СОДЕРЖАНИЕ

Том 59, номер 3, 2021

КОСМИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ, 2021, том 59, № 3, с. 177–190

УДК 550.389+550.382

АНАЛИЗ ИНФОРМАТИВНОСТИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ В ОКОЛОЗЕМНОМ КОСМИЧЕСКОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Ю. А. Копытенко[1], А. А. Петрова[1, *], И. С. Гурьев[2], П. В. Лабецкий[2], О. В. Латышева[1]

[1]*Санкт-Петербургский филиал Института земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн им. Н.В. Пушкова РАН, Санкт-Петербург, Россия*

[2]*Военно-космическая академия им. А.Ф. Можайского, Санкт-Петербург, Россия*

**aa_petrova@inbox.ru*

Поступила в редакцию 08.11.2019 г.
После доработки 10.02.2020 г.
Принята к публикации 05.03.2020 г.

В статье представлены результаты исследования информативности аномалий модуля и компонент магнитного поля Земли в околоземном космическом пространстве в интервале высот от 300 до 800 км. Магнитные аномалии вычислены по трехмерной компонентной модели магнитного поля Земли СПбФ ИЗМИРАН. Для сопоставления с эмпирическими данными, полученными космическими аппаратами *CHAMP* и *Swarm*, произведены расчеты магнитных аномалий и их градиентов по компонентной модели для высот 400 и 450 км. С целью выявления особенностей строения литосферы магнитоактивных зон, наблюдаемых в околоземном пространстве, построены глубинные разрезы по магнитным аномалиям, аномалиям силы тяжести и сейсмологическим данным. Результаты исследования магнитных аномалий околоземного пространства имеют научное, практическое и прикладное значение для решения поисковых геолого-геофизических задач и вопросов навигации космических аппаратов.

DOI: 10.31857/S0023420621030067

ВВЕДЕНИЕ

Объектом исследования являются магнитные аномалии литосферы, наблюденные КА миссии *CHAMP* и *Swarm*, и магнитные аномалии, вычисленные на высотах околоземного пространства по трехмерной компонентной модели [1–3].

Компонентная модель магнитного поля Земли (МПЗ) построена по материалам векторных съемок и расчетных значений, вычисленных по модульным измерениям МПЗ вблизи ее поверхности. Оценки погрешности компонентной модели получены в результате сопоставления значений, вычисленных по модели, с векторными данными аэромагнитных съемок Скандинавии, геомагнитных обсерваторий Мировой сети и измерений на КА *CHAMP* [2].

Цель работы – изучение информативности магнитных аномалий литосферы в околоземном пространстве и степени их изменения с высотой в интервале от 300 до 800 км. На основе интерпретации аномалий МПЗ [1–4, 7], силы тяжести [8] и сейсмологических данных (http://www.isc.ac.uk) проведен анализ глубинного строения литосферы магнитоактивных зон, выявленных КА в околоземном пространстве. В результате анализа построены глубинные разрезы по магнитным аномалиям, аномалиям силы тяжести и сейсмологическим данным. В процессе исследования магнитных, плотностных и скоростных свойств магнитных зон литосферы определены местоположение, намагниченность, толщина и плотностные свойства слоев литосферы, создающих магнитоактивные зоны. Исследование показало, что наиболее часто такие зоны тяготеют к древнейшим устойчивым областям континентальной земной коры. Очаги землетрясений подчеркивают контактные границы литосферных неоднородностей, фиксируя на глубинных разрезах направление перемещения блоков, оси сжатия и растяжения.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЙ

Основная задача настоящего исследования – оценка информативности МПЗ околоземного космического пространства на основе изучения свойств аномалий модуля и компонент магнитного поля. Измерения МПЗ, проведенные на КА миссии *CHAMP* и *Swarm*, дают возможность сравнить аномалии, вычисленные по трехмерной компонентной модели, с экспериментальными данными, зарегистрированными КА соответственно на высотах 400 и 450 км.

Сопоставление аномалий модуля и вертикальной компоненты, наблюденных КА миссии *CHAMP*, со значениями, рассчитанными для высоты 400 км по компонентной модели, показало хорошее согласие конфигурации и интенсивности аномалий земного шара [9–14]. На высоте 400 км среднеарифметическое значение расхождений аномалий модуля МПЗ по данным КА и модели составило 1.50 нТл, доверительный интервал ±0.05 нТл, среднеквадратическое отклонение ±6.8 нТл. Амплитуда аномалий модуля вектора МПЗ на этой высоте изменяется в диапазоне ±20 нТл [2]. В качестве уровня относимости для аномалий элементов МПЗ в компонентной модели использован глобальный уровень – главное магнитное поле модели IGRF [14, 15].

В настоящее время три КА системы Swarm (КА *Alpha*, *Charlie*, *Bravo*) работают по круговым околоземным орбитам на высотах 450 и 530 км. Проектом предусмотрено постепенное снижение КА на более низкую околоземную орбиту – до высоты 300 км [12–14]. В качестве аппаратуры для изучения МПЗ используется магнитометр, измеряющий вектор напряженности магнитного поля, и магнитометр, измеряющий абсолютные значения скаляра напряженности магнитного поля.

Результаты измерений МПЗ КА *Swarm* опубликованы для полярных областей Земли. Для сопоставления со значениями, наблюденными КА *Swarm*, по трехмерной компонентной модели были проведены вычисления аномалий модуля (F) и вертикальной (Z) компоненты, а также горизонтальной (H) компоненты МПЗ, их вертикальных и горизонтальных градиентов на высотах 300, 450 и 530 км. Расчеты выполнены в полярной стереографической равноугольной проекции.

В настоящее время значительное внимание уделяется исследованию распределения аномалий элементов МПЗ на разных уровнях высот для всего земного шара [2, 4, 7, 16–22, 24]. Первостепенное значение придается информативности аномалий компонент на приоритетных высотах околоземных орбит КА. *Международная космическая станция* находится на высоте около 400 км. Космические аппараты системы *Swarm* работают в диапазоне высот 450–530 км над поверхностью Земли. Для КА, требующих стабильного электроснабжения, используются солнечно-синхронные орбиты с высотой около 800 км и приполярным наклонением. Определение приоритетных информативных коридоров рабочих высот имеет принципиальное значение для аэрокосмической навигации, использующей на КА трехкомпонентные магнитометры.

С целью оценки изменений интенсивности аномалий модуля, Z- и H-компонент МПЗ с высотой проведены расчеты полей для земного шара от уровня океана до высот 300, 400, 450 и 530 км. Это дало возможность осуществить верификацию компонентной модели по независимым наблюденным измерениям на КА миссии *CHAMP* и *Swarm*.

ОЦЕНКА ИНФОРМАТИВНОСТИ МАГНИТНЫХ АНОМАЛИЙ В ОКОЛОЗЕМНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Для оценки эффективности и информативности геомагнитного поля в околоземном пространстве при решении вопросов космической навигации и геолого-геофизических задач наиболее существенное значение имеют спектральные характеристики и интенсивность аномалий модуля (F), вертикальной (Z), горизонтальной (H), северной (X) и восточной (Y) компонент МПЗ, а также значения их градиентов. Амплитуда компонент магнитных аномалий, измеряемых КА внутри приоритетных коридоров, должна превышать уровень погрешности измерений более чем в два раза.

В некоторых случаях при решении геолого-геофизических задач и навигации КА наблюдаются малые значения вышеуказанных градиентов, измеряемых магнитометрических функций, что дает представление о низком уровне информативности параметров МПЗ. Кроме того, это обстоятельство указывает на сложность использования статистических методов оценивания для навигационного обеспечения заданной точности движения КА. [5, 6].

Одним из основных факторов, положительно влияющих на эффективность решения рассматриваемых в статье задач, является создание высокоточных бортовых магнитометров. В условиях космического пространства нашли широкое применение следующие типы магнитометров: феррозондовые, квантовые и сверхпроводящие (СКВИД). Данные магнитометры обладают довольно высокой точностью, которая характеризуется погрешностями, лежащими в диапазоне от 10^{-1} до 10^{-5} нТл. Такая точность бортовых магнитометрических средств позволяет решить задачу навигационного обеспечения в рассматриваемом высотном диапазоне с ошибками определения ориентации КА менее одной угловой минуты, а координат – несколько десятков метров [4, 6].

КА *CHAMP* измерили аномалии F- и Z-компоненты МПЗ в околоземном пространстве на высоте 400 км. На основе этих данных построены карты аномалий F- и Z-компоненты МПЗ для всего земного шара [10, 11]. Модель Z-компоненты MF7 до сих пор используется в качестве эталона [12, 13]. Благодаря этой уникальной информации получено представление о характере намагниченности пород в низах литосферы.

По модели MF7 интенсивность аномалий модуля и Z-компоненты МПЗ на высоте 400 км в об-

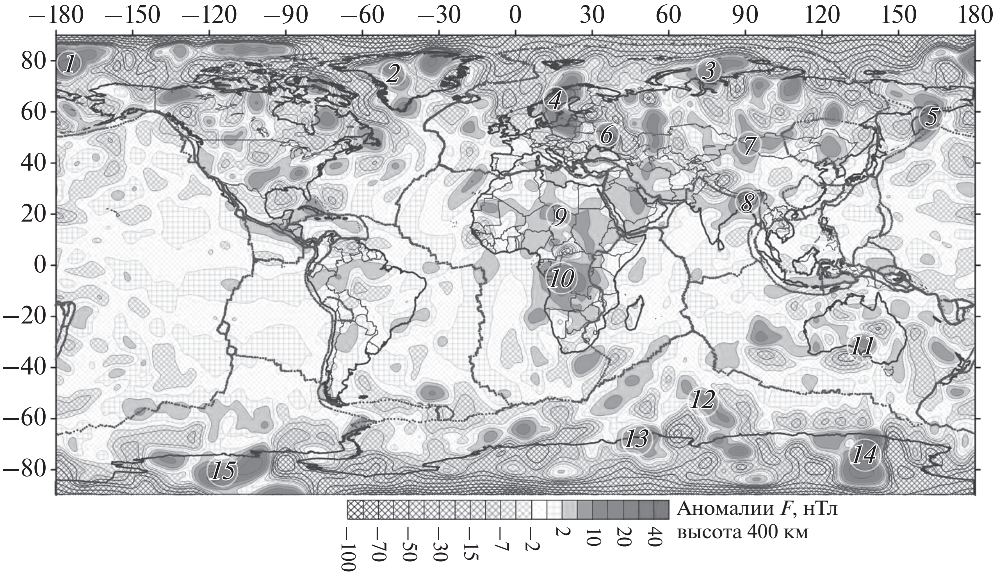


Рис. 1. Магнитные аномалии модуля МПЗ магнитоактивных зон на высоте 400 км, вычисленные по компонентной модели [1–3]. *1* – Хребет Менделеева; *2* – о. Гренландия; *3* – Карское море; *4* – Балтийский щит; *5* – п-в Камчатка; *6* – Воронежский массив; *7* – Таримский бассейн (Тибет); *8* – Индийский щит; *9–10* – Африканская плита; *11* – Австралийский щит; *12* – Плато Кергелен (Индийский океан); *13* – Земля Эндерби (Восточная Антарктида); *14* – Земля Уилкса (Восточная Антарктида); *15* – Земля Мэри Бэрд (Западная Антарктида).

ластях древних докембрийских платформ Северной Америки, Гренландии, Восточной Европы, Сибири, Средней Азии, Африки, Австралии, Антарктиды, а также в Арктическом бассейне (хребты Альфа и Менделеева) превышает уровень инструментальной погрешности измерений МПЗ более чем в 5–10 раз.

С помощью измерений КА *CHAMP* выявлены наиболее магнитные зоны земного шара по положительным аномалиям модуля на высоте 400 км. В процессе работы авторами были исследованы выделенные зоны по аномалиям F-, Z- и H-составляющих МПЗ, рассчитанным на основе компонентной модели (рис. 1–3) [7]. Сопоставление наблюденных КА *CHAMP* аномалий F- и Z-компоненты с расчетными значениями на высоте 400 км показало хорошее согласие. В результате анализа по всему земному шару выделено 15 крупных магнитоактивных зон, прослеживающихся в околоземном пространстве до высоты 400 км и более (рис. 1–2).

Повысотные расчеты аномалий F-, H- и Z-составляющих выполнены по компонентной модели МПЗ [1–3]. Карты аномалий элементов земного магнетизма в околоземном пространстве построены для всего земного шара на высотах 300, 400, 500, 800 км. Они позволили проследить изменение интенсивности аномалий крупных магнитных зон благодаря повышенной намагниченности источников литосферных аномалий (табл. 1).

Для высот 300–800 км по компонентной модели авторами сделана оценка навигационных ориентиров в виде аномалий, превышающих уровень погрешности измерений на КА в приоритетных высотных коридорах околоземного пространства [4, 7]. Исследование изменений интенсивности аномалий модуля и компонент МПЗ магнитоактивных зон с высотой показало, что они достаточно информативны и могут использоваться в магнитной аэрокосмической навигации до высот 400–450 км и более. Однако на высотах ~600–800 км из 15 магнитных зон остается 8. Уверенно выделяются по аномалиям F-, Z- и H-компонентам магнитные зоны: № 1, 3, 4, 8, 10, 11, 13, 14. По аномалиям F- и Z-компоненте прослеживаются № 12, 15 зоны (табл. 1).

Принципиальное значение для решения задач аэрокосмической магнитной навигации имеет оценка градиентов аномалий геомагнитного поля [6, 23]. В настоящей работе по компонентной модели выполнены расчеты вертикального и горизонтального градиентов аномалий Z-компоненты МПЗ для интервала высот 300–600 км.

Ожидаемые значения вертикального градиента Z-компоненты МПЗ по измерениям КА *Swarm* в магнитных зонах Восточной Европы на высоте 300 км имеют значения 0.1–0.4 нТл/км, в зонах Северной Америки, Гренландии и Арктического бассейна – 0.1–0.15 нТл/км. На высоте полета КА 450 км он составляет в Восточной Европе – 0.02–0.1 нТл/км, в Северной Америке, Гренландии и Арктическом бассейне – 0.02–0.06 нТл/км. На высоте полета КА 530 км вертикальный градиент Z-компоненты может иметь значения в Восточ-

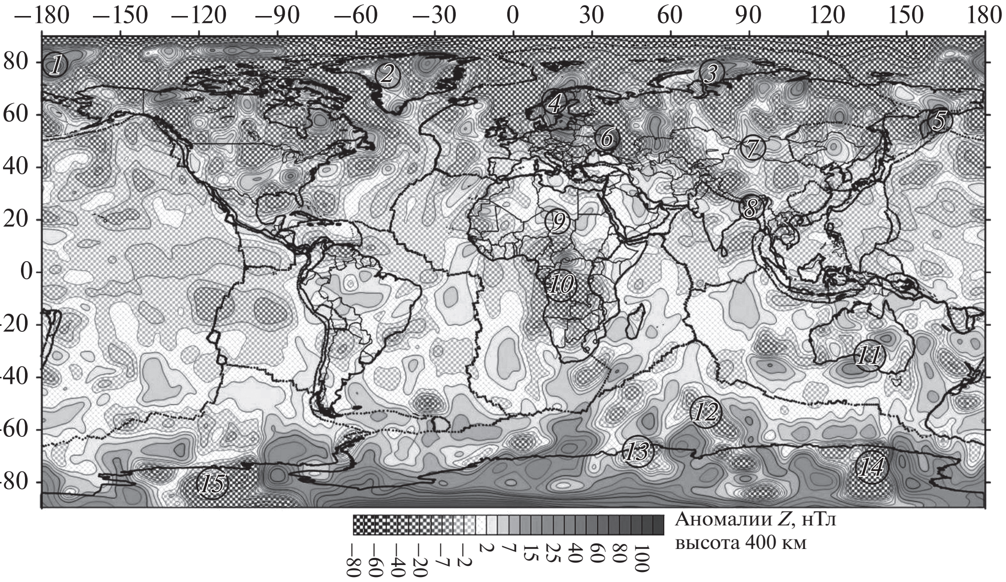


Рис. 2. Магнитные аномалии Z-компоненты МПЗ на высоте 400 км, вычисленные по компонентной модели [1–3].

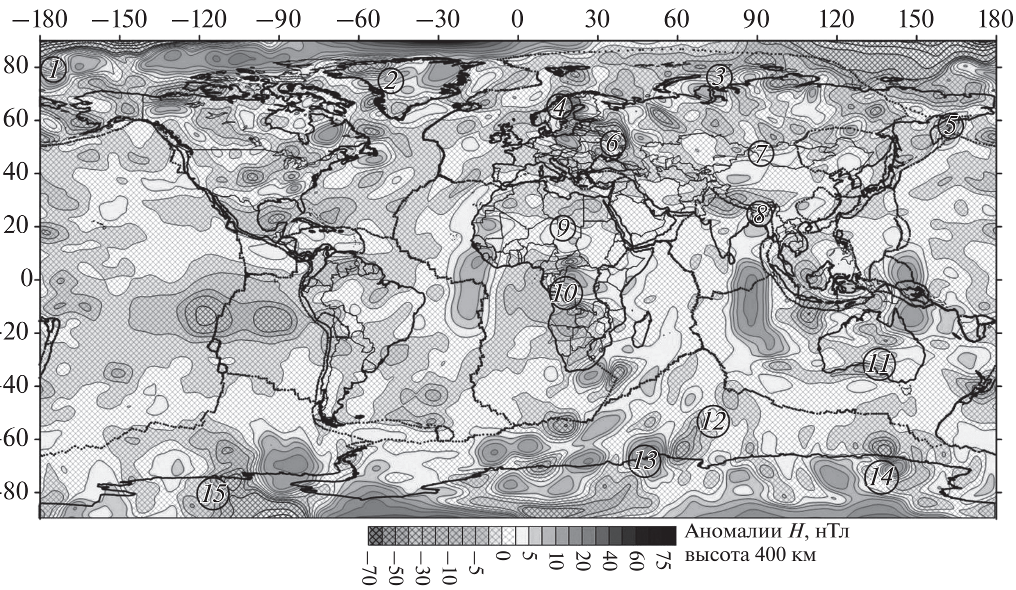


Рис. 3. Магнитные аномалии H-компоненты МПЗ на высоте 400 км, вычисленные по компонентной модели [1–3].

ной Европе – 0.02–0.08 нТл/км, в Северной Америке, Гренландии и Арктическом бассейне – 0.02–0.04 нТл/км.

Ожидаемые значения горизонтального градиента Z-компоненты МПЗ по измерениям КА *Swarm* на высоте 300 км могут иметь величину 0.01–0.3 нТл/км в Восточной Европе, в Северной Америке, Гренландии и Арктическом бассейне – 0.01–0.1 нТл/км. На высоте 450 км горизонтальный градиент Z-компоненты составляет в Восточной Европе – 0.04–0.1 нТл/км, в Северной Америке, Гренландии и Арктическом бассейне – 0.01–0.04 нТл/км. На высоте 530 км горизонтальный градиент может иметь значения в Восточной Европе – 0.03–0.06 нТл/км, в Северной Америке, Гренландии и Арктическом бассейне – 0.01–0.03 нТл/км.

Аномалии H- и Z-составляющих МПЗ в околоземном пространстве представляют интерес для исследования характера намагниченности пород в низах литосферы. Компоненты аномалий расширяют возможности количественной интерпретации магнитного поля. Аномалии компонент дают возможность более достоверно представ-

Таблица 1. Изменение интенсивности аномалий *F*-, *Z*- и *H*-компонент МПЗ магнитоактивных зон (рис. 1–3) с высотой в околоземном пространстве

№ аномалий	Амплитуда, нТл											
	высота 300 км			высота 400 км			высота 600 км			высота 800 км		
	F	*Z*	*H*	*F*	*Z*	*H*	*F*	*Z*	*H*	*F*	*Z*	*H*
1	50	50	15	30	30	10	13	12	2	4	1	1
2	25	20	12	10	10	7	2	1	3	0	0	0
3	30	25	13	15	15	10	6	5	3	0.5	0	1
4	30	30	15	20	20	10	10	7	2	4	1	1
5	40	40	12	20	20	7	7	7	3	3	2	1
6	60	60	10	30	30	4	7	7	0	2	0	0
7	15	15	8	10	10	5	5	3	2	2	0	1
8	15	15	7	10	10	5	6	5	4	3	1	2
9	10	7	6	6	5	4	4	2	2	3	0	1
10	25	–25	12	15	–15	7	10	–10	4	7	–7	3
11	15	–15	10	10	–10	5	4	–2	3	0.5	1	0
12	15	–15	5	10	–8	2	6	–3	1	1.5	2	1
13	20	–15	25	10	–8	15	6	0	10	1.5	5	7
14	30	–30	20	20	–20	10	10	–12	5	6	–5	4
15	30	–30	0.5	20	–20	0	10	–12	0	7	–7	0

лять физические процессы в земной коре и верхней мантии. Они позволяют изучать особенности строения низов литосферы, осуществлять поиск геотермальных зон и рудных полезных ископаемых, уточнять пространственно-временные перемещения тектонических плит [2–4, 11, 20, 24–29].

С целью оценки толщины магнитоактивных слоев, свойств намагниченности и плотности пород литосферы через выделенные магнитные зоны проведены профили, пересекающие их по широтным направлениям. Глубинные разрезы построены методом спектрально-пространственного анализа (SPAN) [25, 29] по аномалиям модуля МПЗ, измеренным вблизи поверхности Земли, аномалиям силы тяжести и сейсмологическим данным. На глубинные разрезы точками нанесены очаги землетрясений. Результаты комплексного анализа глубинных разрезов выявили особенности магнитных и плотностных свойств пород магнитоактивных зон литосферы.

Глубинный разрез через магнитную зону № 2 показал, что основные источники магнитных аномалий древнего щита Гренландии расположены на глубинах 7–10, 14–17, 30–36 км (рис. 1, 4а). Они приурочены к ослабленным слоям с пониженной плотностью, на границы которых приходятся очаги землетрясений (рис. 5а).

Глубинный разрез через магнитную зону № 6 (рис. 1, 4б) выявил вертикальные источники магнитных аномалий в диапазоне глубин 7–12, 13–20, 25–37 км, находящиеся в ослабленной разломной зоне пониженной плотности, в которой зафиксированы очаги землетрясений в диапазоне от 10 до 66 км на границах блоков разной плотности (рис. 5б). Сопоставление плотностного разреза с глубинами очагов землетрясений вблизи линии профиля, показало, что расположение очагов согласуется с полученной картиной распределения плотностных образований. Гипоцентры землетрясений тяготеют к контактам пород разной плотности на кровле, подошве и на латеральных границах плотностных и магнитных неоднородностей горизонтов и блоков (рис. 5).

Аномалии компонент МПЗ содержат значительно больше информации о магнитных свойствах пород земной коры, чем модульные данные. Это позволяет подойти к решению вопроса о намагниченности источников аномалий, несущих сведения о современном состоянии глубинных образований низов литосферы, что позволяет выявлять древние геоблоки, намагниченность которых образовалась при значениях главного МПЗ, отличавшихся от современного. Это дает возможность получить информацию о величине и направлении вектора МПЗ и оценить наиболее вероятное время периодов инверсий.

В результате изучения характера изменения аномалий компонент с высотой выявлены особенности физического состояния пород наиболее “холодных” намагниченных блоков литосферы,

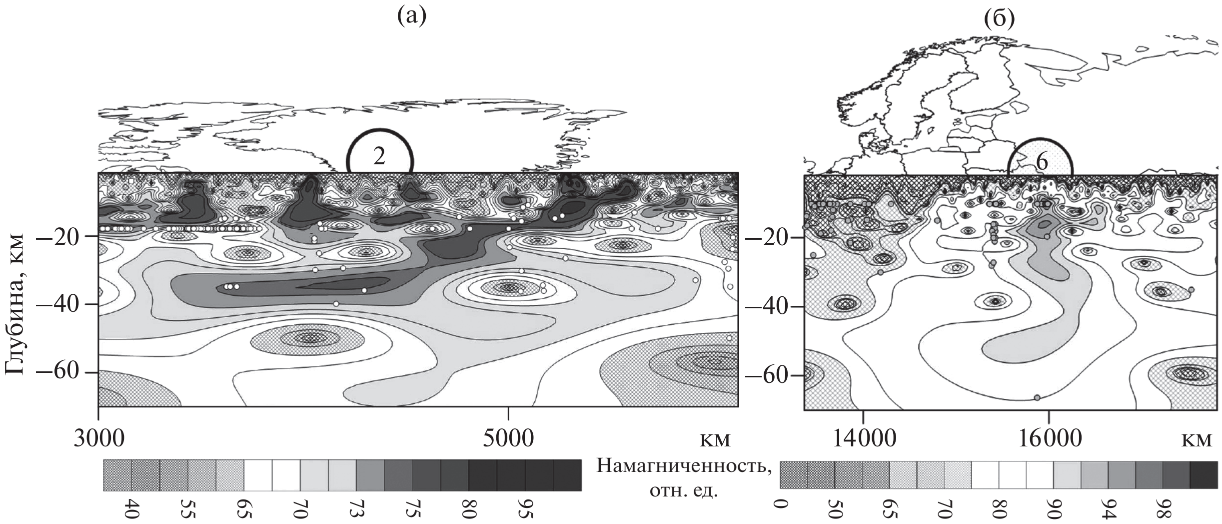


Рис. 4. Магнитные разрезы через зоны № 2 (Гренландия) (а) и № 6 (Воронежский массив Восточно-Европейской платформы) (б).

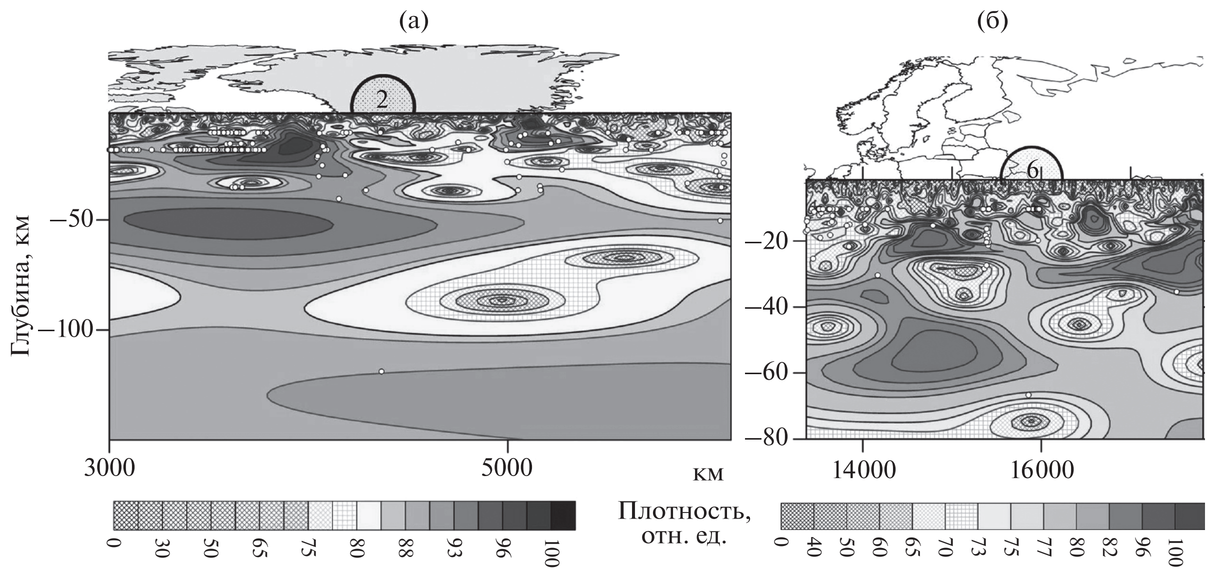


Рис. 5. Глубинные плотностные разрезы через магнитоактивные зоны № 2 (Гренландия) (а) и № 6 (Воронежский массив Восточно-Европейской платформы) (б).

находящихся на значительных глубинах. Особый интерес представляют магнитные аномалии Z- и H-компонент древних докембрийских образований литосферы, которые могут иметь как индуктивную, так и термоостаточную намагниченность, в том числе образовавшуюся в периоды инверсий МПЗ [3, 24, 25].

Наиболее наглядно такое явление выражено в полярных областях Земли вблизи магнитных полюсов. Например, в Амеразийском бассейне в Арктике (хребты Альфа и Менделеева) и на Восточном плато докембрийской Восточно-Антарктической платформы, где в последние 100 лет главные значения H-компоненты малы и составляют менее 0.1–1% от максимальных значений (рис. 3). Тем не менее, здесь выявлены интенсивные аномалии H-компоненты, прослеживающиеся до околоземных высот ≥400 км. Интерес представляют протяженные субмеридиональные аномалии H-компоненты, проявившиеся в районах Восточно-Индийского хребта и вдоль Срединно-Атлантического хребта от котловины Сьерра-Леоне через разлом Романш до Бразильской котловины. Эти аномалии выявлены на высоте 400 км в картах модуля и Z-компоненты, но наиболее ярко выделяются в картах H-компоненты МПЗ.

Большой интерес вызывают интенсивные аномалии H-компоненты вблизи магнитного полюса

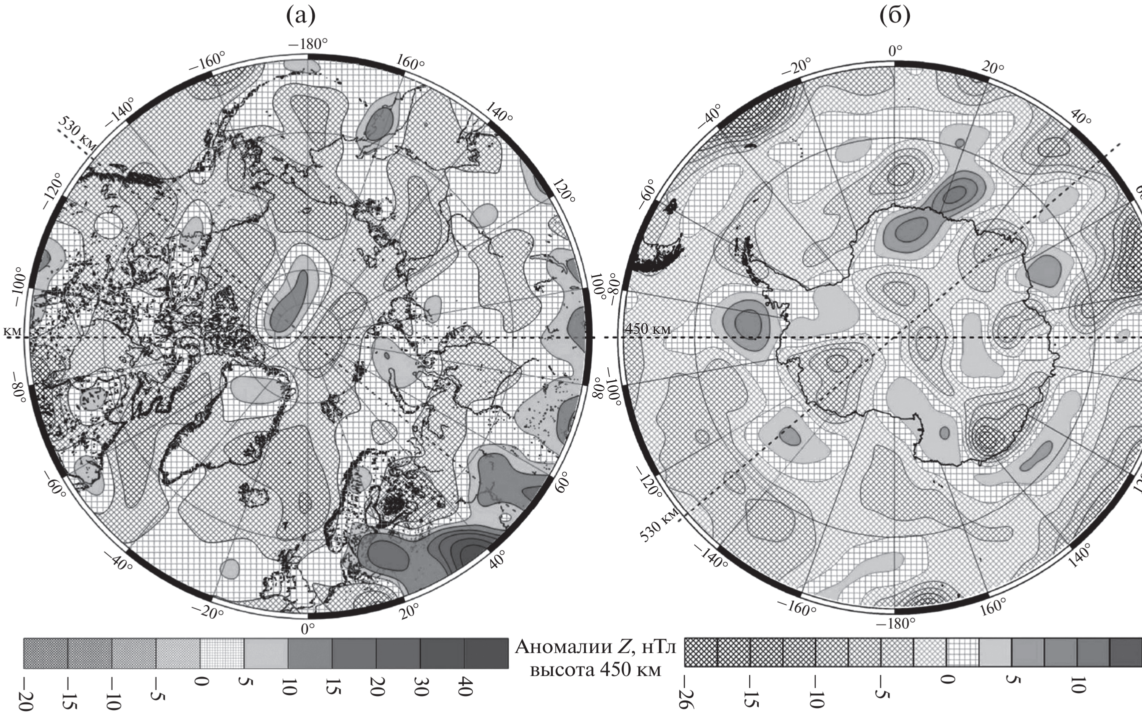


Рис. 6. Магнитные аномалии Z-компоненты МПЗ в Арктике (а) и в Антарктике (б) на высоте 450 км, вычисленные по компонентной модели [1–3]. Магнитные аномалии приведены в полярной стереографической равноугольной проекции. Пунктирные линии – траектория орбиты КА *Swarm* (изображение ESA) на высотах 450 и 530 км.

в приполярной области Арктики, где главное поле H-компоненты имеет значения ≤0–500 нТл. Аномалии H-компоненты хребтов Альфа и Менделеева вблизи поверхности Земли составляют ≥400 нТл. Расчеты по компонентной модели для высоты 300 км допускают значения аномалий более 10–15 нТл (рис. 3, табл. 1). Вероятнее всего, это означает, что породы хребтов Альфа и Менделеева, помимо индуктивной намагниченности обладают также существенной термоостаточной намагниченностью. Возможно, что термоостаточная намагниченность могла сохраниться с тех времен, когда в Арктике не было магнитного полюса или породы хребтов Альфа и Менделеева образовались и намагнитились в других широтах, где главные значения H-компоненты имеют большие значения, такие как в экваториальной области [1–3, 24].

Магнитные аномалии компонент создают более четкое представление о характере изменений вектора МПЗ в периоды инверсий. Изучение аномалий компонент придает новый импульс исследованиям пространственно-временного представления о реконструкциях тектонических плит [3].

МАГНИТНЫЕ АНОМАЛИИ ПОЛЯРНЫХ ОБЛАСТЕЙ ЗЕМЛИ В ОКОЛОЗЕМНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

В настоящее время опубликованы первые данные измерений КА *Swarm*, наблюденные на высоте 450 км [12–14]. Для полярных областей Арктики и Антарктики представлены модели аномалий Z-компоненты МПЗ на высоте 450 км и модели аномалий, пересчитанных с высоты полета КА к поверхности Земли.

Для сравнения с высокоширотными магнитными аномалиями, измеренными КА *Swarm* в полярных областях [10], по компонентной модели были проведены расчеты аномалий F-, Z- и H-составляющих МПЗ для высоты 450 км (рис. 6–8) [1–3]. Сопоставление расчетных значений аномалий Z-компоненты с наблюденными КА *Swarm* в Арктике и в Антарктике показало хорошее согласие компонентной модели с независимыми оценками измерений на КА. Расхождения в полярных областях значений аномалий Z-компоненты составляют менее 2 нТл.

Для района Арктики выполнены расчеты ожидаемых магнитных аномалий Z- и H-компонент МПЗ на высоте 530 км (рис. 9). Интенсивность A и протяженность L аномалий F-, Z- и H-элементов МПЗ для всех трех ожидаемых высот орбит КА системы *Swarm* (300, 450, 530 км) [12–14] приведены в виде таблицы (табл. 2).

Конфигурация и морфология ожидаемых вертикальных и горизонтальных градиентов аномалий модуля МПЗ в высокоширотной области Арктики представлены для высоты 450 км (рис. 10).

Трасса орбиты КА *Swarm* на высоте 530 км пересекает одну из самых крупных магнитоактив-

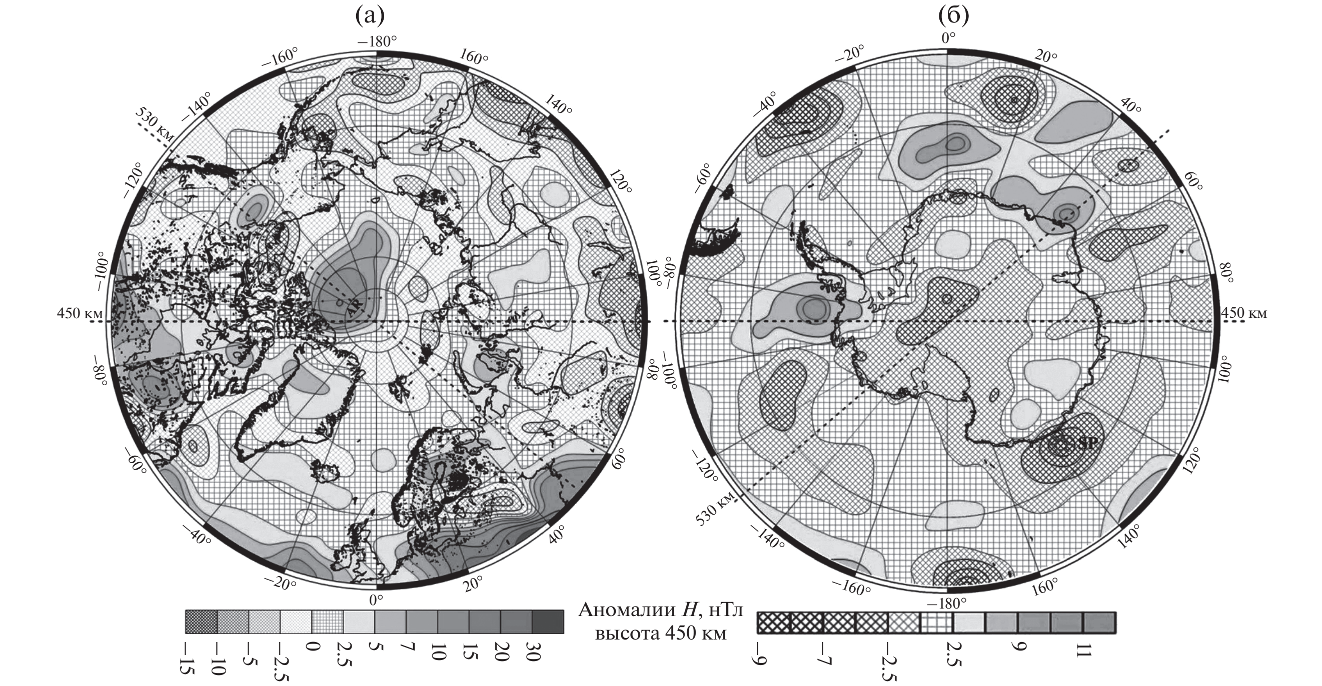


Рис. 7. Ожидаемые магнитные аномалии H-компоненты МПЗ в Арктике (а) и в Антарктике (б) на высоте 450 км, вычисленные по компонентной модели [1–3]. Магнитные аномалии приведены в полярной стереографической равноугольной проекции. Сплошная линия с точками – перемещение магнитного полюса в северной полярной шапке с 1900 по 2020 гг. [17] (а); пунктирные линии – орбиты КА *Swarm* (изображение ESA).

ных структур Северного Ледовитого океана в Амеразийском бассейне вблизи 80° с.ш. – хребет Альфа (*AR*) (рис. 6–9). Линейновытянутые магнитные аномалии хребта Альфа вблизи поверхности Земли имеют интенсивность 500–1500 нТл [30, 31]. Вдоль трассы КА *Swarm* по приземным значениям аномалий Z-компоненты построен глубинный разрез, секущий магнитоактивную зону хребта Альфа, проявляющуюся в аномалиях Z-компоненты в околоземном пространстве [2, 4, 12–14, 24] (рис. 11).

Анализ магнитного разреза показал, что основные источники аномалий магнитоактивной зоны хребта Альфа расположены на глубинах 6–11 и 15–21 км. На глубине 6–11 км расположен магнитный и плотный маркирующий горизонт. Вертикально намагниченный слой на глубине 15–21 км

Таблица 2. Интенсивность A и протяженность L аномалий F-, Z- и H-элементов МПЗ на орбитах КА системы *Swarm* в зоне хребта Альфа Амеразийского бассейна Северного Ледовитого океана

Высота, км	Аномалия F		Аномалия Z		Аномалия H	
	A, нТл	L, км	A, нТл	L, км	A, нТл	L, км
300	2.5–25	1260	2.5–22	1260	5–13	1800
450	2.5–14	1240	2.5–13	1237	5–9	1500
530	2.5–10	1210	2.5–10	1220	5–7	1350

приурочен к мощной вертикальной разломной зоне пониженной плотности, четко прослеженной по разрезу до 27 км и, возможно, проходящей до 40 км (рис. 11б).

Слабомагнитный слой, прослеживающийся на глубине 33–43 км, приурочен к окраине плотных образований в низах литосферы, подстилающих древнюю Северо-Американскую платформу (рис. 1, 11а).

Большой интерес представляют аномалии H-компоненты, характерные для хребта Альфа и простирающиеся до хребта Менделеева (рис. 3, 7–9). Расчеты показали, что основной источник аномалий H-компоненты представляет собой слой на глубине 15–20 км. Магнитоактивная зона хребта Альфа расположена в области магнитного полюса (рис. 7, 9), где главное значение H-компоненты мало (0–500 нТл) [17]. Такие аномалии H-компоненты характерны для докембрийской земной коры Северной Америки и Европы [7, 26]. Вполне возможно, что хребет Альфа тоже возник в докембрии.

Очаги землетрясений на глубинных разрезах расположены на пограничных поверхностях и контактах слоев разной плотности и намагниченности. Результаты комплексного анализа глубинных разрезов выявили особенности строения магнитоактивной зоны литосферы в районе хребта Альфа.

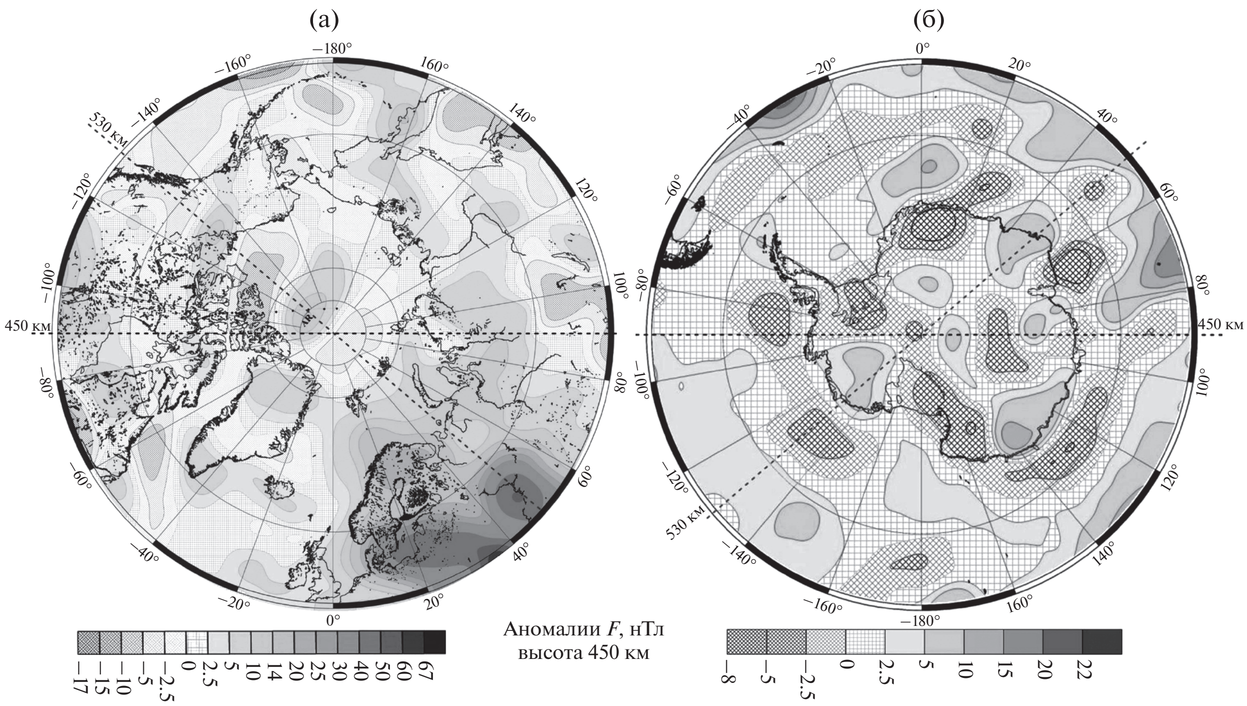


Рис. 8. Магнитные аномалии модуля МПЗ в Арктике (а) и в Антарктике (б) на высоте 450 км, вычисленные по компонентной модели [1–3]. Пунктирные линии – траектория орбиты КА *Swarm* (изображение ESA).

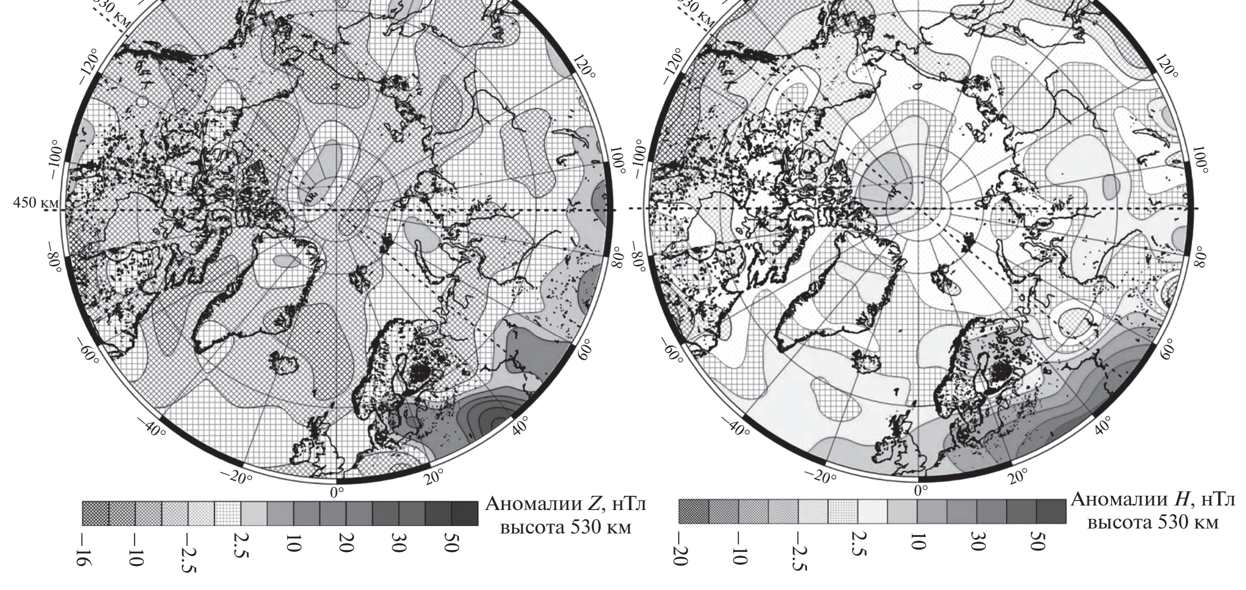


Рис. 9. Магнитные аномалии вертикальной (а) и горизонтальной (б) компонент МПЗ в Арктике на высоте 530 км, вычисленные по компонентной модели [1–3]. Условные обозначения те же, что на рис. 7.

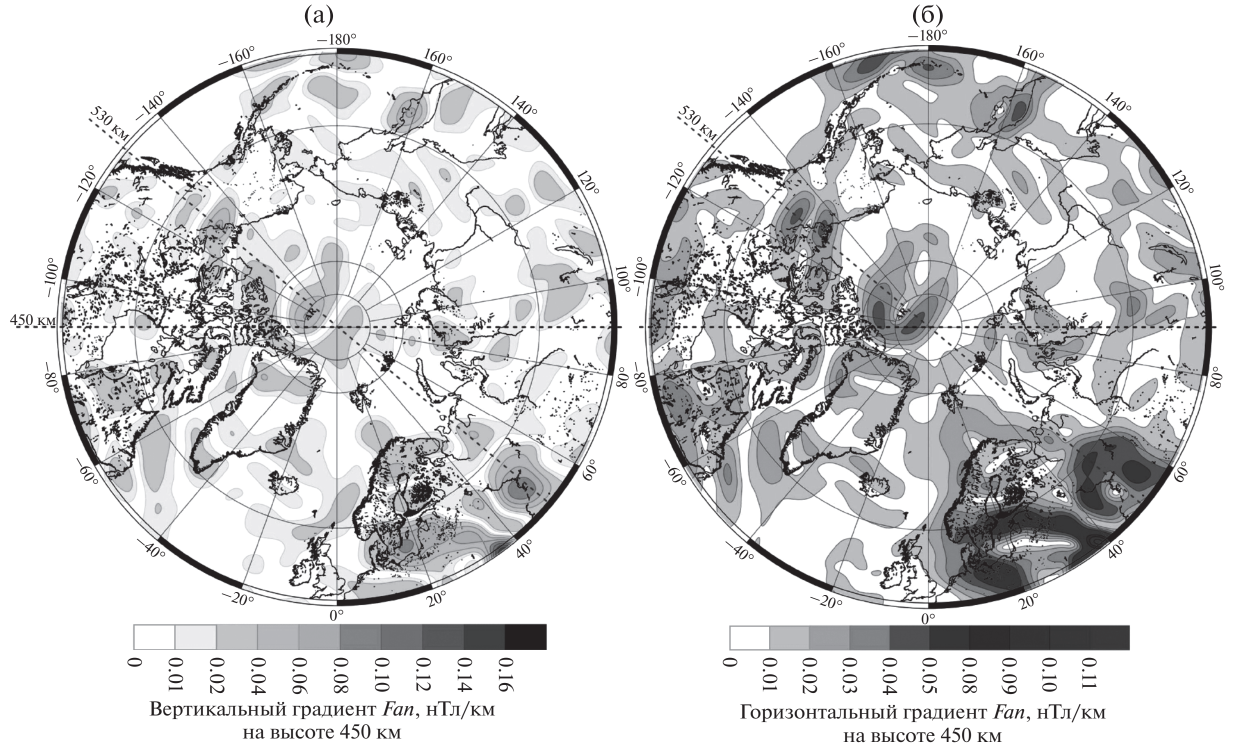


Рис. 10. Ожидаемые градиенты магнитных аномалий модуля МПЗ в Арктике на высоте 450 км: вертикальный (а) и горизонтальный (б), вычисленные по компонентной модели [1–3]. Проекция полярная (стереографическая равноугольная).

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ МАГНИТОАКТИВНЫХ ЗОН В РАЙОНАХ ДРЕВНИХ ГЕОБЛОКОВ ЛИТОСФЕРЫ

В фундаменте континентов залегает раннедокембрийская земная кора. С докембрийскими образованиями связано возникновение значительной части полезных ископаемых. Магнитоактивные зоны геоблоков докембрия представляют особый интерес для решения поисковых геолого-геофизических задач. Исследование глубинного строения древних геоблоков дает возможность выявлять области, перспективные на рудные и алмазоносные полезные ископаемые [25, 26, 28, 29, 32, 33].

На основе исследования глубинных разрезов, проходящих через геоблоки докембрийской коры континентов, сделана оценка мощности магнитоактивных слоев, намагниченности и плотностных свойств литосферы магнитных зон, проявляющихся в околоземном пространстве. На разрезах отражены зоны рассланцевания земной коры, латеральные и вертикальные разломы, флюидные системы и пути миграции термофлюидных потоков.

В результате анализа магнитных и плотностных разрезов земной коры выявлено местоположение глубокофокусных флюидных систем и эндогенных каналов флюидно-магматической проработки древних пород фундамента, которые играют первостепенную роль в генерации значительной части полезных ископаемых [25, 26, 28, 29].

Магнитные и плотностные разрезы докембрийских геоблоков Гренландского щита (зона № 2), Воронежского массива (зона № 6) (рис. 4–5), Северо-Американской и Восточно-Европейской платформы (рис. 11) показали двухслойную структуру магнитных образований магнитоактивных зон, наблюдающихся в околоземном пространстве на высотах 400–450 км. Источники магнитных образований расположены вблизи подошвы верхней коры и в нижней коре. Очаги землетрясений приурочены к границам магнитных и плотностных неоднородностей литосферы.

На основе применения комплексной технологии интерпретации геофизических данных получены новые представления о слоистости и вертикальной раздробленности строения земной коры. Проведена оценка плотностных свойств магнитных геологических образований литосферы разного возраста. Это позволило проследить пути термофлюидных потоков по разломным зонам древних блоков и выявить латеральную стратификацию и вертикальную фрагментацию неоднородностей земной коры и мантии на примере магнитоактивных зон земного шара, прослеживающихся в околоземном пространстве (рис. 1–2). Полученные результаты дают возможность выяв-

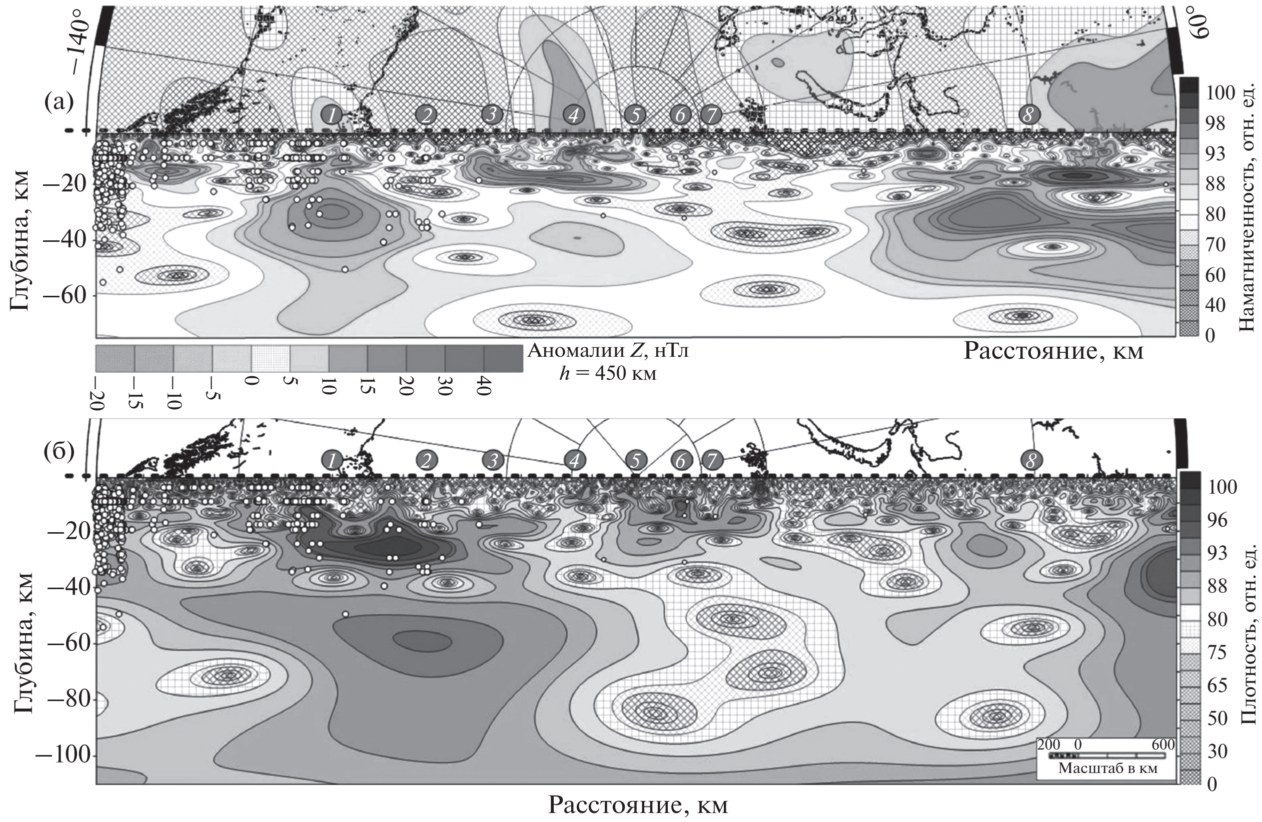


Рис. 11. Глубинные разрезы Арктического бассейна. Магнитный разрез (а); плотностной разрез (б). Магнитный разрез показан на фоне карты аномалий Z-компоненты на высоте 450 км [1–3]. *1* – Северо-Американская платформа; *2* – море Бофорта; *3* – Канадская котловина; *4* – хр. Альфа; *5* – хр. Ломоносова; *6* – хр. Гаккеля; *7* – котловина Нансена; *8* – Восточно-Европейская платформа.

Белые кружки – очаги землетрясений. Пунктирная линия – трасса орбиты КА *Swarm*.

лять гидротермальные зоны, флюидно-эксплозивные алмазоносные образования и области метасоматически измененных пород, перспективных на рудные полезные ископаемые [25, 26, 28, 29, 32, 33].

В процессе исследования магнитных, плотностных и скоростных свойств низов литосферы определено местоположение наиболее плотных и магнитных неоднородностей. Границы этих образований подчеркнуты очагами землетрясений, которые показывают направление перемещения геоблоков литосферы [7].

На базе комплексных исследований древних континентов вблизи подошвы верхней коры выделена магнитоактивная магнетитовая зона. Она возникла в результате процессов регионального метаморфизма раннего докембрия при гранитизации метабазитов с замещением фемических минералов салическими с выделением магнетита [25, 26, 28].

Для магмы докембрия характерно сильное обогащение минералами железа. Она создала магнитные горизонты магнетитовых зон, которые могут являться источниками железа при формировании месторождений джеспилитов (железистых кварцитов). Джеспилиты – одни из самых древних горных образований, относящиеся к протерозойской и архейской эрам. Магнитные аномалии докембрийских образований прослеживаются в околоземном пространстве до высоты 400–450 км. Физические условия в низах верхней коры благоприятны для образования термоостаточной и вязкой намагниченности. К магнетитовым зонам докембрийской земной коры приурочены повышенные значения магнитных аномалий H- и Z-компонент в околоземном пространстве [24, 26].

На плотностных, магнитных и скоростных разрезах древних блоков литосферы выявлены уплотненные магнитоактивные слои в низах верхней и нижней коры. Они четко отражены в аномалиях МПЗ на околоземных высотах, измерены на КА по аномалиям модуля и Z-компоненты и вычислены для всех элементов компонентной модели МПЗ [2, 7, 26].

В процессе анализа магнитоактивных зон докембрийских геоблоков континентов по плотностным разрезам в низах литосферы выделены

Таблица 3. Толщина намагниченного слоя нижней коры и амплитуда магнитных аномалий геоблоков докембрия в околоземном пространстве

Название	Толщина, км	A, нТл h = 100 км	A, нТл h = 400 км	A, нТл h = 600 км
Северная Америка	10	≥60	≥10	2.5
Гренландия	10	≥90	≥10	2.5
Балтийский щит	12	≥100	≥20	7–10
Украинский щит	15	≥160	≥18	7
Воронежский массив	25	≥170	≥19	7
Восточная Сибирь	10	≥50	≥10	5
Африка	20	≥60	≥10	7
Австралия	10	≥40	≥10	4
Антарктида	12	≥100	≥20	10

маркирующие слои и горизонты на глубинах 25–50 км. В Северной Америке выявлены уплотненные горизонты на глубине 33–55 км. В Гренландии плотные слои выделены на глубине 30–40 км, на Балтийском щите – на глубине 38–48 км [26, 28, 30]. Толщина намагниченных слоев литосферы варьируется от 10 до 25 км, а интенсивность магнитных аномалий блоков докембрия в околоземном пространстве составляет от 10 до 60 нТл (табл. 3).

Глобальная тепловая модель для континентальной литосферы (TC1), построенная по измерениям теплового потока в скважинах и на основе электромагнитных исследований, указывает на существование архейских кратонов с характерными толщинами литосферы до 200–250 км [34]. Модель TC1 показывает значительную тепловую неоднородность в пределах верхней мантии континентов. Карта глубин изотермы Кюри для магнетита (~550°C) дает представление о возможной толщине магнитоактивного слоя древних кратонов.

Изучение горных пород геологических разрезов показало, что плотности и скорости горных пород связаны между собой прямолинейной зависимостью от состава пород и степени метаморфизма [26]. Это позволило установить значения глубинных геофизических параметров. Анализ вещественного состава пород глубинных разрезов дал возможность определить геологическую и вещественную природу магнетитовых зон. Физические условия в низах верхней коры благоприятны для образования индуктивной и термоостаточной намагниченности. Вероятно, поэтому магнетитовые зоны древних геоблоков земной коры создают высокие значения магнитных аномалий в околоземном пространстве (рис. 1–3) [2, 7, 35].

Намагниченность глубинных пород нижних горизонтов раннедокембрийской земной коры определяется, в основном, концентрацией магнетита и индуктивной намагниченностью вплоть до изотермы Кюри магнетита. Условия в низах континентальной коры могут быть благоприятны для образования современной вязкой намагниченности, что отражается в аномалиях Z- и H-компонент МПЗ. В областях развития раннедокембрийской коры наблюдаются региональные магнитные аномалии, прослеживающиеся до высот ≥400 км.

По данным аэромагнитной и космической съемки сделана оценка средней намагниченности нижней коры докембрийских блоков для центральной Канады – 5 А/м, северо-западной Германии – 2 А/м, Украинского щита – 2–4 А/м, США – 3.5 1 А/м [26]. Полученные оценки не противоречат данным непосредственных измерений намагниченности глубинных пород коры [36] и статистическим расчетам по измерениям КА, которые позволяют принять среднее глобальное кажущееся индуцированное намагничивание от 0.3 до 0.6 А/м, среднее значение толщины магнитной коры от 23 до 30 км и среднеквадратичное значение поля между 190 и 205 нТл с вероятностью 95% [20].

Результаты интерпретации магнитных аномалий позволили выявить особенности строения разных магнитоактивных слоев литосферы [2, 7, 10, 11, 25–30]. Глубинные плотностные разрезы с учетом сейсмологических данных создали представление о распределении плотностных неоднородностей и направлении смещения контактных поверхностей слоев земной коры. Это позволяет уточнить внутреннее строение литосферы и подойти к решению вопроса о характере намагниченности источников региональных и крупных региональных аномалий, отражающих физическое состояние древнейших блоков континентальной и океанической коры [1, 2, 10].

Комплексное исследование магнитных, плотностных и сейсмологических характеристик раннедокембрийской земной коры, слагающей фундамент континентов, позволяет подойти к оценке ее глубинного строения на вещественном уровне и показать, что региональные геомагнитные аномалии отражают влияние магнетитсодержащих слоев, существующих на глубинах более 10–35 км.

В настоящее время геомагнитные технологии успешно применены для поиска полезных ископаемых труднодоступных территорий полярных зон [4, 25, 32, 33].

По магнитным аномалиям модуля, Z- и H-компонентам МПЗ исследовано глубинное строение сейсмофокальных зон Курило-Камчатского желоба, которое проявляется в виде интенсивных аномалий вблизи поверхности Земли и на высотах до 450 км. Магнитные аномалии магнитоактивной зоны, обусловленной погружающимися намагниченными слоями в области пониженных температур мантии в зоне субдукции, ярко проявляются в аномалиях компонент вектора индукции МПЗ в околоземном пространстве [2, 3].

Особый интерес представляют погруженные магнитоактивные геоблоки древнего фундамента. Магнитные аномалии околоземного пространства выявили возможное продолжение фундамента западного побережья Африки в глубоководные котловины южной части Атлантического океана (рис. 1–3). Магнитные аномалии в котловине Сьерра-Леоне и Бразильской котловине прослеживаются по измерениям КА миссии *CHAMP* на высоте около 400 км. Расчеты по компонентной модели допускают, что аномалии вертикальной и горизонтальной составляющих МПЗ с амплитудой ~4–5 нТл могут выделяться до высоты 800 км. Глубинные плотностные и магнитные разрезы и сейсмологические исследования этих котловин выявили плотный и магнитный горизонт в низах литосферы на глубине 35–50 км.

В результате проведенного комплексного исследования магнитных аномалий, аномалий силы тяжести с учетом распределения глубин очагов землетрясений выявлена специфика внутреннего строения магнитоактивных зон литосферы и получено новое представление о распределении литосферных неоднородностей в земной коре и мантии. Это позволило разработать систему поисковых геофизических критериев прогноза потенциально рудоносных участков на основе особенностей влияния глубинных факторов [2, 25, 26, 28, 29, 32, 33].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе на конкретных примерах продемонстрированы возможности компонентной модели МПЗ, которая позволяет вычислять аномалии компонент и их градиентов в околоземном пространстве, начиная от уровня океана и до высот КА, что представляет научное, практическое и прикладное значение.

Сопоставление расчетных значений модуля и Z-компоненты с аномалиями по независимым наблюдениям КА на высотах 400–450 км подтвердили хорошее качество компонентной модели, построенной на основе приземных аэро- и гидромагнитных съемок. Это позволяет делать прогнозы ожидаемых аномалий компонент, их горизонтальных и вертикальных градиентов для разных уровней высот в околоземном пространстве.

Глубинные разрезы магнитных зон литосферы выявили особенности строения земной коры древних областей Земли и специфику флюидомагматической активности верхней мантии, что открывает новые возможности поиска рудогенерирующих структур полезных ископаемых и исследования геологической эволюции земной коры.

По результатам проведенных геофизических исследований глубинного строения земной коры и мантии получена уточненная модель литосферы магнитоактивных зон с учетом особенностей влияния глубинных факторов.

Проведенные исследования аномалий компонент МПЗ создают предпосылки для выявления изменений геомагнитного поля в прошлом и предоставляют важные сведения о характере генерации МПЗ, что дает возможность уточнить и понять динамический процесс тектоники плит.

Для решения геолого-геофизических и навигационных задач необходима разработка современных высокоточных высотных моделей МПЗ на основе отечественных векторных магнитометрических съемок околоземного космического пространства с помощью КА.

Работа выполнена при финансовой поддержке Государственного задания 0037 2014 0005.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Петрова А.А.* Цифровые карты компонент вектора индукции магнитного поля // Сб. трудов ИЗМИРАН. М., 2015. С. 412–423.
2. *Копытенко Ю.А., Петрова А.А.* Результаты разработки и применения компонентной модели магнитного поля Земли в интересах магнитной картографии и геофизики // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2016. Т. 9. № 2. С. 88–106.
3. *Копытенко Ю.А., Петрова А.А.* Компоненты морских линейных магнитных аномалий Мирового океана. Ч. 1. Северная Атлантика // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2018. Т. 11. № 4. С. 34–41. https://doi.org/10.7868/S2073667318040056
4. *Копытенко Ю.А., Петрова А.А., Алексеев В.Ф. и др.* Применение высотных моделей магнитного поля Земли для решения геофизических задач // Космич. исслед. 2019. Т. 57. № 3. С. 185–191. (Cosmic Research. P. 163–168).
5. *Брандин В.Н., Васильев А.А., Худяков С.Т.* Основы экспериментальной космической баллистики. М.: Машиностроение, 1974.
6. *Гурьев И.С.* Адаптивные магнитометрические системы контроля пространственного положения. Л.: Энергоатомиздат, 1985.

7. *Копытенко Ю.А., Петрова А.А., Латышева О.В.* Магнитные аномалии литосферы в околоземном космическом пространстве // Материалы научной конференции “Магнетизм на Земле и в космосе”. М.: ИЗМИРАН, 2019. С. 91–95. https://doi.org/10.31361/pushkov2019.021
8. *Balmino G., Bonvalot S.* Gravity Anomalies // Encyclopedia of Geodesy. Springer International Publishing. Switzerland. 2016. P. 1–9. https://doi.org/10.1007/978-3-319-02370-0_45-1
9. *Heman K., Thebault E., Mandea M. et al.* Magnetic anomaly map of the world: merging satellite, airborne, marine and ground-based magnetic data sets // Earth planet. Sci. Lett. 2007. № 260. P. 56–71. https://doi.org/10.1016/j.epsl.2007.05.040
10. *Maus S.* An ellipsoidal harmonic representation of Earth’s lithospheric magnetic field to degree and order 720 // Geochem. Geophys. Geosyst. 2010. V. 11. № 6. Q06015. https://doi.org/10.1029/2010GC003026
11. *Thebault E. et al.* The magnetic field of the Earth’s lithosphere // Space Science Reviews. 2010. V. 155. P. 95–127.
12. *Thebault E., Vigneron P., Langlais B., Hulot G.* A Swarm lithospheric magnetic field model to SH degree 80 // Earth, Planets and Space. 2016. V. 68. № 126. P. 1–13. https://doi.org/10.1186/s40623-016-0510-5
13. *Sabaka T.J., Clausen L.T., Olsen N., Finlay C.C.* A comprehensive model of Earth’s magnetic field determined from 4 years of Swarm satellite observations // Earth, Planets and Space. 2018. V. 70. № 130. P. 1–26. https://doi.org/10.1186/s40623-018-0896-3
14. *Olsen N., Pauluhn A.* Exploring Earth’s magnetic field – Three make a Swarm // Spatium. 2019. V. 43. P. 3–15.
15. *Thébault E., Finlay C., Beggan C., Alken P.* International Geomagnetic Reference Field: the 12th generation. Springer. 2015. https://doi.org/10.1186/s40623-015-0228-9
16. *Непоклонов В.Б., Петрова А.А., Августов Л.И.* Результаты исследований навигационной информативности аномалий гравитационного и магнитного полей Земли на высотах до 20 км // Труды XXX конференции памяти Н.Н. Острякова. СПб.: Изд-во СПбГУ, 2016. С. 389–397.
17. *Kopytenko Y.A., Chernouss S., Petrova A.A. et al.* The Study of Auroral Oval Position Changes in Terms of Moving of the Earth Magnetic Pole // Problems of Geocosmos. 2018. Springer Proceedings in Earth and Environmental Sciences. 2019. P. 289–297. https://doi.org/10.1007/978-3-030-21788-4_25
18. *Джанджгава Г.И., Августов Л.И.* Навигация по геополям. М.: Научтехлитиздат, 2018.
19. *Джанджгава Г.И., Августов Л.И., Бабиченко А.В. и др.* Навигация летательных аппаратов в околоземном пространстве. М.: Научтехлитиздат, 2015.
20. *Thebault E., Vervelidou F.* A statistical spatial power spectrum of the Earth’s lithospheric magnetic field // Geophys. J. Int. 2015. V. 201. № 2. P. 605–620. https://doi.org/10.1093/gji/ggu463
21. *Копытенко Ю.А., Петрова А.А., Августов Л.И.* Анализ информативности магнитного поля Земли для автономной корреляционно-экстремальной навигации // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2017. Т. 10. № 1. С. 61–67. https://doi.org/10.7868/S2073667317010075
22. *Щербаков И.А., Петрова А.А.* Магнитная навигационная карта // Записки по гидрографии. 2017. № 304. С. 35–40. http://hydrobase.narod.ru/zapiski.htm
23. *Михлин Б.З., Селезнев В.П., Селезнев А.В.* Геомагнитная навигация. М.: Машиностроение, 1976.
24. *Петрищев М.С., Петрова А.А., Копытенко Ю.А., Латышева О.В.* Магнитные аномалии докембрия в околоземном пространстве // Матер. 17 конф. “Современные проблемы дистанционного зондирования земли из космоса”. М.: ИКИ РАН, 2019. С. 162–163.
25. *Петрова А.А., Копытенко Ю.А.* Флюидные системы Мамско-Бодайбинской минерагенической зоны Северного Забайкалья // Вестник КРАУНЦ. Серия: Науки о Земле. 2019. Вып. 41. № 1. С. 37–53. https://doi.org/10.31431/1816-5524-2019-1-41-37-53
26. *Наливкина Э.Б., Петрова А.А.* Магнетитовая зона земной коры континентов. СПб.: ВСЕГЕИ, 2018.
27. *Mandea M., Thebault E.* The Changing Faces of the Earth’s Magnetic Field. Paris, 2007.
28. *Petrova A.A., Kopytenko Yu.A., Petrishchev M.S.* Deep Fluid Systems of Fennoscandia Greenstone Belts // Practical and Theoretical Aspects of Geological Interpretation of Gravitational. Magnetic and Electric Fields. 2019. P. 239–247. https://doi.org/10.1007/978-3-319-97670-9_28
29. *Петрова А.А., Копытенко Ю.А.* Геотермальные зоны юга Восточной Сибири // Вестник КРАУНЦ. Серия: Науки о Земле. 2019. Вып. 42. № 2. С. 25–41. https://doi.org/10.31431/1816-5524-2019-2-42-25-41
30. *Litvinova T., Petrova A.* Features of the structure of the lithosphere of the Arctic Ocean near the Gakkel Ridge, the Alpha and Lomonosov // Proceedings of the Geological Society of Norway. Tromsø. 2014. № 2. P. 31–34.
31. *Глебовский В.Ю., Верба В.В., Каминский В.Д.* Потенциальные поля Арктического бассейна: история изучения, аналоговые и современные цифровые обобщения // 60 лет в Арктике, Антарктике и Мировом океане / Под ред. В.Л. Иванова, В.Д. Каминского. СПб.: ВНИИОкеангеология, 2008. С. 93–109.
32. *Петрова А.А., Мавричев В.Г.* Геомагнитный метод прогноза коренных месторождений алмазов на примере Красновишерского района // Эффективность прогнозирования и поисков месторождений алмазов: прошлое, настоящее и будущее. СПб.: ВСЕГЕИ, 2004. С. 261–265.
33. *Lyukianova L., Petrova A.* Geomagnetic method of primary diamond deposits prediction exemplified by the Western Urals // EGU General Assembly. Vienna, Austria. 2014. EGU2014-4086.
34. *Artemieva I.M.* Global 1° × 1° thermal model TC1 for the continental lithosphere: Implications for lithosphere secular evolution // Tectonophysics. 2006. V. 416. P. 245–277.
35. *Oakey G.N., Saltus R.W.* Geophysical analysis of the Alpha–Mendeleev ridge complex: Characterization of the High Arctic Large Igneous Province // Tectonophysics. 2016. V. 691. Part A. P. 65–84. https://doi.org/10.1016/j.tecto.2016.08.005
36. *Печерский Д.М., Геншафт Ю.С.* Петромагнетизм континентальной литосферы и природа региональных магнитных аномалий: обзор // Российский журнал наук о Земле. 2001. Т. 3. № 2. С. 97–124.

КОСМИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ, 2021, том 59, № 3, с. 191–195

УДК 551.51:551.501

ВАРИАЦИИ ПАРАМЕТРОВ РАДИОВОЛН В ВЫСОКОШИРОТНОЙ ИОНОСФЕРЕ ЗЕМЛИ НА ТРАССАХ СПУТНИК–СПУТНИК ВО ВРЕМЯ ГЕОМАГНИТНОЙ БУРИ 22–23.VI.2015

© 2021 г. В. Н. Губенко[1, *], В. Е. Андреев[1], И. А. Кириллович[1], Т. В. Губенко[1], А. А. Павельев[1]

[1]*Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, Фрязино, Россия*

**vngubenko@gmail.com*

Поступила в редакцию 14.02.2020 г.
После доработки 12.04.2020 г.
Принята к публикации 29.05.2020 г.

В работе проанализированы результаты около 100 радиозатменных сеансов зондирования высокоширотной (>65° N) нижней ионосферы северного полушария Земли, которые были проведены 22–23.VI.2015 на несущей GPS-частоте 1545.42 МГц (диапазон *L1*) в эксперименте *FORMOSAT-3/COSMIC*. Корональные выбросы плазмы, дошедшие до Земли в этот период, спровоцировали магнитную бурю класса *G4* (сильный геомагнитный шторм, планетарный *Kp*-индекс равен 8), которая в свою очередь вызвала значительные ионосферные флуктуации радиоволн на трассах зондирования: навигационные (*GPS*) спутники – низкоорбитальные (*FORMOSAT-3/COSMIC*) спутники.

DOI: 10.31857/S0023420621030055

1. ВВЕДЕНИЕ

Летом 2015 года (22–23.VI) на Солнце имели место корональные выбросы массы (КВМ) в сторону Земли (один гигантский и несколько небольших выбросов). Данное событие было зафиксировано многими космическими аппаратами и ионосферными станциями [1–4]. Наиболее мощный выброс был идентифицирован магнитометром, как скачок межпланетного магнитного поля (IMF) от ~10 до ~40 нТл, а также отмечен инструментом SWEPAM (Solar Wind Electron, Proton, and Alpha Monitor), как внезапное повышение плотности солнечного ветра с ~20 до ~45 частиц/см^3 с соответствующим увеличением давления до значений свыше 50 нПа [1]. Столкновение КВМ с ударной волной ожидалось 22.VI.2015 в ~18.36 UT, после более слабого толчка в ~05.40 UT. Геомагнитные условия во время бури 22–23.VI.2015 (плотность, скорость и давление солнечного ветра; компоненты Bx, By, Bz межпланетного магнитного поля и угол вектора IMF) подробно представлены на рис. 1 работы [1]. Индекс Бойля, связанный с сильной южной компонентой вектора IMF [1, см. рис. 1d], посылал “желтый сигнал” тревоги в 06.04 UT и “красный сигнал” в 18.34 UT накануне столкновения КВМ с ударной волной.

Корональные выбросы массы сопровождались мощными потоками рентгеновского излучения, что было зарегистрировано космическими аппаратами *GOES-13* и *-15*, находящимися на геостационарной орбите (рис. 1, левая панель). Эти выбросы спровоцировали на Земле сильную магнитную бурю класса *G4* ($G4 = Kp - 4$). На правой панели рис. 1 представлены оценки планетарного *Kp*-индекса за период 22–23.VI.2015, взятые из архива данных о космической погоде (URL: ftp://ftp.swpc.noaa.gov/pub/warehouse/).

Целью работы является анализ радиосигналов диапазона *L1* (частота 1575.42 МГц), излучаемых передатчиками спутников навигационной системы *GPS* и регистрируемых приемниками на борту низкоорбитальных спутников *FORMOSAT-3/COSMIC*, для определения параметров мелкомасштабной структуры высокоширотной ионосферы Земли на высотах от 50 до 110 км во время геомагнитной бури в июне 2015 года.

2. ОТБОР РАДИОЗАТМЕННЫХ СЕАНСОВ *FORMOSAT-3/COSMIC*

Радиозондирование атмосферы и ионосферы Земли по схеме спутник-спутник, когда применяются высокоорбитальный *(GPS/ГЛОНАСС)* и низкоорбитальный (*LEO*) спутники, проводились ранее в разных комбинациях, например: *ГЕОСТАЦИОНАР* – орбитальная станция *МИР*, *GPS – MICROLAB*, *GPS – GRACE*, *GPS/ГЛОНАСС – METOP*, *GPS – CHAMP*, *GPS – FORMOSAT-3/COSMIC* и другие. По результатам анализа этих экспериментов имеется обширная литература [5–7]. Для получения оценок параметров мелкомасштабной структуры нижней ионосферы, во время

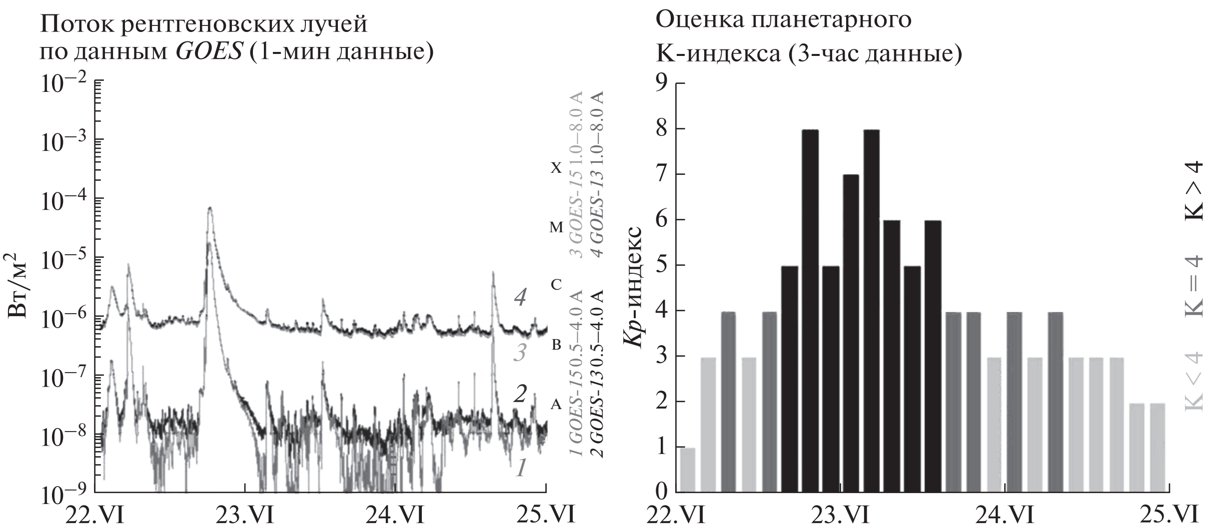


Рис. 1. Потоки рентгеновского излучения (левая панель), зарегистрированные 22–23.VI.2015 космическими аппаратами *GOES-13* и *-15*, находящимися на геостационарной орбите, и оценки планетарного *Kp*-индекса (правая панель).

упомянутой ранее геомагнитной бури, нами из большой базы данных *FORMOSAT-3/COSMIC* были отобраны около 100 радиозатменных сеансов измерений, проведенных в период с 22 по 23.VI.2015. Отобранные сеансы были выполнены на широтах от 65° N до 88° N и охватывали интервал высот 50–110 км.

В работах [5, 8, 9] показано, что существует связь между мощностью (P_L) принимаемого на низкоорбитальном спутнике сигнала, рефракционным ослаблением мощности радиоволн (X) и ускорением (a_ψ) эйконала (фазового пути ψ):

$$1 - X(t) = ma_\psi = m \cdot d^2\psi/dt^2, \quad m = r_\psi/\left(dp_0/dt\right)^2, \quad r_\psi = L_L \cdot L_G/L_0, \qquad (1)$$

где p_0 – прицельный параметр радиолуча, L_L и L_G – соответственно расстояния от приемника (L) и передатчика (G) до точки перигея луча, L_0 – расстояние от передатчика до приемника по прямой [5]. На рис. 2 представлены два типичных высотных профиля нормированной мощности (P) сигнала, измеренной накануне геомагнитной бури 22.VI.2015 спутником *FORMOSAT-3/COSMIC-6*, и рефракционного ослабления радиоволн (X), восстановленного из данных об эйконале с помощью выражения (1). Показанные на рис. 2 кривые были получены путем сглаживания экспериментальных данных методом скользящего среднего по 15 точкам. Для нахождения безразмерной величины P, мощность принятого на спутнике *FORMOSAT-3/COSMIC-6* сигнала P_L нормировалась на значение средней мощности радиоволн (P_0) на высотах более 300 км, т.е. $P = P_L/P_0$. Над каждой частью рисунка указаны местное время проведения сеанса измерений, а также координаты (широта и долгота) зондируемого района. Можно видеть, что в представленных на рис. 2 профилях наблюдаются коррелированные по высоте квазипериодические вариации величин $P(h)$ и $X(h)$. Найдено, что коэффициент кросс-корреляции для этих вариаций на указанном интервале высот составляет не менее 50%.

Хотя начало геомагнитной бури и не удается обнаружить из радиозатменных данных, однако с момента прохождения мощного потока рентгеновского излучения (рис. 1) флуктуации величин $P(h)$ и $X(h)$ в интервале 80–100 км высокоширотной ионосферы Земли увеличиваются. Отметим, что концентрация электронов N_e в ночные часы растет, становясь больше чем 10^5 см$^{-3}$ (рис. 3 и 4).

Из сравнения графиков на рис. 3 (панели (а) и (в)) можно видеть, что высотное положение максимума электронной концентрации в ионосферном слое практически совпадает с положением минимума рефракционного ослабления сигнала. Это соответствует результатам, полученным в работах [8–10], где было показано, что при радиозатменном зондировании спорадических E-структур (E_s) в ионосфере Земли, когда вектор распространения параллелен плоскости ионизации E_s-слоя, прохождение радиоволнами центральной его части (пик электронной плотности) приводит к сильной дефокусировке лучей, а при прохождении краев – к их фокусировке.

Как видно из данных, представленных на рис. 4, при радиозондировании района полярной шапки Земли (78.03° N; 96.65° E) на высотах от 101.5 до 90.3 км (луч опускается сверху вниз) мощность радиоволн дециметрового диапазона в среднем падает до уровня 0.1 (–10 дБ), затем возвращается

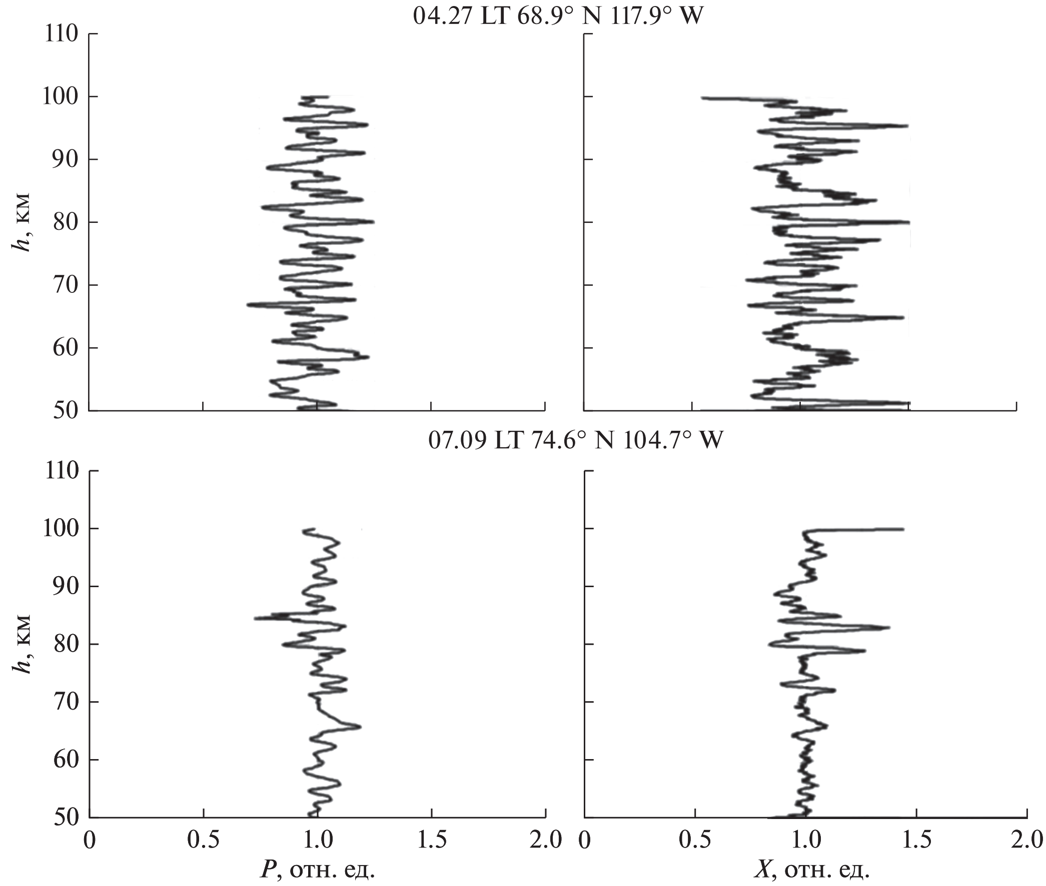


Рис. 2. Высотные профили нормированной мощности сигнала (P), измеренные накануне геомагнитной бури 22.VI.2015 спутником *FORMOSAT-3/COSMIC-6*, и рефракционного ослабления радиоволн (X), восстановленные из измерений эйконала.

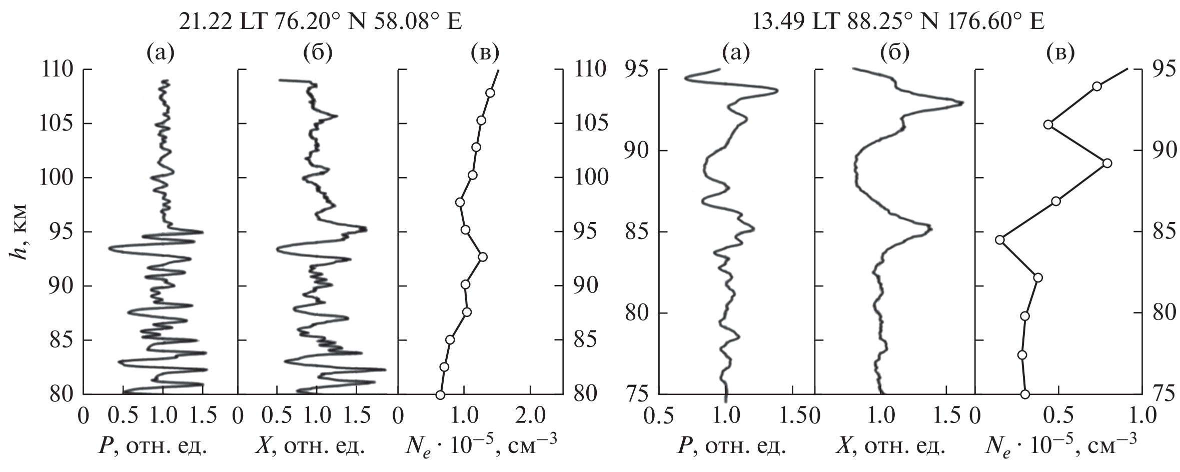


Рис. 3. Высотные зависимости нормированной мощности – $P(h)$, рефракционного ослабления – $X(h)$ и электронной концентрации – $N_e(h)$, полученные по радиозатменным данным спутника *FORMOSAT-3/COSMIC-6* 22.VI.2015 в 21.22 LT в ионосферном районе.

к значению 0.5 (–3 дБ) и далее остается на этом же уровне. Радиозондирование другого района полярной шапки (78.1° N; 65.02° E) показало, что на высоте 89.5 км средний уровень сигнала опускается до значения 0.5 (–3 дБ) и далее держится на этом уровне (см. рис. 4). Анализ зависимостей $X(h)$ на рис. 4 показывает, что средняя величина $\langle X \rangle$ равна $\langle X \rangle = 1$ (0 дБ), т.е. рефракционное ослабление в интервале высот от 50 до 90 км практически отсутствует. Поэтому мы полагаем, что указанное

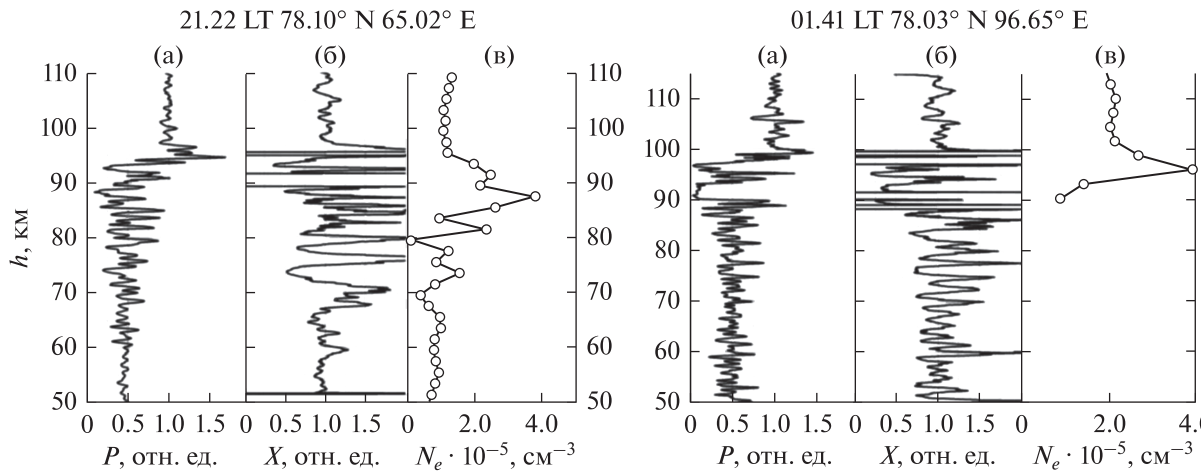


Рис. 4. Высотные зависимости нормированной мощности – $P(h)$, рефракционного ослабления – $X(h)$ и электронной концентрации – $N_e(h)$, полученные по радиозатменным данным *FORMOSAT-3/COSMIC* 22.VI.2015 в 21.22 LT в ионосферном районе.

выше ослабление мощности сигнала $P(h)$, наблюдаемое в анализируемом интервале высот, может быть связано с поглощением радиоволн в нижней ионосфере Земли во время геомагнитной бури.

3. ПОГЛОЩЕНИЕ ДЕЦИМЕТРОВЫХ РАДИОВОЛН И ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОГО ЧИСЛА СОУДАРЕНИЙ В НИЖНЕЙ ИОНОСФЕРЕ ЗЕМЛИ

О небольшом поглощении (до –1 дБ) радиоволн, которое можно заметить в данных на *GPS*-частотах, было упомянуто в работе [6]. Наиболее характерными особенностями высокоширотной ионосферы (D-область) является специфическое поглощение радиоволн в полярной шапке (ППШ), обусловленное вторжением протонов с энергиями в десятки МэВ и аномальное авроральное поглощение, связанное с высыпаниями электронов. В периоды солнечных вспышек, направленных в сторону Земли, за счет резкого возрастания солнечного ионизирующего излучения, преимущественно в рентгеновском диапазоне возникают внезапные ионосферные возмущения (ВИВ), проявляющиеся в увеличении ионизации, главным образом, в D- и E-областях ионосферы. Авроральное поглощение радиоволн, часто наблюдаемое в зоне полярных сияний в периоды магнитосферных бурь и суббурь, связывают с высыпанием заряженных частиц (главным образом, электронов с энергиями 20–100 кэВ) из магнитосферы в нижнюю ионосферу Земли [11].

Поглощение сигналов диапазона *L1* (частота 1575.42 МГц) наблюдалось очень ярко в двух радиозатменных сеансах измерений *FORMOSAT-3/COSMIC* в ионосфере Земли (см. рис. 4). В одном из них ослабление мощности радиоволн достигало –10 дБ с возвратом на уровень –3 дБ, а в другом сеансе измерений составляло –3 дБ (рис. 4, панели (а)). Используя эти данные и следуя работе [12], можно определить вертикальный профиль коэффициента поглощения радиоволн (Z) и оценить эффективное число соударений электрона в единицу времени (ν) в нижней ионосфере Земли.

Поглощение радиоволн в нижней ионосфере обусловлено столкновениями электронов с ионами и нейтральными молекулами. Из-за этого часть энергии, сообщаемая электромагнитным полем электронам, расходуется на увеличении энергии хаотического движения частиц плазмы и приводит к ее нагреву. При каждом ударе электрон в среднем передает иону или молекуле импульс $m \cdot d\mathbf{r}/dt$, где $d\mathbf{r}/dt$ – упорядоченная скорость электронов под действием поля. Если ν – эффективное число соударений электрона в секунду, то за единицу времени его импульс меняется на величину $m \cdot \nu \cdot d\mathbf{r}/dt$. Изменение импульса за счет соударений эквивалентно действию некоторой силы трения.

Предполагая, что частота радиоволн $\omega = 2\pi f$ удовлетворяет неравенству $\omega^2 \gg \nu^2$, авторы работы [12] получили следующую оценку коэффициента поглощения Z радиоволн:

$$Z = \frac{e^2 N_e \nu}{\pi m c f^2} = 2.70 \cdot 10^{-3} \frac{N_e \nu}{f^2}, \quad [Z] = \text{см}^{-1}, \qquad (2)$$

где m – масса электрона, e – заряд электрона, c – скорость света, величина N_e выражена в см$^{-3}$, ν – в с$^{-1}$, f – в Гц. При распространении через ионосферу поток радиоволн испытывает поглощение и нормированная мощность сигнала P равна [12]:

$$P = \exp\left[-\int_{h_{\min}}^{h_{\max}} Z\,ds\right] = \\ = \exp\left[\frac{-2.70\cdot 10^{-3}}{f^2}\int_{h_{\min}}^{h_{\max}} N_e \nu ds\right]. \quad (3)$$

Здесь интегрирование производится по траектории зондирующего радиолуча. Как видно из формулы (2), для оценки параметра ν нужно знать вертикальный профиль коэффициента поглощения и распределение электронной концентрации по высоте. Для этого, в нашем распоряжении имеются профили $N_e(h)$ (рис. 4, панели (в)), которые позволяют с помощью (3) решить обратную задачу и определить вертикальный профиль коэффициента поглощения радиоволн $Z(h)$, а также оценить величину ν в нижней ионосфере Земли.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе проанализированы результаты около 100 радиозатменных сеансов зондирования высокоширотной (>65° N) атмосферы северного полушария Земли, которые были проведены 22–23.VI.2015 на несущей *GPS*-частоте 1545.42 МГц (диапазон *L1*) в эксперименте *FORMOSAT-3/COSMIC*. Установлено, что высотное положение максимума электронной концентрации в ионосферном слое практически совпадает с положением минимума рефракционного ослабления сигнала, что соответствует результатам, полученным ранее при радиозатменном зондировании спорадических *E*-слоев в ионосфере Земли.

На основе анализа радиозатменных измерений *FORMOSAT-3/COSMIC*, проведенных во время сильной геомагнитной бури 22–23.VI.2015 (класса *G4*), обнаружено поглощение радиоволн диапазона *L1* в нижней высокоширотной ионосфере Земли. Величина поглощения составляет ~3 дБ в интервале 60–90 км, и в отдельных случаях достигает ~10 дБ на высотах от 90 до 95 км. Показано, что на основе полученных данных можно определить высотный профиль коэффициента поглощения *Z* радиоволн и оценить эффективное число соударений в секунду ν в нижней ионосфере Земли.

Работа выполнена в рамках государственного задания и частично поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (проект РФФИ № 19-02-00083 А) и Программой № 12 Президиума РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Reiff P.H., Daou A.G., Sazykin S.Y. et al.* Multispacecraft observations and modeling of the 22/23 June 2015 geomagnetic storm // Geophys. Res. Lett. 2016. V. 43. P. 7311–7318. https://doi.org/10.1002/2016GL069154
2. *Baker D.N., Jaynes A.N., Turner D. et al.* A telescopic and microscopic examination of acceleration in the June 2015 geomagnetic storm: Magnetospheric Multiscale and Van Allen Probes study of substorm particle injection // Geophys. Res. Lett. 2016. V. 43. P. 6051–6059. https://doi.org/10.1002/2016GL069643
3. *Astafyeva E., Zakharenkova I., Huba J.D. et al.* Global Ionospheric and Thermospheric Effects of the June 2015 Geomagnetic Disturbances: Multi-Instrumental Observations and Modeling // J. Geophys. Res. 2017. V. 122. P. 1–27. https://doi.org/10.1002/2017JA024174
4. *Mansilla G.A.* Ionospheric Response to the Magnetic Storm of 22 June 2015 // Pure and Applied Geophys. 2018. V. 175. P. 1139–1153. https://doi.org/10.1007/s00024-017-1741-5
5. *Яковлев О.И., Павельев А.Г., Матюгов С.С.* Спутниковый мониторинг Земли: Радиозатменный мониторинг атмосферы и ионосферы. М.: Книжный дом “ЛИБРОКОМ”, 2014.
6. *Горбунов М.Е.* Радиозатменное зондирование атмосферы. М.: ГЕОС, 2017.
7. *Яковлев О.И., Матюгов С.С., Павельев А.А.* Результаты исследования дневной полярной ионосферы методом затменного зондирования на трассах спутник-спутник // Известия вузов. Радиофизика. 2019. Т. 62. № 3. С. 194–204.
8. *Gubenko V.N., Pavelyev A.G., Kirillovich I.A., Liou Y.-A.* Case study of inclined sporadic E layers in the Earth’s ionosphere observed by CHAMP/GPS radio occultations: Coupling between the tilted plasma layers and internal waves // Adv. Space Res. 2018. V. 61. № 7. P. 1702–1716. https://doi.org/10.1016/j.asr.2017.10.001
9. *Gubenko V.N., Kirillovich I.A.* Modulation of sporadic E layers by small-scale atmospheric waves in Earth’s high-latitude ionosphere // Solar-Terrestrial Physics. 2019. V. 5. № 3. P. 98–108. https://doi.org/10.12737/stp-53201912
10. *Zeng Z., Sokolovskiy S.* Effect of sporadic E cloud on GPS radio occultation signal // Geophys. Res. Lett. 2010. V. 37. L18817. https://doi.org/10.1029/2010GL044561
11. *Брюнелли Б.Е., Намгаладзе А.А.* Физика ионосферы. М.: Наука, 1988.
12. *Колосов М.А., Арманд Н.А., Яковлев О.И.* Распространение радиоволн при космической связи. М.: Связь, 1969.

КОСМИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ, 2021, том 59, № 3, с. 196–208

УДК 629.78+531.55

ТЕПЛОВОЙ АНАЛИЗ ТРАЕКТОРИЙ ВОЗВРАЩЕНИЯ ОТ ЛУНЫ С НЕСКОЛЬКИМИ ВХОДАМИ В АТМОСФЕРУ ДЛЯ БАЛЛИСТИЧЕСКОЙ КАПСУЛЫ И АППАРАТОВ СКОЛЬЗЯЩЕГО СПУСКА

© 2021 г. В. В. Леонов[1, *], Д. А. Гришко[1], М. А. Айрапетян[1], О. С. Швыркина[1], Г. А. Никитин[1]

[1]*Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*

**lv-05@mail.ru*

Поступила в редакцию 25.03.2020 г.
После доработки 28.07.2020 г.
Принята к публикации 17.09.2020 г.

В статье исследуется схема возвращения спускаемого аппарата от Луны с несколькими промежуточными прохождениями земной атмосферы перед совершением посадки. Показаны особенности поведения таких траекторий вблизи Земли для баллистической капсулы и аппаратов скользящего спуска, обладающих малым аэродинамическим качеством (0.3–0.5). Использование атмосферы в качестве естественного способа торможения позволяет уменьшить инерционные и тепловые нагрузки по сравнению с прямым входом с околопараболической скоростью. Однако уменьшение величин нагрузок сопровождается увеличением продолжительности их воздействия. Даже в случае одного промежуточного прохождения атмосферы это приводит к выгоранию заметно большей (по сравнению с прямым входом) массы теплозащитного покрытия, являющегося ключевым фактором обеспечения безопасности спуска. В статье показано, что использование траекторий с одним промежуточным прохождением атмосферы позволяет изменить характер уноса теплозащитного покрытия, состоящего из наполнителя и связующего. При прямом входе с околопараболической скоростью происходит разрушение наполнителя, сопровождаемое изменением формы аппарата. При использовании схемы с предварительным атмосферным торможением основная масса унесенного вещества приходится на связующее, что приближает режим спуска к многократно отработанному на практике сходу с низкой околоземной орбиты.

DOI: 10.31857/S0023420621030079

ВВЕДЕНИЕ

В ближайшие годы ожидается дальнейшее развитие космических программ [1–5], связанных с изучением Луны. Речь идет, прежде всего, о программах *Чаньэ* (КНР), *Artemis* (США), *Луна* (Россия). В декабре 2020 года успешно завершена миссия *Чаньэ-5* по доставке на Землю лунного грунта, следующая запланирована на 2023 г. Первая миссия *Artemis*, включающая беспилотный облет Луны, ожидается в конце 2021 г. Запуск и мягкая посадка в приполярной области Луны аппарата *Луна-25* запланированы на конец 2021 года. Существуют перспективы появления долговременных программ освоения Луны [6–8], которые будут предусматривать создание и поддержание функционирования лунной базы [9–16], а также доставку различных грузов и пилотируемых модулей на Землю. В случае полной реализации данных программ ожидается значительное увеличение грузооборота между Землей и Луной, что делает весьма перспективными работы, направленные на оптимизацию траекторий перелета [17–22] и на исследование возможностей повышения “комфортности” спуска посадочного модуля при возвращении на Землю.

Классические траектории возвращения [23] с Луны характеризуются околопараболическими скоростями входа в атмосферу, что приводит к возникновению интенсивных тепловых потоков, действующих на спускаемый аппарат (СА). Это предъявляет высокие требования к материалам, из которых изготовлена его теплозащита (например, температура теплозащитного экрана *Apollo-11* достигала около 2600°C). Кроме того, в случае пилотируемого СА при таких траекториях экипаж испытывает большие инерционные перегрузки (до 6.5–7 единиц) [24].

Земная атмосфера представляет собой естественный способ торможения межпланетных модулей различных геометрических форм. Одним из способов уменьшения тепловых и инерционных перегрузок при возвращении от Луны является выбор траекторий с несколькими входами в атмосферу: получающаяся после ее первого прохождения орбита представляет собой эллипс, апогей которого быстро понижается при повторных входах в атмосферу. Эта идея была выдвинута еще на заре космической эры и даже была реализована в советских беспилотных миссиях конца 60-х *Зонд-6, 7, 8* в которых возвращаемый модуль при подлете к Земле с условным перигеем около 45 км за счет аэродинамического качества отлетал до высоты примерно 200 км и далее выполнял посадку. Советские миссии серии *Луна* и американские миссии *Apollo* не использовали атмосферный рикошет, а свертывание этих программ привело к недостаточному изучению особенностей таких траекторий.

Целью данной работы является определение границы применимости атмосферного рикошета в задаче возвращения от Луны в контексте допустимых тепловых нагрузок, действующих на СА и приводящих к уносу теплозащитного покрытия. Задачами работы являются:

а) оценка траекторных параметров СА типа "баллистическая капсула" и *Союз/Apollo* при нескольких прохождениях атмосферы перед совершением посадки;

б) сравнение тепловых и инерционных нагрузок, действующих на СА при использовании траекторий с несколькими входами в атмосферу;

в) сравнительный анализ характера уноса теплозащитного покрытия при использовании траекторий прямого входа и траекторий с промежуточными прохождениями атмосферы.

Объектом исследования в конечном итоге выступают аппараты скользящего спуска типа *Союз* и *Apollo* (аэродинамическое качество на гиперзвуке, т.е. при числе Маха ≥ 6, равно 0.3–0.5), совершающие вход в атмосферу при балансировочных углах атаки 23° и 33° соответственно с нулевым углом аэродинамического крена. Последнее обстоятельство обеспечивает максимальное использование подъемной силы при спуске для конкретного угла атаки. Вместе с тем, наибольшее аэродинамическое качество для данных СА достигается при углах атаки, примерно равных 36° и 52° соответственно.

Предметом исследования является двойственный тепловой эффект, упомянутый в монографии В.А. Ярошевского [25] и возникающий при реализации траекторий с несколькими входами в атмосферу. С одной стороны, за счет более пологой траектории СА должен испытывать меньшие тепловые нагрузки. К тому же его скорость уменьшается постепенно на каждом атмосферном участке, а не гасится, как при прямой посадке, практически до нуля за 7–12 мин. С другой стороны, эти меньшие тепловые нагрузки суммарно действуют на более продолжительном временном интервале, что может привести к выгоранию теплозащитного покрытия и к разрушению СА. Таким образом, эффективность схемы с атмосферным рикошетом можно оценивать только в тесной связи с тепловыми процессами, сопровождающими движение в различных по плотности слоях атмосферы.

При движении аппаратов скользящего спуска сила лобового сопротивления стремится затормозить СА, что должно приводить к его падению на Землю, а подъемная сила выталкивает его вверх, сохраняя, тем самым, заметный запас его скорости. Поэтому результаты исследования упомянутого выше двойственного теплового эффекта будут более наглядными для СА, на которые действует только сила лобового сопротивления. Как будет показано далее, они будут характерны и для СА скользящего спуска.

1. МНОГОКРАТНЫЙ ВХОД В АТМОСФЕРУ В СЛУЧАЕ БАЛЛИСТИЧЕСКОЙ КАПСУЛЫ

Самым простым представителем модуля для перевозки грузов является возвращаемая баллистическая капсула (БК), не обладающая подъемной силой при движении в атмосфере. Капсулы, как правило, имеют форму сферы (например, "Бион-М") или конуса со сферическим затуплением (например, "Радуга"). В задаче возвращения от Луны большое значение имеет точность исполнения маневров: как формирующих траекторию перелета к Земле, так и корректирующих впоследствии эту траекторию. Ошибки исполнения импульсов скорости могут быть не настолько грубыми, чтобы БК не попала в Землю, но достаточными для создания режима нерасчетного спуска.

1.1. Особенности движения БК

Для оценки параметров входа в атмосферу принималось, что в начальный момент времени БК, двигаясь от Луны, пересекла границу остаточной атмосферы на высоте 1500 км над поверхностью Земли. При этом, при формировании начальных условий движения вблизи Луны рассматривались различные высоты условного перигея подлетной траектории к Земле. С учетом того, что торможение о верхние слои атмосферы происходит с большими скоростями на малом промежутке времени, для оценок можно воспользоваться наиболее простой математической моделью, описывающей движение в центральном гравитационном поле в одной плоскости при неподвижной атмосфере:

$$\dot{v}_x = -\frac{\mu_E}{r^3}x - C_{xa}\frac{\rho v^2}{2m}S_m\frac{v_x}{v}; \qquad (1)$$

$$\dot{v}_y = -\frac{\mu_E}{r^3}y - C_{xa}\frac{\rho v^2}{2m}S_m\frac{v_y}{v}. \qquad (2)$$

Здесь $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ – модуль радиус-вектора БК, $\mu_E = 398\,600.4418$ км^3/с^2 – геоцентрическая посто-

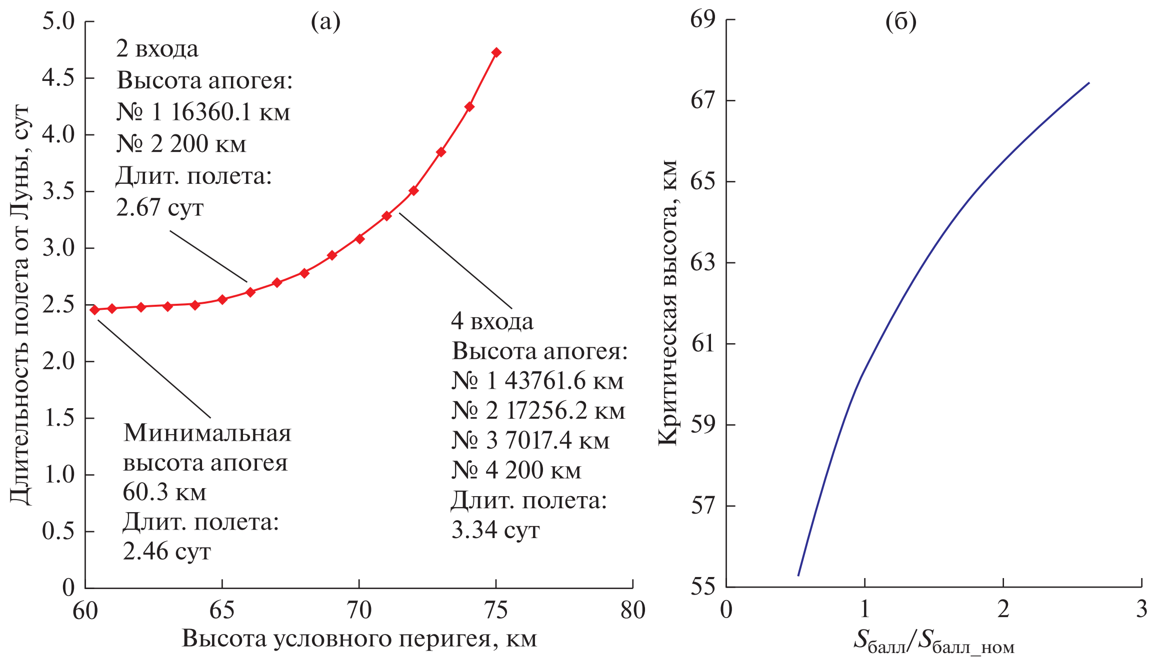


Рис. 1. а – зависимость между высотой условного перигея подлетной траектории и длительностью полета от Луны к Земле до момента достижения высоты апогея 200 км; б – зависимость между возможным отклонением баллистического коэффициента от номинального значения и критической высотой условного перигея.

янная, $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ – модуль скорости БК, C_{xa} – коэффициент силы аэродинамического сопротивления (для БК на гиперзвуке принимался равным 0.87 [26], что также согласуется с результатами продувок в программном пакете SolidWorks), ρ – плотность атмосферы, рассчитываемая по ГОСТ Р 25645.166–2004 (высоты 120–1500 км) и ГОСТ 4401-81 (высоты 0–120 км), S_m – площадь сечения миделя возвращаемого модуля. Форма рассматриваемой БК принималась близкой к сфере, ее баллистический коэффициент ($S_{балл} = C_{xa}S_m/m$) примерно равен 0.0019 м^2/кг.

В зависимости от выбранной высоты условного перигея торможение возвращаемого модуля об атмосферу будет происходить с разной интенсивностью, так как функция плотности от высоты не является линейной. Это приведет к разным высотам апогея эллипса, получившегося после первого прохождения атмосферы: чем выше перигей подлетной траектории, тем выше окажется и апогей сформированного эллипса. БК будет оставаться на околоземной орбите до тех пор, пока при очередном прохождении области перигея ее апогей также не окажется в плотных слоях атмосферы. При торможении об атмосферу апогей опускается в несколько раз быстрее перигея. Если на предыдущем витке высота апогея составила 200 км, то с учетом низкой высоты перигея во время следующего прохождения атмосферы БК упадет на Землю.

Анализ результатов расчета показал, что существует такая критическая высота условного перигея, при которой апогей орбиты, сформированной после первого прохождения через атмосферу, сразу достигает значения 200 км и БК неизбежно падает на Землю при повторном входе. На рис. 1а показана продолжительность полета БК от Луны к Земле при различной высоте условного перигея подлетной траектории. Видно, что для рассматриваемой БК эта критическая высота условного перигея примерно равна 60.3 км. Такой траектории соответствуют наименьшее время полета от Луны и наибольшие пиковые тепловые нагрузки, которые должен выдержать возвращаемый модуль. С ростом высоты условного перигея БК совершает несколько промежуточных входов в атмосферу перед тем как выйти на высоту апогея 200 км. При этом, при первом прохождении атмосферы высота расчетного перигея практически не отличается от высоты условного, а в процессе совершения нескольких оборотов вокруг Земли перигей понижается всего на несколько километров.

По мере увеличения высоты условного перигея подлетной траектории время выхода на высоту апогея 200 км растет неравномерно. Изменение высоты условного перигея с 60.3 на 66 км приводит к повторному прохождению атмосферы перед началом финального спуска с орбиты, а увеличение этой высоты еще на 5–7 км позволяет получить количество промежуточных входов, равное четырем. При дальнейшем увеличении высоты условного перигея траектории до 75–80 км можно получить многократные входы в атмосферу, что приводит к резкому возрастанию длительности полета, а также к тому, что на первых витках СА уходит далеко за высоту геостационарной орбиты.

В случае перевозки грузов, масса БК может отличаться от величины, принятой в расчетах. Это будет приводить к другим значениям баллистического коэффициента $S_{\text{балл}}$ и разной интенсивности торможения БК. Следовательно, изменится критическая высота условного перигея подлетной траектории, при которой БК сразу выходит на высоту апогея 200 км после первого промежуточного прохождения атмосферы. Зависимость между этой критической высотой и возможным отклонением баллистического коэффициента от номинального значения ($S_{\text{балл\_ном}}$) приведена на рис. 1б.

1.2. Особенности расчета тепловых потоков на атмосферном участке траектории

При гиперзвуковом обтекании затупления СА в виде участка сферической поверхности между фронтом отошедшей головной ударной волны и обтекаемой поверхностью возникает так называемый ударный слой с достаточно высокими значениями давления и температуры воздуха (рис. 2) [27, 28]. Это приводит к интенсивному конвективному и радиационному теплообмену на обтекаемой поверхности даже в условиях полета на большой высоте в разреженных слоях атмосферы [29, 30]. Для баллистических спускаемых аппаратов сферической формы существует ряд эмпирических зависимостей, позволяющих с достаточной точностью оценить тепловые нагрузки, приходящие на переднюю полусферу, то есть на самую теплонагруженную часть аппарата [28, 31, 32].

Плотность конвективного теплового потока в критической точке (рис. 2), то есть точке полного торможения набегающего потока, сферического затупления при ламинарном обтекании может быть получена из следующей зависимости (по приведенным далее формулам значения получаются немного завышенными, что позволяет получить оценку сверху):

$$q_{w,l} = \frac{1.318 \cdot 10^5}{\sqrt{R}} \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{0.5} \left(\frac{V}{V_1}\right)^{3.25} \left[\frac{\text{кВт}}{\text{м}^2}\right], \quad (3)$$

где R – радиус сферы, ρ и ρ_0 – плотность атмосферы на высоте полета и у поверхности Земли, V и V_1 – текущая скорость полета и первая космическая скорость соответственно. Аналогично для турбулентного режима:

$$q_{w,t} = 1.15 \cdot 10^6 \frac{\rho^{0.8}}{R^{0.2}} \left(\frac{V}{V_1}\right)^{3.19} \left[\frac{\text{кВт}}{\text{м}^2}\right]. \quad (4)$$

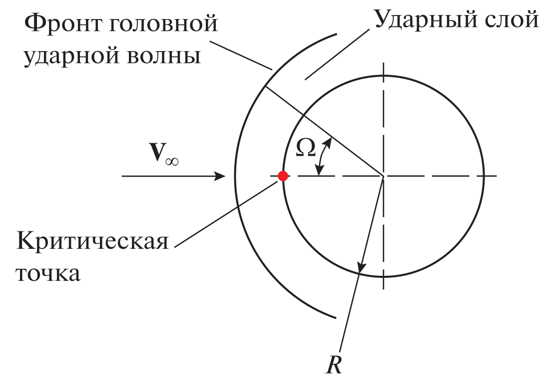


Рис. 2. Расчетная схема к вычислению распределения плотности конвективного теплового потока по передней полусфере.

Для аппаратов, входящих в плотные слои атмосферы со скоростью, близкой к параболической, необходимо кроме конвективных тепловых потоков также учитывать и радиационный (лучевой) нагрев от сжимаемого слоя газа в ударной волне:

$$q_{w,r} = 7.845 \cdot R \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right) \left(\frac{V}{1000}\right)^8 \left[\frac{\text{кВт}}{\text{м}^2}\right]. \quad (5)$$

Распределение плотности конвективного теплового потока, передаваемого поверхности СА от ударного слоя, зависит от режима ее обтекания. Для сферической поверхности при ламинарном режиме обтекания плотность теплового потока максимальна в передней критической точке, соответствующей направлению набегающего воздушного потока, и монотонно убывает в тангенциальных направлениях. При двумерной постановке задачи это распределение можно описать следующим соотношением [31]

$$q_{w,l}(\Omega) = q_{w,l}^0 \cos^2 \Omega, \quad (6)$$

где $q_{w,l}^0$ – ламинарный конвективный тепловой поток при нулевом угле атаки (в передней критической точке), Ω – угол между нормалью к полусфере в некоторой точке и направлением вектора скоростного напора (рис. 2). В случае перехода ламинарного режима в турбулентный изменение интенсивности теплообмена вдоль образующей поверхности затупления, как правило, немонотонно и может быть записано в следующем виде [31]

$$q_{w,t}(\Omega) = 1.04 q_{w,t}^0 \left(\cos^2 \Omega - \cos^4 \Omega\right), \quad (7)$$

где $q_{w,t}^0$ – турбулентный конвективный тепловой поток при нулевом угле атаки. При этом, плотность теплового потока в передней критической точке может и не быть наибольшей [27, 31], следовательно, наибольшая интенсивность разрушения теплозащиты также может быть не в этой точке

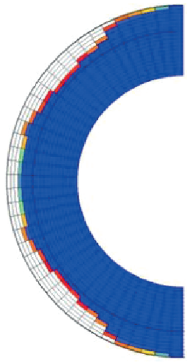


Рис. 3. Изменение формы лобовой полусферы сферической БК при прямом входе в плотные слои атмосферы.

(рис. 3). Критерием, оценивающим переход от ламинарного течения в пограничном слое к турбулентному, является число Рейнольдса $\mathrm{Re} = \rho VR/\mu$. Здесь μ – коэффициент динамической вязкости. За значение числа Рейнольдса, определяющего границу режимов обтекания, принято $\mathrm{Re} = 10^6$. При превышении этого значения течение становится турбулентным.

Для предварительной приближенной оценки ожидаемого уровня температуры на внешней поверхности можно использовать допущение об ее идеальной теплоизоляции, то есть пренебречь отводом теплоты с поверхности внутрь покрытия. Тогда получим формулу

$$\bar{T} = (q/(\varepsilon\sigma_0))^{0.25},$$

определяющую так называемую мгновенную равновесную температуру поверхности. Здесь q – плотность подводимого теплового потока, ε – коэффициент собственного излучения поверхности, $\sigma_0 = 5.67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м^2 К^4) – постоянная Стефана–Больцмана.

Одним из наиболее эффективных и распространенных способов защиты СА от набегающих высокотемпературных тепловых потоков является применение абляционных теплозащитных покрытий (ТЗП). Разрушаясь в процессе спуска аппарата, они препятствуют подводу тепловых потоков к его поверхности [28, 32]. В данном случае энергия внешнего теплового потока расходуется на плавление, испарение и сублимацию компонентов слоя материала. Как правило, абляционная теплозащита представляет собой композиционный материал, состоящий из тугоплавкого или термостойкого ***наполнителя*** (стеклянное, асбестовое, угольное волокно или ткани) и ***связующего*** (эпоксидная, фенольная смола) [33]. Очень высокие абляционные характеристики имеют углерод-углеродные композиционные материалы, которые применяются для наиболее теплонагруженных элементов конструкции: носков головных обтекателей и передних кромок крыльев [28, 34]. В качестве наполнителя выступают углеродные волокна, ленты и ткани, а связующим могут быть коксы пеков, синтетических смол или пироуглерод.

Как правило, связующее имеет гораздо меньшую температуру разрушения по сравнению с наполнителем, поэтому оно начинает разрушаться первым. Образующийся в процессе его испарения и сублимации газ дополнительно блокирует подводимый тепловой поток за счет эффекта вдува. Разрушение связующего обычно не приводит к изменению геометрии аппарата. Скорость разрушения наполнителя зависит от механизма разрушения и может идти как практически параллельно с разрушением связующего, так и после его значительного выгорания.

Для оценки массы унесенного материала абляционного теплозащитного покрытия удобно воспользоваться формулой [28]:

$$\dot{m}_W = \frac{q_{w,\Sigma}}{\gamma(I_0 - I_w) + I_p} \left[\frac{\text{кг}}{\text{м}^2\text{с}}\right], \tag{8}$$

где $\dot{m}_W$ – скорость уноса массы ТЗП, γ – параметр вдува, I_0 – энтальпия торможения потока, I_w – энтальпия на поверхности аппарата, I_p – энтальпия разрушения или термодеструкции полимера.

Параметр вдува можно определить по формуле

$$\gamma = 0.6\left(\frac{I_w}{I_0}\right)^{0.03}\left(\frac{\mu_e}{\mu_w}\right)^{0.03}, \tag{9}$$

где μ_e и μ_w – соответственно средняя молярная масса компонентов набегающего потока и компонентов газа вдува.

Приведенная выше модель разрушения ТЗП не учитывает эрозионное воздействие набегающего воздушного потока и эффекты, связанные с коксованием и блокировкой вдува. Для рассматриваемого в работе полимерного композитного теплозащитного материала принято, что средняя температура разрушения или термодеструкции наполнителя равна 2200 K, связующего – 1200 K, энтальпия разрушения материала – 2000 кДж/кг. При тепловом расчете за высоту входа в атмосферу принята высота 100 км.

1.3. Анализ тепловых нагрузок, действующих на БК

Прежде чем говорить о предлагаемом спуске с многократным погружением в атмосферу, рассмотрим штатный вариант посадки. В отличие от аппаратов типа *Союз* и *Apollo* баллистические аппараты при спуске (особенно с околопараболической скоростью) резко "ныряют" в атмосферу и не способны планировать, что приводит к большим тепловым и инерционным нагрузкам, действующим на аппарат. Для рассматриваемой БК

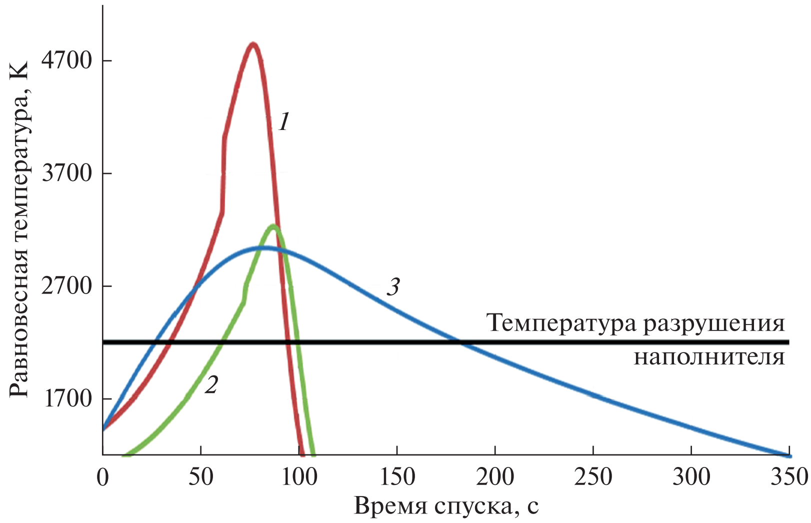


Рис. 4. Изменение равновесной температуры в критической точке БК в зависимости от времени без учета разрушения ТЗП: *1* – прямой вход с околопараболической скоростью; *2* – прямой вход с местной околокруговой скоростью с высоты 400 км (угол входа –1.5°); *3* – торможение в атмосфере за первый вход с околопараболической скоростью (условный перигей 60.3 км) с последующим выходом на эллипс с высотой апогея 200 км; результаты приведены для участка первого прохождения через атмосферу, на котором наблюдается интенсивное разрушение ТЗП.

при прямом (однократном) входе масса унесенной теплозащиты составит 349 кг. Причем, если рассчитать значение равновесной температуры на передней полусфере без учета разрушения ТЗП, то она будет значительно (в 2.2 раза) превышать температуру разрушения наполнителя ТЗП, т.е. 2200 К (рис. 4). Если учесть реальное разрушение теплозащиты, столь интенсивный нагрев приведет к тому, что за счет абляции температура на поверхности не превысит температуру разрушения. Однако процесс спуска будет сопровождаться изменением формы аппарата (рис. 3) за счет активного уноса ТЗП, в том числе, наполнителя.

Предварительное торможение БК при помощи мощной двигательной установки до скорости, близкой к местной круговой на высоте 400 км, позволит уменьшить массу уносимого ТЗП до 136 кг по сравнению с ранее приведенным значением 349 кг для прямого входа с околопараболической скоростью. Соответственно уменьшаются масса и толщина всего пакета теплозащиты. В этом случае температура будет не так сильно и меньше по времени превышать температуру разрушения наполнителя (рис. 4), следовательно, основную часть массы унесенного ТЗП составит связующее, что не приводит к значительному изменению формы аппарата. Аналогичная картина наблюдается и при спуске аппарата типа *Союз*, где средние потери массы для лобового щита составляют примерно 9 кг с квадратного метра, а толщина покрытия уменьшается всего на несколько миллиметров.

Для описанной выше траектории с атмосферным рикошетом (высота условного перигея 60.3 км с последующим выходом на эллипс с апогеем высотой 200 км) масса абляционного ТЗП, унесенного с передней полусферы БК за время первого прохождения атмосферы, составит около 215 кг. По сравнению с классической схемой спуска с околокруговой орбиты высотой 400 км (рис. 5) дальнейший спуск БК с эллиптической орбиты 66.5 × 200 км, как правило, приводит к более пологой траектории. Она характеризуется бóльшей протяженностью, что приводит к менее интенсивному нагреву, но к бóльшей его продолжительности. Унос ТЗП составит примерно 175 кг, а суммарная его величина за все время спуска (с учетом одного промежуточного погружения) – 390 кг. Аналогичная ситуация будет возникать и при высоте перигея подлетной траектории, превышающей значение 60.3 км. Таким образом, схема с прямым параболическим входом, проигрывая по инерционным перегрузкам, оказывается более выгодной с позиции теплозащиты (349 кг против 390 кг при одном “нырке”).

При увеличении количества входов в атмосферу БК за непродолжительное время прохождения области перигея последовательно снижает скорость. Это обеспечивает от входа к входу меньшие по интенсивности тепловые потоки, а, следовательно, и меньшую температуру нагрева поверхности. Однако при этом тепловое воздействие попрежнему имеет большую продолжительность. Основную часть унесенного ТЗП в этом случае составляет связующее. На рис. 6 в зависимости от высоты условного перигея подлетной траектории показано изменение суммарной массы абляционного ТЗП, унесенного с передней полусферы БК в процессе ее многократного торможения в верхних слоях атмосферы.

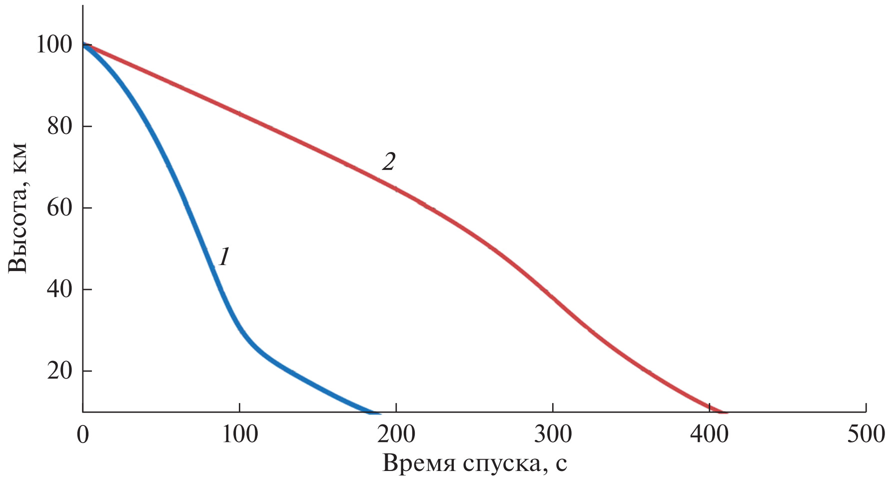


Рис. 5. Траектория спуска БК: (*1*) при прямом входе с круговой орбиты высотой 400 км; (*2*) на заключительном этапе спуска после одного промежуточного прохождения атмосферы с высотой условного перигея подлетной траектории 60.3 км.

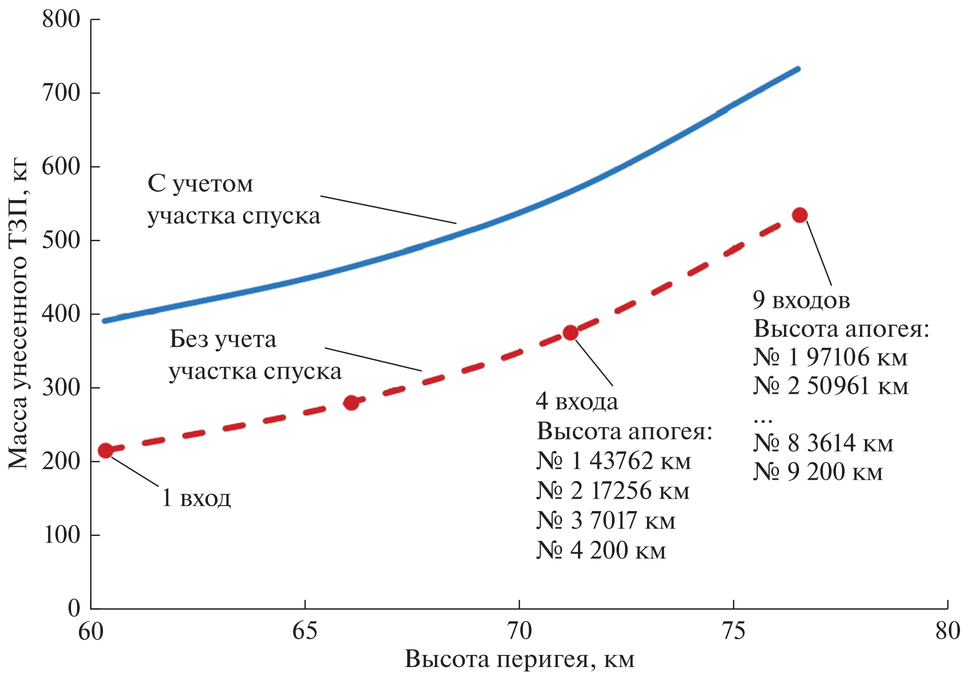


Рис. 6. Изменение массы уносимого ТЗП в зависимости от высоты условного перигея подлетной траектории при многократном погружении в атмосферу для двух вариантов: без учета участка спуска, т.е. с выходом после торможения на эллипс с высотой апогея 200 км и с учетом участков финального спуска и посадки.

Из приведенных выше графиков видно, что при последовательном гашении скорости БК в атмосфере за счет многократного входа с последующим спуском суммарный унос ТЗП будет больше, чем при прямом спуске, но в основном за счет связующего из-за меньших по интенсивности тепловых потоков. Это обстоятельство ограничивает возможности применения ряда материалов в составе ТЗП, например, асботекстолитов, характеризующихся из-за хрупкости волокна существенным уменьшением эрозионной стойкости при удалении связующего [28].

2. МНОГОКРАТНЫЙ ВХОД В АТМОСФЕРУ В СЛУЧАЕ АППАРАТОВ СКОЛЬЗЯЩЕГО СПУСКА

2.1. Математическая модель движения СА с малым аэродинамическим качеством

У аппаратов скользящего спуска центр масс смещен относительно оси симметрии в продольной плоскости, благодаря чему в потоке СА летит под некоторым балансировочным углом атаки и обладает подъемной силой. Управление СА осуществляется посредством изменения направле-

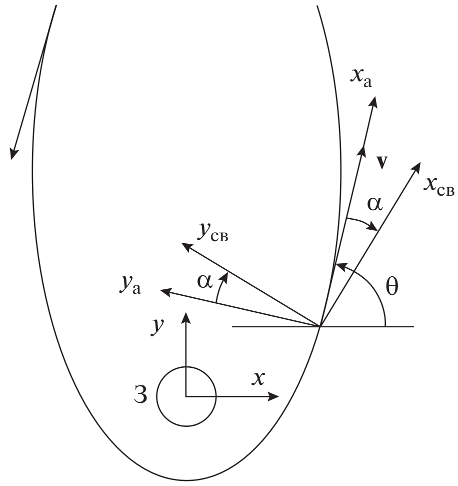


Рис. 7. Схема трех систем координат, используемых для описания движения СА: неподвижная (основная) с осями x, y; скоростная с осями $x_а$, $y_а$; связанная с СА с осями $x_{св}$, $y_{св}$.

ния подъемной силы, что достигается поворотами аппарата по аэродинамическому крену. В данной статье предполагается, что этот угол крена равен нулю, таким образом, СА максимально использует подъемную силу при заданном угле атаки.

При спуске модуля, обладающего большой подъемной силой, может возникнуть явление атмосферного рикошета, степень которого определяется сочетанием балансировочного угла атаки СА, его скорости и высоты условного перигея. Математическая модель движения, используемая в работе, имеет вид:

$$\dot{V}_x = -\frac{\mu_E}{r^3}x + F_x^{сопр}\big/m; \qquad (10)$$

$$\dot{V}_y = -\frac{\mu_E}{r^3}y + F_y^{сопр}\big/m, \qquad (11)$$

где $\begin{bmatrix} F_x^{сопр} \\ F_y^{сопр} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -X_a \\ -Y_a \end{bmatrix}$. Здесь $F_x^{сопр}$ и $F_y^{сопр}$ – проекции силы аэродинамического сопротивления на неподвижные оси x и y соответственно (рис. 7); θ – угол, который вектор скорости СА составляет с неподвижной осью x; α – угол атаки (между вектором скорости и продольной осью СА, угол скольжения равен нулю); $X_a = C_{xa}(\alpha)\frac{\rho v^2}{2}S_m$ – сила лобового сопротивления; $Y_a = C_{ya}(\alpha)\frac{\rho v^2}{2}S_m$ – подъемная сила.

Функции $C_x(\alpha)$ и $C_y(\alpha)$ взяты из работы В.Е. Миненко [35], они в целом согласуются с результатами продувок СА в программном пакете SolidWorks.

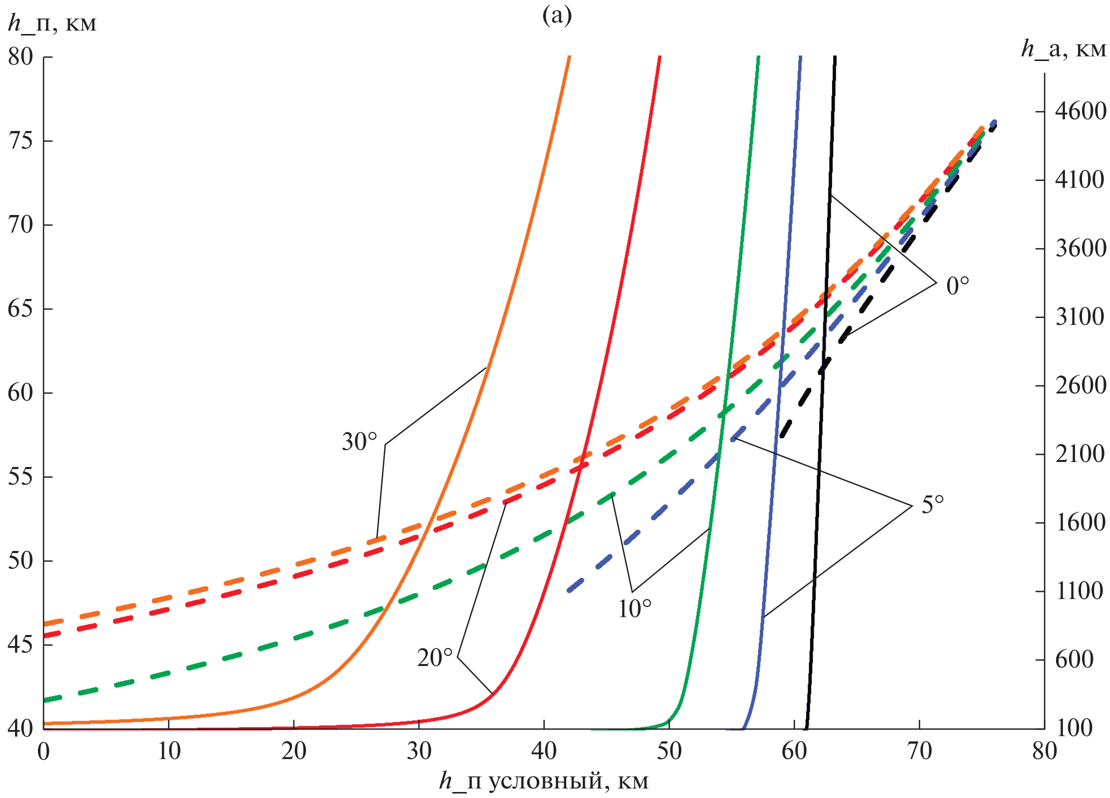
2.2. Влияние атмосферы на движение СА скользящего типа

Как и в случае с БК, условный перигей подлетной траектории СА находится в плотных слоях атмосферы. При нулевом угле атаки (нет подъемной силы) СА ведет себя как БК: под действием силы лобового сопротивления скорость СА в области перигея уменьшается, что приводит к незначительному (несколько километров) его понижению по сравнению с прицельным значением (рис. 8). Например, при высоте условного перигея 60 км реальный перигей получается равным примерно 58 км.

При ненулевом угле атаки на атмосферном участке траектории СА одновременно имеют место два эффекта: с одной стороны, сила лобового сопротивления тормозит СА, что должно приводить к понижению перигея; с другой стороны, подъемная сила “выталкивает” его за пределы земной атмосферы. Наличие угла атаки начинает сказываться при высотах, меньших примерно 75–77 км для СА типа *Союз* и меньших 80 км для СА типа *Apollo*, – здесь высоты условного и расчетного перигея еще совпадают для всех углов атаки (рис. 8). Уже при угле атаки в несколько градусов эффект от подъемной силы начинает преобладать над эффектом от силы лобового сопротивления. Это приводит к тому, что для большинства точек на рис. 8а и 8б высота расчетного перигея заметно превышает высоту условного. С ростом величины угла атаки допустимые значения высоты условного перигея уменьшаются и для углов атаки больших 10° даже могут принимать “отрицательные” значения. Чем меньше высота условного перигея подлетной траектории, тем сильнее СА тормозится при спуске, но одновременно с этим увеличивается и подъемная сила, что вызывает показанное на рис. 8 поднятие фактического перигея и, в значительной степени, повышение апогея траектории, получающейся после выхода из атмосферы. При нулевом угле атаки апогей получившейся траектории может увеличиваться лишь за счет поднятия условного перигея, что соответствует более слабому торможению СА. При наличии подъемной силы существует возможность поднимать апогей траектории еще и за счет увеличения угла атаки.

Как следует из рис. 8а, для СА типа *Союз* при $\alpha = 20°$ рациональный коридор для значений высоты условного перигея составляет 30–60 км. В этом случае высоты перицентра и апоцентра получившейся траектории принимают значения 50–65 и 150–16600 км соответственно. Наименьшая перегрузка (рис. 9а) наблюдается на правой границе указанного коридора и составляет 2 единицы, на левой границе коридора перегрузка равна 7.5 единицам.

Для СА типа *Apollo* при $\alpha = 35°$ рациональный коридор для значений высоты условного перигея



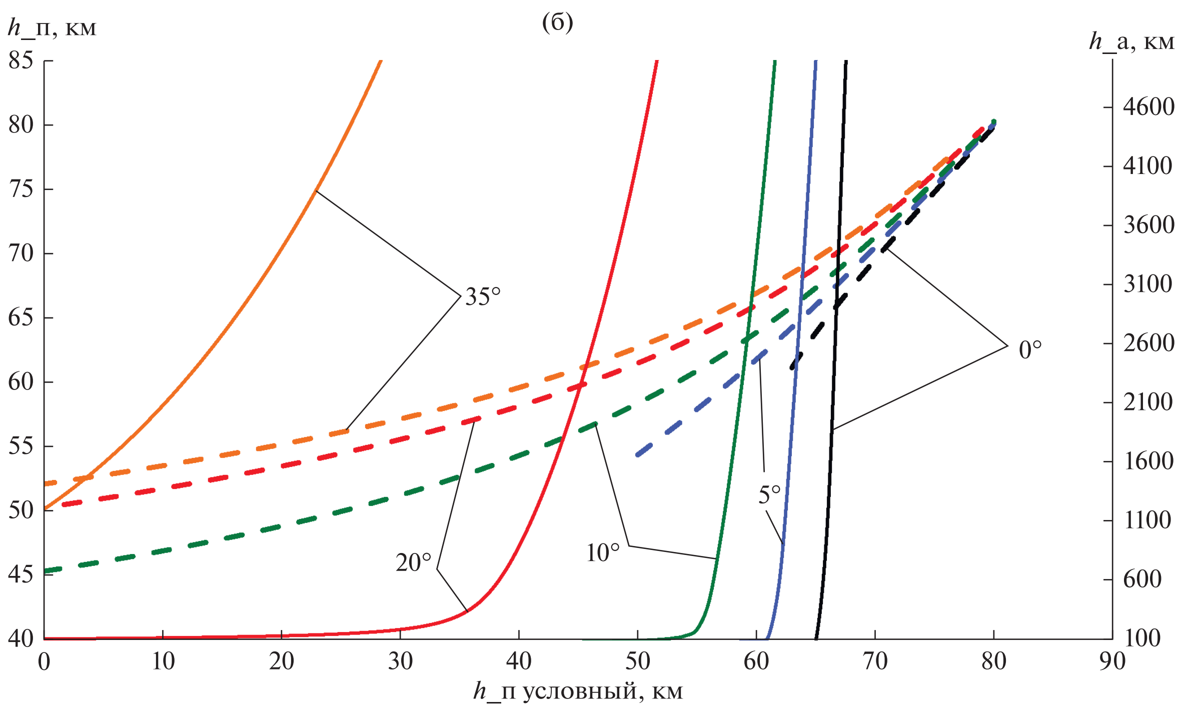


Рис. 8. а – зависимость фактических высот перигея (пунктирные линии) и апогея (сплошные линии) траектории после первого прохождения атмосферы от высоты условного перигея при разных углах атаки для СА типа *Союз*. б – зависимость фактических высот перигея (пунктирные линии) и апогея (сплошные линии) траектории после первого прохождения атмосферы от высоты условного перигея при разных углах атаки для СА типа *Apollo*.

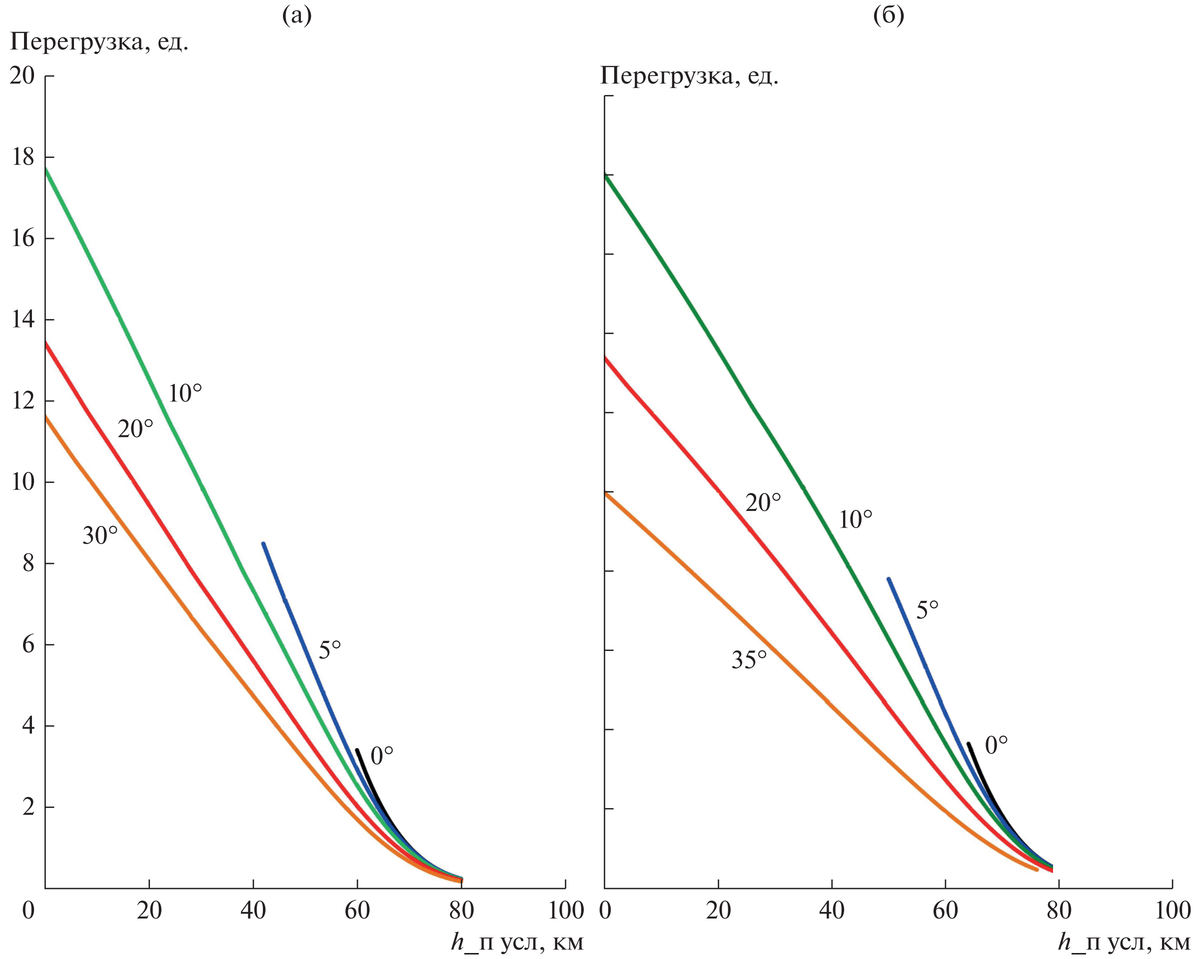


Рис. 9. Зависимость перегрузки от высоты условного перигея при разных углах атаки: а – СА типа *Союз*, б – СА типа *Apollo*.

составляет 20–60 км. В этом случае высоты перицентра и апоцентра получившейся траектории принимают значения 55–67 и 3400–25800 км соответственно. Наименьшая перегрузка (рис. 9б) наблюдается на правой границе указанного коридора и составляет 1.9 единицы, на левой границе коридора перегрузка равна 7.4 единицам.

2.3. Анализ тепловых нагрузок, действующих на СА скользящего спуска

Аппараты скользящего спуска, как правило (СА семейства *Союз* и *Apollo*), имеют сегментально-коническую или "фарообразную" форму, основной тепловой поток для которой приходит на донный сферический сегмент, покрытый лобовой теплозащитой. Поэтому в первом приближении при тепловом анализе данных аппаратов можно ограничиться рассмотрением только лобовой теплозащиты, для которой применимы приведенные ранее соотношения [28].

На рис. 10 приведены кривые изменения равновесной температуры в критической точке для аппарата скользящего спуска, по геометрическим и массовым характеристикам соответствующего СА семейства *Союз*. Видно, что выводы, сделанные для БК, верны и для аппаратов скользящего спуска. Реализация спуска с многократным входом позволяет снизить интенсивность тепловых нагрузок, но увеличивает суммарное время нагрева. При прямом входе с околопараболической скоростью СА подвергается нагреву (в равновесной постановке задачи) свыше 2200 K в течение примерно 42 с, теряя при этом 58 кг ТЗП. Спускаясь за два входа, он теряет уже более 110 кг, будучи нагретым более 130 с. Для сравнения, при спуске с круговой орбиты высотой 400 км он теряет 24 кг ТЗП.

Повышение высоты расчетного перигея, до которой "ныряет" аппарат, позволит еще больше снизить максимальное значение равновесной температуры. Например, при погружении до высоты 75 км она составит порядка 2800 K, но апогей орбиты после первого входа превысит 100000 км, а общее время возвращения составит чуть менее 6 сут (с момента отлета с орбиты вокруг Луны).

При моделировании движения и тепловых процессов у СА типа *Apollo* просматриваются аналогичные *Союзу* зависимости (рис. 11). Однако бо́льшее по сравнению с *Союзом* аэродинамиче-

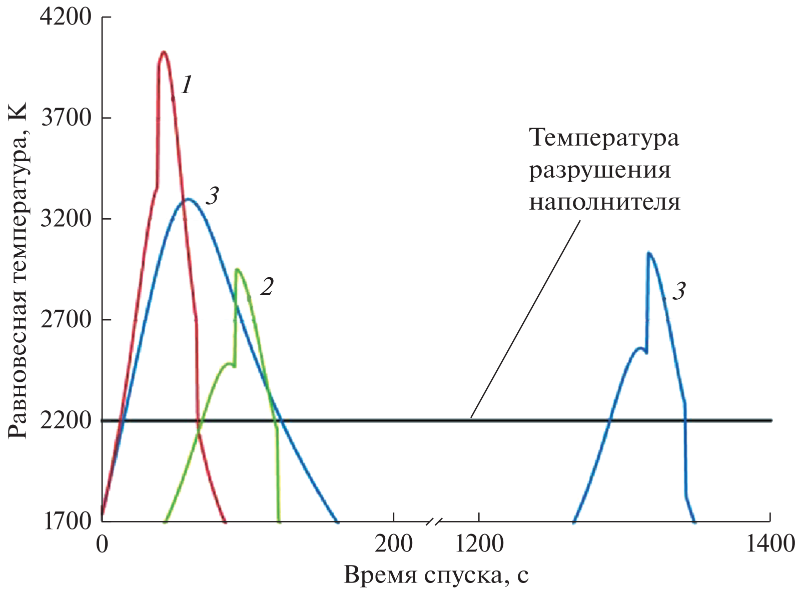


Рис. 10. Изменение равновесной температуры в критической точке аппарата типа *Союз* в зависимости от времени без учета разрушения ТЗП (результаты приведены только для интервалов времени, где наблюдается интенсивное разрушение ТЗП): *1* – прямой вход со околопараболической скоростью (угол входа –6°); *2* – прямой вход с местной околокруговой скоростью с высоты 400 км (угол входа –1.5°); *3* – вход с околопараболической скоростью с одним “нырком” в атмосферу (расчетная высота перигея при первом входе равна 56 км, высота апогея сформированного атмосферой эллипса равна 200 км).

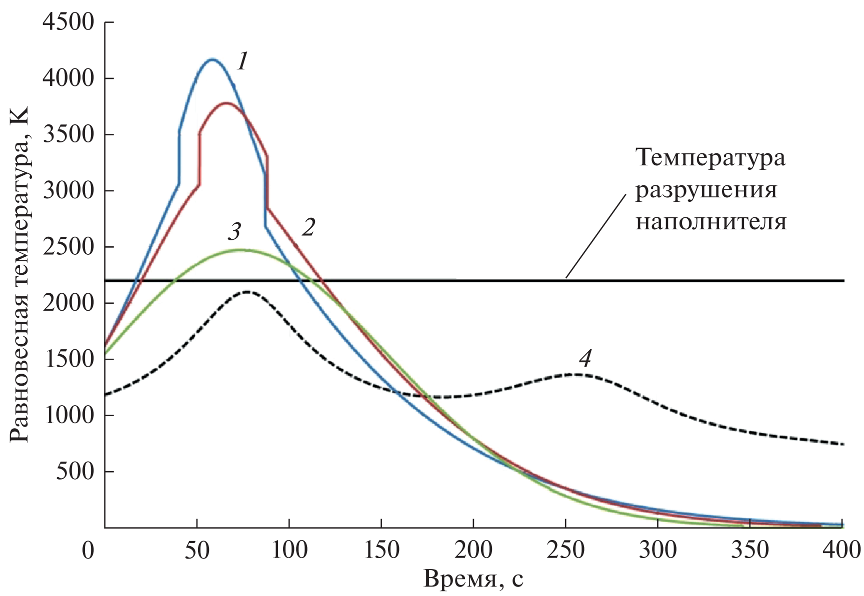


Рис. 11. Изменение равновесной температуры в критической точке аппарата типа *Apollo* в зависимости от времени без учета разрушения ТЗП при погружении до высот: *1* – 25 км, *2* – 45 км, *3* – 75 км; *4* – траектория прямого входа с низкой околоземной орбиты с углом входа –2° . Результаты приведены только для первого погружения с околопараболической скоростью, за начало отсчета взято время пересечения отметки с высотой 100 км.

ское качество позволяет еще сильнее уменьшить максимальную равновесную температуру в критической точке. Это позволяет приблизиться к рабочей границе наполнителя рассмотренного ТЗП. Пунктирной линией на рис. 11 для сравнения показано изменение равновесной температуры при спуске СА типа *Apollo* с низкой опорной орбиты. Видно, что при сохранении ламинарного режима обтекания не происходит разрушения наполнителя, разрушается только связующее. Вместе с тем, как показали дополнительные расчеты, в результате перехода к турбулентному режиму течения на короткий промежуток времени температура может повышаться примерно до 3000 K.

В статье рассмотрена равновесная постановка задачи, которая дает оценки "сверху" для протекающих тепловых процессов. Учет перераспределения и накопления тепла в ТЗП в процессе его прогрева, то есть теплоемкости, приведет к снижению максимального уровня температур. Наличие внеатмосферных участков движения СА позволит за счет процессов теплообмена охладить теплозащиту перед следующим входом в атмосферу. Кроме того, представляется целесообразным изучить возможность применения анизотропного материала ТЗП [36, 37], например, пирографита. Такой материал имеет заметно более высокий коэффициент теплопроводности в тангенциальном направлении по отношению к поверхности покрытия по сравнению с нормальным направлением. Предполагается, что использование анизотропного материала приведет к снижению уровня температуры поверхности в зоне максимума плотности теплового потока за счет перераспределения тепловой энергии в ТЗП в тангенциальном направлении.

ВЫВОДЫ

1. Проектирование спускаемого аппарата, в том числе для миссий возвращения с Луны, является комплексной задачей и требует анализа взаимного влияния траекторных параметров, инерционных и тепловых нагрузок, а также характеристик теплозащиты.

2. Вход в атмосферу с малой высотой условного перигея (20–30 км) для аппаратов скользящего спуска с балансировочным углом атаки около 20° приводит к получению околокруговой орбиты при минимальном времени полета от Луны. Однако при первом промежуточном прохождении атмосферы СА должен выдерживать значительные тепловые и инерционные нагрузки.

3. Увеличение высоты условного перигея и/или величины балансировочного угла атаки приводит к получению эллиптической орбиты, которая быстро деградирует с уменьшением эксцентриситета, так как ее перигей находится в плотных слоях атмосферы. При высоте условного перигея 40–60 км уменьшается интенсивность инерционных и тепловых нагрузок, приходящих на аппарат, но при этом заметно увеличивается их общая продолжительность, а также количество пересечений радиационных поясов Земли.

4. Увеличение продолжительности воздействия высокотемпературных тепловых потоков приводит к увеличению массы уносимого ТЗП, но при этом из-за меньших температур основная доля "потерянной" массы приходится на связующее.

5. Унос связующего ухудшает свойства ТЗП, что необходимо учитывать при многократном тепловом нагружении аппарата, особенно при финальном спуске на Землю. Отдельного исследования требует изучение стойкости материалов ТЗП к многократному высокотемпературному нагреву на атмосферном участке и охлаждению на орбитальном.

6. Траектории, приводящие к значительному увеличению общего времени полета и многократному пересечению радиационных поясов Земли, плохо подходят для пилотируемых экспедиций, но при этом вполне эффективны для грузовых аппаратов.

Работа выполнена за счет гранта Российского научного фонда (проект № 17-79-10450)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Jin S., Arivazhagan S., Araki H.* New results and questions of lunar exploration from SELENE, Chang'E-1, Chandrayaan-1 and LRO/LCROSS // Advances in Space research. 2013. V. 2 № 52. P. 285–305. https://doi.org/10.1016/j.asr.2012.11.022
2. *Wang Q., Liu J. A* Chang'e-4 mission concept and vision of future Chinese lunar exploration activities // Acta Astronautica. 2016. V. 127. P. 678–683. https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2016.06.024
3. *Grabois M.R.* Apollo: Learning from the past, for the future // Acta Astronautica. 2011. V. 68. P. 1353–1360. https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2010.08.010
4. *Казмерчук П.В., Мартынов М.Б. и др.* Космический аппарат *Луна-25* – основа новых исследований Луны // Вестник НПО им. С.А. Лавочкина. 2016. Т. 4. № 34. С. 9–19.
5. *Смирнов В.М., Юшкова О.В. и др.* Проект Луна-Глоб: радиолокационное зондирование грунта Луны // Радиотехника и электроника. 2013. Т. 58. № 9. С. 926–934.
6. *Bonnet R.M.* How might we approach a major lunar programme? // Advances in Space Research. 1996. V. 18. Is. 11. P. 7–13. https://doi.org/10.1016/0273-1177(96)00082-8
7. *Flahaut J., Carpenter J.* Regions of interest for future exploration missions to the lunar South Pole // Planetary and Space Science. 2020. V. 180. № 104750. https://doi.org/10.1016/j.pss.2019.104750
8. *Иванов М.А., Базилевский А.Т. и др.* Фундаментальные проблемы изучения Луны, технические средства подходов к их решению и потенциальные регионы исследования // Астрономический вестник. Исследования Солнечной системы. 2017. Т. 51. № 6. С. 473–486.
9. *Bonneville R.* A truly international lunar base as the next logical step for human spaceflight // Advances in Space Research. 2018. V. 61. Is. 12. P. 2983–2988. https://doi.org/10.1016/j.asr.2018.03.035

10. *Burke J.D.* Lunar resources: Evaluation and development for use in a lunar base program // Acta Astronautica. 1992. V. 26. Is. 1. P. 11–13. https://doi.org/10.1016/0094-5765(92)90137-8
11. *Duke M.B., Blair B.R., Diaz J.* Lunar resource utilization: Implications for commerce and exploration // Advances in Space Research. 2003. V. 31. Is. 11. P. 2413–2419. https://doi.org/10.1016/S0273-1177(03)00550-7
12. *Zhou C., Chen R. et al.* In-situ construction method for lunar habitation: Chinese Super Mason // Automation in Construction. 2019. V. 104. P. 66–79. https://doi.org/10.1016/j.autcon.2019.03.024
13. *Sherwood B.* Principles for a practical Moon base // Acta Astronautica. 2019. V. 160. P. 116–124. https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2019.04.018
14. *Kondyurina I., Kondyurin A. et al.* Polymerisation of composite materials in space environment for development of a Moon base // Advances in Space Research. 2006. V. 37. Is. 1. P. 109–115. https://doi.org/10.1016/j.asr.2005.05.031
15. *Schlüter L., Cowley A.* Review of techniques for In-Situ oxygen extraction on the moon // Planetary and Space Science. 2020. V. 181. № 104753. https://doi.org/10.1016/j.pss.2019.104753
16. *Савиных В.П., Васильев В.П. и др.* К вопросу о создании лунной базы // Известия высших учебных заведений. Геодезия и аэрофотосъемка. 2014. № 2. С. 3–10.
17. *Folta D.C., Woodard M., Howell K. et al.* Applications of multi-body dynamical environments: The ARTEMIS transfer trajectory design // Acta Astronautica. 2012. V. 73. P. 237–249. https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2011.11.007
18. *Гордиенко Е.С., Худорожков П.А., Симонов А.В.* Оптимизация траекторий возвращения с Луны для доставки грунта в заданный район на поверхности Земли // Вестник НПО им. С.А. Лавочкина. 2019. Т. 3. № 45. С. 20–27.
19. *Гордиенко Е.С., Ивашкин В.В.* Использование трехимпульсного перехода для выведения космического аппарата на высокие орбиты искусственного спутника Луны // Космич. исслед. 2017. Т. 55. № 3. С. 207–217. (Cosmic Research. P. 196–206).
20. *Белоусов С.В., Ивашкин В.В.* Траектории перелета на геостационарную орбиту при использовании гравитационного поля Луны. Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2017. № 41.
21. *Murtazin R.* Rendezvous missions: From ISS to lunar space station // Acta Astronautica. 2014. V. 101. P. 151–156. https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2014.04.018
22. *Муртазин Р.Ф.* Транспортная космическая система “Рывок” для обеспечения лунных миссий с использованием гибридной схемы торможения // Полет. 2019. № 6. С. 7–15.
23. *Егоров В.А., Гусев Л.И.* Динамика перелетов между Землей и Луной. М.: Наука, 1980.
24. Сводная таблица по миссиям *Apollo* 7-17. URL: https://history.nasa.gov/SP-4029/Apollo_18-40_Entry_Splashdown_and_Recovery.htm (дата обращения: 01.03.2020)
25. *Ярошевский В.А.* Вход в атмосферу космических летательных аппаратов. М.: Наука, 1988.
26. *Черный Г.Г.* Течения газа с большой сверхзвуковой скоростью. М.: Физматлит, 1959.
27. *Алифанов О.М., Вабищевич П.Н., Михайлов В.В. и др.* Основы индентификации и проектирования тепловых процессов и систем. М.: Логос, 2001.
28. *Никитин П.В.* Тепловая защита. М.: Изд-во МАИ, 2006.
29. *Суржиков С.Т.* Расчетное исследование аэротермодинамики гиперзвукового обтекания затупленных тел на примере анализа экспериментальных данных. М.: Институт прикладной механики РАН, 2011.
30. *Рыжов Ю.А., Никитченко Ю.А., Попов С.А.* Гибридная модель гиперзвукового течения // Известия вузов. Авиационная техника. 2015. № 1. С. 26–30.
31. Основы теплопередачи в авиационной и ракетно-космической технике / Под ред. В.С. Авдуевского, В.К. Кошкина. М.: Машиностроение, 1992.
32. *Duffa G.* Ablative thermal protection systems modeling. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc. 2013. P. 431.
33. *Clyne T.W., Derek H.* An introduction to composite materials. Cambridge university press. 2019.
34. Космические аппараты / Под общ. ред. К.П. Феоктистова. М.: Воениздат, 1983.
35. *Миненко В.Е., Агафонов Д.Н., Якушев А.Г.* Проектный анализ аэродинамических схем спускаемых аппаратов капсульной формы численным методом по ньютонианской теории обтекания // Аэрокосмический научный журнал. 2015. № 4. С. 1–14.
36. *Зарубин В.С., Леонов В.В., Зарубин В.С. (мл.)* Нагрев анизотропного слоя теплоизоляционного покрытия при гиперзвуковом обтекании сферического затупления // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. 2019. № 1. С. 73–80.
37. *Зарубин В.С., Зарубин В.С. (мл.), Леонов В.В.* Неравномерный нагрев поверхности анизотропного шарового слоя // Тепловые процессы в технике. 2019. Т. 11. № 3. С. 115–123.

КОСМИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ, 2021, том 59, № 3, с. 209–217

УДК 52-854

МОДЕЛЬ ТОКОВОГО ДИСКА ЮПИТЕРА С ПАРАМЕТРАМИ, ОПТИМИЗИРОВАННЫМИ ПО ИЗМЕРЕНИЯМ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ВО ВРЕМЯ МИССИЙ *JUNO* И *GALILEO*

© 2021 г. И. А. Пенсионеров[1, *], Е. С. Беленькая[1], И. И. Алексеев[1]

[1]*Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д.В. Скобельцына МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия*

**pensionerov@gmail.com*

Поступила в редакцию 27.05.2020 г.
После доработки 18.09.2020 г.
Принята к публикации 10.12.2020 г.

Отличительной особенностью магнитосферы Юпитера является наличие в ней мощной дискообразной токовой системы – токового диска. Существует несколько моделей магнитного поля этой токовой системы. В настоящей работе была улучшена PCD (или Piecewise Current Disc) модель токового диска, построенная авторами ранее [1]. Она была адаптирована для аналитических вычислений. Была модифицирована форма поверхности токового слоя, что привело к уменьшению среднеквадратичного отклонения модели от данных магнитометров. Были оптимизированы параметры модели для уменьшения расхождений с данными космических аппаратов *Juno* и *Galileo*. PCD модель дала в среднем на 30% меньшее среднеквадратичное отклонение от наблюдений на данных *Juno* и на 10% на данных *Galileo* по сравнению с наиболее популярной на данный момент моделью токового диска Юпитера [2], параметры которой также были оптимизированы для каждого витка КА.

DOI: 10.31857/S0023420621030092

ВВЕДЕНИЕ

Магнитосфера Юпитера сильно отличается от магнитосферы Земли. Характерными особенностями, определяющими динамику магнитосферы Юпитера, являются очень сильное магнитное поле планеты, ее быстрое вращение и наличие мощного внутримагнитосферного источника плазмы – вулканически активного спутника Ио (см. например [3]). Благодаря этим особенностям в магнитосфере Юпитера образуются мощные азимутальные и радиальные токи в форме кольца вокруг планеты. Эту токовую систему называют токовым диском или магнитодиском. Поле магнитодиска является причиной того, что магнитосфера Юпитера столь велика [4–7]. Расстояние от центра планеты до подсолнечной точки на магнитопаузе может превышать $100R_J$ (радиусов Юпитера).

К настоящему моменту создано множество моделей магнитодиска Юпитера. Их можно разделить на два типа – самосогласованные и эмпирические. Самосогласованные модели – это физические модели, учитывающие баланс сил и свойства магнитосферной плазмы. Впервые такая модель была предложена в работе [8]. Эта модель учитывала центробежные силы и силы давления плазмы, причем давление считалось изотропным. Позже, в работах [9] и [10] модель [8] была усовершенствована, в частности, в работе [10] была учтена анизотропия давления плазмы.

Настоящая работа посвящена эмпирическому моделированию токового диска. При этом подходе некое распределение токов или потенциал магнитного поля задаются априори, а затем свободные параметры модели оптимизируются согласно данным наблюдений. В работе [2] была создана модель токового диска Юпитера, которая легла в основу многих последующих исследований. Ниже эта модель будет рассмотрена подробно. Модель [2] также была адаптирована для магнитосферы Сатурна и использована для моделирования данных с *Pioneer-11*, *Voyager* и *Cassini* [11–15].

В работе [16] был предложен иной подход к описанию магнитного поля токового диска в терминах эйлеровых потенциалов. В частности, этот подход упрощает учет азимутального поля. Впоследствии в работе [17] эта модель была существенно улучшена: было учтено отклонение токового диска от плоскости магнитного экватора, вызванное конечной скоростью распространения альфвеновских волн. В работе [18] была представлена глобальная модель магнитосферы Юпитера, учитывающая поле токового диска, токовой системы хвоста и токов экранировки на магнитопаузе. В этой модели диск плоский бесконечно тонкий, находящийся в магнитном экваторе. Плотность токов в нем обратно пропорциональна квадрату расстояния от оси диполя планеты.

В работе [1] была представлена новая модель токового диска, основанная на подходах [2, 18], [17]. Ниже модель [1] будет рассмотрена подробно. В настоящей работе мы улучшили эту модель, а также провели масштабные тесты ее эффективности и сравнение с моделью [2] с использованием данных космических аппаратов *Juno* и *Galileo*.

PCD МОДЕЛЬ

Модель токового диска с кусочно заданной плотностью тока или Piecewise Current Disc (далее PCD) была представлена в работе [1]. Она основана на модели [2] (далее CAN). Модель CAN представляет собой аксиально симметричное токовое кольцо с внутренним радиусом R_0 и внешним радиусом R_1. Диск в этой модели имеет постоянную толщину $2D$ и расположен на магнитном экваторе планеты. В этом кольце течет азимутальный ток с плотностью I, постоянной вдоль оси диполя планеты, но зависящей от расстояния до оси диполя планеты ρ как

$$\begin{gathered} I(\rho) = 0, \quad \rho < R_0, \\ I(\rho) = I_0/\rho, \quad R_0 \le \rho \le R_1, \\ I(\rho) = 0, \quad \rho > R_1. \end{gathered} \tag{1}$$

Модель CAN хорошо описывает магнитное поле токового диска на расстояниях от центра планеты меньше $30R_J$, но не подходит для более удаленных частей магнитосферы Юпитера. Для решения этой проблемы в работе [1] для PCD модели была выбрана иная зависимость плотности тока от расстояния до оси диполя

$$\begin{gathered} I(\rho) = 0, \quad \rho \le R_{in}, \\ I(\rho) = I_0/\rho, \quad R_{in} < \rho \le R_1, \\ I(\rho) = I_0 R_1/\rho^2, \quad R_1 < \rho \le R_2, \\ I(\rho) = I_0 R_1/(\rho R_2), \quad R_2 < \rho \le R_{out}, \\ I(\rho) = 0, \quad \rho > R_{out}. \end{gathered} \tag{2}$$

При приблизительно равном полном токе в CAN и PCD моделях, в последней ток распределен на большем диапазоне расстояний.

Хотя PCD модель с плотностью тока, заданной выражением (2), описывала данные с магнитометра КА *Juno* на орбите PJ-01 лучше, чем модель CAN (т.е. давала меньшую среднеквадратичную ошибку), по сравнению с CAN она была неудобна в использовании. Для поля диска CAN с плотностью тока пропорциональной $1/\rho$ существуют аналитические аппроксимации, предложенные в оригинальной статье [2] и позже в бездивергентной форме в работе [19]. Для вычисления же поля PCD диска из-за наличия его части с плотностью тока пропорциональной $1/\rho^2$ приходилось проводить трудоемкие численные расчеты. В этой работе мы изменили выражение для плотности тока таким образом, что теперь оно содержит только части пропорциональные $1/\rho$, а значит легко вычисляемые с помощью аппроксимационных формул (9a, b) и (13a, b) в [19]

$$\begin{gathered} I(\rho) = 0, \quad \rho \le R_{in}, \\ I(\rho) = I_0/\rho, \quad R_{in} < \rho \le R_1, \\ I(\rho) = I_1/\rho, \quad R_1 < \rho \le R_2, \\ I(\rho) = I_2/\rho, \quad R_2 < \rho \le R_{\rm out}, \\ I(\rho) = 0, \quad \rho > R_{\rm out}. \end{gathered} \tag{3}$$

При этом плотность перестала быть непрерывной по ρ, однако совпадение модели с наблюдениями не ухудшилось.

Также, для улучшения совпадения модели с наблюдениями во внешней части магнитосферы в работе [1] было учтено отклонение токового диска от магнитного экватора с помощью модели, описанной в работах [17, 20]. В этой модели отклонение центра токового диска от магнитного экватора выражается в магнитных координатах как

$$z_{cs} = \rho \operatorname{tg}(\psi_0)\left[\frac{x_0}{x}\operatorname{th}(x/x_0)\cos(\phi-\delta) + \cos(\phi)\right]; \tag{4}$$

$$\delta(\rho) = \pi - \frac{\Omega_J \rho_0}{\nu_0}\ln\operatorname{ch}(\rho/\rho_0). \tag{5}$$

Здесь x – это расстояние вдоль оси Солнце–Юпитер, ρ и ϕ – это цилиндрические магнитные координаты (в магнитных координатах ось Z совпадает с диполем планеты, а ось X направлена в сторону нулевого меридиана, определяемого долготой направления диполя в географических координатах планеты, Y дополняет правую тройку), ψ_0 – это угол между диполем собственного магнитного поля планеты и ее осью вращения, Ω_J – это угловая скорость вращения Юпитера, а x_0, ν_0 и ρ_0 – параметры модели, описанные в [20]. Модели [17, 20] основаны на данных пролетов КА *Voyager-1,2* и *Pioneer-10*. В этой работе мы использовали улучшенную модель кривизны токового диска [21], полученную на основе данных КА *Galileo*. В географических координатах Юпитера положение токового диска описывается следующей формулой:

$$z_{cs} = \left(\sqrt{\left(x_H \operatorname{th}\frac{x}{x_H}\right)^2 + y^2}\right)\operatorname{tg}(\psi_0)\cos(\phi - \phi') + \\ + x\left(1 - \operatorname{th}\left|\frac{x_H}{x}\right|\right)\operatorname{tg}\theta_{sun}. \tag{6}$$

Здесь x и y это декартовы Jupiter-Sun-orbit (JSO) координаты. В JSO системе отсчета ось X направлена на Солнце, ось Z перпендикулярна плоскости орбиты Юпитера, а Y завершает правую тройку. θ_{sun} – это угол между линией Солнце-Юпитер и географическим экватором планеты, ϕ – это азимутальный угол в правой системе географических координат, x_H – это параметр модели, описанный в [21]. ϕ' – долгота, на которой токовый диск достигает максимального поднятия на данном расстоянии. Он равен сумме долготы нулевого меридиана, определяемого положением диполя планеты в географических координатах ϕ_0, и двух компонент, описывающих запаздывание токового диска.

$$\phi' = \phi_0 + \delta_{wave} + \delta_B. \tag{7}$$

δ_B описывает запаздывание, связанное с наличием радиального тока в токовом диске, а следовательно, с наличием азимутальной составляющей магнитного поля. δ_{wave} описывает отставание, вызванное конечной скоростью распространения альфвеновских волн, передающих текущее положение диполя планеты (диполь Юпитера наклонен приблизительно на 10° относительно оси вращения планеты). Выражения для δ_B и δ_{wave} даны в формулах (21) и (23), соответственно, в работе [21].

МОДЕЛЬ ВНУТРЕННЕГО ПОЛЯ JRM09. ДАННЫЕ, ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ ДЛЯ ТЕСТИРОВАНИЯ PCD МОДЕЛИ

Магнитное поле в магнитосфере Юпитера можно разделить на две составляющие: собственное поле планеты $\mathbf{B}_{int}$ и поле магнитосферных токовых систем $\mathbf{B}_m$:

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_{int} + \mathbf{B}_m. \tag{8}$$

Собственное поле планеты вне ее обычно выражают через мультипольное разложение. Коэффициенты при собственных функциях в этом разложении находят с помощью минимизации среднеквадратичного отклонения магнитного поля, измеренного магнитометром на космических аппаратах, от предсказанного моделью. Строго говоря, коэффициенты в разложении собственного поля планеты и параметры модели магнитосферы необходимо подбирать одновременно, так как на практике мы, очевидно, не можем разделить поле на составляющие. Однако на деле, параметры модели внутреннего поля все же ищут отдельно, используя данные, собранные на достаточно малом расстоянии от планеты, где вклад поля магнитосферных токовых систем пренебрежимо мал по сравнению с собственным полем планеты. Модель собственного магнитного поля Юпитера JRM09 [22] построена по данным ближе $7R_{\rm J}$ первых девяти орбит космического аппарата *Juno*. В качестве модели поля магнитосферных токов использовалась модель CAN с параметрами, подобранными для пролетов предыдущих КА. Согласно [22], индукция поля магнитосферных источников составляла лишь несколько десятых долей процента от полной индукции на используемых участках траекторий, и следовательно, тот факт, что коэффициенты модели CAN были зафиксированы в процессе подбора коэффициентов JRM09, мало повлиял на результат.

В качестве модели $\mathbf{B}_{int}$ в этой работе мы использовали JRM09, так как на данный момент она является наиболее точной. В качестве модели поля $\mathbf{B}_m$ мы используем PCD. Однако PCD описывает только поле токового диска Юпитера и не учитывает поля других токовых систем (например, токовой системы хвоста и токов экранировки на магнитопаузе). Поэтому для подбора параметров PCD модели мы ограничились данными в области ближе $60R_{\rm J}$, где поле токового диска обычно является доминирующей составляющей $\mathbf{B}_m$. Также мы не использовали данные ближе $5R_{\rm J}$. Поле вблизи планеты очень велико (порядка 10^5–10^6 нТ), и, хотя JRM09 описывает собственное поле планеты вблизи нее с относительно высокой точностью порядка сотен нТ, ошибка на малых радиальных расстояниях оказывается одного порядка с полем диска.

Для тестирования PCD модели и сравнения ее с CAN мы использовали данные космических аппаратов *Juno* и *Galileo*. Около Юпитера пролетали другие космические аппараты: *Pioneer-10*, *11*, *Voyager-1*, *2*, *Cassini*, *Ulysses*, *New Horizons*, однако *Juno* и *Galileo* вышли на орбиту вокруг планеты и предоставили данные не с одного пролета, а со множества орбит с общим временем наблюдения порядка нескольких лет. Орбиты *Juno* имеют высокий эксцентриситет и являются полярными. Большая часть каждой из орбит находится в приблизительно одном и том же локальном времени. За период наблюдений с VII.2016 по X.2018 траектории покрыли локальные времена с 06.00 до

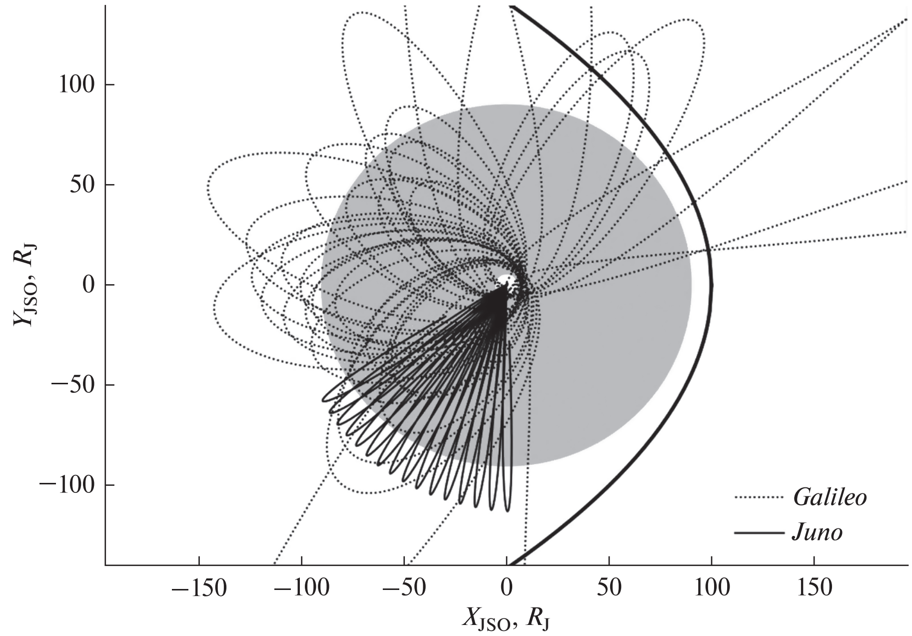


Рис. 1. Траектории КА *Galileo* и *Juno*, используемые в данной работе в JSO координатах. Серое кольцо – схематическое изображение токового диска. Также показана магнитопауза согласно модели [18] с расстоянием до подсолнечной точки $100R_{\mathrm{J}}$.

01.00, то есть наблюдения *Juno* находятся в утренне-ночной зоне. Хотя траектории *Juno*, в принципе, покрывают весь интересующий нас диапазон радиальных расстояний, данные магнитометра ближе $15R_{\mathrm{J}}$ недоступны на момент написания работы для большей части траекторий. В этой работе мы использовали орбиты с PJ-00 по PJ-16 (PJ здесь означает perijove, то есть перицентр орбиты вокруг Юпитера), данные с которых были публично доступны на момент проведения расчетов. Траектории *Galileo* являются экваториальными, и поэтому каждая траектория дает информацию во всех локальных временах, но диапазон радиальных расстояний более ограничен, поскольку КА редко пролетал ближе 20 R_{J} от центра планеты. Мы использовали все 35 траекторий *Galileo* за исключением ORB-00, данные с которой лежат на радиальных расстояниях вне интересующего нас диапазона, и траектории ORB-05, являющейся технической. На рис. 1 представлены траектории *Juno* и *Galileo*, использованные для тестирования модели.

СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ PCD МОДЕЛИ С ДАННЫМИ МАГНИТОМЕТРОВ КА *JUNO* И *GALILEO*

Модели PCD и CAN учитывают только азимутальные токи в токовом диске и не включают радиальные токи диска и замыкающие их продольные токи в магнитосфере, а следовательно, дают азимутальное магнитное поле равное нулю. Поэтому мы считаем среднеквадратичное отклонение S только по ρ и z компонентам магнитного поля в цилиндрической магнитной системе координат

$$S = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}(B_\rho^k - \Delta B_\rho^k)^2 + (B_z^k - \Delta B_z^k)^2}. \qquad (9)$$

Здесь n – число точек наблюдений, $B_{\rho,z}$ – это компоненты магнитного поля диска согласно модели (PCD или CAN), $\Delta B_{\rho,z}$ это компоненты разности наблюдаемого поля и собственного поля планеты согласно модели JRM09 (т.е. $\mathbf{\Delta B} = \mathbf{B}_{obs} - \mathbf{B}_{\mathrm{JRM09}}$). Для каждой траектории мы находили в диапазоне радиальных расстояний от 5 до $60R_{\mathrm{J}}$ оптимальные в смысле минимального S параметры для PCD и CAN моделей с помощью пакета SciPy.

Для модели CAN мы подбирали параметры I_0, R_0 и R_1, являющиеся множителем в плотности тока, внутренним и внешним радиусами диска, соответственно. Полутолщину D мы зафиксировали на значении $2.5R_{\mathrm{J}}$, использованном в оригинальной статье [2]. Для PCD полутолщина также фиксирована и равна $2.5R_{\mathrm{J}}$ для всех трех отрезков

Таблица 1. Параметры и среднеквадратичные отклонения от наблюдений результатов моделей CAN и PCD для всех использованных траекторий *Juno*

	CAN				PCD							
	I_0	R_0	R_1	RMS	I_0	I_1	I_2	R_{in}	R_{out}	R_1	R_2	RMS
	MA/R_J	R_J		нТ	MA/R_J			R_J				нТ
PJ-00	14.0	5.0	75	2.0	20.0	15.3	11.1	6.0	98.2	21.1	43.5	1.6
PJ-01	21.3	6.2	67	6.1	24.5	17.8	14.9	7.2	83.3	29.9	51.0	4.4
PJ-02	21.7	6.2	55	9.0	24.4	18.4	11.2	10.5	80.5	29.3	49.7	6.1
PJ-03	18.8	5.0	67	6.8	22.3	17.7	11.1	7.7	83.8	27.8	52.1	5.5
PJ-04	17.3	5.0	71	5.0	19.4	12.6	11.9	7.2	94.4	39.0	51.2	3.3
PJ-05	17.8	7.0	69	5.6	20.9	16.7	12.3	10.0	80.3	27.3	50.1	3.7
PJ-06	18.1	7.9	69	5.4	21.1	16.8	12.4	9.0	80.2	27.1	50.1	4.0
PJ-07	18.2	5.0	70	6.1	24.1	15.8	13.8	8.2	81.6	31.2	50.9	4.2
PJ-08	18.5	5.0	70	6.8	22.4	17.4	15.5	6.2	76.3	33.9	47.3	3.8
PJ-09	19.7	5.0	69	6.2	22.9	16.0	14.7	6.8	80.1	33.5	50.3	4.1
PJ-10	16.2	5.0	70	7.0	20.6	13.4	10.9	8.6	80.3	33.2	49.6	4.5
PJ-11	19.3	5.0	70	6.8	21.9	18.6	13.8	5.9	80.0	27.6	49.7	4.5
PJ-12	16.8	5.0	68	6.2	18.6	10.0	11.7	6.8	81.1	40.0	49.1	5.0
PJ-13	20.8	7.9	66	7.8	24.1	17.9	12.6	8.4	80.1	27.4	50.1	5.9
PJ-14	17.0	5.7	57	10.0	21.7	15.0	8.0	4.0	83.8	35.9	53.8	7.9
PJ-15	23.2	5.0	51	6.8	24.7	16.1	13.4	4.0	81.1	28.7	50.7	3.9
PJ-16	18.4	5.0	70	8.3	24.4	18.7	13.2	4.0	78.9	26.8	44.3	5.5

диска. Таким образом, свободными параметрами для PCD модели являются I_0, I_1, I_2, R_{in}, R_1, R_2, R_{out} (см. формулу (3)).

В табл. 1 и 2 выписаны оптимальные параметры PCD и CAN моделей для каждой из траекторий космических аппаратов *Juno* и *Galileo*, соответственно. Также в таблицах указаны среднеквадратичные отклонения моделей от наблюдений. На данных *Juno* PCD имеет в среднем на 30% меньшую среднеквадратичную ошибку, чем CAN. На данных *Galileo* отличия менее явные, и ошибка PCD в среднем на 10% меньше, чем у CAN. Сильнее всего результаты двух моделей различаются в зоне дальше $30R_J$, т.е. за пределами области применимости модели CAN.

На траекториях *Galileo* обе модели демонстрируют более высокую погрешность по сравнению с траекториями *Juno*. Возможной причиной этого являются характеристики орбит этих космических аппаратов. Траектории *Galileo* лежат в широком диапазоне местных времен, в то время как каждая из орбит *Juno* почти целиком проходит в одном местном времени, за исключением короткого участка около перицентра. Плотность токов в магнитодиске Юпитера асимметрична по местному времени [23], а PCD и CAN используют аксиально симметричное распределение, и поэтому хуже аппроксимируют поле вдоль траекторий *Galileo*, чем вдоль траекторий *Juno*.

На рис. 2 и 3 сравниваются ρ и z компоненты разности наблюдаемого поля и модели внутреннего поля планеты JRM09 с предсказаниями PCD и CAN моделей для космических аппаратов *Juno* и *Galileo*, соответственно.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе была улучшена модель магнитного поля токового диска Юпитера, предложенная в [1]. PCD модель была адаптирована

Таблица 2. Параметры и среднеквадратичные отклонения от наблюдений результатов моделей CAN и PCD для всех использованных траекторий *Galileo*

	CAN				PCD							
	I_0	R_0	R_1	RMS	I_0	I_1	I_2	R_{in}	R_{out}	R_1	R_2	RMS
	МА/R_J	R_J		нТ	МА/R_J			R_J				нТ
ORB-02	19.0	11.0	57	9.8	18.3	16.9	11.1	10.9	79.8	26.7	49.8	7.7
ORB-03	17.5	10.7	67	8.9	17.8	15.9	11.1	10.6	79.8	26.7	49.8	7.1
ORB-04	15.4	9.6	72	12.6	14.5	16.7	8.2	9.3	79.2	25.2	48.7	10.0
ORB-06	18.7	9.5	64	9.4	18.4	16.4	11.5	9.3	79.9	26.9	49.9	5.0
ORB-07	10.0	5.0	90	10.0	45.5	12.8	13.6	6.2	100.0	38.2	47.2	8.1
ORB-08	18.9	9.7	66	9.5	19.3	16.8	10.1	9.5	79.4	27.5	49.2	8.3
ORB-09	17.6	9.9	68	11.8	17.9	15.4	11.2	9.9	79.8	26.5	49.8	9.3
ORB-10	19.6	10.6	53	9.6	18.2	17.6	11.7	10.6	79.9	27.1	49.9	7.8
ORB-11	17.2	10.2	65	12.8	17.7	14.8	9.2	10.1	79.3	27.6	49.0	10.6
ORB-12	20.7	9.6	60	13.9	20.2	17.6	11.6	9.1	79.9	27.0	49.9	12.3
ORB-13	20.0	9.1	100	17.4	17.1	35.4	20.1	8.8	82.1	31.5	52.3	17.4
ORB-14	19.4	10.8	52	12.5	15.5	17.4	11.8	9.8	80.0	25.5	49.9	12.7
ORB-15	18.0	9.2	94	10.5	18.0	16.4	11.8	8.8	80.0	26.6	49.9	10.0
ORB-16	18.1	9.1	100	12.3	15.6	28.9	16.9	8.8	81.2	29.3	51.0	10.6
ORB-17	19.8	10.3	51	11.9	17.3	19.6	9.7	10.2	79.6	27.1	48.7	12.2
ORB-18	17.3	9.4	100	9.1	17.8	16.9	12.0	9.2	80.0	26.4	50.0	7.7
ORB-19	16.3	9.2	60	11.6	16.8	12.1	9.4	9.1	79.5	26.7	49.6	8.6
ORB-20	17.9	10.5	51	11.4	13.3	21.5	14.9	9.7	80.8	22.3	50.1	10.5
ORB-21	17.8	9.4	51	12.8	16.0	14.8	10.4	9.2	79.7	26.4	49.8	12.6
ORB-22	16.5	7.3	100	16.9	15.8	19.3	12.3	7.3	80.1	26.1	50.1	16.8
ORB-23	19.3	8.1	50	12.9	17.9	16.3	11.8	7.8	79.9	26.4	49.9	11.9
ORB-24	19.9	7.9	50	15.9	19.5	14.9	5.9	7.8	79.3	30.5	49.9	15.8
ORB-25	16.0	6.2	100	15.1	15.5	14.9	15.9	6.1	100.0	30.7	49.4	14.9
ORB-26	23.0	7.3	100	14.3	20.6	28.5	19.9	6.9	83.6	22.7	54.5	14.6
ORB-27	18.9	7.4	90	14.2	19.1	17.4	14.8	7.3	81.1	28.4	50.9	14.3
ORB-29	16.5	6.6	100	11.8	15.9	19.6	13.2	6.5	80.3	26.5	50.3	10.6
ORB-30	19.1	7.8	50	19.9	19.6	10.9	1.0	7.8	78.4	35.2	49.1	17.6
ORB-31	20.1	7.4	50	15.7	21.4	7.5	10.6	7.4	79.7	27.1	49.6	15.5
ORB-32	20.7	7.0	50	14.6	19.6	19.7	3.7	6.7	79.3	26.4	51.4	13.6
ORB-33	19.0	6.4	40	13.8	19.3	3.2	1.2	6.4	78.2	32.7	48.5	11.8
ORB-34	19.0	7.8	50	12.4	21.5	9.0	7.2	7.8	79.3	27.4	49.4	11.2
ORB-28A	18.0	7.7	50	15.8	18.5	5.2	2.7	7.7	78.3	35.9	48.5	13.7
ORB-28B	15.9	6.6	100	6.5	10.6	50.0	26.0	5.9	83.4	31.1	53.5	5.5

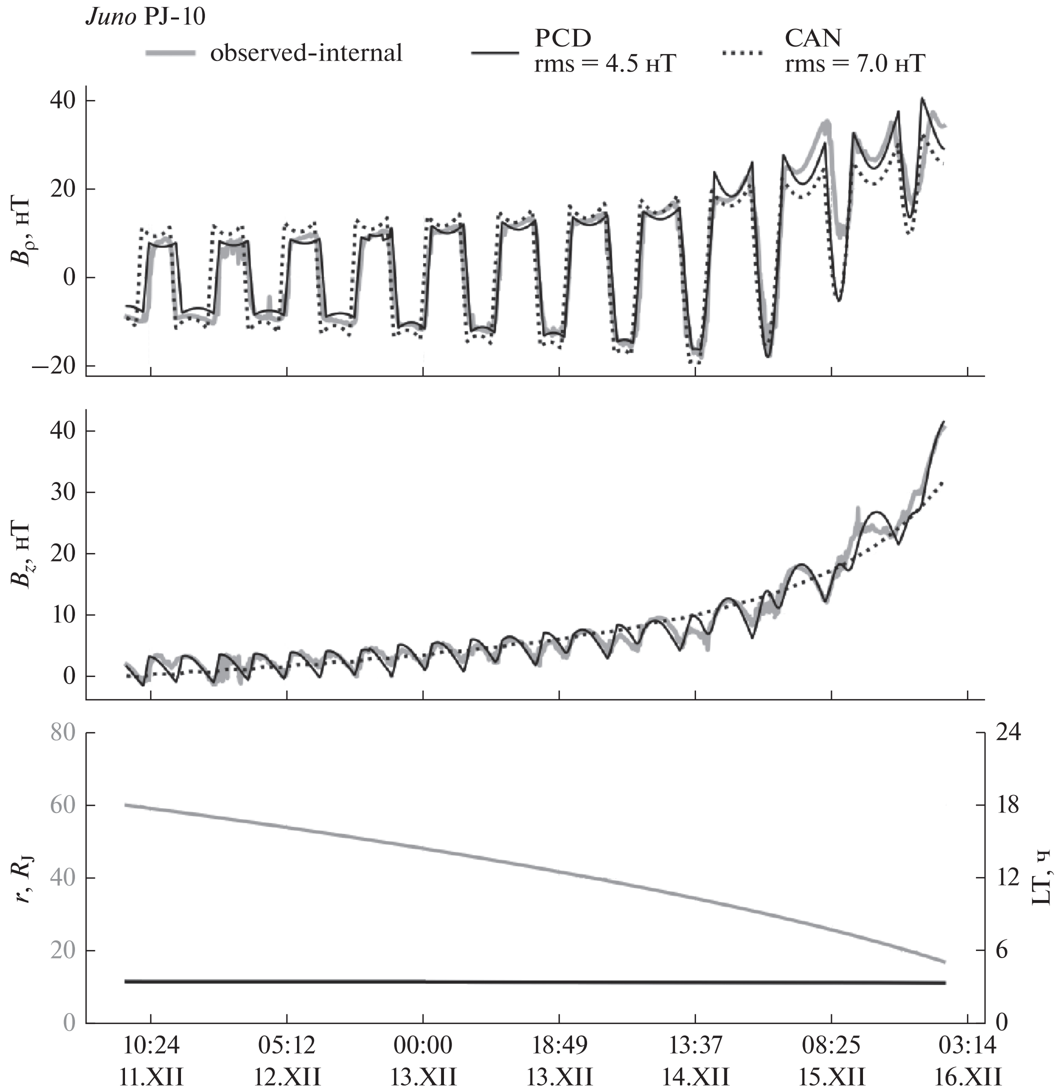


Рис. 2. Сравнение разности наблюдаемого поля и внутреннего поля согласно модели JRM09 с полем PCD и CAN моделей на траектории PJ-10 космического аппарата *Juno*. На первой и второй панелях изображены ρ и z компоненты в магнитной системе координат, соответственно. На третьей панели изображены радиальное расстояние от КА до центра планеты и его локальное время.

для использования аналитических аппроксимаций, описанных в работе [19], посредством изменения формы зависимости плотности тока от расстояния. Использование аналитических аппроксимаций существенно упрощает и ускоряет расчеты с помощью PCD модели. При этом магнитное поле диска с новой зависимостью плотности тока описывает наблюдения не хуже прошлой итерации модели. Модель кривизны диска [20] была заменена на более точную [21]. Новая версия PCD модели была протестирована на всех доступных измерениях магнитного поля космическими аппаратами *Juno* и *Galileo*. При сравнении с наиболее популярной на текущий момент моделью CAN [2], PCD модель дает в среднем на 30% меньшую ошибку для данных *Juno* и на 10% меньшую ошибку для данных *Galileo*.

Модель CAN применима на расстояниях от центра планеты, меньших, чем ~30 R_J. PCD модель хорошо описывает наблюдения на расстояниях вплоть до ~60 R_J. Чтобы описать магнитное поле на более далеких расстояниях от планеты, необходимо включить в модель другие магнитосферные токовые системы, в частности, токовую систему хвоста и токи экранировки на магнитопаузе, как это сделано, например, в [18]. Также модель не описывает радиальные токи в токовом диске и систему продольных токов, замыкающую их.

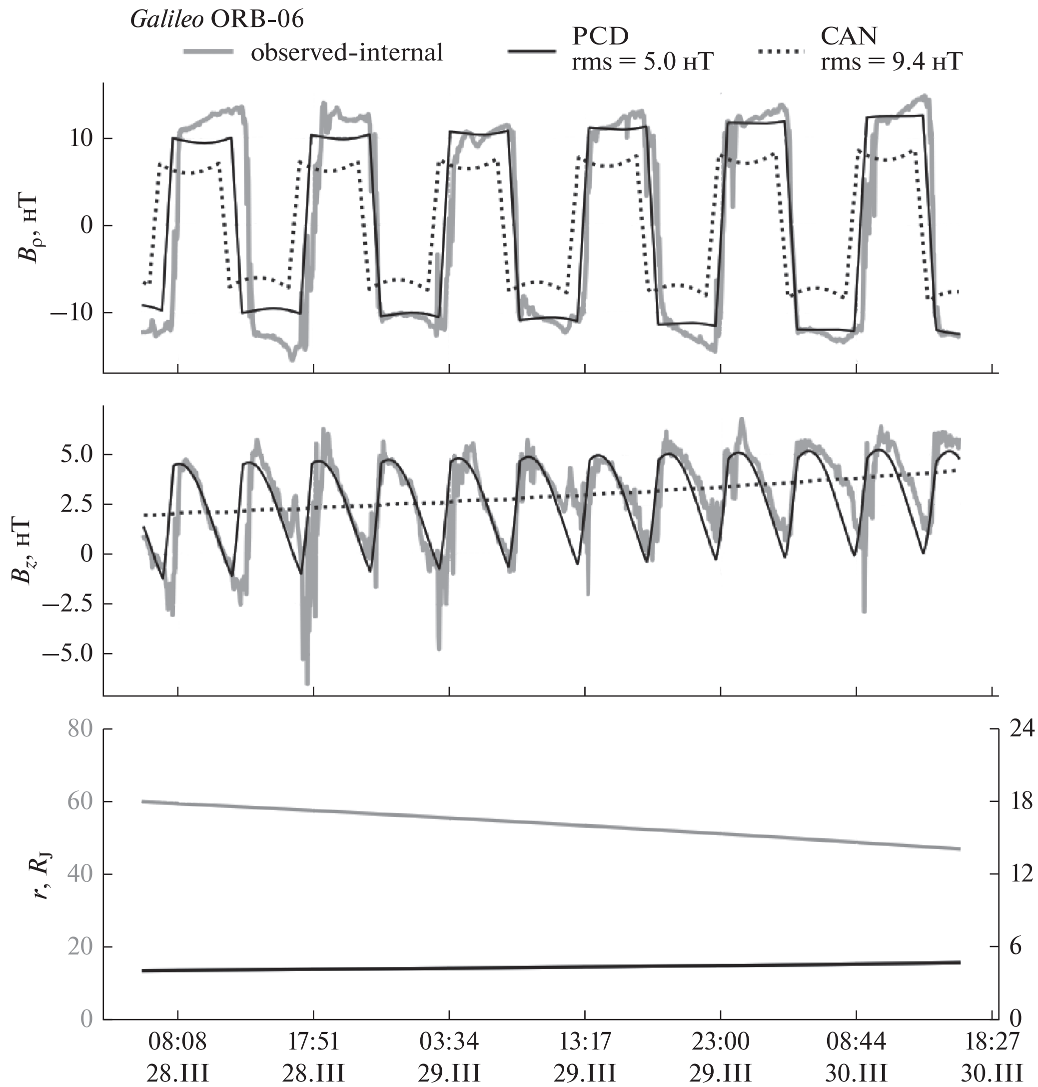


Рис. 3. Сравнение разности наблюдаемого поля и внутреннего поля согласно модели JRM09 с полем PCD и CAN моделей на траектории ORB-06 космического аппарата *Galileo*.

Авторы признательны правительству Российской Федерации и Министерству высшего образования и науки РФ за поддержку по гранту 075-15-2020-780 (N13.1902.21.0039). Данные магнитометров с КА *Juno* и *Galileo* получены с помощью Planetary Data System (PDS; https://pds-ppi.igpp.ucla.edu).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Pensionerov I.A. et al.* Model of jupiter's current sheet with a piecewise current density // J. Geophysical Research: Space Physics. 2019. V. 124. № 3. P. 1843–1854.
2. *Connerney J.E.P., Acuña M.H., Ness N.F.* Modeling the Jovian current sheet and inner magnetosphere // J. Geophysical Research: Space Physics. 1981. V. 86. № A10. P. 8370–8384.
3. *Bolton S.J. et al.* Jupiter's magnetosphere: Plasma sources and transport // Space Science Reviews. 2015. V. 192. № 1–4. P. 209–236.
4. *Hill T.W.* Inertial limit on corotation // J. Geophysical Research. 1979. V. 84. № A11. P. 6554.
5. *Vasyliunas V.M.* Plasma distribution and flow. Physics of the jovian magnetosphere / Ed. Dessler A.J., Cambridge and New York, Cambridge University Press. 1983. P. 395–453.
6. *Goertz C.K., Ip W.-H.* A dawn-to-dusk electric field in the Jovian magnetosphere // Planetary and Space Science. 1984. V. 32. № 2. P. 179–185.
7. *Bagenal F.* The magnetosphere of Jupiter: Coupling the equator to the poles // J. Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics. 2007. V. 69. № 3. P. 387–402.
8. *Caudal G.* A self-consistent model of Jupiter's magnetodisc including the effects of centrifugal force and

pressure // J. Geophysical Research. 1986. V. 91. № A4. P. 4201.

9. *Nichols J.D.* Magnetosphere-ionosphere coupling in Jupiter's middle magnetosphere: Computations including a self-consistent current sheet magnetic field model // J. Geophysical Research: Space Physics. 2011. V. 116. № A10.
10. *Nichols J.D., Achilleos N., Cowley S.W.H.* A model of force balance in Jupiter's magnetodisc including hot plasma pressure anisotropy // J. Geophysical Research: Space Physics. 2015. V. 120. № 12. P. 10, 185–110, 206.
11. *Bunce E.J., Cowley S.W.H.* A note on the ring current in Saturn's magnetosphere: Comparison of magnetic data obtained during the Pioneer-11 and Voyager-1 and -2 fly-bys // Annales Geophysicae. 2003. V. 21. № 3. P. 661–669.
12. *Bunce E.J. et al.* Cassini observations of the variation of Saturn's ring current parameters with system size // J. Geophysical Research: Space Physics. 2007. V. 112. № A10.
13. *Bunce E.J. et al.* Magnetic field structure of Saturn's dayside magnetosphere and its mapping to the ionosphere: Results from ring current modeling // J. Geophysical Research: Space Physics. 2008. V. 113. № A2.
14. *Connerney J.E.P., Acuña M.H., Ness N.F.* Currents in Saturn's magnetosphere // J. Geophysical Research: Space Physics. 1983. V. 88. № A11. P. 8779–8789.
15. *Giampieri G., Dougherty M.K.* Modelling of the ring current in Saturn's magnetosphere // Annales Geophysicae. 2004. V. 22. № 2. P. 653–659.
16. *Goertz C.K.* The current sheet in Jupiter's magnetosphere // J. Geophysical Research. 1976. V. 81. № 19. P. 3368–3372.
17. *Khurana K.K.* Euler potential models of Jupiter's magnetospheric field // J. Geophysical Research: Space Physics. 1997. V. 102. № A6. P. 11295–11306.
18. *Alexeev I.I., Belenkaya E.S.* Modeling of the Jovian magnetosphere // Annales Geophysicae. 2005. V. 23. № 3. P. 809–826.
19. *Edwards T.M., Bunce E.J., Cowley S.W.H.* A note on the vector potential of Connerney et al.'s model of the equatorial current sheet in Jupiter's magnetosphere // Planetary and Space Science. 2001. V. 49. № 10–11. P. 1115–1123.
20. *Khurana K.K.* A generalized hinged-magnetodisc model of Jupiter's nightside current sheet // J. Geophysical Research: Space Physics. 1992. V. 97. № A5. P. 6269.
21. *Khurana K.K.* Global structure of jupiter's magnetospheric current sheet // J. Geophysical Research. 2005. V. 110. № A7.
22. *Connerney J.E.P. et al.* A new model of Jupiter's magnetic field from Juno's first nine orbits // Geophysical Research Letters. 2018. V. 45. № 6. P. 2590–2596.
23. *Lorch C.T.S. et al.* Local Time Asymmetries in Jupiter's Magnetodisc Currents // J. Geophysical Research: Space Physics. 2020. V. 125. № 2.

КОСМИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ, 2021, том 59, № 3, с. 218–234

УДК 629.786.2

ИССЛЕДОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИИ КОСМИЧЕСКОЙ СТАНЦИИ ПО ВИДЕОИНФОРМАЦИИ

Н. Д. Беклемишев[1], А. А. Богуславский[1], М. Ю. Беляев[2], О. Н. Волков[2], В. В. Сазонов[1,]*, С. М. Соколов[1], А. Н. Софинский[2]

[1]*Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия*

[2]*Ракетно-космическая корпорация "Энергия" им. С.П. Королёва, Королёв, Россия*

**sazonov@keldysh.ru*

Поступила в редакцию 27.03.2020 г.
После доработки 02.05.2020 г.
Принята к публикации 29.05.2020 г.

Результаты космического эксперимента "Среда – *МКС*" показали, что зрительные данные о колебаниях элементов конструкции *МКС* позволяют получить количественные характеристики этих колебаний. Такие характеристики были найдены в результате анализа временных рядов, полученных прослеживанием на видеопоследовательностях некоторых объектов в конструкции *МКС*. Числовые данные представляют собой выраженные в пикселях вертикальные и горизонтальные координаты в кадре выделенной точки элемента конструкции. Анализ полученных временных рядов позволяет восстановить реальную зависимость указанных координат от времени. Эта зависимость в ряде случаев носит колебательный характер и может быть представлена суммой конечного числа гармоник, амплитуды и частоты которых определяются с помощью спектрального анализа.

DOI: 10.31857/S002342062103002X

ВВЕДЕНИЕ

Результаты космического эксперимента "Среда – *МКС*" показали [1], что зрительная информация о колебаниях элементов конструкции станции позволяет получить содержательные количественные характеристики этих колебаний. В этой работе приведены результаты обработки временных рядов, полученных оцифровкой четырех видеофильмов, снятых фотоаппаратом Nikon D5 в 2018 году: 4.IV, 31.V и 26.VII. Длительность каждого фильма около получаса. Объектом съемки служили внешние элементы конструкции *МКС* со сравнительно малыми инерционными параметрами (массами и моментами инерции). Ниже приведены некоторые результаты [1] по определению характеристик колебаний, которые можно рассматривать как установившиеся.

Фотоаппарат располагался рядом с одним из иллюминаторов Российского сегмента (РС) *МКС* и крепился к корпусу станции с помощью специального кронштейна. На объектах съемки выделялись характерные точки, движение которых прослеживалось в течение практически всего видеофильма. Метод межкадрового прослеживания описан в [2]. Координаты выделенных точек в кадре определялись в цифровом виде. Их значения задавались на равномерной временной сетке с шагом 0.04 с. Полученные временные ряды служили объектом последующего анализа. Такой анализ позволяет восстановить реальную зависимость указанных координат от времени и получить сведения о движении снятых объектов.

Найденные движения представляют собой колебания, характер которых со временем меняется. Однако на большом числе продолжительных по времени отрезков эти колебания можно считать установившимися и представить в виде суммы конечного числа гармоник (циклических трендов). Параметры гармоник (частоты, амплитуды и фазы) определяются методами спектрального анализа [3]. В результате удается получить количественные характеристики колебаний объектов. Ниже основное внимание уделено выявлению и исследованию таких многочастотных колебаний.

Заметим, что видеосъемка – наиболее практичный способ получения такого рода данных для малоинерционных объектов. В случае массивных объектов похожую (и более точную) информацию можно получить, анализируя данные бортовых акселерометров [4–6], но в случае внешних малоинерционных объектов использовать акселерометры гораздо сложнее.

Рис. 1. Объект съемки 31.V.2018.

ПОЛУЧЕНИЕ И ПОДГОТОВКА ВИДЕОИНФОРМАЦИИ

Видеосъемка производилась фотоаппаратом Nikon D5 с объективом AFZoom-Nikkor 80–400 мм f/4.5-f/5.6. Объектив имеет фокусное расстояние 400 мм, скорость видеосъемки – 25 кадров в секунду, размер кадра – 3840 × 2160 пикселей. Размер матрицы фотоаппарата – 35.9 × × 23.9 мм. Отсюда находим значения фокусного расстояния объектива в пикселях видео – $f = 42785.5$. Масштаб съемки – длина стороны одного пикселя изображения объекта, находящегося на расстоянии d от фотоаппарата, – определяется как отношение d/f. При расстоянии до объекта 10 м размер пикселя равен примерно 0.23 мм.

В качестве примера рассмотрим **съемку 31.V.2018** (более детально результаты съемок и их обработки приведены в [1]). Объект съемки – край правого трехполосного радиатора (рис. 1). Фотоаппарат закреплен кронштейном УПК LIV/106/20 к поручню выходного люка МИМ2 у иллюминатора № 8. Расстояние до объекта съемки – примерно 8 м, масштаб съемки – 1 пиксель ≈0.19 мм. Начало съемки – 12.37 Мск. Продолжительность видео – 28 мин 25 с, всего обработано 42627 кадров. По данной видеопоследовательности прослеживались семь точек, показанных на рис. 2. Графики зависимости пиксельных координат точки 7 от времени приведены в правой части рис. 3. Здесь и ниже время отсчитывается от начала съемки.

Объектом **съемки 4.IV.2018 был** край левого трехполосного радиатора, если смотреть из РС в направлении Американского сегмента (АС) *МКС*. Фотоаппарат закреплен кронштейном УПК LIV/106/20 к поручню выходного люка СО1 у иллюминатора № 2. Расстояние до объекта съемки – около 10 м, масштаб съемки – 1 пиксель ≈0.23 мм. Начало съемки – 13.34 Мск. Продолжительность видео – 28 мин 8 с, всего обработано 42200 кадров. По данной видеопоследовательности прослеживались 8 точек. Графики зависимости пиксельных координат одной из точек от времени приведены в левой части рис. 3. За время съемки происходило постепенное смещение объекта съемки в кадре на величину примерно 700 пикселей ≈16 см. По-видимому, это связано с долгопериодическими колебаниями конструкции с периодом, большим, чем время съемки видео. В неко-

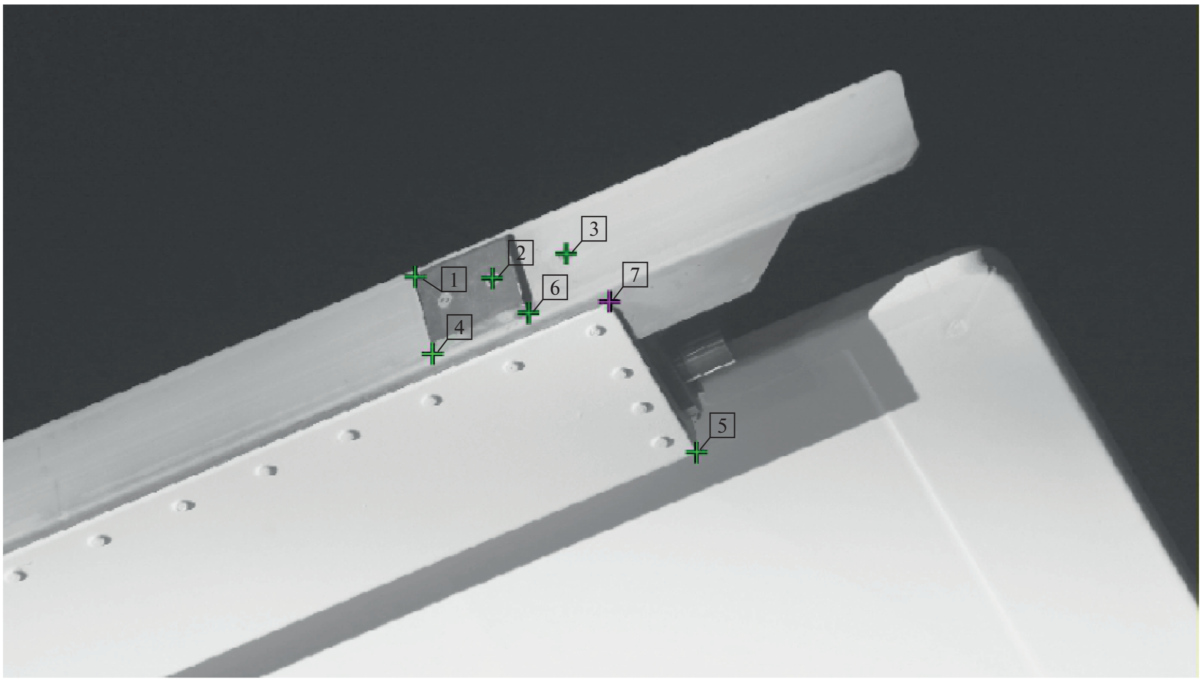


Рис. 2. Прослеживаемые точки на объекте.

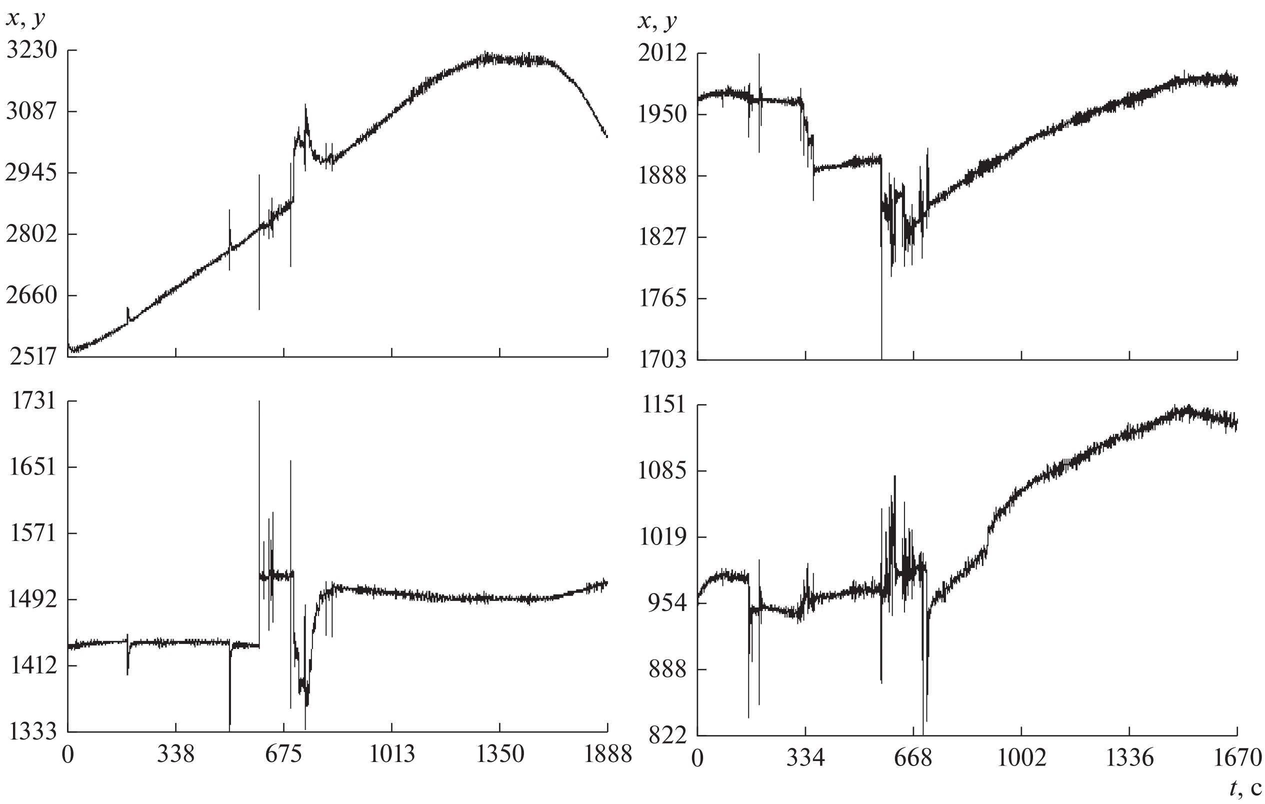


Рис. 3. Слева – результат съемки 4.IV.2018, справа – результат съемки 31.V.2018.

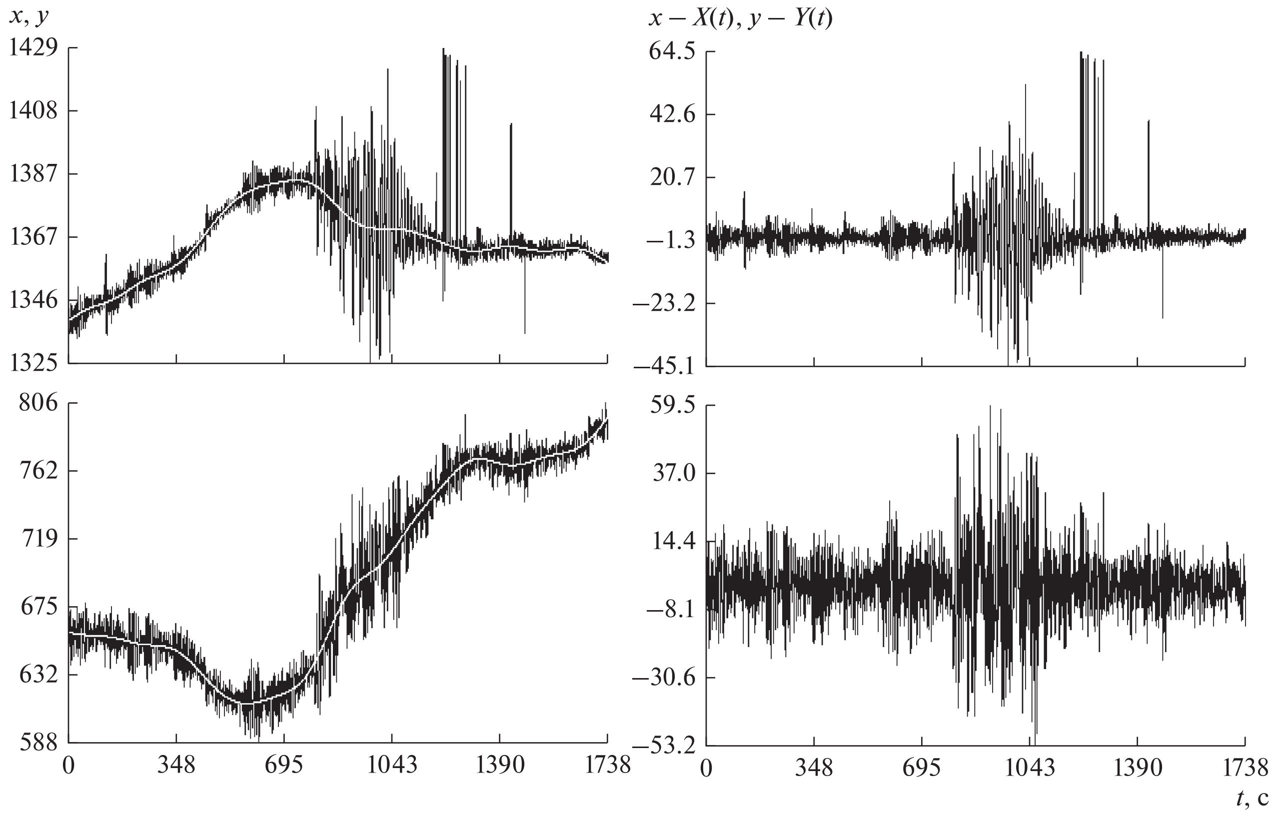


Рис. 4. Съемка 26.VII.2018, $M = 20$.

торые моменты наблюдались резкие толчки с амплитудой до 150 пикселей ≈35 мм.

26.VII.2018 выполнялась одновременная видеосъемка двумя фотоаппаратами Nikon D5 из двух модулей РС *МКС*. Во время съемки была проведена коррекция орбиты *МКС*. Съемка началась в 18.55 Мск, корректирующие двигатели работали 199 с на интервале 19.10.17–19.13.36.

Первым фотоаппаратом проводилась съемка через иллюминатор № 7 Служебного модуля (СМ) РС. Объект съемки – оконечность солнечной батареи корабля *Прогресс*. Вторым фотоаппаратом проводилась съемка через иллюминатор № 2 модуля МИМ2. Объект съемки: оконечность радиатора *МКС*, расположенного справа от корпуса станции по ходу ее движения по орбите. Расстояние до объекта съемки – около 10 м, масштаб съемки – 1 пиксель ≈0.23 мм. По данной видеопоследовательности прослеживались 9 точек. 43452 кадра (28 мин 58 с). Графики пиксельных координат одной из точек приведены в левой части рис. 4. Смещение объекта за время съемки относительно первого кадра находилось в пределах 200 пикселей (~46 мм) по каждой координате. Во время коррекции орбиты вид колебаний не менялся.

ПОДГОТОВКА ДАННЫХ ДЛЯ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА

Как видно из графиков на рис. 3, 4, колебания выделенных точек на элементах конструкции *МКС* описываются функциями времени специального вида. Эти функции представляют собой сумму двух слагаемых. Одно из них имеет характерное время изменения несколько минут, другое с характерным временем изменения несколько секунд похоже на сумму конечного числа гармоник (в ряде случаев гармоник, умноженных на экспоненты). Слагаемое первого типа характеризует медленные движения элементов конструкции станции, вызванные тепловыми деформациями, колебаниями станции как твердого тела, поворотом солнечных батарей (СБ) и другими аналогичными причинами. Такие движения происходят с частотами менее 0.001 Гц. Гармоники, входящие во второе слагаемое, имеют частоты в пределах 0.05–0.3 Гц. Второе слагаемое обусловлено собственными колебаниями элементов конструкции станции. Именно эти колебания изучаются ниже.

При изучении таких колебаний указанное выше первое слагаемое из функций, описывающих изменение координат выделенных точек, следует исключить. Исключение выполнялось с использованием дискретных рядов Фурье. Смещения выделенных точек на ПЗС матрице фотоаппарата обозначим x, y и будем выражать в пикселях, т.е. размер стороны пикселя примем в качестве единицы измерения длины. Значения смещений заданы в узлах равномерной временной сетки $t_n = t_0 + nh$, $h = 0.04$ с, $n = 0, 1, \ldots, N$. Эти значения обозначим x_n, y_n и полагаем их измерениями реальных смещений $x(t)$, $y(t)$: $x_n \approx x(t_n)$, $y_n \approx y(t_n)$.

По данным $\{(t_n, x_n)\}_{n=0}^N$ методом наименьших квадратов построим выражение

$$X(t) = \alpha + \beta(t - t_0) + \sum_{m=1}^{M} a_m \sin\frac{\pi m(t - t_0)}{t_N - t_0}. \tag{1}$$

По данным $\{(t_n, y_n)\}_{n=0}^N$ – аналогичное выражение $Y(t)$. Каждое выражение – сумма линейной функции и отрезка ряда Фурье по синусам. Выражения вида (1) удобно использовать для аппроксимации произвольных гладких функций, заданных на отрезке $t_0 \le t \le t_N$ [7]. При подходящем значении M эти выражения аппроксимируют слагаемые указанного выше первого типа в функциях $x(t)$, $y(t)$. Разности $x_n - X(t_n)$, $y_n - Y(t_n)$ уже не содержат таких слагаемых и представляют собой сумму конечного числа гармоник и, возможно, гармоник, умноженных на экспоненты.

Пример исключения слагаемых первого типа приведен на рис. 4. В левой части этого рисунка изображены графики исходных данных и выражений $X(t)$, $Y(t)$. Графики исходных данных представляют собой пилообразные ломаные линии. Звенья верхних ломаных соединяют соседние по времени точки (t_n, x_n), нижние ломаные имеют вершины в точках (t_n, y_n). Плавные кривые на фоне ломаных – графики выражений $X(t)$, $Y(t)$. В данном примере эти выражения построены при $M = 20$.

В правой части рис. 4 приведены графики ломаных с вершинами в точках $(t_n, x_n - X(t_n))$, $(t_n, y_n - Y(t_n))$. Как видно из этих графиков, слагаемые первого типа в соответствующих кусочно-линейных функциях отсутствуют. Ниже для упрощения записи разности $x_n - X(t_n)$, $y_n - Y(t_n)$ будем обозначать x_n и y_n соответственно.

СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

Основные приемы спектрального анализа изложим на примере данных $\{(t_n, x_n)\}_{n=0}^N$. Данные $\{(t_n, y_n)\}_{n=0}^N$ анализируются аналогично. Более подробно эти приемы описаны в [3]. Спектральный анализ начинался с попытки выделить из данных x_n отдельные гармонические составляющие (их еще называют циклическими трендами). С этой целью данные аппроксимировались функцией

$$x_{\text{ар}}(t) = a_0 + a\cos 2\pi ft + b\sin 2\pi ft, \tag{2}$$

где a_0, a, b и f – параметры. Значения параметров искались методом наименьших квадратов. Составим выражение

$$\Psi = \sum_{n=0}^{N} [x_n - x_{\text{ар}}(t_n)]^2. \tag{3}$$

Согласно методу наименьших квадратов определение параметров a_0, a, b и f сводится к минимизации по ним выражения (3). Функция $\Psi = \Psi(a_0, a, b, f)$ имеет, как правило, много локальных минимумов, поэтому ее минимизация проводилась поэтапно. Сначала в результате решения ряда одинаковых линейных задач наименьших квадратов вычислялись значения функции $\Psi_1(f) = \min\limits_{a_0,a,b} \Psi(a_0, a, b, f)$ в узлах достаточно мелкой равномерной сетки на отрезке $0 \le f \le F = (2h)^{-1}$ (смысл величины F пояснен ниже), строился график этой функции. Затем перебором по сетке находились приближенные значения точек минимума $\Psi_1(f)$. Абсциссы значимых (с достаточно малыми ординатами) точек минимума могут быть частотами искомых гармоник. Значения параметров a_0, a, b и f, отвечающие значимым сеточным минимумам функции Ψ_1, уточнялись посредством минимизации функционала (2), (3). Задача одновременного уточнения параметров a_0, a, b и f является нелинейной. Ее решение находилось методом Гаусса–Ньютона [8].

Для проверки значимости найденных частот другим способом наряду с функцией $\Psi_1(f)$ рассматривалась функция

$$I(f) = \left[\sum_{n=0}^{N} (x_n - x_*)\cos 2\pi f t_n\right]^2 + \left[\sum_{n=0}^{N} (x_n - x_*)\sin 2\pi f t_n\right]^2,$$

$$x_* = \frac{1}{N+1}\sum_{n=0}^{N} x_n,$$

называемая периодограммой Шустера [3]. Пусть исследуемый набор данных x_n образован значениями в точках t_n функции

$$x(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{K} (a_k \cos 2\pi f_k t + b_k \sin 2\pi f_k t), \tag{4}$$

где все $f_k > 0$ и среди них нет одинаковых. Составим выражение

$$I_1(f) = \left\{\sum_{n=0}^{N}[x(t_n) - \alpha_0]\cos 2\pi f t_n\right\}^2 + \\ + \left\{\sum_{n=0}^{N}[x(t_n) - \alpha_0]\sin 2\pi f t_n\right\}^2.$$

Его можно преобразовать к виду

$$I_1(f) = \frac{(N+1)^2}{4}\cdot \\ \cdot\sum_{k=1}^{K}(\alpha_k^2 + \beta_k^2)[W(f - f_k) + W(f + f_k)] + \Delta I_1(f),$$

$$W(f) = \left(\sum_{n=0}^{N}\cos 2\pi f t_n\right)^2 + \left(\sum_{n=0}^{N}\sin 2\pi f t_n\right)^2 = \\ = \frac{N + 1 + 2\sum\limits_{k<l}\cos 2\pi f(t_l - t_k)}{(N+1)^2},$$

$$\Delta I_1(f) = \sum_{k<l}\sum_{m}\left\{A_m\cos 2\pi[\Omega_m t_k + \Omega'_m t_l + f(t_l - t_k)] + \\ + B_m\sin 2\pi[\Omega_m t_k + \Omega'_m t_l + f(t_l - t_k)]\right\}.$$

В выражении для $\Delta I_1(f)$ частоты Ω_m и Ω'_m принадлежат множеству чисел $\{\pm f_1, \pm f_2, \ldots, \pm f_K\}$, коэффициенты A_m и B_m выражаются через α_k и β_k $(k = 1, 2, \ldots, K)$.

Функция $W(f)$ называется функцией окна [3]. Она – четная, периодическая с периодом $2F = h^{-1}$ и удовлетворяет соотношениям $0 \le W(f) \le 1$, $W(0) = 1$. Ее наименьший положительный нуль равен $[(N+1)h]^{-1}$. Значимые максимумы (пики) функции окна равны 1 и достигаются в точках $F_l = 2lF$ $(l = 0, 1, 2, \ldots)$. Вне малых окрестностей этих точек $W(f) < 0.01$. С увеличением N ширина пиков этой функции сужается. В силу четности и периодичности функция окна полностью определяется своими значениями на отрезке $0 \le f \le F$.

Для $\Delta I_1(f)$ не удается найти простых эффективных оценок, но при большом N вкладом этого слагаемого в значения функции $I_1(f)$ вблизи точек ее значимых максимумов можно пренебречь и принять

$$I_1(f) \approx \frac{(N+1)^2}{4}\cdot \\ \cdot\sum_{k=1}^{K}(\alpha_k^2 + \beta_k^2)[W(f - f_k) + W(f + f_k)].$$

Отсюда, учитывая поведение функции $W(f)$, легко найти точки таких максимумов. Они определяются соотношениями $|f \pm f_k| = F_l$. Пусть все $f_k < F_1/2 = F$. Тогда на отрезке $0 \le f \le F$

$$I_1(f) \approx \frac{(N+1)^2}{4}\sum_{k=1}^{K}(\alpha_k^2 + \beta_k^2)W(f - f_k),$$

и отыскание значимых максимумов функции $I_1(f)$ на этом отрезке позволяет в принципе определить все частоты выражения (4). Частота F называется частотой Найквиста. Именно она служила верхней границей диапазона частот, для которых вычислялась функция $\Psi_1(f)$. В случае рассматриваемых видеоданных $F = 12.5$ Гц.

Здесь необходимо отметить следующее. Корректная интерпретация частот в данных на равномерной временной сетке с шагом h возможна лишь в том случае, если в этих данных отсутствуют частоты, превышающие частоту Найквиста $F = 0.5/h$. Если в данных присутствует гармоническая составляющая частотой $f > F$, то она либо исказит составляющие с частотами $|f \pm F_l|$ при значениях l, для которых $0 \le |f \pm F_l| \le F$, либо проявится как дополнительная частота. Этот эффект называется наложением частот. Чтобы избежать его, регистрируемые данные перед оцифровкой подвергают фильтрации. В случае обрабатываемых видеоданных фильтрации не было, анализ их спектров показывает, что сколько-нибудь значимых гармонических составляющих с частотами из диапазона 2–12.5 Гц в них нет. Колебания с частотами более 12.5 Гц в случае *МКС* имеют весьма малую амплитуду и в видеофильмах не проявляются. Это обстоятельство служит обоснованием корректности проводимого спектрального анализа.

Периодограмма Шустера используется следующим образом. Если функция $I_1(f)$ имеет значимый максимум в точке f_*, то f_* близка одной из частот выражения (3). При $f_* \approx f_k$ величина $2\sqrt{I_1(f_*)}/(N+1) \approx \sqrt{\alpha_k^2 + \beta_k^2}$, т.е. является оценкой амплитуды гармоники с частотой f_k. Так как погрешность соотношения $\alpha_0 = x_*$ обычно весьма мала, в выписанных соотношениях функцию $I_1(f)$ можно заменить функцией $I(f)$.

Ниже для удобства вместо графиков функций $\Psi_1(f)$ и $I(f)$ приводятся графики функций

$$E(f) = \sqrt{\frac{\Psi_1(f)}{N-2}}, \quad A(f) = \frac{2}{N+1}\sqrt{I(f)}.$$

Минимумы функции $E(f)$ дают оценки средней квадратичной ошибки аппроксимации функции $x(t)$ выражением (1), максимумы функции $A(f)$ – оценки амплитуды $\sqrt{a^2+b^2}$. Функцию $A(f)$ называют еще амплитудным спектром. Ниже функции $E(f)$ и $A(f)$, построенные по данным $\{(t_n, x_n)\}_{n=0}^{N}$, снабжены нижним индексом x, функции, построенные по данным $\{(t_n, y_n)\}_{n=0}^{N}$, снабжены индексом y.

Результаты спектрального анализа фрагмента данных, выделенного из данных на рис. 4, приведен на рис. 5. В левой части этого рисунка представлены графики анализируемого фрагмента – ломаные с вершинами в точках (t_n, x_n), (t_n, y_n). В средней и правой частях рисунков приведены соответствующие периодограммы (спектры) $E_x(f)$, $A_x(f)$ и $E_y(f)$, $A_y(f)$. Спектры построены на отрезке $0 \le f \le 0.4$ Гц. При $f > 0.4$ Гц значимых экстремумов периодограмм не обнаружено. Ниже приведены частоты f и амплитуды $A = \sqrt{a^2+b^2}$ циклических трендов, отвечающих значимым и с подозрением на значимость минимумам функции $\Psi_1(f)$. Частоты приведены в герцах, амплитуды – в пикселях. Нижние индексы x и y указывают, к каким данным $\{x_n\}$ или $\{y_n\}$ эти частоты и амплитуды относятся:

$$\begin{aligned}
&f_{x,1} = 0.00506, \quad A_{x,1} = 0.57, \quad f_{x,2} = 0.09692, \quad A_{x,2} = 0.72,\\
&f_{x,3} = 0.13656, \quad A_{x,3} = 2.85, \quad f_{x,4} = 0.18249, \quad A_{x,4} = 0.74,\\
&f_{x,5} = 0.25639, \quad A_{x,5} = 0.23, \quad f_{x,6} = 0.30595, \quad A_{x,6} = 0.28,\\
&f_{y,1} = 0.05010, \quad A_{y,1} = 1.94, \quad f_{y,2} = 0.07429, \quad A_{y,2} = 2.25,\\
&f_{y,3} = 0.11527, \quad A_{y,3} = 2.06, \quad f_{y,4} = 0.13878, \quad A_{y,4} = 6.33,\\
&f_{y,5} = 0.18002, \quad A_{y,5} = 1.72, \quad f_{y,6} = 0.24759, \quad A_{y,6} = 4.27.
\end{aligned} \tag{5}$$

Анализ найденных частот обнаруживает их повторяемость и локализацию в нескольких достаточно узких диапазонах [1]. Например, частоты из окрестностей значений 0.09, 0.14, 0.18, 0.22 Гц и др. встречаются в разные дни съемки.

Вообще, поиск гармонических составляющих в данных измерений является коварной задачей. Если амплитуда найденной гармоники мала и нет априорной уверенности в существовании такой гармоники, то вывод о ее обнаружении может оказаться ошибочным [3]. Гармоники с малыми амплитудами могут порождаться случайными ошибками в данных. Для гармоник с большими амплитудами таких сомнений не возникает. Еще одна сложность, которая может возникнуть в спектральном анализе, это – разрешение близких частот. В приведенных фрагментах этот эффект встречается неоднократно (см. ниже). Чтобы проверить правильность и оценить значимость найденных гармонических составляющих решалась задача синтеза – построение аппроксимации выбранного отрезка данных в виде линейной комбинации этих составляющих.

Пусть с использованием периодограммы $\Psi_1(f)$ описанным выше способом найдены частоты f_k° $(k = 1, 2, \ldots, K; K \ll N)$. Отвечающий этим частотам тренд (сумму циклических трендов) ищем в виде

$$x_{\text{ap}}(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{K} (a_k \cos 2\pi f_k t + b_k \sin 2\pi f_k t), \tag{6}$$

где a_0 и a_k, b_k, f_k $(k = 1, \ldots, K)$ – постоянные параметры. На первом этапе поиска полагаем $f_k = f_k^\circ$ и находим a_0, a_k, b_k методом наименьших квадратов – из условия минимума функции, заданной соотношениями (2) и (6). Это условие приводит к системе линейных уравнений относительно a_0, a_k, b_k. Ее решение вместе с частотами f_k° служит первым приближением при минимизации функции (2), (6) методом Гаусса–Ньютона по всей совокупности переменных a_0 и a_k, b_k, f_k. Аналогичным образом, но с независимым выбором частот строилось выражение $y_{\text{ap}}(t)$.

Уточненные частоты f_k обычно оказывались близкими к исходным частотам первого приближения f_k°, но если частоты первого приближения были близкими, то соответствие между исходными и уточненными частотами, как правило, нарушалось. Построение аппроксимирующего выражения (6) проводилось в несколько этапов (почти всегда в два этапа). Опишем это построение на примере данных $\{x_n\}$. На первом этапе в (6) включались гармоники с основными частотами спектра исходных данных. Построенное по этим ча-

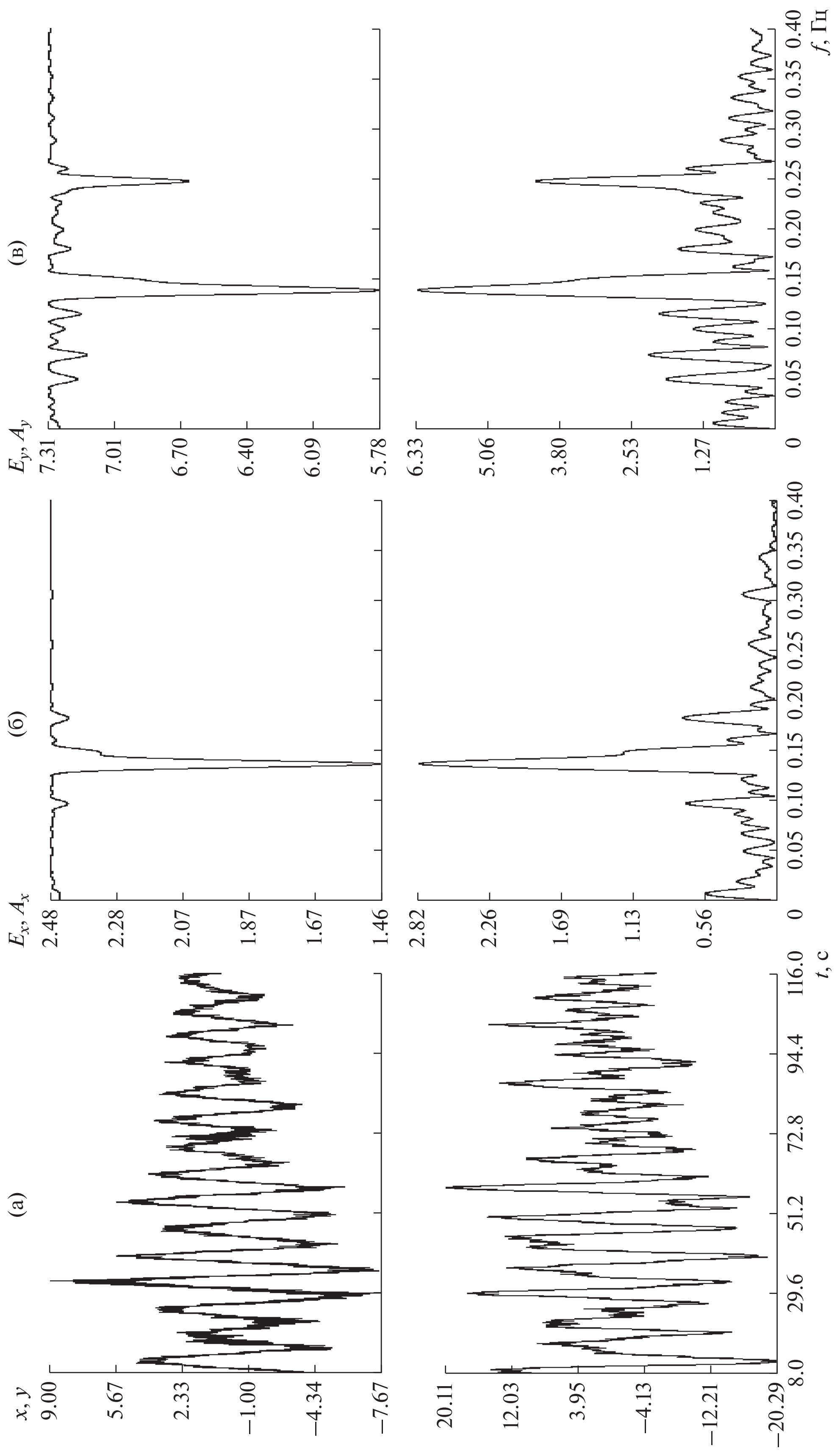


Рис. 5. Фрагмент съемки 26.VII.2018: а – колебания выделенной точки; б, в – спектры координат x, y.

стотам выражение использовалось для расчета остатков $\Delta x_n = x_n - x_{ap}(t_n)$ $(n = 0, 1, \ldots, N)$. Остатки подвергались спектральному анализу. Для них по описанным выше правилам строились периодограммы $E_{\Delta x}(f)$, $A_{\Delta x}(f)$, находились наиболее значимые частоты, и эти частоты добавлялись к частотам, найденном на первом этапе. Для расширенного набора частот по исходным данным $\{x_n\}$ строилось новое выражение (6), вычислялись новые остатки Δx_n, которые затем подвергались спектральному анализу и т.д.

На каждом этапе точность построения аппроксимирующего выражения (5) характеризовалась отношением среднеквадратичных значений

$$D_{x,1} = \sqrt{\frac{1}{N+1}\sum_{n=0}^{N}(\Delta x_n)^2},$$
$$D_{x,0} = \sqrt{\frac{1}{N+1}\sum_{n=0}^{N}(x_n - x_*)^2},$$

и видом периодограмм $E_{\Delta x}(f)$, $A_{\Delta x}(f)$. Построение выражения (6) заканчивалось, когда отношение $D_{x,1}/D_{x,0}$ оказывалось меньше 0.5, и когда в периодограммах $E_{\Delta x}(f)$, $A_{\Delta x}(f)$ не наблюдалось явного доминирования какой-либо частоты. В случае данных $\{y_n\}$ аналогичным образом вводятся и используются периодограммы $E_{\Delta y}(f)$, $A_{\Delta y}(f)$ и среднеквадратичные значения $D_{y,0}$ и $D_{y,1}$.

Полученные таким способом результаты для фрагмента на рис. 5. представлены на рис. 6, 7. На рис. 6 представлены результаты двухэтапного построения выражения (6) по данным $\{x_n\}$. График этого выражения изображен плавной кривой в верхней системе координат в левой части рисунка. Рядом с ним маркерами отмечены точки (t_n, x_n). В данном случае $K = 7$. График ошибок аппроксимации приведен в нижней системе координат левой части рисунка. Этот график представляет собой ломаную, последовательно соединяющую точки $(t_n, \Delta x_n)$, $n = 0, 1, \ldots, N$. Частоты и амплитуды гармоник построенного выражения (6):

$$f_{x,1} = 0.00826, \quad A_{x,1} = 0.46,$$
$$f_{x,2} = 0.09880, \quad A_{x,2} = 0.63,$$
$$f_{x,3} = 0.13639, \quad A_{x,3} = 2.85,$$
$$f_{x,4} = 0.18111, \quad A_{x,4} = 0.72,$$
$$f_{x,5} = 0.25268, \quad A_{x,5} = 0.28,$$
$$f_{x,6} = 0.30557, \quad A_{x,6} = 0.19,$$
$$f_{x,7} = 0.14495, \quad A_{x,7} = 1.23.$$

Процесс построения выражения (6) практически не изменил основную гармонику с номером $k = 3$. Частоты остальных гармоник изменились в 3–4 цифре после запятой, что для частоты с номером $k = 1$ оказалось существенным. Амплитуды изменились несколько больше – сказалось распределение энергии данных по разным гармоникам. Построенная аппроксимация выглядит правдоподобной. Периодограммы $E_{\Delta x}(f)$, $A_{\Delta x}(f)$ приведены в правой части рис. 6. В них нет существенно доминирующих пиков, а отвечающие им амплитуды малы.

Рис. 7 иллюстрирует результат двухэтапного процесса построения аппроксимирующего выражения вида (6) при $K = 7$ для данных $\{y_n\}$.

$$f_{y,1} = 0.05023, \quad A_{y,1} = 1.90,$$
$$f_{y,2} = 0.07422, \quad A_{y,2} = 2.18,$$
$$f_{y,3} = 0.11529, \quad A_{y,3} = 1.58,$$
$$f_{y,4} = 0.13832, \quad A_{y,4} = 6.23,$$
$$f_{y,5} = 0.17986, \quad A_{y,5} = 1.35,$$
$$f_{y,6} = 0.24788, \quad A_{y,6} = 4.07,$$
$$f_{y,7} = 0.14552, \quad A_{y,7} = 3.82.$$

По описанной схеме были обработаны еще несколько фрагментов съемок, выполненных 26.VII.2018, 4.IV.2018 и 31.V.2018. Построение аппроксимирующих выражений во всех случаях, кроме данных $\{y_n\}$ одной из съемок 26.VII.2018 (рис. 8), потребовало проведения второго этапа. В примере на рис. 8 для аппроксимации данных $\{x_n\}$ использованы 7 гармоник с частотами и амплитудами

$$f_{x,1} = 0.01899, \quad A_{x,1} = 5.03,$$
$$f_{x,2} = 0.03631, \quad A_{x,2} = 7.83,$$
$$f_{x,3} = 0.09446, \quad A_{x,3} = 20.64,$$
$$f_{x,4} = 0.12793, \quad A_{x,4} = 4.67,$$
$$f_{x,5} = 0.18299, \quad A_{x,5} = 3.74,$$
$$f_{x,6} = 0.07364, \quad A_{x,6} = 3.82,$$
$$f_{x,7} = 0.08647, \quad A_{x,7} = 7.94;$$

при аппроксимации данных $\{y_n\}$ использованы 10 гармоник:

$$f_{y,1} = 0.01773, \quad A_{y,1} = 6.76,$$
$$f_{y,2} = 0.03645, \quad A_{y,2} = 8.90,$$
$$f_{y,3} = 0.06521, \quad A_{y,3} = 4.29,$$
$$f_{y,4} = 0.09063, \quad A_{y,4} = 8.35,$$
$$f_{y,5} = 0.12115, \quad A_{y,5} = 11.4,$$
$$f_{y,6} = 0.18496, \quad A_{y,6} = 4.12,$$
$$f_{y,7} = 0.24868, \quad A_{y,7} = 15.1,$$
$$f_{y,8} = 0.13103, \quad A_{y,8} = 9.83,$$
$$f_{y,9} = 0.22114, \quad A_{y,9} = 5.84,$$
$$f_{y,10} = 0.23294, \quad A_{y,10} = 6.55.$$

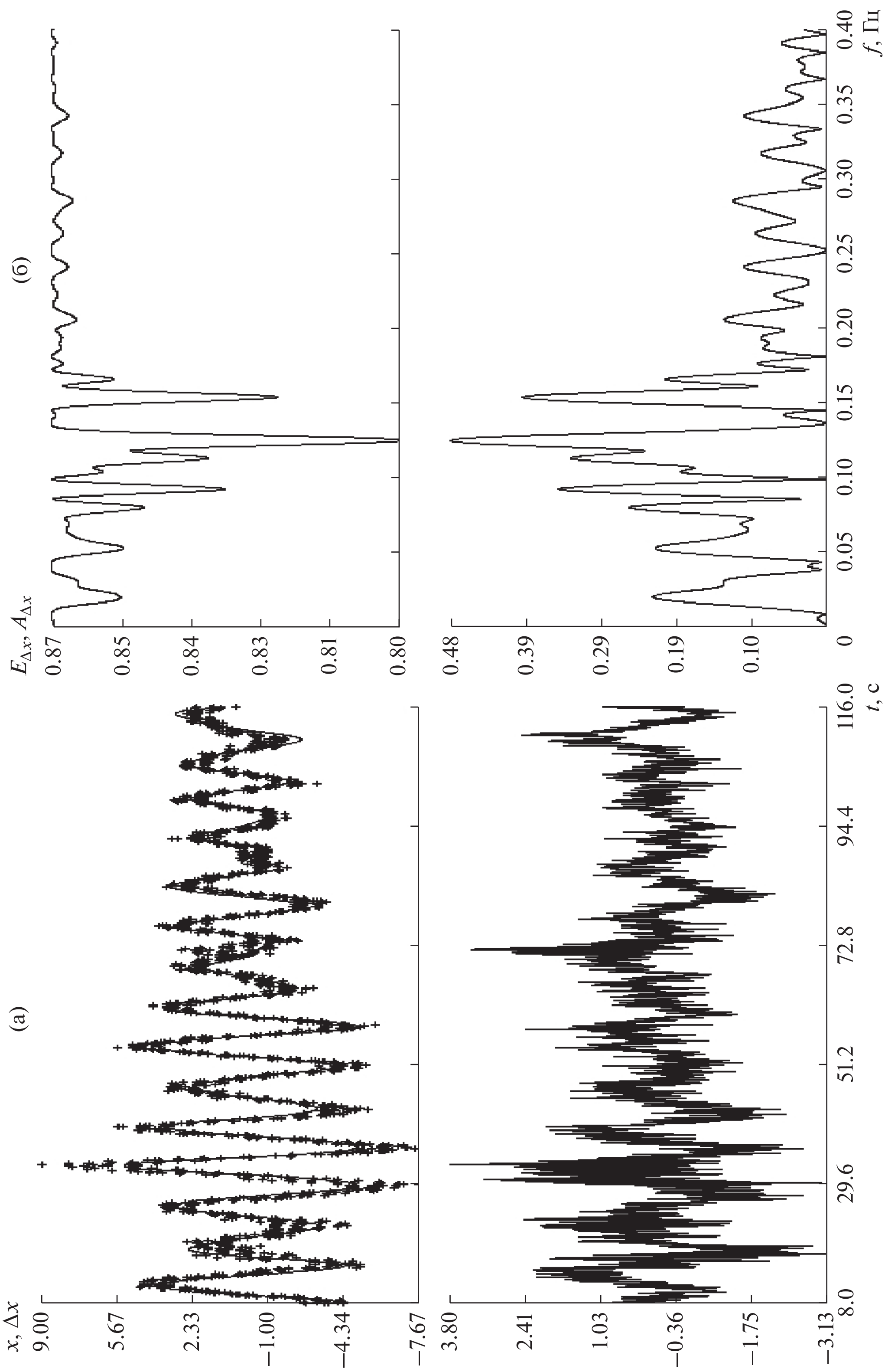


Рис. 6. Фрагмент съемки 26.VII.2018: а – аппроксимация координаты x и ее ошибка, 7 гармоник; б – спектр ошибки аппроксимации.

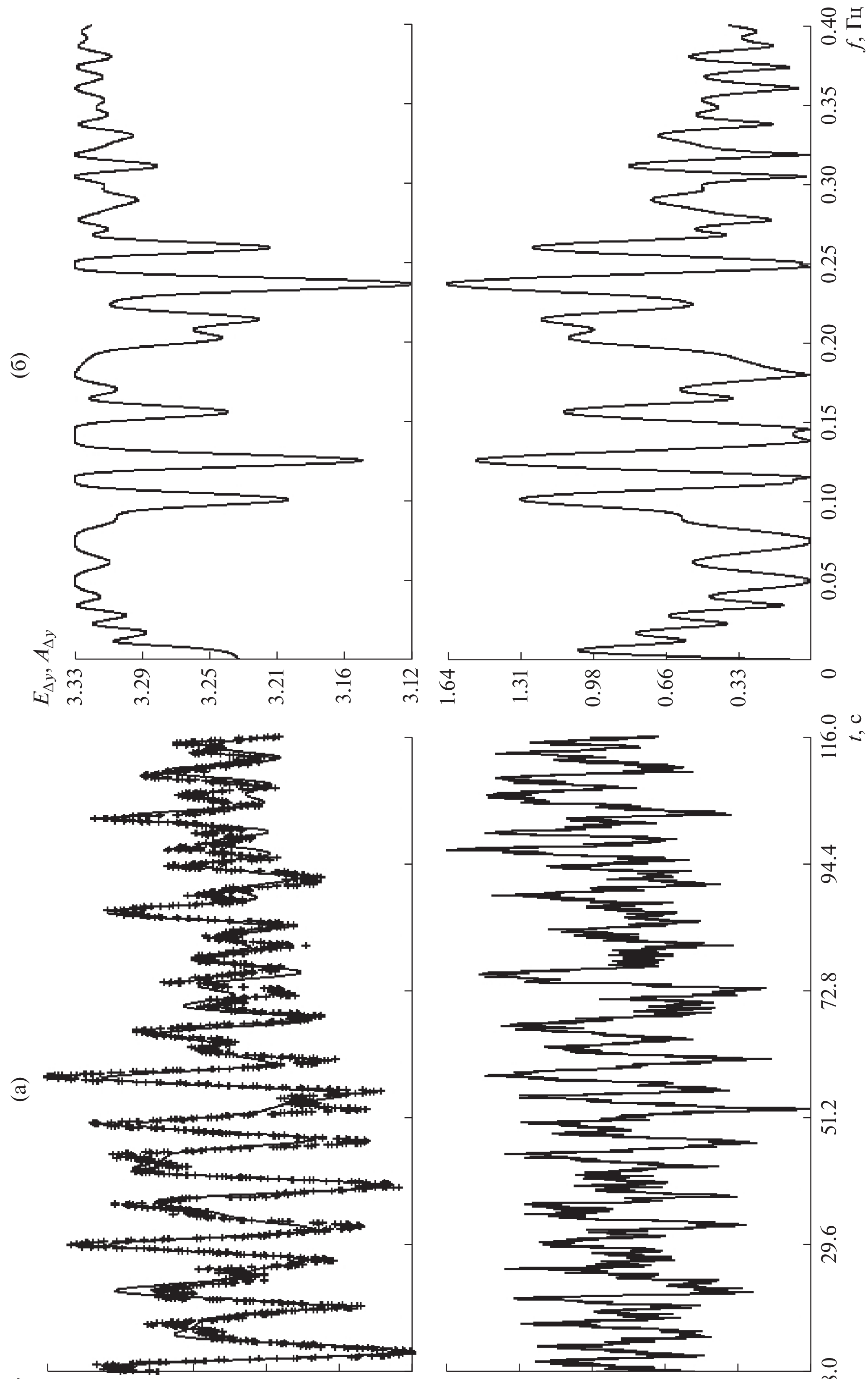


Рис. 7. Фрагмент съемки 26.VII.2018: а – аппроксимация координаты y и ее ошибка, 7 гармоник; б – спектр ошибки аппроксимации.

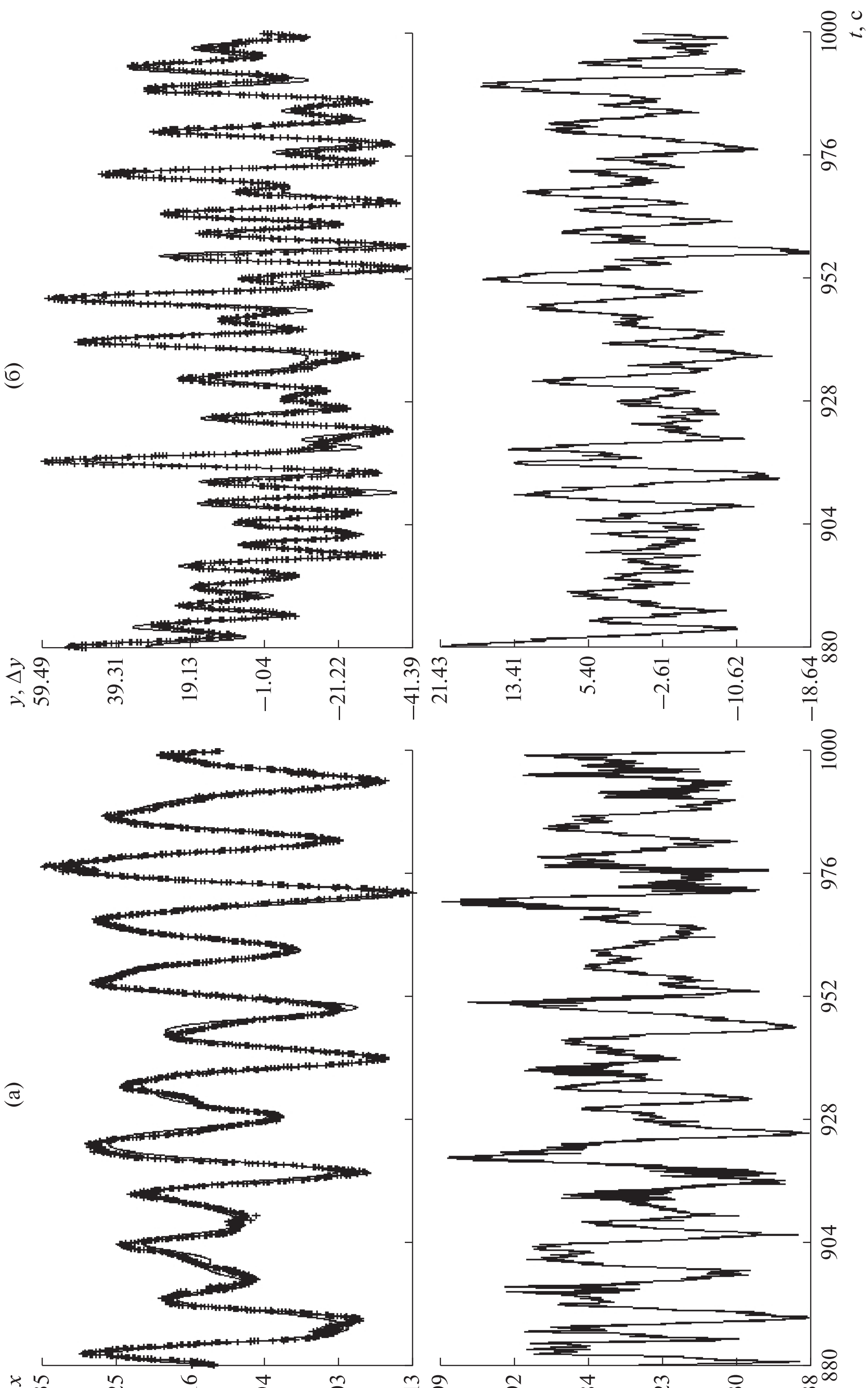


Рис. 8. Фрагмент съемки 26.VII.2018. Слева – аппроксимация координаты x, 7 гармоник; справа – аппроксимация координаты y, 10 гармоник.

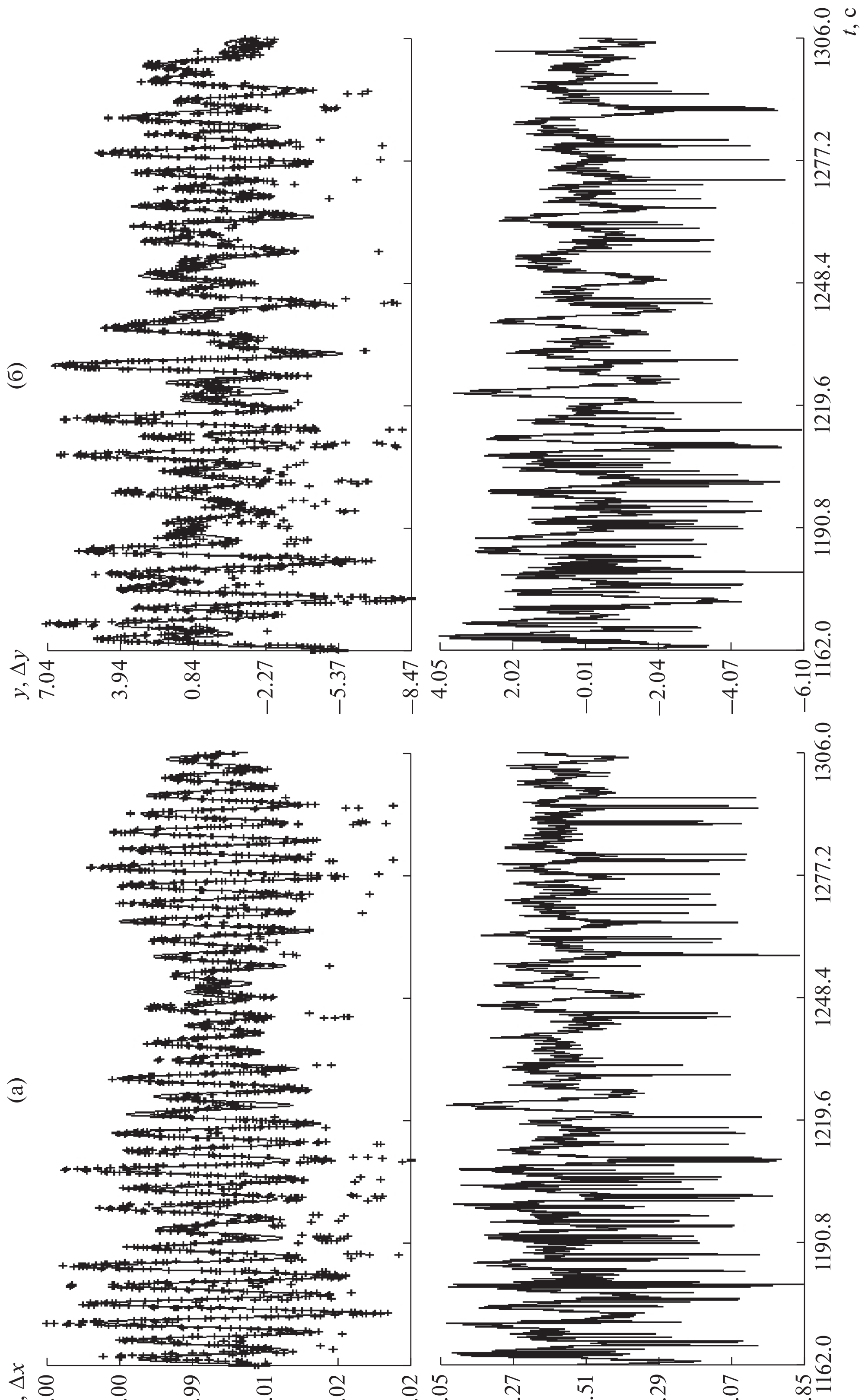


Рис. 9. Фрагмент съемки 4.IV.2018: слева – аппроксимация координаты x, 7 гармоник; справа – аппроксимация координаты y, 8 гармоник.

В верхней части рис. 8 сплошными линиями изображены графики аппроксимирующих тригонометрических полиномов, маркерами указаны данные измерений. В нижней части рисунка приведены графики ошибок аппроксимации.

Аналогичным образом организованы рис. 9, 10. В примере на рис. 9 для аппроксимации данных $\{x_n\}$ использованы 7 гармоник с частотами и амплиудами

$$\begin{aligned} f_{x,1} &= 0.13657, & A_{x,1} &= 0.53, \\ f_{x,2} &= 0.22419, & A_{x,2} &= 2.46, \\ f_{x,3} &= 0.23586, & A_{x,3} &= 1.32, \\ f_{x,4} &= 0.24376, & A_{x,4} &= 1.54, \\ f_{x,5} &= 0.22121, & A_{x,5} &= 1.31, \\ f_{x,6} &= 0.15868, & A_{x,6} &= 0.40, \\ f_{x,7} &= 0.09808, & A_{x,7} &= 3.05; \end{aligned}$$

при аппроксимации данных $\{y_n\}$ использованы 8 гармоник:

$$\begin{aligned} f_{y,1} &= 0.08468, & A_{y,1} &= 1.07, \\ f_{y,2} &= 0.09841, & A_{y,2} &= 1.52, \\ f_{y,3} &= 0.13639, & A_{y,3} &= 0.93, \\ f_{y,4} &= 0.15981, & A_{y,4} &= 0.84, \\ f_{y,5} &= 0.22592, & A_{y,5} &= 1.18, \\ f_{y,6} &= 0.24373, & A_{y,6} &= 1.49, \\ f_{y,7} &= 0.18435, & A_{y,7} &= 0.56, \\ f_{y,8} &= 0.23463, & A_{y,8} &= 1.05. \end{aligned}$$

В примере на рис. 10 использованы соответственно 8 и 9 гармоник:

$$\begin{aligned} f_{x,1} &= 0.13508, & A_{x,1} &= 0.791, \\ f_{x,2} &= 0.22658, & A_{x,2} &= 2.83, \\ f_{x,3} &= 0.24637, & A_{x,3} &= 1.73, \\ f_{x,4} &= 0.22017, & A_{x,4} &= 1.36, \\ f_{x,5} &= 0.12976, & A_{x,5} &= 0.51, \\ f_{x,6} &= 0.21352, & A_{x,6} &= 0.71, \\ f_{x,7} &= 0.23472, & A_{x,7} &= 0.48, \\ f_{x,8} &= 0.24160, & A_{x,8} &= 0.69; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_{y,1} &= 0.08174, & A_{y,1} &= 1.02, \\ f_{y,2} &= 0.09805, & A_{y,2} &= 0.76, \\ f_{y,3} &= 0.13171, & A_{y,3} &= 1.02, \\ f_{y,4} &= 0.13631, & A_{y,4} &= 1.56, \\ f_{y,5} &= 0.14837, & A_{y,5} &= 0.79, \\ f_{y,6} &= 0.18294, & A_{y,6} &= 0.73, \\ f_{y,7} &= 0.22158, & A_{y,7} &= 0.74, \\ f_{y,8} &= 0.22746, & A_{y,8} &= 1.60, \\ f_{y,9} &= 0.24608, & A_{y,9} &= 1.49. \end{aligned}$$

О ТОЧНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ЦИКЛИЧЕСКИХ ТРЕНДОВ

Поскольку отыскание параметров циклических трендов в оцифрованных видеоданных выполнялось методом наименьших квадратов, точность определения этих параметров удобно характеризовать обычными оценками точности метода наименьших квадратов – соответствующими стандартными отклонениями. Хотя теоретико-вероятностные условия применимости таких оценок в данном случае не выполнены, некоторое представление о точности полученных результатов эти оценки дают. Приведем используемые в соответствующих расчетах формулы.

Начнем с задачи поиска циклических трендов в данных $\{x_n\}$. Формулы (2), (3) запишем в виде

$$x_{\text{ap}}(t_n) = a_0 + a\cos n\alpha + b\sin n\alpha \equiv \chi(n), \quad \alpha = 2\pi f h, \tag{7}$$

$$\Psi = \sum_{n=0}^{N} [x_n - \chi(n)]^2. \tag{8}$$

Параметр α введен вместо f для простоты письма. Уточнение параметров a_0, a, b и α в окрестности значимых максимумов функции $\Psi_1(f)$, найденных на некоторой равномерной сетке $\{f_m\} \subset [0, F]$, выполнялось методом Гаусса–Ньютона [8]. На каждой итерации этого метода поправки Δa_0, Δa, Δb и $\Delta\alpha$ к имеющимся значениям a_0, a, b и α определяются переопределенной системой уравнений

$$\Delta a_0 + \cos n\alpha \cdot \Delta a + \sin n\alpha \cdot \Delta b + {} + n(b\cos n\alpha - a\sin n\alpha)\Delta\alpha = x_n - \chi(n) \quad (n = 0, 1, \ldots N).$$

Ее решение находится методом наименьших квадратов. Матрицу, вектор неизвестных и правую часть этой системы обозначим соответственно B, ξ и β. Тогда $\xi = (B^{\text{T}}B)^{-1}B^{\text{T}}\beta$. Итерации заканчиваются, когда норма вектора поправок ξ становится достаточно малой. Ковариационная матрица найденных оценок параметров a_0, a, b и α имеет вид

$$C = \frac{\Psi_*}{N-3}(B_*^{\text{T}}B_*)^{-1} = \|C_{pq}\| \quad (p, q = a_0, a, b, \alpha).$$

Здесь Ψ_* – значение функции (7), (8) в точке локального минимума, отвечающего найденному

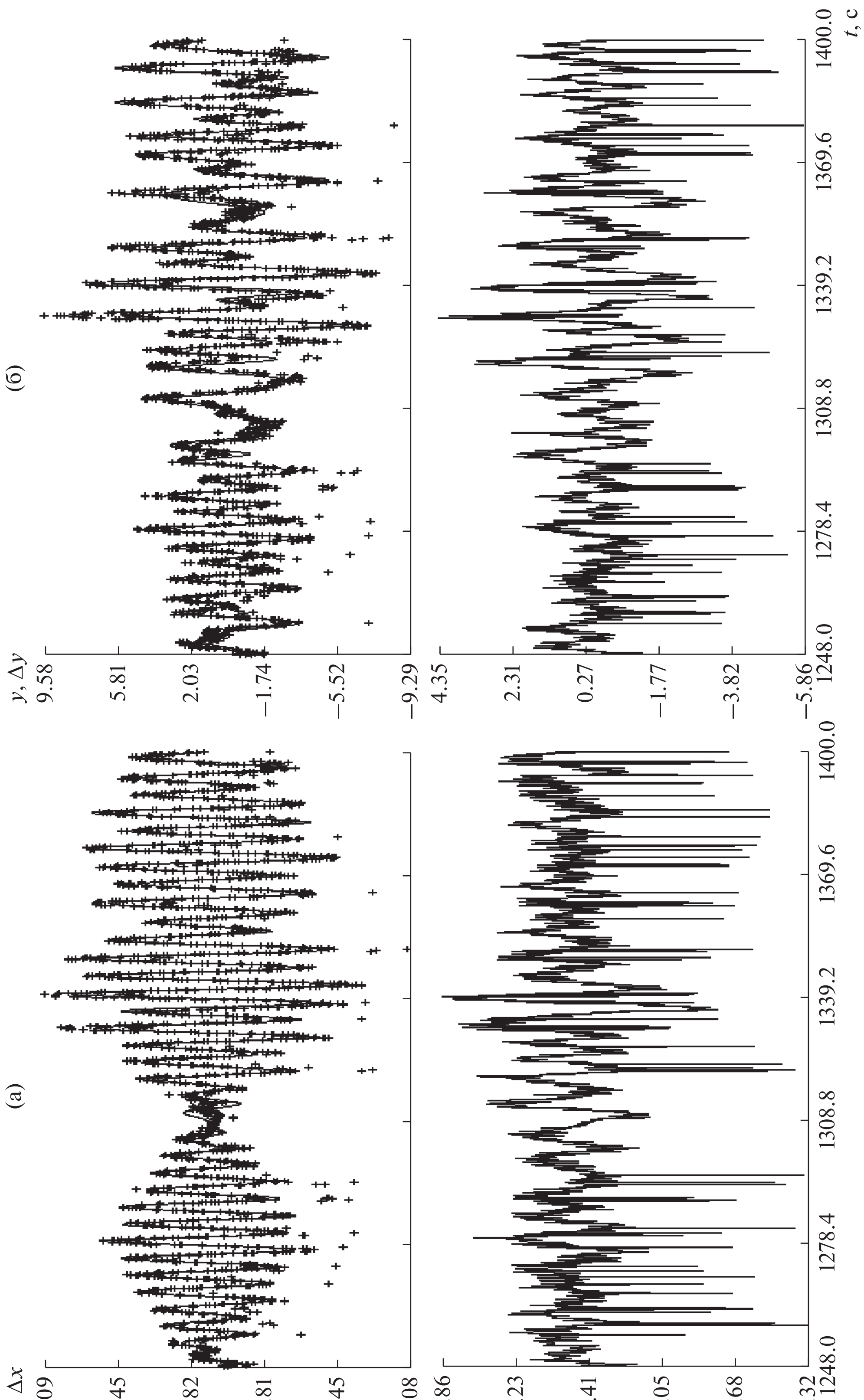


Рис. 10. Фрагмент съемки 31.V.2018: слева – аппроксимация координаты x, 8 гармоник; справа – аппроксимация координаты y, 9 гармоник.

циклическому тренду, B_* – матрица B, вычисленная в этой точке. Стандартные отклонения параметров a_0, a, b и α – квадратные корни из соответствующих элементов матрицы C – обозначим σ_{a0}, σ_a, σ_b и σ_α. В частности, $\sigma_a = \sqrt{C_{aa}}$, $\sigma_\alpha = \sqrt{C_{\alpha\alpha}}$. Стандартное отклонение частоты f задается формулой $\sigma_f = \sigma_\alpha(2\pi h)^{-1}$, стандартное отклонение амплитуды $A = \sqrt{a^2 + b^2}$ – формулой

$$\sigma_A = \frac{\sqrt{C_{aa}a^2 + C_{bb}b^2 + 2C_{ab}ab}}{A}.$$

Для примера приведем оценки точности циклических трендов с частотами $f_{x,2}$, $f_{x,3}$, $f_{x,4}$ и $f_{y,2}$, $f_{y,3}$, $f_{y,4}$ для фрагмента на рис. 5 (см. (4а)):

$$\sigma_{f_{x,2}} = 0.00047, \quad \sigma_{A_{x,2}} = 0.066,$$
$$\sigma_{f_{x,3}} = 0.000070, \quad \sigma_{A_{x,3}} = 0.040,$$
$$\sigma_{f_{x,4}} = 0.00046, \quad \sigma_{A_{x,4}} = 0.066,$$

$$\sigma_{f_{y,2}} = 0.00044, \quad \sigma_{A_{y,2}} = 0.195,$$
$$\sigma_{f_{y,3}} = 0.000048, \quad \sigma_{A_{y,3}} = 0.195,$$
$$\sigma_{f_{y,4}} = 0.00013, \quad \sigma_{A_{x,4}} = 0.157.$$

Аналогичным образом можно получить оценки точности параметров аппроксимирующего выражения (6). Величины $x_{\text{ар}}(t_n)$ представим в виде

$$x_{\text{ар}}(t_n) = a_0 + \sum_{k=1}^{K}(a_k \cos n\alpha_k + b_k \sin n\alpha_k) \equiv \chi(n), \quad \alpha_k = 2\pi f_k h. \tag{9}$$

Минимизация функционала (8), (9) выполняется методом Гаусса–Ньютона. Схема вычислений была описана выше. Дальнейшая ее детализация приводит к системе линейных уравнений

$$\Delta a_0 + \sum_{k=1}^{K}[\cos n\alpha_k \cdot \Delta a_k + \sin n\alpha_k \cdot \Delta b_k + n(b_k \cos n\alpha_k - a_k \sin n\alpha_k)\Delta\alpha_k] = x_n - \chi(n)$$
$$(n = 0, 1, \ldots N).$$

Смысл использованных здесь обозначений, такой же, как в системе, использованной при минимизации функционала (7), (8). Новая система так же решается методом наименьших квадратов, описанным выше способом, и по существу по тем же формулам вычисляются стандартные отклонения $\sigma_{f_{x,k}}$ и $\sigma_{A_{x,k}}$. Ниже приведены параметры трендов из примера на рис. 6, рядом с ними в скобках указаны их стандартные отклонения:

$$f_{x,1} = 0.00826\ (0.00031), \quad A_{x,1} = 0.456\ (0.023),$$
$$f_{x,2} = 0.09880\ (0.00020), \quad A_{x,2} = 0.633\ (0.023),$$
$$f_{x,3} = 0.13639\ (0.000055), \quad A_{x,3} = 2.85\ (0.024),$$
$$f_{x,4} = 0.18111\ (0.00018), \quad A_{x,4} = 0.717\ (0.024),$$
$$f_{x,5} = 0.25268\ (0.00043), \quad A_{x,5} = 0.284\ (0.024),$$
$$f_{x,6} = 0.30557\ (0.00063), \quad A_{x,6} = 0.193\ (0.024),$$
$$f_{x,7} = 0.14495\ (0.00014), \quad A_{x,7} = 1.23\ (0.024).$$

Параметры трендов из примера на рис. 7, в скобках указаны стандартные отклонения:

$$f_{y,1} = 0.05023\ (0.00025), \quad A_{y,1} = 1.90\ (0.092),$$
$$f_{y,2} = 0.07422\ (0.00022), \quad A_{y,2} = 2.18\ (0.093),$$
$$f_{y,3} = 0.11529\ (0.00033), \quad A_{y,3} = 1.58\ (0.093),$$
$$f_{y,4} = 0.13832\ (0.00012), \quad A_{y,4} = 6.23\ (0.102),$$
$$f_{y,5} = 0.17986\ (0.00037), \quad A_{y,5} = 1.35\ (0.092),$$
$$f_{y,6} = 0.24788\ (0.00011), \quad A_{y,6} = 4.07\ (0.092),$$
$$f_{y,7} = 0.14552\ (0.00021), \quad A_{y,7} = 3.82\ (0.104).$$

Примерно такие же величины имеют стандартные отклонения остальных найденных циклических трендов.

Приведенные выше оценки характеризуют так называемую точность по внутренней сходимости, т.е. точность методики средствами самой методики. Представляет интерес сравнить описанные выше результаты с аналогичными результатами, полученными другими методами. При анализе колебаний конструкции *МКС* похожую информацию можно получить, анализируя данные бортовых акселерометров [4–6]. Акселерометр регистрирует кажущиеся ускорения, поэтому из его показаний напрямую можно использовать только частоты колебаний (и другие параметры, выражаемые в единицах времени, например, характеристики переходных процессов). Частоты, найденные разными методами, можно сравнивать непосредственно. Сравнение амплитуд требует привлечения сложных математических моделей, поскольку речь идет о разных физических величинах. По этой причине сравнение амплитуд практически невозможно. Кроме того, акселерометры на борту *МКС* "чувствуют" колебания только достаточно массивных объектов, которые в случае малоинерционных объектов проявляются как вынужденные колебания.

Частоты, приведенные в [4–6] и в данной статье, относятся к разным конфигурациям *МКС*, поэтому априори нельзя было ожидать очень точного совпадения. Однако все указанные выше частоты оказались весьма близкими некоторым частотам, приведенным в [6].

В видеофильме, содержащем эпизод с коррекцией орбиты, также не зафиксировано заметного изменения характера колебаний вследствие этой коррекции. По-видимому, это обстоятельство отражает существо дела. Ускорение *МКС* при коррекции весьма точно регистрируется акселерометром [4]. Это ускорение вызывает смещение станции как твердого тела, а видеоданные позволяют найти только смещения одних элементов ее конструкции относительно других элементов. Более того, видеоинформация о смещениях такого рода вместе с полезными данными может содержать мешающие данные о колебаниях фотоаппарата на фиксирующем его устройстве. Тем не менее, в настоящее время видеосъемка наиболее практичный и, возможно, единственный способ получения количественных характеристик относительных смещений малоинерционных элементов конструкции *МКС*.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Беклемишев Н.Д., Богуславский А.А., Беляев М.Ю. и др.* Исследование колебаний элементов конструкции космической станции по видеоинформации. Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2019. № 43. С. 46. https://doi.org/10.20948/prepr-2019-43
2. *Беклемишев Н.Д.* Оценка среднего параллакса стереоизображений // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2016. № 88. С. 12. https://doi.org/10.20948/prepr-2016-88
3. *Теребиж В.Ю.* Анализ временных рядов в астрофизике. М.: Наука, 1992.
4. *Завалишин Д.А., Беляев М.Ю., Сазонов В.В.* Определение характерных частот упругих колебаний конструкции *МКС* // Космич. исслед. 2010. Т. 48. № 4. С. 362–370. (Cosmic Research. P. 352–361).
5. *Завалишин Д.А., Беляев М.Ю., Сазонов В.В.* Оценка динамических характеристик *Международной космической станции* по измерениям микроускорений // Космич. исслед. 2009. Т. 47. № 2. С. 193–203. (Cosmic Research. P. 173–184).
6. *Беляев М.Ю., Волков О.Н., Рябуха С.Б.* Микровозмущения на Международной космической станции // Космическая техника и технологии. 2013. № 2. С. 1–11.
7. *Ланцош К.* Практические методы прикладного анализа. М.: Физматгиз, 1961.
8. *Гилл Ф., Мюррей У., Райт М.* Практическая оптимизация. М.: Мир, 1985.

КОСМИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ, 2021, том 59, № 3, с. 235–239

УДК 519.213:621.3.019.3

ОЦЕНКА ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ В УСЛОВИЯХ НЕПОЛНЫХ ДАННЫХ

© 2021 г. М. И. Ломакин[1, *], А. В. Сухов[1], А. В. Докукин[1], Ю. М. Ниязова[2]

[1]*Российский научно-технический центр информации по стандартизации, метрологии и оценке соответствия, Москва, Россия*

[2]*Московский государственный университет геодезии и картографии, Москва, Россия*

**m.i.lomakin@gostinfo.ru*

Поступила в редакцию 07.10.2019 г.
После доработки 28.01.2020 г.
Принята к публикации 05.03.2020 г.

Рассматривается задача оценки показателей надежности космических аппаратов, описываемых моделью “нагрузка–прочность”, в условиях неполных данных, представленных моментами распределения величин, характеризующих “прочность” и “нагрузку”, в качестве последних величин выступают радиационная стойкость КА и факторы космического пространства, действующие на КА. Данная задача сведена к задаче нахождения экстремума определенного интеграла с ограничениями-равенствами, ее решение получено в общем виде. Для случаев, когда известны один и два момента распределения величин “прочности” и “нагрузки” оценки надежности получены в аналитическом виде. Данная статья является дальнейшим развитием и уточнением результатов, полученных в работе авторов [16], применительно к таким объектам исследования как космические аппараты.

DOI: 10.31857/S0023420621030080

ВВЕДЕНИЕ

Важность вопросов обеспечения высокой надежности космических аппаратов не вызывает ни у кого сомнений. КА являются сложными и дорогостоящими системами, решающими важные научные и прикладные задачи. В процессе своего целевого функционирования они подвергаются воздействию большого количества факторов космического пространства (ФКП), в том числе: космической плазмы, потоков электронов и ионов, солнечного электромагнитного излучения и др. [1]. Это воздействие в большинстве случаев является причиной отказов бортовой аппаратуры КА. Необходимость анализа влияния ФКП на надежность бортовой аппаратуры КА является безусловной. Она признается как отечественными специалистами, так и зарубежными. В настоящей статье решается одна из задач такого анализа – предлагается подход к оценке вероятности безотказной работы КА в условиях неполных данных.

В теории надежности [2–5] достаточно широкое распространение получили модели “нагрузка-прочность”, в которых показателем надежности выступает вероятность (вероятность безотказной работы) того, что одна случайная величина (прочность) больше другой случайной величины (нагрузка). В работах [2–5], где предполагалось, что имеется полная информация о каждой из названных случайных величин (“прочности” и “нагрузки”). Применительно к КА в качестве величины “прочность” может выступать стойкость бортового оборудования к воздействию ФКП, а в качестве величины “нагрузка” выступают воздействующие ФКП. Например, это может быть радиационная стойкость бортовой радиоэлектронной аппаратуры КА к радиационному воздействию на нее (поглощенных доз электронов, протонов и суммарной дозы) [6–9].

Пусть k параметров характеризуют состояние бортовой аппаратуры КА (далее просто – КА) при целевом функционировании. Одни параметры характеризуют радиационную стойкость, другие параметры – воздействующие ФКП на КА. Условие работоспособности КА за время τ может быть записано в виде [4]:

$$\varphi(X, Y, \tau) = X(Z_1, Z_2, \dots Z_l, \tau) - Y(Z_{l+1}, Z_{l+2}, \dots, Z_k, \tau) > 0,$$

где $Z_1, Z_2, \dots, Z_k$ – параметры, характеризующие состояние КА; $X(Z_1, Z_2, \dots, Z_l, \tau)$ – случайная функция, характеризующая радиационную стойкость КА к воздействию ФКП; $Y(Z_{l+1}, Z_{l+2}, \dots, Z_k, \tau)$ – случайная функция, характеризующая воздействие ФКП на КА (уровни воздействующих ФКП).

Тогда основной показатель надежности КА – вероятность безотказной работы КА определяется соотношением [4, 5]:

$$P(\tau) = P\,(X(Z_1, Z_2, \ldots, Z_l, \tau) > Y(Z_{l+1}, Z_{l+2}, \ldots, Z_k, \tau)) =$$

$$= \int\limits_{\varphi(X,Y,\tau)>0} f\left(x_1, \ldots x_k, \tau\right) dx_1 \ldots dx_k.$$

Здесь $f(x_1, \ldots x_k, \tau)$ – многомерная плотность распределения случайных параметров, характеризующих состояние КА.

Рассмотрим случай, когда случайные функции $X(Z_1, Z_2, \ldots, Z_l\,\tau)$ и $Y(Z_{l+1}, Z_{l+2}, \ldots, Z_k, \tau)$ являются одномерными или сводимыми к ним, тогда основной показатель надежности КА – вероятность безотказной работы КА для времени τ определится соотношением:

$$P(\tau) = P(X(\tau) > Y(\tau)). \tag{1}$$

Пусть $F(t)$ – функция распределения случайной величины $X(\tau)$, а $G(t)$ – функция распределения случайной величины $Y(\tau)$. В случае, когда функции распределения $F(t)$ и $G(t)$ известны полностью, соотношения для основных, используемых в теории надежности распределений [5] представлены в работе [4].

В случае, когда функции распределения $F(t)$ и $G(t)$ известны не полн остью, а известны только до моментов распределения, оценки для вероятности, определяемой соотношением (1) получены только для случая, когда функции распределения $F(t)$, $G(t)$ известны до первого момента (математического ожидания) [13].

Определим аналогично [10–13] множества функций распределения F_0 и G_0, имеющих (известных) k фиксированных конечных моментов в виде:

$$F_0 = \left\{ F(t) : \int\limits_0^\infty t^j \, dF(t) = m_j, \;\; j = \overline{1,k} \right\}, \tag{2}$$

$$G_0 = \left\{ G(t) : \int\limits_0^\infty t^j dG(t) = \mu_j, \;\; j = \overline{1,k} \right\}. \tag{3}$$

Здесь m_j, μ_j – j-ые моменты распределения случайных величин $X(\tau)$ и $Y(\tau)$.

Задача состоит в нахождении экстремальных оценок вероятности безотказной работы КА на множестве функций распределения F_0 и G_0, т.е. необходимо найти

$$P_э(\tau) = \operatorname*{extr}_{F(t)\in F_0, G(t)\in G_0} P(X(\tau) > Y(\tau)). \tag{4}$$

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Решение данной задачи дано в статье авторов [13], где получены в явном виде соотношения для вероятности, определяемой соотношением (1) при функциях распределения $F(t)$ и $G(t)$ известных до одного момента. В настоящей статье получены соотношения для вероятности безотказной работы КА при функциях распределения $F(t)$ и $G(t)$ известных до двух моментов.

Приведем основные соотношения из статьи [13], которые далее нужны будут для нахождения вероятности безотказной работы КА при функциях распределения $F(t)$ и $G(t)$ известных до двух моментов.

Соотношение (1) можно переписать в виде

$$P_э(\tau) = \int\limits_0^\infty G(t) dF(t) \tag{5}$$

или

$$P_э(\tau) = \int\limits_0^\infty (1 - F(t)) dG(t). \tag{6}$$

Исходную задачу можно сформулировать следующим образом: необходимо найти экстремум определенного интеграла, определяемого соотношением (5) или (6), при условиях:

$$\int\limits_0^\infty t^j \, dF(t) = m_j, \quad j = \overline{1,k}, \tag{7}$$

$$\int\limits_0^\infty t^j \, dG(t) = \mu_j, \quad j = \overline{1,k}. \tag{8}$$

Пусть функции распределения $F(t) \in F_0$, $G(t) \in G_0$ являются непрерывно дифференцируемыми функциями, определёнными на интервалах $(0,\, t_f)$ и $(0,\, t_g)$ соответственно, тогда задача поиска экстремума определенного интеграла относится к числу изопериметрических задач [14, 15]. Для ее решения используется метод вариации Лагранжа.

Предположим, что решение задачи существует, применим принцип Лагранжа к гипотетическому решению, определим седловые точки и исследуем их на минимум или максимум путем сравнения с известными результатами.

Функции $F(t)$, $G(t)$, доставляющие экстремум определенному интегралу (соотношение (5) или (6)), должны удовлетворять системе дифференциальных уравнений Эйлера [14, 15]:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial F'(t)} \right) - \frac{\partial L}{\partial F(t)} = 0\,, \tag{9}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial G'(t)} \right) - \frac{\partial L}{\partial G(t)} = 0, \tag{10}$$

где $F'(t) = \dfrac{dF(t)}{dt}$, $G'(t) = \dfrac{dG(t)}{dt}$,

L – лагранжиан, определяемый соотношением:

$$L = G(t)F'(t) + \sum_{j=1}^{k} \lambda_j t^j F'(t) + \sum_{j=1}^{k} \eta_j t^j G'(t), \quad (11)$$

$$L = (1 - F(t))G'(t) + \sum_{j=1}^{k} \lambda_j t^j F'(t) + \sum_{j=1}^{k} \eta_j t^j G'(t). \quad (12)$$

В последних соотношениях $\lambda_j, \eta_j; j = \overline{1,k}$ – неопределенные множители Лагранжа.

Выполнив соответствующие преобразования [13], получим следующие дифференциальные уравнения:

$$\frac{dG(t)}{dt} + \sum_{J=1}^{k} j\lambda_j t^{j-1} = 0, \quad (13)$$

$$\frac{dF(t)}{dt} - \sum_{J=1}^{k} j\eta_j t^{j-1} = 0. \quad (14)$$

С учетом начальных условий $F(0) = 0$, $G(0) = 0$ получаем

$$F(t) = \sum_{J=1}^{k} \eta_j t^j, \quad 0 \le t \le t_f, \quad (15)$$

$$G(t) = -\sum_{J=1}^{k} \lambda_j t^j, \quad 0 \le t \le t_g. \quad (16)$$

Величины λ_f, η_f определяются выражениями:

$$-\sum_{J=1}^{k} \frac{j}{j+i} \lambda_j t_g^{j+i} = \mu_i, \quad i = \overline{1,k}, \quad (17)$$

$$\sum_{J=1}^{k} \frac{j}{j+i} \eta_j t_f^{j+i} = m_i, \quad i = \overline{1,k}. \quad (18)$$

$P_э(\tau)$ для случая $t_g > t_f$ определяется соотношением:

$$P_э(\tau) = -\sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{k} \frac{j}{j+i} \eta_j \lambda_i t_f^{j+i}. \quad (19)$$

Для случая $t_g \le t_f$ – соотношением:

$$P_э(\tau) = 1 + \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{k} \frac{j}{j+i} \eta_i \lambda_j t_g^{j+i}. \quad (20)$$

Исходя из последних соотношений (19), (20), для функций распределения $F(t)$ и $G(t)$ известных до первого конечного момента (математических ожиданий) в [13] получено:

для $t_f < t_g$ или для $m_1 < \mu_1$, нижняя оценка определяется в виде:

$$P_э(\tau) = \frac{m_1}{2\mu_1}, \quad (21)$$

для $t_f \ge t_g$ или $m_1 \ge \mu_1$, верхняя оценка определяется в виде:

$$P_э(\tau) = 1 - \frac{\mu_1}{2m_1}. \quad (22)$$

Все приведенные выше соотношения получены в работе [13].

Для случая, когда известны два первых момента функций распределения $F(t)$, $G(t)$, неопределенные множители Лагранжа можно определить следующим образом.

Из выражений (17) и (18) получаем:

$$-\frac{1}{2}\lambda_1 t_g^2 - \frac{2}{3}\lambda_2 t_g^3 = \mu_1, \quad (23)$$

$$-\frac{1}{3}\lambda_1 t_g^3 - \frac{1}{2}\lambda_2 t_g^4 = \mu_2, \quad (24)$$

$$\frac{1}{2}\eta_1 t_f^2 + \frac{2}{3}\eta_2 t_f^3 = m_1, \quad (25)$$

$$\frac{1}{3}\lambda_1 t_f^3 + \frac{1}{2}\eta_2 t_f^4 = m_2. \quad (26)$$

Решая данные системы уравнений для μ_j и m_j, получаем:

$$\eta_1 = \frac{26m_1}{5t_f^2} - \frac{8m_2}{5t_f^3}, \quad (27)$$

$$\eta_2 = \frac{18m_2}{5t_f^4} - \frac{12m_1}{5t_f^3}, \quad (28)$$

$$\lambda_1 = \frac{24\mu_2}{t_g^3} - \frac{18\mu_1}{t_g^2}, \quad (29)$$

$$\lambda_2 = \frac{12\mu_1}{t_g^3} - \frac{18\mu_2}{t_g^4}, \quad (30)$$

где значения переменных t_f, t_g определяются из условий $F(t_f) = 1$, $G(t_g) = 1$ соответственно. Вид функций $F(t_f)$ и $G(t_g)$ определим, решая дифференциальные уравнения (13) и (14):

$$\frac{dG(t)}{dt} + \lambda_1 + 2\lambda_2 t = 0, \quad (31)$$

$$\frac{dF(t)}{dt} - \eta_1 - 2\eta_2 t = 0. \quad (32)$$

Интегрирование дифференциальных уравнений (31) и (32) и использование начальных условий $F(0) = 0$, $G(0) = 0$ позволяет получить функции $F(t_f)$ и $G(t_g)$:

$$F(t) = \left(\frac{26m_1}{5t_f^2} - \frac{8m_2}{5t_f^3}\right)t + \left(\frac{18m_2}{5t_f^4} - \frac{12m_1}{5t_f^3}\right)t^2, \quad (33)$$

$$G(t) = \left(\frac{24\mu_2}{t_g^3} - \frac{18\mu_1}{t_g^2}\right)t + \left(\frac{12\mu_1}{t_g^3} - \frac{18\mu_2}{t_g^4}\right)t^2. \quad (34)$$

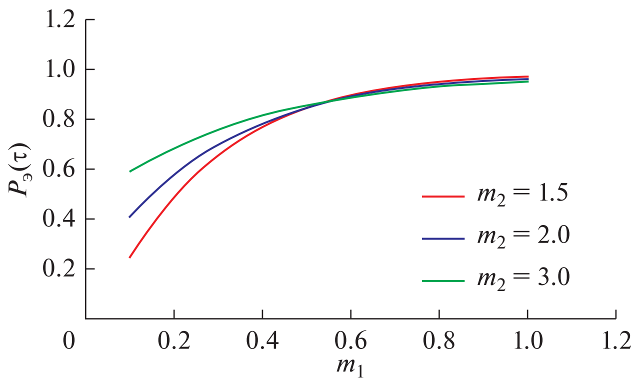


Рис. 1. Значения оценки показателя $P_э(\tau)$ от первого момента m_1.

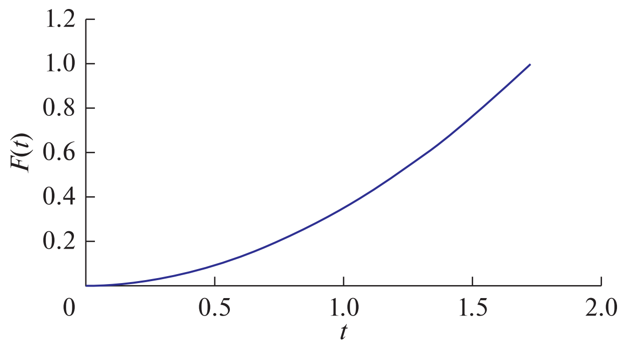


Рис. 2. Вид распределения $F(t)$ для известных двух моментов распределения.

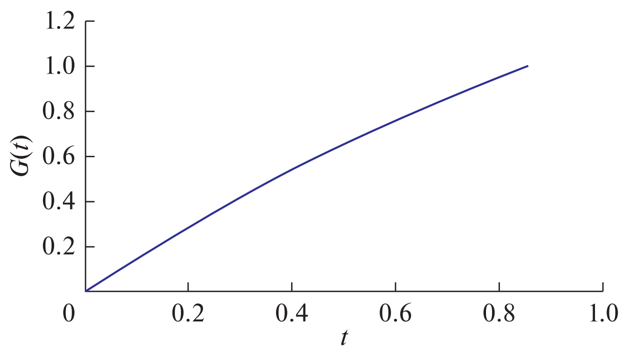


Рис. 3. Вид распределения $G(t)$ для известных двух моментов распределения.

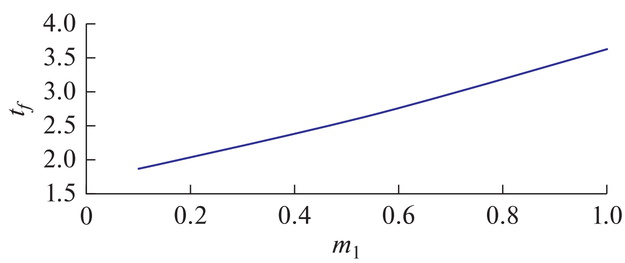


Рис. 4. Зависимость времени t_f от первого момента распределения при значении второго момента $m_2 = 3$.

Используем условие $F(t_f) = 1$ и $G(t_g) = 1$ и решим выражения (33) и (34) относительно t_g и t_f:

$$t_f = 1.4m_1 + \sqrt{1.96m_1^2 + 2m_2}, \tag{35}$$

$$t_g = \sqrt{9\mu_1^2 + 6\mu_2} - 3\mu_1. \tag{36}$$

При получении решения (36) можем попасть на значение функции на нисходящей ветви, когда ее производная меньше нуля. Поэтому значение t_g ищется при условии положительного значения производной функции (36) или используется значение другого корня, симметричного относительно максимума функции:

$$t_{g\min} = \frac{18\mu_1 t_g^2 - 24\mu_2 t_g}{12\mu_1 t_g - 18\mu_2} - t_g. \tag{37}$$

Значение (39) $t_{g\min}$ следует использовать вместо параметра t_g.

Экстремальная оценка показателя $P_э(\tau)$ для случая $t_g > t_f$ в соответствии с (19) будет иметь вид:

$$P_э(\tau) = -\frac{\eta_1\lambda_1 t_f^2}{2} - \frac{1}{3}t_f^3(2\eta_2\lambda_1 + \eta_1\lambda_2) - \frac{\eta_2\lambda_2 t_f^4}{2}. \tag{38}$$

Для случая $t_g \le t_f$ экстремальная оценка показателя качества $P_{kэ}$ в соответствии с (20) будет иметь вид:

$$P_э(\tau) = 1 + \frac{\eta_1\lambda_1 t_g^2}{2} + \frac{2}{3}t_f^3(2\eta_1\lambda_2 + \eta_2\lambda_1) + \frac{\eta_2\lambda_2 t_g^4}{2}. \tag{39}$$

В выражениях (38) и (39) значения t_f, t_g берутся из выражений (35) и (37) соответственно, а значения неопределенных множителей Лагранжа η_1, η_2, λ_1, λ_2 берутся из выражений (27)–(30) соответственно.

Зависимости экстремальной оценки $P_э(\tau)$ от первого момента m_1 при разных значениях второго момента m_2 показаны на рис. 1.

Вид распределений $F(t)$ и $G(t)$ для известных двух моментов распределения показаны на рис. 2 и 3 соответственно.

Зависимость времени t_f от первого момента распределения при значении второго момента $m_2 = 3$ показана на рис. 4.

Приведенные графики качественно показывают характер поведения рассмотренных параметров распределений для случая известных двух моментов распределений. Для всех приведенных зависимостей значения моментов для распределения $G(t)$ брались постоянными: $\mu_1 = 0.2$, $\mu_2 = 2$.

Значения экстремальных оценок показателя $P_э(\tau)$ аналогично оценкам для первых моментов также могут рассматриваться как (38) – верхняя оценка, а (39) – нижняя оценка. На рис. 5 для вероятности (1) показаны зависимости значений экстремальных оценок показателя качества в сравнении с нормальным распределением в зави-

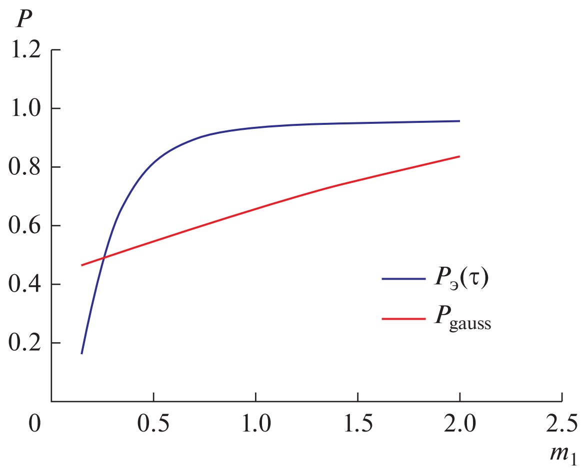


Рис. 5. Сравнение экстремальных оценок качества $P_э(\tau)$ с нормальным законом распределения.

симости от первого момента распределения случайной величины $X(\tau)$ при равных значениях первого и второго моментов распределений. При этом учтено, что при получении оценок выражения для вычисления $P_э(\tau)$ выбираются в зависимости от соотношения между t_g и t_f.

При вычислениях учтено, что для нормального закона распределения случайных величин X и Y значение вероятности (1) равно:

$$P(X > Y) = 0.5 + \Phi\left(\frac{m_x - m_y}{D_x + D_y}\right), \quad (40)$$

где $\Phi(z)$ – функция Лапласа, D_{xy}, D_{xy} – дисперсии случайных величин X и Y, m_x, m_y – математические ожидания случайных величин X и Y.

Также учтена зависимость между вторым моментом нормального закона и дисперсией:

$$m_{2x} = D_x + m_{1x}^2. \quad (41)$$

Следует также учитывать, что соотношения, используемые при вычислении $P_э(\tau)$, основаны на полученных финитных распределениях, которые ограничены значениями t_g и t_f.

ВЫВОДЫ

В настоящей статье предложена модель для оценки показателя надежности КА – вероятности безотказной работы КА. Данная модель относится к надежностным моделям типа “нагрузка–прочность”, в которой в качестве параметра “прочность” выступает радиационная стойкость КА, а в качестве параметра “нагрузка” выступают воздействующие на КА ФКП. Оценки вероятности безотказной работы КА найдены в общем случае при неполных данных, представленных моментами распределения величины характеризующей радиационную стойкость КА и величины, характеризующей уровни воздействующих ФКП. Эти оценки получены как решения изопериметрической задачи; при этом при одном и двух моментах соответствующих случайных величин оценки получены в аналитическом виде.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Новиков Л.С.* Радиационные воздействия на материалы космических аппаратов. М.: Университетская книга, 2010.
2. Элементы теории испытаний и контроля технических систем / Под ред. Р.М. Юсупова. Л.: Энергия, 1978.
3. Эффективность технических систем / Под общ. ред. В.Ф. Уткина, Ю.В. Крючкова. М.: Машиностроение, 1988.
4. *Острейковский В.А.* Многофакторные испытания на надежность. М.: Энергия, 1978.
5. Надежность технических систем: Справочник / Р. Барлоу, Ю.К. Беляев, В.А. Богатырев и др.; Под ред. И.А. Ушакова. М.: Радио и связь, 1985.
6. *Новиков Л.С.* Модель космоса. – Т. 2. Воздействие космической среды на материалы и оборудование космических аппаратов. М.: Изд-во “Книжный дом Университет”, 2007.
7. *Бездродных И.П., Морозова Е.И., Петрукова А.А.* Радиационное условия на орбите // Вопросы электромеханики. Труды НПП ВНИИЭМ. М.: ФГУП “ВНИИЭМ”, 2010. Т. 117. № 4. С. 33–42.
8. *Федосов В.В.* Надежность систем автоматического управления. Красноярск: СГАУ им. М.Ф. Решетнева, 2011.
9. *Полесский С., Жданов В., Артюхова М., Прохоров В.* Обеспечение радиационной стойкости аппаратуры космический аппаратов при проектировании // Компоненты и технологии. 2010. № 9. С. 93–98.
10. *Ломакин М.И.* Гарантированные оценки вероятности безотказной работы в классе распределений с фиксированными моментами // Известия АН СССР. Автоматика и телемеханика. 1991. № 1. С. 154–161.
11. *Ломакин М.И.* Оценки показателей качества по малым выборкам // Информационно-экономические аспекты стандартизации и технического регулирования. 2011. № 1(1). С. 5.
12. *Ломакин М.И., Бурый А.С., Докукин А.В. и др.* Оценка показателей качества в условиях неполной информации // Информационно-экономические аспекты стандартизации и технического регулирования. 2018. № 4(44). С. 17.
13. *Ломакин М.И., Сухов А.В.* Оценка показателей качества, описываемых моделью “нагрузка-прочность” // Информационно-экономические аспекты стандартизации и технического регулирования. 2018. № 4(44). С. 22.
14. *Галеев Э.М., Тихомиров В.М.* Краткий курс теории экстремальных задач. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1989.
15. *Васильев Ф.П.* Методы решения экстремальных задач. М.: Наука, 1981.
16. *Buryi A.S., Lomakin M.I, Sukhov A.V.* Quality Assessment of “Stress-Strength” Models in the Conditions of Big Data // International J. Innovative Technology and Exploring Engineering (IJITEE). 2020. V. 9. Issue 3. P. 3276–3281. https://doi.org/10.35940/ijitee.C8982.019320

КОСМИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ, 2021, том 59, № 3, с. 240–246

УДК 521.135

ОБ ОЦЕНКЕ СРЕДНЕГО ВРЕМЕНИ ПРЕБЫВАНИЯ ИСЗ В ЗЕМНОЙ ТЕНИ ПРИ ДВИЖЕНИИ В ПЛОСКОСТИ ЭКЛИПТИКИ

© 2021 г. А. В. Доброславский*

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва, Россия

**a.dobroslavskiy@gmail.com*

Поступила в редакцию 30.01.2020 г.
После доработки 17.04.2020 г.
Принята к публикации 29.05.2020 г.

Рассмотрена процедура определения конуса земной тени при движении спутника в плоскости эклиптики. Оценивается среднее время пребывания спутника в зоне земной тени в зависимости от параметров его орбиты во внешней сфере гравитационного влияния Земли. Полученная оценка относительного времени пребывания спутника в тени позволяет не учитывать тень при качественном анализе движения спутника. Результаты, полученные для конической формы тени, сравниваются с результатами, полученными для цилиндрической формы, и делается выбор в пользу конической.

DOI: 10.31857/S0023420621030031

ВВЕДЕНИЕ

Возмущения от светового давления Солнца являются важной составляющей при исследовании движения спутников, находящихся на геостационарных и высокоэллиптических орбитах [1]. Впервые с этой проблемой столкнулись при исследовании движения спутника *Vanguard 1* [2, 3]. Но особенное значение световое давление приобретает при исследовании движения объектов, имеющих большое отношение площади миделева сечения к его массе: спутников-баллонов, спутников с большой площадью солнечных батарей, а также элементов космического мусора. Пересечение такими объектами зоны земной тени вносит дополнительное возмущение в их движение [4–7]. При этом исследователи полагали тень Земли цилиндрической: Ф. Мелло [5], Лидов [6, 7], Вашковьяк [8], хотя в работе Лидова [7] оговаривалось, что используемый расчетно-аналитический метод годится и для других форм земной тени.

При рассмотрении светового давления на спутник, находящийся в значительном удалении от Земли, в задачах трех [9] и четырех тел [10], эффектом земной тени зачастую пренебрегают. Но, поскольку отсутствует оценка влияния земной тени в вышеупомянутых случаях, требуется обоснование таким математическим моделям.

Целью статьи является уточнение формы земной тени на высоких орбитах, находящихся во внешней сфере гравитационного влияния Земли, расположенной за лунной орбитой. Вследствие того, что Солнце не является точечным источником, земная тень представляет собой конус. В работе исследуется такая форма тени (без учета полутеней) и сравнивается с более грубой, цилиндрической на асимптотически больших временных промежутках. Также делается оценка влияния параметров орбиты спутника на среднее время пребывания объекта в земной тени в случае внешней сферы гравитационного влияния Хилла. Рассматриваемые орбиты находятся в плоскости эклиптики, так как в этом случае земная тень оказывает наибольшее воздействие.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗОНЫ ЗЕМНОЙ ТЕНИ

Рассмотрим движение спутника в плоскости эклиптики (см. рис. 1). Пусть E – центр Земли, свяжем с ним полярную систему координат (r,θ), ось которой направим в центр Солнца S. Введем обозначения: пусть R_E – радиус Земли, R_S – радиус Солнца, а $r_S = ES$ – расстояние от Земли до Солнца. Пусть также F – вершина конуса земной тени, а $r_f = EF$ – расстояние от нее до Земли, которое подлежит определению.

Тогда, из подобия треугольников ΔFEE_1 и ΔFSS_1, а также представления кеплеровской орбиты Солнца, как функции истинной аномалии, следует выражение:

$$r_f(\nu_S) = \frac{a_S\left(1 - e_S^2\right)R_E}{\left(1 + e_S\cos\nu_S\right)\left(R_S - R_E\right)},$$

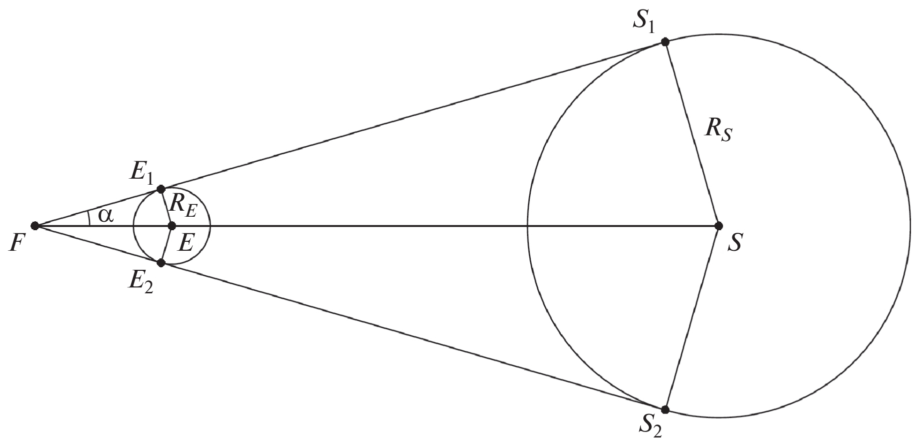


Рис. 1. Зона земной тени.

где a_S, e_S, ν_S – соответственно, большая полуось, эксцентриситет и истинная аномалия орбиты Солнца.

Запишем уравнение прямой FS_1 в полярных координатах:

$$r = \frac{R_E}{\cos(\theta - \phi_1)}, \qquad (1)$$

где R_E – кратчайшее расстояние от центра координат до прямой FS_1, $\phi_1 = \angle SEE_1$ – полярный угол отрезка EE_1, $r = r(\theta)$ – радиус-вектор прямой FS_1, а θ – свободная переменная. Учитывая, что угол $\phi_1 = \frac{\pi}{2} + \alpha$ (см. рис. 1), преобразуем (1) следующим образом:

$$r = \frac{R_E}{\cos\left(\theta - \left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)\right)} = \frac{R_E}{\sin\theta\cos\alpha - \cos\theta\sin\alpha}, \qquad (2)$$

где угол α определяется по формуле:

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{R_E}{r_f(\nu_S)}\right).$$

Аналогичным образом записывается уравнение прямой FS_2: пусть ϕ_2 – полярный угол отрезка EE_2, тогда его выражение через угол α будет $\phi_2 = \frac{3\pi}{2} - \alpha$ и

$$r = \frac{R_E}{\cos\left(\theta - \left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)\right)} = -\frac{R_E}{\sin\theta\cos\alpha + \cos\theta\sin\alpha}. \qquad (3)$$

ТОЧКА ЗАХОДА СПУТНИКА В ТЕНЬ

Введем геоцентрическую полярную систему координат с центром в точке E (см. рис. 2), полярную ось Ex направим в перицентр орбиты Солнца. Пусть эллиптическая орбита спутника расположена в плоскости эклиптики. Здесь, так же, как и на рис. 1, S означает центр Солнца, а F – вершину конуса земной тени.

Поскольку средняя линия тени EF составляет угол π с направлением на Солнце ES, уравнение границы тени (2) в выбранной системе координат примет вид:

$$r = \frac{R_E}{\cos\left(\theta - \left(\frac{\pi}{2} + \alpha + \nu_S\right)\right)} = \frac{R_E}{\sin\theta\cos(\alpha + \nu_S) - \cos\theta\sin(\alpha + \nu_S)}, \qquad (4)$$

где ν_S – истинная аномалия орбиты Солнца.

Найдем теперь полярный угол θ_1 точки входа спутника в земную тень P_1:

$$\frac{R_E}{\sin\theta_1\cos(\alpha + \nu_S) - \cos\theta_1\sin(\alpha + \nu_S)} = \frac{a\left(1 - e^2\right)}{1 + e\cos(\theta_1 - \omega)}, \qquad (5)$$

где a и e, соответственно, большая полуось и эксцентриситет орбиты спутника, а ω – аргумент перицентра орбиты, отсчитываемый от полярной оси. Введем обозначение ξ: $\xi = \frac{a\left(1 - e^2\right)}{R_E}$.

С учетом введенного обозначения, уравнение (5) можно записать в виде:

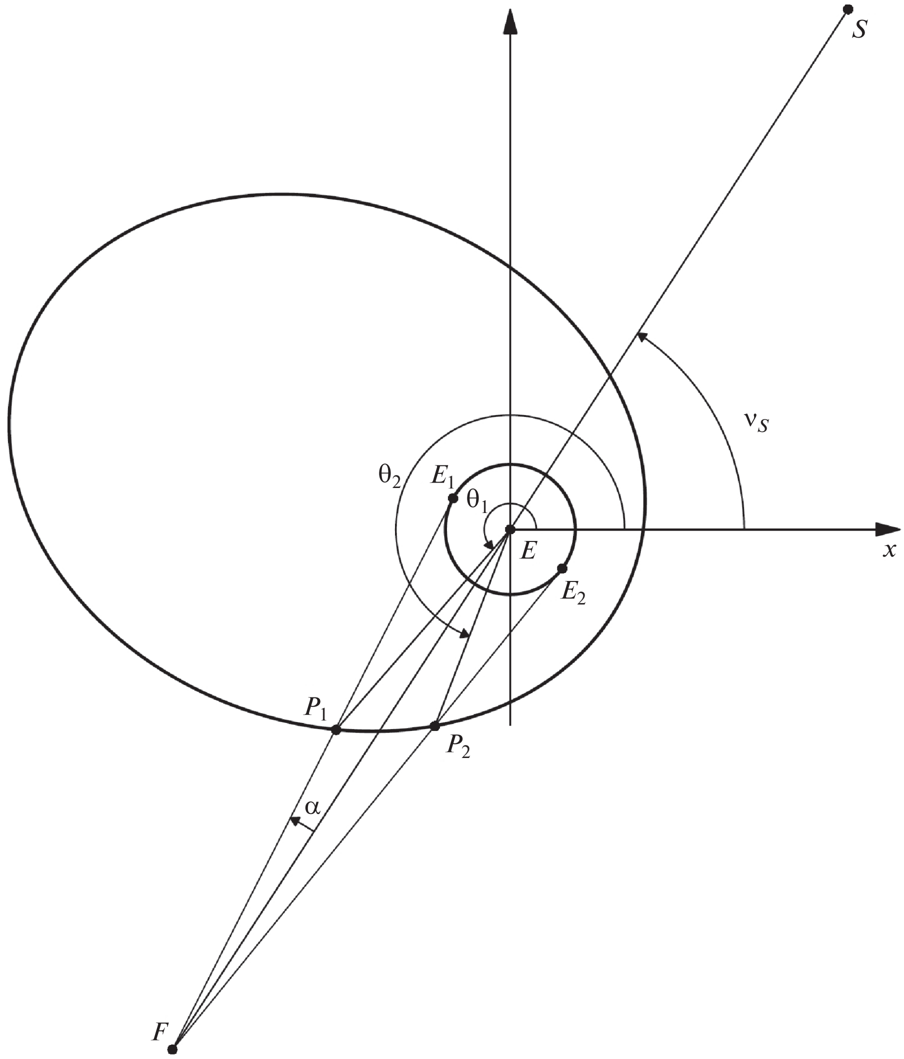


Рис. 2. Транзит спутника через земную тень.

$$\xi\left(\sin\theta_1\cos(\alpha+\nu_S)-\cos\theta_1\sin(\alpha+\nu_S)\right) = = 1+e\left(\cos\theta_1\cos\omega+\sin\theta_1\sin\omega\right). \quad (6)$$

Возведя выражение (6) в квадрат, и сгруппировав слагаемые, получим квадратное уравнение относительно $\cos\theta_1$:

$$\left(e^2+\xi^2-2e\xi\sin(\alpha+\nu_S-\omega)\right)\cos^2\theta_1 + + 2\left(e\cos\omega+\xi\sin(\alpha+\nu_S)\right)\cos\theta_1 + + 1-\left(\xi\cos(\alpha+\nu_S)-e\sin\omega\right)^2 = 0.$$

Разрешив которое получим:

$$\cos\theta_1 = \frac{-\psi_1 \pm \varphi_1\sqrt{\psi_1^2+\varphi_1^2-1}}{\psi_1^2+\varphi_1^2}. \quad (7)$$

И, соответственно,

$$\sin\theta_1 = \sqrt{1-\cos^2\theta_1} = \frac{\varphi_1 \pm \psi_1\sqrt{\psi_1^2+\varphi_1^2-1}}{\psi_1^2+\varphi_1^2}. \quad (8)$$

Где функции ψ_1, φ_1 имеют выражения:

$$\psi_1 = e\cos\omega+\xi\sin(\alpha+\nu_S),$$
$$\varphi_1 = e\sin\omega-\xi\cos(\alpha+\nu_S).$$

Знак в (7) и (8) берется согласованно, из условия попадания спутника в зону тени: $\theta_1-\nu_S \in \left[\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right]$.

ТОЧКА ВЫХОДА СПУТНИКА ИЗ ЗОНЫ ТЕНИ

Запишем уравнение границы тени (3) в полярной системе координат, введенной на рис. 2:

$$r = \frac{R_E}{\cos\left(\theta-\left(\frac{3\pi}{2}+\nu_S-\alpha\right)\right)} = = -\frac{R_E}{\sin\theta\cos(\alpha-\nu_S)+\cos\theta\sin(\alpha-\nu_S)}.$$

Найдем теперь полярный угол θ_2 точки выхода спутника из земной тени P_2 (см. рис. 2):

$$-\frac{R_E}{\sin\theta_2\cos(\alpha-\nu_S)+\cos\theta_2\sin(\alpha-\nu_S)} = = \frac{a\left(1-e^2\right)}{1+e\cos(\theta_2-\omega)}. \quad (9)$$

Используя то же обозначение, что и в (6), перепишем (9) в виде:

$$-\xi(\sin\theta_2\cos(\alpha-\nu_S)+\cos\theta_2\sin(\alpha-\nu_S)) = = 1+e(\cos\theta_2\cos\omega+\sin\theta_2\sin\omega).$$

И, проводя аналогичные (6) преобразования, запишем относительно $\cos\theta_2$ квадратное уравнение:

$$\left(e^2+\xi^2+2e\xi\sin(\alpha-\nu_S+\omega)\right)\cos^2\theta_2 + + 2(e\cos\omega+\xi\sin(\alpha-\nu_S))\cos\theta_2 + + 1-(\xi\cos(\alpha-\nu_S)+e\sin\omega)^2 = 0.$$

Разрешив которое, получим:

$$\cos\theta_2 = \frac{-\psi_2 \pm \varphi_2\sqrt{\psi_2^2+\varphi_2^2-1}}{\psi_2^2+\varphi_2^2}, \quad (10)$$

и, соответственно:

$$\sin\theta_2 = \sqrt{1-\cos^2\theta_2} = \frac{\varphi_2 \pm \psi_2\sqrt{\psi_2^2+\varphi_2^2-1}}{\psi_2^2+\varphi_2^2}, \quad (11)$$

где $\psi_2 = e\cos\omega + \xi\sin(\alpha-\nu_S)$, $\varphi_2 = e\sin\omega - \xi\cos(\alpha-\nu_S)$.

Знак в (10) и (11) берется согласованно, из условия попадания спутника в зону тени: $\theta_2 - \nu_S \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$.

Обратим внимание, что при выполнении какого-либо из условий: $\psi_1^2+\varphi_1^2<1$ или $\psi_2^2+\varphi_2^2<1$ спутник в земную тень не заходит.

Заметим, что цилиндрическая земная тень является частным случаем конической тени, если в выражениях (7), (8) и (10), (11) положить $\alpha \to 0$.

ВРЕМЯ НАХОЖДЕНИЯ В ТЕНИ

Как известно, интеграл площадей в полярной системе координат имеет вид:

$$r^2\frac{d\theta}{dt} = \sigma, \quad (12)$$

где σ – константа площади, имеющая следующее выражение через период вращения спутника T, а также большую a и малую b полуоси эллиптической орбиты спутника:

$$\sigma = \frac{2\pi}{T}ab. \quad (13)$$

Разделив переменные в (12) и проинтегрировав по интервалу прохождения полярного угла в тени, будем иметь:

$$\int_{t_1}^{t_2} dt = \int_{\theta_1}^{\theta_2}\frac{r^2}{\sigma}d\theta = \frac{\left(a\left(1-e^2\right)\right)^2}{\sigma}\cdot \cdot\int_{\theta_1}^{\theta_2}\frac{d\theta}{(1+e\cos(\theta-\omega))^2}.$$

Используя (13), получаем:

$$\tau(\theta_1,\theta_2,\omega) = t_2 - t_1 = \sqrt{\frac{a^3}{fm_E}}\cdot \cdot\left(2\operatorname{arctg}\left(\sqrt{\frac{1-e}{1+e}}\left(\frac{\sin(\theta-\omega)}{1+\cos(\theta-\omega)}\right)\right) - - \frac{e\sqrt{1-e^2}\sin(\theta-\omega)}{1+e\cos(\theta-\omega)}\right)\Bigg|_{\theta_1}^{\theta_2}, \quad (14)$$

где f – гравитационная постоянная, m_E – масса Земли, $\tau = \tau(\theta_1,\theta_2,\omega)$ – время пребывания спутника в земной тени за один виток, а θ_1 и θ_2 определяются из (7), (8), (10), (11).

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Для оценки влияния земной тени на спутник определим среднее относительное время пребывания спутника в зоне земной тени на временном промежутке, равном солнечному году T_S, принимая, что за время транзита спутника по зоне тени, истинная аномалия Солнца ν_S изменяется на малую величину. Выпишем выражение для центра зоны тени:

$$\nu(t) = \nu_S(t) + \pi, \quad (15)$$

где ν – истинная аномалия орбиты спутника.

Будем искать моменты времени t, удовлетворяющие соотношению (15). Для численного решения возьмем шаг в 1 секунду. На каждом шаге, положив $t_0 = 0$, будем вычислять средние аномалии спутника M и Солнца M_S:

$$M = M_0 + n(t-t_0), \quad M_S = M_{S0} + n_S(t-t_0),$$

здесь n, n_S – среднее движение спутника и Солнца соответственно. Для простоты M_0 и M_{S0} (соответственно, средние аномалии на эпоху t_0 для спутника и для Солнца) положены равными нулю. Далее, решив уравнения Кеплера, определим эксцентрические аномалии спутника E и Солнца E_S: $E - e\sin E = M$, $E_S - e_S\sin E_S = M_S$.

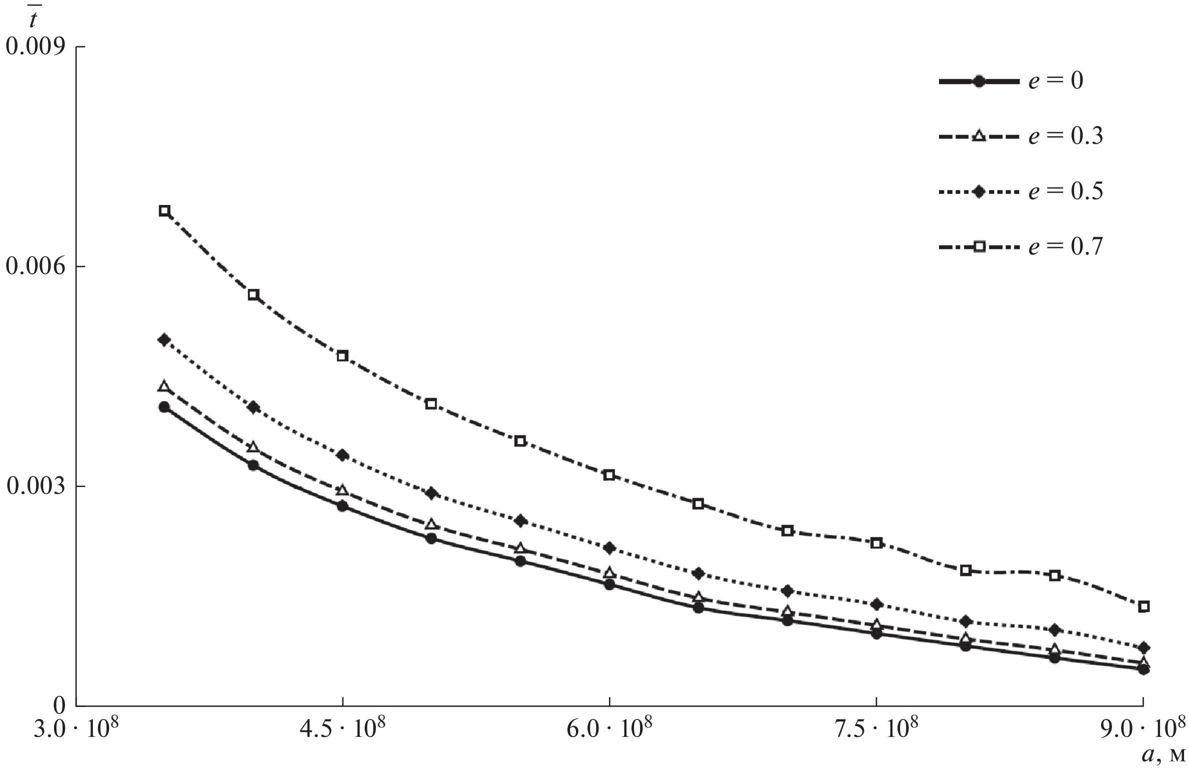


Рис. 3. Случай конической тени.

Для решения используем известное соотношение [11], где $J_k(x)$ – функция Бесселя:

$$E = M + 2\sum_{k=1}^{\infty}\frac{J_k(ke)}{k}\sin(kM).$$

Подставим эксцентрические аномалии в выражения:

$$\operatorname{tg}\frac{\nu}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}\operatorname{tg}\frac{E}{2}, \quad \operatorname{tg}\frac{\nu_S}{2} = \sqrt{\frac{1+e_S}{1-e_S}}\operatorname{tg}\frac{E_S}{2},$$

и получим истинные аномалии ν, ν_S. Подставив их в (15), определим искомые моменты времени $t^{(1)},\ldots,t^{(N)}$. Тогда относительное время пребывания спутника в земной тени $\hat{t}$:

$$\hat{t}(e,a,\omega) = \frac{1}{T_S}\sum_{i=1}^{N}\tau\left(\theta_1\left(\nu_S^{(i)}\right),\theta_2\left(\nu_S^{(i)}\right),\omega\right),$$

где $\nu_S^{(i)} = \nu_S\left(t^{(i)}\right)$. Однако, как показали расчеты, среднее время пребывания в земной тени существенно зависит от аргумента перицентра спутника ω. Для компенсации этой зависимости следует вычислять среднее значение и по ω:

$$\bar{t}(e,a) = \frac{1}{T_S}\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{L}\sum_{j=1}^{L}\tau\left(\theta_1\left(\nu_S^{(i)}\right),\theta_2\left(\nu_S^{(i)}\right),\omega_j\right), \qquad (16)$$

где L – количество рассматриваемых значений аргумента перицентра спутника ω.

Ввиду того, что выражение (14) содержит разрывы второго рода, при попадании θ_1 и θ_2 на разные ветви, всякий раз в вычислительной процедуре были сделаны переходы к следующей ветви.

Используя (16), было проведено численное моделирование со следующими параметрами: $a \in \left\{3.5\cdot10^8, 4\cdot10^8,\ldots,9\cdot10^8\right\}$ м, $e \in \{0, 0.3, 0.5, 0.7\}$, $\omega \in \{0, \pi/6,\ldots,11\pi/6\}$. Результаты представлены на рис. 3, рис. 4 и рис. 5.

Как можно видеть на рис. 3, увеличение большой полуоси орбиты спутника a приводит к уменьшению среднего времени нахождения в земной тени. Так, если на внутренней границе внешней сферы гравитационного влияния, при $a = 3.5\cdot10^8$ м, спутник находится в тени от 0.4% (при $e = 0$) до 0.62% (при $e = 0.7$) за виток, то на внешней границе сферы, при $a = 9\cdot10^8$ м, всего от 0.05% ($e = 0$) до 0.14% ($e = 0.7$). Также заметно воздействие эксцентриситета e: его увеличение приводит к увеличению среднего времени нахождения спутника в тени $\bar{t}$, хотя, с приближением к внешней границе сферы гравитационного влияния Земли, это воздействие уменьшается.

Таким образом, максимальное значение относительного времени пребывания спутника в области земной тени в случае внешней сферы гравитационного влияния Земли составляет 0.62%

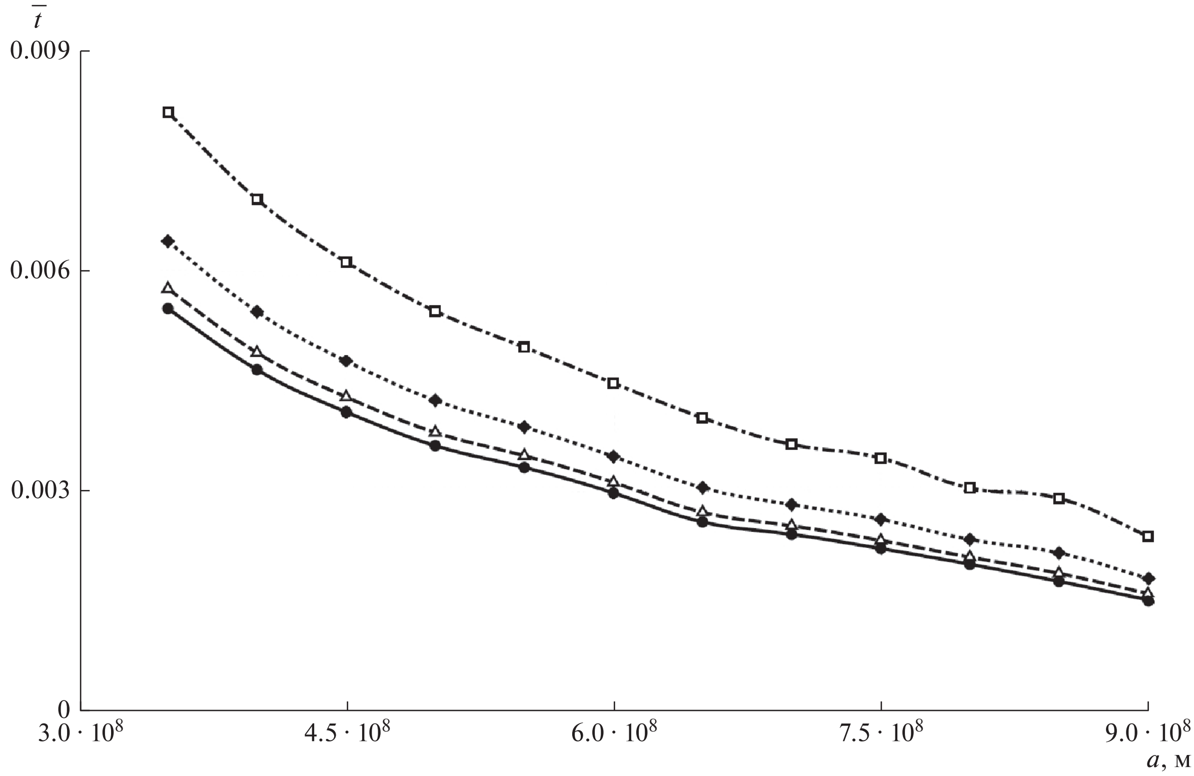


Рис. 4. Случай цилиндрической тени.

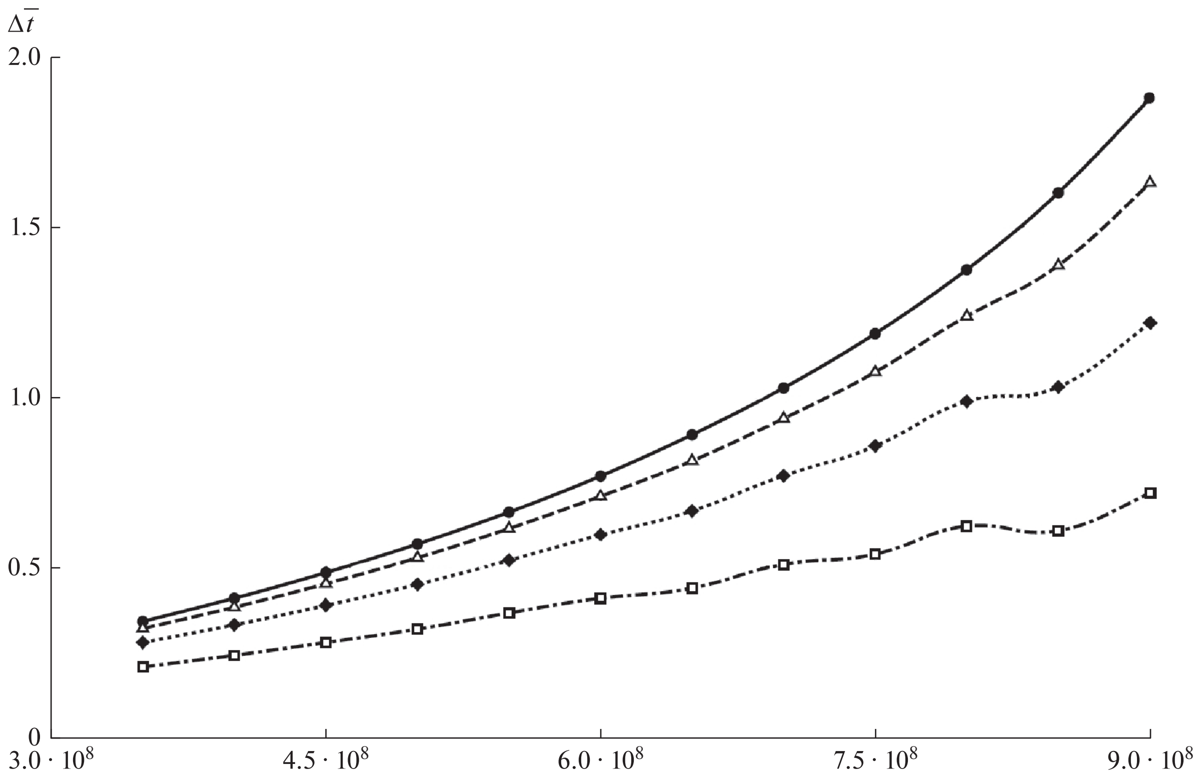


Рис. 5. Относительная погрешность.

(при $e = 0.7$, $a = 3.5 \cdot 10^8$ м), что позволяет не учитывать земную тень при проведении качественных исследований в ограниченной задаче трех [9] и четырех [10] тел.

При расчете тем же методом цилиндрической модели тени (при $\alpha = 0$) рис. 4, сохраняется характер зависимости $\overline{t}$ от большой полуоси a: на внутренней границе сферы, при $a = 3.5 \cdot 10^8$ м, спутник находится в тени от 0.55% (при $e = 0$) до 0.82% (при $e = 0.7$) за виток, на внешней границе, при $a = 9 \cdot 10^8$ м, от 0.15% ($e = 0$) до 0.23% ($e = 0.7$). Характер зависимости от эксцентриситета также сохраняется.

При сравнении конической и цилиндрической моделей тени (рис. 5) можно заметить, что если вблизи с внутренней границей внешней сферы гравитационного влияния Земли относительная погрешность не превышает 50%, то с ростом большой полуоси орбиты погрешность возрастает от 71% при $e = 0.7$, до 187% при $e = 0$. Таким образом, погрешность цилиндрической модели невелика во внутренней сфере гравитационного влияния Земли, но при переходе во внешнюю сферу коническая модель на наш взгляд предпочтительней.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследовано влияние зоны земной тени орбиты спутников, находящиеся в плоскости эклиптики во внешней сфере гравитационного влияния Земли. Были найдены границы конусной тени и точки ее пересечения с эллиптической орбитой спутника. В частности установлено, что точки пересечения в случае цилиндрической тени являются частным случаем конусной. Было выведено выражение для относительного времени пребывания спутника в зоне земной тени.

В результате численного моделирования было установлено, что увеличение большой полуоси орбиты спутника a, ведет к уменьшению среднего времени нахождения в земной тени. Также установлено влияние эксцентриситета e: его увеличение приводит к увеличению среднего времени нахождения спутника в тени, хотя с приближением к внешней границе сферы гравитационного влияния Земли влияние уменьшается.

Максимальное значение относительного времени пребывания спутника в области земной тени в случае внешней сферы гравитационного влияния Земли составляет 0.62% (при $e = 0.7$), что позволяет не учитывать земную тень при проведении качественных исследований.

Сравнение с цилиндрической моделью тени показало, что во внутренней сфере гравитационного влияния Земли разница между конусной и цилиндрической моделью тени невелика, однако, с увеличением большой полуоси орбиты a, цилиндрическая модель тени приводит к большей погрешности, и в этом случае должна использоваться уже коническая модель.

В настоящий момент, в космонавтике актуальны также случаи анализа тени от сильно несферических тел: тень от ядер комет и астероидов, тень от элементов космического мусора и т.д. Все эти случаи — тема наших дальнейших исследований.

Автор признателен П.С. Красильникову за ценные замечания и обсуждения.

Исследования выполнены в Московском авиационном институте при поддержке гранта РФФИ № 18-01-00820 А.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Аксенов Е.П.* Теория движения искусственных спутников Земли. М.: Наука, 1977.
2. *Musen P.* The Influence of the Solar Radiation Pressure on the Motion of an Artifical Satellite // J. Geophys. Res. 1960. V. 65. № 5. P. 1391–1396.
3. *Parkinson R.W., Jones H.M., Shapiro I.I.* Effects of Solar Radiation Pressure on Earth Satellite Orbits // Science. 1960. V. 131. P. 920–921.
4. *Kozai Y.* Effect of solar radiation pressure on the motion of an artificial satellite // Smithsonian Astrophys. Obs. Special Rept. 1961. V. 56. P. 25–34.
5. *Ferraz Mello S.* Analytical study of the Earth's shadowing effects on satellite orbits // Celestial Mechanics. 1972. V. 5. P. 80–101.
6. *Лидов М.Л.* Вековые эффекты эволюции орбит под влиянием светового давления // Космич. исслед. 1969. Т. 7. № 4. С. 467–484.
7. *Лидов М.Л., Иванова Е.Я.* Метод учета сил светового давления при полу аналитическом расчете движения спутников / Математическое обеспечение космических экспериментов. М.: Наука, 1978. С. 149–193.
8. *Вашковьяк С.Н.* Изменение орбит спутников-баллонов под действием светового излучения // Астрономический журн. 1976. Т. 53. С. 1085–1094.
9. *Доброславский А.В., Красильников П.С.* Об эволюции движений спутника-баллона в плоской ограниченной задаче трех тел с учетом светового давления // Письма в астрономический журнал. 2018. Т. 44. № 8–9. С. 618–630.
10. *Доброславский А.В., Красильников П.С.* Об эволюции движений спутника-баллона в плоской ограниченной планетной задаче четырех тел с учетом светового давления // Прикладная математика и механика. 2020. Т. 84. № 1. С. 26–43.
11. *Мюррей К., Дермотт С.* Динамика солнечной системы. М.: Физматлит, 2010.

КОСМИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ, 2021, том 59, № 3, с. 247–254

УДК 62.503

ГИРОКОМПАС ДЛЯ ОРБИТАЛЬНЫХ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

И. Н. Абезяев*

Военно-промышленная корпорация “Научно-производственное объединение машиностроения”, Реутов, Россия

**iabezyaev@yandex.ru*

Поступила в редакцию 30.09.2019 г.
После доработки 10.05.2020 г.
Принята к публикации 17.09.2020 г.

Рассматриваются системы ориентации орбитального космического аппарата, построенные по принципу гирокомпаса. Основное внимание уделено разработке метода пространственного программного поворота КА для систем непрерывно корректируемых от построителей местной вертикали (ПМВ). Получен основной алгоритм и структурная схема гирокомпаса названного – пространственный 3D-гирокомпас. Показана возможность программного ориентирования КА с отключенным контуром коррекции гирокомпаса без ограничений на углы программных поворотов. Рассмотрен востребованный на практике частный случай плоского поворота КА по курсу на произвольный программный угол. Предложен метод калибровок путем автокомпенсации детерминированных ошибок ПМВ и гироскопических датчиков угловых скоростей, существенно повышающий точность ориентации.

DOI: 10.31857/S0023420621030018

ВВЕДЕНИЕ

В современных системах управления КА гирокомпас остается востребованным устройством, которое удобно для организации режимов восстановления орбитальной ориентации и автономного ориентирования КА на неограниченном отрезке времени без использования данных от глобальной навигационной системы. Длительное время орбитальный гирокомпас считался недостаточно точным и нефункциональным прибором, позволяющим ориентировать КА строго в орбитальной системе координат (ОСК). Появление прецизионных приборов ориентации по Земле с суммарной погрешностью определения вертикали места менее 5′ и гироскопических измерителей угловых скоростей с величинами собственных дрейфов не хуже $1 \cdot 10^{-3}$ ″/с, изменили отношения к гирокомпасу и позволили рассматривать его как полноценный резерв основной (прецизионной) системы ориентации. В этой связи повышение функциональности и точности гирокомпаса для орбитальных КА становится актуальной задачей.

1. СИСТЕМЫ КООРДИНАТ

Гирокомпас в приложении к ориентации космических аппаратов относительно ОСК впервые был применен в 60-х годах прошлого века [1]. В состав такой системы трехосной ориентации входят построитель местной вертикали (ПМВ) – датчик горизонта инфракрасного типа и гироорбитант – другое название гироорбита (ГО), выполненный в виде 3-х степенного астатического гироскопа, охваченного обратными связями. КА стабилизируется относительно местной вертикали по сигналам ПМВ, а вектор кинетического момента $\mathbf{H}$ гироорбитанта под влиянием гироскопического момента $\mathbf{H} \times \dot{\mathbf{u}}$ автоматически совмещается с вектором $\dot{\mathbf{u}}$ орбитальной угловой скорости (аналогично корабельному гирокомпасу). Система стабилизации по сигналу датчика угла, установленному на вертикальной (курсовой) оси ГО, отслеживает положение $\mathbf{H}$, вследствие чего корпус КА приводится в плоскость орбиты, завершая построение ОСК.

Введем направление осей.

$X_{ro}Y_{ro}Z_{ro}$ – инерциальная система координат (ИСК): X_{ro} лежит в плоскости экватора Земли и направлена в точку весеннего равноденствия, Z_{ro} – совпадает с осью мира и направлена на север Земли, Y_{ro} – дополняет систему до правой. $X_oY_oZ_o$ – орбитальная система координат (ОСК): X_o проходит через центр масс КА, лежит в плоскости орбиты, перпендикулярна оси Y_o и направлена в сторону движения КА, ось Y_o проходит через центр масс Земли и центр масс КА и направлена от Земли в сторону КА, ось Z_o дополняет систему координат до правой. XYZ – связанные оси КА (ССК) в номинальном положении совпадают с осями ОСК: ось X – крен, ось Y – курс, ось Z – тангаж.

Положение ОСК относительно ИСК определяется тремя поворотами: поворотом вокруг оси Z_{ro} со скоростью $\dot{\Omega}$ на угол Ω – определяется положение линии узлов, поворотом вокруг нового положения оси X'_{ro} со скоростью $\dot{i}$ на угол i – определяется угол наклона плоскости орбиты к плоскости экватора Земли и поворотом вокруг нового положения оси Z'_{ro} со скоростью $\dot{u}$ на угол u – определяется аргумент широты (угловое положение КА в плоскости орбиты относительно линии узлов). После переименования полученной системы координат $(X_o^* \to Y_o,\ Y_o^* \to X_o,\ Z_o^* \to -Z_o)$, получим положение принятой ОСК относительно ИСК. При этом скорости вращения ОСК относительно ИСК по соответствующим осям будут равны: $\omega_{xo} = \dot{\Omega}\sin i\cos u - \dot{i}\sin u$, $\omega_{yo} = \dot{\Omega}\sin i\sin u + \dot{i}\cos u$, $\omega_{zo} = -\dot{\Omega}\cos i - \dot{u}$.

2. БЕСПЛАТФОРМЕННЫЙ ГИРОКОМПАС

Гирокомпасы карданного типа обладают большой массой и значительным энергопотреблением. Альтернативой ГО является бесплатформенный орбитальный гирокомпас (БОГК) на базе дифференцирующих или интегрирующих гироскопов. Практическая реализация БОГК стала возможной после появления качественных гироскопических приборов с собственными дрейфами $1 \cdot 10^{-1}$–$1 \cdot 10^{-3}$ ″/с. Преимущество таких гирокомпасов заключается в их компактности, меньшем весе, меньшем электропотреблении, высокой функциональности.

Уравнения движения БОГК в форме наблюдателя имеют известный вид [2]:

$$\dot{\gamma} + \dot{u}\psi = k_1(\gamma_{hs} - \gamma) + p_g - \omega_{xo}, \tag{1}$$

$$\dot{\psi} - \dot{u}\gamma = -k_2(\gamma_{hs} - \gamma) + q_g - \omega_{yo}, \tag{2}$$

$$\dot{\vartheta} = k_3(\vartheta_{hs} - \vartheta) + r_g - \omega_{zo}, \tag{3}$$

где $\psi, \vartheta, \gamma, \dot{\psi}, \dot{\vartheta}, \dot{\gamma}$ – углы и угловые скорости стабилизации КА относительно приборных осей БОГК по курсу, тангажу и крену; $\gamma_{hs}, \vartheta_{hs}$ – сигналы ПМВ в каналах крена и тангажа; k_1, k_2, k_3 – коэффициенты коррекции; $\omega_{xo}, \omega_{yo}, \omega_{zo}$ – угловые скорости ОСК относительно ИСК; p_g, q_g, r_g – показания гироскопических датчиков угловых скоростей в ССК по каналам крена, курса и тангажа.

Эти уравнения называют так же обращенными, так как они отображают изменение углов и угловых скоростей стабилизации КА – $\gamma, \dot{\gamma}, \vartheta, \dot{\vartheta}, \psi, \dot{\psi}$ относительно приборных осей гирокомпаса, а не движение самих приборных осей гирокомпаса относительно ОСК, движение которых, в этих уравнениях "скрыто".

Очень большим недостатком БОГК является наложение ограничений на повороты КА относительно ОСК. Это связано с тем, что приведенные выше уравнения отражают движения приборных осей гирокомпаса и связанных осей КА в малых угловых отклонениях относительно ОСК. Такая "неповоротливость" классического БОГК существенно ограничивает его эксплуатационные свойства, по существу запрещает программные повороты и тем самым обесценивает применение БОГК в современных системах ориентации орбитальных КА.

3. ПРОГРАММНЫЕ ПОВОРОТЫ. ПРОСТРАНСТВЕННЫЙ 3D-ГИРОКОМПАС. КОРРЕКТИРУЕМЫЙ СЛУЧАЙ

Рассмотрим задачу выполнения космическим аппаратом программных поворотов относительно ОСК на произвольные программные углы курса, тангажа и крена $\psi_p, \vartheta_p, \gamma_p$ в режиме непрерывной коррекции гирокомпаса показаниями ПМВ.

Введем программную систему координат (ПСК) $X_pY_pZ_p$ и рассмотрим переходы ИСК $\to$ $\to$ ОСК $\to$ ПСК $\to$ ССК с матрицами $\mathbf{A}(\Omega, i, u) \to \mathbf{M_p}(\psi_p, \vartheta_p, \gamma_p) \to \mathbf{C}(\psi, \vartheta, \gamma)$ соответственно. При вычислениях учтем, что угловые отклонения и угловые скорости $\psi, \dot{\psi}, \vartheta, \dot{\vartheta}, \gamma, \dot{\gamma}$ космического аппарата (ССК относительно ПСК) отрабатываются исполнительными органами КА и в течение всего времени ориентации не превышают величин первого порядка малости.

Программное движение ПСК складывается из переносного движения ОСК относительно ИСК и относительного движения ПСК относительно ОСК. Выражения для угловых скоростей ПСК относительно ИСК в проекциях на оси ПСК имеют вид:

$$\begin{pmatrix} \omega_{xp} \\ \omega_{yp} \\ \omega_{zp} \end{pmatrix} = \mathrm{M_p}\begin{pmatrix} \omega_{xo} \\ \omega_{yo} \\ \omega_{zo} \end{pmatrix} + \mathrm{M_p}\mathrm{M}^{\mathrm{T}}_{\mathrm{p}\psi}\begin{pmatrix} 0 \\ \dot{\psi}_p \\ 0 \end{pmatrix} + \mathrm{M_p}\mathrm{M}^{\mathrm{T}}_{\mathrm{p}\psi}\mathrm{M}^{\mathrm{T}}_{\mathrm{p}\vartheta}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\vartheta}_p \end{pmatrix} + \mathrm{E}\begin{pmatrix} \dot{\gamma}_p \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \tag{4}$$

где $\omega_{xo}, \omega_{yo}, \omega_{zo}$ – скорости ОСК относительно ИСК, $\dot{\psi}_p, \dot{\vartheta}_p, \dot{\gamma}_p$ – программные скорости ПСК относительно ОСК, Е – единичная матрица, Т – знак транспонирования.

Положение связанных осей КА относительно ПСК определяется матрицей: $\mathrm{C} = \mathrm{C}_\gamma\mathrm{C}_\vartheta\mathrm{C}_\psi$, где $\mathrm{C}_\gamma, \mathrm{C}_\vartheta, \mathrm{C}_\psi$ – матрицы элементарных поворотов ССК относительно ПСК в каналах – курса, тангажа и крена на малые углы ψ, ϑ, γ соответственно.

Угловые скорости КА относительно ИСК в проекциях на оси ССК будут равны:

$$\begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} = \mathrm{C}\begin{pmatrix} \omega_{xp} \\ \omega_{yp} \\ \omega_{zp} \end{pmatrix} + \mathrm{CC}_{\psi}^{\mathrm{T}}\begin{pmatrix} 0 \\ \dot\psi \\ 0 \end{pmatrix} + \\ + \mathrm{CC}_{\psi}^{\mathrm{T}}\mathrm{C}_{\vartheta}^{\mathrm{T}}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot\vartheta \end{pmatrix} + \mathrm{E}\begin{pmatrix} \dot\gamma \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

С учетом сказанного, подставляя (4) в (5), с точностью до величин второго порядка малости получим соотношение, которое запишем в следующем виде:

$$\begin{pmatrix} \dot\gamma \\ \dot\psi \\ \dot\vartheta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\vartheta & \psi \\ \vartheta & 0 & -\gamma \\ -\psi & \gamma & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \omega_{xp} \\ \omega_{yp} \\ \omega_{zp} \end{pmatrix} + \\ + \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \omega_{xp} \\ \omega_{yp} \\ \omega_{zp} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} L_x \\ L_y \\ L_z \end{pmatrix}, \quad (6)$$

где L_x, L_y, L_z – сигналы коррекции БОГК, которые подлежит определить.

Рассмотрим рассогласование ОСК и ПСК (рис. 1) и найдем проекции показаний ПМВ на оси ОСК.

Матрица перехода из ОСК в ПСК с учетом принятой последовательности поворотов:

$$\begin{pmatrix} X_p \\ Y_p \\ Z_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} X_o \\ Y_o \\ Z_o \end{pmatrix}, \quad (7)$$

где M_{ij} – функции программных углов КА $\psi_p, \vartheta_p, \gamma_p$.

Из (7) и рис. 1 получим:

$$\overset{\circ}{\gamma}_{hs} = M_{11}\gamma_{hs} + M_{31}\vartheta_{hs}, \quad (8)$$

$$\vartheta_{hs}^{\circ} = M_{13}\gamma_{hs} + M_{33}\vartheta_{hs}. \quad (9)$$

Построим контур коррекции гирокомпаса. Заметим, что для этого есть несколько возможностей, однако главной идеей является контроль положения ОСК при любом программном положении КА. Исходя из этого принципа, зададим корректирующие сигналы по "образу" классического БОГК в виде:

$$\text{– по крену: } L_x = k_1\varepsilon; \quad (10)$$

$$\text{– по курсу: } L_y = -k_2\lambda; \quad (11)$$

$$\text{– по тангажу: } L_z = k_3\mu. \quad (12)$$

Подчиним ориентацию КА в каналах крена и тангажа сигналам ПМВ, при этом программная

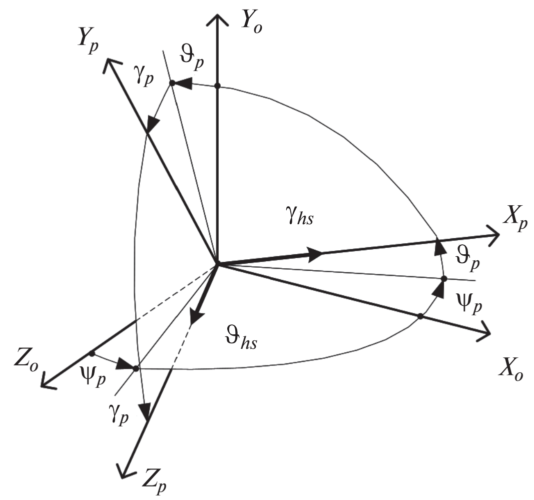


Рис. 1

ориентация КА будет достигнута равенством сигналов ПМВ по крену и тангажу соответствующим программным положениям КА с допустимыми ошибками стабилизации:

$$\varepsilon = \gamma_{hs} - \gamma_p - \gamma; \quad (13)$$

$$\mu = \vartheta_{hs} - \vartheta_p - \vartheta. \quad (14)$$

Задачей контура коррекции в канале курса, как было отмечено выше, является контроль за положением ОСК в любом программном положении КА. Очевидно, что для этого достаточно контролировать одну их осей ОСК X_o или Z_o.

Примем (см. рис. 1):

$$\lambda = \varepsilon M_{11} + \mu M_{31} \quad (15)$$

(допускается $M_{31} \simeq \cos\vartheta_p \sin\psi_p$).

Подставляя (10)–(15) в (6), получим алгоритм функционирования орбитального гирокомпаса, позволяющий космическому аппарату совершать программные повороты одновременно на углы курса, тангажа и крена с сохранением непрерывной коррекции от ПМВ:

$$\begin{pmatrix} \dot\gamma \\ \dot\psi \\ \dot\vartheta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & \vartheta & \psi \\ -\vartheta & 0 & \gamma \\ \psi & -\gamma & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \omega_{xp} \\ \omega_{yp} \\ \omega_{zp} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_1\varepsilon \\ -k_2\lambda \\ k_3\mu \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \omega_{xp} \\ \omega_{yp} \\ \omega_{zp} \end{pmatrix}, \\ \varepsilon = \gamma_{hs} - \gamma_p - \gamma, \\ \mu = \vartheta_{hs} - \vartheta_p - \vartheta. \quad (16)$$

Интегрируя систему уравнений (16) найдем углы и угловые скорости космического аппарата $\psi, \dot\psi, \vartheta, \dot\vartheta, \gamma, \dot\gamma$, необходимые для стабилизации КА (ССК) относительно ПСК.

В процессе вычислений на вход алгоритма (16) подаются сигналы гироскопических датчиков уг-

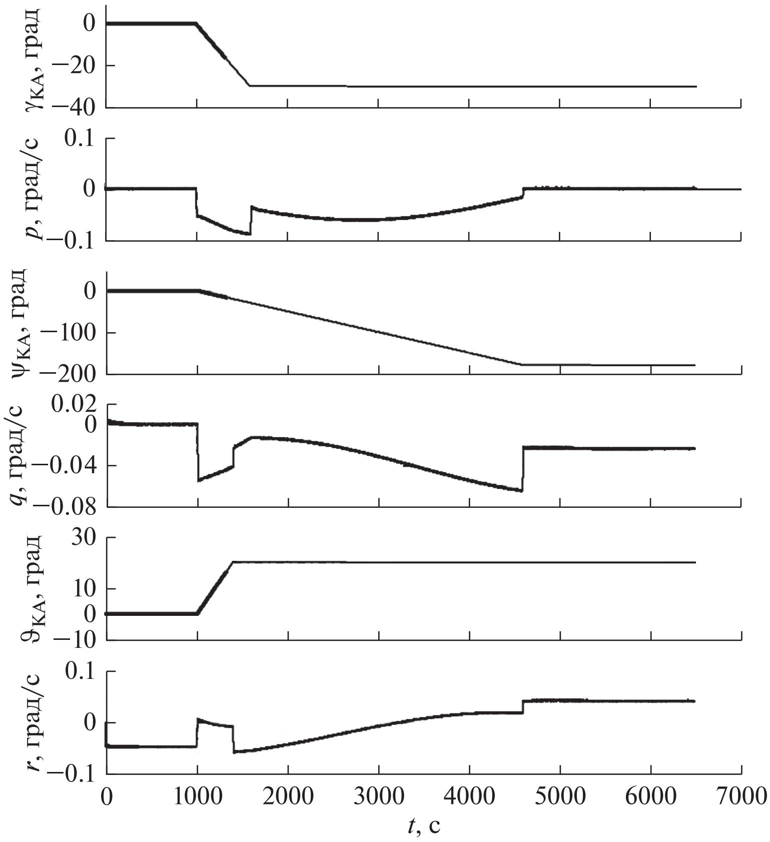


Рис. 2

ловых скоростей p_g, q_g, r_g, которые отождествляют абсолютные угловые скорости КА – p, q, r; сигналы ПМВ – $\gamma_{hs}, \vartheta_{hs}$, программные углы – $\psi_p, \vartheta_p, \gamma_p$ и соответствующие им программные угловые скорости $\dot\psi_p, \dot\vartheta_p, \dot\gamma_p$ КА относительно ОСК, а также скорости ОСК относительно ИСК: $\omega_{xo} = \dot\Omega \sin i \cos u - i' \sin u$, $\omega_{yo} = \dot\Omega \sin i \sin u + i' \cos u$, $\omega_{zo} = -\dot\Omega \cos i - \dot u$, полученные из данных баллистического расчета.

Результаты численного решения показаны на рис. 2 для случая программных поворотов КА (ССК) относительно ОСК одновременно на три угла: $\gamma_p = -30°$, $\psi_p = -180°$, $\vartheta_p = +20°$ (принимались $k_1 = 0.01$ с$^{-1}$, $k_2 = 0.02$ с$^{-1}$, $k_3 = 0.03$ с$^{-1}$, орбита круговая, линейный диапазон характеристики ПОЗ в каналах крена и тангажа ±30°).

КА совершает качественный (с погрешностью метода интегрирования) и асимптотически устойчивый на неограниченном интервале времени программный поворот. В устойчивости процесса программной ориентации КА можно убедиться так же из анализа характеристического уравнения системы (16) для некоторого произвольного программного положения. Например, для $\psi_p \neq 0°$, $\vartheta_p = \gamma_p = 0°$, условие устойчивости выглядит так: $\dot u(\dot u + k_2)(k_1 \cos^2 \psi_p + k_3 \sin^2 \psi_p) > 0$, т.е. процесс устойчив при любом программном положении КА.

Схема нового гирокомпаса, назовем его “Пространственный 3D-гирокомпас” или коротко “3D-гирокомпас”, показана на рис. 3.

На рис. 3 показано: МКВК – модуль компенсации взаимовлияния каналов ориентации соответствует второму члену в уравнении (16); МТ, МК – модули контроля курса в каналах крена и тангажа соответствуют (15); МРПД – модуль расчета программных движений; БИУС – блок гироскопических измерителей угловых скоростей; НБИ – устройство навигационно-баллистической информации $(\omega_{xo}, \omega_{yo}, \omega_{zo}, u)$.

Для оптимизации программных поворотов по времени и по качеству переходных процессов можно воспользоваться заданием программных движений, в форме полиномов третьей степени и выше, например, вида $\varphi = \sum_{n=0}^{n=m} C_n t^n$, $m \geq 3$ в каждом канале ориентации и наложения ограничений на сами координаты и их производные на начальных и конечных участках программной траектории.

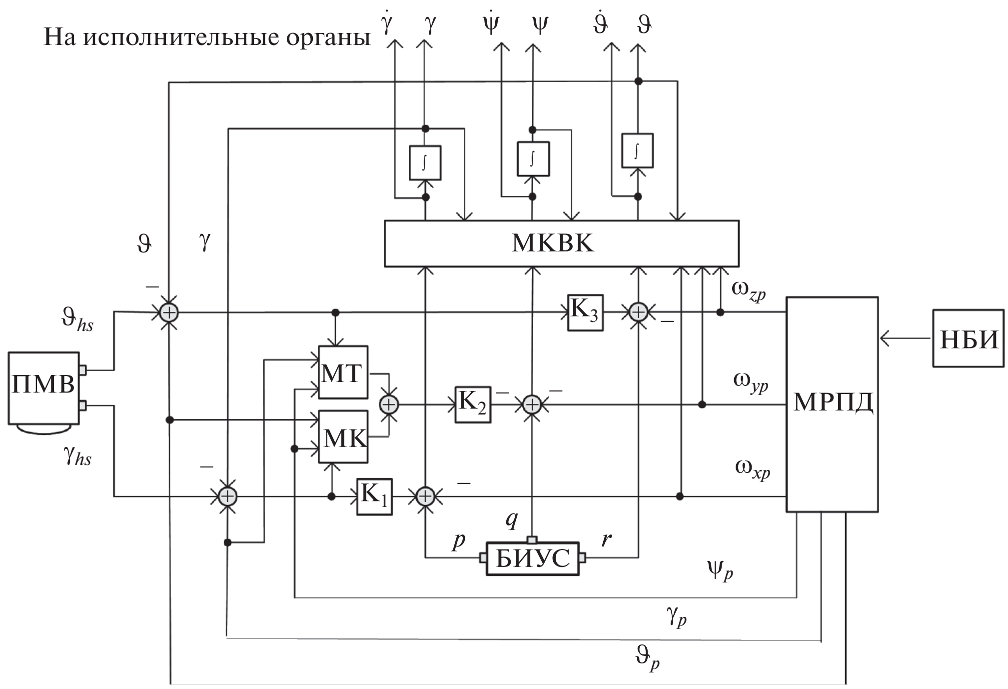


Рис. 3

Таким образом, 3D-гирокомпас позволяет совершать точные пространственные программные повороты КА непосредственно в режиме гирокомпасирования, т.е. в режиме коррекции от ПМВ, при этом ориентациия КА в процессе всего движения носит устойчивый характер.

Отметим, что устойчивые по времени программные повороты КА возможны по курсу неограниченно, а по крену и тангажу только в пределах линейной зоны выходной характеристики ПМВ. Такими характеристиками обладают некоторые отечественные приборы, линейные зоны точных измерений у которых ограничены углами $|\gamma_{hs}| \le 25°, |\vartheta_{hs}| \le 25°$. Применяя эти приборы можно добиться точности угловой ориентации КА на уровне 1–2′ по каждому из каналов (см. ниже) и устойчивой программной ориентации КА в диапазонах углов: $|\psi_p| \le 360°$, $|\gamma_p| \le 25°, |\vartheta_p| \le 25°$.

АВТОНОМНЫЙ СЛУЧАЙ

Программные повороты на углы превышающие зону линейности ПМВ возможны либо путем применения других датчиков, например, астродатчика, включенного в режим построения вертикали места, либо путем перевода гирокомпаса в автономный режим ориентации (режим гиропамяти), т.е. с полным отключением контура коррекции от ПМВ ($k_1 = k_2 = k_3 = 0$). В этом режиме у 3D-гирокомпаса появляется возможность выполнять программные повороты корпусом КА на любые произвольные углы, т.е. на $\pm\infty^{o}$ по каждому каналу ориентации или одновременно. На рис. 4 приведен пример программного поворота КА на углы крена, курса и тангажа: $\gamma_p = \psi_p = \vartheta_p = 720°$. Результирующий угол поворота КА выражен в форме косинуса угла ($\cos\phi$) для вектора конечного поворота Эйлера.

3D-гирокомпас в автономном режиме неустойчив. Это связано с тем, что, при отсутствии коррекции от ПМВ, собственный дрейф датчиков угловых скоростей приводит к нарастанию ошибок в программном положении КА. Однако с достаточно точными гироскопическими датчиками программная ориентация КА может продолжаться длительное время. Например, при дрейфе гироскопов $1 \cdot 10^{-1}$ град/час накопление ошибок ориентации КА в одну угловую минуту произойдет через 600 с, а при дрейфе $1 \cdot 10^{-3}$ град/час – уже через 60000 с. Для выполнения каких-либо работ на орбите этого времени вполне достаточно.

Следует отметить, что лучший результат организации автономного режима достигается путем запоминания полного вектора математических ожиданий сигналов коррекции на момент перехода в автономный режим [3].

4. ПЛОСКИЙ ПРОГРАММНЫЙ ПОВОРОТ

Рассмотрим полезный для практических применений частный случай выполнения программного поворота КА только по каналу курса, при котором: $\vartheta_p = \dot\vartheta_p = \gamma_p = \dot\gamma_p = 0$.

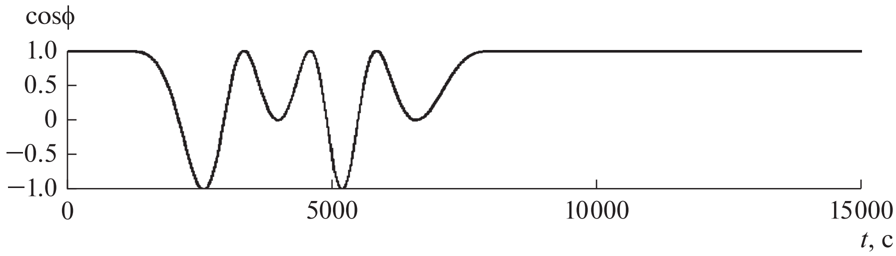


Рис. 4

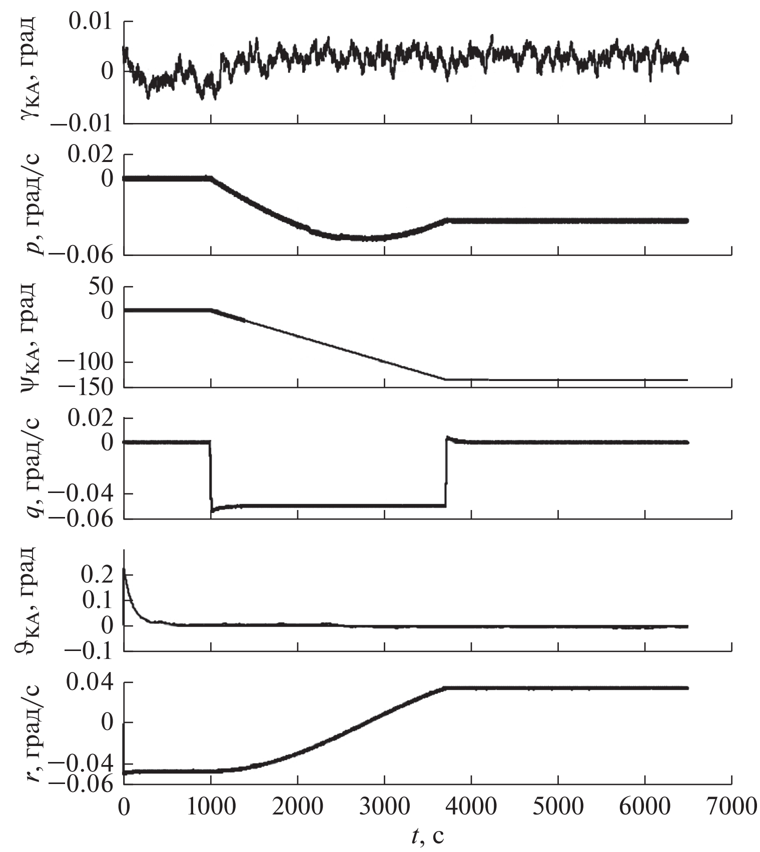


Рис. 5

Из уравнений (16) для поворота КА на заданный угол курса в пределах $\pm 360°$, в которых, для простоты, положим $\omega_{xo} = \omega_{yo} = 0$, $\omega_{zo} = -\dot{u}$, получим:

$$\dot{\gamma} + \dot{u}\psi\cos\psi_p = k_1(\gamma_{hs} - \gamma) + p - \dot{u}\sin\psi_p + \dot{D}_x,$$
$$\dot{\psi} - \dot{u}(\gamma\cos\psi_p + \vartheta\sin\psi_p) =$$
$$= -k_2\left[(\gamma_{hs} - \gamma)\cos\psi_p + (\vartheta_{hs} - \vartheta)\sin\psi_p\right] +$$
$$+ q - \dot{\psi}_p + \dot{D}_y,$$
$$\dot{\vartheta} + \dot{u}\psi\sin\psi_p = k_3(\vartheta_{hs} - \vartheta) + \dot{u}\cos\psi_p + r + \dot{D}_z.$$

Результаты численного решения показаны на рис. 5 для программного поворота КА относительно ОСК на угол курса: $\psi_p = -135°$.

Результат может быть полезен для различных практических приложений, например, для решения вопросов курсовой ориентации КА в процессе коррекции наклона плоскости орбиты или маневрирования, ускоренного восстановления курсовой ориентации относительно ОСК.

5. АВТОКОМПЕНСАЦИЯ ОШИБОК

Свойства 3D-гирокомпаса позволяют выполнить автокомпенсацию детерминированных (инструментальных) ошибок ориентации, вызванных соответствующими ошибками ПМВ и гироскопических датчиков. Это связано с тем, что при поворотах КА на программные углы происходит полное взаимное замещение каналов ориентации. Например, при повороте КА на угол $\psi_p = \pm 90°$ канал крена замещается на канал тангажа и, наоборот, канал тангажа замещается каналом крена, что позволяет "наблюдать" и компенсировать ошибки ПМВ в канале тангажа и что ранее сделать было нельзя. Покажем это на частном примере плоского программного поворота.

Для упрощения расчетов перейдем к приборным осям гирокомпаса (приводятся без доказательства):

$$\dot{\beta} + \dot{u}\alpha\cos\psi_p = -k_1(\beta + \Delta\gamma_{hs}) - \dot{D}_x,$$

$$\dot{\alpha} - \dot{u}(\beta\cos\psi_p + \theta\sin\psi_p) =$$
$$= k_2(\beta + \Delta\gamma_{hs})\cos\psi_p + k_2(\theta + \Delta\vartheta_{hs})\sin\psi_p - \dot{D}_y,$$

$$\dot{\theta} + \dot{u}\alpha\sin\psi_p = -k_3(\theta + \Delta\vartheta_{hs}) - \dot{D}_z,$$

где α, β, θ – ошибки ориентации 3D-гирокомпаса относительно ПСК в каналах курса, крена и тангажа; $\Delta\gamma_{hs}, \Delta\vartheta_{hs}$ – ошибки построителя вертикали в каналах крена и тангажа.

Положим, что оси чувствительности гироскопических датчиков угловых скоростей и ПМВ точно совмещены с осями ССК и найдем для программных положений КА $\psi_p = 0°$, 90°, 180°, 270° математические ожидания сигналов коррекции ОГК. При этом в каждом программном положении необходимо дождаться завершения переходных процессов, измерить (снять показания) сигналов коррекции $\gamma_{hs} - \gamma = \beta + \Delta\gamma_{hs}$, $\vartheta_{hs} - \vartheta = \theta + \Delta\vartheta_{hs}$ и рассчитать их математические ожидания.

Выполним программные повороты КА по курсу: первый на $\psi_p = 0°$, второй на $\psi_p = 180°$ и найдем сигналы коррекции в канале курса:

$$\hat{\lambda}_o = \frac{\dot{u}}{\dot{u} + k_2}\Delta\gamma_{hs} + \frac{\dot{D}_y}{\dot{u} + k_2}, \tag{17}$$

$$\hat{\lambda}_{180} = \frac{\dot{u}}{\dot{u} + k_2}\Delta\gamma_{hs} - \frac{\dot{D}_y}{\dot{u} + k_2}. \tag{18}$$

Из (17), (18) найдем оценки погрешности ПМВ по крену $\hat{\Delta}\gamma_{hs}$ и постоянной составляющей дрейфа гироскопа курса $\hat{\dot{D}}_y$:

$$\hat{\Delta}\gamma_{hs} = \frac{\hat{\lambda}_0 + \hat{\lambda}_{180}}{2}\frac{\dot{u} + k_2}{\dot{u}}, \tag{19}$$

$$\hat{\lambda}_{180} = \frac{\dot{u}}{\dot{u} + k_2}\Delta\gamma_{hs} - \frac{\dot{D}_y}{\dot{u} + k_2}. \tag{20}$$

Выполним программные повороты КА: третий на $\psi_p = +90°$, четвертый на $\psi_p = -90°$ (+270°) и найдем сигналы коррекции так же в канале курса:

$$\lambda_{+90} = \frac{\dot{u}}{\dot{u} + k_2}\Delta\vartheta_{hs} + \frac{\dot{D}_y}{\dot{u} + k_2}, \tag{21}$$

$$\lambda_{-90} = \frac{\dot{u}}{\dot{u} + k_2}\Delta\vartheta_{hs} - \frac{\dot{D}_y}{\dot{u} + k_2}. \tag{22}$$

Из (21), (22) найдем оценки погрешностей ПОЗ по тангажу и постоянной составляющей дрейфа гироскопа курса:

$$\Delta\hat{\vartheta}_{hs} = \frac{\hat{\lambda}_{+90} + \hat{\lambda}_{-90}}{2}\frac{\dot{u} + k_2}{\dot{u}}, \tag{23}$$

$$\hat{\dot{D}}_y = \frac{\lambda_{+90} - \lambda_{-90}}{2}(\dot{u} + k_2). \tag{24}$$

Найденные оценки (19), (20), (23), (24) вводятся в выходные сигналы приборов для компенсации их погрешностей, например, в форме:

$$\hat{\gamma}_{hs} = \gamma_{hs} - \Delta\hat{\gamma}_{hs} = (\gamma + \Delta\gamma_{hs}) - \Delta\hat{\gamma}_{hs} \simeq \gamma,$$

$$\hat{\vartheta}_{hs} = \vartheta_{hs} - \Delta\hat{\vartheta}_{hs} = (\vartheta + \Delta\vartheta_{hs}) - \Delta\hat{\vartheta}_{hs} \simeq \vartheta,$$

$$\hat{q} = q_y - \hat{\dot{D}}_y = (q + \dot{D}_y) - \hat{\dot{D}}_y \simeq q,$$

после ввода указанных поправок доопределяются $\hat{\dot{D}}_x$ и $\hat{\dot{D}}_z$.

ВЫВОДЫ

Получен алгоритм и схемное решение орбитального гирокомпаса нового типа – пространственный 3D-гирокомпас. В отличие от классического орбитального гирокомпаса, функция которого ограничена индикацией направления угловой скорости орбитального движения и построением плоскости орбиты, 3D-гирокомпас решает задачу точного программного управления ориентацией КА относительно орбитальной системы координат одновременно по трем каналам курса, тангажа и крена.

Следствием полученных свойств 3D-гирокомпаса стала возможность применения принципа автокомпенсации детерминированных ошибок, обусловленных инструментальными ошибками построителя вертикали и гироскопических датчиков в каждом канале ориентации, включая канал тангажа (группа ненаблюдаемых в классическом гирокомпасе ошибок), что позволяет с применением современных датчиков повысить точность угловой ориентации КА в режиме орбитального гирокомпасирования до уровня ≤1–2′.

Возможность выполнения космическим аппаратом пространственных программных поворотов и повышенная точность 3D-гирокомпаса позволяют с его помощью решать достаточно большой круг задач, включая задачи дистанционного зондирования Земли, ускоренное восстановление курсовой ориентации КА, ориентирование КА в процессе коррекции орбиты по углу наклона и эксцентриситету, выдаче тормозного импульса и многие другие.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Раушенбах Б.В., Токарь Е.Н.* Управление ориентацией космических аппаратов. М.: Наука, 1974.
2. *Боярчук К.А. и др.* Система ориентации и стабилизации КА "Кондор-Э" // Труды секции 22 имени академика В.Н. Челомея XXXVIII-х Академических чтений по космонавтике. 2014. Т. 22. С. 408–424.
3. *Абезяев И.Н., Большаков М.В.* Задача экстраполяции управления динамических объектов // Механика в авиации и космонавтике. 1995. С. 10–15.
4. *Абезяев И.Н.* Гирокомпас для орбитальных космических аппаратов. Патент 2597918 РФ. 2016. Бюл. № 24.
5. *Абезяев И.Н., Анреяненкова А.В. и др.* Способ восстановления курсовой ориентации космического аппарата с использованием орбитального гирокомпаса // Инженерный журнал: наука и инновации. МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2017. № 5. С. 1–8.
6. *Абезяев И.Н.* Способ компенсации ошибок орбитального гирокомпаса. Патент № 2597017 РФ. 2016. Бюл. № 25.
7. *Головченко А.А., Головченко Л.В.* Способ калибровки измерителей угловой скорости бесплатформенных инерциальных систем ориентации космических аппаратов и устройство его реализующее. Патент РФ № 2466068. 2012. Бюл. № 31.
8. *Дюмин А.Ф., Егоров С.Н.* Наблюдаемость постоянных уходов гироскопа орбитального гирокомпаса // Гироскопия и навигация. 2003. Т. 41. № 2. С. 85–92.
9. *Ткаченко А.И.* Определение ориентации космического аппарата с помощью построителя вертикали // Косм. наука і технологія. 2016. Т. 22. № 2. С. 22–28.
10. *Abezyaev I.N. et al.* Development of the algorithm of the spacecraft programmed yaw turns with the use of orbital gyrocompass // AIP Conference Proceedings. AIP Publishing LLC-2019. V. 2171. № 1. P060009.
11. *Reid D.B.* Orbital gyrocompass evolution // GON Intertial Sensors and Systems (ISS). 2016. V. 20. P. 149–170.

КОСМИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ, 2021, том 59, № 3, с. 255–264

УДК 629.78

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ФУНКЦИЙ ЛЯПУНОВА ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ЛОКАЛЬНО-ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ВЕКТОРОМ ТЯГИ ПРИ МЕЖОРБИТАЛЬНОМ ПЕРЕЛЕТЕ С МАЛОЙ ТЯГОЙ

© 2021 г. Р. В. Ельников*

Научно-исследовательский институт прикладной механики и электродинамики Московского авиационного института (национального исследовательского университета), Москва, Россия

**elnikov_rv@mail.ru*

Поступила в редакцию 23.06.2020 г.
После доработки 19.10.2020 г.
Принята к публикации 10.12.2020 г.

В статье представлена методика локально-оптимального управления вектором тяги электроракетной двигательной установки (ЭРДУ) КА, осуществляющего многовитковый межорбитальный переход с начальной эллиптической орбиты на геостационарную орбиту (ГСО). Управлением являются временные зависимости углов, характеризующих ориентацию вектора тяги ЭРДУ в пространстве. При этом предполагается, что ЭРДУ постоянно включена. Предлагаемый алгоритм управления относится к классу алгоритмов управления с обратной связью и базируется на использовании функций Ляпунова. Приведены численные примеры, характеризующие работоспособность предлагаемой методики управления. Значительное внимание в статье уделено сравнению данных решений с оптимальными решениями, полученными в рамках формализма принципа максимума.

DOI: 10.31857/S0023420621030043

ВВЕДЕНИЕ

Электроракетные двигательные установки (ЭРДУ) в настоящее время достаточно широко используются на борту КА различного назначения: от аппаратов, работающих на низких околоземных орбитах, до автоматических межпланетных станций. Такие двигательные установки используются как для коррекции траектории, так и в качестве маршевых двигательных установок.

Благодаря высоким значениям удельного импульса тяги, которым обладают ЭРДУ, они позволяют обеспечить существенную экономию рабочего тела (топлива) на борту КА. В силу этого, интерес к использованию таких двигательных установок возник практически в самом начале космической эры. Исследованиям в области анализа траекторий движения КА с ЭРДУ посвящено большое число работ, начало которым положено в середине прошлого века [1–12].

Большая часть этих работ посвящена задачам нахождения оптимального (или квазиоптимального) управления по разомкнутому контуру. Такой подход к нахождению управления вполне правомерен для задач проектирования траекторий движения КА.

Вместе с тем, для реализации управления на борту КА должны быть разработаны алгоритмы управления, которые, в соответствии с терминологией теории автоматического регулирования, должны быть отнесены к классу алгоритмов управления с обратной связью. Впрочем, такие подходы также могут применяться и для задач проектирования траекторий. По-видимому, один из наиболее эффективных подходов к синтезу управления с обратной связью представлен в работах [13, 14].

Идея использования функций Ляпунова для нахождения законов управления вектором тяги КА с ЭРДУ также является достаточно плодотворной и была использована большим числом авторов [15–20].

Основным достоинством рассматриваемого в данной работе алгоритма управления является его простота. Для работы предлагаемого алгоритма не требуется больших вычислительных ресурсов и при необходимости он может быть реализован на борту КА.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ КА

Движение КА рассматривается в невращающейся геоцентрической экваториальной системе координат (ГЭСК), начало которой расположено в центре масс Земли, а оси коллинеарны осям Международной системы астрономических координат ICRS (International Celestial Reference

System). Для расчета возмущений от нецентральности гравитационного поля Земли используется Международная земная система координат ITRS (International Terrestrial Reference System).

Система уравнений движения КА в ГЭСК может быть представлена в виде:

$$\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = -\frac{\mu}{r^3}\mathbf{r} + \mathbf{Q}\frac{\partial R}{\partial \mathbf{r}_g} + \mathbf{a} + \frac{\delta P}{m}\mathbf{e}_p; \quad \frac{dm}{dt} = -\frac{\delta P}{w}; \tag{1}$$

где $\mathbf{r}$ – вектор положения КА, t – время; μ – гравитационный параметр Земли, P – величина реактивной тяги ЭРДУ, δ – функция тяги ($\delta = 1$ при включенной ЭРДУ и $\delta = 0$ – при выключенной), m – масса КА, $\mathbf{e}_p$ – орт вектора тяги ЭРДУ, w – эффективная скорость истечения ЭРДУ, $\mathbf{Q}$ – матрица перехода из системы координат ITRS в ICRS, $\mathbf{r}_g = \mathbf{Q}^{\mathrm{T}}\mathbf{r}$ – вектор положения КА в системе координат ITRS, R – возмущающая функция, обусловленная нецентральностью гравитационного поля Земли, $\mathbf{a}$ – возмущающие ускорения от притяжения Луны и Солнца.

Возмущающая функция, обусловленная нецентральностью гравитационного поля Земли, рассматривается в следующем виде:

$$R = \frac{\mu}{r}\cdot\left[\sum_{n=2}^{N} c_{n0}\left(\frac{r_{\mathrm{E}}}{r}\right)^n P_n^0 + \sum_{n=2}^{M}\left(\frac{r_{\mathrm{E}}}{r}\right)^n \sum_{m=1}^{n}\left(c_{nm}C_m + d_{nm}S_m\right)P_n^m\right],$$

где r_{E} – экваториальный радиус Земли, c_{n0} – коэффициенты при зональных гармониках, c_{nm} и d_{nm} – ненормированные коэффициенты при тессеральных и секториальных гармониках, $P_n^m = d^m P_n(\sin\varphi)/d(\sin\varphi)^m$ – m-я производная полинома Лежандра $P_n(\sin\varphi)$, $C_m = \cos^m\varphi\cdot\cos m\lambda$, $S_m = \cos^m\varphi\cdot\sin m\lambda$, φ – геодезическая широта подспутниковой точки, λ – долгота подспутниковой точки, N, M – порядок и степень используемой модели гравитационного поля (в работе используется модель EGM96, $N = M = 70$).

Возмущающие ускорения от притяжения Луны и Солнца:

$$\mathbf{a} = \sum_{j=1}^{2}\mu_j\cdot\left(\frac{\mathbf{r}_j - \mathbf{r}}{\left|\mathbf{r}_j - \mathbf{r}\right|^3} - \frac{\mathbf{r}_j}{r_j^3}\right),$$

где μ_j – гравитационный параметр j-го небесного тела (индексом 1 обозначена Луна, индексом 2 – Солнце), $\mathbf{r}_j$ – радиус-вектор j-го небесного тела в ГЭСК.

Для вычисления положения небесных тел $\mathbf{r}_j$ используется эфемеридное программно-математическое обеспечение DE405 [21].

СИНТЕЗ УПРАВЛЕНИЯ С ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

Известна система уравнений возмущенного движения КА в оскулирующих классических кеплеровых элементах [22]. При этом уравнения для фокального параметра орбиты, эксцентриситета и наклонения можно представить следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{dp}{dt} &= 2p\sqrt{\frac{p}{\mu}}\frac{1}{1+e\cos\upsilon}\left(T + f_T\right); \\ \frac{de}{dt} &= \sqrt{\frac{p}{\mu}}\left(\sin\upsilon\cdot\left(S + f_S\right) + \right. \\ &\left. + \frac{e\cos^2\upsilon + 2\cos\upsilon + e}{1+e\cos\upsilon}\left(T + f_T\right)\right); \\ \frac{di}{dt} &= \sqrt{\frac{p}{\mu}}\frac{\cos u}{1+e\cos\upsilon}\left(W + f_W\right); \end{aligned} \tag{2}$$

где p – фокальный параметр, e – эксцентриситет, i – наклонение, υ – истинная аномалия, u – аргумент широты, f_S, f_T, f_W – соответственно радиальная, трансверсальная и бинормальная проекция реактивного ускорения, действующего на КА, S, T, W – соответственно радиальная, трансверсальная и бинормальная проекция суммарного возмущающего ускорения от иных возмущающих траекторию факторов (нецентральности гравитационного поля Земли, лунно-солнечных возмущений и т.д.).

Предполагая, что вектор тяги ЭРДУ направлен по продольной оси КА, можно записать: $f_S = f\sin\theta$; $f_T = f\cos\theta\cos\psi$; $f_W = f\cos\theta\sin\psi$, где $f = \delta P/m$ – модуль реактивного ускорения, θ – угол тангажа, ψ – угол рыскания.

Движение будем рассматривать без выключения ЭРДУ, т.е. примем, что $\delta \equiv 1$.

Задача межорбитального перелета формулируется следующим образом: требуется найти такие функции $\theta = \theta(t)$; $\psi = \psi(t)$, чтобы перевести КА из начального состояния: $p_0 = p(t_0)$; $e_0 = e(t_0)$; $i_0 = i(t_0)$; в конечное: $p_f = p(t_f)$; $e_f = e(t_f)$; $i_f = i(t_f)$.

В рассматриваемом нами случае перехода на ГСО: $p_f = 42164$ км; $e_f = 0$; $i_f = 0$.

Далее введем в рассмотрение функцию Ляпунова в следующем виде:

$$L(t) = k_1\Delta p^2 + k_2\Delta e^2 + k_3\Delta i^2; \tag{3}$$

где k_1; k_2; k_2 – некоторые постоянные коэффициенты, Δp; Δe; Δi – текущие обезразмеренные значения невязок по фокальному параметру, эксцентриситету и наклонению (в данной точке оскулирующей перелетной траектории): $\Delta p(t) = p(t) - p_f$; $\Delta e(t) = e(t) - e_f$; $\Delta i(t) = i(t) - i_f$.

Рассмотрим производную от функции Ляпунова (3) по времени:

$$g(\theta, \psi) = \frac{dL}{dt} = \\ = 2\left(k_1 \Delta p \frac{d\Delta p}{dt} + k_2 \Delta e \frac{d\Delta e}{dt} + k_3 \Delta i \frac{d\Delta i}{dt}\right). \tag{4}$$

Из необходимых и достаточных условий минимума дважды дифференцируемой по θ и ψ функции (4), можно получить закон управления вектором реактивного ускорения, обеспечивающий в каждый момент времени минимум производной функции Ляпунова:

$$f_S = f\frac{-\lambda_S}{\sqrt{\lambda_T^2 + \lambda_S^2 + \lambda_W^2}}; \quad f_T = f\frac{-\lambda_T}{\sqrt{\lambda_T^2 + \lambda_S^2 + \lambda_W^2}}; \\ f_W = f\frac{-\lambda_W}{\sqrt{\lambda_T^2 + \lambda_S^2 + \lambda_W^2}}; \tag{5}$$

где

$$\lambda_S = k_2 \Delta e \cdot \sin\upsilon \cdot (1 + \tilde{e}\cos\upsilon);$$
$$\lambda_T = 2k_1 \Delta p \cdot \tilde{p} + k_2 \Delta e\left[\tilde{e}\left(\cos^2\upsilon + 1\right) + 2\cos\upsilon\right];$$
$$\lambda_W = k_3 \Delta i \cdot \cos u; \; \tilde{p} = \Delta p + p_f; \; \tilde{e} = \Delta e + e_f.$$

Предполагая, что значение фокального параметра начальной орбиты отлично от требуемого конечного значения, а сама начальная орбита является эллиптической и имеющей ненулевое наклонение, коэффициенты, входящие в (3), могут быть введены следующим образом: $k_1 = 1/(p_f - p_0)^2$; $k_2 = k_e/e_0^2$; $k_3 = k_i/i_0^2$ где k_e, k_i – постоянные коэффициенты, характеризующие вес невязки по эксцентриситету и наклонению соответственно.

Не трудно найти компоненты орта тяги в ГЭСК:

$$\mathbf{e}_p = \begin{pmatrix} r_x & n_x & b_x \\ r_y & n_y & b_y \\ r_z & n_z & b_z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} f_S \\ f_T \\ f_W \end{pmatrix};$$

где $(r_x \; r_y \; r_z)^T = \mathbf{r_0}$; $(n_x \; n_y \; n_z)^T = \mathbf{n_0}$; $(b_x \; b_y \; b_z)^T = \mathbf{b_0}$ – компоненты ортов радиали, трансверсали и бинормали в ГЭСК: $\mathbf{r_0} = \dfrac{\mathbf{r}}{r}$; $\mathbf{n_0} = \mathbf{b_0} \times \mathbf{r_0}$; $\mathbf{b_0} = \dfrac{\mathbf{r} \times \dot{\mathbf{r}}}{|\mathbf{r} \times \dot{\mathbf{r}}|}$.

Длительность межорбитального перехода (t_f) определяется интервалом времени, в течение которого все параметры оскулирующей перелетной траектории принимают требуемые значения на правом конце. При этом необходимо отметить, что элементы орбиты могут приходить к своим требуемым значениям не одновременно.

Путем варьирования весовых коэффициентов k_e, k_i возможно получать различные решения задачи межорбитального перехода. Все они будут отличаться длительностью перелета, которое, таким образом, может рассматриваться как некая функция от выбираемых весовых коэффициентов:

$$t_f = t_f(k_e, k_i). \tag{6}$$

Выполняя численную минимизацию (6) в пространстве весовых коэффициентов, можно добиться уменьшения длительности транспортной операции перехода и обеспечить одновременное удовлетворение всех краевых условий.

При этом необходимо отметить, что точность удовлетворения краевых условий на правом конце траектории, к сожалению, зависит от самих значений выбираемых весовых коэффициентов. Это приводит к тому, что в процессе численного поиска минимума функции (6) появляются решения, не удовлетворяющие необходимой точности. Эти решения необходимо отсеивать. В результате этого, функция (6) имеет области, где она, фактически, не определена. Поэтому для нахождения ее минимума весьма желательно использовать какие-либо неградиентные методы поиска, например представленные в работах [23, 24].

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ

Работоспособность представленного подхода будет проиллюстрирована на нескольких численных примерах. Но при этом возникает закономерный вопрос: на сколько полученные решения близки к оптимальным, например, по критерию длительности перелета?

Для ответа этот вопрос и нахождения оптимальных по быстродействию траекторий перехода на ГСО использовался непрямой метод оптимизации траекторий движения КА с ЭРДУ, основанный на применении формализма принципа максимума Понтрягина [25], позволяющий свести задачу нахождения оптимального управления к краевой задаче для системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

На первом этапе, движение КА с ЭРДУ будем анализировать в центральном ньютоновском поле тяготения Земли. В данном случае удобно использовать запись уравнений движения в равноденственных элементах, не имеющих особенностей в окрестности нулевого эксцентриситета и наклонения:

$$\frac{dA}{dt} = \frac{2\sqrt{A^3}}{\sqrt{\gamma\cdot\mu}}[\xi f_T + (g_1\sin F - g_2\cos F)\,f_S];$$

$$\frac{dg_1}{dt} = \frac{1}{\xi}\sqrt{\frac{A\cdot\gamma}{\mu}}\times$$
$$\times\{[(1+\xi)\cos F + g_1]\,f_T + \xi\sin F\cdot f_S + g_2\eta f_W\};$$

$$\frac{dg_2}{dt} = \frac{1}{\xi}\sqrt{\frac{A\cdot\gamma}{\mu}}\times$$
$$\times\{[(1+\xi)\sin F + g_2]\,f_T - \xi\cos F\cdot f_S - g_1\eta f_W\};$$

$$\frac{dg_3}{dt} = -\sqrt{\frac{A\cdot\gamma}{\mu}}\frac{\phi\cos F}{2\xi}f_W; \qquad (7)$$

$$\frac{dg_4}{dt} = -\sqrt{\frac{A\cdot\gamma}{\mu}}\frac{\phi\sin F}{2\xi}f_W;$$

$$\frac{dF}{dt} = \sqrt{\frac{\mu}{(A\cdot\gamma)^3}}\xi^2 -$$
$$-\frac{1}{\xi}\sqrt{\frac{A\cdot\gamma}{\mu}}(g_3\sin F - g_4\cos F)\,f_W;$$

$$\frac{dm}{dt} = -\frac{\delta P}{w};$$

где A – большая полуось оскулирующей перелетной траектории, F – истинная долгота КА.

В системе (7) введены следующие обозначения:

$$\xi = 1 + g_1\cos F + g_2\sin F;\quad \eta = g_3\sin F - g_4\cos F;$$
$$\phi = 1 + g_3^2 + g_4^2;\quad \gamma = 1 - g_1^2 - g_2^2.$$

Упомянем, что равноденственные переменные связаны с классическими элементами следующим образом:

$$g_1 = e\cos(\omega+\Omega);\quad g_2 = e\sin(\omega+\Omega);$$
$$g_3 = \mathrm{tg}\frac{i}{2}\cdot\cos\Omega;\quad g_4 = \mathrm{tg}\frac{i}{2}\cdot\sin\Omega;$$
$$F = \Omega + \omega + \upsilon;$$

где ω – аргумент перицентра, Ω – долгота восходящего узла оскулирующей траектории.

КА с начальной массой m_0 требуется перевести из перицентра некоторой начальной эллиптической орбиты, долгота восходящего узла и аргумент перицентра которой нулевые:

$$A(t_0) = A_0;\quad g_1(t_0) = g_{10};\quad g_2(t_0) = g_{20};$$
$$g_3(t_0) = g_{30};\quad g_4(t_0) = g_{40};\quad F(t_0) = 0;$$

на ГСО за минимальное время.

Конечные условия примут вид:

$$A(t_f) = 42164\ \text{км};\quad g_1(t_f) = 0;$$
$$g_2(t_f) = 0;\quad g_3(t_f) = 0;\quad g_4(t_f) = 0.$$

Управление вектором тяги должно обеспечивать минимум времени межорбитального перехода. Таким образом, рассматривается задача минимизации функционала: $J = \int_{t_0}^{t_f} dt \to \min$.

В этом случае гамильтониан задачи оптимального управления может быть записан следующим образом:

$$H = -1 + \lambda_A\frac{dA}{dt} + \lambda_F\frac{dF}{dt} + \sum_{j=1}^{4}\lambda_j\frac{dg_j}{dt}; \qquad (8)$$

где λ_A – переменная, сопряженная к большой полуоси, λ_F – переменная, сопряженная к истинной долготе; λ_j (j = 1 ... 4) – переменные, сопряженные к равноденственным элементам g_1, ..., g_4.

Ориентация вектора реактивного ускорения находится из условия максимума гамильтониана (8):

$$f_T = f\frac{b_1}{\sqrt{b_1^2+b_2^2+b_3^2}};\quad f_S = f\frac{b_2}{\sqrt{b_1^2+b_2^2+b_3^2}};$$
$$f_W = f\frac{b_3}{\sqrt{b_1^2+b_2^2+b_3^2}}; \qquad (9)$$

где:

$$b_1 = \frac{2\lambda_A A\xi}{\gamma} + \lambda_1\left(\cos F + \frac{g_1+\cos F}{\xi}\right) +$$
$$+\lambda_2\left(\sin F + \frac{g_2+\sin F}{\xi}\right);$$
$$b_2 = \frac{2\lambda_A A}{\gamma}(g_1\sin F + g_2\cos F) + \qquad (10)$$
$$+\lambda_1\sin F - \lambda_2\cos F;$$
$$b_3 = \frac{1}{\gamma}\left[\eta(\lambda_1 g_2 - \lambda_2 g_1) - \frac{\phi}{2}(\lambda_3\cos F + \lambda_4\sin F)\right].$$

Сопряженные переменные, входящие в закон оптимального управления (9)–(10), могут быть найдены из системы следующего вида:

$$\frac{d\boldsymbol{\lambda}}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial\mathbf{x}}; \qquad (11)$$

где $\mathbf{x} = (A\ g_1\ g_2\ g_3\ g_4\ F)^T$ – вектор фазовых переменных, $\boldsymbol{\lambda} = (\lambda_A\ \lambda_1\ \lambda_2\ \lambda_3\ \lambda_4\ \lambda_F)^T$ – вектор сопряженных переменных.

Можно показать, что для задачи быстродействия на всей траектории $\delta = 1$, т.е. движение КА осуществляется с постоянно включенной ЭРДУ.

Совместно системы (7) и (11) при подстановке в (7) закона управления (9) образуют систему уравнений оптимального движения КА. Для ее интегрирования необходимо найти вектор сопряженных переменных в начальный момент времени $\boldsymbol{\lambda_0} = \boldsymbol{\lambda}(t_0)$ и время межорбитального перелета t_f.

Точка выхода на конечную орбиту не фиксируется, поэтому из условия трансверсальности

Таблица 1. Варианты промежуточных эллиптических орбит

№ п.п.	Высота перицентра, км	Высота апоцентра, км	Наклонение, град	Масса КА на промеж. орбите, кг
1	17793	62800	7	1326.414
2	13543	70800	8.5	1460.163
3	10043	73800	12	1581.836
4	*7293*	*78800*	*15.5*	*1696.044*
5	5293	84800	20	1802.960

$\lambda_F(t_f) = 0$. Время межорбитального перехода может быть найдено из условия $H(t_f) = 0$. Таким образом, вектор невязок на правом конце траектории перелета может быть представлен следующим образом:

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) = [A(t_f) - \\ -A^* \, g_1(t_f) \, g_2(t_f) \, g_3(t_f) \, g_4(t_f) \, \lambda_F(t_f) \, H(t_f)]^T;$$

где A^* – большая полуось конечной орбиты (ГСО), $\mathbf{x}$ – вектор неизвестных параметров: $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\lambda}(t_0) \\ t_f \end{pmatrix}$.

Таким образом, задача поиска оптимального управления сводится к численному решению системы уравнений следующего вида: $\mathbf{g}(\mathbf{x}) = 0$.

Для ее решения может быть использован гибридный метод Пауэла (алгоритм HYBRD [26]).

ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Работоспособность предлагаемой методики управления на основе применения функций Ляпунова проанализируем на нескольких численных примерах перелета КА с малой тягой на ГСО. Сравним полученные результаты с результатами, найденными в рамках решения задачи оптимального быстродействия. Для обоих вариантов управления движение КА анализировалось в рамках модели центрального ньютоновского поля тяготения Земли.

Для примера рассматривается транспортная система на базе ракеты-носителя (РН) *Союз-2-1Б* и разгонного блока (РБ) *Фрегат*. Схема выведения полезной нагрузки на ГСО следующая. РН обеспечивает выведение головного блока на опорную круговую орбиту. Головной блок включает в свой состав РБ, адаптер полезной нагрузки и саму полезную нагрузку – КА, предназначенный для выведения на ГСО. С помощью РБ головной блок переводится на некоторую промежуточную эллиптическую орбиту, аргумент перицентра которой принят равным нулю. На данной орбите происходит отделение РБ вместе с адаптером полезной нагрузки от КА. Дальнейшее выведение КА осуществляется под действием силы тяги ЭРДУ.

Масса головного блока, выводимого на опорную круговую орбиту высотой 200 км и наклонением 51.7°, составляет при запуске с космодрома Восточный 8320 кг (https://www.samspace.ru/products/launch_vehicles/rn_soyuz_2/ [Дата обращения: 08.06.2020]). Конечная масса РБ составляет 1050 кг, а удельный импульс тяги его маршевой двигательной установки – 333.2 с [27]. Масса адаптера полезной нагрузки принята равной 50 кг. ЭРДУ КА включает в свой состав два холловских стационарных плазменных двигателя СПД-100Д, работающих одновременно. Тяга одного двигателя составляет 90 мН, удельный импульс тяги – 1740 с (https://fakel-russia.com/index.php/ru/produktsiya [Дата обращения: 08.06.2020]).

Варианты промежуточных эллиптических орбит, обеспечивающих различные времена перелета на ГСО, представлены в табл. 1. Оценка массы КА, доставляемого на промежуточную орбиту с помощью РБ, осуществлялась в предположении, что межорбитальный переход является двухимпульсным апсидальным. Величина гравитационных потерь и потерь на управление при реализации первого импульса составляет 2.5%. Второй импульс реализуется идеально.

Нахождение управления вектором тяги ЭРДУ для межорбитального перехода с указанных промежуточных орбит на ГСО осуществлялось с помощью двух вышеизложенных подходов: управления с обратной связью на основе функций Ляпунова и оптимального управления в рамках принципа максимума Понтрягина.

В табл. 2 представлены результаты решения задач межорбитального перелета в рамках первого подхода. Номера решений в данной таблице соответствуют номерам промежуточных орбит из табл. 1. Выход из интегрирования уравнений движения КА осуществлялся при достижении требуемого значения большой полуоси. Невязки по эксцентриситету и наклонению, реализованные в конечный момент времени, также представлены в табл. 2.

Оценим на сколько полученные решения близки к оптимальным. В табл. 3 представлены основные результаты расчета участка перехода с промежуточной орбиты на ГСО для двух рассматриваемых подходов. Номера решений в таблице соответствуют номерам промежуточных орбит из табл. 1.

Таблица 2. Результаты решения задач межорбитального перелета на ГСО при использовании управления с обратной связью на основе функций Ляпунова

№ п.п.	Время перелета на ГСО, сут	Реализованные невязки на правом конце траектории		Весовые коэффициенты функции Ляпунова	
		по эксцентриситету	по наклонению, град	k_e	k_i
1	97.73	0.00327	0.005	1.5173	0.3632
2	125.12	0.00034	0.003	2.6314	0.5424
3	155.11	0.00191	0.000	2.9277	1.8451
4	*185.43*	*0.00177*	*0.000*	*2.1535*	*1.3734*
5	213.25	0.00019	0.024	3.0913	1.5251

Таблица 3. Основные результаты расчета участка перехода с промежуточной орбиты на ГСО для двух рассматриваемых подходов

№ п.п.	Управление с использованием функций Ляпунова		Оптимальное управление в рамках принципа максимума Понтрягина	
	масса КА на ГСО, кг	длительность перелета, сут	масса КА на ГСО, кг	длительность перелета, сут
1	1237.34	97.73	1239.09	95.81
2	1346.13	125.12	1350.64	120.17
3	1440.47	155.11	1443.00	152.33
4	*1527.04*	*185.43*	*1530.00*	*182.18*
5	1608.60	213.25	1610.31	211.37

Из анализа табл. 3 можно видеть, что решения, полученные в рамках предложенного подхода, оказываются весьма близкими к оптимальным по длительности перелета и, соответственно, по конечной массе КА. Действительно, длительность перелета на оптимальных решениях всего на 2–4% меньше по сравнению с решениями, полученными с использованием обсуждаемой методики управления на основе функций Ляпунова. Конечная масса КА, доставленного на ГСО, для обоих вариантов управления практически одинакова: различие не превышает 4.51 кг.

Также проанализируем эволюцию основных орбитальных элементов перелетной траектории для случая использования управления с обратной связью на основе функций Ляпунова и для случая оптимального управления. В качестве примера рассмотрим 4-е решение (в табл. 1, 2 и 3 оно выделено курсивом). Длительность перелета на ГСО в этом случае составляет около полугода.

На рис. 1 показаны временные зависимости большой полуоси, эксцентриситета и наклонения оскулирующей перелетной траектории для оптимального управления и случая использования управления с обратной связью на основе функций Ляпунова.

Как видим, характер изменения эксцентриситета и наклонения в целом схож на обоих решениях, наиболее сильно отличается характер изменения большой полуоси орбиты.

Проанализируем полученное управление для обоих вариантов решений. На рис. 2 и 3 представлены зависимости углов склонения и прямого восхождения вектора тяги ЭРДУ от времени полета в ГЭСК.

Изменения углов склонения и прямого восхождения носят колебательный характер на обоих типах решения. Можно заметить, что характер управления на оптимальном решении и в рамках предлагаемого подхода управления различен. Несмотря на это, длительности перелета, как на оптимальных решениях, так и на решениях, соответствующих управлению с обратной связью на основе применения функции Ляпунова, достаточно близки по величине.

ВОЗМУЩЕННОЕ ДВИЖЕНИЕ КА

Одним из достоинств предлагаемого подхода к управлению вектором тяги ЭРДУ является его простота адаптации к случаю возмущенного движения. В заключительной части статьи приведем пример реализации рассматриваемой методики управления в рамках уточненной модели движения (1) с учетом гравитационного воздействия на траекторию перелета от Луны и Солнца, а также нецентральности гравитационного поля Земли.

Сравним решения, полученные в рамках модели центрального поля тяготения Земли и в рамках уточненной модели. Для примера рассмотрим уже

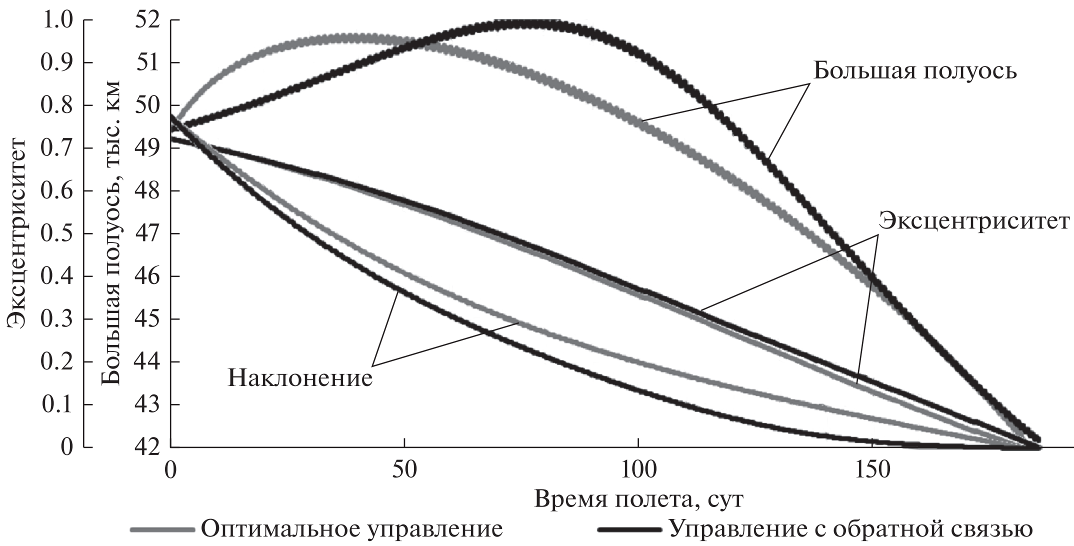


Рис. 1. Временные зависимости элементов перелетной траектории.

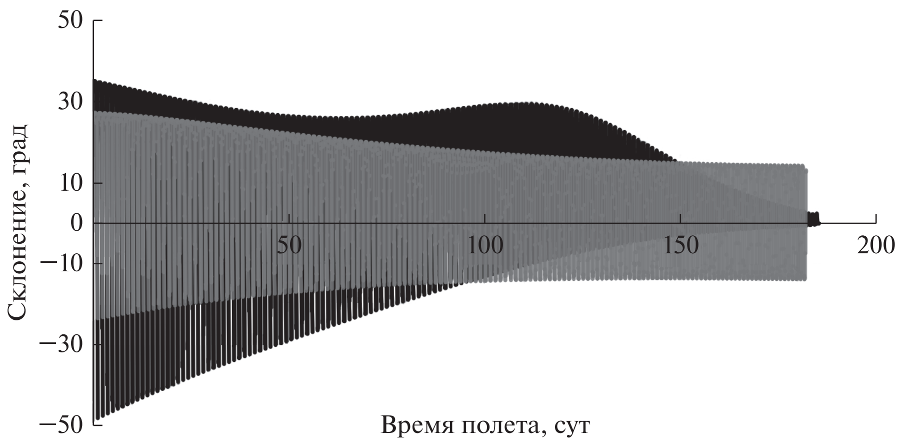


Рис. 2. Зависимости угла склонения вектора тяги ЭРДУ от времени полета.

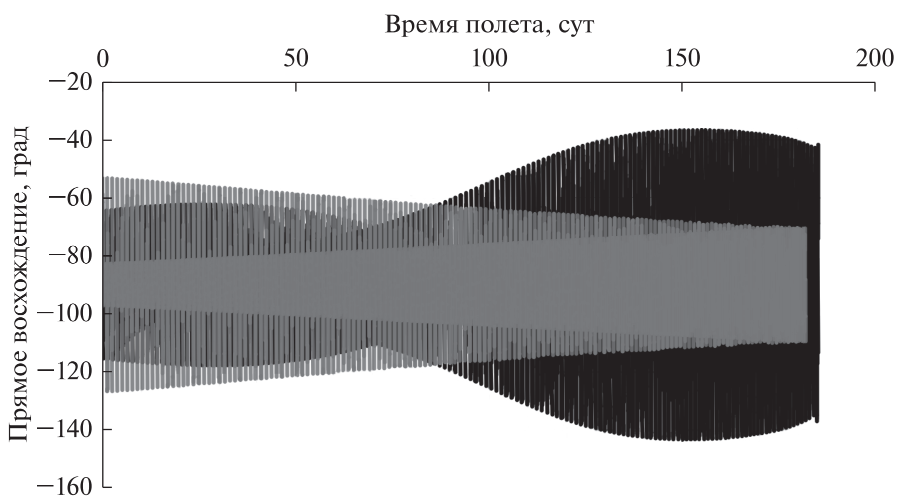


Рис. 3. Зависимости углов прямого восхождения вектора тяги ЭРДУ от времени полета.

Рис. 4. Эволюция долготы восходящего узла.

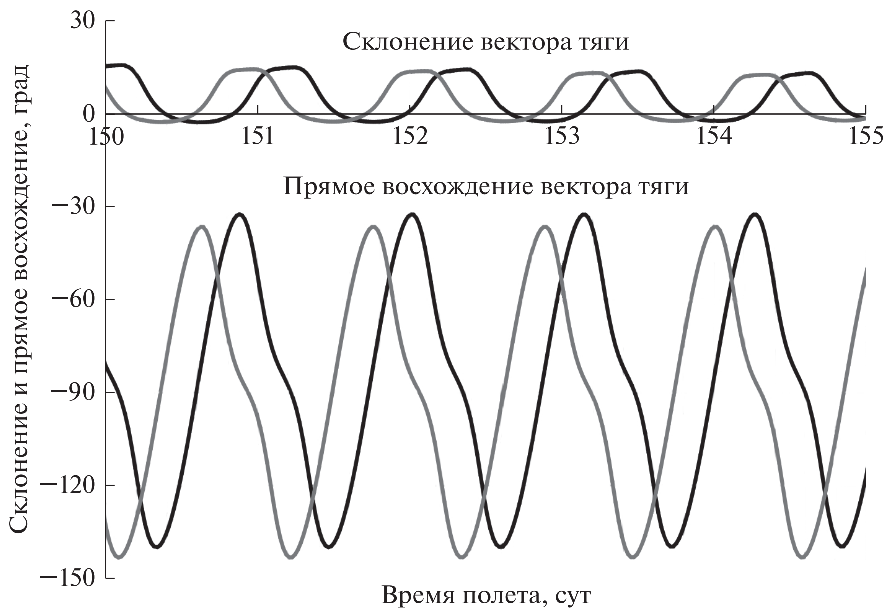


Рис. 5. Зависимости углов склонения и прямого восхождения вектора тяги ЭРДУ от времени полета для случая возмущенного и невозмущенного движения.

анализировавшийся выше вариант межорбитального перелета на ГСО (вариант № 4 из табл. 1, 2 и 3).

В случае возмущенного движения необходимо задаться начальным моментом времени для вычисления возмущающих ускорений. В качестве такого момента, т.е. момента времени прохождения перицентра промежуточной орбиты № 4 (см. табл. 1), рассматривается 1.I.2025; 00.00.00 UTC. Весовые коэффициенты k_e, k_i, входящие в закон управления, такие же, как и для случая невозмущенного движения (они представлены в табл. 2).

Анализ возмущенного движения КА показал, что временные зависимости изменения большой полуоси, эксцентриситета и наклонения в процессе перелета практически не отличаются от аналогичных зависимостей для случая движения в центральном поле.

Наиболее значительные отличия наблюдаются в эволюциях долготы восходящего узла и аргумента перицентра (см. рис. 4).

Характер управления на возмущенном и невозмущенном решении также оказывается близким, однако в случае возмущенного движения наблюдается сдвиг по фазе колебаний углов склонения и прямого восхождения вектора тяги ЭРДУ. Этот фазовый сдвиг постепенно увеличивается к концу полета. Для примера, на рис. 5 показан интервал 150–155 сут полета.

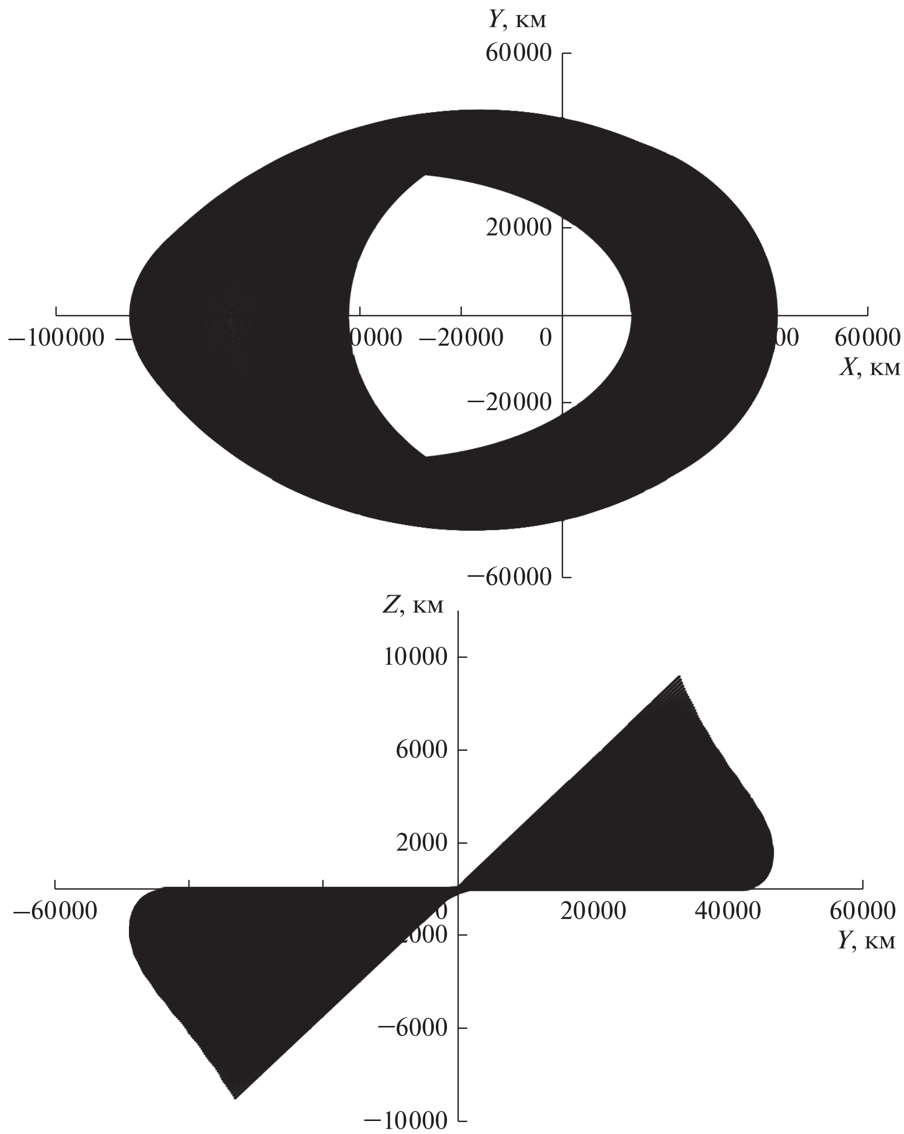


Рис. 6. Проекции перелетной траектории в ГЭСК.

Включение в модель возмущений привело к некоторому увеличению длительности перелета (до 186.82 сут против 185.43 сут перелета в центральном поле). Это привело к некоторому уменьшению конечной массы КА, которое, впрочем, оказывается незначительным. На рис. 6 представлены проекции полученной перелетной траектории в ГЭСК.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итак, в рамках данной работы предложена методика управления вектором тяги КА, осуществляющего межорбитальный переход на ГСО с помощью ЭРДУ. Данная методика управления отличается простотой и базируется на использовании функций Ляпунова. В рамках рассмотренного класса задач межорбитального перехода, она позволяет находить решения, весьма близкие к оптимальным по длительности перелета.

Еще одним достоинством предлагаемого подхода является то, что он с легкостью может быть использован для точных моделей движения КА с различным набором возмущающих факторов.

В связи с тем, что предлагаемый закон управления задается как функция текущего фазового состояния КА, данное управление относится к классу алгоритмов управления с обратной связью, а сам алгоритм не требует больших вычислительных ресурсов и может быть применен на борту КА.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 16-19-10429).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Иванов Ю.Н., Шалаев Ю.В.* Метод скорейшего спуска в применении к расчету межорбитальных траекторий с двигателями ограниченной мощности // Космич. исслед. 1964. Т. 2. № 3.
2. *Edelbaum T.N.* Optimum Power-Limited Orbit Transfer in Strong Gravity Fields // AIAA J. 1965. V. 3. № 5. P. 921–925.
3. *Гродзовский Г.Л., Иванов Ю.Н., Токарев В.В.* Механика космического полета. Проблемы оптимизации. М.: Наука, 1975.
4. *Eneev T.M., Egorov V.A., Efimov G.B. et al.* Some Methodical Problems of Low Thrust Trajectory Optimization // Keldysh Institute of Applied Mathematics, Russia Academy of Sciences. 1996. Preprint Keld, 1946. № 110. P. 124.
5. *Kechichian J.A.* Optimal Low-Earth-Orbit-Geostationary-Earth-Orbit Intermediate Acceleration Orbit Transfer // J. Guidance, Control, and Dynamics. 1997. V. 20. № 4. P. 803–811.
6. *Geffroy S., Epenoy R.* Optimal Low-Thrust Transfers with Constraints – Generalization of Averaging Techniques // Astronautica Acta. 1997. V. 41. № 3. P. 133–149.
7. *Kluever C.A., Oleson S.R.* A Direct Approach for Computing Near-Optimal Low-Thrust Transfers // AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference. Sun Valley, Idaho. 1997. AAS P. 97–717.
8. *Whiffen G.J., Sims J.A.* Application of a Novel Optimal Control Algorithm to Low-Thrust Trajectory Optimization // AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting. Santa Barbara, California. 2001. AAS. P. 01–209.
9. *Whiting J.K.* Three-dimensional low-thrust trajectory optimization, with applications // 39th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit. Huntsville, Alabama. 2003. AIAA. P. 2003–5260.
10. *Chilan C.M., Conway B.A.* Optimal Low-Thrust Supersynchronous-to-Geosynchronous Orbit Transfer // AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference. Big Sky, Montana. 2003. Paper AAS 03-632.
11. *Петухов В.Г.* Оптимизация многовитковых перелетов между некомпланарными эллиптическими орбитами // Космич. исслед. 2004. Т. 42. № 3. С. 260–279. (Cosmic Research. P. 250–268).
12. *Петухов В.Г.* Оптимальные многовитковые траектории выведения космического аппарата с малой тягой на высокую эллиптическую орбиту // Космич. исслед. 2009. Т. 47. № 3. С. 271–279. (Cosmic Research. P. 243–250).
13. *Петухов В.Г.* Робастное квазиоптимальное управление с обратной связью для перелета с мапой тягой между некомпланарными эллиптической и круговой орбитами // Вестник МАИ. 2010. Т. 17. № 3. С. 50–58.
14. *Петухов В.Г.* Квазиоптимальное управление с обратной связью для многовиткового перелета с малой тягой между некомпланарным и эллиптической и круговой орбитами // Космич. исслед. 2011. Т. 49. № 2. С 128–137. (Cosmic Research. P. 121–130).
15. *Petropoulos A.E.* Low-Thrust Orbit Transfers Using Candidate Lyapunov Functions with a Mechanism for Coasting // AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference. Providence, Rhode Island. 2004. AIAA Paper 2004–5089.
16. *Ilgen M.R.* Low thrust OTV guidance using Liapunov optimal feedback control techniques // AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference. Victoria, Canada. 1993. AAS Paper 93–680.
17. *Chang D.E., Chichka D.F., Marsden J.E.* Lyapunov functions for elliptic orbit transfer, AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference. Qu'ebec City, Canada, 2001. AAS Paper 01-441.
18. *Chang D.E., Chichka D.F., Marsden J.E.* Lyapunov-based transfer between Keplerian orbits // Discrete Cont. Dyn. Syst. Series B. 2002. V. 2. P. 57–67.
19. *Bonnard B., Caillau J.-B., Trélat E.* Geometric optimal control of elliptic Keplerian orbits // Discrete Contin. Dyn. Syst. Ser. B 5. 2005. V. 4. P. 929–956.
20. *Боннар Б., Фобур Л., Треля Э.* Небесная механика и управление космическими летательными аппаратами. Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", Институт компьютерных исследований, 2014.
21. *Standish E.M.* JPL planetary and lunar ephemerides, DE405/LE405. Interoffice Memorandum, 1998, 312.F-98-048, 1–18.
22. *Константинов М.С., Каменков Е.Ф., Перелыгин Б.П.* и др. Механика космического полета. М.: Машиностроение, 1989.
23. *Hansen N., Ostermeier A.* Completely derandomized self-adaptation in evolution strategies // Evolutionary Computation. 2001. V. 9. № 2. P. 159–195.
24. *Hansen N., Kern S.* Evaluating the CMA evolution strategy on multimodal test functions. Parallel Problem Solving from Nature. Springer, 2004. PPSN VIII. P. 282–291.
25. *Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В.* и др. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1976.
26. *Moré J.J., Sorensen D.C., Hillstrom K.E., Garbow B.S.* The MINPACK project. Sources and Development of Mathematical Software. Prentice-Hall, 1984. P. 88–111.
27. *Аксюшкин В.А., Викуленков В.П., Ишин С.В.* Итоги создания и начальных этапов эксплуатации межорбитальных космических буксиров типа "Фрегат" // Вестник НПО имени С.А. Лавочкина. 2014. Т. 22. № 1. С. 3–9.