

СОДЕРЖАНИЕ

Том 59, номер 5, 2021

Исследование лучистых структур в полярных сияниях триангуляционными методами: 2. Энергетические спектры высыпавшихся электронов <i>Ж. В. Дашкевич, В. Е. Иванов, Б. В. Козлов</i>	355
Загоризонтное обнаружение мощного источника активности на Солнце по эффекту “гало” в космических лучах <i>В. И. Козлов</i>	361
Влияние сжатия Земли на интеграл энергии и некоторые характеристики орбиты космического аппарата <i>В. В. Ивашкин</i>	373
Влияние возмущений при многовитковых перелетах на геостационарную орбиту <i>Р. З. Ахметшин</i>	377
Оценка вероятности столкновения околоземных космических объектов с учетом формы и ориентации <i>М. О. Каратунов, А. А. Баранов, А. Р. Голиков</i>	385
Стабилизация положения относительного равновесия спутника при помощи магнитных и лоренцевых моментов <i>В. И. Каленова, В. М. Морозов</i>	393
К вопросу об автономном уточнении параметров вращения Земли на борту космических аппаратов. Анализ возможностей развиваемой информационной технологии <i>М. Н. Красильщиков, Д. М. Кружков</i>	408
Сейсмометр для наблюдений на Марсе <i>А. Б. Манукин, О. С. Казанцева, И. И. Калинин, В. П. Матюнин, Н. Ф. Саякина, А. К. Тоньшев, Н. А. Черногорова</i>	418
Методика фотометрии быстровращающихся ИСЗ с использованием ПЗС-камеры медленного считывания <i>С. Е. Шмальц, А. О. Новиценок, В. А. Воропаев, Ф. Грациани, Й. Абдель-Азиз, А. М. Абдельазиз, Ш. К. Теалиб</i>	428

ИССЛЕДОВАНИЕ ЛУЧИСТЫХ СТРУКТУР В ПОЛЯРНЫХ СИЯНИЯХ ТРИАНГУЛЯЦИОННЫМИ МЕТОДАМИ: 2. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ СПЕКТРЫ ВЫСЫПАЮЩИХСЯ ЭЛЕКТРОНОВ

© 2021 г. Ж. В. Дашкевич¹, *, В. Е. Иванов¹, Б. В. Козелов¹

¹Полярный геофизический институт, Апатиты, Россия

*zhanna@pgia.ru

Поступила в редакцию 02.11.2020 г.

После доработки 14.12.2020 г.

Принята к публикации 22.01.2021 г.

Обоснована возможность оценки энергетических спектров потоков высыпающих электронов, формирующих лучистые структуры в полярных сияниях, по данным триангуляционных наблюдений аппаратурой, регистрирующей излучение в широком интервале длин волн (380–580 нм). Представлена методика расчета высотных профилей энерговыделения из высотных профилей объемной интенсивности излучения, регистрируемого приемной аппаратурой. Восстановлены энергетические спектры потоков высыпающих электронов, ответственных за формирование лучистых структур в полярных сияниях. Показано, что энергетические спектры потока высыпающих электронов можно аппроксимировать суммой двух электронных потоков, имеющих степенной энергетический спектр и максвелловское распределение по энергиям. Высказано предположение о том, что лучистые структуры в полярных сияниях формируются благодаря сбросу в ионосферу электронов, имеющих степенное распределение по энергиям.

DOI: 10.31857/S0023420621050034

1. ВВЕДЕНИЕ

Механизмы, приводящие к высыпанию авроральных электронов в атмосферу Земли и, как следствие, формированию структурированных форм полярных сияний до сих пор недостаточно изучены. Одним из подходов к изучению данной проблемы является исследование особенностей энергетических спектров высыпающих электронов, формирующих морфологически различные формы полярных сияний, таких как дуги, полосы и лучистые структуры. И, если характер энергетических спектров авроральных электронов, вызывающих полярные сияния, наблюдаемые в виде дуг и полос, исследованы достаточно хорошо, то спектральные характеристики электронных потоков, формирующих лучистые структуры, практически не исследованы.

Вид энергетического спектра потока высыпающих электронов является одним из основных факторов, определяющих характер высотного распределения выделившейся в области полярного сияния энергии. Одним из методов получения высотных профилей энерговыделения в авроральных структурах являются триангуляционные наблюдения авроральных форм из разнесенных пунктов. В данной работе описана методика восстановления высотных профилей энерговыделе-

ния на основе триангуляционных наблюдений лучистых структур полярных сияний камерами с приемниками регистрирующими излучение в довольно широком диапазоне длин волн (380–580 нм). На основе полученных высотных профилей энерговыделения сделаны оценки параметров энергетических спектров высыпающих электронов, формирующих лучистые структуры.

2. ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СПЕКТРОВ

Высотное распределение выделившейся в атмосфере энергии при инъекции электронного потока можно представить в виде следующего функционала [1]:

$$W(h) = \rho(h) \int_E \frac{E}{R(E)} \lambda(h, E) f(E) dE, \quad (1)$$

где $W(h)$ – энергия, выделившаяся на высоте h в единицах эрг · см⁻³ с⁻¹; $\rho(h)$ – плотность атмосферы на высоте h в единицах г · см⁻³; E – энергия электрона в эВ; $R(E)$ – интегральная длина пробега в единицах г · см⁻²; $\lambda(h, E)$ – безразмерная функция диссипации энергии, описывающая долю энергии электрона, выделившейся на высоте h ;

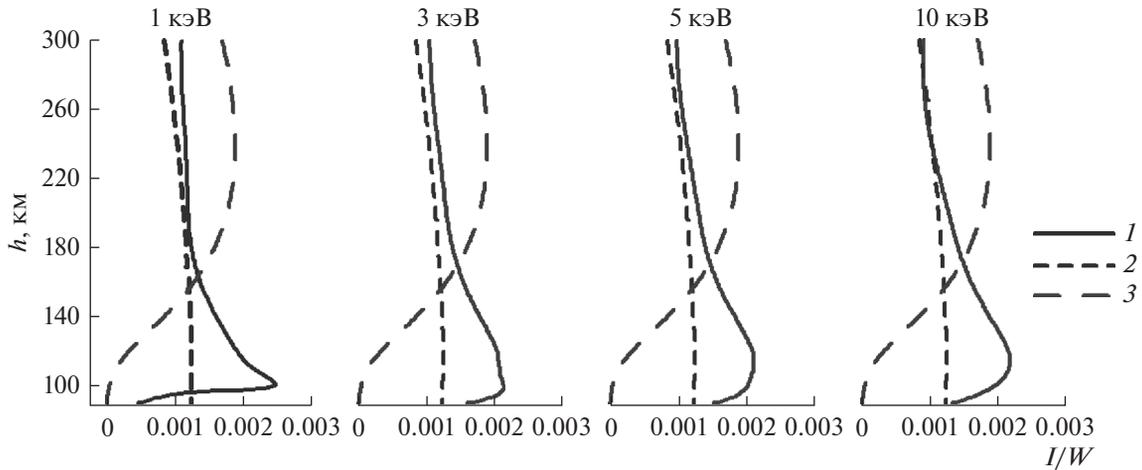


Рис. 1. Рассчитанные отношения объемных интенсивностей эмиссий, лежащих в диапазоне 380–580 нм, к общей выделившейся энергии W : кривая 1 – $I_{557.7}/W$, кривая 2 – I_{1NG}/W , кривая 3 – I_{VK}/W .

$f(E)$ – энергетический спектр высыпающихся электронов в единицах $\text{см}^{-2} \text{эВ}^{-1} \text{с}^{-1}$.

Из формулы (1) видно, что знание высотного профиля энерговыделения в полярных сияниях, возникающих вследствие электронных высыпаний, позволяет восстановить параметры энергетического спектра высыпающихся электронов.

В данной работе для анализа энергетических спектров высыпающихся электронов, формирующих лучистые структуры, будут использованы результаты работы [2]. В работе [2] были представлены высотные профили объемной скорости излучения в лучистых структурах, полученные на основе триангуляционных измерений. Отличительной особенностью, использованной в [2] аппаратуры является регистрация суммарного излучения сияния в широком диапазоне длин волн (380–580 нм). В данном диапазоне согласно [3] в суммарную интенсивность излучения более 90% вносят эмиссия $O(^1S) 557.7$ нм, полосы Первой отрицательной системы $N_2^+(1NG N_2^+)$, полосы системы Вегарда–Каплана (VK) и полосы Второй положительной системы $N_2(2PG N_2)$. Поэтому необходимым условием при использовании формулы (1) для восстановления энергетического спектра потока высыпающихся электронов по результатам работы [2] является исследование связи между интенсивностью свечения $I(h)$, регистрируемой конкретной камерой, и величиной суммарного энерговыделения:

$$W(h) = k(h)I(h), \quad (2)$$

где $W(h)$ – энергия, выделившаяся на высоте h в единицах $\text{эрг} \cdot \text{см}^{-3} \text{с}^{-1}$, $I(h)$ – объемная интенсивность излучения в единицах $\text{фотон} \cdot \text{см}^{-3} \text{с}^{-1}$, $k(h)$ – коэффициент связи, в единицах $\text{эрг} \cdot \text{фотон}^{-1}$.

Расчеты $k(h)$ проводились в рамках нестационарной модели авроральной ионосферы, представленной в работе [4]. С этой целью моделировались высотные профили интенсивностей эмиссий и полос, лежащих в диапазоне спектральной чувствительности камер. Расчеты проводились в модели нейтральной атмосферы MSIS-90 [5]. Энергетический спектр высыпающихся электронов задавался в виде максвелловского распределения с изотропным распределением по питч-углам в нижней полусфере:

$$f(E) = N_0 E \exp(-E/E_0) / E_0^2, \quad (3)$$

где N_0 – начальный поток частиц в $\text{см}^{-2} \text{с}^{-1}$, E_0 – характеристическая энергия в эВ.

Характеристическая энергия E_0 варьировалась в интервале 1–10 кэВ, начальный поток энергии $F_0 = N_0 E_0$ – в интервале 1–10 $\text{эрг} \cdot \text{см}^{-2} \text{с}^{-1}$. Данный диапазон начальных параметров электронного потока, инициирующего полярные сияния, охватывает широкий интервал интегральных интенсивностей излучения в эмиссии 557.7 нм от 0.2 до 15 кРл. Поскольку содержание окиси азота в области полярных сияний оказывает значительное влияние на интенсивность излучения зеленой линии (557.7 нм) [6], величина плотности NO в максимуме ее высотного профиля варьировалась в диапазоне 10^6 – 10^8см^{-3} , что соответствует наблюдаемым в полярных сияниях плотностям окиси азота [7, 8]. На рис. 1 приведены рассчитанные высотные зависимости отношений интенсивности эмиссии 557.7 нм атомарного кислорода $I_{557.7}$, суммарной интенсивности излучения полос Первой отрицательной системы полос $N_2^+ - I_{1NG}$ и суммарной интенсивности 57 полос системы Вегарда–Каплана – I_{VK} к общей выделившейся при высыпании электронов энергии W для различных E_0 . Из рис. 1

видно, что высотные зависимости $I_{557.7}/W$, I_{ING}/W и I_{VK}/W носят различный характер. Отношение I_{VK}/W возрастает с увеличением высоты и начинает превалировать на высотах $h > 150$ км. Отношение I_{ING}/W практически постоянно во всем интервале высот, в то время как отношение $I_{557.7}/W$ имеет ярко выраженный максимум в интервале высот 100–120 км и уменьшается с увеличением высоты. Однако, высотные распределения отношений полной выделившейся энергии $W(h)$ к суммарной интенсивности излучения $I(h)$ в спектральном диапазоне 380–580 нм, обозначенные в этой работе как $k(h)$, носят другой характер. На рис. 2 приведены рассчитанные зависимости $k(h)$ для различных параметров высыпающего потока электронов и концентраций окиси азота. Из рисунка можно видеть, что $k(h)$ демонстрируют идентичное поведение для всего диапазона вариаций характеристической энергии, потока энергии высыпающих электронов и величины концентрации окиси азота. Это позволяет рассчитать усредненную зависимость k от высоты h , которая показана на рис. 3. Здесь же приведены среднеквадратичные отклонения этого параметра на нескольких высотах. Видно, что среднеквадратичная ошибка для коэффициента $k(h)$ лежит в пределах 10%. Таким образом, применение данного коэффициента открывает возможность использовать результаты наблюдений полярных сияний камерами с широким спектральным интервалом [2] для восстановления высотных профилей энерговыделения и, следовательно, для оценки параметров потока высыпающих электронов. Применяя рассчитанный коэффициент $k(h)$ преобразуем согласно формуле (2) экспериментально полученную объемную интенсивность излучения $I(h)$ в выделившуюся энергию $W(h)$. На рис. 4 приведены полученные в работе [2] высотные профили объемной интенсивности излучения для четырех случаев лучистых форм полярных сияний и восстановленные по ним высотные профили энерговыделения $W(h)$.

Решая уравнение (1) относительно $f(E)$, восстановим энергетические спектры потоков высыпающих электронов. Функция диссипации энергии $\lambda(h, E)$ и интегральные длины пробега $R(E)$ в формуле (1) задавались в соответствии с работой [1]. Полученные энергетические спектры $f(E)$ для четырех случаев лучистых полярных сияний, рассмотренных в работе [2], приведены на рис. 5. Из рисунка можно видеть две характерные особенности в поведении энергетического спектра $f(E)$. В области энергий $E \sim 500$ –1000 эВ наблюдается локальный максимум, в то время как в области энергий $E \leq 200$ эВ величина дифференциального потока электронов демонстрирует резкое возрастание с уменьшением энергии близкое к степенной зависимости $E^{-\alpha}$. Подобный харак-

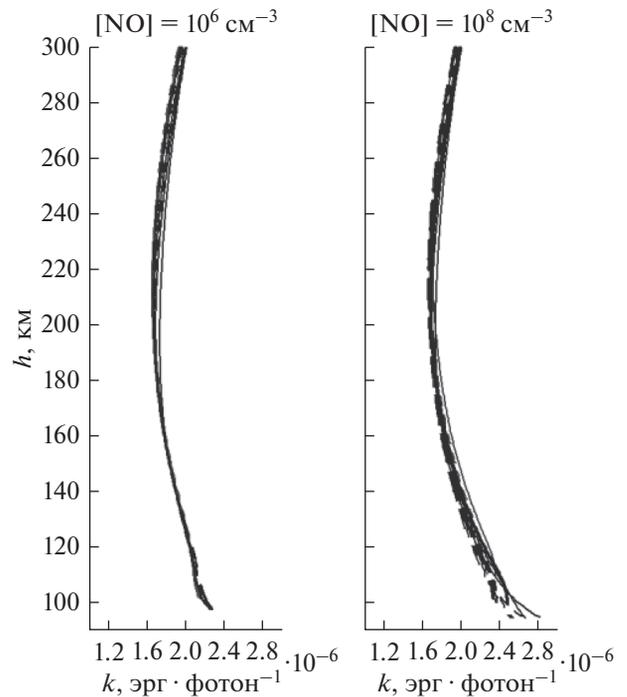


Рис. 2. Рассчитанные отношения полной выделившейся энергии $W(h)$ к суммарной интенсивности излучения $I(h)$ в диапазоне 380–580 нм. Каждая линия соответствует паре определенных значений E_0 и F_0 .

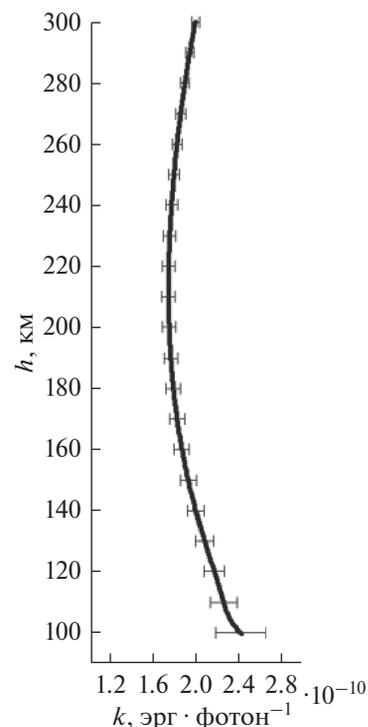


Рис. 3. Усредненная высотная зависимость коэффициента $k(h)$.

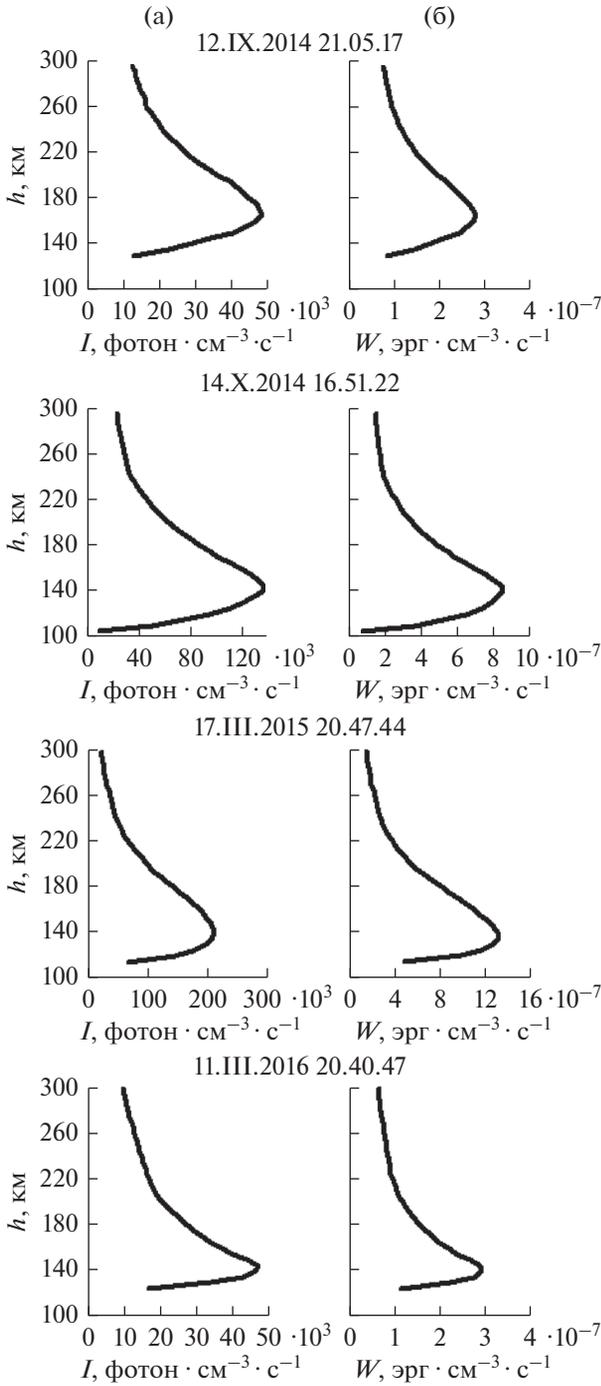


Рис. 4. Результаты преобразования высотных профилей экспериментально полученных объемных интенсивностей излучения [2] (панель “а”) в высотные профили энерговыделения $W(h)$ (панель “б”).

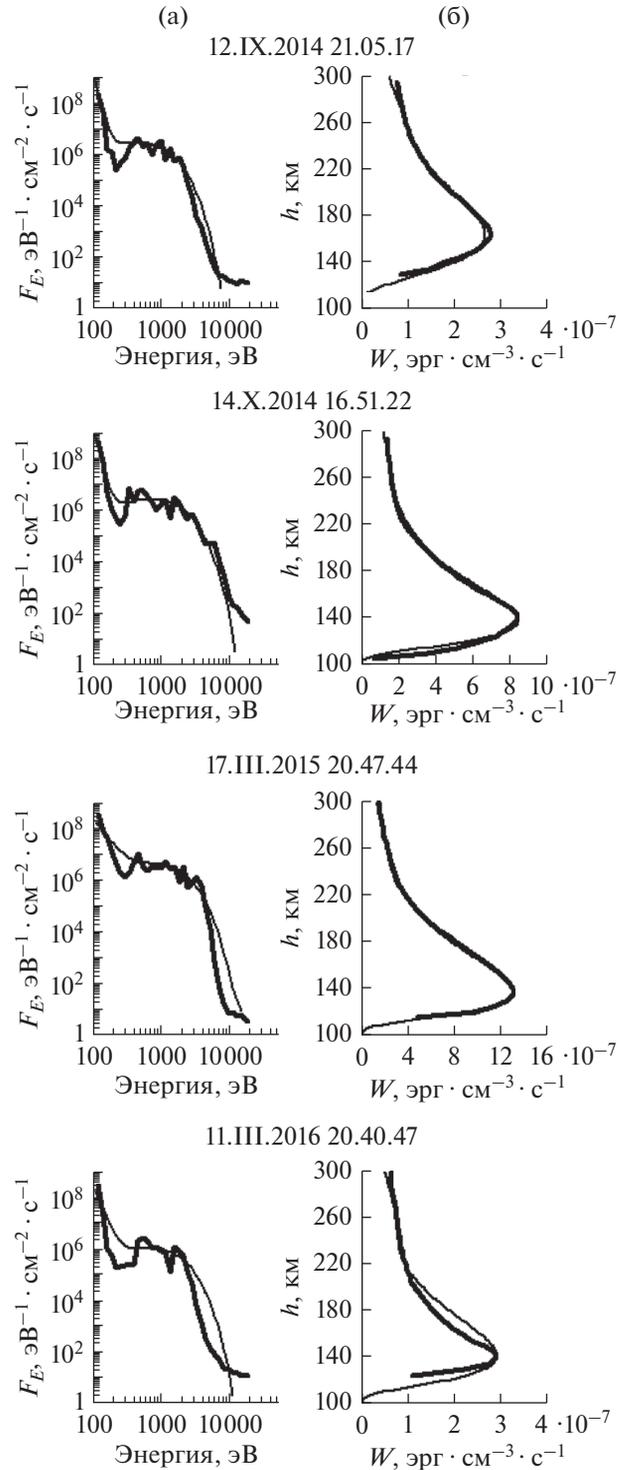


Рис. 5. Сравнение экспериментально восстановленных и аппроксимированных результатов. Панель “а” – восстановленные энергетические спектры $f(E)$ (толстая линия) и аппроксимация $f(E)$ (тонкая линия). Панель “б” – высотные профили энерговыделения $W(h)$, восстановленные (толстая линия) и рассчитанные для аппроксимированных потоков $f(E)$ (4).

тер поведения кривой $f(E)$ позволяет аппроксимировать восстановленные энергетические спектры суммой следующих функций:

$$f(E) = N_1 E^{-\alpha} + N_2 E \exp(-E/E_0)/E_0^2, \quad (4)$$

где N_1 и N_2 – константы, E – энергия электронов в эВ, E_0 – характеристическая энергия в эВ.

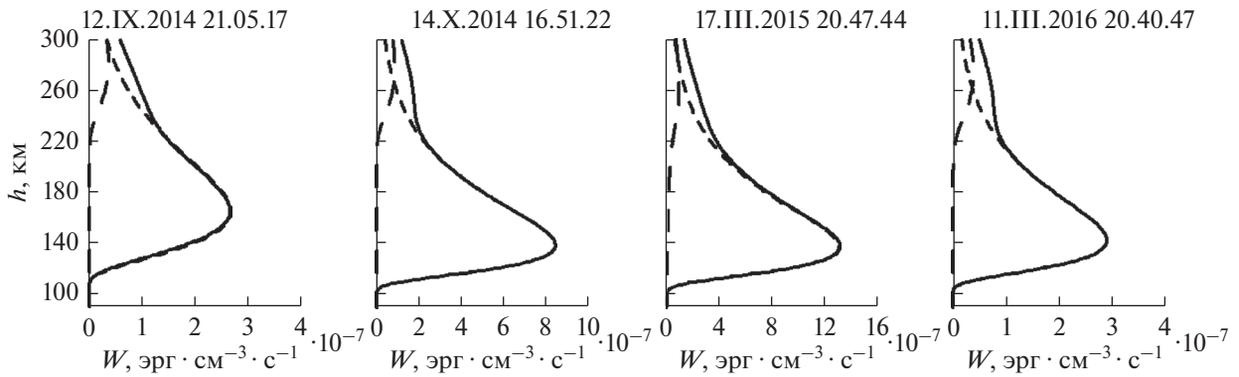


Рис. 6. Вклады в энерговыделение $W(h)$ (сплошная линия) потоков с различным распределением по энергиям: максвелловское распределение – короткий пунктир, степенное распределение – длинный пунктир.

На рис. 5 на панели “а” показаны результаты аппроксимации функционалом (4) восстановленных ранее энергетических спектров. Рассчитанные для этих аппроксимированных потоков интегральные интенсивности эмиссии 557.7 нм лежат в интервале от 4.4–15 кРл, что соответствует величинам, наблюдаемым в полярных сияниях. На рис. 5 панель “б” показано сравнение рассчитанных с использованием формулы (4) высотных профилей энерговыделения и профилей, восстановленных ранее по экспериментальным данным работы [2]. Как видно, полученные различными путями профили энергии, выделившиеся при высыпании электронных потоков, демонстрируют хорошее согласие. Таким образом, энергетический спектр высыпающихся электронов, формирующих лучистые структуры полярных сияний, аппроксимируется суммой двух функций, носящих степенной характер на малых энергиях и максвелловское распределение по энергиям на энергиях >250 эВ.

3. ОБСУЖДЕНИЕ

Рассмотрим парциальные вклады в суммарное высотное энерговыделение $W(h)$ электронных потоков, имеющих различный характер распределения по энергиям для рассматриваемых ранее случаев лучистых полярных сияний. На рис. 6 приведены высотные профили энерговыделения для электронных потоков, имеющих степенной энергетический спектр и максвелловское распределение по энергиям. Из рисунка видно, что на высотах больше 250 км именно потоки электронов со степенным распределением по энергии формируют значительную вертикальную протяженность энерговыделения, и, следовательно, интенсивности излучения, в лучистых структурах, что является принципиальным отличием от высотного распределения энерговыделения в спокойных дугах и полосах полярных сияний.

Морфологически события, рассмотренные в данной работе, представляли собой лучистые полосы [2]. Поэтому, полученные результаты позволяют предположить, что лучистые структуры в полярных сияниях формируются благодаря сбросу в ионосферу электронов, имеющих степенное распределение по энергиям. Такое распределение может формироваться при попадании тепловых электронов ионосферного происхождения, имеющих степенное распределение плотности по высоте, в околоземную часть области ускорения. В этом случае за счет разного пройденного пути в ускоряющем поле степенное высотное распределение электронов преобразуется в степенное распределение по энергии в высыпающемся пучке. Детальное рассмотрение формирования энергетического спектра высыпающихся электронов требует комплексного моделирования динамики магнитосферно-ионосферного взаимодействия, что выходит за рамки данной работы.

ВЫВОДЫ

В работе представлена методика восстановления высотных профилей энерговыделения, сформированных потоками высыпающихся электронов, с использованием камер, регистрирующих излучение в широком спектральном диапазоне длин волн (380.0–580.0 нм). Восстановлены и исследованы особенности энергетических спектров высыпающихся электронов $f(E)$, формирующих лучистые структуры в полярных сияниях. Показано, что в поведении $f(E)$ наблюдаются две характерные особенности. В области энергий $E \sim 500$ –1000 эВ наблюдается локальный максимум, в то время как в области энергий $E \leq 250$ эВ величина дифференциального потока электронов демонстрирует резкое возрастание с уменьшением энергии близкое к степенной зависимости $E^{-\alpha}$. Показано, что полученные распределения $f(E)$ хорошо аппроксимируются суммой двух функций, носящих степенной характер на малых

энергиях и максвелловское распределение по энергиям на энергиях >250 эВ. Высказано предположение, что лучистые структуры в полярных сияниях формируются благодаря сбросу в ионосферу электронов, имеющих степенное распределение по энергиям. Обсужден физический механизм формирования такого распределения электронов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Иванов В.Е., Козелов Б.В.* Прохождение электронных и протонно-водородных пучков в атмосфере Земли. Апатиты: Кольский научный центр, 2001.
2. *Козелов Б.В., Дашкевич Ж.В., Иванов В.Е.* Исследование лучистых структур триангуляционными методами: 1. Интенсивность излучения // *Космич. исслед.* 2021. Т. 59. № 4. С. 267–274.
3. *Jones A.V.* Aurora. Boston: D.Reidel Published Company, 1974.
4. *Дашкевич Ж.В., Иванов В.Е., Сергиенко Т.И., Козелов Б.В.* Физико-химическая модель авроральной ионосферы // *Космич. исслед.* 2017. Т. 55. № 2. С. 94–106.
5. *Hedin A.E.* Extension of the MSIS Thermospheric Model into the Middle and Lower Atmosphere // *J. Geophys. Res.* 1991. V. 96. P. 1159.
6. *Дашкевич Ж.В., Иванов В.Е.* Оценка концентрации NO в области полярных сияний по интенсивностям эмиссий 391.4, 557.7 и 630.0 нм // *Космич. исслед.* 2017. Т. 55. № 5. С. 337–341.
<https://doi.org/10.7868/S0023420617050028>
7. *Swider W., Narcisi R.S.* Auroral E-region: Ion composition and nitric oxide // *Planet. Space Sci.* 1977. V. 25. P. 103–116.
8. *Дашкевич Ж.В., Иванов В.Е.* Оценка содержания окиси азота в полярных сияниях по данным наземных фотометрических наблюдений // *Солнечно-земная физика.* 2019. Т. 5. С. 77–81.

УДК 523.165+523.74

ЗАГОРИЗОНТНОЕ ОБНАРУЖЕНИЕ МОЩНОГО ИСТОЧНИКА АКТИВНОСТИ НА СОЛНЦЕ ПО ЭФФЕКТУ “ГАЛО” В КОСМИЧЕСКИХ ЛУЧАХ

© 2021 г. В. И. Козлов*

*Институт космических исследований и аэронавтики им. Ю.Г. Шафера СО РАН,
Якутск, Россия*

**cosmoprognoz@mail.ru*

Поступила в редакцию 05.10.2019 г.

После доработки 18.06.2020 г.

Принята к публикации 17.09.2020 г.

В окрестности фронта ударной волны галактические космические лучи фокусируются в анизотропные “пучки” частиц. Подобные пучки коррелированных частиц – эффект “гало” в космических лучах, являются, по сути, предвестниками ударной волны. Наиболее ярко эффект “гало” в космических лучах проявляется при выявлении источника активности выходящего или заходящего за край солнечного диска. Задачу загоризонтного обнаружения в реальном времени мощного залимбового источника активности на Солнце мы решаем дистанционным методом диагностики околоземного космического пространства (<http://www.forshock.ru/pred.html>) посредством созданной роботизированной экспертной системы Cyber-FORSHOCK, на базе существующей мировой сети (высокоширотных) нейтронных мониторов (<http://www.nmdb.eu>). В данном случае, планета Земля, вместе с работающими на прием космической радиации высокоширотными станциями космических лучей (порядка ~10), представляет собой единый “прибор”.

DOI: 10.31857/S0023420621050071

ВВЕДЕНИЕ

Все возрастающая зависимость современной цивилизации от высокотехнологичных систем жизнеобеспечения в космосе, в воздухе и на Земле делает нас, по сути, заложниками научно-технического прогресса. Основанного, в частности, на спутниковых технологиях, в первую очередь подверженных разрушающему воздействию экстремальных проявлений Космической погоды: прежде всего, ускоренных ударной волной “штормовых” частиц, предвещающих приход на орбиту Земли межпланетной ударной волны. Ниже, предлагается подход, который в некоторой степени решает проблему заблаговременного обнаружения мощного источника активности еще до его выхода на видимую часть диска Солнца, или когда подобный источник уже скрылся за “линией горизонта”. Суть способа решения указанной проблемы, заключается в обнаружении по космическим лучам переходного режима солнечного ветра в окрестности фронта крупномасштабного возмущения солнечного ветра – ударной волны. Переходный режим обусловлен проявлением в солнечном ветре мощного источника активности находящегося, на невидимой с Земли, стороне солнечного диска. Подобные

проявления связаны, как правило, с большими рентгеновскими вспышками, сопровождающимися серийными выбросами корональной массы Солнца (СМЕ).

ВЕРОЯТНОСТНАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПЕРЕХОДНОГО РЕЖИМА В ОКРЕСТНОСТИ ФРОНТА УДАРНОЙ ВОЛНЫ

В последнее время появились указания на то, что непредсказуемый, “катастрофический” характер экстремальных проявлений солнечной активности обусловлен возможной реализацией на Солнце состояния “самоорганизованной критичности”, см. например, [1]. С другой стороны, из вероятностной теории разрушения сплошных сред (и теории надежности) известно, что обобщенная функция распределения Вейбулла-Гнеденко описывает выход системы на предельный критический режим [2] перед условной “катастрофой”. Таковым можно считать переходный режим в окрестности фронта крупномасштабного возмущения солнечного ветра, в нашем случае – межпланетной ударной волны.

На языке этой вероятностной теории проблема обнаружения подобного переходного режима

сводится к задаче определения функции интенсивности отказов системы, выработавшей свои ресурсы. Максимум функции интенсивности отказов, или максимум функции Риска, есть, по сути — вероятность достижения критического значения анализируемой переменной, в данном случае, интенсивности космических лучей [3, 4]. Отношение плотности функции распределения Вейбулла к “функции надежности” и есть искомая вероятность (функция Риска) или параметр флуктуаций ГКЛ [5].

Далее, остается только выделить сигнал-предвестник из Гауссова шума: Гауссов шум содержится, проще говоря, в “до критической” линейной области функции Риска, а искомый сигнал-предвестник в “за критической” — нелинейной. Характер процесса, в данном случае, явно не Гауссов, допускающий корреляции на сколь угодно больших пространственно-временных масштабах. Как отмечается в [6], “Дальнейшие корреляционные эффекты проявляются в “странном” (негауссовом) поведении кинетических процессов ...” и, далее: “Можно сказать, что странность и фрактальность являются взаимно согласованными характеристиками одного и того же явления — самоорганизации системы к неравновесному турбулентному состоянию, динамика которого целиком подчиняется многомасштабным корреляционным взаимодействиям”. Таким образом, анализ “хвостов”, т.е. высших моментов функции распределения может оказаться достаточно информативным в задаче обнаружения переходного режима в окрестности фронта ударной волны.

В итоге, искомая, нелинейная компонента сигнала-предвестника формируется при превышении степени (вероятности) процесса критического значения, т.е. при $P > P_{кр}$. Тестирование предложенного способа на контрольном ряде, представляющего собой случайный ряд чисел показало, что значения вероятности (далее, параметр флуктуаций) лежащие ниже уровня “шума” $P \leq 0.65$ можно уверенно (на уровне значимости 90%) отнести к гауссовскому шуму. Необходимая, в таком случае, операция подавления уровня космического “шума” представляет собой процедуру подачи на вход анализатора, наряду с исходным сигналом, двух вариантов “расфазированного” исходного сигнала, с выходом на данном блоке — среднего значения от их суммы. Притом, что величина временного сдвига (± 1 ч) обоих расфазированных сигналов много меньше, чем интервал усреднения параметра флуктуаций (12 ч). Эта процедура (за счет взаимного подавления при суммировании случайной компоненты сигнала) позволила, практически, вдвое уменьшить дисперсию исходного временного ряда.

ЗАГОРИЗОНТНОЕ ОБНАРУЖЕНИЕ МОЩНОГО ИСТОЧНИКА АКТИВНОСТИ НА СОЛНЦЕ ПО ЭФФЕКТУ “ГАЛО” В КОСМИЧЕСКИХ ЛУЧАХ

Очевидно, что наиболее благоприятные условия для отождествления залимбового источника по космическим лучам складываются в период минимума 11-летнего цикла, т.е. при отсутствии солнечных пятен на видимой части диска Солнца. Например, в 2008 г. — “самый белый” год, когда было зарегистрировано максимальное число дней в году без пятен. При полном отсутствии пятен на Солнце, 1.I.2008 был зарегистрирован предвестник в космических лучах (рис. 1) от “залимбового” источника: по данным космического аппарата *Stereo-A*, 31.XII.2008 на невидимой с Земли стороне Солнца наблюдались две больших рентгеновских вспышки класса C8. Обе вспышки сопровождалась выбросами корональной массы — СМЕ. Возможным источником этих рентгеновских вспышек могла быть достаточно большая активная область (АО) № 978 (<https://spaceweather.com/archive.php?day=01&month=01&year=2008&view=view>). Это была единственная активная область, наблюдаемая на предыдущем солнечном обороте, которая появилась на восточном лимбе Солнца лишь 2.I.2008. Выход указанной АО на видимую часть солнечного диска сопровождался выбросами СМЕ.

Понижение интенсивности ГКЛ началось с 4.I. на 5.I.2008. Явно выраженное низкое, диагностическое значение параметра флуктуаций ГКЛ зарегистрированное с 4.I. на 5.I.2008 (рис. 1) более определенно указывают на регистрацию ударной волны в указанный момент времени. Это подтверждается данными прямых измерений характеристик межпланетного магнитного поля (ММП), параметров солнечного ветра и потока низкоэнергичных протонов с энергией ~ 1 МэВ на космическом аппарате США, *ACE* (Приложение 1). Как следует из приведенных данных, скачок в характеристиках ММП и параметрах солнечного ветра действительно регистрируется с 4.I. на 5.I.2008, причем, на фоне возрастания низкоэнергичных частиц. Как следует из приведенных данных, предвестник в космических лучах предшествует регистрации ударной волны на орбите Земли: интервал времени между предвестником и потоком частиц заключен в овал (Приложение 1).

Для надежной идентификации источника активности было бы желательно исключить еще и рекуррентные высокоскоростные потоки солнечного ветра. Подобный редкий случай представился в сентябре 2011 г., когда активизация мощного источника активности (АО 1302) на невидимой с Земли стороне Солнца проходила в отсутствие (<http://spaceweather.com/archive.php?day=22&month=09&year=2011&view=view>) корональных дыр. Ак-

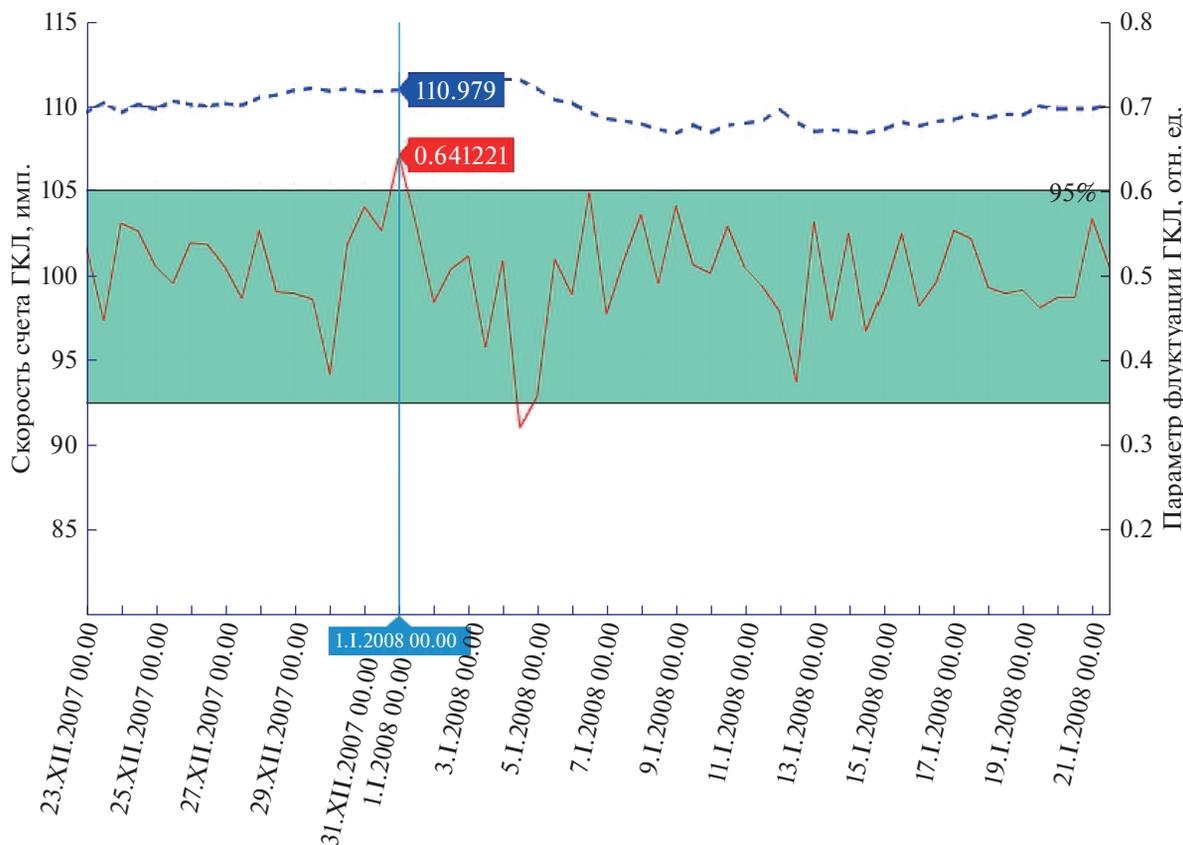


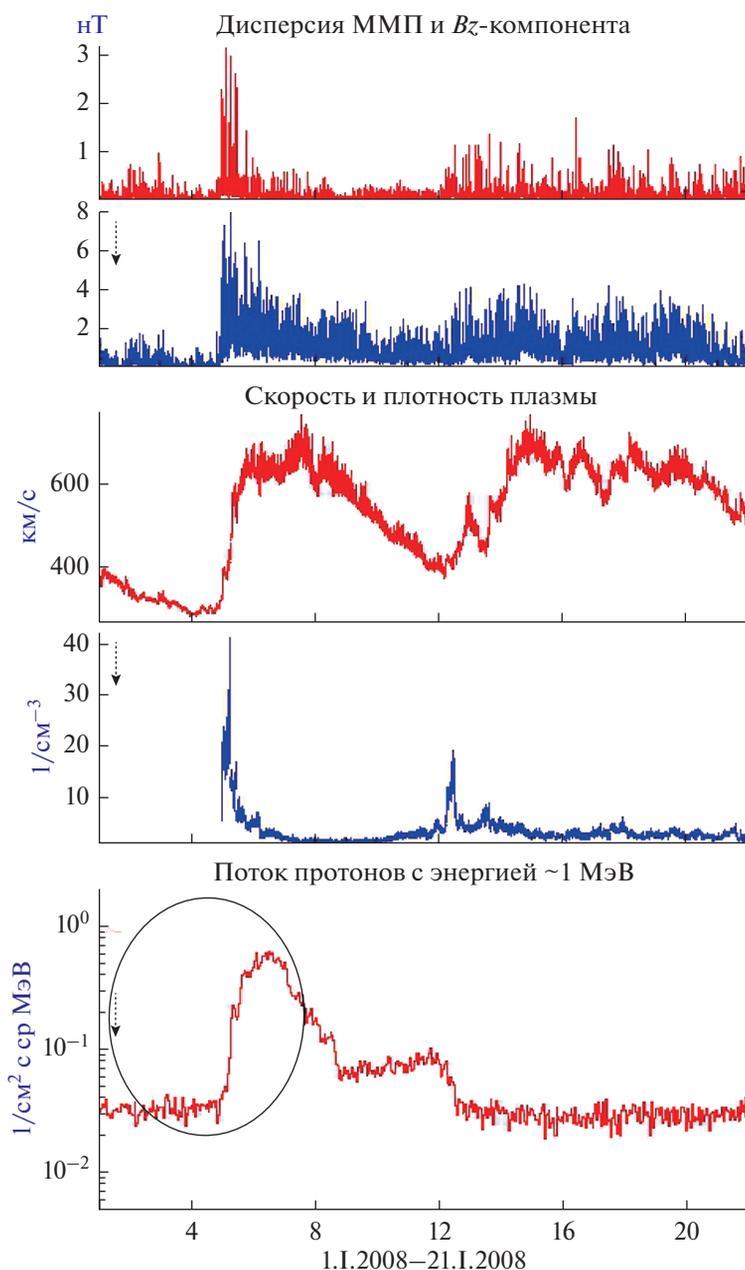
Рис. 1. Результаты расчета параметра флуктуаций ГКЛ в XII–I.2008.

тивная область 1302 заметно проявилась в регистрации больших вспышек класса M и X, сопровождавшихся серией CME, начиная с 19.IX.2011 и далее, по мере ее выхода на видимую часть диска Солнца 22.IX.2011. При дальнейшем продвижении АО 1302 к центральному меридиану, с 25.IX. на 26.IX.2011 в космических лучах был зарегистрирован эффект Форбуша (рис. 2).

Предвестник в космических лучах был зарегистрирован 19.IX.2011, т.е. за 2–3 дня до выхода указанной активной области на восточный край диска Солнца. И в данном случае, низкое, т.е. диагностическое значение параметра флуктуаций ГКЛ 26.IX.2011 является маркером эффекта Форбуша в интенсивности ГКЛ. Это подтверждается результатами моделирования, проведенного в Goddard Space Weather Lab по данным измерений на космических аппаратах США, *Stereo-A* и *Stereo-B* (Приложение 2): мощная ударная волна от выброса корональной массы (CME) регистрируется на орбите Земли также 26.IX.2011. Земля показана светлым кружком на горизонтальной оси, справа от диска Солнца в центре. Вариации параметра флуктуаций ГКЛ в конце сентября и в начале октября отражают проявление “афтершоковой” активности того же источника. Важно отметить, что

регистрация предвестника в космических лучах предшествует началу эффекта “штормовых” частиц, ускоренных фронтом ударной волны: указанный интервал времени заключен в овал (Приложение 3).

Не менее благоприятные условия для идентификации по космическим лучам мощного источника активности, на невидимой с Земли стороне солнечного диска, сложились в начале марта 2012 г. Единственное и неактивное солнечное пятно вблизи центрального меридиана, средние значения скорости солнечного ветра и значения геомагнитного индекса $Kp = 4$ указывали на слабо возмущенные условия в солнечном ветре в это время. С другой стороны, АО 1429 уже была активной, когда 3.III.2012 она появилась (<http://spaceweather.com/archive.php?day=03&month=03&year=2012&view=view>) на восточном краю диска Солнца. Активизация источника началась в самом начале месяца: 2.III.2012 была зарегистрирована большая эллиптическая вспышка класса M3, сопровождающаяся корональным выбросом – CME. В космических лучах это проявилось в регистрации предвестника 1–2.III.2012 (рис. 3), а с 5–8.III.2012 регистрировались уже низкие, т.е. диагностические значения параметра флуктуаций ГКЛ, с последую-



Приложение 1. Временной интервал с момента регистрации предвестника в космических лучах (точечная стрелка) и последующего возрастания потока “штормовых” частиц, заключен в овал.

шим гигантским эффектом Форбуша 8–9.III.2012. В это время были зарегистрированы большие (класса M) и очень большие вспышки класса X, которые сопровождались серией CME (<http://spaceweather.com/archive.php?day=07&month=03&year=2012&view=view>). При этом, большая амплитуда эффекта Форбуша 8–9.III.2012 обусловлена, скорее всего, эффектом кумулятивного взаимодействия серии ударных волн от указанных вспышек X1 (5.III.2012) и X5 (7.III.2012).

Вывод о связи гигантского эффекта Форбуша 8–9.III.2012 с регистрацией мощной ударной вол-

ны подтверждается, как данными прямых измерений параметров солнечного ветра (Приложение 4), так и результатами моделирования, проведенного в Goddard Space Weather Lab по данным измерений на космических аппаратах США, *Stereo-A* и *Stereo-B*. Действительно, ударная волна регистрируется на орбите Земли в то же время – 8.III.2012 (Приложение 5). И в этом случае, предвестник в космических лучах предшествует регистрации опасных “штормовых” частиц (заключены в овал), очевидно ускоренных на фронте ударной волны.

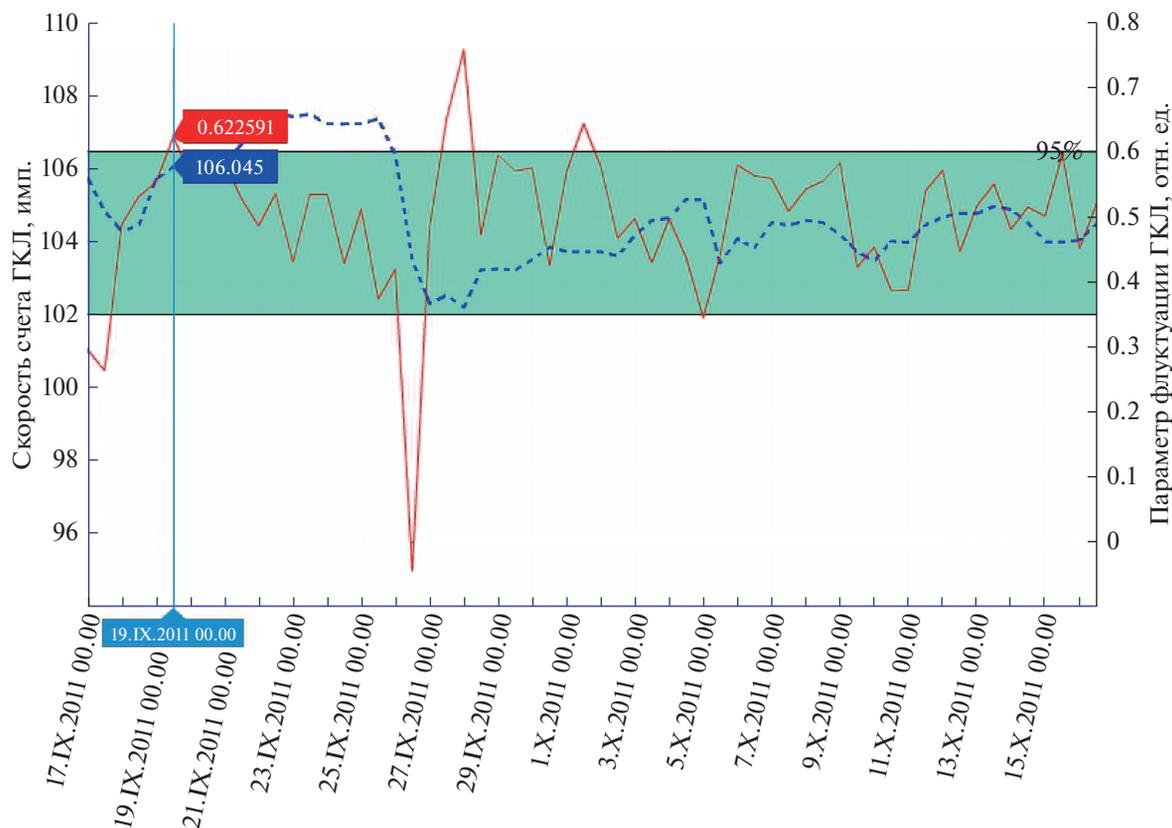
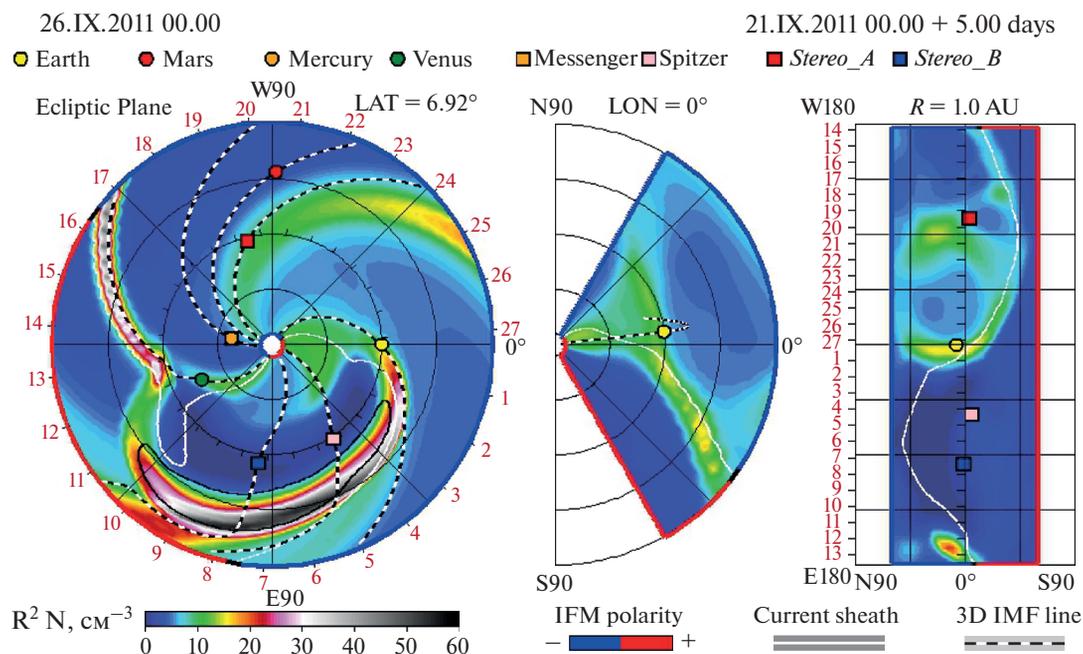


Рис. 2. Результаты расчета параметра флуктуаций ГКЛ в IX–X.2011.



Приложение 2. Анимационная схема динамики экстремального “залимбового” события (<https://spaceweather.com/archive.php?day=22&month=09&year=2011&view=view>) 19–26.IX.2011. Мощная ударная волна зарегистрирована на орбите Земли 26.IX.2011. Земля обозначена светлым кружком на горизонтальной оси справа от диска Солнца в центре.

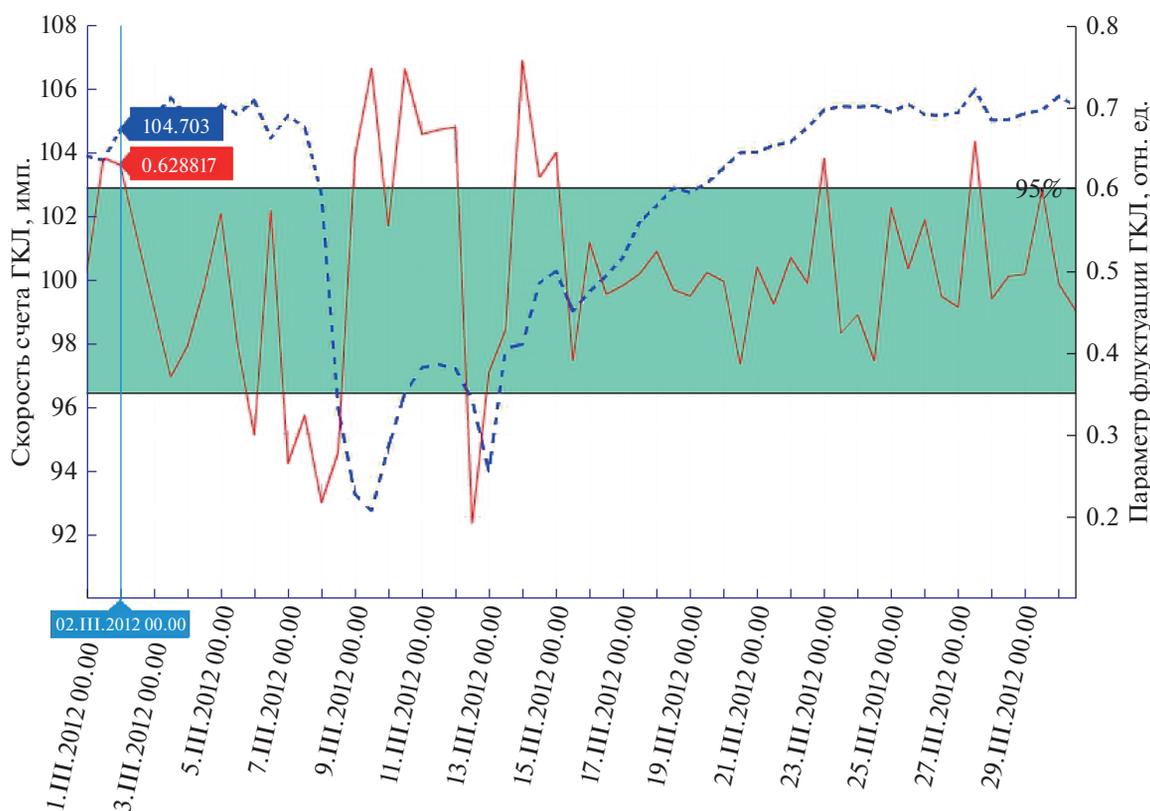


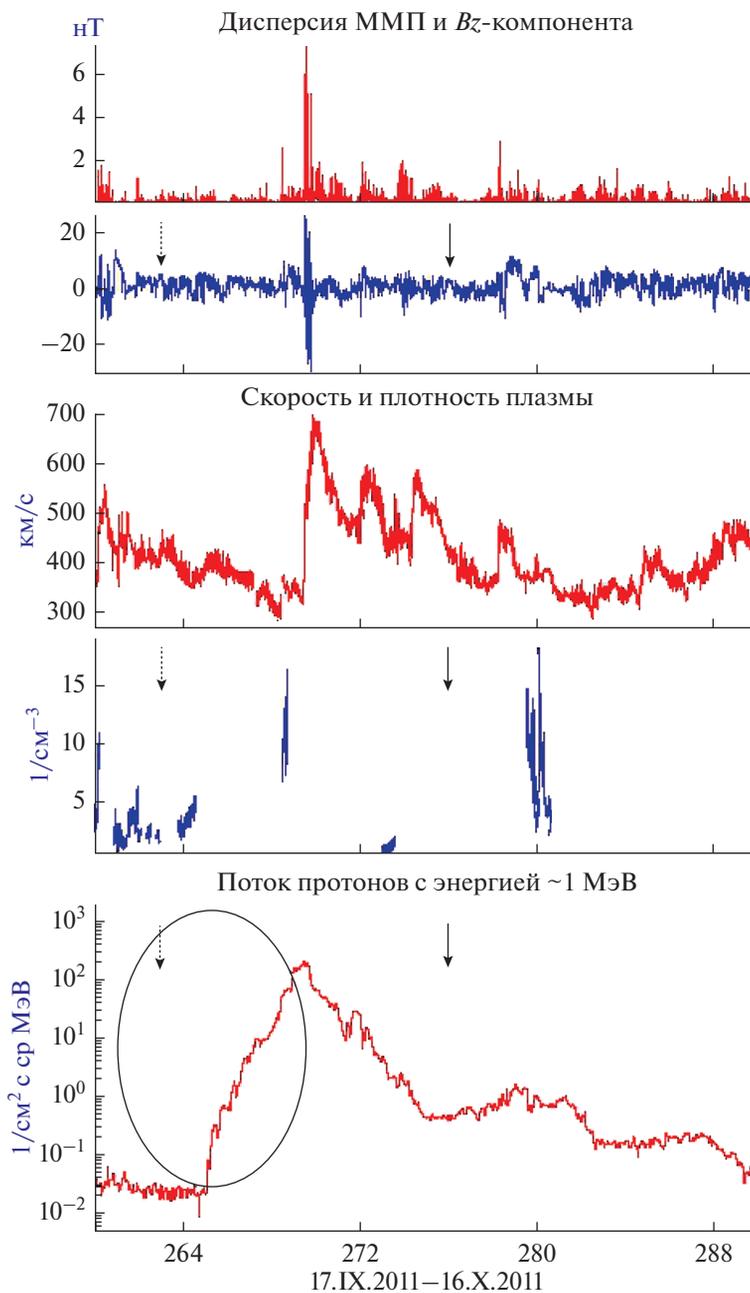
Рис. 3. Результаты расчета параметра флуктуаций ГКЛ в III.2012.

Активность того же источника продолжалась 9–10.III.2012 (<http://spaceweather.com/archive.php?day=09&month=03&year=2012&view=view>). Очевидно, это явилось причиной резкого (повторного) понижения в интенсивности ГКЛ 12–13.III.2012, что согласуется с резким и низким диагностическим значением параметра флуктуаций ГКЛ с 12.III. на 13.III.2012 (рис. 3). Это подтверждается результатами моделирования, проведенного в Goddard Space Weather Lab по данным измерений на космических аппаратах США, *Stereo-A* и *Stereo-B* (Приложение 6). Ударная волна от СМЕ регистрируется на орбите Земли (которая показана светлым кружком на горизонтальной оси справа от диска Солнца) также с 12.III. на 13.III.2012. Таким образом, низкое диагностическое значение параметра флуктуаций ГКЛ действительно является маркером прихода ударной волны на орбиту Земли. Предвестники данного повторного понижения (“афтершоковой” активности того же источника) интенсивности ГКЛ с 12.III. на 13.III.2012 были зарегистрированы 9–11.III.2012 (рис. 3).

Область 1429 оставалась активной и в момент ее выхода 15.III.2012 на западный край диска Солнца. Предвестник был зарегистрирован с 13.III. на 14.III.2012 (рис. 3). И только местоположение активной области на (западном) краю солнечного диска не позволило ей должным образом

проявиться в интенсивности ГКЛ. Предвестник 14.III.2012, в данном случае сыграл роль маркера небольшого понижения в интенсивности ГКЛ 15.III.2012, сопровождавшегося резким спадом параметра флуктуаций с 14.III. на 15.III.2012 (рис. 3). Данное понижение обусловлено приходом на орбиту Земли ударной волны от СМЕ из АО 1429, практически, уже зашедшей за западный лимб <http://spaceweather.com/archive.php?day=15&month=03&year=2012&view=view> Солнца: изображение АО “в фас” сменилось изображением “в профиль”. Несмотря на то, что воздействие от сильной ударной волны было касательным, регистрация на Земле ударной волны сопровождалась геомагнитной бурей с величиной $Kp = 6$. Более того, наличие подобного предвестника с 22.III. на 23.III.2012 (см. рис. 3 и Приложение 4) позволяет утверждать о сохранении активности и на “обратной” стороне Солнца. Действительно (<http://spaceweather.com/archive.php?day=24&month=03&year=2012&view=view>), только с 23.III. по 26.III.2012 было зарегистрировано не менее 4-х выбросов СМЕ.

Очередное проявление того же мощного источника активности из АО 1429 в космических лучах за восточным краем солнечного диска выразилось в регистрации предвестника 27.III.2012 (рис. 3). В период с 24–27.III.2012 на видимой ча-

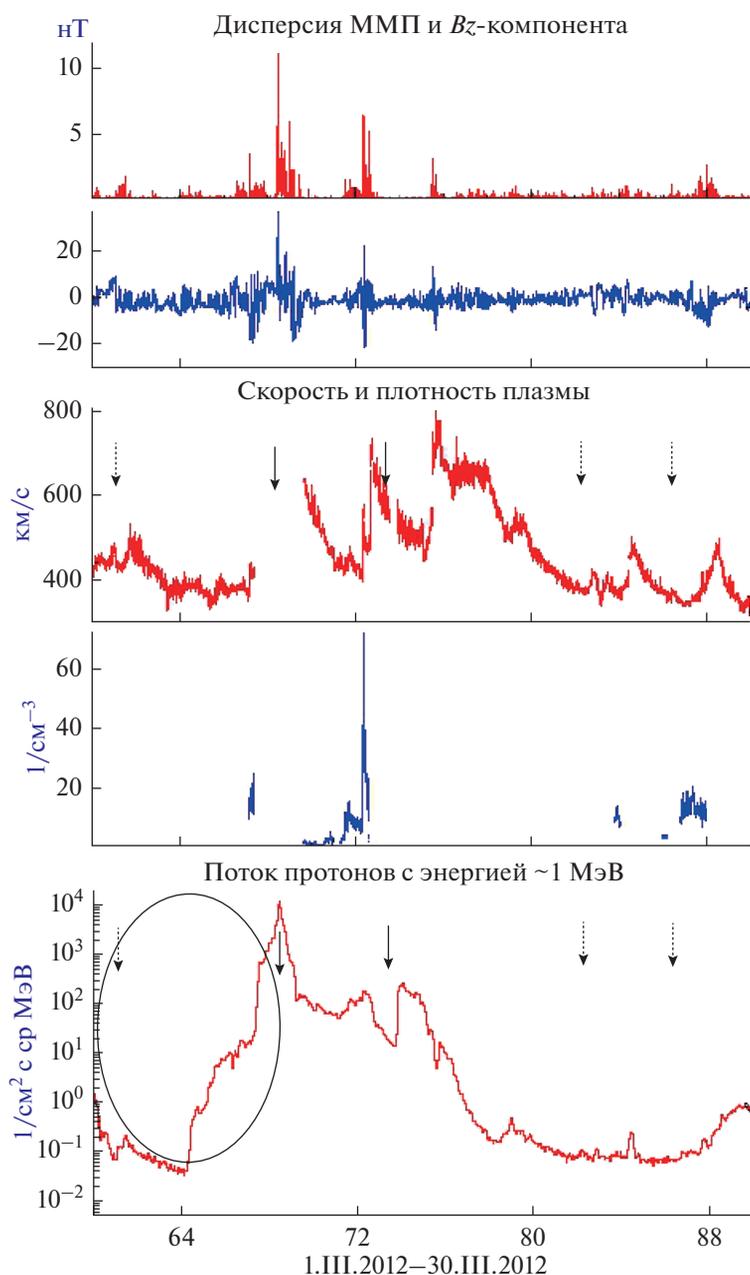


Приложение 3. Обозначения как для Приложения 1.

сти солнечного диска не было зарегистрировано ни активных групп пятен, ни больших солнечных вспышек, ни активных корональных дыр. И, наоборот, перед выходом АО 1429 на видимую часть солнечного диска 26.III.2012 было зарегистрировано очередное мощное (<http://spaceweather.com/archive.php?day=27&month=03&year=2012&view=view>), 11-е по счету, СМЕ. Резкое снижение параметра флуктуаций ГКЛ 28.III.2012 (рис. 3) сыграло роль маркера регистрации ударной волны на орбите Земли, что подтверждается, как данными измерений параметров солнечного ветра (При-

ложение 4), так и результатами моделирования по данным измерений на космическом аппарате *Stereo-B* (Приложение 7).

Достаточно неожиданные случаи загоризонтного обнаружения источника активности представились относительно недавно, в июльских и сентябрьских событиях 2017 г. Особенность данного периода в том, что указанный период относится к началу фазы минимума 24 цикла. С 11–14.VII.2017 центральный меридиан Солнца пересекала гигантская и единственная активная область № 2665.



Приложение 4. Анимационная схема динамики экстремального “залимбового” события (<http://spaceweather.com/archive.php?day=07&month=03&year=2012&view=view>) 1–8. III. 2012. Мощная ударная волна зарегистрирована на орбите Земли 8. III. 2012.

13–15. VII. 2017 были зарегистрированы большие рентгеновские вспышки класса C5, C6 и M2 (<https://spaceweather.com/archive.php?day=14&month=07&year=2017&view=view>), сопровождавшиеся СМЕ. С 14. VII. на 15. VII. 2017 был зарегистрирован предвестник в космических лучах с последующим эффектом Форбуша 16. VII. 2017 (рис. 4). С 18. VII. на 19. VII. 2017 АО 2665 скрылась за лимбом Солнца. Когда указанная активная область была уже на невидимой с Земли стороне Солнца, 20. VII. и 23. VII. 2017 наблюдалась серия выбросов СМЕ.

21. VII. 2017 в космических лучах был зарегистрирован предвестник (рис. 4). Поскольку источник активности находился уже за краем (<https://spaceweather.com/archive.php?day=23&month=07&year=2017&view=view>) солнечного диска, явно выраженного понижения в интенсивности ГКЛ не наблюдалось: с момента регистрации предвестника 21. VII. 2017 в интенсивности ГКЛ началось понижение, но постепенное. Напротив, в параметре флуктуаций ГКЛ задний фронт ударной волны от “залимбового” события 23. VII. 2017 про-

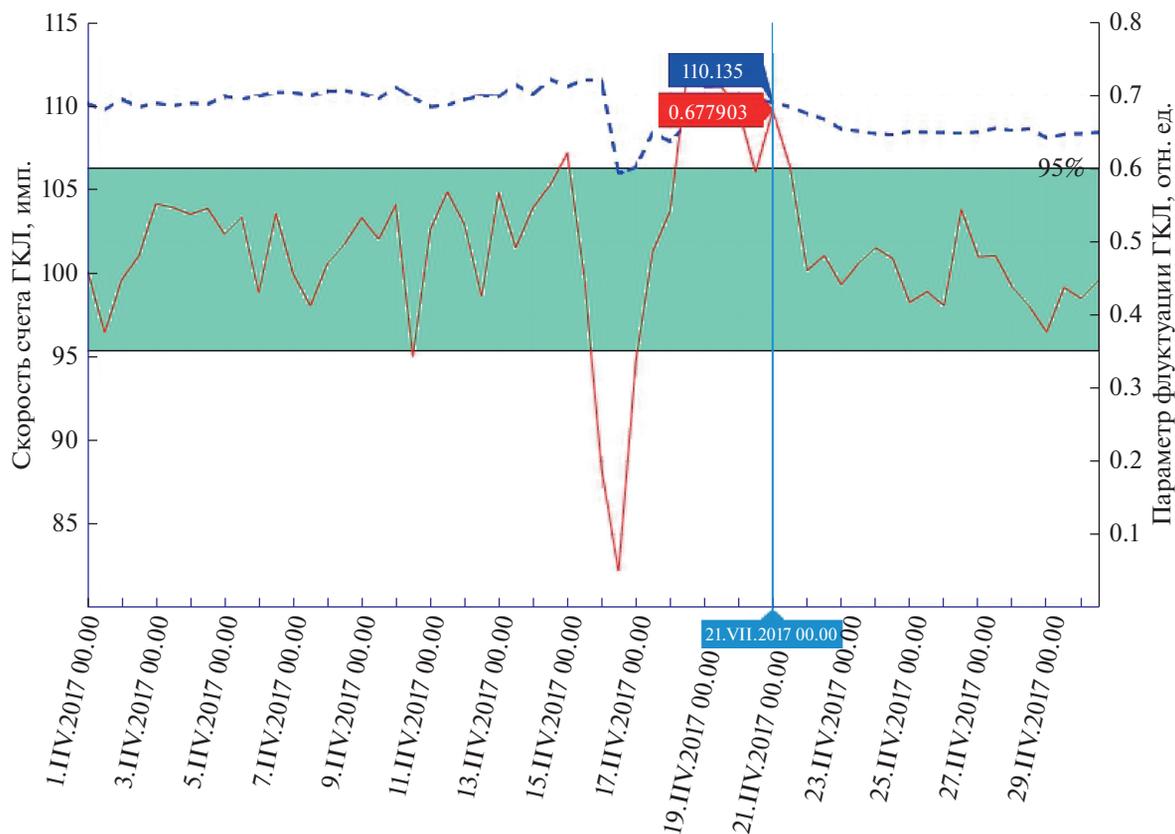
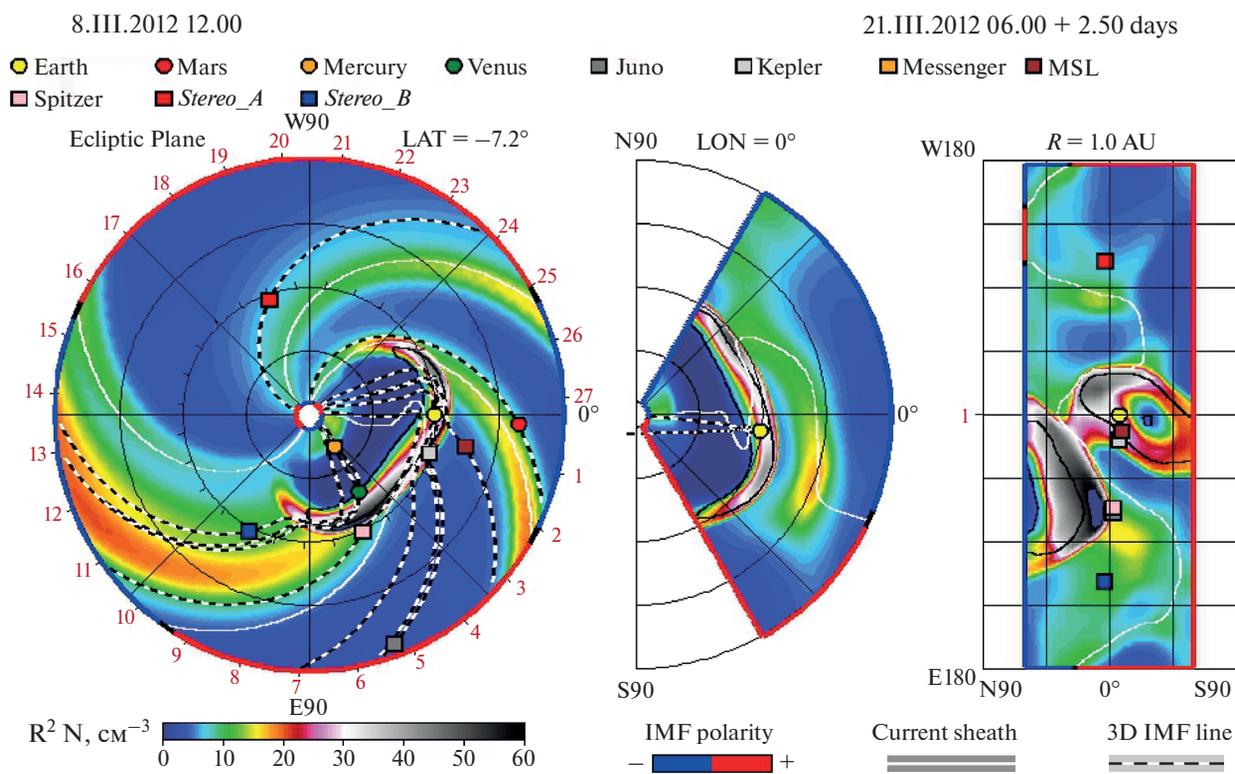
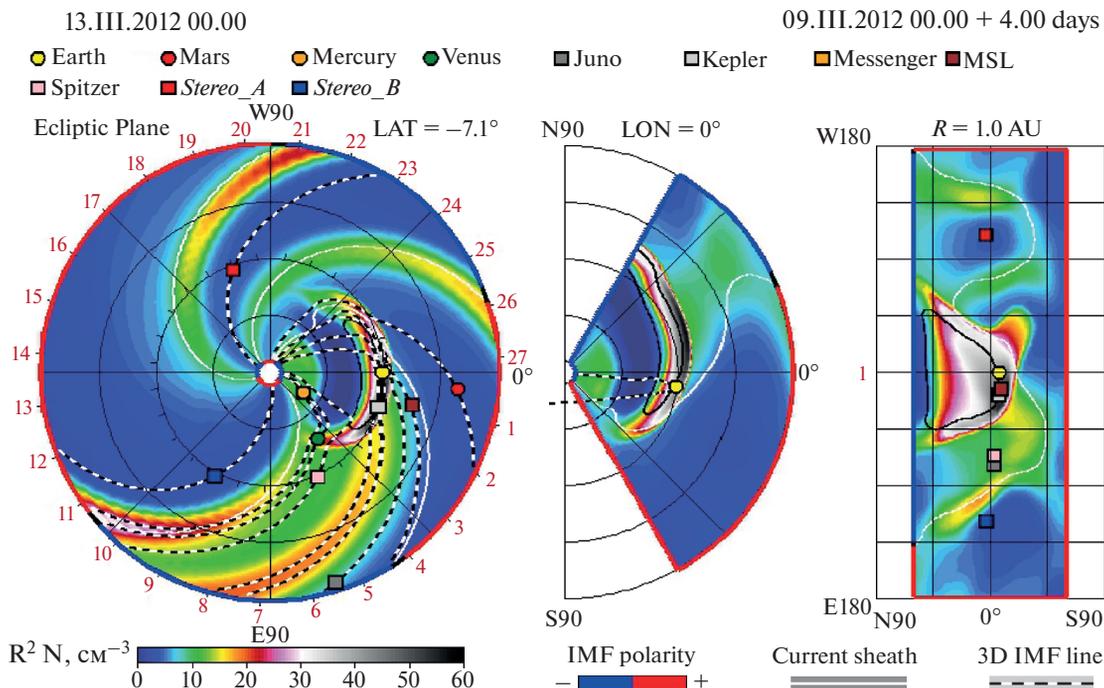


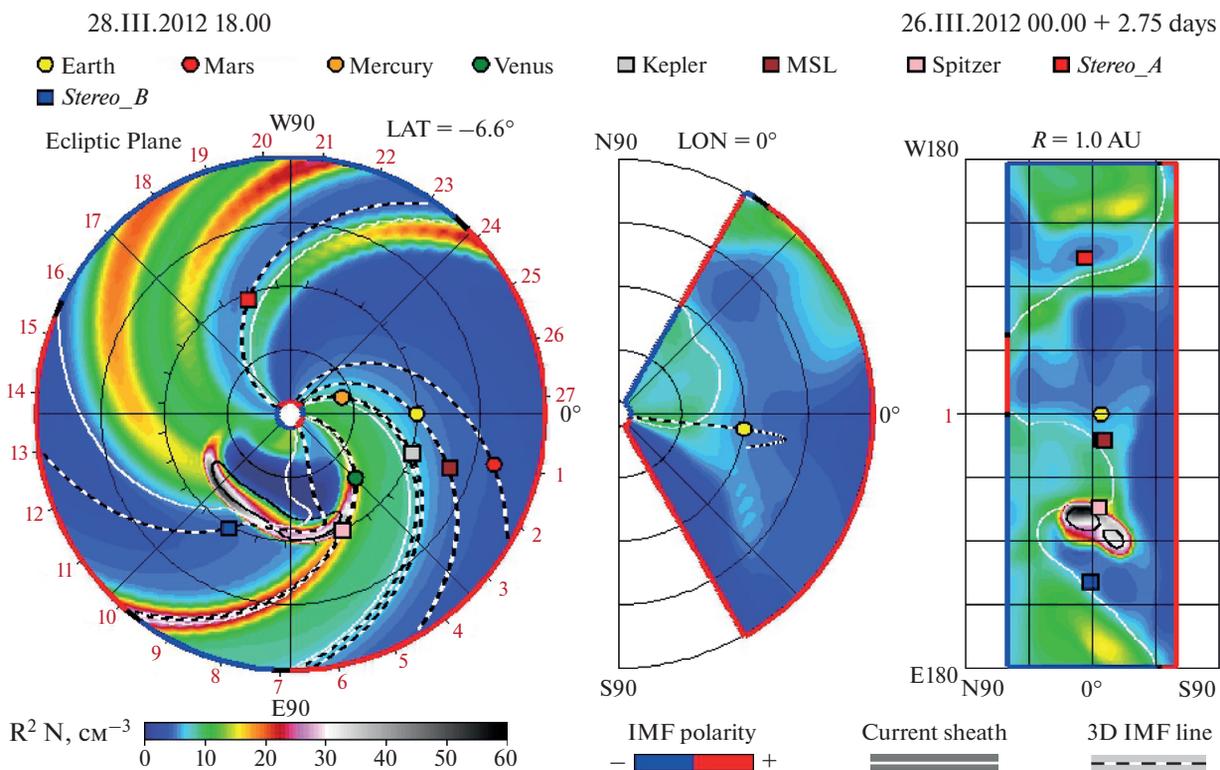
Рис. 4. Результаты расчета параметра флуктуаций ГКЛ в VII.2017.



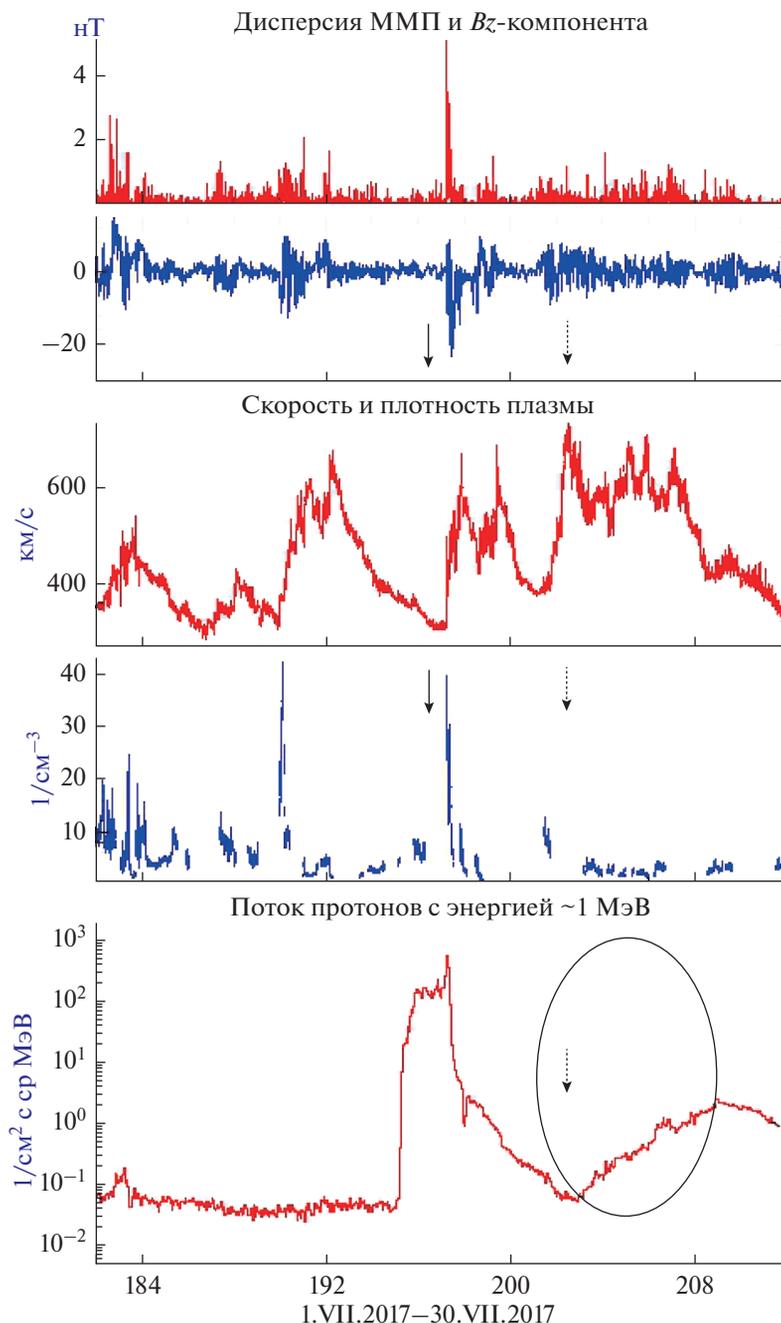
Приложение 5. Обозначения как для Приложения 1.



Приложение 6. Анимационная схема динамики экстремального события в окрестности центрального меридиана Солнца. Мощная ударная волна зарегистрирована на орбите (<http://spaceweather.com/archive.php?day=09&month=03&year=2012&view=view>) Земли 13.III.2012.



Приложение 7. Анимационная схема динамики экстремального “залимбового” события 27–28.III.2012, зарегистрированного за восточным краем солнечного диска (<http://spaceweather.com/archive.php?day=27&month=03&year=2012&view=view>).



Приложение 8. Обозначения как для Приложения 1.

явился в виде достаточно резкого понижения параметра флуктуаций 22–25.VII.2017 (рис. 4). Это подтверждается данными прямых измерений на космическом аппарате *ACE* (см. Приложение 8, а также [7]). В целом, полученные выше результаты позволяют сделать следующие выводы: во-первых, заблаговременность обнаружения “залимбового” источника активности составляет, в среднем, величину $\Delta t = 3 \pm 1$ сут, во-вторых, мощность источника за лимбом Солнца должна

характеризоваться рентгеновскими вспышками, по крайней мере, не менее M-класса.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

И в заключение, следует отметить следующее обстоятельство: для обнаружения невидимого с Земли источника активности на Солнце США осуществили запуск на специальную орбиту два космических аппарата *Stereo-A* и *Stereo-B*. Ту же

самую задачу загоризонтного обнаружения мощного источника активности за лимбом Солнца в режиме реального времени, мы решаем дистанционным методом диагностики околоземного космического пространства: посредством созданной нами (<http://www.forshock.ru/pred.html>) роботизированной экспертной системой Cyber-FORSHOCK на базе уже существующей мировой сети (высокоширотных) станций космических лучей. В нашем случае, планета Земля, вместе с работающими на прием космической радиации высокоширотными станциями нейтронных мониторов (порядка ~ 10), представляет собой единый “прибор”!

РЕЗУЛЬТАТЫ

1. В окрестности фронта крупномасштабного возмущения солнечного ветра – ударной волны – обнаружен переходный режим с образованием анизотропных “пучков” частиц. Подобные пучки коррелированных частиц – эффект “гало” в космических лучах, являются, по сути, предвестниками ударной волны. Наиболее ярко эффект “гало” проявляется в случае загоризонтного обнаружения мощного источника активности за лимбом Солнца.

2. Предложен способ раннего обнаружения межпланетных ударных волн с заблаговременностью порядка ~ 1 сут на базе супермониторинга космических лучей по данным мировой сети (высокоширотных) нейтронных мониторов: <http://www.nmdb.eu>. Способ реализован в виде роботизированной экспертной системы “Cyber-FORSHOCK” (<http://www.forshock.ru/pred.html>). Вероятность прогноза геоэффективных событий Космической погоды $\geq 80\%$. Это важно, прежде всего, для прогноза наиболее опасных проявлений Космической погоды: возрастаний “штормовых” частиц, ускоренных на фронте ударной волны, предвещающих приход ударной волны на орбиту Земли.

3. Заблаговременность “загоризонтного” обнаружения залимбового источника активности составляет, в среднем, величину $\Delta\tau = 3 \pm 1$ сут, при этом, мощность источника за лимбом Солнца должна характеризоваться рентгеновскими вспышками, по крайней мере, не менее М-класса. В нашем случае, планета Земля, вместе с рабо-

тающими на прием космической радиации высокоширотными станциями космических лучей (порядка ~ 10), представляет собой единый “прибор”.

В заключение, автор выражает глубокую благодарность Вячеславу Валерьевичу Козлову за разработку, создание и программное сопровождение роботизированной экспертной системы прогноза и диагностики геоэффективных событий Космической погоды в режиме реального времени Cyber-FORSHOCK (<http://www.forshock.ru/pred.html>), по 5-мин данным Европейской БД космических лучей.

Автор выражает также искреннюю признательность и благодарность Илье Уоскину, Университет г. Оулу, геофизическая обсерватория Соданкила (Финляндия, <http://cosmicrays oulu.fi/>) за любезно предоставленные кондиционные 5-мин данные измерений нейтронного монитора ст. Оулу за длительный период времени.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Козлов В.И., Козлов В.В. АРИТМИЯ СОЛНЦА. В космических лучах. Якутск: ФГБУН ИМЗ СО РАН, ИКФИА СО РАН, 2019.
2. Айвазян С.А., Енюков И.С., Мешалкин И.Д. Прикладная статистика. Основы моделирования и первичная обработка данных. М.: Финансы и статистика, 1983.
3. Козлов В.И., Крымский П.Ф. Физические основания прогноза катастрофических явлений. Якутск: ЯНЦ СО РАН – ИКФИА, 1993.
4. Козлов В.И., Козлов В.В. “Аномальная” активность Солнца в “слабых” циклах 20 и 23 как проявление инварианта 11-летнего цикла // Солнечно-земная физика. 2008. Т. 1. Вып. 12. С. 32–33.
5. Козлов В.И., Козлов В.В. Параметр флуктуаций галактических космических лучей – индикатор степени неоднородности магнитного поля // Геомагнетизм и аэрномия. 2011. Т. 51. № 2. С. 191–201.
6. Зеленый Л.М., Милованов А.В. Фрактальная топология и странная кинетика: от теории перколяции к проблемам космической электродинамики // УФН. 2004. Т. 174. № 8. С. 809–852.
7. Ying D. Liu, Xiaowei Zhao, Huidong Hu et al. A Comparative Study of 2017 July and 2012 July Complex Eruptions: Are Solar Superstorms “Perfect Storms” in Nature? // Astrophys. J. Supplement Series. 2019. V. 214. № 2. <https://doi.org/10.3847/1538-4365/ab0649>

УДК 521.1+629.78

ВЛИЯНИЕ СЖАТИЯ ЗЕМЛИ НА ИНТЕГРАЛ ЭНЕРГИИ И НЕКОТОРЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОРБИТЫ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

© 2021 г. В. В. Ивашкин^{1, 2, *}

¹Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия

²Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

*Ivashkin@keldysh.ru

Поступила в редакцию 13.01.2021 г.

После доработки 16.02.2021 г.

Принята к публикации 15.04.2021 г.

Учет сжатия Земли с помощью второй зональной гармоники потенциала гравитационного поля Земли модифицирует интеграл энергии приземного движения по сравнению с кеплеровской моделью анализа. На основе этого интеграла получена явная аналитическая структура изменения основного орбитального параметра, кеплеровской константы энергии. Данный метод учета сжатия Земли также дал возможность оценить поправку, по сравнению с обычным невозмущенным анализом, в скорости отлета космического аппарата с околоземной орбиты ожидания при полете к Луне или к планете.

DOI: 10.31857/S0023420621050046

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

При полете КА или, вообще, материальной точки в центральном ньютоновском гравитационном поле Земли, движение КА в невращающейся геоцентрической геоэкваatorialной системе координат удовлетворяет уравнению:

$$d^2\mathbf{r}/dt^2 = \partial U_0/\partial \mathbf{r}^* = \partial(\mu/r)/\partial \mathbf{r}^* = -(\mu/r^3)\mathbf{r}, \quad (1)$$

где $\mathbf{r}(x, y, z)$ – радиус-вектор точки КА; $r = |\mathbf{r}|$; * – знак транспонирования; μ – гравитационный параметр Земли;

$$U_0(\mathbf{r}) = \mu/r \quad (2)$$

– потенциал притяжения Земли без учета возмущений. Системе (1) соответствуют кеплеровские движения в поле притяжения сферической, однородной Земли. Одним из важнейших первых интегралов в этом случае является интеграл энергии [1–6]:

$$V^2 - 2U_0 = V^2 - 2\mu/r = h_k, \quad h_k = -\mu/a, \quad (3)$$

где $V = |\mathbf{V}|$; \mathbf{V} – геоцентрическая скорость точки; h_k – кеплеровская константа энергии; элемент a в случае эллиптического движения, когда $h_k < 0$, является большой полуосью орбиты. При гиперболическом движении, когда $h_k > 0$, будет $a < 0$, геометрический смысл имеет модуль $|a| = \alpha$ [3]. Рассмотрим, как изменяется интеграл (3) при учете возмущения от сжатия Земли, как тела вращения, и его использование при анализе орбитального движения материальной точки.

ОБОБЩЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ ЭНЕРГИИ ПРИ УЧЕТЕ СЖАТИЯ ЗЕМЛИ

В простейшем случае анализа движения у Земли для учета ее сжатия в потенциале Земли U к основному члену U_0 добавляется вторая зональная гармоника U_2 [2, 3, 5, 6]:

$$U(\mathbf{r}) = U_0(\mathbf{r}) + U_2(\mathbf{r}); \quad (4)$$

$$U_2(\mathbf{r}) = -\frac{\varepsilon}{r^3} \left(\sin^2 \varphi - \frac{1}{3} \right) = -\frac{\varepsilon}{r^3} \left(\frac{z^2}{r^2} - \frac{1}{3} \right), \quad (5)$$

$$\varepsilon = (3/2)J_2\mu R_E^2,$$

где φ – геоцентрическая широта КА; $J_2 = -C_{20}$ – коэффициент зональной гармоники 2-го порядка, R_E – средний экваториальный радиус Земли; $R_E \approx 6378.137$ км; $J_2 \approx 1082.63 \cdot 10^{-6}$ [6]; $\varepsilon \approx 2.63328 \cdot 10^{10}$ км⁵/с². Уравнение движения (1) меняется:

$$d^2\mathbf{r}/dt^2 = \partial U/\partial \mathbf{r}^*, \quad (6)$$

где $U(\mathbf{r})$ есть потенциал (4), (2), (5). К основному ускорению (1) добавится возмущающее \mathbf{a}_p , которое есть градиент функции U_2 и в прямоугольных координатах запишется в форме [2]:

$$a_{px} = \frac{\varepsilon}{r^4} \left(5 \frac{z^2}{r^2} - 1 \right) \frac{x}{r}; \quad a_{py} = \frac{\varepsilon}{r^4} \left(5 \frac{z^2}{r^2} - 1 \right) \frac{y}{r}; \quad (7)$$

$$a_{pz} = \frac{\varepsilon}{r^4} \left(5 \frac{z^2}{r^2} - 3 \right) \frac{z}{r}.$$

Удвоенная полная механическая энергия движения точки единичной массы $h(\mathbf{r}, \mathbf{V})$ имеет вид:

$$h = V^2 - 2U = V^2 - 2U_0 - 2U_2 = \\ = V^2 - 2\mu/r + \frac{2\varepsilon}{r^3} \left(\frac{z^2}{r^2} - \frac{1}{3} \right). \quad (8)$$

Теорема. Полная механическая энергия движения материальной точки в модели (6), где потенциал $U(\mathbf{r})$ соответствует (4), (2), (5), постоянна на траектории точки.

Действительно, в данном случае ускорение в (6) определяется однозначной скалярной силовой функцией $U = U(\mathbf{r})$, движение происходит в потенциальном поле, силовая функция $U = U(\mathbf{r})$ есть потенциал, не зависящий от времени. Тогда из общей теоремы механики [1, 4] следует, что на траектории точки $dh/dt = 0$ в силу уравнения движения (6), $h = \text{const}$. Можно и непосредственно показать это, используя (6), (1), (7). Следовательно, на любой траектории точки энергия (8) постоянна, имеем первый интеграл:

$$h = V^2 - \frac{2\mu}{r} + \frac{2\varepsilon}{r^3} \left(\frac{z^2}{r^2} - \frac{1}{3} \right) = h_k - 2U_2 = \text{const}. \quad (9)$$

Будем называть этот интеграл *обобщенным интегралом энергии*, имея в виду, что он обобщает интеграл (3) на случай учета сжатия Земли при расчете траектории материальной точки КА.

Замечание 1. Из (8), (9) следует, что в данной модели потенциала для заданной константы энергии h движение точки происходит в области пространства

$$h + 2U = h + 2U_0 + 2U_2 = h + \frac{2\mu}{r} - \frac{2\varepsilon}{r^3} \left(\frac{z^2}{r^2} - \frac{1}{3} \right) = V^2 \geq 0. \text{ Видно отличие от кеплеровского случая.}$$

Замечание 2. Данный подход может быть применен и для более полной модели зональных гармоник. Используя модель Земли, как тела вращения, симметричного относительно плоскости экватора, добавляют, например, в потенциал U , кроме второй, еще зональную гармонику 4-го порядка. Тогда обобщенный интеграл энергии принимает вид:

$$h = V^2 - 2U = V^2 - 2U_0 - 2U_2 - 2U_4 = V^2 - \frac{2\mu}{r} + \\ + \frac{2\varepsilon}{r^3} \left(\frac{z^2}{r^2} - \frac{1}{3} \right) - \frac{2\chi}{r^5} \left(\frac{z^4}{r^4} - \frac{6z^2}{7r^2} + \frac{3}{35} \right).$$

Можно использовать и все разложение потенциала по зональным гармоникам, что позволяет повысить точность и учесть несимметричность относительно экватора:

$$U = \frac{\mu}{r} \left[1 - \sum_{n=2}^{\infty} J_n \left(\frac{R_E}{r} \right)^n P_n(\sin \varphi) \right].$$

Здесь $P_n(\sin \varphi)$ – полином Лежандра n -го порядка. Для Земли следующие после 2-го порядка коэффициенты: $J_3 = -2.53 \cdot 10^{-6}$; $J_4 = -1.61 \cdot 10^{-6}$ [6], т.е. ~ на три порядка меньше, чем J_2 .

Замечание 3. В данном случае потенциального осесимметричного силового поля есть еще интеграл осевого момента количества движения точки [4]: $M_z = (\mathbf{e}_z, [\mathbf{r}, \mathbf{V}]) = m = \text{const}$, где \mathbf{e}_z – орт по оси вращения Земли.

ИЗМЕНЕНИЕ КЕПЛЕРОВСКОЙ КОНСТАНТЫ ЭНЕРГИИ НА ОРБИТАХ ОТЛЕТА К ЛУНЕ И ПЛАНЕТАМ

Выписав интеграл (9) для начальной точки траектории $\mathbf{x}_0(\mathbf{r}_0, \mathbf{V}_0, t_0)$ и для некоторой другой ее точки $\mathbf{x}_f(\mathbf{r}_f, \mathbf{V}_f, t_f)$, получим соотношение:

$$h = V_0^2 - \frac{2\mu}{r_0} + \frac{2\varepsilon}{r_0^3} \left(\frac{z_0^2}{r_0^2} - \frac{1}{3} \right) = V_f^2 - \frac{2\mu}{r_f} + \frac{2\varepsilon}{r_f^3} \left(\frac{z_f^2}{r_f^2} - \frac{1}{3} \right). \quad (10)$$

Применим его к анализу траекторий отлета КА от Земли к Луне и планетам.

Из (10) следует, что изменение кеплеровской константы энергии в точном анализе удовлетворяет соотношению:

$$\Delta h_k = h_{kf} - h_{k0} = 2U_{2f} - 2U_{20} = \\ = -\frac{2\varepsilon}{r_f^3} \left(\frac{z_f^2}{r_f^2} - \frac{1}{3} \right) + \frac{2\varepsilon}{r_0^3} \left(\frac{z_0^2}{r_0^2} - \frac{1}{3} \right), \quad (11)$$

$$z/r = \sin \varphi = \sin i \sin u = \sin i \sin(\omega + \theta), \quad (11a)$$

здесь i , ω – наклонение и аргумент перигея орбиты; u , θ – аргумент широты и истинная аномалия точки.

Замечание 4. Интеграл энергии (9) и точное соотношение (11) для изменения Δh_k справедливы для любой орбиты, в частности, для любых значений наклона и эксцентриситета.

Если перейти от кеплеровской константы h_k к полуоси a (3) и линеаризовать по a , то из (11) получим вариацию Δa в первом приближении:

$$\Delta a \approx (a_0^2/\mu) \Delta h_k. \quad (12)$$

При полете КА к планете отлет от Земли будет происходить по гиперболической орбите (в оскулирующем приближении). Для оценок возьмем для этой орбиты скорость “на бесконечности” $V_\infty = 3-4$ км/с. В этом случае расстояние r_f возрастает неограниченно, и предпоследний член в (11) $2U_{2f}$ стремится к нулю, поэтому изменение кеплеровской константы энергии Δh_k стремится к предельному значению Δh_{kl} :

$$\Delta h_k \rightarrow \Delta h_{kl} = -2U_{20} = \frac{2\varepsilon}{r_0^3} \left(\sin^2 \varphi_0 - \frac{1}{3} \right). \quad (13)$$

Если $\sin^2 \varphi_0 < \frac{1}{3}$ ($|\varphi_0| < \varphi_0^* = 35.2644^\circ$), то $\Delta h_{KI} < 0$.

Если $\sin^2 \varphi_0 > \frac{1}{3}$, то $\Delta h_{KI} > 0$. Для полета к Луне полагаем, что используется сильно вытянутая околопараболическая эллиптическая орбита, ее перигей – в начальной точке, $r_\pi = r_0 \approx 6578$ км, начальное расстояние в апогее r_α соответствует расстоянию до Луны r_M при подлете КА к Луне, $r_\alpha \geq (r_M - \Delta r_\alpha)$, $r_M \approx (360-405)$ тыс. км; $\Delta r_\alpha (< 0)$ – поправка на уменьшение r_α за счет сжатия Земли, $\Delta r_\alpha \approx 2\Delta a$. В (11) расстояние r_f возрастает в процессе движения КА от r_0 до $r_M < \infty$, при этом предпоследний член в (11) убывает до некоторой малой величины ($\sim 10^{-6}$ км²/с²), и предельное изменение кеплеровской константы h_{KI} :

$$\Delta h_{KI} \approx -2U_{20} = \frac{2\varepsilon}{r_0^3} \left(\sin^2 \varphi_0 - \frac{1}{3} \right). \quad (14)$$

Для численных оценок, для начальной точки отлета к Луне и планетам с околоземной опорной орбиты возьмем, для определенности, $u_0 = 0$, что близко к характеристикам межпланетных и лунных полетов. Тогда в формулах (13), (14) будет $\varphi_0 = 0$ и $z_0 = 0$, получим:

$$\Delta h_{KI} \approx -2\varepsilon / (3r_0^3). \quad (14a)$$

В этом случае для отлета от Земли как к планете по гиперболической орбите, так и к Луне по вытянутой эллиптической орбите, $\Delta h_{KI} \approx -0.0617$ км²/с². Численные расчеты подтверждают эти оценки [7, 8]. При $h_K < 0$ это изменение кеплеровской константы энергии (14) соответствует изменению большой полуоси орбиты, в соответствии с (12): $\Delta a \approx -6200$ км при $a_0 = 200$ тыс. км, $\Delta a \approx -8900$ км при $a_0 = 220$ тыс. км, $\Delta a \approx -56000$ км при $a_0 = 600$ тыс. км. Практически это изменение происходит быстро, в течение ~ первых трех часов начального полета КА от Земли, при возрастании расстояния r_f до ~70 тыс. км.

СКОРОСТЬ ОТЛЕТА КА С ОКОЛОЗЕМНОЙ ОПОРНОЙ ОРБИТЫ

Изменение кеплеровской константы энергии, вызванное сжатием Земли, приводит в рамках модели (4), (5) к изменению начальной скорости КА отлета от Земли по сравнению с кеплеровской моделью движения. Для корректности анализа зададим для орбиты отлета некоторое значение кеплеровской константы энергии h_{Kg} (или V_∞, a). Тогда в кеплеровской модели движения КА (1)–(2), в силу интеграла (3), начальная скорость:

$$V_0 = (h_{Kg} + 2\mu/r_0)^{1/2}. \quad (15)$$

При учете сжатия Земли, в модели (4)–(5), при условии $h_{Kf} = h_{Kg}$, в силу интеграла (10), начальная скорость определится из соотношения:

$$V_0 = \sqrt{h_{Kg} + \frac{2\mu}{r_0} + 2U_{20} - 2U_{2f}} = \sqrt{h_{Kg} + \frac{2\mu}{r_0} + \Delta h}, \quad (16)$$

где

$$\Delta h = 2U_{20} - 2U_{2f} = \frac{2\varepsilon}{r_f^3} \left(\frac{z_f^2}{r_f^2} - \frac{1}{3} \right) - \frac{2\varepsilon}{r_0^3} \left(\frac{z_0^2}{r_0^2} - \frac{1}{3} \right) \approx -\frac{2\varepsilon}{r_0^3} \left(\frac{z_0^2}{r_0^2} - \frac{1}{3} \right).$$

Дадим численные оценки для случая $z_0 = 0$. При отлете от Земли к планете по геоцентрической орбите с $V_\infty = 3-4$ км/с учет сжатия Земли в (16) увеличивает по сравнению с кеплеровским случаем (15) начальную скорость V_0 от ~11.410–11.713 до ~11.413–11.716 км/с, т.е. на ~3 м/с. При полете к Луне, при $r_\alpha = r_M + |\Delta r_\alpha|$, $r_M = 400$ тыс. км, учет сжатия увеличивает начальную скорость V_0 от ~10.919 до ~10.922 км/с, т.е. тоже на ~3 м/с. Это приводит к заданию начальной оскулирующей большой полуоси орбиты, увеличенной (по сравнению с кеплеровским случаем) на ~6.5 тыс. км, и увеличенного на ~13 тыс. км [7, 8] начального апогейного расстояния r_α , как отмечено выше.

ОЦЕНКА ИЗМЕНЕНИЯ КЕПЛЕРОВСКОЙ КОНСТАНТЫ ЭНЕРГИИ В ПЕРВОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

При анализе движения КА по гиперболической и сильно вытянутой эллиптической орбите мы использовали расстояние до центра Земли в качестве параметра на траектории. В общем случае удобнее взять за параметр на орбите истинную аномалию θ [9] или время t , или среднюю аномалию M [10, 11]. Преобразуем соотношения (11), (12) для использования угла θ при определении изменения кеплеровской константы Δh_K (или полуоси Δa), в первом приближении. Тогда, согласно (11), (11a), учитывая также уравнение орбиты, получим:

$$\Delta h_K = 2U_{2f} - 2U_{20} \approx -\frac{2\varepsilon}{p^3} (1 + e \cos \theta)^3 \times \left[\sin^2 i \sin^2 (\omega + \theta) - \frac{1}{3} \right] - 2U_{20}, \quad (17)$$

где элементы орбиты: фокальный параметр p , эксцентриситет e , i , ω равны их начальным значениям p_0, e_0, i_0, ω_0 . Изменение Δa определится по (12). Если орбита эллиптическая, $a > 0$, и рассматривается многооборотное движение точки, то можно провести усреднение движения. Для упрощения этой процедуры, используя элементарные тождественные тригонометрические преобразования, приво-

дим $2U_{2f}$ к сумме константы c_{00} и нескольких слагаемых вида: $(2\varepsilon/p^3) c_j(i, e) \cos(n_j\omega + m_j\theta)$, где n_j, m_j – целые числа:

$$2U_{2f} = c_{00} + (2\varepsilon/p^3) \sum_{j=1}^J c_j(i, e) \cos(n_j\omega + m_j\theta),$$

$$c_{00} = (2\varepsilon/3p^3) \left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 i\right) \left(1 + \frac{3}{2} e^2\right).$$

Эта константа дает “среднее” смещение кеплеровской константы энергии h_K за счет сжатия Земли, согласно (17). В данной задаче этот параметр θ удобен, но принято делать осреднение по средней аномалии M . Тогда, после некоторых преобразований, получим “среднее” по M значение функции $2U_{2f}$:

$$c_{0M} = (2\varepsilon/3ap^2) \left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 i\right) (1 - e^2)^{1/2}.$$

Замечание 5. Пусть небесное тело не отлетает от Земли, а приближается к ней, входя в ее атмосферу. Тогда изменение кеплеровской константы энергии со временем осуществляется в обратном направлении. При этом расстояние от Земли r уменьшается со временем, и величина потенциала U_2 возрастает до конечного значения, соответствующего входу в атмосферу, $r \sim 6478$ км.

Замечание 6. Если небесное тело (КА, астероид, комета) приближается к Земле, двигаясь на большом расстоянии ($r \sim 300$ – 400 тыс. км) от Земли по эллиптической околопараболической орбите, для которой $-\Delta h_K < h_K < 0$, то из-за сжатия Земли кеплеровская константа энергии может увеличиться до положительного значения, и это тело сблизится с Землей по гиперболической орбите. Возможен и другой случай, когда под влиянием сжатия Земли орбита меняет свою структуру с гиперболической на эллиптическую.

ВЫВОДЫ

Упрощенный анализ влияния сжатия Земли как тела вращения – на основе зональных гармоник гравитационного потенциала – позволяет

использовать интеграл энергии, обобщающий интеграл энергии в кеплеровском случае. Это дает возможность рассмотреть некоторые качественные особенности движения КА при полете к Луне и планетам и при возврате к Земле, а также небесных тел, астероидов и комет, тесно сближающихся с Землей. Сжатие Земли может вызвать изменение структуры орбит этих тел – с эллиптической на гиперболическую и обратно.

В заключение автор выражает искреннюю признательность В.В. Сазонову и А.А. Суханову за интересное обсуждение работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Суслов Г.К.* Теоретическая механика. М.: Гостехиздат, 1944.
2. *Аким Э.Л., Энеев Т.М.* Определение параметров движения космического летательного аппарата по данным траекторных измерений // Космич. исслед. 1963. Т. 1. Вып. 1. С. 5–50.
3. *Эльясберг П.Е.* Введение в теорию полета искусственных спутников Земли. М.: Наука, 1965.
4. *Арнольд В.И.* Математические методы классической механики. М.: Наука, 1979.
5. *Охоцимский Д.Е., Сихарулидзе Ю.Г.* Основы механики космического полета. М.: Наука, 1990.
6. *Chobotov V.A.* Orbital Mechanics // Ed. AIAA Education Series. AIAA, USA, 2002.
7. *Ивашкин В.В.* Оптимизация космических маневров при ограничениях на расстояния до планет. М.: Наука, 1975.
8. *Ивашкин В.В.* Об оптимальных траекториях полета КА к Луне в системе Земля–Луна–Солнце. Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 2001. № 85.
9. *Krause H.G.L.* Die säkularen und periodischen Störungen der Bahn eines künstlichen Erdsatteliten // 7th International Astronautical Congress, Rome. 1956. Proceedings. P. 523–585.
10. *Проскурин В.Ф., Батраков Ю.В.* Возмущения в движении искусственных спутников, вызываемые сжатием Земли // Бюллетень Института теоретической астрономии. 1960. Т. 7. № 7(90). С. 537–549.
11. *Абалакин В.К. и др.* Справочное руководство по небесной механике и астродинамике. М.: Наука, 1976.

УДК 629.78

ВЛИЯНИЕ ВОЗМУЩЕНИЙ ПРИ МНОГОВИТКОВЫХ ПЕРЕЛЕТАХ НА ГЕОСТАЦИОНАРНУЮ ОРБИТУ

© 2021 г. Р. З. Ахметшин*

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия

**axmetro@yandex.ru*

Поступила в редакцию 23.12.2020 г.

После доработки 18.01.2021 г.

Принята к публикации 22.01.2021 г.

Рассматриваются перелеты на геостационарную орбиту (ГСО) КА с электроракетными двигателями (ЭРД) малой тяги и энергетикой от солнечных батарей. Исследуется влияние таких возмущающих факторов, как гравитационное воздействие Солнца и Луны, вариации геопотенциала и выключение тяги ЭРД при попадании КА в тень Земли. Анализируется как влияние всех факторов вместе, так и каждого из них в отдельности. В каждом случае, с целью минимизации затрат рабочего вещества на перелет, на основе принципа максимума Понтрягина формируется и решается двухточечная краевая задача. Только в случае с выключением тяги в области тени решается т. н. “неполная” краевая задача, в которой не учитываются условия оптимального пересечения границ тени. Хотя при этом перелеты получаются неоптимальными, за счет выбора параметров задачи удается получать хорошие (по затратам) решения. Критерием служит сравнение с номинальными траекториями – оптимальными перелетами в центральном ньютоновском поле Земли без выключения тяги и без учета гравитационного воздействия Солнца и Луны. Приведены результаты расчетов для нескольких номинальных траекторий, различающихся по продолжительности перелета, количеству витков и другим параметрам.

DOI: 10.31857/S0023420621050010

Данная работа является продолжением работы [1], в которой на примере одной т. н. “номинальной” траектории исследовалось влияние одного возмущающего фактора – выключения тяги ЭРД при попадании КА в тень Земли. В данной работе на примере пяти различных номинальных траекторий анализируется влияние четырех возмущающих факторов – выключения тяги в области тени, гравитационного воздействия Солнца и Луны и вариаций геопотенциала. Под номинальной траекторией понимается оптимальная траектория перелета в центральном ньютоновском поле Земли КА с постоянно работающей и постоянной по величине малой тягой в отсутствие вышеназванных возмущений.

НАЧАЛЬНЫЕ ОРБИТЫ

В общем случае перелет на геостационарную орбиту с использованием малой тяги представляет собой второй этап комбинированного маневра, в котором задействованы и большая, и малая тяга. На его первом этапе с помощью большой тяги космический аппарат выводится на промежуточную орбиту, с которой затем он перелетает по многовитковой траектории на ГСО с помощью

ЭРД малой тяги. Промежуточная орбита, которая является начальной для перелета с малой тягой, есть результат компромиссного выбора в пользу большего использования в комбинированном маневре большой тяги, либо малой тяги [2]. Чем больше вклад малой тяги (в т. ч. в поворот плоскости орбиты) – тем больше полезная нагрузка, выводимая на ГСО, но и больше продолжительность перелета (и наоборот).

Варианты такого компромисса приведены в табл. 1, где даны характеристики начальных (для перелета с малой тягой) орбит (орбиты 1–4). Несколько особняком стоит последний вариант, который выделяется тем, что масса КА заметно меньше, чем в других случаях, а тяговооруженность существенно больше. Наиболее выразительный параметр, по которому различаются эти орбиты – наклонение, возрастающее от 4° для 1-й орбиты до 46.5° для 5-й. Также показателен радиус перигея, уменьшающийся с ≈ 29 тыс. км для 1-й орбиты до ≈ 7 тыс. км для двух последних орбит. Отметим также, что для первых двух орбит радиусы перигея > 15 тыс. км, то есть выше основного радиационного пояса.

Отметим еще, что начальные орбиты имеют большой эксцентриситет. Это связано, в частно-

Таблица 1. Примеры начальных орбит, с которых осуществляется перелет на ГСО с помощью малой тяги

	H_{π} , тыс. км	H_{α} , тыс. км	R_{π} , тыс. км	R_{α} , тыс. км	e	i , град	ω , град	T , сут
1	23	55.6	29.371	61.971	0.3569	4°	0°	1.124
2	9.2	76.8	15.571	83.171	0.6846	13°	0°	1.264
3	2.793	78.8	9.164	85.171	0.8057	26°	0°	1.180
4	0.793	79.8	7.164	86.171	0.8465	41°	0°	1.161
5	0.793	68.94	7.164	75.311	0.8263	46.5°	0°	0.965

H_{π} , R_{π} – высота и радиус перигея, H_{α} , R_{α} – высота и радиус апогея, e – эксцентриситет, i – наклонение, ω – угловое расстояние перигея от узла, T – период.

Таблица 2. Номинальные траектории перелета на ГСО (в отсутствие возмущений)

	1 “короткая”	2 “средняя”	3 “длинная”	4 “очень длинная”	5 “легкий” КА
Δi , град	4°	13°	26°	41°	46.5°
N , витки	65	157	232	281	103
T , сут	69.1	180	269.7	343.9	120.3
$M_{КА}$, кг	4287	5548	6397	7074	2325
$M_{РВ}$, кг	186.3	485.3	727.2	927.3	324.2
a_0 , мм/с ²	0.128	0.099	0.086	0.077	0.236

Δi – изменение наклонения, N – количество витков, T – продолжительность перелета, $M_{КА}$ – начальная масса КА, $M_{РВ}$ – затраты рабочего вещества, a_0 – начальное ускорение малой тяги.

сти, с тем, что при комбинированном маневре необходимо повернуть плоскость орбиты на большой угол, что эффективней осуществлять на большом удалении от Земли, в окрестности апогея.

НОМИНАЛЬНЫЕ ТРАЕКТОРИИ

Для получения номинальных траекторий решается двухточечная краевая задача. Предполагается, что тяга работает постоянно (2 ЭРД СПД-140 с удельной тягой 1790 с и суммарной тягой 0.548 Н). В таком случае получаем задачу на минимум времени перелета, т.е. задачу быстродействия. На направление тяги не накладывается никаких ограничений, оно выбирается оптимальным на основе принципа максимума. Как и в работе [1], будем использовать равноденственные переменные φ , h , y , z , v , w , которые определяются через гравитационную постоянную Земли μ_E и оскулирующие переменные p , e , θ , ω , Ω , i формулами:

$$h = (\mu_E/p)^{1/2}, \quad y = e \cos(\omega + \Omega), \quad v = \cos \Omega \operatorname{tg}(i/2), \\ \varphi = \theta + \omega + \Omega, \quad z = e \sin(\omega + \Omega), \quad w = \sin \Omega \operatorname{tg}(i/2).$$

Два параметра в табл. 1: высота перигея H_{π} и апогея H_{α} – задают конфигурацию орбиты (значения p и e). А ее положение в пространстве определяют параметры i_0 , ω_0 , Ω_0 . Как и в [1], зафиксируем $\omega_0 = 0^\circ$. Дополнительно предполагается, что КА стартует из перигея начальной орбиты, т.е. $\theta_0 = 0^\circ$ (следовательно, $\varphi_0 = \Omega_0$), а конечный мо-

мент времени определяется заданной угловой дальностью перелета, а именно, целым количеством витков N в переменной φ ($\varphi_k = \varphi_0 + 2\pi N$). Как правило, значение N подбирается оптимальным, для чего приходится решать несколько краевых задач.

В результате у нас остается два свободных параметра: долгота восходящего узла Ω_0 и время (дата) старта t_0 (измеряется в сутках от 00.00 1.1.2018). В силу того, что ГСО – круговая, ньютоновское поле – центральное, и отсутствуют возмущения, имеется симметрия по отношению к параметру Ω_0 : изменение Ω_0 приводит к повороту начальной орбиты и траектории перелета как целого вокруг оси вращения Земли. Параметр t_0 также не влияет на траекторию перелета, поскольку от него не зависят ни положение начальной орбиты в пространстве, ни положение КА на орбите в начальный момент времени (в силу принятых выше допущений). Поэтому характеристики номинальных траекторий (условно названных как “короткая”, “средняя”, “длинная”, “очень длинная” и траектория “легкого” КА) одинаковы для всех значений параметров Ω_0 , t_0 . Они приведены в табл. 2.

УЧЕТ ВОЗМУЩЕНИЙ В УРАВНЕНИЯХ ДВИЖЕНИЯ КА

Изменение оскулирующей орбиты происходит под воздействием ускорения \mathbf{a} , которое равно

сумме ускорений от малой тяги \mathbf{a}_{MT} , притяжения Луны $\mathbf{a}_{\text{Л}}$, Солнца $\mathbf{a}_{\text{С}}$ и вариаций геопотенциала $\mathbf{a}_{\text{ВП}}$: $\mathbf{a} = \mathbf{a}_{\text{MT}} + \mathbf{a}_{\text{Л}} + \mathbf{a}_{\text{С}} + \mathbf{a}_{\text{ВП}}$. Тень влияет через обнуление ускорения \mathbf{a}_{MT} . В результате все возмущения входят в уравнения движения КА, и в т. ч. в уравнения оптимального движения в равноденственных переменных, линейно [3], поэтому есть возможность исследовать их воздействие и совместно, и по отдельности.

Для возмущений $\mathbf{a}_{\text{Л}}$, $\mathbf{a}_{\text{С}}$ и $\mathbf{a}_{\text{ВП}}$ краевая задача формируется стандартным образом, а в случае учета возмущений от тени решается т. н. “неполная” краевая задача, в которой не учитываются условия оптимального пересечения границ тени [1].

В расчетах используется цилиндрическая модель тени, эфемериды DE405 [4] для расчета координат Луны и Солнца, матрица 12×12 разложения геопотенциала в ряд по сферическим функциям [5] и программное обеспечение SOFA [6] для учета вращения Земли.

ГРАВИТАЦИОННОЕ ВЛИЯНИЕ ЛУНЫ

На рис. 1а для $t_0 = 0$ показаны зависимости дополнительных затрат рабочего вещества $\Delta M_{\text{РВ}}$ от параметра Ω_0 для всех пяти траекторий. Для коротких траекторий 1 и 5 графики почти совпадают. Для остальных они качественно похожи, различаясь диапазоном изменения $\Delta M_{\text{РВ}}$. В процентах от $M_{\text{РВ}}$ это $[-0.44...0.38\%]$ (тр. 1), $[-0.78...0.69\%]$ (тр. 2), $[-1.09...1.02\%]$ (тр. 3), $[-1.33...1.33\%]$ (тр. 4), $[-0.49...0.41\%]$ (тр. 5).

Зависимость дополнительных затрат $\Delta M_{\text{РВ}}$ от параметра t_0 на интервале в 28 сут для различных значений Ω_0 показана на рис. 1б для средней траектории (тр. 2 на рис. 1а). Для графиков на рис. 1б максимальный диапазон изменения $\Delta M_{\text{РВ}}$ (разность между максимальным и минимальным значениями) равен 0.21 (для $\Omega_0 = 260^\circ$), минимальный -0.14 (для $\Omega_0 = 0^\circ$), что в 7–10 раз меньше диапазона изменения $\Delta M_{\text{РВ}}$ для траектории 2 на рис. 1а.

Из этих данных следует, что наилучшие (наименьшие) $\Delta M_{\text{РВ}}$ достигаются примерно в диапазоне значений $\Omega_0 \in [280^\circ...320^\circ]$; приемлемые (отрицательные или близкие к нулевым) – для $\Omega_0 \in [210^\circ...360^\circ]$. Причем для всех пяти траекторий затраты $\Delta M_{\text{РВ}}$ не превышают 1.5%.

ГРАВИТАЦИОННОЕ ВЛИЯНИЕ СОЛНЦА

Аналогичные графики в случае возмущений от Солнца представлены на рис. 2. В отличие от рис. 1а, где на интервале $[0^\circ...360^\circ]$ один минимум, на рис. 2а графики $\Delta M_{\text{РВ}}$ имеют по два локальных минимума, причем меньший – в диапазоне $[180^\circ...360^\circ]$.

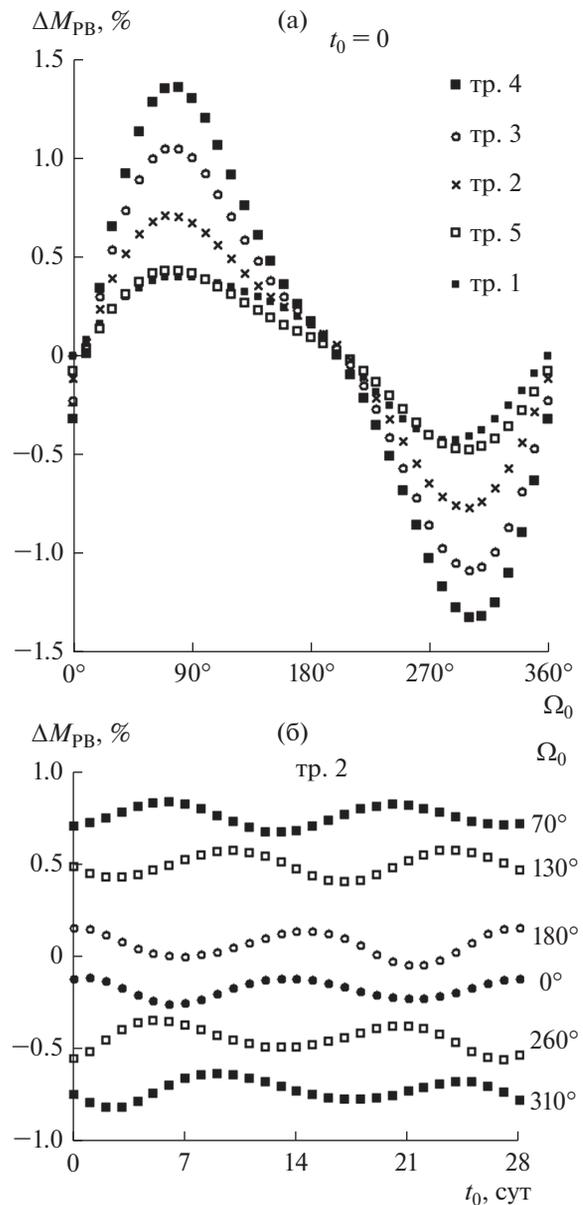


Рис. 1. Гравитационное влияние Луны в зависимости от (а) параметра Ω_0 (при $t_0 = 0$) для пяти номинальных траекторий и (б) от t_0 (при заданных Ω_0) для средней траектории (тр. 2). Дополнительные затраты $\Delta M_{\text{РВ}}$ – в процентах от $M_{\text{РВ}}$.

А из графиков для средней траектории, представленных на рис. 2б, видно, что диапазоны изменения $\Delta M_{\text{РВ}}$ довольно большие: 1.04% для $\Omega_0 = 230^\circ$, 0.94% для 290° , 0.79% для 340° , что сравнимо с диапазоном 1.38% изменения $\Delta M_{\text{РВ}}$ для траектории 2 на рис. 2а. Поэтому для других значений t_0 графики, приведенные на рис. 2а, будут заметно отличаться, что видно из рис. 2в, где для средней траектории даны графики для t_0 с интервалом в 1.5 мес. (0, 46, 91, 137). Для второго полугодия (183, 228, 274, 320), как следует из рис. 2б,

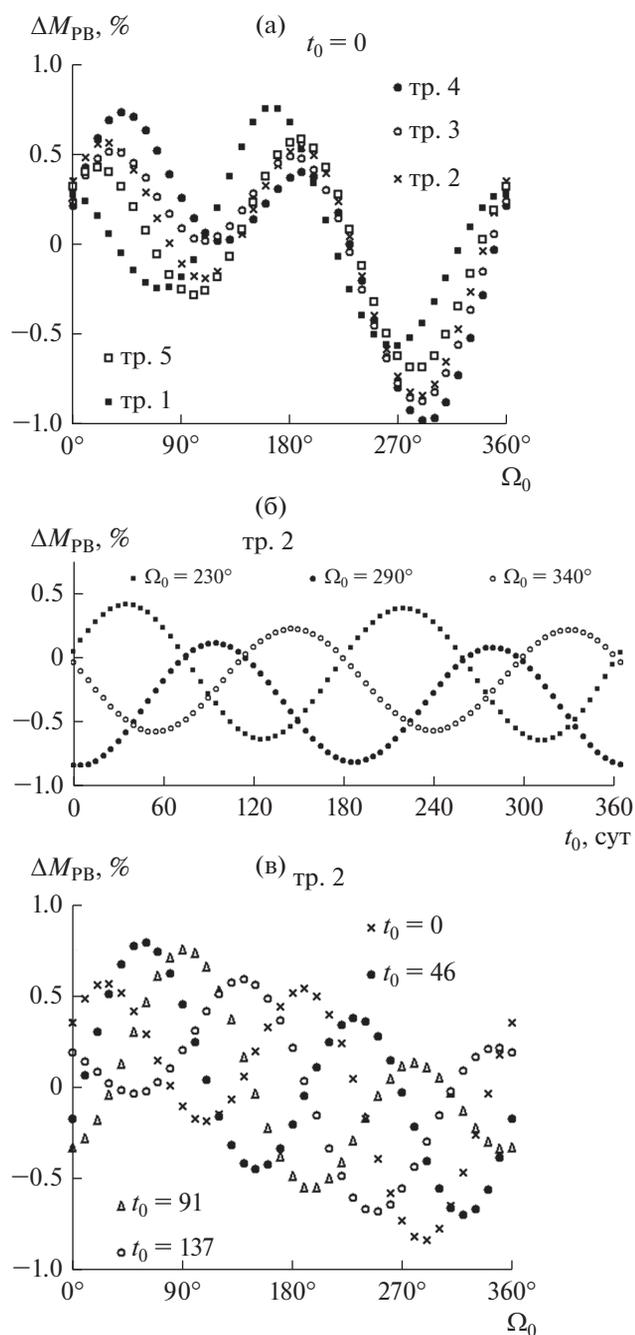


Рис. 2. Гравитационное влияние Солнца в зависимости от (а) параметра Ω_0 – на пяти номинальных траекториях при $t_0 = 0$, (б) от t_0 – на средней траектории (тр. 2) для трех значений Ω_0 , и (в) от Ω_0 – также на средней траектории для четырех значений t_0 .

графики почти не будут отличаться от представленных.

Из рис. 2в видно, хотя и не так явно, как в случае с Луной, что диапазон углов Ω_0 [180°...360°] предпочтительней, чем диапазон [0°...180°]. А если учитывать совместное влияние Солнца и Луны, то

понятно, что диапазон углов Ω_0 [180°...360°] явно лучше. Отметим еще, что для всех пяти траекторий затраты $\Delta M_{PB} < 1\%$.

ВЛИЯНИЕ ВЫКЛЮЧЕНИЯ ТЯГИ ЭРД ПРИ ПОПАДАНИИ КА В ТЕНЬ ЗЕМЛИ

Сначала рассмотрим среднюю номинальную траекторию, поскольку для нее задача с выключением тяги в области тени уже была подробно исследована в работе [1], в которой результаты расчетов дополнительных затрат ΔM_{PB} были приведены в таблице с шагом по времени t_0 в 1.5 мес. и шагом по Ω_0 в 10°. Здесь они представлены более наглядно на рис. 3а, где изолинии отображают затраты ΔM_{PB} как функции двух параметров (t_0, Ω_0). Они построены на основе расчетов с шагом по t_0 в 5 сут и шагом по Ω_0 в 10°. В [1] отмечалось, что решения неполной краевой задачи, которые не являются оптимальными, могут превышать номинальные затраты на десятки процентов. Для средней траектории $\max \Delta M_{PB} > 37\%$. Но при этом есть много “хороших” решений, с $\Delta M_{PB} \leq 2\%$. Таковых примерно 64%. Более того, поскольку за счет выбора времени старта в интервале одних суток можно получить весь спектр значений Ω_0 , то допустимо решать задачу минимизации ΔM_{PB} по параметру Ω_0 . В результате были получены наилучшие, с точностью до 1°, значения Ω_0^T (на рис. 3а они отмечены значками “х”) такие, что для всех t_0 дополнительные затраты оказались отрицательными (отмечены белыми квадратами на рис. 3б). Минимальное $\Delta M_{PB} = -0.5\%$.

Для короткой номинальной траектории результаты влияния тени представлены на рис. 4. Т. к. продолжительность перелета всего 69.1 сут, существуют такие значения параметров (t_0, Ω_0), при которых КА вообще не попадает в тень Земли. Они отмечены значками “0”. В остальной области параметров, за небольшим исключением, $\Delta M_{PB} \leq 2\%$. Количество вариантов с $\Delta M_{PB} > 2\%$ примерно 6%. Максимальное $\Delta M_{PB} = 9.4\%$, минимальное $\Delta M_{PB} = -0.9\%$. Наилучшие значения Ω_0^T также отмечены значками “х” на рис. 4а, а соответствующие значения ΔM_{PB} – черными квадратами на рис. 4б.

Для длинной номинальной траектории результаты влияния тени приведены на рис. 5. Максимальное $\Delta M_{PB} = 31.7\%$, минимальное $\Delta M_{PB} = -0.5\%$. В отличие от короткой и средней траекторий, вариантов с $\Delta M_{PB} \leq 2\%$ значительно меньше – примерно 40%, и не для всех t_0 на рис. 5б минимальное (по параметру Ω_0) значение $\Delta M_{PB} < 0$.

На траектории легкого КА ускорение малой тяги в 2–3 раза больше, чем в других случаях. По-

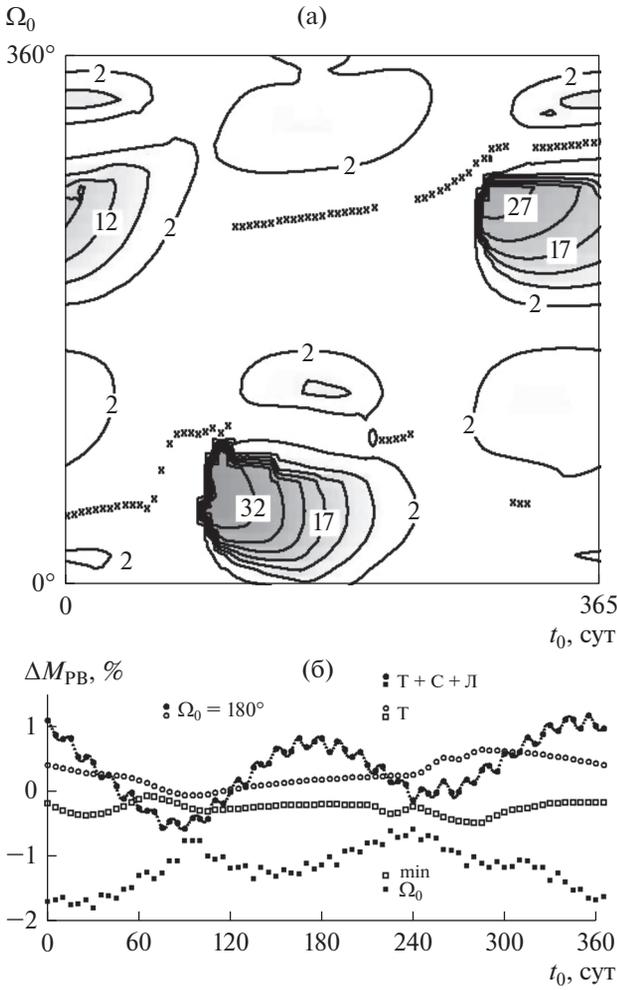


Рис. 3. Влияние возмущений на средней траектории: (а) изолинии уровней дополнительных затрат ΔM_{PB} (t_0, Ω_0) из-за выключения тяги в области тени; значком “х” отмечены наилучшие (для данного t_0) значения Ω_0 ; (б) затраты ΔM_{PB} (при наилучших Ω_0 , либо при $\Omega_0 = 180^\circ$) в случае влияния только тени (Т) либо совместного влияния тени, Солнца (С) и Луны (Л).

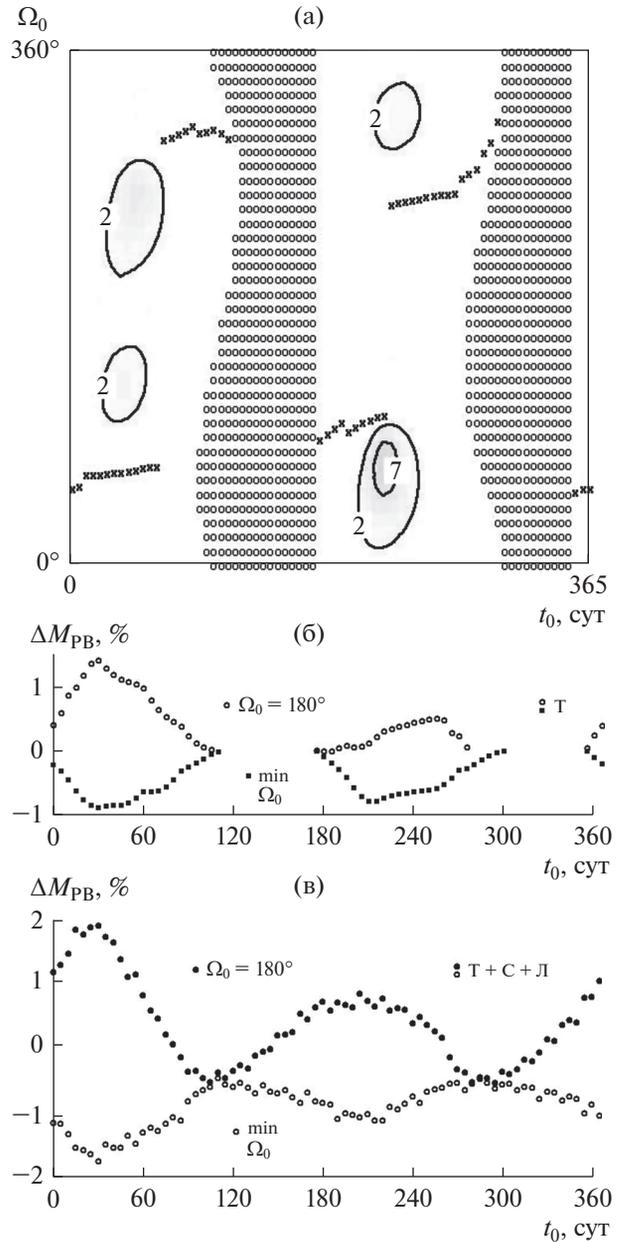


Рис. 4. Влияние возмущений на короткой траектории. Значком “0” отмечены области параметров, для которых на траектории вообще нет участков с тенью.

этому продолжительность перелета всего 4 мес., и есть немало вариантов (~10%), когда на траектории вообще нет участков с тенью (рис. 6а), а минимальные по параметру Ω_0 затраты ΔM_{PB} для всех t_0 меньше 0 (рис. 6б). И это при том, что раскрутка идет с начальной орбиты с высотой перигея <800 км, и оскулирующая орбита поворачивается на самый большой угол – 46.5°. По этим показателям номинальная траектория сравнима с очень длинной траекторией. По количеству вариантов с $\Delta M_{PB} > 2\%$ (~40%), максимальному и минимальному значениям ΔM_{PB} (32.5%, -0.56%) она сравнима со средней траекторией, а по продолжительности перелета и количеству витков занимает промежуточное положение между короткой и средней траекториями.

В [1] отмечалось, что существует особое положение начальной орбиты относительно орбиты Солнца – при $\Omega_0 = 180^\circ$, при котором для всех значений t_0 величины ΔM_{PB} “хорошие”. Для рассмотренных траекторий это также имеет место (отмечено белыми кружками на рис. 26–66): $\Delta M_{PB} < 0.6\%$ (тр. 2), $< 1.5\%$ (тр. 1), $< 0.7\%$ (тр. 3), $< 1.7\%$ (тр. 5).

Отметим, что траектории 1–4 из табл. 2 можно рассматривать как траектории “одного ряда реше-

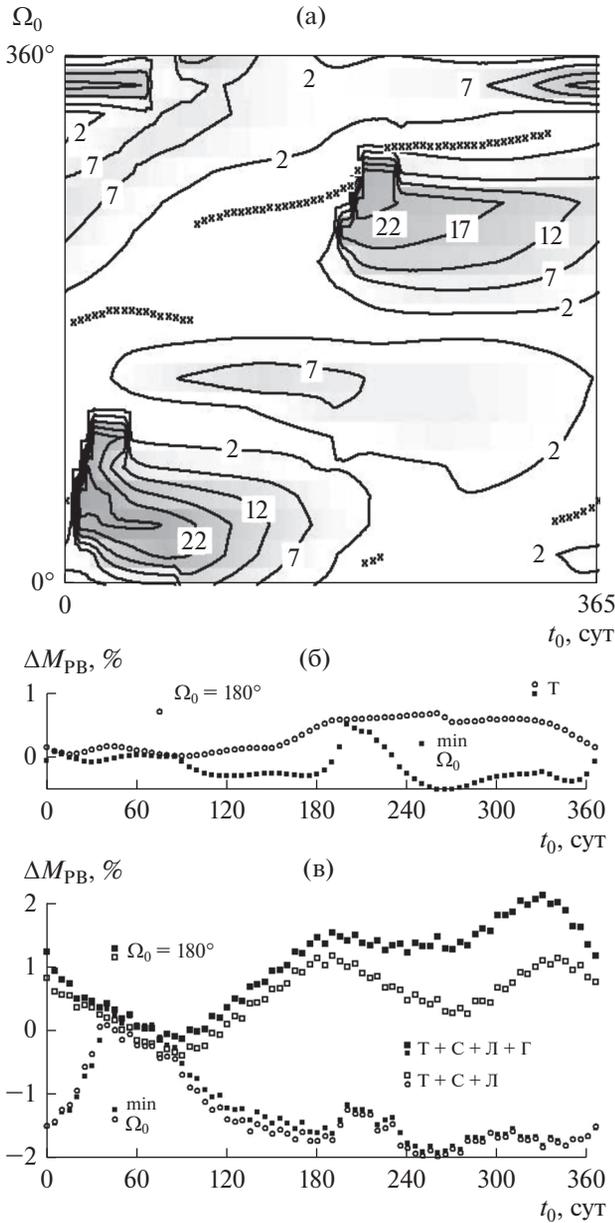


Рис. 5. Влияние возмущений на длинной траектории; “+Γ” означает, что совместно с другими возмущениями учитывается влияние вариаций геопотенциала.

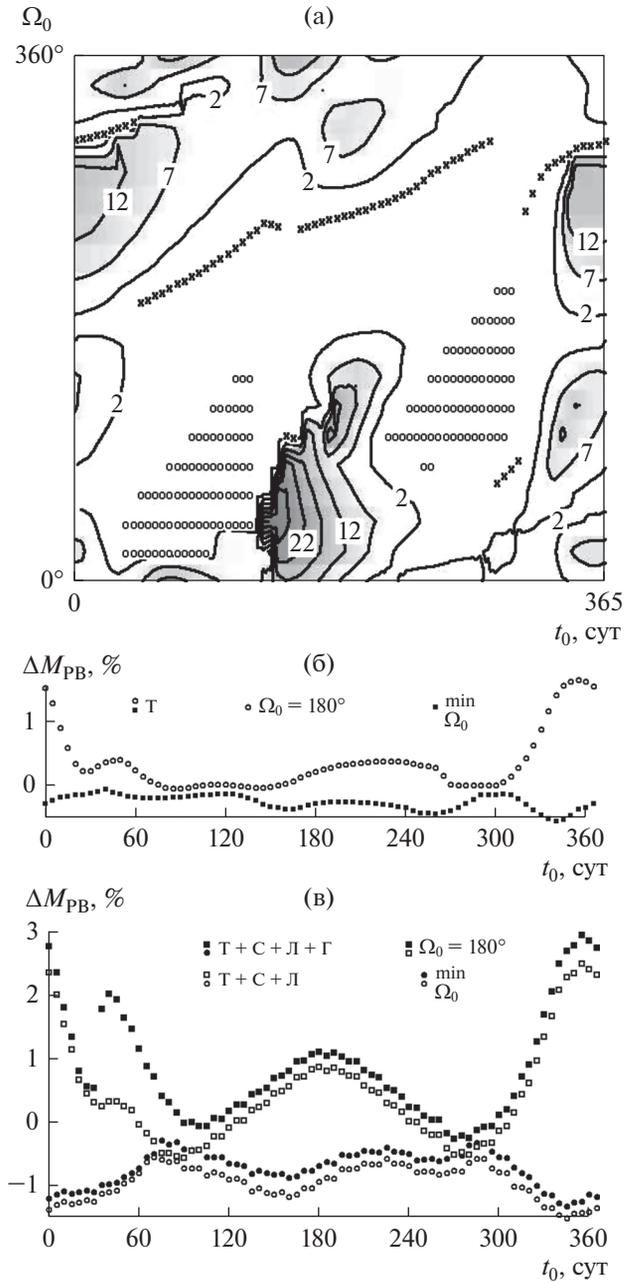


Рис. 6. Влияние возмущений на траектории легкого КА.

ний” комбинированного выведения КА на ГСО (с постепенным уменьшением вклада большой тяги и увеличением вклада малой тяги). И потому допустимо на основе решений рассмотренных задач (для короткой, средней и длинной траекторий) делать оценочные прогнозы для четвертой задачи — для очень длинной траектории. Сравнение рис. 3а, 4а, 5а показывает, что с увеличением количества витков и продолжительности номинальной траектории быстро уменьшается количество хороших вариантов (с $\Delta M_{PB} \leq 2\%$): 94, 64, 40%. Из этих данных следует, что хороших вари-

антов для очень длинной траектории скорее всего мало, да и расположены они большей частью в области $\Omega_0 \sim 180^\circ$.

Поскольку с увеличением количества витков и продолжительности перелета трудоемкость решения краевой задачи также быстро возрастает, было решено ограничиться расчетами в основном для $\Omega_0 = 180^\circ$ (белые кружки на рис. 7а) и близких к 180° значений (черные квадраты). Для $\Omega_0 = 180^\circ$ для всех значений t_0 имеем $\Delta M_{PB} < 0.7\%$. Опираясь на результаты для длинной траектории, были

сделаны попытки поиска и для некоторых других значений Ω_0 . Удалось найти ветвь решений, которая дает лучшие ΔM_{PB} в интервале $t_0 \in [85...115]$ ($\Omega_0 \in [253^\circ...264^\circ]$). На рисунке она отмечена белыми треугольниками.

СОВМЕСТНОЕ ВЛИЯНИЕ ТЕНИ, ЛУНЫ И СОЛНЦА

Отметим, что половина наилучших Ω_0^T для короткой траектории расположена в диапазоне $[180^\circ...360^\circ]$, для остальных трех траекторий в диапазоне $[180^\circ...360^\circ]$ расположена большая часть наилучших Ω_0^T . Причем и для остальных значений t_0 есть “хорошие” Ω_0 из диапазона $[180^\circ...360^\circ]$, для которых ΔM_{PB} лишь незначительно больше минимальных значений из $[0^\circ...180^\circ]$. Т. к. диапазон $[180^\circ...360^\circ]$ предпочтительней и в случае гравитационного воздействия Луны и Солнца, то при учете влияния трех возмущающих факторов (тени, Солнца, Луны) ΔM_{PB} как правило меньше, чем при учете только тени. При этом наилучшие Ω_0^{TCL} оказываются вблизи значений Ω_0^T , отмеченных значком “х” на рис. 3а–3б, для тех t_0 , для которых Ω_0^T находятся в диапазоне $[180^\circ...360^\circ]$. Разница не превышает 7° . А для перелетов с $\Omega_0 = 180^\circ$, наоборот, ΔM_{PB} в большинстве случаев больше, чем при учете только тени – в основном из-за влияния Солнца. Это хорошо видно на рис. 3б, где светлыми значками отмечены ΔM_{PB} при возмущениях только от тени, темными значками – при возмущениях от тени, Солнца и Луны. Во втором случае разница между двумя графиками (для наилучших Ω_0 и $\Omega_0 = 180^\circ$) может достигать 4% (рис. 6в).

При сравнении двух графиков на рис. 3б, прорисованных светлыми и темными кружками, хорошо видно долго-периодичное влияние Солнца и коротко-периодичное влияние Луны. Отметим, что хаотичность расположения черных квадратов на самом нижнем графике обусловлена не только влиянием Луны, но и возможным изменением количества витков при переходе к “соседней” траектории, и дискретным изменением Ω_0^{TCL} .

ВЛИЯНИЕ ВАРИАЦИЙ ГЕОПОТЕНЦИАЛА

Т. к. высота перигея начальной орбиты для первых двух траекторий большая, дополнительные затраты из-за вариаций геопотенциала невелики (поэтому на графиках они не показаны). На короткой траектории для всех t_0 они не превышают 0.015% (и для наилучших Ω_0 , и для $\Omega_0 = 180^\circ$). На средней траектории для наилучших Ω_0 имеем $\Delta M_{PB} < 0.05\%$, для $\Omega_0 = 180^\circ$ $\Delta M_{PB} < 0.16\%$.

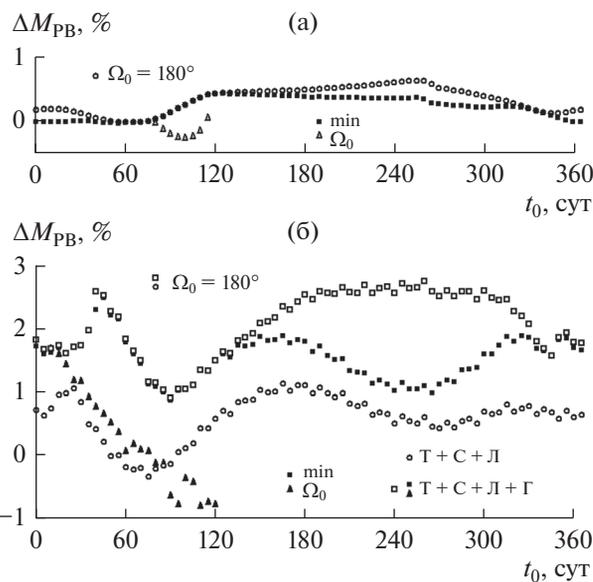


Рис. 7. Влияние возмущений на очень длинной траектории.

На длинной траектории и траектории легкого КА дополнительные затраты для наилучших Ω_0 не превышают трети процента от номинальных, а для $\Omega_0 = 180^\circ$ они могут превышать 1.1% на длинной траектории и 1.6% на траектории легкого КА (рис. 5в и 6в).

Наконец, на очень длинной траектории (рис. 7б) для $\Omega_0 = 180^\circ$ вклад вариаций геопотенциала в ΔM_{PB} может превышать 2.1%, а общие затраты от возмущений могут быть более 2.7% (для $t_0 = 260$). На рисунке также показаны результаты локальной минимизации затрат по параметру Ω_0 вдоль основной ветви – черными квадратами, и вдоль второй ветви – черными треугольниками.

Отметим, что графики $\Delta M_{PB}(t_0)$ с $\Omega_0 = 180^\circ$ имеют минимумы по t_0 обычно в окрестности $t_0 \sim 90-100$, иногда в окрестности $t_0 \sim 270-280$, причем для очень длинной траектории он равен $\sim 1\%$, для других траекторий – меньше 0. Для наилучших значений (t_0, Ω_0) , затраты могут составить $\Delta M_{PB} \sim -1.5...-2\%$.

Итак, решая для многовитковых перелетов с высокоэллиптических орбит на ГСО неполную краевую задачу (не учитывая оптимальные условия пересечения границ тени), с выключением тяги в области тени и возмущениями от Солнца, Луны и вариаций геопотенциала, для рассмотренных траекторий (продолжительностью от 2.3 до 11.5 мес., с количеством витков от 65 до 281 и начальными ускорениями от малой тяги $0.077...0.236 \text{ мм/с}^2$) для $\Omega_0 = 180^\circ$ в худшем случае (по дате старта t_0) получаем дополнительные затраты $\Delta M_{PB} \sim 2-3\%$, в лучшем – от -0.5 до 1% . За

счет выбора хороших значений Ω_0 можно иногда получить выигрыш в несколько (3–4) процентов, и в лучших случаях иметь $\Delta M_{РВ} \sim -1...-2\%$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ахметшин Р.З.* Многовитковые перелеты на геостационарную орбиту с обнулением малой тяги в области тени // *Космич. исслед.* 2020. Т. 58. № 4. С. 321–330.
2. *Petukhov V.G., Konstantinov M.S.* Easy Engineering Technique of Optimal Electric Propulsion Trajectory Estimation. IAC-06-C4.4.06, 2006.
3. *Ахметшин Р.З.* Возмущения от Солнца при многовитковых перелетах на геостационарную орбиту космического аппарата с малой тягой. Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2016. № 77.
4. JPL Planetary and Lunar Ephemerides. https://ssd.jpl.nasa.gov/?planet_eph_export
5. Прогноз орбитального движения космического аппарата. Численная модель. Научно-технический отчет. http://www.vadimchazov.narod.ru/text_pdf/comalg.pdf
6. The International Astronomical union, Standarts Of Fundamental Astronomy (SOFA). <http://www.iausofa.org>.

УДК 629.78+531.551

ОЦЕНКА ВЕРОЯТНОСТИ СТОЛКНОВЕНИЯ ОКОЛОЗЕМНЫХ КОСМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ С УЧЕТОМ ФОРМЫ И ОРИЕНТАЦИИ

© 2021 г. М. О. Каратунов^{1, 2, *}, А. А. Баранов^{1, 3}, А. Р. Голиков³

¹Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

²Астрономический научный центр, Москва, Россия

³Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия

*maksim_karatunov@mail.ru

Поступила в редакцию 30.07.2020 г.

После доработки 17.10.2020 г.

Принята к публикации 10.12.2020 г.

Предлагается метод оценки вероятности столкновения двух наблюдаемых космических объектов в околоземном космическом пространстве. Решение основано на методе статистического моделирования, что позволило учесть форму и ориентацию сближающихся объектов. Разработанный метод предусматривает автоматическую остановку вычислений при достижении требуемой точности и достоверности решения. Приводится анализ существующих подходов к оценке вероятности столкновения. Произведен расчет для реального сближения аппаратов *CHINASAT-20* и *SHIJIAN-17*.

DOI: 10.31857/S002342062105006X

ВВЕДЕНИЕ

Операторы современных КА в процессе своей деятельности вынуждены учитывать угрозу столкновения с объектами в околоземном космическом пространстве (ОКП). С целью заблаговременного предупреждения об опасных ситуациях в разных странах были созданы специализированные системы АСПОС (Роскосмос), CRASS (ESOC), SOCRATES (Analytical Graphics Inc.), STK Advanced CAT (Analytical Graphics Inc.) и др. Ежегодно центры управления космическими полетами регистрируют до 70 потенциально опасных сближений с отдельными активными КА [1].

Помимо выявления факта предстоящего сближения для принятия решения о реализации маневра уклонения необходимо оценить степень угрозы. Наиболее подходящим критерием является вероятность столкновений. Известно несколько методов, позволяющих определить вероятность в рамках следующих допущений:

- 1) КО имеют сферическую форму.
- 2) В пределах интервала сближения движение прямолинейно.
- 3) Составляющие скоростей КО определены без ошибок.
- 4) Ошибки определения параметров движения распределены по нормальному закону.

В исследовании [2] задача сводится к нахождению вероятности попадания вектора относительного положения в точке максимального сближе-

ния в сферу заданного радиуса. Вероятность определяется на основе вычисления объемного интеграла при помощи аппроксимации кубами малого размера, либо с использованием асимптотических рядов.

В работах [3, 4] выводится аналитическая формула расчета вероятности, при этом общие допущения дополняются следующим пунктом:

5) Размер эллипсоида рассеивания СКО значительно превосходит габариты ЗКО.

Данное допущение не позволяет применять метод к крупногабаритным ЗКО, таким как *МКС*. В исследовании [5] авторы предлагают альтернативный подход к решению задачи, заменяя допущение 5 на допущение:

6) Линейные размеры защищаемого КА много больше размеров сближающихся объектов.

Здесь потенциально опасные КО аппроксимируются материальными точками. В рамках исследования демонстрируется, что для момента максимального сближения в направлении вектора относительной скорости неопределенность вектора относительного положения равна 0. Этот факт позволяет свести решение трехмерной задачи к двумерному случаю путем выбора новой системы координат, одна из осей которой коллинеарна вектору относительной скорости.

Допущения упомянутых подходов могут существенным образом влиять на величину вероятности столкновения, как будет показано далее учет

реальной формы и ориентации КО изменяет результат вычисления в несколько раз. Допущение 2) не позволяет оценивать сближения, длительность которых занимает продолжительно время. Остальные допущения также вносят существенный вклад в погрешность вычислений. Снять данные ограничения можно, прибегнув к методам статистического моделирования (Монте-Карло). Использование метода Монте-Карло для расчета вероятности столкновения в ОКП встречается в нескольких работах, например, в работах [6–8], однако алгоритм учета формы и ориентации КО используется только в исследовании [9]. В этой связи была поставлена задача в следующей формулировке.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ОБЩИЙ ПОДХОД К РЕШЕНИЮ

Пусть на временном интервале $[t_1, t_2]$ выявлен факт сближения двух КО. На момент начала сближения известны векторы состояния $\mathbf{X}_I(t_1)$, $\mathbf{X}_{II}(t_1)$, ковариационные матрицы $\mathbf{K}_I(t_1)$, $\mathbf{K}_{II}(t_1)$, закон изменения ориентации и геометрическая форма объектов. Необходимо найти оценку вероятности столкновения $\overline{\text{Pr}(A)}$, удовлетворяющую заданному уровню точности ε и достоверности α :

$$\text{Pr}(|\text{Pr}(A) - \overline{\text{Pr}(A)}| \leq \varepsilon) \geq 1 - \alpha. \quad (1)$$

Как было отмечено, решить задачу, не прибегая к классическим допущениям возможно при помощи метода моделирования случайных величин и статистической оценки их характеристик. В данном случае моделируемой случайной величиной является индикатор события столкновения двух КО:

$$I_A(\omega) = \begin{cases} 1, & \omega \in A \\ 0, & \omega \notin A \end{cases}$$

где ω – элементарное событие, A – событие столкновения объектов.

Математическое ожидание индикатора события I_A равно вероятности события, следовательно, получая оценку математического ожидания (\bar{m}_n) на основе ряда стохастических симуляций процесса сближения, можно рассчитать приближенное значение вероятности столкновения: $\text{Pr}(A) = M[I_A] \approx \bar{m}_n = \sum_{i=1}^N I_{Ai} / N$, $\text{Pr}(A) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \bar{m}_n$.

Необходимое число симуляций n может быть найдено на основе неравенства (1), конкретные способы расчета n и оценки точности решения будут представлены далее.

Алгоритм вычисления вероятности столкновения состоит из следующих этапов:

- генерация массива псевдослучайных шестимерных векторов состояния $\{\chi_{I_1}, \chi_{I_2}, \dots, \chi_{I_k}\}$, $\{\chi_{II_1}, \chi_{II_2}, \dots, \chi_{II_j}\}$ КО в соответствии с $\mathbf{X}_I(t_1)$, $\mathbf{X}_{II}(t_1)$, $\mathbf{K}_I(t_1)$, $\mathbf{K}_{II}(t_1)$;
- выявление факта пересечения трехмерных моделей КО для потенциально опасных комбинаций на интервале $[t_1, t_2]$;
- расчет $\overline{\text{Pr}(A)}$ и оценка точности полученного значения.

ГЕНЕРАЦИЯ МАССИВА ПСЕВДОСЛУЧАЙНЫХ ВЕКТОРОВ

На данном этапе необходимо получить k реализаций шестимерного вектора кинетических параметров КО $\{\chi_1, \chi_2, \dots, \chi_k\}$, распределенных по нормальному закону в соответствии с математическим ожиданием \mathbf{X} и ковариационной матрицей \mathbf{K} .

Первым шагом является генерация набора псевдослучайных величин $\{\vartheta_1, \vartheta_2, \dots, \vartheta_n\}$, распределенных равномерно на интервале $[0, 1]$ ($U(0, 1)$). От выбора генератора равномерного распределения зависит скорость работы алгоритма и качество получаемых случайных векторов. Принимая во внимание работы по данной теме [10], [11], [12], был выбран алгоритм Вихря Мерсенна (Mersenne Twister – MT). На рис. 1 изображено равномерное распределение $U(0, 1)$ точек в двумерном пространстве, полученное в результате работы программного модуля генерации псевдослучайных величин, основанного на алгоритме MT. Далее при помощи преобразования Бокса-Мюллера получается набор независимых реализаций векторов состояния, распределенных по нормальному закону $\mathcal{N}(0, 1)$ с нулевым математическим ожиданием и единичной ковариационной матрицей. На рис. 2 представлен результат перехода от $U(0, 1)$ к $\mathcal{N}(0, 1)$. Диаграммы, расположенные сверху и справа, показывают суммарное количество точек, находящихся в соответствующем диапазоне координат. На основе данных диаграмм можно получить визуальное представление о законе распределения.

Для получения вектора χ^1 , учитывающего дисперсию и взаимную зависимость своих составляющих, необходимо осуществить следующее линейное преобразование: $\chi^1 = \lambda^{1/2} \Phi \chi^0$, где λ – диагональная матрица, составленная из собственных чисел ковариационной матрицы \mathbf{K} , Φ – матрица, составленная из собственных векторов ковариационной матрицы \mathbf{K} .

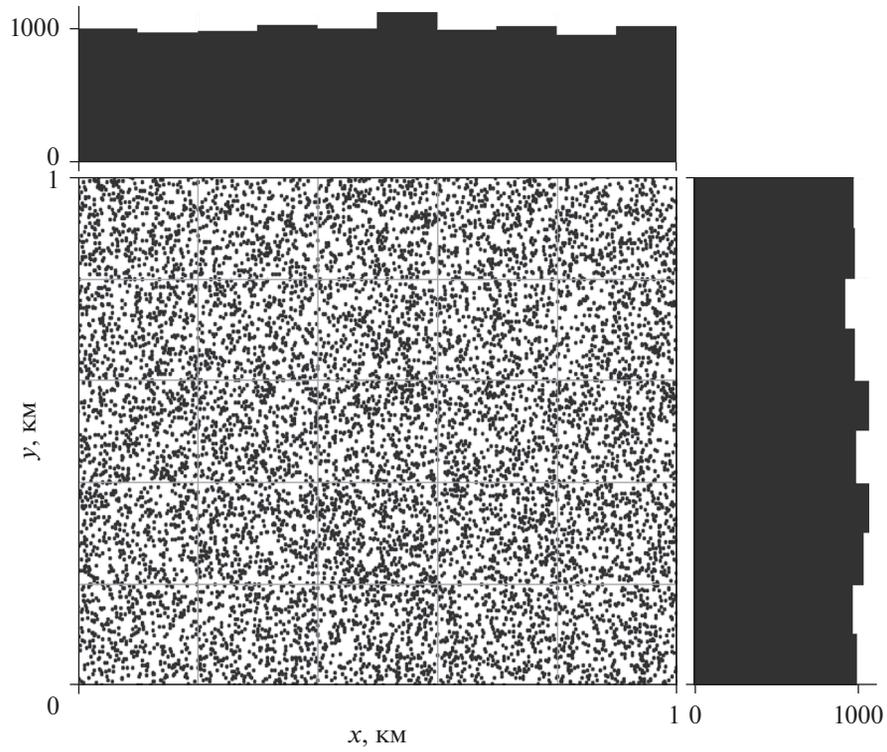


Рис. 1

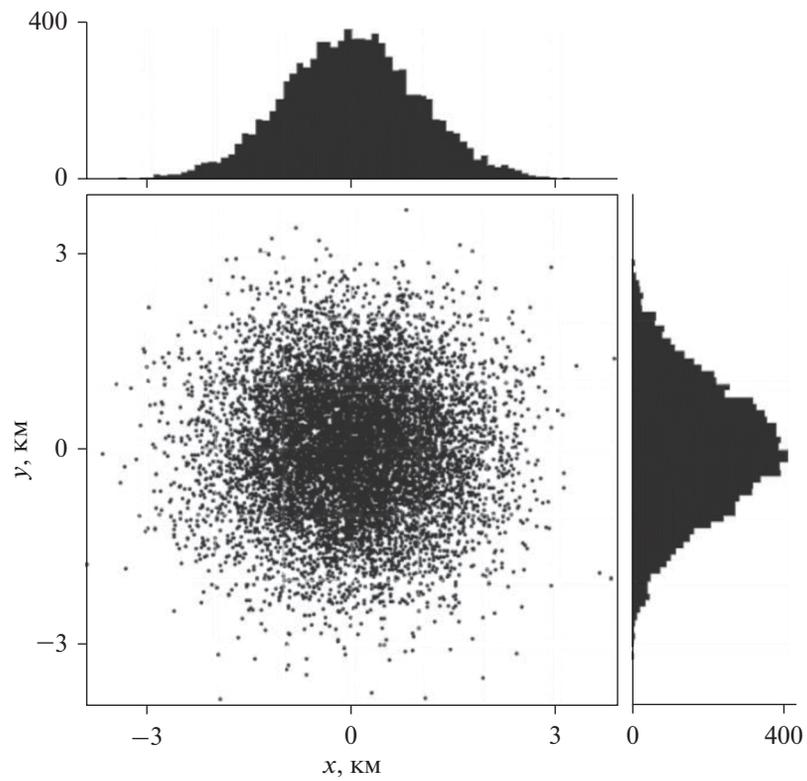


Рис. 2

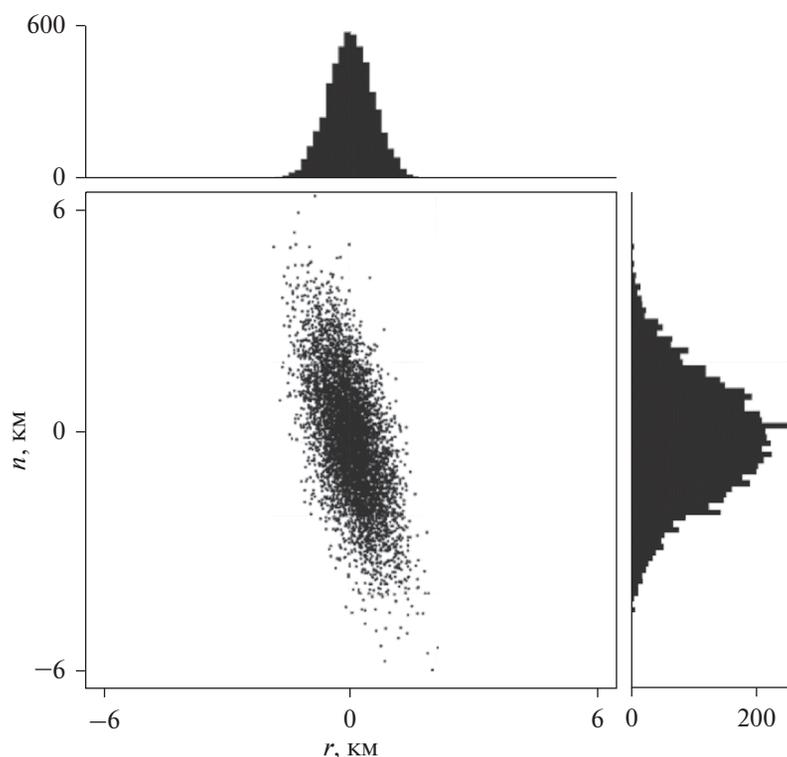


Рис. 3

На рис. 3 представлено распределение точек возможного положения реального КА (*CHINASAT-20*) в проекции на плоскость \mathbf{r}, \mathbf{n} орбитальной СК. Заключительным этапом генерации случайных векторов χ является параллельный перенос в соответствии с заданным математическим ожиданием.

ВЫЯВЛЕНИЕ ФАКТА ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ТРЕХМЕРНЫХ МОДЕЛЕЙ КО

Перед выявлением факта столкновения объектов сложной формы для каждой пары траектории $\{\chi_i, \chi_{IIj}\}$, $i = 1 \dots k$, $j = 1 \dots l$ целесообразно произвести отбор таких траекторий, при движении по которому происходит сближение на расстояние меньше чем $R = R_I + R_{II}$, где R_I, R_{II} – радиусы сфер описывающих реальную форму КО. В силу того, что количество симуляций в рамках поставленной задачи $N = lk$ может достигать значений порядка 10^6 , быстродействие данного участка алгоритма является критичным. Учитывая данный факт, а также то, что объекты на интервале сближения находятся на относительно небольшом расстоянии друг от друга и испытывают одинаковое воздействие возмущающих факторов, в рамках предварительной фильтрации пар применяются упрощенные математические модели:

– линеаризованная модель движения для околокруговых орбит [13];

– кеплерова модель движения для орбит с существенной эллиптичностью.

В результате отсева остается множество пар траекторий, при движении по которым имеет место столкновение объектов сферической формы. Далее для данного множества необходимо выявить факт пересечения трехмерных моделей на интервале $[t_1, t_2]$.

Задача создания быстрого и эффективного алгоритма обнаружения пересечения двух трехмерных фигур заданной формы является одной из центральных проблем робототехники и компьютерных игр. Как следствие, на данный момент существует ряд проверенных методов и алгоритмов решения данной задачи. Общим подходом является разбиение процесса расчета на две фазы: широкую и узкую.

В широкой фазе все объекты представляются в виде ограничивающих параллелепипедов, стороны которых параллельны осям координат. Данное упрощение позволяет очень быстро отобрать объекты потенциального столкновения. В качестве алгоритма широкой фазы был выбран алгоритм Sweep-and-Prune [14].

В качестве алгоритма узкой фазы был выбран алгоритм Гилберта–Джонсона–Кёрти (Gilbert–Johnson–Keerthi, GJK), который в силу своей стабильности, скорости и занимаемому объему памяти получил широкое распространение [15].

GJK использует такие математические понятия, как сумма Минковского, опорная функция и симплекс [16]. Кратко работу данного алгоритма можно описать следующим образом. Выполняется проверка принадлежности центра СК произвольному начальному симплексу, если результат проверки положительный, то фигуры пересекаются, иначе при помощи опорной функции вычисляется экстремальная точка в направлении противоположном радиус-вектору ближайшей к центру СК точки симплекса. Далее найденная точка добавляется в симплекс, а самая дальняя от центра СК точка удаляется. Если экстремальная точка является одной из ранее удаленных или одной из тех, которые входят в текущий симплекс, то вычисления завершаются.

ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ И УСЛОВИЕ АВТОМАТИЧЕСКОЙ ОСТАНОВКИ РАСЧЕТА

Оценка математического ожидания стремится по вероятности к истинному значению при стремлении количества симуляций n к бесконечности. При этом абсолютная погрешность ϵ , полученной оценки пропорциональна $n^{-1/2}$. Так как I_A принимает одно из двух возможных значений $\{0, 1\}$, можно отнести данную случайную величину к классу чисел Бернулли, для которых в свою очередь возможен непосредственный расчет необходимого числа реализаций N^* , гарантирующих выполнение неравенства (1). Существует несколько подходов к определению N^* [17].

Наиболее грубую оценку сверху можно получить на основе неравенства Чебышева: $\Pr(|X - m| \geq \epsilon) \leq D_x / \epsilon^2$, здесь X – случайная величина, m – математическое ожидание, D_x – дисперсия. Выберем $X = \bar{m}_n$, при этом $D_x = D_{I_A} / \sqrt{n}$. Обозначая $\alpha = D_{I_A} / n\epsilon^2$, получим, что неравенство

$$\Pr(|\bar{m}_n - m| \leq \epsilon) \geq 1 - \alpha \tag{2}$$

гарантированно выполняется при $n = D_{I_A} / \alpha\epsilon^2$. Для чисел Бернулли дисперсия не превосходит значение 0.25, следовательно, верхняя граница требуемого числа симуляций:

$$N_{Cheb}^* = 1 / 4\alpha\epsilon^2. \tag{3}$$

Альтернативный подход к определению N^* базируется на центральной предельной теореме: если X_1, \dots, X_n независимые случайные величины, распределенные по одинаковому закону, то $\frac{\bar{m}_n - m}{\sqrt{D_Y/n}} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \mathcal{N}(0, 1)$. Исходя из этого, можно записать следующее приближенное неравенство:

Таблица 1. Количество реализаций, гарантирующее точность решения $\epsilon = 10^{-4}$

$1 - \alpha$	N_{Cheb}^*	N_{CLT}^*	N_{Hoeff}^*
0.95	$5.000 \cdot 10^8$	$5.000 \cdot 10^7$	$1.844 \cdot 10^8$
0.99	$2.500 \cdot 10^9$	$6.450 \cdot 10^7$	$2.649 \cdot 10^8$
0.9973	$9.259 \cdot 10^9$	$7.500 \cdot 10^7$	$3.303 \cdot 10^8$

$$\Pr(|\bar{m}_n - m| \leq \epsilon) \approx 1 - \frac{z_{\alpha/2} D_Y}{n\epsilon^2}, \text{ которое выполняется}$$

для $n = z_{\alpha/2} D_Y / \alpha\epsilon^2$, здесь $z_{\alpha/2}$ – квантиль нормального распределения для вероятности $1 - \alpha/2$.

Используя верхнюю границу для дисперсии чисел Бернулли, получаем, что неравенство (2) приближенно выполняется для

$$N_{CLT}^* = z_{\alpha/2}^2 / 4\epsilon^2. \tag{4}$$

Сравнивая (4) и (3), можно сделать вывод о том, что из-за отсутствия коэффициента достоверности в знаменателе (4) величина N_{CLT}^* возрастает гораздо медленнее чем N_{Cheb}^* . С другой стороны, не стоит забывать, что в данном случае неравенство (2) является асимптотически верным.

Третий способ нахождения N^* основан на неравенстве Хефдинга для случайных величин, лежащих в диапазоне $[0, 1]$: $\Pr(|\bar{m}_n - m| \geq \epsilon) \leq 2 \exp(-2n\epsilon^2)$, следовательно, N^* может быть найдено из уравнения:

$$N_{Hoeff}^* = \ln(2/\alpha) / 2\epsilon^2. \tag{5}$$

В табл. 1 представлен расчет количества симуляций N^* необходимого для гарантированного достижения точности $\epsilon = 10^{-4}$ при различных подходах.

Минимальное значение N^* получается при использовании метода, основанного на выводах центральной предельной теоремы. Даже при использовании формулы (4) порядок количества симуляций равен 10^9 , что ставит под сомнение применимость метода Монте-Карло для расчета вероятности столкновения. В то же время, стоит отметить, что в формулах (3)–(5) используется предположение о максимально возможном значении дисперсии $D_{I_A} = 1/4$. В реальных расчетах дисперсия принимает гораздо меньшее значение и, как следствие, необходимая точность достигается при меньшем числе симуляций. Данный вывод подтверждает график на рис. 4, показывающий зависимость оценки вероятности $\Pr(A)$ от

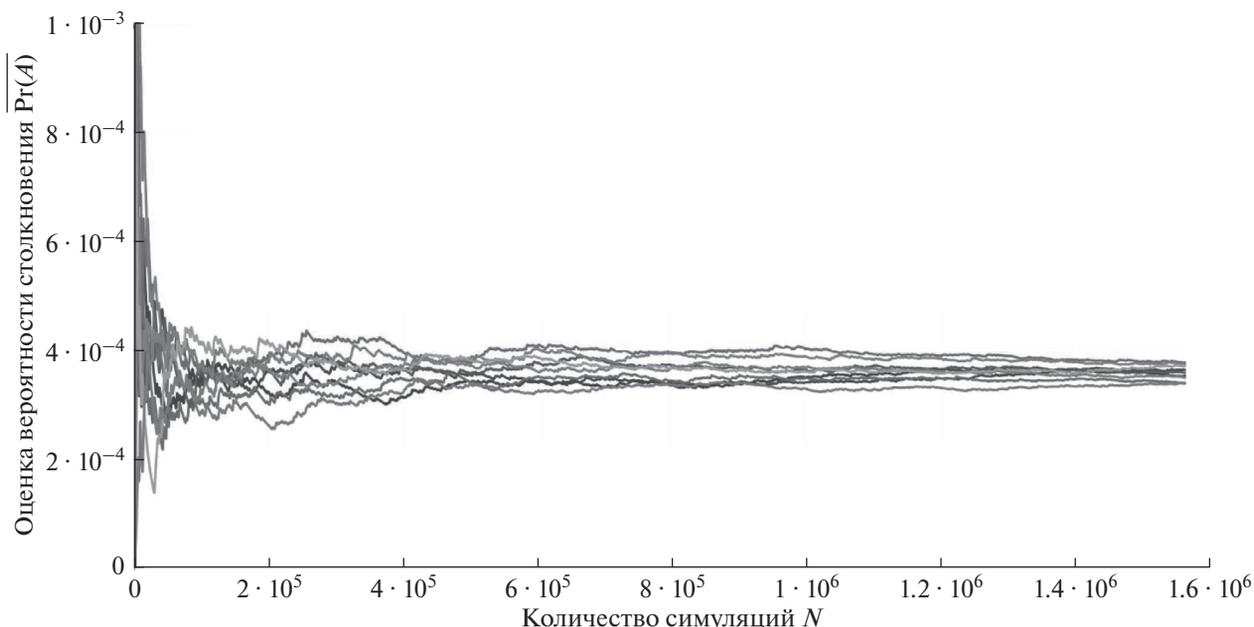


Рис. 4

количества симуляций N для нескольких прогонов алгоритма. Запуски производились на одинаковых начальных данных, в качестве трехмерной модели использовалась сфера. На основе графика можно сделать приблизительный вывод о скорости сходимости метода, точность $\varepsilon = 10^{-4}$ достигается при $N = 1.6 \cdot 10^6$.

Исходя из этого, предлагается использовать условие автоматической остановки расчета при до-

стижении требуемой точности и достоверности решения. Начиная с некоторого количества симуляций N_0 , производится оценка текущего значения дисперсии $\overline{D_{I_A}}$ и проверка условия (2), если условие выполняется, то вычисления прекращаются.

ПРИМЕР РАСЧЕТА ВЕРОЯТНОСТИ СТОЛКНОВЕНИЯ

Событие сближения между спутником *CINASAT-20* (28082, 2003-052A) и спутником *SHIJIAN-17* (41838, 2016-065A) произошло 16.III.2018 в 18:35:49.63 (UTC). Минимальное расстояние между математическими ожиданиями положения центров масс составило 286.3 м. В целях тестирования было произведено сравнение результатов работы алгоритма З.Н. Хуторовского [3] и алгоритма Монте-Карло для сферических объектов с радиусом 15 м.

В табл. 2 представлены результаты трех серий запусков алгоритма Монте-Карло для различных значений требуемой точности ε , при этом коэффициент достоверности имеет постоянное значение – 99%. Каждая серия состоит из трех запусков отличающихся только набором сгенерированных псевдослучайных векторов. Здесь $\overline{P}_{сф}$ – оценка вероятности столкновения сферических объектов, Δ_x – абсолютное значение разности результатов, полученных аналитическим методом З.Н. Хуторовского и численным методом Монте-Карло, N – фактическое количество симуляций.

Таблица 2. Результаты расчета вероятности столкновения сферических объектов

№	ε	$\overline{P}_{сф}$	Δ_x	N , тыс.	Время расчета, с
1.1	$5 \cdot 10^{-5}$	$1.608 \cdot 10^{-4}$	$3.3 \cdot 10^{-5}$	429	30
1.2	$5 \cdot 10^{-5}$	$1.366 \cdot 10^{-4}$	$0.9 \cdot 10^{-5}$	366	24
1.3	$5 \cdot 10^{-5}$	$1.122 \cdot 10^{-4}$	$1.5 \cdot 10^{-5}$	303	19
2.1	$3 \cdot 10^{-5}$	$1.485 \cdot 10^{-4}$	$2.1 \cdot 10^{-5}$	1098	94
2.2	$3 \cdot 10^{-5}$	$1.414 \cdot 10^{-4}$	$1.4 \cdot 10^{-5}$	1047	89
2.3	$3 \cdot 10^{-5}$	$1.235 \cdot 10^{-4}$	$0.4 \cdot 10^{-5}$	915	76
3.1	$1 \cdot 10^{-5}$	$1.253 \cdot 10^{-4}$	$0.2 \cdot 10^{-5}$	8346	690
3.2	$1 \cdot 10^{-5}$	$1.307 \cdot 10^{-4}$	$0.3 \cdot 10^{-5}$	8700	730
3.3	$1 \cdot 10^{-5}$	$1.336 \cdot 10^{-4}$	$0.6 \cdot 10^{-5}$	8892	745

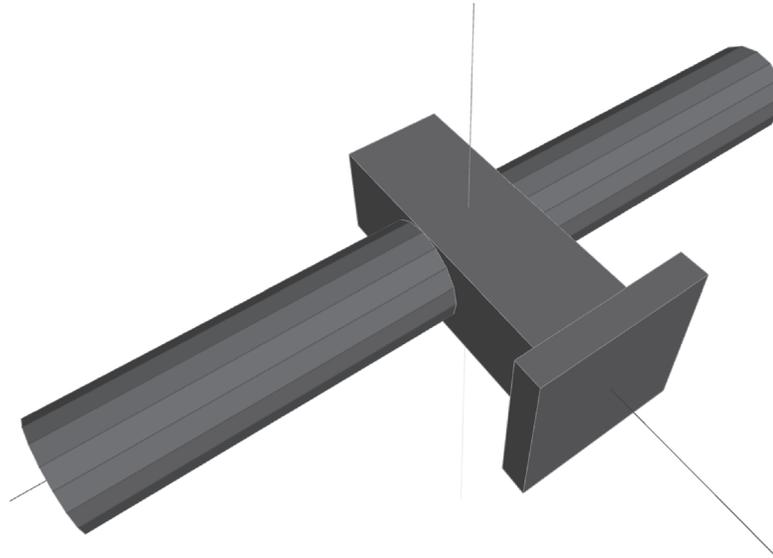


Рис. 5

На основе проведенных расчетов можно утверждать, что численный алгоритм работает стабильно, величины оценок вероятности в рамках одной серии запусков лежат в диапазоне $\pm \epsilon$. В то же время расхождение результатов Δ_x двух методов также лежит в пределах заданной погрешности $\pm \epsilon$, что свидетельствует о согласованности аналитического и численного подхода в рамках классических допущений. Время расчета в однопоточном режиме вычислений на процессоре AMD Phenom II X4 975 для $\epsilon = 1 \cdot 10^{-5}$ составило приблизительно 13 мин.

В табл. 3 приведены результаты расчета вероятности столкновения с учетом формы и ориен-

Таблица 3. Результаты расчета вероятности столкновения объектов сложной формы

№	ϵ	\bar{P}	N , тыс.	Время расчета, с
1.1	$6 \cdot 10^{-6}$	$2.30 \cdot 10^{-5}$	4260	389
1.2	$6 \cdot 10^{-6}$	$2.56 \cdot 10^{-5}$	4730	433
1.3	$6 \cdot 10^{-6}$	$2.85 \cdot 10^{-5}$	5270	484
2.1	$4 \cdot 10^{-6}$	$2.11 \cdot 10^{-5}$	8780	812
2.2	$4 \cdot 10^{-6}$	$2.22 \cdot 10^{-5}$	9240	853
2.3	$4 \cdot 10^{-6}$	$2.61 \cdot 10^{-5}$	10860	1010
3.1	$2 \cdot 10^{-6}$	$2.35 \cdot 10^{-5}$	39090	3895
3.2	$2 \cdot 10^{-6}$	$2.34 \cdot 10^{-5}$	39030	3896
3.3	$2 \cdot 10^{-6}$	$2.35 \cdot 10^{-5}$	39090	3894

тации КО. В рамках тестирования была использована обобщенная трехмерная модель геостационарных спутников, представленная на рис. 5. Данная модель может быть вписана в сферу радиусом 15 м. Так как солнечные панели, как правило, имеют одну степень свободы, их форма была аппроксимирована цилиндрами. При этом предполагалось, что объекты имеют типичную для геостационарных спутников ориентацию: ось солнечных панелей перпендикулярна плоскости орбиты, главная ось направлена на центр Земли.

Аналогично расчетам для сфер было произведено три серии запусков для различных значений требуемой точности ϵ . Разброс полученных оценок не превосходит заданную погрешность, при этом значение вероятности столкновения КО сложной формы оказалось приблизительно в пять раз меньше, чем вероятность столкновения описывающих сфер. Время расчета в однопоточном режиме вычислений для $\epsilon = 2 \cdot 10^{-6}$ не превысило 65 мин.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Вероятность столкновения КО является основной величиной, влияющей на принятие решения о применении маневра уклонения. От точности оценки данной величины зависит безопасность космических полетов и скорость расхода рабочего тела КА. В рамках исследования был разработан метод расчета вероятности, позволяющий учесть форму и ориентацию сближающихся объектов, а также снять ряд классических допущений. Было продемонстрировано, что игнорирование реальной формы объектов существенно влияет на точность оценки, для тестового примера было по-

лучено пятикратное расхождение результатов. В тоже время при анализе сближения сферических объектов оценки разработанного метода согласуются с оценками классического метода Хуторовского.

В предложенном методе предусмотрен алгоритм автоматической остановки вычислений при достижении заданной точности и достоверности решения. Стоит отметить, что требуемое время расчета нелинейно возрастает при уменьшении величины допустимой погрешности. В целях ускорения работы алгоритма в перспективе планируется заменить ГПСЧ Вихря Мерсенна на последовательности Соболя [18], которые обеспечивают более высокую скорость сходимости методов статистического моделирования. Ускорения также можно добиться, прибегнув к двухэтапной оценке риска, при которой на первом этапе рассчитывается вероятность столкновения описывающих сфер и, если вероятность окажется выше порогового значения, производится учет реальной формы и ориентации сближающихся объектов.

Публикация выполнена при поддержке Программы стратегического академического лидерства РУДН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Braun V., Flohrer T., Krag H. et al. Operational support to collision avoidance activities by ESA's space debris office // CEAS Space J. 2016. № 8. P. 177–189.
2. Козориз А.И., Скорняков В.А. Оценка риска столкновения при сближении МКС с наблюдаемыми космическими объектами // Лесной вестник. 2009. № 2. С. 164–167.
3. Khutorovsky Z.N., Boikov V.F., Kamensky S.Yu. Direct method for the analysis of collision probability of artificial space objects in LEO: techniques, results and applications // Proceedings of the First European Conference on Space Debris. 1993. P. 491–508.
4. Fateev V., Sukhanov S., Khutorovsky Z. et al. Collision Prediction for LEO Satellites. Analysis of Characteristics // Proceeding of the 2009 Advanced Maui Optical and Space Surveillance Technologies Conference. 2009. P. 1–4.
5. Akella M.R., Alfriend K.T. Probability of Collision Between Space Objects // J. Guidance, Control, and Dynamics. 2000. V. 23. № 5. P. 769–772.
6. Jones B.A., Doostan A., Born G.H. Conjunction assessment using polynomial chaos expansions // Proceedings of the 23rd International Symposium and Space Flight Dynamics. 2012. P. 1–18
7. Morselli A., Armellini R., Di Lizia P. et al. A high order method for orbital conjunctions analysis: Monte Carlo collision probability computation // Advances in Space Research. 2015. V. 55. № 1. P. 311–333.
8. Losacco M., Romano M., Di Lizia P. et al. Advanced Monte Carlo Sampling Techniques For Orbital Conjunctions Analysis And Near Earth Objects Impact Probability Computation // 1st NEO and Debris Detection Conference. 2019. P. 1–12.
9. de Vries W.H., Phillion D.W. Monte Carlo Method for Collision Probability Calculations Using 3D Satellite Models // Advanced Maui Optical and Space Surveillance Technologies Conference. 2010. P. 1–12.
10. Ding K., Tan Y. Comparison of Random Number Generators in Particle Swarm Optimization Algorithm // IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC). 2014. P. 2664–2671.
11. Слеповичев И.И. Генератор псевдослучайных чисел. Саратов: СГУ им. Н.Г. Чернышевского, 2017.
12. L'Ecuyer P. Random number generation. Handbook of Computational Statistics. Berlin: Springer Berlin Heidelberg, 2012.
13. Эльясберг П.Е. Введение в теорию полета искусственных спутников Земли. М.: Наука, 1965.
14. Tracy D. Efficient Large-Scale Sweep and Prune Methods with AABB Insertion and Removal // Proceedings of the 2009 IEEE Virtual Reality Conference. 2009. P. 191–198.
15. Ericson C. Real-time Collision Detection. San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers, 2005.
16. Gilbert E.G., Johnson D.E., Keerthi S.S. A fast procedure for computing the distance between complex objects in three-dimensional space // IEEE J. Robotics and Automation. 1988. V. 4. № 2. P. 193–203.
17. Jiang L., Hickernell F.J. Guaranteed Monte Carlo Methods for Bernoulli Random Variables // arXiv preprint arXiv:1411.1151 arXiv.org. 2014. URL: <https://arxiv.org/abs/1411.1151>
18. Соболев М. Численные методы Монте-Карло. М.: Наука, 1973.

УДК 629.7.052

СТАБИЛИЗАЦИЯ ПОЛОЖЕНИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОГО РАВНОВЕСИЯ СПУТНИКА ПРИ ПОМОЩИ МАГНИТНЫХ И ЛОРЕНЦЕВЫХ МОМЕНТОВ

© 2021 г. В. И. Каленова¹, *, В. М. Морозов¹

¹Научно-исследовательский институт механики МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

**kalen@imec.msu.ru*

Поступила в редакцию 06.08.2020 г.

После доработки 14.12.2020 г.

Принята к публикации 22.01.2021 г.

Рассматривается стабилизация относительного равновесия спутника на круговой орбите при наличии электродинамической системы управления ориентацией спутника, использующей одновременно управляющие моменты магнитных и лоренцевых сил. Показано, что линеаризованная система уравнений движения относится к специальному классу линейных нестационарных систем, приводимых к стационарным. На основе приведенной стационарной системы исследована управляемость и построены работоспособные оптимальные алгоритмы стабилизации. Проведено подробное моделирование предложенных алгоритмов для орбит различного наклона, подтверждающее эффективность разработанной методики.

DOI: 10.31857/S0023420621050058

ВВЕДЕНИЕ

Электродинамическое взаимодействие спутника с магнитным полем Земли оказывает существенное влияние на динамику вращательного движения спутника относительно центра масс и может быть использовано при построении системы управления ориентацией. Магнитные системы ориентации и стабилизации широко применяются в практике космических исследований, в частности, для малых спутников.

Методы создания управляющих моментов основаны на различных типах указанного взаимодействия. При одном методе используется эффект взаимодействия внутреннего магнитного момента спутника, создаваемого магнитными катушками, с геомагнитным полем. Другой метод управления основан на использовании электродинамического эффекта влияния лоренцевых сил, действующих на заряженную часть поверхности спутника. Первому методу посвящено большое число публикаций [1–19]. Обзор работ этого направления, выполненных до 2003 г., содержится в [20], а более поздних работ в [21, 22]. Второй метод был предложен в работе А.А. Тихонова [23]. Он был развит и модифицирован в работах А.А. Тихонова и его соавторов [24–29], в которых наряду с моментами сил Лоренца используются внутренние магнитные моменты. Обзор полученных в этих работах результатов содержится в [30, 31]. Использование момента лоренцевых сил для

управления космическим аппаратом рассмотрено также в [32–37].

Во многих работах отмечается, что как магнитные системы управления, так и системы, основанные на применении моментов лоренцевых сил, имеют ограничения, связанные с направлениями указанных управляющих моментов. В [24] показано, что имеющиеся ограничения применения обеих систем исчезают при создании единой электродинамической системы управления ориентацией спутника, использующей одновременно управляющие моменты магнитных и лоренцевых сил. На это обстоятельство указано также в работах [36–40], в которых рассматривалось совместное действие магнитных и лоренцевых моментов.

При применении обоих методов управления управляющий момент является функцией геомагнитного поля, которое изменяется во время движения спутника по орбите вокруг Земли. В большинстве работ предполагается, что это изменение носит периодический характер, если орбита спутника – круговая. Как отмечено в [20], это предположение вполне оправдано. Поэтому математические модели рассматриваемых задач представляют собой системы дифференциальных уравнений с периодическими коэффициентами. Это обстоятельство вносит существенные трудности как в изучение управляемости системы, так и в разработку эффективных алгоритмов управления.

Вопрос об управляемости в указанных задачах является важным, но во многих работах, в которых предлагаются алгоритмы управления, эта проблема вообще не обсуждается.

Управляемость спутников с магнитной системой ориентации в периодическом геомагнитном поле без учета гравитационного момента рассмотрена в [37]. В работе [16] показано, что система, линеаризованная в окрестности положения равновесия спутника, снабженного магнитной системой, управляема при любых моментах инерции, если орбита спутника не является экваториальной. Достаточные условия управляемости в этой задаче были получены в [38], а при учете аэродинамических сил в [39]. Необходимые и достаточные условия управляемости при действии моментов лоренцевых сил сформулированы в [45]. Вопросы управляемости “в среднем” как при действии магнитных моментов, так и при действии моментов лоренцевых сил рассмотрены в [4, 5, 12, 30].

При построении алгоритмов управления с обратной связью используются два подхода. Один основан на применении метода Ляпунова [23, 28, 29], другой приводит к численному анализу линейной периодической системы на основании теории Флоке [7–11].

Как отмечено в [20], выбор коэффициентов усиления в законе управления с обратной связью – центральный вопрос в этой задаче. Оказалось, что при этом методе управления алгоритм особенно чувствителен к точности информации о тензоре инерции спутника [7–10]. Следует подчеркнуть, что при обоих указанных подходах выбор коэффициентов обратной связи не алгоритмизован, и способ их выбора не указан.

Цель предлагаемой статьи – представить строгий аналитический подход к изучению этой проблемы, заключающийся в приведении исходной нестационарной системы к стационарной. Этот подход был развит для линейных нестационарных систем (ЛНС) определенного класса и ранее применялся для решения ряда прикладных задач [40–44], в том числе для задачи стабилизации ориентации спутника при использовании магнитных моментов [15, 16] и при использовании моментов лоренцевых сил [45].

Факт приводимости системы к стационарной эффективно используется как при анализе управляемости, так и при построении алгоритмов стабилизации. При наличии свойства управляемости приведенной стационарной системы для нее строится оптимальный алгоритм стабилизации, основанный на LQR-методе на бесконечном интервале времени, который приводит к управлению в виде обратной связи с постоянными коэффициентами. Это управление обеспечивает асимптотическую устойчивость стационарной системы. По-

строенное стабилизирующее управление вводится в исходную нестационарную систему при помощи введения дополнительных переменных и соответствующего ограниченного преобразования, при этом коэффициенты обратной связи оказываются переменными. Исходная система, замкнутая таким управлением, также асимптотически устойчива.

Следует подчеркнуть, что выбор коэффициентов обратной связи, имеющий важное и принципиальное значение, при указанном подходе хорошо алгоритмизован и состоит из определения коэффициентов для стационарной системы из стандартной процедуры LQR (при этом требуется задать лишь параметры функционалов) и преобразования к исходным переменным, которое строится конструктивным способом.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается движение спутника около центра масс в гравитационном и магнитном полях Земли. Предполагается, что центр масс спутника движется по круговой орбите. Спутник снабжен магнитными катушками и экраном, обладающим электрическим зарядом.

Системы координат и уравнения движения

Используются две правые системы координат:

$OXYZ$ – орбитальная система координат с началом в центре масс спутника: ось OZ направлена по радиус-вектору центра масс относительно притягивающего центра (центра Земли); OY – по нормали к плоскости орбиты, OX дополняет систему до правой тройки;

$Oxuz$ – связанная система координат (подвижная), оси которой направлены по главным центральным осям инерции спутника.

Ориентация системы $Oxuz$ относительно орбитальной задается с помощью углов Эйлера $\theta_1, \theta_2, \theta_3$. Матрица перехода от системы $OXYZ$ в системе $Oxuz$ имеет вид [46]

$$\Theta = \|\Theta_{ij}\|; \quad \Theta_{11} = \cos \theta_1 \cos \theta_3 - \sin \theta_1 \sin \theta_2 \sin \theta_3, \\ \Theta_{12} = -\sin \theta_1 \cos \theta_2, \quad \Theta_{13} = \cos \theta_1 \sin \theta_3 + \\ + \sin \theta_1 \sin \theta_2 \cos \theta_3, \quad \Theta_{21} = \sin \theta_1 \cos \theta_3 + \\ + \cos \theta_1 \sin \theta_2 \sin \theta_3, \quad \Theta_{22} = \cos \theta_1 \cos \theta_2, \\ \Theta_{23} = \sin \theta_1 \sin \theta_3 - \cos \theta_1 \sin \theta_2 \cos \theta_3, \\ \Theta_{31} = -\cos \theta_2 \sin \theta_3, \quad \Theta_{32} = \sin \theta_2, \\ \Theta_{33} = \cos \theta_2 \cos \theta_3.$$

Компоненты абсолютной угловой скорости спутника ω в проекциях на оси системы координат $Oxuz$ имеют вид [46]

$$\begin{aligned}\omega_1 &= -\dot{\theta}_1 \cos \theta_2 \sin \theta_3 + \dot{\theta}_2 \cos \theta_3 + \omega_0 \theta_{21}, \\ \omega_2 &= \dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_1 \sin \theta_2 + \omega_0 \theta_{22}, \\ \omega_3 &= \dot{\theta}_1 \cos \theta_2 \cos \theta_3 + \dot{\theta}_2 \sin \theta_3 + \omega_0 \theta_{23},\end{aligned}\quad (1)$$

где ω_0 – величина угловой скорости орбитально-го движения.

Динамические уравнения движения спутника около центра масс имеют вид [46]

$$\mathbf{J} \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{J} \boldsymbol{\omega} = 3\omega_0^2 (\boldsymbol{\Theta}^T \mathbf{e}_r \times \mathbf{J} \boldsymbol{\Theta}^T \mathbf{e}_r) + \mathbf{M}. \quad (2)$$

Здесь $\mathbf{J} = \text{diag}(J_1 \ J_2 \ J_3)$; J_1, J_2, J_3 – главные центральные моменты инерции спутника, \mathbf{e}_r – единичный вектор оси OZ , \mathbf{M} – управляющий момент, который создается как за счет взаимодействия собственного дипольного магнитного момента спутника с магнитным полем Земли (\mathbf{M}_M), так и силами Лоренца, действующими на заряженную поверхность КА (\mathbf{M}_L). $\mathbf{M} = \mathbf{M}_M + \mathbf{M}_L$.

Управляющие моменты \mathbf{M}_M и \mathbf{M}_L имеют вид [1, 7, 22, 30]

$$\mathbf{M}_M = \mathbf{m} \times \boldsymbol{\Theta}^T \mathbf{b}, \quad \mathbf{M}_L = q\rho_0 \times \boldsymbol{\Theta}^T (\mathbf{V}_C \times \mathbf{b}). \quad (3)$$

Здесь $\mathbf{m} = [m_1 \ m_2 \ m_3]^T$ – магнитный дипольный момент спутника, $\mathbf{b}(t)$ – вектор индукции геомагнитного поля, которое аппроксимируется прямым магнитным диполем в орбитальной системе координат [47]

$$\mathbf{b}(t) \approx \frac{\mu_E}{R^3} \begin{bmatrix} \cos \omega_0 t \sin I \\ -\cos I \\ 2 \sin \omega_0 t \sin I \end{bmatrix},$$

где I – угол наклона плоскости орбиты спутника к плоскости экватора; μ_E – постоянная магнитного поля Земли, R – радиус орбиты центра масс спутника; q – электростатический заряд; $\rho_0 = [x_0 \ y_0 \ z_0]^T$ – радиус-вектор центра заряда спутника относительно его центра масс; \mathbf{V}_C – скорость центра масс спутника относительно геомагнитного поля, $\mathbf{V}_C = R(\omega_0 - \omega_E \cos I) \mathbf{e}_\tau + R\omega_E \sin I \cos \omega_0 t \mathbf{e}_n$; ω_E – величина угловой скорости суточного вращения Земли; R – радиус орбиты; $\mathbf{e}_\tau, \mathbf{e}_n$ – единичные вектора осей OX и OY . В рамках принятого приближения будем пренебрегать величиной ω_E по сравнению с ω_0 ($\omega_E/\omega_0 \approx 10^{-2}$). Поэтому далее $\mathbf{V}_C = R\omega_0 \mathbf{e}_\tau$.

Величины m_1, m_2, m_3 и x_0, y_0, z_0 далее считаются управляющими параметрами: $\mathbf{m} = \mathbf{u}(m_1, m_2, m_3)$, $\rho_0 = \mathbf{v}(x_0 = v_1, y_0 = v_2, z_0 = v_3)$.

Для более сложных моделей магнитного поля предлагаемый метод также применим.

Линеаризованные уравнения движения. Уравнения движения (1), (2) при $\mathbf{M} = 0$ допускают стационарные решения, отвечающие положениям относительного равновесия спутника, в которых оси связанной системы координат $Oxyz$ совпадают с осями орбитальной системы координат $OXYZ$ [46]. Углы поворота $\theta_i (i = 1, 2, 3)$ выбраны таким образом, что в положении относительного равновесия все углы и относительные угловые скорости спутника равны нулю

$$\theta_i = 0, \quad \dot{\theta}_i = 0, \quad (i = 1, 2, 3). \quad (4)$$

Управление \mathbf{M} формируется в виде линейной обратной связи по компонентам вектора состояния $\theta_i, \dot{\theta}_i (i = 1, 2, 3)$. При линеаризации уравнений движения (1), (2) в окрестности относительного равновесия (4), очевидно, линеаризуются и выражения для моментов (3), в которых можно считать $\boldsymbol{\Theta} = E_3$ (E_k – единичная матрица ($k \times k$)).

Тогда линеаризованные уравнения управляемого движения при введении безразмерного времени $\tau = \omega_0 t$ имеют вид

$$\begin{aligned}\ddot{x}_1 - d_1 \dot{x}_3 - \kappa_1 x_1 &= \mu_0 [2\beta_1 \text{st} u_2 + \beta_4 u_3 - b_1 v_2 + b_2 \text{st} v_3], \\ \ddot{x}_3 + d_3 \dot{x}_1 - \kappa_3 x_3 &= -\mu_0 [\beta_5 u_1 + \beta_3 \text{st} u_2 - \tilde{b}_2 \text{st} v_1], \\ \ddot{x}_2 - \kappa_2 x_2 &= \mu_0 [-2\beta_2 \text{st} u_1 + \beta_2 \text{st} u_3 + \tilde{b}_1 v_1].\end{aligned}\quad (5)$$

Здесь “точка” по-прежнему обозначает производную по времени τ ;

$$\begin{aligned}x_1 &= \theta_2, \quad x_2 = \theta_3, \quad x_3 = \theta_1; \quad d_1 = \frac{d}{J_1}, \quad d_3 = \frac{d}{J_3}, \\ d &= J_2 - J_1 - J_3; \quad \kappa_1 = 4 \frac{J_3 - J_2}{J_1}, \quad \kappa_2 = 3 \frac{J_3 - J_1}{J_2}, \\ \kappa_3 &= \frac{J_1 - J_2}{J_3}; \quad \beta_j = \frac{\sin I}{J_j} (j = 1, 2, 3), \quad \beta_4 = \frac{\cos I}{J_1}, \\ \beta_5 &= \frac{\cos I}{J_3}; \quad b_1 = \frac{qR\omega_0 \cos I}{J_1}, \quad b_2 = \frac{2qR\omega_0 \sin I}{J_1}; \\ \tilde{b}_1 &= \frac{qR\omega_0 \cos I}{J_2}, \quad \tilde{b}_2 = \frac{2qR\omega_0 \sin I}{J_3}, \\ \text{ct} &= \cos \tau, \quad \text{st} = \sin \tau.\end{aligned}$$

Для круговой орбиты $\omega_0^2 = \frac{\mu}{R^3}$, μ – гравитационный параметр Земли. Тогда величина $\mu_0 = \frac{\mu_E}{\mu}$ не зависит от радиуса орбиты.

В Приложении приведены нелинейные уравнения с точностью до членов второго порядка включительно.

Систему (5) можно представить в виде системы первого порядка

$$\dot{\xi} = A_\xi \xi + B_\xi(\tau) U_\xi.$$

Введя

$$\xi_{(6 \times 1)} = \begin{bmatrix} \xi^{(1)} \\ \xi^{(2)} \end{bmatrix}, \quad \xi^{(1)} = [x_1 \ x_3 \ \dot{x}_1 \ \dot{x}_3]^T, \quad \xi^{(2)} = [x_2 \ \dot{x}_2]^T,$$

$$U_{\xi} = \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}_{(6 \times 1)}, \quad A_{\xi} = \text{diag}(A^{(1)}, A^{(2)}), \quad B_{\xi}(\tau) = \begin{bmatrix} B^{(1)} \\ B^{(2)} \end{bmatrix}_{(2 \times 6)},$$

эту систему удобно представить в виде двух подсистем

$$\dot{\xi}^{(1)} = A^{(1)}\xi^{(1)} + B_u^{(1)}u + B_v^{(1)}v; \quad (6)$$

$$\dot{\xi}^{(2)} = A^{(2)}\xi^{(2)} + B_u^{(2)}u + B_v^{(2)}v, \quad (7)$$

где матрицы имеют вид

$$A_{(4 \times 4)}^{(1)} = \begin{bmatrix} O_2 & E_2 \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}, \quad A_{21} = \text{diag}(\kappa_1, \kappa_3),$$

$$A_{22} = \begin{bmatrix} 0 & d_1 \\ -d_3 & 0 \end{bmatrix}, \quad A^{(2)} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \kappa_2 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B_u^{(1)} = \mu_0 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2\beta_1 s\tau & \beta_4 \\ \beta_5 & \beta_3 c\tau & 0 \end{bmatrix}, \quad B_v^{(1)} = \mu_0 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -b_1 & b_2 s\tau \\ -\tilde{b}_2 s\tau & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B_u^{(2)} = \mu_0 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -2\beta_2 s\tau & 0 & \beta_2 c\tau \end{bmatrix}, \quad B_v^{(2)} = \mu_0 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \tilde{b}_1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Здесь O_2 — нулевая матрица.

Требуется построить управление, обеспечивающее асимптотическую устойчивость положения относительного равновесия (4), основываясь либо на системе уравнений (5), либо (6), (7). Аналитически построить стабилизирующее управление непосредственно для исходной системы затруднительно из-за ее существенной нестационарности. Для преодоления указанных трудностей предлагается подход, ранее применявшийся для решения ряда прикладных задач [40–43], в том числе для решения задач стабилизации движения спутников при использовании магнитных катушек [15, 16] и моментов сил Лоренца [45].

Этот подход основан на том, что рассматриваемые системы, нестационарные по управлению, относятся к классу линейных нестационарных систем (ЛНС), приводимых к стационарным [40]. Он состоит из ряда этапов:

1) построение конструктивного преобразования исходной нестационарной системы к стационарной системе;

2) проведение анализа управляемости полученной стационарной системы;

3) при наличии управляемости построение для стационарной системы оптимального алгоритма управления на основе квадратичного критерия

качества на бесконечном интервале времени, что позволяет получить линейную обратную связь с постоянными коэффициентами;

4) осуществление обратного перехода к исходным переменным нестационарной системы.

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ К СТАЦИОНАРНОЙ СИСТЕМЕ

Системы (5) и (6), (7) относятся к классу ЛНС, содержащих управление, которые допускают приведение к стационарным системам в расширенном пространстве состояний [40–42]. Напомним, что этот класс систем характеризуется тем, что функции, входящие в выражение для матрицы $B(\tau)$ при управлении, являются решениями линейной однородной системы с постоянными коэффициентами. В системах уравнений (5) и (6), (7) матрицы коэффициентов при управлении, имеют вид

$$B(\tau) = B_{01} \cos \tau + B_{02} \sin \tau + B_{03} \quad (B_{0k} = \text{const}).$$

Коэффициенты матриц $B(\tau)$ являются элементами вектора $f(\tau)$

$$f(\tau) = [\cos \tau, \sin \tau, 1]^T,$$

который удовлетворяет уравнению

$$\dot{f} = S f, \quad S = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Преобразование системы (5) к стационарной системе. Согласно [40], введем новые переменные $y_j (j = 1, \dots, 9)$ по формулам

$$x_1 = y_1 c\tau + y_3 s\tau + y_5, \quad x_3 = y_2 c\tau + y_4 s\tau + y_6,$$

$$x_2 = y_7 c\tau + y_8 s\tau + y_9.$$

Дважды дифференцируя эти соотношения, подставляя их в систему (5) и приравнявая коэффициенты при функциях $\cos \tau, \sin \tau, 1$, получим

$$\ddot{y}_1 - \bar{\kappa}_1 y_1 - d_1 \dot{y}_2 + 2\dot{y}_3 - d_1 y_4 = 0,$$

$$\ddot{y}_2 - \bar{\kappa}_3 y_2 + d_3 \dot{y}_1 + 2\dot{y}_4 + d_3 y_3 = -\mu_0 \beta_3 u_2, \quad (8)$$

$$\ddot{y}_3 - \bar{\kappa}_1 y_3 - d_1 \dot{y}_4 - 2\dot{y}_1 + d_1 y_2 = 2\mu_0 \beta_1 u_2 + \mu_0 b_2 v_3,$$

$$\ddot{y}_4 - \bar{\kappa}_3 y_4 + d_3 \dot{y}_3 - 2\dot{y}_2 - d_3 y_1 = -\mu_0 \tilde{b}_2 v_1;$$

$$\ddot{y}_9 - \kappa_2 y_9 = \mu_0 \tilde{b}_1 v_1; \quad (9)$$

$$\ddot{y}_5 - \kappa_1 y_5 - d_1 \dot{y}_6 = \mu_0 \beta_4 u_3 - \mu_0 b_1 v_2, \quad (10)$$

$$\ddot{y}_6 - \kappa_3 y_6 + d_3 \dot{y}_5 = -\mu_0 \beta_5 u_1;$$

$$\ddot{y}_7 - \bar{\kappa}_2 y_7 + 2\dot{y}_8 = \mu_0 \beta_2 u_3,$$

$$\ddot{y}_8 - \bar{\kappa}_2 y_4 - 2\dot{y}_7 = -2\mu_0 \beta_2 u_1; \quad (11)$$

$$\bar{\kappa}_i = \kappa_i + 1 \quad (i = 1, 2, 3).$$

Стационарная система (8)–(11) состоит из двух независимых систем (8), (9) и (10), (11), в которые входят управления u_2, v_1, v_3 и u_1, u_3, v_2 .

Преобразование системы (6), (7) к стационарной системе. Введем векторы

$$\begin{aligned} \underset{(8 \times 1)}{z}^{(1)} &= [z_1, z_2, z_3, z_4, z_7, \dots, z_{10}]^T; & \underset{(4 \times 1)}{z}^{(2)} &= [z_{13}, \dots, z_{16}]^T; \\ \underset{(4 \times 1)}{z}^{(3)} &= [z_5, z_6, z_{11}, z_{12}]^T; & \underset{(2 \times 1)}{z}^{(4)} &= [z_{17}, z_{18}]^T. \end{aligned}$$

Переменные $\xi_j (j = 1, 2, \dots, 6)$, удовлетворяющие системе (6), связаны с переменными $z_j (j = 1, \dots, 18)$ соотношениями

$$\underset{(4 \times 1)}{\xi}^{(1)} = F_1^T \underset{(4 \times 1)}{z}^{(1)} + \underset{(2 \times 1)}{z}^{(3)}, \quad \underset{(2 \times 1)}{\xi}^{(2)} = F_2^T \underset{(2 \times 1)}{z}^{(2)} + \underset{(2 \times 1)}{z}^{(4)}. \quad (12)$$

Здесь

$$\underset{(4 \times 8)}{F_1^T} = \begin{bmatrix} \text{ct}E_2 & \text{st}E_2 & O_2 & O_2 \\ O_2 & O_2 & \text{ct}E_2 & \text{st}E_2 \end{bmatrix}, \quad \underset{(2 \times 4)}{F_2^T} = [\text{ct}E_2 \quad \text{st}E_2].$$

В переменных $z_j (j = 1, \dots, 18)$ система стационарна и имеет вид

$$\dot{z}^{(1)} = G^{(1)} z^{(1)} + B^{(1)} V_1; \quad (13)$$

$$\dot{z}^{(4)} = G^{(4)} z^{(4)} + B^{(4)} V_1; \quad (14)$$

$$\dot{z}^{(2)} = G^{(2)} z^{(2)} + B^{(2)} U_1; \quad (15)$$

$$\dot{z}^{(3)} = G^{(3)} z^{(3)} + B^{(3)} U_1; \quad (16)$$

$$V_1 = [u_2, v_1, v_3]^T, \quad U_1 = [u_1, u_3, v_2]^T,$$

$$G^{(1)} = \begin{bmatrix} G_{11} & E_4 \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix}, \quad B^{(1)} = \begin{bmatrix} O_{43} \\ B_2^{(1)} \end{bmatrix},$$

$$B_2^{(1)} = \mu_0 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -\beta_3 & 0 & 0 \\ 2\beta_1 & 0 & b_2 \\ 0 & -\tilde{b}_2 & 0 \end{bmatrix};$$

$$G_{11} = \begin{bmatrix} O_2 & -E_2 \\ E_2 & O_2 \end{bmatrix}, \quad G_{21} = \begin{bmatrix} A_{21} & O_2 \\ O_2 & A_{21} \end{bmatrix},$$

$$G_{22} = \begin{bmatrix} A_{22} & -E_2 \\ E_2 & A_{22} \end{bmatrix}, \quad G_{33} = A^{(2)};$$

$$G^{(2)} = \begin{bmatrix} A^{(2)} & -E_2 \\ E_2 & A^{(2)} \end{bmatrix}, \quad B^{(2)} = \mu_0 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -2\beta_2 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$G^{(3)} = \begin{bmatrix} O_2 & E_2 \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}, \quad B^{(3)} = \mu_0 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta_4 & -b_1 \\ -\beta_5 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$G^{(4)} = A^{(2)}; \quad B^{(4)} = \mu_0 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{b}_1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Эта стационарная система состоит из двух независимых групп (13), (14) с управлением V_1 и (15), (16) с управлением U_1 .

Замечание. Если системы (8)–(11) представить в виде системы первого порядка, то нетрудно показать, что полученная система будет связана с системой (13)–(16) невырожденным преобразованием с постоянной матрицей.

УПРАВЛЯЕМОСТЬ

Управляемость в рассматриваемой задаче можно исследовать как исходя из нестационарной системы (6), так и анализируя стационарные системы (8)–(11) или (13)–(16). Как уже указывалось, стационарные системы являются избыточными по отношению к исходной системе. Если стационарная система управляема, то управляема и исходная нестационарная система. Однако неуправляемость стационарной системы может и не повлечь неуправляемость исходной нестационарной системы.

Управляемость нестационарной системы (6). Применяя критерий Красовского [48], нетрудно показать, что нестационарная система (6) управляема при наличии всех шести управляющих воздействий $u_j, v_j (j = 1, 2, 3)$ и если орбита не является ни полярной ($I = \pi/2$), ни экваториальной ($I = 0$).

1. Если орбита экваториальная ($I = 0$), то система (6) становится стационарной ($\beta_j = 0 (j = 1, 2, 3)$, $b_2 = \tilde{b}_2 = 0$). В этом случае управления u_2, v_3 в систему не входят; на переменную x_2 действует управление v_1 , а для переменных x_1, x_3 – управления u_1, u_3, v_2 . Необходимым условием управляемости является наличие управления v_1 , т.е. если лоренцевых сил нет, то система неуправляема.

Если магнитные моменты отсутствуют ($u_j = 0$), то система управляема только при наличии лоренцевых сил, если выполнены условия $J_2 \neq J_1 + J_3$ и $J_1 \neq J_2$.

2. Если орбита полярная ($I = \pi/2$), то система (6) расщепляется на две независимые группы: уравнения для переменных x_1, x_3 с управлениями u_2, v_1, v_3 ; уравнения для x_2 с управлениями u_1, u_3 . Управление v_3 в систему не входит.

Рассмотрим следующую систему, представив уравнение для переменной x_2 системы (5) в виде системы уравнений первого порядка

$$\dot{\eta}_1 = \eta_2, \quad \dot{\eta}_2 = \kappa_2 \eta_1 - 2\beta_2 \text{st} u_1 + \beta_2 \text{ct} u_3.$$

Применяя критерий [48], нетрудно получить, что эта система управляема при наличии хотя бы одного управления u_1 или u_3 . Это означает, что на полярной орбите при отсутствии магнитного управления ($u_1 = u_3 = 0$) система неуправляема.

Аналогично, для переменных x_1, x_3 можно показать, что система управляема при наличии всех управлений u_2, v_1, v_3 . В [15] показано, что при отсутствии лоренцевых моментов ($v_1 = v_3 = 0$), система также управляема ($u_2 \neq 0$).

Итак, на экваториальной орбите система неуправляема при отсутствии моментов лоренцевых сил. На полярной орбите система неуправляема при отсутствии магнитных моментов.

Замечание. Ранги матриц коэффициентов при магнитных моментах и при лоренцевых моментах

$$B_u = \begin{bmatrix} 0 & 2\beta_1\sigma\tau & \beta_4 \\ \beta_5 & \beta_3\sigma\tau & 0 \\ -2\beta_2\sigma\tau & 0 & \beta_2\sigma\tau \end{bmatrix}, \quad B_v = \begin{bmatrix} 0 & -b_1 & b_2\sigma\tau \\ \tilde{b}_2\sigma\tau & 0 & 0 \\ -\tilde{b}_1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

в общем случае равны двум.

$$\text{rank} \begin{bmatrix} \lambda^2 - \bar{\kappa}_1 & -d_1\lambda & 2\lambda & -d_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ d_3\lambda & \lambda^2 - \bar{\kappa}_3 & d_3 & 2\lambda & 0 & -\delta\beta_3 & 0 & 0 \\ -2\lambda & d_1 & \lambda^2 - \bar{\kappa}_1 & -d_1\lambda & 0 & 2\delta\beta_1 & 0 & \delta b_2 \\ -d_3 & -2\lambda & -d_3\lambda & \lambda^2 - \bar{\kappa}_3 & 0 & 0 & -\delta\tilde{b}_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda^2 - \kappa_2 & 0 & \delta\tilde{b}_1 & 0 \end{bmatrix} = 5$$

для любого значения λ .

Нетрудно показать, что условиями неуправляемости в этом случае будут условия

$$1) J_1 = J_2 = J_3; \quad 2) J_1 = J_3, \quad J_2 = 2J_3.$$

Неуправляемость в этих случаях подтверждается наличием первых интегралов систем (8), (9) или (13), (14).

$$\text{rank} \begin{bmatrix} \lambda^2 - \kappa_1 & -d_1\lambda & 0 & 0 & 0 & \delta\beta_4 & -\delta b_1 \\ d_3\lambda & \lambda^2 - \kappa_3 & 0 & 0 & -\delta\beta_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda^2 - \bar{\kappa}_2 & 2\lambda & 0 & \delta\beta_2 & 0 \\ 0 & 0 & -2\lambda & \lambda^2 - \bar{\kappa}_2 & -2\delta\beta_2 & 0 & 0 \end{bmatrix} = 4$$

для любого значения λ .

Нетрудно показать, что условиями неуправляемости в этом случае будут условия

$$J_2 = J_1, \quad J_3 = \frac{2}{3}J_1.$$

Это также подтверждается наличием первого интеграла, не зависящего от управления у систем (10), (11) или (15), (16)

Если положить $u_2 = 0, v_2 = 0$, то на переменные подсистемы (13), (14) действуют только моменты лоренцевых сил, а на переменные подсистемы (15), (16) — только момент, создаваемый магнитными катушками. Тогда нетрудно показать, что нестационарная система также управляема, если $I \neq 0, I \neq \pi/2$.

Управляемость стационарных систем. Управляемость стационарной системы удобнее исследовать на основе системы (8)–(11), состоящей из двух подсистем (8), (9) и (10), (11), на которые действуют независимые управления $V_1 = u_2, v_1, v_3$ и $U_1 = u_1, u_3, v_2$.

Согласно критерию [49] система (8), (9) управляема тогда и только тогда, когда

$$\tilde{b}_1(\dot{y}_1 + \dot{y}_4 - \dot{y}_2 + \dot{y}_3) + \tilde{b}_2\dot{y}_9 = \text{const} \text{ для систем (8), (9);}$$

$$\tilde{b}_1(z_7 + z_{10}) + \tilde{b}_2z_{18} = \text{const} \text{ для систем (13), (15);}$$

$$\tilde{b}_1(\dot{y}_4 - 2\dot{y}_2) + \tilde{b}_2\dot{y}_9 = \text{const} \text{ для систем (8), (9);}$$

$$\tilde{b}_1(z_{10} - z_2) + \tilde{b}_2z_{18} = \text{const} \text{ для систем (13), (15).}$$

Система (10), (11) управляема тогда и только тогда, когда

$$2\beta_2(\dot{y}_6 - \dot{y}_5) - \beta_5(\dot{y}_8 - 2\dot{y}_7) = \text{const} \text{ для систем (10), (11);}$$

$$2\beta_2(z_{12} - z_5) - \beta_5(z_{16} - z_{13}) = \text{const} \text{ для систем (15), (16).}$$

В случае, когда $u_2 = v_2 = 0$, возникают новые условия неуправляемости.

Для систем (8), (9) — условие неуправляемости $J_2 = J_1 + J_3$; соответствующие первые интегралы

$$\dot{y}_2 + 2y_4 = \text{const} \text{ для систем (8),(9);}$$

$$z_4 + z_8 = \text{const} \text{ для систем (13),(14).}$$

Для систем (10), (11) – условие неуправляемости $J_2 = J_3$, $J_1 = \frac{4}{3}J_3$; соответствующие первые интегралы

$$\beta_2(\dot{y}_5 + y_6) - \beta_4(\dot{y}_7 + 2y_8) = \text{const} \text{ для систем (10),(11);}$$

$$\beta_2(\dot{z}_6 + z_{11}) - \beta_4(z_{14} + z_{15}) = \text{const} \text{ для систем (13),(14).}$$

В случаях неуправляемости стационарных систем можно, используя соответствующие интегралы, выделить управляемые подсистемы.

АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ СТАБИЛИЗИРУЮЩЕГО УПРАВЛЕНИЯ

Одна из основных идей предлагаемого метода состоит в использовании стационарной системы для выбора стабилизирующего управления. Это хорошо разработанный и алгоритмизированный, устойчивый в работе, способ удобный для применения. Алгоритм строится на основе стационарной системы (13)–(16). Задача стабилизации стационарной управляемой системы (13)–(16) состоит в том, чтобы построить управление, обеспечивающее стремление к нулю компонент вектора состояния системы при $\tau \rightarrow \infty$.

Как было отмечено система (13)–(16) состоит из двух независимых подсистем: (13), (14) (десятого порядка) с управлением V_1 и (15), (16) (восьмого порядка) с управлением U_1 . Далее будем полагать $u_2 = 0$, $v_2 = 0$, $U = [u_1 \ u_3]^T$, $V = [v_1 \ v_3]^T$.

Стабилизирующее управление строится для каждой подсистемы независимо в виде обратной связи по состоянию, а матрица коэффициентов управления выбирается из условия минимума квадратичных функционалов

$$\Phi_1 = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [Z_1^T(\tau) Q_1 Z_1(\tau) + V^T(\tau) \Gamma_1 V(\tau)] d\tau, \tag{17}$$

$$\Phi_2 = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [Z_2^T(\tau) Q_2 Z_2(\tau) + U^T(\tau) \Gamma_2 U(\tau)] d\tau.$$

Здесь $Z^{(1)} = \begin{bmatrix} z^{(1)} \\ z^{(4)} \end{bmatrix}$, $Z^{(2)} = \begin{bmatrix} z^{(2)} \\ z^{(3)} \end{bmatrix}$, Q_1 , Q_2 – неотрицательно определенные, Γ_1 , Γ_2 – положительно определенные постоянные матрицы.

Оптимальное управление имеет вид [50]

$$V(\tau) = -K_z^{(1)} Z^{(1)}(\tau), \quad U(\tau) = -K_z^{(2)} Z^{(2)}(\tau), \tag{18}$$

$$K_z^{(1)} = \Gamma_1^{-1} \tilde{B}_1 P^{(1)}, \quad K_z^{(2)} = \Gamma_2^{-1} \tilde{B}_2 P^{(2)},$$

$$\tilde{B}_1 = \begin{bmatrix} \tilde{B}^{(1)} \\ \tilde{B}^{(4)} \end{bmatrix}, \quad \tilde{B}_2 = \begin{bmatrix} \tilde{B}^{(2)} \\ \tilde{B}^{(3)} \end{bmatrix}.$$

Матрицами $\tilde{B}^{(i)}$ обозначены матрицы $B^{(i)}$ с исключенными вторыми столбцами.

Матрицы $P^{(1)}$, $P^{(2)}$ являются положительно определенными решениями соответствующих матричных алгебраических уравнений Риккати

$$P^{(j)} \tilde{G}_j + \tilde{G}_j^T P^{(j)} - P^{(j)} \tilde{B}_j \Gamma^{(j)-1} \tilde{B}_j^T P^{(j)} + Q^{(j)} = 0, \quad (j=1,2),$$

$$\tilde{G}_1 = \text{diag}(G^{(1)}, G^{(4)}), \quad \tilde{G}_2 = \text{diag}(G^{(2)}, G^{(3)}).$$

Синтезированные управляющие воздействия $V(\tau)$ и $U(\tau)$ являются функциями переменных $Z^{(1)}(\tau)$ и $Z^{(2)}(\tau)$ стационарной системы (13)–(16) более высокого порядка, чем исходная нестационарная система (6), (7). Для введения этих управлений непосредственно в исходную систему следует выразить векторы $Z^{(1)}(\tau)$ и $Z^{(2)}(\tau)$ через векторы состояния $\xi^{(1)}$ и $\xi^{(2)}$, дополненные вспомогательными векторами $\xi^{(1)}$ и $\xi^{(2)}$, которые введем, учитывая формулы (12)

$$\xi^{(1)} = \begin{bmatrix} \zeta^{(1)} \\ \zeta^{(4)} \\ \zeta^{(2)} \end{bmatrix}, \quad \xi^{(2)} = \begin{bmatrix} \zeta^{(2)} \\ \zeta^{(3)} \\ \zeta^{(1)} \end{bmatrix}, \quad \zeta^{(1)} = F_3^T z^{(1)},$$

$$\zeta^{(2)} = z^{(3)}, \quad \zeta^{(3)} = F_4^T z^{(2)}, \quad \zeta^{(4)} = z^{(4)}; \tag{19}$$

$$F_3^T = \begin{bmatrix} -\sigma \tau E_2 & \sigma \tau E_2 & O_2 & O_2 \\ O_2 & O_2 & -\sigma \tau E_2 & \sigma \tau E_2 \end{bmatrix},$$

$$F_4^T = [-\sigma \tau E_2 \quad \sigma \tau E_2].$$

Уравнения для вспомогательных векторов $\zeta^{(1)}, \zeta^{(2)}, \zeta^{(3)}, \zeta^{(4)}$ имеют вид

$$\dot{\zeta}^{(1)} = A^{(1)} \zeta^{(1)} + \tilde{B}_d^{(1)} V; \tag{20}$$

$$\dot{\zeta}^{(2)} = A^{(1)} \zeta^{(2)} + B_d^{(2)} U; \tag{21}$$

$$\dot{\zeta}^{(3)} = A^{(2)} \zeta^{(3)} + B_d^{(3)} U; \tag{22}$$

$$\dot{\zeta}^{(4)} = A^{(2)} \zeta^{(4)} + \tilde{B}_d^{(4)} V. \tag{23}$$

Здесь

$$\tilde{B}_d^{(1)} = \mu_0 \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & b_2 c \tau \\ -\tilde{b}_2 c \tau & 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{B}_d^{(2)} = \mu_0 \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \beta_4 \\ -\beta_5 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B_d^{(3)} = \mu_0 \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -2\beta_2 c \tau & -\beta_2 s \tau \end{bmatrix}, \quad \tilde{B}_d^{(4)} = \mu_0 \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \tilde{b}_1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Векторы состояния $\xi^{(1)}, \xi^{(2)}$, содержащие векторы исходной нестационарной системы и вспомогательные векторы $\xi^{(1)}, \xi^{(2)}$, связаны с векторами $Z^{(1)}, Z^{(2)}$ стационарной системы следующими преобразованиями

$$\tilde{\xi}_{(18 \times 1)} = T(\tau) Z_{(18 \times 1)}, \quad \tilde{\xi} = \begin{bmatrix} \xi^{(1)} \\ \xi^{(1)} \\ \xi^{(2)} \\ \xi^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi^{(1)} \\ \zeta^{(1)} \\ \zeta^{(4)} \\ \xi^{(2)} \\ \zeta^{(2)} \\ \zeta^{(2)} \\ \zeta^{(3)} \end{bmatrix}, \quad Z = \begin{bmatrix} z^{(1)} \\ z^{(2)} \\ z^{(3)} \\ z^{(4)} \end{bmatrix};$$

$$T(\tau) = \begin{bmatrix} F_1^T & O & E_4 & O \\ 4 \times 8 & 4 \times 4 & & 4 \times 2 \\ F_3^T & O & O & O \\ 4 \times 8 & 4 \times 4 & 4 \times 4 & 4 \times 2 \\ O & O & O & E_2 \\ 2 \times 8 & 2 \times 4 & 2 \times 4 & \\ O & F_2^T & O & E_2 \\ 2 \times 8 & 2 \times 4 & 2 \times 4 & \\ O & O & E_4 & O \\ 4 \times 8 & 4 \times 4 & 4 \times 4 & 4 \times 2 \\ O & F_4^T & O & O \\ 2 \times 8 & 2 \times 4 & 2 \times 4 & 2 \times 2 \end{bmatrix},$$

$$T(\tau) = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ (10 \times 8) & (10 \times 10) \\ T_{21} & T_{11} \\ (8 \times 8) & (8 \times 10) \end{bmatrix}, \quad T_{11} = \begin{bmatrix} F_1^T \\ (4 \times 8) \\ F_3^T \\ (4 \times 8) \\ O \\ (2 \times 8) \end{bmatrix}, \quad T_{12} = \begin{bmatrix} O & E_4 & O \\ (4 \times 4) & (4 \times 4) & (4 \times 2) \\ O & O & O \\ (4 \times 4) & (4 \times 4) & (4 \times 2) \\ O & O & E_2 \\ (2 \times 4) & (2 \times 4) & \end{bmatrix},$$

$$T_{21} = O_{(8 \times 8)}, \quad T_{22} = \begin{bmatrix} F_2^T & O & E_2 \\ (2 \times 4) & (2 \times 4) & \\ O & E_4 & O \\ (4 \times 4) & (4 \times 4) & (4 \times 2) \\ F_4^T & O & O \\ (2 \times 4) & (2 \times 4) & (2 \times 2) \end{bmatrix}.$$

Исходная система (6), (7) при $u_2 = 0, v_2 = 0$ имеет вид

$$\dot{\xi}^{(1)} = A^{(1)} \xi^{(1)} + \tilde{B}_u^{(1)} U + \tilde{B}_v^{(1)} V, \quad (24)$$

$$\dot{\xi}^{(2)} = A^{(2)} \xi^{(2)} + \tilde{B}_u^{(2)} U + \tilde{B}_v^{(2)} V, \quad (25)$$

$$\tilde{B}_u^{(1)} = \mu_0 \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \beta_4 \\ \beta_5 & 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{B}_v^{(1)} = \mu_0 \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & b_2 s \tau \\ -\tilde{b}_2 s \tau & 0 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{B}_u^{(2)} = \mu_0 \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -2\beta_2 s \tau & \beta_2 c \tau \end{bmatrix}, \quad \tilde{B}_v^{(2)} = \mu_0 \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \tilde{b}_1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Тогда нестационарную систему для моделирования составляют системы (24), (20), (23) и (25), (21), (24)

$$\dot{\xi} = \tilde{A}_\xi \xi + \tilde{B}_\xi(\tau) U_\xi, \quad U_\xi = \begin{bmatrix} U \\ V \end{bmatrix}. \quad (26)$$

Здесь

$$\tilde{A}_\xi = \text{diag}(A^{(1)}, A^{(1)}, A^{(2)}, A^{(2)}, A^{(1)}, A^{(2)});$$

$$B_\xi = \begin{bmatrix} B_{\xi 1} \\ B_{\xi 2} \end{bmatrix}, \quad B_{\xi 1} = \begin{bmatrix} \tilde{B}_u^{(1)} & \tilde{B}_v^{(1)} \\ O & B_d^{(1)} \\ O & B_d^{(4)} \end{bmatrix}, \quad B_{\xi 2} = \begin{bmatrix} \tilde{B}_u^{(2)} & \tilde{B}_v^{(2)} \\ B_d^{(2)} & O \\ B_d^{(3)} & O \end{bmatrix}.$$

Управления (18), построенные для стационарной системы (13)–(16), можно вводить в систему (26) в виде

$$U_\xi = -K_Z T^{-1}(\tau) \tilde{\xi}, \quad K_Z = \begin{bmatrix} K_z^{(1)} & O \\ O & K_z^{(2)} \end{bmatrix}. \quad (27)$$

Замкнутая управлением система имеет вид

$$\dot{\xi} = (\tilde{A}_\xi - \tilde{B}_\xi(\tau) K_Z T^{-1}(\tau)) \xi. \quad (28)$$

Решения $\xi(\tau)$ системы (28), содержащие компоненты исходного вектора $\xi(\tau)$, стремятся к нулю при $\tau \rightarrow \infty$ в силу выбора матрицы K_Z , так как они связаны с асимптотически стремящимися к нулю компонентами вектора Z ограниченным преобразованием T .

МОДЕЛИРОВАНИЕ

Моделирование проводилось при помощи стандартного пакета Matlab 7.1. Коэффициенты управления выбирались при помощи стандартной программы LQR для стационарных систем (13), (14) десятого порядка и (15), (16) восьмого порядка. Матрицы в функционале (17) имеют вид

$$\Gamma_1 = \begin{bmatrix} \gamma_{v1} & 0 \\ 0 & \gamma_{v3} \end{bmatrix}, \quad Q_1 = \text{diag}(\delta_{v1} E_4, O_4, \delta_{v3} E_2);$$

$$\Gamma_2 = \begin{bmatrix} \gamma_{u1} & 0 \\ 0 & \gamma_{u3} \end{bmatrix}, \quad Q_2 = \text{diag}(\delta_{u1} E_2, \delta_{u3} E_2, O_2, O_2).$$

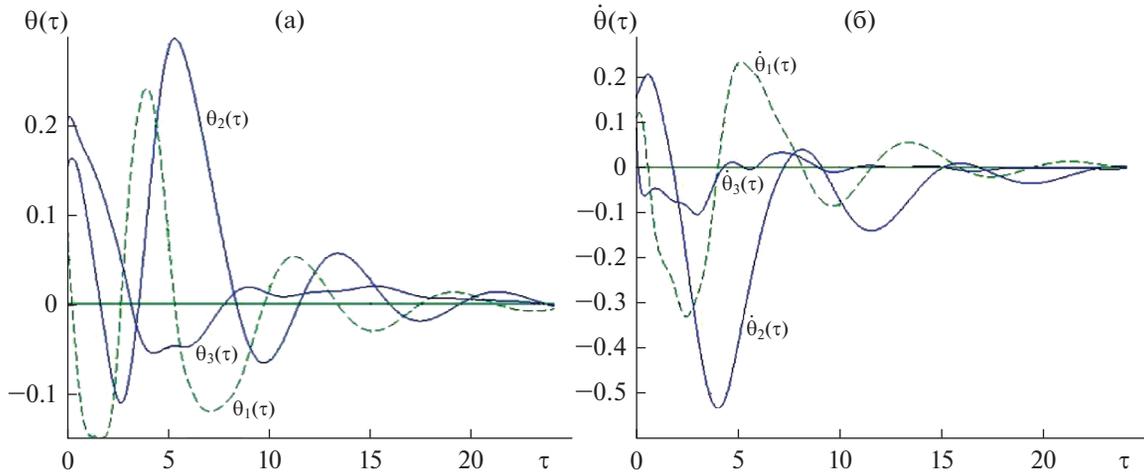


Рис. 1. (а) $\theta_i(\tau)$, (б) $\dot{\theta}_i(\tau)$.

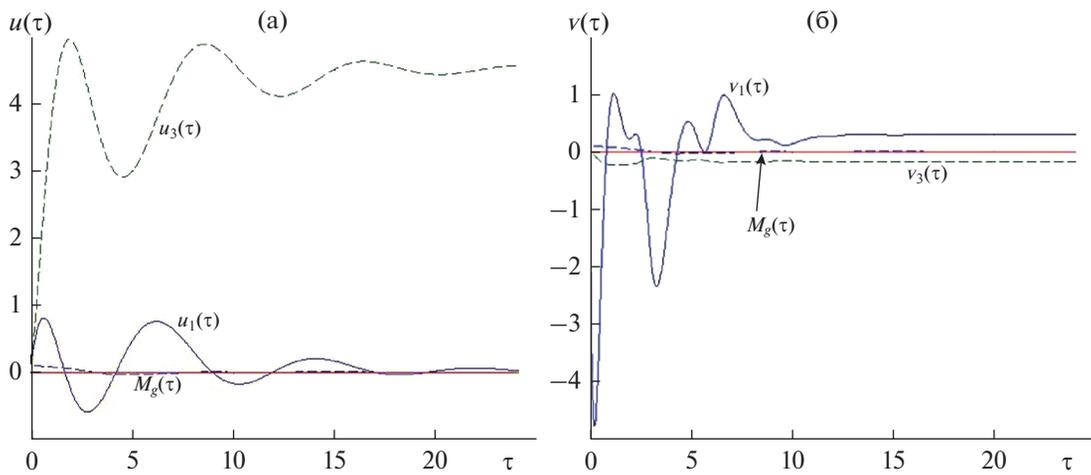


Рис. 2. (а) $u(\tau), M_g(\tau)$, (б) $v(\tau), M_g(\tau)$.

Здесь $\gamma_{u1}, \gamma_{u3}, \gamma_{v1}, \gamma_{v3}, \delta_{u1}, \delta_{u3}, \delta_{v1}, \delta_{v3}$ — задаваемые параметры.

Радиус орбиты $R = 7000$ км. Величина заряда $q = 5.0 \cdot 10^{-3}$ Кл [28].

Параметр, определяющий величину собственного магнитного момента $\mu_0 = \frac{\mu_E}{\mu}$, $\mu_E = 7.812 \cdot 10^6 \text{ км}^3 \cdot \text{кг} \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{А}^{-1}$, $\mu = 3.986 \cdot 10^5 \text{ км}^3 \cdot \text{с}^{-2}$.

Значения параметров функционалов (17)

$$\begin{aligned} \gamma_{u1} &= 0.01, \quad \gamma_{u3} = 0.001; \quad \delta_{u1} = \delta_{u3} = 0.01; \\ \gamma_{v1} &= 0.001, \quad \gamma_{v3} = 0.1; \quad \delta_{v1} = \delta_{v3} = 0.01. \end{aligned}$$

Начальные условия по углам: $\theta_1(0) = 0.1$, $\theta_2(0) = 0.15$, $\theta_3(0) = 0.2$; по скоростям: $\dot{\theta}_1(0) = 0.15$, $\dot{\theta}_2(0) = 0.1$, $\dot{\theta}_3(0) = 0.1$. По дополнительным пере-

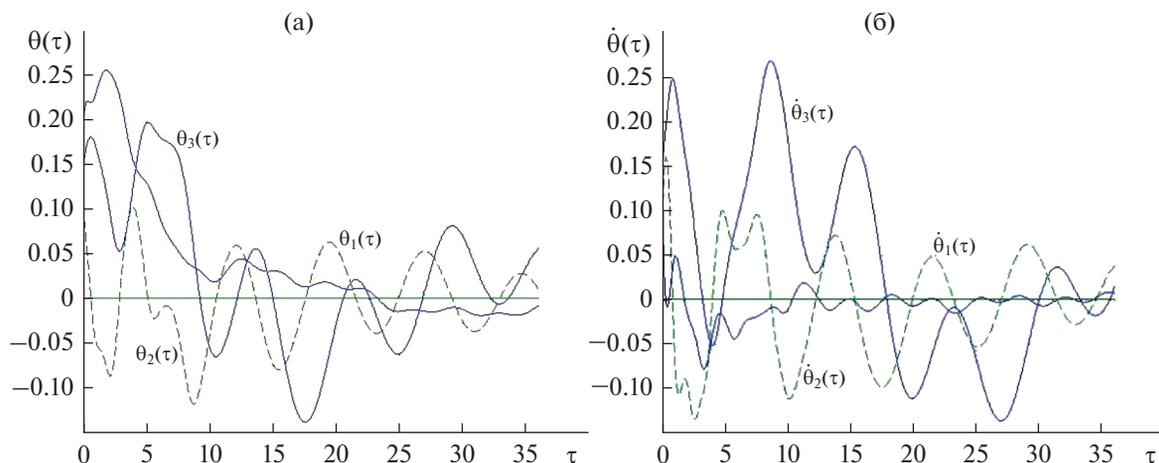
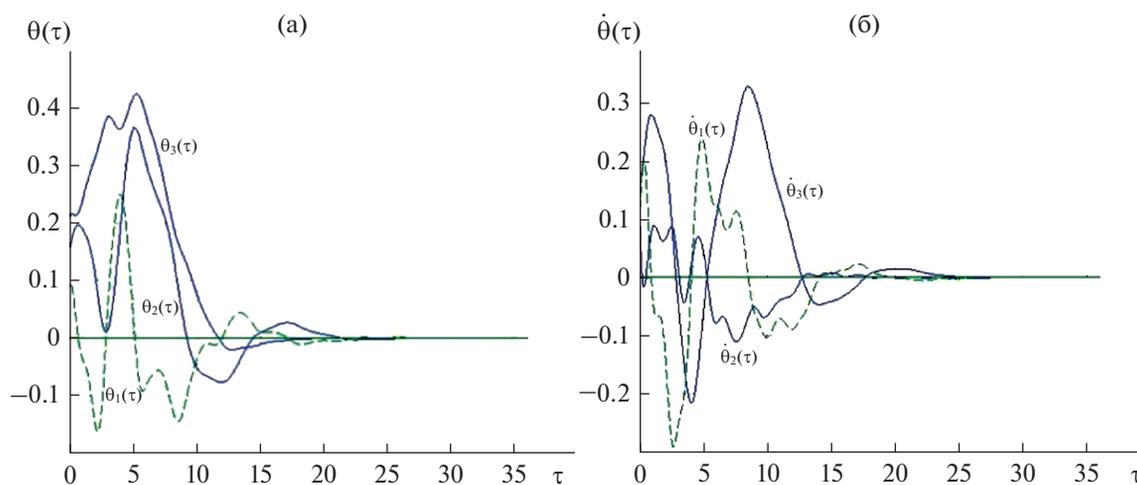
менным начальные условия принимались нулевыми.

На рис. 1 представлено поведение переменных $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ и их производных $\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3$ в зависимости от безразмерного времени τ для спутника с тензором инерции $J = [115.0, 120.0, 135.0] \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ [32]. Угол наклона плоскости орбиты $I = 60^\circ$.

Процесс стабилизации практически завершился к моменту времени $\tau = 20 \approx 4.5$ ч.

На рис. 2 представлено поведение компонент управления $u_j(\tau), v_j(\tau)$ ($j = 1, 3$) в сравнении с гравитационным моментом $M_g(\tau)$.

Если моменты инерции спутника не являются близкими к “критическим” (не удовлетворяют условиям неуправляемости стационарной систе-

Рис. 3. (а) $\theta_i(\tau)$, (б) $\dot{\theta}_i(\tau)$.Рис. 4. (а) $\theta_i(\tau)$, (б) $\dot{\theta}_i(\tau)$.

мы), то их изменение на 10–15% не приводит к изменению характера кривых.

Чувствительность алгоритма к изменению тензора инерции проявляется только в окрестности условий неуправляемости.

Было проведено моделирование алгоритмов “вблизи” выполнения условий неуправляемости $J_1 = J_2 = J_3$; и $J_1 = J_3, J_2 = 2J_3$.

На рис. 3, 4 продемонстрировано, как влияет близость моментов инерции к соотношениям, удовлетворяющим условиям неуправляемости стационарной системы.

На рис. 3 показано поведение переменных $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ и их производных $\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3$ в зависимости от времени для спутника с тензором инерции $J_1 = [210.0, 190.0, 210.0]$ кг · м² (тензор инерции отличается от шарового на ~5%).

Процесс стабилизации требует большего времени по сравнению с кривыми, представленными на рис. 1.

Если тензор инерции отличается от шарового на ~10% $J_1 = [220.0, 180.0, 230.0]$ кг · м², поведение переменных $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3$ показано на рис. 4.

Как проявляется чувствительность алгоритма в окрестности условий неуправляемости для малого спутника продемонстрировано на рис. 5.

Процесс стабилизации переменных вектора состояния в том случае, когда моменты инерции спутника $J_1 = [220.0, 420.0, 220.0]$ кг · м² (тензор инерции почти удовлетворяют второму условию неуправляемости стационарной системы $J_1 = J_3, J_2 = 2J_3$) представлен на рис. 6.

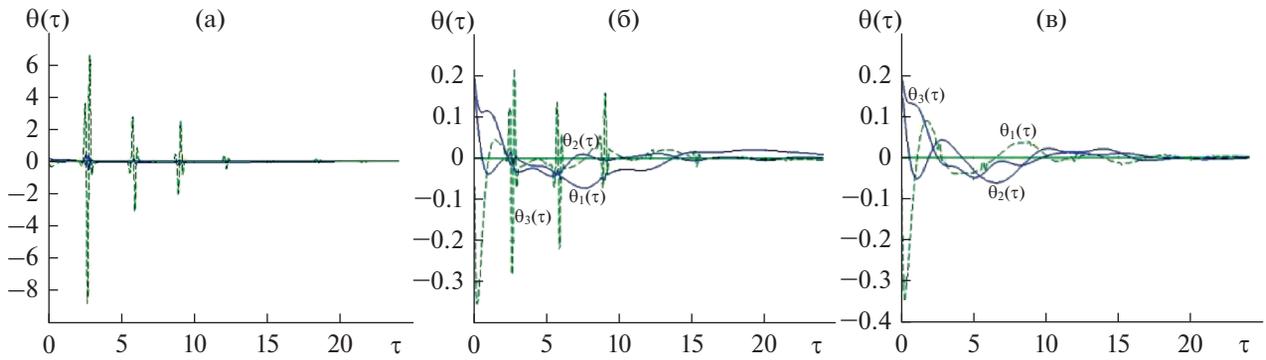


Рис. 5. $\theta_i(\tau)$ (а) $J = [3.2; 3.4; 3.0]$ кг·м², (б) $J = [3.2; 3.6; 3.0]$ кг·м², (в) $J = [3.2; 4.0; 3.0]$ кг·м².

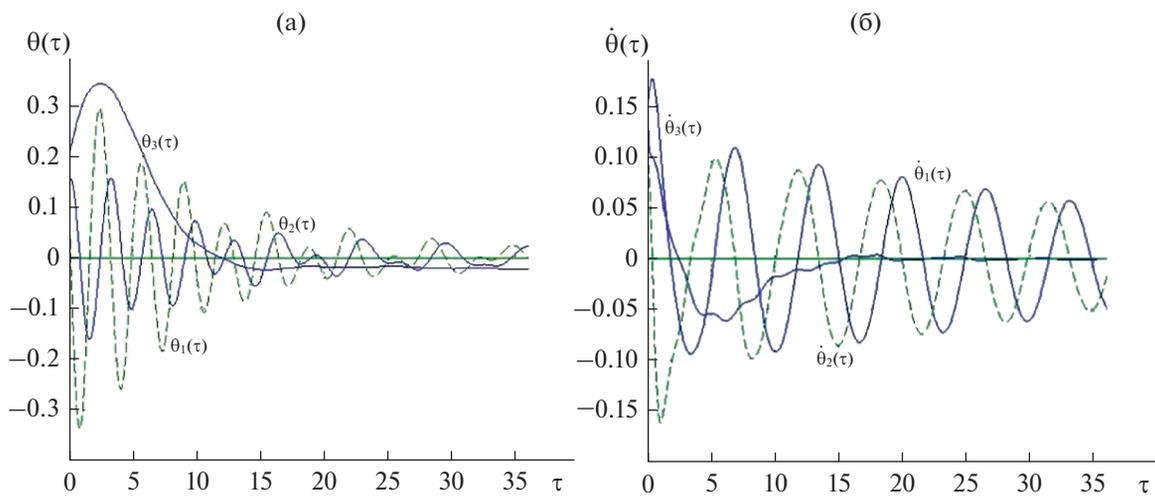


Рис. 6. (а) $\theta_i(\tau)$, (б) $\dot{\theta}_i(\tau)$.

Характер кривых, отображающих процесс стабилизации на рис. 6, отличается от варианта, представленного на рис. 3.

Для сравнения процесса стабилизации переменных $\theta_i(\tau)$ в тех случаях, когда интегрировалась линейная система и когда в исходной системе учитывались нелинейные члены (см. Приложение (П-1)), было проведено моделирование при движении по орбите, близкой к полярной $I = 87.0^\circ$ спутника [51] с моментами инерции $J = [27.0, 17.0, 25.0]$ кг·м². Результаты моделирования на рис. 7.

На рис. 8 представлено поведение переменных $\theta_i(\tau)$ в процессе стабилизации линейной и нелинейной (см. Приложение (П-II)) систем при движении по экватору ($I = 0.0^\circ$) для спутника [32] с моментами инерции $J = [110.0, 130.0, 155.0]$ кг·м².

Времена установления процессов стабилизации в линейной и нелинейной системах пример-

но одинаковые, но величина перерегулирования в нелинейной системе немного больше.

Моделирование показало, что управления, построенные для линейных систем, применимы для нелинейных, если начальные условия по углам не превышают $\theta_1(0) = \theta_2(0) = 0.3$ рад; $\theta_3(0) = 0.5$ рад; а по скоростям не превышают $\dot{\theta}_1(0) = \dot{\theta}_2(0) = \dot{\theta}_3(0) = 0.2$ рад/τ.

На рис. 9 приведено сравнение процессов стабилизации в тех случаях, когда применяется гибридное управление (управление при помощи моментов магнитных катушек и моментов сил Лоренца) и когда используется лишь управление от моментов магнитных катушек. Тензор инерции спутника $J = [3.6, 5.8, 2.5]$ кг·м² [7]. Орбита, близкая к полярной.

Алгоритм стабилизации при использовании только собственных моментов, очевидно, результатов не дает, т.к. как показано в [16], соответ-

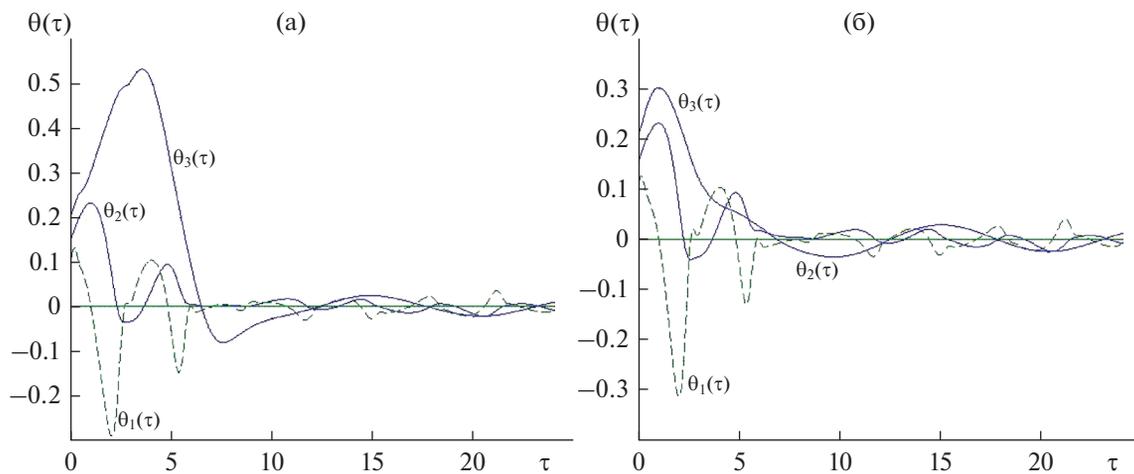


Рис. 7. $\theta_i(\tau)$ (а) линейная система, (б) нелинейная система.

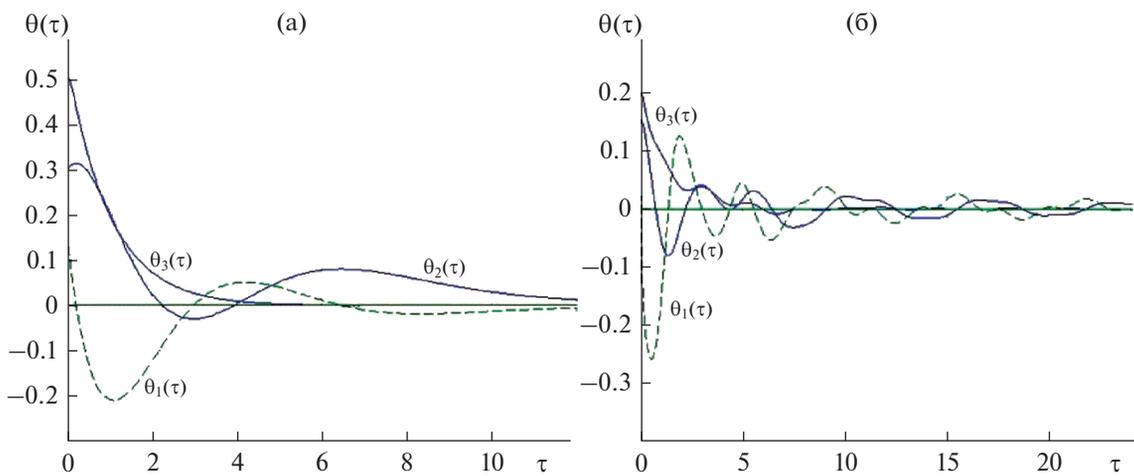


Рис. 8. $\theta_i(\tau)$ (а) линейная система, (б) нелинейная система.

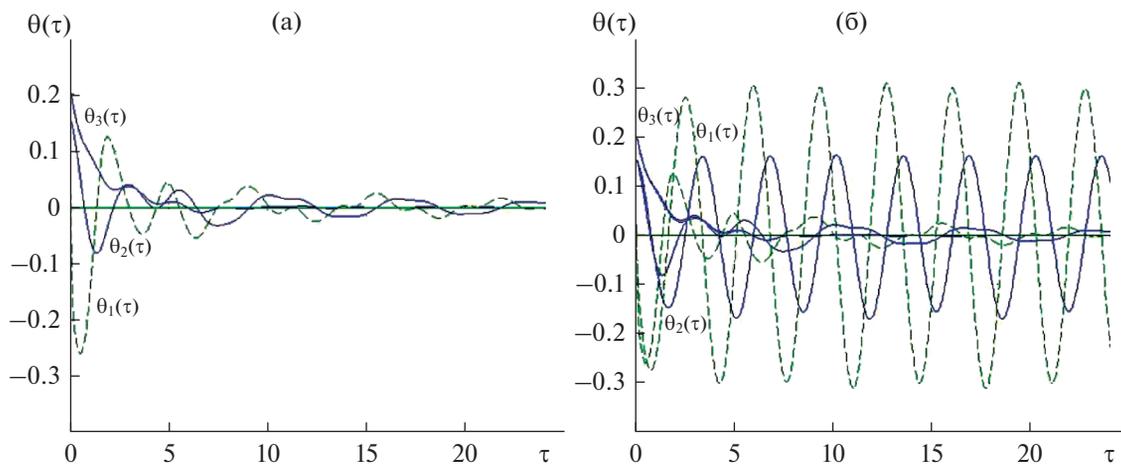


Рис. 9. $\theta_i(\tau)$ ($I = 82.5^\circ; u \neq 0$) (а) $v \neq 0$, (б) $v = 0$.

ствущая стационарная система в этом случае неуправляема.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Показано, что если для стабилизации ориентации спутника используются одновременно моменты сил Лоренца и собственные моменты, создаваемые, находящимися на спутнике магнитными катушками, линеаризованная в окрестности положения относительного равновесия система уравнений движения относится к специальному классу линейных нестационарных систем, допускающих приведение к стационарным системам.

Система приведена к стационарной системе большей размерности, чем исходная система. На основе полученной стационарной системы исследована управляемость и построены работоспособные алгоритмы стабилизации.

Проведено обстоятельное моделирование, подтверждающее эффективность предложенной методики, в том числе при учете нелинейности исходных нестационарных систем на экваторе и вблизи полярных орбит. Показано, что алгоритмы чувствительны к малым изменениям тензоров инерции только вблизи условий неуправляемости стационарной системы. Моделирование подтвердило большую эффективность предлагаемых алгоритмов при использовании гибридного способа управления – управления при помощи магнитных катушек и управления за счет электромагнитного влияния сил Лоренца по сравнению с вариантом использования для управления только магнитных катушек.

ПРИЛОЖЕНИЕ

При движении по полярной орбите $I = \pi/2$ уравнения (5) с учетом нелинейных членов имеют вид

$$\begin{aligned} \ddot{x}_1 &= \dots + \frac{\delta_1}{J_1} \dot{x}_2(\dot{x}_3 - x_1) + \frac{\delta_3}{J_1} d_3 x_2(\dot{x}_1 + x_3) + \\ &\quad + \frac{\mu_0}{J_1} (x_3 \cos \tau - 2x_1 \sin \tau) u_3, \\ \ddot{x}_3 &= \dots - \frac{\delta_2}{J_3} \dot{x}_2(\dot{x}_1 + x_3) + \frac{\delta_3}{J_1} d_3 x_2(\dot{x}_3 - 4x_1) - \\ &\quad - \frac{\mu_0}{J_3} (x_3 \cos \tau - 2x_1 \sin \tau) u_1, \\ \ddot{x}_2 &= \dots - \frac{\delta_1}{J_2} \dot{x}_1 \dot{x}_3 + \frac{\delta_2}{J_2} x_3 \dot{x}_3 - \frac{\delta_2 \delta_4}{J_2 J_3} x_1(\dot{x}_1 + x_3) - \\ &\quad - \frac{\mu_0}{J_2} x_2 (u_1 \cos \tau + 2u_3 \sin \tau) - \\ &\quad - 2 \frac{\mu_0 q R \omega_0}{J_2} \sin \tau (v_1 x_1 + v_3 x_3). \end{aligned} \quad (\text{П-I})$$

Уравнения движения спутника (5) при движении по экватору с учетом членов второго приближения имеют вид

$$\begin{aligned} \ddot{x}_1 &= \dots + \frac{\delta_1}{J_1} \dot{x}_2(\dot{x}_3 - x_1) + \frac{\delta_3}{J_1} d_3 x_2(\dot{x}_1 + x_3) + \\ &\quad + q R \omega_0 \frac{\mu_0}{J_1} v_3 x_1, \\ \ddot{x}_3 &= \dots - \frac{\delta_2}{J_3} \dot{x}_2(\dot{x}_1 + x_3) + \frac{\delta_3}{J_1} d_3 x_2(\dot{x}_3 - 4x_1) - \\ &\quad - q R \omega_0 \frac{\mu_0}{J_3} v_1 x_1, \quad \ddot{x}_2 = \dots - \frac{\delta_1}{J_2} \dot{x}_1 \dot{x}_3 + \frac{\delta_2}{J_2} x_3 \dot{x}_3 - \\ &\quad - \frac{\delta_2 \delta_4}{J_2 J_3} x_1(\dot{x}_1 + x_3) - \frac{\mu_0}{J_2} (u_1 x_1 + u_3 x_2) + \\ &\quad + q R \omega_0 \frac{\mu_0}{J_2} v_3 x_2. \end{aligned} \quad (\text{П-II})$$

Здесь $\delta_1 = J_1 + J_2 - J_3$, $\delta_2 = J_2 + J_3 - J_1$, $\delta_3 = J_3 - J_1$, $\delta_4 = J_3 - J_2$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Psiaki M.* Magnetic torque attitude control via asymptotic periodic linear quadratic regulation // *J. Guidance, Control, and Dynamics*. 2001. V. 24. № 2. P. 386–394.
2. *Bushenkov V.A., Ovchinnikov M.Yu., Smirnov G.V.* Attitude stabilization of a satellite by magnetic coils // *Acta Astronaut.* 2002. V. 50. P. 721–728. [https://doi.org/10.1016/S0094-5765\(02\)00011-5](https://doi.org/10.1016/S0094-5765(02)00011-5)
3. *Lovera M., Astolfi A.* Spacecraft attitude control using magnetic actuators // *Automatica*. 2004. V. 40. P. 1405–1414.
4. *Lovera M., Astolfi A.* Global Magnetic Attitude Control of Spacecraft in the Presence of Gravity Gradient // *IEEE Trans. On Aerospace and Electronic Systems*. 2006. V. 12. P. 796–805.
5. *Rehanoglu M., Hervas J.R.* Three-axis Magnetic Attitude Control Algorithm for Small Satellites // *Proc. of the 5th Int. Conf. on Recent Advance Technologies*. Istanbul. 2011. P. 897–902.
6. *Rodriguez-Vazquez A.L., Martin-Prats M.A., Bernelli-Zazzera F.* Spacecraft Magnetic Attitude Control Using Approximating Sequence Riccati Equations // *IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems*. 2015. V. 51. № 4. P. 3374–3385.
7. *Ovchinnikov M.Yu., Roldugin D.S., Penkov V.I.* Three-axis active magnetic attitude control asymptotical study // *Acta Astronautica*. 2015. V. 110. P. 279–286.
8. *Ovchinnikov M.Yu., Roldugin D.S., Ivanov D.S., Penkov V.I.* Choosing Control Parameters for Three Axis Magnetic Stabilization in Orbital Frame // *Acta Astronautica*. 2015. V. 116. P. 74–77.
9. *Овчинников М.Ю., Пеньков В.И., Ролдугин Д.С., Иванов Д.С.* Магнитные системы ориентации малых спутников. М.: ИПМ им. М.В. Келдыша, 2016. <https://doi.org/10.20948/mono-2016-ovchinnikov>

10. *Ivanov D.S., Ovchinnikov M.Yu., Penkov V.I. et al.* Advanced Numerical Study of the Three-axis Magnetic Attitude Control and Determination with Uncertainties // *Acta Astronautica*. 2017. V. 132. P. 103–110.
11. *Ovchinnikov M.Yu., Penkov V.I. et al.* Geomagnetic field models for satellite angular motion studies // *Acta Astronautica*. 2018. V. 144. P. 171–180.
12. *Giri D.K., Mukherjee B.K., Sinha M.* Three-Axis Global Magnetic Attitude Control of Earth-Pointing Satellites in Circular Orbit: Three-Axis Global Magnetic Attitude Control // *Asian J. Control*. 2017. V. 19. № 3. <https://doi.org/10.1002/asjc.1506>
13. *Yang Y.* Spacecraft modeling, attitude determination, and control: quaternion-based approach. Taylor & Francis Group. 2019.
14. *Kim J., Jung Y., Bang H.* Linear Time-Varying Model Predictive Control of Magnetically Actuated Satellites in Elliptic Orbits // *Acta Astronautica*. 2018. V. 151. P. 791–804.
15. *Морозов В.М., Каленова В.И.* Управление с помощью магнитных моментов ориентацией спутника, движущегося по полярной орбите // *Инженерный журн.: наука и инновации*. 2018. Т. 81. № 9. С. 8–14. <https://doi.org/10.18698/2308-6033-2018-9-1798>
16. *Морозов В.М., Каленова В.И.* Управление спутником при помощи магнитных моментов: управляемость и алгоритмы стабилизации // *Космич. исслед.* 2020. Т. 58. № 3. С. 199–207.
17. *Silani E., Lovera M.* Magnetic spacecraft attitude control: a survey and some new results // *Control engineering practice*. 2005. V. 13. P. 357–371.
18. *Sofyali A., Jafarov E.M., Wisniewski R.* Robust and Global Attitude Stabilization of Magnetically Actuated Spacecraft Through Sliding Mode // *Aerosp. Sci. Technol*. 2018. V. 76. P. 91–104. <https://doi.org/10.1016/j.ast.2018.01.022>
19. *Ovchinnikov M.Yu., Roldugin D.S.* A survey on active magnetic attitude control algorithms for small satellites // *Progress in Aerospace Sciences*. 2019. <https://doi.org/10.1016/j.paerosci.2019.05.006>
20. *Овчинников М.Ю., Ролдугин Д.С.* Современные алгоритмы активной магнитной ориентации спутников // *Космические аппараты и технологии*. 2019. Т. 3. № 2(28). С. 73–86. <https://doi.org/10.26732/2618-7957-2019-2-73-86>
21. *Тихонов А.А.* Метод полупассивной стабилизации космического аппарата в геомагнитном поле // *Космич. исслед.* 2003. Т. 41. № 1. С. 69–79.
22. *Антипов К.А., Тихонов А.А.* Параметрическое управление в задаче о стабилизации космического аппарата в магнитном поле земли // *Автоматика и телемеханика*. 2007. № 8. С. 44–56.
23. *Александров А.Ю., Тихонов А.А.* Электродинамическая стабилизация ИСЗ на экваториальной орбите // *Космич. исслед.* 2012. Т. 50. № 4. С. 335–335.
24. *Александров А.Ю., Тихонов А.А.* Электродинамическая стабилизация программного вращения ИСЗ в орбитальной системе координат // *Вестник Санкт-Петербургского университета. Серия 1: математика, механика, астрономия*. 2012. № 2. С. 79–90.
25. *Antipov K.A., Tikhonov A.A.* On satellite electrodynamic attitude stabilization // *Aerosp. Sci. Technol*. 2014. V. 33. P. 92–99. <https://doi.org/10.1016/j.ast.2014.01.004>
26. *Антипов К.А., Тихонов А.А.* Электродинамическое управление в задаче о стабилизации космического аппарата в геомагнитном поле // *Космич. исслед.* 2014. Т. 52. № 6. С. 512–520.
27. *Aleksandrov A.Yu., Antipov K.A., Platonov A.V., Tikhonov A.A.* Electrodynamic attitude stabilization of a satellite in the Konig frame // *Nonlinear Dyn*. 2015. V. 82. P. 1493–1505. <https://doi.org/10.1007/s11071-015-2256-1>
28. *Aleksandrov A.Yu., Tikhonov A.A.* Asymptotic stability of a satellite with electrodynamic attitude control in the orbital frame // *Acta Astronautica*. 2017. V. 139. P. 122–129.
29. *Aleksandrov A.Yu., Aleksandrov E.B., Tikhonov A.A.* Stabilization of a programmed rotation mode for a satellite with electrodynamic attitude control system // *Advances in Space Research*. 2018. V. 62. P. 142–151.
30. *Giri D.K., Sinha M.* Magneto-coulombic attitude control of Earth-pointing satellites // *J. Guid. Control, Dyn*. 2014. V. 37. № 6. P. 1946–1960. <https://doi.org/10.2514/1.G000030>
31. *Giri D.K., Sinha M., Kumar K.D.* Fault-tolerant attitude control of magneto-Coulombic satellites // *Acta Astronaut*. 2015. V. 116. P. 254–270. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2015.06.020>
32. *Giri D.K., Sinha M.* Lorentz Force Based Satellite Attitude Control // *J. Inst. Eng. India Ser*. 2016. P. 97 279–290. <https://doi.org/10.1007/s40032-015-0207-8>
33. *Mukherjee B.K., Giri D.K., Sinha M.* Lorentz Force Based Fuzzy-PID Attitude Control for Earth-pointing Satellites // *J. Spacecraft and Rockets*. 2017. V. 54. P. 1153–1160.
34. *Abdel-Aziz Y.A., Shoaib M.* Attitude dynamics and control of spacecraft using geomagnetic Lorentz force // *Res. Astron. Astrophys*. 2015. V. 15. № 1. P. 127–144. <https://doi.org/10.1088/1674\newobj{-}4527/15/1/012>
35. *Huang X., Yan Y.* Fully Actuated Spacecraft Attitude Control via the Hybrid Magnetocoulombic and Magnetic Torques // *J. Guidance, Control, and Dynamics*. 2017. V. 40. № 12. P. 1–8. <https://doi.org/10.2514/1.G002925>
36. *Dey S., Dwivedi S.D., Giri D.K.* Fixed-Time Attitude Control of Satellite Using Combined Magnetic and Magneto-Coulombic Actuators // *IEEE Aerospace Conference*. 2019. P. 1–9. <https://doi.org/10.1109/aero.2019.8742218>
37. *Bhat S.P.* Controllability of Nonlinear Time-Varying Systems: Application to Spacecraft Attitude Control Using Magnetic Actuation // *IEEE Trans. on Automatic Control*. 2005. V. 50. № 11. P. 1725–1735.
38. *Yang Y.* Controllability of Spacecraft Using Only Magnetic Torques // *IEEE Trans on Aerospace and Electronic System*. 2016. V. 52. № 2. P. 955–962.
39. *Sutherland R., Kolmanovsky I.K., Girard A.R.* Attitude Control of a 2U Cubesat by Magnetic and Air Drag Torques // *IEEE. Trans. Control Systems Technology*. 2017. arXiv:1707.04959

40. *Каленова В.И., Морозов В.М.* Линейные нестационарные системы и их приложения к задачам механики. М.: Физматлит, 2010.
41. *Каленова В.И., Морозов В.М.* Приводимость линейных нестационарных систем второго порядка с управлением и наблюдением // Прикладная математика и механика. 2012. Т. 76. № 4. С. 576–588.
42. *Каленова В.И., Морозов В.М.* Об управлении линейными нестационарными системами специального вида // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2013. № 3. С. 6–15.
43. *Каленова В.И., Морозов В.М.* Приводимость линейных нестационарных систем специального вида с управлением и наблюдением // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2019. № 3. С. 3–12.
44. *Morozov V.M., Kalenova V.I.* Linear time-varying systems and their applications to cosmic problems // AIP Conference Proceedings. 2018. V. 1959. P. 020003–020003.
45. *Kalenova V.I., Morozov V.M.* Novel Approach to Attitude Stabilization of Satellite using Geomagnetic Lorentz forces // *Aerosp. Sci. Technol.* 2020. V. 106. <https://doi.org/10.1016/j.ast.2020.106105>
46. *Белецкий В.В.* Движение спутника относительно центра масс в гравитационном поле. М.: Изд-во МГУ, 1975.
47. *Wertz J.* Spacecraft attitude determination and control. Dordrecht. The Netherlands: D. Reidel Publishing Company, 1978.
48. *Красовский Н.Н.* Теория управления движением. Линейные системы. М.: Наука, 1968.
49. *Laub A.J., Arnold W.F.* Controllability and Observability Criteria for Multivariable Linear Second Order Models // *IEEE Trans. Automat. Control.* 1984. V. AC-29. № 2. P. 163–165.50
50. *Ройтенберг Я.Н.* Автоматическое управление. М.: Наука, 1978.

УДК 629.7

К ВОПРОСУ ОБ АВТОНОМНОМ УТОЧНЕНИИ ПАРАМЕТРОВ ВРАЩЕНИЯ ЗЕМЛИ НА БОРТУ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ. АНАЛИЗ ВОЗМОЖНОСТЕЙ РАЗВИВАЕМОЙ ИНФОРМАЦИОННОЙ ТЕХНОЛОГИИ

© 2021 г. М. Н. Красильщиков¹, Д. М. Кружков¹, *

¹Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва, Россия

*kruzhkovd@mail.ru

Поступила в редакцию 19.03.2020 г.

После доработки 19.06.2020 г.

Принята к публикации 17.09.2020 г.

В статье изложены результаты анализа влияния широкого спектра неконтролируемых факторов на точность оценок параметров вращения Земли (ПВЗ), формируемых на борту КА на основе развитой авторами информационной технологии. Предлагаемая информационная технология основана на обработке методом наименьших квадратов (МНК) дальностей до наземных станций, положение которых известно с геодезической точностью. Анализ включает рассмотрение следующих факторов, влияющих на точность и достоверность получаемых оценок: погрешностей измерений упомянутых выше дальностей, ошибок эфемерид КА, ограничений на условия проведения измерений и организацию сеансов связи КА с наземными станциями, условий доступности КА для проведения сеансов измерений, непрогнозируемой эволюции ПВЗ, вариантов используемой в рамках МНК модели динамики компонент вектора ПВЗ. Результаты анализа, полученные путем моделирования процедуры уточнения ПВЗ с использованием предлагаемой технологии, позволили сформулировать качественные и количественные рекомендации по оптимизации on-line экспериментов, реализуемых в перспективе бортовыми алгоритмами КА, выполняющими описанные в технологии процедуры.

DOI: 10.31857/S002342062104004X

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время штатное функционирование спутниковых систем различного назначения обеспечивается путем привлечения развитой наземной инфраструктуры. При этом значительная часть ее располагаемых ресурсов используется для формирования так называемого эфемеридно-временного обеспечения, в том числе для загрузки получаемых на земле данных на борт космических аппаратов в условиях принудительного совмещения двух систем координат – Земной связанной системой координат (ITRF), в которой привязаны координаты соответствующих наземных систем, включая комплексы управления, измерительные пункты и прочие объекты инфраструктуры, и Небесной системы координат (GCRS), в которой определяется движение космических аппаратов и формируются их траектории с учетом возмущающих воздействий. Вследствие изменения ориентации плоскостей экватора и эклиптики Земли и ее вращения Земная система координат разворачивается относительно Небесной. Это

движение представляет собой сложный процесс, состоящий из нутации и прецессии Земной оси вращения, суточного вращения Земли с неравномерной угловой скоростью и смещения полюса Земли относительно его некоторого промежуточного положения. На текущий момент все перечисленные процессы строго контролируются целым рядом международных служб, в том числе Международным астрономическим союзом (IAU) и Международной службой вращения Земли (МСВЗ, IERS), привлекающих для этого значительные ресурсы, необходимые для эксплуатации специального комплекса наземных средств (например, системы земных Радиоинтерферометров со сверхдлинной базой) слежения за небесными телами и звездами. На основе их использования МСВЗ регулярно выпускает серии бюллетеней с данными о текущем и прогнозируемом смещении полюса Земли x_p , y_p и значением неравномерности ее суточного вращения ΔUT . Потребителями этих данных являются космические агентства и центры управления полетами, которые либо ис-

пользуют их в своих нуждах при вычислении высокоточных эфемерид спутниковых группировок, либо вынуждены формировать альтернативную громоздкую инфраструктуру, которая позволит осуществлять аналогичные астрометрические измерения с последующей их обработкой и вычислением ПВЗ.

Таким образом, реализация возможности автономного уточнения в режиме реального времени эволюционирующих геодинимических параметров Земли на борту космических аппаратов применительно к эксплуатируемым в настоящее время спутниковым системам представляется перспективным направлением совершенствования потребительских характеристик таких систем с точки зрения повышения автономности их функционирования и снижения затрат на эксплуатацию. При этом критическим моментом в этой проблеме является создание информационной технологии, обеспечивающей возможность уточнения на борту КА изменений параметров вращения Земли (ПВЗ), то есть x_p , y_p и ΔUT в силу неопределенности эволюции именно этих параметров в сравнении с параметрами прецессии и нутации. Авторами данной статьи в сотрудничестве со специалистами АО «Информационные спутниковые системы академика М.Ф. Решетнева» предложена концепция подобной информационной технологии, включающая следующие положения [1]: решение задачи уточнения ПВЗ путем обработки методом наименьших квадратов (МНК) на борту КА накапливаемых измерений дальностей между КА и специальными наземными станциями, положение которых известно с геодезической точностью; формирование в рамках процедуры использования МНК алгоритмов обработки измерений дальности между КА и станциями на основе аналитических выражений в виде частных производных упомянутых дальностей по компонентам вектора ПВЗ; имитационное моделирование процесса уточнения компонент вектора ПВЗ с целью анализа ошибок оценок смещения полюса и неравномерности вращения Земли, полученных в результате обработки измерений дальностей между КА и специальными наземными станциями.

Приведенные в [1] результаты реализации описанной концепции подтвердили потенциальную возможность уточнения ПВЗ на борту КА. В частности, было показано, что предложенный в [1] алгоритм позволяет поддерживать стабильный процесс формирования оценок, эволюционирующих в реальном времени ПВЗ с ошибками не более 10 mas (угловая миллисекунда) по каждому из параметров (при уровне 2 среднеквадратических отклонений (СКО)). При этом в экспериментах на каждом мерном интервале обрабатывалось по 2000 измерений, к которым добавлялись слу-

чайные ошибки. Количество рассматриваемых при моделировании КА – 20, станций – 6.

Необходимым условием успешной реализации данной технологии на борту КА является оптимизация on-line экспериментов, включающих процедуры накопления и обработки измерений в интересах достижения максимальной точности и достоверности формируемых оценок ПВЗ. В рамках решения соответствующей задачи оптимизации эксперимента предполагается использовать комплексный критерий, максимизация которого с учетом существующих технических ограничений определяет цель отработки потенциально возможных циклограмм функционирования бортовых алгоритмов КА при уточнении ПВЗ на их борту. В свою очередь, необходимым условием формализации упомянутого критерия и решением с его использованием подобной задачи оптимизации является предварительный анализ зависимости точности оценок ПВЗ, получаемых на основе предлагаемой технологии, от влияния следующих неконтролируемых факторов различной физической природы: погрешностей, возникающих при проведении измерений между КА и наземными станциями, ошибок эфемерид КА, ограничений на условия проведения измерений, включая ограничения, накладываемые техническими возможностями канала обмена информацией между КА и станциями, условий доступности КА для проведения сеансов, непрогнозируемой эволюции ПВЗ, вариантов используемой в рамках МНК модели уточняемых компонент вектора ПВЗ, вариантов организации сеансов связи КА с наземными станциями.

Таким образом, настоящая статья имеет своей целью создание необходимых условий для решения задачи оптимизации эксперимента по автономному уточнению ПВЗ в интересах достижения наивысшей точности и требуемого уровня достоверности оценок компонент вектора ПВЗ применительно к существующим возможностям использования бортовых средств и свободных ресурсов в рамках современных циклограмм функционирования навигационных КА.

1. ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В ПРОЦЕССЕ АНАЛИЗА МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЗНАЧИМЫХ НЕКОНТРОЛИРУЕМЫХ ФАКТОРОВ

В настоящем разделе описаны используемые модели перечисленных выше факторов, оказывающих существенное влияние на результаты процесса уточнения ПВЗ на борту КА.

Погрешности, возникающие при проведении измерений дальностей между КА и наземными станциями, обусловлены влиянием ряда физических факторов, таких, как задержка сигнала в аппаратуре, задержка сигнала при его распро-

странении, в том числе в ионосфере и тропосфере, сдвиг бортовых часов приемника сигналов и передатчика относительно системного времени, случайные ошибки (шумы) и т.д. Более подробно все факторы ошибок описаны в [2, 3], а модель измерения дальности между КА и станцией приведена в [4]. В самом общем случае обсуждаемая модель включает набор аддитивных случайных ошибок, статистические характеристики которых известны. Поскольку часть составляющих подобной модели ошибок измерений переменна в зависимости от условий их проведения, а другая часть относительно стабильна, было решено представить эту модель в упрощенном виде $\rho_{meas} = \rho + \Delta\rho_{Sys} + \Delta\rho_{Stoh}$, где $\Delta\rho_{Stoh}$ – случайная составляющая ошибки измерения, для которой известно максимальное значение при уровне доверительной вероятности 0.95, $\Delta\rho_{Sys}$ – систематическая составляющая погрешности измерения, т.е. случайная величина, имеющая “дрейф”, скорость которого описывается случайной величиной с известной дисперсией при уровне доверительной вероятности 0.95, ρ – фактическая измеренная дальность [1].

Использование подобной модели позволяет варьировать при проведении экспериментов уровень значений ошибок измерений в интересах анализа их влияния на точность получаемых оценок ПВЗ вплоть до максимального, т.е. в рамках так называемого гарантирующего подхода.

Ошибки эфемерид КА интерпретируются в рамках данной статьи как случайные процессы с характеристиками, варьируемыми в зависимости от уровня детализации модели движения КА в поле действия возмущающих сил с учетом широкого спектра неконтролируемых факторов [5, 6], таких, как аномалии гравитационного потенциала Земли, притяжение третьих тел, давление солнечного света и альбедо и т.д. Известно, что в процессе эксплуатации КА возникают ошибки так называемых опорных (рассчитываемых на борту) эфемерид (координат и компонент вектора скорости), статистические характеристики которых известны лишь приблизительно. Накопленный опыт в этой области на примере исследований расходимости эфемерид ГЛОНАСС [7–9] показывает, в частности, что для КА подобного типа на средних орбитах эволюция ошибок эфемерид может быть описана случайными процессами с заданными статистическими характеристиками. При этом эволюцию погрешностей эфемерид КА удобнее всего представлять в орбитальных осях: радиальном, трансверсальном и бинормальном направлениях:

$$\begin{aligned}\Delta r &= (a_{or} + a_{1r} \cdot T + a_{2r} \cdot T^2) \cdot \sin(\omega_r \cdot T + \phi_r), \\ \Delta n &= (a_{on} + a_{1n} \cdot T + a_{2n} \cdot T^2) \cdot \sin(\omega_n \cdot T + \phi_n), \\ \Delta l &= (a_{ol} + a_{1l} \cdot T + a_{2l} \cdot T^2) + \\ &+ (b_{ol} + b_{1l} \cdot T) \cdot \sin(\omega_l \cdot T + \phi_l),\end{aligned}$$

где a_0, a_1, a_2, b_0, b_1 – коэффициенты квадратичного тренда, ω и ϕ – гармонические коэффициенты, T – время в днях. Эволюция ошибок в орбитальных осях соответствует зависимостям, представленным на рис. 1.

Ограничения на проведение сеансов измерений обусловлены конкретными инфраструктурными и техническими особенностями эксплуатации спутниковых систем, связанными с необходимостью размещения соответствующих аппаратных и программных средств как на борту КА, так и на Земле, а также существованием соответствующих циклограмм эксплуатации обсуждаемых алгоритмов. Таким образом, исследование влияния данного фактора на результаты уточнения ПВЗ предполагает анализ характеристик точности оценок ПВЗ в условиях переменности частоты проведения измерений, общего количества измерений на интервале, допустимой частоты повторения сеансов измерений, длительности сеансов, количества участвующих КА, количества используемых станций, факта допустимости обмена данными между КА и пропускной способности этого канала.

Непрогнозируемая эволюция смещения полюсов и, главным образом, неравномерности вращения Земли ΔUT вызвана физической природой их изменения, которая не до конца изучена [4, 10, 11]. Как следствие, изменение реальных значений ПВЗ может резко отличаться от предполагаемых ранее их значений, полученных путем прогноза эволюции ПВЗ с помощью краткосрочного линейного или долгосрочного полиномиального трендов. Для учета данного фактора в эксперименте недостаточно использовать модель, основанную только на загрузке апостериорных данных эволюции ПВЗ, доступных для прошедших интервалов времени (речь о применении в экспериментах бюллетеней С04 [12] для моделирования реальных значений ПВЗ). Причиной этому является тот факт, что в будущем не гарантировано аналогичного характера эволюции ПВЗ, в отличие от относительно стабильной упомянутой выше модели расходимости ошибок эфемерид КА, тренд которой в целом неизменен.

Альтернативным подходом к формированию модели эволюции ПВЗ было бы использование гистограммы суточной эволюции ПВЗ на длительном отрезке времени, что, в конечном счете, приводит к вероятностному и гарантирующему подходам при моделировании эволюции ПВЗ в экспериментах на будущих периодах (см. рис. 2).

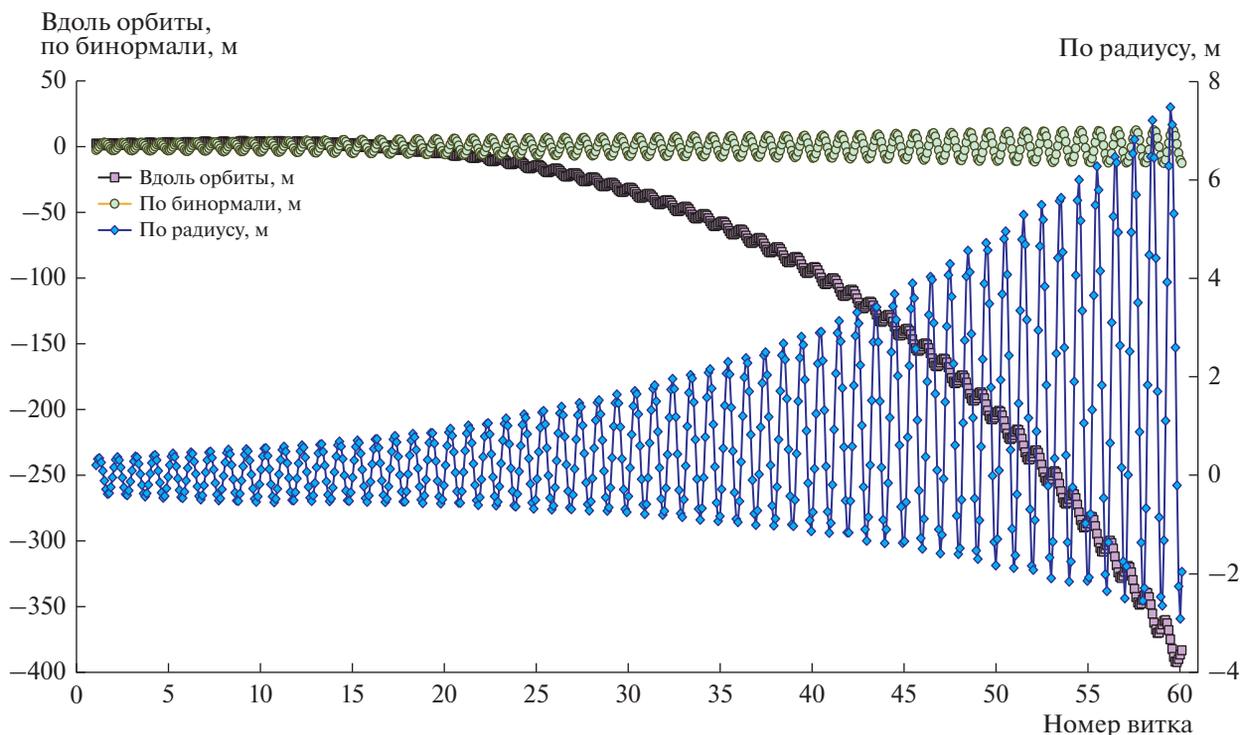


Рис. 1. Эволюция ошибок эфемерид КА.

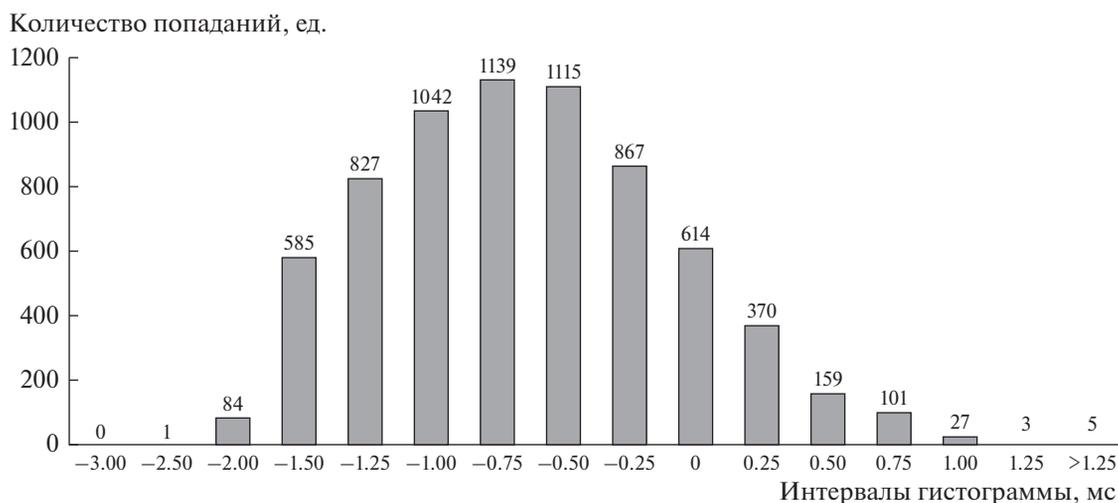


Рис. 2. Гистограмма суточных изменений ΔUT за 10 лет эволюции.

При этом изменения ПВЗ реализуются в форме аддитивных добавок к текущим их суточным значениям.

В рамках данной статьи для анализа влияния непрогнозируемой эволюции ПВЗ развиваемая авторами технология анализируется с использованием как вероятностного, так и гарантирующего подходов.

Вид уточняемой на борту модели ПВЗ представлен несколькими вариантами, отличающимися степенью полинома, описывающего их эволюцию. Самый простой способ – уточнение ПВЗ как констант, имеет недостаток, связанный с уходом фактических значений оцениваемых параметров в течение процесса накопления измерений. Представление ПВЗ в виде линейных трен-

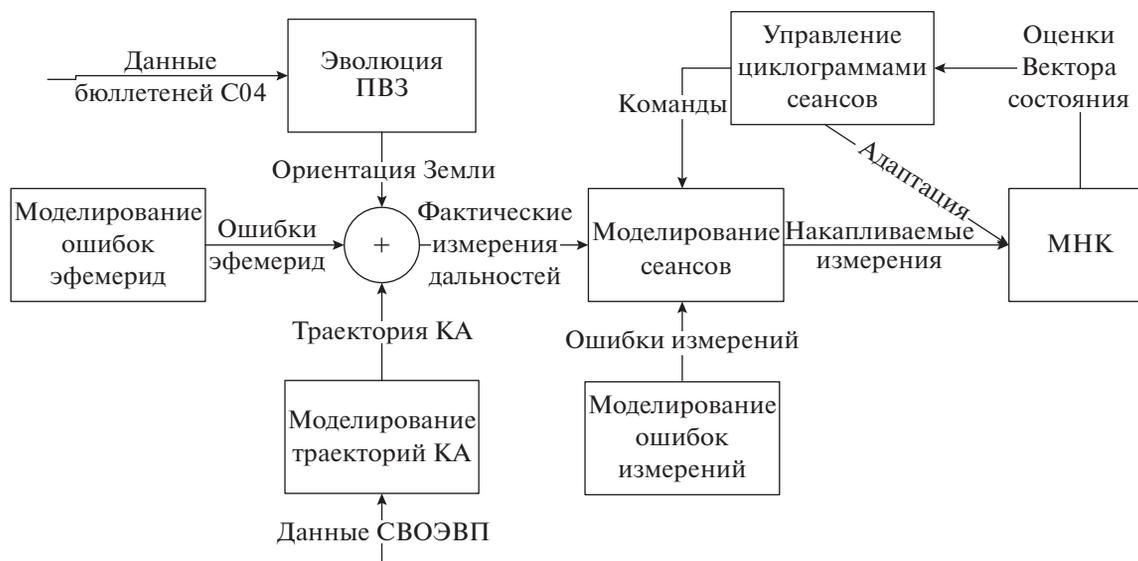


Рис. 3. Функциональная схема моделирования с использованием программного обеспечения.

дов осложнено последующей их оценкой в связи с наличием шумов измерений в условиях оценивания величин разных порядков (постоянной части ПВЗ и суточной производной их изменения). Представление ПВЗ в виде полиномов 2-ой степени усложняет процесс оценивания в силу наличия большого числа компонент вектора состояния, для оценки которых необходимо получение соответствующих условий наблюдаемости [13]. Иными словами, представляется необходимым использовать для анализа все перечисленные выше варианты модели уточняемых ПВЗ.

2. ОСОБЕННОСТИ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ИССЛЕДОВАНИЯ

Для исследования влияния перечисленных факторов на процесс уточнения ПВЗ авторами было доработано программное обеспечение [1, 14], которое, в конечном итоге, включало компоненты, обеспечивающие моделирование:

ретроспективной реальной траектории КА на основе доступных высокоточных эфемерид [15, http://www.glonass-svoevp.ru/index.php?option=com_content&view=article&id=55&Itemid=259&lang=ru];

прогнозируемых траекторий движения КА с использованием специализированного программного блока [6];

ретроспективной эволюции ПВЗ на основе реальных данных из бюллетеней С04;

будущей эволюции ПВЗ на основе трендов с добавлением максимального уровня изменения и учетом статистики (рис. 2);

вращения Земли с учетом прецессии и нутации земного экватора на основе использования соотношений, рекомендованных IERS [10];

погрешностей проведенных измерений и погрешностей прогнозирования эфемерид КА на борту согласно описанным выше моделям.

Кроме того, упомянутое ПО включило блоки, необходимые для проведения обработки измерений с использованием МНК в соответствии с описанными в [1] соотношениями алгоритмов on-line уточнения ПВЗ, включая аналитические частные производные измерений дальностей по ПВЗ, а также блоки, обеспечивающие контроль результатов выполнения этих процедур на предмет расходимости получаемых оценок.

3. ПРОВЕДЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

В качестве исходных данных для экспериментов рассматривались:

интервал даты времени по шкале UTC с 2009 по 2019 г.;

количество КА в группировке от 1 до 20 (орбиты круговые, с наклоном 64.8 град и высотой ~19 400 км);

количество станций от 1 до 6 в произвольно выбранных точках, в том числе на территории РФ.

Общая функциональная схема проводимых экспериментов приведена на рис. 3.

На рис. 3 показано, что основным является блок управления сеансами накопления измерений КА-станция, который также производит прогнозирование сеансов, управление алгоритмами обработки измерений, в том числе составом

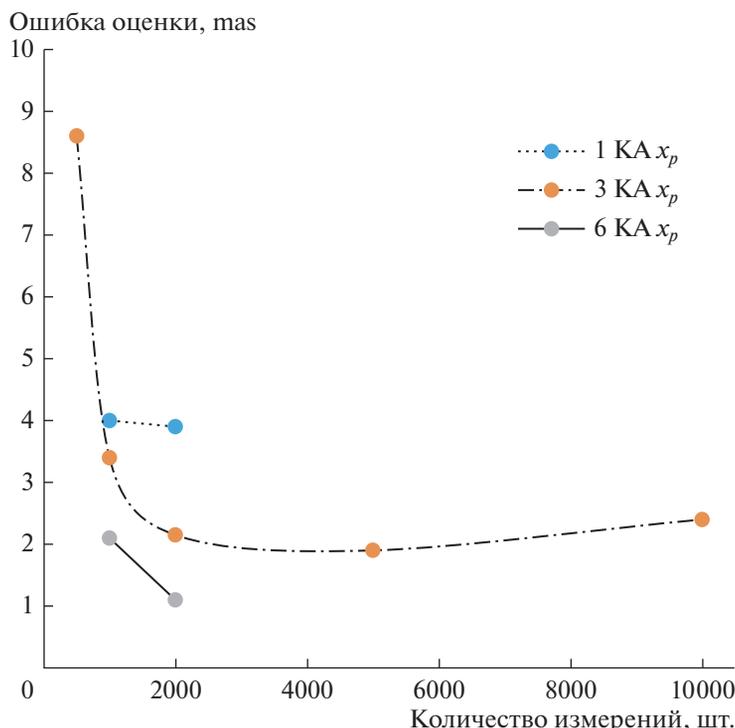


Рис. 4. Ошибка оценки x_p (mas) по уровню вероятности 0.95 в зависимости от количества КА и числа накапливаемых измерений.

вектора состояния, размером выборки и интервалом накопления.

4. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Влияние особенностей проведения сеансов измерений

Результаты исследования влияния условий проведения экспериментов по накоплению и обработке измерений дальностей между КА и наземными станциями на конечную точность получаемых оценок приведены на рис. 4–7. Конкретно, на рис. 4 и 5 приведено несколько кривых, соответствующих использованию в экспериментах разного числа КА — одного, трех и шести. Зависимости показывают получаемые ошибки оценок ПВЗ, выраженные в мас, при уровне доверительной вероятности 0.95 и различном количестве обрабатываемых измерений.

На основе результатов экспериментов, приведенных на рис. 4, 5, можно сделать следующие выводы. Точность результатов обработки зависит от количества измерений нелинейно, что связано с фактом влияния эволюции ПВЗ на методическую ошибку оценки ПВЗ их в МНК как констант, и в дальнейшем приводит к росту ошибок оценок. Иными словами, увеличение числа КА, которое позволяет кратко повысить точность

оценок (см. рис. выше), приводит лишь к ускорению накопления выборки измерений нужного размера, так как, в конечном счете, количество обработанных в единицу времени (интервал — сутки) измерений при прочих равных условиях определяет точность оценок.

Таким образом, представленные зависимости и результаты их анализа позволяют определить необходимое количество измерений, подлежащее обработке в течение суток, исходя из требований к точности получаемых оценок ПВЗ и количестве располагаемых для проведения сеансов КА.

Влияние ошибок измерений. При прочих равных условиях величина среднеквадратического отклонения (СКО) случайных ошибок измерений в первом приближении линейно влияет на СКО ошибок оценок ПВЗ (см. рис. 6).

На рис. 6 приведены зависимости, характеризующие СКО ошибок оценок ПВЗ, где x_p , y_p — обозначения ошибок оценок смещения полюса, а ΔUT — ошибка оценки неравномерности вращения Земли. Индексы 1 и 2 в обозначениях представленных зависимостей указывают на количество накапливаемых в эксперименте измерений для обработки МНК на одном мерном интервале, 1 — соответствует варианту использования 1000 измерений, 2 — соответственно 2000. Наибольший эффект увеличения количества измерений до 2000 достигается в отношении погрешностей определе-

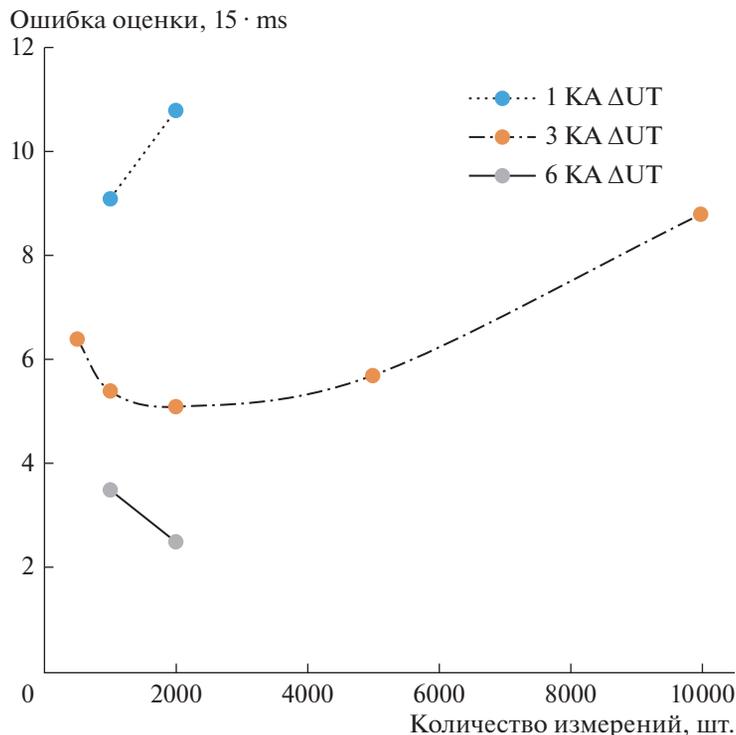


Рис. 5. Ошибка оценки ΔUT ($15 \cdot ms$) по уровню вероятности 0.95 в зависимости от количества КА и числа накапливаемых измерений.

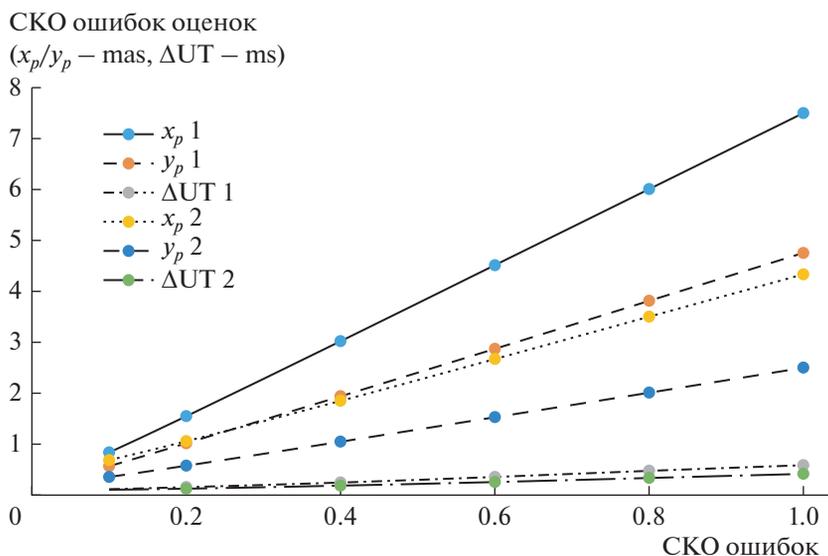


Рис. 6. СКО ошибок оценок ПВЗ ($x_p, y_p - mas, \Delta UT - ms$) в зависимости от СКО случайных ошибок измерений.

ния полюса в силу относительной стабильности эволюции x_p, y_p , тогда как неравномерность вращения земли оценивается хуже даже при большем количестве измерений в силу объективно существующей неопределенности ее эволюции.

Наличие неуточняемых систематических ошибок измерений, приводящих к “дрейфу” систематических ошибок, ведет, как и следовало ожидать, к расходимости МНК. При включении данных погрешностей в качестве согласующих параметров в

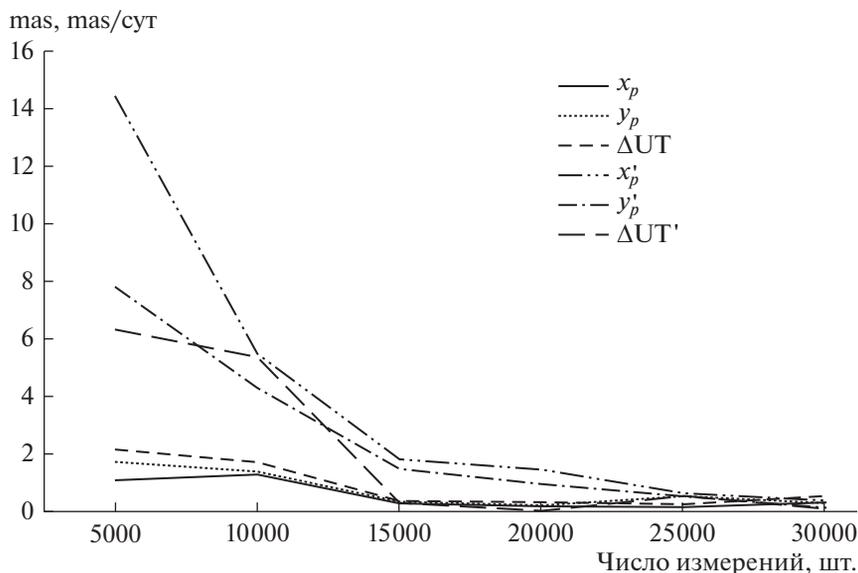


Рис. 7. Ошибки оценки 0-вых компонент ПВЗ в mas и производных эволюции ПВЗ mas/сут.

состав оцениваемых компонент вектора состояния наряду с ПВЗ, МНК работает устойчиво.

Оценка параметров тренда эволюции ПВЗ

Попытка оценить коэффициенты линейного или квадратичного полиномов, описывающих эволюцию ПВЗ, показала, что решение этой задачи требует большего числа измерений. В частности, для оценки коэффициента линейного тренда, описывающего временную зависимость изменения ПВЗ, результат расчета зависимости получаемой точности оценок от количества измерений выглядит следующим образом (рис. 7).

На рис. 7 приведены зависимости, характеризующие ошибки оценок коэффициентов линейных трендов, описывающих эволюцию ПВЗ, как функции числа обработанных измерений, а именно: начальные значения и производные суточного изменения. Заметно, что для уточнения параметров даже линейного полинома требуется на порядок большее число измерений (не 500–1000, как было показано выше, а более 5000), что может привести к сложности технической реализации такой процедуры в силу ограничений на количество станций, количество КА и зоны взаимной видимости. Использование для оценки ПВЗ коэффициентов квадратичных зависимостей практически не реализуемо, так как требует еще большего, чем показанного на рис. 7, количества измерений. Подобные интервалы накопления измерений (до 10000) могут требовать нескольких суток работы КА и станции в рамках одной циклограммы уточнения, что влечет за собой потенциальное расхождение модели эволюции любого из параметров ПВЗ в отличную от используемого в алго-

ритмах обработки априорного предположения о его тренде сторону. Таким образом, в первом приближении целесообразно рассматривать при оценке ПВЗ их значения как константы, а интервалы накопления измерений и частоту повторения сеансов подобрать предлагаемым в данной статье образом. В таком случае погрешностью, вызванной уходом ПВЗ за период “устаревания” измерений, можно пренебречь.

Влияние ошибок эфемерид

Ошибки эфемерид КА в инерциальной СК (координаты станций известны в Земной СК с очень высокой точностью) оказывают наибольшее влияние на сходимость МНК и точность формируемых оценок ПВЗ. При этом, даже незначительный тренд роста ошибок (0.001 м в СКО ошибок в сутки для составляющих координат КА) при условии накопления 2000 измерений приводит к получению неадекватных реальной эволюции оценок ПВЗ. Компенсировать данный фактор возможно путем включения составляющих (главным образом радиальной) погрешностей эфемерид КА в оцениваемый МНК вектор состояния. При этом включать их в оцениваемый вектор как константы можно лишь в условиях, когда ошибки эфемерид постоянны, даже если их значения велики (до 100 м). Если же наблюдается динамика этих ошибок, и коэффициент тренда, описывающего эту динамику, неизвестен, то, как показало моделирование, в качестве оцениваемых компонент вектора состояния и в число соответствующих элементов матрицы частных производных нужно включать для каждого КА неизвестные параметры тренда: начальное значение

и коэффициент роста. При этом алгоритм МНК демонстрирует сходимость и формирует адекватные оценки ПВЗ. Эксперименты подтвердили, что максимально быстрое накопление измерений на коротких интервалах способствуют существенному (на порядок) улучшению точности оценок ПВЗ.

В частности, если рост СКО ошибок эфемерид составляет 1 см в сутки, имеют место следующие характеристики точности оценок ПВЗ:

при наличии в МНК описанных выше процедур адаптации к ошибкам эфемерид и накоплении 1000 измерений ошибки оценок ПВЗ по уровню вероятности 0.95 не превышают 15 mas;

в ситуации, когда принятый коэффициент роста ожидаемого тренда ошибок эфемерид меньше их реального значения (например, в 2 раза), ошибки оценок ПВЗ возрастают до 36 и более mas;

при отсутствии механизма адаптации элементов матрицы ЧП по отношению к тренду ошибок эфемерид не удается достичь устойчивого решения МНК, обладающего сходимостью; при этом ошибки оценок ПВЗ достигают 200 и более mas при уровне доверительной вероятности 0.95, что неприемлемо для использования в прикладных целях.

В подобной ситуации выход состоит в привлечении межспутниковых измерений и их интеграции в рамках процедур развиваемой информационной технологии. Так как на основе обработки межспутниковых измерений возможно уточнение эфемерид КА в инерциальном пространстве, то такая интеграция измерений, в конечном итоге, положительно скажется на точности получаемых оценок ПВЗ. Какие результаты это позволит получить — будет понятно при проведении отдельного исследования, не являющегося предметом настоящей статьи.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье представлены результаты анализа влияния широкого спектра неконтролируемых факторов на точность оценок ПВЗ, формируемых на борту КА на основе предлагаемой информационной технологии.

На основе имитационного моделирования процесса уточнения ПВЗ показано следующее:

рост СКО случайных ошибок измерений приводит к пропорциональному росту ошибок оценок ПВЗ; при этом коэффициент пропорциональности определяется количеством обрабатываемых измерений;

систематические ошибки измерений необходимо включать в число компонент оцениваемого вектора в качестве согласующих параметров с целью исключения их влияния на точность оценок ПВЗ;

наиболее целесообразной моделью динамики ПВЗ с точки зрения критерия “точность/производительность алгоритма” является представление компонент этого вектора как констант;

организация on-line экспериментов должна обеспечивать максимально быстрое накопление числа измерений, гарантирующих получение адекватных реальной динамике оценок ПВЗ;

для устранения негативного влияния ошибок эфемерид необходимо использовать механизм адаптации МНК к коэффициенту тренда ошибок эфемерид.

Сформулированные выше выводы и рекомендации являются основой для формирования комплексного критерия и процедуры оптимизации on-line эксперимента применительно к реализации перспективного бортового алгоритма КА автономного уточнения ПВЗ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Гречкосеев А.К., Красильщиков М.Н., Кружков Д.М. и др.* Уточнение параметров вращения земли на борту космических аппаратов. Концепция и информационная технология // Изв. РАН: Теория и системы управления. 2020. № 4. С. 125–135.
2. Глобальная спутниковая навигационная система ГЛОНАСС. Интерфейсно-контрольный документ (редакция 5.1). М.: РНИИ КП, 2008.
3. Современные информационные технологии в задачах навигации и наведения беспилотных маневренных летательных аппаратов / под ред. Красильщикова М.Н., Себрякова Г.Г. М.: Физматлит, 2009.
4. *Бартевев В.А., Гречкосеев А.К., Козорез Д.А. и др.* Современные и перспективные информационные ГНСС-технологии в задачах высокоточной навигации. М.: Физматлит, 2014.
5. *Vallado D.* Fundamentals of Astrodynamics and Applications. NY: Springer, 2007.
6. *Kozorez D.A., Krasilshchikov M.N., Kruzchkov D.M. et al.* Integrated navigation system for a space vehicle on a geostationary or highly elliptic orbit operating in the presence of active jam // J. Computer and Systems Sciences International. 2013. V. 52. № 3. P. 468–469.
7. *Гречкосеев А.К.* Технологии повышения точности определения орбит космических аппаратов с использованием межспутниковых измерений в условиях автономного функционирования. Дис. докт. наук. М.: МАИ, 2011.
8. *Василенко А.В., Гречкосеев А.К., Муратов Д.С. и др.* Алгоритм расчета собственных эфемерид на борту навигационных космических аппаратов ГЛОНАСС с использованием взаимных псевдодальномерных измерений между ними // Научные технологии. 2014. Т. 15. № 9. С. 43–50.
9. *Grechkoseev A.K.* Study of observability of motion of an orbital group of navigation space system using intersat-

- ellite range measurements. I // J. Computer and Systems Sciences International. 2011. V. 50. № 2. P. 293–308.
10. IERS Technical Note 36. IERS Conventions (2010). URL: <https://www.iers.org/IERS/EN/Publications/TechnicalNotes/tn36.html?nn=94912> (дата обращения: 14.05.2019).
 11. Жуков А.Н., Зотов С.М., Коробкин В.А. и др. Решение проблемы точности системы ГЛОНАСС и перспективы ее улучшения в ближайшие годы // Труды ИПА РАН. 2015. Вып. 35. С. 17–23.
 12. Bizouard C., Lambert S., Gattano C. et al. Combined solution C04 for Earth Rotation Parameters consistent with International Terrestrial Reference Frame 2014 // J. Geodesy. 2019. № 93. P. 621–633.
 13. Лебедев А.А., Бобронников В.Т., Красильщиков М.Н. Статистическая динамика и оптимизация управления летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1985.
 14. Akimov E.V., Kruzhhkov D.M., Yakimenko V.A. Prototype information system for high-precision navigation in global satellite systems // Russian Engineering research. 2020. V. 40. № 2. P. 156–159.
 15. Глобальная спутниковая навигационная система ГЛОНАСС. Система высокоточного определения эфемеридно-временных поправок. Интерфейсно-контрольный документ (редакция 3.0). М., 2010.

СЕЙСМОМЕТР ДЛЯ НАБЛЮДЕНИЙ НА МАРСЕ

© 2021 г. А. Б. Манукин^{1,2}, О. С. Казанцева^{1, *}, И. И. Калинин¹, В. П. Матюнин¹,
Н. Ф. Саякина², А. К. Тоньшев², Н. А. Черногорова²

¹Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН, Москва, Россия

²Институт космических исследований РАН, Москва, Россия

**o.kazantseva@yandex.ru*

Поступила в редакцию 02.09.2020 г.

После доработки 04.12.2020 г.

Принята к публикации 22.01.2021 г.

В статье приведены результаты разработки и создания трехкомпонентного сейсмометра для измерений на Марсе. В низкочастотной и квазистатической области спектра прибор также выполняет функции наклономера и гравиметра. Приведено описание чувствительного элемента – одноосного датчика. В прибор входят три таких датчика, оси чувствительности которых взаимно перпендикулярны. Пробная масса в каждом датчике удерживается с помощью механической и магнитной жесткости, а собственная частота осциллятора – около 5 Гц. Рассмотрены вопросы предельной чувствительности, определяемой собственными равновесными тепловыми флуктуациями. Приведены способы решения технических проблем – доставки блока чувствительных элементов под защитным кожухом на поверхность Марса, установки прибора по гравитационной вертикали и результаты эталонирования методом наклонов, показавшие, что характеристики прибора близки к запланированным. Чувствительность по амплитуде колебаний основания прибора в окрестности 1 Гц, обусловленная шумами емкостного преобразователя малых перемещений пробной массы в электрический сигнал, составила $\sim 3 \cdot 10^{-10}$ м.

DOI: 10.31857/S0023420621050083

ВВЕДЕНИЕ

Первые сейсмические наблюдения на Марсе были проведены уже более 42 лет назад, в конце 70-х годов прошлого столетия.

Опыт земной и внеземной (лунной) сейсмологии позволяет рассчитывать, что и на Марсе сейсмология окажется ведущим методом при изучении внутреннего строения планеты, внесет свой вклад в решение как фундаментальных общепланетарных, так и локальных проблем происхождения планет, закономерности их эволюции, характера тектонической активности, природы магнетизма, проблемы воды и пр.

На поверхности Марса планировалась работа двух сейсмических станции – они и летели на космических аппаратах *Викинг*, однако первый сейсмометр, совершивший мягкую посадку на равнине Хриса, не “распаковался” и не включил питание. Зато второй – на равнине Утопия – работал в течение 19 земных месяцев – с 4.IX.1976 по 3.IV.1978, когда истощились источники питания.

Сейсмологи надеялись оценить фон микросейсм, зарегистрировать местные, а если повезет, то и далекие марсотрясения (задача оказалась затруднительной, поскольку регистрация велась

лишь в одной точке), изучить особенности волновой картины. Это позволило бы установить, на что больше похож Марс – на Землю (где бывают четкие вступления волн от границ разделов) или на Луну (где сейсмограмма имеет большую длительность, а в интерференции трудно выделить фазы, соответствующие отдельным границам). Однако, в одной точке, за полтора года, при сильном ветре выполнить эти задачи оказалось непросто, результаты получены минимальные, но даже они позволяют сделать далеко идущие выводы.

Сейсмические измерения на Марсе аппаратом *Викинг* дали очень много несмотря на то, что получена только одна запись от 6.XI.1976, подобная сейсмической. Получены оценки величин ветровых нагрузок на аппарат, получены величины характерных сейсмических шумов в редкие периоды ветрового затишья. Амплитуды сейсмических колебаний при этом составляли единицы микрон в диапазоне частот 1–8 Гц.

Именно сейсмические исследования позволяют получать информацию о глобальных характеристиках планеты в отличие от многих других приборов, данные с которых имеют локальный характер. В этом смысле сейсмические исследо-

вания являются чрезвычайно важными для изучения Марса.

Очередным этапом в получении сейсмической информации о Марсе явилась успешная реализация программы InSight миссии НАСА. 7.XII.2018 спускаемый аппарат сел на поверхность Марса в нагорье Элизий, а 19.XII.2018 с помощью специальной “руки” сейсмометр SEIS был установлен на расстоянии 1.6 м от посадочного аппарата и начались непрерывные измерения колебаний поверхности планеты.

Сейсмометр предоставлен Национальным центром космических исследований при участии Парижского института геофизики.

Резонансная частота сейсмометра – 4 Гц, затухание – 0.6, частотный диапазон – $(10^{-3}–10)$ Гц. Максимальный динамический диапазон – 176 дБ. Чувствительность прибора по измеряемому ускорению составляет 10^{-9} м/с² (Гц)^{0.5}, что соответствует смещениям основания $\sim 3 \cdot 10^{-8}$ см или 3 ангстрема. Частота опроса – 20 измерений/с. Общая масса прибора – 30 кг [6, 9].

Запланированная продолжительность миссии была 720 дней, НАСА продлило проведение эксперимента еще на 2 года, общий объем информации – 29 ГБ. Результаты сейсмических измерений продолжают обрабатываться. Первые результаты обработки приведены в статьях [7, 8, 10, 11]. Сейсмологами отмечается 3 больших загадки Марса, выявленных за 2 года наблюдений.

1. За это время отмечено более 500 марсотрясений. Удивляет прежде всего их скромная мощность – магнитуда не превышает величины 3.7.

2. Ветровая нагрузка не дает возможности выделить полезный сигнал несмотря на то, что в отличие от измерений по программе *Викинг*, сейсмометр установлен не на спускаемом аппарате, а на поверхности Марса и защищен от ветра корпусом прибора.

3. Удивляет отсутствие в записях поверхностных волн, что может быть связано либо с тем, что планета сейсмически спокойна, либо с тем, что обилие трещин экранирует зонд от большинства волн и до сейсмометра доходят только глубинные толчки

Есть надежда, что свою лепту в объяснение этих загадок внесет сейсмометр, о котором идет речь в настоящей статье, входящий в состав научной аппаратуры проекта ЭкзоМарс.

СТЕПЕНЬ НОВИЗНЫ ЭКСПЕРИМЕНТА

Отличительной особенностью предлагаемого прибора является то, что с его помощью можно получать информацию также глобального характера из наблюдений в низкочастотной области спектра (наклоны, вариации ускорения свобод-

ного падения) за приливными эффектами, деформационными процессами. Из них можно добыть данные об упругих свойствах планеты, вязкости и т.д.

Главная задача – создать прибор, чувствительность которого была бы близка к предельной чувствительности, определяемой собственными тепловыми равновесными флуктуациями.

Однако опыт проекта *Викинг* и программы InSight показал, что основным источником шумов при сейсмических наблюдениях являются переменные ветровые нагрузки, воздействующие на аппарат и создающие инерционный фон, существенно превышающий собственные тепловые шумы сейсмометра.

Идеальным вариантом установки прибора является его заглубление для исключения или, по крайней мере, существенного уменьшения влияния ветровых нагрузок.

Однако для выполнения заглубления прибора требуется разработка и изготовление специальных устройств, что влечет за собой существенное увеличение общей массы. Поэтому предлагается установить прибор непосредственно на поверхности Марса под специальным кожухом, защищающим прибор от прямых воздействий ветровых нагрузок. Необходимо отметить, что в соответствии с требованиями проекта ЭкзоМарс масса прибора не должна превышать 1.7 кг в отличие от сейсмометра проекта InSight с массой 30 кг.

ОПИСАНИЕ МЕТОДИКИ ПРОВЕДЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА

Любой гравиинерциальный прибор, к которому относится и сейсмометр, представляет собой пробную массу, связанную с корпусом прибора упругим и диссипативным элементами, и преобразователь механических перемещений пробной массы относительно корпуса в электрический сигнал. Термин “гравиинерциальный” отражает существование известного принципа эквивалентности, т.е. невозможности отличить инерционное воздействие от гравитационного в одном частотном диапазоне без привлечения дополнительной независимой информации.

Рассмотрим, например, вертикальную составляющую сейсмических колебаний. При вертикальных колебаниях основания на частоте p с амплитудой A на пробное тело массы m действует сила инерции с амплитудой

$$F_{\text{и}} = mA p^2. \quad (1)$$

Из-за наличия вертикального гравитационного градиента $W = 2\gamma M/R^3 = 2g/R$ (γ – гравитационная постоянная, M – масса планеты, R – ее радиус, g – ускорение свободного падения) при вертикальных колебаниях основания с амплитудой A

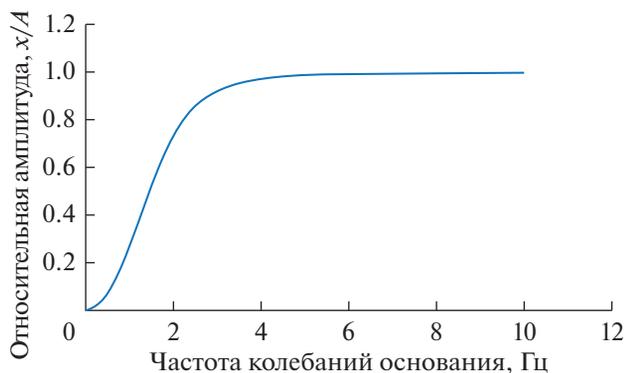


Рис. 1. График зависимости амплитуды вынужденных колебаний чувствительной системы сейсмометра от частоты колебаний основания.

изменяется и сила гравитационного притяжения с амплитудой

$$F_{\text{тр}} = mAW = mA2g/R. \quad (2)$$

Из соотношений (1) и (2) можно получить частоту колебаний основания, ниже которой гравитационное воздействие превышает инерционное: $p < \sqrt{2g/R}$.

Для Марса это значение $p \approx 0.00148$ град/с, что соответствует периоду ~ 4240 с. Это означает, что при уменьшении частоты наблюдения начиная с этого порогового значения величина силы, воздействующей на пробную массу не будет уменьшаться в соответствии с (1) пропорционально p^2 , а в соответствии с (2) будет пропорциональна амплитуде A колебаний основания прибора. Таким образом с помощью этого прибора имеется возможность “залезть” в область ультранизких частот, вплоть до квазистатических, и измерять, наряду с классическими сейсмическими процессами (0.1–10 Гц), явления, связанные с деформационными процессами, включая наклоны, вариации гравитационного поля планеты.

СХЕМА ПОСТРОЕНИЯ СЕЙСМОМЕТРА

Прибор, разрабатываемый для сейсмических измерений на Марсе в рамках проекта ЭкзоМарс получил название СЭМ (Сейсмометр ЭкзоМарс).

Прибор СЭМ предназначен для измерений микроколебаний поверхности Марса, ее квазистатических движений и вариаций гравитационного поля Марса.

Прибор проводит измерения медленных наклонов основания и вариаций ускорения свободного падения в диапазоне величин от минус $3 \cdot 10^{-3}$ до $3 \cdot 10^{-3}$ град с чувствительностью $3 \cdot 10^{-9}$ град в диапазоне периодов от 100 с до месяцев для наклонов основания и в диапазоне $1.7 \cdot 10^{-2}$ м/с² с

чувствительностью $\sim 10^{-9}$ м/с² для вариаций ускорения свободного падения.

Колебания поверхности по трем взаимно-перпендикулярным осям измеряется в диапазоне частот от 0.1 до 10 Гц с чувствительностью по амплитуде колебаний основания прибора в окрестности 1 Гц около $4 \cdot 10^{-11}$ м.

Прибор СЭМ устанавливается на поверхности Марса с помощью узла управления доставкой защитного кожуха с прибором на поверхность Марса и должен быть пригоден к эксплуатации в температурном диапазоне от минус 130 до плюс 60°С.

Потребляемая прибором мощность не более 3.5 Вт.

Прибор СЭМ представляет собой моноблок, содержащий три идентичных одноосных акселерометра [3], установленных под углом 90° симметрично относительно гравитационной вертикали.

В каждом канале используется емкостный преобразователь малых механических перемещений пробной массы в электрический сигнал. Изменение емкости связано с изменением координаты пробного тела относительно корпуса прибора. Решение классической задачи о вынужденных колебаниях осциллятора, входящего в состав сейсмометра, под действием внешней силы, силы инерции, дает возможность связать амплитуду A колебаний основания прибора с амплитудой X колебаний пробного тела.

$$X = Ap^2 / \left[(p^2 - w^2)^2 + w^2 p^2 Q^{-2} \right]^{1/2}, \quad (3)$$

где w – собственная частота осциллятора, p – частота внешнего воздействия, Q – добротность осциллятора.

В качестве иллюстрации на рис. 1 приведен график зависимости относительной амплитуды вынужденных колебаний механической чувствительной системы сейсмометра в зависимости от частоты колебаний основания. Параметры осциллятора близки к реальным: $w = 2$ Гц, $Q = 0.7$.

Частотная область работы классического сейсмометра – область, где $X \approx A$, т.е. область $p \geq w$. Этим объясняется желание создать механическую систему сейсмометра с низкой собственной частотой для того, чтобы измерять колебания основания прибора на более низкой частоте. Однако с использованием современной радиоэлектроники для схем преобразователей малых механических колебаний пробных масс в электрический сигнал, острота необходимости создания очень низкочастотных механических систем отпала.

Применение радиофизических преобразователей с малым уровнем собственных шумов позволяет получать информацию о низкочастотных сейсмических колебаниях и для механических систем относительно высокочастотных. Отлича-

ются разные приборы только величиной параметров используемых элементов, которые определяют основные характеристики прибора: частотный диапазон, затухание, предельное разрешение, динамический диапазон и т.п.

ОДНОКООРДИНАТНЫЙ ЧУВСТВИТЕЛЬНЫЙ ЭЛЕМЕНТ ПРИБОРА

Чувствительная механическая система для прибора СЭМ отличается тем, что в ней одноосность обеспечивается самими элементами механической жесткости. Схема такой системы представлена на рис. 2.

Пробное тело *1* в форме цилиндра удерживается по оси *Z* (ось чувствительности), а также по осям *X* и *Y* с помощью двух блоков растяжек *5*, установленных вблизи двух торцов цилиндра. Каждый блок растяжек представляет собой три тонких стержня (нити) или три ленты из тонкой фольги, размещенных под углом 120° и соединенных одним концом с пробной массой, а другим — с корпусным элементом *7* прибора, имеющим форму полого цилиндра, соосного с пробной массой. Движения пробного тела *1* по оси *Z* измеряются с помощью емкостного преобразователя. На рис. 2 показана только роторная пластина *2* измерительной дифференциальной емкости, соединенная с пробной массой, и неподвижные пластины *3* и *4* измерительной емкости.

Если диаметр каждой растяжки *D*, а длина *l*, то коэффициент жесткости такого подвеса по оси *Z* будет [4]:

$$K = 9\pi ED^4 / 32l^3, \tag{4}$$

где *E* — модуль Юнга материала растяжки. При величине пробной массы *m*, собственная частота такой колебательной системы

$$\omega_0 = \sqrt{9\pi ED^4 / m32l^3}. \tag{5}$$

При *E* = 10¹¹ н/м², *m* = 50 г, *l* = 0.01 м, *D* = 0.1 мм, $\omega_0 \approx 14$ град/с (~2.2 Гц). Если *l* = 0.03 м, *D* = 0.01 мм, $\omega_0 \approx 2.7 \cdot 10^{-2}$ град/с (~4.3 · 10⁻³ Гц). Соответствующая величина минимального измеряемого ускорения, определяемого тепловыми шумами, [2]:

$$a_{\min} \approx \omega_0 \sqrt{\Theta / m}, \tag{6}$$

для этих двух случаев составит от 4.2 · 10⁻⁹ м/с² до 8 · 10⁻¹² м/с² (Θ — произведение постоянной Больцмана *k* и абсолютной температуры). Эти простые оценки показывают, что на базе описываемой конструкции механической системы может быть реализован акселерометр с высокой чувствительностью при относительно небольших габаритах и общей массе. На первый взгляд настораживает применение тонких растяжек диаметром от 0.1 до 0.01 мм. Чтобы растяжки выдержали большие

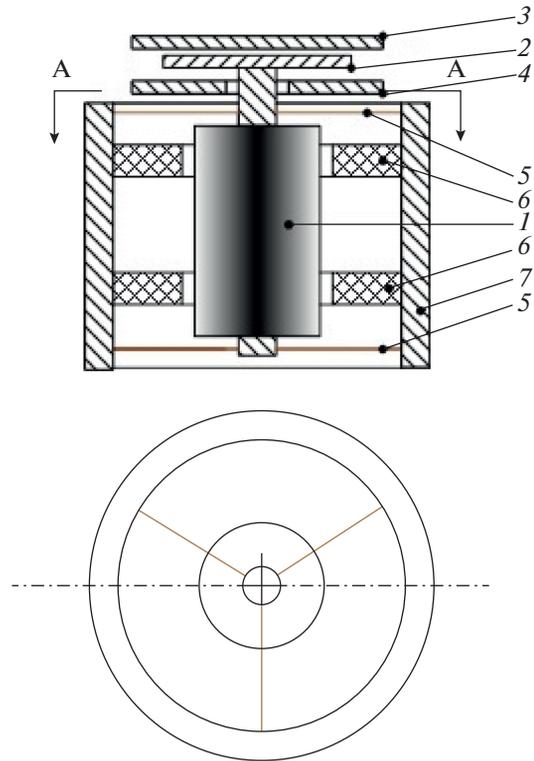


Рис. 2. Схема чувствительной механической системы прибора СЭМ.

вибрационные и ударные нагрузки при выведении КА на орбиту, в конструкции прибора предусмотрены специальные элементы *б* (см. рис. 1). Зазор между ними и пробной массой составляет величину *d*. Удлинение Δ*x* растяжки диаметром *D* под действием ускорения *a* в плоскости *X**Y* составит величину $\Delta x = aml / SE = 4aml / \pi D^2 E$. Для случая, когда Δ*x* = *d*, соответствующее ускорение

$$a = d\pi D^2 E / 4ml. \tag{7}$$

Механическое напряжение в растяжке под действием ускорения *a* определяется соотношением: $T = 4ma / \pi D^2$.

Сравнивая это напряжение с максимальным разрывным напряжением *T_p* для материала растяжки, получим максимальное ускорение, которое выдержит растяжка:

$$a_{\max} = T_p \pi D^2 / 4m. \tag{8}$$

При воздействии ускорения на акселерометр растяжка начнет упруго растягиваться, и пробная масса упрется в элементы *б* конструкции прибора. Чтобы не было разрыва растяжек, необходимо, чтобы *a*, определяемое (7), было много меньше *a_{max}* (8), например, $a = a_{\max} / 10$ (10-кратный запас по прочности). Из последнего равенства определяется требование к величине зазора *d*:

$$d \approx T_p l / 10E. \tag{9}$$

Как правило $T_p/E \approx 10^{-2}$ и формулу (9) можно приближенно переписать в виде:

$$d \approx 10^{-3}l. \quad (10)$$

Зависимость от величины массы m и диаметра растяжки D в (10), естественно, выпала. Так, при $l = 10$ мм, $d = 10-20$ мкм.

Роль элементов b конструкции прибора при механических нагрузках, ускорениях по оси Z выполняют неподвижные пластины дифференциальной измерительной емкости, между которыми находится подвижная пластина, связанная с пробной массой акселерометра. Приведем простые оценки величины механического напряжения в растяжке при воздействии ускорения по оси Z .

Воспользуемся формулой (4) для жесткости подвеса на растяжках. Если зазоры между подвижной и неподвижными пластинами конденсатора d , то относительное удлинение растяжки, когда подвижная пластина коснется неподвижной, составит:

$$\Delta l/l \approx \frac{1}{2}(d/l)^2.$$

Механическое напряжение в растяжке при этом из закона Гука:

$$T = E(\Delta l/l) \approx E \frac{1}{2}(d/l)^2.$$

При $d = 0.1$ мм и $l = 10$ мм, $T \approx 5 \cdot 10^{-5}E$, что существенно меньше разрывного напряжения T_p . При величине пробной массы $m = 50$ г этим параметрам соответствует максимальное ускорение $a_m \sim 2 \cdot 10^{-2}$ м/с². При ускорениях, превышающих a_m , подвижная пластина просто прижмется к одной из неподвижных пластин и нагрузки на растяжки не будет.

Во всех проведенных численных оценках полагалось, что модуль Юнга $E = 10^{11}$ н/м² или 10^2 ГПа. Это значение E выбрано не случайно, поскольку именно таким E характеризуется бериллиевая бронза – сплав БрБ2.

Упругий элемент – растяжка представляет собой стержень кругового сечения либо тонкую ленту и является важнейшей частью датчика. Для его изготовления требуется материал, для которого величина модуля упругости слабо зависит от влияния таких факторов как температура, время, вибрации, рабочие нагрузки и т.п. Поскольку идеальных материалов нет, то необходимо выбрать материал, у которого температурная характеристика модуля упругости в требуемом диапазоне температур линейна и достаточно стабильна. Тогда температурную погрешность датчика, появляющуюся за счет изменения модуля упругости, можно учесть.

Другим важным требованием к материалу упругого элемента является высокая стабильность модуля упругости во времени. Нестабильность модуля упругости связана с процессами последействия и релаксации, происходящими в материале после его механической или термической обработки. Поэтому наименьшей временной нестабильностью модуля упругости обладают металлы, которые в результате обработки не получают значительных остаточных напряжений. К таким металлам относятся дисперсионно-твердеющие сплавы. Характерной особенностью этих сплавов является то, что в закаленном состоянии они обладают высокой пластичностью, а повышение упругих свойств достигается в процессе отпуска. Бериллиевая бронза является именно таким дисперсионно-твердеющим сплавом. Кроме того, изменение модуля Юнга в широком диапазоне температур от минус 200 до плюс 600°C практически линейно для бериллиевой бронзы, термоупругий коэффициент $\sim -2.4 \cdot 10^{-4}$ 1/К. Поэтому в приборе в качестве упругих элементов – растяжек – желательно использовать тонкие стержни или ленты из бериллиевой бронзы.

Описываемая конструкция акселерометра обладает широким динамическим диапазоном (не менее 140 дБ) и частотным диапазоном – вплоть до квазистатических измерений. Основным шумовым воздействием, кроме вариаций температуры, являются дрейфовые явления в упругом элементе. Накоплен большой опыт изучения дрейфовых явлений в гравиметрах. Показано, что чувствительность на больших периодах ограничивает не столько величина дрейфа прибора, сколько непрогнозируемая величина дрейфа пружины. Если прибор характеризуется даже относительно большим, но линейным по времени дрейфом, то его легко спрогнозировать и вычесть из показаний измерений.

Для металлических пружин соответствующая величина дрейфа составляет обычно $\sim 10^{-7} a_{\max}/\text{сут}$.

При посадке на планету солнечной системы в присутствии силы тяжести механической жесткости подвеса из растяжек может не хватить, необходимо ещё одно, независимое силовое воздействие на пробную массу датчика. Эта проблема решается использованием двух постоянных магнитов, один из которых устанавливается в корпусе прибора, другой – на пробной массе, так что на пробную массу будет действовать дополнительная сила, направленная вверх, поскольку магниты повернуты друг к другу одноименными полюсами.

Если намагниченность магнитов J_1 и J_2 (магниты цилиндрической формы установлены соосно), объемы магнитов V_1 и V_2 соответственно, а расстояние между магнитами z , то сила, действующая на пробную массу будет [5]

$$F \approx 3\mu_0 J_1 V_1 J_2 V_2 / 2\pi z^4. \quad (11)$$

Параметры магнитной системы необходимо подобрать так, чтобы $F \approx mg_1$, где g_1 – проекция вектора ускорения свободного падения на ось чувствительности датчика. Поскольку магнитное поле цилиндрических магнитов неоднородно и F есть функция расстояния z (11), то в механическую систему датчика вносится дополнительная жесткость $K_{\text{магн}} = dF/dz = 6\mu_0 J_1 V_1 J_2 V_2 / \pi z^5$, и квадрат собственной частоты осциллятора, определяемый взаимодействием магнитов $\omega^2 = 4g_1/z$. Эта жесткость вместе с механической жесткостью растяжек $K_{\text{мех}}$ и определяет собственную частоту колебаний пробного тела и предельную чувствительность датчика на фоне собственных тепловых шумов.

Простые расчеты, подтвержденные реализацией датчиков, показали, что при условии полной компенсации веса пробной массы силой взаимного отталкивания магнитов, магнитная жесткость не зависит от намагниченности магнитов, а зависит только от расстояния между магнитами z и величины проекции ускорения свободного падения g_1 на ось чувствительности датчика: $k_m = 4mg_1/z$. Здесь m – величина пробной массы. Соответствующая частота собственных колебаний пробной массы, определяемая магнитной жесткостью, $\omega = 2\sqrt{g_1/z}$. В условиях наземной лаборатории при $z = 2$ см, собственная частота механического осциллятора составляет ~ 5 Гц, а на поверхности Марса ~ 3 Гц.

Рис. 3 (вид сбоку (а) и вид сверху (б)) поясняет геометрию установки однокоординатных датчиков в приборе.

Каждый датчик установлен под углом $\phi = \arctg\sqrt{2} \approx 0.955$ град или 54.736 град дуги. Если датчики ориентированы так, что (рис. 3б) проекция оси чувствительности датчика 1 направлена по оси x , проекция оси чувствительности датчика 2 – под углом $2\pi/3$ к оси x , а проекция оси чувствительности датчика 3 – под углом $(-2\pi/3)$ к оси x , то можно рассчитать ускорения, действующие на пробную массу каждого датчика при сейсмическом воздействии.

Пусть мгновенное ускорение a основания прибора имеет вертикальную a_v и горизонтальную a_r составляющие, причем горизонтальная составляющая направлена под углом β к оси x . В этом случае, обозначая через a_1, a_2, a_3 – ускорения, действующие на пробные массы каждого датчика вдоль их осей чувствительности, получим:

$$\begin{aligned} a_1 &= a_r \cos\beta \sin\phi + a_v \cos\phi, \\ a_2 &= a_r \cos\left(\frac{2\pi}{3} - \beta\right) \sin\phi + a_v \cos\phi, \\ a_3 &= -a_r \cos\left(\beta - \frac{\pi}{3}\right) \sin\phi + a_v \cos\phi. \end{aligned} \quad (12)$$

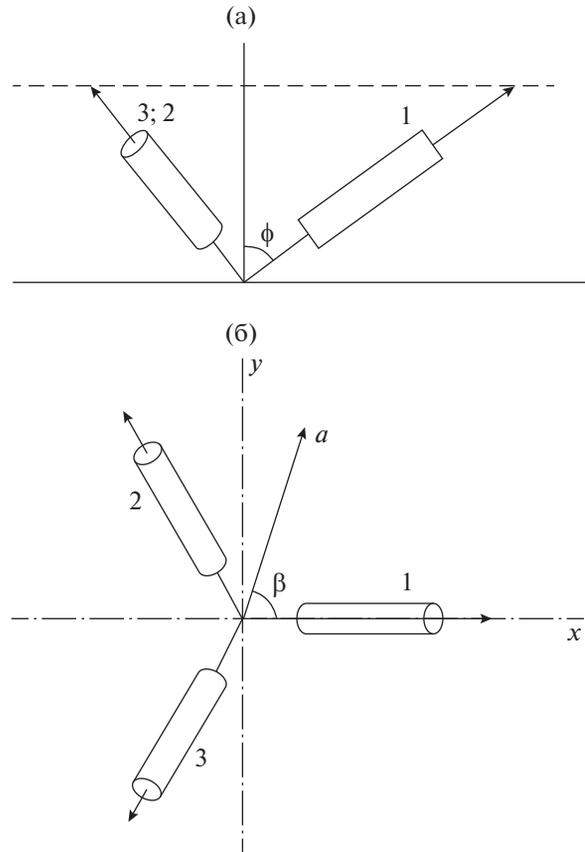


Рис. 3. Схема установки однокоординатных датчиков в приборе СЭМ.

Из системы 3-х уравнений (12) по измеренным a_1, a_2, a_3 можно найти a_v, a_r и угол β , т.е. вектор мгновенного ускорения основания прибора.

Предельная чувствительность, определяемая тепловыми шумами

Основные характеристики прибора, предназначенного для регистрации микроколебаний приповерхностных структур Марса – чувствительность измерения амплитуды смещений поверхности в районе частоты 1 Гц – $4 \cdot 10^{-11}$ м. Предельная чувствительность прибора определяется собственными тепловыми флуктуациями чувствительного элемента – механического осциллятора. Это вытекает из теоремы о равномерном распределении энергии по степеням свободы. В соответствии с теоремой Найквиста наличие в механическом осцилляторе диссипативного элемента, характеризующегося коэффициентом трения h , означает, что на пробную массу осциллятора действует флуктуационная сила со спектральной плотностью мощности $F_p^2 = 4kTh$ (k – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура). Условие обнаружения малой силы $F(t)$ имеет вид [1]:

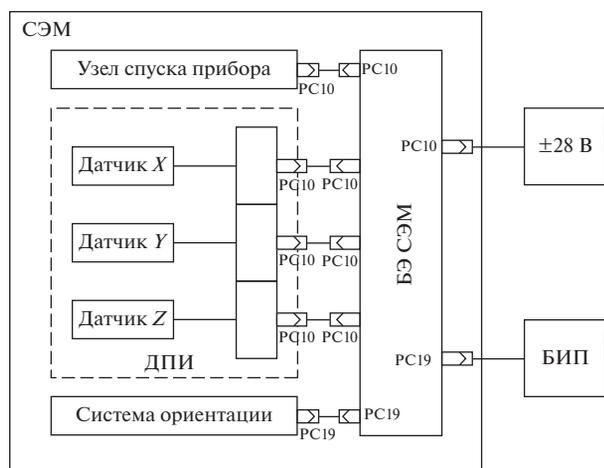


Рис. 4. Блок-схема прибора СЭМ.

$F(t) \geq \sqrt{4\kappa T h \Delta f}$, где Δf – полоса частот, внутри которой лежит основная часть спектра $F(t)$. При колебании основания прибора вследствие сейсмического воздействия амплитуды A и круговой частоты p , амплитуда силы инерции, действующей на пробную массу, $F(t) = mA\rho^2$. Следовательно, минимально обнаружимая на фоне собственных тепловых шумов амплитуда сейсмических колебаний $A_{\min} = (2/p^2) \sqrt{\kappa T \omega_0 \Delta f / mQ}$, где ω_0 – собственная частота осциллятора, m – величина пробной массы, Q – добротность осциллятора. Для $m = 50$ г, $\omega_0 = 4\pi$ град/с, $Q = 1$ и $\Delta f = 1$ Гц, $A_{\min} = 3 \cdot 10^{-9}$ см при $p = 2\pi$ град/с. При $p = 20\pi$ град/с, $A_{\min} \approx 3 \cdot 10^{-11}$ см = $3 \cdot 10^{-13}$ м.

Динамический диапазон измеряемых смещений – 10^{-5} м.

Частотный диапазон измеряемых сейсмических колебаний марсианской поверхности – 10^{-1} – 10 Гц. Выбранный частотный и динамический диапазоны обеспечивают возможность наблюдения разнообразных сейсмических событий.

СОСТАВ ПРИБОРА

Прибор СЭМ представляет собой моноблок, устанавливаемый на боковую поверхность восьмигранного корпуса посадочной платформы (ПП) КА. После посадки для проведения непрерывных измерений прибор СЭМ устанавливается непосредственно на поверхность Марса. Прибор предохранен от прямого воздействия ветровых нагрузок защитным кожухом, доставляемым на поверхность специальным устройством.

Блок-схема прибора СЭМ представлена на рис. 4.

На этой схеме ДПИ – блок датчиков первичной информации, включающий три однокоординатных чувствительных элемента (на схеме условно обозначены как датчик x , y , z) с емкостными преобразователями перемещений пробной массы в электрический сигнал. С трех емкостных преобразователей сигналы поступают в блок электроники БЭ СЭМ для передачи информации по высокоскоростному интерфейсу в блок интерфейсов и памяти БИП, который обслуживает все приборы, входящие в комплекс научной аппаратуры посадочной платформы.

Узел спуска прибора необходим для доставки сейсмометра в защитном корпусе-кожухе на поверхность Марса. Он представляет собой пантограф с укрепленным на нем защитным кожухом с блоком датчиков внутри. Пантограф раскрывается после подачи команды, открывающей специальный замок, удерживающий пантограф в сложенном состоянии во время перелета КА и его посадки.

После установки кожуха с помощью узла спуска прибора на поверхность Марса, блок датчиков, укрепленный внутри кожуха, по команде программы спуска сбрасывается на поверхность с высоты в ~ 5 мм. Работа датчиков в режиме мониторинга начинается после установки блока датчиков по местной гравитационной вертикали с помощью “системы ориентации”. Для этого блок датчиков сначала с помощью электромагнита вывешивается на кардановом подвесе по местной гравитационной вертикали, а затем, после снятия напряжения с электромагнита, опускается на опору и фиксируется на ней. Эту операцию при необходимости можно повторить, если деформационные процессы на поверхности Марса нарушат первоначальную установку прибора по вертикали.

На рис. 5 изображен кожух, защищающий прибор от прямых ветровых нагрузок с блоком датчиков внутри него.

Емкостный преобразователь

Для измерения колебаний и механических смещений пробной массы предназначен емкостный преобразователь, построенный на основе использования микросхемы AD7746. Данная микросхема позволяет измерять дифференциальную емкость в диапазоне ± 8 пФ с разрешением в несколько аФ (1 аФ = 10^{-6} пФ). Проведенные измерения с макетом прибора в лабораторных помещениях ИКИ РАН, показали, что шумы составляют несколько аФ и определяются в основном уровнем техногенных шумов в здании. При замене измерительной емкости на постоянную шумы падают до нескольких аФ, что свидетельствует о возможности регистрации гравиинерционных сигналов на уровне $\sim 10^{-8}$ м/с² в условиях малого уровня техногенных шумов.

**ФИЗИЧЕСКИЕ ИСПЫТАНИЯ
ПРИБОРА СЭМ**

Для проверки характеристик созданных макетов и штатного образца прибора СЭМ были проведены его функциональные, физические испытания.

Целью проведения испытаний является:

- определение крутизны преобразования датчиков первичной информации по реакции на наклоны основания блока датчиков первичной информации;
- определение предельной чувствительности датчиков по уровню собственных флуктуаций емкостного преобразователя.

Для проведения испытаний прибор был установлен на наклонномерную плиту из дюралюминия толщиной 30 мм. Схематичное изображение плиты с тремя резьбовыми отверстиями *A*, *B* и *C* винтами М8 представлено на рис. 6.

На плите точка *C* – неподвижна (винт в этой точке законтрен), точки *A* и *B* – подвижны. С помощью винтов с шагом резьбы $h = 1.25$ мм можно наклонять плиту вокруг осей *BC* и *AC* соответственно. Поскольку расстояние от точек *A* и *B* до соответствующих осей равно $b = 343$ мм, то величина угла наклона $\Delta\beta$ плиты при повороте винта на один оборот составит $\Delta\beta = h/b = 1.25/343 = 3.6 \cdot 10^{-3}$ град.

Определение крутизны преобразования датчиков первичной информации по реакции на наклоны основания блока датчиков первичной информации

Прибор СЭМ устанавливается на плите таким образом, чтобы проекции осей чувствительности датчиков располагались так, как показано на рис. 6 (проекция оси чувствительности датчика 1 прибора 4 – вдоль линии наклона вокруг *BC*, а оси чувствительности датчиков 2 и 3 под углом $\pm 60^\circ$ к линии наклона).

Пусть задаваемый наклон составляет $\Delta\beta$ град (случай опускания точки *A* – изображен стрелкой вдоль линии наклона). Для датчика 1 – это отрицательное направление. При этом наклоны для датчиков 2 и 3 составят $\Delta\beta/2$ в положительном направлении.

Каждый датчик наклонен в вертикальной плоскости так, что угол между его осью чувствительности и гравитационной вертикалью составляет β , и проекция вектора ускорения свободного падения на ось чувствительности каждого датчика составляет

$$a = g \cos \beta; (\cos \beta = 1/\sqrt{3}; \sin \beta = \sqrt{2}/\sqrt{3}).$$

Изменение проекции ускорения свободного падения на ось чувствительности датчика при наклоне плиты на угол $\Delta\beta$

$$\Delta a = -g \sin \beta \Delta \beta = -g \cdot 0.8165 \Delta \beta.$$

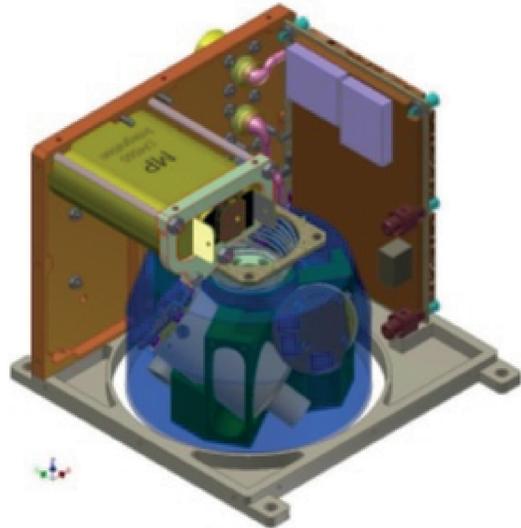


Рис. 5. Блок датчиков в защитном кожухе.

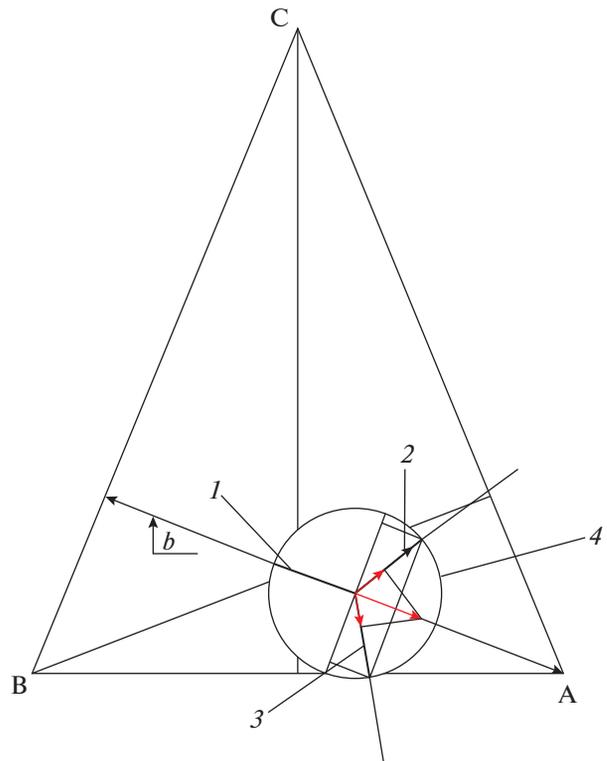


Рис. 6. Наклономерная плита (схематичное изображение).

Таким образом, при наклоне плиты на угол $\Delta\beta$ получаем:

для датчика 1 – $\Delta a_1 = g \sin \beta \Delta \beta$; для датчика 2 – $\Delta a_2 = -g \sin \beta \Delta \beta / 2$;

для датчика 3 – $\Delta a_3 = -g \sin \beta \Delta \beta / 2$.

С учетом $\Delta\beta = 3.6 \cdot 10^{-3}$ град, полученное при одном обороте регулировочного винта, измене-

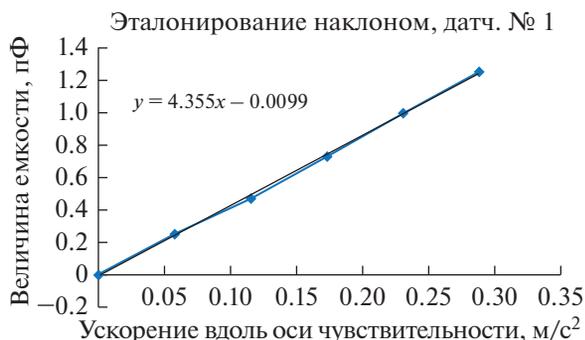


Рис. 7. Результаты эталонирования датчика 1.

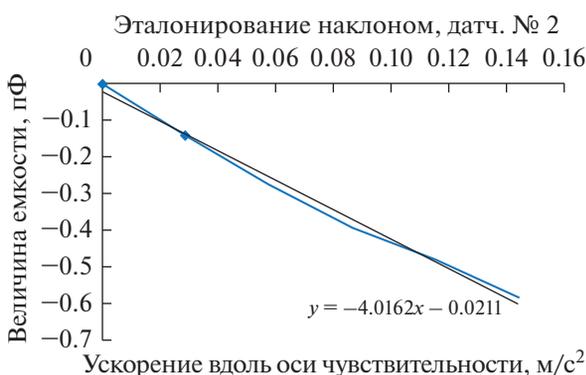


Рис. 8. Результаты эталонирования датчика 2.

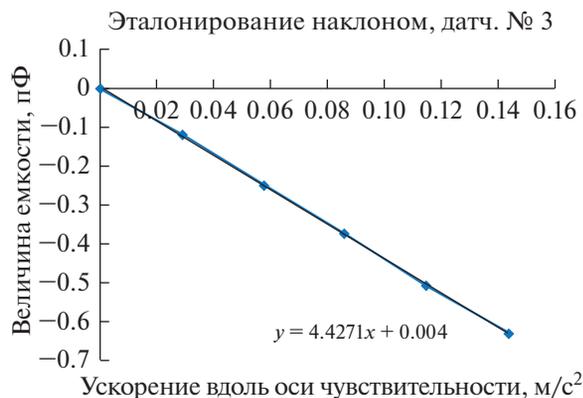


Рис. 9. Результаты эталонирования датчика 3.

ние проекций ускорения свободного падения на оси чувствительности датчиков:

$$\Delta a_1 \approx 2.88 \cdot 10^{-2} \text{ м/с}^2; \Delta a_2 = \Delta a_3 \approx -1.44 \cdot 10^{-2} \text{ м/с}^2.$$

После установки наклономерной плиты в горизонтальное положение с точностью 10 угл. с с помощью оптического квадранта КО-10, было проведено эталонирование прибора СЭМ методом наклонов.

Датчик 2 прибора СЭМ расположен вдоль линии наклона, изменение проекции ускорения свободного падения на ось чувствительности датчика 2 на один оборот регулировочного винта плиты – 0.0288 м/с².

Изменение ускорений для датчиков 1 и 3 на один оборот регулировочного винта плиты – 0.0144 м/с² с обратным знаком.

На рис. 7, 8 и 9 приведены результаты эталонирования прибора СЭМ (один шаг наклона плиты – два оборота регулировочного винта плиты).

Среднее значение крутизны преобразования:

$$\text{для датчика 1. } K_{\text{ср1}} = \Sigma Ki_1/n \approx 4.27 \text{ пФ/м/с}^2.$$

$$\text{для датчика 2. } K_{\text{ср2}} = \Sigma Ki_2/n \approx 4.45 \text{ пФ/м/с}^2.$$

$$\text{для датчика 3. } K_{\text{ср3}} = \Sigma Ki_3/n \approx 4.33 \text{ пФ/м/с}^2.$$

Среднее значение крутизны преобразования по трем одноосным датчикам СЭМ составляет $K_{\text{ср}} = 4.35 \text{ пФ/м/с}^2$.

Уход крутизны преобразования всех датчиков не превышает 10% относительно величины среднего значения $K_{\text{ср}}$.

Определение предельной чувствительности датчиков по уровню собственных тепловых флуктуаций механического осциллятора и флуктуаций емкостного преобразователя

Величина предельной чувствительности прибора определяется собственными тепловыми равновесными флуктуациями механического осциллятора каждого чувствительного элемента – датчика. При этом минимально обнаружимое ускорение определяется соотношением (4):

$a_{\text{min}} = \omega_0 \sqrt{kT/m}$, где ω_0 – собственная частота механического осциллятора, k – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура, m – величина пробной массы осциллятора. Для реальных $\omega_0 \approx 2\pi \cdot 4$ град/с, $k = 1.38 \cdot 10^{-16}$ эрг/гр, $T = 300$ К, $m \approx 20$ г,

$$a_{\text{min}} \approx 1 \cdot 10^{-6} \text{ см/с}^2 = 1 \cdot 10^{-8} \text{ м/с}^2.$$

В условиях наземной лаборатории величина шумов определяется всевозможными техногенными воздействиями и составляет $10^{-5} - 10^{-6} \text{ м/с}^2$, в зависимости от времени суток, когда проводятся измерения. Поэтому получить прямую экспериментальную оценку влияния тепловых равновесных флуктуаций на фоне шумов в основном техногенного происхождения не удастся.

Существует еще один источник шумов, также ограничивающий предельную чувствительность прибора по измеряемым ускорениям. Это – емкостный преобразователь малых механических смещений пробной массы, построенный, в данном случае, на основе микросхемы AD7747, с помощью которого измеряется величина дифференциальной емкости.

Минимальная величина емкости, измеряемой с помощью этой микросхемы, составляет $\Delta C_{\text{min}} \approx 1 \text{ аФ}$ (или 10^{-6} пФ). С помощью этой величины и возможно оценить минимально обнаружимое

ускорение, используя значение крутизны преобразования K каждого датчика, полученное при эталонировании методом наклонов. Оно определяется соотношением:

$$a_{\min} = \Delta C_{\min}/K. \quad (13)$$

Используя (13) для датчиков 1, 2 и 3, рассчитаем минимально обнаружимое ускорение: $a_{\min 1} \approx \approx 2.34 \cdot 10^{-7} \text{ м/с}^2$; $a_{\min 2} \approx 2.25 \cdot 10^{-7} \text{ м/с}^2$; $a_{\min 3} \approx \approx 2.31 \cdot 10^{-7} \text{ м/с}^2$.

При эталонировании методом наклонов задавалось несколько значений углов наклона плиты с установленным на ней прибором и несколько соответствующих значений ускорений вдоль оси чувствительности датчиков. Величина динамического диапазона определяется тем значением изменения проекции ускорения свободного падения на ось чувствительности датчика, при котором отступление от линейной зависимости показаний емкостного преобразователя от воздействующего ускорения будет более 10%.

Ни в одном случае, по результатам эталонирования, отступление от линейности графика показаний емкостного преобразователя не достигает 10%. Поэтому в качестве мажорирующей оценки величины динамического диапазона прибора можно принять $a_{\text{дл}} = 1.4 \cdot 10^{-1} \text{ м/с}^2$.

Величины минимальных измеряемых наклонов основания прибора несложно получить из результатов эталонирования, поскольку оно осуществляется методом наклонов. Учитывая, что один оборот регулировочного винта плиты соответствует наклону корпуса прибора на угол $3.6 \cdot 10^{-3}$ град, очевидно, что минимальный угол наклона основания, который можно измерить с помощью этого прибора, составляет $2.9 \cdot 10^{-8}$ град в диапазоне $\pm 1.7 \cdot 10^{-2}$ град.

Величина минимально обнаружимых углов наклона прибора $2.9 \cdot 10^{-8}$ град определяет величину минимально обнаружимых изменений ускорения свободного падения, которая составляет $2.4 \cdot 10^{-7} \text{ м/с}^2$ в динамическом диапазоне $1.4 \cdot 10^{-1} \text{ м/с}^2$.

Чувствительность по амплитуде вертикальных $A_{\text{в}}$ и горизонтальных $A_{\text{г}}$ колебаний основания прибора в окрестности $f = 1$ Гц определяется из простых соотношений: $A_{\text{в}} = a_{\min}/(2\pi f)^2 \cos \beta$; $A_{\text{г}} = a_{\min}/(2\pi f)^2 \sin \beta$.

Для $a_{\min} = 1 \cdot 10^{-8} \text{ м/с}^2$, определяемого тепловыми флуктуациями механического осциллятора, получаем: $A_{\text{в}} \approx 4.4 \cdot 10^{-10} \text{ м}$; $A_{\text{г}} \approx 3 \cdot 10^{-10} \text{ м}$.

ВЫВОДЫ

Исследования, проведенные в ходе разработки и создания прибора СЭМ, и результаты испытаний, в первую очередь физических испытаний, по-

казали, что основные принципы, заложенные при создании этого устройства, оправдались. В результате проведенных работ получен прибор, основные характеристики которого близки к запланированным. Выявлены возможности усовершенствования сейсмометра, являющегося одновременно гравиметром и наклономером, связанные с внесением изменений в конструкцию емкостного преобразователя и уменьшением зазоров в измерительных дифференциальных емкостях, внесением изменений в технологию сборки “растяжек” и применением лент из бериллиевой бронзы меньшей толщины, увеличением расстояния между постоянными магнитами для снижения собственной частоты колебаний пробной массы.

Разработанный прибор может найти применение при измерениях на Земле для получения не только сейсмической информации, но и информации о геодинамических и деформационных процессах в области сверхнизких частот, вплоть до квазистатических вариаций наклонов и ускорения свободного падения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Брагинский В.Б., Манукин А.Б. Измерение малых сил в физических экспериментах. М.: Наука, 1974.
2. Гусев Г.А., Манукин А.Б. Предельная чувствительность гравиинерциальных приборов при измерении квазистатических процессов // Физика Земли. 1985. № 9. С. 90–95.
3. Манукин А.Б., Казанцева О.С., Калинин И.И. Новый вариант высокочувствительного одноосного датчика сейсмоакселерометра // Сейсмические приборы. 2018. Т. 54. № 4. С. 66–76. <https://doi.org/10.21455/si2018.4-5>
4. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория упругости. М.: Наука, 1987.
5. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1992.
6. Lognonné P. Planetary seismology // Annu. Rev. Earth Planet. Sci. 2005. V. 33. № 1. P. 571–604.
7. Golombek M., Grott M., Kargl G. et al. Geology and Physical Properties Investigations by the InSight Lander // Space Sci. Rev. 2018. V. 214. № 84. Article number 84. <https://doi.org/10.1007/s11214-018-0512-7>
8. Smrekar S.E., Lognonné P., Spohn T. et al. Pre-Mission InSights on the Interior of Mars // Space Sci. Rev. 2019. V. 215. № 3. P. 1–72.
9. Knapmeyer-Endrun B., Kawamura T. NASA’s InSight mission on Mars—first glimpses of the planet’s interior from seismology // Nat. Commun. 2020. V. 11. № 1. P. 1451. <https://doi.org/10.1038/s41467-020-15251-7>
10. Giardini D., Lognonné P., Banerdt W.B. et al. The seismicity of Mars // Nat. Geosci. 2020. V. 5. P. 205–212. <https://doi.org/10.1038/s41561-020-0539-8>
11. Pan L., Quantin C., Tauzin B. et al. Crust heterogeneities and structure at the dichotomy boundary in western Elysium Planitia and Implications for InSight lander // Icarus. 2020. V. 338. P. 113511. <https://doi.org/10.1016/j.icarus.2019.113511>

УДК 520.82.054+681.772+681.782

МЕТОДИКА ФОТОМЕТРИИ БЫСТРОВРАЩАЮЩИХСЯ ИСЗ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПЗС-КАМЕРЫ МЕДЛЕННОГО СЧИТЫВАНИЯ

© 2021 г. С. Е. Шмальц^{1,*}, А. О. Новичонок^{1,2}, В. А. Воропаев¹, Ф. Грациани³, Й. Абдель-Азиз⁴,
А. М. Абдельазиз⁴, Ш. К. Теалиб⁴

¹Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия

²Петрозаводский государственный университет, Петрозаводск, Россия

³G.A.U.S.S. Srl, Roma, Italia

⁴National Research Institute of Astronomy and Geophysics, Cairo, Egypt

*sergiuspro77@gmail.com

Поступила в редакцию 23.03.2020 г.

После доработки 03.06.2020 г.

Принята к публикации 17.09.2020 г.

Описывается проблема интерпретации фотометрической кривой блеска и использования периододиаграммы Ломба–Скаргла для определения периода вращения быстро вращающихся искусственных спутников Земли (ИСЗ) при их наблюдении с использованием ПЗС-камеры медленного считывания; дается методика решения этой проблемы. В случае наличия априорной информации о периоде вращения ИСЗ предлагается использовать периододиаграмму Ломба–Скаргла на суженном диапазоне частоты; в случае отсутствия априорной информации проблема решается путем применения трек-фотометрии. Сравнение результатов, полученных на разных телескопах, оснащенных разными ПЗС-камерами медленного считывания, с результатами, независимо полученными на других телескопах, оснащенных ПЗС-камерами быстрого считывания, наглядно демонстрирует адекватность методики в обоих случаях. Также рассматриваются ограничения в применении методики и возможные способы повышения ее точности.

DOI: 10.31857/S0023420621050101

1. ВВЕДЕНИЕ

Классический метод фотометрического наблюдения с использованием оптического телескопа, оснащенного ПЗС-камерой, заключается в получении непрерывной серии снимков наблюдаемого объекта. При этом в течение экспозиции телескоп, если это позволяют его опорно-поворотное устройство и программное обеспечение управления оборудованием, сопровождает наблюдаемый объект с его угловой скоростью и в направлении его движения, в результате чего наблюдаемый объект имеет условно точечную форму на полученных снимках (допускается малая эллиптичность формы объекта с соотношением длин главных осей эллипса не более чем 3 : 1). Такой подход обусловлен, помимо прочего, тем, что последующая обработка снимков программным обеспечением, как правило, подразумевает использование апертурной фотометрии, которая, в свою очередь, требует именно такой формы объекта на снимках.

Любая ПЗС-камера, помимо времени экспозиции, также имеет некоторое время считывания снимка. В зависимости от модели камеры и от ти-

па соединения камеры с устройством, на которое записывается считываемый снимок, время считывания может варьировать от сотых долей секунды до нескольких секунд. Таким образом, измерения в серии идут с шагом равным времени экспозиции плюс время считывания снимка. Например, при использовании ПЗС-камеры FLI ML 09000, подключенной к обычному бытовому компьютеру посредством USB-кабеля стандарта 2.0, время считывания полноформатного снимка, снятого в режиме биннинга 1×1 , занимает 3 с, тогда измерения с 5-секундной экспозицией будут идти с 8-секундным шагом. Такую камеру в данной работе принято называть *камерой медленного считывания*. Существуют также ПЗС-камеры быстрого считывания, например, Andor Neo sCMOS, позволяющая получать 30 снимков в секунду с субсекундным шагом измерений.

Если период вращения наблюдаемого таким методом ИСЗ, как минимум, в 4–5 раз длиннее шага измерений, тогда частоты измерений будет достаточно, чтобы минимально приемлемо, без мелких деталей, грубо описать профиль получаемой в конечном результате кривой блеска ИСЗ

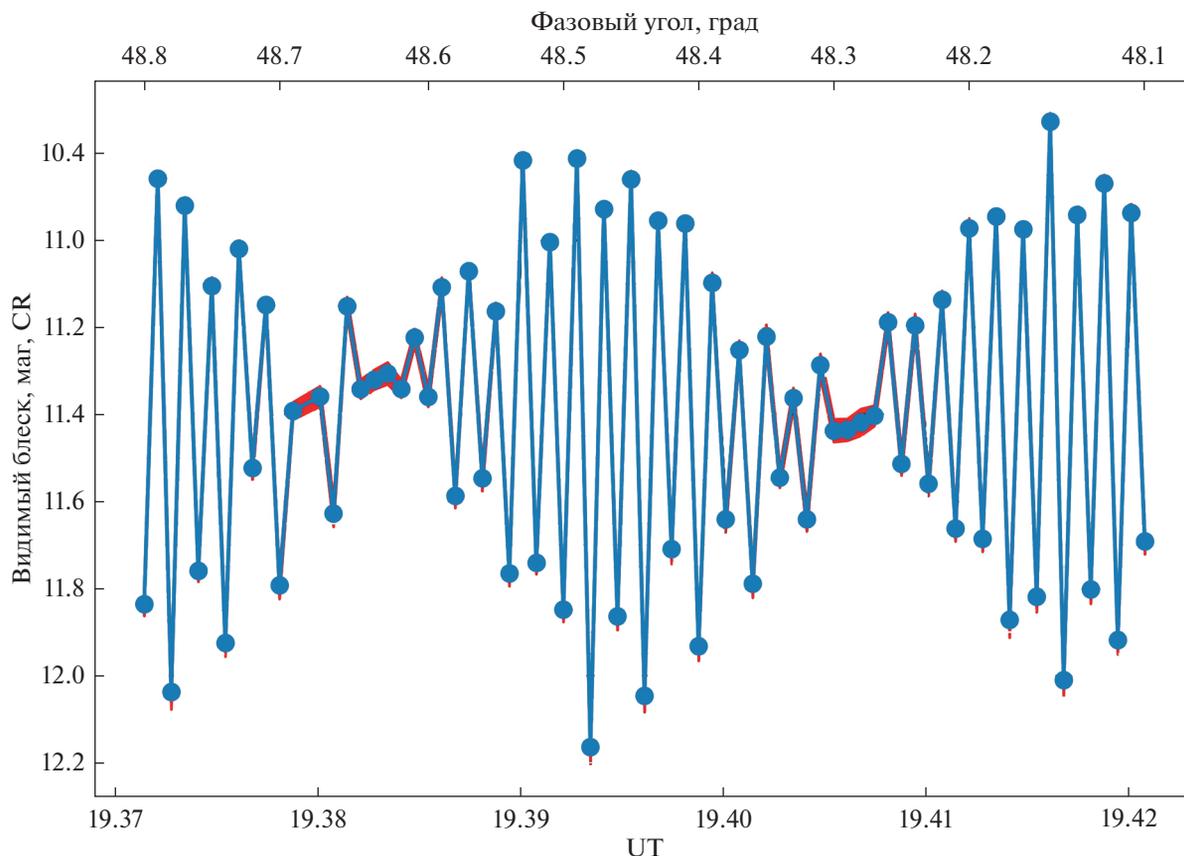


Рис. 1. Кривая видимого блеска верхней ступени *Atlas 5 Centaur R/B* (NORAD — 39505), наблюдение 9.V.2019 в обсерватории ISON-Кастельгранде; период вращения — 15.56 с, шаг измерений — 4 с.

(рис. 1). В ином случае кривая блеска имеет трудноинтерпретируемую форму, по которой даже приблизительно невозможно оценить период вращения ИСЗ или подтвердить наличие периодичности вообще (рис. 2).

Решением такой проблемы является использование периодограммы Ломба-Скаргла [1, 2] (далее в тексте просто периодограмма) на узком диапазоне частоты, центрируя этот диапазон на частоте ожидаемого периода кривой блеска. Если же ожидаемый период неизвестен, тогда предлагается определить его альтернативным методом наблюдения, при котором съемка осуществляется без сопровождения наблюдаемого ИСЗ, т.е. либо с неподвижной трубой телескопа, либо с ведением по звездам, в обоих случаях ИСЗ тогда оставляет на снимке трек, блеск которого меняется продольно по мере движения ИСЗ в поле зрения телескопа.

В данной работе описывается методика фотометрии быстро вращающихся ИСЗ с использованием ПЗС-камеры медленного считывания, а также ограничения использования этой методики; приводятся примеры практического применения методики на реальных данных, получен-

ных в ходе наблюдений на трех разных телескопах с разными ПЗС-камерами медленного считывания; одновременно проводится сравнение полученных результатов с результатами, независимо полученными на других телескопах, оснащенных ПЗС-камерами быстрого считывания.

2. МЕТОДИКА

2.1. Использование периодограммы Ломба-Скаргла на узком диапазоне частоты

Для определения периода вращения ИСЗ по его кривой блеска может быть использована периодограмма; применяя метод наименьших квадратов с аппроксимацией значений гармоническими функциями, периодограмма осуществляет спектральный анализ неравномерно распределенных во времени дискретных значений, что, помимо прочего, отличает этот метод от преобразования Фурье, которое тоже используется для определения периода вращения, но требует исключительно равномерного ряда измерений на временной шкале. В данной работе использовался авторский скрипт, написанный на языке

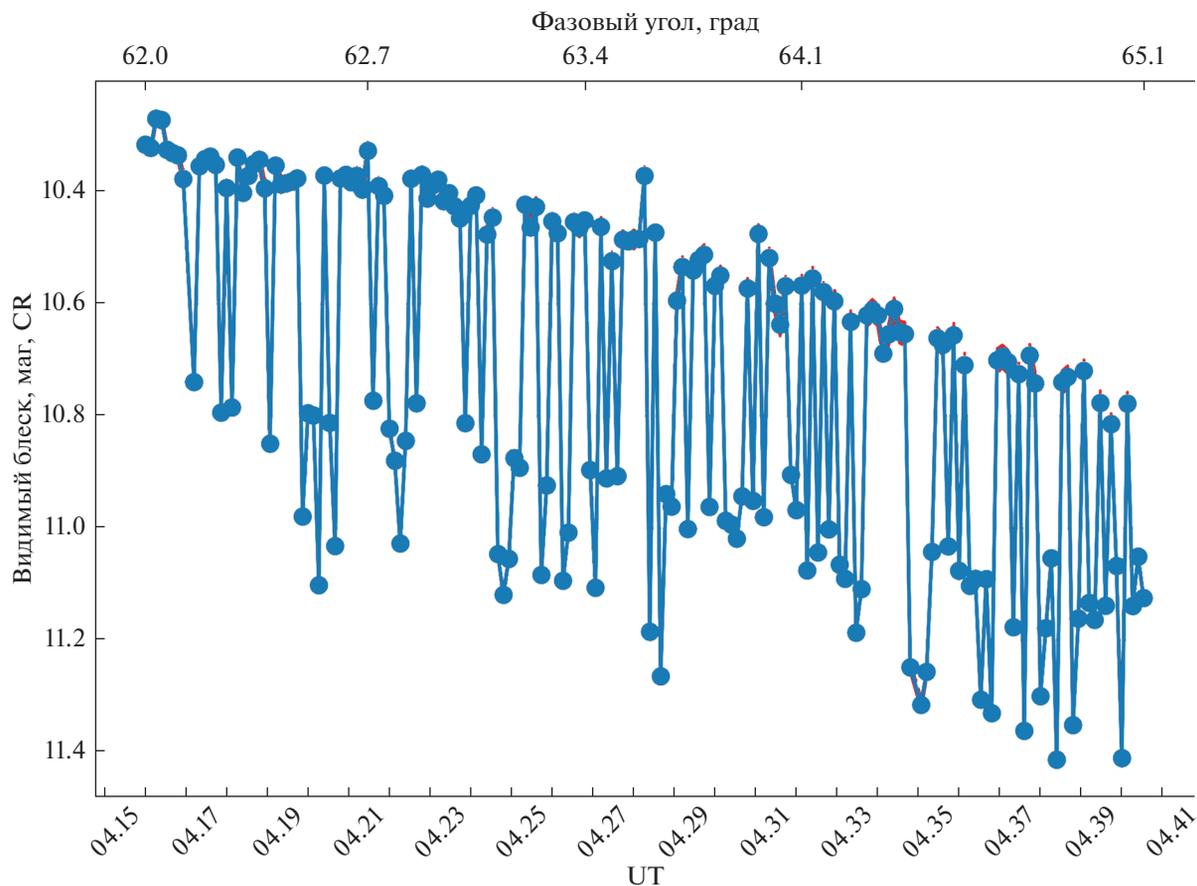


Рис. 2. Кривая видимого блеска верхней ступени *Ariane 5 R/B* (NORAD – 40615), наблюдение 20.II.2019 в обсерватории ISON-Кастельгранде; период вращения – 1.45 с, шаг измерений – 8 с.

программирования Python, с применением периодограммы, импортируемой из пакета Astropy [3].

Если период вращения ИСЗ многократно длиннее шага измерений фотометрического ряда, то периодограммой даже на весьма большом диапазоне частоты можно безошибочно определить период вращения ИСЗ по самому мощному пику периодограммы. На рис. 3 изображена периодограмма, построенная на широком диапазоне частоты 0.001–0.1 Гц, для верхней ступени *Falcon 9 R/B* (международный идентификатор – 2014-046B, номер по спутниковому каталогу NORAD – 40108), наблюдавшейся 21.VII.2019 в обсерватории ISON-Кастельгранде [4] с шагом измерений 4 с; самый мощный и не имеющий себе сопоставимых пик периодограммы точно и безальтернативно определяет период вращения равным 83.46 с.

В то же время на рис. 1 был дан пример, где период вращения ИСЗ длиннее шага измерений только примерно в 4 раза, что хотя и позволяет получить подающуюся первичной интерпретации кривую блеска, но при использовании широкого диапазона частоты 0.001–0.135 Гц в периодограмме (рис. 4) из-за ложных пиков невозможно безошибочно определить период вращения ИСЗ.

Лишь при постепенном сужении диапазона частоты до 0.124–0.135 Гц (рис. 5) ложные пики исчезают, и в итоге проявляется пик истинного периода вращения. Обе периодограммы на рис. 4–5 построены по одному и тому же фотометрическому ряду измерений с параметром `samples_per_peak=10000` (разрешающая способность периодограммы в Astropy).

2.2. Трек-фотометрия

Описанное в предыдущем разделе использование периодограммы на узком диапазоне частоты применимо только в том случае, если априорно известен приблизительный период вращения ИСЗ, что позволяет сузить частотный диапазон периодограммы вокруг *ожидаемого* значения. В описанном случае ориентиром послужили два ранее осуществленных независимых наблюдения; первое наблюдение – 19.II.2019 Многоканальным мониторинговым телескопом ММТ-9 Казанского федерального университета при использовании камеры быстрого считывания [5], которое дало период вращения 15.64 с (а более ранние наблюдения там же показали, что период враще-

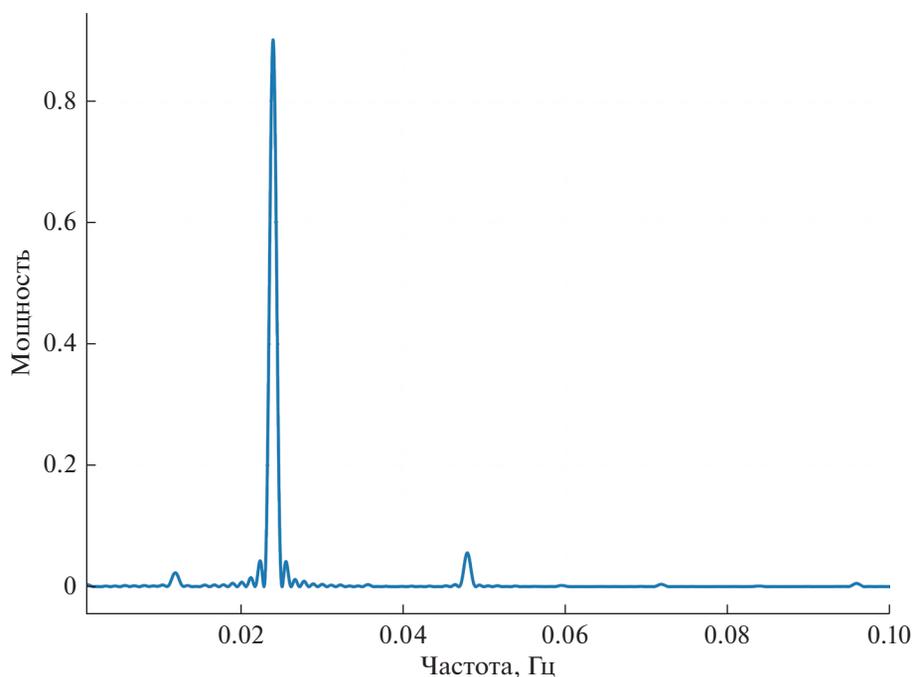


Рис. 3

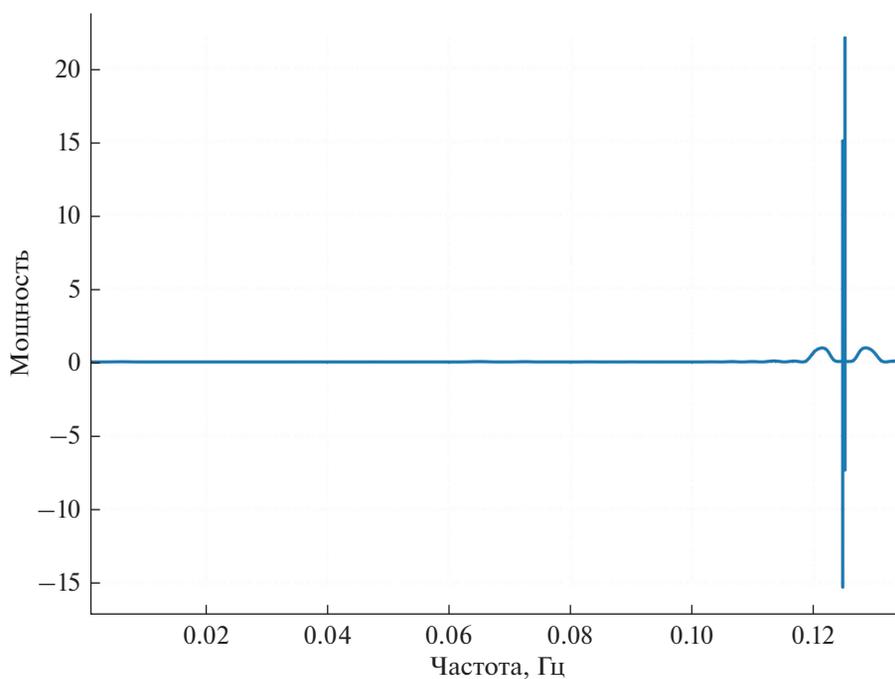


Рис. 4

ния уменьшался на 0.1–0.2 с в год [6]); второе наблюдение – 7.IV.2019 авторами при использовании камеры медленного считывания, которое дало период вращения 15.57 с. Если же априорной информации о периоде вращения ИСЗ нет, и, соответственно, проблематично определить нуж-

ный диапазон частоты периодограммы, тогда период вращения можно определить по треку ИСЗ на снимке.

Для работы со снимками авторами использовалась программа AstroImageJ [7], предварительная настройка которой в рамках решаемой задачи

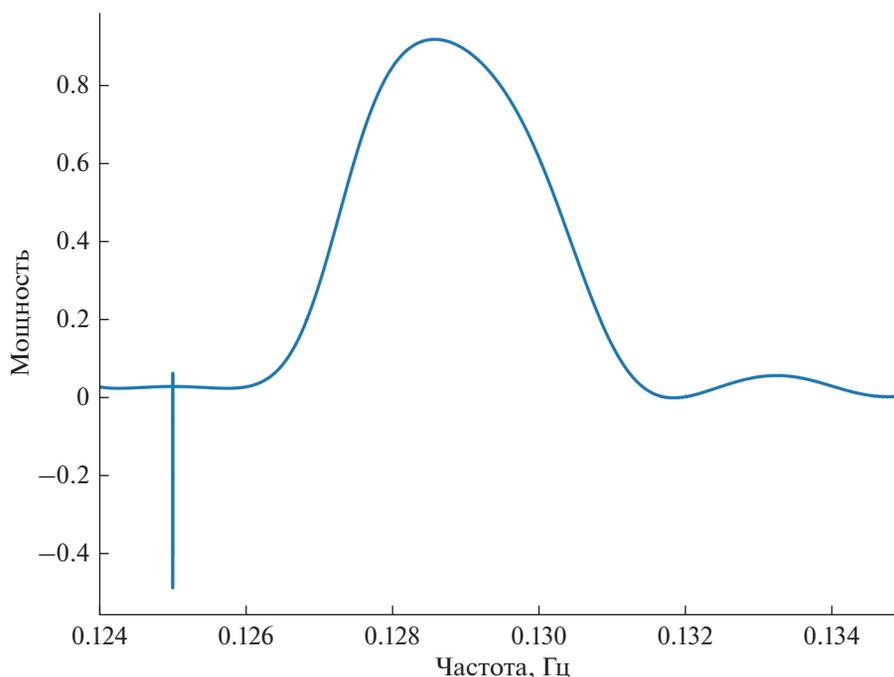


Рис. 5

не требуется. Открыв снимок в программе, поверх трека ИСЗ накладывается линейная (straight) апертура в направлении движения ИСЗ, и здесь учитывается следующее: 1) будет достаточно, если на снимке видны только проблески (максимумы блеска) вдоль трека, в то время как истинные начало и конец трека, а также участки трека между проблесками, не обязаны быть видны на кадре, 2) начало и конец накладываемой апертуры обязаны лежать на траектории трека, но желательно попытаться добиться их совпадения с истинным началом и концом трека, поскольку это сравнительно субъективная оценка, малейшая ошибка в которой может привести к неправильному определению периода вращения; абсолютно допустимо, и даже желательно, если начало линейной апертуры будет лежать на траектории трека после истинного начала трека, а конец апертуры — перед истинным концом трека.

Далее, в меню программы нужно выбрать Analyze и затем Plot static line/box profile, тогда в новом окошке отобразится кривая блеска трека, с той лишь разницей, что по оси абсцисс будет не время, а пиксели апертуры, вдоль которой попиксельно измеряется блеск, значения которого отображаются по оси ординат и выражаются в ADU.

Чтобы продолжить работу с полученной кривой блеска, в этом же окошке нужно нажать на кнопку List, откроется другое окошко с числовым представлением этих же данных в виде таблицы, которую затем можно сохранить в виде XLS-файла через меню File/Save as.... На этом работа в программе AstroImageJ завершена.

Заключительным действием является определение периода вращения ИСЗ. Авторским скриптом, написанном на языке программирования Python, считывается XLS-файл с только что полученными в AstroImageJ измерениями. К измерениям применяется периодограмма из пакета Astgору. Найденный период кривой блеска выражен, однако, все еще в пикселях, поэтому чтобы преобразовать его в единицы времени, полученное значение периода умножается на угловой масштаб пикселя на данном снимке и делится на среднюю угловую скорость ИСЗ за время экспозиции; угловая скорость ИСЗ рассчитывается из углового расстояния, пройденного ИСЗ за время экспозиции, а угловое расстояние рассчитывается из экваториальных координат начального и конечного положения ИСЗ на основе его эфемериды, построенной по его орбите от времени начала до времени конца экспозиции. Конечным продуктом авторского скрипта является парный график кривой видимого блеска трека ИСЗ и периодограммы (пример в разделе 3.2).

3. ПРИМЕРЫ ПРАКТИЧЕСКОГО ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДИКИ

Описанная здесь методика была успешно опробована на реальных данных, полученных в ходе наблюдений на трех разных телескопах сети ISON [8, 9], оснащенных двумя разными моделями ПЗС-камер медленного считывания. В разделах 3.1–3.4 даются примеры наблюдений, осуществленных в обсерватории ISON-Кастельгран-

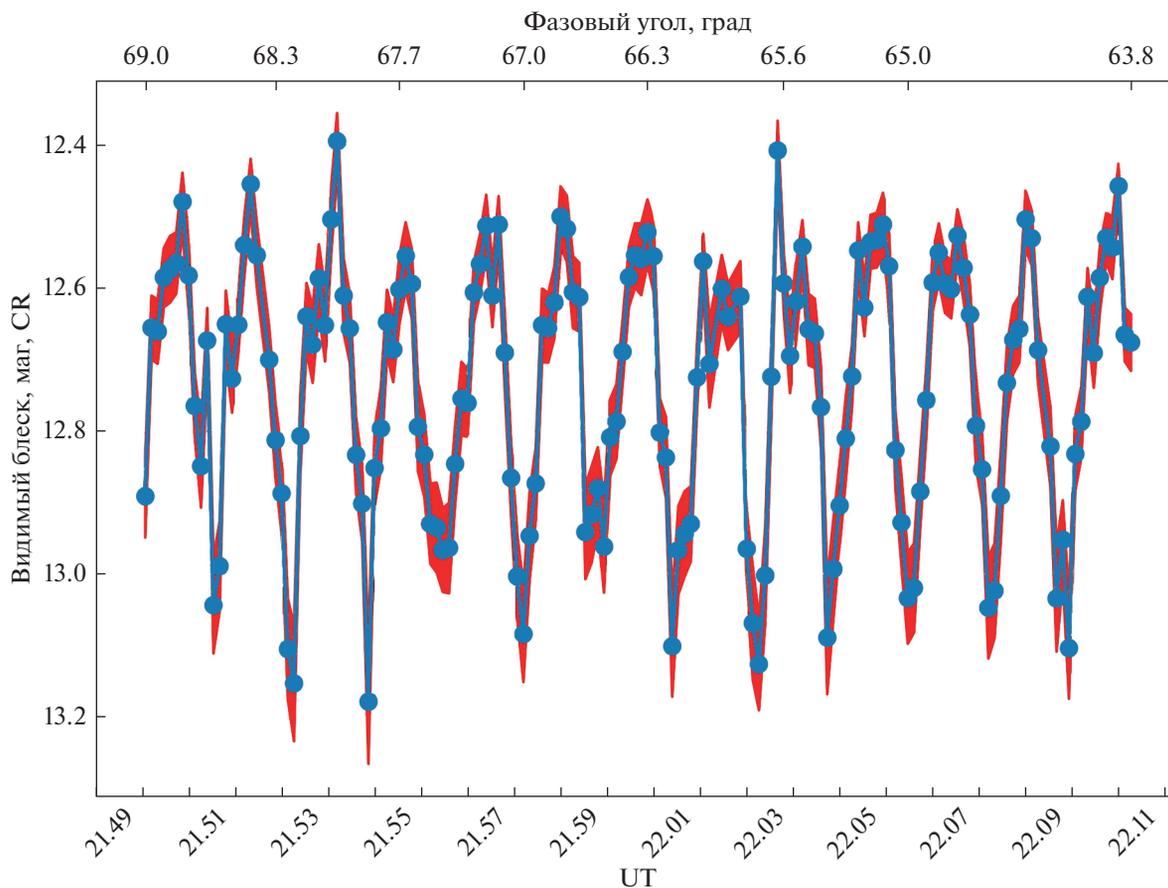


Рис. 6

де в Италии на 22-см телескопе ОРИ-22 оптической системы Ньютона-Гамильтона с ПЗС-камерой FLI ML 09000. В разделе 3.5 дается пример наблюдения, осуществленного в обсерватории ISON-Китаб в Узбекистане на 36-см телескопе РК-360 оптической системы Ричи-Кретьена с ПЗС-камерой FLI ML 09000. И в разделе 3.6 дается пример наблюдения, осуществленного в обсерватории ISON-Коттамия [10] в Египте на 28-см телескопе Celestron RASA оптической системы Роу-Акерманна-Шмидта с ПЗС-камерой FLI ML 11002M.

3.1. Пост-аварийные наблюдения Intelsat 29E

В период с 7.IV по 18.IV.2019 геостационарный спутник связи *Intelsat 29E* (международный идентификатор – 2016-004A, номер по спутниковому каталогу NORAD – 41308), имевший подспутниковую точку стояния на 50° западной долготы, вышел из строя, и был полностью утерян контроль над ним. С тех пор неработающий спутник дрейфует по орбите в восточном направлении.

В период наблюдаемости спутника с 24.IV по 5.VIII.2019 было проведено 30 фотометрических наблюдений с целью определения и отслежива-

ния изменения периода вращения спутника. Первые 8 наблюдений с 24.IV по 9.V проводились в режиме сопровождения объекта; последующие 14 наблюдений с 9.V по 30.VI – в режиме получения треков объекта; последние 8 наблюдений с 16.VII по 5.VIII – снова в режиме сопровождения.

Во время первых 8 наблюдений отсутствовала какая-либо независимая информация о периоде вращения спутника. Наблюдения проводились с 5-секундной экспозицией, а с учетом 3 с считывания снимка с ПЗС-камеры измерения шли с шагом 8 с. Получаемые кривые блеска имели, казалось бы, вполне правильную и интерпретируемую форму (рис. 6), период вращения легко определялся на широком диапазоне частот периодограммы (0.001–0.9 Гц) и якобы увеличивался с 96.50 до 252.37 с. Однако 8.V поступила информация о независимом наблюдении этого ИСЗ на 60-см телескопе Цейсс-600 Станции оптического наблюдения “Архыз” АО “НПК “СПП” с использованием ПЗС-камеры быстрого считывания СпецТелеТехника CSDU-285 и длительностью экспозиции 0.128 с; период вращения в ночь с 7.V на 8.V там был найден равным 8.32 с, что по значению очень схоже с шагом измерений в на-

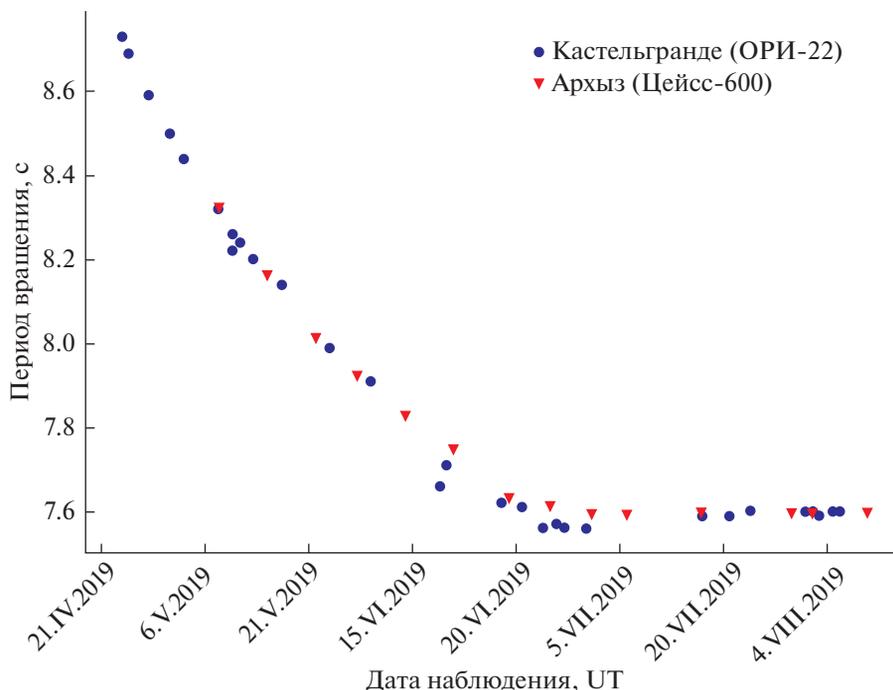


Рис. 7

блюдениях в Кастельгранде. Именно из-за этого сходства кривые блеска имели такой облик с измерениями, расположившимися по фазе периода вращения, это и привело к неверно определенным периодам вращения на *широком* диапазоне частот периодограммы, однако переобработка фотометрических данных с использованием *узкого* диапазона частот периодограммы (0.11–0.124 Гц) позволила извлечь истинные периоды вращения, в частности, наблюдение в ту же ночь с 7 на 8.V дало такой же период вращения, что и на Цейсс-600. С учетом полученной информации о коротком периоде вращения, вместо режима сопровождения наблюдения в Кастельгранде сначала продолжались в режиме получения треков, что также позволило определять истинный период вращения этого ИСЗ. По мере ежедневного дрейфа спутника все дальше на восток, трек-фотометрия становилась затруднительнее из-за все меньшей высоты объекта над горизонтом и его падающего блеска (в треках ИСЗ на снимках падало отношение сигнала к шуму), тогда было принято решение наблюдать снова с ведением по объекту и с длительностью экспозиции 1–3 с, что позволило осуществить последние 8 наблюдений и определить период вращения опять же с использованием суженного диапазона частот периодограммы (0.126–0.136 Гц).

Итогом наблюдательной кампании *Intelsat 29E* стал график изменения его периода вращения (рис. 7), по которому виден процесс постепенного торможения его раскрутки, по всей видимости

это было связано с постепенно ослабевавшей дегазацией ИСЗ после аварии; за время наблюдательной кампании период вращения ИСЗ уменьшился с 8.73 до 7.60 с и в течение последних полутора месяцев наблюдений оставался неизменным на последнем значении. По графику видна хорошая согласованность значений периодов вращения, полученных камерой медленного считывания в Кастельгранде, в сравнении со значениями, полученными камерой быстрого считывания в Архызе; лишь только во второй половине июня, когда все еще использовавшаяся трек-фотометрия стала затрудненной, заметны расхождения.

3.2. Наблюдения верхних ступеней *Atlas 5 Centaur R/B*

9.V.2019 были получены 2 снимка с длительностью экспозиции по 50 с трека верхней ступени *Atlas 5 Centaur R/B* (международный идентификатор – 2002-038B, номер по спутниковому каталогу NORAD – 27500). Несмотря на малоамплитудную вариацию блеска вдоль трека и небольшое количество снимков, методом трек-фотометрии был достаточно точно определен период вращения с очень малой дисперсией значений – от 7.71 до 7.72 с (рис. 8); итоговый усредненный период вращения – 7.715 с. В фотометрической базе данных MMT [6] имеется наблюдение этого ИСЗ за 27.IV.2019 с периодом вращения 7.71 с и с увеличением периода вращения максимум на 0.01 с в месяц, что подтверждает достоверность найденного

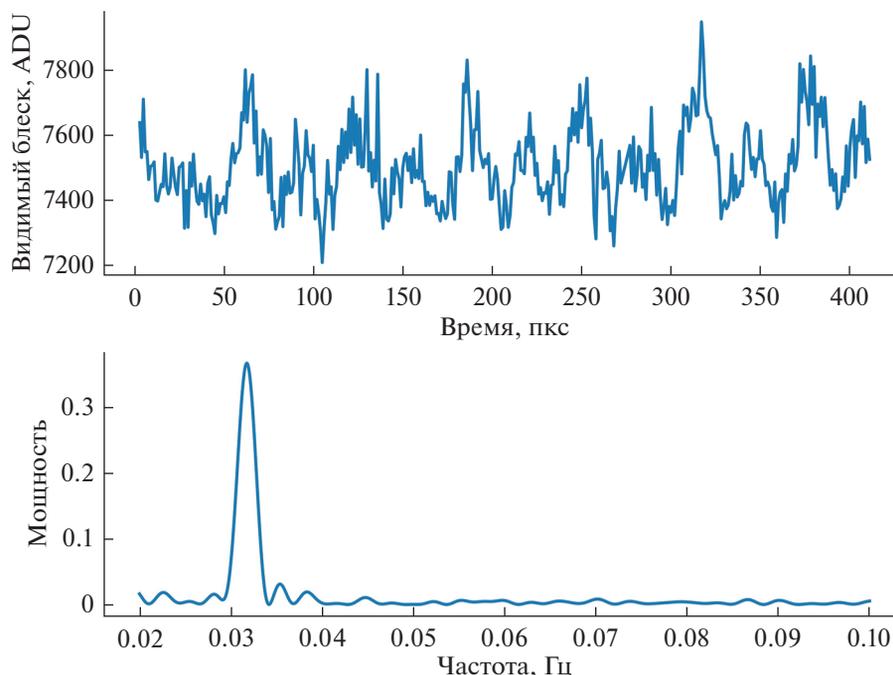


Рис. 8. Сверху — кривая видимого блеска трека ИСЗ; снизу — периодограмма.

по трекам периода вращения. В дальнейшем были проведены еще два наблюдения 15.VIII.2019 и 17.IX.2019, но уже с ведением по объекту; полученная ранее информация о периоде вращения позволила в обоих случаях успешно использовать суженный диапазон частоты периодограммы (0.126–0.15 Гц); найденные периоды вращения — 7.74 и 7.75 с соответственно.

11.V.2019 были получены 4 снимка с длительностью экспозиции по 90 с и 6 снимков с длительностью экспозиции по 120 с трека верхней ступени *Atlas 5 Centaur R/B* (международный идентификатор — 2010-005B, номер по спутниковому каталогу NORAD — 36396). Несмотря на достаточно большое количество периодов вращения в каждом треке, дисперсия значений периода вращения оказалась сравнительно большой — от 10.254 до 10.678 с, однако итоговый усредненный период вращения — 10.393 с — хорошо согласуется с информацией в базе данных ММТ, в которой имеется наблюдение этого ИСЗ за 15.V.2019 с периодом вращения 10.39 с. В дальнейшем было проведено еще одно наблюдение 11.IX.2019 с ведением по объекту; незначительное сужение диапазона частоты периодограммы (0.1–0.24 Гц) дало уверенное определение периода вращения — 10.35 с, подтвердить который независимым наблюдением близким по дате не представлялось возможным (ближайшие даты наблюдений в базе данных ММТ — 7.VII.2019 с периодом вращения 10.32 с и 5.XI.2019 с периодом вращения 10.35 с).

8.V.2019 в режиме сопровождения наблюдалась верхняя ступень *Atlas 5 Centaur R/B* (международный идентификатор — 2013-004B, номер по спутниковому каталогу NORAD — 39071). На суженном диапазоне частоты периодограммы (0.06–0.08 Гц) был получен период вращения 14.91 с, подтвердить который независимым наблюдением несколько проблематично, так как, например, в базе данных ММТ ближайшие наблюдения этого ИСЗ отстоят по дате на 2–3 мес., что слишком много, потому что ранее период вращения за такой промежуток времени неоднократно то увеличивался, то уменьшался на 0.1–0.2 с. Повторное наблюдение этого ИСЗ 11.IX.2019 с ведением по объекту на том же диапазоне частоты периодограммы дало период вращения 14.80 с, лежащий в рамках общего тренда изменения периода вращения в базе данных ММТ, в которой ближайшие по дате наблюдения отстояли не менее чем на 10 дней — 1.IX.19 с периодом вращения 14.77 с и 22.IX.19 с периодом вращения 14.79 с, что не позволяет провести идеальное сравнение.

9.V.2019 были получены 4 снимка с длительностью экспозиции по 50 с трека верхней ступени *Atlas 5 Centaur R/B* (международный идентификатор — 2014-055B, номер по спутниковому каталогу NORAD — 40209). Для определения периода вращения потребовалось сузить диапазон частоты периодограммы (0.01–0.04 Гц). Дисперсия найденных значений периода вращения оказалась малой — от 4.282 до 4.322 с; итоговый усредненный период вращения — 4.303 с, что сопоставимо

с ближайшим по дате наблюдением в базе данных ММТ за 12.IV.2019 с периодом вращения 4.31 с. По 10 снимкам повторного аналогичного наблюдения этого ИСЗ 12.VIII.2019 с длительностью экспозиции по 60 с на том же диапазоне частоты периодограммы была получена аналогичная по амплитуде дисперсия значений периода вращения — от 4.276 до 4.317 с; итоговый усредненный период вращения — 4.295 с.

3.3. Наблюдение фрагмента *BREEZE-M DEB*

17.V.2019 во время обзорного наблюдения пояса геостационарной орбиты на одном из снимков с длительностью экспозиции 10 с оказался трек фрагмента разгонного блока *BREEZE-M DEB* (международный идентификатор — 2008-011P, номер по спутниковому каталогу NORAD — 38568), находящегося на высокой эллиптической орбите. Уже по треку на снимке было видно, что имеет место субсекундный период вращения (около 30 периодов вращения за время экспозиции), тем не менее для определения периода вращения сужение диапазона частоты периодограммы не потребовалось, итоговый период вращения — 0.331 с (самый короткий в рамках данной работы). В базе данных ММТ имеется наблюдение этого ИСЗ за 15.V.2019 с периодом вращения 0.3358 с и с очень медленным увеличением периода вращения на ~ 0.002 с в год. Учитывая эту информацию и принимая во внимание, что в распоряжении имелся только один снимок трека, вполне можно допустить, что полученный по треку период вращения имеет пренебрежимо малую ошибку порядка 0.005 с, что составляет всего 1.49% от периода вращения.

3.4. Наблюдение *GSAT-6A*

25.VI.2019 во время вышеупомянутых наблюдений *Intelsat 29E* на серии из 4 снимков с длительностью экспозиции по 90 с оказался трек неработающего спутника связи *GSAT-6A* (международный идентификатор — 2018-027A, номер по спутниковому каталогу NORAD — 43241), находящегося на средневысокой орбите. Дисперсия значений периода вращения оказалась сравнительно высокой (предположительно из-за небольшого количества периодов вращения на одном треке, что безусловно снижает точность определения периода вращения в любом методе фотометрии) — от 19.938 до 20.249 с; итоговый усредненный период вращения — 20.144 с; сужение диапазона частоты периодограммы не понадобилось. В базе данных ММТ имеется одно единственное наблюдение этого ИСЗ за 29.VII.2018, но без определенного периода вращения (судя по имеющейся там кривой блеска, он мог быть равным 60 с или больше), поэтому сравнить полученный период вращения

не было возможным, однако по треку и кривой блеска было видно, что на время экспозиции приходится примерно 4.5 периода вращения, что дает основание доверять полученному результату.

3.5. Наблюдение *GALAXY 5*

13.V.2019 проводились наблюдения астероидов. На серии из 5 снимков с длительностью экспозиции по 30 с оказался трек неработающего спутника связи *GALAXY 5* (международный идентификатор — 1992-013A, номер по спутниковому каталогу NORAD — 21906), находящегося на орбите захоронения. Дисперсия значений периода вращения оказалась очень малой (благодаря сравнительно малому угловому масштабу пикселя точность определения периода вращения заметно возрастает) — от 2.761 до 2.769 с; итоговый усредненный период вращения — 2.765 с; сужение диапазона частоты периодограммы не понадобилось. Сравнить найденный период вращения с независимым источником не представлялось возможным, но уже визуально по треку на снимке можно было оценить, что период вращения был близок к 2.8 с (примерно 10.75 периода вращения за время экспозиции).

3.6. Наблюдение фрагмента *SL-23 DEB*

16.IV.2019 проводилось обзорное наблюдение пояса геостационарной орбиты. На одном из снимков с длительностью экспозиции 10 с оказался трек *SL-23 DEB* (бак от запуска космического аппарата *Спектр-Р*, международный идентификатор — 2011-037B, номер по спутниковому каталогу NORAD — 37756). Для определения периода вращения потребовалось применить не только трек-фотометрию, но и сужение диапазона частоты периодограммы (0.001–0.01 Гц), т. к. широкий диапазон давал очевидно неверное значение периода вращения, который уже визуально по треку можно было оценить равным немногим менее 2.5 с (чуть более 4 периодов вращения за время экспозиции), итоговый период вращения — 2.334 с. В базе данных ММТ имеется наблюдение этого ИСЗ за 13.IV.2019 с периодом вращения 2.322 с и с постепенным увеличением периода вращения на 0.01–0.03 с в неделю, что подтверждает достоверность найденного по треку периода вращения.

4. ОГРАНИЧЕНИЯ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МЕТОДИКИ

4.1. Изменение видимой угловой скорости ИСЗ

При прохождении ИСЗ разных участков своей орбиты геометрия наблюдения, т.е. положение наблюдаемого ИСЗ относительно телескопа, может изменяться в зависимости от типа орбиты, а

вместе с тем и видимая угловая скорость ИСЗ, которая за время экспозиции может изменяться с разной степенью и в итоге иметь разные значения в начале и в конце экспозиции. По этой причине при применении трек-фотометрии требуется, во-первых, для каждого индивидуального трека использовать в расчетах исключительно усредненную на все время экспозиции угловую скорость ИСЗ, и, во-вторых, планировать наблюдение ИСЗ так, чтобы он находился на участке орбиты, где угловая скорость ИСЗ изменялась бы не слишком быстро.

4.2. Отношение видимой угловой скорости ИСЗ к его периоду вращения

Если при наблюдении ИСЗ с целью получения его трека на снимке отношение видимой угловой скорости ИСЗ к его периоду вращения окажется очень малым, может получиться так, что смещение ИСЗ на снимке от пикселя к пикселю будет настолько медленным, что вариация блеска между пикселями вдоль трека будет отсутствовать, и использовать трек-фотометрию тогда станет невозможным. Исходя из этого, при планировании наблюдения ИСЗ следует учитывать его угловую скорость. Например, для объектов на высокой эллиптической орбите следует избегать наблюдений, когда ИСЗ проходит апогейный участок орбиты, на котором угловая скорость будет, как правило, минимальна. В случае с геостационарной орбитой угловая скорость ИСЗ может практически не изменяться, что накладывает фиксированное ограничение на применение трек-фотометрии. Единственным решением этой проблемы видится съемка ИСЗ с ведением телескопа не по звездам, а с произвольно выбранной угловой скоростью, противоположно направленной к вектору угловой скорости ИСЗ, что позволит повысить линейную скорость ИСЗ от пикселя к пикселю на снимке, т.е. трек в итоге будет равномерно растянут продольно, что увеличивает количество пикселей проходимых ИСЗ за время одного периода вращения и тем самым позволяет проявить вариацию блеска вдоль трека. Однако это решение создает сопутствующие трудности. Во-первых, падает уровень отношения сигнала к шуму вдоль трека, что понижает предельный регистрируемый блеск ИСЗ. Во-вторых, описанная в разделе 2.2 методика трек-фотометрии потребует модификации расчетов, поскольку угловая скорость ИСЗ при такой съемке должна быть пересчитана с учетом угловой скорости телескопа.

4.3. Отношение периода вращения ИСЗ к шагу измерений

Если период вращения ИСЗ близко кратен шагу измерений в фотометрическом ряду, то даже

на узком диапазоне частоты в периодограмме будет появляться пик линейной формы, соответствующий частоте кратного шага измерений, а по обе стороны от этого пика могут возникать равноудаленные и практически одинаковые по высоте пики, лишь только один из которых будет соответствовать истинному периоду вращения ИСЗ, но выбрать из них какой-то один было бы субъективным и потенциально ошибочным решением. Рис. 9 показывает пример периодограммы для фотометрического наблюдения спутника *Intesat 29E*, осуществленного в обсерватории ISON-Кастельгранде 3.II.2020 с фиксированным шагом в 4 с (1 с экспозиции и 3 с времени считывания). Частота 0.125 Гц, отображенная линейным пиком на периодограмме, соответствует 8 с, т.е. двухкратному шагу измерений; также мы видим два зеркальных и примерно равных пика по обе стороны от линейного пика; левый пик соответствует периоду 8.128 с, а правый — периоду 7.872 с, и выбрать из них однозначно правильный невозможно. Чтобы избежать такой ситуации, следует проводить наблюдение ИСЗ либо (если еще нет априорной информации о периоде вращения ИСЗ) с переменной длительностью экспозиции, что давало бы переменный шаг измерений, либо (если уже имеется информация о периоде вращения ИСЗ) с такой постоянной длительностью экспозиции, при которой период вращения не был бы близко кратен шагу измерений. Рис. 10 показывает пример периодограммы для наблюдения того же спутника, осуществленного в обсерватории ISON-Кастельгранде 16.II.2020 с фиксированным шагом в 5 с (2 с экспозиции и 3 с времени считывания). Как видно, линейный пик на том же диапазоне частоты периодограммы отсутствует, и вместо двух зеркальных пиков присутствует только один, дающий однозначный период вращения 8.121 с.

ВЫВОДЫ

Как показывают приведенные выше примеры, ПЗС-камеры медленного считывания во многих случаях позволяют определять даже субсекундные периоды вращения ИСЗ, при этом точность определяемых значений сопоставима с точностью, получаемой при использовании ПЗС-камеры быстрого считывания, а если и возникают погрешности, то они пренебрежительно малы. Факт возможности такого использования ПЗС-камер медленного считывания существенно расширяет диапазон их применения в фотометрических наблюдениях ИСЗ. Применение методики на данных, полученных разным оборотованием, показало, что наименьшая дисперсия определяемых трек-фотометрией значений периода вращения получается при наименьшем угловом масштабе пикселя ПЗС-камеры. Дальнейшее повышение точности определения периода вращения ИСЗ по

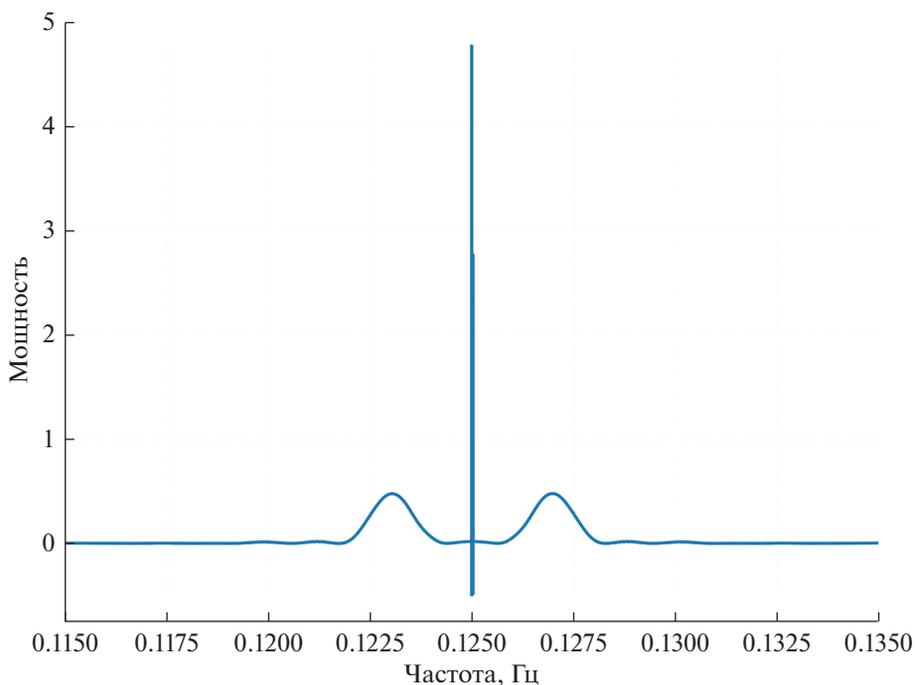


Рис. 9

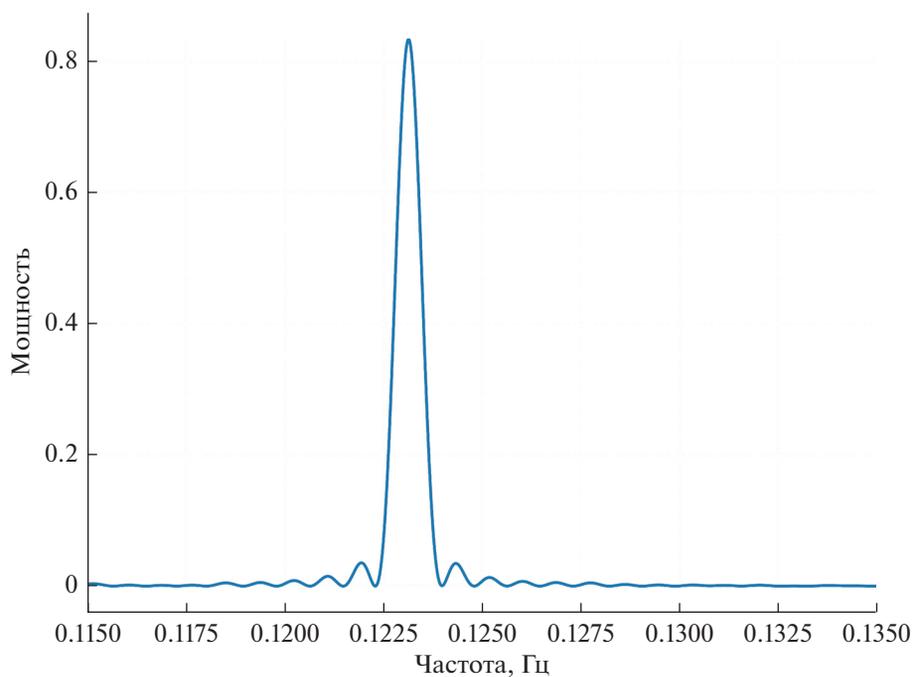


Рис. 10

его трекам видится возможным при использовании линейной апертуры с субпиксельным разрешением, что, правда, невозможно в использовавшейся авторами программе AstroImageJ. Также подмечено, что дополнительным средством контроля качества результата и отсева ложных пери-

одов вращения ИСЗ, автоматически обнаруживаемых периодограммой на широком диапазоне частоты, является фазовая кривая приведенного блеска ИСЗ – построенная по ложному периоду вращения, она, очевидно, имеет неадекватную форму (рис. 11).

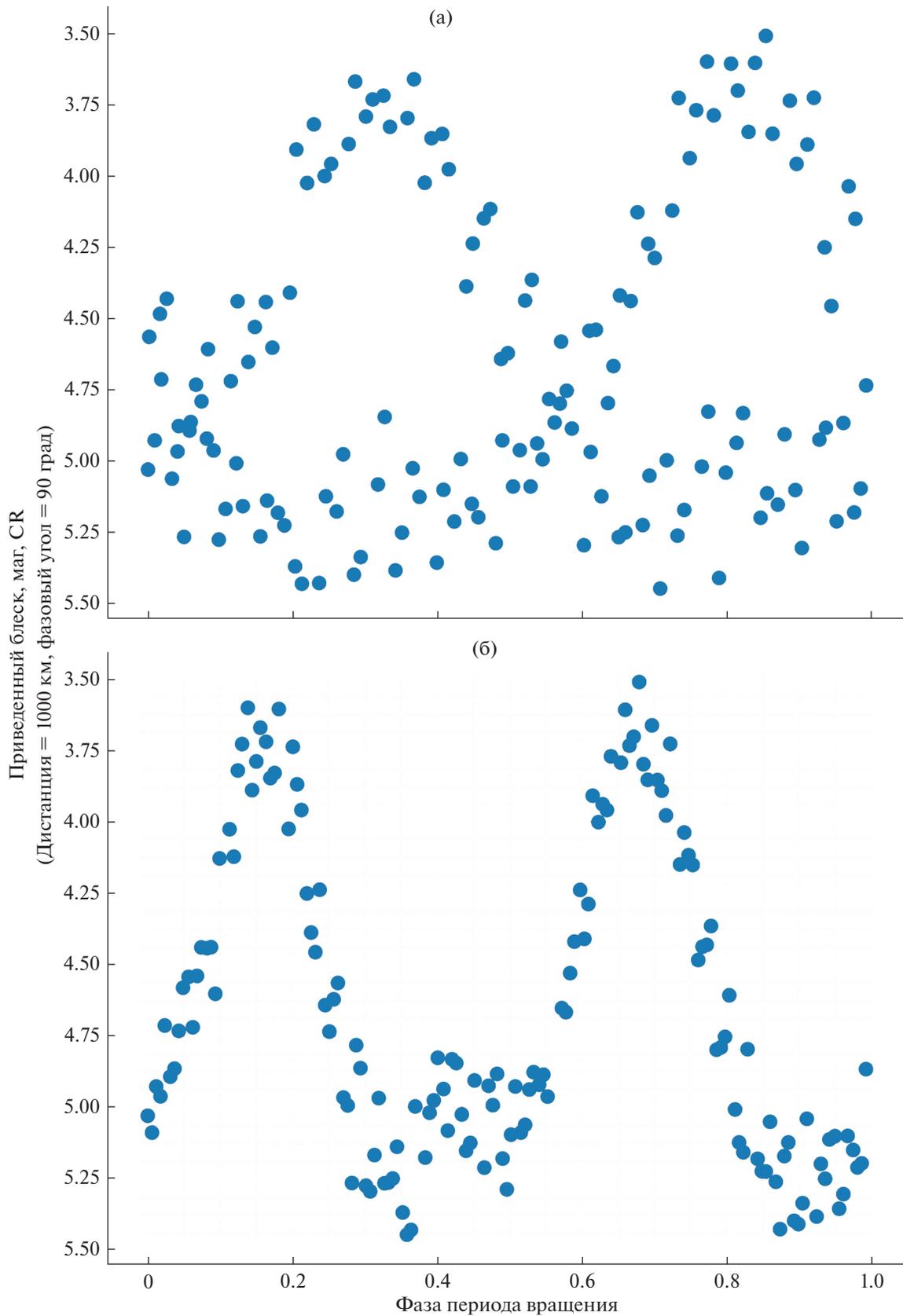


Рис. 11. Фазовая кривая приведенного блеска верхней ступени *Atlas 5 Centaur R/B* (NORAD – 39071), наблюдение 11.IX.2019 в обсерватории ISON-Кастельгранде: а – построенная по ложному периоду вращения 49.18 с, полученному периодограммой на широком диапазоне частоты 0.001–0.1 Гц; б – построенная по истинному периоду вращения 14.79 с, полученному периодограммой на суженном диапазоне частоты 0.06–0.08 Гц.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Scargle J.D.* Studies in astronomical time series analysis. II. Statistical aspects of spectral analysis of unevenly spaced data // *Astrophysical J.* 1982. V. 263. P. 835–853.
2. *VanderPlas J.T.* Understanding the Lomb-Scargle Periodogram // *Astrophysical J. Supplement Series.* 2018. V. 236. Is. 1. Article id. 16.
3. *The Astropy Collaboration, Price-Whelan A.M., Sipőcz B.M. et al.* The Astropy Project: Building an Open-science Project and Status of the v2.0 Core Package // *Astronomical J.* 2018. V. 156. Is. 3. Article id. 123.
4. *Graziani F., Di Roberto R., Truglio M. et al.* CastELGAUSS Project: Observations of NEOs and GSO objects at the ISON-Castelgrande Observatory // Proceedings of the 69th International Astronautical Congress (IAC), Bremen, Germany, 1–5 October 2018. IAC-18-A6.IP.1.
5. *Karpov S.V., Katkova E.V., Beskin G.M. et al.* Massive photometry of low-altitude artificial satellites on Mini-MegaTORTORA // *Revista Mexicana de Astronomia y Astrofisica (Serie de Conferencias).* 2016. V. 48. P. 112–113.
6. Фотометрическая база данных ММТ. <http://mmt.favor2.info/satellites/>
7. *Collins K.A., Kielkopf J.F., Stassun K.G. et al.* AstroImageJ: Image Processing and Photometric Extraction for Ultra-precise Astronomical Light Curves // *Astronomical J.* 2017. V. 153. Is. 2. Article id. 77.
8. *Molotov I., Agapov V., Titenko V. et al.* International scientific optical network for space debris research // *Advances in Space Research.* 2008. V. 41. Is. 7. P. 1022–1028.
9. *Molotov I., Agapov V., Khutorovsky Z. et al.* Current Status and Developments of the ISON Optical Network // 6th European Conference on Space Debris. Proceedings of the conference held 22–25 April 2013, in Darmstadt, Germany. 2013. Article id. 26.
10. *Abdel-Aziz Y., Abdelaziz A.M., Tealib S.K. et al.* First Optical Satellite Tracking Station (OSTS) at NRIAG-Egypt // *New Astronomy.* 2020. V. 77. P101361.