

# СОДЕРЖАНИЕ

---

---

Том 58, номер 4, 2022

---

---

Модели климата, геофизических пограничных слоев и деятельного слоя суши: памяти В.Н. Лыковского	
<i>В. П. Дымников, В. Б. Залесный, А. В. Глазунов, В. М. Степаненко</i>	375
К теории симметричной неустойчивости периодических по времени течений с точным учетом силы Кориолиса	
<i>М. В. Курганский</i>	384
О динамике концентрации тяжелых частиц в интенсивных вихревых течениях	
<i>Л. Х. Ингель</i>	396
Влияние солнечного затмения 29 марта 2006 года на флуктуации атмосферного давления и приземные профили температуры	
<i>Г. А. Буш, Н. Ф. Еланский, Е. Н. Кадыгров, С. Н. Куличков, И. П. Чунгузов, Н. С. Прокошева</i>	403
Связь площади снежного покрова и морских льдов с температурными изменениями в Северном полушарии по данным для последних десятилетий	
<i>И. И. Мохов, М. Р. Парфенова</i>	411
Термическая стратификация воздушного бассейна мегаполиса: сопоставление модельных представлений и данных наблюдений	
<i>В. П. Юшков</i>	424
Моделирование кинетики формирования осадков в смешанном облаке	
<i>В. Н. Пискунов, К. Г. Гайнуллин, А. М. Петров, М. А. Затевахин, Е. Н. Станкова</i>	438
Формирование градового облака при слиянии конвективных ячеек	
<i>В. С. Макитов, В. С. Инюхин, С. А. Куцев, К. Б. Лиев</i>	448
Длина цепи галоидных каталитических циклов разрушения озона	
<i>И. К. Ларин</i>	456
Внутренние гравитационные волны в океане при обтекании подводного препятствия сдвиговым течением	
<i>В. В. Булатов, И. Ю. Владимиров</i>	467
Изменчивость характеристик области мезопаузы: космические факторы влияния	
<i>Н. Н. Перцев, В. И. Перминов, П. А. Далин</i>	472
О связи характеристик годового хода действующей высоты слоя Е-спорадического ионосферы с сезонными перестройками стратомезосферной циркуляции	
<i>А. А. Куминов</i>	480

---

---

# Contents

---

---

**Vol. 58, No. 4, 2022**

---

---

Models of Climate, Geophysical Boundary Layers and Land Surface: In Memory of V.N. Lykosov <i>V. P. Dymnikov, V. B. Zalesnyi, A. V. Glazunov, and V. M. Stepanenko</i>	375
On the Theory of Symmetric Instability of Time-Periodic Flows with Complete Account for the Coriolis Force <i>M. V. Kurgansky</i>	384
On the Dynamics of the Concentration of Heavy Particles in Intensive Vortex Flows <i>L. Kh. Ingel</i>	396
The Effect of The Solar Eclipse of March 29 2006 on Atmospheric Pressure Fluctuations and Surface Temperature Profiles <i>G. A. Bush, N. F. Elansky, E. N. Kadyrov, S. N. Kulichkov, I. P. Chunchuzov, and N. S. Prokosheva</i>	403
Relationship of Snow Cover and Sea Ice Extent to Temperature Changes in the Northern Hemisphere Based on Data for Recent Decades <i>I. I. Mokhov and M. R. Parfenova</i>	411
Thermal Stratification of the Boundary Layer over Megacities: Comparison of Model and Observational Data <i>V. P. Yushkov</i>	424
Modeling the Kinetics of Precipitation Formation in a Mixed-Phased Cloud <i>V. N. Piskunov, K. G. Gainullin, A. M. Petrov, M. A. Zatevakhin, and E. N. Stankova</i>	438
Hail Cloud Formation as a Result of the Merge of Convective Cells <i>V. S. Makitov, V. S. Inuhin, S. A. Kushchev, and K. B. Liev</i>	448
Chain Lengths of Haloid Catalytic Cycles of Ozone Destruction <i>I. K. Larin</i>	456
Internal Gravity Waves in the Ocean With Shear Flows around an Underwater Obstacles <i>V. V. Bulatov and I. Yu. Vladimirov</i>	467
Variability of the Mesopause Region Characteristics: Space Factors of Influence <i>N. N. Pertsev, V. I. Perminov, and P. A. Dalin</i>	472
On the Relationship of the Characteristics of the Annual Cycle of the Virtual Height of the E-Sporadic Ionosphere Layer with Seasonal Rearrangements of Stratomesospheric Circulation <i>A. A. Kuminov</i>	480

---

---

УДК 551.51;551.55

## МОДЕЛИ КЛИМАТА, ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ПОГРАНИЧНЫХ СЛОЕВ И ДЕЯТЕЛЬНОГО СЛОЯ СУШИ: ПАМЯТИ В.Н. ЛЫКОСОВА

© 2022 г. В. П. Дымников<sup>а</sup>, В. Б. Залесный<sup>а</sup>, А. В. Глазунов<sup>а, б</sup>, В. М. Степаненко<sup>б, \*</sup>

<sup>а</sup> Институт вычислительной математики им. Г.И. Марчука РАН, ул. Губкина, д. 8, Москва, 119333 Россия

<sup>б</sup> Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,  
ул. Ленинские горы, д. 1, стр. 4, Москва, 119991 Россия

\*e-mail: [stepanen@srcc.msu.ru](mailto:stepanen@srcc.msu.ru)

Поступила в редакцию 04.03.2022 г.

После доработки 22.03.2022 г.

Принята к публикации 11.04.2022 г.

Статья посвящается памяти Василия Николаевича Лыкосова – крупного российского ученого, специалиста в области математического моделирования динамики турбулентного пограничного слоя и его взаимодействия с крупномасштабной циркуляцией атмосферы, глобальных и региональных климатических процессов, деятельного слоя суши. Кратко описывается его научная деятельность в контексте современных исследований, характерной особенностью которых является внимание к связям между локальными и глобальными физическими явлениями, сочетание теоретических моделей и численных экспериментов.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, климат, атмосферная турбулентность, деятельный слой суши, В.Н. Лыкосов

**DOI:** 10.31857/S0002351522040046



Василий Николаевич Лыкосов (14 января 1945 г.—10 сентября 2021 г.).

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Василий Николаевич Лыкосов — крупный российский ученый в области математического моделирования атмосферной турбулентности, циркуляции атмосферы и динамики окружающей среды, родился в г. Карпинске Свердловской области 14 января 1945 г. В 1962 г. он с серебряной медалью окончил школу, и в этом же году участвовал в Первой Всесибирской физико-математической олимпиаде. По результатам олимпиады был приглашен в Новосибирский Академгородок, где поступил на механико-математический факультет Новосибирского государственного университета (НГУ). Окончил НГУ с красным дипломом по специальности “математика” и был распределен в Вычислительный центр Сибирского отделения АН СССР (ВЦ СО АН). В ВЦ СО АН, с 1968 до 1979 г. он прошел путь от младшего научного сотрудника до старшего научного сотрудника. В период с 1979 по 1982 г. являлся заведующим лабораторией сезонных прогнозов Западно-Сибирского регионального научно-исследовательского гидрометеорологического института Гидрометслужбы СССР. В 1982 г. по приглашению академика Г.И. Марчука был переведен в Отдел вычислительной математики при Президиуме АН СССР (с 1991 г. — Институт вычислительной математики РАН).

В 1972 г. защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук “Некоторые вопросы теории турбулентного планетарного слоя атмосферы Земли” (специальность 01.04.12 — геофизика, научный руководитель — проф. Л.Н. Гутман). В 1989 г. защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора физико-математических наук “Математическое моделирование взаимодействия планетарного пограничного слоя с подстилающей поверхностью и с крупномасштабной циркуляцией атмосферы” (специальность 01.04.12 — геофизика). 26 мая 2000 г. В.Н. Лыкосов избран членом-корреспондентом РАН по специальности “Физика атмосферы”. Он неоднократно бывал в зарубежных командировках в качестве приглашенного ученого. Наиболее длительные из них — в Европейский центр среднесрочных прогнозов погоды (Рединг, Великобритания, ноябрь 1979 г. — май 1981 г.) и в Институт метеорологии общества Макса Планка (Гамбург, Германия, июль 1992 г. — декабрь 1993 г.).

Указом Президиума Верховного Совета СССР В.Н. Лыкосов награжден медалью “За трудовую доблесть” (1986). Он — лауреат Государственной премии России в области науки и техники (2000) за цикл работ “Модели и методы в задачах физики атмосферы и океана”.

В.Н. Лыкосов преподавал в качестве профессора с 2004 г. на кафедре вычислительных технологий и моделирования факультета вычисли-

тельной математики и кибернетики МГУ имени М.В. Ломоносова, где читал специальные образовательные курсы “Математическое моделирование геофизической турбулентности” и “Вычислительно-информационные технологии в моделировании климата”. Он автор учебных пособий “Суперкомпьютерное моделирование в физике климатической системы” [1] (обложка представлена ниже) и “Модели и методы в проблеме взаимодействия атмосферы и гидросферы” [2] (обложки представлены ниже).

В Институте вычислительной математики (ИВМ) РАН В.Н. Лыкосов работал с 1982 г., сначала в должности старшего научного сотрудника (1982–1990 гг.), затем — ведущего научного сотрудника (1990–2000 гг.), а с 2000 г. — главного научного сотрудника. В последнее время он являлся соруководителем творческого коллектива по теме “Моделирование динамики Земной системы и задачи окружающей среды” и руководителем подтемы “Математическое моделирование региональных природно-климатических процессов”.

Значительная часть его научной деятельности прошла в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова, где, работая по совместительству, он руководил лабораторией суперкомпьютерного моделирования природно-климатических процессов Научно-исследовательского вычислительного центра (2002–2019 гг.), а с 2020 г. был главным научным сотрудником. Здесь при ведущей роли Василия Николаевича были созданы научно-образовательные семинары “Математическое моделирование геофизических процессов: прямые и обратные задачи”, “Суперкомпьютерное моделирование Земной системы” (междисциплинарный семинар, организованный совместно МГУ, РАН и Росгидрометом), которыми он руководил с 2003 по 2021 гг. Семинары стали одной из основных площадок России для представления результатов ведущих научных коллективов, работающих на стыке вычислительной математики, геофизической гидродинамики, метеорологии и экологии.

В.Н. Лыкосов прошел замечательный путь в науке. Трудно переоценить его вклад в создание первой в СССР модели совместной общей циркуляции атмосферы и океана. Для реализации этого проекта в ВЦ СО АН СССР была создана группа из молодых научных сотрудников, в которую вошел и Василий Николаевич и руководителем которой стал академик Г.И. Марчук. Результаты работы этой группы были опубликованы в серии статей в советских и зарубежных журналах, и монографии “Математическое моделирование общей циркуляции атмосферы и океана” [3], вышедшей в 1984 г.

Если говорить о личных качествах Василия Николаевича, которые очень важны в коллективной



В. Н. Лыкосов, А. В. Глазунов, Д. В. Кулямин,  
Е. В. Мортиков, В. М. Степаненко

## Суперкомпьютерное моделирование в физике климатической системы



работе, то одно из основных этих качеств можно охарактеризовать одним словом — надежность. Можно было всегда быть уверенным, что если он брался за какое-то дело, то это дело будет сделано, и сделано хорошо. Это касается не только научной работы, но и научно-организационной деятельности, связанной с проведением школ для молодых ученых (серия “СITES”, совместно с Институтом мониторинга климатических и экологических систем (ИМКЭС) СО РАН), семинаров и конференций (серия “ENVIRONIS”, совместно с ИМКЭС СО РАН), работы в редколлегиях и т.п. Многие годы он был членом редакционной коллегии журнала “Известия РАН, Физика атмосферы и океана”.

Ниже кратко изложены результаты по четырем основным темам научных исследований В.Н. Лыкосова: моделирование совместной циркуляции атмосферы и океана, атмосферная турбулентность, моделирование процессов переноса тепла и влаги в деятельном слое суши и параметризация водоемов в модели Земной системы.

## 2. МОДЕЛИ ГЛОБАЛЬНОЙ ЦИРКУЛЯЦИИ АТМОСФЕРЫ И ОКЕАНА, КЛИМАТА, ЗЕМНОЙ СИСТЕМЫ

В октябре 1973 г. по инициативе академика Г.И. Марчука Отделением океанологии, физики атмосферы и географии Академии Наук СССР было принято решение о создании в СССР математических моделей климата, основанных на уравнениях общей циркуляции атмосферы и океана. Модель климата должна была описывать максимально возможный спектр крупномасштабных движений в глобальной атмосфере и Мировом океане, включая их взаимодействие в планетарном пограничном слое, процессы поглощения и распространения солнечной радиации. Численные алгоритмы совместной модели предполагалось основывать на перспективных методах вычислительной математики, обладающих эффективной реализацией на ЭВМ. Модель требовала знания и оптимального сочетания физики, быстрых алгоритмов и высокопроизводительных компьютеров.

Для решения поставленной супер-задачи — разработки модели совместной циркуляции атмосферы и океана, в Вычислительном центре СО АН СССР была создана специальная группа, пять человек, в которую вошел молодой кандидат наук В.Н. Лыкосов, защитивший в 1972 г. диссертацию на тему “Некоторые вопросы теории турбулентного планетарного слоя атмосферы Земли”. У каждого члена группы была общая задача — совместная модель и свой модуль (или подзадача): атмосфера, океан, радиация, планетарный пограничный слой, параметризация мезометеорологических процессов. Основная задача В.Н. Лыкосова — специалиста в области атмосферной турбулентности и

мезометеорологии состояла в разработке блоков взаимодействия планетарных слоев атмосферы и Мирового океана и глобальной атмосферной динамики.

Данный подход к решению супер-задачи, основанный на организации специальной “ударной” группы, был успешен — в 1975 году совместная модель была создана [4]. Следующий этап состоял в реализации и верификации модели, с привлечением одной из самых мощных ЭВМ того времени Cray-1 (оперативная память 1 млн слов, быстродействие 80 млн/сек). Эксперименты были проведены В.Н. Лыкосовым в Европейском центре среднесрочных прогнозов погоды в Реддинге в период с 1979 по 1981 г. Были рассчитаны и проанализированы характеристики средне-январской циркуляции глобальной атмосферы, Мирового океана и совместной системы [3, 5]. Это была первая версия модели, основанная на численном методе расщепления по пространственным процессам и геометрическим координатам. Пространственное разрешение модели было невысоким:  $5 \times 5$  град. по широте и долготе и 6–8 уровней по вертикали.

К настоящему времени модель совместной циркуляции значительно обогатилась с точки зрения физических процессов, новых параметризаций и модельных блоков. Ее пространственное разрешение значительно повысилось, а длительность интегрирования по времени возросла до сотен лет. Современная модель ИВМ РАН уверенно выходит на уровень модели Земной системы. Результаты модельных расчетов климата Земли, собственной и антропогенной климатической изменчивости, а также перспективы дальнейшего развития климатических моделей на пути создания моделей Земной системы отражены в [6, 7].

## 3. МОДЕЛИРОВАНИЕ АТМОСФЕРНОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Параметризации процессов турбулентного переноса в геофизических пограничных слоях является неотъемлемой и важной частью крупномасштабных численных моделей атмосферы и океана. В наше время для их построения и уточнения разработчикам доступен обширный набор данных натуральных измерений и результатов трехмерного моделирования турбулентности с очень высоким пространственным разрешением (с помощью моделей Direct Numerical Simulation (DNS) and Large Eddy Simulation (LES)). Обилие данных и разнообразие методов их анализа и обобщения порождают иллюзию непрерывного прогресса локально-одномерных моделей пограничных слоев и схем расчета турбулентного обмена между атмосферой и поверхностью. Однако при тщательном тестировании таких моделей зачастую оказывается [8, 9], что разброс между ними, несмотря на

кажущуюся простоту задачи, недопустимо велик, а результаты зависят не только от вида дифференциальных уравнений, но и от наложенных ограничений, вариаций констант и применяемых численных методов.

В.Н. Лыкосов, будучи представителем поколения основоположников теории пограничного слоя, неизменно следовал строгому математического подходу к построению моделей турбулентности. Начиная от кандидатской диссертации “Некоторые вопросы теории турбулентного планетарного слоя атмосферы Земли”, его работы, в первую очередь, основывались на нахождении аналитических решений, выявлении свойств систем нелинейных уравнений, поиске асимптотических склоновых течений, впервые полученные В.Н. Лыкосовым и соавторами [10–12], на тот момент были единственно возможным методом математического описания рассматриваемого явления. С появлением компьютерных расчетов, В.Н. Лыкосов стал не только одним из первых разработчиков одномерных моделей пограничного слоя, но и одним из первопроходцев по внедрению параметризаций турбулентности в численные модели глобальной циркуляции атмосферы [3]. При этом он неизменно тщательно и доказательно изучал математические свойства предлагаемых моделей и параметризаций [13, 14], в чем намного превосходил более поздние исследования. В.Н. Лыкосов внес большой вклад в развитие нелокальных замыканий и моделей противогradientного переноса в атмосферном пограничном слое [15–19]. Несмотря на склонность В.Н. Лыкосова к строгим математическим постановкам задач, среди опубликованных им работ есть и статьи, посвященные натурным измерениям турбулентности, например [20], где наглядно и обоснованно выявлено явление перемежаемости турбулентности при сильной устойчивости. Одним из предметов научной гордости В.Н. Лыкосова была статья [21], где впервые были получены решения, обобщающие теорию подобия Мони́на-Обухова на случай приземного слоя со взвесью снежных частиц.

В конце прошлого века мощности вычислительных систем достигли того уровня, когда и прямое (DNS), и вихреразрешающее (LES) численное моделирование турбулентности приблизились по информативности и достоверности к измерениям турбулентности в природной среде и в лабораторных условиях. В.Н. Лыкосов был убежденным сторонником приоритетности развития данного направления и инициализировал разработку оригинальных LES- и DNS-моделей в ИВМ РАН и НИВЦ МГУ [22, 23]. При этом, с самого начала он акцентировал внимание на необходимости развития и реализации параллельных суперкомпьютерных вычислительных технологий.

Располагая мощными инструментами генерации данных, каковыми являются трехмерные нестационарные модели турбулентности, нынешние исследователи имеют возможность на новом уровне вернуться к рассмотрению задач, поставленных в свое время В.Н. Лыкосовым и его современниками. Предложенные В.Н. Лыкосовым подходы и решения, хотя и подлежат уточнению и проверке, не теряют своей актуальности и в настоящее время.

#### 4. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ПЕРЕНОСА ТЕПЛА И ВЛАГИ В ДЕЯТЕЛЬНОМ СЛОЕ СУШИ

Впервые внимание Василия Николаевича к задаче математического моделирования тепловлагопереноса в деятельном слое суши было привлечено в 1975 г. во время его участия в летней студенческой экспедиции Ленинградского гидрометеорологического института в Ямало-ненецком автономном округе [24]. Поскольку следовало хорошо понимать и связывать физический процесс, его математическую модель и данные наблюдений, это плодотворно повлияло на его дальнейшую научную деятельность.

Отвечая за параметризацию пограничного слоя в совместной модели общей циркуляции атмосферы и океана, Василий Николаевич осознавал необходимость адекватного моделирования потоков энергии, массы и импульса на поверхности деятельного слоя суши и океана. К задаче он подошёл как математик, формулируя постановку в наиболее общей форме в противоположность “физическому” подходу, когда малые слагаемые часто отбрасываются в предположении неэкстремальных отклонений физической системы от характерного состояния. Уже в первых работах [25, 26] он рассматривал задачу взаимосвязанного тепловлагопереноса с учётом перекрёстных коэффициентов диффузии и теплопроводности, а также фазовых переходов “вода-лед”. Таким образом, принималась во внимание неизомермичность влагопереноса [27], хотя зависимости перекрёстных коэффициентов от переменных состояния почвы были на тот момент слабо исследованы. Принималось во внимание также наличие незамёрзшей части воды при отрицательной температуре вследствие сильного падения давления в водных менисках высокой кривизны в узких порах. В работах [28, 29] данная модель была дополнена снежным покровом, в котором рассматривается перенос тепла; модель успешно проверена на данных измерений в натуральных условиях и в почвенных монолитах. В модели процесс промерзания/таяния почвы воспроизводится на основе подхода Стефана, то есть с решением эволюционного уравнения для глубины фронта промерзания. Следует отметить, что учёт перекрёстных коэффициентов диффузии и сейчас является редкостью для схем деятельного

слоя суши в моделях погоды и климата, хотя в моделях термогидродинамики почв включение этих эффектов в настоящее время стало принятой практикой [30]. С начала 80-х гг. значительно продвинулись исследования физических механизмов сопряжённого тепло-влажностного переноса: так, перенос влаги за счёт градиента температуры ассоциируется с зависимостью поверхностного натяжения плёнок влаги от температуры, что дает возможность аналитически получить выражения для перекрёстного коэффициента тепло-влажностной проводимости [31]. Таким образом, постановка задачи тепло-влажностного переноса в ранних работах В.Н. Лыкосова значительно опередила свое время, и до сих пор является редкой в большинстве блоков деятельного слоя суши. При этом, значительный прогресс физики почв, включая спецификацию коэффициентов взаимного тепло-массопереноса, позволяет в настоящее время реализовать задачу на новом уровне.

К началу 1980-х годов в модели климата ВЦ СО РАН/ИВМ РАН деятельный слой суши был представлен интегральной (осреднённой по вертикали) моделью для температуры и влажности почвы [5]. Разработки В.Н. Лыкосова с соавторами конца 70-х гг. легли в основу одномерной (по вертикали) модели почвы, использованной впоследствии в модели климата. Важное развитие схемы деятельного слоя суши было связано с работами ученика Василия Николаевича – Е.М. Володина [32, 33]. Нормированные вертикальные координаты в почве заменены на  $z$ -координату с сеткой, сгущающейся к поверхности почвы (23 уровня в почве до глубины 10 м и 4 – в снежном покрове), добавлено уравнение диффузии водяного пара и испарение/конденсация воды в поровом пространстве. Для учета транспирации воды растениями, поверхность и подповерхностного стока воды заимствованы параметризации из модели ЕСНАМ3 [34]. Введенные усовершенствования позволили заметно улучшить воспроизведение моделью температуры воздуха на высоте 2 м, влажности почвы, атмосферных осадков, распространения многолетней мерзлоты. Следует отметить, что детальное разрешение модели ИВМ РАН в почве по тем временам многими коллегами считалось избыточным, однако последующее развитие моделей почвы также сопровождалось увеличением числа слоев (см. например, модели CLM5, [https://escomp.github.io/ctsm-docs/versions/release-clm5.0/html/tech\\_note/index.html](https://escomp.github.io/ctsm-docs/versions/release-clm5.0/html/tech_note/index.html), ORCHIDEE, [35]), что подтвердило верность подхода Василия Николаевича.

Последующим развитием схемы деятельного слоя суши (в климатической модели ИВМ РАН) стало усовершенствование модели снежного покрова, проведенное под руководством В.Н. Лыкосова аспиранткой Е.Е. Мачульской (Володиной) [36, 37]. Добавление в модель уравнения для

жидкой влаги позволило воспроизвести просачивание талой воды сквозь снежный покров с конечной скоростью, что улучшило воспроизведение наблюдаемых сроков схода снежного покрова и наступления пика весеннего половодья. Эта версия схемы снежного покрова послужила также основой [38] для новой версии соответствующей схемы в модели COSMO. В сотрудничестве с Е.Е. Мачульской Василий Николаевич также впервые обратил внимание на важность низкой теплопроводности тонкого растительного покрова (мхов и лишайников) в зоне многолетней мерзлоты для формирования термического режима деятельного слоя [39]. В последнее время при поддержке В.Н. Лыкосова были возобновлены работы по развитию параметризации тепло-влажностного переноса в мохово-лишайниковом покрове [40].

## 5. ПАРАМЕТРИЗАЦИЯ ВНУТРЕННИХ ВОДОЕМОВ СУШИ ДЛЯ МОДЕЛИ ЗЕМНОЙ СИСТЕМЫ

В начале 2000-х гг. В.Н. Лыкосовым была поставлена задача создания параметризации внутренних водоемов суши для модели Земной системы. В разработанной модели LAKE для описания тепло-массопереноса в эволюционирующих слоях льда и воды по аналогии с ранними версиями почвенной модели [25, 26] использованы нормированные вертикальные координаты [41]. В качестве блоков почвы и снежного покрова также привлечены разработанные ранее В.Н. Лыкосовым и его учениками модели. В модель введено уравнение для солёности, что позволяет воспроизводить особенности термодинамического режима озер, стратифицированных по температуре и солёности [42]. Впервые параметризация водоемов дополнена уравнениями, описывающими генерацию, перенос, потребление и эмиссию метана и углекислого газа в атмосферу [43, 44]. Модель водоема LAKE проверена на данных измерений десятков озер и включена в модель климата ИВМ РАН [45]. При участии В.Н. Лыкосова создана и внедрена в модель деятельного слоя суши ИВМ РАН-МГУ схема термогидродинамики рек на основе уравнений диффузионной волны [46]; она успешно проверена на данных наблюдений по расходу рек Северная Двина, Колыма и др.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Обращаясь к пройденному пути Василия Николаевича, отметим его работу с научной молодежью, которой он придавал огромное значение. Он ставил задачи, которые определяли направление научной деятельности учеников на десятилетия. Это происходило, в том числе, и потому, что его постановки часто предполагали востребованность в перспективе, опережали своё время. Он

редко хвалил, был требователен и, в то же время, корректен и деликатен в обращении. Он прививал ученикам привычку регулярности в работе (больше всего не любил, когда люди “пропадали”), приучал к аккуратному ответу на каждый, казалось бы, частный вопрос, который возникал в ходе выполнения основной задачи (“от вопроса нельзя отмахиваться, нужно отвечать”). Приветствовал инициативу, не навязывал своих идей, а чужие предложения, иногда сомнительные, предпочитал не критиковать, а предлагал доказывать. Собственным примером всегда демонстрировал, как любое дело нужно выполнять вовремя и качественно. Крайне редко позволял себе отзывать о ком-либо невежливо. Был очень внимателен к качеству научного русского языка, как в устных обсуждениях, так и в письменных работах, дотошно поправлял тексты своих учеников. Своим многолетним научным и педагогическим трудом Василий Николаевич фактически создал научную школу, хотя не ставил себе этого в заслугу и любил подчёркивать преемственность поколений российской математической традиции, к которой себя по праву относил.

Работа над статьёй выполнена при частичной поддержке Российского научного фонда (грант № 21-71-30003, разделы 1–3) и Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 20-05-00773, разделы 4–6). В этих проектах В.Н. Лыкосов принимал самое активное участие до последних дней своей жизни.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лыкосов В.Н., Глазунов А.В., Кулямин Д.В., Мортиков Е.В., Степаненко В.М. Суперкомпьютерное моделирование в физике климатической системы. Москва: Издательство Московского университета, 2012. 408 с.
2. Модели и методы в проблеме взаимодействия атмосферы и гидросферы / Под ред. Дымникова В.П., Лыкосова В.Н., Гордова Е.П.: Издательский дом Томского государственного университета, 2014. 523 с.
3. Марчук Г.И., Дымников В.П., Залесный В.Б., Лыкосов В.Н., Галин В.Я. Математическое моделирование общей циркуляции атмосферы и океана. Ленинград: Гидрометеоздат, 1984. 320 с.
4. Марчук Г.И., Дымников В.П., Лыкосов В.Н., Галин В.Я., Бобылева И.М., Залесный В.Б. Гидродинамическая модель общей циркуляции атмосферы и океана (методы реализации). Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1975. 215 с.
5. Marchuk G.I., Dymnikov V.P., and Lykossov V.N.. On relation between index cycles of the atmospheric circulation and spatial spectrum of the kinetic energy in the model of the general circulation of the atmosphere // ECMWF Technical Memorandum. 1981. № 31. P. 1–33.
6. Дымников В.П., Лыкосов В.Н., Володин Е.М. Математическое моделирование динамики земной системы. // Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана. 2015. Т. 51. № 3. С. 260–275.
7. Володин Е.М., Мортиков Е.В., Кострыкин С.В., Галин В.Я., Лыкосов В.Н., Грицун А.С., Дианский Н.А., Гусев А.В., Яковлев Н.Г. Воспроизведение современного климата в новой версии модели климатической системы ИВМ РАН // Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана. 2017. Т. 53. № 2. С. 164–178.
8. Cuxart J. et al. Single-column model intercomparison for a stably stratified atmospheric boundary layer // Boundary-Layer Meteorology. 2006. V. 118. № 2. P. 273–303.
9. Holtslag A.A. M. et al. Stable atmospheric boundary layers and diurnal cycles: Challenges for weather and climate models. // B. Am. Meteorol. Soc. 2013. V. 94. № 11. P. 1691–1706.
10. Шапошникова М.И., Лыкосов В.Н., Гутман Л.Н. Нестационарная нелинейная задача о бризе в устойчиво стратифицированной атмосфере // Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана. 1968. Т. 4. № 2. С. 79–89.
11. Лыкосов В.Н., Гутман Л.Н. Турбулентный пограничный слой над наклонной подстилающей поверхностью // Изв. АН СССР. ФАО. 1972. Т. 8. № 8. С. 799.
12. Лыкосов В.Н. Нестационарная задача о планетарном пограничном слое атмосферы Земли // Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана. 1972. Т. 8. № 2. С. 142–155.
13. Казаков А.Л., Лыкосов В.Н. К вопросу о параметризации теплообмена при штормах применительно к задачам взаимодействия атмосферы и океана // Метеорология и гидрология. 1980. № 8. С. 58–64.
14. Лыкосов В.Н. О проблеме замыкания моделей турбулентного пограничного слоя с помощью уравнений для кинетической энергии турбулентности и скорости ее диссипации // Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана. 1992. Т. 28. № 7. С. 696–704.
15. Lykossov V.N. K-theory of atmospheric turbulent planetary boundary layer and the Boussinesq's generalized hypothesis // Sov.j. Numer. Anal. Math. Modelling. 1990. V. 5. № 3. P. 221–240.
16. Лыкосов В.Н. О противогradientном переносе момента в струйном течении низкого уровня // Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана. 1991. Т. 27. № 8. С. 803–812.
17. Lykossov V.N. (1992). The momentum turbulent counter-gradient transport in jet-like flows // Advances in Atmospheric Sciences. 1992. V. 9. № 2. P. 191–200.
18. Лыкосов В.Н. Нелокальный турбулентный перенос импульса в течениях со знакопеременным сдвигом скорости // Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана. 1993. Т. 29. № 3. С. 321–327.
19. Zilitinkevich S., Gryanik V.M., Lykossov V.N., & Mironov D.V. Third-order transport and nonlocal turbulence closures for convective boundary layers // Journal of the Atmospheric Sciences. 1999. V. 56. № 19. P. 3463–3477.
20. Lykossov V.N., Wamser C. Turbulence intermittency in the atmospheric surface layer over snow-covered sites //

- Boundary-Layer Meteorology. 1995. V. 72. № 4. P. 393–409.
21. *Wamser C., Lykosov V.N.* On the friction velocity during blowing snow // Contributions to Atmospheric Physics. 1995. V. 68. № 1. P. 85–94.
  22. *Glazunov A., Rannik Ü., Stepanenko V., Lykosov V., Auvinen M., Vesala T., & Mammarella I.* Large-eddy simulation and stochastic modeling of Lagrangian particles for footprint determination in the stable boundary layer // Geoscientific Model Development. – 2016. V. 9. № 9. P. 2925–2949.
  23. *Mortikov E.V., Glazunov A.V., Lykosov V.N.* Numerical study of plane Couette flow: turbulence statistics and the structure of pressure–strain correlations // Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling. 2019. T. 34. № 2. С. 119–132.
  24. *Лыкосов В.Н.* Двадцать лет в Академгородке: воспоминания о научной молодости. Наш Марчук / отв. ред.: В.П. Ильин, А.К. Лаврова; сост.: Анд.Г. Марчук, Н.А. Притвиц, Я.И. Фет: Рос. акад. наук, Сиб. отделение, Издательство СО РАН Новосибирск. 2015. С. 277–285.
  25. *Лыкосов В.Н., Палагин Э.Г.* Динамика взаимосвязанного переноса тепла и влаги в системе атмосфера–почва // Метеорология и гидрология. 1978. № 8. С. 48–56.
  26. *Лыкосов В.Н., Палагин Э.Г.* Теплообмен в промерзающей почве и агрометеорологический прогноз // Zeitschrift fuer Meteorologie. 1978. V. 28. № 1. P. 34–41.
  27. *Глобус А.М.* (1983). Физика неизотермического внутрипочвенного влагообмена. Ленинград: Гидрометеоиздат. 279 с.
  28. *Лыкосов В.Н., Палагин Э.Г.* Метод и пример расчета переноса тепла и влаги в промерзающей почве при наличии снежного покрова // Труды ГГИ. Т. 264. Гидрометеоиздат Ленинград, 1980. С. 12–23.
  29. *Каложный И.Л., Лыкосов В.Н., Палагин Э.Г., Румянцев В.А.* Моделирование миграции влаги в промерзающих почвенных монолитах // Труды ГГИ. Гидрометеоиздат Ленинград. 1980. Т. 264. С. 24–31.
  30. *Saito H., Šimůnek J., & Mohanty B.P.* Numerical Analysis of Coupled Water, Vapor, and Heat Transport in the Vadose Zone // Vadose Zone Journal. 2006. V. 5. № 2. P. 784–800.
  31. *Noborio K., McInnes, K.J., & Heilman, J.L.* Two-Dimensional Model for Water, Heat, and Solute Transport in Furrow-Irrigated Soil: I. Theory // Soil Science Society of America Journal. 1996. V. 60. № 4. P. 1001–1009.
  32. *Володин Е.М., Лыкосов В.Н.* Параметризация процессов тепло- и влагообмена в системе растительность – почва для моделирования общей циркуляции атмосферы. 1. Описание и расчеты с использованием локальных данных наблюдений // Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана. 1998. Т. 34. № 4. С. 453–465.
  33. *Володин Е.М., Лыкосов В.Н.* Параметризация процессов тепло- и влагообмена в системе растительность – почва для моделирования общей циркуляции атмосферы. 2. Численные эксперименты по воспроизведению климата // Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана. 1998. Т. 34. № 5. С. 622–633.
  34. *Алексеев В.А., Володин Е.М., Галин В.Я., Дымников В.П., Лыкосов В.Н.* Моделирование современного климата с помощью атмосферной модели ИВМ РАН. Описание модели А5421 версии 1997 года и результатов эксперимента по программе АМІР II: Москва. Депонирование в ВИНТИ. 1998. 215 с.
  35. *Bowring S.P.K., Lauerwald R., Guenet B., Zhu D., Guimberteau M., Tootchi A., ... Ciais P.* ORCHIDEE MICT-LEAK (r5459), a global model for the production, transport, and transformation of dissolved organic carbon from Arctic permafrost regions – Part 1: Rationale, model description, and simulation protocol // Geoscientific Model Development. 2019. V. 12. № 8. P. 3503–3521.
  36. *Володина Е.Е., Бенгтссон Л., Лыкосов В.Н.* Параметризация процессов теплообмена в снежном покрове для моделирования сезонных вариаций гидрологического цикла суши // Метеорология и гидрология. 2000. № 5. С. 5–14.
  37. *Мачульская Е.Е., Лыкосов В.Н.* Моделирование термодинамической реакции вечной мерзлоты на сезонные и межгодовые вариации атмосферных параметров // Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана. 2002. Т. 38. № 1. С. 20–33.
  38. *Machul'skaya E.E., Lykosov V.N.* An advanced snow parameterization for models of atmospheric circulation // COSMO Newsletter. 2008. № 8. P. 10–16.
  39. *Мачульская Е.Е., Лыкосов В.Н.* Математическое моделирование процессов взаимодействия атмосферы и криолитозоны // Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана. 2009. Т. 45. № 6. С. 736–753.
  40. *Степаненко В.М., Репина И.А., Федосов В.Э., Зилитинкевич С.С., Лыкосов В.Н.* Обзор методов параметризации теплообмена в моховом покрове для моделей Земной системы // Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана. 2020. Т. 56. № 2. С. 127–138.
  41. *Степаненко В.М., Лыкосов В.Н.* Численное моделирование процессов теплообмена в системе водоем – грунт // Метеорология и гидрология. 2005. № 3. С. 95–104.
  42. *Stepanenko V., Repina I.A., Artamonov A., Gorin S., Lykosov V.N., Kulyamin D.* Mid-depth temperature maximum in an estuarine lake // Environmental Research Letters. 2018. V. 13. № 3. С. 35006.
  43. *Степаненко В.М., Мачульская Е.Е., Глаголев М.В., Лыкосов В.Н.* Моделирование эмиссии метана из озер зоны вечной мерзлоты // Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана. 2011. Т. 47. № 2. С. 275–288.
  44. *Stepanenko Victor, Ivan Mammarella, Anne Ojala, Heli Miettinen, Vasily Lykosov, Timo Vesala.* LAKE 2.0: a model for temperature, methane, carbon dioxide and oxygen dynamics in lakes // Geoscientific Model Development. 2016. V. 9. № 5. P. 1977–2006.
  45. *Bogomolov V., Stepanenko V., and Volodin E.* Development of lake parametrization in the INMCM climate model // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. 2016. V. 48. № 1. P. 12005.
  46. *Степаненко В.М., Медведев А.И., Корпушенков И.А., Фролова Н.Л., Лыкосов В.Н.* Параметризация речной сети для модели Земной системы // Вычислительные методы и программирование. 2019. Т. 20. № 4. С. 396–410.

## Models of Climate, Geophysical Boundary Layers and Land Surface: In Memory of V.N. Lykosov

V. P. Dymnikov<sup>1</sup>, V. B. Zalesnyi<sup>1</sup>, A. V. Glazunov<sup>1, 2</sup>, and V. M. Stepanenko<sup>2, \*</sup>

<sup>1</sup>*G.I. Marchuk Institute of Numerical Mathematics RAS, Gubkin str., 8, Moscow, 119333 Russia*

<sup>2</sup>*Lomonosov Moscow State University, Leninskie Gory str., 1, bld. 4, Moscow, 119991 Russia*

*\*e-mail: stepanen@srcc.msu.ru*

The article is dedicated to the memory of Vasily Nikolaevich Lykosov, a prominent Russian scientist, a specialist in mathematical modeling of the turbulent boundary layer dynamics and its interaction with large-scale atmospheric circulation, global and regional climatic processes and the active land layer. His scientific activity is briefly described in the context of modern research, the latter characterized by attention to the links between local and global physical phenomena, a combination of theoretical models and numerical experiments.

**Keywords:** mathematical modelling, climate, atmospheric turbulence, land surface, V.N. Lykosov

УДК 551.511

## К ТЕОРИИ СИММЕТРИЧНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ПО ВРЕМЕНИ ТЕЧЕНИЙ С ТОЧНЫМ УЧЕТОМ СИЛЫ КОРИОЛИСА

© 2022 г. М. В. Курганский\*

Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН, Пыжевский пер., 3, Москва, 119017 Россия

\*e-mail: kurgansk@ifaran.ru

Поступила в редакцию 14.02.2022 г.

После доработки 21.03.2022 г.

Принята к публикации 11.04.2022 г.

Исследована симметричная (инерционная) параметрическая неустойчивость периодических по времени течений с линейным профилем скорости, с точным учетом силы Кориолиса в задаче. Показана возможность неустойчивости при меньших сдвигах скорости, чем на это указывает критерий инерционной устойчивости стационарного течения такой же амплитуды скорости. Наиболее содержательные результаты получаются в пределе малой плотностной стратификации среды, что выполняется в хорошо перемешанных по вертикали конвективных слоях атмосферы, в глубоких слоях океана, а также может иметь прямое отношение к лабораторному эксперименту.

**Ключевые слова:** симметричная неустойчивость, инерционная неустойчивость, сила Кориолиса, периодические течения, параметрический резонанс

**DOI:** 10.31857/S0002351522040071

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Исследование симметричной неустойчивости сдвиговых потоков относительно возмущений, зависящих от координаты в направлении, ортогональном основному потоку, было положено классическими работами [1, 2] (см. [3]), но восходит еще к работам Гельмгольца по устойчивости “чисто зональной циркуляции атмосферы” (см. написанный И.А. Кибелем §2 в гл. XI книги [4]). В настоящее время симметричная, и в частности чисто инерционная, неустойчивость вновь привлекает внимание исследователей, поскольку эта неустойчивость встречается чаще и имеет большее значение для геофизических сред, таких как атмосфера и океан, чем раньше считалось. В частности, в [5, 6] указано, что то, что до сих пор в экваториальной атмосфере считалось проявлением внутренних гравитационных волн, на самом деле связано с реализацией механизма инерционной неустойчивости. В атмосфере симметричная неустойчивость может возникать и иметь значение в струйных течениях (с их субтропической, антициклонической, стороны) [7–9], в атмосферных фронтах [10], в тропических ураганах [11] и в целом в приэкваториальной атмосфере [12]. Большое значение симметричная неустойчивость имеет для океана (напр., [13]). Учет кривизны линий тока в критериях симметричной устойчивости океанических фронтальных зон дан в [14]. В целях сопоставления с другими типами неустойчивости, отметим, что традиционная

бароклинная неустойчивость относительно возмущений, зависящих от координаты вдоль основного потока [15], реализуется при числах Ричардсона  $Ri$  (много) больших единицы. Симметричная неустойчивость реализуется при числах Ричардсона в диапазоне  $\frac{1}{4} < Ri < 1$ . Согласно [16, 17], скорость роста неустойчивых симметричных возмущений наивысшая при  $0.25 < Ri < 0.95$ . Наконец, вертикальная сдвиговая неустойчивость реализуется при  $Ri < \frac{1}{4}$ . С симметричной неустойчивостью может быть сопряжено образование роллов (облачных улиц), когда холодный арктический воздух натекает на теплую поверхность моря (см. [18]). Облачные улицы также наблюдаются на гораздо более высоких уровнях (“улицы перистых облаков”) и часто ассоциируются со струйными течениями [18, 19]. В таких случаях механизм симметричной неустойчивости может иметь значение (там же). Как отмечено в [20–22], существенное влияние на развитие инерционной (симметричной) неустойчивости оказывает полный учет силы Кориолиса (отказ от “традиционного” приближения), что может иметь наибольший эффект в приэкваториальной области атмосферы, а также в океане. Симметричная неустойчивость фронтальных зон в океане, а также возможность полного учета силы Кориолиса в задаче обсуждаются в недавней работе [23]. Можно ожидать большую роль, кото-

рую инерционная (симметричная) неустойчивость играет в атмосфере таких быстро вращающихся планет, как Юпитер, Сатурн, Уран и Нептун [24].

Имеются еще недостаточно изученные задачи, связанные с симметричной (инерционной) неустойчивостью. В частности, представляет интерес исследование симметричной неустойчивости потоков со сдвигами скорости, зависящими от времени по периодическому закону, например, за счет действия вынуждающих приливных сил или же либрации, как в лабораторном эксперименте или на других планетах (и их спутниках) [25, 26]. Представляет также интерес продолжить исследование симметричной устойчивости с точным учетом силы Кориолиса (ср. [20–23]). Здесь возможен учет произвольной ориентации основного потока относительно меридиана (ср. [27]), а также учет диссипации и анализ зависимости результатов от числа Прандтля и, особенно, от термической релаксации (ср. [12]). Помимо решения задач собственно теории симметричной устойчивости, сказанное открывают новые пути исследования механизмов волнообразования в геофизических средах и, в конечном счете, механизмов генерации турбулентности в них. При исследовании устойчивости сдвиговых течений, которые периодически зависят от времени, в работе используется теория Флоке и аналогия задачи с параметрической неустойчивостью колебаний маятника [28].

## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим движение атмосферы на обобщенной  $f$ -плоскости, где сила Кориолиса учитывается точным образом. Основной поток, устойчивость которого исследуется, может составлять угол  $\varphi$  с зональным направлением (рис. 1). В географических  $(x', y', z)$  координатах, в которых ось  $x'$  направлена на восток ( $E$ ),  $y'$  на север ( $N$ ), а  $z$  вертикально вверх, вектор планетарной завихренности имеет вид  $2\Omega = 2\Omega_z \mathbf{k} + 2\Omega_{y'} \mathbf{j} \equiv f \mathbf{k} + \tilde{f} \mathbf{j}$ . Здесь  $\Omega$  вектор угловой скорости вращения Земли с компонентами  $(0, \Omega_{y'}, \Omega_z)$ ,  $\mathbf{j}$  и  $\mathbf{k}$  единичные вектора в направлении осей  $y'$  и  $z$  соответственно,  $f$  и  $\tilde{f}$  называются соответственно параметром Кориолиса и (зачастую, но не всегда) вторым параметром Кориолиса. Считаем параметры  $f$  и  $\tilde{f}$  положительными (Северное полушарие). В “традиционном” приближении вкладом слагаемых с  $\tilde{f}$  в уравнения движения пренебрегают. Преобразуя к системе координат  $(x, y, z)$ , повернутой по часовой стрелке вокруг оси  $z$  на угол  $\varphi$  относительно  $(x', y', z)$  координат, будем иметь

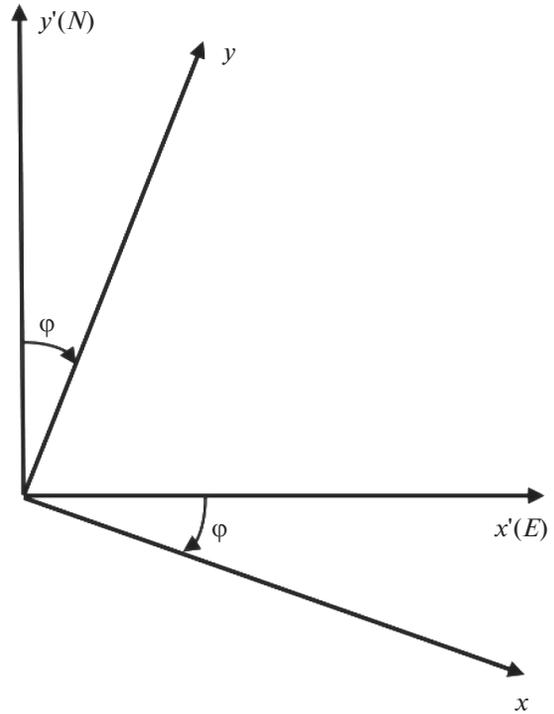


Рис. 1. Схема используемой в статье системы координат; подробности даны в тексте.

$$2\Omega = 2\Omega_z \mathbf{k} - 2\Omega_{y'} \sin\varphi \mathbf{i} + 2\Omega_{y'} \cos\varphi \mathbf{j} \equiv f \mathbf{k} - \tilde{f} \sin\varphi \mathbf{i} + \tilde{f} \cos\varphi \mathbf{j},$$

где  $\mathbf{i}$  и  $\mathbf{j}$  суть единичные векторы в направлении осей  $x$  и  $y$  соответственно.

В приближении Буссинеска в случае вязкой и теплопроводной среды и предполагая, что поле скорости  $\mathbf{v} = (u, v, w)$ , поле плавучести  $b$  и поле редуцированного давления  $\pi$  не зависят от  $x$  координаты, имеем полную систему уравнений

$$\begin{aligned} \frac{Du}{Dt} - f v + \tilde{f} \cos\varphi w &= v \nabla^2 u + F, \\ \frac{Dv}{Dt} + f u + \tilde{f} \sin\varphi w &= -\frac{\partial \pi}{\partial y} + v \nabla^2 v, \\ \frac{Dw}{Dt} - \tilde{f} \cos\varphi u - \tilde{f} \sin\varphi v &= -\frac{\partial \pi}{\partial z} + b + v \nabla^2 w, \\ \frac{Db}{Dt} = \kappa \nabla^2 b + G, \quad \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} &= 0, \end{aligned} \tag{1a}$$

$$\tag{16}$$

если заданы источники импульса  $F$  и плавучести  $G$ . Оператор полной производной по времени имеет вид  $D/Dt = \partial/\partial t + v(\partial/\partial y) + w(\partial/\partial z)$ ;  $\nabla^2 = \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$  — двумерный оператор Лапласа. Коэффициенты кинематической вязкости  $\nu$  и температуропроводности  $\kappa$  (молекулярной и/или турбулентной) в (1) считаются постоянными

ми и для простоты одинаковыми в вертикальном и горизонтальном направлениях.

Вводим функцию тока, полагая  $v = -\partial\psi/\partial z$ ,  $w = \partial\psi/\partial y$ , и переменную  $m = u - fy + \tilde{f}\cos\phi z$ , называемую геострофическим моментом. При этом  $\partial m/\partial y = \partial u/\partial y - f$  и  $\partial m/\partial z = \partial u/\partial z + \tilde{f}\cos\phi$ . Теперь система (1) путем исключения давления  $\pi$  записывается в виде системы трех уравнений

$$\frac{D}{Dt}\nabla^2\psi = \tilde{f}\cos\phi\frac{\partial m}{\partial y} + f\frac{\partial m}{\partial z} + \frac{\partial b}{\partial y} + v\nabla^4\psi, \quad (2a)$$

$$\begin{aligned} \frac{D}{Dt}m &= v\nabla^2m + F, & \frac{D}{Dt}b &= \kappa\nabla^2b + G, \\ \frac{D}{Dt} &= \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial(\psi, \dots)}{\partial(y, z)}, \end{aligned} \quad (2b)$$

Методически полезно начать с невязкого и не-теплопроводного случая, когда  $v = \kappa = 0$  и  $F = G = 0$ . Система (2) при этом имеет стационарное решение  $\bar{m} = \bar{m}(y, z)$ ,  $\bar{b} = \bar{b}(y, z)$ ,  $\bar{\psi} = 0$ . Функции  $\bar{m}(y, z)$  и  $\bar{b}(y, z)$ , связаны обобщенным уравнением термического ветра

$$\tilde{f}\cos\phi\frac{\partial\bar{m}}{\partial y} + f\frac{\partial\bar{m}}{\partial z} + \frac{\partial\bar{b}}{\partial y} = 0. \quad (3)$$

Рассмотрим устойчивость такого стационарного решения, налагая на него малые возмущения  $m = \bar{m} + m'$ ,  $b = \bar{b} + b'$ ,  $\psi = \psi'$  и линеаризуя уравнения относительно штрихованных величин. Полагаем, что  $\bar{m} = (\partial\bar{m}/\partial y)y + (\partial\bar{m}/\partial z)z$ ,  $\bar{b} = (\partial\bar{b}/\partial y)y + (\partial\bar{b}/\partial z)z$ , где все четыре частные производные постоянны. Аддитивные константы не учитываем. Ищем решение в виде  $(\psi', m', b') = (\hat{\psi}, \hat{m}, \hat{b})\exp\{i(py + qz - \sigma t)\}$  и с учетом (3) приходим к дисперсионному соотношению (характеристическому уравнению)

$$\begin{aligned} \sigma^2(p^2 + q^2) &= \left(\tilde{f}\cos\phi\frac{\partial\bar{m}}{\partial z} + \frac{\partial\bar{b}}{\partial z}\right)p^2 + \\ &+ \left(-f\frac{\partial\bar{m}}{\partial y}\right)q^2 + 2f\frac{\partial\bar{m}}{\partial z}pq. \end{aligned} \quad (4)$$

Условие устойчивости заключается в положительной определенности квадратичной формы в правой части (4), что эквивалентно выполнению трех неравенств

$$\begin{aligned} \tilde{f}\cos\phi\frac{\partial\bar{m}}{\partial z} + \frac{\partial\bar{b}}{\partial z} &> 0, & -f\frac{\partial\bar{m}}{\partial y} &> 0, \\ \left(\tilde{f}\cos\phi\frac{\partial\bar{m}}{\partial z} + \frac{\partial\bar{b}}{\partial z}\right)\left(-f\frac{\partial\bar{m}}{\partial y}\right) - f^2\left(\frac{\partial\bar{m}}{\partial z}\right)^2 &> 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Первое неравенство в (5) обобщает обычное условие статической устойчивости, однако те-

перь допускается возможность в устойчивом случае малых отрицательных значений  $\frac{\partial\bar{b}}{\partial z}$ , если

только слагаемое  $\tilde{f}\cos\phi(\partial\bar{m}/\partial z)$  положительно и достаточно велико. Второе неравенство в (5) есть классическое условие инерционной устойчивости  $f(f - \partial\bar{u}/\partial y) > 0$ ; примечательно, что в нем не присутствует второй параметр Кориолиса. Третье неравенство (5) обобщает традиционное условие симметричной бароклиной устойчивости, которое в безразмерной форме имеет вид  $1 + \text{Ro} - \text{Ri}^{-1} > 0$  (ср. [12, 14]), где  $\text{Ro} = f^{-1}(-\partial\bar{u}/\partial y)$  и  $\text{Ri} = (\partial\bar{b}/\partial z)/(\partial\bar{u}/\partial z)^2$  числа Россби и Ричардсона, соответственно. В нашем случае это условие включает полный учет силы Кориолиса, что не позволяет его записать в столь же компактной безразмерной форме.

В устойчиво стратифицированной земной атмосфере средних широт значение  $\partial\bar{b}/\partial z \equiv N^2$ , где  $N$  – частота Брента–Вяйсяля, на два порядка превосходит значения  $f \sim \tilde{f}$ . Здесь для крупномасштабных движений горизонтального масштаба  $L \sim NH_0/f$ , где  $H_0$  – высота однородной атмосферы определяющая вертикальный масштаб движений, поправки в (5) за счет отказа от традиционного приближения имеют относительный порядок величины  $\tilde{f}/N = O(10^{-2})$ . Для движений среднего (мезо-) масштаба эти поправки могут достигать порядка величины  $O(10^{-1})$ . Для глубоководной части океана, в его абиссальной зоне, для очень слабо стратифицированных водных масс с периодами колебаний  $T_b = 2\pi/N$  между примерно шестью часами и сутками [29], может оказаться ситуация, когда  $N^2$  и  $\tilde{f}^2$  отличаются на порядок величины или даже менее. Здесь учет второго параметра Кориолиса может быть существенным [20, 21; 30, гл. 1, §3]. К примеру, когда вертикальный сдвиг скорости равен нулю, то наряду с условием  $\tilde{f}^2\cos^2\phi + N^2 > 0$ , обобщающим условие статической устойчивости, имеется условие инерционной устойчивости  $f(f - \partial\bar{u}/\partial y) > 0$ , а также более ограничивающее величину горизонтального сдвига скорости условие симметричной бароклиной устойчивости  $f[f - (1 + \tilde{f}^2\cos^2\phi/N^2)(\partial\bar{u}/\partial y)] > 0$ .

### 3. УСТОЙЧИВОСТЬ ПЕРИОДИЧЕСКОГО ПО ВРЕМЕНИ ТЕЧЕНИЯ С ЛИНЕЙНЫМ ПРОФИЛЕМ СКОРОСТИ

Обратимся к задаче об устойчивости периодического во времени основного потока  $\bar{m} = \bar{m}(y, z, t)$ ,

$\bar{b} = \bar{b}(y, z, t)$ ,  $\bar{\psi} = 0$ , линейного по  $y$  и  $z$ , с учетом вязкости и теплопроводности среды в общем случае. При этом уравнения (2) тождественно удовлетворяются путем надлежащего выбора функций  $F$  и  $G$ . Сразу исходим из системы уравнений, линейризованных относительно возмущений, наложенных на основное течение

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi' = \tilde{f} \cos \varphi \frac{\partial m'}{\partial y} + f \frac{\partial m'}{\partial z} + \frac{\partial b'}{\partial y} + \nu \nabla^4 \psi', \quad (6a)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} m' - \frac{\partial \psi'}{\partial z} \frac{\partial \bar{m}}{\partial y} + \frac{\partial \psi'}{\partial y} \frac{\partial \bar{m}}{\partial z} = \nu \nabla^2 m', \quad (6б)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} b' - \frac{\partial \psi'}{\partial z} \frac{\partial \bar{b}}{\partial y} + \frac{\partial \psi'}{\partial y} \frac{\partial \bar{b}}{\partial z} = \kappa \nabla^2 b'. \quad (6в)$$

В этих уравнениях

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{m}}{\partial y} &= \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - f = -\alpha \cos \omega t - f, \\ \frac{\partial \bar{m}}{\partial z} &= \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \tilde{f} \cos \varphi = -\beta \cos \omega t + \tilde{f} \cos \varphi, \end{aligned} \quad (7a)$$

$$\frac{\partial \bar{b}}{\partial y} = (\alpha \tilde{f} \cos \varphi + \beta f) \cos \omega t. \quad (7б)$$

Соотношение (7б) соответствует (3). Считается, что  $\frac{\partial \bar{b}}{\partial z} \equiv N^2 = const$ ;  $\alpha$  и  $\beta$  – амплитуды сдвигов скорости и  $\omega$  – угловая частота.

Приведем уравнения (6) с учетом (7) к безразмерному виду, вводя безразмерные переменные (помечаются крышечками сверху)  $(y, z) = L(\hat{y}, \hat{z})$ ,  $t = \omega^{-1} \hat{t}$ ,  $\psi' = L^2 f \hat{\psi}$ ,  $m' = L \omega \hat{m}$ ,  $b' = L \omega \hat{b}$ ,  $R = L^2 \omega / \nu$ ,  $S = L^2 \omega / \kappa$ , а также полагая  $\delta = \tilde{f} \cos \varphi / f$ ,  $A = f^2 / \omega^2$ ,  $B = N^2 / \omega^2$ ,  $\varepsilon = \alpha / f$ ,  $\tilde{\varepsilon} = \beta / f$ . Параметр  $\varepsilon$  имеет смысл числа Россби  $Ro$ . Отношение  $B/A = N^2 / f^2$  иногда называется параметром стратификации [18]. Здесь  $L$  – пространственный масштаб, который произволен, но фиксирован. В вязкой и нетеплопроводной задаче уравнения безразличны (автомодельны) к его выбору. Это уже не так в вязкой и теплопроводной среде, где  $L$  входит в определение чисел Рейнольдса  $R$  и Пекле  $S$ , которые связаны посредством числа Прандтля  $Pr = \nu / \kappa$ . Отметим, что получающиеся безразмерные уравнения инварианты относительно перемасштабирования  $L \rightarrow kL$ ,  $\nu \rightarrow k^2 \nu$ ,  $\kappa \rightarrow k^2 \kappa$ , где  $k$  произвольное число и  $Pr = const$ . Выпишем эти уравнения, опуская крышечки над переменными

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} - \frac{1}{R} \nabla^2 \right) \nabla^2 \psi - \delta \frac{\partial m}{\partial y} - \frac{\partial m}{\partial z} \frac{\partial b}{\partial y} = 0, \quad (8a)$$

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial}{\partial t} - \frac{1}{R} \nabla^2 \right) m + A(1 + \varepsilon \cos t) \frac{\partial \psi}{\partial z} + \\ + A(\delta - \tilde{\varepsilon} \cos t) \frac{\partial \psi}{\partial y} = 0, \end{aligned} \quad (8б)$$

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} - \frac{1}{S} \nabla^2 \right) b - A(\varepsilon \delta + \tilde{\varepsilon}) \cos t \frac{\partial \psi}{\partial z} + B \frac{\partial \psi}{\partial y} = 0. \quad (8в)$$

В общем случае путем исключения  $m$  и  $b$  из системы (8) получается уравнение третьего порядка по времени, которое сводится к уравнению второго порядка по времени в случае  $Pr = 1$ , как это применимо при учете мелкомасштабной (турбулентной) вязкости и теплопроводности в атмосфере и океане. Если искать решение задачи в виде  $\psi = \Psi(t) \exp[i(py + qz)]$  и ввести оператор  $\mathcal{L} = \partial/\partial t + R^{-1}(p^2 + q^2) \equiv \partial/\partial t + S^{-1}(p^2 + q^2)$ , то это уравнение записывается в виде

$$\mathcal{L}^2 \Psi + (\Delta^2 + E \cos t) \Psi = 0, \quad (9a)$$

$$\Delta^2 = \frac{A(p\delta + q)^2 + Bp^2}{p^2 + q^2}, \quad (9б)$$

$$E = A \frac{\varepsilon q^2 - 2\tilde{\varepsilon} p q - \tilde{\varepsilon} \delta p^2}{p^2 + q^2},$$

что близко совпадает по форме с уравнением Матъе. Общий случай  $Pr \neq 1$  кратко обсуждается в Приложении. Используя аналогии задачи с параметрической неустойчивостью колебаний маятника [28], решение (9) ищется методом Флоке в виде

$$\Psi = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{n+1/2} \exp[i(n+1/2)t + \mu t],$$

где используются возмущения с удвоенной периодичностью по времени;  $\mu$  является, вообще говоря, комплексным числом. Подставляя в (9) приходим к трехточечному рекуррентному соотношению

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} E a_{n-1/2} + \left\{ \left[ \mu + i \left( n + \frac{1}{2} \right) + R^{-1} (p^2 + q^2) \right]^2 + \Delta^2 \right\} \times \\ \times a_{n+1/2} + \frac{1}{2} E a_{n+3/2} = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Начнем со случая, когда  $R^{-1} = S^{-1} = 0$  и выполняется принцип смены устойчивости [31], т.е. на нейтральной кривой устойчивости  $\mu = 0$ . Перепишывая (10) в виде

$$\begin{aligned} a_{n-1/2} - \gamma_{n+1/2} a_{n+1/2} + a_{n+3/2} = 0, \\ \gamma_{n+1/2} = 2 \left[ \left( n + \frac{1}{2} \right)^2 - \Delta^2 \right] / E, \end{aligned}$$

и решая получившуюся бесконечную систему уравнений методом непрерывных дробей, полу-

чаем стандартным образом условие ее разрешимости (ср. [32])

$$\gamma_{1/2} - \frac{1}{\gamma_{3/2} - \frac{1}{\gamma_{5/2} - \dots}} = \pm 1. \quad (11)$$

Ограничиваясь в (11) подходящей дробью самого низкого порядка, имеем  $\gamma_{1/2} \approx \pm 1$ , или  $\Delta^2 - \frac{1}{4} \approx \mp \frac{1}{2} E$ . Параметрическая неустойчивость при сколь угодно малом значении  $|E|$  возникает, когда  $\Delta^2 - \frac{1}{4} \approx 0$ . Отметим, что при  $|E| \ll 1$  величина бесконечной непрерывной дроби в (11) надежно аппроксимируется значением  $\gamma_{1/2}$  и полученное решение является очень хорошим приближением к точному решению задачи.

Критические для неустойчивости значения  $|E|$  получаются при учете (турбулентной) вязкости и теплопроводности. Ограничимся случаем  $R \gg 1$  и решаем задачу приближенным методом, апеллирующим к теории возмущений. На первом этапе пренебрегаем действием диссипативных факторов и вычисляем инкремент роста неустойчивых возмущений в консервативной задаче, исходя из вытекающего из (10) соотношения

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} E a_{n-1/2} + \left\{ \left[ \mu + i \left( n + \frac{1}{2} \right) \right]^2 + \Delta^2 \right\} a_{n+1/2} + \\ + \frac{1}{2} E a_{n+3/2} = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Действуя методом Галеркина и ограничиваясь в первом приближении двумя ненулевыми амплитудами  $a_{-1/2}$  и  $a_{1/2}$ , имеем систему двух уравнений с двумя неизвестными

$$\left[ \left( \mu \pm \frac{1}{2} i \right)^2 + \Delta^2 \right] a_{\pm 1/2} + \frac{1}{2} E a_{\mp 1/2} = 0.$$

Требование равенства нулю определителя этой системы приводит к биквадратному уравнению

$$\mu^4 + \left( 2\Delta^2 + \frac{1}{2} \right) \mu^2 + \left( \Delta^2 - \frac{1}{4} \right)^2 - \frac{1}{4} E^2 = 0,$$

и корень этого уравнения  $\mu = \sqrt{\sqrt{\Delta^2 + \frac{1}{4} E^2} - \left( \Delta^2 + \frac{1}{4} \right)}$   $> 0$  отвечает неустойчи-

вости. Это будет тогда, когда  $\frac{1}{4} E^2 > \left( \Delta^2 - \frac{1}{4} \right)^2$ , что полностью согласуется с анализом на основе метода непрерывных дробей. На втором этапе учитываем малую вязкость и теплопроводность среды. Для неустойчивости невязкий (нетеплопроводный) инкремент неустойчивости должен превосходить

по величине декремент затухания за счет вязкости и теплопроводности, т.е. должно выполняться условие

$$\sqrt{\sqrt{\Delta^2 + \frac{1}{4} E^2} - \left( \Delta^2 + \frac{1}{4} \right)} > R^{-1} (p^2 + q^2). \quad (13)$$

После преобразований в пределе  $R \gg 1$  и когда  $\Delta^2 = \frac{1}{4}$  получается приближенное условие  $\frac{1}{4} E^2 > R^{-2} (p^2 + q^2)^2$ . Более строго уравнение нейтральной кривой устойчивости для диссипативной задачи получено в Приложении.

Рассмотрим два примера. Оба относятся к случаю плотностной стратификации, близкой к нейтральной,  $N^2 \approx 0$ . Это, например, имеет место в пограничном слое над незамерзающими полярными морями при адвекции очень холодных воздушных масс [18] или, напротив, в экваториальной атмосфере при развитой проникающей конвекции. Первый пример — это когда основной поток обладает лишь горизонтальным сдвигом скорости  $-\alpha$ . Тогда в размерных переменных условие неустойчивости приобретает вид

$$|\alpha| > \frac{2\nu (p^2 + q^2)^2}{fq^2} \omega, \quad (14)$$

где  $p$  и  $q$  теперь считаются размерными волновыми числами (что всегда можно сделать в силу произвольности выбора пространственного масштаба  $L$ ). Неравенство (14) надо рассматривать совместно с условием  $\Delta^2 = \frac{1}{4}$ , которое (опять в размерных переменных) приобретает вид

$$\omega = \frac{2f(p\delta + q)}{\sqrt{p^2 + q^2}}, \quad (15)$$

Исключая  $\omega$  из (14) и (15), имеем

$$\begin{aligned} |\alpha| > \frac{4\nu (p^2 + q^2)^{3/2} (p\delta + q)}{q^2} = \\ = 4\nu p^2 \frac{(\eta^2 + 1)^{3/2} (\delta + \eta)}{\eta^2} \equiv 4\nu p^2 F(\eta; \delta). \end{aligned} \quad (16)$$

В этом соотношении отсутствует явная зависимость от параметра Кориолиса  $f$ . Если ввести число Рейнольдса  $Re_\alpha = |\alpha| p^{-2} \nu^{-1}$ , то (16) примет форму критерия Рейнольдса  $Re_\alpha > (Re_\alpha)_{crit} = 4F(\eta; \delta)$ . Функция  $F(\eta; \delta)$  переменной  $\eta = q/p$  имеет минимум, когда  $\eta = \eta_*$  является корнем кубического уравнения  $2\eta^3 + \delta\eta^2 - \eta - 2\delta = 0$ , которое решается численно. Этот минимум указан в табл. 1 для

**Таблица 1.** Значения безразмерной функции  $F(\eta; \delta)$  в точках ее минимума в правой части (16)

$\delta$	0	1/8	1/4	1/2	1	2	4	8	$\infty$
$\eta_*$	0.7071	0.7817	0.8340	0.9077	1	1.1017	1.1991	1.2793	1.4142
$F(\eta_*; \delta)$	2.5981	3.0342	3.4408	4.2086	5.6569	8.4171	13.7633	24.2739	$\infty$

нескольких избранных значений  $\delta$ . Отметим, что для предельных значений  $\delta = 0, \infty$  в точности имеем  $\eta_* = 1/\sqrt{2}, \sqrt{2}$ , соответственно. Данные табл. 1 показывают, что критические для неустойчивости значения горизонтального сдвига скорости монотонно возрастают с ростом  $\delta$ . Они бесконечно велики при  $\delta \rightarrow \infty$  и минимальны при  $\delta \rightarrow 0$ . По определению,  $\delta = \tilde{f} \cos \varphi / f \equiv \operatorname{ctg} \Phi \cos \varphi$ , где  $\Phi$  — географическая широта и угол  $\varphi$  характеризует отклонение основного потока от зонального направления. Поэтому наиболее благоприятные для неустойчивости условия возникают или в высоких широтах, или когда основной поток направлен по меридиану, или когда выполняются оба эти условия. Сложная ситуация возникает на экваторе, где в общем случае неустойчивость невозможна, а в специальном случае меридионально направленного основного потока возникает неопределенность 0/0. Будем формально рассматривать наиболее благоприятный для неустойчивости случай  $\delta \rightarrow 0$ . Минимальное значение горизонтального сдвига скорости, при котором возникает неустойчивость, равно  $|\alpha|_{\min} = 6\sqrt{3} \nu p^2$ . Полагая  $\nu = \kappa = 10 \text{ м}^2 \text{ с}^{-1}$  и  $\lambda_y = 2\pi/p = 3 \times 10^3 \text{ м}$ , что в целом согласуется со структурой облачных улиц над полярными морями [18], получаем, что  $|\alpha|_{\min} \approx 4.6 \times 10^{-5} \text{ с}^{-1}$ . Согласно (5), неустойчивость стационарного течения с таким сдвигом скорости в средних и высоких широтах невозможна. Поэтому эффект нестационарности является принципиальным. Пусть внешняя возбуждающая сила имеет полусуточный период (солнечный полусуточный прилив; лунный полусуточный прилив имеет период в 12 часов 25 мин). Подставляя  $\omega = 2\Omega$  в (15), где  $\Omega$  угловая скорость вращения Земли, и  $q^2 = \frac{1}{2} p^2$ , видим, что (15) в точности выполняется на широте  $\Phi = 60^\circ$ . Необходимо учесть, что если условие  $\Delta^2 = \frac{1}{4}$  выполняется лишь приближенно, то и в этом случае возможна неустойчивость, которая, впрочем, потребует более высоких значений сдвигов скорости для ее реализации. К примеру, когда  $\omega = 2\Omega$ , то на широте  $\Phi = 70^\circ$  будем иметь  $\Delta^2 \approx 0.29$ , т.е. условие  $\Delta^2 = \frac{1}{4}$  с определен-

ной точностью (порядка 16%), но все же выполняется.

Второму примеру отвечает поток с одним лишь вертикальным сдвигом скорости  $-\beta$ . Вместо (16) будем иметь

$$|\beta| > \frac{4\nu(p^2 + q^2)^{3/2}(p\delta + q)}{2pq + p^2\delta} = 4\nu q^2 \frac{(\xi^2 + 1)^{3/2}(\xi\delta + 1)}{2\xi + \xi^2\delta} \equiv 4\nu q^2 F(\xi; \delta). \tag{17}$$

Аналогично (16), если ввести число Рейнольдса  $\operatorname{Re}_\beta = |\beta| q^{-2} \nu^{-1}$ , то (17) примет форму критерия Рейнольдса  $\operatorname{Re}_\beta > (\operatorname{Re}_\beta)_{\text{crit}} = 4F(\xi; \delta)$ . Функция  $F(\xi; \delta)$  переменной  $\xi = p/q$  достигает минимума при значении  $\xi = \xi_*$ , которое является корнем решаемого численно уравнения четвертой степени

$$2\delta^2 \xi^4 + 7\delta \xi^3 + (4 - \delta^2) \xi^2 - 2\delta \xi - 2 = 0, \tag{18}$$

и указано в табл. 2 для нескольких избранных значений  $\delta$ . В асимптотических пределах  $\delta = 0, \infty$  в точности имеем  $\xi_* = 1/\sqrt{2}$  и поэтому соответственно  $F(\xi_*) = \sqrt{27}/4, \sqrt{27}/2$ . Воспользуемся тем, что  $\xi_*$  относительно слабо зависит от  $\delta$  и возьмем в начальном приближении  $\xi_* = 1/\sqrt{2}$ . Поскольку  $\delta = \operatorname{ctg} \Phi \cos \varphi$ , то условие  $\Delta^2 = \frac{1}{4}$ , где  $\xi = \xi_* = 1/\sqrt{2}$ , в случае внешней силы с полусуточным периодом записывается в виде

$$\sin^2 \Phi \frac{(\operatorname{ctg} \Phi \cos \varphi / \sqrt{2} + 1)^2}{3/2} = \frac{1}{4}. \tag{19}$$

Более точно задача решается методом итераций. Сначала из (19) при заданном  $\cos \varphi$  находится значение  $\delta = \operatorname{ctg} \Phi \cos \varphi$ , которое подставляется в (18) и находится новое значение  $\xi_*$ . Это новое значение подставляется в (19) вместо  $1/\sqrt{2}$  и так далее до сходимости. Действуя этим методом и беря  $\varphi = 45^\circ$ , после пяти итераций находим, что  $\Phi \approx 8.72^\circ, \delta \approx 4.61, \xi_* \approx 0.6278$  и  $F(\xi_*; \delta) \approx 2.086$ .

**Таблица 2.** Значения безразмерной функции  $F(\xi; \delta)$  в точках ее минимума в правой части (17)

$\delta$	0	1/8	1/4	1/2	1	2	4	8	$\infty$
$\xi_*$	0.7071	0.6871	0.6722	0.6517	0.6303	0.6180	0.6242	0.6459	0.7071
$F(\xi_*; \delta)$	1.2990	1.3533	1.4021	1.4875	1.6242	1.8164	2.041	2.2476	2.5981

Поэтому условие (17) приобретает вид  $|\beta| > 8.344vq^2$ . Полагая  $q = \pi/H$ , где  $H$  характерный вертикальный масштаб рассматриваемого слоя атмосферы (например, перемешанного слоя атмосферы, ограниченного сверху термической инверсией), который ограничивает вертикальный масштаб возмущений, переписываем условие неустойчивости в виде  $|\beta| > 8.344\pi^2vH^{-2}$ . Полагая  $H = 10^3$  м,  $v = \kappa = 10$  м<sup>2</sup> с<sup>-1</sup>, будем иметь оценку  $|\beta| > 8.2 \times 10^{-4}$  с<sup>-1</sup>. Наблюдаемые вертикальные сдвиги скорости  $|\beta| \sim 10^{-2}$  с<sup>-1</sup> над полярными морями [18] и, например, над тропической Атлантикой [33], где формируется тропические ураганы, удовлетворяют этому условию. Удивительной чертой нашего анализа является то, что по отношению к вынуждающей силе с суточным или полусуточным периодом строго зональные движения с  $\cos \varphi = 1$  являются устойчивыми, т.е. для них невозможно выполнение условия  $\Delta^2 = \frac{1}{4}$ , и неустойчивость появляется лишь для движений, для которых значение  $\cos \varphi$  ниже определенного порога, зависящего от периода внешней силы. В силу того, что используется приближение Буссинеска, данная модель более строго применима к океану, например тропическому. Для тех же значений параметров, что и выше, но беря  $v = \kappa = 10^{-4}$  м<sup>2</sup> с<sup>-1</sup> [34], получаем очень низкий порог неустойчивости  $|\beta| > 8.2 \times 10^{-9}$  с<sup>-1</sup>, который может превышать в реальном океане. Отметим, что запрет на неустойчивость при углах  $\varphi \approx 0^\circ$ , т.е. для периодических во времени (с суточным или полусуточным периодом) океанических течений, близких к зональным, сохраняется и в этом случае. Этот запрет снимается при действии более высокочастотной вынуждающей силы, например, когда  $\omega = 4\Omega$ , т.е. речь идет о четвертьсуточном приливе, ср. [35].

Важность учета отклонения потока от зональности, т.е. учета множителя  $\cos \varphi$  в выражении для “эффективного” второго параметра Кориолиса  $\tilde{f} \cos \varphi$ , демонстрируют и результаты работы [36], где показано, что отказ от традиционного приближения не влияет на расчеты симметричной устойчивости кросс-экваториального, меридионально направленного течения в Атлантическом океане, поскольку  $\tilde{f} \cos \varphi = 0$  в этом случае.

Кратко обсудим вопрос об относительной важности (а) учета приливных модуляций и (б) отказа от традиционного приближения в задаче об устойчивости течения с вертикальным сдвигом скорости. В консервативной задаче, при точном выполнении условия параметрического резонанса  $\Delta^2 = \frac{1}{4}$  (см. выше), такое модулированное во времени течение является абсолютно неустойчивым, т.е. не существует ненулевого порогового для неустойчивости значения вертикального сдвига скорости  $|\beta|$ , в том числе в присутствии устойчивой плотностной стратификации. Последнее означает, что критическое для неустойчивости значение числа Ричардсона  $Ri = N^2 / (\partial \bar{u} / \partial z)^2 \equiv N^2 / |\beta|^2$  равно бесконечности. Однако, такое пороговое значение  $|\beta|$  существует для стационарного течения и при условии, что  $\partial \bar{u} / \partial z = |\beta| > 0$ , оно определяется из уравнения  $|\beta|^2 + \delta f |\beta| = N^2$ . Таким образом, отказ от традиционного приближения ведет к дестабилизации течения, понижая порог неустойчивости по сравнению с пороговым значением  $|\beta|^2 = N^2$  при  $\delta = 0$ , т.е. повышая критическое значение числа Ричардсона по сравнению с  $Ri = 1$ . Выводы, касающиеся влияния отказа от традиционного приближения на устойчивость стационарного потока с вертикальным сдвигом скорости, остаются справедливыми и при учете малой диссипации. В случае модулированного во времени основного потока малая диссипация определяет ненулевой порог неустойчивости. Соответствующее условие при числе Прандтля, равном единице, принимает форму критерия Рейнольдса, в котором критическое число Рейнольдса зависит от параметра  $\delta$ , ср. (17).

Определенным ограничением теории является то, что фактически не весь основной поток, а лишь его часть может испытывать периодические осцилляции. Учет этого обстоятельства ведет к усложнению теории, но не принципиальному. В этом случае необходимо в формулах (7) произвести замену  $-\alpha \cos \omega t = -\alpha_0 - \alpha_1 \cos \omega t$ ,  $-\beta \cos \omega t = -\beta_0 - \beta_1 \cos \omega t$  и  $\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_1$ ,  $\tilde{\varepsilon} = \tilde{\varepsilon}_0 + \tilde{\varepsilon}_1$ , где  $\varepsilon_0 = \alpha_0 / f$ ,  $\varepsilon_1 = \alpha_1 / f$ ,  $\tilde{\varepsilon}_0 = \beta_0 / f$ ,  $\tilde{\varepsilon}_1 = \beta_1 / f$ , а также переопределить

$$\Delta^2 = \frac{A(p\delta + q)^2 + Bp^2 + A(\varepsilon_0 q^2 - 2\tilde{\varepsilon}_0 pq - \tilde{\varepsilon}_0 \delta p^2)}{p^2 + q^2},$$

$$E = A \frac{\varepsilon_1 q^2 - 2\tilde{\varepsilon}_1 pq - \tilde{\varepsilon}_1 \delta p^2}{p^2 + q^2},$$

ср. (9б), но на детальном анализе этого случая и возникающих здесь вариантов мы останавливаться не будем.

Скажем несколько слов относительно ситуации, когда  $B \gg A$ , именно  $A/B = f^2/N^2 \sim 10^{-4}$ , и при этом  $\delta \sim 1$ . Теперь  $A(p\delta + q)^2 + Bp^2 \approx Bp^2$  в (9б), если только  $p^2/q^2 \gg A/B$ , например  $p/q \sim 10^{-1}$ , и комбинируя условие (14) и  $\Delta^2 = \frac{1}{4}$  (в заданном приближении), получаем критерий неустойчивости потока с горизонтальным сдвигом скорости в виде  $|\alpha| > 4v(N/f)pq$ , что для рассматриваемых атмосферных условий задает высокий порог неустойчивости, превышающий тот, что для инерционной неустойчивости стационарного потока, см. (5). Схожие сложности будут и в случае потока с вертикальным сдвигом скорости, когда при  $\delta \sim 1$  и указанных выше условиях критерий неустойчивости приобретает вид  $|\beta| > 2v(N/f)q^2$  и для значений параметров из второго примера в этом разделе (см. выше) дает критическое значение вертикального сдвига скорости  $|\beta|_{crit} \approx 2 \times 10^{-2} \text{ с}^{-1}$ , которое не всегда может быть превзойдено. Дополнительное ограничение связано с тем, что для выполнения условия параметрического резонанса  $\Delta^2 = \frac{1}{4}$  требуется высокая частота  $\omega \approx 2 \times 10^{-3} \text{ с}^{-1}$  внешней силы.

В заключение данного раздела укажем, что в рассматриваемой задаче имеется интересное приложение к относительно небольшим по размерам циклонам, которые наблюдаются в высоких широтах [37, 38]. На достаточно большом расстоянии  $\mathcal{R}$  от центра циклона можно в первом приближении пренебречь кривизной линий тока и рассматривать движение в локальной правосторонней декартовой системе координат (ср. [14, 39]), где ось  $x$  направлена по азимуту, ось  $y$  к центру вихря и ось  $z$  вверх. Движение воздуха по кругу радиуса  $\mathcal{R}$  будут приводить к изменению угла  $\varphi$  (см. рис. 1) с угловой частотой  $\omega = U/\mathcal{R}$ , где  $U$  — средняя азимутальная скорость в вихре на радиусе  $\mathcal{R}$ . Ниже рассматривается простейшая постановка задачи, когда имеется только радиальный линейный сдвиг скорости, а вертикальный сдвиг скорости и эффект плавучести полагаются равными нулю, равно как и диссипативные факторы. Теперь основная безразмерная система уравне-

ний для возмущений в обозначениях данного раздела приобретает вид

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \Psi - \delta_0 \cos t \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial z} = 0,$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \delta_0 A \cos t \frac{\partial \Psi}{\partial y} + (1 + \varepsilon) A \frac{\partial \Psi}{\partial z} = 0, \quad (20)$$

где  $\delta_0 = \tilde{f}/f$  и  $A = f^2/\omega^2 = f^2 \mathcal{R}^2/U^2$ . Заметим, что переход к геострофическому моменту в (20) не имеет смысла. Энергия основного потока считается настолько большой, что он не меняется в результате роста возмущений. Ищем решение (20) в виде (см. также выше)

$$\begin{pmatrix} \Psi \\ u \end{pmatrix} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \begin{pmatrix} a_{n+1/2} \\ b_{n+1/2} \end{pmatrix} \exp \left\{ i \left[ \left( n + \frac{1}{2} \right) t + py + qz \right] + \mu t \right\},$$

и подставляя в (20) приходим к системе уравнений

$$\begin{aligned} \left[ \mu + i \left( n + \frac{1}{2} \right) \right] (p^2 + q^2) a_{n+1/2} + i q b_{n+1/2} + \\ + \frac{1}{2} i p \delta_0 (b_{n-1/2} + b_{n+3/2}) = 0, \\ \left[ \mu + i \left( n + \frac{1}{2} \right) \right] b_{n+1/2} + i A q (1 + \varepsilon) a_{n+1/2} + \\ + \frac{1}{2} i p A \delta_0 (a_{n-1/2} + a_{n+3/2}) = 0. \end{aligned}$$

В первом приближении ограничиваясь ненулевыми амплитудами  $a_{\pm 1/2}$  и  $b_{\pm 1/2}$ , имеем систему четырех уравнений с четырьмя неизвестными

$$\begin{aligned} \left( \mu \pm \frac{1}{2} i \right) (p^2 + q^2) a_{\pm 1/2} + i q b_{\pm 1/2} + \frac{1}{2} i p \delta_0 b_{\mp 1/2} = 0, \\ \left( \mu \pm \frac{1}{2} i \right) b_{\pm 1/2} + i q A (1 + \varepsilon) a_{\pm 1/2} + \frac{1}{2} i p A \delta_0 a_{\mp 1/2} = 0. \end{aligned}$$

Требование равенства нулю определителя этой системы приводит к биквадратному уравнению, которое записываем в символическом виде  $\mu^4 + p_2 \mu^2 + p_4 = 0$ , где  $p_2 > 0$ . Поэтому неустойчивость реализуется, когда  $p_4 < 0$ , где

$$\begin{aligned} p_4 = \frac{1}{16} \left[ 4Aq^2 - p^2 - q^2 - p^2 \delta_0^2 A + 4Aq\varepsilon \left( q + \frac{1}{2} p \delta_0 \right) \right] \times \\ \times \left[ 4Aq^2 - p^2 - q^2 - p^2 \delta_0^2 A + 4Aq\varepsilon \left( q - \frac{1}{2} p \delta_0 \right) \right]. \end{aligned}$$

Рассмотрим случай, когда  $q = \frac{1}{2} p \delta_0$ . Здесь неустойчивость реализуется при

$$\varepsilon > \varepsilon_{crit} = \frac{p^2 + q^2}{8Aq^2} = \frac{1}{2} \text{Ro}_*^2 \frac{1 + \frac{1}{4} \delta_0^2}{\delta_0^2},$$

где  $\text{Ro}_* = U/(f\mathcal{R})$  — число Россби в вихре. На широте  $\Phi = 65^\circ$  при  $\mathcal{R} = 3 \times 10^5 \text{ м}$  и  $U = 15 \text{ м с}^{-1}$

(ср. [36, 37]), когда  $Ro_* \approx 0.38$  и условие нашего анализа,  $fU \gg U^2/\mathcal{R}$ , хотя и приближенно, но выполняется, имеем  $\delta_0 = \text{ctg}\Phi \approx 0.466$ . Следовательно,  $\varepsilon_{\text{crit}} \approx 0.35$ , в то время как стационарный вихрь с таким циклоническим сдвигом скорости инерционно устойчив. Проведенный анализ идеалистичен в том отношении, что время оборота вихря вокруг своей оси  $T = 2\pi\mathcal{R}/U = 4\pi \times 10^4 \text{ с} \approx 1.5 \text{ сут}$  лишь в два раза меньше типичной продолжительности жизни циклонов в 3 суток и в большей мере оправдан для долгоживущих вихрей, которые составляют относительно небольшую долю всех циклонов [37].

#### 4. ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

В данной работе рассмотрен круг задач, касающихся симметричной (инерционной) неустойчивости модельных атмосферных и океанических течений. Эта неустойчивость носит параметрический характер, т.е. обусловлена модулирующей основной поток периодической во времени внешней силой, которая вступает в резонанс с инерционно-гравитационными волнами (ИГВ), генерируемыми основным потоком в результате потери его устойчивости. Это накладывает важные ограничения на период внешней силы и на географическую локализацию теряющего устойчивость потока. В статье сделана попытка учесть многообразие факторов, влияющих на исследуемую параметрическую симметричную неустойчивость. Это включает точный учет силы Кориолиса (отказ от “традиционного” приближения) и учет отклонения основного потока от зонального направления. Хотя развитый в работе подход позволяет в принципе учесть одновременно горизонтальный и вертикальный сдвиги скорости основного потока, их учет в приведенных в статье модельных примерах для простоты и наглядности производился по-отдельности. Аналогичным образом, учет турбулентной вязкости и температуропроводности среды производился приближенным способом и притом в предположении равенства единице турбулентного числа Прандтля, что является хорошим приближением для геофизических сред. Однако в Приложении показано, что наглядный приближенный анализ неустойчивости в основном тексте статьи совпадает с тем, что дает более строгий анализ. Там же рассмотрены два предельных случая малых и больших чисел Прандтля, допускающие приближенный анализ.

Несмотря на ряд сделанных приближений, проведенный в статье анализ свидетельствует, на наш взгляд, о том, что параметрическая симметричная (инерционная) неустойчивость возможна в реальной атмосфере и океане в достаточно широком диапазоне изменений параметров этих геофизиче-

ских сред. При этом важно, что эта неустойчивость реализуется тогда, когда соответствующие стационарные движения гидродинамически устойчивы, и тем самым она вносит вклад в генерацию волн и последующей турбулентности в атмосфере и океане.

Проведенные в данной работе исследования инерционной устойчивости периодических по времени потоков имеют приложения к лабораторным экспериментам с вращающимися кольцевыми сосудами при наличии «долготной» либрации, т.е. периодического по времени изменения угловой скорости вращения боковой стенки вращающегося сосуда с жидкостью [26]. В случае узкого зазора между цилиндрическими боковыми стенками и низкочастотной либрации речь может идти об инерционной устойчивости периодического по времени течения Куэтта с линейным по радиусу профилем скорости (ср. [40]), т.е. о задаче, которая рассмотрена в данной работе для бесконечной области (или же для канала с периодически граничными условиями).

Работа поддержана грантом Российского научного фонда (проект № 22-27-00039). Автор благодарен М.В. Калашнику, В.Н. Крупчатникову и двум анонимным рецензентам за полезные замечания, способствовавшие улучшению статьи.

#### ПРИЛОЖЕНИЕ

В общем случае при  $Pr \neq 1$  путем исключения из системы уравнений (8) переменных  $b$  и  $m$  приходим к уравнению

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_S \mathcal{L}_R \mathcal{L}_R \nabla^2 \psi + \mathcal{L}_S \delta A (\delta - \tilde{\varepsilon} \cos t) \psi_{yy} + \\ + \mathcal{L}_S A [2\delta + (\varepsilon\delta - \tilde{\varepsilon}) \cos t] \psi_{yz} + \\ + \mathcal{L}_S A (1 + \varepsilon \cos t) \psi_{zz} - \\ - \mathcal{L}_R A (\varepsilon\delta + \tilde{\varepsilon}) \cos t \psi_{yz} + \mathcal{L}_R B \psi_{yy} = 0, \end{aligned} \quad (\text{П.1})$$

где введены краткие обозначения для вторых производных от  $\psi$  по пространственным переменным и для операторов  $\mathcal{L}_R = \partial/\partial t - R^{-1}\nabla^2$  и  $\mathcal{L}_S = \partial/\partial t - S^{-1}\nabla^2$ . Ищем решение (П.1) в виде

$$\psi = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{n+1/2} \exp\{i[(n+1/2)t + py + qz] + \mu t\},$$

получаем трехточечное рекуррентное соотношение, обобщающее (10)

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} E_{n+1/2} a_{n-1/2} + \left[ \Delta_{n+1/2}^S \Delta_{n+1/2}^R \Delta_{n+1/2}^R (p^2 + q^2) + \right. \\ \left. + \Delta_{n+1/2}^S A (p\delta + q)^2 + \Delta_{n+1/2}^R B p^2 \right] a_{n+1/2} + \\ + \frac{1}{2} E_{n+1/2} a_{n+3/2} = 0, \end{aligned}$$

$$\Delta_{n+1/2}^R = \mu + i\left(n + \frac{1}{2}\right) + R^{-1}(p^2 + q^2),$$

$$\Delta_{n+1/2}^S = \mu + i\left(n + \frac{1}{2}\right) + S^{-1}(p^2 + q^2),$$

$$E_{n+1/2} = \Delta_{n+1/2}^S A(p\delta + q)(q\varepsilon - p\tilde{\varepsilon}) - \Delta_{n+1/2}^R Apq(\varepsilon\delta + \tilde{\varepsilon}).$$

Ограничиваясь двумя ненулевыми компонентами  $a_{\pm 1/2}$  и введя обозначения

$$\Delta_{\pm}^R = \mu \pm \frac{1}{2}i + R^{-1}(p^2 + q^2),$$

$$\Delta_{\pm}^S = \mu \pm \frac{1}{2}i + S^{-1}(p^2 + q^2),$$

$$E_{\pm} = \Delta_{\pm}^S A(p\delta + q)(q\varepsilon - p\tilde{\varepsilon}) - \Delta_{\pm}^R Apq(\varepsilon\delta + \tilde{\varepsilon}),$$

приходим к однородной системе двух уравнений с двумя неизвестными, которую записываем в сокращенном виде

$$\left[ \Delta_{\pm}^S \Delta_{\pm}^R \Delta_{\pm}^R (p^2 + q^2) + \Delta_{\pm}^S A(p\delta + q)^2 + \Delta_{\pm}^R Bp^2 \right] a_{\pm} + \frac{1}{2} E_{\pm} a_{\mp} = 0. \quad (\text{П.2})$$

В общем случае анализ устойчивости сводится к исследованию уравнения шестой степени, как это следует из условия равенства нулю детерминанта системы (П.2). Этот анализ существенно упрощается в трех частных случаях.

Во-первых, это разобранный в основном тексте случай  $\text{Pr} = 1$ , когда  $\Delta_{\pm}^S = \Delta_{\pm}^R$  и «сокращая» на  $\Delta_{\pm}^R$  приходим к системе уравнений

$$\left( \Delta_{\pm}^R \Delta_{\pm}^R + \Delta^2 \right) a_{\pm} + \frac{1}{2} E a_{\mp} = 0, \quad (\text{П.3})$$

в обозначениях принятых в основном тексте, см. (9б). Анализ устойчивости сводится к исследованию полного уравнения четвертой степени  $\mu^4 + p_1\mu^3 + p_2\mu^2 + p_3\mu + p_4 = 0$ , где  $p_1 > 0$ ,  $p_2 > 0$ ,  $p_3 > 0$ , как это следует из условия равенства нулю детерминанта системы (П.3). Поэтому согласно критерию Льенара–Шипара условие  $p_4 < 0$  является достаточным условием неустойчивости и кривая нейтральной устойчивости дается уравнением

$$\frac{1}{4} E^2 = \left( \Delta^2 - \frac{1}{4} \right)^2 + R^{-2} \left( 2\Delta^2 + \frac{1}{2} \right) (p^2 + q^2)^2 + R^{-4} (p^2 + q^2)^4.$$

При  $\Delta^2 = \frac{1}{4}$  получается уравнение, которое при  $R \gg 1$  совпадает с формулами, приведенными в основном тексте.

Во-вторых, это случай  $\text{Pr} \ll 1$ , как это имеет место в атмосфере звезд [41], а также представляет интерес для земной атмосферы [12], если высокие значения коэффициента температуропроводности моделируют эффект радиационного выравнивания температуры, что особенно оправданно в рассматриваемой малокомпонентной постановке задачи. Физически это означает, что вклад возмущений поля плавучести  $b'$  в (ба) становится исчезающе малым. Тогда рассматривая в (П.2) предел  $S \rightarrow 0$  и удерживая члены главного порядка по  $S^{-1}$  приходим к системе уравнений

$$\left( \Delta_{\pm}^R \Delta_{\pm}^R + \tilde{\Delta}^2 \right) a_{\pm} + \frac{1}{2} \tilde{E} a_{\mp} = 0, \\ \tilde{\Delta}^2 = \frac{A(p\delta + q)^2}{p^2 + q^2}, \quad \tilde{E} = A \frac{(p\delta + q)(q\varepsilon - p\tilde{\varepsilon})}{p^2 + q^2}.$$

Вновь уравнение кривой нейтральной устойчивости имеет вид

$$\frac{1}{4} \tilde{E}^2 = \left( \tilde{\Delta}^2 - \frac{1}{4} \right)^2 + R^{-2} \left( 2\tilde{\Delta}^2 + \frac{1}{2} \right) (p^2 + q^2)^2 + R^{-4} (p^2 + q^2)^4,$$

и при  $\tilde{\Delta}^2 = \frac{1}{4}$  сводится к  $\frac{1}{4} \tilde{E}^2 = R^{-2} (p^2 + q^2)^2 + R^{-4} (p^2 + q^2)^4$ . Здесь число Рейнольдса не является обязательно большим.

В третьих, это случай  $\text{Pr} \gg 1$ , который может иметь отношение к динамике океана, а также к лабораторному эксперименту, поскольку коэффициент молекулярной вязкости воды в 700 раз превосходит коэффициент диффузии соли; при этом плавучесть  $b$  определяется концентрацией соли и  $\text{Pr}$  имеет смысл числа Шмидта. Удерживая в (П.2) члены главного порядка по  $R^{-1}$ , приходим к упрощенной системе уравнений

$$\left( \Delta_{\pm}^S \Delta_{\pm}^R + \hat{\Delta}^2 \right) a_{\pm} + \frac{1}{2} \hat{E} a_{\mp} = 0, \quad \hat{\Delta}^2 = \frac{Bp^2}{p^2 + q^2}, \\ \hat{E} = A \frac{pq(\varepsilon\delta + \tilde{\varepsilon})}{p^2 + q^2}.$$

Физически это означает, что вклад возмущений геострофического момента  $m'$  в (ба) исчезающе мал. Здесь уравнение кривой нейтральной устойчивости имеет вид

$$\frac{1}{4} \hat{E}^2 = \left( \hat{\Delta}^2 - \frac{1}{4} \right)^2 + \left( 2\hat{\Delta}^2 R^{-1} S^{-1} + \frac{1}{4} R^{-2} + \frac{1}{4} S^{-2} \right) \times \\ \times (p^2 + q^2)^2 + R^{-2} S^{-2} (p^2 + q^2)^4,$$

и при  $\hat{\Delta}^2 = \frac{1}{4}$  и  $\text{Pr} \gg 1$  ( $S \gg R$ ) сводится приближенно к  $\hat{E}^2 \approx R^{-2}(p^2 + q^2)^2$ .

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Rayleigh L.* On the dynamics of revolving fluids // Proc. R. Soc. 1917. V. A 93. P. 148–154.
2. *Solberg H.* Le mouvement d'inertie de L'atmosphère stable et son rôle dans la théorie des cyclones // Memoir presented to the Meteor. Assoc. U.G.G.I., Lisbon, Dupont Press. 1933. P. 66–82.
3. *Emanuel K.A.* Inertial instability and mesoscale convective systems. Part I: Linear theory of inertial instability in rotating viscous fluids // J. Atmos. Sci. 1979. V. 36. P. 2425–2449.
4. Динамическая метеорология. Ч. II. / Под ред. Извекова Б.И., Кочина Н.Е. Л.-М.: Гидрометеоиздат, 1937. 280 с.
5. *Rapp M., Dörnbrack A., Preusse P.* Large midlatitude stratospheric temperature variability caused by inertial instability: a potential source of bias for gravity wave climatologies // Geophys. Res. Lett. 2018. V. 45. P. 10682–10690.
6. *Harvey V.L., Knox J.A.* Beware of inertial instability masquerading as gravity waves in stratospheric temperature perturbations // Geophys. Res. Lett. 2019. V. 46. P. 1740–1745.
7. *Пальмен Э., Ньютон Ч.* Циркуляционные системы атмосферы. Л.: Гидрометеоиздат, 1973. 616 с.
8. *Шакина Н.П.* Гидродинамическая неустойчивость в атмосфере. Л.: Гидрометеоиздат, 1990. 309 с.
9. *Houghton D.D., Young J.A.* A note on inertial instability // Tellus. 1970. V. 22. № 5. P. 581–583.
10. *Bennetts D.A., Hoskins B.J.* Conditional symmetric instability - a possible explanation for frontal rainbands // Quart. J. Roy. Meteor. Soc. 1979. V. 105. P. 945–962.
11. *Molinari J., Vollaro D.* Symmetric instability in the outflow layer of a major hurricane // J. Atmos. Sci. 2014. V. 71. P. 3739–3746.
12. *Dunkerton T.J.* On the inertial stability of the equatorial middle atmosphere // J. Atmos. Sci. 1981. V. 38. P. 2354–2364.
13. *Thomas L.N., Taylor J.R., Ferrari R., Joyce T.M.* Symmetric instability in the Gulf Stream // Deep-Sea Res. II. 2013. V. 91. P. 96–110.
14. *Buckingham C.E., Gula J., Carton X.* The role of curvature in modifying frontal instabilities. Part I: Review of theory and presentation of a nondimensional instability criterion // J. Phys. Oceanogr. 2021. V. 51. P. 314.
15. *Eady E.T.* Long waves and cyclone waves // Tellus. 1949. V. 1. № 3. P. 33–52.
16. *Stone P.H.* On non-geostrophic baroclinic stability // J. Atmos. Sci. 1966. V. 23. № 4. P. 390–400.
17. *Stone P.H.* On non-geostrophic baroclinic stability: part II // J. Atmos. Sci. 1970. V. 27. № 5. P. 721–726.
18. *Weber J.E.* Symmetric instability of stratified geostrophic flow // Tellus. 1980. V. 32. № 2. P. 176–185.
19. *Trier S.B., Sharman R.D.* Mechanisms influencing cirrus banding and aviation turbulence near convectively enhanced upper-level jet stream // Mon. Wea. Rev. 2016. V. 144. P. 3003–3027.
20. *Iano T., Maruyama K.* Symmetric stability of zonal flow under full-component Coriolis force-effect of the horizontal component of the planetary vorticity // J. Meteorol. Soc. Japan. 2009. V. 87. № 4. P. 747–753.
21. *Tort M., Ribstein B., Zeitlin V.* Symmetric and asymmetric inertial instability of zonal jets on the f-plane with complete Coriolis force // J. Fluid Mech. 2016. V. 788. P. 274–302.
22. *Zeitlin V.* Symmetric instability drastically changes upon inclusion of the full Coriolis force // Phys. Fluids. 2018. V. 30. P. 061701.
23. *Wienkers A.F., Thomas L.N., Taylor J.R.* The influence of front strength on the development and equilibration of symmetric instability. Part 1. Growth and saturation // J. Fluid Mech. 2021. V. 926. P. A6-1–A6-25.
24. *O'Neill M.E., Kaspi Y.* Slantwise convection on fluid planets // Geophys. Res. Lett. 2016. V. 43. P. 10611–10620.
25. *Noir J., Hemmerlin F., Wicht J., Baca S.M., Aurnou J.M.* An experimental and numerical study of librational flow in planetary cores and subsurface oceans // Phys. Earth Planet. Int. 2009. V. 173. P. 141–152.
26. *Ghasemi A.V., Klein M., Harlander U., Kurgansky M.V., Schaller E., Will A.* Mean flow generation by Görtler vortices in a rotating annulus with librating side walls // Phys. Fluids. 2016. V. 28. P. 056603.
27. *Manfroi A., Young W.* Slow evolution of zonal jets on the beta plane // J. Atmos. Sci. 1999. V. 56. P. 784–800.
28. *Джеффрис Г., Свирлс Б.* Методы математической физики. Вып. 3. М.: Мир, 1970. 344 с.
29. *van Haren H.* Slow persistent mixing in the abyss // Ocean Dyn. 2020. V. 70. P. 339–352.
30. Океанология. Физика океана. Т. 2. Гидродинамика океана / Отв. ред. Каменкович В.М., Монин А.С. М.: Наука, 1978. 455 с.
31. *Chandrasekhar S.* Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability. Dover Publications, 1981. 654 pp.
32. *Kurgansky M.V.* Inertial instability of the Kolmogorov flow in a rotating stratified fluid // Fluid Dyn. Res. 2021. V. 53. P. 035502 (30pp).
33. *Ayyer A.R., Thorncroft C.* Climatology of vertical wind shear over the tropical Atlantic // J. Clim. 2006. V. 19. P. 2969–2983.
34. *Large W.G., Danabasoglu G., McWilliams J.C., Gent P.R., Bryan F.O.* Equatorial circulation of a global ocean climate model with anisotropic horizontal viscosity // J. Phys. Oceanogr. 2001. V. 31. P. 518–536.
35. *Pairaud I.L., Lyard F., Auclair F., Letellier T., Marsaleix P.* Dynamics of the semi-diurnal and quarter-diurnal internal tides in the Bay of Biscay. Part 1: Barotropic tides // Continental Shelf Research. 2008. V. 28. P. 1294–1315.
36. *Goldsworth F.W., Marshall D.P., Johnson H.L.* Symmetric instability in cross-equatorial western boundary currents // J. Phys. Oceanogr. 2021. V. 51. P. 2049–2067.

37. Интенсивные атмосферные вихри и их динамика / Под ред. Мохова И.И., Курганского М.В., Чхетиани О.Г. М.: ГЕОС, 2018. 482 с.
38. Akperov M., Rinke A., Mokhov I.I., Matthes H., Semenov V.A., Adakudlu M., Cassano J., Christensen J.H., Dembitskaya M.A., Dethloff K., Fettweis X., Glisan J., Gutjahr O., Heinemann G., Koenigk T., Koldunov N.V., Laprise R., Mottram R., Nikiéma O., Scinocca J.F., Sein D., Sobolowski S., Winger K., Zhang W. Cyclone activity in the Arctic from an ensemble of regional climate models (Arctic CORDEX) // *J. Geophys. Res.: Atmospheres*. 2018. V. 123. P. 2537–2554.
39. McIntyre M.E. Diffusive destabilisation of the baroclinic circular vortex // *Geophys. Fluid Dyn.* 1970. V. 1. P. 19–57.
40. Kurgansky M.V., Seelig T., Klein M., Will A., Harlander U. Mean flow generation due to longitudinal librations of sidewalls of a rotating annulus // *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.* 2020. V. 114. № 6. P. 742–762.
41. Park J., Prat V., Mathis S. Horizontal shear instabilities in rotating stellar radiation zones I. Inflectional and inertial instabilities and the effects of thermal diffusion // *A&A (Astronomy & Astrophysics)*. 2020. V. 635. P. A133.

## On the Theory of Symmetric Instability of Time-Periodic Flows with Complete Account for the Coriolis Force

M. V. Kurgansky\*

<sup>1</sup> A.M. Obukhov Institute of Atmospheric Physics RAS, Pyzhevsky 3, Moscow, 119017 Russia

\*e-mail: kurgansk@ifaran.ru

The symmetric (inertial) parametric instability of time-periodic flows with a linear velocity profile is investigated, with complete account for the Coriolis force in the problem. The possibility of instability is shown at velocity shears smaller than those indicated by the criterion of inertial stability of a stationary flow of the same velocity amplitude. The most significant results are obtained in the limit of weak density stratification of the medium, which is characteristic of well-mixed vertically convective layers of the atmosphere, in the deep layers of the ocean, and can also be directly related to a laboratory experiment.

**Keywords:** symmetric instability, inertial instability, Coriolis force, time-periodic flows, parametric resonance

УДК 532.529: 544.77: 551.515.3

## О ДИНАМИКЕ КОНЦЕНТРАЦИИ ТЯЖЕЛЫХ ЧАСТИЦ В ИНТЕНСИВНЫХ ВИХРЕВЫХ ТЕЧЕНИЯХ

© 2022 г. Л. Х. Ингель<sup>a, b, \*</sup><sup>a</sup> ФГБУ “НПО “Тайфун”, ул. Победы, 4, Обнинск, 249038 Россия<sup>b</sup> Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН, Пыжевский пер., 3, Москва, 119017 Россия

\*e-mail: lev.ingel@gmail.com

Поступила в редакцию 01.03.2022 г.

После доработки 21.03.2022 г.

Принята к публикации 11.04.2022 г.

Аналитически исследованы задачи динамики концентрации инерционных частиц в интенсивных вихрях для ряда предельных случаев. В отличие от предшествующих работ, учтен нелинейный характер гидродинамического сопротивления – зависимость коэффициента сопротивления от модуля скорости движения частицы относительно среды. Разные составляющие сопротивления частицы взаимодействуют между собой, поскольку число Рейнольдса и коэффициент сопротивления зависят от каждой из составляющих. Рассмотренная модель применима до значений чисел Рейнольдса для частиц порядка  $10^3$ . Найденные аналитические решения демонстрируют существенную роль нелинейных эффектов, поскольку эффективные коэффициенты сопротивления отличаются от исследованного ранее случая “стоксовых” частиц, по меньшей мере, в десятки раз.

**Ключевые слова:** интенсивные вихри, массивные частицы, перенос, концентрация, аналитическая модель, нелинейное гидродинамическое сопротивление, смерчи, “пыльные дьяволы”

**DOI:** 10.31857/S0002351522040058

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Динамике инерционных частиц в интенсивных атмосферных вихрях (торнадо, водяные смерчи, “пыльные дьяволы”) посвящено довольно много исследований (см., в частности, [1–9] и библиографию в этих публикациях). Это связано с рядом возможных приложений.

В работе [4] обращается внимание на то, что доплеровские радары фактически регистрируют не движение воздуха, а движение тяжелых частиц, которое, вообще говоря, отличается от движений воздуха. Поэтому приобретает значение вопрос о движении инерционных частиц в смерче в условиях сильного “центрифугирования”. Движение частиц и их пространственное распределение несут много информации и в оптическом диапазоне. Предполагается также, что наличие некоторого количества тяжелых частиц в смерче может заметно влиять на его динамику [8, 9]. Согласно опубликованным оценкам, масса поднятой и переносимой торнадо тяжелой примеси в некоторых случаях может достигать и превышать  $10^7$  кг. Наличие в воздухе тяжелых частиц/предметов – фактор, усиливающий вет-

ровой напор на сооружения и другие опасности, связанные со смерчами [6].

Ввиду сложности подобных задач, они обычно исследуются численными методами. В [1, 2] получены содержательные аналитические результаты. Но эти работы ограничиваются рассмотрением динамики концентрации “стоксовых” частиц – случаем малых чисел Рейнольдса, когда коэффициент сопротивления практически не зависит от скорости частицы относительно среды. В последнее время опубликованы результаты, относящиеся к законам движения частиц при гораздо больших числах Рейнольдса – до порядка  $10^3$ , когда законы сопротивления существенно нелинейны [7]. Но эти результаты относятся к динамике отдельной частицы. Представляет интерес вопрос, как учтенная таким образом нелинейность динамики частиц может отразиться на их распределении в вихре. Некоторые простейшие аналитические модели динамики концентрации “стоксовых” частиц были исследованы в [2]. Настоящая работа посвящена обобщению результатов упомянутой работы с учетом нелинейности гидродинамического сопротивления.

2. ДВИЖЕНИЕ ЧАСТИЦЫ  
В ИНТЕНСИВНОМ ВИХРЕ  
ПРИ НЕЛИНЕЙНОМ ЗАКОНЕ  
СОПРОТИВЛЕНИЯ

Рассматривается движение частиц в осесимметричном вертикально-однородном вихре. Три проекции уравнения вязкого движения частицы в покоящейся цилиндрической системе координат можно записать в виде [7]:

$$\frac{du}{dt} = \frac{v^2}{r} - cu, \tag{1}$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{uv}{r} - c[v - V(r)], \tag{2}$$

$$\frac{dw}{dt} = -g - cw. \tag{3}$$

Здесь  $t$  – время,  $g$  – ускорение свободного падения;  $u, v, w$  – радиальная, тангенциальная и вертикальная составляющие скорости частицы (вертикальная ось  $z$  направлена против силы тяжести);  $c$  – коэффициент сопротивления; расстояние  $r$  от оси можно рассматривать как лагранжеву радиальную координату частицы:

$$u = \frac{dr}{dt}. \tag{4}$$

Распределение тангенциальной скорости в вихре  $V(r)$ , считается заданным (для определенности ограничиваемся случаями, когда  $V$  и  $v$  не отрицательны).

Смысл данной системы уравнений достаточно очевиден: горизонтальное ускорение частицы определяется алгебраической суммой сил инерции (использована стандартная форма записи ускорений в цилиндрических координатах) и силы вязкого трения. Последняя, в свою очередь, в рассматриваемом приближении определяется значением коэффициента сопротивления и скоростью частицы относительно воздуха.

В начальный момент  $t = 0$  предполагается заданным значение радиальной координаты частицы  $r_0$ . Следует пояснить, что в [7] рассматриваются относительно небольшие частицы, которые довольно быстро адаптируются к движению окружающей среды (время вязкой релаксации много меньше времени оборота вихря). Локальные ускорения, по крайней мере, в двух из трех уравнений малы по сравнению с силами сопротивления, тяжести и центробежной силой, и порядок системы уравнений фактически понижается. Это согласуется с численными расчетами [4], где констатируется слабая зависимость скорости даже весьма массивных частиц от начальных условий. Поэто-

му ряд общих закономерностей удается установить без уточнения других начальных условий.

Коэффициент сопротивления  $c$  существенно зависит от скорости частицы относительно среды (кроме случая достаточно малых “стоксовых” частиц), что вносит в задачу дополнительную нелинейность. Для широкого диапазона чисел Рейнольдса обычно предполагается линейная зависимость этого коэффициента от абсолютной величины скорости частицы относительно среды  $|\mathbf{v}|$  [4, 7]:

$$c = |\mathbf{v}|/l, \tag{5}$$

где  $l$  – некоторый пространственный масштаб. Последний можно оценить, например, если известна скорость стационарного оседания рассматриваемой частицы в покоящейся среде. В этом случае, очевидно, имеет место соотношение

$$-w|\mathbf{w}|/l = g,$$

Отсюда масштаб  $l$  можно выразить через абсолютную величину скорости оседания  $W$ :

$$l = W^2/g. \tag{6}$$

Если считать скорость оседания рассматриваемой частицы в покоящейся среде  $W$  известной (скоростям оседания посвящены обширные экспериментальные и теоретические исследования), то задача о движении частицы является замкнутой без использования дополнительных гипотез о гидродинамическом сопротивлении. Такой подход к изучению движения частиц был предложен в [4]; он представляется удачным и будет использован ниже.

В [7] получено приближенное решение задачи о движении частицы при значениях чисел Рейнольдса, не превышающих порядка  $10^3$ . Этому соответствуют капли воды размерами до порядка 1 мм; время вязкой релаксации частицы предполагается много меньше периода оборота вихря; значение масштаба  $l$  – много меньше характерных горизонтальных размеров вихря. Решение имеет вид:

$$u \approx (gl)^{1/2} \frac{\chi^{1/2}(r)}{(1 + \chi(r))^{1/4}}, \quad w \approx -(gl)^{1/2} \frac{1}{(1 + \chi(r))^{1/4}}, \tag{7}$$

$$v \approx V(r), \quad c \approx \left(\frac{g}{l}\right)^{1/2} (1 + \chi(r))^{1/4},$$

где безразмерная функция  $\chi(r)$  представляет собой квадрат отношения центробежной силы к силе тяжести:

$$\chi(r) \equiv \left[ \frac{V^2(r)}{gr} \right]^2. \tag{8}$$

Это решение описывает, в частности, нелинейное взаимодействие разных составляющих движения, поскольку коэффициент сопротивления зависит от числа Рейнольдса, т.е. от всех составляющих скорости частицы. Например, увеличение радиальной скорости движения частицы относительно среды приводит, при прочих равных условиях, к увеличению коэффициента сопротивления и, следовательно, к уменьшению скорости оседания частицы.

Функция  $\chi(r)$ , очевидно, мала на периферии вихря и, вероятно, вблизи оси, где обычно предполагается твердотельное вращение. В этих областях коэффициент сопротивления и вертикальная скорость практически постоянны:

$$\begin{aligned} u &\approx [gl\chi(r)]^{1/2} = \frac{WV^2(r)}{gr}, \\ w &\approx -(gl)^{1/2} = -W, \quad c \approx \left(\frac{g}{l}\right)^{1/2} = \frac{g}{W}. \end{aligned} \quad (9)$$

Этот предельный случай представляется особенно важным, поскольку даже при больших значениях  $\chi(r)$  возникающие поправки находятся в (7) под корнем четвертой степени. Если, например,  $W = 5$  м/с, то  $l \approx 2.5$  м и значение  $c$  порядка  $2 \text{ с}^{-1}$ , т.е. время вязкой релаксации частицы порядка секунды. Для “стоксовых” частиц время релаксации, как минимум, в десятки раз меньше [10].

### 3. СТАЦИОНАРНОЕ РЕШЕНИЕ ДЛЯ КОНЦЕНТРАЦИИ ЧАСТИЦ В СЛУЧАЕ ЕЕ ЗАВИСИМОСТИ ТОЛЬКО ОТ ВЕРТИКАЛЬНОЙ КООРДИНАТЫ

Динамика концентрации частиц  $\mu(r, z, t)$  описывается уравнением [2]

$$\frac{\partial \mu}{\partial t} + \text{div}(\mu \mathbf{u}) = K \Delta \mu, \quad (10)$$

где  $\mathbf{u}$  – вектор скорости частицы,  $K$  – коэффициент диффузии (в случае вихрей в атмосфере имеется в виду турбулентная диффузия частиц). В случае осевой симметрии уравнение имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mu}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{d(ru)}{dr} \mu + u \frac{\partial \mu}{\partial r} + w \frac{\partial \mu}{\partial z} = \\ = K \left( \frac{\partial^2 \mu}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \mu}{\partial r} + \frac{\partial^2 \mu}{\partial z^2} \right). \end{aligned} \quad (11)$$

В области твердотельного вращения ( $V = \Omega r$ ,  $\chi = \Omega^4 r^2 / g^2$ ), согласно (9), радиальная скорость частицы

$$u \approx \left(\frac{l}{g}\right)^{1/2} \Omega^2 r = \frac{W}{g} \Omega^2 r, \quad (12)$$

так что коэффициент при  $\mu$  во втором слагаемом (11) постоянный. В этом случае нетрудно найти стационарное решение (11), зависящее только от  $z$ . Модель, в которой от  $z$  зависит концентрация частиц, но не зависит поле скорости, в известной мере, абстрактна, но, как показано в [2], она полезна для понимания влияния вращения на вертикальное распределение концентрации. Уравнение (11) приобретает вид

$$\frac{d^2 \mu}{dz^2} + \frac{(gl)^{1/2}}{K} \frac{d\mu}{dz} - 2 \left(\frac{l}{g}\right)^{1/2} \frac{\Omega^2}{K} \mu = 0. \quad (13)$$

Математическая модель здесь формально близка к случаю “стоксовых” частиц [2]; отличия заключаются в следующем: 1) иная зависимость коэффициента сопротивления от параметров задачи; 2) значение этого коэффициента может отличаться, как минимум, в десятки раз; 3) когда значения функции  $\chi(r)$  не малы, согласно (7), может становиться заметной зависимость коэффициента сопротивления от  $r$ , в то время как в [2] он считался постоянным.

Общее решение уравнения (13) представляет собой линейную комбинацию двух экспонент  $\exp(\lambda_{1,2} z)$ . При отсутствии вращения

$$\lambda_1 = -\frac{(gl)^{1/2}}{K} = -\frac{W}{K}, \quad \lambda_2 = 0. \quad (14)$$

Пусть, например, плоский горизонтальный источник частиц находится на некотором уровне  $z_1$ . Тогда решение в области выше источника пропорционально  $\exp[\lambda_1(z - z_1)]$ , т.е. убывает с высотой на масштабах порядка  $h_g \equiv K/(gl)^{1/2} = K/W$ , на которых вертикальная диффузия тяжелых частиц компенсируется их оседанием. Значение  $\lambda_2 = 0$  относится к решению в области ниже источника, где диффузия ничем не ограничена.

С учетом вращения

$$\begin{aligned} \lambda_{1,2} = -\frac{1}{2h_g} \left[ 1 \pm (1 + A)^{1/2} \right], \\ A \equiv \frac{8K\Omega^2}{(g^3 l)^{1/2}} = \frac{8K\Omega^2}{gW}. \end{aligned} \quad (15)$$

В области выше источника в решении следует выбирать экспоненту с верхним знаком в (15). Вид-

но, что наличие вращения дополнительно ускоряет убывание концентрации с высотой – вращение отбрасывает частицы на периферию. Вследствие последнего фактора, в данном случае имеется и экспонента, убывающая вниз от источника [2].

Для капель воды радиусом 0.8 мм  $l \approx 3$  м. Если  $K = 10$  м<sup>2</sup>/с,  $\Omega = 1$  с<sup>-1</sup> (что соответствует вихревой скорости  $V = 50$  м/с на расстоянии 50 м от оси вихря), то  $h_g \approx 2$  м,  $A \approx 15$ . Таким образом, при отсутствии вращения концентрация частиц спадает с высотой на масштабах порядка 2 м, а с учетом вращения – более, чем в два раза быстрее. Это – во много раз более тонкие слои, чем в случае “стоксовых” частиц, рассмотренном в [2].

#### 4. СТАЦИОНАРНОЕ РЕШЕНИЕ ВЕРТИКАЛЬНО-ОДНОРОДНОЙ ЗАДАЧИ

В этом случае уравнение (11) может быть записано в виде

$$\frac{1}{r} \frac{d(r\mu)}{dr} = \frac{K}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{d\mu}{dr} \right). \quad (16)$$

Проинтегрировав, получаем

$$\frac{d\mu}{dr} - \frac{u}{K} \mu = \frac{C}{r}, \quad (17)$$

где  $C$  – постоянная интегрирования. Последнюю следует положить равной нулю, поскольку имеет смысл рассматривать решения, без особенностей на оси  $r = 0$ . Тогда получаем решение

$$\mu(r) = \mu_\infty \exp \left[ -\frac{1}{K} \int_r^\infty u(r') dr' \right], \quad (18)$$

где постоянная интегрирования  $\mu_\infty$  имеет смысл концентрации частиц вдали от оси вращения. Видно, что центробежные силы приводят к уменьшению концентрации вблизи оси, на которой

$$\mu = \mu_\infty \exp \left[ -\frac{1}{K} \int_0^\infty u(r') dr' \right]. \quad (19)$$

Как и в [2], решение описывает возмущение вихрем поля однородной концентрации частиц. Если сравнивать со случаем “стоксовых” частиц [2], то, прежде всего, следует отметить более сложную в данном случае зависимость  $u$  от  $r$ , вследствие наличия в выражении (7) для  $u$  фактора  $(1 + \chi(r))^{-1/4}$ . Но этот фактор, как правило, не

может по порядку величины существенно отличаться от единицы: даже при превышении силы тяжести центробежной силой в 5 раз, он немного меньше 1/2. Более существенно то, что коэффициент сопротивления в рассматриваемом здесь случае может быть, как минимум, в десятки раз меньше, чем для “стоксовых” частиц, что означает, при прочих равных условиях, существенно большие значения радиальной скорости  $u$  и интегралов в (18), (19). В отдельных важных случаях интеграл от радиальной скорости частицы  $u$  вычисляется аналитически. Например, в области твердотельного вращения  $V = \Omega r$

$$\begin{aligned} \int_0^r u(r') dr' &= (gl)^{1/2} \times \\ &\times \int_0^r \frac{\chi^{1/2}(r') dr'}{(1 + \chi(r'))^{1/4}} = \frac{\Omega^2}{2} \left( \frac{l}{g} \right)^{1/2} \int_0^r \frac{d(r'^2)}{(1 + \Omega^4 r'^2 / g^2)^{1/4}} = (20) \\ &= \frac{2(g^3 l)^{1/2}}{3\Omega^2} \{ [1 + \chi(r)]^{3/4} - 1 \}; \quad \chi(r) \equiv \left[ \frac{V^2(r)}{gr} \right]^2. \end{aligned}$$

Если, например, в конце этого интервала интегрирования значение функции  $\chi(r)$  порядка единицы, то такого же порядка и выражение в фигурных скобках, так что

$$\frac{1}{K} \int_0^r u(r') dr' \sim \frac{(g^3 l)^{1/2}}{K\Omega^2}.$$

При  $l = 3$  м,  $K = 10$  м<sup>2</sup>/с,  $\Omega = 1$  с<sup>-1</sup> последнее выражение превышает 5. Поскольку это – лишь часть выражения в показателе (19), отвечающая вкладу только приосевой области твердотельного вращения, отсюда следует, что упомянутый показатель – достаточно большая по абсолютной величине отрицательная величина. Таким образом, вращение может приводить к очень сильному убыванию концентрации вблизи оси.

#### 5. НЕСТАЦИОНАРНОЕ РЕШЕНИЕ В БЕЗДИФУЗИОННОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

При не слишком больших градиентах концентрации частиц имеет смысл рассмотреть динамику концентрации без учета турбулентной диффузии, тем более, что имеются сведения о подавлении турбулентности интенсивным вращением (см., например, [11] и библиографию в этой работе). Для вертикально-однородного вихря уравнение (10) принимает вид

$$\frac{\partial \mu}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial (ru\mu)}{\partial r} = 0 \text{ или } \frac{\partial m}{\partial t} + u \frac{\partial m}{\partial r} = 0, \quad (21)$$

где  $m(r, t) \equiv ru(r)\mu(r, t)$ . Общее решение находится методом характеристик [2]:

$$\begin{aligned} m(r, t) &= \Psi \left[ \int_{r_0}^r \frac{dr'}{u(r')} - t \right], \\ \mu(r, t) &= \frac{1}{ru} \Psi \left[ \int_{r_0}^r \frac{dr'}{u(r')} - t \right], \end{aligned} \quad (22)$$

где  $\Psi$  — произвольная функция, определяемая начальным условием,  $r_0$  — произвольный радиус.

Интеграл в (22) в отдельных случаях вычисляется аналитически. Например, в области твердотельного вращения, где  $\chi^{1/2} = \Omega^2 r / g$

$$\begin{aligned} \int \frac{dr}{u(r)} &= (gl)^{-1/2} \int \frac{(1+\chi)^{1/4}}{\chi^{1/2}} dr = \\ &= \frac{1}{2\Omega^2} \left( \frac{g}{l} \right)^{1/2} \int \frac{(1+\chi)^{1/4}}{\chi} d\chi. \end{aligned}$$

Переходя к переменной  $\sigma \equiv (1+\chi)^{1/4}$ , нетрудно получить результат в элементарных функциях:

$$\begin{aligned} &\frac{2}{\Omega^2} \left( \frac{g}{l} \right)^{1/2} \int \frac{\sigma^4 d\sigma}{\sigma^4 - 1} = \\ &= \frac{2}{\Omega^2} \left( \frac{g}{l} \right)^{1/2} \int \left( 1 + \frac{1}{\sigma^4 - 1} \right) d\sigma = \frac{1}{2\Omega^2} \left( \frac{g}{l} \right)^{1/2} \times \\ &\times \left[ 4(1+\chi)^{1/4} + \ln \frac{1 - (1+\chi)^{1/4}}{1 + (1+\chi)^{1/4}} - 2 \operatorname{arctg} (1+\chi)^{1/4} \right]. \end{aligned}$$

(с точностью до постоянной интегрирования).

Наиболее простой вид решение имеет в области, где возрастание с радиусом вихревой скорости может быть приближено корневой зависимостью:  $V(r) \sim r^{1/2}$ ; в этой области  $\chi = \text{const}$ ,  $u = \text{const}$ . Как видно из (22), в этой области радиальное распределение функции  $m$  перемещается без деформаций от центра к периферии вихря с постоянной скоростью  $u$ . Распределение концентрации частиц  $\mu$  распространяется аналогично, но, вследствие расходимости, связанной с цилиндрической геометрией, амплитуда этого распределения с удалением от центра убывает пропорционально  $r^{-1}$ .

При более быстром, чем корневое, возрастании функции  $V(r)$  и, следовательно  $u(r)$  (например, в области твердотельного вращения) внешняя область локализованного распределения  $\mu(r)$  будет быстрее двигаться к периферии, чем внутренняя. Таким образом, распределение будет растягиваться по радиусу и амплитуда концентрации будет дополнительно уменьшаться (помимо упомянутого геометрического фактора  $\sim r^{-1}$ ). Например, как видно из (22), при  $u \sim V(r) \sim r$  множитель перед  $\Psi$  убывает как  $\sim r^{-2}$ . При более медленном, чем корневое, возрастании функции  $V(r)$  или, тем более, ее убывании, внутренняя область распределения будет догонять внешнюю, распределение “сжимается” в радиальном направлении, так что амплитуда концентрации может увеличиваться, особенно на периферии вихря. Отметим, что в интенсивных вихрях типа “пыльных дьяволов” давно наблюдается формирование “множественных концентрических оболочек” (“patterns of multiple concentric sheaths” [1]). В [1] обсуждается механизм их образования, в некоторых отношениях качественно близкий к описанному в настоящем разделе (в [1] не учитывается диффузия, поэтому даже качественное сравнение с предыдущими разделами настоящей статьи невозможно). Но в упомянутой работе рассматриваются другие категории частиц — значения числа Рейнольдса отличаются от рассматриваемых здесь ситуаций на один-два порядка. Поэтому сильно различаются законы сопротивления и количественные результаты. Радиальные скорости частиц, рассматриваемых в [1], при прочих равных условиях, в десятки раз меньше, так что гораздо меньше радиусы формируемых “оболочек”.

В случае твердотельного вращения вблизи оси, согласно (9),  $u \sim \chi^{1/2} = \Omega^2 r / g$ ,  $c \approx (g/l)^{1/2} = \text{const}$ . Поскольку коэффициент сопротивления здесь, как и в случае “стоксовых” частиц, постоянный, задача формально совпадает с рассмотренной в соответствующем разделе работы [2]. Там найдено решение, демонстрирующее убывание, вследствие вращения, концентрации частиц вблизи оси и возрастание концентрации на периферии. Настоящий случай отличается тем, что эффективный коэффициент сопротивления для рассматриваемых здесь размеров частиц, как минимум, в десятки раз меньше, чем в случае [2], и, соответственно, эффект накопления частиц на периферии вихря существенно усиливается. Такое накопление массивных частиц может быть важным для некоторых моделей динамики смерчей [12].

При возрастании концентрации частиц в относительно небольшом радиальном интервале, может, помимо адвекции, становиться существенной их диффузия в радиальном направлении. Сделаем оценку. Пусть некоторое распределение частиц, локализованное вблизи радиуса  $r = r_1$ , перемещается в направлении к периферии вихря со скоростью  $u(r) = u(r_1) - U_1'(r - r_1)$ . Здесь введено обозначение  $U_1' \equiv -(\partial u / \partial r)|_{r=r_1}$ , иными словами, учтены первые члены разложения радиальной скорости в ряд Тейлора. Значение  $U_1'$  предполагается положительным, что соответствует конвергенции – накоплению частиц вблизи  $r = r_1$ , которое будет ограничиваться радиальной диффузией частиц. В квазистационарном приближении рассматриваем уравнение (16), которое в системе отсчета, перемещающейся со скоростью  $u(r_1)$ , аналогично (17), сводится к виду

$$\frac{d\mu}{dr} + \frac{U_1'(r - r_1)}{K} \mu = 0.$$

Последнее уравнение имеет решения, затухающие вдали от  $r = r_1$  на радиальных масштабах порядка  $\Delta r = (K/U_1')^{1/2}$ . Это – масштабы, на которых диффузия компенсирует накопление частиц за счет конвергенции их радиальной скорости.

Оценим величину  $U_1'$  в приближении (9), когда

$$u \approx \left(\frac{l}{g}\right)^{1/2} \frac{V^2}{r}, \quad \frac{\partial u}{\partial r} = \left(\frac{l}{g}\right)^{1/2} \frac{V^2}{r^2} \left[ 2 \left( \frac{\partial V / \partial r}{V/r} \right) - 1 \right].$$

Последнее выражение при  $r = r_1$ , по определению, равно  $-U_1'$ . Выражение в квадратных скобках обычно порядка единицы по абсолютной величине. Таким образом, с точностью до выражения в квадратных скобках,  $U_1' \sim (l/g)^{1/2} \Omega_1^2 = (W/g) \Omega_1^2$ , где  $\Omega_1 = (V/r)|_{r=r_1}$ , а радиальный масштаб распределения частиц  $\Delta r \sim (g/l)^{1/4} K^{1/2} \Omega_1^{-1} = (gK/W)^{1/2} \Omega_1^{-1}$ . В области, где  $V(r) \sim r^{-1}$ , при  $l = 3$  м,  $K = 10$  м<sup>2</sup>/с,  $\Omega = 1$  с<sup>-1</sup> получаем  $\Delta r \approx 2.5$  м.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Впервые, насколько известно автору, проанализированы некоторые простейшие задачи о

распределении в интенсивном вихревом течении частиц с учетом нелинейности их гидродинамического сопротивления. Представляется, что результаты могут быть полезны для понимания динамики концентрации таких частиц до значений чисел Рейнольдса порядка  $10^3$  (примерно на два порядка больше, чем в предшествующих аналитических исследованиях). Они могут быть полезны также как тестовые примеры для более сложных и совершенных численных моделей.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Snow J.T.* On the formation of particle sheaths in columnar vortices // *J. Atmos. Sci.* 1984. V. 41. P. 2477–2491.
2. *Островский Л.А.* Динамика концентрации тяжелых и легких частиц в вихревых потоках // *Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана.* 1990. Т. 26. № 12. С. 1307–1314.
3. *Плешанов А.С.* К теории гидродинамической устойчивости смерчей (торнадо). М.: Информэнерго, 1993. 63 с.
4. *Dowell D.C., Alexander C.R., Wurman J.M., Wicker L.J.* Centrifuging of hydrometeors and debris in tornadoes: Radar-reflectivity patterns and wind-measurement errors // *Mon. Wea. Rev.* 2005. V. 133. № 6. P. 1501–1524.
5. *Лебедева Н.А., Осипцов А.Н.* Структура зон аккумуляции инерционной примеси в течении типа торнадо // *Изв. РАН. МЖГ.* 2009. № 1. С. 83–96.
6. *Baker C.J., Sterling M.* Modelling wind fields and debris flight in tornadoes // *Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics.* 2017. V. 168. P. 312–321.
7. *Ингель Л.Х.* О динамике инерционных частиц в интенсивных атмосферных вихрях // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана.* 2021. Т. 56. № 6. С. 632–640.
8. *Lewellen D.C., Gong B., Lewellen W.S.* Effects of fine scale debris on near surface tornado dynamics // *J. Atmos. Sci.* 2008. V. 65. P. 3247–3262.
9. *Bodine D.J., Maruyama T., Palmer R.D., Fulton C.J., Bluestein H.B., Lewellen D.C.* Sensitivity of tornado dynamics to debris loading // *J. Atmos. Sci.* 2016. V. 73. № 7. P. 2783–2801.
10. *Матвеев Л.Т.* Курс общей метеорологии. Физика атмосферы. Л.: Гидрометеоздат, 1984, 751 с.
11. *Ингель Л.Х.* Об одном механизме положительной обратной связи в интенсивных атмосферных вихрях // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана.* 2014. Т. 50. № 1. С. 70–75.
12. *Кушин В.В.* Смерч. М.: Энергоатомиздат. 1993. 128 с.

## On the Dynamics of the Concentration of Heavy Particles in Intensive Vortex Flows

L. Kh. Ingel<sup>1, 2, \*</sup>

<sup>1</sup> *Research and Production Association "Typhoon", ul. Pobedy 4, Obninsk, 249038 Russia*

<sup>2</sup> *Obukhov Institute of Atmospheric Physics, Russian Academy of Sciences, Pyzhevskii per. 3, Moscow, 119017 Russia*

*\*e-mail: lev.ingel@gmail.com*

Some of problems of the dynamics of the concentration of inertial particles in intense vortex flows are analyzed analytically. Unlike previous works, the nonlinear nature of the hydrodynamic resistance is taken into account - the dependence of the drag coefficient on the modulus of the velocity of the particle relative to the medium. Different components of the particle motion interact with each other, since the Reynolds number and the drag coefficient depend on each of the components. The considered model is applicable up to Reynolds numbers for particles of the order of  $10^3$ . The found analytical solutions demonstrate the significant role of nonlinear effects, since the effective drag coefficients differ from the previously studied case of "Stokes" particles by at least tens of times.

**Keywords:** intense vortices, massive particles, transfer, concentration, analytical model, nonlinear hydrodynamic resistance, tornadoes, "dust devils"

УДК 541:528.342

## ВЛИЯНИЕ СОЛНЕЧНОГО ЗАТМЕНИЯ 29 МАРТА 2006 ГОДА НА ФЛУКТУАЦИИ АТМОСФЕРНОГО ДАВЛЕНИЯ И ПРИЗЕМНЫЕ ПРОФИЛИ ТЕМПЕРАТУРЫ

© 2022 г. Г. А. Буш<sup>a, \*\*</sup>, Н. Ф. Еланский<sup>a</sup>, Е. Н. Кадыгров<sup>b</sup>,  
С. Н. Куличков<sup>a, c, \*</sup>, И. П. Чунчuzов<sup>a</sup>, Н. С. Прокошева<sup>d</sup>

<sup>a</sup> Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН, Пыжевский пер., 3, Москва, 119017 Россия

<sup>b</sup> “Центральная аэрологическая обсерватория” Росгидромета,  
ул. Первомайская, 3, Долгопрудный, Московской обл., 141700 Россия

<sup>c</sup> МГУ им. М.В. Ломоносова, Ленинские горы, дом 1, строение 2, ГСП-1, Москва, 119081 Россия

<sup>d</sup> Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых,  
ул. Горького, 87, Владимир, 600000 Россия

\*e-mail: snk@ifaran.ru

\*\*e-mail: bushgregory@yandex.ru

Поступила в редакцию 12.02.2022 г.

После доработки 02.03.2022 г.

Принята к публикации 11.04.2022 г.

Приведены данные измерений флуктуаций атмосферного давления совместно с измерениями профилей температуры воздуха в приземном слое атмосферы во время полного солнечного затмения 29 марта 2006 года в г. Кисловодске на центральной линии тени. Полная фаза затмения началась в 15 ч 15 мин по местному времени и продолжалась 2 мин 32 с. По измерениям температурных профилей восстановлены колебания разности атмосферного давления на уровне земной поверхности и на некоторой высоте, до которой измерялись профили температуры. Восстановленные колебания сравнивались с флуктуациями атмосферного давления, записанные микробарографом, а также с флуктуациями давления в период солнечного затмения в Тынде Амурской области 31.07.1981. Впервые показано, что в пульсации атмосферного давления на уровне земли основной вклад вносят, вызванные солнечным затмением, временные изменения вертикальных профилей температуры воздуха в приземном слое атмосферы.

**Ключевые слова:** солнечное затмение, пульсации атмосферного давления, реконструированные профили температуры

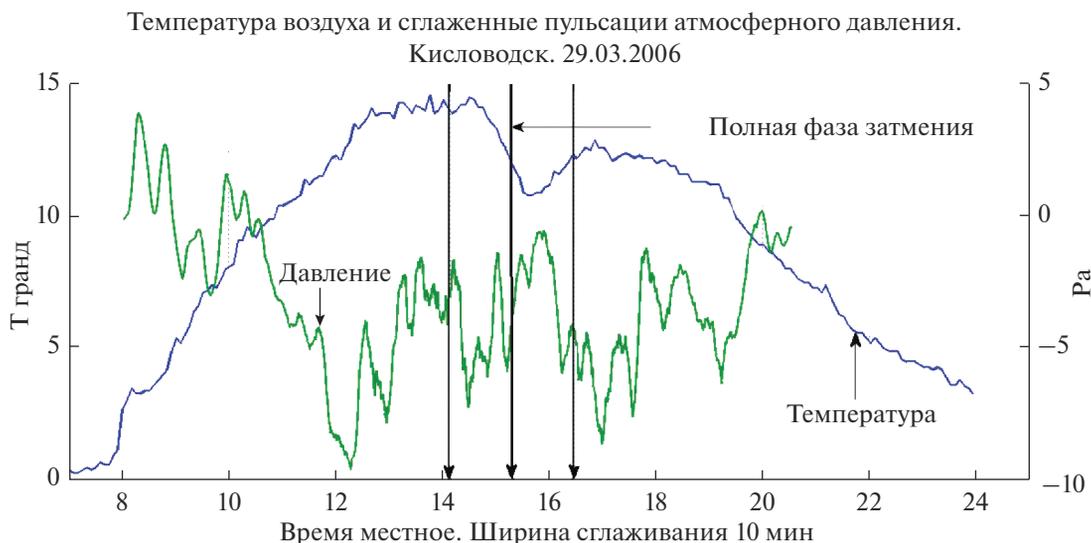
**DOI:** 10.31857/S0002351522040034

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Изменения температуры земной поверхности, вызванные солнечным затмением, вызывают изменения температуры приземного воздуха, которые распространяются в вышележащие слои атмосферы. Колебания температуры воздуха, в свою очередь, вызывают изменения плотности воздуха и атмосферного давления.

В настоящей работе впервые проведено сравнение результатов измерений пульсаций атмосферного давления на уровне земной поверхности и флуктуациями температуры воздуха в диапазоне высот от 0 до 600 метров. Измерения проводились на Кисловодской научной станции ИФА им. А.М. Обухова РАН на центральной линии тени, для случая полного солнечного затмения 29 марта 2006 г. Измерение профилей температуры осуществлялось с использованием микровол-

нового сканирующего температурного профилера [2]. Следует отметить, что до затмения, во время затмения и после затмения погода была благоприятной для проведения измерений, а именно, наблюдалось полное отсутствие облачности, что бывает весьма редко во время подобных экспериментов [3–5]. Например, во время полного солнечного затмения в г. Тынде 31 июля 1981 г. погодные условия были более сложными: утро в день затмения было туманное и небо было покрыто сплошной облачностью. К 11 ч 50 мин местного времени туман заметно ослабел, а к 13 ч 10 мин небо местами прояснилось. Во время полной фазы затмения, в 13 ч 31 мин, солнечный диск был виден сквозь полупрозрачные облака, а к 14 ч. 00 мин небо значительно прояснилось и до конца наблюдений сохранялась переменная облачность (3–4 балла). Таким образом, на нагрев поч-



**Рис. 1.** Изменения температуры воздуха во время солнечного затмения и сглаженные пульсации атмосферного давления 29.03.2006. Кисловодск.

вы в Тынде влияло не только солнечное затмение, но и поглощение солнечной радиации переменной облачностью, что сказывалось и на флуктуациях атмосферного давления. Подробно об этом в [6].

Ранее, в работе [7] на основе численной модели было показано, что вызванное солнечным затмением нестационарное охлаждение как озоносферы, так и тропосферы (где преобладает поглощение солнечной радиации водяным паром), является возможным источником внутренних гравитационных волн (ВГВ), распространение которых в атмосфере может вызвать заметные флуктуации атмосферного давления у поверхности земли. Результаты представленных в [7] численных расчетов колебаний атмосферного давления у поверхности земли, вызванные прохождением лунной тени при полном солнечном затмении 1 августа 2008 года, сравнивались с колебаниями давления, зарегистрированными сетью микробарографов и инфразвуковыми станциями Международной системы мониторинга. При этом, поскольку ожидаемые волны давления от затмения находились в диапазоне частот, который сильно “возмущен” колебаниями давления, вызванного атмосферными приливами и метеорологическими явлениями, то эти синоптические возмущения специальным образом удалялись из записей флуктуаций атмосферного давления, генерируемых непосредственно затмением. В [7] было сделано предположение, что преобладающим источником наблюдавшихся флуктуаций приземного давления является охлаждение тропосферы.

Цель настоящей работы состоит в том, чтобы путем одновременных измерений флуктуаций приземного атмосферного давления и флуктуаций тем-

пературы на разных высотах нижнего слоя тропосферы оценить возможный вклад нестационарного охлаждения поверхности земли и нижнего слоя тропосферы высотой порядка 1 км в возникновение флуктуаций атмосферного давления у земной поверхности.

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ НАБЛЮДЕНИЙ

Пульсации атмосферного давления, зарегистрированные во время солнечного затмения 29 марта 2006 года с 07 ч 53 мин по 20 ч 36 мин местного времени микробарографом, имеющем постоянную времени 350 с., а также данные метеостанции Кисловодской кардиологической клиники по температуре воздуха на уровне 5 метров от поверхности земли, показаны на рис. 1.

Результаты изменений во времени температуры воздуха на высотах 0, 100, 300 и 600 м над земной поверхностью, полученные при помощи профилемера [2], показаны на рис. 2.

На рис. 3 показаны колебания разности атмосферного давления на уровне земной поверхности и высоте  $h = 600$  м, вычисленные с использованием данных измерений временных вариаций температуры воздуха на высотах 0, 100, 300, и 600 м. На этом же рис. 3 показаны аппроксимации этих колебаний полиномом второй степени.

Разность атмосферных давлений  $p_0(t) - p(h,t)$ , на уровне земли и высоте  $h$  равна весу столба воздуха  $\int_0^h \rho(z,t) dz$  высотой  $h$ , который при  $h \ll H$ , где  $H(z,t) = RT/g$  — высота однородной атмосферы,  $T(z,t)$  — абсолютная температура,  $R$  — газовая постоянная, отнесенная к молекулярной массе

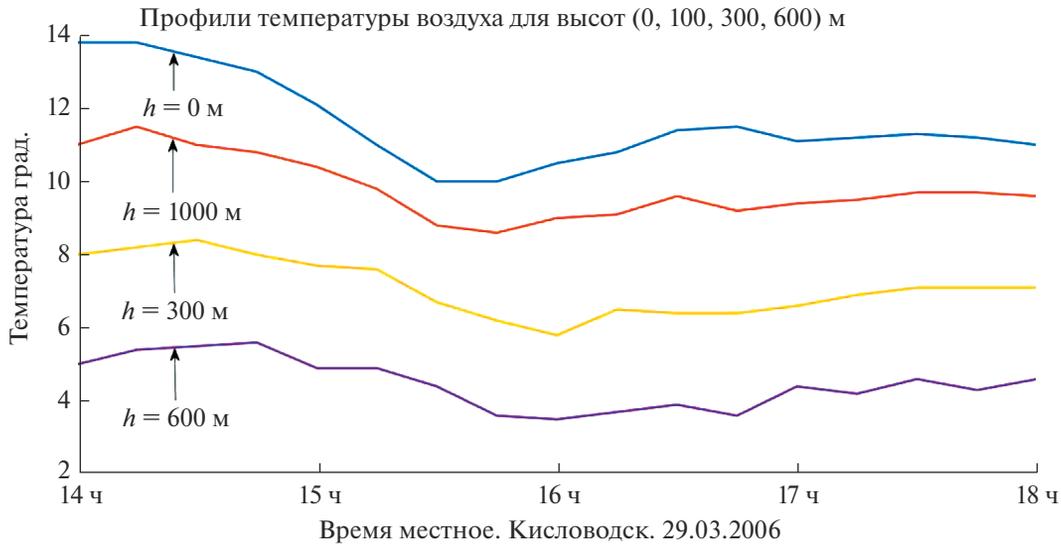


Рис. 2. Зависимость температуры воздуха от времени для высот (0, 100, 300, 600) м.; Кисловодск. 29.03.2006.

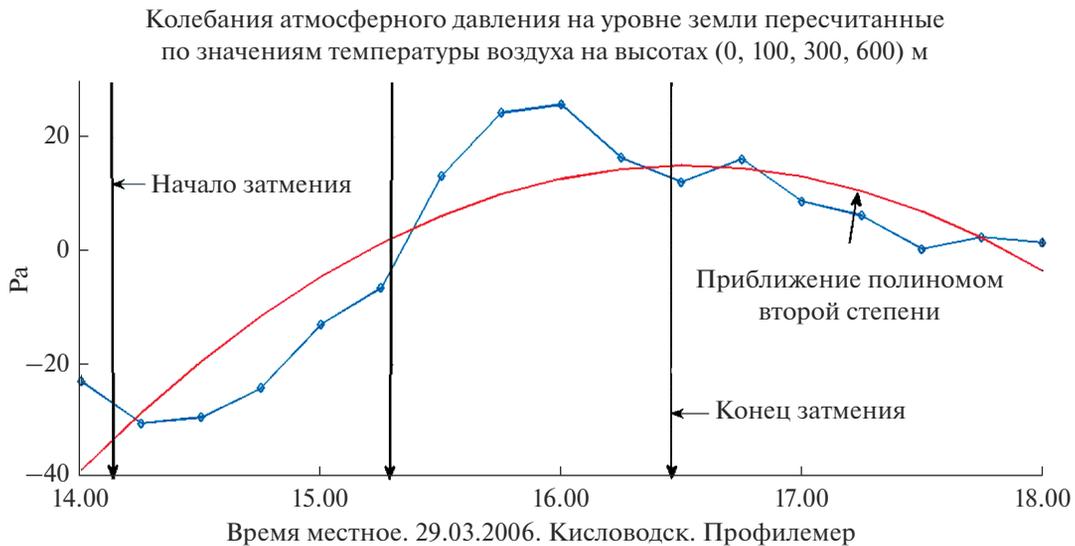


Рис. 3. Колебания перепада атмосферного давления в слое атмосферы высотой  $h = 600$  м, рассчитанные по временным изменениям температуры воздуха на высотах 0, 100, 300, 600 м, и их аппроксимация с помощью полинома второй степени. Кисловодск. 29.03.2006.

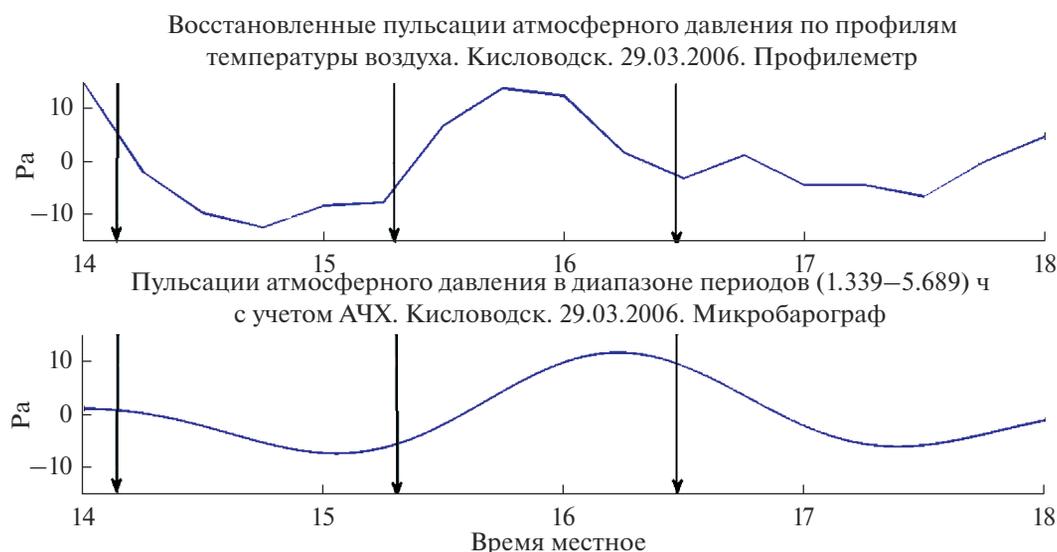
воздуха,  $g$  – ускорение свободного падения, можно приближенно представить в виде (см. формулу (3А) Приложения А):

$$p_0(t) - p(h,t) = \int_0^h g\rho(z,t)dz \approx \approx p_0(t) \int_0^h dz \frac{1}{H(z,t)} = p_0(t) \int_0^h dz \frac{g}{RT(z,t)}. \quad (1)$$

Из (1) видно, что рассматриваемая разность давлений  $p_0(t) - p(h,t)$  зависит как от медленных (по сравнению с периодом Брента-Вейсяля, имею-

щем значения порядка 5 мин) вариаций во времени приземного давления  $p_0(t)$ , которые могут быть вызваны метеорологическими и крупномасштабными волновыми процессами в атмосфере, так и от временных изменений приземного профиля температуры  $\int_0^h dz \frac{g}{RT(z,t)}$ , усредненного по высоте слоя.

Для вычисления разности давлений (1) весь слой высотой  $h = 600$  м, для которого измерялись профили температуры  $T(z,t)$ , разбивался на тонкие слои, по которым производилось суммирова-



**Рис. 4.** Пульсации атмосферного давления вблизи поверхности земли, вычисленные по профилям температуры воздуха, и пульсации давления, измеренные микробарографом (29.03.2006. Кисловодск) и отфильтрованные в диапазоне периодов (1.33–5.69) ч.

ние в (1). При этом в (1) приземное давление представлялось в виде  $p_0(t) = \bar{p}_0 + \Delta p(t)$ , где  $\bar{p}_0$  – среднее давление на поверхности земли за период измерений, а  $\Delta p(t)$  – его малые флуктуации,  $|\Delta p|/\bar{p}_0 \ll 1$ , что позволяло приближенно рассчитать вклад  $\bar{p}_0 \int_0^h dz \frac{g}{RT(z,t)}$  от временных изменений приземного профиля температуры в разность давлений (1). Полученные временные изменения разности давлений аппроксимировались полиномом, как показано на рис. 3.

Из полученных с помощью профилемера колебаний разности давлений (1) вычиталось их приближение полиномом второй степени для сравнения результатов измерений в период затмения температуры  $T(z,t)$ , по данным профилемера и флуктуаций атмосферного давления  $p(z=0,t)$ , измеренных микробарографом. Полученные таким образом значения вычисленных пульсаций атмосферного давления сравнивались с пульсациями атмосферного давления, зарегистрированными микробарографом в Кисловодске и отфильтрованными в диапазоне периодов (1.33–5.69) ч. Результаты сравнения показаны на рис. 4. На рис. 5 показаны пульсации атмосферного давления совместно с температурой воздуха на уровне 5 м от поверхности земли по данным метеостанции кисловодской кардиологической клиники.

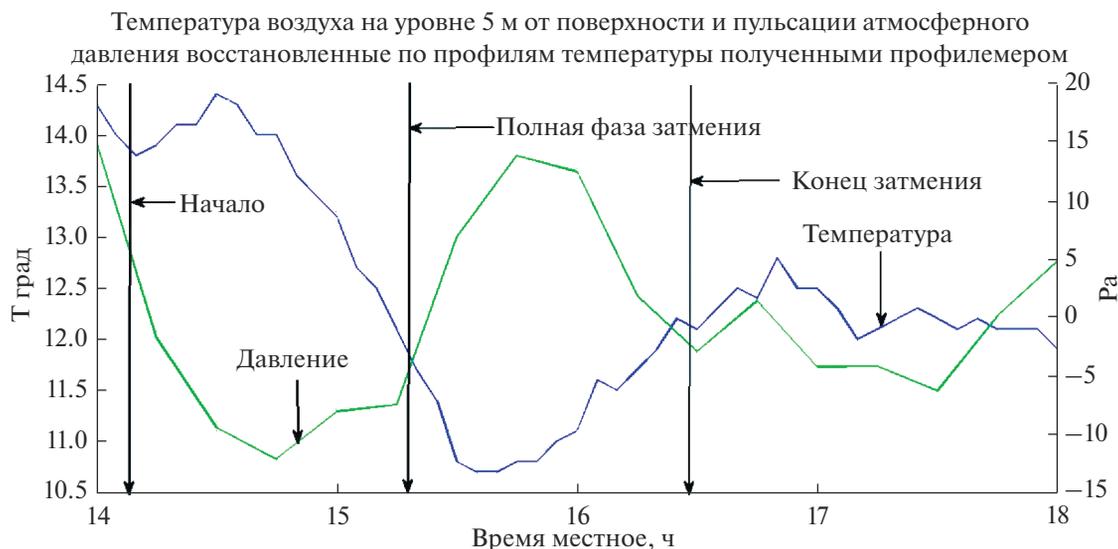
Видно, что медленные колебания давления, восстановленные по временным изменениям температурных профилей в течение всего интервала времени затмения (рис. 4, верхняя панель), хорошо повторяют колебания в диапазоне периодов (1.33–5.69) ч, полученные по данным микробарографа

(рис. 4, нижняя панель), за исключением небольшой разницы во времени в достижении максимумов этих колебаний (порядка 15 мин). Это свидетельствует о том, что существенный вклад в эти колебания вносит нестационарное охлаждение поверхности земли и приземного слоя атмосферы в период затмения.

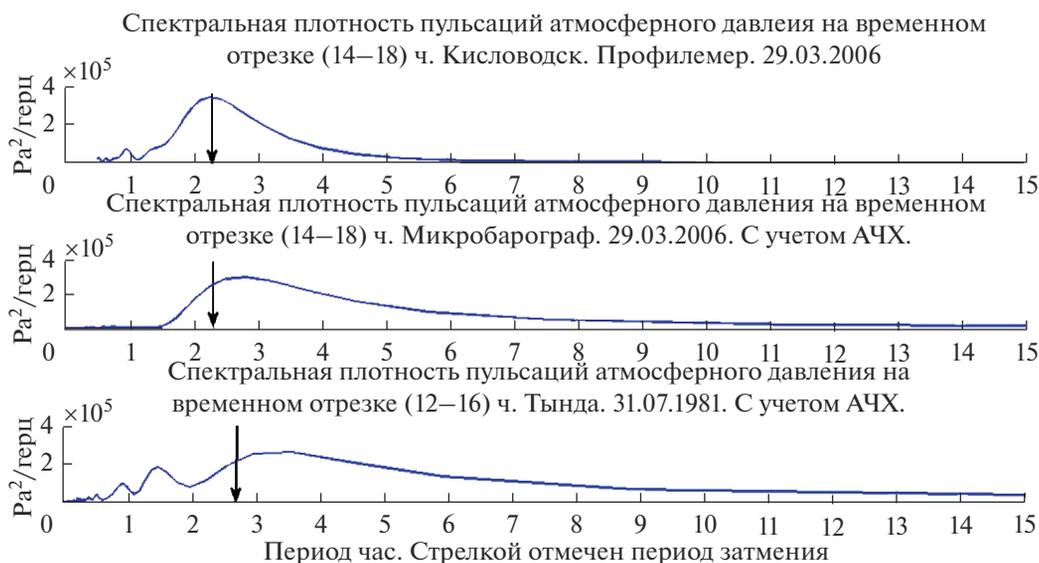
На рис. 5 видно отставание минимума давления от максимума температуры воздуха примерно на 15 мин. Такое отставание вызвано тем, что минимум температуры воздуха, вызванный охлаждением почвы в период солнечного затмения, постепенно, с течением времени, распространяется в вышележащие слои воздуха (см. рис. 2), а восстановленное приземное давление формируется соответствующим столбом воздуха высотой 600 м.

На рис. 6 показаны спектральные плотности пульсаций атмосферного давления, для интервалов времени 14 ч 00 м–18 ч 00 м 29 марта 2006 года, восстановленных по профилям температуры воздуха, измеренных профилемером и записанных микробарографом в Кисловодске, а также в Тынде 31.07.1981. на временном интервале 12–16 ч.

На рис. 7 приводятся спектральные плотности фоновых записей пульсаций атмосферного давления от 28.03.2006 на временном интервале 14–18 ч, а также, аналогичные значения, полученные 30.03.2006 на интервале времени 8–14 ч когда солнечного затмения уже не было. Для этих дней спектральные плотности пульсаций атмосферного давления сравниваются со спектральной плотностью пульсаций атмосферного давления, записанных 29.03.2006. во время солнечного затмения на интервале времени 14–18 ч.



**Рис. 5.** Температура воздуха на высоте 5 м от поверхности земли по данным метеостанции кисловодской кардиологической клиники и пульсации атмосферного давления, восстановленные по профилям температуры воздуха измеренных температурным профилимером.



**Рис. 6.** Верхняя панель – спектральная плотность пульсаций атмосферного давления, восстановленных по профилям температуры воздуха на временном интервале 14–18 ч, Кисловодск. 29.03.2006. Средняя панель – спектральная плотность пульсаций давления, зарегистрированных микробарографом на интервале времени 14–18 ч, имеющем постоянную времени 350 сек., Кисловодск. 29.03.2006. Нижняя панель – спектральная плотность пульсаций атмосферного давления, зарегистрированных микробарографом на интервале времени 12–16 ч, имеющем постоянную времени 1150 сек. во время затмения в г. Тынды. 31.07.1981.

Из рис. 7 видно, что в спектральной плотности пульсаций атмосферного давления, соответствующей интервалу времени проявления солнечного затмения, амплитуда максимума таких флуктуаций с периодом примерно равным длительности затмения (около 2.3 ч), намного больше соответствующих величин спектральных плотностей, полученных в дни фоновых измерений в отсут-

ствии затмения для аналогичного интервала времени. Это говорит о существенном вкладе нестационарного охлаждения земли и нижнего слоя атмосферы в возникновение колебаний атмосферного давления с периодом 2, 3 ч на протяжении характерного интервала времени существования солнечного затмения, также имеющего значения порядка 2, 3 ч.



**Рис. 7.** 1 — спектральная плотность пульсаций атмосферного давления записанных во время солнечного затмения 29.03.2006. на интервале времени 14–18 ч, 2 — аналогичные значения, полученные 28.03.2006 на интервале времени 14–18 ч ; 3 — 30.03.2006. на интервале времени 8–14 ч. На горизонтальной оси стрелкой отмечен период, соответствующий длительности солнечного затмения 2.33 ч.

### 3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Впервые показано, что сравнение колебаний атмосферного давления в диапазоне периодов 1.33–5.69 часа, измеренных в день затмения микробарографом, с колебаниями давления, восстановленными по измеренным профилям температуры воздуха, показывает определенное сходство этих колебаний во времени и сравнимость по величине их двойных амплитуд, 19 и 26 Па, соответственно. Такие амплитуды колебаний сравнимы также с размахом колебаний давления (около 30 Па) на периоде в 2 ч, наблюдавшихся при солнечном затмении 22 июля 1990 года на юго-востоке Великобритании [8]. Следует отметить, что максимум спектральной плотности пульсаций атмосферного давления, измеренных микробарографом в Кисловодске, наблюдается для периода 2.84 ч, а для профилемера — для периода 2.29 ч, что примерно соответствует длительности солнечного затмения — 2.328 ч. Это говорит о существенном вкладе нестационарного охлаждения земли и нижнего слоя атмосферы в течение характерного интервала времени затмения порядка 2.3 ч в возникновение колебаний приземного атмосферного давления с периодом, близким по величине к этому временному интервалу. Полученный здесь результат, по-видимому, впервые указывает на важность учета процесса охлаждения земли и нижнего слоя атмосферы при затмении, как источника возникновения колебаний в атмосфере, наряду с другими источниками этих колебаний, вызванных резкими изменениями при затмениях поглощения солнечной радиации в стратосфере (озоном) и тропосфере (водяной пар).

Был установлен максимум  $\sim 294000$  Па<sup>2</sup>/Гц в спектре пульсаций давления на периоде в 2.33 ч, полученном из записи микробарографа в период затмения. Для пульсаций атмосферного давления, вычисленных из данных профилемера, этот максимум составляет примерно 327000 Па<sup>2</sup>/Гц, а для затмения, наблюдаемого нами ранее в Тынде максимум спектра приходится на период 3.556 часа и равен 256000 Па<sup>2</sup>/Гц. Такие различия могут происходить от того, что пульсации давления на земле, измеряемые микробарографом, вызваны изменениями во времени веса всего атмосферного столба, тогда как измерения температурных профилей профилемером ограничены высотой 600 м и не учитывают вклада изменений со временем температурных профилей в слоях атмосферы, лежащих выше 600 м. Кроме того, на спектр пульсаций атмосферного давления при солнечном затмении 31.07.1981. в Тынде повлияла переменная облачность во время затмения.

Из сравнения измерений микробарографа и профилемера следует также, что существенный вклад в пульсации атмосферного давления на уровне земли вносят изменения температуры воздуха, вызванные солнечным затмением в нижнем слое атмосферы высотой порядка одного километра. Полученные данные являются уникальными в связи с исключительно благоприятными метеорологическими условиями во время полного солнечного затмения и наличием современных приборов в одной точке измерений.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке гранта Российского научного фонда № 21-17-00021

## ПРИЛОЖЕНИЕ

Связь перепада приземного давления в слое нижней атмосферы с приземным профилем температуры

В состоянии атмосферы, близком к квазистатическому равновесию, давление  $p(z, x, y, t)$  и плотность атмосферы  $\rho(z, x, y, t)$  связаны между собой уравнением статики

$$\frac{dp}{dz} = -g\rho, \quad (1)$$

для произвольной вертикали с горизонтальными координатами  $x, y$ . В последнем уравнении плотность можно выразить через давление и температуру  $T(z, x, y, t)$  с помощью уравнения состояния  $\rho = p/(RT)$ . Тогда, разделив обе части уравнения (1) на  $p$  и проинтегрировав по  $z$  от поверхности земли  $z = 0$ , где давление  $p(z = 0, t) \equiv p_0(t)$ , до некоторой высоты  $z = h$ , на которой давление  $p(z = h, t) \equiv p(h, t)$ , получим барометрическую формулу для давления

$$p(h, t) = p_0(t) \exp\left(-\int_0^h dz/H(z, t)\right), \quad (2)$$

где  $H(z, t) = RT/g$  — высота однородной атмосферы (мы опустили всюду зависимость от  $x, y$ , подразумевая ее).

Рассмотрим нижний слой атмосферы высотой  $h \ll H$ . Это условие всегда выполняется для  $h$  менее 1 км, т.к. высота однородной атмосферы  $H$  порядка 8 км. Тогда экспонента в (2) близка к 1, поэтому ее можно разложить в ряд по малому параметру  $h/H \ll 1$  и с точностью до первого члена разложения представить (2) в виде  $p(h, t) \approx p_0(t) \left(1 - \int_0^h dz/H(z, t)\right)$ , откуда получим выражение для веса столба воздуха  $\int_0^h g\rho(z, t)dz$  высотой  $h$ :

$$\begin{aligned} p_0(t) - p(h, t) &= \int_0^h g\rho(z, t)dz \approx \\ &\approx p_0(t) \int_0^h dz \frac{1}{H(z, t)} = p_0(t) \int_0^h dz \frac{g}{RT(z, t)}. \end{aligned} \quad (3)$$

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бовшверов В.М., Грачёв А.И., Ломадзе С.О., Матвеев А.К.* Жидкостный микробарограф // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1979. Т. 15. № 11. С. 1215–1217.
2. *Kadyrov E.N., Pick D.R.* The potential for temperature retrieval from an angular-scanning single-channel microwave radiometer and some comparison with in situ observation // Oxford Press. Meteorological Applications. 1998. V. 5. № 4. P. 393–404.
3. *Kadyrov E.N., Miller E.A., Troitsky A.V.* Study of Atmospheric Boundary Layer Thermodynamics During Total Solar Eclipses // IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. 2013. V. 51. № 9. P. 4672–4677.
4. *Eckermann S.D., Broutman D., Stollberg M.T., Ma J., Cormack J.P., Hogan T.F.* Atmospheric effects of a total solar eclipse of 4 December 2002 simulated with a high-altitude global model // Journal of Geoph. Res. 2007. V. 112. № D14. P. 1–3.
5. *Anderson R.C., Keefer D.R.* Observation of the temperature and pressure changes during the 30 June 1973 solar eclipse // Journal Atmos. Sci. 1975. V. 32. № 1. P. 228–231.
6. *Буш Г.А., Грачёв А.И.* Флуктуации атмосферного давления во время солнечного затмения 31 июля 1981 г. // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1984. Т. 20. № 7. С. 649–650.
7. *Marty J.F., Daladier D., Ponceau E., Blank U., Munkhuu.* Surface Pressure Fluctuations Produced by the Total Solar Eclipse of 1 August 2008 // J. Atm. Sci. 2013. V. 70. P. 809–823.
8. *Barrie W. Jones, Gerald J. Miseldine and Robert J. A. Lambourne.* A possible atmospheric pressure wave from the total solar eclipse of 22 July 1990 // J. of Atmospheric and Terrestrial Physics. 1992. V. 54. № 2. P. 113–115.

## The Effect of The Solar Eclipse of March 29 2006 on Atmospheric Pressure Fluctuations and Surface Temperature Profiles

G. A. Bush<sup>1, \*\*</sup>, N. F. Elansky<sup>1</sup>, E. N. Kadyrov<sup>2</sup>, S. N. Kulichkov<sup>1, 3, \*</sup>,  
I. P. Chunchuzov<sup>1</sup>, and N. S. Prokosheva<sup>4</sup>

<sup>1</sup> *A.M. Obukhov Institute of Atmospheric Physics of the Russian Academy of Sciences, Pyzhevsky Lane, 3, Moscow, 119017 Russia*

<sup>2</sup> *“Central Aerological Observatory” of Roshydromet, Pervomayskaya str., 3, Dolgoprudny, Moscow region, 141700 Russia*

<sup>3</sup> *Lomonosov Moscow State University, Leninskie Gory, building 1, building 2, GSP-1, Moscow, 119081 Russia*

<sup>4</sup> *Vladimir State University named after Alexander Grigoryevich and Nikolai Grigoryevich Stoletov, Gorky Str., 87, Vladimir, 600000 Russia*

\*e-mail: snk@ifaran.ru

\*\*e-mail: bushgregory@yandex.ru

The data of measurements of atmospheric pressure fluctuations together with measurements of air temperature profiles in the surface layer of the atmosphere during the total solar eclipse on March 29, 2006 in Kislovodsk on the central line of the shadow are presented. The total phase of the eclipse began at 15 h 15 min local time and lasted 2 min 32 s. According to the measurements of temperature profiles, the fluctuations of the atmospheric pressure difference at the level of the Earth's surface and at a certain height to which the temperature profiles were measured were restored. The recovered fluctuations were compared with atmospheric pressure fluctuations recorded by a microbarograph, as well as with pressure fluctuations during the solar eclipse in Tynda, Amur region, on 31.07.1981. It is shown for the first time that temporary changes in vertical profiles of air temperature in the surface layer of the atmosphere caused by a solar eclipse make the main contribution to the pulsation of atmospheric pressure at ground level.

**Keywords:** solar eclipse atmospheric, pressure pulsations, reconstructed temperatures profiles

УДК 551.583: 556.124.2

## СВЯЗЬ ПЛОЩАДИ СНЕЖНОГО ПОКРОВА И МОРСКИХ ЛЬДОВ С ТЕМПЕРАТУРНЫМИ ИЗМЕНЕНИЯМИ В СЕВЕРНОМ ПОЛУШАРИИ ПО ДАННЫМ ДЛЯ ПОСЛЕДНИХ ДЕСЯТИЛЕТИЙ

© 2022 г. И. И. Мохов<sup>a, b, \*</sup>, М. Р. Парфенова<sup>a</sup><sup>a</sup>Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН, Пыжевский пер., 3, Москва, 119017 Россия<sup>b</sup>Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Ленинские горы, 1, с. 2, ГСП-1, Москва, 119991 Россия

\*e-mail: mokhov@ifaran.ru

Поступила в редакцию 18.01.2022 г.

После доработки 01.03.2022 г.

Принята к публикации 11.04.2022 г.

Получены количественные оценки связи внутригодовых и межгодовых вариаций протяженности снежного покрова и морских льдов в Северном полушарии с изменениями приповерхностной температуры на основе современных спутниковых данных и данных реанализа для периода 1979–2020 гг. Полученные новые результаты свидетельствуют об общей значимой когерентности и отрицательной корреляции с приповерхностной температурой протяженности снежного покрова и морских льдов не только в годовом ходе, но и для большинства месяцев в межгодовой изменчивости. При этом проявляются особенности в осенние месяцы, связанные с региональными особенностями изменчивости температурного режима и протяженности снежного покрова в сезон его формирования в Евразии и Северной Америке. Для зимних месяцев отмечено увеличение по абсолютной величине параметров чувствительности площади снежного покрова и морских льдов к температурным вариациям в течение последних десятилетий и коэффициентов их корреляции, а для теплых месяцев года – противоположные изменения. Наряду со статистически значимой отрицательной корреляцией общей протяженности снежного покрова и морских льдов с вариациями полушарной приповерхностной температуры в годовом ходе при кросс-вейвлетном анализе отмечена статистически значимая отрицательная корреляция для наиболее долгопериодных междесятилетних вариаций с проявлением в последние годы значимой антикорреляции для межгодовых вариаций, в частности для вариаций с периодичностью, характерной для явлений Эль-Ниньо.

**Ключевые слова:** площадь снежного покрова и морских льдов, спутниковые данные, данные реанализа, изменения приповерхностной температуры, внутригодовая и межгодовая изменчивость, Северное полушарие, арктические широты

DOI: 10.31857/S0002351522040101

### ВВЕДЕНИЕ

Сильнейшие изменения альbedo земной поверхности связаны с формированием и таянием снежно-ледового покрова. При этом взаимные изменения температурного режима и снежно-ледового покрова определяют положительную обратную связь, усиливающую чувствительность температурного режима к различным воздействиям, природным и антропогенным, и климатические вариации на временах от сезона до миллионов лет [1–8]. Увеличение климатических вариаций, связанных с изменением параметров орбиты Земли вокруг Солнца с периодами около 100, 40 и 20 тыс. лет (циклы Миланковича) с проявлением ледниковых циклов в плейстоцене в последние 2 млн лет связано с усилением влияния положительной обратной связи альbedo поверхности –

температура при общем глобальном похолодании с увеличением площади снежно-ледового покрова в течение последних десятков миллионов лет.

В последние десятилетия отмечаются быстрые глобальные и региональные климатические изменения, особенно в высоких широтах. Существенный вклад в формирование наибольшей скорости изменений приповерхностной температуры в арктических широтах (так называемое Арктическое усиление) связан с изменениями снежно-ледового покрова – с зависимостью альbedo поверхности от температуры. Исследованию современных изменений криосферы и ее роли в климатических изменениях посвящено много работ [1, 2, 9–11]. Для определения тенденций климатических изменений и получения адекватных модельных оценок возможных изменений необходим разносторон-

ний анализ глобальных и региональных особенностей связи протяженности снежно-ледового покрова, в том числе морских льдов, с температурным режимом на основе данных наблюдений [12–27]. Следует отметить, что диапазон современных внутригодовых вариаций площади снежного покрова на Земле существенно (втрое) больше, чем для морских льдов. В данной статье представлены оценки связи изменений общей площади снежного покрова и морских льдов в СП с изменениями приповерхностной температуры по данным для последних десятилетий в сопоставлении с более ранними оценками [12], в том числе с подобными оценками отдельно для площади снежного покрова и для морских льдов.

### ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ДАННЫЕ И МЕТОДЫ АНАЛИЗА

При анализе использовались среднемесячные данные CDR (Climate Data Records) NOAA [28, 29] (см. также: <https://climate.rutgers.edu/snowcover/>, <https://www.ncdc.noaa.gov/>) для протяженности (площади) снежного покрова и среднемесячные данные NSIDC (<http://nsidc.org>) [30] для протяженности (площади) морских льдов в Арктике на основе спутниковых наблюдений, а также среднемесячные данные реанализа ERA5 [31] (<https://www.ecmwf.int/en/forecasts/datasets/reanalysis-datasets/era5>) для приповерхностной температуры в СП для периода 1979–2020 гг.

Сезонные особенности вариаций площади снежного покрова и морских льдов в годовом ходе и их изменения в течение последних десятилетий анализируются с использованием соответствующих фазовых портретов. Для оценки связи протяженности снежного покрова с температурным режимом наряду с корреляционным анализом использовался кросс-вейвлетный анализ, позволяющий оценивать изменения спектральной структуры изменений [32].

Параметры чувствительности протяженности снежного покрова и морских льдов к изменению температуры оценивались с использованием линейных регрессий.

### РЕЗУЛЬТАТЫ АНАЛИЗА

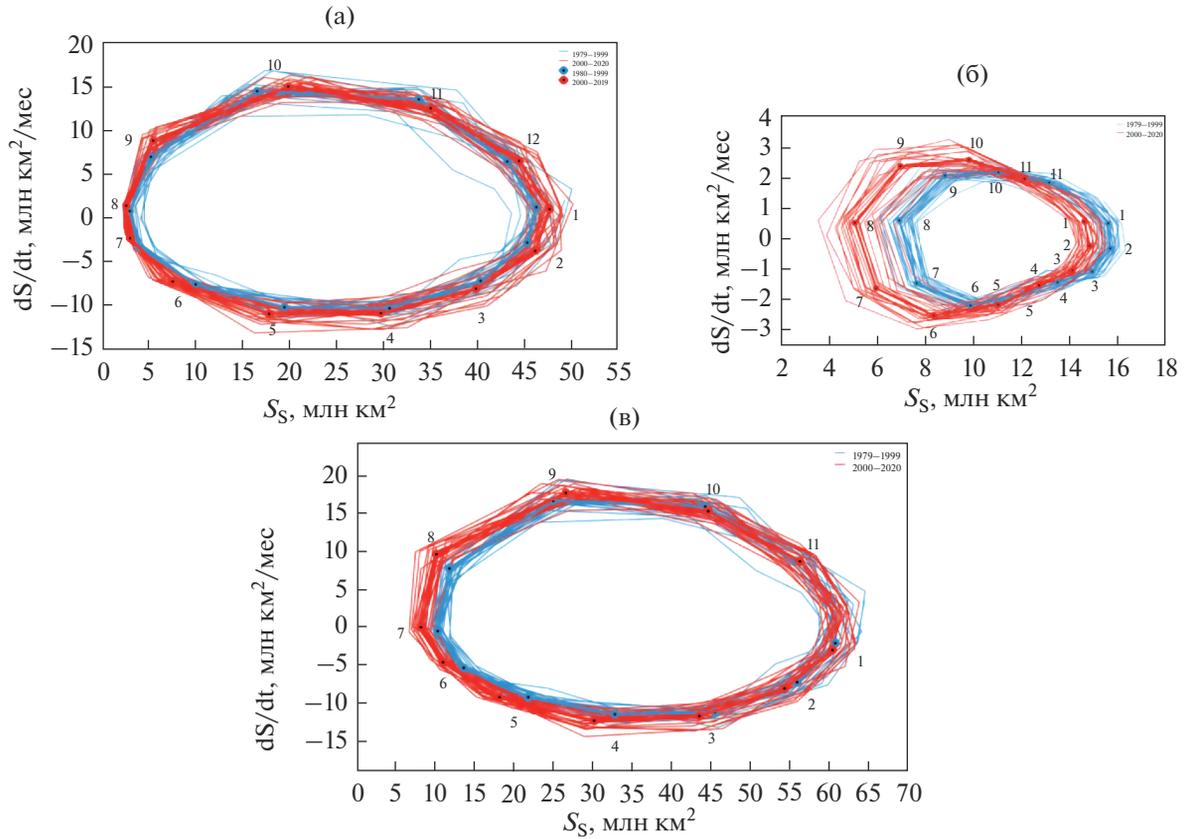
На рис. 1 представлены фазовые портреты для протяженности снежного покрова  $S_S$  (а), морских льдов  $S_I$  (б) и суммарной их протяженности  $S_{SI}$  (в) в Северном полушарии по среднемесячным данным для двух подпериодов: 1979–1999 гг. и 2000–2020 гг. Приведены также соответствующие осредненные фазовые портреты для 20-летних периодов 1980–1999 гг. и 2000–2019 гг. Согласно данным CDR, для анализируемого 40-летнего периода средняя за год площадь снежного покрова в СП около

25 млн км<sup>2</sup>. Максимальная площадь снежного покрова в СП в годовом ходе около 50 млн км<sup>2</sup>, минимальная — менее 3 млн км<sup>2</sup>. Максимальная протяженность морских льдов в СП втрое меньше — достигает в Арктике 16 млн км<sup>2</sup>. Согласно рис. 1а, 1б наибольшая межгодовая изменчивость  $S_S$  проявляется в холодные (зимние) месяцы, тогда как наибольшая межгодовая изменчивость  $S_I$  — в теплые месяцы. Для суммарной площади снежного покрова и морских льдов в СП (рис. 1в) с наибольшими значениями до 60 млн км<sup>2</sup> и более и наименьшими значениями менее 10 млн км<sup>2</sup> более четко проявляется тенденция уменьшения значений  $S_{SI}$  в теплые месяцы года.

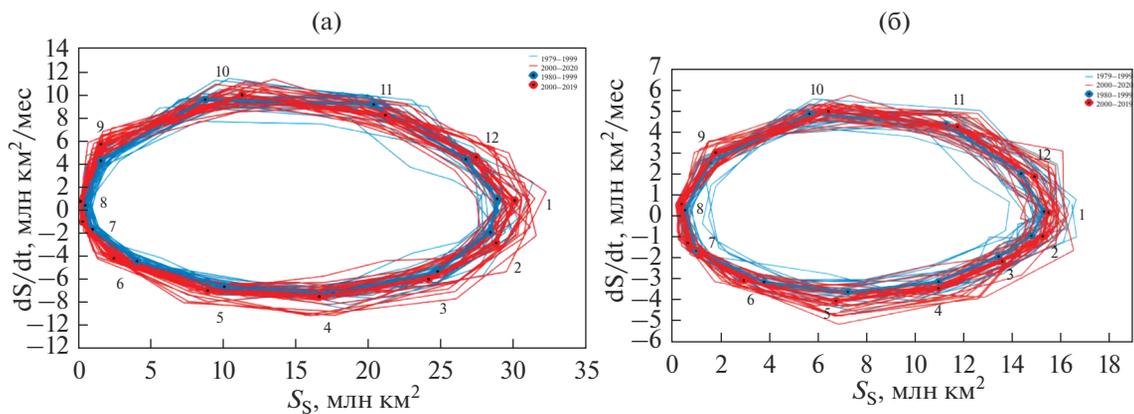
Следует отметить различия режимов снежного покрова в Евразии и Северной Америке. На рис. 2 представлены фазовые портреты для протяженности снежного покрова в Евразии (а) и Северной Америке (б) по среднемесячным данным для двух подпериодов: 1979–1999 гг. и 2000–2020 гг. В среднем за год на Евразию приходится около 3/5 общей площади снежного покрова СП (более 14 млн км<sup>2</sup>). Максимальная площадь снежного покрова в Евразии достигает значений около 30 млн км<sup>2</sup>, в Северной Америке примерно вдвое меньше — около 15–16 млн км<sup>2</sup>. Минимальные значения протяженности снежного покрова в Евразии и Северной Америке существенно меньше 1 млн км<sup>2</sup>. Межгодовая изменчивость протяженности снежного покрова в Евразии и Северной Америке меньше в летние месяцы, чем в зимние, особенно существенные различия проявляются в Евразии.

На рис. 3 представлены изменения суммарной протяженности снежного покрова и морских льдов  $S_{SI}$  в Северном полушарии в зависимости от полушарной приповерхностной температуры  $T_{NH}$  по среднемесячным данным для периода 1979–2020 гг. Аналогично [12] на основе линейной регрессии  $S_{SI}$  на  $T_{NH}$  можно оценить параметр чувствительности  $dS_{SI}/dT_{NH}$ . В [12] с использованием, в частности, среднемесячных данных [33–35] для снежно-ледового покрова, отмечено, что для оценки параметра чувствительности  $dS_{SI}/dT_{NH}$  можно не учитывать малую инерционность общей протяженности снежного покрова и морских льдов в СП (с характерным временем инерции менее полумесяца) относительно вариаций полушарной приповерхностной температуры, определяемых годовым ходом инсоляции.

Следует отметить, что на рис. 3 на фоне общей отрицательной корреляции  $S_{SI}$  и  $T_{NH}$  для всех месяцев в межгодовой изменчивости, характеризующейся прямой соответствующей линейной регрессии, проявляются особенности, в частности для октябрей и ноябрей. Это связано с соответствующей



**Рис. 1.** Фазовые портреты для протяженности снежного покрова (а), морских льдов (б) и их суммарной протяженности (в) в Северном полушарии по среднемесячным данным для двух подпериодов: 1979–1999 гг. (синий цвет) и 2000–2020 гг. (красный цвет). Приведены также соответствующие осредненные фазовые портреты для 20-летних периодов 1980–1999 гг. и 2000–2019 гг.

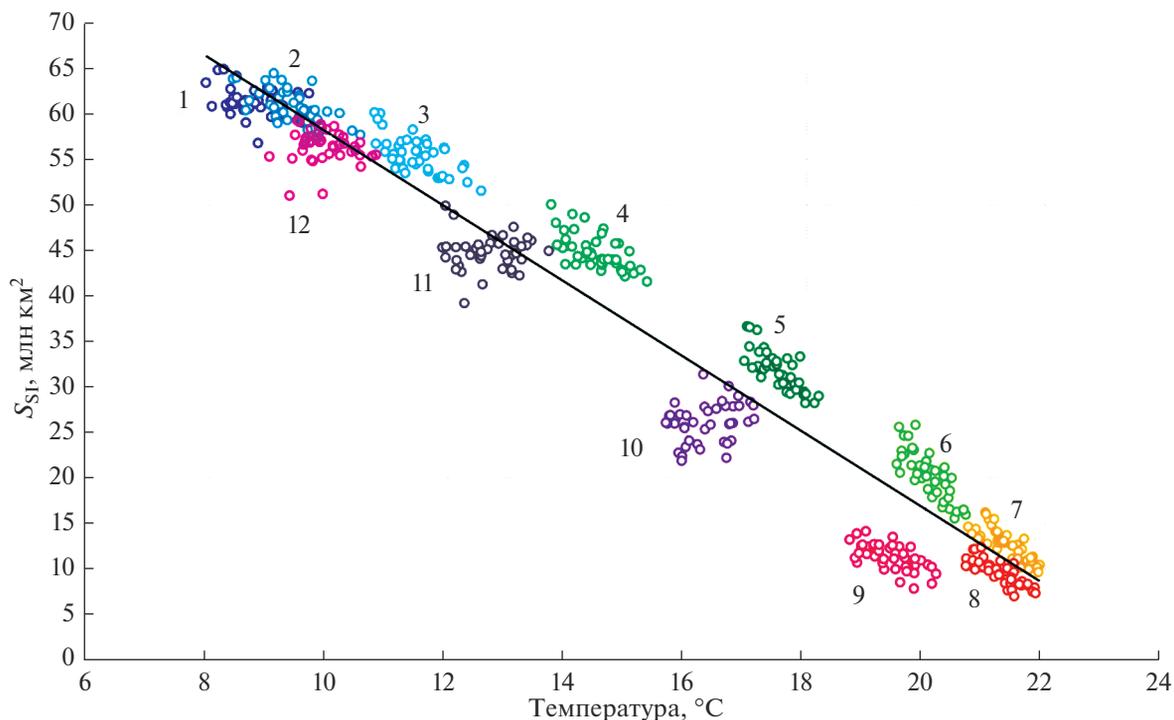


**Рис. 2.** Фазовые портреты для протяженности снежного покрова в Евразии (а) и в Северной Америке (б) по среднемесячным данным для двух подпериодов: 1979–1999 гг. (синий цвет) и 2000–2020 гг. (красный цвет). Приведены также соответствующие осредненные фазовые портреты для 20-летних периодов 1980–1999 гг. и 2000–2019 гг.

щими особенностями для протяженности снежного покрова [25–27].

В табл. 1 приведены полученные на основе соответствующих линейных регрессий количественные

оценки параметров чувствительности  $dS_{SI}/dT_{NH}$  [млн км<sup>2</sup>/К] общей протяженности снежного покрова и морских льдов  $S_{SI}$  в Северном полушарии по спутниковым данным к изменению полушар-



**Рис. 3.** Площадь снежного покрова и морских льдов  $S_{SI}$  в зависимости от приповерхностной температуры  $T_{NH}$  для всего Северного полушария по среднемесячным данным для периода 1979–2020 гг. Прямая соответствует линейной регрессии для периода 1979–2020 гг.

**Таблица 1.** Количественные оценки параметров чувствительности  $dS_{SI}/dT_{NH}$  [млн км<sup>2</sup>/К] общей протяженности снежного покрова и морских льдов  $S_{SI}$  по спутниковым данным к изменению приповерхностной температуры  $T_{NH}$  в Северном полушарии по данным реанализа ERA5 для разных месяцев в межгодовой изменчивости для двух периодов: 1979–2020 гг. и 2005–2020 гг. Приведены также среднеквадратические отклонения для  $dS_{SI}/dT_{NH}$ , в скобках – соответствующие коэффициенты корреляции  $r$ . Выделены статистически значимые оценки (на уровне 0.05)

$dS_{SI}/dT_{NH}$ [млн км <sup>2</sup> /К]	1979–2020 гг.	2005–2020 гг.
Январь	$-1.04 \pm 0.53$ (–0.30)	<b><math>-1.98 \pm 0.93</math> (–0.50)</b>
Февраль	<b><math>-2.26 \pm 0.48</math> (–0.60)</b>	<b><math>-3.42 \pm 0.72</math> (–0.79)</b>
Март	<b><math>-3.05 \pm 0.53</math> (–0.67)</b>	<b><math>-3.31 \pm 1.04</math> (–0.65)</b>
Апрель	<b><math>-3.00 \pm 0.58</math> (–0.64)</b>	<b><math>-3.45 \pm 1.19</math> (–0.61)</b>
Май	<b><math>-5.06 \pm 0.64</math> (–0.78)</b>	$-3.22 \pm 1.62$ (–0.47)
Июнь	<b><math>-6.59 \pm 0.75</math> (–0.81)</b>	<b><math>-4.99 \pm 1.95</math> (–0.57)</b>
Июль	<b><math>-4.35 \pm 0.47</math> (–0.82)</b>	<b><math>-2.31 \pm 1.08</math> (–0.50)</b>
Август	<b><math>-3.21 \pm 0.38</math> (–0.80)</b>	$-1.29 \pm 0.83$ (–0.39)
Сентябрь	<b><math>-2.33 \pm 0.45</math> (–0.63)</b>	$-0.83 \pm 1.56$ (–0.14)
Октябрь	$1.25 \pm 0.73$ (0.26)	$3.42 \pm 3.11$ (0.28)
Ноябрь	$-0.01 \pm 0.64$ (–0.00)	$0.11 \pm 1.81$ (0.02)
Декабрь	$-0.39 \pm 0.65$ (–0.09)	<b><math>-3.56 \pm 0.80</math> (–0.77)</b>
Все месяцы	<b><math>-4.13 \pm 0.04</math> (–0.97)</b>	<b><math>-4.31 \pm 0.06</math> (–0.98)</b>

ной приповерхностной температуры  $T_{NH}$  по данным реанализа ERA5 для разных месяцев в межгодовой изменчивости для двух периодов: 1979–2020 гг. и 2005–2020 гг. Согласно табл. 1 по данным для периода 1979–2020 гг. для большинства месяцев получены статистически значимые отрицательные значения для оценок параметров чувствительности площади снежного покрова к изменениям приповерхностной температуры в межгодовой изменчивости. Положительная величина (статистически незначимая) получена только для октября. Для периода 2005–2020 гг. для октября (а также для ноября) также оценена статистически незначимая положительная величина  $dS_{SI}/dT_{NH}$ . Отмеченные осенние особенности общей протяженности снежного покрова и морских льдов связаны с соответствующими изменениями протяженности снежного покрова. Максимальные по абсолютной величине оценки параметров чувствительности  $dS_{SI}/dT_{NH}$  [млн км<sup>2</sup>/К] получены для начала лета – –6.6 млн км<sup>2</sup>/К для периода 1979–2020 гг. и –5.0 млн км<sup>2</sup>/К для периода 2005–2020 гг.

Отмеченные особенности увеличения протяженности снежного покрова с ростом приповерхностной температуры объясняются увеличением осадков в холодные сезоны, в частности в высокоширотных регионах, в связи с увеличением влагоемкости атмосферы при потеплении [27]. Площадь снежного покрова может увеличиваться при росте приповерхностной температуры  $T$ , если выполняется условие

$$f_{Pr}^{-1}d(f_{Pr})/dT > -f_T^{-1}d(f_T)/dT,$$

где  $f_T$  – доля поверхности с температурой у поверхности ниже 0°C,  $f_{Pr}$  – доля поверхности с температурой у поверхности ниже 0°C при ненулевых осадках ( $Pr > 0$ ). При этом условия роста протяженности снежного покрова  $S$  при росте приповерхностной температуры  $T$  возможен при относительной чувствительности  $f_{Pr}$  к изменению температуры ( $f_{Pr}^{-1}d(f_{Pr})/dT$ ), превышающей относительную чувствительность  $f_T$  к изменению температуры ( $f_T^{-1}d(f_T)/dT$ ) по абсолютной величине. Следует также учитывать зависимость региональных особенностей выпадения осадков от особенностей атмосферной циркуляции.

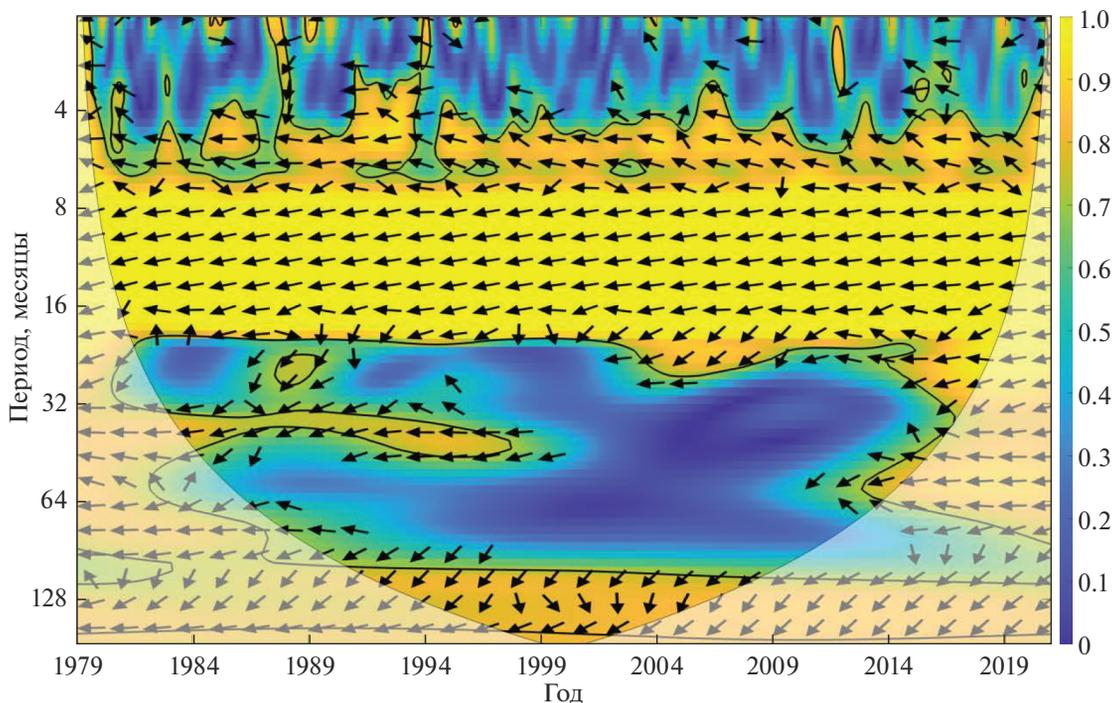
Увеличение протяженности снежного покрова в осенние месяцы при потеплении можно объяснить и увеличением переноса водяного пара в атмосфере с выпадением снега над континентами в связи с уменьшением площади морских льдов в Северном Ледовитом океане [36]. Существенно, что для современного климата последних десятилетий, в частности для Евразии, именно в октябре на значительной ее части осуществляется переход к отрицательным (в градусах Цельсия) значениям

температуры поверхности и формированию снежного покрова (см., напр., [37]). При этом для октябрей характерна большая не только пространственная, но и межгодовая изменчивость.

Следует отметить, что особенности изменений снежного покрова могут быть связаны не только с долгопериодными тенденциями изменений климата и модами междесятилетней и внутридесятилетней климатической изменчивости, по-разному проявляющимися в разных регионах, но и с особенностями анализируемых данных, степенью их однородности, в том числе данных CDR на основе спутниковых наблюдений [38, 39] (см. также [25, 27]). В частности, в [38] отмечена необходимость корректировки данных CDR до 2005 г.

В [27] отдельно для Евразии и Северной Америки отмечена значимая антикорреляция для межгодовых (внутридесятилетних) вариаций площади снежного покрова и приповерхностной температуры. Для Евразии в последние десятилетия более значимо проявляется отрицательная корреляция для наиболее долгопериодных (междесятилетних) вариаций. Для СП в целом когерентность площади снежного покрова на суше с полушарной приповерхностной температурой существенно более значима для вариаций годовом ходе, чем для межгодовых вариаций. Это связано с тем, что вариации приповерхностной температуры СП в целом существенно зависят от вариаций температуры у поверхности океанов, тогда как снег покрывает только сушу при неучете снежного покрова морских льдов. Существенно также, что по данным для последних лет отмечена слабая когерентность межгодовых вариаций площади снежного покрова в Евразии и Северной Америке, что связано со слабой когерентностью межгодовых вариаций приповерхностной температуры Евразии и Северной Америки. Отмеченные особенности можно связать с региональными проявлениями ключевых мод естественной климатической изменчивости типа Северо-Атлантического колебания, Арктического колебания, Атлантической мультидесятилетней осцилляции, Тихоокеанской десятилетней осцилляции, явления Эль-Ниньо [40, 41]. Это существенно проявляется в изменчивости режимов центров действия атмосферы, в том числе в вариациях интенсивности Сибирского максимума. Пространственной неоднородности полей температуры и осадков способствуют квазистационарные режимы планетарных волн и атмосферных блокировок [42].

При сравнении характеристик связи  $S_{SI}$  с  $T_{NH}$  (параметров чувствительности  $dS_{SI}/dT_{NH}$  и тесноты связи – коэффициентов корреляции  $r$ ) для двух периодов выявлены существенные различия. При этом для зимних месяцев для периода 2005–2020 гг. по сравнению с периодом 1979–2020 гг. отмечено увеличение по абсолютной величине параметров чувствительности  $dS_{SI}/dT_{NH}$  и



**Рис. 4.** Локальная когерентность площади снежного покрова и морских льдов  $S_{S1}$  с вариациями приповерхностной температуры для  $T_{NH}$  для Северного полушария в целом по среднемесячным данным для периода 1979–2020 гг. Выделены области со значимой когерентностью (на уровне 95%), стрелки характеризуют фазовый сдвиг (стрелка вправо – синфазность, влево – противофазность), отмечены также области краевых эффектов.

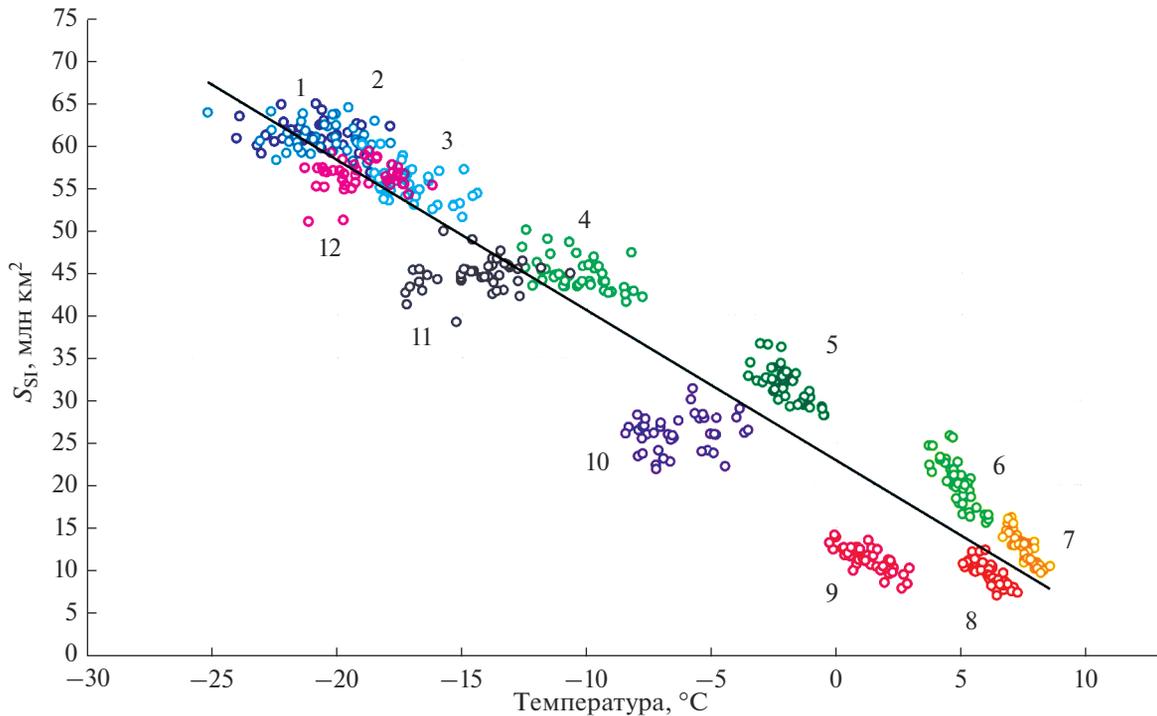
коэффициентов корреляции  $r$ , тогда как теплых месяцев с мая по сентябрь отмечены противоположные изменения. Сравнительно слабые изменения получены для весенних месяцев – марта и апреля. При этом для осенних месяцев октября и ноября оценки получены статистически незначимые.

Для периода 1979–2020 гг. в целом по среднемесячным данным параметр чувствительности  $S_{S1}$  к изменению приповерхностной температуры СП  $T_{NH}$  оценен величиной  $-4.1$  млн  $\text{км}^2/\text{K}$ , а для периода 2005–2020 гг. – величиной  $-4.3$  млн  $\text{км}^2/\text{K}$ . Соответствующие оценки для отдельных лет находятся в диапазоне от  $-3.8$  млн  $\text{км}^2/\text{K}$  (для 1981 г.) до  $-4.5$  млн  $\text{км}^2/\text{K}$  (для 2010 г.). При этом минимальные и максимальные оценки по абсолютной величине параметра  $dS_{S1}/dT_{NH}$  получены для лет с максимальными и минимальными оценками параметра чувствительности площади снежного покрова к изменению приповерхностной температуры СП ( $-3.4$  млн  $\text{км}^2/\text{K}$  и  $-3.9$  млн  $\text{км}^2/\text{K}$ ). Соответствующие оценки для площади морских льдов получены в диапазоне от  $-0.4$  млн  $\text{км}^2/\text{K}$  (в 1996 г.) до  $-0.6$  млн  $\text{км}^2/\text{K}$  (в 2020 г.).

Особенности связи протяженности снежного покрова и морских льдов с межгодовыми и междесятилетними вариациями температурного ре-

жима можно оценить с использованием кросс-вейвлетного анализа. Рисунок 4 характеризует локальную когерентность площади снежного покрова и морских льдов с вариациями приповерхностной температуры в СП по среднемесячным данным для периода 1979–2020 гг. Наряду с устойчиво проявляющейся значимой отрицательной корреляцией общей протяженности снежного покрова и морских льдов с вариациями полушарной приповерхностной температуры в годовом ходе отмечается устойчивая значимая отрицательная корреляция для наиболее долгопериодных междесятилетних вариаций (для анализируемых данных для 4 десятилетий). В последние годы проявляется значимая антикорреляция межгодовых вариаций  $S_{S1}$  и  $T_{NH}$ , в частности для вариаций с периодичностью около 5 лет, характерной для явлений Эль-Ниньо.

Проведен также анализ связи протяженности снежного покрова и морских льдов в СП с приповерхностной температурой в арктических и субарктических широтах, в частности с приповерхностной температурой  $T_A$  в поясе широт  $60-90^\circ$  с.ш. На рис. 5 представлены изменения суммарной протяженности снежного покрова и морских льдов  $S_{S1}$  в Северном полушарии в зависимости от приповерхностной температуры  $T_A$  в Арктике по среднемесячным данным для периода 1979–2020 гг. Пря-



**Рис. 5.** Площадь снежного покрова и морских льдов  $S_{SI}$  в зависимости от приповерхностной температуры  $T_A$  в Арктике по среднемесячным данным для периода 1979–2020 гг. Прямая соответствует линейной регрессии для периода 1979–2020 гг.

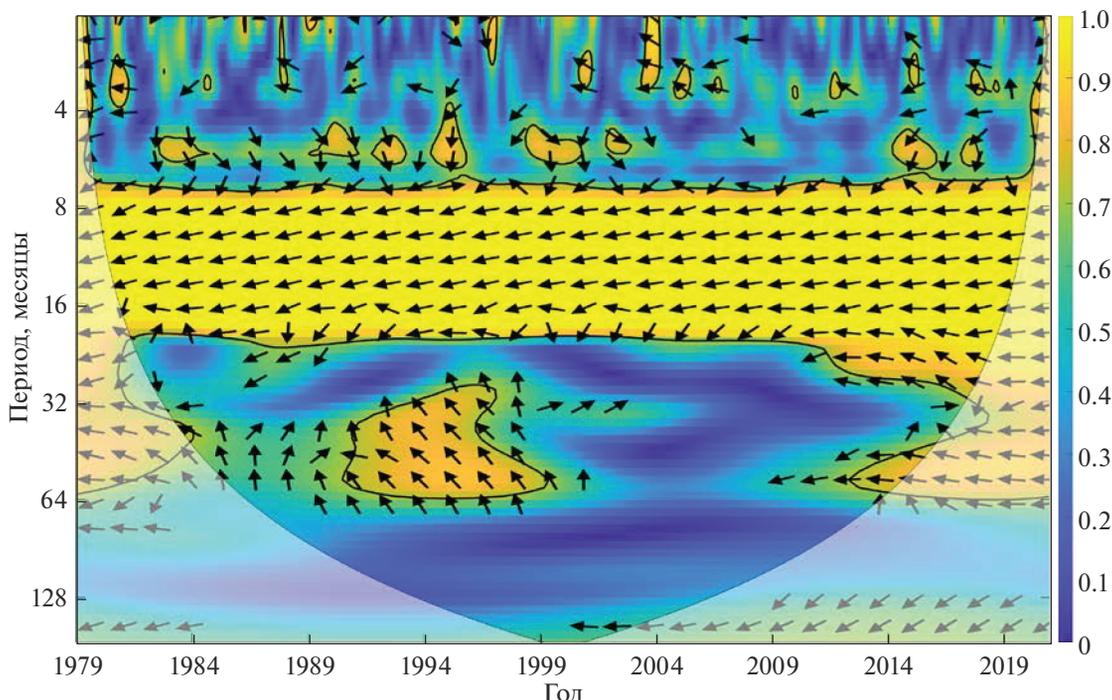
мая соответствует соответствующей линейной регрессии для периода 1979–2020 гг.

Как и на рис. 3 на фоне общей отрицательной корреляции  $S_{SI}$  и  $T_{NH}$  для всех месяцев в межгодовой изменчивости, характеризуемой прямой линейной регрессии, на рис. 5 проявляются особенности, в частности для октябрей и ноябрей. В табл. 2 приведены полученные на основе соответствующих линейных регрессий количественные оценки параметров чувствительности  $dS_{SI}/dT_A$  общей протяженности снежного покрова и морских льдов  $S_{SI}$  в Северном полушарии к изменению приповерхностной температуры  $T_A$  для разных месяцев в межгодовой изменчивости для двух периодов: 1979–2020 гг. и 2005–2020 гг. Согласно табл. 2 по данным для периода 2005–2020 гг. для всех месяцев получены отрицательные значения для оценок параметров чувствительности  $dS_{SI}/dT_A$ , в том числе для 7 месяцев статистически значимые оценки. Для периода 1979–2020 гг. отрицательные оценки  $dS_{SI}/dT_A$  получены для 9 месяцев (для 7 месяцев – статистически значимые оценки). Для  $S_{SI}$  и  $T_A$ , как и для  $S_{SI}$  и  $T_{NH}$ , для периода 2005–2020 гг. для теплых месяцев (с мая по август) также отмечено ослабление отрицательной корреляции и уменьшение по абсолютной величине параметра чувствительности  $dS_{SI}/dT_A$ . При этом для периода 2005–2020 гг. с мая по сентябрь связь  $S_{SI}$  с  $T_A$  полу-

чена более тесной, чем связь с  $T_{NH}$ . Максимальные по абсолютной величине оценки параметров чувствительности  $dS_{SI}/dT_A$  [млн км<sup>2</sup>/К] получены для начала лета –  $-3.6$  млн км<sup>2</sup>/К для периода 1979–2020 гг. и  $-2.1$  млн км<sup>2</sup>/К для периода 2005–2020 гг.

Рис. 6 характеризует локальную когерентность площади снежного покрова и морских льдов  $S_{SI}$  в СП с вариациями приповерхностной температуры  $T_A$  в высоких широтах по среднемесячным данным для периода 1979–2020 гг. Устойчиво проявляется значимая антикорреляция  $S_{SI}$  и  $T_A$  в годовом ходе, а в последние годы проявляется значимая антикорреляция межгодовых вариаций  $S_{SI}$  и  $T_A$ , в частности для вариаций с периодичностью около 5 лет. При этом, в отличие от рис. 4 (для локальной когерентности  $S_{SI}$  и  $T_{NH}$ ), на рис. 6 не проявляется значимая когерентность  $S_{SI}$  и  $T_A$  для наиболее долгопериодных междесятилетних вариаций (по данным для четырех десятилетий).

При использовании среднемесячных данных основные особенности связи протяженности снежного покрова и морских льдов с приповерхностной температурой в целом определяются особенностями их годового хода – межгодовые вариации существенно меньше внутрисезонных. При этом в межгодовой изменчивости особенности связи протяженности снежного покрова и морских льдов с приповерхностной



**Рис. 6.** Локальная когерентность площади снежного покрова и морских льдов  $S_{SI}$  с вариациями приповерхностной температуры  $T_A$  в высоких широтах по среднемесячным данным для периода 1979–2020 гг. Выделены области со значимой когерентностью (на уровне 95%), стрелки характеризуют фазовый сдвиг (стрелка вправо – синфазность, влево – противофазность), отмечены также области краевых эффектов.

**Таблица 2.** Количественные оценки параметров чувствительности  $dS_{SI}/dT_A$  [млн км<sup>2</sup>/К] общей протяженности снежного покрова и морских льдов  $S_{SI}$  по спутниковым данным к изменению приповерхностной температуры  $T_A$  в Арктике по данным реанализа ERA5 для разных месяцев в межгодовой изменчивости для двух периодов: 1979–2020 гг. и 2005–2020 гг. Приведены также среднеквадратические отклонения для  $dS_{SI}/dT_{NH}$ , в скобках – соответствующие коэффициенты корреляции. Выделены статистически значимые оценки (на уровне 0.05)

$dS_{SI}/dT_A$ [млн км <sup>2</sup> /К]	1979–2020 гг.	2005–2020 гг.
Январь	$-0.15 \pm 0.17$ (–0.14)	$-0.19 \pm 0.39$ (–0.13)
Февраль	$-0.29 \pm 0.17$ (–0.25)	$-0.41 \pm 0.38$ (–0.27)
Март	<b><math>-0.86 \pm 0.23</math> (–0.51)</b>	$-0.54 \pm 0.35$ (–0.38)
Апрель	<b><math>-0.77 \pm 0.20</math> (–0.51)</b>	<b><math>-0.87 \pm 0.36</math> (–0.55)</b>
Май	$-1.92 \pm 0.30$ (–0.72)	$-1.29 \pm 0.43$ (–0.62)
Июнь	$-3.56 \pm 0.43$ (–0.80)	$-2.12 \pm 0.76$ (–0.60)
Июль	$-3.19 \pm 0.34$ (–0.83)	$-1.54 \pm 0.41$ (–0.71)
Август	$-1.90 \pm 0.25$ (–0.76)	$-0.85 \pm 0.42$ (–0.48)
Сентябрь	$-1.29 \pm 0.17$ (–0.76)	$-1.58 \pm 0.59$ (–0.58)
Октябрь	$0.27 \pm 0.24$ (0.18)	$-0.46 \pm 0.81$ (–0.15)
Ноябрь	$0.27 \pm 0.19$ (0.23)	$-0.03 \pm 0.48$ (–0.02)
Декабрь	$0.07 \pm 0.21$ (0.05)	<b><math>-1.18 \pm 0.40</math> (–0.62)</b>
Все месяцы	<b><math>-1.77 \pm 0.02</math> (–0.96)</b>	<b><math>-1.90 \pm 0.03</math> (–0.98)</b>

**Таблица 3.** Количественные оценки параметров чувствительности  $dS_{SI}/dT_{NH}$ ,  $dS_S/dT_{NH}$  и  $dS_I/dT_{NH}$  по среднегодовым данным для двух периодов: 1979–2020 гг. и 2005–2020 гг. Приведены также среднеквадратические отклонения для  $dS_{SI}/dT_{NH}$ , в скобках – соответствующие коэффициенты корреляции  $r$ . Выделены статистически значимые оценки (на уровне 0.05)

Период	$dS_{SI}/dT_{NH}$ [млн км <sup>2</sup> /К]	$dS_S/dT_{NH}$ [млн км <sup>2</sup> /К]	$dS_I/dT_{NH}$ [млн км <sup>2</sup> /К]
1979–2020 гг.	<b><math>-2.00 \pm 0.29</math> (<math>-0.74</math>)</b>	$-0.22 \pm 0.28$ ( $-0.13$ )	<b><math>-1.78 \pm 0.11</math> (<math>-0.94</math>)</b>
2005–2020 гг.	$-1.19 \pm 0.71$ ( $-0.41$ )	$-0.10 \pm 0.66$ ( $-0.04$ )	<b><math>-1.09 \pm 0.24</math> (<math>-0.77</math>)</b>

температурой различаются очень сильно с существенными междесятилетними изменениями. В том числе существенно различаются для разных месяцев оценки параметров чувствительности площади снежного покрова и морских льдов к изменению приповерхностной температуры и степень их связности. На рис. 7 представлены межгодовые вариации общей площади снежного покрова и морских льдов (рис. 7а) и отдельно для снежного покрова и морских льдов (рис. 7б) в зависимости от межгодовых вариаций приповерхностной температуры по среднегодовым данным для Северного полушария для периода 1979–2020 гг. Общая тенденция уменьшения протяженности снежного покрова и морских льдов при увеличении приповерхностной температуры в СП на рис. 7а связана, как видно из рис. 7б, с тенденцией уменьшения протяженности морских льдов в Арктике. Для протяженности снежного покрова СП в целом заметной тенденции в зависимости от полушарной приповерхностной температуры на рис. 7б не проявляется.

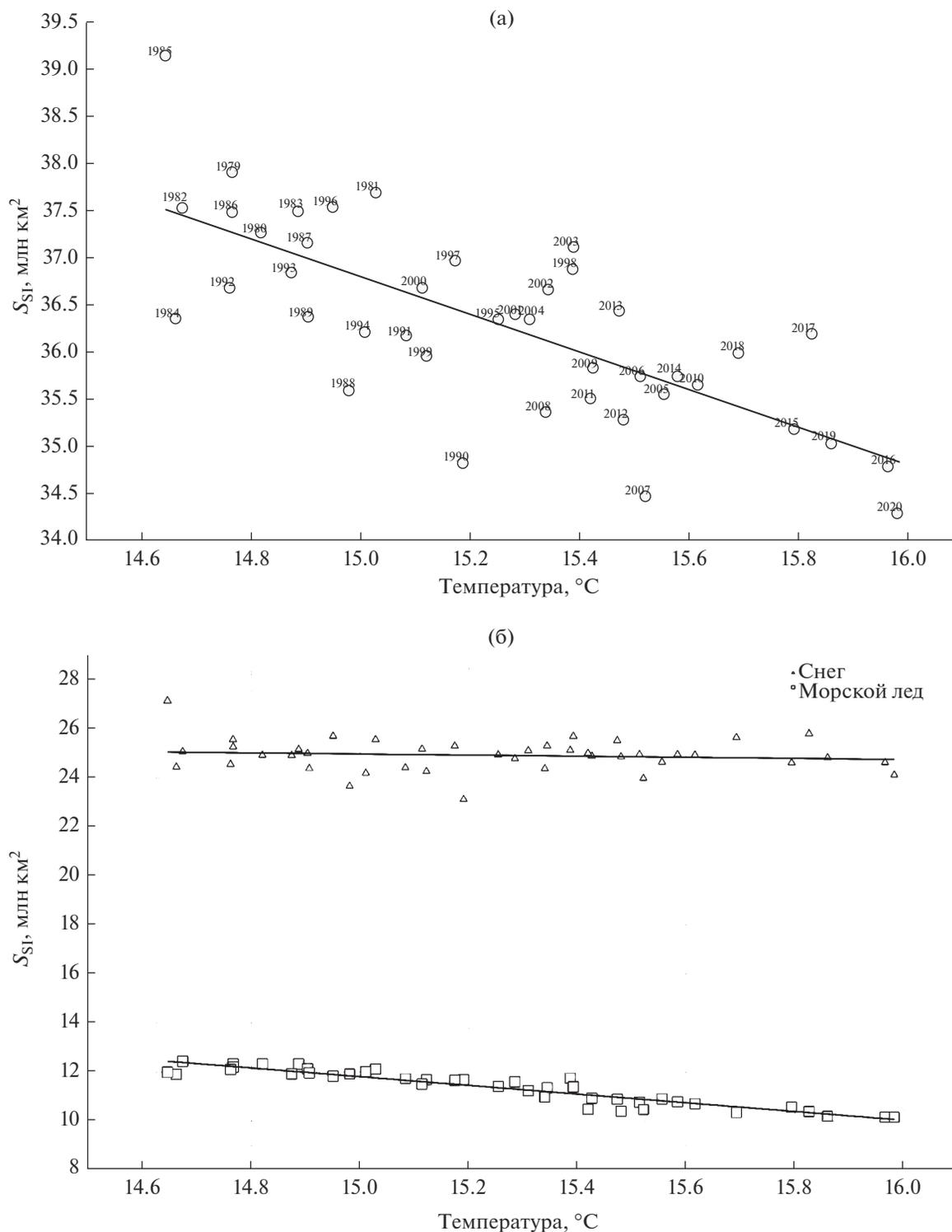
В табл. 3 приведены количественные оценки параметров чувствительности  $dS_{SI}/dT_{NH}$ ,  $dS_S/dT_{NH}$  и  $dS_I/dT_{NH}$  по среднегодовым данным для двух периодов: 1979–2020 гг. и 2005–2020 гг.

Согласно табл. 3 связь  $S_{SI}$  с  $T_{NH}$  для периода 1979–2020 гг. статистически значима за счет статистически значимой связи  $S_I$  с  $T_{NH}$  (в отсутствие статистически значимой связи  $S_S$  с  $T_{NH}$ ). При этом для периода 2005–2020 гг. связь  $S_{SI}$  с  $T_{NH}$  оценена статистически менее значимой – это проявилось в уменьшении соответствующего коэффициента корреляции (уменьшении степени связности). При этом параметр чувствительности  $dS_{SI}/dT_{NH}$  оценен существенно меньшим по абсолютной величине ( $-1.2 \pm 0.7$  млн км<sup>2</sup>/К), чем для периода 1979–2020 гг. ( $-2.0 \pm 0.3$  млн км<sup>2</sup>/К). Это связано с изменением параметра чувствительности  $S_I$  к изменениям  $T_{NH}$  (в отсутствие статистически значимой связи  $S_S$  с  $T_{NH}$ ). Параметр чувствительности  $dS_I/dT_{NH}$  существенно уменьшился по абсолютной величине ( $-1.1 \pm 0.7$  млн км<sup>2</sup>/К), чем для периода 1979–2020 гг. ( $-1.8 \pm 0.3$  млн км<sup>2</sup>/К).

## ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе получены новые оценки параметра чувствительности общей протяженности снежного покрова и морских льдов  $S_{SI}$  в Северном полушарии к изменению приповерхностной температуры СП  $T_{NH}$   $-4.1$  млн км<sup>2</sup>/К для всего анализированного периода 1979–2020 гг. по среднемесячным данным и  $-4.3$  млн км<sup>2</sup>/К – для периода 2005–2020 гг. Максимальные по абсолютной величине оценки параметров чувствительности  $dS_{SI}/dT_{NH}$  [млн км<sup>2</sup>/К] для периода 1979–2020 гг. достигали для начала лета  $-6.6$  млн км<sup>2</sup>/К, а для периода 2005–2020 гг. –  $-5.0$  млн км<sup>2</sup>/К.

Ранее в [12] с использованием разных среднемесячных данных в годовом ходе были получены соответствующие оценки параметра чувствительности площади снежно-ледового покрова  $S_{SI}$  в Северном полушарии к изменению приповерхностной температуры СП  $T_{NH}$  в диапазоне  $-(3.5–5.1)$  млн км<sup>2</sup>/К с оценками параметра чувствительности средней широтной границы снежно-ледового покрова в диапазоне  $1.6–2.3$  (град. широты)/К. Было проведено также сравнение эмпирических оценок параметров чувствительности (в годовом ходе и при четвертичных оледенениях) с полученными с использованием климатических моделей (энергобалансовых и общей циркуляции [43–47]) и сделан вывод о чувствительности средней широты криосферной границы и площади снежно-ледового покрова к изменению приповерхностной температуры СП в диапазонах  $1.5–2.5$  град/К и  $-(3.3–5.5)$  млн км<sup>2</sup>/К, соответственно. Полученные в данной работе оценки параметра чувствительности площади снежно-ледового покрова  $S_{SI}$  в Северном полушарии к изменению приповерхностной температуры СП  $T_{NH}$  для всего анализированного периода 1979–2020 гг. по современному среднемесячным данным  $-4.1$  млн км<sup>2</sup>/К и  $-4.3$  млн км<sup>2</sup>/К для периода 2005–2020 гг. находятся в пределах оцененного в [12] диапазона неопределенности. В пределах этого диапазона и максимальные по абсолютной величине оценки  $dS_{SI}/dT_{NH}$  для разных месяцев года, за исключением июней для периода



**Рис. 7.** Общая площадь снежного покрова и морских льдов (а) и отдельно для снежного покрова и морских льдов (б) в зависимости от приповерхностной температуры по среднегодовым данным для Северного полушария для периода 1979–2020 гг. Результаты соответствующих линейных регрессий отмечены прямыми линиями. Прямые соответствуют линейным регрессиям.

1979–2020 гг. Соответствующие оценки  $dS_{SI}/dT_{NH}$  по среднегодовым данным существенно меньше по абсолютной величине —  $-2.0 \pm 0.3$  млн км<sup>2</sup>/К для периода 1979–2020 гг. и  $-1.2 \pm 0.7$  млн км<sup>2</sup>/К для периода 2005–2020 гг.

При более детальном анализе современных данных выявлены сезонные особенности тенденций протяженности снежного покрова и морских льдов при изменении приповерхностной температуры в СП. Для большинства месяцев получены статистически значимые отрицательные значения для оценок параметров чувствительности площади снежного покрова к изменениям приповерхностной температуры в межгодовой изменчивости. Положительная величина (статистически незначимая) получена только для октября. Для периода 2005–2020 гг. для октября (а также для ноября) оценена статистически незначимая положительная величина  $dS_{SI}/dT_{NH}$ . При этом для зимних месяцев для периода 2005–2020 гг. по сравнению с периодом 1979–2020 гг. отмечено увеличение по абсолютной величине параметров чувствительности  $dS_{SI}/dT_{NH}$  и коэффициентов корреляции  $r$ , тогда как теплых месяцев с мая по сентябрь отмечены противоположные изменения. Отмечены особенности для осенних месяцев, связанные с особенностями изменений протяженности снежного покрова и температурного режима в Евразии и Северной Америке.

Наряду с устойчиво проявляющейся значимой отрицательной корреляцией общей протяженности снежного покрова и морских льдов с вариациями полушарной приповерхностной температуры в годовом ходе при кросс-вейвлетном анализе отмечена статистически значимая отрицательная корреляция для наиболее долгопериодных междесятилетних вариаций. В последние годы проявляется значимая антикорреляция соответствующих межгодовых вариаций, в частности для вариаций с периодичностью около 5 лет, характерной для явлений Эль-Ниньо [48].

Данная работа выполнена при поддержке Минобрнауки РФ в рамках Соглашения № 075-15-2020-776.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- IPCC, 2021: Climate Change 2021: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Sixth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change [Masson-Delmotte V., et al. (eds.)]. Cambridge Univ. Press. 2021.
- Второй оценочный доклад Росгидромета об изменениях климата и их последствиях на территории Российской Федерации. М.: Росгидромет, 2014. 1009 с.
- Будыко М.И. Климат в прошлом и будущем. Л.: Гидрометеиздат, 1980. 351 с.
- Мохов И.И. Диагностика структуры климатической системы. СПб: Гидрометеиздат, 1993. 271 с.
- Захаров В.Ф. Морские льды в климатической системе. СПб: Гидрометеиздат, 1996. 214 с.
- Кислов А.В. Климат в прошлом, настоящем и будущем. М.: МАИК “Наука/Интерпериодика”, 2001. 351 с.
- Метеорологические и геофизические исследования. М.: Paulsen, 2011. 352 с.
- Barry R., Gan T.Y. The global cryosphere: past, present and future. Cambridge Univ. Press, New York, NY, 2011, 472 p.
- Snow, Water, Ice and Permafrost in the Arctic (SWIPA) 2017. Arctic Monitoring and Assessment Programme (AMAP), Oslo, Norway. 2017. 269 p.
- Bindoff N.L., Stott P.A., AchutaRao K.M., Allen M.R., Gillett N., Gutzler D., Hansingo K., Hegerl G., Hu Y., Jain S., Mokhov I.I., Overland J., Perlwitz J., Sebbari R., Zhang X. Detection and Attribution of Climate Change: from Global to Regional / In: Climate Change 2013: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Fifth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change. Stocker T.F., Qin D., Plattner G.-K., Tignor M., Allen S.K., Boschung J., Nauels A., Xia Y., Bex V., Midgley P.M. (eds.). Cambridge Univ. Press, Cambridge/New York, NY. 2013. P. 867–952.
- Формирование и динамика современного климата Арктики. Под ред. Г.В. Алексеева. СПб: Гидрометеиздат, 2004. 265 с.
- Мохов И.И. Температурная чувствительность площади криосферы Северного полушария // Известия АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1984. Т. 20. № 2. С. 136–143.
- Groisman P.Ya., Karl T.R., Knight R.W., Stenchikov G.L. Changes of snow cover, temperature, and radiative heat balance over the Northern Hemisphere // J. Climate. 1994. V. 7. P. 1633–1656.
- Кренке А.Н., Китаев Л.М., Турков Д.В. Климатическая роль изменений снежного покрова в период потепления // Изв. РАН. Сер. геогр. 2001. № 4. С. 44–52.
- Шмакин А.Б. Климатические характеристики снежного покрова Северной Евразии и их изменения в последние десятилетия // Лед и снег. 2010. Вып. 1. С. 43–57.
- Мохов И.И., Семенов В.А., Хон В.Ч., Погарский Ф.А. Изменения распространения морских льдов в Арктике и связанные с ними климатические эффекты: диагностика и моделирование // Лед и снег. 2013. № 2 (122). С. 53–62.
- Мохов И.И. Современные изменения климата Арктики // Вестник РАН. 2015. Т. 85. № 5–6. С. 478–484.
- Alekseev G., Glok N., Smirnov A. On assessment of the relationship between changes of sea ice extent and climate in the Arctic // Intern. J. Climatol. 2016. V. 36 (9). P. 3407–3412.
- Попова В.В., Ширяева А.В., Морозова П.А. Изменения характеристик снежного покрова на территории России 1950–2013 годах: региональные осо-

- бенности и связь с глобальным потеплением // Криосфера Земли. 2018. Т. XXII. № 4. С. 65–75.
20. *Малинин В.Н., Вайновский П.А.* К сравнению характеристик межгодовой изменчивости площади морского льда Северного и Южного полушария // Ученые записки РГГМУ. 2019. № 57. С. 77–90.
  21. *Мохов И.И.* Особенности современных изменений в Арктике и их последствий // Проблемы Арктики и Антарктики. 2020. Т. 66. № 4. С. 446–462.
  22. *Мохов И.И., Парфенова М.Р.* Особенности изменчивости антарктических и арктических морских льдов в последние десятилетия на фоне глобальных и региональных климатических изменений // Вопросы географии. 2020. Сб. 150. С. 304–319.
  23. *Семенов В.А., Матвеева Т.А.* Изменения арктических морских льдов в первой половине XX века: пространственно-временная реконструкция на основе температурных данных // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2020. Т. 56. № 5. С. 611–616.
  24. *Мохов И.И., Парфенова М.Р.* Связь протяженности антарктических и арктических морских льдов с температурными изменениями в 1979–2020 гг. // ДАН. Науки о Земле. 2021. Т. 496. № 1. С. 71–77.
  25. *Мохов И.И., Парфенова М.Р.* Изменения протяженности снежного покрова в Евразии по спутниковым данным в связи с полушарными и региональными температурными изменениями. // ДАН. Науки о Земле. 2021. Т. 501. № 1. С. 63–70.
  26. *Мохов И.И.* Изменения климата: причины, риски, последствия, проблемы адаптации и регулирования // Вестник РАН. 2022. Т. 92. № 1. С. 3–14.
  27. *Мохов И.И., Парфенова М.Р.* Изменения протяженности снежного покрова в Северном полушарии по спутниковым данным в связи с температурными изменениями // Метеорология и гидрология. 2022. № 2. С. 32–44.
  28. *Robinson D.A., Dewey K.F., Heim R.R.Jr.* Global snow cover monitoring: an update // Bull. Am. Meteorol. Soc. 1993. V. 74. P. 1689–1696.
  29. *Estilow T.W., Young A.H., Robinson D.A.* A long-term Northern Hemisphere snow cover extent data record for climate studies and monitoring // Earth Syst. Sci. Data. 2015. V. 7. P. 137–142.
  30. *Fetterer F., Knowles K., Meier W.N., Savoie M., Windnagel A.K.* Sea Ice Index, Version 3. Boulder, Colorado USA. NSIDC: National Snow and Ice Data Center. 2017 (updated daily). <https://doi.org/10.7265/N5K072F8>
  31. *Hersbach H., Bell D., Berrisford P., Hirahara S., Horányi A., Muñoz-Sabater J., Nicolas J., Peubey C., Radu R., Schepers D., Simmons A., Soci C., Abdalla S., Abellan X., Balsamo G., Bechtold P., Biavati G., Bidlot J., Bonavita M., De Chiara G., Dahlgren P., Dee D., Diamantakis M., Dragani R., Flemming J., Forbes R., Fuentes M., Geer A., Haimberger L., Healy S., Hogan R.J., Hólm E., Janisková M., Keeley S., Laloyaux P., Lopez P., Lupu C., Radnoti G., de Rosnay P., Rozum I., Vamborg F., Villaume S., Thépaut J.-N.* The ERA5 global reanalysis // Q. J. R. Meteorol. Soc. 2020. V. 146A (730). P. 1999–2049.
  32. *Jevrejeva S., Moore J., Grinsted A.* Influence of the Arctic Oscillation and El Niño – Southern Oscillation (ENSO) on ice conditions in the Baltic Sea: The wavelet approach // J. Geophys. Res. 2003. V. 108(D21). P. 4677. <https://doi.org/10.1029/2003JD003417>
  33. *Robock A.* The seasonal cycle of snow cover, sea ice and surface albedo // Mon. Wea. Rev. 1980. V. 108 (3). P. 267–285.
  34. *Кукла Дж.* Современные изменения площади снежного и ледяного покрова / В: Изменения климата. Под. Ред. Дж. Гриббина. Л.: Гидрометеоиздат, 1980. С. 160–179.
  35. *Curran R.J., Wexler R., Nack M.L.* Albedo climatology analysis and the determination of fractional cloud cover. NASA Techn. Memorandum 79576, GSFC, Greenbelt, Maryland 20771. 1980. 45 p.
  36. *Bulygina O.N., Groisman P.Ya., Razuvaev V.N., Korshunova N.N.* Changes in snow cover characteristics over Northern Eurasia since 1966 // Environ. Res. Lett. 2011. V. 6. 045204 (10 p.)
  37. *Foster J., Owe M., and Rango A.* Snow cover and temperature relationships in North America and Eurasia // J. Clim. Appl. Meteorol. 1983. V. 22. P. 460–469.
  38. *Brown R.D., Derksen C.* Is Eurasian October snow cover extent increasing? // Environ. Res. Lett. 2013. V. 8, 024006 (7 pp.)
  39. *Connolly R., Connolly M., Soon W., et al.* Northern Hemisphere snow-cover trends (1967–2018): A comparison between climate models and observations // Geosci. 2019. V. 9. P. 135 (23 pp.). <https://doi.org/10.3390/geosciences9030135>
  40. *Мохов И.И., Чернокульский А.В., Осипов А.М.* Центры действия атмосферы Северного и Южного полушарий: особенности и изменчивость // Метеорология и гидрология. 2020. № 11. С. 5–23.
  41. *Krenke A.N., Kitaev L.M.* Impact of ENSO on snow cover in the former Soviet Union // GEWEX News. 1998. V. 8. P. 5–16.
  42. *Мохов И.И., Тимажес А.В.* Атмосферные блокирования и изменения их повторяемости в XXI веке по расчетам с ансамблем климатических моделей // Метеорология и гидрология. 2019. № 6. С. 5–16.
  43. *North G.R.* Analytical solution to a simple climate model with diffuse heat transport // J. Atmos. Sci. 1975. V. 32 (7). P. 1301–1307.
  44. *North G.R.* Theory of energy-balance climate models // J. Atmos. Sci. 1975. V. 32 (11). P. 2033–2043.
  45. *Голицын Г.С., Мохов И.И.* Оценки чувствительности и роли облаков в простых моделях климата // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1978. Т. 14. № 8. С. 803–814.
  46. *Мохов И.И.* Реакция простой энергобалансовой модели климата на изменение ее параметров // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1979. Т. 15. № 4. С. 375–383.
  47. *Manabe S., Stouffer R.J.* Sensitivity of a global climate model in an increase of CO<sub>2</sub> concentration in the atmosphere // J. Geophys. Res. 1980. V. 85 (C10). P. 5529–5554.
  48. *Mokhov I.I., Parfenova M.R.* Link of the Arctic and Antarctic sea ice extent with El Niño phenomena // Research Activities in Atmospheric and Oceanic Modelling. E. Astakhova (ed.). 2019. Rep. № 49. WCRP Rep. № 12/2019. S.2. P. 11–12.

## Relationship of Snow Cover and Sea Ice Extent to Temperature Changes in the Northern Hemisphere Based on Data for Recent Decades

I. I. Mokhov<sup>1, 2, \*</sup> and M. R. Parfenova<sup>1</sup>

<sup>1</sup>*A.M. Obukhov Institute of Atmospheric Physics, Russian Academy of Sciences, Pyzhevsky 3, Moscow, 119017 Russia*

<sup>2</sup>*Lomonosov Moscow State University, Leninskie Gory 1–2, GSP-1, Moscow, 119991 Russia*

*\*e-mail: mokhov@ifaran.ru*

Quantitative estimates of the relationship between the snow cover and sea ice extension in the Northern Hemisphere with the surface air temperature in the annual cycle and interannual variability are obtained on the basis of modern satellite data and reanalysis data for the period 1979–2020. The results obtained indicate a general significant coherence and negative correlation with the surface air temperature of the snow cover and sea ice extent not only in the annual cycle, but also for most months in interannual variability. At the same time, peculiarities appear in the autumn months, associated with regional features of the variability of the temperature conditions and the snow cover extent during the season of its formation in Eurasia and North America. For the winter months, an increase in the absolute value of the parameters of the sensitivity of the snow cover and sea ice extent to temperature variations in recent decades and the coefficients of their correlation was noted, and for the warm months of the year, the opposite changes were observed. Along with a statistically significant negative correlation of the total snow cover and sea ice extent with variations in the hemispheric surface air temperature in the annual cycle, cross-wavelet analysis revealed a statistically significant negative correlation for the longest interdecadal variations with the manifestation in recent years of significant anticorrelation for interannual variations, in particular for variations with a periods typical for El Niño events.

**Keywords:** snow cover and sea ice extent, satellite data, reanalysis, surface air temperature, annual cycle, interannual variability, Northern Hemisphere, Arctic latitudes

УДК 551.524.3

## ТЕРМИЧЕСКАЯ СТРАТИФИКАЦИЯ ВОЗДУШНОГО БАССЕЙНА МЕГАПОЛИСА: СОПОСТАВЛЕНИЕ МОДЕЛЬНЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ И ДАННЫХ НАБЛЮДЕНИЙ

© 2022 г. В. П. Юшков\*

*Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова,  
Ленинские горы, 2, Москва, 119991 Россия**\*e-mail: yushkov@phys.msu.ru*

Поступила в редакцию 15.12.2021 г.

После доработки 19.01.2022 г.

Принята к публикации 09.02.2022 г.

Проведено сопоставление длительных систематических измерений термической стратификации в атмосферном пограничном слое Московского мегаполиса и численных расчетов на мезомасштабной модели высокого пространственного разрешения. Численные модели демонстрируют более устойчивую, чем в наблюдениях, стратификацию в ночные часы в зимний период. При неустойчивой стратификации, в том числе в зимнее время, модели слишком быстро гасят возникающие неоднородности, что приводит к недооценке спектра мезомасштабных флуктуаций, средних градиентов и их динамики в моделях в нижней части АПС. Предложен простой алгоритм оценки ошибок численных моделей и показано, что ошибки прогноза приземной температуры в значительной степени связаны именно с моделированием процессов в пограничном слое. Показано, что температурные радиометры, работающие в полосе 60 Гц, могут стать простым и надежным средством оценки точности параметризаций пограничного слоя в численных моделях прогноза погоды.

**Ключевые слова:** пограничный слой, термическая стратификация, температурный профиломер, мезомасштабное моделирование, московский мегаполис, систематические ошибки

**DOI:** 10.31857/S0002351522030129

### ВВЕДЕНИЕ

Численные модели гидродинамического прогноза погоды, такие как WRF [1], COSMO [2], ICON [3] и многие другие, в последние десятилетия становятся доступными для все более широкого круга исследований, а сопоставление численных прогнозов на этих моделях с результатами современных дистанционных измерений становится возможным для все более широкого круга специалистов. Модели становятся все более детальными, допускают множество параметризаций микрофизических и турбулентных процессов, поэтому вопрос о точности и эффективности детальных прогнозов погоды с появлением новых методов измерений приобретает новые грани: становится возможным оценивать не только точность воспроизведения поля давления или геопотенциала, но и температурную стратификацию пограничного слоя, интенсивность турбулентного перемешивания, или, например, влагосодержания облаков и распределение в них капель и кристаллов [4–6].

С ростом численности городского населения, площади и изменением характера застройки больших городов актуальным становится вопрос о способности современных гидродинамических моде-

лей с высоким пространственным разрешением правильно описывать то влияние, которое оказывает человек на окружающую его природу. Хорошо известно, что термическая стратификация атмосферного пограничного слоя (АПС) определяет перемешивание в нем [7, 8] и влияет на концентрацию атмосферных загрязнений в крупных мегаполисах [9]. А правильное воспроизведение термической стратификации пограничного слоя в численных моделях, в его нижней части и непосредственно вблизи поверхности, учет мезомасштабной неоднородности свойств подстилающей поверхности, ведут к совершенствованию как моделей, так и нашего представления о процессах турбулентного перемешивания.

В настоящей работе проведено сопоставление долговременных дистанционных измерений вертикальных профилей температуры в АПС, получаемых с помощью сканирующего микроволнового (СВЧ) радиометра МТР-5 с модельными расчетами на детальной мезомасштабной модели атмосферной циркуляции WRF-ARW. Такой анализ может быть рекомендован и для других моделей, схем параметризаций, или других методов

восстановления профилей температуры по дистанционным измерениям.

### 1. ГОРОДСКОЙ ОСТРОВ ТЕПЛА И ИЗМЕРЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ АТМОСФЕРЫ

Воздействие человека на окружающую среду многообразно и поле температуры является лишь наиболее простым индикатором такого воздействия. Надежность измерения даже малых вариаций поля температуры позволяет тестировать гидродинамические модели атмосферных течений и оценивать надежность моделей переноса, что важно, например, при расчетах концентраций загрязняющих примесей. Одновременно, термическая стратификация АПС определяет характеристики турбулентного перемешивания и вертикальный поток тепла, импульса, влаги, газовых примесей.

Многочисленные измерения в городской среде и загородной местности [10–12] показывают характерную картину изменения поля температуры, которая зависит от географического положения мегаполиса, времени года, дня и высоты над поверхностью. Например, хорошо известно, что городской остров тепла (УНТ) по измерениям на метеостанциях и измеряемое со спутников поле ИК излучения поверхности (СУНТ) существенно отличаются как по суточному ходу, так и по интенсивности [13–15], а в аридном климате растительность городских поселений приводит даже к формированию “островов холода” [16]. Однако, измерения со спутников не позволяют измерять вертикальную протяженность острова тепла или холода, оценивать влияние города на весь воздушный бассейн, а в численных моделях вертикальная протяженность острова тепла зависит от используемых параметризаций. И насколько адекватно описывают модели городской пограничный слой можно измерить с помощью регулярного дистанционного зондирования с поверхности.

Такие измерения, на высотах в сотни метров над поверхностью, требуют специальных инструментов. СВЧ радиометрия пограничного слоя, принципы и закономерности которой сформулированы еще в середине прошлого века [17] стала надежным средством таких регулярных измерений [18–20]. Другие методы: аэрологическое зондирование, измерения на высотных мачтах, с использованием автономных летательных аппаратов, обладают широким спектром проблем: редкость измерений в суточном цикле, сложность установки и влияние тела мачты в контактных измерениях температуры в непосредственной близости от нее, сложность и затратность непрерывного мониторинга при организации взлета и посадки дронов и т.д.

И хотя радиометрические измерения также имеют систематические ошибки в восстановле-

нии профилей температуры, их можно в значительной степени уменьшить при оценке средней термической стратификации, то есть разницы температур по вертикали. Принципиальным ограничением точности измерений радиометром является использование приближения горизонтальной однородности поля температуры и его стационарности на масштабе измерения. По этой причине пространственные или быстрые турбулентные вариации поля температуры приводят к ошибкам восстановления его вертикального профиля. Эти ошибки очевидны при сопоставлении с контактными измерениями на привязных аэростатах или летательных аппаратах. Еще одну значимую ошибку, зависящую от способа проведения измерений и места размещения прибора, а также синоптической ситуации, дает способ установки контрольного датчика температуры микроволнового радиометра [21].

Характерное значение общей ошибки измерений можно оценить сопоставляя вертикальные  $T_z$  и горизонтальные  $T_x$  градиенты температуры. Если предел точности для температурного профилера можно оценить как  $1^\circ\text{C}/\text{км}$ , то синоптическая неоднородность  $T_x$  составляет порядка  $1^\circ\text{C}/100 \text{ км}$  (см. рис. 2) то есть на два порядка меньше. В тоже время, пространственные неоднородности температуры с масштабом  $T_x = 1^\circ\text{C}/\text{км}$ , вполне возможные и наблюдаемые в городской среде, не могут быть измерены и восстановлены данным прибором и требуют специальной, более сложной, методики измерений. Другими словами, температурный СВЧ профилимер является высокотехнологичных и надежным средством измерения термической стратификации АПС на масштабах времени 10–15 мин, усредненной по пространственному масштабу в несколько километров, без высокочастотных и пространственных вариаций. Однако и численные синоптические модели не предполагают описания таких вариаций.

Но хотя СВЧ радиометрия и дает надежное измерение средней термической стратификации АПС, она, конечно, не позволяет прогнозировать ее изменение и не дает пространственной картины поля температуры над мегаполисом, изменение которого связано с синоптической ситуацией, скоростью и направлением ветра. Дают ли численные модели адекватное описание поля температурной стратификации над городом и будет рассмотрено в настоящей работе.

### 2. ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ ВЫСОКОГО ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАЗРЕШЕНИЯ И ТОЧКИ ИЗМЕРЕНИЯ ПРОФИЛЕЙ ТЕМПЕРАТУРЫ

В сотрудничестве с Гидрометцентром России на физическом факультете МГУ параллельно с ди-

станционными измерениями термической стратификации уже несколько лет проводятся расчеты на региональной мезомасштабной модели WRF с разрешением по горизонтали 2 км и увеличенным числом вертикальных уровней в пограничном слое [22]. Для проведения настоящего исследования использовалась модель WRF с динамическим ядром ARW в версиях 3.8–3.9 [23, 24]. В качестве начальных и граничных условий использовались результаты расчетов по глобальной прогностической модели GFS [25] с пространственным разрешением  $0.5^\circ$ . Для получения высокого пространственного разрешения модель считалась на трех вложенных сетках: 18, 6 и 2 км, с односторонней передачей граничных условий. Московский мегаполис располагался в центре каждого домена (см. рис. 2). Каждая сетка имела 100 узлов по двум горизонтальным направлениям в проекции Ламберта и 31 уровень по вертикали (до 50 гПа) со сгущением в пограничном слое.

Для сопоставления с данными измерений использовались результаты численных расчетов со следующими параметризациями: микрофизика облаков – по работе Томпсона [26], длинноволновая и коротковолновая радиация – RRTMG [27], модель процессов в почве – Noah [28]. Для сетки с разрешением 18 км использовалась параметризация конвекции по схеме Грела [29]. Для описания перемешивания в пограничном слое на мезомасштабах использовалась схема, предложенная Бужо и Лакаре [30], построенная на решении уравнения для турбулентной кинетической энергии (ТКЕ). В ней, для описания потока тепла в конвективном пограничном слое, дополнительно вводится противогradientный член [31]. Масштаб длины в этой схеме определяется как расстояние, на которое может переместиться ансамбль воздушных частиц с заданным значением ТКЕ [30].

На сетках с разрешением 18 и 6 км отдельной параметризации городского слоя не использовалось. В них влияния города описывалась только заданием параметров подстилающей поверхности в городских точках (шероховатость, альbedo, теплоемкость и теплопроводность почвы). На сетке с разрешением 2 км использовалась одноуровневая модель городского приземного слоя (SLUCM, [32]). В ней задается дополнительный источник тепла, которым является город, а также учитывается эффект от затенения и отражения в каньонах улиц. Средний антропогенный поток тепла задавался в 20, 50 и 90 Вт/м<sup>2</sup> в зависимости от преобладающего типа застройки в каждой городской ячейке сетки (Low intensity, High intensity, Industrial).

Заложенные в модель параметризации были подобраны таким образом, чтобы результаты расчетов наилучшим образом соответствовали дан-

ными измерений профилями температуры и скорости ветра в Московском регионе [22]. Расчеты могут быть проведены и для иных схем параметризаций или с изменением расчетной сетки, но, как представляется, это не существенно изменит результаты работы.

В настоящей работе основное внимание уделено сравнению измерений в МГУ, на юго-западе столицы и в Звенигороде, в 50 км от центра города. Условия наблюдений в Звенигороде соответствуют загородной местности и могут считаться “контрольными” при изучении московского городского острова тепла [33]. Профилемер МТР-5 установлен здесь на Звенигородской научной станции института физики атмосферы (ЗНС ИФА РАН, обозначение ЗНС,  $55^\circ 41' 44.14''$  N  $36^\circ 46' 32.18''$  E). Высота установки профилемера над поверхностью – 15 м. В МГУ профилемер установлен на крыше здания физического факультета. Координаты точки измерения –  $55^\circ 42' 00.28''$  N,  $37^\circ 31' 45.30''$  E, высота установки – 40 м от поверхности. И хотя эта точка, расположена не в самом центре Москвы, а на возвышенности Воробьевых гор, поле температуры над этой местностью характерно для современной городской среды. В этих двух точках используются температурные СВЧ профилемеры МТР-5 с высотой зондирования до 600 м, работающие в центре полосы поглощения кислорода 5 мм [34].

При содействии Центральной аэрологической обсерватории (ЦАО) Росгидромета, ФГУП “Мосэкомониторинг” и ИФА РАН им. Обухова измерения в этих точках сопоставлялись с измерениями в центре Москвы и на восточной окраине мегаполиса. В центре Москвы, в районе Якиманка, профилемер установлен на крыше здания Института физики атмосферы, координаты точки измерений –  $55^\circ 44' 20.81''$  N  $37^\circ 37' 23.57''$  E, высота над поверхностью – 13 м, обозначение – ИФА. На восточной окраине Москвы еще один прибор установлен в районе Косино,  $55^\circ 43' 3.09''$  N  $37^\circ 56' 13.20''$  E, высота расположения прибора над поверхностью – 4 м. В этих двух точках установлены профилемеры новой модификации, работающие “на склоне” полосы излучения, то есть обладающие большей чувствительностью к вариациям температуры на больших высотах, с высотой зондирования до 1000 м.

Еще одна точка измерений где проводятся регулярные наблюдения вертикальных профилей температуры расположена на севере столицы, в ЦАО (координаты  $55^\circ 55' 30.43''$  N  $37^\circ 31' 24.26''$  E, высота установки – 20 м от поверхности). Эти измерения проводятся уже многие годы при участии разработчиков прибора и контролируются запуском аэрозондов в непосредственной близости от точки измерений. Данные этих измерений, как и измерений в Останкино, вблизи Останкин-

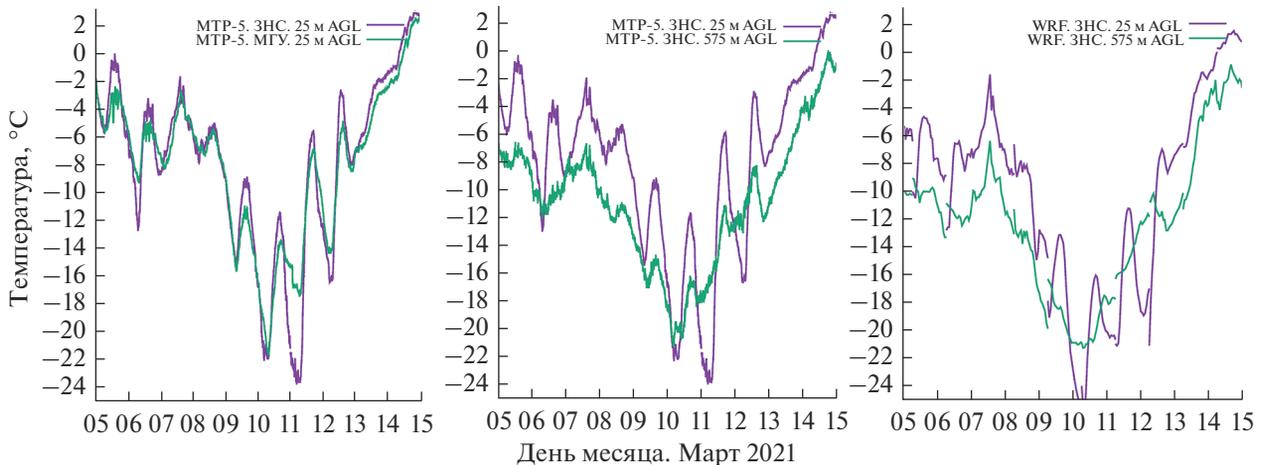


Рис. 1. Эпизод временного хода температур в двух точках городской (МГУ) и загородной (ЗНС) местности по данным наблюдений (МТР-5) и численного моделирования (WRF) в нижней (25 м) и верхней (575 м) частях АПС. Март 2021 года.

ской телебашни (координаты  $55^{\circ}49'16.39''$  N  $37^{\circ}36'45.04''$  E), также анализировались, но не описаны в настоящей работе. Сопоставление данных наблюдений во всех точках показало, что приборы и первой и второй модификации надежно отслеживают особенности температурного поля в городской среде, а вертикальные профили демонстрируют их общие свойства (см. рис. 7). Расположение точек измерений можно видеть на рис. 2.

### 3. ИЗМЕРЯЕМЫЕ И МОДЕЛЬНЫЕ ВРЕМЕННЫЕ РЯДЫ И ПОЛЯ ТЕМПЕРАТУРЫ. ОШИБКИ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ И МОДЕЛИРОВАНИЯ ТЕРМИЧЕСКОЙ СТРАТИФИКАЦИИ

Для изучения качества восстановления в моделях температурной стратификации в АПС в настоящем исследовании мы выбрали небольшой диапазон заблаговременностей численных прогнозов: 3–27 ч. Такое ограничение позволяет считать, что ошибки прогноза текущей синоптической ситуации и ошибки моделирования процессов в пограничном слое имеют примерно один порядок (см. рис. 1). А запуск модели лишь раз в сутки (но в течение многих лет) экономит расчетные ресурсы и позволяет делать акцент не на точности прогноза погоды, а на свойствах модельных полей с высоким пространственным разрешением в разных синоптических условиях.

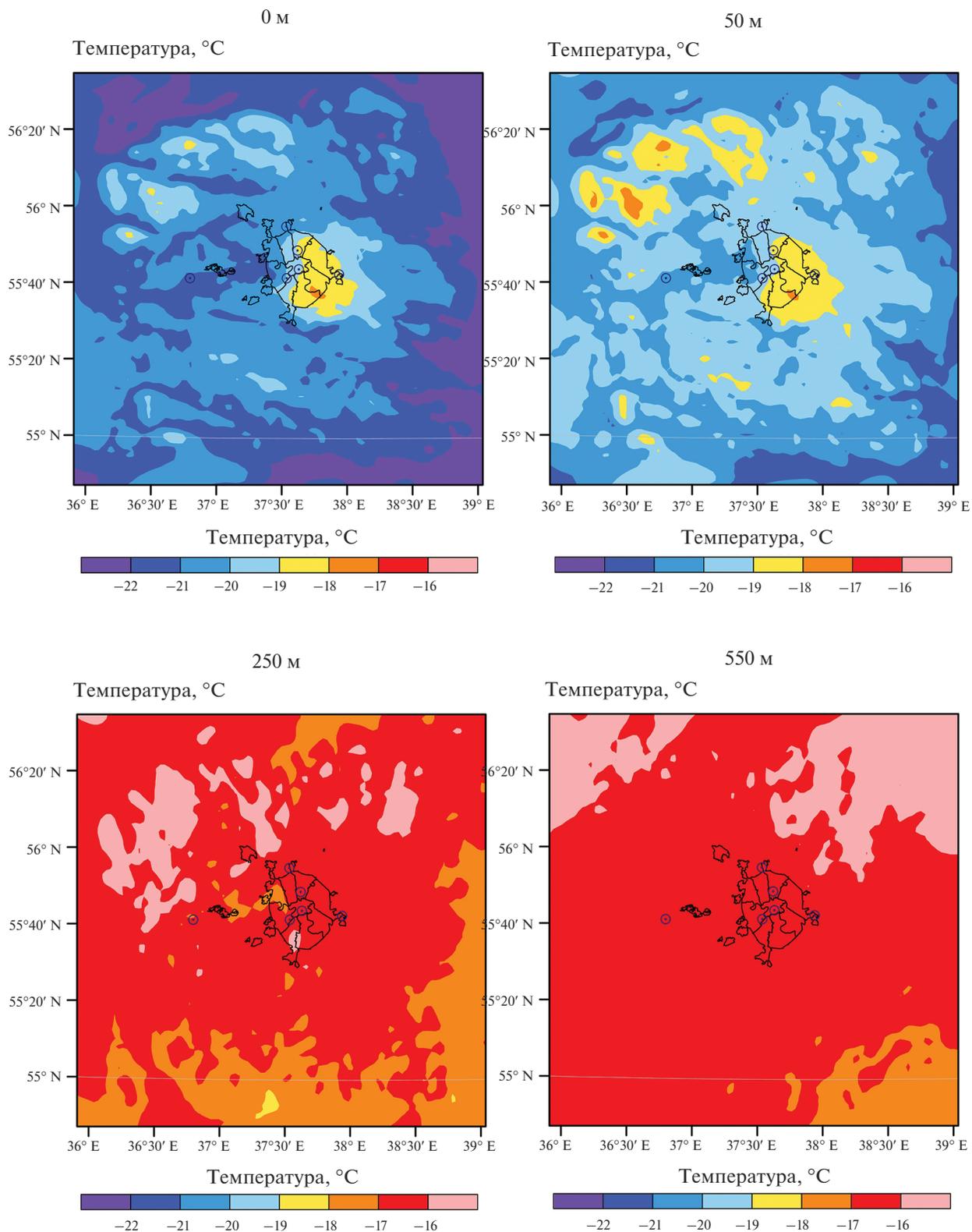
Этот квазинепрерывный ряд прогнозов с часовым временным шагом можно затем сопоставлять с регулярными измерениями временных рядов (температуры, скорости ветра, характеристик турбулентности) в точках наблюдений и, одновременно, такие численные расчеты позволяют анализировать пространственную картину неоднородности модельных полей (см. рис. 2), кото-

рую невозможно понять лишь по локальным измерениям.

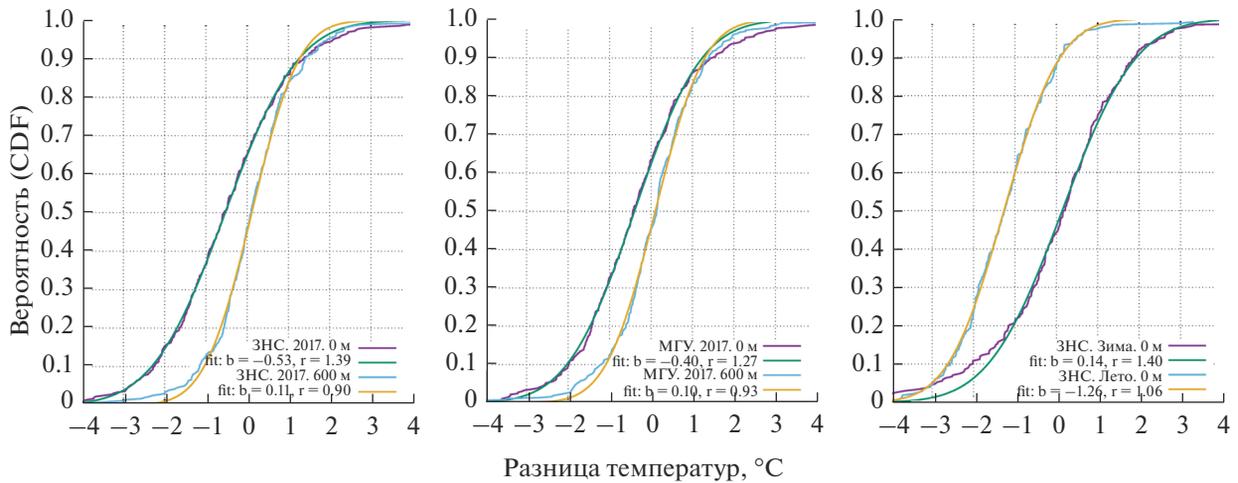
Поведение пространственных неоднородностей поля температуры в модельных расчетах позволяет утверждать, что вертикальные градиенты (термическая стратификация) или разница температур в верхней части АПС и в его нижней части точнее характеризуют динамику острова тепла чем разница приземных измерений на метеостанциях. Этот же вывод подтверждается сопоставлением пространственно разнесенных синхронных измерений профилей температуры в МГУ и Звенигороде (см. рис. 1а).

Как показано на рис. 1а, на примере одного эпизода, значительная разница температур между городской и загородной местностью (остров тепла) наблюдается относительно редко. При отсутствии значительного суточного хода радиационного выхолаживания и нагревания, и в “средних” условиях турбулентного перемешивания при сплошной слоистой облачности в холодный период года, разница температур между городской и загородной местностью составляет всего около 1 градуса, достигая 6 градусов лишь в исключительных случаях сильных инверсий при слабой облачности с малой скоростью ветра (см. рис. 6). В дневные часы приповерхностный остров тепла почти не выражен (см. также [33]).

В целом, как видно на рис. 1в, численные модели на малом интервале заблаговременности достаточно успешны, поскольку начальные условия в этом случае соответствуют усвоенным данным наблюдений. А скачки температуры между прогнозами с заблаговременностью 3 и 27 ч на рис. 1в являются удобной мерой ошибок и расхождения численных прогнозов (см. ниже рис. 3). В тоже время, как видно, численный прогноз не вполне точно воспроизводит разницу температур между



**Рис. 2.** Модельные поля температур на разных высотах над поверхностью в эпизоде сильной инверсии 11 марта 2021 года (06 часов LST, см.рис. 1), показаны границы московского мегаполиса и точки расположения СВЧ профиломеров.



**Рис. 3.** Распределение разницы температур в численных прогнозах с заблаговременностями 3 и 27 часов в приземном слое и в верхней части АПС в городской (МГУ) и загородной (ЗНС) местности в зимний (DJF) и летний (JJA) сезоны. Аппроксимация нормальным распределением (fit) показывает смещение ( $b$  – bias) и среднеквадратичное отклонение ошибок ( $r$  – rms) в градусах.

уровнями 600 и 0 м: минимум достигается в другие дни, а максимумы не столь явно выражены как в наблюдениях. Причину этих ошибок мы будем искать в дальнейшем.

Само поле температуры в момент максимума инверсии 11 марта 2021 г. показано на рис. 2. Хорошо видно две особенности этого поля: остров тепла вблизи поверхности над Москвой и слабость пространственных вариаций температуры на высотах около 600 м. Понятно, что модельная разница температур  $T_0 - T_{600}$  будет характеризовать городской остров тепла независимо от ошибок прогноза динамики воздушной массы и сопоставление этой разницы в модельных данных и в измерениях позволяет лучше судить о параметризациях турбулентного перемешивания в АПС в разных моделях.

Отметим еще, что пространственная неоднородность поля температуры, хорошо видная на рис. 2, которая зависит и от орографии местности, и от скорости и направления ветра, статистически характеризует анизотропную турбулентность мезомасштабных флуктуаций и может, в дальнейшем, стать источником информации о турбулентном перемешивании в АПС.

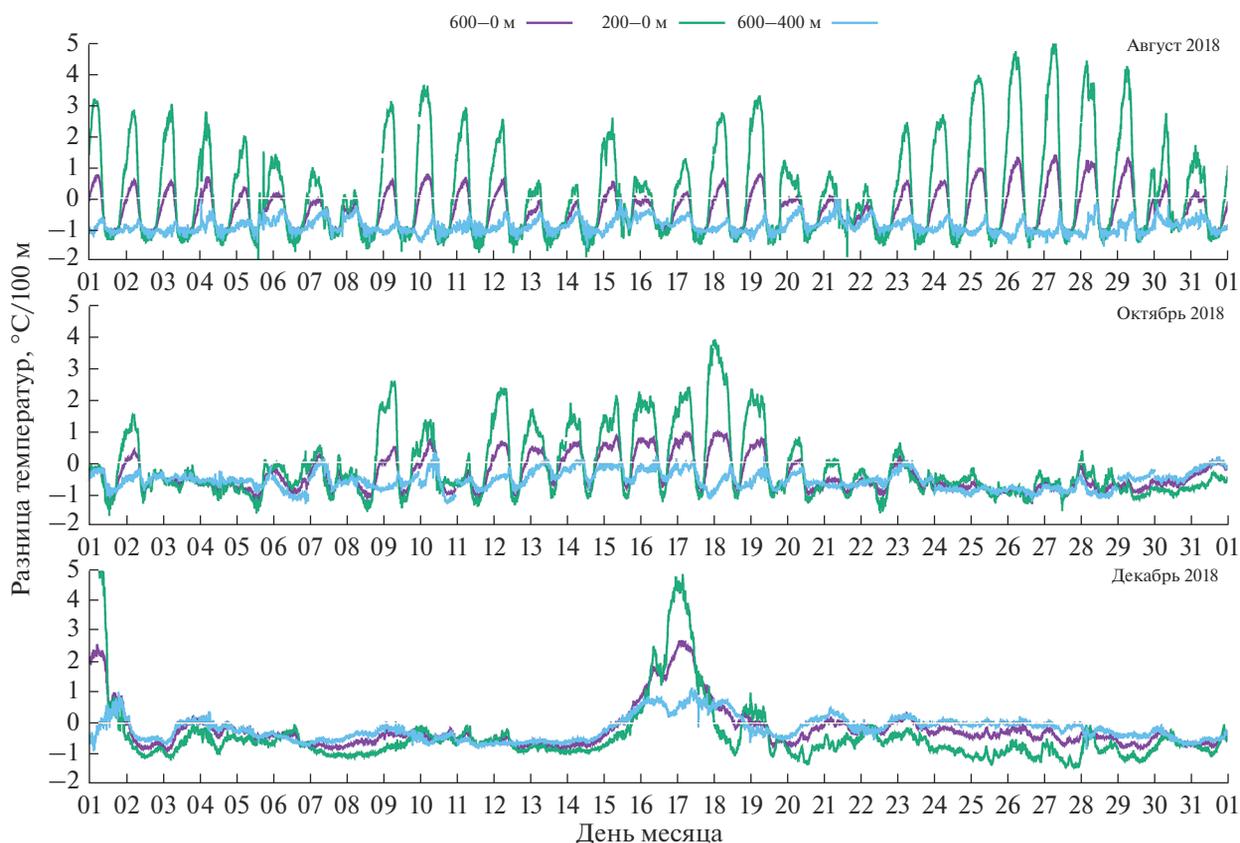
#### 4. ОШИБКИ ПРОГНОЗА И ИХ СВЯЗЬ С ОШИБКАМИ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ АТМОСФЕРЫ

Численные прогнозы с разной заблаговременностью, конечно, обладают различной точностью. Поэтому разница модельных полей температуры между прогнозами, например, с заблаговременностью 3 и 27 ч содержит важную информацию о

свойствах численной модели: построив статистическое распределение этой разницы на разных высотах, в разное время года и в разных точках мы получаем информацию о том где ошибки прогноза больше, какова их смещенность (систематическая ошибка), связаны ли эти ошибки с параметризацией процессов в пограничном слое или свойствами подстилающей поверхности.

Статистический анализ таких ошибок достаточно прост и он показал, что именно моделирование пограничного слоя и процессов на поверхности вносит основной вклад в смещенность прогнозов. На рис. 3 показаны эмпирические распределения разности прогнозов температуры в точках наблюдений, с заблаговременностью 3 и 27 ч ( $T_3 - T_{27}$ ) вместе с их аппроксимацией нормальным распределением (“fit”), чтобы была видна разница средних и дисперсий, а также достаточность нормальной аппроксимации, в большинстве случаев, для этих ошибок.

Хорошо видно что именно ошибки прогнозов температуры вблизи поверхности, на первом модельном уровне, больше смещены и имеют больший разброс (СКО). Для аппроксимирующих кривых нормального распределения на рис. 3 показаны смещение (по медиане) и СКО. Хотя разница модельных ошибок в городской среде и загородной местности заметна, она все же невелика, что может свидетельствовать о том, что влияние подстилающей поверхности на пограничный слой описывается недостаточно детально или мало влияет на распределение ошибок. Другими словами, изменение модели или параметризации в ней пограничного слоя можно оценить по тому, на-



**Рис. 4.** Характер суточного хода средних температурных градиентов в АПС (0–600 м) в загородной местности (ЗНС), а также в его нижней (0–200 м) и верхней (400–600 м) частях летом (а, вверху), осенью (б, в середине) и зимой (в, внизу).

сколько эта параметризация уменьшает смещенность прогноза на 24 ч.

Еще один вывод, который вытекает из анализа таких ошибок, — смещение больше в летнее время, когда устойчивая стратификация АПС регулярно наблюдается в ночные часы, а ее прогноз затруднен из-за ошибок описания подсеточных турбулентных процессов.

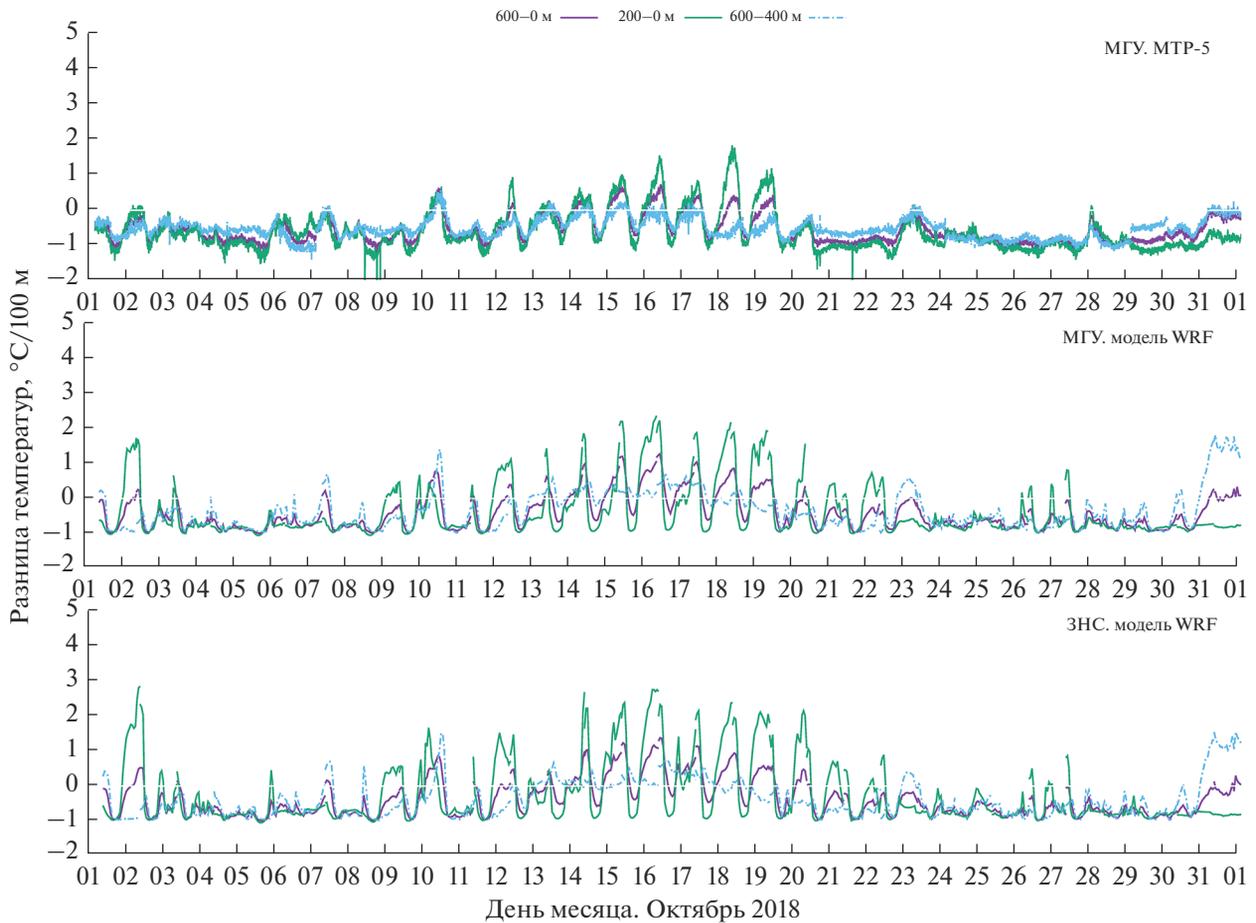
## 5. ТЕМПЕРАТУРНАЯ СТРАТИФИКАЦИЯ НА РАЗНЫХ ВЫСОТАХ И В РАЗНОЕ ВРЕМЯ ГОДА

Важной характеристикой острова тепла является его высотная протяженность и ее изменчивость. Профили температурной стратификации поэтому являются детальной характеристикой поля температуры в АПС. Но конечно, методики сопоставления данных измерений и численных расчетов могут быть выбраны различным образом. В настоящей работе мы ограничили себя наиболее очевидными выводами. По результатам предварительного анализа было выбрано три диапазона высот удобных для сопоставления с расчетной и методической точек зрения: в нижней

части АПС, между уровнями 0 и 200 м, в верхней части — 600–400 м и во всем диапазоне высот который охвачен измерениями — 0–600 м.

На рис. 4 для сопоставления стратификации в разных диапазонах высот разность между уровнями приведена к среднему вертикальному градиенту на 100 м. В таком случае эту разность удобнее сопоставлять с сухоадиабатическим градиентом и со средним градиентом температуры во всем АПС. Видно, что в летние месяцы междусуточные вариации температурной стратификации больше в ночные часы. В дневные же часы температурная стратификация вблизи поверхности становится сверхадиабатической со значительными вариациями (перемежаемостью стратификации) на масштабах времени в десятки минут (ср. рис. 7).

В зимние месяцы, в условиях сплошной слоистой облачности, и днем и ночью стратификация остается слабоустойчивой (от 0 до 1°C/100 м), причем вблизи поверхности ее теплоотдачи часто достаточно, чтобы обеспечить стратификацию близкую к нейтральной. В ясные дни антициклонической погоды устойчивая стратификация (инверсия температуры) также характерны для всего дня и охватывают весь пограничный слой.



**Рис. 5.** Временной ход разницы температур (аналогично рис. 4б) в городской местности (МГУ) и по данным численного моделирования в двух точках измерений.

В переходный период, осенью и ранней весной, ясные безоблачные дни с сильным суточным ходом радиационного баланса особенно наглядно показывают связь разницы температурной стратификации в мегаполисе (см. рис. 5а) и загородной местности (рис. 4б) с синоптическими условиями.

Важный практический вывод, который следует из анализа рис. 4 и 5: наблюдаемое изменение температурной стратификации в городской среде достаточно сложно сопоставлять с модельными расчетами на длительном временном интервале, поскольку суточный временной ход стратификации постоянно меняется по амплитуде, так как зависит от синоптических условий. И ошибки модельного описания термической стратификации не будут ни стационарным случайным процессом, ни независимыми случайными величинами.

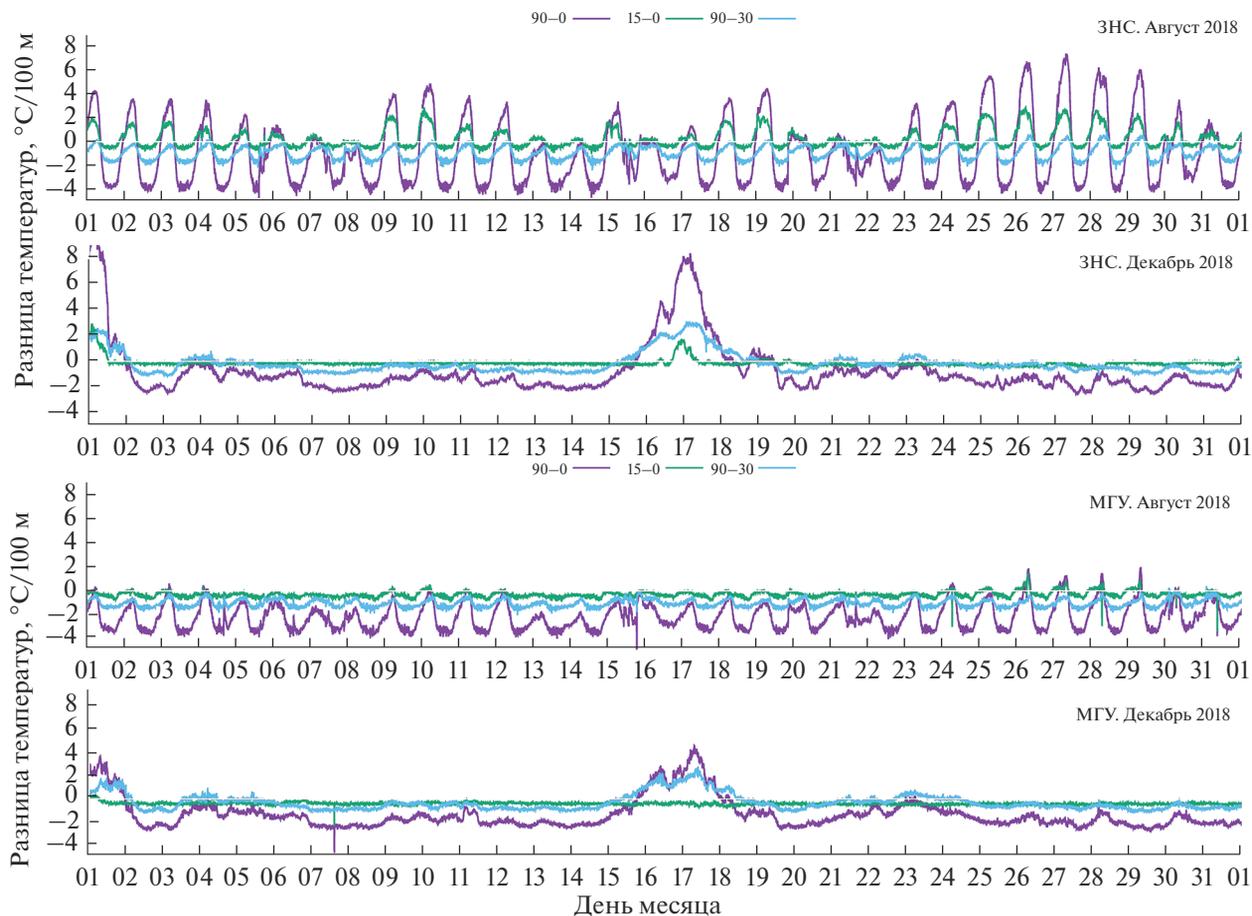
Поэтому использование некоторого параметра, например аналогичного масштабу Монина–Обухова:  $L_B^{-1} = gT/T_0U^2$  или числу Ричардсона  $Ri_B = z/L_B$ , где, скажем, для высоты  $z = 200$  м  $U$  –

скорость ветра на этой высоте, а  $T = T_{200} - T_0$  – разность температур, является естественным критерием или способом сопоставления данных натурных измерений и модельных прогнозов.

## 6. ВОСПРОИЗВЕДЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОЙ СТРАТИФИКАЦИИ В ЧИСЛЕННЫХ МОДЕЛЯХ И ЕЕ РАЗНИЦА В ГОРОДСКОЙ И ЗАГОРОДНОЙ МЕСТНОСТЯХ

Чтобы сопоставить разницу термической стратификации при различных метеоусловиях и в разных точках, продемонстрировать особенности динамики острова тепла и воспроизведение термической стратификации в моделях, и чтобы различия связанные с ясной и облачной погодой были видны контрастнее, мы выбрали, для примера, октябрь 2018 г.

На рис. 5а показан временной ход температурной стратификации по измерениям в городской среде. Хорошо видно, что различия в термической стратификации в городской и загородной



**Рис. 6.** Временной ход разницы радиоярковых температур, измеряемых СВЧ профилимером под разными углами в загородной (ЗНС, сверху) и городской (МГУ, внизу) местности в зимнее и летнее время, как пример радиоярковых контрастов и чувствительности измерений к изменению термической стратификации.

местностях (см. рис. 4б) особенно сильно проявляются при ясной погоде и сильном суточном ходе радиационного баланса. Отметим, что сопоставление временных рядов стратификации в летние и зимние месяцы, за несколько лет наблюдений (см. также рис. 6) в большой степени подтверждает этот вывод, хотя в значительной степени он известен и по результатам других многочисленных сопоставлений [11, 12]. Однако в численных моделях, как видно на рис. 5б и 5в, разница термической стратификации в толщине пограничного слоя почти незаметна.

Эта разница температурной стратификации в нижней части пограничного слоя в городской и загородной местности (ср. рис. 4 и 5) должна отличаться примерно в два раза в максимуме устойчивости: если в загородной местности прогнозируется устойчивая стратификация с градиентом  $4^{\circ}\text{C}/100\text{ м}$ , то в городской среде она будет около  $2^{\circ}\text{C}/100\text{ м}$ . Пока же разница градиентов температуры в городской и загородной местности по мо-

дельным расчетам составляет около 10–15% и теряется на фоне ошибок прогнозов.

Конечно, различия временного хода температурной стратификации в городской и загородной местности должны правильно описываться моделями. Однако, если нет возможности исправить модель, эти систематические ошибки прогнозов можно корректировать. И если ошибки модельных полей температуры в АПС зависят от значения стратификации или от числа Ричардсона, построение эмпирических “корректирующих таблиц” или аппроксимирующих их эмпирических функций может быть полезным.

В целом можно сделать два заключения. Во-первых, улучшение численных моделей и параметризаций городского пограничного слоя можно сравнивать по успешности описания ими вариаций термической стратификации АПС в городской и загородной местности. Во-вторых, оценка изменения термической стратификации в АПС через разницу средних вертикальных гради-

ентов температуры является простым и удобным средством измерения интенсивности городского острова тепла, менее чувствительной к пространственным неоднородностям поля температуры синоптического масштаба.

### 7. СОПОСТАВЛЕНИЕ ИЗМЕРЕНИЙ РАДИОЯРКОСТНЫХ ТЕМПЕРАТУР И ВОЗМОЖНОСТЬ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ “ОПЕРАТОРА НАБЛЮДЕНИЯ”

Как отмечалось, процедура восстановления профилей температуры сканирующим СВЧ радиометром предполагает слоистую однородность изучаемой среды, что естественно нарушается в городских каньонах [12]. Кроме того, были сомнения в возможной роли ошибок, связанных с измерением абсолютного значения температуры внешним контрольным датчиком, локальный перегрев которого в точке измерений приводит к смещению всего профиля, а подогрев от здания где установлены приборы наблюдения, в ночные часы, мог бы, гипотетически, изменять профили температуры. Поэтому полученные выводы были проверены косвенными методами.

От ошибок восстановления профилей температуры свободны измерения радиоярких температур, непосредственно измеряемых радиометром под различными углами. Иначе говоря, сопоставление радиоярких контрастов измерений в зенит и в горизонт, а также под другими углами, с такими же разностями, измеряемыми в городской и загородной местности, или в разных точках городской среды, дает уверенность в значимости измеренных различий, хотя и не позволяет оценивать изменение термической стратификации напрямую.

На рис. 6 показаны сопоставления радиоярких контрастов температур, измеряемых под углами 90 и 0 градусов (в зенит и в горизонт), 90 – 30, и 15 – 0. Сопоставление последних двух разностей показывает в какой степени разница радиоярких температур на малых возвышениях дает вклад в общий контраст или насколько сильно изменение устойчивой стратификации в нижней части АПС в городской среде влияет на общий контраст температур.

Как видно, изменение в городской среде температурной стратификации АПС четко прослеживается при инверсиях. В летнее время – в ночные часы, зимой – при антициклонических условиях и радиационном выхолаживании поверхности. Другими словами, радиометрические измерения городского острова тепла весьма надежны и могут служить основой для настройки моделей и параметризаций пограничного слоя.

Усвоение данных дистанционного зондирования в последние десятилетия переходит от

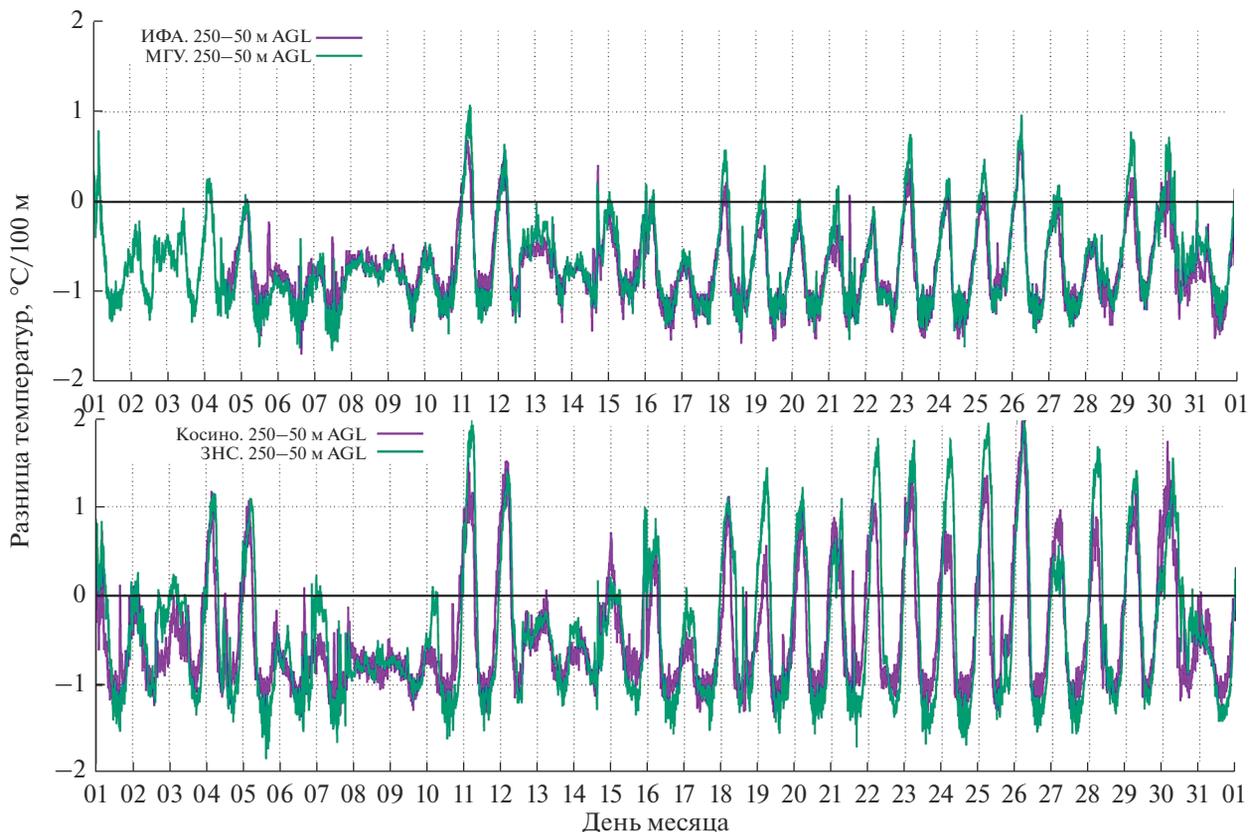
традиционных методов усвоения ошибок расчетных полей к усвоению интегральных характеристик от этих полей, непосредственно измеряемых приборами дистанционного зондирования со спутников или с поверхности земли. Для этой цели вводится формальное понятие “оператора наблюдения”, который характеризует интегрирующие свойства прибора измерения. В этой связи, контрасты радиоярких температур, которые могут быть получены из модельных полей температур и давлений путем решения “прямой задачи” распространения СВЧ излучения в АПС представляют еще один удобный инструмент сопоставления различных параметризаций пограничного слоя.

### 8. ЛОКАЛЬНЫЕ ВАРИАЦИИ И ОБЩИЕ ЧЕРТЫ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ГРАДИЕНТОВ ПО ИЗМЕРЕНИЯМ В РАЗНЫХ ТОЧКАХ ГОРОДСКОЙ СРЕДЫ И ЗАГОРОДНОЙ МЕСТНОСТИ

Сложным вопросом при проведении высокотехнологичных и технически затратных измерений является вопрос о возможности обобщения результатов полученных по измерениям в конкретном пункте наблюдений, на характеристики АПС мегаполиса в целом и об общих чертах тех особенностей, которые были найдены по измерениям в двух точках. Локальные особенности измерений в приповерхностном слое на городских метеостанциях хорошо известны [35, 36]. Для Москвы, например, локальные особенности метеорологических измерений особенно заметны на метеостанции Балчуг, расположенной в самом центре столицы [37]. Поэтому проведение дистанционных измерений поля температуры над городом несколькими приборами, установленными в разных точках, измерения на которых проводятся достаточно длительное время (в течение года или более), дают надежную информацию о пространственной однородности острова тепла в городских условиях и его средней амплитуде.

Для такого сопоставления мы выбрали июль 2017 г. и использовали данные измерений в ИФА РАН и ФГУП “Мосэкомониторинг”. Высокие суточные контрасты в летнее время и сопоставление разницы температур в нижней части АПС дают достаточное представление о надежности радиометрических измерений и о повторяемости (однородности) в пределах городской среды свойств термической стратификации.

На рис. 7 сопоставляются измерения в центре Москвы (ИФА) и на Воробьевых горах (МГУ), а также в Звенигороде (ЗНС ИФА РАН) и в районе Косино (мусоросжигательный завод № 4) за границами городской среды. Эти совместные измерения показывают, что температурная стратифи-



**Рис. 7.** Сопоставление измерений средних вертикальных градиентов (250–50 м) в двух точках городской (МГУ и ИФА, вверху) и загородной (ЗНС и Косино) местностях. Июль 2017 г.

кация в городской среде значительно отличается от стратификации в загородной местности в ночное время радиационного выхолаживания и слабо при конвективном перемешивании. Конвективное же перемешивание по вертикали в дневные часы объединяется еще и с горизонтальным (адвективным) переносом, что уменьшает пространственные контрасты температуры.

Как видно, особенности термической стратификации в городской среде хорошо проявляются даже несмотря на то что в разных точках использовались приборы разных модификаций, и что эти приборы были установлены на разной высоте над поверхностью, а контрольные датчики температуры могли различным образом реагировать на влияние зданий и конструкций на которых они расположены. В загородной местности мы видим одинаковое поведение температурной стратификации даже несмотря на значительное расстояние между точками измерений: в Звенигороде, в 50 км к западу от Москвы, и в Косино, на восточной окраине Московского мегаполиса.

Еще один вывод, который следует подчеркнуть: численные модели в своих параметризациях резко ограничивают конвективные мезомасштабные вариации термической стратификации

(см.рис. 5б и 5в), то есть не позволяют развиваться пространственным неоднородностям и конвективным неустойчивостям, в том числе, в городской среде. А это, в свою очередь, приводит к недооценке турбулентного обмена и мезомасштабной циркуляции, и, например, при малых скоростях ветра, к избыточному накоплению загрязняющих веществ в воздушном бассейне мегаполисов по модельным расчетам, которое, однако, не наблюдается в действительности [38]. Конечно, это не говорит о чистоте воздушного бассейна Москвы, но характеризует систематические ошибки численного моделирования атмосферного переноса загрязняющих примесей. А систематические ошибки прогноза поля температуры вблизи поверхности, показанные на рис. 3, на это явно указывают.

## 9. ВЫВОДЫ

Проведенный анализ показал, что сканирующие температурные СВЧ радиометры, работающие в полосе 60 ГГц, такие как МТР-5, являются надежным средством измерения средней термической стратификации пограничного слоя. Сеть таких радиометров в Московском регионе демон-

стрирует многолетнюю синхронную работу в городской среде и в загородной местности. И эти радиометры могут стать простым и надежным средством оценки параметризаций пограничного слоя в численных моделях городской среды высокого пространственного разрешения.

Временной ход термической стратификации АПС обладает удобным свойством: он в значительной степени стационарен, а синоптическая ситуация меняет, главным образом, амплитуду суточных вариаций. Это свойство позволяет сравнивать временной ход в разных точках наблюдений, на разных высотах, сопоставлять по этому параметру различные параметризации в моделях.

Сопоставление временного хода термической стратификации АПС в мезомасштабной модели WRF и по данным радиометрических измерений в Московском мегаполисе и его окрестностях показывает, что хотя детальные мезомасштабные модели, такие как WRF, в целом правильно воспроизводят изменение термической стратификации АПС в суточном ходе, изменения стратификации обусловленные влиянием городской среды в современных моделях практически незаметны. В отличие от данных микроволновых измерений, которые показывают значимые и воспроизводимые в разных точках мегаполиса особенности.

Систематической ошибкой численных мезомасштабных моделей является воспроизведение значимых инверсий температуры в городской среде в ночные часы в зимний период при их отсутствии в данных измерений. Такие ошибки могут быть связаны с неточным расчетом радиационного баланса пограничного слоя при сплошной слоистой облачности. А в условиях неустойчивой стратификации, в том числе в зимнее время, модели слишком быстро гасят неустойчивости возникающие при градиентах температуры больше адиабатического, что приводит к недооценке этих градиентов и их динамики в нижней части АПС (0–200 м) в моделях.

Предложен простой алгоритм оценки численных ошибок моделей как разницы сверхкраткосрочных (3 ч) и суточных (27 ч) прогнозов. Статистическая оценка этих ошибок показала, что в модели они практически не отличаются в городской и загородной местности, но систематически значимы именно вблизи поверхности, особенно в летний период. Другими словами, ошибки прогноза приземной температуры воздуха в значительной степени связаны именно с воспроизведением процессов перемешивания в пограничном слое атмосферы.

#### БЛАГОДАРНОСТЬ

Автор выражает глубокую признательность всем коллегам за помощь в проведении измерений, без которых эта работа не могла быть сделана. Работа выполнена при финансовой поддержке грантов РФФИ 21-17-

00210 и РФФИ №№ 19-05-00028, 19-05-00375, а также Госзадания по теме FMWZ-2022-0003. Особую благодарность автор хотел бы выразить рецензентам за тщательное прочтение рукописи и значительное улучшение текста работы, а также членам редколлегии за помощь в подготовке текста работы к публикации.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. <https://www.mmm.ucar.edu/weather-research-and-forecasting-model>.
2. <https://www.cosmo-model.org>.
3. <https://code.mpimet.mpg.de/projects/iconpublic>.
4. *Wen X., Lu S., Jin J.* Integrating remote sensing data with WRF for improved simulations of oasis effects on local weather processes over an arid region in northwestern China. *J. Hydrometeorology*. 2012. Т. 13. № 2. С. 573–587. <https://doi.org/10.1175/JHM-D-10-05001.1>
5. *Zhang C., Wang Y., Hamilton K.* Improved representation of boundary layer clouds over the southeast Pacific in ARW-WRF using a modified Tiedtke cumulus parameterization scheme. *Monthly Weather Review*. 2011. V. 139. № 11. P. 3489–3513. <https://doi.org/10.1175/MWR-D-10-05091.1>
6. *Kalinin N.A., Shikhov A.N., Bykov A.V.* Forecasting mesoscale convective systems in the Urals using the WRF model and remote sensing data // *Russ. Meteorol. Hydrol.* 2017. V. 42. P. 9–18. <https://doi.org/10.3103/S1068373917010022>
7. *Монин А.С., Яглом А.М.* Статистическая гидромеханика, ч. 1 и 2. М.: Наука, 1965–1967.
8. *Landsberg H.E.* The urban climate. Academic press, 1981.
9. *World Health Organization et al.* Urban air pollution in megacities of the world. Oxford: Blackwell, 1992.
10. *Oke T.R.* The energetic basis of the urban heat island. *Quarterly J. Royal Meteorological Society*. 1982. V. 108. № 455. P. 1–24. <https://doi.org/10.1002/qj.49710845502>
11. *Stull R.B.* An introduction to boundary layer meteorology. Springer Science & Business Media. V. 13. 1988.
12. *Arnfield A.J.* Two decades of urban climate research: a review of turbulence, exchanges of energy and water, and the urban heat island. *International J. Climatology*. 2003. V. 23. № 1. P. 1–26. <https://doi.org/10.1002/joc.859>
13. *Voogt J.A., Oke T.R.* Thermal remote sensing of urban climates // *Remote sensing of environment*. 2003. V. 86. № 3. P. 370–384. [https://doi.org/10.1016/S0034-4257\(03\)00079-8](https://doi.org/10.1016/S0034-4257(03)00079-8)
14. *Schwarz N., Schlink U., Franck U., Großmann K.* Relationship of land surface and air temperatures and its implications for quantifying urban heat island indicators—An application for the city of Leipzig (Germany). *Ecological indicators*. 2012. V. 18. P. 693–704. <https://doi.org/10.1016/j.ecolind.2012.01.001>

15. *Derdouri A., Wang R., Murayama Y., Osaragi T.* (2021). Understanding the Links between LULC Changes and SUHI in Cities: Insights from Two-Decadal Studies (2001–2020). *Remote Sensing*. 2021. V. 13. № 18. P. 3654.  
<https://doi.org/10.3390/rs13183654>
16. *Rasul A. et al.* A review on remote sensing of urban heat and cool islands // *Land*. 2017. V. 6. № 2. P. 38.  
<https://doi.org/10.3390/land6020038>
17. *Schonwald B.* Determination of vertical temperature profiles for the atmospheric boundary layer by ground-based microwave radiometry. *Boundary-Layer Meteorology*. 1978. V. 15. № 4. P. 453–464.  
<https://doi.org/10.1007/BF00120607>
18. *Гайкович К.П., Кадыгров Е.Н., Косов А.С., Троицкий А.В.* Термическое зондирование пограничного слоя атмосферы в центре линий поглощения кислорода. *Изв. Вузов, Радиофизика*. 1992. Т. 35. № 2. С. 130–136.
19. *Кадыгров Е.Н., Кузнецова И.Н., Голицын Г.С.* Остров тепла в пограничном слое атмосферы над большим городом: новые результаты на основе дистанционных данных // *Докл. Академии наук*. 2002. Т. 385. № 4. С. 541–548.
20. *Lohnert U. et al.* Advances in continuously profiling the thermodynamic state of the boundary layer: Integration of measurements and methods // *J. Atmospheric and Oceanic Technology*. 2008. V. 25. № 8. P. 1251–1266.  
<https://doi.org/10.1175/2007JTECHA961.1>
21. *Юшков В.П.* Что может измерять температурный профилимер // *Метеорология и гидрология*. 2014. № 12. С. 76–88.  
<https://doi.org/10.3103/S1068373914120097>
22. *Смирнова М. М., Рубинштейн К. Г., Юшков В. П.* Оценка воспроизведения региональной моделью характеристик пограничного слоя атмосферы // *Метеорология и гидрология*. 2011. № 12. С. 5–16.  
<https://doi.org/10.3103/S1068373911120016>
23. *Michalakes J. et al.* The weather research and forecast model: software architecture and performance // *Proceedings of the Eleventh ECMWF Workshop on the Use of High Performance Computing in Meteorology*. – World Scientific: Singapore, 2005. P. 156–168.  
[https://doi.org/10.1142/9789812701831\\_0012](https://doi.org/10.1142/9789812701831_0012)
24. *Skamarock W.C. et al.* Description of the Advanced Research WRF Version 3. // *NCAR Technical Note*, 2008. 520 p.  
<https://doi.org/10.5065/D68S4MVH>
25. [https://www.emc.ncep.noaa.gov/emc/pages/numerical\\_forecast\\_systems/gfs/documentation.php](https://www.emc.ncep.noaa.gov/emc/pages/numerical_forecast_systems/gfs/documentation.php)
26. *Thompson G., Rasmussen R.M., Manning K.* Explicit forecasts of winter precipitation using an improved bulk microphysics scheme. Part I: Description and sensitivity analysis. *Mon. Wea. Rev.* 2004. V. 132. P. 519–542.  
[https://doi.org/10.1175/1520-0493\(2004\)132<0519:EFOWPU>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0493(2004)132<0519:EFOWPU>2.0.CO;2)
27. *Iacono M.J. et al.* Radiative forcing by long-lived greenhouse gases: Calculations with the AER radiative transfer models. *JGR*, 2008. V. 113. D13103.  
<https://doi.org/10.1029/2008JD009944>
28. *Ek M.B. et al.* Implementation of Noah land surface model advances in the National Centers for Environmental Prediction operational mesoscale Eta model // *JGR: Atmospheres*. 2003. V. 108. D22.  
<https://doi.org/10.1029/2002JD003296>
29. *Grell G.A., Devenyi D.* A generalized approach to parameterizing convection combining ensemble and data assimilation techniques // *Geophys. Res. Lett.*, 2002. V. 29. P. 1693.  
<https://doi.org/10.1029/2002GL015311>
30. *Bougeault P., Lacarrere P.* Parameterization of Orography-Induced Turbulence in a Mesobeta—Scale Model // *Mon. Wea. Rev.* 1989. V. 117. P. 1872–1890.  
[https://doi.org/10.1175/15200493\(1989\)117<1872:POOI-TI>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/15200493(1989)117<1872:POOI-TI>2.0.CO;2)
31. *Deardorff J.W.* Theoretical expression for the counter-gradient vertical heat flux // *JGR*, 1972. V. 77. № 30. P. 5900–5904.  
<https://doi.org/10.1029/JC077i030p05900>
32. *Chen F. et al.* The integrated WRF/urban modelling system: development, evaluation, and applications to urban environmental problems // *International J. Climatology*. 2011. V. 31. № 2. P. 273–288.  
<https://doi.org/10.1002/joc.2158>
33. *Юшков В.П. и др.* Моделирование городского острова тепла в период экстремальных морозов в Москве в январе 2017 г. // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана*. 2019. Т. 55. № 5. С. 13–31.  
<https://doi.org/10.31857/S0002-351555513-31>
34. *Troitsky A.V., Gajkovich K.P., Gromov V.D., Kadygrov E.N., Kosov A.S.* Thermal sounding of the atmospheric boundary layer in the oxygen absorption band center at 60 GHz, *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* 1993. V. 31. № 1. P. 116–120.  
<https://doi.org/10.1109/36.210451>
35. *Landsberg H.E.* Meteorological observations in urban areas // *In Meteorological Observations and Instrumentation*. American Meteorological Society, Boston, MA, 1970. P. 91–99.  
[https://doi.org/10.1007/978-1935704-35-5\\_14](https://doi.org/10.1007/978-1935704-35-5_14)
36. *Oke T.R.* Siting and exposure of meteorological instruments at urban sites // *In Air pollution modeling and its application*. XVII. Springer, Boston, MA, 2007. P. 615–631.  
[https://doi.org/10.1007/978-0-387-68854-1\\_66](https://doi.org/10.1007/978-0-387-68854-1_66)
37. *Lokoshchenko M.A.* Urban ‘heat island’ in Moscow // *Urban climate*. 2014. V. 10. P. 550–562.  
<https://doi.org/10.1016/j.uclim.2014.01.008>
38. *Ponomarev N., Yushkov V., Elansky N.* Air Pollution in Moscow Megacity: Data Fusion of the Chemical Transport Model and Observational Network // *Atmosphere*. 2021. V. 12. № 3. P. 374.  
<https://doi.org/10.3390/atmos12030374>

## Thermal Stratification of the Boundary Layer over Megacities: Comparison of Model and Observational Data

V. P. Yushkov\*

*M.V. Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991 Russia*

*\*e-mail: yushkov@phys.msu.ru*

Comparison of long-term systematic measurements of thermal stratification in the boundary layer over Moscow megacity with high resolution model simulations was carried out. Model's results demonstrate more stable stratification at night and in winter. Under unstable conditions even in winter models dampen arising instabilities too much, which leads to an underestimation of the spectrum of mesoscale fluctuations, average gradients, and their dynamics in the lower part of the ABL in the models. A simple algorithm for errors estimation in numerical forecasts is proposed and it is shown that errors of the near-surface temperature forecast are mainly related to the boundary layer simulation. It is shown that microwave radiometers operating at about 60 GHz can become a simple and reliable tool for estimating the accuracy of boundary layer parameterizations in the weather forecast models.

**Keywords:** boundary layer, thermal stratification, temperature profiler, mesoscale model, Moscow megacity, systematic errors

УДК 551.576.1: 551.578

## МОДЕЛИРОВАНИЕ КИНЕТИКИ ФОРМИРОВАНИЯ ОСАДКОВ В СМЕШАННОМ ОБЛАКЕ

© 2022 г. **В. Н. Пискунов<sup>a</sup>**, **К. Г. Гайнуллин<sup>a, \*</sup>**, **А. М. Петров<sup>a</sup>**,  
**М. А. Затевахин<sup>b, \*\*</sup>**, **Е. Н. Станкова<sup>c, \*\*\*</sup>**

<sup>a</sup>ФГУП “РФЯЦ-ВНИИЭФ”, пр. Мира 37, Саров, Нижегородской обл., 607190 Россия

<sup>b</sup>АО “АТОМПРОЕКТ”, ул. Савушкина, д. 82, Санкт-Петербург, 197183 Россия

<sup>c</sup>Санкт-Петербургский государственный университет,  
Университетская набережная, д. 7–9, Санкт-Петербург, 199034 Россия

\*e-mail: KGGainullin@vniief.ru

\*\*e-mail: m.zatevakhin@gmail.com

\*\*\*e-mail: e.stankova@spbu.ru

Поступила в редакцию 12.05.2021 г.

После доработки 19.02.2022 г.

Принята к публикации 11.04.2022 г.

В работе представлены результаты исследования применимости системы кинетических уравнений, описывающих микрофизические процессы в трехфазной системе пар–вода–лед, для расчета кинетики формирования осадков в смешанном облаке. Для этого используются экспериментальные данные, полученные при наблюдении развития мощного кучевого облака в штате Монтана, США, 19.07.1981. Динамика облака описывается в рамках полуторамерной модели. Приведено сравнение результатов, полученных по кинетической модели, с данными, полученными по модели с параметризованной микрофизикой.

**Ключевые слова:** кинетические уравнения конденсации/коагуляции, трехфазная система, микрофизика смешанных облаков

**DOI:** 10.31857/S0002351522040125

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Кинетика водяных капель и частиц твердой фазы представляет собой центральную проблему формирования осадков в смешанных облаках. В этом случае осадки образуются, в основном, за счет появления ледяной фазы вследствие сублимации водяного пара и замерзания капель воды. Рост образовавшихся ледяных частиц происходит в результате взаимодействия этих частиц как друг с другом, так и с водяными каплями.

Известно большое число моделей, предназначенных для описания этих процессов. Эти модели можно разделить на две большие группы. Первая группа – это модели с параметризованной микрофизикой [1–3, 36]. В них рассматривается эволюция интегральных параметров, таких, как удельное содержание гидрометеоров – капель, ледяных кристаллов, снежных хлопьев, частиц крупы и града. Относительно небольшое число интегральных параметров, и, соответственно, уравнений, описывающих их эволюцию, делают модели с параметризованной микрофизикой вычислительно эффективными и достаточно простыми для анализа.

Однако, использование для параметризации различных полуэмпирических формул ограничивает применимость этих моделей для исследования облачных процессов – в частности, возникают трудности при описании коагуляции частиц различной природы и моделировании перехода облачных капель в дождевые с использованием схемы Кесслера [4–5].

Обычно считается, что модели с детальной микрофизикой [6–14, 33] свободны от этих недостатков. В этих моделях форма спектров гидрометеоров не задается заранее, а рассчитывается путем численного решения системы кинетических уравнений. Однако, использование моделей с детальной микрофизикой также сопряжено с определенными проблемами [15] – например, использование схемы Берри-Рейнхарда [16] для решения кинетических уравнений коагуляции не обеспечивает сохранение суммарной массы коагулирующих частиц [9]. Схема Коветца-Олунда [17] гарантирует выполнение закона сохранения массы, однако приводит к сильному сдвигу спектра в область крупных частиц [37]. Многие методы, используемые для численного решения уравнений кон-

денсационного роста, обладают схемной диффузией, которая может приводить к нереалистичному расширению спектра облачных частиц, и, соответственно, более быстрому процессу формирования осадков [6, 11, 17]. Различные “лагранжевы” подходы или метод характеристик свободны от указанных выше недостатков, однако их использование в динамических моделях облаков связано с необходимостью интерполяции полученного решения на фиксированную сетку. Процедурам интерполяции присущи те же проблемы, что схемам решения уравнения переноса. Это в частности вынудило авторов [18] разработать специальную процедуру интерполяции, существенно снижающую искажение спектра за счет схемных эффектов. Кроме того, при попытках использовать модели с детальной микрофизикой для расчета процессов в смешанных облаках возникают дополнительные проблемы, связанные необходимостью описания многообразия форм и свойств частиц ледяной фазы, механизмов образования первичных ледяных частиц и т.п. (см., например, [12], [19]).

Проведение исследований с помощью моделей с детальной микрофизикой невозможно без тщательной верификации этих моделей на основе сравнения их результатов с данными натурных наблюдений. Однако имеющиеся материалы [12, 20, 21, 38] показывают, что в этой задаче есть свои проблемы. Действительно, наибольшую информативность обеспечивает прямое сравнение параметров в известной точке облака на конкретной минуте его развития. Однако доступные данные такого типа достаточно ограничены. В работе [19] говорится, что самолетные измерения до сих пор остаются случайным отбором в сильно меняющихся в пространстве и времени полях. Поэтому сравнение расчетных и экспериментальных данных ограничивается в основном максимальными значениями некоторых интегральных параметров и вертикальными профилями горизонтально осредненных значений. Типичный пример верификации можно найти в работе [12], где приведены результаты сравнения полученных в расчетах параметров с экспериментальными данными. Сравнение ограничивается сопоставлением средних значений влажности на разных высотах с экспериментальными данными, полученными при пролетах самолета на этой высоте. Очевидно, что этого недостаточно для квалифицированного заключения о возможностях трехмерной нестационарной модели облака.

В связи с этим большой интерес представляет эксперимент CSOPE [22, 23], в котором было осуществлено детальное наблюдение за развитием и распадом изолированного кучево — дождевого облака. Полученные в эксперименте данные дают уникальную возможность для проверки работоспособности численных моделей.

Известны работы [24, 25], посвященные численному моделированию этого эксперимента. В работе [24] расчет проводился с помощью двумерной модели с параметризованным описанием микрофизических процессов. Сравнение полученных результатов с данными натурального эксперимента показали, что модель хорошо воспроизводит общие характеристики облака (скорость роста высоты верхней границы и геометрические размеры), а также эволюцию радиоэха. Однако высота нижней границы моделируемого облака была примерно на 1 км ниже экспериментального значения. Максимальные значения скорости восходящего потока и влажности примерно в два раза превышали значения, наблюдаемые в эксперименте. Осадки на поверхности земли в модельном облаке также появились раньше. Авторы объясняют такие несоответствия за счет параметризованного описания микрофизических процессов, которое приводит к переоценке общей влажности облака.

В работе [25] данные по эксперименту использовались для тестирования нестационарной полутримерной модели облака с параметризованным описанием микрофизических процессов. Для инициализации развития облака использовалась так называемая “накачка”: на уровне нижней границы облака задавалось постоянное значение скорости, которая выключалась после появления осадков. По мнению авторов, модельное облако в целом хорошо воспроизводило основные характеристики, наблюдаемые в эксперименте: нижнюю и верхнюю границы облака, максимальную скорость восходящего потока.

В этих работах использовалось параметризованное описание микрофизических процессов, а сравнение расчетных и экспериментальных данных проводилось для некоторых экстремальных и характерных значений, а также по распределениям радиолокационной отражаемости. Целью настоящей работы было сопоставления облачных характеристик, полученных по модели с детальной микрофизикой с данными натурального эксперимента в сходственных пространственно—временных точках.

В работе использовалась кинетическая модель [26], откалиброванная на большом числе задач, имеющих аналитическое или надежное численное решение [26, 27, 34]. Для расчетного моделирования эксперимента модель [26] была интегрирована с динамическим блоком полутримерной модели.

## 2. КИНЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ. КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ

В общем случае частицы являются композитными (смешанными), то есть одновременно со-

стоящими как из воды, так и изо льда. Характерные времена формирования и роста капель в облаках составляют десятки минут, время замерзания капель гораздо меньше, поэтому процесс промерзания каждой капли можно считать мгновенным, а смешанные частицы не рассматриваются из-за малых времен их существования. В этой модели учитываются только два сорта частиц: водяные капли с концентрацией  $c_w(g, t)$  и чисто ледяные частицы с концентрацией  $c_i(g, t)$ , причем полный спектр  $n = c_w + c_i$ ,  $v_w(g)$  и  $v_i(g)$  — скорости конденсационного роста (испарения) водяных капель и ледяных частиц. Кинетические уравнения, описывающие процессы формирования частиц в таком смешанном облаке, получены в [26]:

$$\begin{aligned} & \partial_t c_w(g, t) + \partial_g [v_w(g) c_w(g)] = \\ & = \frac{1}{2} \int_0^g K(g-s, s) c_w(g-s) c_w(s) ds - \end{aligned} \quad (2.1)$$

$$- c_w(g) \int_0^\infty K(g, s) n(s) ds + J_w(g, t),$$

$$\partial_t c_i(g, t) + \partial_g [v_i(g) c_i(g)] =$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^g K(g-s, s) c_i(g-s) [c_i(s) + 2c_w(s)] ds - \quad (2.2)$$

$$- c_i(g) \int_0^\infty K(g, s) n(s) ds + J_i(g, t).$$

Источники  $J_w$  и  $J_i$  описывают изменение спектров водяных капель и ледяных частиц в результате процессов нуклеации или спонтанного промерзания водяных капель. Ядра коагуляции зависят не только от масс частиц, но и от типа взаимодействий (вода-вода, лед-вода, лед-лед). Во избежание излишней громоздкости в уравнениях (2.1), (2.2) обозначение типов взаимодействий не приводится.

В расчетах используются реальные скорости конденсационного и коагуляционного роста водяных капель и ледяных частиц, описание “перегонки” между льдом и водой и обеспечивается учетом разности давлений насыщенного пара для этих фаз [26, 27, 34]. Для расчета кинетики коагуляции использован и незначительно модифицирован подход, развитый ранее в работах [28, 29] для композитных частиц. Учитываются все основные механизмы коагуляции — броуновская, турбулентная и гравитационная. Замерзание капель учитывается аналогично работе [30].

### 3. УСЛОВИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА SCORE

Эксперимент был проведен в штате Монтана 19 июля 1981 г., когда синоптическая ситуация благоприятствовала образованию одноячейковых (вследствие малого сдвига ветра) внутримас-

совых кучевых облаков. В этот день было детально исследовано развитие изолированного кучево-дождевого облака. Изолированное кучево-дождевое облако имело диаметр 6–8 км и примерно к 16<sup>30</sup> местного времени достигло максимума своего развития, после чего оно дало осадки, в основном в виде снега и ледяной крупы. Облако характеризуется значительным перепадом высот: температура и давление на уровне основания облака (3.8–3.9 км) составляли 0.8°C...2°C и 634...636 мбар; вершина облака к 16<sup>30</sup> достигла 10.5 км, где температура и давление были порядка –40 С...–50 С и 250 мбар. Скорость восходящего потока в облаке достигала 10 м/с. Непосредственно через облако проходили два самолета: Aegocommander (A) и King Air (K), а планер (S) большую часть времени провел в зоне основного восходящего потока.

Полученные в наблюдениях данные сравниваются с результатами расчетов, выполненных с использованием в качестве ядер конденсации монодисперсных аэрозольных частиц размером 0.03 мкм с постоянной начальной концентрацией, равной  $1.5 \times 10^{10} \text{ м}^{-3}$ . Тестовые расчеты показали, что учет падения концентрации частиц с высотой не оказывает принципиального влияния на получаемые результаты, поскольку практическое значение имеет лишь концентрация ядер на уровне конденсации.

Отдельную проблему представляет определение концентрации льдообразующих ядер. Ряд зависимостей, дающих значения концентраций льдообразующих ядер в зависимости от температуры и пересыщения, приведен в [35] (см. также [12]). Однако вероятно, эти оценки несколько занижены [35]. При выполнении настоящих расчетов начальная концентрация ядер варьировалась. Удовлетворительное согласие с экспериментальными данными получилось, если брать в качестве льдообразующих ядер частицы Айткена с концентрацией  $N_0 = 10^6 \text{ м}^{-3}$ .

В работе [22] приведены данные радиозондирования, полученные примерно за два часа до наблюдения облака. В настоящей работе эти данные использовались в виде кусочно-линейной аппроксимации по 12-ти точкам, при этом были устранены сухие задерживающие слои.

### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Все приведенные в настоящей работе результаты получены с использованием полуторамерной модели облака. Эта модель представляет собой удобный инструмент для исследования процессов, происходящих в конвективном облаке. Она достаточно проста, но позволяет в первом приближении учитывать влияние эффектов, связанных с вертикальным переносом частиц конденсированной фазы. В модели предполагается, что

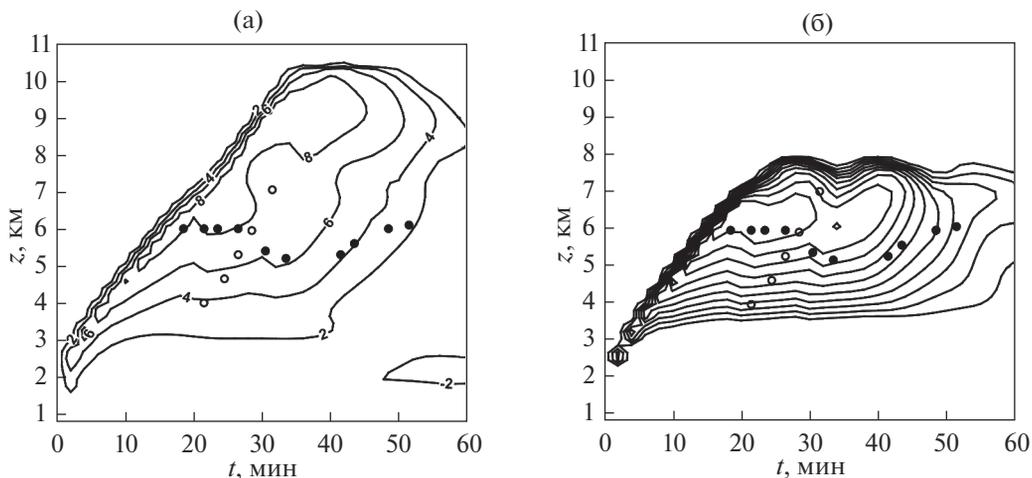


Рис. 1. Поле скорости, м/с, (слева) и влажности (справа), изолинии проведены через  $0.15 \text{ г/м}^3$ .

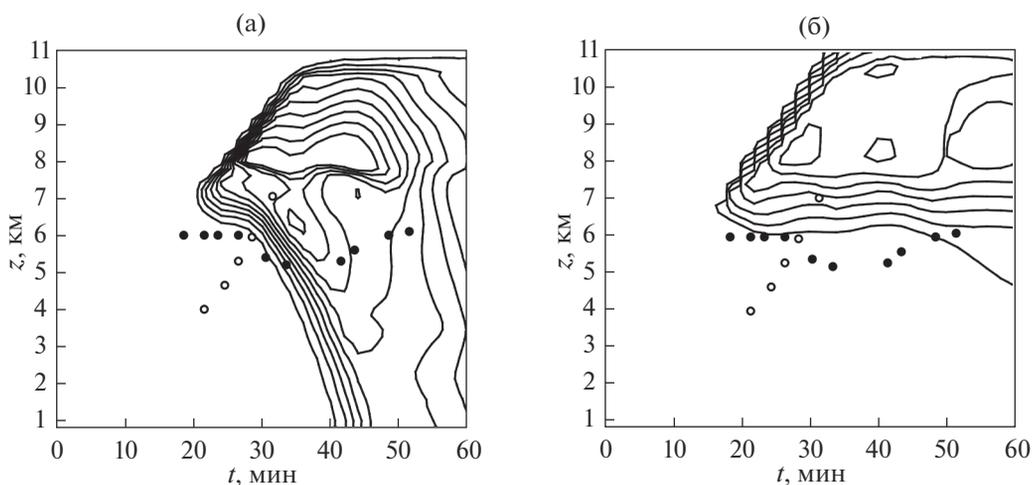


Рис. 2. Поле ледности (слева, изолинии проведены через  $0.15 \text{ г/м}^3$ ) и концентрации кристаллических частиц (справа, линии соответствуют уровням  $10^2, 10^3, 10^4, 10^5, 10^6, 10^7$  и  $10^8 \text{ 1/м}^3$ ).

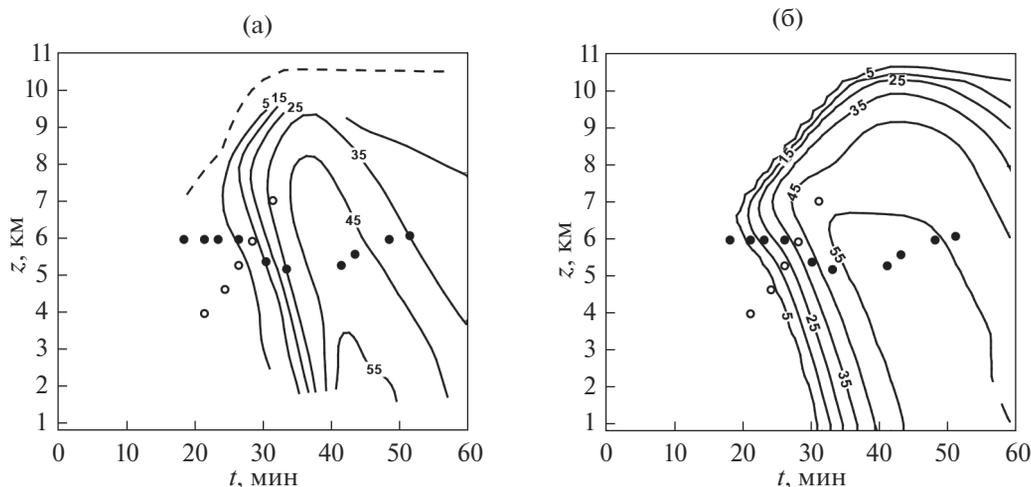
облако имеет форму цилиндра, вертикальные движения развиваются благодаря разрешению энергии неустойчивости и выделению скрытой теплоты конденсации. В системе уравнений термогидродинамики учитывается взаимодействие конвективного облака с окружающей средой посредством турбулентного перемешивания и упорядоченного притока через боковую границу, а также перераспределение различных частиц в пространстве за счет гравитационного осаждения.

Ниже приведены результаты, полученные по модели [13], в которой исходный кинетический блок [13] был заменен описанной выше моделью.

В соответствии с данными наблюдений [22] радиус облака был выбран равным 4 км, высота верхней границы расчетной области была равна 14.8 км, подстилающая поверхность находилась

на высоте 0.8 км над уровнем моря. Шаг сетки по вертикали составлял 189 м, 91 узел в пространстве масс был распределен на размерах частиц от 0.03 до 6000 мкм. Развитие облака инициализировалось начальным импульсом скорости треугольной формы в нижнем двухкилометровом слое (максимальная скорость 1 м/с) и 100% влажностью в слое от 1 до 2 км. При этом динамика облака воспроизводилась без искусственной “накачки”.

На рис. 1, 2 показаны пространственно-временные развертки основных полей. Отчетливо виден процесс формирования облачных капель при переходе через уровень конденсации, на высотах выше 8 км эти капли практически полностью замерзают, заметные концентрации кристаллических частиц появляются начиная с уровня 6.5 км, и на высоте 8 км эти концентрации



**Рис. 3.** Радиолокационная отражаемость, dBZ, данные наблюдений слева, пунктир – видимая верхняя граница облака, результаты расчетов – справа.

достигают величины порядка  $10^8 \text{ м}^{-3}$ . На этой высоте происходит формирование крупных ледяных частиц, которые затем выпадают на поверхность земли. На этих рисунках показаны траектория планера (пустые кружки) и проходы самолета (черные кружки).

Значения высоты нижней и верхней границ облака, полученные в расчетах, соответствуют экспериментальными данными в пределах точности измерений (500 м согласно [22]). Временной ход развития облака в общем соответствует данным наблюдений, хотя стадия диссипации получилась несколько затянутой. По-видимому, это связано с отсутствием в данной реализации полуторамерной модели второго цилиндра конечного радиуса, который моделирует компенсирующий нисходящий поток [31].

Для детального сравнения расчетных и экспериментальных данных необходима их временная синхронизация. В экспериментах [22, 23] время начала формирования облака не наблюдалось. Рисунок 3 работы [22] показывает, что в  $16^{18}$  верхняя кромка радиоэха наблюдалась на высоте 7.2 км. Верхняя граница модельного облака достигает высоты 7.2 км в момент времени 19.5 мин. Использование этого значения позволило построить тра-

екторию полета планера и области отбора проб при пролете самолета, показанные на рис. 1, 2.

Из экспериментальных результатов [22] для детального сравнения были выбраны данные, полученные при пролетах самолета на высотах 5–6 км и полете планера. В табл. 1 и 2 приведено сравнение расчетных и экспериментальных значений скоростей восходящих потоков [22].

При анализе полученных результатов необходимо принять во внимание следующие обстоятельства. Результаты, полученные по полуторамерной модели, представляют собой значения, осредненные по цилиндру, радиус которого составляет в данном случае 4 км. Поэтому их значения необходимо должны быть меньше измеренных величин, которые осреднялись по области размером порядка 1 км. Кроме того, экспериментальные данные по скоростям на траектории планера, приведенные в работе [22], характеризуются большим разбросом.

Расчетные результаты, приведенные в табл. 1, в общем согласуются с результатами измерений самолета King Air на стадии развития облака. Расчетная скорость восходящего потока на траектории планера (табл. 2) хорошо соответствует результатам

**Таблица 1.** Вертикальные скорости на высоте 5.2–6.1 км

$t_{\text{эксп.}}, \text{ Ч}$	16.17	16.20	16.22	16.25	16.29	16.32	16.40	16.42	16.47	16.50
$H, \text{ км}$	6.0	6.0	6.0	6.0	5.4	5.2	5.3	5.6	6.0	6.1
$W_{\text{эксп.}}, \text{ м/с}$	5	3	10	10	9	6	3	0.3	1	–2
$W_{\text{расч.}}, \text{ м/с}$	8.1	8.1	8.2	7.9	6.4	6.3	4.3	4.1	3.2	2.3

**Таблица 2.** Вертикальные скорости на высотах 4.0–7.0 км

Z, км	4.000	4.650	5.300	5.950	7.050
$t_{\text{эксп.}}$ , ч	16.20	16.23	16.25	16.27	16.30
$W_{\text{эксп.}}$ , м/с	4.0	6.0	7.2	9.0	13
$W_{\text{расч.}}$ , м/с	3.8	5.4	6.7	7.6	6.8

**Таблица 3.** Микрофизические параметры облака на высотах 5.2–6.1 км

$t_{\text{эксп.}}$ , ч	16.17	16.20	16.22	16.25	16.29	16.32	16.40	16.42	16.47	16.50
H, км	6.0	6.0	6.0	6.0	5.4	5.2	5.3	5.6	6.0	6.1
$LWC_{\text{эксп.}}$ , г/м <sup>3</sup>	1.37	1.01	1.75	2.19	1.77	0.71	0.34	0.04	0.06	0.04
$N_{\text{имм эксп.}}$ , л <sup>-1</sup>	–	–	0.004	0.05	0.24	0.14	1.48	–	2.71	1.31
$\rho Q_w$ , г/м <sup>3</sup>	1.5	1.6	1.6	1.6	1.3	1.2	1	1	0.75	0.06
$\rho Q_i$ , г/м <sup>3</sup>	~0	~0	0.002	0.006	0.1	0.4	1.1	1	0.9	0.8

измерения почти до 5 км, затем эта скорость падает, чего не наблюдается в экспериментальных данных.

В табл. 3 приведено сравнение расчетных значений микрофизических параметров с данными наблюдений. Здесь введены следующие обозначения: экспериментальные значения водности LWC, концентрации ледяных частиц миллиметрового размера  $N_{\text{имм}}$ . Результаты расчетов обозначены:  $\rho Q_w$  – водность,  $\rho Q_i$  – ледность.

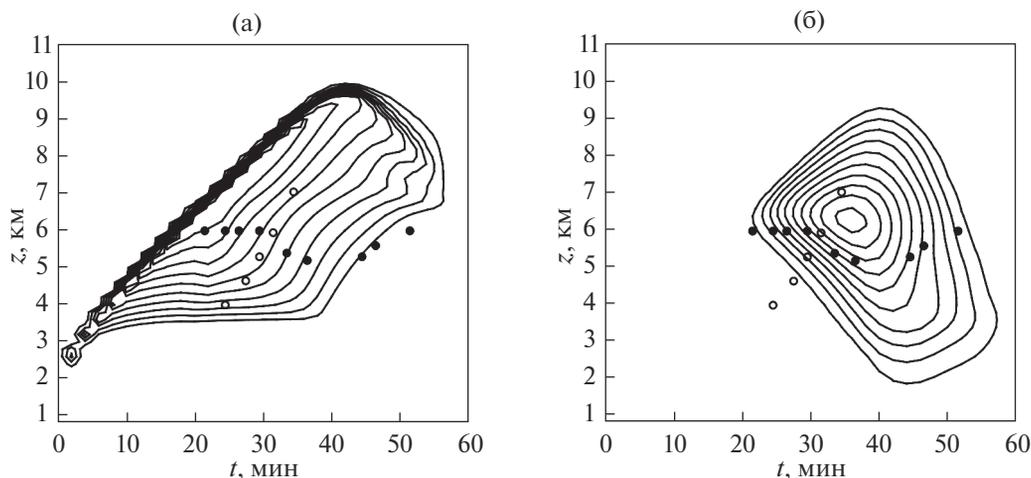
Соответствие приведенных в табл. 3 данных экспериментальным практически такое же, как и в случае скоростей: на стадии развития облака эти данные различаются не более, чем на 40%, что в данном случае можно считать очень хорошим согласием. Полученная в расчетах концентрация крупных (“дождевых”) капель крайне мала (практически не превышает значения 0.1 г/м<sup>3</sup>), что хорошо согласуется с данными наблюдений [22].

Рассмотрим характеристики ледяной фазы. Учитывая, что концентрация частиц миллиметрового размера порядка 1 л<sup>-1</sup> соответствует ледности порядка 0.5 г/м<sup>3</sup>, можно заметить, что полученные в расчетах значения ледности вполне соответствуют данным наблюдений. Отметим, что время появления заметного количества частиц кристаллических осадков (21 мин развития облака) хорошо согласуется с данными наблюдений (16<sup>23</sup>). Однако детальное сравнение данных по концентрации частиц указывает на некоторые расхождения: полная концентрация ледяных частиц, измеренная на этих высотах, намного больше величин, полученных в расчетах. Вероятно, это связано с работой механизмов вторичного льдообразования, не учитываемых

в модели. Эти механизмы начинают эффективно работать именно на этой стадии развития облака, приводя к резкому росту концентрации ледяных частиц [19].

В табл. 4 представлено сопоставление результатов расчетов с данными, полученными в полете планера. Здесь  $N_k$ ,  $N_l$  – счетные концентрации капель и ледяных частиц. Анализ приведенных в табл. 4 данных показывает, что полученные в расчетах значения суммарной водности  $\rho Q_w + \rho Q_i$  вполне соответствуют ходу экспериментальных значений LWC. Это позволяет сделать вывод, что, несмотря на осреднение и учет перемешивания, полуторамерная модель в состоянии воспроизвести ход процессов в восходящем течении, близком к адиабатическому. Однако высоте 7 км расчетные данные демонстрируют падение водности и существенный рост вклада ледяной фазы, в то время как измерения демонстрируют дальнейший рост LWC. Причины такого расхождения не совсем ясны. Возможно это следствие переоценки скорости образования ледяной фазы, либо погрешности измерения (см. например [32]).

Второе отличие наблюдается в эволюции концентрации облачных капель на траектории планера: скорость убывания этого числа в расчетных данных заметно больше. Поскольку величины расчетной и экспериментальной водностей по крайней мере до 6 км достаточно близки, то этого может быть может быть завышение эффективности коагуляции облачных капель. Кроме того, отсутствие в модели растворимых ядер конденсации может приводить к фиктивной перегонке па-



**Рис. 4.** Поле отношения смеси облачных капель (слева) и частиц кристаллических осадков (справа), изолинии проведены через 0.2 г/кг.

ра с мелких капель на крупные по мере падения пересыщения.

Одной из существенных интегральных характеристик облака, которая позволяет локализовать положение основной массы крупных кристаллических частиц, является радиолокационная отражаемость. На рис. 3 представлены пространственно-временные развертки полей радиолокационной отражаемости, полученные в расчете и эксперименте. Данные наблюдений на рисунке синхронизированы с расчетными данными. Соответствие можно признать вполне удовлетворительным.

В заключение представляется интересным привести сравнение с результатами, полученные с использованием полутримерной модели с параметризованной микрофизикой [3, 36]. Эта модель

включает уравнения переноса для водяного пара, облачных, дождевых капель, частиц кристаллических осадков и параметризованное описание следующих микрофизических процессов: конденсации водяного пара на облачных каплях и его сублимации на частицах твердой фазы, автоконверсии и коагуляции дождевых и облачных капель, испарения облачных и дождевых капель и кристаллов, обзёрнения кристаллических частиц, их плавления и испарения растаявших кристаллов, замерзания дождевых капель. В модели [3, 36] не учитывается вертикальное турбулентное перемешивание. Это приводит к уменьшению скорости роста высоты верхней кромки облака. Полученные результаты приведены на рис. 4.

**Таблица 4.** Изменение во времени водности, концентрации капель и ледяных частиц и ледности на высотах 4.0–7.0 км

Z, км	4.000	4.650	5.300	5.950	7.050
$t_{\text{эксп}}$ , Ч	16.20	16.23	16.25	16.27	16.30
$LWC_{\text{эксп}}$ , г/м <sup>3</sup>	0.1	0.9	1.5	2.0	2.4
$N_{\text{к, эксп}}$ , см <sup>-3</sup>	930	720	670	720	600
$N_{\text{л, эксп}}$ , л <sup>-1</sup>	0	0	0	~0	0.3...2*
$\rho Q_w$ , г/м <sup>3</sup>	0.56	0.97	1.3	1.5	1.3
$\rho Q_i$ , г/м <sup>3</sup>	0	0	~0	0.1	1.2
$N_{\text{к, расч}}$ , см <sup>-3</sup>	1660	610	390	240	110
$N_{\text{л, расч}}$ , л <sup>-1</sup>	0	~0	~0	0.03	42

\* – на высотах 7–7.1 км.

Сравнение хода водности, полученного по разным моделям, показывает, что в обоих случаях общий массовый баланс примерно одинаков. Значения суммарной водности на стадии развития облака, полученные по обеим моделям, примерно одинаковы. Однако, эволюция распределений капель и ледяных частиц демонстрирует качественное отличие – в модели с параметризованной микрофизикой присутствие облачных капель наблюдается вплоть до самой верхней границы облака, в то время как в модели с детальной микрофизикой эти капли практически полностью исчезают на высотах более 7 км. Пространственные распределения ледяных частиц, полученные по этим двум моделям, отличаются кардинально, что хорошо видно при сравнении рис. 2 и 4.

### 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе представлены результаты валидации кода, предназначенного для расчета кинетики формирования осадков в смешанном облаке. Код разработан на основе кинетических уравнений конденсации/коагуляции для систем с двухфазной дисперсной средой, сформулированных в работе [26]. Динамика облака описывается в рамках полуторамерной модели.

Для валидации модели использовались данные, полученные при наблюдении развития кучевого облака, наблюдавшегося 19.07.1981 в штате Монтана, США. Расчетные и экспериментальные данные были синхронизированы по времени, что позволило провести детальное сравнение этих данных в конкретных пространственно-временных точках. Это сравнение показало, что результаты расчетов правильно отражают качественное поведение основных величин, а в некоторых случаях наблюдается и хорошее количественное согласие.

Проведенный анализ позволил установить конкретные положения модели, уточнение которых может привести к повышению качества моделирования. В частности:

– не учитываемые в модели процессы вторичного льдообразования могут приводить к занижению концентрации ледяных частиц на определенной стадии развития процесса;

– возможно требуется уточнение скоростей замерзания водяных капель при переохлаждении и учет растворимых ядер конденсации.

Представленные в настоящей статье результаты были получены авторами под руководством и при непосредственном участии В.Н. Пискунова. Владимир Николаевич был признанным авторитетом в области физики атмосферы – не только в России, но и за рубежом. Он был главной движущей силой и вдохновителем работ по этому направлению в РФЯЦ-ВНИИЭФ, без его непосред-

ственного участия, руководства и энтузиазма многое из того, что представлено в настоящей статье, осталось бы нереализованным. Его энергичность, работоспособность, кругозор и квалификация потрясли воображение и вдохновляли на саморазвитие. К сожалению, Владимир Николаевич скончался в 2013 г. Эта статья, подводящая своего рода краткий итог работ, является еще одной данью памяти и уважения этому талантливому и неординарному ученому.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Asai T., Kasahara A.A* Theoretical Study of the Compensating Downward Motions Associated with Cumulus Clouds // *J. Atmos. Sci.* 1967. V. 24, P. 487–497.
2. *Shiino J.A.* Numerical Study of Precipitation Development in Cumulus Clouds // *Papers in Meteorology and Geophysics.* 1978. V. 29, N. 4. P. 157–194.
3. *Баранов В.Г., Довгалюк Ю.А., Станкова Е.Н.* К выбору параметров конвективного облака для оценки эффекта воздействия // *Труды ГГО.* 1986. Вып. 497. С. 96–105.
4. *Kessler E.* On the distribution and continuity of water substance in atmospheric circulation // *Met. Monogr.* 1969. V. 10. №. 32. P. 84.
5. *Khain A., Ovtchinnikov M., Pinsky M., Pokrovsky A., Krugliak H.* Notes on the state-of-the-art numerical modeling of cloud microphysics. Review // *Atmospheric Research.* 2000. V. 55. P. 159–224.
6. *Takahashi T.* Warm rain, giant nuclei and chemical balance – a numerical model // *Atmos. Sci.* 1976. V. 33. P. 269–286.
7. *Hall W.D.* A detailed microphysical model within a two-dimensional dynamic framework: model description and preliminary results // *J. Atmos. Sci.* 1980. V. 37. P. 2486–2507.
8. *Хворостьянов В.И., Хаин А.П., Когтева Е.А.* Двумерная численная модель естественного развития конвективного облака и его засева льдообразующим аэрозолем // *Труды ВГИ.* 1989. № 7. С. 68–76.
9. *Kogan Y.L.* The simulation of convective cloud in a 3-D model with explicit microphysics. Part I: Model description and sensitivity experiments // *J. Atmos. Sci.* 1991. V. 48. P. 1160–1189.
10. *Reisin T., Levin Z., Tzzyion S.* Rain production in convective clouds as simulated in an axisymmetric model with detailed microphysics. Part 1: Description of the model // *J. Atmos. Sci.* 1996. V. 53. P. 497–519.
11. *Khairoutdinov M.E., Kogan Y.L.* Large-eddy simulation model with explicit microphysics: Validation against aircraft observations of a stratocumulus-topped boundary layer // *J. Atmos. Sci.* 1999. V. 56. P. 2115–2131.
12. *Ovtchinnikov M., Kogan Y.* An Investigation of Ice Production in Small Cumuliform Clouds Using a 3D

- Model with Explicit Microphysics. Part I: Model Description // *J. Atmos. Sci.* 2000. V. 57. P. 2989–3003.
13. Кароль И.Л., Затевахин М.А., Ожигина Н.А., Озолин Ю.Э., Рамаросон Р., Розанов Е.В., Станкова Е.Н. Численная модель динамических, микрофизических и фотохимических процессов в конвективном облаке // *Изв. АН. Физика атмосферы и океана.* 2000. Т. 36. № 6. С. 1–16. ISSN 0002-3515.
  14. Khain A., Pokrovsky A., Pinsky M. Simulation of Effects of Atmospheric Aerosols on Deep Turbulent Convective Clouds Using a Spectral Microphysics Mixed-Phase Cumulus Cloud Model. Part I: Model Description and Possible Applications // *J. Atm. Sci.* 2004. 1. 61. P. 2963–2982.
  15. Сергеев Б.Н., Смирнов В.И. Численное моделирование микрофизических процессов в капельных конвективных облаках // *Тр. ЦАО.* 1980. Вып. 137. С. 3–26.
  16. Berry E.X., Reinhardt R.L. An analysis of cloud drop growth by collection: Part I. Double distributions // *J. Atmos. Sci.* 1974. V. 31. P. 1814–1824.
  17. Kovetz A., Olund B. The effect of coalescence and condensation on rain formation in a cloud of finite vertical extent // *J. Atmos. Sci.* 1969. V. 26. № 6. P. 1060–1065.
  18. Liu Q.-F., Kogan Y.L., Lilly D.K., Khairoutdinov M.P. Variational Optimization Method for Calculation of Cloud Drop Growth in an Eulerian Drop-Size Framework // *J. Atmos. Sci.* 1997. V. 54. P. 2493–2504.
  19. Ovtchinnikov M., Kogan Y.L., Blyth A.M. An Investigation of Ice Production Mechanisms in Small Cumuliform Clouds Using a 3D Model with Explicit Microphysics. Part II: Case Study of New Mexico Cumulus Clouds // *J. Atm. Sci.* 2000. V. 57. P. 3004–3020.
  20. Connolly P.J., Choulaton T.W., Gallagher M.W., Bower K.N., Flynn M.J., Whiteway J.A. Cloud-resolving simulations of intense tropical Hector thunderstorms: Implications for aerosol–cloud interactions // *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.* 2006. V. 132. P. 3079–3106. <https://doi.org/10.1256/qj.05.86>
  21. Lawson R.P., Woods S. Morrison H. The microphysics of ice and precipitation development in tropical cumulus clouds // *J. Atmos. Sci.* 2015. V. 72. P. 2429–2445. <https://doi.org/10.1175/JAS-D-14-0274.1>
  22. Dye J.E., Jones J.J., Winn W.P., Cerni T.A., Gardiner B., Lamb D., Pitter R.L., Hallett J., Saunders C.P.R. Early Electrification and Precipitation Development in a Small, Isolated Montana Cumulonimbus // *J. Geophys. Res.* 1986. V. 91, №. D1, P. 1231–1247.
  23. Gardiner B., Lamb D., Pitter R.L., Hallett J. Saunders C.P.R. Measurements of Initial Potential Gradient and Particle Charges in a Montana Summer Thunderstorm // *J. Geophys. Res.* 1985. V. 90. № D4. P. 6079–6086.
  24. Heldson J.H., Jr., Farley R.D. A numerical modelling study of a Montana thunderstorm. Part I: Model results versus observations // *J. Geophys. Res.* 1987. V. 92. № D5. P. 5645–5660.
  25. Taylor G.R. Sulfate Production and Deposition in Mid-latitude Continental Cumulus Clouds. Part I: Cloud Model Formulation and Base Run Analyses // *J. Atmos. Sci.* 1989. V. 46. P. 1971–1990.
  26. Piskunov V.N., Petrov A.M. Condensation/coagulation kinetic for mixture of liquid and solid particles: analytical solutions // *J. Aerosol Sci.* 2002. V. 33. P. 647–657.
  27. Piskunov V.N., Petrov A.M., Golubev A.I. Modeling particle formation kinetics in mixed-phase clouds // *J. Aerosol Sci.* 2003. V. 34. P. 1555–1580.
  28. Piskunov V.N. Coagulation kinetics of composite particles // *J. Aerosol Sci.* 1997. V. 28. №. 1. P. 647–648.
  29. Golubev A.I., Piskunov V.N., Ismailova N.A. “AERFORM” code for numerical simulation of aerosol formation kinetics // *J. Aerosol Sci.* 1999. V. 30. №. 1. P. 231.
  30. Shiino J. A numerical study of precipitation development in cumulus clouds // *Papers in Meteorology and Geophysics.* 1978. V. 29. № 4. P. 157–194.
  31. Раба Н.О., Станкова Е.Н. Исследование влияния компенсирующего нисходящего потока, сопутствующего конвективным течениям, на жизненный цикл облака с помощью полуторонерной модели с двумя цилиндрами // *Труды ГГО.* 2009. Вып. 559. С. 192–209.
  32. Korolev A.V., Isaac G.A., Strapp J.W., Cober S.G., Barker H.W. In situ measurements of liquid water content profiles in midlatitude stratiform clouds // *Q. J. R. Meteorol. Soc.* 2007. V. 133. P. 1693–1699.
  33. Коган Е.Л., Мазин И.П., Сергеев Б.Н., Хворостьянов В.И. Численное моделирование облаков. М.: Гидрометеиздат, 1984. 165 с.
  34. Пискунов В.Н. Динамика аэрозолей. М.: Физматлит. 2009. 296 с.
  35. Pruppacher H.R. and Klett J.D. Microphysics of cloud and precipitation. Dordrecht, Kluwer Academic Press, 1997. 954 p.
  36. Баранов В.Г., Довгалюк Ю.А., Станкова Е.Н. Полуторонерная модель естественной эволюции конвективного облака и воздействий на него // *Вопросы физики облаков: 50 лет отделу физики облаков ГГО: Сборник избранных статей.* СПб.: Астерион, 2008. С. 138–150.
  37. Stankova E.N., Zatevakhin M.A. The modified Kovetz and Olund method for the numerical solution of stochastic coalescence equation. // *Proc. 12th International Conference on Clouds and Precipitation.* Zurich. 1996. P. 921–923.
  38. Дрофа А.С., Иванов В.Н., Данелян Б.Г., Колосков Б.П., Корнеев В.П., Бычков А.А., Частухин А.В. Натурный эксперимент по воздействию на облака солевым порошком // *Доклады Всероссийской конференции по физике облаков и активным воздействиям на гидрометеорологические процессы: Сб. науч. тр. Ч. 1.* 2017. С. 245.

## Modeling the Kinetics of Precipitation Formation in a Mixed-Phased Cloud

V. N. Piskunov<sup>1</sup>, K. G. Gainullin<sup>1, \*</sup>, A. M. Petrov<sup>1</sup>, M. A. Zatevakhin<sup>2, \*\*</sup>, and E. N. Stankova<sup>3, \*\*\*</sup>

<sup>1</sup> Russian Federal Nuclear Center – VNIIEF, Mira av. 37, Sarov, Nizhny Novgorod region, 607190 Russia

<sup>2</sup> JSC “АТОМПРОЕКТ”, Savushkina st., 82, St. Petersburg, 197183 Russia

<sup>3</sup> Saint-Petersburg State University, 7–9, Universitetskaya nab., St. Petersburg, 199034 Russia

\*e-mail: KGGainullin@vniief.ru

\*\*e-mail: m.zatevakhin@gmail.com

\*\*\*e-mail: e.stankova@spbu.ru

The paper presents the results of a study of the applicability of a system of kinetic equations describing microphysical processes in a three-phase vapor–water–ice system for calculating the kinetics of precipitation formation in a mixed-phased cloud. Experimental data are used obtained from observing the development of a powerful cumulus cloud in the state of Montana, USA, on 19.07.1981. The cloud dynamics is described in terms of a 1.5-dimensional model. The results obtained by the kinetic model are compared with the data obtained by the model with parametrized microphysics.

**Keywords:** kinetic equation of condensation/coalescence, three-phase system, microphysics of mixed-phased clouds

УДК 551.515.4:551.501.81

## ФОРМИРОВАНИЕ ГРАДОВОГО ОБЛАКА ПРИ СЛИЯНИИ КОНВЕКТИВНЫХ ЯЧЕЕК

© 2022 г. В. С. Макитов<sup>а</sup> \*, В. С. Инюхин<sup>а</sup>, С. А. Куцев<sup>а</sup>, К. Б. Лиев<sup>а</sup><sup>а</sup>ФГБУ “Высокогорный геофизический институт”, пр. Ленина 2, Нальчик, 360030 Россия

\*e-mail: Stasuk6@mail.ru

Поступила в редакцию 01.03.2022 г.

После доработки 23.03.2022 г.

Принята к публикации 11.04.2022 г.

Представлены результаты многочасовых непрерывных радиолокационных наблюдений многоячейковой облачной системы, развивавшейся над центральной частью Северного Кавказа 07.06.2014 г. Подробно рассмотрены вопросы взаимодействия отдельных конвективных ячеек, составляющих единый комплекс радиоэха. Основное внимание уделено формированию градового облака при слиянии отдельных ячеек комплекса. Анализируется изменение основных радиолокационных параметров и микрофизических характеристик града в облаке в процессе слияния ячеек. Показано, что в результате слияния конвективных ячеек отмечается интенсификация микрофизических и динамических процессов, что в значительной степени способствует росту крупного града и увеличению продолжительности градовой стадии.

**Ключевые слова:** град, градовые ячейки, многоячейковые градовые процессы, первое радиоэхо, двухволновой метод индикации града

DOI: 10.31857/S0002351522040095

### ВВЕДЕНИЕ

Развитие научных и прикладных программ по воздействию на конвективные облака с целью увеличения осадков или сокращения ущерба от града требует более детального и всестороннего исследования взаимодействия отдельных ячеек в процессе формирования и развития мезомасштабных облачных систем. Одним из наиболее перспективных подходов к решению таких задач является комплексный анализ результатов радиолокационных наблюдений и численного моделирования конвективных облаков, что особенно актуально при изучении процессов взаимодействия отдельных конвективных ячеек в грозо-градовых облаках. Известно, что именно многоячейковые градовые облака имеют наибольшую повторяемость во всех без исключения градоопасных регионах планеты [1]. Взаимодействие отдельных конвективных ячеек, составляющих многоячейковое облако, в значительной степени определяет характер его развития и, как следствие, продолжительность существования.

Одним из физических процессов, требующих детального исследования является процесс слияния конвективных ячеек. Результаты такого слияния зачастую приводят к формированию ячеек с характеристиками, значительно превосходящими их значения до начала процесса слияния [2, 3].

Причем сам механизм такого слияния не является особенностью только многоячейковых облачных систем. Аналогичные процессы отмечаются и при развитии суперячейковых градовых облаков, когда периферийные фидерные облака вовлекаются в систему основного восходящего потока [1]. Важность правильной научной интерпретации этих вопросов во многом определяется их большим прикладным значением при разработке методик воздействия на конвективные облака, используемых в различных проектах по модификации погоды. В связи с этим, основной целью настоящего исследования является комплексный анализ процесса слияния конвективных ячеек многоячейковой облачной системы, развивавшейся над центральной частью Северного Кавказа 07.06.2014 г. Основу экспериментального материала составили результаты непрерывных радиолокационных наблюдений, выполненных с помощью двухволнового метеорологического радиолокатора МРЛ-5, оснащенного автоматизированной системой сбора, обработки и анализа радиолокационной информации [4].

### 1. ПОГОДА В РАЙОНЕ ИССЛЕДОВАНИЯ 07.06.2014 г.

Погода в районе исследования 07.06.2014 г. определялась барической ложбиной, связанной с вы-

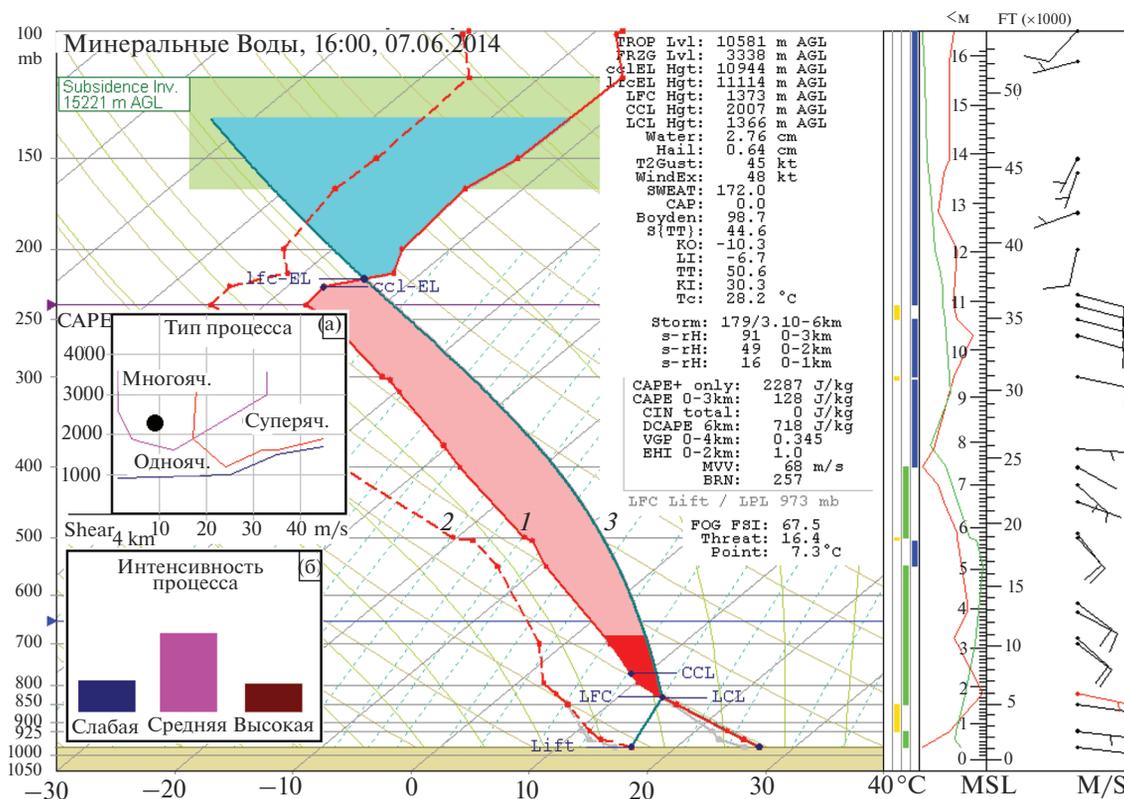


Рис. 1. Результаты температурно-ветрового зондирования атмосферы за 07.06.2014, 16.00 (метеостанция Минеральные Воды, 37055). Цифрами на рисунке обозначены: 1 – распределение температуры по высоте (кривая стратификации); 2 – распределение температуры точки росы по высоте; 3 – кривая состояния. На врезках (а) и (б) представлены результаты прогноза типа и интенсивности градового процесса, соответственно.

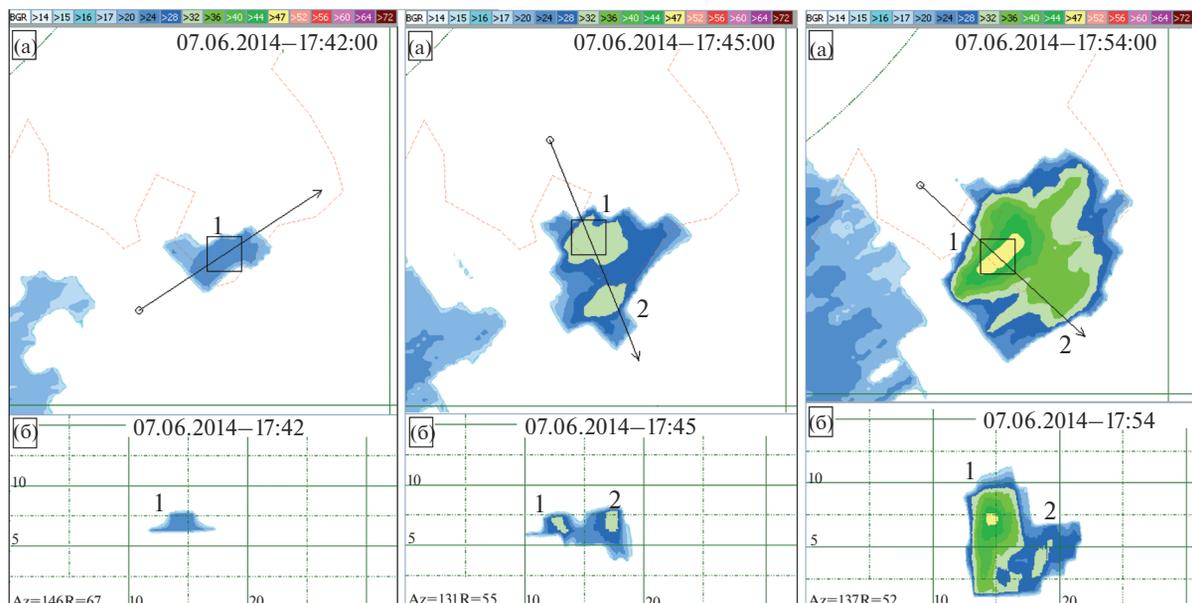
сотным циклоном над Турцией. Вдоль Кавказского хребта располагался теплый фронт, а прохождение холодного фронта первого рода с запада ожидалось во второй половине дня. Скорость прохождения холодного фронта прогнозировалась равной приблизительно 15 км/ч. Анализ термодинамического состояния воздушных масс в этот день проводился на основе данных температурно-ветрового зондирования тропосферы, выполненного на метеостанции Минеральные Воды (37055) в 12.00 ВСВ (16.00 по местному времени). По этим данным, высота нулевой изотермы составляла 3.65 км. Горизонтальные потоки в слое облакообразования не превышали 10 м/с, при отсутствии существенного сдвига ветра по скорости. На рис. 1 приводится график, где представлены данные радиозондирования (максимальные значения приземной температуры и температуры

точки росы скорректированы по данным автоматической метеостанции ВГИ табл. 1).

Атмосфера над районом радиолокационных наблюдений имела неустойчивую стратификацию, характерную для конвективных процессов средней интенсивности. Полная энергия неустойчивости атмосферы достигала 2287 Дж/кг. Существенный сдвиг ветра, как по скорости, так и по направлению отсутствовал. На врезке (а) приводится результат прогноза типа градового процесса для данного дня по соотношению полной энергии неустойчивости атмосферы и сдвига ветра. Как видно из приведенного на этой врезке графика, рассматриваемый процесс относится к многоячейковым процессам. На врезке (б) рис. 1 приводится графическая интерпретация прогноза интенсивности градового процесса по 40 основным термодинамическим параметрам атмосферы, таким как

Таблица 1. Данные наземных наблюдений в районе г. Нальчик

Время	t, °C	Влажн. %	Точка росы t °C	Скор. ветра м/с	Направл. ветра	Давл. мм	Осадки мм	Интенсивность дождя мм/ч
16:00	26,9	53	15,6	1,8	Е	734	0	0



**Рис. 2.** Горизонтальная (а) и вертикальная (б) структура радиоэха ячеек 1 и 2 на стадии формирования исследуемого облака. Направления вертикальных разрезов указаны стрелками.

полная энергия неустойчивости, сдвиг ветра, градиенты температуры на различных уровнях, индексы Томпсона, Джеферсона, Боудена и т.д. Рассматриваемый процесс по этим параметрам относится к процессам средней интенсивности.

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ НАБЛЮДЕНИЙ

Первое радиоэхо исследуемого облака было зарегистрировано радиолокатором в 17 ч 42 мин юго-восточнее Нальчика, в районе административной границы между Кабардино-Балкарией и Северной Осетией. Для градовых процессов центральной части Северного Кавказа такое расположение первого радиоэха является наиболее часто повторяющимся (наряду с районом междуречья верховий рек Малки и Кубани). Фактически речь идет о двух устойчивых максимумах в распределении зон формирования первого радиоэха градовых ячеек в данном районе. Более детально эти вопросы рассмотрены в работах [5, 6].

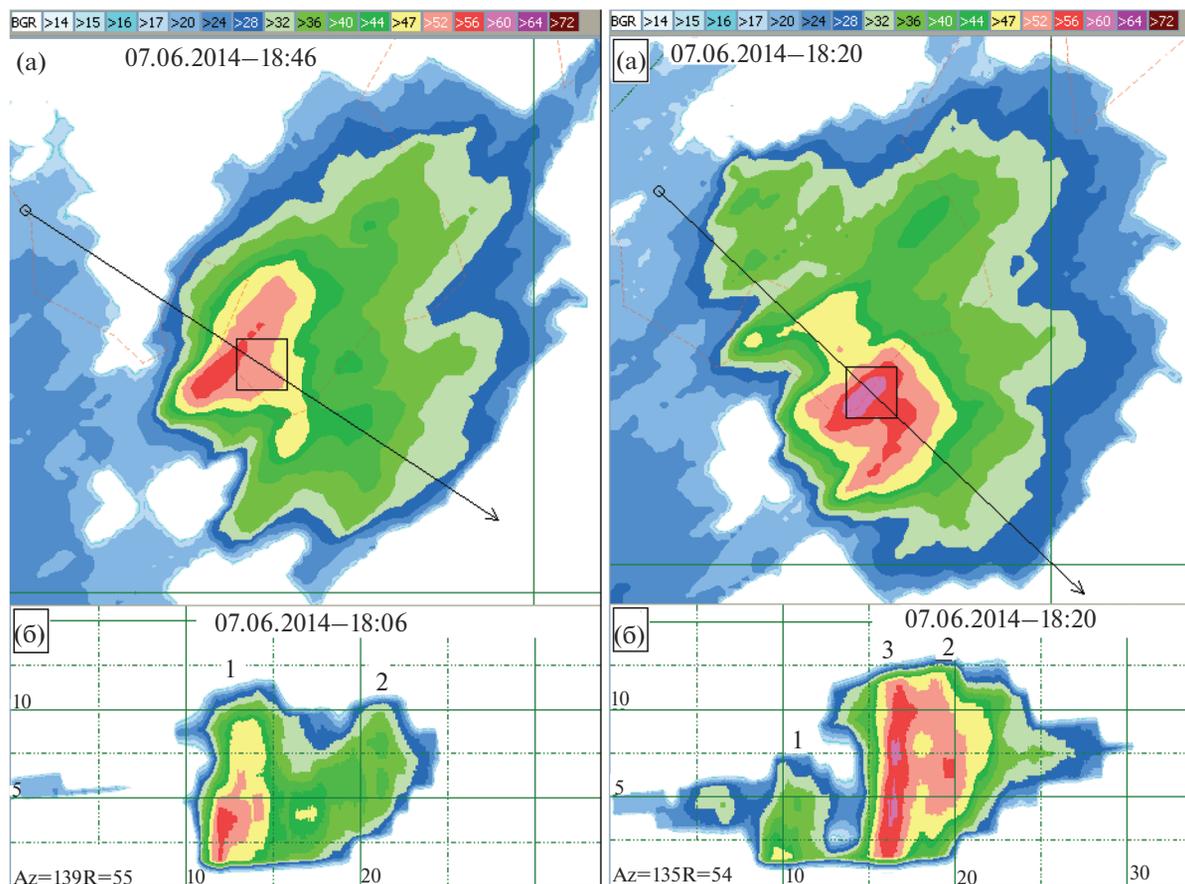
На рис. 2 приводится горизонтальная (а) и вертикальная (б) структура радиоэха ячеек 1 и 2 на стадии формирования исследуемого облака.

Как видно из рисунка, в 17.42 конвективная ячейка 1 находится на ранней стадии своего развития. Высота верхней границы радиоэха  $H_v$  в это время составляет 8.0 км, а значение максимальной радиолокационной отражаемости  $Z_{max} - 27$  dBZ. Осадки в ней еще не сформированы. Интенсивно развиваясь, уже через 12 мин, в 17.54, эта ячейка достигает градовой стадии, из нее отмечается вы-

падение мелкого града, крупы и ливневых осадков. Высота верхней границы радиоэха  $H_v$  в это время составляет 11.4 км, высота зоны, ограниченной контуром отражаемости 45 dBZ  $H_{45} - 9.3$  км, а значение максимальной радиолокационной отражаемости  $Z_{max} - 50$  dBZ. Правее ячейки 1, в том же облаке, в 17.45 регистрируется первое радиоэхо градовой ячейки 2. Именно такой порядок зарождения и смены градовых ячеек характерен для упорядоченных многоячеековых градовых процессов с правосторонним развитием. В 17.54  $H_v$  ячейки 2 составляет 9.9 км, а  $Z_{max} - 43$  dBZ. Обе ячейки интенсивно развиваются. Всего через 9 мин, в 18.03,  $H_v$  ячейки 1 составляет 11.7 км,  $H_{45} - 6.8$  км,  $Z_{max} - 52$  dBZ.

На рис. 3 приводится радиолокационная структура радиоэха исследуемого облака в 18:06 и в 18:20.

В 18.06 радиолокационные параметры ячейки 1 достигли своих максимальных значений ( $H_v - 11.9$  км,  $H_{45} - 10.9$  км,  $Z_{max} - 59$  dBZ, высота зоны отражаемости 55 dBZ  $H_{55} - 8.6$  км). Примерно в этот период между ячейками 1 и 2 формируется новая ячейка 3. В дальнейшем, в течение нескольких минут, ячейка 1 еще сохраняет максимальные значения своих радиолокационных параметров. Но уже в 18.12 начинается процесс слияния ячеек 2 и 3 и резкое падение параметров ячейки 1. Радиолокационная структура облака приобретает структуру классического упорядоченного многоячеекового градового процесса. Правый фланг облака активный и обновляющийся, там происходит зарождения новых ячеек, а на левом фланге - диссипация



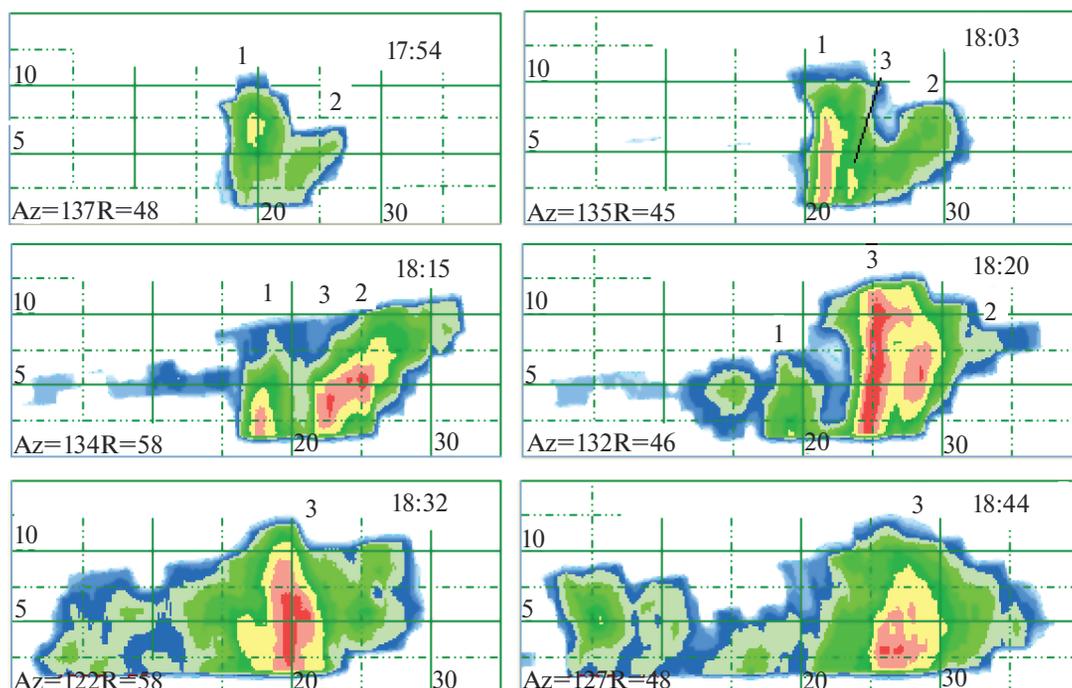
**Рис. 3.** Горизонтальная (а) и вертикальная (б) структура радиоэха ячеек 1, 2 и 3 в 18:06 и 18:20. Направления вертикальных разрезов указаны стрелками.

ячеек и выпадение осадков. В результате слияния ячейка 3 продолжает активно развиваться, в то время как параметры ячеек 1 и 2 стремительно уменьшаются. Уже через 8 минут, в 18.20,  $H_v$  ячейки 3 составляет 12.8 км,  $H_{45}$  – 11.8 км,  $H_{55}$  – 11.4 км,  $Z_{max}$  – 64 dBZ. Интересно отметить, что структура радиоэха ячеек в период слияния имеет вид, аналогичный приведенному в [3] для градового процесса, наблюдавшегося 10.08.2008 г. над континентальной Грецией. Возможно, что общие закономерности процесса слияния характерны для облаков различных физико-географических районов.

Как видно из рис. 3, в 18:06 ячейка 1 является доминирующей в облаке. Однако максимум радиолокационной отражаемости смещен в нижнюю часть радиоэха и расположен ниже нулевой изотермы. В течение ближайших циклов обзора она прекратит свое существование, и не будет больше регистрироваться радиолокатором как отдельная ячейка. В этот же период ячейка 3 достигает максимума своего развития. Ее вертикальный разрез в плоскости максимальной ра-

диолокационной отражаемости, приведенный на рис. 3, показывает, что даже область максимальной отражаемости (контур более 60 dBZ) расположена на высотах 7–9 км. Это – оптимальная зона для роста крупного града в облаке. Ячейка 3 сохраняет свои максимальные характеристики в течение более получаса. Это свидетельствует о наличии относительно непродолжительной стадии квазистационарности, характерной для суперячеек градовых облаков и облаков переходного типа. К 18.44 градовые ячейки 1 и 2 полностью диссипировали и больше не регистрируются. Градовая ячейка 3 находится на стадии квазистационарности, значение максимальной радиолокационной отражаемости в это время составляет 64 dBZ. Однако, зона максимальной отражаемости, ограниченная контуром в 60 dBZ, расположена уже в нижней части радиоэха. Обычно это свидетельствует о начале разрушения облака и значительного уменьшения значений его основных характеристик.

На рис. 4 приводятся последовательные снимки вертикальных разрезов радиоэха данного облака в плоскости максимума радиолокационной



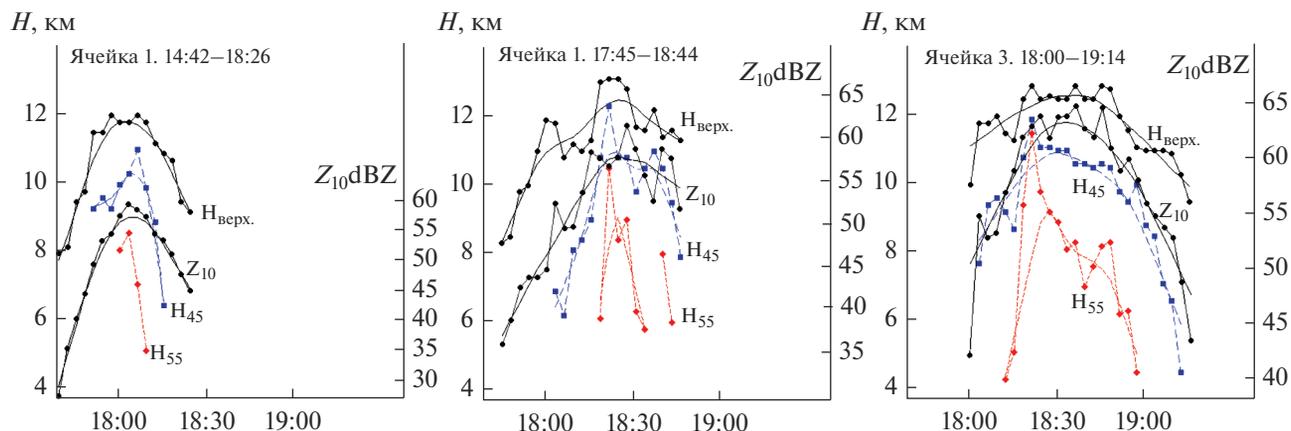
**Рис. 4.** Последовательные вертикальные разрезы радиоэха исследуемого облака в плоскости максимума радиолокационной отражаемости ячейки 3 по направлению расположения ячеек 1 и 2.

отражаемости ячейки 3 по направлению расположения ячеек 1 и 2.

Динамика развития отдельных ячеек облака в процессе слияния наиболее наглядно прослеживается при сравнении вертикальной структуры их радиоэха. Как видно из рис. 4, в 17.54 ячейка 1 представляет собой типичный пример развивающегося облака. Первые зарождающиеся осадки расположены в диапазоне высот от 6 до 8 км. Ячейка 2 в это время только формируется и не содержит частиц осадков. В 18.03 из ячейки 1 выпадают интенсивные осадки, ячейка 2 продолжает развиваться, высота ее верхней границы существенно увеличивается. Между ячейками 1 и 2 регистрируется появление ячейки 3. В 18.15 ячейка 1 уже находится на стадии диссипации, в то время как ячейки 2 и 3 сливаются на уровне контура радиолокационной отражаемости 47 dBZ. В результате слияния уже в 18.20 отмечается взрывной рост высот верхней границы радиоэха и зоны повышенной отражаемости ячейки 3. Эта ячейка становится доминантной в облаке. Радиолокационные параметры ячейки 2 уменьшаются. В дальнейшем в облаке регистрируется только ячейка 3. К 18.44 вертикальная радиолокационная структура ячейки 3 приобретает характерный вид разрушающегося облака.

На рис. 5 приводятся изменения во времени основных радиолокационных характеристик ячеек 1–3.

Как видно из рисунка, ячейка 1 имеет наименьшие значения всех радиолокационных параметров и наименее продолжительное время жизни. Параметры ячеек 2 и 3 до начала слияния (18.12) были примерно одинаковыми. Однако дальнейшее их развитие сильно различается. В результате слияния отмечается взрывной рост значений высот повышенной отражаемости  $H_{45}$  и  $H_{55}$  ячеек 2 и 3. Причем, наиболее резко изменилось значение  $H_{55}$  ячейки 3. С 18:15 до 18:20 это значение увеличилось с 5.0 км до 11.4 км, т.е. скорость роста высоты зоны повышенной отражаемости в этот период превышала 1 км/мин. Очевидно, что это происходило в основном за счет формирования крупных частиц на больших высотах. Проникновение области, ограниченной контуром радиолокационной отражаемости 55 dBZ в зону отрицательных температур свидетельствует об увеличении концентрации частиц осадков в зоне роста града и увеличении объема переохлажденной части градового очага. С другой стороны, это указывает на наличие более протяженных траекторий растущих градин и, как следствие, увеличение времени нахождения частиц в области наиболее оптимальных термодинамических условий для роста крупного града. При этом для ячеек 2 и 3 время существования контура 55 dBZ составило 24 и 45 мин соответственно. Для ячейки 1 это значение существенно меньше – 9 мин. Примерно такое же соотношение отмечается и для времени существования



**Рис. 5.** Изменения во времени основных радиолокационных параметров ячеек 1–3.  $Z_{\max}$  – максимальная радиолокационная отражаемость на длине волны  $\lambda = 10$  см,  $H_{\text{верх.}}$  – высота верхней границы радиолоэха,  $H_{45}$ ,  $H_{55}$  – высоты зон повышенной отражаемости, ограниченных контурами 45 и 55 dBZ, соответственно.

контура 45 dBZ – 24, 42 и 69 мин, соответственно для ячеек 1–3. Форма кривых временного хода основных радиолокационных параметров ячейки 3 с характерным плато в области максимальных значений свидетельствует о наличии стадии квазистационарности продолжительностью немногим более часа, что обычно свойственно суперячейковым градовым процессам и процессам переходного типа. В нашем случае речь идет именно о процессе переходного типа, когда в результате слияния ячеек наиболее интенсивная ячейка упорядоченного многоячейкового процесса достигает стадии суперячейки.

Таким образом, анализ радиолокационных данных по структуре и динамике развития трех конвективных ячеек показал, что в результате слияния ячеек 2 и 3 радиолокационные параметры обеих ячеек значительно увеличились. Ячейка 3 стала доминантной в исследуемом облаке, а продолжительность ее жизни существенно превысила аналогичные значения для ячеек 1 и 2. Максимальные значения радиолокационных параметров за все время существования облака отмечаются именно у ячейки 3, сформировавшейся в результате процесса слияния с ячейкой 2 и, впоследствии, ставшей доминантной.

### 3. ХАРАКТЕРИСТИКИ ГРАДА, РАССЧИТАННЫЕ ПО ДВУХВОЛНОВОМУ МЕТОДУ

Определение микрофизических параметров градовых облаков проводилось двухволновым радиолокационным методом, реализованным на автоматизированном комплексе MeteoX [4]. При этом расчет величин радиолокационной отражаемости града для двух длин волн выполнялся исходя из известного соотношения для радиолокационной отражаемости:

$$\eta_{\lambda_{1,2}} = 10^{-6} \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} \sigma_{\text{гр}}(h, r, \lambda) n_{\text{гр}}(r) dr, \quad (1)$$

где  $\eta_{\lambda_{1,2}}$  – радиолокационная отражаемость для  $\lambda_1 = 3.2$  см,  $\lambda_2 = 10$  см;  $\sigma_{\text{гр}}(h, r, \lambda)$  – поперечное сечение обратного рассеяния града, зависящее от  $r$  – радиуса градины,  $\lambda$  – длины волны и  $h$  – толщины пленки воды на поверхности градины;  $n_{\text{гр}}(r)$  – функция распределения градин по размерам.

В качестве функции распределения градин по размерам используется гамма-распределение вида:

$$n(r) = N \frac{b^{\mu+1}}{\Gamma(\mu + 1)} \frac{r^{\mu}}{r^{\mu+1}} e^{-\frac{b}{\bar{r}_3} r}, \quad (2)$$

где  $b = \sqrt{(\mu + 1)(\mu + 2)(\mu + 3)}$ ;  $\mu$  – параметр формы кривой распределения;  $\bar{r}_3$  – среднекубический радиус градин.

Для случая двух длин волн имеет место система уравнений, связывающих радиолокационную отражаемость со среднекубическим диаметром ( $d_3$ ) и концентрацией ( $N$ ) града в облаке (при параметризации остальных характеристик):

$$\eta_{3.2} = A_1 N d_3^{\alpha_1}, \quad \eta_{10} = A_2 N d_3^{\alpha_2}. \quad (3)$$

Известно, что существенное влияние на величину отражаемости оказывает также и толщина поверхностной пленки воды на градинах. Причем коэффициенты в расчетных соотношениях (3) для растущего и тающего града будут различаться. Другими словами, для каждого термодинамического режима роста и таяния града будет иметь место свой набор величин  $A_1$ ,  $A_2$  и  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ . Более подробные алгоритмы расчета всех используемых параметров представлены в [6, 7].

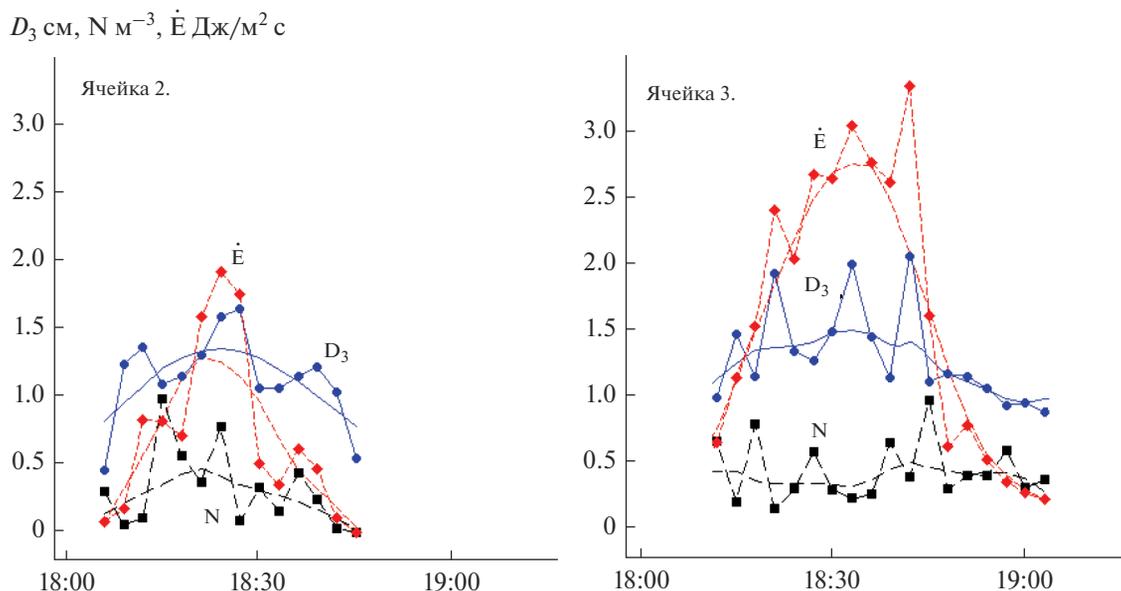


Рис. 6. Временной ход значений среднекубического диаметра  $D_3$  и концентрации  $N$  града в облаке, а также потока кинетической энергии выпадающего града у поверхности земли  $\dot{E}$  для ячеек 2 и 3.

На рис. 6 приводятся распределения по времени значений среднекубического диаметра  $D_3$  и концентрации  $N$  града в облаке, а также потока кинетической энергии выпадающего града у поверхности земли  $\dot{E}$ .

Как видно из рис. 6, время существования града в облаке для этих двух ячеек существенно различается. В ячейке 2 град индцировался с 18:06 до 18:45, а в ячейке 3 – с 18:12 до 19:03, т. е. продолжительность существования градового очага составила 39 и 51 мин, соответственно для ячеек 2 и 3. В ячейке 2 максимальное значение среднекубического диаметра градин в спектре достигало 1.65 см. С учетом используемой функции распределения частиц по размерам, соотношение между среднекубическим и максимальным диаметрами градин в спектре имеет вид  $d_{\text{макс.}} = 2.11d_3$ , т.е. максимальный размер града в ячейке 2 достигал 3.48 см. В ячейке 3 эти значения составили  $d_3 = 2.15$  см и  $d_{\text{макс.}} = 4.54$  см. Как известно, размер града в значительной степени зависит от скорости восходящего потока в облаке, водности и от их оптимального соотношения в зоне роста града. Оба эти параметра определяются термодинамическим состоянием атмосферы в день развития конвекции. Как было показано выше, данные температурно-ветрового зондирования атмосферы в этот день (рис. 1) свидетельствовали о возможности развития конвективного процесса средней интенсивности, что полностью соответствует результатам радиолокационных наблюдений. Слияние ячеек 2 и 3 в данном случае стимулировало интенсификацию микрофизических процессов, что и опреде-

лило рост крупного града в этих ячейках и длительность его выпадения.

Максимальные значения потока кинетической энергии выпадающего града  $\dot{E}$  для ячеек 2 и 3 составили соответственно 1.92 и 3.33 Дж/м<sup>2</sup> с. Как известно, этот параметр для реальных градобитий меняется приблизительно в пределах от 0.1 до 10 Дж/м<sup>2</sup> с [8, 9]. Как видно из рис. 5, максимальное значение  $\dot{E}$  для ячейки 2 отмечается в 18:24. В это время ячейки 2 и 3 находились в процессе слияния и были объединены контуром радиолокационной отражаемости 47 dBZ. Максимальное значение  $\dot{E}$  для ячейки 3 отмечалось на 18 минут позже в 18:42, когда ячейка 2 уже находилась на стадии диссипации. Взрывной рост высоты зоны повышенной отражаемости ячейки 3, ограниченной контуром 55 dBZ в 18:20 (рис. 3 и 4) свидетельствует о резком увеличении объема зоны роста града. По этой причине отмечается более продолжительное выпадение града из ячейки 3. Причем для роста крупных градин необходимо более длительное пребывание в области с оптимальными для роста условиями. Именно поэтому максимум потока кинетической энергии града для ячейки 3 оказался сдвинут во времени на 18 минут.

Таким образом, в результате слияния конвективных ячеек 2 и 3 отмечается интенсификация микрофизических и динамических процессов, что в значительной степени определило рост крупного града в этих ячейках и продолжительность его выпадения. Максимальные значения размера града и потока кинетической энергии его выпадения отмечались при развитии ячейки 3, которая, в результа-

те слияния, трансформировалась в доминантную ячейку всей облачной системы.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Rosenfeld D., Woodley W.L., Krauss T.W., Makitov V.* Aircraft microphysical documentation from cloud base to anvils of hailstorms feeder clouds in Argentina // *Journal of Applied Meteorology and Climatology*. 2006. V. 45. P. 1261–1281.
2. *Краус Т.В., Синькевич А.А., Веремей Н.Е., Довгало Ю.А., Макитов В.С., Степаненко В.Д.* Комплексное исследование характеристик кучево-дождевого облака, развивавшегося над Аравийским полуостровом в условиях большого дефицита точки росы в атмосфере. Часть 1. Натурные наблюдения и численное моделирование // *Метеорология и гидрология*. 2011. № 2. С. 44–59.
3. *Karacostas T. et al.* Analysis and numerical simulation of a real cell merger using a three-dimensional cloud resolving model, *Atmospheric Research*, 2016. V. 169. P. 547–555.
4. *Инюхин В.С., Суслов В.В.* Алгоритмы автоматизированного распознавания и анализа радиоэха облаков // *Труды ВГИ*, 2010. № 96. С. 89–100.
5. *Газаева З.А., Макитов В.С.* Распределение траекторий перемещения многоячейковых градовых процессов на Северном Кавказе // *Труды ВГИ*. 1991. № 80. С. 93–99.
6. *Инюхин В.С., Куцев С.А., Лиев К.Б., Макитов В.С.* Радиолокационные исследования распределения зон формирования первого радиоэха градовых облаков // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана*. 2016. Т. 52. № 6. С. 1–8.
7. *Инюхин В.С., Куцев С.А., Чередник Е.А., Макитов В.С.* Динамические характеристики отдельных градовых ячеек центральной части Северного Кавказа по данным радиолокационных наблюдений // *Труды ВГИ*. 2013. № 99. С. 41–51.
8. *Waldvogel A., Schmid W., Federer B.* The kinetic energy of hailfalls: Part I. Hailstone spectra // *J. Appl. Meteorol.* 1978. V. 17 (11). P. 515–520.
9. *Makitov V.* Radar measurements of integral parameters of hailstorms used on hail suppression projects // *Atmospheric Research*. 2007. V. 83. P. 380–388.

## Hail Cloud Formation as a Result of the Merge of Convective Cells

V. S. Makitov<sup>1</sup>, \*, V. S. Inuhin<sup>1</sup>, S. A. Kushchev<sup>1</sup>, and K. B. Liev<sup>1</sup>

<sup>1</sup> High-Mountain Geophysical Institute, pr. Lenina, 2, Nalchik, 360030 Russia

\*e-mail: Stasuk6@mail.ru

The results of long term continuous radar observations of the multicellular hail system developing over the central part of the North Caucasus 07.06.2014 are presented. The issues of the interaction of individual convective cells in the system of a single radio echo complex, discussed in detail. The main focus of the study is formation of a hail cloud as a result of the merger of individual convective cells of the complex. The change of the main radar parameters and microphysical characteristics of hail in the cloud during the cell merger is analyzed. It has been shown that as a result of the merge of convective cells, there is an intensification of microphysical and dynamic processes, which significantly contributes to the growth of large hail and an increase of the duration of the hail stage.

**Keywords:** hail, hail cell, multi-cell hail processes, first radar echo, dual-wavelength hail detection method

УДК 504.3.054.541.124,

## ДЛИНА ЦЕПИ ГАЛОИДНЫХ КАТАЛИТИЧЕСКИХ ЦИКЛОВ РАЗРУШЕНИЯ ОЗОНА

© 2022 г. И. К. Ларин\*

Институт энергетических проблем химической физики им. В.Л. Тальроза Федерального исследовательского центра химической физики им. Н.Н. Семенова РАН, Ленинский просп., 38, корп. 2, Москва, 119334 Россия

\*e-mail: iklarin@narod.ru

Поступила в редакцию 24.11.2021 г.

После доработки 11.03.2022 г.

Принята к публикации 11.04.2022 г.

Представлены данные о длине цепи каталитических циклов разрушения озона  $\text{ClO}_x$ ,  $\text{BrO}_x$  и  $\text{IO}_x$  для условий июня и января 2000-го года. Расчет высотных профилей концентраций малых атмосферных составляющих и температуры, необходимых для определения скорости продолжения и обрыва цепи в циклах, производился с помощью интерактивной двумерной модели SOCRATES и одномерной модели АТМО для условий июня и января 2000-го года на широте  $50^\circ$  с.ш. в диапазоне высот 0–50 км. В качестве начальных данных для расчетов использовались прогнозы атмосферного содержания парниковых газов Межправительственной группы экспертов по изменению климата RCP 4.5 для тех же условий.

**Ключевые слова:** каталитические циклы, химические семейства, цепной процесс, лимитирующая стадия цепного процесса, скорость продолжения и обрыва цепи в каталитическом цикле, длина цепи каталитического цикла

DOI: 10.31857/S0002351522040083

### ВВЕДЕНИЕ

Влияние каталитических циклов разрушения стратосферного озона  $\text{ClO}_x$  и  $\text{BrO}_x$  на озоновый слой неоднократно обсуждалась в литературе [1–15]. Несмотря на то, что внимание уделялось йодному циклу, что объясняется с одной стороны естественным происхождением атмосферных йодных частиц, а с другой стороны более, чем скромным вкладом этого цикла в общую гибель атмосферного озона. Тем не менее, можно привести несколько примеров [см. 16–19], в которых обсуждаются вопросы участия  $\text{IO}_x$  цикла в атмосферной химии и, в частности, в химии озоносферы. Что же касается длины цепи галоидных и других циклов, то этому вопросу, насколько известно автору, уделялось довольно скромное внимание. Во всяком случае, этот вопрос не рассматривался ни в одной из приведенных выше монографий (за исключением авторской

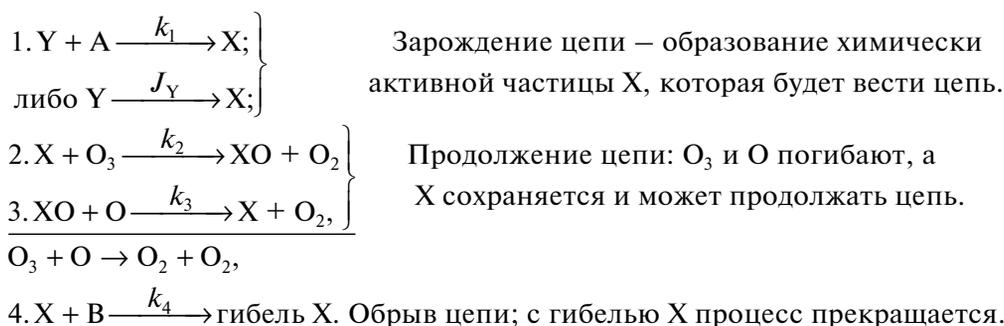
книги [6]). Что касается отдельных публикаций (таких, как, например, [20]), то мы рассмотрим их содержание в свое время. Теперь же остановимся на некоторых методических вопросах решения задачи, которая вынесена в заголовок настоящей статьи.

Как известно из химической кинетики (см., например, [21]), длину цепи неразветвленного цепного процесса  $\nu$  можно рассчитать по формуле (1):

$$\nu = \frac{\text{скорость продолжения цепи}}{\text{скорость обрыва}}. \quad (1)$$

Таким образом, для решения нашей задачи необходимо определить “скорость продолжения цепи” и “скорость обрыва цепи”.

Чтобы найти “скорость продолжения цепи”, рассмотрим цепной процесс разрушения озона, который в простейшем случае можно представить следующим образом:



Поскольку реакции продолжения цепи 2 и 3 протекают последовательно, то скорость разрушения нечетного кислорода (т.е.  $O_3$  и  $O$ ) согласно [21] будет определяться так называемой лимитирующей стадией процесса. Как это показано в [6], при наличии двух реакций продолжения цепи, 2 и 3, скорость лимитирующей стадии (равная “скорости продолжения цепи”, используемой в (1)),  $W_{lim}(-O_3)$ , определяется выражением (2):

$$W_{lim}(-O_3) = \left( \frac{1}{W_2} + \frac{1}{W_3} \right)^{-1}, \quad (2)$$

или  $W_{lim}(-O_3) = \frac{W_2 W_3}{W_2 + W_3}$ ,

где  $W_2 = k_2[X][O_3]$ ,  $W_3 = k_3[XO][O]$ .

При трех реакциях продолжения цепи, идущих со скоростями  $W_2$ ,  $W_3$  и  $W_4$ , выражение для  $W_{lim}(-O_3)$  будет (аналогично (2)) иметь вид:

$$W_{lim}(-O_3) = \left( \frac{1}{W_2} + \frac{1}{W_3} + \frac{1}{W_4} \right)^{-1} \times \frac{W_2 W_3 W_4}{W_2 W_3 + W_3 W_4 + W_2 W_4}. \quad (3)$$

Подобным же образом можно рассчитать скорость продолжения цепи при любом числе реакций.

Для скорости обрыва цепи,  $W_d$ , (в соответствии с реакцией 4), получаем выражение (4), а для длины цепи,  $v$ , (в соответствии с формулой (1) – выражение (5):

$$W_d = k_4[X][B], \quad (4)$$

$$v = \frac{W_{lim}(-O_3)}{W_d}. \quad (5)$$

Обрыв цепи, скорость которого определяется по формуле (4), можно назвать “химическим обрывом”. Здесь следует пояснить, что под обрывом цепи каталитического цикла понимается процесс, в результате которого активные компоненты, участвующие в реакциях продолжения цепи, тем или иным способом выводятся из игры. Согласно этому определению химический обрыв будет приводить к потере активных компонент только в том случае, когда время жизни продуктов реакции 4 будет больше, чем характеристическое время турбулентного переноса,  $\tau_d$ , определяемого по формуле (6)

$$\tau_d = \frac{H^2}{k_{zz}}, \quad (6)$$

где  $H$  – высота однородной атмосферы, равная  $\frac{RT}{mg}$  ( $R$  – универсальная газовая постоянная,  $T$  – абсолютная температура,  $m$  – средний молекулярный вес воздуха,  $g$  – ускорение свободного падения), а  $k_{zz}$  – коэффициент турбулентной диффузии по высоте. Это объясняется тем, что при

таком соотношении времен основную роль в переносе частиц будет играть именно турбулентный перенос (за счет более короткого времени). Тогда уже реакция 4 приведет к уходу активных частиц из стратосферы в тропосферу (или из тропосферы на земную поверхность). При обратном соотношении времен продукты реакции 4 за счет более короткого времени жизни по сравнению с  $\tau_d$  имеют возможность пройти по реакции 4 в обратном направлении и восстановить активные компоненты, ведущие цепь. Понятно, что никакого обрыва цепи в этом случае не будет. В этой ситуации будет доминировать так называемый “физический обрыв”, связанный с турбулентным переносом самих активных компонент, скорость которого будет определяться временем  $\tau_d$ , вычисляемым по формуле (6) [22]. Переходим к основной части работы.

## 1. ДЛИНА ЦЕПИ ГАЛОИДНЫХ ЦИКЛОВ

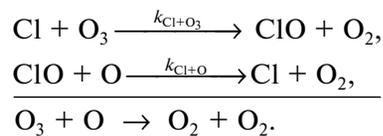
### 1а. Цикл $ClO_x$

Хлорный цикл был впервые и одновременно предложен в работах [1, 13] и был предметом рассмотрения во многих других работах [2–12]. Основные реакции этого цикла показаны на рис. 1.

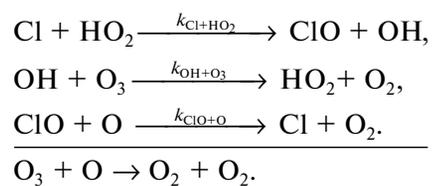
Под  $XCl_n$  понимаются любые соединения естественного и антропогенного происхождения, содержащие атомы хлора. Но для нашего анализа их идентификация не требуется.

Разрушение озона происходит в двух каталитических циклах.

#### Цикл I.



#### Цикл II.

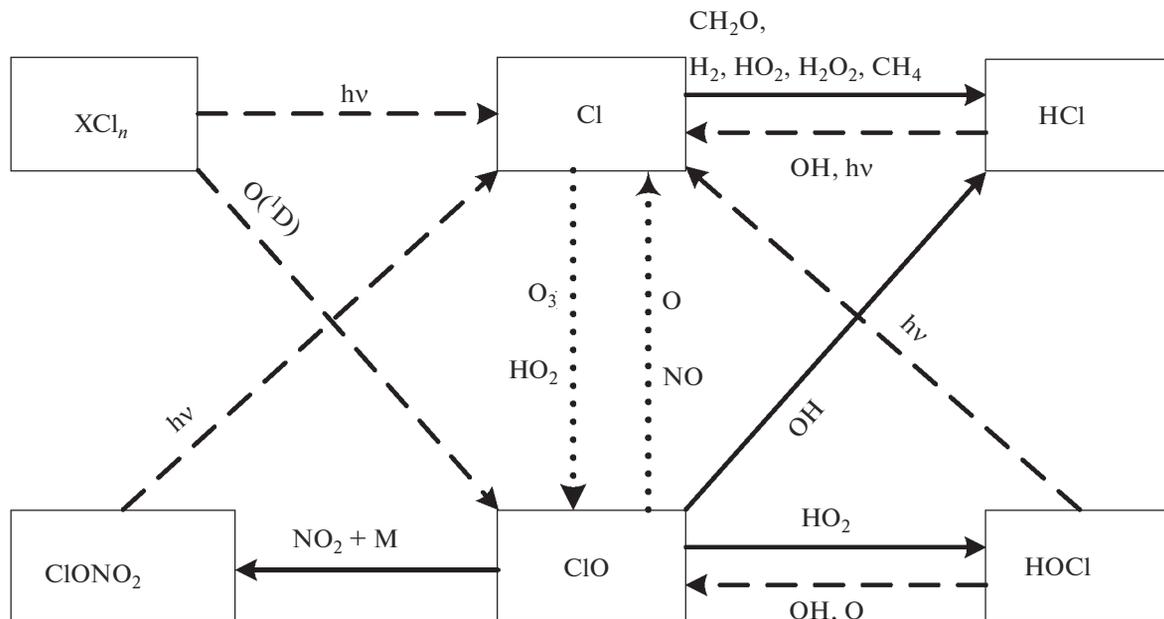


В соответствии с правилами (2) и (3) скорость продолжения цепи в этих циклах будет определяться выражениями (7) и (8):

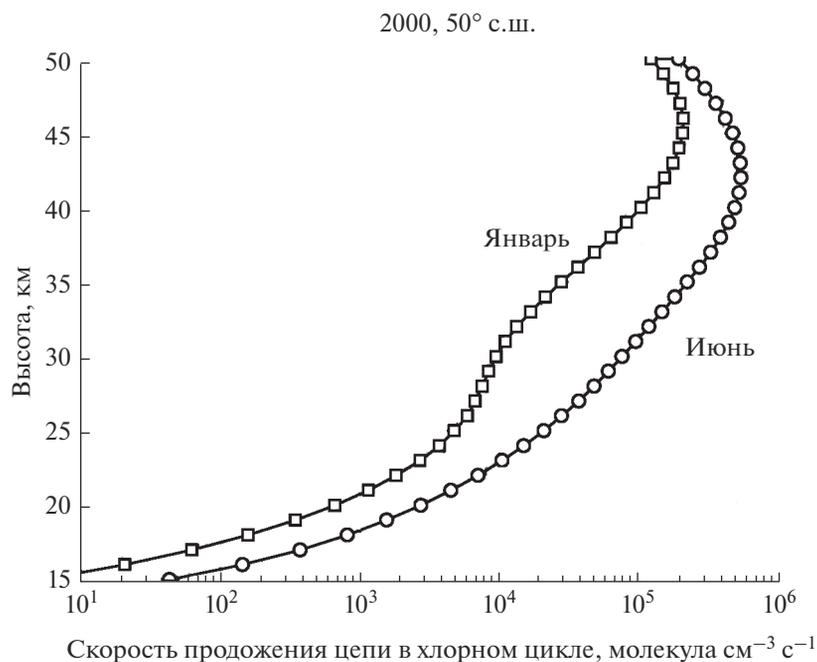
$$W_{limI} = (1/W_8 + 1/W_9), \quad (7)$$

$$W_{limII} = (1/W_{10} + 1/W_{11} + 1/W_9), \quad (8)$$

где  $W_8 = k_{Cl+O_3}[Cl][O_3]$ ,  $W_9 = k_{ClO+O}[ClO][O]$ ,  $W_{10} = k_{Cl+HO_2}[Cl][HO_2]$ ,  $W_{11} = k_{OH+O_3}[OH][O_3]$ . Отсюда для суммарной скорости продолжения цепи в циклах I и II, в хлорном цикле,  $W_p^{ClOx}$ , получаем выражение (9):



**Рис. 1.** Взаимные превращения частиц в хлорном цикле. Сплошными стрелками показан сток частиц хлорного цикла, пунктирными – источники, точечными – взаимные превращения. Принимается, что группа нечётного хлора,  $ClO_x$ , включает  $Cl$  и  $ClO$ .



**Рис. 2.** Суммарная скорость продолжения цепи в хлорном цикле для условий июня и января 2000-го года на широте 50° с.ш.

$$W_p^{ClO_x} = W_{limI} + W_{limII} \tag{9}$$

Высотный профиль скорости продолжения цепи в хлорном цикле, рассчитанный по формуле (9) для условий января и июня 2000-го года на широте 50° с.ш., показан на рис. 2.

Для расчета скорости обрыва, необходимо определить его тип (химический или физический) и рассчитать его абсолютную величину.

Химический обрыв связан с образованием временных резервуаров атомов хлора –  $HCl$ ,  $HOCl$  и  $ClONO_2$ . Их времена жизни (как это следует из

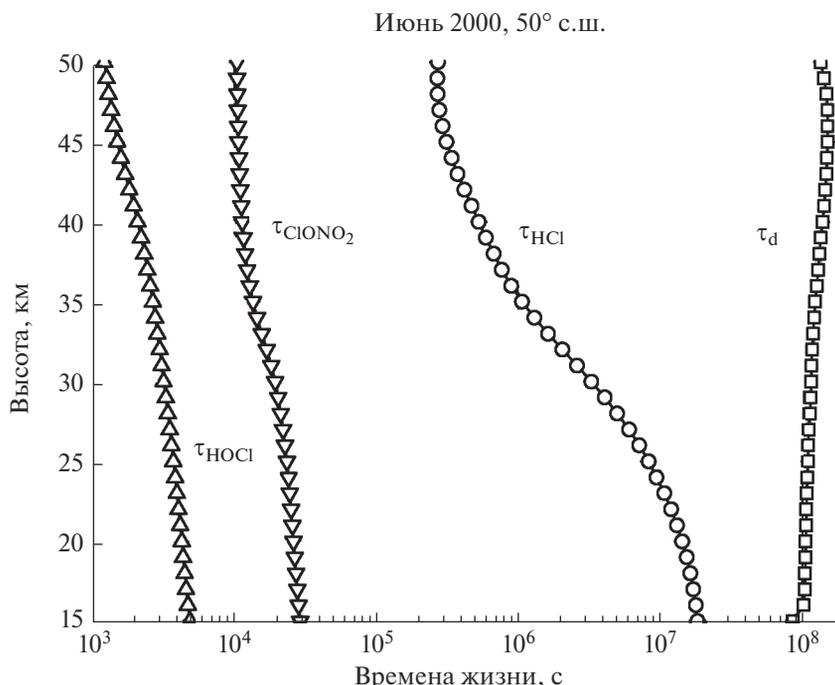


Рис. 3. Атмосферные времена жизни HCl, HOCl и ClONO<sub>2</sub> для условий июня 2000-го года на широте 50° с.ш.

рис. 1) можно определить с помощью выражений (10)–(12):

$$\begin{aligned} \tau(\text{HCl}) &= \\ &= 1/(k_{\text{OH}+\text{HCl}}[\text{OH}] + k_{\text{O}+\text{HCl}}[\text{O}] + J_{\text{HCl}\rightarrow\text{Cl}}), \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \tau(\text{HOCl}) &= \\ &= 1/(J_{\text{HOCl}\rightarrow\text{Cl}} + k_{\text{HOCl}+\text{OH}}[\text{OH}] + k_{\text{HOCl}+\text{O}}[\text{O}]). \end{aligned} \quad (11)$$

$$\tau(\text{ClONO}_2) = 1/J_{\text{ClONO}_2\rightarrow\text{Cl}}. \quad (12)$$

Результаты расчетов  $\tau(\text{HCl})$ ,  $\tau(\text{HOCl})$ ,  $\tau(\text{ClONO}_2)$  и  $\tau_d$  для условий июня 2000-го года показаны на рис. 3.

Можно видеть, что времена жизни всех трех компонент в диапазоне высот 15–50 км заметно меньше времени переноса  $\tau_d$ . Это означает, что в наших условиях обрыв цепи определяется процессами турбулентного переноса активных частиц, скорость которого можно задать как

$$\text{скорость обрыва цепи} = ([\text{Cl}] + [\text{ClO}])/\tau_d. \quad (13)$$

Аналогичные результаты были получены и для условий января.

Таким образом, в соответствии с (1) длину цепи,  $\gamma_{\text{ClO}_x}$ , как для июня, так и для января, можно рассчитать по формуле (14)

$$\gamma_{\text{ClO}_x} = \frac{W_p^{\text{ClO}_x} \tau_d}{[\text{Cl}] + [\text{ClO}]}, \quad (14)$$

где  $W_p^{\text{ClO}_x}$  – суммарная скорость разрушения озона для условий расчета, приведенная на рис. 2,  $\tau_d$

определено выше, а  $[\text{Cl}]$  и  $[\text{ClO}]$  – сумма концентраций атомарного хлора и окиси хлора, рассчитанных для расчетных условий с помощью модели SOCRATES. [23].

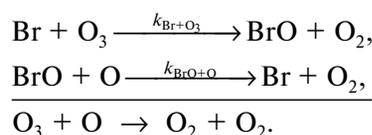
Длина цепи хлорного цикла для условий июня и января показана на рис. 4.

#### 1б. Цикл BrO<sub>x</sub>

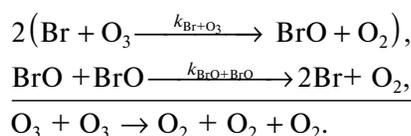
Основные процессы бромного цикла показаны на рис. 5. Обозначения здесь те же, что и на рис. 1.

Разрушение озона происходит в следующих каталитических циклах.

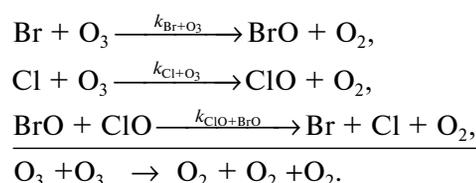
#### Цикл I. [14]



#### Цикл II.



#### Цикл III. [15]



2000, 50° с.ш.

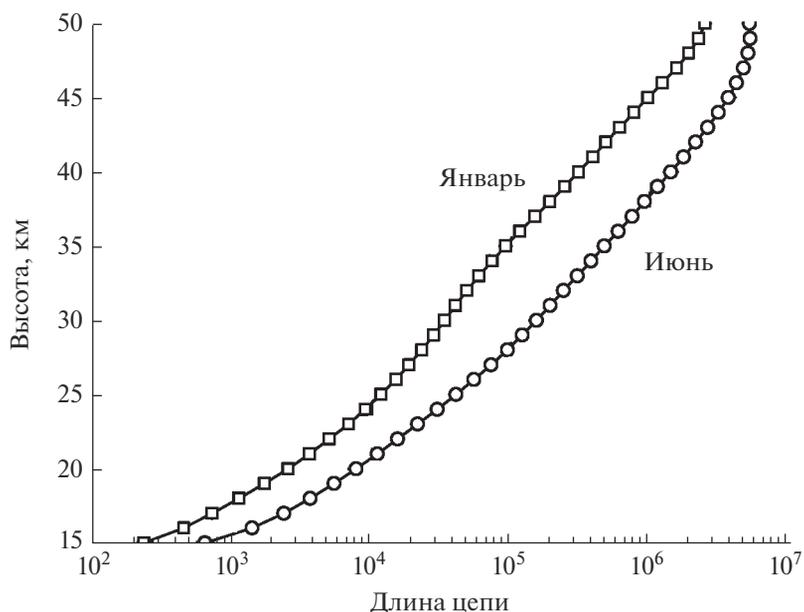


Рис. 4. Длина цепи хлорного цикла для условий июня и января 2000-го года на широте 50° с.ш.

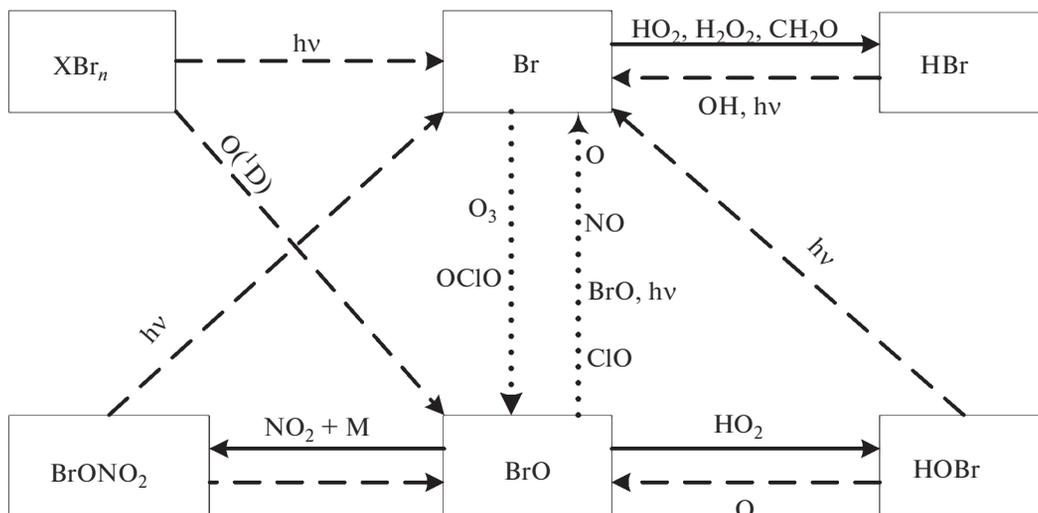
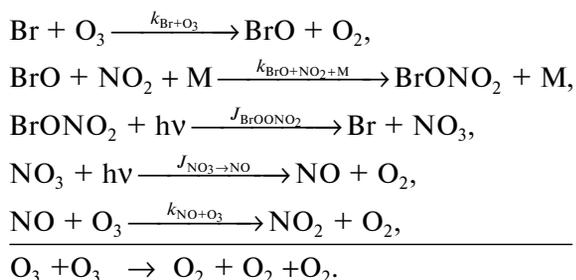
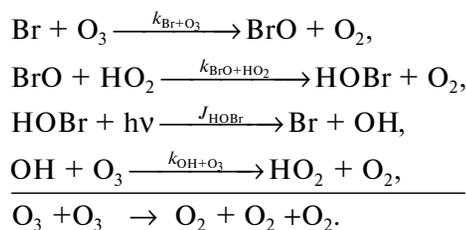


Рис. 5. Основные процессы в бромном цикле. Обозначения те же, что и на рис. 1.

Цикл IV.



Цикл V.



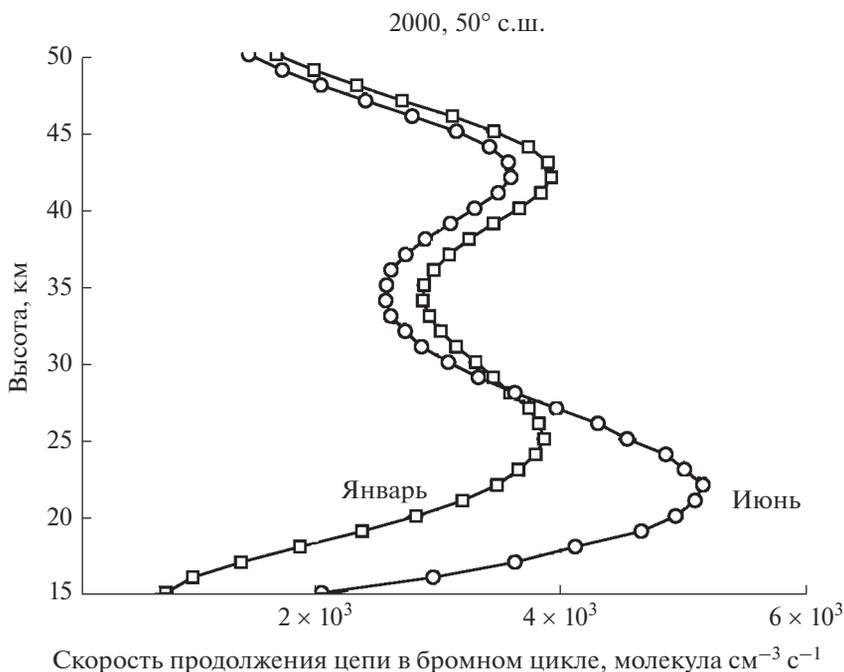
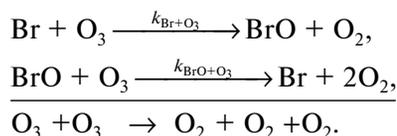


Рис. 6. Суммарная скорость продолжения цепи в бромном цикле для июня и января 2000-го года на широте 50° с.ш.

Цикл VI.



Скорость продолжения цепи в бромном цикле рассчитывалась по формулам (2) и (3). Результаты расчетов суммарной скорости продолжения цепи всех циклов для условий января и июня 2000-го года на широте 50° с.ш. показаны на рис. 6.

Расчет времен жизни резервуаров атомарного брома – HBr, NOBr и BrONO<sub>2</sub> – показал, что эти времена существенно меньше времени турбулентного переноса τ<sub>d</sub>. Поэтому скорость обрыва цепи рассчитывалась по формуле (15):

$$\text{скорость обрыва цепи} = ([\text{Br}] + [\text{BrO}])/\tau_d. \quad (15)$$

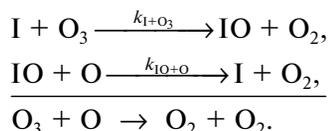
Длина цепи рассчитывалась по формуле (1). Результаты расчетов показаны на рис. 7.

1в. Цикл IO<sub>x</sub>

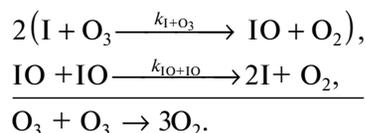
Основные процессы йодного цикла показаны на рис. 8.

Йодный цикл включает следующие каталитические циклы.

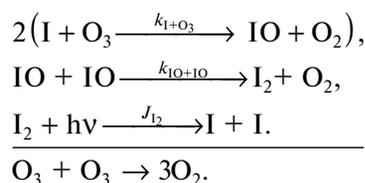
Цикл I



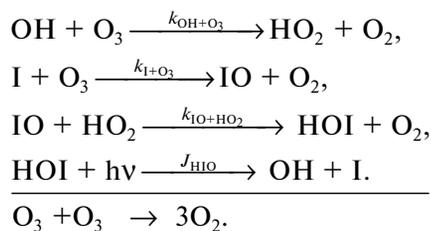
Цикл II



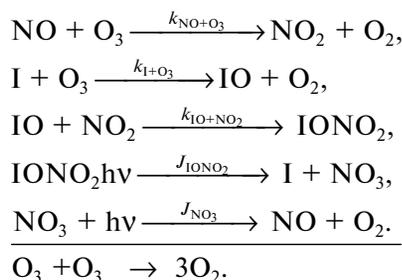
Цикл III



Цикл IV



Цикл V



2000, 50° с.ш.

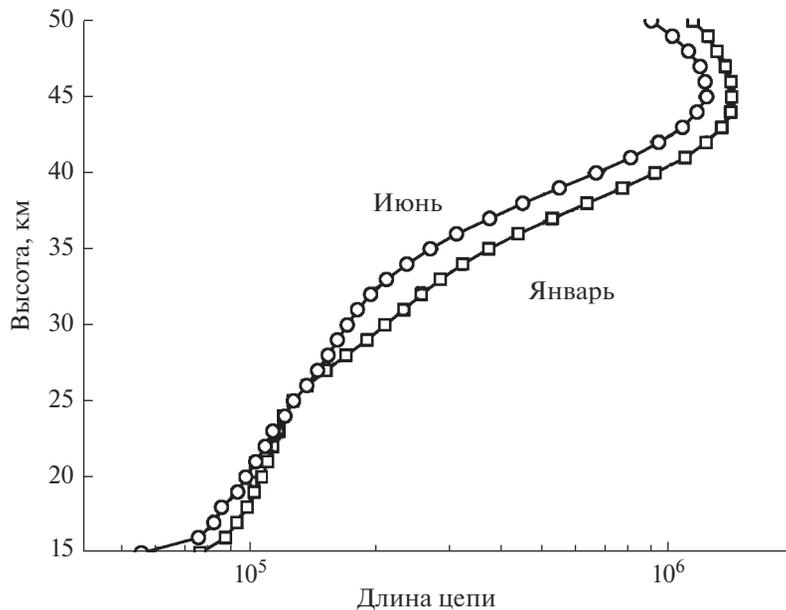


Рис. 7. Длина цепи бромного цикла для июня и января 2000-го года на широте 50° с.ш.

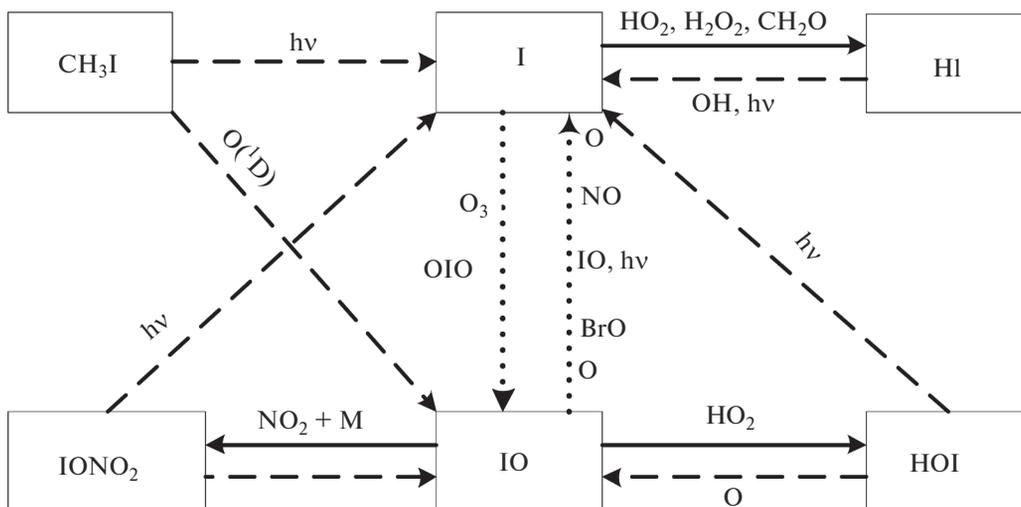
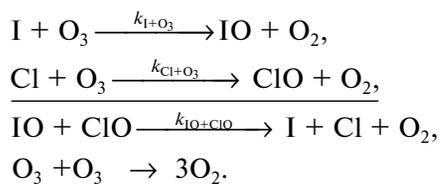
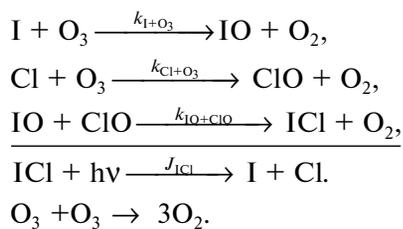


Рис. 8. Основные процессы йодного цикла. Обозначения те же, что и на рис. 1.

Цикл VI



Цикл VII



2000, 50° с.ш.

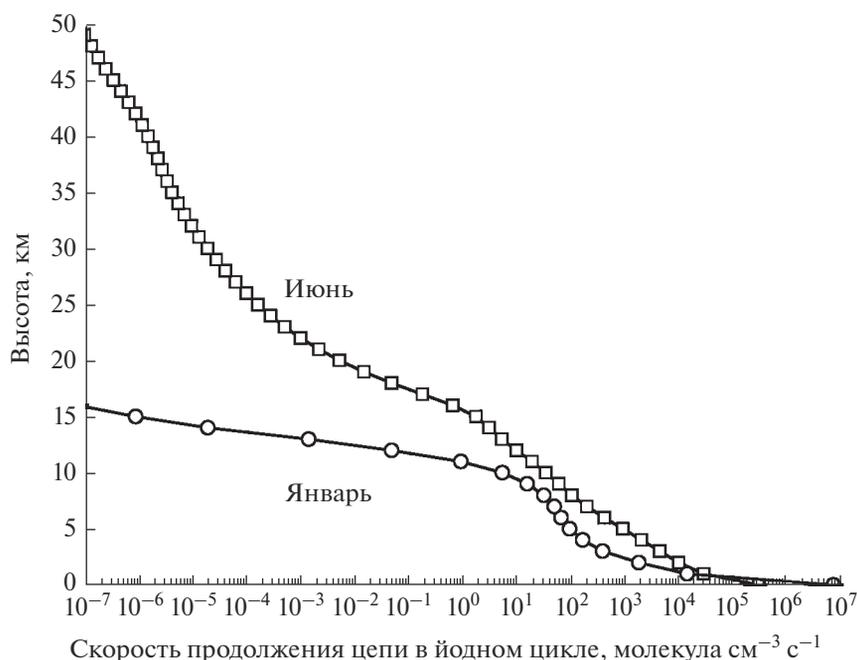
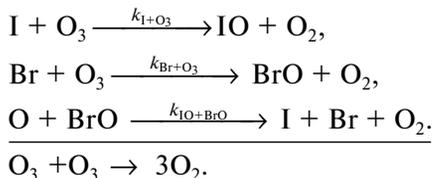


Рис. 9. Суммарная скорость продолжения цепи в йодном цикле для января и июня 2000-го года на широте 50° с.ш.

Цикл VIII



Первые шесть циклов разрушения озона йодными частицами были предложены в [16], где учитывались взаимные превращения йодных частиц и их взаимодействие с азотноокисным (NO<sub>x</sub>) и водородным (HO<sub>x</sub>) циклами. В [17] к этим циклам были добавлены еще два цикла, учитывающих взаимодействие IO<sub>x</sub> цикла с ClO<sub>x</sub> и BrO<sub>x</sub> циклами.

Расчет скорости продолжения цепи в йодных циклах производился по формулам (2) и (3). Все данные для расчетов были получены с помощью одномерной модели АТМО, описанной в [24]. Результаты расчета для января и июня 2000-го года нп широте 50° с.ш. показаны на рис. 9.

Атмосферное время жизни резервуаров атомарного йода – HI, HOI и IO<sub>2</sub> в январе и июне оказывается существенно меньше времени турбулентного переноса τ<sub>d</sub>. Поэтому скорость обрыва цепи в йодном цикле рассчитывалась по формуле (16)

$$\text{скорость обрыва цепи} = ([I] + [IO]) / \tau_d \quad (16)$$

Длина цепи йодного цикла рассчитывалась по формуле (1). Результаты расчета показаны на рис. 10.

Хотя длина цепи йодного цикла сравнима и даже превосходит длину цепи хлорного и бромного циклов в средней и верхней стратосфере, однако, судя по данным о скорости продолжения цепи, представленным на рис. 9, йодный цикл может сколько-нибудь заметно воздействовать на озон только в тропосфере, поскольку выше 15 км это воздействие быстро убывает с высотой. Что же касается высоких значений длины цепи йодного цикла в стратосфере, то она обусловлена изменением суммы ([I] + [IO]), стоящей в знаменателе формулы (1) и быстро падающей с высотой (особенно зимой).

2. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Вопрос о длине цепи в хлорном и бромном циклах рассматривался в [20]. Можно констатировать, что качественно наши результаты согласуются с результатами, приведенными в этой работе. Однако это согласие ограничивается тем, что длина цепи в обоих случаях растет с высотой. Количественно же длины цепей в [20] оказываются заметно меньше приведенных в настоящей работе. Это различие объясняется тем, что в [20] под обрывом цепи понимаются процессы образования резервуаров активных частиц, ведущих цепь (таких, например, как HCl в хлорном цикле

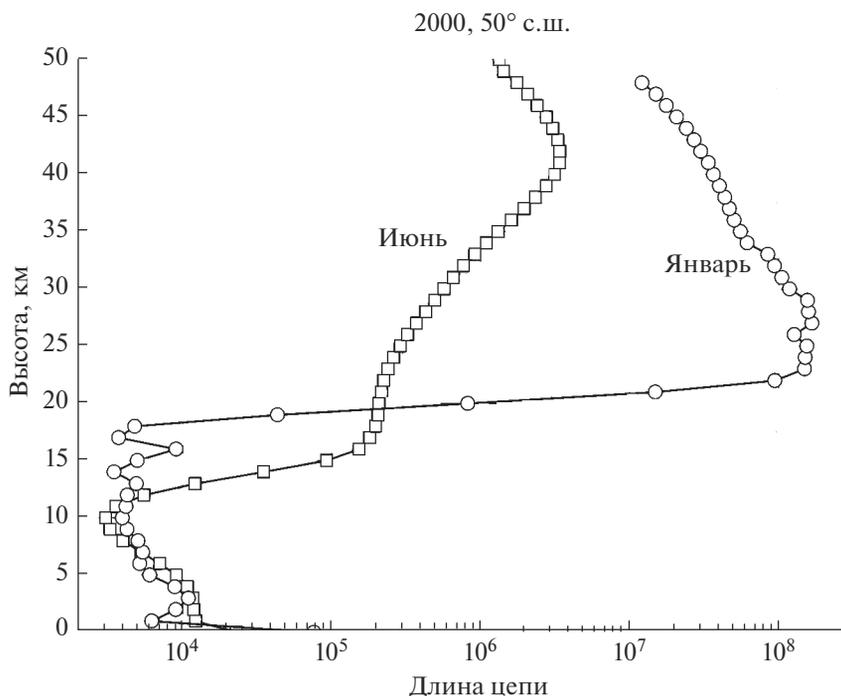


Рис. 10. Длина цепи йодного цикла для июня и января 2000-го года на широте 50° с.ш.

или  $\text{BrONO}_2$  в бромном), и не учитывается возможность их распада, приводящего к возвращению активных частиц в цепной процесс. Как показано выше, в реальных условиях время жизни резервуаров оказывается существенно меньше времени турбулентного переноса, которое в этом случае и определяет скорость обрыва, что приводит к соответствующему увеличению длины цепи цикла. Укажем здесь, что в [20] скорость разрушения озона в данном цикле рассчитывалась через определение лимитирующей стадии (т.е. одной какой-нибудь реакции продолжения цепи, идущей с наименьшей скоростью) в некотором высотном диапазоне. Это не противоречит законам химической кинетики, но может заметно снизить точность расчетов, если выбор наиболее медленной реакции затруднен из-за наличия двух и более реакций продолжения цепи, идущих с близкими скоростями. Укажем также, что наша методика лишена этого недостатка и позволяет рассчитать скорость гибели озона в цикле при любом количестве реакций продолжения цепи и любой близости скоростей этих реакций. Мало того, она учитывает вклад всех реакций продолжения цепи, включая самые быстрые, что обеспечивает максимальную корректность расчетов.

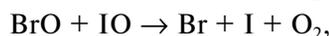
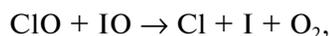
Вопрос о длине цепи в йодном цикле ранее (насколько известно автору) не рассматривался, хотя (см. выше) в ряде работ анализировалось участие йодных компонент в озоносферной химии. При качественной близости литературных и

наших данных (речь в данном случае идет о скорости разрушения озона в йодных циклах) их количественное сравнение представляет значительные трудности, что объясняется рядом факторов, таких, как различные схемы расчета воздействия йодных частиц на атмосферный озон, различие в начальных данных и др. В качестве примера рассмотрим, каким образом рассчитывалось действие на озон йодных и других семейств в работе [25].

Методика расчета в [2, 5] представлена в табл. 5, которая озаглавлена, как реакции потери нечетного кислорода в циклах семейств. В табл. 5 сообщается, в частности, что реакция  $\text{O}(^1\text{D}) + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{OH} + \text{OH}$  приводит к гибели одной частицы нечетного кислорода, что противоречит теории Чепмена, согласно которой нечетный кислород погибает только в случае одновременной гибели двух частиц  $\text{O}_x$ . Далее в табл. 5 приводятся две реакции семейства  $\text{NO}_x$  с участием  $\text{NO}_2$ ,  $\text{O}_3$  и  $\text{O} - \text{NO}_2 + \text{O} \rightarrow \text{OH} + \text{O}_2$  и  $\text{NO}_2 + \text{O}_3 \rightarrow \text{OH} + 2\text{O}_2$ , которые не только не образуют цепного процесса, но и вообще не разрушают озон, поскольку в результате образуется радикал  $\text{OH}$ , содержащий одну частицу нечетного кислорода — атом  $\text{O}$ , который может покинуть  $\text{OH}$ , например, в результате фотодиссоциации. Реакции  $\text{NO}_x$  семейства —  $\text{NO}_2 + \text{O} \rightarrow \text{NO} + \text{O}_2$  и  $\text{NO}_3 + h\nu \rightarrow \text{NO} + \text{O}_2$  также не создают цепи и не разрушают озон, из-за присутствия атома  $\text{O}$  в  $\text{NO}$ . Что касается  $\text{BrO}_x$  и  $\text{ClO}_x$  циклов в [23], то не вызывает вопросов только реакции  $\text{ClO} + \text{O} \rightarrow \text{Cl} + \text{O}_2$  и  $\text{BrO} + \text{O} \rightarrow \text{Br} + \text{O}_2$ , в

которых действительно погибают две частицы нечетного кислорода (два атома O). Реакция же  $\text{Cl}_2\text{O}_2 + h\nu \rightarrow 2\text{Cl} + \text{O}_2$  не приводит к гибели  $\text{O}_x$  потому, что частицы нечетного кислорода в этой реакции не участвуют. Реакции с образованием  $\text{HOCl}$  и  $\text{HOBr}$  также не разрушают озон из-за присутствия атома O в  $\text{HOCl}$  и  $\text{HOBr}$ . Приведенные реакции йодного семейства вызывают вопросы, которые приводились выше по поводу других семейств. Главное замечание заключается в том, что эти реакции не имеют отношения к цепному разрушению озона. Можно также указать на то, что о реакции  $\text{OIO} + h\nu \rightarrow \text{I} + \text{O}_2$  автору не удалось найти никаких сведений. Зато хорошо описана реакция  $\text{OIO} + h\nu \rightarrow \text{O} + \text{IO}$ , образующая озон и идущая с заведомо большей скоростью, чем приведенная выше [26]]. Из сказанного следует, что сравнение количественных данных, представленных в настоящей работе и в [23] по понятным причинам не имеет особого смысла, в то же время сравнение относительных данных показывает, что они различаются гораздо меньше.

В другой работе [18] рассматривалось разрушение озона в реакциях с участием йодных компонент. Принималось, что разрушение озона происходит в реакциях



а также в реакциях



По непонятным причинам ни количественно, ни качественного согласия с нашими данными не обнаружено. В связи с этим можно указать на то, что если в первых трех реакциях действительно происходит гибель озона, то этого нельзя сказать о последней реакции, поскольку в ее продуктах содержится  $\text{HOI}$ , включающий атом кислорода. Не ясно также, каким образом скорость гибели озона в приведенных реакциях может оставаться постоянной на высотах 10–50 км, имея в виду, что концентрация  $\text{IO}$  падает с высотой, а на высоте 50 км она практически равна нулю.

## ВЫВОДЫ

1. Рассчитаны длины цепей в галоидных циклах разрушения озона, включая  $\text{ClO}_x$ ,  $\text{BrO}_x$  и  $\text{IO}_x$  циклы для условий 2000-го года на широте  $50^\circ$  с.ш.

2. Показано, что в стратосфере длина цепи хлорного и бромного циклов растет с высотой и в верхней стратосфере превышает  $10^6$  звеньев, что объясняется малой скоростью обрыва цепи, определяемой скоростью турбулентного переноса. Длина цепи йодного цикла в средней стратосфере превышает  $10^8$  звеньев, что объясняется малой величиной концентраций йодных компонент на этих высотах.

## БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена по Госзаданию ИНЭП ХФ им. В.Л. Тальрозе ФИЦ ХФ им. Н.Н. Семенова РАН АААА-0047-2019-0002.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Stolarski R.S., Cicerone R.J.* Stratospheric Chlorine: a Possible Sink for Ozone // *Can. J. Chem.* 1974. V. 52. P. 1610–1615.
2. *Molina M.J., Rowland F.S.* Stratospheric sink for chlorofluoromethanes: Chlorine catalyzed destruction of ozone // *Nature.* 1974. V. 249. P. 810–814.
3. *Atmospheric Ozone 1985.* World Meteorological Organization Global Ozone Research and Monitoring Project—Report № 16.
4. *Jacob Daniel J.* Introduction to Atmospheric Chemistry. Princeton. Princeton University Press. 1999. P. 261.
5. *Brasseur G.P., Solomon S.* Aeronomy of the Middle Atmosphere. Dordrecht. Springer. 2005. P. 644.
6. *Ларин И.К.* Химическая физика озонового слоя. М.: Российская академия наук, 2018. 208 с.
7. *Larin I.K.* On the theory of chain processes in the ozone layer // *Russian Journal of Physical Chemistry B.* 2019. V. 13. № 3. P. 548–553.
8. *Larin I.K.* Unresolved Problems in the Chemistry of the Middle Atmosphere // *Russian Journal of Physical Chemistry B.* 2018. V. 12. № 4. P. 791–796.
9. *Larin I.K.* Contribution of the  $\text{O}_x^-$ ,  $\text{HO}_x^-$ ,  $\text{NO}_x^-$ ,  $\text{ClO}_x^-$ , and  $\text{BrO}_x^-$  cycles to the Stratospheric ozone depletion in the XXI century // *Russian Journal of Physical Chemistry B.* 2017. V. 11. № 1. P. 189–194.
10. *Larin I.K.* On the recovery of the ozone layer in the Northern hemisphere in the XXIX century // *Russian Journal of Physical Chemistry B.* 2015. V. 9. N № 1. P. 157–162.
11. *Larin I.K.<sup>1</sup>, Kuskov M.L.* Mechanisms of the stratospheric ozone depletion: II. Chain length and the rate of the ozone depletion in the main stratospheric cycles // *Russian Journal of Physical Chemistry B.* 2013. V. 7. № 5. P. 580–588.
12. *Larin I.K., Kuskov M.L.* Mechanisms of the stratospheric Ozone Depletion: I. On chain processes in the stratosphere // *Russian Journal of Physical Chemistry B* 2013. V. 7. № 4. P. 509–513.
13. *Wofsy S.C., McElroy M.B.* HO, NO, and ClO: Their Role in Atmospheric Photochemistry // *Can. J. Chem.* 1974. V. 52. P. 1582–1591.
14. *Wofsy S.C., McElroy M.B., and Yung Y.L.* The characteristic time for the depletion events. The chemical cycling of inorganic bromine // *Geophys. Res. Lett.* 1975. V. 2. P. 215–218.
15. *Yung Y.L., Pinto J.P., Watson R.T., and Sander S.P.* Atmospheric bromine and ozone perturbations in the lower stratosphere // *Journal of the Atm. Sci.* 1980. V. 37. P. 339–353.
16. *Chameides W.L., Davis D.D.* Iodine: Its possible role in Tropospheric Photochemistry // *J. Geophys. Res.*, 1980. V. 85. № C12. P. 7383–7397.
17. *Li Y., Patten K.O., Youn D., and Wuebbles D.J.* Potential impacts of  $\text{CF}_3\text{I}$  on ozone as a replacement for  $\text{CF}_3\text{Br}$  in

- aircraft applications // Atmospheric Chemistry and Physics. European Geosciences Union. 2006. V. 6. № 12. P. 4559–4568.
18. *Solomon S, Garcia R.R., Ravishankara A.R.* On the role of iodine in ozone depletion // *J. Geophys. Res.* 1994. V. 99. P. 20491–20499.
19. *Carpenter L.J.* Iodine in the Marine Boundary Layer // *Chem. Rev.* 2003. V. 103. № 12. P. 4953–4962.
20. *Lary D.J.* Catalytic destruction of stratospheric ozone // *J. Geophys. Res.* 1997. V. 102. P. 21515–21526.
21. *Пурмаль А.П.* А,Б,В... Химической кинетики. М.: ИКЦ “Академкнига”. 2004. 277 с.
22. *Larin I.* On the chain length and rate of ozone depletion in the Main stratospheric cycles // *Atmospheric and Climate Sciences.* 2013. V. 3. P. 141–149.
23. <http://acd.ucar.edu/models/SOCRATES/>.
24. *Ларин И.К., Угаров А.А.* Климатический прогноз на 200–2100 годы. 2. Роль атмосферных химических процессов в изменении климата // *Химическая физика.* 2003. Т. 22. № 4. С. 211–228.
25. *Saiz-Lopez A, Fernandez R.P., Ordóñez C., Kinnison D.E., Gómez Martín J.C., Lamarque J.-F., and Tilmes S.* Iodine chemistry in the troposphere and its effect on ozone // *Atmos. Chem. Phys.* 2014. V. 14. P. 13119–13143.
26. <https://jpldataeval.jpl.nasa.gov/>.

## Chain Lengths of Haloid Catalytic Cycles of Ozone Destruction

I. K. Larin<sup>#</sup>

*V.L. Tal'rose Institute of Energy Problems of Chemical Physics, Russian Academy of Sciences,  
Leninsky Prospekt, 38, bldg. 2, Moscow, 119334 Russia*

<sup>#</sup>*e-mail: iklar@narod.ru*

The data on the chain length of catalytic ozone destruction cycles of  $\text{ClO}_x$ ,  $\text{BrO}_x$ , and  $\text{IO}_x$  for the conditions of June and January 2000 are presented. The altitude profiles of the concentrations of small atmospheric components and the temperature necessary to determine the rate of chain continuation and breaking in the cycles were calculated using the SOCRATES interactive two-dimensional model and the one-dimensional ATMO model for the conditions of June and January 2000 at a latitude of  $50^\circ$  N. in the altitude range 0–50 km. As the initial data for calculations, we used forecasts of the atmospheric content of greenhouse gases of the Intergovernmental Panel on Climate Change RCP 4.5 for the conditions of the year 2000.

**Keywords:** catalytic cycles, chemical families, chain process, the limiting stage of the chain process, the rate of continuation and breakage of the chain in the catalytic cycle

УДК 532.59:534.143

## ВНУТРЕННИЕ ГРАВИТАЦИОННЫЕ ВОЛНЫ В ОКЕАНЕ ПРИ ОБТЕКАНИИ ПОДВОДНОГО ПРЕПЯТСТВИЯ СДВИГОВЫМ ТЕЧЕНИЕМ

© 2022 г. В. В. Булатов<sup>а</sup>, \*, И. Ю. Владимиров<sup>б</sup>, \*\*

<sup>а</sup> Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, просп. Вернадского, 101-1, Москва, 119526 Россия

<sup>б</sup> Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, Нахимовский просп., 36, Москва, 119997 Россия

\*e-mail: internalwave@mail.ru

\*\*e-mail: iyuvladimirov@rambler.ru

Поступила в редакцию 10.03.2022 г.

После доработки 27.03.2022 г.

Принята к публикации 11.04.2022 г.

В работе рассмотрена задача о генерации внутренних гравитационных волн, возникающих при набегающей стратифицированного потока со сдвиговым течением на одиночное подводное препятствие. Предполагается, что частота плавучести постоянна, сдвиговое течение линейное и одномерное. Получены интегральные представления решения при выполнении условия устойчивости Майлса-Ховарда. Аналитически построены решения краевой спектральной задачи, которые выражаются через функции Бесселя мнимого индекса. Приведены результаты численных расчетов дисперсионных кривых и фазовых картин возбуждаемых волновых полей. Численно изучена трансформация фазовых картин полей внутренних гравитационных волн в зависимости от параметров генерации.

**Ключевые слова:** стратифицированная среда, внутренние гравитационные волны, частота плавучести, сдвиговые течения, спектральная задача, дисперсионные зависимости, фазовые картины

**DOI:** 10.31857/S0002351522040022

В реальных природных стратифицированных средах (океан, атмосфера) генерация и распространение внутренних гравитационных волн (ВГВ) в значительной степени связаны с вертикальной и горизонтальной динамикой фоновых сдвиговых течений [1–4]. В океане такие течения могут проявляться, например, в области сезонного термоклина и оказывать заметное влияние на эволюцию ВГВ [5–7]. В общей постановке описание динамики ВГВ в стратифицированной среде с фоновыми полями сдвиговых течений является весьма сложной задачей уже в линейном приближении [1, 2, 8, 9]. В этом случае задача сводится к анализу системы уравнений в частных производных, и при одновременном учете вертикальной и горизонтальной неоднородности эта система уравнений не допускает разделение переменных [2, 10–15]. Для исследования механизма взаимовлияния течений и ВГВ можно рассматривать различные модельные представления частоты плавучести и сдвиговых течений [8, 9, 16–18]. Одним из заметных механизмов возбуждения ВГВ в океане можно рассматривать, например, генерацию волн фоновым течением на склонах поперечных хребтов в проливах [3–7]. Поэтому целью настоящей работы является построение реше-

ний, описывающих генерацию ВГВ стратифицированным сдвиговым потоком, набегающим на подводное препятствие.

### 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается вертикально стратифицированная среда конечной глубины  $H$  с фоновым сдвиговым течением, набегающим на одиночное подводное препятствие. Профиль дна описывается функцией  $z = -H + h(x, y)$ ,  $h(x, y) \ll H$ . Сдвиговое течение вдоль оси  $Ox$  – одномерное и линейное:  $U(z) = U_0 + (U_0 - U_H)z/H$ ,  $U_0 = U(0) > 0$ ,  $U_H = U(-H) > 0$ . Тогда в линейном приближении и приближении Буссинеска вертикальная компонента скорости  $W$  удовлетворяет уравнению [9, 18]

$$U^2(z) \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \Delta + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) W + N^2(z) \Delta W = 0, \quad (1)$$

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \quad N^2(z) = -\frac{g}{\rho_0(z)} \frac{d\rho_0(z)}{dz},$$

где  $N^2(z)$  – квадрат частоты Брента-Вяйсяля (частоты плавучести), которая далее предполагается постоянной  $N(z) = N = \text{const}$ ,  $g$  – ускорение сво-

бодного падения,  $\rho_0(z)$  – невозмущенная плотность среды. Также выполнено условие устойчивости Майлса-Ховарда для числа Ричардсона [19–22]:

$$Ri = N^2 \left( \frac{dU}{dz} \right)^{-2} > 1/4.$$

Граничное условие на поверхности

$$W = 0 \text{ при } z = 0. \tag{2}$$

Линеаризованное граничное условие на дне [8, 9]

$$W = U(-H) \frac{\partial h(x, y)}{\partial x} \text{ при } z = -H. \tag{3}$$

В безразмерных переменных  $x^* = \pi x/H$ ,  $y^* = \pi y/H$ ,  $z^* = \pi z/H$ ,  $W^* = \pi W/NH$ ,  $t^* = tN$ ,  $M(z^*) = \pi U(z^*)/NH = a + bz^*$ ,  $a = \pi U_0/NH$ ,  $b = \pi(U_0 - U_H)/NH^2$ , (индекс “\*” далее опускается) задача (1)–(3) имеет вид

$$M^2(z) \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \Delta + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) W + \Delta W = 0, \tag{4}$$

$$W = 0 \text{ при } z = 0,$$

$$W = M(-\pi) \frac{\partial h(x, y)}{\partial x} \text{ при } z = -\pi.$$

## 2. ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ФОРМЫ РЕШЕНИЯ И ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Решение задачи (4) ищется в виде

$$W(x, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\mu, \nu, z) \exp(-i(\mu x + \nu y - \omega t)) d\nu d\mu, \tag{5}$$

где функция  $\varphi(\mu, \nu, z)$  определяется из решения краевой задачи

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + k^2(1 - (\mu M(z))^2) \varphi = 0, \tag{6}$$

$$\varphi = 0 \text{ при } z = 0, \quad \varphi = -iA(\mu, \nu) \text{ при } z = -\pi,$$

$$A(\mu, \nu) = \mu M(-\pi) h^*(\mu, \nu), \quad k^2 = \mu^2 + \nu^2, \tag{7}$$

$$h^*(\mu, \nu) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(x, y) \exp(i(\mu x + \nu y)) dx dy.$$

Построим решение краевой задачи (6)–(7). Два линейно независимых решения уравнения (6) с нулевыми граничными условиями выражаются через модифицированные функции Бесселя мнимого индекса  $I_{\pm i\lambda}$ :  $f_{\pm}(z, \mu, \nu) = \sqrt{2\alpha\mu M(z)} I_{\pm i\lambda}(\alpha\mu M(z))$ ,  $\lambda = \sqrt{\alpha^2 - 1/4}$ ,  $\alpha = k/b\mu$ , где функции  $f_{\pm}(z, \mu, \nu)$  – комплексно сопряжены [9, 18]. Действительное решение, удовлетворяющее граничному условию на поверхности  $z = 0$ , имеет вид:  $\Phi(z, \mu, \nu) =$

$$= i(f_+(z, \mu, \nu)f_-(0, \mu, \nu) - f_-(z, \mu, \nu)f_+(0, \mu, \nu)), \text{ или } \Phi(z, \mu, \nu) = -\text{Im}(f_+(z, \mu, \nu)f_-(0, \mu, \nu)).$$

Тогда решение краевой задачи (6)–(7) имеет вид

$$\varphi(z, \mu, \nu) = -iA(\mu, \nu) \frac{\Phi(z, \mu, \nu)}{\Phi(-\pi, \mu, \nu)}.$$

Проведем в (5) интегрирование по переменное  $\mu$ . Для этого контур интегрирования необходимо сместить на комплексной плоскости  $\mu$  вверх на малое расстояние  $\varepsilon > 0$ . Это необходимо для того, чтобы удовлетворить условию излучения, то есть отсутствию волн вверх по потоку. Тогда при  $x \rightarrow -\infty$  интеграл (5) по экспоненциально мал. При  $x \rightarrow \infty$  контур интегрирования по переменной  $\mu$  необходимо перевести в нижнюю полуплоскость. Основным вклад в интеграл будут давать полюса функции  $\varphi(z, \mu, \nu)$ , то есть нули функции  $\Phi(-\pi, \mu, \nu)$ . Эти нули – собственные числа задачи (6) с нулевыми граничными условиями., или дисперсионные кривые  $\mu = \pm\mu_n(\nu)$ . Тогда, учитывая вычеты в полюсах  $\mu = \pm\mu_n(\nu)$ , решение можно представить в виде суммы мод

$$W = \sum_{n=1}^{\infty} W_n, \quad W_n = -\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} A(\mu_n(\nu), \nu) B_n \cos(\mu_n(\nu)x) \cos(\nu y) d\nu, \tag{8}$$

$$B_n = \Phi_n(z, \mu_n(\nu), \nu) / \frac{\partial \Phi_n(z, \mu_n(\nu), \nu)}{\partial \mu},$$

где  $\Phi_n(z, \mu_n(\nu), \nu)$  – собственная функция задачи (5) с нулевыми граничными условиями. Дисперсионные кривые рассчитываются численно или асимптотически, используя дебаевские асимптотики или приближения Вентцеля – Крамерса – Бриллюэна для модифицированной функции Бесселя  $I_{\pm i\lambda}(\lambda)$  при больших значениях параметра  $\lambda$  [9, 18]. Асимптотический анализ интегралов (8) может быть проведен с помощью метода стационарной фазы (неравномерная асимптотика) или метода эталонных интегралов (равномерная асимптотика). Равномерная асимптотика интегралов (8) выражается через функцию Эйри и ее производную [8, 9].

Численные расчеты проводились с использованием вычислительной системы “Математика”. Значения параметров, величины которых в размерных единицах характерны для условий реального океана были следующие:  $a = 1.35$ ,  $b = 0.27$ ,  $Ri = 13.7$ . Параметр  $b$  есть величина обратная квадратному корню из числа Ричардсона:  $b = 1/\sqrt{Ri}$ . Параметр  $a > 1$  определяет отношение амплитуды приповерхностного течения  $U_0$  к максимальной групповой скорости распространения ВГВ в океане, равной  $NH/\pi$ , что наблюдается в условиях реального океана [3, 4]. На рис. 1 приведены ре-

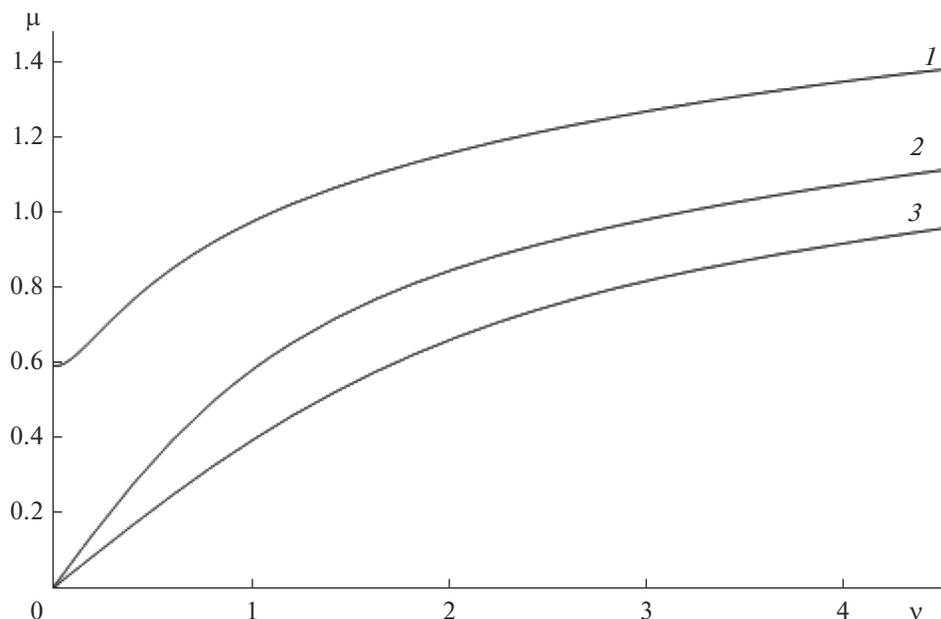


Рис. 1. Дисперсионные кривые  $\mu_n(\nu), n = 1, 2, 3$ : линия 1 – первая мода, линия 2 – вторая мода, линия 3 – третья мода.

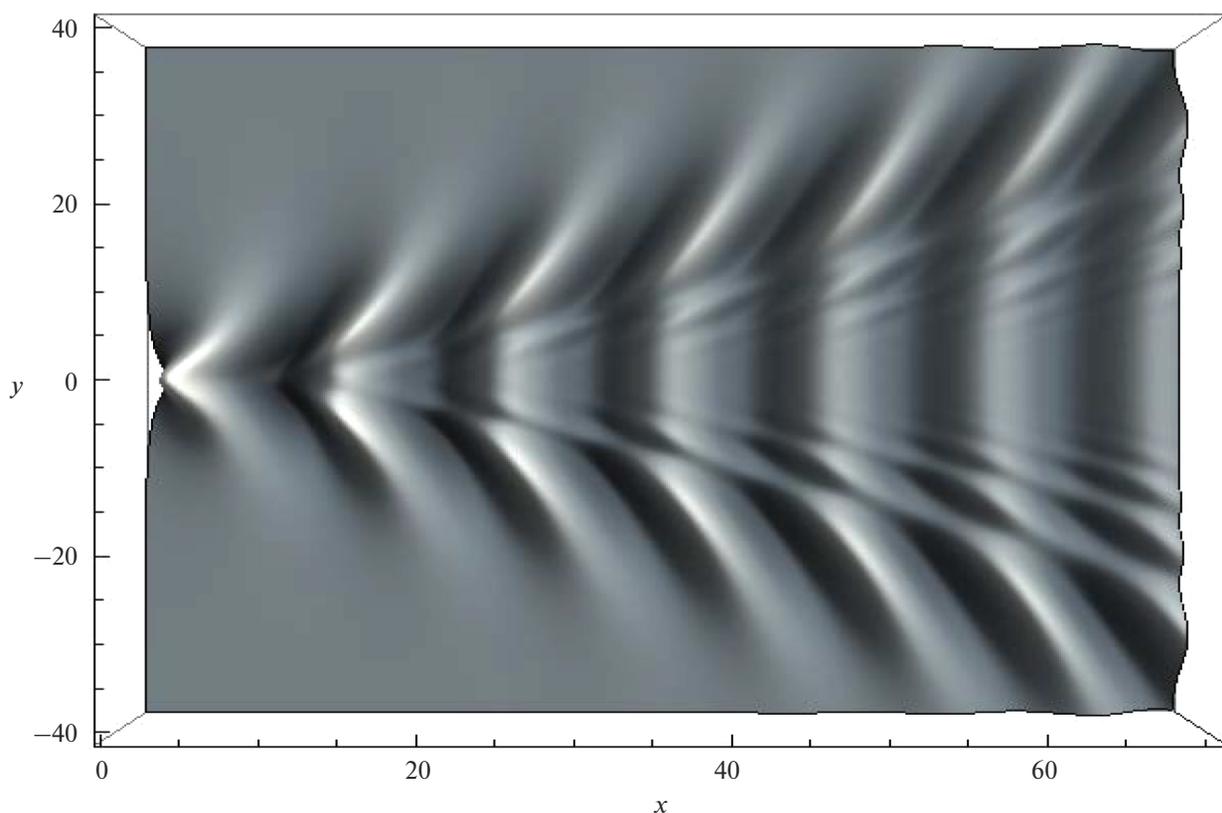


Рис. 2. Первая мода вертикальной скорости.

результаты расчетов дисперсионных кривых первых трех мод  $\mu_n(\nu), n = 1, 2, 3$ . Отметим, что только у первой моды значение в нуле положительно ( $\mu_1(0) > 0$ ), остальные моды  $\mu_n(0) = 0, n > 1$ .

Профиль дна описывается гладкой функцией  $h(x, y) = 0.05\pi \exp(-\beta^2 x^2 - \gamma^2 y^2)$ , значение  $z = -1$ . На рис. 2 приведены результаты расчетов функции  $W_1$  при  $\beta = 0.1, \gamma = 1.0$ , обтекаемое препят-

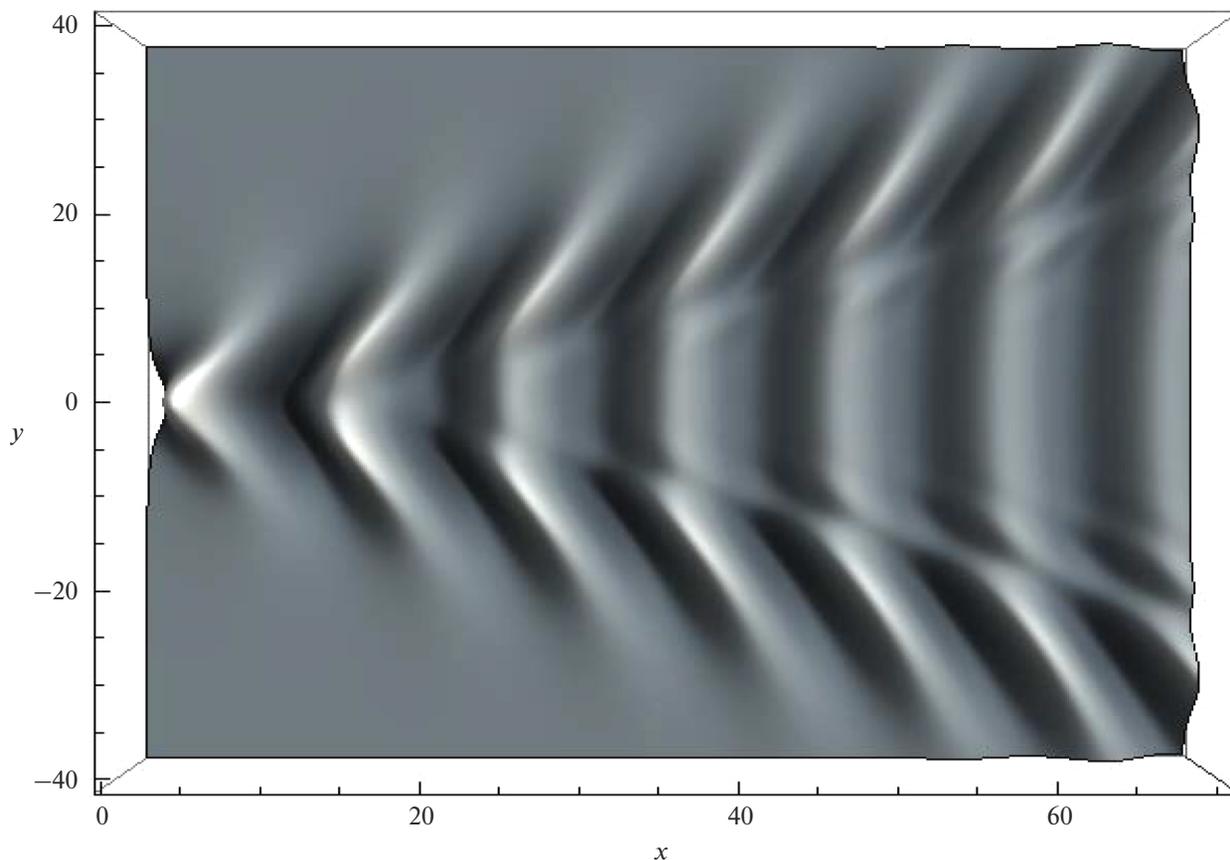


Рис. 3. Первая мода вертикальной скорости.

стве имеет большую протяженность вдоль набегающего течения. На рис. 3 приведены результаты расчетов функции  $W_1$  при  $\beta = 1.0$ ,  $\gamma = 0.1$ , обтекаемое препятствие имеет большую протяженность поперек набегающего течения. Таким образом, полученные численные результаты показывают, что на фазовую структуру волнового поля вниз по потоку влияют не только параметры течения, но также геометрия обтекаемого препятствия, степень его пространственной асимметрии и угол набегания стратифицированного потока.

### 3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе решена задача о генерации полей внутренних гравитационных волн, возбуждаемых при обтекании стратифицированного потока с фоновым сдвиговым течением одиночного подводного препятствия. В предположении постоянства частоты плавучести и модельного линейного распределения сдвигового течения построено аналитическое решение спектральной задачи, которое выражается через функцию Бесселя мнимого индекса. Численно исследованы дисперсионные соотношения и фазовые картины возбуждаемых волновых полей для различных режимов волновой гене-

рации, характерных для реальных условий океана. Показано, что учет формы обтекаемого препятствия, а также угла набегания сдвигового течения может являться причиной заметной пространственной трансформации возбуждаемых вниз по потоку волновых полей. Полученные результаты дают возможность эффективно рассчитывать фазовую структуру волновых полей, а также исследовать различные режимы волновой генерации для модельных представлений частоты плавучести и сдвиговых течений, в том числе генерацию волновых полей возвышениями океанического дна сложной геометрии.

Работа выполнена по темам государственного задания: В.В. Булатов (№ АААА-А20-120011690131-7), И.Ю. Владимиров (№ FMWE-2021-0002) и частичной финансовой поддержке РФФИ проект № 20-01-00111А.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Fabrikant A.L., Stepanyants Yu.A.* Propagation of waves in shear flows. World Scientific Publishing, 1998. 304 p.
2. *Miropol'skii Yu.Z., Shishkina O.V.* Dynamics of internal gravity waves in the ocean. Kluwer Academic Publishers, Boston, 2001. 406 p.

3. *Morozov E.G.* Oceanic internal tides. Observations, analysis and modeling. Berlin: Springer, 2018. 317 p.
4. *Velarde M.G., Tarakanov R.Yu., Marchenko A.V. (Eds.)*. The ocean in motion. Springer Oceanography. Springer International Publishing AG, 2018. 625 p.
5. *Morozov E.G., Tarakanov R.Yu., Frey D.I., Demidova T.A., Makarenko N.I.* Bottom water flows in the tropical fractures of the Northern Mid-Atlantic Ridge // *J. Oceanography*. 2018. V. 74(2). P. 147–167.
6. *Frey D.I., Novigatsky A.N., Kravchishina M.D., Morozov E.G.* Water structure and currents in the Bear Island Trough in July–August 2017 // *Russ. J. Earth Sciences*. 2017. V. 17. ES3003.
7. *Khimchenko E.E., Frey D.I., Morozov E.G.* Tidal internal waves in the Bransfield Strait, Antarctica // *Russ. J. Earth. Science*. 2020. V. 20. ES2006.
8. *Булатов В.В., Владимиров Ю.В.* Волны в стратифицированных средах. М.: Наука, 2015. 735 с.
9. *Булатов В.В.* Новые задачи математического моделирования волновой динамики стратифицированных сред. М.: Издательство “ОнтоПринт”, 2021. 277 с.
10. *Young W.R., Phines P., Garret C.J.R.* Shear flows dispersion, internal waves and horizontal mixing // *J. Phys. Oceanography*, 1982. V. 12(6). P. 515–527.
11. *Bouruet-Aubertot P.I., Thorpe S.A.* Numerical experiments of internal gravity waves an accelerating shear flow // *Dyn. Atm. Oceans*. 1999. V. 29. P. 41–63.
12. *Meunier P., Dizus S., Redekopp L., Spedding G.* Internal waves generated by a stratified wake: experiment and theory // *J. Fluid Mech.*, 2018. V. 846. P. 752–788.
13. *Fraternali F., Domenicale L, Staffilan G., Tordella D.* Internal waves in sheared flows: lower bound of the vorticity growth and propagation discontinuities in the parameter space // *Phys. Rev.* 2018.V. 97. № 6. P. 063102.
14. *Slepyshev A.A., Vorotnikov D.I.* Generation of vertical fine structure by internal waves in a shear flows // *Open J. Fluid Mechanics*, 2019. V. 9. P. 140–157.
15. *Howland C.J., Taylor J.R., Caulfield C.P.* Shear-induces breaking of internal gravity waves // *J. Fluid Mechanics*. 2021. V. 921. A24.
16. *Булатов В.В., Владимиров Ю.В., Владимиров И.Ю.* Внутренние гравитационные волны от осциллирующего источника возмущений в океане // *Изв. РАН. ФАО*. 2021. Т. 57. № 3. С. 362–373.
17. *Булатов В.В., Владимиров И.Ю.* Амплитудно-фазовая структура полей внутренних гравитационных волн в океане со сдвиговыми течениями // *Изв. РАН. ФАО*. 2022. Т. 58. № 2. С. 233–235.
18. *Bulatov V.V., Vladimirov Yu.V.* Dynamics of internal gravity waves in the ocean with shear flows // *Russ. J. Earth Sciences*. 2020. V. 20. ES4004.
19. *Miles J.W.* On the stability of heterogeneous shear flow // *J. Fluid Mech.* 1961. V. 10 (4). P. 495–509.
20. *Hirota M., Morrison P.J.* Stability boundaries and sufficient stability conditions for stably stratified, monotonic shear flows // *Physics Letters A*. 2016. 380(21). P. 1856–1860.
21. *Churilov S.* On the stability analysis of sharply stratified shear flows // *Ocean Dynamics*. 2018. 68. P. 867–884.
22. *Gavrileva A.A., Gubarev Yu.G., Lebedev M.P.* The Miles theorem and the first boundary value problem for the Taylor–Goldstein equation // *J. Applied and Industrial Mathematics*. 2019. 13(3). P. 460–471.

## Internal Gravity Waves in the Ocean With Shear Flows around an Underwater Obstacles

V. V. Bulatov<sup>1, \*</sup> and I. Yu. Vladimirov<sup>2, \*\*</sup>

<sup>1</sup> *Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS, pr. Vernadskogo 101-1, Moscow, 119526 Russia*

<sup>2</sup> *Shirshov Oceanology Institute RAS, Nahimovskiy pr. 36, Moscow, 119997 Russia*

\*e-mail: [internalwave@mail.ru](mailto:internalwave@mail.ru)

\*\*e-mail: [iyuvladimirov@rambler.ru](mailto:iyuvladimirov@rambler.ru)

The paper considers the problem of generating internal gravity waves that arise when a stratified flow with a shear flow runs into a single underwater obstacle. It is assumed that the buoyancy frequency is constant and the shear flow is linear and one-dimensional. Integral representations of the solution are constructed under the Miles–Howard stability condition. The solutions of the boundary spectral problems are analytically constructed, which are expressed in terms of the Bessel functions of the imaginary index. The results of numerical calculations of dispersion curves and phase patterns of excited wave fields are presented. The transformation of the phase patterns of the internal gravity waves fields of depending on the generation parameters is studied numerically.

**Keywords:** stratified medium, internal gravity waves, buoyancy frequency, shear flows, spectral problem, dispersion dependences, phase patterns

УДК 550.388:551.524:551.590.22

## ИЗМЕНЧИВОСТЬ ХАРАКТЕРИСТИК ОБЛАСТИ МЕЗОПАУЗЫ: КОСМИЧЕСКИЕ ФАКТОРЫ ВЛИЯНИЯ<sup>1</sup>

© 2022 г. Н. Н. Перцев<sup>а</sup>, \*, В. И. Перминов<sup>а</sup>, \*\*, П. А. Далин<sup>б, с</sup>, \*\*\*<sup>а</sup>Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН, Пыжевский пер., д. 3, Москва, 119017 Россия<sup>б</sup>Swedish Institute of Space Physics, Box 812, Kiruna, SE-981 28 Sweden<sup>с</sup>Институт космических исследований РАН, Профсоюзная ул., д. 84/32, Москва, 117997 Россия

\*e-mail: n.pertsev@bk.ru

\*\*e-mail: v.i.perminov@yandex.ru

\*\*\*e-mail: pdalin@irf.se

Поступила в редакцию 24.02.2022 г.

После доработки 14.03.2022 г.

Принята к публикации 11.04.2022 г.

В статье обсуждаются некоторые важные результаты о лунном приливном и солнечном воздействии на характеристики области мезопаузы, полученные в Институте физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН при участии соавторов из других организаций. Рассматриваются современные подтверждения гипотезы А.И. Семенова и Н.Н. Шефова о существовании колебаний с периодом лунного синодического месяца и его половины в характеристиках области мезопаузы. Даются оценки амплитуд, найденные статистическим анализом данных измерений, предлагаются возможные механизмы генерации этих колебаний. Обсуждаются статистические результаты по воздействию солнечной активности на область мезопаузы. Показано, что влияние солнечной активности на некоторые характеристики атмосферы на межгодовом и внутрисезонном масштабах времени имеет разный знак, что свидетельствует о различных физических механизмах солнечно-земных связей, действующих в этих частотных диапазонах.

**Ключевые слова:** лунные приливы, полусуточный прилив, суточный прилив, синодический месяц, область мезопаузы, солнечно-земные связи

**DOI:** 10.31857/S0002351522040113

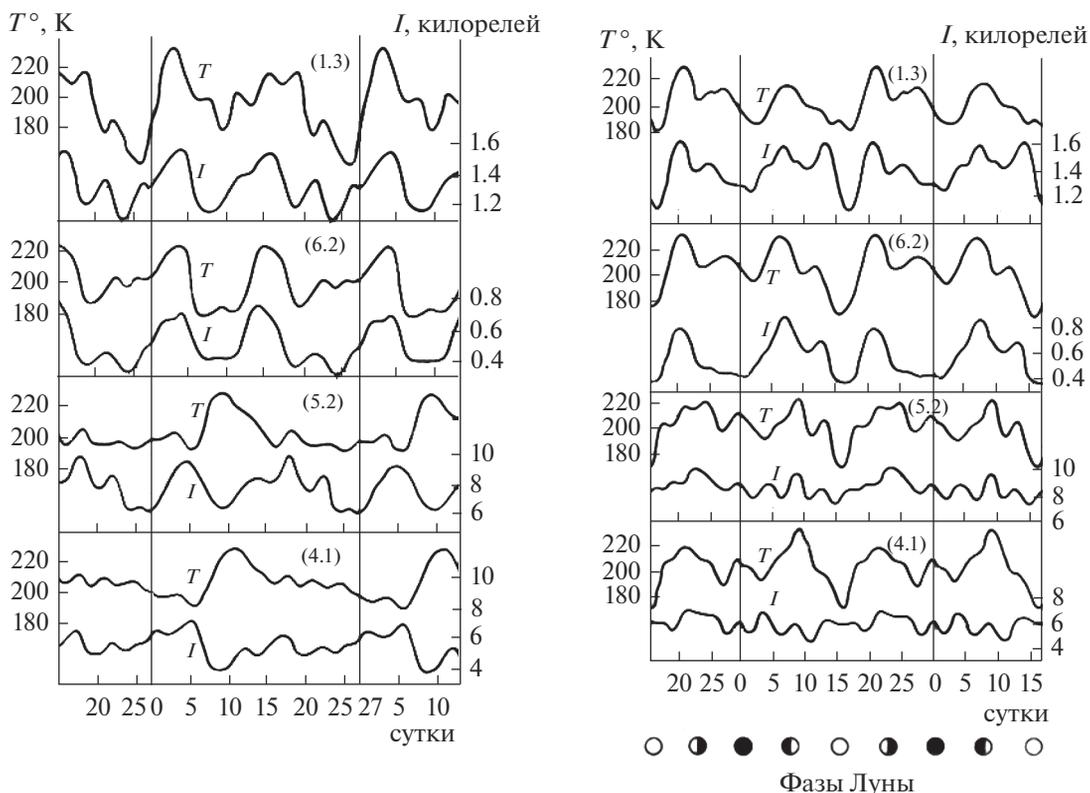
### 1. ВВЕДЕНИЕ

Космические влияния на различные оболочки Земли интересовали людей еще в древние времена. Однако серьезное продвижение в их поисках с естественно-научной точки зрения стало возможным лишь тогда, когда появились долговременные ряды измерений. Эта тенденция не обошла стороной и исследователей области мезопаузы земной атмосферы (высоты 80–95 км). В настоящей статье обсуждаются наиболее заметные научные результаты в вопросе лунных и солнечных воздействий на характеристики области мезопаузы, полученные в Институте физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН (далее ИФА) при активном участии соавторов из других организаций. Глубокий интерес к этой теме в Институте возник во многом благодаря работам Н.Н. Шефова и А.И. Семенова, получившими первые весьма

интересные результаты по этой теме и продолжавшими разрабатывать ее на протяжении всей жизни [1].

Хронологически изучение космического влияния на область мезопаузы начиналось в ИФА [2], как и в мировой практике [3], с поиска лунного, а не солнечного влияния. Это было связано с довольно короткими рядами данных на первом этапе измерений характеристик области мезопаузы, которые не позволяли уверенно отслеживать изменения, связанные с самыми мощными и довольно длинными (~11 лет) циклами солнечной активности. В то же время имеющиеся временные ряды охватывали большое число лунных месяцев. В настоящей статье ставится задача не перечислить все уже выделенные во временных рядах измеряемых характеристик области мезопаузы лунные и солнечные периодические или квазипериодические гармоники, а показать наиболее интересные результаты по их исследованию с точки зрения научной перспективы. В разделе 2 настоящей статьи подробно рассматривается от-

<sup>1</sup> Статья подготовлена на основе устного доклада, представленного на Всероссийской конференции “Собственное излучение, структура и динамика средней и верхней атмосферы” (Москва, 22–23 ноября 2021 г.).



**Рис. 1.** Первые оценки лунных возмущений ОН-слоя [2]. Средние вариации интенсивностей ( $I$ ) и вращательных температур ( $T$ ) полос ОН (4–1), (5–2), (6–2) и (7–3). Слева: с периодом 27 сут, справа: в зависимости от фазы Луны.

крытие синодического месячного лунного колебания и его второй гармоники в характеристиках области мезопаузы и его последующие подтверждения, перечисляются возможные механизмы их генерации, некоторые из них указаны впервые. В разделе 3 кратко рассматривается история включения солнечных циклов в практику эмпирических моделей характеристик области мезопаузы, делается акцент на недавно открытое разнонаправленное влияние изменений солнечной активности на характеристики области мезопаузы на разных временных масштабах.

## 2. ОТКРЫТИЕ ВОЗМУЩЕНИЙ С ПЕРИОДАМИ ЛУННОГО СИНОДИЧЕСКОГО МЕСЯЦА И ЕГО ПОЛОВИНЫ

К середине 60-х годов в ИФА был накоплен материал многолетних измерений верхнеатмосферных компонентов свечения ночного неба, в том числе вращательной температуры и интенсивности различных полос гидроксила (излучающий слой гидроксила локализован в области мезопаузы с максимумом излучения на высоте  $\sim 87$  км). Соответствующие ряды данных, основанные на измерениях на звенигородской базе ИФА, были проверены Н.Н. Шефовым [2] на предмет поиска лунных

влияний. Исходные временные ряды осреднялись методом наложения эпох с заданной периодичностью 27 суток (близкой к лунному сидерическому месяцу и одновременно к синодическому солнечному периоду вращения) и 29.5 суток (лунный синодический месяц). Результат осреднения [2] показан на рис. 1. Обращает на себя внимание нереалистично большая амплитуда колебаний, превышающая для температуры гидроксильного слоя 20 К. По-видимому, здесь сказался эффект коротких выборок. Доверительные интервалы и оценки статистической значимости тогда еще не вошли как обязательный инструмент в практику анализа геофизических данных. Впоследствии амплитуды, вычисляемые на более длинных выборках, были существенно понижены [4].

Нужно отметить осторожное отношение Н.Н. Шефова в [2] к своим результатам, а также аналогичным результатам зарубежных коллег [5–7] по эмиссии атомарного кислорода 558 нм. Результаты, касающиеся лунного влияния, были сформулированы не в виде окончательного вывода, а скорее как гипотеза. Тем не менее, эти ранние результаты послужили вдохновляющим примером для дальнейших поисков лунного влияния на различные характеристики области мезопаузы. В 70-е годы лунные приливные эффекты были об-

наружены в компонентах скорости ветра, измеряемой метеорным методом [8], в колебательной температуре гидроксильного излучения [9–10] и в частоте появления серебристых облаков [11].

По-видимому, основным недостатком указанных выше работ 60х–70х годов являлся интервал опроса исследуемых переменных, равный 24 ч (привязка измерений к астрономической полночи). При этом фазы Луны оказываются жестко привязанными к лунному времени, и любая N-я гармоника лунных суток (продолжающихся в среднем 24 ч 51 мин) для такой специальной выборки становится неотличимой от N-й гармоники лунного синодического месяца, продолжающегося в среднем 29.53 суток. Учитывая возможную двоякую интерпретацию полученных результатов, в [9–10] результаты в виде графиков колебаний приведены сразу на двух временных шкалах. Но, как правило, найденные результаты воспринимались как колебания с периодами, равными лунным суткам и их второй и более высоким гармоникам, поскольку именно они присутствуют в линейной модели лунных гравитационных возмущений в атмосфере [12].

Тема альтернативной интерпретации старых и новых результатов получила дальнейшее развитие у А.И. Семенова и Н.Н. Шефова в [4]. Авторы этой работы не только повторили анализ, проведенный Шефовым [2, 9] на более длительных наблюдениях, но и сравнили их с результатами, найденными ими для лунного суточного и полусуточного приливов в температуре и интенсивности гидроксильного излучения, полученными по графикам температуры и интенсивности для 15 ночей, которые были опубликованы по данным измерений на широте  $32^\circ \text{ S}$  [13]. При анализе они обратили внимание на то, что амплитуды температуры и интенсивности в случае суперпозиции синодического месячного и лунно-суточного колебаний, а также суперпозиции синодического полумесячного и лунного полусуточного колебаний, полученные по звенигородским данным, были в несколько раз большими, чем амплитуды чисто лунно-суточных и лунно-полусуточных колебаний, определенные по данным [13].

Впервые статистически обоснованное разделение лунного полусуточного прилива и лунного синодического полумесячного колебания на одних и тех же многолетних данных по зимней температуре излучающего гидроксила (с интервалом осреднения данных 1 час), проведено в [14]. Оно подтвердило правильность гипотезы Шефова и Семенова о существовании колебаний в гидроксильной температуре с периодом половины лунного синодического месяца. Подтвердилась и субординация между амплитудами: для полумесячного колебания амплитуда была равной  $2.5 \pm 0.8 \text{ K}$  (погрешность дана для вероятности 90%), для

лунного полусуточного колебания она оказалась меньше и статистически не значимой.

Получить надежный результат для лунного суточного прилива по гидроксильным температурам нельзя, поскольку продолжительность ночных измерений даже в зимний сезон не превышает или лишь немного превышает полсутки. Поэтому для одновременного нахождения колебаний с периодами лунных суток и лунного синодического месяца, а также вдвое меньшими периодами, в [15] были использованы другие данные для примерно тех же высот, где располагается гидроксильный слой. Это – круглосуточные данные по полярным мезосферным летним эхо, измеренные при помощи радара ESRAD, расположенного в северной части Швеции, г. Кируна, с интервалом осреднения 1 ч. В качестве анализируемых переменных были взяты логарифм коэффициента отражения зондирующих радиоволн и компоненты скорости ветра на высоте отражения. Полученные в [15] результаты для амплитуд изучаемых колебаний в соответствующих многолетних временных рядах приведены в табл. 1. Из нее видно, что амплитуды четырех изучаемых колебаний одного порядка величины, и для логарифма коэффициента отражения амплитуда месячного и полумесячного колебания превышает амплитуду лунно-суточного и лунно-полусуточного.

Амплитуды вычислялись в [15] методом множественного регрессионного анализа. При этом принимались специальные меры против возможных интерференций со стороны основных приливных гармоник. Так, например, благодаря статистической взаимосвязи между фазами лунного синодического месяца и склонением Луны, которое отвечает за зональный прилив с периодом 13.66 сут. (см. [14]), можно предполагать выделение фиктивных колебаний с периодом половины синодического месяца, наведенное зональным приливом. Для исключения таких наводок все возможные компоненты прилива, которые могли бы их генерировать, вычислялись и выделялись одновременно.

Таким образом, и для периода 29.53 сут., и для его второй гармоники гипотеза Шефова и Семенова о существовании лунно-синодического колебания подтвердилась.

Как отмечалось выше, линейная теория лунных гравитационных приливов в атмосфере не предсказывает существование этих двух компонентов в спектре. В настоящее время можно наметить лишь возможные механизмы их генерации. Что касается лунного синодического полумесячного прилива, два механизма их генерации уже рассматривались в [14]. Это малоэффективный механизм, основанный на модуляции расстояний до Луны в синодическом полумесячном цикле и нелинейный механизм квадратичной де-

**Таблица 1.** Рассчитанные в [15] амплитуды различных лунных приливных колебаний в данных по полярным мезосферным летним эхо

Период рассматриваемого колебания	Анализируемые переменные		
	Логарифм коэффициента отражения	Зональный компонент скорости ветра, м/с	Меридиональный компонент скорости ветра, м/с
Лунный синодический месяц	$0.053 \pm 0.016$	$0.4 \pm 0.5$	$1.3 \pm 0.6$
Половина лунного синодического месяца	$0.039 \pm 0.016$	$0.4 \pm 0.5$	$0.3 \pm 0.5$
Лунные сутки	$0.023 \pm 0.016$	$0.7 \pm 0.5$	$1.0 \pm 0.5$
Половина лунных суток	$0.021 \pm 0.016$	$1.1 \pm 0.5$	$0.5 \pm 0.5$

Примечание. Погрешности даны для вероятности 95%.

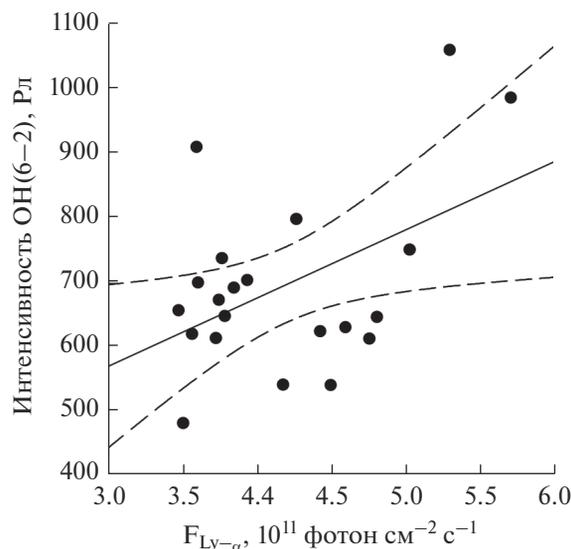
модуляции, основанный на перемножении двух суперпозиций колебаний с периодами солнечного полусуточного и лунного полусуточного приливов. Квадратичные составляющие уравнений гидродинамики производят демодуляцию биеений между солнечным полусуточным и лунным полусуточным приливами, генерируя две новых синусоиды с суммой и разностью частот. Еще одним эффективным механизмом в генерации полумесячного синодического колебания может быть другой вариант нелинейной генерации (повидимому, впервые здесь предлагаемый), — перемножение двух суперпозиций колебаний с периодами весьма заметного лунного зонального прилива с периодом 13.66 сут и полугодового прилива с периодом 182.625 сут.

Аналогичные механизмы можно рассматривать и для генерации месячного синодического прилива, но при удвоении всех действующих периодов. Однако для первого механизма модуляция расстояний до Луны синодическим месячным колебанием становится ничтожной, а в третьем механизме вместо весьма заметного прилива с периодом 13.66 сут. нужно рассматривать значительно более слабый (в линейной теории [12]) прилив с вдвое большим периодом, и только второй механизм — перемножение двух суперпозиций колебаний с периодами солнечного суточного и лунного суточного приливов позволяет надеяться на эффективную генерацию лунного синодического месячного прилива. Несмотря на то, что в линейной теории лунный суточный прилив с периодом 24 ч 51 мин значительно слабее лунного полусуточного, анализ данных по полярным мезосферным летним эхо [15] показывает их наблюдаемые амплитуды одного порядка, что, с одной стороны, требует самостоятельного изучения, а, с другой стороны, вероятно, может обеспечить нелинейную генерацию лунного синодического колебания с периодом 29.53 сут.

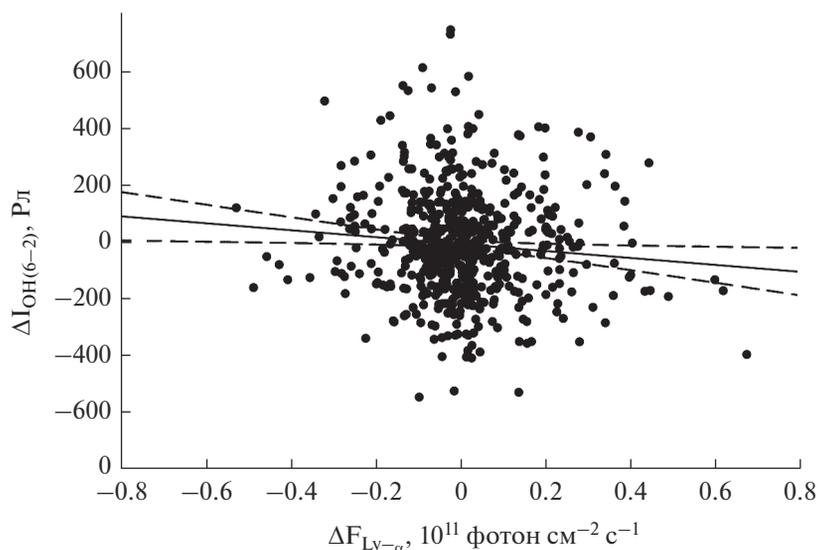
### 3. ПРОЯВЛЕНИЯ СОЛНЕЧНОЙ АКТИВНОСТИ НА РАЗЛИЧНЫХ ВРЕМЕННЫХ МАСШТАБАХ

На протяжении XX века произошла трансформация понимания влияния солнечной активности на область мезопаузы от первых предположений о существовании такого влияния до его количественного учета в моделях. В 1904 г. Брохом найдена 11-летняя цикличность в свойствах метеорных следов [16]. В середине столетия появились первые указания на изменения характеристики инфракрасных эмиссий области мезопаузы в цикле солнечной активности [17]. Затем получены 10–11-летние пики в спектре количества ночей с появлениями мезосферных облаков [18]. Количественный учет ~11-летних циклов солнечной активности в моделях характеристик эмиссий излучения области мезопаузы начался с [19]. В результате целенаправленной работы Н.Н. Шефова и А.И. Семенова по созданию моделей основных эмиссий области мезопаузы, к началу XXI века такие эмпирические модели были созданы [1], и они учитывали изменение солнечной активности в ~11-летнем цикле с помощью индекса радиоизлучения Солнца  $F_{10.7}$ , усредненного за несколько месяцев. Впоследствии при изучении влияния солнечной активности на мезосферные облака [20], а затем и на инфракрасные эмиссии области мезопаузы, вместо этого индекса стало более логично использовать поток солнечного излучения в линии Лайман-альфа 122 нм [21], как непосредственно влияющий через фотохимические реакции на изучаемую среду.

В дальнейшем оказалось, что не только межгодовые, но и межсуточные изменения потока Лайман-альфа влияют на характеристики области мезопаузы. Это было продемонстрировано как на модели [22], так и с помощью анализа данных измерений [23]. При изучении межсуточных прояв-



**Рис. 2.** Сравнение интенсивности OH(6–2) и потока солнечного излучения в линии Лайман-альфа ( $F_{Ly-\alpha}$ ). Значения взяты как средние по интервалам с 1 октября по 31 марта 2000–2021 гг. после сглаживания с помощью суперпозиции четырех годовых гармоник (т.е. более высокие гармоники исключаются). Прямая линия – линейная регрессия (с коэффициентом  $106 \pm 102$  Рл/ $(10^{11}$  фотон  $см^{-2}$   $с^{-1}$ )). В качестве меры интенсивности потока Лайман-альфа используется его измеренное значение в единицах  $10^{11}$  фотон  $см^{-2}$   $с^{-1}$ , приведенное к расстоянию 1 а.е. от Солнца. Интенсивность гидроксильной эмиссии измеряется в рэлях (Рл), 1 Рл =  $10^6$  фотон  $см^{-2}$   $с^{-1}$ . Штриховые линии – границы 95% вероятностного уровня.



**Рис. 3.** Сравнение отклонений  $\Delta I_{OH(6-2)}$  интенсивности полосы OH(6–2) и солнечного потока в линии Лайман-альфа от их сглаженных значений для временных интервалов с 1 октября по 31 марта 2000–2021 гг. Прямая линия – линейная регрессия (с коэффициентом  $-121 \pm 106$  Рл/ $(10^{11}$  фотон  $см^{-2}$   $с^{-1}$ )). Пояснения к единицам измерения даны в подписи к рис. 2. Штриховые линии – границы 95% вероятностного уровня.

лений солнечной активности корреляционными и регрессионными методами возникает необходимость предварительного отфильтровывания более мощного сигнала медленной составляющей

временных рядов (например, через осреднение данных скользящим 35-суточным временным окном [24]). В спектре межсуточных колебаний индексов солнечной активности, а также характери-

стик области мезопаузы, выделяется в качестве наиболее мощного ~27-суточное колебание, связанное с периодом вращения Солнца [24, 25].

Для понимания механизмов воздействия солнечной активности на область мезопаузы важно выяснить, различаются ли они на межгодовом и внутрисезонном временных масштабах. Соответствующая проверка была проведена на основе 22-летних временных рядов интенсивности инфракрасных эмиссий молекулярного кислорода (полоса  $O_2A(0-1)$ ) и гидроксила (полоса  $OH(6-2)$ ), вращательной температуры  $OH$  и переменных, характеризующих активность мезосферных облаков - число появлений, яркость [24, 26, 27]. Оказалось, что отклик некоторых из этих величин на изменение потока Лайман-альфа на внутрисезонном и межгодовом масштабах может иметь даже разные знаки. Так, интенсивность гидроксильной полосы в зимнее время имеет положительный отклик на межгодовое изменение потока Лайман-альфа (рис. 2). Если же из временных рядов исключить медленные изменения обеих сопоставляемых величин и сохранить лишь их внутрисезонные вариации, то наблюдается отрицательный отклик на внутрисезонное изменение потока Лайман-альфа (рис. 3). Обе зависимости статистически значимы с вероятностью не менее 95%.

Необходимо отметить, что для разрывных рядов наблюдений (разрывы вызваны отсутствием благоприятных погодных условий при измерениях свечения ночного неба) разделение рядов на быструю и медленную составляющие неоднозначно. Показанный на рис. 3 результат соответствует исключению сглаженных значений, рассчитанных с помощью суперпозиции нулевой и первых четырех годовых гармоник для каждого зимнего сезона. Похожая регрессионная зависимость получается при исключении медленной составляющей, рассчитанной с помощью сглаживания первичного ряда 34-суточным временным окном после интерполяционного заполнения пропусков в данных. Полученный результат свидетельствует о том, что на медленном межгодовом и быстром (с характерными периодами менее 35 суток) временных масштабах воздействие солнечной активности на среднюю атмосферу осуществляется различными механизмами. Так, в ходе 11-летнего солнечного цикла основным механизмом является прямое воздействие ультрафиолетового (УФ) излучения Солнца на структуру газового состава области мезопаузы. Вследствие усиления диссоциации молекулярного кислорода с ростом УФ-излучения происходит увеличение содержания атомарного кислорода, продуктом рекомбинации которого является излучение гидроксила [1]. Таким образом, в результате ряда фотохимических процессов возникает прямая зависимость между солнечным УФ-излучением и интенсивностью излу-

чения гидроксила. В случае 27-суточных вариаций наиболее вероятным механизмом являются динамические изменения в области мезосферы и нижней термосферы [28].

#### 4. ВЫВОДЫ

1. Проверена гипотеза Шефова и Семенова о существовании колебаний в области мезопаузы с периодами синодического лунного месяца и его половины на временных рядах различных характеристик области мезопаузы. Ее справедливость подтвердилась.

2. Рассмотрены возможные механизмы генерации этих колебаний, некоторые из них обсуждаются впервые.

3. С помощью анализа данных для зимнего времени показано, что некоторые измеряемые характеристики области мезопаузы дают статистически значимый отклик разного знака на изменение солнечной активности на внутрисезонном и межгодовом масштабах. Это свидетельствует о различии физических механизмов, осуществляющих воздействие солнечной активности на область мезопаузы на этих двух масштабах.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шефов Н.Н., Семенов А.И., Хомич В.Ю. Излучение верхней атмосферы – индикатор ее структуры и динамики. М., ГЕОС, 2006. 740 с.
2. Шефов Н.Н. Некоторые свойства гидроксильного излучения // Полярные сияния и свечение ночного неба. М.: Наука. 1967. № 13. С. 37–43.
3. Egedal J. The tides of the upper atmosphere and the heights of meteors // Nature. 1929. V. 124. № 3137. P. 913–914.
4. Семенов А.И., Шефов Н.Н. Эмпирическая модель вариаций гидроксильного излучения // Геомагнетизм и аэрномия. 1996. Т. 36. № 4. С. 68–85.
5. Nagata T., Tohmatsu T., Kaneda E. Lunar time variation of the oxygen green line in the airglow // Rept. Ionosph. Space Res. Japan. 1961. V. 15. № 2. P. 253–262.
6. Glaume J. Influence des marées lunaires sur l'émission de la raie verte 5577 Å de l'oxygène // C. R. Acad. Sci. 1962. V. 254. № 19. P. 3399–3401.
7. Tohmatsu T., Nagata T. Dynamical studies of the oxygen green line in the airglow // Planet. Space Sci. 1963. V. 10. P. 103–116.
8. Покровский Г.Б., Теттин Г.М. Лунные приливы в верхней атмосфере по радиометеорным наблюдениям // Астр. Циркуляр. 1970. № 597. С. 5–7.
9. Шефов Н.Н. Лунные вариации гидроксильного излучения // Геомагнетизм и аэрномия. 1974. Т. 14. № 5. С. 920–922.
10. Shefov N.N. Lunar tidal variations of hydroxyl emission // Indian Journal of Radio & Space Physics. 1974. V. 3. № 13. P. 313–314.

11. Кротова Е.П., Шефов Н.Н. Влияние лунных приливов на вероятность появления серебристых облаков // Изв. АН СССР. ФАО. 1975. Т. 11. № 11. С. 1184–1186.
12. Doodson A.T. The harmonic development of tide-generating potential // Proc. Roy. Soc. London. 1921. V. A100. P. 305–329.
13. Scheer J., Reisin E.R. Rotational temperatures for OH and O<sub>2</sub> airglow bands measured simultaneously from El Leoncito (31°48') // J. Atmos. Terr. Phys. 1990. V. 52. № 1. P. 47–57.
14. Перцев Н.Н., Далин П.А., Перминов В.И. Влияние полусуточных и полумесячных лунных приливов на область мезопаузы по наблюдениям характеристик гидроксильного слоя и серебристых облаков // Геомагнетизм и аэронавигация. 2015. Т. 55. № 6. С. 839–848.  
<https://doi.org/10.1134/S0016793215060109>
15. Dalin P., Kirkwood S., Pertsev N., Perminov V. Influence of solar and lunar tides on the mesopause region as observed in Polar Mesosphere Summer Echoes characteristics // J. Geophys. Res. — Atmospheres. 2017. V. 122.  
<https://doi.org/10.1002/2017JD026509>
16. Астапович И.С. Метеорные явления в атмосфере Земли / Государственное издательство физико-математической литературы. 1958. 650 с.
17. Родионов С.Ф., Павлова Е.Н., Шолохова Е.Д. и др. Годичный ход инфракрасного излучения ночного неба. Докл. АН СССР. 1954. Т. 98. № 6. С. 957.
18. Васильев О.В. Астрофизические исследования серебристых облаков. М. Изд. Астросовета АН СССР. 1967.
19. Шефов Н.Н. Поведение гидроксильной эмиссии в течение солнечного цикла, сезонов и геомагнитных возмущений // Полярные сияния и свечение ночного неба. М.: Наука. 1973. № 20. С. 23–39.
20. Gruzdev A.N., Schmidt H., Brasseur G.P. The effect of the solar rotational irradiance variation on the middle and upper atmosphere calculated by a threedimensional chemistry-climate model // Atmos. Chem. Phys. 2009. V. 9. P. 595–614.
21. [http://lasp.colorado.edu/data/timed\\_see/composite\\_lya/version3/](http://lasp.colorado.edu/data/timed_see/composite_lya/version3/).
22. Dalin P., Kirkwood S., Andersen H., Hansen O., Pertsev N., Romejko V. Comparison of long-term Moscow and Danish NLC observations: statistical results // Ann. Geophys. 2006. V. 24. P. 2841–2849.
23. Robert C.E., von Savigny C., Rappoe N., Bovensmann H., Burrows J.P., DeLand M.T., Schwartz M.J. First evidence of a 27 day solar signature in noctilucent cloud occurrence frequency // J. Geophys. Res. 2010. V. 115. D00I12.  
<https://doi.org/10.1029/2009JD012359>
24. Dalin P., Pertsev N., Perminov V., Dubietis A., Zadorozhny A., Zalcik M., McEachran I., McEwan T., Černis K., Gronne J., Tastrup T., Hansen O., Andersen H., Melnikov D., Manevich A., Romejko V., Lifatova D. Response of noctilucent cloud brightness to daily solar variations // J. Atmos. Sol.-Terr. Phys., 2018. V. 169. P. 83–90.  
<https://doi.org/10.1016/j.jastp.2018.01.025>
25. Шпынев Б.Г., Ойнац А.В., Лебедев В.П., Черниговская М.А., Орлов И.И., Белинская А.Ю., Грехов О.М. Проявление гравитационных приливов и планетарных волн в долговременных вариациях геофизических параметров // Геомагнетизм и аэронавигация. 2014. Т. 54. № 4. С. 540–552.
26. Dalin P., Perminov V., Pertsev N., Romejko V. Updated long-term trends in mesopause temperature, airglow emissions, and noctilucent clouds // J. Geophys. Res. — Atmospheres. 2020. 125, e2019JD030814.  
<https://doi.org/10.1029/2019JD030814>
27. Перминов В.И., Перцев Н.Н., Далин П.А., Железнов Ю.А., Суходоев В.А., Орехов М.Д. Сезонные и многолетние изменения интенсивности атмосферного излучения O<sub>2</sub>(b<sup>1</sup>Σ) и OH(X<sup>2</sup>Π) области мезопаузы // Геомагнетизм и аэронавигация. 2021. Т. 61. № 4. С. 532–543.  
<https://doi.org/10.31857/S0016794021040118>
28. Lednyts'kyy O., von Savigny C., Weber M. Sensitivity of equatorial atomic oxygen in the MLT region to the 11-year and 27-day solar cycles // J. Atmos. Sol.-Terr. Phys. 2017. V. 162. P. 136–150.

## Variability of the Mesopause Region Characteristics: Space Factors of Influence

N. N. Pertsev<sup>1, \*</sup>, V. I. Perminov<sup>1, \*\*</sup>, and P. A. Dalin<sup>2, 3, \*\*\*</sup>

<sup>1</sup>A.M. Obukhov Institute of Atmospheric Physics Russian Academy of Sciences,  
Pyzhevskiy pereulok, 3, Moscow, 119017 Russia

<sup>2</sup>Swedish Institute of Space Physics, Box 812, Kiruna, SE-981 28, Sweden

<sup>3</sup>Space Research Institute Russian Academy of Sciences, Profsoyuznaya str., 84/32, Moscow, 117997 Russia

\*e-mail: n.pertsev@bk.ru

\*\*e-mail: v.i.perminov@yandex.ru

\*\*\*e-mail: pdalin@irf.se

The article discusses some important results on the lunar tidal and solar effects on the characteristics of the mesopause region, obtained at A.M. Obukhov Institute of Atmospheric Physics with the participation of co-

authors from other organizations. Modern confirmations of the hypothesis of A.I. Semenov and N.N. Shefov about the existence of fluctuations with the period of the lunar synodic month and its half in the characteristics of the mesopause region are considered. Estimates of the amplitudes found by statistical analysis of measurement data are given, and possible mechanisms for generating these oscillations are proposed. Statistical results on the effect of solar activity on the mesopause region are discussed. It is shown that the influence of solar activity on some characteristics of the atmosphere on the interannual and intraseasonal time scales has a different sign, which indicates different physical mechanisms of solar-terrestrial relations acting on these frequency ranges.

**Keywords:** lunar tides, semidiurnal tide, diurnal tide, synodic month, mesopause region, solar-terrestrial relations

УДК 551.51

## О СВЯЗИ ХАРАКТЕРИСТИК ГОДОВОГО ХОДА ДЕЙСТВУЮЩЕЙ ВЫСОТЫ СЛОЯ Е-СПОРАДИЧЕСКОГО ИОНОСФЕРЫ С СЕЗОННЫМИ ПЕРЕСТРОЙКАМИ СТРАТОМЕЗОСФЕРНОЙ ЦИРКУЛЯЦИИ<sup>1</sup>

© 2022 г. А. А. Куминов\*

Центральная аэрологическая обсерватория Росгидромета, Первомайская, 3, Долгопрудный, 141700 Россия

\*e-mail: airship@mail.mipt.ru

Поступила в редакцию 14.01.2022 г.

После доработки 24.03.2022 г.

Принята к публикации 11.04.2022 г.

Анализ временного хода действующих высот слоя Е-спорадического ( $h'E_S$ ), определенных по ионограммам с повышенной точностью (1 км), выявил в средних широтах северного полушария следующие особенности годовых вариаций. Оказалось, что в зимний период внутри-сезонные средние значения  $h'E_S$  выше, чем летом. Размах внутрисезонных вариаций, которые наряду с шумом содержат колебания с периодами от нескольких суток до нескольких десятков суток, зимой также больше, чем летом. Следует отметить, что смены сезонных режимов происходят довольно быстро. Это обстоятельство, а также увеличение в зимнее время амплитуд вариаций с периодами, свойственными планетарным волнам, позволяют сделать предположение о связи сезонных переходов в поведении  $h'E_S$  с весенними и осенними перестройками циркуляции в средней атмосфере. С целью проверки этого предположения было проведено сопоставление результатов ракетных измерений зональной скорости ветра на высотах 20–80 км над Волгоградом (48°68 с.ш., 44°35 в.д.) с данными ионосферной станции Poitiers (46°6 с.ш., 0°3 в.д.) в 1984–1989 годах. Оказалось, что в 1984–1988 годах сроки весенней смены сезонных режимов поведения  $h'E_S$  и перестройки стратомезосферной циркуляции с западной на восточную совпали, и только в 1989 году переход в ионосфере несколько опередил перестройку в средней атмосфере. Осенью смена сезонных режимов поведения  $h'E_S$  в 1984–1989 годах всегда запаздывала относительно начала реверса зонального ветра в стратомезосфере на практически фиксированный интервал времени около двух месяцев.

**Ключевые слова:** слой Е-спорадический, циркуляция в средней атмосфере, годовые вариации, ракетное зондирование, радиозондирование ионосферы

DOI: 10.31857/S000235152204006X

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Слой Е-спорадический ( $E_S$ ) – уникальное явление в земной ионосфере. В отличие от регулярных слоев, в образовании которых основную роль играют фотохимические процессы, слой  $E_S$  обязан своим существованием (по крайней мере, в средних широтах) в первую очередь процессам динамическим [1, 2]. Это обстоятельство делает его измеряемые характеристики своего рода индикаторами динамических процессов в нижней термосфере. Малая толщина слоя  $E_S$  (от нескольких сот метров до двух километров) обеспечивает хорошее вертикальное разрешение при исследовании мелкомасштабных динамических процессов, а возможность точно определять высоту слоя

по его действующей высоте,  $h'E_S$  (при условии достаточно большой разности критических частот слоев  $E_S$  и регулярного Е, например, в ночное время), дает высотную привязку изучаемого явления.

Поэтому неудивительно, что анализ временных вариаций  $h'E_S$  изначально применялся и применяется для поиска эффектов вертикального распространения внутренних гравитационных и планетарных волн (ПВ) от источников на земной поверхности и в нижней атмосфере в нижнюю термосферу и выше. Так, например, в [3–5] во временных рядах  $h'E_S$  и  $f_oE_S$  (критической частоты слоя  $E_S$ ) среднеширотных станций Иркутск (СССР) в 1984–1986 гг., Tehran (Иран) в июле 2006 г.–июне 2007 г., Rome и Gibilmanna (Италия) в июне–сентябре 2013 года были обнаружены вариации с периодами, свойственными ПВ в тропосфере и нижней стратосфере. В [6] времен-

<sup>1</sup> Статья подготовлена на основе устного доклада, представленного на Всероссийской конференции “Собственное излучение, структура и динамика средней и верхней атмосферы” (Москва, 22–23 ноября 2021 г.).

ные ряды  $h'E_S$  и  $f_oE_S$ , полученные на станции Pruhonice (Чехия) в летние сезоны 2004, 2006 и 2008 гг., сопоставлялись с временными рядами температуры нейтральной атмосферы на барическом уровне 10 hPa. Обнаружены когерентные ограниченные волнообразные всплески в спектрах с периодами, близкими периодам волн Россби. Такого рода когерентные всплески были также обнаружены в летних данных  $h'E_S$  и  $f_oE_S$  2009 года, полученных на станции Pruhonice, и, одновременно, во временных рядах измерений мезосферного ветра в Collm (Германия) и температуры на уровнях давления 10–0.1 hPa [7].

Естественно ожидать, что характер (и сама возможность) вертикального распространения волн зависит от физических свойств среды распространения, – конкретно, от свойств стратосферы и мезосферы. В [8] теоретически предсказана критическая зависимость возможности распространения от направления и величины скорости зонального ветра в стратомезосфере. Согласно расчетам, при летних ветрах, направленных с востока на запад, условия распространения ПВ в вертикальном направлении неблагоприятны – вплоть до блокировки волн в нижней атмосфере. Зимой при относительно умеренных западных ветрах можно ожидать проникновение ПВ в нижнюю термосферу и, возможно, выше.

Это обстоятельство позволило сформулировать задачу поиска сезонных особенностей в вариациях  $h'E_S$  и их связи с сезонными перестройками зональной циркуляции в среднеширотной стратомезосфере Северного полушария. Ниже приводятся результаты проведенного исследования. В качестве ионосферных данных использовались результаты вертикального зондирования ионосферы на станции Poitiers (46°6 с.ш.; 0°3 в.д.), Франция. Вертикальные профили скорости зонального ветра были получены из данных метеорологического ракетного зондирования на станции ракетного зондирования атмосферы (СРЗА) Волгоград (48°68 с.ш.; 44°35 в.д.).

## 2. АНАЛИЗ ИОНОСФЕРНЫХ ДАННЫХ

Хотя качество ионограмм позволяет определить значения действующей высоты слоя E-спорадического с точностью не хуже 1–2 км, действующее руководство по обработке ионограмм, разработанное Международным научным радиосоюзом [9] допускает регистрацию значений  $h'E_S$  с точностью 5 км. Видимо, этим обстоятельством объясняется тот факт, что поиск высокоточных данных по  $h'E_S$  среди среднеширотных ионосферных станций северного полушария в архивах Мировых центров данных (МЦД) позволил обнаружить только один, сравнительно небольшой длительности, временной ряд данных по  $h'E_S$ , за-

писанных с точностью 1 км [10]. Это результаты наблюдений на станции Poitiers (Франция) в течение 1984–1989 гг. (Можно отметить, что наблюдения на станции Poitiers проводились с 1957 года, но только в 1984–1989 гг. значения  $h'E_S$  снимались с точностью 1 км. После 1989 года данные этой станции перестали поступать в МЦД). Удачным совпадением является тот факт, что в эти же годы на расположенной на близкой по значению широте СРЗА Волгоград проводилось регулярное (не реже одного пуска в неделю) зондирование средней атмосферы метеорологическими ракетами.

На рис. 1 в качестве примера приведен временной ряд  $h'E_S$  для 1988 года. Хотя формат архивных файлов предусматривает хранение ежечасных значений ионосферных данных, вследствие природной нерегулярности появления слоя  $E_S$  в данном году получено только 3905 значений. Как и ряды других лет наблюдений, ряд 1988 года производит впечатление сильной “зашумленности”, сквозь которую можно различить наличие, предположительно, годовой вариации. Сказать что-либо о свойствах “шума” по этому рисунку не представляется возможным.

Для более углубленного анализа временные ряды  $h'E_S$  для каждого года наблюдений были разложены в ряды Фурье на годовом основном интервале. Здесь следует отметить, что снятые с ионограмм данные представляют собой дискретный временной ряд. Даже если наблюдения проводились непрерывно и данные представлены с постоянным шагом по времени, интегрирование по времени такого ряда (например, при Фурье-анализе) требует определенных представлений о ходе подынтегральной функции между последовательными точками. Подынтегральная функция может аппроксимироваться ступенчатой функцией, кусочно-линейной, кусочно-полиномиальной и др. В настоящей работе используется кусочно-линейная подынтегральная функция. Именно она представлена на рис. 1. Очевидно, что значимых разрывов в ней (как и во временных рядах других лет) нет. Но поскольку слой  $E_S$  сам по себе – явление именно спорадическое, возможно его отсутствие в ионосфере в течение относительно небольших интервалов времени. Представление о частоте появлений  $E_S$  над станцией Poitiers дает тот факт, что в каждом исследуемом годовом интервале содержится не менее четырех тысяч значений  $h'E_S$ . Кусочно-линейный характер аппроксимирующей функции, по сути дела, обеспечивает линейную интерполяцию отсутствующих ежечасных данных и, тем самым, выравнивание шагов по времени.

На рис. 2 в качестве примера приведен Фурье-спектр для 1988 года. Это типичный спектр, имеющий общие черты со спектрами других лет наблюдений. Резко выделяется группа линий с 1-ой

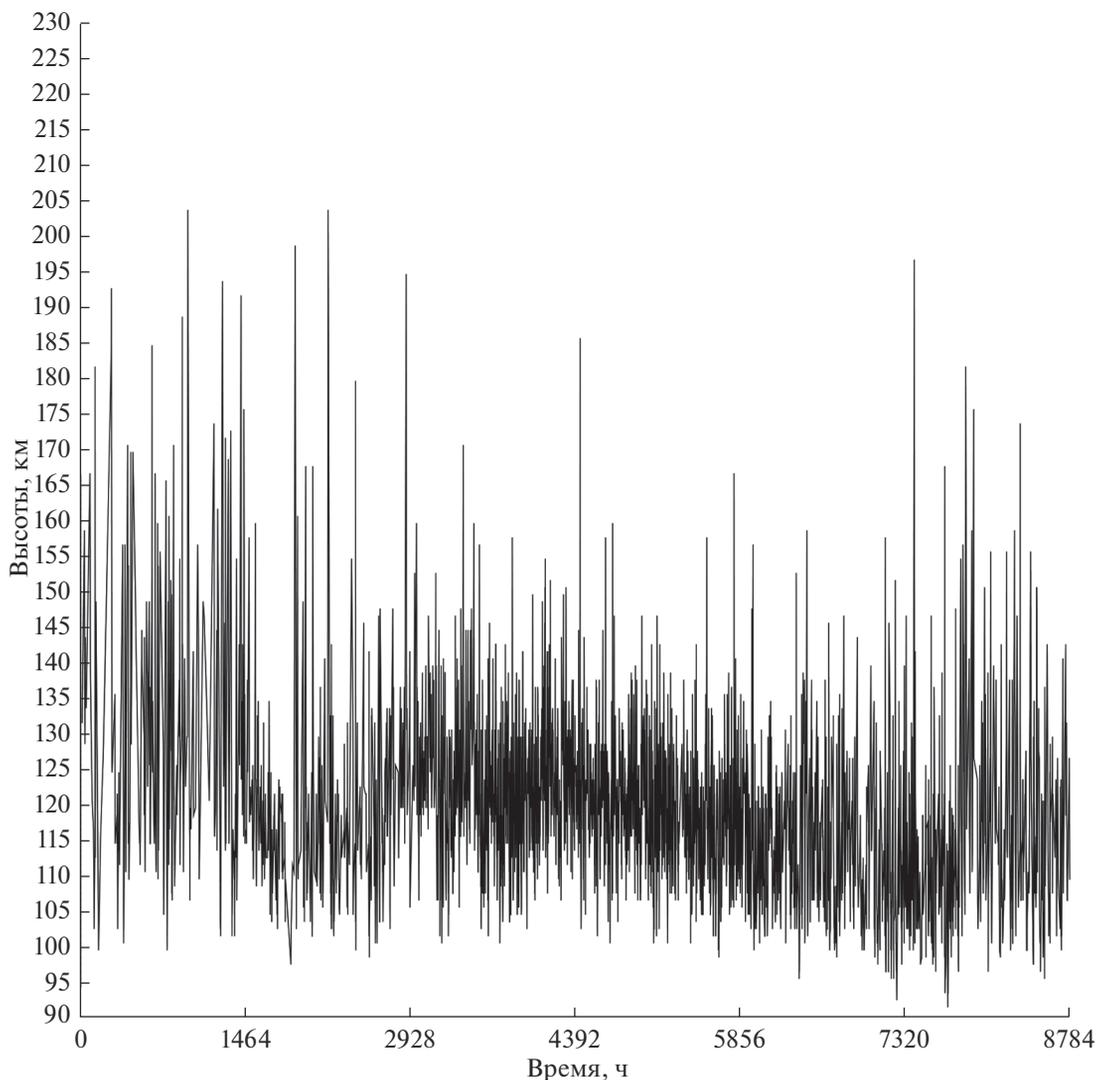
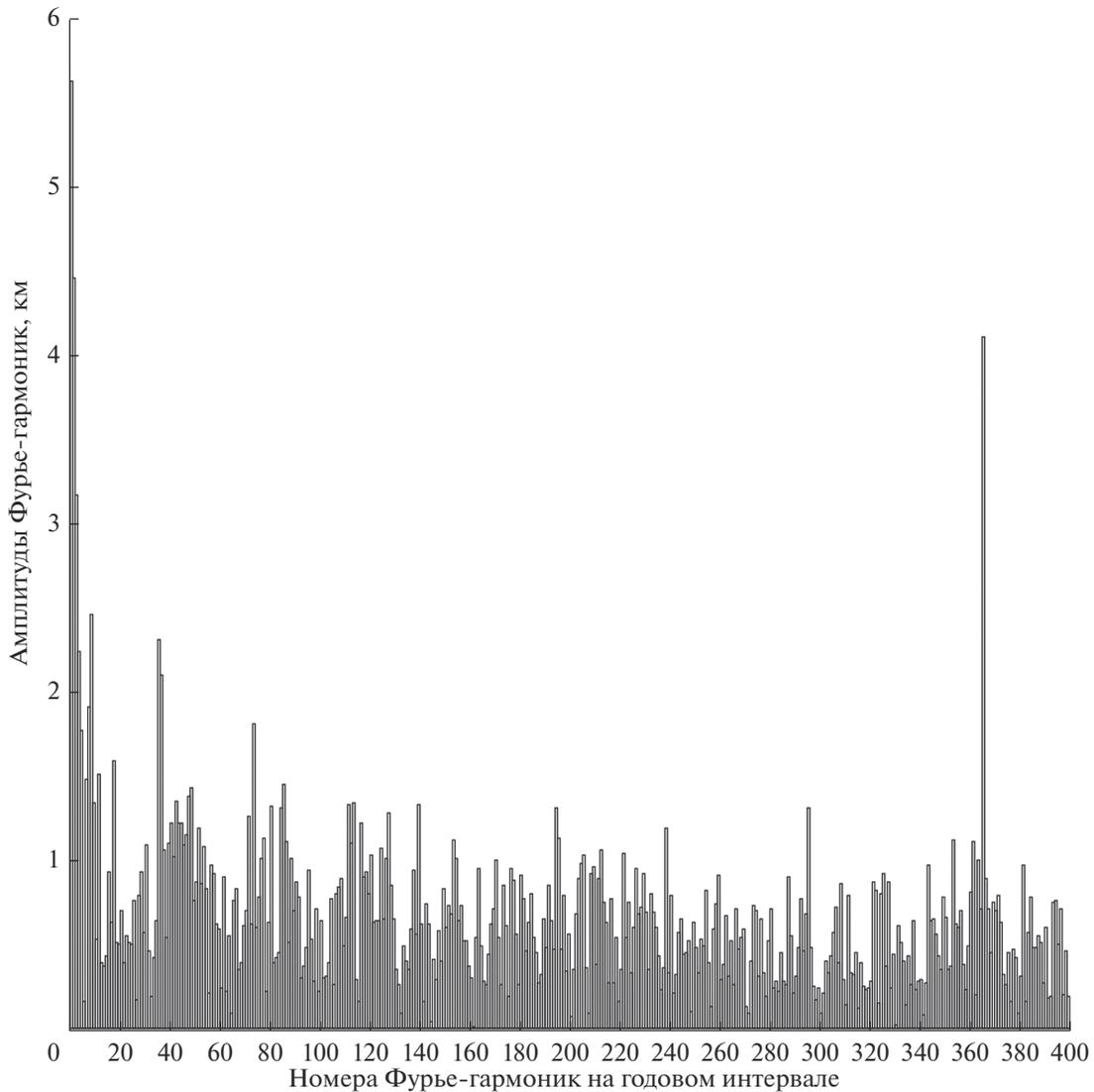


Рис. 1. Временной ряд ежечасных значений  $h'E_s$  на ионосферной станции Poitiers ( $46^{\circ}6$  с.ш.,  $0^{\circ}3$  в.д.) в 1988 году.

по 5-ую гармонику, обязанная своим существованием годовому и, возможно, более длительным циклам вариаций  $h'E_s$ . Хорошо выражена суточная гармоника. На частотах меньше суточной, но больше частот годовой группы на фоне “красного” шума выделяются своими амплитудами гармоника и группы гармоник с периодами от единиц до десятков суток. Сам по себе Фурье-анализ об их природе сказать ничего не позволяет. Однако можно предположить, что эти вариации  $h'E_s$  являются проявлением волн Россби, которые, при определенных условиях в средней атмосфере, могут распространяться вверх от источников, находящихся на земной поверхности и в нижней атмосфере. Чтобы проверить это предположение, полезно сначала в каждом годовом Фурье-спектре выделить ту область частот, которые соответствуют известным периодам планетарных волн, наблюдающихся в атмосфере Земли. В данной ра-

боте была выбрана область с периодами 2–30 суток (с 12-ой по 183-ью гармоники). Этот выбор позволяет отстроиться от “высокочастотного шума”, каковым будут считаться вариации с суточным и меньшими периодами, и исключить искажающее влияние годовой вариации и возможного тренда.

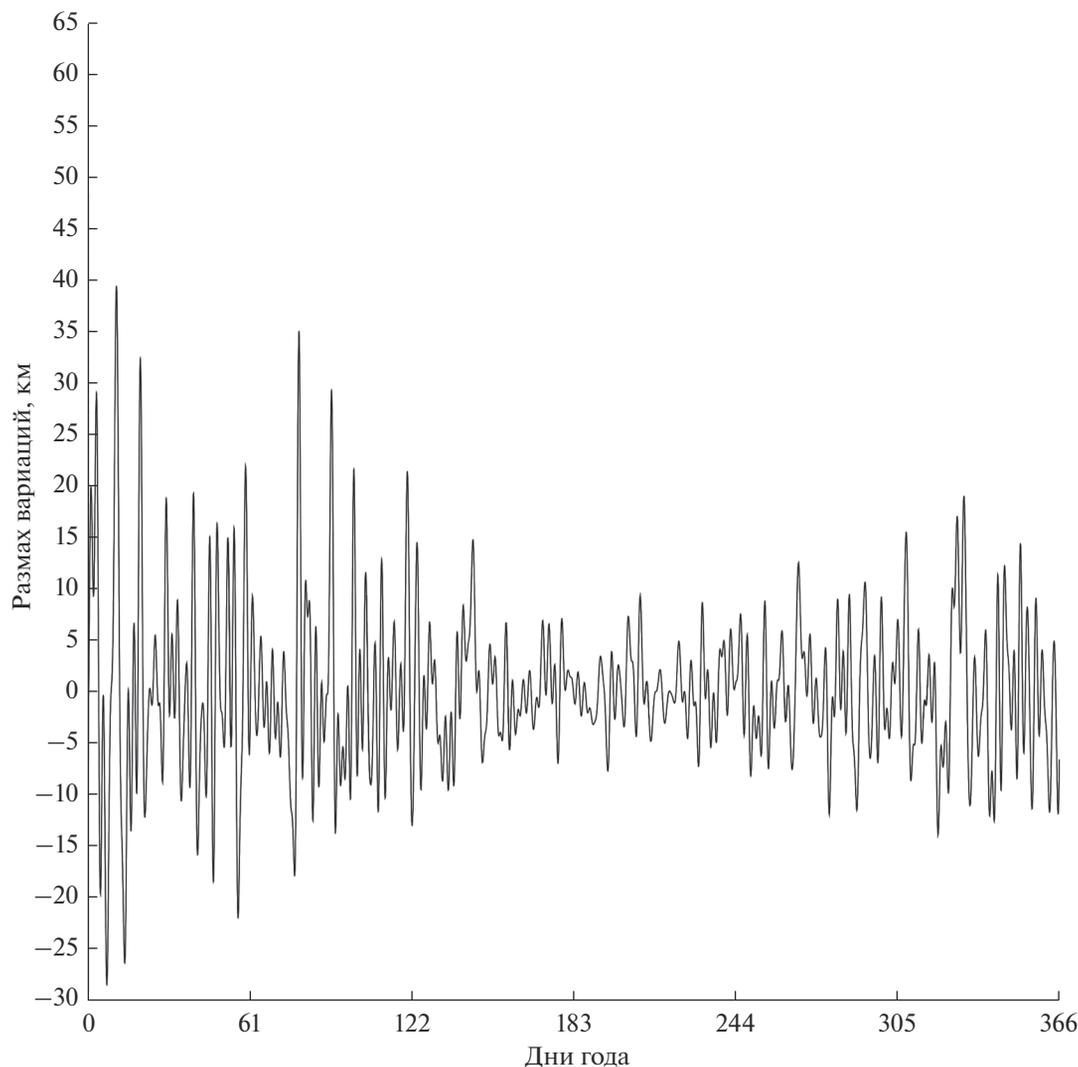
На рис. 3 представлена сумма гармоник 12–183 для 1988 года, которая далее будет именоваться среднечастотной вариацией  $h'E_s$ . Оказывается, эта среднечастотная вариация обладает сезонной зависимостью: летом амплитуда заметно меньше, чем зимой. Что поддерживает предположение об обусловленности колебаний волнами Россби. Примерно такая же картина имеет место и в другие годы наблюдений. Причем смена внутри-сезонных режимов происходит в сравнительно короткие сроки, хотя визуально определить моменты переходов довольно сложно.



**Рис. 2.** Спектр Фурье-разложения временного ряда ежечасных значений  $h'E_S$  по данным ионосферной станции Poitiers в 1988 году.

Задача определения моментов смены сезонных режимов решалась с помощью математической статистики следующим образом. Сначала из временного ряда на рис. 3 создавался ряд абсолютных значений его членов – рис. 4. Затем полученный ряд аппроксимировался ступенчатой функцией, три ступени которой соответствовали, последовательно, зимне-весеннему, летнему и осенне-зимнему режимам среднечастотной вариации  $h'E_S$ , а моменты перехода со ступени на ступень интерпретировались, как моменты смены сезонов. Пять статистик – высоты трех ступеней и два момента смены режимов – определялись одновременно с помощью метода наименьших квадратов минимизацией дисперсии ряда абсолютных значений вариации относительно аппроксимирующей функции. Алгоритм решения заключался в полном переборе всех возможных моментов смены внутри-

сезонных режимов вариаций  $h'Es$  с соблюдением порядка следования весенней и осенней смен в течение года с шагом в одни сутки. На каждом шаге, как для весеннего момента, так и для осеннего момента вычислялись и запоминались средние значения модулей  $h'Es$  для трех сезонов (зимне-весеннего, летнего и осенне-зимнего). Сразу же вычислялась и запоминалась дисперсия модулей  $h'Es$  относительно образованной таким образом трехступенчатой функции времени. Результатом выполнения всех циклов по времени являлась треугольная матрица с полным набором значений дисперсий для всех допустимых пар моментов времени. Из нее выбирался элемент с минимальным значением. Соответствующие ему (запомненные) моменты времени и величины трех средне-сезонных величин  $h'Es$  полагались значениями искомым статистик. Описанный алгоритм обеспечивает по-



**Рис. 3.** Среднечастотная вариация  $h'E_S$  (сумма гармоник Фурье-разложения с 12-ой по 183-ью) для станции Poitiers по данным 1988 года.

грешность определения дат смены режимов внутрисезонных вариаций  $h'Es$  в пределах 0.5 суток.

Так, из рис. 4 следует, что смены режимов внутрисезонных вариаций в 1988 году произошли 10 апреля и 14 ноября.

Такого рода процедуры были проделаны для временных рядов каждого года. Результаты подтвердили существование двух режимов внутрисезонных вариаций в диапазоне средних частот: зимнего — с более высокими амплитудами — и летнего — с меньшими амплитудами.

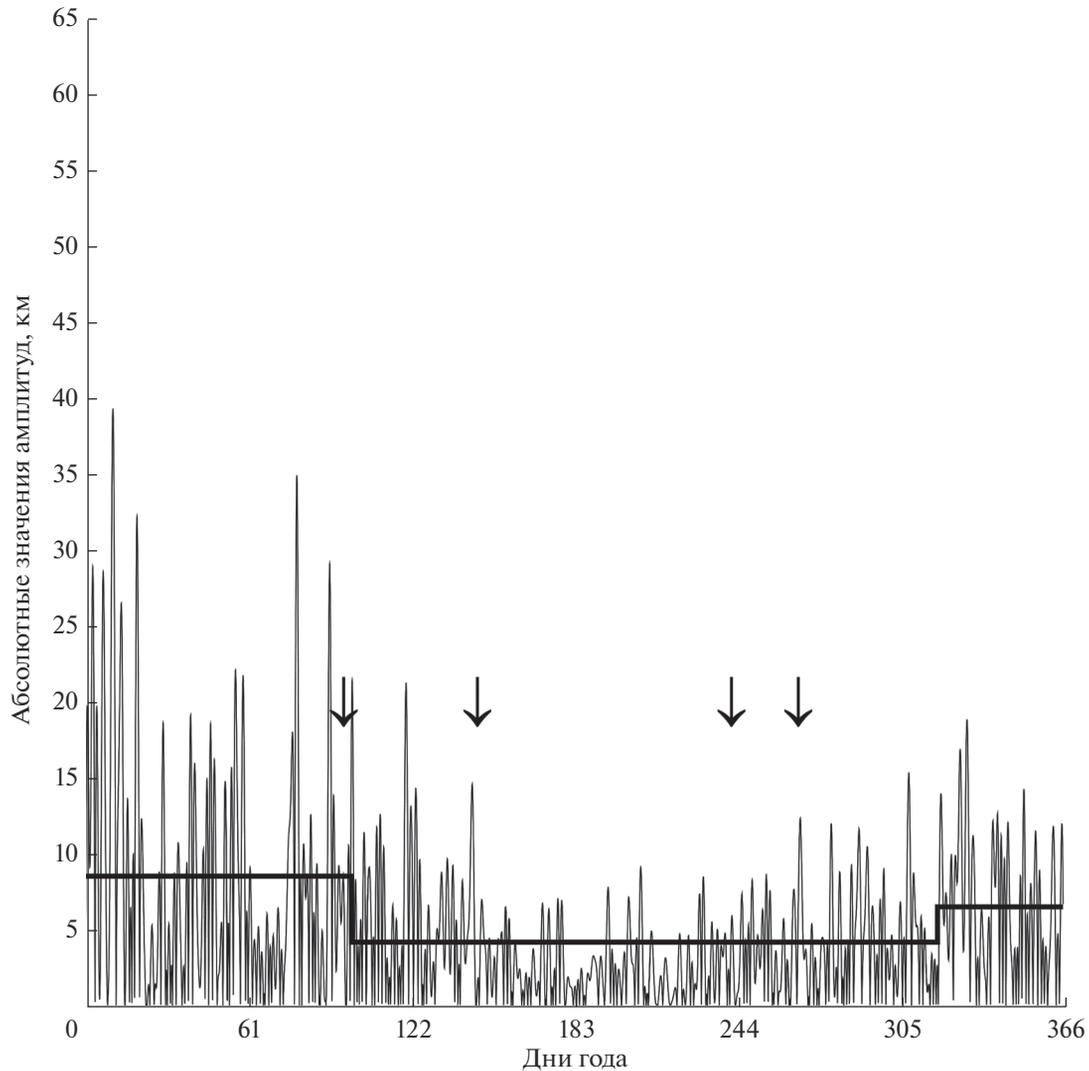
### 3. СМЕНЫ РЕЖИМОВ ВНУТРИСЕЗОННЫХ ВАРИАЦИЙ $h'E_S$ И СЕЗОННЫЕ ПЕРЕСТРОЙКИ ЦИРКУЛЯЦИИ В СРЕДНЕЙ АТМОСФЕРЕ

В те же годы, в 1984–1989, на станции ракетного зондирования атмосферы Волгоград Центральной

аэрологической обсерватории проводилось метеорологическое ракетное зондирование с высотой подъема головных частей до 80 км, с частотой пусков от 72 до 102 в год. Измерялись температура, горизонтальные компоненты скорости ветра, давление и плотность массы. Подробное описание методики ракетных наблюдений можно найти в [11].

На рис. 5 показан пример годового хода сглаженной величины зональной компоненты скорости ветра в 1988 году. Сглаживание проводилось отфильтровыванием среднечастотных и высокочастотных (в том смысле, в каком эти термины употребляются в данной статье) гармоник Фурье-разложения на годовом интервале посредством суммирования только первых трех гармоник на каждой высоте с шагом 1 км.

Приведенный высотно-временной разрез является типичным для обсуждаемого периода наблюдений. Нулевая изотаха — главный маркер се-



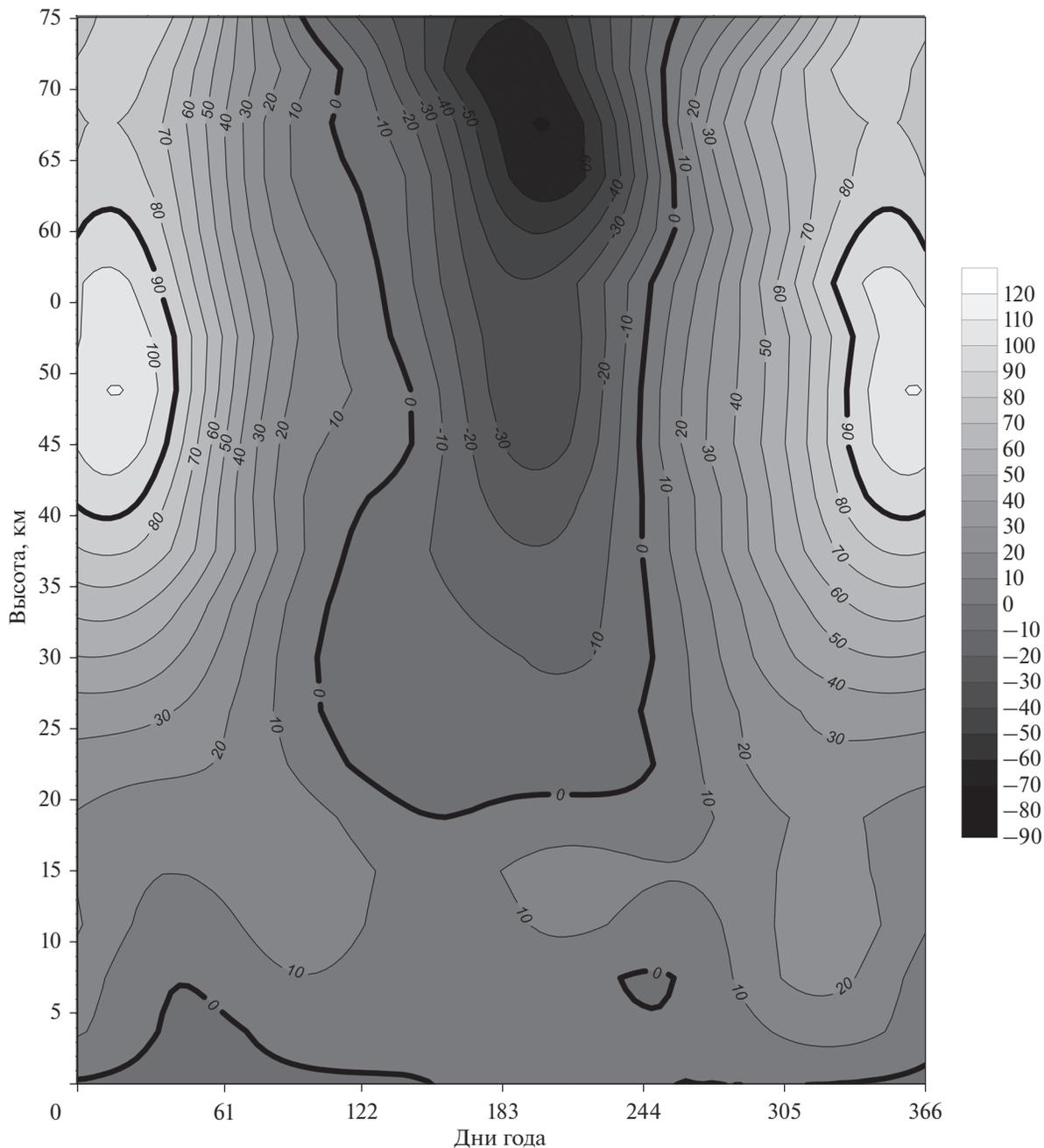
**Рис. 4.** Временной ряд абсолютных значений членов ряда, приведенного на рис. 3 и его аппроксимация ступенчатой функцией. Стрелки – временные границы весенней и осенней перестроек циркуляции в стратомезосфере.

зонной перестройки – выделена толстой линией. Весной и осенью она вытянута в вертикальном направлении, однако любая сезонная перестройка не одномоментна, на разных высотах переход скорости через нуль происходит в разные моменты, поэтому в данной работе сезонные перестройки характеризуются интервалами времени, в течение которых переход скорости зонального ветра с одного направления на другое происходил на всех высотах.

Стрелки на рис. 4, направленные вниз, как раз и отмечают интервалы сезонных перестроек зональной циркуляции в 1988 году. Интересно отметить, что момент весенней смены внутри-сезонных режимов среднечастотных вариаций  $h'E_S$  приходится именно на интервал весенней перестройки циркуляции в средней атмосфере. Но осенью смена внутри-сезонных режимов среднечастотных вариаций  $h'E_S$  произошла на два месяца позже осенней перестройки в стратомезосфере.

На рис. 6 представлена сводка всех исследуемых событий, происходивших в 1984–1989 гг. в средней атмосфере и в области E ионосферы. На рисунке сплошными (ломаными) линиями представлены границы интервалов времени сезонных перестроек зональной циркуляции в стратомезосфере над Волгоградом, ромбиками отмечены моменты смены режимов среднечастотной вариации  $h'E_S$  весной и осенью над Poitiers.

Сразу следует отметить, что замены зимне-весеннего режима среднечастотной вариации  $h'E_S$  на летний режим в пяти случаях из шести произошли во время весенних перестроек зональной циркуляции. Только в 1989 году изменение в нижней термосфере опережает перестройку в средней атмосфере. Нетрудно подсчитать, что вероятность



**Рис. 5.** Высотно-временной разрез сглаженных вариаций зональной скорости ветра (м/с) в средней атмосфере над СРЗА Волгоград ( $48^{\circ}68$  с.ш.,  $44^{\circ}35$  в.д.) в 1988 году.

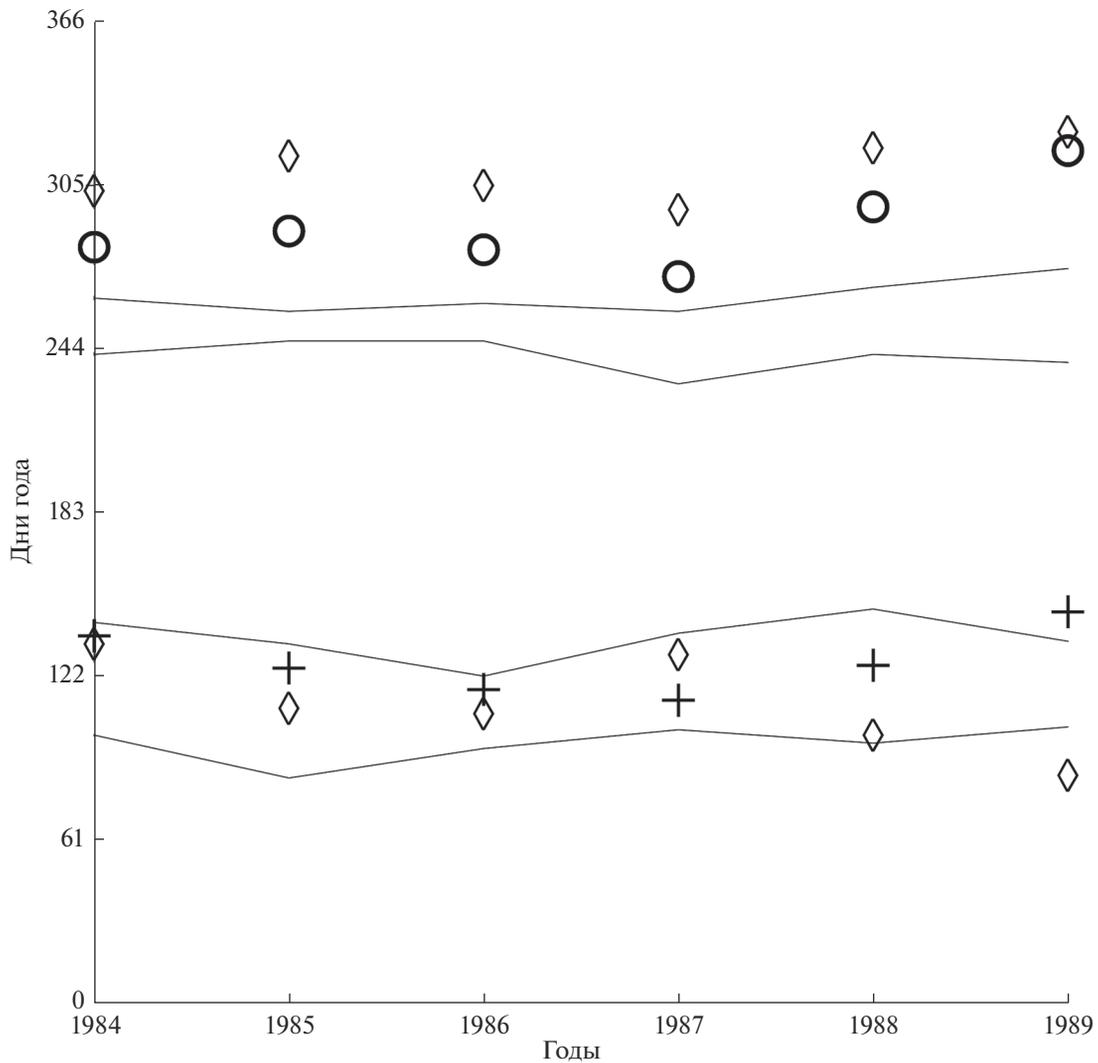
случайности пятикратного последовательного попадания событий весенней смены режимов среднечастотной вариации  $h'E_S$  в интервалы времени весенней перестройки циркуляции в стратомезосфере не превышает  $10^{-4}$ . Что позволяет уверенно говорить о связи этих двух событий в нижней термосфере и в средней атмосфере.

Смены летнего режима среднечастотной вариации  $h'E_S$  на осенне-зимний режим не совпадают с интервалами времени осенних перестроек циркуляции. Но обращает на себя внимание систематический характер их запаздывания относительно

осенних перестроек в средней атмосфере. Вероятность всем шести «осенним» крестикам случайно оказаться на рис. 6 выше интервалов осенних перестроек циркуляции не превышает  $8 \times 10^{-3}$ .

#### 4. СВЯЗЬ ОСОБЕННОСТЕЙ ГОДОВОЙ ВАРИАЦИИ $h'E_S$ С СЕЗОННЫМИ ПЕРЕСТРОЙКАМИ ЦИРКУЛЯЦИИ В СРЕДНЕЙ АТМОСФЕРЕ

Впервые годовой ход  $h'E_S$  в средних широтах был исследован в [12] по данным ионосферных



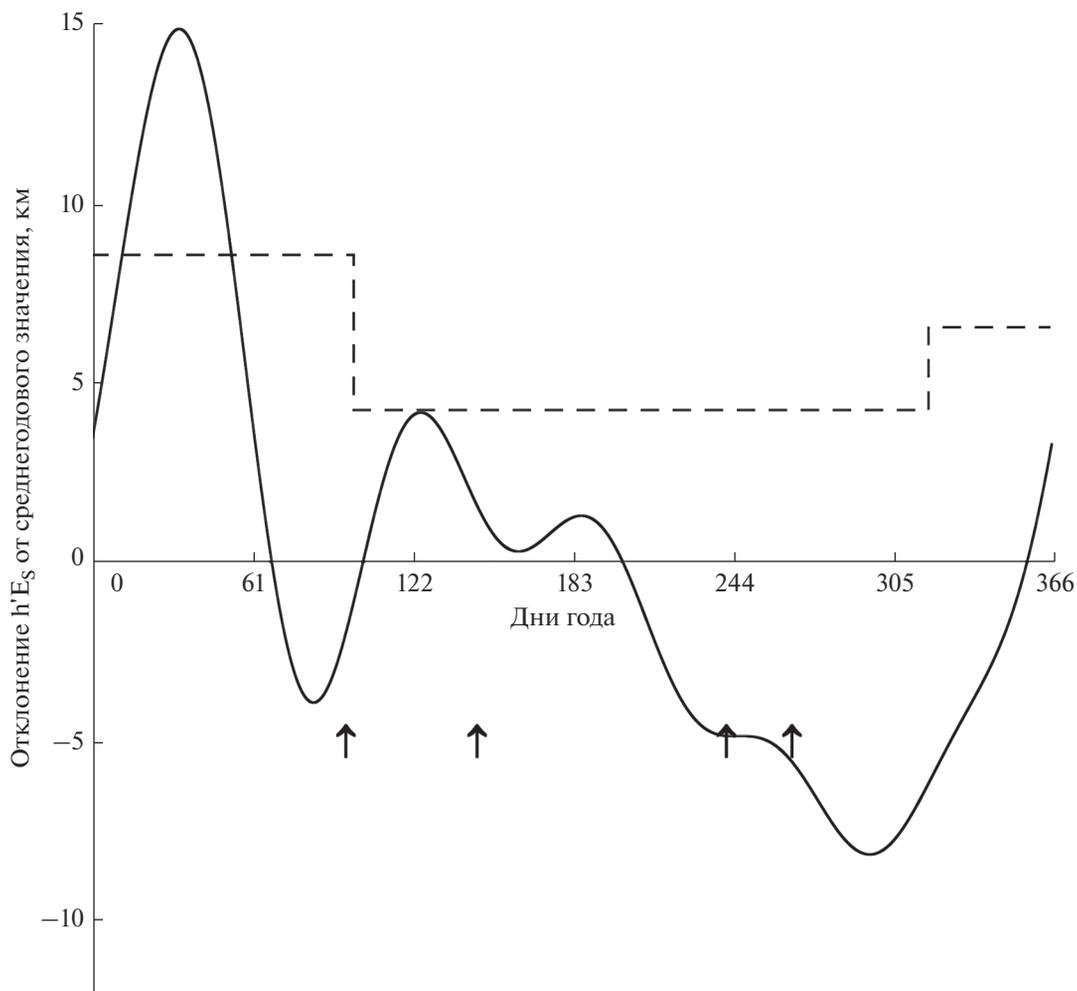
**Рис. 6.** Регулярность и временная последовательность связанных событий в средней атмосфере и в нижней термосфере. Обозначения: непрерывные линии – границы временных интервалов сезонных перестроек циркуляции в стратомезосфере; крестики – дни максимумов в годовом ходе  $h'E_S$ ; кружки – дни минимумов в годовом ходе  $h'E_S$ ; ромбы – дни смены режимов внутри-сезонных вариаций  $h'E_S$ .

станций Budapest и Bekescsaba (Венгрия) 1958–1959 и 1964–1965 гг. Были найдены зимний и весенний максимумы  $h'E_S$  и минимум осенью. Позже в [13] по данным ионосферной станции Juliusruh (Германия) 1969–1973 гг. было подтверждено существование максимума  $h'E_S$  в апреле или мае и минимума в октябре или ноябре. В этих работах не конкретизируется метод выделения годовой вариации  $h'E_S$  как полезного сигнала из зашумленных первичных данных наблюдений, но по некоторым признакам можно понять, что использовались значения, усредненные за каждый календарный месяц.

В настоящей работе суммировались первые пять гармоник ежегодных Фурье-разложений данных наблюдений. Эти гармоники, резко отличаясь

по амплитуде от среднечастотных и высокочастотных гармоник (кроме суточной гармоники), позволили рассматривать их как гармоническое разложение суммы годовой вариации и, вообще говоря, тренда. Далее в статье сумма выбранных низкочастотных гармоник будет рассматриваться как годовая вариация.

На рис. 7 представлена годовая вариация  $h'E_S$  над станцией Poitiers в 1988 году. Подтверждены весенний максимум и осенний минимум, обнаруженные ранее в [12, 13]. Хотя амплитуды этих экстремумов могут меняться от года к году, привязка по времени в 1984–1989 гг. сохраняется: апрель-май для максимума и октябрь-ноябрь для минимума. А вот зимний максимум над станцией Poitiers весьма изменчив и по амплитуде, и по вре-



**Рис. 7.** Сглаженная годовая вариация  $h'E_S$  (сумма первых 5 гармоник Фурье-разложения на годовом интервале) для станции Poitiers по данным 1988 года – сплошная линия. Прерывистая линия – ступенчатая функция из рис. 4. Стрелки – временные границы весенней и осенней перестроек циркуляции в стратомезосфере.

мени появления. В разные годы он обнаруживается в разные зимние месяцы с декабря по февраль. Возможно, по этой причине он плохо проявился в результатах [12, 13] – используемое усреднение по календарным месяцам могло сгладить его.

На рис. 7 для сопоставления приведены интервалы сезонных перестроек зональной скорости ветра в средней атмосфере над Волгоградом и моменты смены режимов внутри-сезонных вариаций  $h'E_S$  над Poitiers. И день весеннего максимума годовой вариации, и момент смены режимов внутри-сезонных вариаций  $h'E_S$  с зимне-весеннего на летний попадают в интервал времени весенней перестройки циркуляции в средней атмосфере. Осенью эти три явления разнесены по времени и следуют в следующем порядке: перестройка циркуляции, минимум годовой вариации  $h'E_S$ , смена режимов среднечастотной вариации  $h'E_S$ .

## 5. ОБСУЖДЕНИЕ

Сводка обсуждаемых в настоящей статье событий в области E ионосфере над Poitiers и в средней атмосфере над Волгоградом в 1984–1989 гг. представлена на рис. 6 в их последовательности по времени.

Наиболее интересный вывод, какой можно сделать из анализа рис. 6, представляется следующим: несмотря на то, что расположение обсуждаемых явлений по времени относительно осенней перестройки циркуляции явно отличается от их расположения относительно весенней перестройки, в годовом ходе поддерживается строгий порядок, повторяющийся из года в год в течение пяти лет. И этот порядок явно указывает на связь явлений в нижней термосфере с сезонными перестройками, протекающими в средней атмосфере. Механизмы этой связи пока неясны. Тем более, пока нет ответа на вопрос: почему так быстро, по-

что одновременно, рассматриваемые события происходят весной, а осенью растягиваются более чем на два месяца? Почему каждую осень они следуют в одном и том же порядке? Почему осенью отставание момента смены режимов внутри-сезонных вариаций от дня минимума годовой вариации  $h'E_S$  пять лет подряд имеет близкие значения – от 21 до 28 суток (при среднем значении 24 дня и средне-квадратичной погрешности этого значения 1, 2 суток)?

Возможно, подсказка к ответу на вопрос о различии поведения обсуждаемых характеристик слоя  $E_S$  осенью и весной лежит в характере годовой вариации  $h'E_S$  (рис. 7). Понижение средней высоты образования  $E_S$  при переходе от весны к осени более чем на десять километров может изменить динамические [1, 2], химические (связанные с переносом вниз ионов метеорного происхождения) и электродинамические (уменьшение плотности заряженных частиц и влияния ионосферного электрического поля) условия образования слоя и его взаимодействия с планетарными волнами. Эти вопросы требуют проведения дополнительных исследований.

## 6. ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

1. Анализ данных наблюдений действующей высоты слоя E-спорадического в 1984–1989 гг. над станцией Poitiers (46°6 с.ш.; 0°3 в.д.) обнаружил два режима вариаций  $h'E_S$  с периодами 2–30 суток: зимний, с более высокими амплитудами, и летний с меньшими амплитудами. Причем смена режимов происходит довольно быстро. Разработан метод объективного определения моментов перехода из одного режима в другой.

2. Сопоставление моментов смены режимов среднечастотной вариации  $h'E_S$  с интервалами дней реверса зональной скорости ветра во всей толще стратомезосферы показало, что весной (в 1984–1988 гг.) они совпадают, а осенью в 1984–1989 гг. смена режимов вариации  $h'E_S$  систематически запаздывает относительно реверса ветра в средней атмосфере на более чем два месяца.

3. Сопоставление дней весеннего максимума и осеннего минимума в годовом ходе  $h'E_S$  с интервалами дней перестройки циркуляции в стратомезосфере показало, что максимум годовой вариации  $h'E_S$  в 1984–1988 гг. приходится на интервал весенней перестройки, а минимум в годовом ходе  $h'E_S$  в 1984–1989 гг. систематически запаздывает по отношению к осенней перестройке стратомезосферной циркуляции.

4. Интересен обнаруженный факт синфазности межгодовых вариаций моментов минимума  $h'E_S$  в ее годовой вариации и моментов смены летнего режима внутри-сезонных вариаций  $h'E_S$

на зимний режим в 1984–1989 гг. Разность по времени между первыми и последними из года в год почти не меняется.

5. Неизменный из года в год порядок следования анализируемых событий внутри годовых циклов – веское свидетельство их связи при ведущей роли сезонных перестроек циркуляции в средней атмосфере.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Whitehead J.D. Formation of the Sporadic E Layer in the Temperate Zones // Nature. 1960. № 4750. P. 567.
2. Whitehead J.D. The formation of the sporadic E layer in temperate zones // Journal of Atmospheric and Terrestrial Physics. 1961. V. 20. P. 49–58.
3. Kokourov V.D., Vergasova G.V., Kazimirovsky E.S. Oscillations with planetary wave periods in variations in the ionospheric parameters over Eastern Siberia // Geomagnetism and Aeronomy. 2009. V. 49. № 7. P. 994–1001.
4. Karami K., Ghader S., Bidokhti A.A., Joghataei M., Neyestani A., Mohammadabadi A. Planetary and tidal wave-type oscillations in the ionospheric sporadic E layers over Tehran region // J. Geophys. Res. 2012. V. 117. A04313. <https://doi.org/10.1029/2011JA017466>
5. Pignalberi A., Pezzopane M., Zuccheretti E. A spectral study of the mid-latitude sporadic E layer characteristic oscillations comparable to those of the tidal and the planetary waves // Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics. 2015. V. 122. P. 34–44.
6. Mošna Z., Knížová P. Koucká. Analysis of wave-like oscillations in parameters of sporadic E layer and neutral atmosphere // Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics. 2012. V. 90–91. P. 172–178.
7. Mošna Zbyšek, Knížová Petra Koucká, Potužníková Kateřina. Coherent structures in the Es layer and neutral middle atmosphere // Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics. 2015. V. 136. 155–162.
8. Charney J.G., Drazin P.G. Propagation of planetary-scale disturbances from the lower into the upper atmosphere // Journal of Geophysical Research. 1961. V. 66. № 1. P. 83–109.
9. URSI handbook of ionogram interpretation and reduction / Ed. Piggot W.R., Rawer K. Ashville, NC.: U.S. Department of Commerce, NOAA. 1972. VI+324 p.
10. [ftp://ftp.ngdc.noaa.gov/ionosonde/request/Ionospheric\\_Digital\\_Database\\_Data.zip](ftp://ftp.ngdc.noaa.gov/ionosonde/request/Ionospheric_Digital_Database_Data.zip).
11. Метеорология верхней атмосферы Земли / Под ред. Г.А. Кокина и С.С. Гайгерова. Л.: Гидрометеоиздат, 1981. 270 с.
12. Bencze P. Seasonal variations of the virtual height of sporadic E ( $h'E_S$ ) at middle latitudes and its possible origin // Pure and applied geophysics. 1969. V. 75. P. 167–174.
13. Märcz F., Bencze P. Changes in sporadic E parameters observed at Juliusruh during a period following solar activity maximum, // Acta Geodaetica et Geophysica Hungarica. 2004. V. 39. P. 341–354.

## On the Relationship of the Characteristics of the Annual Cycle of the Virtual Height of the E-Sporadic Ionosphere Layer with Seasonal Rearrangements of Stratomesospheric Circulation

A. A. Kuminov\*

*The Central Aerological Observatory of Roshydromet, Pervomayskaya, 3, Dolgoprudny, 141700 Russia*

*\*e-mail: airship@mail.mipt.ru*

Analysis of the time course of the virtual heights of the E-sporadic layer ( $h'E_S$ ), determined by ionograms with increased accuracy (1 km), revealed the following features of annual variations in the middle latitudes of the northern hemisphere. It turned out that in winter the intra-seasonal average values of  $h'E_S$  are higher than in summer. The range of intra-seasonal variations, which, along with noise, contain fluctuations with periods from several days to several tens of days, is also greater in winter than in summer. It should be noted that seasonal mode changes occur quite quickly. This circumstance, as well as an increase in the amplitudes of variations with periods characteristic of planetary waves in winter, allow to make an assumption about the connection of seasonal transitions in the behavior of  $h'E_S$  with spring and autumn rearrangements of circulation in the middle atmosphere. In order to verify this assumption, the results of rocket measurements of the zonal wind speed at altitudes of 20–80 km above Volgograd (48°68 N., 44° 35 E) were compared with the data of the ionospheric station Poitiers (46° 6 N, 0° 3 E) in 1984–1989. It turned out that in 1984–1988 the timing of the spring change of seasonal modes of  $h'E_S$  behavior and the rearrangement of the stratomesospheric circulation from the west to the east coincided, and only in 1989 the transition in the ionosphere was somewhat ahead of the rearrangement in the middle atmosphere. In autumn, the change of seasonal modes of  $h'E_S$  behavior in 1984–1989 was always delayed relative to the beginning of the reversal of the zonal wind in the stratomesosphere by an almost fixed time interval of about two months.

**Keywords:** E-sporadic layer, circulation in the middle atmosphere, annual variations, rocket sounding, ionospheric radiosounding