Том 84, номер 4, 2021

2

ЯДРА

Эксперимент	
Φ отонейтронные реакции на ядре 51 V: Систематические погрешности экспериментов и новые оцененные данные	
В. В. Варламов, А. И. Давыдов, В. Н. Орлин	278
Теория	
Исследование влияния разных способов учета кулоновского взаимодействия на определение асимптотических нормировочных коэффициентов в рамках точно решаемой модели Л. Д. Блохинцев, Д. А. Савин	290
Описание состояний ираст-полосы в ¹⁵⁶ Dy	200
А. Д. Ефимов, И. Н. Изосимов	298
Исследование методов элиминирования эффекта Бора—Вайскопфа в атомных спектрах тяжелых ионов ²⁰⁹ Ві	
Ф. Ф. Карпешин, М. Б. Тржасковская	308
Влияние внутриядерных каскадов на состав и энергию фрагментов ядерных реакций ${\sf Si}(p,x)$ и ${\sf Fe}(p,x)$	
Н. В. Новиков, Н. Г. Чеченин, Т. В. Чувильская, В. Я. Чуманов, А. А. Широкова	315
ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ И ПОЛЯ	
Эксперимент	
${\mathcal M}$ змерение отношения выходов Σ^0/Λ^0 в pA -взаимодействиях при 70 Гэ ${ m B}$	
А. П. Воробьёв, А. А. Киряков, В. М. Роньжин, В. Н. Рядовиков, Ю. П. Петухов	324
Кумулятивные π -мезоны в $^{12}\mathrm{C}+^{9}\mathrm{B}\mathrm{e}$ -взаимодействиях при 3.2 Гэ $\mathrm{B}/\mathrm{нуклон}$	
Б. М. Абрамов, М. Базнат, Ю. А. Бородин, С. А. Булычев, И. А. Духовской, А. П. Крутенкова, В. В. Куликов, М. А. Мартемьянов, М. А. Мацюк, Е. Н. Турдакина	331
A-зависимость образования в переднем направлении заряженных адронов и ядерных фрагментов в CPb- и CC-взаимодействиях при энергии пучка 19.6 ГэB/нуклон	
А. Г. Афонин, М. Ю. Боголюбский, А. А. Волков, Д. К. Елумахов, В. Н. Запольский, А. А. Иванилов, А. Ю. Калинин, А. Н. Криницын, Н. В. Кулагин, В. И. Крышкин, Д. И. Паталаха, К. А. Романишин, В. В. Скворцов, В. В. Талов, Л. К. Турчанович, Ю. А. Чесноков	339
Теория	
Эффекты радиационных поправок в процессе Дрелла-Яна при сверхвысоких инвариантных массах дилептона	
В. А. Зыкунов	348

= ЯДРА =

ФОТОНЕЙТРОННЫЕ РЕАКЦИИ НА ЯДРЕ ⁵¹V: СИСТЕМАТИЧЕСКИЕ ПОГРЕШНОСТИ ЭКСПЕРИМЕНТОВ И НОВЫЕ ОЦЕНЕННЫЕ ДАННЫЕ

© 2021 г. В. В. Варламов^{1)*}, А. И. Давыдов²⁾, В. Н. Орлин¹⁾

Поступила в редакцию 22.07.2020 г.; после доработки 22.07.2020 г.; принята к публикации 22.07.2020 г.

С помощью объективных физических критериев показано, что сечения парциальных фотонейтронных реакций на ядре ⁵¹V, полученные с использованием метода разделения фотонейтронов по множественности в основном в Ливерморе (США) и Сакле (Франция), не являются достоверными вследствие присутствия в них значительных систематических погрешностей. В рамках экспериментальнотеоретического метода оценены новые сечения таких реакций, удовлетворяющие критериям достоверности данных. Детально проанализированы расхождения оцененных и экспериментальных сечений реакций. Установлено, что в случае относительно легкого ядра ⁵¹V основной причиной существенных систематических погрешностей процедуры идентификации нейтронов из реакций (γ , 1n), (γ , 1n1p) и (γ , 2n), использованной в Ливерморе, является отсутствие учета роли реакции (γ , 1n1p).

DOI: 10.31857/S0044002721030156

1. ВВЕДЕНИЕ

Одной из давних и широко известных специалистам проблем экспериментальных исследований фоторасщепления атомных ядер является причина существенных систематических расхождений между экспериментальными сечениями парциальных реакций $(\gamma, 1n)$, $(\gamma, 2n)$ и $(\gamma, 3n)$, полученными в Ливерморе (США) и Сакле (Франция) с помощью метода разделения фотонейтронов по множественности [1—3]. Для 19 ядер (⁵¹V, ⁷⁵As, ⁸⁹Y, ⁹⁰Zr, ¹¹⁵In, ^{116,117,118,120,124}Sn, ¹²⁷I, ¹³³Cs, ¹⁵⁹Tb, ¹⁶⁵Ho, ¹⁸¹Ta, ¹⁹⁷Au, ²⁰⁸Pb, ²³²Th, ²³⁸U), исследованных в обеих лабораториях, было установлено [4-6], что, несмотря на значительный разброс данных, как правило, сечения реакции $(\gamma, 1n)$ имеют заметно бо́льшие (до 100%) величины в Сакле, тогда как сечения реакции $(\gamma, 2n)$ напротив, в Ливерморе. Средние значения соответствующих интегральных сечений для рассматриваемых реакций существенно различаются: $\langle R(n) \rangle = \langle \sigma_{\text{Cakhe}}^{\text{HHT}}(\gamma, 1n) / \sigma_{\text{Ливермор}}^{\text{HHT}}(\gamma, 1n) \rangle = 1.08,$

 $\langle R(2n) \rangle = \langle \sigma_{\text{Сакле}}^{\text{инт}}(\gamma, 2n) / \sigma_{\text{Ливермор}}^{\text{инт}}(\gamma, 2n) \rangle = 0.83.$ Поскольку при таких больших систематических погрешностях, намного превышающих достигнутые статистические точности (~5–10%), неясно, какие именно сечения являются достоверными и могут (должны!) применяться в исследованиях и приложениях, экспериментальные сечения парциальных реакций для большого числа ядер (⁵⁹Co, 63,65 Cu, 75 As, 80 Se, $^{90-94}$ Zr, 115 In, $^{112-124}$ Sn, 133 Cs, 138 Ba, 159 Tb, 181 Ta, $^{186-192}$ Os, 197 Au, 208 Pb, 209 Bi и некоторые другие) были проанализированы с использованием объективных физических критериев достоверности данных по сечениям парциальных фотонейтронных реакций. В качестве таких критериев были предложены [7–9] следующие:

— отношения сечений конкретных парциальных реакций $\sigma(\gamma, in)$ к сечению реакции выхода нейтронов $\sigma(\gamma, xn)$

$$F_{i} = \sigma(\gamma, in) / \sigma(\gamma, xn) =$$
(1)
= $\sigma(\gamma, in) / [\sigma(\gamma, 1n) + 2\sigma(\gamma, 2n) +$
+ $3\sigma(\gamma, 3n) + ...],$

полученные по экспериментальным данным, $F_i^{\text{эксп}}$, в соответствии с определением не должны превышать значений 1.00, 0.50, 0.33 соответственно для i = 1, 2 и 3;

отношения F_i^{эксп} (и соответствующие им сечения парциальных реакций) определенно должны быть положительными;

¹⁾Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д.В. Скобельцына Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия.

²⁾Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия.

^{*}E-mail: Varlamov@depni.sinp.msu.ru

— отношения $F_i^{\text{эксп}}$ не должны заметно отличаться от значений $F_i^{\text{теор}}$, рассчитываемых в рамках комбинированной модели фотоядерных реакций (КМФЯР)[10, 11].

Значения $F_i^{
m эксп}$, не удовлетворяющие хотя бы одному из предложенных критериев, свидетельствуют о том, что сечения парциальных реакций получены с существенными систематическими погрешностями и вследствие этого не могут считаться достоверными.

На основании анализа значений $F_i^{\text{эксп}}$ для большого количества указанных выше ядер было установлено, что во многих случаях экспериментальные сечения парциальных реакций, полученные как в Ливерморе, так и в Сакле, не являются достоверными. Во многих сечениях либо присутствуют физически запрещенные отрицательные значения, либо значения $F_i^{\text{эксп}}$ заметно превышают указанные выше физические пределы или существенно отличаются от значений $F_i^{\text{теор}}$ [5–9, 12–21].

Для оценки того, как могут выглядеть сечения парциальных реакций при достаточно достоверных сечениях реакции выхода нейтронов $\sigma(\gamma, xn)$ [2], был предложен [7] экспериментальнотеоретический метод, в котором сечения парциальных реакций, удовлетворяющих физическим критериям достоверности, определяются следующим образом:

$$\begin{split} \sigma^{\text{oueh}}(\gamma,in) &= F_i^{\text{teop}} \sigma^{\text{skcn}}(\gamma,xn) = \\ &= [\sigma^{\text{teop}}(\gamma,in) / \sigma^{\text{teop}}(\gamma,xn)] \sigma^{\text{skcn}}(\gamma,xn), \end{split}$$

т.е. практически не зависят от проблем экспериментального разделения нейтронов по множественности, поскольку сечения реакции выхода $\sigma^{
m эксп}(\gamma,xn)$ зависят от проблем множественности весьма слабо, так как включают в себя нейтроны, образующиеся во всех парциальных реакциях, а отношения $F_i^{
m reop}$ от этих проблем полностью не зависят [4–6].

Было установлено [5-9, 12-21], что в большинстве случаев экспериментальные сечения парциальных фотонейтронных реакций, полученные и в Ливерморе и в Сакле, существенно отличаются от оцененных сечений. Было показано, что расхождения обусловлены систематическими погрешностями процедуры экспериментальной идентификации принадлежности регистрируемых нейтронов реакциям $(\gamma, 1n), (\gamma, 2n)$ и $(\gamma, 3n)$ в использовавшемся методе разделения нейтронов по множественности, предусматривающем определение множественности детектируемого нейтрона по его измеряемой кинетической энергии. Были сделаны выводы о том, что такие систематические погрешности могут иметь несколько разных причин, определенным образом связанных с особенностями спектров нейтронов, образующихся в разных реакциях,

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА том 84 № 4 2021

и использованных нейтронных детекторов [8, 22], а также с некоторыми техническими проблемами экспериментов Ливермора.

Кроме того, было установлено, что в случаях некоторых ядер, прежде всего, ⁷⁵As [9], ¹²⁷I, ¹⁸¹Ta [13], ²⁰⁸Pb, дополнительно наблюдаются систематические расхождения результатов экспериментов в Ливерморе и Сакле, имеющие совершенно иную причину. В случаях этих ядер обнаружены существенные расхождения между данными Ливермора и Сакле (а также и данными, оцененными с помощью экспериментально-теоретического метода) не только для сечений парциальных реакций, но и для сечения реакции выхода нейтронов $\sigma^{эксп}(\gamma, xn)$ и сечения полной фотонейтронной реакции

$$\sigma^{\mathfrak{skcn}}(\gamma, Sn) = \sigma^{\mathfrak{skcn}}(\gamma, 1n) +$$

$$+ \sigma^{\mathfrak{skcn}}(\gamma, 2n) + \sigma^{\mathfrak{skcn}}(\gamma, 3n)$$
(3)

даже в области малых энергий (до порога B2n реакции $(\gamma, 2n)$), в которой имеются нейтроны только из реакции $(\gamma, 1n)$, проблемы множественности нейтронов отсутствуют, и сечения $\sigma^{\operatorname{эксп}}(\gamma, 1n)$, $\sigma^{\operatorname{эксп}}(\gamma, xn)$ и $\sigma^{\operatorname{эксп}}(\gamma, Sn)$ должны быть идентичными. Было показано, что расхождения в десятки процентов величины могут быть объяснены только техническими проблемами экспериментов Ливермора для этих ядер, в результате которых значительная часть нейтронов из реакции $(\gamma, 1n)$ была потеряна.

Еще одна разновидность причин обсуждаемых систематических расхождений результатов разных экспериментов была установлена [21] в случае относительно легкого ядра 59Со, для которого были выполнены два эксперимента в Ливерморе — ранний [23] и более поздний [24], в которых реализации метода разделения нейтронов по множественности существенно различались. В эксперименте [23] идентификация множественности нейтрона существенно зависела от места его детектирования в объеме детектора, а в эксперименте [24] эта зависимость была в значительной степени ослаблена. На основании детального анализа расхождений между экспериментальными и оцененными сечениями реакций было показано [21], что в случае ядра ⁵⁹Со основную роль играет отсутствие в раннем эксперименте [23] учета вклада реакции (γ , 1n1p). Согласно результатам расчетов в рамках КМФЯР в случаях относительно легких ядер сечение этой фотопротонной реакции и по величине и по энергетическому положению оказывается весьма близким к сечению реакции ($\gamma, 2n$). Это очень важное обстоятельство, поскольку во всех экспериментах Ливермора и Сакле вследствие прямой регистрации нейтрона фактически изучалась сумма реакций $(\gamma, 1n) + (\gamma, 1n1p)$. Распределение энергии



Рис. 1. Отношения $F_1^{_{9KCII}}$ и $F_2^{_{9KCII}}$, полученные для ядра 51 V с использованием экспериментальных данных Ливермора ([23], треугольники) и Сакле ([25], квадраты), в сравнении с результатами расчетов $F_{1,2}^{_{TCOP}}$ (КМФЯР [10, 11], кривые).

возбуждения исследованного ядра между нейтроном и протоном в двухнуклонной реакции (γ , 1n1p) происходит приблизительно так же, как и между двумя нейтронами в двухнейтронной реакции (γ , 2n), однако в первой из них множественность нейтрона равна 1, а во второй — 2. Присутствие в случае относительно легких ядер в фотонейтронных реакциях заметного количества нейтронов с малыми энергиями, но с множественность в процесс идентификации множественности нейтрона по его энергии.

Вследствие такой причины проблема систематических погрешностей сечений парциальных фотонейтронных реакций на относительно легком ядре ⁵¹V представляет большой интерес, особенно в сравнении с результатами исследования этих реакций на ядре ⁵⁹Со [23]. К тому же в случае ядра ⁵¹V, в отличие от случая для ядра ⁵⁹Со, для которого имелись лишь результаты двух экспериментов Ливермора, имеется и результат эксперимента Сакле [25], а также и сечение реакции выхода нейтронов, полученное на пучке тормозного у-излучения [26]. Настоящее исследование посвящено получению с помощью экспериментально-теоретического метода, основанного на использовании объективных физических критериев достоверности данных, новых сечений парциальных фотонейтронных реакций на ядре ⁵¹V, наиболее легком из 19 упомянутых выше ядер, и детальному обсуждению причин расхождений оцененных и экспериментальных сечений реакций, полученных в разных экспериментах.



Рис. 2. Сравнение экспериментальных ([23] — треугольники, [25] — квадраты, [26] — звезды) сечений реакции выхода нейтронов $\sigma^{\text{эксп}}(\gamma, xn)$ для ядра ⁵¹ V с сечением $\sigma^{\text{теор}}(\gamma, xn)$, рассчитанным в рамках КМФЯР [10, 11], — кривые. Кривые: штриховая — данные до, сплошная — данные после дополнительной коррекции (см. далее).

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ СЕЧЕНИЯ ПАРЦИАЛЬНЫХ ФОТОНЕЙТРОННЫХ РЕАКЦИЙ НА ЯДРЕ ⁵¹V И ОБЪЕКТИВНЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ КРИТЕРИИ ДОСТОВЕРНОСТИ ДАННЫХ

Как отмечалось во Введении, в качестве объективных физических критериев достоверности данных по сечениям парциальных фотонейтронных реакций были предложены [7] отношения F_i (1) сечений определенных парциальных реакций $\sigma(\gamma, in)$ к сечению реакции выхода нейтронов $\sigma(\gamma, xn)$. Поскольку энергетические пороги B1n1p и B2n реакций ${}^{51}V(\gamma, 1n1p){}^{49}$ Ті и ${}^{51}V(\gamma, 2n){}^{49}V$ очень близки, соответственно равны 19.0 и 20.4 МэВ, в обсуждаемой области энергий налетающих фотонов до ~30.0 МэВ должны быть учтены соотношения между обеими реакциями. Так как порог B1n1p относительно низок, во всей области сравнения данных для реакции с вылетом одного и двух нейтронов для первой из них далее будет использоваться обозначение " $(\gamma, 1n) + (\gamma, 1n1p)$ ".

Сравнение отношений $F_1^{\text{эксп}}$ и $F_2^{\text{эксп}}$, полученных соответственно для реакций $(\gamma, 1n) + (\gamma, 1n1p)$ и $(\gamma, 2n)$ на ядре ⁵¹V с использованием экспериментальных данных Ливермора [22] и Сакле [25], с рассчитанными отношениями $F_{1,2}^{\text{теор}}$ [10, 11] представлено на рис. 1. Видно, что, несмотря на то

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА том 84 № 4 2021

что отношения $F_{1,2}^{{}_{9}\kappa cn}$ не содержат физически запрещенных отрицательных значений или значений, превышающих соответствующие физически обусловленные верхние пределы (соответственно 1.00 и 0.50), отношения $F_{1,2}^{{}_{9}\kappa cn}$, полученные по данным как Ливермора, так и Сакле, существенно отличаются от отношений $F_{1,2}^{{}_{1}reop}$, рассчитанных в КМФЯР [10, 11], причем для данных Ливермора расхождения $F_{1,2}^{{}_{9}\kappa cn}$ и $F_{1,2}^{{}_{1}reop}$ весьма велики. Как отмечалось ранее, расхождения между теоретическими и экспериментальными данными для отношений F являются свидетельством того, что к достоверности экспериментальных данных могут предъявляться определенные претензии, весьма серьезные в случае данных Ливермора [23].

3. ОЦЕНКА НОВЫХ ДОСТОВЕРНЫХ СЕЧЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-ТЕОРЕТИЧЕСКОГО МЕТОДА

С целью преодоления проблем систематических расхождений данных по сечениям парциальных реакций, полученных в разных экспериментах, был использован экспериментально-теоретический метод [7] оценки сечений таких реакций (2), свободный от погрешностей экспериментального метода

ВАРЛАМОВ и др.

Таблица 1. Экспериментальные [23, 25, 26] и теоретические [10, 11] интегральные сечения $\sigma^{\text{инт}}$ (в МэВ мбн) и центры тяжести $E^{\text{ц.т.}}$ (в МэВ) реакции выхода нейтронов $\sigma(\gamma, xn)$ для ядра ⁵¹V (рассчитанные до энергии $E^{\text{инт}} = B2n = 20.39 \text{ МэВ}$)

	$\sigma^{ m int}$	$E^{\mathrm{c.g.}}$
Эксперимент НИИЯФ МГУ, Москва [26]	293.80 ± 2.43	17.84 ± 0.61
Эксперимент Ливермора [23]	316.67 ± 1.92	17.62 ± 0.41
Эксперимент Сакле [25]	330.43 ± 1.37	17.80 ± 0.29
Расчеты в КМФЯР [11, 12] до корректировки	354.34 ± 6.58	17.72 ± 1.39
Расчеты в КМФЯР после корректировки	327.34 ± 6.08	17.75 ± 1.39

Таблица 2. Интегральные сечения $\sigma^{инт}$ (в МэВ мбн) оцененных сечений полной и парциальных фотонейтронных реакций на ядре ⁵¹V и экспериментальных сечений [23, 25], рассчитанные до энергии $E^{инт} = 27.30$ МэВ

Реакция	Ливермор [23]	Сакле [25]	Оценка
$(\gamma, xn)^*$	629.36 ± 4.44	663.92 ± 2.59	651.62 ± 8.00
(γ, Sn)	532.67 ± 4.36	588.56 ± 2.58	587.17 ± 7.54
$(\gamma, 1n) + (\gamma, 1n1p)$	434.29 ± 4.50	513.26 ± 2.15	522.73 ± 7.40
$(\gamma, 2n)$	96.66 ± 2.59	75.30 ± 1.42	64.45 ± 1.47

 * Экспериментальное сечение реакции выхода нейтронов $\sigma(\gamma, xn)$ [25], использованное в процедуре оценки (2).

разделения нейтронов по множественности. Новые достоверные оцененные сечения были получены с использованием экспериментальных сечений реакции выхода нейтронов $\sigma^{\text{эксп}}(\gamma, xn)$ и отношений $F_i^{\text{теор}}$, рассчитанных в КМФЯР [10, 11] для большого количества ядер [5–9, 12–21].

Как отмечалось выше, в случае ядра 51 V данные по сечению реакции выхода нейтронов $\sigma^{\mathfrak{skcn}}(\gamma, xn)$ были определены в трех экспериментах [23, 25, 26]. Для выбора среди них наиболее подходящего для использования в процедуре оценки (2) в рамках экспериментально-теоретического метода все три экспериментальных сечения сравнивались (рис. 2) с результатами расчетов в рамках КМФЯР [10, 11]. Соответствующие данные для интегральных сечений и центров тяжести сравниваемых сечений приведены в табл. 1. Видно, что сечение $\sigma^{\text{теор}}(\gamma, xn)$, рассчитанное в КМФЯР, существенно отличается от результата эксперимента, выполненного в НИИЯ Φ МГУ на пучке тормозного γ -излучения, в целом согласуется с результатами экспериментов Ливермора и Сакле, тем не менее оказываясь гораздо ближе к последнему. Именно по этой причине сечение реакции выхода нейтронов $\sigma^{\mathsf{эксп}}(\gamma, xn)$, полученное в Сакле [25], было в дальнейшем использовано в процедуре (2) оценки сечений в рамках экспериментально-теоретического метода. Поскольку сечение [26] существенно отличается от остальных экспериментальных [23, 25] сечений и теоретического сечения, оно в дальнейшем не использовалось.

Несмотря на то, что экспериментальное [25] и теоретическое [10, 11] сечения реакции выхода нейтронов $\sigma(\gamma, xn)$ достаточно близки, последнее дополнительно слегка корректировалось для достижения еще лучшего согласия. С использованием данных, приведенных в табл. 2. $\sigma^{\text{теор}}(\gamma, xn)$ было сдвинуто в сторону меньших энергий на величину 0.08 МэВ (17.80 МэВ-17.72 МэВ) и умножено на коэффициент 0.93 (330.43/354.34). Соответствующие изменениям, связанным с такой корректировкой, отношения $F_i^{\text{теор}}$ были использованы в процедуре оценки (2) для получения новых сечений парциальных реакций $\sigma^{\text{оцен}}(\gamma, 1n) + \sigma^{\text{оцен}}(\gamma, 1n1p)$ и $\sigma^{\text{оцен}}(\gamma, 2n)$. В результате их суммирования, аналогичного суммированию (3), было получено также оцененное сечение полной фотонейтронной реакции (4) (см. ниже).

Все оцененные сечения реакций для ядра 51 V в сравнении с экспериментальными данными Сакле и Ливермора представлены на рис. 3. Соответствующие значения интегральных сечений реакций приведены в табл. 2. Данные рис. 3 и табл. 2 свидетельствуют о том, что:

– в Сакле [25] интегральное сечение $\sigma^{\text{инт}}$ для реакции $(\gamma, 1n) + (\gamma, 1n1p)$, рассчитанное по дан-

ным эксперимента, имеет величину, на 1.8% (513.26 против 522.73 МэВ мбн) меньшую по сравнению с величиной $\sigma^{инт}$ для оцененного сечения, тогда как для реакции (γ , 2n), напротив, величину, на 16.8% (75.30 против 64.45 МэВ мбн) бо́льшую по сравнению с величиной $\sigma^{инт}$ для оцененного сечения;

- в Ливерморе [23] $\sigma^{инт}$ для реакции (γ , 1n) + + (γ , 1n1p), рассчитанное по данным эксперимента, имеет величину, на 20.4% (434.29 — 522.73 МэВ мбн) меньшую по сравнению с величиной $\sigma^{инт}$ для оцененного сечения, тогда как для реакции (γ , 2n), напротив, имеет величину, на 50.0% (96.66 вместо 64.45 МэВ мбн) бо́льшую по сравнению с величиной $\sigma^{инт}$ для оцененного сечения.

Обнаруженные значительные расхождения (занижение экспериментального сечения реакции $(\gamma, 1n)$ и завышение экспериментального сечения реакции $(\gamma, 2n)$ по сравнению с соответствующими оцененными сечениями) являются типичными [5–9, 12–21] для данных Ливермора. Именно такие расхождения наблюдались в случаях большого количества среднетяжелых ядер, исследованных ранее. Их основной причиной является недостоверное перемещение части нейтронов из реакции $(\gamma, 1n)$ в сечения реакции $(\gamma, 2n)$ вследствие определенных конструктивных особенностей детектора нейтронов, которые будут описаны ниже.

Следует особо отметить, что наблюдаемые аналогичные (занижение экспериментального сечения реакции ($\gamma, 1n$) и завышение экспериментального сечения реакции ($\gamma, 2n$) по сравнению с соответствующими оцененными сечениями), хотя и незначительные расхождения, типичные для данных Ливермора, для данных Сакле являются нетипичными. Это свидетельствует о том, что в случае ядра ⁵¹V наряду с традиционным недостоверным завышением сечения реакции ($\gamma, 1n$), вызванным описанными ниже особенностями детектора нейтронов, присутствует и нетрадиционное и более сильное завышение сечения реакции (γ , 2n), связанное с появлением дополнительного количества нейтронов с малыми энергиями, которые отсутствовали в случаях среднетяжелых ядер. С учетом приведенных выше данных обо всех возможных в исследуемой области энергий фотонов парциальных фотонейтронных реакциях, а также о реакции выхода нейтронов следует сделать вывод о том, что источником таких нейтронов может служить лишь фотопротонная реакция ($\gamma, 1n1p$), вклад которой, как отмечалось выше, в экспериментах Ливермора и Сакле не учитывался.

С целью детального исследования всех причин обнаруженных расхождений между экспериментальными и оцененными сечениями парциальных реакций для ядра ⁵¹V раздельно для реакций

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА том 84 № 4 2021



Рис. 3. Сравнение оцененных (кружки) и экспериментальных ([23] — треугольники, [25] — квадраты) сечений реакций на ядре ⁵¹ V. $a - \sigma(\gamma, xn), \delta - \sigma(\gamma, Sn), s - \sigma(\gamma, 1n) + \sigma(\gamma, 1n1p), z - \sigma(\gamma, 2n).$



Рис. 4. Сравнение разностей $\Delta \sigma$ (4) между оцененными и экспериментальными сечениями реакций (γ , 1n) + (γ , 1n1p) и (γ , 2n) для ⁵¹ V. Символы: треугольники — реакция (γ , 1n) + (γ , 1n1p), ромбы — реакция (γ , 2n), данные Ливермора [23]; квадраты — реакция (γ , 1n) + (γ , 1n1p), кружки — реакция (γ , 2n), данные Сакле [25]. Обе кривые: реакция (γ , 1n1p), расчетные данные КМФЯР [11, 12].

 $(\gamma,1n)+(\gamma,1n1p)$ и $(\gamma,2n)$ были получены разности

$$\Delta \sigma = \sigma^{\text{oueh}} - \sigma^{\text{эксп}}.$$
 (4)

Эти разности представлены на рис. 4 в сравнении с сечением $\sigma(\gamma, 1n1p)$, рассчитанным в КМФЯР [10, 11]. Такое сравнение сделано в связи с тем, что результаты таких расчетов свидетельствуют о том, что характеристики этого сечения весьма близки к характеристикам сечения $\sigma(\gamma, 2n)$. Так, максимум $\sigma(\gamma, 1n1p)$ с величиной 12.03 мбн расположен при энергии фотонов $E_{\gamma} = 24.4$ МэВ, а максимум $\sigma(\gamma, 2n)$ с величиной 11.93 мбн — при энергии $E_{\gamma} = 23.6$ МэВ.

Из данных рис. 4 видно, что разности $\Delta \sigma$ (4), полученные для данных Сакле и Ливермора, различаются существенным образом. В Сакле в области энергий, больших *B*2*n*, сечение реакции с одним нейтроном оказывается на величину ~4–6 мбн меньшей, а сечение реакции с двумя нейтронами на величину ~2–3 мбн бо́льшей по сравнению с соответствующими оцененными сечениями. Таким образом, разности $\Delta \sigma[(\gamma, 1n) + (\gamma, 1n1p)]$ и $\Delta \sigma(\gamma, 2n)$ не выглядят друг относительно друга как "отражения в зеркале", как это наблюдалось в тех случаях среднетяжелых ядер [5–9, 12–21], когда расхождения между сечениями реакций с одним и

двумя нейтронами интерпретировались как результат недостоверного перемещения части нейтронов из реакции $(\gamma, 2n)$ в реакцию $(\gamma, 1n)$. Такое соотношение полученных разностей свидетельствует о том, что в случае относительно легкого ядра ⁵¹V наряду с традиционным недостоверным завышением некоторого количества нейтронов в канале 1*п* проявляется более существенное недостоверное завышение количества нейтронов в канале 2*n*. Как уже отмечалось выше, дополнительные нейтроны с малой энергией, близкой к энергии нейтронов из реакции (γ , 2n), в исследуемой области энергий фотонов могут образовываться только в реакции $(\gamma, 1n1p)$. Поскольку при этом они имеют множественность не 2, а 1, это может приводить к возрастанию систематических погрешностей статистического анализа событий с числом нейтронов 1 и 2, использовавшегося для разделения реакций $(\gamma, 1n)$ и $(\gamma, 2n)$.

В случае данных Ливермора [23] реакция $(\gamma, 1n1p)$ играет еще более существенную роль. Согласно данным рис. 3, 4 и табл. 2 при энергиях $E_{\gamma} > B2n$ разности $\Delta \sigma$ (4) для реакций $(\gamma, 1n) + (\gamma, 1n1p)$ и $(\gamma, 2n)$ имеют значения около 10–15 мбн, т.е. в 2.5–3.0 раза бо́льшие, чем разности для данных Сакле. При этом разности для обеих реакций по абсолютной величине весьма близки

к сечению реакции $(\gamma, 1n1p)$, рассчитанному в КМФЯР. Это дополнительно свидетельствует о том, что большинство нейтронов, недостоверно приписываемых реакции $(\gamma, 2n)$, принадлежат не реакции $(\gamma, 1n)$, а реакции $(\gamma, 1n1p)$.

Эта роль реакции $(\gamma, 1n1p)$ наглядно подтверждается приведенными на рис. 5 данными для дополнительных разностей

$$\Delta \sigma_{1n1p} = \sigma^{\text{оцен}} - \sigma^{\text{эксп}} - \sigma_{1n1p}^{\text{теор}}, \qquad (5)$$

полученных после вычитания соответствующих вкладов реакции $(\gamma, 1n1p)$, рассчитанных В КМФЯР. Хорошо видно, что в области энергий E > B2n после вычитания вклада реакции $(\gamma, 1n1p)$ расхождения между оцененными и экспериментальными данными Ливермора в случае реакции ($\gamma, 1n$) значительно (от величин ~15 мбн до величин ~5 мбн) уменьшаются. В случае реакции $(\gamma, 2n)$ разности $\Delta \sigma_{1n1p}$ (5) не только также существенно изменяются, но и меняют свой знак (от значений ~ -6 мбн до значений $\sim +6$ мбн). При этом и те и другие разности $\Delta \sigma_{1n1p}$ (5), полученные по данным Ливермора, становятся весьма близкими к соответствующим разностям $\Delta \sigma$ (4), полученным по данным Сакле для реакции $(\gamma, 1n)$, для которых, как отмечалось ранее, реакция $(\gamma, 1n1p)$ играет существенно меньшую роль.

Такая ситуация с данными для ядра ⁵¹V весьма близка к ситуации для ядра ⁵⁹Со, исследованного в том же эксперименте Ливермора [23], которая кратко описывалась выше. На основании результатов детального сравнения данных для ядра ⁵⁹Со, полученных в эксперименте Ливермора [23, 24], было показано [21], что значительные расхождения между экспериментальными [23] и оцененными сечениями парциальных реакций обусловлены именно недостоверным завышением сечения реакции (γ , 2n) вследствие присутствия заметного количества нейтронов из реакции (γ , 1n1p).

Таким образом, может быть сделано заключение о том, что в эксперименте Ливермора [23] для обоих ядер ⁵¹V и ⁵⁹Co основной причиной недостоверного распределения нейтронов между каналами 1*n* и 2*n* являются погрешности в идентификации принадлежности нейтронов не к реакциям (γ , 1*n*) и (γ , 2*n*), а к реакциям (γ , 2*n*) и (γ , 1*n*1*p*) [5–9, 12–21].

Дополнительно следует отметить, что в случае данных Ливермора для ядра ⁵¹V наблюдаются (рис. 3) относительно большие (около 5–7 мбн) разности (4) в области энергий до порога B2n == 20.39 МэВ реакции (γ , 2n), в которой присутствуют нейтроны только из реакции (γ , 1n), и обсуждаемые проблемы множественности нейтронов отсутствуют. Как отмечалось выше, при детальных исследованиях похожих ситуаций в случаях ядер

⁷⁵As [9], ¹²⁷I, ¹⁸¹Та [13] и ²⁰⁸Рь было показано, что это может быть следствием проявления в экспериментах систематических погрешностей иного рода, не связанных с недостоверным определением множественности нейтронов, а именно с потерей некоторого количества нейтронов из реакции $(\gamma, 1n)$. Следует обратить внимание на то обстоятельство, что, как и в случаях ядер ⁷⁵As, ¹²⁷I, ¹⁸¹Та и ²⁰⁸Pb, возможное устранение выявленных расхождений в области энергий до B2n = 20.39 МэВ для данных по реакции $(\gamma, 1n)$ с использованием простой нормализации, естественно, приводит к существенному возрастанию расхождений между значениями $\sigma^{\text{инт}}$ для реакции $(\gamma, 2n)$. В случае ядра ⁵¹V согласно данным табл. 2 такая нормализация (умножение на коэффициент 1.18 (522.73/439.29)), естественно, сближает значения $\sigma^{инт}$ для реакции $(\gamma, 1n)$, однако вместе с тем также естественно приводит к существенному возрастанию расхождений между $\sigma^{\text{инт}}$ для реакции $(\gamma, 2n) - 114.06$ вместо 96.6 МэВ мбн по сравнению с 64.45 МэВ мбн. Все сказанное свидетельствует о том, что сомнения в достоверности данных, полученных в эксперименте

При этом остается неясным, почему реакция $(\gamma, 1n1p)$ играет большую роль в экспериментах Ливермора [23] для ядер ⁵¹V и ⁵⁹Co, но относительно небольшую роль в эксперименте Сакле для ядра ⁵¹V [25], хотя в обеих лабораториях для исследования парциальных реакций используется метод разделения нейтронов по множественности. По-видимому, эти различия связаны не с методом определения множественности нейтронов по их энергии, а с особенностями систем регистрации нейтронов разных энергий, которые в Сакле и Ливерморе различаются.

Ливермора [23], являются очень серьезными.

4. ОСОБЕННОСТИ СИСТЕМ РЕГИСТРАЦИИ НЕЙТРОНОВ В САКЛЕ И ЛИВЕРМОРЕ

Как отмечалось выше, основу систем регистрации нейтронов, использовавшихся в Сакле и Ливерморе, составляли детекторы нейтронов типа "slowing-down", в которых между короткими импульсами линейного электронного ускорителя специальными счетчиками осуществлялся подсчет нейтронов из исследуемых реакций, замедленных до тепловых энергий, однако методы регистрации нейтронов различались.

В Сакле [23] фотонейтроны детектировались сцинтиллятором (N.E. 223) большого объема (250 л, сфера диаметром 1 м), обогащенным ядрами гадолиния ¹⁶⁰Gd, который одновременно служил и замедлителем нейтронов [27]. Для регистрации вспышек событий захвата тепловых нейтронов



Рис. 5. Сравнение разностей $\Delta \sigma_{1n1p}$ (5) между оцененными и экспериментальными сечениями реакций (γ , 1n) + + (γ , 1n1p) и(γ , 2n) для ⁵¹ V. Символы: полузаполненные треугольники — реакция (γ , 1n) + (γ , 1n1p), полузаполненные ромбы — реакция (γ , 2n), данные Ливермора [23]; квадраты — реакция (γ , 1n) + (γ , 1n1p), кружки — реакция (γ , 2n), данные Сакле [25].

ядрами гадолиния весь объем детектора просматривался восемью фотоумножителями. Достаточно высокая (~85%) эффективность детектора относительно слабо зависела от энергии нейтронов и позволяла достигать достаточно высоких значений эффективности регистрации двух нейтронов из реакции $(\gamma, 2n)$ и трех нейтронов из реакции $(\gamma, 3n)$ соответственно $\sim 36.0\%$ и $\sim 21.6\%$. Таким образом, события реакций $(\gamma, 1n), (\gamma, 2n)$ и $(\gamma, 3n)$ с достаточно высокой эффективностью регистрировались по всему объему детектора независимо от места захвата нейтронов ядрами гадолиния. Вместе с тем в работе [22] указывалось на то обстоятельство, что детектор Сакле имел достаточно высокий уровень фона, обусловленный, прежде всего, событиями с единственным нейтроном, который приводил к большим неопределенностям процессов вычитания фона и внесения поправок на просчеты. Таким образом, детектор Сакле был предрасположен к определенному завышению вклада нейтронов из реакции $(\gamma, 1n)$ по сравнению с их вкладом из реакции $(\gamma, 2n)$. Это, собственно, и представляет собой определенное недостоверное (ошибочное) перемещение некоторого количества нейтронов из реакции $(\gamma, 2n)$ в реакцию $(\gamma, 1n)$.

В Ливерморе ситуация в значительной степени отличалась. Тепловые нейтроны регистрирова-

лись 24 (в ранних экспериментах) и 48 (в поздних экспериментах) пропорциональными ¹⁰BF₃счетчиками, погруженными в большой (18 дюймов) куб из парафинового замедлителя и объединенными в концентрические кольца разного диаметра. Минимальный диаметр первого кольца счетчиков выбирался таким образом, чтобы соответствующего количества парафина было достаточно для высокой чувствительности счетчиков к нейтронам с энергиями 25 кэВ, 1.2 МэВ и 2 МэВ [27]. В ранних экспериментах [23] с помощью такой системы детектирования между импульсами ускорителя записывались события трех типов: (1) все случаи, когда нейтроны идентифицировались как "единственные"; (2) все случаи, когда появлялось два или более нейтронов, которые идентифицировались как "двойные"; (3) все случаи, когда появлялись три и более нейтронов, которые идентифицировались как "тройные". Для раздельного определения сечения реакций (γ , 1n), (γ , 2n) и (γ , 3n) использовался статистический анализ данных по записываемым нейтронным событиям и числам нейтронов, испускаемых при фоторасщеплении исследуемого ядра. В более поздних экспериментах [22] сечения парциальных реакций определялись с помощью множественности нейтронов, экспериментально определяемой по их энергии. Значения

эффективности детектора нейтронов определялись с помощью техники "кольцевых отношений" для каждой множественности и каждого значения данных. При такой конструкции детектора имеется определенная возможность недостоверного завышения вклада реакции ($\gamma, 2n$) по сравнению с вкладом реакции (γ , 1n), что, собственно, представляет собой перемещение части нейтронов из реакции $(\gamma, 1n)$ в реакцию $(\gamma, 2n)$. Это обусловлено тем, что некоторое количество нейтронов относительно больших энергий, образующихся предпочтительно в реакции $(\gamma, 1n)$ и не имеющих достаточного времени для замедления до тепловых энергий на пути к внутренним кольцам счетчиков, которые должны захватываться счетчиками внешних колец, вследствие процессов многократного рассеяния имеет некоторую вероятность возвращаться к внутренним кольцам счетчиков. Приведенная к эффективности 4π-детектора эффективность регистрации события "единственного" нейтрона составляла ~ 0.17 , т.е. была значительно ниже эффективности детектора Сакле. При этом во многих случаях эффективность детектора была недостаточной для регистрации "тройных" событий. Именно с этим может быть связано то, что для нескольких ядер (например, ¹¹⁵In, ¹²⁷I, ¹⁵⁹Tb, ¹⁸¹Ta, ¹⁹⁷Au, ²⁰⁸Pb) сечения реакции (γ , 3n) были получены в Сакле, но не были получены в Ливерморе.

Таким образом, главной причиной обнаруженных систематических расхождений между результатами экспериментов в Ливерморе и Сакле является недостоверное завышение некоторого количества нейтронов из реакции (γ , 1n) в Сакле и, напротив, из реакции (γ , 2n) в Ливерморе. Именно такие особенности систем детектирования нейтронов в Сакле и Ливерморе являются причинами наблюдаемых типичных систематических расхождений между сечениями реакций (γ , 1n) и (γ , 2n).

Обнаруженные в случаях ядер ⁵¹V и ⁵⁹Co нетипичные расхождения между сечениями реакций $(\gamma, 1n) + (\gamma, 1n1p)$ и $(\gamma, 2n)$ очевидно связаны с присутствием заметного количества нейтронов с относительно малыми энергиями, источником которых может быть лишь реакция ($\gamma, 1n1p$). Как отмечалось выше, в Сакле события с разными количествами нейтронов с достаточно высокой эффективностью регистрировались по всему объему детектора независимо от места захвата нейтронов ядрами гадолиния. Присутствие дополнительного количества нейтронов малых энергий с множественностью 1 вносило дополнительную неопределенность в процесс идентификации множественности нейтрона по его энергии с использованием соответствующего статистического анализа и приводило к обнаруженным нетипичным систематическим расхождениям между экспериментальными и оцененными сечениями парциальных реакций.

В Ливерморе реакция $(\gamma, 1n1p)$ играла существенно более важную роль. Это связано с такой конструктивной особенностью нейтронного детектора, как зависимость определяемой множественности нейтронов не только от их энергии, но и от места регистрации. Поскольку весь рабочий объем детектора был разделен кольцами счетчиков на несколько частей с разными количествами парафинового замедлителя, процесс детектирования нейтрона зависел от места регистрации. Нейтроны с бо́льшей энергией, предположительно из реакции $(\gamma, 1n)$, должны были регистрироваться преимущественно внешними кольцами, а нейтроны с относительно меньшей энергией из реакций $(\gamma, 2n)$ и $(\gamma, 1n1p)$ — внутренними.

Дополнительные нейтроны с относительно небольшими энергиями из реакции $(\gamma, 1n1p)$ вблизи внутренних колец счетчиков должны были приводить к существенному возрастанию систематических погрешностей соответствующего статистического анализа зарегистрированных событий. Таким образом, расхождения между экспериментальными [23] и оцененными сечениями парциальных реакций для ядра ⁵¹V могли быть обусловлены погрешностями интерпретации не только (и не столько) принадлежности нейтронов к реакциям $(\gamma, 1n)$ и $(\gamma, 2n)$, сколько их принадлежности к реакциям $(\gamma, 2n)$ и $(\gamma, 1n1p)$.

Метод "кольцевых отношений", в определенной степени, позволял анализировать зависимость энергии нейтронов (а следовательно, и их множественности) от толщины парафинового замедлителя между кольцами счетчиков [27-29] и тем самым снижать зависимость определяемой множественности нейтронов от места их регистрации. Средние энергии нейтронов из событий с одним, двумя и тремя нейтронами определялись для каждой точки данных, а в зависимости от этих энергий изменялись отношения чисел нейтронов, регистрируемых во внешних кольцах, к числам нейтронов, регистрируемых внутренними кольцами. И хотя эффективность детектора Ливермора не была такой высокой, как у детектора Сакле, что делало процесс определения множественности нейтронов в Ливерморе менее достоверным, использование метода "кольцевых отношений" в определенной степени этот недостаток компенсировало [22].

Важно отметить, что такая особенность детектора Ливермора позволяет объяснить расхождения результатов раннего [23] и позднего [24] экспериментов Ливермора для ядра ⁵⁹Со. В позднем эксперименте [24] использование описанного выше метода "кольцевых отношений" позволило снизить влияние реакции (γ , 1n1p) на величину сечения реакции (γ , 2n) для ядра ⁵⁹Со. Так, расхождение

между оцененным сечением реакции $(\gamma, 2n)$ и экспериментальным сечением, полученным с использованием метода "кольцевых отношений", оказалось [21] величиной ~5 мбн, т.е. существенно меньшей по сравнению с расхождениями ~15 мбн для эксперимента без метода "кольцевых отношений" [23].

Следует отметить, что расхождения оцененных сечений реакций от экспериментальных в случае эксперимента с использованием метода "кольцевых отношений" ядра ⁵⁹Со [24] оказываются весьма близкими к аналогичным расхождениям в случае ядра ⁵¹V для сечений, полученных Сакле [25].

5. ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

С помощью объективных физических критериев достоверности данных выполнен анализ экспериментальных сечений реакций $(\gamma, 1n) + (\gamma, 1n1p)$ и $(\gamma, 2n)$, полученных с помощью метода разделения фотонейтронов по множественности в Ливерморе [23] и Сакле [25] для ядра ⁵¹V. Показано, что данные, полученные в обеих лабораториях, таким установленным ранее критериям [7] не соответствуют: отношения $F_{1,2}^{\text{эксп}}$ (1), полученные по экспериментальным данным, существенно отличаются от $F_{1,2}^{\text{теор}}$, рассчитанных в КМФЯР [10, 11].

С помощью экспериментально-теоретического метода оценки сечений парциальных реакций [7], соответствующих физическим критериям достоверности, получены новые сечения парциальных $(\gamma, 1n)$ и $(\gamma, 2n)$ реакций, а также полной фотонейтронной реакции $(\gamma, Sn) = (\gamma, 1n) + (\gamma, 2n)$.

Расхождения между оцененными и экспериментальными сечениями парциальных реакций детально проанализированы с использованием результатов теоретических расчетов [10, 11] для реакций $(\gamma, 1n)$ и $(\gamma, 2n)$, а также реакции $(\gamma, 1n1p)$. Роль этой реакции в процессах фоторасщепления ядра ⁵¹V не учитывалась в экспериментах, как в Ливерморе [23], так и в Сакле [25], поскольку сечения реакции $\sigma(\gamma, 1n)$, полученные с помощью метода прямой регистрации нейтрона, в действительности представляли собой сумму $\sigma[(\gamma, 1n) + (\gamma, 1n1p)]$.

На основании данных о расхождениях между оцененными и экспериментальными сечениями парциальных реакций показано, что наблюдаемые существенные расхождения между данными экспериментов Ливермора [23] и Сакле [25] для относительно легкого ядра ⁵¹V обусловлены систематическими погрешностями идентификации принадлежности детектируемых нейтронов не столько к реакциям (γ , 1n) и (γ , 2n), как это наблюдалось в случаях среднетяжелых ядер, сколько к реакциям (γ , 2n) и (γ , 1n1p). Установлено также, что в данных, полученных в Ливерморе для ядра ⁵¹V [23], присутствуют и существенные систематические погрешности иного типа, аналогичные тем, которые были обнаружены ранее в случаях ядер ⁷⁵As, ¹²⁷I, ¹⁸¹Ta и ²⁰⁸Pb. Эти погрешности проявляются в значительных расхождениях между экспериментальными и оцененными сечениями реакции (γ , 1n) в области энергий фотонов до порога B2n реакции (γ , 2n), в которой проблемы множественности фотонейтронов отсутствуют, и обусловлены тем, что значительное количество нейтронов из реакции (γ , 1n) в эксперименте Ливермора [23] было потеряно.

Работа выполнена в Отделе электромагнитных процессов и взаимодействий атомных ядер Научно-исследовательского института ядерной физики имени Д.В. Скобельцына Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

Авторы выражают благодарность профессору Б.С. Ишханову за полезные дискуссии и большую помощь в анализе и интерпретации полученных данных.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. S. S. Dietrich and B. L. Berman, At. Data and Nucl. Data Tables **38**, 199 (1988).
- A. V. Varlamov, V. V. Varlamov, D. S. Rudenko, and M. E. Stepanov, INDC(NDS)-394, IAEA NDS (Vienna, Austria, 1999).
- 3. Международная электронная база данных по ядерным реакциям: Центр данных фотоядерных экспериментов (ЦДФЭ) Научно-исследовательского института ядерной физики имени Д.В. Скобельцына Московского государственного университета имени М. Β. Ломоносова, http://cdfe.sinp.msu.ru/index.ru.html; Секшия ядерных данных МАГАТЭ (International Atomic Energy Agency Nuclear Data Section), http://wwwnds.iaea.org/exfor; Национальный центр ядерных данных США (USA National Nuclear Data Center), http://www.nndc.bnl.gov/exfor/exfor00.htm
- 4. V. V. Varlamov, N. N. Peskov, D. S. Rudenko, and M. E. Stepanov, INDC(CCP)-440, IAEA NDS (Vienna, Austria, 2004), p. 37.
- 5. В. В. Варламов, Б. С. Ишханов, В. Н. Орлин, ЯФ 75, 1414 (2012) [Phys. At. Nucl. 75, 1339 (2012)].
- V. V. Varlamov, B. S. Ishkhanov, V. N. Orlin, and K. A. Stopani, Eur. Phys. J. A 50, 114 (2014).
- В. В. Варламов, Б. С. Ишханов, В. Н. Орлин, С. Ю. Трощиев, Изв. РАН. Сер. физ. 74, 884 (2010) [Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 74, 842 (2010)].
- 8. V. Varlamov, A. Davydov, V. Kaidarova, and V. Orlin, Phys. Rev. C **99**, 024608 (2019).

- 9. V. Varlamov, A. Davydov, B. Ishkhanov, V. Kaidarova, and V. Orlin, *International Conference on Nuclear Data for Science and Technology, May 19–* 24, 2019, Beijing, China, Conference Program & *Abstract Book* (China Nuclear Data Center, 2019), p. 144.
- 10. Б. С. Ишханов, В. Н. Орлин, ЭЧАЯ **38**, 460 (2007) [Phys. Part. Nucl. **38**, 232 (2007)].
- 11. Б. С. Ишханов, В. Н. Орлин, ЯФ **71**, 517 (2008) [Phys. At. Nucl. **71**, 493 (2008)].
- 12. B. S. Ishkhanov, V. N. Orlin, and V. V. Varlamov, EPJ Web Conf. **38**, 1203 (2012).
- В. Варламов, Б. С. Ишханов, В. Н. Орлин, Н. Н. Песков, М. Е. Степанов, ЯФ 76, 1484 (2013) [Phys. At. Nucl. 76, 1403 (2013)].
- В. В. Варламов, М. А. Макаров, Н. Н. Песков, М. Е. Степанов, ЯФ 78, 678 (2015) [Phys. At. Nucl. 78, 634 (2015).
- В. В. Варламов, М. А. Макаров, Н. Н. Песков, М. Е. Степанов, ЯФ 78, 797 (2015) [Phys. At. Nucl. 78, 746 (2015)].
- В. В. Варламов, А. И. Давыдов, М. А. Макаров, В. Н. Орлин, Н. Н. Песков, Изв. РАН. Сер. физ. 80, 351 (2016) [Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 80, 317 (2016)].
- В. Варламов, Б. С. Ишханов, В. Н. Орлин, Н. Н. Песков, М. Е. Степанов, ЯФ 79, 315 (2016) [Phys. At. Nucl. 79, 501 (2016)].
- Б. С. Ишханов, В. Н. Орлин, С. Ю. Трощиев, ЯФ 75, 283 (2012) [Phys. At. Nucl. 75, 253 (2012)].
- S. S. Belyshev, D. M. Filipescu, I. Gheoghe, B. S. Ishkhanov, V. V. Khankin, A. S. Kurilik,

A. A. Kuznetsov, V. N. Orlin, N. N. Peskov, K. A. Stopani, O. Tesileanu, and V. V. Varlamov, Eur. Phys. J. A **51**, 67 (2015).

- 20. V. Varlamov, B. Ishkhanov, and V. Orlin, Phys. Rev. C 96, 044606 (2017).
- 21. V. V. Varlamov, A. I. Davydov, and B. S. Ishkhanov, Eur. Phys. J. A **53**, 180 (2017).
- 22. B. L. Berman and S. C. Fultz, Rev. Mod. Phys. 47, 713 (1975).
- S. C. Fultz, R. L. Bramblett, J. T. Caldwell, N. E. Hansen, and C. P. Jupiter, Phys. Rev. **128**, 2345 (1962).
- 24. R. A. Alvarez, B. L. Berman, D. D. Faul, F. H. Lewis, Jr., and P. Meyer, Phys. Rev. C **20**, 128 (1979).
- A. Veyssière, H. Beil, R. Bergère, P. Carlos, A. Leprêtre, and A. De Miniac, Nucl. Phys. A 227, 513 (1974).
- Б. И. Горячев, Б. С. Ишханов, И. М. Капитонов, И. М. Пискарев, В. Г. Шевченко, О. П. Шевченко, Изв. РАН. Сер. физ. 33, 1736 (1969) [Bull. Russ. Acad. Sci. 33, 1588 (1969)].
- 27. R. Bergère, H. Beil, and A. Veyssière, Nucl. Phys. A **121**, 463 (1968).
- 28. B. L. Berman, J. T. Caldwell, R. R. Harvey, M. A. Kelly, R. L. Bramblett, and S. C. Fultz, Phys. Rev. 162, 1098 (1967).
- B. L. Berman, M. A. Kelly, R. L. Bramblett, J. T. Caldwell, H. S. Davis, and S. C. Fultz, Phys. Rev. 185, 1576 (1969).

PHOTONEUTRON REACTIONS ON ⁵¹V: SYSTEMATIC UNCERTAINTIES OF EXPERIMENTS AND NEW EVALUATED DATA

V. V. Varlamov¹⁾, A. I. Davydov²⁾, V. N. Orlin¹⁾

Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics, Lomonosov Moscow State University, Russia ²⁾ Faculty of Physics, M.V. Lomonosov Moscow State University, Russia

Using the objective physical data reliability criteria it was shown that partial photoneutron reaction cross sections for ⁵¹V obtained at Livermore (USA) and Saclay (France) using the method of neutron multiplicity-sorting are not reliable because of significant systematic uncertainties. In the framework of experimental-theoretical method the new cross sections of such reactions satisfying reliability criteria were evaluated. The disagreements between evaluated and experimental cross sections were analyzed in detail. It was found that in the case of relatively light nucleus ⁵¹V the main reason of significant systematic uncertainties of the procedure of identification of neutrons from the reactions (γ , 1n) + (γ , 1n1p) and (γ , 2n) used in Livermore is that the part of the reaction (γ , 1n1p) was not taken into account.

= ЯДРА =

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ РАЗНЫХ СПОСОБОВ УЧЕТА КУЛОНОВСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НА ОПРЕДЕЛЕНИЕ АСИМПТОТИЧЕСКИХ НОРМИРОВОЧНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ В РАМКАХ ТОЧНО РЕШАЕМОЙ МОДЕЛИ

© 2021 г. Л. Д. Блохинцев^{1)*}, Д. А. Савин¹⁾

Поступила в редакцию 25.12.2020 г.; после доработки 25.12.2020 г.; принята к публикации 25.12.2020 г.

Показано, что уравнение Шредингера для суммы потенциала прямоугольной ямы и кулоновского потенциала однородно заряженного шара допускает аналитическое решение при произвольных значениях орбитального углового момента. Найден явный вид этого решения. С использованием полученного решения исследовано влияние кулоновского взаимодействия как для точечного, так и для распределенного заряда ядра на значения асимптотических нормировочных коэффициентов для различных ядерных систем. Показано, что учет неточечности распределения заряда ядра мало влияет на рассчитываемые значения асимптотических нормировочных коэффициентов при условии, что энергия связи системы считается фиксированной.

DOI: 10.31857/S0044002721040097

1. ВВЕДЕНИЕ

Асимптотические нормировочные коэффициенты (АНК) определяют асимптотику ядерных волновых функций в бинарных каналах при расстояниях между фрагментами, превышающих радиус ядерного взаимодействия. В терминах АНК параметризуются сечения периферических ядерных процессов, таких как реакции с заряженными частицами при низких энергиях, когда из-за кулоновского барьера реакция происходит на больших расстояниях между фрагментами. Важнейшим классом таких процессов являются астрофизические ядерные реакции, протекающие в ядрах звезд, включая Солнце. Важная роль АНК в ядерной астрофизике была впервые отмечена в работах [1, 2], в которых было показано, что АНК определяют общую нормировку сечений периферических реакций радиационного захвата (см. также работы [3, 4]).

При извлечении значений АНК из данных по фазовым сдвигам упругого рассеяния оказывается очень важным учет эффектов кулоновского взаимодействия между сталкивающимися частицами при энергиях вблизи нуля (см., например, [5, 6]). Эти эффекты связаны с дальнодействующим характером кулоновского взаимодействия, которое для точечных зарядов имеет вид $V = Z_1 Z_2 e^2 / r$ для всех значений r. Здесь Zie — заряд частицы i, r расстояние между центрами масс сталкивающихся частиц. Однако при анализе данных по сечениям ядерных реакций в рамках метода искаженных волн зачастую учитывается неточечность распределения электрического заряда в ядре; при этом в качестве кулоновского взаимодействия, как правило, берется потенциал равномерно заряженного шара. Поскольку метод искаженных волн часто используется для получения информации об АНК [3], возникает вопрос о влиянии неточечности заряда ядра на значения АНК. Для краткости ниже мы будем называть кулоновский потенциал для точечного заряда и для равномерно заряженного шара точечным и неточечным кулоновским взаимодействием соответственно.

В работах [5–7], наряду с нахождением значений АНК из данных по фазовым анализам, проводилось исследование качественных кулоновских эффектов в низкоэнергетическом упругом рассеянии. При этом в качестве ядерного взаимодействия выбирался потенциал прямоугольной ямы, который, в отличие от других видов потенциала, позволяет, в суперпозиции с точечным кулоновским взаимодействием, получить аналитическое решение уравнения Шредингера для произвольных значений орбитального углового момента l. В данной работе показано, что аналитическое решение уравнения Шредингера при произвольных значениях l удается получить и для комбинации потенциала прямоугольной ямы и кулоновского потенциала

¹⁾Институт ядерной физики имени Д. В. Скобельцына Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия.

^{*}E-mail: blokh@srd.sinp.msu.ru

однородно заряженного шара. В рамках этой точно решаемой задачи мы исследуем влияние кулоновского взаимодействия на значения АНК как для точечного, так и для распределенного электрического заряда ядра. Отметим, что влияние точечного кулоновского взаимодействия на значения АНК обсуждалось в рамках двухчастичной потенциальной модели с сепарабельным *s*-волновым взаимодействием в работе [8] на примере ядер ³Н и ³Не.

Следует подчеркнуть, что при рассмотрении процессов при низких энергиях, которые нас интересуют, результаты не чувствительны к детальной структуре ядерного потенциала на расстояниях $r \ll \ll 1/k$, где k — относительный импульс взаимодействующих частиц [9]. Поэтому полученные в данной работе выводы, особенно качественные, не должны зависеть от конкретной формы сильного взаимодействия, будь то прямоугольная яма, потенциал Вудса—Саксона или что-нибудь другое.

Статья организована следуюшим образом. В разд. 2 излагается общий формализм задачи. Раздел 3 посвящен применению этого формализма для анализа влияния различных форм кулоновского взаимодействия на значения АНК для конкретных ядерных систем. Полученные результаты кратко обсуждаются в разд. 4.

В статье используется система единиц, в которой $\hbar = c = 1$.

2. ОБЩИЙ ФОРМАЛИЗМ

2.1. Вид взаимодействия и структура решения уравнения Шредингера

Мы исследуем АНК для разбиения связанного состояния ядра a на два фрагмента b и c ($a \rightarrow \rightarrow b + c$). Конкретно в качестве легкого фрагмента c будут рассматриваться протон или α -частица. Кулоновское взаимодействие между b и c описывается потенциалом равномерно заряженного шара радиуса R_c , а также, для сравнения, точечным кулоновским потенциалом, что формально отвечает $R_c = 0$. В качестве ядерного взаимодействия выбирается притягивающая прямоугольная яма с глубиной V_0 и радиусом R. Подбор параметров потенциала описан в разд. 3. В соответствии с выводами работ [10, 11] будем, не нарушая общности, считать, что $R_c \leq R$.

Задача нахождения АНК сводится к нахождению координатной асимптотики решения радиального уравнения Шредингера

$$\frac{d^2\chi_l}{dr^2} + \left[2\mu E - 2\mu V(r) - \frac{l(l+1)}{r^2}\right]\chi_l = 0 \quad (1)$$

для потенциала, имеющего вид:

$$V(r) = -V_0 + \alpha (3 - r^2/R_c^2)/(2R_c), \qquad (2)$$

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА том 84 № 4 2021

$$0 \le r < R_c,$$

$$V(r) = -V_0 + \alpha/r, \quad R_c \le r < R, \tag{3}$$

$$V(r) = \alpha/r, \quad r \ge R,\tag{4}$$

где $\alpha = Z_b Z_c e^2$. Мы рассматриваем связанное состояние *a* частиц *b* и *c* с энергией $E = -\varepsilon =$ $= -\varkappa^2/2\mu$, \varkappa — волновое число связанного состояния, μ — приведенная масса *b* и *c*.

При $r \leq R_c \ \chi_l(r) = a_1 \varphi_1(r)$; вид $\varphi_1(r)$ обсуждается ниже в разд. 2.2. В области $R_c \leq r < R$ $\chi_l(r) = a_2 \varphi_2(r) + a_3 \varphi_3(r)$, где $\varphi_2(r)$ и $\varphi_3(r)$ — регулярное и нерегулярное кулоновские решения, отвечающие энергии $\tilde{E} = V_0 - \varepsilon$. Наконец, при $r \geq R \ \chi_l(r) = a_4 W_{-\eta,l+1/2}(2\varkappa r)$, $W_{\beta,\gamma}(z)$ — функция Уиттекера, $\eta = \alpha \mu/\varkappa$ — кулоновский параметр. Асимптотика $W_{-\eta,l+1/2}(2\varkappa r)$ при $r \to \infty$ имеет вид:

$$W_{-\eta,l+1/2}(2\varkappa r)|_{r\to\infty} = e^{-\varkappa r}/(2\varkappa r)^{\eta}.$$
 (5)

Константы a_i (i = 1-4) и энергия связи ε находятся из условий сшивки (непрерывности) значений и первых производных функции $\chi_l(r)$ в точках $r = R_c$ и r = R и условия нормировки

$$\int_{0}^{\infty} \chi_l^2(r) dr = 1.$$
(6)

Подчеркнем, что по определению константа *a*₄ совпадает с искомым АНК.

В частном случае $R_c = R$ вторая область вырождается в точку, и сшивка проводится в одной точке r = R.

2.2. Решения уравнения Шредингера для суперпозиции потенциалов прямоугольной ямы и однородно заряженного шара

 $\varphi_1(r)$ есть решение уравнения Шредингера с потенциалом (2), которое может быть записано в виде

$$\frac{d^{2}\varphi_{1}}{dr^{2}} + \left\{ 2\mu \left(E + V_{0} - \frac{3\alpha}{2R_{c}} \right) + \frac{\mu\alpha}{R_{c}^{3}}r^{2} - \frac{l(l+1)}{r^{2}} \right\}\varphi_{1} = 0.$$
(7)

По форме радиальной зависимости взаимодействия это уравнение сходно с уравнением для потенциала трехмерного гармонического осциллятора, имеющим вид:

$$\frac{d^2\chi_l}{dr^2} + \left[2\mu E - \mu^2 \omega^2 r^2 - \frac{l(l+1)}{r^2}\right]\chi_1 = 0.$$
 (8)

Однако принципиальное различие между уравнениями (7) и (8) состоит в противоположных знаках слагаемых, пропорциональных r^2 . Нам не удалось найти в литературе явный вид решения уравнения (7). Можно, однако, поступить следующим образом. Решение (8), которое при $r \to 0$ ведет себя как r^{l+1} , известно [12]:

$$\chi_{l}(r) =$$
(9)
= $C_{1 1}F_{1}\left[\frac{1}{2}\left(l + \frac{3}{2} - \nu\right), l + \frac{3}{2}; \lambda r^{2}\right]e^{-\frac{\lambda}{2}r^{2}}r^{l+1},$
 $\lambda = \mu\omega, \quad \nu = \frac{E}{\omega},$

где ${}_1F_1(a,b;z)$ — вырожденная гипергеометрическая функция. Уравнение (7) получается из (8) формальной заменой:

$$E \to E + V_0 - \frac{3\alpha}{2R_c}, \qquad (10)$$
$$\omega^2 \to -\frac{\alpha}{\mu R_c^3}, \quad \omega \to i \sqrt{\frac{\alpha}{\mu R_c}} \frac{1}{R_c}.$$

Поэтому, ввиду аналитической зависимости решения (9) от своих параметров, примем, что решение уравнения (7) может быть получено из выражения (9) заменой

$$\nu \to \tilde{\nu} = -i\sqrt{\frac{\mu R_c}{\alpha}} R_c \left(E + V_0 - \frac{3\alpha}{2R_c} \right), \quad (11)$$
$$\lambda \to \tilde{\lambda} = i\sqrt{\frac{\mu \alpha}{R_c}} \frac{1}{R_c}.$$

Полученное таким образом решение $\xi(r)$ регулярно в нуле, но комплексно, а нам для связанного состояния нужно действительное решение. Так как в (7) все коэффициенты действительны, то, если при Imr = 0 функция $\xi(r)$ есть решение, то и $\xi^*(r)$ тоже есть решение и, следовательно, $\text{Re}\xi(r)$ и Im $\xi(r)$ также являются решениями. Поэтому в качестве нужной нам функции $\varphi_1(r)$ можно взять

$$\varphi_1(r) =$$
(12)
= $\operatorname{Re}\left\{ {}_1F_1\left(\frac{1}{2}(l+\frac{3}{2}-\tilde{\nu}), l+\frac{3}{2}; \tilde{\lambda}r^2\right) e^{-\frac{\tilde{\lambda}}{2}r^2}r^{l+1} \right\}.$

3. РАСЧЕТЫ АНК ДЛЯ КОНКРЕТНЫХ ЯДЕРНЫХ СИСТЕМ

В данном разделе в рамках изложенной выше схемы проводятся сравнительные расчеты АНК для конкретных ядерных систем. Ядерное взаимодействие описывается потенциалом прямоугольной ямы. В качестве кулоновского взаимодействия используется как потенциал точечного заряда, так и потенциал однородно заряженного шара. Проводятся также расчеты в пренебрежении кулоновским взаимодействием. Рассматриваются системы как с малыми, так и с большими значениями энергии связи ε и кулоновского параметра η . Поскольку основной целью работы является исследование качественных закономерностей, а не определение значений АНК с высокой точностью, то для упрощения расчетов значения радиусов заряженного шара и прямоугольной ямы предполагаются совпадающими: $R_c = R$.

Помимо определенного выше АНК, который имеет размерность $\phi M^{-1/2}$ и который мы будем обозначать буквой C, в литературе, в первую очередь, при микроскопических расчетах АНК используется также безразмерный $\operatorname{AHK} ilde{C}$, связанный с АНК C соотношением $C = \sqrt{2\varkappa}\tilde{C}$. Отметим также, что при больших зарядах Z и/или малых значениях энергии связи є и, соответственно, больших значениях кулоновского параметра η значения АНК С могут быть очень большими, что объясняется наличием барьерного кулоновского фактора $\Gamma(l+1+\eta)/l!$. В связи с этим в работе [13] для удобства расчетов был введен перенормированный АНК C_r , не содержащий этого фактора: $C_r =$ $= l!/\Gamma(l+1+\eta)C$. Использование C_r вместо Cоблегчает также сравнение значений АНК для зеркальных ядер [13]. Отметим, что величина C_r непосредственно связана с вычетом перенормированной кулоновско-ядерной парциальной амплитуды упругого рассеяния [14]. Для всех рассмотренных ниже систем нами были рассчитаны и представлены в виде таблиц значения АНК C, \tilde{C}, C_r , а также $\tilde{C}_r = C_r / \sqrt{2\varkappa}.$

Расчеты АНК проводились для пяти различных вариантов.

1. (Вариант 1). Значения параметров V_0 и R подбирались так, чтобы при использовании точечного кулоновского потенциала вопроизвести экспериментальное значение энергии связи ε и известное из литературы значение АНК C для данного канала $a \rightarrow b + c$.

2. (Вариант 2). При тех же значениях V_0 и R, что и в варианте 1, кулоновское взаимодействие бралось в виде потенциала однородно заряженного шара. Рассчитанное значение ε при этом, естественно, изменялось.

3. (Вариант 3). При том же значении R, что и в варианте 1, и использовании потенциала однородно заряженного шара значение V_0 подбиралось так, чтобы вопроизвести экспериментальное значение ε . Цель такого действия — исключить влияние изменения энергии связи на значения АНК.

4. (Вариант 4). При тех же значениях V_0 и R, что и в варианте 1, кулоновское взаимодействие выключалось. Рассчитанное значение ε изменялось. 5. (Вариант 5). При том же значении R, что и в варианте 1, и выключенном кулоновском взаимодействии значение V_0 подбиралось так, чтобы вопроизвести экспериментальное значение ε .

Во всех проведенных расчетах предполагалось, что дочернее ядро b находится в основном состоянии.

3.1. AHK для ${}^{17}F \rightarrow {}^{16}O + p$

Ядро ¹⁷F имеет два связанных состояния: основное состояние ¹⁷F(5/2⁺; осн) (l = 2) и возбужденное состояние ¹⁷F^{*}($1/2^+$; 0.495 МэВ) (l = 0). Для основного состояния $\varepsilon = 0.6005$ МэВ. В качестве АНК *С* для этого состояния, используемого в варианте 1 для подгонки значений V_0 и *R*, было принято значение C = 1.042 фм^{-1/2}, взятое из работы [15]. Эти значения ε и *С* приводят к значениям $V_0 = 30.46$ МэВ и R = 4.238 фм.

Результаты расчетов представлены в табл. 1.

Для возбужденного состояния ¹⁷ F*(0.495 МэВ) $\varepsilon = 0.1052$ МэВ. В качестве АНК *C* для расчетов в варианте 1 возьмем *C* = 77.33 фм^{-1/2}, что совпадает с одним из значений, полученных в [16] из анализа реакции ¹⁶O(³He, *d*)¹⁷F в рамках метода искаженных волн. Этим значениям ε и *C* для варианта 1 отвечают значения $V_0 = 8.2691$ МэВ и R = 4.984 фм. Результаты расчетов представлены в табл. 2.

Заметим, что в рамках модели оболочек обсуждаемое возбужденное состояние ¹⁷F может быть записано как $2s_{1/2}$, т.е. в потенциале модели оболочек имеется более низкое по энергии 1*s*-состояние. В подобных случаях при описании реальных ядерных состояний часто используются потенциалы с запрещенными состояниями. В работе [17] было показано, что в рамках потенциальной модели значения АНК, рассчитанные при фиксированной энергии связи, могут заметно зависеть от числа учитываемых запрещенных состояний. В этой связи для исследования влияния запрещенных состояний на кулоновские эффекты при определении АНК нами были проведены расчеты, отличающиеся от расчетов, представленных в табл. 2, тем, что при определении потенциальных параметров V_0 и Rв варианте 1 предполагалось, что в используемом потенциале, помимо s-состояния с экспериментальной энергией связи, имеется еще одно ниже расположенное (запрещенное) *s*-состояние. Это предположение приводит к подогнанным в варианте 1 значениям $V_0 = 32.06$ МэВ, R = 4.658 фм. Этим значениям параметров отвечает энергия связи запрещенного состояния 20.17 МэВ.

Результаты расчетов АНК для возбужденного состояния ¹⁷F при наличии запрещенного состояния приведены в табл. 3. Из сравнения табл. 2 и 3 видно, что их результаты качественно совпадают.

3.2. АНК для $^{16}O \rightarrow {}^{12}C + \alpha$

Для перехода ¹⁶O \rightarrow ¹²C + α из основного состояния ¹⁶O значение АНК в литературе отсутствует. Поэтому в качестве исходного ядра мы рассмотрели два возбужденных состояния ¹⁶O: 0⁺(6.049 МэВ) (l = 0) и 1⁻(7.117 МэВ) (l = 1). Экспериментальные значения энергии связи в канале ¹²C + α для этих состояний равны 1.113 МэВ и 0.045 МэВ соответственно.

В случае возбужденного 0⁺-состояния для определения V_0 и R в рамках первого варианта расчетов, помимо энергии связи $\varepsilon = 1.113$ МэВ, использовалось значение C = 1560 фм^{-1/2} [18]. Получено $V_0 = 18.07$ МэВ и R = 4.903 фм. При этих значениях параметров, помимо рассматриваемого состояния, в системе имеется еще и более глубокое 0⁺-состояние, ассоциирующееся с основным состоянием ¹⁶О. Результаты расчетов представлены в табл. 4.

Для 1⁻-состояния в качестве исходного значения бралось $C = 2.10 \times 10^{14} \text{ фм}^{-1/2}$ [18]. Это значение АНК вместе с $\varepsilon = 0.045$ МэВ приводит к $V_0 = 12.61$ МэВ, R = 3.892 фм. Результаты расчетов представлены в табл. 5.

3.3. АНК для ${}^{16}O \rightarrow {}^{15}N + p$

В рассмотренных выше примерах изучались слабо связанные системы ($\varepsilon \leq 1.2 \text{ МэВ}$). Для сравнения проведем теперь аналогичное исследование для канала ${}^{16}\text{O}(\text{осн}) \rightarrow {}^{15}\text{N} + p$ с большой энергией связи ($\varepsilon = 12.13 \text{ МэВ}$, l = 1). Для определения параметров V_0 и R было использовано значение АНК $C = 13.86 \text{ фм}^{-1/2}$ [19], что приводит к значения $V_0 = 33.47 \text{ МэВ}$, R = 4.119 фм. Рассчитанные значения АНК приведены в табл. 6.

3.4. AHKдля $^{209}Bi \rightarrow ^{208}Pb + p$

В качестве последнего примера рассмотрим АНК для канала с большим значением Z: ²⁰⁹Ві(осн) \rightarrow ²⁰⁸Pb + *p*. Для этого процесса ε = $= 3.799 \text{ M} \Rightarrow B, l = 5$, но значение АНК неизвестно. Поэтому действуем иначе, чем в предыдущих случаях. А именно, выбираем в качестве R значение 7.418 фм, полученное по формуле R = $=r_0 A^{1/3}$ при $r_0=1.25$ фм. После этого значение V_0 при данном значении R подгоняется по энергии связи, что приводит к $V_0 = 51.29$ МэВ. При этих значениях V_0 и R рассчитанное значение АНК Cравно $0.1158 \times 10^8 \,$ фм^{-1/2}. Разумеется, авторы не претендуют на хорошее совпадение этого значения С с реальным АНК для рассматриваемого канала; оно используется лишь для качественной оценки кулоновских эффектов.

Результаты расчетов представлены в табл. 7.

Вариант	<i>V</i> ₀ , МэВ	η	ε , МэВ	$C, \phi M^{-1/2}$	\tilde{C}	$C_r, \phi M^{-1/2}$	\tilde{C}_r
1	30.46	1.583	0.6005	1.042	1.8142	0.1596	0.2779
2	30.46	1.271	0.9310	1.0808	1.6860	0.2537	0.3958
3	30.07	1.583	0.6005	1.0337	1.7995	0.1583	0.2756
4	30.46	0	3.9351	0.9010	0.9803	0.9010	0.9803
5	25.76	0	0.6005	0.0955	0.1663	0.0955	0.1663

Таблица 1. АНК для 17 F(осн) $\rightarrow {}^{16}$ O + p

Таблица 2. АНК для ${}^{17}\mathrm{F}^*(0.495\ \mathrm{M} \mathrm{\scriptscriptstyle 3B}) \to {}^{16}\mathrm{O} + p$

Вариант	<i>V</i> ₀ , МэВ	η	ε , МэВ	C , фм $^{-1/2}$	\tilde{C}	$C_r, ф M^{-1/2}$	\tilde{C}_r
1	8.2691	3.782	0.1052	77.33	208.08	4.452	11.980
2	8.2691	1.300	0.8898	6.23	9.82	5.337	8.420
3	7.1838	3.782	0.1052	73.41	197.55	4.227	11.373
4	8.2691	0	3.6052	2.92	3.2445	2.920	3.2445
5	2.8663	0	0.1052	0.4438	1.1943	0.4438	1.1943

Таблица 3. АНК для ${}^{17}F^*(0.495 \text{ M} \Rightarrow B) \rightarrow {}^{16}O + p$ при наличии запрещенного состояния

Вариант	<i>V</i> ₀ , МэВ	η	ε , МэВ	C , фм $^{-1/2}$	\tilde{C}	$C_r, \varphi M^{-1/2}$	\tilde{C}_r
1	32.06	3.782	0.1052	77.33	208.08	4.452	11.980
2	32.06	0.7956	2.376	7.6700	9.466	8.245	10.177
3	28.62	3.782	0.1052	77.357	208.16	4.454	11.984
4	32.06	0	5.294	4.890	4.930	4.890	4.940
5	23.33	0	0.1052	0.4449	1.197	0.4449	1.197

Таблица 4. АНК для ${}^{16}\text{O}^*(1.113\text{ M} \text{эB}) \to {}^{12}\text{C} + \alpha$

Вариант	<i>V</i> ₀ , МэВ	η	ε , МэВ	C , фм $^{-1/2}$	$ ilde{C}$	C_r, ϕ м $^{-1/2}$	\tilde{C}_r
1	18.07	3.103	1.113	1560	1745	228	255
2	18.07	1.450	4.767	817	635	615	478
3	13.97	3.103	1.113	1472.17	1646	215.3	240.75
4	18.07	0	9.272	117.6	77.44	117.6	77.44
5	8.591	0	1.113	3.442	3.850	3.442	3.850

4. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТОВ И ВЫВОДЫ

В данной работе показано, что для комбинации потенциала прямоугольной ямы и кулоновского потенциала однородно заряженного шара, который часто используется в расчетах по методу искаженных волн, решение уравнения Шредингера может быть получено в аналитическом виде при произвольных значениях орбитального углового момента *l*. Найден явный вид этого решения. В рамках этой точно решаемой задачи мы исследовали на примере конкретных ядер влияние кулоновского взаимодействия на значения АНК как для точечного, так и для распределенного электрического

Вариант	<i>V</i> ₀ , МэВ	η	ε , МэВ	$C, \phi M^{-1/2}$	$ ilde{C}$	C_r, ϕ м $^{-1/2}$	\tilde{C}_r
1	12.61	15.43	0.045	2.10×10^{14}	5.24×10^{14}	2.973	7.415
2	12.61	3.359	0.950	639.2	743.7	15.31	17.81
3	11.54	15.43	0.045	1.95×10^{14}	4.87×10^{14}	2.763	6.892
4	12.61	0	6.261	14.28	10.37	14.28	10.37
5	4.652	0	0.045	0.1518	0.3788	0.1518	0.3788

Таблица 5. АНК для ${}^{16}O^*(0.045 \text{ M} \Rightarrow B) \rightarrow {}^{12}C + \alpha$

Таблица 6. АНК для ${
m ^{16}O(och)}
ightarrow {
m ^{15}N} + p$

Вариант	<i>V</i> ₀ , МэВ	η	ε , МэВ	C , фм $^{-1/2}$	\tilde{C}	$C_r, ф M^{-1/2}$	\tilde{C}_r
1	33.47	0.3076	12.13	13.86	11.39	11.83	9.721
2	33.47	0.2997	12.77	14.56	11.81	12.48	10.13
3	32.74	0.3076	12.13	13.58	11.16	11.58	9.522
4	33.47	0	15.71	11.21	8.635	11.21	8.635
5	29.38	0	12.13	7.408	6.089	7.408	6.089

Таблица 7. АНК для 209 Bi $\rightarrow ^{208}$ Pb + p

Вариант	<i>V</i> ₀ , МэВ	η	ε , МэВ	C , фм $^{-1/2}$	\tilde{C}	$C_r, ф M^{-1/2}$	\tilde{C}_r
1	51.29	6.634	3.799	1.158×10^7	1.253×10^7	7.282	7.881
2	51.29	5.739	5.075	0.2804×10^7	0.2823×10^7	15.90	16.00
3	49.92	6.634	3.799	1.102×10^7	1.192×10^7	6.928	7.498
4	51.29	0	23.49	166.3	114.11	166.3	114.1
5	29.86	0	3.799	0.2537	0.2746	0.2537	0.2746

заряда ядра. Были рассмотрены системы с различными значениями энергии связи, кулоновского параметра и орбитального углового момента.

В дальнейшем мы будем отмечать величину, отвечающую *i*-му варианту расчета, индексом *i*.

Анализ результатов расчетов начнем с энергий связи. Из данных, приведенных в таблицах, следует, что для всех рассмотренных примеров в случае, когда энергия связи не фиксируется, имеем $\varepsilon_1 < \varepsilon_2 < \varepsilon_4$ (и, соответственно, $\eta_1 > \eta_2 > \eta_4$). Этот результат тривиален, так как учет отталкивательного кулоновского взаимодействия эффективно ослабляет притягивающий ядерный потенциал, а переход от точечного к распределенному заряду при сохранении полного заряда эквивалентен ослаблению кулоновского взаимодействия, так как кулоновский потенциал внутри заряженного шара слабей потенциала точечного заряда.

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА том 84 № 4 2021

С АНК ситуация более сложная. Их значения в значительной мере определяются асимптотикой радиальной волновой функции, которая в соответствии с (5) имеет вид

$$\chi_l(r)|_{r \to \infty} = C e^{-\varkappa r} / (2\varkappa r)^{\eta}.$$
(13)

В отсутствие кулоновского взаимодействия ($\eta = 0$) с увеличением энергии связи и, следовательно, величины \varkappa скорость убывания асимптотики (13) с ростом r увеличивается, что в силу сохранения общей нормировки волновой функции должно, вообще говоря, приводить к увеличению АНК C. Этот вывод заведомо справедлив в часто использумом приближении эффективного радиуса, для которого $C = \sqrt{2\varkappa/(1 - \varkappa r_e)}$, где r_e — эффективный радиус (см., например, [20]). АНК C растет с ростом \varkappa также и для системы, описываемой известным потенциалом Хюльтена, для которого уравнение Шредингера допускает аналитическое решение при l = 0 [21].

При включении кулоновского взаимодействия зависимость АНК от энергии связи усложняется, так как при изменении ε множители $e^{-\varkappa r}$ и $(2\varkappa r)^{-\eta}$ в правой части (13) могут меняться в противоположных направлениях. Так, например, для суммы потенциала нулевого радиуса и точечного кулоновского потенциала, пользуясь формулами работы [8], можно получить явное аналитическое выражение для АНК C в виде $C = \sqrt{2\varkappa} \tilde{C}(n)$. где $\tilde{C}(\eta)$ — быстро растущая функция параметра η , $\tilde{C}(0) = 1$. При фиксированных значениях зарядов и масс с ростом ε величины η и $\tilde{C}(\eta)$ уменьшаются, однако АНК С может увеличиться за счет множителя $\sqrt{2\varkappa}$. В рассмотренных нами примерах подобная ситуация наблюдается для систем с малыми значениями η , представленными в табл. 1 и 6, для которых переход от точечного заряда к распределенному слегка увеличивает $C: C_2 > C_1$. Для всех остальных случаев $C_2 < C_1$, причем для слабосвязанных систем с большим значением ηC_1 и C_2 могут различаться на порядок (см. табл. 2 и 3) или даже на много порядков (табл. 5). Для этих систем имеет место даже более общее соотношение $C_1 > C_2 > C_4 > C_5$ и аналогичное соотношение для $ilde{C}$ (см. табл. 2—4, 5, 7). Отметим, что для систем, отвечающих табл. 1 и 6, даже полное выключение кулоновского взаимодействия (вариант 4) не очень существенно изменяет C, что связано с частичной взаимной компенсацией эффектов, обусловленных уменьшением η и увеличением ε . При этом безразмерный АНК С, отличающийся от С на множитель $\sqrt{2\varkappa}$, меняется заметней. Из табл. 1 и 6 также видно, что указанная компенсация не имеет место, если при выключении кулоновского взаимодействия сохранить энергию связи путем изменения ядерного потенциала (вариант 5).

Самым интересным и не очевидным заранее результатом является тот факт, что для варианта 3 даже в случае системы с максимальным значением η (табл. 5) значение C_3 отличается от C_1 всего на 7%; для других систем это отличие не превышает 5%. Отметим, что такие же относительные различия между вариантами 3 и 1 имеют место и для всех других рассмотренных типов АНК: \tilde{C} , C_r и \tilde{C}_r . Отсюда следует важный вывод, что учет неточечности распределения заряда ядра мало влияет на рассчитываемые значения АНК при условии, что энергия связи считается фиксированной.

Подчеркнем, что использование перенормированных АНК C_r и \tilde{C}_r является оправданным в случае больших значений η (см. табл. 5 и 7). Авторы благодарны С.Ю. Игашову, О.А. Рубцовой и В.А. Ходыреву за полезные обсуждения.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований, грант 19-02-00014.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- А. М. Мухамеджанов, Н. К. Тимофеюк, ЯФ 51, 679 (1990).
- H. M. Xu, C. A. Gagliardi, R. E. Tribble, *et al.*, Phys. Rev. Lett. **73**, 2027 (1994).
- 3. A. M. Mukhamedzhanov and R. E. Tribble, Phys. Rev. C 59, 3418 (1999).
- 4. A. M. Mukhamedzhanov, C. A. Gagliardi, and R. E. Tribble, Phys. Rev. C **63**, 024612 (2001).
- L. D. Blokhintsev, A. S. Kadyrov, A. M. Mukhamedzhanov, and D. A. Savin, Phys. Rev. C 97, 024602 (2018).
- L. D. Blokhintsev, A. S. Kadyrov, A. M. Mukhamedzhanov, and D. A. Savin, Phys. Rev. C 98, 064610 (2018).
- L. D. Blokhintsev, A. S. Kadyrov, A. M. Mukhamedzhanov, and D. A. Savin, Phys. Rev. C 95, 044618 (2017).
- D. R. Lehman, L. C. Maximon, and J. L. Friar, Phys. Rev. C 37, 336 (1988).
- 9. G. P. Lepage, nucl-th/9706029v1 (1997).
- 10. J. T. Huang, C. A. Bertulani, and V. Guimarães, At. Data Nucl. Data Tables **96**, 824 (2010).
- 11. C. Rolfs, Nucl. Phys. A 217, 29 (1973).
- 12. З. Флюгге, Задачи по квантовой механике (Мир, Москва, 1974), т. 1.
- 13. A. M. Mukhamedzhanov, Phys. Rev. C 86, 044615 (2012).
- 14. J. Hamilton, I. Øverbö, and B. Tromborg, Nucl. Phys. B **60**, 443 (1973).
- 15. L. D. Blokhintsev, R. Yarmukhamedov, S. V. Artemov, *et al.*, Uzbek J. Phys. **12**, 217 (2010).
- C. A. Gagliardi, R. E. Tribble, A. Azhari, *et al.*, Phys. Rev. C 59, 1149 (1999).
- 17. Л. Д. Блохинцев, Д. А. Савин, ЯФ **81**, 8 (2018) [Phys. At. Nucl. **81**, 168 (2018)].
- M. L. Avila, G. V. Rogachev, E. Koshchiy, *et al.*, Phys. Rev. Lett. **114**, 071101 (2015).
- 19. A. M. Mukhamedzhanov, P. Bém, V. Burjan, *et al.*, Phys. Rev. C **78**, 015804 (2008).
- 20. L. Blokhintsev, Yu. Orlov, and D. Savin, *Analytic* and Diagram Method in Nuclear Reaction Theory (Nova Science Publishers, Inc. New York, 2017).
- Л. Д. Блохинцев, В. О. Еременко, Ю. В. Орлов, Д. А. Савин, Изв. РАН. Сер. физ. 76, 1025 (2012) [Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 76, 909 (2012)].

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА том 84 № 4 2021

STUDY OF THE INFLUENCE OF DIFFERENT METHODS OF TAKING INTO ACCOUNT THE COULOMB INTERACTION ON DETERMINING ASYMPTOTIC NORMALIZATION COEFFICIENTS WITHIN THE FRAMEWORK OF EXACTLY SOLVABLE MODEL

L. D. Blokhintsev¹⁾, D. A. Savin¹⁾

¹⁾Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics, Lomonosov Moscow State University, Russia

It is shown that the Schrödinger equation for the sum of the potential of a square well and the Coulomb potential of a uniformly charged sphere admits an analytical solution for arbitrary values of the orbital angular momentum. An explicit form of this solution has been found. Using the obtained solution, the influence of the Coulomb interaction for both point and distributed nuclear charges on the values of asymptotic normalization coefficients for various nuclear systems is investigated. It is shown that taking into account the non-point distribution of the nuclear charge has little effect on the calculated values of the asymptotic normalization coefficients, provided that the binding energy of the system is assumed to be fixed.

= ЯДРА =

ОПИСАНИЕ СОСТОЯНИЙ ИРАСТ-ПОЛОСЫ В ¹⁵⁶ Dy

© 2021 г. А. Д. Ефимов^{1),2)*}, И. Н. Изосимов^{3)**}

Поступила в редакцию 11.12.2020 г.; после доработки 29.12.2020 г.; принята к публикации 29.12.2020 г.

На основе расширенной микроскопической версии MBБ1 получено описание свойств состояний ираст-полосы в ¹⁵⁶Dy до спина 18⁺. Ряд состояний этой полосы, 6⁺, 8⁺ и 10⁺, заселяется из 8⁺ (2.788 МэВ) возбуждения, в свою очередь заселяемого в результате β^+ /ЕС-распада изомерного состояния 9⁺ в ¹⁵⁶Ho.

DOI: 10.31857/S0044002721040115

1. ВВЕДЕНИЕ

При β -распаде изменение спина ядра, например, для переходов типа Гамова—Теллера, небольшое и составляет $\Delta I = 0, \pm 1$. Поэтому при соответствующем распаде высокоспиновых изомеров, в отличие от β -распада состояний с небольшим спином, происходит заселение уровней вблизи ирастполосы.

Хотя для возбуждения состояний с высокими спинами ядерные реакции гораздо эффективнее, но при β -распаде высокоспиновых изомеров фоновые условия гораздо привлекательнее, что позволяет детальнее исследовать структуру уровней вблизи ираст-полосы. Полученные экспериментальные данные позволяют усовершенствовать теоретические подходы к описанию свойств атомных ядер.

В данной работе рассматриваются состояния ираст-полосы в ¹⁵⁶Dy. Три состояния из нее, 6⁺, 8⁺ и 10⁺, заселяются из относительно высоколежащего 8⁺ (2.788 МэВ) состояния, в свою очередь заселяемого в результате β^+ /EC-распада изомерного состояния 9⁺ в ¹⁵⁶Ho.

В работе на основе расширенной микроскопической версии модели взаимодействующих бозонов анализируются свойства состояний ираст-полосы в ¹⁵⁶Dy до спина 18⁺. При этом бозонные параметры рассчитываются с использованием среднего поля в сферическом базисе, а эффективные межнуклонные силы в факторизованном виде. Один из первых способов бозонного представления парных фермионных операторов для описания коллективных состояний был предложен в работе Беляева и Зелевинского [1]. Наиболее обоснованным такое представление было получено в работах [2–4], где предполагалась замкнутость алгебры фононных операторов квадрупольного типа и их коммутаторов в числе, равном 35, а именно D_{μ}^{+} , D_{μ} , $[D_{\mu 1}, D_{\mu 2}^{+}]$. Это привело к ограничению максимального числа D-фононов — Ω .

Под коллективным нижайшим квадрупольным D-фононом понимается когерентная сумма двухквазичастичных состояний, имеющая тот же вид, как в Квазичастичном Методе Случайной Фазы (КМСФ):

$$D_{\mu}^{+} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{\substack{1,2;\tau=n,p}} [\psi_{12}a_{1}^{+}a_{2}^{+} + (1) + \varphi_{12}a_{\bar{2}}a_{\bar{1}}](j_{1}j_{2}m_{1}m_{2}|2\mu)_{\tau},$$

где $a^+(a)$ — операторы рождения (уничтожения) квазичастиц; 1, 2 обозначают номера одноквазичастичных состояний в сферическом базисе; состояния $\bar{1}$, $\bar{2}$ — сопряженные по времени к 1, 2. Амплитуды ψ_{12} , φ_{12} или $z^{(0)} = \psi + \varphi$, $z^{(1)} = \psi - \varphi$ не зависят от магнитных квантовых чисел и нормированы стандартным образом, $\sum_{1,2;\tau=n,p} (\psi_{12}^2 - -\varphi_{12}^2) = \sum_{1,2;\tau} (z_{12}^{(0)} z_{12}^{(1)})_{\tau} = 1.$

Замкнутость реализуется через SU(6)-алгебру, а отображение фононных операторов на идеальные квадрупольные d-бозоны осуществляется таким образом, что их операторы образуют ту же замкнутую алгебру. Это приводит к отображению и правилу соответствия

$$D^+_{\mu} \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{\Omega}} d^+_{\mu} s;$$
 (2)

¹⁾Государственный университет морского и речного флота имени адмирала С.О. Макарова, Санкт-Петербург, Россия.

²⁾ФТИ им. А.Ф. Иоффе, Санкт-Петербург, Россия.

³⁾Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия.

^{*}E-mail: efimov98@mail.ru

^{**}E-mail: izosimov@jinr.ru

$$\rangle \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{\Omega!}} (s^+)^{\Omega} | ; \quad |I\rangle \longrightarrow |I\rangle,$$

где | \rangle — вакуум фононов, | $I\rangle$ — фононное состояние со спином I, |) — вакуум бозонов, |I) бозонное коллективное состояние со спином I. При этом основное состояние |0) не является вакуумом бозонов, т.е. |0) \neq |) и аналогично | $0\rangle$ \neq | \rangle .

Гамильтониан МВБ1 относительно энергии вакуума *d*-бозонов в нормальном порядке по операторам имеет вид

$$H_{\rm IBM} = \varepsilon_d \, \hat{n}_d + k_1 (d^+ \cdot d^+ ss + {\rm H.c.}) + \qquad (3) \\ + k_2 \left((d^+ d^+)^{(2)} \cdot ds + {\rm H.c.} \right) + \\ + \frac{1}{2} \sum_{L=0,2,4} C_L (d^+ d^+)^{(L)} \cdot (dd)^{(L)}.$$

Н.с. означает эрмитово сопряжение, точка между операторами соответствует скалярному произведению, величины ε_d , k_1 , k_2 , C_L являются параметрами гамильтониана MBБ1. В работах Кишимото и Тамуры [5–8] были сформулированы необходимые требования к микроскопической теории, позволяющей рассчитывать эти параметры. Это отображение фононов на бозоны и учет связи коллективных и неколлективных мод возбуждений.

При использовании КМСФ соответствующий квазичастичный гамильтониан определяется как $h_{\text{RPA}} = \hat{H}_{11} + \hat{H}_{22} + \hat{H}_{40+04}$, где индексы обозначают число операторов рождения и уничтожения квазичастиц. Эти члены квазичастичного гамильтониана вместе с \hat{H}_{31+13} используются также при расчете бозонных параметров. Все параметры бозонных операторов, включающие операторы электрических квадрупольных переходов, вычисляются на основе процедуры Марумори [9] через равенство соответствующих матричных элементов (МЭ) в фермионном и бозонном пространствах.

Фононные амплитуды определяются из минимизации полной энергии, которая зависит, помимо прочего, от среднего значения бозонного гамильтониана по бозонным функциям. При этом уже основное состояние содержит как некоторое число квазичастиц, что характерно для КМСФ, так и некоторое число фононов, что не характерно для обычного приближения КМСФ. Это позволяет сформулировать задачу о согласовании фононных амплитуд, параметров бозонного гамильтониана и состава бозонных функций. Само согласование оказалось возможным при выполнении ряда дополнительных условий, что привело к существенному расширению состава фононных амплитуд по парам квазичастиц из вневалентных оболочек и, соответственно, к существенному увеличению размера бозонного пространства. Поэтому для решения задачи на собственные значения и собственные

<u>№</u> 4

2021

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА том 84

функции бозонного гамильтониана была разработана процедура, позволяющая производить расчеты в базисе, включающем до 36 квадрупольных бозонов [10]. В условиях многофононности были получены нелинейные уравнения как для фононных, так и и-, v-амплитуд. При решении задачи сверхтекучести матричные элементы от соответствующих сил по собственным волновым функциям среднего поля были приняты постоянными. При этом была учтена блокировка одночастичных состояний квазичастицами, формирующими многофононные состояния, а также учтено влияние квадрупольного взаимодействия на сверхтекучесть. Был рассмотрен большой набор различных каналов взаимодействий в расширенном фононном пространстве сначала через неявный учет большого числа В_Jфононов с $J < 6^+$. Это позволило реализовать перенормировку бозонного гамильтониана. Расширение базиса возбуждений за счет явного учета фононов со спинами $J^{\pi} \ge 8^+$ приводит к возможности корректного описания состояний с более высокими спинами, нежели это удается при использовании стандартного варианта МВБ1, а также объясняет эффект пересечения полос.

Ядро ¹⁵⁶Dу можно отнести к деформированному уже в силу того, что отношение $E_{4^+}/E_{2^+} =$ = 2.93 оказывается близким к ротационному пределу, равному 3.33.

Аналогично, как и для широкого набора ядер от сферических до деформированных, для ядер в этой области имеются изменения в структуре состояний, которые можно назвать пересечением полос. При относительно небольших спинах, обычно до $I^{\pi} \leq 10^+$ или реже до $I^{\pi} \leq 12^+$ состояния в четно-четных ядрах могут быть интерпретированы как квадрупольные коллективные возбуждения, связанные сильными Е2-переходами, для которых величины $B(E2; I \to I - 2)$ в сотни раз превышают одночастичную оценку. При этом и при бо́льших спинах ираст-полоса продолжается, но соответствующие состояния оказываются уже построенными на высокоспиновых двухквазичастичных возбуждениях. При этом даже при тех спинах, где происходит это пересечение, вероятности квадрупольных переходов остаются весьма значительными, не менее половины от значений, которые соответствуют соседним переходам и вблизи от значения $B(E2; 2^+ \rightarrow 0^+)$. Это свидетельствует как минимум о весьма эффективном смешивании коллективных состояний с двухквазичастичным, обладающим большим спином.

2. МИКРОСКОПИЧЕСКАЯ ВЕРСИЯ МВБ1

2.1. Дополнительные условия

Амплитуды фононных операторов (1) (ψ , φ) и боголюбовские параметры (u, v) находятся на

основе вариационного принципа из условия минимума энергетического функционала

$$H_{\text{tot}} = E_{\text{vac.q.p.}} + E_0^{(B)} + (I|H_{\text{IBM}}|I), \qquad (4)$$

включающего энергию вакуума квазичастиц $E_{\text{vac.q.p.}}$, энергию фононного вакуума $(E_0^{(B)})$ и среднего значения H_{IBM} , вычисленного с бозонными волновыми функциями (6), которые в свою очередь зависят от (ψ, φ) и (u, v) через параметры ε_d , k_1, k_2, C_L гамильтониана MBБ1 (3). Средние от отдельных членов гамильтониана по бозонным функциям обозначаются как

$$n_d(I) = (I|\sum_{\mu} d^+_{\mu} d_{\mu}|I);$$
(5)

$$P_1(I) = \frac{1}{2\sqrt{\Omega(\Omega-1)}} (I|(d^+ \cdot d^+ ss + s^+ s^+ d \cdot d)|I),$$

$$\langle C_L(I) \rangle = (I|\frac{1}{2}(d^+ d^+)^{(L)} \cdot (dd)^{(L)}|I).$$

Минимизация функционала (4) по искомым амплитудам осуществляется при выполнении ряда дополнительных условий. Это условия нормировок D-фононов и амплитуд бозонных волновых функций $|I\rangle$. Бозонные волновые функции представимы в виде

$$|I) = \sum_{n_d,...} \alpha_d(n_d,...,I) \times$$
(6)
 $\times \frac{1}{\sqrt{(\Omega - n_d)!}} (s^+)^{\Omega - n_d} | n_d,...,I),$

где $|n_d, ..., I\rangle$ есть нормированные функции квадрупольных бозонов, соответствующие неприводимому представлению группы SU(5) с рядом квантовых чисел: число квадрупольных бозонов (n_d) , бозонное сениорити и число его троек, связанных в нулевой угловой момент. В этом случае условие нормировки имеет вид

$$(I|I) = \sum_{n_d,...} \alpha_d^2(n_d,...,I) = 1.$$
 (7)

Амплитуды α_d зависят от параметров бозонного гамильтониана и определяются в результате диагонализации. В простейшем случае, т.е. в базисе представления группы SU(5), единственные значения амплитуд с $\alpha_d = 1$ для состояний ираст-полосы с $I = 0^+, 2^+, 4^+, 6^+, \dots$ будут соответствовать конфигурациям с $n_d = 0, 1, 2, 3, \dots$ По мере роста квадрупольной коллективности в состояниях появляются компоненты и с другими значениями n_d . В рассматриваемом ядре вклад в волновые функции от компонент с различными значениями n_d для спинов 0^+ и 8^+ представлен на рис. 1. Видно, что для обоих этих состояний компоненты распределяются примерно в одной области от $n_d = 4$ до 13 или



Рис. 1. Вклад в волновые функции 0⁺ и 8⁺ коллективных состояний в приближении МВБ1 компонент с различными значениями *n_d*.

14. Это коррелирует с тем, что средние значения n_d для этих состояний равны 7.816 и 8.998, т.е. отличаются немногим более, чем на 1 единицу, в то время как в вибрационном случае это отличие равно 4 единицам.

В работе используется квазичастичное представление, поэтому контроль за правильным числом частиц реализуется через их средние значения с помощью химических потенциалов λ_{τ} , так что соответствующий член Лагранжа $\sum_{ au} \lambda_{ au} \hat{N}_{ au}$ учитывается при переходе от частиц к квазичастицам. Еще одно условие, отражающее специфику МВБ1, состоит в фиксации Ω, максимального числа бозонов, которое используется при построении |I). Условие неизменности Ω при вычислении фононных амплитуд (ψ, φ) для каждого коллективного состояния приводит к уменьшению числа квазичастиц на уровнях валентной оболочки. Это важно, так как максимальное число квазичастиц на каждом одночастичном уровне не может превышать значения $j_i + 1/2$ в сферическом базисе в соответствии с принципом Паули. При этом по мере роста спина состояния и, соответственно, роста n_d увеличивается число квазичастиц на каждом одночастичном уровне. Выполнение этого условия осуществляется именно в среднем, так как число квазичастиц считается по тем компонентам, которые формируют структуру D-фонона, и соответствует их среднему числу $n_d(I)$ и $P_1(I)$.

Если в результате расчета это условие не выполняется, то необходимо осуществить уменьшение корреляций в основном состоянии. При этом фононные амплитуды ψ и φ распределяются по большему числу одночастичных уровней, увеличивая этим роль вневалентных оболочек.

Как уже говорилось, наличие бозонных средних в минимизируемом функционале (4) позволяет поставить задачу о согласовании трех видов амплитуд, $z^{(\eta)}$, u(v), $\{\alpha_d\}$. Как оказалось, достичь этого согласования возможно только при дополнительной модификации стандартного варианта КМСФ, а именно, за счет достижения малости амплитуд φ , определяющих корреляции. Выполнение этого условия при фиксированных значениях силовых констант осуществляется введением в минимизируемый функционал слагаемого, регулирующего величину суммы квадратов φ

$$\Phi_{\varphi} = 2\chi \left(n_d(I) + \frac{5}{2} \right) \left(\sum_{\tau 12} \varphi_{12\tau}^2 + \frac{1}{2} \right) = (8)$$
$$= \frac{1}{2} \chi \left(n_d(I) + \frac{5}{2} \right) \left(\sum_{\tau 12} (z_{12}^{(1)2} + z_{12}^{(0)2})_{\tau} \right),$$

множитель $(n_d + 5/2)$ введен для удобства.

Таким образом, структура D-фонона определяется с использованием довольно сложного функционала, включающего средние от бозонных операторов. Если в рамках стандартного КМСФ решается уравнение $HD^+ = \omega D^+$ или $\langle DHD^+ \rangle - -\omega \langle DD^+ \rangle \rightarrow$ min, то множитель Лагранжа ω , определяемый как ω^2 , является положительной величиной и трактуется в качестве однобозонной энергии. В используемом модифицированном варианте параметр ω не имеет уже такого смысла, а однобозонная энергия, определяемая в качестве однобозонной энергии ε_d (см. ниже), может быть отрицательной.

Таким образом, важной особенностью модификации КМСФ является возможность регулирования корреляций. В частности и в простейшем проявлении это приводит при определении структуры D-фононов к замене двухквазичастичных энергий на энергии с постоянным положительным сдвигом на величину χ , $e_i + e_j \rightarrow e_i + e_j + \chi$. Поэтому амплитуды D-фононов от валентных компонент падают, а от вневалентных растут.

Параметры, определяющие бозонные операторы вычисляются на основе процедуры Марумори [9] через равенство МЭ от фермионных операторов O_F по фононным функциям и от бозонных O_B по бозонным волновым функциям

$$\langle I'|O_F|I\rangle = (I'|O_B|I),$$

что позволяет найти параметры от каждого члена любого оператора в отдельности как для бозонного гамильтониана, так и для оператора E2переходов. Параметры бозонного гамильтониана с учетом только D-фононов, т.е. вне связи коллективных и неколлективных мод возбуждений, что соответствует индексу ⁽⁰⁾, определяются как:

$$\varepsilon_d^{(0)} = \langle |[D_\mu, [h_{\text{RPA}}, D_\mu^+]]| \rangle; \tag{9}$$

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА том 84 № 4 2021

$$2\left(k_{1}\sqrt{\Omega(\Omega-1)}\right)^{(0)} = \\ = \frac{1}{5}\sqrt{\frac{2}{\aleph_{0}}}\sum_{\mu} \langle |[[h_{\text{RPA}}, D_{\mu}^{+}], D_{\overline{\mu}}^{+}]| \rangle; \\ \left(k_{2}\sqrt{\Omega-1}\right)^{(0)} = \frac{1}{\sqrt{2\aleph_{2}}} \times \\ \times \sum_{m1,m2} \langle |[[[D_{M}, H_{20+02} + \hat{V}_{31+13}], D_{m1}^{+}], D_{m2}^{+}]| \rangle \times \\ \times (22m_{1}m_{2}|2M);$$

$$C_{L}^{(0)} = \sum_{m1,m2,m3,m4} \frac{1}{\aleph_{L}} \times \\ \times \langle |[D_{m2}, [D_{m1}, [[h_{\text{RPA}}, D_{m3}^{+}], D_{m4}^{+}]]]| \rangle \times \\ \times (22m_{1}m_{2}|LM)(22m_{3}m_{4}|LM),$$

 \aleph_L — нормировка двухфононного состояния. Выражения для $\varepsilon_d^{(0)}$, $k_1^{(0)}$ через амплитуды D-фононов приведены в [11], для $C_L^{(0)}$ в [12]. Соответствующие расчеты дают значения $C_L^{(0)}$, которые оказываются нефизически большими. Это значит, что с учетом только D-фононов энергии двухфононного триплета существенно превышают удвоенную однофононную энергию, что является результатом действия сил притяжения между квазичастицами, формирующими разные фононы и не зависит от степени коллективности D-фонона вплоть до того, является ли ядро сферическим или деформированным. Компенсировать этот эффект позволяет учет связи между (D^2)^(L)-состояниями с теми, которые содержат B_J -моды, определяемые по аналогии с (2).

2.2. Перенормировка параметров

Для учета связи коллективного, состоящего только из D-фононов, и неколлективного, содержащего дополнительно один из возможных B_J -фононов, пространств рассматривается расширенная волновая функция

$$\Psi(I) = |\psi_c(I)\rangle + \sum_{i1,c1} \alpha_{i1,c1} |(B_{i1}^+ \psi_{c1})^{(I)}\rangle, \quad (10)$$

где $|\psi_c\rangle$ есть волновая функция, содержащая суперпозицию только D-фононов.

Энергии нижайших состояний ираст-полос с $I^{\pi} \leq 6^+$ оказываются существенно ниже энергий B_J -мод, которые как минимум больше удвоенной парной щели. Такая выделенность состояний по энергии двух пространств позволяет рассматривать их связь неявным образом через перенормировку бозонных параметров ε_d , k_1 , C_L , k_2 (9), что

сделано в [13–15] с помощью теории возмущений в варианте Бриллюэна–Вигнера (БВ). Для этого в волновой функции (10) среди конфигураций $|\psi_c(I)\rangle$ учитываются состояния $(D^+)^n| \rangle$ с n = 0, 1, 2, а также набор конфигураций, дополнительно имеющий один из B_J^+ -фононов положительной четности с мультипольностью J^{π} от 0^+ до 6^+ .

Все полученные с учетом этой связи бозонные параметры оказываются зависящими от спина и энергии рассматриваемого состояния. Расчеты показали, что главный вклад при этом вносят фононы с моментом 2⁺, причем среди этих фононов нет нижайшего. Следующей по важности является совокупность фононов с моментами 4^+ и 6^+ . Перенормировка бозонных параметров, особенно ε_d и C_L , оказывается существенной. Из-за того, что это эффективно происходит за счет учета связи коллективных состояний (в терминах только Dфононов) с большим набором B_{J} -фононов, то в результирующих волновых функциях коллективная компонента остается определяющей. Для одно Dфононного состояния компонента неколлективных состояний ~9%, для двухфононных состояний последовательно $(D^+D^+)^{(0)}$ эта компонента $\sim 25\%$, для $(D^+D^+)^{(L=2,4)} \sim 15\%$.

При описанном подходе каждый из параметров зависит от энергии возбуждения или конкретного коллективного состояния. Однако при этом одновременно меняется и энергия квазичастичнофононного вакуума. Все вместе это позволило так переопределить значения параметров бозонного гамильтониана, чтобы уже при фиксированной энергии бозонного вакуума параметры гамильтониана изменялись уже не слишком существенно. Тем не менее это изменение имеется, и полного соответствия с тем, что описывается при традиционном использовании МВБ1 нет, а представленные теоретические энергии возбуждений соответствуют именно изменяемым параметрам гамильтониана для каждого состояния. Соответствующая процедура применялась во всей серии работ, использующей описанный микроскопический вариант МВБ1 [11].

2.3. Ослабление связи коллективных и неколлективных состояний

Ослабление взаимодействия конфигураций, различающихся по признаку наличия или отсутствия *B*-фононов, определяется соотношением

$$\langle D^{n'}B|H|D^{+n}\rangle \to \varsigma \langle D^{n'}B|H|D^{+n}\rangle$$
 (11)

с помощью параметра ς. Такое ослабление учитывалось во всех работах данной серии, связанной с микроскопическим расчетом параметров гамильтониана МВБ1. При анализе механизма пересечения полос в четных изотопах Ce [11] было отмечено, что это ослабление может иметь тенденцию к усилению по мере роста спина в полосе, что соответствует уменьшению ς .

Для определения зависимости ς от характеристик коллективного состояния, $\varsigma(I)$, сделано предположение, что это ослабление связано с различием в структуре D-фононных амплитуд в зависимости от того, имеется ли в компоненте волновой функции B-фонон, т.е., что при наличии B-фонона происходит дополнительная блокировка одночастичных уровней и структура D-фонона несколько меняется. Отличие связано как с фононными амплитудами, так и параметрами сверхтекучести. Пусть

$$\xi = \langle D($$
при наличии $B) | D^+ \rangle,$ (12)

тогда можно предположить, что $\varsigma = \xi^{n_d(I)}$. Так как число квазичастиц определяется как $n_d(I)$, так и P_1 , была принята следующая параметризация:

$$\varsigma = \xi^{n_d + P_1 + \beta(\langle C_4(I) \rangle - \langle C_4(0) \rangle)}.$$
(13)

Член с β в этом выражении может быть удобен, так как в деформированных ядрах зависимость $n_d(I)$ является достаточно плавной, а значения $\langle C_4(I) \rangle$, наоборот, для любых характеристик спектров от вибрационных до ротационных быстро растут с увеличением спина в полосе. Учет $\langle C_4(I) \rangle$ в (13) может отражать заметное различие нормировок коллективных состояний в бозонном и фононном представлениях. Для ¹⁵⁶Dy было принято $\xi =$ = 0.9757, $\beta = 0$. С учетом бозонных средних, которые были получены на основе параметров, данных на рис. 2, параметр ς^2 для спинов от $I = 0^+$ до $I = 16^+$ приведен на рис. 3.

Решение вариационной задачи решается итерационным способом с учетом дополнительных условий и учетом перенормировки параметров. Это приводит к самосогласованным значениям энергий коллективных состояний, приведенным на рис. 4 и отмеченным как coll. На следующем этапе рассматривается связь коллективных состояний с высокоспиновыми фононами с $J \ge 8^+$, а также процессы, приводящие к МЭ $\langle DDD|H|B_J^+ \rangle$. Это влияет не только на высокоспиновые состояния, но и на коллективные состояния, начиная с основного. Ниже дано краткое рассмотрение этих процессов.

2.4. Бозонное описание пересечения полос

Перенормировка параметров МВБ1 осуществляется за счет расширения волновой функции фононных состояний в виде (10) за счет *B*_J-фононов



Рис. 2. Зависимость бозонных параметров от спинов состояний ираст-полосы относительно их значений в основном состоянии, которые для ε_d , k_1 , k_2 , C_0 , C_2 , C_4 соответственно равны -0.4579, -0.0698, 0.0380, 0.6140, 0.2704, 0.0681, полное число бозонов $\Omega = 24$. Параметры k_1 и k_2 остаются практически неизменными для всех спинов.

с $J^{\pi} \leq 6^+$. При больших спинах состояний ирастполос коллективные и неколлективные возбуждения могут оказаться энергетически близкими. Поэтому компоненты этих неколлективных мод необходимо явно вводить в рассматриваемый базис, а значения J^{π} уже будут меняться до 10^+ . Если полагать, что компоненты двухквазичастичных состояний с $J = 12^+$ не столь существенны, то следует рассматривать J^{π} в интервале от 0^+ до 10^+ . Это приводит не только к дополнительному сжатию спектра коллективных состояний, но и к пересечению полос разной природы.

Вводя b_J -бозоны, гамильтониан H_b принимает-



Рис. 3. Значения $\varsigma^2(I)$ с учетом бозонных средних.

ся в виде:

$$H_{b} = H_{b1} + H_{b2}; \qquad (14)$$

$$H_{b1} = H_{\rm IBM}^{(0)} + \sum_{i} \omega_{i} b_{i}^{+} b_{i} + V^{(1)};$$

$$H_{b2} = V^{(2)} + V^{(3)},$$

где $H_{\rm IBM}^{(0)}$ (3) является гамильтонианом MBБ1 с параметрами, определенными только через *D*-фононы, т.е. без учета неколлективных фононов, ω_i — энергии b_i -бозонов. Бозонные члены взаимо-действия $V^{(1,2,3)}$ содержат члены, пропорциональные

$$V^{(1)} \sim [s^+d^+d, s^+s^+d^+dd, d^+d^+s, d^+d^+d] \cdot b_J,$$
$$V^{(2)} \sim d^+d^+d^+ss \cdot b_J,$$
$$V^{(3)} \sim [d^+s, d^+d^+ss, d^+d] \cdot b_{I_1}^+b_{J_2}$$

и соответственно эрмитово сопряженные слагаемые. Параметры этих взаимодействий определяются МЭ в фермионном пространстве с помощью процедуры Марумори, как это описано в [11, 13, 17].

Взаимодействие $V^{(1)}$ и $V^{(2)}$ выражает связь коллективных состояний с неколлективными. Оператор $V^{(3)}$ определяет взаимодействие между состояниями, содержащими различные b_J -бозоны.

2.5. Результаты расчетов

Из анализа экспериментальных энергий состояний ираст-полос можно заметить, что в состояниях, построенных на высокоспиновых модах,



Рис. 4. Энергии состояний ираст-полос. Подписи "th." и "exp." соответствуют теоретическим и экспериментальным [16] значениям (в масштабе рисунка они практически сливаются). Подпись "coll." соответствует расчетному значению, но без учета каналов взаимодействия $V^{(2)}$, $V^{(3)}$.



Рис. 5. Теоретические и экспериментальные [16] значения вероятностей *E*2-переходов внутри ираст-полос. Для второго варианта теоретический расчет соответствует наличию усиливающего фактора оператора между компонентами волновых функций, явно содержащих неколлективные фононы, в 1.15 раза и учету многобозонного члена в операторе *E*2-перехода.

энергии переходов имеют большие значения, нежели те, что построены на квазичастично-фононном вакууме. Однако это различие тем меньше, чем больше коллективность основной полосы. Поэтому для рассматриваемого ядра такое различие не делается. Учет дополнительных членов взаимодействия в $V^{(1,2,3)}$ расширенного гамильтониана (14) приводит в результате к опусканию энергий состояний, отмеченных как coll. на рис. 4, к окончательным значениям, отмеченным как th. на том же рисунке, где сравниваются с экспериментальными значениями. Соответствие теоретических и экспериментальных значений энергий состояний настолько удовлетворительно, что на рис. 4 они практически не различаются. Наибольшее отличие теоретических энергий от экспериментальных, не считая 18^+ -состояния, относится к 8^+ - и 14^+ состояниям. Для первого состояния теоретическое значение превышает экспериментальное на 27 кэВ, для второго — меньше на 28 кэВ.

Микроскопический способ расчета параметров электрического квадрупольного оператора представлен в [18]. Соответствующая схема ориентирована на переходы либо между коллективными состояниями, либо между состояниями в районе пересечения полос. Переход с неколлективных компонент, явно в (10) не рассматриваемых, в коллективные учитывается при перенормировке эффективных зарядов [18]. Это позволяет рассматривать МЭ только между коллективными компонентами, выраженными через *d*-бозоны, не затрагивая b_J -бозоны, что приводит к бозонному $\hat{T}(E2)$ -оператору:

$$\hat{T}(E2) = e^* \left(d^+ s + s^+ d + \chi_{E2} d^+ d \right)^{(2)} + (15) + e^*_0 \left(s^+ (d^+ d)^{(0)} d + d^+ (d^+ d)^{(0)} s \right) + + e^*_3 \left((d^+ d^+)^{(0)} d^+ sss + s^+ s^+ s^+ d(dd)^{(0)} \right).$$

Первое слагаемое данного оператора является обычным для МВБ1. Второе получило свое обоснование в [18] и связано с тем, что обрезающий фактор $\sqrt{1-n_d/\Omega}$, соответствующий *s*-бозону, различается для операторов гамильтониана и оператора Е2-переходов. Это учитывается введением члена, пропорционального e_0^* . Роль последнего члена в операторе квадрупольных переходов для исследуемых ранее ядер Те, Хе и Ва была несущественна в силу как малости полученных оценок для параметра e_3^* , так и малости соответствующих бозонных матричных элементов. Для рассматриваемого изотопа Dy в силу большей коллективности последнее условие начинает нарушаться. Поэтому расчеты вероятности квадрупольных переходов, приведенные на рис. 5, осуществлялись в двух вариантах. В первом, th.1, расчет произведен с микроскопически рассчитанными значениями $e^* =$ = 8.724e Фм², χ_{E2} = -0.539 и e_0^* = -0.0177e Фм², а e_3^* не рассматривался. Во втором варианте, th.2, он был принят равным $-0.017e \ \Phi M^2$, но при этом параметр e^* для переходов между компонентами волновых функций, явно содержащих неколлективные фононы, увеличен в 1.15 раза. Второй вариант дает весьма хорошее описание экспериментальных значений. При этом оба варианта воспроизводят наблюдаемый минимум B(E2)с 14⁺-состояния. Учет последнего слагаемого в операторе (15) приводит к уменьшению значений B(E2), что улучшает согласие с экспериментом. Однако следует иметь ввиду, что уменьшение частично-дырочного канала взаимодействия и одновременное увеличение частично-частичного (квадрупольное спаривание) приводят к аналогичному эффекту.

На рис. 6 приведен фононный состав волновых функций состояний ираст-полос. Уже основное состояние примерно на 55% определяется только D-конфигурациями. Это понятно уже из того, что, как говорилось, перенормированные одно- и двухфононные состояния определяются в основном Dкомпонентами, вклад которых соответственно равен 91% и 85%, а число квадрупольных бозонов в ¹⁵⁶Dy в основном состоянии равно 7.8. По мере роста спина вклад D-компонент падает, но еще при спине наблюдаемого состояния 12⁺ структура



Рис. 6. Фононный состав волновых функций ирастполос. Под "collective" понимается вклад в функцию компонент, содержащих только *D*-фононный состав. Под B(J) понимается вклад от всех компонент, содержащих различные фононы с фиксированным моментом J, т.е. $\sum_{i1,c1} |\alpha_{J,i1,c1}|^2$, где амплитуды α определяются в (10).

остается достаточно сложной, в то время как 14^+ состояние исчерпывается в основном компонентой, содержащей высокоспиновую двухквазичастичную компоненту, что и приводит к теоретическому минимуму в значениях B(E2) для 14^+ -состояния, которое при этом остается существенным.

3. СОСТОЯНИЕ 8⁺(2.788 МэВ), ЗАСЕЛЯЕМОЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ β^+ /ЕС-РАСПАДА ИЗОМЕРНОГО СОСТОЯНИЯ В ¹⁵⁶Но

Вероятность β -перехода пропорциональна произведению двух сомножителей, первый из которых связан с лептонами и описывается с помощью функции Ферми $f(Q_{\beta} - E)$, а второй сомножитель связан с атомным ядром и описывается с помощью силовой функции β -распада $S_{\beta}(E)$, где E — энергия уровня в дочернем ядре, заселяемом в результате β -перехода, Q_{β} — полная энергия β -распада, определяемая как разность масс нейтральных атомов материнского и дочернего ядер.

До начала 1980-х гг. при описании $S_{\beta}(E)$ доминировала статистическая модель, которая предполагала отсутствие резонансов в $S_{\beta}(E)$ в области энергий возбуждения ядра, доступной для β -распада (т.е. при $E < Q_{\beta}$), и в которой $S_{\beta}(E)$ параметризовалась в виде $S_{\beta}(E) = \text{Const}$ или $S_{\beta}(E) \sim \rho(E)$, где $\rho(E)$ — плотность уровней в дочернем ядре. Предполагалось, что статистическая модель должна адекватно описывать β распад в области средних и тяжелых ядер при

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА том 84 № 4 2021

энергии возбуждения дочернего ядра, превышающей E > 2-3 МэВ. Нестатистические эффекты, связанные с наличием резонансов в $S_{\beta}(E)$ и особенностями структуры ядра были выявлены при описании β -запаздывающего деления ядер [19]. Далее, методы расчета структуры $S_{\beta}(E)$, развитые в [19], были применены для расчета как особенностей β -распада, так и β -запаздывающих процессов для широкого круга ядер [20–24]. Идея о нестатистическом характере $S_{\beta}(E)$ оказалась весьма важной и в настоящее время используется в различных областях ядерной физики и ядерной астрофизики [22–24].

Интенсивность заселения уровня после β распада I(E), период полураспада для β -процессов $T_{1/2}$ и величины ft связаны с $S_{\beta}(E)$ следующим образом [19–24]:

$$\frac{dI(E)}{dE} = S_{\beta}(E)T_{1/2}f(Q_{\beta} - E), \qquad (16)$$

$$T_{1/2}^{-1} = \int S_{\beta}(E) f(Q_{\beta} - E) dE, \qquad (17)$$

$$\int_{\Delta E} S_{\beta}(E)dE = \sum_{\Delta E} (ft)^{-1}, \qquad (18)$$

где $S_{\beta}(E)$ в МэВ⁻¹ с⁻¹ и ft в секундах. Значения ft не зависят от Q_{β} , а величины $\lg ft$ используют при построении систематик β -переходов.

Приведенные вероятности B(GT, E) для β переходов типа Гамова—Теллера (GT) определяются как [19, 22–25]:

$$B^{\pm}(\mathrm{GT}, E) = \tag{19}$$

$$=\frac{g_A^{\text{end}}}{4\pi}|\langle I_f||\sum t_{\pm}(k)\sigma(k)||I_i\rangle|^2/(2I_i+1),$$
$$B^{\pm}(\text{GT},E)=\frac{g_V^2}{4\pi}\frac{D}{ft},$$
(20)

где I_i и I_f — спины начального (материнское ядро) и конечного состояний (дочернее ядро); *g*_A и *g*_V — константы аксиально-векторного и векторного компонент слабого взаимодействия; $D = (6144 \pm 2)$ с; $t_{\pm}\sigma(k)$ — произведение изоспинового и спинового операторов, образующих оператор β-перехода; t — парциальный период βраспада на уровень с энергией возбуждения Е; $\langle I_f || \sum t_{\pm}(k) \sigma(k) || I_i \rangle$ — приведенный матричный элемент для *β*-перехода типа Гамова-Теллера. Положения и интенсивности резонансов в $S_{\beta}(E)$ рассчитываются с помощью различных моделей ядра [19, 22-24]. С макроскопической точки зрения резонансы в $S_{\beta}(E)$ связаны с колебаниями спин-изоспиновой компоненты плотности без изменения формы атомного ядра [22, 26]. При



Рис. 7. Схема распада [16] изомера $I^{\pi} = 9^+$ ядра ¹⁵⁶ Но. Вероятность ЕС-распада составляет 75%, вероятность изомерного перехода IT = 25%. В цепочке: высокоспиновый изомер $\rightarrow \beta^+$ /ЕС-распад $\rightarrow \gamma$ -распад \rightarrow ираст-полоса, необходим всего один γ -переход для заселения соответствующих уровней ираст-полосы.

энергиях возбуждения атомного ядра $E < Q_{\beta}$ $S_{\beta}(E)$ определяет характер β -распада. В случае $E > Q_{\beta}$ $S_{\beta}(E)$ определяет сечение зарядовообменных ядерных реакций.

Успешное применение методов спектроскопии полного поглощения [22, 23] позволило однозначно экспериментально установить нестатистический резонансный характер структуры $S_{\beta}(E)$. Современные методы ядерной спектроскопии позволили в деталях изучить тонкую структуру резонансов $S_{\beta}(E)$ [24, 26] для ряда ядер.

Схема распада [16] высокоспинового изомера $I^{\pi} = 9^+$ ядра ¹⁵⁶Но приведена на рис. 7.

Структура изомера $I^{\pi} = 9^+$ в ядре ¹⁵⁶Но в настоящее время до конца не выяснена. Качественно характер β^+/EC -распада указанного изомера можно описать следующим образом. Из экспериментального значения $\lg ft = 4.52$ и систематики величин $\lg ft$ [16, 27] следует, что наблюдаемый β^+/EC -распад изомера обусловлен переходом типа Гамова-Теллера. Используя схему одночастичных уровней из [27] (в представленных расчетах для Dy энергии одноквазичастичных для протонных состояний $d_{5/2}$, $g_{7/2}$, $h_{11/2}$, $s_{1/2}$, d_{3/2} оказались соответственно равными 1.0, 1.75, 0.72, 2.36, 2.22; для нейтронных состояний $f_{7/2}$, *h*_{11/2} равны 1.69, 1.65 МэВ), можно предположить, что данный переход Гамова-Теллера обусловлен превращением протона с уровня $1h_{11/2}$ в нейтрон на уровне 1h_{9/2}, т.е. спин-флип переходом, при

котором нейтронная частица (*vp*)-протонная дырка (πh) оказываются связанными в момент $I^{\pi} =$ $=1^+$, т.е. $[\nu p \otimes \pi h] 1^+$. Полный спин уровня, на который происходит β^+/EC -переход типа Гамова— Теллера, формируется из спина изомерной конфигурации материнского ядра ($I^{\pi} = 9^+$) и спина частично-дырочной пары $[\nu p \otimes \pi h)]1^+$ и может составлять $I^{\pi} = 8^+, 9^+, 10^+$. Экспериментально наблюдался лишь EC-переход на уровень $I^{\pi} =$ $= 8^+$ в ¹⁵⁶Но (рис. 7). Представляет интерес поиск соответствующих уровней (резонансов) с $I^{\pi} = 8^+$, $9^+, 10^+$ как при β^+/EC -распаде, так и в ядерных реакциях. Экспериментальная информация такого рода позволит развивать теоретические подходы к описанию зарядово-обменных ядерных реакций и *β*-распада в атомных ядрах с участием высокоспиновых изомеров.

По экспериментальным значениям интенсивностей переходов с $8_q^+(2.788 \text{ МэВ})$ можно получить, что $B(E2; 8_q^+ \to 10_1^+)/B(E2; 8_q^+ \to 6_1^+) = 8.9$. При теоретическом расчете каждая из величин данного отношения — малая величина. В рамках используемой теории, ориентированной на большие значения B(E2) за счет оператора (15), не рассматриваются E2-переходы за счет одноквазичастичных переходов в неколлективных модах, например, $(h_{9/2} \times f_{7/2})^{(8+)} \xrightarrow{E2} (h_{9/2} \times f_{7/2})^{(6+)}$, которые хоть и малы, но могут внести необходимую лепту, существенно влияющую на указанное отношение.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках микроскопической версии МВБ1 с использованием элементарных мод и эффективного факторизованного взаимодействия на основе сферического одночастичного базиса были проанализированы свойства состояний ираст-полосы в ¹⁵⁶Dy. При этом был произведен учет связи состояний, содержащих большое число d- и b_Jбозонов положительной четности с $J^{\pi} = 0^{+} - 10^{+}$. Это позволило описать механизм пересечения полос. При этом, как показал расчет, согласующийся с экспериментом, пересечение полос произошло при спине 14⁺-состояния ираст-полосы. Этому соответствует как теоретический, так и экспериментальный слабо выраженный минимум в значениях B(E2) вдоль ираст-полосы для перехода $14^+_1 \rightarrow$ $\rightarrow 12^+_1$. Исследуемое ядро уникально тем, что на три состояния ираст-полосы наблюдаются переходы с состояния 8+(2.788 МэВ), заселяемого в результате β^+/EC -распада изомерного состояния 9⁺ ядра ¹⁵⁶Но.

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА том 84 № 4 2021

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. S. Beliaev and V. G. Zelevinsky, Nucl. Phys. **39**, 582 (1962); Izv. AN SSSR. Ser. Fiz. **28**, 127 (1964).
- D. Janssen, R. V. Jolos, and F. Donau, Nucl. Phys. A 224, 93 (1974).
- Р. В. Джолос, Ф. Дэнау, Д. Янсен, ТМФ 20, 112 (1974) [R. V. Jolos, F. Donau, and D. Janssen, Theor. Math. Phys. 20, 704 (1974)].
- P. В. Джолос, Ф. Дэнау, Д. Янсен, ТМФ 23, 374 (1975) [R. V. Jolos, F. Donau, and D. Janssen, Theor. Math. Phys. 23, 580 (1975)].
- 5. T. Kishimoto and T. Tamura, Nucl. Phys. A **163**, 100 (1971); **192**, 246 (1972); **270**, 317 (1976).
- T. Tamura, K. Weeks, and T. Kishimoto, Phys. Rev. C 20, 307 (1979); Nucl. Phys. A 347, 359 (1980).
- K. J. Weeks and T. Tamura, Phys. Rev. C 22, 888, 1323 (1980).
- 8. K. J. Weeks, T. Tamura, T. Udagawa, and F. J. W. Hahne, Phys. Rev. C 24, 703 (1981).
- 9. T. Marumori, K. Takada, and F. Sakata, Prog. Theor. Phys. Suppl. **71**, 1 (1981).
- А. Д. Ефимов, В. М. Михайлов, Изв. РАН. Сер. физ. **73**, 808 (2009) [А. D. Efimov and V. M. Mikhajlov, Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. **73**, 760 (2009)].
- 11. А. Д. Ефимов, ЯФ **83**, 380 (2020) [A. D. Efimov, Phys. At. Nucl. **83**, 651 (2020)].
- 12. A. D. Efimov and V. M. Mikhajlov, EPJ Web Conf. 38, 17005 (2012).
- А. Д. Ефимов, В. М. Михайлов, Изв. РАН. Сер. физ. 82, 1395 (2018) [A. D. Efimov and V. M. Mikhajlov, Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 82, 1266 (2018)].
- А. Д. Ефимов, В. М. Михайлов, Изв. РАН. Сер. физ. 80, 986 (2016) [А. D. Efimov and V. M. Mikhajlov, Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 80, 898 (2016)].
- 15. A. D. Efimov and V. M. Mikhajlov, EPJ Web Conf. **107**, 03013 (2016).

- 16. National Nuclear Data Center, Brookhaven National Laboratory; http://www.nndc.bnl.gov
- 17. А. Д. Ефимов, В. М. Михайлов, Изв. РАН. Сер. физ. 83, 1244 (2019) [A. D. Efimov and V. M. Mikhajlov, Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 83, 1136 (2019)].
- А. Д. Ефимов, В. М. Михайлов, Изв. РАН. Сер. физ. 77, 948 (2013) [А. D. Efimov and V. M. Mikhajlov, Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 77, 862 (2013)].
- I. N. Izosimov and Yu. V. Naumov, Bull. Acad. Sci. USSR, Phys. Ser. 42, 25 (1978). https://www.researchgate.net/publication/ 322539669
- 20. H. V. Klapdor, C. O. Wene, I. N. Isosimow, and Yu. W. Naumow, Phys. Lett. B **78**, 20 (1978).
- 21. H. V. Klapdor, C. O. Wene, I. N. Isosimov, and Yu. W. Naumow, Z. Phys. A **292**, 249 (1979).
- 22. Yu. V. Naumov, A. A. Bykov, and I. N. Izosimov, Phys. Part. Nucl. 14, 175 (1983). https://www.researchgate.net/publication/ 233832321
- 23. I. N. Izosimov, Phys. Part. Nucl. **30**, 131 (1999). https://doi.org/10.1134/1.953101
- I. N. Izosimov, V. G. Kalinnikov, and A. A. Solnyshkin, Phys. Part. Nucl. 42, 963 (2011). https://doi.org/10.1134/S1063779611060049
- 25. A. Bohr and B. Mottelson, *Nuclear Structure* (Benjamin, New York, 1969), Vol. 1.
- I. N. Izosimov, A. A. Solnyshkin, J. H. Khushvaktov, and Yu. A. Vaganov, Phys. Part. Nucl. Lett. 15, 298 (2018).

https://doi.org/10.1134/S1547477118030081

27. V. G. Soloviev, *Theory of Atomic Nuclei: Quasiparticles and Phonons* (Institute of Physics, Bristol and Philadelphia, 1992).

DESCRIPTION OF THE STATES OF THE YRAST-BAND IN ¹⁵⁶Dy

A. D. Efimov^{1),2)}, I. N. Izosimov³⁾

¹⁾ Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping, St. Petersburg, Russia ²⁾ Ioffe Physical-Technical Institute, Russian Academy of Sciences, St. Petersburg, Russia ³⁾ Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, Russia

Based on an extended microscopic version of the IBM, a description of the properties of the states of the yrast-band in ¹⁵⁶Dy up to spin 18⁺ is obtained. The series of states of this band, 6⁺, 8⁺, and 10⁺ are populated from 8⁺ (2.788 MeV) excitation by-turn populated as a result of β^+ /EC-decay from the isomeric state 9⁺ to ¹⁵⁶Ho.

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ ЭЛИМИНИРОВАНИЯ ЭФФЕКТА БОРА-ВАЙСКОПФА В АТОМНЫХ СПЕКТРАХ ТЯЖЕЛЫХ ИОНОВ ²⁰⁹Ві

© 2021 г. Ф. Ф. Карпешин^{1)*}, М. Б. Тржасковская²⁾

Поступила в редакцию 03.09.2020 г.; после доработки 14.12.2020 г.; принята к публикации 14.12.2020 г.

Проводится сравнение различных методов элиминирования эффекта Бора-Вайскопфа в теории сверхтонкого расщепления: отношения и специфических разностей значений сверхтонкого расщепления на разных оболочках. Демонстрируется родство этих методов, которое проявляется в приблизительно одинаковой остаточной зависимости от ядерной модели (динамическом эффекте) на уровне 10^{-3} . Данная степень элиминирования оказывается достаточной для подтверждения решения висмутовой загадки сверхтонкого расцепления. Сравнение с экспериментом на более высоком уровне точности требует включения эффекта Бора-Вайскопфа. Обсуждаются перспективы дальнейших экспериментальных и теоретических исследований с целью возможного уточнения магнитного момента ядра ²⁰⁹Ві с помощью накопительных колец в ГСИ Дармштадт, ИСФ Ланьчжоу.

DOI: 10.31857/S0044002721040164

1. ВВЕДЕНИЕ

Сверхтонкое расщепление (СТР) вызвано взаимодействием электронов с магнитным моментом ядра. В первом приближении оно не зависит от деталей ядерной структуры. определяясь магнитным моментом и спином ядра, а также свойствами электронной оболочки. Это связано с малой вероятностью проникновения электронов в ядро. Учет эффектов проникновения ведет к возникновению эффекта Бора-Вайскопфа (БВ) [1]. Этот эффект отсутствует в гипотетическом случае точечного ядра, возникая вследствие конечного размера ядра и распределения токов намагниченности по его объему. Поэтому, начиная с работы [1], эффект БВ используется для изучения структуры ядра, в частности его среднеквадратичного радиуса (например, [2, 3]). Эффект БВ лежит в основе известного явления аномалий в оптических спектрах ядер. А в связи с развитием техники накопительных колец в последние годы наблюдается рост интереса к изучению сверхтонкой структуры в водородоподобных, литийподобных (ниже H- и Li-подобных) и других малоэлектронных тяжелых ионах. Интерес вызывает возможность тестирования электронных волновых функций, а также квантовой электродинамики (КЭД) [4], поскольку эффекты высших порядков — поляризация вакуума, поправка на собственную энергию электрона — вносят заметный вклад, на уровне процента, в величину СТР.

Однако еще больший вклад в СТР дает эффект БВ. В случае тяжелых ионов ²⁰⁹Ві, вклад эффекта БВ в СТР составляет приблизительно 2.0% и 2.2% от полной величины расщепления для 1sи 2s-уровней соответственно. Поскольку эффект БВ не может быть вычислен априори, то в ряде приложений, таких как изучение несохранения пространственной четности в атомах и тестирование КЭД, он выступает как препятствие на пути теории. Отсюда понятны многочисленные попытки ослабления эффекта БВ при сравнении теории с экспериментом путем подбора соответствующих комбинаций из наблюдаемых величин. Например, в значительной мере это удается сделать в методе отношений, если взять отношение СТР на разных оболочках [5, 6]. Другой метод — специфических разностей (СР) — был ранее предложен в работе [4]. Он применялся и в последующих работах (например, [7, 8] и других) для интерпретации экспериментов с тяжелыми ионами, проводившимися в ГСИ Дармштадт. Этот метод основан на взаимной компенсации зависящих от эффекта БВ членов путем вычитания в линейной комбинации из СТР двух уровней. В качестве теоретической предпосылки метода была указана пропорциональность волновых функций 1s- и 2s-состояний в области ядра [4], которая в идеальном случае обеспечила бы искомую независимость наблюдаемой величины

¹⁾Всероссийский научно-исследовательский институт метрологии им. Д.И. Менделеева, Санкт-Петербург, Россия.

²⁾НИЦ "Курчатовский институт" – ПИЯФ, Гатчина, Россия.

^{*}E-mail: **fkarpeshin@gmail.com**

от ядерной модели. Тем не менее сравнение вычисленной СР с экспериментом выявило противоречие [9], которое получило название "висмутовой загадки" СТР. Противоречие разрешилось, когда в работе [8] было получено указание на то, что истинное значение магнитного момента ядра ²⁰⁹Ві, $\mu =$ = 4.092(2) μ_N , μ_N — ядерный магнетон, несколько меньше справочного значения [10] $\mu =$ 4.1106 μ_N .

Систематическое же изучение эффекта БВ было предпринято в работах [11-14]. Эти работы основаны на методах, разработанных в теории внутренней конверсии (ВК). При этом СТР рассматривается как частный случай ВК [15, 16], а эффект БВ выступает как проявление аномальной ВК, частный случай влияния динамического эффекта ядерной структуры на коэффициенты ВК (КВК). Под динамическим эффектом в теории называется зависимость КВК от ядерной модели пространственного распределения ядерных токов, в данном случае — магнетизма, по объему ядра. С этой целью в работе [13] были использованы две модели, хорошо известные в теории ВК: поверхностных (ПТ) и объемных (ОТ) токов ядерного магнетизма. Принято считать, что в силу контрастности физических представлений, лежащих в основе этих двух моделей, истинное распределение ядерных токов занимает промежуточное место между ними. Неожиданным оказался тот результат, что обе модели, ПТ и ОТ, дают вполне эквивалентное описание СТР на двух уровнях с точностью до 10^{-6} . В отношении СР расчеты выявили их ожидавшуюся радикальную чувствительность к ядерной модели. Тем не менее, в настоящей работе ниже показано, что как экспериментальные данные, так и теоретические значения подвергаются указанной зависимости в равной мере, поэтому их сравнение действительно может служить индикатором справедливости тех и других. Сравнение с экспериментом, проведенное в разд. 4, подтверждает правильность решения ториевой загадки, основанного на уточнении значения магнитного момента ядра ²⁰⁹Ві.

2. ФОРМУЛЫ

Базовой моделью для построения теории является модель без проникновения (БП), пренебрегающая эффектами проникновения электронов в ядро. Адекватный метод учета этих эффектов обеспечивают модели ПТ [17] и ОТ [18]. Отделяя эффекты проникновения, выражение для СТР можно записать в виде [13]

$$W = Nw, \qquad (1)$$
$$w = \int_{-\infty}^{\infty} g(r)f(r)dr + t^{\nu} \equiv w^{(0)} + t^{\nu},$$

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА том 84 № 4 2021

0

$$N = -\frac{2(2I+1)}{I(j+1)}e\kappa\mu\frac{e\hbar}{2M_nc}.$$

Здесь g(r), f(r) — большая и малая компоненты радиальной волновой функции электрона, $\kappa = (l - j)(2j + 1)$ — его релятивистское квантовое число, l и j — электронный орбитальный и полный моменты соответственно, I — ядерный спин, e элементарный заряд, μ — магнитный момент ядра и $\frac{e\hbar}{2M_pc}$ — ядерный магнетон. $w^{(0)}$ дает значение СТР в модели БП. Член t^{ν} , который мы будем называть матричным элементом проникновения, содержит информацию о структуре ядра:

$$t^{\nu} = \int_{0}^{R_{c}} g(r)f(r)Y^{\nu}(r) r^{2}dr, \qquad (2)$$

гле

$$Y^{\nu}(r) =$$

$$=\begin{cases} \frac{r}{R_c^3} - \frac{1}{r^2}, & \text{если } \nu = \Pi T, \\ \frac{1}{R_c^3} \left(4r - 3\frac{r^2}{R_c}\right) - \frac{1}{r^2}, & \text{если } \nu = \text{ОТ.} \end{cases}$$
(3)

В модели БП $Y^{\nu}(r) \equiv 0$. R_c — модельный радиус переходных токов — в случае ВК, или токов намагничивания — в случае СТР. Пусть верхний индекс ν указывает модель, а нижним индексом *i* мы будем далее помечать электронный уровень.

Таким образом, вся информация об эффекте БВ заключена в слагаемых t_i^{ν} . В работах [4, 7] было предложено избавиться от него в линейной комбинации, называемой СР:

$$\Delta' E = W_{2s} - \xi W_{1s}.$$
 (5)

Коэффициент ξ подбирается так, что слагаемые t_i^{ν} , зависящие от эффекта БВ, взаимно сокращаются в (5). Таким образом, определение (5) имеет форму уравнения. Оно имеет очевидное решение

$$\xi = t_{2s}^{\nu} / t_{1s}^{\nu}. \tag{6}$$

При этом значении *ξ* СР может быть вычислена по формуле

$$\Delta' E = W_{2s}^{(0)} - \xi W_{1s}^{(0)}, \quad W_i^{(0)} = N w_i^{(0)}.$$
(7)

Величина ξ была вычислена в работах [4, 7] с точностью до пяти знаков. Полученные значения составили $\xi = 0.16885$ [4] и $\xi = 0.16886$ [7]. Ясно, что такая точность имеет смысл только в том случае, если зависимость от ядерной модели проявляется лишь на еще более высоком уровне точности. Как говорилось во Введении, это не так [11, 13]. Наряду с зависимостью от модели ядерного магнетизма, в работах [11, 13] было обращено внимание на ненаблюдаемый характер параметра ξ

и определяемой им СР, что является дополнительным источником неопределенности. Не свободна от противоречий и работа [8]. Мы вернемся к этому вопросу в разд. 4.

3. АНАЛИЗ МОДЕЛЬНОЙ НЕЗАВИСИМОСТИ МЕТОДОВ ЭЛИМИНИРОВАНИЯ ЭФФЕКТА БОРА–ВАЙСКОПФА

Для целей изучения эффекта БВ запишем выражение (1) для СТР в 1*s* и 2*s* электронных конфигурациях в виде [11, 13, 14]

$$W_{1s} = N w_{1s}^{(0)} (1 + \epsilon_{1s}), \qquad (8)$$
$$W_{2s} = N w_{2s}^{(0)} (1 + \epsilon_{2s}),$$

где поправки на эффект БВ определяются безразмерными малыми величинами ϵ_i . Их отношение с точностью до первого порядка равно

$$\frac{W_{2s}}{W_{1s}} = \frac{w_{2s}^{(0)}}{w_{1s}^{(0)}} (1 + \epsilon_{2s} - \epsilon_{1s}) \equiv h(1 + \epsilon_{2s} - \epsilon_{1s}).$$
(9)

Таким образом, в отношении СТР (9) фактически происходит вычитание матричных элементов проникновения. Сравнивая (8) и (9), можно констатировать, что если в (8) неопределенность, вносимая в СТР эффектом БВ, составляет $\sim \epsilon_{1s}$ или ϵ_{2s} по сравнению с единицей, то в отношении (9) неопределенность составляет только разность $\epsilon_{2s} - \epsilon_{1s}$ по сравнению с той же единицей, т.е. гораздо меньшую величину. Численно разность $|\epsilon_{2s} - \epsilon_{1s}| \sim 0.2\%$ и она может варьироваться в зависимости от модели приблизительно вдвое (например, в моделях ПТ и ОТ [13]). Поэтому чувствительность отношения к эффекту БВ начинается на уровне точности $\sim 10^{-3}$. Это согласуется с результатами [5].

Если же рассматривать метод CP и *ξ* в качестве коэффициента модели, получим оценку

$$\Delta' E = W_{2s} - \xi W_{1s} =$$
(10)

$$= Nw_{2s}^{(0)}(1 + \epsilon_{2s}) - \xi Nw_{1s}^{(0)}(1 + \epsilon_{1s}) =$$

$$= Nw_{1s}^{(0)}[h - \xi + (h\epsilon_{2s} - \xi\epsilon_{1s})] =$$

$$= Nw_{1s}^{(0)}[(h - \xi)(1 + \epsilon_{1s}) + h(\epsilon_{2s} - \epsilon_{1s})] \approx$$

$$\approx Nw_{1s}^{(0)}[h - \xi + h(\epsilon_{2s} - \epsilon_{1s})] =$$

$$= Nw_{1s}^{(0)}h(\frac{h - \xi}{h} + \epsilon_{2s} - \epsilon_{1s}),$$

где *h* определено в (9) как отношение СТР, вычисленных без учета эффекта БВ. Теперь неопределенность модели (10), в отличие от отношения СТР (9), определяется неопределенностью той же разности амплитуд $\epsilon_{2s} - \epsilon_{1s}$, но по отношению не к единице, а к гораздо меньшей величине

 $|(h-\xi)/h| \approx 1 - \epsilon_{2s}/\epsilon_{1s} \approx 0.1$. Для оценки можно также использовать экспериментальные значения СТР [9], положив $h \approx W_{2s}/W_{1s} \approx 797/5085 = 0.16$. Поэтому $|h - \xi| \approx 0.01$, $|(h - \xi)/h| \approx 0.06$, откуда следует, что относительная погрешность СР уже на два порядка больше, чем отношения (9). Альтернативно, можно использовать теоретические значения $Nw_i^{(0)}$ из работы [7], названные там "дираков-скими". Тогда получим h = 0.16273, $|(h - \xi)/h| =$ = 0.04. В свою очередь, $\epsilon_{1s} \approx \epsilon_{2s} \approx 2\%$, а их разность $\epsilon_{2s} - \epsilon_{1s} \approx 0.2\%$ [11]. То есть разность ϵ_{2s} – $-\epsilon_{1s}$ приблизительно в десять раз меньше, чем ϵ_{1s} или ϵ_{2s} по отдельности, а $|(h-\xi)/h|$ в двадцать раз меньше единицы. Таким образом, вместо уменьшения неопределенности, вносимой эффектом БВ, что и было целью введения СР, ее относительная величина может возрасти вдвое.

4. СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ

Проанализируем, как полученные выше закономерности проявляются в расчетах и эксперименте. Результаты расчетов [4, 7, 8, 11, 13], вместе с последними экспериментальными данными [9] приводятся в табл. 1. Во второй и третьей строках приведены значения W_{1s} и W_{2s} . В работах [4, 7] не производился расчет эффекта БВ. Вместо этого вычислены СР по формуле (7), используя вычисленные значения $W_i^{(0)}$. Соответственно, эти значения приводятся в табл. 1. По той же формуле вычислена СР в работе [8], однако в последней работе вычислены и СТР с учетом эффекта БВ в конкретной ядерной модели, приведенные во второй и третьей строках табл. 1.

Легко видеть, что наша подгонка [11, 13] экспериментальных данных относительно СТР W_{1s} и W_{2s} приводит к лучшему согласию с экспериментом, чем любой из результатов [4, 7, 8]. Действительно, наши результаты совпадают с экспериментом до 4-5 знаков, тогда как в работах [4, 7, 8] до 2–3. Это справедливо для обоих рассмотренных значений µ. Рассмотрим сначала более детально теоретические результаты, относящиеся к значению $\mu = 4.1106 \mu_N$. Расхождение с экспериментом расчетов [4, 7] выходит за пределы указанных экспериментальных и расчетных погрешностей. Оно случается уже во втором знаке, что вполне вписывается в рамки эффекта БВ (~2%). Следовательно, можно допустить, что данное расхождение обязано этому эффекту. А значит, на основании изложенного в разд. 3, можно рассчитывать, что для отношения СТР согласие с экспериментом будет на порядок выше, до 10^{-3} .

В четвертой строке табл. 1 выписаны вычисленные нами отношения СТР W_{1s} и W_{2s} , приведенных выше в той же колонке. Как и ожидалось,

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА том 84 № 4 2021

	Эксперимент	$\mu = 4.1106$				$\mu = 4.092$	
	[9]	[4]	[11]	[13]	[7]	[13]	[8]
<i>W</i> _{1<i>s</i>} , эВ	5.08503(11)	5.16050	5.0863	5.08584	5.16138	5.08420	5.089(15)
W_{2s} , эВ	0.797645(18)	0.81008(5)	0.7975	0.797645	0.810230(5)	0.797646	0.7983(25)
W_{1s}/W_{2s}	6.37505(28)	6.36999	6.3778	6.37607	6.37027	6.37401	6.3748
$\Delta' E$, мэВ	-61.012(26)	-61.27(4)	-61.373	-61.150	-61.320(4)(5)	-60.872	-61.043(5)(30)

Таблица 1. Сравнение теоретических результатов расчета сверхтонкого расщепления для 1s и 2s уровней и их специфической разности (3—8 колонки) с экспериментом, значения магнитного момента ядра μ приводятся в ядерных магнетонах (приведены погрешности расчета или эксперимента, если они указаны в цитированных работах)

наилучшее согласие имеет место в работах [11, 13, 8], в которых учтен эффект БВ. При этом только в работе [8] отношение СТР согласуется с экспериментом в пределах погрешностей. Отношение на первый взгляд нечувствительно к величине магнитного момента ядра. Практически, однако, оно оказывается косвенно зависящим от него, поскольку согласование с экспериментом при разных μ если возможно, то достигается с различными значениями ϵ_{1s} и ϵ_{2s} . А последнее обстоятельство, согласно (9), изменяет и отношение СТР.

Результаты для СР выписаны в последней строке табл. 1. Вычисленные в работах [4, 7] СР на две-три единицы в третьем знаке превышают экспериментальные значения. В работах [11, 13] СР не вычислялись, но с иллюстративной целью мы их также приводим в табл. 1, используя коэффициент $\xi = 0.16886$. И для них наблюдается расхождение. Данное несовпадение с экспериментом относительно СР в работе [9] послужило причиной заявления о загадке в СТР ионов ²⁰⁹Ві. Решение этой загадки было получено в работе [8]. Проведя эксперимент по измерению магнитного момента ядра ²⁰⁹Ві, на основе уточненного расчета химсдвига авторы пришли к выводу, что истинное значение $\mu = 4.092(2) \ \mu_N$ ниже справочного значения $\mu =$ $= 4.1106 \ \mu_N$ [10]. А поскольку СР пропорциональна µ, то после исправления ее значение совпало с экспериментом в пределах ошибок. Этот пункт обсудим подробнее.

В ряде работ подчеркивалось, что величина ξ и, соответственно, СР ненаблюдаемы [11, 13]. Трактовка же этого параметра авторами концепции СР противоречива. С одной стороны, они рассматривают его как коэффициент, который может быть рассчитан с высокой точностью. Приводится значение 0.16885 [4] или 0.16886 [7, 8]. С другой стороны, в работе [8] указано, что изменение динамической модели ядерного магнетизма существенно для расчета $\Delta' E$ и, соответственно, ξ [8]. Это противоречие отражается в табл. 1, где указанные значения СР и ξ не согласуются между собой. Так, во второй колонке, если использовать указанные значения W_{1s} и W_{2s} из работы [9] в комбинации с указанным там же значением $\xi = 0.16886$, то для СР получится значение $\Delta' E = -61.013$ вместо указанного в статье -61.012. В свою очередь, указанное значение -61.012 отвечает величине $\xi =$ = 0.1688598. Хотя это формально не выходит за пределы указанной неопределенности при округлении с семи до пяти цифр, однако приводит к указанному противоречию. Подобное иррегулярное поведение CP в зависимости от ξ отмечалось в работе [13]. Аналогично, в последней колонке приведено значение СР $\Delta' E = -61.043$ мэВ, вычисленное по формуле (7) с исправленным значением магнитного момента. И оно противоречит значению $\Delta' E =$ = -61.028 мэВ, которое получится при расчете по формуле (5) с тем же ξ и значениями W_{1s} , W_{2s} , взятыми из второй и третьей строк того же столбца, соответственно. Это противоречие также говорит о неполном элиминировании.

Модельная зависимость СР и коэффициента Е в явном виде продемонстрирована в работе [13]. Показано, что в зависимости от параметров модели величина Е изменяется на три единицы в пятом знаке, что, в свою очередь, генерирует вариацию СР на две единицы в *третьем* знаке — на порядок больше экспериментальной погрешности. В табл. 2 мы приводим результаты расчета СР в зависимости от параметра радиуса токов в модели ПТ. W_{1s}, W_{2s} вычислены как в работе [13]: дираковская часть, которая составляет 99% и 97% в случае 1s- и 2s-состояния соответственно, а также волновые функции электронов с учетом их взаимодействия вычислены по программе RAINE [19]. Поправки же на эффекты КЭД и межэлектронное взаимодействие в третьем порядке взяты из работы [7]. В работе [13] также вычислялись СР. Отличие настоящих расчетов в том, что в работе [13] была учтена зависимость ξ от модели, тогда как для табл. 2 расчет выполнен с фиксированным значением $\xi = 0.16886$. В целом приведенные значения

Таблица 2. Значения W_{1s} и W_{2s} (эВ), вычисленные в модели ПТ в зависимости от радиуса токов R_c (фм), соответствующие значения СР (мэВ) для двух значений магнитного момента ядра, а также отношения W_{1s}/W_{2s}

R	Ļ	u = 4.1106	;	$\mu = 4.092$	W. /W.
100	W_{1s}	W_{2s}	$\Delta' E$	$\Delta' E$	W 1s/ W 2s
7.3703	5.06970	0.794952	-61.12	-60.84	6.377
6.9728	5.08041	0.796738	-61.14	-60.86	6.377
6.5745	5.09087	0.798484	-61.16	-60.88	6.376
6.1753	5.10106	0.800184	-61.18	-60.90	6.375
5.7754	5.11092	0.801830	-61.20	-60.92	6.374
5.3744	5.12042	0.803414	-61.22	-60.94	6.373
4.9726	5.12949	0.804927	-61.24	-60.96	6.373
4.5698	5.13809	0.806363	-61.25	-60.98	6.372

в хорошем согласии с результатом [7] для $\mu = 4.1106$: $\Delta' E = -61.320$ мэВ. Во всем диапазоне радиуса токов СР варьируется не более, чем на 2 единицы в четвертом знаке, тогда как разница с экспериментом происходит в третьем знаке. Этим подтверждается предположение [8], что истинное значение μ несколько меньше справочного и равно $\mu = 4.092$. Тогда модифицированная расчетная величина $\Delta' E$ отличается от экспериментальной в пределах погрешности, на три единицы в четвертом знаке.

Помогает сравнению с экспериментом то, что модельная зависимость ξ отражается в равной степени и в экспериментальном, и в теоретическом значении СР. Эта корреляция показана в табл. 3. Как сказано выше, естественно ожидать вариаций ξ вокруг среднего значения в пределах 0.16883 и 0.16889, т.е. на три единицы в пятом знаке. Как видно из таблицы, экспериментальное значение СР при этом ожидаемо изменяется достаточно сильно. Но аналогично изменяется и теоретическое значение $\Delta' E$. Более того, мы проверили эту процедуру, варьируя ξ в гораздо большем, заведомо нефизическом диапазоне значений между 0.16871 и 0.169. Теоретический расчет выполнен по формуле (7) как со старым, так и с новым значением магнитного момента ядра. В качестве последнего мы выбрали $\mu = 4.090 \ \mu_N$, в пределах ошибок согласующегося с экспериментальным значением [8]. Таким путем простого исправления магнитного момента достигается полное согласие вычисленной СР с экспериментальным значением, независимо от величины ξ .

Приведенные результаты демонстрируют, что теоретические значения следуют за экспериментальными, сохраняя отличие в третьем знаке, так

Таблица 3. Сравнение экспериментальных значений СР с теоретическими в зависимости от величины ξ , теоретические значения СР вычислены с новым (4.090) и старым (4.1106) значениями магнитного момента ядра

ξ	$\Delta' E_{\rm exp}$	$\Delta' E_{ m th}$	
		$\mu = 4.1106$	$\mu = 4.090$
0.16871	-60.25	-60.55	-60.24
0.16874	-60.40	-60.70	-60.40
0.16877	-60.56	-60.86	-60.55
0.16880	-60.71	-61.01	-60.71
0.16883	-60.86	-61.17	-60.86
0.16886	-61.01	-61.32	-61.01
0.16889	-61.17	-61.48	-61.17
0.16892	-61.32	-61.63	-61.32
0.16895	-61.47	-61.79	-61.48
0.16898	-61.62	-61.94	-61.63
0.16900	-61.73	-62.04	-61.73

что перенормировка μ по-прежнему остается единственным путем, ведущим к согласию между теорией и экспериментом. Таким образом, согласование теории с экспериментом по критерию СР вовсе не требует привязки к определенной ядерной модели. Вполне достаточно, если величина ξ будет вычислена до четвертого, и даже до третьего знака: сравнение с экспериментом от этого не страдает, если магнитный момент ядра выбран надлежащим образом. Вот этими обстоятельствами определяется конечный успех на данном этапе метода СР, сначала сформулировавшего загадку СТР в ионах ²⁰⁹Вi, а потом предложившего ее решение в виде изменения справочного значения магнитного момента ядра ²⁰⁹Bi.

Разумеется, не следует забывать, что магнитный момент определяется из независимых от СТР экспериментов по ядерно-магнитному резонансу. Экспериментальная часть работы [8] не завершена, и важно сохранить объективность в оценке результатов в дальнейшем.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Выше мы провели исследование принципов, лежащих в основе элиминирования эффекта БВ методами СР и отношения СТР для двух уровней на примере водородо- и литийподобных ионов ²⁰⁹Ві. Чувствительность обоих методов к модели ядерного магнетизма начинается на уровне ~10⁻³ от их фактического значения. Применительно к
методу отношений, аналогичная оценка была получена в работе [6]. Метод СР остается еще чувствительным к магнитному моменту ядра, что и послужило в свое время причиной загадки СТР в этих атомах. Загадка нашла удовлетворительное разрешение после того, как в работе [9] было получено указание, что магнитный момент несколько меньше принятого справочного значения: 4.092 μ_N вместо 4.1106 μ_N [10].

Этот результат подтверждается и методом отношений. В этом случае согласие с экспериментом также получено лишь в работе [8] со значением $\mu = 4.092 \ \mu_N$. Метод отношений таким образом также оказывается чувствительным к магнитному моменту ядра.

2. Заметим, что ни метод СР, ни метод отношений пока не позволяет использовать целиком высокую точность эксперимента [9], где ошибка измерения W_{1s} и W_{2s} порядка ~10⁻⁵. Взаимное редуцирование основных компонент при вычислении СР увеличивает экспериментальную ошибку до 10⁻⁴. На этом уровне для проверки вычисления электронных волновых функций и эффектов КЭД можно использовать и метод отношений. Для того, чтобы использовать целиком точность экспериментальных данных, необходимо включение эффекта БВ в явном виде. При таком подходе он используется для изучения ядерной структуры [1]. А будучи извлечен из экспериментальных данных, он нисколько не мешает и тестированию КЭД или волновых функций.

3. В свою очередь, адекватное описание эффекта БВ не представляет принципиальной сложности, причем может быть одинаково хорошо достигнуто в самых разных моделях, сразу для нескольких уровней. В данном примере двух электронных состояний фитирование можно провести с ошибкой, не превышающей 10⁻⁶, причем модельнонезависимым способом [13]. Этого вполне достаточно для целей интерпретации эксперимента [9], с запасом на порядок величины. В частности, можно использовать весьма эвристическую модель аномальных моментов [11], которая позволяет модельно-независимым способом определить мультипольные моменты распределения по объему ядра токов ядерного магнетизма. В работе [11] отмечено, что такой путь подходит даже для контроля экспериментальных данных.

4. Отметим актуальность на данном этапе измерения СТР $2p_{1/2}$ -уровня в бороподобных ионах ²⁰⁹Ві. Это связано с тем, что разложение радиальных волновых функций в начале координат содержит знакопеременные ряды Тэйлора, так что в разложении произведения компонент g(r)f(r)в (2) каждое нечетное слагаемое в значительной степени компенсирует вклад предыдущего четного. Напомним, что в настоящее время данные имеются только по двум электронным конфигурациям, в которых основной действующей компонентой являются СТР 1*s*- и 2*s*-уровней. Было бы чрезвычайно интересно предусмотреть такое измерение, например, в развитии экспериментального проекта в оптической ловушке ARTEMIS в ГСИ Дармштадт [20] наряду с уточнением данных для 1*s*- и 2*s*-уровней.

Авторы выражают признательность Л.Ф. Витушкину, Ж. Гингес и В.М. Шабаеву за плодотворные обсуждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. A. Bohr and V. F. Weisskopf, Phys. Rev. 77, 94 (1950).
- 2. J. R. Persson, ADNDT **99**, 62 (2013).
- A. E. Barzakh, L. Kh. Batist, D. V. Fedorov, V. S. Ivanov, K. A. Mezilev, P. L. Molkanov, F. V. Moroz, S. Yu. Orlov, V. N. Panteleev, and Yu. M. Volkov, Phys. Rev. C 86, 014311 (2012).
- V. M. Shabaev, A. N. Artemyev, V. A. Yerokhin, O. M. Zherebtsov, and G. Soff, Phys. Rev. Lett. 86, 3959 (2001).
- 5. J. S. M. Ginges, A. V. Volotka, and S. Fritzsche, Phys. Rev. A **96**, 062502 (2017).
- J. S. M. Ginges and A. V. Volotka, Phys. Rev. A 98, 032504 (2018).
- A. V. Volotka, D. A. Glazov, O. V. Andreev, V. M. Shabaev, I. I. Tupitsyn, and G. Plunien, Phys. Rev. Lett. 108, 073001 (2012).
- L. V. Skripnikov, S. Schmidt, J. Ullmann, C. Geppert, F. Kraus, B. Kresse, W. Nörtershäuser, A. F. Privalov, B. Scheibe, V. M. Shabaev, M. Vogel, and A. V. Volotka, Phys. Rev. Lett. **120**, 093001 (2018).
- J. Ullmann, Z. Andelkovic, C. Brandau, A. Dax, W. Geithner, C. Geppert, C. Gorges, M. Hammen, V. Hannen, S. Kaufmann, K. König, Y. A. Litvinov, M. Lochmann, B. Maaß, J. Meisner, T. Murböck, R. Sánchez, M. Schmidt, S. Schmidt, M. Steck, T. Stöhlker, R. C. Thompson, C. Trageser, J. Vollbrecht, C. Weinheimer, and W. Nörtershäuser, Nat. Commun. 8, 15484 (2017), DOI: 10.1038/ncomms15484
- R. B. Firestone, C. M. Baglin, and S. Y. Frank Chu, *Table of Isotopes* (CD-ROM, 8th ed., Wiley-Interscience, New York, 1999).
- 11. F. F. Karpeshin and M. B. Trzhaskovskaya, Nucl. Phys. A **941**, 66 (2015).
- 12. Ф. Ф. Карпешин, М. Б. Тржасковская, ЯФ **81**, 3 (2018) [Phys. At. Nucl. **81**, 1 (2018)].
- 13. F. F. Karpeshin and M. B. Trzhaskovskaya, Phys. Rev. C **100**, 024326 (2019).
- Ф. Ф. Карпешин, М. Б. Тржасковская, Изв. РАН. Сер. физ. 84, 1787 (2020) [Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 84, 1524 (2020)].
- 15. A. S. Reiner, Nucl. Phys. 5, 588 (1958).
- Ф. Ф. Карпешин, Мгновенное деление в мюонных атомах и резонансная конверсия (Наука, Санкт-Петербург, 2006).

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА том 84 № 4 2021

- 17. Л. А. Слив, ЖЭТФ 21, 770 (1951).
- Ф. Ф. Карпешин, И. М. Банд, М. А. Листенгартен, Л. А. Слив, Изв. АН СССР. Сер. физ. 40, 1164 (1976) [Bull. Acad. Sci. USSR. Ser. Phys. 40, 58 (1976)].
- 19. I. M. Band, M. B. Trzhaskovskaya, C. W. Nestor Jr., P. O. Tikkanen, and S. Raman, At. Data

Nucl. Data Tables **81**, 1 (2002); I. M. Band and M. B. Trzhaskovskaya, *ibid*. **55**, 43 (1993); **35**, 1 (1986).

 W. Quint, D. L. Moskovkhin, V. M. Shabaev, and M. Vogel, Phys. Rev. A 78, 032517 (2008).

COMPARISON OF THE METHODS FOR ELIMINATION OF THE BOHR–WEISSKOPF EFFECT IN THE ATOMIC SPECTRA OF HEAVY IONS OF ²⁰⁹Bi

F. F. Karpeshin¹⁾, M. B. Trzhaskovskaya²⁾

¹⁾The D.I. Mendeleyev All-Russian Institute for Metrology (VNIIM), St. Petersburg, Russia ²⁾NRC "Kurchatov Institute" — PNPI, Gatchina, Russia

A comparison is made of various methods for eliminating the Bohr–Weisskopf effect in the theory of hyperfine splitting: the ratio and specific differences of the values of hyperfine splitting in different shells. The relationship of these methods is demonstrated, which manifests itself in approximately the same dependence on the nuclear model (dynamic effect) at the 10^{-3} level. This accuracy is sufficient to justify the solution of the bismuth hyperfine puzzle. Prospects for further experimental and theoretical studies are discussed aimed at a possible refinement of the magnetic moment of the ²⁰⁹Bi nucleus with the help of storage rings at GSI Darmstadt, IMP Lanzhou.

= ЯДРА =

ВЛИЯНИЕ ВНУТРИЯДЕРНЫХ КАСКАДОВ НА СОСТАВ И ЭНЕРГИЮ ФРАГМЕНТОВ ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ Si(p,x) и Fe(p,x)

© 2021 г. Н. В. Новиков^{1)*}, Н. Г. Чеченин¹⁾, Т. В. Чувильская¹⁾, В. Я. Чуманов¹⁾, А. А. Широкова¹⁾

Поступила в редакцию 10.10.2020 г.; после доработки 10.10.2020 г.; принята к публикации 10.10.2020 г.

Квантово-механические модели и метод Монте-Карло используются для исследования состава и энергии продуктов ядерных реакций, происходящих при столкновениях быстрых протонов с ядрами кремния и железа. Показано, что при энергии протонов более 500 МэВ внутриядерные каскады на стадии формирования составного ядра в предравновесном состоянии приводят к увеличению количества вторичных ионов и уменьшению их средней энергии. Расчеты были выполнены с использованием программных пакетов TALYS, EMPIRE, GEANT4 и FLUKA.

DOI: 10.31857/S004400272104022X

1. ВВЕДЕНИЕ

Состав и энергетический спектр продуктов ядерной реакции несут информацию не только о механизме протекания ядерной реакции, но и о динамике образования и распада составного возбужденного ядра. За более чем вековую историю развития ядерной физики было предложено несколько моделей ядерных реакций, выдержавших испытание временем [1]. Механизмы ядерных реакций можно разделить на прямые процессы (ПП) и реакции с образованием и последующим распадом возбужденного составного ядра (СЯ). ПП протекают за время пролета частицы через ядро ($\sim 10^{-24} - 10^{-22}$ с). СЯ формируются за время $(t \sim 10^{-22} - 10^{-21} \text{ c})$ и снимают свое возбуждение путем эмиссии вторичных частиц в течение сравнительно длительного времени (вплоть до $t \sim 10^{-16}$ с, см. рис. 1).

При энергиях налетающих частиц порядка сотен МэВ появляется дополнительный механизм формирования составного ядра, который описывается моделью внутриядерных каскадов (ВК) [2]. Эти каскады начинаются при взаимодействии первичной частицы с одним из нуклонов ядра, которое приводит к активации в ядре вторичных частиц, способных взаимодействовать между собой и рассеиваться нуклонами. Внутриядерные столкновения в каскаде приводят к перераспределению импульса первичной частицы среди нуклонов ядра. Если отдельные фрагменты в каскадах получают энергию, которая превышает их энергию связи, такие фрагменты могут испускаться. Каскад заканчивается образованием ядра в предравновесном состоянии, когда первичная частица и вторичные фрагменты покидают ядро или поглощаются.

Прогресс в описании ядерных реакций был достигнут с разработкой оптической модели (ОМ). описывающей взаимодействие падающей частицы с ядром на базе одночастичного комплексного потенциала, который позволяет разделить упругие и неупругие каналы реакции. ОМ применяется для описания механизма ПП, когда первичная частица взаимодействует с одним из фрагментов ядра и передает ему большую часть своего импульса. В этой модели вычисляется сечение реакций с выбиванием одной частицы из ядра (например, реакции (p, n), $(p, d), (p, \alpha)$ и т.д.) [1]. Для аппроксимации вещественной и мнимой частей оптического потенциала (ОП) использовались различные модели ядра и несколько вариантов зависимости параметров потенциальной ямы от энергии налетающей частицы Е и массы ядра А [1]. Определенным этапом в использовании ОМ стало введение глобального ОП [3], в которой для столкновений нейтронов и протонов с ядром были предложены универсальные зависимости параметров оптического потенциала от распределения плотности нуклонов в ядре, энергии налетающей частицы и массы ядра. В результате появилась возможность аппроксимации параметров ОП, когда экспериментальные данные для столкновения нуклона с произвольным ядром либо отсутствуют, либо их недостаточно.

Состав и распределение по импульсу отдельных фрагментов возбужденного ядра в ОП и модели ВК [4] различаются. Сравнение экспериментальных

¹⁾Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д. В. Скобельцына Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия.

^{*}E-mail: nvnovikov65@mail.ru



Рис. 1. Основные этапы ядерной реакции и их характерное время: образование составного ядра с учетом механизмов прямых процессов (ПП) и внутриядерных каскадов (ВК); распад составного ядра с эмиссией или испарением легких фрагментов и затем с образованием остаточного ядра и его релаксация с испусканием γ -квантов.

данных и результатов расчета по моделям, которые в разных приближениях учитывают внутриядерные каскады, позволяет выяснить влияние этого механизма реакции на состав и энергию вторичных частиц и область энергий, где механизм ВК надо учитывать.

В настоящей работе проводится сопоставление результатов расчетов дифференциальных сечений упругого и неупругого взаимодействия протона с энергией $E_0 \leqslant 10$ ГэВ с ядрами кремния и железа с помощью нескольких программных комплексов, реализующих различные теоретические модели ядерных реакций. В предыдущих исследованиях [5, 6] по рассеянию быстрых протонов на ядрах в рамках ОП ядерные процессы рассчитывались с помощью программных кодов EMPIRE [7, 8] и TALYS [9], в которых ВК не рассматриваются. В настоящей работе аналогичные расчеты проведены с использованием также программных кодов GEANT4 [10], FLUKA [11], в которых BK учитываются. Результаты расчетов сопоставлены с экспериментальными данными с использованием метода Монте-Карло. Такое сравнение позволяет исследовать влияние внутриядерных каскадов на состав и среднюю энергию продуктов реакций в результате неупругого столкновения быстрых протонов с ядрами кремния Si(p, x) и железа Fe(p, x).

2. МЕТОДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

2.1. Квантово-механические механизмы реакции и реализующие их программные комплексы

Основные квантово-механические механизмы ядерной реакции реализованы в ряде программных пакетов модульного вида, которые позволяют вычислить дифференциальное и полное сечение взаимодействия с ядрами на момент образования остаточного ядра. Для описания релаксации возбужденного ядра в программах EMPIRE

и TALYS используются модели многоступенчатой предравновесной эмиссии [8-10], а также экситонная [9] и гибридная [9, 12] модели. Пакет программ EMPIRE-2.18 [8] в диапазоне энергии первичных ионов $E_0 < 1$ ГэВ позволяет вычислить состав, угловое, энергетическое распределение легких (n, p, α) и тяжелых продуктов реакции. Для столкновений протонов с ядрами кремния состав тяжелых продуктов реакции в этом пакете программ ограничен диапазоном $11 \leqslant Z \leqslant 15$. В более поздней версии EMPIRE-3.2 [9] были уточнены плотности уровней, параметры деформации и схемы распада возбужденных ядер [13], а также добавлены новые теоретические модели и методы расчета. Это позволило расширить состав легких (n, p, d, t, α, d) ³He) и тяжелых ($Z \ge 3$) продуктов реакции, но диапазон энергии первичных ионов в EMPIRE-3.2 уменьшен до $E_0 \leqslant 150$ МэВ. Дифференциальные сечения взаимодействия $\sigma(Z, A, E_{ZA})$ на момент образования остаточного ядра в столкновениях первичных ионов с энергией $E_0 \leqslant 1$ ГэВ могут быть вычислены также с помощью программного комплекса TALYS-1.9 [9]. Интегрирование дифференциального сечения $\sigma(Z, A, E_{ZA})$ по энергии вторичного иона E_{ZA} дает полное сечение

$$\sigma(Z,A) = \int dE_{ZA}\sigma(Z,A,E_{ZA}) \tag{1}$$

и среднюю энергию вторичных частиц

$$\langle E_{ZA} \rangle = \frac{1}{\sigma(Z,A)} \int dE_{ZA} E_{ZA} \sigma(Z,A,E_{ZA}).$$
 (2)

Суммируя соотношение (1) по заряду ядра Z и массе A, получаем полное сечение образования одного тяжелого вторичного иона:

$$\sigma_{ZA} = \sum_{Z \ge 3} \sum_{A \ge 5} \sigma(Z, A) =$$
(3)

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА том 84 № 4 2021



Рис. 2. Сечение образования остаточных ядер в столкновениях протонов с $E_0 = 1$ ГэВ с ядром железа Fe(p, x). Результаты расчетов: сплошная линия — TALYS; кружки — GEANT4. Экспериментальные данные [17] показаны крестами.

$$=\sum_{Z\geqslant 3}\sigma_A(Z)=\sum_{A\geqslant 5}\sigma_Z(A),$$

где $\sigma_A(Z)$ и $\sigma_Z(A)$ — сечения образования всех вторичных ионов с массой A и всех вторичных частиц с зарядом ядра Z соответственно. Для столкновения протонов с ядрами кремния и железа в области энергии $E_0 < 1$ ГэВ сечение образования одного тяжелого вторичного иона (3) совпадает с сечением неупругого столкновения $\sigma_{inel} \approx \sigma_{ZA}$. Влияние на величину дифференциального сечения $\sigma(Z, A, E_{ZA})$ механизмов деления ядра на несколь-

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА том 84 № 4 2021

ко тяжелых фрагментов ($\sigma_{inel} < \sigma_{ZA}$) и фрагментации ядра исключительно на легкие продукты с зарядом ядра Z < 3 ($\sigma_{inel} > \sigma_{ZA}$) в этой области энергии является слабым. Средний заряд ядра $\langle Z \rangle$ и средняя масса $\langle A \rangle$ вторичного тяжелого иона определяются выражениями:

$$\langle Z \rangle = \sum_{Z \ge 3} Z \sigma_A(Z) / \sigma_{\text{inel}}, \qquad (4)$$
$$\langle A \rangle = \sum_{A \ge 5} A \sigma_Z(A) / \sigma_{\text{inel}}.$$

Соотношение (1) используется также для вычисления сечения образования легких ионов, например, протонов $\sigma_p = \sigma(Z = 1, A = 1)$ и α -частиц $\sigma_{\alpha} = \sigma(Z = 2, A = 4)$, их средней энергии $\langle E_p \rangle$, $\langle E_{\alpha} \rangle$ (2), а также среднего количества протонов $N_p = \sigma_p / \sigma_{\text{inel}}$ и α -частиц $N_{\alpha} = \sigma_{\alpha} / \sigma_{\text{inel}}$ в одном неупругом столкновении первичной частицы с ядром.

2.2. Метод Монте-Карло

Наряду с методами расчета сечений на основе квантовой механики есть программы, которые используют теоретические и эмпирические оценки сечений взаимодействия для моделирования прохождения быстрых ионов через вещество. Метод Монте-Карло является вспомогательным для расчетов сечений, так как позволяет не только адекватно учесть особенности некоторых из моделей ядерных реакций, но и получить результаты расчетов близкие к эксперименту. Программы GEANT4 [10] и FLUKA [11] кроме традиционных моделей упругого взаимодействия с ядром и прямых ядерных реакций дополнительно учитывают внутриядерные каскады. В классической модели ВК [2] нуклоны в ядре считаются свободными. Модель [2] была уточнена методами квантовой молекулярной динамики, где ядро представляется в виде взаимодействующих нуклонов [14]. Эти два подхода к описанию каскадов были объединены в модели бинарного ВК [15].

Чтобы получить сечения, используемые при моделировании методом Монте-Карло, была использована оценка дифференциального сечения $\sigma(Z, A, E_{ZA})$ взаимодействия, в результате которого образуется остаточный ион с зарядом Z, массой A и энергией $E_{ZA} \pm \Delta E_{ZA}$. Количество таких вторичных ионов $n(Z, A, E_{ZA})$ после прохождения слоя мишени толщиной L определяется соотношением:

$$n(Z, A, E_{ZA}) = \rho \sigma(Z, A, E_{ZA})L, \qquad (5)$$

где ρ — плотность мишени в единицах ат/см³. Для интервала энергии $\Delta E_{ZA} = 1$ МэВ дифференциальное сечение $\sigma(Z, A, E_{ZA})$ выражается в единицах барн/МэВ и записывается в виде

$$\sigma(Z, A, E_{ZA}) = \frac{1}{\rho L(Z, A, E_{ZA})},$$
(6)

где $L(Z, A, E_{ZA})$ — толщина слоя, при котором в результате взаимодействия образуется один вторичный ион с зарядом ядра Z, массой A и энергией $E_{ZA} \pm \Delta E_{ZA}$.

Расчеты методом Монте-Карло проводились с использованием программ GEANT4 [10] и FLUKA

[11] для мишени из кремния (²⁸Si 92.23%, ²⁹Si 4.67%, ³⁰Si 3.10%) и железа (⁵⁴Fe 5.85%, ⁵⁶Fe 91.75%, ⁵⁷Fe 2.12%, ⁵⁸Fe 0.28%) со статистикой 107 падающих на мишень протонов. Программа FLUKA вычисляет количество столкновений, в которых трек первичной частицы разделяется на несколько треков. Общее количество таких столкновений с рождением вторичных частиц связано с сечением неупругого взаимодействия $\sigma_{\rm inel}$. Величина сечений образования вторичных ионов $\sigma(Z, A)$ в этой программе определяется только для легких частиц с $Z \leq 2$, так как тяжелый вторичный ион в ней рассматривается как модельная частица с некоторыми средними значениями Z и А. Для описания ВК в программе FLUKA используется модель Бертини [2]. Возможности программы GEANT4 шире. Из анализа результатов моделирования по программе GEANT4 кроме неупругого сечения σ_{inel} и сечений $\sigma(Z, A)$ для легких ионов $Z \leqslant 2$ можно получить сечение $\sigma(Z,A)$ для всех вторичных тяжелых ионов и сумму σ_{ZA} (3). В программе GEANT4 есть возможность получать сечения с различными комбинациями моделей неупругого взаимодействия и учета ВК. Например, это могут быть сечения, полученные на основе ВК в модели Бертини и струнной модели (FTFP BERT), ВК в модели Бертини и кварк-глюонной модели (QGSP BERT), а также модели бинарного ВК (QBBC)[10].

3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

При неупругом взаимодействии быстрого протона основным каналом релаксации возбужденного ядра в предравновесном состоянии является испускание одного тяжелого вторичного иона и нескольких легких частиц, среди которых кроме ионов с $Z \leq 2$ и нейтронов могут присутствовать также γ -кванты, лептоны и мезоны. Расчеты полного сечения $\sigma_{\rm inel}$ неупругого взаимодействия протона с ядром, как мы уже подчеркивали выше, проводились по нескольким программам.

Результаты расчетов, приведенные в табл. 1 и 2, показывают, что в области энергии $E_0 \leq \leq 0.5$ ГэВ сечения σ_{inel} , вычисленные по программе TALYS и GEANT4, приблизительно совпадают σ_{inel} (TALYS) $\approx \sigma_{inel}$ (GEANT4). Сечение σ_{inel} (TALYS) для протонов с энергией $E_0 > 0.5$ ГэВ уменьшается с увеличением E_0 приблизительно как 1/ E_0 (табл. 1 и табл. 2). Расчеты по GEANT4 и FLUKA для области энергии 0.5 ГэВ $< E_0 < 5$ ГэВ дают другую зависимость $\sigma_{inel} \approx \text{const. Коли$ $чественные } \sigma_{inel}$ (TALYS)/ σ_{inel} (GEANT4) < 1 и качественные отличия результатов расчетов по разным моделям для $E_0 > 0.5$ ГэВ связаны с влиянием ВК, которые в программе TALYS



Рис. 3. Зависимость сечения образования остаточных ядер в реакции Si(p, x) от энергии протона E_0 . Результаты расчетов по программе TALYS для ядер: $I - {}^{24}$ Mg, $2 - {}^{23}$ Na, $3 - {}^{16}$ O. Результаты расчетов по программе GEANT4 с моделью QGSP_BERT для ионов: кружки $- {}^{24}$ Mg, треугольники $- {}^{23}$ Na, косые кресты $- {}^{16}$ O.



Рис. 4. Зависимость средней кинетической энергии вторичного ядра ²⁴ Mg от энергии E_0 протона в реакции Si(p, x), рассчитанные по программам: 1 - TALYS, 2 - EMPIRE-2.18. Символами показаны результаты расчетов по программе GEANT4 с различными моделями: треугольники — QBBC, кружки — FTFP_BERT, кресты — QGSP_BERT.

не учитываются. Зависимость $\sigma_{inel} \approx const$ для расчетов с использованием GEANT4 и FLUKA согласуется с экспериментальными данными σ_{ZA}

[4, 17] и демонстрирует необходимость учета ВК в области энергии $E_0 > 0.5$ ГэВ. Уменьшение отношения $\sigma_{\rm inel}({\rm TALYS})/\sigma_{\rm inel}({\rm GEANT4})$ означает

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА том 84 № 4 2021



Рис. 5. Зависимость средней энергии вторичных частиц: a — протонов, δ — α -частиц от энергии E_0 первичного протона в реакции Si(p, x). Обозначения кривых те же, что и на рис. 4.

возрастание влияния ВК при увеличении E_0 на величину $\sigma_{\rm inel}.$

Распределения продуктов ядерной реакции по А и Z на рис. 2 демонстрируют, что учет BK увеличивает диапазон вторичных тяжелых продуктов как по заряду (рис. 2a), так и по их массе (рис. 2b). Расчеты сечения ядерных реакций Fe(p, x) по программе GEANT4 предсказывают рождение остаточных тяжелых ядер с Z < 15 и A < 25, которых нет в расчетах по программе TALYS. Тем самым, согласно GEANT4, средний заряд $\langle Z \rangle$ и массы $\langle A \rangle$ остаточных ядер уменьшаются по сравнению с аналогичными данными, рассчитанными по TALYS. Это соответствует качественно лучшему согласию результатов расчета сечений $\sigma_A(Z)$ и $\sigma_Z(A)$ по GEANT4 с экспериментальными данными [17]. Кроме того, учет ВК приводит к увеличению площади под кривыми на рис. 2, пропорциональной сечению σ_{ZA} , и согласию с экспериментальными данными для $\sigma_{\text{inel}} \approx \sigma_{ZA}$ (см. табл. 2).

Зависимость сечения $\sigma(Z, A)$ от энергии E_0 имеет порог ($\sigma(Z, A) = 0$ для $E_0\langle E_{ZA}^{\min}$). При уменьшении заряда остаточного ядра Z значение E_{ZA}^{\min} увеличивается (рис. 3). Вблизи порога $E_0 \approx$ $\approx E_{ZA}^{\min}$ сечение $\sigma(Z, A)$ при $E_0 = E_{ZA}^{\max}$ достигает максимального значения $\sigma_{\max}(Z, A)$, а потом уменьшается. Из-за отличий параметров E_{ZA}^{\min} , E_{ZA}^{\max} , $\sigma_{\max}(Z, A)$ состав продуктов реакции зависит от E_0 . При взаимодействии протонов с энергией $E_0 < 25$ МэВ в составе продуктов реакции Si(p, x) присутствуют только ядра с $Z \ge 11$, а при энергии $E_0 > 130$ МэВ в составе продуктов реакции есть все ядра с зарядом в диапазоне $3 \le Z \le 15$. Результаты расчетов сечений $\sigma(Z, A)$ для остаточных ядер ²⁴ Мg и ²³ Na (см. рис. 3) показывают, что в

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА том 84 № 4 2021

Модель	Программа	$E_0 = 0.1$ ГэВ	$E_0=0.5$ ГэВ	$E_0 = 1$ ГэВ	$E_0 = 5$ ГэВ
ПП	EMPIRE 3.2	466 ± 3			
	TALYS	481	300	245	
ПП, ВК	GEANT4	434 ± 1	474 ± 1	484 ± 1	476 ± 2
	FLUKA	479	443	465	473
Эксперимен	нт [4, 16]		440 ± 20		

Таблица 1. Результаты расчетов сечения неупругого взаимодействия σ_{inel} в мбн для реакции Si(p, x); погрешность теоретических сечений связана с использованием нескольких моделей расчета

Таблица 2. Результаты расчетов сечения неупругого взаимодействия σ_{inel} в мбн для реакции Fe(p, x); погрешность теоретических сечений связана с использованием нескольких моделей расчета

Модель	Программа	$E_0=0.3$ ГэВ	$E_0=0.5$ ГэВ	$E_0=0.75$ ГэВ	$E_0 = 1$ ГэВ	$E_0 = 1.5$ ГэВ
ПР	TALYS	728	735	687	632	
ПП, ВК	GEANT4	691 ± 3	729 ± 1	767 ± 1	797 ± 2	807 ± 3
Эксперимент [17]		701 ± 56	660 ± 53	767 ± 66	811 ± 76	822 ± 73

области $E_0 > 0.2$ ГэВ они уменьшаются при увеличении E_0 . Учет ВК приводит к более медленному убыванию этих сечений. Иначе обстоит дело для вторичных частиц с зарядом ядра $3 \le Z \le 9$. Для результатов расчета по программам EMPIRE и TALYS соотношение

$$\sigma(Z = 12, A = 24) > \sigma(Z = 11, A = 23) >$$

> $\sigma(Z = 8, A = 16)$

не меняется при увеличении E_0 . В этом случае средняя масса тяжелого фрагмента (4) слабо зависит от E_0 ($\langle A \rangle \approx \text{const}$). С другой стороны, сечение $\sigma(Z = 8, A = 16)$, вычисленное с помощью GEANT4, возрастает с увеличением E_0 и при $E_0 \geqslant 0.5$ ГэВ превышает сечение $\sigma(Z=11, A=$ = 23), а при $E_0 \ge 1$ ГэВ — сечение $\sigma(Z = 12, A =$ = 24). Эта особенность связана с увеличением параметра E_{ZA}^{\max} при учете ВК. Например, для ¹⁶О $E_{16O}^{\max} \approx 0.20 \pm 0.05$ ГэВ в TALYS и $E_{16O}^{\max} \approx 1.5 \pm$ ± 0.5 ГэВ в GEANT4. Эта разница увеличивается при уменьшении массы остаточного ядра А. Действительно, для $^{12}\mathrm{C}$ результаты вычислений дают значение $E_{^{12}\mathrm{C}}^{\mathrm{max}}\approx 0.25\pm0.05$ ГэВ в TALYS и $E_{^{12}\mathrm{C}}^{\mathrm{max}}\approx$ $pprox 2.5 \pm 0.5$ ГэВ в GEANT4. Изменение величины E_{ZA}^{\max} для фрагментов реакции с Z < 10 приводит для ядер ¹⁶О к увеличению параметра $\sigma_{\max}(Z, A)$ в 4-5 раз в расчетах по GEANT4 в сравнении

с результатами TALYS (см. рис. 3). Следствием этого является увеличение количества вторичных частиц с небольшими значениями заряда Z и массы A (см. рис. 2), уменьшение средней массы $\langle A \rangle$ и примерное постоянство зависимости $\sigma_{ZA} \approx \text{const в}$ широком диапазоне энергии протонов (см. табл. 1).

Результаты расчетов средней кинетической энергии остаточных ядер ²⁴Mg по программам TALYS и GEANT4 для протонов с энергией $E_0 \leqslant 0.2$ ГэВ совпадают в пределах погрешности расчета (рис. 4). В этой области энергии $\sigma_{\text{inel}}(\text{TALYS})/\sigma_{\text{inel}}(\text{GEANT4}) < 1$ и внутриядерные каскады при образовании ядра в предравновесном состоянии слабо влияют на энергию остаточных ядер. Средняя энергия $\langle E_{ZA} \rangle$ в вариантах расчета по программам TALYS и EMPIRE-2.18 быстро увеличивается с возрастанием Е₀. При учете ВК переданный ядру импульс перераспределяется между его отдельными фрагментами. Результаты, представленные на рис. 3, показывают, что потери энергии в составном ядре при учете ВК слабо зависят от энергии первичного иона E_0 и средняя энергия остаточного ядра (2) с увеличением E_0 изменяется мало, т.е. $\langle E_{ZA} \rangle \approx$ \approx const. Действительно, результаты расчета по программе GEANT4 для ионов ²⁴Mg в широком диапазоне энергии протонов в столкновениях $\mathrm{Si}(p,x)$ дают значение $\langle E_{^{24}\mathrm{Mg}} \rangle = 3.5 \pm 0.5$ МэВ.

Быстрое увеличение $\langle E_{ZA} \rangle$ в расчетах без учета ВК по сравнению с результатами GEANT4 позволяет определить область энергии первичных ионов E_0 , где для количественного описания сечений взаимодействия учет ВК необходим. Из результатов, представленных на рис. 3, получаем, что ВК для описания состава и энергии продуктов реакции Si(p, x) необходимо учитывать в области энергии $E_0 > 0.5$ ГэВ.

Результаты расчетов, представленные на рис. 5, демонстрируют степень увеличения энергии легких вторичных ионов с возрастанием энергии падающих протонов E_0 . В области $E_0 < 0.5$ ГэВ отличия в величине $\langle E_p \rangle$, вычисленной без учета ВК (EMPIRE и TALYS) и с его учетом (GEANT4), небольшие. Однако в области $E_0 > 0.5$ ГэВ средняя энергия вторичных протонов и α -частиц в расчетах с GEANT4 увеличивается значительно медленнее, чем в расчетах с EMPIRE и TALYS. Следовательно, учет ВК приводит к уменьшению средней энергии не только тяжелых (рис. 4), но и легких (рис. 5) вторичных ионов.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Существует несколько моделей описания механизма образования ядра в предравновесном состоянии. Не все современные программы расчета вторичных продуктов ядерной реакции учитывают механизм ВК. Сравнение с экспериментальными данными состава и энергии продуктов ядерных реакций Si(p, x) и Fe(p, x) с рассчитанными по программам без учета механизма BK (TALYS, EMPIRE) и с его учетом (GEANT4, FLUKA) позволило выяснить значение этого механизма и область энергии падающих протонов E_0 , в которой его надо учитывать.

Результаты расчетов сечений по программам GEANT4 и FLUKA, которые учитывают механизм ВК, согласуются с экспериментальными данными во всем диапазоне энергии первичных ионов. Для быстрых протонов $E_0 > 0.5$ ГэВ результаты расчета по программе TALYS дают заниженное значение неупругого сечения по отношению к экспериментальным данным. Следовательно, для расчетов состава продуктов неупругого столкновения протонов с ядром лучше использовать программу GEANT4, которая учитывает увеличение количества тяжелых вторичных ионов за счет внутриядерных каскадов. Анализ результатов расчета также показал, что учет ВК приводит к уменьшению средней энергии как тяжелых, так и легких продуктов реакции. Этот эффект объясняется перераспределением переданного нуклонам ядра импульса в каскадных столкновениях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. А. Г. Ситенко, *Теория ядерных реакций* (Энергоатомиздат, Москва, 1983), с. 352.
- 2. H. W. Bertini, Phys. Rev. 131, 1801 (1963).
- A. J. Koning and J. P. Delaroche, Nucl. Phys. A 713, 231 (2003).
- 4. В. С. Барашенков, В. Д. Тонеев, *Взаимодействие* высокоэнергетических частиц и атомных ядер с ядрами (Атомиздат, Москва, 1972), с. 648.
- Н. Г. Чеченин, Т. В. Чувильская, А. А. Широкова, А. Г. Кадменский, ЯФ 78, 943 (2015) [Phys. At. Nucl. 78, 890 (2015)].
- 6. Т. В. Чувильская, А. А. Широкова, ЯФ **81**, 221 (2018) [Phys. At. Nucl. **81**, 231 (2018)].
- 7. M. Herman, *EMPIRE-II Statistical Model Code* for Nuclear Reaction Calculations (Version: 2.18 Mondovi, User manual, 2002).
- 8. M. Herman, R. Capote, M. Sin, *et al.*, *EMPIRE-3.2 Malta* — *Modular System for Nuclear Reaction Calculations and Nuclear Data Evaluation* (User manual, 2015); http://www-nds.iaea.org/empire
- 9. A. Koning, S. Hilaire, and S. Goriely, *TALYS-1.9: A Nuclear Reaction Program* (User manual, 2017); http://www.talys.eu
- J. Allison, K. Amako, J. Apostolakis, P. Arce, M. Asai, T. Aso, E. Bagli, A. Bagulya, S. Banerjee, G. Barrand, B. R. Beck, A. G. Bogdanov, D. Brandt, J. M. C. Brown, H. Burkhardt, Ph. Canal, *et al.*, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A **835**, 186 (2016); https://geant4.web.cern.ch
- T. T. Böhlen, F. Cerutti, M. P. W. Chin, Fassò, A. Ferrari, P. G. Ortega, A. Mairani, P. R. Sala, G. Smirnov, and V. Vlachoudis, Nuclear Data Sheets 120, 211 (2014); www.fluka.org/fluka.php
- 12. M. Blann, Phys. Rev. C 54, 1341 (1996).
- R. Capote, M. Herman, P. Obložinský, P. G. Young, S. Goriely, T. Belgya, A. V. Ignatyuk, A. J. Koning, S. Hilaire, V. A. Plujko, M. Avrigeanu, O. Bersillon, M. B. Chadwick, T. Fukahori, Zhigang Ge, Yinlu Han, S. Kailas, *et al.*, Nuclear Data Sheets **110**, 3107 (2009); https://www-nds.iaea.org/RIPL-3
- K. Niita, S. Chiba, T. Maruyama, T. Maruyama, H. Takada, T. Fukahori, Y. Nakahara, and A. Iwamoto, Phys. Rev. C 52, 2620 (1995).
- 15. G. Folger, V. N. Ivanchenko, and J. P. Wellisch, Eur. Phys. J. A **21**, 407 (2004).
- Т. В. Чувильская, А. А. Широкова, А. Г. Кадменский, Н. Г. Чеченин, ЯФ 71, 1319 (2008) [Phys. At. Nucl. 71, 1293 (2008)].
- 17. C. Villagrasa-Canton *et al.*, Phys. Rev. C **75**, 044603 (2007).

INTRANUCLEAR CASCADE EFFECTS ON THE COMPOSITION AND ENERGY OF Si(p, x) AND Fe(p, x)NUCLEAR REACTION PRODUCTS

N. V. Novikov¹⁾, N. G. Chechenin¹⁾, T. V. Chuvilskaya¹⁾, V. Ya. Chumanov¹⁾, A. A. Shirokova¹⁾

¹⁾Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics Lomonosov Moscow State University, Russia

Quantum-mechanical models and the Monte Carlo method are used to study the composition and energy of the products of nuclear reactions occurring in collisions of fast protons with silicon and iron nuclei. It was shown that at proton energies of more than 500 MeV, intranuclear cascades at the stage of formation of a compound nucleus in a pre-equilibrium state lead to an increase in the number of secondary ions and a decrease in their average energy. The calculations have been carried out using the TALYS, EMPIRE, GEANT4, and FLUKA software packages.

= ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ И ПОЛЯ =

ИЗМЕРЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ ВЫХОДОВ Σ⁰/Λ⁰ В *pA*-ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ ПРИ 70 ГэВ

© 2021 г. А. П. Воробьёв¹⁾, А. А. Киряков¹⁾, В. М. Роньжин¹⁾, В. Н. Рядовиков^{1)*}, Ю. П. Петухов²⁾

Поступила в редакцию 30.07.2020 г.; после доработки 30.07.2020 г.; принята к публикации 30.08.2020 г.

Активная мишень из пластинок углерода, кремния и свинца облучалась протонами с энергией 70 ГэВ от ускорителя У-70. На статистике 10695 событий с одновременным рождением Λ^0 -гиперона и γ -кванта выделен сигнал (270 соб.) от распада $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda^0 + \gamma$ с использованием данных детектора γ -квантов установки СВД-2. Измерено отношение выходов Σ^0/Λ^0 , величина которого составила 0.34 ± 0.08 (C), 0.32 ± 0.06 (Si) и 0.10 ± 0.09 (Pb). Результаты сравниваются с данными других экспериментов.

DOI: 10.31857/S0044002721030168

ВВЕДЕНИЕ

К настоящему времени экспериментальной информации об образовании Σ^0 -гиперонов в протонядерных столкновениях существует немного. В то же время, имея одинаковый кварковый состав с Λ^0 -гиперонами (uds), но разный изотопический спин, исследования реакций их рождения могут дать информацию о влиянии спина на протекание ядерных реакций. Такая информация необходима не только для разработки теоретических моделей сильных взаимодействий [1-3] и генераторов событий [4]. При экспериментальных исследованиях поляризации Λ^0 -гиперонов, как правило, не учитывается факт образования части Λ^0 от распада Σ^0 , других частиц и резонансов, что размывает картину поляризационных явлений, наблюдаемую при сильных взаимодействиях. Рождение странных адронов в нуклон-нуклонных взаимодействиях изучалось во многих экспериментах для разных энергий. Накоплено много данных по рождению Λ^0 -гиперона, в сечении которого имеется существенный вклад от распада Σ^0 -гиперона. С выделением распада Σ^0 ситуация хуже, данных значительно меньше. Реконструкция распадов Σ^0 -гиперонов выполняется по каналу $\Sigma^0 \to \Lambda^0 + \gamma$, с γ -квантом, имеющим в экспериментах низкую эффективность регистрации. Предполагается, что отношение выходов Σ^0/Λ^0 , согласно числу проекций их изоспинов, должно быть близко к 1/3. Но экспериментальные измерения отношения Σ^0/Λ^0 в реакциях на ядрах показывают, что эта величина может отличаться от значения 0.3. Измеренное значение $\Sigma^0/\Lambda^0 = 0.16$ в d + Au-столкновениях при 200 ГэВ [5], а в *p*Ne-взаимодействиях при 300 ГэВ [6] оно равно 0.75. Предполагается, что это может быть связано с разным влиянием на процессы образования странных гиперонов составляющих ядра нуклонов, рождающихся резонансов и обменных взаимодействий между частицами.

Предсказания моделей для отношения Σ^0/Λ^0 также различаются. Например, генератор HIJING/BBbar [4] дает $\Sigma^0/\Lambda^0 = 0.37$ для d + + Au-столкновений при $(s_{NN})^{1/2} = 200$ ГэВ; статистическая термальная модель THERMUS [1] — $\Sigma^0/\Lambda^0 = 0.36$ при T = 160 МэВ и $\gamma_S = 1.0$; модель слипания кварков ALCOR [3] — $\Sigma^0/\Lambda^0 =$ = 0.20. Моделирование C + C-столкновений в программе UrQMD показывает, что Σ^0/Λ^0 может быть от 0.3 до 0.6 [7].

Цель настоящей работы — выделить события с распадом $\Sigma^0 \to \Lambda^0 + \gamma$, используя выборку событий в эксперименте на установке СВД-2 [8] с зарегистрированными распадами Λ^0 -гиперонов в *pA*взаимодействиях на ядрах углерода (С), кремния (Si) и свинца (Pb) при импульсе протона 70 ГэВ/*c*, и данные с детектора γ -квантов (ДЕГА) [9]. Оценить отношение выходов Σ^0/Λ^0 -гиперонов.

РЕГИСТРАЦИЯ РАСПАДОВ $\Sigma^0 \to \Lambda^0 + \gamma$

Для выделения распадов Σ^0 использовалась часть статистики эксперимента с рождением Λ^0 -гиперона (24717 событий) в интервале масс 1.1 <

¹⁾НИЦ "Курчатовский институт" – ИФВЭ, Протвино, Россия.

²⁾Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия.

^{*}E-mail: riadovikov@ihep.ru

Мишень	$\chi^2/{\rm ndf}$	$M(\Lambda^0\gamma),$ ГэВ $/c^2$	Сигнал (соб.) ± ± стат. ошибка	Ширина (сигма) пика, МэВ	Фон, соб.	Значимость (σ)
С	2.9/4	1.189 ± 0.003	84 ± 21	8.8	373 ± 19	3.9
Si	6.3/4	1.195 ± 0.005	166 ± 30	7.1	740 ± 27	5.5
Pb	6.4/4	1.198 ± 0.008	20 ± 18	6.4	306 ± 17	1.1

Таблица 1. Результаты аппроксимации гистограмм (рис. 3) функциями Гаусса

 $< M(p\pi^{-}) < 1.13$ ГэВ (рис. 1*a*), в которых было найдено 10695 событий с одновременно зарегистрированным рождением Λ^0 и γ , что составляет 50% от первоначальной выборки (см. рис. 1*б*).

Гамма-детектор установки СВД-2 подробно описан в работах [9, 10]. Детектирующий элемент ДЕГА состоит из блока свинцового стекла (38 × $\times 38 \times 505$ мм³) и фотоумножителя (ФЭУ-84). Почти вся (>90%) энергия электромагнитного ливня от γ -кванта выделяется в ячейке из (3 \times × 3) блоков свинцового стекла. При этом энергия, выделяемая в центральном элементе ячейки, составляет в среднем 77% от энергии всего ливня. Количество элементов в ДЕГА равно 32 (вертикаль) \times 42 (горизонталь) = 1344. Калибровка ДЕГА проводилась с помощью облучения центра каждого элемента узким (Ø3 мм) пучком электронов с энергией 15 ГэВ. Обработка данных с ДЕГА заключается в поиске кластеров сигналов в (3×3) ячейке и применения к ним критериев отбора ливней от γ -квантов. Основные критерии следующие:

- Кластер (3 × 3) должен содержать не менее 2 каналов с сигналом выше порога, равного 10 отсчетам АЦП. При отсутствии сигналов в соседних от центрального канала из-за наличия "нерабочих" каналов или сигнала ниже порога суммарная энергия ливня корректируется. Используется экспериментальный факт, что в среднем сигнал в центральном элементе ячейки кластера составляет ~80% от общего, поэтому энергия в каждом соседнем элементе должна быть ~2.5% от полной [11].
- Значение параметра a5, которое равно отношению энергии электромагнитного ливня в центральном канале к суммарной энергии всех 9 каналов, для *γ*-кванта должно быть больше 0.6. Оно тем больше, чем ближе к центру стекла попадает *γ*-квант. Для адронного ливня от заряженных частиц эта величина меньше 0.5 [11].

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА том 84 № 4 2021

Для используемой в работе выборки событий среднее число восстановленных в ДЕГА γ -квантов равно 2.2, средняя энергия $E_{\gamma} = 3.5$ ГэВ, минимальная энергия регистрации равна 100 МэВ.

Анализ массовых спектров системы ($\Lambda^0 \gamma$) для событий в каждой мишени показал, что сигнал от распада Σ^0 виден, но на очень большой фоновой подложке. Для уменьшения фона использовались результаты моделирования методом Монте-Карло (MK) событий с распадом $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda^0 + \gamma$ (100000 шт. для каждой мишени), полученные с помощью программы FRITIOF7.02 для *pA*-взаимодействий при импульсе пучка 70 ГэВ/*c*. Кинематика распада такова, что распределение по поперечным импульсам Λ^0 и γ -кванта от распада Σ^0 в аксептансе CBД-2 имеет характерную форму (рис. 2) и может быть использовано для выделения нужных событий.

Из данных моделирования были оптимизированы критерии отбора Σ^0 в эксперименте по параметрам регистрируемых частиц Λ^0 и γ . Область поперечных импульсов $P_t(\gamma)$ и $P_t(\Lambda^0)$ задается двумя прямыми линиями $P_t(\gamma) = 0.08 + 0.1P_t(\Lambda^0)$ и $P_t(\gamma) = 0.06 - 0.05P_t(\Lambda^0)$ (рис. 2). Полученные после такого отбора событий спектры эффективных масс системы ($\Lambda^0 \gamma$) для мишеней C, Si и Pb приведены на рис. 3.

Видно, что сигнал от распада Σ^0 в интервале масс $1.17 < M(\Lambda^0 \gamma) < 1.21$ ГэВ выделяется над фоном для мишеней из углерода и кремния. Для мишени из свинца сигнал от распада Σ^0 сравним с фоном. При этом количество отобранных событий, в которых число комбинаций ($\Lambda^0\gamma$), удовлетворяющих критериям отбора, превышает 1, составляет менее 5%, то есть комбинаторика в отобранных событиях практически отсутствует. Для оценки фона под сигнальным пиком использовался следующий способ. Из моделирования с помощью программы GEANT (см. ниже) известны параметры сигнального пика, и после нормировки его на число экспериментальных событий вычитается пик из массового спектра. Оставшийся экспериментальный фон фитируется полиномом 3-й степени. Значения



Рис. 1. $a - Эффективная масса системы (<math>p\pi^-$), заштрихована область выделения распадов Λ^0 , δ — распределение событий с $\Lambda^0 + \gamma$ по пластинам мишени (Z — координата первичной вершины). Заштрихованные гистограммы для выделенных распадов Λ^0 -гиперонов.

полученной гладкой кривой используются для построения разностной гистограммы (см. рис. 3) и вычисления параметров сигнала от распада Σ^0 .

Результаты анализа полученных распределений и фита сигнала от распада Σ^0 функцией Гаусса приведены в табл. 1. Значимость сигнала вычисляется по формуле $\sigma = S/(S+B)^{1/2}$, где S — сигнал, B — фон. Статистическая ошибка величины сигнала $\Delta_S = (S+B)^{1/2}$.

Из табл. 1 видно, что значимый результат получен только для ядер кремния и углерода, статистика эксперимента для ядер свинца недостаточна.

ОТНОШЕНИЕ ВЫХОДОВ Σ^0/Λ^0

Для вычисления отношения выходов используем формулу

$$\Sigma^0 / \Lambda^0 = [N_s(\Sigma^0) / \varepsilon(\gamma)] / [N_s(\Lambda^0)],$$

где $N_s(\Sigma^0)$ — число событий с распадом Σ^0 гиперонов в массовом спектре системы ($\Lambda^0 \gamma$) (табл. 1); $\varepsilon(\gamma)$ — эффективность регистрации γ квантов от распада $\Sigma^0 \to \Lambda^0 + \gamma$; $N_s(\Lambda^0)$ — число Λ^0 в выборке событий для поиска распадов $\Sigma^0 \to$ $\to \Lambda^0 + \gamma$.

Полная эффективность регистрации Σ^0 -гиперонов равна произведению эффективностей $\varepsilon(\Lambda^0) \times \varepsilon(\gamma)$. Так как эффективность регистрации Λ^0 -



Рис. 2. Плот МК-событий для определения критериев отбора — зависимость поперечных импульсов Λ^0 и γ (• — эксперимент, • — моделирование). Линии ограничивают используемые в эксперименте области для выделения распадов Σ^0 .

гиперонов $\varepsilon(\Lambda^0)$ входит в числитель и в знаменатель формулы, то эта эффективность сокращается. Моделирование показывает равенство эффективности регистрации всех Λ^0 и Λ^0 от распада $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda^0 + \gamma$. Вероятность распада $\text{Br}(\Lambda \rightarrow p\pi) =$ = 0.64 в вычислениях отношения Σ^0/Λ^0 также не учитывается, так как при регистрации распадов Σ^0 используется та же мода распада Λ^0 -гиперонов. Число $N_s(\Lambda^0)$ в выборке событий, используемое для поиска распадов $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda^0 + \gamma$ в эксперименте для разных мишеней, равно соответственно 5273 событий (C), 13070 событий (Si), 6356 событий (Pb).

Оценка эффективности $\varepsilon(\gamma)$ получена моделированием по программе GEANT3.21. В программе GEANT для установки СВД-2 имеется процедура восстановления γ -квантов в калориметре ДЕГА, в которой используются геометрия детектора и информация, полученная при калибровке ДЕГА (чувствительность каналов и порог регистрации амплитуд). В качестве входных данных в GEANT использовались МК-события из FRITIOF с образованием Σ^0 -гиперонов. Спектры эффективных масс системы ($\Lambda^0 \gamma$) для восстановленных в ДЕГА *γ*-квантов приведены на рис. 4 (гистограмма без штриховки). Так как энергия восстановленных үквантов отличается от истинной по разным причинам (шумы, обрезания амплитуд, алгоритм восстановления и т.д.), то строился спектр эффективных масс системы $(\Lambda^0 \gamma)$ для восстановленных по программе GEANT зарегистрированных в ДЕГА уквантов после применения к системе ($\Lambda^0\gamma$) критериев отбора, таких же как для экспериментальных событий (гистограмма со штриховкой). Эффективность $\varepsilon(\gamma)$ вычисляется делением числа событий этой гистограммы на число Σ^0 -гиперонов на входе в программу GEANT. Параметры гистограмм для каждой мишени после аппроксимации сигналов функцией Гаусса и нормировки использовались для определения фона на рис. 3.

После анализа результатов моделирования в

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА том 84 № 4 2021



Рис. 3. Массовые спектры системы ($\Lambda^0 \gamma$) для разных мишеней (a - C, $\delta - Si$, a - Pb) после применения критериев отбора (см. текст). Сплошной линией обозначена аппроксимация сигнала функцией Гаусса, штрихпунктирной линией — аппроксимация фона полиномом 3-й степени. Внизу рисунка — разность двух гистограмм (сигнал-фон) и ее аппроксимация функцией Гаусса (штриховая кривая).

GEANT'е (11816 событий для углерода, 10039 событий для кремния и 13548 событий для свинца) были получены отношения выходов Σ^0/Λ^0 (табл. 2). В графе для $\varepsilon(\gamma)$ приведены отношения чисел событий в гистограмме со штриховкой ($N_G(\Sigma^0)$) на рис. 4 к числу событий на входе в GEANT. Относительные ошибки Σ^0/Λ^0 : статистическая — $\Delta_S/S(\Sigma^0)$, систематическая — $1/N_G^{1/2}(\Sigma^0)$.

Измерение отношений выходов Σ^0/Λ^0 в реакциях на ядерных мишенях интересно тем, что при этом исследуются взаимодействия нуклонов в ядрах. Модели нуклон-ядерных процессов чувствительны

к значению этой величины. Появляется еще одна возможность их проверки.

Приведем рисунок из работы [5], на котором

Таблица 2. Отношения выходов Σ^0/Λ^0 , ошибки = $=(\text{стат.}^2 + \text{сист.}^2)^{1/2}$

Мишень	$N_s(\Lambda^0)$	$N_s(\Sigma^0)$, соб.	$\varepsilon(\gamma)$	Σ^0/Λ^0
С	5273	84 ± 21	0.0474	0.34 ± 0.08
Si	13070	166 ± 30	0.0394	0.32 ± 0.06
Pb	6356	20 ± 18	0.0364	0.10 ± 0.09



Рис. 4. Массовые МК-спектры системы ($\Lambda^0 \gamma$) для восстановленных в ДЕГА γ -квантов до и после (заштриховано) применения критериев отбора для мишеней: a - C, $\delta - Si$, b - Pb.



Рис. 5. Зависимость отношения выходов Σ^0/Λ^0 от энергии в с.ц.м. из работы [5] с добавлением результатов, полученных на установке СВД-2, и результата для pN из [6]. Штриховая линия показывает величину отношения $\Sigma^0/\Lambda^0 = 1/3$.

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА том 84 № 4 2021

отмечены результаты, полученные на установке СВД-2 для мишеней из углерода и кремния (рис. 5). Результат для свинца не показан по причине его статистической необеспеченности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На статистике 10695 событий с одновременным рождением Λ^0 -гиперона и γ -кванта выделен сигнал (270 соб.) от распада $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda^0 + \gamma$ с использованием данных детектора γ -квантов установки СВД-2. Значимый результат получен только для ядер кремния и углерода, статистика для ядер свинца недостаточна, результаты для этой мишени можно рассматривать как справочные. Измерено отношение выходов Σ^0/Λ^0 , величина которого составила 0.34 \pm 0.08 (C), 0.32 \pm 0.06 (Si). Результаты в пределах ошибок сравнимы с данными других экспериментов и указывают на согласие с предположением, что отношение выходов Σ^0/Λ^0 близко к 1/3 в соответствии с числом проекций их изоспинов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- S. Wheaton and J. Cleymans, J. Phys. G 31, 1069 (2005); hep-ph/0407174.
- 2. T. S. Biró and J. Zimányi, Nucl. Phys. A **395**, 525 (1983).
- T. S. Biró, P. Lévai, and J. Zimányi, Phys. Lett. B 347, 6 (1995).
- 4. S. E. Vance, M. Gyulassy, and X.-N. Wang, Phys. Lett. B 443, 45 (1998).
- G. Van Buren (for the STAR Collab.), J. Phys. G 31, 1127 (2005); Rom. Rep. Phys. 58, 069 (2006); https://arxiv.org/abs/nucl-ex/0512018
- B. S. Yuldashev, S. M. Aliev, M. A. Alimov, K. K. Artykov, S. O. Edgorov, S. V. Inogamov, A. V. Khaneles, E. A. Kosonowski, S. L. Lutpullaev, N. Rasulov, T. P. Rodionova, K. T. Turdaliev, E. Turumov, A. A. Yuldashev, R. J. Loveless, and D. D. Reeder, Phys. Rev. D 43, 2792 (1991).

- N. Zhigareva and A. Stavinskiy (Baldin ISHEPP XXIV), EPJ Web Conf. 204, 03016 (2019); https://doi.org/10.1051/epjconf/201920403016
- А. А. Киряков, В. М. Роньжин, Препринт № 2020-04, ИФВЭ (Протвино, 2020).
- 9. S. Golovnya, J. Instrum. 9, C09016 (2014).
- В. В. Авдейчиков, А. Н. Алеев, Е. Н. Ардашев, С. Г. Басиладзе, Г. А. Богданова, А. М. Вишневская, В. Ю. Волков, А. П. Воробьев, А. Г. Воронин, С. Н. Головня, В. Ф. Головкин, С. А. Горохов, Я. В. Гришкевич, П. Ф. Ермолов, Е. Г. Зверев, С. А. Зоткин и др., ПТЭ, № 1, 14 (2013) [Instrum. Exp. Tech. 56, 9 (2013)].
- В. Н. Рядовиков (от имени Сотрудничества СВД-2), ЯФ 75, 1050 (2012) [Phys. At. Nucl. 75, 989 (2012)].

MEASUREMENT OF THE Σ^0/Λ^0 RATIO IN *pA* INTERACTIONS AT 70 GeV

A. P. Vorobiev¹), A. A. Kiryakov¹), V. M. Ronjin¹), V. N. Ryadovikov¹), Yu. P. Petukhov²)

¹⁾NRC "Kurchatov Institute — IHEP, Protvino, Russia ²⁾Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, Russia

The active target with C, Si and Pb plates was irradiated in 70-GeV proton beam at U-70 accelerator. The signal (270 events) from $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda^0 + \gamma$ decays was selected in 10695 events with Λ^0 and γ using gamma-detector data. The following values of the Σ^0/Λ^0 ratio were obtained: 0.34 ± 0.08 (C), 0.32 ± 0.06 (Si) and 0.10 ± 0.09 (Pb). The comparison of the results with other experiments is presented.

= ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ И ПОЛЯ =

КУМУЛЯТИВНЫЕ π -МЕЗОНЫ В ${}^{12}C + {}^{9}$ Ве-ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ ПРИ 3.2 ГэВ/НУКЛОН

© 2021 г. Б. М. Абрамов¹⁾, М. Базнат²⁾, Ю. А. Бородин¹⁾, С. А. Булычев¹⁾, И. А. Духовской¹⁾, А. П. Крутенкова^{1)*}, В. В. Куликов¹⁾, М. А. Мартемьянов¹⁾, М. А. Мацюк¹⁾, Е. Н. Турдакина¹⁾

Поступила в редакцию 11.12.2020 г.; после доработки 11.12.2020 г.; принята к публикации 11.12.2020 г.

В эксперименте ФРАГМ на тяжелоионном ускорительно-накопительном комплексе ИТЭФ-ТВН измерены выходы кумулятивных заряженных *π*-мезонов при фрагментации ионов углерода с энергией 3.2 ГэВ/нуклон на бериллиевой мишени. Импульсные спектры *π*-мезонов перекрывают 4 порядка по величине инвариантного сечения и демонстрируют экспоненциальный спад с увеличением энергии. Измеренный параметр наклона сравнивается с аналогичными измерениями в нуклон-ядерных столкновениях и в ион-ионных взаимодействиях при меньших энергиях. Прослеживается энергетическая зависимость отношения выходов отрицательно и положительно заряженных *π*-мезонов и обсуждается ее связь с кулоновскими и изотопическими эффектами. Полученные данные сравниваются с предсказаниями нескольких моделей ион-ионных взаимодействий.

DOI: 10.31857/S0044002721040036

1. ВВЕДЕНИЕ

Механизмы кумулятивных процессов [1, 2], кинематически запрещенных во взаимодействиях свободных нуклонов, уже в течение многих десятилетий остаются нерешенными проблемами релятивистской ядерной физики. Предлагаемые гипотезы варьируются от образования многокварковых кластеров [3] в ядерной материи до эффектов многократного рассеяния при прохождении частиц через ядро [4, 5]. Наиболее полные экспериментальные данные по кумулятивным процессам получены в нуклон-ядерных взаимодействиях. Использование ион-ионных взаимодействий расширяет область исследований этих процессов и, возможно, укажет на пути решения этой проблемы. Кроме того, в настоящее время большое внимание уделяется вопросам феноменологически точного описания ядро-ядерных взаимодействий. На этом направлении было создано значительное количество программ моделирования ядро-ядерных взаимодействий, которые требуют как их экспериментальной проверки, так и совершенствования их базовых подходов. Тестирование таких моделей на кумулятивных процессах позволит оценить применимость моделей для широкой области кинематических переменных. Рождение *т*-мезонов,

в том числе кумулятивных, является основным неупругим процессом в области промежуточных энергий. Оно во многом является следствием рождения многочисленных мезонных и барионных резонансов. Поэтому тестирование вышеупомянутых моделей на процессах рождения π -мезонов позволяет надежно контролировать правильность учета рождения и промежуточных резонансов. Это является одной из целей эксперимента ФРАГМ [6], проводимого на многоцелевом тяжелоионном ускорительно-накопительном комплексе ИТЭФ-ТВН.

В настоящей статье выходы *п*-мезонов при фрагментации ионов углерода сравниваются с предсказаниями четырех широко используемых моделей ион-ионных взаимодействий: Binary Cascade (BC) [7], Intra Nuclear Cascade Liege (INCL)[8], Quantum Molecule Dynamics (QMD)[9] и Los Alamos Quark Gluon String Model (LAQGSM) [10]. Первые три модели имеются в свободном доступе в рамках пакета Geant4 [11, 12], поддерживаемого ЦЕРН. Расчеты по этим программам в версии Geant4.10.5 были выполнены нами. Последняя модель поддерживается и развивается в лаборатории LANL в США. Она является основой транспортного кода МСNP6[13]. Все вышеупомянутые модели рассматривают ядроядерные взаимодействия как последовательность общих процессов, таких как внутриядерный каскад, образование возбужденных префрагментов и их последующее девозбуждение по каналам

¹⁾НИЦ "Курчатовский институт" — ИТЭФ, Москва, Россия.

²⁾Институт прикладной физики, Академия наук Молдовы, Кишинев, Молдова.

^{*}E-mail: krutenk@itep.ru

фермиевского развала, деления и испарения. Однако конкретная реализация этих шагов в разных моделях различна и описание этих различий выходит далеко за рамки данной публикации. Полезная информация по этому вопросу содержится в руководстве по физике в Geant4 [14].

2. ЭКСПЕРИМЕНТ

В эксперименте ФРАГМ изучалась фрагментация ионов углерода на внутренней бериллиевой мишени ускорителя

$${}^{12}\mathrm{C} + {}^{9}\mathrm{Be} \to f + X,\tag{1}$$

где *f* — фрагмент. Здесь и далее для простоты слово "фрагмент" будет включать и *п*-мезоны. Экспериментальная установка создана на базе двухступенчатого магнито-оптического канала, расположенного под углом $3.5^{\circ} \pm 0.5^{\circ}$ к внутреннему пучку ионов в ускорителе. В качестве мишени использовалась узкая вертикальная полоска из 50мкм Ве-фольги, что позволяло одновременно иметь как высокую светимость за счет многократного прохождения ионов через мишень, так и малые размеры источника для полного использования высокого импульсного разрешения канала. Монитором служил телескоп из трех сцинтилляционных счетчиков, смотрящий непосредственно на мишень ускорителя под углом около 2°. В первом и втором фокусах канала располагались сцинтилляционные счетчики, которые использовались для амплитудных и времяпролетных измерений. Фрагменты идентифицировались на корреляционных распределениях амплитуда (функция заряда фрагмента) — время пролета (функция массы фрагмента). Для дополнительной идентификации π -мезонов использовался пороговый черенковский счетчик, размещенный во втором фокусе. Подробное описание установки приведено в [6]. При каждой энергии иона выходы фрагментов измерялись сканированием по импульсу канала с шагом 50-200 МэВ/с. Импульсный захват канала составлял ±1.5%. Данные набирались при нескольких кинетических энергиях ионов в диапазоне 0.3-3.2 ГэВ/нуклон. Опубликованные результаты по выходам ядерных фрагментов приведены в [15–18] для 0.3, 0.6, 0.95 и 2 ГэВ/нуклон соответственно. В дальнейшем мы будем обсуждать только данные, полученные при энергии ионов углерода 3.2 ГэВ/нуклон. Пример идентификации фрагментов при жесткости магнито-оптического канала 3.0 ГэВ/с приведен на рис. 1. Видна хорошая идентификация всех зарегистрированных ядерных фрагментов: протонов, дейтронов, тритонов и ³He, а также хорошее разделение при этом импульсе протонов и положительно заряженных *π*-мезонов.





Рис. 1. Идентификация π^+ -мезонов на двумерном распределении: каналы зарядово-цифрового преобразователя ЗЦП (функция заряда фрагмента) против каналов время-цифрового преобразователя ВЦП (функция массы фрагмента) при импульсе 3.0 ГэВ/*c*.

Этот метод идентификации *π*-мезонов использовался до импульса 3.0 ГэВ/с. При больших импульсах фон протонов подавлялся с помощью сигнала с порогового газового черенковского счетчика, заполненного фреоном-12 под давлением 2 атм. При этом порог регистрации для *т*-мезонов составлял 2 ГэВ/с, а для протонов 14 ГэВ/с. Область вблизи 3 ГэВ/c, где π -мезоны еще надежно выделялись без черенковского счетчика, использовалась для определения небольшой поправки, связанной с расположением черенковского счетчика в магнито-оптическом канале. Это делалось путем измерений с и без размещения счетчика в магнитооптическом канале. Рисунок 2 показывает, что черенковский счетчик подавляет фон протонов примерно в 1000 раз и позволяет, используя фитирование распределения по времени пролета, измерить энергетическую зависимость выхода π^+ -мезонов. Измерение выхода отрицательно заряженных *π*мезонов проводилось путем изменения полярности магнитного поля во всех элементах магнитооптического канала без черенковского счетчика. Эффективность установки вычислялась с помощью проведения траекторий частиц в магнитооптическом канале, используя Geant4. При этом учитывалось многократное рассеяние, ионизационные потери и ядерные взаимодействия в веществе детекторов. Для *п*-мезонов учитывался их распад и регистрация продуктов распада детекторами установки.



Рис. 2. Выделение π^+ -мезонов на фоне протонов по времени пролета при 3.4 ГэВ/*c*, используя подавление протонов черенковским счетчиком (заштрихованная область).

3. ИМПУЛЬСНЫЕ СПЕКТРЫ ПРОТОНОВ И *π*-МЕЗОНОВ

Дифференциальные сечения выхода протонов и π^- -мезонов под углом $3.5^\circ~d^2\sigma/dpd\Omega$ в лабораторной системе координат приведены на рис. 3 вместе с предсказаниями четырех моделей ионионных взаимодействий. Данные по π^+ не приводятся, так как в логарифмическом масштабе они практически неотличимы от данных по π^- -мезонам и будут использоваться только при обсуждении отношения выходов π^- - и π^+ -мезонов. Статистические ошибки измерений и расчетов, как правило, меньше использованных символов. Только при максимальных импульсах π^- -мезонов они становятся заметными. Это связано с использованной нами статистикой смоделированных событий, которая составляла 10 млн. для каждой модели. Для получения дифференциальных сечений в моделях необходимо было задать полное неупругое сечение взаимодействия ионов углерода с бериллиевой мишенью. Эта величина непосредственно вычисляется только в модели LAQGSM. Она с точностью в 7% согласуется с феноменологической параметризацией [19] и составляет 834 мбн для кинетической энергии ионов углерода 3.2 ГэВ/нуклон. Мы использовали эту величину для всех моделей. Так как в нашем эксперименте абсолютные сечения не измеряются, а измеряются только выходы по отношению к монитору, то, как и в предыдущих работах [18, 20], проводилась нормировка спектра протонов на предсказания моделей в области максимума фрагментационного пика протонов около 4 ГэВ/с. В этой области все модели предсказывают

близкие величины дифференциальных сечений, что позволяет оценить ошибку этой процедуры нормировки в 20%. Все модели, кроме QMD, хорошо описывают и форму фрагментационного пика протонов. QMD сильно заужает фрагментационный пик. Для импульсных спектров π^- -мезонов расхождения между предсказаниями моделей заметно больше. Однако все модели предсказывают близкий к экспоненциальному спад сечения с ростом импульса *п*-мезона, правда, с разными показателями наклона. На рис. 3 стрелкой обозначена граница кумулятивной области. Фактически это максимальный импульс π^+ -мезона в реакции $p + p \rightarrow$ $\rightarrow d + \pi^+$, рождающегося под углом в 3.5° в лабораторной системе. Рождение *п*-мезонов с бо́льшим импульсом в столкновениях свободных нуклонов запрещено законом сохранения энергии/импульса. Интересно отметить, что модель ВС практически идеально описывает экспериментальные данные от 1.5 до 4.8 ГэВ/с. При меньших импульсах данные указывают на выполаживание импульсной зависимости сечения выхода *п*-мезонов, что соответствует предсказаниям INCL и LAQGSM, в то время как BC и QMD предсказывают спад сечения с уменьшением импульса *т*-мезона.

4. *π*-МЕЗОНЫ В СИСТЕМЕ ПОКОЯ НАЛЕТАЮЩЕГО ЯДРА

В эксперименте ФРАГМ фрагментация ядер изучается в так называемой обратной кинематике, когда регистрируются высокоэнергетические фрагменты налетающего ядра. Этот метод обладает некоторыми преимуществами перед измерением фрагментации покоящегося ядра мишени. В обратной кинематике возможно измерение фрагментов, покоящихся в системе покоя налетающего ядра, и за счет релятивистского сжатия обеспечивается больший угловой захват. Это в равной степени относится и к *п*-мезонам. Однако при анализе кумулятивных процессов принято использовать систему покоя фрагментирующего ядра. В этой системе наши данные представлены на рис. 4. По оси абсцисс отложена кинетическая энергия π -мезона, по оси ординат — инвариантное сечение $(E/p^2)d^2\sigma/(dpd\Omega)$, где E — полная энергия, а *p* — импульс *π*-мезона. В этой системе координат налетающим ядром является ядро бериллия, а *π*мезон вылетает в заднюю полусферу по отношению к налетающему ядру. При этом угол вылета пиона при фиксированном угле вылета в лабораторной системе координат (в нашем эксперименте это $3.5\pm0.5^\circ$) является функцией импульса π -мезона в лабораторной системе координат. Эта зависимость приведена на рис. 5. Вертикальные линии на рис. 5 показывают угловой захват установки,



Рис. 3. Распределения протонов и π^- -мезонов по лабораторному импульсу (*p*) в сравнении с предсказаниями четырех моделей ион-ионных взаимодействий. Стрелка — граница кумулятивной области.

который составляет примерно $\pm 5^{\circ}$ в системе покоя ядра углерода. Видно, что при лабораторном импульсе, бо́льшем 2 ГэВ/с (в системе покоя ядра углерода это соответствует кинетической энергии в 125 МэВ), угол вылета пиона составляет 150° и не зависит от импульса π -мезона. Характерной чертой кумулятивных процессов является слабая зависимость от этого угла вблизи 180°, что поз-



Рис. 4. Распределение π^- -мезонов по кинетической энергии (T_{rf}) в системе покоя ядра углерода в сравнении с предсказаниями четырех моделей ионионных взаимодействий. Стрелка — граница кумулятивной области.

воляет сравнивать наши данные с полученными в других экспериментах в области углов 150–180°. На рис. 4 проводится сравнение с предсказанием четырех моделей ион-ионных взаимодействий. Все модели предсказывают близкий к экспоненциальному спад дифференциальных сечений выхода *π*-мезонов с увеличением их энергии. Для фитирования этой энергетической зависимости использовалась функция

$$\sigma_{\rm inv} = (E/p^2) d^2 \sigma / (dp d\Omega) =$$
(2)
= $A \cdot \exp(-T_{rf}/T_c),$

где T_{rf} — кинетическая энергия в системе по-коя ядра углерода, T_c — кумулятивная темпера-тура или обратный параметр наклона. Здесь Aи T_c — свободные параметры. В области энергий выше границы кумулятивной области, отмеченной на рис. 4 стрелкой, от 0.3 ГэВ фитирование дает $T_{c} = 51 \pm 1 \, \text{МэВ}$ для экспериментальных данных, 51 ± 1.5 МэВ для ВС, 43 ± 5 МэВ для INCL, 40 ± 100 ± 5 МэВ для LAQGSM, 38 ± 17 МэВ для QMD. Ухудшение точности фитирования для некоторых моделей связано с уменьшением его диапазона изза более резкого спада предсказываемых сечений. Рисунок 4 также показывает, что граница кумулятивной области не отражается на общем ходе энергетической зависимости выхода *п*-мезонов. Так, фитирование в диапазоне энергий 0.1-0.25 ГэВ экспериментальных данных при энергиях, кинематически не запрещенных для рождения *т*-мезонов в нуклон-нуклонных взаимодействиях, дает величину $T_c = 46.5 \pm 2$ МэВ, что в пределах двух

ошибок согласуется с величиной Т_с в кумулятивной области. Это сильно отличается от поведения T_c для кумулятивных протонов, где вблизи границы кумулятивной области T_c составляет 7— 9 МэВ, совместимых с энергией Ферми движения нуклонов во фрагментирующем ядре, в то время как в глубоко кумулятивной области T_c близко к 50 МэВ при энергиях налетающего ядра, бо́льших нескольких ГэВ (см., например, [16, 18]). Это может служить указанием на то, что механизм рождения *π*-мезонов не претерпевает изменения при переходе в кумулятивную область. Во всех вышеупомянутых моделях ион-ионных взаимодействий таким механизмом является фермиевский развал. В общих чертах он сводится к следующему. После завершения внутриядерного каскада возбужденная ядерная материя распадается на префрагменты, в которых суммарная энергия статистически распределяется между всеми возможными комбинациями фрагментов и частиц. При этом, естественно, возникает распределение (2), которое является распределением Максвелла-Больцмана, характеризующим распределение по энергии частиц от источника с некоторой температурой. Феноменологически этот механизм близок к гипотетическим флуктонному и кластерному механизмам образования кумулятивных частиц. Конечно, характеристические параметры этого механизма различны в разных моделях, и они во многом базируются на феноменологии, т.е. на получении лучшего описания широкого круга экспериментальных данных по ион-ионным и нуклон-ядерным взаимодействиям. Результаты эксперимента ФРАГМ дополняют существующие немногочисленные данные по изучению кумулятивных π -мезонов в ион-ионных взаимодействиях. Эти данные по энергетической зависимости параметра T_c в C + C- и C + Beвзаимодействиях приведены на рис. 6 совместно с данными по *p* + С-взаимодействиям. Измерения параметра Т_с в протон-углеродных взаимодействиях выполнены в широком диапазоне энергий налетающего протона от 700 МэВ до 400 ГэВ. Эти данные демонстрируют рост T_c от 25 до 55 МэВ в диапазоне энергий от 700 МэВ до нескольких ГэВ и постоянство T_c при бо́льших энергиях до 400 ГэВ, называемое ядерным скейлингом. Данные в C + C- и C + Ве-взаимодействиях показывают близкое поведение. Параметр Т_с возрастает от 33 до 51 МэВ в диапазоне энергий ионов от 1 до 3.2 ГэВ/нуклон. Измерение при максимальной энергии было недавно выполнено на установке $\Phi O \Box C$ в И $\Phi B \Im [28, 29]$ в C + C-взаимодействиях под 0° при 19.6 ГэВ/нуклон. С согласия этой группы мы использовали эти данные для извлечения кумулятивной температуры и получили $T_c = 48.4 \pm$ ± 0.7 МэВ. Этот результат можно рассматривать



Рис. 5. Зависимость угла вылета (θ) от кинетической энергии (T_{rf}) π -мезона в системе покоя ядра углерода при фиксированном угле вылета в лабораторной системе координат. Вертикальные линии — угловой захват установки.



Рис. 6. Зависимость кумулятивной температуры π мезонов (T_c) от кинетической энергии (T) налетающего ядра для протон-ядерных взаимодействий (треугольники: 0.73 ГэВ [21], 0.8–4.89 ГэВ [22, 23], 6.0 и 8.5 ГэВ [24], 15–65 ГэВ [25], 400 ГэВ [26]) и фрагментации углерода на углеродной и бериллиевой мишенях (кружки: 1.05 и 2.1 ГэВ/нуклон [27], 3.2 ГэВ/нуклон этот эксперимент, 19.6 ГэВ/нуклон [28]).

как указание на то, что скейлинговое поведение наблюдается и в ион-ионных взаимодействиях.

5. ОТНОШЕНИЕ ВЫХОДОВ π^- -И π^+ -МЕЗОНОВ

Как отмечалось выше, в данном эксперименте измерялись выходы как отрицательно заряженных, так и положительно заряженных π -мезонов. Если



Рис. 7. π^-/π^+ -отношение как функция импульса π -мезона p в лабораторной системе координат в сравнении с предсказаниями моделей ион-ионных взаимодействий.

для π^- -мезонов максимальная энергия ограничивалась только статистикой, то для π^+ -мезонов это ограничение было связано с возможностью их выделения на фоне протонов с использованием времени пролета и порогового черенковского счетчика. Поэтому π^+ -мезоны были измерены до импульса в лабораторной системе $5.2 \ \Gamma_{2}B/c$, в то время как π^- -мезоны — до 5.4 ГэВ/с. При этом точность измерений при самых больших импульсах определялась исключительно статистикой зарегистрированных событий. При меньших энергиях точность измерений определялась в основном стабильностью монитора, которая составляла 5%. Зависимость отношения выходов π^- -мезонов к выходам π^+ -мезонов от их импульса в лабораторной системе координат приведена на рис. 7 в сравнении с предсказаниями моделей BC, INCL и LAQGSM. Измерение этого отношения в кумулятивной области представляет несомненный интерес, так как оно несет информацию об изотопической структуре пока не установленного механизма испускания кумулятивных *п*-мезонов. В протон-углеродных взаимодействиях π^-/π^+ -отношение, проинтегрированное по T_{rf} от 100 МэВ, растет от $0.31 \pm$ ± 0.13 до 0.78 ± 0.12 в диапазоне энергий протона от 0.8 до 4.89 ГэВ [23], а при бо́льших энергиях 15-65 ГэВ [25] совместимо с единицей на уровне точности около 20% для всех энергий и *π*-мезонов, и протонов. Такое поведение объясняется ростом сечения рождения π^- -мезонов с увеличением энергии протонов, которое в *pp*-взаимодействии возможно только по крайней мере при парном рождении *п*-мезонов. В ядро-ядерных взаимодействиях вклад изотопических эффектов ожидается существенно меньшим. Так, в [23] вышеупомянутое интегральное π^-/π^+ -отношение совместимо с елиницей с точностью около 20% для широкого круга комбинаций ядер мишени и пучка в области энергий 1.05-2.1 ГэВ/нуклон. Это отношение определяется как изотопическими, так и кулоновскими эффектами. В нашем случае при фрагментации изотопически симметричного ядра углерода π^{-}/π^{+} -отношение должно равняться единице и не зависеть от энергии π-мезона. Взаимодействие с изотоп-несимметричным ядром бериллия может приводить к величине этого отношения, несколько бо́льшей единицы. Влияние кулоновских сил приводит к увеличению энергии π^+ -мезонов и уменьшению для π^- -мезонов. При быстром спаде сечения выхода π -мезонов с их энергией это будет приводить к π^{-}/π^{+} -отношению, меньшему единицы. Оценим приближенно этот эффект в системе покоя ядра углерода, используя среднюю потенциальную энергию заряженного *п*-мезона в ядре углерода dT = 6eZ/(5R), где e = 1/137, Z = 6 заряд, а $R = 2.97 \ \Phi$ м — радиус ядра углерода. Это дает dT = 3.5 МэВ и отношение $\pi^{-}/\pi^{+} = 1 - 2$. $dT/T_{c} = 0.86$. В пределах ошибок это совместимо с нашими измерениями, которые дают несколько меньшую величину, и с предсказаниями INCL для импульсов *π*-мезонов, бо́льших 2 ГэВ. С уменьшением импульса экспериментальные данные показывают рост π^{-}/π^{+} -отношения в хорошем согласии с предсказанием модели ВС и в меньшей степени с предсказаниями INCL. Этот рост может быть связан с так называемым спектаторным эффектом, впервые обнаруженным в экспериментах в лаборатории LBL в Беркли [30, 31] при фрагментации легких ионов под 0° при энергиях в несколько сотен МэВ/нуклон и позже наблюдавшимся в экспериментах на SPS NA49 и NA61/SHINE в периферических столкновениях ионов свинца с энергией 150 ГэВ/нуклон и малых (<100 МэВ/с) поперечных импульсах, переданных *т*-мезонам (обзор этих данных см. [32]). Теоретическое объяснение этого эффекта было дано в [33] еще в 1982 г., а процессы, связанные с этим кулоновским эффектом во взаимодействиях релятивистских тяжелых ионов, широко обсуждаются и в настоящее время (см., например, [34]). Качественно спектаторный эффект, проявляющийся только в периферических столкновениях, связан с фокусировкой отрицательно заряженных частиц, вылетающих из области спектатора под малыми углами и летящими со скоростями, близкими к скорости спектатора, и дефокусировкой положительных. π^{-}/π^{+} отношение достигает максимума, превышающего 20, при скоростях пионов, равных скорости спектатора, и угле вылета, равного 0°. Эта величина

уменьшается как с увеличением угла вылета (или поперечного импульса, переданного π -мезону), так и с увеличением разности скоростей пиона и спектатора. В нашем эксперименте скорости пиона и спектатора налетающего ядра углерода совпадают при импульсе π -мезона около 600 МэВ/с. К сожалению, из-за трудностей установки малых токов в магнитных элементах магнито-оптического канала для измерений были доступны только импульсы, превышающие 1 ГэВ/с. Тем не менее, наблюдаемый рост π^{-}/π^{+} -отношения до величины, равной 1.5, при уменьшении энергии пионов до 1 ГэВ/с может быть проявлением спектаторного эффекта. Здесь также стоит отметить, что π^{-}/π^{+} -отношение в области малых энергий *п*-мезонов является чувствительным тестом механизмов взаимодействий ионов, задействованных в этих моделях.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В эксперименте ФРАГМ были измерены выходы π^+ - и π^- -мезонов под углом 3.5° во фрагментации ионов углерода при энергии ионов углерода 3.2 ГэВ/нуклон на бериллиевой мишени. Это первые измерения при столь высокой энергии в изотопически несимметричной комбинации ионов пучка и мишени. Спектры π -мезонов по кинетической энергии в системе покоя налетающего ядра углерода хорошо описываются экспонентой с обратным параметром наклона — кумулятивной температурой $T_c = 51 \pm 1$ МэВ. Показано, что переход из области, где рождение π -мезонов на свободном нуклоне кинематически разрешено, в кумулятивную область практически не отражается на наклоне их спектра по кинетической энергии. Проведено сравнение этого спектра с предсказаниями четырех моделей ион-ионных взаимодействий: BC, INCL, LAQGSM и QMD. Все модели предсказывают близкий к экспоненциальному спад дифференциального сечения выхода *п*-мезонов. Однако только ВС дает точное описание экспериментальных данных. Полученная величина Т_с дополняет существующие данные по ее зависимости от энергии налетающего ядра, подтверждает ее рост в области энергий от 1 до 3.2 ГэВ/нуклон и, совместно с новыми данными с установки ФОДС [29] при энергии 19.6 ГэВ/нуклон [28], указывает на независимость T_c от энергии от 3.2 ГэВ/нуклон и выше. Эта энергетическая зависимость практически повторяет энергетическую зависимость T_c , хорошо измеренную в протон-ядерных столкновениях в диапазоне от 0.7 до 400 ГэВ. Также в эксперименте $\Phi PA\Gamma M$ было измерено отношение выходов π^- - и π^+ -мезонов и его зависимость от их энергии. Это отношение чувствительно к таким более тонким

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА том 84 № 4 2021

эффектам, как влияние изотопической асимметрии и кулоновских сил. При больших энергиях π мезонов данные неплохо согласуются с влиянием кулоновских сил, приводящих к этому отношению, меньшему единицы. При малых энергиях, где отношение растет с уменьшением энергии и становится больше единицы, этот рост указывает на проявление спектаторного механизма, наблюдавшегося всего в нескольких экспериментах как при меньших энергиях в LBL, так и при существенно бо́льших на SPS. Модель ВС хорошо описывает этот рост π^-/π^+ -отношения. Расхождение с предсказаниями других моделей говорит о чувствительности этого отношения к механизмам ион-ионных взаимодействий, используемых в этих моделях.

Авторы благодарны персоналу ИТЭФ-ТВН и техническому персоналу установки ФРАГМ за большой вклад в проведение измерений. Мы глубоко признательны М.Ю. Боголюбскому за предоставление табулированных данных установки ФОДС и ценные комментарии. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 18-02-00844-а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. А. М. Балдин, ЯФ **18**, 79 (1973).
- 2. Ю. Д. Баюков и др., ЯФ 18, 1246 (1973).
- А. В. Ефремов, А. Б. Кайдалов и др., ЯФ 57, 932 (1994) [Phys. At. Nucl. 57, 874 (1994)].
- 4. В. Б. Копелиович, Письма в ЖЭТФ 23, 348 (1976).
- 5. M. A. Braun and V. V. Vechernin, J. Phys. G. Nucl. Part. Phys. **19**, 517 (1993).
- Б. М. Абрамов, П. Н. Алексеев, Ю. А. Бородин, С. А. Булычев, И. А. Духовской, А. П. Крутенкова, В. В. Куликов, М. А. Мартемьянов, М. А. Мацюк, Е. Н. Турдакина, А. И. Ханов, Письма в ЖЭТФ 97, 509 (2013) [JETP Lett. 97, 439 (2013)].
- G. Folger, V. N. Ivanchenko, and J. P. Wellisch, Eur. Phys. J. A 21, 407 (2004).
- D. Mancusi, A. Boudard, J. Cugnon, J.-C. David, P. Kaitaniemi, and S. Leray, Phys. Rev. C 90, 054602 (2014).
- T. Koi, http://geant4.cern.ch/results/papers/QMD-MC2010.pdf
- S. G. Mashnik, K. K. Gudima, R. E. Prael, A. J. Sierk, M. I. Baznat, and N. V. Mokhov, LANL Report LA-UR-08-2931; arXiv: 0805.0751 [nucl-th].
- S. Agostinelli *et al.* (GEANT4 Collab.), Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A 506, 250 (2003).
- 12. J. Allison *et al.* (Geant4 Collab.), IEEE Trans. Nucl. Sci. **53**, 270 (2006).
- 13. S. G. Mashnik, J. S. Bull, H. G. Hughes, R. E. Prael, and A. J. Sierk, Eur. Phys. J. Plus **126**, 49 (2011).
- Physics Reference Manual, version: geant4 10.0 (6 December 2013), http://geant4.web.cern.ch/geant4/UserDocumentation/

- B. M. Abramov, P. N. Alexeev, Yu. A. Borodin, S. A. Bulychjov, I. A. Dukhovskoy, K. K. Gudima, A. I. Khanov, A. P. Krutenkova, V. V. Kulikov, M. A. Martemianov, S. G. Mashnik, M. A. Matsyuk, and E. N. Turdakina, EPJ Web Conf. 138, 03002 (2017).
- Б. М. Абрамов, П. Н. Алексеев, Ю. А. Бородин, С. А. Булычев, К. К. Гудима, И. А. Духовской, А. П. Крутенкова, В. В. Куликов, М. А. Мартемьянов, М. А. Мацюк, С. Г. Машник, Е. Н. Турдакина, А. И. Ханов, ЯФ 79, 475 (2016) [Phys. At. Nucl. 79, 700 (2016)].
- Б. М. Абрамов, П. Н. Алексеев, Ю. А. Бородин, С. А. Булычев, К. К. Гудима, И. А. Духовской, А. П. Крутенкова, В. В. Куликов, М. А. Мартемьянов, М. А. Мацюк, Е. Н. Турдакина, А. И. Ханов, ЯФ 81, 314 (2018) [Phys. At. Nucl. 81, 330 (2018)].
- Б. М. Абрамов, М. Базнат, Ю. А. Бородин, С. А. Булычев, К. К. Гудима, И. А. Духовской, А. П. Крутенкова, В. В. Куликов, М. А. Мартемьянов, М. А. Мацюк, Е. Н. Турдакина, А. И. Ханов, ЯФ 82, 500 (2019) [Phys. At. Nucl. 82, 623 (2019)].
- 19. L. Sihver, C. H. Tsao, K. Silberberg, T. Kanai, and A. F. Barghouty, Phys. Rev. C 47, 1225 (1993).
- Б. М. Абрамов, П. Н. Алексеев, Ю. А. Бородин, С. А. Булычев, И. А. Духовской, А. П. Крутенкова, В. В. Куликов, М. А. Мартемьянов, М. А. Мацюк, С. Г. Машник, Е. Н. Турдакина, А. И. Ханов, ЯФ 78, 403 (2015) [Phys. At. Nucl. 78, 373 (2015)].
- D. H. F. Cochran, P. N. Dean, P. A. M. Gram, E. A. Knapp, E. R. Martin, D. E. Nagle, R. B. Perkins, W. J. Shlaer, H. A. Thiessen, and E. D. Theriott, Phys. Rev. D 6, 3085 (1972).
- L. S. Schroeder, S. A. Chessin, J. V. Geaga, J. Y. Grossiord, J. W. Harris, D. L. Hendrie, R. Treuhaft, and K. Van Bibber, Phys. Rev. Lett. 43, 1787 (1979).

- 23. S. A. Chessin, Preprint LBL-14262 (1983).
- N. A. Burgov, M. K. Vlasov, L. S. Vorobev, S. A. Gerzon, Yu. T. Kiselev, *et al.*, *A*Φ **32**, 423 (1980) [Sov. J. Nucl. Phys. **32**, 219 (1980)].
- 25. I. M. Belyaev et al., ЯΦ 49, 473 (1989).
- N. A. Nikiforov, Y. D. Bayukov, V. I. Efremenko, G. A. Leksin, V. I. Tchistilin, Y. M. Zaitsev, S. Frankel, W. Frati, M. Gazzaly, and F. C. Perdrisat, Phys. Rev. C 22, 700 (1980).
- E. Moeller, L. Anderson, W. Bruckner, S. Nagamiya, S. Nissen-Meyer, L. Schroeder, G. Shapiro, and H. Steiner, Phys. Rev. C 28, 1246 (1983).
- A. G. Afonin, M. Yu. Bogolyubsky, A. A. Volkov, D. K. Elumakhov, V. N. Zapolsky, A. A. Ivanilov, A. Yu. Kalinin, A. N. Krinitsyn, V. I. Kryshkin, N. V. Kulagin, D. I. Patalakha, K. A. Romanishin, V. V. Skvortsov, V. V. Talov, L. K. Turchanovich, and Yu. A. Chesnokov, Nucl. Phys. A 997, 121718 (2020).
- А. Г. Афонин, М. Ю. Боголюбский, А. А. Волков, Д. К. Елумахов, В. Н. Запольский, А. А. Иванилов, А. Ю. Калинин, А. Н. Криницын, Н. В. Кулагин, В. И. Крышкин, Д. И. Паталаха, К. А. Романишин, В. В. Скворцов, В. В. Талов, Л. К. Турчанович, Ю. А. Чесноков, ЯФ 83, 140 (2020) [Phys. At. Nucl. 83, 228 (2020)].
- 30. W. Benenson et al., Phys. Rev. Lett. 43, 683 (1979).
- J. P. Sullivan, J. A. Bistirlich, H. R. Bowman, R. Bossingham, T. Buttke, *et al.*, Phys. Rev. C 25, 1499 (1982).
- 32. K. Grebieszkow, PoS(CORFU2018), 152 (2019); arXiv: 1904.03165 [nucl-ex].
- M. Gyulassy and S. K. Kauffmann, Nucl. Phys. A 362, 503 (1981).
- 34. V. Ozvenchuk, A. Rybicki, A. Szczurek, A. Marcinek, and M. Kielbowicz, Phys. Rev. C **102**, 1 (2020).

CUMULATIVE π MESONS in ¹²C + ⁹Be INTERACTIONS AT 3.2 GeV/NUCLEON

B. M. Abramov¹⁾, M. Baznat²⁾, Yu. A. Borodin¹⁾, S. A. Bulychjov¹⁾, I. A. Dukhovskoy¹⁾, A. P. Krutenkova¹⁾, V. V. Kulikov¹⁾, M. A. Martemianov¹⁾, M. A. Matsyuk¹⁾, E. N. Turdakina¹⁾

¹⁾NRC "Kurchatov Institute" — ITEP, Moscow, Russia

²⁾Institute of Applied Physics, Academy of Sciences of Moldova, Chisinau, Republic of Moldova

In the FRAGM experiment at the heavy-ion accelerator–accumulator complex ITEP–TWA, the yields of cumulative charged π mesons have been measured in fragmentation of carbon ions with an energy of 3.2 GeV/nucleon on beryllium target. The momentum spectra of π mesons cover 4 orders of the invariant cross section magnitude where they demonstrate the exponential fall with increasing energy. The measured inverse slope parameter is compared with similar measurements for nucleon–nucleus interactions and ion–ion collisions at lower energies. The energy dependence of the ratio of the yields of negative and positive π mesons is presented and discussed in connection with Coulomb and isotopic effects. The obtained data are compared with the predictions of several ion–ion interaction models.

= ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ И ПОЛЯ =

А-ЗАВИСИМОСТЬ ОБРАЗОВАНИЯ В ПЕРЕДНЕМ НАПРАВЛЕНИИ ЗАРЯЖЕННЫХ АДРОНОВ И ЯДЕРНЫХ ФРАГМЕНТОВ В СРЬ- И СС-ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ ПРИ ЭНЕРГИИ ПУЧКА 19.6 ГэВ/НУКЛОН

© 2021 г. А. Г. Афонин¹⁾, М. Ю. Боголюбский^{1)*}, А. А. Волков¹⁾, Д. К. Елумахов¹⁾,
 В. Н. Запольский¹⁾, А. А. Иванилов¹⁾, А. Ю. Калинин¹⁾, А. Н. Криницын¹⁾,
 Н. В. Кулагин¹⁾, В. И. Крышкин¹⁾, Д. И. Паталаха¹⁾, К. А. Романишин¹⁾,
 В. Скворцов¹⁾, В. В. Талов¹⁾, Л. К. Турчанович¹⁾, Ю. А. Чесноков¹⁾

Поступила в редакцию 26.12.2020 г.; после доработки 19.01.2021 г.; принята к публикации 19.01.2021 г.

Измерены инклюзивные дифференциальные сечения образования π^{\pm} -, k^{-} -мезонов, протонов, антипротонов с импульсами от 6 до 50 ГэВ/с и ядерных фрагментов с атомным номером $1 \le A \le 10$ в интервале импульсов 20–220 ГэВ/с в СРb-столкновениях при кинетической энергии пучка 19.6 ГэВ/нуклон ($\sqrt{S_{NN}} = 6.3$ ГэВ). Приведены сравнение с сечениями в СС-взаимодействиях и оценка A-зависимости от ядра мишени. Анализ показывает, что наблюдаемые частицы образуются в основном в периферических взаимодействиях.

DOI: 10.31857/S0044002721040048

1. ВВЕДЕНИЕ

В рассматриваемой статье представлены сравнения инклюзивных сечений образования заряженных адронов и ядерных фрагментов в СРЬи СС-столкновениях при кинетической энергии углеродного пучка 19.6 ГэВ/нуклон ($\sqrt{S_{NN}} =$ = 6.3 ГэВ). Работа выполнена на ускорительном комплексе У-70 (НИЦ "Курчатовский институт" — ИФВЭ) и является продолжением цикла исследований образования частиц и фрагментов в переднем направлении в *АА*- и *pА*взаимодействиях [1–3].

В указанных работах было отмечено, что полученные сечения образования частиц и фрагментов близки к аналогичным результатам других экспериментов при более низких энергиях, что согласуется с гипотезой предельной фрагментации [4].

Помимо слабой зависимости от энергии взаимодействия согласно данной гипотезе ожидается слабая *А*-зависимость от ядра мишени в области фрагментации пучка, выходящая на плато с ростом импульса вторичной частицы. Это связано с тем, что образование под углом 0° в основном происходит или в результате диссоциации ядра, или в периферических взаимодействиях с малыми передачами импульса. Таким образом, измеренные импульсные распределения ядерных фрагментов в области, соответствующей средней энергии на

Таблица 1. Инвариантные сечения в CPb-взаимодействиях в зависимости от лабораторного импульса для протонов и π^+ -мезонов (только статистические ошибки)

$P_{\text{lab}},$	$Ed^{2}\sigma/(p^{2}dpd\Omega)$, м	мбн∕(ГэВ² <i>с</i> −3 ср)			
ГэВ/с	p	π^+			
20.00	$8.91\text{e}{+}04 \pm 3.55\text{e}{+}02$	$1.09e+01 \pm 4.20e+00$			
20.50	$7.23\mathrm{e}{+04} \pm 3.81\mathrm{e}{+02}$				
24.00	$1.12\text{e}{+}04 \pm 7.58\text{e}{+}01$				
25.00	$5.39\mathrm{e}{+03} \pm 4.49\mathrm{e}{+01}$	$1.34\mathrm{e}{+00}\pm8.32\mathrm{e}{-01}$			
26.75	$2.30\text{e}{+}03 \pm 3.32\text{e}{+}01$				
30.00	$4.20\mathrm{e}{+02} \pm 1.78\mathrm{e}{+01}$				
33.50	$1.57\mathrm{e}{+02} \pm 7.38\mathrm{e}{+00}$				
34.25	$7.59\mathrm{e}{+01} \pm 6.45\mathrm{e}{+00}$				
35.00	$3.44\text{e}{+}01 \pm 5.35\text{e}{+}00$				
46.75	$2.83\mathrm{e}{-01} \pm 4.42\mathrm{e}{-01}$				
48.00	$2.63\mathrm{e}{-01} \pm 2.11\mathrm{e}{-01}$				
50.25	$1.24\mathrm{e}{-02}\pm4.18\mathrm{e}{-02}$				

¹⁾Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт" — ИФВЭ, Протвино, Россия.

^{*}E-mail: Mikhail.Bogolyubsky@ihep.ru



Рис. 1. Отношения инвариантных сечений образования протонов и антипротонов в CPb- и CC-столкновениях в зависимости от их импульса в лабораторной системе.



Рис. 2. Отношения инвариантных сечений образования π^- -, π^+ -, k^- -мезонов в CPb- и CC-столкновениях в зависимости от их импульса в лабораторной системе.

нуклон в пучке и выше, близки к энергетическим распределениям нуклонов и их кластеров в ядре.

В данном эксперименте вторичные частицы регистрируются в переднем направлении и область фрагментации пучка хорошо разделяется с областью фрагментации мишени и центральной областью [3], что делает его весьма выгодным для изучения данных процессов.

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Экспериментальная установка состояла из канала, формирующего вторичный пучок частиц вы-



Рис. 3. Отношения инвариантных сечений в CPb- и CC-столкновениях образования ядерных фрагментов в зависимости от их импульса в лабораторной системе.

Таблица 2	. Инвај	эиантные	сечения	В	CPb-взаимодействиях	В	зависимости	OT	лабораторного	импульса	ДЛЯ
антипротон	ов, $k^{-}, -$	π−-мезон	юв (тольк	0 C'	статистические ошибки)						

$B = \Gamma_{2} B/c$	$Ed^2\sigma/(p^2dpd\Omega),$ мбн $/(Гэ{ m B}^2~c^{-3}$ ср $)$				
	π^-	k^-	$ar{p}$		
8.00	$9.27\mathrm{e}{+02} \pm 2.14\mathrm{e}{+00}$	$2.46e{+}01 \pm 1.01e{+}00$	$4.63\mathrm{e}{+00} \pm 1.62\mathrm{e}{-01}$		
11.00	$3.47e{+}02 \pm 8.87e{-}01$	$8.64\mathrm{e}{+00} \pm 2.76\mathrm{e}{-01}$	$1.81\mathrm{e}{+00}\pm6.86\mathrm{e}{-02}$		
16.00	$4.81e+01 \pm 1.50e-01$	$1.13e+00 \pm 3.58e-02$	$1.53e{-}01 \pm 1.23e{-}02$		
21.00	$5.63e{+}00 \pm 1.50e{-}02$	$1.00e-01 \pm 1.86e-02$	$1.59\mathrm{e}{-02} \pm 2.57\mathrm{e}{-03}$		
26.00	$8.86\mathrm{e}{-01}\pm8.32\mathrm{e}{-03}$	$2.79\mathrm{e}{-02} \pm 2.40\mathrm{e}{-03}$	$2.65\mathrm{e}{-03} \pm 1.07\mathrm{e}{-03}$		
31.00	$6.25\mathrm{e}{-02} \pm 4.47\mathrm{e}{-03}$	$4.66\mathrm{e}{-03} \pm 5.36\mathrm{e}{-04}$	$4.82 \mathrm{e}{-04} \pm 1.41 \mathrm{e}{-04}$		
36.00	$5.18\mathrm{e}{-03} \pm 3.04\mathrm{e}{-04}$				
39.00	$1.50\mathrm{e}{-03} \pm 1.76\mathrm{e}{-04}$				
42.00	$6.34\mathrm{e}{-04} \pm 9.18\mathrm{e}{-05}$				
46.00	$3.34e-04 \pm 2.12e-04$				
51.00	$3.51e-04 \pm 3.31e-04$				

соких энергий [5] с мишенью, установленной в его начале (толщина мишени составляла 0.1 от длины ядерного взаимодействия протона в ее веществе), и детекторов спектрометра ФОДС [6], включающих в себя трековую систему, черенковский спектрометр, набор сцинтилляционных счетчиков и набор пороговых черенковских счетчиков. Проводились также циклы измерений с пустой мишенью для вычитания фона. Вклад пустой мишени относительно углеродной мишени изменялся от 15% до 45% при разных способах вывода (медленный вывод или вывод с помощью изогнутых кристаллов) углеродного пучка из ускорителя.

Тип вторичной частицы или ядерного фрагмента определялся по их заряду и массе. Заряд устанавливался по величине ионизации в сцинтилля-

341

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА том 84 № 4 2021



Рис. 4. Усредненные по импульсу значения отношений инвариантных сечений для регистрируемых в данном эксперименте частиц и ядерных фрагментов, а также рассчитанный по формуле (1) показатель *A*-зависимости α . Точечная линия показывает среднее значение для легких фрагментов *p*, *d*, *t*, ³He, ⁴He, ⁶He, равное, соответственно, $\langle \sigma_{CPb} / \sigma_{CC} \rangle = 2.16 \pm \pm 0.03$ и $\langle \alpha \rangle = 1.10 \pm 0.02$.



Рис. 5. Сравнение *А*-зависимости образования π^- -мезонов и протонов от X_F в различных экспериментах. • — данные из работ [11, 12], • — [1], □ — эта работа (p_{cm} — импульс частицы в системе центра масс, p_{cm}^{max} — его максимальное значение в случае свободных взаимодействующих нуклонов).

ционных счетчиках и выделяемой энергии в адронном калориметре. Масса восстанавливалась в спектрометре колец черенковского излучения при известных магнитной жесткости канала и заряде частицы. Параметры экспериментальной установки и процедура обработки более подробно описаны в статьях [1-3]. Дополнительно отметим, что работа велась на углеродном пучке интенсивностью 10^9 ядер за сброс 1.2 с, вторичные частицы и ядерные фрагменты регистрировались под нулевым углом при сравнительно малой апертуре канала: $d\Omega =$



Рис. 6. Инвариантные сечения образования вперед протонов и π^- -мезонов в CPb- и CC-взаимодействиях в зависимости от кинетической энергии $T_{\rm kin}$ в системе покоя фрагментирующего ядра (A_b и A_t — атомные номера ядер пучка и мишени). Сплошные кривые — аппроксимации суммой экспонент по формуле (2), штриховые — одной экспонентой.

= 35 мкср, dp/p = 2.4% для отрицательно заряженных частиц и $d\Omega = 3.4$ мкср, dp/p = 1.2% — для положительных.

Моделирование эксперимента проводилось ме-

Таблица 3. Инвариантные сечения в CPbвзаимодействиях в зависимости от лабораторного импульса для ядер дейтерия (*d*) и трития (*t*) (только статистические ошибки)

$P_{\text{lab}},$	$Ed^{2}\sigma/(p^{2}dpd\Omega)$, M	мбн/(ГэВ $^2 c^{-3}$ ср)		
ГэВ/с	d	t		
25.00	$5.56\mathrm{e}{+01} \pm 5.86\mathrm{e}{+00}$			
26.75	$1.20\mathrm{e}{+02} \pm 9.14\mathrm{e}{+00}$			
30.00	$2.02\text{e}{+}02 \pm 1.45\text{e}{+}01$			
33.50	$8.32\text{e}{+}02 \pm 2.00\text{e}{+}01$			
34.25	$8.48\mathrm{e}{+02} \pm 2.46\mathrm{e}{+01}$			
35.00	$9.00\mathrm{e}{+02} \pm 2.79\mathrm{e}{+01}$			
46.75	$8.59\mathrm{e}{+02} \pm 2.40\mathrm{e}{+01}$	$3.77e+00 \pm 2.60e+00$		
48.00	$7.50\mathrm{e}{+02} \pm 1.01\mathrm{e}{+01}$	$1.10\text{e}{+}01 \pm 1.99\text{e}{+}00$		
50.25	$4.88\mathrm{e}{+02} \pm 4.16\mathrm{e}{+00}$	$1.08\mathrm{e}{+02} \pm 2.16\mathrm{e}{+00}$		
54.25	$5.60\mathrm{e}{+01} \pm 1.72\mathrm{e}{+00}$	$9.19\mathrm{e}{+02}\pm6.75\mathrm{e}{+00}$		
55.25	$3.02e{+}01 \pm 1.60e{+}00$	$1.20\mathrm{e}{+03} \pm 9.71\mathrm{e}{+00}$		
60.25	$3.89\mathrm{e}{+00}\pm8.44\mathrm{e}{-01}$	$5.82\mathrm{e}{+03} \pm 2.81\mathrm{e}{+01}$		
62.25	$2.90\mathrm{e}{+00} \pm 4.57\mathrm{e}{-01}$	$6.45\mathrm{e}{+03} \pm 1.97\mathrm{e}{+01}$		

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА том 84 № 4 2021

тодом Монте-Карло в рамках Geant4 [7] и описано в [8, 9].

3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Измеренные в СРb-взаимодействиях дифференциальные сечения представлены в табл. 1-6. Анализ инвариантных сечений для разных мишеней показал, что их форма в зависимости от импульса адронов и ядерных фрагментов была практически одинаковая на углеродной и свинцовой мишенях. Поэтому наибольший интерес представляли отношения сечений, которые позволили оценить Азависимость образования заряженных адронов и ядерных фрагментов в переднем направлении. Отношения сечений для протонов и антипротонов, *π*и к-мезонов, ядерных фрагментов в зависимости от их импульса в лабораторной системе координат показаны на рис. 1, 2 и 3 соответственно. Из этих данных видно, что для адронов, за исключением k^- -мезонов, при импульсах выше 20 ГэВ/c отношение близко к двум, но с увеличением значения отношения при меньших импульсах. Для легких ядерных фрагментов от протонов до гелия включительно отношения сечений также близки к двум и несколько увеличиваются для более тяжелых фрагментов. Это хорошо видно на рис. 4, где представлены усредненные по импульсу отношения инвариантных сечений для разных мишеней.

$D = \Gamma_0 D/c$	$Ed^2\sigma/(p^2dpd\Omega),$ мбн $/(Гэ{ m B}^2c^{-3}{ m cp})$					
$I_{lab}, I_{JD}/c$	³ He	⁴ He	⁶ He			
40.00	$2.36e+00 \pm 8.47e-01$					
41.00	$3.02e{+}00 \pm 9.98e{-}01$					
48.00	$2.18e+01 \pm 1.67e+00$					
50.00	$5.97e+01 \pm 2.17e+00$					
53.50	$3.70e+02 \pm 5.84e+00$					
60.00	$5.00e+03 \pm 2.36e+01$					
67.00	$1.28e+03 \pm 7.87e+00$	$2.07e+01 \pm 1.11e+00$				
68.50	$4.97\mathrm{e}{+}02\pm5.06\mathrm{e}{+}00$	$5.02e+01 \pm 1.76e+00$				
70.00	$2.01e+02 \pm 3.57e+00$	$9.68e+01 \pm 2.69e+00$				
93.50	$1.84e{-}01 \pm 1.14e{-}01$	$4.14e+01 \pm 1.48e+00$				
96.00		$5.89\mathrm{e}{+00} \pm 3.64\mathrm{e}{-01}$				
100.50		$1.28e{+}00 \pm 7.22e{-}02$	$1.36\mathrm{e}{-01} \pm 2.54\mathrm{e}{-02}$			
108.50		$3.04e-02 \pm 1.04e-02$	$5.69\mathrm{e}{-01} \pm 6.37\mathrm{e}{-02}$			
110.50			$9.13e-01 \pm 1.11e-01$			
120.50			$5.09e+01 \pm 1.01e+00$			
124.50			$8.63e+01 \pm 8.55e-01$			
140.50			$4.97\mathrm{e}{-01} \pm 3.17\mathrm{e}{-02}$			

Таблица 4. Инвариантные сечения в CPb-взаимодействиях в зависимости от лабораторного импульса для ядер ³He, ⁴He, ⁶He (только статистические ошибки)

В отношениях сечений сокращаются общая нормировка, связанная с мониторированием пучка, расчет аксептанса канала, учет взаимодействий в веществе канала и детекторов, учет распадов вторичных частиц и эффективности регистрации. Анализ экспериментальных результатов в разных циклах измерений показал наличие систематической погрешности около 15% [2, 3], связанной с нестабильностью положения пучка во время набора физических данных. Везде, кроме таблиц, включая процедуру усреднения, в качестве ошибок приводится квадратный корень из суммы квадратов статистической и данной систематической погрешностей.

В работе [10] была изучена А-зависимость неупругих ядро-ядерных взаимодействий при импульсе ядер фтора в пучке 4 ГэВ/с на нуклон. Эта зависимость хорошо описывалась выражением в рамках геометрической модели столкновений ядер:

$$\sigma = \sigma_0 \cdot (A_1^{1/3} + A_2^{1/3} - 1)^{\alpha}, \tag{1}$$

где σ_0 — сечение нуклон-нуклонного рассеяния, A_1 и A_2 — атомные номера ядер пучка и мишени, α — параметр. Величина последнего была зафиксирована в [10] на значении $\alpha = 2$ для неупругих взаимодействий, а для периферических процессов $\alpha = 1$. Тогда из формулы (1) следует, что отношения сечений на свинцовой мишени к углеродной в пучке ионов углерода равняются, соответственно, 4.05 и 2.01 для неупругих и периферических взаимодействий.

На рис. 4 приведены усредненные по импульсу отношения инвариантных сечений и оценка параметра α . Для протонов и легких ядер показатель близок к единице. Для остальных фрагментов наблюдается небольшой рост в пределах ошибок.

На рис. 5 приводится сравнение параметра α для π^- -мезонов и протонов при кинетических энергиях ядер пучка 19.6 ГэВ на нуклон (данный эксперимент), 2.1 ГэВ на нуклон [11, 12], а также в *pA*-взаимодействиях, измеренных в рамках данного цикла исследований [1]. Видно, что *A*-зависимость при различных энергиях и парах ядер ведет себя подобным образом, падая с ростом фейнмановской переменной X_F с возможным выходом на плато при $X_F > 1$.

Так как полученная А-зависимость не является точной константой, интересно проверить, как изменились оценки температур соответствующих

	$Ed^2\sigma/(p^2dpd\Omega),$ мбн/(Гэ $\mathrm{B}^2~c^{-3}$ ср)					
$P_{\text{lab}}, 19B/c$	⁷ Li	⁸ Li	⁹ Li			
140.25	$1.18e+03 \pm 7.19e+00$					
144.00	$1.16e + 03 \pm 4.35e + 00$					
150.75	$1.92\mathrm{e}{+}02\pm8.02\mathrm{e}{-}01$	$1.05e{+}01 \pm 1.95e{-}01$				
162.75	$6.05\mathrm{e}{-01} \pm 5.70\mathrm{e}{-02}$	$1.06e+02\pm 8.30e-01$				
165.75		$7.71e+01 \pm 8.70e-01$				
180.75		$1.04e-01 \pm 7.13e-02$	$7.16e+00 \pm 3.71e-01$			
186.75			$1.75e{+}01 \pm 3.80e{-}01$			
P _{lab} , ГэВ/с	⁷ Be	⁹ Be	¹⁰ Be			
134.00	$6.92e{+}01 \pm 1.86e{+}00$					
137.00	$5.01e+02 \pm 4.66e+00$					
140.00	$1.30e+03 \pm 7.74e+00$					
187.00		$3.58e+02 \pm 3.78e+00$				
192.00		$1.13e+01 \pm 4.48e-01$	$3.78e+00 \pm 2.82e-01$			
201.00			$1.75\mathrm{e}{+}02\pm8.29\mathrm{e}{-}01$			
217.00			$2.53e{-}01 \pm 4.09e{-}02$			

Таблица 5. Инвариантные сечения в CPb-взаимодействиях в зависимости от лабораторного импульса для ядер ⁷Li, ⁸Li, ⁹Li, ⁷Be, ⁹Be, ¹⁰Be (только статистические ошибки)

процессов при переходе от легких мишеней к более тяжелым. В работах [13, 14] показано, что поведение инвариантных сечений σ_{inv} образования частиц в зависимости от их кинетической энергии T_{kin} в системе покоя фрагментирующего ядра описывается суммой двух экспонент

$$\sigma_{\rm inv} = c_1 \cdot \exp(-T_{\rm kin}/T_1) + \tag{2}$$

Таблица 6. Инвариантные сечения в CPbвзаимодействиях в зависимости от лабораторного импульса для ядер ⁸В и ¹⁰С (только статистические ошибки)

$P_{\rm lab},$	$Ed^{2}\sigma/(p^{2}dpd\Omega)$, M	мбн/(ГэВ $^2 c^{-3}$ ср)
ГэВ/с	⁸ B	¹⁰ C
150.00	$1.69e+00 \pm 4.63e-01$	
167.50	$3.28e{+}01 \pm 1.13e{+}00$	
171.25	$3.72e{+}00 \pm 4.05e{-}01$	
175.00	$3.01e-01 \pm 2.47e-01$	
201.00		$1.86\mathrm{e}{+02} \pm 2.99\mathrm{e}{+00}$
205.50		$1.56\mathrm{e}{+02} \pm 2.63\mathrm{e}{+00}$
210.00		$1.46\mathrm{e}{+}01\pm8.79\mathrm{e}{-}01$

$+c_2 \cdot \exp(-T_{\rm kin}/T_2),$

где коэффициенты c1 и c2 называют мощностями испарительных и кумулятивных процессов, а T_1 и T_2 — их температурой. В нашей работе [2] мы проводили анализ рождения протонов вперед в CA-взаимодействиях ($A = {}^{3}$ He, 9 Be, 12 C) и назад в AA-взаимодействиях ($A = {}^{12}C, {}^{197}Au$) в диапазоне начальной кинетической энергии фрагментирующего ядра 0.3-19.6 ГэВ/нуклон, который подтверждает справедливость выражения (2). На рис. 6 приведено сравнение результатов для рождения вперед протонов и *π*-мезонов в СС- и СРЬвзаимодействиях при кинетической энергии ионного пучка 19.6 ГэВ/нуклон вместе с соответствующими аппроксимациями (2). Полученные значения температур на разных мишенях совпадают в пределах ошибок:

$$\begin{split} \pi^-: \quad T_2^{\rm CC} &= 52.6 \pm 0.9 \text{ M} \text{\tiny >B}, \\ T_2^{\rm CPb} &= 51.9 \pm 0.8 \text{ M} \text{\tiny >B}, \\ p: \quad T_1^{\rm CC} &= 4.9 \pm 0.7 \text{ M} \text{\tiny >B}, \\ T_1^{\rm CPb} &= 5.5 \pm 0.8 \text{ M} \text{\tiny >B}, \\ p: \quad T_2^{\rm CC} &= 29.4 \pm 1.7 \text{ M} \text{\tiny >B}, \\ T_2^{\rm CPb} &= 28.1 \pm 2.5 \text{ M} \text{\tiny >B}. \end{split}$$

Таким образом, приведенные данные показывают, что форма инвариантного сечения фрагментационного рождения в виде выражения (2) является универсальной при разных энергиях для различных регистрируемых частиц и не зависит ни от типа пучка ни от выбора мишени. Значения температур соответствующих процессов определяются свойствами фрагментирующего ядра и типом вторичной частицы и не зависят от мишени (ядра-спектатора).

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлены измерения инклюзивных сечений образования в переднем направлении заряженных адронов и ядерных фрагментов в CPbстолкновениях при кинетической энергии пучка 19.6 ГэВ/нуклон ($\sqrt{S_{NN}} = 6.3$ ГэВ) в сравнении с аналогичными данными в CC-взаимодействиях и получена *A*-зависимость изучаемых процессов.

Картины образования вперед частиц и фрагментов подобны друг другу как в данном эксперименте в CPb- и CC-взаимодействиях, так и в других экспериментах, поставленных при более низких энергиях, и демонстрируют слабую *A*-зависимость, соответствующую периферическим процессам. Что, в свою очередь, согласуется с гипотезой предельной фрагментации. Оценки параметров, определяющих форму дифференциальных сечений, совпадают в пределах ошибок на разных мишенях.

Таким образом, можно сделать вывод о том, что форма измеренных сечений образования ядерных фрагментов в основном определяется свойствами ядра углерода, фрагментирующего в периферических процессах с малыми передачами импульса.

ДЕКЛАРАЦИЯ О КОНКУРИРУЮЩИХ ИНТЕРЕСАХ

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

БЛАГОДАРНОСТИ

Данная работа поддержана грантом РФФИ № 19-02-00278.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- M. Yu. Bogolyubsky, A. Yu. Bordanovsky, A. A. Volkov, D. K. Elumahov, V. P. Efremov, A. A. Ivanilov, A. Yu. Kalinin, A. N. Krinitsyn, V. I. Kryshkin, N. V. Kulagin, D. I. Patalakha, V. V. Skvortsov, V. V. Talov, and L. K. Turchanovich, Phys. At. Nucl. 80, 455 (2017).
- A. G. Afonin, M. Yu. Bogolyubsky, A. A. Volkov, D. K. Elumakhov, V. N. Zapolsky, A. A. Ivanilov,

A. Yu. Kalinin, A. N. Krinitsyn, V. I. Kryshkin, N. V. Kulagin, D. I. Patalakha, K. A. Romanishin, V. V. Skvortsov, V. V. Talov, L. K. Turchanovich, and Yu. A. Chesnokov, Phys. At. Nucl. **83**, 228 (2020). https://doi.org/10.1134/S1063778820020015

- A. G. Afonin, M. Yu. Bogolyubsky, A. A. Volkov, D. K. Elumakhov, V. N. Zapolsky, A. A. Ivanilov, A. Yu. Kalinin, A. N. Krinitsyn, V. I. Kryshkin, N. V. Kulagin, D. I. Patalakha, K. A. Romanishin, V. V. Skvortsov, V. V. Talov, L. K. Turchanovich, and Yu. A. Chesnokov, Nucl. Phys. A 997, 121718 (2020). https://doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2020. 1217180375
- 4. J. Benecke, T. T. Chou, C. N. Yang, and E. Yen, Phys. Rev. **188**, 2159 (1969).
- А. Г. Афонин, Н. А. Галяев, В. Н. Гресь, Ю. П. Давиденко, В. И. Дианов, А. С. Дышкант, В. Н. Запольский, В. И. Котов, В. П. Крючков, С. Н. Лапицкий, В. Н. Лебедев, А. В. Максимов, А. В. Минченко, А. Н. Мойбенко, В. С. Селезнев, Р. М. Суляев, В. Н. Терехов, М. А. Холоденко, С. А. Черный, Ю. А. Чесноков, Препринт ИФВЭ 90-38 (Протвино, 1990).
- V. V. Abramov, B. Yu. Baldin, A. F. Buzulutskov, A. A. Volkov, V. Yu. Glebov, P. I. Goncharov, A. N. Gurjiev, A. S. Dyshkant, V. N. Evdokimov, A. O. Efimov, Yu. P. Korneev, A. N. Krinitsyn, V. I. Kryshkin, M. I. Mutafian, V. M. Podstavkov, A. I. Ronjin, R. M. Sulyaev, and L. K. Turchanovich, Instrum. Exp. Tech. 35, 1006 (1992).
- 7. http://geant4.cern.ch/support/ReleaseNotes4.10.2. html
- M. Yu. Bogolyubsky, Instrum. Exp. Tech. 57, 519 (2014).

https://doi.org/10.1134/S0020441214050030

- 9. M. Yu. Bogolyubsky, D. K. Elumakhov, A. I. Ivanilov, and A. N. Krinitsyn, Instrum. Exp. Tech. **62**, 5 (2019). https://doi.org/10.1134/S0020441219050130
- V. M. Golovin, I. A. Golutvin, S. N. Dolia, B. E. Zhilcov, A. V. Zarubin, V. V. Perelygin, V. S. Sviridov, V. V. Tikhomirov, V. I. Tsovbun, and A. G. Fedunov, JINR Rapid Communication 17-86, 13, Dubna (1986).
- L. Anderson, W. Bruckner, E. Moller, S. Nagamiya, S. Nissen-Meyer, L. Schroeder, G. Shapiro, and H. Steiner, Phys. Rev. C. 28, 1224 (1983). https://doi.org/10.1103/PhysRevC.28.1224 https://journals.aps.org/prc/abstract/10.1103/ PhysRevC.28.1224
- L. Anderson, W. Bruckner, E. Moller, S. Nagamiya, S. Nissen-Meyer, L. Schroeder, G. Shapiro, and H. Steiner, Phys. Rev. C. 28, 1246 (1983). https://doi.org/10.1103/PhysRevC.28.1246 https://journals.aps.org/prc/abstract/10.1103/ PhysRevC.28.1246
- 13. V. K. Lukyanov and A. I. Titov, Sov. J. Part. Nucl. **10**, 321 (1979).
- 14. V. K. Bondarev, Phys. Part. Nucl. 28, 5 (1997).

A-DEPENDENCE OF THE FORWARD PRODUCTION FOR CHARGED HADRONS AND NUCLEAR FRAGMENTS IN CPb AND CC-INTERACTIONS AT BEAM ENERGY 19.6 GeV/NUCLEON

A. G. Afonin¹⁾, M. Yu. Bogolyubsky¹⁾, A. A. Volkov¹⁾, D. K. Elumakhov¹⁾, V. N. Zapolsky¹⁾, A. A. Ivanilov¹⁾, A. Yu. Kalinin¹⁾, A. N. Krinitsyn¹⁾, V. I. Kryshkin¹⁾, N. V. Kulagin¹⁾, D. I. Patalakha¹⁾, K. A. Romanishin¹⁾, V. V. Skvortsov¹⁾, V. V. Talov¹⁾, L. K. Turchanovich¹⁾, Yu. A. Chesnokov¹⁾

¹⁾National Research Center "Kurchatov Institute" — IHEP, Protvino, Russia

The measurements of inclusive differential cross sections in forward direction of π^{\pm} -, k^{-} -mesons, protons, antiprotons with momenta from 6 to 50 GeV/*c* and nuclear fragments with atomic number $1 \le A \le 10$ in the range of momenta 20–220 GeV/*c* in CPb-collisions at beam kinetic energy of 19.6 GeV/*n* ($\sqrt{S_{NN}} = 6.3$ GeV) are presented. A comparison with cross sections in CC-collisions and an estimate of the *A*-dependence on the target nucleus are given. The analysis shows that observed particles are formed mainly in peripheral interactions.

— ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ И ПОЛЯ —

ЭФФЕКТЫ РАДИАЦИОННЫХ ПОПРАВОК В ПРОЦЕССЕ ДРЕЛЛА-ЯНА ПРИ СВЕРХВЫСОКИХ ИНВАРИАНТНЫХ МАССАХ ДИЛЕПТОНА

© 2021 г. В. А. Зыкунов^{1),2)*}

Поступила в редакцию 04.10.2020 г.; после доработки 12.12.2020 г.; принята к публикации 12.12.2020 г.

Рассчитаны однопетлевые электрослабые и КХД радиационные поправки в процессе Дрелла-Яна при сверхвысоких энергиях и инвариантных массах лептонной пары. Произведен рефакторинг программы READY, оптимизированы процедура интегрирования и реализация кинематических условий и ограничений. С помощью READY впервые сделан подробный численный анализ эффектов радиационных поправок к наблюдаемым сечениям и асимметрии вперед-назад для эксперимента CMS в режиме Run3/HL Большого адронного коллайдера.

DOI: 10.31857/S0044002721040292

1. ВВЕДЕНИЕ

В своих работах [1, 2] физики С. Дрелл и Д. Ян впервые изучили жесткий процесс рождения лептонной пары в адронных столкновениях (примерно в это же время появилась работа [3] советских ученых на сходную тему). Этот процесс, впоследствии названный именами Дрелла и Яна, впервые был экспериментально исследован в BNL [4]. В результате кварк-партонная модель (КПМ) получила подтверждение и, более того, квантовая хромодинамика (КХД) заявила о себе как о теории, адекватно описывающей сильные взаимодействия и согласующейся с принципами КПМ.

В настоящее время тестирование нового энергетического масштаба (тысячи ГэВ) в идущих полным ходом экспериментах на Большом адронном коллайдере (Large Hadron Collider, LHC), т.е. поиск на нем явлений Новой физики (НФ), который является одной из главных задач современной физики, будет во многом осуществлено с помощью исследования наблюдаемых величин (сечений и асимметрии вперед-назад) процесса Дрелла–Яна при больших инвариантных массах лептонной пары (дилептона) $l^{-}l^{+}$.

Среди сценариев Новой физики, существующих на настоящий момент, следует выделить теорию великого объединения (лептоны и кварки рассматриваются в рамках единой группы симметрии), суперсимметрию (SUSY), объединяющую фермионы и бозоны, а также супергравитацию (описание гравитации на языке SUSY). Имеются и другие интересные идеи, например, струнная теория, рассматривающая элементарные частицы как объекты, совершающие колебания в многомерном пространстве и обладающие (супер)симметрией бозон-фермион (суперструны). В струнной теории получила развитие идея Калуцы-Кляйна о сворачивании пространственных измерений. В результате объединения теории струн и суперсимметрии впоследствии сформировалась перспективная теория миров на бранах (М-теория). Приоритеты будущей экспериментальной физики высоких энергий сосредоточены также на прецизионном изучении свойств бозона Хиггса (Хиггс-фабрики, Higgs-factories), исследовании ароматовой и фундаментальных симметрий (flavour symmetry, fundamental symmetries), поиске частицкандидатов на темную материю (dark matter), аксионов (axions, аксионы — это частицы, введение которых в теорию объясняет экспериментально подтвержденное отсутствие нарушения СРсимметрии в КХД) и ультраслабо взаимодействующих частиц (ultra weakly [feebly] interacting particles).

В начале 2022 г. на LHC начнется этап Run3 (предположительно он продлится до конца 2024 г.), в котором будет реализована максимальная запланированная энергия протонов $\sqrt{S} = 14$ ТэВ (в системе их центра масс), собрана статистика до 300 фбн⁻¹ и промерена область по инвариантной массе пары 4.6–5.2 ТэВ. После технологического перерыва (Long Shutdown 3, 2025–2027) с 2027 по 2038 г. (предположительно последний год

¹⁾Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия.

²⁾Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Гомель, Беларусь.

^{*}E-mail: zykunov@cern.ch
работы LHC) планируется собрать статистику в $3000 \, \phi \text{Gm}^{-1}$ — этот этап работы будет называться High-Luminosity (HL) LHC — и промерить область $5.6-6.2 \, \text{TэB}$.

Энергия, которая будет достигнута на Run3/HL LHC, с одной стороны, соответствует пределам применимости СМ, а с другой — современным возможностям экспериментальной техники. Несмотря на то, что пока весь существующий набор экспериментальной информации находится в надежном согласии с предсказаниями СМ, существуют указания на то, что в этом диапазоне энергий должна проявиться Новая физика, причем НФ, по всей видимости, проявится не через обнаружение новых частиц и/или новых явлений, а по небольшим отклонениям от предсказаний СМ. Обнаружение новых физических явлений по такому сценарию возможно только в ходе крайне точного (прецизионного) сравнения полученных экспериментальных данных с предсказаниями теории.

Все вышесказанное требует соответствующего улучшения точности теоретического описания исследуемых процессов, протекающих в микромире, и обеспечения экспериментов на Run3/HL LHC надежными и прецизионными программами учета не только лидирующего порядка теории возмущений, но и более высоких ее порядков (назовем их радиационными эффектами или эффектами радиационных поправок). К настоящему моменту имеется большое количество разнообразных, взаимодополняющих друг друга программ и компьютерных кодов, посвященных этой проблеме, их обзор сделан, например, в работе [5]. В настоящей работе приведено физическое содержание одной из таких программ — READY (Radiative corrEctions to lArge invariant mass Drell-Yan process), pasработанной автором. Для общности все формулы даны с учетом продольной поляризации начальных частиц. Последняя версия компьютерного кода (READY 7.0), которая является результатом проведенного рефакторинга, соответствует бесполяризационной версии приведенного в данной работе описания.

2. ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА

Процесс Дрелла—Яна — рождение лептонной пары в столкновении адронов h_A и h_B (см. рис. 1) — описывается формулой

$$h_A + h_B \to l^- + l^+ + X,\tag{1}$$

где начальные адроны имеют 4-импульсы P_A (первый) и P_B (второй); они имеют равные массы m_N . Будем использовать адронный инвариант $S = (P_A + P_B)^2$, в с.ц.м. адронов (будем ее сокращенно обозначать "с.ц.м.а.") полная энергия реакции равна, соответственно, \sqrt{S} .

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА том 84 № 4 2021



Рис. 1. Процесс Дрелла-Яна. На линиях указаны названия частиц.

Для описания партонных процессов

$$q(p_1) + \bar{q}(p_2) \to a(q_s) \to l^-(p_3) + l^+(p_4),$$
 (2)

$$\bar{q}(p_1) + q(p_2) \to a(q_s) \to l^-(p_3) + l^+(p_4)$$
 (3)

будем пользоваться обычными обозначениями 4импульсов для s-канала и бозонным индексом a = $=\gamma, Z.$ Фейнмановские диаграммы, соответствующие процессам (2), (3) в борновском приближении, приведены на рис. 2. Обозначения на диаграмме рис. 2*а* следующие: *p*₁ — 4-импульс первого кварка с ароматом q и массой $m_q; p_2 - 4$ -импульс второго кварка (с тем же ароматом и массой); их сумма: $q_s = p_1 + p_2$; $p_3 (p_4) - 4$ -импульс конечного лептона $l^-(l^+)$ с массой $m; \, q_{s_1} = p_3 + p_4$ — 4-импульс а-бозона с массой m_a (инвариантная масса дилептонной пары $M = \sqrt{q_{s_1}^2}$), для определенности будем рассматривать в качестве лептона мюон, т.е. $l = \mu$. Для безрадиационной кинематики нет различия между q_s и q_{s_1} , в этой ситуации помним, что $q = q_s = q_{s_1}$.

Будем рассматривать общий случай продольно поляризованных адронов и частный случай неполяризованных адронов. В ультрарелятивистском приближении (УРП) векторы продольной поляризации адронов связаны с 4-векторами соотношениями:

$$\eta_N^A = p_N^A \frac{P_A}{m_N}, \quad \eta_N^B = p_N^B \frac{P_B}{m_N}.$$
 (4)

Здесь вводятся p_N^A , p_N^B — степени поляризации первого и второго адрона соответственно, которые принимают значения ±1. В случае неполяризованного адрона $p_N^{A,B} = 0$.

Вектор поляризации адрона и вектор поляризации партона со спиральностью $r_{1,2}$, участвующего в реакции, связаны соотношениями:

$$\eta^{r_1} = r_1 \cdot \eta^A_N, \quad \eta^{r_2} = r_2 \cdot \eta^B_N, \tag{5}$$

благодаря которым [и с учетом (4)] получаем простое правило:

$$\eta^{r_1} = r_1 p_N^A \cdot \frac{p_1}{m_q}, \quad \eta^{r_2} = r_2 p_N^B \cdot \frac{p_2}{m_q}.$$
 (6)



Рис. 2. Фейнмановские диаграммы процессов $q\bar{q} \rightarrow l = l^{-}l^{+}$ и $\bar{q}q \rightarrow l^{-}l^{+}$. Внутренней волнистой линией на этой и последующих диаграммах обозначены фотон или *Z*-бозон.

Полученные выражения работают в рамках КПМ, согласно ей 4-импульсы адрона и партона пропорциональны:

$$p_1 = x_1 P_A, \quad p_2 = x_2 P_B.$$
 (7)

Коэффициенты пропорциональности — это так называемые доли импульса, которые забирают партоны от своего (родительского) адрона.

3. КОНВОЛЮЦИЯ

Чтобы получить в рамках КПМ сечение процесса Дрелла—Яна, нужно просуммировать все возможности образования дилептона из адронов, т.е. учесть все возможные подпроцессы (допустимые законами сохранения заряда, момента и т.д.) и отобрать те конфигурации, которые возможны кинематически. Таким образом становится возможным применение подхода, использующегося при формулировке теоремы полной вероятности, которая в применении к данной физической ситуации называется конволюционной формулой (или просто конволюцией) и имеет следующий вид:

$$d\sigma_{V}^{h} = \frac{1}{3} \sum_{q=u,d,s,\dots} \sum_{r_{1},r_{2}} dx_{1} dx_{2} \cdot \Theta \times$$

$$\times \left(f_{q}^{r_{1},A}(x_{1}) f_{\bar{q}}^{r_{2},B}(x_{2}) d\hat{\sigma}_{V}^{q\bar{q}} + f_{\bar{q}}^{r_{1},A}(x_{1}) f_{q}^{r_{2},B}(x_{2}) d\hat{\sigma}_{V}^{\bar{q}q} \right),$$
(8)

где $d\sigma_V^h$ — сечение процесса (1), $d\sigma_V^{q\bar{q}}$ — сечение процесса (2), $d\sigma_V^{\bar{q}q}$ — сечение процесса (3).

Все сечения в (8) приведены в полностью дифференциальной форме. Чтобы получить наблюдаемое сечение, нужно проинтегрировать по необходимым переменным с учетом фактора Θ , который отвечает за определение области фазового объема допускаемой кинематикой реакции. Математически он представляет собой произведение θ -функций, каждая из которых будет подробно обсуждаться ниже. Символом "^" (шляпка) обозначен оператор замены аргументов по правилам КПМ (7). Индексом V (virtual) обозначаются вклады, соответствующие безрадиационной кинематике: борновский и виртуальные однопетлевые. Множитель $\frac{1}{3}$ называется "цветовым" фактором и учитывает тот факт, что только три из девяти вариантов пар цветов кварков (одна треть) смогут прореагировать, чтобы образовать бесцветный дилептон.

Символом $f_q^{r,h}(x)$ обозначаются функции партонных распределений (parton distribution function, PDF), которые имеют следующий (вероятностный) смысл: $f_q^{r,h}(x)dx$ — это вероятность нахождения в адроне h кварка аромата q со спиральностью r и долей импульса от x до x + dx. Стоящее в адронном сечении суммирование по q предполагает все шесть ароматов: q = u, d, s, c, b, t (по нарастанию массы), однако (слишком массивный) t-кварк в расчет не берется. Следует заметить, что в функциях партонных распределений имеется также явная зависимость от Q^2 — энергетического масштаба (resolution scale) реакции. Для краткости записи его часто опускают, так что можно эквивалентно записать

$$f_q^{r,h}(x) \equiv f_q^{r,h}(x,Q^2).$$
 (9)

Обычно Q^2 определяют так: $Q^2 = q_s^2$ для *s*-канальных реакций, $Q^2 = -q_t^2$ для *t*-канальных. Для процесса Дрелла-Яна естественный выбор для Q такой: $Q = \sqrt{(p_3 + p_4)^2} = M$.

4. БЕЗРАДИАЦИОННАЯ КИНЕМАТИКА

Определим набор переменных Мандельштама для партонного субпроцесса (партонные инварианты). Даже в безрадиационном случае для последующего корректного перехода к адронному сечению следует различать все шесть инвариантов, приведем их для полноты изложения:

$$s = (p_1 + p_2)^2, \quad t = (p_1 - p_3)^2,$$
 (10)
 $u = (p_2 - p_2)^2$

$$s_1 = (p_2 - p_3)^2, \quad t_1 = (p_2 - p_4)^2, \quad (11)$$
$$u_1 = (p_1 - p_4)^2.$$

Под действием оператора замены переменных согласно КПМ (7) партонные инварианты в УРП приобретают вид:

$$\hat{s} = \frac{s}{x_1 x_2}, \quad \hat{t} = \frac{t}{x_1}, \quad \hat{u} = \frac{u}{x_2},$$
 (12)

$$\hat{s}_1 = M^2, \quad \hat{t}_1 = \frac{t_1}{x_2}, \quad \hat{u}_1 = \frac{u_1}{x_1}.$$
 (13)

Кроме этого, будем иметь в виду очевидное простое соотношение

$$\hat{s} = S. \tag{14}$$

Найдем все нужные величины (энергии, углы и т. п.) в с.ц.м.а. с применением УРП. Поступаем так: сначала вычисляем нужную комбинацию инвариантов в системе центра масс кварков (обозначаем ее как "с.ц.м.к."), затем делаем переход в нужную систему, в данном случае в с.ц.м.а., с помощью замен (7). Итак, в с.ц.м.к.:

$$t + u = -2(p_1 + p_2)p_3 =$$
(15)
= $-4p_{10}p_{30} = -2\sqrt{s} \cdot p_{30},$
 $t_1 + u_1 = -2(p_1 + p_2)p_4 =$
= $-4p_{10}p_{40} = -2\sqrt{s} \cdot p_{40}.$

Тогда энергии конечных частиц такие:

$$p_{30} = -\frac{t+u}{2\sqrt{s}},$$
 (16)

$$p_{40} = -\frac{t_1 + u_1}{2\sqrt{s}} \text{ (B C.U.M.K.)},$$

$$p_{30} = -\frac{\hat{t} + \hat{u}}{2\sqrt{\hat{s}}},$$

$$\hat{t}_{*} + \hat{u}_{*}$$
(17)

$$p_{40} = -\frac{t_1 + \hat{u}_1}{2\sqrt{\hat{s}}}$$
 (в с.ц.м.а.).

Теперь вычислим нужные углы (обозначения приведены на рис. 3). В с.ц.м.к. имеют место уравнения:

$$t = -2p_1p_3 = -2p_{10}p_{30}(1 - \cos \theta) =$$

= $(t + u)(1 - \cos \theta)/2,$
 $u_1 = -2p_1p_4 = -2p_{10}p_{40}(1 - \cos \alpha) =$
= $(t_1 + u_1)(1 - \cos \alpha)/2,$

решая которые, получим углы:

$$\cos\theta = \frac{u-t}{u+t},\tag{18}$$

$$\cos \alpha = \frac{t_1 - u_1}{t_1 + u_1} \text{ (B C.II.M.K.)},$$
$$\cos \theta = \frac{\hat{u} - \hat{t}}{\hat{u} + \hat{t}}, \tag{19}$$

$$\cos lpha = rac{\hat{t}_1 - \hat{u}_1}{\hat{t}_1 + \hat{u}_1}$$
 (в с.ц.м.а.).

Теперь нетрудно получить поперечные и продольные компоненты 3-импульсов в с.ц.м.а.:

$$p_{3T} = p_{30} \sin \theta = \sqrt{\hat{t}\hat{u}/\hat{s}},$$

$$p_{4T} = p_{40} \sin \alpha = \sqrt{\hat{t}_1 \hat{u}_1/\hat{s}},$$
(20)

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА том 84 № 4 2021





$$p_{3z} = p_{30} \cos \theta = \frac{\hat{t} - \hat{u}}{2\sqrt{\hat{s}}},$$

$$p_{4z} = p_{40} \cos \alpha = \frac{\hat{u}_1 - \hat{t}_1}{2\sqrt{\hat{s}}}.$$
(21)

Для вычисления быстроты пары (pair rapidity) в с.ц.м.а. нужны выражения для суммарной энергии $E = p_{30} + p_{40}$ и продольной компоненты 3импульса пары (см. рис. 3):

$$p_{z} = p_{30} \cos \theta + p_{40} \cos \alpha =$$
(22)
= $\frac{1}{2\sqrt{\hat{s}}} (\hat{t} - \hat{u} - \hat{t}_{1} + \hat{u}_{1}).$

С учетом вычисленных выше выражений получим для быстроты пары

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{E + p_z}{E - p_z} = \frac{1}{2} \ln \frac{\hat{t}_1 + \hat{u}}{\hat{t} + \hat{u}_1}.$$
 (23)

В случае безрадиационного процесса имеем: $t = t_1$, $u = u_1$, так что выражение для быстроты пары существенно упрощается:

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{x_1(t_1 + u)}{x_2(t + u_1)} = \frac{1}{2} \ln \frac{x_1}{x_2}.$$
 (24)

Зная p_z , нетрудно найти p_T — поперечную составляющую 3-импульса пары (в безрадиационном случае она равна нулю, это хорошо видно на рис. 3):

$$p_T^2 = |\mathbf{p}_3 + \mathbf{p}_4|^2 - p_z^2 =$$
(25)
= $(p_{30} + p_{40})^2 - M^2 - p_z^2 =$
= $\frac{(\hat{t} + \hat{u}_1)(\hat{t}_1 + \hat{u})}{\hat{s}} - M^2.$

Наконец, рассчитаем величины, нужные для $A_{\rm FB}$ — асимметрии вперед-назад. Стандартным образом асимметрия $A_{\rm FB}$ определяется как отношение разности сечений рассеяния дилептона вперед и назад к их сумме (см., например, формулы (35)–(38) из [6]). Ключевая формула для угла вылета пары в системе Коллинза–Сопера (покоя дилептона) имеет вид [7]

$$\cos \theta^* = \frac{|p_z|}{p_z} \frac{2}{M\sqrt{M^2 + p_T^2}} \times$$
 (26)

×
$$[p^+(l^-)p^-(l^+) - p^-(l^-)p^+(l^+)],$$

где

$$p^{\pm}(l^{-}) = \frac{1}{\sqrt{2}}(p_{30} \pm p_{3z}), \qquad (27)$$
$$p^{\pm}(l^{+}) = \frac{1}{\sqrt{2}}(p_{40} \pm p_{4z}).$$

После подстановки и упрощения получим

$$\cos \theta^* = \operatorname{sgn}[x_2(t+u_1) - x_1(t_1+u)] \times (28) \\ \times \frac{tt_1 - uu_1}{M\sqrt{s(u+t_1)(u_1+t)}}.$$

В безрадиационном случае выражение для $\cos \theta^*$ приобретает особенно простой вид

$$\cos \theta^* = \operatorname{sgn}[x_1 - x_2] \frac{u - t}{s} =$$
(29)
= $\operatorname{sgn}[x_2 - x_1] \cos \theta.$

Теперь покажем, какие значения принимает асимметрия вперед-назад при характерных ограничениях эксперимента CMS LHC. На рис. 4 показаны результаты измерений асимметрии (так называемые "Born unfolded measurements", unfolding это процедура последовательной коррекции данных), собранные при энергии $\sqrt{S} = 7$ ТэВ со светимостью 5 фбн⁻¹ [8] (наложены четыре стандартных набора ограничений на быстроту $\mu^+\mu^-$ пары). Были использованы: программа READY и партонные распределения [9] и [10] (видно, что для асимметрии влияние выбора распределений незначительно, поскольку они входят сходно в числитель и знаменатель и подавляются в отношении).

5. СЕЧЕНИЯ ПАРТОННЫХ ПОДПРОЦЕССОВ В ВЕДУЩЕМ ПРИБЛИЖЕНИИ

Для расчета $d\sigma_V^{q\bar{q}}$ — сечения процесса (2), изображенного на левой диаграмме рис. 2 [сечение $d\sigma_V^{\bar{q}q}$ от (3) обсудим ниже] — применяется стандартная техника: записываем амплитуды, используя правила Фейнмана из [11], затем квадрируем. Получим результат в духе работ [12, 13], в котором следует различить фермионные индексы f = (q, l), где q — кварк в начальном состоянии, l — лептон в конечном состоянии. Кроме этого следует осуществить замену:

$$\lambda_1 \to r_1 p_N^A, \quad \lambda_2 \to r_2 p_N^B.$$
 (30)

Тогда, используя фазовый объем двухчастичного конечного состояния, выраженный через инвариант t,

$$d\Phi_2 = \frac{\pi |\mathbf{p}_3|}{4p_{40}} d\cos\theta = \frac{\pi}{2s} \sqrt{1 - \frac{4m^2}{s}} dt, \qquad (31)$$

получим

=

$$d\sigma_0^{q\bar{q}} = \frac{\pi\alpha^2}{s^2} \sum_{a,c=\gamma,Z} \Pi^{ac} R_q^{aac} \cdot dt.$$
(32)

Функция R_q (обозначавшаяся в [12], как S_{ss} , теперь уберем несущественное более обозначение канала [других каналов, кроме s, нет] и введем индекс "q") получается из расчета такой комбинации (расчет делается в УРП, индексы a и b различаются для будущего использования в BSE и вершинном вкладах ЭСП, для борновского и боксовского вкладов они равны):

$$R_q^{abc} = \operatorname{Sp}\left[\gamma_{\mu}\Gamma_q^a U_1\Gamma_q^{c+}\gamma_{\nu}U_2\right] \times$$
(33)

$$\times \operatorname{Sp}\left[\gamma_{\mu}\Gamma_l^b U_4\Gamma_l^{c+}\gamma_{\nu}U_3\right] =$$

$$= \operatorname{Sp}\left[\gamma_{\mu}\frac{1}{4}(v_{q\lambda}^{ac} - a_{q\lambda}^{ac}\gamma_5)\hat{p}_1\gamma_{\nu}\hat{p}_2\right] \times$$

$$\times \operatorname{Sp}\left[\gamma_{\mu}(v_l^{bc} - a_l^{bc}\gamma_5)\hat{p}_4\gamma_{\nu}\hat{p}_3\right] =$$

$$= 2t^2(v_{q\lambda}^{ac}v_l^{bc} - a_{q\lambda}^{ac}a_l^{bc}) + 2u^2(v_{q\lambda}^{ac}v_l^{bc} + a_{q\lambda}^{ac}a_l^{bc}).$$

Пропагаторы бозонов образуют следующие комбинации:

$$\Pi^{ac} = D_a(q)D_c^*(q).$$

Используем коммутационные свойства гаммаматриц и подберем удобную сокращенную форму записи констант связи и степеней поляризации. Лептонные комбинации v_l и a_l связаны с представленными ниже выражениями (46) так:

$$v_l^{bc} = v_0^{\gamma bc}, \quad a_l^{bc} = a_0^{\gamma bc}.$$

Обобщим эти формулы на произвольный фермион (f = q, l):

$$v_f^{bc} = v_f^b v_f^c + a_f^b a_f^c, \quad a_f^{bc} = a_f^b v_f^c + v_f^b a_f^c.$$
(34)

В кварковом случае предоставляется возможность собрать вместе также степени поляризации обоих кварков:

$$v_{q\lambda}^{ac} = v_q^{ac}(1 - \lambda_1 \lambda_2) - a_q^{ac}(\lambda_1 - \lambda_2), \qquad (35)$$
$$a_{q\lambda}^{ac} = a_q^{ac}(1 - \lambda_1 \lambda_2) - v_q^{ac}(\lambda_1 - \lambda_2).$$

Возможна и другая форма записи:

$$R_q^{abc} = T_q^{abc} + U_q^{abc}, aga{36}$$

где функции T_q и U_q выглядят так:

а комбинации констант связи и степеней поляризаций имеют вид

$$f_{q\pm}^{abc} = \lambda_{q+}^{ac} \lambda_{l+}^{bc} \pm \lambda_{q-}^{ac} \lambda_{l-}^{bc},$$

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА том 84 № 4 2021

352



Рис. 4. Измерения асимметрии $A_{\rm FB}$ (unfolded, борновский уровень) при энергии $\sqrt{S} = 7$ ТэВ и светимости 5 фбн⁻¹ и соответствующие предсказания кода READY.

$$g_{q\pm}^{abc} = \lambda_{q+}^{ac} \lambda_{l-}^{bc} \pm \lambda_{q-}^{ac} \lambda_{l+}^{bc}.$$

Видно, что теперь (по сравнению с [12]) используются новые обозначения для комбинаций констант связи (вместо $g_{V,A}$ теперь $\lambda_{f+,f-}$ с фермионным индексом f):

$$\lambda_{f+}^{ab} = v_f^a v_f^b + a_f^a a_f^b, \quad \lambda_{f-}^{ab} = v_f^a a_f^b + a_f^a v_f^b.$$
(38)

6. ОДНОПЕТЛЕВЫЕ БЕЗРАДИАЦИОННЫЕ ВКЛАДЫ

Сечение вклада бозонных собственных энергий (V = BSE)(см. рис. 5a) получаем по методике, уже использованной для борновского вклада, в виде

$$\frac{d\sigma_{\rm BSE}^{q\bar{q}}}{dt} = \frac{2\pi\alpha^2}{s^2} \sum_{a,b,c=\gamma,Z} \Pi^{abc} R_q^{abc},\qquad(39)$$

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА том 84 № 4 2021

где

$\Pi^{abc} = -D_a(q)\hat{\Sigma}^{ab}_T(s_1)D_b(q)D^*_c(q)$

содержит перенормированную поперечную часть собственных энергий бозонов $\hat{\Sigma}_T^{ab}$. Все существенные моменты касательно ее расчета содержатся в [11].

Сечение вершинных вкладов (V = Ver) (см. рис. 56, 5*в*) имеет вид

$$\frac{d\sigma_{\text{Ver}}^{qq}}{dt} = \frac{2\pi\alpha^2}{s^2} \sum_{a,b=\gamma,Z} \Pi^{ab} \left(R_q^{F_a a b} + R_q^{aF_a b} \right), \quad (40)$$

где снова используются перенормированные вершинные формфакторы в качестве эффективных констант связи. Лептонные и кварковые вершинные формфакторы приведены в [11].

Все сказанное в двух предыдущих разделах касалось кваркового подпроцесса с начальной конфигурацией $q\bar{q}$. Пересчитывать соответствующие сечения процесса с конфигурацией $\bar{q}q$ не нужно, достаточно произвести очевидную кроссинговую замену $p_1 \leftrightarrow p_2$, которая приведет в случае безрадиационной кинематики к замене инвариантов $t \leftrightarrow$ $\leftrightarrow u$, а также поменять поляризации: $\lambda_1 \leftrightarrow \lambda_2$.

Вклады в сечение от различных боксов (V = = Box = $\gamma\gamma, \gamma Z, ZZ, WW$) (см. рис. 6) определяются общей формулой:

$$\frac{d\sigma_{\text{Box}}^{qq}}{dt} = \frac{1}{2^3 \pi s^2} \sum_{c=\gamma, Z} \left(M_{s,D}^{\text{Box}} + M_{s,C}^{\text{Box}} \right) M_s^{c+}.$$
 (41)

Поступаем для начала так, как было сделано в [12], — найдем выражения для общего случая $(ab = \gamma \gamma, \gamma Z, ZZ, WW)$ в приближении малых масс бозонов. Получим для прямых *s*-канальных боксов:

$$\mathcal{M}_{s,D}^{ab}\mathcal{M}_{s}^{c+} =$$
(42)
= $+\frac{2C_{s}}{s} \Big[2C_{3+4,q}^{abc} l_{st} su + C_{3,q}^{abc} l_{st}^{2} (3t^{2} + u^{2}) + C_{4,q}^{abc} l_{st}^{2} (u^{2} - t^{2}) \Big] - 2C_{s} t \Pi_{3}^{ab} (q_{s}) H_{ss,q}^{abc},$

для перекрестных *s*-канальных боксов:

$$\mathcal{M}^{ab}_{s,C}\mathcal{M}^{c+}_s = \tag{43}$$

$$= -\frac{2C_s}{s} \Big[C^{abc}_{3,q} l^2_{su}(t^2 + 3u^2) + C^{abc}_{4,q} l^2_{su}(u^2 - t^2) + 2C^{abc}_{3-4,q} l_{su} st \Big] + 2C_s u \Pi^{ab}_4(q_s) H^{abc}_{ss,q}.$$

Как видно, эти выражения представляют собой модифицированный вариант формул из [12] — добавлен существенный теперь кварковый индекс q. Используются обозначения для логарифмов:

$$L_{rf} = \ln \frac{|r|}{m_f^2}, \quad l_{r_1 r_2} = \ln \frac{|r_1|}{|r_2|}$$
 (44)

и следующие сокращения:

$$C_{3,q}^{abc} = \left(v_{1,q}^{abc} + \lambda_2 a_{1,q}^{abc}\right) v_{0,l}^{abc}, \qquad (45)$$

$$C_{4,q}^{abc} = \left(a_{1,q}^{abc} + \lambda_2 v_{1,q}^{abc}\right) a_{0,l}^{abc}, \qquad H_{ss,q}^{abc} = 2\left[C_{3,q}^{abc}(u^2 + t^2) + C_{4,q}^{abc}(u^2 - t^2)\right],$$

в которых константы связи и степени поляризации "упакованы" немного сложнее, чем в [12] — снова следует различать индексы q и l (используем f = q, l):

$$v_{1,f}^{abc} = v_{0,f}^{abc} - \lambda_1 a_{0,f}^{abc}, \quad a_{1,f}^{abc} = a_{0,f}^{abc} - \lambda_1 v_{0,f}^{abc}, \quad (46)$$
$$v_{0,f}^{abc} = v_f^a v_f^b v_f^c + v_f^a a_f^b a_f^c + a_f^a v_f^b a_f^c + a_f^a a_f^b v_f^c,$$

$$a_{0,f}^{abc} = a_f^a a_f^b a_f^c + a_f^a v_f^b v_f^c + v_f^a a_f^b v_f^c + v_f^a v_f^b a_f^c.$$

Наконец, перед пропагаторными структурами факторизуются трехточечные функции (см. [12]):

$$\Pi_3^{ab}(q_s) =$$

$$= H_0^a(p_1, p_3)D_b(q_s) + D_a(q_s)H_0^b(p_1, p_3),$$

$$\Pi_4^{ab}(q_s) = H_0^a(p_1, p_4)D_b(q_s) + D_a(q_s)H_0^b(p_1, p_4).$$
(47)

Сечение, соответствующее $\gamma\gamma$ -боксу, получается подстановкой индекса $ab = \gamma\gamma$ в выражения (42), (43) [естественно, они работают при любых энергиях]. Нетрудно убедиться, что сумма (42) и (43) не содержит фермионных масс, а ИКР сосредоточена в последних слагаемых (причина этого подробно объяснена в [12]). Выпишем в явном виде ИКР-части $\gamma\gamma$ -бокса:

$$M_{s,D}^{\gamma\gamma}\mathcal{M}_s^{c+}|^{\mathrm{IR}} = \tag{48}$$

$$= -16\pi\alpha^{3}Q_{q}Q_{l} \cdot D_{\gamma}(q)D_{c}^{*}(q) \cdot R_{q}^{\gamma c} \cdot tH_{0}^{\gamma}(p_{1},p_{3}),$$
$$M_{s,C}^{\gamma \gamma}\mathcal{M}_{s}^{c+}|^{\mathrm{IR}} =$$
$$= +16\pi\alpha^{3}Q_{q}Q_{l} \cdot D_{\gamma}(q)D_{c}^{*}(q) \cdot R_{q}^{\gamma c} \cdot uH_{0}^{\gamma}(p_{1},p_{4}),$$

где "борновское"
$$R_a$$
 (аналог S_{ss} из [12]) имеет вид

$$R_q^{ac} = 2 \left[C_{3,q}^{a\gamma c} (u^2 + t^2) + C_{4,q}^{a\gamma c} (u^2 - t^2) \right].$$
(49)

ИКР-части γZ -бокса такие же по форме, как выражения (48):

$$M_{s,D}^{\gamma Z} \mathcal{M}_s^{c+} |^{\mathrm{IR}} = \tag{50}$$

$$= -8\pi\alpha^3 Q_q Q_l \cdot D_Z(q) D_c^*(q) \cdot R_q^{Zc} \cdot t H_0^{\gamma}(p_1, p_3),$$
$$M_{s,C}^{\gamma Z} \mathcal{M}_s^{c+}|^{\mathrm{IR}} =$$
$$= +8\pi\alpha^3 Q_q Q_l \cdot D_Z(q) D_c^*(q) \cdot R_q^{Zc} \cdot u H_0^{\gamma}(p_1, p_4).$$

Понятно, что IR-части $Z\gamma$ -бокса дадут такой же вклад (при $k \to q$, как объяснено в [12]) и, следовательно, в сумме удвоение.

Выражения (42) и (43) дают возможность получить асимптотический результат для всех боксов в НЕ-режиме, достаточно подставить вместо *ab* необходимый индекс (γZ , ZZ или WW). Интегралы $H_0^{Z,W}$ в УРП приведены в работе [12]. Не забываем выключить в случае WW-боксов те диаграммы, которые запрещены законом сохранения электрического заряда: для процессов с начальным состоянием $u\bar{u}$ и $d\bar{d}$ нет прямых боксов, а для процессов с конфигурацией $d\bar{d}$ и $\bar{u}u$ нет перекрестных боксов.

Соответствующие сечения процесса с конфигурацией $\bar{q}q$, в принципе, можно не пересчитывать, а подобрать соответствующие замены в $q\bar{q}$ -выражениях: очевидную кроссинговую замену $p_1 \leftrightarrow p_2$ (что даст $t \leftrightarrow u$), поменять поляризации:



Рис. 5. Фейнмановские диаграммы вкладов BSE и вершин в процесс $q\bar{q} \rightarrow l^- l^+$.

 $\lambda_1 \leftrightarrow \lambda_2$ и сменить топологию диаграммы (прямую с перекрестной). Понятно, что это чрезвычайно запутывает результат и усложняет программирование, поэтому автор предпочел пересчитать конфигурацию $\bar{q}q$ в уже апробированных и, как кажется, удобных обозначениях. Результат превзошел ожидание — оказывается, для того чтобы из $q\bar{q}$ -случая получить $\bar{q}q$ -случай, требуется всего лишь заменить знак перед C_3 :

$$d\sigma_{\rm Box}^{\bar{q}q} = d\sigma_{\rm Box}^{q\bar{q}}|_{C_3 \to -C_3}.$$

Численный анализ наблюдаемых величин на партонном уровне важен, поскольку позволяет понять структуру и масштаб радиационных поправок в отсутствии неопределенности, связанной с функциями распределения кварков. Для этого было проделано отдельное исследование [14] (с использованием одинаковых предписаний и параметров СМ), в ходе которого получено хорошее согласие с результатами ZGRAD [6] и SANC [15] для всех вкладов в ЭСП.

7. АДРОННОЕ СЕЧЕНИЕ БЕЗРАДИАЦИОННЫХ ВКЛАДОВ

В случае неполяризованных начальных адронов, применяя конволюционную формулу и суммируя по спиральностям (далее рассматриваем только этот случай), получаем более простое выражение:



Рис. 6. Диаграммы двухбозонных вкладов в процесс $q\bar{q} \rightarrow l^- l^+$. Волнистой линией обозначен фотон, *Z*-бозон или *W*-бозон.

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА том 84 № 4 2021

$$\times \left(f_q^A(x_1) f_{\bar{q}}^B(x_2) d\hat{\sigma}_{V,u}^{q\bar{q}} + f_{\bar{q}}^A(x_1) f_q^B(x_2) d\hat{\sigma}_{V,u}^{\bar{q}q} \right),$$

где запись

$$f_q^h(x) = \sum_r f_q^{r,h}(x) = f_q^{+,h}(x) + f_q^{-,h}(x)$$

означает функцию распределения неполяризованных кварков; нижний индекс "u" в кварковом сечении означает отсутствие поляризации у начальных адронов (unpolarized hadrons) и требует выполнения операции $\lambda_{1,2} \rightarrow 0$. Аналогичным образом строятся сечения в случае поляризованных адронов, очевидно, что при суммировании по кварковым спиральностям возникает и вторая комбинация партонных распределений:

$$\Delta f_q^h(x) = \sum_r r f_q^{r,h}(x) = f_q^{+,h}(x) - f_q^{-,h}(x)$$

 функция распределения продольно поляризованных кварков.

Перейдем к адронному сечению, сначала используем самый общий вид — трижды дифференциальное сечение (fully differential cross section). Задача: осуществить замену переменных

$$(x_1, x_2, t) \to (M, y, C),$$

где $C = \cos \theta$ в с.ц.м.а. (для этой системы используется заглавная C). Данный переход легко осуществить с помощью якобиана J_N :

$$dx_1 dx_2 dt = |J_N| \cdot dM dy dC. \tag{52}$$

Сначала получим из (12) и (14) уравнение $x_1x_2 = s/S$, а из (24) уравнение $x_1/x_2 = \exp(2y)$. Решая их в системе, получим известные соотношения, соответствующие безрадиационной кинематике (напомним, что в этом случае $s = s_1 = M^2$):

$$x_1 = \frac{M}{\sqrt{S}}e^y, \quad x_2 = \frac{M}{\sqrt{S}}e^{-y}.$$
 (53)

Кварковый инвариант t выражается из уравнений (12) и (24) так:

$$t = -\frac{M^2(1-C)}{1-C+(1+C)e^{-2y}}.$$
 (54)

Вычисляя частные производные и затем определитель, получим якобиан, соответствующий безрадиационной кинематике, в виде

$$J_{N} = \frac{D(x_{1}, x_{2}, t)}{D(M, y, C)} =$$
(55)
$$= \begin{vmatrix} \frac{\partial x_{1}}{\partial M} & \frac{\partial x_{1}}{\partial y} & \frac{\partial x_{1}}{\partial C} \\ \frac{\partial x_{2}}{\partial M} & \frac{\partial x_{2}}{\partial y} & \frac{\partial x_{2}}{\partial C} \\ \frac{\partial t}{\partial M} & \frac{\partial t}{\partial y} & \frac{\partial t}{\partial C} \end{vmatrix} =$$
$$= \frac{4M^{3}e^{2y}}{S[1 + C + (1 - C)e^{2y}]^{2}}.$$

В результате трижды дифференциальное сечение от безрадиационных вкладов в процесс Дрелла-Яна с неполяризованными адронами приобретает вид

_

$$\frac{d^{3}\sigma_{V}^{h}}{dMdydC} =$$

$$= \frac{1}{3}|J_{N}|\Theta \sum_{q} \left(f_{q}^{A}(x_{1})f_{\bar{q}}^{B}(x_{2})\frac{d\hat{\sigma}_{V,u}^{q\bar{q}}}{dt} + f_{\bar{q}}^{A}(x_{1})f_{q}^{B}(x_{2})\frac{d\hat{\sigma}_{V,u}^{\bar{q}q}}{dt} \right).$$

$$(56)$$

8. ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ В ПРОЦЕССЕ ДРЕЛЛА-ЯНА

При расчете вклада тормозного излучения в процессе Дрелла-Яна будем последовательно пользоваться результатами, полученными в работе [13]. Теперь нужно удерживать в фотонной вершине заряд: Q_q — в случае излучения из кварковой линии, и Q_l — в случае излучения из лептонной, и позаботиться об обеих ситуациях: $q\bar{q}$ и $\bar{q}q$. Так, процессы с излучением тормозного фотона на кварковом уровне имеют вид

$$q(p_1) + \bar{q}(p_2) \to l^-(p_3) + l^+(p_4) + \gamma(p),$$
 (57)

$$\bar{q}(p_1) + q(p_2) \to l^-(p_3) + l^+(p_4) + \gamma(p).$$
 (58)

Фейнмановские диаграммы подпроцессов (57) приведены на рис. 7. Диаграммы a и б на нем формируют амплитуду $R_3^{q\bar{q},a}$, а диаграммы s и c, соответственно, дают $R_4^{q\bar{q},a}$:

$$\begin{split} R_3^{q\bar{q},a} &= -ie_{\rho}(p)Q_qD_a(q_{s_1})\times \\ &\times \bar{u}(-p_2)(\Gamma_3^a)^{\mu\rho}u(p_1)\cdot\bar{u}(p_3)\gamma_{\mu}\Gamma^a u(-p_4), \\ &R_4^{q\bar{q},a} &= -ie_{\rho}(p)Q_lD_a(q_s)\times \\ &\times \bar{u}(-p_2)\gamma_{\mu}\Gamma^a u(p_1)\cdot\bar{u}(p_3)(\Gamma_4^a)^{\mu\rho}u(-p_4), \end{split}$$

где $(\Gamma_3^a)^{\mu\rho}$ и $(\Gamma_4^a)^{\mu\rho}$ берем из [13]. Аналогично формируются амплитуды для $\bar{q}q$ -случая:

$$R_3^{\bar{q}q,a} = -ie_\rho(p)Q_q D_a(q_{s_1}) \times$$

$$\begin{array}{l} \times \ \bar{u}(-p_1)(\Gamma_5^a)^{\mu\rho}u(p_2)\cdot \bar{u}(p_3)\gamma_{\mu}\Gamma^a u(-p_4), \\ R_4^{\bar{q}q,a} = -ie_{\rho}(p)Q_l D_a(q_s) \times \\ \times \ \bar{u}(-p_1)\gamma_{\mu}\Gamma^a u(p_2)\cdot \bar{u}(p_3)(\Gamma_4^a)^{\mu\rho}u(-p_4), \end{array}$$

где $(\Gamma_5^a)^{\mu\rho} = (\Gamma_3^a)^{\mu\rho}|_{p_1 \leftrightarrow p_2}.$

Дифференциальное сечение процесса (57) имеет вид

$$d\sigma_R^{q\bar{q}} = \frac{\alpha^3}{\pi^2 s} \sum_{a,b=\gamma,Z} \sum_{j=3}^4 \sum_{k=3}^4 R_j^{q\bar{q},a} R_k^{q\bar{q},b^+} d\Phi_3, \quad (59)$$

где $d\Phi_3$ — фазовый объем реакции. Сечение процесса (58) строится аналогично, достаточно в обозначениях произвести замену: $q \leftrightarrow \bar{q}$.

Выражения для квадрированных амплитуд запишем в виде

$$\begin{aligned} R_{3}^{q\bar{q},a}R_{3}^{q\bar{q},b^{+}} &= -Q_{q}^{2} \cdot D_{a}(q_{s_{1}})D_{b}^{*}(q_{s_{1}})T_{33}, \quad (60) \\ T_{33} &= \operatorname{Sp}\left[\Gamma_{3}^{\mu\rho}U_{1}^{ab}\Gamma_{3}^{\nu\rho+}U_{2}\right]\operatorname{Sp}\left[\gamma_{\mu}U_{4}^{ab}\gamma_{\nu}U_{3}\right], \\ R_{4}^{q\bar{q},a}R_{4}^{q\bar{q},b^{+}} &= -Q_{l}^{2} \cdot D_{a}(q_{s})D_{b}^{*}(q_{s})T_{44}, \quad (61) \\ T_{44} &= \operatorname{Sp}\left[\Gamma_{4}^{\mu\rho}U_{4}^{ab}\Gamma_{4}^{\nu\rho+}U_{3}\right]\operatorname{Sp}\left[\gamma_{\mu}U_{1}^{ab}\gamma_{\nu}U_{2}\right], \\ R_{3}^{q\bar{q},a}R_{4}^{q\bar{q},b^{+}} &= -Q_{q}Q_{l} \cdot D_{a}(q_{s_{1}})D_{b}^{*}(q_{s})T_{34}, \quad (62) \\ T_{34} &= \operatorname{Sp}\left[\Gamma_{3}^{\mu\rho}U_{1}^{ab}\gamma_{\nu}U_{2}\right]\operatorname{Sp}\left[\gamma_{\mu}U_{4}^{ab}\Gamma_{4}^{\nu\rho+}U_{3}\right], \\ R_{4}^{q\bar{q},a}R_{3}^{q\bar{q},b^{+}} &= -Q_{q}Q_{l} \cdot D_{a}(q_{s})D_{b}^{*}(q_{s_{1}})T_{43}, \quad (63) \\ T_{43} &= \operatorname{Sp}\left[\Gamma_{4}^{\mu\rho}U_{4}^{ab}\gamma_{\nu}U_{3}\right]\operatorname{Sp}\left[\gamma_{\mu}U_{1}^{ab}\Gamma_{3}^{\nu\rho+}U_{2}\right]. \end{aligned}$$

Выражения *U* из этих формул выведены в [13], их можно использовать сразу в УРП:

$$U_{1}^{ab} = \frac{1}{2} \left[\lambda_{q+}^{ab} (1 + \lambda_{1} \gamma_{5}) - \lambda_{l-}^{ab} (\lambda_{1} + \gamma_{5}) \right] \hat{p}_{1}, \quad (64)$$
$$U_{2} = \frac{1}{2} (1 - \gamma_{5} \lambda_{2}) \hat{p}_{2},$$
$$U_{3} = \hat{p}_{3}, \quad U_{4}^{ab} = (\lambda_{l+}^{ab} - \lambda_{l-}^{ab} \gamma_{5}) \hat{p}_{4}.$$

Для конфигурации $\bar{q}q$ квадрированные амплитуды выглядят так:

$$\begin{split} R_{3}^{\bar{q}q,a} R_{3}^{\bar{q}q,b^{+}} &= -Q_{q}^{2} \cdot D_{a}(q_{s_{1}}) D_{b}^{*}(q_{s_{1}}) \times \\ &\times \operatorname{Sp}\left[\Gamma_{5}^{\mu\rho} U_{2}^{ab} \Gamma_{5}^{\nu\rho+} U_{1}\right] \operatorname{Sp}\left[\gamma_{\mu} U_{4}^{ab} \gamma_{\nu} U_{3}\right], \\ R_{4}^{\bar{q}q,a} R_{4}^{q\bar{q},b^{+}} &= -Q_{l}^{2} \cdot D_{a}(q_{s}) D_{b}^{*}(q_{s}) \times \\ &\times \operatorname{Sp}\left[\Gamma_{4}^{\mu\rho} U_{4}^{ab} \Gamma_{4}^{\nu\rho+} U_{3}\right] \operatorname{Sp}\left[\gamma_{\mu} U_{2}^{ab} \gamma_{\nu} U_{1}\right], \\ R_{3}^{\bar{q}q,a} R_{4}^{q\bar{q},b^{+}} &= -Q_{q} Q_{l} \cdot D_{a}(q_{s_{1}}) D_{b}^{*}(q_{s}) \times \\ &\times \operatorname{Sp}\left[\Gamma_{5}^{\mu\rho} U_{2}^{ab} \gamma_{\nu} U_{1}\right] \operatorname{Sp}\left[\gamma_{\mu} U_{4}^{ab} \Gamma_{4}^{\nu\rho+} U_{3}\right], \\ R_{4}^{\bar{q}q,a} R_{3}^{q\bar{q},b^{+}} &= -Q_{q} Q_{l} \cdot D_{a}(q_{s}) D_{b}^{*}(q_{s_{1}}) \times \\ &\times \operatorname{Sp}\left[\Gamma_{4}^{\mu\rho} U_{4}^{ab} \gamma_{\nu} U_{3}\right] \operatorname{Sp}\left[\gamma_{\mu} U_{2}^{ab} \Gamma_{5}^{\nu\rho+} U_{1}\right]. \end{split}$$



Рис. 7. Фейнмановские диаграммы процесса $q\bar{q} \rightarrow l^- l^+ \gamma$.

Новое выражение U_2^{ab} из этих формул в УРП имеет вид

$$U_2^{ab} = \frac{1}{2} \left[\lambda_{q+}^{ab} (1 - \lambda_2 \gamma_5) - \lambda_{l-}^{ab} (-\lambda_2 + \gamma_5) \right] \hat{p}_2.$$
(65)

Таким образом видно, что случаи $q\bar{q}$ и $\bar{q}q$ отличаются лишь заменами: $p_1 \leftrightarrow p_2$, $\lambda_1 \leftrightarrow -\lambda_2$. Так как результат содержит только две комбинации степеней поляризаций:

$$P_1^- = \lambda_1 - \lambda_2, \quad P_2^- = 1 - \lambda_1 \lambda_2,$$

то на результат в УРП вторая замена не влияет. Результат представляется в виде (других комбинаций констант связи в УРП нет)

$$T_{i} = P_{2}^{-} \left(\lambda_{q+}^{ab} \lambda_{l+}^{ab} \cdot T_{i}^{(1)} + \lambda_{q-}^{ab} \lambda_{l-}^{ab} \cdot T_{i}^{(2)} \right) + P_{1}^{-} \left(\lambda_{q+}^{ab} \lambda_{l-}^{ab} \cdot T_{i}^{(3)} + \lambda_{q-}^{ab} \lambda_{l+}^{ab} \cdot T_{i}^{(4)} \right),$$

где индекс *i* пробегает значения: i = (33, 44, 34, 43). Непосредственным расчетом можно показать равенство интерференционных вкладов $T_{34} = T_{43}$, это поможет ускорить численное интегрирование.

Выражения T_i довольно громоздки, но есть возможность их представить в более-менее обозримом виде, поскольку они содержат симметричные комбинации. Приведем их в УРП, замечая, что массу требуется сохранять только в следующих комбинациях:

$$I_1 = \frac{m_q^2}{z_1^2}, \quad I_2 = \frac{m_q^2}{v_1^2}, \quad I_3 = \frac{m_l^2}{z^2}, \quad I_4 = \frac{m_l^2}{v^2}.$$

Итак, ISR-слагаемые имеют вид:

$$T_{33}^{(1)} = -T_{33}^{(4)} = \frac{4s}{z_1 v_1} (2tt_1 + tv + t_1 z) - (66) - \frac{4}{z_1} (tt_1 - 2tu_1 + uu_1 + uv + t_1 z) - - 8I_1 (tt_1 + uu_1 + uv + t_1 z) + (p_1 \leftrightarrow p_2),$$

$$T_{33}^{(2)} = -T_{33}^{(3)} = -\frac{4s}{z_1v_1}(2tt_1 + tv + t_1z) + (67) + \frac{4}{z_1}(tt_1 - uu_1 - uv + t_1z) + + 8I_1(tt_1 - uu_1 - uv + t_1z) - (p_1 \leftrightarrow p_2).$$

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА том 84 № 4 2021

FSR-слагаемые такие же по форме и присутствующей симметрии:

$$T_{44}^{(1)} = -T_{44}^{(4)} =$$
(68)
$$= \frac{4}{zv} (2ts_1t_1 - ts_1v_1 - s_1t_1z_1) +$$

$$+ \frac{4}{z} (-tu + tt_1 - t_1z_1) + \frac{4}{v} (tt_1 - tv_1 - t_1u_1) +$$

$$+ 8I_3 (-tt_1 + t_1z_1) + 8I_4 (-tt_1 + tv_1) + (p_1 \leftrightarrow p_2),$$

$$T_{44}^{(2)} = -T_{44}^{(3)} =$$
(69)
$$= \frac{4}{zv} (-2ts_1t_1 + ts_1v_1 + s_1t_1z_1) +$$

$$+ \frac{4}{z} (-tt_1 + t_1z_1) + \frac{4}{v} (-tt_1 + tv_1) +$$

$$+8I_3(tt_1 - t_1z_1) + 8I_4(tt_1 - tv_1) - (p_1 \leftrightarrow p_2).$$

Интерференционные слагаемые имеют противоположную симметрию:

$$T_{34}^{(1)} = -T_{34}^{(4)} = \frac{2}{z_1 z} (sts_1 - stt_1 - (70))$$

$$- 2sut_1 - suu_1 - ss_1t_1 + ss_1^2 + s^2s_1 + tuu_1 - ts_1t_1 - tt_1^2 - t^2t_1 - us_1u_1 - (70)$$

$$- 3ut_1u_1 - 2s_1t_1u_1 + \frac{2}{z_1v} (stt_1 + sus_1 + (71)) + \frac{2}{z_1v} (stt_1 + sus_1 + (71)) + (71) +$$

Наконец, используя конволюцию, запишем выражение для сечения процесса Дрелла-Яна с излучением одного тормозного фотона:

$$d\sigma_{R}^{h} = \frac{1}{3} \sum_{q} \sum_{r_{1}, r_{2}} dx_{1} dx_{2} \cdot \Theta_{R} \times$$
(72)

$$\times \left(f_{q}^{r_{1}, A}(x_{1}) f_{\bar{q}}^{r_{2}, B}(x_{2}) d\hat{\sigma}_{R}^{q\bar{q}} + f_{\bar{q}}^{r_{1}, A}(x_{1}) f_{q}^{r_{2}, B}(x_{2}) d\hat{\sigma}_{R}^{\bar{q}q} \right),$$

где фактор Θ_R отвечает за определение области фазового объема, допускаемой (радиационной) кинематикой реакции.

8.1. Вклад мягких фотонов

Отдельно вычислим сечение тормозного излучения мягких фотонов в партонной реакции, которое имеет вид

$$\frac{d\sigma_{\text{soft}}^{q\bar{q}}}{dt} = \delta_{\text{soft}}^{q\bar{q}} \frac{d\sigma_0^{q\bar{q}}}{dt},\tag{73}$$

где

$$\delta_{\text{soft}}^{q\bar{q}} = -\frac{\alpha}{2\pi^2} \int_{|\mathbf{p}| < \omega} \frac{d^3 p}{2p_0} \left[Q_q \left(\frac{p_1^{\rho}}{pp_1} - \frac{p_2^{\rho}}{pp_2} \right) - (74) - Q_l \left(\frac{p_3^{\rho}}{pp_3} - \frac{p_4^{\rho}}{pp_4} \right) \right]^2,$$

здесь p - 4-импульс тормозного фотона, прочие обозначения и методические приемы вычислений такие же, как в [13]. Снимаем интеграл, тогда поправка (74), содержащая массу фотона λ и максимальную энергию тормозного фотона ω в с.ц.м.к., приобретает вид

$$\delta_{\text{soft}}^{q\bar{q}} = \frac{\alpha}{\pi} \left(\ln \frac{4\omega^2}{\lambda^2} \Big[Q_q^2 \big(L_{sq} - 1 \big) + (75) + Q_l^2 \big(L_{sl} - 1 \big) + 2Q_q Q_l l_{tu} \Big] + Q_q^2 \Big(L_{sq} - \frac{1}{2} L_{sq}^2 - \frac{\pi^2}{3} \Big) + Q_l^2 \Big(L_{sl} - \frac{1}{2} L_{sl}^2 - \frac{\pi^2}{3} \Big) + 2Q_q Q_l \Big(\text{Li}_2 \Big[-\frac{t}{u} \Big] - \text{Li}_2 \Big[-\frac{u}{t} \Big] \Big) \Big).$$

Обратим внимание на знак перед интерференционным слагаемым: он отличается от приведенного в предыдущих работах автора, так как в них рассматривался процесс с противоположным конечным состоянием $(l^-l^+ \leftrightarrow l^+l^-)$. Отличие (при безрадиационной кинематике) проявляется в кроссинговой перестановке $t \leftrightarrow u$, которая и дает разницу в знаке.

Не составляет труда сложить инфракраснорасходящиеся части сечений и проверить, что λ в сумме сокращается, т.е. ИКР устраняется. Докажем это, применив тождественное преобразование:

$$\sigma \equiv \left[\sigma - \sigma|_{\lambda \to \sqrt{s}}\right] + \sigma|_{\lambda \to \sqrt{s}} = \sigma^{\mathrm{IR}} + \sigma^{F}.$$

Тогда вершинная IR-часть выглядит так:

$$\frac{d\sigma_{\text{Ver}}^{q\bar{q},\text{IR}}}{dt} = \frac{\alpha^3}{2s^2} \times$$

$$\times \sum_{a,c=\gamma,Z} \Pi^{ab} R_q^{ac} \left(Q_q^2 \Lambda_{1,q}^{\gamma,\text{IR}} + Q_l^2 \Lambda_{1,l}^{\gamma,\text{IR}} \right),$$
(76)

где

$$\Lambda_{1,f}^{\gamma,\mathrm{IR}} = \Lambda_{1,f}^{\gamma} - \Lambda_{1,f}^{\gamma}|_{\lambda \to \sqrt{s}} = -2\ln\frac{s}{\lambda^2}(L_{sf} - 1).$$

IR-часть боксовских диаграмм такая:

$$\frac{d\sigma_{\text{Box}}^{q\bar{q},\text{IR}}}{dt} = -\frac{2\alpha^3}{s^2}Q_qQ_l \times$$
(77)
$$\times \sum_{a,c=\gamma,Z} \Pi^{ab} R_q^{ac} \Big[tH_0^{\gamma,\text{IR}}(p_1,p_3) - (t\leftrightarrow u) \Big],$$

где

$$tH_0^{\gamma,\mathrm{IR}}(p_1,p_3) = \ln \frac{s}{\lambda^2} \ln \frac{-t}{m_q m_l}$$

Складываем вершинный и боксовский вклады, получаем:

$$\frac{d\sigma_V^{q\bar{q},\mathrm{IR}}}{dt} =$$

$$= \frac{\alpha}{\pi} \frac{d\sigma_0^{q\bar{q}}}{dt} \ln \frac{\lambda^2}{s} \Big[Q_q^2 (L_{sq} - 1) + Q_l^2 (L_{sl} - 1) + 2Q_q Q_l l_{tu} \Big].$$
(78)

Видно, что в сумме с вкладом мягкого фотонного излучения (73) параметр λ сокращается.

Попутно убеждаемся, что в сумме виртуальной и мягкой частей отсутствуют двойные коллинеарные логарифмы (остается только первая степень), а кварковая коллинеарная сингулярность, приводящая в силу неопределенности кварковой массы к неудовлетворительному результату, выделяется в точности в том виде, который позволяет адсорбировать ее в функции партонных распределений в полном соответствии, например, с MS-схемой КХД [16]. Этот вопрос будет рассмотрен подробно ниже в разд. 9.

8.2. Радиационная кинематика процесса Дрелла-Яна

Лоренц-инварианты, описывающие радиационный процесс, имеют вид

$$z_1 = 2p_1p, \quad v_1 = 2p_2p, \quad (79)$$

$$z = 2p_3p, \quad v = 2p_4p,$$

а s_1 , t_1 , u_1 описываются формулами (10). Соотношения, которые их связывают, отличаются лишь тем, что массы частиц конечного и начального состояний не одинаковы:

$$z_1 + v_1 = z + v,$$

$$+ t + u = 2m_a^2 + 2m_l^2 + v.$$
(80)

Интересно и такое соотношение:

s

$$s_1 + t_1 + u_1 = 2m_q^2 + 2m_l^2 - v.$$
 (81)

Инвариант *s* в радиационном случае следует пересчитать, так как для процесса Дрелла–Яна он не является заданным параметром реакции, а определяется из других соображений. Рассмотрим в с.ц.м.к. связь между партонными инвариантами $s_1 = s - z_1 - v_1$, откуда получим соотношение $M^2 = s - 2\sqrt{sp_0}$. Решаем его относительно *s*, тогда, отбрасывая нефизический корень, получим

$$s = \left(p_0 + \sqrt{p_0^2 + M^2}\right)^2.$$
 (82)

В каком-то смысле это ключевая формула, она показывает, что кварковый инвариант *s* при данном M зависит только от энергии фотона и не зависит от полной энергии реакции и $x_{1,2}$. Хотя, как и прежде, имеет место соотношение $s = x_1x_2S$, но надо понимать, что именно комбинация x_1x_2 "подстраивается" под *s* и *S* по формуле $x_1x_2 = s/S$. Используя эту формулу и соотношение (23) [оно введено в начале раздела, но легко модифицируется в случае радиационной кинематики, так как p_z вычисляется в случае радиационной кинематики по той же формуле (22)]:

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{\hat{t}_1 + \hat{u}}{\hat{t} + \hat{u}_1} = \frac{1}{2} \ln \frac{x_1(z_1 + M^2)}{x_2(v_1 + M^2)},$$

получим

$$x_{1} = \frac{p_{0} + \sqrt{p_{0}^{2} + M^{2}}}{\sqrt{S}} \sqrt{\frac{v_{1} + M^{2}}{z_{1} + M^{2}}} e^{y}, \quad (83)$$
$$x_{2} = \frac{p_{0} + \sqrt{p_{0}^{2} + M^{2}}}{\sqrt{S}} \sqrt{\frac{z_{1} + M^{2}}{v_{1} + M^{2}}} e^{-y}.$$

Якобиан, соответствующий радиационной кинематике, имеет вид

$$J_R = \frac{D(x_1, x_2)}{D(M, y)} = -\frac{2M}{S} \frac{p_0 + \sqrt{p_0^2 + M^2}}{\sqrt{p_0^2 + M^2}}.$$
 (84)

Интегрирование по углу рассеяния лептона остается в фазовом объеме Φ_3 , который вычисляется в [13]. Наконец, инвариант t в радиационном случае в с.ц.м.к. вычисляется по формуле

$$t = \frac{1}{2} \left(2m_q^2 + 2m_l^2 - s + v + \right)$$
(85)

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА том 84 № 4 2021

$$+\cos\theta\cdot\sqrt{1-\frac{4m_q^2}{s}}\sqrt{(s-v)^2-4m_l^2s}\bigg).$$

Радиационный u выглядит так же, но с другим знаком при $\cos \theta$.

9. РЕШЕНИЕ ПРОБЛЕМЫ КВАРКОВОЙ МАССОВОЙ СИНГУЛЯРНОСТИ

Теперь нужно решить проблему кварковой массовой сингулярности, т.е. добиться независимости результатов от кварковых масс. Для этого используем MS-схему [16] и процедуру линеаризации, которая была обоснована в работе [15]. После всех предписанных манипуляций часть дифференциального сечения, которую следует вычесть для решения проблемы, имеет вид (аббревиатура QS означает "кварковая сингулярность", quark singularity)

$$d\sigma_{\rm QS} = \frac{1}{3} \sum_{q} dx_1 dx_2 \times$$
(86)

$$\times \int_{0}^{1-\frac{2\omega}{M}} \left[\left(q(x_1) \Delta \bar{q}(x_2, \eta) + \Delta q(x_1, \eta) \bar{q}(x_2) \right) d\sigma_0^{q\bar{q}} + (q \leftrightarrow \bar{q}) \right] \cdot \Theta \cdot d\eta.$$

Используются следующие сокращенные обозначения для функций партонных распределений:

$$q(x) \equiv q(x, Q^2) \equiv f_q(x, Q^2)$$

и вводится нетривиальная комбинация:

$$\Delta q(x,\eta) =$$

$$= \frac{\alpha}{2\pi} Q_q^2 \left[\frac{1}{\eta} q\left(\frac{x}{\eta}, M_{\rm sc}^2\right) \theta(\eta - x) - q\left(x, M_{\rm sc}^2\right) \right] \times$$

$$\times \frac{1 + \eta^2}{1 - \eta} \left(\ln \frac{M_{\rm sc}^2}{m_q^2} - 2\ln(1 - \eta) - 1 \right),$$
(87)

где $M_{\rm sc}$ — масштаб факторизации (factorization scale)[16].

10. РАДИАЦИОННЫЕ КХД-ПОПРАВКИ

Кратко опишем происхождение и структуру однопетлевых радиационных КХД-поправок (NLO QCD corrections) для процесса Дрелла–Яна.

Существуют два типа диаграмм, первый из них (по терминологии КХД — процесс *qq*-типа, идущий в несинглетном канале) приведен на рис. 8. Результат для этой части может быть получен из вклада

соответствующих диаграмм с фотоном с использованием замены постоянной тонкой структуры α на константу сильного взаимодействия α_s :

$$Q_q^2 \alpha \to \sum_{a=1}^{N^2 - 1} t^a t^a \alpha_s = \frac{N^2 - 1}{2N} I \alpha_s \to \frac{4}{3} \alpha_s, \quad (88)$$

где $2t^a$ – матрицы Гелл-Мана, а N = 3 – число поколений кварков. Процессы второго типа (qqтипа, так называемый синглетный канал) обычно называются инверсным глюонным излучением (IGE, inverse gluon emission), они приведены на рис. 9. Вклад первого типа рассчитан автором в работе [17], а второго — в работе [18].

11. ЧИСЛЕННЫЕ ОЦЕНКИ

Для численных оценок этой работы принимается набор предписаний, соответствующий экспериментальной постановке CMS LHC [19]:

- 1. исследуемая реакция (1) с начальными неполяризованными протонами суммарной энергии $\sqrt{S} = 14$ ТэВ (с.ц.м. протонов, Run3/HL LHC) и конечными состояниями $\mu^{-}\mu^{+}$ и $e^{-}e^{+}$:
- 2. электрослабые параметры СМ, лептонные массы и массу хиггсовского бозона СМ, которые соответствуют современным значениям из [20];
- 3. учитываем все ароматы валентных и "морских" кварков в протоне, кроме t;
- 4. разделитель мягких и жестких фотонов $\omega =$ = 0.1 ГэВ; массы кварков как регуляторов коллинеарной сингулярности полагаем $m_q =$ $= m_u$ (тесты независимости результата от параметров ω и m_a проводятся аналитически и численно);
- 5. набор функций кварковых распределений CT10[9];
- 6. стандартные экспериментальные ограничения на угол вылета детектируемого лептона l^- : $-\zeta^* \leq \cos \theta \leq \zeta^*$ [используется обозначение: $\zeta = \cos \theta$] или на его быстроту: $|y(l)| \leq$ $\leq y(l)^*$; связь между этими переменными следующая:

$$y(l) = -\ln \tan \frac{\theta}{2};$$
 (89)
 $\zeta = \frac{1-A}{1+A}, \quad A = e^{-2y(l)};$

для экспериментов на детекторе CMS ζ^* и $y(l)^*$ принимают значения:

$$y(l)^* = 2.5, \quad \zeta^* \approx 0.986614;$$
 (90)

для l^+ используются такие же ограничения;

- 7. используется второе стандартное экспериментальное ограничение детектора CMS: $p_T(l^{\pm}) > 20 \ \Gamma_{\Im}B;$
- 8. применяется так называемая чистая схема ("bare" setup) требований идентификации лептонов: не принимается во внимание "размазывание" (smearing) и не учитываются условия рекомбинации детектируемого лептона и радиационного фотона ("calo" setup).

Фактор Θ , который отвечает за определение области фазового объема, допускаемой кинематикой реакции в соответствии с геометрией детектора, представляет собой произведение θ -функций, опишем его подробнее:

$$\Theta = \Theta(\zeta^* - \cos\theta)\Theta(\zeta^* + \cos\theta) \times$$
(91)

$$\times \Theta(\zeta^* - \cos\alpha)\Theta(\zeta^* + \cos\alpha) \times$$

$$\times \Theta(p_T(l^-) - p_T^{\min})\Theta(p_T(l^+) - p_T^{\min}).$$

Все величины из этого выражения приведены выше, использовать их нужно в зависимости от кинематики (безрадиационная или радиационная).

Будут рассматриваться три варианта сечений:

- 1. дважды дифференциальные сечения (по переменным M и y) $\frac{d\sigma}{dMdu}$
- 2. дифференциальные сечения по инвариантной массе дилептона $\frac{d\sigma}{dM}$, проинтегрированные в заданном интервале по переменной у,
- 3. полные сечения σ , проинтегрированные в заданном интервале по M и y.

По прочим переменным, входящим в сечения, также делается интегрирование в пределах согласующихся с кинематическими условиями CMS LHC, как описано в этом разделе выше. Так как распределение по *и* симметрично относительно нуля в случае процесса протон-протонных столкновений, будет показана область только положительных у. В эксперименте [21] используется факт симметрии этого распределения, а именно — для уменьшения статистической ошибки измеряется распределение по абсолютной величине |y|.

Численное интегрирование осуществляется с помощью программы VEGAS [22]. Значительную

360

ЯЛЕРНАЯ ФИЗИКА том 84 Nº 4 2021



Рис. 8. Фейнмановские диаграммы для процесса с глюонной вершинной функцией и глюонным тормозным излучением для начального состояния qq.



Рис. 9. Фейнмановские диаграммы процессов инверсного глюонного излучения с начальным состоянием gq (а и б) и qg (в и г).

трудность для интегрирования представляет пиковое поведение сечения жесткого тормозного излучения. Для иллюстрации пикового поведения на рис. 10 показано сечение (59) процесса (57). В формуле (59) для простоты взято только одно слагаемое, соответствующее так называемому zпику (ситуация, в которой фотон излучается почти коллинеарно лептону и в которой инвариант z мал). Конкретно в (59) сделана замена $\sum \sum \sum RR^+ \rightarrow$ $\rightarrow \frac{s}{zv}$. Взяты реальные значения лептонных масс и кинематических переменных, соответствующих области сверхвысоких инвариантных масс. Рассмотрены два случая: *a*) M = 1 ТэВ, $\sqrt{s} = 1001.15$ ГэВ, $p_0 = 1.15$ ГэВ и б) M = 5 ТэВ, $\sqrt{s} = 5001.61$ ГэВ, $p_0 = 1.60$ ГэВ [связь величин согласно формуле (82)]. Полярные углы излучающего лептона и фотона равны 60°, сечение жесткого тормозного излучения построено в зависимости от азимутального угла фотона φ_p в окрестности нулевого угла $(\theta_p = 0^\circ)$ (именно под таким углом рассеивается лептон). Видно, что в случае меньшей массы лептона (электрон легче мюона примерно на три порядка) происходит резкое сужение пика и увеличение его высоты. Этот факт экстремально повышает внимание к вопросу точности численного интегрирования в случае рождения диэлектрона при сверхвысоких энергиях и инвариантных массах.

Сравнение оценок READY с результатами аналогичных расчетов, проведенных другими группами (приведенных в работе [23]) для полного сечения, дифференциальных сечений и асимметрии впередназад в области *M* до 2 ТэВ, рассчитанных с помощью программных комплексов ведущих мировых групп: HORACE [24], SANC [15], ZGRAD2 [6], а

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА том 84 № 4 2021

также программы FEWZ [25] (считается официальной программой CMS LHC) проделано в [26]. Для сравнения были выбраны те же условия детектирования частиц и электрослабых параметров, что и в [23] (они в основном совпадают с приведенными выше). Относительные поправки к сечениям определяются следующим образом:

$$\delta^{C} = \frac{\sigma_{C}^{h}}{\sigma_{0}^{h}}, \quad C = \text{EW, QCD, NLO}, \quad (92)$$

NLO = EW + QCD

(приведена запись для полных сечений, для дифференциальных сечений относительные поправки определяются аналогично). Полученные результаты для относительных поправок ($l = \mu$, "bare" setup) от всех перечисленных программ совпадают с точностью примерно 1%.

Следует сказать, что подходы к расчету электрослабых и КХД-поправок в вышеперечисленных программных комплексах в основном совпадают. Используются схема переномировки на массовой поверхности, схема "с постоянной шириной", фиксированный угол смешивания, использование эффективных кварковых масс при учете поляризации вакуума, полный учет излучения жестких фотонов (в программе FEWZ применяется оригинальный метод — так называемый метод секторной декомпозиции [sector decomposition]) и т.д. В основе используемых технических приемов программирования также лежит один метод — метод Монте-Карло, хотя активно используются и приемы аналитического интегрирования, что дает возможность построить некоторые важные дифференциальные распределения (в READY, например, имеются все



Рис. 10. Зависимость сечения жесткого тормозного излучения от азимутального угла фотона φ_p при фиксированных полярных углах излучающего лептона и фотона 60° : a - M = 1 ТэВ, $\delta - M = 5$ ТэВ. Случай излучения фотона из мюона (электрона) обозначен толстой (тонкой) линией.



Рис. 11. *а* — дважды дифференциальное сечение $\frac{d\sigma}{dMdy}$ в зависимости от *y* при различных значениях *M* (в ТэВ, обозначены цифрами на рисунке). *б* — дифференциальное сечение по инвариантной массе $\frac{d\sigma}{dM}$ в зависимости от *M*.

четыре опции для анализа — от полного до трижды дифференциального сечения). Однако уникальной особенностью и ключевым преимуществом программы READY является концентрация на области больших инвариантных масс. Так, при учете слабой поправки автором использовался асимптотический метод [14] для выделения СЛ из важнейшей по величине эффекта боксовской части: этот подход чрезвычайно сильно упрощает формулы и ускоряет счет за счет быстрой сходимости интегралов, но начинает удовлетворительно работать только при достаточно больших $M \ge 0.5$ ТэВ (с ростом M точность, естественно, улучшается).

На рис. 11 показаны борновские дифференциальные сечения процесса Дрелла-Яна для эксперимента CMS LHC с конечными состояниями $\mu^{-}\mu^{+}$ и $e^{-}e^{+}$ (на борновском уровне в УРП различие между этими состояниями незначительно). Интервал изменения переменных на этом и всех последующих рисунках соответствует области Run3/HL LHC. Рисунок 11*a* иллюстрирует дважды дифференциальные сечения $\frac{d\sigma}{dMdy}$ в зависи-



Рис. 12. Относительные электрослабые поправки к дважды дифференциальному сечению $\frac{d\sigma}{dMdy}$ в зависимости от *y* при различных *M*: *a* — случай рождения димюона, *б* — диэлектрона.



Рис. 13. Относительные КХД-поправки к дважды дифференциальному сечению $\frac{d\sigma}{dMdy}$ в зависимости от *y* при различных *M*: *a* — случай с начальным кварковым состоянием, *б* — случай инверсного глюонного излучения.

мости от y при разных M, а рис. 116 -дифференциальное сечение по инвариантной массе $\frac{d\sigma}{dM}$. Сечения резко уменьшаются с ростом как M, так и y, этот факт говорит о сложности экспериментального измерения на краю кинематической области. Тем не менее НФ может проявиться именно там, поэтому ее прецизионное изучение представляется крайне необходимым.

На рис. 12 приведены относительные электрослабые радиационные поправки к дважды дифференциальным (по переменным M и y) сечениям процесса Дрелла—Яна. Рисунок 12a иллюстрирует случай конечного состояния $\mu^-\mu^+$, а рис. 126 случай конечного состояния e^-e^+ . Относительные поправки отрицательны во всей исследованной области и весьма значительны по абсолютной величине, на краю области (с ростом как M, так и y) она быстро растет. Значительная разница масс электрона и мюона обуславливает отличие в эффектах электромагнитной части электрослабой поправки для разных конечных состояний: поправка в случае



Рис. 14. Полные относительные электрослабые и КХД-поправки к дважды дифференциальному сечению $\frac{d\sigma}{dMdy}$ в зависимости от *y* при различных *M*: *a* — случай рождения димюона, *б* — диэлектрона.



Рис. 15. Относительные поправки к дифференциальному сечению по инвариантной массе $\frac{d\sigma}{dM}$ в зависимости от *M*: *a* — электрослабые и QCD-поправки, *б* — полные однопетлевые поправки.

диэлектрона по сравнению с димюоном более значительно понижает сечение. Так, при M = 2 ТэВ разница между ними находится в интервале от -0.06 (в центральной области по y) до -0.3 (на краю области по y). С ростом M эта разница немного увеличивается, так, при M = 6 ТэВ она лежит в интервале от -0.11 (в центральной области по y) до -0.31 (на краю области по y).

Рисунок 13 иллюстрирует относительные КХД радиационные поправки к дважды дифференци-

альным (по переменным M и y) сечениям процесса Дрелла—Яна: на рис. 13a учтены вклады от процессов qq-типа, на рис. 13 δ — вклады инверсного глюонного излучения. Относительные поправки от вкладов первого типа положительны во всей исследованной области и весьма значительны по абсолютной величине, на краю области (с ростом как M, так и y) она быстро растет. Относительные поправки от IGE отрицательны и значительно меньше по абсолютной величине, на краю области



Рис. 16. Относительные поправки к полному сечению в условиях CMS LHC процесса Дрелла–Яна для четырех стандартных интервалов по быстроте пары $y: a - |y| < 1, \delta - 1 < |y| < 1.25, s - 1.25 < |y| < 1.5, c - 1.5 < |y| < 2.5.$

по *у* есть существенный рост. Наконец, на рис. 14*a* и 14*б* изображены полные однопетлевые относительные радиационные поправки к дважды дифференциальным (по переменным *M* и *y*) сечениям процесса Дрелла–Яна с конечными состояниями $\mu^{-}\mu^{+}$ и $e^{-}e^{+}$ соответственно (разница в величине поправок для случаев объяснена выше).

На рис. 15 приведены относительные радиационные поправки к дифференциальному (по переменной M) сечению процесса Дрелла-Яна. Рисунок 15a соответствует электрослабому вкладу и КХД-вкладу, рис. 15 δ иллюстрирует полную однопетлевую поправку. Интегрирование по y произведено по всей области CMS LHC. Рассмотрены оба случая конечных состояний ($\mu^-\mu^+$ и e^-e^+), разница между ними при M = 1 ТэВ порядка – -0.05, видно, что она довольно плавно увеличивается с ростом M и при M = 6 ТэВ достигает

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА том 84 № 4 2021

значения -0.12. Имеются изменения направления выпуклости линий для обоих случаев $\mu^-\mu^+$ и e^-e^+ , более выражена эта черта в случае рождения диэлектрона.

Рисунок 16 иллюстрирует относительные ЭСПи КХД-поправки к полному сечению (проинтегрированному в пределах 500 ГэВ-ного бина по M) при характерных ограничениях эксперимента СМS LHC в режиме Run3/HL. Наложены четыре стандартных набора ограничений на быстроту лептонной пары: |y| < 1, 1 < |y| < 1.25, 1.25 < |y| < 1.5, 1.5 < |y| < 2.5. Поведение всех поправок сходно по характеру, наблюдается плавный, практически линейный рост абсолютной величины с увеличением границ интегрирования по M.

Наконец, на рис. 17 и 18 показаны численные предсказания для асимметрии вперед-назад $A_{\rm FB}$ с учетом ЭСП- и КХД-поправок при характерных ограничениях эксперимента CMS LHC в



Рис. 17. Асимметрия вперед-назад *A*_{FB} в условиях CMS LHC процесса Дрелла–Яна с рождением димюона. Обозначения такие же, как на рис. 16.

режиме Run3/HL. Для обоих случаев (как рождения дилептона, так и диэлектрона) характерны следующие закономерности влияния эффектов радиационных поправок на асимметрию. Электрослабые поправки понижают асимметрию, а КХДпоправки — повышают. Полная однопетлевая поправка, являясь результатом частичной компенсации электрослабых и КХД-эффектов, тем не менее существенно понижает асимметрию вперед-назад для обоих случаев, особенно эффект заметен при больших M и |y| < 1.

12. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе приведен детальный расчет однопетлевых электрослабых и КХД радиационных поправок в процессе Дрелла-Яна при сверхвысоких энергиях и инвариантных массах дилептона. С помощью программы READY впервые сделан подробный численный анализ эффектов радиационных поправок к наблюдаемым сечениям и асимметрии вперед-назад для эксперимента CMS в режиме Run3/HL Большого адронного коллайдера. Полученные теоретические эффекты однопетлевых электрослабых и КХД радиационных поправок (безотносительно к величине статистических и систематических [экспериментальных] погрешностей, которые ожидаются быть такого же уровня, что и теоретические) необходимо будет учитывать в предстоящей экспериментальной программе CMS LHC в режиме Run3/HL.

Работа выполнена при поддержке Государственной программы научных исследований Республики Беларусь "Конвергенция" (подпрограмма "Микромир, плазма и Вселенная"). Автор признателен коллегам по группе RDMS CMS за обсуждение и магистранту М.П. Бугаевской за тестирование кода READY. Численный расчет



Рис. 18. Асимметрия вперед-назад *A*_{FB} в условиях CMS LHC процесса Дрелла–Яна с рождением диэлектрона. Обозначения такие же, как на рис. 16.

наблюдаемых величин в режиме Run3/HL LHC проведен на Гетерогенной платформе HybriLIT Лаборатории информационных технологий ОИЯИ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. S. D. Drell and T. M. Yan, SLAC-PUB-0755 (1970), Phys. Rev. Lett. **25**, 316, 902 (Erratum) (1970).
- 2. S. D. Drell and T. M. Yan, Ann. Phys. (N. Y.) 66, 578 (1971).
- 3. В. А. Матвеев, Р. М. Мурадян, А. Н. Тавхелидзе, Препринт №Р2-4543, ОИЯИ (Дубна, 1969).
- J. H. Christenson, G. S. Hicks, L. M. Lederman, P. J. Limon, B. G. Pope, and E. Zavattini, Phys. Rev. D 8, 2016 (1972).
- В. А. Зыкунов, ЯФ 82, 177 (2019) [Phys. At. Nucl. 82, 183 (2019)].
- U. Baur, O. Brein, W. Hollik, C. Schappacher, and D. Wackeroth, Phys. Rev. D 65, 033007 (2002) [hepph/0108274].

- J. C. Collins and D. E. Soper, Phys. Rev. D 16, 2219 (1977).
- S. Chatrchyan *et al.* (CMS Collab.), Phys. Lett. B 718, 752 (2013); CMS-EWK-11-004, CERN-PH-EP-2012-187; arXiv: 1207.3973.
- 9. J. Gao, M. Guzzi, J. Huston, Hung-Liang Lai, Z. Li, P. Nadolsky, J. Pumplin, D. Stump, and C.-P. Yuan, Phys. Rev. D **89**, 033009 (2014) [arXiv: 1302.6246 [hep-ph]].
- L. A. Harland-Lang, A. D. Martin, P. Motylinski, and R. S. Thorne, Eur. Phys. J. C **75**, 204 (2015) [arXiv: 1412.3989 [hep-ph]].
- 11. M. Böhm, H. Spiesberger, and W. Hollik, Fortschr. Phys. **34**, 687 (1986).
- А. Г. Алексеев, С. Г. Барканова, Ю. М. Быстрицкий, В. А. Зыкунов, ЯФ 83, 159 (2020) [Phys. At. Nucl. 83, 307 (2020)].
- А. Г. Алексеев, С. Г. Барканова, Ю. М. Быстрицкий, В. А. Зыкунов, ЯФ 83, 246 (2020) [Phys. At. Nucl. 83, 463 (2020)].

- 14. V. A. Zykunov, Phys. Rev. D **75**, 073019 (2007) [hep-ph/0509315].
- A. Andonov, A. Arbuzov, D. Bardin, S. Bondarenko, P. Christova, L. Kalinovskaya, G. Nanava, and W. von Schlippe, Comput. Phys. Commun. **174**, 481 (2006) [hep-ph/0411186].
- 16. W. A. Bardeen, A. J. Buras, D. W. Duke, and T. Muta, Phys. Rev. D 18, 3998 (1978).
- 17. В. А. Зыкунов, ЯФ 73, 1269 (2010) [Phys. At. Nucl. 73, 1229 (2010)].
- 18. В. А. Зыкунов, ЯФ 74, 72 (2011) [Phys. At. Nucl. 74, 72 (2011)].
- 19. G. L. Bayatian *et al.* (CMS Collab.), J. Phys. G **34**, 995 (2007).
- 20. P. A. Zyla *et al.* (Particle Data Group), Prog. Theor. Exp. Phys. **083C01**, 1 (2020).
- S. Chatrchyan *et al.* (CMS Collab.), JHEP **1312**, 030 (2013); CMS-SMP-13-003, CERN-PH-EP-2013-168; arXiv: 1310.7291.

- 22. P. G. Lepage, J. Comput. Phys. 27, 192 (1978).
- C. Buttar, J. D'Hondt, M. Kramer, G. Salam, M. Wobisch, N. E. Adam, V. Adler, A. Arbuzov, D. Bardin, U. Baur, A. A. Bhatti, S. Bondarenko, V. Buge, J. M. Butterworth, and M. Cacciari, *in Proceedings of the Workshop on Physics at TeV Colliders, Les Houches, 2007*, p. 121 [arXiv: 0803.0678 [hep-ph]].
- 24. C. M. Carloni Calame, G. Montagna, O. Nicrosini, and A. Vicini, JHEP **0710**, 109 (2007) [arXiv: 0710.1722 [hep-ph]].
- R. Gavin, Ye Li, F. Petriello, and S. Quackenbush, Comput. Phys. Commun. 182, 2388 (2011) [arXiv: 1011.3540 [hep-ph]].
- Е. В. Дыдышко, В. Л. Ермольчик, В. А. Зыкунов, X. Г. Суарес, С. В. Шматов, ЭЧАЯ 49, 1267 (2018) [Phys. Part. Nucl. 49, 722 (2018)].

EFFECTS OF RADIATIVE CORRECTIONS IN THE DRELL-YAN PROCESS AT ULTRA-HIGH INVARIANT MASS OF DILEPTON

V. A. Zykunov^{1),2)}

¹⁾JINR, Dubna, Moscow region, Russia ²⁾Francisk Skorina Gomel State University, Belarus

One-loop electroweak and QCD radiative corrections in the Drell–Yan process at ultra-high energies and invariant mass of lepton pair are calculated. The refactoring of code READY is implemented. The integration procedure, the kinematical requirement and restriction realization are optimized. Using READY for the first time the detailed numerical analysis of radiative corrections effects to observable cross sections and forward–backward asymmetry for CMS experiment at Run3/HL regime of Large Hadron Collider is performed.