УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Фазовые переходы в микроструктурах с комплексной сетевой архитектурой

Алоджанц А.П.

Баженов А.Ю., Никитина М.М.

- *Институт перспективных систем передачи данных;*
- *Национальный центр когнитивных разработок*

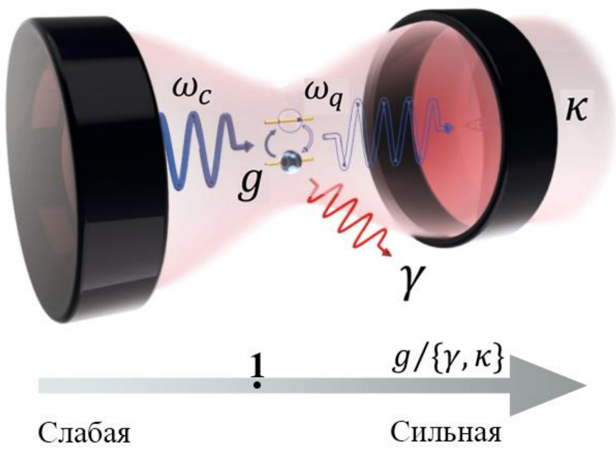
Заседание Научного совета РАН "Квантовые технологии" по теме "Квантовые материалы – 1"

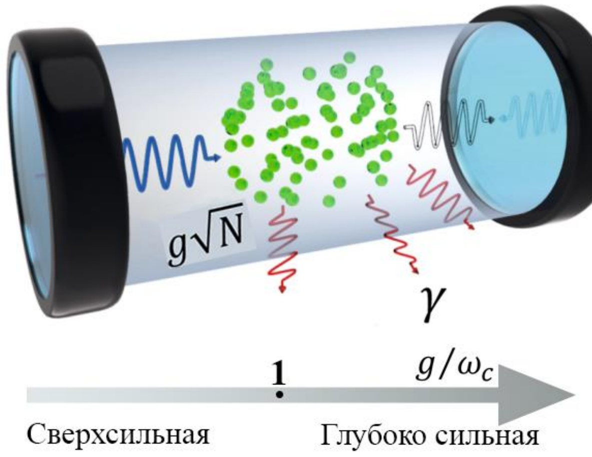
Москва, 2022

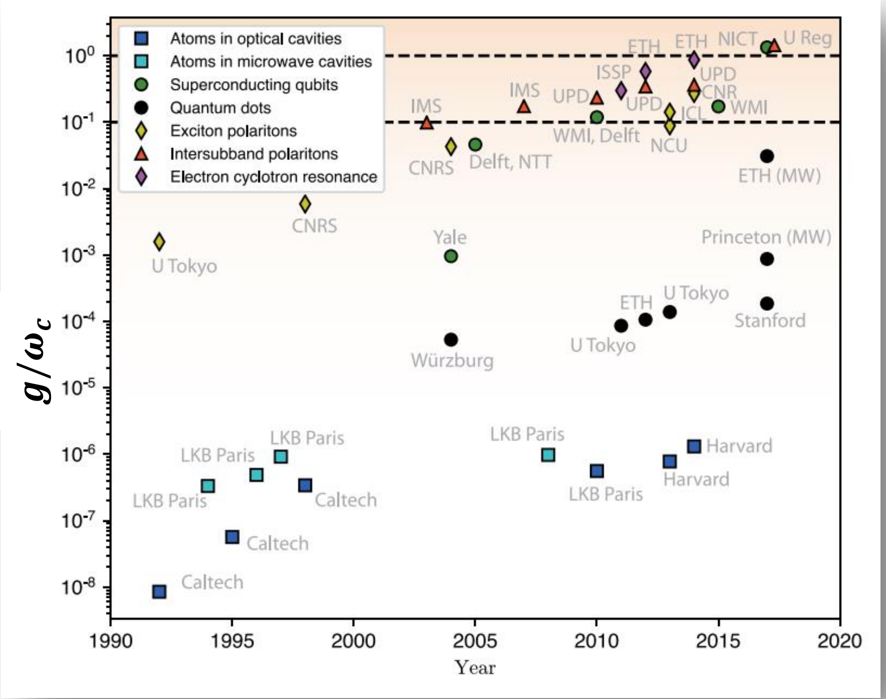
Мотивация

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Организация ультросильного взаимодействия двухуровневых квантовых система (ДКС) с полем







ω_c —частота резонатора;
ω_q – резонансная частота ДКС;
g – константа связи поля – материи;
$\gamma;\kappa$ – потери частиц и фотонов;

Frisk Kockum A. et al. Nat. Rev.Phys. 1. №. 1. p. 19 (2019)

Forn-Díaz P. et al. Rev.Mod. Phys. , 91, 025005 (2019).

Как усилить масштабирование за пределом $g\sqrt{N}$?

Можно ли наблюдать эти эффекты при высоких (комнатных) температурах?

Можно ли добиться $g \lesssim \omega_c$ в оптическом диапазоне частот

Как можно использовать усиление взаимодействия вещества и поля для лазерной генерации и сверхизлучения?

Для этого нужно использовать определенную топологию расположения и взаимодействия ДКС и поля

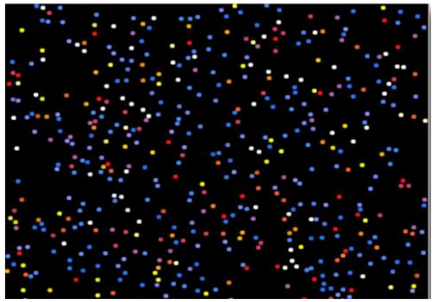
Что мы используем для квантовой обработки информации?

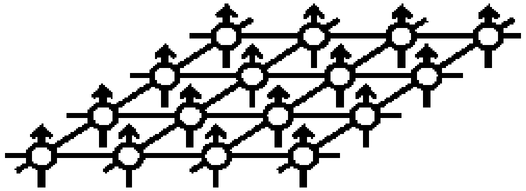
УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

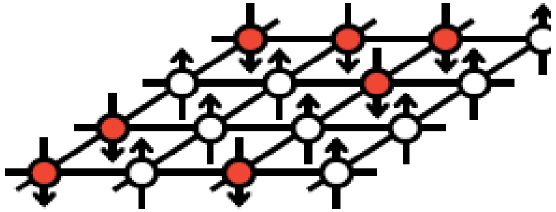
Газ частиц, БЭК

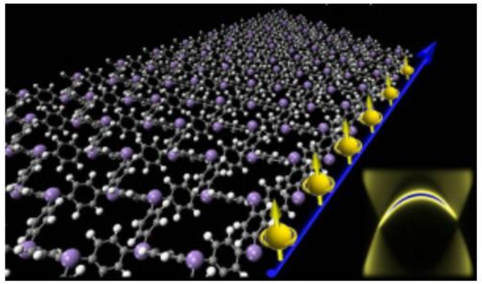
Решетки в твердом теле

Сильно взаимодействующие системы









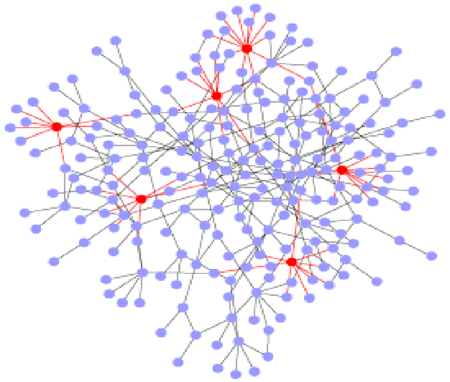
Слабо взаимодействующая система

Упорядоченные состояния

Разупорядоченные состояния

Топологические состояния

Сложные сети (графы) – как квантовые материалы



Основные преимущества

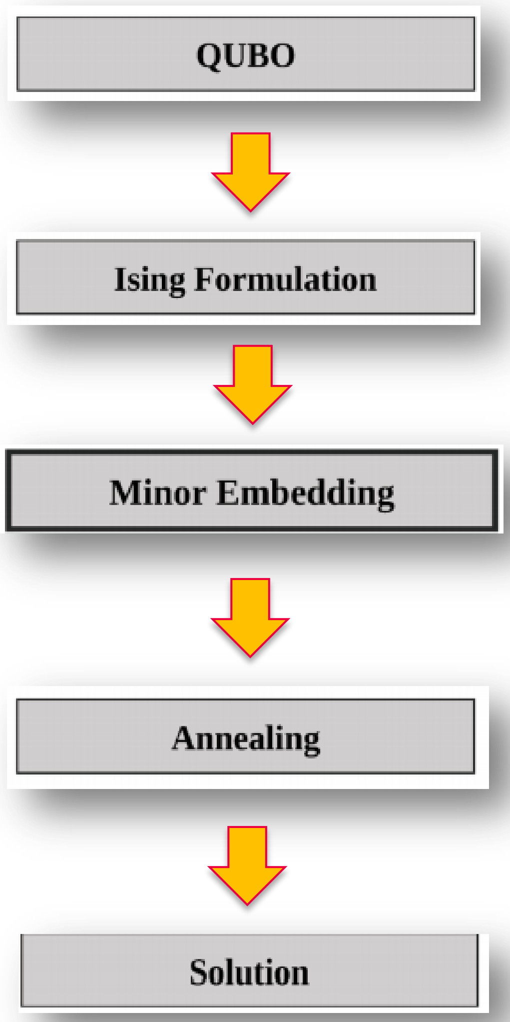
- Естественна среда для hardware и software;
- Естественная среда для обмена информации;
- Устойчивая среда при «поломке» связей;
- Сильновзаимодействующая среда в природе.

Квантовый отжиг vs Архитектура сетей

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

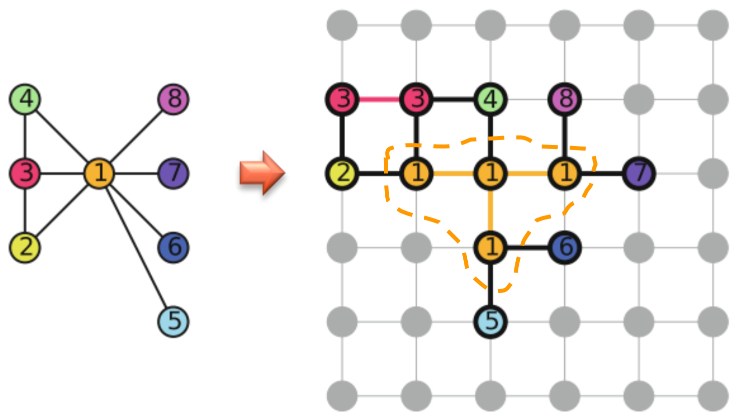
Алгоритм решения квадратичной двоичной неограниченной оптимизации (QUBO)

Квантовый отжиг D-Wave 2000Q



Гамильтониан модели Изинга с поперечным полем

$$\mathscr{H}(t) = \underbrace{\sum_{i\in \mathrm{V}(G)} h_i(t)\sigma_i^z + \sum_{ij\in \mathrm{E}(G)} J_{ij}(t)\sigma_i^z\sigma_j^z}_{\text{Конечный гамильтониан}} + \underbrace{\sum_{i\in \mathrm{V}(G)} \Delta_i(t)\sigma_i^x}_{\text{Начальный гамильтониан}}$$



G — Граф с логическим кубитом 1

G_{emb} — Физическая решетка с кубитами

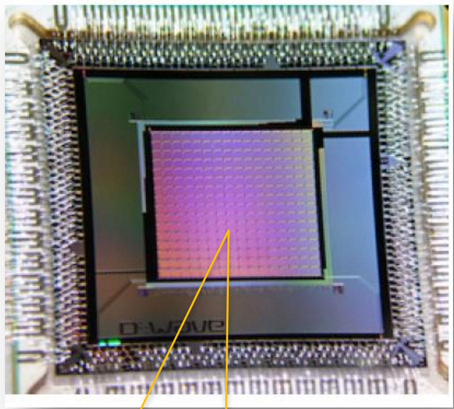
- ✓ Для решения задач со спиновыми стеклами различных топологий с помощью одного процессора должна быть предусмотрена возможность отображения или встраивания графика задач в доступный аппаратный граф. Этот процесс включает в себя аппаратный граф (*содержащий физические кубиты, (ферромагнитно) сильно связанные друг с другом*) для представления одного узла в графе задач (логический кубит).
- ✓ На языке теории графов мы хотим, чтобы аппаратный граф имел наибольшее возможное разнообразие графиков задач в качестве миноров

E. Boros, P.L. Hammer, Disc. Appl. Math. (2002); Vicky Choi, Quantum Inf . Process (2008)

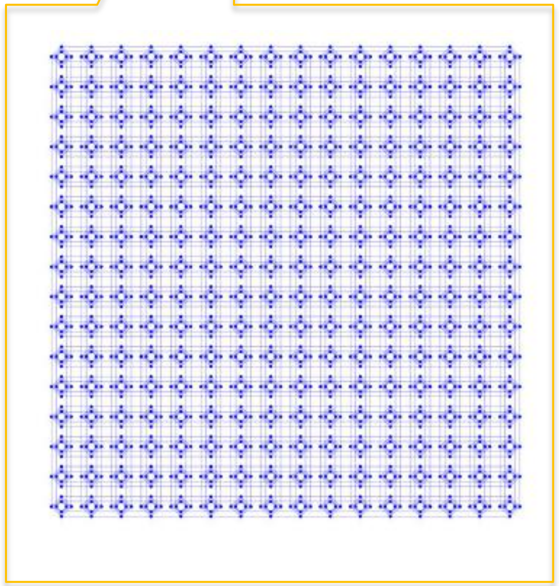
Квантовые процессоры vs Квантовые сети

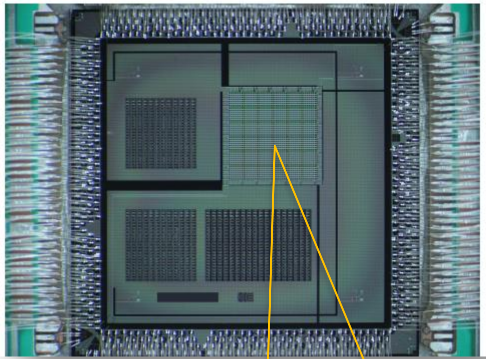
Chimera (graph) C16 D-Wave 2000Q

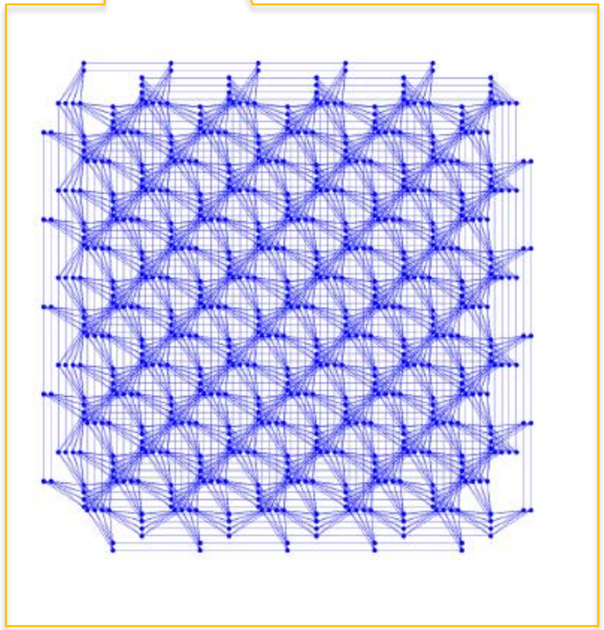
Pegasus (graph) P6 – 680 Quibt Prototype

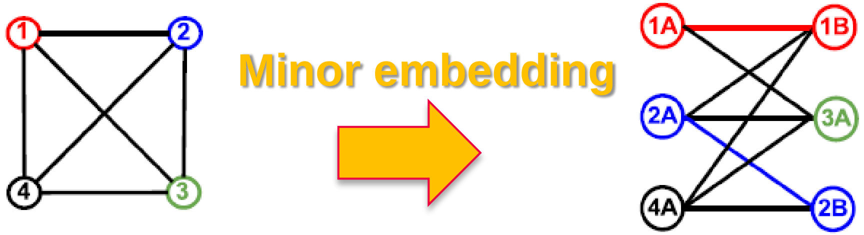


Device Count	C16	P6	P12	P16
Qubits	2048	680	3080	5640
Couplers	6000	4784	21764	40484
max degree	6	15	15	15





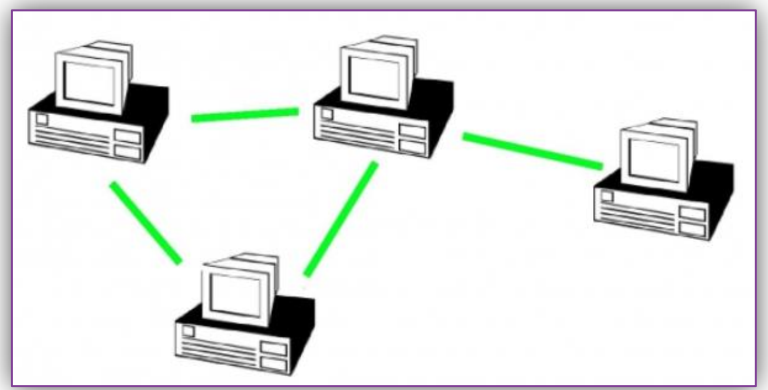


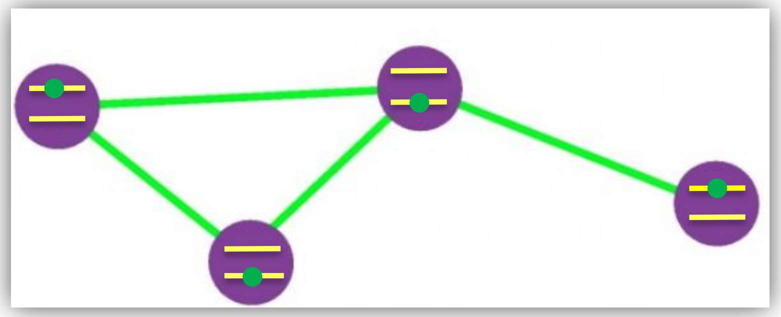


- ✓ Определяем граф с произвольной связностью между логическими переменными, которые непосредственно кодируют моделируемый набор данных.
- ✓ Встраиваем граф в квантовое оборудование, используя метод Minor embedding; это требует введения вспомогательных кубитов, полей и т.д.

Черные связи соответствуют соединениям между кубитами, представляющими различные логические переменные.

Сетевые структуры и их свойства



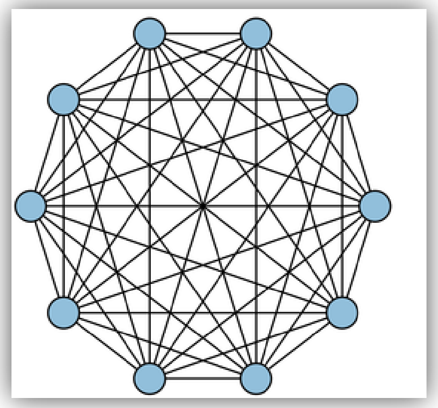


В случае непрерывного спектра

$N \gg 1$

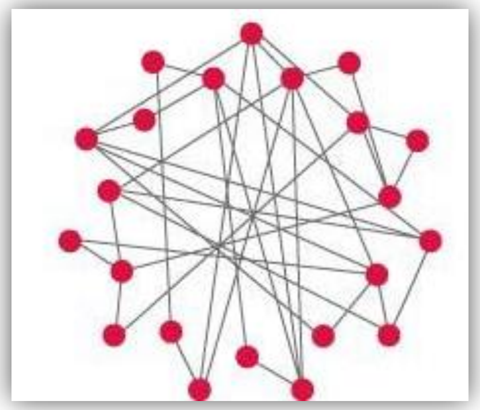
$p(k)$ – распределение степеней вершин графа

Типы сетевых архитектур рассмотренных в работе



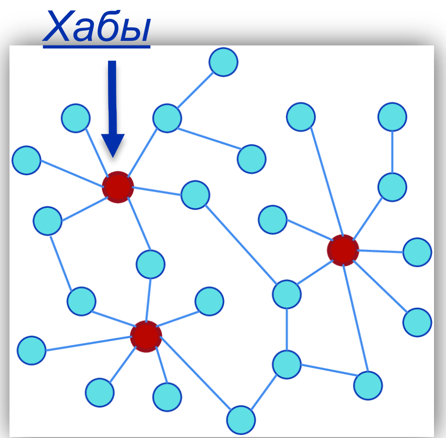
Регулярная сеть

$$p(k) = \delta(k - k_0)$$



Случайная сеть

$$p(k) = \frac{\langle k\rangle^k e^{-\langle k\rangle}}{k!}$$



Безмасштабная сеть

$$p(k) = \frac{(\gamma-1)k_{min}^{\gamma-1}}{k^\gamma}$$

Свойства сетевых архитектур

$$\boxed{\langle k^m\rangle = \int_{k_{min}}^{k_{max}} k^m p(k)dk}$$

m-ый момент распределения степеней вершин графа

$$\boxed{\zeta = \frac{\langle k^2\rangle}{\langle k\rangle}}$$

ζ – параметр, определяющий статистику степеней вершин

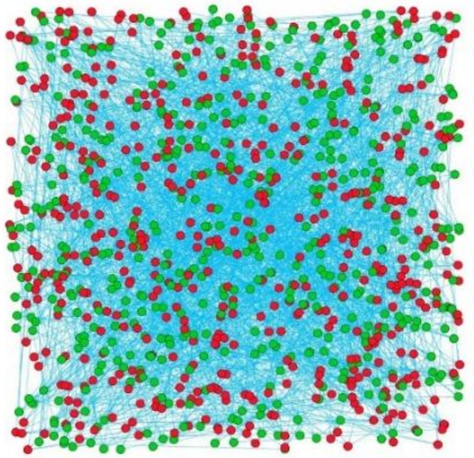
Модель Дике-Изинга как альтернатива решетке

$$H = \overbrace{-\sum_{ij} J_{ij}\sigma_i^z\sigma_j^z - \frac{1}{2}\sum_i h_i\sigma_i^z}^{\text{Модель Изинга}} \overbrace{+\,\omega_a a^\dagger a - \frac{1}{2\sqrt{N}}\sum_i \chi_i\sigma_i^x(a^\dagger + a)}^{\text{Модель Дике}}$$

$$J_{ij} = Jp_{ij} = J\frac{k_i k_j}{N\langle k\rangle}$$

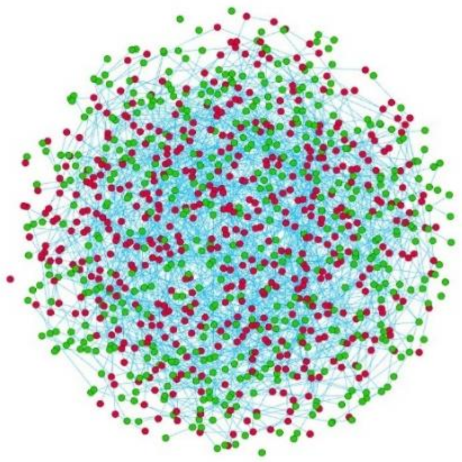
k_i - степень узла (количество ребер)
N – количество узлов (ДКС)
$\langle k\rangle$ - средняя степень вершин сети

σ_i^z (σ_i^x) – компоненты спина в $z(x)$ направлении;
h_i - локальное магнитное поле;
χ_i - константа связи x компоненты спина с квантовым полем;
$a^\dagger(a)$ – оператор рождения (уничтожения) квантового поля ω_a.



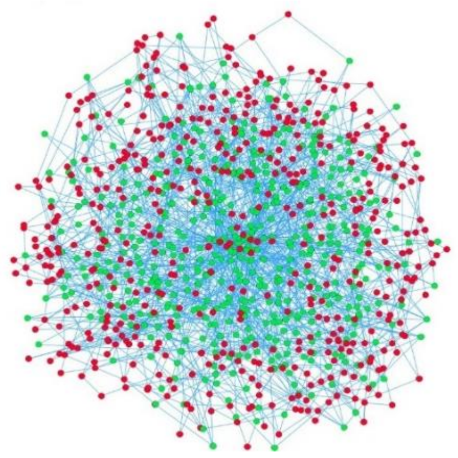
$$p(k) = \delta(k - k_0)$$

Регулярная сеть



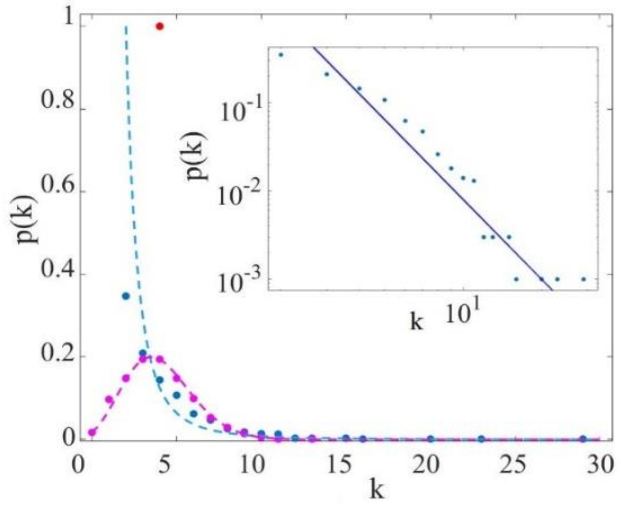
$$p(k) = \frac{\langle k\rangle^k e^{-\langle k\rangle}}{k!}$$

Случайная сеть



$$p(k) = \frac{(\gamma-1)k_{min}^{\gamma-1}}{k^\gamma}$$

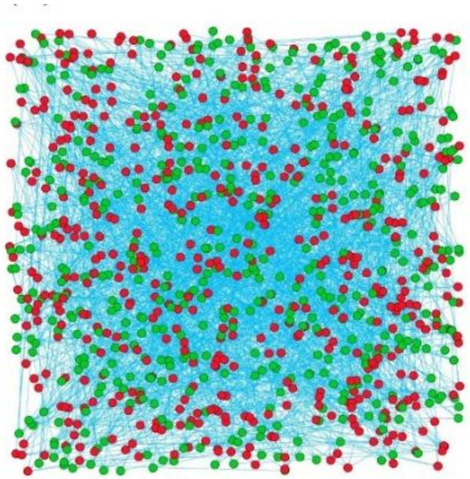
Сложная сеть со степенным распределением узлов



Распределение степеней узлов

Сетевая специфика модели Дике-Изинга

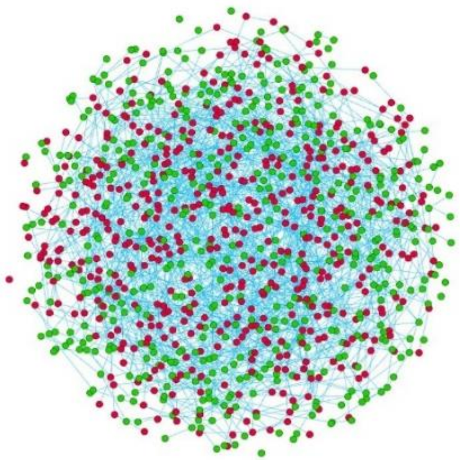
Регулярная сеть



$$\langle k \rangle = N - 1$$

$$p(k) = \delta(k - k_0)$$

Случайная сеть

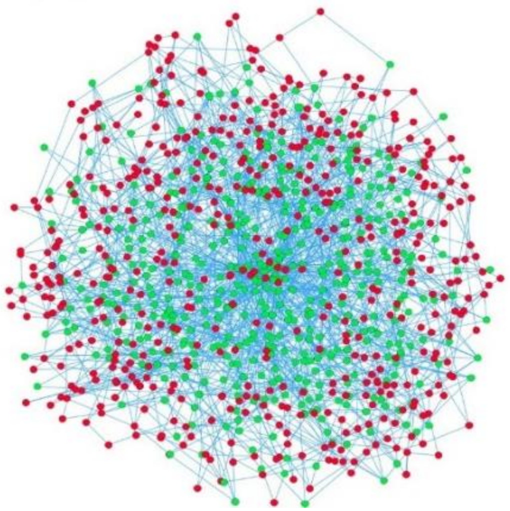


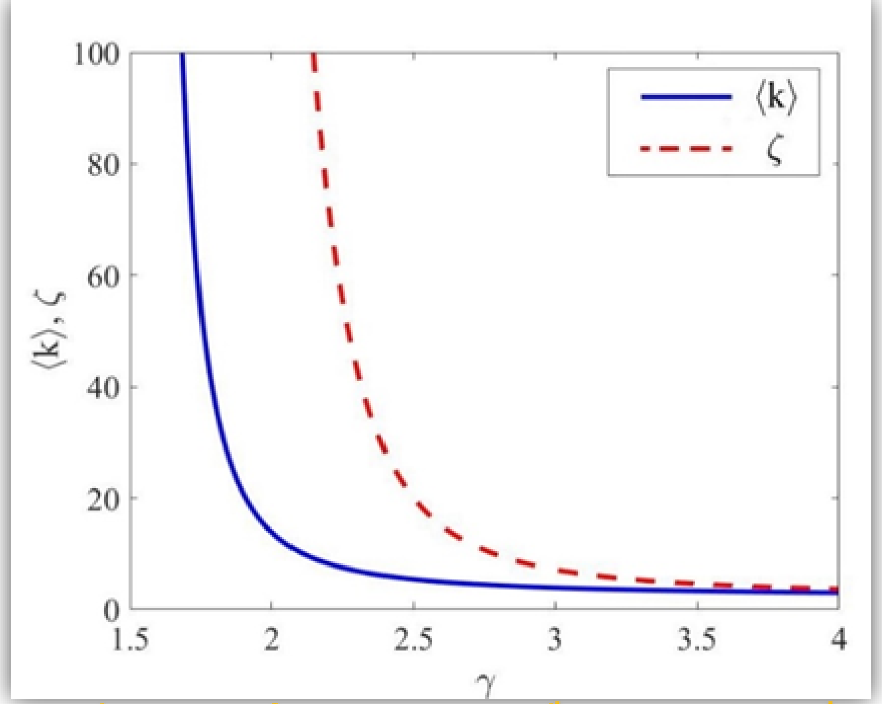
$$\zeta = 1 + \langle k \rangle$$

$$p(k) = \frac{\langle k \rangle^k e^{-\langle k \rangle}}{k!}$$

Сложная сеть со степенным распределением узлов

$$p(k) = \frac{(\gamma-1)k_{min}^{\gamma-1}}{k^{\gamma}}$$





Аномальный режим

Большое количество хабов

Безмасштабный режим

Случайный режим

Свойства неразличимы с случайной сетью

Основные уравнения и подходы

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

- Используется базис когерентных состояний для лазерного поперечного поля;
- используется приближение среднего поля;
- используется термодинамический подход $Z(N,T) = Tr\left(e^{-\beta H}\right)$

Система уравнений на параметры порядка

$$S_z = \int_{k_{min}}^{k_{max}} \frac{k}{\langle k \rangle} (\Theta S_z k + H) \tanh\left(\frac{\beta}{2}\sqrt{(\Theta S_z k + H)^2 + 4\lambda^2}\right) \frac{1}{\sqrt{(\Theta S_z k + H)^2 + 4\lambda^2}} p(k) dk$$

$$\Omega_a = \int_{k_{min}}^{k_{max}} \tanh\left(\frac{\beta}{2}\sqrt{(\Theta S_z k + H)^2 + 4\lambda^2}\right) \frac{1}{\sqrt{(\Theta S_z k + H)^2 + 4\lambda^2}} p(k) dk$$

$$S_Z = \frac{1}{N\langle k \rangle} \sum_i k_i \sigma_i^z$$

Коллективный топологически взвешенный спин

$$\lambda = \frac{|\alpha|}{\sqrt{N}}$$

Нормированная средняя амплитуда поперечного поля

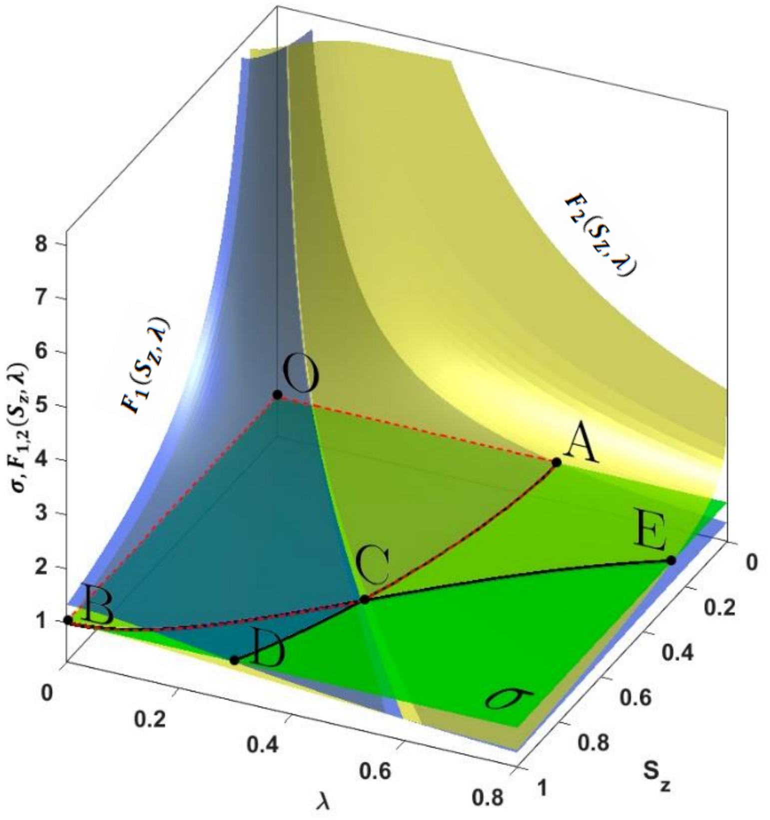
Нормировка параметров

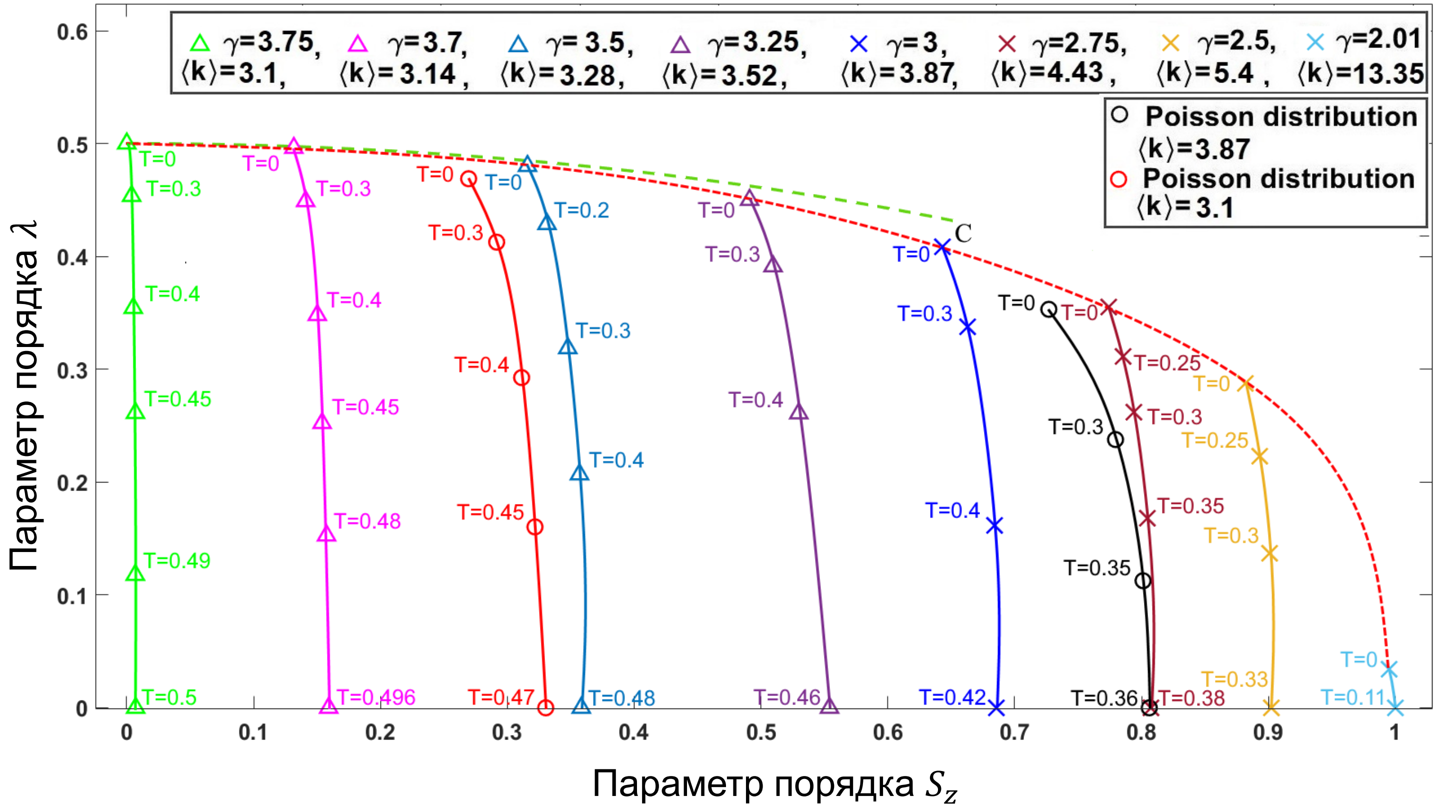
$$\Theta = \frac{4J}{\chi}, H = \frac{h}{\chi}, \Omega_a = \frac{\omega_a}{\chi}, \beta\chi \to \beta$$

Как статистические свойства сети влияют на фазовые переходы?

Фазовые переходы (ФП) в случайных и безмасштабных сетях

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО





$$F_1(S_Z,\lambda)=\int_{k_{min}}^{k_{max}}\frac{\theta k^2}{\langle k\rangle\sqrt{(\Theta k S_Z)^2+4\lambda^2}}\tanh\left(\frac{\beta}{2}\sqrt{(\Theta k S_Z)^2+4\lambda^2}\right)p(k)dk=1$$

$$F_2(S_Z,\lambda)=\frac{1}{\Omega_a}\int_{k_{min}}^{k_{max}}\frac{1}{\sqrt{(\Theta k S_Z)^2+4\lambda^2}}\tanh\left(\frac{\beta}{2}\sqrt{(\Theta k S_Z)^2+4\lambda^2}\right)p(k)dk=1$$

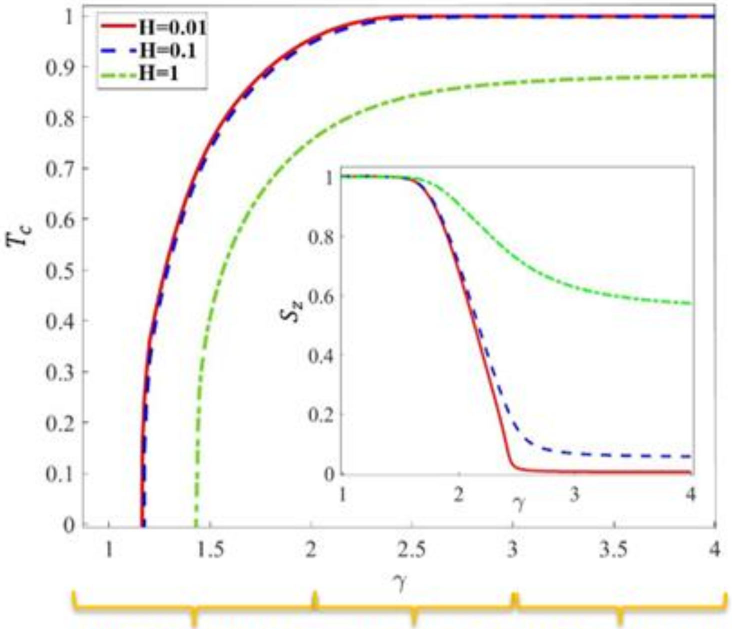
$$S_z\to 0$$

ФМ-ПМ фазовый переход

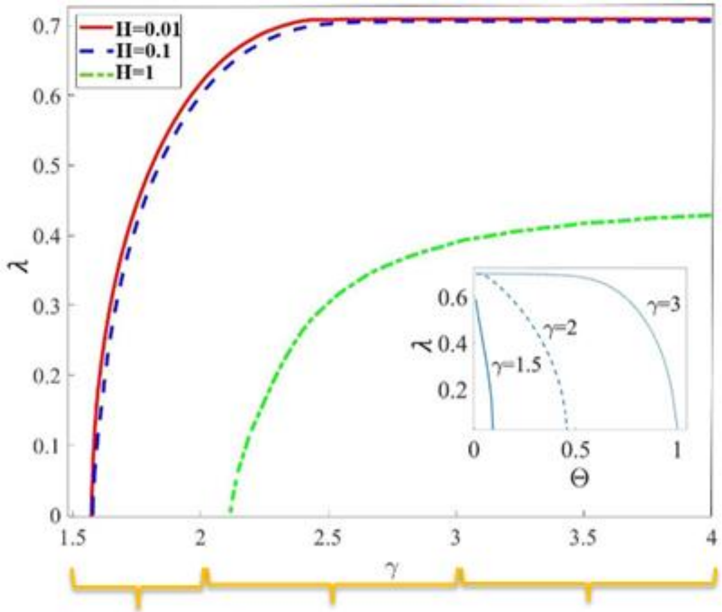
$$T_c=\frac{\lambda_c}{\tanh^{-1}\left(\frac{2\lambda_c}{\Theta\zeta}\right)}$$

Фазовые переходы в сложных сетях

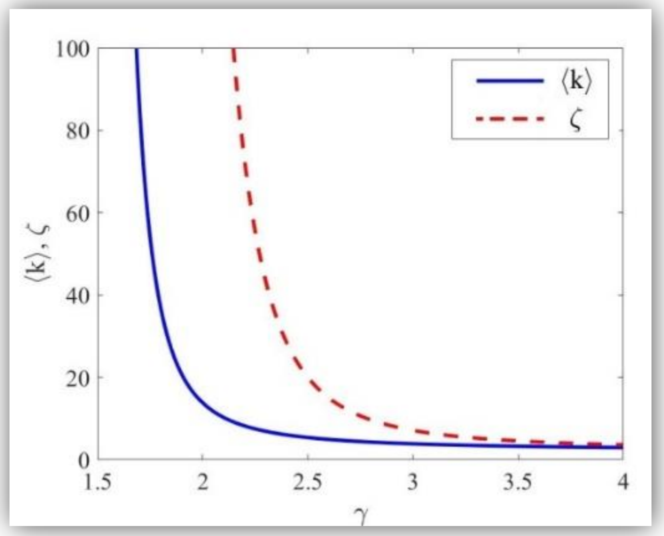
УНИВЕРСИТЕТ ИТМО



Аномальный режим | Безмасштабный режим | Случайный режим



Аномальный режим | Безмасштабный режим | Случайный режим



$$p(k) \propto \frac{1}{k^{\gamma}}$$

Критическое значение числа узлов (спинов)

γ	N_c
$\gamma > 1, \quad \gamma \neq 2, \quad \gamma \neq 3$	$N_c = \left(\frac{2\langle k\rangle}{\Theta k_{min}^2}\frac{3-\gamma}{\gamma-1}T_c + 1\right)^{\frac{\gamma-1}{3-\gamma}}$
$\gamma = 2$	$\frac{2\langle k\rangle}{\Theta k_{min}^2}T_c$
$\gamma = 3$	$e^{\frac{8T_c}{\Theta\langle k\rangle}}$

ФМ-ПМ фазовый переход с сверхизлучением

$$S_z \to 0, \lambda \to 0$$

$$T_c = \frac{\Theta\zeta}{2}$$

Θ — константа спин – спинового взаимодействия

Эффективное поле:

$$H_{eff} = 2J\langle k\rangle S_z + h$$

Модель двухмерных неупорядоченных массивов микрорезонаторов

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

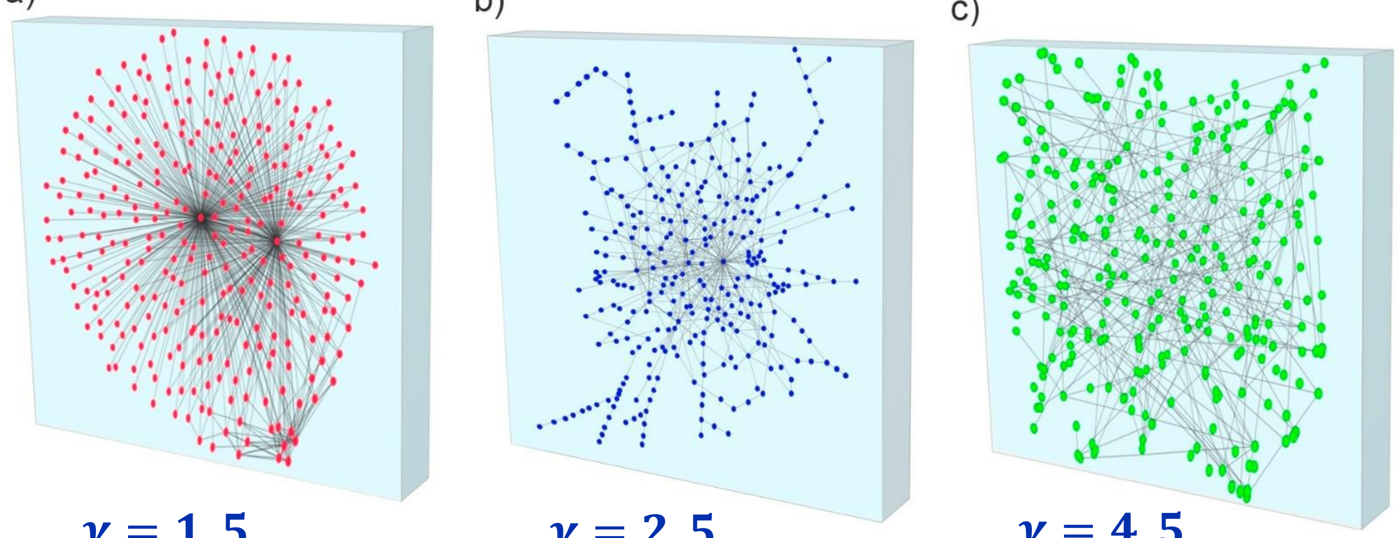
$$H = \overbrace{\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\omega_{0,i}\sigma_i^z}^{\text{ДКС}} + \overbrace{\omega_{ph}\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\sum_{v=1}^{k_i} a_v^+ a_v}^{\text{Распределенный (по сети) набор фотонных мод}} + \overbrace{\frac{g}{\sqrt{N}}\sum_{i=1}^{N}\sum_{v=1}^{k_i}(a_v\sigma_i^+ + a_v^+\sigma_i^-)}^{\text{Взаимодействие ДКС с фотонной модой}}$$

$\omega_{0,i}$ - резонансная частота перехода ДКС;

$a_v^+(a_v)$ – оператор рождения (уничтожения) v фотонной моды с частотой ω_{ph}

Модели двухмерных структур с сетевым интерфейсом

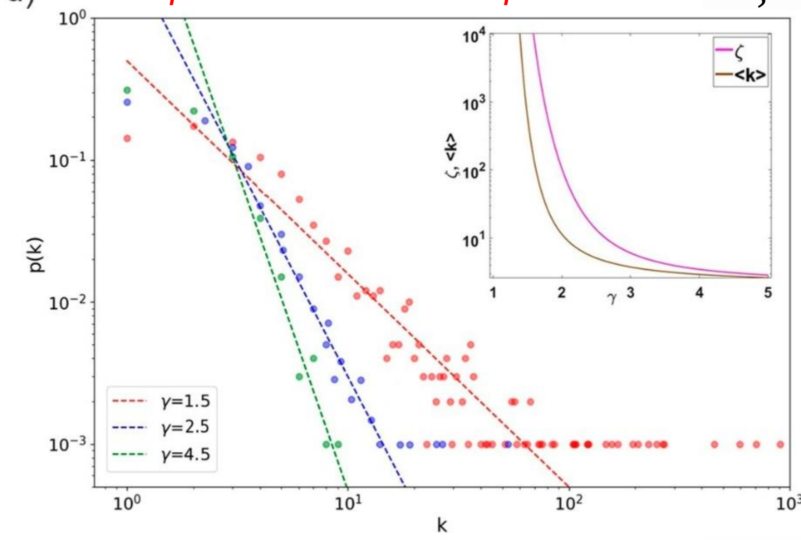
$$p(k) \propto \frac{1}{k^\gamma}$$



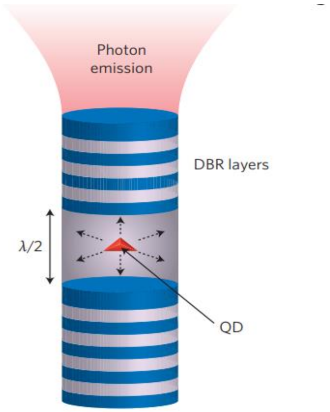
$\gamma = 1.5$ $\gamma = 2.5$ $\gamma = 4.5$

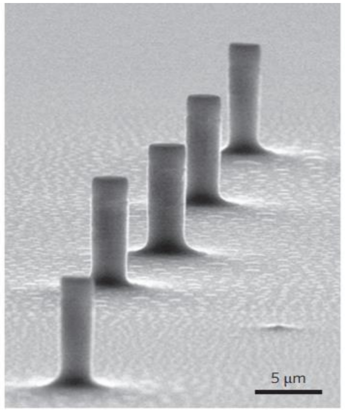
Распределение степени связанности в логарифмическом масштабе

Средняя степень вершин $\langle k \rangle$ *и* $\zeta = \frac{\langle k^2 \rangle}{\langle k \rangle}$



Возможная физическая реализация

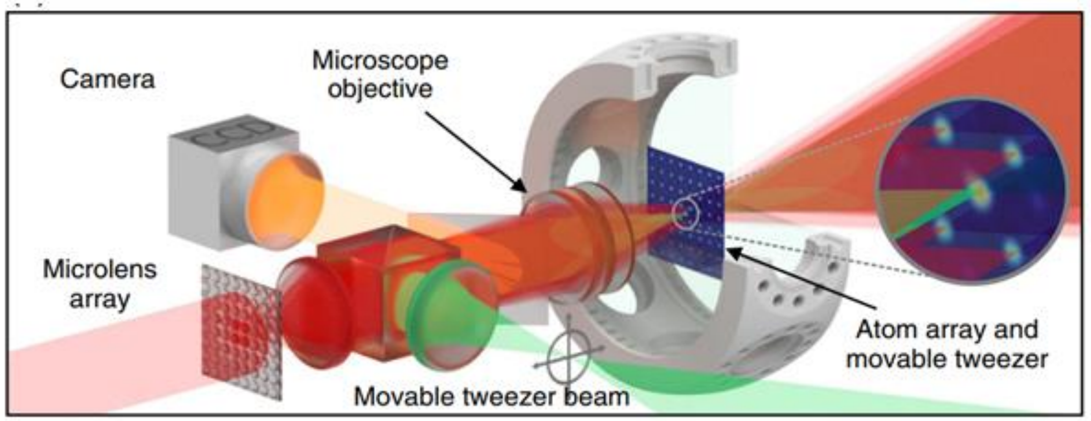




Лазер на основе квантовой точки (QD) в микростолбике (micropillar) (слева) [*W. W. Chow et al., InGaAs quantum-dot micropillar emitters: From spontaneous emission and superradiance to lasing, 2017 19th International Conference on Transparent Optical Networks (ICTON), 2017, pp. 1-4*]

Массивы микростолбиков (справа) [A. Dousse, et al, Scalable implementation of strongly coupled cavity-quantum dot devices Appl. Phys. Lett. 94, 121102 (2009)].

Технологии создания массивов атомов



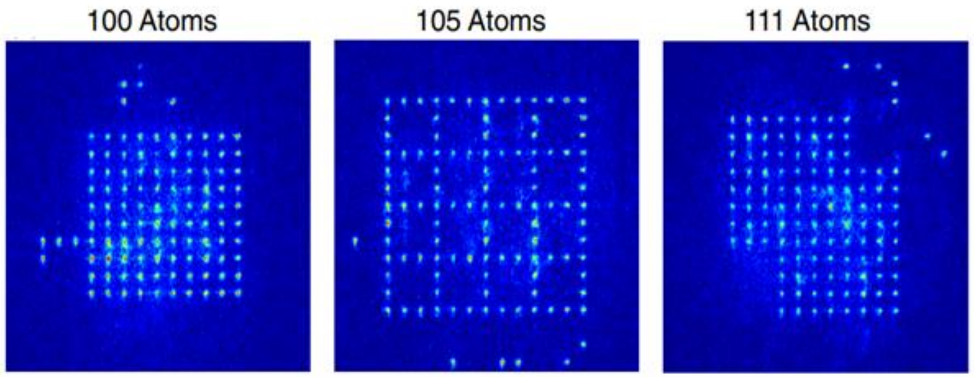


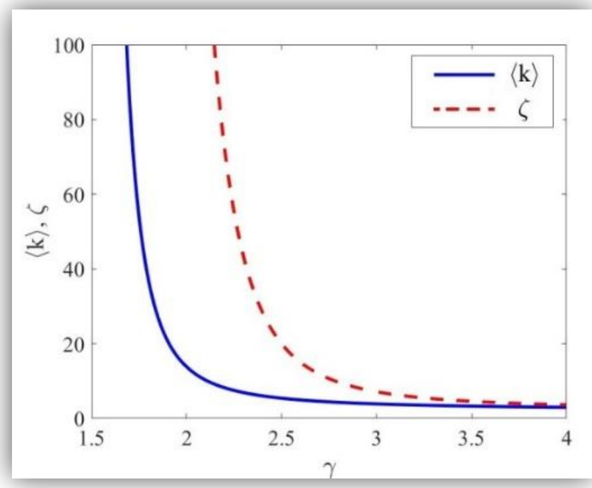
Схема эксперимента, включающая оптическую систему микро-ловушек, а также сопряженную с ней ловушку с ультрахолодными атомами, и образцы массивов удерживаемых атомов
D. Ohl de Mello, et al, Defect-Free Assembly of 2D Clusters of More Than 100 Single-Atom Quantum Systems, Phys. Rev. Lett. 122, 203601 (2019).

Основные уравнения

Плотность возбуждения ДКС

Химический потенциал

$$\rho = \frac{\langle k \rangle}{N}\Lambda^2 - \frac{1}{2}\int_{k_{min}}^{k_{max}} \frac{(\omega_0-\mu)\tanh\left(\frac{\beta}{2}\sqrt{(\omega_0-\mu)^2+4\frac{k^2\Lambda^2}{N}}\right)}{\sqrt{(\omega_0-\mu)^2+4\frac{k^2\Lambda^2}{N}}} p(k)dk$$



$$(\omega_0 + \Delta - \mu)\Lambda = \frac{\Lambda}{\langle k \rangle}\int_{k_{min}}^{k_{max}} \frac{k^2\tanh\left(\frac{\beta}{2}\sqrt{(\omega_0-\mu)^2+4\frac{k^2\Lambda^2}{N}}\right)}{\sqrt{(\omega_0-\mu)^2+4\frac{k^2\Lambda^2}{N}}} p(k)dk$$

$$p(k) \propto \frac{1}{k^\gamma}$$

Частотная отстройка

$$\Delta = \omega_{ph} - \omega_0$$

Амплитуда СИ поля

Фазовый переход к сверхизлучению

Поляритонные ветви

$$\mu_{1,2} = \mu_0 \pm \frac{1}{2}\sqrt{\Delta^2 - 8g^2\zeta\left(\rho - \frac{\langle k\rangle}{N}\Lambda^2\right)}.$$

$$\mu_0 \equiv (\omega_{ph} + \omega_0)/2.$$

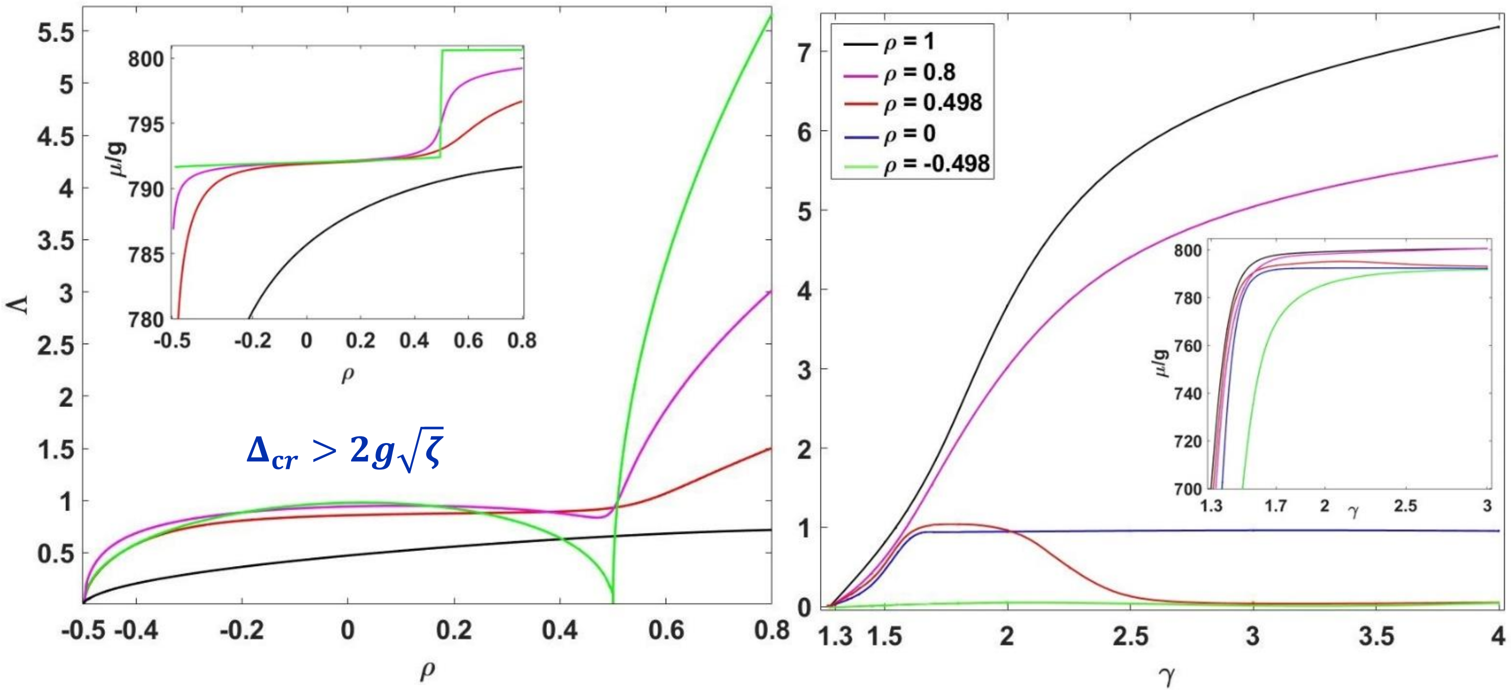
Критическая температура СИ фазового перехода

$$T_c = \frac{\Delta \pm \sqrt{\Delta^2 - 8\zeta\rho}}{4\tanh^{-1}(2\rho)}$$

Условие сильной и сверхсильной связи

$$\underbrace{\Gamma, \kappa}_{} \ll g\sqrt{\zeta} \lesssim \omega_{ph}$$

Потери фотонов и скорость дефазировки



Зависимость параметра порядка Λ и нормированного химического потенциала μ/g (вставка) от (a) плотности возбуждения ρ при $\gamma = 1.5$ (черный), $\gamma = 1.7$ (красный), $\gamma = 2$ (фиолетовый), $\gamma = 4$ (зеленые) кривые соответственно и (b) показателя степени γ для сети из $N = 300$. Остальные параметры: $\Delta/g = 9$, $\omega_0/g = 792$, $k_{min} = 2$, $g \equiv g_0\sqrt{N} \simeq 1836$ мкэВ.

Вывод: Усиление коллективного взаимодействия ДКС с квантовым полем в $\sqrt{\zeta}$ раз! ***При*** $\boldsymbol{\gamma \to 1}$, $\langle\zeta\rangle \to \infty$

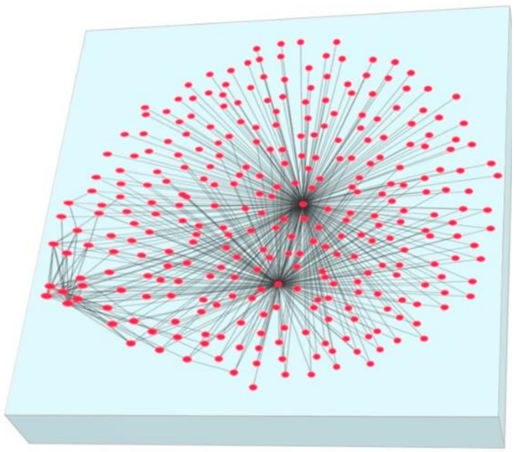
Неравновесный фазовый переход к лазерной генерации в системе микрорезанаторов

Формализм Гейзенберга-Ланжевена:

$$\dot{E}(t) = (-i\omega - \kappa)E(t) - ig\sum_{j=1}^{N} p_j(t)$$

$$\dot{p}_j(t) = (-i\omega_j - \Gamma_j)p_j(t) + igk_jE(t)\sigma_j^z(t)$$

$$\dot{\sigma}_j^z(t) = \frac{1}{\tau_j}\left(\sigma_{j,0}^z(t) - \sigma_j^z(t)\right) + 2igk_j\left(p_j(t)|E(t)|^* - \text{э.с.}\right)$$



$\gamma = 1.5,\quad N = 300 \qquad N = 100$

$E(t) = \langle \hat{f}_v \rangle$ - фотонное поле на частоте лазерной генерации

$p_j(t) = \langle \hat{a}_j^\dagger \hat{b}_j \rangle$ - поляризация ДКС

$\sigma_j^z(t) = \langle \hat{b}_j^\dagger \hat{b}_j - \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_j \rangle$ - инверсия населенности ДКС

τ_j – характерное время спонтанной эмиссии;

Γ_j – скорость дефазировки;

κ – потери фотонов с резонатора.

Порог лазерной генерации

$$\sigma_{z,thr} = \frac{\kappa\Gamma}{\left(g\sqrt{\langle k \rangle}\right)^2}$$

Беспороговый лазер в пределе

$\langle k \rangle \to \infty (\gamma \to 1)$

Заключение

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Предложена модель Дике-Изинга со спин-спиновым взаимодействием в сложной сети, демонстрирующая (высокотемпературный) ФП переход к СИ, который возможен только на границе аномального режима, когда эффективное локальное поле ослабевает.

Предложена новая концепция неупорядоченных двухмерных массивов микрорезонаторов с их расположением в узлах сети со степенным распределением степени узлов $p(k) \sim k^{-\gamma}$, демонстрирующая сверхсильный режим взаимодействия двухуровневых квантовых систем и коллективной фотонной моды.

Впервые показано, что в системе двухмерных массивов микрорезонаторов расположенных в узлах сети со степенным распределением степени узлов может быть достигнута лазерная генерация при исчезающе малой разности инверсии населенности. При этом коэффициент усиления лазерного излучения пропорционален средней степени узлов $\langle k \rangle$, что обеспечивает гигантское усиление при $\langle k \rangle \gg 1$ для аномальной области $1 < \gamma < 2$.

Публикации

Bazhenov A. Y., Tsarev D. V., Alodjants A. P. *Mean-field theory of superradiant phase transition in complex networks*, **Physical Review E**, **103, №. 6, p. 062309 (2021).**

Баженов А.Ю., Никитина М. М., Алоджанц А. П. *Сверхизлучательный фазовый переход в микроструктурах с комплексной сетевой архитектурой*. **Письма в ЖЭТФ**, **Т. 115 (11), С. 685. (2022).**

Bazhenov A. Y., Nikitina M., Alodjants A. P. *High temperature superradiant phase transition in quantum structures with a complex network interface*, **Optics Letters**, **47, №. 12. p. 3119 (2022).**

Спасибо за внимание!