
СОДЕРЖАНИЕ

Том 65, номер 11, 2020

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

- Волноведущие структуры в электромагнитном кристалле с треугольной сеткой
С. Е. Банков, В. И. Калинин, Е. В. Фролова 1043
- Свойства дифракционных коэффициентов в задаче дифракции на трехмерном плоском многоугольнике. Ч. 1. Основы метода базовых компонентов
М. В. Весник 1052
- Эквивалентный поверхностный импеданс бесконечной периодической решетки щелевых импедансных нагрузок, выполненных на основе полости с поперечным сечением в виде равностороннего треугольника, с диэлектрическим покрытием
В. Г. Кошкидько, Э. С. Сердюк 1061
- О краевых задачах на присоединенном уравнении Гельмгольца
С. А. Капустин, А. С. Раевский, С. Б. Раевский 1068
- Энергетические потери при сращивании двух оптических волокон, одно из которых эллиптически деформировано в месте соединения
В. А. Гладких, В. Д. Власенко 1074
- Зависимость входных сопротивлений вибраторных и микрополосковых антенн от первичного поля
С. И. Эминов 1079
-

АНТЕННО-ФИДЕРНЫЕ УСТРОЙСТВА

- Аналитическая методика синтеза антенны вытекающей волны с полупрозрачной стенкой из металлических цилиндров
В. А. Калошин, К. Т. Нгуен 1083
-

ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

- Метод наведения на воздушную цель в составе плотной группы
В. С. Верба, И. Р. Загребельный, В. И. Меркулов 1091
- Критерий гарантированного уровня значимости в задаче автоматической сегментации речевого сигнала
В. В. Савченко, А. В. Савченко 1101
- Применение весовых функций Кравченко для повышения помехоустойчивости приема OFDM-сигналов при наличии сосредоточенных по спектру помех
А. С. Зудилин, В. Ф. Кравченко, Л. Е. Назаров, В. И. Пустовойт 1109
- Двухблочная модель цифрового корректора для линеаризации радиотракта с аналоговым квадратурным модулятором
Л. И. Аверина, С. С. Лавлинский 1116
- Обработка двумерных изображений с использованием брэгговской дифракции
В. М. Котов 1122
-

РАДИОФИЗИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ В ТВЕРДОМ ТЕЛЕ И ПЛАЗМЕ

Эффект Френкеля—Пула при ионизации акцепторной примеси бора в алмазе
в сильном электрическом поле

*И. В. Алтухов, М. С. Каган, С. К. Папроцкий, Н. А. Хвальковский, Н. Б. Родионов,
А. П. Большаков, В. Г. Ральченко, Р. А. Хмельницкий*

1128

ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРАХ

Исследование пространственного распределения пьезоэлектрических свойств пленки ZnO
методом акустической резонаторной спектроскопии

С. Г. Алексеев, В. А. Лузанов, Н. И. Ползикова

1131

НОВЫЕ РАДИОЭЛЕКТРОННЫЕ СИСТЕМЫ И ЭЛЕМЕНТЫ

Исследование влияния сенорных пленок из мицелия базидиальных грибов
на характеристики сверхвысокочастотного резонатора Me1/AlN/Me2/алмаз

*А. В. Смирнов, Н. О. Асафьев, Б. П. Сорокин, М. Ю. Зиангирова, А. В. Голышкин,
Л. М. Краснопольская, И. Е. Кузнецова*

1137

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 621.396.67

ВОЛНОВЕДУЩИЕ СТРУКТУРЫ В ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ КРИСТАЛЛЕ С ТРЕУГОЛЬНОЙ СЕТКОЙ

© 2020 г. С. Е. Банков^а, *, В. И. Калинин^а, Е. В. Фролова^а

^аИнститут радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
ул. Моховая, 11, стр. 7, Москва, 125009 Российская Федерация

*E-mail: sbankov@yandex.ru

Поступила в редакцию 20.12.2019 г.

После доработки 20.12.2019 г.

Принята к публикации 25.01.2020 г.

Исследованы EBG-волноводы в электромагнитном кристалле в виде двумерно-периодической решетки металлических цилиндров с треугольной сеткой. Получены дисперсионные характеристики волноводов, образованных удалением одного, двух и трех рядов цилиндров вдоль ортогональных осей кристалла. Проведен параметрический анализ критических частот волноводных мод и собственных волн однородного кристалла. Электродинамическое моделирование выполнено в системе ANSYS HFSS с использованием режима собственных волн. Получены оптимальные параметры электромагнитного кристалла, обеспечивающие максимальные полосы рабочих частот волноводов с различной ориентацией в решетке. Проведено сравнение характеристик волноводов в кристаллах с треугольной и квадратной сеткой.

DOI: 10.31857/S0033849420110042

ВВЕДЕНИЕ

Фотонные (PBG — photonic bandgap) и электромагнитные (EBG — electromagnetic bandgap) кристаллы [1–4] в настоящее время активно используются при создании различных оптических и СВЧ-устройств с широким спектром функциональных возможностей: волноводов, волноводных сочленений, делителей мощности, антенн, фильтров и т.д.

При формировании кристаллических решеток применяются различные элементы: отверстия в диэлектрических подложках [6–9], диэлектрические стержни [10], металлические цилиндры [11, 12] и т.д. Кроме того, используются различные типы сеток: квадратные [5, 9–12], треугольные [6–10], а также сочетание различных сеток в одном устройстве [8].

В СВЧ-диапазоне можно выделить электромагнитные кристаллы (ЭМК) в виде двумерно-периодических решеток металлических цилиндров в планарных волноводах (ПВ) [4, 11, 12]. Формирование в ЭМК волноведущих каналов — EBG-волноводов осуществляется внесением дефектов в кристаллическую решетку путем удаления одного или нескольких рядов элементов вдоль выделенного направления в кристалле.

Исследованию частотной дисперсии волноводов в ЭМК из металлических цилиндров посвящены работы [11, 12]. В этих работах рассмотрены

волноводы, образованные удалением одного, двух и трех рядов цилиндров, ориентированных вдоль главных осей [11] и вдоль диагоналей [12] ЭМК с квадратной сеткой.

В продолжение исследований [11, 12] в данной работе рассмотрены ЭМК из металлических цилиндров с треугольной сеткой и исследуются EBG-волноводы, ориентированные вдоль двух ортогональных осей решетки ЭМК. Для анализа частотных свойств волноводов применяется подход, описанный в [4, 11, 12] и основанный на параметрическом анализе критических частот волноводных мод и собственных волн однородного ЭМК. При вычислении дисперсионных характеристик кристалла и волноводов использовался режим eigenmode ANSYS HFSS (<https://www.ansys.com/products/electronics/ansys-hfss>).

Цель работы — на основе анализа частотной дисперсии определить факторы, влияющие на предельные рабочие частоты исследуемых волноводов (однорядных, двухрядных, трехрядных) в зависимости от ориентации в ЭМК с треугольной сеткой, найти оптимальные параметры решетки, обеспечивающие максимальные полосы одномодового режима работы волноводов, и сравнить полученные данные с результатами исследования волноводов в ЭМК с квадратной сеткой [11, 12].

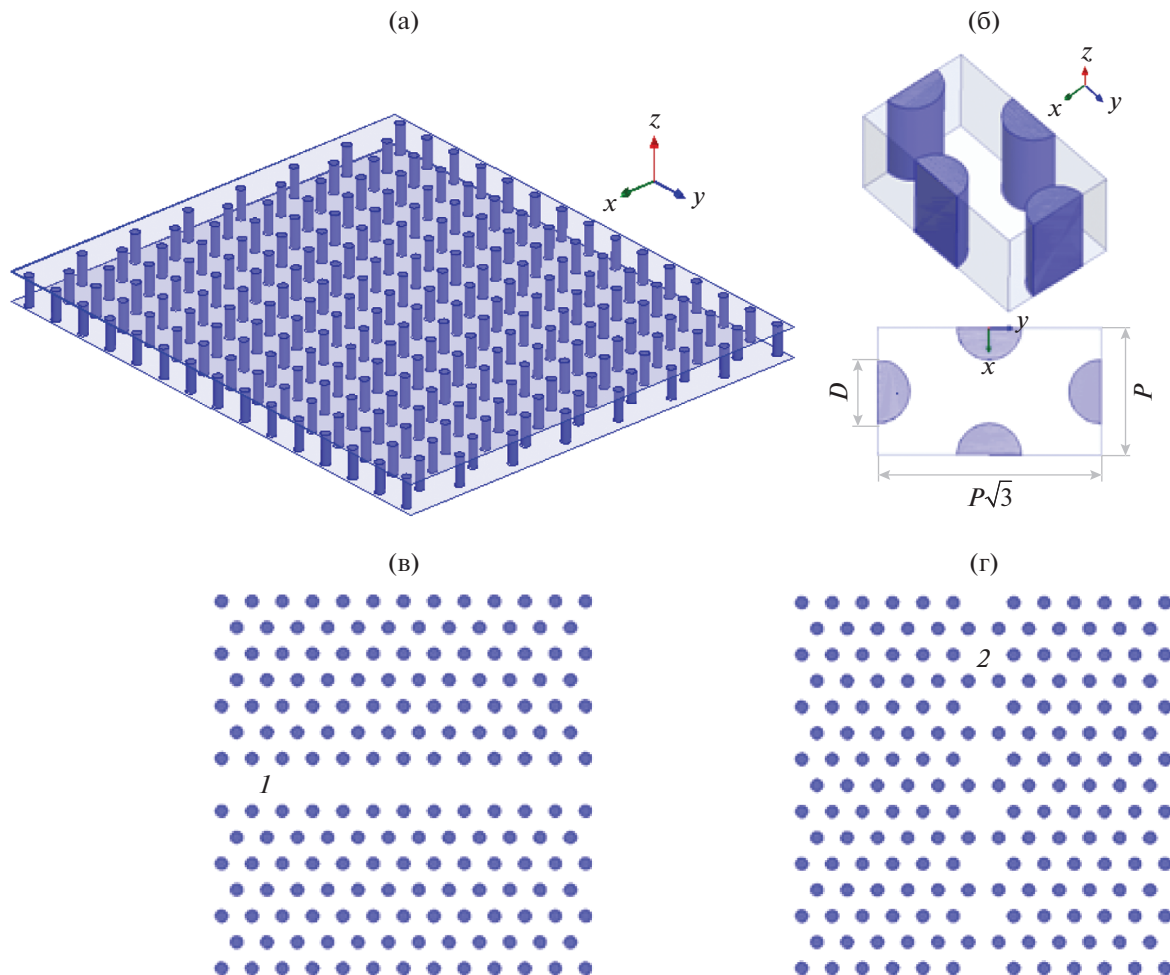


Рис. 1. Общий вид ЭМК с треугольной сеткой (а), элементарная ячейка ЭМК (б) и однорядные ЕВГ-волноводы, ориентированные вдоль двух ортогональных осей кристалла (в, г) с периодом $P_w = P$ (волноводный канал 1) и $P_w = P\sqrt{3}$ (волноводный канал 2).

1. СТРУКТУРА ЭМК И ЕВГ-ВОЛНОВОДОВ

Рассмотрим изображенный на рис. 1а ЭМК в виде двумерно-периодической решетки металлических цилиндров с треугольной сеткой. Решетка цилиндров расположена между двумя идеально проводящими экранами. Цилиндры размещаются в узлах сетки, образующих равносторонние треугольники. Период решетки (расстояние между узлами сетки) P , диаметр цилиндров D , расстояние между экранами и высота цилиндров h . Модель элементарной ячейки ЭМК изображена на рис. 1б. Ячейка состоит из четырех половинок цилиндров, размеры ячейки вдоль осей решетки ЭМК — P и $P\sqrt{3}$.

Выделим в ЭМК два ортогональных направления — вдоль $0x$ и $0y$. Создадим линейные дефекты в кристалле путем удаления вдоль выделенных направлений одного, двух или трех рядов цилин-

дров. В результате получим однорядный ($M = 1$), двухрядный ($M = 2$) и трехрядный ($M = 3$) волноводы. Примеры однорядных волноводов с различной ориентацией в ЭМК (1, 2) приведены на рис. 1в–1г. Периоды волноводов P_w равны соответствующим размерам элементарной ячейки ЭМК в зависимости от направления волновода: 1 — $P_w = P$ (волноводный канал 1) и $P_w = P\sqrt{3}$ (волноводный канал 2).

Одним из методов исследования частотных свойств периодических структур является численное электродинамическое моделирование с использованием системы ANSYS HFSS. В соответствии с алгоритмом поиска собственных значений и собственных функций (в режиме HFSS eigenmode) в исследуемой структуре выделяется элементарная ячейка с периодом $\bar{P}$ и на противоположных гранях ячейки используются периодические граничные условия. Задавая при моделировании раз-

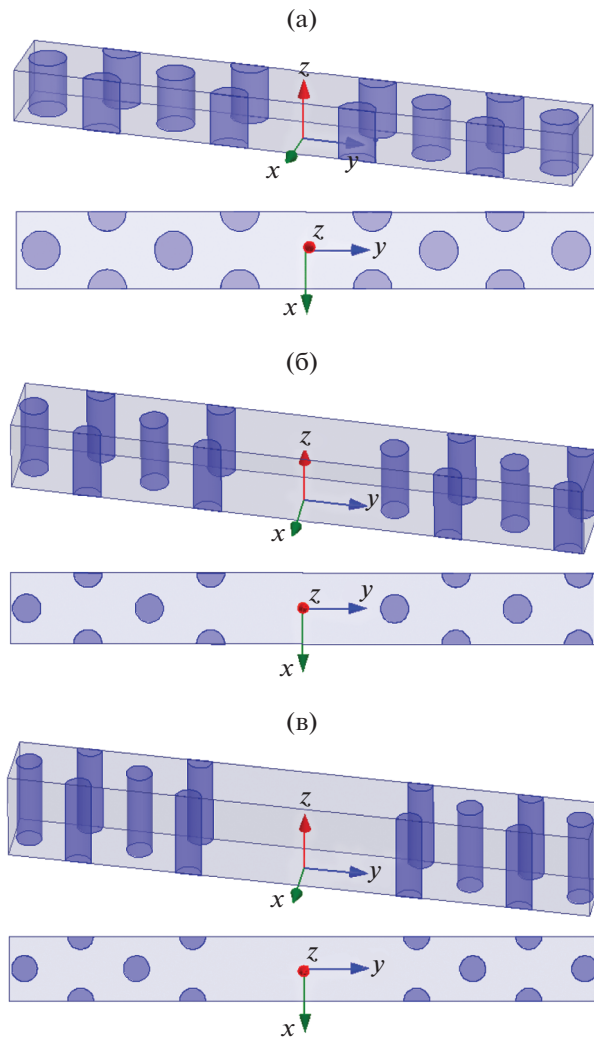


Рис. 2. Единичные ячейки однорядного (а), двухрядного (б) и трехрядного (в) EBG-волноводов с периодом $P_w = P$.

личные сдвиги фаз $\Delta\phi$ между гранями на длине периода и определяя соответствующие им частоты $\bar{f}$, можно получить дисперсионные характеристики собственных волн структуры в виде зависимости постоянных распространения $\beta = -\Delta\phi/\bar{P}$ от частоты $\bar{f}$.

С целью получения дисперсионных характеристик в каждом из шести типов исследуемых волноводов, различающихся ориентацией в ЭМК и числом рядов удаленных цилиндров, были выделены элементарные ячейки, соответствующие одному периоду в направлении распространения волны. Модели ячеек волноводов в локальных системах координат с периодами $P_w = P$ и $P_w = P\sqrt{3}$ изображены на рис. 2 и 3 соответственно для $M = 1$ (а), 2 (б) и 3 (в). Ячейки ограничены по ширине конечным числом цилиндров и идеально-проводящими стенками, направление распространения волны во всех ячейках – вдоль Ox . Для

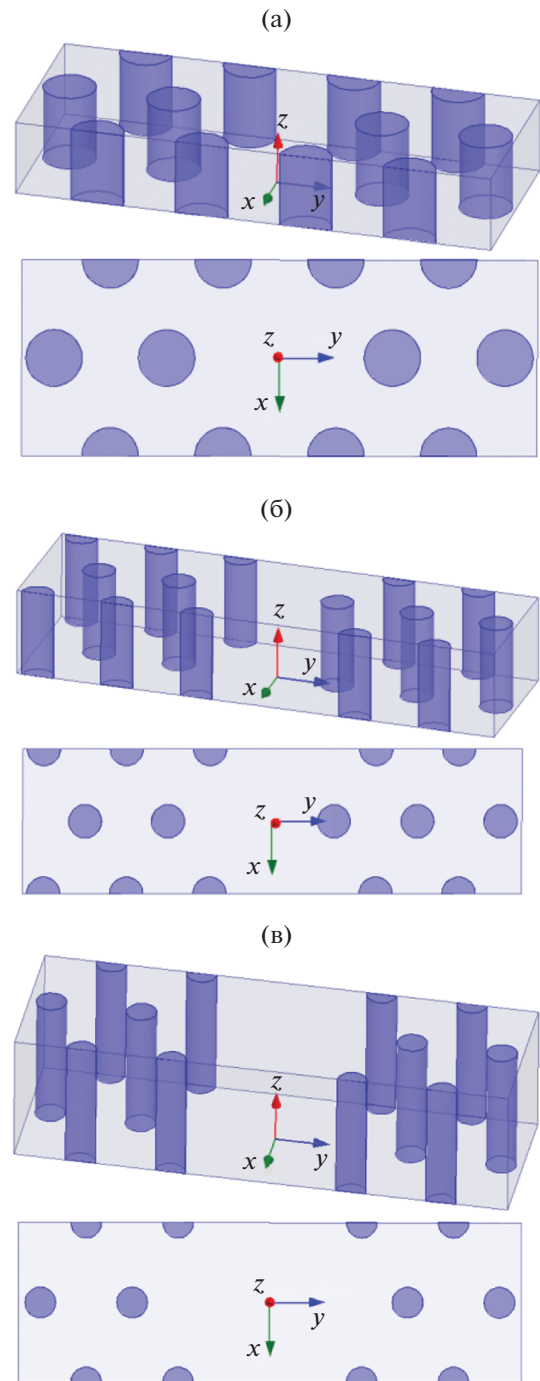


Рис. 3. Единичные ячейки однорядного (а), двухрядного (б) и трехрядного (в) EBG-волноводов с периодом $P_w = P\sqrt{3}$.

получения дисперсионных характеристик однородного кристалла использовалась ячейка ЭМК, изображенная на рис. 1б, при моделировании распространения волны вдоль двух ортогональных направлений в кристалле последовательно задавались сдвиги фаз на гранях ячейки, соответствующих периодам P и $P\sqrt{3}$.

2. ДИСПЕРСИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СОБСТВЕННЫХ ВОЛН EVG-ВОЛНОВОДОВ

На начальном этапе моделирования, ориентируясь на частотный диапазон 7...13 ГГц, мы выбрали такие значения параметров ЭМК, при которых поперечные размеры исследуемых волноводов с периодом $P_w = P$ наиболее близки к размерам сечения стандартного волновода 23×10 : высота цилиндров $h = 10$, период решетки для однорядных волноводов — $P = 13.8$, для двухрядных — $P = 9.2$, для трехрядных — $P = 6.9$. При этом диаметры цилиндров — $D = 6.9$ ($M = 1$), $D = 3.68$ ($M = 2$), $D = 2.3$ ($M = 3$) были выбраны произвольно. Здесь и далее все размеры даны в миллиметрах. Выбор значений периода в данных примерах не имеет принципиального значения, так как в дальнейшем все характеристики волноводов будут приведены в универсальном виде с использованием безразмерных параметров и нормировкой на период ЭМК.

С использованием ячеек волноводов, изображенных на рис. 2 и 3, с приведенными выше параметрами при моделировании в режиме HFSS eigenmode для получения дисперсионных характеристик основной (четной) и высшей (нечетной) волноводных мод на интервале изменения сдвига фаз $\Delta\phi(-\pi, \pi)$ был задан поиск не менее четырех наименьших резонансных частот. Определение типа волны, соответствующего каждой резонансной частоте, осуществлялось на основе анализа структуры поля в ячейке волновода и направления вектора Пойнтинга. Фазовые постоянные волноводных мод определялись из соотношения $\beta = -\Delta\phi/\bar{P}$, где $\bar{P}$ — обобщенный период соответствующей волноводной структуры. Для однорядных и трехрядных волноводов этот период совпадает с периодом вдоль оси волновода $\bar{P} = P_w$ ($P_w = P$ или $P_w = P\sqrt{3}$ в зависимости от ориентации). В исследуемых двухрядных волноводах в ЭМК с треугольной сеткой, как и в диагонально-ориентированных волноводах в ЭМК с квадратной сеткой [12], обобщенный период $\bar{P}$ связан с периодом P_w соотношением $\bar{P} = UP_w$, где U — коэффициент замедления волны. Возникновение дополнительного замедления обусловлено отсутствием зеркальной симметрии боковых стенок волноводных каналов, образованных удалением четного числа рядов цилиндров вдоль направления распространения волны. При моделировании в режиме eigenmode коэффициент замедления определяется соотношением $U = \Delta\phi_{\max}/\pi$, где $\Delta\phi_{\max}$ — разность фаз на границах первой полосы прозрачности основной волноводной моды. Для однорядных и трехрядных волноводов, независимо от типа сетки ЭМК, $\Delta\phi_{\max} = \pi$, для двухрядных волноводов в ЭМК с треугольной сеткой (как и для диагонально-ориентированных волноводов в ЭМК с квадратной сеткой) — $\Delta\phi_{\max} > \pi$.

В результате моделирования были получены дисперсионные характеристики собственных волн исследуемых волноводов с периодом $P_w = P$ и $P_w = P\sqrt{3}$, представленные соответственно на рис. 4 и 5 (а — $M = 1$, б — 2, в — 3) в виде нормированных зависимостей модуля фазовых постоянных $|\beta| \bar{P}/\pi$ от безразмерного параметра kP/π , пропорционального частоте (k — волновое число свободного пространства). На всех рисунках кривые 1 (I' , I'') — дисперсионные характеристики основной волноводной моды, 2 ($2'$, $2''$) — высшей (нечетной) моды. Из рисунков видно, что для дисперсионных характеристик основной волноводной моды характерно наличие запрещенных зон (расположенных в интервалах между ветвями I' , I''), на границах которых значение модуля нормированной фазовой постоянной $|\beta| \bar{P}/\pi = 1$, а групповая скорость волны равна нулю. Коэффициенты U , используемые при нормировке дисперсионных характеристик двухрядных волноводов с различной ориентацией в ЭМК с параметрами $P = 9.2$, $D = 3.68$ равны соответственно величинам 1.12 и 2. На рис. 4 и 5 также приведены дисперсионные характеристики однородного кристалла (пунктирные кривые). Как следует из рисунков, для всех рассмотренных случаев полосы прозрачности основной волноводной моды лежат в полосе запираания однородного ЭМК, образующего стенки волноводов. Со стороны низких частот эти полосы ограничены нижней критической частотой основной моды волноводов. Верхняя граница полосы прозрачности определяется либо нижней границей запрещенной зоны основной моды (см. рис. 4а, 5а–5в), либо критической частотой высшей (нечетной) моды волновода (см. рис. 4б, 4в).

Представление дисперсионных характеристик в нормированных координатах (см. рис. 4, 5) позволяет применить полученные результаты к анализу дисперсионных характеристик волноводов в ЭМК с произвольным значением периода P (при фиксированном отношении диаметра цилиндров к периоду решетки D/P). Следует добавить, что коэффициенты замедления U в двухрядных волноводах зависят от отношения D/P . Эти зависимости, рассчитанные для $D/P 0.1...0.8$, приведены на рис. 6 для волноводов с периодами $P_w = P$ (кривая 1) и $P_w = P\sqrt{3}$ (кривая 2).

Для анализа частотных свойств исследуемых волноводов в зависимости от относительного диаметра цилиндров D/P были выполнены расчеты критических частот основной и высшей волноводной моды, а также собственных волн однородного кристалла при изменении D/P в интервале значений $0.1 \leq D/P \leq 0.8$. Результаты вычислений для однорядных, двухрядных и трехрядных волноводов с периодами $P_w = P$ и $P_w = P\sqrt{3}$ пред-

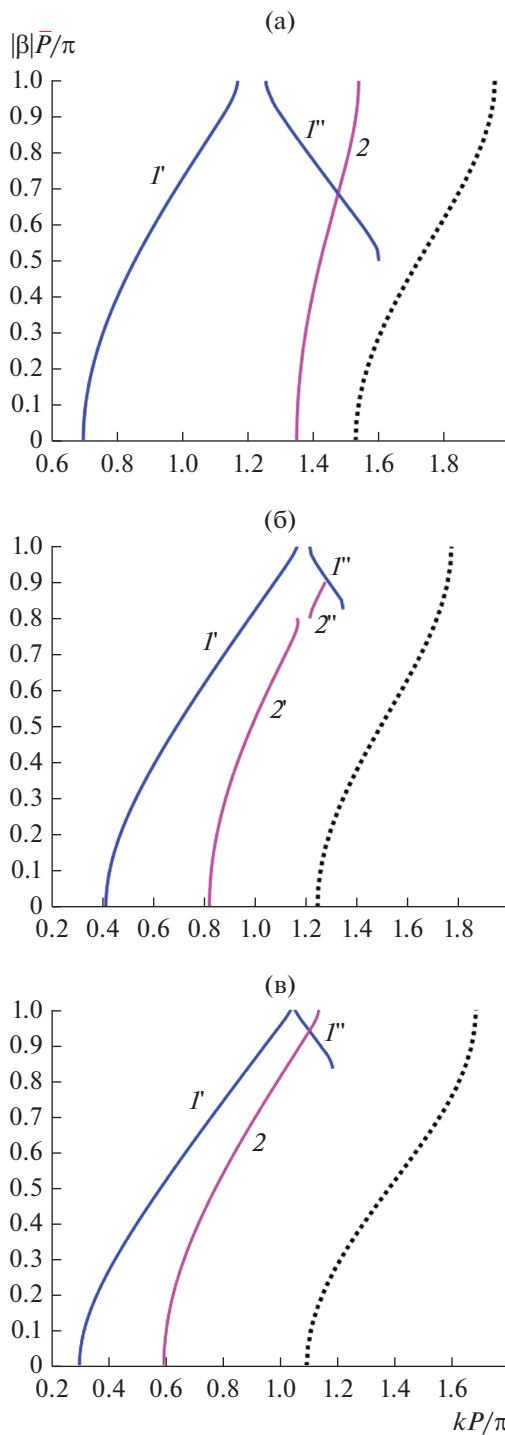


Рис. 4. Дисперсионные характеристики однорядного (а), двухрядного (б) и трехрядного (в) волноводов с периодом $P_w = P$: 1 – основной моды, 2 – высшей моды (ветви Γ' , Γ'' , $2'$, $2''$ разделены запрещенными зонами), пунктир – собственной волны однородного кристалла.

ставлены на рис. 7 и 8 соответственно. Кривые 1, 2 на данных рисунках относятся к нижним критическим частотам основной и высшей волновод-

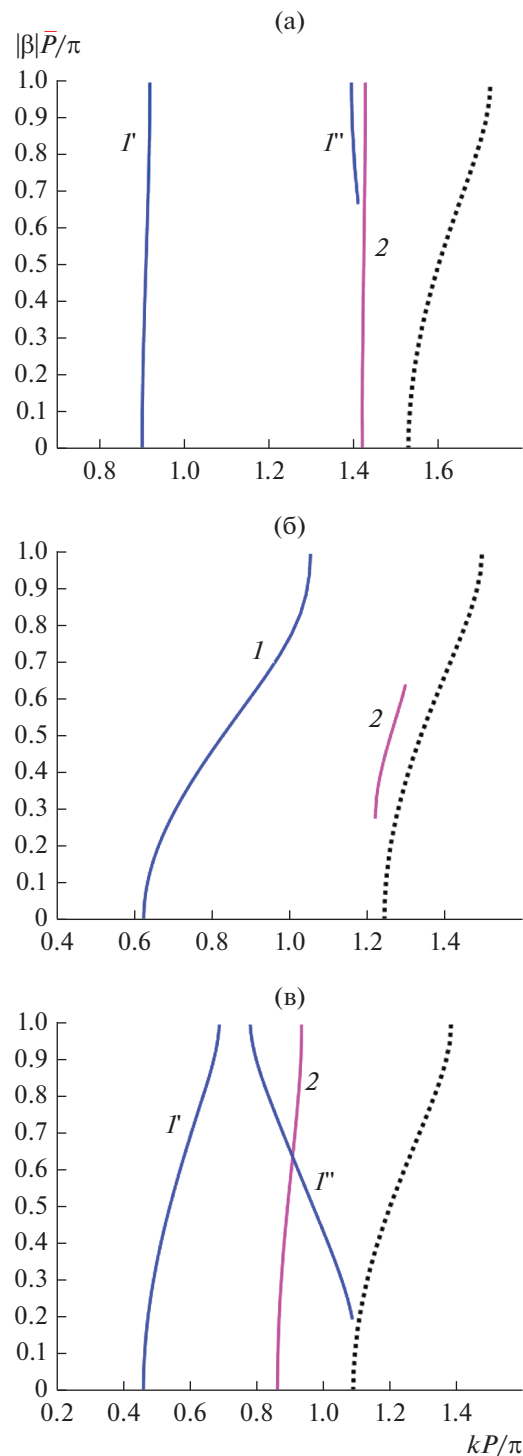


Рис. 5. Дисперсионные характеристики однорядного (а), двухрядного (б) и трехрядного (в) волноводов с периодом $P_w = P\sqrt{3}$: 1 – основной моды (ветви Γ' , Γ'' разделены запрещенной зоной), 2 – высшей моды, пунктир – собственной волны однородного кристалла.

ным модам f_1, f_2 , кривая 3 соответствует нижней границе запрещенной зоны основной моды f_{1bg} , пунктирная кривая – нижней границе полосы

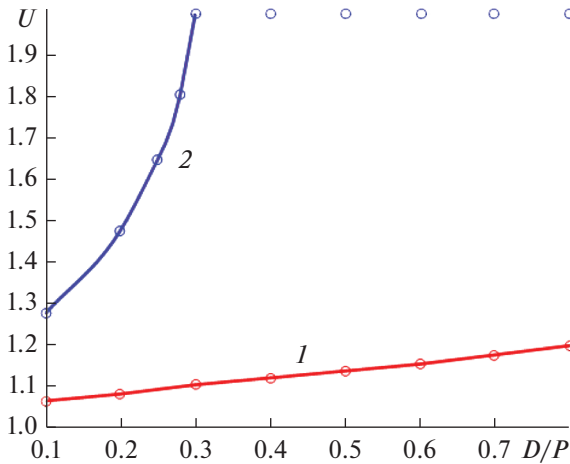


Рис. 6. Зависимость коэффициента замедления волн в двухрядных волноводах от относительного диаметра цилиндров.

прозрачности однородного кристалла f_i , образующего стенки волноводов.

На основе анализа зависимостей на рис. 7 и 8 можно установить факторы, определяющие верхнюю границу полосы рабочих частот исследуемых волноводов. Лишь в двух из рассмотренных случаев — в двухрядном и трехрядном волноводах с периодом $P_w = P$ (см. рис. 7б, 7в) для всех значений относительного диаметра цилиндров D/P верхней границей полосы рабочих частот является критическая частота высшей (нечетной) волноводной моды. Во всех остальных случаях внутри полосы прозрачности основной моды полосу волновода ограничивает либо запрещенная зона, в пределах которой волна перестает распространяться (при $D/P > 0.35$, $D/P > 0.15$ — соответственно для однорядных волноводов с периодами $P_w = P$, $P_w = P\sqrt{3}$, при $D/P > 0.25$, $D/P > 0.1$ для двухрядного и трехрядного волноводов с периодом $P_w = P\sqrt{3}$), либо критическая частота собственной волны однородного ЭМК, выше которой стенки волновода становятся прозрачными (см. рис. 7а при $D/P < 0.35$, рис. 8а при $D/P < 0.15$, рис. 8б при $D/P < 0.25$).

3. ЧАСТОТНЫЕ ДИАПАЗОНЫ ВОЛНОВОДОВ

Определим максимальную $F_{\max}$ и минимальную $F_{\min}$ частоты рабочего диапазона волноводов: $F_{\min}$ соответствует нижней критической частоте основного типа волны f_1 , а $F_{\max}$ равна минимальной из частот f_2 , f_{1bg} и f_i . Диапазонные свойства волноводов, как и ранее в [11, 12], будем характеризовать относительной полосой рабочих частот $F_{\max}/F_{\min}$, а также центральной частотой диапазона $f_0 = (F_{\max} + F_{\min})/2$ в виде безразмерного пара-

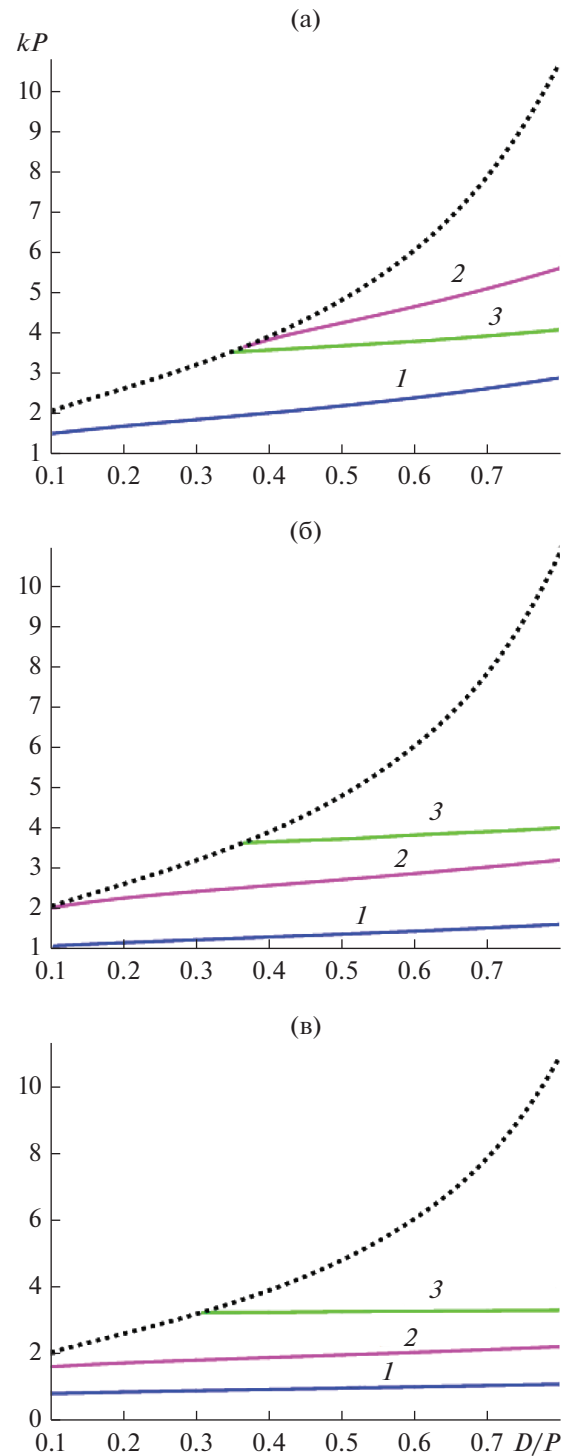


Рис. 7. Зависимости нормированных критических частот собственных волн однорядного (а), двухрядного (б) и трехрядного (в) волноводов с периодом $P_w = P$ (кривая 1 — f_1 , 2 — f_2 , 3 — f_{1bg}) и однородного кристалла (пунктир) от относительного диаметра цилиндров.

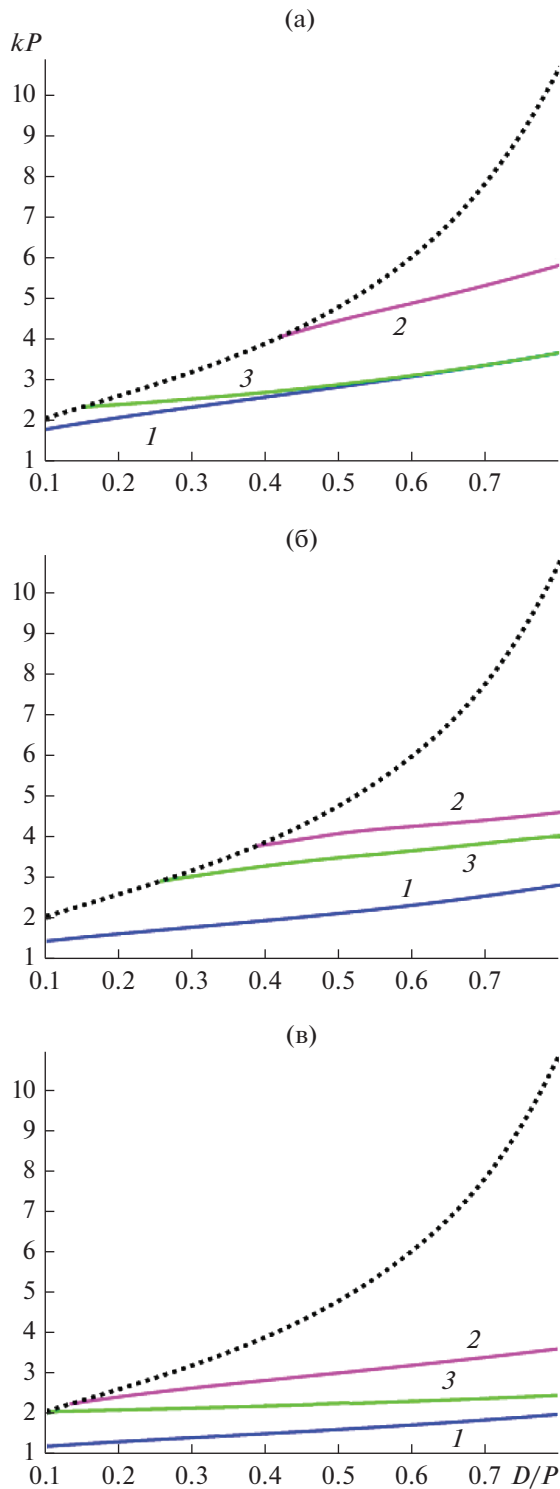


Рис. 8. Зависимости нормированных критических частот собственных волн однорядного (а), двухрядного (б) и трехрядного (в) волноводов с периодом $P_w = P\sqrt{3}$ (кривая 1 – f_1 , 2 – f_2 , 3 – f_{1bg}) и однородного кристалла (пунктир) от относительного диаметра цилиндров.

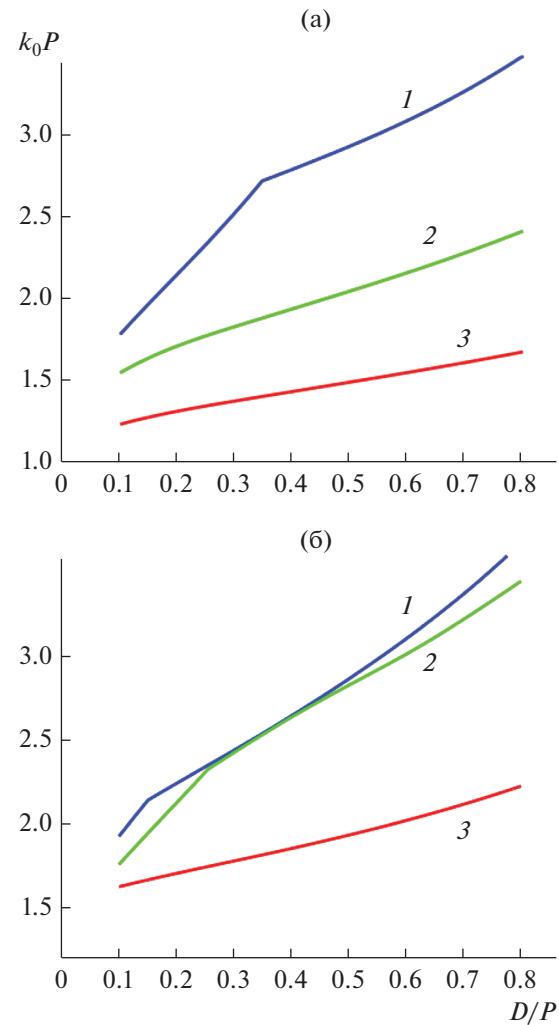


Рис. 9. Зависимости нормированных центральных частот рабочих диапазонов однорядного (1), двухрядного (2) и трехрядного (3) волноводов с периодом $P_w = P$ (а) и $P_w = P\sqrt{3}$ (б) от относительного диаметра цилиндров.

метра k_0P (где k_0 – соответствующее волновое число).

Зависимости нормированной центральной частоты k_0P и относительной полосы частот $F_{\max}/F_{\min}$ от относительного диаметра цилиндров получены на основе данных о критических частотах на рис. 7 и 8 и соответственно изображены на рис. 9, 10 для волноводов с периодом $P_w = P$ (а) и $P_w = P\sqrt{3}$ (б).

Как видно из рис. 10а, относительные полосы двухрядных и трехрядных волноводов с периодом $P_w = P$ (кривые 2, 3) растут с увеличением относительного диаметра цилиндров на всем интервале $0.1 < D/P < 0.8$, и их значения превышают величину 1.9. Относительная полоса однорядного волновода

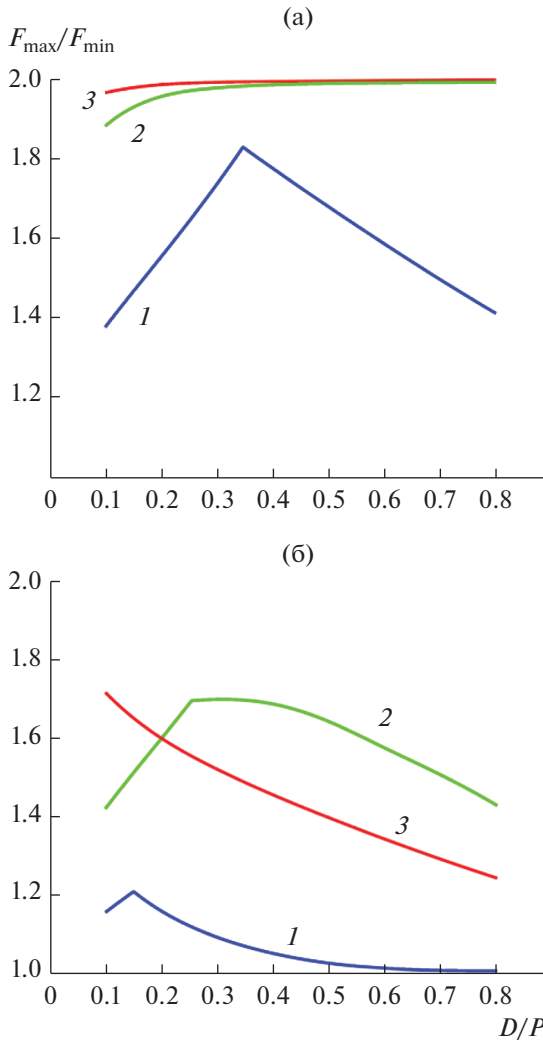


Рис. 10. Зависимости относительной полосы частот однорядного (1), двухрядного (2) и трехрядного (3) волноводов с периодом $P_w = P$ (а) и $P_w = P\sqrt{3}$ (б) от относительного диаметра цилиндров.

(кривая 1) достигает максимального значения, равного величине 1.82, при $D/P = 0.35$, в то время как для однорядного волновода с периодом $P_w = P\sqrt{3}$ (кривая 1 на рис. 10б) величина максимума относительной полосы составляет лишь 1.2 ($D/P = 0.15$). В двухрядном волноводе с периодом $P_w = P\sqrt{3}$ (кривая 2 на рис. 10б) максимум относительной полосы, равный 1.7, наблюдается при $D/P = 0.3$. Следует отметить, что для всех типов волноводов с периодом $P_w = P\sqrt{3}$, а также для однорядного волновода с периодом $P_w = P$ характерно падение величин $F_{\max}/F_{\min}$ с ростом D/P после достижения максимальных значений. В этих случаях полосу частот волновода ограничивает сверху запрещенная зона, а величина $F_{\max}/F_{\min}$ уменьшается с ро-

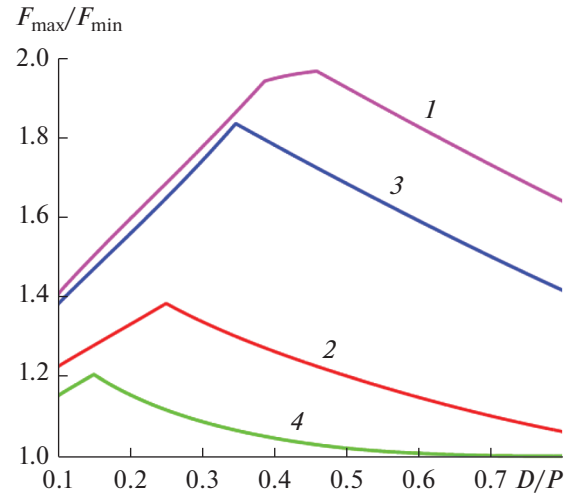


Рис. 11. Относительные полосы частот однорядных волноводов в ЭМК с квадратной сеткой с осевой (1) и диагональной (2) ориентацией и треугольной сеткой с периодами $P_w = P$ (3) и $P_w = P\sqrt{3}$ (4).

стом D/P вслед за уменьшением отношения f_{lg}/f_1 — относительной полосы прозрачности основной волноводной моды. В тех случаях, когда полоса частот волновода ограничивается сверху критической частотой высшей моды, величина $F_{\max}/F_{\min}$, равная отношению критических частот f_2/f_1 , с увеличением D/P растет и стремится к значению 2.0, характерному для волновода со сплошными стенками.

Представляет интерес сравнение характеристик волноводов в ЭМК из металлических цилиндров с квадратной и треугольной сетками. На рис. 11 приведены зависимости от величины D/P относительных полос рабочих диапазонов однорядных волноводов с двумя типами сетки: с квадратной (кривые 1, 2 соответствуют осевым [11] и диагонально-ориентированным [12] волноводам) и треугольной (кривые 3, 4 соответствуют волноводам с различной ориентации в ЭМК). Из рисунка видно, что среди однорядных волноводов лучшими характеристиками обладают волноводы с наименьшим периодом вдоль направления распространения $P_w = P$ (кривая 1 соответствует волноводу, ориентированному вдоль главной оси ЭМК с квадратной сеткой, кривая 2 — вдоль одной из осей ЭМК с треугольной сеткой). Далее относительные полосы волноводов уменьшаются с увеличением периода P_w : кривая 2 характеризует полосу диагонально-ориентированного волновода с периодом $P_w = P\sqrt{2}$ в ЭМК с квадратной сеткой, кривая 3 — волновода с периодом $P_w = P\sqrt{3}$ в ЭМК с треугольной сеткой. Таким образом, среди исследованных однорядных волноводов наименьшая полоса частот принадлежит волноводу,

образованному в ЭМК с треугольной сеткой, с периодом $P_w = P\sqrt{3}$.

Результаты данного исследования в совокупности с данными [11, 12] могут быть использованы при проектировании различных функциональных элементов и устройств СВЧ: изгибов волноводов, волноводных сочленений, делителей мощности и т.д., как на основе однородных ЭМК, так и с использованием сочетания различных видов сеток.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена за счет бюджетного финансирования в рамках государственного задания по теме 0030-2019-0014.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Joannopoulos J.D., Johnson S.G., Winn J.N., Meade R.D. Photonic Crystals: Molding the Flow of Light. Princeton, NJ: Princeton Univ. Press, 2008.
2. Sakoda K. Optical Properties of Photonic Crystals. Berlin: Springer-Verlag, 2005.
3. Rahmat-Samii Y., Mosallaei H. 11th Intern. Conf. on Antennas and Propagation, Manchester, April 2001. P. 560.
4. Банков С.Е. Электромагнитные кристаллы. М.: Физматлит, 2010.
5. Gonzalo R., Ederra I., Martínez B., De Maagt P. // Electron. Lett. 2005. V. 41. № 7. P. 421.
6. Abdo Y.S.E., Chaharmir M.R., Shaker J., Antar Y.M.M. // IEEE Antennas and Wireless Propagation Lett. 2010. V. 9. P. 167.
7. Abdo Y.S.E., Chaharmir M.R., Shaker J., Antar Y.M.M. // IEEE Antennas and Wireless Propagation Lett. 2010. V. 9. P. 1002.
8. Abdo Y.S.E., Chaharmir M.R., Shaker J., Antar Y.M.M. 2010 14th Int. Symp. on Antenna Technology and Applied Electromagnetics and the American Electromagnetics Conf., ANTEM/AMEREM 2010, 5–8 Jul, 2010. Ottawa, ON, Canada. P. 1.
9. Grine F., Djerfati T., Benhabiles M.T., Riabi M.L. 2019 IEEE Radio and Wireless Symposium (RWS). Orlando (FL) USA. 20–23 Jan. 2019. P. 214.
10. Ceccuzzi S., Pajewski L., Ponti C., Schettini G. 2013 IEEE MTT-S Intern. Microwave Symp. Digest (MTT). Seattle (WA) USA. 2–7 June. 2013. P. 1.
11. Банков С.Е., Калиничев В.И. Фролова Е.В. // РЭ. 2020. Т. 65. № 9. С. 852.
12. Банков С.Е., Калиничев В.И. Фролова Е.В. // РЭ. 2020. Т. 65. № 10. С. 951.

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 537.874.6;621.371.33

СВОЙСТВА ДИФРАКЦИОННЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ В ЗАДАЧЕ ДИФРАКЦИИ НА ТРЕХМЕРНОМ ПЛОСКОМ МНОГОУГОЛЬНИКЕ. Ч. 1. ОСНОВЫ МЕТОДА БАЗОВЫХ КОМПОНЕНТОВ

© 2020 г. М. В. Весник*

*Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
ул. Моховая, 11, стр.7, Москва, 125009 Российская Федерация*

**E-mail: vesnik@cplire.ru*

Поступила в редакцию 29.07.2019 г.

После доработки 29.07.2019 г.

Принята к публикации 02.09.2019 г.

Изложены основы метода базовых компонентов — нового метода получения эвристических аналитических формул, описывающих решения задач дифракции электромагнитных волн. На основе двух математически строгих двумерного и трехмерного решений простейших задач теории дифракции получен ряд базовых компонентов — имеющих четкий физический смысл составляющих строгих решений. Показана связь между двумерным и трехмерным сингулярными дифракционными коэффициентами.

DOI: 10.31857/S0033849420110194

ВВЕДЕНИЕ

В последнее время наблюдается рост интереса к практическим задачам, связанным с решением задач дифракции электромагнитных волн на объектах в форме многоугольников и многогранников. Среди таких задач можно упомянуть создание и обнаружение воздушных, наземных и надводных объектов с малой радиолокационной заметностью, ряд проблем (в том числе задачи связи, навигации или обнаружения), связанные с распространением радиоволн в среде городской застройки, и т.п.

В связи с развитием компьютерной техники и численных методов, при решении практических задач, связанных с применением теории дифракции, применяют в основном численные расчеты. Для решения практических инженерных задач нужно иметь быстродействующий вычислитель дифракции электромагнитных волн. В качестве такого вычислителя можно применять как специально созданное программное обеспечение, так и различные коммерческие пакеты программ, так называемые симуляторы, которые получили широкое распространение, причем не только в области электродинамики. Важнейшими параметрами вычислителя при решении практической задачи являются его точность и быстродействие.

Компьютерная техника и численные методы развиваются быстрыми темпами. Тем не менее, решать строгую электродинамическую задачу можно лишь на объектах относительно небольшого разме-

ра. Так, расчет дифракции электромагнитной волны на плоском идеально проводящем квадрате со стороной электрического размера стороны $ka = 60$ ($a \sim 10\lambda$) методом моментов на компьютере с тактовой частотой 3.7 ГГц и оперативной памятью 96 ГБ занимает около 25 мин. С учетом того, что размер объектов в реальных практических задачах существенно превышает 10λ , повышение быстродействия вычислителя становится весьма актуальным.

Таким образом, в некоторых случаях применение вычислителей имеет свои недостатки. К таким случаям относятся: большой размер исследуемых объектов, малое быстродействие вычислителя или трудности физической интерпретации полученных результатов. Для устранения этих недостатков можно вместо численных решений применять аналитические формулы.

Строгих аналитических решений очень мало. Они, главным образом, основаны на методе разделения переменных, который можно реализовать лишь в ограниченном наборе систем координат. Соответствующие решения могут иметь очень сложную форму и не иметь преимуществ перед численными методами.

Помочь преодолеть все эти трудности могут эвристические аналитические подходы, основанные на знании физических особенностей процесса дифракции.

1. ИЗВЕСТНЫЕ ЭВРИСТИЧЕСКИЕ ПОДХОДЫ

Эвристические подходы, в отличие от строгих подходов, основаны на физических представлениях о процессе дифракции. Метод геометрической оптики (ГО) [1–4] состоит в том, что рассеянное поле находят в виде совокупности лучей первичного поля, направление распространения которых было изменено рассеивателем (т.е., например, зеркально отраженных или отсутствующих в направлении “прямо вперед” — так называемого “теневого столбика”). Метод физической оптики (ФО) [5] основан на применении интеграла Кирхгофа. Рассеянное поле находят при помощи интеграла по поверхности рассеивателя от поля ГО, при этом считают, что возмущения поля вблизи кромок не происходит. Эти подходы (ГО и ФО) дают решение во всех случаях, однако оно является точным лишь в некоторых практических задачах, когда точка наблюдения находится в окрестности границы “свет–тень”. К таким задачам относятся, например, рассеяние на объектах округлой формы в направлении точек зеркального отражения, нахождение диаграммы направленности зеркальных антенн в окрестности главного лепестка и рассеяние на угловом отражателе.

Метод ФО правильно описывает структуру поля. Рассеяние от кромок идет вдоль дифракционных конусов, при этом направление на точку наблюдения составляет такой же угол с кромкой, что и направление на источник [1, 2]. Вблизи от границ “свет–тень” метод ФО дает правильную амплитуду. Вдали от окрестности границ “свет–тень” амплитуда поля ФО нуждается в уточнении. Решение ФО можно описать при помощи “равномерного” краевого тока [5].

Метод геометрической теории дифракции (ГТД) находит рассеянное поле в виде совокупности лучей, образованных при взаимодействии первичного поля с поверхностями и кромками рассеивателя. При этом учитывают возмущение поля в окрестности кромок.

Метод краевых волн (МКВ) состоит в коррекции решения ФО при помощи добавления к “равномерной” части поля дополнительной “неравномерной” части, характеризующей возмущение поля кромкой [5].

Подходы ГТД и МКВ используют строгое решение двумерной задачи рассеяния на кромке бесконечной длины с целью учета возмущения поля кромкой в трехмерной задаче. При этом возмущение поля считается одинаковым по всей длине кромки, таким образом, учет дополнительного возмущения поля в окрестности концов трехмерной кромки отсутствует. Это обстоятельство является заложенной методической погрешностью ГТД и МКВ.

Метод краевых волн иногда называют еще физической теорией дифракции (ФТД). Этот термин можно использовать и в расширенном толковании, применяя его ко всем эвристическим подходам: ГО, ФО, ГТД, ФТД и другим, основанным на интуиции и физических представлениях о процессе дифракции. Мы будем применять термин ФТД в расширенном толковании.

2. МЕТОД БАЗОВЫХ КОМПОНЕНТОВ

Очевидно, что самые ценные и надежные формулы — строгие аналитические. К сожалению, их очень немного, поскольку они описывают решения задач дифракции на рассеивателях, поверхность которых соответствует каноническим ортогональным системам координат, а таких систем существует ограниченное число. Для получения строгих формул может потребоваться значительное время, которое бывает трудно спрогнозировать. Кроме того, строгие аналитические формулы могут иметь очень сложный вид и, например, представлять собой плохо сходящиеся бесконечные ряды по специальным функциям. Применение таких аналитических формул может само по себе представлять определенные трудности и не давать выигрыша по сравнению с численными решениями.

Описанные проблемы приводят к тому, что для построения новых решений задач дифракции на рассеивателях сложной формы применяют эвристические методы, такие, как уже упомянутые выше ГТД и МКВ, основанные на уточнении трехмерного решения ФО при помощи двумерного решения на бесконечной кромке.

Можно действовать и более сложным способом. Существующие аналитические формулы для задач дифракции, сформулированных в простейшей постановке, разбивают на составляющие с ясным физическим смыслом (базовые компоненты). Затем из этих компонентов строят эвристические решения новых задач с более сложной геометрией и граничными условиями, для которых не существует строгих аналитических решений. Подвергая эти эвристические решения процессам верификации и настройки при помощи различных численных решений, можно получать новые базовые компоненты. В результате получим расширенный набор базовых компонентов, при помощи которых можно строить относительно простые по форме аналитические решения, точность которых задана заранее в соответствии с требованиями практической задачи. Описанная последовательность действий лежит в основе метода базовых компонентов (МБК) [6].

Отличие МБК от других эвристических методов, таких как ГТД и МКВ — осуществление процедуры “настройки”. Из этого отличия вытекают

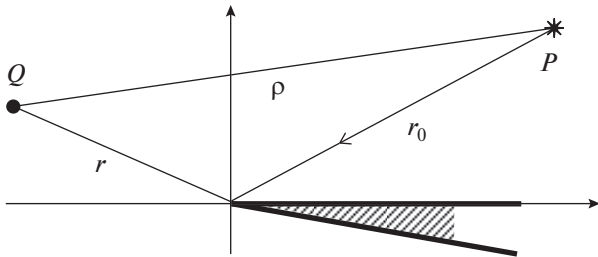


Рис. 1. Схема падения волны точечного источника на клин в двумерной задаче.

все недостатки и преимущества МБК. Недостаток — необходимость проведения дополнительных работ (как численных, так и аналитических). Преимущество — увеличение точности, расширение области применимости эвристических подходов (расширение допустимой области значений параметров, уточнение решения, получение автономных формул, проведение физической интерпретации). Процедура настройки позволяет проводить тонкий физический анализ. При помощи верификационного решения можно последовательно отсеивать особенности, которые описываются известными базовыми компонентами, и обнаруживать новые физические характеристики процесса дифракции.

В данной работе мы рассмотрим две простейшие постановки задач, для которых известны аналитические решения. Это двумерная задача дифракции на идеально проводящем клине [5–7] и трехмерная задача дифракции на идеально проводящем плоском многоугольнике в приближении физической оптики и при выполнении условия дальней зоны [6–8].

3. РЕШЕНИЕ ДВУМЕРНОЙ ЗАДАЧИ ДИФРАКЦИИ НА ПОЛУБЕСКОНЕЧНОМ РАССЕЙВАТЕЛЕ

Выделим из строгой математической формулы сингулярные дифракционные коэффициенты. Для этого рассмотрим интегральное представление $v(\psi)$, при помощи которого можно найти рассеянное поле на полубесконечном рассеивателе [6, 7]. Для случая дифракции электромагнитной волны на клине с внешним углом раствора πl :

$$v(\psi) \cong \sum_{m=1,2} \frac{P(w_{sm})}{\sqrt{2\pi i k} \frac{r r_0}{r + r_0} \cos \frac{\pi}{n} - \cos \frac{\psi}{n}} \times \frac{\frac{i}{n} \sin \frac{\pi}{n}}{\exp[iS(w_{sm}) - iS(\psi)]} \int_{\sqrt{S(w_{sm}) - S(\psi)}}^{\sqrt{S(w_{sm}) - S(\psi)}} \exp(iq^2) dq. \quad (1)$$

Здесь (r_0, φ_0) и (r, φ) — координаты источника и точки наблюдения соответственно, $P(w_{sm})$ — поле источника в седловой точке w_{sm} . С геометрической точки зрения седловая точка соответствует ситуации, когда кромка находится на линии, соединяющей точку наблюдения с источником. Значения $m = 1, 2$ соответствуют границам тени падающего или отраженного поля. Входящие в формулу (1) эйконал $S(\psi)$ и эйконал в седловой точке $S(w_{sm})$ равны:

$$S(w_{sm}) = k(r + r_0), \quad S(\psi) = k\rho = k\sqrt{(r + r_0)^2 - 2rr_0[1 + \cos \psi]}, \quad \psi = \varphi \mp \varphi_0. \quad (2)$$

Центр координат совпадает с вершиной клина. Область, внешняя по отношению к клину, занимает пространство углов $0 < \varphi < \pi l$. Геометрия задачи дифракции на клине приведена на рис. 1. Источник обозначен буквой P , точка наблюдения — буквой Q .

Для определения рассеянного поля $V(\varphi)$ в случае TH - или TE -поляризованной электромагнитной волны применяем выражения:

$$V(\varphi) = v(\varphi - \varphi_0) - v(\varphi + \varphi_0) \quad (TH), \\ V(\varphi) = v(\varphi - \varphi_0) + v(\varphi + \varphi_0) \quad (TE). \quad (3)$$

Решение задачи дифракции на полубесконечном рассеивателе с формой кромки, более сложной, чем клин, приведено в [7].

Рассмотрим интегральное представление задачи дифракции на клине в случае двух седловых точек (1). Каждое из двух слагаемых (стоящих под знаком суммы) в правой части выражения (1) состоит из четырех сомножителей.

Первый множитель

$$\frac{\sqrt{i} P(w_{sm})}{\sqrt{2\pi k} \frac{r r_0}{r + r_0}} \quad (4)$$

не зависит от угловой переменной и представляет собой произведение значения поля в седловой точке (т.е. на границе тени) на фактор, определяющий зависимость решения от расстояний до источника и точки наблюдения.

Второй множитель

$$\frac{\frac{1}{n} \sin \frac{\pi}{n}}{\cos \frac{\pi}{n} - \cos \frac{\psi}{n}} \quad (5)$$

представляет собой половину дифракционного коэффициента. Полный дифракционный коэффициент для определенного вида поляризации

получится, если сложить или вычесть значения этого сомножителя в точке наблюдения:

$$\frac{\sin \frac{\pi}{n}}{n} \left(\frac{1}{\cos \frac{\pi}{n} - \cos \frac{\varphi - \varphi_0}{n}} \pm \frac{1}{\cos \frac{\pi}{n} - \cos \frac{\varphi + \varphi_0}{n}} \right). \quad (6)$$

Произведение третьего и четвертого множителей

$$\frac{2i\sqrt{S(w_{sm}) - S(\psi)}}{\exp[iS(w_{sm}) - iS(\psi)]} \int_{\sqrt{S(w_{sm}) - S(\psi)}}^{\sqrt{S(w_{sm}) - S(\psi)}} \exp(iq^2) dq \quad (7)$$

представляет собой частное от деления интеграла Френеля на свою асимптотику и характеризует зависимость поля от углового расстояния до границы тени. Вдали от границы “свет–тень” модуль этого произведения близок к 1. На границе “свет–тень” этот множитель равен нулю и компенсирует сингулярность половины дифракционного коэффициента (5). Эта компенсация приводит к тому, что на границе “свет–тень” у полубесконечного рассеивателя поле равно 1/2 от поля геометрической оптики.

При возбуждении плоской волной $r_0 \rightarrow \infty$, $P(w_{sm}) = \exp(ikr)$, и тогда вдали от границы “свет–тень” (когда модуль произведения (7) близок к единице) из (1) получим:

$$\begin{pmatrix} E_z \\ E_\varphi \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{i}{2\pi}} \frac{\exp(ikr)}{\sqrt{kr}} \begin{pmatrix} f \\ g \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Здесь f и g – сингулярные дифракционные коэффициенты строгого решения для клина (1) в случае TH - и TE -волны соответственно. Для полуплоскости $n = 2$, и тогда:

$$\begin{aligned} f(\varphi, \varphi_0) &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{-\cos \frac{\varphi - \varphi_0}{2}} - \frac{1}{-\cos \frac{\varphi + \varphi_0}{2}} \right) (TH), \\ g(\varphi, \varphi_0) &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{-\cos \frac{\varphi - \varphi_0}{2}} + \frac{1}{-\cos \frac{\varphi + \varphi_0}{2}} \right) (TE). \end{aligned} \quad (9)$$

Данная формула, описывающая поле рассеяния полуплоскости вдали от границы “свет–тень” имеет, как и двумерное физоптическое решение, сингулярности на этой границе.

Геометрия для случая нормального падения волны с T -поляризованным вектором $\vec{E}$ или $\vec{H}$ на кромку полуплоскости в локальных координатах, связанных с этой кромкой, показана на рис. 2.

Аналогичные выражениям (9) сингулярные дифракционные коэффициенты f^0 и g^0 для TH - и TE -волны соответственно можно получить вдали от границы “свет–тень”, решая задачу дифрак-

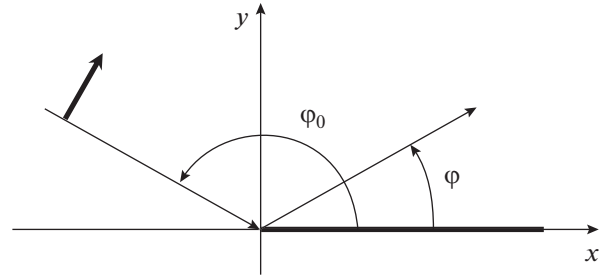


Рис. 2. T – вектор падающей волны (TE или TH) и углы φ и φ_0 в локальных координатах, связанных с кромкой, расположенной вдоль оси z .

ции на полуплоскости в приближении физической оптики [5]:

$$\begin{aligned} f^0(\varphi, \varphi_0) &= \frac{1}{2} \left(\frac{\sin \frac{\varphi - \varphi_0}{2}}{-\cos \frac{\varphi - \varphi_0}{2}} - \frac{\sin \frac{\varphi + \varphi_0}{2}}{-\cos \frac{\varphi + \varphi_0}{2}} \right) (TH), \\ g^0(\varphi, \varphi_0) &= \frac{1}{2} \left(\frac{\sin \frac{\varphi - \varphi_0}{2}}{-\cos \frac{\varphi - \varphi_0}{2}} + \frac{\sin \frac{\varphi + \varphi_0}{2}}{-\cos \frac{\varphi + \varphi_0}{2}} \right) (TE). \end{aligned} \quad (10)$$

Общее соотношение между строгим решением двумерной задачи (1) и физоптическим соответствует формуле из [1], устанавливающей, что двумерное решение в приближении физической оптики $v^0(r, \psi)$ для рассеянного поля, непрерывного на двулистной римановой поверхности, имеет вид, с точностью до множителя $\sin(\psi/2)$ совпадающий со строгим решением $v(r, \psi)$ (1):

$$v^0(r, \psi) = \sin \frac{\psi}{2} v(r, \psi), \quad \text{где } \psi = \varphi \mp \varphi_0. \quad (11)$$

Выражение (11), справедливое во всей области углов, в том числе и вблизи границы “свет–тень”, отражает соотношение между сингулярными дифракционными коэффициентами (9) строгого двумерного решения и сингулярными физоптическими дифракционными коэффициентами (10) в случае дифракции на полуплоскости.

Что касается трехмерного случая, то для него строгого решения не существует, поэтому непосредственно проверить соотношение, аналогичное (11), невозможно. Однако можно предположить, что для отдельных кромок соотношение (11) сохранится и в трехмерном случае. Именно это предположение мы будем использовать при построении эвристического решения.

4. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ДИФРАКЦИИ

Пусть в безграничном пространстве существует электромагнитное поле $\vec{E}^{(i)}$, $\vec{H}^{(i)}$, удовлетворяющее волновому уравнению Гельмгольца. Внесем в это поле рассеиватель. Возмущение, вносимое

рассеивателем в первичное электромагнитное поле, можно выразить при помощи поверхностных токов на рассеивателе. В случае дифракции электромагнитной волны на теле конечных размеров решение для комплексных амплитуд векторов электрического и магнитного полей рассеянного поля можно записать через векторные потенциалы [9]:

$$\begin{aligned}\bar{A}^e(\bar{R}) &= \frac{1}{c} \iint_S \frac{\exp(ikr)}{r} \bar{j}^e ds, \\ \bar{A}^m(\bar{R}) &= \frac{1}{c} \iint_S \frac{\exp(ikr)}{r} \bar{j}^m ds.\end{aligned}\quad (12)$$

Здесь $\bar{A}^e$ и $\bar{A}^m$ — электрический и магнитный векторные потенциалы; $\bar{j}^e$ и $\bar{j}^m$ — и электрический и магнитный поверхностные токи; S — поверхность рассеивателя; $r = |\bar{R} - \bar{\rho}|$ — расстояние от точки рассеивающей поверхности с радиус-вектором $\bar{\rho} = (\xi, \eta, \zeta)$ до точки наблюдения с радиус-вектором $\bar{R} = \bar{n}'' R = (n_x'' R, n_y'' R, n_z'' R)$; $\bar{n}''$ — единичный вектор направления на приемник; R — расстояние от центра координат до приемника; $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число; c — скорость света; i — мнимая единица. Зависимость от времени выбрана в виде $\exp(-i\omega t)$.

Для поля на произвольной поверхности, охватывающей рассеиватель, электрический и магнитный поверхностные токи $\bar{j}^e$ и $\bar{j}^m$ выражаются через фактические значения $\bar{E}^0$ и $\bar{H}^0$ полей на поверхности рассеивателя [9]:

$$\bar{j}^e = \frac{c}{4\pi} [\bar{n} \times \bar{H}^0], \quad \bar{j}^m = -\frac{c}{4\pi} [\bar{n} \times \bar{E}^0], \quad (13)$$

здесь нормаль $\bar{n}$ к поверхности S направлена в сторону области, занятой полем.

Если пренебречь возмущением поля на краях рассеивателя и подставить в (13) вместо $\bar{E}^0$ и $\bar{H}^0$ поля $\bar{E}^{(i)}$, $\bar{H}^{(i)}$, падающие на поверхность, то получим поверхностные токи идеально проводящего рассеивателя в приближении физической оптики.

5. УСЛОВИЕ ДАЛЬНОЙ ЗОНЫ

Для тела конечных размеров в случае выполнения условия дальней зоны

$$r \geq 2D^2/\lambda, \quad (14)$$

где r — расстояние от точки на рассеивателе до точки наблюдения, D — характерный размер объекта (например, максимальный поперечный размер), λ — длина волны, имеет место равенство

$$r \cong R - (\bar{n}'', \bar{\rho}). \quad (15)$$

Здесь R — расстояние от центра координат до точки наблюдения, $\bar{n}''$ — направляющий вектор рассеянной волны, $\bar{\rho}$ — радиус-вектор точки на рассеивателе.

Физический смысл условия дальней зоны (14) заключается в том, что все точки рассеивателя видны из расположенной в дальней зоне точки наблюдения под близкими углами. Это означает, что при удалении от рассеивателя его угловые размеры стремятся к нулю, и он визуально стягивается в точку.

Очевидно, что в случае удаления точки наблюдения от полубесконечного рассеивателя условие дальней зоны (14) не будет выполняться ни на каком расстоянии от рассеивателя. Тем не менее, формулы, полученные с использованием условия дальней зоны, нужны, поскольку на их основе строят эвристические решения. Поэтому мы будем формально применять соотношение (15) даже к полубесконечным рассеивателям, называя такой подход “навязанным” условием дальней зоны.

При выполнении соотношения (15) многие дифракционные формулы упрощаются, вектора электрического и магнитного полей $\bar{E}$, $\bar{H}$ в сферических координатах (r, φ, ϑ) связаны с электрическим и магнитным векторными потенциалами $\bar{A}^e$, $\bar{A}^m$ соотношениями

$$\begin{aligned}E_\vartheta &= H_\varphi = ik(A_\vartheta^e + A_\varphi^m), \\ E_\varphi &= -H_\vartheta = ik(A_\varphi^e - A_\vartheta^m), \quad E_r = H_r = 0,\end{aligned}\quad (16)$$

а интегралы (12) для векторного потенциала A в точке наблюдения могут быть сведены к ряду скалярных соотношений типа

$$A \cong \frac{1}{c} \frac{\exp(ikR)}{R} \iint_S j \exp\{-ik(\bar{n}'', \bar{\rho})\} ds. \quad (17)$$

На поверхности идеально проводящего рассеивателя в соответствии с методом зеркальных токов [9] вместо (13) имеет место:

$$\bar{j}^e = \frac{c}{2\pi} [\bar{n} \times \bar{H}^0], \quad \bar{j}^m = 0. \quad (18)$$

Таким образом, в приближении физической оптики, с учетом (18), при возбуждении плоского рассеивателя плоской электромагнитной волной векторные потенциалы $\bar{A}^e$, $\bar{A}^m$ зависят от полей $\bar{E}_R^0$, $\bar{H}_R^0$ в начале координат на поверхности рассеивателя:

$$\begin{aligned}\bar{A}^e &\cong \frac{1}{2\pi} \frac{\exp\{ikR\}}{R} [\bar{n} \times \bar{H}_R^0] I, \\ I &= \iint_S \exp\{ik(\bar{\Delta}, \bar{\rho})\} ds,\end{aligned}\quad (19)$$

где введен вспомогательный вектор $\vec{\Delta} = (\vec{n}' - \vec{n}'') - \vec{n}[(\vec{n}' - \vec{n}''), \vec{n}]$, $\vec{n}'$ — направляющий вектор падающей волны, $\vec{n}$ — нормаль к поверхности рассеивателя S .

6. ДИФРАКЦИЯ НА ПОЛУПЛОСКОСТИ С “НАВЯЗАННЫМ” УСЛОВИЕМ ДАЛЬНЕЙ ЗОНЫ

Пусть на идеально проводящую полуплоскость, кромка которой расположена вдоль оси z , падает плоская волна [2]:

$$U_1 = \exp(-ikS_1) = \exp[-ik(x \cos \alpha_1 \cos \beta_1 + y \sin \alpha_1 \cos \beta_1 + z \sin \beta_1)]. \quad (20)$$

Выделим вектора Т-поляризаций: вектора $\vec{t}$, перпендикулярные кромке и направляющим векторам падающего и рассеянного поля $\vec{n}'$ или $\vec{n}''$ и вектора $\vec{p}$, перпендикулярные как векторам $\vec{t}$, так и направляющим векторам $\vec{n}'$ или $\vec{n}''$. Для этих векторов в случае падающего (индекс i) и рассеянного (индекс s) поля имеет смысл ввести новые обозначения: $\vec{t}_i$, $\vec{p}_i$, $\vec{t}_s$ и $\vec{p}_s$. В координатах [2] эти вектора равны:

$$\begin{aligned} \vec{t}_i &= (\sin \alpha_1, -\cos \alpha_1, 0), \\ \vec{p}_i &= (-\cos \alpha_1 \sin \beta_1, -\sin \alpha_1 \sin \beta_1, \cos \beta_1), \\ \vec{t}_s &= (-\sin \theta_1, \cos \theta_1, 0), \\ \vec{p}_s &= (\sin \beta_1 \cos \theta_1, \sin \beta_1 \sin \theta_1, \cos \beta_1). \end{aligned} \quad (21)$$

Индекс “1” означает, что углы α_1 , β_1 и θ_1 связаны уже не с глобальными координатами, как α , β и θ в [2], а с локальными координатами кромки. Геометрия задачи из [2] приведена на рис. 3.

В случае двух поляризаций получаем соответственно две плоские волны

$$\left. \begin{aligned} \vec{E} &= \vec{p}_i \cos \beta_1 U_1 \\ \vec{H} &= -\vec{t}_i \cos \beta_1 U_1 \end{aligned} \right\} (TH\text{-поляризация}), \quad (22)$$

$$\left. \begin{aligned} \vec{E} &= \vec{t}_i \cos \beta_1 U_1 \\ \vec{H} &= \vec{p}_i \cos \beta_1 U_1 \end{aligned} \right\} (TE\text{-поляризация}).$$

Полученные выражения представляют собой форму записи формул из работы [2]. Там же получены выражения для рассеянного поля. Однако, эти выражения мы не переписываем, а существенно упростим, применив “навязанное” условие дальней зоны (15).

Решение для рассеянного поля из работы [2] зависит от функции $G(a)$. Функция $G(a)$ определяется следующим образом

$$G(a) = \exp(-ia^2) F(a), \quad F(a) = \int_a^\infty \exp(i\mu^2) d\mu. \quad (23)$$

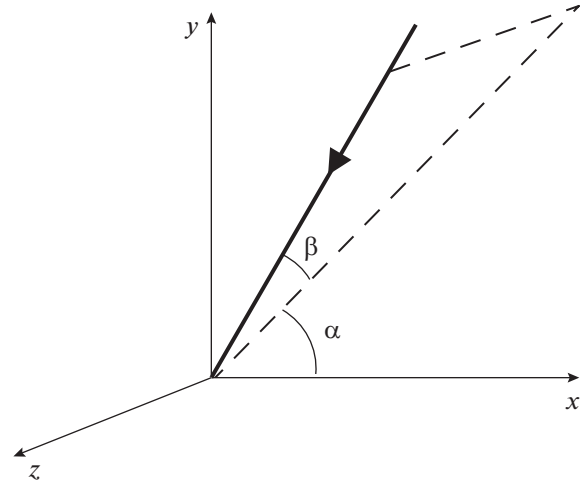


Рис. 3. Геометрия задачи из [2].

При $a \rightarrow \infty$ справедлива асимптотика

$$G(a) \cong -(2ia)^{-1} + (4a^3)^{-1}. \quad (24)$$

Кроме того, имеет место асимптотика для производной

$$\begin{aligned} \frac{dG(a)}{da} &= -1 - 2iaG(a) \cong \\ &\cong -1 - 2ia \left(\frac{-1}{2ia} + \frac{1}{4a^3} \right) = \frac{-i}{2a^2} = \frac{1}{2ia^2}. \end{aligned} \quad (25)$$

Заметим, что по модулю величина производной (25) меньше, чем $G(a) \cong -(2ia)^{-1}$ при больших значениях аргумента a .

Подстановка асимптотик (24) и (25) вместо строгих формул (23) с физической точки зрения соответствует “навязыванию” условия дальней зоны и применению соотношения (15) в задаче дифракции на полубесконечном рассеивателе.

Если подставить (24) и (25) в формулы из [2], выражения для рассеянного поля принимают простую форму, очень похожую на выражения для падающего поля:

$$\left. \begin{aligned} \vec{E} &= \vec{p}_s \cos \beta_1 U_{TH\beta} \\ \vec{H} &= -\vec{t}_s \cos \beta_1 U_{TH\beta} \end{aligned} \right\} (TH\text{-поляризация}), \quad (26)$$

$$\left. \begin{aligned} \vec{E} &= \vec{t}_s \cos \beta_1 U_{TE\beta} \\ \vec{H} &= \vec{p}_s \cos \beta_1 U_{TE\beta} \end{aligned} \right\} (TE\text{-поляризация}).$$

Строгие f , g и физоптические f^0 , g^0 двумерные векторные коэффициенты для полуплоскости определяются выражениями (9), (10) [5] (соответствие углов между [5] и [2]: $\varphi_0 \leftrightarrow \alpha_1$, $\varphi \leftrightarrow \theta_1$) [7, 10].

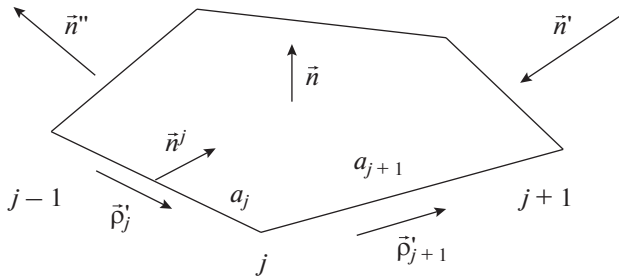


Рис. 4. Падение электромагнитной волны на плоский многоугольник.

Для наклонного падения (упрощая решение [2]) получим в дальней зоне:

$$U_{TH\beta} = (\cos \beta_1)^{-1} U_{TH0}(k \cos \beta_1) \exp(-ikz \sin \beta_1), \quad (27)$$

$$U_{TE\beta} = (\cos \beta_1)^{-1} U_{TE0}(k \cos \beta_1) \exp(-ikz \sin \beta_1).$$

Здесь $U_{TH\beta}$ и $U_{TE\beta}$ — решения для наклонного падения, U_{TH0} и U_{TE0} — решения для нормального падения (при $\beta_1 = 0$) [2]:

$$U_{TH0} = E_z = (\pi i)^{-1/2} \exp(ikr) \{G(u_1) - G(v_1)\}, \quad (28)$$

$$U_{TE0} = H_z = (\pi i)^{-1/2} \exp(ikr) \{G(u_1) + G(v_1)\},$$

$$\text{где } u_1 = -\sqrt{2kr} \cos \frac{\theta_1 - \alpha_1}{2}, \quad v_1 = -\sqrt{2kr} \cos \frac{\theta_1 + \alpha_1}{2}.$$

Сравнивая между собой формулы (22) и (26), обратим внимание на симметрию и ясность, с которой они описывают явление дифракции. Все компоненты рассеянного поля для случая наклонного падения на кромку (26) можно получить, просто заменив в выражениях (22) для падающего поля угол падения α_1 на угол рассеяния θ_1 , а функцию U_1 на функцию $U_{TH\beta}$ или $U_{TE\beta}$ в зависимости от того, какая именно составляющая падающего поля является T -поляризованной.

Из формул (21), (26) следует, что в строгом двумерном решении T -поляризации падающей волны (22) сохраняются для всех углов наклонного падения. Для физоптики это не так, происходит взаимное “подмешивание” поляризацій. В этом заключается принципиальное отличие между строгим решением и физоптическим.

Для трехмерного случая строгие выражения будут отличаться от физоптики лишь поляризационными компонентами, которые мы возьмем из (26) на “условной кромке” и на которые заменим векторную составляющую физоптики. Угол положения условной кромки $\gamma/2$ [7, 10] войдет во все формулы для векторной составляющей решения.

Для случая наклонного падения поляризации строгого и физоптического решения складываются по-разному. T -поляризация строгого решения остается неизменной для всех углов наклонного падения и точек наблюдения расположенных на

дифракционном конусе. В то же время, T -поляризация физоптического решения “подмешивается” в другую поляризацию. Поэтому для получения эвристического решения мы на полоске интегрирования заменяем обе поляризации сразу, а не по отдельности (т.е. заменяем всю векторную составляющую решения, которая характеризуется дифракционными коэффициентами).

7. ЛИНЕЙНЫЙ ИНТЕГРАЛ I В ПРИБЛИЖЕНИИ ФИЗИЧЕСКОЙ ОПТИКИ

Рассмотрим в приближении физической оптики плоский идеально проводящий многоугольник конечных размеров, на который падает плоская электромагнитная волна (рис. 4).

На рис. 4 использованы следующие обозначения: $\vec{n}^j$ — вектор единичной внутренней нормали к контуру C , окружающему рассеиватель, $\vec{\rho}^*$ — единичный вектор, касательный к контуру, N — количество сторон и вершин многоугольника, вектора $\vec{n}'$, $\vec{n}''$ и $\vec{n}$ были определены ранее.

Решение задачи дифракции в приближении физической оптики при выполнении условия дальней зоны (14), (15) будем искать при помощи формул (16) и (19), из которых следует, что рассеянное поле определяется видом поверхностного интеграла I .

Применяя теорему Стокса, можно свести поверхностный интеграл I к интегралу по кромке:

$$I = \iint_S \exp\{ik(\vec{\Delta}, \vec{\rho})\} ds = \iint_S \exp\{i\Phi\} ds = \quad (29)$$

$$= \frac{i}{k|\vec{\Delta}|^2} \oint_C (\vec{\Delta}, \vec{n}^j) \exp\{ik(\vec{\Delta}, \vec{\rho})\} dt,$$

где $\Phi = k(\vec{\Delta}, \vec{\rho})$ — функция фазы, $\vec{n}^j$ — единичная внутренняя нормаль к контуру C , окружающему рассеиватель, $\vec{\rho}^*$ — единичный вектор, касательный к контуру, t — координата, отсчитываемая вдоль контура. Если контур представляет собой многоугольник с N сторонами, тогда:

$$I = \sum_{j=1}^N I_j, \quad I_j = \frac{ia_j(\vec{\Delta}, \vec{n}^j) \sin[(\Phi_j - \Phi_{j-1})/2]}{k|\vec{\Delta}|^2 (\Phi_j - \Phi_{j-1})/2} \times \quad (30)$$

$$\times \exp\{i(\Phi_j + \Phi_{j-1})/2\},$$

где I_j — вклад j -ой стороны, $\Phi_j = k(\vec{\Delta}, \vec{\rho}_j)$ — фаза сигнала j -ой вершины с направляющим вектором $\vec{\rho}_j$, a_j — длина j -ой стороны многоугольника (расположенной между $j-1$ -ой и j -ой вершинами).

Изменив порядок суммирования, можно записать сумму вкладов отдельных сторон (30) в виде суммы вкладов от отдельных вершин [7]:

$$I = \sum_{j=1}^N I_j = \sum_{j=1}^N I^j, \quad \text{где} \quad (31)$$

$$I^j = \frac{\exp\{i\Phi_j\}}{k^2 |\bar{\Delta}|^2} \left[\frac{(\bar{\Delta}, \bar{n}^j)}{(\bar{\Delta}, \bar{\rho}'_j)} - \frac{(\bar{\Delta}, \bar{n}^{j+1})}{(\bar{\Delta}, \bar{\rho}'_{j+1})} \right],$$

здесь I^j — рассеяние в приближении физической оптики от j -ой вершины (а именно — плоского углового сектора с прилегающими полубесконечными лучами, проиндексированными j и $j+1$).

Если точка наблюдения расположена на дифракционном конусе j -ой стороны, когда вектора $\bar{n}'$ и $\bar{n}''$ составляют одинаковый угол с кромкой, вследствие чего выполняется условие $(\bar{\Delta}, \bar{\rho}') = 0$, то:

$$I_j = \frac{ia_j \exp\{i\Phi_j\}}{k(\bar{\Delta}, \bar{n}^j)} = \frac{-ia_j \exp\{i\Phi_j\}}{k \sin \beta (\cos \varphi_0 + \cos \varphi)}, \quad (32)$$

где $(\varphi_0 + \pi)$ и φ — углы между проекциями направляющих векторов $\bar{n}'$ и $\bar{n}''$ на плоскость, перпендикулярную касательной к стороне $\bar{\rho}'$, и внутренней нормалью $\bar{n}^j$ к контуру S , β — угол между вектором $\bar{\rho}'$ и $\bar{n}'$ или $\bar{n}''$, причем каждый из этих векторов направлен вдоль образующей дифракционного конуса.

Отметим некоторые важные свойства интеграла I . Линейные интегралы I_j и I^j , имеющие размерность площади, составляют основу решения задачи дифракции при выполнении условия дальней зоны. Применение этих интегралов в приближении физической оптики дает строгое решение соответствующей задачи. При помощи интегралов I_j и I^j можно также строить решения в приближении метода эквивалентных контурных токов [7].

8. ПЕРЕХОД ОТ ТРЕХМЕРНОЙ КРОМКИ К ДВУМЕРНОЙ

Рассмотрим формулы (19) и (32) для случая нормального падения и рассеяния электромагнитной волны на отдельной (j -ой) стороне рассеивателя (идущей от вершины $j-1$ к вершине j). В случае нормального падения оба вектора $\bar{n}'$ и $\bar{n}''$ перпендикулярны кромке и расположены в плоскости, нормальной к стороне рассеивателя, а фаза Φ_j для всех точек j -ой стороны (в том числе — и в j -ой вершине) одинакова. Тогда для случая

идеально проводящего рассеивателя получим из (19), (32) [10]:

$$\begin{pmatrix} E_\varphi \\ E_\vartheta \end{pmatrix} = \frac{1}{2\pi} \frac{ka_j \exp(ikR_0)}{kR_0} \exp\{i\Phi_j\} \begin{pmatrix} f^0 \\ g^0 \end{pmatrix}, \quad (33)$$

здесь E_φ и E_ϑ — пространственные компоненты поля, k — волновое число, a_j — длина j -ой стороны рассеивателя, i — мнимая единица, R_0 — расстояние от центра рассеивателя до точки наблюдения.

Выражение (33) соответствует случаю трехмерной дифракции на стороне ограниченной длины a_j . Для перехода к двумерному случаю следует провести интегрирование по всей стороне от $-\infty$ до ∞ . При этом используем локальные цилиндрические координаты (r_j, φ_j, z_j) , связанные с j -ой кромкой. Координата z_j направлена вдоль кромки, координата r_j — перпендикулярно кромке. С учетом выражения для функции Ганкеля и его асимптотики:

$$\begin{aligned} \frac{a_j \exp(ikR)}{R} &\Rightarrow \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp\{ik\sqrt{r_j^2 + z_j^2}\}}{\sqrt{r_j^2 + z_j^2}} dz = \\ &= i\pi H_0^{(1)}(kr_j) \equiv \sqrt{2\pi i} \frac{\exp(ikr_j)}{\sqrt{kr_j}}. \end{aligned} \quad (34)$$

Здесь r_j — это расстояние от кромки до точки наблюдения в плоскости, перпендикулярной j -ой кромке. Переменная r_j — аналог r из двумерного пространства, рассматриваемого в [5]. В координатах, использованных в [5], для TH - и TE -поляризаций (когда H - или E -вектор перпендикулярен кромке) векторные произведения из (19) будут соответственно равны $\sin \varphi_0$ и $-\sin \varphi$. В результате из (19), (33) и (34) получаем предельный переход для j -ой кромки, устремив ее длину к ∞ :

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} E_\varphi \\ E_\vartheta \end{pmatrix} &= \frac{\sqrt{2\pi i} \exp(ikr_j)}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{kr_j}} \frac{1}{\cos \varphi + \cos \varphi_0} \times \\ &\times \begin{pmatrix} [\bar{n} \times \bar{H}_R^0]_\varphi \\ [\bar{n} \times \bar{H}_R^0]_\vartheta \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{i}{2\pi}} \frac{\exp(ikr_j)}{\sqrt{kr_j}} \begin{pmatrix} f^0 \\ g^0 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (35)$$

Здесь f^0 и g^0 — дифракционные коэффициенты в приближении физической оптики, введенные в [5]. Полученные выражения (35) в точности совпадают с результатом из [5]. Этот важный результат означает, что сингулярные физоптические дифракционные коэффициенты из двумерной задачи остаются точно такими же и в трехмерном случае. Другой важный результат состоит в том, что физоптические выражения (35) имеют точно такую же форму, как строгие выражения (8).

Формулу, аналогичную “трехмерному” выражению (33) и “двумерному” (35), можно получить еще одним способом. Для этого в приближении

физической оптики решают двумерную задачу дифракции на идеально проводящей полуплоскости, формально применив соотношение (15) (т.е. “навязав” условие дальней зоны). Нетрудно показать, что при этом:

$$\begin{pmatrix} E_z \\ E_\varphi \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{i}{2\pi}} \frac{\exp(ikr)}{\sqrt{kr}} \begin{pmatrix} f^0 \\ g^0 \end{pmatrix}, \quad (36)$$

где E_z и E_φ соответствуют случаям падения TH -или TE -поля, а f^0 и g^0 также определяются формулами (10).

В дальнейшем мы будем использовать установленные факты и полученные формулы при построении эвристических решений трехмерных задач.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Кроме строгих аналитических и численных методов, помимо эвристических аналитических подходов, существуют и другие методы построения решений задач дифракции. К ним относятся асимптотические методы, гибридные подходы, методы на основе использования заранее подготовленных баз данных, инженерные формулы и т.п. Они также имеют свои достоинства и недостатки, но в данной работе мы не проводим их анализ. Более детальное обсуждение отдельных подходов можно найти в [7, 11].

Метод базовых компонентов позволяет строить эвристические аналитические решения для широкого класса задач дифракции. В любой практической задаче можно определить необходимый набор компонентов МБК и с гарантией получить эти решения в запланированные сроки. Алгоритм получения эвристических аналитических формул МБК не зависит от способа получения верификационного решения. Поэтому решения эталонных задач, которые служат источником для получения базовых компонентов, можно брать из разных источников.

По сравнению с ГТД и ФТД МБК имеет большую точность, аналитические формулы МБК обладают автономностью, простотой и универсальностью [6]. По сравнению с численными методами МБК выигрывает в быстродействии, хотя результаты расчета по МБК менее надежны. Точность любого эвристического решения может быть и высокая, но для подтверждения этого нужна верификация. По сравнению с гибридными методами МБК дает аналитические выражения. Их можно применять, в том числе, при осуществлении перехода из частотной области во временную. Это важно при исследовании задач с применением импульсных и широкополосных сигналов.

Эвристические решения для случаев невыполнения условия дальней зоны и неидеальных граничных условий также могут быть получены при помощи МБК [6, 7].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хенл Х., Мауэ А., Вестпфаль К. Теория дифракции. М.: Мир, 1964.
2. Борн М., Вольф Э. Основы оптики, М.: Наука, 1973.
3. James G.L. Geometrical Theory of Diffraction for Electromagnetic Waves. L.: Peter Peregrinus Ltd., 1976.
4. Боровиков В.А., Кинбер Б.Е. Геометрическая теория дифракции. М.: Связь, 1978.
5. Уфимцев П.Я. Метод краевых волн в физической теории дифракции. М.: Сов. радио, 1962.
6. Весник М.В. // СМФН. 2016. Т. 6. С. 32.
7. Vesnik M.V. The Method of the Generalized Eikonal. New Approaches in the Diffraction Theory. Berlin: Walter de Gruyter GmbH, 2015.
8. Gordon W.B. // IEEE Trans. 1975. V. AP-23. № 7. P. 590.
9. Вайнштейн Л.А. Электромагнитные волны. М.: Радио и связь, 1988.
10. Весник М.В. // РЭ. 2011. Т. 56. № 5. С. 573.
11. Бабич В.М., Булдырев В.С. Асимптотические методы в задачах дифракции коротких волн. Метод эталонных задач. М.: Наука, 1972.

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 537.8.029.6

ЭКВИВАЛЕНТНЫЙ ПОВЕРХНОСТНЫЙ ИМПЕДАНС БЕСКОНЕЧНОЙ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ РЕШЕТКИ ЩЕЛЕВЫХ ИМПЕДАНСНЫХ НАГРУЗОК, ВЫПОЛНЕННЫХ НА ОСНОВЕ ПОЛОСТИ С ПОПЕРЕЧНЫМ СЕЧЕНИЕМ В ВИДЕ РАВНОСТОРОННЕГО ТРЕУГОЛЬНИКА, С ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ПОКРЫТИЕМ

© 2020 г. В. Г. Кошкидько^а, *, Э. С. Сердюк^а

^аИнститут радиотехнических систем и управления Южного федерального университета,
Некрасовский пер., 44, Таганрог, 347922 Российская Федерация

*E-mail: kvg59@mail.ru

Поступила в редакцию 22.12.2019 г.

После доработки 22.12.2019 г.

Принята к публикации 18.01.2020 г.

Рассмотрена двумерная задача определения эквивалентного поверхностного импеданса бесконечной решетки щелевых импедансных нагрузок со слоем диэлектрика. Каждый элемент решетки содержит три области: первая занимает все полупространство над границей раздела и первичное поле возбуждается в этой области плоской волной; вторая область не содержит возбуждающих источников и представляет собой слой диэлектрика; третья область также не содержит возбуждающих источников и ограничена стенками полости с поперечным сечением в виде равностороннего треугольника. Вторая и третья области связаны через одну или нескольких щелей в идеально проводящем экране, расположенном на их границе. В раскрытии каждой щели расположен полосковый проводник. Решение задачи проводилось методом интегральных уравнений, для численной реализации которого использовался метод Крылова–Боголюбова. Приведены численные результаты в виде зависимостей эквивалентного поверхностного импеданса от геометрических размеров конструкции при фиксированных значениях периода решетки, угла падения электромагнитной волны и толщины слоя диэлектрика. Проведен сравнительный анализ полученных зависимостей с характеристиками аналогичной решетки без диэлектрического слоя.

DOI: 10.31857/S0033849420110091

ВВЕДЕНИЕ

Проблема реализации реактивного поверхностного импеданса является актуальной при решении задач управления рассеянными полями проводящих тел в радиолокации [1–8], в антенной технике при создании антенн поверхностных волн и в задачах обеспечения развязки антенн [9–11], а также при разработке так называемых “текстурированных электромагнитных поверхностей” (textured electromagnetic surface) и “искусственных импедансных поверхностей” (artificial impedance surfaces) [12, 13].

В большинстве случаев, в качестве конструкции, реализующей реактивный поверхностный импеданс, используется, как правило, либо одиночные прямоугольные канавки, либо ребристые структуры на их основе. Кроме этого, для этой цели нашли применение щелевые импедансные нагрузки (ЩИН), построенные на основе отверстия

в идеально проводящем экране, нагруженного полостью.

В работах [14–43] исследованы характеристики различных конструкций ЩИН, позволяющих реализовать реактивный поверхностный импеданс, как в одиночном исполнении [14–28], так и в составе бесконечных решеток [29–43].

В работе [14] решена задача о возбуждении плоской волной одиночной ЩИН на основе полости с поперечным сечением в виде равностороннего треугольника, а в работах [37, 43] приведены результаты для такой конструкции в составе бесконечной решетки.

Для защиты подобных структур от воздействия внешней среды применяют диэлектрические покрытия — обтекатели. Поэтому в данной статье рассмотрено влияние диэлектрического слоя на характеристики этой же конструкции ЩИН в составе бесконечной решетки.

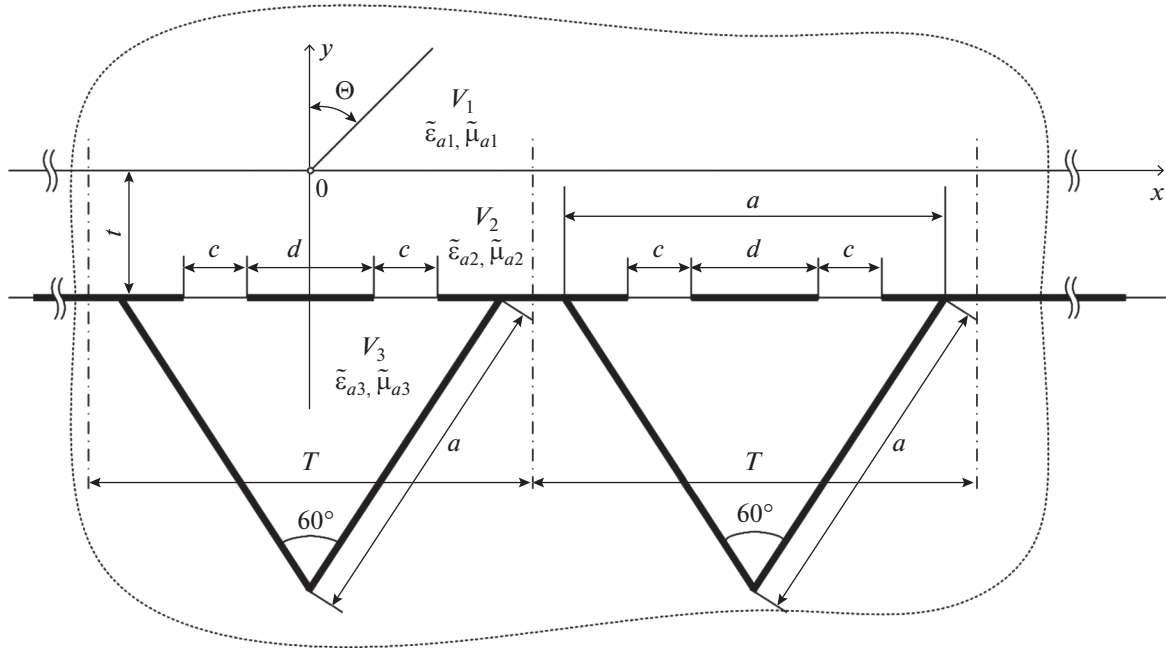


Рис. 1. К постановке задачи.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Имеется бесконечная периодическая решетка ЩИН со слоем диэлектрика (рис. 1), размещенных с периодом T . Каждый элемент решетки содержит три области — V_1 , V_2 и V_3 .

Область V_1 с параметрами $\tilde{\epsilon}_{a1}, \tilde{\mu}_{a1}$ занимает все полупространство над границей раздела, лежащей в плоскости xOz . Первичное поле возбуждается в области V_1 плоской волной, падающей под углом θ , отсчитываемым от нормали к плоскости xOz . Область V_2 с параметрами $\tilde{\epsilon}_{a2}, \tilde{\mu}_{a2}$ не содержит возбуждающих источников и представляет собой слой диэлектрика толщиной t , расположенный между плоскостями $y = 0$ и $y = -t$. Область V_3 с параметрами $\tilde{\epsilon}_{a3}, \tilde{\mu}_{a3}$ также не содержит возбуждающих источников и ограничена стенками полости с поперечным сечением в виде равностороннего треугольника со стороной a ($\tilde{\epsilon}_{a1,2,3}, \tilde{\mu}_{a1,2,3}$ — абсолютные комплексные диэлектрическая и магнитная проницаемости сред соответствующих областей). Область V_2 связана с областью V_3 через одну или нескольких щелей в идеально проводящем экране, расположенном на границе областей V_2 и V_3 ($y = -t$). В раскрытие каждой щели, имеющей ширину c , расположен полосковый проводник шириной d .

Возбуждающие источники имеют составляющие полей H_z, E_x, E_y (H — поляризация), а параметры конструкции будем считать независимыми от координаты z (двумерная задача). Требуется

найти усредненный по периоду решетки T эквивалентный поверхностный импеданс.

2. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Поля в области V_1 . Выражения для полей в области V_1 были получены в [29] в виде разложения по пространственным гармоникам Флоке

$$H_z(x, y) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} I_m^{(1)} \psi_m(x) \exp(-i\Gamma_m^{(1)} y) + \psi_0(x) \exp(i\Gamma_0^{(1)} y), \quad (1)$$

$$E_x(x, y) = - \sum_{m=-\infty}^{\infty} Z_m^{(1)} I_m^{(1)} \psi_m(x) \exp(-i\Gamma_m^{(1)} y) + Z_0^{(1)} \psi_0(x) \exp(i\Gamma_0^{(1)} y), \quad (2)$$

где T — период решетки, $I_m^{(1)}$ — коэффициенты разложения тока, $\Gamma_m^{(1)}$ — постоянная распространения, $\psi_m(x)$ — функции, определяющие изменение поля в поперечном направлении [44]:

$$\psi_m(x) = \sqrt{\frac{1}{T}} \exp\left(-i\left(\frac{2m\pi}{T} - k_1 \sin \theta\right)x\right),$$

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots,$$

$$\Gamma_m^{(1)} = \sqrt{k_1^2 - \left(\frac{2m\pi}{T} - k_1 \sin \theta\right)^2}, \quad Z_m^{(1)} = \Gamma_m^{(1)} / \omega \tilde{\epsilon}_{a1},$$

$$k_1 = \omega \sqrt{\tilde{\epsilon}_{a1} \tilde{\mu}_{a1}}.$$

Используя ортогональность гармоник Флоке, из (2) найдем коэффициенты разложения тока $I_m^{(1)}$ и, подставляя их в (1), получим выражение для магнитного поля на границе областей V_1 и V_2 со стороны области V_1 , т.е. в плоскости xOz при $y = 0$

$$H_z(x, 0) = - \int_{-T/2}^{T/2} \left\{ \sum_{m=-\infty}^{\infty} Y_m^{(1)} \psi_m(x) \psi_m^*(x') \right\} \times \quad (3)$$

$$\times E_x(x', 0) dx' + 2\psi_0(x),$$

где $Y_m^{(1)} = 1/Z_m^{(1)}$.

Поля в области V_2 . Выражения для полей в области V_2 запишем также в виде разложения по гармоникам Флоке

$$H_z(x, y) =$$

$$= \sum_{m=-\infty}^{\infty} (I_m^- \exp(i\Gamma_m^{(2)} y) + I_m^+ \exp(-i\Gamma_m^{(2)} y)) \psi_m(x), \quad (4)$$

$$E_x(x, y) =$$

$$= \sum_{m=-\infty}^{\infty} (I_m^- \exp(i\Gamma_m^{(2)} y) - I_m^+ \exp(-i\Gamma_m^{(2)} y)) Z_m^{(2)} \psi_m(x), \quad (5)$$

$$\Gamma_m^{(2)} = \sqrt{k_2^2 - \left(\frac{2m\pi}{T} - k_1 \sin \theta\right)^2}, \quad Z_m^{(2)} = \Gamma_m^{(2)} / \omega \tilde{\epsilon}_{a2},$$

$$k_2 = \omega \sqrt{\tilde{\epsilon}_{a2} \mu_{a2}}.$$

Коэффициенты I_m^- определяют отражение от границы $y = 0$, коэффициенты I_m^+ — отражение от границы $y = -t$.

На границе областей V_1 и V_2 со стороны области V_2 , т.е. при $y = 0$ из выражений (4) и (5) получим

$$H_z(x, 0) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} (I_m^- + I_m^+) \psi_m(x), \quad (6)$$

$$E_x(x, 0) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} Z_m^{(2)} (I_m^- - I_m^+) \psi_m(x). \quad (7)$$

На границах областей V_2 и V_3 со стороны области V_2 , т.е. при $y = -t$ из выражений (4) и (5) получим

$$H_z(x, -t) =$$

$$= \sum_{m=-\infty}^{\infty} (I_m^- \exp(-i\Gamma_m^{(2)} t) + I_m^+ \exp(i\Gamma_m^{(2)} t)) \psi_m(x), \quad (8)$$

$$E_x(x, -t) =$$

$$= \sum_{m=-\infty}^{\infty} Z_m^{(2)} (I_m^- \exp(-i\Gamma_m^{(2)} t) - I_m^+ \exp(i\Gamma_m^{(2)} t)) \psi_m(x). \quad (9)$$

Поскольку поля в областях V_1 и V_2 разложены по одной системе функций $\psi_m(x)$, то можно приравнять коэффициенты с одинаковыми индекса-

ми в парах соотношений (1) и (6), (2) и (7). В результате получаем

$$\left. \begin{aligned} I_0^{(1)} &= I_0^- + I_0^+ - 1, \\ Z_0^{(1)} (1 - I_0^{(1)}) &= Z_0^{(2)} (I_0^- - I_0^+), \\ I_m^{(1)} &= I_m^- + I_m^+, \\ -I_m^{(1)} Z_m^{(1)} &= Z_m^{(2)} (I_m^- - I_m^+). \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Исключая из (10) коэффициенты $I_m^{(1)}$, получим

$$\left. \begin{aligned} I_0^+ &= \frac{I_0^- (Y_0^{(2)} + Y_0^{(1)}) - 2Y_0^{(2)}}{Y_0^{(1)} - Y_0^{(2)}}, \\ I_m^+ &= I_m^- \frac{Y_m^{(1)} + Y_m^{(2)}}{Y_m^{(1)} - Y_m^{(2)}}, \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

где $Y_m^{(2)} = 1/Z_m^{(2)}$.

Подставим (11) в (9) и, используя ортогональность гармоник Флоке, получим

$$I_m^- = \frac{Y_m^{(2)} (Y_m^{(2)} - Y_m^{(1)})}{2(Y_m^{(2)} \cos \Gamma_m^{(2)} t + i Y_m^{(1)} \sin \Gamma_m^{(2)} t)} \times \quad (12)$$

$$\times \int_{-T/2}^{T/2} E_x(x', -t) \psi_m^*(x') dx',$$

$$I_0^- = \frac{Y_0^{(2)} \exp(i\Gamma_0^{(2)} t)}{Y_0^{(2)} \cos \Gamma_0^{(2)} t + i Y_0^{(1)} \sin \Gamma_0^{(2)} t} +$$

$$+ \frac{Y_0^{(2)} (Y_0^{(2)} - Y_0^{(1)})}{2(Y_0^{(2)} \cos \Gamma_0^{(2)} t + i Y_0^{(1)} \sin \Gamma_0^{(2)} t)} \times \quad (13)$$

$$\times \int_{-T/2}^{T/2} E_x(x', -t) \psi_0^*(x') dx'.$$

Подставим (11) в (8), получим

$$H_z(x, -t) = \frac{2Y_0^{(2)} \exp(i\Gamma_0^{(2)} t)}{Y_0^{(2)} - Y_0^{(1)}} + \quad (14)$$

$$+ \sum_{m=-\infty}^{\infty} 2I_m^- \frac{Y_m^{(1)} \cos \Gamma_m^{(2)} t + i Y_m^{(2)} \sin \Gamma_m^{(2)} t}{Y_m^{(1)} - Y_m^{(2)}} \psi_m(x).$$

Подставляя (12) и (13) в (14), получим выражение для магнитного поля на границе областей V_2 и V_3 со стороны области V_2 ($y = -t$)

$$H_z(x, -t) = - \sum_{m=-\infty}^{\infty} Y_m^{(2)} \frac{Y_m^{(1)} + i Y_m^{(2)} \operatorname{tg}(\Gamma_m^{(2)} t)}{Y_m^{(2)} + i Y_m^{(1)} \operatorname{tg}(\Gamma_m^{(2)} t)} \times \quad (15)$$

$$\times \int_{-T/2}^{T/2} E_x(x', -t) \psi_m(x) \psi_m^*(x') dx' +$$

$$+ \frac{2\psi_0(x)}{\cos(\Gamma_0^{(2)} t) + i \frac{Y_0^{(1)}}{Y_0^{(2)}} \sin(\Gamma_0^{(2)} t)}.$$

Поля в области V_3 . Выражения для полей в области V_3 было получено в [14] в виде разложения

по собственным функциям области с поперечным сечением в виде равностороннего треугольника с использованием функции Грина такой области, приведенной в работе [45]. На границе областей V_2 и V_3 со стороны области V_3 ($y = -t$) выражение для магнитного поля примет вид:

$$H_z(x, 0) = - \int_{-c/2}^{c/2} E_x(x') K(x, x') dx'. \quad (16)$$

где

$$K(x, x') = -i \frac{4}{\sqrt{3} W_3} k_3 \times \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{T_1(x) T_1(x') + T_2(x) T_2(x')}{16\pi^2 (m^2 + mn + n^2) - 9a^2 k_3^2}, \quad (17)$$

$$k_3 = \omega \sqrt{\epsilon_3 \mu_3}, \quad W_3 = \sqrt{\mu_3 / \epsilon_3}, \quad (18)$$

$$T_1(x) = (-1)^{m+n} \cos\left(\frac{2\pi(m-n)x}{3a}\right) + (-1)^m \cos\left(\frac{2\pi(2n+m)x}{3a}\right) + (-1)^n \cos\left(\frac{2\pi(2m+n)x}{3a}\right), \quad (19)$$

$$T_2(x) = (-1)^{m+n} \sin\left(\frac{2\pi(m-n)x}{3a}\right) + (-1)^m \sin\left(\frac{2\pi(2n+m)x}{3a}\right) - (-1)^n \sin\left(\frac{2\pi(2m+n)x}{3a}\right). \quad (20)$$

Интегральное уравнение. Удовлетворяя условию непрерывности касательных составляющих полей в раскрыве отверстий в плоскости $y = -t$, получим интегральное уравнение относительно касательной составляющей электрического поля $E_x(x, -t)$ путем приравнявая правых частей (15) и (16)

$$\int_{-T/2}^{T/2} E_x(x', -t) [Q_1(x, x') + Q_2(x, x')] dx' = P(x), \quad (21)$$

где

$$Q_1(x, x') = \sum_{m=-\infty}^{\infty} Y_m^{(2)} \frac{Y_m^{(1)} + i Y_m^{(2)} \operatorname{tg}(\Gamma_m^{(2)} t)}{Y_m^{(2)} + i Y_m^{(1)} \operatorname{tg}(\Gamma_m^{(2)} t)} \psi_m(x) \psi_m^*(x'), \quad (22)$$

$$Q_2(x, x') = -i \frac{4}{\sqrt{3} W_3} k_3 \times \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{T_1(x) T_1(x') + T_2(x) T_2(x')}{16\pi^2 (m^2 + mn + n^2) - 9a^2 k_3^2}, \quad (23)$$

$$P(x) = \frac{2\psi_0(x)}{\cos(\Gamma_0^{(2)} t) + i \frac{Y_0^{(1)}}{Y_0^{(2)}} \sin(\Gamma_0^{(2)} t)}. \quad (24)$$

Таким образом, получено интегральное уравнение для решетки импедансных нагрузок с диэлектрическим покрытием. Из сравнения уравнения (21) и интегрального уравнения для аналогичной решетки без диэлектрического покрытия [26] видно, что эти уравнения аналогичны. Отличия обусловлены наличием диэлектрического слоя и заключены в выражениях, относящихся к областям пространства V_1 и V_2 .

Эквивалентная проводимость $\tilde{Y}_m$ в выражении (22), определяемая соотношением

$$\tilde{Y}_m = Y_m^{(2)} \frac{Y_m^{(1)} + i Y_m^{(2)} \operatorname{tg}(\Gamma_m^{(2)} t)}{Y_m^{(2)} + i Y_m^{(1)} \operatorname{tg}(\Gamma_m^{(2)} t)}, \quad (25)$$

является входной проводимостью отрезка длиной линии, имеющего длину t , волновую проводимость

$Y_m^{(2)}$ и постоянную распространения $\Gamma_m^{(2)}$ и нагруженного на проводимость $Y_m^{(1)}$. Кроме того, правая часть выражения (21) отличается от соответствующей правой части интегрального уравнения в [26]

наличием коэффициента $\cos(\Gamma_0^{(2)} t) + i \frac{Y_0^{(1)}}{Y_0^{(2)}} \sin(\Gamma_0^{(2)} t)$

в знаменателе. Отметим, что при условии $t = 0$, соответствующем отсутствию диэлектрического слоя, уравнение (21) полностью совпадает с интегральным уравнением [26], полученным для такой же решетки без диэлектрического слоя.

3. ЭКВИВАЛЕНТНЫЙ ПОВЕРХНОСТНЫЙ ИМПЕДАНС

Эквивалентный поверхностный импеданс (ЭПИ), определяется по следующей формуле [46, 47]

$$Z_3 = \int_{-T/2}^{T/2} E_x(x') H_z^*(x') dx' / \int_{-T/2}^{T/2} |H_z(x')|^2 dx', \quad (26)$$

где Z_3 – эквивалентный поверхностный импеданс, T – интервал усреднения импеданса.

Для расчета ЭПИ по формуле (26) необходимо знать распределение касательных составляющих поля $E_x(x)$ и $H_z(x)$ в сечении $y = 0$, в то время как в результате решения интегрального уравнения (21) были определены значения поля в сечении $y = -t$. Конечно, можно было бы сразу записать интегральное уравнение относительно касательной составляющей электрического поля $E_x(x, 0)$. Однако, в этом случае получалась бы система из двух интегральных уравнений, решение которой численным методом привело бы к необходимости обращения матрицы как минимум вдвое большей размерности.

Поэтому для нахождения касательных составляющих поля $E_x(x)$ и $H_z(x)$ в сечении $y = 0$ сначала решается интегральное уравнение (21), далее определяются коэффициенты Γ_m^- по формулам (12) и

(13), после чего находятся коэффициенты I_m^+ по формуле (11), что позволяет по формуле (7) пересчитать распределение поля $E_x(x)$ из сечения $y = -t$ в сечение $y = 0$.

В итоге полученная расчетная формула для распределения поля $E_x(x)$ в сечении $y = 0$ имеет вид:

$$E_x(x, 0) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{Y_m^{(2)} \Psi_m(x)}{Y_m^{(2)} \cos(\Gamma_m^{(2)} t) + i Y_m^{(1)} \sin(\Gamma_m^{(2)} t)} \times \\ \times \int_{-T/2}^{T/2} E_x(x', -t) \Psi_m^*(x') dx' + \frac{2\Psi_0(x)}{Y_0^{(1)} - i Y_0^{(2)} \operatorname{ctg}(\Gamma_0^{(2)} t)}.$$

Таким же образом, подставляя коэффициенты (11), (12) и (13) в формулу (6), получаем выражение для магнитного поля $H_z(x)$ в сечении $y = 0$:

$$H_z(x, 0) = - \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{Y_m^{(1)} Y_m^{(2)} \Psi_m(x)}{Y_m^{(2)} \cos(\Gamma_m^{(2)} t) + i Y_m^{(1)} \sin(\Gamma_m^{(2)} t)} \times \\ \times \int_{-T/2}^{T/2} E_x(x', -t) \Psi_m^*(x') dx' + \frac{2\Psi_0(x)}{1 + i \frac{Y_0^{(1)}}{Y_0^{(2)}} \operatorname{tg}(\Gamma_0^{(2)} t)}.$$

4. АЛГОРИТМИЗАЦИЯ ЗАДАЧИ

Для численной реализации полученного интегрального уравнения (21) использовался метод Крылова–Боголюбова, в результате чего указанное интегральное уравнение сводилось к системе линейных алгебраических уравнений следующего вида

$$\begin{pmatrix} C_{11} C_{12} \dots C_{N1} \\ C_{21} C_{22} \dots C_{N2} \\ \vdots \\ C_{N1} C_{N2} \dots C_{NN} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{x1} \\ E_{x2} \\ \vdots \\ E_{xN} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_N \end{pmatrix},$$

где

$$C_{ij} = C_{ij}^{(1)} + C_{ij}^{(2)},$$

$$C_{ij}^{(1)} = \int_{x_j - \Delta_x}^{x_j + \Delta_x} \sum_{m=-\infty}^{\infty} Y_m^{(2)} \frac{Y_m^{(1)} + i Y_m^{(2)} \operatorname{tg}(\Gamma_m^{(2)} t)}{Y_m^{(2)} + i Y_m^{(1)} \operatorname{tg}(\Gamma_m^{(2)} t)} \times$$

$$\times \Psi_m(x_i) \Psi_m^*(x') dx',$$

$$C_{ij}^{(2)} = -i \frac{4}{\sqrt{3}} \cdot \frac{k_3}{W_3} \times$$

$$\times \int_{x_j - \Delta_x}^{x_j + \Delta_x} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{T_1(x_i) T_1(x') + T_2(x_i) T_2(x')}{16\pi^2 (m^2 + mn + n^2) - 9a^2 k_3^2} dx',$$

$$P_i = \frac{2\Psi_0(x_i)}{\cos(\Gamma_0^{(2)} t) + i \frac{Y_0^{(1)}}{Y_0^{(2)}} \sin(\Gamma_0^{(2)} t)},$$

$x_j = -T/2 + \Delta_x (2j - 1)$ — координаты точек коллокации, N — количество интервалов разбиения, $2\Delta_x = x_{j+1} - x_j$ — размер интервала разбиения, $i = 1, \dots, N$, $j = 1, \dots, N$.

Расчетное соотношение для элементов матрицы $C_{ij}^{(1)}$ получается аналитическим интегрированием выражения (27) по отрезку разбиения $2\Delta_x$, в результате имеем

$$C_{ij}^{(1)} = \frac{2\Delta_x}{T} \sum_{m=-\infty}^{\infty} Y_m^{(2)} \frac{Y_m^{(1)} + i Y_m^{(2)} \operatorname{tg}(\Gamma_m^{(2)} t)}{Y_m^{(2)} + i Y_m^{(1)} \operatorname{tg}(\Gamma_m^{(2)} t)} \times \\ \times \frac{\sin R \Delta_x}{R \Delta_x} \exp(-i R (x_i - x_j)),$$

где $R = \frac{2m\pi}{T} - k_1 \sin \theta$.

Выражение для коэффициентов матрицы $C_{ij}^{(2)}$ получено в [14] интегрированием выражения (28) по размеру участка разбиения интервала интегрирования $2\Delta_x$

$$C_{ij}^{(2)} = -i \frac{4}{\sqrt{3}} \frac{k_3}{W_3} \times \\ \times \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{T_1^S(x_j) T_1(x_i) + T_2^S(x_j) T_2(x_i)}{16\pi^2 (m^2 + mn + n^2) - 9a^2 k_3^2},$$

где

$$T_1^S(x_j) = \int_{x_j - \Delta_x}^{x_j + \Delta_x} T_1(x') dx' = \\ = 2\Delta_x \left[(-1)^{m+n} \frac{\sin(U1)}{U1} \cos\left(\frac{2\pi(m-n)x_j}{3a}\right) + \right. \\ \left. + (-1)^m \frac{\sin(U2)}{U2} \cos\left(\frac{2\pi(2n+m)x_j}{3a}\right) + \right. \\ \left. + (-1)^n \frac{\sin(U3)}{U3} \cos\left(\frac{2\pi(2m+n)x_j}{3a}\right) \right],$$

$$T_2^S(x_j) = \int_{x_j - \Delta_x}^{x_j + \Delta_x} T_2(x') dx' = \\ = 2\Delta_x \left[(-1)^{m+n} \frac{\sin(U1)}{U1} \sin\left(\frac{2\pi(m-n)x_j}{3a}\right) + \right. \\ \left. + (-1)^m \frac{\sin(U2)}{U2} \sin\left(\frac{2\pi(2n+m)x_j}{3a}\right) - \right. \\ \left. - (-1)^n \frac{\sin(U3)}{U3} \sin\left(\frac{2\pi(2m+n)x_j}{3a}\right) \right] \\ U1 = \frac{2\pi(m-n)\Delta_x}{3a}, \quad U2 = \frac{2\pi(2n+m)\Delta_x}{3a}, \\ U3 = \frac{2\pi(2m+n)\Delta_x}{3a}.$$

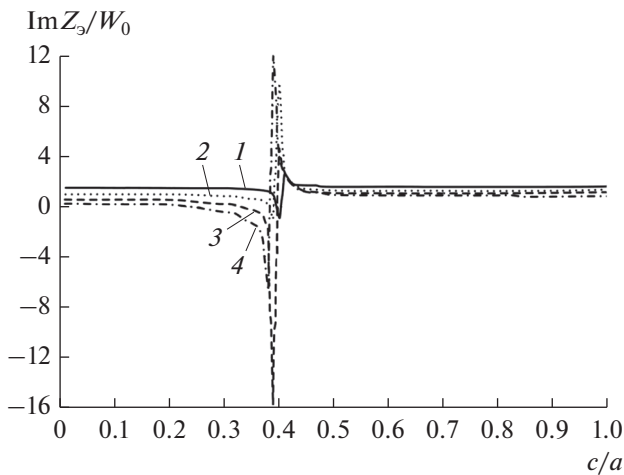


Рис. 2. Зависимость эквивалентного поверхностного импеданса от ширины щели c/a при отсутствии полоскового проводника ($d = 0$). Кривые 1–4 соответствуют T/λ : 0.1; 0.15; 0.2; 0.24.

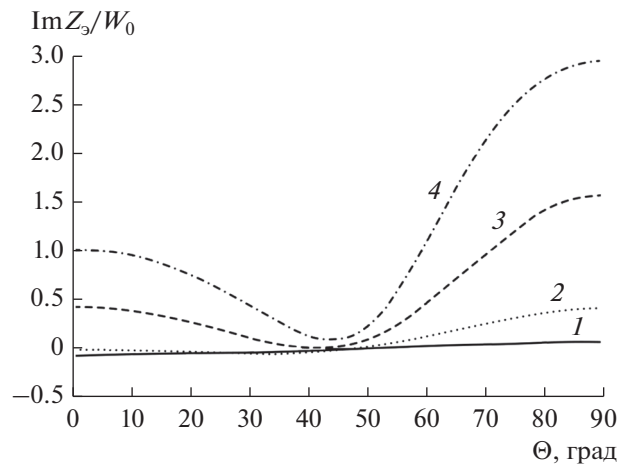


Рис. 3. Зависимость эквивалентного поверхностного импеданса от угла падения электромагнитной волны θ при отсутствии полоскового проводника ($d = 0$). Кривые 1–4 соответствуют T/λ : 0.05; 0.1; 0.15; 0.2.

5. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

По изложенному алгоритму были рассчитаны зависимости комплексного ЭПИ $Z_s = R_s + iX_s$ от размера щели c и от угла падения θ электромагнитной волны, причем импеданс является чисто реактивным ($Z_s = iX_s$, $R_s = 0$). Все виды зависимостей приведены для реактивной составляющей ЭПИ, нормированной на сопротивление свободного пространства $W_0 = 120\pi$ Ом. Все расчеты выполнялись для параметров сред $\tilde{\mu}_{a1} = \tilde{\mu}_{a2} = \tilde{\mu}_{a3} = \mu_0$, $\tilde{\epsilon}_{a1} = \tilde{\epsilon}_{a2} = \tilde{\epsilon}_{a3} = \epsilon_0$.

На рис. 2 представлены зависимости реактивной составляющей ЭПИ от ширины щели c при $T = a$ и отсутствии полоскового проводника ($d = 0$). Расчеты выполнены для толщины диэлектрического слоя $t = 0.2\lambda$ и нескольких фиксированных значений периода решетки T (1 – $T = 0.1\lambda$, 2 – $T = 0.15\lambda$, 3 – $T = 0.2\lambda$, 4 – $T = 0.24\lambda$) при изменении ширины щели c в пределах от $0.1T$ до $1.0T$.

Зависимости при всех значениях периода T имеют ярко выраженный максимум, положение которого определяется величиной ширины щели c и перемещается в пределах $0.35T \leq c \leq 0.45T$. По сравнению с аналогичной решеткой без диэлектрического слоя [43], в данном случае наличие диэлектрического слоя позволяет реализовать не только положительные, но и отрицательные значения реактивной составляющей ЭПИ в пределах от -16 до $+12$.

На рис. 3 представлены зависимости реактивной составляющей ЭПИ от угла падения электромагнитной волны θ . Расчеты выполнены при $T = a$, от-

сутствии полоскового проводника ($d = 0$) и толщине диэлектрического слоя $t = 0.01\lambda$ для нескольких фиксированных значений периода решетки T (1 – $T = 0.05\lambda$, 2 – $T = 0.1\lambda$, 3 – $T = 0.15\lambda$, 4 – $T = 0.2\lambda$) при изменении угла падения электромагнитной волны в пределах $0 \leq \theta \leq 90^\circ$.

Из графиков следует, что, как и в случае аналогичной решетки без диэлектрического слоя, зависимость импеданса от угла падения электромагнитной волны является существенной, причем наличие диэлектрического слоя даже незначительной толщины делает эту зависимость более сильной.

Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы:

1) как и в случае аналогичной решетки такой же конструкции без диэлектрического слоя, ЭПИ имеет чисто реактивный характер, причем наличие диэлектрического слоя позволяет реализовать как положительные, так и отрицательные значения реактивной составляющей ЭПИ;

2) в рассматриваемой конструкции щелевой импедансной нагрузки так же, как и в случае бесконечной решетки без диэлектрического слоя, имеется технологическая возможность эффективной регулировки величины ЭПИ за счет изменения геометрических размеров конструкции.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Захарьев Л.И., Леманский А.А. Рассеяние волн "черными" телами. М.: Сов. радио, 1972.
2. Schindler J.K., Mack R.B., Blacksmith P. // Proc. IEEE. 1965. V. 53. № 8. P. 993.
3. Chen K.M., Liepa V.V. // IEEE Trans. 1964. V. AP-12. № 5. P. 576.

4. *Short J.R., Chen K.M.* // IEEE Trans. 1969. V. AP-17. № 3. P. 315.
5. *Чаплин А.Ф., Кондратьев А.С.* // РЭ. 1977. Т. 22. № 3. С. 505.
6. *Петров Б.М., Юханов Ю.В.* // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1980. Т. 23. № 9. С. 79.
7. *Петров Б.М., Юханов Ю.В.* // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1980. Т. 23. № 9. С. 59.
8. *Юханов Ю.В.* // РЭ. 2000. Т. 45. № 4. С. 404.
9. *Кюркчан А.Г.* // РЭ. 1977. Т. 22. № 7. С. 1362.
10. *Кюркчан А.Г., Зимнов М.Х.* // РЭ. 1985. Т. 30. № 12. С. 2308.
11. *Бененсон Л.С., Кюркчан А.Г., Суков А.И.* // РЭ. 1992. Т. 37. № 1. С. 77.
12. *Balanis C.A.* Modern Antenna Handbook. N.Y.: John Wiley & Sons, 2008.
13. *Sievenpiper D.* High-Impedance Electromagnetic Surfaces. Ph.D. Dissertation. Los Angeles: Univ. California, 1999. 162 p. <http://optoelectronics.eecs.berkeley.edu/ThesisDan.pdf>
14. *Кошкидько В.Г., Сердюк Э.С.* // РЭ. 2016. Т. 61. № 12. С. 1176.
15. *Кошкидько В.Г., Алпатова О.В.* // Антенны. 2016. № 3. С. 33.
16. *Кошкидько В.Г., Алпатова О.В.* // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 2015. № 5. С. 20.
17. *Кошкидько В.Г., Алпатова О.В., Сердюк Э.С.* // Изв. ЮФУ. Технические науки. 2014. № 11. С. 58.
18. *Кошкидько В.Г., Алпатова О.В.* // РЭ. 2003. Т. 48. № 1. С. 57.
19. *Кошкидько В.Г., Ганжсела Н.В.* // РЭ. 1999. Т. 44. № 8. С. 947.
20. *Кошкидько В.Г., Алпатова О.В.* // РЭ. 1999. Т. 44. № 1. С. 25.
21. *Кошкидько В.Г., Петров Б.М., Юханов Ю.В.* // РЭ. 1997. Т. 42. № 6. С. 652.
22. *Кошкидько В.Г., Размазнин А.В.* // Рассеяние электромагнитных волн (междувед. тем. науч. сборник). Таганрог: ТРТИ, Вып. 10, 1995. С. 109.
23. *Кошкидько В.Г., Федотов В.Г.* // Рассеяние электромагнитных волн (междувед. тем. науч. сборник). Таганрог: ТРТИ, Вып. 9, 1993. С. 135.
24. *Петров Б.М., Кошкидько В.Г.* // РЭ. 1988. Т. 33. № 10. С. 2060.
25. *Кошкидько В.Г.* // Рассеяние электромагнитных волн (междувед. тем. науч. сборник). Таганрог: ТРТИ, Вып. 6, 1987. С. 12.
26. *Кошкидько В.Г., Петров Б.М., Юханов Ю.В.* // Рассеяние электромагнитных волн (междувед. тем. науч. сборник). Таганрог: ТРТИ, Вып. 6, 1987. С. 87.
27. *Юханов Ю.В., Кошкидько В.Г.* // Рассеяние электромагнитных волн (междувед. тем. науч. сборник). Таганрог: ТРТИ, Вып. 5, 1985. С. 17.
28. *Кошкидько В.Г., Шарварко В.Г.* // Рассеяние электромагнитных волн (междувед. тем. науч. сборник). Таганрог: ТРТИ, Вып. 4, 1983. С. 64.
29. *Кошкидько В.Г.* // РЭ. 2000. Т. 45. № 7. С. 773.
30. *Кошкидько В.Г., Алпатова О.В.* // РЭ. 2014. Т. 59. № 10. С. 1003.
31. *Кошкидько В.Г., Алпатова О.В., Сердюк Э.С.* // Изв. ЮФУ. Технические науки. 2015. № 11. С. 72.
32. *Кошкидько В.Г., Ганжсела Н.В., Алпатова О.В., Сердюк Э.С.* // РЭ. 2016. Т. 61. № 4. С. 313.
33. *Кошкидько В.Г., Алпатова О.В.* // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 2016. № 4. С. 63.
34. *Кошкидько В.Г.* // Рассеяние электромагнитных волн (междувед. тем. науч. сборник). Таганрог: ТРТИ, Вып. 7, 1989. С. 134.
35. *Кошкидько В.Г., Сердюк Э.С.* // РЭ. 2015. Т. 60. № 1. С. 45.
36. *Кошкидько В.Г., Алпатова О.В., Сердюк Э.С.* // РЭ. 2016. Т. 61. № 5. С. 447.
37. *Koshkid'ko V.G., Alpatova O.V., Serdyuk E.S.* // Conf. Proc. 2017. Radiation and Scattering of Electromagnetic Waves (RSEMW). Divnomorskoe. 26–30 June. N.Y.: IEEE, 2017. P. 168.
38. *Кошкидько В.Г., Алпатова О.В.* // Антенны. 2017. № 2(234). С. 32.
39. *Кошкидько В.Г., Алпатова О.В.* // Антенны. 2017. № 9(241). С. 26.
40. *Кошкидько В.Г., Алпатова О.В.* // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 2017. № 3. С. 66.
41. *Кошкидько В.Г.* // РЭ. 2018. Т. 63. № 2. С. 119.
42. *Koshkid'ko V.G., Alpatova O.V.* // Conf. Proc. 2019 Radiation and Scattering of Electromagnetic Waves (RSEMW). Divnomorskoe. 2–28 June. N.Y.: IEEE, 2019. P. 252.
43. *Кошкидько В.Г., Сердюк Э.С.* // РЭ. 2019. Т. 64. № 3. С. 252.
44. *Амитей И., Галиндо В., Ву Ч.* Теория и анализ фазированных антенных решеток. М.: Мир, 1974.
45. *Chadha R., Gupta K.C.* // IEEE Trans. 1980. V. MTT-28. № 10. P. 1139.
46. *Цалиев Т.А., Черенков В.С.* // РЭ. 1985. Т. 30. № 9. С. 1689.
47. *Волков И.А., Черенков В.С.* // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова. 2004. № 1. С. 28.

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 621.396

О КРАЕВЫХ ЗАДАЧАХ НА ПРИСОЕДИНЕННОМ УРАВНЕНИИ ГЕЛЬМГОЛЬЦА

© 2020 г. С. А. Капустин^а, А. С. Раевский^{а, *}, С. Б. Раевский^а

^аНижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева,
ул. Минина, 24, Нижний Новгород, 603950 Российская Федерация

*E-mail: raevsky@nntu.ru

Поступила в редакцию 26.12.2019 г.

После доработки 26.12.2019 г.

Принята к публикации 21.01.2020 г.

На основе рассмотрения краевой задачи на присоединенном уравнении Гельмгольца показывается возможность существования в неоднородных направляющих структурах несобственных волн как колебаний, “привязанных” к источнику. Предлагается такую краевую задачу трактовать как самосогласованную, поскольку в ней учитывается обратное влияние поля на источник. Приводится пример самосогласованной краевой задачи, описывающей комплексный резонанс, как особый вид несобственных колебаний.

DOI: 10.31857/S003384942011008X

ВВЕДЕНИЕ

Наиболее общим решениям несамосопряженных краевых задач соответствуют [1] комплексные собственные значения, которые значительно расширяют спектры волн направляющих структур. Комплексность собственных значений определяет комплексность волновых чисел. Комплексные волновые числа в направляющих структурах без диссипации энергии соответствуют [2–4] комплексным волнам (КВ). Наглядная классификация волн открытых направляющих структур дана в [5]. Классификация волн в неоднородных экранированных направляющих структурах [2] требует дополнений.

Понятие “несобственные волны” в направляющих структурах как описываемые решениями краевых задач с неоднородными граничными условиями, по-видимому, было впервые введено В.В. Шевченко [5]. В работах [6–9] показано, что в экранированных волноводах с неоднородным заполнением наряду с собственными волнами могут существовать присоединенные к источнику несобственные волны, описываемые краевыми задачами на присоединенном уравнении Гельмгольца, под которым понимается уравнение с правой частью, являющейся решением однородной краевой задачи на том же самом уравнении, но с нулевой правой частью. Такие краевые задачи являются самосогласованными, поскольку в них учитывается обратное влияние возбуждаемого поля на первичный источник, и волновые числа в функциях поля и источника совпадают. Источники указанного вида можно классифицировать как источники типа антенны бегущей волны,

находящейся в синхронизме с возбуждаемым ей полем, либо как источники, включенные граничными условиями в замкнутую колебательную систему. Постоянная “подпитка” поля распределенным (бегущим) источником приводит к его (поля) линейному нарастанию в направлении распространения. Возникает эффект, подобный взаимодействию волноводного поля с полем пространственного заряда, наблюдаемый в лампе бегущей волны.

При парном возбуждении КВ, имеющих комплексную сопряженность по волновым числам и амплитудам, образуется колебание [6–9], “присоединенное” к источнику, которое описывается самосогласованной краевой задачей на присоединенном уравнении Гельмгольца, то есть на уравнении, в правой части которого стоит решение однородной краевой задачи. Особенность комплексного резонанса заключается в том, что он существует во всем диапазоне комплексных волн при обязательном присутствии источника. Колебания, соответствующие комплексному резонансу (КР), будучи присоединенными к источнику, являются несобственными. Данная работа является продолжением работы [9]. В ней даются дополнительные пояснения по формулировке присоединенных самосогласованных краевых задач, по представлению их решений, соответствующих присоединенными функциями. Дается развернутая запись этих функций. Отмечается, что присоединенная краевая задача в предлагаемой формулировке является самосогласованной и (в силу наличия у уравнения Гельмгольца правой части) неоднородной, вследствие чего присоединенные волны и колебания являются несобственными.

1. САМОСОГЛАСОВАННЫЕ ПРИСОЕДИНЕННЫЕ КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ

Поля в направляющих структурах описываются векторами Герца во взаимных структурах, как правило, их продольными компонентами, удовлетворяющими уравнению Гельмгольца. После разделения переменных получаются задачи на собственные значения вида:

$$l(y) = 0; \quad U_v(y) = 0, \quad v = 1; 2; \dots; n,$$

($U_v = 0$ — граничные условия), в которых коэффициенты дифференциальных уравнений и уравнений $U_v(y) = 0$ являются аналитическими функциями параметра λ_0 .

Когда λ_0 — собственное значение, а $\varphi(x)$ — собственная функция, ему соответствующая, функция φ_1 будет [1] присоединенной к функции $\varphi(x)$, если она удовлетворяет уравнению:

$$l(\varphi_0) + \frac{\partial l}{\partial \lambda} \varphi_0 = 0,$$

где $\varphi_0 = \varphi(x)$.

Отсюда следует, что каждой собственной функции можно поставить в соответствие присоединенную функцию, которая вместе с φ_0 будет описывать присоединенную волну.

В работах [6–9] обсуждались вопросы теории присоединенных волн в двухслойных изотропных направляющих структурах. Рассмотрим краевую задачу для присоединенных к источнику (существующих только в его присутствии) бегущих волн и колебаний круглого двухслойного экранированного волновода (КДЭВ). Радиус внутреннего слоя a (область 1), радиус экрана b . Области 2 соответствует интервал $[a, b]$. Она (задача) состоит из уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Pi_z^{e,m}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Pi_z^{e,m}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Pi_z^{e,m}}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \Pi_z^{e,m}}{\partial z^2} + \\ + \epsilon \mu \omega^2 \Pi_z^{e,m} = A_n^{e,m} R_n^{e,m}(\alpha r) \times \\ \times \cos n\varphi \begin{cases} \exp(-i\beta z) \\ \cos \beta_1 z \exp(-\beta_2 z) \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

которое называем присоединенным уравнением Гельмгольца, и граничным условий

$$\Pi_z^e(r=b) = 0, \quad \frac{\partial \Pi_z^m}{\partial r}(r=b) = 0; \quad (2a)$$

$$\begin{aligned} \bar{E}_{1\tau}(r=a) &= \bar{E}_{2\tau}(r=a); \\ \bar{H}_{1\tau}(r=a) &= \bar{H}_{2\tau}(r=a), \\ \bar{E} &= \text{grad div } \Pi_z^e + \epsilon \mu \omega^2 \Pi_z^e - i\omega \mu \text{rot } \Pi_z^m; \\ \bar{H} &= \text{grad div } \Pi_z^m + \epsilon \mu \omega^2 \Pi_z^m + i\omega \epsilon \text{rot } \Pi_z^e, \end{aligned} \quad (2b)$$

где $\Pi_z^{e,m}$ — продольные компоненты электрического и магнитного векторов Герца; a и b — радиусы внутреннего слоя и экрана; β и $\beta = \beta_1 + i\beta_2$ — продольные волновые числа присоединенной волны [6, 7] и комплексных волн (КВ) [10, 11], соответственно.

Функции $R_n^{e,m}$ в правой части уравнения (1) имеют [8] вид:

$$R_n^{e,m}(\alpha_1 r) = J_n(\alpha_1 r) \text{ при } r \in [0, a];$$

$$R_n^e(\alpha_2 r) = \frac{J_n(\alpha_2 r) Y_n(\alpha_2 b) - J_n(\alpha_2 b) Y_n(\alpha_2 r)}{J_n(\alpha_2 a) Y_n(\alpha_2 b) - J_n(\alpha_2 b) Y_n(\alpha_2 a)}$$

при $r \in [a, b]$

$$R_n^m(\alpha_2 r) = \frac{J_n(\alpha_2 r) Y_n'(\alpha_2 b) - J_n'(\alpha_2 b) Y_n(\alpha_2 r)}{J_n(\alpha_2 a) Y_n'(\alpha_2 b) - J_n'(\alpha_2 b) Y_n(\alpha_2 a)},$$

где $J_n(\alpha_{1,2} r)$, $Y_n(\alpha_2 r)$ — цилиндрические функции первого и второго рода; $\alpha_{1,2}$ — поперечные волновые числа.

Правую часть уравнения (1) можно рассматривать либо как функцию распределенного источника типа бегущей волны, а присоединенную краевую задачу (1), (2) — как задачу о возбуждении волн, “присоединенных” к указанному источнику, либо как функцию источника (нижняя действительная функция координаты z), создающего КР.

Решения сформулированных краевых задач записываем [9] в виде:

$$\begin{aligned} \Pi_{z1,2}^{e,m} &= \left[C_{n1,2}^{e,m} R_n^{e,m}(\alpha_{1,2} r) + D_{n1,2}^{e,m} \left(-\frac{iz}{2\beta} \right) \times \right. \\ &\times R_n^{e,m}(\alpha_{1,2} r) + \rho^{e,m}(\alpha_{1,2} r) \left. \right] \times \\ &\times \begin{cases} \cos n\varphi \\ \sin n\varphi \end{cases} \exp(-i\beta z) \\ &\times \cos \beta_1 z \exp(-\beta_2 z), \end{aligned} \quad (3)$$

где функции $\rho^{e,m}(\alpha_{1,2} r)$ удовлетворяют [6–9] уравнениям (штрих означает производную по радиальной координате)

$$\begin{aligned} \rho''(\alpha_{1,2} r) + \frac{1}{r} \rho'(\alpha_{1,2} r) + \\ + \left(\alpha_{1,2}^2 - \frac{n^2}{r^2} \right) \rho(\alpha_{1,2} r) = \bar{D}_{n1,2}^{e,m} R_n^{e,m}(\alpha_{1,2} r), \end{aligned} \quad (4)$$

которые получаются, после разделения в (1) переменных, и граничным условиям Дирихле и Неймана при $r = b$:

$$\rho^e(\alpha_2 b) = 0; \quad (\rho^m)'(\alpha_2 b) = 0.$$

Уравнения (4) можно рассматривать как присоединенные уравнения Бесселя.

Функции $\rho^{e,m}(\alpha_2 r)$ в интервале $r \in [0, \dots, a]$ записываются как:

$$\begin{aligned} \rho^e(\alpha_2 r) = & \left[J_n(\alpha_2 r) \int \frac{Y_n(\alpha_2 r) R(\alpha_2 r)}{W(\alpha_2 r)} d(\alpha_2 r) \right] \times \\ & \times \left[Y_n(\alpha_2 b) \int \frac{J_n(\alpha_2 b) R(\alpha_2 b)}{W(\alpha_2 b)} d(\alpha_2 b) \right] - \\ & - \left[J_n(\alpha_2 b) \int \frac{Y_n(\alpha_2 b) R(\alpha_2 b)}{W(\alpha_2 b)} d(\alpha_2 b) \right] \times \\ & \times \left[Y_n(\alpha_2 r) \int \frac{J_n(\alpha_2 r) R(\alpha_2 r)}{W(\alpha_2 r)} d(\alpha_2 r) \right]; \\ \rho^m(\alpha_2 r) = & \left[J_n(\alpha_2 r) \int \frac{Y_n(\alpha_2 r) R(\alpha_2 r)}{W(\alpha_2 r)} d(\alpha_2 r) \right] \times \\ & \times \left[Y_n(\alpha_2 b) \int \frac{J_n(\alpha_2 b) R(\alpha_2 b)}{W(\alpha_2 b)} d(\alpha_2 b) \right] - \\ & - \left[J_n(\alpha_2 b) \int \frac{Y_n(\alpha_2 b) R(\alpha_2 b)}{W(\alpha_2 b)} d(\alpha_2 b) \right] \times \\ & \times \left[Y_n(\alpha_2 r) \int \frac{J_n(\alpha_2 r) R(\alpha_2 r)}{W(\alpha_2 r)} d(\alpha_2 r) \right]. \end{aligned} \quad (5)$$

В интервале $r \in [0, a]$ решения уравнения (4), полученные методом Лагранжа, имеют вид:

$$\begin{aligned} \rho(\alpha r) = & -J_n(\alpha r) \int \frac{Y_n(\alpha r) R(\alpha r)}{W(\alpha r)} d(\alpha r) + \\ & + Y_n(\alpha r) \int \frac{J_n(\alpha r) R(\alpha r)}{W(\alpha r)} d(\alpha r), \end{aligned} \quad (6)$$

где $R(\alpha r) = R^{e,m}(\alpha r)$ – решения уравнения

$$R''(r) + \frac{1}{r} R'(r) + \left(\alpha^2 - \frac{n^2}{r^2} \right) R(r) = 0, \quad (7)$$

соответствующие краевым задачам Дирихле и Неймана; $W(\alpha r)$ – вронскиан, записываемый как

$$W(\alpha r) = J_n(\alpha r) Y_n''(\alpha r) - J_n'(\alpha r) Y_n(\alpha r) = \frac{2}{\pi \alpha r};$$

$Y_n(\alpha r)$ – функция Неймана.

Из граничных условий (26) получаем систему функциональных уравнений, зависящих от продольной координаты. Приравнявая в них члены, имеющие линейную зависимость от координаты z , получаем систему линейных однородных алгебраических уравнений относительно коэффициентов $D_{n,2}^{e,m}$. Условие нетривиальности решений этой системы дает уравнение, совпадающее с дисперсионным уравнением собственных волн круглого двухслойного экранированного волновода.

Члены в вышеуказанных функциональных уравнениях, не имеющие координатной зависимости, при условии (4) дают систему линейных неоднородных алгебраических уравнений относительно

коэффициентов: $C_{n,2}^{e,m}$. Главные определители двух систем (однородной и неоднородной) совпадают. Будучи приравненными нулю, они дают дисперсионные уравнения собственных волн КДЭВ.

Нетривиальные решения системы линейных однородных алгебраических уравнений (коэффициенты $D_{n,2}^{e,m}$) подставляются в систему неоднородных уравнений, которая решается относительно коэффициентов $C_{n,2}^{e,m}$.

Поскольку для волн, описываемых решениями (3) должны выполняться граничные условия (26), необходимо, чтобы системы однородных и неоднородных линейных алгебраических уравнений имели совместные решения. Система однородных уравнений имеет нетривиальные решения только при равенстве нулю ее определителя. Поскольку главный определитель системы неоднородных уравнений совпадает с определителем системы однородных уравнений, система неоднородных уравнений может иметь решения только при равенстве нулю ее дополнительных определителей. Таким образом, собственные значения краевой задачи, определяющие волновые числа волн, описываемых этой задачей, находятся [6–9] как совместные решения трех трансцендентных уравнений.

Каждое из этих уравнений решается совместно с уравнениями:

$$\epsilon_{1,2} \mu_{1,2} \omega^2 = \alpha_{1,2}^2 + \beta^2. \quad (8)$$

Волнам, описываемым рассматриваемой присоединенной краевой задачей, соответствуют решения, удовлетворяющие одновременно всем трем указанным уравнениям совместно с уравнениями (8), связывающими волновые числа. Численное решение указанных уравнений [6, 7] показало существование их совместных решений, соответствующих волнам, которые можно назвать присоединенными к источнику, поскольку они описываются уравнением (1), в правой части которого стоит функция (описывающая источник), являющаяся решением соответствующей краевой задачи на однородном уравнении Гельмгольца.

Объединяя математическую и физическую идеологии, можем заключить, что, решая краевую задачу на присоединенном уравнении Гельмгольца, получаем волны, существующие только при наличии источника, присоединенные (привязанные) к нему, то есть присоединенная краевая задача является самосогласованной и в то же время имеющей нетривиальные решения только при наличии источника. Специфика записи правой части уравнения (1) говорит о самосогласованности решаемой задачи. В постановке (1), (2) присоединенная краевая задача фактически яв-

ляется задачей о возбуждении поля согласованным с ним источником.

2. ПРИСОЕДИНЕННЫЕ ВОЛНЫ И КОЛЕБАНИЯ

Таким образом, присоединенную задачу в предлагаемой формулировке можно рассматривать как особый вариант задачи о возбуждении. Подставляя решение (3) в уравнение (1), получаем:

$$\begin{aligned} C_{n_{1,2}}^{e,m} \left[(R_n^{e,m})''(\alpha_{1,2}r) + \frac{1}{r} (R_n^{e,m})'(\alpha_{1,2}r) + \left(\alpha_{1,2}^2 - \frac{n^2}{r^2} \right) R_n^{e,m}(\alpha_{1,2}r) \right] + D_{n_{1,2}}^{e,m} \times \\ \times \left[(R_n^{e,m})''(\alpha_{1,2}r) + \frac{1}{r} (R_n^{e,m})'(\alpha_{1,2}r) + \left(\alpha_{1,2}^2 - \frac{n^2}{r^2} \right) R_n^{e,m}(\alpha_{1,2}r) \right] + \\ + \left[(\rho^{e,m})''(\alpha_{1,2}r) + \frac{1}{r} (\rho^{e,m})'(\alpha_{1,2}r) + \left(\alpha_{1,2}^2 - \frac{n^2}{r^2} \right) \rho^{e,m}(\alpha_{1,2}r) \right] - \\ - D_{n_{1,2}}^{e,m} R_n^{e,m}(\alpha_{1,2}r) = A^{e,m} R_n^{e,m}(\alpha_{1,2}r). \end{aligned} \quad (9)$$

Из (9) видно, что решение (3) удовлетворяет с учетом уравнения (4) присоединенному уравнению Гельмгольца (1) при условии:

$$\bar{D}_{n_{1,2}}^{e,m} - D_{n_{1,2}}^{e,m} = A^{e,m}. \quad (10)$$

Как и должно быть, характер возбуждаемой заданным источником волны определяется амплитудой $A^{e,m}$ этого источника — условием, накладываемым на эту амплитуду.

В том случае, когда

$$\bar{D}_{n_{1,2}}^{e,m} = D_{n_{1,2}}^{e,m} \quad (11)$$

решения (3) удовлетворяют обычному (однородному) уравнению Гельмгольца и соответствуют точкам жордановой кратности волновых чисел [12], обеспечивая полноту системы волн направляющей структуры [12–14].

Условия (10), (11) являются естественными дополнительными условиями, накладываемыми на источник, поскольку от последнего зависит вид возбуждаемого им поля: несобственного колебания, в частности, соответствующего (при возбуждении пары сопряженных КВ) комплексному резонансу. В [15–18] показано, что для возбуждения сопряженной пары КВ необходимо брать источник, описываемый действительной функцией координат. В этом случае возбуждается присоединенное колебание, дающее КР. Для возбуждения индивидуальных КВ нужен источник типа антенны бегущей волны. Это учитывается в представ-

лении (3). Таким образом, задача о существовании присоединенной волны (колебания) есть задача одномодового возбуждения.

Сформулированная задача о возбуждении КР является самосогласованной, а колебание, соответствующее КР, следует называть колебанием, присоединенным к источнику. Самосогласовность задачи следует из совпадения волновых чисел в правых частях уравнений (1), (4) с волновыми числами КВ, образующих колебание, соответствующее КВ.

Таким образом, источники, описываемые действительными функциями координат, возбуждают в КДЭВ по обе стороны от себя по две комплексных волны с противоположно направленными фазовыми скоростями. Это приводит к возникновению стоячей волны, поле которой локализовано вблизи источника. При этом отрезок волновода, включаемый “на проход” или “на отражение” (в первом случае в плоскости симметрии, перпендикулярной оси волновода, располагаются возбуждающий и воспринимающий электроды, во втором — лишь один возбуждающий электрод), во всем диапазоне комплексных волн ведет себя как резонатор и обладает при этом фильтрующими свойствами. Поскольку в отличие от обычного резонанса отмеченное явление, возникающее в двухслойном экранированном волноводе, обнаруживает резонансные свойства (возрастание выходного сигнала в схеме “на проход” и резкое падение коэффициентов стоячей волны $K_{стU}$ в схеме “на отражение”) во всем частотном диапазоне комплексных волн, оно классифицировано [15, 16] как “комплексный резонанс”.

Резонансным признаком рассматриваемого явления служит факт увеличения запасенной энергии в указанной выше полосе частот, что позволяет ввести понятие добротности (в энергетической формулировке), вычислить ее и измерить косвенным методом. Поскольку КР существует только в присутствии источника, возбуждающего пару КВ, и описывается присоединенной краевой задачей, соответствующее ему колебание следует называть присоединенным, а краевую задачу полагать самосогласованной.

Поскольку в правой части уравнения (1) стоит действительная функция (нижняя строка), источник создает [12, 13] сопряженную пару КВ, образующих КР. Поскольку указанные КВ связаны через источник, образуемое ими колебание, соответствующее КР, можно называть присоединенным к источнику, а краевую задачу, описывающую КР, следует считать самосогласованной. КВ, описываемые уравнением (1) с нижней правой частью, возбуждаются независимо и являются присоединенными к источнику волнам. В этом

случае распределенное взаимодействие с источником.

Заменой функций $R_n^{e,m}(\alpha_2 r)$, описывающих поля во внешней области двухслойной структуры, на функции Ганкеля $H_n^{(2)}(\alpha_2 r)$ можно перейти от краевой присоединенной задачи для круглого двухслойного экранированного волновода к задаче для открытого ДВ. Поскольку в этом случае формулировать граничные условия задач Дирихле и Неймана на внешней границе нет необходимости, решение уравнения (4) можно записать непосредственно в виде (6). Присоединенным волнам (колебаниям), описываемыми краевыми задачами на обычном уравнении Гельмгольца соответствуют решения дисперсионных уравнений в точках жордановой кратности волновых чисел [16–18].

3. РАСЧЕТ ДОБРОТНОСТИ КР

Теоретически собственная добротность комплексного резонанса рассчитывалась по следующей схеме.

Выразив компоненты поля через векторы Герца:

$$\Pi_{z_1}^e = A_1 J_1(\alpha_1 r) \sin \varphi \exp(-i\beta z);$$

$$\Pi_{z_1}^h = B_1 J_1(\alpha_1 r) \cos \varphi \exp(-i\beta z);$$

$$\Pi_{z_2}^e = A_2 \chi_{11}(\alpha_2 r) \sin \varphi \exp(-i\beta z);$$

$$\Pi_{z_2}^h = B_2 \chi_{21}(\alpha_2 r) \cos \varphi \exp(-i\beta z);$$

где функции $\chi_{11}(\alpha_2 r)$, $\chi_{21}(\alpha_2 r)$ — комбинации цилиндрических функций, обеспечивающие выполнение на экранирующей поверхности граничных условий Дирихле и Неймана, соответственно, подставляем их и решения дисперсионного уравнения в формулу:

$$Q = \epsilon_{1,2} \int_{V_{1,2}} |\vec{E}_{1,2}|^2 dV / \epsilon_1 \tan \delta \int_{V_1} |\vec{E}_1|^2 dV + \frac{c}{4\pi} \sqrt{\frac{1}{\sigma f}} \int_S |\vec{H}_\tau|^2 dS, \quad (12)$$

учитывающую потери в диэлектрике и в экранирующей поверхности волновода.

В (12) индексы “1”, “2” соответствуют внутренней и внешней областям двухслойного волновода; S — экранирующая поверхность, σ — проводимость ее материала; f — частота комплексного резонанса. Формула (12) записана в гауссовой системе единиц.

Результаты расчета показали, что добротность комплексного резонанса в волноводных структурах рассмотренного типа имеет порядок $Q = 300 \dots 1000$ ($Q_{\text{эксп}} \approx 300$; $Q_{\text{теор}} \approx 1000$) и уменьшается с приближением к нижней частотной границе диапазона существования комплексных волн.

Значительное отличие теоретического результата от экспериментального объясняется влиянием внешних цепей резонатора (экспериментально измерялась нагруженная добротность). Кроме того, при определении добротности полагалось, что распределения полей в области, заполненной диэлектриком, при комплексном и эталонном резонансах совпадают, однако в действительности это выполняется лишь приближенно.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Показано, что самосогласованные присоединенные краевые задачи фактически являются задачами одномодового возбуждения. Присоединенные колебания (волны), описываемые краевыми задачами на уравнении Гельмгольца, в правой части которого стоит решение однородной краевой задачи на этом же уравнении, могут существовать только при наличии источника, то

есть являются несобственными. Это второй вид несобственных волн — несобственных из-за присутствия источника. Первый вид [5] — из-за неоднородности (в частности, на бесконечности) граничных условий. Главное — будучи несобственными, зависящими от источника, волны (колебания), присоединенные к источнику, зависят, с учетом соотношений (10), (11), от амплитуд источников.

Отмечается, что в диапазоне существования комплексных волн при условии их парного возбуждения в круглом двухслойном экранированном волноводе возникает резонансное явление, получившее [16–18] название “комплексный резонанс”. Установлено его (резонанса) соответствие самосогласованной присоединенной краевой задаче, описаны его характерные особенности. Сделана оценка добротности комплексного резонанса при реализации его в отрезке КДЭВ. Колебание, соответствующее КР предлагается классифицировать как присоединенное к источнику, поскольку теоретически оно описывается краевой задачей на присоединенном уравнении Гельмгольца, в правой части которого стоит функция, являющаяся решением однородной краевой задачи. Такая задача (на присоединенном уравнении Гельмгольца) является самосогласованной [19].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Наймарк М.А. Линейные дифференциальные операторы. М.: Наука, 1969.
2. Веселов Г.И., Раевский С.Б. Слоистые металло-диэлектрические волноводы. М.: Радио и связь, 1988.

3. *Раевский С.Б.* // Изв. вузов СССР. Радиофизика. 1972. Т. 15. № 1. С. 112.
4. *Раевский С.Б.* // Изв. вузов СССР. Радиофизика. 1972. Т. 15. № 12. С. 1926–1931.
5. *Шевченко В.В.* // РЭ. 1969. Т. 12. № 10. С. 1768.
6. *Малахов В.А., Раевский А.С., Раевский С.Б.* // Письма в ЖТФ. 2011. Т. 37. № 2. С. 71.
7. *Malakhov V.A., Raevskii A.S., Raevskii S.B.* // J. Electromagnetics and Applications. 2012. V. 2. № 5. P. 114.
8. *Раевский А.С., Раевский С.Б.* // Письма в ЖТФ. 2013. Т. 39. № 23. С. 13.
9. *Раевский А.С., Раевский С.Б.* // РЭ. 2018. Т. 63. № 1. С. 14.
10. *Раевский А.С., Раевский С.Б.* Неоднородные направляющие структуры, описываемые несамосопряженными операторами. М.: Радиотехника, 2004.
11. *Раевский А.С., Раевский С.Б.* Комплексные волны. М.: Радиотехника, 2010.
12. *Краснушкин П.Е., Федоров Е.Н.* // РЭ. 1972. Т. 17. № 6. С. 1129.
13. *Шевченко В.В.* // Изв. вузов СССР. Радиофизика. 1971. Т. 14. № 8. С. 1242–1249.
14. *Шевченко В.В.* // РЭ. 1986. Т. 31. № 3. С. 456.
15. *Веселов Г.И., Калмык В.А., Раевский С.Б.* // Изв. вузов СССР. Радиофизика. 1983. Т. 26. № 8. С. 900.
16. *Веселов Г.И., Калмык В.А., Раевский С.Б.* // Радиотехника. 1980. Т. 35. № 9. С. 59–62.
17. *Веселов Г.И., Раевский С.Б.* // Изв. вузов СССР. Радиофизика. 1983. Т. 26. № 9. С. 1041.
18. *Иванов А.Е., Раевский С.Б.* // РЭ. 1991. Т. 36. № 8. С. 1463.
19. *Кисиленко К.И., Малышев Г.С., Раевский А.С., Раевский С.Б.* // Успехи современ. радиоэлектрон. 2018. № 11. С. 45.

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 537.86;621.37

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ПОТЕРИ ПРИ СРАЩИВАНИИ ДВУХ ОПТИЧЕСКИХ ВОЛОКОН, ОДНО ИЗ КОТОРЫХ ЭЛЛИПТИЧЕСКИ ДЕФОРМИРОВАНО В МЕСТЕ СОЕДИНЕНИЯ

© 2020 г. В. А. Гладких^а, В. Д. Власенко^{а, *}

^аВычислительный центр Дальневосточного отделения РАН,
ул. Ким Ю Чена, 65, Хабаровск, 680000 Российская Федерация

*E-mail: vlasenko@as.khbr.ru

Поступила в редакцию 18.03.2020 г.

После доработки 18.03.2020 г.

Принята к публикации 27.03.2020 г.

Рассмотрены круглый и эллиптический (в месте соединения) в поперечном сечении два фрагмента волоконно-оптической линии передачи информации. Для одномодового режима работы получены аналитические выражения для потерь энергии при соединении двух таких фрагментов. Показано, что потери энергии возрастают при увеличении эксцентриситета и одновременно уменьшаются при увеличении волноводного числа.

DOI: 10.31857/S0033849420110066

ВВЕДЕНИЕ

Конструирование и практическое построение волоконно-оптических линий связи должно учитывать максимально возможную безопасность от внешних воздействий (механических, электромагнитного поля и окружающей среды) для получения и передачи информации с возможно меньшими потерями [1–6]. Потери энергии связаны также с материалом оптоволокна [7]. Поскольку оптоволоконные линии связи ввиду большой протяженности состоят из отдельных фрагментов, то также следует учитывать потери, возникающие при сращивании отдельных фрагментов [4, 8]. Все это в полной мере относится и к широко применяемым в современных исследованиях волоконно-оптическим датчикам. В частности, некоторые фрагменты волокна могут быть деформированы [9, 10].

Цель данной работы – анализ потерь, возникающих при сращивании двух волокон (в одномодовом режиме), одно из которых круглое в поперечном сечении, другое – эллиптически деформировано (только практически в торце для упрощения анализа).

1. ПОЛЕ В ОДНОМОВОМ ВОЛОКНЕ СО СТУПЕНЧАТЫМ ПРОФИЛЕМ ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ

При соединении волокон потери $a_{\text{пот}}$ можно рассчитать по следующей формуле (см., например, [11]):

$$a_{\text{пот}(NA)} = 10 \lg(NA_r/NA_c)$$

при рассогласовании апертур (см. далее формулу (6) и следующие) передающего и принимающего волокна, где NA_r , NA_c – числовые апертуры передающего и принимающего волокна, соответственно, или по [11]:

$$a_{\text{пот}(\rho)} = 10 \lg([\rho_r/\rho_c]^2),$$

если радиус сердцевин ρ_r передающего волокна больше радиуса сердцевин ρ_c принимающего.

При стыковке маломодовых оптических волокон также существует довольно точный расчет вносимых потерь $a_{\text{пот}}$ [12]:

$$a_{\text{пот}} = 10 \lg \left\{ \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{M_{\text{вх}}} [P_{lm}^{(\text{вх})}]^2}}{\sum_{i=1}^{M_{\text{вх}}} \sum_{j=1}^{M_{\text{вых}}} \eta_{mn}^2 [P_{lm}^{(\text{вх})}]^2} \right\},$$

где $P_{lm}^{(\text{вх})}$ – мощность модовой компоненты LP_{lm} оптического сигнала, поступающего с выхода “передающего” волокна “слева” на вход “принимающего” волокна “справа”, $M_{\text{вх}}$ – общее число модовых компонентов оптического сигнала, поступающего на вход волокна “справа”, $M_{\text{вых}}$ – общее число мод, возбуждаемых в волокне “справа” модовой составляющей сигнала LP_{lm} заданного порядка, η_{mn} – коэффициент связи вводимой и возбуждаемой моды соответствующего порядка. Предлагаемая методика дает хорошее совпадение с экспериментом, но сложна практически.

В данной статье предложен алгоритм, построенный на простых основах электродинамики и гауссовом приближении для поля, позволяющий рассчитать потери в обобщенном виде — в зависимости от эксцентриситета деформированного торца одного из стыкуемых волокон и от волнового числа.

При механическом соединении двух фрагментов оптоволокна (с одинаковым показателем преломления при нормальном падении волны на поперечное сечение) для коэффициента прохождения $D_{1 \rightarrow 2}$ из фрагмента 1 во фрагмент 2 (аналогично для $D_{2 \rightarrow 1}$ в обратном направлении) имеем (во избежание отражения на границе соединения фрагментов применяется технологический прием — контакт происходит по возможности точно и по центру):

$$D_{1 \rightarrow 2} = P_2/P_1, \quad (D_{2 \rightarrow 1} = P_1/P_2), \quad (1)$$

где P_1, P_2 (P_2, P_1) — соответственно передаваемая и получаемая фрагментами мощность энергии:

$$\begin{aligned} P_2 &= \left(\oint_{\vec{f}} \vec{S} d\vec{f} \right)_2 = \int_{f_2} |S_2| df_2, \\ P_1 &= \left(\oint_{\vec{f}} \vec{S} d\vec{f} \right)_1 = \int_{f_1} |S_1| df_1, \end{aligned} \quad (2)$$

где f_1, f_2 — площади поперечного сечения соответственно 1-го и 2-го соединяемых фрагментов, S_1, S_2 — значения векторов Умова—Пойнтинга в соответствующих фрагментах. При этом соответствующие потери энергии $a_{\text{пот}}$ (в децибелах) вычисляются по следующим формулам [8, 11]:

$$a_{\text{пот}(1 \rightarrow 2)} = -10 \lg D_{1 \rightarrow 2}, \quad (a_{\text{пот}(2 \rightarrow 1)} = -10 \lg D_{2 \rightarrow 1}). \quad (3)$$

Для поля рассматриваемого волновода в одномодовом режиме достаточно хорошей моделью может служить гауссово приближение [11] ($r^2 = x^2 + y^2$, ось z — вдоль распространения волны):

$$\begin{aligned} E_{\text{круг}} &\equiv E_{\text{эл}} \sim C \exp(-r^2/2r_0^2) \rightarrow D_{1 \rightarrow 2} = \\ &= \frac{P_2}{P_1} = \frac{\int_{f_2} \exp(-r^2/r_0^2) df_2}{\int_{f_1} \exp(-r^2/r_0^2) df_1}; \\ D_{2 \rightarrow 1} &= \frac{P_1}{P_2} = \frac{\int_{f_1} \exp(-r^2/r_0^2) df_1}{\int_{f_2} \exp(-r^2/r_0^2) df_2}, \end{aligned} \quad (4)$$

где r_0 — радиус модового пятна волокна, $E_{\text{круг}}$, $E_{\text{эл}}$ — круговая (циркулярная) и эллиптическая поляризации. Поскольку соединяемые фрагменты по всей длине круглые в поперечном сечении, кроме эллиптически деформированного торца одного из соединяемых фрагментов, то внутри этих фраг-

ментов поля совпадают — $E_{\text{круг}}$, $E_{\text{эл}}$, что и отражено в формуле (4).

2. РАСЧЕТ МОЩНОСТИ ЭНЕРГИИ

2.1. Мощность энергии, проходящей через поперечное круговое сечение первого фрагмента

Пусть при соединении фрагмент 2 эллиптически деформирован в поперечнике и, таким образом, в месте соединения поперечное сечение фрагмента 1 — круг, а фрагмента 2 — эллипс. Тогда можно записать (C — постоянная):

$$\begin{aligned} P_{1(\text{круг})} &= C \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\rho} \exp(-r^2/r_0^2) r dr = \\ &= C \pi r_0^2 \{1 - \exp(-\gamma)\}, \quad \gamma \equiv \rho^2/r_0^2, \end{aligned} \quad (5)$$

где ρ — радиус круга (радиус поперечного сечения 1-го волокна).

Как известно, волновод со ступенчатым профилем показателем преломления является одномодовым, если [5, 13]:

$$\begin{aligned} 0 < V &\equiv (2\pi\rho/\lambda) NA = \\ &= (2\pi\rho/\lambda) \sqrt{n_{\text{вол}}^2 - n_{\text{обл}}^2} < 2.405, \end{aligned} \quad (6)$$

где $n_{\text{вол}}$, $n_{\text{обл}}$ — показатели преломления волокна и оболочки соответственно, V — волновое число (нормализованная частота), NA — числовая апертура, λ — длина волны. В соответствии с этой формулой для радиуса модового пятна можем воспользоваться выражением, справедливым при $V < 2.5$ [13, 14]:

$$r_0 \cong 0.4\lambda / \sqrt{n_{\text{вол}}^2 - n_{\text{обл}}^2} \rightarrow \gamma = \frac{\rho^2}{r_0^2} = 0.16V^2, \quad (7)$$

и результат запишется в виде

$$P_{1(\text{круг})}(V) = C \pi r_0^2 \{1 - \exp(-0.16V^2)\}. \quad (8)$$

2.2. Мощность энергии, проходящей через поперечное эллиптическое сечение второго фрагмента

Согласно уравнению эллипса

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad \varepsilon \equiv \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} \quad (b \leq \rho \leq a, \varepsilon \in (0,1)) \quad (9)$$

(a, b — соответственно большая и малая полуоси, ε — эксцентриситет) в этом случае, переходя к полярным координатам $x = r \cos \varphi$, $y = r \sin \varphi$, запишем

$$\begin{aligned}
P_{2(\text{эл})} &= C \int_{x^2/a^2 + y^2/b^2 \leq 1} \exp(-r^2/r_0^2) r dr d\varphi = \\
&= \left\{ r \leq \frac{1}{\sqrt{\cos^2 \varphi/a^2 + \sin^2 \varphi/b^2}} \right\} = \\
&= C \int_0^{2\pi} d\varphi \left(\int_0^{1/\sqrt{\cos^2 \varphi/a^2 + \sin^2 \varphi/b^2}} \exp(-r^2/r_0^2) r dr \right) = \\
&= \left\{ 1 - \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} \exp \left\{ -\frac{b^2(1 + \operatorname{tg}^2 \varphi)}{r_0^2(b^2/a^2 + \operatorname{tg}^2 \varphi)} \right\} d\varphi \right\} \times \\
&\quad \times C\pi r_0^2 = (z = \operatorname{tg} \varphi) = \\
&= C\pi r_0^2 \left\{ 1 - \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \exp \left\{ -\frac{b^2(1 + z^2)}{r_0^2(b^2/a^2 + z^2)} \right\} \frac{dz}{1 + z^2} \right\}.
\end{aligned} \quad (10)$$

Полагая равными объемы профилей, запишем

$$\begin{aligned}
\pi ab &= \pi \rho^2 \rightarrow ab = \rho^2 \rightarrow \varepsilon^2 = \\
&= \left\{ 1 - \frac{\rho^4}{a^4} \rightarrow \left\{ \begin{aligned} a &= \rho(1 - \varepsilon^2)^{-1/4} \\ b &= \rho(1 - \varepsilon^2)^{1/4} \end{aligned} \right. \right. \quad (11)
\end{aligned}$$

и с учетом (7) формула принимает вид

$$\begin{aligned}
P_{2(\text{эл})}(\varepsilon, V) &= C\pi r_0^2 \times \\
&\times \left\{ 1 - \frac{2}{\pi} \exp(-0.16V^2 \sqrt{1 - \varepsilon^2}) I(\varepsilon, V) \right\}, \\
I(\varepsilon, V) &\equiv \\
&\equiv \int_0^\infty \exp \left\{ -0.16V^2 \frac{\varepsilon^2 \sqrt{1 - \varepsilon^2}}{(1 - \varepsilon^2 + z^2)} \right\} \frac{dz}{1 + z^2}.
\end{aligned} \quad (12)$$

Легко видеть, что

$$P_{2(\text{эл})}(0, V) = P_{1(\text{круг})}(V), \quad P_{2(\text{эл})}(1, V) = 0, \quad (13)$$

как и следовало ожидать.

2.3. Мощность энергии, проходящей через пересечение эллиптического сечения с круговым

Решим систему уравнений для определения точек пересечения соосных эллипса и окружности:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = r^2 \\ \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \end{cases} \rightarrow x_1 = -x_2 \equiv x_0 = \rho \frac{\sqrt{1 - \sqrt{1 - \varepsilon^2}}}{\varepsilon}, \quad (14)$$

$$y_1 = -y_2 \equiv y_0 = \sqrt{\rho^2 - x_0^2}.$$

Определим угол α — угол между радиусом, проведенным в точку пересечения с координатами (x_0, y_0) , и осью x :

$$\begin{aligned}
\cos \alpha &\equiv \frac{x_0}{\rho} = \frac{\sqrt{1 - \sqrt{1 - \varepsilon^2}}}{\varepsilon} \rightarrow \alpha = \\
&= \arccos \left\{ \frac{\sqrt{1 - \sqrt{1 - \varepsilon^2}}}{\varepsilon} \right\}.
\end{aligned} \quad (15)$$

Площадь пересечения рассматриваемых соосных эллипса и окружности равна площади эллипса минус площади эллиптических сегментов при $x \geq x_0, x \leq -x_0$ (начало сегмента $x \geq x_0$ при $x > 0$, прямая $x = x_0$, находится под углом 2α из центра) и плюс площади круговых сегментов (также при $x \geq x_0, x \leq -x_0$ и под тем же углом из центра). Поскольку

$$\begin{aligned}
x \geq x_0 &\rightarrow r \cos \varphi \geq \rho \cos \alpha \rightarrow \\
&\rightarrow r \geq \rho (\cos \alpha / \cos \varphi),
\end{aligned} \quad (16)$$

то получим $(\operatorname{tg} \alpha = (1 - \varepsilon^2)^{1/4})$:

$$\begin{aligned}
P_{1(\text{круг}) \cap 2(\text{эл})} &= P_{2(\text{эл})} - 2C \times \\
&\times \int_{-\alpha}^{\alpha} d\varphi \left\{ \int_{\rho \frac{\cos \alpha}{\cos \varphi}}^{1/\sqrt{\cos^2 \varphi/a^2 + \sin^2 \varphi/b^2}} \exp \left(-\frac{r^2}{r_0^2} \right) r dr \right\} + \\
&+ 2C \int_{-\alpha}^{\alpha} d\varphi \left\{ \int_{\rho \cos \alpha / \cos \varphi}^{\rho} \exp \left(-\frac{r^2}{r_0^2} \right) r dr \right\}.
\end{aligned} \quad (17)$$

Путем несложных вычислений и с учетом (7) окончательно получим (где I взята из (12)):

$$\begin{aligned}
P_{1(\text{круг}) \cap 2(\text{эл})} &= C\pi r_0^2 \times \\
&\times \left\{ 1 - \frac{2}{\pi} \exp \left\{ -0.16V^2 \sqrt{1 - \varepsilon^2} \right\} I(\varepsilon, V) + \right. \\
&\quad + \frac{2}{\pi} \exp \left\{ -0.16V^2 \sqrt{1 - \varepsilon^2} \right\} I_1(\varepsilon, V) - \\
&\quad \left. - \frac{2}{\pi} \exp(-0.16V^2) \arccos \left[\frac{\sqrt{1 - \sqrt{1 - \varepsilon^2}}}{\varepsilon} \right] \right\}, \quad (18) \\
I_1 &= I_1(\varepsilon, V) \equiv \\
&\equiv \int_0^{(1 - \varepsilon^2)^{1/4}} \exp \left\{ -0.16V^2 \frac{\varepsilon^2 \sqrt{1 - \varepsilon^2}}{(1 - \varepsilon^2 + z^2)} \right\} \frac{dz}{1 + z^2}.
\end{aligned}$$

Легко видеть, что

$$\begin{aligned}
\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \{ P_{1(\text{круг}) \cap 2(\text{эл})}(\varepsilon, V) \} &= P_{1(\text{круг})}(V), \\
P_{1(\text{круг}) \cap 2(\text{эл})}(1, V) &= 0,
\end{aligned} \quad (19)$$

как и следовало ожидать.

2.4. Влияние деформации поперечного сечения волокна на передачу энергии

Влияние деформации поперечного сечения волокна на передачу энергии, согласно (8) и (12), можно описать относительной величиной $\eta(\epsilon, V)$:

$$\eta(\epsilon, V) \equiv \frac{P_{2(\text{эл})}(\epsilon, V)}{P_{1(\text{круг})}(V)} = \frac{\left\{1 - \frac{2}{\pi} \exp\left\{-0.16V^2\sqrt{1-\epsilon^2}\right\} I(\epsilon, V)\right\}}{\left\{1 - \exp(-0.16V^2)\right\}}, \quad (20)$$

которая при изменении эксцентриситета ϵ от 0 до 1 убывает от 1 до 0 согласно (13). Численные расчеты дают следующую графическую зависимость. Из рис. 1 видно, что величина η быстрее убывает при возрастании волноводного параметра V . Для расчетов выбраны следующие значения параметра V : $V_1 = 0.5$; $V_2 = 1$; $V_3 = 1.5$; $V_4 = 2$; $V_5 = 2.4$.

3. РАСЧЕТ ПОТЕРЬ ЭНЕРГИИ

3.1. Часть потерь энергии при передаче из фрагмента 1 во фрагмент 2

Согласно (3), (8) и (18) имеем

$$a_{\text{пот}(1 \rightarrow 2)}(\epsilon, V) = -10 \lg \left\{ \frac{P_{1(\text{круг}) \cap 2(\text{эл})}(\epsilon, V)}{P_{1(\text{круг})}(V)} \right\} = -10 \lg \left\{ \frac{P_{1(\text{круг}) \cap 2(\text{эл})}(\epsilon, V)}{\left[1 - \exp(-0.16V^2)\right]} \right\}; \quad (21)$$

$$P_{1(\text{круг}) \cap 2(\text{эл})}(\epsilon, V) = \left\{1 - \frac{2}{\pi} \exp\left\{-0.16V^2\sqrt{1-\epsilon^2}\right\} I + \frac{2}{\pi} \exp\left\{-0.16V^2\sqrt{1-\epsilon^2}\right\} I_1 - \frac{2}{\pi} \exp(-0.16V^2) \arccos \left[\frac{\sqrt{1-\sqrt{1-\epsilon^2}}}{\epsilon} \right] \right\},$$

$$I_1 = I_1(\epsilon, V) \equiv$$

$$\equiv \int_0^{(1-\epsilon^2)^{1/4}} \exp\left\{-0.16V^2 \frac{\epsilon^2\sqrt{1-\epsilon^2}}{(1-\epsilon^2+z^2)}\right\} \frac{dz}{1+z^2},$$

где $I = I(\epsilon, V)$ определено в (12).

3.2. Часть потерь энергии при передаче из фрагмента 2 во фрагмент 1

Согласно (3), (12) и (18) имеем

$$a_{\text{пот}(2 \rightarrow 1)}(\epsilon, V) = -10 \lg \left\{ \frac{P_{1(\text{круг}) \cap 2(\text{эл})}(\epsilon, V)}{P_{2(\text{эл})}(\epsilon, V)} \right\} = -10 \lg \left\{ \frac{P_{1(\text{круг}) \cap 2(\text{эл})}(\epsilon, V)}{\left[1 - \exp\left\{-0.16V^2\sqrt{1-\epsilon^2}\right\} I(\epsilon, V)\right]} \right\}, \quad (22)$$

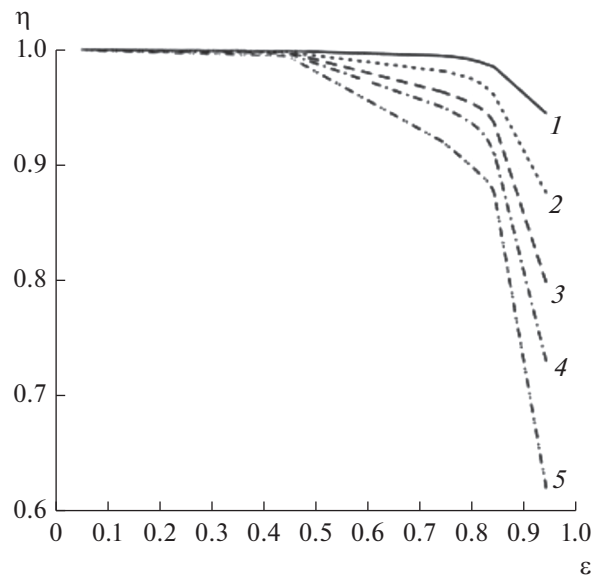


Рис. 1. Зависимость величины η от эксцентриситета ϵ при различных значениях волноводного параметра $V = 0.5$ (1), 1 (2), 1.5 (3), 2 (4), 2.4 (5).

где $I = I(\epsilon, V)$ также определено в (12), а $P_{1(\text{круг}) \cap 2(\text{эл})}$ берется из (21).

3.3. Полные потери энергии при соединении фрагментов 1 и 2 волоконной линии

Выражения для потерь энергии, рассчитанные на основах электродинамики, в направлениях $1 \rightarrow 2$ и $2 \rightarrow 1$ не совпадают, и это связано с тем, что на самом деле выражения (21), (22) являются составляющими полных потерь. Действительно, для стыкуемых фрагментов волноводной линии справедлива формула для потерь энергии $a_{\text{пот}}$ [15, 16]:

$$a_{\text{пот}} = -10 \lg \left\{ \frac{\left| \iint E_{\text{круг}} E_{\text{эл}} r dr d\phi \right|^2}{\iint |E_{\text{круг}}|^2 r dr d\phi \iint |E_{\text{эл}}|^2 r dr d\phi} \right\}. \quad (23)$$

В нашем случае согласно (4), (5), (12) и (18) имеем

$$a_{\text{пот}} = -10 \lg \left\{ \frac{\left| P_{1(\text{круг}) \cap 2(\text{эл})} \right|^2}{P_{1(\text{круг})} P_{2(\text{эл})}} \right\},$$

так что в соответствии с (21), (22) окончательно получаем

$$a_{\text{пот}}^{\text{полн}}(\epsilon, V) = a_{\text{пот}(1 \rightarrow 2)}(\epsilon, V) + a_{\text{пот}(2 \rightarrow 1)}(\epsilon, V). \quad (24)$$

Численные расчеты дают графическую зависимость, представленную на рис. 2.

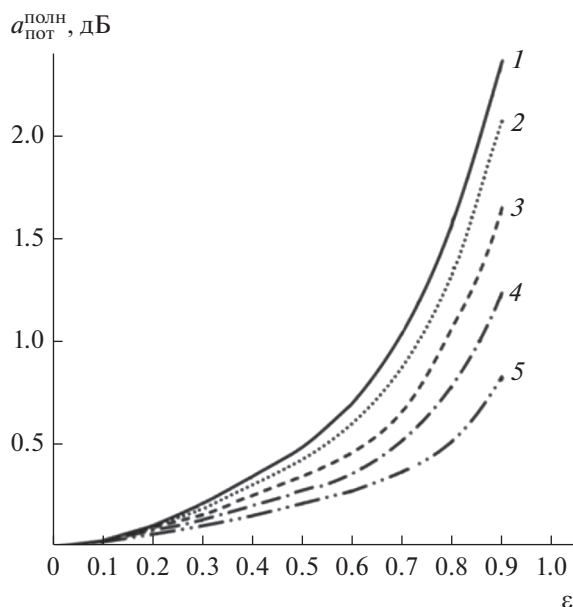


Рис. 2. Зависимость полных потерь энергии $a_{\text{пот}}^{\text{полн}}$ от эксцентриситета ϵ при различных значениях волноводного параметра $V=0.5$ (1), 1 (2), 1.5 (3), 2 (4), 2.4 (5).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, можно сделать выводы, что в результате эллиптической деформации торца одного из двух сращиваемых фрагментов:

— величина $\eta(\epsilon, V)$ убывает при возрастании эксцентриситета и одновременно быстрее убывает при возрастании параметра V ;

— полные потери энергии $a_{\text{пот}}^{\text{полн}}$ увеличиваются при возрастании эксцентриситета и при этом одновременно уменьшаются при возрастании волноводного параметра.

При большой деформации полные потери увеличиваются с уменьшением волноводного числа V . Это может быть связано с тем, что в инфракрасной области с увеличением λ возрастают потери и согласно (6) возрастает волноводное число V . Это также может быть связано с тем, что в одномодовом

волокне с уменьшением ρ площадь пятна моды уменьшается вместе с волноводным числом V , что приводит на выходе из волокна к увеличению расхождения пучка и тем самым к увеличению потерь.

Приведенные данные помогут выбрать подходящий одномодовый режим для практических применений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мидвинтер Дж. Волоконные световоды для передачи информации. М.: Радио и связь, 1983.
2. Окоси Т., Окамото К., Оцу М. и др. Волоконно-оптические датчики. Л.: Энергоатомиздат, 1990.
3. Чео П.К. Волоконная оптика: Приборы и системы. М.: Энергоатомиздат, 1988.
4. Семенов Н.А. Оптические кабели связи: Теория и расчет. М.: Радио и связь, 1981.
5. Убайдуллаев Р.Р. Волоконно-оптические сети. М.: ИТЦ Эко-Трендз, 2000.
6. Маркузе Д. Оптические волноводы. М.: Мир, 1974.
7. Дмитриев А.Л. Оптические системы передачи информации. Учебное пособие. СПб: СПбГУИТМО, 2007.
8. Унгерн Х.Г. Планарные и волоконные оптические волноводы. М.: Мир, 1980.
9. Адамс М. Введение в теорию оптических волноводов. М.: Мир, 1984.
10. Снайдер А., Лав Дж. Теория оптических волноводов. М.: Радио и связь, 1987.
11. Воронин В.Г., Наний О.Е., Туркин А.Н. и др. Интегральные потери в элементах волоконно-оптических линий связи. М.: МАКС Пресс, 2012.
12. Бурдин А.В., Жуков А.Е., Прапорщиков Д.Е. // T-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2015. Т. 9. № 4. С. 60.
13. Листвин В.Н., Трещиков В.Н. // Фотон — экспресс. 2012. № 7. С. 30.
14. Гладких В.А. // Компьютерная оптика. 2019. Т. 43. № 4. С. 557.
15. Franco M.A.R., Vasconcellos L.C., Machado J.M. // Revista Científica Periódica — Telecomunicações. 2004. V. 7. № 1. P. 54.
16. Буров Н.В., Лин Дж., Ромашова В.Б. // Фотоника. 2018. Т. 12. № 1. С. 16.

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 621.396

ЗАВИСИМОСТЬ ВХОДНЫХ СОПРОТИВЛЕНИЙ ВИБРАТОРНЫХ И МИКРОПОЛОСКОВЫХ АНТЕНН ОТ ПЕРВИЧНОГО ПОЛЯ

© 2020 г. С. И. Эминов*

Новгородский государственный университет им. Ярослава Мудрого,
ул. Большая Санкт-Петербургская, 41, Великий Новгород, 173003 Российская Федерация

*E-mail: eminovsi@mail.ru

Поступила в редакцию 13.03.2020 г.

После доработки 13.03.2020 г.

Принята к публикации 07.05.2020 г.

Исследована зависимость входных сопротивлений вибраторных и микрополосковых антенн от профиля первичного поля с использованием аналитического обращения главного гиперсингулярного оператора и явного вида обратного интегрального оператора. Найдены общие закономерности в поведении входных сопротивлений для произвольных первичных полей. Проведены численные расчеты и получено согласие с теоретическими результатами.

DOI: 10.31857/S0033849420110054

ВВЕДЕНИЕ. ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

Электродинамический анализ вибраторных антенн основан на решении гиперсингулярного уравнения вида [1, 2]

$$\frac{1}{\pi} \frac{\partial}{\partial \tau} \int_{-1}^1 u(t) \frac{\partial}{\partial t} \ln \frac{1}{|\tau - t|} dt + \int_{-1}^1 K(\tau, t) u(t) dt = f(\tau), \quad -1 \leq \tau \leq 1. \quad (1)$$

Уравнение (1) также описывает микрополосковые [3, 4] и щелевые антенны [5]. К числу неисследованных задач относится изучение зависимости решения (1) от профиля первичного поля, т.е. от $f(\tau)$. Для активных антенн первичное поле локализовано в небольшой области, по сравнению с длиной антенны и с длиной волны. Поэтому при разработке приближенных методов расчета первичное поле представлялось в виде [6–8]

$$f(\tau) = \delta(\tau), \quad (2)$$

где $\delta(\tau)$ — дельта функция Дирака. Однако еще в работе [9] было выяснено, что точное решение уравнения (1) в нуле обращается в бесконечность. Поэтому модель (2) не применима.

В связи с этим в теории активных антенн часто полагают, что функция $f(\tau)$ отлична от нуля на малом участке $[-\epsilon, \epsilon]$ (ϵ много меньше единицы), а на этом промежутке постоянна и равна $1/2\epsilon$. Нас интересует вопрос: как изменится решение урав-

нения (1) и характеристики антенн, если взять другую функцию, также локализованную на промежутке $[-\epsilon, \epsilon]$?

Предположим, что функция $f(\tau)$ равна нулю вне промежутка $[-1, 1]$, непрерывна на $[-1, 1]$, неотрицательна и

$$\int_{-1}^1 f(t) dt = 1. \quad (3)$$

На основе $f(\tau)$ сконструируем функцию

$$f_\epsilon(\tau) = \begin{cases} \frac{1}{\epsilon} f\left(\frac{\tau}{\epsilon}\right), & |\tau| \leq \epsilon, \\ 0, & |\tau| > \epsilon. \end{cases} \quad (4)$$

Функция $f_\epsilon(\tau)$ локализована на малом промежутке $[-\epsilon, \epsilon]$ и удовлетворяет соотношению (3), т.е. интеграл от нее равен 1. Далее $f_\epsilon(0) = \frac{1}{\epsilon} f(0)$ и по мере уменьшения ϵ растет значение функции в нуле $f_\epsilon(0)$.

Как показано в [10, стр. 97], такая функция $f_\epsilon(\tau)$ аппроксимирует $\delta(\tau)$ в интегральном смысле, т.е. для произвольной гладкой функции $\varphi(\tau)$

$$\int_{-\epsilon}^{\epsilon} f_\epsilon(t) \varphi(t) dt \rightarrow \int_{-1}^1 \delta(t) \varphi(t) dt = \varphi(0) \quad \text{при } \epsilon \rightarrow 0.$$

Таким образом, модель $\delta(\tau)$ — дельта функции заменяем на аппроксимирующую функцию $f_\varepsilon(\tau)$, которая непрерывна и как следствие принадлежит пространству квадратично-суммируемых функций $L_2[-1, 1]$.

Целью данной работы является изучение влияния аппроксимирующей функции $f_\varepsilon(\tau)$ на характеристики антенн при малых значениях ε , выявление общих закономерностей для произвольных аппроксимирующих функций.

1. ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЕ ГИПЕРСИНГУЛЯРНОЕ УРАВНЕНИЕ

Рассмотрим характеристическое уравнение

$$\frac{1}{\pi} \frac{\partial}{\partial \tau} \int_{-1}^1 u(t) \frac{\partial}{\partial t} \ln \frac{1}{|\tau - t|} dt = f_\varepsilon(\tau), \quad -1 \leq \tau \leq 1. \quad (5)$$

Решение этого уравнения находится аналитически [1]

$$\begin{aligned} u(\tau) &= \frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 f_\varepsilon(t) \times \\ &\times \left(\frac{\ln 2}{2} + \ln \sin \frac{\arccos t + \arccos \tau}{2} - \frac{1}{2} \ln |\tau - t| \right) dt = \\ &= \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 f_\varepsilon(t) \ln \left| \frac{1 - \tau t + \sqrt{1 - \tau^2} \sqrt{1 - t^2}}{\tau - t} \right| dt. \end{aligned} \quad (6)$$

Входные сопротивления и входные проводимости определяются через значение решения в нуле $u(0)$. Поэтому далее изучим поведение $u(0)$. Из (6) получим

$$\begin{aligned} u(0) &= \frac{1}{\pi} \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} f_\varepsilon(t) \ln \left| \frac{1 + \sqrt{1 - t^2}}{t} \right| dt = \\ &= -\frac{1}{\pi} \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} f_\varepsilon(t) \ln |t| dt + \frac{1}{\pi} \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} f_\varepsilon(t) \ln |1 + \sqrt{1 - t^2}| dt. \end{aligned} \quad (7)$$

Преобразуем первый интеграл с учетом свойств функции $f_\varepsilon(\tau)$

$$\begin{aligned} \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} f_\varepsilon(t) \ln |t| dt &= \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} f_\varepsilon(t) (\ln |t| - \ln |\varepsilon|) dt + \\ &+ \ln |\varepsilon| \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} f_\varepsilon(t) dt = \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} \frac{1}{\varepsilon} f\left(\frac{t}{\varepsilon}\right) \ln \left| \frac{t}{\varepsilon} \right| dt + \\ &+ \ln |\varepsilon| \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} f_\varepsilon(t) dt = \int_{-1}^1 f(x) \ln |x| dx + \ln |\varepsilon|. \end{aligned} \quad (8)$$

Второй интеграл в (7) найдем приближенно

$$\begin{aligned} \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} f_\varepsilon(t) \ln |1 + \sqrt{1 - t^2}| dt &= \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} \frac{1}{\varepsilon} f\left(\frac{t}{\varepsilon}\right) \ln |1 + \sqrt{1 - t^2}| dt = \\ &= \int_{-1}^1 f(x) \ln |1 + \sqrt{1 - \varepsilon^2 x^2}| dx \approx \ln 2, \quad \text{при } \varepsilon \rightarrow +0. \end{aligned} \quad (9)$$

Окончательно получим формулу

$$\begin{aligned} u(0) &= \frac{1}{\pi} \left(\ln \left| \frac{2}{\varepsilon} \right| - \int_{-1}^1 f(x) (\ln |x|) dx \right) = \\ &= \frac{1}{\pi} \ln \left| \frac{2}{\varepsilon} \right| \left(1 - \frac{\int_{-1}^1 f(x) (\ln |x|) dx}{\ln \left| \frac{2}{\varepsilon} \right|} \right). \end{aligned} \quad (10)$$

Из полученной формулы (10) следует замечательное свойство решения характеристического уравнения: $u(0)$ асимптотически, при малых ε , не зависит от функции $f_\varepsilon(\tau)$, аппроксимирующей дельта функцию Дирака.

В работе [1] развит численно-аналитический метод решения гиперсингулярных уравнений. Решение ищется в виде суммы двух функций, одна из которых находится из решения характеристического уравнения, а второе численно. Можно показать, что второе решение от ε не зависит. Поэтому формула (10) на самом деле определяет зависимость решения для всего уравнения (1).

2. СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ВХОДНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ

В предыдущем пункте проведено теоретическое исследование и выявлена закономерность в поведении входного сопротивления: при малых ε входное сопротивление асимптотически не зависит от функции $f_\varepsilon(\tau)$, аппроксимирующей дельта функцию Дирака.

В этом пункте проведем точные расчеты на основе численно-аналитического метода работы [1] и сравним результаты расчета для двух моделей. В первой модели, как и в работе [1], функция $f(\tau)$ постоянна, соответственно этому

$$f_\varepsilon^1(\tau) = \begin{cases} \frac{1}{2\varepsilon}, & |\tau| \leq \varepsilon, \\ 0, & |\tau| > \varepsilon. \end{cases} \quad (11)$$

Для второй модели $f(\tau)$ на концах интервала обращается в нуль по корневому закону

$$f_\varepsilon^2(\tau) = \frac{2}{\pi\varepsilon} \begin{cases} \sqrt{1 - \frac{\tau^2}{\varepsilon^2}}, & |\tau| \leq \varepsilon, \\ 0, & |\tau| > \varepsilon. \end{cases} \quad (12)$$

Таблица 1. Относительные отклонения δ при $\epsilon = 0.01$, $l = 0.25\lambda$

l/a	Z_1 , Ом	Z_2 , Ом	δ , %
20	$116.43 + i19.97$	$117.14 + i17.84$	1.9
50	$100.40 + i44.13$	$100.96 + i43.60$	0.7
100	$92.34 + i48.05$	$92.63 + i47.84$	0.34
200	$87.51 + i48.59$	$87.65 + i48.50$	0.17
400	$84.47 + i48.12$	$84.53 + i48.08$	0.074
500	$83.73 + i47.90$	$83.78 + i47.87$	0.06
1000	$81.92 + i47.18$	$81.95 + i47.16$	0.04

Таблица 2. Относительные отклонения δ при $l = 200a$, $l = 0.25\lambda$

ϵ	Z_1 , Ом	Z_2 , Ом	δ , %
0.2	$84.78 + i51.60$	$84.93 + i51.18$	0.45
0.1	$85.38 + i50.21$	$85.59 + i50.00$	0.3
0.01	$87.51 + i48.59$	$87.65 + i48.50$	0.17
0.001	$89.15 + i47.53$	$89.28 + i47.43$	0.16

Таблица 3. Относительные отклонения δ при $\epsilon = 0.01$, $l = 0.5\lambda$

l/a	Z_1 , Ом	Z_2 , Ом	δ , %
20	$43.48 - i140.14$	$39.81 - i134.63$	4.7
50	$136.03 - i311.36$	$125.72 - i301.48$	4.4
100	$280.35 - i505.37$	$262.77 - i493.96$	3.8
200	$505.63 - i744.14$	$481.51 - i734.11$	3.0
400	$815.95 - i1014.84$	$788.04 - i1008.28$	2.2
500	$933.55 - i1107.09$	$905.09 - i1101.81$	2
1000	$1350.69 - i1406.26$	$1322.15 - i1404.77$	1.5

Вторая модель применялась в монографии [11, стр. 164] с целью построения эффективного численного алгоритма.

Для первой модели, входное сопротивление обозначим как Z_1 , а для второй модели – через Z_2 . Для сравнения входных сопротивлений, введем относительное отклонение по формуле

$$\delta = \frac{|Z_1 - Z_2|}{|Z_1|} \times 100\%. \quad (13)$$

Ниже в таблицах приведены значения относительного отклонения для различных значений l/a , l/λ и ϵ (a – радиус, l – длина плеча вибраторной антенны, $2l$ – длина антенны, 2Δ – длина участка антенны, где первичное поле отлично от нуля, $\epsilon = \Delta/l$, λ – длина волны).

Таблица 4. Относительные отклонения δ при $l = 200a$, $l = 0.5\lambda$

ϵ	Z_1 , Ом	Z_2 , Ом	δ , %
0.2	$1620.39 + i192.64$	$1623.92 - i118.05$	19.1
0.1	$1263.25 - i663.03$	$1137.75 - i731.91$	10.6
0.01	$505.63 - i744.14$	$481.51 - i734.11$	3.0
0.001	$297.84 - i622.92$	$286.22 - i613.36$	2.2

Таблица 5. Относительные отклонения δ при $l = 200a$, $l = 0.75\lambda$

ϵ	Z_1 , Ом	Z_2 , Ом	δ , %
0.2	$127.10 + i74.48$	$125.45 + i70.19$	3.2
0.1	$122.90 + i61.50$	$123.39 + i59.79$	1.3
0.01	$130.51 + i48.54$	$131.13 + i47.81$	0.69
0.001	$137.31 + i39.23$	$137.82 + i38.39$	0.69

Проанализируем результаты, представленные в табл. 1–5. Из табл. 1 и 3 следует сильная зависимость относительного отклонения от радиуса вибратора, чем меньше радиус вибраторной антенны или отношение радиуса к длине, тем отклонение меньше.

Для полуволнового вибратора (табл. 1, 2) при малых значениях a и ϵ относительное отклонение значительно меньше 1%, т.е. *входное сопротивление тонкого полуволнового вибратора практически не зависит от модели*. Это положение подтвердилось и для других моделей, в частности была рассмотрена модель бесконечно дифференцируемой функции, приведенной в [10, стр. 86] (в указанной работе функция называется “шапочкой”).

Для волнового вибратора относительное отклонение больше, чем для полуволнового и даже полутора волнового вибратора.

Из табл. 2, 4, 5 следует, что для всех антенн уменьшение ϵ приводит к уменьшению относительного отклонения и численные результаты подтверждают теоретические выводы, полученные на основе формулы (10).

ВЫВОДЫ

1. Дана математическая постановка задачи исследования зависимости входных сопротивлений антенн от профиля первичного поля: как зависят входные сопротивления от функции, аппроксимирующей дельта-функцию Дирака.

2. Доказано, что если область локализации первичного поля мала по сравнению с длиной антенны, то входное сопротивление асимптотически не зависит от аппроксимирующей функции.

Доказательство основано на явной формуле обращения гиперсингулярного оператора.

3. Проведены численные расчеты и получено согласие с теоретическими результатами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Сочилин А.В., Эминов С.И.* // РЭ. 2008. Т. 53. № 5. С. 553.
2. *Лифанов И.К., Ненашев А.С.* // Дифференциальные уравнения. 2005. Т. 41. № 1. С. 121.
3. *Клюев Д.С., Соколова Ю.В.* // РЭ. 2015. Т. 60. № 1. С. 52.
4. *Клюев Д.С., Корицунов С.А., Осипов О.В. и др.* // РЭ. 2018. Т. 63. № 5. С. 429.
5. *Плотников В.Н., Радциг Ю.Ю., Эминов С.И.* // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1994. Т. 34. № 1. С. 68.
6. *Hallen E.* // Nova Acta Regiae Societatis Scientiarum Upsaliensis. Ser. 4. 1938. V. 11. № 4. P. 1.
7. *Леонтович М.А., Левин М.Л.* // ЖТФ. 1944. Т. 14. № 9. С. 481.
8. Вычислительные методы в электродинамике / Под ред. Р. Митры. М.: Мир, 1977.
9. *Вайнштейн Л.А., Фок В.А.* // ЖТФ. 1967. Т. 37. № 7. С. 1189.
10. *Владимиров В.С.* Уравнения математической физики. М.: Наука, 1981.
11. *Неганов В.А., Табаков Д.П., Яровой Г.П.* Современная теория и практические применения антенн. М.: Радиотехника, 2009.

**АНТЕННО-ФИДЕРНЫЕ
УСТРОЙСТВА**

УДК 621.396.67

**АНАЛИТИЧЕСКАЯ МЕТОДИКА СИНТЕЗА АНТЕННЫ
ВЫТЕКАЮЩЕЙ ВОЛНЫ С ПОЛУПРОЗРАЧНОЙ СТЕНКОЙ
ИЗ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ЦИЛИНДРОВ**

© 2020 г. В. А. Калошин^а, *, К. Т. Нгуен^б, **

^аИнститут радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
ул. Моховая, 11, стр. 7, Москва, 125009 Российская Федерация

^бМосковский физико-технический институт (НИУ),
Институтский пер., 9, Долгопрудный Московской обл., 141701 Российская Федерация

*E-mail: vak@cplire.ru

**E-mail: mrthenguyenpk@gmail.com

Поступила в редакцию 20.09.2019 г.

После доработки 20.09.2019 г.

Принята к публикации 25.10.2019 г.

С использованием приближенного выражения для коэффициента отражения плоской волны от мелко-периодической решетки круглых металлических цилиндров и дисперсионного уравнения волновода с частично прозрачной стенкой развита аналитическая методика синтеза антенны вытекающей волны в виде нерегулярного полого прямоугольного металлического волновода с узкой стенкой в виде решетки круглых металлических цилиндров. В качестве примера применения методики синтезированы две антенны вытекающей волны: с равномерным и синусоидальным распределением амплитуды поля вдоль антенны. С использованием метода конечных элементов проведено электродинамическое моделирование синтезированных антенн. Для синтезированной антенны с равномерным распределением амплитуды результаты численного эксперимента сопоставлены с результатами измерений экспериментального образца в сантиметровом диапазоне волн.

DOI: 10.31857/S0033849420110078

ВВЕДЕНИЕ

Исследование антенн вытекающей волны, излучающих основную (нулевую) пространственную гармонику, продолжается в течение многих лет, начиная с середины прошлого века [1]. Конструктивно такие антенны чаще всего выполняются в виде металлического волновода или решетки волноводов с частично прозрачной стенкой. Частичная прозрачность стенки обеспечивается наличием в ней продольной щели или мелко-периодической решетки щелей или отверстий. Одним из возможных вариантов является использование в качестве частично прозрачной стенки решетки круглых металлических цилиндров (проволочной решетки), которая может быть выполнена, в частности, с применением технологии SIW (Substrate Integrated Waveguide, интегрированный в подложку волновод) [2, 3]. Однако использование SIW-технологии предполагает заполнение волновода диэлектриком, что приводит к дополнительным тепловым потерям и уменьшению пропускаемой мощности, а также увеличению скорости изменения углового положения луча с изменением ча-

стоты, что, при необходимости реализации фиксированного луча, является нежелательным.

В работах [4, 5] проведено исследование линейной антенны вытекающей волны в виде полого прямоугольного металлического волновода со стенкой в виде решетки металлических цилиндров. Показано, что антенна в виде двух таких волноводов, расположенных под определенным углом, обеспечивает при изменении частоты фиксированный в пространстве луч с высоким коэффициентом использования поверхности (КИП). Для реализации высокого КИП с использованием численной процедуры синтезировано распределение амплитуды поля вытекающей волны вдоль волновода, близкое к равномерному. Однако исследованная антенна обеспечивает высокий КИП только в узкой полосе частот.

В работе [6] развита численно-аналитическая методика синтеза антенны вытекающей волны в виде нерегулярного полого прямоугольного металлического волновода с узкой стенкой в виде решетки круглых металлических цилиндров. Методика основана на замене периодического нерегу-

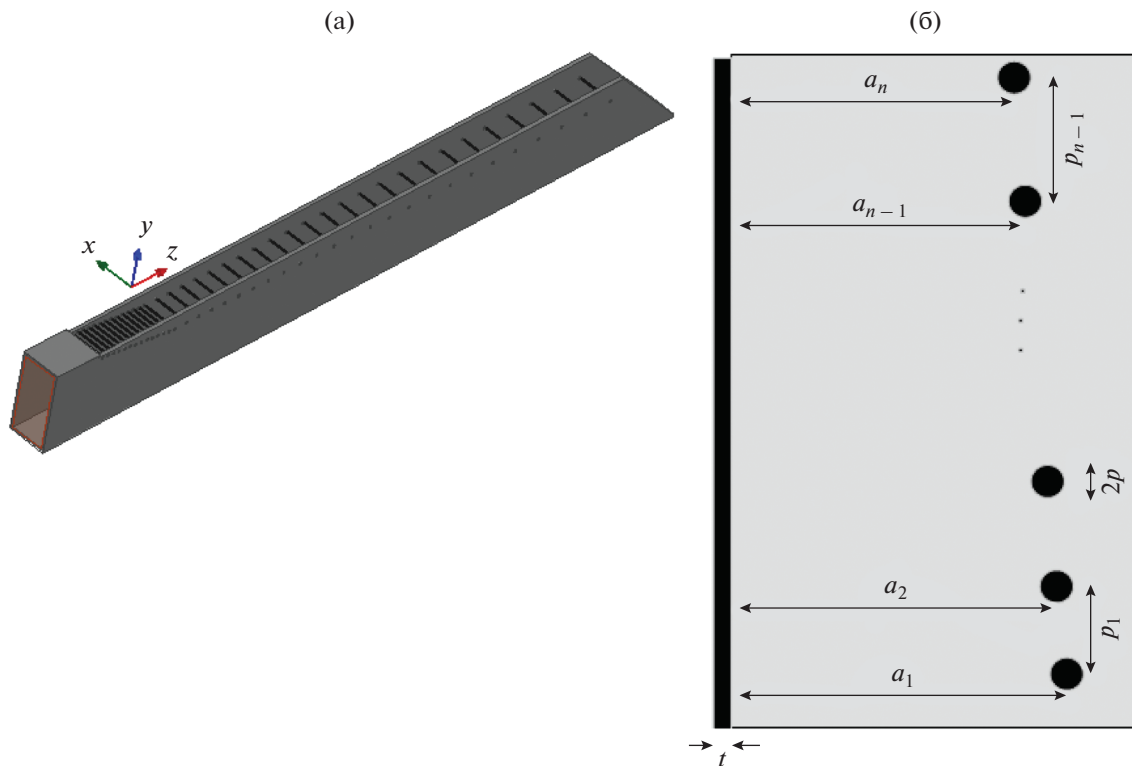


Рис. 1. Антенна вытекающей волны: а — внешний вид, б — продольное сечение.

лярного волновода эквивалентным плавно-нерегулярным волноводом с соответствующей зависимостью коэффициента вытекания вдоль волновода. Для обеспечения заданного амплитудного распределения вытекающей моды используется известное соотношение, связывающее величину постоянной затухания вытекающей моды с амплитудным распределением излученного поля [1]. С использованием дисперсионного уравнения для планарного волновода вытекающей волны с известными коэффициентами отражения плоских волн (волн Бриллюэна) от стенок [7] и известных выражений для коэффициента отражения от мелко-периодической решетки круглых металлических цилиндров [8] получено приближенное дисперсионное уравнение для прямоугольного волновода с узкой стенкой в виде такой решетки. Для синтеза линейного фазового фронта вытекающей волны вдоль волновода получена формула, связывающая изменение периода решетки цилиндров с изменением расстояния от осей цилиндров до узкой стенки волновода, обеспечивающая приближенное постоянство фазовой скорости вдоль волновода. Соотношение этих параметров уточняется путем численной процедуры.

Цель данной работы — развитие аналитической методики синтеза антенны вытекающей волны в виде нерегулярного полого прямоуголь-

ного металлического волновода с узкой стенкой в виде решетки круглых металлических цилиндров, а также оценка точности развитой теории путем анализа результатов моделирования синтезированных линейных антенн с синусоидальным и равномерным амплитудным распределением с использованием метода конечных элементов (МКЭ) и измерений экспериментального образца антенны в сантиметровом диапазоне волн.

1. СИНТЕЗ НЕРЕГУЛЯРНОГО ВОЛНОВОДА ВЫТЕКАЮЩЕЙ ВОЛНЫ С ЗАДАННОЙ ПОСТОЯННОЙ РАСПРОСТРАНЕНИЯ

Рассмотрим антенну в виде полого прямоугольного металлического волновода с размером узких стенок b , одна из которых образована решеткой круглых металлических цилиндров радиусом p , расположенных параллельно оси x с переменными периодом $p(z)$ и расстоянием от их осей до другой узкой стенки $a(z)$ (рис. 1). Антенна содержит линейный переход по широкой стенке к стандартному сечению волновода. Задача синтеза заключается в определении функций $p(z)$ и $a(z)$, обеспечивающих излучение волны с заданным линейным фазовым фронтом и заданным распределением амплитуды.

В работе [6] показано, что задача синтеза в приближении метода поперечных сечений и малого периода решетки $p(z)$ сводится к решению системы уравнений

$$\exp(-i(2ka \cos \psi - 2\pi)) = 1 + i(d \cos \psi), \quad (1)$$

$$\beta/k = C = \text{const}$$

относительно функций $p(z)$ и $a(z)$. Постоянная распространения $\beta = \text{Re}(\gamma)$, $\gamma(p) = k\sqrt{1 - (\cos \psi)^2}$, $d = (2p/\lambda)\ln(p/2\pi p)$, а постоянная затухания $\alpha(z) = \text{Im}(\gamma)$ определяется формулой [1]

$$\alpha(z) = \frac{0.5|A(z)|^2}{\int_{z_\lambda}^{L_\lambda} |A(z)|^2 dz + \frac{P(L)}{P(0) - P(L)} \int_0^{L_\lambda} |A(z)|^2 dz}, \quad (2)$$

где $L_\lambda = L/\lambda$ – нормированная на длину волны λ в свободном пространстве длина волновода, а $z_\lambda = z/\lambda$ – нормированная продольная координата.

Разлагая левую часть уравнения (1) в ряд Ма-клорена, можно получить приближенное решение в виде

$$\cos(\psi) = g + id^2 g^3 / 4\pi, \quad (3)$$

где $g = 2\pi/(d + 2ka)$. Подставляя разложение (3) в выражение для γ и разлагая корень по малой величине $\text{Im}(\cos \psi)$, получаем приближенные значения постоянных распространения и затухания соответственно:

$$\beta(p) = k\sqrt{1 - g^2}, \quad (4)$$

$$\alpha(p) = -kd^2 g^4 / (4\pi\sqrt{1 - g^2}). \quad (5)$$

Зависимости нормированной на волновое число постоянной распространения от нормированного на длину волны периода p_λ , рассчитанные с использованием формулы (4) и численной методики [9], показаны на рис. 2а двумя семействами кривых для $a/\lambda = 0.5$, 0.525, 0.55, 0.6. Из рисунка видно, что с увеличением величины a/λ постоянная распространения слабее зависит от периода, а точность формулы (4) растет. Точность формулы также растет с уменьшением периода и при $p/\lambda < 0.2$ результаты расчетов точным и приближенным методом близки друг к другу.

На рис. 2б в аналогичных обозначениях представлены аналогичные зависимости для нормированной постоянной затухания, рассчитанные с использованием формулы (5) и численной методики [9]. На рисунке видно, что точность формулы (5) также растет с увеличением величины a/λ и уменьшением величины p/λ и при $p/\lambda < 0.2$ результаты расчета точным и приближенным методом близки друг к другу.

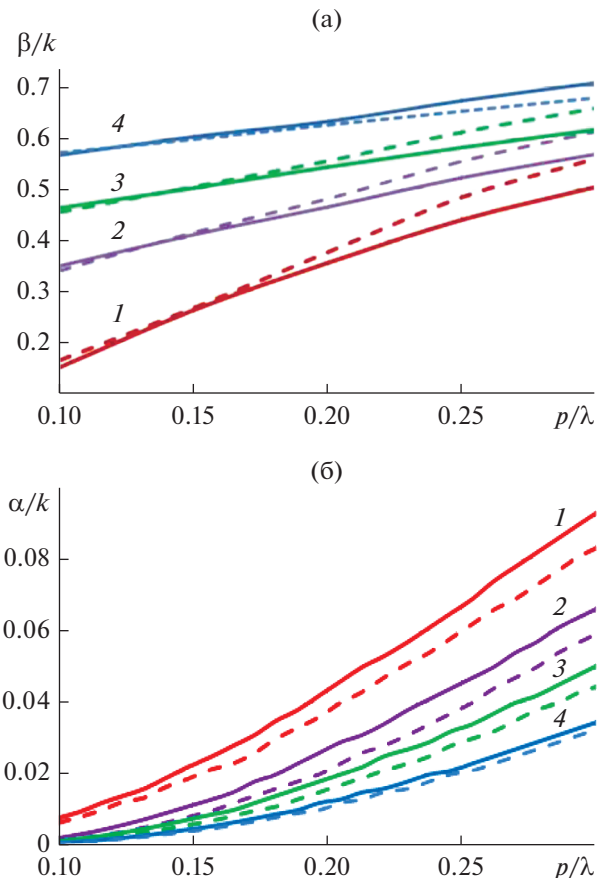


Рис. 2. Зависимости нормированных постоянных распространения (а) и затухания (б) от нормированного периода для $a/\lambda = 0.5$ (1), 0.525 (2), 0.55 (3) и 0.6 (4): сплошные кривые – расчет по формулам (4) и (5) (б), штриховые – с использованием численного метода [9].

Из требования $\beta/k = C = \text{const}$ и формулы (4) получаем

$$a(p) = \left(\pi / (k\sqrt{1 - C_0^2}) \right) - (d/2k). \quad (6)$$

На рис. 3 показаны зависимости нормированной величины a_λ от нормированного периода p_λ , рассчитанные по формуле (6) и с использованием строгого метода [6]. Соответствующие зависимости нормированных постоянных распространения β/k и затухания α/k , рассчитанные по формулам (4) и (5) при одновременном изменении величин a и p в соответствии с формулой (6) и зависимостью, полученной численно-аналитическим методом в [6], показаны соответственно на рис. 4а и 4б в тех же обозначениях, что и на рис. 3. На рисунках видно, что результаты расчетов постоянной затухания более близкие (см. рис. 4б), чем результаты расчетов постоянной распространения (см. рис. 4а). При этом следует отметить, что небольшой сдвиг среднего значения постоян-

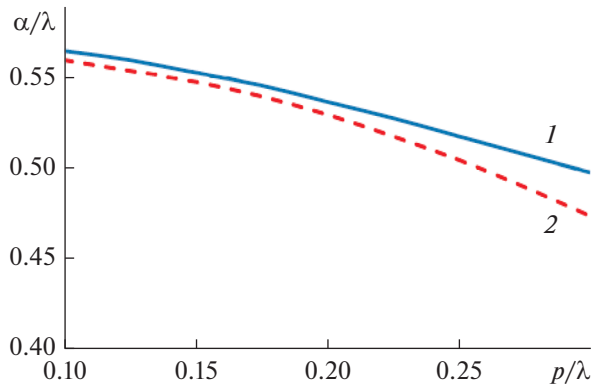


Рис. 3. Зависимость нормированного размера волновода в H -плоскости от нормированного периода, рассчитанная кривая — расчет по формуле (6) (кривая 1) и с использованием численного метода [6] (кривая 2).

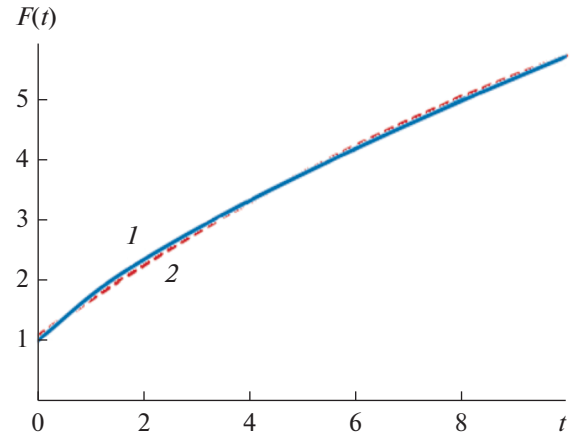


Рис. 5. Результаты расчета функции $F(t)$ по формуле (8) (кривая 1) и точного расчета [6] (кривая 2).

ной распространения относительно заданной величины меняет только угол излучения и практически не влияет на усиление и форму диаграммы направленности антенны. Небольшая линейная

составляющая зависимости постоянной распространения от периода (рис. 6) при переменном периоде приводит к соответствующим фазовым aberrациям в апертуре антенны.

При условии $\beta/k = C$ из формулы (4) можно получить $g = \sqrt{1 - C^2}$. Подставляя это выражение в формулу (5), получаем

$$f(t) = \sqrt{\alpha/M}, \quad (7)$$

где $t = \frac{p}{2\pi r}$, $M = \frac{4k\pi p^2 g^4}{C\lambda^2}$, $f(t) = t \ln(t)$.

Для функции $F(t)$, к функции $f(t)$, можно получить параболическую аппроксимацию в виде

$$F(t) = 0.0047t^2 + 0.4859t + 1.3177. \quad (8)$$

Результаты расчета по формуле (8) и точного расчета функции $F(t)$ приведены на рис. 5.

Используя формулы (8) и (7), нетрудно получить

$$P(z) = 2\pi r \left[0.0047 \left(\frac{\alpha(z)}{M} \right) + 0.4859 \sqrt{\frac{\alpha(z)}{M}} + 1.3177 \right], \quad (9)$$

где $\alpha(z)$ определена формулой (2).

Формулы (2), (6), (9) определяют решение задачи синтеза.

В качестве первого примера применения развитой выше теории рассмотрим задачу синтеза антенны с синусоидальным амплитудным распределением $A(z) = \sin\left(\pi \frac{z}{L}\right)$. Подставляя это выражение в формулу (2), получаем

$$\alpha(z) = \frac{(P(0) - P(L)) \sin^2\left(\pi \frac{z}{L}\right)}{P(0)(L - z) + zP(L) + \frac{L}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi}{L} z\right)}. \quad (10)$$

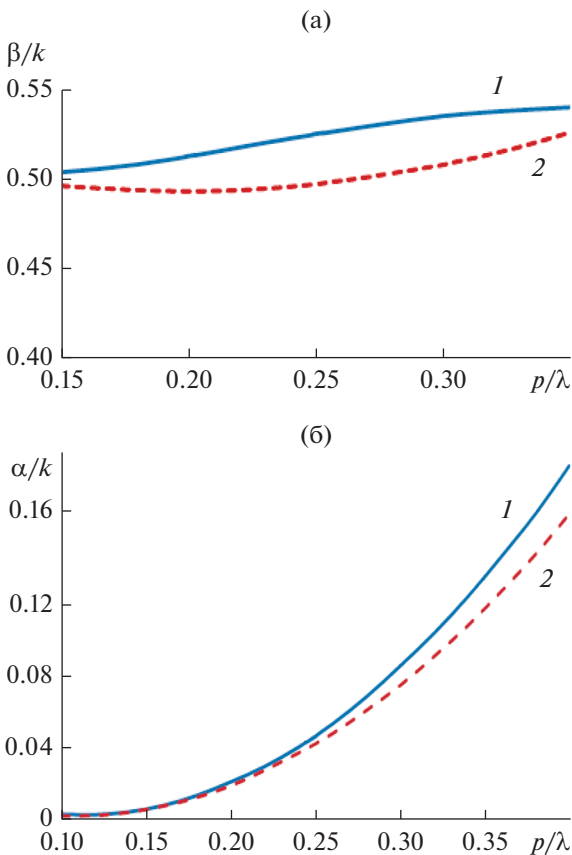


Рис. 4. Зависимости нормированной постоянной распространения (а) и нормированной постоянной затухания (б) нерегулярного волновода от нормированного периода.

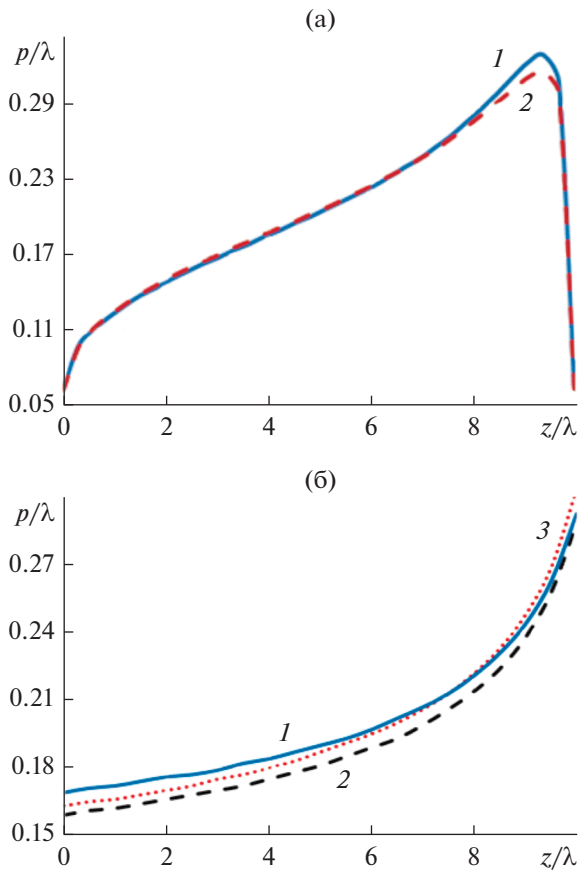


Рис. 6. Зависимости нормированного периода p_λ в антенне с синусоидальным (а) и равномерным (б) амплитудным распределением от нормированной продольной координаты z_λ . Синтез аналитическим методом (кривая 1), численно-аналитическим методом (кривая 2) и численным методом (кривая 3).

Подставляя выражение (10) для α/k в формулу (9) со значениями $L_\lambda = 10$, $P(0) = 1$, $P(L) = 0.01$, находим соответствующую зависимость нормированного периода p_λ от нормированной координаты z_λ (рис. 6а, кривая 1). Там же представлена аналогичная зависимость, полученная с использованием численно-аналитической методики синтеза [6] (кривая 2). Видно, что зависимости, полученные с использованием аналитической теории и численно-аналитической методики, совпадают практически везде, за исключением небольшой области в конце антенны, где нормированные периоды отличаются на величину около 0.01.

В качестве второго примера синтезируем антенну с равномерным амплитудным распределением $A(z) = 1$. Подставляя это распределение в формулу (2), получаем

$$\alpha(z) = \frac{0.5(P(0) - P(L))}{P(0)L_\lambda - z(P(0) - P(L))}. \quad (11)$$

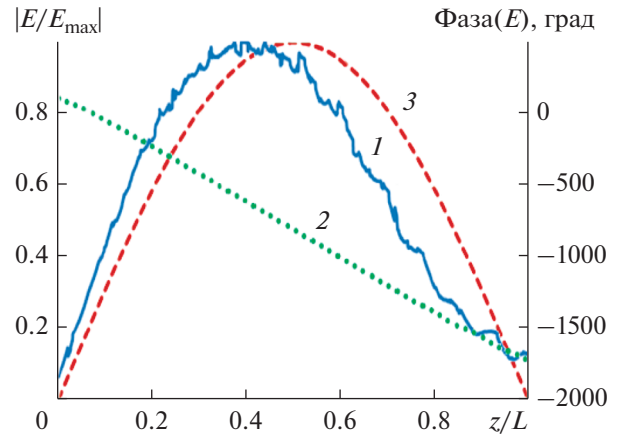


Рис. 7. Нормированное распределение амплитуды (кривая 1) и фазы (кривая 2) электрического поля вдоль синтезированной антенны на расстоянии $\lambda/4$ от апертуры на частоте 9 ГГц антенны, а также апертуры с синусоидальным амплитудным распределением (кривая 3).

Подставляя выражение (11) в формулу (9) со значениями параметров $L_\lambda = 10$, $P(0) = 1$ и $P(L) = 0.1$ получаем решение $P(z)$ для равномерного амплитудного распределения. Зависимость $p(z)$, рассчитанная по формуле (9) с использованием формулы (11) (кривая 1), представлена на рис. 6б. Там же приведена аналогичная зависимость, полученная с использованием численно-аналитической процедуры синтеза [6] (кривая 2) и численной процедуры синтеза [6] (кривая 3).

Как видно из рис. 6б, результаты расчета $p(z)$, полученные всеми тремя методами, близки друг к другу.

2. АНАЛИЗ СИНТЕЗИРОВАННЫХ АНТЕНН

С использованием МКЭ было проведено электродинамическое моделирование синтезированной выше антенны с синусоидальным амплитудным распределением длиной 330 мм и размером узкой стенки волновода — 10 мм. Полученные распределения нормированной амплитуды и фазы электрического поля вдоль антенны на расстоянии 8 мм от апертуры на частоте 9 ГГц представлены на рис. 7. Как видно на рисунке, максимум амплитудного распределения синтезированной антенны сдвинут в сторону входа антенны, при этом фазовое распределение — практически линейное.

На рис. 8 приведена диаграмма направленности в H -плоскости синтезированной антенны (кривая 1). Там же показана диаграмма направленности соответствующей апертуры с заданным синусоидальным распределением и соответству-

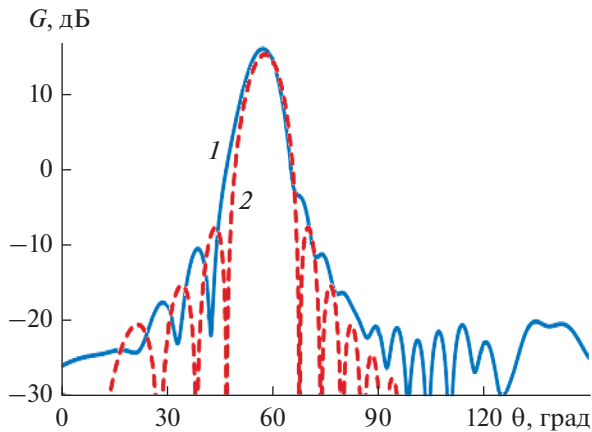


Рис. 8. Диаграммы направленности в H -плоскости синтезированной антенны (кривая 1) и апертуры с синусоидальным амплитудным распределением (кривая 2).

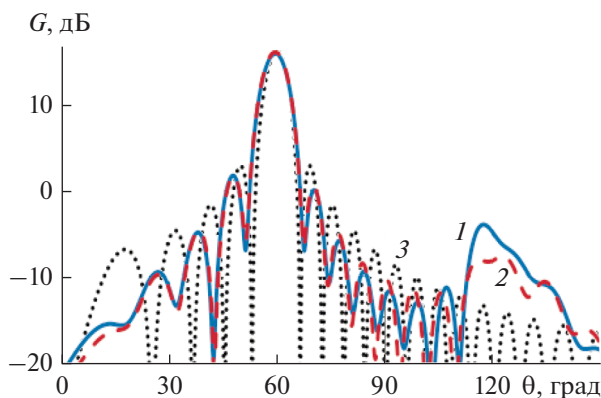


Рис. 10. Диаграммы направленности в H -плоскости антенны, синтезированной аналитическим методом (кривая 1), численно-аналитическим методом (кривая 2) и апертуры с постоянным амплитудным распределением (кривая 3).

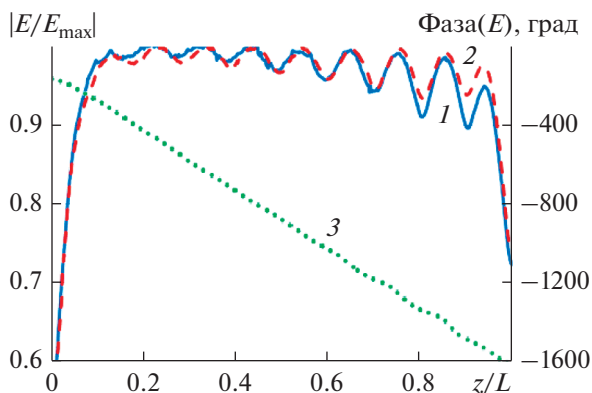


Рис. 9. Нормированное распределение амплитуды электрического поля вдоль антенны с постоянным амплитудным распределением, синтезированной аналитическим методом (кривая 1), численно-аналитическим методом (кривая 2) и распределение фазы (кривая 3) на расстоянии $\lambda/4$ от апертуры на частоте 9 ГГц.

ющим линейным фронтом (кривая 2). На рисунке видно, что, несмотря на погрешность синтеза амплитудного распределения (см. рис. 7), диаграммы направленности синтезированной антенны и апертуры с соответствующим линейным фронтом и точным синусоидальным распределением амплитуды достаточно близки, за исключением уровня бокового излучения (см. рис. 8).

С использованием МКЭ было также проведено электродинамическое моделирование синтезированной антенны с равномерным амплитудным распределением длиной 330 мм и размером узкой стенки волновода 10 мм. На рис. 9 приведены распределения амплитуды и фазы электрического поля вдоль антенны. На рисунке видно, что амплитудные распределения имеют небольшие колебания вокруг средней величины, амплитуда которых увеличивается к концу антенны. При этом их средняя величина ближе к заданному (постоянному) значению, а амплитуда колебаний существенно больше, чем для антенны с синусоидальным распределением (см. рис. 7). Фазовое распределение при этом также близко к линейному. На рис. 10 показаны диаграммы направленности в H -плоскости антенны с постоянным амплитудным распределением, синтезированной аналитическим и численно-аналитическим методом [6]. Для сравнения приведена диаграмма направленности эквивалентной апертуры с постоянным амплитудным распределением и соответствующим линейным фронтом. Видно, что небольшая разница между диаграммами наблюдается только в боковом излучении, а диаграммы антенн, синтезированных разными методами, практически совпадают.

На рис. 11 показаны диаграммы направленности в H -плоскости антенны с постоянным амплитудным распределением, синтезированной для частоты 9 ГГц, на семи частотах. С увеличением частоты ширина главного лепестка диаграмм направленности уменьшается, а усиление — растет. Наблюдается также небольшое возрастание уровня бокового излучения.

Для проверки результатов моделирования был изготовлен и исследован экспериментальный образец синтезированной антенны вытекающей волны с постоянным амплитудным распределением. Фотографии экспериментального образца с коаксиально-волноводным переходом показаны на рис. 12.

Измерения характеристик экспериментального образца были проведены в безэховой камере в дальней зоне с использованием прибора “Микран Р2М-40”. На рис. 13 представлены результаты измерения частотной зависимости коэффициента отражения. Небольшое отличие результатов численного и физического эксперимента (ниже

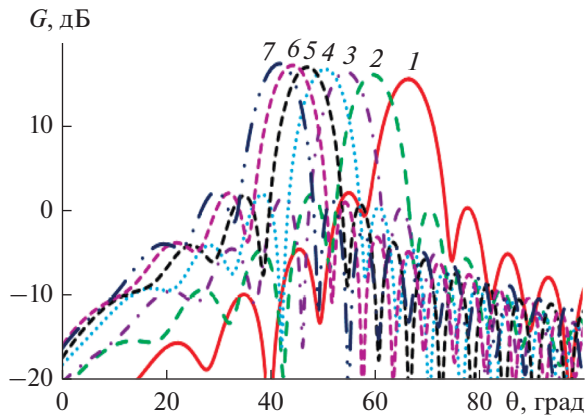


Рис. 11. Диаграммы направленности синтезированной антенны с равномерным амплитудным распределением в H -плоскости на частотах: 8.5 (1), 9 (2), 9.5 (3), 10 (4), 10.5 (5), 11 (6) и 11.5 ГГц (7).

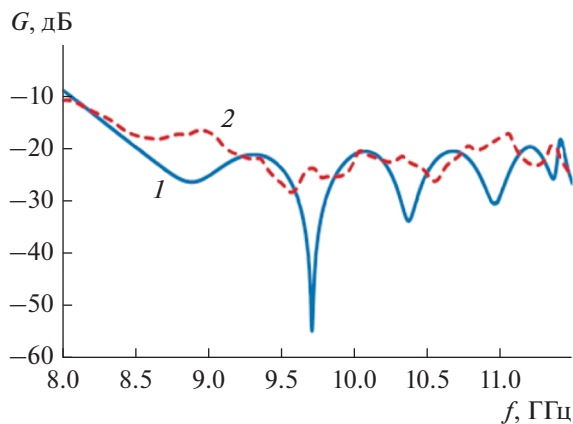


Рис. 13. Зависимость коэффициента отражения экспериментального образца антенны от частоты: кривая 1 – численный эксперимент, кривая 2 – физический эксперимент.

уровня – 18 дБ) можно объяснить неучетом влияния коаксиально-волноводного перехода при проведении численного моделирования. Результаты измерений коэффициента усиления экспериментального образца антенны в зависимости от частоты приведены на рис. 14. На рисунке видно, что результаты измерений коэффициента усиления меньше результатов численного моделирования на величину от 0.2 до 1 дБ, что в целом соответствует точности эксперимента.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основании полученных в работе результатов, можно сделать следующие выводы.

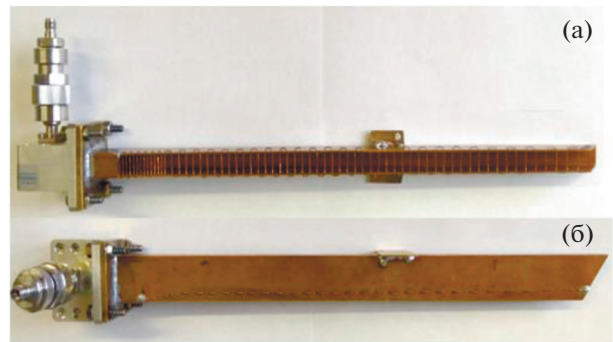


Рис. 12. Экспериментальный образец антенны вытекающей волны с равномерным амплитудным распределением и коаксиальным переходом: вид сверху (а) и вид сбоку (б).

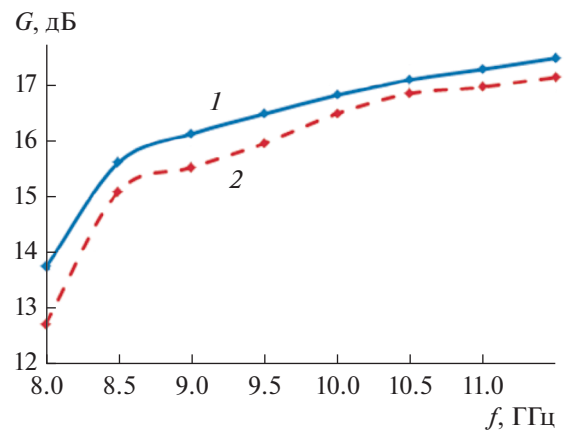


Рис. 14. Зависимость коэффициента усиления экспериментального образца антенны от частоты: кривая 1 – численный эксперимент, кривая 2 – физический эксперимент.

1. Несмотря на сделанные в работе приближения, развитая аналитическая теория позволяет решать задачу синтеза антенны вытекающей волны в виде полого нерегулярного прямоугольного металлического волновода с узкой стенкой в виде решетки круглых металлических цилиндров с амплитудным и фазовым распределениями, близкими к заданным.

2. Приближенный характер синтезированных амплитудно-фазовых распределений влияет главным образом на боковое излучение антенны, а для антенн со спадающей к краям амплитудой, кроме того, – на положение максимума диаграммы направленности.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена за счет бюджетного финансирования в рамках государственного задания по теме 0030-2019-006.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Уолтер К. Антенны бегущей волны. М.: Энергия, 1970.
2. Deslandes D., Wu Ke. Asia-Pacific Microwave Conf. Proc. Suzhou, China. 4–7 Dec. 2005. V. 1. P. 4.
3. Martinez-Ros A.J., Gómez-Tornero J.L., Goussetis G. // IEEE Trans. 2012. V. AP-60. № 3. P. 1625.
4. Калошин В.А., Нгуен К.Т. // Докл. VI Всеросс. микроволн. конф. М.: ИРЭ им. Котельникова РАН, 2018. С. 214.
5. Калошин В.А., Нгуен К.Т. // Журн. радиоэлектроники. 2019. № 1. <http://jre.cplire.ru/jre/jan19/14/text.pdf>.
6. Калошин В.А., Нгуен К.Т. // РЭ. 2020. Т. 65. № 3. С. 250.
7. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973.
8. Айзенберг Г.З., Ямпольский В.Г., Терешин О.Н. Антенны УКВ. М.: Связь, 1977. Ч. 2.
9. Калиничев В.И., Бабаскин А.А. // Журн. радиоэлектроники. 2015. № 7. <http://jre.cplire.ru/jre/jul15/2/text.pdf>.

ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

УДК 629.7.058.53

МЕТОД НАВЕДЕНИЯ НА ВОЗДУШНУЮ ЦЕЛЬ В СОСТАВЕ ПЛОТНОЙ ГРУППЫ

© 2020 г. В. С. Верба^а, И. Р. Загребельный^{а, б, *}, В. И. Меркулов^а

^аАО Концерн радиостроения “Вега”,
Кутузовский просп., 34, Москва, 121170 Российская Федерация

^бМосковский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана,
ул. 2-я Бауманская, 5, Москва, 105005 Российская Федерация

*E-mail: mail@vega.su

Поступила в редакцию 27.04.2020 г.

После доработки 27.04.2020 г.

Принята к публикации 11.06.2020 г.

Предложен метод наведения на отдельную цель в плотной группе для осуществления траекторного управления, которое решает задачу перехода от типового разрешения по углу, определяемого шириной диаграммы направленности, к разрешению по доплеровским частотам на основе эффекта доплеровского обострения луча с последующей минимизацией текущего промаха. Проведен анализ полученного закона и представлены результаты имитационного моделирования.

DOI: 10.31857/S0033849420110182

ВВЕДЕНИЕ

В рамках все возрастающей роли группового противоборства в воздушно-космической сфере [1] как средств нападения, так и средств защиты [2], все более востребованной становится задача уничтожения отдельных летательных аппаратов (приоритетных целей [3]) в составе плотной группы.

Необходимо отметить, что к настоящему времени [4] подавляющее число средств поражения “воздух–воздух” ориентировано на поражение одиночных (разрешаемых) целей.

Если цели движутся в составе плотной группы и не разрешаются бортовой радиолокационной системой (РЛС) перехватчика ни по дальности, ни по скорости, ни по угловым координатам, то средства поражения будут наводиться на геометрический либо энергетический центр группы, не обеспечивая поражения интересующей цели [4].

В связи с этим весьма актуальной становится задача разработки методов индивидуального наведения на отдельные цели в составе плотной группы. В свою очередь эта задача разбивается на две подзадачи:

1) обеспечение разрешения бортовой РЛС до значений, позволяющих выделять отдельные цели на фоне других;

2) реализация высокоточного наведения на выбранную цель с минимизацией текущего промаха.

Среди различных видов разрешения наиболее сложно обеспечить разрешающую способность

по углу ввиду естественных ограничений, определяемых шириной диаграммы направленности θ антенны бортовой РЛС носителя, которая зависит от соотношения размеров антенны d и длины волны λ измеряемого сигнала: $\theta \approx \lambda/d$ [5].

Перспективным направлением улучшения разрешающей способности по углу в однопозиционных бортовых РЛС является применение траекторного управления наблюдением [6], суть которого состоит в переходе от типового разрешения по углу, определяемого шириной диаграммы направленности, к разрешению по доплеровским частотам на основе эффекта доплеровского обострения луча (ДОЛ) [7], реализуемого в процессе полета носителя бортовой РЛС по специальной траектории.

Следует подчеркнуть, что для реализации ДОЛ полет летательного аппарата (ЛА) должен выполняться под некоторым вполне определенным углом относительно направления на цель, то время как для ее перехвата необходимо лететь либо на нее, либо в упрежденную точку встречи [8]. Таким образом, траектория должна удовлетворять двум противоречивым требованиям: обеспечивать разрешение цели в группе за счет ДОЛ и в то же время обеспечивать минимальный промах в процессе наведения на нее. То есть фактически необходимо решать двухкритериальную задачу.

Следует заметить, что особенностью этой задачи является возможность разнесения решаемых подзадач во времени, т.е. вначале обеспечить

разрешение целей по угловым координатам, а на конечном участке — минимизировать промах. Однако для исполнения такого подхода необходимо иметь нестационарный закон управления [9], обеспечивающий автоматическое перераспределение функций управления от решения первой задачи ко второй.

В общем случае эта задача может быть решена различными способами [10–12]. Однако их общим недостатком является использование как для разрешения, так и минимизации промаха в качестве управляемой координаты угловой скорости линии визирования, что с одной стороны ограничивает дальность их действия, а с другой — усложняет процедуру минимизации промаха.

Цель данной работы — синтез более совершенного метода наведения летательными аппаратами, обеспечивающего индивидуальное наведение на цель в составе плотной группы на значительно больших расстояниях, с автоматическим перераспределением приоритетов управления от решения задачи требуемого разрешения к решению задачи поражения цели.

При этом под методом наведения понимается закон формирования требуемой траектории, полет по которой позволит решить поставленную задачу [8].

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Задача будет решаться на основе математического аппарата локального варианта статистической теории оптимального управления. Этот аппарат позволяет [13] для системы

$$\dot{\mathbf{x}}_y(t) = \mathbf{F}_y \mathbf{x}_y(t) + \mathbf{B}_y \mathbf{u}(t) + \xi_y(t), \quad (1)$$

предназначенной для отработки процесса

$$\dot{\mathbf{x}}_t(t) = \mathbf{F}_t \mathbf{x}_t(t) \quad (2)$$

при наличии измерений

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{H} \mathbf{x}(t) + \xi_z(t) \quad (3)$$

сформировать сигнал управления

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{B}_y^T \mathbf{Q} [\hat{\mathbf{x}}_t(t) - \hat{\mathbf{x}}_y(t)], \quad (4)$$

оптимальный по минимуму функционала качества

$$I = M_y \left\{ [\mathbf{x}_t(t) - \mathbf{x}_y(t)]^T \mathbf{Q} [\mathbf{x}_t(t) - \mathbf{x}_y(t)] + \int_0^t \mathbf{u}(t)^T \mathbf{K} \mathbf{u}(t) dt \right\}. \quad (5)$$

В (1)–(5): $\mathbf{x}_t$ и $\mathbf{x}_y$ — n -мерные векторы требуемых и управляемых координат состояния в текущие моменты времени t ; $\mathbf{F}_y$ и $\mathbf{F}_t$ — матрицы, определяющие динамические свойства подсистем (1) и (2); $\mathbf{u}$ — r -мерный ($r \leq n$) вектор управления; $\mathbf{B}_y$ — матрица эффективности управления; $\mathbf{z}$ — m -мер-

ный ($m \leq 2n$) вектор измерений; $\mathbf{H}$ — матрица связи $\mathbf{x}$ и $\mathbf{z}$; ξ_y , ξ_z — гауссовские центрированные векторы шумов состояния и измерений с известными матрицами спектральных плотностей; $\mathbf{Q}$ — неотрицательно определенная матрица штрафов за точность функционирования, $\mathbf{K}$ — положительно определенная матрица штрафов за величину сигналов управления; $\hat{\mathbf{x}}_t$ и $\hat{\mathbf{x}}_y$ — векторы оптимальных оценок процессов $\mathbf{x}_t$ и $\mathbf{x}_y$; $M_y\{\cdot\}$ — операция математического ожидания при условии, что имеются измерения (3), T — знак транспонирования

Отличительной особенностью закона управления (4), кроме простоты, является то, что он не требует априорного знания временного интервала функционирования, обеспечивая оптимизацию системы наведения на каждый момент времени. Кроме того, непосредственно для его реализации не требуется знания матриц $\mathbf{F}_y$ и $\mathbf{F}_t$ внутренних связей в (1) и (2), а достаточно знания оценок $\hat{\mathbf{x}}_t$ и $\hat{\mathbf{x}}_y$, полученных тем или иным способом.

Для реализации этой целевой установки необходимо найти:

а) закон формирования $\mathbf{x}_t$ в (4), (5), обеспечивающий разрешение целей по угловым координатам;

б) механизм перераспределения приоритетов управления от разрешения к устранению промаха;

в) закон управления, минимизирующий промах на конечном участке.

Необходимо отметить, что, в общем случае, наведение необходимо осуществлять как в горизонтальной, так и в вертикальной плоскостях. Ниже для простоты рассмотрен синтез закона управления лишь для горизонтальной плоскости, в предположении, что закон управления для вертикальной плоскости будет аналогичным.

2. ОБОСНОВАНИЕ ТРЕБУЕМОЙ ТРАЕКТОРИИ ПОЛЕТА НОСИТЕЛЯ БОРТОВОЙ РЛС

Рассмотрим зависимость линейного разрешения бортовой РЛС по азимуту от взаимного расположения самолета-носителя и двух, близкорасположенных целей, не разрешаемых по углу и движущихся с одинаковыми скоростями и в одном направлении.

Пусть на носителе, находящемся в точке O_n (рис. 1) на удалении D от цели $O_{ц1}$ и близкорасположенной к ней цели $O_{ц2}$, движущемуся со скоростью V_n под углом φ_n к $O_{ц1}$, формируется сигнал подсвета с длиной волны λ , который после отражения от цели принимается приемником бортовой РЛС. На рисунке: $\Delta\varphi < \theta$ — угол между целя-

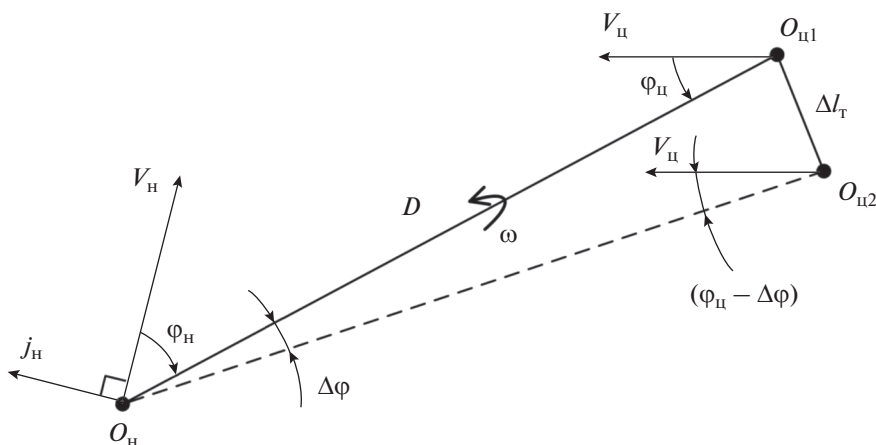


Рис. 1. Геометрия взаимного расположения носителя бортовой РЛС O_H и целей $O_{ц1}$, $O_{ц2}$.

ми $O_{ц1}$ и $O_{ц2}$, при котором они не разрешаются по углу; $\varphi_{ц}$ — угол между направлением скорости цели и линией визирования; ω — угловая скорость вращения линии визирования цели $O_{ц1}$; j_H — поперечное ускорение носителя; θ — ширина диаграммы направленности бортовой РЛС. При этом минимальное расстояние Δl_T между целями, при котором принимается решение о наличии двух целей, именуемое разрешающей способностью, существенно (более, чем на порядок) меньше дальности до цели:

$$\Delta l_m \ll D. \quad (6)$$

Тогда доплеровская частота принимаемого от цели $O_{ц1}$ сигнала

$$F_{d1} = \frac{2V_H \cos \varphi_H}{\lambda} + \frac{2V_{ц} \cos \varphi_{ц}}{\lambda}. \quad (7)$$

В свою очередь, доплеровская частота сигнала, принимаемого от цели $O_{ц2}$, удаленной от цели $O_{ц1}$ на расстояние $\Delta l_m \ll D$, определяется как

$$F_{d2} = \frac{2V_H \cos(\varphi_H + \Delta\varphi)}{\lambda} + \frac{2V_{ц} \cos(\varphi_{ц} - \Delta\varphi)}{\lambda}.$$

Разложив это выражение в ряд Тейлора с линейным приближением, получим:

$$\begin{aligned} F_{d2} &= \frac{2}{\lambda} [V_H \cos \varphi_H - V_H (\sin \varphi_H) \Delta\varphi + \\ &+ V_{ц} \cos \varphi_{ц} + V_{ц} (\sin \varphi_{ц}) \Delta\varphi] = \\ &= F_{d1} + \frac{2}{\lambda} (V_{ц} \sin \varphi_{ц} - V_H \sin \varphi_H) \Delta\varphi = \\ &= F_{d1} + \frac{2\Delta l_T}{\lambda D} (V_{ц} \sin \varphi_{ц} - V_H \sin \varphi_H), \end{aligned} \quad (8)$$

где было учтено равенство (7) и соотношение $\Delta\varphi \approx \Delta l_T / D$ для малых углов.

Чтобы разрешить цели $O_{ц1}$ и $O_{ц2}$ по доплеровской частоте, полоса пропускания доплеровского фильтра бортовой РЛС не должна превышать величины

$$\Delta F = F_{d1} - F_{d2} = \frac{2\Delta l_T}{\lambda D} (V_H \sin \varphi_H - V_{ц} \sin \varphi_{ц}). \quad (9)$$

Если полоса доплеровского фильтра ΔF и длина волны λ известны, то можно предъявить требования к бортовому пеленгу цели φ_H , при котором цели будут разрешаться, находясь друг от друга на расстоянии Δl_T . Из (9) можно получить:

$$V_H \sin \varphi_H - V_{ц} \sin \varphi_{ц} = \frac{\Delta F \lambda D}{2\Delta l_T}, \quad (10)$$

$$\sin \varphi_H = \frac{\Delta F \lambda D}{2\Delta l_T V_H} + \frac{V_{ц}}{V_H} \sin \varphi_{ц}. \quad (11)$$

Из (11) следует, что для реализации требуемого линейного разрешения Δl_T траектория полета носителя должна быть такой, чтобы требуемый бортовой пеленг цели с носителя обладал значением не меньшим, чем

$$\varphi_{нт} = \arcsin \left[\frac{\Delta F \lambda D}{2\Delta l_T V_H} + \frac{V_{ц}}{V_H} \sin \varphi_{ц} \right]. \quad (12)$$

При этом, учитывая, что $(V_H \sin \varphi_H - V_{ц} \sin \varphi_{ц}) / D = \omega$, из (10) получаем требования к угловой скорости линии визирования:

$$\omega_T = \frac{\Delta F \lambda}{2\Delta l_T}. \quad (13)$$

Анализ (12) и (13) позволяет заключить, что требуемые значения бортового пеленга $\varphi_{нт}$ и угловой скорости ω_T , необходимые для достижения требуемого линейного разрешения Δl_T , зависят

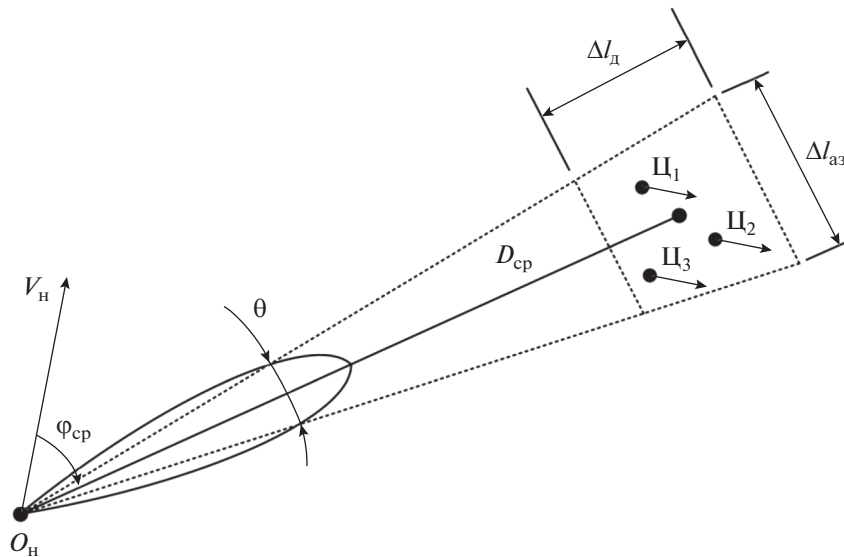


Рис. 2. Определение дальности D_{cp} и бортового пеленга φ_{cp} центра группы.

как от параметров системы обработки $(\lambda, \Delta F)$, так и от условий применения $(D, V_H, V_{ц}$ и $\varphi_{ц})$.

Необходимо подчеркнуть, что (12) и (13) имеют естественное ограничение по дальности применения, обусловленное, с одной стороны, вытекающим из (11) требованием $\sin \varphi_{нт} \leq 1$, а с другой стороны сложностью реализации требуемых значений (13) на больших дальностях в реальном диапазоне скоростей движения целей и носителя. При этом последнее ограничение более жесткое.

3. СИНТЕЗ ЗАКОНА УПРАВЛЕНИЯ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩЕГО НАВЕДЕНИЕ НА ЦЕЛЬ В СОСТАВЕ ПЛОТНОЙ ГРУППЫ

Для синтеза закона управления (4) следует иметь еще модель состояния (1) и функционал качества (5). Выбор исходных моделей состояния осуществляется исходя из назначения системы, возможности измерения координат состояния и их связей с требованиями, предъявляемыми к системе. Рассматриваемая система предназначена для решения двух задач, разрешения целей в плотной группе и высокоточного наведения объекта управления на отдельную цель в составе плотной группы.

Требуемое линейное разрешение ΔL_r , определяемое интервалом между целями в группе, можно обеспечить соответствующим выбором угла $\varphi_H = \varphi_{нт}$ и угловой скорости линии визирования $\dot{\omega} = \dot{\omega}_r$. В свою очередь, точность наведения на

цель характеризуется величиной текущего промаха [8]

$$h \approx \frac{D^2 \omega}{V_{сб}}, \quad (14)$$

где $V_{сб} = -\dot{D}$ — скорость сближения объекта управления с целью, и для его уменьшения необходимо минимизировать величину ω .

Спецификой модели состояния системы носитель — плотная группа является использование эквивалента носитель — одиночная цель, в котором роль одиночной цели выполняет элемент, координатами которого являются расстояние до центра группы и средний бортовой пеленг, соответствующий центру группы. Эти условия обычно выполняются на практике, если группа пространственно укладывается в элемент разрешения (рис. 2), а расстояния между участниками группы удовлетворяют соотношениям:

$$\Delta L_d \ll D_{cp}, \quad \Delta L_{аз} \ll D_{cp}, \quad (15)$$

где D_{cp} — среднее расстояние до центра группы, ΔL_d — линейное разрешение по дальности, $\Delta L_{аз}$ — линейное разрешение по азимуту.

Ввиду выполнения условия (15) правомочно использование модели состояния [8]:

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_H &= \omega, \quad \varphi_H(0) = \varphi_{H0}; \\ \dot{\omega} &= -\frac{2\dot{D}}{D} \omega - \frac{1}{D} j_{\omega} + \xi_{\omega}, \quad \omega(0) = \omega_0, \end{aligned} \quad (16)$$

которая получена с учетом того, что $\Delta L_r \ll D$, $\ll \lambda$ а цели в плотной группе не маневрируют. Достоинством модели (16), в которой ξ_{ω} — шумы состояния, является ее адаптируемость к условиям при-

менения, обусловленная учетом маневра носителя за счет поперечного ускорения j_n , и зависимость ω от дальности и скорости сближения. Следует подчеркнуть, что средние значения φ_n , ω , j_n , D и $\dot{D}$ достаточно просто оцениваются существующими датчиками.

Синтез закона управления, совместно наилучшего по разрешающей способности, точности наведения самолета и экономичности будем выполнять при условии, что соблюдаются следующие допущения:

1) известны интервалы между целями ΔI_r , определяющие требуемую линейную разрешающую способность по азимуту;

2) цели движутся в произвольном направлении с известной постоянной скоростью;

3) известен диапазон располагаемых перегрузок и допустимый промах, величина которого определяется согласно (14);

4) на борту наводимого объекта в рамках первичной обработки в РЛС проводится спектральный анализ принимаемых сигналов, а в рамках вторичной формируются измерения дальности до целей, скорости сближения с ними и бортовых пеленгов [14, 15];

5) канал наведения в вертикальной плоскости не влияет на канал наведения в горизонтальной плоскости.

Функционал качества (5), характеризующий эффективность закона управления с разрешением целей в плотной группе, должен учитывать ошибки по углу $\varphi_{нт} - \varphi_n$ и угловой скорости $\omega_r - \omega$, используемые для обеспечения требуемого линейного разрешения, ошибки по угловой скорости $\omega_h - \omega$, по которым можно минимизировать величину промаха (14), и расход энергии на сигналы управления j_n в (16). Здесь $\omega_h = 0$ — требуемая для минимизации промаха величина угловой скорости линии визирования. С учетом этих особенностей минимизируемый функционал качества (5) может быть представлен в следующем виде:

$$I = M \left\{ \begin{bmatrix} \varphi_{нт} - \varphi_n \\ \omega_r - \omega \\ \omega_h - \omega \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{21}D/V_{сб} & q_{22}D/V_{сб} & q_{23} \\ q_{31}D/V_{сб} & q_{32}D/V_{сб} & q_{33} \end{bmatrix} \times \right. \\ \left. \times \begin{bmatrix} \varphi_{нт} - \varphi_n \\ \omega_r - \omega \\ \omega_h - \omega \end{bmatrix} + \int_0^t j_n^2 k_j dt \right\}, \quad (17)$$

где $q_{11}, \dots, q_{33}$ — веса штрафов за точность выдерживания линейного разрешения по азимуту и величину промаха, k_j — штраф за величину сигнала управления.

Сравнивая (16) с (1), а (17) с (5), получаем:

$$\mathbf{x}_T = \begin{bmatrix} \varphi_{нт} \\ \omega_r \\ \omega_h \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_y = \begin{bmatrix} \varphi_n \\ \omega \\ \omega \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_y = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2\dot{D}/D & 0 \\ 0 & 0 & -2\dot{D}/D \end{bmatrix}, \\ \mathbf{B}_y = \begin{bmatrix} 0 \\ -1/D \\ -1/D \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{21}D/V_{сб} & q_{22}D/V_{сб} & q_{23} \\ q_{31}D/V_{сб} & q_{32}D/V_{сб} & q_{33} \end{bmatrix}, \quad (18) \\ \mathbf{K} = [k_j], \quad \mathbf{u} = [j_n].$$

Спецификой матрицы штрафов $\mathbf{Q}$ в функционале (17) является ее нестационарный характер, обусловленный использованием сомножителей $D/V_{сб}$, где $V_{сб} = -\dot{D}$. Целесообразность использования нестационарных штрафов обусловлена требованием обеспечения автоматического перераспределения управления от формирования траектории, обеспечивающей разрешение целей в плотной группе к поражению цели на последнем участке.

Используя (18) в (4), имеем:

$$j_n = \frac{1}{k_j} \left[0 \quad -\frac{1}{\hat{D}} \quad -\frac{1}{\hat{D}} \right] \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{21}\hat{D}/\hat{V}_{сб} & q_{22}\hat{D}/\hat{V}_{сб} & q_{23} \\ q_{31}\hat{D}/\hat{V}_{сб} & q_{32}\hat{D}/\hat{V}_{сб} & q_{33} \end{bmatrix} \times \\ \times \begin{bmatrix} \hat{\varphi}_{нт} - \hat{\varphi}_n \\ \hat{\omega}_r - \hat{\omega} \\ \hat{\omega}_h - \hat{\omega} \end{bmatrix} = -\frac{q_{21} + q_{31}}{k_j \hat{V}_{сб}} (\hat{\varphi}_{нт} - \hat{\varphi}_n) - \\ - \frac{q_{22} + q_{32}}{k_j \hat{V}_{сб}} (\hat{\omega}_r - \hat{\omega}) - \frac{q_{23} + q_{33}}{k_j \hat{D}} (\hat{\omega}_h - \hat{\omega}). \quad (19)$$

Принимая во внимание, что требуемое для минимизации промаха значение угловой скорости $\omega_h = 0$, закон управления можно представить в виде:

$$j_n = -\frac{q_{21} + q_{31}}{k_j \hat{V}_{сб}} (\hat{\varphi}_{нт} - \hat{\varphi}_n) - \\ - \frac{q_{22} + q_{32}}{k_j \hat{V}_{сб}} (\hat{\omega}_r - \hat{\omega}) + \frac{q_{23} + q_{33}}{k_j \hat{D}} \hat{\omega}. \quad (20)$$

Анализ закона (20) позволяет прийти к следующим заключениям:

а) сигнал управления определяется ошибками, которые характеризуются несоответствием текущих значений φ_n , ω требуемым $\varphi_{нт}$, ω_r . Необходимо подчеркнуть, что на больших расстояниях, когда $\omega \approx 0$ и $\frac{q_{23} + q_{33}}{k_j D} \approx 0$, основной вклад в управ-

ление вносят первые два слагаемые, обеспечивая требуемое линейное разрешение по азимуту. При этом первые два слагаемых образуют высокоточный пропорционально-дифференциальный метод последовательных упреждений [8], в котором

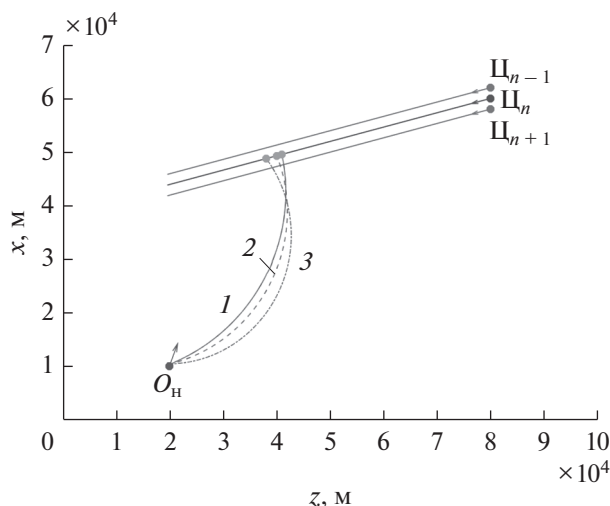


Рис. 3. Траектории целей и носителя для трех вариантов требуемого линейного разрешения: кривая 1 — $\Delta l_{T1} = 300$ м, кривая 2 — $\Delta l_{T2} = 250$ м, кривая 3 — $\Delta l_{T3} = 200$ м.

второе слагаемое выполняет роль корректирующих сигналов, повышая точность обработки $\Phi_{нт}$. По мере уменьшения D увеличивается вклад третьего слагаемого и на небольших расстояниях превалирующей становится задача обеспечения минимального промаха;

б) веса ошибок управления зависят от соотношения штрафов $(q_{21} + q_{31})/k_j$, $(q_{22} + q_{32})/k_j$ и $(q_{23} + q_{33})/k_j$. При этом, манипулируя их величинами можно управлять моментом перехода от управления, обеспечивающего стабилизацию линейного разрешения, к управлению, минимизирующему промах. Признаком разрешения сигналов по результатам спектрального анализа [14] является регистрация появления сигналов в других доплеровских фильтрах [11], позволяющих определить количественный состав группы и выделить цель, предназначенную для поражения;

в) для реализации метода наведения по закону (20) бортовая РЛС должна формировать типовой набор оценок дальности до цели, скорости сближения с ней, углов и угловой скорости линии визирования, варианты алгоритмов формирования которых рассмотрены в [14, 15].

4. ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАКОНА УПРАВЛЕНИЯ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩЕГО НАВЕДЕНИЕ НА ЦЕЛЬ В СОСТАВЕ ПЛОТНОЙ ГРУППЫ

Целью исследований являлась проверка возможности построения траектории на основе (20), полет по которой позволит разрешить цели в плотной группе с дальнейшим поражением одной

из них. В связи с этим подробности спектрального анализа сигналов в бортовой РЛС далее не рассматривались.

Исследования проводились по результатам гипотетического имитационного моделирования полета перехватчика и трех целей, движущихся на малых интервалах друг от друга, в переднюю полусферу носителя, при условии, что соблюдались следующие допущения:

1) скорость перехватчика составляет $V_H = 300$ м/с, а скорость целей, движущихся по прямой траектории — $V_C = 250$ м/с;

2) шумы состояния в (16) отсутствуют и управление безынерционно;

3) в качестве показателей эффективности функционирования метода наведения на цель в составе плотной группы были приняты промах h (14), текущее поперечное ускорение j_H управляемого объекта и текущее линейное разрешение бортовой РЛС перехватчика по азимуту Δl .

При моделировании полагалось, что точка начала наведения перехватчика имеет координаты $z_{H0} = 20000$ м, $x_{H0} = 10000$ м, координаты целей $z_n = z_{n+1} = z_{n-1} = 80000$ м, $x_n = 60000$ м, $x_{n-1} = 59750$ м, $x_{n+1} = 60250$ м, т.е. интервал между объектами в плотной группе составляет $\Delta l_T = 250$ м. При этом считалось, что на носителе используется типовая бортовая импульсно-доплеровская РЛС [14] с полосой пропускания доплеровских фильтров $\Delta F = 50$ Гц. Цель наведения — обеспечивая в процессе перехвата требуемое разрешение, поразить выбранную цель $Ц_n$ в плотной группе.

При этом проверялись три варианта управления — для обеспечения линейного разрешения $\Delta l_{T1} = 300$ м, $\Delta l_{T2} = 250$ м и $\Delta l_{T3} = 200$ м, которым на графиках соответствуют эпюры 1, 2 и 3. На рис. 3 приведены траектории участников наведения, полученные в результате эксперимента.

Результаты иллюстрируют успешное наведение на цель по плавной криволинейной траектории для всех трех вариантов Δl_T . При этом, чем меньше требуемое линейное разрешение, тем большей кривизной обладает траектория. Маркерами выделены точки начала движения объектов и точки перехвата цели.

График зависимостей текущих значений обеспечиваемого линейного разрешения по азимуту, а также их требуемые значения представлены на рис. 4. Полученные результаты свидетельствуют, что полет согласно предлагаемому методу наведения позволяет быстро обеспечить и сохранять текущие значения разрешения в процессе наведения для всех трех вариантов не хуже требуемых.

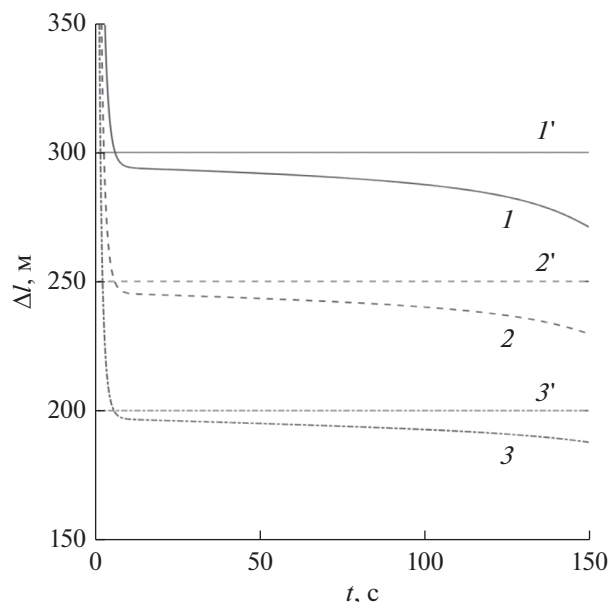


Рис. 4. Зависимости текущих и требуемых (нумерация со штрихом) линейных разрежений по азимуту от времени для трех вариантов требуемого линейного разрешения: кривая 1 — $\Delta l_{T1} = 300$ м, кривая 2 — $\Delta l_{T2} = 250$ м, кривая 3 — $\Delta l_{T3} = 200$ м.

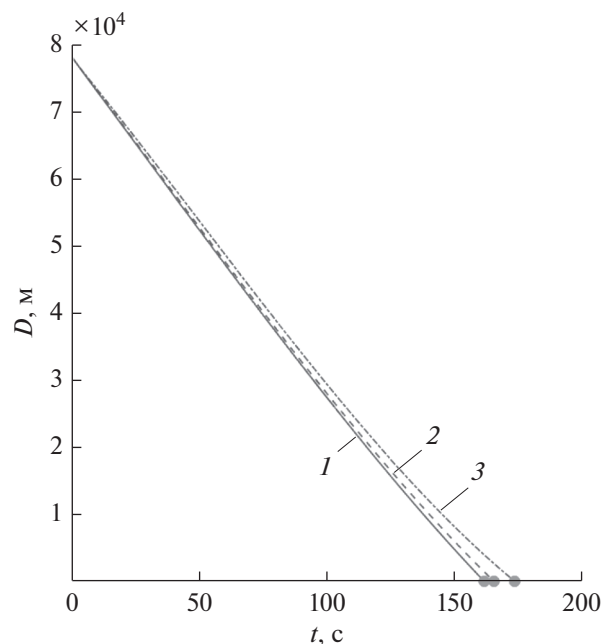


Рис. 5. Зависимость дальностей до цели от времени для трех вариантов требуемого линейного разрешения: кривая 1 — $\Delta l_{T1} = 300$ м, кривая 2 — $\Delta l_{T2} = 250$ м, кривая 3 — $\Delta l_{T3} = 200$ м.

На рис. 5 и 6 приведены графики дальностей до цели и промахов, рассчитываемых по формуле (14). Из рисунков видно, что дальности и промахи эффективно уменьшаются после начала наведения. При этом, чем более жесткие требования предъявляются к обеспечению заданного линейного разрешения (и, соответственно, чем больше кривизна траектории), тем большее время занимает процесс перехвата.

Для оценки возможности практического применения закона управления (20) представляют интерес значения поперечных ускорений j_n (перегрузки, испытываемые наводимым объектом) в процессе наведения. График зависимости поперечных ускорений от времени представлен на рис. 7.

Наибольшие перегрузки носитель испытывает в начальные моменты времени, что связано с выходом на требуемое направление движения. При этом минимальные значения разрешающей способности ограничиваются, с одной стороны, значением полосы пропускания ΔF доплеровских фильтров, а с другой стороны, допустимой перегрузкой летательного аппарата. Чем шире полоса пропускания фильтров, тем больше кривизна требуемой траектории и тем больше значения перегрузок, которые испытывает летательный аппарат.

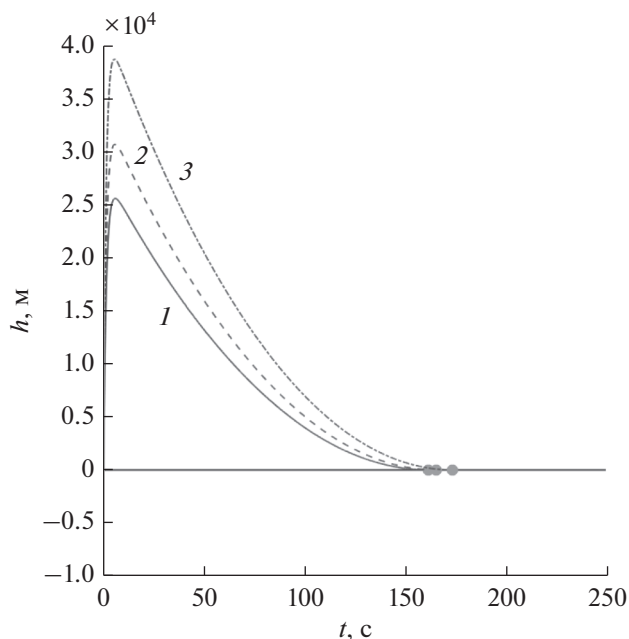


Рис. 6. Зависимость текущих промахов от времени для трех вариантов требуемого линейного разрешения: кривая 1 — $\Delta l_{T1} = 300$ м, кривая 2 — $\Delta l_{T2} = 250$ м, кривая 3 — $\Delta l_{T3} = 200$ м.

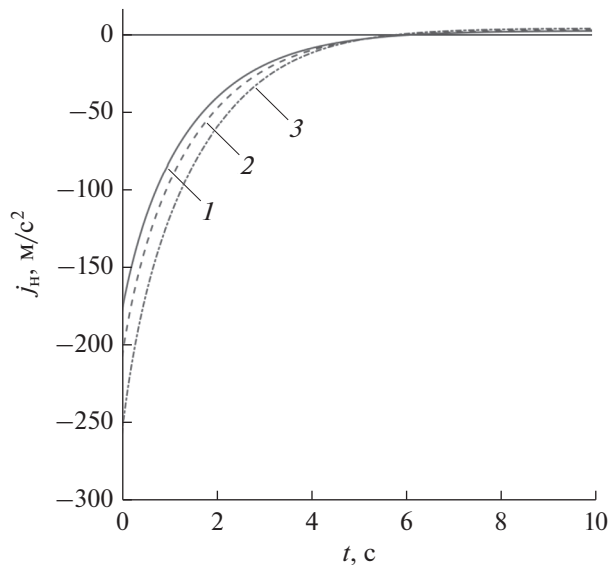


Рис. 7. Зависимость поперечного ускорения от времени для трех вариантов требуемого линейного разрешения: кривая 1 — $\Delta l_{T1} = 300$ м, кривая 2 — $\Delta l_{T2} = 250$ м, кривая 3 — $\Delta l_{T3} = 200$ м.

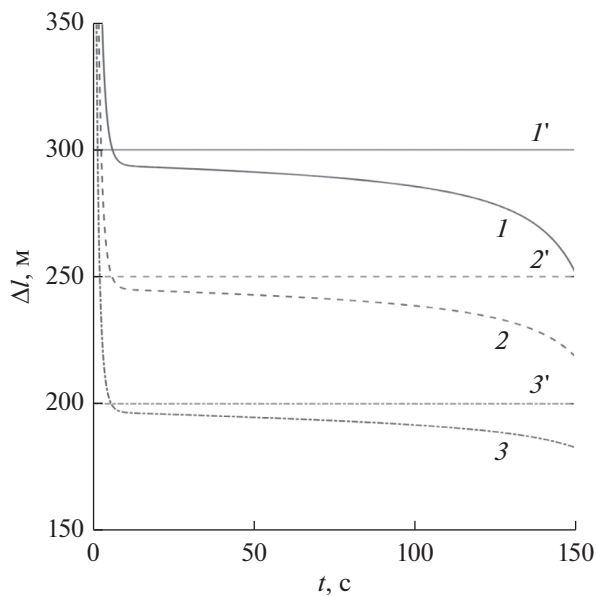


Рис. 8. Зависимости текущих и требуемых (нумерация со штрихом) линейных разрешений по азимуту от времени при законе управления без второго слагаемого для трех вариантов требуемого линейного разрешения: кривая 1 — $\Delta l_{T1} = 300$ м, кривая 2 — $\Delta l_{T2} = 250$ м, кривая 3 — $\Delta l_{T3} = 200$ м.

После выхода на траекторию носитель обладает небольшими значениями поперечного ускорения вплоть до поражения цели.

Необходимо отметить, что в исследуемом законе (20) за стабилизацию линейного разрешения по азимуту отвечает два первых слагаемых, реализуя пропорционально-дифференциальный закон [8], в котором первое слагаемое играет основную роль, а второе — роль корректирующего сигнала. В связи с этим представляет интерес исследовать влияние каждого слагаемого на показатели эффективности наведения. Результаты исследования упрощенного варианта метода наведения, без второго корректирующего сигнала, показали, что несколько ухудшается точность поддержания линейного разрешения (рис. 8), в то время как остальные показатели эффективности практически не изменяются.

В то же время исключение первого слагаемого в значительной мере влияет на все показатели эффективности. Графики результатов исследований этого варианта приведены на рис. 9–12, по которым видно, что особенно сильно, по сравнению с полным вариантом закона (20), изменяются разрешающие способности, промахи и перегрузки, представленные на рис. 10–12.

Объясняется это, прежде всего, тем, что на больших расстояниях угловые скорости линии визирования настолько малы, что закон управления на них не реагирует. Поэтому эта модификация закона управления начинает выполнять свои

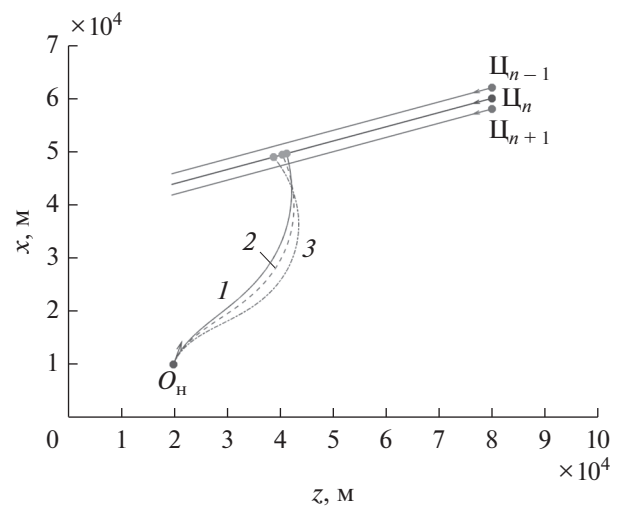


Рис. 9. Траектории целей и носителя для трех вариантов требуемого линейного разрешения при законе управления без первого слагаемого: кривая 1 — $\Delta l_{T1} = 300$ м, кривая 2 — $\Delta l_{T2} = 250$ м, кривая 3 — $\Delta l_{T3} = 200$ м.

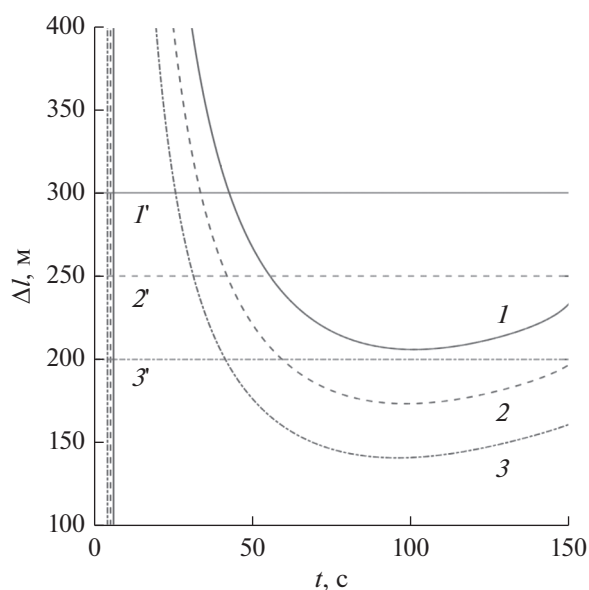


Рис. 10. Зависимости текущих и требуемых (нумерация со штрихом) линейных разрешений по азимуту от времени для трех вариантов требуемого линейного разрешения: кривая 1 – $\Delta l_{T1} = 300$ м, кривая 2 – $\Delta l_{T2} = 250$ м, кривая 3 – $\Delta l_{T3} = 200$ м.

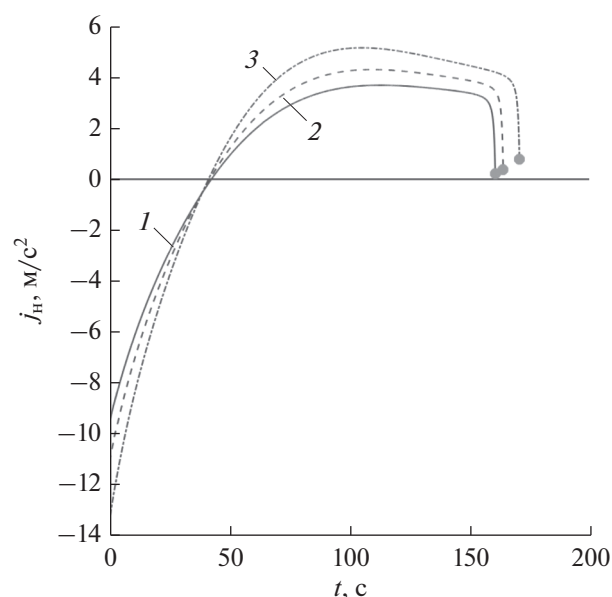


Рис. 12. Зависимость поперечного ускорения от времени при законе управления без первого слагаемого для трех вариантов требуемого линейного разрешения: кривая 1 – $\Delta l_{T1} = 300$ м, кривая 2 – $\Delta l_{T2} = 250$ м, кривая 3 – $\Delta l_{T3} = 200$ м.

функции только после значительного сближения с целью (рис. 12).

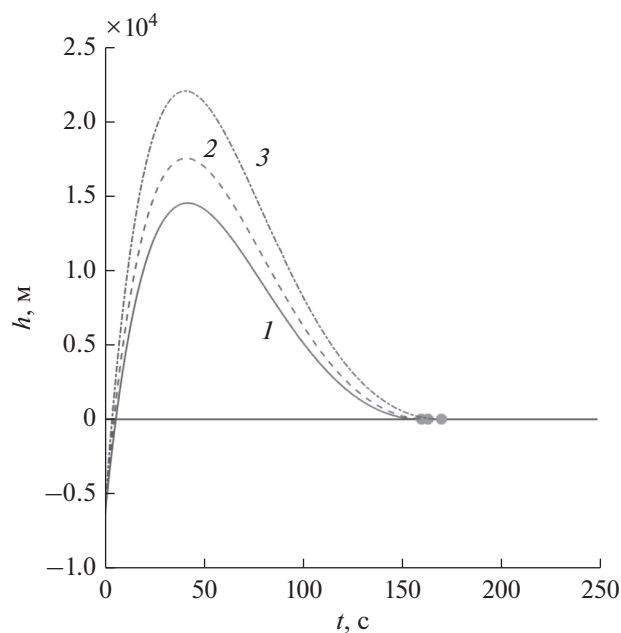


Рис. 11. Зависимость текущих промахов от времени при законе управления без первого слагаемого для трех вариантов требуемого линейного разрешения: кривая 1 – $\Delta l_{T1} = 300$ м, кривая 2 – $\Delta l_{T2} = 250$ м, кривая 3 – $\Delta l_{T3} = 200$ м.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенные эксперименты доказали работоспособность предложенного метода наведения, реализуемого законом управления (20), который позволяет обеспечить разрешение цели в плотной группе и одновременно с этим осуществить ее перехват. При этом использование более сложного закона, учитывающего и бортовой пеленг и угловую скорость, позволяет повысить и дальности применения, и точность выдерживания требуемого разрешения.

По результатам исследований можно заключить, что ужесточение требований к линейному разрешению приводит к увеличению требуемых значений бортового пеленга цели, угловой скорости линии визирования и поперечного ускорения носителя, что в конечном итоге приводит к более сильному отклонению траектории от прямой.

Для осуществления наведения по закону (20) от бортовой РЛС требуется формирование оценок дальности до цели, скорости сближения с ней, ее бортового пеленга и угловой скорости линии визирования.

По совокупности результатов можно утверждать, что предложенный метод наведения, поз-

воляющий расширить рабочую зону применения используемых летательных аппаратов, не накладывает ограничений на возможность его реализации.

ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 19-08-00060-а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Попов И.М., Хамзатов М.И. Война будущего: концептуальные основы и практические выводы. М.: Кучково поле, 2017.
2. Федосов Е.А. // Фазотрон. 2007. № 1, 2. С. 11.
3. Верба В.С., Иевлев Д.И., Меркулов В.И. // Радиотехника. 2020. № 2(3). С. 5.
4. Авиация ПВО России и научно-технический прогресс. Боевые комплексы и системы вчера, сегодня, завтра / Под ред. Е.А. Федосова. М.: Дрофа, 2005.
5. Справочник по радиолокации. Т. 2. Радиолокационные антенные устройства / Под ред. М. Сколника. М.: Сов. радио, 1977.
6. Григорьев Ф.Н., Кузнецов Н.А., Серебровский Л.П. Управление наблюдением в автоматических системах. М.: Наука, 1986.
7. Авиационные радиолокационные комплексы и системы / Под ред. П.И. Дудника. М.: Изд. ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского, 2006.
8. Авиационные системы радиоуправления / Под ред. В.И. Меркулова. М.: Изд-во ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского, 2008.
9. Меркулов В.И. // Вестник ВКО. 2020. № 1(25). С. 25.
10. Меркулов В.И., Самарин О.Ф., Францев В.В., Челей Г.С. Способ наведения летательного аппарата на отдельную воздушную цель в составе плотной группы. Патент РФ № 2253082. Оpubл. офиц. бюл. "Изобретения. Полезные модели" № 15. 27.05.2005.
11. Меркулов В.И., Забелин И.В. // Радиотехника. 2012. № 10. С. 107.
12. Анциферов А.А., Богданов А.В., Бондарев В.Н. и др. // Журн. Сибирского федерального университета. Техника и технологии. 2017. Т. 10. № 2. С. 169.
13. Информационно-измерительные и управляющие радиоэлектронные системы и комплексы / Под ред. В.С. Вербы. М.: Радиотехника, 2020.
14. Многофункциональные радиолокационные комплексы истребителей / Под ред. В.Н. Лепина. М.: Радиотехника, 2014.
15. Меркулов В.И., Верба В.С., Ильчук А.Р., Колтышев Е.Е. Автоматическое сопровождение целей в РЛС интегрированных авиационных комплексов. Т. 2. Сопровождение одиночных целей. М.: Радиотехника, 2018.
16. Аврамов А.В., Иванов С.Л., Шевченко В.В., Янковский В.Т. Система управления вооружением модернизированного истребителя: учебное пособие. Воронеж: ВУНЦ ВВС "ВВА", 2019.

ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

УДК 621.391:004.934

КРИТЕРИЙ ГАРАНТИРОВАННОГО УРОВНЯ ЗНАЧИМОСТИ В ЗАДАЧЕ АВТОМАТИЧЕСКОЙ СЕГМЕНТАЦИИ РЕЧЕВОГО СИГНАЛА

© 2020 г. В. В. Савченко^{а, *}, А. В. Савченко^{б, **}

^аРедакция журнала “Радиотехника и электроника”,
ул. Моховая, 11, стр. 7, Москва, 125009 Российская Федерация

^бНациональный исследовательский университет “Высшая школа экономики”,
Лаборатория алгоритмов и технологий анализа сетевых структур,
ул. Б. Печерская, 25, Нижний Новгород, 603155 Российская Федерация

*E-mail: vvsavchenko@yandex.ru

**E-mail: avsavchenko@hse.ru

Поступила в редакцию 14.02.2019 г.

После доработки 07.02.2020 г.

Принята к публикации 20.04.2020 г.

Рассмотрена задача автоматического выделения из речевого сигнала его фонетических единиц в условиях априорной неопределенности относительно их спектрального состава и корреляционных свойств. На основе теоретико-информационного подхода разработан критерий гарантированного уровня значимости. Рассмотрен пример его практического применения, поставлен и проведен натурный эксперимент. Показано, что благодаря предложенному критерию гарантируется стабильный уровень значимости при обработке речевых фреймов малой длительности.

DOI: 10.31857/S0033849420110157

ВВЕДЕНИЕ

Под сегментацией сигнала в задачах автоматического распознавания речи (АРР) традиционно понимают [1, 2] ее фонемную или, иными словами [3], фонологическую разновидность, целью которой является on-line-членение речевого потока на последовательность минимальных (не делимых далее) речевых единиц типа фонем и их аллофонов. Это важнейшая составная часть обработки речевого сигнала в системах самого разного назначения [4–6]: от голосового управления и идентификации дикторов до речевой аналитики, и биометрии, которая между тем зачастую недооценивается специалистами. Причина сказанного кроется в самом понятии фонологической сегментации, предшествующей этапу распознавания (парадигматической идентификации [3]) вычленившихся сегментов сигнала в рамках “отложенной” [7] сегментации речи. Так, например, в работах [8, 9] применен простейший способ фонологической сегментации: членение речевого сигнала на речевые фреймы (отрезки сигнала) предельно малой длительности $\tau = 10...20$ мс, которая согласована с периодом основного тона устной речи типичного диктора [9]. Однако в этом случае возникает [10] острая проблема малых выборок наблюдений и вслед за ней обостряется проблема множественных сравнений [11].

Как следствие, приходится констатировать [7, 12], что применительно к русской слитной речи с большим словарем указанная задача до настоящего времени не решена совсем или решена недостаточно эффективно. Между тем, как это показано в работах [13, 14] на ряде примеров из практики, при применении сегментации речевого сигнала с объединением однородных фреймов в однофонемные сегменты речи удается в значительной степени преодолеть проблему малых выборок, а вслед за ней — и множественных сравнений в задачах АРР. Поэтому можно утверждать [15–17], что полноценная фонологическая сегментация является в настоящее время наиболее перспективным способом повышения эффективности АРР на стадии первичной обработки речевого сигнала [7]. Первостепенное значение при этом имеет вопрос о выборе критерия сегментации [3]. Поэтому актуальность темы проведенного далее исследования представляется очевидной.

В основу предложенного в статье критерия положен принцип его гарантированного уровня значимости в задаче обнаружения “разладки” случайного сигнала [18–21] на интервале длительностью в один речевой фрейм. В отличие от известных критериев [13–17] он напрямую не связан с понятием случайной погрешности статистических оценок параметров распределений и

нацелен на применение в условиях априорной неопределенности в отношении тонкой структуры речевого сигнала [22].

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Следуя статистической теории “разладки” [19], воспользуемся универсальной [9–11] гауссовой аппроксимацией $P(X_k) = \text{Norm}_n(\mathbf{R}_k)$ многомерного (n -мерного) закона распределения наблюдаемого сигнала $x(t)$ в пределах одного (текущего) речевого фрейма X_k фиксированной длительности $\tau = \text{const}$, где $k = 1, 2, \dots$. Здесь $\mathbf{R}_k \triangleq \mathbf{E}(\mathbf{x}_k \mathbf{x}_k^T)$ – автокорреляционная ($n \times n$)-матрица (АКМ) речевого сигнала, который предполагается предварительно центрированным; $\mathbf{x}_k$ – n -вектор (столбец) его последовательных отсчетов (символами $\mathbf{E}(\cdot)$, $\triangleq$ и $(\cdot)^T$ обозначены соответственно математическое ожидание, равенство по определению и операция транспонирования векторов). Задача формулируется в терминах проверки статистических гипотез

$$\left. \begin{aligned} H_0: \mathbf{R}_k &= \mathbf{R}_{k-1} \triangleq \mathbf{R} \\ H_1: \mathbf{R}_k &\neq \mathbf{R}_{k-1} \end{aligned} \right\}, \quad k = 1, 2, \dots, \quad (1)$$

о равенстве друг другу АКМ речевого сигнала в двух соседних фреймах X_{k-1} и X_k . Она решается пошагово. Здесь k – номер шага с инициализацией в виде равенства $k = 1$. По результатам решения задачи (1) на каждом очередном шаге k текущий речевой фрейм X_k либо объединяется с предыдущим фреймом X_{k-1} в один однородный сегмент речевого сигнала, либо, напротив, обособляется в качестве первого фрейма очередного сегмента в речи диктора. Во втором случае номер k текущего речевого фрейма вновь устанавливается равным единице.

Задача состоит, таким образом, в последовательной – от фрейма к фрейму – проверке статистических гипотез (1) в пределах интервала наблюдения над речевым сигналом $x(t)$. При этом инициализацией вычислительной процедуры (1) может служить равенство $\mathbf{R}_0 = \text{diag}_n(\sigma_0^2)$, где символом $\text{diag}_n(\cdot)$ обозначена диагональная ($n \times n$)-матрица с дисперсией σ_0^2 фонового (из речевых пауз) шума на главной диагонали.

В условиях априорной неопределенности, когда матрицы $\mathbf{R}_k$ и $\mathbf{R}_{k-1}$ заранее неизвестны, воспользуемся их оценками максимального правдоподобия по формуле корреляционного выборочного момента [22–24]

$$\mathbf{S}_j = M^{-1} \sum_{i=1}^M \mathbf{x}_{j,i} \mathbf{x}_{j,i}^T, \quad j = k-1, k, \quad (2)$$

где $\mathbf{x}_{k,i}$ – i -й (парциальный) n -вектор последовательных отсчетов речевого сигнала; $M \triangleq [N/n]$ (целая часть числа) – количество непересекающихся парциальных векторов в пределах одного (наблюдаемого) фрейма; $N = F\tau$ – суммарный объем выборки из речевого сигнала на интервале в один фрейм; F – частота его дискретизации. При этом размерность векторов $\mathbf{x}_{k,i}$, $i \leq M$, определяется наблюдателем в зависимости от полосы частот $[F_{\min}; F_{\max}]$ в спектре речевого сигнала [4]: $n = 0.5 F_{\max}/F_{\min} = 0.25 F/F_{\min}$. Так, при частоте дискретизации $F = 8$ кГц (согласована с полосой частот стандартного телефонного канала связи [11]), $F_{\min} = (100 \dots 200)$ Гц и длительности фрейма $\tau = 10$ мс будем иметь $n = 10 \dots 20$, $N = 80$ и, следовательно, получаем $M = (4 \dots 8)$ парциальных выборок для вычислений матрицы $\mathbf{S}_j$. А это явный признак остроты проблемы малых выборок наблюдений [10]. Поэтому воспользуемся для решения задачи (1) асимптотически минимаксным критерием отношения правдоподобия с гарантированным уровнем значимости [22].

2. СИНТЕЗ АЛГОРИТМА

Определим в рамках указанного критерия критическую область n -мерного выборочного пространства согласно решающему правилу общего вида [19]:

$$W: \lambda(X_0) \triangleq \frac{\sup_{\mathbf{R}_0} p(X_0 | H_1)}{\sup_{\mathbf{R}_0} p(X_0 | H_0)} > \lambda_0, \quad (3)$$

где $p(X_0 | H_0) = p(X_{k-1} | H_0) p(X_k | H_0)$, $p(X_0 | H_1) = p(X_{k-1} | H_1) p(X_k | H_1)$ – функции правдоподобия соответственно гипотез H_0 и H_1 для объединенной выборки наблюдений ($P(\cdot | \cdot)$ – условная вероятность случайного события, символом $\sup$ обозначена верхняя граница функции на множестве допустимых АКМ $\mathbf{R}_j$, $j = k-1, k$). Уровень значимости данного критерия $\alpha \triangleq P(W | H_0)$ регулируется выбором порогового уровня λ_0 в правой части выражения (3). Применительно к рассматриваемой задаче автоматической сегментации речи такая регулировка позволяет менять в широких пределах и при этом гарантировать выполнение требований наблюдателя [6] к степени однородности речевого сигнала в пределах каждого отдельного фонетического сегмента данных.

В условиях априорной неопределенности наблюдателю неизвестны распределения $p(X_j | H_1)$ и $p(X_j | H_0)$. Поэтому, следуя общесистемному принципу максимума энтропии [23–26], раскроем правило принятия решений (3) в расчете на

максимально неопределенный случай: статистической независимости выборок $\mathbf{x}_{j,i}$, $i \leq M$, в совокупности. Для этого случая запишем систему равенств [5]

$$p(X_j|H_1) = \prod_{i=1}^M p(\mathbf{x}_{j,i}) = (2\pi)^{-nM/2} |\mathbf{R}_j|^{-M/2} \times \\ \times \exp\left(-0.5 \sum_{i=1}^M \mathbf{x}_{j,i}^T \mathbf{R}_j^{-1} \mathbf{x}_{j,i}\right), \\ p(X_j|H_0) = (2\pi)^{-nM/2} |\mathbf{R}_j|^{-M/2} \times \\ \times \exp\left[-0.5 \sum_{i=1}^M \mathbf{x}_{j,i}^T \mathbf{R}_j^{-1} \mathbf{x}_{j,i}\right], \quad j = k-1, k.$$

Или, после логарифмирования, будем иметь

$$\ln p(X_j|H_1) = -0.5M \left[\ln |\mathbf{R}_j| + \text{tr}(\mathbf{S}_j \mathbf{R}_j^{-1}) + nc \right], \\ \ln p(X_j|H_0) = -0.5M \left[\ln |\mathbf{R}| + \text{tr}(\mathbf{S}_0 \mathbf{R}^{-1}) + nc \right], \\ j = k-1, k.$$

Здесь $\mathbf{S}_0 = 0.5(\mathbf{S}_{k-1} + \mathbf{S}_k)$ — оценка максимума правдоподобия для АКМ речевого сигнала по объединенной выборке наблюдений X_0 , где $c = \ln(2\pi) = \text{const}$ (символами $|\cdot|$ и $\text{tr}(\cdot)$ обозначены соответственно определитель и след квадратной $(n \times n)$ -матрицы). Путем несложных вычислений [19] отсюда получаем

$$\left. \begin{aligned} \ln \sup p(X_j|H_1) &= -0.5M [\ln |\mathbf{S}_j| + n(c+1)], \quad \forall j = k-1, k, \\ \ln \sup p(X_0|W_0) &= -M [\ln |\mathbf{S}_0| + n(c+1)], \end{aligned} \right\}. \quad (4)$$

При этом было учтено [22], что на множестве допустимых ковариаций выборочных данных X_k и X_{k-1} верхняя граница функций правдоподобия достигается при выборе АКМ $\mathbf{R}_k$ и $\mathbf{R}_{k-1}$ равными их оценкам максимума правдоподобия $\mathbf{S}_k$ и $\mathbf{S}_{k-1}$ соответственно, если справедлива гипотеза H_1 , и $\mathbf{R} = \mathbf{S}_0$ — в противном случае. Здесь все АКМ, как и их выборочные оценки, предполагаются неособенными. Проблема их обусловленности на практике преодолевается [4] путем оптимизации параметров n и M и применением современных вычислительных процедур корреляционно-спектрального анализа [23].

Полученные выражения (4) определяют общую формулировку для оптимальной решающей статистики вида

$$\tilde{\lambda}(X_0) \triangleq 0.5(2 \ln |\mathbf{S}_0| - \ln |\mathbf{S}_k| - \ln |\mathbf{S}_{k-1}|) = \\ = 2H_n(\mathbf{S}_0) - H_n(\mathbf{S}_k) - H_n(\mathbf{S}_{k-1}), \quad (5)$$

где $H_n(\mathbf{S}_j) = 0.5(\ln |\mathbf{S}_j| + nc)$ — дифференциальная (по Шеннону) энтропия [24] n -мерного гауссова распределения вероятностей с АКМ, равной $\mathbf{S}_j$, $j = 0, k-1, k$. Решение здесь принимается по принципу допустимых различий между двумя эмпирическими распределениями, $\text{Norm}_n(\mathbf{S}_{k-1})$ и $\text{Norm}_n(\mathbf{S}_k)$, в теоретико-информационном смысле. В идеальном случае, когда выполняется система равенств $\mathbf{S}_0 = \mathbf{S}_{k-1} = \mathbf{S}_k$, имеем равенство $\tilde{\lambda}(X_0) = 0$. Но это, повторяем, только в идеальном случае. В реальности будем иметь $\mathbf{S}_{k-1} \neq \mathbf{S}_k$ и, следовательно, выполняется неравенство $\tilde{\lambda}(X_0) \neq 0$. Его характер уточняется в следующем теоретическом положении.

Утверждение. В условиях вывода равенства (5) выполняется соотношение $\tilde{\lambda}(X_0) \geq 0$.

Доказательство. Отталкиваясь от выражения (5), запишем

$$\tilde{\lambda}(X_0) = 0.5 \left[\text{tr}(\mathbf{S}_{k-1} \mathbf{S}_0^{-1}) - \ln \frac{|\mathbf{S}_{k-1}|}{|\mathbf{S}_0|} + \right. \\ \left. + \text{tr}(\mathbf{S}_k \mathbf{S}_0^{-1}) - \ln \frac{|\mathbf{S}_k|}{|\mathbf{S}_0|} - 2n \right] = \Theta_{0/k-1} + \Theta_{0/k},$$

где

$$\Theta_{0/j} = 0.5 \left[\text{tr}(\mathbf{S}_j \mathbf{S}_0^{-1}) - \ln \frac{|\mathbf{S}_j|}{|\mathbf{S}_0|} - n \right]$$

— величина информационного рассогласования по Кульбаку—Лейблеру [24] двух гауссовых распределений с АКМ $\mathbf{S}_0$ и $\mathbf{S}_j$, $j = k-1, k$, обладающая свойством $\Theta_{0/j} \geq 0$ и с равенством нулю в случае равенства двух рассматриваемых АКМ друг другу. Отсюда вытекает справедливость сформулированного выше утверждения.

Следствие. Доказанное утверждение приводит к следующей импликации: $\tilde{\lambda}(X_0) \geq 0 \Rightarrow \{\ln |\mathbf{S}_0| \geq \ln |\mathbf{S}_{k-1}|\} \vee \{\ln |\mathbf{S}_0| \geq \ln |\mathbf{S}_k|\}$ — достоверное событие, где символом $\vee$ обозначен квантор объединения двух случайных событий, или их дизъюнкция.

На основании последнего утверждения и выражения (5) подоптимальное правило принятия решений в задаче проверки статистических гипотез (1) может быть представлено в виде

$$W: \ln \frac{|\mathbf{S}_0|}{|\mathbf{S}_{k-1}|} > \tilde{\lambda}_0 \vee \ln \frac{|\mathbf{S}_0|}{|\mathbf{S}_k|} > \tilde{\lambda}_0. \quad (6)$$

При этом учитываются оба возможных варианта проявления различий в эмпирических распределениях $\text{Norm}_n(\mathbf{S}_{k-1})$ и $\text{Norm}_n(\mathbf{S}_k)$: в сторону как

увеличения, так и уменьшения их энтропий $H_n(S_k)$ и $H_n(S_{k-1})$ по отношению к энтропии $H_n(S_0)$ распределения объединенной выборки X_0 . Пороговый уровень $\tilde{\lambda}_0 > 0$ служит здесь регулятором уровня значимости $\alpha(\delta_0)$. Указанная регуляция является существенным преимуществом решающего правила (6) по сравнению с его известными аналогами. Проиллюстрируем данное преимущество на конкретном примере практической реализации алгоритма (6) с использованием авторегрессионной модели речевого сигнала и математического аппарата авторегрессионного анализа [23, 25].

3. ПРИМЕР ПРАКТИЧЕСКОЙ РЕАЛИЗАЦИИ

Авторегрессионная модель (АР-модель) речевого сигнала [23]

$$x_j(t) = \sum_{i=1}^q a_q(i)x_j(t-i) + \eta_j(t), \quad j = k-1, \quad k, \quad (7)$$

в пределах j -го речевого фрейма X_j однозначно определяется своим вектором АР-коэффициентов $\{a_q(i), i = \overline{1, q}\}$ заданного порядка $q \leq n$ и дисперсией $\sigma_j^2 = \text{const}$ порождающего процесса $\{\eta_j(t)\}$ типа белого гауссова шума в дискретном времени $t = 1, 2, \dots$. С одной стороны, модель (7) органично сочетается с голосовым механизмом человека (имеется в виду известная [4, 6] модель “акустической трубы”), с другой — существенно расширяет возможности программно-аппаратной реализации критерия (6). С указанной точки зрения представляет интерес асимптотическое равенство [25, 26]: $n^{-1} \ln \|S_j\|_{n \rightarrow \infty} = \ln \sigma_j^2$. Величина

σ_j^2 здесь характеризует [23] минимально достижимую дисперсию погрешности линейного предсказания случайного временного ряда (7) на один шаг в будущее. Теоретически данное равенство с достаточной степенью точности обусловлено соотношением $N \gg q$ [25].

В самом деле, порядок АР-модели на практике [10, 11] не превышает $q = 10 \dots 20$, притом что размер АКМ речевого сигнала в задачах АРР ограничен только объемом $N = 80 \dots 120$ речевого фрейма. Критерий (6) в таком случае может быть переписан следующим образом:

$$W: A_{k-1} : \ln \frac{\sigma_0^2}{\sigma_{k-1}^2} > \delta_0 \vee A_k : \ln \frac{\sigma_0^2}{\sigma_k^2} > \delta_0$$

— через объединение двух случайных событий A_{k-1} и A_k для принятия гипотезы H_1 . Или, что эк-

вивалентно, — в виде условия к максимуму отношения двух дисперсий

$$W: \max_{j=k-1; k} \left(\frac{\sigma_0^2}{\sigma_j^2} \right) > \tilde{\delta}_0 \quad (8)$$

погрешности линейного предсказания речевого сигнала в текущем времени $k = 1, 2, \dots$. Здесь $\tilde{\delta}_0 > 1$ — пороговый уровень, а символом $(\cdot)$ обозначена выборочная оценка дисперсии погрешности

$$\varepsilon_j(t) = x(t) - \sum_{i=1}^q a_q(i)x(t-i), \quad t = 1, 2, \dots, \quad (9)$$

линейного предсказания q -го порядка в пределах j -го речевого фрейма.

Полученный результат (8), (9) — это известная [26] формулировка критерия проверки статистических гипотез о равенстве дисперсий откликов двух обесблуживающих фильтров на речевой сигнал. Их назначение — декорреляция сигнала $\varepsilon_j(t)$ на выходе. Указанная декорреляция достигается, если вектор АР-коэффициентов $\{a_q(i)\}$ фильтра (9) предварительно адаптирован под анализируемый сигнал $\{x(t)\}$ на интервале его наблюдения в один или два фрейма подряд (при равенстве $j = 0$). Для этого в теории авторегрессионного анализа разработан эффективный математический аппарат. В качестве примера можно привести высокоскоростную вычислительную процедуру Берга—Левинсона вида [23]

$$\left. \begin{aligned} a_m(i) &= a_{m-1}(i) + c_m a_{m-1}(m-i), \quad i = \overline{1, m}; \\ c_m &= (N-m)^{-1} S_{m-1}^{-2} \sum_{t=m+1}^N \eta_{m-1}(t) v_{m-1}(t-1), \\ S_{m-1}^2 &= 0.5(N-m)^{-1} \sum_{t=m+1}^N [\eta_{m-1}^2(t) + v_{m-1}^2(t-1)]; \\ \eta_m(t) &= \eta_{m-1}(t) - c_m v_{m-1}(t-1), \\ v_m(t) &= v_{m-1}(t-1) - c_m \eta_{m-1}(t), \quad t = 1, 2, \dots, N, \\ m &= \overline{1, q}, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

при ее инициализации системой равенств $v_0(t) = \eta_0(t-1) = x(t)$, $t = 1, 2, \dots$. Финальные значения данной рекурсии (10) при $m = q$ составят необходимую базу априорных данных $\{a_m(i)\}$ для вычисления погрешности линейного предсказания согласно выражению (9). Оценка ее дисперсии может быть получена по формуле средней квадратичной величины:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_j^2 &= (N-q)^{-1} \sum_{t=q+1}^N \varepsilon_j^2(t), \quad j = k-1, \quad k, \\ \sigma_0^2 &= (2N-q)^{-1} \sum_{t=q+1}^{2N} \varepsilon_0^2(t). \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

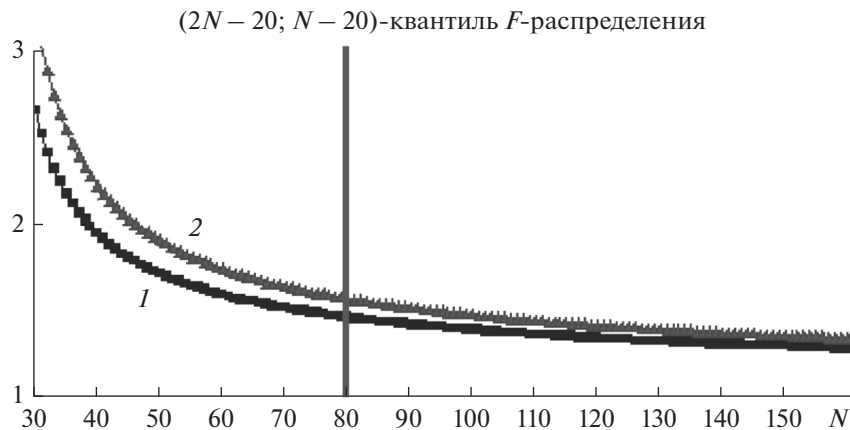


Рис. 1. Зависимости квантиля F -распределения от объема выборки N при различном уровне значимости: $\alpha_0 = 0.1$ (кривая 1) и 0.05 (кривая 2).

— в зависимости от анализируемого отрезка речевого сигнала $x(t)$.

Полученный результат (11) совместно с выражениями (8)–(10) определяет адаптивный алгоритм сегментации речевого сигнала $x(t)$ в пределах каждого отдельного речевого фрейма X_k . Его эффективность характеризуется главным образом гарантированным уровнем значимости.

4. АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ

Следуя известной методике вычислений [19, 26] и учитывая при этом χ^2 -распределение статистик под знаком суммы в правой части (11), а также пренебрежимо малую вероятность случайного события $P(A_{k-1} \wedge A_k | H_0)$, где $\wedge$ — символ логической конъюнкции, запишем выражение для вероятности ошибки первого рода

$$\begin{aligned} \alpha_k &= P(A_{k-1} \vee A_k | H_0) \approx 2P(A_j | H_0) = \\ &= 2P\left(\frac{\sigma_0^2}{\sigma_j^2} > \tilde{\delta}_0 \mid H_0\right) = 2(1 - F_{2N-q; N-q}(\tilde{\delta}_0)) \end{aligned} \quad (12)$$

при применении критерия (8). Здесь $F_{2N-q; N-q}(\tilde{\delta}_0)$ — интегральная функция F -распределения (Фишера) с $(2N - q; N - q)$ степенями свободы, $\tilde{\delta}_0$ — установленный наблюдателем пороговый уровень решающей статистики. Указанное распределение подробно табулировано и широко представлено в самых разных источниках, включая электронные таблицы Excel. Например, при $N = 80$, $q = 20$ для уровня значимости $\alpha_0 = 0.10$ (10%) по этим таблицам с помощью функции ГРАСПОБР(0.05; $2N - q; N - q$) получим порог $\tilde{\delta}_0$, равный квантилю $F_{140; 60; 0.95} = 1.46$ заданного порядка $1 - \alpha_0/2 = 0.95$. При увеличении объема выборки до $N = 120$ (при длительности речевого фрейма 15 мс) и при со-

хранении прежнего уровня значимости пороговый уровень может быть понижен до 1.33. Чем меньше величина $\tilde{\delta}_0$, тем строже требования наблюдателя к степени однородности объединенной выборки $\{X_{k-1}; X_k\}$. А установленный при этом уровень значимости α_0 характеризует требования наблюдателя иного рода, а именно: к вероятности ложной отбраковки текущего речевого фрейма X_k как недостаточно четкого, маргинального.

В идеале следует стремиться к минимизации одновременно и $\tilde{\delta}_0$, и α_0 . Однако эти требования противоречат друг другу, и поэтому необходимо найти компромисс. Обычно поиск такого компромисса — это самостоятельная задача [7], но только не в нашем случае, когда искомым компромиссом очевиден: равенство (12) связывает между собой обе рассматриваемые величины. Отметим при этом монотонность функции распределения $F_{2N-q; N-q}(\tilde{\delta}_0)$. Поэтому, устанавливая значение $\tilde{\delta}_0$ в правой части (12) из условия достижения равенства $\alpha_k = \alpha_0$, наблюдатель гарантирует требуемый уровень значимости критерия (8) при минимальном пороговом уровне. О качестве достигаемого в данном случае компромисса свидетельствует рис. 1. На нем представлены два графика зависимости $(2N - q; N - q)$ -квантиля F -распределения от объема выборки N при заданном порядке $q = 20$ АР-модели речевого сигнала (7) для двух значений уровня значимости α_0 : 5% и 10%. Хорошо видно, что уже при $N = 80$ обе кривые практически утрачивают свою динамику. А это означает, что конечного объема выборки $N = 80$ на интервале наблюдения речевого сигнала в один стандартный фрейм¹ оказывается вполне достаточно для достижения эффекта гарантированного уровня зна-

¹ Стандартный речевой фрейм соответствует стандартной величине (10 мс) периода основного тона.



Рис. 2. Скриншот главного окна компьютерной программы “Phoneme Training”.

чимости без существенных потерь в точности сегментации. Сделанный вывод подтверждается результатами проведенного эксперимента (см. далее).

5. ПРОГРАММА И РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

В подтверждение результатов теоретического анализа был поставлен и проведен эксперимент с использованием авторской компьютерной программы “Phoneme Training”². На рис. 2 показан скриншот ее главного окна. В правой части отображен график оценки спектра мощности гласного звука русской речи “а” методом Берга [23]. При учете его высоких динамических свойств сначала была исследована степень однородности реальных речевых сигналов в обоснование актуальности проведенного выше исследования.

С этой целью в пределах гласных звуков речи достаточно большой длительности (секунды) от контрольного диктора (автора статьи) была сформирована представительная [27] последовательность речевых фреймов длительностью 10 мс каждый. По ним с использованием рекуррентной процедуры (10) были рассчитаны спектральные оценки Берга достаточно большого порядка

$q = 20$, которые затем сопоставлялись между собой. Типичные две из них для фонемы “а” представлены на рис. 3. Из их сравнения друг с другом можно сделать вывод о существенной неоднородности речевого сигнала в пределах даже одного звука речи диктора. Это следствие известного [28] эффекта внутридикторской вариативности устной речи. Задача сегментации речевого сигнала приобретает в свете сказанного очевидное практическое значение.

На втором этапе эксперимента программа “Phoneme Training” была переведена для работы в режим “Тестирование”, в котором однофонемные сигналы были подвергнуты автоматической сегментации согласно алгоритму (8)–(11). При этом пороговый уровень разладки $\tilde{\delta}_0$ варьировался в широких пределах с помощью вкладки “Параметры” в меню главного окна (см. рис. 2). Полученные результаты отражены в виде двух временных диаграмм фонемы “а” на рис. 4а, 4б: при $\tilde{\delta}_0 = 1.45$ и $\tilde{\delta}_0 = 1.35$ соответственно. Светлым фоном на рисунке отмечены маргинальные фреймы речевого сигнала, которые не прошли проверку на требуемую степень однородности согласно критерию (8). Их относительная доля в речевом сигнале примерно равна 10% в первом, менее строгом варианте критерия, и 20% – во втором варианте. Оба полученных результата хорошо согласуются с их теоретическими оценками из выражения (12):

² См. <https://sites.google.com/site/frompldcreators/produkty-1/phonemetraining>.

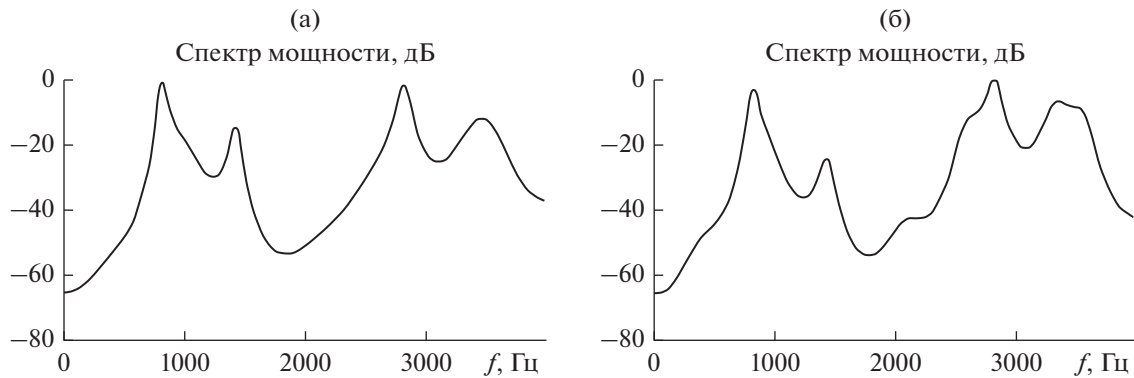


Рис. 3. Скриншот фрагмента главного окна программы “Phoneme Training” с графиком оценки спектра мощности сигнала фонемы “А” в пределах двух разнесенных во времени фреймов.

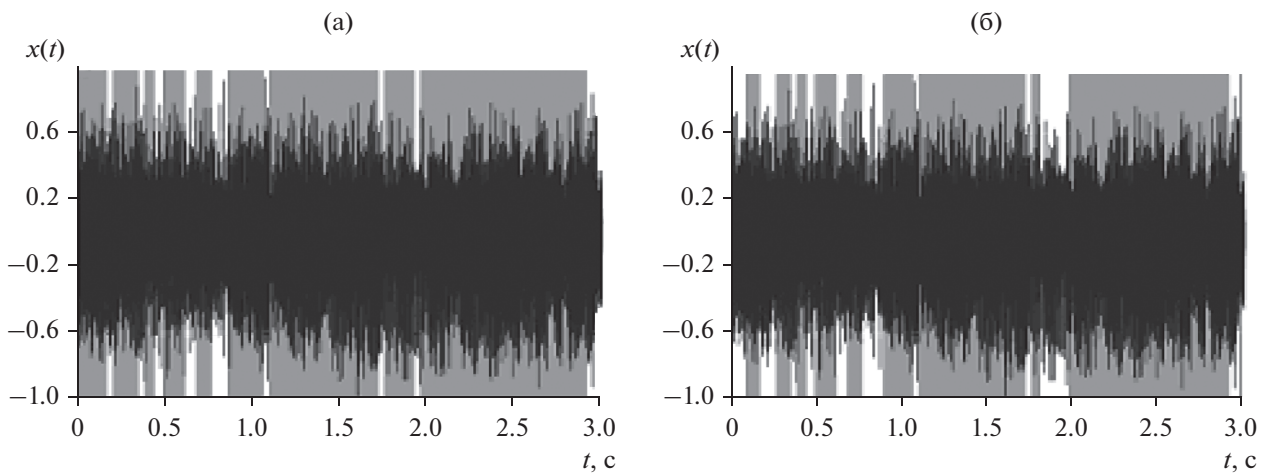


Рис. 4. Скриншот рабочего окна программы в режиме “Тестирование” при двух разных значениях порогового уровня: $\delta_0 = 1.45$ (а) и $\delta_0 = 1.35$ (б).

$\alpha_k = 0.11$ и $\alpha_k = 0.19$ соответственно. При этом статистическая погрешность измерений в ее относительном выражении $\varepsilon = 2/\sqrt{10T/\tau}$ [27] с доверительной вероятностью 0.95 (почти достоверное событие) не превысила в данном случае 3.6%.

6. ОБСУЖДЕНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

При анализе письменного текста на русском языке мы опираемся на наши точные знания в отношении количественного и качественного состава используемой фонологической системы, а также закономерностей ее функционирования в разговорной речи. Этими знаниями мы пользуемся, например, при транскрибации потока речи. Однако если мы анализируем звучащий текст на неизвестном языке и нам недоступна полная информация, относящаяся к его тонкой структуре, то можно либо, опираясь на наш лингвистиче-

ский опыт, давать участкам речевого потока приблизительную интерпретацию в рамках Международного фонетического алфавита³, либо, обратившись к акустическим понятиям [4], линейно членить речевой сигнал на некие повторяющиеся минимальные единицы и давать им определенные метки. Очевидно, что второй подход со всех точек зрения наиболее информативен и универсален. Именно он и был применен в рамках проведенного выше исследования.

Основная проблема при таком подходе состоит в том [28], что разговорная речь по своим акустическим характеристикам широко варьируется, причем не регулярным образом, не только от одного носителя языка к другому, но и в пределах одного речевого потока от одного диктора. В указанных условиях становится проблематичной сама идея выделения повторяющегося набора фо-

³ См. <http://www.internationalphoneticalphabet.org/>.

нетических единиц. Кроме того, их длительность не превышает на практике нескольких десятков миллисекунд, и это главное препятствие для применения традиционных методов теоретической информатики к разговорной речи.

В поисках путей решения перечисленных выше проблем в работах [5, 6] само понятие “фонема” было строго определено в теоретико-информационном смысле как множество однородных фонетических единиц, объединенных в кластер по критерию минимального информационного рассогласования в метрике Кульбака–Лейблера. Условно говоря, человеческий мозг объединяет и запоминает в себе как нечто целое (в виде абстрактного образа) разные образцы (произношения) каждой отдельной фонемы в соответствующей “сфере” своей памяти вокруг абстрактного “центра” с заданным “радиусом”. Этот радиус и определяет в конечном итоге [10] величину порогового уровня $\tilde{\delta}_0$ в предложенном критерии (8). Нетрудно понять, что благодаря такому определению одновременно решается множество проблем в области автоматической обработки речи: и ее вариативности, и априорной неопределенности, и, наконец, проблемы малых выборок наблюдений.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, предложен новый критерий автоматической сегментации речевого сигнала для систем АРР повышенной точности и надежности. Этот критерий без существенных потерь в степени однородности выделяемых сегментов речи гарантирует стабильный уровень значимости при обработке речевых фреймов малой длительности в предположении, что парциальные выборки в совокупности статистически независимы.

Работа выполнена в рамках Программы фундаментальных исследований Национального исследовательского университета “Высшая школа экономики” (НИУ ВШЭ).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Makhach P., Skarnitzl R.* Principles of Phonetic Segmentation. Praha: EPOCH Publ. House, 2013. <https://www.researchgate.net/publication/234052076>
2. *Pakoci E., Popovic B., Jakovljevic N. et al.* // Lecture Notes in Computer Science. 2016. V. 9811. P. 67.
3. *Попов М.Б.* // Уч. зап. Казан. ун-та. Сер. Гум. науки. 2017. Т. 159. № 5. С. 1144.
4. *Rabiner L.R., Shafer R.W.* Theory and Applications of Digital Speech Processing. Boston: Pearson, 2010.
5. *Савченко В.В.* // РЭ. 2019. Т. 64. № 6. С. 585.
6. *Савченко В.В.* // РЭ. 2018. Т. 63. № 1. С. 60.
7. *Выхованец В.С., Цзяньмин Д.* // Речевые технологии. 2016. № 1. С. 45.
8. *Савченко В.В., Савченко А.В.* Программный комплекс голосового скрытого управления персональным компьютером для дома и офиса. Св-во о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2013615628. Оpubл. офиц. бюл. “Программы для ЭВМ. Базы данных. Топология интегральных микросхем” № 2 от 20.06.2013.
9. *Савченко А.В., Савченко В.В.* // Измерительная техника. 2019. № 3. Р. 59.
10. *Савченко В.В.* // Изв. вузов. Радиофизика. 2015. Т. 58. № 5. Р. 425.
11. *Савченко В.В.* // Электросвязь. 2017. № 12. С. 22.
12. *Шишкина А.Ф.* // Теория. Практика. Инновации. 2016. № 4. С. 18.
13. *Benati N., Bahi H.* // Proc. 7th Int. Conf. Sci. of Electronics, Technologies of Information and Telecommun (SETIT 2016). Hammamet, 18–20 Dec. N.Y.: IEEE, 2017. P. 267.
14. *Савченко А.В.* // Информ. системы и технологии. 2014. № 2. С. 12.
15. *Sakran A.E., Abdou S.M., Hamid S.E., Rashwan M.* // Int. J. Comp. Sci. Mobile Comp. 2017. V. 6. № 4. P. 308. <https://www.researchgate.net/publication/317339722>
16. *Kamper H., Jansen A., Goldwater S.* // Computer Speech & Language. 2017. V. 46. P. 154.
17. *Якимук А.Ю., Конев А.А.* // Информатика и системы управления. 2018. № 2. С. 108.
18. *Савченко В.В.* // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 2017. Т. 61. № 9. Р. 536.
19. *Акатьев Д.Ю., Савченко В.В.* // Автометрия. 2005. Т. 41. № 2. С. 68.
20. *Savchenko A.V.* // Lecture Notes in Artificial Intelligence. 2017. V. 10314. P. 264.
21. *Савченко В.В.* // Изв. вузов. Радиофизика. 2017. Т. 60. № 1. Р. 89.
22. *Боровков А.А.* Математическая статистика. СПб.: Лань, 2010.
23. *Марпл С.Л.-мл.* Цифровой спектральный анализ и его приложения. М.: Мир, 1990.
24. *Kullback S.* Information Theory and Statistics. N.Y.: Dover Publ., 1997.
25. *Gray R.M., Buzo A., Gray A.H., Matsuyama Y.* // IEEE Trans. 1980. V. ASSP-28. № 4. P. 367.
26. *Савченко В.В.* // РЭ. 1997. Т. 42. № 4. С. 428.
27. *Савченко В.В.* // Научные ведомости Белгород. гос. ун-та. Серия: История. Политология. Экономика. Информатика. 2015. Т. 33/1. № 1. С. 74. <http://dspace.bsu.edu.ru/handle/123456789/12929>.
28. *Ронжин А.Л., Евграфова К.В.* // Изв. вузов. Сер. Гум. науки. 2011. Т. 2. № 3. С. 227.

**ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ
ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ**

УДК 621.391.01

ПРИМЕНЕНИЕ ВЕСОВЫХ ФУНКЦИЙ КРАВЧЕНКО ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ ПРИЕМА OFDM-СИГНАЛОВ ПРИ НАЛИЧИИ СОСРЕДОТОЧЕННЫХ ПО СПЕКТРУ ПОМЕХ

© 2020 г. А. С. Зудилин^а, В. Ф. Кравченко^б, Л. Е. Назаров^{а, *}, В. И. Пустовойт^с^аФрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
пл. Введенского, 1, Фрязино Московской обл., 141190 Российская Федерация^бИнститут радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
ул. Моховая 11, стр. 7, Москва, 125009 Российская Федерация^сНаучно-технологический центр уникального приборостроения РАН,
ул. Бутлерова, 15, Москва, 117342 Российская Федерация

*E-mail: levnaz2018@mail.ru

Поступила в редакцию 27.01.2020 г.

После доработки 27.01.2020 г.

Принята к публикации 17.05.2020 г.

Приведены описания алгоритмов формирования и приема сигнальных конструкций на основе OFDM-сигналов, устойчивых к влиянию сосредоточенных по спектру помех. Показано, что алгоритм приема этих сигнальных конструкций при наличии сосредоточенных по спектру помех основан на использовании весовых функций. Приведены результаты исследования весовых функций Кравченко на основе атомарных функций для повышения помехоустойчивости рассматриваемых сигнальных конструкций при наличии сосредоточенных по спектру помех и даны результаты моделирования разработанного алгоритма приема.

DOI: 10.31857/S0033849420110212

ВВЕДЕНИЕ

В теории цифровой обработки сигналов широко применяются весовые функции — с их использованием решается ряд проблем, связанных с разрешением сигналов, со снижением эффективности межканальных помех, с повышением помехоустойчивости передачи информации по каналам с сосредоточенными по спектру помехами [1].

Поиск конструктивных решений для последней из перечисленных проблем составляет самостоятельное научное направление в статистической теории связи, в рамках которой создаются процедуры обработки сигналов при их приеме [2, 3]. Методы снижения искажающего влияния класса рассматриваемых помех основаны на увеличении базы сигналов и на компенсации помех с использованием весовых функций [2]. В работах [4–6] приведены описания сигнальных конструкций на основе OFDM-сигналов (orthogonal frequency division multiplexing), разработанные алгоритмы их приема реализуют данное направление. Снижение эффективности действия рассматриваемых помех зависит от используемых весовых функций [5].

Актуальными являются проблемы определения критериев оптимальности весовых функций и их практический выбор, определяющих максимальную помехоустойчивость передачи информации с использованием исследуемых сигнальных конструкций, а также анализ помехоустойчивости при их приеме при наличии рассматриваемых помех.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

OFDM-сигналы $\dot{s}(t)$ представляют сумму N парциальных гармонических сигналов на интервале определения T и задаются соотношением [3, 7]

$$\dot{s}(t) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{m=0}^{N-1} \dot{\alpha}_m \exp(j2\pi f_m t). \quad (1)$$

Здесь $f_m = m/T$ — частоты, определяющие ортогональность в усиленном смысле парциальных сигналов; символы $\dot{\alpha}_m$ в блоке $(\dot{\alpha}_0, \dot{\alpha}_1, \dots, \dot{\alpha}_{N-1})$ задаются информационными последовательностями длительностью $L = N \log_2 J$ с учетом сигнальных “созвездий” объемом J используемых сигналов. Для “созвездия” с двухфазовой манипуляцией (ФМ2-сигналы) $J = 2$ и $L = N$.

Теории OFDM-сигналов посвящен ряд работ [7–9]. Перспективность их использования в приложениях определяется спектральной эффективностью, а также возможностью организации надежной передачи информации по каналам с многолучевостью, обуславливающей наличие мультипликативных помех и нестационарность каналов передачи [2, 3]. При формировании и приеме OFDM-сигналов используется аппарат быстрых спектральных преобразований в базисе Фурье (БПФ) [1].

Сосредоточенные по спектру помехи (ССП) определяются соотношением

$$\dot{N}(t) = \sum_{k=1}^Q \dot{p}_k(t) \exp(j2\pi f_k(t) + \varphi_k(t)). \quad (2)$$

Здесь Q – количество помех; $\dot{p}_k(t)$, $f_k(t)$, $\varphi_k(t)$ – амплитуда, частота и фаза помех, полагаемых случайными величинами и постоянными $\dot{p}_k(t) = \dot{p}_{k0}$, $f_k(t) = f_{k0}$, $\varphi_k(t) = \varphi_{k0}$ на длительности T OFDM-сигналов.

Сосредоточенные по спектру помехи (2) подобны по структуре парциальным сигналам в (1), что обуславливает их эффективность по снижению помехоустойчивости OFDM-сигналов (1) по сравнению с базовой моделью помехи в виде аддитивного белого гауссовского шума (АБГШ) [3, 8, 9]. Количественной мерой помехоустойчивости является вероятность ошибки на один информационный бит P_6 при приеме сигналов [2].

Помехи $\dot{N}_m$, соответствующие СПП, на выходе согласованного фильтра для m -го парциального сигнала определяются соотношением [6]

$$\dot{N}_m = \sum_{k=1}^Q \dot{p}_{k0} \frac{1 - \exp(j(2\pi(m - f_{k0}) + \varphi_{k0}))}{1 - \exp(j(2\pi(m - f_{k0}) + \varphi_{k0})/N)}. \quad (3)$$

Вероятность ошибки $P_6(m)$ для m -го парциального сигнала при наличии рассматриваемых помех определяется отношением сигнал/помеха [2]

$$E_6/N_{m0} = |\dot{\alpha}_m|^2 / |\dot{N}_m|^2,$$

где E_6 – энергия на один информационный бит; N_{m0} – эффективная спектральная плотность СПП (2) в полосе m -го парциального сигнала; $|\dot{N}_m|^2$ – средняя мощность помех (3).

Известные методы снижения эффективности СПП основаны на использовании методов их компенсации и на увеличении базы B сигналов [2, 3, 9, 10]. При использовании сигналов с базой B вероятность P_6 зависит от отношения мощности сигналов P_c к мощности СПП P_n и зависит от отношения $\sqrt{BP_c/P_n}$ – происходит снижение эффективности СПП в B раз [10].

При условии $P_n/P_c > B$ существенно снижается помехоустойчивость передачи информации. В этом случае повышение надежности передачи возможно обеспечить, используя сигнальные конструкции на основе OFDM-сигналов с увеличением базы B в сочетании с компенсацией СПП [6, 10]. Разработанные алгоритмы приема этих сигнальных конструкций основаны на использовании весовой обработки входных реализаций [4]. Снижение действия рассматриваемых помех зависит от используемых весовых функций. В работах [4–11] показано, что функции Хэмминга, Кайзера, Дольфа–Чебышева, Кайзера–Кравченко являются эффективными для весовой обработки рассматриваемых сигнальных конструкций.

Цель данной работы – детально исследовать весовые функции Кравченко на основе атомарных функций [11, 12] для повышения помехоустойчивости рассматриваемых сигнальных конструкций при наличии СПП. Приведены результаты моделирования разработанных алгоритмов приема.

2. ОПИСАНИЕ СИГНАЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ НА ОСНОВЕ OFDM-СИГНАЛОВ

На рис. 1 представлена схема алгоритма формирования сигнальных конструкций на основе OFDM-сигналов [4, 6]. Информационные символы ($\vec{\alpha}$) объемом K битов поступают на вход кодера помехоустойчивого кода. Выходная последовательность двоичных кодовых символов ($\vec{\alpha}'$) с объемом K/R (R – кодовая скорость кода [2]) поступает на вход перемежителя, каждый символ $\vec{\alpha}'_{n,i}$ с его выхода отображается в последовательность ($\dot{\alpha}_{n,i} \dot{p}_0(i), \dots, \dot{\alpha}_{n,i} \dot{p}_{l-1}(i)$) длительностью l действием генератора удлинняющей последовательности. Здесь $\dot{p}_j(i)$, $j = 0, 1, \dots, l-1$ – символы удлинняющей последовательности с компонентами ± 1 . Последовательность символов с выхода умножителя длительностью Kl/R поступает на вход модулятора OFDM-сигналов размерностью N , формирующего последовательность $L = Kl/RN$ OFDM-сигналов (1). Для фиксированной частотной полосы удлинняющая последовательность увеличивает базу сигналов по отношению к базе исходных OFDM-сигналов в l раз [9].

Отсчеты входной реализации $\vec{z}$ при приеме задаются соотношением

$$\dot{z}_i = \dot{s}_i + \dot{n}_i + \dot{N}_i. \quad (4)$$

Здесь $\dot{s}_i$, $\dot{n}_i$, $\dot{N}_i$ – комплексные отсчеты, соответствующие сигнальной составляющей, АБГШ и СПП.



Рис. 1. Схема формирования сигнальных конструкций на основе OFDM-сигналов.

Обработка реализации $\tilde{z}$ при приеме включает следующие этапы [4–6, 11]:

умножение отсчетов $\tilde{z}$ на весовую функцию с коэффициентами $w(k)$, $k = 0, 1, 2, \dots, N - 1$;

вычисление спектральных составляющих $\dot{S}_j(k)$, $j = 1, 2, \dots, l$ с использованием БПФ с размерностью N для взвешенной реализации;

компенсацию помех ССП путем нелинейного преобразования спектральных составляющих, в частности, их ограничение с амплитудой, превышающей порог P ;

демодуляцию OFDM-сигналов; деперемеживание отсчетов с выхода демодулятора и декодирование с их использованием.

На вход модуля компенсации ССП поступают нормированные спектральные отсчеты

$$\dot{S}'_j(k) = N \dot{S}_j(k) / \sum_{k=0}^{N-1} |\dot{S}_j(k)| \quad (k = 0, 1, 2, \dots, N - 1, j = 1, 2, \dots, l),$$

где осуществляется их ограничение

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}(\dot{S}'_j(k)) &= \\ &= \begin{cases} \operatorname{Re}(\dot{S}_j(k)), & \text{если } |\dot{S}_j(k)| < P, \\ \operatorname{sign}(\operatorname{Re}(\dot{S}_j(k)))P, & \text{если } |\dot{S}_j(k)| \geq P. \end{cases} \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь $\operatorname{sign}(x)$ — знак аргумента x . Операция (5) осуществляется над мнимой частью $\operatorname{Im}(\dot{S}_j(k))$ при формировании $\operatorname{Im}(\dot{S}'_j(k))$.

Частным случаем нелинейного преобразования (5) отсчетов $\operatorname{Re}(\dot{S}_j(k))$ и $\operatorname{Im}(\dot{S}_j(k))$ является жесткое ограничение, учитывающее лишь их знак.

Демодуляция OFDM-сигналов заключается в вычислении решений $\vec{y}$ с отсчетами

$$\dot{y}_i = \sum_{j=1}^l \dot{S}'_j(i) \dot{p}_j(i).$$

Использование весовых функций обуславливает уменьшение значений боковых лепестков рассматриваемых помех относительно основного

лепестка в частотной области [1] по отношению к прямоугольной весовой функции, что снижает искажающее влияние ССП при приеме парциальных сигналов. Вместе с тем при весовой обработке уменьшаются значения сигнал/помеха на выходе демодулятора по отношению к согласованной фильтрации с использованием прямоугольной функции, а также нарушается ортогональность парциальных сигналов, что обуславливает возникновение помех межканальной интерференции (МКИ) [1, 11].

Существуют оптимальные значения порогов $P_{\text{опт}}$, определяющие минимальные значения вероятности ошибки P_6 для алгоритма приема сигнальных конструкций на основе OFDM-сигналов при наличии ССП. Действительно, вероятность ошибки P_6 при реализации правила нелинейной обработки (5) определяется совместным действием двух взаимных факторов.

Во-первых, нелинейная операция ограничения приводит к известному эффекту энергетических потерь — снижению отношения сигнал/помеха при уменьшении значений порога P и, соответственно, к увеличению вероятности ошибки P_6 по отношению к линейной обработке [2]. Результаты исследований этого эффекта приведены в [12, 13] — для предельного случая жесткого ограничения энергетические потери достигают максимального значения и для АБГШ составляют 2 дБ.

Во-вторых, при увеличении значений порога P с целью уменьшения влияния ограничения на вероятностные характеристики приема увеличивается эффективность искажающего действия ССП. В этом случае рассматриваемые помехи в частотной области с использованием весовых функций подобны импульсным помехам во временной области. Результаты по разработке алгоритмов оптимальных либо близких к оптимальным алгоритмам приема при наличии помех импульсного типа приведены в [14, 15]. Эти алгоритмы приема основаны на безынерционной нелинейной обработке отсчетов входных реализаций, практически эквивалентной ограничению, которое реализуется путем включения регулировки усиления на основе взвешивания отсчетов с учетом плотности их распределения (в общем случае негауссовой).

Таким образом, должен существовать оптимальный порог ограничения $P_{\text{опт}}$, определяющий минимизацию совместного влияния ограничения и ССП и, соответственно, минимальную вероятность P_6 .

Оптимальность весовых функций при решении рассматриваемой задачи основывается на следующих критериях [11]:

- обеспечение минимальных значений боковых лепестков функций в частотной области;
- достижение минимума энергии спектра частотной характеристики функций за пределами задаваемой полосы;
- минимизация энергетических потерь по отношению к согласованной фильтрации;
- обеспечение максимальной ортогональности для парциальных сигналов (1) с весовой обработкой.

Известен ограниченный ряд весовых функций со свойствами, близкими к сформулированным свойствам оптимальности, например, функция Кайзера с коэффициентами [1]

$$w(k) = I_0 \left(\beta \sqrt{1 - (2k/N - 1)^2} \right) / I_0(\beta).$$

Здесь $0 \leq k < N$; $I_0(x)$ — модифицированная функция Бесселя первого рода нулевого порядка. Основные характеристики функции (ширина главного лепестка, значения амплитуд боковых лепестков в частотной области) задаются через параметр β , оптимальным является значение $\beta = 6$ [4].

Альтернативу этим весовым функциям относительно эффективности для решения рассматриваемой задачи составляет класс функций Кравченко на основе атомарных функций [16].

3. ВЕСОВЫЕ ОКНА КРАВЧЕНКО НА ОСНОВЕ АТОМАРНЫХ ФУНКЦИЙ

Атомарные функции $ch_{a,n}(t)$ с параметрами a, n определяются как финитные решения дифференциального уравнения [16–18]

$$y^{(n)}(t) = a^{n+1} 2^{-n} \sum_{k=0}^n C_n^k y(at + n - 2k). \quad (6)$$

Решение $y(t) = ch_{a,n}(t)$ имеет носитель $[-n/(a-1); n/(a-1)]$ и представляется в виде

$$ch_{a,n}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(jft) F(f) df, \quad (7)$$

$$F(f) = \left(\prod_{k=1}^n \text{sinc}(fa^{-k}) \right)^n. \quad (8)$$

Здесь $\text{sinc}(x) = \sin(x)/x$.

Коэффициенты $w(k)$ функций Кравченко задаются соотношением

$$w(k) = \frac{ch_{a,n}(sk)}{ch_{a,n}(0)}, \quad s = \frac{a-1}{n}. \quad (9)$$

В табл. 1 приведены характеристики для ряда функций Кравченко и функции Кайзера с параметром $\beta = 6$.

При оценивании характеристики $W_{\text{мки}} = P_c / P_{\text{мки}}$ мощность парциального сигнала P_c вычислялась на основе корреляции сигнала и его копии с взвешенными отсчетами. Оценивание мощности $P_{\text{мки}}$ производилось на основе корреляции парциального сигнала и OFDM-сигналов без данного парциального сигнала с учетом весовой функции.

Анализ табл. 1 показывает, что существует ряд весовых функций Кравченко со свойствами, практически удовлетворяющими сформулированным критериям оптимальности и сравнимых по этим свойствам с функцией Кайзера с оптимальным параметром $\beta = 6$. В этот ряд входят функции с параметрами $n = 1$ и $n = 2$. Ниже приведены результаты их исследований.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ ВЕСОВЫХ ФУНКЦИЙ КРАВЧЕНКО

Исследование вероятностных характеристик при приеме выполнено для сигнальных конструкций с использованием помехоустойчивого сверточного кода с кодовой скоростью $R = 1/2$, задаваемого порождающими многочленами g_1 и g_2 в восьмеричном представлении $g_1 = 133$, $g_2 = 171$ [2]. Этот код включен в состав помехоустойчивых кодов, рекомендованных для спутниковых систем связи [19]. Кодер сверточного кода представляется решетчатой диаграммой [2]. Оптимальный прием сигналов, соответствующих сверточным кодам, выполняется на основе алгоритма Витерби — осуществляется динамический перебор возможных путей по кодовой решетке с выбором наиболее правдоподобного пути [2].

Возможность существенного снижения эффективности сосредоточенных по спектру помех при использовании рассматриваемых сигнальных конструкций показана путем моделирования алгоритма приема при наличии АБГШ и до пяти помеховых сигналов с вариацией их количества и произвольного размещения в полосе OFDM-сигналов, размерность БПФ $N = 1024$, сигнальное “созвездие” ФМ2. Отношение мощности OFDM-сигналов P_c к общей мощности ССП P_n при моделировании равно $\chi = P_c / P_n = -20$ дБ. Результаты экспериментальных исследований показывают, что эта модель ССП является адекватной для ряда спут-

Таблица 1. Характеристики весовых функций Кравченко

a	n	K , дБ	W , дБ	$W_{\text{МКИ}}$, дБ	ΔE , дБ
3.0	1	-38.90	-42.1	5.0	-3.50
	2	-80.4	-76.9	3.1	-8.45
	3	-51.3	-50.6	1.9	-10.20
7.0	1	-16.9	-0.8	-9.8	-0.85
	2	-27.0	-29.5	5.1	-6.95
	3	-43.3	-41.1	3.1	-8.35
15.0	1	-5.8	-0.2	-6.2	-0.60
	2	-28.0	-34.5	5.7	-6.20
	3	-37.50	-38.2	8.3	-9.50
Функция Кайзера, $\beta = 6$		-58.70	-47.9	6.3	-6.50

Примечание: K — максимальное значение бокового лепестка относительно значения главного лепестка; W — энергия функции вне полосы ΔF (по уровню -3 дБ), нормированная на полную энергию весовой функции; $W_{\text{МКИ}}$ — оценка сигнал/помеха за счет МКИ; ΔE — энергетические потери при использовании весовой функции по отношению к согласованной фильтрации.

никовых информационных систем, например, для канала P -диапазона: наблюдается в среднем до пяти помех рассматриваемого типа, отношение мощности информационных сигналов к мощности помех может достигать -20...-25 дБ [6].

При моделировании производилась интервальная оценка вероятности P_6 путем вычисления частоты $p = x/u$, где x — число ошибочных битов при приеме из переданных информационных битов объемом u . Требуемый объем u определяется вероятностью P_6 , доверительной вероятностью $P_{\text{дов}} = 0.95$ и размером доверительного интервала $[0.5P_6, 1.5P_6]$.

На рис. 2а, 2б приведены зависимости вероятности P_6 для $P_{\text{опт}}$ от параметра a для изложенного выше алгоритма приема сигнальных конструкций на основе OFDM-сигналов (для значений $l = 2$ и $l = 4$ соответственно) с использованием весовых функций Кравченко с параметром $n = 1, 2$ и 3 при наличии АБГШ ($E_6/N_0 = 5.5$ дБ) и ССП. Видно, что минимальное значение P_6 достигается для параметра $n = 1$ и значения $a = 3$. Для параметров $n = 2$ и $n = 3$ наблюдается выравнивание вероятностных характеристик при увеличении значений a : для $l = 2$ минимальные значения P_6 для $n = 3$ и $n = 2$ по отношению к минимальным значениям P_6 для $n = 1$ превышают в 100 и в 10 раз соответственно.

Оптимальные пороги $P_{\text{опт}}$ определялись путем изменения значений порога P и анализа вероятности P_6 . На рис. 3а, 3б приведены вероятностные кривые, соответствующие рассматриваемым сигнальным конструкциям для $l = 2$ и $l = 4$ соответ-

ственно, даны зависимости вероятности ошибки P_6 от порога ограничения P при компенсации помех с использованием функций Кравченко с па-

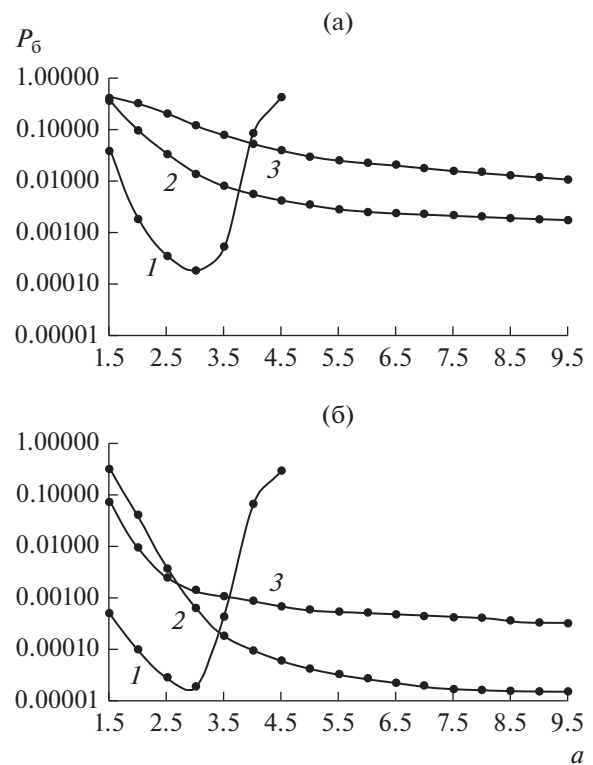


Рис. 2. Зависимости вероятностей ошибки P_6 от параметра a при приеме сигнальной конструкции на основе OFDM-сигналов с использованием весовых функций Кравченко при $l = 2$ (а) и 4 (б), параметр окна: $n = 1$ (1), 2 (2) и 3 (3).

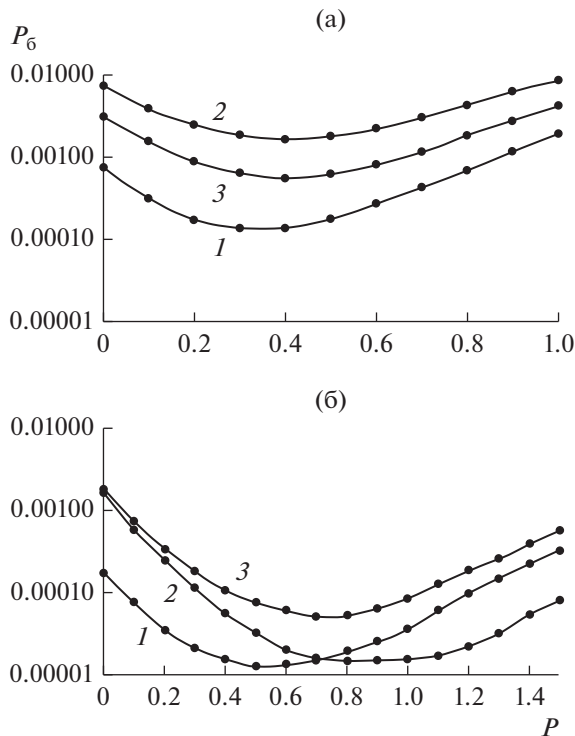


Рис. 3. Зависимости вероятностей ошибки P_6 от порога P при приеме сигнальной конструкции на основе OFDM-сигналов с использованием весовых функций при $l=2$ (а) и 4 (б): кривая 1 – функция Кравченко ($n=1, a=3$); кривая 2 – функция Кравченко ($n=2, a=9.5$); кривая 3 – функция Кайзера ($\beta=6$).

параметрами $n=1$ и 2 и функции Кайзера. Видно, что в соответствии со сделанным выше утверждением существуют оптимальные значения порогов ограничения $P_{\text{опт}}$, определяющие минимальные вероятности ошибки P_6 . В табл. 2 приведены полученные значения порогов $P_{\text{опт}}$.

На рис. 4 приведены результирующие вероятностные кривые для сигнальных конструкций при наличии рассматриваемого комплекса помех, варьируемым параметром является сигнал/помеха E_6/N_0 для АБГШ.

Таблица 2. Оптимальные значения порогов ограничения $P_{\text{опт}}$ для весовых функций Кравченко и Кайзера при приеме сигнальных конструкций на основе OFDM-сигналов

l	Функция Кравченко		Функция Кайзера ($\beta=6$)
	$a=9.5, n=2$	$a=3.0, n=1$	
2	0.40	0.35	0.40
4	0.90	0.50	0.80

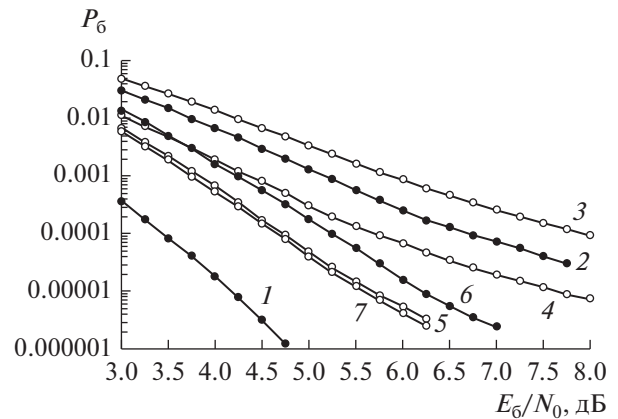


Рис. 4. Вероятностные кривые для сигнальных конструкций на основе OFDM-сигналов и помехоустойчивого сверточного кода с кодовой скоростью $1/2$ при наличии АБГШ (кривая 1) и ССП: функция Кайзера ($\beta=6$) при $l=2$ (2) и 4 (6); функция Кравченко ($n=2, a=9.5$) при $l=2$ (3) и 4 (5); функция Кравченко ($n=1, a=3.0$) при $l=2$ (4) и 4 (7).

Для АБГШ задаваемая вероятность ошибки $P_6 = 10^{-4}$ обеспечивается при $E_6/N_0 = 3.5$ дБ. Представлены также кривые для функции Кайзера ($\beta=6$), функции Кравченко с параметрами $n=2, a=9.5$ и $n=1, a=3.0$ для $l=2$. Видно, что наиболее эффективной является функция Кравченко с параметрами $n=1, a=3.0$ – задаваемая вероятность ошибки достигается при $E_6/N_0 = 5.75$ дБ и энергетические потери кривых 2–4 по отношению к кривой 1 не превышают 2.25 дБ. Для функции Кайзера задаваемая вероятность ошибки достигается при $E_6/N_0 = 6.75$ дБ и энергетические потери по отношению к кривой 1 достигают 3.25 дБ. Функция Кравченко с параметрами $n=2, a=9.5$ характеризуется меньшей эффективностью – задаваемая вероятность ошибки обеспечивается при $E_6/N_0 = 8.0$ дБ и энергетические потери по отношению к кривой 1 достигают 4.5 дБ.

При увеличении значения $l=4$ подавление ССП увеличивается. В этом случае вероятностные кривые для функций Кравченко с параметрами $n=1, a=3.0$ и $n=2, a=9.5$ практически совпадают – задаваемая вероятность ошибки обеспечивается при $E_6/N_0 = 4.75$ дБ и энергетические потери по отношению к кривой 1 достигают 1.25 дБ. Функция Кайзера характеризуется меньшей эффективностью – задаваемая вероятность ошибки при его применении обеспечивается при $E_6/N_0 = 5.25$ дБ и энергетические потери по отношению к кривой 1 достигают 2.25 дБ.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, приведены описания сигнальных конструкций на основе OFDM-сигналов и помехоустойчивых кодов, устойчивых к влиянию сосредоточенных по спектру помех. Разработанные алгоритмы приема основаны на увеличении базы этих сигналов по отношению к базе исходных OFDM-сигналов и на компенсации помех в частотной области. Алгоритмы приема включают БПФ с весовой функцией, пороговое ограничение спектральных составляющих и вычисление решений на их основе, используемых при приеме помехоустойчивых кодов. Даны критерии оптимальности весовых функций и показано, что ряд функций Кравченко на основе атомарных функций практически удовлетворяют сформулированным критериям оптимальности.

Путем моделирования разработанного алгоритма приема с использованием весовых функций Кравченко с вариацией их параметров n , a , а также для весовой функции Кайзера произведен анализ помехоустойчивости для сигнальных конструкций ($l = 2, 4$), формируемых с использованием сверточного кода с кодовой скоростью $1/2$. Моделирование произведено при наличии в канале АБГШ и до пяти ССП с отношением $\chi = -20$ дБ, эта модель адекватно описывает ряд спутниковых каналов передачи. Для исследуемого ряда весовых функций определены оптимальные значения порогов ограничения, определяющие минимальные вероятности ошибки P_6 .

Результаты моделирования показывают, что для рассматриваемой модели помех весовая обработка с использованием функций Кравченко с оптимальными параметрами $n = 1$, $a = 3.0$ является наиболее эффективной по отношению к рассмотренным весовым функциям, включая функцию Кайзера.

Для вероятности $P_6 = 10^{-4}$ и параметра $l = 2$ энергетические потери при использовании весовой функции Кайзера по отношению к функции Кравченко с оптимальными параметрами достигают 1 дБ, при использовании функции Кравченко с параметрами $n = 2$ и $a = 9.5$, рассмотренной в [11], потери достигают 2.25 дБ. Для $l = 4$ вероятностные кривые, соответствующие весовым функциям Кравченко с параметрами $n = 1$, $a = 3.0$ и $n = 2$, $a = 9.5$, практически совпадают, по отношению к этим кривым использование функции Кайзера обуславливает энергетические потери до 0.5 дБ. При уменьшении P_6 значения энергетических потерь увеличиваются.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 20-07-00525).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Оппенгейм А., Шафер Р.* Цифровая обработка сигналов / Пер. с англ. М.: Техносфера, 2006.
2. *Зюко А.Г., Фалько А.И., Панфилов И.П. и др.* Помехоустойчивость и эффективность систем передачи информации. М.: Радио и связь, 1985.
3. *Волков Л.Н., Немировский М.С., Шинаков Ю.С.* Системы цифровой радиосвязи. Базовые методы и характеристики. М.: Эко-Трендз, 2005.
4. *Назаров Л.Е., Зудилин А.С.* // Журн. радиоэлектроники. 2018. № 3. <http://jre.cplire.ru/jre/mar18/4/text.pdf>.
5. *Назаров Л.Е., Зудилин А.С.* // Физ. основы приборостроения. 2018. Т. 7. № 3. С. 26.
6. *Назаров Л.Е.* // РЭ. 2019. Т. 64. № 8. С. 787.
7. *Бакулин М.Г., Крейнделин В.Б., Шлома А.М., Шумов А.П.* Технология OFDM. М.: Горячая линия-Телеком, 2016.
8. *Вишневский В.М., Ляхов А.И., Портной С.Л., Шахнович И.В.* Широкополосные сети передачи. М.: Техносфера, 2005.
9. *Liu H., Li G.* OFDM-Based Broadband Wireless Networks. N.J.: John Wiley & Sons Ltd, 2005.
10. *Schulze H., Luders C.* Theory and Application of OFDM and CDMA. Wideband Wireless Communications. Chichester, West Sussex: John Wiley & Sons Ltd., 2005.
11. *Кравченко В.Ф., Назаров Л.Е., Пустовойт В.И.* // РЭ. 2019. Т. 64. № 10. С. 976.
12. *Шинаков Ю.С.* // Радиотехника. 2016. № 2. С. 66.
13. *Назаров Л.Е., Зудилин А.С.* // РЭ. 2015. Т. 60. № 5. С. 522.
14. *Антонов О.Е.* // РЭ. 1967. Т. 12. № 4. С. 579.
15. *Акимов П.С., Бакут П.А., Богданович В.А.* Теория обнаружения сигналов. М.: Радио и связь, 1984.
16. *Кравченко В.Ф., Кравченко О.В.* Конструктивные методы алгебры логики, атомарных функций, вейвлетов, фракталов в задачах физики и техники. М.: Техносфера, 2018.
17. *Кравченко В.Ф., Коновалов Я.Ю., Пустовойт В.И.* // РЭ. 2015. Т. 60. № 9. С. 931.
18. *Кравченко В.Ф., Чуриков Д.В.* Цифровая обработка сигналов атомарными функциями и вейвлетами. М.: Техносфера, 2018.
19. TM synchronization and channel coding – summary of concept and rationale. Information report CCSDS 130.1-G-1. Green Book. Washinhton, 2006.

ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

УДК 621.376.9

ДВУХБЛОЧНАЯ МОДЕЛЬ ЦИФРОВОГО КОРРЕКТОРА ДЛЯ ЛИНЕАРИЗАЦИИ РАДИОТРАКТА С АНАЛОГОВЫМ КВАДРАТУРНЫМ МОДУЛЯТОРОМ

© 2020 г. Л. И. Аверина^а, С. С. Лавлинский^{а, *}

^аВоронежский государственный университет,
Университетская пл., 1, Воронеж, 394006 Российская Федерация

*E-mail: lavlik92@gmail.com

Поступила в редакцию 13.09.2019 г.

После доработки 21.05.2020 г.

Принята к публикации 30.05.2020 г.

Предложена двухблочная модель цифрового корректора для линеаризации аналогового радиотракта с нелинейной характеристикой и частотно-зависимым рассогласованием квадратурных каналов модулятора. С использованием метода стохастического градиента и рекурсивного метода наименьших квадратов решена задача идентификации каждого блока данной модели на основе однократно измеренных данных. Проведен сравнительный анализ систем с цифровой коррекцией, реализованных с применением двухблочных и одноблочных структур.

DOI: 10.31857/S0033849420110030

ВВЕДЕНИЕ

Потребители современных систем цифровой связи проявляют особую требовательность в вопросе энергетической эффективности используемых устройств. Известно, что одной из наиболее энергозатратных частей передающего устройства является аналоговый радиотракт, который в силу неидеальности характеристик своих составных частей — усилителя мощности, фильтрующих цепей, квадратурного модулятора — становится источником различного рода нелинейно-динамических искажений. Наличие внутрисистемных помех в тракте приводит к увеличению уровня внеполосного излучения и внутрисполосного шума передаваемого сигнала. В настоящее время одним из основных методов борьбы с сигнальными искажениями в передающем тракте является процедура линеаризации его передаточной характеристики, основанная на применении корректора, который еще на стадии формирования сигнала осуществляет ввод цифровых предискажений [1]. Цифровой корректор осуществляет такое нелинейно-динамическое преобразование передаваемого сигнала, при котором нелинейно-динамические искажения аналогового устройства естественным образом компенсируют введенные предискажения.

Если передающий тракт представляет собой последовательное соединение аналогового квадратурного модулятора и усилителя мощности, то его внутреннюю структуру можно считать двухблочной системой, первый блок которой вносит

дисбаланс квадратур, а второй — нелинейные искажения. В работах [2–4] предложены решения задачи цифровой линеаризации подобной структуры радиотракта с помощью обобщенной модели цифрового корректора. Выбор такой модели вслед за ростом числа коэффициентов корректора ведет к увеличению вычислительной сложности процесса ввода предискажений в сравнении с традиционными методами выравнивания характеристик усилителя мощности [5] и квадратурного модулятора [6] по отдельности. Поэтому в данной работе предлагается алгоритм построения и способы идентификации двухблочной модели цифрового корректора для линеаризации радиотракта с аналоговым квадратурным модулятором и усилителем мощности, оперирующей меньшим, чем одноблочный аналог, числом параметров.

1. СИНТЕЗ ДВУХБЛОЧНОЙ МОДЕЛИ КОРРЕКТОРА

На рис. 1 представлена бесструктурная модель рассматриваемого аналогового радиотракта, состоящая из двух независимых поведенческих моделей.

Поведение квадратурного модулятора может быть описано с помощью математической модели [7], реализующей передаточную характеристику $\Phi(\cdot)$ вида:

$$\Phi(x(n)) = \sum_{q=1}^Q h_q x(n-q) + \sum_{q=1}^Q h_{q+Q} x^*(n-q),$$

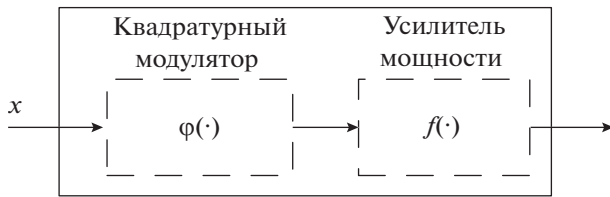


Рис. 1. Бесструктурная модель исследуемого аналогового радиотракта.

где $x(n)$ — отсчеты входного сигнала модели; $*$ — оператор комплексного сопряжения; $\vec{h} = [h_1, \dots, h_Q]$ — вектор коэффициентов модели длиной $\tilde{Q} = 2Q$; Q — параметр глубины памяти модели. Такая модель позволяет достаточно точно описывать частотно-зависимый квадратурный дисбаланс, характерной особенностью которого является расщепление амплитудной характеристики модулятора на две разнесенные составляющие. Подобная деформация передаточной характеристики приводит к смещению сигнального созвездия и, как итог, снижению достоверности передачи данных системы беспроводной связи.

Другим источником сигнальных искажений в передающем радиотракте является аналоговый усилитель мощности, нелинейно-динамические свойства которого приводят к росту внеполосного излучения и, как следствие, к снижению энергетической эффективности устройства. В рамках данной работы будем полагать, что инерционные свойства усилителя мощности незначительны, а нелинейный вид его передаточной характеристики может быть аппроксимирован с помощью полиномиальной функции. Тогда математическое описание его передаточной характеристики $f(x(n))$ можно представить в виде полиномиальной модели без памяти [8]:

$$f(x(n)) = \sum_{p=1}^P d_p x(n) |x(n)|^{2p-1},$$

где $x(n)$ — отсчеты входного сигнала модели; $\vec{d} = [d_1, \dots, d_P]$ — вектор коэффициентов модели, P — степень нелинейности модели.

Основным способом выравнивания амплитудной и амплитудно-фазовой характеристик аналоговых компонент радиотракта является метод вво-

да в сигнал цифровых предискажений, зеркальных к обозначенным характеристикам $f(\cdot)$ и $\varphi(\cdot)$. Устройства ввода соответствующих предискажений называют цифровыми корректорами. Метод ввода цифровых предискажений сводится к построению цифрового корректора, который преобразует сигнал таким образом, чтобы источник аналоговых искажений выступал в роли естественного компенсатора искусственно введенных в передаваемый сигнал цифровых предискажений.

Перейдем теперь к задаче построения корректора для радиотракта, в котором и усилитель мощности, и квадратурный модулятор одновременно становятся значимыми источниками искажений. В работе [2] для линеаризации такого тракта предложена одноблочная модель цифрового корректора (рис. 2), сигнал на выходе которой z (без учета тока смещения) записывается в следующем виде:

$$z(n) = \sum_{q=1}^Q \sum_{p=1}^P (c_{p,q} x(n-q) + c_{p,q+Q} x^*(n-q)) \times |x(n-q)|^{2p-1},$$

где $x(n)$ — отсчеты входного сигнала корректора; $\vec{c} = [c_1 \dots c_{P\tilde{Q}}]$ — вектор коэффициентов одноблочной модели корректора. Одноблочный корректор синтезирует совместную обратную характеристику для квадратурного модулятора и усилителя мощности с помощью свертки $\vec{f} \times \vec{\varphi}(x(n))$, где $\vec{f}(\cdot)$ и $\vec{\varphi}(\cdot)$ — обратные функции для $f(\cdot)$ и $\varphi(\cdot)$ соответственно. Результатом подобного обобщения нелинейных и динамических свойств аналогового радиотракта становятся, с одной стороны, удобство расчета коэффициентов модели (единый вектор параметров предискажений), а с другой — рост совокупного числа параметров предискажений.

Для того чтобы снизить количество коэффициентов модели корректора, рассмотрим решение аналогичной задачи с помощью двухблочной структуры, предложенной в работе [9], где аналоговый тракт представлен в виде последовательного соединения фильтрующей цепи (источника инерционных искажений) и усилителя мощности (источника нелинейных искажений). В рассматриваемом случае построение двухблочной модели корректора потребует внесения

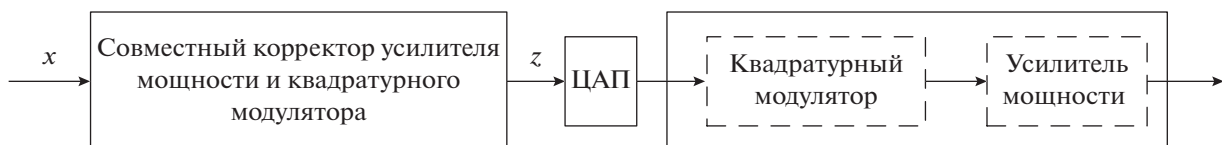


Рис. 2. Цифровой корректор в виде одноблочной структуры.

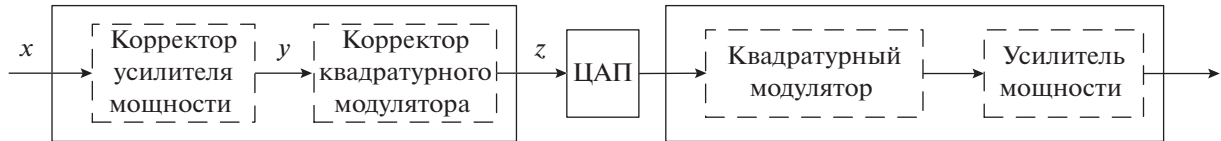


Рис. 3. Цифровой корректор в виде двухблочной структуры, ЦАП — цифроаналоговый преобразователь.

поправок в блок, отвечающий за динамическую составляющую модели, путем замены корректора фильтра на корректор квадратурного модулятора (рис. 3). Выходной z и промежуточный y сигналы двухблочного корректора в таком случае имеют вид

$$y(n) = \sum_{p=1}^P a_p x(n) |x(n)|^{2p-1},$$

$$z(n) = \sum_{q=1}^Q b_q y(n-q) + \sum_{q=1}^Q b_{q+Q} y^*(n-q),$$

где вектор $\vec{a} = [a_1, \dots, a_P]$ содержит коэффициенты предсказаний первого блока модели корректора (корректор усилителя мощности), а вектор $\vec{b} = [b_1, \dots, b_Q]$ длиной $\tilde{Q} = 2Q$ содержит коэффициенты предсказаний второго блока модели корректора (корректор квадратурного модулятора). Совокупное число параметров двухблочного корректора составляет $N_2 = 2Q + P$, в то время как для одноблочного варианта имеем $N_1 = 2QP$. Таким образом, в силу замены операции свертки на операцию сложения с ростом степени нелинейности P и/или динамики Q рассматриваемых моделей разница числа параметров одноблочной N_1 и двухблочной N_2 структур будет расти в пользу второй.

Следует отметить, что предлагаемая модель позволяет осуществить более гибкий подход к практической реализации адаптивного обновления параметров предсказаний. В процессе работы аналоговые части радиотракта по-разному реагируют на изменение внешних и внутренних факторов системы, к которым можно отнести колебание температуры или смену рабочей частоты. Если, к примеру, с ростом температуры скорость изменения характеристики усилителя мощности оказывается существеннее скорости изменения свойств квадратурного модулятора, то двухблочная модель корректора позволяет адаптивно подстраивать только коэффициенты корректора усилителя мощности при фиксированных параметрах корректора модулятора. Это ведет к снижению вычислительной нагрузки на решающее устройство, реализующее алгоритмы оптимизации искомым параметров предсказаний.

2. ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ДВУХБЛОЧНОЙ МОДЕЛИ КОРРЕКТОРА

Для расчета параметров синтезированной модели корректора в работе используется обратный метод обучения [10], подразумевающий построение обратной модели объекта линеаризации (рис. 4). В основе большинства алгоритмов оптимизации лежит минимизация некоторой целевой функции J , которая определяется сигналом мгновенной ошибки e , в нашем случае принимающим вид

$$e(n) = x(n) - \sum_{q=1}^Q b_q \sum_{p=1}^P a_p \tilde{z}(n-q) |\tilde{z}(n-q)|^{2p-1} +$$

$$+ \sum_{q=1}^Q b_{q+Q} \sum_{p=1}^P a_p^* \tilde{z}^*(n-q) |\tilde{z}(n-q)|^{2p-1},$$

где $x(n)$ и $\tilde{z}(n)$ — отсчеты сигнала на входе и выходе аналогового тракта.

Простейшим алгоритмом многопараметрической оптимизации выступает метод стохастического градиента (МСГ) [11], который оперирует целевой функцией $J = e(n)e^*(n)$. Обновление параметров предсказаний на основе алгоритма МСГ для предлагаемой модели сводится к системе уравнений:

$$\begin{cases} \vec{a}(n) = \vec{a}(n-1) + \mu_1 \text{grad}(J(n))_{\vec{a}^*} \\ \vec{b}(n) = \vec{b}(n-1) + \mu_2 \text{grad}(J(n))_{\vec{b}^*} \end{cases},$$

где μ_1, μ_2 — константы метода стохастического градиента; n — номер итерации адаптивного алгоритма. Таким образом, рассчитав необходимые производные, удастся получить следующее итерационное правило расчета коэффициентов предсказаний:

$$a_p(n) = a_p(n-1) - \mu_1 e(n) \times$$

$$\times \sum_{q=1}^Q b_q^* \tilde{z}^*(n-q) |\tilde{z}(n-q)|^{2p-1}, \quad p = 1, \dots, P,$$

$$b_q(n) = b_q(n-1) - \mu_2 e(n) \times$$

$$\times \sum_{p=1}^P a_p^* \tilde{z}^*(n-q) |\tilde{z}(n-q)|^{2p-1}, \quad q = 1, \dots, Q,$$

$$b_{q+Q}(n) = b_{q+Q}(n-1) - \mu_2 e(n) \times$$

$$\times \sum_{p=1}^P a_p^* \tilde{z}^*(n-q) |\tilde{z}(n-q)|^{2p-1}, \quad q = 1, \dots, Q.$$

Более качественным адаптивным методом многопараметрической оптимизации является рекур-

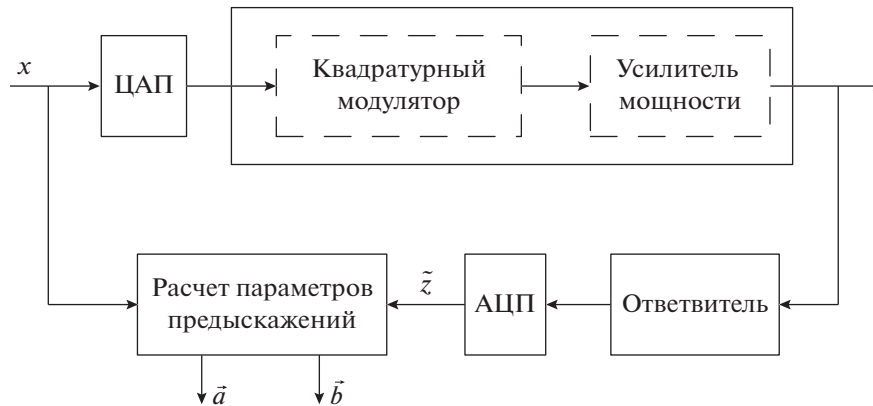


Рис. 4. Блок-схема расчета параметров предсказаний цифрового корректора, АЦП – аналого-цифровой преобразователь.

сивный метод наименьших квадратов (РМНК). Для него целевая функция определяется не только текущим значением сигнала ошибки, но и рядом его предшествующих состояний с учетом весового коэффициента λ :

$$J(n) = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} e(i) e^*(i).$$

Коэффициенты двухблочной модели также определяются из условия минимизации данной целевой функции. Таким образом, удается получить следующие соотношения для итерационного расчета искомых параметров предсказаний двухблочного корректора:

$$\begin{aligned} \bar{a}(n) &= \bar{a}(n-1) + e(n) \bar{g}_a(n), \\ \bar{b}(n) &= \bar{b}(n-1) + e(n) \bar{g}_b(n). \end{aligned}$$

Векторы коэффициентов Калмана $\bar{g}_a(n)$ длиной P и $\bar{g}_b(n)$ длиной $\bar{Q}$ согласно алгоритму РМНК в общем случае определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} \bar{g}(n) &= \frac{R^{-1}(n-1) \bar{M}(n)}{\lambda + \bar{M}(n) R^{-1}(n-1) \bar{M}^H(n)}, \\ R^{-1}(n) &= \frac{1}{\lambda} (R^{-1}(n-1) - \bar{g}(n) \bar{M}^H(n) R^{-1}(n-1)), \\ R^{-1}(0) &= 0.1 \sigma_z^2 I, \end{aligned}$$

где σ_z^2 – дисперсия выходного сигнала, I – единичная матрица; H – оператор эрмитова сопряжения. При этом для расчета коэффициентов первого блока корректора мгновенное значение вектора $\bar{M}(n)$ длиной P вычисляется согласно следующему выражению:

$$M_p(n) = \sum_{q=1}^Q b_q^* \tilde{z}^*(n-q) |\tilde{z}(n-q)|^{2p-1}, \quad p = 1, \dots, P,$$

а для второго блока корректора вектор $\bar{M}(n)$ длиной $\bar{Q}$ принимает вид

$$\begin{aligned} M_q(n) &= \sum_{p=1}^P a_p^* \tilde{z}^*(n-q) |\tilde{z}(n-q)|^{2p-1}, \\ M_{q+Q}(n) &= \sum_{p=1}^P a_p \tilde{z}(n-q) |\tilde{z}(n-q)|^{2p-1}, \quad q = 1, \dots, Q. \end{aligned}$$

3. КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ

Оценку эффективности работы цифрового корректора будем проводить с помощью параметров EVM (Error Vector Magnitude) и ACPR (Adjacent Channel Power Ratio). Первый показывает деформацию сигнального созвездия (в процентном соотношении):

$$EVM = 100 \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^N (I_{\text{вх}} - I_{\text{вых}})^2 + (Q_{\text{вх}} - Q_{\text{вых}})^2}{\sum_{n=1}^N (I_{\text{вх}}^2 + Q_{\text{вх}}^2)}},$$

где $I_{\text{вх}}, I_{\text{вых}}, Q_{\text{вх}}, Q_{\text{вых}}$ – квадратуры сигнального созвездия на входе и выходе устройства. Второй критерий характеризует внеполосное излучение сигнала:

$$ACPR = 10 \lg(P_{\text{с.к.}}/P_{\text{о.к.}}),$$

где под $P_{\text{о.к.}}$ подразумевается мощность сигнала в эффективно передаваемой полосе, а под $P_{\text{с.к.}}$ – мощность сигнала в соседних каналах.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТА

Для проверки работоспособности синтезированной двухблочной модели цифрового корректора, а также выведенных соотношений для идентификации ее параметров была проведена практиче-

Таблица 1. Сравнительный анализ двухблочной и одноблочной реализаций цифрового корректора дисбаланса квадратур и нелинейности в аналоговом радиотракте

Тип корректора	АСРР, дБ				EVM, %	Количество параметров
	Соседний канал		Дополнительный канал			
	левый	правый	левый	правый		
Без корректора	−41.6	−41.5	−55.3	−55.4	9.7	—
Одноблочный МСГ	−48.2	−48.3	−56.2	−56.3	0.9	24
Двухблочный МСГ	−48.7	−49.3	−56.4	−56.6	0.8	14
Одноблочный РМНК	−51.6	−51.5	−57.2	−56.9	0.7	24
Двухблочный РМНК	−51.2	−51.3	−57.2	−57	0.7	10

ская линеаризация передающего тракта, работающего на частоте 3 ГГц. В качестве источника сигнала использовался векторный генератор Rohde&Schwarz серии SMJ с встроенной функцией управления дисбалансом квадратур. В качестве ответвителя и петли обратной связи использовался анализатор спектра Rohde&Schwarz серии FSW.

Квадратурный дисбаланс (10 градусов разности фаз и 1 дБм рассогласования) задавался внутри передатчика SMJ. В роли лабораторного усилителя мощности использовался усилитель Keysight 87405с. Решающим устройством, ответственным за расчет параметров предсказаний в лабораторных условиях, выступал компьютер, поэтому математическая обработка сигнала проводилась отдельно в среде Matlab.

В качестве тестового был выбран сигнал с модуляцией КАМ-16 и полосой 4 МГц (частота дискретизации 32 МГц). Эксперимент состоял из двух этапов: расчета параметров предсказаний по экспериментально измеренным данным и их применения. На первом этапе исходный сигнал загружался в векторный генератор, где претерпевал квадратурные искажения, а затем подавался на усилитель мощности, с выхода которого записывался векторным анализатором. Затем на базе отсчетов исходного и измеренного сигналов проводился расчет коэффициентов моделей корректоров. При этом начальные условия адаптивных алгоритмов были определены так: первый коэффициент параметров оптимизации принимался за единицу, остальные — нули. Второй этап повторял первый, однако вместо исходного сигнала в генератор загружались квадратуры с учетом внесения предсказаний, рассчитанных на первом этапе.

Общие результаты работы различных цифровых корректоров приведены в табл. 1. Оценка параметра АСРР проводилась для интермодуляционных зон третьего и пятого порядков, которые в таблице обозначены соседним и дополнительным каналами соответственно. Из полученных данных видно, что применение двухблочной модели корректора позволило вдвое меньшим числом параметров достичь сопоставимых одноблочной модели результатов линеаризации. На рис. 5, 6 приведены соответственно амплитудно-амплитудные (зависимость нормированной выходной амплитуды $A_{н. вых}$ от нормированной входной амплитуды $A_{н. вх}$) и амплитудно-фазовые (зависимость сдвига фаз $\Delta\Phi$ на выходе тракта от нормиро-

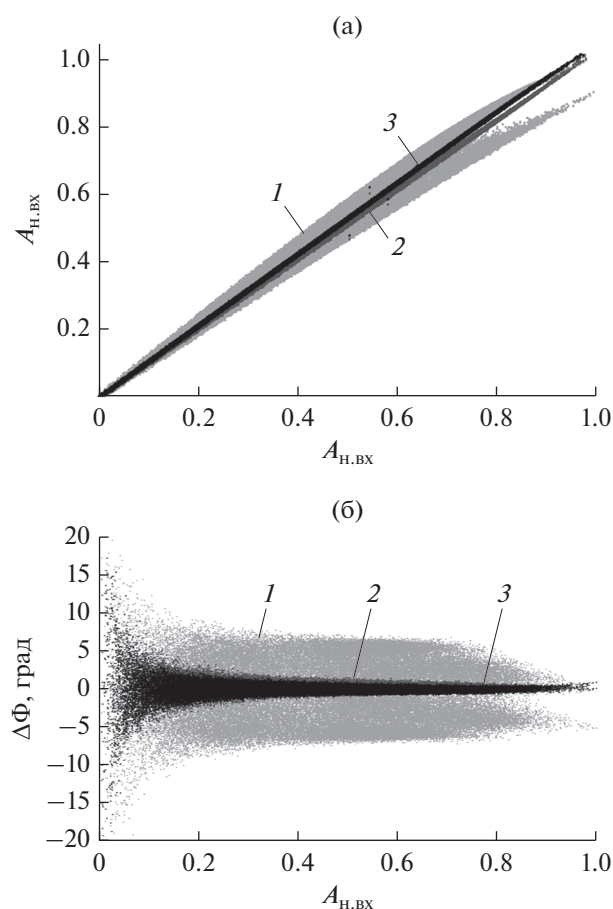


Рис. 5. Амплитудные (а) и амплитудно-фазовые (б) характеристики сигнала на выходе радиотракта до коррекции (1), после применения одноблочного корректора (2) и двухблочного корректора (3).

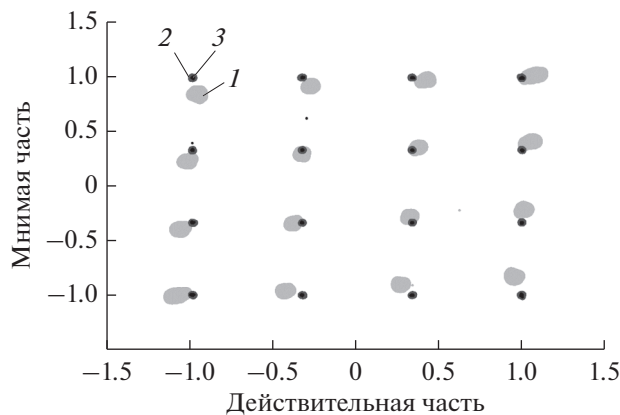


Рис. 6. Сигнальное созвездие на выходе радиотракта до коррекции (1), после применения одноблочного корректора (2) и двухблочного корректора (3).

ванной входной амплитуды $A_{н. вх}$) характеристики исследуемой системы до и после линейаризации с помощью одноблочной и предлагаемой двухблочной моделей цифрового корректора (с помощью алгоритма РМНК). На рис. 7 показана деформация сигнального созвездия на выходе радиотракта до и после введения предскажений, рассчитанных с помощью алгоритма РМНК.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрена задача цифровой линейаризации аналогового радиотракта, представленного в виде последовательного соединения аналогового квадратурного модулятора и усилителя мощности. На основе метода стохастического градиента и рекурсивного метода наименьших квадратов были выведены соотношения для идентификации двухблочной модели цифрового корректора для

выравнивания дисбаланса квадратур модулятора и нелинейности усилителя мощности. Проведен экспериментальный сравнительный анализ корректоров, построенных на базе одноблочной и предлагаемой двухблочной моделей. Результаты проведенных исследований показали, что двухблочный корректор при сопоставимых одноблочному аналогу результатах линейаризации позволяет сократить число целевых параметров и, следовательно, снизить вычислительную нагрузку алгоритма расчета параметров предскажений аналогового радиотракта.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Yu C., Allegue-Martinez M., Guo Y., Zhu A. // IEEE Trans. 2014. V. MTT-62. № 11. P. 2499.
2. Antilla L., Handel P., Myllari O., Valkama M. // Int. J. Microwave and Wireless Technol. 2010. V. 2. № 2. P. 173.
3. Liu Y., Chen W., Zhou J. et al. // Proc. 42nd European Microwave Conf. N.Y.: IEEE, 2012. P. 132.
4. Tafuri F., Guaragnella C., Fiore M. // NORCHIP Proc. N.Y.: IEEE, 2012.
5. Qian H., Yao S., Huang H., Feng W. // IEEE Trans. 2014. V. BC-60. № 4. P. 670.
6. Cao H., Tehrani A.S., Fager C. et al. // IEEE Trans. 2009. V. MTT-57. № 3. P. 513.
7. Ding L., Ma Z., Morgan D. et al. // IEEE Trans. 2008. V. CS(1)-55. № 1. P. 390.
8. Ding L., Zhou T., Morgan D. et al. // IEEE Trans. 2004. V. COM-52. № 1. P. 159.
9. Аверина Л.И., Лавлинский С.С. // РЭ. 2017. Т. 62. № 7. С. 794.
10. Eun C., Powers E.J. // IEEE Trans. 1997. V. SP-45. № 1. P. 223.
11. Джиган В.И. // Адаптивная фильтрация сигналов: теория и алгоритмы. М.: Техносфера, 2013.

ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

УДК 535.33;621.373;535.4

ОБРАБОТКА ДВУМЕРНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ БРЭГГОВСКОЙ ДИФРАКЦИИ

© 2020 г. В. М. Котов*

*Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
пл. Введенского, 1, Фрязино Московской обл., 141190 Российская Федерация*

*E-mail: vmk277@ire216.msk.su

Поступила в редакцию 30.01.2020 г.

После доработки 12.03.2020 г.

Принята к публикации 29.03.2020 г.

Исследованы возможности использования акустооптической (АО) брэгговской дифракции для задач обработки двумерных изображений. Показано, что для двумерной обработки применима “обычная” брэгговская дифракция, если наряду с дифракцией в основной порядок существует дифракция в дополнительный, “побочный” порядок. Экспериментально получено выделение двумерного контура оптического изображения, переносимого излучением с длиной волны 0.63×10^{-4} см, с использованием первого дифракционного порядка. В качестве АО-фильтра пространственных частот использована АО-ячейка из монокристалла TeO_2 , в котором основной и побочный дифракционные порядки формируются в результате АО-взаимодействия с акустической волной частотой 26 МГц.

DOI: 10.31857/S0033849420110108

ВВЕДЕНИЕ

Одним из широко используемых на практике методов обработки изображений является фурье-метод, заключающийся в операции преобразования изображения в его фурье-образ, фильтрацию фурье-образа посредством пространственного фильтра и операцию обратного фурье-преобразования [1, 2]. В системах оптической фурье-обработки операции “прямого” и “обратного” преобразования выполняются с помощью линз. Результат фурье-обработки существенно зависит от характеристик фильтра пространственных частот. Метод оптической фурье-обработки, с одной стороны, достаточно просто реализуем на практике, а с другой — обладает предельно высоким быстродействием: по сути, быстродействие метода определяется временем прохождения света через оптическую систему.

В качестве перестраиваемых фильтров пространственных частот в системах фурье-обработки часто применяются акустооптические (АО) ячейки. Достоинствами АО-ячеек являются сравнительно высокое быстродействие, малые управляющие мощности, надежность и простота конструкции [3–5]. Акустооптические элементы достаточно легко “влились” в системы обработки оптических изображений, поскольку акустическая волна существенно влияет на амплитудную и фазовую структуру изображения (см., например, [5, 6]).

“Обычные” брэгговские АО-ячейки пригодны для фильтрации лишь одномерных изображений

(см., например, [7–9]). Для обработки двумерных изображений пригодны только специально разработанные АО-ячейки, в которых используются специальные срезы кристаллов или выбираются особые режимы АО-дифракции [6, 9–15]. При этом передаточные функции “рабочих” дифракционных порядков должны обладать признаками двумерности — либо иметь круговую симметрию [6, 10, 11], либо в их характеристиках должны присутствовать “изломы” или неоднородности [12–15]. Если круговая симметрия в поведении передаточных функций достигается только при реализации тангенциальной геометрии [6], то неоднородности, пригодные для двумерной обработки, можно получить в процессе, например, двух- или трехкратной брэгговской дифракции [12–15].

К настоящему моменту предложено много вариантов АО-взаимодействия, позволяющих получить двумерный контур изображения посредством дифракции света на одной звуковой волне. Появилась возможность сравнивать варианты друг с другом, оценивать их эффективность по тому или иному признаку. Наиболее логичным является сравнение, основанное на следующем принципе, — достижении оптимальных параметров наиболее важных характеристик АО-фильтра, которыми являются полоса пропускания пространственных частот Δf_p и предельное разрешение $d_{\min}$ АО-элемента. Эти характеристики введены и обоснованы в работе [16]. Приведенные парамет-

ры определяются как $\Delta f_p = \Delta \Theta_p / \lambda$ и $d_{\min} = 1 / \Delta f_p$. По уровню 3 дБ и малой эффективности дифракции величины $\Delta \Theta_p$ и $d_{\min}$ равны соответственно: $\Delta \Theta_p = 0.89V / Lf$, $d_{\min} = 1.12\lambda Lf / V$. Здесь λ — длина волны света; L — длина АО-взаимодействия; f и V — частота и скорость звука. Откуда следует, что для увеличения $\Delta \Theta_p$ (и, соответственно, уменьшения предельного разрешения $d_{\min}$) необходимо понижать частоту f . Например, частота звука, используемая в тангенциальной геометрии АО-дифракции в TeO_2 , равна ~ 68 МГц для длины волны оптического излучения $\lambda = 0.63 \times 10^{-4}$ см [6]. С использованием двукратных режимов дифракции удалось понизить частоту звука до ~ 35 МГц [12], с использованием трехкратных — до 27 МГц [13–15, 17]. Полученные частоты близки к предельным частотам брэгговского режима дифракции, описываемого достаточно простыми уравнениями. Более низкие частоты соответствуют промежуточной области дифракции [5], здесь для получения характеристик дифракционных полей применимы только численные методы [5].

Существенный недостаток режимов многократной брэгговской дифракции — высокое потребление акустической мощности (необходимая мощность звука увеличивается в два-три раза по сравнению с “обычной” брэгговской дифракцией).

Цель данной работы — найти условия АО-взаимодействия, приводящего к двумерному распределению поля, но с минимальным потреблением акустической мощности. За основу взята “обычная” брэгговская дифракция в один дифракционный порядок с возможностью дифракции в дополнительный порядок для достижения “необходимого” распределения поля передаточной функции, пригодного для обработки двумерных изображений. Предполагается, что дифракция происходит на предельно низкой частоте звука, при которой, тем не менее, реализуется брэгговский режим.

1. ТЕОРИЯ

На рис. 1 показана векторная диаграмма АО-дифракции в одноосном гиротропном кристалле, приведенная для одной из пространственно-спектральных компонент исходного оптического изображения, которая распространяется под углом α к оптической оси OZ кристалла. Полагаем, что происходит анизотропная дифракция света на звуке. Пространственно-спектральная компонента излучения с волновым вектором $\vec{K}_0$, распространяющаяся под углом α к оси OZ , дифрагирует в направлении компоненты с волновым вектором $\vec{K}_{+1}$ в результате АО-взаимодействия с акустической волной, волновой вектор которой — $\vec{q}$. Передаточные функции АО-дифракции, когда

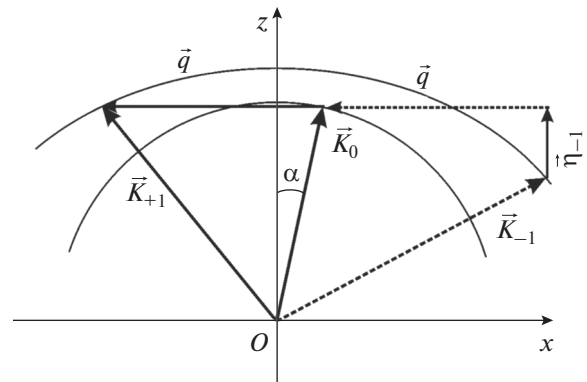


Рис. 1. Векторная диаграмма АО-взаимодействия.

дифракция происходит в один брэгговский порядок, представляют собой чередование изогнутых интерференционных полос. Как показано в [6], такие функции непригодны для обработки двумерных изображений. Однако если наряду с основным процессом дифракции существует еще один (например, дифракция в минус первый порядок), то на передаточных функциях появляются “изломы”. На рис. 1 побочная компонента представлена пунктирным волновым вектором $\vec{K}_{-1}$, дифракция в эту компоненту происходит с брэгговским рассинхронизмом. Вектор рассинхронизма обозначен $\vec{\eta}_{-1}$. Строго говоря, такую задачу надо рассматривать как дифракцию в плюс первый и минус первый дифракционные порядки. Мы будем исследовать наиболее общий случай, когда учитывается брэгговский рассинхронизм процесса дифракции как в плюс первый, так и в минус первый порядки дифракции. Без потери общности будем полагать, что волновой вектор акустической волны направлен ортогонально оси OZ , а оптические лучи распространяются вблизи оси OZ . Тогда дифракция описывается следующей системой дифференциальных уравнений [5]:

$$\begin{aligned} \frac{dC_0}{dz} &= -\frac{A_1}{2} C_{+1} \exp(-i\eta_{+1}z) - \frac{A_2}{2} C_{-1} \exp(-i\eta_{-1}z); \\ \frac{dC_{+1}}{dz} &= \frac{A_1}{2} C_0 \exp(i\eta_{+1}z); \quad \frac{dC_{-1}}{dz} = \frac{A_2}{2} C_0 \exp(i\eta_{-1}z). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь C_0 , C_{+1} и C_{-1} — амплитуды нулевого, плюс первого и минус первого дифракционных порядков; $A_1 = f_{0(+1)}W_0$, $A_2 = f_{0(-1)}W_0$, где

$$W_0 = \frac{\pi}{\lambda} \sqrt{\frac{M_2 P_{ac}}{LH}}$$

(λ — длина волны света; M_2 — величина АО-качества материала; L — длина АО-взаимодействия; H — высота акустического столба; P_{ac} — акустическая мощность); коэффициенты $f_{0(+1)}$ и $f_{0(-1)}$ учитыва-

ют эллиптичность собственных волн кристалла, они равны [17, 18]

$$f_{0(+1)} = \frac{1 + \rho_0 \rho_{+1}}{\sqrt{1 + \rho_0^2} \sqrt{1 + \rho_{+1}^2}}, \quad f_{0(-1)} = \frac{1 + \rho_0 \rho_{-1}}{\sqrt{1 + \rho_0^2} \sqrt{1 + \rho_{-1}^2}},$$

где ρ_0 , ρ_{+1} и ρ_{-1} — эллиптичности волн нулевого, плюс первого и минус первого дифракционных порядков; z — координата, вдоль которой развивается АО-взаимодействие; η_{+1} , η_{-1} — величины век-

торов расстроек фазового синхронизма плюс первого и минус первого порядков соответственно:

$$\eta_{+1} = k_z - k_{z(+1)}, \quad \eta_{-1} = k_z - k_{z(-1)}.$$

Здесь k_z , $k_{z(+1)}$, $k_{z(-1)}$ — проекции волновых векторов нулевого $\vec{K}_0$, плюс первого $\vec{K}_{+1}$ и минус первого $\vec{K}_{-1}$ дифракционных порядков на направление OZ .

Для граничных условий $C_0 = 1$; $C_{+1} = C_{-1} = 0$ при $z = 0$ решение системы (1) имеет вид

$$\begin{aligned} C_0 &= a_1 \exp(i\beta_1 z) + a_2 \exp(i\beta_2 z) + a_3 \exp(i\beta_3 z); \\ C_{+1} &= \frac{A_1}{2i} \left\{ \frac{a_1}{\beta_1 + \eta_{+1}} \exp[i(\beta_1 + \eta_{+1})z] + \frac{a_2}{\beta_2 + \eta_{+1}} \exp[i(\beta_2 + \eta_{+1})z] + \right. \\ &\quad \left. + \frac{a_3}{\beta_3 + \eta_{+1}} \exp[i(\beta_3 + \eta_{+1})z] \right\}; \\ C_{-1} &= \frac{A_2}{2i} \left\{ \frac{a_1}{\beta_1 + \eta_{-1}} \exp[i(\beta_1 + \eta_{-1})z] + \frac{a_2}{\beta_2 + \eta_{-1}} \exp[i(\beta_2 + \eta_{-1})z] + \right. \\ &\quad \left. + \frac{a_3}{\beta_3 + \eta_{-1}} \exp[i(\beta_3 + \eta_{-1})z] \right\}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{T_1}{T_1 + T_2 + T_3}; \quad a_2 = \frac{T_2}{T_1 + T_2 + T_3}; \\ a_3 &= \frac{T_3}{T_1 + T_2 + T_3}, \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} T_1 &= (\beta_3 - \beta_2)(\beta_1 + \eta_{+1})(\beta_1 + \eta_{-1}); \\ T_2 &= (\beta_1 - \beta_3)(\beta_2 + \eta_{+1})(\beta_2 + \eta_{-1}); \\ T_3 &= (\beta_2 - \beta_1)(\beta_3 + \eta_{+1})(\beta_3 + \eta_{-1}); \end{aligned}$$

$\beta_1, \beta_2, \beta_3$ — корни кубического уравнения

$$\beta^3 + \beta^2(\eta_{+1} + \eta_{-1}) + \beta[\eta_{+1}\eta_{-1} - 0.25(A_1^2 + A_2^2)] - 0.25(A_2^2\eta_{+1} + A_1^2\eta_{-1}) = 0. \quad (4)$$

В рамках используемой нами модели предполагается, что показатели преломления одноосного гиротропного кристалла определяются как [18]

$$n_{1,2}^2 = \frac{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi}{\frac{1}{n_o^2} + \frac{\operatorname{tg}^2 \varphi}{2} \left(\frac{1}{n_o^2} + \frac{1}{n_e^2} \right) \pm \frac{1}{2} \sqrt{\operatorname{tg}^4 \varphi \left(\frac{1}{n_o^2} - \frac{1}{n_e^2} \right) + 4(G_{11} \operatorname{tg}^2 \varphi + G_{33})^2}}, \quad (5)$$

а эллиптичность оптических волн равна

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{1}{2(G_{11} \operatorname{tg}^2 \varphi + G_{33})} \times \\ &\times \left[\sqrt{\operatorname{tg}^4 \varphi \left(\frac{1}{n_o^2} - \frac{1}{n_e^2} \right)^2 + 4(G_{11} \operatorname{tg}^2 \varphi + G_{33})^2} - \right. \\ &\quad \left. - \operatorname{tg}^2 \varphi \left(\frac{1}{n_o^2} - \frac{1}{n_e^2} \right) \right], \end{aligned} \quad (6)$$

где n_o и n_e — главные показатели преломления кристалла; φ — угол между оптической осью OZ и волновым вектором света; G_{11} и G_{33} — компоненты псевдотензора гирации. Двумерность передавае-

мого изображения описывается углами α и β наклона вектора $\vec{K}_0$: α — угол между $\vec{K}_0$ и осью OZ в плоскости дифракции, β — угол между вектором $\vec{K}_0$ и плоскостью дифракции.

В качестве “рабочего” порядка для обработки двумерных изображений нами рассматривается плюс первый брэгговский порядок C_{+1} . На рис. 2 в качестве примера приведено распределение $C_{+1} \times C_{+1}^*$, полученное при следующих параметрах, входящих в выражения (1)–(6) [19, 20]: $\lambda = 0.63$ мкм, $n_o = 2.26$, $n_e = 2.41$, $G_{11} = 1.1 \times 10^{-4}$, $G_{33} = 2.62 \times 10^{-5}$, $L = H = 0.2$ см, $M_2 = 1200 \times 10^{-18}$ с³/Г, $V = 0.617 \times 10^5$ см/с. Величина P_{ac} взята равной

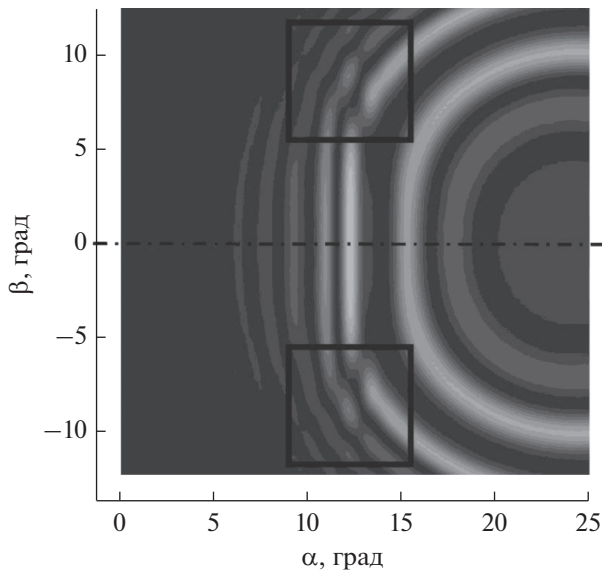


Рис. 2. Передаточная функция плюс первого дифракционного порядка.

0.025 Вт, частота звука $f = 26$ МГц. Угловой размер распределения 25×25 град. Неоднородные участки (выделены квадратами) позволяют обрабатывать двумерные изображения, в частности, выделять двумерный контур.

На рис. 3 представлены изображения до обработки и после обработки в виде “квадрата” (верхний и нижний рисунки 3а соответственно), цифры “2” (рис. 3б) и цифры “3” (рис. 3в) с помощью выделенного участка передаточной функции рис. 2.

Экспериментально результат проверялся только с использованием изображения в виде квадрата. Остальные изображения приведены для демонстрации возможностей передаточной функции, полученной на рис. 2. Видно, что изображения нижнего ряда являются достаточно хорошо выраженными двумерными контурами изображений верхнего ряда. Другими словами, полученная передаточная функция ведет себя как двумерный фильтр пространственных частот.

Анализ показывает, что эффективность дифракции побочного порядка должна быть не менее 20% от эффективности основного дифракционного порядка. В этом случае на передаточной функции появляются участки с изгибами, пригодными для обработки двумерных изображений. Такое условие реализуемо в широкой полосе звуковых волн. Например, в представленной на рис. 1 геометрии дифракции полоса частот простирается от ~ 20 до ~ 40 МГц. Мы сознательно выбрали частоту звука, близкую к минимальной, поскольку на низких частотах достигается наилучшее “разрешение” изображений [16]. Это приводит, например, к тому, что “толщина” контуров на низких частотах меньше, чем на высоких.

2. ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА И ОБСУЖДЕНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Для проверки полученного результата был выполнен эксперимент.

Оптическая схема экспериментальной установки аналогична описанной в [9]. Схема основа-

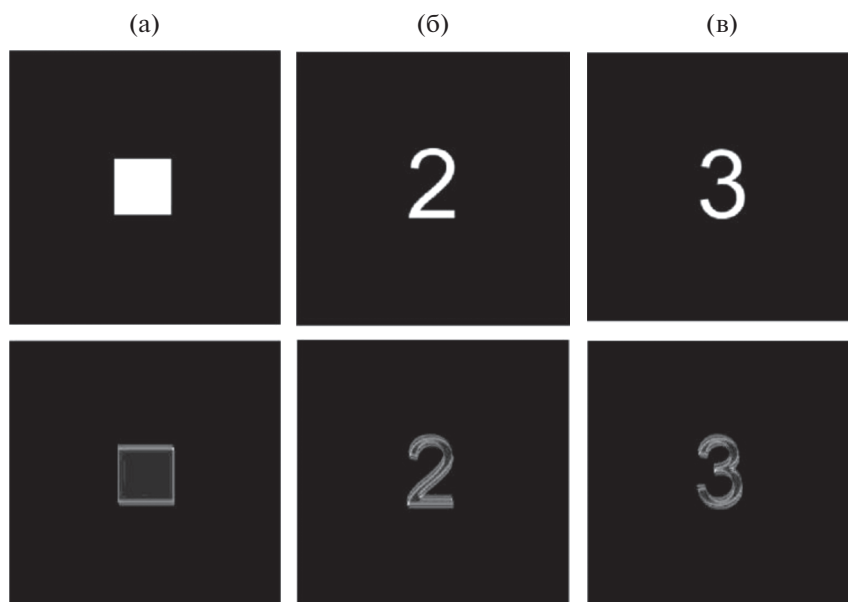


Рис. 3. Фурье-обработка изображений в виде квадрата (а) и цифр “2” (б) и “3” (в): до обработки (верхний ряд) и после обработки (нижний ряд).

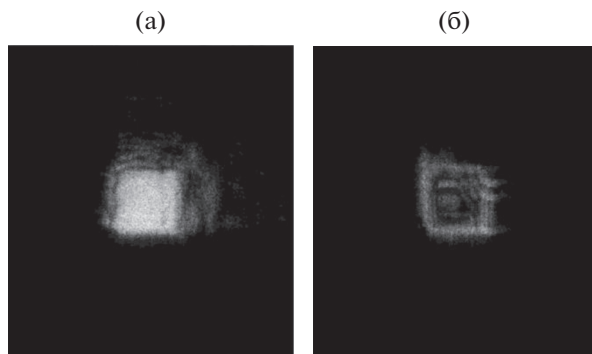


Рис. 4. Оптическая фурье-обработка изображения: исходное изображение в нулевом дифракционном порядке (а) и изображение в первом дифракционном порядке (б).

на на использовании двух идентичных линз с фокусным расстоянием $F = 18$ см. Линейно поляризованное оптическое излучение с длиной волны 0.63×10^{-4} см, генерируемое He–Ne-лазером, расширялось расширителем оптического пучка и направлялось на отверстие в виде квадрата размером 0.1×0.1 см². Излучение проходило через отверстие и формировало исходное изображение. На фокусном расстоянии F от отверстия по ходу распространения излучения была расположена входная линза. Между линзой и отверстием находилась четвертьволновая пластинка для получения циркулярно-поляризованного излучения. Этим формировалась собственная оптическая волна кристалла TeO₂, что обеспечивало возможность достижения 100%-ной эффективности дифракции. Вторая, выходная линза располагалась на расстоянии $2F$ от входной.

Посередине между линзами находилась АО-ячейка, служащая фильтром пространственных частот. АО-ячейка была изготовлена из монокристалла TeO₂ с размерами $0.8 \times 0.8 \times 0.8$ см³ вдоль направлений $[110]$, $[1\bar{1}0]$ и $[001]$ соответственно. К грани $\{110\}$ кристалла приклеен преобразователь из LiNbO₃, генерировавший поперечную акустическую волну с направлением сдвига вдоль $[1\bar{1}0]$. Размер преобразователя 0.2×0.2 см, полоса частот 24...32 МГц по уровню 3 дБ. Преобразователь возбуждал в кристалле бегущую акустическую волну. Скорость звука в кристалле 617 м/с. Оптическое излучение распространялось вблизи оптической оси кристалла, проходило выходную линзу и направлялось на экран, расположенный на расстоянии F по другую сторону выходной линзы. На экране наблюдались три пятна, соответствующие нулевому, плюсу первому и минус первому дифракционным порядкам.

В эксперименте использовалась частота звука 26 МГц, достаточно далеко отстоящая от частоты

двухфононного резонанса, равной ~ 37 МГц. Это было сделано для того, чтобы эффективная дифракция происходила только в один дифракционный порядок.

Нами исследовалось формирование контура в плюсе первого порядка. Для этого угловой подстройкой АО-ячейки, перемещением ячейки вдоль вертикальной оси, а также изменением мощности звука добивалась ситуация, когда излучение дифрагировало преимущественно в первый порядок, в котором при этом формировался двумерный контур. Изображение, получаемое на экране, фотографировалось фотокамерой. На рис. 4 приведены фотографии изображения, полученные в нулевом брэгговском порядке в отсутствие напряжения, подаваемого на преобразователь (рис. 4а), и в первом порядке при наличии напряжения на преобразователе, равном ~ 4 В (рис. 4б). На последнем рисунке виден хорошо выраженный двумерный контур.

Отметим, что для выделения двумерного контура с использованием двухфононной дифракции необходимо было прикладывать напряжения, равные 6...7 В.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основании полученных результатов можно сделать следующие выводы.

1. Исследован процесс брэгговской АО-дифракции с точки зрения формирования передаточных функций, пригодных для обработки двумерных изображений. Показано, что если в процессе АО-взаимодействия наряду с дифракцией в основной брэгговский порядок существует обмен энергией с дополнительным, “побочным” порядком, передаточные функции всегда имеют “изломы”, вызванные неравномерным распределением амплитудных и фазовых полей.

2. Для расчета передаточных функций АО-дифракции, происходящей в основной и побочный дифракционные порядки, предложено использовать систему дифференциальных уравнений, описывающую дифракцию излучения в два брэгговских порядка с учетом боэговского рассинхронизма.

3. Получены передаточные функции, определены участки функции с сильно неоднородным распределением поля. Путем фурье-обработки показано, что выделенные участки могут быть использованы для выделения двумерного контура изображения.

4. Экспериментально получено выделение двумерного контура оптического изображения, переносимого излучением с длиной волны 0.63×10^{-4} см, с использованием дифракции в первый дифракционный порядок. Фильтром пространственных частот служила АО-ячейка из парателлурита, в

которой оптическое излучение дифрагировало в основной и побочный брэгговские порядки на акустической волне с частотой 26 МГц.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена за счет бюджетного финансирования в рамках государственного задания по теме № 0030-2019-0014, а также при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 18-07-00259 и 19-07-00071).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ghadak A.K., Thyagarajan K.* Contemporary Optics. N.-Y.: Plenum Press, 1978.
2. *Stark H.* Applications of Optical Fourier Transforms. N.-Y.: Acad. Press, 1982.
3. *Магдич Л.Н., Молчанов В.Я.* Акустооптические устройства и их применение. М.: Сов. радио, 1978.
4. *Xu J., Stroud R.* Acousto-Optic Devices: Principles, Design and Applications. N.-Y.: John Wiley and Sons, Inc., 1992.
5. *Балакший В.И., Парыгин В.Н., Чирков Л.Е.* Физические основы акустооптики. М.: Радио и связь, 1985.
6. *Балакший В.И., Волошинов В.Б.* // Квант. электроника. 2005. Т. 35. № 1. С. 90
7. *Athale R.A., van der Gracht J., Prather D.W., Mait J.N.* // Appl. Opt. 1995. V. 34. № 2. P. 276.
8. *Cao D., Banerjee P.P., Poon T.-Ch.* // Appl. Opt. 1998. V. 37. № 14. P. 3007.
9. *Котов В.М., Шкердин Г.Н., Шкердин Д.Г., Котов Е.В.* // РЭ. 2011. V. 56. № 1. С. 66.
10. *Balakshy V.I., Voloshinov V.B., Babkina T.M., Kostyuk D.E.* // J. Modern Opt. 2005. V. 52. № 1. P. 1.
11. *Balakshy V.I., Kostyuk D.E.* // Appl. Opt. 2009. V. 48. № 7. P. C24.
12. *Котов В.М., Шкердин Г.Н., Булюк А.Н.* // Квант. электроника. 2011. Т. 41. № 12. С. 1113.
13. *Котов В.М., Шкердин Г.Н., Аверин С.В.* // Радиотехника. 2012. № 12. С. 57.
14. *Котов В.М., Шкердин Г.Н.* // РЭ. 2013. Т. 58. № 10. С. 1040.
15. *Котов В.М., Шкердин Г.Н., Аверин С.В.* // РЭ. 2016. Т. 61. № 11. С. 1090.
16. *Балакший В.И.* // РЭ. 1984. Т. 29. № 8. С. 1610.
17. *Котов В.М., Шкердин Г.Н., Григорьевский В.И.* // РЭ. 2013. Т. 58. № 3. С. 256.
18. *Котов В.М.* Акустооптика. Брэгговская дифракция многоцветного излучения. М.: Янус-К, 2016.
19. Акустические кристаллы / Под ред. М.П. Шаскольской. М.: Наука, 1982.
20. *Кизель В.А., Бурков В.И.* Гиротропия кристаллов. М.: Наука, 1980.

РАДИОФИЗИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ В ТВЕРДОМ ТЕЛЕ И ПЛАЗМЕ

УДК 537.311.322

ЭФФЕКТ ФРЕНКЕЛЯ–ПУЛА ПРИ ИОНИЗАЦИИ АКЦЕПТОРНОЙ ПРИМЕСИ БОРА В АЛМАЗЕ В СИЛЬНОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

© 2020 г. И. В. Алтухов^a, М. С. Каган^a, С. К. Папроцкий^{a, *}, Н. А. Хвальковский^a,
Н. Б. Родионов^b, А. П. Большаков^c, В. Г. Ральченко^c, Р. А. Хмельницкий^d

^aИнститут радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
ул. Моховая 11, стр. 7, Москва, 125009 Российская Федерация

^bГосударственный научный центр Российской Федерации,
Троицкий институт инновационных и термоядерных исследований,
ул. Пушкиных, 12, Москва, Троицк, 108840 Российская Федерация

^cИнститут общей физики им. А.М. Прохорова РАН,
ул. Вавилова, 38, Москва, 119991 Российская Федерация

^dФизический институт им. П.Н. Лебедева РАН,
Ленинский просп., 53, Москва, 119991 Российская Федерация

*E-mail: s.paprotskiy@gmail.com

Поступила в редакцию 10.01.2020 г.

После доработки 10.01.2020 г.

Принята к публикации 15.02.2020 г.

Исследована проводимость эпитаксиальных алмазных пленок, слабо легированных бором, в сильном электрическом поле вплоть до $\sim 5 \times 10^5$ В/см. Показано, что при комнатной температуре из-за малой концентрации свободных дырок и большой энергии связи бора в алмазе ионизация происходит за счет эффекта Френкеля–Пула.

DOI: 10.31857/S0033849420110029

ВВЕДЕНИЕ

Бор — основная акцепторная примесь в алмазе, которая может сравнительно легко вводиться в большой концентрации. В отличие от германия и кремния, где бор — мелкий акцептор, в алмазе его энергия ионизации ~ 370 мэВ, что сильно затрудняет использование алмаза для прикладных задач электроники [1]. Даже при комнатной температуре только 1...2% атомов бора ионизируются теплом, поэтому проводимость довольно мала. Чтобы увеличить проводимость, нужно либо повышать температуру, либо увеличивать степень легирования, либо прикладывать достаточно сильное электрическое поле. Процессы ионизации примесных атомов бора в алмазе электрическим полем интересны не только для приложений, но и с точки зрения изучения их отличия от аналогичных процессов ионизации водородоподобных акцепторов в классических полупроводниках германий и кремний. В данной работе представлены результаты исследования полевой ионизации акцепторов бора в алмазе.

1. ОБРАЗЦЫ И УСЛОВИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА

Исследовались номинально нелегированные (*i*-тип) эпитаксиальные алмазные пленки толщиной

10...12 мкм, выращенные методом газофазного химического осаждения на подложках с ориентацией (100), сильно легированных бором ($\sim 2 \times 10^{19}$ см⁻³). Подложки были вырезаны из кристаллов алмаза (p^+ -тип), синтезированных методом высокого давления/высокой температуры (НРНТ), и затем отполированы. Поврежденный полировкой поверхностный слой подложки удаляли с помощью последовательности операций: отжиг при 1500°C в течение 1 ч, растворение образовавшегося графита в смеси $H_2SO_4 + K_2Cr_2O_7$ и травление ионным пучком Ar^+ с энергией 7 кэВ для удаления оставшегося дефектного слоя алмаза толщиной ~ 4 мкм. Плазмохимический синтез эпитаксиальных алмазных пленок проводили в газоразрядной плазме смеси метана и водорода высокой чистоты, созданной с помощью излучения мощного (до 5 кВт) магнетрона с частотой 2.45 ГГц. Контакты толщиной ~ 35 нм наносили с обеих сторон пластин методом магнетронного напыления. В качестве материала контактов использовали сплав Ni–W, дающий омический контакт. Сечение изготовленной структуры показано схематически на вставке к рис. 1.

Измерялись вольтамперные характеристики (ВАХ). К образцам прикладывали либо постоян-

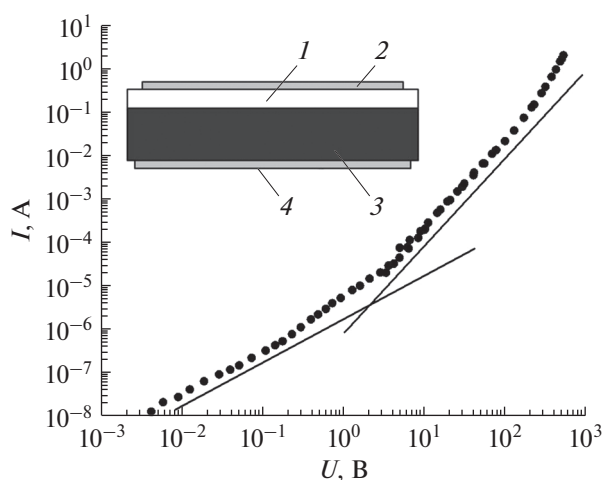


Рис. 1. ВАХ алмаза, легированного бором, при $T = 300$ К. Точки эксперимент, прямые линии — линейная и квадратичная аппроксимации. На вставке — схема структуры в разрезе: 1 — эпитаксиальная пленка алмаза толщиной 10...12 мкм, 2, 4 — металлические контакты толщиной 35 нм, 3 — подложка алмаза, сильно легированного бором, толщиной 300 мкм.

ное напряжение (в линейной области ВАХ), либо треугольные импульсы напряжения с временем нарастания 0.5...100 мкс и частотой повторения 1...100 Гц (во избежание джоулевого нагрева образцов при больших напряжениях). В последнем случае ВАХ восстанавливали из зависимостей напряжения и тока от времени.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

На рис. 1 приведена ВАХ образца с омическими контактами при комнатной температуре в дважды логарифмическом масштабе. В слабых полях ВАХ линейна, что позволяет оценить концентрацию p свободных носителей в этом слое и, соответственно, концентрацию N_B нейтральных атомов акцепторной примеси бора. Используя величину подвижности дырок ~ 1000 см²/(В с) [2], получаем $p \sim 10^8$ см⁻³ и $N_B \sim 10^{14}$ см⁻³. Начиная с полей ~ 3 кВ/см наблюдается квадратичная зависимость тока от напряжения, которую мы связываем с линейной зависимостью коэффициента захвата дырок на притягивающие ионы бора от электрического поля [3]. Экспериментально аналогичная зависимость наблюдалась, например, при захвате дырок на ионы бора в кремнии [4].

При полях выше ~ 30 В/см наблюдается сильный (экспоненциальный) рост тока, вызванный ионизацией бора. Мы связываем ионизацию примеси в сильном поле с увеличением термоэлектронной эмиссии за счет эффекта Френкеля–Пула — понижения кулоновского потенциала примеси внешним электрическим полем (вставка на рис. 2).

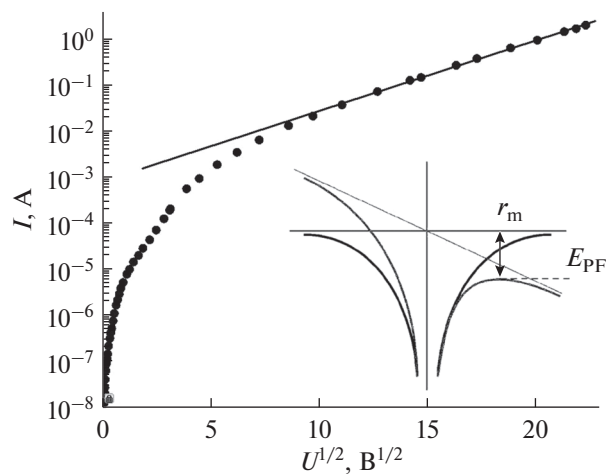


Рис. 2. ВАХ алмаза, легированного бором, демонстрирующая ионизацию по эффекту Френкеля–Пула. На вставке — схема эффекта; E_{PF} — энергия понижения примесного барьера по Френкелю, r_m — положение максимума потенциала.

При этом зависимость концентрации носителей p от приложенного электрического поля E дается формулой Френкеля [5]

$$p \propto \exp\left[\left(e^3 E / \epsilon\right)^{1/2} / kT\right],$$

где e — элементарный заряд, ϵ — диэлектрическая проницаемость, k — постоянная Больцмана, T — температура. На рис. 2 приведена ВАХ образца алмаза при комнатной температуре. Хорошая линейная аппроксимация зависимости $\lg I$ от $U^{1/2}$ при полях $E > 30$ кВ/см подтверждает сделанный вывод. Действительно, при этих полях дрейфовая скорость дырок должна насыщаться и ток $I = ev_0 s$ (v_0 — насыщенная дрейфовая скорость, s — площадь образца) пропорционален концентрации свободных дырок.

В случае ударной ионизации обычно наблюдается появление на ВАХ S-образного участка. S-образность при ударной ионизации водородоподобной примеси связывают с возбужденными состояниями, по которым происходит каскадный захват носителей, ионизованных полем с основного состояния, а поле их ионизации существенно меньше, чем для основного (эта модель предложена в работе [6]). В алмазе, сильно легированном бором, также наблюдалась S-образная ВАХ [7]. Основная особенность ВАХ в нашем случае — отсутствие S-образности. Причиной этого также является эффект Френкеля–Пула. В сильных полях, достаточных для ударной ионизации основного состояния акцептора в алмазе, из-за сильного понижения примесного потенциала уже первое (самое глубокое) возбужденное состояние бора (~ 70 мэВ) оказывается в сплошном спектре валентной зоны, образуя

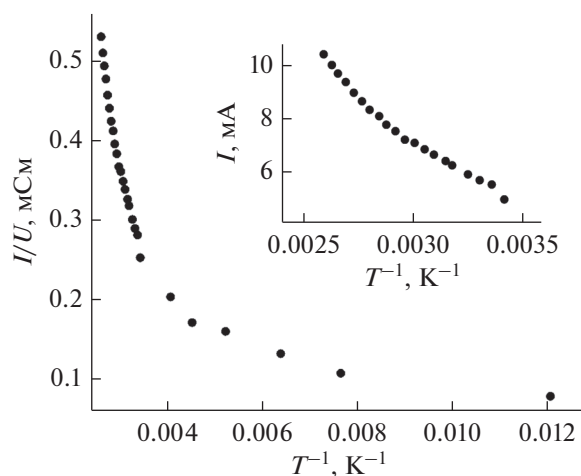


Рис. 3. Температурная зависимость проводимости алмазной пленки толщиной 10 мкм в интервале от температуры жидкого азота до 400 К. На вставке — часть этой зависимости для интервала 300–400 К.

так называемое резонансное (квазилокальное) состояние. Именно поэтому перезарядка примесных уровней, приводящая к появлению S -образности, практически отсутствует.

На рис. 3 приведена температурная зависимость проводимости алмаза с бором в поле 100 кВ/см. При температурах выше комнатной эта зависимость активационная, проводимость σ пропорциональна $\exp(\Delta\epsilon/kT)$ (вставка на рис. 3). Однако энергия активации $\Delta\epsilon$ оказалась значительно меньше ожидаемой. Френкелевское понижение примесного барьера при 100 кВ/см составляет ~ 100 мэВ, поэтому $\Delta\epsilon$ должна уменьшиться до $370 - 100 = 270$ мэВ. Это противоречие может быть объяснено с помощью замены решеточной температуры T на некоторую “эффективную” температуру T^* , вве-

денную в книге [3] (гл. 10) и с учетом разогрева дырок электрическим полем.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследован вертикальный транспорт дырок в монокристаллических алмазных пленках, легированных бором, в сильных электрических полях. Оценены концентрации примесей и свободных дырок. Установлено, что при комнатной температуре из-за малой концентрации свободных дырок и большой энергии связи бора в алмазе ионизация происходит за счет эффекта Френкеля—Пула — понижения кулоновского барьера примеси в электрическом поле.

ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа выполнена в рамках государственного задания при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 18-02-01079).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kalish R. // J. Phys. D: Appl. Phys. 2007. V. 40. № 20. P. 6467.
2. Barjon J., Habka N., Mer C. et al. // Phys. Stat. Sol. Rapid Res. Lett. 2009. V. 3. № 6. P. 202.
3. Abakumov V.N., Perel V.I., Yassievich I.N. Nonradiative Recombination in Semiconductors. Amsterdam: North Holland, 1991.
4. Годик Э.Э., Курицын Ю.А., Синис В.П. // ФТП. 1978. Т. 12. № 2. С. 351.
5. Frenkel J. // Phys. Rev. 1938. V. 54. № 8. P. 647.
6. Kastalskii A.A. // Phys. Stat. Sol. (a). 1973. V. 15. № 2. P. 599.
7. Mortet V., Tremouilles D., Bulir J. et al. // Appl. Phys. Lett. 2016. V. 108. № 15. P. 152106.

ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРАХ

УДК 53.08, 534.29

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ПЛЕНКИ ZnO МЕТОДОМ АКУСТИЧЕСКОЙ РЕЗОНАТОРНОЙ СПЕКТРОСКОПИИ

© 2020 г. С. Г. Алексеев^{a, *}, В. А. Лузанов^b, Н. И. Ползикова^a

^aИнститут радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
ул. Моховая, 11, стр. 7, Москва, 125009 Российская Федерация

^bФрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
пл. Введенского, 1, Фрязино Московской обл., 141190 Российская Федерация

*E-mail: alekseev@cplire.ru

Поступила в редакцию 12.06.2020 г.

После доработки 12.06.2020 г.

Принята к публикации 20.06.2020 г.

С помощью метода широкополосной акустической резонаторной спектроскопии обнаружено, что изменение расстояния от подложки до оси магнетрона при нанесении пленки ZnO методом магнетронного распыления приводит к почти двукратному увеличению частоты оптимального возбуждения составного СВЧ-резонатора сдвиговых объемных акустических волн. Проведено моделирование частотных характеристик резонаторной структуры и предложено объяснение изменения частоты оптимального возбуждения неоднородностью наклона оси текстуры пленки ZnO по толщине.

DOI: 10.31857/S0033849420110017

ВВЕДЕНИЕ

Благодаря малому размеру, низкому энергопотреблению, высокой добротности в гигагерцовом диапазоне частот, резонаторы объемных акустических волн (ОАВ) с пьезоэлектрическими (ПЭ) пленками в качестве преобразователей, а также фильтровые структуры на их основе находят применение в телекоммуникационных, радарных, сенсорных и других системах [1–4]. В последнее время тонкопленочные ПЭ-преобразователи СВЧ объемных ОАВ также весьма востребованы как источник когерентных фононов для фундаментальных и прикладных исследований в областях квантовой акустодинамики, микроволновой магнитной стрейнтроники, фооники и др. [5–7].

Тонкопленочный преобразователь представляет собой ПЭ-слой (ZnO, AlN, PZT и др.) толщиной от долей до нескольких микрон, помещенный между тонкопленочными металлическими электродами, к которым прикладывается СВЧ-напряжение. В зависимости от направления пьезоактивных осей преобразователь может возбуждать ОАВ с определенной поляризацией упругого смещения. Для применений в микроволновых фильтрах нужны пьезоэлектрики с полярной осью, направленной по нормали пленки, с помощью которых возбуждаются продольные ОАВ (с упругой поляризацией, направленной также по нормали). Однако для решения некоторых задач требуется ис-

пользование сдвиговых волн, для возбуждения которых необходимо нанесение ПЭ-пленок с наклонной под определенным углом к нормали осям текстуры [8]. Среди таких задач – разработка высокочувствительных гравиметрических сенсоров для работы в жидкой среде [4], в которой продольные волны испытывают значительное затухание, поэтому их применение затруднено. Возможность ПЭ-возбуждения сдвиговых ОАВ представляет интерес для разработки магнитных сенсоров, управляемых или переключаемых электрическими и (или) магнитными полями магнитоэлектрических гибридных СВЧ-структур (фильтров, фазовращателей и др.), а также для исследования свойств новых материалов и структур, в том числе взаимодействия поперечных фононов с квантовыми объектами. Непосредственной мотивацией наших исследований являлось то, что взаимодействие преимущественно со сдвиговыми волнами характерно для спиновых волн в магнитоупорядоченных средах [9–12]. Таким образом, получение ПЭ-пленок с наклонной текстурой для применения их в преобразователях сдвиговых ОАВ является актуальной задачей для применения высокодобротных резонаторов в микроволновой магнито-стрейнтронике.

Одним из наиболее широко применяемых методов получения ПЭ-пленок является метод магнетронного напыления. Для достижения наклона

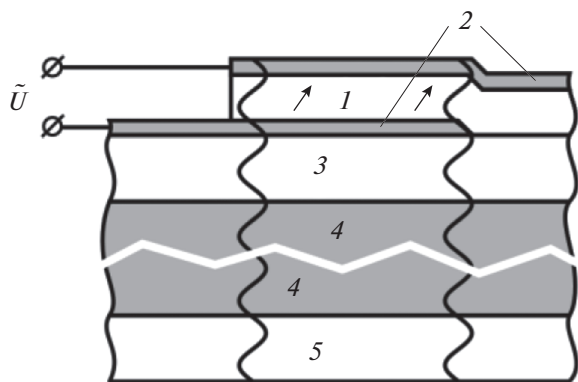


Рис. 1. Схема резонаторной структуры в поперечном сечении: 1 — пленка ZnO, 2 — электроды из Al, 3 — ЖИГ, 4 — ГГГ, 5 — ЖИГ. Стрелками показано направление оси текстуры $\vec{c}$.

оси ПЭ-текстуры используются разные модификации этого метода [13, 14]. В наших работах традиционно используется боковой сдвиг подложки относительно оси распылительной системы [15, 16]. В работе [17] методом рентгенографии были определены оптимальные смещения положения подложек и расстояния между плоскостями мишени и подложки. Были получены пленки ZnO с оптимальным наклоном оси текстуры $\vec{c}$ равным 35° .

С использованием этой технологии были изготовлены композитные резонаторы ОАВ, которые с помощью ПЭ-преобразователей на основе пленок ZnO, нанесенных на монокристаллические подложки, могли эффективно возбуждать сдвиговые волны на резонансных частотах f_n в гигагерцовом диапазоне. Эти частоты являются гармониками с высокими номерами (~ 800) всей резонаторной структуры; резонатор такого типа называется НВАР (High Overtone Bulk Acoustic Resonator). Поскольку резонаторы изготавливались для изучения магнитоупругих явлений в композитном НВАР, преобразователь наносили на монокристаллическую структуру, состоящую из подложки из галлий-гадолиниевого граната (ГГГ) с двумя эпитаксиальными пленками железо-иттриевого граната (ЖИГ), выращенными на обеих сторонах подложки. Для исследования явлений, связанных с акустическим возбуждением спиновых волн в пленках ЖИГ и создаваемой ими спиновой накачки на границе с немагнитным металлом, резонатор возбуждался на частотах сдвиговых волн в области максимальной эффективности пьезопреобразователя.

В данной работе исследован частотный спектр НВАР в широком диапазоне частот, от 0.5 и до 3 ГГц, который несет информацию о всех слоях, входящих в структуру. На основе спектроскопии нескольких почти идентичных резонаторных структур, расположенных на одной подложке и изготов-

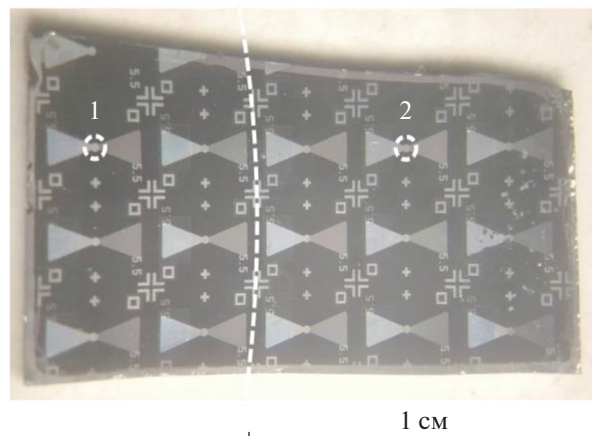


Рис. 2. Расположение резонаторных структур на подложке (вид сверху): треугольники — контактные площадки верхнего и нижнего электродов; область перекрытия электродов в виде кружка диаметром 200 мкм — активная область возбуждения ОАВ; штриховая линия разделяет области с разной частотой эффективного возбуждения, 1.2 ГГц (слева) и 2.4 ГГц (справа).

ленных в одном технологическом цикле, получены данные о пространственном распределении пьезоэлектрических свойств пленки ZnO. Эти результаты дополняют данные по пленкам ZnO с наклонной осью текстуры, полученные в работе [17] с помощью рентгенографических исследований.

1. СТРУКТУРА РЕЗОНАТОРОВ И МЕТОД ИЗГОТОВЛЕНИЯ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ

Экспериментальный образец состоял из серии резонаторов, изготовленных на основе монокристаллической плоскопараллельной пластины из ГГГ с ориентацией (111) и толщиной 500 мкм. На обеих сторонах пластины методом жидкофазной эпитаксии были выращены пленки ЖИГ толщиной 30 мкм (рис. 1). На одну из поверхностей структуры ЖИГ (3)—ГГГ (4)—ЖИГ (5) была нанесена тонкая ($\sim 100\ldots 150$ нм) пленка поликристаллического алюминия (2). Из нее методом фотолитографии формировались нижние электроды структуры резонаторов. Далее была нанесена пленка ZnO (1) толщиной ~ 1.2 мкм, а затем снова пленка алюминия, из которой формировались верхние электроды преобразователей НВАР. Таким образом, был сформирован массив 3×5 преобразователей, показанный на рис. 2. Каждый преобразователь мог возбуждать ОАВ, распространяющиеся по толщине структуры и локализованные под перекрытием верхнего и нижнего электродов. В нашем случае область перекрытия — апертура резонатора — представляла собой круг диаметром ~ 200 мкм для всех преобразователей. Для двух преобразователей 1 и 2 из массива эти области отмечены окружностями.

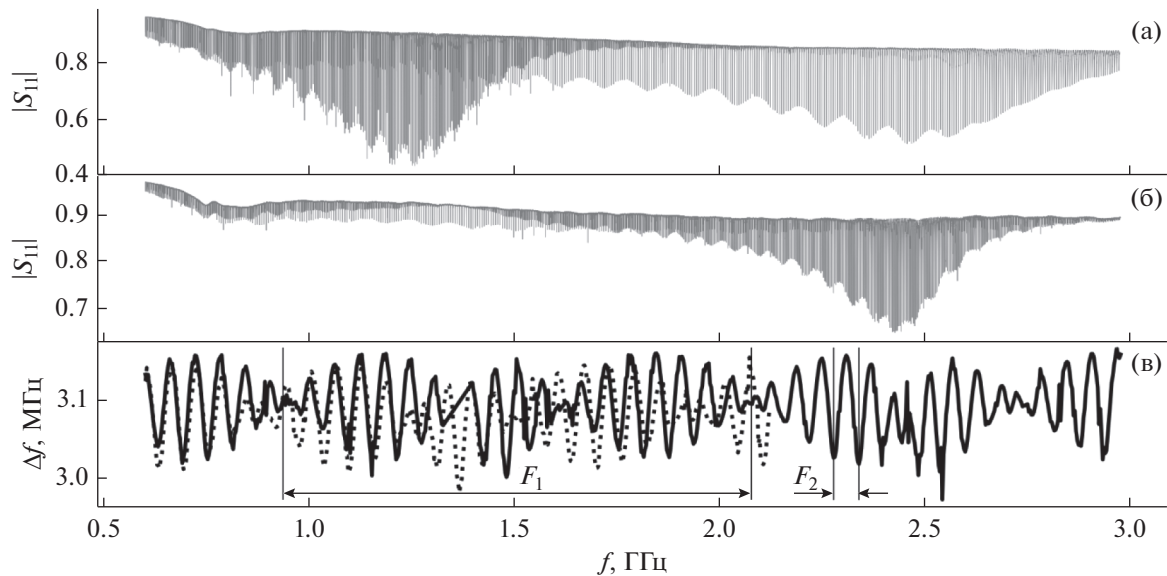


Рис. 3. Частотные зависимости модуля коэффициента отражения S_{11} для структур 1 (а) и 2 (б), а также расстояния между соседними резонансными пиками (в) для структур 1 (пунктирная кривая) и 2 (сплошная кривая).

Пленки ZnO осаждались методом магнетронного реактивного распыления цинковой мишени в кислородосодержащей атмосфере и имели наклон оси текстуры, который достигался смещением подложки от центра мишени и значительным усилением бомбардировки растущего слоя ионами и атомами кислорода, как описано в работе [17]. Подложка была ориентирована длинной стороной вдоль радиуса магнетронной распылительной системы. Поскольку пьезоэлектрическую пленку наносили на металлические нижние электроды, то ориентирующее влияние подложки на ПЭ-свойства ZnO можно исключить, по крайней мере, в области апертур преобразователей.

2. МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА И РЕЗУЛЬТАТЫ

С помощью векторного анализатора цепей для каждой из резонаторных структур был измерен спектр комплексного коэффициента отражения (по напряжению) от преобразователя $S_{11}(f)$. Измерения проводили в диапазоне частот $f = 500$ МГц...3 ГГц с помощью согласованного СВЧ-зонда в составе предварительно откалиброванного СВЧ-тракта.

На рис. 3а и 3б представлены частотные зависимости $|S_{11}(f)|$ для структур с преобразователями 1 и 2 соответственно (обозначения на рис. 2). Видно, что в структуре 1 хорошо возбуждаются как продольные ОАВ (редко расположенные резонансные пики, более светлая область), так и сдвиговые ОАВ (частые резонансы, более темная область). В структуре 2 продольные волны возбуждаются слабо. Максимум возбуждения сдвиговых волн в структуре 1 находится на частоте 1.2 ГГц, в то время как в структуре 2 частота максимума 2.4 ГГц.

По результатам исследования спектров всего массива резонаторных структур можно сделать вывод, что примерно в 3 см от оси магнетрона (см. рис. 2 штриховая линия) проходит граница, резонаторы с одной стороны от которой возбуждаются на частоте около 1.2 ГГц, а с другой — на частоте, вдвое большей.

3. МЕТОД АКУСТИЧЕСКОЙ РЕЗОНАТОРНОЙ СПЕКТРОСКОПИИ

Дальнейший анализ экспериментальных спектров резонаторов проводили с помощью методов широкополосной акустической резонаторной спектроскопии, описанных в работе [18]. Прежде всего в полуавтоматическом режиме определяется частота каждого резонансного пика f_n ($n = n(f)$ — номер резонанса в области частоты f), затем строится частотная зависимость расстояния между соседними пиками $\Delta f(f) = f_{n-1} - f_n$. Далее мы будем использовать для этой величины аббревиатуру SPRF (Spacing of Parallel Resonance Frequency), введенную в работе [19]. На рис. 3в приведены частотные зависимости SPRF для сдвиговых мод структур 1 и 2. Детальное рассмотрение характеристик SPRF и их зависимость от свойств различных слоев в структуре НВАР приведены в работе [18]. Здесь же заметим, что различные по величине периоды осцилляций SPRF относительно среднего значения $\Delta f_{01,02} = 3.10$ МГц (одинакового для обеих структур) отражают наличие в образце двух типов пленок (ZnO и ЖИГ) с толщинами, отличающимися по величине более чем на порядок. Осцилляции с большим периодом $F_1 \approx 1.12$ ГГц обусловлены наличием тонкой пленки ZnO, а с меньшим периодом $F_2 \approx 60$ МГц — наличием пленок ЖИГ. Не-

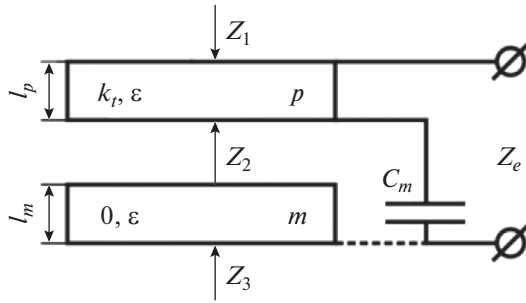


Рис. 4. Модифицированная модель Мезона для расчета электрического импеданса Z_e неоднородной пьезопленки: p — пьезоактивный слой толщиной l_p ; m — непьезоактивный слой, рассматриваемый как механическая и электрическая нагрузки на слой p ; l_m и C_m — толщина и емкость слоя m ; Z_1, Z_2, Z_3 — акустические импедансы.

большое отличие в периоде F_1 для структур 1 и 2 дает оценку для отношения толщин пленок ZnO $l_2 \approx 0.91l_1$. Численное моделирование, к которому мы перейдем позже, показывает, что форма фрагмента, повторяющегося с периодом F_1 (наличие перетяжек и биений внутри него), зависит от разницы в толщинах пленок верхнего и нижнего слоев ЖИГ, однако его размер по частоте F_1 от этой разницы не зависит и определяется толщиной пленки ZnO. Таким образом, наблюдаемое изменение частоты оптимального возбуждения почти в два раза в структурах 1 и 2 нельзя объяснить отличием толщины пленки ZnO под электродами 1 и 2.

4. МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОБСУЖДЕНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Для объяснения значительного изменения частоты оптимального возбуждения ОАВ мы предполагаем, что наклон текстуры пленки ZnO, который обеспечивает связь поперечного переменного электрического поля со сдвиговой ОАВ, не является однородным по толщине.

В силу особенностей метода магнетронного напыления рост пленки чаще всего начинается с поликристаллического тонкого слоя. Затем происходит образование прямой или наклонной текстуры в зависимости от наклона падения адатомов на подложку в присутствии бомбардировки подложки отрицательными ионами кислорода. Поскольку интенсивность бомбардировки имеет

радиальную неоднородность, то начало роста наклонной текстуры зависит от удаления от центра. Поэтому вполне естественно предположить, что в некотором слое около поверхности нижнего электрода (Al) у пленки ZnO нет наклона оси $\vec{c}$ или вообще отсутствует текстура, а соотношение толщин слоев с наклонной осью и прямой (или без ориентации) будет меняться с расстоянием до оси магнетрона.

Для иллюстрации такой причины изменения частоты оптимального возбуждения была построена одномерная модель резонаторной структуры, в которой пьезоэлектрическая пленка состояла из двух слоев. Считалось, что дальний слой по отношению к подложке имеет безразмерный коэффициент электромеханической связи для сдвиговой ОАВ k_t , который определяется наклоном оси $\vec{c}$ пленки ZnO. Величина k_t для сдвиговой ОАВ близка к своему максимуму 0.38 при наклоне оси порядка 43° [8, 17]. Для ближнего к подложке слоя принималось, что $k_t = 0$, это означает отсутствие наклона оси или даже разориентацию осей. Возбуждение продольных ОАВ рассматривать не будем. Все остальные материальные параметры слоев были одинаковыми. Будем обозначать параметры пьезоактивной части слоя ZnO индексом p , а непьезоактивной — m (рис. 4). Поскольку при $k_t = 0$ передаточная матрица слоя m распадается на электрическую и механическую [20], то пьезоэлектрический слой в этом случае можно заменить на дополнительный акустический слой и последовательную электрическую емкость. Таким образом, для расчета электрического импеданса Z_e в данной модели можно использовать известные методы расчета для НВАР, например, одномерные модели Мэсона [21] или Новотного–Бенеса [20].

Для расчета электрического импеданса многослойной структуры с одной ПЭ-пленкой удобно пользоваться моделью Мезона. В этой модели рассчитывается последовательная трансформация акустического импеданса со свободной границы структуры на границу пьезопленки. Для расчета электрического импеданса структуры с неоднородной ПЭ-пленкой метод модифицируется следующим образом. Из-за того, что в m -слое электрическая и механическая части независимы, в общий электрический импеданс структуры $Z_e = Z_m + Z_p$ от слоя m войдет емкостная составляющая $Z_m = 1/(i\omega C_m)$, а вклад от слоя p можно описать формулой [21]

$$Z_p = \frac{1}{i\omega C_p} \left[1 + k_t^2 \frac{i(Z_1 + Z_2)z_p \sin \theta_p - 2z_p^2(1 - \cos \theta_p)}{[(z_p^2 + Z_1 Z_2) \sin \theta_p - i(Z_1 + Z_2)z_p \cos \theta_p] \theta_p} \right]. \quad (1)$$

Здесь $C_m = \epsilon S/l_m$ и $C_p = \epsilon S/l_p$ — емкости соответствующих слоев с толщинами l_m и l_p , $l_m + l_p = l$;

S — площадь электродов; ϵ — диэлектрическая проницаемость пьезоэлектрика; $\theta_p = \omega l_p/V_p$, $z_p =$

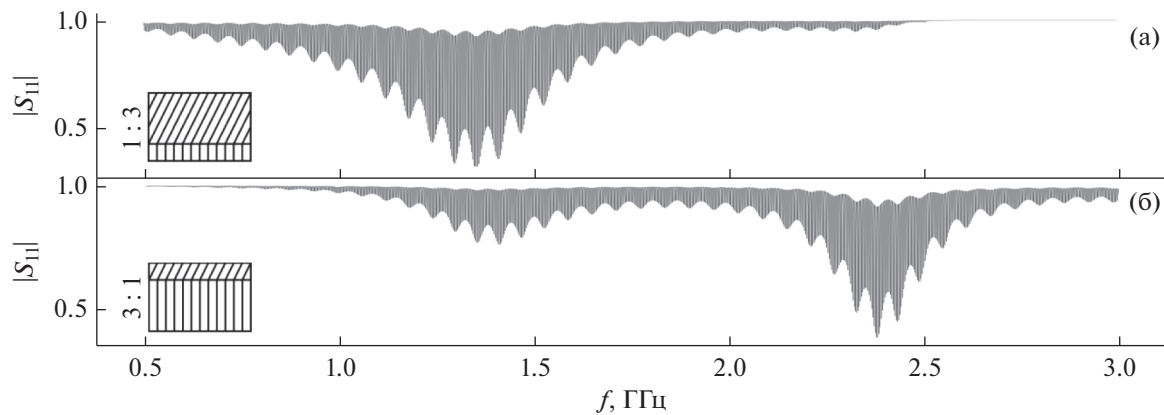


Рис. 5. Частотные зависимости модуля коэффициента отражения S_{11} для структур 1 (а) и 2 (б). На вставках показано схематическое распределение соотношения толщин пьезоактивного (косая штриховка) и непьезоактивного (прямая штриховка) слоев пленки ZnO.

$= \rho V_p$ и V_p — набег фазы, акустический импеданс и скорость сдвиговой ОАВ в активном пьезоэлектрическом слое, ρ и l — плотность и полная толщина ПЭ-слоя, $\omega = 2\pi f$. В формуле (1) импеданс Z_1 является акустической нагрузкой слоя p со стороны верхнего электрода, а Z_2 — со стороны слоя m и всех остальных слоев структуры. При численных расчетах использовались материальные параметры слоев, приведенные в табл. 1.

В расчетах учитывалось, что собственное поглощение в каждом слое растет с частотой как f^2 . Также в области низких частот (< 1 ГГц) учитывались дифракционные потери, которые дают вклад в поглощение, пропорциональный $1/f$ [22]. Потери за счет ухода энергии ОАВ из-под области электродов в виде пластинчатых мод Лэмба [23], а также из-за рассеяния на шероховатостях поверхностей в настоящем расчете не учитывались.

На рис. 5 представлены результаты расчета модуля коэффициента отражения S_{11} для НВАР с различными конфигурациями неоднородности по толщине. Для структуры, соответствующей рис. 5а, $l_p = 0.9$ мкм, $l_m = 0.3$ мкм, т.е. соотношение толщин пьезоактивного и непьезоактивного

слоев составляет 3 : 1, в то время как для структуры на рис. 5б при той же самой общей толщине это соотношение составляет 1 : 3. Можно видеть, что максимум возбуждения на рис. 5а находится на частоте около 1.3 ГГц, а на рис. 5б — на 2.4 ГГц, изменение составляет 1.85 раз, что соответствует наблюдаемому в эксперименте. Таким образом, существенное изменение частоты максимального возбуждения может быть объяснено неоднородностью наклона оси текстуры по толщине ПЭ-пленки.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для контроля за пространственным распределением наклона оси текстуры ПЭ-пленки ZnO были измерены частотные спектры электрического коэффициента отражения S_{11} по напряжению для матрицы 3×5 резонаторных структур сдвиговых ОАВ. Показано, что свойства пленки меняются в направлении от оси магнетронной распылительной системы: частота максимального возбуждения увеличивается почти в два раза для двух идентичных резонаторных структур, разделенных в плоскости менее чем на 1 см. Это изменение объясняется неоднородностью по толщине пленки угла наклона пьезоактивной оси, которая возникает в процессе магнетронного напыления и зависит от положения резонаторной структуры относительно оси распылительной системы. Существенное увеличение частоты оптимального возбуждения при сохранении той же самой эффективности представляется очень интересным с точки зрения применения составных резонаторов сдвиговых ОАВ в гигагерцовой области частот.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках государственного задания и при частичной финансовой поддержке Россий-

Таблица 1. Материальные параметры слоев композитного НВАР

Материал	V , 10^3 м/с	ρ , 10^3 кг/м 3	k_t	ϵ
ZnO (текстура)	2.88	5.68	0.282...0.38	8.84
GGG (111)	3.57	7.08	—	—
YIG (111)	3.85	5.18	—	—
Al (аморфный)	3.04	2.69	—	—

Примечание: V — скорость сдвиговой волны, ρ — плотность, k_t — коэффициент электромеханической связи, ϵ — диэлектрическая проницаемость.

ского фонда фундаментальных исследований (проект № 20-07-01075).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ruby R.* // Proc. 2017 IEEE 30th Int. Conf. on Micro Electro Mechanical Systems (MEMS). Las Vegas. 22–26 Nov. N.Y.: IEEE, 2017. P. 308.
2. *Ruppel C.C.W.* // IEEE Trans. 2017. V. UFFC-64. № 9. P. 1390.
3. *Rabus D., Friedt J.M., Ballandras S. et al.* // J. Appl. Phys. 2015. V. 118. № 9. P. 114505.
4. *Arya S.K., Saha S., Ramirez-Vick J.E. et al.* // Analytica Chimica Acta. 2012. V. 737. P. 1.
5. *Gokhale V.J., Downey B.P., Katzer D.S. et al.* // Nature Commun. 2020. V. 11. P. 2314.
6. *Delsing P., Cleland A.N., Schuetz M.J.A. et al.* // J. Phys. D: Appl. Phys. 2019. V. 52. № 35. P. 353001.
7. *Сорокин Б.П., Новоселов А.С., Квашин Г.М. и др.* // Акуст. журн. 2019. Т. 65. № 3. С. 315.
8. *Foster N.F., Coquin G.A., Rozgonyi G.A., Vanatta F.A.* // IEEE Trans. 1968. V. SU-15. № 1. P. 28.
9. *Polzikova N.I., Alekseev S.G., Pyataikin I.I. et al.* // AIP Advances. 2018. V. 8. № 5. P. 056128.
10. *Ползикова Н.И., Алексеев С.Г., Лузанов В.А., Раевский А.О.* // ФТТ. 2018. Т. 62. № 11. С. 2170.
11. *Alekseev S.G., Polzikova N.I., Raevskiy A.O.* // J. Commun. Technol. Electron. 2019. V. 64. № 11. P. 1318.
12. *Polzikova N.I., Alekseev S.G., Luzanov V.A., Raevskiy A.O.* // J. Magn. Magn. Mater. 2019. V. 479. P. 38.
13. *Rughoobur G., De Miguel-Ramos M., Mirea T. et al.* // Appl. Phys. Lett. 2016. V. 108. № 3. P. 034103.
14. *Веселов А.Г., Елманов В.И., Кирясова О.А., Никулин Ю.В.* // ЖТФ. 2019. Т. 89. № 5. С. 781.
15. *Котелянский И.М., Крикунов А.И., Лузанов В.А. и др.* Способ нанесения пьезоэлектрических пленок окиси цинка в вакууме. А.с. СССР № 1394742 А 1. Оpubл. 07.12.1992. Б.И. № 45.
16. *Лузанов В.А.* // РЭ. 2017. Т. 62. № 10. С. 1018.
17. *Лузанов В.А., Алексеев С.Г., Ползикова Н.И.* // РЭ. 2018. Т. 63. № 9. С. 1015.
18. *Алексеев С.Г., Ползикова Н.И., Котелянский И.М., Мансфельд Г.Д.* // РЭ. 2015. Т. 60. № 3. С. 317.
19. *Cheeke J.D.N., Zhang Y., Wang Z. et al.* // Proc. 1998 IEEE Ultrasonics Symp. Sendai. 5–8 Oct. N.Y.: IEEE, 1998. V. 2. P. 1125.
20. *Nowotny H., Benes E.* // J. Acoust. Soc. Amer. 1987. V. 82. № 2. P. 513.
21. *Кайно Г.* Акустические волны. Устройства, визуализация и аналоговая обработка сигналов. М.: Мир, 1990.
22. *Труэлл Р., Эльбаум Ч., Чик Б.* Ультразвуковые методы в физике твердого тела. М.: Мир, 1972.
23. *Алексеев С.Г., Мансфельд Г.Д., Ползикова Н.И.* // РЭ. 2006. Т. 51. № 8. С. 984.

НОВЫЕ РАДИОЭЛЕКТРОННЫЕ СИСТЕМЫ И ЭЛЕМЕНТЫ

УДК 534.63;534.86

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ СЕНОРНЫХ ПЛЕНОК ИЗ МИЦЕЛИЯ БАЗИДИАЛЬНЫХ ГРИБОВ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ СВЕРХВЫСОКОЧАСТОТНОГО РЕЗОНАТОРА Me1/AlN/Me2/АЛМАЗ

© 2020 г. А. В. Смирнов^{а, *}, Н. О. Асафьев^б, Б. П. Сорокин^б, М. Ю. Зиангирова^с,
А. В. Голышкин^с, Л. М. Краснополянская^с, И. Е. Кузнецова^{а, **}

^аИнститут радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
ул. Моховая, 11, стр. 7, Москва, 125009 Российская Федерация

^бТехнологический институт сверхтвердых и новых углеродных материалов,
ул. Центральная, 7А, Москва, Троицк, 108840 Российская Федерация

^сНаучно-исследовательский институт по изысканию новых антибиотиков им. Г.Ф. Гаузе,
ул. Большая Пироговская, 11, Москва, 119435 Российская Федерация

*E-mail: andre-smirnov-v@yandex.ru

**E-mail: kuziren@yandex.ru

Поступила в редакцию 05.03.2020 г.

После доработки 05.03.2020 г.

Принята к публикации 10.04.2020 г.

В качестве сенсорных покрытий для акустических газовых датчиков на основе СВЧ акустического слоистого резонатора Me1/AlN/Me2/алмаз предложено использовать органические пленки на основе экстрактов биомассы штамма базидиального гриба *Ganoderma lucidum* (Curtis) P. Karst (*G. lucidum*). Проведено погруженное культивирование базидиомицета на подобранной жидкой питательной среде для получения биомассы, после чего получены экстракты биомассы с использованием двух-компонентных систем растворителей (вода/этанол) с различными объемными соотношениями. Разработана базовая методика и созданы органические пленки на основе экстрактов биомассы базидиального гриба *G. lucidum* на поверхности резонатора. Морфологические свойства созданных пленок исследованы при помощи сканирующей микроскопии. Измерены добротность и резонансная частота разработанного СВЧ акустического слоистого резонатора Me1/AlN/Me2/алмаз. Проведен анализ влияния создаваемых органических пленок на параметры СВЧ акустического резонатора. Сделан вывод о возможности использования данных пленок в качестве сенсорных покрытий для соответствующего газового акустического датчика.

DOI: 10.31857/S0033849420110169

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время обеспечение экологической и биологической безопасности, предотвращение или минимизация последствий террористических атак, улучшение условий жизни человека, в том числе создание распределенных сенсорных систем, позволяющих в режиме реального времени проводить мониторинг состояния окружающей среды являются актуальными задачами. Для их решения необходимо дальнейшее развитие различных типов датчиков, в том числе повышение их чувствительности, селективности, надежности и технологичности исполнения. Эти датчики могут быть реализованы на различных физических принципах, включая акустоэлектронные технологии. В последние 25 лет было разработано большое количество акустических химических сенсоров, использующих разные методы и подходы,

которые позволяли исследовать газовые среды [1, 2]. В настоящее время существует большое количество статей, предлагающих использовать в качестве химических датчиков — пьезоэлектрические резонаторы [3] и линии задержки на поверхностных акустических волнах [4] или волнах в пластинах [5, 6]. Большинство всех предлагаемых акустоэлектронных сенсоров основаны на использовании специальных пленок, нанесенных на поверхность звукопровода. Если физические параметры такой пленки меняются под воздействием окружающей среды, то это приводит к изменению характеристик акустической волны, распространяющейся в такой структуре. Регистрация этих изменения дает информацию о присутствии химических агентов в окружающей среде. В качестве сенсорных пленок было предложено использовать такие материалы как ZnO, TeO₂, SnO₂ и

TiO₂ [7–9], полимерные материалы [10, 11], пленки из полипиролла [12], углеродные нанотрубки [13], графеноподобные материалы [14–16] и различные наночастицы [17]. Несмотря на большое количество работ по данной тематике проблема поиска чувствительных и селективных к различным газам пленок является по-прежнему актуальной. Одним из возможных подходов является использование экстрактов мицелия высших грибов для создания сенсорных пленок. Ранее экспериментально было показано, что экстракты некоторых грибов показывают высокую чувствительность к фенолу, парам воды [18, 19], аммиаку, парам формальдегида и этилацетата [20]. Однако работы в данном направлении находятся в самом начале своего развития. Для создания биосенсорных пленок, применимых к использованию в химических датчиках, необходимо разработать стандартную технологию их получения, исследовать физические и биохимические процессы, приводящие к селективной реакции различных типов грибов на отдельные газы.

В настоящее время в литературе практически отсутствуют сведения о характере взаимодействия грибных метаболитов с различными газами. Однако существуют большие перспективы их использования в качестве продуцентов метаболитов, обеспечивающих отклик органических пленок на целевые полярные и неполярные газы. Грибы обладают широкой субстратной специфичностью и способны продуцировать метаболиты различной химической природы, которые смогут обеспечить высокую селективность создаваемых сенсоров. Например, известно, что только базидиомицеты способны продуцировать такие окислительные ферменты, как лигнин-пероксидазы и марганец-пероксидазы [21]. Многие виды базидиальных грибов продуцируют уникальные соединения: *Ganoderma lucidum* является продуцентом тритерпенов [22–25], *Hericium erinaceus* — гериценонов и эринаценов [26] и т.д. Погруженное культивирование базидиального гриба *Ganoderma lucidum* позволяет создавать условия для направленного биосинтеза целевых метаболитов, что в свою очередь приводит к упрощению задачи создания разрабатываемых органических сенсорных пленок в строго контролируемых стандартных условиях [27].

Как известно, резонансная частота объемных акустических резонаторов сильно зависит от изменения свойств окружающей среды [28]. Кроме того, чувствительность резонансных акустоэлектронных сенсоров растет с ростом частоты [29]. В последние годы появились работы, посвященные СВЧ акустическим резонаторам на основе пьезоэлектрической слоистой структуры Me₁/AlN/Me₂/алмаз, которые отличаются повышенными операционными частотами вплоть до 20 ГГц [30, 31]. Следует также отметить, что алмазная подложка является биологически инертной.

Таким образом, можно предположить, что использование высокочастотных акустических резонаторов с сенсорной пленкой из мицелия высших грибов позволит разработать газовый сенсор с более высокой чувствительностью и селективностью. Одним из основных вопросов при создании таких датчиков является степень влияния сенсорных пленок на характеристики СВЧ резонатора до воздействия целевых газов.

В данной работе рассмотрено влияние сенсорных пленок на основе мицелия базидиального гриба *Ganoderma lucidum*, полученных различными способами, на характеристики СВЧ акустического резонатора на основе пьезоэлектрической слоистой структуры Me₁/AlN/Me₂/алмаз.

1. МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

1.1. Получение биомассы базидиомицетов

В данной работе был использован штамм базидиального гриба *Ganoderma lucidum* (Curtis) P. Karst (*G. lucidum*) из коллекции лаборатории биосинтеза биологически активных веществ НИИ новых антибиотиков. Для получения мицелия гриба была подобрана рецептура жидкой ферментационной среды. Поставленной задаче создания акустических сенсоров отвечали только среды, представляющие собой раствор и соответствующие трофическим потребностям исследуемого штамма. Нерастворимые в воде ингредиенты были нежелательны, в связи со сложностью контроля их полного усвоения и, как следствие, отсутствием в получаемых пленках соединений негрибного происхождения. Таким образом, для погруженного культивирования базидиомицета была выбрана среда, содержащая глюкозу, дрожжевой экстракт (Serva) и минеральные соли. Рабочие культуры гриба *G. lucidum* хранили на скошенном картофельно-глюкозном агаре при 2°C. Жидкий посевной материал выращивали на неохмеленном пивном сусле (4° по Баллингу) в колбах Эрленмейера объемом 750 мл, содержащих 100 мл среды. Среда стерилизовали в автоклаве при 1.2 атм в течение 30 мин. Для засева колб с посевной средой использовали культуру, выращенную при 25°C в течение 7 сут в пробирках на скошенном картофельно-глюкозном агаре из расчета 1/4 пробирки на колбу. Выращивание жидкого посевного материала проводили на круговой качалке (230 об/мин) при температуре 26°C в течение 6 сут. Для накопления биомассы проводили погруженное культивирование гриба в колбах Эрленмейера объемом 750 мл, содержащих 100 мл ферментационной среды. Объем посевного материала составлял 10% объема ферментационной среды. Ферментационная среда содержала (г/л водопроводной воды): глюкоза безводная — 20.0; дрожжевой экстракт (Serva) — 10.0; дигидрофос-

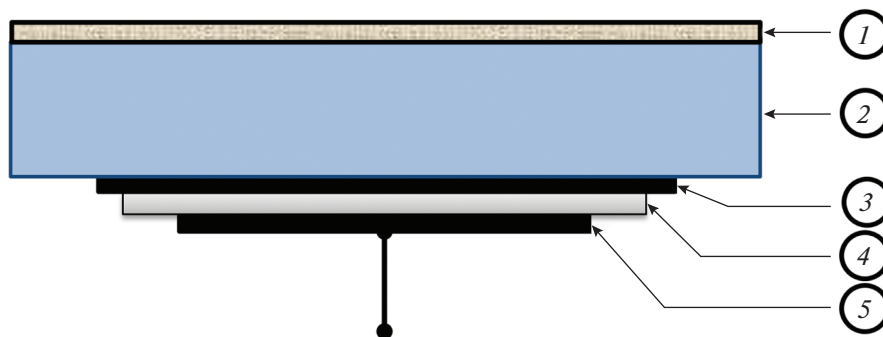


Рис. 1. Схематическое изображение резонатора на объемных акустических волнах: 1 — пленка мицелия; 2 — подложка из (001) алмаза Па-типа; 3 — внутренний электрод (молибден); 4 — пьезоэлектрическая пленка AlN; 5 — внешний электрод (алюминий).

фат калия — 2.0 и сульфат магния — 0.2. Длительность процесса культивирования составляла 5 суток на круговой качалке (230 об/мин) при температуре 26°C. Выход воздушно-сухой биомассы на использованной питательной среде составил до 5.6 г/л.

Для получения экстрактов биомассы гриба *G. lucidum* использовали в качестве растворителя воду и двухкомпонентные системы растворителей (вода/этанол) с объемными соотношениями 1 : 1 и 1 : 4. Биомассу гриба отделяли от культуральной жидкости фильтрованием через лавсановую ткань и промывали дистиллированной водой, после чего лиофильно высушивали. Сухую биомассу гриба измельчали при помощи фарфоровой ступки и пестика до однородного состояния, соединяли с растворителем/ями в количестве 0.0125 г/мл и проводили экстракцию на водяной бане при температуре 80°C, после чего центрифугировали при 3500 об/мин в течении 5 минут и отделяли супернатант при помощи пипетки. Полученный супернатант экстрагированного мицелия в растворителе вода/этанол 1 : 4 лиофильно упаривали до уменьшения в объеме в 10 раз.

1.2. Резонатор на объемных акустических волнах

Схематическое изображение композитного многообертонового резонатора на объемных акустических волнах (далее — ОАВ-резонатор) (в англоязычной литературе HBAR — High overtone Bulk Acoustic Resonator) на основе алмаза представлено на рис. 1. В качестве базовой использовалась сенсорная пьезоэлектрическая слоистая структура “Al/AlN/Mo/(100) алмаз”. В качестве материала подложки был использован синтетический (100) монокристаллический алмаз Па типа, выращенный методом температурного градиента при высоких температурах и давлении (НРПТ — High Pressure High Temperature).

После изготовления ОАВ-резонатор размещали в корпусе с внешним SMA-разъемом; 3D-

модель корпусированного резонатора представлена на рис. 2.

Микроволновые исследования акустических свойств резонатора проводились с помощью векторного анализатора цепей E5071C ENA Series с учетом сдвигов рабочих частот ряда обертонов, возбужденных вплоть до 3 ГГц, а также изменений добротности резонансных кривых при нанесении пленки. Рабочие частоты нескольких обертонов были выбраны по наибольшей добротности.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТА И ОБСУЖДЕНИЕ

2.1. Получение органических пленок на основе экстрактов биомассы

В процессе исследования были предприняты попытки получения стойких к механическому воздействию пленок на основе метаболитов гриба *G. lucidum*. Было показано, что при смешении 1.5 мл водного экстракта биомассы *G. lucidum* с 10 мг измельченной биомассы *G. lucidum*, тщательном перемешивании и нанесении на подложку возможно получение тонкой равномерной пленки (рис. 3). Равномерные тонкие пленки были также получены при нанесении на подложку водного экстракта *G. lucidum*, водно-этанольных экстрактов *G. lucidum*. Однако такие пленки имели низкую механическую прочность, особенно в среде с высоким содержанием водяного пара, за счет набухания полисахаридов в ее составе.

Один из возможных путей получения пленок на основе метаболитов *G. lucidum* с необходимыми механическими свойствами для создания газового датчика является включение в состав пленок структурообразующих полимерных материалов. Анализ литературы показал, что перспективными для изучения в качестве возможных ингредиентов пленок могут выступать полимеры и сополимеры акриловой и метакриловой кислот, эпоксидные и фенолоформальдегидные смолы, а также природ-

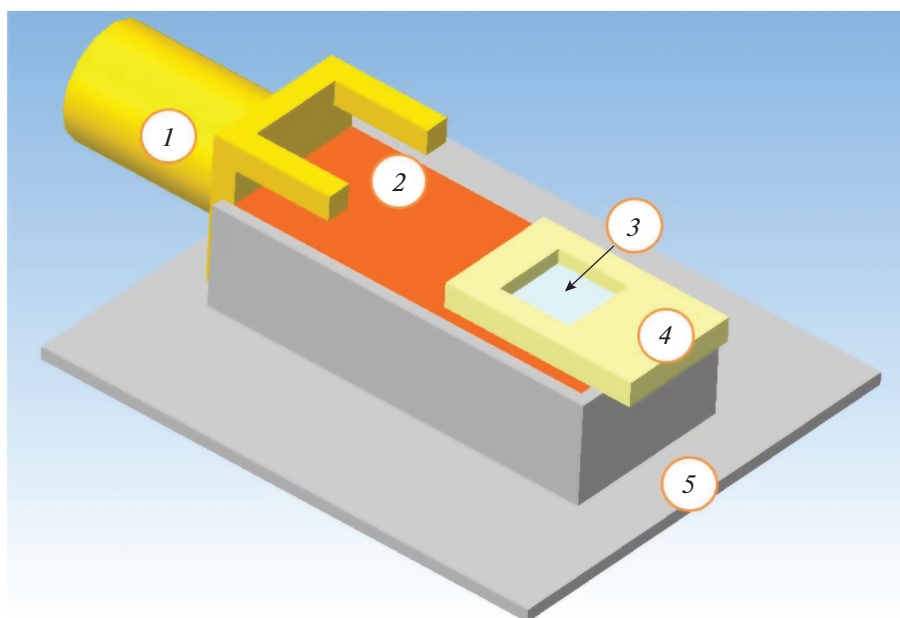


Рис. 2. 3D модель резонатора, смонтированного в корпусе: 1 – SMA-разъем; 2 – микрополосковая линия на поверхности стеклотекстолита; 3 – свободная поверхность алмаза; 4 – ячейка с бортами для размещения сенсорных покрытий; 5 – корпус.

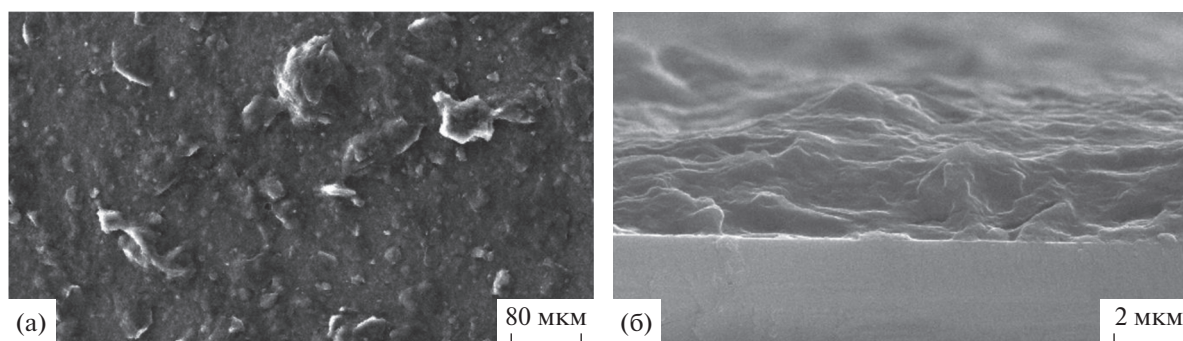


Рис. 3. Изображения поверхности (а) и скола (б) пленки на основе смеси водного экстракта биомассы и измельченного мицелия гриба *G. lucidum*, полученные сканирующим электронным микроскопом.

ные полимеры. Изучение было начато с полимеров акриловой кислоты. Нами были разработаны условия смешивания изучаемого полимера и экстрактов гриба *G. lucidum*, обеспечивающие однородность и механическую прочность получаемых пленок.

Полимеры акриловой кислоты широко выпускаются промышленностью и имеют большой спектр применения. Для работы были выбраны составы на основе этилгексилакрилата, метакриловой кислоты, фотоинициатора (гидроксиалкилфенон), растворенные в ацетоне. Пленка, получаемая при полимеризации состава, отличалась высокой пористостью и адсорбирующей способностью, высокой скоростью высыхания и полимеризации, а также высокой адгезионной способностью. В процессе исследования было показано, что при внесении в 1 мл отверждаемого раствора до фото-

инициации 40 мг сухой биомассы гриба *G. lucidum*, возможно получить равномерное распределение частиц биомассы, которое сохраняется при процессе полимеризации под действием ультрафиолета (УФ). Получаемая пленка имела высокую механическую прочность при сохранении высокой адгезионной способности и достаточной когезии (рис. 4).

Положительный результат был достигнут также при получении пленки на основе водно-этанольного (объемное соотношение 1 : 4) экстракта биомассы *G. lucidum*. Для этого смешивали 1 мл отверждаемого раствора до фотоинициации с 1 мл упаренного водно-этанольного экстракта. Перемешивали до получения стойкой мелкодисперсной эмульсии, наносили на подложку и фотоотверждали под действием УФ. Получаемая пленка обладала выраженной гомогенностью и эластичностью.

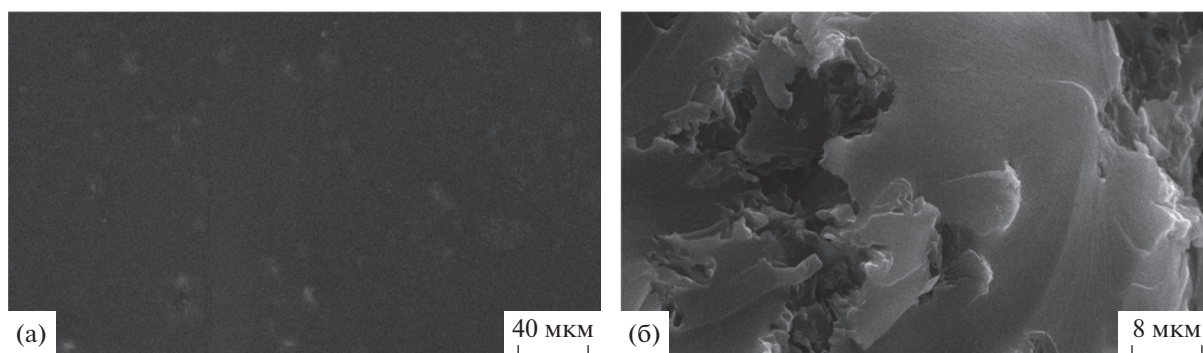


Рис. 4. Изображения поверхности (а) и скола (б) полимеризованной пленки на основе смеси этилгексилакрилата и метакриловой кислоты в ацетоне и измельченного мицелля гриба *G. lucidum*, полученные сканирующим электронным микроскопом.

2.2. Изучение влияния органических сенсорных пленок на параметры СВЧ акустического резонатора

В процессе эксперимента на свободную поверхность алмаза наносили различные образцы суспензии биомассы мицелля в объеме 6.5 мкл. После высыхания и образования пленки снимались амплитудно-частотные характеристики ОАВ-резонатора в виде зависимости реальной части импеданса Z_{11e} как функции частоты. Температура в процессе измерений фиксировалась на отметке 25°C. Измерение толщины полученных пленок мицелля осуществляли с помощью 3D профилометра Sensofar S lpxh, для этого часть пленки удалялась с поверхности алмаза и средняя толщина оценивалась по высоте ступеньки. Средние толщины пленок над апертурой ОАВ-резонатора приведены в табл. 1.

При наличии пленки на свободной поверхности алмаза АЧХ сенсора изменялась. На рис. 5 представлены частотные зависимости добротности Q и параметра качества Qf ОАВ-резонатора (f – частота). Каждая точка соответствует одному из 15-ти референсных обертонов. В области 1.5...2.5 ГГц референсных обертонов нет в силу конструктивных особенностей сенсора.

Анализируя рис. 5а, 5б, можно сделать выводы относительно работоспособности тех или иных исследованных покрытий в составе акустоэлектронного газового сенсора. Так, даже при нанесении покрытий ~75 мкм (образец Р-Асryl + 80%) добротность для обертонов с частотами 2.75...3.0 ГГц лежала в диапазоне 8000...10000, что вполне приемлемо с точки зрения дальнейших приложений. Однако резкое уменьшение Q выше 3.0 ГГц, как и для образца H_2O + Bio (2 мкм), ограничивает область операционных частот. Согласно предыдущим исследованиям [30], на частотах выше 1...2 ГГц в алмазе наблюдается изменение механизма акустического затухания от режима Ахизера к режиму Ландау–Румера. В последнем случае добротность остается не зависящей от дальнейшего роста частоты, а параметр качества должен возрастать пропорционально операционной частоте, что и наблюдается на рис. 5б. Поэтому наибольшие значения чувствительности ОАВ-резонатора как газового сенсора следует ожидать в области 2.75...3.1 ГГц. С этой точки зрения наиболее приемлемы образцы “Этанол 50%” (0.7 мкм), “ H_2O ” (1 мкм), “Этанол 80%” (0.7 мкм), “Р-Асryl + 80%” (75 мкм) и “Р-Асryl” (40 мкм).

Данные, приведенные на рис. 6 и 7, наиболее важны с точки зрения отбора образцов для даль-

Таблица 1. Средняя толщина пленки над апертурой

№	Полное название образца	Краткое название	Толщина пленок, мкм
1	Экстракт водно-этанольный 1 : 1	Этанол 50%	0.7
2	Экстракт водно-этанольный 1 : 4	Этанол 80%	0.7
3	Экстракт водный	H_2O	1
4	Экстракт водный + сухая биомасса	H_2O + Bio	2
5	Образец на основе этилгексилакрилата, метакриловой кислоты, фотоинициатора (гидроксиалкилфенон), растворенных в ацетоне	Р-Асryl	40
6	Образец на основе этилгексилакрилата, метакриловой кислоты, фотоинициатора (гидроксиалкилфенон) растворенные в ацетоне + упаренный водно-этанольный экстракт	Р-Асryl + 80%	75

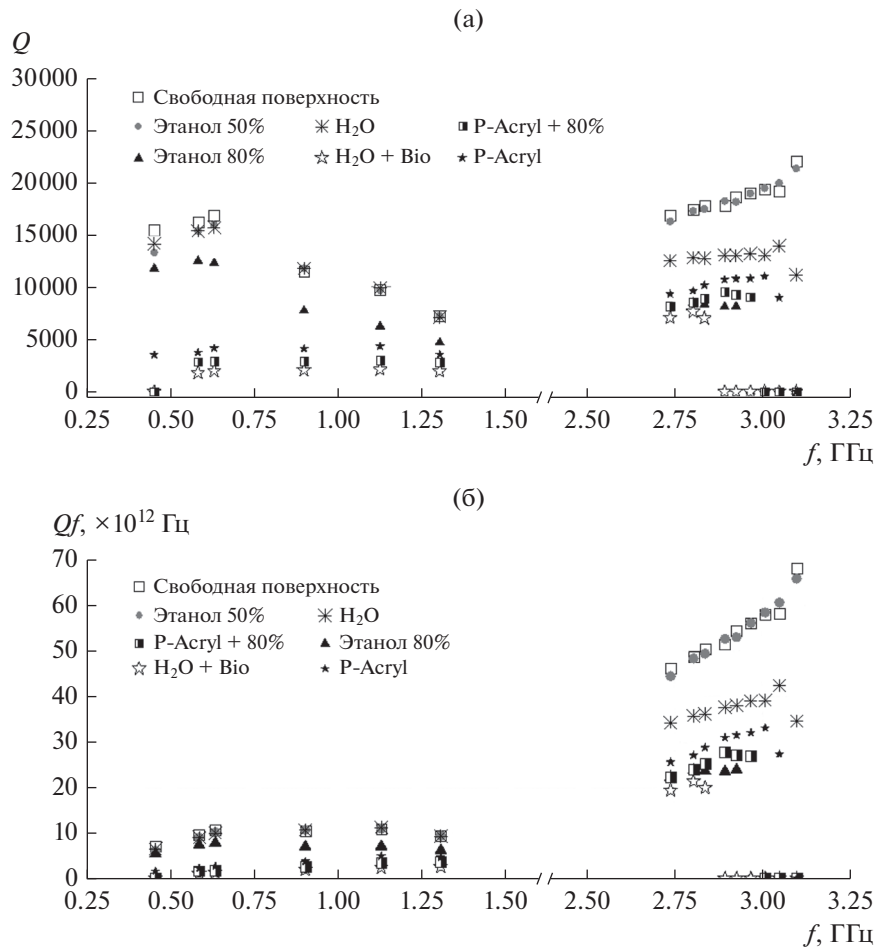


Рис. 5. Частотные зависимости добротности Q (а) и параметра качества Qf (б) для различных образцов покрытий ОАВ-резонатора.

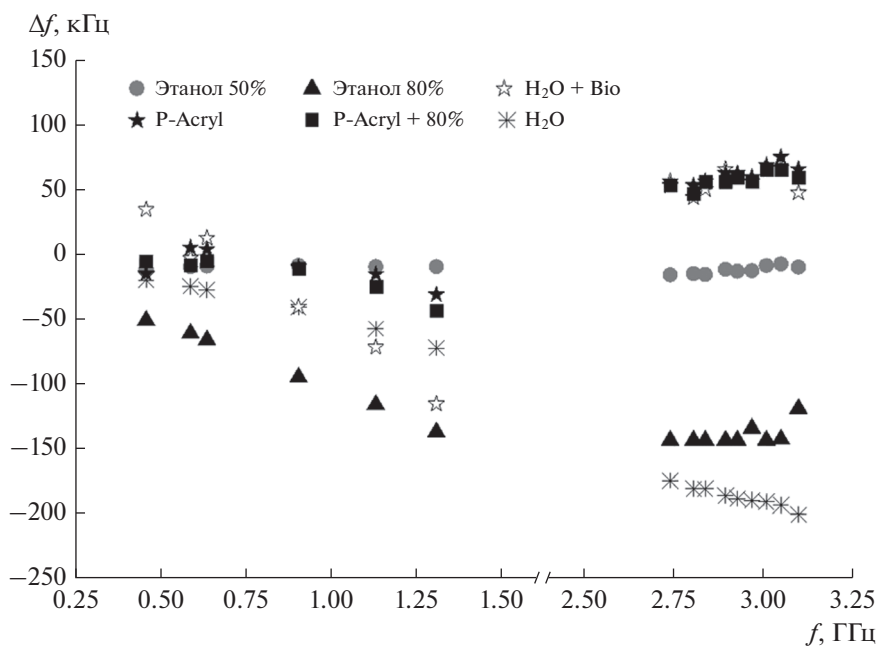


Рис. 6. Отклонение частоты обертонов резонатора от референсных значений вследствие нанесения покрытий.

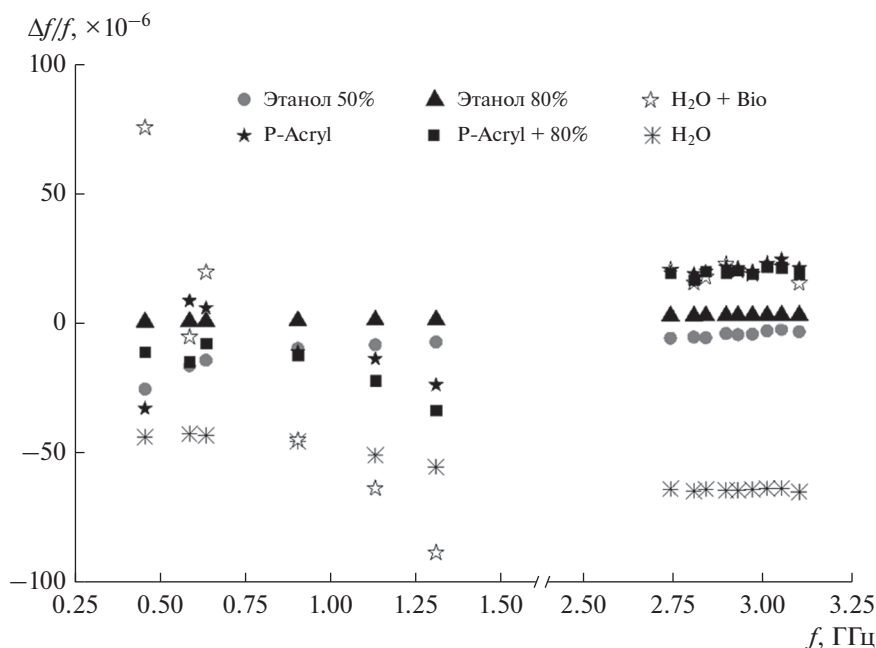


Рис. 7. Относительный сдвиг частот обертонов резонатора.

нейших исследований. Так, превышение частот обертонов в области 2.75...3.1 ГГц над референсными значениями (положительный сдвиг), полученное для образцов “Р-Аcryl + 80%”, “Р-Аcryl” и “Н₂О + Bio” является артефактом, поскольку измерения не вполне достоверны вследствие искажения формы резонансного пика и приводятся в справочном порядке. Тем самым предварительные исследования показали, что по сочетанию таких критериев, как высокая добротность и воспроизводимость результатов, наибольший интерес представляют образцы “Этанол 50%”, “Н₂О” и “Этанол 80%”.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Обнаружено, что нанесение суспензии биомассы мицелия на алмазную поверхность позволяет получить сенсорные покрытия, которые не оказывают существенного влияния на добротность ОАВ-резонатора на основе пьезоэлектрической слоистой структуре “Al/AlN/Mo/(100) алмаз” вплоть до операционных частот ~3.1 ГГц. Применение таких операционных частот позволит реализовать наибольшую относительную чувствительность акустоэлектронного газового сенсора. В результате исследований СВЧ-параметров ОАВ-резонатора показано, что наиболее перспективными являются образцы “Этанол 50%”, “Н₂О” и “Этанол 80%”, образующие относительно тонкие пленки.

ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Российского научного фонда (проект № 19-79-00173).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Balantine D.S., White R.M., Martin S.J. et al. Acoustic Wave Sensors: Theory, Design and Physico-Chemical Applications. San Diego: Academic Press, 1996.
2. Jones T.A., Walsh P. Sensors: A Comprehensive Survey. V. 2. Chemical and Biological Sensors. Pt. 1 / Eds. by W. Göpel, T.A. Jones t, M. Kleitz et al. Weinheim: VCH, 1992. P. 529.
3. Venema A., Nieuwkoop E., Vellekoop M.J. et al. // Sensors and Actuators. 1986. V. 10. № 1–2. P. 47.
4. Caliendo C., Verona E., D'Amico A. Gas Sensors / Ed. by G. Sberveglieri. L.: Kluwer Academic Publishers, 1992. P. 281.
5. Анисимкин В.И., Воронова Н.В., Кузнецова И.Е., Пятайки И.И. // Изв. РАН. Сер. Физическая. 2015. Т. 79. № 10. С. 1437.
6. Анисимкин В.И. // РЭ. 2015. Т. 60. № 9. С. 985.
7. Nguyen D.C., Nguyen V.T., Vu V.Q. et al. // Sensors and Actuators B. 2014. V. 201. P. 7.
8. Raj V.B., Harpreet S., Nimal A.T. et al. // Sensors and Actuators B. 2013. V. 178. P. 636.
9. Анисимкин И.В., Гуляев Ю.В., Анисимкин В.И. // РЭ. 2002. Т. 47. № 2. С. 253.
10. Verma P., Yadava R.D.S. // Sensors and Actuators B. 2015. V. 209. P. 751.
11. Sothivelr K., Bender F., Josse F. et al. // ACS Sensors. 2016. V. 1. № 1. P. 63.

12. *Penza M., Milella E., Anisimkin V.I.* // IEEE Trans. 1998. V. UFFC-45. № 5. P. 1125.
13. *De Luca A., Cole M. T., Hopper R.H. et al.* // Appl. Phys. Lett. 2015. V. 106. № 19. P. 194101.
14. *Phan D.T., Chung G.S.* // Int. J. Hydrogen Energy. 2014. V. 39. P. 620.
15. *Xuan W., He X., Chen J. et al.* // Nanoscale. 2015. V. 7. № 16. P. 7430.
16. *Kuznetsova I.E., Anisimkin V.I., Gubin S.P. et al.* // Ultrasonics. 2017. V. 81. P. 135.
17. *Zhan B., Liu C., Shi H. et al.* // Appl. Phys. Lett. 2014. V. 104. № 23. P. 243704.
18. *Silina Y.E., Kuchmenko T.A., Korenman Y.I. et al.* // J. Analytical Chem. 2005. V. 60. № 7. P. 678.
19. *Kuznetsova I.E., Zaitsev B.D., Krasnopolskaya L.M. et al.* // Sensors. 2020. V. 20. P. 2711.
20. *Kuznetsova I.E., Zaitsev B.D., Shikhabudinov A.M. et al.* // Sensors and Actuators B. 2017. V. 243. P. 525.
21. *Kudo S., Harada A., Kubota H. et al.* // ACS Omega. 2017. V. 2. № 10. P. 7329.
22. *Hirotsu M., Furuya T., Shiro M.* // Phytochemistry. 1985. V. 24. № 9. P. 2055.
23. *Nishitoba T., Sato H., Oda K. et al.* // Agricultural and Biological Chemistry. 1988. V. 52. № 1. P. 211.
24. *Lindequist U., Jülich W.D., Witt S.* // Phytochemistry. 2015. V. 114. P. 102.
25. *Sudheer S., Alzorqi I., Manickam S., Ali A.* Bioactive Molecules in Food / Eds. by J.-M. Mérillon, K.G. Ramawat. Cham: Springer, 2018. P. 1863.
26. *Ma B.J., Shen J.W., Yu H.Y. et al.* // Mycology. 2010. V. 1. № 2. P. 92.
27. *Краснопольская Л.М., Белицкий И.В., Антимонова А.В., Соболева Н.Ю.* // Успехи медицинской микологии. 2004. Т. 3. № 3. С. 222.
28. *Кайно Г.* Акустические волны. Устройства, визуализация и аналоговая обработка сигналов. М.: Мир, 1990.
29. *Mujahid A., Afzal A., Dickert F.L.* // Sensors. 2019. V. 19. № 20. P. 4395.
30. *Sorokin B.P., Kvashnin G.M., Novoselov A.S. et al.* // Ultrasonics. 2017. V. 78. P. 162.
31. *Сорокин Б.П., Теличко А.В., Квашигин Г.М. и др.* // Акуст. журн. 2015. Т. 61. № 6. С. 705.