  — его длина,  $m$  — масса молекулы,  $k$  — постоянная Больцмана,  $P_t$  и  $P_b$  — давления, а  $T_t$  и  $T_b$  — температуры на концах канала.

Позже Клаузинг получил более общую формулу, которая хорошо согласуется с экспериментальными результатами для трубок произвольной длины (Clausing, 1932)

$$\Psi = \left(\frac{20 + 8\left(\frac{L}{r}\right)}{20 + 19\left(\frac{L}{r}\right) + 3\left(\frac{L}{r}\right)^2}\right) \left(\frac{m}{2\pi k}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{P_t}{\sqrt{T_t}} - \frac{P_b}{\sqrt{T_b}}\right).$$

В работе (Steiner, 1990) подробно рассмотрены оба эти выражения и проанализированы присутствующие им ограничения. В кометной физике этот подход впервые был подробно изложен в пионерской работе Fanale и Salvail (1984), где были представлены формулы (см. уравнения (11)–(15)), связывающие эффективную сублимацию с пористостью слоя, его толщиной, радиусом капилляра

и параметром извилистости. Последний параметр на феноменологическом уровне увеличивает “эффективную” длину капилляров и позволяет учесть тот факт, что в случайной пористой среде поры образуют сложную связную систему. Предполагалось, что пористость среды описывается как связка параллельных цилиндрических трубок одинакового радиуса. Важно отметить, что в этой модели пористость и извилистость входят в формулу газопроизводства независимо, т.е. задаются в модели отдельно. Позже этот подход к описанию пористой среды был использован в десятках публикаций, относящихся к изучению физики комет, оставаясь долгое время стандартом (см., например, Mekler и др., 1990; Enzian и др., 1997; Skorov и др., 2001). Даже применение метода трассировки частиц сначала использовалось для такой же модельной геометрии цилиндрической трубы (Skorov и Rickman, 1995).

Первая попытка описать поверхностный слой кометного ядра как пористый слой, состоящий из отдельных частиц, была предпринята в (Skorov и др., 2011). Важное отличие такого подхода заключается в том, что движение молекул становится “внешним” по отношению к пылевой матрице, и поры образуют в общем случае единую глобальную сеть. В цитируемой работе мы рассматривали только однородные слои, составленные из сфер одного размера, которые не пересекались друг с другом. Мы анализировали свободно молекулярную диффузию в слоях с пористостью от 65 до 85%. Заметим, что рассмотренный интервал значений пористости совпадает с интервалом значений, полученных при наблюдении кометы 67P (см. Введение). При таком методе построения пористого слоя не нужно вводить дополнительный параметр извилистости, упомянутый выше. Было показано, что при заданной толщине слоя во всех рассмотренных случаях проницаемость нелинейно зависит от пористости, тогда как и в формуле Кнудсена, и в формуле Клаузинга эта связь линейная. Для практического применения полученных численных результатов нами была предложена аппроксимирующая формула для “эффективного радиуса капилляра”, входящего в исходную формулу Клаузинга для прямой трубы. Используя полученное соотношение, можно аппроксимировать полученные численные результаты с точностью около 4%. Практическая важность полученной простой аппроксимации связана с тем, что темп газопроизводства должен быть рассчитан в рамках согласованной модели тепло- и массопереноса в приповерхностном слое. Для решения такой задачи невозможно использовать требующий большого объема вычислений метод трассировки частиц (когда используются сотни тысяч тестовых частиц, а число столкновений в слое исчисляется сотнями миллионов). Поэтому нам нужна простая функция

для расчета проницаемости слоя, не содержащая дополнительных свободных модельных параметров.

В данной работе мы существенно расширим ряд рассматриваемых моделей, преследуя прежнюю цель: провести систематические численные расчеты и на их основе получить аппроксимирующие функции для проницаемости. Основное упрощение, сделанное в (Skofov и др., 2011) — это предположения об однородности слоя и одинаковом размере всех частиц. Наблюдения, сделанные аппаратом Розетта, убедительно показывают, что оба эти предположения являются значительной идеализацией. Ниже мы рассмотрим: 1) бимодальные слои, т.е. слои, составленные из частиц, имеющих существенно разные размеры; 2) слои, содержащие относительно крупные полости внутри слоя; 3) слои, имеющие вертикальные разломы или микротрещины. Именно роль этих структурных неоднородностей будет в центре нашего внимания. Для сравнения мы будем использовать модели однородных слоев, имеющих близкую пористость. Общая схема предлагаемого анализа следующая.

— На первом шаге мы получаем и анализируем функцию распределения длин отрезков между двумя последовательными столкновениями в слое. Поскольку в модели отсутствуют межмолекулярные столкновения, то это распределение можно называть распределением длин пробегов молекул.

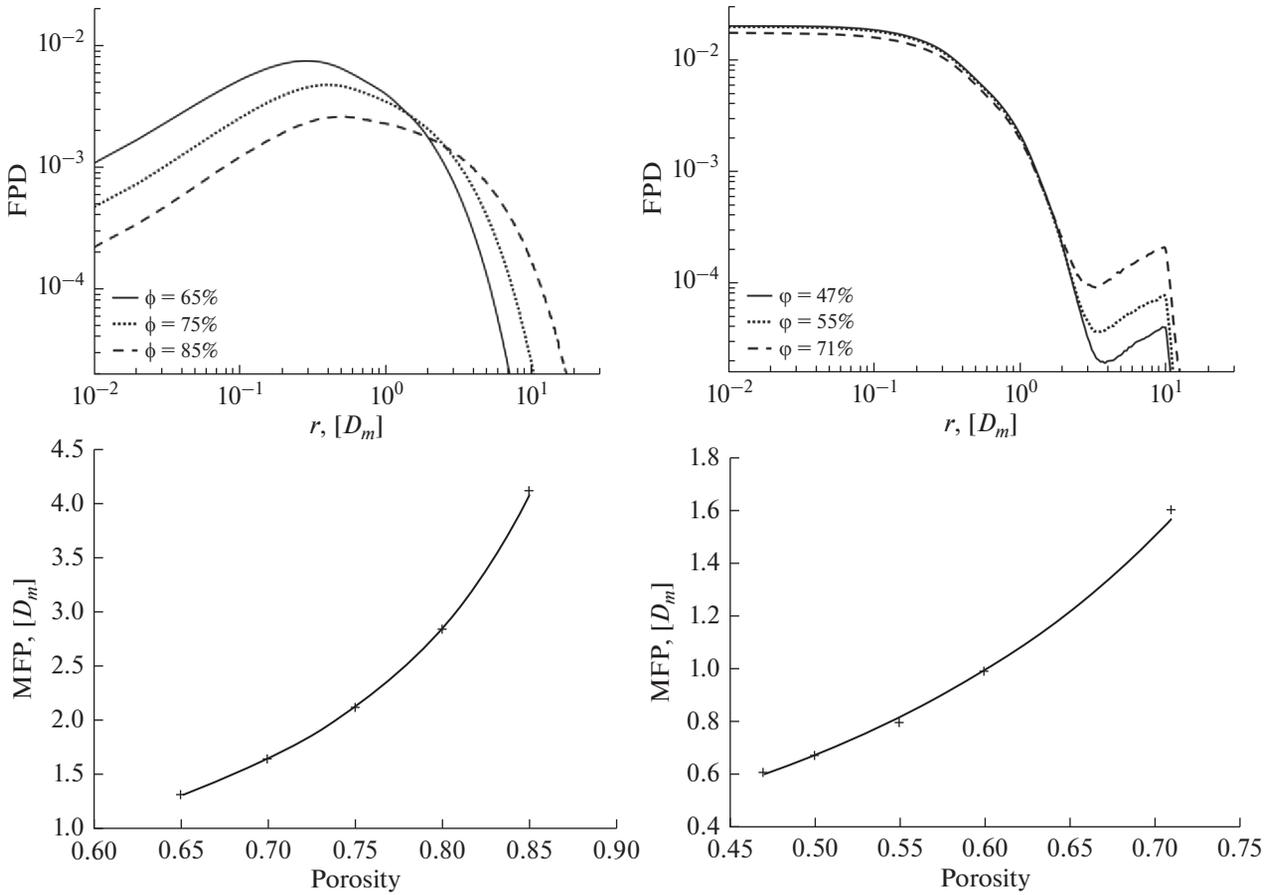
— Зная эти распределения, мы вычислим средние значения длин пробегов. Эти величины широко используются в качестве характеристики, задающей “эффективный размер пор”  $\Omega$ . Важно подчеркнуть, что мы будем использовать эту модельную характеристику вместо “эффективного радиуса капилляра”, использованного в (Skofov и др., 2011).

— На основе полученных результатов будут получены аппроксимационные формулы, связывающие проницаемость с толщиной слоя и эффективным размером пор, который является в модели функцией пористости.

Рассмотрим результаты расчетов представленных на рис. 2. В верхнем ряду показаны функции распределения длин пролетов для монодисперсных однородных слоев (левый столбец) и слоев, содержащих полости (правый столбец). Для однородных слоев пористость изменяется от 65 до 85%. Как нетрудно видеть, максимальное значение функция распределения достигает при длине пролета от примерно 0.3 диаметра мономера (пористость 65%) до 0.5 диаметра мономера (пористость 85%). Затем функция монотонно падает, и при длине около 10 диаметров ее значение составляет около процента от максимального значения. Важно отметить, что в нашей модели обнаружены

пролеты, длина которых заметно превосходит размер пылинок. Их существование наглядно показывает, что выбор размера пылинки в качестве характерного размера пор не является достаточно обоснованным. Для слоев, имеющих полости, в поведении функции распределения заметны особенности. Напомним, что модельные полости созданы при удалении крупных частиц (размер которых в десять раз больше размера основных мелких пылинок). Число этих крупных частиц изменялось от ~50 до ~200, после их удаления результирующая пористость слоя изменяется от 47% до 71% соответственно. Хорошо видно появление вторичных максимумов в функции распределения, возникающих из-за появления “длинных” пролетов: эта ситуация возникает, когда тестовая частица влетает в полость после рассеяния на мелкой пылинке. Поскольку эти пролеты зависят от размера полости, положения вторичных максимумов мало изменяется при изменении пористости. Однако от пористости зависит количество полостей и, значит, абсолютное количество длинных пролетов. Таким образом, величина вторичного максимума тем больше, чем выше пористость модельного слоя. Так же как в случае однородных слоев мы видим незначительную долю пролетов, длина которых превышает размер полости. В рассматриваемом случае имеется явное бимодальное распределение длин пролетов, отражающее структуру слоя, в котором есть поры двух характерных размеров. (Заметим, что в рассматриваемых модельных слоях мы не можем строго использовать термин “размер пор”: дисперсная фаза образует “скелет”, и все “поры” связаны между собой. Более строго следует говорить о характерных длинах пролетов.) В нижнем ряду показаны зависимости средней длины пролета от пористости слоя для моно- (левая панель) и би дисперсных (правая панель) слоев. Следует подчеркнуть, что заметные различия в поведении распределения длин пролетов (верхний ряд) не оказывают заметного влияния на вид зависимости. В обоих случаях среднее значение увеличивается по мере увеличения пористости и характер зависимости не изменяется. Этот результат кажется важным с практической точки зрения, поскольку он позволяет предположить, что проницаемость рассматриваемых слоев также будет зависеть от пористости похожим образом. Как и в случае однородных монодисперсных слоев (Skofov и др., 2011), зависимость средней длины пролета от пористости хорошо описывается теоретической зависимостью вида  $\sim \phi / (1 - \phi)$  (Dullien, 1991).

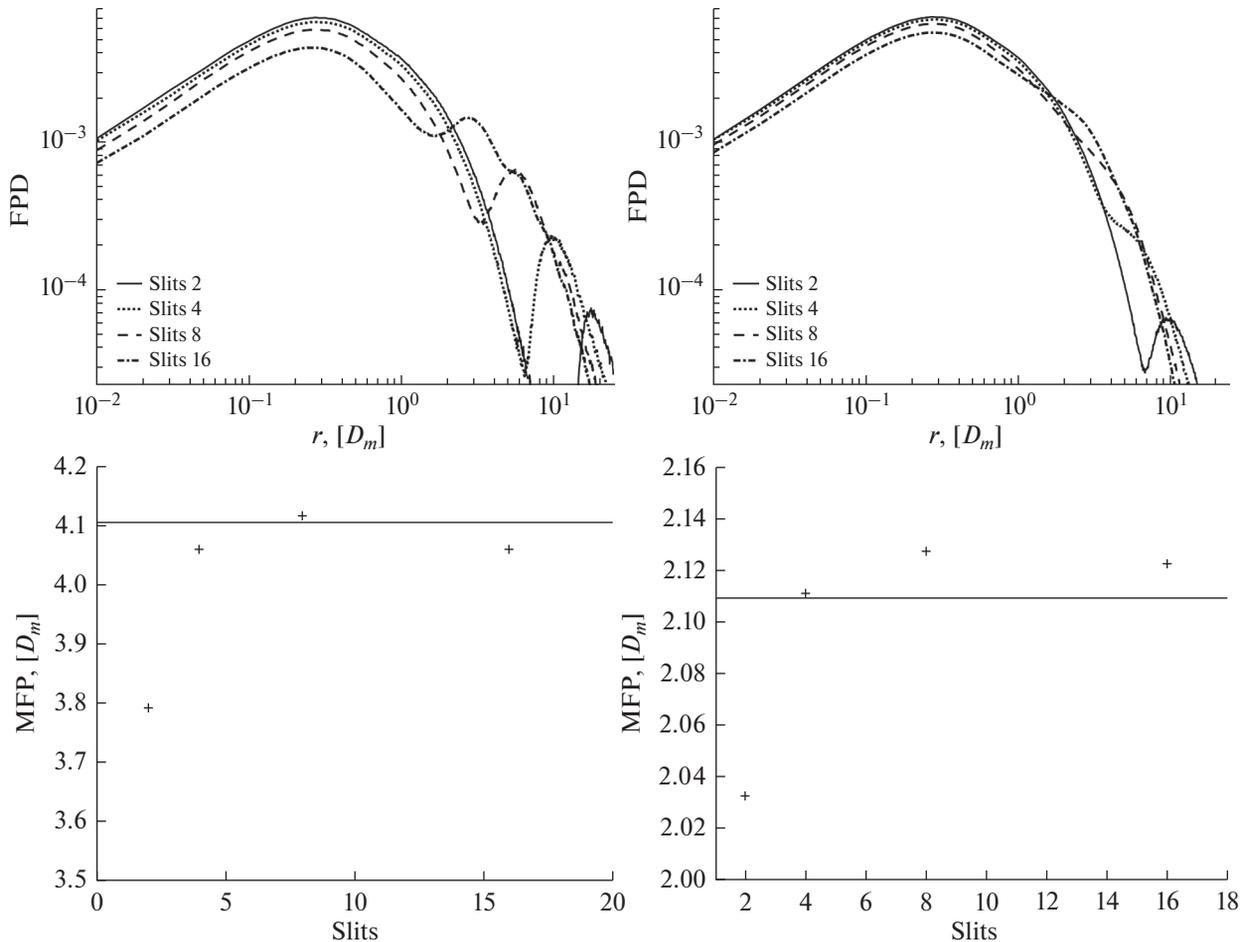
На следующем рисунке (рис. 3) показаны результаты, полученные для слоев со щелями. Эти неоднородные слои создавались удалением частей из первоначально однородного слоя, имеющего пористость 65%. В верхнем ряду показаны функции распределения длин пролетов для слоев



**Рис. 2.** Верхний ряд: распределения длин пролетов тестовых частиц (FPD), для однородных монодисперсных слоев с пористостью 65, 75 и 85% (левая верхняя панель) и слоев с полостями с пористостью 47, 55, 71% (правая верхняя панель). Длины приведены в диаметрах мономеров. Нижний ряд: средние длины пробегов частиц (MFP) для однородных монодисперсных слоев (левая нижняя панель) и слоев с полостями (правая нижняя панель) в зависимости от пористости слоя  $\phi$ . Результаты расчетов показаны крестиками. Сплошные кривые показывают аппроксимирующую зависимость  $\sim \phi/(1-\phi)$  (Dullien, 1991).

с результирующей пористостью 75% (левая панель) и 85% (правая панель). Поскольку пористость слоя задана, то при изменении числа щелей в рассматриваемом образце изменяется их ширина. Как и в случае с полостями в распределении пролетов возникают вторичные максимумы. Очевидно, что ширина щели задает некоторый ожидаемый интервал для пролетов через щель. Напомним, что мы рассматриваем чисто диффузное рассеяние при столкновении тестовой частицы с пылинкой в слое (т.е. в точке столкновения генерируются новые значения направляющих косинусов для полу-Максвелловского распределения). Из-за различной ширины щели положение этих вторичных максимумов также различается: по мере уменьшения ширины максимумы сдвигаются в сторону меньших длин пролетов и их относительная амплитуда уменьшается. Таким образом, мы видим, что не только пористость, но и характерные размеры неоднородностей (разрывов) в слое влияют на распределение длин пролетов.

Для анализа средних значений длин пролетов мы сравнивали их с соответствующими значениями, полученными для однородных слоев, имеющих близкие значения пористости. Из-за дискретности модели можно говорить только о приблизительно такой же пористости образцов, мы не ставили цель получить абсолютно одинаковые значения, но контролировали малость отклонения. На нижних панелях рис. 3 показаны средние значения пролетов в зависимости от числа щелей (или, что то же самое, их ширины). Горизонтальная сплошная линия показывает значение, полученное для соответствующего однородного одно-модального слоя. Как видно, различия в средних значениях незначительны и не превосходят 8%. Этот результат объясняется тем, что относительная доля длинных пролетов (т.е. пролетов через щель) невелика. Они не могут заметно изменить среднее значение. Таким образом, мы делаем вывод, что для всех проведенных испытаний слоев

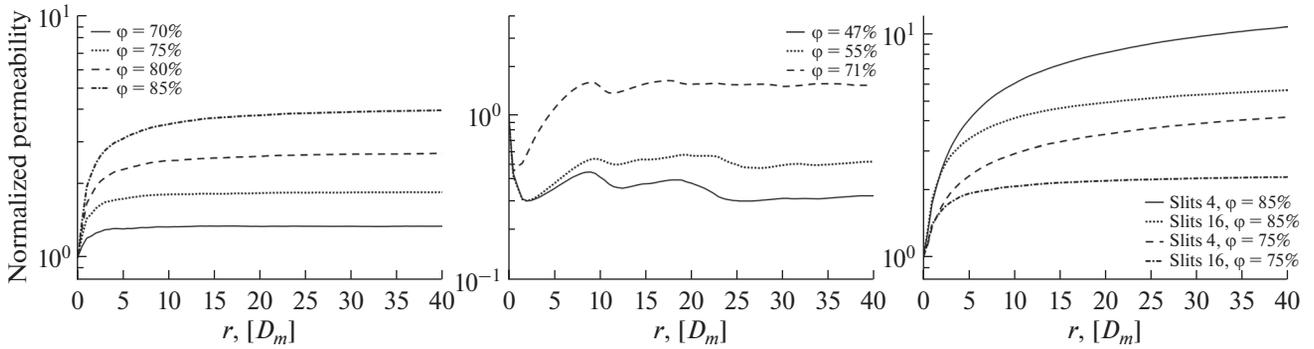


**Рис. 3.** Верхний ряд: распределения длин пролетов тестовых частиц (FPD) для монодисперсных слоев со щелями и результирующей пористостью 85% (левая верхняя панель) и 75% (правая верхняя панель). Слои со щелями построены из однородного монодисперсного слоя с исходной пористостью 65%. Количество щелей меняется от 2 до 16 (см., описание на вставке). Все длины приведены в диаметрах мономеров слоев. Нижний ряд: средние длины пробега частиц (MFP) в зависимости количества щелей для монодисперсных слоев с пористостью 85% (левая нижняя панель) и 75% (правая нижняя панель). Результаты расчетов показаны крестиками. Сплошная кривая – средняя длина пробега для однородного монодисперсного слоя, имеющего близкую пористость (85% левый график и 75% правый график, соответственно).

со щелями их число не изменяет существенно среднюю длину пролета при заданной пористости.

Перейдем теперь к оценке проницаемости слоя. На рис. 4 показана проницаемость как функция толщины слоя для однородных монодисперсных слоев, имеющих различную пористость (левая панель), для бидисперсных слоев различной пористости, имеющих полости (центральная панель), и для слоев со щелями, имеющих различную пористость (правая панель). Все проницаемости нормированы на проницаемость однородного монодисперсного слоя, имеющего самую низкую пористость (65%). Мы выбрали такую форму представления по нескольким причинам. Во-первых, это значение пористости можно рассматривать как возможное нижнее значение пористости, полученное из анализа наблюдений

(Pätzold и др., 2016). Во-вторых, ниже мы приводим таблицу, содержащую коэффициенты аппроксимирующих функций, которые позволяют получить с достаточной точностью абсолютные значения проницаемости. Поэтому на рисунке мы хотим показать относительные изменения этой характеристики прежде всего в зависимости от пористости, а также структурных неоднородностей слоя. Из анализа результатов видно, что проницаемость заметно зависит от пористости. Даже относительно небольшие изменения  $\phi$  (от 65 до 75% и от 75 до 85%) для однородного слоя приводят приблизительно к удвоению проницаемости. Причем это относительно увеличение мало изменится при росте толщины слоя, оставаясь примерно постоянным, начиная с толщин в 5–10 размеров частиц. Для слоев, содержащих полости (центральная панель), поведение кривых



**Рис. 4.** Нормированная проницаемость монодисперсных слоев как функция толщины слоя. В качестве нормировочной функции использовалась проницаемость однородного монодисперсного слоя с наименьшей пористостью 65%. Левая панель: проницаемость однородных монодисперсных слоев с пористостью 70, 75, 80, 85%. Центральная панель: проницаемость монодисперсных слоев с полостями и пористостью 47, 55, 71%. Правая панель: проницаемость монодисперсных слоев с различным количеством щелей и пористостью 75 и 85%.

более сложное. Лишь для толстых слоев ( $>20D_m$ ), отношения проницаемостей становятся близкими к постоянному значению. Как и в случае однородного слоя, изменение средней пористости примерно на 10% приводит к изменению проницаемости вдвое. Для случая, когда в слое имеются трещины, значение имеет не только средняя пористость слоя, но и относительная ширина трещины (щели). Этот эффект хорошо виден на графике, показанном на правой панели. Мы привели результаты, полученные для двух значений средней пористости: 75 и 85%. При заданной средней пористости мы изменяли число щелей, а, следовательно, их ширину. В случае узких щелей (их число равно 16) поведение кривых весьма близко к результатам, полученным для однородного слоя: увеличение пористости на 10% приводит к приблизительно удвоению проницаемости. Для случая широких щелей (их число равно 4, а толщина в четыре раза больше, чем в первом случае) проницаемость растет заметно быстрее: наличие широких щелей приводит к дополнительному росту. Для слоев толщиной  $40D_m$  проницаемость выше проницаемости аналогичного однородного слоя примерно в 2–2.5 раза. Таким образом, мы делаем вывод, что присутствие неоднородностей может заметно изменить проницаемость слоя. Этот вывод, безусловно, важен для кометных моделей расчета газопроизводительности и пылевой активности.

Как мы подчеркивали выше, применение метода тестовых частиц требует большого времени моделирования. Это не позволяет включать такой вычислительный блок непосредственно в модели, описывающие тепло- и массоперенос в кометном ядре. Поэтому так важно получить удовлетворительные аппроксимирующие формулы, которые позволили бы учесть сопротивление пористого слоя течению газа. Один из вариантов

такой аппроксимации был нами ранее получен в (Skorov и др., 2011). В данной работе мы используем другой вид аппроксимирующей функции, следуя подходу, использованному нами ранее для анализа экспериментальных результатов (Gundlach и др., 2011). А именно, мы будем искать приближающую функцию вида  $\sim 1/(a + bL/MFP)$ , которая содержит две характеристики слоя: его толщину  $L$  и среднее значение длины пролета  $MFP$  и два коэффициента. Полученные результаты аппроксимации для всех проведенных численных экспериментов сведены в табл. 1. Кроме указанных параметров мы приводим также значение Хи-квадрата Пирсона.

В качестве иллюстрации на рис. 5 мы приводим несколько примеров относительных отклонений значений, полученных с помощью табличных функций от вычислительных результатов. Видно, что наибольшие отклонения наблюдаются для слоев с полостями, причем эти отклонения не носят систематический характер. Видимо, они обусловлены тем, что полости в наших модельных слоях действительно расположены случайным образом, поэтому проницаемость не такая гладкая функция, как это наблюдается для однородных слоев (см. рис. 4, центральная панель). Однако, принимая во внимание то обстоятельство, что пористость приповерхностного слоя известна нам лишь приблизительно, а ее влияние заметно больше, чем влияние аппроксимации, мы считаем, что эти отклонения допустимы при использовании в моделях тепло-массопереноса.

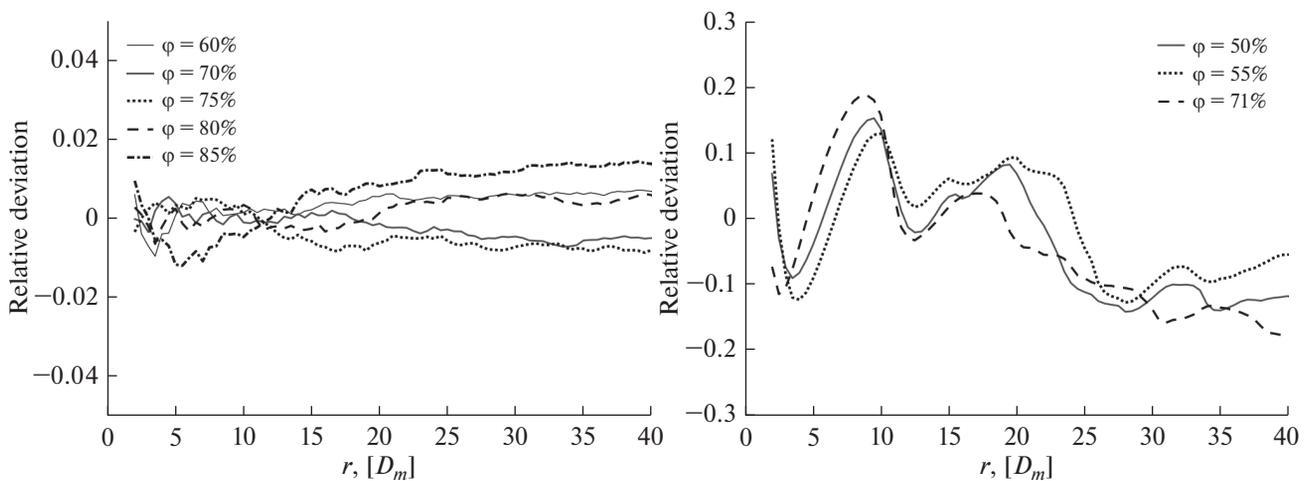
Как было отмечено выше, подходы, основанные на описании пористости как связки цилиндрических капилляров, используют для расчета проницаемости еще один модельный параметр — извилистость  $\tau$ . В исследованиях, относящихся к физике комет (например, Mekler и др., 1990; Enzian и др., 1997; Skorov и др., 1999; Hubner и др.,

**Таблица 1.** Аппроксимация проницаемости:  $\Psi = 1/(a + bL/MFP)$

Описание слоя	MFP, $D_m$	$a$	$b$	$\chi^2$
Однородный, $\phi = 0.65$	1.303	0.092	2.146	$1.15e-7$
Однородный, $\phi = 0.70$	1.633	0.342	1.967	$4.18e-8$
Однородный, $\phi = 0.75$	2.109	0.498	1.820	$1.53e-7$
Однородный, $\phi = 0.80$	2.834	0.667	1.696	$1.63e-7$
Однородный, $\phi = 0.85$	4.106	0.759	1.614	$2.07e-6$
С полостями, $\phi = 0.44$	0.607	3.074	2.510	$3.50e-6$
С полостями, $\phi = 0.46$	0.671	4.393	2.403	$2.84e-6$
С полостями, $\phi = 0.50$	0.795	6.754	2.227	$4.20e-6$
С полостями, $\phi = 0.57$	0.993	5.931	1.661	$1.56e-5$
С полостями, $\phi = 0.70$	1.603	4.508	1.293	$4.26e-5$
Со щелями, Slits 2, $\phi = 0.85$	3.791	1.888	0.369	$1.45e-4$
Со щелями, Slits 4, $\phi = 0.85$	4.061	1.497	0.503	$9.55e-5$
Со щелями, Slits 8, $\phi = 0.85$	4.117	1.262	0.763	$6.49e-5$
Со щелями, Slits 16, $\phi = 0.85$	4.060	1.071	1.152	$2.65e-5$
Со щелями, Slits 2, $\phi = 0.75$	2.033	2.070	0.678	$1.05e-4$
Со щелями, Slits 4, $\phi = 0.75$	2.111	1.612	0.823	$5.44e-5$
Со щелями, Slits 8, $\phi = 0.75$	2.128	1.194	1.116	$1.70e-5$
Со щелями, Slits 16, $\phi = 0.75$	2.122	0.818	1.503	$1.05e-6$

2006), широко используется формула для проницаемости, предложенная в (Fanale и Salveil, 1984), в которой проницаемость среды прямо пропорциональна ее пористости и обратно пропорциональна квадрату извилистости. При том считается, что радиус капилляра постоянная величина, не зависящая от этих характеристик.

В (Skorov и др., 2011) мы подробно обсуждаем различные модели для оценки извилистости. Здесь мы лишь коротко остановимся на оценке этой характеристики, которую можно получить из наших расчетов. Несмотря на очень широкое использование, извилистость определяется по-разному в различных исследованиях. Мы будем



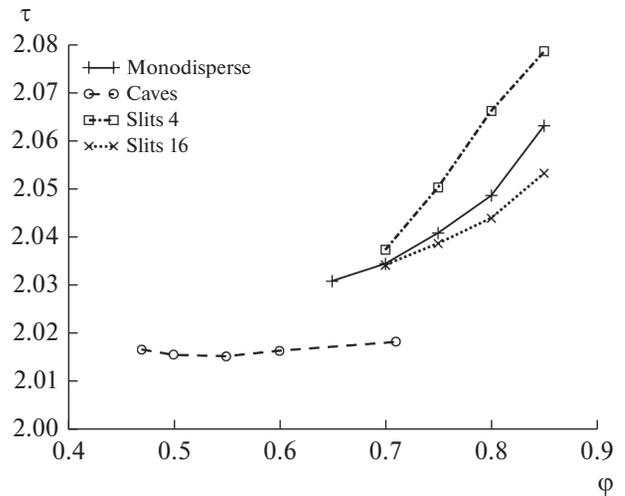
**Рис. 5.** Относительное отклонение рассчитанной проницаемости от аппроксимирующей функции (табл. 1) для однородных моносферных слоев с пористостью 65–85% (левая панель) и неоднородных слоев с полостями и пористостью 50–71% (правая панель).

следовать одному из определений, где извилистостью называется отношение средней длины пролета к среднему вертикальному смещению в направлении диффузии между последовательными столкновениями  $\tau = MFP/\Delta$ .

На рис. 6 мы представили результаты, полученные для модельных слоев, имеющих различную структуру и пористость. Показаны результаты для монодисперсных и бидисперсных слоев, а также для слоев с полостями. Хорошо видно, что во всех случаях значение извилистости очень близко к двум. Такое значение было получено в (Markin, 1965), где рассматривалась модель цилиндрических пор с изотропным распределением их ориентации в пространстве. Следует отметить, что во многих экспериментах наблюдалась зависимость извилистости от проницаемости. Теоретические модели, включающие такую зависимость, разрабатывались неоднократно. Обзор таких результатов можно найти в (Boudreau, 1996). Моделирование показало, что в рассмотренных случаях можно не учитывать изменения извилистости с изменением пористости. Таким образом, для наших модельных слоев учет извилистости в приближении цилиндрических капилляров сводится к умножению на константу.

## КИНЕТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВЫЛЕТЕВШИХ МОЛЕКУЛ

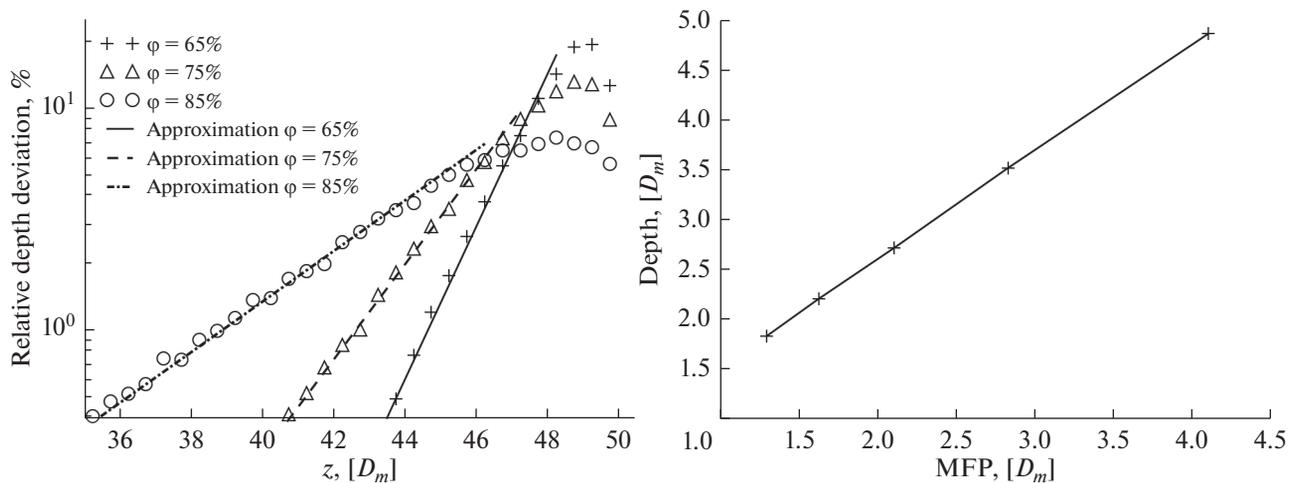
Проведенные компьютерные эксперименты позволяют рассмотреть еще один эффект, который имеет значение для анализа внутренней комы. В работе (Skorov и Rickman, 1995) мы отмечали, что эффективная температура газа, прошедшего через нагретый солнечным излучением пористый пылевой слой, может существенно отличаться от температуры сублимирующего льда. Это означает, что абсолютное значение скорости молекул газа может быть намного выше. Также в модели прямых цилиндрических капилляров было показано, что и угловое распределение вылетевших молекул может заметно отличаться от классического полу-Максвелловского распределения. В цитируемой работе эти эффекты рассматривались с точки зрения их влияния на реактивную силу и возникающие негравитационные силы, действующие на ядро. Анализ наблюдений Розетты дал новый импульс изучению этих эффектов. Прежде всего, они могут иметь значение для интерпретации наблюдений, сделанных инструментом MIRO (Marschall и др., 2019). Ниже мы рассмотрим, как изменяются распределение абсолютного значения скорости и ее угловое распределение для наших моделей случайных пористых сред и сравним со значениями, полученными в рамках капиллярной модели.



**Рис. 6.** Извилистость  $\tau$ , рассчитанная для разных типов слоев в зависимости от средней пористости. Показаны результаты для: а) однородных монодисперсных слоев (Monodisperse), б) неоднородных слоев с полостями (Caves), в) неоднородных слоев со щелями, имеющими 4 или 16 щелей (Slits 4 и Slits 16, соответственно).

Строго говоря, для получения аккуратной оценки значений температуры вылетевших молекул следует более детально описать акт элементарного столкновения молекулы и пылинки. Например, это предполагает введение в рассмотрение коэффициента тепловой аккомодации при столкновении. В данном исследовании, стараясь сохранить максимально возможную простоту модели, мы предполагаем, что имеет место диффузное рассеяние с полной тепловой аккомодацией, т.е. тепловая скорость пылинки после столкновения полностью определяется температурой пылинки в точке столкновения. В этом случае мы получаем максимальный нагрев газа более горячим пылевым слоем, т.е. полученный результат – это оценка сверху. Очевидно, что в таком приближении распределение абсолютного значения скорости вылетевших молекул сводится к определению распределения глубины последнего столкновения в слое перед вылетом тестовой частицы.

Относительная доля вылетевших из слоя частиц как функция вертикальной координаты последнего рассеяния показаны на рис. 7. Для оценки этой характеристики мы разбивали весь слой на подслои толщиной, равной радиусу меньшей сферы  $D_m/2$ . Положение слоя (можно говорить о номере слоя) полностью задается расстоянием до его верхней границы, выраженным в диаметрах малой сферы. После этого подсчитывалось (в процентах), какая часть вылетевших тестовых частиц имела последнее столкновение до вылета в данном подслое. Результаты пред-



**Рис. 7.** Относительная доля частиц, покинувших слой, как функция вертикальной координаты (левая панель). Верхняя граница слоя находится на высоте 50 диаметров мономеров. Показаны результаты для монодисперсных однородных слоев с пористостью 65, 75, 85%. Линиями показаны результаты экспоненциальной аппроксимации, построенной для глубин более 1 средней длины пробега частиц в слое. На правой панели для однородных монодисперсных слоев показана эффективная глубина вылета частиц как функция средней длины пролета в слое MFP, измеренной в диаметрах частицы. Эффективная глубина определялась как показатель в выражении для экспоненциальной аппроксимации, приведенной на левой панели.

ставлены для однородных слоев имеющих различную пористость (степень заполнения отличается более чем в два раза). Хорошо видно, что для всех рассмотренных случаев относительная доля вылетевших частиц сначала возрастает по мере приближения к верхней границе слоя, а затем падает вблизи верхней границы слоя. Это падение, очевидно, связано с тем обстоятельством, что распределение точек столкновений по поверхности рассеивающей частицы (т.е. сферы) становится все более асимметричным (верхняя/нижняя полусферы) по мере приближения к верхней грани нашего слоя. Для восходящей (растущей) части функции распределения удовлетворительной является экспоненциальная аппроксимация: соответствующие результаты показаны линиями (см. вкладку на левой панели).

Используя экспоненциальный вид аппроксимации, мы можем говорить об “эффективной” глубине вылета, как о глубине, на которой число вылетевших частиц уменьшается в  $e$  раз. Как можно было предположить, эта характеристика возрастает линейно с увеличением среднего размера поры, который мы описываем средним значением длины пролета MFP (правая панель рис. 7). Поскольку в нашей модели MFP пропорциональна отношению пористости к фактору заполнения  $\sim \phi / (1 - \phi)$ , это означает, что зная пористость слоя, мы можем легко оценить толщину подслоя, из которого вылетает две третьих всех молекул. Если учесть, что в дневное время температура поверхности может нагреваться до температуры, значительно превышающей температуру сублимирующего льда (Skogov и др., 2017), то вклад этих

молекул возрастает еще более и становится определяющим в температуру газа, прошедшего через неизотермический пористый слой. Для получения количественных оценок необходимо сделать дополнительные предположения о распределении температуры в пылевом слое. Как было показано в (Skogov и Rickman, 1995), можно считать, что тепловой поток, связанный с движением газа, очень мал, и время диффузии много меньше времени, при котором распределение температуры изменяется существенно. В этом приближении можно считать, что температура в пылевом слое линейная функция глубины. Таким образом, задавая значения граничных температур, мы получим весовое распределение температуры вылетевших молекул и среднее значение температуры. Систематические расчеты показывают (Skogov и др., 2017), что разница между температурой поверхности и температурой ледяного фронта может достигать 100°–200° при толщине слоя менее одного сантиметра. Результаты расчетов, проведенных для слоев различной толщины и пористости, приведены в табл. 2. Считалось, что температура сублимирующего водяного льда равна 200 К, а температура поверхности – 300 К. В первом столбце приведено название слоя, содержащее значение пористости, во втором столбце – соответствующее значение средней длины пролета MFP. В следующих столбцах приведены пары толщина слоя и средняя температура газа для трех значений толщины. Также показаны соответствующие значения “эффективной глубины” для каждой толщины слоя. Как видно из таблицы, уменьшение толщины слоя (что соответствует в

**Таблица 2.** Температура газа, выходящего из неизотермического слоя

Слой	MFP, $D_m$	$T$ , К ( $L = 50$ )	$Z_{eff}$ , $D_m$ ( $L = 50$ )	$T$ , К ( $L = 25$ )	$Z_{eff}$ , $D_m$ ( $L = 25$ )	$T$ , К ( $L = 12$ )	$Z_{eff}$ , $D_m$ ( $L = 12$ )
Однородный, $\phi = 0.65$	1.30	296.3	1.84	292.7	1.84	284.7	1.84
Однородный, $\phi = 0.70$	1.63	295.6	2.21	291.2	2.21	281.6	2.21
Однородный, $\phi = 0.75$	2.11	294.6	2.71	289.1	2.71	277.4	2.71
Однородный, $\phi = 0.80$	2.83	293.0	3.52	285.9	3.52	271.1	3.47
Однородный, $\phi = 0.85$	4.11	290.3	4.86	280.6	4.85	261.5	4.62

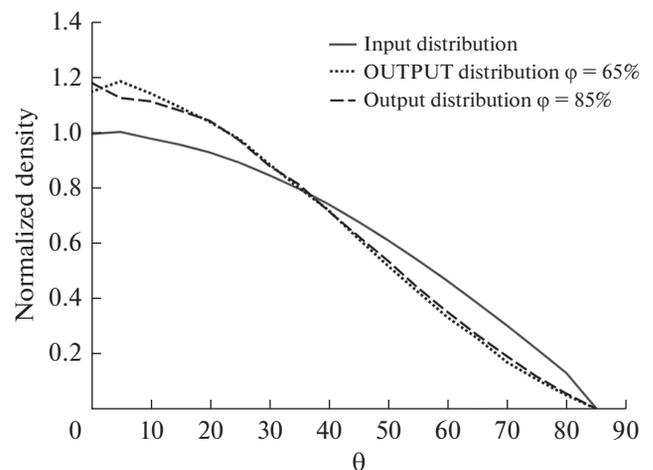
рассматриваемых случаях увеличению градиента температуры) приводит к линейному изменению отклонения температуры газа. Эффективная глубина “формирования температуры газа” для слоев, безразмерная толщина которых больше трех, изменяется очень незначительно. Из рассмотренных случаев только в пористом слое, обладающем наибольшей пористостью 85% и толщиной в 12 размеров частиц, мы замечаем уменьшение  $Z_{eff}$  на 5%. Это связано с малой безразмерной толщиной слоя: отношение толщины слоя к средней длине пролета ( $L/MFP$ ) меньше трех.

Проведенные расчеты показывают, что температура вылетевших молекул изменяется в зависимости от нескольких модельных параметров (разница температур, толщина слоя, пористость). Таким образом, анализ тех наблюдений, где эта характеристика важна, требует совместного использования результатов тепловой модели и моделирования транспортных характеристик слоя.

Кроме температуры для описания вылетевших молекул имеет значение их угловое распределение. В силу симметрии задачи это распределение можно характеризовать одним углом между направлением вектора скорости молекулы и нормалью к поверхности. Для прямого цилиндрического капилляра такое исследование было выполнено в (Skofov и Rickman, 1995). Было показано, что из-за цилиндрической формы капилляра происходит “фокусировка” углового распределения: скорость вылетевших молекул в большей степени направлена по нормали к поверхности, и среднее значение угла уменьшается по мере увеличения длины капилляра. На рис. 8 показаны распределения угла вылетевших молекул по отношению к нормали к границе слоя. Начальное распределение углов для входящих тестовых частиц, соответствующее полу-Максвелловскому распределению, показано сплошной линией. Результаты, полученные для монодисперсных слоев с пористостью 65 и 85%, показаны точечной и штрихпунктирной линиями, соответственно.

Для того чтобы проверить влияние модели рассеяния на результат, мы провели аналогичное моделирование для слоя с зеркальным рассеянием. Полученные результаты отличаются очень не-

значительно во всем диапазоне углов. Видно, что, как и в случае цилиндрического капилляра, имеет место незначительная коллимация углового распределения: при сохранении общего вида распределения среднее значение угла меньше 45%. Величина среднего угла не изменяется заметно при изменении степени заполнения более чем в два раза. Для всех рассмотренных случаев это значение равно примерно 40°. Напомним, что для цилиндрического длинного капилляра это значение составляет около 37°, что, видимо, может рассматриваться как нижний предел для этой величины. Эти изменения соответствуют относительным изменениям косинуса угла примерно на 10%. Мы делаем вывод, что изменение абсолютной скорости при прохождении неизотермического слоя имеет намного большее значение, чем изменение углового распределения молекул (как при диффузном, так и при зеркальном рассеянии).



**Рис. 8.** Распределение угла вектора скорости тестовых частиц по отношению к внешней нормали к границе слоя. Сплошная линия — начальное распределение скорости тестовых частиц на нижнем основании, что соответствует полу-Максвелловскому распределению. Пунктирная и точечная линии — распределения направления вектора скорости частиц, вылетевших из однородных слоев с пористостью 85 и 65%, соответственно.

**Таблица 3.** Аппроксимация первых пролетов формулой  $a \times \exp(-bz)$

Слой	$a$	$b$
Однородный, $\varphi = 0.65$	0.01130	0.885
Однородный, $\varphi = 0.70$	0.00878	0.691
Однородный, $\varphi = 0.75$	0.00707	0.542
Однородный, $\varphi = 0.80$	0.00542	0.410
Однородный, $\varphi = 0.85$	0.00387	0.291

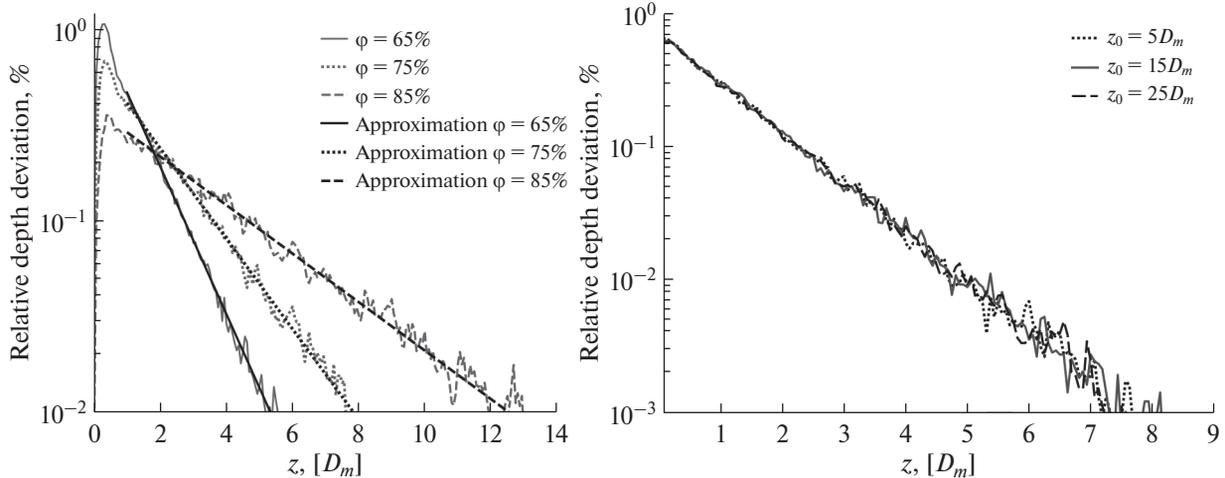
### ОСЛАБЛЕНИЕ ПРЯМОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ПОГЛОЩАЮЩЕМ СЛОЕ

В заключительной части нашего исследования мы рассмотрим еще один важный с прикладной точки зрения вопрос, непосредственно относящийся к моделированию процессов переноса энергии в пористом поверхностном слое. Как было отмечено выше, мы имеем убедительные доказательства того, что как поверхностный слой, так и все кометное ядро в целом обладают очень высокой пористостью. Для кометы Чурюмова–Герасименко пористость превышает 60%. Очевидно, что даже в простейшем случае, который и будет подробно рассмотрен ниже (когда считается, что прямое солнечное излучение лишь поглощается средой), солнечная энергия проникает на некоторую глубину, т.е. имеет место объемное поглощение энергии, а не поверхностное. Впервые эта проблема в кометных исследованиях была количественно рассмотрена в (Davidsson и Skorov, 2002). В этой работе мы подробно анализировали оптические характеристики частиц, которые образовывали пористый поверхностный слой. Мы предполагали, что значительную часть этих частиц составляет водяной лед. Были рассмотрены различные модели, описывающие структуру пыле-ледяных частиц. Затем решалось уравнение переноса излучения, и находился профиль ослабления интенсивности входящей радиации. Заметим, что использование классического уравнения переноса для моделирования излучения в плотно упакованной пористой среде в общем случае является необоснованным упрощением. В качестве работы, где данная проблема рассмотрена гораздо более аккуратно, мы адресуем читателя к недавней публикации (Markkanen и Agarwal, 2019). Davidsson и Skorov (2002) рассматривали однородную пористую среду, содержащую смесь пыли и льда, т.е. не предполагалось существование на поверхности пылевой мантии. Тем не менее основной эффект, отмеченный в этой работе, это эффект немонотонного поведения температуры в облучаемом слое и достижении максимальной температуры не на поверхности, а на некоторой глубине внутри слоя, которая зависит от пористости и размера образующих частиц. Этот эффект был подтвержден в лабораторных экспериментах

(Kaufmann и др., 2006; Kaufmann и Hagermann, 2017). Предсказанное в работе немонотонное поведение температуры может оказывать влияние на расчет яркостной температуры, который необходим для анализа наблюдений инструментов VIRTIS и MIRO (см. например, анализ, выполненный в Macher и др., 2019). Кроме того, такое распределение температуры может заметно изменять количество энергии, поставяемой к фронту сублимации льда, а значит, изменять темп сублимации и, наконец, наблюдаемое газопроизводство.

В данной работе мы рассмотрим случай, когда солнечное излучение поглощается в поверхностном пылевом пористом слое. Частицы имеют размер ( $>10$  мкм) много больше, чем длины волн в видимом диапазоне. Кроме того, частицы только поглощают излучение, излучая лишь в тепловом диапазоне. Это тепловое излучение в данной работе не рассматривается. Наша задача заключается в: 1) моделировании ослабления прямого излучения методом пробных частиц и 2) оценке коэффициента ослабления, предполагая, что ослабление интенсивности можно аппроксимировать экспоненциальной зависимостью. С учетом сделанных допущений, первая задача решается в приближении геометрической оптики, а вторая – в предположении выполнения закона Бугера–Ламберта–Бера.

Нами были проведены систематические расчеты для модельных монодисперсных слоев и неоднородных слоев, содержащих полости. На нижней границе слоя случайным образом задавались начальные координаты тестовой частицы. Все частицы двигались вертикально вверх, поскольку в данном случае они используются для представления плоскопараллельного пучка солнечного излучения. Определялись координаты первого столкновения с пылевыми частицами. Как описано выше, предполагается, что рассматривается идеально поглощающая среда. После этого процедура повторялась для следующей тестовой частицы. В результате многократного повторения мы получаем функцию распределения длин первого пролета. Результаты расчетов для однородных монодисперсных слоев различной пористости приведены на рис. 9 (левая панель). На этом же рисунке приведены аппроксимационные кривые, коэффициенты которых приведены в табл. 3. Вид аппроксимационных функций соответствует закону Бугера–Ламберта–Бера. Хорошо видно, что по мере увеличения пористости (т.е. уменьшения степени заполнения) излучение эффективнее проникает в более глубокие области. Так при характерных кометных значениях пористости остается около 30% прямого солнечного излучения на глубине в 3–4 размера пылевой частицы, а полная толщина поглощающего слоя составляет около 10 размеров пылинок.

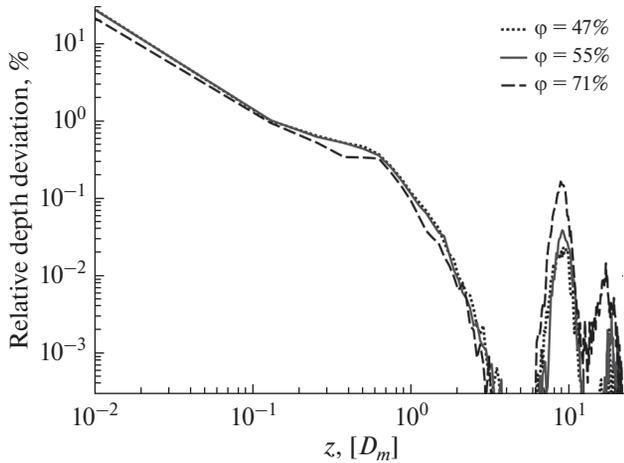


**Рис. 9.** Относительная интенсивность нормально падающего потока частиц для случаев монодисперсных однородных слоев с пористостью 65, 75 и 85% (левая панель). Линиями показаны экспоненциальные аппроксимации, построенные для глубин больших одного диаметра мономера. На правой панели показаны результаты аналогичных расчетов, выполненные для моделей, в которых начальные координаты тестовых частиц задавались на контрольной плоскости, которая находилась внутри слоя на глубинах 5, 15 и 25 диаметров мономера (см. вкладку).

При анализе полученных результатов важно отметить следующее обстоятельство. Как было сказано выше, в стандартной модели координаты всех тестовых частиц задавались на плоскости, которая служит искусственной нижней границей для всех рассматриваемых слоев ( $z = 0$ ). Из алгоритма генерации слоев следует, что все пылевые частицы самого нижнего слоя всегда лежат на этой плоскости. То есть, строго говоря, пористость тонкого под-слоя над этой граничной плоскостью стремится к 1, если толщина этого подслоя стремится к 0. Таким образом, в наших моделях пористость слоев вблизи нижней границы неоднородна. Именно этот искусственный эффект приводит к немонотонному поведению распределения длин первого пролета вблизи нижней границы (см. левую панель рис. 9). Поэтому простая экспоненциальная аппроксимация хорошо работает, начиная примерно с глубины в один размер пылинки. С другой стороны, само предположение о плоской границе пылевого слоя, безусловно, является идеализацией. Граница реальных слоев всегда сложная негладкая поверхность. Тем не менее для практического использования функции объемного поглощения излучения в одномерных моделях теплопереноса (что является нашей конечной целью) мы не можем избежать этого упрощения. Для того чтобы получить зависимость интенсивности от глубины в приграничной области, мы выполнили ряд вычислений в которых плоскость, на которой задавались начальные координаты тестовых частиц, помещалась внутри модельного слоя, где отсутствуют заметные краевые неоднородности. В этих случаях, для части тестовых частиц их начальные

координаты попадали внутрь областей уже занятых пылевыми частицами (поскольку контрольная плоскость пересекала эти сферы). В этом случае мы считали, что длина первого пролета равна 0 (что соответствует поглощению на поверхности). Для остальных тестовых частиц выполнялась стандартная процедура. Изменяя положение контрольной поверхности внутри слоя, мы добились случайного распределения относительного положения мономеров (а значит, и соответствующих их сечений контрольной плоскостью). Таким образом, мы получили некоторое усредненное распределение длин первого пролета для слоя с однородным распределением плотности, что подразумевается в законе Бугера—Ламберта—Бера. Полученные результаты для пористости слоя 65% показаны на рис. 9 (правая панель). Как и ожидалось, для граничной подобласти усредненное распределение становится монотонным. Подобное моделирование было выполнено для всех других монодисперсных слоев различной пористости. Расчеты показали, что разброс значений показателя экспоненты в аппроксимационной формуле (см. табл. 3), полученной таким образом, не превышает 2%.

На следующем шаге были получены оценки распределения глубины первого столкновения для неоднородных слоев, содержащих полости. Естественно предположить, что присутствие вблизи границы слоя полостей, объем которых примерно в тысячу раз превосходит объем сферического мономера, должно заметно сказаться на распределении длин первого пролета. Результаты, показанные на рис. 10, полностью подтверждают это предположение. Для того чтобы отчетливее



**Рис. 10.** Распределение проникновения нормально падающего потока частиц в монодисперсные неоднородные слои с полостями и пористостью 47, 55 и 71%.

проявить роль больших полостей мы несколько изменили условия вычислительного эксперимента. Как было описано выше, бимодальные слои создавались методом гравитационного осаждения частиц, которые первоначально были распределены в большем объеме. Это приводит к тому, что крупные частицы (удаляя которые, мы получаем полости) находятся на некотором ненулевом расстоянии от нижней грани моделируемой области. В данном случае мы задавали начальные положения тестовых частиц на плоскости, поднятой над нижней гранью на один размер мономера. Хорошо видно, что в проведенном эксперименте в распределении длин первого пролета проявляется второй пик, соответствующий пролетам через полость. Очевидно, что по мере снижения пористости образца часть частиц, пролетевших через полость, снижается. Совсем незначительная часть тестовых частиц (доля процента) пролетает до первого столкновения на глубину в несколько размеров полости. Эти частицы не вносят заметный вклад в перенос излучения, и мы их не будем учитывать. В рассматриваемых моделях доля частиц, испытавших первое столкновение на глубине  $z$ , характеризует долю солнечного излучения, проникшего на эту глубину. Поскольку рассматриваемый образец неоднородный по структуре, то и распределение поглощенной энергии как функции глубины тоже неоднородное. Таким образом, используя данный подход, мы получаем возможность оценки влияния полостей на функцию объемного поглощения прямого солнечного излучения в неоднородной пористой среде.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Газовая активность является основополагающей характеристикой комет. Именно изучение

газопроизводства находилось и находится сейчас в центре внимания кометной физики. Последние результаты наблюдений и теоретический анализ убедительно показали, что имеющиеся модели тепло-массопереноса в приповерхностном слое кометного ядра не являются достаточными и требуют существенного развития. Сейчас мы определенно знаем, что газовая активность комет вызывается сублимацией льдов, которые находятся вблизи поверхности ядра и покрыты нелетучим пористым слоем. Параметры этого слоя (пористость, толщина, размер слагающих его частиц и другие) влияют на перенос энергии и продуктов сублимации, определяя эффективное газопроизводство. Поэтому изучение транспортных характеристик пористого приповерхностного слоя является актуальной задачей.

В данной работе рассмотрены типы модельных пористых слоев, сконструированных с использованием различных методов построения. Мы проанализировали как однородные, так и неоднородные по структуре слои, состоящие из непересекающихся сфер и упакованные случайным образом. Впервые в кометной физике сделана попытка рассмотреть роль полостей и микротрещин: такие неоднородности, скорее всего, типичны для приповерхностного слоя кометного ядра (Groussin и др., 2019; El-Maary и др., 2019). Рассматривая свободно молекулярное течение газа в порах и используя метод тестовых частиц, было выполнено систематическое компьютерное моделирование переноса продуктов сублимации в слое. В данной работе мы преследовали следующие цели.

1. Разработать модели различных слоев, обладающих пористостью в диапазоне значений, полученных в наблюдениях кометы 67P/Чурюмова–Герасименко. Представить описание пористой среды, основанное на методах баллистического осаждения, гравитационного осаждения и случайной последовательной упаковки.

2. На основе статистического моделирования получить количественные оценки основных транспортных характеристик, таких как: распределение длин пролетов между столкновениями в слое, извилистость слоя и его проницаемость для газового течения. Рассмотреть изменение кинетической функции распределения молекул, вылетевших из неизотермического пористого слоя. Проанализировали объемное поглощение солнечного света в поглощающем слое.

3. Для основных рассмотренных зависимостей получить простые аппроксимационные формулы, позволяющие включить рассматриваемые эффекты в согласованные модели тепло-массопереноса в кометном ядре. Последний пункт является самым важным и задает практическое направление нашему исследованию. Дело в том, что

статистическое моделирование является весьма время затратным способом анализа. Поскольку мы не знаем точные свойства приповерхностного слоя, на первый план выходит возможность компьютерного анализа большого числа реализаций модели газового течения. Нами были рассмотрены десятки вариантов, отличающихся набором модельных параметров. Прежде всего, мы оценивали роль того или иного модельного параметра (например, как пористость влияет на проницаемость) и после этого получали удовлетворительные аппроксимационные зависимости, принимая во внимание наблюдательную неопределенность в нашем знании.

Нами показано, что для всех рассмотренных слоев средняя длина пролета с достаточной точностью связана с пористостью слоя известным теоретическим соотношением (Dullien, 1991) даже в случае значительных структурных неоднородностей. Это позволяет использовать эту характеристику в качестве “среднего размера пор” и строить общие зависимости для проницаемости, включающие только два параметра: толщину слоя и средний размер пор. Анализ показал, что присутствие структурных неоднородностей (например, полостей) приводит к небольшим изменениям в поведении проницаемости как функции прежде всего толщины слоя.

В случае прохождения газа через неизотермический слой средняя температура вылетевших молекул существенно превышает температуру сублимирующего льда. Зона, в которой главным образом формируется распределение температуры газа, зависит от пористости слоя и составляет 3–4 размера частиц. Очевидно, что средняя температура зависит от градиента температуры, т.е. ее количественная оценка должна быть получена в рамках решения согласованной модели тепло-массопереноса. В то же время угловое распределение вылетевших молекул изменяется незначительно по сравнению с начальным полу-Максвелловским распределением, задаваемым на фронте сублимации. Средние значения угла, отсчитываемого от нормали к поверхности, примерно равно  $40^\circ$ .

В простейшей модели поглощающей среды были получены оценки характерной глубины ослабления прямого солнечного излучения. Для однородных слоев, как и следовало ожидать, эта характеристика связана со средним размером пор. При этом общий ход зависимости хорошо описывается законом Бугера–Ламберта–Бера. Для значений пористости, характерных для поверхности комет, заметная доля излучения проникает на глубину в несколько средних размеров пор. Этот результат четко показывает, что для анализа наблюдений таких инструментов как

MIRO и VIRTIS следует использовать модель объемного поглощения излучения в слое.

Полученные результаты создают основу для дальнейшего развития согласованных моделей тепло-массопереноса в приповерхностном слое кометного ядра. Такие модели необходимы как для анализа свойств поверхности, так и для лучшего понимания глобального поведения газопроизводительности с изменением гелиоцентрического расстояния. Эти исследования будут продолжены в следующих работах.

В. Решетник был поддержан грантом Министерства образования и науки Украины 20БФ051-02 [0120U102178] “Волновые процессы и эффекты в активных резонансных слоистых плазменных средах и метаматериалах”. Л. Резак был поддержан проектом DFG-392267849.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Bentley M.S., Torkar K., Jeszenszky H., Romstedt J., Schmier R., Mannel T.* Cometary dust at the nanometre scale – the MIDAS view after perihelion // European Planetary Science Congress 2015, held 27 September–2 October, 2015 in Nantes, France, id. EPSC2015-441.
- Bhatia S.K.* Capillary network models for transport in packed beds: consideration of pore aspect ratio // *Chemical Engineering Communications*. 1996. V. 154. P. 183–202.
- Bird G.A.* *Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows*. 2nd edition. Oxford Univ. Press, 1994. 484 p. ISBN-13: 978-0198561958
- Blum J., Schräpler R.* Structure and Mechanical Properties of High-Porosity Macroscopic Agglomerates Formed by Random Ballistic Deposition // *Phys. Rev. Lett.* 2004. V. 93. P. 115503.1–115503.4.
- Blum J., Gundlach B., Krause M., Fulle M., Johansen A., Agarwal J., von Borstel I. et al.* Evidence for the formation of comet 67P/Churyumov-Gerasimenko through gravitational collapse of a bound clump of pebbles // *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.* 2017. V. 469. S755.
- Boudreau B.P.* The diffusive tortuosity of fine-grained unlithified sediments // *Geochim. et Cosmochim. Acta*. 1996. V. 60. P. 3139–3142.
- Carman P.C.* *Flow of gases through porous media*. London: Butterworths, 1956.
- Choukroun M., Keihm S., Schloerb F.-P., Gulkis S., Lellouch E., Leyrat C., von Allmen P. et al.* Dark side of comet 67P/Churyumov-Gerasimenko in Aug.-Oct. 2014. MIRO/Rosetta continuum observations of polar night in the southern regions // *Astron. and Astrophys.* 2015. V. 583. A28.
- Clausing P.* Über die Strömung sehr verdünnter Gase durch Röhren von beliebiger Länge // *Ann. Phys. Ser. 5*. 1932. V. 12. P. 961-989.
- Della Corte V., Rotundi A., Fulle M., Gruen E., Weissman P., Sordini R., Ferrari M., Ivanovski S., Lucarelli F., Accolla M., Zakharov V., Mazzotta Epifani E., Lopez-Moreno J.J., Rodriguez J., Colangeli L., Palumbo P., Bussoletti E.,*

- Crifo J.F., Esposito F., Green S.F., Lamy P.L., McDonnell J.A.M., Mennella V., Molina A., Morales R., Moreno F., Ortiz J.L., Palomba E., Perrin J.M., Rietmeijer F.J.M., Rodrigo R., Zarnecki J.C., Cosi M., Giovane F., Gustafson B., Herranz M.L., Jeronimo J.M., Leese M.R., Lopez-Jimenez A.C., Altobelli N. GIADA: shining a light on the monitoring of the comet dust production from the nucleus of 67P/Churyumov-Gerasimenko // *Astron. and Astrophys.* 2015. V. 583. article id. A13, 10 pp. <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201526208>
- Davidsson B.J.R., Skorov Y.V. On the Light-Absorbing Surface Layer of Cometary Nuclei. I. Radiative Transfer // *Icarus.* 2002. V. 156. P. 223–248.
- Davidsson B.J.R., Skorov Y.V. On the Light-Absorbing Surface Layer of Cometary Nuclei. II. Thermal Modeling // *Icarus.* 2002. V. 159. P. 239–258.
- Davidsson B.J.R., Skorov Y.V. A practical tool for simulating the presence of gas comae in thermophysical modeling of cometary nuclei // *Icarus.* 2004. V. 168. P. 163–185.
- Dullien F.A. Porous Media, Fluid Transport and Pore Structure. N.-Y.: Academic Press, 1991.
- El-Maarry M.R., Groussin O., Keller H.-U., Thomas N., Vincent J.-B., Mottola S., Pajola M. et al. Surface Morphology of Comets and Associated Evolutionary Processes: A Review of Rosetta's Observations of 67P/Churyumov-Gerasimenko // *Space Sci. Rev.* 2019. V. 215. P. 36.
- Enzian A., Cabot H., Klinger J.A. 2 1/2 D thermodynamic model of cometary nuclei. I. Application to the activity of comet 29P/Schwassmann-Wachmann 1 // *Astron. and Astrophys.* 1997. V. 319. P. 995–1006.
- Fanale F.P., Salvail J.R. An idealized short-period comet model – Surface insolation, H<sub>2</sub>O flux, dust flux, and mantle evolution // *Icarus.* 1984. V. 60. P. 476–511.
- Fornasier S., Hasselmann P.H., Barucci M.A., Feller C., Besse S., Leyrat C., Lara L., и др. Spectrophotometric properties of the nucleus of comet 67P/Churyumov-Gerasimenko from the OSIRIS instrument onboard the ROSETTA spacecraft // *Astron. and Astrophys.* 2015. V. 583. A30.
- Fornasier S., Hoang V.H., Hasselmann P.H., Feller C., Barucci M.A., Deshapriya J.D.P., Sierks H. et al. Linking surface morphology, composition, and activity on the nucleus of 67P/Churyumov-Gerasimenko // *Astron. and Astrophys.* 2019. V. 630. A7.
- Fulle M., Della Corte V., Rotundi A., Weissman P., Juhasz A., Szego K., Sordini R., Ferrari M., Ivanovski S., Lucarelli F., Accolla M., Merouane S., Zakharov V., Mazzotta Epifani E., López-Moreno J.J., Rodríguez J., Colangeli L., Palumbo P., Grün E., Hilchenbach M., Bussoletti E., Esposito F., Green S.F., Lamy P.L., McDonnell J.A.M., Mennella V., Molina A., Morales R., Moreno F., Ortiz J.L., Palomba E., Rodrigo R., Zarnecki J.C., Cosi M., Giovane F., Gustafson B., Herranz M.L., Jeronimo J.M., Leese M.R., López-Jiménez A.C., Altobelli N. Density and charge of pristine fluffy particles from comet 67P/Churyumov-Gerasimenko // *Astrophys. J. Lett.* 2015. V. 802. № 1. article id. L12, 5 p. <https://doi.org/10.1088/2041-8205/802/1/L12>
- Fulle M., Marzari F., Della Corte V., Fornasier S., Sierks H., Rotundi A., Barbieri C., Lamy P.L., Rodrigo R., Koschny D., Rickman H., Keller H. U., López-Moreno J.J., Accolla M., Agarwal J., A'Hearn M.F., Altobelli N., Barucci M.A., Bertaux J.-L., Bertini I., Bodewits D., Bussoletti E., Colangeli L., Cosi M., Cremonese G., Crifo J.-F., Da Deppo V., Davidsson B., Debei S., De Cecco M., Esposito F., Ferrari M., Giovane F., Gustafson B., Green S.F., Groussin O., Grün E., Gutierrez P., Güttler C., Herranz M.L., Hviid S.F., Ip W., Ivanovski S.L., Jeronimo J.M., Jorda L., Knollenberg J., Kramm R., Kührt E., Küppers M., Lara L., Lazzarin M., Leese M. R., López-Jiménez A.C., Lucarelli F., Mazzotta Epifani E., McDonnell J.A.M., Mennella V., Molina A., Morales R., Moreno F., Mottola S., Naletto G., Oklay N., Ortiz J.L., Palomba E., Palumbo P., Perrin J.-M., Rietmeijer F.J.M., Rodríguez J., Sordini R., Thomas N., Tubiana C., Vincent J.-B., Weissman P., Wenzel K.-P., Zakharov V., Zarnecki J.C. Evolution of the dust size distribution of comet 67P/Churyumov-Gerasimenko from 2.2 au to perihelion // *Astrophys. J.* 2016. V. 821. № 1. article id. 19, 14 pp. <https://doi.org/10.3847/0004-637X/821/1/19>
- Hilchenbach M., Kissel J., Langevin Y., Briois C., von Hoerner H., Koch A., Schulz R., Silén J., Altwegg K., Colangeli L., Cottin H., Engrand C., Fischer H., Glasmachers A., Grün E., Haerendel G., Henkel H., Höfner H., Hornung K., Jessberger E.K., Lehto H., Lehto K., Raulin F., Le Roy L., Rynö J., Steiger W., Stephan T., Thirkell L., Thomas R., Torkar K., Varmuza K., Wanczek K.-P., Altobelli N., Baklouti D., Bardyn A., Fray N., Krüger H., Ligier N., Lin Z., Martin P., Merouane S., Orthous-Daunay F.R., Paquette J., Revillet C., Siljeström S., Stenzel O., Zaprudin B. Comet 67P/Churyumov-Gerasimenko: Close-up on Dust Particle Fragments // *Astrophys. J. Lett.* 2016. V. 816. № 2. article id. L32, 6 pp. <https://doi.org/10.3847/2041-8205/816/2/L32>
- Groussin O., Attree N., Brouet Y., Ciarletti V., Davidsson B., Filacchione G., Fischer H.-H. et al. The Thermal, Mechanical, Structural, and Dielectric Properties of Cometary Nuclei After Rosetta // *Space Sci. Rev.* 2019. V. 215. P. 29.
- Grün E., Gebhard J., Bar-Nun A., Benkhoff J., Dueren H., Eich G., Hische R., Huebner W.F., Keller H.U., Klees G. Development of a dust mantle on the surface of an insolated ice-dust mixture – Results from the KOSI-9 experiment // *J. Geophys. Res.* 1993. V. 98. P. 15,091–15,104.
- Gulkis S., Allen M., von Allmen P., Beaudin G., Biver N., Bockelée-Morvan D., Choukroun M., Crovisier J., Davidsson B.J.R., Encrenaz P., Encrenaz T., Frerking M., Hartogh P., Hofstadter M., Ip W.-H., Janssen M., Jarchow C., Keilm S., Lee S., Lellouch E.I., Leyrat C., Rezac L., Schloerb F.P., Spilker T. Subsurface properties and early activity of comet 67P/Churyumov-Gerasimenko // *Science.* 2015. V. 347. № 6220. article id. aaa0709. <https://doi.org/10.1126/science.aaa0709>
- Gundlach B., Skorov Y.V., Blum J. Outgassing of icy bodies in the Solar System – I. The sublimation of hexagonal water ice through dust layers // *Icarus.* 2011. V. 213. P. 710.

- Heat and Gas Diffusion in Comet Nuclei*. 2006. Huebner W.F., Benkhoff J., Capria M.-T., Coradini A., De Sanctis C., Orosei R., Prialnik D. (Eds.).
- Kaufmann E., Kömle N.I., Kargl G.* Laboratory simulation experiments on the solid-state greenhouse effect in planetary ices // *Icarus*. 2006. V. 185. P. 274.
- Kaufmann E., Hagermann A.* Experimental investigation of insolation-driven dust ejection from Mars' CO<sub>2</sub> ice caps // *Icarus*. 2017. V. 282. P. 118.
- Keller H.U., Arpigny C., Barbieri C., Bonnet R.M., Cazes S., Coradini M., Cosmovici C.B., Delamere W.A., Huebner W.F., Hughes D.W., Jamar C., Malaise D., Reitsema H.J., Schmidt H.U., Schmidt W.K.H., Seige P., Whipple F.L., Wilhelm K.* First Halley multicolour camera imaging results from Giotto // *Nature*. 1986. V. 321. P. 320–326.
- Kloss C., Goniva C., Hager A., Amberger S., Pirker S.* Models, algorithms and validation for opensource DEM and CFD–DEM. *Progress in Computational Fluid Dynamics, an International Journal*. 2012. V. 12(2–3). P. 140–152.
- Knudsen M.* Die Gesetze der Molekularströmung und der inneren Reibungsströmung der Gase durch Röhren // *Ann. Phys.* 1909. V. 333. 75–130.  
<https://doi.org/10.1002/andp.19093330106>
- Kossacki K.J., Spohn T., Hagermann A., Kaufmann E., Kührt E.* Comet 67P/Churyumov-Gerasimenko: Hardening of the sub-surface layer // *Icarus*. 2015. V. 260. P. 464.
- Kömle N.I., Steiner G.* Temperature evolution of porous ice samples covered by a dust mantle // *Icarus*. 1992. V. 96. P. 204–212.
- Kömle N.I., Steiner G., Dankert C., Dettleff G., Hellmann H., Kochan H., Baguhl M., Kohl H., Kölzer G., Thiel K., Öhler A.* Ice sublimation below artificial crusts: Results from comet simulation experiments // *Planet. and Space Sci.* 1991. V. 39. P. 515–524.
- Langevin Y., Hilchenbach M., Ligier N., Merouane S., Hornung K., Engrand C., Schulz R., Kissel J., Rynö J., Eng P.* Typology of dust particles collected by the COSIMA mass spectrometer in the inner coma of 67P/Churyumov-Gerasimenko // *Icarus*. 2016. V. 271. P. 76–97.
- Macher W., Kömle N.I., Skorov Y.V., Rezac L., Kargl G., Tiefenbacher P.* 3D thermal modeling of two selected regions on comet 67P and comparison with Rosetta/MIRO measurements // *Astron. and Astrophys.* 2019. V. 630. A12.
- Markin V.* Capillary equilibrium in porous media. *Communication 3. Characteristics of porous media* // *Izvestiya Akademii Nauk SSSR*. 1965. V. 11. P. 1967–1975.
- Markkanen J., Agarwal J.* Scattering, absorption, and thermal emission by large cometary dust particles: Synoptic numerical solution // *Astron. and Astrophys.* 2019. V. 631. P. A164.
- Marschall R., Rezac L., Kappel D., Su C.C., Gerig S.-B., Rubin M., Pinzón-Rodríguez O. and 25 colleagues.* A comparison of multiple Rosetta data sets and 3D model calculations of 67P/Churyumov-Gerasimenko coma around equinox (May 2015) // *Icarus*. 2019. V. 328. P. 104.
- Mekler Yu., Prialnik D., Podolak M.* Evaporation from a porous cometary nucleus // *Astrophys. J.* 1990. V. 356. P. 682–686.
- Mottola S., Attree N., Jorda L., Keller H.U., Kokotanekova R., Marshall D., Skorov Y.* Nongravitational Effects of Cometary Activity // *Space Sci. Rev.* 2020. V. 216. 2.
- Pätzold M., Andert T., Hahn M., Asmar S.W., Barriot J.-P., Bird M.K., Häusler B., Peter K., Tellmann S., Grün E., Weissman P.R., Sierks H., Jorda L., Gaskell R., Preusker F., Scholten F.* A homogeneous nucleus for comet 67P/Churyumov-Gerasimenko from its gravity field // *Nature*. 2016. V. 530. № 7588. P. 63–65.
- Pätzold M., Andert T.P., Hahn M., Barriot J.-P., Asmar S.W., Häusler B., Bird M.K. et al.* The Nucleus of comet 67P/Churyumov-Gerasimenko – Part I: The global view – nucleus mass, mass-loss, porosity, and implications // *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.* 2019. V. 483. P. 2337.
- Rotundi A., Sierks H., Della Corte V., Fulle M., Gutierrez P.J., Lara L., Barbieri C., Lamy P.L., Rodrigo R., Koschny D., Rickman H., Keller H.U., López-Moreno J.J., Accolla M., Agarwal J., A'Hearn M.F., Altobelli N., Angrilli F., Barucci M.A., Bertaux J.L., Bertini I., Bodewits D., Bussolletti E., Colangeli L., Cosi M., Cremonese G., Crifo J.-F., Da Deppo V., Davidsson B., Debei S., De Cecco M., Esposito F., Ferrari M., Fornasier S., Giovane F., Gustafson B., Green S.F., Groussin O., Grün E., Güttler C., Herranz M.L., Hviid Stubbe F., Ip W., Ivanovski S., Jerónimo J.M., Jorda L., Knollenberg J., Kramm R., Kührt E., Küppers M., Lazzarin M., Leese M.R., López-Jiménez A.C., Lucarelli F., Lowry S.C., Marzari F., Epifani E.M., McDonnell J.A.M., Mennella V., Michalik H., Molina A., Morales R., Moreno F., Mottola S., Naletto G., Oklay N., Ortiz J.L., Palomba E., Palumbo P., Perrin J.-M., Rodríguez J., Sabau L., Snodgrass C., Sordini R., Thomas N., Tubiana C., Vincent J.-B., Weissman P., Wenzel K.-P., Zakharov V., Zarnecki J.C.* Dust measurements in the coma of comet 67P/Churyumov-Gerasimenko inbound to the Sun // *Science*. 2015. V. 347. № 6220. article id. aaa3905, 6 pp.  
<https://doi.org/10.1126/science.aaa3905>
- Sagdeev R.Z., Blamont J., Galeev A.A., Moroz V.I., Shapiro V.D., Shevchenko V.I., Szegő K.* Vega spacecraft encounters with comet Halley // *Nature*. 1986. V. 321. P. 259–262.
- Schloerb F.P., Keihm S., von Allmen P., Choukroun M., Lelouch E., Leyrat C., Beaudin G., et al.* MIRO observations of subsurface temperatures of the nucleus of 67P/Churyumov-Gerasimenko // *Astron. and Astrophys.* 2015. V. 583. A29.
- Schulz R., Hilchenbach M., Langevin Y., Kissel J., Silen J., Briois C., Engrand C., Hornung K., Baklouti D., Bardyn A., Cottin H., Fischer H., Fray N., Godard M., Lehto H., Le Roy L., Merouane S., Orthous-Daunay F.-R., Paquette J., Rynö J., Siljeström S., Stenzel O., Thirkell L., Varmuza K., Zaprudin B.* Comet 67P/Churyumov-Gerasimenko sheds dust coat accumulated over the past four years // *Nature*. 2015. V. 518. P. 216–218.
- Skorov Y.V., Rickman H.* A kinetic model of gas flow in a porous cometary mantle // *Planet. and Space Sci.* 1995. V. 43. P. 1587–1594.

- Skorov Y.V., Kömle N.I., Markiewicz W.J., Keller H.U.* Mass and Energy Balance in the Near-Surface Layers of a Cometary Nucleus // *Icarus*. 1999. V. 140. P. 173–188.
- Skorov Y.V., Markiewicz W.J., Basilevsky A.T., Keller H.U.* Stability of water ice under a porous nonvolatile layer: Implications to the south polar layered deposits of Mars // *Planet. and Space Sci.* 2001. V. 49. P. 59.
- Skorov Y.V., van Lieshout R., Blum J., Keller H.U.* Activity of comets: Gas transport in the near-surface porous layers of a cometary nucleus // *Icarus*. 2011. V. 212. P. 867–876.
- Skorov Y.V., Rezac L., Hartogh P., Keller H.U.* Is near-surface ice the driver of dust activity on 67P/Churyumov-Gerasimenko // *Astron. and Astrophys.* 2017. V. 600. P. A142.
- Spohn T., Knollenberg J., Ball A.J., Banaszekiewicz M., Benkhoff J., Grott M., Grygorczuk J., Hüttig C., Hagermann A., Kargl G., Kaufmann E., Kömle N., Kührt E., Kossacki K.J., Marczewski W., Pelivan I., Schrödter R., Seiferlin K.* Thermal and mechanical properties of the near-surface layers of comet 67P/Churyumov-Gerasimenko // *Science*. 2015. V. 349. № 6247. article id. aaa0464, 4 pp. <https://doi.org/10.1126/science.aab0464>
- Steiner G.* Two considerations concerning the free molecular flow of gases in porous ices // *Astron. and Astrophys.* 1990. V. 240. P. 533–536.
- Vincent J.-B., Farnham T., Kührt E., Skorov Y., Marschall R., Oklay N., El-Maarry M.R. et al.* Local Manifestations of Cometary Activity // *Space Sci. Rev.* 2019. V. 215. P. 30.

УДК 523.44

## ОТКРЫТИЕ ПЕРВОЙ МЕЖЗВЕЗДНОЙ КОМЕТЫ И ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ПЛОТНОСТЬ МЕЖЗВЕЗДНЫХ ОБЪЕКТОВ В СОЛНЕЧНОЙ ОКРЕСТНОСТИ

© 2021 г. Г. В. Борисов<sup>a, b</sup>, Б. М. Шустов<sup>c</sup>

<sup>a</sup>Государственный астрономический институт им. П.К. Штернберга МГУ им. М.В. Ломоносова,  
Москва, Россия

<sup>b</sup>Астрономический научный центр, Москва, Россия

<sup>c</sup>ГБУН Институт астрономии РАН, Москва, Россия

\*E-mail: bshustov@inasan.ru

Поступила в редакцию 05.05.2020 г.

После доработки 10.08.2020 г.

Принята к публикации 26.10.2020 г.

Открытие первой межзвездной кометы 2I/Borisov подтвердило догадку астрономов о том, что пролет через Солнечную систему относительно крупных объектов (астероидов и комет), образовавшихся за ее пределами — обычное явление. Таких объектов может быть немало, однако их открытие — пока что дело редкого случая. Большие профессиональные телескопы и существующие программы наблюдений на этих телескопах имеют ограничения, которые могут быть преодолены с более скромными инструментами. В работе впервые описано как была открыта комета 2I/Borisov на 65 см телескопе конструкции Г.В. Борисова и те особенности программы наблюдений, которые позволили сделать это открытие. Даны рекомендации для построения будущих программ обнаружения таких тел. Оценена пространственная плотность межзвездных объектов (таких как астероид 1I/'Oumuamua или комета 2I/Borisov) в Солнечной окрестности. Согласно полученной нами оценке в Солнечной системе в сфере радиусом 50 а. е. в каждый момент времени может находиться около 50 межзвездных тел размером  $>50$  м. Поскольку скорости возможного сближения с Землей таких объектов могут быть весьма высокими, такие вероятные сближения требуют особого внимания. Обсуждается применение специальных космических проектов для их изучения.

**Ключевые слова:** комета 2I/Borisov, межзвездные кометы, межзвездные астероиды, астероидно-кометная опасность

**DOI:** 10.31857/S0320930X2102002X

### ВВЕДЕНИЕ

О том, что существует поток межзвездного вещества сквозь Солнечную систему, астрономы догадывались давно. С появлением космических средств были проведены эксперименты по прямому обнаружению такого вещества. В работе (Bertaux и др., 1976) представлены результаты работы фотометра “Лайман-альфа”, установленного на советском зонде “Марс-7”. С помощью абсорбционной водородной ячейки, помещенной в фотометр, было проанализировано Лайман-альфа-излучение H-атомов в Солнечной системе, и показано, что сквозь Солнечную систему идет поток межзвездных атомов нейтрального водорода со скоростью 18–21 км/с. В (Bertaux, Blamont, 1976) рассмотрены особенности движения межзвездных пылевых частиц в Солнечной системе и проведено сравнение модельных предсказаний с данными регистрации датчиками соударений на

космических аппаратах. Исследования межзвездной пыли проводились в ходе ряда космических экспериментов. Частицы межзвездной пыли были идентифицированы с помощью измерений на борту космических аппаратов (КА) Ulysses, Galileo, Cassini и др. (см. обзор Mann, Jessberger, 2010). Межзвездная пыль отличается от пыли Солнечной системы скоростью и направлением удара. Большая продолжительность миссии Ulysses и то обстоятельство, что направление межзвездного ветра (на Ulysses измерялся поток межзвездных атомов HeI) было почти перпендикулярно орбите КА, позволило получить большой объем данных. К сожалению, проект STARDUST, одной из главных целей которого был сбор именно межзвездной пыли, не принес желаемых результатов, что в (Postberg, 2008) объясняется непреодоленными трудностям интерпретации следов высокоско-

ростных столкновений с аэрогелем пылевой лопушки.

Более крупные тела межзвездного происхождения не были обнаружены в Солнечной системе вплоть до открытия на основе данных телескопа Pan-STARRS межзвездного астероида 1I/'Oumuamua в октябре 2017 г. (электронный циркуляр Центра малых планет МРЕС 2017-U183: A/2017 U1). Оумуамуа считался кометой, но спустя неделю он был переклассифицирован как астероид (Meesch и др., 2017). Собственно ожидается, что большинство таких межзвездных объектов (МЗО) — это кометоподобные тела (кометезимали, планетезимали), выброшенные с периферии различных планетных систем. Было ясно, что такие тела будут открываться во все большем количестве и Центр Малых Планет (ЦМП) ввел в обозначения новый класс I (interstellar), в который включаются все межзвездные пришельцы — и кометы и астероиды. Следующий объект из этого класса был открыт менее чем через два года.

Первая межзвездная комета 2I/Borisov (предварительное обозначенный C/2019Q4(Borisov)), была открыта в конце августа 2019 г. и сразу привлекла внимание необычными характеристиками ее орбиты. Эксцентриситет орбиты ( $e > 3$ ) намного превышал значения эксцентриситетов более чем 300 т. н. гиперболических комет Солнечной системы ( $e > 1$ ) и даже рекордное до этого момента значение 1.20 у 1I/'Oumuamua. Это было так непривычно, что первые две недели шла тщательная проверка и только в сентябре ЦМП опубликовал циркуляр (МРЕС 2019-S72 : 2I/Borisov = C/2019 Q4 (Borisov)), фиксируя свершившийся факт. Современная оценка эксцентриситета орбиты кометы составляет 3.357, перигелийное расстояние 2.006 а. е. Комета прошла перигелий 8 декабря 2019 г. и сейчас уходит в межзвездное пространство. На англоязычной странице Википедии, посвященный комете, постоянно обновляются различные данные о ней. Русскоязычная страница заметно отстает.

В последнее время наблюдается повышенный интерес исследователей к этому пока необычному объекту. По данным информационной системы ADS на момент написания статьи (апрель 2020 г.) опубликовано полсотни работ в научных журналах. Главные вопросы, которые привлекают исследователей в этом объекте: физические и химические свойства кометы, эволюционные изменения характеристик кометы, происхождение кометы. Для полноты изложения приведем некоторые основные данные о комете. Понятно, что в отличие от кинематических характеристик, точность определения физико-химических характеристик намного меньше. В (Jewitt, Luu, 2019) по

наблюдениям на телескопе NOT ( $\varnothing 2.56$  м) проведена оценка размера ядра кометы. Методом фотометрии размер ядра был оценен в 3.8 км (принято значение альbedo 0.1), хотя авторы высказали предположение (из статистических соображений), что эта оценка завышена почти на порядок. Нui и др. (2020) наблюдали комету на 2.2-м телескопе Гавайского университета в фильтрах  $g'$ ,  $r'$  и  $I$ . Комета (как и по данным других исследователей) имеет красноватый оттенок:  $(g - r) = 0.6 + -0.04$ ,  $(r - i) = 0.23 + -0.03$ . Используя имеющиеся астрометрические наблюдения, авторы выявили статистически достоверное проявление негравитационного ускорения кометы, подразумевающее, что ядро кометы небольшое (0.4 км). Более прямой путь определения размера ядра по оптическим наблюдениям затруднен. Наблюдения в ближнем ИК, выполненные на 10-м Keck телескопе позволили показать, что размер ядра кометы не превышает 1.4 км (Bolin и др., 2019). По наблюдениям (70 ч) на телескопе HST до и близ момента прохождения перигелия обнаружены небольшие (амплитуда  $< 0.05$  зв. величины) изменения блеска кометы с периодичностью около 11 ч (Bolin и др., 2020). Снимки высокого разрешения позволили оценить размер ядра в 1–2 км (Bolin и др., 2020; Manzini и др., 2020) сообщили о выделении в коме выступа (джета) длиной до 2000–3000 км, который, впрочем, не вносил больших вариаций в изменения блеска кометы. Комета после прохождения перигелия не проявляла признаков высокой активности, однако (Bolin и др., 2020a) по наблюдениям в марте 2020 г. с помощью HST/WFC3 выявили небольшой фрагмент близ ядра (на расстоянии 0.1") кометы. Впрочем, наблюдения в апреле 2020 г. на HST (ACS/WFC) показали (Zhang и др., 2020), что фрагмент уже не виден (распался?).

В наблюдениях комет Солнечной системы важное место занимают спектральные наблюдения, позволяющие определить молекулярный состав и структуру ком комет. Уже вскоре после открытия кометы 2I/Borisov начались ее спектральные наблюдения. В первых спектрах были обнаружены только линии молекул CN (см., например, Oritom и др., 2019), и отмечалось отсутствие линий  $C_2$ . Но в более поздних наблюдениях список молекул, чьи линии наблюдались в спектре кометы, расширился. Так (Bannister и др., 2020) получили на спектрографе MUSE (VLT) свидетельства присутствия  $C_2$  и повышенное содержание молекул  $NH_2$ . (Bodewits и др., 2020) по наблюдениям на HST (COS) показали, что кома кометы содержит значительно больше CO, чем молекул  $H_2O$  в газовой фазе. Естественно, что одной из главных целей поиска в спектрах комет являются определение со-



Рис. 1. Телескоп HGB-650.

держания воды и оценка скорости ее потери. Для поиска воды использовались инструменты для наблюдений в различных спектральных диапазонах. Авторы работы (Yang и др., 2020) с помощью спектрографа SpeX на 3-м телескопе IRTF и спектрографа GNIRS на 8-м телескопе GEMINI провели поиск признаков излучения (поглощения) водного льда в ближнем инфракрасном участке спектра и не нашли таких признаков. В целом, спектр кометы классифицируется как спектр D-типа со спектральным наклоном около 6% на 1000 Å, который подобен спектру 11/Oumuatua и сравним со спектрами комет Солнечной системы. В (Xing и др., 2000) представлены результаты поиска воды (точнее следов присутствия воды в виде молекул OH), полученные с помощью УФ-телескопа UVOT на КА Swift. Как и по данным наблюдений, на радиотелескопе Аресибо (Ortiz и др., 2020), выброс молекул OH был весьма незначительным при приближении кометы к перигелию и стал заметным (наблюдаемым) лишь в течение примерно месяца пролета в области перигелия и затем он резко снизился. В целом, можно заключить, что комета 2I/Borisov очень похожа по своим физико-химическим свойствам на кометы в Солнечной системе. Это позволяет (может быть, чересчур смело) распространить наши знания о населении комет Солнечной системы, включая и динамические свойства, на другие экзопланетные системы.

Основная цель данной работы — рассказать в профессиональном издании о том, как была открыта комета и какие особенности программы наблюдений позволили сделать это открытие. До

сих пор ни в русскоязычной, ни в англоязычной научной литературе такого описания не было. Здесь этот пробел восполнен (раздел 2). Естественно, и не только для профессионалов, вопросы: “Сколько таких тел сейчас находятся в Солнечной системе? Можем ли мы их обнаруживать не эпизодически (случайно), а отслеживать с достаточной полнотой? Что для этого нужно сделать? Представляют ли эти объекты угрозу в контексте проблемы астероидно-кометной опасности?”. Эти вопросы мы обсуждаем в разделе “Оценки плотности потока межзвездных объектов сквозь Солнечную систему и степень их потенциальной опасности” и в разделе “Обсуждение проблемы поиска и исследования межзвездных объектов в Солнечной системе с помощью наземных и космических инструментов”.

## ОТКРЫТИЕ КОМЕТЫ

Первая межзвездная комета была открыта на телескопе HGB-650 (рис. 1). Телескоп был изготовлен Г. Борисовым. Разработка и создание инструмента продолжались более двух лет. В конце 2018 г. был получен “первый свет”, с января 2019 г. начались регулярные наблюдения по индивидуальной программе поиска комет и астероидов. Наблюдения проводятся в Крыму, около поселка Научный. Телескоп HGB 650 входит в число наблюдательных средств обсерватории MARGO — географические координаты: 44°45′ с.ш., 34°20′ в.д., код ЦМП L51 (MARGO — Mobile Astronomical Robotics Genon Observatory — частная обсерватория Г. Борисова).

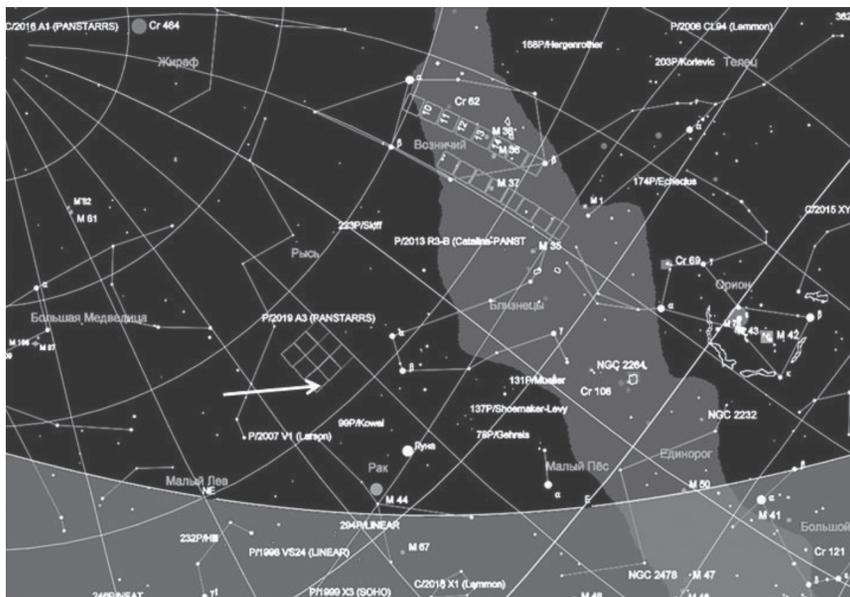


Рис. 2. Площадка небесной сферы, на которой была открыта межзвездная комета 21/Borisov (указана стрелкой).

Телескоп HGB-650 имеет оптическую схему Гамильтона и обладает высокой светосилой  $F/1.5$ , что позволяет обнаруживать слабые диффузные объекты (рис. 1). Он оснащен матрицей FLI ML16803 ( $4096 \times 4096$ , пиксель 9 микрон), обеспечивающей поле зрения  $128 \times 128$  угл. мин; при бининге  $1 \times 1$  масштаб изображения составляет 1.87 угл. с/пиксель. Для максимального проникновения не используются какие-либо фильтры. FWHM изображений звезд в зените составляет 1.7 пикселя (3.2 угл. с) и несколько ухудшается вблизи горизонта из-за атмосферных искажений. Проникание телескопа при экспозиции 300 с составляет 21 зв. величину.

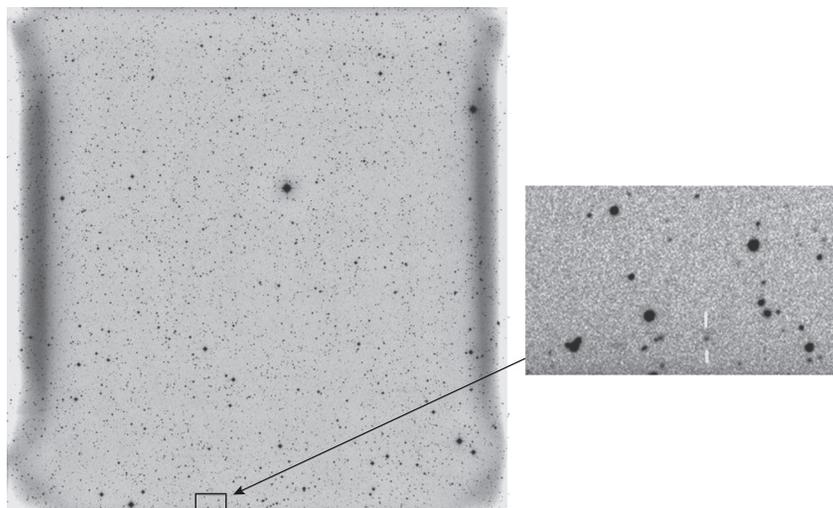
Наблюдения проводятся в автоматическом режиме. Индивидуальный план наблюдений составляется на каждую ночь. В зависимости от постановки конкретной задачи и планирования участков неба, время экспозиции меняется от 30 до 300 с. Быстрые обзоры проводятся преимущественно в предрассветной зоне с короткими экспозициями по причине ограниченного времени. При глубоком поиске время экспозиции может составлять от 300 с и более. План быстрого обзора состоит из 8–12 площадок, а среднее время такого обзора составляет 30–60 мин. План глубоких обзоров состоит из 4–8 площадок и по времени занимает 1–2 ч. В процессе выполнения плана обзора телескоп проходит площадки последовательно три раза. Поле зрения каждой площадки составляет 4.5 кв. градуса. За наблюдательную ночь снимается до 50 площадок (до 225 кв. градусов).

Обработка полученных данных осуществляется на данный момент в ручном режиме. (Планируется переход на автоматическую обработку.) Запускается анимация трех кадров одной площадки, и визуально ищутся движущиеся объекты, имеющие диффузную форму, а также объекты с необычными скоростями и направлениями движения. При обнаружении подобного объекта делается астрометрия, и объект проверяется по базе данных ЦМП. Если объекта нет в базе, то астрометрия обнаруженного объекта отправляется в ЦМП в соответствии с установленными правилами.

Межзвездная комета 21/Borisov (C/2019 Q4) была открыта 30 августа 2019 г. в ходе плановых наблюдений. Было отснято 25 площадок (три отдельных обзора). Последний обзор проводился вблизи горизонта недалеко от галактического экватора. Было отснято 9 площадок с экспозицией по 60 с (см. рис. 2).

Общее время обзора составило около 30 мин. При обработке наблюдений на краю последнего кадра был обнаружен диффузный объект, который выглядел как комета (см. рис. 3). Как выяснилось из анализа кадров, сделанных в последующие ночи, его видимое движение отличалось от траектории астероидов Главного пояса (Main Belt).

Астрометрия была отправлена в ЦМП и размещена на странице подтверждения (PCCP – Possible Comet Confirmation Page) под предварительным обозначением gb00234. На следующую ночь объект был подтвержден Борисовым еще раз. В дальнейшем добавились наблюдения других



**Рис. 3.** Кадр, на котором впервые был обнаружен кометообразный объект (2I/Borisov). На площадке справа отмечен белыми штрихами.

обсерваторий. Уже через неделю более 20 обсерваторий наблюдали новый объект. 11 сентября вышел циркуляр ЦМП (MPEC 2019-R-106 : Comet C/2019 Q4 (Borisov)), который зафиксировал открытие новой межзвездной кометы с рекордным эксцентриситетом 3.079! Дальнейшие наблюдения и анализ подтвердил, что объект имеет гиперболическую орбиту и 24 сентября 2019 г. Международный астрономический союз (МАС) присвоил комете C/2019 Q4 (Borisov) постоянное обозначение, принятое для межзвездных объектов, 2I/Borisov (MPEC 2019-S72 : 2I/Borisov = C/2019 Q4 (Borisov)).

В настоящее время большие обзорные проекты просматривают практически все небо. Однако остаются отдельные участки неба, где обзоры большими телескопами проводятся редко, так как поиск в этих зонах имеет ряд сложностей. Это область Млечного Пути и предзвездная зона. В области Млечного Пути очень большая плот-

ность звезд и при автоматической обработке вероятность пропуска объекта весьма велика. В предзвездной зоне (при малых элонгациях) сильно мешают турбулентность, рефракция и поглощение атмосферы. Таким образом, в этих зонах имеется возможность обнаружения новых объектов с применением небольших телескопов и при ручной обработке кадров. В табл. 1 представлена статистика открытых Г. Борисовым комет.

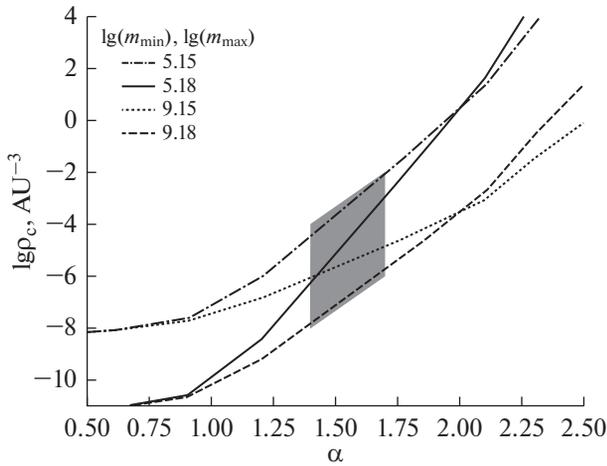
Из девяти открытых комет, семь из них открыты при малой элонгации, две — при большой элонгации, но в Млечном Пути.

#### О ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ПЛОТНОСТИ МЕЖЗВЕЗДНЫХ ОБЪЕКТОВ В ОКРЕСТНОСТИ СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ

Согласно моделям формирования и эволюции нашей Солнечной системы, в процессе орбитальной миграции вещества протопланетного диска

**Таблица 1.** Список комет, открытых на обсерватории MARGO

Комета	Дата	Элонгация	Зв. величина
C/2013 N4 (Borisov)	2013.07.08	30	17
C/2013 V2 (Borisov)	2013.11.06	132	17
C/2014 Q3 (Borisov)	2014.08.22	60	17
C/2014 R1 (Borisov)	2014.09.05	38	16
C/2015 D4 (Borisov)	2015.02.23	37	17
C/2016 R3 (Borisov)	2016.09.11	32	16
C/2017 E1 (Borisov)	2017.03.01	55	17
2I/ (Borisov)	2019.08.30	38	18
C/2019 V1 (Borisov)	2019.11.01	126	19.5



**Рис. 4.** Зависимость пространственной плотности  $\rho_c$  МЗО в межзвездных окрестностях Солнца от значения показателя степени  $\alpha$  в функции масс для различных значений  $m_{\min}$  и  $m_{\max}$ . Серым многоугольником отмечена область наиболее вероятных значений. Диаграмма построена для  $M = 30 M_{\oplus}$ .

ледяные планеты-гиганты выбросили до 99% исходных планетезималей в межзвездное пространство (см. например, Charnoz, Morbidelli, 2003), так что межзвездное пространство должно быть населено большим количеством кометообразных тел. Согласно результатам моделирования динамики Солнечной системы (Levison и др., 2008) в результате развития динамической неустойчивости, обусловленной взаимодействием планет-гигантов и остатков протопланетного диска в ранней Солнечной системе масса выброшенного в виде кометообразных тел за пределы Солнечной системы вещества составила  $\sim 30$  масс Земли. С обнаружением межзвездных астероидов и комет эти теоретические оценки привлекли возросшее внимание. Во многих работах, посвященных объектам 1I/Oumuamua и 2I/Borisov, проведены оценки концентрации межзвездных объектов в пространстве близ Солнечной системы. (Laughlin, Batygin, 2017) оценили пространственную плотность объектов размером более 160 м (т.е. примерно как у Оумуамуа) в  $1/100$  а. е.<sup>-3</sup>, а общее их число в Галактике  $10^{26}$  (размеры Галактики принимались такими: радиус  $R = 3 \times 10^4$  пк, толщина  $H = 10^3$  пк). В (Engelhardt и др., 2017) сделан вывод, что в 90% доверительном интервале пространственная плотность межзвездных объектов составляет  $1.4 \times 10^{-4}$  а. е.<sup>-3</sup>. Согласно оценке, выполненной в (Gibbs, 2019), в любой данный момент времени около дюжины межзвездных посетителей по меньшей мере такого же размера как Оумуамуа проходят через Солнечную систему. Автор счита-

ет, что когда будут введены в строй большие обзорные телескопы, такие объекты будут обнаруживаться два–три раза в год. Такой разброс в оценках обусловлен и слишком малой статистической открытий и различиями в примененных моделях. Для того, чтобы ориентироваться в вопросе, мы провели модельные оценки.

Прежде всего, определим допущения и параметры задачи. По-видимому, не будет большой ошибкой допустить, что большинство звезд имеет планетные системы, т.е. на ранних стадиях эволюции вокруг этих звезд существовали протопланетные диски. Также можно предположить, что процессы динамической релаксации, протекавшие в ранней Солнечной системе, имели место и в других системах примерно таким же образом, и, следовательно, можно ограничиться рассмотрением только окрестностей Солнечной системы. Размеры окрестностей вполне определяются средней концентрацией звезд; в этой области она составляет  $\sim 1/10$  пк<sup>-3</sup>, так что будет приемлемо считать окрестностью Солнца куб со стороной  $\sim 2$  пк. В качестве параметров задачи выбраны:  $M$  – масса выброшенного из Солнечной системы вещества в виде кометезималей и более мелких объектов;  $\alpha$  – показатель степени в распределении кометезималей по размерам  $dN/dm = m^{-\alpha}$ ,  $m_{\min}$  – минимальная масса кометезимали,  $m_{\max}$  – максимальная масса кометезимали. Минимальная масса здесь не физически минимальная (которая, естественно, близка к нулю), а некоторая реперная величина, введенная из тех соображений, что по современным представлениям столкновения с телами большей массы представляют потенциальную опасность для населения Земли. Хорошим приближением является масса Тунгусского тела.

Для простых оценок числа тел  $N$  в диапазоне масс ( $m_{\min}, m_{\max}$ ) используем простые формулы:

$$\begin{aligned}
 N(M, m_{\min}, m_{\max}, \alpha) &= \int_{m_{\min}}^{m_{\max}} C m^{-\alpha} dm = \\
 &= C \frac{m_{\max}^{1-\alpha}}{1-\alpha} \left( 1 - \left( \frac{m_{\min}}{m_{\max}} \right)^{1-\alpha} \right) = \\
 &= \frac{M(2-\alpha)}{m_{\max}(1-\alpha)} \left( 1 - \left( \frac{m_{\min}}{m_{\max}} \right)^{1-\alpha} \right) \quad (\alpha \neq 1),
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

где константа  $C$  определяется из условия

$$M = C \int_0^{m_{\max}} m \times m^{-\alpha} dm = C \frac{m_{\max}^{2-\alpha}}{2-\alpha} \quad (\alpha \neq 2).$$

Здесь вклад маломассивного “хвоста” распределения (объекты массой  $< m_{\min}$ ) учитывается в общей массе  $M$ , но не включается в подсчет коме-

тезимальей. Мы также не приводим формулы для  $N$  при  $\alpha = 2$  и  $\alpha = 1$ . Это здесь несущественно. На рис. 4 представлены оценки пространственной плотности  $\rho_c$  (измеряемой в штуках на единичный объем  $1 \text{ а. е.}^3$ ), сделанные по формуле (1) при различных значениях показателя  $\alpha$  и следующих значениях параметров:  $M = 30 M_\oplus$  (результат легко шкалируется для других значений  $M$ );  $m_{\min} = 10^5$  тонн (примерно масса Тунгусского тела) и  $10^9$  тонн (примерная масса кометы 2I/Borisov при размере  $\sim 1$  км и плотности  $\sim 1000 \text{ кг/м}^3$ );  $m_{\max} = 10^{15}$  тонн (примерная масса планетезимальи размером 100 км) и  $10^{18}$  тонн (примерная масса планетезимальи размером 1000 км). Наибольшее значение  $m_{\max}$  более-менее согласуются с оценками масс самых крупных планетезимальей в работах различных авторов, хотя по этим работам разброс наблюдается довольно большой. Мы не будем анализировать все эти оценочные представления, но остановимся на очень важном (как видно из рис. 4) показателе  $\alpha$ .

Показатель  $\alpha$  в функции масс различных астрономических объектов отражает принципиальные особенности процессов образования и эволюции ансамбля таких объектов и, естественно, привлекает повышенное внимание исследователей. Обсуждение этих аспектов можно найти, например, в (Shustov, Tutukov, 2018), где рассмотрены спектры масс астрофизических объектов и в (Shustov, 2019) — там рассмотрены спектры масс объектов Солнечной системы. Общий вывод из этих обзоров состоит в том, что некоторыми средними значениями показателя  $\alpha$  для малых тел Солнечной системы можно считать значения в диапазоне 1.4–1.7, хотя для межпланетной пыли и самых массивных астероидов, значения могут выходить из этого диапазона. Эта область на рис. 4 показана затененным многоугольником. Так что большой разброс оценок значений  $\rho_c$ , обсуждавшийся в кратком обзоре в начале этого раздела, вполне объясним. Мы полагаем, что можно придерживаться оценки  $\rho_c = 1 \times 10^{-4} \text{ а. е.}^{-3}$ . Это означает, что согласно нашей модели в среднем в каждый момент времени в пределах “классической” Солнечной системы (радиус — 50 а. е.) находится около 50 тел, прилетевших из межзвездного пространства.

При разумной вариации параметров, это число может оказаться на порядок больше (например, при понижении  $m_{\min}$  до  $10^4$  т, что соответствует массе Челябинского тела), но население МЗО в любом случае малочисленно.

Несмотря на повышенную кинетическую энергию МЗО, их малое количество не позволяет рассматривать МЗО, как фактор, существенно

увеличивающий уровень астероидно-кометной опасности.

### О ПОИСКЕ И ИССЛЕДОВАНИИ МЕЖЗВЕЗДНЫХ ОБЪЕКТОВ В СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЕ С ПОМОЩЬЮ НАЗЕМНЫХ И КОСМИЧЕСКИХ ИНСТРУМЕНТОВ

Технологии обнаружения МЗО по существу те же, что и применяемые для поиска объектов, сближающихся с Землей. МЗО хотя и движутся с повышенными скоростями относительно нашей планеты, но эти превышения не критичны, если, например, рассматривать требования по допустимому смазу изображения. Понятно, что малочисленность (в пределах Солнечной системы) населения МЗО означает, что среднее расстояние до наблюдаемого объекта будет относительно большим и требуются обзорные телескопы большой апертуры. Недаром большие надежды возлагаются на LSST. Возможно, что характеристики движения МЗО коррелирует с характеристиками движения звездных потоков. В Eubanks (2019) предложен проект специального глубокого поиска межзвездных астероидов в звездных потоках с использованием 4-метрового оптического телескопа с широким полем зрения. Автор отмечает, что если бы такая камера была направлена на звездный поток Плеяды, астероид 1I/Oumuamua можно было бы обнаружить на 4 месяца раньше.

Открытие МЗО вдохновило ученых и специалистов по космической технике на разработку проектов космических средств, способных достичь эти быстрые цели. В (Seligman, 2018) обсуждается проект перехватчика-импактора. Кинетическая энергия, передаваемая при скоростном ударе ( $>40 \text{ км/с}$ ) при столкновении с МЗО, приведет к выбросу большого количества подповерхностного вещества. Состав этого вещества можно было бы исследовать спектроскопически с помощью космического аппарата-компаньона, что позволило бы лучше оценить исходный состав МЗО. Идея почти такая же, что и в других ударных экспериментах (Deep Impact, Dart + Hera). Проведенный авторами технический анализ показывает, что перехват такого скоростного объекта возможен при условии его заблаговременного обнаружения. В (Hibberd и др., 2019) техническая сторона не просто перехвата, а достижения кометы 2I/Borisov обсуждается с довольно высоким уровнем технической детализации. Обсуждаются возможные сроки запуска КА. Даже запуск в 2030 г. может быть результативным, т.е. обеспечивающим прибытие в 2045 г. малого исследовательского модуля (массой  $\sim 3$  кг). Итак, можно заключить, что применение средств космического ба-

зирования возможно. Нужно только оценить целесообразность.

### ВЫВОДЫ

Открытие межзвездных объектов пока что остается делом случая. Нужен системный подход в организации наблюдений. Большие профессиональные телескопы и существующие программы наблюдений на этих телескопах имеют ограничения, которые могут быть преодолены с более скромными инструментами. Сделанное Г.В. Борисовым открытие подтверждает, что астрономия любительского уровня может приносить не только удовольствие энтузиастам, но и вполне реальные и даже важные научные открытия.

Применение средств космического базирования для изучения МЗО возможно, но нужно оценивать целесообразность.

Оценена пространственная плотность межзвездных объектов в окрестности Солнечной системы. Эта величина зависит от массы выброшенного из Солнечной системы вещества в виде кометезималей и более мелких объектов; показателя  $\alpha$  степени в распределении кометезималей по размерам ( $dN/dm = m^{-\alpha}$ ), минимальной и максимальной массы кометезимали в этом распределении. Согласно полученной оценке в Солнечной системе, точнее в сфере радиусом 50 а. е., в каждый момент времени может находиться около 50 межзвездных тел размером  $>50$  м. Это согласуется с некоторым средним по работам других авторов (см. раздел “О пространственной плотности...”), хотя в оценках, данных в этих работах, наблюдается значительный разброс.

Хотя скорости возможного сближения с Землей таких объектов могут быть высокими, их относительно малое количество (по нашим оценкам общее число потенциально опасных объектов размером более 140 м в Солнечной системе составляет  $\sim 10^4$ ) не позволяет рассматривать МЗО, как фактор, существенно увеличивающий уровень астероидно-кометной опасности.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Bannister M.T., Opatom C., Fitzsimmons A., Moulane Y., Jehin E., Seligman D., Rousselot P., Knight M.M., Marsset M., Schwamb M.E., Guilbert-Lepoutre A., Jorda L., Vernazza P., Benkhaldoun Z.* Interstellar comet 2I/Borisov as seen by MUSE: C2, NH<sub>2</sub> and red CN detections / arXiv e-prints arXiv:2001.11605. 2020.
- Bertaux J.L., Blamont J.E., Tabarie N., Kurt W.G., Bourgin M.C., Smirnov A.S., Dementeva N.N.* Interstellar medium in the vicinity of the sun: a temperature measurement obtained with Mars-7 interplanetary probe // *Astron. and Astrophys.* 1976. V. 46. P. 19–29.
- Bertaux J.L., Blamont J.E.* Possible evidence for penetration of interstellar dust into the Solar System // *Nature* (London). 1976. V. 262. P. 263–266.
- Bodewits D., Noonan J.W., Feldman P.D., Bannister M.T., Farnocchia D., Harris W.M., Li J.Y., Mandt K.E., Parker J.W., Xing Z.* The carbon monoxide-rich interstellar comet 2I/Borisov / arXiv:2004.08972. 2020.
- Bolin B.T., Lisse C.M., Kasliwal M.M., Quimby R., Tan H., Copperwheat C., Lin Z.-Y., Morbidelli A., Abe L., Bendjoya P., Burdge K.B., Coughlin M., Fremling C., Itoh R., Koss M., Masci F.J., Maeno S., Mamajek E.E., Marocco F., Murata K., Rivet J.-P., Sitko M. L., Stern D., Vernet D., Walters R., Yan Lin, Andreoni I., Bhalerao V., Bodewits D., De, Kishalay D., Kunal P., Bellm E.C., Blagorodnova N., Buzasi D., Cenko S.B., Chang Chankao, Chojnowski D., Dekany R., Duev D.A., Graham M., Jurić M., Kulkarni S.R., Kupfer T., Mahabal A., Neill J.D., Ngeow Ch.-Ch., Penprase B., Riddle R., Rodriguez H., Smith R.M., Rosnet P., Sollerman J., Soumagnac M.T.* Characterization of the Nucleus, Morphology and Activity of Interstellar Comet 2I/Borisov by Optical and Near-Infrared GROWTH, Apache Point, IRTF, ZTF and Keck Observations / arXiv e-prints arXiv:1910.14004. 2019.
- Bolin B.T., Bodewits D., Lisse C.M., Fernandez Y.R., Helou G., Cenko S.B.* Possible fragmentation of interstellar comet 2I/Borisov // *The Astronomer's Telegram*. 2020a. № 13613. P. 1.
- Ceballos O., Howell E.S., Mendez A., Fernandez Y.R., Lovell A.J., Schambeau C.A.* Observing Interstellar Comet 2I/Borisov for Radio OH Lines with the Arecibo Observatory / *Lunar and Planet. Sci. Conf.* 2020. № 2326. P. 3078.
- Charnoz S., Morbidelli A.* Coupling dynamical and collisional evolution of small bodies: an application to the early ejection of planetesimals from the Jupiter-Saturn region // *Icarus*. 2003. V. 166. P. 141–156.
- Engelhardt T., Jedicke R., Veres P., Fitzsimmons A., Denneau L., Beshore E., Meinke B.* An Observational Upper Limit on the Interstellar Number Density of Asteroids and Comets // *Astron. J.* 2017. V. 153. P. 133–143.
- Eubanks T.M.* Efficient searches for galactic stream interstellar asteroids / *Lunar and Planet. Sci. Conf.* 2019. № 2132. P. 3262.
- Gibbs W.W.* Alien comets may be common, analysis of 2I/Borisov suggests // *Science*. 2019. V. 366. P. 558.
- Hibberd A., Perakis N., Hein A.M.* Sending a Spacecraft to Interstellar Comet C/2019 Q4 (Borisov) / arXiv e-prints arXiv:1909.06348. 2019. 1909.06348.
- Hui M.-T., Ye Q.-Z., Fohring D., Hung D., Tholen D.J.* Physical Characterisation of Interstellar Comet 2I/2019 Q4 (Borisov) / arXiv e-prints arXiv:2003.14064. 2020.
- Jewitt D., Luu J., Kleyna J.T., Hainaut O.R., Jedicke R., Wainscoat R.J., Chambers K.C., Keane J.V., Petric A., Denneau L., Magnier E., Berge T., Hube M.E., Flewelling Heather, Waters C., Schunova-Lill E., Chastel S.* Initial characterization of interstellar comet 2I/2019 Q4 (Borisov) // *Astrophys. J.* 2019. V. 886. L. 29–35.
- Laughlin G., Batygin K.* On the Consequences of the Detection of an Interstellar Asteroid // *Res. Notes of the American Astron. Soc.* 2017. V. 1. P. 43.
- Levison H.F., Morbidelli A., Laerhoven C. Van, Gomes R., Tsiganis K.* Origin of the structure of the Kuiper belt

- during a dynamical instability in the orbits of Uranus and Neptune // *Icarus*. 2008. V. 196. P. 258–273.
- Mann I., Jessberger E.K.* The In-Situ Study of Solid Particles in the Solar System / *Astromineralogy*/ Ed. Thomas Henning. Lecture Notes in Physics. 2010. V. 815. P. 233–257.
- Manzini F., Oldani V., Ochner P., Bedin L.R.* Interstellar Comet 2I/Borisov exhibits a structure similar to native Solar System comets / arXiv e-prints arXiv:2004.02033. 2020.
- Meech K.J., Weryk R., Micheli M., Kleya J.T., Hainaut O.R., Jedicke R., Wainscoat R.J., Chambers K.C., Keane J.V., Petric A. et al.* A brief visit from a red and extremely elongated interstellar asteroid // *Nature*. 2017. V. 552. P. 378–381.
- Opitom C., Fitzsimmons A., Jehin E., Moulane Y., Hainaut O., Meech K.J., Yang B., Snodgrass C., Micheli M., Keane J.V., Benkhaldoun Z., Kleya J.T.* 2I/Borisov: A C2-depleted interstellar comet // *Astron. and Astrophys.* 2019. V. 631. L. 8–12.
- Postberg F., Srama R., Hillier J.K., Sestak S., Green S.F., Trielo M., Grün E.* Simulating STARDUST: Reproducing Impacts of Interstellar Dust in the Laboratory / *European Planet. Sci. Congress*. 2008. P. 873.
- Seligman D., Laughlin G.* The Feasibility and Benefits of In Situ Exploration of 'Oumuamua-like objects // *Astron. J.* 2018. V. 155. P. 217–229.
- Shustov B.M., Tutukov A.V.* The initial mass spectra of astronomical objects // *Astron. Reports*. 2018. V. 62. P. 724–732.
- Shustov B.M.* On the mass spectrum of asteroids, meteoroids and space debris // *INASAN Science Reports*. 2019. № 4. P. 356–364.
- Xing Z., Bodewits D., Noonan J., Bannister M.T.* Water production rates and activity of interstellar comet 2I/Borisov / *Lunar and Planet. Sci. Conf.* 2020. №. 2326. P. 2275.
- Yang B., Kelley M.S.P., Meech K.J., Keane J.V., Protopapa S., Bus S.J.* Searching for water ice in the coma of interstellar object 2I/Borisov // *Astron. and Astrophys.* 2020. V. 634. L. 6–10.
- Zhang Q., Ye Q., Kolokolova L.* Interstellar Comet 2I/Borisov is Single Again // *The Astronomer's Telegram*. 2020. № 13618. P. 1.

УДК 523-52

## ДЖИНСОВСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ПРОТОПЛАНЕТНОГО ОКОЛОЗВЕЗДНОГО ДИСКА С УЧЕТОМ МАГНИТНОГО ПОЛЯ И ИЗЛУЧЕНИЯ В НЕЭКСТЕНСИВНОЙ КИНЕТИКЕ ТСАЛЛИСА

© 2021 г. А. В. Колесниченко\*

*Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия*

*\*e-mail: kolesn@keldysh.ru*

Поступила в редакцию 26.10.2020 г.

После доработки 03.11.2020 г.

Принята к публикации 09.11.2020 г.

В рамках неэкстенсивной статистики Тсаллиса дан вывод критериев гравитационной неустойчивости Джинса для самогравитирующего протопланетного диска, вещество которого состоит из смеси проводящего идеального  $q$ -газа и модифицированного излучения фотонного газа. Критерии неустойчивости выведены из соответствующих дисперсионных соотношений, записанных как для нейтрального дискового вещества, так и для намагниченной плазмы с модифицированным чернотельным излучением. Сконструирована термодинамика фотонного газа, основанная на неэкстенсивной квантовой энтропии Тсаллиса, зависящей от параметра деформации. Показано, что чернотельное  $q$ -излучение может стабилизировать состояние неэкстенсивной среды для чисто газового диска, а для электропроводящего диска критерий неустойчивости Джинса видоизменяется магнитным полем и радиационным давлением только в поперечном режиме распространения волны возмущения.

**Ключевые слова:** критерии Джинса, протопланетный диск, чернотельное излучение, неэкстенсивная кинетика Тсаллиса

**DOI:** 10.31857/S0320930X21020031

### ВВЕДЕНИЕ

Звездообразование и формирование протопланетных газопылевых аккреционных дисков и экзопланет — это непрерывный процесс эволюции вещества во Вселенной. Наблюдения областей звездных сгущений свидетельствуют о всеобъемлющей связи волокон и магнитных полей с этими процессами. Эволюция газопылевой дисковой среды наиболее адекватно моделируется в рамках классической механики гетерогенных многокомпонентных турбулентных электропроводящих сред с учетом физико-химических свойств фаз, тепломассопереноса, вязкости, химических реакций, вариаций непрозрачности среды для звездного излучения, процессов коагуляции и др. Строгое математическое рассмотрение этой проблемы содержится, например, в работах (Колесниченко, 2011; 2016; 2017; Kolesnichenko, Marov, 2008; 2013; 2019; Marov, Kolesnichenko, 2013).

При условии, что хаотические турбулентные скорости пылевых частиц не превышают некоторого предела, в протопланетном диске развиваются разного рода гидродинамические неустойчивости, в частности, гравитационная (джинсовская) неустойчивость, соответствующая классическо-

му сценарию Гольдрейха—Уорда формирования планетезималей (Goldrich, Ward, 1973). Гравитационная неустойчивость является фундаментальным процессом фрагментации гравитирующего космического вещества звездного протопланетного диска. Она вызывает формирование относительно устойчивых астрофизических объектов, таких как допланетные пылевые сгущения (пылевые кластеры), твердые планетезимали, астероиды, планетные кольца, планеты и др. (см., Jeans, 1902; 2009; Чандрасекар, 1985; Сафронов, 1969; Горькавый, Фридман, 1994; Фридман, Хоперсков, 2011). Самогравитирующая дисковая среда становится гравитационно неустойчивой, если возникшие в ней сколь угодно малые флуктуации скорости и плотности вещества неограниченно растут со временем вследствие тяготения; при этом гравитационное равновесие нарушается, если соответствующие длины волн возмущения превышают определенное значение. Проблема гравитационной неустойчивости астрофизических дисков в последнее время посвящено большое число публикаций, среди которых можно выделить следующие работы (Chandrasekhar, Fermi, 1953; Bonnor, 1957; Hunter, 1972; Goldreich,

Lynden-Bell, 1965; Low, Lynden-Bell, 1976; Shakura, Sunyaev, 1976; Camenzind и др., 1986; Cadez, 1990; Pandey, Avinash, 1994; Owen и др., 1997; Tsiklauri, 1998; Mace и др., 1998; Lima и др., 2002; Trigger и др., 2004; Sakagami, Taruya, 2004; Shukla, Stenflo, 2006; Tsintsadze и др., 2008; Masood и др., 2008; Cadez, 2010; Dhiman, Dadwal, 2012; Fridman., Polyachenko, 1984; 2012; Kaothekar, Chhajlani, 2013; Joshi, Pensia, 2017; Pensia и др., 2018; Kumar и др., 2018; Колесниченко, 2015; 2018; 2019; Makalkin, Ziglina, 2018; Makalkin и др., 2019). Во всех этих работах рассмотрены различные аспекты джинсовской неустойчивости самогравитирующих космических сред как в рамках классических уравнений Навье-Стокса и МГД-уравнений, так и на основе бесстолкновительного уравнения Больцмана (при наличии гравитационного поля) и уравнения Пуассона.

Вместе с тем, в работах (Колесниченко, 2016а; 2016б; 2017; Колесниченко, 2019; Колесниченко, Маров, 2015) было предложено рассматривать совокупность пылевых образований в дисковой среде, как особый тип сплошной среды — фрактальной среды, обладающей нецелой массовой размерностью, и применять для ее описания дробно-интегральную гидродинамику, в которой для учета фрактальности используются дробные интегралы, порядок которых определяется массовой размерностью фрактальных пылевых кластеров. Сложная пространственно-временная структура подобной среды приводит к нарушению принципа экстенсивности (аддитивности) для таких важнейших термодинамических характеристик, как энтропия или внутренняя энергия.

Исследования в области механики неэкстенсивных стохастических систем стали в последнее время предметом значительного интереса, что объясняется как новизной возникающих здесь общетеоретических проблем, так и важностью практических приложений. Начало систематического изучения в этом направлении связано с работой К. Тсаллиса (Tsallis, 1988), в которой был введен функционал энтропии  $S_q(f) = k(q-1)^{-1} \left[ 1 - \int f^q dz \right]$ , зависящий от некоторого действительного числа  $q$  (так называемого параметра деформации) и обладающий неаддитивностью для совокупности независимых аномальных систем. В пределе слабой связи  $q \rightarrow 1$  энтропия Тсаллиса переходит в энтропию Больцмана-Гиббса. Важно при этом отметить в виду, что деформированная статистика Тсаллиса специально предназначена для описания поведения аномальных систем с сильным силовым взаимодействием и сильными корреляциями отдельных ее частей, а также с фрактальным характером фазового пространства.

Неэкстенсивная статистика, в настоящее время интенсивно развивается. Возникают многочис-

ленные новые математические проблемы, требующие своего решения. В научной литературе доступны многочисленные коллекции миниобзоров (см., например, Tsallis, 1999; Abe, Okamoto, 2001; Grigolini и др., 2002; Kaniadakis и др., 2002; 2006; Kaniadakis, Lissia, 2004; Gell-Mann, Tsallis, 2004; Herrmann и др., 2004; Колесниченко, 2019). Статистика Тсаллиса успешно применяется ко многим природным системам, в частности, к ранней Вселенной (Pessah и др., 2001), к космической плазме (Lima и др., 2000), к астрофизическим проблемам (например, к трехмерной гравитационной проблеме N-тел), к космологическим проблемам (например, при толковании черных дыр, суперструн, темной материи (Leubner, 2005)) и так далее. Моделированию Бозе-газа и чернотельному излучению в рамках неэкстенсивной статистики также посвящено большое число публикаций (см., например, Tsallis и др., 1995; 1997; Plastico и др., 1995; Lenzi, Mendes, 1998; Wang, Le Méhauté, 1998; Wang и др., 1998; Büyükkilic., Demirhan, 2000; Anchrordoqui, Torres, 2001; Martinez и др., 2001; 2002; Chamati и др., 2006; Zaripov, 2009; Rovenchak, 2018; Ma и др., 2019; Kolesnichenko, 2020). Тем не менее в настоящей работе предлагается вновь обсудить в рамках формализма Тсаллиса механизм чернотельного излучения применительно к задачам космологии. Основанием для подобного намерения является с одной стороны противоречивое конструирование деформированной термодинамики чернотельного излучения, присутствующее в ряде публикаций (см. ниже), а с другой стороны, неоспоримый экспериментальный факт, согласно которому существующее космическое фоновое излучение (находящееся в тепловом равновесии) несколько отличается от классического закона излучения черного тела Планка из-за влияния дальнедействующего гравитационного воздействия на больших расстояниях (Mather и др., 1994). Это влияние может быть отражением того отдаленного во времени факта, когда материя и свет были сильно взаимосвязаны между собой, или же оно является результатом еще более замысловатых природных явлений (Sistema, Vucetich, 2005).

В работе (Kolesnichenko, Chetverushkin, 2013) в рамках статистики Тсаллиса была сконструирована на основе модифицированного кинетического уравнения (с интегралом столкновений в форме Бхатнагара-Гросса-Крука) обобщенная гидродинамика (так называемая  $q$ -гидродинамика Навье-Стокса), пригодная для моделирования сред с фрактальной структурой. Именно на основе этой гидродинамики в серии работ (Колесниченко, 2015; 2016б; Kolesnichenko, Marov, 2008; 2014; 2016) была рассмотрена проблема гравитационной неустойчивости Джинса для протопланетного газопылевого диска с фрактальной структурой при учете радиации и воздействия

вращательного движения диска на критическую длину волны возмущения, ведущей к неустойчивости. В этих работах проведено исследование влияния “классической” чернотельной радиации на гравитационную неустойчивость аккреционных дисков, находящихся на начальной стадии своего образования. Точнее речь идет о центральной части дисков, в которой практически все излучение является длинноволновым, поскольку оно уже успело пройти через многократное поглощение и переизлучение частицами фрактальной дисковой среды. Именно там возможно существование локального термодинамического равновесия, при котором температура дискового вещества практически совпадает с температурой черного тела. Полученные при этом критерии, как правило, лучше отвечают условиям развития неустойчивости в радиационной дисковой среде с фрактальной структурой в фазовом пространстве.

В недавней работе автора (Kolesnichenko, 2020), посвященной рассмотрению в рамках неэкстенсивной статистики Тсаллиса джинсовской неустойчивости звездного протопланетного диска с радиацией, термодинамические параметры чернотельного излучения использовались в обычной классической форме. В отличие от нее в данной работе предлагается воспользоваться модифицированным (в рамках формализма Тсаллиса) механизмом Планка для черного излучения (теплового фотонного газа) и исследовать его влияние на гравитационную неустойчивость протопланетного диска. Поскольку во всем космосе нет такого места, где не присутствуют магнитные поля, существенно изменяющие условия неустойчивости, то вполне уместно рассмотреть в рамках неэкстенсивной  $q$ -гидродинамики гравитационную неустойчивость электропроводящего протопланетного диска (плазменной дисковой среды) с учетом деформированных радиационных процессов.

Таким образом, целью работы является изложение с единых позиций обобщенной статистики Тсаллиса круга вопросов, связанных с выводом критерия гравитационной неустойчивости Джинса для неэкстенсивной дисковой электропроводной среды, при учете влияния на этот критерий чернотельного излучения, отвечающего модифицированной  $q$ -энтропии фотонного газа ( $q$ -энтропии световых квантов Бозе). При этом сконструирована деформированная термодинамика черного излучения, базирующаяся на свойствах универсального степенного  $q$ -распределения Бозе–Эйнштейна (негиббсового канонического ансамбля бозонных систем), полученного из вариационного принципа максимизации Джейнса (Jaynes, 1963)  $q$ -энтропии Бозе-газа. Этому распределению соответствуют обобщенные законы Планка, Рэлея–Джинса и Вина для фотонов теп-

лового спектра, на основе которых в работе выведены модифицированные выражения для всех термодинамических параметров черного излучения.

## ИСХОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ $q$ -ГИДРОДИНАМИКИ

Рассмотрим сначала динамическую неэкстенсивную протопланетную систему с нормированным распределением частиц  $f(\mathbf{r}, \mathbf{c}, t)$  в геометрическом пространстве  $\mathbf{r}$  и в пространстве скоростей  $\mathbf{c}$  с размерностью  $D$ . Предлагаемое Тсаллисом обобщение статистической механики (в случае статистики Курадо–Тсаллиса) лучше всего описывается следующими двумя аксиомами (Curado, Tsallis, 1991; Колесниченко, 2018):

**Аксиома 1.** Функционал энтропии, связанный с нормированным распределением функции вероятностей  $f(\mathbf{z}, t)$  равен  $S_q[f] := \frac{k}{q-1} \int d\mathbf{z} \{f(\mathbf{z}) - [f(\mathbf{z})]^q\}$ ,

где  $q$  – параметр деформации – число, связанное с фрактальной размерностью, а для неэкстенсивных систем, являющееся мерой их неаддитивности (Tsallis, 2009); здесь  $\mathbf{z} = (\mathbf{r}, \mathbf{c})$  – элемент объема фазового пространства;  $d\mathbf{z} := d\mathbf{r}d^D\mathbf{c}$ , где  $D$  – целая размерность пространства скоростей;  $k$  – постоянная Больцмана.

**Аксиома 2.** Экспериментально измеряемое значение любой макроскопической величины  $\langle A \rangle_q$  (термодинамической макрохарактеристики  $q$ -системы) задается соотношением  $\langle A \rangle_q := \int A(\mathbf{r}, t) [f(\mathbf{z})]^q d\mathbf{z}$ , где  $A(\mathbf{r}, t)$  – соответствующая микроскопическая величина.

Важно подчеркнуть, что энтропия  $S_q(A \cup B)$  двух независимых систем  $A$  и  $B$  не является аддитивной переменной при  $q \neq 1$ , поскольку имеет место равенство (см. Tsallis, 2009)

$$S_q(A \cup B) = S_q(A) + S_q(B) + k^{-1}(1-q)S_q(A)S_q(B).$$

Несмотря на это обстоятельство, в литературе было показано, что существует, тем не менее, значительное количество обычных статистических и термодинамических свойств, которые справедливы для любого  $q$  (см. Bibliography/http://tsallis.cat.cbpf.br/biblio.htm).

### *Основные определения и система уравнений $q$ -гидромеханики*

Энтропия Тсаллиса влечет за собой не только обобщение статистической физики и термодинамики, но и обобщение физической кинетики и гидродинамики (Oliveira, Galvao, 2018). Простейшей макроскопической величиной является  $q$ -плот-

ность числа частиц, которая определяется соотношением  $n_q(\mathbf{r}, t) := \int [f(\mathbf{z})]^q d^D \mathbf{c}$ . Тогда массовая  $q$ -плотность равна  $\rho_q(\mathbf{r}, t) \equiv m n_q(\mathbf{r}, t)$ . Поскольку частица, движущаяся со скоростью  $\mathbf{c}$ , обладает импульсом  $m\mathbf{c}$ , то выражение  $\mathbf{u}_q(\mathbf{r}, t) := \int m\mathbf{c} [f(\mathbf{z})]^q d^D \mathbf{c} / \rho_q(\mathbf{r}, t)$  определяет гидродинамическую скорость элемента объема. Величина  $\varepsilon_q(\mathbf{r}, t) := \rho_q^{-1} \int \frac{m}{2} |\mathbf{c} - \mathbf{u}_q|^2 [f(\mathbf{z})]^q d^D \mathbf{c}$  является удельной внутренней  $q$ -энергией (на единицу массы) неэкстенсивной системы. Поток  $\mathbf{P}_q(\mathbf{r}, t) := m \int (\mathbf{c} - \mathbf{u}_q)(\mathbf{c} - \mathbf{u}_q) [f(\mathbf{z})]^q d^D \mathbf{c}$  и  $\mathbf{J}_q(\mathbf{r}, t) := \frac{1}{2} m \int |\mathbf{c} - \mathbf{u}_q|^2 (\mathbf{c} - \mathbf{u}_q) [f(\mathbf{z})]^q d^D \mathbf{c}$  представляют собой соответственно тензор давлений и поток тепла. Гидростатическое  $q$ -давление определяется как  $p_q(\mathbf{r}, t) := \frac{1}{3} \mathbf{P} : \mathbf{I} = \frac{1}{3} m \int |\mathbf{c} - \mathbf{u}_q|^2 [f(\mathbf{z})]^q d^D \mathbf{c}$ , где  $\mathbf{I}$  – единичный тензор второго ранга. В частности, если сдвиговые напряжения равны нулю, а нормальные напряжения равны между собой, то  $\mathbf{P}_q = p_q \mathbf{I}$ .

В работах (Boghossian, 1998; Kolesnichenko, Chetverushkin, 2014) в рамках неэкстенсивной статистической механики Тсаллиса было проведено методом моментов конструирование гидродинамических уравнений на основе модифицированного кинетического уравнения Больцмана<sup>1</sup> (с учетом самогравитации) с интегралом столкновений в форме Бхатнагара–Гросса–Крука):

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{c} \cdot \nabla + \mathbf{F}_q \cdot \nabla_{\mathbf{c}} \right) [f(\mathbf{r}, \mathbf{c}, t)]^q = -\frac{1}{\tau} \left\{ [f(\mathbf{r}, \mathbf{c}, t)]^q - [f^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{c}, t)]^q \right\}. \quad (1)$$

Здесь  $\text{grad}_{\mathbf{c}} := \mathbf{i}_x \partial / \partial c_x + \mathbf{i}_y \partial / \partial c_y + \mathbf{i}_z \partial / \partial c_z$ ;  $\mathbf{F}_q(\mathbf{r}, t) := \mathbf{f} / m - \nabla \Psi_q(\mathbf{r}, t)$  – не зависящая от скорости внешняя сила (сила тяжести) отнесенная к единице массы;  $\mathbf{f}$  – сила негравитационного происхождения (например, электромагнитная сила Лоренца);  $\Psi_q(\mathbf{r}, t) := -G \int \frac{m}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} [f(\mathbf{z}', t)]^q d\mathbf{z}'$  – гравитационный потенциал, удовлетворяющий уравнению Пуассона  $\Delta \Psi_q(\mathbf{r}) = 4\pi G \int m f^q d^D \mathbf{c}$ ;  $G$  – гравитационная постоянная;  $\tau$  – положительный параметр, который интерпретируется как характерное время релаксации произвольной функции распределения  $f(\mathbf{r}, \mathbf{c}, t)$  к обобщенному локально-максвелловскому распределению (величина  $\tau$  совпадает по порядку величины со средним вре-

менем свободного пробега частиц в системе).

Равновесное распределение  $f^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{c})$ , в случае когда  $q > 1$ , определяется следующей формулой (см., например, Колесниченко, 2019)

$$f^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{c}) = \left\{ c_{q,D} \frac{\rho_q}{m} \left( \frac{m}{2\pi k T} \right)^{D/2} \right\}^{1/q} \times \left\{ 1 - (1-q) \frac{m(\mathbf{c} - \mathbf{u}_q)^2}{2kT} \right\}^{1/(1-q)}, \quad (2)$$

где  $c_{q,D} = \frac{(1-q)^{D/2} \Gamma\left(\frac{q}{1-q}\right)}{\Gamma\left(\frac{q}{1-q} - \frac{D}{2}\right)}$ ;  $\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} dt$  – Гамма-функция.

В результате были получены следующие моментные уравнения  $q$ -гидродинамики, которые являются обобщением обычных гидродинамических уравнений Навье–Стокса:

$$\partial \rho_q / \partial t + \nabla \cdot (\rho_q \mathbf{u}_q) = 0, \quad (3)$$

$$\partial (\rho_q \mathbf{u}_q) / \partial t + \nabla \cdot (\mathbf{P}_q + \rho_q \mathbf{u}_q \mathbf{u}_q) = n_q \mathbf{f} - \rho_q \nabla \Psi_q, \quad (4)$$

$$\partial (\rho_q \varepsilon_q) / \partial t + \nabla \cdot \{ \mathbf{J}_q + \rho_q \varepsilon_q \mathbf{u}_q \} + \mathbf{P}_q : \nabla \mathbf{u}_q = 0. \quad (5)$$

Уравнения (3)–(5) не являются в общем случае замкнутыми, поскольку отсутствует необходимая связь (так называемые определяющие соотношения) потоковых величин ( $\mathbf{P}_q$  и  $\mathbf{J}_q$ ) и скалярных характеристик течения ( $\rho_q$ ,  $\mathbf{u}_q$  и  $T$ ). Эта связь может быть найдена с помощью решения модельного кинетического уравнения (1) методом Чепмена–Энскога при использовании общего асимптотического разложения функции распределения по числу Кнудсена. Этот метод был использован в работе (Kolesnichenko, Chetverushkin, 2013), в результате чего были найдены определяющие соотношения, замыкающие систему (3)–(5). В частности, в случае приближения нулевого порядка, когда распределение  $f \equiv f^{(0)}$  (т.е. является обобщенным локально-максвелловским распределением (2)), было показано, что тензор напряжения  $\mathbf{P}_q$  сводится к шаровому тензору  $\mathbf{P}_q^{(0)} \equiv p_q \mathbf{I}$ , а поток тепла  $\mathbf{J}_q = 0$ . При этом внутренняя энергия  $\varepsilon_q$  и гидростатическое давление  $p_q$  задаются соотношениями

$$\varepsilon_q = \frac{DkT}{2m} \left[ 1 + (1-q) \frac{D}{2} \right]^{-1}, \quad (6)$$

$$p_q = \frac{\rho_q k T}{m \left[ 1 + (1-q) \frac{D}{2} \right]} = \frac{2}{D} \rho_q \varepsilon_q.$$

Поскольку определение температуры в  $q$ -статистике достаточно произвольно (оно зависит от довольно произвольного определения температу-

<sup>1</sup> В цитируемой работе кинетическая теория была основана на операторе столкновений Бхатнагара–Гросса–Крука (BGK), который был обобщён для произвольного значения параметра  $q$ .

ры с точки зрения множителей Лагранжа), то далее мы будем интерпретировать величину  $T_{eff} \equiv T / \left[ 1 + (q-1) \frac{D}{2} \right]$  как обобщенную температуру сложной неаддитивной системы. Естественно, что эта температура, в корне отличается от абсолютной термодинамической температуры  $T$ , характеризующей интенсивность хаотизации (беспорядочного движения) частиц системы. Заметим, что если записать через эффективную температуру  $T_{eff}$  выражение для внутренней энергии (6), то для величины  $\epsilon_q$  получим соотношение  $\epsilon_q = DkT_{eff}/2m$ , которое совпадает при  $q \rightarrow 1$  и  $D = 3$  с определением внутренней энергии в статистике Больцмана–Гиббса, соответствующее равному распределению энергии классического идеального газа по степеням свободы. Если сохранить обычные представления об обобщенной температуре  $T_{eff}$ , то тогда неравенство  $\epsilon_q > 0$  накладывает жесткое ограничение на величину параметра деформации  $q$ : в этом случае энтропийный индекс удовлетворяет неравенству  $0 < q < 1 + 2/D$ .

В приближении первого порядка были найдены следующие определяющие уравнения для потока тепла  $\mathbf{J}_q$  и тензора вязких напряжений  $\mathbf{T}_q \equiv \mathbf{P}_q - p_q \mathbf{I}$ :

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_q(\mathbf{r}, t) &= -\lambda_q \nabla T, \\ \mathbf{T}(\mathbf{r}, t) &= \mu_q \left( \nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T - \frac{2}{3} \mathbf{I} \nabla \cdot \mathbf{u} \right), \end{aligned} \quad (7)$$

где  $\lambda_q = \tau \frac{kp_q}{m} \frac{1 + D/2}{1 + (1-q)(1 + D/2)}$ ,  $\mu_q = \tau p_q = \tau \frac{\rho_q k T}{m \left[ 1 + (1-q) \frac{D}{2} \right]}$  — соответственно коэффициенты теплопроводности и сдвиговой вязкости.

### ЭНТРОПИЯ БОЗЕ-ГАЗА В СТАТИСТИКЕ БОЛЬЦМАНА–ГИББСА

Прежде чем приступить к обсуждению проблемы чернотельного излучения в статистике Тсаллиса, сделаем следующее замечание. Осреднение микроскопических физических величин в  $q$ -статистике возможно с помощью трех распределений:  $f(\mathbf{r})$ ,  $f^q(\mathbf{r})$ ,  $f^q(\mathbf{r}) / \int f^q(\mathbf{r}) dz$ . Первое осреднение соответствует первоначальной статистике Тсаллиса (Tsallis, 1988), второе (ненормированное) осреднение — статистике Курадо–Тсаллиса (Curado, Tsallis, 1991; Зарипов, 2002; Колесниченко, 2018), третье нормированное (эскортное) осреднение — статистике Тсаллиса–Мендеса–Пластино (Tsallis и др., 1998). Различным способам осреднения соответствуют совершенно раз-

ные  $q$ -термодинамики. Именно по этой причине вопрос об использовании того или иного осреднения носит принципиальный характер в ряде физических приложений, поскольку различия в определении макроскопических параметров могут оказаться существенными при обработке экспериментальных данных. По мнению ряда авторов, получаемые при этом несоответствия могут быть благополучно устранены при использовании только нормированного эскортного распределения (см, например, Tsallis и др., 1998; Tsallis, 1999; Martinez и др., 2000).

Вместе с тем, существует и иная точка зрения (которой придерживается автор данной статьи), согласно которой единственно правильным осреднением в  $q$ -статистике Тсаллиса является осреднение с ненормированным распределением  $f^q$ , наличествующее в ее аксиоматическом обосновании (см. Havrda, Charvat, 1967; Daroczy, 1970). Именно это распределение не приводит к переопределению понятия температуры, которая в этой статистике является интенсивным параметром (т.е. абсолютной температурой  $T$ ), а не функционалом (так называемой физической температурой  $T_{ph}$ , зависящей от энтропии  $S_q$ ), как это происходит при иных определениях средне-взвешенного осреднения. Отметим, что это и некоторые другие убедительные соображения в пользу использования осреднения Курадо–Тсаллиса приведены в монографиях (Зарипов, 2002; 2010).

Модификация чернотельного излучения рассматривалась в ряде работ (см., например, Tirnakli и др., 1997; Wang и др., 1998; Rovenchak, 2018), в которых в качестве отправной точки использовалось следующее обобщенное распределение Планка для собственных частот излучения фотонного газа:  $p_0(\omega) = 1 / \left\{ \left[ 1 + (q-1) \frac{\hbar \omega}{kT} \right]^{1/(q-1)} - 1 \right\}$ .

Легко можно убедиться в том (см. ниже), что это распределение получается из условия максимума модифицированной  $q$ -энтропии Бозе-газа (см. Büyükkilic, Demirhan, 2000; Зарипов, 2010) только в том случае, когда в качестве осреднения микроскопических физических величин используется распределение  $p(\omega)^q$ . Несмотря на это обстоятельство, авторы цитируемых выше работ, исходя из приведенного равновесного распределения  $p_0(\omega)$ , при выводе обобщенной  $q$ -термодинамики Бозе-газа систематически использовали осреднение с распределением  $p(\omega)$ , соответствующее оригинальной статистике Тсаллиса. В ряде других публикаций (см., например, Martinez и др., 2002; Ма и др., 2019) за исходное равновесное распределение неэкстенсивного фотонного газа принималось приведенное  $q$ -распределение

$p_0(\omega)$ , в котором, однако, вместо абсолютной температуры  $T$  фигурирует физическая температура  $T_{ph}$ . Такая замена представляется совершенно не приемлемой, поскольку измерение  $T_{ph}$  практически нереально, что связано с ее зависимостью от функционала энтропии  $S_q$ .

Бозе-газ состоит из бозонов – частиц, имеющих целый спин и подчиняющихся статистике Бозе–Эйнштейна<sup>2</sup>. Напомним классический вероятностно-статистический способ нахождения энтропии Бозе-газа. С этой целью рассматриваются различные равновероятные группы квантовых состояний  $j = 1, 2, \dots$ , которыми может быть реализовано изучаемое макроскопическое состояние ансамбля из  $N$  частиц Бозе-газа.  $6N$ -мерное фазовое пространство делится на  $M$  ячеек безразмерного объема  $g_j := (2\pi\hbar)^{-s} (\Delta\mathbf{r}_j \Delta\mathbf{c}_j)$ , который характеризует максимально возможное число микросостояний в  $j$ -й ячейке, содержащей  $n_j$  Бозе-частиц (здесь  $s$  – число степеней свободы элементарной частицы). Далее определяется величина  $N = \sum_j n_j$  – число всех возможных способов заполнения частиц по  $M$  ячейкам. Данное число является по определению статистическим весом  $\Delta\Gamma$ , характеризующим вероятность макроскопического состояния системы. Если теперь каждую группу из  $n_j$  частиц рассматривать как независимую подсистему и обозначить посредством  $\Delta\Gamma_{n_j}$  ее статистический вес, то можно написать:  $\Delta\Gamma = \prod_j \Delta\Gamma_{n_j}$ . В классической статистике энтропия выражается логарифмической мерой статистического веса  $S := k \ln \Delta\Gamma = k \ln \prod_j \Delta\Gamma_{n_j}$ . В случае статистики Бозе–Эйнштейна в каждом квантовом состоянии может находиться любое число частиц, так что статистический вес  $\Delta\Gamma_{n_j}$  есть число всех способов, которыми можно распределить  $n_j$  частиц по  $g_j$  состояниям. Тогда, из условия, что в ячейке может находиться любое количество частиц, вытекает следующий вид статистического веса  $\Delta\Gamma_{n_j} = \frac{(g_j + n_j - 1)!}{n_j!(g_j - 1)!}$ . Логарифмируя это выражение и воспользовавшись для логарифмов всех трех факториалов приближенной формулой Стирлинга  $\ln x! = x \ln(x/e)$ , найдем:

$$S_N = -k \sum_j \{n_j \ln n_j + g_j \ln g_j - (g_j + n_j) \ln(g_j + n_j)\}.$$

<sup>2</sup> Бозе создал статистическую механику для газа фотонов, а Эйнштейн развил её для описания массивных частиц.

Если записать эту формулу, используя среднее число  $\bar{n}_j = n_j/g_j$  частиц в каждом из квантовых состояний  $j$ -й группы, то получим известное выражение для энтропии неравновесного Бозе-газа в классическом случае (см. Ландау, Лифшиц, 1964):

$$S_N = -k \sum_j g_j \{ \bar{n}_j \ln \bar{n}_j - (1 + \bar{n}_j) \ln(1 + \bar{n}_j) \}.$$

Легко убедиться в том (см. Ландау, Лифшиц, 1964), что условие экстремальности энтропии  $S_N$  приводит к дискретному распределению Бозе–Эйнштейна:

$$\bar{n}_j = \{ \exp[(\epsilon_j - \mu)/kT] - 1 \}^{-1}.$$

Заметим, что величина  $\bar{n}_j$  есть дискретный аналог непрерывной функции распределения  $p(\mathbf{r}, \mathbf{c})$  по фазовому пространству  $\mathbf{z} := \{\mathbf{r}; \mathbf{c}\}$ . Переход от дискретного распределения  $\bar{n}_j$  к непрерывному распределению  $p = p(\mathbf{r}, \mathbf{c})$  Бозе-частиц осуществляется заменой суммирования по  $j$  интегрированием по всему фазовому пространству, безразмерный элемент которого определяется соотношением  $d\mathbf{z} := g(2\pi\hbar)^{-s} d\mathbf{r} d^D \mathbf{c}$  (здесь  $g = 2S + 1$ ,  $S$  – спин частицы;  $d\mathbf{r} d^D \mathbf{c} = dV d^D \mathbf{c}$ )<sup>3</sup>.

В итоге получим следующее выражение для классической энтропии неравновесного Бозе-газа в случае непрерывных распределений:

$$S(t) = -k \int \{ p \ln p - (1 + p) \ln(1 + p) \} dz. \quad (8)$$

Здесь  $p = p(\mathbf{r}, \mathbf{c})$  – плотность распределения квантовых частиц в фазовом пространстве.

### ЭНТРОПИЯ БОЗЕ–ГАЗА В СТАТИСТИКЕ ТСАЛЛИСА

Обобщенное выражение квантовой энтропии (8) для Бозе-газа, полученное в рамках неэкстенсивной статистики Тсаллиса в работах (Büyükkilic, Demirhan, 1993; 2000), имеет вид:

$$S_q := \frac{k}{q-1} \int \left[ -p^q - 1 + (1+p)^q \right] dz. \quad (9)$$

Энтропию (9) удобно записать в следующих двух эквивалентных формах:

$$\begin{aligned} S_q &= k \int dz \left[ p^q \ln_2 - q \left( \frac{1+p}{p} \right) + \ln_2 - q(1+p) \right] = \\ &= k \int dz (1+p)^{q-1} \left[ p \ln_q \left( \frac{1+p}{p} \right) + \ln_q(1+p) \right], \end{aligned} \quad (10)$$

<sup>3</sup> Интегрирование по  $dV$  часто сводится к замене  $dV$  на полный объем  $V$  однородного фотонного газа.

где  $\ln_q x := \frac{x^{1-q} - 1}{1 - q}$  ( $x \in R^+$ ;  $q \in R$ ) – так называемый “деформированный логарифм” (см., например, Tsallis, 2009; Колесниченко, 2019). При  $q \rightarrow 1$  из (10) следует выражение (8) для классической энтропии неравновесного Бозе-газа для аддитивных систем. Используя (10), легко показать, что в статистике Тсаллиса энтропия Бозе-газа двух независимых систем также не обладает свойством аддитивности.

*Экстремум энтропии и равновесные состояния*

Равновесные состояния неэкстенсивных систем характеризуются распределениями, которые не меняются с течением времени. В состоянии равновесия энтропия должна иметь максимальное значение. Таким образом, задача заключается в нахождении таких распределений  $p_0(\mathbf{r}, \mathbf{c})$ , при которых квантовая энтропия Бозе-газа (9) имеет максимальное значение, при следующих дополнительных условиях

$$\begin{aligned} E_q &:= \int \varepsilon(\mathbf{r}, \mathbf{c}) p(\mathbf{r}, \mathbf{c})^q dz = \text{const}, \\ N_q &:= \int p(\mathbf{r}, \mathbf{c})^q dz = \text{const}, \end{aligned} \quad (11)$$

выражающих постоянство полной энергии  $E_q$  и полного числа частиц  $N_q$  Бозе-газа. Следуя известному вариационному принципу Джейнса (Jaynes, 1963), приравняем нулю первую вариацию функционала

$$L(p) := S_q - \beta \int \varepsilon(\mathbf{r}, \mathbf{c}) p^q dz + \beta \mu \int p^q dz, \quad (12)$$

где параметры  $\beta$  и  $\mu$  являются множителями Лагранжа. Произведя теперь дифференцирование по  $p$ , получим

$$\begin{aligned} \frac{\delta L}{\delta p} &= \frac{k}{q-1} \int q \left[ -p^{q-1} + (1+p)^{q-1} \right] - \\ &- \frac{(q-1)\beta}{k} (\varepsilon(\mathbf{r}, \mathbf{c}) - \mu) p^{q-1} dz = 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Отсюда следует

$$\frac{1+p_0}{p_0} = \left\{ 1 - \frac{(1-q)\beta_0}{k} [\varepsilon(\mathbf{r}, \mathbf{c}) - \mu_0] \right\}^{1/(q-1)}, \quad (14)$$

или

$$\begin{aligned} p_0(\mathbf{r}, \mathbf{c}) &= \left\{ \left[ 1 + (q-1) \frac{\varepsilon(\mathbf{r}, \mathbf{c}) - \mu_0}{kT_0} \right]^{1/q-1} - 1 \right\}^{-1} = \\ &= \left\{ \exp_{2-q} \left[ \frac{\varepsilon(\mathbf{r}, \mathbf{c}) - \mu_0}{kT_0} \right] - 1 \right\}^{-1}. \end{aligned} \quad (15)$$

Это есть не что иное, как обобщенное распределение Бозе-Энштейна в статистике Тсаллиса. Здесь  $T_0 = 1/\beta_0$  – равновесная температура и  $\mu_0$  –

равновесный химический потенциал Бозе-газа ( $\mu_0 < 0$ ).

Присутствующая в (15) степенная функция  $[\dots]^{1/1-q}$  записана в виде так называемой экспоненты Тсаллиса, которая определяется следующим образом (Тсаллис, 2009):

$$\begin{aligned} \exp_q(x) &\equiv [1 + (1-q)x]_+^{1/1-q} = \\ &= \begin{cases} 0, & \text{если } q < 1 \text{ и } x < -1/1-q; \\ [1 + (1-q)x]^{1/1-q}, & \text{если } q < 1 \text{ и } x \geq -1/1-q; \\ [1 + (1-q)x]^{1/1-q}, & \text{если } q > 1 \text{ и } x < -1/1-q. \end{cases} \end{aligned} \quad (16)$$

При этом выражение, стоящее в квадратных скобках, либо положительно, либо равно нулю,  $[y]_+ \equiv \max(y, 0)$ . В пределе  $q \rightarrow 1$  функция (16) принимает стандартный вид:  $\exp_{q \rightarrow 1}(x) = \exp(x)$ . Легко проверить, что имеют место следующие формулы:

$$\exp_q[\ln_q(x)] = \ln_q[\exp_q(x)] = x, \quad (17)$$

$$\exp_{2-q}(x) = [1 - (1-q)x]^{1/(q-1)}, \quad (\forall x; \forall q), \quad (18)$$

$$\exp_{2-q}(-x) = 1/\exp_q(x), \quad (\forall x; \forall q), \quad (19)$$

$$\frac{d}{dx} \ln_q x = \frac{1}{x^q}, \quad \frac{d}{dx} \exp_q(x) = [\exp_q(x)]^q, \quad (20)$$

$(x > 0; \forall q)$ .

С помощью распределения (15) могут быть вычислены равновесные значения полного число частиц и полной энергии системы:

$$\begin{aligned} N_{q_0} &:= \int p_0^q(\mathbf{r}, \mathbf{c}) dz = \\ &= \int \left\{ \exp_{2-q} \left[ \frac{\varepsilon(\mathbf{r}, \mathbf{c}) - \mu_0}{kT_0} \right] - 1 \right\}^{-q} dz, \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} E_{q_0} &:= \int \varepsilon(\mathbf{r}, \mathbf{c}) p_0^q(\mathbf{r}, \mathbf{c}) dz = \\ &= \int \varepsilon(\mathbf{r}, \mathbf{c}) \left\{ \exp_{2-q} \left[ \frac{\varepsilon(\mathbf{r}, \mathbf{c}) - \mu_0}{kT_0} \right] - 1 \right\}^{-q} dz. \end{aligned} \quad (22)$$

Заметим, что формула (21) определяет в неявном виде химический потенциал  $\mu_0 = (T_0, N_{q_0})$  Бозе-газа как функцию от температуры  $T_0$  и полного числа частиц  $N_{q_0}$ .

*Термодинамические соотношения*

Получим теперь экстремальное (равновесное) значение  $S_{q_0}$  энтропии и основные соотношения обобщенной равновесной термодинамики. Подставляя распределение (14) в выражение (10) для  $q$ -энтропии Тсаллиса и используя формулу (19), получим:

$$\begin{aligned}
S_{q_0} &= k \int \left[ p_0^q \ln_{2-q} \left( \frac{1+p_0}{p_0} \right) + \ln_{2-q}(1+p_0) \right] dz = \\
&= k \int \left[ p_0^q \frac{\beta_0 (\varepsilon(\mathbf{r}, \mathbf{c}) - \mu_0)}{k} + \ln_{2-q}(1+p_0) \right] dz = \quad (23) \\
&= \beta_0 (E_{q_0} - \mu_0 N_{q_0}) + k \int \ln_{2-q}(1+p_0) dz = \\
&= \beta_0 (E_{q_0} - \mu_0 N_{q_0}) - \beta_0 \Omega_{q_0}.
\end{aligned}$$

Здесь

$$\Omega_q := \int \Omega_q(\mathbf{r}, \mathbf{c}) dz = -k\beta^{-1} \int \ln_{2-q}[1+p_0(\mathbf{r}, \mathbf{c})] dz \quad (24)$$

– термодинамический потенциал полного числа частиц бозонного газа;  $\Omega_q(\mathbf{r}, \mathbf{c})$  – локальный термодинамический потенциал частиц, определяемый соотношением

$$\begin{aligned}
\Omega_q(\mathbf{r}, \mathbf{c}) &:= -\frac{k}{\beta} \frac{1 - [1+p_0(\mathbf{r}, \mathbf{c})]^{q-1}}{(1-q)} = \\
&= -\frac{k}{\beta} \ln_{2-q}[1+p_0(\mathbf{r}, \mathbf{c})] = \quad (25) \\
&= \frac{k}{\beta} \ln_q \left\{ 1 - \left[ \exp_{2-q} \left( \frac{\varepsilon(\mathbf{r}, \mathbf{c}) - \mu_0}{kT_0} \right) \right]^{-1} \right\}.
\end{aligned}$$

Используя производные от распределения  $p_0$  по параметрам  $\beta_0$ ,  $\mu_0$  и  $\varepsilon$

$$\begin{aligned}
\left( \frac{\partial p_0}{\partial \beta_0} \right)_{\mu_0} &= -\frac{\varepsilon(\mathbf{r}, \mathbf{c}) - \mu_0}{k} p_0^q(\mathbf{r}, \mathbf{c}) \{1+p_0(\mathbf{r}, \mathbf{c})\}^{2-q}, \\
\left( \frac{\partial p_0}{\partial \mu_0} \right)_{\beta_0} &= -\frac{\beta_0}{k} p_0^q(\mathbf{r}, \mathbf{c}) [1+p_0(\mathbf{r}, \mathbf{c})]^{2-q}, \quad (26) \\
\left( \frac{\partial p_0}{\partial \varepsilon} \right)_{\mu_0} &= \frac{\beta_0}{k} p_0^q(\mathbf{r}, \mathbf{c}) \{1+p_0(\mathbf{r}, \mathbf{c})\}^{2-q},
\end{aligned}$$

и формулы (20), легко получить следующие уравнения равновесной термодинамики для системы Бозе-газ с переменным числом частиц:

$$\Omega_{q_0} = -k\beta^{-1} \int \ln_{2-q}(1+p_0) dz, \quad (27)$$

$$\begin{aligned}
N_{q_0} &= -\partial \Omega_{q_0} / \partial \mu_0, \\
p_0^q(\mathbf{r}, \mathbf{c}) &= -\partial \Omega_{q_0}(\mathbf{r}, \mathbf{c}) / \partial \mu_0, \quad (28)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\partial(\beta_0 \Omega_{q_0}) / \partial \beta_0 &= E_{q_0} - \mu_0 \int p_0^q(\mathbf{r}, \mathbf{c}) dz, \\
S_{q_0} &= -\partial \Omega_{q_0} / \partial \beta_0^{-1}, \quad (29)
\end{aligned}$$

$$dS_{q_0} / \beta_0 = dE_{q_0} - \mu_0 d \left( \int p_0^q(\mathbf{r}, \mathbf{c}) dz \right). \quad (30)$$

Вторая вариация функционала (12) имеет вид:

$$\begin{aligned}
\delta^2 L &= -kq \int p^{q-2} \times \\
&\times \left\{ 1 - (1-q) \frac{\beta}{k} [\varepsilon(\mathbf{r}, \mathbf{c}) - \mu] - \left( \frac{1+p}{p} \right)^{q-2} \right\} (\delta p)^2 dz, \quad (31)
\end{aligned}$$

из которого следует, что при  $q > 0$  экстремум соответствует максимуму функционала,  $\delta^2 L < 0$ . Таким образом, распределение (15) максимизирует обобщенную  $q$ -энтропию для бозонного газа.

Можно показать, что из принципа максимум равновесного распределения  $q$ -энтропии Бозе–Эйнштейна следует, что энтропия равновесного состояния  $S_{q_0}$  больше, чем энтропия  $S_q(t)$  произвольного состояния,  $S_{q_0} \geq S_q(t)$ . Таким образом,  $q$ -энтропия Бозе-газа непрерывно растет в направлении равновесия, где энтропия становится максимальной и достигает конечного значения.

### ЭНТРОПИЯ СВЕТОВЫХ КВАНТОВ БОЗЕ. ЧЕРНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

Электромагнитное излучение, находящееся в тепловом равновесии (так называемое черное излучение) можно рассматривать как фотонный газ. В силу целочисленности момента импульса фотонов этот газ подчиняется статистике Бозе–Эйнштейна. Поскольку фотоны не взаимодействуют друг с другом (принцип суперпозиции для электромагнитного поля), то состоящий из фотонов газ можно считать идеальным. Для возможности установления теплового равновесия в излучении необходимо наличие хотя бы небольшого количества материальной среды. Механизм, обеспечивающий установление равновесия, заключается при этом в поглощении и испускании фотонов веществом. Это обстоятельство приводит к существенной специфической особенности фотонного газа – число частиц  $N$  в нем является переменной величиной и само должно определяться из условий теплового равновесия, что приводит к равенству нулю химического потенциала  $\mu$  фотонного газа (см. Ландау, Лифшиц, 1964).

Следовательно, распределение фотонов по различным уровням энергии  $\varepsilon := \hbar\omega$  (где  $\omega$  – собственная частота колебаний черного излучения в данном объеме  $V$ ) определяется формулой (15) с  $\mu = 0$ :

$$\begin{aligned}
p_\omega &= \left[ \left[ 1 + (q-1) \frac{\hbar\omega}{kT} \right]^{1/q-1} - 1 \right]^{-1} = \\
&= \left[ \exp_{2-q} \left( \frac{\hbar\omega}{kT} \right) - 1 \right]^{-1}. \quad (32)
\end{aligned}$$

Это есть так называемое обобщенное распределение Планка в статистике Тсаллиса.

Заметим, что в силу определения (16) экспоненты Тсаллиса, второе представление распределения  $p_\omega$  в формуле (32) справедливо в том случае, когда при  $q < 1$  имеет место неравенство

$\hbar\omega/kT < (1 - q)^{-1}$ , или когда при  $q > 1$  и  $\hbar\omega/kT \geq (1 - q)^{-1}$ .

Для непрерывного распределения энергии фотонов, число квантовых состояний фотонов с частотами собственных колебаний в интервале частот между  $\omega$  и  $\omega + d\omega$  может быть задана как (см. Ландау, Лифшиц, 1964)

$$dz = V(\omega^2/\pi^2 c^3)d\omega, \quad (33)$$

где  $c$  – скорость света в вакууме, а  $\omega$  – угловая частота. Умножив распределение (32) на эту величину, найдем число фотонов в данном интервале частот:

$$dN_{rad}(\omega, T, q) = V \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} \left[ \exp_{2-q} \left( \frac{\hbar\omega}{kT} \right) - 1 \right]^{-q} d\omega, \quad (34)$$

а умножив еще на  $\hbar\omega$ , получим энергию излучения, заключенную в этом же участке спектра:

$$dE_{rad}(\omega, T, q) = V \frac{\hbar}{\pi^2 c^3} \omega^3 \left[ \exp_{2-q} \left( \frac{\hbar\omega}{kT} \right) - 1 \right]^{-q} d\omega, \quad (35)$$

Формула (35) для спектрального распределения энергии черного излучения является обобщенной формулой Планка в статистике Тсаллиса.

Обобщенный закон Планка (32) описывает распределение электромагнитной энергии (или распределение плотности фотонов), излучаемой черным телом при данной температуре  $T$ . Закон Планка может быть представлен в различных вариантах, включающих такие параметры, как плотность потока или спектральное распределение. Два предельных случая, а именно,  $\hbar\omega \ll kT$  и  $\hbar\omega \gg kT$ , заслуживают особого внимания.

В низкочастотном или высокотемпературном пределе ( $\hbar\omega \ll kT$ ) из соотношения (35), при учете разложения  $\exp_{2-q}(x) \cong 1 + x + \dots$ , получим:

$$dE_{rad}(\omega, T, q) = V \frac{kT}{\pi^2 c^3} \left( \frac{\hbar\omega}{kT} \right)^{1-q} \omega^2 d\omega = V \frac{\hbar^{1-q}}{\pi^2 c^3} (kT)^q \omega^{3-q}. \quad (36)$$

В статистике Тсаллиса эту формулу можно считать  $q$ -обобщением классической формулы Рэлея–Джинса

$$dE(\omega) = V(\pi^2 c^3)^{-1} kT \omega^2 d\omega \quad (37)$$

Она справедлива, если  $1 > q \rightarrow -\infty$ . Из (37) видно, что с уменьшением  $q$  излучение черного тела излучает меньше энергии по сравнению со стандартным излучением закона Рэлея–Джинса.

В случае больших частот ( $\hbar\omega \gg kT$ ) соотношение (36), при учете формулы  $\exp_{2-q}(x) = 1/\exp_q(-x)$  дает:

$$dE_{rad}(\omega, T, q) = V \frac{\hbar}{\pi^2 c^3} \omega^3 \left[ \exp_q \left( -\frac{\hbar\omega}{kT} \right) \right]^q d\omega \quad (38)$$

При написании (38) использовано свойство  $\exp_q(-x) = 0$  деформированной экспоненты Тсаллиса (Tsallis, 2009). Выражение (38) можно рассматривать как  $q$ -обобщение классического закона Вина. Заметим, что в пределе слабой связи  $q \rightarrow 1$  формулы (37) и (38) восстанавливают свои классические выражения.

### Термодинамика черного излучения

Интегрируя (36) по всем частотам, получим полную энергию фотонного газа (черного излучения) в объеме  $V$

$$E_{rad}(T, q) = V \frac{\hbar}{\pi^2 c^3} \int_0^\infty \omega^3 \left[ \exp_{2-q}(\hbar\omega/kT) - 1 \right]^{-q} d\omega \quad (39)$$

Используя обозначение  $x := \hbar\omega/kT$  перепишем формулу (39) в виде:

$$E_{rad}(T, q) = V \frac{\hbar}{\pi^2 c^3} \left( \frac{kT}{\hbar} \right)^4 \int_0^\infty x^3 \left[ \exp_{2-q}(x) - 1 \right]^{-q} dx. \quad (40)$$

В выражение (40) входит интеграл вида  $\int_0^\infty x^3 \left[ \exp_{2-q}(x) - 1 \right]^{-q} dx$ , который при  $q \rightarrow 1$  равен  $\pi^4/15 \approx 6.49394$  (Ландау, Лифшиц, 1964).

Обозначим интеграл через<sup>4</sup>

$$J_q^{(n)} := \frac{15}{\pi^4} \int_0^\infty x^n \left[ \exp_{2-q}(x) - 1 \right]^{-q} dx. \quad (41)$$

Тогда для полной энергии излучения будем иметь:

$$E_{rad}(T, q) = VT^4 \frac{\pi^5 k^4}{15c^3 \hbar^3} J_q^{(3)} = VaJ_q^{(3)} T^4 = Va_q T^4, \quad (42)$$

где  $a_q := aJ_q^{(3)}$ ;  $a = \pi^5 k^4 / 15c^3 \hbar^3 = 7.56566(7) \times 10^{-15}$  эрг см<sup>-3</sup> К<sup>-4</sup> – постоянная давления излучения.

Как известно при  $\mu = 0$  термодинамический потенциал  $\Omega_{rad}(V, T, q)$  совпадает со свободной энергией  $F_{rad}(V, T, q)$ . При использовании форму-

<sup>4</sup> Вычисление интегралов такого рода проведено в работе (Колесниченко, 2020).

$$J_q^{(n)} = -\frac{15\Gamma(1-q)}{\pi^4 (q-1)^n} \sum_{k=0}^n \left\{ \frac{(n-k)!}{k!(n-k+1)!} \frac{\Gamma[(1-q)(n-k)]}{\Gamma[(1-q)(n-k+1)]} \right\}$$

лы (29), в которой положим  $\mu = 0$ , для величины  $F_{rad}$  получим:

$$\beta F_{rad} = \int_0^\beta E_{rad} d\beta = Va_q \int_0^\beta \beta^{-4} d\beta = -V \frac{1}{3} a_q \beta^{-3}. \quad (43)$$

Отсюда

$$\begin{aligned} F_{rad}(V, T, q) &= -V \frac{(kT)^4 \pi^5}{45(c\hbar)^3} J_q^{(3)} = \\ &= -V \frac{1}{3} a_q T^4 = -\frac{1}{3} E_{rad}. \end{aligned} \quad (44)$$

Энтропия чернотельного излучения в статистике Тсаллиса равна

$$S_{rad}(V, T, q) = -\frac{\partial F_{rad}}{\partial T} = V \frac{4}{3} a_q T^3. \quad (45)$$

Она пропорциональна кубу температуры.

Полная энергия излучения, согласно (23), равна

$$E_{rad} = TS_{rad} + F_{rad} = Va_q T^4 = -3F_{rad}. \quad (46)$$

Таким образом, полная энергия черного излучения пропорциональна четвертой степени температуры (закон Больцмана).

Для теплоемкости чернотельного излучения  $C_{rad,V} := (\partial E_{rad} / \partial T)_V$  имеем:

$$C_{rad,V} = V 4a_q T^3. \quad (47)$$

Наконец, давление и уравнения состояния определяются соотношениями:

$$P_{rad}(T, q) = -\left(\frac{\partial F_{rad}}{\partial V}\right)_T = \frac{1}{3} a_q T^4, \quad (48)$$

$$P_{rad}V = V \frac{1}{3} a_q T^4 = \frac{E_{rad}}{3}. \quad (49)$$

Таким образом, несмотря на зависимость термодинамических величин от параметра деформации  $q$ , уравнение для полной энергии излучения (46) и уравнение состояния (49) остаются неизменными и в формализме Тсаллиса.

### ЗАМКНУТАЯ СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ $q$ -ГИДРОДИНАМИКИ ДЛЯ ПРОПЛАНЕТНОГО АККРЕЦИОННОГО ДИСКА С РАВНОВЕСНЫМ $q$ -ИЗЛУЧЕНИЕМ

В эволюции многих протопланетных аккреционных дисков, особенно на ранней стадии их возникновения, большую роль играет давление излучения, как фактор их гидростатического равновесия. Впервые анализ неустойчивости в аккреционных дисках относительно осесимметричных возмущений с учетом давления излучения был проведен в работе Шакуры и Сюняева (Shakura, Sunyaev, 1976). В последующих работах рассматривались общие политропные модели

(Camenzind и др., 1986), учитывались неосесимметричные возмущения (McKee, 1990), звуковые и эпициклические колебания (Хоперсков, Храпов, 1995; Фридман, Хоперсков, 2011) и т.д.

Ниже мы используем приведенную выше систему уравнений  $q$  – гидродинамики для моделирования неустойчивости околосолнечного допланетного толстого диска, вещество которого состоит из смеси вещества (находящегося в состоянии идеального  $q$ -газа) и чернотельного изотропного излучения при температуре  $T$ , распространяющегося по всем направлениям. Будем предполагать, что протопланетный диск является оптически толстым и распределение поля излучения близко к равновесному. Подчеркнем также, что диск в значительной мере обладает осевой симметрией, что является следствием его вращения вокруг центральной звезды. Далее будем также предполагать, что диск является самогравитирующим, для которого вертикальная структура (вдоль оси вращения) определяется балансом сил давления и гравитации самого диска.

В случае пренебрежения гидродинамическими диссипативными процессами и нагревом космического вещества, обусловленным диссипацией и процессами ионизации и возбуждения, исходная система  $q$ -уравнений, состоящая из аналога уравнений Эйлера и уравнения Пуассона, имеет вид<sup>5</sup> (см., например, Колесниченко, 2019):

$$\partial \rho / \partial t + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0, \quad (50)$$

$$d\mathbf{u}/dt = -\rho^{-1} \nabla P - \nabla \psi, \quad (51)$$

$$\Delta \psi = 4\pi G \rho, \quad (52)$$

$$dE/dt = -P \rho^{-1} \nabla \cdot \mathbf{u} + dQ/dt, \quad (53)$$

где соотношением  $dA/dt := \partial A/dt + (\mathbf{u} \cdot \nabla)A$  определяется полная производная структурной величины  $A(\mathbf{r}, t)$  по времени. Здесь

$$P(\mathbf{r}, t) = p_q + P_{rad} \equiv p_q + a_q T^4 / 3, \quad (54)$$

$$E(\mathbf{r}, t) = \varepsilon_q + \varepsilon_{rad} \equiv \varepsilon_q + a_q T^4 / \rho \quad (55)$$

– соответственно полное давление и полная внутренняя энергия (на единицу массы) смеси идеального  $q$ -газа и чернотельного излучения;  $\rho dQ/dt$  – полная скорость выделения тепла за счет вязкой диссипации и энергия, уносимая теплопроводностью и излучением из элемента среды при его движении;  $\varepsilon_q(\mathbf{r}, t) = c_{v,q} T(\mathbf{r}, t) = \frac{D}{2 + (1-q)D} \frac{kT(\mathbf{r}, t)}{m}$  – внутренняя энергия (на единицу массы газовой составляющей допланетного диска);  $\varepsilon_{rad} = a_q T^4 / \rho$

<sup>5</sup> Далее индекс “ $q$ ” у ряда гидродинамических и термодинамических переменных мы будем опускать.

– удельная энергия излучения (в статистике Тсаллиса) черного тела, находящаяся в единице массы;  $p_q(\mathbf{r}, t) = \frac{2}{2 + (1 - q)Dm} k T(\mathbf{r}, t) \rho(\mathbf{r}, t) = \frac{2}{D} \rho \epsilon_q$  – газовое давление в неэкстенсивной дисковой системе (аналог закона состояния в кинетической теории идеальных газов);  $T$  – абсолютная температура;  $P_{rad} \equiv a_q T^4 / 3$  – лучевое давление;  $a_q := a J_q^{(3)}$  – модифицированная постоянная излучения Стефана–Больцмана (см. (41));

$\psi(\mathbf{r}, t) = -G \int_V \frac{\rho(\mathbf{r}', t)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}'$  – гравитационный потенциал, являющийся решением уравнения Пуассона (8) (интеграл здесь берется по всему объему  $V$ , занимаемому допланетным облаком);

$c_{vq} = \frac{D}{2 + (1 - q)Dm} k$  – удельная изохорная теплоемкость газовой составляющей смеси. Определим также показатель адиабаты газовой смеси диска, как отношение  $\gamma_q \equiv \gamma_{gas} = c_{pq} / c_{vq}$ . Тогда

$$\begin{aligned} \gamma_q \equiv \gamma_{gas} &= 2 - q + 2/D, \\ \gamma_1 &= (2 + D)/D. \end{aligned} \quad (56)$$

Уравнение для полной внутренней энергии (53) удобно переписать, используя уравнение неразрывности (50), в обычной форме первого начала термодинамики

$$TdS/dt \equiv dQ/dt = dE/dt + PdV/dt, \quad (57)$$

выражающего скорость  $dS/dt$  изменения энтропии  $S$  (на единицу массы) дискового вещества и излучения при движении элемента среды вдоль его траектории. Здесь  $v(\mathbf{r}, t) = 1/\rho$  – удельный объем вещества протопланетного диска.

*Изоэнтропические изменения в среде, содержащей q-газ и q-радиацию*

Далее мы будем рассматривать такие движения космического вещества (находящегося в состоянии идеального  $q$ -газа) и чернотельного  $q$ -излучения, для которых энтропия каждой частицы среды (вещество + излучение) остается в первом приближении постоянной на протяжении всего пути частицы, т.е.  $dS/dt \equiv \partial S/\partial t + \mathbf{u} \cdot \nabla S = 0$ . Подобные обратимые и адиабатические движения являются изоэнтропическими. Для них энергетическое уравнение (21) сводится к уравнению

$$\rho dE/dt + P \nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (58)$$

выражающему тот факт, что скорость изменения полной внутренней энергии движущегося элемента среды равна работе по сжатию этого элемента, совершаемой окружающей средой.

Вместе с тем, для астрофизических целей часто удобно использовать другие формы уравнения (58) (которые впервые были выведены Эддингтоном (Eddington, 1988) и Чандрасекхаром (Чандрасекхар, 1950)). Эти формы справедливы, когда давление  $P$  и внутреннюю энергию  $E$  дисковой среды можно вычислить из соответствующих уравнений состояния как функций от удельного объема  $v$  и температуры  $T$  (или энтропии  $S$ ) в зависимости от исследуемого процесса. Для “медленного” процесса, характеризуемого временем, много большим времени теплопередачи, любые возмущения профиля температуры будут успевать релаксировать. Следовательно, этот процесс можно рассматривать как изотермический, при котором  $P = P(v, T_0) = P(v)$ . “Быстрый” процесс (по сравнению с процессом теплопереноса) можно считать адиабатическим в силу нехватки времени для обмена теплом двух соседних областей:  $S = S_0 = \text{const}$  и  $P = P(v, S_0) = P(v)$ .

Из энергетического уравнения (58) для квазистатического процесса следует

$$\begin{aligned} &\left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_v dT + \left(\frac{\partial E}{\partial v}\right)_T dv + PdV = \\ &= \frac{v}{T} \left( 12P_{rad} + \frac{c_{vq}}{c_{pq} - c_{vq}} p_q \right) dT + (4P_{rad} + p_q) dv. \end{aligned} \quad (59)$$

Следовательно, для изоэнтропических изменений имеем

$$\begin{aligned} &\left( 12P_{rad} + \frac{1}{\gamma_q - 1} p_q \right) d \ln T + \\ &+ (4P_{rad} + p_q) d \ln v = 0. \end{aligned} \quad (60)$$

Введем теперь адиабатические показатели смеси вещества и излучения  $\Gamma_1, \Gamma_2$  и  $\Gamma_3$  соотношениями

$$d \ln P/dt = \Gamma_1 d \ln \rho/dt, \quad (61)$$

$$\frac{d}{dt} \ln T = (\Gamma_3 - 1) \frac{d}{dt} \ln \rho = \frac{\Gamma_2 - 1}{\Gamma_2} \frac{d}{dt} \ln P, \quad (62)$$

которые могут быть использованы вместо энергетического уравнения (58). С учетом уравнений состояния для смеси идеального  $q$ -газа (6) и идеального  $q$ -излучения” (49) можно записать

$$dP = d(P_{rad} + p_q) = (4P_{rad} + p_q) d \ln T - p_q d \ln v. \quad (63)$$

Следовательно, (61) есть не что иное, как

$$(4P_{rad} + p_q) d \ln T + [\Gamma_1(P_{rad} + p_q) - p_q] d \ln v = 0. \quad (64)$$

Из (60) и (64) следует, что

$$\frac{12P_{rad} + (\gamma_q - 1)^{-1} p_q}{4P_{rad} + p_q} = \frac{4P_{rad} + p_q}{\Gamma_1(P_{rad} + p_q) - p_q}. \quad (65)$$

Введем теперь в рассмотрение коэффициент  $\beta := p_{gas}/P$ , характеризующий долю вещества в

полном давлении системы<sup>6</sup>. При использовании этого коэффициента, соотношение (65) можно переписать в виде:

$$\Gamma_1 = \beta + \frac{(4 - 3\beta)^2(\gamma_q - 1)}{\beta + 12(\gamma_q - 1)(1 - \beta)}, \quad (66)$$

$$(\gamma_q - 1 = 1 - q + 2/D).$$

Легко можно показать, что имеют место следующие соотношения

$$\Gamma_2 = \frac{(4 - 3\beta)\Gamma_1}{\beta + 3(1 - \beta)\Gamma_1} = 1 + \frac{(4 - 3\beta)(\gamma_q - 1)}{3(\gamma_q - 1)(1 - \beta)(4 + \beta)}, \quad (67)$$

$$\Gamma_3 = 1 + \frac{\Gamma_1 - \beta}{4 - 3\beta} = 1 + \frac{\Gamma_1(\Gamma_2 - 1)}{\Gamma_2} =$$

$$= 1 + \frac{(4 - 3\beta)(\gamma_q - 1)}{\beta + 12(\gamma_q - 1)(1 - \beta)}. \quad (68)$$

Если  $p_{rad} \ll p_q$ , то все обобщенные показатели адиабаты  $\Gamma$  для “ $q$ -газа + излучение” совпадают с показателем адиабаты чистого  $q$ -газа ( $\gamma_q = 2/D + 2 - q$ ), а когда присутствует одно лишь излучение абсолютно черного тела ( $p_q \ll p_{rad}$ ), то они равны  $4/3$ . Таким образом, для смеси “идеального  $q$ -газа” и  $q$ -радиации обобщенные показатели адиабаты принимают промежуточные значения от  $4/3$  до  $\gamma_q$ .

### ДЖИНСКОВСКАЯ ГРАВИТАЦИОННАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ В НЕЭКСТЕНСИВНОЙ КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ

Рассмотрим теперь простейшую задачу возникновения неустойчивости в бесконечной покоящейся сферически однородной среде. Напомним, что при рассмотрении гравитационной неустойчивости Дж. Джинс рассматривал однородное состояние самогравитирующей среды в состоянии покоя, что не совсем корректно, так как такое состояние не является состоянием равновесия. Тем не менее, его вывод критерия неустойчивости можно рассматривать как первое приближение, которое в наиболее простых случаях дает правильный порядок нижней критической длины волны возмущения, ведущего к неустойчивости (см., например, Сафронов, 1969; Фридман, Хоперсков, 2011).

Линеаризованные основные дифференциальные уравнения (50)–(53) для случая чисто радиального сферически симметричного движения с учетом допущений, что невозмущенное состояние является равновесным ( $u = u_0 + u'$ ,  $u_0 = 0$ ) и

что уравнение Пуассона (52) можно применить лишь к возмущениям плотности (условие  $\psi_0 \equiv 0$  называют иногда “мошенничеством” Джинса (см. Jeans, 1902)), имеют вид:

$$\partial \rho' / \partial t + \partial(\rho_0 u) / \partial r = 0, \quad (69)$$

$$\partial u / \partial t = \rho_0^{-1} \partial P' / \partial r - \rho' \rho_0^{-2} \partial P_0 / \partial r - \partial \psi' / \partial r, \quad (70)$$

$$d(P' / P_0) / dt = \Gamma_{1,0} d(\rho' / \rho_0) / dt, \quad (71)$$

$$\partial^2 \psi' / \partial r^2 = 4\pi G \rho'. \quad (72)$$

Уравнение (71) тривиально интегрируется. Выбирая постоянную интегрирования так, чтобы  $P' = 0$  при  $\rho' = 0$ , получим

$$(P' / P_0) = \Gamma_{1,0} \rho' / \rho_0. \quad (73)$$

Допустим теперь, что характерная длина, связанная с пространственными изменениями величин  $P_0$  и  $\rho_0$  велика по сравнению с другими характерными длинами задачи (это так называемое приближение коротковолновой акустики), т.е. можно пренебречь производными  $\partial P_0 / \partial r$  и  $\partial \rho_0 / \partial r$ . При этих дополнительных упрощающих предположениях уравнение неразрывности, импульса и энергии легко объединить в одно уравнение для адиабатической звуковой волны<sup>7</sup> (см., например, Ландау, Лифшиц, 1964)

$$\partial^2 \rho' / \partial t^2 + v_{s,0}^2 \partial^2 \rho' / \partial r^2 - 4\pi G \rho_0 \rho' = 0. \quad (74)$$

Здесь возмущенная производная давления  $\partial P' / \partial r$  выражается, согласно (73), через возмущенную производную плотности  $\partial \rho' / \partial r$  в виде

$$\partial P' / \partial r = (\Gamma_{1,0} P_0 / \rho_0) \partial \rho' / \partial r = a_{s,0}^2 \partial \rho' / \partial r,$$

где

$$a_{s,0} := \left( \Gamma_{1,0} \frac{P_0}{\rho_0} \right)^{1/2} = \left\{ \frac{1}{(\gamma_q - 1) D/2} \frac{k T_0}{m} \times \right.$$

$$\left. \times \left[ 1 + \frac{(4 - 3\beta_0)^2 (\gamma_q - 1)}{\beta_0^2 + 12\beta_0 (\gamma_q - 1)(1 - \beta_0)} \right] \right\}^{1/2} \quad (75)$$

– адиабатическая (или лапласова) скорость звука в дисковой среде. При написании (75) было учтено, что

$$\frac{P_0}{\rho_0} = \frac{p_{q,0} + p_{rad,0}}{\rho_0} = \frac{1}{\beta_0} \frac{p_{q,0}}{\rho_0} =$$

$$= \frac{1}{\beta_0} \frac{1}{1 + (1 - q) D/2} \frac{k T_0}{m} = \frac{1}{\beta_0} \frac{2}{(\gamma_q - 1) D} \frac{k T_0}{m}. \quad (76)$$

<sup>6</sup> На особую важность отношения  $(1 - \beta)$  для теории звездной структуры впервые указал Эддингтон. В известном отрывке из его книги “Внутреннее строение звезд” Эддингтон связывал это отношение с “явлением звезды” (“hardening of the stars”).

<sup>7</sup> При изучении возмущенных состояний самогравитирующего космического вещества, часто приходится иметь дело с разновидностью звуковых волн.

Заметим, что в частном случае, когда  $q = 1$  и  $D = 3$ , имеем классический идеальный газ излучением,  $\gamma_1 = 5/3$ . Отсюда следует, что

$$a_{S,0} \equiv \left( \frac{k}{m} T_0 \left[ 1 + \frac{2(4 - 3\beta_0)^2}{3\beta_0(8 - 7\beta_0)} \right] \right)^{1/2}. \quad (77)$$

Когда излучение отсутствует ( $\beta_0 = 1$ ), то  $a_{S,0} := a_{gas,0} \equiv (\gamma_1 k T_0 / m)^{1/2}$  – адиабатическая скорость звука в идеальном газе.

Если  $q \neq 1$  (идеальный  $q$ -газ) и излучение отсутствует ( $\beta_0 = 1$ ), то

$$\begin{aligned} a_{S,0} &= \left( \frac{k T_0}{m} \frac{2\gamma_q}{(\gamma_q - 1)D} \right)^{1/2} = \\ &= \left( \frac{k T_0}{m} \frac{2 - q + 2/D}{(1 - q)D/2 + 1} \right)^{1/2}. \end{aligned} \quad (78)$$

Уравнение (74) является линейным и однородным уравнением в частных производных, следовательно, к нему применим метод нормальных колебаний (метод мод). Решая уравнения (74) для возмущенной плотности в виде  $\rho' \sim \exp(-i\omega t + i\mathbf{k}r)$ , описывающем волны с угловой частотой  $\omega$ , волновым вектором  $\mathbf{k}$  в направлении  $r^8$  и длиной волны  $\lambda_r = 2\pi/k$ , получим следующее дисперсионное уравнение для бегущей волны

$$\omega^2 - \mathbf{k}^2 \frac{p_{q,0}}{\rho_0} \left\{ 1 + \frac{\Gamma_{1,0} - \beta_0}{4 - 3\beta_0} \left( 1 + 4 \frac{1 - \beta_0}{\beta_0} \right) \right\} + 4\pi G \rho_0 = 0, \quad (79)$$

которое с учетом соотношений (40) и (41) принимает “стандартный” вид

$$\omega^2 = \mathbf{k}^2 a_{S,0}^2 - 4\pi G \rho_0. \quad (80)$$

Здесь адиабатическая скорость звука  $a_{S,0}$  определяется формулой (75).

Для устойчивых волн с частотами  $\omega$  имеем  $\omega^2 > 0$ , тогда, как неустойчивость соответствует условию  $\omega^2 < 0$ . Эти два класса разделяет случай нейтральной устойчивости  $\omega^2 = 0$ , что соответствует модам с критической длиной волны возмущения

$$\begin{aligned} \lambda_{cr} &= 2\pi/k_{cr}, \quad \mathbf{k}_{cr}^2 = \omega_{cr}^2 / a_{S,0}^2, \\ \omega_{cr}^2 &= 4\pi G \rho_0. \end{aligned} \quad (81)$$

<sup>8</sup> Следует заметить, что линеаризованное уравнение импульса требует, чтобы скорость  $\mathbf{u}$  была параллельна волновому вектору  $\pm \mathbf{k}$  (см. Ландау, Лифшиц, 1964). Следовательно, скорости частиц жидкости, связанные с адиабатическими звуковыми волнами, параллельны направлению распространения волн.

Из уравнения (80) следует, что граничное значение  $\mathbf{k} = \mathbf{k}_{cr}$  разделяет устойчивые ( $\mathbf{k} > \mathbf{k}_{cr}$ ) и неустойчивые ( $\mathbf{k} < \mathbf{k}_{cr}$ ) пульсации плотности. При малых  $\mathbf{k}$  (длинные волны) пульсации будут расти со временем и появляется неустойчивость Джинса, а коротковолновые пульсации плотности (большие  $\mathbf{k}$ , малые длины волн) колеблются, т.е. распространяются в виде звуковых волн.

Таким образом, критическая длина волны возмущения, равная

$$\begin{aligned} \lambda_{cr} &= \frac{2\pi a_{S,0}}{\omega_{cr}} = \left( \frac{\pi v_{S,0}^2}{G \rho_0} \right)^{1/2} = \\ &= \left( \frac{2\pi k T_0}{m G \rho_0 D} \left[ \frac{1}{\gamma_q - 1} + \frac{(4 - 3\beta_0)^2}{\beta_0^2 + 12\beta_0(\gamma_q - 1)(1 - \beta_0)} \right] \right)^{1/2}, \end{aligned} \quad (82)$$

является размером мельчайших “капель” рассматриваемой “фрактальной” газовой среды с излучением, которые могут удерживаться вместе собственным гравитационным притяжением. Следовательно, модифицированный в рамках неэкстенсивной кинетической теории критерий неустойчивости Джинса для смеси  $q$ -газа и чернотельной  $q$ -радиации будет выглядеть следующим образом: длина неустойчивой волны возмущения  $\lambda_r$  должна удовлетворять неравенству

$$\begin{aligned} \lambda_r \geq \lambda_{cr} &= a_{S,0} \left( \frac{\pi}{G \rho_0} \right)^{1/2} = \left( \frac{\pi k T_0}{m G \rho_0 (\gamma_q - 1) D} \times \right. \\ &\times \left. \left[ 1 + \frac{(4 - 3\beta_0)^2 (\gamma_q - 1)}{\beta_0^2 + 12\beta_0 (\gamma_q - 1) (1 - \beta_0)} \right] \right)^{1/2}. \end{aligned} \quad (83)$$

Заметим, что в традиционной литературе длину

$$\lambda_J = (\pi a_{gas,0}^2 / G \rho_0)^{1/2} = (\gamma_1 \pi k T_0 / m G \rho_0)^{1/2}, \quad (84)$$

соответствующую размеру области сжатия самогравитирующего газа, называют длиной Джинса. С учетом (83) критерий неустойчивости Джинса в неэкстенсивной кинетике может быть переписан в виде:

$$\begin{aligned} \frac{\lambda_r}{\lambda_J} &\geq \frac{a_{S,0}}{a_{gas,0}} = \\ &= \left( \frac{1}{\gamma_1 (\gamma_q - 1) D} \left[ 1 + \frac{(4 - 3\beta_0)^2 (\gamma_q - 1)}{\beta_0^2 + 12\beta_0 (\gamma_q - 1) (1 - \beta_0)} \right] \right)^{1/2} = \\ &= \left( \frac{1}{\gamma_1 (1 - q + 2/D)} \times \right. \\ &\times \left. \left[ 1 + \frac{(4 - 3\beta_0)^2 (1 - q + 2/D)}{\beta_0^2 + 12\beta_0 (1 - q + 2/D) (1 - \beta_0)} \right] \right)^{1/2} \equiv \Xi. \end{aligned} \quad (85)$$

Отсюда следует:

1. Если  $q = 1$  (при этом  $\gamma_1 = 1 + 2/D$ ), то фактор

$$\Xi \equiv \left[ \frac{1}{\gamma_1} \left( 1 + \frac{(4 - 3\beta_0)^2 2/D}{\beta_0^2 + 24\beta_0(1 - \beta_0)/D} \right) \right]^{1/2} \geq 1. \quad (86)$$

Следовательно, критическая длина волны возмущения в рассматриваемом случае больше джинсовской, т.е. благодаря давлению излучения система стабилизируется.

2. Если  $q \neq 1$ , но излучение отсутствует  $\beta_0 = 1$ , то фактор

$$\Xi = \frac{1}{\gamma_1} \left( 2/D + \frac{2/D}{1 - q + 2/D} \right)^{1/2}, \quad (87)$$

$$0 < q < 1 + 2/D.$$

В этом случае критерий гравитационной неустойчивости зависит от численных значений параметров деформации  $q$  и нецелой размерности пространства скоростей  $D$ . При этом возможна ситуация, при которой гравитационно-устойчивое (на основе классической статистики Больцмана–Гиббса) облако газа, будет неустойчивым согласно неэкстенсивной статистики Тсаллиса (см. Колесниченко, Маров, 2014; Kolesnichenko, Marov, 2014; 2016).

Связанная с  $\lambda_{cr}$  критическая масса (масса, содержащаяся внутри сферы диаметром  $\lambda_{cr}$ ) определяется соотношением

$$M_{cr} = (\pi/6)\rho_0\lambda_{cr}^3 = M_J\Xi^3, \quad (88)$$

где

$$M_J \equiv (\pi/6)\rho_0\lambda_J^3 = (\pi/6)\rho_0(\gamma_1\pi k T_0/mG\rho_0)^{3/2} \quad (89)$$

– критическая масса Джинса. Возмущения с массой  $M_r$ , превышающей критическую массу Джинса  $M_J$  ( $\Xi > 1$ ) могут расти, формируя гравитационно-ограниченные структуры, в то время как возмущения с массой  $M_r$  меньше  $M_J$  не растут и ведут себя как акустические волны. При этом для самогравитирующих неэкстенсивных сред с излучением критические значения длины волны и массы явно зависят от энтропийного индекса  $q$ , нецелой размерности пространства скоростей  $D$  и коэффициента  $\beta$ , которые, являясь свободными параметрами, должны определяться в каждом конкретном случае эмпирическим путем из экспериментальных данных. Это позволяет при исследовании неустойчивости самогравитирующих космических объектов в рамках неэкстенсивной статистики более обосновано моделировать реально складывающуюся ситуацию.

Заметим, что дальнейшее развитие предложенного здесь подхода может быть связано с учетом влияния на джинсовскую неустойчивость вращения среды, магнитного поля, вязкости и других диссипативных эффектов.

## ГРАВИТАЦИОННАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ДЖИНСА ДЛЯ НАМАГНИЧЕННОЙ ПЛАЗМЫ С ЧЕРНОТЕЛЬНОМ ИЗЛУЧЕНИЕМ

Исходные бездиссипативные уравнения намагниченной плазмы с радиационными процессами состоят из уравнений: уравнений Эйлера для идеальной  $q$ -жидкости, уравнения Пуассона и уравнения магнитной индукции в магнитной гидродинамике:

$$\partial\rho/\partial t + \nabla \cdot (\rho\mathbf{u}) = 0, \quad (90)$$

$$\rho d\mathbf{u}/dt = c^{-1}\mathbf{j} \times \mathbf{B} - \nabla P - \rho\nabla\psi, \quad (91)$$

$$\frac{dT}{dt} = (\Gamma_3 - 1)\frac{T}{\rho} \frac{d\rho}{dt}, \quad (92)$$

$$\Gamma_3 = 1 + \frac{\Gamma_1 - \beta}{4 - 3\beta} = 1 + \frac{(4 - 3\beta)(\gamma_q - 1)}{\beta + 12(\gamma_q - 1)(1 - \beta)},$$

$$\Delta\psi = 4\pi G\rho, \quad (93)$$

$$\partial\mathbf{B}/\partial t = \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}), \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0. \quad (94)$$

Здесь  $\mathbf{B} = B_0\mathbf{i}_z$  – магнитное поле;  $c$  – скорость света;  $\mathbf{j} = (c/4\pi)\nabla \times \mathbf{B}$  – сила тока;  $\gamma_q - 1 = 1 - q + 2/D$ .

Линеаризуем уравнения (90)–(94), предполагая, что невозмущенное состояние среды является однородным и равновесным ( $\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 + \mathbf{u}'$ ,  $\mathbf{u}_0 = 0$ ), и что  $\psi_0 \equiv 0$ ; тогда, в случае цилиндрически симметричного движения ( $\mathbf{r} = \mathbf{i}_x x + \mathbf{i}_z z$ ), получим<sup>9</sup>:

$$\partial\rho'/\partial t + \rho_0\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (95)$$

$$\frac{\partial\mathbf{u}}{\partial t} = \frac{\beta_0 P_0}{\rho_0} \left[ \frac{\nabla\rho'}{\rho_0} - \frac{4 - 3\beta_0}{\beta_0} \frac{\nabla T'}{T_0} \right] - \nabla\psi' - \frac{1}{4\pi\rho_0} (\nabla \times \mathbf{B}') \times \mathbf{B}_0, \quad (96)$$

<sup>9</sup> Известно, что проблеме устойчивости самогравитирующего двумерного газового облака в принципе нельзя описывать в рамках двумерного приближения, поскольку оно заведомо является сильно неустойчивым (см., например, Фридман, Хоперсков, 2011). Однако при наличии сильного внешнего гравитационного поля с цилиндрической геометрией и с образующей вдоль оси вращения облака, возможно обеспечить его устойчивость в случае, когда угловая скорость вращения достаточно велика. В этом случае структура допланетного облака вдоль оси вращения будет определяться исключительно его самогравитацией. Разумеется, этот случай искусственный, поскольку в реальных астрофизических системах такие цилиндрические поля если и встречаются, то без вложенных дисков. Вместе с тем, рассмотрение такого вложенного в цилиндр самогравитирующего газового диска представляет определённый математический интерес, поскольку только в этом случае можно выделить эффекты, к которым приводит самогравитация в чистом виде. Именно такие модели рассматривались в большинстве классических работ по астрофизическим дискам (см., например, Goldreich, Lynden-Bell, 1965; Hunter, 1972; Toomre, 1964).

$$\partial T'/\partial t - (\Gamma_{3,0} - 1)T_0\rho_0^{-1} \partial \rho'/\partial t = 0, \quad (97)$$

$$\Delta \psi' = 4\pi G \rho', \quad (98)$$

$$\partial \mathbf{B}'/\partial t = \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}_0), \quad \nabla \cdot \mathbf{B}' = 0 =, \quad (99)$$

где

$$\begin{aligned} \frac{\beta_0 P_0}{\rho_0} &= \frac{2}{(\gamma_q - 1)D} \frac{k T_0}{m_0} \\ &= \frac{k}{m_0} \frac{T_0}{1 + (1 - q)D/2} \equiv \frac{k}{m_0} T_{eff,0}. \end{aligned} \quad (100)$$

Получим теперь в рамках неэкстенсивной механики Тсаллиса дисперсионное уравнение для определения критерия неустойчивости однородной плазмы с учетом воздействия радиационного давления. Используем для этого метод нормальных колебаний, при условии экспоненциального возмущения всех пульсирующих параметров:  $\rho', u, T', \psi'$  и  $\mathbf{B}'$ , т.е. когда они пропорциональны  $\sim \exp[i(-\omega t + \mathbf{k}_x x + \mathbf{k}_z z)]$ . Здесь  $\omega$  – частота гармонических колебаний,  $\mathbf{k} = \sqrt{\mathbf{k}_x^2 + \mathbf{k}_z^2}$  – волновое число. В результате будем иметь:

$$\begin{aligned} &(-\omega^2 + V_B^2 \mathbf{k}_z^2) [(-\omega^2 + V_{Alf}^2 \mathbf{k}^2 + A \mathbf{k}_x^2) \times \\ &\times (-\omega^2 + A \mathbf{k}_z^2) - A^2 \mathbf{k}_x^2 \mathbf{k}_z^2] = 0, \end{aligned} \quad (101)$$

где

$$\begin{aligned} A &\equiv \frac{\beta_0 P_0}{\rho_0} \left[ 1 + \frac{4 - 3\beta_0}{\beta_0} (\Gamma_{3,0} - 1) \right] - \frac{4\pi G \rho_0}{\mathbf{k}^2} = \\ &= v_{S,0}^2 - \frac{4\pi G \rho_0}{\mathbf{k}^2}; \end{aligned} \quad (102)$$

$$V_{Alf}^2 := B_0 / \sqrt{4\pi \rho_0} \quad (103)$$

– альфвеновская скорость плазмы.

Рассмотрим два простых случая:

1. Для поперечного распространения волн (когда  $\mathbf{k}_x = \mathbf{k}$ ,  $\mathbf{k}_z = 0$ ) уравнение (101) сводится к простой форме (сравни с (80))

$$\omega^2 - V_{Alf}^2 \mathbf{k}_x^2 - v_{S,0}^2 \mathbf{k}_x^2 + 4\pi G \rho_0 = 0, \quad (104)$$

для которого, с учетом формулы (75), критерий гравитационной неустойчивости самогравитирующей плазмы с магнитным полем и радиационным давлением принимает вид:

$$\begin{aligned} &\mathbf{k}_x^2 (V_{Alf}^2 + \frac{1}{(\gamma_q - 1)D/2} \frac{k T_0}{m}) \times \\ &\times \left[ 1 + \frac{(4 - 3\beta_0)^2 (\gamma_q - 1)}{\beta_0^2 + 12\beta_0 (\gamma_q - 1) (1 - \beta_0)} \right] > 4\pi G \rho_0. \end{aligned} \quad (105)$$

2. В случае продольного (к направлению магнитного поля) распространения пульсационных

волн (для которых  $\mathbf{k}_z = \mathbf{k}$ ,  $\mathbf{k}_x = 0$ ) уравнение (101) сводится к следующим двум уравнениям:

$$\omega^2 - V_{Alf}^2 \mathbf{k}_z^2 = 0, \quad \omega^2 - v_{S,0}^2 \mathbf{k}_z^2 + 4\pi G \rho_0 = 0. \quad (106)$$

Таким образом, в поперечном режиме распространения волны возмущения критерий неустойчивости Джинса для плазмы модифицируется магнитным полем и радиационным давлением. В случае продольного режима на джинсовский критерий не влияет магнитное поле, поскольку этот режим обеспечивает Альфвен-режим движения отдельно от гравитационного режима.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Экзопланеты образуются из протопланетных дисков в результате потери ими устойчивости. Гравитационная неустойчивость является фундаментальным процессом фрагментации гравитирующего космического вещества протопланетного диска. В конечном счете, именно с ней связано формирование экзопланет. Однако, полной ясности в том, какие физико-химические процессы идут при их формировании и какие из них доминируют, до сих пор нет. Большинство обнаруженных на сегодня протопланетных дисков вокруг солнечноподобных звезд значительно отличаются от протопланетного диска Солнца. По этой причине теория, которая используется для описания Солнечной системы, только одна из многих, и для описания эволюции звездных протопланетных дисков она может быть намного более сложной. Об этом, в частности, свидетельствует немалая коллекция обнаруженных во Вселенной экзопланет, которые весьма разнообразны. В связи со сказанным, существует необходимость в создании нестандартных моделей, объясняющих многообразие протопланетных дисков и протопланетных систем.

Имея в виду большое космологическое значение гравитационной неустойчивости в проблеме образования экзопланет, в представленной работе рассмотрена неустойчивость Джинса в рамках нетрадиционной статистики Тсаллиса, в рамках которой предлагается моделировать эволюцию протопланетных электропроводных дисков с фрактальной структурой и с учетом излучения. В работе выведены дисперсионные уравнения, на основе которых выполнен анализ осесимметричных колебаний протопланетных дисков с фрактальной структурой фазового пространства при учете чернотельного  $q$ -излучения.

В работе получен модифицированный критерий джинсовской гравитационной неустойчивости как для покоящейся бездиссипативной сферически однородной фрактальной среды, состоящей из идеального  $q$ -газа и чернотельного излучения, так и для намагниченной плазмы, подверженной

воздействию радиационного давления. Для подобного самогравитирующего протопланетного диска найдены критические значения длин волн и масс, которые явно зависят от индекса нецелой размерности пространства скоростей и коэффициента, характеризующего долю излучения в полном давлении смеси. Полученные параметрические критерии неустойчивости Джинса позволяют более свободно моделировать эволюцию разнообразных аномальных протопланетных газо-пылевых дисков. Предложенный подход может быть распространен также и на другие процессы эволюции дисков, связанные, например, с исследованием гравитационных возмущений диссипативных дисков с излучением, с исследованием собственных частот колебаний вертикально неоднородных магнитных протопланетных дисков и др.

Следует отметить, что, численное значение параметра деформации  $q$  играет при этом существенную роль. К сожалению, проблема его определения все-еще остается открытой. Вместе с тем, в настоящее время имеются серьезные успехи в гелиосейсмологии, которая исследует внутреннюю структуру и динамику Солнца (см. Gough, 2012). В солнечной атмосфере установлены и изучены почти 10 миллионов резонансных мод колебаний. Их частоты измерены с достаточно большой точностью, что позволяет исследовать внутреннюю структуру Солнца на больших глубинах (Gough, Hindman, 2010). Эти результаты поднимают ряд теоретических вопросов, ответы на которые необходимы для понимания того, как на самом деле эволюционирует обычная звезда с протопланетным диском. Поскольку гелиосейсмология приводит экспериментальные доказательства присутствия неэкстенсивных эффектов в недрах звезды (в частности, по найденным скоростям звука), т.е. надежда, что она также сможет в самое ближайшее время предоставить космологические экспериментальные данные по численным значениям параметра деформации  $q$ , отличным от единицы.

Автор признателен правительству Российской Федерации и Министерству высшего образования и науки РФ за поддержку по Гранту 075-15-2020-780 (N13.1902.21.0039).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Горькавый Н.Н., Фридман А.М. Физика планетных колец. М.: Наука, 1994. 348 с.

Зарипов Р.Г. Самоорганизация и необратимость в неэкстенсивных системах. Казань: ФЭн, 2002. 251 с.

Зарипов Р.Г. Принципы неэкстенсивной статистической механики и геометрия мер беспорядка и порядка. Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2010. 404 с.

Колесниченко А.В. Модификация в рамках статистики Тсаллиса критериев гравитационной неустойчивости астрофизических дисков с фрактальной структурой фазового пространства // *Mathematica Montisnigri*. 2015. Т. 32. С. 93–118.

Колесниченко А.В. Модификация в рамках неаддитивной статистики Тсаллиса критериев гравитационной неустойчивости астрофизических дисков // *Матем. моделирование*. 2016б. Т. 28. № 3. С. 96–118.

Колесниченко А.В. Конструирование континуальных моделей турбулентных космических сред. Проблемы математического моделирования астрофизических аккреционных дисков // LAP LAMBERT Academic Publishing RU. 2016а. 380 с.

Колесниченко А.В. Некоторые проблемы конструирования космических сплошных сред. Моделирование аккреционных протопланетных дисков. М.: ИПМ им. М.В. Келдыша, 2017. 372 с.

Колесниченко А.В. К построению неаддитивной термодинамики сложных систем на основе статистики Курато–Тсаллиса // *Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша*. 2018. № 25. 40 с.

Колесниченко А.В. Статистическая механика и термодинамика Тсаллиса неаддитивных систем. Введение в теорию и приложения. М.: ЛЕНАНД. (Си-нергетика: от прошлого к будущему. № 87). 2019. 360 с.

Колесниченко А.В., Маров М.Я. Модификация критерия джинсовской неустойчивости астрофизических объектов с фрактальной структурой в рамках неэкстенсивной статистики // *Астроном. вестн.* 2014. Т. 48. № 5. С. 383–395.

Колесниченко А.В., Маров М.Я. К моделированию процесса агрегации пылевых фрактальных кластеров в протопланетном ламинарном диске // *Исследования Солнечной системы: космические вехи. Механика, управление, и информатика*. М.: ИКИ РАН, 2015а. С. 349–385.

Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Статистическая физика. М.: Наука. 1964. 567 с.

Сафронов В.С. Эволюция допланетного облака и образование Земли и планет. М.: Наука, 1969. 244 с.

Фридман А.М., Хоперсков А.В. Физика галактических дисков. М.: Физматлит, 2011. 640 с.

Хоперсков А.В., Храпов С.С. Неустойчивость звуковых волн в тонком газовом диске // *Письма в АЖ*. 1995. Т. 21. С. 388–393.

Чандрасекхар С. Введение в учение о строении звезд. М.: Изд-во ИЛ. 1950. 476 с.

Abe S., Okamoto Y. “Nonextensive Statistical Mechanics and Its Applications”. Series Lecture Notes in Physics. Springer: Verlag, Berlin, New York, 2001.

Anchordoqui L.A., Torres D.F. Non-extensivity effects and the highest energy cosmic ray affair // *Phys. Lett. A*. 2001. V. 283. P. 319–322.

Boghossian B.M. Navier-Stokes Equations for Generalized Thermodynamics // *Bras. J. Phys.* 1999. V. 29. № 1. P. 91–107.

Bonnor W.B. Jeans’ Formula for Gravitational Instability // *Mon. Noti. Roy. Astron. Soc.* 1957. V. 117. № 1.

- P. 104–117.  
<https://doi.org/10.1093/mnras/117.1.104>
- Büyükkilic F., Demirhan D.* A fractal approach to entropy and distribution functions // *Phys. Lett. A.* 1993. V. 181. P. 24–28.
- Büyükkilic F., Demirhan D.* A unified grand canonical description of the nonextensive thermostatics of the quantum gases: Fractal and fractional approach // *Eur. Phys. J. B.* 2000. V. 14. P. 705–711.
- Cadez V.M.* Applicability problem of Jeans criterion to a stationary self-gravitating cloud // *Astron. and Astrophys.* 1990. V. 235. P. 242–244.
- Cadez V.M.* Instabilities in stratified magnetized Stellar atmospheres // *Publ. Astron. Obs. Belgrade.* 2010. V. 90. P. 121–124.
- Camenzind M., Demole F., Straumann N.* The stability of radiation–pressure–dominated accretion discs // *Astron. and Astrophys.* 1986. V. 158. P. 212–216.
- Chamati H., Djankova A.T., Tonchev N.S.* On the application of nonextensive statistical mechanics to the blackbody radiation // *Physica A.* 2006. V. 360. P. 297–303.
- Chandrasekhar S., Fermi E.* Problems of gravitational stability in the Presence of a magnetic field // *Astrophys. J.* 1953. V. 118. P. 116–141.
- Curado E.M.F., Tsallis C.* Generalized statistical mechanics: connection with thermodynamics // *J. Phys. A.* 1991. V. 24. P. L69–72.
- Daroczy Z.* Generalized information function // *Inform. Control.* 1970. V. 16. P. 36–51.
- Dhiman J.S., Dadwal R.* On the Jeans Criterion of a Stratified Heat Conducting Gaseous Medium in the Presence of Non-uniform Rotation and Magnetic Field // *J. Astrophys. and Astron.* 2012. V. 33. № 4. P. 363–373.
- Eddington A.S.* *The Internal Constitution of the Stars.* Cambridge. England: Cambridge Univ. Press, 1988. 407 p.
- Fridman A.M., Polyachenko V.L.* *Physics of gravitating system.* N.Y.: Springer-Verlag, 1984. V. 1. 468 p.; V. 2. 358 p.
- Fridman A.M., Polyachenko V.L.* *Physics of Gravitating Systems I: Equilibrium and Stability.* Springer Science & Business Media. 2012. 468 p.
- Gell-Mann M., Tsallis C.* *Nonextensive Entropy- Interdisciplinary Applications* // Oxford Univ. Press, 2004. 440 p.
- Grigolini P., Tsallis C., West B.J.* Classical and Quantum Complexity and Nonextensive Thermodynamics // *Chaos, Solitons and Fractals.* 2002. 13. № 3. P. 367.
- Goldreich P., Lynden-Bell D. I.* Gravitational stability of uniformly rotating disks // *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.* 1965. V. 130. P. 97–124.
- Goldreich P., Ward W.R.* The Formation of Planetesimals // *Astrophys. J.* 1973. V. 183. P. 1051–1062.
- Gough D.O., Hindman B.* Helioseismic Detection of Deep Meridional Flow // *J. Astrophys.* 2010. V. 714. № 1. P. 960–970.
- Gough D.O.* *Heliophysics Gleaned from Seismology* // *Progress in solar/stellar Physics with Helio- and Asteroseismology, Proc. 65th Fujihara Seminar, Astron. Soc. Pacific Conf. Ser., 2011. V. 462. P. 429–454 (arXiv:1210.1114v1 [astro-ph.SR]. 2012).*
- Havrdá J., Charvat F.* Quantification Method of Classification Processes // *Kybernetika.* 1967. V. 3. P. 30–35.
- Herrmann H.J., Barbosa M., Curado E.M.F.* Trends and perspectives in extensive and non-extensive statistical mechanics // *Physica A.* 2004. V. 344. № 3–4. P. v–vi.
- Hunter C.* Self-gravitating gaseous disks // *Ann. Rev. Fluid Mech.* 1972. V. 4. P. 219–242.
- Jaynes E.T.* *Information theory and statistical mechanics* // *Statistical Physics 3. Lectures from Brandeis Summer Institute 1962.* New York: W.A. Benjamin, Inc., 1963. P. 181.
- Jeans J.H.* The stability of a spherical nebula 199 // *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A. Containing Papers of a Mathematical or Physical Character.* 1902. V. 199. P. 1–53.
- Jeans J.H.* *Astronomy and Cosmogony.* Cambridge Univ. Press, 2009. 476 p.
- Joshi H., Pensia R.K.* Effect of rotation on Jeans instability of magnetized radiative quantum plasma // *Physics of Plasmas.* 2017. V. 24. P. 032113 (1–8).
- Kaniadakis G., Lissia M., Rapisarda A.* Non Extensive Thermodynamics and Physical Applications // *Physica A.* 2002. V. 305. № 1–2. P. xv–xvii.
- Kaniadakis G., Lissia M.* News and Expectations in Thermostatistics // *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications.* 2004. V. 340. № 1. P. xv–xix.
- Kaniadakis G., Carbone A., Lissia M.* Eds. *News, expectations and trends in statistical physics* // *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications.* 2006. V. 365. № 1. P. xi–xi.
- Kaothekar S., Chhajlani R.K.* Jeans Instability Of Self Gravitating Partially Ionized Hall Plasma With Radiative Heat Loss Functions And Porosity // *AIP Conf. Proc.* 1536. 2013. P. 1288–1289.
- Kolesnichenko A.V.* On the Simulation of Helical Turbulence in an Astrophysical Nonmagnetic Disk // *Sol. Syst. Res.* 2011. V. 45. № 3. P. 246–263.
- Kolesnichenko A.V.* Thermodynamics of the Bose Gas and Blackbody Radiation in Non-Extensive Tsallis Statistics // *Sol. Syst. Res.* 2020a. V. 54. № 5. P. 420–431.
- Kolesnichenko A.V., Marov M.Ya.* Thermodynamic Model of MHD Turbulence and Some of Its Applications to Accretion Disks // *Sol. Syst. Res.* 2008. V. 42. № 3. P. 226–255.
- Kolesnichenko A.V., Chetverushkin B.N.* Kinetic derivation of a quasi-hydrodynamic system of equations on the base of nonextensive statistics. *RJNAMM (Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling).* 2013. V. 28. № 6. P. 547–576.
- Kolesnichenko A.V.* Jeans Instability of a Protoplanetary Gas Cloud with Radiation in Nonextensive Tsallis Kinetics // *Sol. Syst. Res.* 2020. V. 54. № 2. P. 137–149.
- Kolesnichenko A.V., Marov M.Ya.* Modeling of Aggregation of Fractal Dust Clusters in a Laminar Protoplanetary Disk // *Sol. Syst. Res.* 2013. V. 47. № 2. P. 80–98.
- Kolesnichenko A.V., Marov M.Ya.* Modification of the jeans instability criterion for fractal-structure astrophysical objects in the framework of nonextensive statistics // *Sol. Syst. Res.* 2014. V. 48. № 5. P. 354–365.
- Kolesnichenko A.V., Marov M.Ya.* Modification of the Jeans and Toomre Instability Criteria for Astrophysical Frac-

- tal Objects Within Nonextensive Statistics // Sol. Syst. Res. 2016. V. 50. № 4. P. 251–261.
- Kolesnichenko A.V., Marov M.Ya.* Streaming Instability in the Gas–Dust Medium of the Protoplanetary Disc and the Formation of Fractal Dust Clusters // Sol. Syst. Res. 2019. V. 53. № 3. P. 181–198.
- Kumar V., Sutar D.L., Pensia R.K., Sharma S.* Effect of fine dust particles and finite electron inertia of rotating magnetized plasma // 2nd Int. Conf. Condensed Matter and Appl. Phys. (ICC 2017). AIP Conf. Proc. 1953. 2018. P. 060036 (1-4).
- Leubner M.P.* Nonextensive Theory of Dark Matter and Gas Density Profiles // Astrophys. J. 2005. V. 632. L1–L4.
- Lima J.A.S., Silva R., Jr., Santos J.* Plasma oscillations and nonextensive statistics // Phys. Rev. E. 2000. V. 61. № 3. P. 3260–3263.
- Lima J.A.S., Silva R., Santos J.* Jeans' gravitational instability and nonextensive kinetic theory // Astron. and Astrophys. 2002. V. 396. P. 309–313.
- Low C., Lynden-Bell D.* The minimum Jeans mass or when fragmentation must Ssop // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. 1976. V. 176. № 2. P. 367–390.
- Ma P., Zheng Y., Qi G.* The nonextensive Bose–Einstein condensation and photon gas with parameter transformation // Eur. Phys. J. Plus. 2019. V. 134. P. 502(1–11).
- Mace R.L., Verheest, Frank, Hellberg M.A.* Jeans stability of dusty space plasmas // Phys. Lett. A. 1998. V. 237. P. 146–151.
- Makalkin A.B., Ziglina I.N.* Gravitational Instability in the Dust Layer of a Protoplanetary Disk with Interaction between the Layer and the Surrounding Gas // Sol. Syst. Res. V. 52. № 6. P. 518–533.
- Makalkin A.B., Ziglina I.N., Artyushkova M.E.* Topical Problems in the Theory of Planet Formation: Formation of Planetesimals // Izvestiya, Physics of the Solid Earth. 2019. V 55. P. 87–101.
- McKee M.R.* The radial-azimuthal stability of accretion disks around black holes // Astron. and Astrophys. 1990. V. 235. P. 521–525.
- Marov M.Ya., Kolesnichenko A.V.* Turbulence and Self-Organization. Modeling Astrophysical Objects. N.-Y.: Springer Science + Business Media, 2013. 657 c.
- Martinez S., Nicolas F., Pennini F., Plastino A.* Tsallis' entropy maximization procedure revisited // Physica A. 2000. V. 286. P. 489–502.
- Masood W., Salimullah M., Shah H. A.* A quantum hydrodynamic model for multicomponent quantum magnetoplasma with Jeans term // Phys. Lett. A. 372. 2008. V. 45. P. 6757–6760.
- Mather J.C., Cheng E.S., Cottingham D.A., Eplee R.E., Fixsen D.J., Hewagama T., Isaacman R.B., Jensen K.A., Meyer S.S., Noerdlinger P.D., Read S.M., Rosen L.P., Shafer R.A., Wright E.L., Bennett C.L., Boggess N.W., Hauser M.G., Kelsall T., Moseley S.H., Silverberg R.F., Smoot G.F., Weiss R., Wilkinson D.T.* Measurement of the cosmic microwave background spectrum by the COBE FIRAS instrument // Astrophys. J. 1994. V. 420. P. 439–444.
- Nonextensive statistical mechanics and thermodynamics: Bibliography/ <http://tsallis.cat.cbpf.br/biblio.htm>
- Owen J.M., Villumsen J.* Baryons V. Dark Matter, and the Jeans Mass in Simulations of Cosmological Structure Formation // J. Astroph. 1997. V. 481. № 1. P. 1–21.
- Pandey B.P., Avinash K.* Jeans instability of a dusty plasma // Phys. Rev. E (Statistical Physics, Plasmas, Fluids, and Related Interdisciplinary Topics). 1994. V. 49. № 6. P. 5599–5606.
- Pensia R.K., Sutar D.L., Sharma S.* Analysis of Jeans Instability of Optically Thick Quantum Plasma under the Effect of Modified Ohms law // 2nd Int. Conf. Condensed Matter and Appl. Phys. (ICC 2017). AIP Conf. Proc. 1953. 2018. P. 060044 (1-4).
- Pessah M.E., Torres D.F., Vucetich H.* Statistical mechanics and the description of the early universe. (I). Foundations for a slightly non-extensive cosmology // Phys. A: Statist. Mech. 2001. V. 297. № 1–2. P. 164–200.
- Plastino A.R., Plastino A., Vucetich H.* A quantitative test of Gibbs' statistical mechanics // Phys. Lett. A. 1995. V. 207. P. 42–46.
- Rovenchak A.* Ideal Bose-gas in nonadditive statistics // Low temperature physics. 2018. V. 44. №. 10. P. 1025–1031.
- Sakagami M., Taruya A.* Self-gravitating stellar systems and non-extensive thermostatics // Continuum Mechanics and Thermodynamics. 2004. V. 16. № 3. P. 279–292.
- Sistema P.D., Vucetich H.* Cosmology, oscillating physics, and oscillating biology // Phys. Rev. Lett. 1994. V. 72. № 4. P. 454–457.
- Shakura N.I., Sunyaev R.A.* A theory of the instability of disk accretion onto black holes and the variability of binary X-ray sources, galactic nuclei and quasars // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 1976. V. 175. P. 613–632.
- Shukla P. K., Stenflo L.* Jeans instability in a self-gravitating dusty plasma // Proc. Roy. Soc. A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences 462. 2006. P. 403–407.
- Tirnakli U., Büyükkılıç F., Demirhan D.* Generalized Distribution Functions and an Alternative Approach to Generalized Planck Radiation Law // Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. 1997. V. 240. № 3–4. P. 657–664.
- Trigger S.A., Ershkovich A.I., van Heijst G.J.F., Schram P.P.J.M.* Kinetic theory of Jeans instability // Phys. Rev. E 69. 2004. P. 066403–066405.
- Toomre A.* On the gravitational stability of a disk of stars // J. Astrophys. 1964. V. 139. P. 1217–1238.
- Tsiklauri D.* Jeans Instability of Interstellar Gas Clouds in the Background of Weakly Interacting Massive Particles // J. Astrophys. 1998. V. 507. № 1. P. 226–228.
- Tsintsadze N.L., Chaudhary R., Shah H.A., Murtaza G.* Jeans instability in a magneto-radiative dusty plasma // J. Plasma Physics. 2008. V. 74. № 6. P. 847–853.
- Tsallis C.* Possible Generalization of Boltzmann–Gibbs-Statistics // J. Stat. Phys. 1988. V. 52. № 1/2. P. 479–487.
- Tsallis C.* Nonextensive Statistic: Theoretical, Experimental and Computational Evidences and Connections // Brazilian J. Phys. 1999. V. 29. № 1. P. 1–35.

- Tsallis C.* Introduction to Nonextensive Statistical Mechanics. Approaching a Complex World. N.-Y.: Springer, 2009. 382 p.
- Tsallis C., Sa Barreto F.C., Loh E.D.* Generalization of the Planck radiation law and application to the cosmic microwave background radiation // *Phys. Rev. E.* 1995. V. 52. № 2. P. 1448–1451.
- Tsallis C., Mendes R.S., Plastino A.R.* The role of constraints within generalized nonextensive statistics // *Physica A.* 1998. V. 261. P. 534–554.
- Wang Q.A., Le Méhauté A.* Nonextensive black-body distribution function and Einstein's coefficients  $A$  and  $B$  // *Phys. Lett. A.* 1998. V. 242. P. 301–306.
- Wang Q.A., Nivanen L., Le Méhauté A.* Generalized black-body distribution within the dilute gas approximation // *Physica A.* 1998. V. 260 P. 490–498.
- Zaripov R.G.* Elementary particle physics and field theory. Evolution of the difference information in the process of the fermi and bose gas self-organization for nonextensive systems // *Russian Phys. J.* 2009. V. 52. № 4. P. 329–336.

УДК 523

## НЕТЕПЛОВАЯ ПОТЕРЯ АТМОСФЕРЫ ЭКЗОПЛАНЕТЫ GJ 436b ЗА СЧЕТ ПРОЦЕССОВ ДИССОЦИИИ H<sub>2</sub>

© 2021 г. А. А. Автаева<sup>а</sup>, В. И. Шематович<sup>а, \*</sup>

<sup>а</sup>Институт астрономии РАН, Москва, Россия

\*e-mail: shematov@inasan.rssi.ru

Поступила в редакцию 28.09.2020 г.

После доработки 02.11.2020 г.

Принята к публикации 09.11.2020 г.

В работе оценивается вклад процессов диссоциации молекулярного водорода жестким ультрафиолетовым (УФ) излучением и сопутствующим потоком фотоэлектронов в образование фракции надтеплого атомарного водорода в переходной H<sub>2</sub> → H области и формирование соответствующего потока убегания из протяженной верхней атмосферы экзопланеты – горячего нептуна GJ 436b (Gliese 436b). Рассчитаны скорость образования и энергетический спектр атомов водорода, образующихся с избытком кинетической энергии при диссоциации H<sub>2</sub>. При помощи численной стохастической модели горячей планетной короны исследованы на молекулярном уровне кинетика и перенос надтепловых атомов водорода в протяженной верхней атмосфере, и рассчитан нетепловой поток убегания. Поток убегания оценен величиной  $3.0 \times 10^{12} \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}$  для умеренного уровня звездной активности в УФ-излучении, что позволяет получить верхнюю оценку скорости потери атмосферы за счет процессов диссоциации H<sub>2</sub> равной  $7.8 \times 10^8 \text{ г с}^{-1}$ . Расчетная величина входит в интервал полученных из наблюдений оценок возможной скорости потери атмосферы экзопланеты GJ 436b в диапазоне  $\sim(3.7 \times 10^6 - 1.1 \times 10^9) \text{ г с}^{-1}$ . Полученная в расчетах оценка скорости потери атмосферы экзопланетой GJ 436b за счет надтепловых атомов водорода может рассматриваться как среднее значение, так как расчеты проведены для условий умеренной звездной активности в УФ-излучении и для минимальных значений вероятностей преддиссоциации возбужденных электронных уровней молекулы H<sub>2</sub>. Данный источник надтепловых атомов водорода рекомендуется включить в современные астрономические модели физических и химических процессов в верхних атмосферах горячих экзопланет.

**Ключевые слова:** экзопланеты, наблюдения в ультрафиолетовом диапазоне, планетные атмосферы, астрономия, потеря атмосферы, численное моделирование

**DOI:** 10.31857/S0320930X21020018

### ВВЕДЕНИЕ

Сегодня известно более 4000 экзопланет (<http://exoplanets.eu>). Открытие горячих экзопланет, т.е. богатых водородом и летучими веществами планет, расположенных на орбитальных расстояниях  $<0.1 \text{ а. е.}$  к родительской звезде ставит важные вопросы, касающиеся структуры верхних слоев атмосферы и их устойчивости к потере атмосферы в открытое пространство. Так как более 40% всех обнаруженных экзопланет вращаются вокруг своих родительских звезд на расстояниях более близких, чем орбита Меркурия, атмосферы этих небесных тел развиваются в гораздо более экстремальных условиях, чем условия, известные для планет Солнечной системы. Более интенсивные потоки звездного излучения в диапазонах мягкого рентгена (soft X-rays, 10–100 Å) и жесткого ультрафиолета (Extreme UltraViolet – EUV, 100–1000 Å), так называемого жесткого излучения

звезды (XUV) в диапазоне длин волн 10–1000 Å, на таких близких орбитальных расстояниях будут в значительной степени изменять структуру и состав верхних слоев атмосфер этих планет (Massol и др., 2016; Owen, 2019) и, в частности, приводить к образованию протяженных газовых оболочек у горячих экзопланет (см., например, Bisikalo и др., 2017). Наблюдения при помощи космического телескопа им. Хаббла (HST) (Kulow и др., 2014) показали образование у горячего нептуна GJ 436b протяженной газовой оболочки, сопоставимой с диском родительской звезды. В двух независимых сериях транзитных наблюдений с помощью прибора COS/HST было открыто, что атмосферой экзопланеты поглощается ~50% звездного излучения в линии Ly $\alpha$  в диапазоне доплеровского смещения скорости (–120, –40) км/с (Ehrenreich и др., 2015; Lavie и др., 2017). Помимо протяженного хвоста, поглощение водородом показывает

также ранний ингресс, т.е. наличие плотного облака простирающегося перед планетой на расстоянии сопоставимым с размером диска звезды.

Теоретическое изучение верхних атмосфер горячих экзопланет развивалось на основе гидродинамического описания. В одной из первых работ (Lammer и др., 2003) было показано, что жесткое (XUV) звездное излучение, проникающее в обогащенную водородом термосферу должно приводить к газодинамическому истечению. Соответственно, в первых газодинамических моделях Gliese 436b (Lloyd и др., 2017; Berezutsky и др., 2019) было установлено, что термосфера этой экзопланеты относительно холодная (<5000 K), а истечение сверхзвуковое и не превышает скорости 10 км/с. Было обнаружено, что молекулярный водород не диссоциирует полностью в верхней атмосфере GJ 436b и уносится с течением далеко от планеты. Численное моделирование газодинамическими моделями показывает, что экзопланета GJ 436b должна быть окружена обширной относительно холодной, плотной частично ионизованной газовой оболочкой с присутствием молекулярного водорода, охватывающей весь диск звезды. Интерпретация, предложенная на основе моделирования траекторий частиц в работах (Bourrier и др., 2016; 2018; Vidotto, Bourrier, 2017), основывается на предположении о том, что планетное истечение GJ 436b должно быть очень разреженным, но при этом очень быстрым, со скоростью примерно 70 км/с. В газодинамических моделях (Lloyd и др., 2017; Berezutsky и др., 2019) и при моделировании траекторий частиц в работах (Bourrier и др., 2016; Vidotto, Bourrier, 2017) были получены оценки потери атмосферы за счет газодинамического истечения и светового давления в диапазоне значений  $\sim(5.0 \times 10^8 - 5.0 \times 10^9) \text{ г с}^{-1}$ .

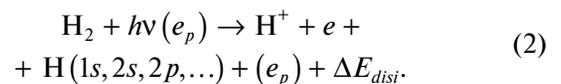
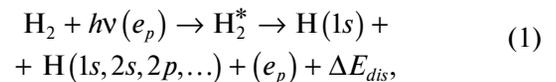
Известно, что в протяженных водородных атмосферах горячих экзопланет протекают как тепловые так и нетепловые процессы, приводящие к потере атмосферы (Massol и др., 2016; Owen, 2019). В частности, фотолиз богатой водородом атмосферы горячей экзопланеты жестким излучением родительской звезды приводит к образованию надтепловых частиц (т.е. частиц с избытком кинетической энергии) — первичных фотоэлектронов при фотоионизации основных компонент  $\text{H}_2/\text{H}/\text{He}$  и надтепловых атомов водорода в процессах диссоциации и диссоциативной ионизации  $\text{H}_2$  (Shematovich и др., 2015). Эти частицы с избыточной кинетической энергией являются важным источником тепловой энергии в верхней атмосфере богатой водородом экзопланеты. Исследование роли надтепловых частиц в современных аэрономических моделях планетных атмосфер является сложной вычислительной задачей, так как требует решения уравнения Больцмана для нетепловой популяции надтепловых частиц (She-

matovich, Marov, 2018; Shematovich, 2019). В статье оценивается влияние XUV-излучения родительской звезды и сопутствующего потока фотоэлектронов на образование надтепловых атомов водорода в переходной области  $\text{H}_2 \rightarrow \text{H}$  богатой водородом атмосферы GJ 436b. Для этого в модели рассчитываются скорости производства и энергетический спектр атомов водорода (Shematovich, 2010), которые образуются с избытком кинетической энергии при диссоциации  $\text{H}_2$ . Затем используется стохастическая модель горячей планетарной короны (Shematovich, 2004), позволившая изучить кинетику и перенос надтепловых атомов водорода в протяженных верхних слоях атмосферы и рассчитать нетепловую скорость потери массы в атмосфере.

### ФРАКЦИЯ НАДТЕПЛОВЫХ АТОМОВ ВОДОРОДА

#### *Диссоциация молекулярного водорода в верхней атмосфере GJ 436b*

Тепловой режим и скорость теплового убегания из атмосферы горячей экзопланеты существенно зависят от состава атмосферы. Однако, в отличие от атмосфер планет Солнечной системы, состав которых стабилен на геологических масштабах времени, атмосферный состав горячей экзопланеты может изменяться вследствие воздействия интенсивного поля излучения родительской звезды. Более того, тепловой режим и состав атмосферы тесно связаны через скорости нагрева и выхолаживания, как показывают аэрономические модели верхней атмосферы GJ 436b (Lloyd и др., 2017; Berezutsky и др., 2019; Bourrier и др., 2016; Vidotto, Bourrier, 2017). Процессы диссоциации, такие как фотодиссоциация, диссоциация электронным ударом, диссоциативная ионизация и др., являются основными источниками тепловых и надтепловых фрагментов молекул в состояниях электронного возбуждения в верхних атмосферах планет (Shematovich, Marov, 2018; Shematovich, 2019). Молекула водорода является с одной стороны простейшей молекулой, однако ее диссоциация при поглощении звездного УФ-излучения и/или электронном ударе происходит посредством нескольких механизмов диссоциации.



Если в результате поглощения излучения связанные электроны возбуждаются на несвязанные или антисвязанные орбитали и их энергия превышает энергию связи молекулы, то возможна диссоциация данной молекулы. Посредством данно-

го важного механизма возможна фотодиссоциация молекул, когда происходит возбуждение молекулы либо в континуум связанного состояния, либо непосредственно в несвязанное (отталкивающее) состояние. Сечения фотодиссоциации для этих механизмов диссоциации обычно являются достаточно гладкими функциями в зависимости от длины волны излучения и для расчета скорости фотодиссоциации обычно достаточно знать сечения поглощения и поток излучения с относительно низким разрешением порядка 0.5–1.0 Å (Fox и др., 2008). Другим возможным механизмом является преддиссоциация, когда поглощение фотона приводит к возбуждению связанного состояния электронного возбуждения, из которого возможен переход без излучения в близкое несвязанное возбужденное состояние. Скорость процесса зависит от поглощения излучения на отдельных длинах волн и от вероятностей преддиссоциации (Fox и др., 2008).

Порог диссоциации  $H_2$  равен 4.48 эВ (2769 Å), однако сечения фотопоглощения на длинах волн больше 1116 Å исчезающе малы. В планетных атмосферах диссоциация  $H_2$  при поглощении УФ-излучения в диапазоне длин волн 845–1116 Å протекает в основном посредством дипольно-разрешенных переходов из основного состояния  $X^1\Sigma_g^+(v)$  в возбужденные связанные электронные состояния  $V^1\Sigma_u^+(v')$ ,  $C^1\Pi_u(v')$ ,  $V^1\Sigma_u^+(v')$  и  $D^1\Pi_u(v')$ . Молекулы  $H_2$  в этих возбужденных состояниях могут либо переходить на дискретные уровни основного состояния, высвечивая избыточную энергию, либо в континуум основного состояния с последующей диссоциацией на два атома водорода в основном состоянии, причем вероятности преддиссоциации для этих уровней изменяются в пределах 0.1–0.15 (Abgrall и др., 1997). На длинах волны короче 845 Å прямое поглощение в континуум состояний и электронного возбуждения является доминантным механизмом фотодиссоциации. Значения сечений для этих процессов достаточно высоки и в результате диссоциации образуются атом водорода в основном  $H(1s)$  и атом в возбужденном  $H(2s, 2p)$  состояниях (Glass-Maujean, 1986). Из лабораторных исследований (Glass-Maujean, 1986; Glass-Maujean и др., 1986; Ajello и др., 1991; Huebner и др., 1992) известно, что избыточные кинетические энергии  $\Delta E_{dis}$  и  $\Delta E_{diss}$  атомов и ионов водорода, образующихся при фото- и ударной электронной диссоциации и диссоциативной ионизации молекулярного водорода (1) и (2), характеризуются двумя пиками по энергии фрагментов – в области низких энергий 0–1 эВ (медленные продукты диссоциации) и в области относительно высоких энергий 4–6 эВ (быстрые продукты диссоциации). Данные избыточные энергии в модели рассчитывались как разница

между энергией поглощенного УФ-фотона, энергией возбужденного электронного состояния и энергией диссоциации или диссоциативной ионизации и выбирались из измеренных в лаборатории распределений (Glass-Maujean, 1986; Glass-Maujean и др., 1986; Ajello и др., 1991; Huebner и др., 1992).

Надтепловые атомы водорода, образующиеся в процессах диссоциации (1) и (2) теряют свою избыточную энергию в упругих столкновениях с основными нейтральными компонентами окружающего атмосферного газа. Следует отметить, что при надтепловых энергиях атомов водорода эффективность переноса энергии от горячих атомов к тепловым атомам и молекулам водорода в упругих столкновениях в существенной степени определяется фазовыми функциями – распределениями угла рассеяния. Как следует из экспериментальных и расчетных данных (Hodges, Breig, 1991; Krstic, Schultz, 1999a; 1999b), эти распределения характеризуются пиками в области малых углов рассеяния при относительно высоких значениях сечений упругого рассеяния. Соответственно, эффективность переноса энергии сильно зависит от энергии столкновения. Данные особенности упругого рассеяния надтепловых атомов водорода на тепловых компонентах  $H_2$ ,  $He$  и  $H$  в существенной степени определяют параметры фракции надтеплого водорода в верхней атмосфере GJ 436b и учитывались в используемой численной модели.

#### Кинетика надтепловых атомов водорода

Так как атомы водорода образуются в процессах диссоциации с избытком кинетической энергии, то их распределение в переходной  $H_2 \rightarrow H$  области верхней атмосферы экзопланеты GJ 436b определяется из решения кинетического уравнения Больцмана с фотохимическим источником

$$\frac{\partial F_H}{\partial t} + \mathbf{c} \frac{\partial F_H}{\partial \mathbf{r}} + \frac{\mathbf{Y}}{m_H} \frac{\partial F_H}{\partial \mathbf{c}} = \sum_s Q_s^H + \sum_m J_m^H(F_H, F_m), \quad (3)$$

совместно с начальными и граничными условиями для атмосферного газа в переходной от термосферы к экзосфере области атмосферы горячей экзопланеты, атмосферный газ в которой подвержен действию внешних силовых полей  $\mathbf{Y}$  планеты. Основные физические допущения при кинетическом описании включают разреженность газа и конечные или быстро убывающие радиусы взаимодействия частиц при столкновениях (Shematovich, 2004; 2019). Здесь использовано микроскопическое описание надтепловых атомов водорода посредством функции распределения по скоростям и состояниям внутреннего возбужде-

ния  $F_H(t, \mathbf{r}, \mathbf{c}) = n_H(t, \mathbf{r})f_H(t, \mathbf{r}, \mathbf{c})$ , где  $n_H(t, \mathbf{r})$  – числовая плотность надтепловых частиц, а  $f_H(t, \mathbf{r}, \mathbf{c})$  – одночастичная функция распределения по скоростям, нормированная на единицу. Функции источников  $Q_s^H(t, \mathbf{r}, \mathbf{c})$  задают скорости образования надтепловых атомов водорода в фотохимических реакциях (1) и (2) и обычно записываются как

$$Q_s^H(t, r, c) = q_s^H(E) f_s^H(t, r, c). \quad (4)$$

Здесь  $q_s^H(E) = \langle [c_i - c_j] \sigma_s(E) \rangle$  – дифференциальная скорость образования надтепловых атомов водорода в фотохимическом источнике  $s$  при энергии сталкивающихся частиц  $E$ , усредненная по функции распределения по скоростям окружающего атмосферного газа, а функция  $f_H(t, \mathbf{r}, \mathbf{c})$  задает нормированное распределение по скорости образующихся в данном источнике частиц с избытком тепловой энергии. Интегралы столкновений в правой части кинетических уравнений описывают изменения состояния газа вследствие химических реакций и равны

$$J_m^H(F_H, F_m) = \int g_{ij} d\sigma_m dc_i \times \\ \times \left[ F_H(c_i') F_m(c_j') - F_H(c_i) F_m(c_j) \right], \quad (5)$$

где  $g_{ij}$  – относительная скорость, а  $d\sigma_m$  – дифференциальное сечение упругого рассеяния надтепловых атомов водорода, упруго сталкивающихся с водородом и гелием. Дифференциальные сечения упругого рассеяния выбирались в соответствии с данными работ (Hodges, Breig, 1991; Krstic, Schultz, 1999a, 1999b). Функции распределения  $F_m$  для атмосферных компонент брались локально равновесными распределениями Максвелла со значениями плотности и температуры в соответствии с данными аэрономической модели (см. рис. 2).

Чтобы определить функции источника (4) надтепловых атомов водорода необходимо рассчитать скорости диссоциации и ионизации атмосферного газа УФ-излучением звезды, скорости образования сопутствующего потока фотоэлектронов и, наконец, скорости диссоциации и диссоциативной ионизации молекулярного водорода при переносе потока электронов в атмосфере. Жесткое XUV-излучение звезды поглощается атмосферным газом экзопланеты GJ 436b и сопровождается возбуждением, диссоциацией и ионизацией атмосферных компонент, а также образованием потока фотоэлектронов с энергиями, достаточными для последующего возбуждения и ионизации атомарного и молекулярного водорода. Энергия вызывающих диссоциацию фотонов обычно превышает потенциал диссоциации и ее избыток идет в кинетическую энергию образу-

ющихся атомов водорода. Следовательно, скорость образования надтепловых атомов водорода на заданной высоте  $z$  в верхней атмосфере определяется стандартным выражением

$$Q_H(E, z) = \sum_I n_{H_2}(z) \int_0^\lambda d\lambda \sigma_{H_2}^d p_{H_2} \times \\ \times (\lambda, E_{H_2, I}) I_\infty(\lambda) \exp(-\tau(\lambda, z)), \quad (6)$$

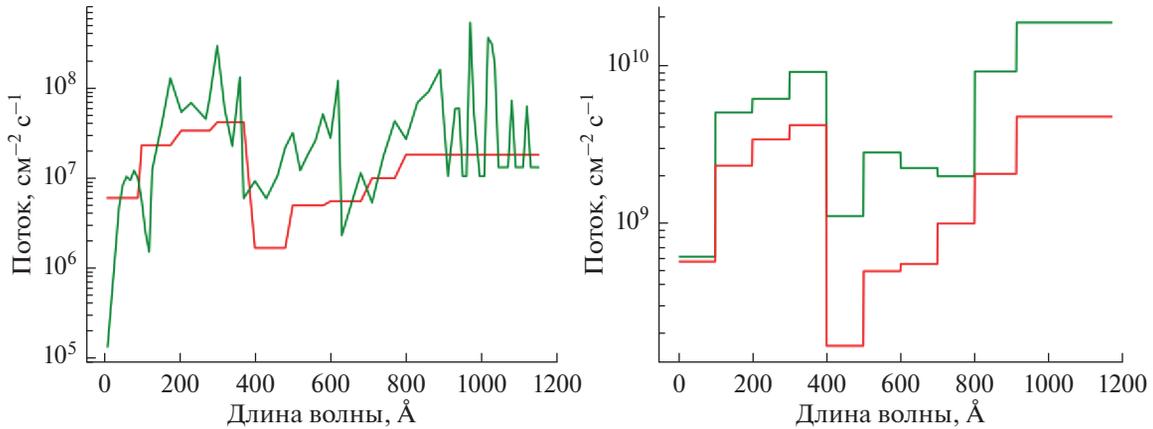
где оптическая толщина  $\tau$  равна

$$\tau(\lambda, z) = \sum_k \sigma_k^a(\lambda) \int_z^\infty n_k(z') dz'$$

и  $n_k(z)$  – числовая плотность нейтральной компоненты  $k$ ,  $\sigma_{H_2}^d, \sigma_{H_2}^a$  это зависящие от длины волны  $\lambda$  сечения диссоциации  $H_2$  и поглощения для  $H_2$  соответственно. В выражении (6) использованы вероятности преддиссоциации  $p_{H_2}(\lambda, E_{H_2, I})$  и потенциалы диссоциативного возбуждения  $E_{H_2, I}$  электронных состояний молекулярного водорода. Энергия образующихся атомов водорода равна  $E = 0.5 \times (E_\lambda - E_{H_2, I})$ , где  $E_\lambda$  – энергия фотона, а  $\lambda_k$  это длина волны для потенциала диссоциативного возбуждения  $H_2$ . Наконец,  $I_\infty(\lambda)$  это внеатмосферный поток звездного излучения на длине волны  $\lambda$ .

Скорость образования свежих фотоэлектронов при фотоионизации и диссоциативной фотоионизации основных атмосферных компонент рассчитывалась по формуле (6), где использовались сечения фотоионизации из обзора (Huebner и др., 1992). Кинетика и перенос фотоэлектронов в переходной области  $H_2 \rightarrow H$  богатой водородом атмосферы GJ 436b, а также скорость образования надтепловых атомов водорода при ударной диссоциации  $H_2$ , были изучены при помощи кинетической модели Монте-Карло для расчета кинетики и переноса электронов с высокими энергиями (Shematovich и др., 2008), адаптированной для водород-гелиевых атмосфер (Шематович, 2010).

Планета GJ 436b с массой  $M_p = 0.07 M_{Jupiter}$  и радиусом  $R_p = 0.38 R_{Jupiter}$  вращается вокруг красного карлика Gliese 436 на орбите с большой полуосью 0.028 а. е. Для звезды Gliese 436 использовался аппроксимированный спектр в спектральном диапазоне 10–912 Å, разбитом на 10 интервалов (см., красная линия на верхней панели рис. 1). Данный спектр был получен по результатам наблюдений в рамках программы MUSCLES (Youngblood и др., 2016). В приведенных ниже расчетах использовалась более детальная спектральная модель потока солнечного излучения в интервале длин волн 10–1150 Å для условий умеренной солнечной активности из работы (Huebner и др., 1992) (см., зеленая линия на левой панели рис. 1). Из этой же ра-



**Рис. 1.** (левая панель) Спектры потока излучения Gliese 436 (красный цвет) и Солнца (зеленый цвет) в диапазонах мягкого рентгена и жесткого ультрафиолета. (правая панель) Сравнение спектров, усредненных в 10 интервалах длин волн.

боты выбраны относительные выходы возбужденных электронных состояний нейтральных и ионизованных продуктов фотолитиза, сечения ионизации и полного поглощения для основных атмосферных компонент —  $\text{H}_2$ , He и H. Детальный спектральный поток солнечного излучения был масштабирован для орбиты с большой полуосью 0.028 а. е. экзопланеты GJ 436b и ее аппроксимационного XUV-спектра в соответствии с соотношениями, показанными на правой панели рис. 1. Следует отметить, что скорости образования надтепловых атомов водорода в фотоисточниках — диссоциации и диссоциативной ионизации  $\text{H}_2$  жестким УФ-излучением звезды, вычислялись при помощи выражения (6), в котором использовались соответственно сечения поглощения и диссоциации для процессов (1) и (2) с учетом измеренного в лаборатории распределения продуктов диссоциации по кинетической энергии (Glass-Maujean, 1986; Glass-Maujean и др., 1986; Ajello и др., 1991; Huebner и др., 1992).

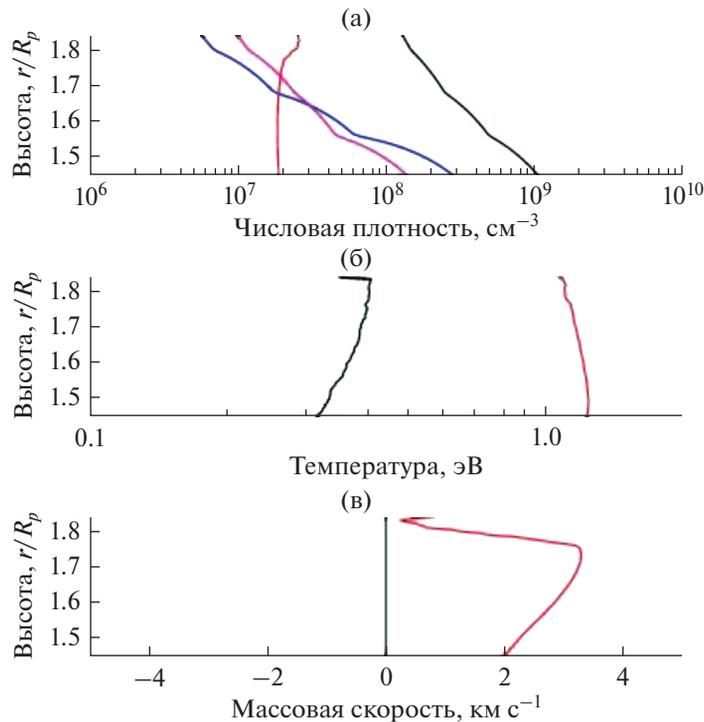
## РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Расчеты проводились в переходной  $\text{H}_2 \rightarrow \text{H}$  области протяженной верхней атмосферы GJ 436b в интервале высот  $(1.3 - 2.0) \times R_p$ , где наблюдается максимальное поглощение звездного XUV-излучения. На нижней границе выбранной области длина свободного пробега атомов водорода значительно меньше высоты однородной атмосферы по плотности и, соответственно, происходит локальная термализация надтепловых атомов водорода в упругих столкновениях с окружающим атмосферным газом. Распределение основных нейтральных компонент показано на верхней панели рис. 2 в соответствии с данными модели (Verzutsky и др., 2019). На верхней границе выбранной области значения длины свободного пробега

приближаются к значениям высоты однородной атмосферы по плотности и, соответственно, возможно уегание надтепловых атомов водорода с энергиями выше локального порога энергии уегания. Весь расчетный интервал высот разбит на ячейки, размер которых порядка локальной длины свободного пробега для надтепловых атомов водорода.

Результаты расчетов скорости образования надтепловых атомов водорода, образующихся в процессах (1) и (2) за счет воздействия XUV-излучения звезды и сопутствующего потока фотоэлектронов, показаны на рис. 3. На рисунке представлены скорость образования надтепловых атомов водорода за счет фото- (линия черного цвета) и ударной электронной (линия красного цвета) диссоциации и диссоциативной ионизации молекулярного водорода. Пик образования надтепловых атомов водорода наблюдается на высоте  $1.4 \times R_p$  и основным источником является фотодиссоциация  $\text{H}_2$ . Из результатов расчетов видно, что распределение образующихся при диссоциации молекул  $\text{H}_2$  надтепловых атомов водорода носит существенно неравновесный характер. Наблюдаются два пика — медленные атомы H с избыточной кинетической энергией в диапазоне 0–1 эВ, и быстрые атомы водорода в диапазоне кинетических энергий 4–6 эВ. Как установлено в лабораторных измерениях (Glass-Maujean, 1986; Glass-Maujean и др., 1986; 2012; Ajello и др., 1991), второй пик в энергетическом спектре образующихся при диссоциации  $\text{H}_2$  атомов водорода формируется за счет возбуждения высоких (doubly excited) состояний молекулы водорода и последующего распада посредством механизма преддиссоциации.

Данные расчетные скорости и энергетические спектры образования надтепловых атомов водорода за счет диссоциации  $\text{H}_2$  использованы как функции источника (6) в кинетическом уравне-

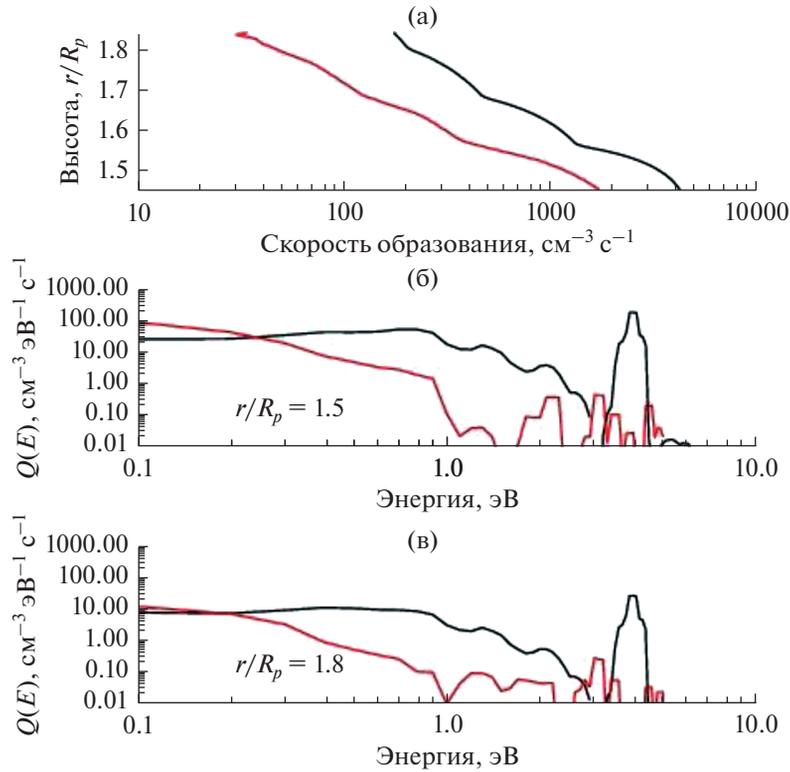


**Рис. 2.** Состав (верхняя панель), температура (средняя панель) и массовая скорость (нижняя панель) в переходной  $H_2 \rightarrow H$  области верхней атмосферы экзопланеты GJ 436b согласно аэрономической модели (Berezutsky и др., 2019). На верхней панели линией красного цвета показан расчетный профиль числовой плотности надтепловых атомов водорода с кинетическими энергиями выше 1 эВ. Расчетные температура и массовая скорость фракции надтепловых атомов водорода показаны красными линиями на средней и нижней панели, соответственно.

нии Больцмана (3). Решением кинетического уравнения при помощи численной кинетической модели Монте-Карло (Shematovich, 2004; 2010), в которой рассматриваются кинетика и транспорт надтепловых атомов водорода на молекулярном уровне, являются функции распределения надтепловых атомов водорода в переходной области верхней атмосферы. Расчеты выполнены для стационарных условий в дневной верхней атмосфере в направлении планета-звезда. На рис. 4 представлены расчетные энергетические спектры потока движущихся вверх надтепловых атомов водорода на высотах  $1.56 \times R_p$  (верхняя панель),  $1.75 \times R_p$  (средняя панель) и  $1.84 \times R_p$  (нижняя панель). Линиями синего цвета показаны потоки тепловых атомов H, рассчитанные для локально равновесных распределений атомарного водорода в соответствии с профилем температуры атмосферного газа из модели (Berezutsky и др., 2019). Вертикальными красными линиями показаны энергии убегания атомов водорода на приведенных высотах. Так как целью данной работы является получение оценки скорости убегания атомов водорода за счет процесса диссоциации  $H_2$ , то на рис. 4 расчетные потоки представлены лишь в области надтепловых энергий выше 1 эВ. Из расчетов следует, что потоки надтепловых атомов во-

дорода существенно неравновесные по сравнению с восходящими потоками для локально равновесных распределений тепловых атомов водорода в атмосфере GJ 436b. На высотах около  $1.56 \times R_p$ , где производство атомов водорода в процессе диссоциации  $H_2$  высоко, уже формируется значительная фракция атомов водорода с энергиями выше энергии убегания. На высоте  $1.84 \times R_p$ , близкой к верхней границе переходной  $H_2 \rightarrow H$  области, значения расчетного потока выше значений потока для локально равновесного распределения при кинетических энергиях больше  $\sim 4$  эВ, т.е. заселенность надтепловыми атомами водорода за счет диссоциации  $H_2$  в протяженной верхней атмосфере экзопланеты GJ 436b в области энергий больше 4 эВ на порядок выше заселенности, рассчитанной по локально равновесному распределению. Другими словами, в расчетном восходящем потоке формируется избыток атомов водорода в области  $\geq 4$  эВ надтепловых энергий, т.е. в области быстрых атомов водорода, образующихся за счет механизма преддиссоциации высоковозбужденных электронных состояний молекулы  $H_2$ .

Используя расчетные энергетические спектры восходящего потока атомов H, представленные на рис. 4, можно оценить численную плотность

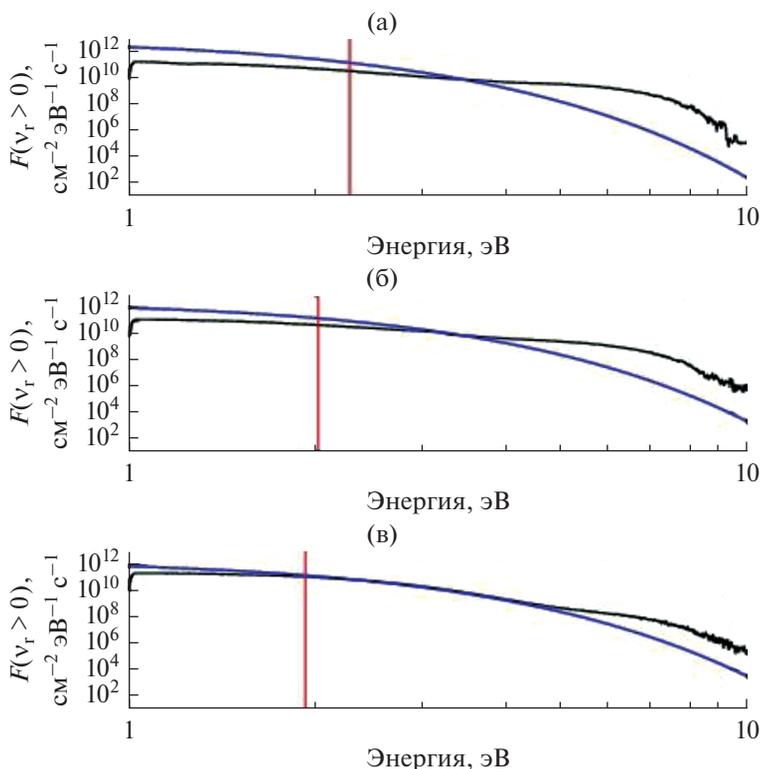


**Рис. 3.** Представлены: (а) – скорости образования надтепловых атомов водорода за счет диссоциации и диссоциативной ионизации молекулярного водорода XUV-излучением звезды (линия черного цвета) и сопутствующего потока фотоэлектронов (линия красного цвета); энергетические спектры атомов водорода, образующихся за счет диссоциации и диссоциативной ионизации XUV-фотонами (линии черного цвета) и сопутствующим потоком фотоэлектронов (линии красного цвета) на высотах  $r/R_p = 1.5$  (б) и  $r/R_p = 1.8$  (в), соответственно.

фракции надтепловых атомов водорода, образующихся за счет диссоциации  $H_2$ , и сравнить с высотным распределением тепловых компонент нейтральной атмосферы. Высотный профиль числовой плотности надтепловых атомов водорода с кинетическими энергиями выше 1 эВ показан на верхней панели рис. 2 линией красного цвета, где также приведены распределения по высоте теплового атомного и молекулярного водорода, взятые из модели (Berezutsky и др., 2019). Расчеты показывают, что стационарная фракция надтепловых атомов водорода с энергиями выше 1 эВ формируется лишь в самых верхних слоях переходной области, где упругие столкновения надтепловых атомов происходят преимущественно с атомами атмосферного водорода, причем температура атмосферы здесь достаточно высока (см. среднюю панель рис. 2). Расчеты показывают, что температура и массовая скорость фракции надтепловых атомов водорода (линии красного цвета на средней и нижней панелях рис. 2) в несколько раз выше значений, характеризующих тепловую фракцию. Как следует из анализа энергетических спектров потоков, представленных на рис. 4, концентрация надтепловых атомов водорода за счет процессов диссоциации  $H_2$  в не-

сколько раз выше концентрации атомов атмосферного водорода в области кинетических энергий больше 3 эВ.

Расчеты энергетических спектров восходящего потока надтепловых атомов водорода, представленные на рис. 4, показывают, что процессы диссоциации  $H_2 \rightarrow H$  молекулярного водорода сопровождаются образованием и переносом в самые верхние слои переходной  $H_2 \rightarrow H$  области верхней атмосферы экзопланеты GJ 436b движущихся вверх надтепловых атомов водорода с кинетическими энергиями выше локальной энергии убегания. Из расчетного энергетического спектра потока атомов водорода (линия красного цвета на нижней панели рис. 4), убегающих из атмосферы через верхнюю границу переходной области на высоте  $\sim 1.84 \times R_p$  за счет процесса диссоциации  $H_2$ , можно получить следующую оценку  $3.0 \times 10^{12} \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}$  величины числового потока убегания в направлении планета-звезда в условиях умеренного уровня звездной активности в рассматриваемом диапазоне ультрафиолетового излучения. Отметим, что это расчетное значение числового потока убегания надтепловых атомов водорода превышает значение  $1.8 \times 10^{12} \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}$ ,



**Рис. 4.** Расчетные энергетические спектры потока движущихся вверх надтепловых атомов водорода на высотах  $1.56 \times R_p$  (верхняя панель),  $1.75 \times R_p$  (средняя панель) и  $1.84 \times R_p$  (нижняя панель). Линиями синего цвета показаны потоки тепловых атомов H, рассчитанные для локально равновесного распределения атомарного водорода в соответствии с профилем температуры из модели (Berezutsky и др., 2019). Вертикальными красными линиями показаны энергии убегающих атомов водорода на приведенных высотах.

рассчитанное по формуле Джинса для потока убегающих тепловых атомов водорода (линия синего цвета на нижней панели рис. 4). Если усреднить данный расчетный поток по освещенной полусфере верхней атмосферы, то можно получить верхнюю оценку (так как не учитывался зенитный угол для излучения родительской звезды) скорости потери атмосферы за счет надтепловых атомов водорода, образующихся в процессах диссоциации  $H_2$ , равной величине  $7.8 \times 10^8 \text{ г с}^{-1}$ , что близко к верхней границе полученных из наблюдений оценок возможной скорости потери атмосферы в диапазоне  $\sim(3.7 \times 10^6 - 1.1 \times 10^9) \text{ г с}^{-1}$  (Kulow и др., 2014; Ehrenreich и др., 2015). Полученная в приведенных выше расчетах оценка скорости потери атмосферы экзопланетой GJ 436b может рассматриваться как среднее значение, так как расчеты проведены для условий умеренной звездной активности в УФ-излучении и для вероятностей преддиссоциации высоких возбужденных электронных уровней использовались минимальные значения 0.1 (Glass-Maujean, 1986; Glass-Maujean и др., 1986). Естественно, в условиях высокого уровня звездного УФ-излучения, а тем более в условиях звездной вспышки (Bisikalo и др., 2019), вклад процессов диссоциации  $H_2$  жестким

УФ-излучением звезды и сопутствующим потоком фотоэлектронов в образование потока убегающих из атмосферы атомов водорода станет еще более существенным.

### ОБСУЖДЕНИЕ И ВЫВОДЫ

Процессы диссоциации  $H_2$  жестким ультрафиолетовым излучением родительской звезды и сопутствующим потоком фотоэлектронов являются важным источником надтепловых атомов водорода в протяженной верхней атмосфере экзопланеты GJ 436b, что приводит к формированию устойчивой фракции надтепловых атомов водорода. Одним из важных следствий данных процессов является образование нетеплового потока убегающих из атмосферы атомов водорода. Поток убегающих оценен величиной  $3.0 \times 10^{12} \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}$  для умеренного уровня звездной активности в УФ-излучении, что приводит к скорости потери атмосферы за счет процессов диссоциации  $H_2$  равной  $7.8 \times 10^8 \text{ г с}^{-1}$ . Данные оценки попадают в интервалы как полученных из наблюдений оценок возможной скорости потери атмосферы экзопланеты GJ 436b в диапазоне  $\sim(3.7 \times 10^6 - 1.1 \times$

$\times 10^9$ ) г с<sup>-1</sup> (Kulow и др., 2014; Ehrenreich и др., 2015), так и оценок в диапазоне в диапазоне значений  $\sim(5.0 \times 10^8 - 5.0 \times 10^9)$  г с<sup>-1</sup>, полученных в газодинамических моделях (Loyd и др., 2017; Berezutsky и др., 2019) и при моделировании траекторий частиц в работах (Bourrier и др., 2016; 2018; Vidotto, Bourrier, 2017). Возможные уточнения расчетных оценок скорости потери атмосферы ожидаются по мере поступления новых наблюдательных данных как о спектре потока УФ-излучения родительской звезды, так и новых наблюдений протяженной атмосферы планеты-транзита GJ 436b. Следовательно, данный источник надтепловых атомов водорода необходимо включить в современные аэрономические модели физических и химических процессов в верхних атмосферах горячих экзопланет.

Представленная численная стохастическая модель кинетики переноса надтепловых атомов водорода в протяженной верхней атмосфере GJ 436b в последующих работах будут расширена за счет включения в рассмотрение процессов воздействия плазмы звездного ветра на корону планеты.

Исследование выполнено в рамках Проекта № 075-15-2020-780 “Теоретические и экспериментальные исследования формирования и эволюции внесолнечных планетных систем и характеристик экзопланет” Министерства науки и высшего образования РФ.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Abgrall H., Roueff E., Liu X., Shemansky D.E. The Emission Continuum of Electron-excited Molecular Hydrogen // *Astrophys. J.* 1997. V. 481. P. 557–566.
- Ajello J.M., Kanik I., Ahmed S.M., Clarke J.T. Line profile of H Lyman  $\alpha$  from dissociative excitation of H<sub>2</sub> with application to Jupiter // *J. Geophys. Res.* 1995. V. 100. P. 26411–26420.
- Berezutsky A.G., Shaikhislamov I.F., Miroshnichenko I.B., Rumenskikh M.S., Khodachenko M.L. Interaction of the Expanding Atmosphere with the Stellar Wind around Gliese 436b // *Sol. Syst. Res.* 2019. V. 53. P. 138–145.
- Bisikalo D.V., Kaygorodov P.V., Shematovich V.I. Exoplanets: Atmospheres of Hot Jupiters // *Oxford Research Encyclopedia of Planetary Science*. 2017. P. 103.
- Bisikalo D.V., Cherenkov A.A., Shematovich V.I., Fossati L., Moestl C. The Influence of a Stellar Flare on the Dynamical State of the Atmosphere of the Exoplanet HD 209458b // *Astron. Reports*. 2018. V. 62. P. 648–653.
- Bourrier V., Lecavelier des Etangs A., Ehrenreich D., Tanaka Y.A., Vidotto A.A. An evaporating planet in the wind: Stellar wind interactions with the radiatively braked exosphere of GJ 436b // *Astrophys. J.* 2016. V. 591. P. A121.
- Bourrier V., Lovis Ch., Beust H., Ehrenreich D., Henry G.W., Astudillo-Defru N., Allart R., Bonfils X., Segransan D., Delfosse X., Cegla H.M., Wyttenbach A., Heng K., Lavie B., Pepe F. Orbital misalignment of the Neptune-mass exoplanet GJ 436b with the spin of its cool star // *Nature*. 2018. V. 553. P. 477–480.
- Ehrenreich D., Bourrier V., Wheatley P.J., Lecavelier des Etangs A., Hebrard G., Udry S., Bonfils X., Delfosse X., Desert J.-M., Sing D.K., Vidal-Madjar A. A giant comet-like cloud of hydrogen escaping the warm Neptune-mass exoplanet GJ 436b // *Nature*. 2015. V. 522. P. 459–461.
- Fox J.L., Galand M.I., Johnson R.E. Energy Deposition in Planetary Atmospheres by Charged Particles and Solar Photons // *Space Sci. Rev.* 2008. V. 139. P. 3–62.
- Glass-Maujean M. Photodissociation of doubly excited states of H<sub>2</sub>, HD, and D<sub>2</sub> // *J. Chem. Phys.* 1986. V. 85. P. 4830–4834.
- Glass-Maujean M., Guyon P.M., Breton J. Photodissociation into H(1S) + H(n = 2) atoms: Total and partial dissociation cross sections and relative importance of dissociation and predissociation // *Physical Rev. A*. 1986. V. 33. P. 346–350.
- Glass-Maujean M., Jungen Ch., Schmoranzner H., Knie A., Haar I., Hentges R., Kielich W., Jänkälä K., Ehresmann A. The absolute cross section of the Fluorescence, Dissociation, and Ionization of H<sub>2</sub> super excited states // *J. Physics: Conf. Ser.* 2012. V. 388. Article id. 022045.
- Hodges R.R., Jr., Breig E.L. Ionosphere-exosphere coupling through charge exchange and momentum transfer in hydrogen-proton collisions // *J. Geophys. Res.* 1991. V. 96. P. 7697–7708.
- Huebner W.F., Keady J.J., Lyon S.P. Solar Photo Rates for Planetary Atmospheres and Atmospheric Pollutants // *Astrophys. Planet Sci. Suppl.* 1992. V. 195. P. 1–294.
- Krstic P.S., Schultz D.R. Elastic and vibrationally inelastic slow collisions: H + H<sub>2</sub>, H<sup>+</sup> + H<sub>2</sub> // *J. Physics B Atomic Molecular Physics*. 1999a. V. 32. P. 2415–2431.
- Krstic P.S., Schultz D.R. Consistent definitions for, and relationships among, cross sections for elastic scattering of hydrogen ions, atoms, and molecules // *Phys. Rev. A*. 1999b. V. 60. P. 2118–2130.
- Kulow J.R., France K., Linsky J., Loyd R.O. Parke. Ly $\alpha$  Transit Spectroscopy and the Neutral Hydrogen Tail of the Hot Neptune GJ 436b // *Astrophys. J.* 2014. V. 786. P. 132.
- Lammer H., Selsis F., Ribas I., Guinan E.F., Bauer S.J., Weiss W.W. Atmospheric Loss of Exoplanets Resulting from Stellar X-Ray and Extreme-Ultraviolet Heating // *Astrophys. J. Lett.* 2003. V. 598. P. L121–L124.
- Lavie B., Ehrenreich D., Bourrier V., Lecavelier des Etangs A., Vidal-Madjar A., Delfosse X., Gracia Berna A., Heng K., Thomas N., Udry S., Wheatley P.J. The long egress of GJ 436b's giant exosphere // *aap*. 2017. V. 605. P. L7.
- Loyd R.O. Parke, Koskinen T.T., France K., Schneider Ch., Redfield S. Ultraviolet CII and SiIII Transit Spectroscopy and Modeling of the Evaporating Atmosphere of GJ436b // *Astrophys. J.* 2017. V. 834. P. L17.
- Massol H., Hamano K., Tian F., Ikoma M., Abe Y., Chassefiere E., Davaille A., Genda H., Guedel M., Hori Y., Leblanc F., Marcq E., Sarda P., Shematovich V.I., Stoekl A., Lammer H. Formation and Evolution of Protoatmospheres // *Space Sci. Rev.* 2016. V. 205. P. 153–211.
- Owen J.E. Atmospheric Escape and the Evolution of Close-In Exoplanets // *Ann. Rev. Earth and Planet. Sci.* 2019. V. 47. P. 67–90.

- Shematovich V.I.* Stochastic Models of Hot Planetary and Satellite Coronas // *Sol. Syst. Res.* 2004. V. 38. P. 28–38.
- Shematovich V.I.* Suprathermal hydrogen produced by the dissociation of molecular hydrogen in the extended atmosphere of exoplanet HD 209458b // *Sol. Syst. Res.* 2010. V. 44. P. 96–103.
- Shematovich V.I.* Suprathermal particles in astrochemistry // *Russian Chemical Rev.* 2019. V. 88. P. 1013–1045.
- Shematovich V.I., Marov M.Ya.* Escape of planetary atmospheres: physical processes and numerical models // *Physics Uspekhi.* 2018. V. 61. P. 217.
- Shematovich V.I., Bisikalo D.V., Ionov D.E.* Suprathermal Particles in XUV-Heated and Extended Exoplanetary Upper Atmospheres // *Characterizing Stellar and Exoplanetary Environments* / Ed. Lammer H., Kholdachenko M. // *Astrophys. and Space Sci. Library.* 2015. V. 411. P. 105.
- Shematovich V.I., Bisikalo D.V., Gerard J.-C., Cox C., Bougher S.W., Leblanc F.* Monte Carlo model of electron transport for the calculation of Mars day-glow emissions // *J. Geophys. Res.: Planets.* 2008. V. 113. H. E02011.
- Vidotto A.A., Bourrier V.* Exoplanets as probes of the winds of host stars: the case of the M dwarf GJ 436 // *Mon. Notic. Ray. Astron. Sci.* 2017. V. 470. P. 4026–4033.
- Youngblood A., France K., Loyd R.O. Parke, Linsky J., Redfield S., Schneider P.Ch., Wood B.E., Brown A., Froning C., Miguel Y., Rugheimer S., Walkowicz L.* The MUSCLES Treasury Survey. II. Intrinsic Ly $\alpha$  and Extreme Ultraviolet Spectra of K and M Dwarfs with Exoplanets // *Astrophys. J.* 2016. V. 824. P. 101.

УДК 521.1

## ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СЦЕПЛЕННЫХ ОРБИТ В ОГРАНИЧЕННОЙ ЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ ДВУКРАТНО ОСРЕДНЕННОЙ ЗАДАЧЕ ТРЕХ ТЕЛ

© 2021 г. М. А. Вашковьяк\*

*Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия*

*\*e-mail: vashkov@keldysh.ru*

Поступила в редакцию 06.10.2020 г.

После доработки 25.10.2020 г.

Принята к публикации 06.11.2020 г.

Рассмотрена ограниченная эллиптическая двукратно осредненная задача трех тел. В разложении возмущающей функции задачи сохранены слагаемые до второй степени включительно относительно эксцентриситета орбиты возмущающего тела. Элементы эллиптической орбиты возмущаемого тела считаются произвольными. С помощью численного интегрирования осредненных уравнений в кеплеровских элементах проведено исследование специальных, так называемых сцепленных орбит тела пренебрежимо малой массы. Для таких орбит точки их пересечения с плоскостью орбиты возмущающего тела находятся по разные стороны от нее. В простейшей модели Солнце–Юпитер–комета описаны особенности эволюции гипотетических и некоторых реальных кометных орбит, выявлены их отличия от соответствующих орбит круговой задачи.

**Ключевые слова:** ограниченная эллиптическая задача трех тел, двукратное осреднение, сцепленные орбиты, численное интегрирование

**DOI:** 10.31857/S0320930X21020067

### ВВЕДЕНИЕ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Исследования долговременной эволюции орбит в ограниченной эллиптической задаче трех тел, как правило, проводятся в двукратно осредненной постановке. При этом широкое использование получил интегрируемый случай *круговой* орбиты возмущающего тела. Исследования этого случая, начатые известными учеными Х. фон Цейпелем (Zeipel, 1910) и Н.Д. Моисеевым (Моисеев, 1945), были существенно развиты М.Л. Лидовым (Лидов, 1961; Lidov, 1962) и И. Козаи (Kozai, 1962). Эти исследования детально описаны в монографиях (Shevchenko, 2017) и (Ito, Ohtsuka, 2019). Отметим, что обширная статья Х. фон Цейпеля стала заслуженно известной и нашла свое отражение в вышеуказанном научно-историческом исследовании (Ito, Ohtsuka, 2019) лишь вследствие ссылки на нее в работе (Baily, Emel'yanenko, 1996) в связи изучением эволюции одного из типов кометных орбит. Работы Моисеева, Лидова и Козаи, выполненные позднее, явились как результатами качественного изучения осредненной задачи трех тел, так и необходимостью исследования орбитальной динамики искусственных спутников планет и динамики астероидов.

В обширной статье (Zeipel, 1910) выделены и качественно изучены три основных случая распо-

ложения орбиты возмущаемого тела в двукратно осредненной круговой задаче: внутренний, внешний и случай пересекающихся, в частности, так называемых сцепленных орбит. Пространственное расположение сцепленных орбит характеризуется тем, что одна из точек пересечения орбиты тела пренебрежимо малой массы с плоскостью орбиты возмущающего тела находится внутри нее, а другая – вне. Подобная классификация в ограниченной круговой двукратно осредненной задаче трех тел для *равномерно близких орбит* вместе с анализом условий их пересечения была предложена в работе (Lidov, Ziglin, 1974). Топология двух сцепленных и несцепленных кеплеровских орбит всех тех типов детально описана К.В. Холшевниковым и В.Б. Титовым (Холшевников, Титов, 2007).

Заметим, что русский термин “сцепленные орбиты” ассоциируется с английским “linked orbits”, хотя более воспринимаемым и геометрически понятным является словосочетание “like the rings of a chain”, предложенное в монографии (Ito, Ohtsuka, 2019) как английский аналог французского термина “comme les anneaux d’une chaîne”, используемого в работе (Zeipel, 1910). Сцепленные орбиты в ограниченной *эллиптической* двукратно осредненной задаче трех тел и являются предметом исследования данной работы.

Рассмотрим движение материальной точки  $P$  пренебрежимо малой массы под действием притяжения центральной точки  $S$  массы  $m$  и возмущающей точки  $J$  массы  $m_1 \ll m$ , движущейся относительно  $S$  по эллиптической орбите с большой полуосью  $a_1$  и эксцентриситетом  $e_1$ . Введем прямоугольную систему координат  $Oxuz$  с началом в точке  $S$ , основная плоскость  $xOy$  которой совпадает с плоскостью орбиты точки  $J$ . Ось  $Ox$  пусть направлена в перигецентр орбиты точки  $J$ , ось  $Oy$  — в сторону ее движения от перигецентра в основной плоскости, а ось  $Oz$  дополняет систему координат до правой. Возмущенная орбита точки  $P(x, y, z)$  характеризуется оскулирующими кеплеровскими элементами: большой полуосью  $a$ , эксцентриситетом  $e$ , наклонением  $i$ , аргументом перигецентра  $\omega$  и долготой восходящего узла  $\Omega$ . В выбранной системе возмущающая точка  $J$  имеет координаты  $x_1, y_1, z_1$ , а аппликата  $z_1 = 0$ .

Для исследования эволюции орбиты точки  $P$  используется вековая часть  $W$  полной возмущающей функции

$$W(a, e, i, \omega, \Omega, a_1, e_1) = \frac{fm_1}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{1}{\Delta(\lambda, \lambda_1)} d\lambda_1 d\lambda. \quad (1)$$

Здесь  $\Delta = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_1| = \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + z^2}$  — расстояние между возмущаемой и возмущающей точками,  $\lambda$  и  $\lambda_1$  — средние долготы этих точек,  $f$  — гравитационная постоянная. Предполагается отсутствие соизмеримостей низких порядков между средними движениями точек  $J$  и  $P$ . В функции  $W$   $a_1$  и  $e_1$  играют роль параметров эволюционной задачи.

Первые интегралы уравнений возмущенного движения в элементах имеют вид

$$a = \text{const}, \quad W(a, e, i, \omega, \Omega, a_1, e_1) = \text{const}, \quad (2)$$

а в случае  $e_1 = 0$  существует еще один первый интеграл (Моисеев, 1945)

$$(1 - e^2) \cos^2 i = c_1 = \text{const}. \quad (3)$$

$$\Phi = \begin{cases} \sum_{n=0}^{\infty} \left[ 1 + \mu - \frac{3(2n+1)}{2(n+1)}\varepsilon + \frac{4n+1}{n+1}\nu \right] B_n \zeta^n, & |\zeta| < \zeta^*; \\ \frac{1}{\pi\sqrt{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \{ [H_n - \ln(1-\zeta)] [1 + \mu + 4(4n+1)\nu - (8n+3)\varepsilon] + 8(\varepsilon - 2\nu) \} B_n (1-\zeta)^n, & |\zeta| > \zeta^*. \end{cases} \quad (7)$$

### ОСРЕДНЕННАЯ ВОЗМУЩАЮЩАЯ ФУНКЦИЯ И ЭВОЛЮЦИОННЫЕ УРАВНЕНИЯ

В аналитических исследованиях нередко используется и другое, равносильное (1), выражение функции  $W$  с помощью известных формул

$$W = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (1 - e \cos E) V(E) dE, \quad (4)$$

$$V(E) = \frac{fm_1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\lambda_1}{\Delta(\lambda_1, E)},$$

где  $V$  представляет собой силовую функцию притяжения эллиптического гауссова кольца, моделирующего осредненное влияние возмущающей точки,  $E$  — эксцентрическая аномалия точки  $P$ .

Поскольку для рассматриваемых орбит в процессе эволюции расстояние  $r$  может быть как меньше, так и больше  $r_1$ , то обычно применяемые разложения обратного расстояния  $1/\Delta$  в ряды по полиномам Лежандра неприменимы. Поэтому в данной работе будет использовано аналитическое выражение функции  $V$ , хотя и с ограниченной точностью до  $e_1^2$ , включительно, приведенное в статье (Вашковьяк, 1986) для почти компланарной системы  $N$  слабоэллиптических гауссовых колец, но справедливое при любом соотношении  $r$  и  $r_1$ . Учитывая ориентацию введенной системы координат и полагая в формулах (6)–(8) этой статьи  $N = 1$ ,  $i_1 = \omega_1 = \Omega_1 = k_1 = u_1 = v_1 = 0$ ,  $h_1 = e_1$ , получим

$$V(E) = \frac{fm_1}{\sqrt{a_1^2 + r^2}} \Phi(x, y, z), \quad (5)$$

а для связности изложения мы позволим себе воспроизвести и основные упрощенные вычислительные формулы этой работы, дополнив их новыми аналитическими соотношениями.

Функция  $\Phi$ , зависящая от прямоугольных координат  $x, y, z$ , выражается через гипергеометрические функции Гаусса  $F$

$$\Phi = (1 - \varepsilon + \mu) F\left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}; 1; \zeta\right) + \left(\nu - \frac{1}{2}\varepsilon\right) F\left(\frac{5}{4}, \frac{3}{4}; 2; \zeta\right), \quad (6)$$

причем для их вычисления используются функциональные ряды различной структуры в зависимости от численного значения аргумента  $\zeta$  ( $|\zeta| < 1$ ), так что

Здесь

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{a_1 e_1 x}{a_1^2 + r^2}, \quad \mu = \varepsilon^2 \left( 2 + \frac{a_1^2 + z^2}{2\rho^2} \right) - \frac{a_1^2 e_1^2 y^2}{(a_1^2 + r^2)\rho^2}, \\ v &= \frac{3}{2}\varepsilon^2 - \frac{a_1^2 e_1^2}{2(a_1^2 + r^2)}, \quad r^2 = \rho^2 + z^2, \\ \rho^2 &= x^2 + y^2, \quad \zeta = \frac{4a_1^2}{(a_1^2 + r^2)^2} \times \\ &\times \left[ \rho^2 + 2\varepsilon(a_1^2 - \rho^2 + z^2) + \theta \right], \\ \theta &= e_1^2 \left\{ a_1^2 - x^2 \left[ \frac{6a_1^2(a_1^2 - \rho^2 + z^2)}{(a_1^2 + r^2)^2} + \frac{a_1^2 + r^2}{\rho^2} \right] + \right. \\ &\left. + y^2 \left( \frac{a_1^2 + z^2}{\rho^2} - \frac{4a_1^2}{a_1^2 + r^2} \right) \right\}. \end{aligned} \quad (8)$$

Постоянные коэффициенты  $B_n$  и  $H_n$  определяются рекуррентными соотношениями

$$\begin{aligned} B_n &= \frac{(4n-3)(4n-1)}{16n^2} B_{n-1}, \quad B_0 = 1, \\ H_n &= H_{n-1} + \frac{2(3-8n)}{n(4n-3)(4n-1)}, \quad H_0 = 6\ln 2, \end{aligned} \quad (9)$$

а эмпирическое значение величины  $\zeta^*$  принято равным 0.5.

**Замечание:** Функция  $V$  зависит лишь от квадратов координат  $y$  и  $z$ , а координата  $x$  входит в эту функцию как квадратично, так и линейно (в числитель  $\varepsilon$  и посредством него – в  $\zeta$ ). Из подобной двойной симметрии функции  $V$  относительно  $y$  и  $z$  следует существование двух плоских частных решений  $y = 0$  и  $z = 0$  в *однократно* осредненной (только по  $\lambda_1$ ) эволюционной задаче.

Прямоугольные координаты  $x, y, z$  выражаются через  $E$  известными формулами невозмущенного кеплеровского движения

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = a \left\{ (\cos E - e) \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix} + \sqrt{1-e^2} \sin E \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix} \right\}, \quad (10)$$

$$p_1 = \cos \omega \cos \Omega - \sin \omega \sin \Omega \cos i,$$

$$p_2 = \cos \omega \sin \Omega + \sin \omega \cos \Omega \cos i, \quad p_3 = \sin \omega \sin i, \quad (11)$$

$$q_1 = -\sin \omega \cos \Omega - \cos \omega \sin \Omega \cos i,$$

$$q_2 = -\sin \omega \sin \Omega + \cos \omega \cos \Omega \cos i, \quad q_3 = \cos \omega \sin i.$$

Далее будет удобно ввести новую независимую переменную – “безразмерное время”  $\tau$ , согласно формуле

$$\tau = \frac{m_1 a}{m a_1} n (t - t_0), \quad (12)$$

где  $n = \frac{\sqrt{fm}}{a^{3/2}}$  – среднее движение точки  $P$ , и нормированную возмущающую функцию

$$w = \frac{a_1}{fm_1} W = \text{const}. \quad (13)$$

Для описания эволюции орбит будут использованы уравнения Лагранжа в элементах с функцией  $w$ , являющейся их первым и единственным интегралом

$$\begin{aligned} \frac{de}{d\tau} &= -\frac{\sqrt{1-e^2}}{e} \frac{\partial w}{\partial \omega}, \quad \frac{di}{d\tau} = \frac{\text{ctgi}}{\sqrt{1-e^2}} \frac{\partial w}{\partial \omega} - \frac{\text{coseci}}{\sqrt{1-e^2}} \frac{\partial w}{\partial \Omega}, \\ \frac{d\omega}{d\tau} &= \frac{\sqrt{1-e^2}}{e} \frac{\partial w}{\partial e} - \frac{\text{ctgi}}{\sqrt{1-e^2}} \frac{\partial w}{\partial i}, \\ \frac{d\Omega}{d\tau} &= \frac{\text{coseci}}{\sqrt{1-e^2}} \frac{\partial w}{\partial i}. \end{aligned} \quad (14)$$

При выполнении условий  $\frac{de}{d\tau} = \frac{di}{d\tau} = \frac{d\omega}{d\tau} = \frac{d\Omega}{d\tau} = 0$  возможно существование стационарных решений этих уравнений.

### ЧАСТНЫЕ ПРОИЗВОДНЫЕ НОРМИРОВАННОЙ ФУНКЦИИ $w$ ПО ЭЛЕМЕНТАМ

В общем случае для произвольных орбит точки  $P$  решение уравнений (14) может быть найдено, по-видимому, лишь численным методом, а процесс вычислений может контролироваться постоянством функции  $w$  вдоль этого решения. В работе (Вашковьяк, 1986) частные производные функции  $w$  по элементам вычислялись разностным способом. Здесь используется комбинированный метод, в котором нижеприведенные квадратуры

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial e} &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left[ (1 - e \cos E) \frac{\partial \tilde{V}}{\partial e} - \tilde{V} \cos E \right] dE, \\ \begin{pmatrix} \frac{\partial w}{\partial i} \\ \frac{\partial w}{\partial \omega} \\ \frac{\partial w}{\partial \Omega} \end{pmatrix} &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (1 - e \cos E) \begin{pmatrix} \frac{\partial \tilde{V}}{\partial i} \\ \frac{\partial \tilde{V}}{\partial \omega} \\ \frac{\partial \tilde{V}}{\partial \Omega} \end{pmatrix} dE \end{aligned} \quad (15)$$

находятся численно по способу Гаусса, а производные нормированной функции

$$\tilde{V} = \frac{a_1}{fm_1} V = \frac{a_1}{\sqrt{a_1^2 + r^2}} \Phi(x, y, z) \quad (16)$$

находятся аналитически. Для полноты совокупности формул мы приводим необходимые выражения для вычисления производных функции  $\tilde{V}$  по элементам орбиты

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial \tilde{V}}{\partial e} \\ \frac{\partial \tilde{V}}{\partial i} \\ \frac{\partial \tilde{V}}{\partial \omega} \\ \frac{\partial \tilde{V}}{\partial \Omega} \end{pmatrix} = \frac{\partial \tilde{V}}{\partial x} \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial e} \\ \frac{\partial x}{\partial i} \\ \frac{\partial x}{\partial \omega} \\ \frac{\partial x}{\partial \Omega} \end{pmatrix} + \frac{\partial \tilde{V}}{\partial y} \begin{pmatrix} \frac{\partial y}{\partial e} \\ \frac{\partial y}{\partial i} \\ \frac{\partial y}{\partial \omega} \\ \frac{\partial y}{\partial \Omega} \end{pmatrix} + \frac{\partial \tilde{V}}{\partial z} \begin{pmatrix} \frac{\partial z}{\partial e} \\ \frac{\partial z}{\partial i} \\ \frac{\partial z}{\partial \omega} \\ \frac{\partial z}{\partial \Omega} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \frac{\partial \tilde{V}}{\partial x} \\ \frac{\partial \tilde{V}}{\partial y} \\ \frac{\partial \tilde{V}}{\partial z} \end{pmatrix} = \frac{a_1}{\sqrt{a_1^2 + r^2}} \begin{pmatrix} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \\ \frac{\partial \Phi}{\partial y} \\ \frac{\partial \Phi}{\partial z} \end{pmatrix} - \frac{\Phi}{a_1^2 + r^2} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}. \quad (17)$$

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial e} \\ \frac{\partial y}{\partial e} \\ \frac{\partial z}{\partial e} \end{pmatrix} = -a \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix} + \frac{e \sin E}{\sqrt{1 - e^2}} \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial i} \\ \frac{\partial y}{\partial i} \\ \frac{\partial z}{\partial i} \end{pmatrix} = a \left[ (\cos E - e) \sin \omega + \sqrt{1 - e^2} \cos \omega \sin E \right] \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial \omega} \\ \frac{\partial y}{\partial \omega} \\ \frac{\partial z}{\partial \omega} \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} (\cos E - e) q_1 \\ (\cos E - e) q_2 \\ (\cos E - e) q_3 \end{pmatrix} - \sqrt{1 - e^2} \sin E \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial \Omega} \\ \frac{\partial y}{\partial \Omega} \\ \frac{\partial z}{\partial \Omega} \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} (\cos E - e) p_1 \\ (\cos E - e) p_2 \\ 0 \end{pmatrix} + \sqrt{1 - e^2} \sin E \begin{pmatrix} -q_1 \\ -q_2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (18)$$

$$r_1 = \sin i \sin \Omega, \quad r_2 = -\sin i \cos \Omega, \quad r_3 = \cos i.$$

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \\ \frac{\partial \Phi}{\partial y} \\ \frac{\partial \Phi}{\partial z} \end{pmatrix} = \frac{\partial \Phi}{\partial \varepsilon} \begin{pmatrix} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \end{pmatrix} + \frac{\partial \Phi}{\partial \zeta} \begin{pmatrix} \frac{\partial \zeta}{\partial x} \\ \frac{\partial \zeta}{\partial y} \\ \frac{\partial \zeta}{\partial z} \end{pmatrix} + \frac{\partial \Phi}{\partial \mu} \begin{pmatrix} \frac{\partial \mu}{\partial x} \\ \frac{\partial \mu}{\partial y} \\ \frac{\partial \mu}{\partial z} \end{pmatrix} + \frac{\partial \Phi}{\partial \nu} \begin{pmatrix} \frac{\partial \nu}{\partial x} \\ \frac{\partial \nu}{\partial y} \\ \frac{\partial \nu}{\partial z} \end{pmatrix}, \quad (19)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = \frac{a_1 e_1}{(a_1^2 + r^2)^2} (a_1^2 - x^2 + y^2 + z^2), \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = -\frac{2a_1 e_1 xy}{(a_1^2 + r^2)^2}, \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} = \frac{2a_1 e_1 xz}{(a_1^2 + r^2)^2},$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial x} = \varepsilon \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \left( 4 + \frac{a_1^2 + z^2}{\rho^2} \right) + \frac{x}{\rho^4} \times \left[ \frac{2a_1^2 e_1^2 y^2}{(a_1^2 + r^2)^2} (a_1^2 + 2x^2 + 2y^2 + z^2) - \varepsilon^2 (a_1^2 + z^2) \right],$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial y} = \varepsilon \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \left( 4 + \frac{a_1^2 + z^2}{\rho^2} \right) + \frac{y}{\rho^4} \times \left[ \frac{2a_1^2 e_1^2 y^2}{(a_1^2 + r^2)^2} (a_1^2 + 2x^2 + 2y^2 + z^2) - \varepsilon^2 (a_1^2 + z^2) \right] \times \frac{2a_1^2 e_1^2 y}{(a_1^2 + r^2) \rho^2}, \quad (20)$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial z} = \varepsilon \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \left( 4 + \frac{a_1^2 + z^2}{\rho^2} \right) + \frac{z}{\rho^2} \left[ \varepsilon^2 + \frac{2a_1^2 e_1^2 y^2}{(a_1^2 + r^2)^2} \right],$$

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial \nu}{\partial x} \\ \frac{\partial \nu}{\partial y} \\ \frac{\partial \nu}{\partial z} \end{pmatrix} = 3\varepsilon \begin{pmatrix} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \end{pmatrix} + \frac{a_1^2 e_1^2}{(a_1^2 + r^2)^2} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \zeta}{\partial x} &= \frac{4a_1^2}{(a_1^2 + r^2)^2} \left[ 2(a_1^2 - \rho^2 + z^2) \left( \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} - \frac{4\varepsilon x}{a_1^2 + r^2} \right) + 2x(1 - 2\varepsilon) - \frac{4x}{a_1^2 + r^2} (\rho^2 + \theta) + \frac{\partial \theta}{\partial x} \right], \\
\frac{\partial \zeta}{\partial y} &= \frac{4a_1^2}{(a_1^2 + r^2)^2} \left[ 2(a_1^2 - \rho^2 + z^2) \left( \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} - \frac{4\varepsilon y}{a_1^2 + r^2} \right) + 2y(1 - 2\varepsilon) - \frac{4y}{a_1^2 + r^2} (\rho^2 + \theta) + \frac{\partial \theta}{\partial y} \right], \\
\frac{\partial \zeta}{\partial z} &= \frac{4a_1^2}{(a_1^2 + r^2)^2} \left[ 2(a_1^2 - \rho^2 + z^2) \left( \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} - \frac{4\varepsilon z}{a_1^2 + r^2} \right) + 4\varepsilon z - \frac{4z}{a_1^2 + r^2} (\rho^2 + \theta) + \frac{\partial \theta}{\partial z} \right], \\
\frac{\partial \theta}{\partial x} &= 2e_1^2 x \left[ -\frac{6a_1^2}{(a_1^2 + r^2)^2} (a_1^2 - \rho^2 + z^2) \left( 1 - \frac{2x^2}{a_1^2 + r^2} \right) + \frac{2a_1^2}{(a_1^2 + r^2)^2} (3x^2 + 2y^2) - \right. \\
&\quad \left. -\frac{y^2}{\rho^4} (2a_1^2 - \rho^2 + 2z^2) - \frac{x^2}{\rho^2} \right], \\
\frac{\partial \theta}{\partial y} &= 4e_1^2 y \left\{ \frac{x^2}{\rho^4} (a_1^2 + z^2) + \frac{a_1^2}{a_1^2 + r^2} \left[ \frac{6x_1^2}{(a_1^2 + r^2)^2} (a_1^2 - \rho^2 + z^2) + \frac{3x^2 + 2y^2}{a_1^2 + r^2} - 2 \right] \right\}, \\
\frac{\partial \theta}{\partial z} &= 2e_1^2 z \left\{ \frac{y^2 - x^2}{\rho^2} + \frac{2a_1^2}{(a_1^2 + r^2)^2} \left[ 2y^2 - 3x^2 + \frac{6x_1^2}{a_1^2 + r^2} (a_1^2 - \rho^2 + z^2) \right] \right\}.
\end{aligned} \tag{21}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \Phi}{\partial \varepsilon} &= \begin{cases} -\frac{3}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{n+1} B_n \zeta^n, & |\zeta| < \zeta^*, \\ \frac{1}{\pi\sqrt{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \{8 - (8n+3)[H_n - \ln(1-\zeta)]\} B_n (1-\zeta)^n, & |\zeta| > \zeta^*. \end{cases} \\
\frac{\partial \Phi}{\partial \zeta} &= \begin{cases} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ 1 + \mu - \frac{3(2n+1)}{2(n+1)} \varepsilon + \frac{4n+1}{n+1} \nu \right] n B_n \zeta^{n-1}, & |\zeta| < \zeta^*, \\ \frac{1}{\pi\sqrt{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \{[1 - (8n+3)\varepsilon + \mu + 4(4n+1)\nu][1 - n(H_n - \ln(1-\zeta)) - 8n(\varepsilon - 2\nu)]\} B_n (1-\zeta)^{n-1}, & |\zeta| > \zeta^* \end{cases} \\
\frac{\partial \Phi}{\partial \mu} &= \begin{cases} \sum_{n=0}^{\infty} B_n \zeta^n, & |\zeta| < \zeta^*, \\ \frac{1}{\pi\sqrt{2}} \sum_{n=0}^{\infty} [H_n - \ln(1-\zeta)] B_n (1-\zeta)^n, & |\zeta| > \zeta^*, \end{cases} \\
\frac{\partial \Phi}{\partial \nu} &= \begin{cases} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{4n+1}{n+1} B_n \zeta^n, & |\zeta| < \zeta^*, \\ \frac{4}{\pi\sqrt{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \{(4n+1)[H_n - \ln(1-\zeta)] - 4\} B_n (1-\zeta)^n, & |\zeta| > \zeta^*. \end{cases}
\end{aligned} \tag{22}$$

Соотношения (7)–(11) и (15)–(22) представляют собой полный набор формул для вычисления правых частей эволюционных уравнений (14).

Отметим, что, в силу свойств функции  $V$  (см. замечание в предыдущем разделе) система (14) имеет два частных решения или интегрируемых случая.

**Случай 1.** Если  $\sin i = 0$ , то плоскость орбиты точки  $P$  совпадает с орбитальной плоскостью возмущающей точки  $J$ . При этом в силу симметрии

оказывается, что  $di/dt = 0$ . Однако в этом плоском решении при любых значениях  $a$ ,  $a_1$  и  $e_1$ , наряду с регулярными орбитами, существуют нерегулярные, пересекающиеся (но не “сцепленные”) с орбитой точки  $J$  (Вашковьяк, 1982).

**Случай 2.** Если  $\cos i = 0$  и  $\sin \Omega = 0$ , то в рассматриваемой эллиптической задаче плоскость орбиты точки  $P$  располагается ортогонально орбитальной плоскости возмущающей точки  $J$  и проходит через ее линию апсид. При этом в силу симметрии

рии оказывается, что  $di/d\tau = 0$  и  $d\Omega/d\tau = 0$ . Выше-приведенные формулы квадратичного приближения относительно  $e_1$  позволяют убедиться в этом и непосредственно. Действительно, для  $\cos i = 0$  и  $\sin \Omega = 0$  имеем

$$\begin{aligned} \delta &= \text{sign}(\cos \Omega) = \pm 1, \\ p_1 &= \delta \cos \omega, \quad p_2 = 0, \quad p_3 = \sin \omega, \\ q_1 &= -\delta \sin \omega, \quad q_2 = 0, \quad q_3 = \cos \omega, \\ r_1 &= 0, \quad r_2 = -\delta, \quad r_3 = 0, \\ x &= a\delta \left[ (\cos E - e) \cos \omega - \sin \omega \sqrt{1 - e^2} \sin E \right], \\ y &= 0, \\ z &= a \left[ (\cos E - e) \sin \omega + \cos \omega \sqrt{1 - e^2} \sin E \right], \\ \left\| \frac{\partial w}{\partial i} \right\| &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (1 - e \cos E) \left\| \frac{\partial \tilde{V}}{\partial \Omega} \right\| dE. \end{aligned} \quad (23)$$

При этом

$$\begin{aligned} \left\| \frac{\partial \tilde{V}}{\partial i} \right\| &= \frac{\partial \tilde{V}}{\partial y} \left\| \frac{\partial y}{\partial \Omega} \right\| = \frac{\partial \tilde{V}}{\partial y} \left\| -\delta z \right\| = \\ &= \frac{a_1}{\sqrt{a_1^2 + r^2}} \frac{\partial \Phi}{\partial y} \left\| -\delta z \right\| = \frac{a_1}{\sqrt{a_1^2 + r^2}} \times \\ &\times \left( \frac{\partial \Phi}{\partial e} \frac{\partial e}{\partial y} + \frac{\partial \Phi}{\partial \zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \frac{\partial \Phi}{\partial \mu} \frac{\partial \mu}{\partial y} + \frac{\partial \Phi}{\partial \nu} \frac{\partial \nu}{\partial y} \right) \left\| -\delta z \right\|. \end{aligned} \quad (24)$$

Нетрудно убедиться, что при  $y = 0$  производные по  $y$  функций  $e, \zeta, \mu, \nu$  обращаются в нуль, так что  $\frac{\partial w}{\partial i} = \frac{\partial w}{\partial \Omega} = 0$  и  $\frac{di}{d\tau} = \frac{d\Omega}{d\tau} = 0$ .

Уравнения (14), упрощенные для данного случая ортогонально – апсидальных орбит, принимают вид

$$\frac{de}{d\tau} = -\frac{\sqrt{1 - e^2}}{e} \frac{\partial w}{\partial \omega}, \quad \frac{d\omega}{d\tau} = \frac{\sqrt{1 - e^2}}{e} \frac{\partial w}{\partial e}. \quad (25)$$

Общее качественное исследование этого случая с учетом возможных пересечений орбит точек  $P$  и  $J$  было проведено с помощью численно-аналитического метода в работе (Вашковьяк, 1984) для произвольных значений  $a, a_1$  и  $e_1$ . В данной работе большее внимание уделено сцепленным орбитам, и в частности, стационарным решениям уравнений (25), существующим при  $\omega_0 = 0, \pi$ .

Можно показать, что при этом  $\frac{\partial w}{\partial \omega} = 0$ , а сами стационарные значения эксцентриситета определяются как корни трансцендентного уравнения

$$\frac{\partial w(a, a_1, e_1, e_0, \omega_0 = 0, \pi; \Omega_0 = 0, \pi)}{\partial e} = 0. \quad (26)$$

### ОБ ЭВОЛЮЦИИ НЕКОТОРЫХ ГИПОТЕТИЧЕСКИХ И РЕАЛЬНЫХ ОРБИТ КОМЕТНОГО ТИПА В МОДЕЛИ СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ

Вначале мы обратимся к сцепленным орбитам точки  $P$ , сильно наклоненным к основной плоскости. В интегрируемом случае ортогонально-апсидальных орбит численное решение уравнения (26) дает возможность найти стационарные значения эксцентриситета  $e_0$  при заданных  $\omega_0 = 0^\circ, 180^\circ, \Omega_0 = 0^\circ, 180^\circ$  и фиксированных параметрах  $a, a_1, e_1$ . Вдобавок, можно показать, что значения  $e_0$  зависят от  $\omega_0$  и  $\Omega_0$  только посредством комбинации  $\delta_1 = \text{sign}(\cos \omega_0 \cos \Omega_0) = \pm 1$ . Однако отличие в  $e_0$  при различных знаках  $\delta_1$  достаточно мало и имеет порядок  $e_1^2$ .

При значениях наклона и долготы восходящего узла, отличных от принятых в случае 2, все элементы орбиты будут изменяться со временем. Выполненное численное интегрирование эволюционной системы (14) методом Рунге–Кутта при  $a_1 = 5.2$  а. е.,  $e_1 = 0.048$  и отношении масс  $m/m_1$  в системе Солнце–Юпитер дает возможность получить оценку подобных изменений для фиктивных (или гипотетических) орбит кометного типа. Таблицы 1 и 2 дают такую оценку на интервале времени  $t^* = 500$  тыс. лет для орбит с

**Таблица 1.** Максимальные изменения элементов  $e, i, \omega, \Omega$  на интервале 500 тыс. лет для  $i_0 = 90^\circ, 90^\circ \pm 5^\circ$

$i_0,$ град	$\Omega_0,$ град	$\Delta_1$	$\Delta_2,$ град	$\Delta_3,$ град	$\Delta_4,$ град
90	60	0.001	24.3	1.0	21.9
90	120	0.002	20.8	1.1	20.3
85	0	0.0003	2.2	0.3	10.3
85	60	0.0004	24.0	0.8	12.3
85	120	0.0017	22.5	1.2	12.4
85	180	0.0001	2.0	0.2	7.5
95	60	0.0022	23.8	0.6	31.6
95	120	0.0028	18.7	1.4	28.2

**Таблица 2.** То же самое, что и в табл. 1, но для  $i_0 = 90^\circ \pm 30^\circ$

$i_0,$ град	$\Omega_0,$ град	$\Delta_1$	$\Delta_2,$ град	$\Delta_3,$ град	$\Delta_4,$ град
60	0	0.010	1.4	9.8	60.0
60	60	0.003	19.8	7.3	35.1
60	120	0.004	29.0	8.3	26.5
60	180	0.005	15.1	7.9	42.6
120	60	0.013	9.1	9.6	74.3
120	120	0.010	2.9	10.2	63.0

большой полуосью  $a = 10a_1 = 52$  а. е.,  $e_0(\delta_1 = 1) = 0.9890$ ,  $e_0(\delta_1 = -1) = 0.9905$ . В этих таблицах представлены значения

$$\Delta_1 = \max |e(t^*) - e_0|, \quad \Delta_2 = \max |i(t^*) - i_0|,$$

$$\Delta_3 = \max |\omega(t^*) - \omega_0|, \quad \Delta_4 = \max |\Omega(t^*) - \Omega_0|.$$

Таблица 1 составлена для трех значений  $i_0 = 90^\circ, 85^\circ, 95^\circ$ . В точном решении уравнений (14)  $i_0 = 90^\circ, \Omega_0 = 0^\circ, 180^\circ$  отклонения нулевые, поэтому соответствующие строки опущены. При  $\Omega_0 = 0^\circ$  и  $180^\circ$  также опущены результаты для  $i_0 = 95^\circ$ , тождественные соответствующим данным для  $i_0 = 85^\circ$ .

Начальные отклонения по  $i_0$  и  $\Omega_0$  от их равновесных значений при  $t = t^*$  приводят к незначительным изменениям формы орбиты ( $\Delta_1, \Delta_3$ ), но к заметному изменению ее ориентации ( $\Delta_2$  достигает значения  $24^\circ, \Delta_4$  — около  $32^\circ$ ).

Таблица 2 составлена для более значительных начальных отклонений орбиты от ортогональной  $i_0 = 90^\circ \pm 30^\circ$ . В ней при  $\Omega_0 = 0^\circ$  и  $180^\circ$  также результаты для  $i_0 = 120^\circ$ , тождественные соответствующим данным для  $i_0 = 60^\circ$ . В этом случае наклонение также остается близким к начальному, но отклонения остальных элементов составляют десятки градусов, доходя примерно до  $75^\circ$ .

Далее будут рассматриваться орбиты точки  $P$ , сцепленные с орбитой точки  $J$ , но с произвольной пространственной ориентацией. Эволюция подобных орбит даже в интегрируемой двукратно осредненной круговой задаче ( $e_1 = 0$ ) из-за отсутствия строгого аналитического выражения осредненной возмущающей функции обычно изучается с использованием численных методов. В работе (Ito, Ohtsuka, 2019, раздел 5.8, рис. 24) приводятся построенные как изолинии функции  $W$  семейства фазовых траекторий в плоскости  $(e \cos \omega, e \sin \omega)$ . Эти семейства соответствуют гипотетическим сцепленным орбитам точки  $P$ , для трех пар значений отношения  $a/a_1$  и постоянной интеграла  $c_1$ . Во всех трех рассмотренных вариантах

$$\text{I}(a/a_1 = 0.9, c_1 = 0.4); \quad \text{II}(a_1/a = 0.7, c_1 = 0.6);$$

$$\text{III}(a_1/a = 0.8, c_1 = 0.313)$$

в фазовой плоскости существуют стационарные особые точки типа “центр” и охватывающие их замкнутые периодические траектории.

Эллиптичность орбиты возмущающей точки  $J$ , естественно, приводит к качественным изменениям семейств траекторий круговой задачи. Поскольку из-за отсутствия интеграла  $c_1$  в эллиптической задаче уравнения для  $e$  и  $\omega$  не отщепляются от остальных, как это имеет место при  $e_1 = 0$ , эволюцию этих элементов возможно проследить лишь в проекции фазовой траектории на плоскость  $(e \cos \omega, e \sin \omega)$  или  $(\omega, e)$ . В данной работе выпол-

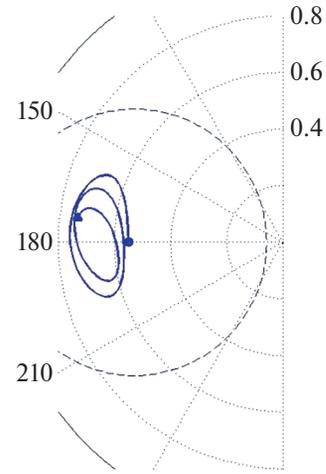


Рис. 1. Полярная диаграмма или проекция фазовой траектории на плоскость координат  $(e \cos \omega, e \sin \omega)$  для варианта I ( $e_0 = 0.55, i_0 = 40^\circ.78$ ).

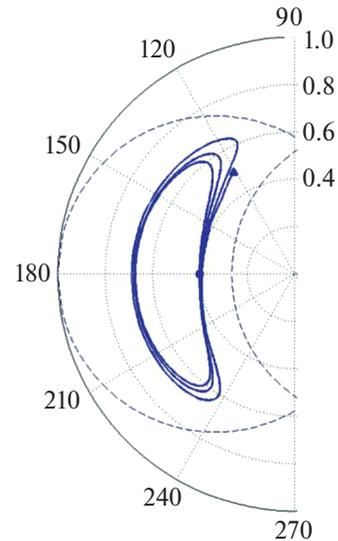
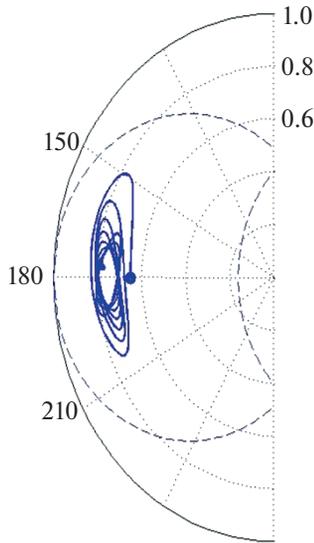


Рис. 2. То же самое, что и на рис. 1, но для варианта II ( $e_0 = 0.4, i_0 = 32^\circ.31$ ).

нено численное интегрирование системы (14) для  $a_1 = 5.2$  а. е.,  $e_1 = 0.048$  и отношения масс  $m/m_1$  в системе Солнце—Юпитер. Отличие этого отношения от принятого в расчетах (Ito, Ohtsuka, 2019) для системы Солнце—(Земля + Луна) не сказывается на структуре фазовых траекторий, а приводит лишь к изменению временного масштаба.

Для сопоставления с результатами круговой задачи в вариантах I, II, III из всех семейств интегральных кривых круговой задачи были выбраны траектории с  $\omega_0 = 180^\circ$  и начальными значениями  $e_0 = 0.55, 0.4, 0.65$ , соответственно. Начальные наклонения вычислялись по  $e_0$  и  $c_1$  как



**Рис. 3.** То же самое, что и на рис. 1, но для варианта III ( $e_0 = 0.65, i_0 = 42^\circ.59$ ).

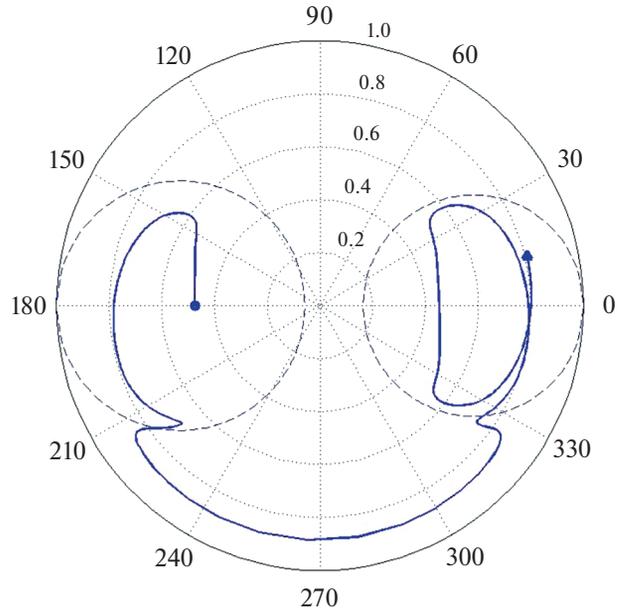
$i_0 = \arccos \sqrt{\frac{c_1}{1 - e_0^2}}$ , а начальная долгота восходящего узла  $\Omega_0$  принята равной нулю.

На рис. 1–3 показаны траектории для вариантов I, II, III, соответственно, и фрагменты полярных диаграмм с нанесенными численными значениями углов  $\omega$  и радиусов  $e$ . Кружками отмечены начальные точки, треугольниками – конечные. Интервалы времени составляют 100 тыс. лет для вариантов I, II и 500 тыс. лет для варианта III. Штриховые линии – это так называемые “сепаратрисы”, не являющиеся интегральными кривыми и соответствующие пересечениям орбит точек  $P$  и  $J$ . Они определяются уравнениями

$$\frac{a(1 - e^2)}{a_1(1 \pm e_1)} \pm e \cos \omega - 1 = 0.$$

Во всех трех вариантах замкнутые периодические траектории круговой задачи видоизменяются и становятся неперiodическими, тем не менее сохраняя колебательный характер и оставаясь в областях сцепленных орбит. Амплитуда этих колебаний может со временем как уменьшаться (рис. 1, 3), так и увеличиваться (рис. 2).

Однако эксцентricность орбиты Юпитера может приводить и к качественным изменениям поведения траектории. На рис. 4 показана хаотическая траектория, начинающаяся в области либрации  $\omega$  при  $\omega_0 = 180^\circ$ , переходящая затем в область циркуляции и возвращающаяся в либрационную область, но относительно  $\omega = 0$ . В процессе эволюции изначально сцепленная орбита точки  $P$  пересекает орбиту возмущающей точки  $J$ , выходя

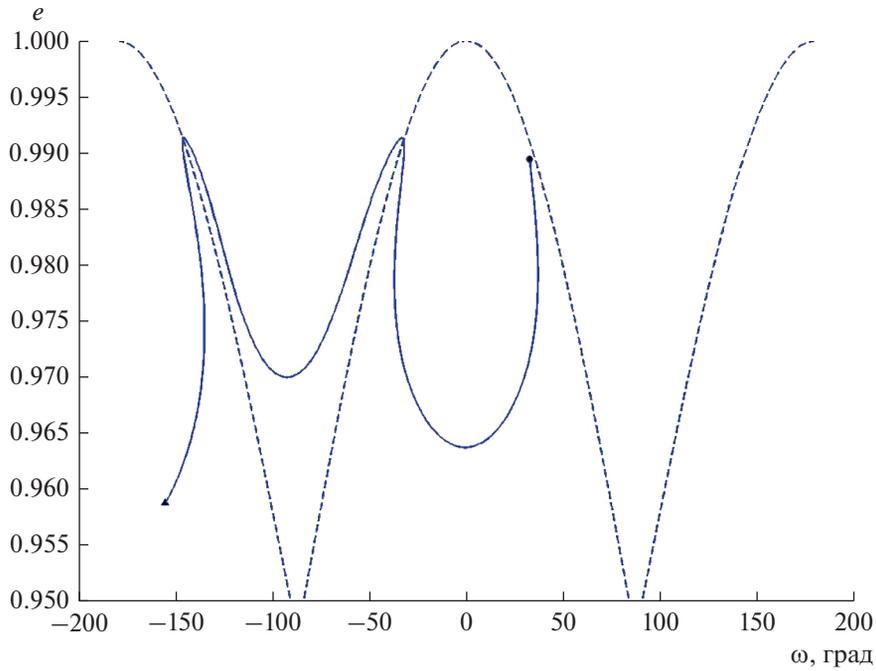


**Рис. 4.** Пример хаотической траектории со сменой режимов изменения аргумента перигелия и с пересечениями орбиты возмущающей точки на интервале 55 тыс. лет для варианта I, но при  $e_0 = 0.475, i_0 = 44^\circ.052$ .

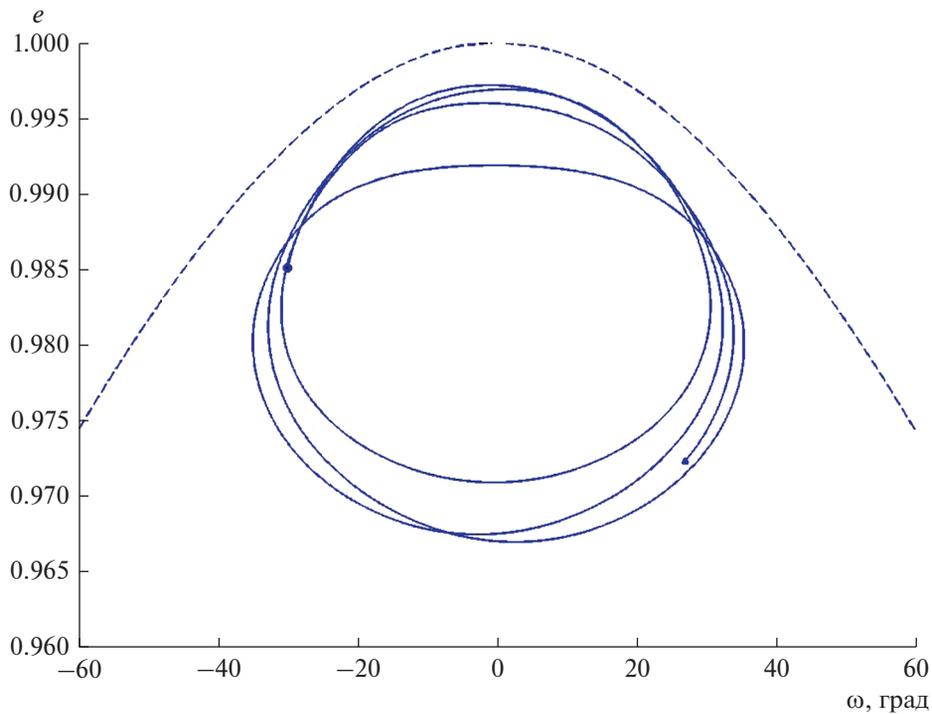
из одной области сцепления, затем проходит область несцепленных орбит и входит в другую область сцепления.

Интересно, что в рамках рассматриваемой модели (Солнце–Юпитер–комета) обнаруживаются и реальные кометные орбиты, почти ортогональные к эклиптике, причем имеющие указанные типы эволюции. Если на множестве кометных орбит, представленных в базе данных JPL ([https://ssd.jpl.nasa.gov/sbdb\\_query.cgi#x](https://ssd.jpl.nasa.gov/sbdb_query.cgi#x)), произвести селекцию по расстоянию перигелия  $q < 2$  а. е. и наклонению  $85^\circ < i < 95^\circ$ , то в данной выборке остается лишь 10 орбит. Эволюция семи из них сводится к последовательным пересечениям орбиты Юпитера с прохождением областей сцепления. Рисунки 5–7 дают представление об эволюции остальных трех орбит. В отличие от предыдущих рисунков, показаны фрагменты плоскости  $(\omega, e)$  не в полярной, а в прямоугольной системе, более удобной для сильноэллиптических орбит. Современные (начальные) значения элементов для численного интегрирования взяты из вышеуказанной базы данных JPL. Начальные значения в плоскости  $(\omega - e)$  отмечены кружками, конечные – треугольниками.

На рис. 5 представлено изменение элементов орбиты кометы C/1955 L1 (Mrkos) на интервале времени 1 млн лет. Движение фазовой точки начинается в области орбитального сцепления и либрации  $\omega$ , а соответствующее стационарное



**Рис. 5.** Изменение аргумента перигелия и эксцентриситета орбиты кометы C/1955 L1 (Mrkos) на интервале времени 1 млн лет в упрощенной модели (Солнце–Юпитер–комета).



**Рис. 6.** То же самое, что и на рис. 5, но для кометы C/1861 J1 (Great comet) и интервала времени 3 млн лет.

значение эксцентриситета, вычисленное решением уравнения (26), равно  $e_0 = 0.9818$ . Фазовая точка не успевает совершить ни одного оборота относительно центра либрации, а траектория

проходит через “сепаратрису”, соответствующую пересечению орбиты кометы с орбитой Юпитера. После относительно небольшого промежутка времени примерно 200 тыс. лет происходит вто-

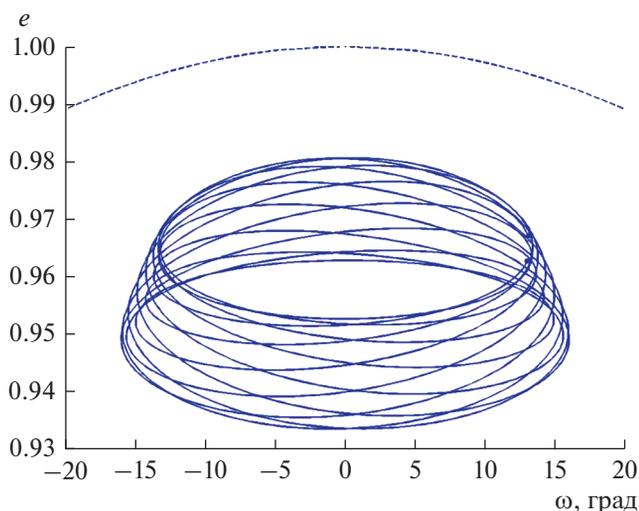


Рис. 7. То же самое, что и на рис. 6, но для кометы 122P/de Vico.

рое пересечение этих орбит и вход в другую область сцепления с центром либрации  $\omega$ , отстоящим на  $180^\circ$  от исходного. При этом изначально прямое движение кометы уже через 100 тыс. лет становится обратным, а наклонение, увеличиваясь монотонно, достигает значения около  $115^\circ$ .

На рис. 6 представлено изменение элементов орбиты кометы C/1861 J1 (Great comet) на интервале времени 3 млн лет. Движение фазовой точки начинается и остается в области орбитального сцепления и либрации  $\omega$ , а соответствующее стационарное значение эксцентриситета равно  $e_0 = 0.9820$ . При этом изначально прямое движение кометы через 2 млн лет становится обратным, а наклонение достигает значения около  $132^\circ$  при минимуме  $31^\circ$ .

На рис. 7 представлено изменение элементов орбиты кометы 122P/de Vico на интервале времени 3 млн лет. Движение фазовой точки также начинается и остается в области орбитального сцепления и либрации  $\omega$ , а соответствующее стационарное значение эксцентриситета равно  $e_0 = 0.9630$ . С течением времени движение меняется с прямого на обратное и наоборот. Экстремальные значения наклонения составляют  $43^\circ$  и  $138^\circ$ .

В заключение следует напомнить, что все вышеприведенные примеры орбитальной эволюции и, в частности, примеры либрационного изменения аргумента перигелия построены в рамках принятой модели (Солнце–Юпитер–комета). Однако реальные движения комет в Солнечной системе могут отличаться от их модельных движений, причем даже качественно. Эти отличия обусловлены как пренебрежением влияния остальных планет, кроме Юпитера, так и осред-

ненной моделью задачи. Так, в строгом решении полной системы неосредненных дифференциальных уравнений либрационный характер изменения аргумента перигелия может измениться на циркуляционный. Таким примером хаотической орбитальной эволюции в реальной кометной среде является орбита кометы 122P/de Vico, однако это свойство обнаруживается лишь в неосредненной модели Солнечной системы, включающей в себя как несколько возмущающих тел (Baily и др., 1992), так и одно (Ito, Ohtsuka, 2019, раздел 5.8, рис. 25).

Касаясь методических особенностей работы, описанной в данной статье, укажем, что, благодаря исследованиям, выполненным относительно недавно и отраженным в монографиях и статье (Кондратьев, 2007; 2012; Антонов и др., 2008), представление силовой функции эллиптического гауссова кольца получено в замкнутом виде без разложений по каким-либо параметрам. Однако его практическое использование сопряжено с известными трудностями и может в будущем составить предмет специального исследования.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Антонов В.А., Никифоров И.И., Холшевников К.В. Элементы теории гравитационного потенциала и некоторые случаи его явного выражения. СПб.: Изд-во С.-Петербург. ун-та, 2008. 208 с.

Вашковьяк М.А. Эволюция орбит в плоской ограниченной эллиптической двукратно осредненной задаче трех тел // Космич. исслед. 1982. Т. 20. Вып. 3. С. 332–41. (Vashkov'yak M.A. Evolution of orbits in the two-dimensional restricted elliptical twice-averaged three-body problem // Cosmic Research. 1982. V. 20. № 3. P. 236–244).

Вашковьяк М.А. Об интегрируемых случаях ограниченной двукратно осредненной задачи трех тел // Космич. исслед. 1984. Т. 22. Вып. 3. С. 327–334. (Vashkov'yak M.A. Integrable cases of the restricted twice-averaged three-body problem // Cosmic Research. 1984. V. 22. № 3. P. 260–267).

Вашковьяк М.А. Исследование эволюции некоторых астероидных орбит // Космич. исслед. 1986. Т. 24. Вып. 3. С. 323–336. (Vashkov'yak M.A. An investigation of the evolution of some asteroid orbits // Cosmic Research. 1986. V. 24. № 3. P. 255–266).

Кондратьев Б.П. Теория потенциала. Новые методы и задачи с решениями. М.: Мир, 2007. 512 с.

Кондратьев Б.П. Потенциал кольца Гаусса. Новый подход // Астрон. вестн. 2012. Т. 46. № 5. С. 380–391. (Kondratyev B.P. Potential of a Gaussian Ring. A New Approach // Sol. Syst. Res. 2012. V. 46. № 5. P. 352–362).

Лидов М.Л. Эволюция орбит искусственных спутников планет под действием гравитационных возмущений внешних тел // Искусственные спутники Земли. 1961. Вып. 8. С. 5–45.

Моисеев Н.Д. О некоторых основных упрощенных схемах небесной механики, получаемых при помощи

- осреднения ограниченной круговой проблемы трех точек. 2. Об осредненных вариантах пространственной ограниченной круговой проблемы трех точек // Тр. ГАИШ. 1945. Т. 15. Вып. 1. С. 100–117.
- Холшевников К.В., Тутов В.Б.* Задача двух тел. Спб.: 2007. 180 с.
- Bailey M.E., Chambers J.E., Hahn G.* Origin of sungrazers: a frequent cometary end-state // *Astron. and Astrophys.* 1992. V. 257. P. 315–322.
- Bailey M.E., Emel'yanenko V.V.* Dynamical evolution of Halley-type comets // *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.* 1996. V. 278. P. 1087–1110.
- Ito T., Ohtsuka K.* The Lidov-Kozai Oscillation and Hugo von Zeipel // *Environ. Earth Planets.* 2019. V. 7. № 1. P. 1–113.  
<https://doi.org/10.5047/meeep.2019.00701.0001>
- Kozai Y.* Secular perturbations of asteroids with high inclination and eccentricity // *Astron. J.* 1962. V. 67. P 591–598.
- Lidov M.L.* The evolution of orbits of artificial satellites of planets under the action of gravitational perturbations of external bodies // *Planet. Space Sci.* 1962. № 9. P. 719–759.
- Lidov M.L., Ziglin S.L.* The analysis of restricted circular twice-averaged three body problem in the case of close orbits // *Celest. Mech.* 1974. V. 10. № 2. P. 151.
- Shevchenko I.* The Lidov-Kozai Effect – Applications in Exoplanet Research and Dynamical Astronomy of Astrophysics and Space Science Library. International Publishing Switzerland. Dordrecht: Springer, 2017. V. 441. 194 p.
- von Zeipel H.* Sur l'application des séries de M. Lindstedt `a l'étude du mouvement des comètes périodiques // *Astron. Nachrichten.* 1910. V. 183. P. 345–418.  
<https://doi.org/10.1002/asna.19091832202>. A full-text open access PDF file is available from ADS, <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1910AN....183..345V>.