
СОДЕРЖАНИЕ

Том 66, номер 3, 2021

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

- О принципе причинности и сверхсветовых скоростях распространения сигналов
Н. С. Бухман 209
- Применение метода диаграммных уравнений к задаче дифракции на группе случайно расположенных малых рассеивателей
А. Г. Кюркчан, С. А. Маненков 226
- Решение задачи дифракции на круговом неоднородном цилиндре, частично покрытом отражающим экраном
Д. В. Крысанов, А. Г. Кюркчан, С. А. Маненков 236
- Плазмонные резонансы в круглом и эллиптическом наноцилиндрах из благородных металлов
А. П. Аютин 245
-

АНТЕННО-ФИДЕРНЫЕ СИСТЕМЫ

- Широкополосная антенна вытекающей волны с фиксированным лучом
В. А. Калошин, К. Т. Нгуен 253
-

РАДИОФИЗИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ В ТВЕРДОМ ТЕЛЕ И ПЛАЗМЕ

- Управление фотонным спектром брэгговского микрорезонатора с магнитоактивным слоем
С. А. Афанасьев, И. В. Федорова, Д. И. Семенов 258
-

ЭЛЕКТРОНИКА СВЧ

- Исследование и сравнение лабораторных источников терагерцового излучения различных типов: на основе лампы обратной волны, полупроводникового умножителя сверхвысоких частот с высоким номером гармоники и распределенного джозефсоновского перехода
Н. В. Кинев, В. П. Кошелец 266
-

ПРИМЕНЕНИЕ РАДИОТЕХНИКИ И ЭЛЕКТРОНИКИ В БИОЛОГИИ И МЕДИЦИНЕ

- Рассеивающие свойства оптического волокна с кварцевой световедущей сердцевиной и со светоотражающей оболочкой из фторированного термопластичного полимера
А. А. Маковецкий, А. А. Замятин, Д. В. Ряховский 279
-

ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРАХ

- Особенности построения схемы формирования сигнала возбуждения сверхвысокой частоты в цезиевых атомных часах
А. А. Петров, Д. В. Залетов, В. В. Давыдов, Д. В. Шаповалов 285
-

НОВЫЕ РАДИОЭЛЕКТРОННЫЕ СИСТЕМЫ И ЭЛЕМЕНТЫ

Повышение точности аппроксимации микропроцессорных нечетких вычислителей
с поддержкой функций принадлежности произвольного вида

А. Е. Васильев

291

Датчик оптического излучения на основе электролюминесцентной панели

А. М. Кабышев, М. П. Маслаков, В. В. Урумов, И. Н. Гончаров

309

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 621.396+537.87

О ПРИНЦИПЕ ПРИЧИННОСТИ И СВЕРХСВЕТОВЫХ СКОРОСТЯХ РАСПРОСТРАНЕНИЯ СИГНАЛОВ

© 2021 г. Н. С. Бухман*

Самарский государственный технический университет,
ул. Молодогвардейская, 244, Самара, 443100 Российская Федерация

*E-mail: nik3141rambler@rambler.ru

Поступила в редакцию 17.04.2018 г.

После доработки 14.03.2020 г.

Принята к публикации 06.10.2020 г.

Рассмотрен вопрос о сверхсветовых (или отрицательных) групповых скоростях сигналов в диспергирующих средах, а также об отрицательных временах групповой задержки сигналов при прохождении через линейные фильтры. Показано, что информация может быть передана только с помощью скачков временной зависимости функции или ее производных, и потому скорость распространения информации в любой (в том числе диспергирующей, поглощающей или усиливающей) среде в точности совпадает с вакуумной скоростью света. Что же касается групповой скорости волнового пакета, то она является всего лишь скоростью распространения его бесконечно дифференцируемой огибающей, с помощью которой передача информации, строго говоря, невозможна. Поэтому в областях с аномальной дисперсией групповая скорость может быть сверхсветовой или отрицательной без нарушения “светового ограничения” теории относительности или принципа причинности. Приведены примеры ситуаций, в которых возникает сверхсветовая или отрицательная групповая скорость.

DOI: 10.31857/S0033849421030049

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим распространение сигнала $E(z, t)$ с частотой несущей ω_1 и комплексной огибающей $A(z, t)$ в однородной изотропной среде вдоль оси z . Предполагая, что сигнал является узкополосным (ширина спектра сигнала мала в сравнении с частотой несущей ω_1), имеем

$$\begin{aligned} E(z, t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} E(z, \omega) \exp(-i\omega t) d\omega, \\ E(z, \omega) &= (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{+\infty} E(z, t) \exp(i\omega t) dt, \\ E(z, t) &= A(z, t) \exp(-i\omega_1 t) + A^*(z, t) \exp(i\omega_1 t), \\ A(z, t) &= \int_{-\infty}^{+\infty} A(z, \Omega) \exp(-i\Omega t) d\Omega, \\ A(z, \Omega) &= (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{+\infty} A(z, t) \exp(i\Omega t) dt, \\ E(z, \omega) &= A(z, \omega - \omega_1) + (A(z, -(\omega + \omega_1)))^*. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь $E(z, t)$ и $E(z, \omega)$ – высокочастотный сигнал и его спектр, $A(z, t)$ и $A(z, \Omega)$ – низкочастотная комплексная огибающая сигнала и ее спектр.

Обозначим комплексную огибающую сигнала $A(0, t)$ в начальной точке $z = 0$ как $A^{(0)}(t) \equiv A(0, t)$. Тогда для огибающей сигнала в точке z имеем

$$A(z, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} A^{(0)}(\Omega) F(z, \omega) \exp(-i\Omega t) d\Omega, \quad (2)$$

где $F(z, \omega)$ – комплексная передаточная функция слоя вещества толщиной z , определяемая соотношением

$$F(z, \omega) = \exp(ik(\omega)z), \quad (3)$$

в котором $k(\omega) = (\omega/c)n(\omega) = k_r(\omega) + ik_i(\omega)$ – комплексное волновое число для волны с частотой ω , $n(\omega)$ – комплексный показатель преломления среды. Разложив волновое число в ряд Тейлора по сдвигу частоты волны Ω относительно частоты несущей ω_1 , имеем

$$\begin{aligned} F(z, \omega) &= \exp\left(iz \sum_{n=0}^{\infty} \frac{k^{(n)}(\omega_1)\Omega^n}{n!}\right) = \\ &= \exp\left[iz \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{k_r^{(n)}(\omega_1)\Omega^n}{n!} + i \sum_{n=0}^{\infty} \frac{k_i^{(n)}(\omega_1)\Omega^n}{n!}\right)\right] \approx \\ &\approx \exp\left[iz \left(\sum_{n=0}^{n_r} \frac{k_r^{(n)}(\omega_1)\Omega^n}{n!} + i \sum_{n=0}^{n_i} \frac{k_i^{(n)}(\omega_1)\Omega^n}{n!}\right)\right]. \end{aligned} \quad (4)$$

Предполагая, что спектр сигнала сосредоточен вблизи частоты несущей ω_1 и протяженность трассы (z) не слишком велика, можно ограничиться учетом конечного числа членов ряда для вещественной и мнимой части волнового числа. Это ограничение приводит нас к различным порядкам классической теории дисперсии. Так, например, при $n_r = 1, n_i = 0$ получаем приближение вещественной групповой скорости, при котором учитывается групповое запаздывание сигнала и слабое поглощение в экспоненциальном множителе, при $n_r = 1, n_i = 1$ – приближение комплексной групповой скорости (которым мы и будем пользоваться в данной работе), при $n_r = 2, n_i = 0$ – второй порядок классической теории дисперсии [1] (групповое запаздывание плюс диффузия амплитуды с учетом слабого поглощения в экспоненциальном множителе) и т.д.

Необходимость учета тех или иных членов в разложениях (4) определяется шириной спектра сигнала $\Delta\Omega$ и протяженностью трассы z , поскольку пренебрегать тем или иным членом ряда под экспонентой можно только тогда, когда он мал в сравнении с 1 (а не с другими членами). Введя параметры $z_n^{(r)}$ и $z_n^{(i)}$ с помощью соотношений

$$z_n^{(r,i)} = n! / (k_{r,i}^{(n)}(\omega_1) \Delta\Omega^n), \quad (5)$$

можно констатировать, что учет n -го члена в разложении для вещественной (мнимой) части волнового числа в (4) не требуется при $z \ll z_n^{(r,i)}$ и необходим при $z \approx z_n^{(r,i)}$ или $z \gg z_n^{(r,i)}$. В общем случае $z_n^{(r)} \neq z_n^{(i)}$, поэтому в разложении для вещественной и мнимой части волнового числа следует удерживать разное количество членов.

Физическая роль этих членов различна. Член с $n_r = 0$ описывает просто набег фазы при распространении несущей на расстояние z в среде. Член с $n_i = 0$ описывает экспоненциальное затухание несущей. Член с $n_r = 1$ описывает вещественную задержку сигнала (групповое запаздывание огибающей), а член с $n_i = 1$ – мнимую задержку сигнала, которая приводит к искажению временной огибающей интенсивности сигнала. Член с $n_r = 2$ описывает так называемую диффузию амплитуды сигнала (с мнимым коэффициентом диффузии), член с $n_i = 2$ – диффузию амплитуды с вещественным коэффициентом диффузии и т.д. (см. [1]). Ограничившись в (4) учетом членов с $n_r = 1$ и $n_i = 1$ (т.е. ограничившись первым порядком классической теории дисперсии с равноправным учетом вещественной и мнимой части волнового числа), вместо (2) нетрудно получить

$$A(z, t) = \exp(ik(\omega_1)z) A^{(0)}(t - t_{rp}(z)), \quad (6)$$

где комплексное время групповой задержки сигнала $t_{rp}(z)$ при распространении на расстояние z определяется соотношениями

$$\begin{aligned} t_{rp}(z) &= k'(\omega_1)z = t_r(z) + it_i(z), \\ t_r(z) &= k_r'(\omega_1)z, \quad t_i(z) = k_i'(\omega_1)z. \end{aligned} \quad (7)$$

От обычно используемого [1–4] варианта первого порядка теории дисперсии полученный результат отличается только учетом мнимой части времени задержки волнового пакета. Комплексное время задержки сигнала может быть представлено в виде $t_{rp}(z) = z/v_{rp}$, где комплексная групповая скорость v_{rp} определяется соотношением

$$1/v_{rp} = \frac{\partial k(\omega_1)}{\partial \omega_1}. \quad (8)$$

Если определить вещественную и мнимую групповую скорость сигнала $v_{rp}^{(Re, Im)}$ с помощью соотношений

$$\begin{aligned} 1/v_{rp}^{(Re)} &= \text{Re}(1/v_{rp}) = \frac{\partial k_r(\omega_1)}{\partial \omega_1}, \\ 1/v_{rp}^{(Im)} &= \text{Im}(1/v_{rp}) = \frac{\partial k_i(\omega_1)}{\partial \omega_1}, \end{aligned} \quad (9)$$

то вещественная t_r и мнимая t_i часть времени задержки может быть выражена через $v_{rp}^{(Re, Im)}$ с помощью обычных соотношений:

$$t_{r,i}(z) = z/v_{rp}^{(Re, Im)}. \quad (10)$$

В случае произвольного сигнала с гладкой огибающей вещественная часть времени задержки приводит к запаздыванию временной зависимости огибающей сигнала $A(z, t)$ в точке z по сравнению с зависимостью $A^{(0)}(t)$ в точке $z = 0$. Мнимая часть времени задержки приводит к искажению временной зависимости интенсивности сигнала уже в первом порядке теории дисперсии. При этом комплексная огибающая сигнала не искажается в том смысле, что остается той же самой аналитической функцией времени (с дополнительным комплексным сдвигом), но временная зависимость интенсивности сигнала (вещественная функция) может сильно измениться (впрочем, не всегда – исключением является гауссов импульс).

Величина мнимого сдвига огибающей сигнала во времени не зависит (как и величина вещественного сдвига) от формы сигнала, но проявление этого сдвига, естественно, различно для сигналов разной формы и продолжительности.

Интервал применимости приближения групповой скорости в соответствии с соотношением (5) можно записать в виде

$$z \ll z_2^{(r,i)} = 2 / (k_{r,i}^{(2)}(\omega_1) \Delta\Omega^2).$$

Отождествив для оценок обратную ширину спектра сигнала $\Delta\Omega^{-1}$ и его характерную длительность T , имеем для интервала количественной применимости приближения групповой скорости оценку

$$z \ll 2T^2 / (k_{r,i}^{(2)}(\omega_1)),$$

а для максимальной групповой задержки в пределах этого интервала – оценку

$$t_{rp}(z) = k'(\omega_1)z \ll 2T^2 k'(\omega_1) / (k_{r,i}^{(2)}(\omega_1)).$$

Существенно, что с ростом длительности сигнала T величина допустимого (в рамках количественной применимости) группового сдвига растет не линейно, а квадратично, т.е. быстрее длительности сигнала. Поэтому при достаточно большой длительности сигнала величина относительного группового сдвига t_{rp}/T может быть сколь угодно велика, т.е. величина групповой задержки может быть существенно больше длительности сигнала без выхода из области применимости приближения групповой скорости. Это означает, что приближение групповой задержки (или групповой скорости, что то же самое) – “хорошее”, несмотря на то что при любой конкретной длительности сигнала оно является количественным лишь при некоторой ограниченной длине трассы.

В качестве иллюстрации высказанных выше соображений на рис. 1 и 2 приведены результаты расчетов распространения узкополосного сигнала в среде с показателем преломления

$$n(\omega) = 1 + \Delta n(\omega),$$

где

$$\Delta n(\omega_0 + \Omega) = \left(\frac{i\alpha_0}{(\omega/c)} \right) \frac{1}{1 - i(\Omega\tau_n)}$$

(газовая среда, изолированная спектральная линия поглощения с лоренцевым контуром, центральной частотой ω_0 , временем когерентности τ_n (полуширина спектральной линии – $\Delta\Omega_{1/2} = 1/\tau_n$) и коэффициентом поглощения по амплитуде в центре линии α_0).

Комплексное время групповой задержки сигнала с частотой несущей $\omega_1 = \omega_0 + \Omega$ в такой среде равно

$$\begin{aligned} t_{rp}(z) &= t_r(z) + it_i(z) = \frac{z}{c} - \frac{\xi\tau_n}{(1 - i\Omega\tau_n)^2}, \\ t_r(z) &= \frac{z}{c} - \frac{\xi\tau_n(1 - (\Omega\tau_n)^2)}{(1 + (\Omega\tau_n)^2)^2}, \\ t_i(z) &= -\frac{2\xi\tau_n(\Omega\tau_n)}{(1 + (\Omega\tau_n)^2)^2}, \end{aligned} \quad (11)$$

где z – длина трассы, $\xi \equiv \alpha_0 z$ – оптическая толщина пройденного слоя, Ω – сдвиг частоты несущей сигнала от центральной частоты спектральной линии.

Расчеты проведены для исходно гауссова сигнала с длительностью T $A^{(0)}(t) = \exp(-t^2/T^2)$ и частотой несущей $\omega_1 = \omega_0 + \Omega$. На рис. 1 показаны результаты расчета временной зависимости сигнала в различных точках трассы при $\Omega = 20\Delta\Omega_{1/2}$ (крыло спектральной линии). В этом случае отстройка несущей от центра спектральной линии достаточно велика, вещественная часть времени задержки больше “светового” времени задержки, мнимая часть времени задержки невелика в сравнении с вещественной частью, поглощение невелико в сравнении с поглощением в центре спектральной линии, но при большой длине трассы может быть значительно. “Световое” время задержки на графиках не показано (точнее, включено в аргумент), т.е. “стояние” кривой на месте соответствует перемещению сигнала с вакуумной скоростью света.

Нетрудно заметить, что рис. 1б отличается от рис. 1а только увеличением в пять раз длительности сигнала и протяженности трассы, а также изменением в пять раз масштаба горизонтальной оси. Тем же самым отличается и рис. 1в от рис. 1б. Таким образом, соседствующие по горизонтали графики рис. 1а–1в соответствуют одним и тем же значениям относительной (в единицах исходной длительности сигнала) задержки сигнала. Выбор параметров сигнала и масштаба графиков приводит к тому, что на разных графиках одной той же строки этой “таблицы графиков” результаты использования приближения вещественной групповой скорости (с игнорированием мнимой части группового времени задержки) графически совпадают друг с другом, так же как совпадают друг с другом и результаты использования приближения комплексной групповой скорости (с комплексным временем задержки). Сравнение результатов этих двух приближений друг с другом и с результатами численного счета (применение прямого и обратного преобразования Фурье) позволяет проконтролировать и сравнить точность обоих этих приближений.

Сравнивая результаты, представленные на рис. 1а, 1б и 1в, нетрудно заметить, что с ростом исходной продолжительности сигнала “живучесть” приближения комплексной групповой скорости, как и следовало ожидать, возрастает. Так, в случае $T = \tau_n$ оно теряет “количественный” статус при дополнительном (по сравнению с вакуумным) отставании сигнала в “две третьих корпуса” (см. рис. 1а, $\xi = 1600$), в случае $T = 5\tau_n$ – при отставании более чем в “полтора корпуса” (см. рис. 1б, $\xi = 14000$); в случае $T = 25\tau_n$ дойти до

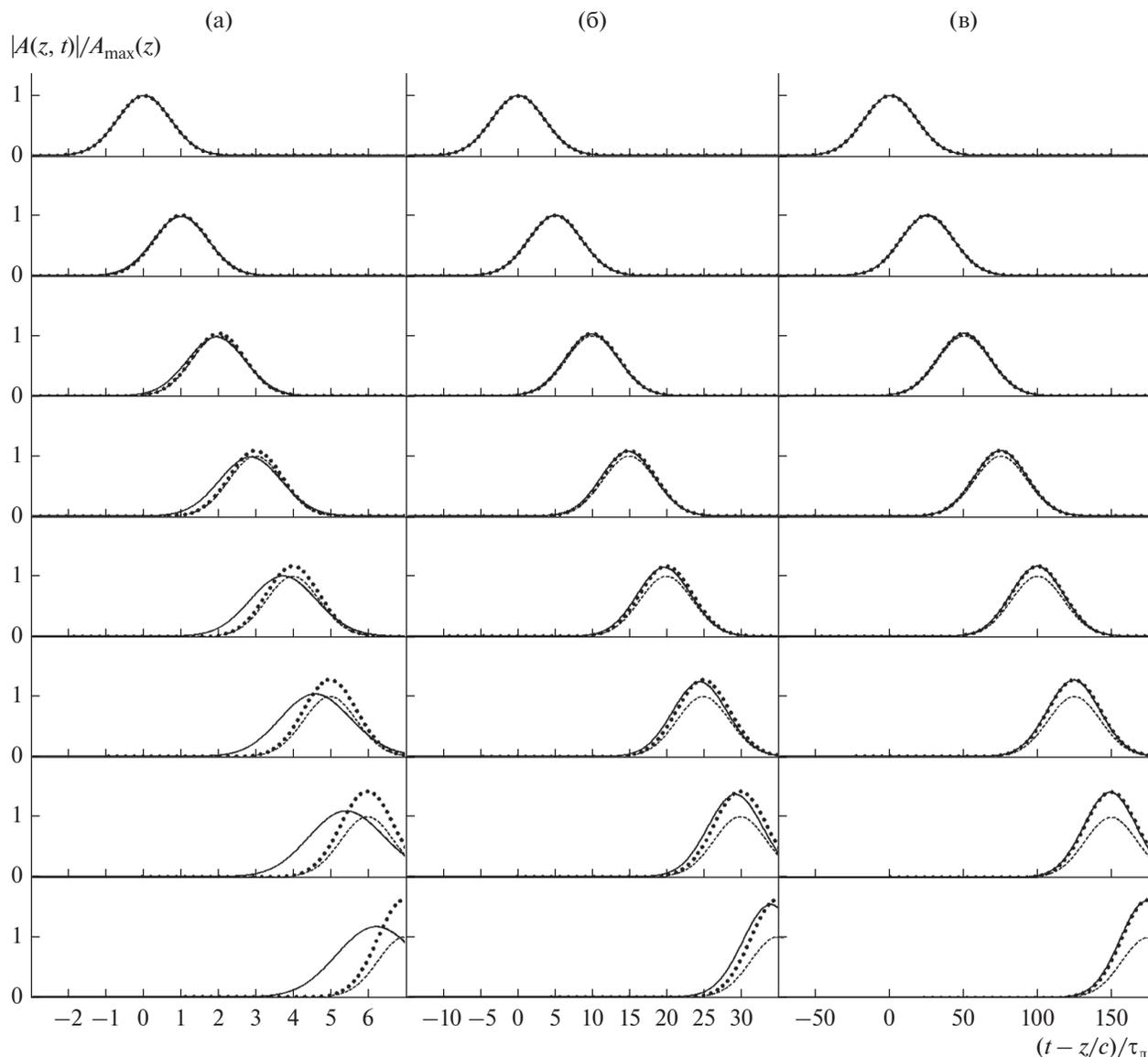


Рис. 1. Результаты расчетов искажения гауссова волнового пакета при $\Omega = 20\Delta\Omega_{1/2}$ для случаев $T = \tau_L$ (а), $T = 5\tau_L$ (б) и $T = 25\tau_L$ (в) при различной оптической толщине пройденного слоя (строки сверху вниз): а) $\xi = 0, 400, 800, 1200, 1600, 2000, 2400$ и 2800 ; б) $\xi = 0, 2000, 4000, 6000, 8000, 10000, 12000$ и 14000 ; в) $\xi = 0, 10000, 20000, 30000, 40000, 50000, 60000$ и 70000 . По горизонтальной оси на всех графиках отложено время $(t - z/c)/\tau_L$, по вертикальной – амплитуда сигнала, нормированная на амплитуду несущей (в данной точке пространства) $A_{\max}(z) = |\exp(kn(\omega_0 + \Omega)z)|$. Пунктир – результаты использования приближения вещественной групповой скорости, полужирный пунктир – результаты использования приближения комплексной групповой скорости, сплошная линия – результаты численного счета с применением прямого и обратного преобразования Фурье.

утраты приближением комплексной групповой скорости количественного статуса не удалось – оно в точности совпадает с результатами численного счета даже на самом нижнем графике рис. 1в.

На рис. 2 показаны результаты аналогичных расчетов временной зависимости сигнала в различных точках трассы при $\Omega = 0$ (центр спектральной линии). В этом случае отстройка несущей от центра спектральной линии отсутствует,

вещественная часть времени задержки меньше “светового” времени задержки, мнимая часть времени задержки обращается в ноль (дисперсии коэффициента поглощения в центре спектральной линии нет), поглощение достаточно велико, поэтому в расчетах использовались меньшие длины трассы.

Нетрудно заметить, что выбор параметров сигнала и масштаба графиков на рис. 2 приводит (как

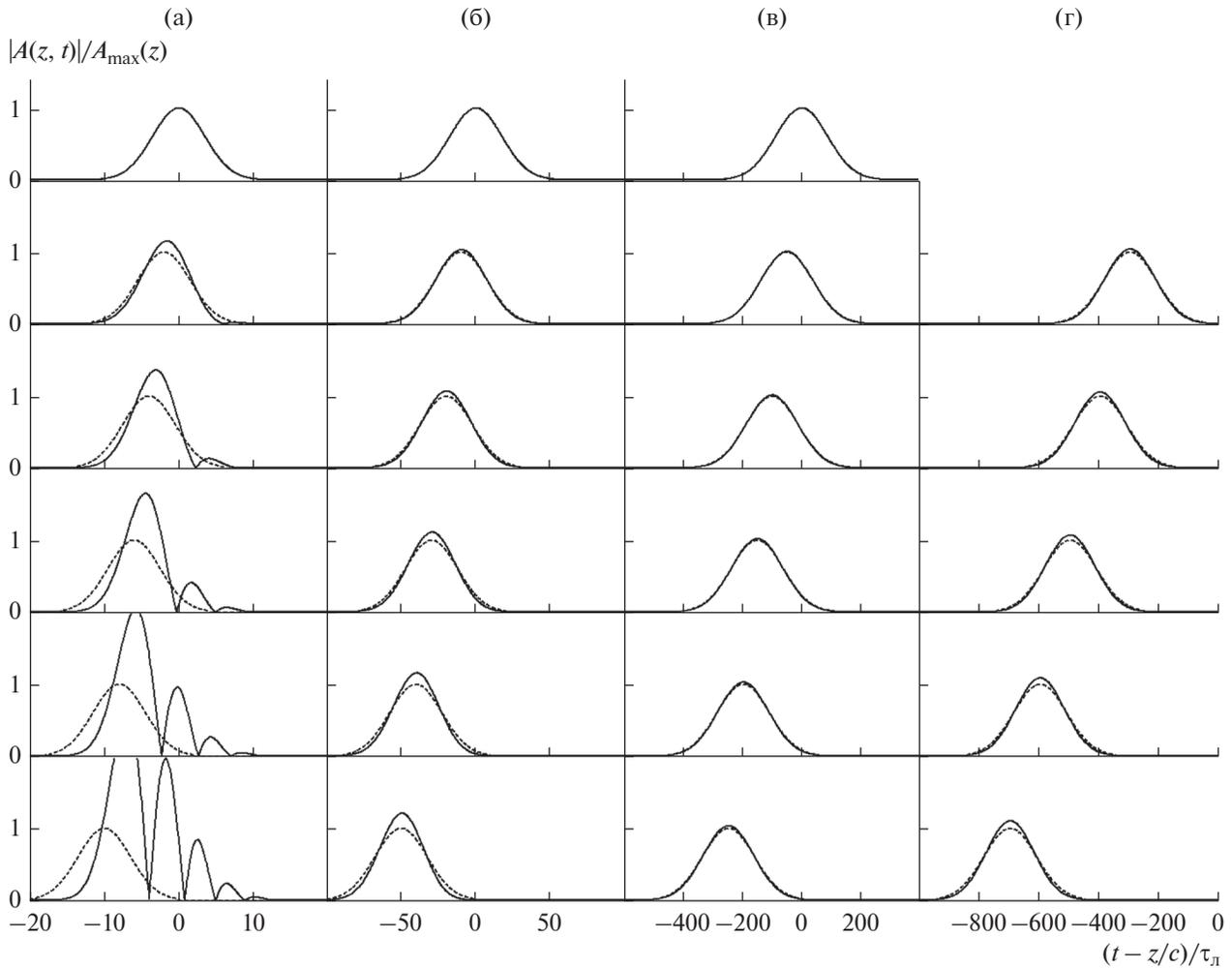


Рис. 2. Результаты расчетов искажения гауссова волнового пакета при $\Omega = 0$ для случаев $T = 5\tau_L$ (а), $T = 25\tau_L$ (б), $T = 125\tau_L$ (в, г) при различной оптической толщине пройденного слоя (строки сверху вниз): а) $\xi = 0, 2, 4, 6, 8, 10$; б) $\xi = 0, 10, 20, 30, 40, 50$; в) $\xi = 0, 50, 100, 150, 200, 250$; г) $\xi = 300, 400, 500, 600, 700$. По горизонтальной оси отложено время $(t - z/c)/\tau_L$, по вертикальной – амплитуда сигнала, нормированная на амплитуду несущей (в данной точке пространства) $A_{\max}(z) = |\exp(kn(\omega_0 + \Omega)z)|$. Пунктир – результаты использования приближения групповой скорости, сплошная линия – результаты численного счета с применением прямого и обратного преобразования Фурье.

и на рис. 1) к тому, что на разных графиках одной той же строки этой “таблицы графиков” результаты использования приближения групповой скорости (в данном случае мнимая часть времени задержки обращается в 0 и приближения вещественной и комплексной групповой скорости совпадают) совпадают друг с другом. Сравнение этих результатов с результатами численного счета с применением прямого и обратного преобразования Фурье позволяет проконтролировать и сравнить точность приближения групповой скорости.

Анализ приведенных на рис. 2 результатов полностью совпадает с анализом предыдущего рисунка, за исключением того обстоятельства, что в данном случае групповая скорость оказыва-

ется сверхсветовой. При этом опережение (т.е. отставание с противоположным знаком) сигнала может быть вполне значительным. Результат попытки дойти до протяженности трассы, при которой приближение сверхсветовой групповой скорости все-таки теряет количественный характер, представлен на рис. 2г. Изображено продолжение распространения того же сигнала, что и на рис. 2в при дальнейшем увеличении протяженности трассы ($\xi = 300, 400, 500, 600$ и 700). Нетрудно заметить, что без потери количественного статуса приближения групповой скорости опережение сигнала доходит до “трех корпусов”.

К сожалению, именно расчеты такого, как на рис. 2, типа, существенно портят “репутацию” приближения групповой скорости. Действитель-

но, она может оказываться не только досветовой, но и сверхсветовой, а время групповой задержки может быть не только больше, но и меньше “светового” времени задержки. Поскольку твердо установленным (в рамках теории относительности) фактом является невозможность передачи информации со скоростью, большей скорости света в вакууме, возникает своего рода парадокс, разрешение которого и является основной целью данной работы.

Прежде всего выясним, почему и в каком именно смысле теория относительности “запрещает” сверхсветовые скорости. Одним из важнейших положений специальной теории относительности [1–4] является инвариантность интервала s ($s^2 = c^2 t^2 - r^2$) между двумя событиями по отношению к преобразованиям Лоренца. В частности, инвариантным оказывается разделение интервалов на времениподобные (вещественные – положительные или отрицательные) и пространственноподобные (мнимые). Это означает, что если интервал между двумя событиями в некоторой системе отсчета времениподобен (или пространственноподобен), то и в любой другой системе отсчета он также времениподобен (или пространственноподобен).

Для любых двух событий, интервал между которыми времениподобен, всегда существует система отсчета, в которой они пространственно совпадают, но происходят в разные моменты времени, причем разделение на происходящее раньше (причина) и позже (следствие) опять-таки оказывается абсолютным – если событие А происходит ранее события Б в одной из систем отсчета, то оно будет происходить раньше и в любой другой системе отсчета. Именно этот результат специальной теории относительности можно рассматривать как физическое обоснование принципа причинности, в соответствии с которым событие-причина, предшествующее событию-следствию в одной системе отсчета, в любой другой системе отсчета также ему предшествует. Разумеется, это происходит только в том случае, когда интервал между причиной и следствием времениподобен, т.е. выполняется условие $s^2 = c^2 t^2 - r^2 > 0$, а именно – когда время задержки между причиной и следствием t больше “светового времени задержки” r/c .

В противном случае, при выполнении условия $s^2 = c^2 t^2 - r^2 < 0$, интервал между двумя событиями А и Б называется пространственноподобным. В этом случае время задержки между событиями А и Б t меньше “светового времени задержки” r/c и эти события не могут находиться в причинно-следственной связи. Причина этого заключается в том, что в случае пространственноподобности интервала между событиями А и Б не существует системы отсчета, в которой события А и Б простран-

ственно совпадают, зато существуют как такие системы отсчета, в которых событие А предшествует событию Б, так и такие, в которых событие Б предшествует событию А, также и такие, в которых события А и Б происходят одновременно. Это означает, что событие А, в одной системе отсчета предшествующее событию Б и являющееся его причиной, в другой системе отсчета может произойти позднее Б и оказаться его следствием.

Посмотрим теперь, как в свете сказанного выглядит сверхсветовая скорость распространения сигнала (*в смысле переносчика той или иной информации*), т.е. сверхсветовая скорость передачи информации $v > c$ из точки А в точку Б. Ясно, что получение в точке Б той или иной информации из точки А способно изменить протекающие в точке Б процессы (если полученная информация ничего не может изменить в принципе, то практически это означает, что информация не получена). В этом случае событие А может рассматриваться как причина события Б. Для возникновения указанной причинно-следственной связи достаточным является выполнения условия $v^2 t^2 - r^2 > 0$, которое (при $v > c$) мягче условия времениподобности $s^2 = c^2 t^2 - r^2 > 0$ и которое может выполняться и для некоторых пространственноподобных интервалов (а именно – для интервалов s таких, что $(c^2 - v^2)t^2 < s^2 < 0$).

Таким образом, предположив, что некоторый сигнал, *способный переносить информацию*, в некоторой среде способен распространяться со скоростью выше вакуумной скорости света c , мы приходим к фундаментальному противоречию. Действительно, такой сигнал был бы способен обеспечить причинно-следственную связь между событиями А и Б, разделенными пространственноподобным интервалом. Но разделение на причины (происходящие ранее) и следствия (происходящие позднее) между событиями А и Б, разделенными пространственноподобным интервалом, относительно – в одних системах отсчета раньше происходит событие А, в других – Б. Поэтому наличие сверхсветового сигнала, *переносящего информацию*, привело бы к крушению принципа причинности целиком (по крайней мере, в его классическом понимании) – событие, являющееся в одной системе отсчета причиной, в другой системе отсчета выступало бы как следствие и наоборот.

Результатом описанных рассуждений явился общеизвестный (и совершенно справедливый) вывод о невозможности распространения сигнала (*в смысле переносчика информации*) со сверхсветовой скоростью.

К сожалению, иногда этот совершенно справедливый вывод формулируют как утверждение о том, что “ни один материальный объект не может распространяться со скоростью, превышающей

вакуумную скорость света”, ошибочно предполагая, что любой материальный объект может быть использован для передачи информации (общеизвестный контрпример — вполне материальный “солнечный зайчик”, способный перемещаться со сверхсветовой скоростью).

В результате этого недоразумения длительное время существование сверхсветовых групповых скоростей для некоторых типов волн в некоторых средах совершенно несправедливо игнорировалось или же они без обоснования объявлялись “нефизическими” и “противоречащими теории относительности” (см., например, [3, с. 139; 4, с. 545]).

Впрочем, и теоретические, и экспериментальные исследования этого феномена продолжались (см. [5–71]¹), и к настоящему моменту стало ясно, что существование сверхсветовых групповых скоростей никоим образом не противоречит основным постулатам специальной теории относительности, а существование в некоторых физических системах отрицательных групповых времен задержки сигнала никоим образом не противоречит принципу причинности.

2. ГРУППОВАЯ СКОРОСТЬ КАК СКОРОСТЬ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ГЛАДКОЙ ОГИБАЮЩЕЙ, А НЕ СКОРОСТЬ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ

Если разобраться, не только фазовая, но и групповая скорость волны не является скоростью передачи информации, и поэтому “световое ограничение” специальной теории относительности не распространяется не только на фазовую, но и на групповую скорость.

Если говорить о фазовой скорости, то ее “право” быть сверхсветовой без противоречия с теорией относительности давно признано; групповую же скорость до сих пор часто ошибочно отождествляют со скоростью распространения сигнала в смысле переносчика информации, что, вообще говоря, совершенно неверно. Групповая скорость является скоростью перемещения гладкой огибающей сигнала, а гладкая (точнее, бесконечно дифференцируемая²) огибающая, в сущности, информацию не переносит.

Для понимания смысла этого утверждения необходимо напомнить, что в теории функций комплексного переменного существует теорема о единственности аналитической функции (см., например, [72, п. 18]), утверждающая (помимо всего прочего), что две аналитические функции, совпа-

дающие на некотором конечном отрезке вещественной оси, совпадают на всей вещественной оси. В частности, аналитическая функция, тождественно равная нулю на некотором отрезке вещественной оси, есть тождественный нуль на всей вещественной оси.

В нашем случае это означает, что сигнал $E(t)$, являющийся аналитической функцией вещественной переменной t и не являющийся при этом тождественным нулем, не может обращаться в 0 ни на одном конечном отрезке вещественной оси t — в частности, он не может удовлетворять условию $E(t) = 0$ при $t \leq t_0$. Это означает, что такой сигнал существовал, существует и будет существовать всегда (при $-\infty < t < +\infty$) и в принципе не может использоваться для передачи информации.

Действительно, в любой точке пространства z в любой момент времени t уже доступна для анализа часть сигнала, принятая во все предыдущие моменты времени. По этой уже принятой части сигнала в соответствии с упомянутой выше теоремой о единственности аналитической функции в принципе может быть полностью восстановлена его временная зависимость в любой предыдущий или последующий момент времени без приема оставшейся части сигнала. Поэтому ни один сигнал, использующийся для передачи информации, не может являться аналитической функцией на всей вещественной оси; он может лишь совпадать с некоторой аналитической функцией при $t > t_0$, где t_0 — момент возникновения сигнала (разрыв). В теории сигналов почти тот же самый факт обычно поясняется так: “Все сигналы, несущие информацию, являются случайными, так как полностью детерминированный сигнал информации не содержит (он может быть создан в месте приема без канала связи)” [73, с. 11]. Точка t_0 при этом является точкой нарушения его аналитичности, что обычно проявляется как разрыв временной зависимости самого сигнала и (или) некоторых из его производных. Именно разрывы сигнала и его производных и переносят информацию, потому что в принципе временная зависимость любого бесконечно дифференцируемого между любыми двумя точками разрыва сигнала может быть полностью восстановлена по его производным в точке разрыва (аналитическое продолжение с помощью степенных рядов, см. [72]) без реального приема этого сигнала в точке приема; немедленно после приема любого сколь угодно малого, но конечного фрагмента сигнала за разрывом мы уже имеем полную информацию о поведении сигнала до следующей точки разрыва.

В качестве примера укажем на случай, когда максимум гауссова сигнала в точке приема является с задержкой менее “световой” (см. рис. 2). Более того, при достаточной сильной дисперсии среды время задержки может оказаться не только менее “светового”, но и вообще отрицательным,

¹ Данная статья не является обзорной, поэтому приведенный список литературы, разумеется, неполон, обзор по теме см. в [37, 39].

² Еще точнее — функция, которая может быть разложена в степенной ряд с ненулевым радиусом сходимости.

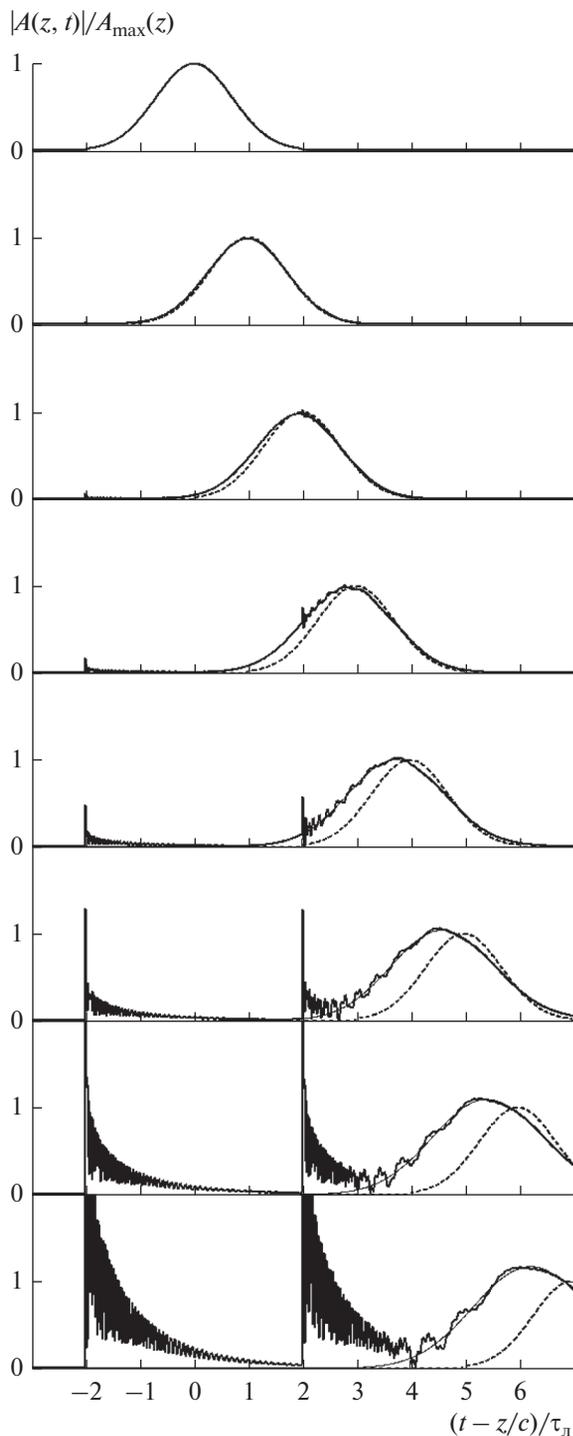


Рис. 3. Результаты расчета временной зависимости гауссова волнового пакета с дополнительным обрезанием в моменты времени $t = T_1 = -2T$ и $t = T_2 = 2T$ при $\Omega = 20\Delta\Omega_{1/2}$ для случая $T = \tau_L$ при различной оптической толщине пройденного слоя (строки сверху вниз) $\xi = 0, 400, 800, 1200, 1600, 2000, 2400, 2800$. Показаны результаты численного расчета (толстая сплошная линия), результаты численного расчета для соответствующего “необрезанного” сигнала (тонкая сплошная линия) и результаты приближения вещественной групповой скорости (штриховая линия).

т.е. максимум сигнала появится в точке приема раньше, чем будет передан. Возникает вопрос, нарушает ли этот результат принцип предельности скорости света или принцип причинности. Нет, конечно. Ведь передаваемый нами сигнал (гауссов импульс) бесконечен и потому информацию, в сущности, вообще не переносит даже в вакууме — в любой точке пространства и в любой момент времени мы уже “видим” тот или иной конечный фрагмент этого “сигнала” и по нему в принципе можем полностью воссоздать все прошлое и все будущее этого сигнала: и величину максимума, и время его появления, и задний хвост, и все прочее³. То, что максимум сигнала появляется (с нашей точки зрения) слишком рано, означает только то, что задачу “прогноза” в данном случае вместо нас выполняет резонансно-поглощающая среда. Проверить, что это всего-навсего прогноз, можно, рассмотрев сигнал, передача которого внезапно прекращена. В этом случае и мы, и среда сможем узнать о прекращении передачи сигнала только тогда, когда до точки наблюдения дойдет разрыв огибающей. Поскольку разрыв огибающей ни при какой общей длительности сигнала не является плавным изменением, он никогда не перемещается с групповой скоростью, и возникает вопрос о скорости перемещения разрывов сигнала.

Вопрос о скорости перемещения разрывов электромагнитного сигнала или его производных подробно рассмотрен в работах [39–44, 47, 48, 62, 67, 69–71]. Основным результатом проведенного исследования является вывод о том, что эти разрывы в абсолютно любой среде перемещаются в точности со скоростью света в вакууме — не больше (и не меньше!), причем в одномерной задаче амплитуда соответствующего разрыва при распространении сигнала не изменяется (даже в поглощающей или усиливающей среде).

В качестве примеров перемещения разрывов огибающей сигнала на рис. 3 и 4 приведены результаты расчетов ограниченного во времени гауссова импульса. Расчеты проведены для обрезанного гауссова сигнала с длительностью T , передача которого начата в момент времени T_1 и завершена в момент времени T_2 :

$$A^{(0)}(t) = \begin{cases} 0, & t < T_1 \\ \exp(-t^2/T^2), & T_1 \leq t \leq T_2 \\ 0, & t > T_2 \end{cases}$$

На рис. 3 показаны результаты расчета временной зависимости того же самого сигнала в тех же самых точках трассы, что и на рис. 1а ($T = \tau_L$,

³ Другими словами, вся информация о временной зависимости такого сигнала за пределами любого конкретного конечного временного интервала является избыточной — она может быть восстановлена по временной зависимости в пределах этого интервала.

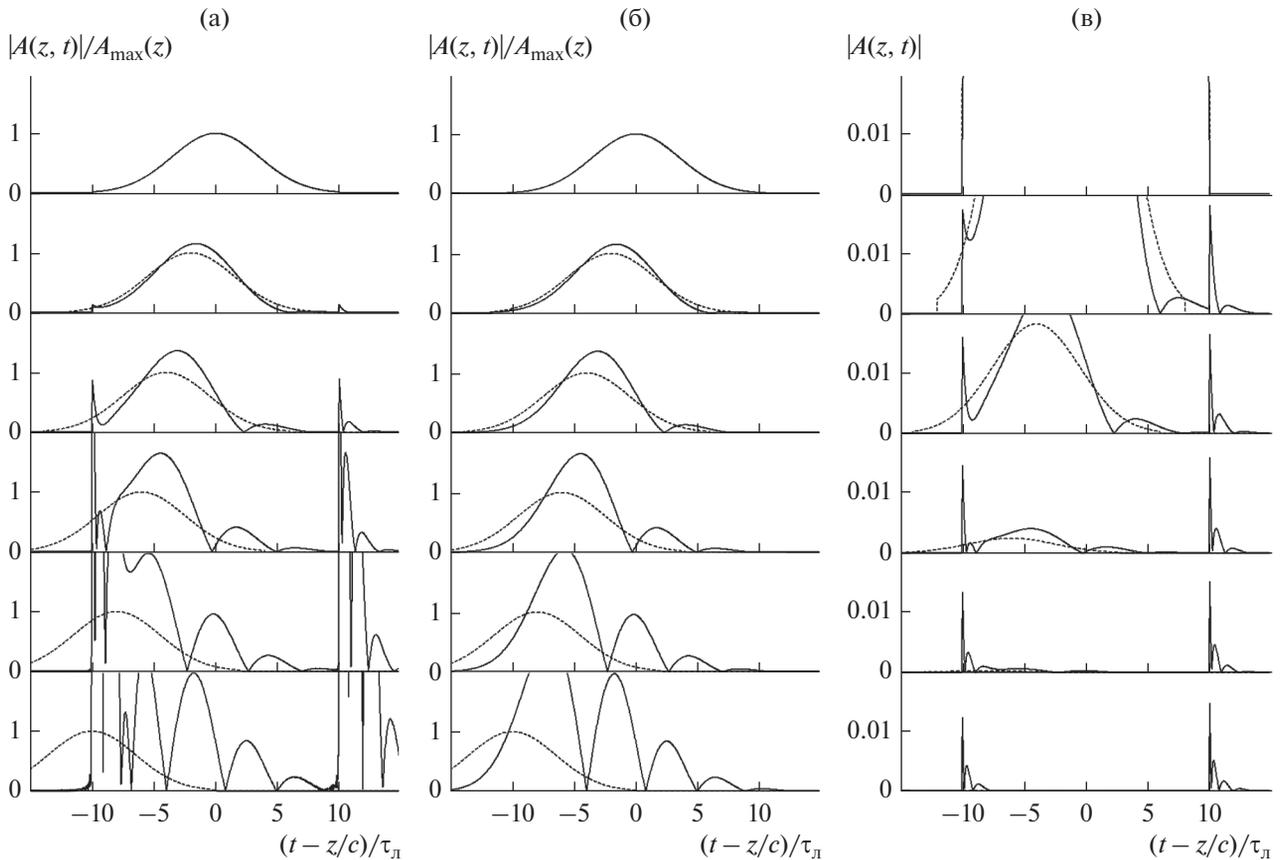


Рис. 4. Результаты расчета временной зависимости гауссова волнового пакета с дополнительным обрезанием в моменты времени $t = T_1 = -2T$ и $t = T_2 = 2T$ при $\Omega = 0$ для случая $T = 5\tau_L$ при различной оптической толщине пройденного слоя (строки сверху вниз) $\xi = 0, 2, 4, 6, 8$ и 10 . Результаты численного расчета (сплошная кривая): обрезанный спереди и сзади сигнал, но в разном масштабе на рис. (а) и (в), необрезанный соответствующий сигнал (б); результаты приближения групповой скорости (штриховая кривая).

$\Omega = 20\Delta\Omega_{1/2}$, $\xi = 0, 400, 800, 1200, 1600, 2000, 2400$ и 2800), но с дополнительным обрезанием при $t = T_1 = -2T$ и $t = T_2 = 2T$. Амплитуда скачков на переднем и заднем фронте сигнала равна $\exp(-4) = 0.018$ и с ростом протяженности трассы не меняется⁴. Естественно, что эти скачки формируют “предвестники”, все параметры которых находятся в полном количественном согласии с результатами [39–41, 47, 48, 62, 67, 69–71]. Видно, что графики на рис. 3 отличаются от графиков рис. 1а только наличием “предвестников”, под которыми мы понимаем скачки огибающей вместе с формирующимися за ними “хвостами”. “Плавная часть” сигнала действительно перемещается с досветовой групповой скоростью, постепенно отставая от предвестников и в конце

⁴ Хорошо заметный на графиках рост “предвестников” на самом деле кажущийся – предвестники как раз сохраняют свою амплитуду. Просто с ростом протяженности трассы они кажутся все больше на фоне экспоненциально затухающего сигнала.

концов оказывается отделена не только от переднего, но и от заднего предвестника. Предвестники на наших графиках неподвижны, что означает, что они перемещаются в точности с вакуумной скоростью света. Изначально предвестники гораздо меньше сигнала ($0.018 \ll 1$) и потому незаметны. Но с ростом протяженности трассы и экспоненциальным ослаблением сигнала предвестники, как и отмечалось в [40, 41], постепенно “выходят на передний план” и в конце концов от сигнала ничего кроме предвестников и не остается.

На рис. 4 показаны результаты расчета временной зависимости того же самого сигнала в тех же самых точках трассы, что и на рис. 2а ($T = 5\tau_L$, $\Omega = 0$, $\xi = 0, 2, 4, 6, 8, 10$), но с дополнительным обрезанием при $t = T_1 = -2T$ и $t = T_2 = 2T$. Амплитуда скачков на переднем и заднем фронте сигнала по-прежнему равна $\exp(-4) = 0.018$ и с ростом протяженности трассы не меняется. В данном случае исходная продолжительность сигнала невелика и приближение групповой скоро-

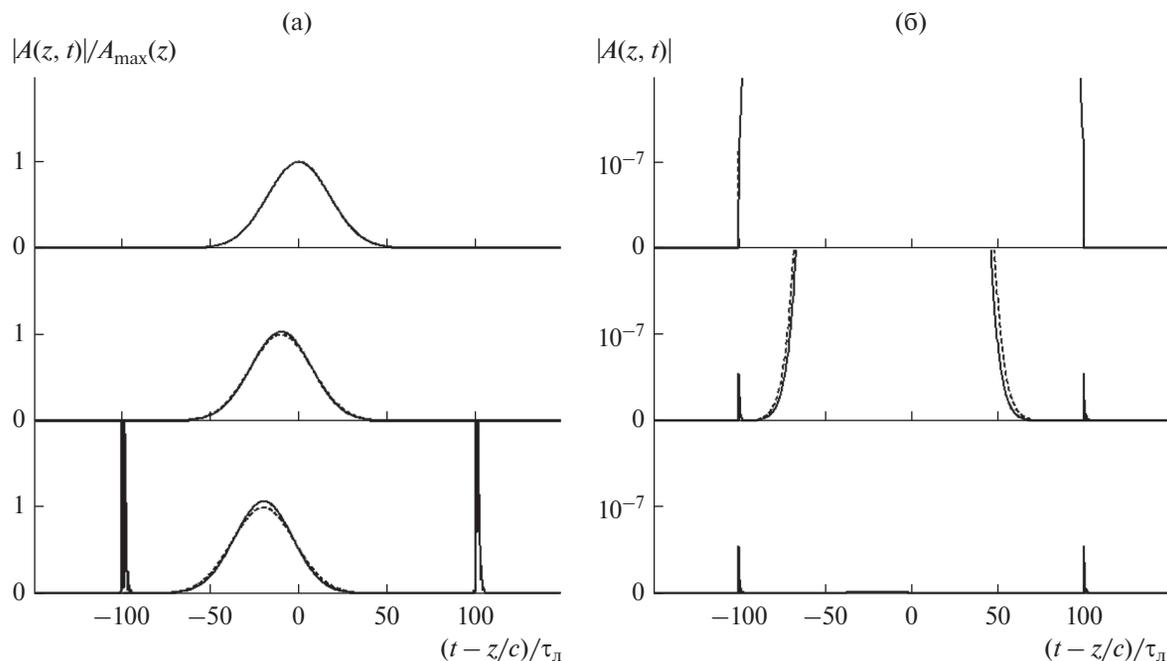


Рис. 5. Результаты расчета временной зависимости гауссова волнового пакета с дополнительным обрезанием в моменты времени $t = T_1 = -4T$ и $t = T_2 = 4T$ при $\Omega = 0$ для случая $T = 25\tau_L$ при различной оптической толщине пройденного слоя (строки сверху вниз) $\xi = 0, 10, 20$. Графики на рис. 5а и 5б отличаются только масштабом – кривые рис. 5а нормированы на максимум, рис. 5б – нет. Результаты численного расчета (сплошная линия) и результаты применения приближения групповой скорости (штриховая линия).

сти быстро теряет количественный статус. Тем не менее можно заметить, что максимум обрезанного сигнала, во-первых, перемещается со сверхсветовой скоростью и, во-вторых, ни в коем случае не обгоняет передний предвестник. Это, во-первых, означает, что групповая скорость вполне может быть сверхсветовой, но, во-вторых, ни о каком нарушении принципа причинности речь не идет.

Кривые рис. 4а и 4б нормированы на максимум, кривые рис. 4в – нет, поэтому на кривых рис. 4а наблюдается кажущийся “рост” предвестников, на кривых рис. 4в амплитуда предвестников стабильна (и равна 0.018) и наблюдается ослабление сигнала в результате поглощения, а на кривых рис. 4б предвестников вовсе нет, потому что они появляются только в случае разрыва огибающей исходного сигнала.

На рис. 5 показаны результаты расчета временной зависимости обрезанного спереди и сзади сигнала большей продолжительности ($T = 25\tau_L$). Речь идет о временной зависимости того же самого сигнала в тех же самых точках трассы, что и на рис. 2б ($T = 25\tau_L$, $\Omega = 0$, $\xi = 0, 10, 20$), но с дополнительным обрезанием при $t = T_1 = -4T$ и $t = T_2 = 4T$. Амплитуда скачков на переднем и заднем фронте сигнала теперь равна $\exp(-16) = 1.125 \times 10^{-7}$ и с ростом протяженности трассы не

меняется. На рис. 5а и 5б изображено то же самое, что и на рис. 4а и 4в; отличие заключается лишь в том, что за счет большей протяженности трассы сигнал появляется в точке приема со значительным опережением, причем (в отличие от предыдущего случая) без искажений, т.е. в рамках приближения групповой скорости. Рисунок 5а отличается от рис. 5б только масштабом по вертикальной оси. На рис. 5а хорошо видно распространение горба кусочно-голономного сигнала в интервале между передним и задним предвестником со сверхсветовой скоростью и практически без искажений. На рис. 5б хорошо видно, что с ростом протяженности трассы от кусочно-голономного сигнала практически остаются только предвестники.

На рис. 6а и 6б с большим временным разрешением показана структура переднего и заднего предвестников, представленных на рис. 5. Видно, что передний и задний предвестники практически не отличаются друг от друга, несмотря на то что они являются предвестниками, сформированными разными разрывами и в точности друг с другом не совпадают. Это связано с тем, что основное влияние на структуру предвестника оказывает величина скачка амплитуды функции и протяженность трассы (см. [39–41, 47, 48, 62, 67, 69–71]), а они у переднего и заднего предвестника совпадают. Отмеченная “нечувствительность”

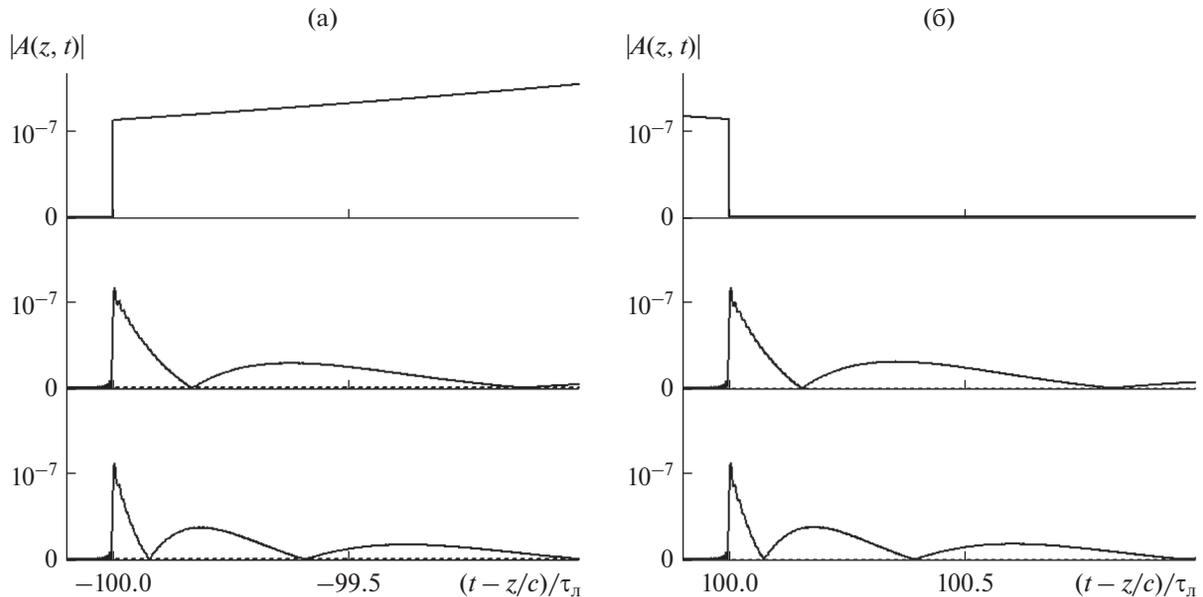


Рис. 6. Эволюции переднего (а) и заднего (б) предвестников по мере распространения сигнала продолжительностью $T = 25\tau_{\text{л}}$, при $\Omega = 0$, $\xi = 0, 10, 20$ (сверху вниз), с обрезанием при $t = T_1 = -4T$ и $t = T_2 = 4T$ (см. рис. 5).

структуры предвестников к второстепенным деталям вкуче с их весьма характерной структурой свидетельствует об удачности самого понятия “предвестник”. Величина скачка амплитуды предвестников, как и должно быть, не изменяется, а продолжительность переднего “зуба” любого из предвестников с ростом протяженности трассы снижается по гиперболическому закону ($t_3 \approx \tau_{\text{л}}/\xi$, см. [41, ф-ла (28)]).

3. ПЕРЕНОСЯЩИЕ И НЕ ПЕРЕНОСЯЩИЕ ИНФОРМАЦИЮ СИГНАЛЫ

Путаница в вопросе о возможности или невозможности распространения сигнала со сверхсветовой скоростью связана, вероятно, с исторически сложившейся “двойственностью” смысла понятия “сигнал”. Термин “сигнал” используется и в специальной теории относительности (в смысле “переносчик информации”, далее будем называть такие сигналы “сигналами-разрывами”, или просто “разрывами”), и во многих других естественных науках (как правило, в смысле “временная зависимость некоторой бесконечно дифференцируемой функции”, далее — “голономные сигналы”⁵), и в теории связи (как в смысле “переносчик информации”, так и в смысле “временная

зависимость функции, причем не обязательно гладкой”, далее — “кусочно-голономные сигналы”). Все три смысла традиционны и вряд ли могут быть отменены чьим-либо “декретом”. Тем не менее первые два понятия не только не являются синонимами, но и в некотором роде пребывают в антагонизме, а третье является комбинацией первых двух и потому часто оказывается внутренне противоречивым.

В специальной теории относительности сигналом обычно называют бесконечно короткий световой импульс (именно этот сигнал среди прочих рассмотрен в [40] как “дельта-импульс”). Его спектр бесконечно широк, и потому лишь бесконечно малая часть его энергии попадает в полосу дисперсии любой материальной среды. Поэтому для него любая среда — вакуум, и он распространяется без искажения формы (нечему искажаться), без затухания (для него среды нет), без изменения продолжительности (она равна нулю) со скоростью, в точности равной скорости света в вакууме (не больше и не меньше).

Проведенный в [40, 41] анализ показывает, что аналогичными свойствами обладают разрывы кусочно-голономных сигналов (именно сами разрывы, а не то, что было до и будет после разрыва) или их производных любого порядка, которые тоже могут считаться “сигналом-разрывом” и тоже распространяются без искажений в точности с вакуумной скоростью света.

Разумеется, на практике при использовании имеющихся в настоящее время технических средств передача информации обычно осуществ-

⁵ Правильнее было бы назвать их аналитическими (в том смысле, который вкладывается в это понятие в теории аналитических функций). Но термин “аналитический сигнал” уже занят, а математические термины “голономная функция” и “аналитическая функция” практически тождественны.

ляется именно с групповой скоростью, поскольку именно с этой скоростью распространяется энергия волны, а приемники сигнала рассчитаны именно на прием “основной”, наиболее энергетически значимой части сигнала. Однако это обстоятельство связано всего лишь с исторически обусловленной ограниченностью наших нынешних технических возможностей и не имеет принципиального характера.

За сигналом-разрывом всегда следует тот или иной “хвост” (быстро спадающий в поглощающей среде или, напротив, отстающий от разрыва и превращающийся в гигантский гауссов импульс в усиливающей среде, см. [21, 22]). Комбинация “разрыв + следующий за ним хвост” обычно именуется “предвестником” сигнала и до сих пор является предметом интенсивных исследований (см. [37–41, 47, 48, 62, 67, 69–71]). Свойства же самих разрывов крайне ограничены и хорошо всем известны – они распространяются в точности со скоростью света в вакууме (ни процентом больше и ни процентом меньше), не искажаются (как может исказиться разрыв функции?), формы не имеют (если не считать его “формой” ранг разрыва, который у “сигнала-разрыва” сохраняется), длительность их (разрывов) равна нулю. По существу, именно эти “сигналы-разрывы” и переносят информацию, потому что временная зависимость сигнала на любом сколь угодно малом конечном интервале времени за разрывом позволяет восстановить временную зависимость кусочно-голономного сигнала до следующего “сигнала-разрыва” и прием оставшейся части сигнала просто не нужен.

Тем не менее как раз такие “истинные” сигналы (“сигналы-разрывы”) на практике не используются, потому что мощность дельта-импульса бесконечна; передать же разрыв временной зависимости кусочно-голономного сигнала без передачи самой этой временной зависимости (до и после разрыва) просто невозможно. Уже простейший из кусочно-голономных сигналов (П-импульс) имеет как минимум передний и задний фронт (и потому содержит по меньшей мере два “сигнала-разрыва”), а также гладкую временную зависимость между этими фронтами (т.е. содержит и фрагмент голономного сигнала).

Голономный сигнал, являющийся аналитической на всей вещественной оси функцией, как показано выше, принципиально не может использоваться для передачи информации по той же самой причине, по которой сверхсветовая фазовая скорость не может использоваться для передачи информации со сверхсветовой скоростью. Действительно, любой конечный фрагмент строго гармонической функции однозначно определяет ее поведение на бесконечном интервале времени $-\infty < t < +\infty$, и именно поэтому строго гармони-

ческая функция не может использоваться для передачи информации. Но ведь то же самое относится и к любой аналитической функции: любой конечный фрагмент аналитической функции однозначно определяет ее поведение на бесконечном интервале времени $-\infty < t < +\infty$, и именно поэтому аналитическая функция тоже не может использоваться для передачи информации.

Подчеркнем, что приведенное выше рассуждение о возможности полного восстановления любого голономного сигнала в любой точке пространства по любому его конечному фрагменту относится не только к обсуждаемой в данной статье групповой скорости – даже далеко за пределами применимости приближения комплексной групповой скорости (при сколь угодно сильном искажении сигнала в процессе распространения) голономный в стартовой точке сигнал остается голономным в любой точке приема и потому его пусть и искаженная (при распространении) временная зависимость в любой точке пространства может быть полностью восстановлена по любому своему пусть и искаженному конечному фрагменту.

Голономные сигналы – и это абсолютно строгий результат – могут распространяться с любой (не только до- или сверхсветовой⁶ [5–7, 19, 12–15, 18, 20, 22, 25–31, 34–39, 46, 70, 71], но и отрицательной [8, 9, 11, 13, 15–19, 70, 71] и даже комплексной [13, 20, 22–25, 28, 29, 36, 38, 46, 70, 71]) скоростью. Это не противоречит ни принципу причинности, ни теории относительности по той простой причине, что такие сигналы не переносят информацию в принципе.

Кусочно-голономные сигналы, представляющие собой кусок аналитической функции с обрезанным носом и хвостом (т.е. отличные от нуля лишь на конечном интервале оси времени), являются “гибридом” двух “базовых” типов сигнала (“сигналов-разрывов” и “голономных сигналов”) и потому проявляют смешанные свойства – начальный и конечный скачки перемещаются со скоростью света в вакууме, а гладкая функция между ними – с групповой скоростью, которая может быть меньше или больше вакуумной скорости света. В результате в случае сверхсветовой групповой скорости происходит “затирание” носа гладкого сигнала передним скачком и “регенерация” переданного хвоста сигнала перед задним скачком. В случае досветовой групповой скорости иногда [24] может происходить противоположный процесс.

⁶ Данный вывод иногда подвергается критике – см., например, [74].

На рис. 7а–7г приведен конкретный пример регенерации непереданной задней половины “половинного” гауссова сигнала

$$A^{(0)}(t) = \begin{cases} 0, & t < T_1 \\ \exp(-t^2/T^2), & T_1 \leq t \leq T_2 \\ 0, & t > T_2 \end{cases}$$

при $T_1 = -4T$, $T_2 = 0$, $T = 10\tau_{\text{д}}$, $\Omega = 0$, $\xi = 0, 5, 10, 15$. В этом случае в точке старта передний предвестник гораздо слабее сигнала и начинает проявляться только при $\xi = 15$. Задний предвестник в точке старта достаточно велик (амплитуда скачка равна 1), но именно принцип причинности “не позволяет” ему “затереть” предшествующую часть сигнала. Поэтому в точке приема появляется “регенерированная” задняя часть соответствующего голономного сигнала, исходно отсутствующая при его передаче (см. рис. 7а).

Вопрос о реальном существовании в природе сигналов-разрывов в настоящее время открыт. Рассмотрим, например, сигнал с резким передним скачком. Такой сигнал как полезная и часто адекватная модель никаких отрицательных эмоций не вызывает. Что может быть проще — подошел к передатчику экспериментатор и нажал кнопку, “потому что захотел”. К сожалению, в этой “модели” экспериментатор выступает в качестве внешнего “нефизического” фактора, который “может делать что хочет”. На самом деле экспериментатор — это физическая система, подчиняющаяся законам физики, а не своим “желаниям”. И если включить его в рассмотрение в качестве элемента физической системы (“экспериментатор + передатчик”), то ситуация радикально меняется. Автору неизвестны замкнутые физические системы, способные скачком изменить свое состояние в процессе внутреннего саморазвития — при ближайшем рассмотрении все эти скачки оказываются плавными изменениями, быстрыми лишь в сравнении с чем-нибудь другим, более медленным. Поэтому складывается впечатление, что резких скачков, по крайней мере в “классическом” мире, нет, и скачки — это только модельные представления, удобные при решении тех или иных задач. Более того, реально мы живем в квантовом мире, поэтому приходится признать, что спектр любого конкретного сигнала с ограниченной энергией ограничен сверху по крайней мере частотами, единичные кванты которых имеют энергию больше полной энергии этого конкретного сигнала. Поэтому (с учетом отмеченной в [40] связи между скачками функции и асимптотикой ее спектра) ни один скачок временной зависимости кусочно-голономного сигнала мгновенным быть не может⁷. Отсюда следует вывод о том, что ни сигнала-

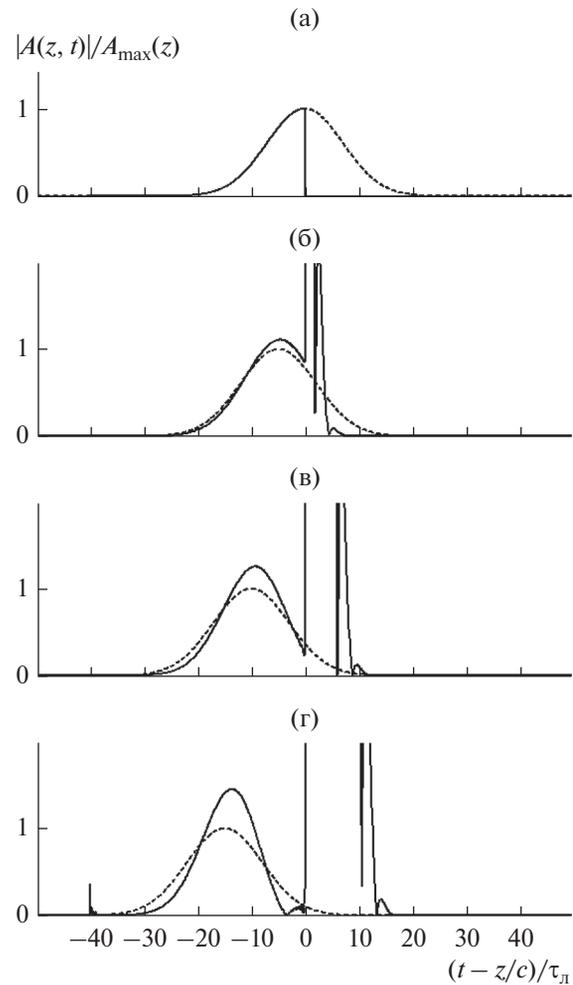


Рис. 7. Пример регенерации непереданной задней половины половинного гауссова сигнала при $T_1 = -4T$, $T_2 = 0$, $T = 10\tau_{\text{д}}$, $\Omega = 0$ и $\xi = 0, 5, 10, 15$ (см. рис. 5а–5г соответственно): Результаты численного расчета (сплошная линия) и результаты применения приближения групповой скорости (штриховая линия).

лов-разрывов, ни кусочно-голономных сигналов в природе нет, а есть только голономные сигналы в смысле временной зависимости гладкой функции, которая может меняться очень быстро, но не скачком. Но в этом случае в природе вообще исчезают сигналы-разрывы, а вслед за ними — и непредсказуемость (а следовательно, и информация), потому что голономные сигналы информацию не переносят. Ясно, что ни одна из двух описанных альтернатив приемлемой не является.

Какие из описанных выше трех различных типов сигналов (голономные, кусочно-голономные и сигналы-разрывы) можно называть сигналами, а какие нельзя — вопрос совершенно беспредметный (устоявшуюся терминологию менять бессмысленно). Однако следует осознавать, что су-

⁷ В сущности, речь идет о соотношении неопределенностей Гейзенберга $\Delta E \Delta t \approx h$, где ΔE — энергия импульса, а Δt — минимально возможная длительность его фронта.

существует три совершенно различных типа сигналов с совершенно различными свойствами.

4. СИТУАЦИИ, ПРИ КОТОРЫХ ВОЗНИКАЕТ СВЕРХСВЕТОВАЯ ИЛИ ОТРИЦАТЕЛЬНАЯ ГРУППОВАЯ СКОРОСТЬ, А ТАКЖЕ ОТРИЦАТЕЛЬНОЕ ВРЕМЯ ЗАДЕРЖКИ СИГНАЛА

Теперь обсудим механизм возникновения сверхсветовых групповых скоростей (равно как и отрицательных времен задержки сигнала). В серии работ [13, 18, 20–25, 28–30, 70, 71] показано, что этот механизм сводится к неантропогенному (без сознательного участия человека) прогнозированию плавной временной зависимости сигнала в будущее. Само же это неантропогенное прогнозирование осуществляется точно так же, как антропогенное (сознательно осуществляемое человеком) прогнозирование временной зависимости функции в режиме реального времени – путем суммирования нескольких (от двух в случае линейной экстраполяции до бесконечного количества в случае использования интеграла свертки – например, при распространении сигнала в диспергирующей среде) по-разному задержанных копий принятой части сигнала с соответствующим образом подобранными коэффициентами. Ясно, что способов такого прогнозирования существует бесконечно много – столько же, сколько существует формул точечной или континуальной экстраполяции (с помощью интеграла Дюамеля или физически реализуемого, т.е. не нарушающего принцип причинности, линейного фильтра).

Практически неантропогенное прогнозирование происходит путем весьма часто возникающего в природе наложения нескольких (от двух в случае двухлучевой интерференции до бесконечного количества при линейной фильтрации сигнала) по-разному задержанных копий одного и того же сигнала с различными коэффициентами. Результатом этого суммирования является скользящая интерполяция временной зависимости сигнала (в случае одинакового знака коэффициентов) или его же скользящая экстраполяция (в случае противоположных знаков этих коэффициентов). В случае интерполяции сигнала время задержки суммарного сигнала оказывается промежуточным между временами задержки суммируемых сигналов, в случае экстраполяции время задержки оказывается вне интервала времен задержек суммируемых сигналов и может быть как положительно (задержка сигнала), так и отрицательно (опережение сигнала). По существу, данный эффект является интерференционным и не имеет прямого отношения к “материальной основе” сигнала – он с равным успехом может возникать при распространении любых волн (электромагнитных [5–10, 12–16, 18–22, 25–27, 31, 33,

34, 55–61, 65, 68, 70, 71], акустических [29, 30, 32, 46, 70, 71], поверхностных и т.д.) или в любой задаче линейной фильтрации (в том числе при возбуждении электрических или механических колебаний [17, 23, 28, 70, 71]).

Типичными ситуациями, в которых возникает неантропогенное прогнозирование, а следовательно, сверхсветовая (сверхзвуковая в случае акустики) или отрицательная групповая скорость распространения сигнала, являются следующие.

А. Распространение электромагнитной волны в области аномальной дисперсии сильно диспергирующей среды [5–7, 10–16, 18–22, 25–27, 31, 34–39, 44, 70, 71]. В случае поглощающей среды частота несущей должна находиться достаточно близко к центру спектральной линии поглощения, а в случае усиливающей среды (среда с инверсией населенностей) – напротив, достаточно далеко от центра спектральной линии усиления. Таким образом, в “окнах прозрачности” термодинамически равновесной (поглощающей) среды “нормой” является нормальная дисперсия и досветовая групповая скорость, а в “окнах прозрачности” среды с инверсией населенностей “нормой” является аномальная дисперсия и сверхсветовая (а в случае достаточно сильной дисперсии – даже отрицательная) групповая скорость. В случае сверхсветовой групповой скорости время задержки голономного сигнала оказывается меньше “светового”, а в случае отрицательной групповой скорости – отрицательным, т.е. те или иные фрагменты принятого сигнала (например, максимум) в точке приема возникают раньше, чем в точке передачи. Следует отметить, что с учетом сделанных выше замечаний разница между “сверхсветовой” и “отрицательной” задержкой сигнала является принципиальной и зависит всего лишь от того, что в данном конкретном случае оказалось больше – “световое” время задержки, зависящее только от длины трассы, или “время прогнозирования”, зависящее также и от дисперсии среды.

Б. Область деструктивной интерференции электромагнитных или акустических волн [24, 32, 46, 68, 70, 71]. В области деструктивной интерференции возникает суммирование нескольких по-разному задержанных копий одного и того же сигнала с противоположными коэффициентами, неизбежным результатом которой является автоматическая реализация формулы как минимум линейной экстраполяции, причем направлена эта экстраполяция обычно в будущее, потому что более задержанная копия сигнала оказывается слабее менее задержанной из-за влияния геометрических факторов и поглощения. В результате в разных точках области деструктивной интерференции время задержки сигнала в общем случае оказывается различным и в принципе может изменяться от $-\infty$ до $+\infty$. В случае интерференции

более чем двух волн и удачного соотношения их амплитуд возможна реализация и более точной (квадратичной, кубической и т.д.) экстраполяции [30, 71], но линейная экстраполяция возникает в любом случае.

В. Излучение направленных антенн вообще и мультипольных излучателей в частности [29, 30, 32, 71]. В этом случае в провалах диаграммы направленности антенны (между “лепестками”) опять-таки возникает деструктивная интерференция со всеми изложенными в предыдущем пункте последствиями. Существенным отличием данного случая от предыдущего является возможность возникновения отрицательного времени задержки не только для квазимонохроматического сигнала (радиосигнала) [32, 71], но и для низкочастотного сигнала (сигнала без несущей, видеосигнала) [29, 30, 71]. В конечном счете для экстраполяции сигнала во времени необходимо сложение нескольких временных копий этого сигнала с противоположными знаками. В случае высокочастотного сигнала (с несущей) для изменения его знака достаточно изменения фазы на π , что и происходит “само собой” в области деструктивной интерференции; в случае же низкочастотного сигнала изменение его знака “просто при распространении” произойти не может. Но при мультипольном излучении этого и не нужно — излучение, например, точечного диполя именно и состоит из излучения двух точечных источников противоположного знака; поэтому для дипольного излучателя все окружающее пространство является сплошной “зоной деструктивной интерференции”, в которой происходит линейная экстраполяция временной зависимости сигнала. Результатом этой экстраполяции в вакууме является нулевое время задержки суммарного сигнала [29, 30, 71] — в любой точке пространства “время световой задержки” совпадает со “временем прогнозирования” и эти времена в точности компенсируют друг друга. Разумеется, реальный механизм возникновения нулевого времени задержки в данном случае является всего лишь линейная экстраполяция, точность которой достаточно велика лишь тогда, когда “время прогнозирования” мало в сравнении с длительностью сигнала (это и есть в данном случае “ближняя зона”). В “дальней зоне” та же самая линейная экстраполяция приводит к замене “незадержанного” сигнала на производную от “задержанного”, т.е. сигнал в дальней зоне оказывается задержанной (на световое время задержки) производной от сигнала в ближней зоне (этот последний факт давно и хорошо известен в теории антенн). Отметим, что в случае электромагнитного излучения закон сохранения заряда запрещает monopольное излучение, поэтому любой реальный излучатель электромагнитных волн является “по меньшей мере, дипольным”, и поэтому результат [30] об отсут-

ствии задержки видеосигнала в ближней зоне дипольного излучателя является общим для произвольного электромагнитного излучателя.

Г. Линейная фильтрация. При прохождении электрических колебаний через пассивные RLC-фильтры (или цепочки таких фильтров) возникает некоторое групповое время задержки, которое (в зависимости от параметров фильтра) может быть как положительным, так и отрицательным [17, 23, 28, 71]. Ясно, что в последнем случае имеет место неантропогенное прогнозирование. В сущности, это то же самое явление, которое описано в п. А, но оно избавлено от осложняющего влияния предварительной “световой задержки” сигнала.

Во всех перечисленных в п. А–Г случаях может быть достигнуто сколь угодно хорошее “качество” “ненормально задержанного” сигнала при сколь угодно больших отрицательных временах задержки (т.е. его искажения могут быть сделаны сколь угодно малыми [23, 29, 30, 71]), но лишь за счет экспоненциального снижения мощности “ненормально задержанного” сигнала по сравнению с “обычным”. Дело в том, что существует общая теорема [19], утверждающая, что отрицательное время задержки сигнала при линейной фильтрации возможно лишь на тех частотах несущей, на которых ослабление сигнала больше (или усиление — меньше), чем на некоторых других частотах.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Отметим некоторые особенности распространения “ненормально задержанных” сигналов. Кроме собственно времени задержки, меньшего светового времени задержки или вообще отрицательного, в первую очередь следует упомянуть эффект “регенерации переданного хвоста” сигнала в точке его приема [13, 18, 20, 23–25, 29, 30, 32, 70, 71]. Действительно, при внезапном прекращении передачи сигнала (“обрезании” его хвоста) информация об этом обрезании достигает точки приема лишь по истечении светового времени задержки, когда часть этого переданного “хвоста” уже принята. Поэтому (именно по принципу причинности) эта “регенерированная” часть сигнала ни искажена, ни “сдана назад” быть уже не может.

Вероятно, существуют и другие интересные эффекты, связанные со сверхсветовой (или отрицательной) групповой скоростью некоторых сигналов в некоторых диспергирующих средах (см., например, [75]). Единственный эффект, которого нет и в принципе быть не может — это “эффект” нарушения принципа причинности или (что то же самое) — принципа предельности вакуумной скорости света *для передачи информации*.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П.* Теория волн. М.: Наука, 1979.
2. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория поля. М.: Наука, 1973.
3. Физический энциклопедический словарь. М.: Сов. энциклопедия, 1984.
4. Физическая энциклопедия. М.: Сов. энциклопедия, 1988. Т. 1.
5. *Garrett G.G.V., McCumber D.E.* // Phys. Rev. A. 1970. V. 1. P. 305.
6. *Вайнштейн Л.А.* // Успехи физ. наук. 1976. Т. 118. № 2. С. 339.
7. *Chu S., Wong S.* // Phys. Rev. Lett. 1982. V. 48. № 11. P. 738.
8. *Macke B.* // Opt. Communications. 1984. V. 49. № 5. P. 307.
9. *Segard B., Macke B.* // Phys. Lett. A. 1985. V. 109. № 5. P. 213.
10. *Ораевский А.Н.* // Успехи физ. наук. 1998. Т. 168. № 12. С. 1311.
11. *Mitchell M.W., Chiao R.Y.* // Am. J. Phys. 1998. V. 66. P. 14.
12. *Wang L.J., Kuzmich A., Dogariu A.* // Nature. 2000. V. 406. № 6793. P. 277.
13. *Бухман Н.С.* // Квант. электроника. 2001. V. 31. № 9. С. 774.
14. *Talukder M.A.I., Amagishi Y., Timita M.* // Phys. Rev. Lett. 2001. V. 86. № 16. P. 3546.
15. *Dogariu A., Kuzmich A., Wang L.J.* // Phys. Rev. A. 2001. V. 63. № 5. P. 053806.
16. *Акульшин А.М., Чиммино А., Опат Дж.И.* // Квант. электроника. 2002. Т. 32. № 7. С. 567.
17. *Nakanishi T., Sugiyama K., Kitano M.* // Am. J. Phys. 2002. V. 70. P. 1117.
18. *Бухман Н.С.* // ЖТФ. 2002. Т. 47. № 1. С. 132.
19. *Macke B., Ségard B.* // European Phys. J. D. 2003. V. 23. № 1. P. 125.
20. *Бухман Н.С.* // Письма в ЖТФ. 2003. Т. 29. № 18. С. 81.
21. *Бухман Н.С.* // Квант. электроника. 2004. Т. 34. № 4. С. 299.
22. *Бухман Н.С.* // Квант. электроника. 2004. Т. 34. № 2. С. 120.
23. *Бухман Н.С., Бухман С.В.* // Изв. вузов. Радиофизика. 2004. Т. 47. № 1. С. 75.
24. *Бухман Н.С.* // Оптика и спектроскопия. 2004. Т. 96. № 4. С. 687.
25. *Бухман Н.С.* // Оптика и спектроскопия. 2004. Т. 97. № 1. С. 123.
26. *Akulshin A.M., Sidorov A.I., McLean R.J., Hannaford P.* // Laser Phys. 2005. V. 15. № 9. P. 1252.
27. *Золотовский И.О., Семенов Д.И.* // Оптика и спектроскопия. 2005. Т. 99. № 1. С. 81.
28. *Бухман Н.С.* // Изв. вузов. Радиофизика. 2005. Т. 48. № 8. С. 631.
29. *Бухман Н.С.* // ЖТФ. 2005. Т. 75. № 1. С. 3.
30. *Бухман Н.С.* // ЖТФ. 2005. Т. 75. № 12. С. 98.
31. *Золотовский И.О., Семенов Д.И.* // Оптика и спектроскопия. 2006. Т. 101. № 1. С. 114.
32. *Бухман Н.С.* // ЖТФ. 2006. Т. 76. № 12. С. 69.
33. *Бухман Н.С.* // РЭ. 2007. Т. 52. № 5. С. 593.
34. *Macke B., Ségard B.* // Phys. Rev. A. 2010. V. 82. № 2. P. 023816.
35. *Akulshin A.M., McLean R.J.* // J. Opt. 2010. V. 12. № 10. P. 104001.
36. *Fedorov V.Y., Nakajima T.* // Phys. Rev. Lett. 2011. V. 107. № 14. P. 143903.
37. *Малькин Г.Б., Романич Е.А.* // Оптика и спектроскопия. 2012. Т. 112. № 6. С. 920.
38. *Золотовский И.О., Минвалиев Р.Н., Семенов Д.И.* // Успехи физ. наук. 2013. Т. 183. № 12. С. 1353.
39. *Macke B., Ségard B.* // Phys. Rev. A. 2015. V. 91. № 5. P. 053814.
40. *Бухман Н.С.* // РЭ. 2016. Т. 61. № 12. С. 1148.
41. *Бухман Н.С.* // РЭ. 2019. Т. 64. № 3. С. 231.
42. *Крюковский А.С., Зайчиков И.В.* // Вест. Рос. НОУ. Сер. Сложные системы: модели, анализ и управление. 2007. № 2. С. 17.
43. *Крюковский А.С., Зайчиков И.В.* // Электромагн. волны и электрон. системы. 2008. Т. 13. № 8. С. 36.
44. *Аллин И.В., Крюковский А.С.* // Электромагн. волны и электрон. системы. 2007. Т. 12. № 8. С. 26.
45. *Macke B., Ségard B.* // Phys. Rev. A. 2016. V. 94. № 4. P. 043801.
46. *Бухман Н.С.* // Изв. вузов. Радиофизика. 2017. Т. 60. № 5. С. 467.
47. *Macke B., Ségard B.* // Phys. Rev. A. 2010. V. 81. № 1. P. 015803.
48. *Macke B., Ségard B.* // Phys. Rev. A. 2009. V. 80. № 1. P. 011803.
49. *Macke B., Ségard B.* // Phys. Rev. A. 2018. V. 97. № 6. P. 063830.
50. *Ravelo B.* // Microwaves Antennas Propagation. 2018. V. 12. № 1. P. 137.
51. *Ravelo B.* // Circuits, Devices, Systems. 2018. V. 12. № 2. P. 175.
52. *Wan F., Wang L., Ji Q., Ravelo B.* // IET Circuits, Devices, Systems. 2019. V. 13. № 2. P. 125.
53. *Wan F., Li N., Ge J., Ravelo B., Li B.* // IEEE Trans. 2019. V. CS-66. № 4. P. 562.
54. *Ravelo B.* // Int. J. RF and Microwave Computer-Aided Engineering. 2018. V. 28. № 9. P. 21414.
55. *Ravelo B.* // IEEE Trans. 2017. V. CS-64. № 9. P. 1052.
56. *Ravelo B., Lalléchère S., Thakur A. et al.* // AEU – Int. J. Electron. Commun. 2016. V. 70. № 9. P. 1122.
57. *Ravelo B.* // IEEE Trans. 2016. V. MTT-64. № 11. P. 3604.
58. *Ravelo B.* // IEEE Trans. 2016. V. CS-63. № 8. P. 738.
59. *Ravelo B.* // AEU – Int. J. Electron. Commun. 2014. V. 68. № 4. P. 282.
60. *Ravelo B.* // Adv. Electromagn. 2013. V. 2. № 1. P. 73.
61. *Ravelo B.* // Adv. Electromagn. 2013. V. 2. № 1. С. 44.
62. *Macke B., Ségard B.* // Phys. Rev. A. 2012. V. 86. № 1. P. 013837.
63. *Ravelo B.* // Electromagn. 2011. V. 31. № 8. P. 537.

64. *Ravelo B., De Blasi S.* // J. Microwaves, Optoelectron. Electromagn. Appl. 2011. V. 10. № 2. P. 355.
65. *Macke B., Ségard B.* // Opt. Commun. 2008. V. 281. № 1. P. 12.
66. *Macke B., Ségard B.* // Phys. Rev. A. 2006. V. 73. № 4. P. 1.
67. *Бухман Н.С.* // Докл. 5-й Всерос. микроволн. конф. М.: ИРЭ РАН, 2017. С. 15.
68. *Бухман Н.С.* // Докл. 5-й Всерос. микроволн. конф. М.: ИРЭ РАН, 2017. С. 20.
69. *Бухман Н.С.* // Докл. 5-й Всерос. микроволн. конф. М.: ИРЭ РАН, 2017. С. 25.
70. *Бухман Н.С.* Принцип причинности, неантропическое прогнозирование и сверхсветовая скорость распространения сигнала. Самара: СГАСУ, 2005.
71. *Бухман Н.С.* Распространение узкополосного сигнала в сильно диспергирующей среде. Самара: СГАСУ, 2004.
72. *Смирнов В.И.* Курс высшей математики. М.: Наука, 1974. Т. 3. Ч. 2.
73. *Васильев Д.В., Витоль Р.М., Горшенков Ю.Н. и др.* Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Радио и связь, 1982.
74. *Давидович М.В.* // ЖТФ. 2012. Т. 82. № 3. С. 15.
75. *Бухман Н.С.* // Оптика и спектроскопия. 2017. Т. 123. № 5. С. 770.

**ЭЛЕКТРОДИНАМИКА
И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН**

УДК 621.371.333;537.874.6

**ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ДИАГРАММНЫХ УРАВНЕНИЙ
К ЗАДАЧЕ ДИФРАКЦИИ НА ГРУППЕ СЛУЧАЙНО РАСПОЛОЖЕННЫХ
МАЛЫХ РАССЕЙВАТЕЛЕЙ**

© 2021 г. А. Г. Кюркчан^{a, b, c}, С. А. Маненков^{a, *}

^aМосковский технический университет связи и информатики,
ул. Авиамоторная, 8а, Москва, 111024 Российская Федерация

^bФрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
пл. Введенского, 1, Фрязино Московской обл., 141190 Российская Федерация

^cЦентральный научно-исследовательский институт связи,
1-й проезд Перова поля, 8, Москва, 111141 Российская Федерация

*E-mail: mail44471@mail.ru

Поступила в редакцию 07.07.2020 г.

После доработки 07.07.2020 г.

Принята к публикации 01.08.2020 г.

На основе метода диаграммных уравнений и метода малых возмущений предложена методика расчета усредненной диаграммы рассеяния на группе одинаковых бесконечных идеально отражающих цилиндров, имеющих случайные координаты и случайную ориентацию. Задача решена в предположении, что размеры сечений рассеивателей малы по сравнению с длиной волны и средним расстоянием между телами. Предполагается также, что среднеквадратическое отклонение координат рассеивателей мало по сравнению с длиной волны. Для тестирования метода произведено сравнение результатов расчета, полученных при помощи метода малых возмущений, с результатами, полученными при помощи непосредственного усреднения диаграммы рассеяния, для небольшого числа тел.

DOI: 10.31857/S003384942103013X

ВВЕДЕНИЕ

В литературе имеется большое количество публикаций, посвященных дифракции волн в случайно-неоднородных средах [1–4]. В данной работе исследуется двумерная задача дифракции волн на нескольких одинаковых рассеивателях в виде бесконечных цилиндров произвольного сечения, которые имеют случайные координаты и случайные углы поворота. Предполагается, что размеры сечений тел малы по сравнению с длиной волны и средним расстоянием между телами. Для решения задачи использован метод диаграммных уравнений (МДУ), который разработан ранее [5–7] и затем применялся к решению задач рассеяния волн одиночным телом [5], периодической решеткой [6], группой тел [7] и другим задачам. Преимуществом этого метода является то, что исходная задача дифракции сводится к нахождению диаграммы рассеяния волнового поля, а не к поиску токов на поверхности рассеивателей, как, например, в методе токовых интегральных уравнений [5–8], что позволяет получать более быстродействующие и более устойчивые алгоритмы.

Рассматриваемая задача дифракции решалась при помощи МДУ в так называемом одномодовом приближении [7, 9]. В такой формулировке задача может быть сведена к решению алгебраической системы относительно диаграмм рассеяния каждого тела, которые в данном приближении (точнее, в случае малости размеров сечения тела по сравнению с длиной волны) не зависят от угла наблюдения. При условии, что размеры сечений тел малы, удастся аналитически произвести усреднение диаграммы рассеяния по углам ориентации тел, которые предполагаются независимыми в совокупности случайными величинами (не зависящими от координат центров тел). При этом задача сводится к решению алгебраической системы, матрица которой и правая часть аналогичны матрице и правой части, соответствующим случаю дифракции на группе круговых рассеивателей с некоторым множителем, учитывающим форму тел.

Отметим, что даже в указанном одномодовом приближении усреднение диаграммы рассеяния по координатам центров тел с помощью непосредственного решения возникающей алгебраической системы относительно парциальных диа-

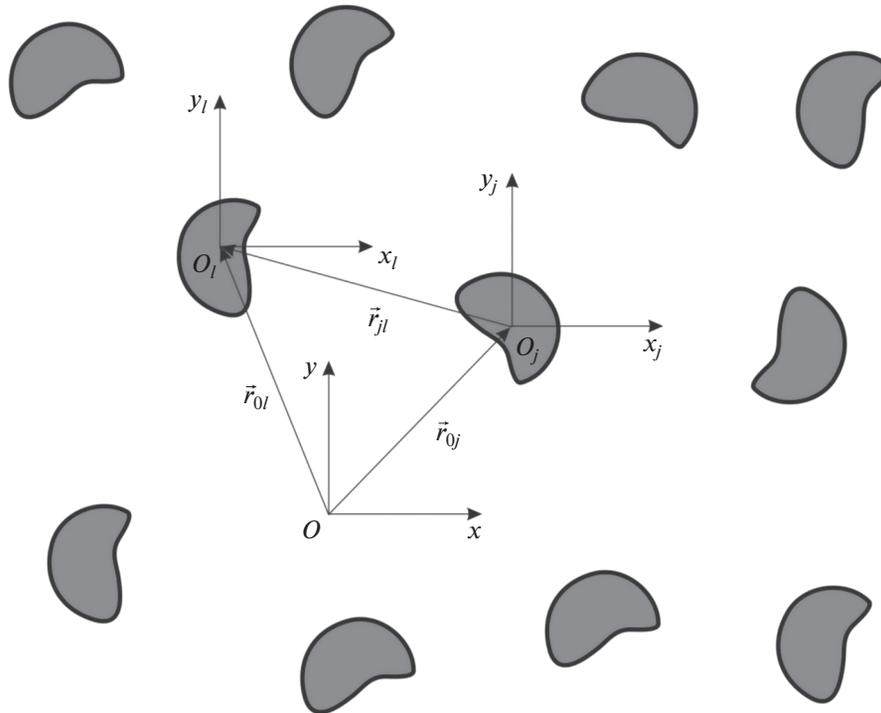


Рис. 1. Геометрия задачи.

грамм, является трудно осуществимой задачей из-за очень большого объема требуемых вычислений. Например, при усреднении диаграммы группы из десяти тел потребовалось бы вычисление двадцатикратных интегралов (без учета усреднения по углам ориентации тел). Поэтому приходится делать дополнительное предположение относительно малости отклонений координат центров тел от их средних значений. Для усреднения диаграммы рассеяния группы тел по координатам центров тел применялся метод малых возмущений (ММВ), аналогичный методу, изложенному в монографии [10]. С использованием указанного метода удастся получить усредненную диаграмму рассеяния с точностью до второго порядка относительно малого параметра $k\sigma$, где k – волновое число, а σ – среднеквадратическое отклонение координат центров тел от их средних значений. При таком подходе удастся добиться высокой скорости вычислений.

1. ВЫВОД ОСНОВНЫХ СООТНОШЕНИЙ

Рассмотрим математическую постановку задачи. Пусть имеется группа из N случайно расположенных одинаковых бесконечно длинных цилиндров произвольного сечения, образующие которых параллельны оси z (см. рис. 1). Предположим, что электромагнитное поле имеет только одну составляющую, параллельную этой оси: $u = E_z(x, y)$. Будем считать, что на контурах, ограничивающих сечения тел, поле удовлетворяет однородному условию Дирихле:

$$u|_{S_j} = 0, \quad j = 1, 2, \dots, N, \quad (1)$$

где S_j – контур, ограничивающий сечение j -го тела. При этом координаты “центров” (x_{0j}, y_{0j}) рассеивателей являются независимыми случайными величинами, которые распределены по усеченному нормальному закону [4]

$$w_j(x_{0j}, y_{0j}) = \begin{cases} C_j \exp\left(-\left((x_{0j} - \bar{x}_{0j})^2 + (y_{0j} - \bar{y}_{0j})^2\right)/2\sigma^2\right), & |x_{0j}| \leq L_1, \quad |y_{0j}| \leq L_2, \\ 0, & \text{в других случаях,} \end{cases} \quad (2)$$

где $j = 1, 2, \dots, N$. Величины C_j определяются из условия нормировки. В дальнейшем будем считать, что $L_{1,2} \gg \sigma$ и значения величин $L_{1,2}$ таковы,

что границы группы тел расположены “далеко” от точек с координатами $(\bar{x}_{0j}, \bar{y}_{0j})$. В результате закон распределения (2) будет близок к нормально-

му закону и $\langle x_{0j} \rangle \approx \bar{x}_{0j}$, $\langle y_{0j} \rangle \approx \bar{y}_{0j}$, $j = 1, 2, \dots, N$. Предположим также, что контуры S_j повернуты на случайные углы α_j , распределенные равномерно на интервале $[0, 2\pi]$, которые независимы между собой и независимы от координат (x_{0j}, y_{0j}) . Таким образом, в полярной системе координат, связанной с j -м телом, уравнение контура цилиндра имеет вид

$$r_j = \rho(\varphi_j + \alpha_j), \quad (3)$$

где вид функции $\rho(\varphi)$ не зависит от номера тела и $\rho(\varphi)$ не является случайной величиной. В качестве первичного поля рассмотрим плоскую волну

$$u^0 = \exp(-ikx \cos \varphi_0 - iky \sin \varphi_0), \quad (4)$$

где φ_0 — угол падения волны, k — волновое число.

В соответствии с МДУ запишем полное поле вне рассматриваемых цилиндрических тел в виде

$$u = u^0 + \sum_{j=1}^N u_j^1, \quad (5)$$

где u_j^1 — поле, рассеянное j -м телом. При этом рассеянные поля u_j^1 могут быть представлены в виде [5, 8]

$$u_j^1(r_j, \varphi_j) = \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2} - i\infty}^{\frac{\pi}{2} + i\infty} g_j(\psi + \varphi_j) \exp(-ikr_j \cos \psi) d\psi. \quad (6)$$

Парциальная диаграмма j -го тела имеет вид [5, 8]

$$g_j(\varphi_j) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{jn} \exp(in\varphi_j), \quad (7)$$

где

$$a_{jm} = \frac{i}{4} \int_0^{2\pi} v_j(\varphi_j) J_m(k\rho_j(\varphi_j)) \exp\left(-im\left(\varphi_j - \frac{\pi}{2}\right)\right) d\varphi_j, \quad (8)$$

$$v_j = \left[\rho_j \frac{\partial u}{\partial r_j} - \frac{\rho_j'}{\rho_j} \frac{\partial u}{\partial \varphi_j} \right]_{r_j=\rho_j(\varphi_j)}.$$

Подставив далее формулы (5) и (6) в соотношение (8), с учетом (7) получим следующую алгебраическую систему относительно коэффициентов a_{jm} [7, 8]:

$$a_{jm} = a_{jm}^0 + \sum_{l=1}^N \sum_{n=-\infty}^{\infty} G_{mn,jl} a_{ln}, \quad j = 1, \dots, N, \quad (9)$$

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots,$$

где

$$G_{mn,jl} = G_{mn,jj}^{\infty} \delta_{jl} + \sum_{p=-\infty}^{\infty} G_{mp,jj}^E G_{pn,jl}^I (1 - \delta_{jl}), \quad (10)$$

$$G_{mn,jj}^{\infty} = \frac{i^{m-n}}{4} \int_0^{2\pi} J_m(k\rho_j) \left[ik\rho_j(\varphi_j) H_n^{(2)'}(k\rho_j) + n \frac{\rho_j'(\varphi_j)}{\rho_j(\varphi_j)} H_n^{(2)}(k\rho_j) \right] \exp(i(n-m)\varphi_j) d\varphi_j, \quad (11)$$

$$G_{mp,jj}^E = \frac{i^m}{4} \int_0^{2\pi} J_m(k\rho_j) \left[ik\rho_j(\varphi_j) J_p'(k\rho_j) + p \frac{\rho_j'(\varphi_j)}{\rho_j(\varphi_j)} J_p(k\rho_j) \right] \exp(i(p-m)\varphi_j) d\varphi_j, \quad (12)$$

$$G_{pn,jl}^I = i^{-n} H_{n-p}^{(2)}(kr_{lj}) \exp(i(n-p)\varphi_{lj}), \quad j \neq l, \quad (13)$$

$$a_{mj}^0 = \sum_{p=-\infty}^{\infty} G_{mp,jj}^E i^{-p} \exp(-ip\varphi_0) \kappa_j^0, \quad (14)$$

$$\kappa_j^0 = \exp(-ikx_{0j} \cos \varphi_0 - iky_{0j} \sin \varphi_0). \quad (15)$$

В формулах (10)–(15) r_{lj} — расстояние между рассеивателями с номерами j и l , φ_{jl} — полярный угол в l -й системе координат начала координат j -го тела, δ_{jl} — символ Кронекера.

В предположении, что все тела имеют малое сечение по сравнению с длиной волны, можно считать, что парциальные диаграммы не зависят от угла наблюдения, т.е. [7, 9]

$$g_j(\varphi_j) \approx a_{j0} \equiv a_j. \quad (16)$$

Действительно, если, например, рассматривается задача дифракции на тонком круговом бесконечном цилиндре радиусом a ($ka \ll 1$), то, как хорошо известно, диаграмма рассеяния имеет вид

$$g(\varphi) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp(in\varphi), \quad (17)$$

где $c_n = -\frac{J_n(ka)}{H_n^{(2)}(ka)}$.

Из асимптотик функций Бесселя следует, что $c_n = O((ka)^{2|n|})$, $n = \pm 1, \pm 2, \dots$. Таким образом, в разложении диаграммы можно ограничиться только нулевым членом. Назовем данный подход одно-модовым приближением. Отметим, что одно-модовое приближение позволяет моделировать характеристики рассеяния тел (в том числе с учетом взаимодействия между ними) с приемлемой точностью при характерных размерах рассеивателя до $kd \sim 1$ [8, 9]. Более жесткие ограничения на размеры рассеивателя накладывает ММВ [10].

Итак, рассмотрим решение задачи в одно-
довом приближении. В результате система (9)
примет вид

$$a_j = a_j^0 + G_0^\infty a_j + \sum_{l=1}^N G_{jl} a_l, \quad j = 1, \dots, N, \quad (18)$$

$$G_0^\infty = \frac{i}{4} \int_0^{2\pi} k\rho(\varphi) J_0(k\rho) H_0^{(2)'}(k\rho) d\varphi, \quad (19)$$

$$G_{jl} = \sum_{p=-\infty}^{\infty} G_{0p,jj}^E G_{p0,jl}^I (1 - \delta_{jl}), \quad (20)$$

$$a_j^0 = \sum_{p=-\infty}^{\infty} G_{0p,jj}^E i^{-p} \exp(-ip\varphi_0) \kappa_j^0, \quad (21)$$

$$G_{0p,jj}^E = \frac{1}{4} \int_0^{2\pi} J_0(k\rho) \left[ik\rho(\varphi) J_p'(k\rho) + \right. \\ \left. + p \frac{\rho'(\varphi)}{\rho(\varphi)} J_p(k\rho) \right] \exp(ip\varphi) d\varphi \exp(-ip\alpha_j) \equiv \\ \equiv g_p^E \exp(-ip\alpha_j). \quad (22)$$

Здесь мы учли, что выполняется равенство (3),
т.е. контуры всех тел отличаются поворотом на
некоторый угол. Далее при условии $ka \ll 1$ (a –
характерный радиус сечения тел в группе) имеем

$$g_p^E = \frac{1}{4} \int_0^{2\pi} J_0(k\rho) \left[ik\rho(\varphi) J_p'(k\rho) + \right. \\ \left. + p \frac{\rho'(\varphi)}{\rho(\varphi)} J_p(k\rho) \right] \exp(ip\varphi) d\varphi \approx \\ \approx \frac{1}{p! 2^{p+2}} \int_0^{2\pi} J_0(k\rho) \rho(k\rho)^p \left[i + \frac{\rho'(\varphi)}{\rho(\varphi)} \right] \times \\ \times \exp(ip\varphi) d\varphi = \frac{1}{p! 2^{p+2}} \\ \times \int_0^{2\pi} k\rho' J_1(k\rho) (k\rho)^p \exp(ip\varphi) d\varphi. \quad (23)$$

Последний интеграл получен интегрированием
по частям. В результате величины g_p^E имеют поряд-
док $O((ka)^{|p|+2})$.

Перейдем к нахождению усредненной диа-
граммы всей группы случайно расположенных
тел. Перепишем систему (18) в виде

$$a_j = b_j + \sum_{l=1}^N Q_{jl} a_l, \quad j = 1, \dots, N, \quad (24)$$

где

$$b_j = \frac{a_j^0}{1 - G_0^\infty}, \quad Q_{jl} = \frac{G_{jl}}{1 - G_0^\infty}. \quad (25)$$

Для нахождения усредненной диаграммы запи-
шем систему (24) в матричной форме:

$$\mathbf{a} = \mathbf{b} + \mathbf{Qa}, \quad (26)$$

где $\mathbf{Q} = \|Q_{jl}\|$, $\mathbf{b} = \|b_j\|$, $\mathbf{a} = \|a_j\|$, $j, l = \overline{1, N}$. Усредним
вначале искомую диаграмму рассеяния по углам
ориентации тел α_j . Для этого применим метод
итераций к системе (26). В результате получим

$$\mathbf{a} = \mathbf{b} + \mathbf{Qb} + \mathbf{Q}^2\mathbf{b} + \dots, \quad (27)$$

Отметим, что, например, третье слагаемое в этой
сумме соответствует двукратному рассеянию на
группе тел [11]. Далее, диаграмма всей группы тел
имеет вид

$$g(\varphi) = \sum_{j=1}^N a_j \kappa_j, \quad (28)$$

где $\kappa_j = \exp(ikx_{0j} \cos \varphi +iky_{0j} \sin \varphi)$. Подставим
выражения для коэффициентов a_j из формулы (27)
в соотношение (28). В результате усреднения по
углам ориентации полученного выражения будем
иметь

$$\langle g(\varphi) \rangle_\alpha = \sum_{j=1}^N \langle a_j \rangle_\alpha \kappa_j = \tilde{g}_0^E \sum_{j=1}^N \kappa_j \kappa_j^0 + \\ + \sum_{j=1}^N \sum_{l=1}^N \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} i^{-q} \exp(-iq\varphi_0) \tilde{g}_p^E \tilde{g}_q^E G_{p0,jl}^I \kappa_j \kappa_l^0 \times \\ \times \langle \exp(-ip\alpha_j - iq\alpha_l) \rangle_\alpha + \\ + \sum_{j=1}^N \sum_{l=1}^N \sum_{s=1}^N \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} i^{-q} \times \\ \times \exp(-iq\varphi_0) \tilde{g}_p^E \tilde{g}_i^E \tilde{g}_q^E G_{p0,js}^I G_{i0,sl}^I \kappa_j \kappa_l^0 \times \\ \times \langle \exp(-ip\alpha_j - i\alpha_s - iq\alpha_l) \rangle_\alpha + \dots, \quad (29)$$

где $\tilde{g}_p^E = \frac{g_p^E}{1 - G_0^\infty}$. Учтем, что случайные величины
 α_j и α_l независимы при $j \neq l$. Тогда

$$\langle g(\varphi) \rangle_\alpha = \tilde{g}_0^E \sum_{j=1}^N \kappa_j \kappa_j^0 + (\tilde{g}_0^E)^2 \sum_{j=1}^N \sum_{l=1}^N G_{00,jl}^I \kappa_j \kappa_l^0 + \\ + \tilde{g}_0^E \sum_{j=1}^N \sum_{l=1}^N \sum_{s=1}^N \left(\delta_{jl} G_{00,sl}^I \sum_{p=-\infty}^{\infty} i^p \exp(ip\varphi_0) \tilde{g}_p^E \tilde{g}_{-p}^E G_{p0,js}^I + \right. \\ \left. + (1 - \delta_{jl}) (\tilde{g}_0^E)^2 G_{00,js}^I G_{00,sl}^I \right) \kappa_j \kappa_l^0 + \dots \quad (30)$$

С использованием формулы (23) имеем $g_p^E g_{-p}^E =$
 $= O((ka)^{2|p|+4})$ и поэтому при малых ka члены ряда
с индексами $p = \pm 1$ в третьей сумме в формуле (30)
на два порядка меньше нулевого члена ряда, а

остальные члены с большими значениями индекса p будут иметь еще больший порядок малости. Очевидно, что в последующих суммах аналогичные слагаемые также будут малы. Поэтому, пренебрегая этими величинами в формуле (30), получим

$$\begin{aligned} \langle g(\varphi) \rangle_\alpha = & \tilde{g}_0^E \sum_{j=1}^N \kappa_j \kappa_j^0 + \left(\tilde{g}_0^E \right)^2 \sum_{j=1}^N \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq j}}^N H_0^{(2)}(kr_{lj}) \kappa_j \kappa_l^0 + \\ & + \left(\tilde{g}_0^E \right)^3 \sum_{j=1}^N \sum_{l=1}^N \sum_{\substack{s=1 \\ s \neq j, l}}^N H_0^{(2)}(kr_{sj}) H_0^{(2)}(kr_{ls}) \kappa_j \kappa_l^0 + \dots \end{aligned} \quad (31)$$

Нетрудно видеть, что усредненная диаграмма получается подстановкой в формулу (28) коэффициентов a_j , удовлетворяющих алгебраической системе вида (24), в которой

$$Q_{jl} = \tilde{g}_0^E H_0^{(2)}(kr_{jl})(1 - \delta_{jl}), \quad b_j = \tilde{g}_0^E \kappa_j^0. \quad (32)$$

Здесь мы не стали вводить новые обозначения для усредненных по углам ориентации коэффициентов a_j , матричных элементов и правых частей. В полученной системе случайными являются величины r_{ij} и κ_j^0 , которые зависят от координат центров тел.

Рассмотрим теперь вопрос об усреднении диаграммы рассеяния по координатам центров тел. Предположим, что выполняются два условия. Во-первых, размер сечений тел a в группе мал по сравнению с длиной волны и, во-вторых, $k\sigma \ll 1$, т.е. величина среднего отклонения координат центров тел мала по сравнению с длиной волны. Предположим также, что $a \ll \sigma$. Для нахождения средней диаграммы применим подход, основанный на методе малых возмущений. Этот метод близок к методу возмущений, разработанному в монографии [10] применительно к задаче дифракции на статистически неровной поверхности. Будем вновь исходить из матричной записи (26) алгебраической системы вида (24) для усредненных по углам ориентации тел коэффициентов a_j . Разложим следующие величины по степеням малого параметра $k\sigma$ до второго порядка включительно:

$$\begin{aligned} \mathbf{a} &= \mathbf{a}^{(0)} + \mathbf{a}^{(1)} + \mathbf{a}^{(2)}, \\ \mathbf{Q} &= \mathbf{Q}^{(0)} + \mathbf{Q}^{(1)} + \mathbf{Q}^{(2)}, \\ \mathbf{b} &= \mathbf{b}^{(0)} + \mathbf{b}^{(1)} + \mathbf{b}^{(2)}, \\ \mathbf{k} &= \mathbf{k}^{(0)} + \mathbf{k}^{(1)} + \mathbf{k}^{(2)}, \end{aligned} \quad (33)$$

где $\mathbf{k} = \|\kappa_j\|$, $j = \overline{1, N}$. При этом первые слагаемые $\mathbf{Q}^{(0)}$, $\mathbf{b}^{(0)}$, $\mathbf{k}^{(0)}$ берутся при $x_{0j} = \langle x_{0j} \rangle$, $y_{0j} = \langle y_{0j} \rangle$ и т.д. Вторые и третьи слагаемые в формуле (33) получаются с помощью разложения величин \mathbf{Q} , \mathbf{b} и \mathbf{k} в ряд Тейлора по координатам $x_{0j}, y_{0j}, x_{0l}, y_{0l}$ в

окрестности $x_{0j} = \langle x_{0j} \rangle$, $y_{0j} = \langle y_{0j} \rangle$ и т.д., до членов второго порядка.

Подставим далее первые три выражения в формуле (33) в систему вида (26) относительно усредненных по углам ориентации тел коэффициентов a_j и приравняем в полученном равенстве величины одинаковых порядков. В результате получим

$$\begin{aligned} \mathbf{a}^{(0)} &= \mathbf{b}^{(0)} + \mathbf{Q}^{(0)} \mathbf{a}^{(0)}, \\ \mathbf{a}^{(1)} &= \mathbf{b}^{(1)} + \mathbf{Q}^{(0)} \mathbf{a}^{(1)} + \mathbf{Q}^{(1)} \mathbf{a}^{(0)}, \\ \mathbf{a}^{(2)} &= \mathbf{b}^{(2)} + \mathbf{Q}^{(0)} \mathbf{a}^{(2)} + \mathbf{Q}^{(1)} \mathbf{a}^{(1)} + \mathbf{Q}^{(2)} \mathbf{a}^{(0)}. \end{aligned} \quad (34)$$

Далее заменим во втором и третьем уравнении в (34) величину $\mathbf{a}^{(0)}$ на величину $\langle \mathbf{a} \rangle = \mathbf{a}^{(0)} + \langle \mathbf{a}^{(2)} \rangle$. При этом мы допускаем погрешность порядка $(k\sigma)^3$ и $(k\sigma)^4$ соответственно. Отметим, что мы неявно предполагаем, что средние от величин первого порядка малости равны нулю. Это будет соблюдаться, например, при условии, что координаты тел распределены по нормальному закону или близкому к нему (см. Введение). Усредняя первое и третье уравнения в формуле (34) по координатам и складывая полученные равенства, найдем

$$\langle \mathbf{a} \rangle = \langle \mathbf{b} \rangle + \langle \mathbf{Q} \rangle \langle \mathbf{a} \rangle + \langle \mathbf{Q}^{(1)} \mathbf{a}^{(1)} \rangle, \quad (35)$$

$$\mathbf{a}^{(1)} = \mathbf{L} \left(\mathbf{b}^{(1)} + \mathbf{Q}^{(1)} \langle \mathbf{a} \rangle \right), \quad (36)$$

где мы обозначили

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{Q} \rangle &= \langle \mathbf{Q}^{(0)} \rangle + \langle \mathbf{Q}^{(2)} \rangle, \quad \langle \mathbf{b} \rangle = \langle \mathbf{b}^{(0)} \rangle + \langle \mathbf{b}^{(2)} \rangle, \\ \mathbf{L} &= (\mathbf{E} - \mathbf{Q}^{(0)})^{-1}. \end{aligned} \quad (37)$$

В последней формуле через \mathbf{E} обозначена единичная матрица. Подставим далее равенство (36) в формулу (35). В результате получим алгебраическую систему для вектора усредненных коэффициентов диаграммы

$$\langle \mathbf{a} \rangle = \langle \tilde{\mathbf{b}} \rangle + \langle \tilde{\mathbf{Q}} \rangle \langle \mathbf{a} \rangle, \quad (38)$$

в которой

$$\langle \tilde{\mathbf{Q}} \rangle = \langle \mathbf{Q} \rangle + \langle \mathbf{Q}^{(1)} \mathbf{L} \mathbf{Q}^{(1)} \rangle, \quad (39)$$

$$\langle \tilde{\mathbf{b}} \rangle = \langle \mathbf{b} \rangle + \langle \mathbf{Q}^{(1)} \mathbf{L} \mathbf{b}^{(1)} \rangle. \quad (40)$$

Таким образом, матрица этой системы и ее правая часть не случайны, что позволяет легко найти усредненную диаграмму с точностью до величин второго порядка малости относительно $k\sigma$. Действительно, для усредненной диаграммы имеем (см. формулу (28)):

$$\begin{aligned} \langle g(\varphi) \rangle &= \langle \mathbf{k}^T \mathbf{a} \rangle \approx \langle \mathbf{k}^T \rangle \langle \mathbf{a} \rangle + \langle \mathbf{k}^{(1)T} \mathbf{a}^{(1)} \rangle = \\ &= \langle \mathbf{k}^{(1)T} \mathbf{L} \mathbf{b}^{(1)} \rangle + \left(\langle \mathbf{k}^T \rangle + \langle \mathbf{k}^{(1)T} \mathbf{L} \mathbf{Q}^{(1)} \rangle \right) \langle \mathbf{a} \rangle, \end{aligned} \quad (41)$$

где $\langle \mathbf{k} \rangle = \mathbf{k}^{(0)} + \langle \mathbf{k}^{(2)} \rangle$, T – операция транспонирования. Отметим, что в формуле (41) мы использовали приближенное равенство

$$\langle (\mathbf{k}^{(0)} + \mathbf{k}^{(2)})^T (\mathbf{a}^{(0)} + \mathbf{a}^{(2)}) \rangle \approx \langle \mathbf{k}^T \rangle \langle \mathbf{a} \rangle. \quad (42)$$

При такой замене левой части в формуле (42) мы делаем ошибку порядка $(k\sigma)^4$. Аналогично, в силу того что мы заменили в формулах (34) $\mathbf{a}^{(0)}$ на величину $\langle \mathbf{a} \rangle$, также допускаем погрешность порядка $(k\sigma)^4$ в формуле (42). Таким образом, формулы (38)–(41) дают решение рассматриваемой задачи с точностью до второго порядка малости по параметру $k\sigma$.

Отметим, что поскольку закон распределения координат центров тел близок к нормальному закону, а также из определения величин $Q_{jl}^{(1)}, b_j^{(1)}$ и т.д. вытекает, что все средние величины, входящие в формулы (38)–(41) линейно выражаются через дисперсии $\sigma_{xj}^2, \sigma_{yj}^2$ координат x_{0j}, y_{0j} , которые приближенно равны σ^2 . Мы не приводим здесь соответствующие формулы. В результате при расчете усредненной диаграммы по формулам (38)–(41) не требуется вычислять многократные интегралы, которые возникали бы при непосредственном усреднении диаграммы рассеяния, с использованием строгого решения системы (9) или (18). Поэтому скорость вычисления усредненной диаграммы, очевидно, будет существенно выше, при применении рассматриваемого подхода.

2. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Рассмотрим результаты численного моделирования. На рис. 2 изображены угловые зависимости модуля усредненной диаграммы рассеяния, полученные при помощи непосредственного решения алгебраической системы (9) и при помощи ММВ, изложенного выше. Рассматривалась дифракция на группе из трех случайно расположенных круговых цилиндров радиусом $ka = 0.1$. Максимальные размеры “облака” составляли $2kL_1 = 2kL_2 = 10$. Параметр $k\sigma = 0.25$. Средние значения координат $(\bar{x}_{0j}, \bar{y}_{0j})$ центров тел были выбраны так, чтобы цилиндры образовали равносторонний треугольник, а именно $k\bar{x}_{01} = -2.5, k\bar{x}_{02} = 0, k\bar{x}_{03} = 2.5, k\bar{y}_{01} = k\bar{y}_{03} = 0, k\bar{y}_{02} = 5\sqrt{3}/2$. Штриховой кривой на рисунке изображена угловая зависимость “невозмущенной” диаграммы рассеяния, которая соответствует дифракции на группе цилиндров, имеющих неслучайные координаты, равные средним значениям $(\bar{x}_{0j}, \bar{y}_{0j})$. Отметим, что усреднение диаграммы производилось непосредственно при помощи решения алгебраической системы (9), причем мы брали максимально три первых члена

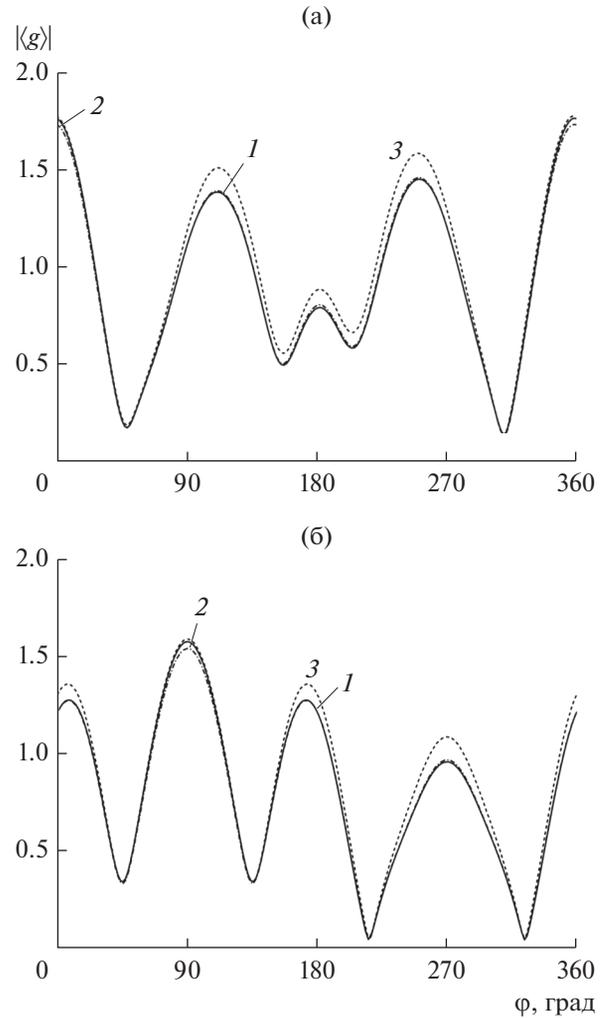


Рис. 2. Угловая зависимость усредненной диаграммы рассеяния группы из трех круговых цилиндров для двух углов падения $\varphi_0 = 0^\circ$ (а) и $\varphi_0 = 90^\circ$ (б): 1 – строгое решение задачи, 2 – метод на основе ММВ, 3 – зависимость “невозмущенной” диаграммы.

в разложении парциальной диаграммы (7). Как видно из рисунков, результаты усреднения диаграммы с использованием точного решения системы (9) и ММВ практически совпадают.

На рис. 3 представлены угловые зависимости модуля усредненной диаграммы рассеяния для “облака”, образованного тремя случайно расположенными эллиптическими цилиндрами с полуосями $ka = 0.1, kb = 0.05$. Остальные параметры задачи были такие же, как и для рис. 2. Штриховой кривой на рисунке изображена зависимость “невозмущенной” диаграммы $\langle g(\varphi) \rangle_\alpha$, усредненной по углам ориентации тел (при этом координаты центров тел выбирались равными $(\bar{x}_{0j}, \bar{y}_{0j})$). В рассматриваемом случае усреднение диаграммы по координатам центров тел и по углам ориентации

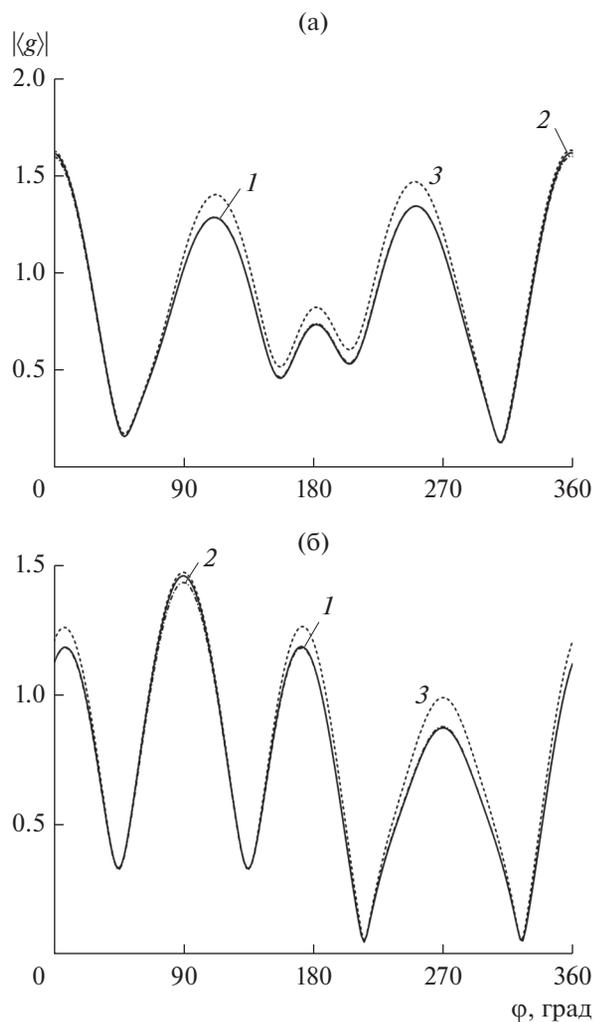


Рис. 3. Угловая зависимость усредненной диаграммы рассеяния группы из трех эллиптических цилиндров для двух углов падения $\varphi_0 = 0^\circ$ (а) и $\varphi_0 = 90^\circ$ (б): 1 – строгое решение задачи, 2 – метод на основе ММВ, 3 – зависимость “невозмущенной” диаграммы $\langle g(\varphi) \rangle_\alpha$.

вновь осуществлялось непосредственно при помощи решения алгебраической системы (9), причем для усреднения диаграммы требовалось вычисление девятикратных интегралов. Как видно из приведенных рисунков, имеется хорошая точность при использовании ММВ как в случае “осевого” падения (при $\varphi_0 = 90^\circ$), так и в случае падения плоской волны перпендикулярно оси симметрии указанного выше треугольника.

На рис. 4 показаны угловые зависимости модуля усредненной диаграммы рассеяния для группы из четырех случайно расположенных круговых (радиуса $ka = 0.1$), а на рис. 5 – эллиптических цилиндров (с полуосями $ka = 0.1$, $kb = 0.05$). Максимальные размеры “облака” составляли $2kL_1 = 2kL_2 = 10$, параметр $k\sigma = 0.25$. Средние

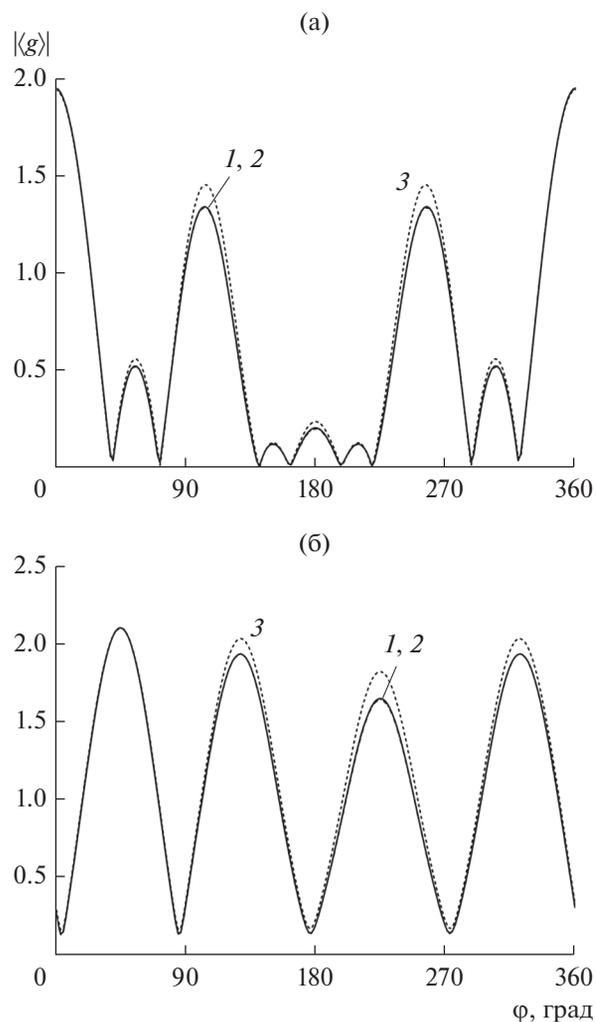


Рис. 4. Угловая зависимость усредненной диаграммы рассеяния группы из четырех круговых цилиндров для двух углов падения $\varphi_0 = 0^\circ$ (а) и $\varphi_0 = 45^\circ$ (б): 1 – решение задачи, основанное на использовании системы (18), 2 – метод на основе ММВ, 3 – зависимость “невозмущенной” диаграммы. Одномодовое приближение.

значения координат центров тел были равны $k\bar{x}_{01} = k\bar{x}_{03} = -2.5$, $k\bar{x}_{02} = k\bar{x}_{04} = 2.5$, $k\bar{y}_{01} = k\bar{y}_{02} = -2.5$, $k\bar{y}_{03} = k\bar{y}_{04} = 2.5$. Сплошная кривая иллюстрирует поведение усредненной диаграммы, полученной в одномодовом приближении с помощью непосредственного усреднения решения системы (18). Штриховой кривой на рисунке изображена угловая зависимость “невозмущенной” диаграммы рассеяния (полученной также в одномодовом приближении), которая соответствует дифракции на группе цилиндров, имеющих неслучайные координаты, равные средним значениям $(\bar{x}_{0j}, \bar{y}_{0j})$. В силу большого объема вычислений мы не сравнивали решение, получен-

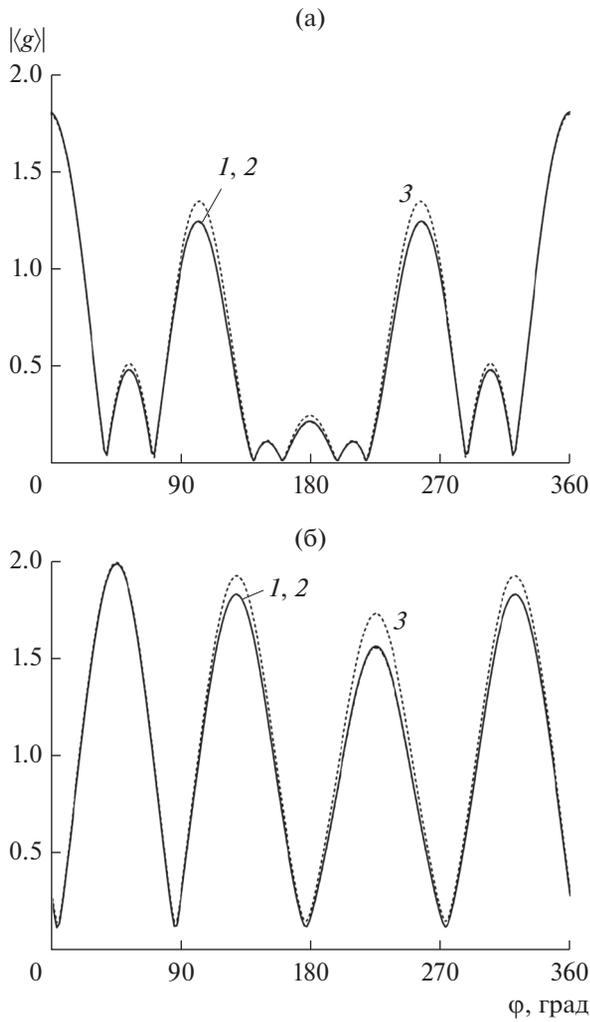


Рис. 5. Угловая зависимость усредненной диаграммы рассеяния группы из четырех эллиптических цилиндров для двух углов падения $\varphi_0 = 0^\circ$ (а) и $\varphi_0 = 45^\circ$ (б): 1 – решение задачи, основанное на использовании системы (18), 2 – метод на основе ММВ, 3 – зависимость “невозмущенной” диаграммы. Одномодовое приближение.

ное с использованием ММВ, и точное решение исходной системы (9), а ограничились одномодовым приближением. Как видно, кривые 1 и 2 практически совпадают.

Рассмотрим результаты расчетов для большого количества тел в “облаке”. В связи с тем, что для большого количества тел практически невозможно непосредственное усреднение диаграммы рассеяния (как решение систем (9) или (18)), мы сравнили реализацию диаграммы рассеяния для некоторого фиксированного набора значений координат центров тел в группе. На рис. 6 приведены угловые зависимости модуля диаграммы рассеяния группы из 16 круговых цилиндров радиусом $ka = 0.1$, полученные с использованием ММВ и решением алгебраической системы (9)

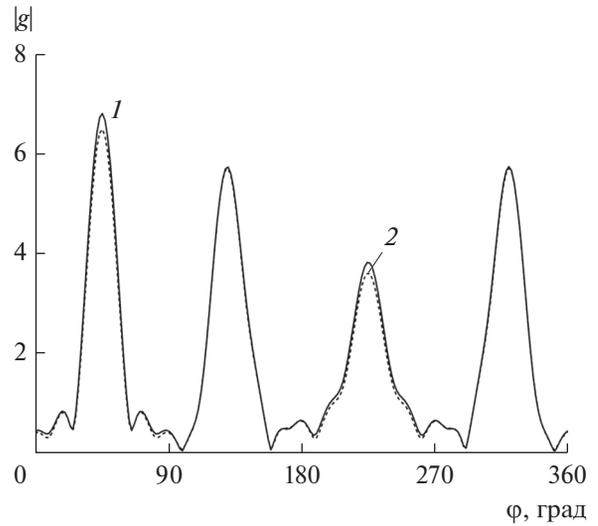


Рис. 6. Угловая зависимость диаграммы рассеяния группы из 16 круговых цилиндров: 1 – метод на основе ММВ, 2 – строгое решение задачи.

(учитывали три первых члена в разложении парциальной диаграммы (7)). Максимальные размеры “облака” составляли $2kL_1 = 2kL_2 = 20$. Координаты центров тел были выбраны равными

$$\begin{aligned}
 kx_{01} &= -7.5 - k\sigma, & kx_{02} &= -2.5 + k\sigma, \\
 kx_{03} &= 2.5 - k\sigma, & kx_{04} &= 7.5 + k\sigma, \\
 kx_{05} &= -7.5 + k\sigma, & kx_{06} &= -2.5 - k\sigma, \\
 kx_{07} &= 2.5 + k\sigma, & kx_{08} &= 7.5 - k\sigma, \\
 kx_{09} &= -7.5 - k\sigma, & kx_{010} &= -2.5 + k\sigma, \\
 kx_{011} &= 2.5 - k\sigma, & kx_{012} &= 7.5 + k\sigma, \\
 kx_{013} &= -7.5 + k\sigma, & kx_{014} &= -2.5 - k\sigma, \\
 kx_{015} &= 2.5 + k\sigma, & kx_{016} &= 7.5 - k\sigma,
 \end{aligned} \tag{43}$$

$$\begin{aligned}
 ky_{01} &= -7.5 - k\sigma, & ky_{02} &= -7.5 + k\sigma, \\
 ky_{03} &= -7.5 - k\sigma, & ky_{04} &= -7.5 + k\sigma, \\
 ky_{05} &= -2.5 + k\sigma, & ky_{06} &= -2.5 - k\sigma, \\
 ky_{07} &= -2.5 + k\sigma, & ky_{08} &= -2.5 - k\sigma, \\
 ky_{09} &= 2.5 - k\sigma, & ky_{010} &= 2.5 + k\sigma, \\
 ky_{011} &= 2.5 - k\sigma, & ky_{012} &= 2.5 + k\sigma, \\
 ky_{013} &= 7.5 + k\sigma, & ky_{014} &= 7.5 - k\sigma, \\
 ky_{015} &= 7.5 + k\sigma, & ky_{016} &= 7.5 - k\sigma,
 \end{aligned} \tag{44}$$

где $k\sigma = 0.25$. Угол падения плоской волны $\varphi_0 = 45^\circ$. Заметим, что, так как в данном случае рассматривается не усредненная диаграмма, для применения ММВ необходимо изменить алгоритм решения задачи. А именно мы исходим вновь из формул (34). Однако теперь применяем “стандартный” ММВ, решая сначала систему из первого равенства в (34), т.е.

$$\mathbf{a}^{(0)} = \mathbf{Lb}^{(0)}. \tag{45}$$

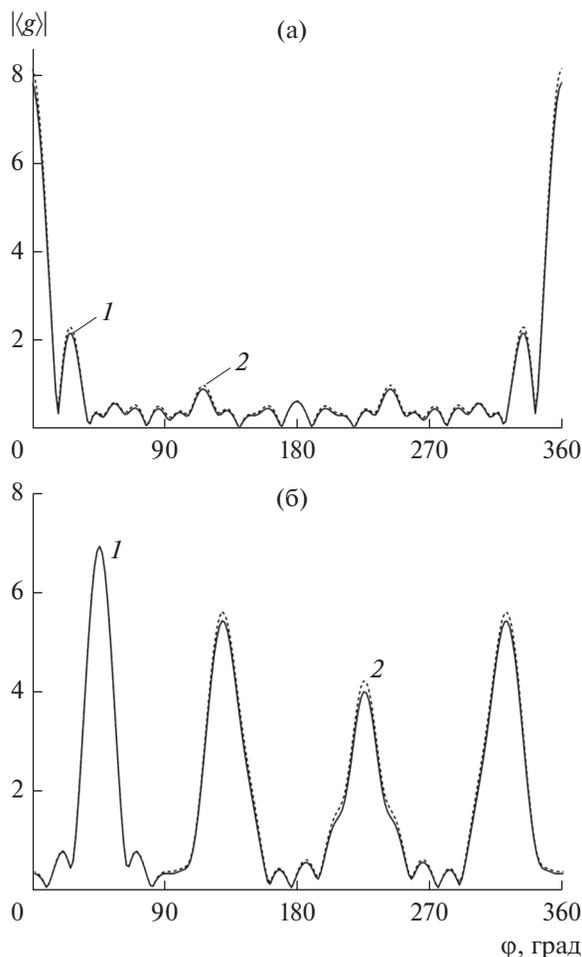


Рис. 7. Угловая зависимость усредненной диаграммы рассеяния группы из 16 круговых цилиндров для двух углов падения $\varphi_0 = 0^\circ$ (а) и $\varphi_0 = 45^\circ$ (б): 1 – метод на основе ММВ, 2 – зависимость “невозмущенной” диаграммы.

Затем подставляем это решение в следующую формулу в (34), откуда

$$\mathbf{a}^{(1)} = \mathbf{Lb}^{(1)} + \mathbf{LQ}^{(1)}\mathbf{a}^{(0)} = \mathbf{Lb}^{(1)} + \mathbf{LQ}^{(1)}\mathbf{Lb}^{(0)}. \quad (46)$$

Наконец из третьего уравнения получим

$$\begin{aligned} \mathbf{a}^{(2)} &= \mathbf{Lb}^{(2)} + \mathbf{LQ}^{(1)}\mathbf{a}^{(1)} + \mathbf{LQ}^{(2)}\mathbf{a}^{(0)} = \\ &= \mathbf{LQ}^{(1)}\mathbf{Lb}^{(1)} + \mathbf{Lb}^{(2)} + \mathbf{LQ}^{(1)}\mathbf{LQ}^{(1)}\mathbf{Lb}^{(0)} + \mathbf{LQ}^{(2)}\mathbf{Lb}^{(0)}. \end{aligned} \quad (47)$$

При таком подходе получаем диаграмму, по крайней мере, с ошибкой порядка $(k\sigma)^3$. Учитывая, что число тел в группе достаточно велико, ошибка может иметь большие значения. Рисунок 6 иллюстрирует это утверждение. Однако при усреднении диаграммы ошибка должна быть существенно меньше, что показывают рис. 2–5.

На рис. 7 приведены угловые зависимости модуля усредненной диаграммы группы из 16 круговых цилиндров, описанной выше. При этом средние значения координат центров тел получаются из формул (43) и (44) при $\sigma = 0$. Штриховой кривой показана зависимость модуля “невозмущен-

ной” диаграммы рассеяния, т.е. для значений координат центров тел, равных средним значениям $(\bar{x}_{0j}, \bar{y}_{0j})$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе одномодового приближения в рамках МДУ разработан подход для нахождения усредненной диаграммы рассеяния группы одинаковых идеально проводящих цилиндров произвольного сечения. Произведено усреднение диаграммы как по углам, на которые повернуты контуры сечений тел, так и по координатам центров цилиндров. Показана хорошая точность нахождения диаграммы на примере дифракции на группе из трех и четырех круговых и эллиптических цилиндров, имеющих случайную ориентацию и случайные координаты. Проведено сравнение “реализации” диаграммы для группы из 16 круговых цилиндров, полученной при помощи ММВ, с решением задачи, основанным на точном решении соответствующей алгебраической системы. Пока-

зана удовлетворительная точность поученных результатов. Приведены угловые зависимости модуля усредненной диаграммы рассеяния для группы из 16 случайно расположенных круговых цилиндров.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 18-02-00961, 19-02-00654).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Газарян Ю.Л. // ЖЭТФ. 1969. Т. 56. Вып. 6. С. 1856.
2. Абрамович Б.С., Гурбатов С.Н., Рыжов Ю.А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1979. Т. 22. № 5. С. 566.
3. Заборонкова Т.М., Коган Л.П., Тамойкин В.В. // РЭ. 2005. Т.50. № 5. С. 552.
4. Григорьев Г.И., Заборонкова Т.М., Коган Л.П. // РЭ. 2017. Т. 62. № 10. С. 945.
5. Кюркчан А.Г. // РЭ. 1993. Т. 38. № 1. С. 48.
6. Кюркчан А.Г., Соловейчик А.Л. // РЭ. 2000. Т. 45. № 4. С. 389.
7. Кюркчан А.Г., Маненков С.А. // РЭ. 2002. Т. 47. № 11. С. 1322.
8. Кюркчан А.Г., Смирнова Н.И. Математическое моделирование в теории дифракции с использованием априорной информации об аналитических свойствах решения. М.: ИД Медиа Паблшер, 2014.
9. Демин Д.Б., Клеев А.И., Кюркчан А.Г. // РЭ. 2018. Т. 63. № 6. С. 507.
10. Басс Ф.Г., Фукс И.М. Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. М.: Наука, 1972.
11. Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И. Введение в статистическую радиофизику. М.: Наука, 1978. Ч. 2.

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 621.371.333;537.874.6

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ДИФРАКЦИИ НА КРУГОВОМ НЕОДНОРОДНОМ ЦИЛИНДРЕ, ЧАСТИЧНО ПОКРЫТОМ ОТРАЖАЮЩИМ ЭКРАНОМ

© 2021 г. Д. В. Крысанов^a, А. Г. Кюркчан^{a, b, c}, С. А. Маненков^{a, *}

^aМосковский технический университет связи и информатики,
ул. Авиамоторная, 8а, Москва, 111024 Российская Федерация

^bФрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
пл. Введенского, 1, Фрязино Московской обл., 141190 Российская Федерация

^cЦентральный научно-исследовательский институт связи,
1-й проезд Перова поля, 8, Москва, 111141 Российская Федерация

*E-mail: mail44471@mail.ru

Поступила в редакцию 04.05.2020 г.

После доработки 04.05.2020 г.

Принята к публикации 15.06.2020 г.

На основе метода продолженных граничных условий разработан алгоритм численного решения двумерной задачи дифракции на диэлектрическом цилиндре с волновым числом, зависящим от радиальной координаты, который частично покрыт идеально отражающим экраном. Метод протестирован для случая однородной среды внутри диэлектрического цилиндра. Проведена проверка точности выполнения оптической теоремы для различных зависимостей волнового числа от радиальной координаты и построены угловые зависимости диаграммы рассеяния для различных углов раскрытия отражающего экрана.

DOI: 10.31857/S0033849421030128

ВВЕДЕНИЕ

Частицы, покрытые тонкими экранами (в частности, частицы Януса), представляют большой интерес в антенной технике, медицине и биологии. Они используются также в качестве основных элементов для разработки новых материалов с интересными новыми свойствами. Однако рассеяние волн на таких структурах исследовано достаточно слабо (см., например, [1, 2]). Для решения данной задачи дифракции использовались, например, метод интегральных уравнений [1] и метод Т-матриц [2].

В данной работе рассмотрена двумерная задача дифракции плоской волны на бесконечном круговом диэлектрическом цилиндре, частично-покрытом бесконечно тонким круговым экраном. При этом предполагается, что материальные характеристики среды цилиндра зависят от радиальной координаты. Отметим, что насколько известно авторам, в литературе рассмотрены задачи дифракции на однородных цилиндрических и сферических частицах, покрытых экранами, т.е. не исследуется более сложный случай неоднородной среды внутри тела, который рассмотрен в данной работе. Задача рассеяния на покрытом цилиндре решалась методом продолженных граничных условий (МПУ), который успешно применялся ранее к решению широкого круга задач теории дифракции [3–6].

Для решения задачи дифракции с помощью МПУ в работе использована функция Грина (ФГ) неоднородного кругового цилиндра. При этом исходная краевая задача сводится к решению интегрального уравнения первого рода относительно тока на поверхности экрана с ядром, выражающимся через ФГ цилиндра. Основной трудностью при решении рассматриваемой задачи дифракции является расчет ФГ неоднородного кругового цилиндра. Для преодоления этой трудности в работе применялась методика, аналогичная технике, предложенной в работах [7, 8], в которых рассмотрена задача дифракции на теле, расположенном в плоскостойном волноводе с переменным волновым числом и на неоднородной диэлектрической сфере соответственно.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим математическую постановку задачи. Пусть бесконечный диэлектрический круговой цилиндр радиусом a покрыт бесконечно тонким экраном S с углом раскрытия 2γ . Введем цилиндрическую систему координат, причем ось z направим вдоль оси цилиндра. Геометрия задачи изображена на рис. 1. Предполагаем, что относительные значения материальных параметров среды внутри цилиндра $\mu_2 = \mu_2(r)$ и $\varepsilon_2 = \varepsilon_2(r)$, а снаружи — μ_1, ε_1 .

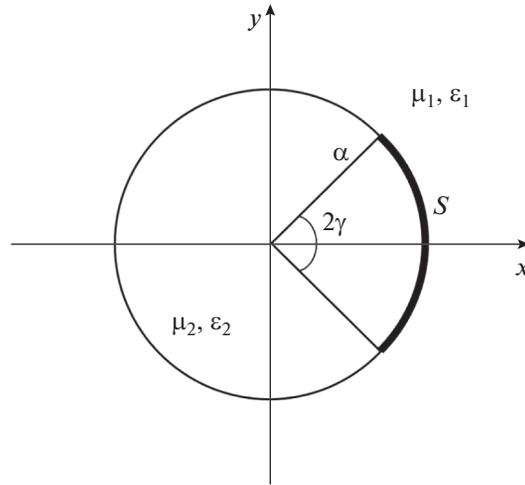


Рис. 1. Геометрия задачи.

Будем рассматривать случай *E*-поляризации, когда вектор напряженности электрического поля \vec{E} имеет только одну составляющую E_z (далее – U), параллельную образующей цилиндрического тела. Тогда будут иметь место следующие граничные условия (для упрощения выкладок будем считать, что магнитная проницаемость всюду равна единице):

$$U|_{r=a} = 0, \quad \varphi \in [-\gamma, \gamma], \quad (1)$$

$$[U]_{r=a} = 0, \quad \left[\frac{\partial U}{\partial r} \right]_{r=a} = 0, \quad \varphi \notin [-\gamma, \gamma], \quad (2)$$

где квадратные скобки означают скачок соответствующей величины. Поле внутри и вне кругового цилиндра удовлетворяет уравнениям Гельмгольца:

$$\Delta U + k_1^2 U = 0, \quad r > a, \quad (3)$$

$$\Delta U + k_2^2(r)U = 0, \quad 0 < r < a,$$

где $k_1 = \omega\sqrt{\epsilon_1}$, $k_2(r) = \omega\sqrt{\epsilon_2(r)}$ – волновое число среды вне и внутри цилиндра (ω – круговая частота). Предполагаем, что структура облучается плоской волной:

$$U_{\text{пад}} = \exp(-ik_1 r \cos(\varphi - \varphi_0)). \quad (4)$$

На бесконечности предполагаются выполненными стандартные условия излучения для рассеянного поля.

2. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ МЕТОДОМ ПРОДОЛЖЕННЫХ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ

Применим МПГУ для решения поставленной задачи дифракции. С этой целью представим поле вне и внутри диэлектрического цилиндра в виде

$$U(\vec{r}) = U^0(\vec{r}) + \int_S j(\vec{r}')G(\vec{r}, \vec{r}')ds', \quad (5)$$

где $U^0(\vec{r})$ – первичное поле, определяемое из решения задачи дифракции на цилиндре в отсут-

ствии экрана, $j(\vec{r}') = \left[\frac{\partial U}{\partial r'} \right]_{r'=a, |\varphi| < \gamma}$ – неизвестный ток

на поверхности экрана. В формуле (5) $G(\vec{r}, \vec{r}')$ – функция Грина кругового цилиндра, которая имеет вид

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = \begin{cases} \frac{i}{4} \left(H_0^{(2)}(k_1 |\vec{r} - \vec{r}'|) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} V_n H_n^{(2)}(k_1 r') H_n^{(2)}(k_1 r) \exp(in(\varphi - \varphi')) \right), & r > a, \\ \frac{i}{4} \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_n^{(2)}(k_1 r') \hat{g}_n(r) \exp(in(\varphi - \varphi')), & 0 < r < a. \end{cases} \quad (6)$$

Здесь величины V_n и функции $\hat{g}_n(r)$ определяются из решения следующей краевой задачи [8]:

$$\hat{g}_n''(r) + \frac{1}{r} \hat{g}_n'(r) + \left(k_2^2(r) - \frac{n^2}{r^2} \right) \hat{g}_n(r) = 0, \quad 0 < r < a, \quad (7)$$

$$\hat{g}_n(a) = J_n(k_1 a) + V_n H_n^{(2)}(k_1 a), \quad \hat{g}_n'(a) = k_1 \left(J_n'(k_1 a) + V_n H_n^{(2)'}(k_1 a) \right),$$

где $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Заметим, что первичное поле вне цилиндра имеет вид

$$U^0(\vec{r}) = \exp(-ik_1 r \cos(\varphi - \varphi_0)) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^{-n} V_n H_n^{(2)}(k_1 r) \exp(in(\varphi - \varphi_0)). \quad (8)$$

В соответствии с МПГУ подставим далее формулу (5) в граничное условие вида (1) на вспомогательном контуре S_δ , смещенном на малое расстояние δ от экрана [3–6]. В результате задача сведется к решению одномерного интегрального уравнения первого рода относительно функции $j(\vec{r}') \equiv j(\varphi')$:

$$\int_{-\gamma}^{\gamma} G_\delta(\varphi, \varphi') j(\varphi') a d\varphi' = -U^0(a + \delta, \varphi), \quad \varphi \in [-\gamma, \gamma], \quad (9)$$

где

$$G_\delta(\varphi, \varphi') = \frac{i}{4} (H_0^{(2)}(k_1 R_\delta) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} V_n H_n^{(2)}(k_1 a) H_n^{(2)}(k_1(a + \delta)) \exp(in(\varphi - \varphi'))), \quad (10)$$

$$R_\delta = \sqrt{(a + \delta)^2 + a^2 - 2(a + \delta)a \cos(\varphi - \varphi')}. \quad (11)$$

Интегральное уравнение (9) решаем методом Крылова–Боголюбова. С этой целью введем сетку на интервале $[-\gamma, \gamma]$:

$$\varphi_p = -\gamma + \Delta \left(p - \frac{1}{2} \right), \quad \Delta = \frac{2\gamma}{N}, \quad p = 1, 2, \dots, N. \quad (12)$$

Далее запишем неизвестную токовую функцию $j(\varphi')$ в виде

$$j(\varphi') = \sum_{q=1}^N c_q \Psi_q(\varphi'), \quad (13)$$

где $\Psi_q(\varphi')$ – импульсные функции:

$$\Psi_q(\varphi') = \begin{cases} 1, & \varphi' \in [\varphi_q - \Delta/2, \varphi_q + \Delta/2], \\ 0, & \varphi' \notin [\varphi_q - \Delta/2, \varphi_q + \Delta/2]. \end{cases} \quad (14)$$

Подставив (13) в интегральное уравнение (9) и приравняв левую и правую части в точках коллокации φ_p , выбранных на вспомогательном контуре S_δ , получим следующую систему алгебраических уравнений относительно величин c_q :

$$\sum_{q=1}^N G_{pq} c_q = b_p, \quad p = \overline{1, N}, \quad (15)$$

в которой матричные элементы и правые части имеют вид

$$G_{pq} = \int_{\varphi_q - \frac{\Delta}{2}}^{\varphi_q + \frac{\Delta}{2}} G_\delta(\varphi_p, \varphi') a d\varphi', \quad (16)$$

$$b_p = -U^0(a + \delta, \varphi_p), \quad p, q = \overline{1, N}.$$

Учитывая, что второе слагаемое в формуле (10) является медленно меняющейся функцией переменных φ и φ' , матричные элементы можно приближенно вычислять по формуле

$$G_{pq} \approx \frac{i}{4} \int_{\varphi_q - \frac{\Delta}{2}}^{\varphi_q + \frac{\Delta}{2}} H_0^{(2)}(k_1 R_{\delta, pq}) a d\varphi' + \frac{i}{4} \Delta a \sum_{n=-\infty}^{\infty} V_n H_n^{(2)}(k_1 a) H_n^{(2)}(k_1(a + \delta)) \times \exp(in(\varphi_p - \varphi_q)), \quad (17)$$

где

$$R_{\delta, pq} = \sqrt{(a + \delta)^2 + a^2 - 2a(a + \delta) \cos(\varphi_p - \varphi_q)}.$$

После нахождения коэффициентов c_q из системы (15) можно найти диаграмму рассеяния, которая определяется соотношением

$$U^1(r, \varphi) \sim \sqrt{\frac{2}{\pi k_1 r}} g(\varphi) \exp(-ik_1 r + i\frac{\pi}{4}), \quad (18)$$

где

$$g(\varphi) = g_0(\varphi) + g_1(\varphi), \quad (19)$$

$$g_0(\varphi) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} V_n \exp(in(\varphi - \varphi_0)), \quad (20)$$

$$g_1(\varphi) = \frac{ia\Delta}{4} \sum_{q=1}^N c_q \left[\exp(ik_1 a \cos(\varphi - \varphi_q)) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n V_n H_n^{(2)}(k_1 a) \exp(in(\varphi - \varphi_q)) \right]. \quad (21)$$

3. ЧИСЛЕННЫЙ АЛГОРИТМ НАХОЖДЕНИЯ ФУНКЦИИ ГРИНА ЦИЛИНДРА

Рассмотрим вопрос о вычислении ядра интегрального уравнения (9), т.е. вычисление ФГ $G(\vec{r}, \vec{r}')$. Отметим, что в случае постоянного волнового числа внутри цилиндра функцию $\hat{g}_n(r)$ следует искать в виде

$$\hat{g}_n(r) = W_n J_n(k_2 r), \quad (22)$$

где величина W_n имеет смысл “коэффициента прохождения” цилиндрической волны при решении задачи дифракции поля нити тока на круго-

вом цилиндре (без экрана). Тогда из второй и третьей формул (7) получим

$$V_n = \frac{\kappa_{12} J_n'(k_1 a) J_n(k_2 a) - J_n(k_1 a) J_n'(k_2 a)}{H_n^{(2)}(k_1 a) J_n'(k_2 a) - \kappa_{12} H_n^{(2)}(k_1 a) J_n(k_2 a)}, \quad (23)$$

где $\kappa_{12} = k_1/k_2$. В случае, когда волновое число k_2 зависит от радиальной координаты, приходится находить ФГ численно. С этой целью удобно применить подход, изложенный в работах [7, 8]. Сделаем замену $x = k_0 r$, где $k_0 = k_2(0)$, и обозначим $k_2^2(r) = k_0^2 f(x)$, причем $f(0) = 1$. Тогда для $\hat{g}_n(x)$ получаем краевую задачу

$$x^2 \hat{g}_n'' + x \hat{g}_n' + (f(x)x^2 - n^2) \hat{g}_n = 0, \quad 0 < x < k_0 a, \quad (24)$$

$$\hat{g}_n'(k_0 a) + Z_n \hat{g}_n(k_0 a) = v_n,$$

где

$$Z_n = -\kappa_{10} \frac{H_n^{(2)'}(k_1 a)}{H_n^{(2)}(k_1 a)}, \quad v_n = \frac{2i\kappa_{10}}{\pi k_1 a H_n^{(2)}(k_1 a)}, \quad (25)$$

$$\kappa_{10} = \frac{k_1}{k_0}, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

При этом

$$V_n = \frac{\hat{g}_n(k_0 a) - J_n(k_1 a)}{H_n^{(2)}(k_1 a)}. \quad (26)$$

Далее решаем краевую задачу (24) с помощью сплайнов. Выберем точки коллокации на интервале $[0, k_0 a]$:

$$\bar{x}_j = \frac{k_0 a(j-1)}{L-1}, \quad j = \overline{1, L}. \quad (27)$$

Затем введем сетку на рассматриваемом интервале:

$$x_j = \begin{cases} \frac{k_0 a(j-v)}{L-1}, & j = 1, 2, \dots, v, \\ \bar{x}_{j-v/2}, & j = v+1, \dots, L, \\ k_0 a \left(1 + \frac{j-L-1}{L-1}\right), & j = L+1, \dots, L+v. \end{cases} \quad (28)$$

В формуле (28) v – порядок сплайнов, причем v – четное число. Данный выбор узлов сетки соответствует условию в концевых точках интервала $[0, k_0 a]$ типа “нет узла” [9]. Далее запишем

$$g_n(x) = \sum_{l=1}^L a_l^n B_l^v(x), \quad (29)$$

где $B_l^v(x)$ – В-сплайн порядка v , a_l^n – неизвестные коэффициенты. Коэффициенты a_l^n при базисных

функциях удовлетворяют линейной системе, получаемой методом коллокации:

$$\sum_{l=1}^L A_{jl}^n a_l^n = w_j^n, \quad j = \overline{1, L}, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (30)$$

где

$$A_{jl}^n = \begin{cases} \left[\begin{array}{l} (B_l^v(\bar{x}_j))', n = 0 \\ B_l^v(\bar{x}_j), n \neq 0 \end{array} \right], & j = 1, \\ \bar{x}_j^2 (B_l^v(\bar{x}_j))'' + \bar{x}_j (B_l^v(\bar{x}_j))' + \\ + (f(\bar{x}_j)\bar{x}_j^2 - n^2) B_l^v(\bar{x}_j), & j = \overline{2, L-1}, \\ (B_l^v(\bar{x}_j))' + Z_n B_l^v(\bar{x}_j), & j = L, \end{cases} \quad (31)$$

$$w_j^n = \begin{cases} 0, & j = \overline{1, L-1}, \\ v_n, & j = L. \end{cases} \quad (32)$$

Видно, что матричные элементы данной системы зависят от значений сплайнов и их производных в точках коллокации. Поэтому, вычислив заранее значения сплайнов и их производных, можно существенно сократить время вычислений на ЭВМ.

Одним из критериев правильности полученных результатов является оптическая теорема, которая записывается в виде [10]

$$\sigma = -\text{Re}(g(\varphi = \varphi_0)), \quad (33)$$

где

$$\sigma = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |g(\varphi)|^2 d\varphi. \quad (34)$$

В качестве оценки точности выполнения оптической теоремы будем рассчитывать величину, которая представляет собой относительную разность левой и правой частей в формуле (33):

$$\Delta_{\text{отн}} \equiv \frac{|\sigma + \text{Re}(g(\varphi_0))|}{\sigma}. \quad (35)$$

4. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Рассмотрим результаты численного моделирования. Как уже было указано выше, будем считать, что относительная магнитная проницаемость всюду равна единице. Относительную диэлектрическую проницаемость среды вне цилиндра ϵ_1 также примем равной единице. Диэлектрическую проницаемость среды внутри цилиндра возьмем равной $\epsilon_2 = 2.25$.

В табл. 1 приведены результаты проверки точности выполнения оптической теоремы для случая однородной среды внутри цилиндра для указанных материальных параметров сред. Параметр $k\delta$ всюду брали равным $k\delta = 10^{-4}$, где $k = 2\pi/\lambda$ (λ – длина волны). Угол раскрыва отражающего экрана

Таблица 1. Точность выполнения оптической теоремы для случая однородной среды внутри цилиндра

N	σ_s	$-\text{Re}(g(\varphi_0))$	$\Delta_{\text{отн}}$
$ka = 4$			
50	4.422194	4.420111	4.712×10^{-4}
100	4.415870	4.415245	1.416×10^{-4}
200	4.412940	4.412680	5.878×10^{-5}
400	4.411528	4.411360	3.805×10^{-5}
$ka = 20$			
50	21.684342	21.433267	1.158×10^{-2}
100	21.467725	21.406531	2.851×10^{-3}
200	21.423223	21.407659	7.265×10^{-4}
400	21.416396	21.412148	1.984×10^{-4}

Таблица 2. Относительная разность (%) между диаграммами рассеяния, полученными двумя методами. Случай однородной среды внутри цилиндра

L	$ka=4$	$ka=8$	$ka = 16$	$ka = 20$
50	0.014	0.028	0.886	2.445
100	0.0009	0.001	0.031	0.111
200	0.00004	0.00005	0.0011	0.004

был равен $2\gamma = \pi/2$, угол падения первичной волны $\varphi_0 = 0$. Рассматривались два различных радиуса кругового цилиндра. Из таблицы видно, что относительная разность правой и левой частей равенства (33) – величина $\Delta_{\text{отн}}$ – уменьшается с ростом числа базисных функций N и имеет достаточно малое значение. При одинаковых N для тела малых размеров точность выполнения оптической теоремы на порядок выше.

На рис. 2а, 2б приведены угловые зависимости диаграммы рассеяния для случая однородной среды внутри кругового цилиндра при различных значениях параметров геометрии задачи, указанных выше. Сравнивались результаты, полученные с использованием формул (22), (23), с результатами, найденными при помощи сплайн-аппроксимации ФГ (при этом принимаем, что $f(x) = 1$, т.е. $k_0 \equiv k_2$). Порядок сплайнов брали равным $\nu = 6$, число точек коллокации $L = 100$. В табл. 2 приведены относительные разности модуля диаграммы рассеяния для указанного случая, полученные с помощью аналитического представления ФГ и численной методики. Как видно из табл. 2, раз-

ность результатов при увеличении числа используемых точек коллокации быстро уменьшается. Из приведенных данных также следует, что для тел малых волновых размеров сходимость результатов будет более быстрой.

На рис. 3, 4 приведены угловые зависимости диаграммы рассеяния для случая неоднородной среды внутри кругового цилиндра различных размеров при различных углах раскрытия отражающего экрана. Функция, описывающая изменение волнового числа внутри диэлектрического цилиндра от радиальной координаты, имела вид $f(x) = 1 - 0.1x^2/(k_0a)^2$. Порядок сплайнов и числа точек коллокации для нахождения ФГ и для решения интегрального уравнения выбирали следующими: $\nu = 6$, $L = 200$, $N = 400$. Для сравнения на рисунках представлена диаграмма рассеяния для идеально отражающего кругового цилиндра тех же волновых размеров. Как следует из приведенных рисунков, для исследуемых геометрий имеются максимумы угловых зависимостей диаграммы рассеяния в направлении прямого рассеяния. Из графиков также следует, что при угле падения $\varphi_0 = 180^\circ$ и при больших углах раскрытия

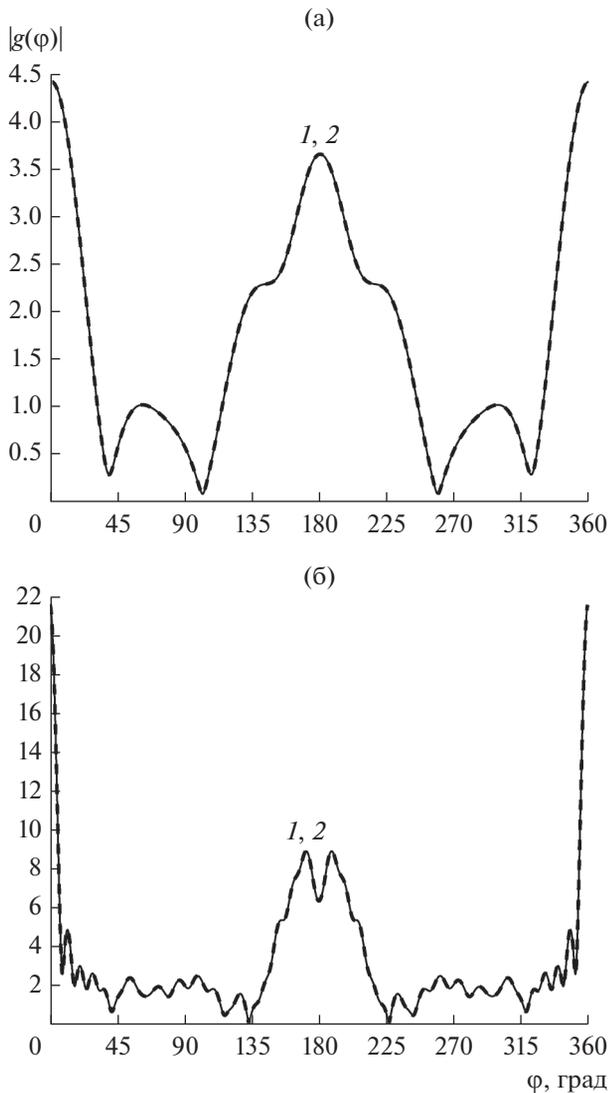


Рис. 2. Угловые зависимости диаграмм рассеяния однородного кругового цилиндра малых $ka = 4$ (а) и больших $ka = 20$ (б) волновых размеров, полученные с использованием аналитического метода нахождения ФГ (кривые 1) и численного алгоритма на основе сплайнов (кривые 2).

диаграмма рассеяния цилиндра с экраном мало отличается от диаграммы идеально отражающего цилиндра (кривые 1). В случае угла падения $\varphi_0 = 0^\circ$ соответствующие зависимости различаются существенно (кривые 1 и 2). Из рис. 4 видно, что для тела больших размеров зависимость диаграммы имеет осциллирующий характер, более выраженный при $\varphi_0 = 180^\circ$. В случае малого волнового размера тела, не полностью покрытого экраном (при $\varphi_0 = 0^\circ$), на всех графиках наблюдается максимум зависимости диаграммы в направлении обратного рассеяния. Его величина возрастает с уменьшением угла раскрытия экрана. В случае большого волнового размера тела (при

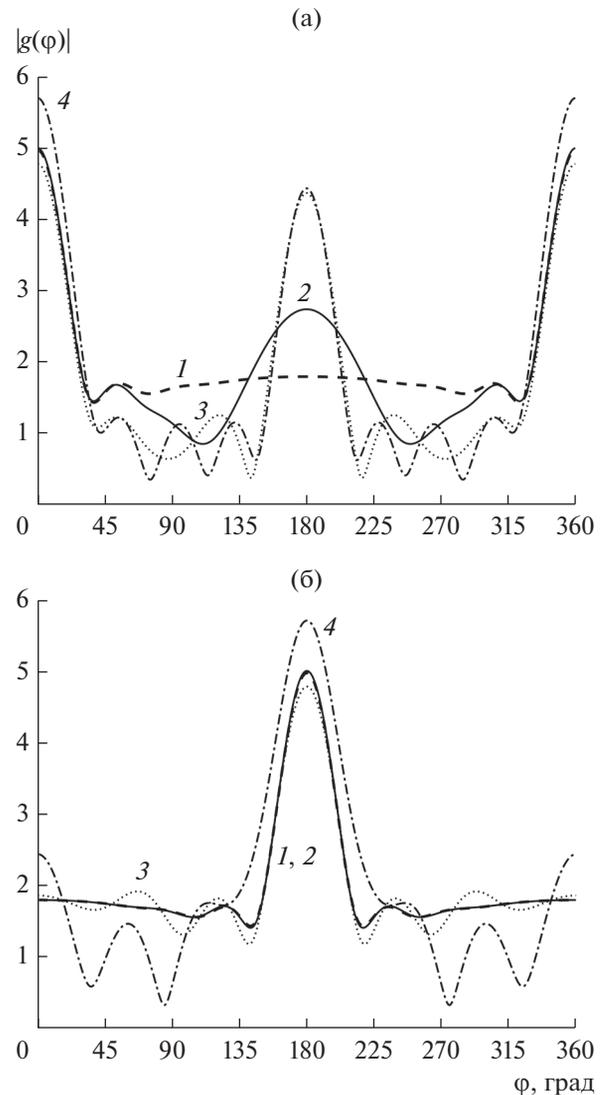


Рис. 3. Угловые зависимости диаграмм рассеяния неоднородного кругового цилиндра радиусом $ka = 4$ для двух углов падения плоской волны: $\varphi_0 = 0^\circ$ (а) и $\varphi_0 = 180^\circ$ (б); угол раскрытия отражающего экрана: $\gamma = 9\pi/10$ (кривые 2), $\gamma = \pi/2$ (кривые 3), $\gamma = \pi/10$ (кривые 4); кривые 1 соответствуют случаю идеально отражающего цилиндра. Зависимость $f(x) = 1 - 0.1x^2/(k_0a)^2$.

$\varphi_0 = 0^\circ$) для углов раскрытия $\gamma = \pi/2$ и $\gamma = \pi/10$ имеется провал графика диаграммы в окрестности $\varphi = 180^\circ$.

На рис. 5, 6 приведены диаграммы рассеяния частично покрытого цилиндра для тех же параметров задачи, но при $f(x) = 1 - 0.5x^2/(k_0a)^2$. Из рисунков следует, что характер полученных зависимостей в основном аналогичен предыдущим результатам. Однако имеются некоторые существенные отличия. Во-первых, в случае $ka = 4$ и

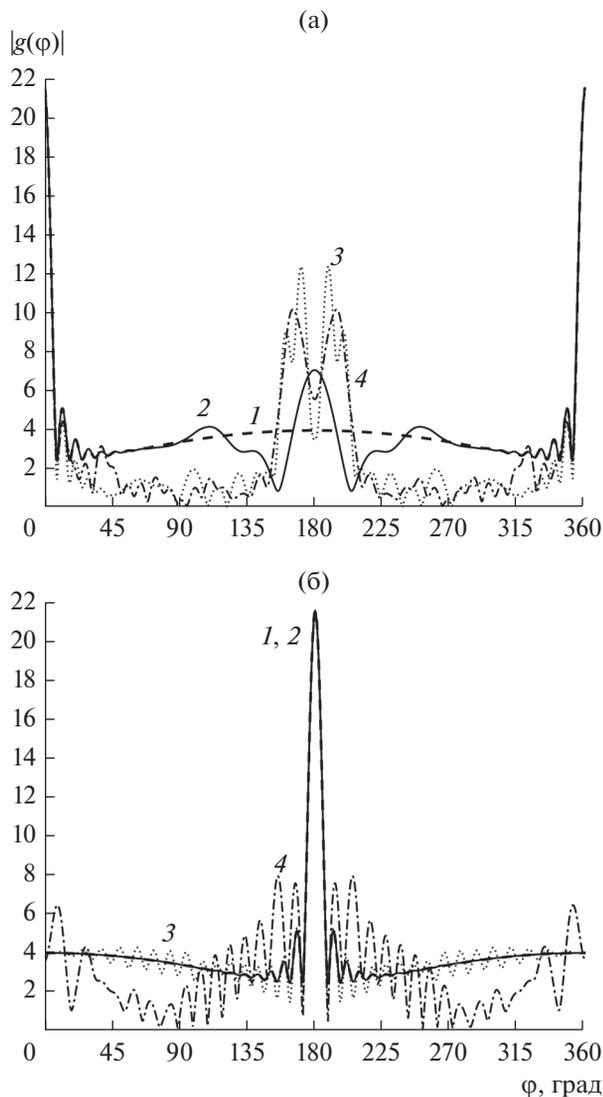


Рис. 4. Угловые зависимости диаграмм рассеяния неоднородного кругового цилиндра радиусом $ka = 20$ для двух углов падения плоской волны: $\varphi_0 = 0^\circ$ (а) и $\varphi_0 = 180^\circ$ (б); угол раскрыва отражающего экрана: $\gamma = 9\pi/10$ (кривые 2), $\gamma = \pi/2$ (кривые 3), $\gamma = \pi/10$ (кривые 4); кривые 1 соответствуют случаю идеально отражающего цилиндра. Зависимость $f(x) = 1 - 0.1x^2/(k_0a)^2$.

$\varphi_0 = 0^\circ$ у зависимости диаграммы рассеяния, соответствующей углу раскрыва экрана $\gamma = 9\pi/10$, отсутствует максимум в направлении обратного рассеяния. Во-вторых, в случае $ka = 20$ и $\varphi_0 = 0^\circ$ у зависимостей диаграммы рассеяния, соответствующих углам раскрыва экрана $\gamma = \pi/2$ и $\gamma = \pi/10$, имеются резкие максимумы в направлении обратного рассеяния. При этом у зависимости, соответствующей углу раскрыва $\gamma = \pi/10$, в

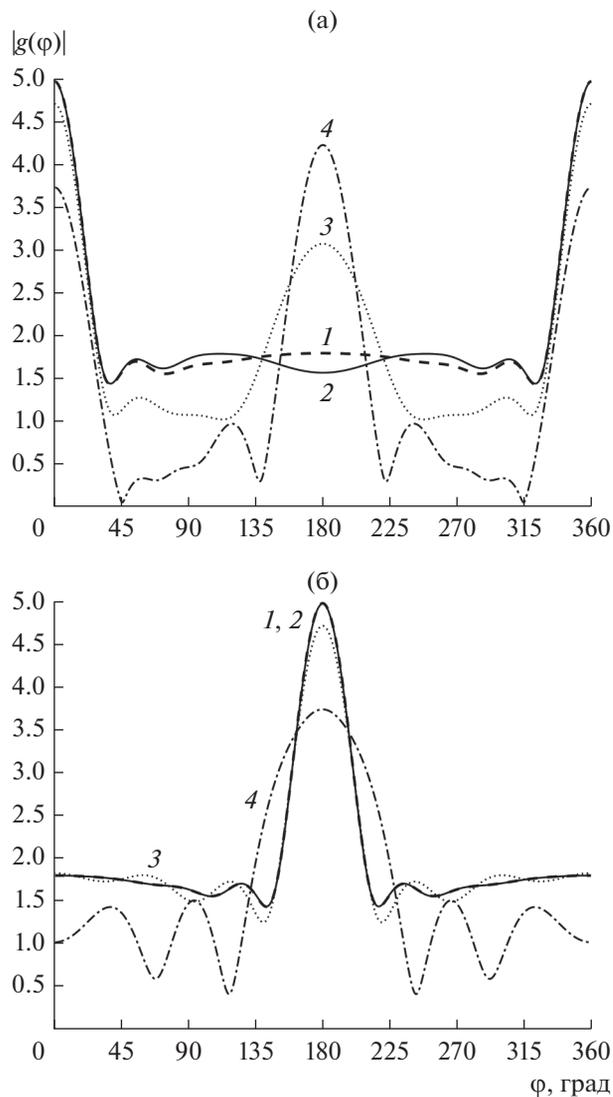


Рис. 5. Угловые зависимости диаграмм рассеяния неоднородного кругового цилиндра радиусом $ka = 4$ для двух углов падения плоской волны: $\varphi_0 = 0^\circ$ (а) и $\varphi_0 = 180^\circ$ (б); угол раскрыва отражающего экрана: $\gamma = 9\pi/10$ (кривые 2), $\gamma = \pi/2$ (кривые 3), $\gamma = \pi/10$ (кривые 4); кривые 1 соответствуют случаю идеально отражающего цилиндра. Зависимость $f(x) = 1 - 0.5x^2/(k_0a)^2$.

направлении обратного рассеяния максимум отсутствует.

В табл. 3 приведены результаты проверки точности выполнения оптической теоремы для рассмотренных на рис. 3–6 случаев. Из таблицы следует, что величина относительной погрешности $\Delta_{\text{отн}}$ не превышает 2.5×10^{-3} . Видно также, что точность значительно выше при меньших углах раскрыва отражающего экрана. Для тела больших размеров наблюдается резкий скачок улучшения

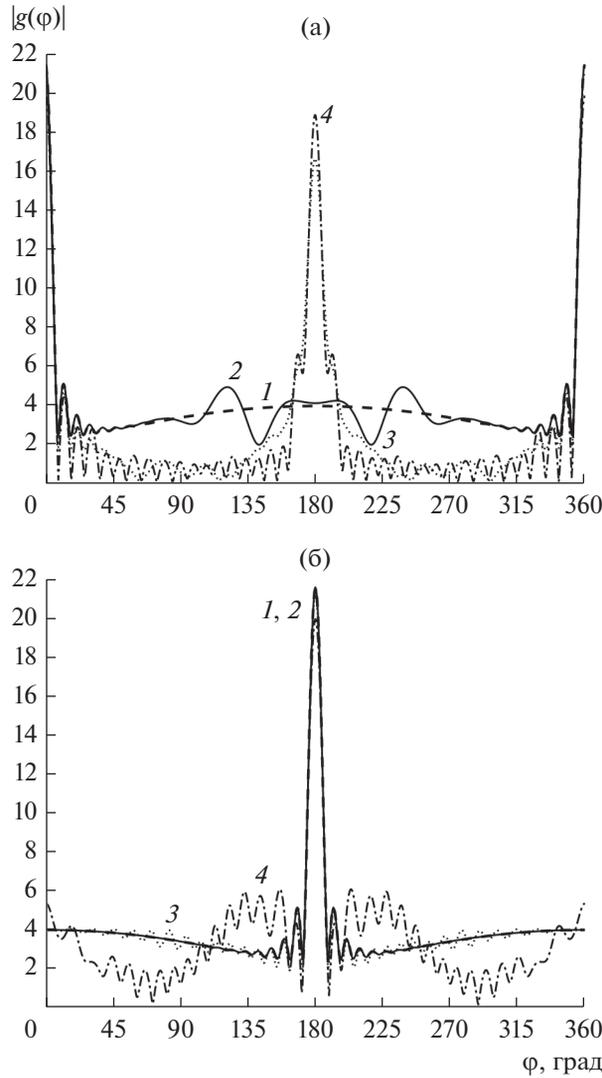


Рис. 6. Угловые зависимости диаграмм рассеяния неоднородного кругового цилиндра радиусом $ka = 20$ для двух углов падения плоской волны: $\varphi_0 = 0^\circ$ (а) и $\varphi_0 = 180^\circ$ (б); угол раскрытия отражающего экрана: $\gamma = 9\pi/10$ (кривые 2), $\gamma = \pi/2$ (кривые 3), $\gamma = \pi/10$ (кривые 4); кривые 1 соответствуют случаю идеально отражающего цилиндра. Зависимость $f(x) = 1 - 0.5x^2/(k_0a)^2$.

Таблица 3. Точность выполнения оптической теоремы для случая неоднородной среды внутри цилиндра

$\Delta_{\text{отн}}$	$\varphi_0 = 0$		$\varphi_0 = \pi$	
	$ka = 4$	$ka = 20$	$ka = 4$	$ka = 20$
$f(x) = 1 - 0.1 \frac{x^2}{(k_0a)^2}, 0 \leq x \leq k_0a$				
$\gamma = 9\pi/10$	1.518×10^{-4}	2.129×10^{-3}	7.033×10^{-5}	1.241×10^{-3}
$\gamma = \pi/2$	8.157×10^{-5}	1.133×10^{-3}	2.843×10^{-5}	3.654×10^{-4}
$\gamma = \pi/10$	1.086×10^{-5}	1.111×10^{-6}	3.138×10^{-6}	3.271×10^{-6}
$f(x) = 1 - 0.5 \frac{x^2}{(k_0a)^2}, 0 \leq x \leq k_0a$				
$\gamma = 9\pi/10$	8.053×10^{-5}	1.867×10^{-3}	5.473×10^{-5}	1.234×10^{-3}
$\gamma = \pi/2$	7.699×10^{-5}	4.379×10^{-4}	1.148×10^{-5}	3.562×10^{-4}
$\gamma = \pi/10$	4.792×10^{-5}	4.197×10^{-5}	1.251×10^{-5}	1.335×10^{-6}

точности выполнения оптической теоремы при малом угле раскрыва экрана (в случае $\gamma = \pi/10$).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, с помощью метода продолженных граничных условий разработан численный алгоритм решения двумерной задачи дифракции на диэлектрическом цилиндре с волновым числом, зависящим от радиальной координаты, который частично покрыт идеально отражающим экраном. Разработан эффективный алгоритм вычисления ФГ неоднородного кругового цилиндра, основанный на использовании В-сплайнов. Проведено тестирование методики расчета ФГ на основе сплайнов для случая однородной среды внутри кругового цилиндра. Построены угловые зависимости диаграммы рассеяния для различных углов раскрыва отражающего экрана для случая неоднородной среды внутри диэлектрического цилиндра. Проведена проверка точности выполнения оптической теоремы для квадратичной зависимости волнового числа от радиальной координаты. Показано, что погрешность получаемых результатов не превосходит 2.5×10^{-3} .

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 18-02-00961, 19-02-00654).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kim D., Avital E.J., Miloh T.* // *Advances in Acoustics and Vibration*. 2014. V. 2014. Article ID 392138.
2. *Gillman A.* // *Advances Comput. Math.* 2017. V. 43. P. 351.
3. *Кюркчан А.Г., Анютин А.П.* // Докл. АН. 2002. Т. 385. № 3. С. 309.
4. *Маненков С.А.* // РЭ. 2007. Т. 52. № 12. С. 1413.
5. *Кюркчан А.Г., Смирнова Н.И.* Математическое моделирование в теории дифракции с использованием априорной информации об аналитических свойствах решения. М.: ИД Медиа Паблишер, 2014.
6. *Кюркчан А.Г., Маненков С.А.* // РЭ. 2020. Т. 65. № 7. С. 644.
7. *Маненков С.А.* // РЭ. 2009. Т. 54. № 5. С. 541.
8. *Маненков С.А.* // РЭ. 2018. Т. 63. № 1. С. 3.
9. *Де Бор К.* Практическое руководство по сплайнам. М.: Радио и связь, 1985.
10. *Шендеров Е.Л.* Излучение и рассеяние звука. Л.: Судостроение, 1989.

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 538.566.2;621.372.8

ПЛАЗМОННЫЕ РЕЗОНАНСЫ В КРУГЛОМ И ЭЛЛИПТИЧЕСКОМ НАНОЦИЛИНДРАХ ИЗ БЛАГОРОДНЫХ МЕТАЛЛОВ

© 2021 г. А. П. Анютин*

*Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
пл. Введенского, 1, Фрязино Московской обл., 141190 Российская Федерация*

*E-mail: anioutine@mail.ru

Поступила в редакцию 07.11.2019 г.

После доработки 07.11.2019 г.

Принята к публикации 26.12.2019 г.

Рассмотрена двумерная задача дифракции плоской электромагнитной волны ТМ-типа на цилиндрической наноструктуре из серебра или золота, контур поперечного сечения которой представляет собой круг или эллипс с различным соотношением полуосей. В диапазоне длин волн $300 \text{ нм} < \lambda < 900 \text{ нм}$ строгим численным методом рассчитаны спектры поперечника рассеяния и диаграммы рассеяния. Исследовано влияние потерь среды, геометрических размеров структуры и угла падения плоской волны на поперечник рассеяния и диаграмму рассеяния. Показано, что положение дипольного резонанса и число мультипольных резонансов для серебряной (золотой) наноструктуры зависит от толщины структуры, ее длины и угла падения плоской волны. При этом реальные потери серебра (золота) делают невозможным существование высших мультипольных резонансов.

DOI: 10.31857/S0033849421030025

ВВЕДЕНИЕ

Как известно, дифракция электромагнитных волн наноструктурами из благородных металлов (серебра, золота) в световом диапазоне волн сопровождается как образованием поверхностных волн (плазмон-поляритонов), так и существованием их резонансов. При этом интерес к исследованию свойств плазмон-поляритонов связан главным образом с высокой локализацией электромагнитного поля вблизи поверхности наноструктур, которая позволяет использовать их в субволновом и ближнепольном зондировании. Известно, что нанопровода из серебра и золота широко применяются в качестве сенсоров [1]. Отметим, что плазмонные резонансы в цилиндрических наноструктурах (нитех) с круглым сечением реализуются в ультрафиолетовой части спектра. Используя нанотрубки, можно сместить частоты плазмонных резонансов в видимую область светового диапазона [1–3]. В [4] исследованы плазмонные резонансы в кварцевой нанонити, покрытой слоем золота переменной толщины в предположении, что границами оболочки являются круговые цилиндры со смещенными центрами. Различные геометрии оболочек из серебра и кварца, контуры поперечного сечения которых образованы круговыми или круговыми и эллиптическими цилиндрами, рассматривались в работах [5–7].

Цель данной работы состоит в исследовании особенностей плазмонных резонансов в 2D-наноструктурах из серебра (золота) в случае, когда контур поперечного сечения структуры представляют собой круг, переходящий в эллипс. Из близких по тематике работ отметим [8–11].

1. ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим двумерную задачу дифракции плоской электромагнитной линейно-поляризованной ТМ-волны на двумерной цилиндрической диэлектрической структуре, поперечное сечение которой представляет собой эллипс с полуосями a и b , ($a > b$) (рис. 1)

$$(x/a)^2 + (y/b)^2 = 1. \quad (1)$$

Если в (1) принять $a = b$, то поперечное сечение структуры будет представлять собой круг.

Плоская волна распространяется в направлении единичного вектора $(\cos \varphi_0, \sin \varphi_0, 0)$ и характеризуется следующими компонентами электромагнитного поля:

$$\begin{aligned} H_z^0 &= \exp(-ikx \cos \varphi_0 -iky \sin \varphi_0), \\ E_x^0 &= -\eta \sin \varphi_0 \exp(-ikx \cos \varphi_0 -iky \sin \varphi_0), \\ E_y^0 &= \eta \cos \varphi_0 \exp(-ikx \cos \varphi_0 -iky \sin \varphi_0). \end{aligned} \quad (2)$$

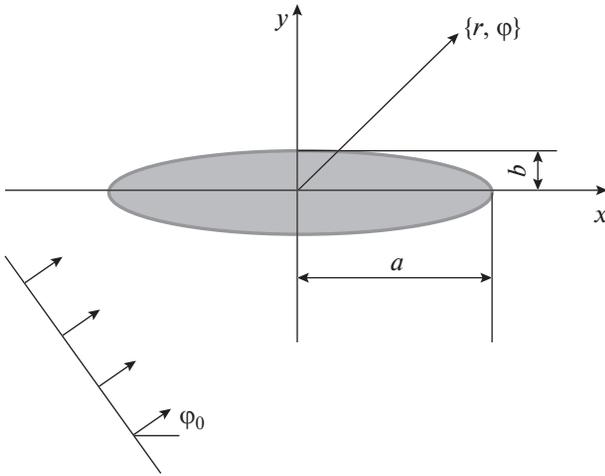


Рис. 1. Геометрия задачи.

Зависимость от времени выбрана в виде $\exp(i\omega t)$, где $\omega = kc$ – круговая частота, $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число свободного пространства, c – скорость света в вакууме, λ – длина волны, $\eta = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} = 120\pi$ Ом – волновое сопротивление вакуума, μ_0, ϵ_0 – магнитная и диэлектрическая проницаемости вакуума.

Считается, что среда структуры представляет собой серебро (или золото). При этом частотная зависимость относительной диэлектрической проницаемости серебра

$$\epsilon_{Ag}(\lambda) = \epsilon' - i\epsilon'' = \text{Re}(\epsilon_{Ag}) - i \text{Im}(\epsilon_{Ag})$$

(или золота – $\epsilon_{Au}(\lambda)$) рассчитывалась на основе интерполяции экспериментальных данных работы [12] кубическими сплайнами. Отметим, что использование результатов работы [12] (как и теории Друде [1]) ограничивает максимальный размер рассеивателя $\min(a, b) \geq 10$ нм, поскольку при меньших значениях a или b необходимо учитывать явления пространственной дисперсии серебра (золота) [1].

Пространственное распределение диэлектрической проницаемости для структуры, изображенной на рис. 1, имеет вид

$$\epsilon(x, y) = \begin{cases} \epsilon_{Ag, Au}, & (x/a)^2 + (y/b)^2 < 1, a > b, \\ 1, & (x/a)^2 + (y/b)^2 > 1. \end{cases} \quad (3)$$

Исследование сформулированной задачи дифракции удобнее проводить, используя z -компоненту $U(x, y) = H_z(x, y)$ магнитного поля, так как краевая задача для функции $U(x, y)$ является скалярной. Полное поле $U(x, y)$ в кусочно-постоянной среде (3) удовлетворяет уравнению Гельмгольца

$$\frac{\partial^2 U(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U(x, y)}{\partial y^2} + k^2 \epsilon(x, y) U(x, y) = 0. \quad (4)$$

Компоненты электрического поля могут быть выражены через функцию $U(x, y)$

$$\begin{aligned} E_x(x, y) &= \frac{\eta}{ik\epsilon(x, y)} \frac{\partial U(x, y)}{\partial y}, \\ E_y(x, y) &= -\frac{\eta}{ik\epsilon(x, y)} \frac{\partial U(x, y)}{\partial x}. \end{aligned} \quad (5)$$

На границе структуры должны быть непрерывны величины U и $\frac{1}{\epsilon} \frac{\partial U}{\partial N}$, где $\frac{\partial U}{\partial N}$ обозначает производную по направлению нормали к границе раздела сред. Полное поле $U(x, y)$ вне структуры (1) представим в виде суперпозиции падающего $U^0(x, y)$ и рассеянного $U^S(x, y)$ полей

$$U(x, y) = U^S(x, y) + U^0(x, y), \quad (6)$$

где падающее поле задано функцией

$$U^0(x, y) = \exp(-ikx \cos \phi_0 -iky \sin \phi_0). \quad (7)$$

Полное поле внутри структуры (1) обозначим $U^P(x, y)$.

Рассеянное поле в цилиндрической системе координат (r, ϕ) , где $x = r \cos \phi$ и $y = r \sin \phi$, в дальней зоне ($kr \rightarrow \infty$) должно удовлетворять условию излучения

$$U^S = \Phi(\phi) \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} \exp\left(-ikr + i\frac{\pi}{4}\right), \quad (8)$$

где $\Phi(\phi)$ – диаграмма рассеяния.

Полное сечение рассеяния σ_s и сечение поглощения σ_a определяются формулами

$$\sigma_s = \frac{2}{\pi k} \int_0^{2\pi} |\Phi(\phi)|^2 d\phi, \quad (9)$$

$$\sigma_a = \frac{1}{k} \text{Im} \oint \frac{\partial U}{\partial N} U^* ds. \quad (10)$$

2. КВАЗИСТАТИЧЕСКОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ

Рассмотрим сначала случай, когда максимальный размер структуры (1) $ka \ll 1$. Тогда внутри структуры (1) и в статической близости от нее ($kr \ll 1$) волновое поле $U(x, y)$ будет приближенно удовлетворять уравнению Лапласа

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0. \quad (11)$$

Далее будем использовать координаты эллиптического цилиндра v, μ [13]. Как известно, они связаны с декартовыми координатами x, y формулами

$$\begin{aligned} x &= f \text{ch } v \cos \mu, \quad 0 \leq v < \infty, \\ -\pi < \mu < \pi, \quad y &= f \text{sh } v \sin \mu. \end{aligned} \quad (12)$$

Отметим, что при $v \gg 1$ связь между координатами v, μ и цилиндрическими координатами r, φ имеет вид

$$r = \frac{1}{2} f \exp v, \quad \varphi = \mu. \quad (13)$$

В координатах эллиптического цилиндра границы раздела сред определяются формулой

$$v = v_1, \quad (14)$$

где

$$a = f \operatorname{ch} v_1, \quad b = f \operatorname{sh} v_1. \quad (15)$$

В переменных v, μ уравнение Лапласа (11) сохраняет свою каноническую форму

$$\frac{\partial^2 U}{\partial v^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial \mu^2} = 0. \quad (16)$$

На границе $v = v_1$ условия непрерывности величин U и $\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial U}{\partial N}$ приобретают вид

$$\begin{aligned} U(v_1 - 0, \mu) &= U(v_1 + 0, \mu), \\ \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial U}{\partial v}(v_1 - 0, \mu) &= \frac{\partial U}{\partial v}(v_1 + 0, \mu). \end{aligned} \quad (17)$$

Покажем, что при некоторых дискретных значениях диэлектрической проницаемости оболочки ε_m существуют убывающие при $v \rightarrow \infty$ решения однородной краевой задачи (16), (17).

Исследуемая структура симметрична относительно плоскости $y = 0$. Поэтому искомые собственные колебания можно разделить на два класса, которым будут соответствовать четные и нечетные по координате y функции $U^+(v, \mu)$ и $U^-(v, \mu)$. Используя метод разделения переменных, получим следующие выражения для полей собственных колебаний:

$$\begin{aligned} U_m^+(v, \mu) &= \\ &= \begin{cases} A_m^+ \operatorname{ch}(mv) \cos(m\mu), & 0 < v < v_1, \\ B_m^+ \exp(-mv) \cos(m\mu), & v > v_1. \end{cases} \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} U_m^-(v, \mu) &= \\ &= \begin{cases} A_m^- \operatorname{sh}(mv) \sin(mv), & 0 < v < v_1, \\ B_m^- \exp(-mv) \sin(m\mu), & v > v_2. \end{cases} \end{aligned} \quad (19)$$

Граничные условия (17), примененные к выражениям (18), (19), приводят к системам однородных линейных алгебраических уравнений для неизвестных коэффициентов A_m^\pm, B_m^\pm . Приравняв к нулю детерминанты этих систем, получим характеристические уравнения для резонансных значений ε_m^\pm . Используя формулы (15), характеристические уравнения можно представить в виде

формулы (15), характеристические уравнения можно представить в виде

$$\begin{aligned} \varepsilon_m^+ \left[(a+b)^m - (a-b)^m \right] + \\ + \left[(a+b)^m + (a-b)^m \right] = 0, \quad (20) \\ m = 1, 2, 3, \dots; \varepsilon_m^- \varepsilon_m^+ = 1. \end{aligned}$$

Таким образом, круговая симметрия приводит к вырождению колебаний U^+ и U^- . Более того, для кругового цилиндра (когда $a = b$) из (20) следует, что все мультипольные резонансы для серебряного цилиндра вырождаются и имеют место при $\varepsilon_m^\pm = -1$ для любого m .

Наличие нетривиальных решений однородного уравнения Лапласа означает, что для структур малых электрических размеров дифракционное поле, найденное из уравнения Гельмгольца, будет резко возрастать при приближении комплексной диэлектрической проницаемости $\varepsilon(\lambda)$ к вещественным собственным значениям ε_m^\pm . Величины ε_m^\pm удовлетворяют уравнению (20). Следовательно, значение функции $\varepsilon(\lambda)$ в некоторой точке исследуемого диапазона длин волн может приблизиться к этому корню.

Вне области резонансного рассеяния квазистатический подход позволяет получить простое явное выражение для диаграммы рассеяния $\Phi(\varphi)$. Поле падающей плоской волны (6) при $kx \ll 1$ и $ky \ll 1$ будем аппроксимировать выражением

$$U^0(x, y) \approx 1 - ikx \cos \varphi_0 - iky \sin \varphi_0. \quad (21)$$

Очевидно, что первое слагаемое в (21) можно не принимать во внимание, так как оно не дает вклада в электрическое поле. Перейдем в (21) к координатам v, μ

$$\begin{aligned} U^0(x, y) \approx -ikf \cos \varphi_0 \operatorname{ch} v \cos \mu - \\ - ikf \sin \varphi_0 \operatorname{sh} v \sin \mu. \end{aligned} \quad (22)$$

Решение задачи возбуждения структуры внешним полем (22) можно получить в явном виде методом разделения переменных. При этом потребуются лишь дипольные гармоники $\cos \mu$ и $\sin \mu$. В частности, для рассеянного поля получим

$$\begin{aligned} U^s = -ik(A \cos \varphi_0 \cos \mu + B \sin \varphi_0 \sin \mu) \times \\ \times \exp(-v + v_1), \quad v > v_1, \end{aligned} \quad (23)$$

где

$$A = \frac{ab(\varepsilon - 1)}{\varepsilon a + b}, \quad B = \frac{ab(\varepsilon - 1)}{a + \varepsilon b}. \quad (24)$$

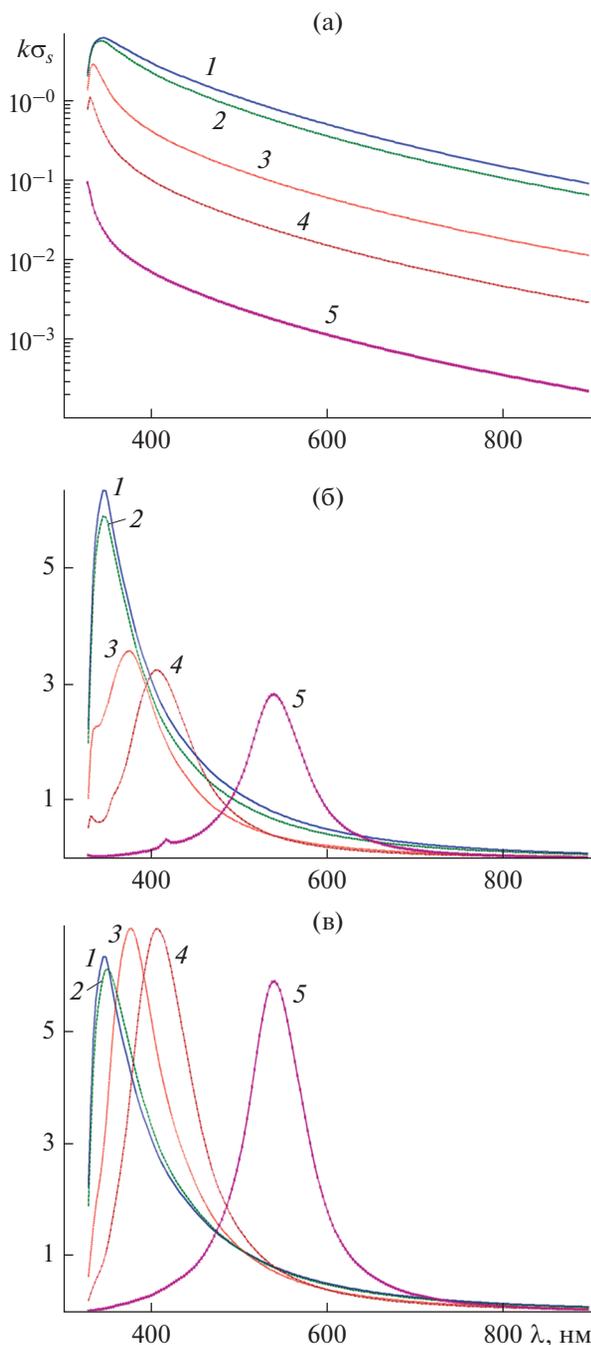


Рис. 2. Зависимости нормированных сечений рассеяния $k\sigma_s$ от длины волны λ при угле падения плоской волны $\varphi_0 = 0$ (а), $\varphi_0 = \pi/4$ (б), $\varphi_0 = \pi/2$ (в) для структуры из серебра с соотношением полуосей: $a = 50$ нм (1–5), $b = 50$ (1), $0.9a$ (2), $0.5a$ (3), $0.3a$ (4), $0.1a$ нм (5).

Выразим в (23) координаты v, μ через полярные координаты r, φ и положим $r \rightarrow \infty$

$$U^s = \frac{-ik(a+b)}{2r} \times (A \cos \varphi_0 \cos \varphi + B \sin \varphi_0 \sin \varphi). \quad (25)$$

Продолжив при помощи функции Ганкеля $H_1^{(2)}(kr)$ статическое поле (25) в дальнюю зону, получим следующее выражение для диаграммы рассеяния:

$$\Phi(\varphi) = \frac{-i\pi k^2(a+b)}{4} \times (A \cos \varphi_0 \cos \varphi + B \sin \varphi_0 \sin \varphi). \quad (26)$$

Заметим, что выражение для диаграммы рассеяния кругового цилиндра радиусом a следует из (26)

$$\Phi(\varphi) = -ik^2 a^2 \frac{\pi \varepsilon - 1}{2\varepsilon + 1} \cos(\varphi - \varphi_0), \quad ka \ll 1. \quad (27)$$

Подставив (26) в (9), найдем полное сечение рассеяния

$$k\sigma_s = \frac{\pi^2 k^4 (a+b)^2}{8} (|A|^2 \cos^2 \varphi_0 + |B|^2 \sin^2 \varphi_0). \quad (28)$$

3. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Численное решение сформулированной задачи проводилось модифицированным методом дискретных источников [14, 15]. При этом точность решения задачи контролировалась путем вычисления невязки δ граничных условий в линейной норме в точках, расположенных в середине между точками, где граничные условия выполняются точно (в таких точках граничные условия выполняются наилучшим образом [11]). Во всех приведенных ниже расчетах максимальная невязка граничных условий не превышает величину $\delta < 10^{-3}$.

Рассмотрим сначала поведение нормированного поперечника рассеяния $k\sigma_s$ в зависимости от длины волны λ для случая серебряной структуры (см. рис. 1) при различных углах падения φ_0 плоской волны. Отметим, что во всех представленных ниже результатах, λ изменяется в пределах $300 \text{ нм} < \lambda < 600 \text{ нм}$, для серебра и $300 \text{ нм} < \lambda < 900 \text{ нм}$ для золота.

На рис. 2а–2в представлены зависимости нормированных сечений рассеяния $k\sigma_s$ от длины волны λ для эллиптической структуры с различными соотношениями полуосей a/b (нм): 50/50, 50/45, 50/25, 50/15, 50/5, и для трех значений угла падения плоской волны $\varphi_0 = 0$ (а), $\pi/4$ (б) и $\pi/2$ (в).

Из рис. 2а–2в видно, что при различных углах падения плоской волны и указанных выше параметрах структуры нормированное сечение рассеяния $k\sigma_s$ имеет только один максимум. При этом расположение максимума $k\sigma_s$ на оси длин волн λ зависит от соотношения полуосей b/a – чем оно меньше, тем больше и дальше он сдвигается по оси длин волн. Заметим, что существование тако-

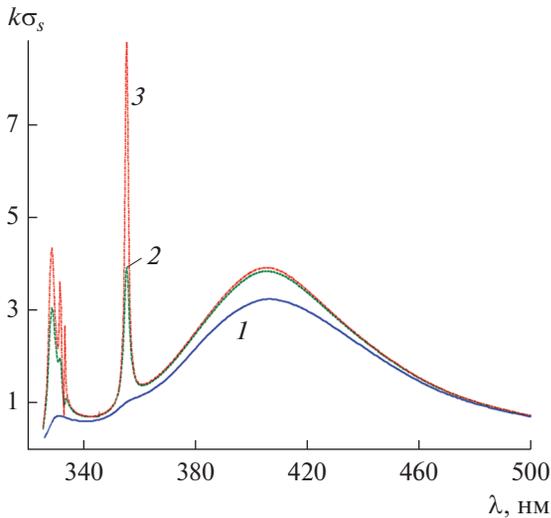


Рис. 3. Зависимости нормированных сечений рассеяния $k\sigma_s$ от длины волны λ при угле падения плоской волны $\varphi_0 = \pi/4$ для структуры из серебра с соотношением полуосей $a = 50$ нм; $b = 0.3a$; кривая 1 – $\text{Im}(\epsilon_{\text{Ag}})$, кривая 2 – $0.1\text{Im}(\epsilon_{\text{Ag}})$, кривая 3 – $0.001\text{Im}(\epsilon_{\text{Ag}})$.

го максимума объясняется наличием дипольного резонанса поверхностных плазмонов.

Рисунок 3 иллюстрирует влияние потерь серебра на зависимость полных сечений рассеяния $k\sigma_s$ от длины волны λ для структуры с соотношением полуосей $a = 50$ нм; $b = 0.3a$ и угле падения плоской волны $\varphi_0 = \pi/4$. Кривая 1 этого рисунка соответствует случаю реальных потерь серебра, которые определяются значениями мнимой части относительной диэлектрической проницаемости серебра $\text{Im}(\epsilon_{\text{Ag}})$ (см. рис. 2а), кривая 2 – случаю, когда мнимая часть относительной диэлектрической проницаемости серебра равна $0.1\text{Im}(\epsilon)$, а кривая 3 – случаю, когда мнимая часть относительной диэлектрической проницаемости серебра равна $0.001\text{Im}(\epsilon)$. Из рис. 3 следует, что при малых потерях серебра наблюдается серия максимумов $k\sigma_s$, связанных как с дипольным резонансом (в окрестности $\lambda \approx 406$ нм), так и мультипольными резонансами (в окрестности $\lambda \approx 330...360$ нм). Однако реальные потери серебра приводят не только к уменьшению амплитуд максимумов резонансов $k\sigma_s$, но к фактическому исчезновению мультипольных резонансов.

На рис. 4 изображены зависимости нормированных сечений рассеяния $k\sigma_s$ от длины волны λ для эллиптической структуры из серебра, большая полуось a которой в два раза превышает размеры большой полуоси предыдущей структуры.

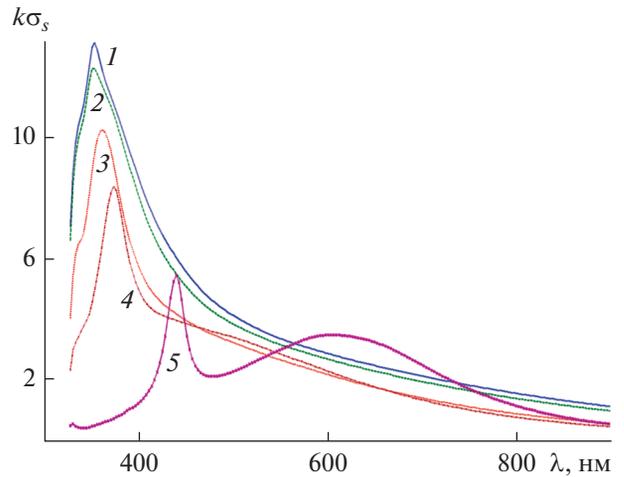


Рис. 4. Зависимости нормированных сечений рассеяния $k\sigma_s$ от длины волны λ при угле падения плоской волны $\varphi_0 = \pi/4$ для структуры из серебра с соотношением полуосей: $a = 100$ нм ($1-5$), $b = 100$ (1), $0.9a$ (2), $0.5a$ (3), $0.3a$ (4), $0.1a$ нм (5).

Угол падения плоской волны был равен $\varphi_0 = \pi/4$. При этом соотношение полуосей a/b (нм) полагались равными: 100/100, 100/90, 100/50, 100/15, 100/10. Из рис. 4 видно, что при $a = 100$ нм; $b = 10$ нм (кривая 5) нормированное сечение рассеяния $k\sigma_s$ имеет два максимума, а при больших значениях отношения полуосей b/a только один максимум $k\sigma_s$.

На рис. 5а и 5б представлены соответственно результаты расчетов нормированных сечений рассеяния $k\sigma_s$ и поглощения $k\sigma_a$ для разных длин волн λ в случае эллиптической структуры из серебра при угле падения плоской волны $\varphi_0 = \pi/4$, у которой малая полуось равнялась $b = 10$ нм и оставалась постоянной, а большая полуось a принимала соответственно значения 200, 150 и 100 нм. Из рис. 5а (кривые 1 и 2) следует, что при $a = 200$ нм и $a = 150$ нм имеет место как дипольный резонанс, так и два мультипольных резонанса. Уменьшение размера большой полуоси приводит к уменьшению числа мультипольных резонансов (кривая 3, $a = 100$ нм).

Сравнение результатов, представленных на рис. 5а и 5б показывает приблизительное соответствие в расположении максимумом соответствующих кривых.

На рис. 6 представлены зависимости нормированных сечений рассеяния $k\sigma_s$ от длины волны λ для эллиптической структуры из золота. Угол падения плоской волны равнялся $\varphi_0 = \pi/4$ при различ-

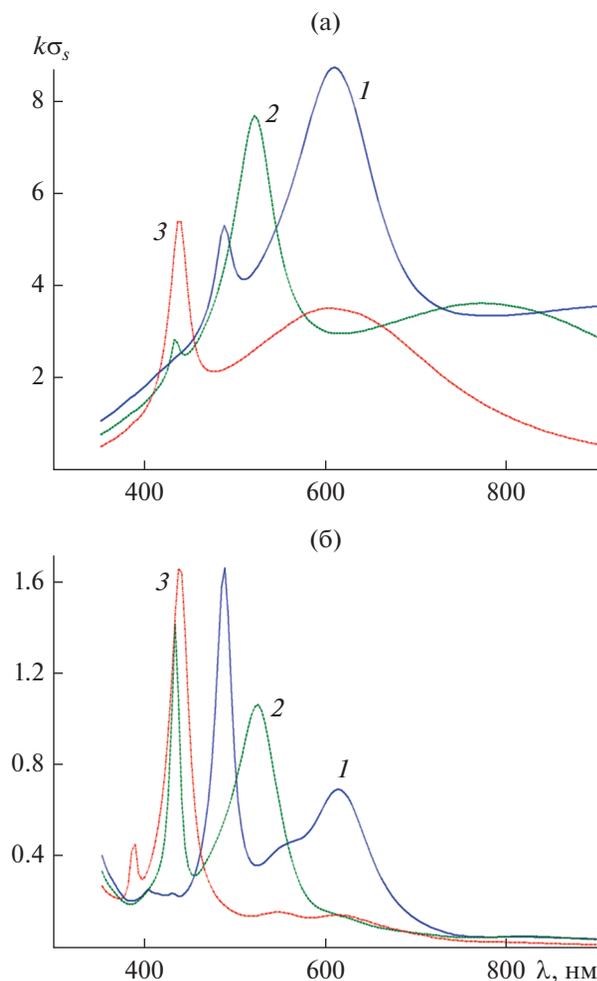


Рис. 5. Зависимости нормированных сечений рассеяния (а) и поглощения (б) $k\sigma_s$ от длины волны λ при угле падения плоской волны $\varphi_0 = \pi/4$ для структуры из серебра при фиксированном значении малой полуоси $b = 10$ нм и различных значениях большой полуоси: $a = 200$ (1), 150 (2) и 100 нм (3).

ных соотношениях полуосей a/b (нм) : 50/5, 100/10, 150/15, 200/20. Из рис. 6 следует, что структуры из золота также имеют максимумы, расположение которых зависит от отношения b/a . При этом дипольный резонанс наблюдается при больших значениях λ , чем у соответствующих структур из серебра.

На рис. 7 и 8 изображены результаты расчетов нормированных сечений рассеяния $k\sigma_s$ для различных длин волн λ в случае эллиптической структуры из золота, полученные в результате строгого численного решения задачи дифракции и приближенного решения (28). При расчетах считалось, что структура из золота имела размеры $a = 20$ нм, $b = 5$ нм, а угол падения

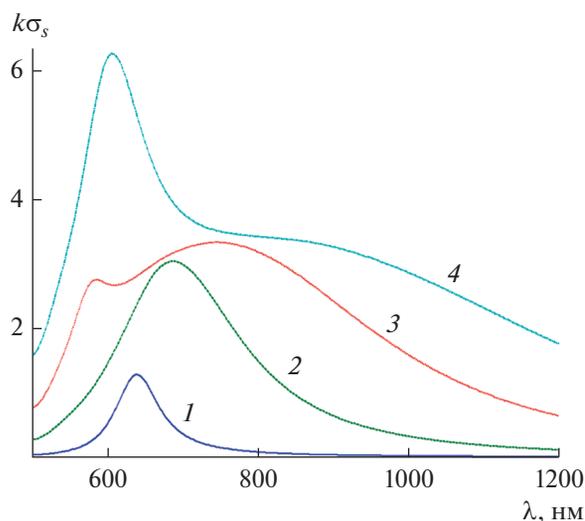


Рис. 6. Зависимости нормированных сечений рассеяния $k\sigma_s$ от длины волны λ при угле падения плоской волны $\varphi_0 = \pi/4$ для структуры из золота с соотношением полуосей a/b (нм): 50/5 (1), 100/10 (2), 150/15 (3), 200/20 (4).

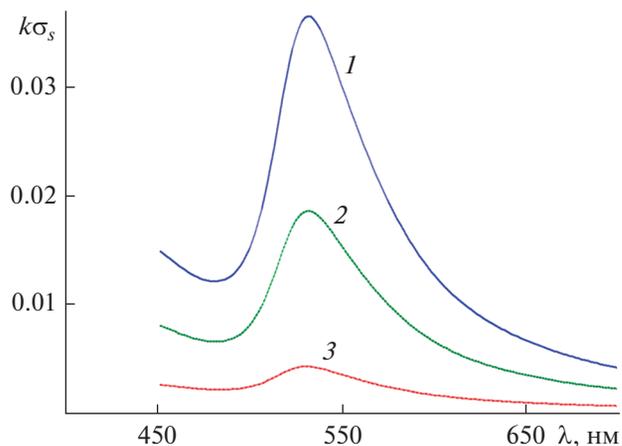


Рис. 7. Результаты строгого расчета зависимости нормированного сечения рассеяния $k\sigma_s$ от длины волны λ для структуры из золота с соотношением полуосей $a = 20$ нм, $b = 6$ нм и углах падения плоской волны $\varphi_0 = \pi/2$ (1), $\pi/4$ (2) и $\pi/10$ (3).

плоской волны φ_0 равнялся $\pi/2$, $\pi/4$ и $\pi/10$. Сравнение результатов, представленных на этих рисунках показывает, что квазистатическое приближение не только качественно, но и довольно хорошо количественно описывает поперечник рассеяния структуры.

Наконец, на рис. 9 показаны результаты расчета диаграммы рассеяния структуры из серебра. При этом считалось, что структура из серебра имеет

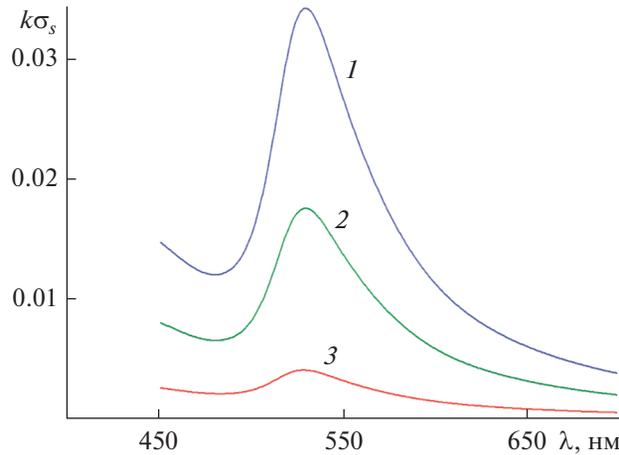


Рис. 8. Результаты квазистатического расчета по формуле (28) зависимости нормированных сечений рассеяния $k\sigma_s$ от длины волны λ для структуры из золота с соотношением полуосей $a = 20$ нм, $b = 6$ нм и углах падения плоской волны $\varphi_0 = \pi/2$ (1), $\pi/4$ (2) и $\pi/10$ (3).

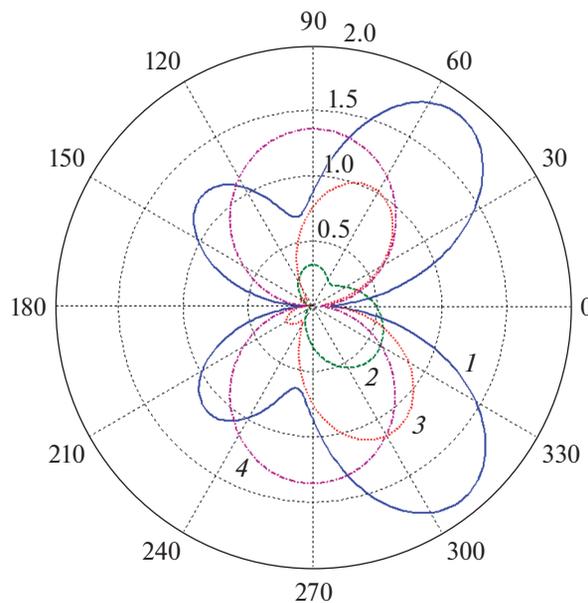


Рис. 9. Диаграмма рассеяния эллиптической структуры из серебра при $a = 100$ нм; $b = 10$ нм, $\varphi_0 = \pi/4$ и различных длинах волн: $\lambda = 440$ (1), 336.7 (2), 410 (3) и 610 нм (4).

размеры $a = 100$ нм, $b = 10$ нм, а угол падения плоской волны был равен $\varphi_0 = \pi/4$ при длинах волн $\lambda = 440, 336.7, 410$ и 610 нм. Отметим, что при $\lambda = 440$ нм имеет место квадрупольный резонанс плазмонов, а при $\lambda = 610$ нм – дипольный. Из рисунка следует, что длина волны и потери среды существенно влияют на характер диаграммы рассеяния.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрена дифракция плоской волны на цилиндрической 2D-структуре, представляющей собой круговой или эллиптический наноцилиндр из серебра (золота). Строгими численными методами рассчитаны спектральные и пространственные характеристики рассеянного поля. Исследовано влияние потерь среды, геометрических раз-

меров структуры и угла падения плоской волны на поперечник рассеяния и диаграмму рассеяния. Установлено, что положение дипольного резонанса и число мультипольных резонансов для серебряной (золотой) наноструктуры зависит от среды структуры, толщины и длины структуры, а также угла падения плоской волны. Показано, что реальные потери серебра (золота) делают невозможным существование высших мультипольных резонансов.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена за счет частичного бюджетного финансирования в рамках государственного задания (тема 0030-2019-0014) и при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 19-02-00654).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Климов В.В.* Наноплазмоника. М.: Физматлит, 2009.
2. *Velichko E.A., Nosich A.I.* // Opt. Lett. 2013. V. 38. № 23. P. 4978.
3. *Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д.* // РЭ. 2015. Т. 60. № 9. С. 896.
4. *Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д.* // РЭ. 2016. Т. 61. № 8. С. 757.
5. *Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д.* // РЭ. 2017. Т. 62. № 1. С. 35.
6. *Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д.* // Изв. вузов. Радиофизика. 2017. Т. 60. № 7. С. 600.
7. *Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д.* // РЭ. 2017. Т. 62. № 12. С. 1197.
8. *Johnson P.B., Christy R.W.* // Phys. Rev. B. 1972. V. 6. № 12. P. 4370.
9. *Кюркчан А.Г., Минаев С.А., Соловейчик А.Л.* // РЭ. 2001. Т. 46. № 6. С. 666.
10. *Anyutin A.P., Stasevich V.I.* // J. Quantitative Spectroscopy and Radiation Transfer. 2006. V. 100. № 1–3. P. 16.
11. *Giannini V., Sánchez-Gil J.A.* // J. Opt. Soc. Am. A. 2007. V. 24. № 9. P. 2822.
12. *Søndergaard T.* // Phys. Status Solidi (b). 2007. V. 244. P. 3448.
13. *Søndergaard T., Bozhevolnyi S.I.* // Phys. Stat. Sol. (b). 2008. V. 245. P. 9.
14. *Shapoval O.V., Sauleau R., Nosich A.I.* // IEEE Trans. 2013. V. NT-12. № 3. P. 442.
15. *Ерофеенко В.Т.* // Теоремы сложения: Справочник. Минск: Наука и техника, 1989.

АНТЕННО-ФИДЕРНЫЕ СИСТЕМЫ

УДК 621.396.67

ШИРОКОПОЛОСНАЯ АНТЕННА ВЫТЕКАЮЩЕЙ ВОЛНЫ С ФИКСИРОВАННЫМ ЛУЧОМ

© 2021 г. В. А. Калошин^а, *, К. Т. Нгуен^б, **

^аИнститут радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
ул. Моховая, 11, стр. 7, Москва, 125009 Российская Федерация

^бМосковский физико-технический институт (национальный исследовательский университет),
Институтский пер., 9, Долгопрудный, Московской обл., 141701 Российская Федерация

*E-mail: vak@cplire.ru

**E-mail: mrthenguyenpk@gmail.com

Поступила в редакцию 08.11.2019 г.

После доработки 08.11.2019 г.

Принята к публикации 15.01.2020 г.

Предложена и с использованием численного моделирования на основе метода конечных элементов в программном продукте Ansys HFSS исследована линейная антенна вытекающей волны с фиксированным лучом, содержащая волновод с полупрозрачной узкой стенкой из металлических цилиндров и призму с принудительным преломлением из 15 металлических волноводов. Предложен и исследован компактный волноводный делитель мощности на три канала в E -плоскости. С использованием численного моделирования исследованы характеристики антенной решетки, содержащей делитель и три линейные антенны вытекающей волны с призмами. Показано, что в полосе частот более 15% величина коэффициента использования поверхности антенной решетки более 0.65.

DOI: 10.31857/S0033849421030098

ВВЕДЕНИЕ

Линейные антенны вытекающей волны (АВВ) и решетки из таких антенн широко используются в радиолокационных системах. В последнее время для их изготовления используются технологии волновода, интегрированного в подложку (SIW-технология) [1–5]. Благодаря планарной конструкции и низким потерям решетки АВВ представляют интерес для базовых станций 5-го и следующих поколений систем беспроводной связи. Однако в отличие от радиолокационных систем в базовых станциях беспроводной связи частотное сканирование не используется и является нежелательным. Вместе с тем резонансные АВВ с фиксированным лучом не представляют большого интереса для использования в системах беспроводной связи из-за узкой полосы рабочих частот.

Для уменьшения углового сектора частотного сканирования АВВ используются подложки из анизотропного метаматериала [6], невзаимные [7] и активные приемные схемы [8, 9]. Эти решения являются сложными и дорогими. Альтернативным решением для компенсации частотного сканирования АВВ в широкой полосе частот является использование диэлектрических линз [10, 11]. Однако у этого решения есть несколько

важных недостатков, одним из которых является требование отсутствия частотной дисперсии волноводной моды. Чтобы уменьшить отклонение луча в АВВ при изменении частоты, в работе [12] было предложено использовать метаповерхность Гюйгенса. Основная идея работы состоит в том, что дисперсионная характеристика метаповерхности компенсирует дисперсию угла наклона луча в АВВ. В работе [13] предложен иной метод компенсации частотной дисперсии угла наклона луча – с использованием призмы из дисперсионного метаматериала, выполненной на одной подложке с АВВ. В результате в полосе частот 33...38 ГГц сектор сканирования луча не превышает 1 град. При этом другие важные характеристики антенны, в частности коэффициенты усиления (КУ) и использования поверхности (КИП) в указанной работе не представлены.

В работах [14, 15] исследована фазированная антенная решетка излучателей в виде двух расположенных под углом друг к другу линейных АВВ на основе волновода с полупрозрачной стенкой из металлических цилиндров. Антенна обеспечивает высокую величину (до 0.9) КИП, полоса рабочих частот составляет около 5%. Однако такая полоса частот в ряде приложений является недостаточной.

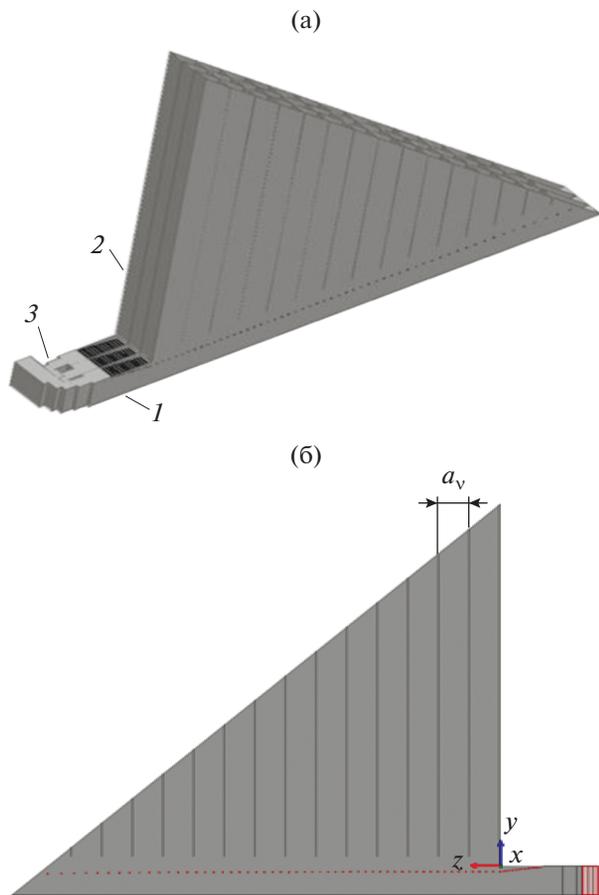


Рис. 1. Широкополосная антенна вытекающей волны: а – общий вид, б – продольное сечение.

Цель данной работы – расширение полосы частот АВВ с фиксированным лучом за счет использования призмы с принудительным преломлением.

1. СИНТЕЗ И АНАЛИЗ ЛИНЕЙНОЙ АНТЕННЫ ВЫТЕКАЮЩЕЙ ВОЛНЫ С ПРИЗМОЙ

На рис. 1а представлен общий вид антенной решетки, содержащей три линейных АВВ (1), три волноводные призмы с принудительным преломлением (2) и делитель мощности на три канала (3), а на рис. 1б – продольное сечение линейной АВВ с призмой. Каждая призма с принудительным преломлением содержит 15 прямоугольных металлических волноводов.

Линейная АВВ (рис. 2) представляет собой прямоугольный металлический волновод, одна из узких стенок которого выполнена полупрозрачной (в виде решетки круглых металлических цилиндров). Расстояние от цилиндров до другой узкой стенки волновода $a(z)$ и период расположения цилиндров вдоль волновода $p(z)$ – переменные, что позволяет синтезировать заданное ам-

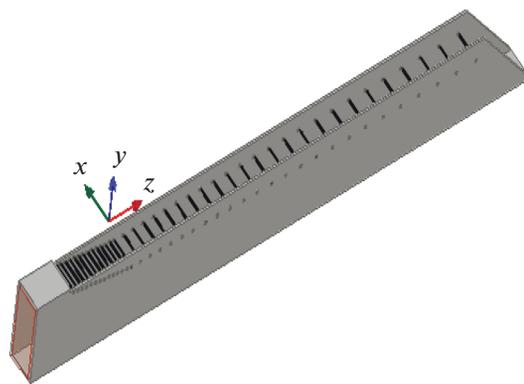


Рис. 2. Общий вид линейной антенны вытекающей волны.

плитудно-фазовое распределение излученного поля вдоль антенны. В работах [16, 17], соответственно, развита численно-аналитическая и аналитическая методики синтеза таких АВВ. В данной работе мы воспользуемся полученными в этих статьях результатами синтеза АВВ с почти постоянным амплитудным распределением излученного поля вдоль антенны и линейным фазовым фронтом.

Зависимость расстояния от цилиндров до другой узкой стенки волновода при этом определяется формулой

$$a(p) = (\pi / (k\sqrt{1 - C^2})) - (d/2k), \quad (1)$$

где $d = (2p/\lambda)\ln(p/2\pi\rho)$, $\beta/k = C = \text{const}$, β – постоянная распространения в волноводе вытекающей волны, ρ – радиус металлического цилиндра, $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число, λ – длина волны в свободном пространстве.

Зависимость величины периода от координаты z определяется формулой

$$P(z) = 2\pi\rho \times \left[0.0047 \left(\frac{\alpha(z)}{M} \right) + 0.4859 \sqrt{\frac{\alpha(z)}{M}} + 1.3177 \right], \quad (2)$$

где

$$M = \frac{4k\pi\rho^2(1 - C^2)^2}{C\lambda^2},$$

$$\alpha(z) = \frac{0.5(P(0) - P(L))}{P(0)L_\lambda - z(P(0) - P(L))}$$

– постоянная затухания вытекающей моды, $L_\lambda = 10$ – нормированная на длину волны в свободном пространстве длина волновода, z_λ – аналогично нормированная координата, $P(0) = 1$ – входная мощность, $P(L) = 0.04$ – выходная мощность.

Для того чтобы зафиксировать лучи АВВ в одном направлении, при изменении частоты будем использовать металлическую призму с принуди-

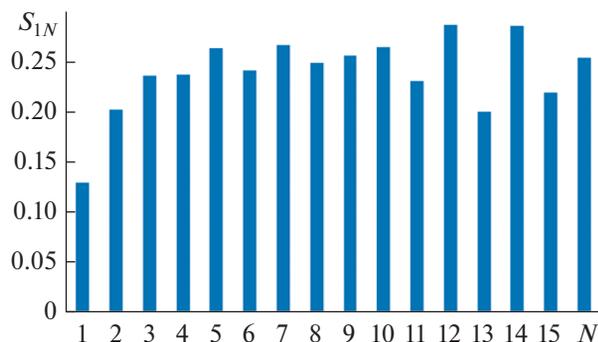


Рис. 3. Амплитуды мод в волноводах призмы.

тельным преломлением из прямоугольных волноводов с размером широкой стенки a_v (см. рис. 1б). Волноводы призмы расположены на расстоянии от АВВ для уменьшения отражения.

Фазовая скорость в АВВ определяется формулой $v_{\phi 1} = 2\pi f / \beta$, а в прямоугольном волноводе — $v_{\phi 2} = c / \sqrt{1 - (\lambda / \lambda_{кр})^2}$, где f — частота, $c = 3 \times 10^8$ м/с — скорость света, $\lambda_{кр} = 2a$ — критическая длина волны основной моды (H_{10}) прямоугольного волновода.

Чтобы компенсировать частотную дисперсию фазового распределения поля вдоль АВВ с призмой, фазовые скорости $v_{\phi 1}$ и $v_{\phi 2}$ должны быть равны. Приравнявая их, получаем

$$a_v = \frac{\lambda}{2\sqrt{1 - (c\beta / 2\pi f)^2}}. \quad (3)$$

Подставляя в формулу (3) значения $f = 9$ ГГц, $\beta/k = 0.5$, получаем $a_v = 19.25$ мм.

На рис. 3 показаны амплитуды мод в волноводах призмы возбужденных АВВ на частоте 9 ГГц, полученные в результате электродинамического моделирования. На рисунке видно, что амплитудное распределение имеет спад в первом волноводе, а в остальных наблюдаются небольшие колебания вокруг средней величины, амплитуда которых увеличивается при увеличении номера волновода. При этом средняя величина близка к заданному (постоянному) значению.

На рис. 4 показаны амплитудное (кривая 1) и фазовое распределение (кривая 2) поля на расстоянии $\lambda/4$ от апертуры АВВ с призмой на частоте 9 ГГц. Видно, что амплитудное распределение почти повторяет распределение в волноводах (см. рис. 3). Фазовое распределение также имеет колебательный характер, при этом отличие от среднего значения больше 30 градусов имеет место только на краях апертуры.

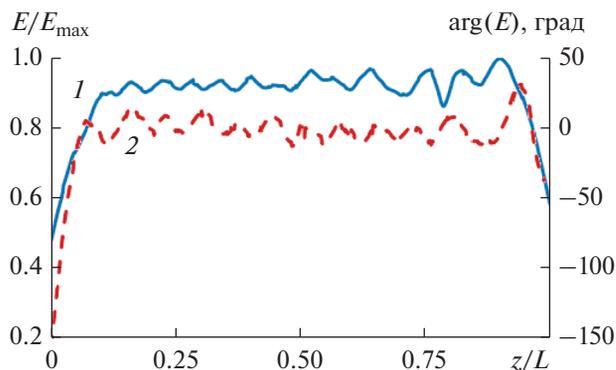


Рис. 4. Амплитуда (кривая 1) и фаза поля (кривая 2) на расстоянии $\lambda/4$ от апертуры антенной решетки.

2. ДЕЛИТЕЛЬ МОЩНОСТИ В E-ПЛОСКОСТИ

Общий вид трехканального делителя мощности в E-плоскости и его поперечное сечение представлены на рис. 5а и 5б соответственно. В результате электродинамического моделирования методом конечных элементов и оптимизации конструкции делителя мощности с целью реализации максимальной полосы согласования были получены следующие величины параметров, представленных на рис. 5б: $t = 0.5$ мм, $b = 10$ мм, $b_1 = 2b/3$, $l_1 = 11.38$ мм, $l_2 = 4.2$ мм, $r_1 = r_2 = 2.45$ мм, $r_3 = 2.73$ мм и $r_4 = 3.83$ мм.

На рис. 6 приведены соответствующие частотные зависимости коэффициента отражения от входа делителя R (кривая 1) и коэффициента передачи S (кривые 2–4) в каждый из трех выходных каналов. Видно, что коэффициент отражения в полосе частот 8.8...11 ГГц менее -20 дБ, причем разница в коэффициентах передачи менее 0.25 дБ в этой полосе частот.

Аналогичным методом были исследованы фазы мод на трех выходах делителя в зависимости от частоты (рис. 7). На рисунке видно, что в широком диапазоне частот фазы отличаются на величину менее ± 10 град.

3. АНАЛИЗ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ ВЫТЕКАЮЩЕЙ ВОЛНЫ

Электродинамическое моделирование антенной решетки (см. рис. 1) также было проведено с использованием метода конечных элементов.

На рис. 8 показана зависимость коэффициента отражения антенной решетки от частоты. При увеличении расстояния от АВВ до волноводов призмы коэффициент отражения от входа антенны уменьшается, но при этом растет неравномерность амплитудного распределения. Из компромиссных соображений это расстояние выбрано

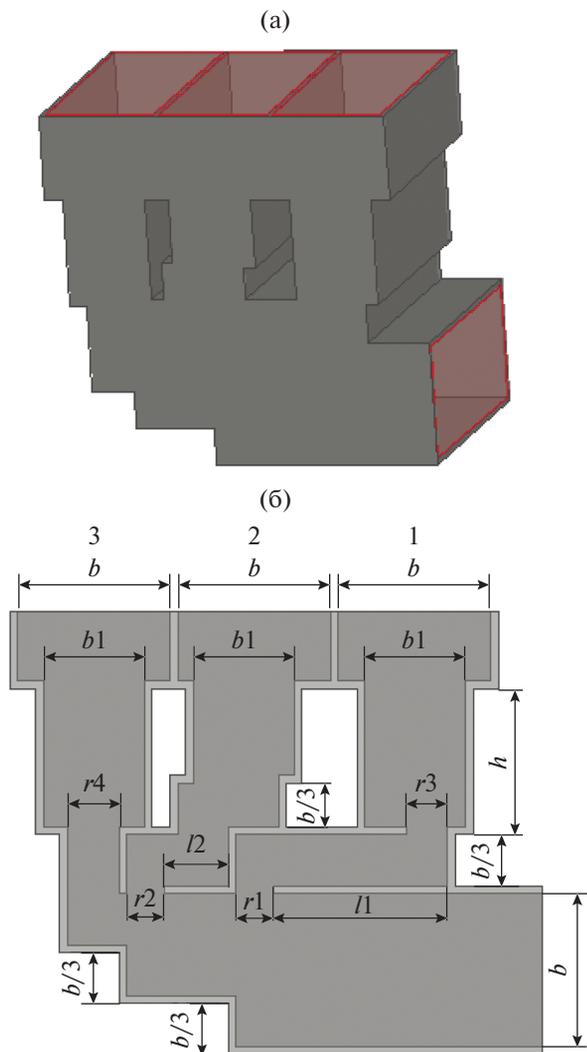


Рис. 5. Трехканальный делитель мощности: а – общий вид, б – продольное сечение; 1–3 – каналы.

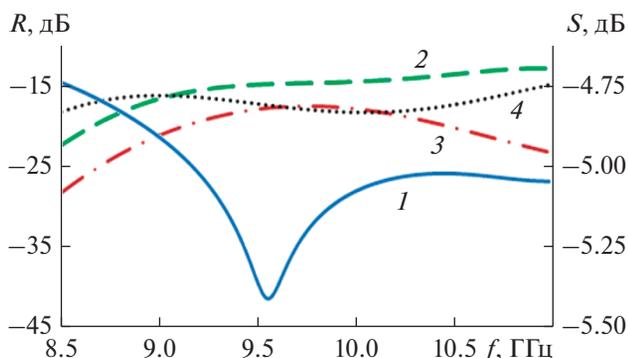


Рис. 6. Частотные зависимости коэффициентов отражения R (кривая 1) и передачи S (2–4) трехканального делителя.

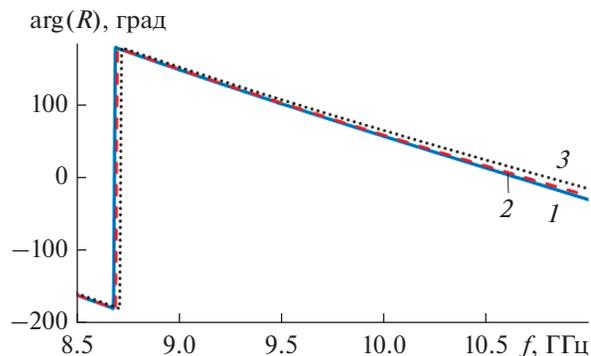


Рис. 7. Частотные зависимости (кривые 1–3) фазы моды на выходах 1–3 трехканального делителя (см. рис. 5).

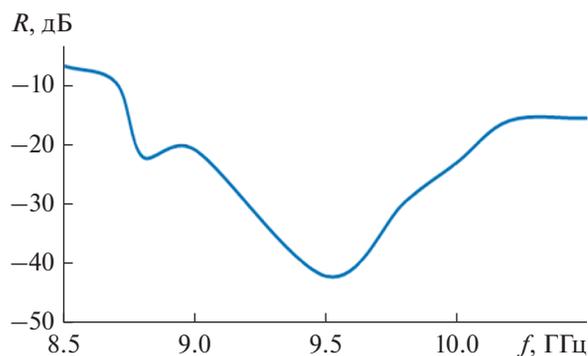


Рис. 8. Зависимость коэффициента отражения антенной решетки от частоты.

равным 8.25 мм. Видно, что коэффициент отражения при этом в полосе частот 8.8...10.2 не превышает уровня -20 дБ.

Диаграммы направленности антенной решетки на пяти частотах в H -плоскости представлены на рис. 9а. Видно, что при увеличении частоты меняется уровень боковых лепестков, при этом ширина диаграммы направленности и коэффициент усиления почти не меняются. Положение максимума диаграммы направленности также практически не меняется. Диаграммы направленности антенной решетки в E -плоскости на тех же частотах представлены на рис. 9б. На рисунке видно, что, так же как и в H -плоскости, при увеличении частоты меняется только уровень боковых лепестков.

На рис. 10 показаны частотные зависимости коэффициента усиления антенной решетки (кривая 1) и величины КИП (кривая 2). Видно, что в диапазоне частот 8.8...9.3 ГГц антенная решетка обеспечивает очень высокий КИП (больше 0.9). При дальнейшем увеличении частоты коэффициент усиления растет, а величина КИП падает.

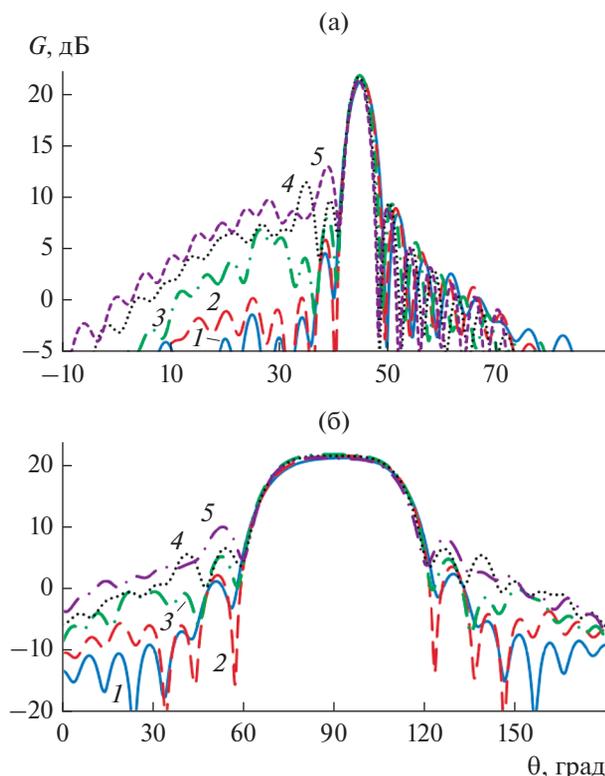


Рис. 9. Диаграммы направленности антенной решетки в H -плоскости (а) и в E -плоскости (б) на пяти частотах: 8.8 (1), 9 (2), 9.5 (3), 10 (4) и 10.3 ГГц (5).

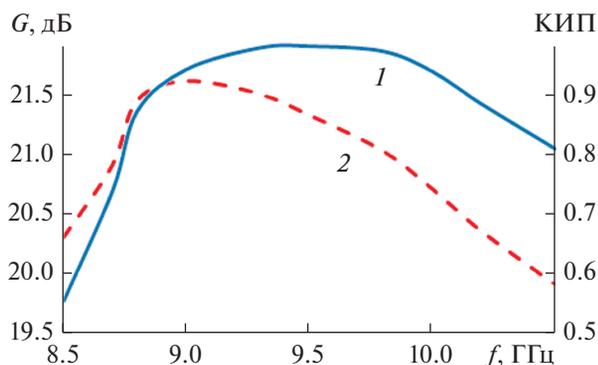


Рис. 10. Зависимости от частоты коэффициента усиления антенной решетки (кривая 1) и величины КИП (кривая 2).

При этом по уровню величины КИП 0.65 полоса частот антенной решетки более 2 ГГц.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основании полученных результатов можно сделать следующие выводы.

Предложенная антенна вытекающей волны обеспечивает фиксированное положение луча во всей исследованной полосе частот (8.8...10.3 ГГц).

В исследованной полосе частот коэффициент отражения антенны ниже уровня -20 дБ, КИП – более 0.65, а в полосе частот более 5% величина КИП превышает 0.9.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена за счет бюджетного финансирования в рамках государственного задания по теме 0030-2019-006.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Xu F., Wu K. // IEEE Trans. MTT-53. 2005. № 1. P. 66.
2. Xu J., Wei H., Tang H. et al. // IEEE Antenn. Wireless Propag. Lett. 2008. V. 7. P. 85.
3. Yu J.C., Wei H., Wu K. // IEEE Trans. 2010. V. AP-58. № 6. P. 1848.
4. Deslandes D., Wu K. // Asia-Pacific Microwave Conf. Proc. 2005. Suzhou, China. V. 1. P. 4.
5. Javier A.M.-R., José Luis G.-T., Goussetis G. // IEEE Trans. 2012. V. AP-60. № 3. P. 1625.
6. Shahvarpour A., Alvarez-Melcon A., Caloz C. // IEEE Antennas and Propag. Soc. Intern. Symp. 2010. Toronto. 2010. N.Y.: IEEE, 2010. P. 14.
7. Porokhnyuk A., Tetsuya U., Yuichi K., Tatsuo I. // IEEE Antennas and Propag. Soc. Int. Symp. (APSURSI). Orlando. 2013. N.Y.: IEEE, 2013. P. 2289.
8. Hassan M., Eleftheriades G.V. // Proc. 41st Europ. Microwave Conf. (EuMC), 2011, Manchester. 2011. P. 503.
9. Hassan M., Eleftheriades G.V. // IEEE Trans. 2015. V. AP-63. № 5. P. 1997.
10. Neto A., Bruni S., Gerini G., Sabbadini M. // IEEE Trans. 2005. V. AP-53. № 10. P. 3240.
11. Neto A. // IEEE Trans. 2010. V. AP-58. № 7. P. 2238.
12. Mehdipour A., Wong J.W., Eleftheriades G.V. // IEEE Trans. 2015. V. AP-63. № 3. P. 978.
13. Wang L., Gómez-Tornero J.-L., Quevedo-Teruel O. // IEEE Int. Workshop on Antenna Technol., 2018 (iWAT). Nanjing. 2018.
14. Калошин В.А., Нгуен К.Т. // Докл. VI Всеросс. микроволн. конф. Москва, ИРЭ им. В.А.Котельникова РАН. 2018. С. 214.
15. Калошин В.А., Нгуен К.Т. // Журн. радиоэлектроники. 2019. № 1. <http://jre.cplire.ru/jre/jan19/14/text.pdf>.
16. Калошин В.А., Нгуен К.Т. // РЭ. 2020. Т. 65. № 3. С. 250.
17. Калошин В.А., Нгуен К.Т. // РЭ. 2020. Т. 65. № 11. С. 1083.

**РАДИОФИЗИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ
В ТВЕРДОМ ТЕЛЕ И ПЛАЗМЕ**

УДК 537.876

**УПРАВЛЕНИЕ ФОТОННЫМ СПЕКТРОМ
БРЭГГОВСКОГО МИКРОРЕЗОНАТОРА
С МАГНИТОАКТИВНЫМ СЛОЕМ**
© 2021 г. С. А. Афанасьев^а, И. В. Федорова^а, Д. И. Семенцов^а. *^аУльяновский государственный университет,
ул. Л. Толстого, 42, Ульяновск, 432017 Российская Федерация

*E-mail: sementsovdi@mail.ru

Поступила в редакцию 30.03.2020 г.

После доработки 30.03.2020 г.

Принята к публикации 20.10.2020 г.

Получены спектры пропускания микрорезонаторной структуры с брэгговскими зеркалами. В рабочей полости резонатора помещена четвертьволновая пластинка примесного полупроводника, состоянием которого можно управлять внешним магнитным полем. Показано, что с изменением внешнего поля, размера полости и положения в нем активного слоя происходит перестройка фотонного спектра собственных *TM*- и *TE*-волн. Установлено расщепление дефектной моды в центре запрещенной зоны на две при помещении активного слоя в полость резонатора и исследовано различное их поведение в процессе изменения магнитного поля. Выявлена зависимость протяженности и количества зон непропускания от параметров структуры, частоты и поля, составлены карты запрещенных зон.

DOI: 10.31857/S0033849421030013

ВВЕДЕНИЕ

Одномерные фотонно-кристаллические микрорезонаторы (МКР) в последние годы привлекают пристальное внимание исследователей, что связано с широкими возможностями их практического использования при создании многочисленных устройств управления электромагнитным излучением различных диапазонов [1–7]. Для формирования симметричного фотонно-кристаллического МКР требуется создание в центре бездефектной периодической структуры диэлектрической полости и смена порядка следования слоев в одном из диэлектрических брэгговских зеркал [8–10]. Выполняя функцию усиления различных видов взаимодействия света со средой распространения, данные устройства применяются при создании широкого класса устройств управления излучением (переключателей, модуляторов, фильтров). Важной для практического применения МКР является возможность перестройки резонансной частоты, что достигается внедрением в полость между зеркалами слоев, материальные параметры которых зависят от легко изменяемых внешних факторов (электрическое и магнитное поля, температура, интенсивность) [11–15]. Для МКР, как любой резонансной системы, значимой характеристикой также является добротность, которая показывает, во сколько раз запасы энергии в по-

лости резонатора больше, чем потери энергии за один период колебаний [2, 16].

В данной работе исследуются особенности спектра пропускания МКР структуры, в рабочую полость которой вводится слой активного материала с управляемыми внешним магнитным полем материальными параметрами. В качестве такого материала выбран примесный полупроводник *p*-InSb, слой которого имеет четвертьволновую толщину. Представлены частотные зависимости коэффициента прохождения собственных волн при различных значениях внешнего магнитного поля. Установлено, что смещение активного слоя в полости из максимума в минимум волнового магнитного поля приводит к качественному изменению характера спектра прохождения, ширины и количества зон непропускания.

1. ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Рассмотрим симметричную МКР-структуру, образованную двумя брэгговскими зеркалами (БЗ), состоящими из диэлектрических слоев с диэлектрической проницаемостью (ДП) ϵ_1 , ϵ_2 и толщинами L_1 , L_2 . Полагаем, что зеркала разделены между собой диэлектрической полостью с ДП ϵ_3 и толщиной L_3 . Внутри полости может помещаться

полупроводниковый слой толщиной $L_4 < L_3$, в результате чего вся структура становится магнитоактивной и управляемой внешним магнитным полем. Будем считать, что направление волнового вектора падающей из вакуума на МКР-структуру волны совпадает с направлением ее оси симметрии Oz , а внешнее магнитное поле H_0 ориентировано в плоскости слоев вдоль оси Ox . Отметим, что в качестве магнитоактивной вставки может быть использован и слой феррита, однако рабочий диапазон частот при этом будет на порядок ниже.

Действие магнитного поля приводит к анизотропии оптических свойств полупроводника, поэтому в указанной геометрии компоненты тензора ДП $\epsilon_{yy} = \epsilon_{zz} = \epsilon$, $\epsilon_{xx} = \epsilon_{\parallel}$, $\epsilon_{yz} = -\epsilon_{zy} = i\epsilon_a$ имеют следующий вид [17]:

$$\epsilon = \epsilon_l \left(1 - \frac{\omega_p^2 \omega_v}{\omega(\omega_v^2 - \omega_c^2)} \right), \quad \epsilon_{\parallel} = \epsilon_l \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega \omega_v} \right), \quad (1)$$

$$\epsilon_a = \frac{\epsilon_l \omega_p^2 \omega_c}{\omega(\omega_v^2 - \omega_c^2)}.$$

Здесь $\omega_v = \omega - i\nu$, где ω – частота, ν – частота столкновений, $\omega_p = \sqrt{4\pi e^2 n_0 / m^* \epsilon_l}$ и $\omega_c = eH_0 / m^* c$ – плазменная и циклотронная частота, ϵ_l – решеточная часть ДП, e – заряд электрона, n_0 и m^* – концентрация и эффективная масса носителей заряда, c – скорость света в вакууме. Магнитная проницаемость полупроводника μ_s не зависит от частоты и может быть принята равной единице.

На рис. 1 приведены частотные зависимости действительной и мнимой части эффективной ДП $\epsilon_{\perp} = \epsilon - \epsilon_a^2 / \epsilon$ полупроводника p -InSb с параметрами $\omega_p = 5.15 \times 10^{10} \text{ с}^{-1}$, $\omega_c = 4.18 \times 10^7 H_0 \text{ с}^{-1}$, $\nu = 10^9 \text{ с}^{-1}$, полученные для значений магнитного поля $H_0 = 1.5, 2, 2.5 \text{ кЭ}$. Видно, что увеличение магнитного поля смещает резонансную кривую в область более высоких частот. Следовательно, положением резонансной частоты (или резонансного поля) можно управлять с помощью внешнего магнитного поля (или выбором рабочей частоты). Далее рабочей частотой будем считать $\omega_0 = 10^{11} \text{ с}^{-1}$.

При указанной геометрии в каждом из слоев структуры возможно распространение двух собственных волн с ортогональной поляризацией – TM и TE . Характеристики TM -волны чувствительны к внешнему магнитному полю в слое полупроводника, а TE -волны не чувствительны. Для МКР-структуры с управляемым слоем, помещенном в резонаторную полость, передаточная матрица,

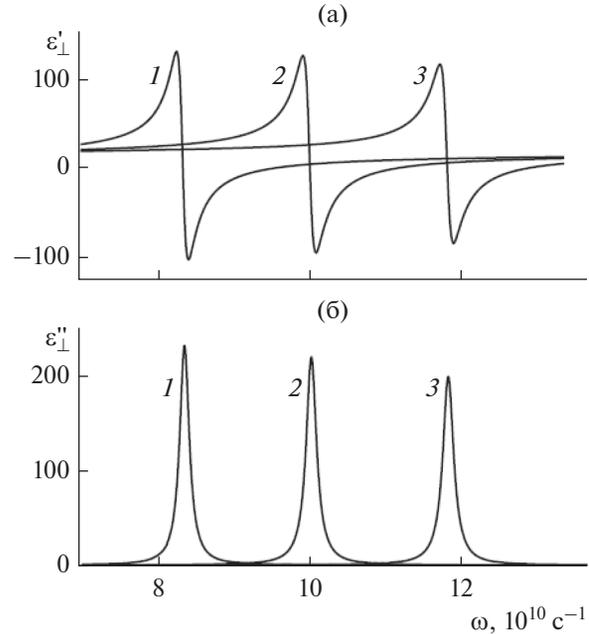


Рис. 1. Зависимость от частоты действительной (а) и мнимой части (б) эффективной ДП полупроводника при $H_0 = 1.5$ (1), 2.0 (2) и 2.5 кЭ (3).

которая связывает поле волны на входе и выходе из структуры, имеет вид

$$\mathbf{G} = (\mathbf{N}_1 \mathbf{N}_2)^n \mathbf{N}_3 \mathbf{N}_4 \mathbf{N}_3 (\mathbf{N}_2 \mathbf{N}_1)^n, \quad (2)$$

где n – число периодов в БЗ. Передаточные матрицы отдельных слоев имеют вид [18]

$$\mathbf{N}_j = \begin{pmatrix} \cos k_j L_j & i(k_0 \xi_j / k_j) \sin k_j L_j \\ i(k_j / k_0 \xi_j) \sin k_j L_j & \cos k_j L_j \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где $j = 1 \dots 4$, а $\xi_j = \mu_j = 1$ для TE -волны и $\xi_j = \epsilon_j$ для TM -волны, $k_{1-3} = k_0 \sqrt{\epsilon_{1-3}}$ – константы распространения в диэлектрических слоях, $k_4^{TE} = k_0 \sqrt{\epsilon_{\parallel}}$, $k_4^{TM} = k_0 \sqrt{\epsilon_{\perp}}$ – константы распространения для слоя полупроводника, $k_0 = \omega / c$.

Амплитудные коэффициенты отражения и прохождения для всей МКР структуры определяются через матричные элементы передаточной матрицы:

$$r = \frac{G_{11} + G_{12} - G_{21} - G_{22}}{G_{11} + G_{12} + G_{21} + G_{22}}, \quad (4)$$

$$t = \frac{2}{G_{11} + G_{12} + G_{21} + G_{22}}.$$

Энергетические коэффициенты отражения и прохождения в этом случае имеют вид $R = |r|^2$, $T = |t|^2$. При учете поглощения в слоях доля поглощенной структурой энергии определяется величиной $A = 1 - R - T$.

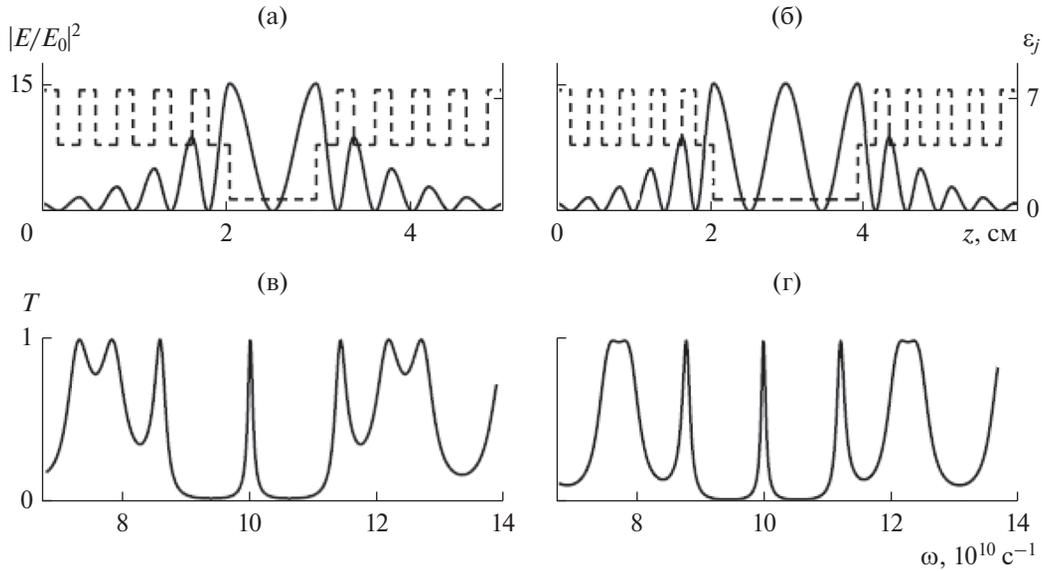


Рис. 2. Распределение квадрата модуля напряженности электрического поля (а, б) в МКР-структуре с незаполненной полостью и спектры пропускания (в, г) для толщин $L_3^{(1)}$ (а, в) и $L_3^{(2)}$ (б, г) при $\omega_0 = 10^{11} \text{ c}^{-1}$, $\lambda_0 = 1.884 \text{ см}$, $\epsilon_3 = 1$.

Для выявления спектральных особенностей МКР, возникающих при введении в полость слоя полупроводника, рассмотрим вначале распределение волнового поля по структуре с передаточной матрицей (2) с полостью свободной рабочей полостью. Будем считать, что период брэгговских зеркал состоит из двух слоев изотропных диэлектриков Si_3N_4 и ZrO_2 с ДП $\epsilon_1 = 7.16$, $\epsilon_2 = 4.16$ [11] и одинаковыми оптическими толщинами $L_1\sqrt{\epsilon_1} = L_2\sqrt{\epsilon_2} = \lambda_0/4$, где $\lambda_0 = 2\pi c/\omega_0 = 1.884 \text{ см}$. При этом реальные толщины слоев $L_1 = 1760.2 \text{ мкм}$ и $L_2 = 2309.3 \text{ мкм}$, а оптическая толщина $L_0 \approx 4710 \text{ мкм}$. В каждом из зеркал число периодов $n = 5$, период $L_1 + L_2 = 4069.5 \text{ мкм}$, толщина каждого зеркала $L = 2.034 \text{ см}$. Далее рассмотрены два случая толщины полости: $L_3^{(1)} = \lambda_0/2\sqrt{\epsilon_3}$ и $L_3^{(2)} = \lambda_0/\sqrt{\epsilon_3}$. Полость между зеркалами считается вакуумом, т.е. $\epsilon_3 = 1$.

На рис. 2а–2г для указанного типа симметричной резонаторной структуры приведено распределение по структуре квадрата модуля напряженности электрического поля волны (см. рис. 2а, 2б) и частотная зависимость коэффициента прохождения в области запрещенной фотонной зоны (см. рис. 2в, 2г) при толщинах полости $L_3^{(1)}$ (а, в) и $L_3^{(2)}$ (б, г). Штриховой линией приведено распределение по структуре ДП. На рис. 2а в центре структуры амплитуда электрического поля достигает минимума, а два максимума имеют место на боковых границах полости. При этом амплитуда

магнитного поля в центре полости достигает максимума, а на ее границах с брэгговскими зеркалами – минимума. На рис. 2б в центре структуры и на границах полости амплитуда электрического поля максимальна (магнитного поля – минимальна), между максимумами имеется два симметричных минимума электрического поля (максимума магнитного поля). Рабочая частота, для которой построено распределение амплитуды электрического поля, отвечает частоте центральной моды ω_0 .

В спектре прохождения выбранной симметричной структуры, представляющей фотонный кристалл с двумя дефектами – инверсии и внедрения [1, 19], в области рабочей частоты ω_0 имеется запрещенная фотонная зона, которая для структуры на рис. 2в более широкая, чем для структуры на рис. 2г. В центре запрещенной области в обоих случаях наблюдается узкий пик прохождения (дефектная мода). В отсутствие внешнего магнитного поля характер спектра одинаков для волн TM - и TE -поляризации.

Для оценки добротности исследуемого МКР воспользуемся определением, эквивалентным данному выше, которое связывает величину резонансной частоты с шириной резонансной кривой (на ее полувысоте), т.е. $Q \approx \omega_0/\Delta\omega$ [2]. Используя приведенные спектры для определения ширины кривой центральной моды при двух значениях толщины рабочей полости ($\Delta\omega = 0.96 \times 10^9 \text{ c}^{-1}$ при $L_3^{(1)}$ и $\Delta\omega = 0.86 \times 10^9 \text{ c}^{-1}$ при $L_3^{(2)}$), получаем соответственно значения добротности $Q^{(1)} = 104.16$ и

$Q^{(2)} = 116.27$. Таким образом, добротность резонатора зависит от толщины полости, что следует из зависимости $Q(L_3)$, приведенной на рис. 3 для всего интервала от $L_3^{(1)}$ до $L_3^{(2)}$. Отметим также, что с увеличением числа периодов в брэгговских зеркалах и оптического контраста в соседних слоях зеркал (т.е. в периоде) добротность МКР возрастает.

2. СПЕКТРЫ МКР С ПОЛУПРОВОДНИКОВЫМ СЛОЕМ

Рассмотрим трансформацию спектра пропускания TM -волн при помещении в полость МКР пластинки полупроводника четвертьволновой толщины ($L_4 = \lambda_0 / 4\sqrt{\epsilon'_1}$) для двух значений толщины полости $L_3^{(1)}$ и $L_3^{(2)}$, а также разных значений внешнего магнитного поля.

На рис. 4 и 5 представлены частотные зависимости коэффициента пропускания TM -волны, полученные для МКР со слоем полупроводника толщиной $L_4 = 1337$ мкм ($\epsilon'_1 = 12.41$ отвечает рабочей частоте ω_0) для четырех значений поля $H_0 = 0$ (а, б), 1.5 (в, г), 2.0 (д, е) и 2.5 кЭ (ж, з) при толщине полости $L_3^{(1)}$ (см. рис. 4) и $L_3^{(2)}$ (см. рис. 5). Здесь и далее для представленных в левой колонке зависимостей – центр активного слоя расположен в минимуме волнового электрического поля (и, соответственно, в максимуме магнитного поля), в правой колонке – в максимуме электрического поля (в минимуме магнитного поля). Из приведенных зависимостей видно, что одиночный пик дефектной моды, наблюдаемый в пустом МКР (пунктирная кривая), при помещении слоя полупроводника в максимум магнитного поля (левая колонка) уже в случае $H_0 = 0$ расщепляется на два практически одинаковых по амплитуде и близко расположенных пика пропускания. С ростом магнитного поля наблюдается увеличение расщепления и уменьшение амплитуды пиков, более быстрое у второго пика. При достижении значения поля, при котором резонансная частота ДП p -InSb совпадает с частотой дефектной моды ($H_0 \approx 2$ кЭ), оба пика подавляются (т.е. $T \approx 0$). Дальнейшее увеличение поля приводит вновь к появлению и росту обоих пиков, но теперь с ростом поля имеет место опережающий рост второго максимума и уменьшение расстояния между пиками до установления предельного его значения.

При помещении пластинки в минимум магнитного поля (в центр полости) и $H_0 = 0$ в спектре дефектная мода частично подавлена и сдвинута в низкочастотную область, а расщепление наблюдается у высокочастотного бокового пика на

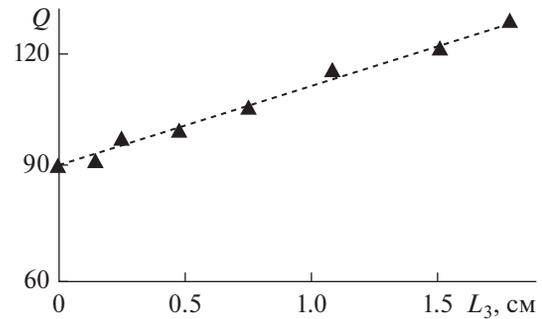


Рис. 3. Зависимость добротности МКР от толщины полости L_3 .

границе запрещенной зоны. При увеличении магнитного поля наблюдается подавление дефектной моды и всего спектра в низкочастотной области, тогда как спектр в высокочастотной области испытывает относительно слабую деформацию.

Из приведенных на обоих рисунках зависимостей видно, что характер трансформации спектра прохождения под действием внешнего магнитного поля зависит как от толщины слоя полупроводника, так и толщины рабочей полости МКР. Таким образом, с помощью магнитоактивной пластинки и внешнего магнитного поля в спектре МКР для TM -волн в области запрещенной фотонной зоны с дефектной модой возможно формирование спектральных участков с заданной пропускательной способностью. Так как TE -волна не является магнитоактивной, то форма ее спектров пропускания для рассматриваемых МКР с полупроводниковым слоем аналогична форме приведенных выше зависимостей для TM -волн (см. рис. 3 и 4) при отсутствии внешнего магнитного поля (при $H_0 = 0$). Здесь также присутствует раздвоение пика дефектной моды на два при толщине полости $L_3^{(1)}$ и подавление дефектной моды при толщине полости $L_3^{(2)}$.

3. КОНТУРЫ ОБЛАСТЕЙ ПРОПУСКАНИЯ И ОТРАЖЕНИЯ

Более подробный анализ получаемых при численном моделировании спектров показывает, что протяженность частотных интервалов, в которых волны могут (не могут) распространяться в структуре, зависит как от параметров самой структуры (материальных параметров слоев, их толщины, числа периодов в зеркалах, типа дефекта и его положения в полости), так и внешних параметров (поляризации волны, внешнего поля) [3, 20]. Для иллюстрации сказанного на рис. 6 и 7 представлены контуры фотонных зон МКР на плоскостях (ω, H_0) и (ω, L_4) для двух позиций слоя полупроводника в полости толщиной $L_3^{(2)}$ (левая и правая

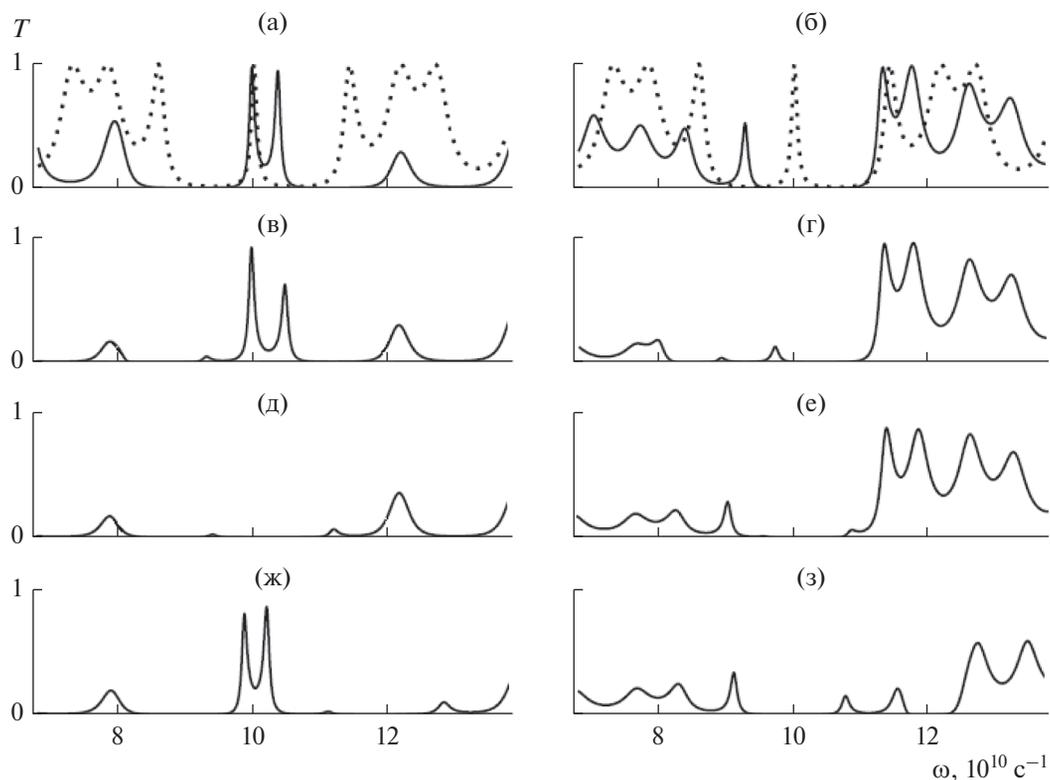


Рис. 4. Спектры пропускания TM -волны МКР со слоем полупроводника в полости толщиной $L_3 = \lambda_0/2\sqrt{\epsilon_3}$ при $H_0 = 0$ (а, б), 1.5 (в, г), 2.0 (д, е) и 2.5 кЭ (ж, з); пунктир – спектр без дефектного слоя.

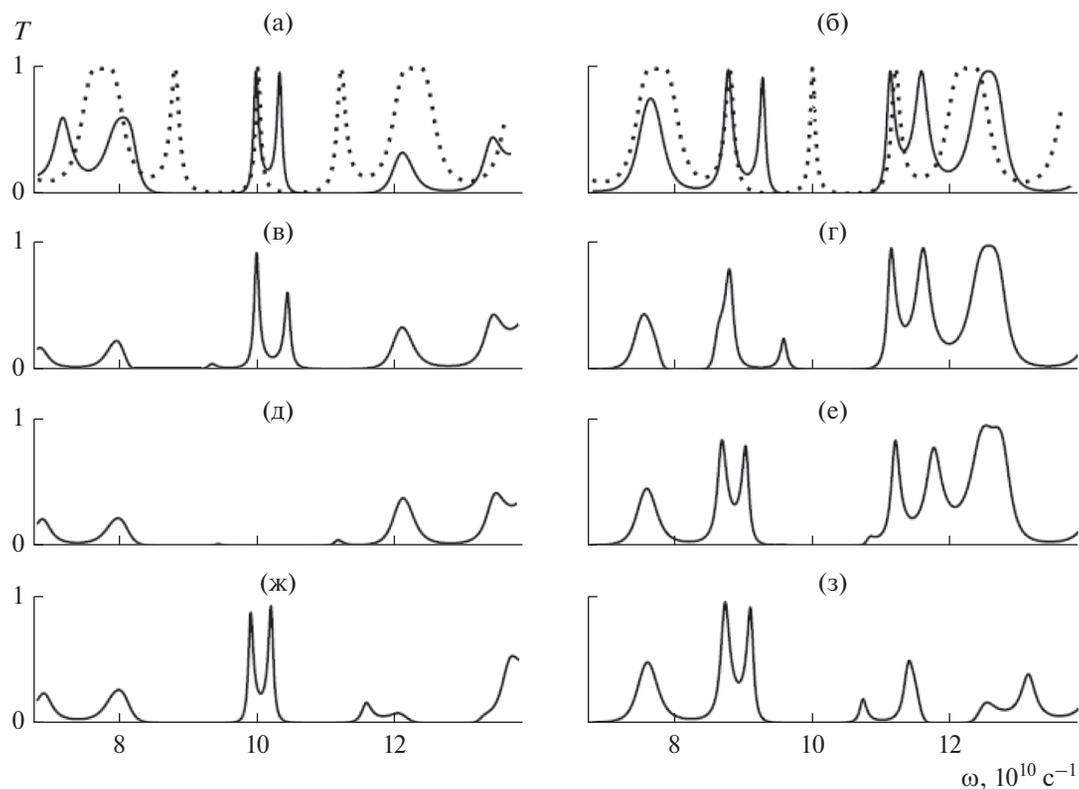


Рис. 5. Спектры пропускания TM -волны МКР со слоем полупроводника в полости толщиной $L_3 = \lambda_0/2\sqrt{\epsilon_3}$ и при $H_0 = 0$ (а, б), 1.5 (в, г), 2.0 (д, е) и 2.5 кЭ (ж, з); пунктир – спектр без дефектного слоя.

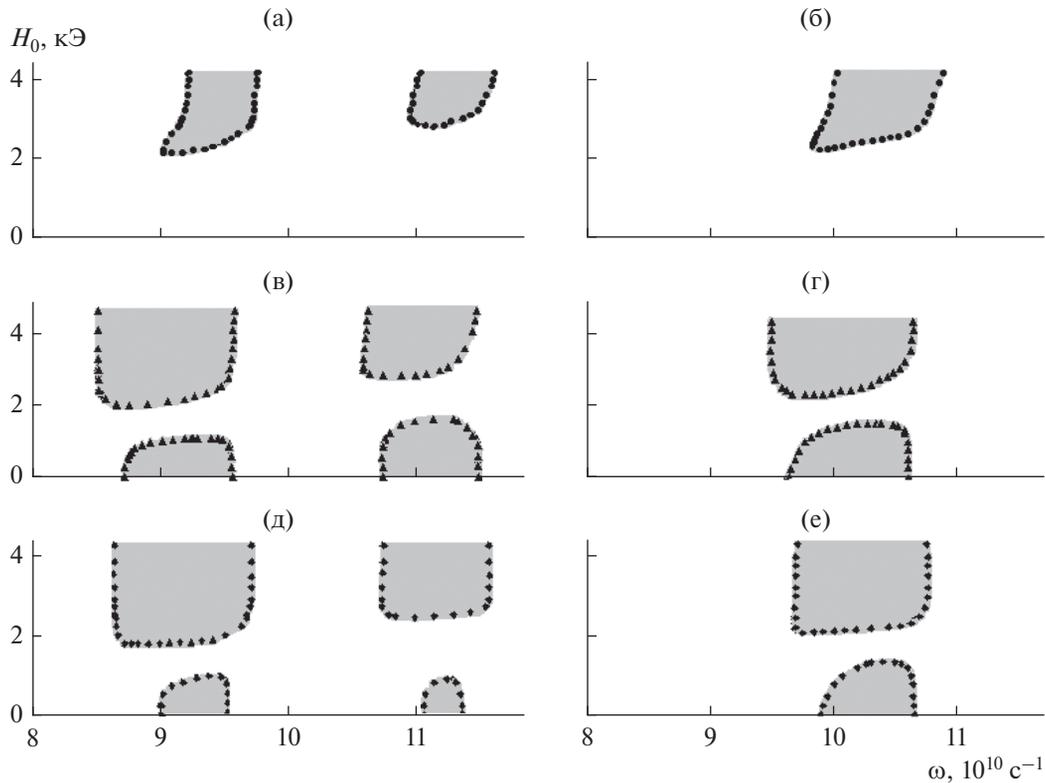


Рис. 6. Фотонные запрещенные зоны МКР на плоскости (ω, H_0) при толщине полости $L_3^{(2)}$ и различных толщинах слоя полупроводника: $L_4 = \lambda_0/2\sqrt{\epsilon'_\perp}$ (а, б), $L_4 = \lambda_0/4\sqrt{\epsilon'_\perp}$ (в, г), $L_4 = \lambda_0/8\sqrt{\epsilon'_\perp}$ (д, е).

колонки рисунков). Контуры фотонных зон на рис. 6 получены при толщинах слоя полупроводника: $L_4 = \lambda_0/2\sqrt{\epsilon'_\perp}$ (а, б), $\lambda_0/4\sqrt{\epsilon'_\perp}$ (в, г), $\lambda_0/8\sqrt{\epsilon'_\perp}$ (д, е), а на рис. 7 – при значениях магнитного поля $H_0 = 0$ (а, б), 1.0 кЭ (в, г), 1.4 кЭ (ж, з), 2.3 кЭ (д, е) и 2.5 кЭ (и, к). Контуры границ соответствующих зон найдены из полученных спектров при изменении значений параметров МКР и внешнего магнитного поля. Критерием непрозрачности структуры для отбираемых предельных значений являлись условия, при которых значения коэффициентов прохождения $T \leq 0.005$ (или отражения $R \geq 0.995$). Видно, что в случае расположения слоя полупроводника в минимуме волнового электрического поля на плоскости (ω, H_0) наблюдается от двух до четырех ограниченных точками областей, а в случае расположения в максимуме таких областей – либо одна, либо две. Расположение, количество и ширина областей при данном значении внешнего поля зависят от толщины слоя полупроводника.

На плоскости (ω, L_4) при расположении слоя полупроводника в минимуме электрического поля в отсутствие внешнего магнитного поля наблюдаются две ограниченных точками области,

которые представляют собой запрещенные для распространения волн зоны. Их ширина с увеличением поля уменьшается; при значениях поля, близких к $H_0 = 1.5$ кЭ, и толщинах слоя полупроводника $L_4 = 0.1... 0.2$ см первая запрещенная зона отсутствует. При дальнейшем увеличении внешнего поля зоны непропускания появляются все чаще, а интервалы значений толщин внедряемого слоя становятся более протяженными.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате проведенного анализа выявлены особенности спектра пропускания микрорезонатора с диэлектрическими брэгговскими зеркалами, в рабочую вакуумную полость которого вводится слой полупроводника четвертьволновой толщины. Материалом такого слоя выбран p -InSb. В области фотонной запрещенной зоны диэлектрическая проницаемость полупроводника имеет характерную резонансную зависимость от частоты и управляется внешним магнитным полем. Представлены частотные зависимости коэффициента прохождения собственных TM - и TE -волн при различных положениях активного слоя в полости и различных

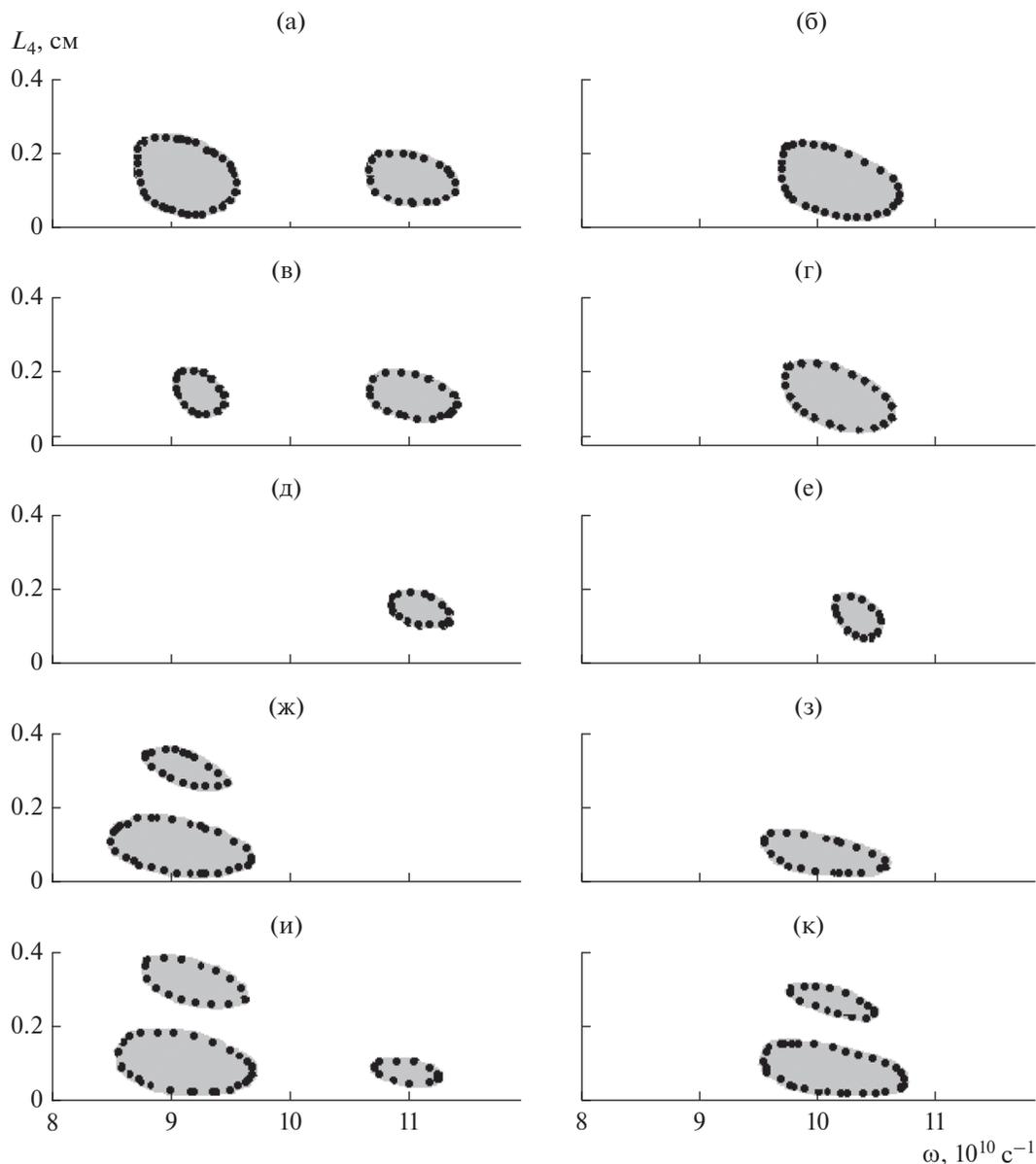


Рис. 7. Фотонные запрещенные зоны МКР на плоскости (ω, L_4) при толщине полости $L_3^{(2)}$ и значениях магнитного поля: $H_0 = 0$ (а, б), 1 (в, г), 1.4 (д, е), 2.3 (ж, з) и 2.5 кЭ (и, к).

значениях магнитного поля. Установлено, что смещение активного слоя в полости из максимума волнового магнитного поля в его минимум приводит к качественному изменению характера спектра прохождения для обоих типов волн. При изменении магнитного поля меняется спектр только TM -волны, тогда как TE -волна в данной структуре является не чувствительной к магнитному полю. Подобная МКР-структура может найти широкое практическое применение, в частности, может служить эффективным фильтром в узкой частотной области дефектной моды, а также поляризатором в

области пропускания волны только одной поляризации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Heebner J., Grover R., Ibrahim T. Optical Microresonators: Theory, Fabrication, and Applications. L.: Springer, 2008.
2. Городецкий М.Л. Оптические микрорезонаторы с гигантской добротностью. М.: Физматлит, 2011.
3. Mohebbi M. // J. Sensors and Sensor Systems. 2015. V. 4. № 1. P. 209.

4. Архипкин В.Г., Гуняков В.А., Мысливец С.А. и др. // ЖЭТФ. 2008. Т. 133. № 2. С. 447.
5. Елисеева С.В., Семенцов Д.И. // ЖЭТФ. 2011. Т. 139. № 2. С. 235.
6. Averkov Yu.O., Yakovenko V.M., Yampol'skii V.A., Franco Nori // Phys. Rev. B. 2014. V. 90. № 4. P. 045415
7. Федорова И.В., Семенцов Д.И. // РЭ. 2019. Т. 64. № 11. С. 1138.
8. Городецкий М.Л. Основы теории оптических микрорезонаторов. М., 2010.
9. Kumar V., Suthar B., Malik J.V. et al. // Photonics and Optoelectronics. 2013. V. 2. № 1. P. 17.
10. Chretmos I., Schwelb O., Uzunoglu N. Photonic Microresonator Research and Applications. N.Y.: Springer, 2010.
11. Ветров С.Я., Авдеева А.Ю., Тимофеев И.В. // ЖЭТФ. 2011. Т. 140. № 5. С. 871.
12. Мусеев С.Г., Остаточников В.А., Семенцов Д.И. // Письма в ЖЭТФ. 2014. Т. 100. № 6. С. 413.
13. Sadegzadeh S., Mousavi A. // Int. J. Mathematical, Computational, Physical, Electrical and Computer Engineering. 2017. V. 11. № 7. P. 247.
14. Hanan A., Mueid Al-Zahrani // Middle East J. Appl. Sci. 2018. V. 8. № 2. P. 690.
15. Fedorova I.V., Eliseeva S.V., Sementsov D.I. // Superlattices and Microstructures. 2018. V. 117. P. 488.
16. Голубев В.Г., Дукин А.А., Медведев А.В. и др. // ФТП. 2001. Т. 35. № 10. С. 1266.
17. Басс Ф.Г., Булгаков А.А., Тетервов А.П. Высококачественные свойства полупроводников со сверхрешетками. М.: Наука. 1989.
18. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1973.
19. Елисеева С.В., Семенцов Д.И. // Оптика и спектроскопия. 2010. Т. 109. № 5. С. 789.
20. Tolmachev V.A., Melnikov V.A., Baldycheva A.V. et al. // Progress in Electromagnetic Research. 2012. V. 122. P. 293.

ИССЛЕДОВАНИЕ И СРАВНЕНИЕ ЛАБОРАТОРНЫХ ИСТОЧНИКОВ ТЕРАГЕРЦОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ РАЗЛИЧНЫХ ТИПОВ: НА ОСНОВЕ ЛАМПЫ ОБРАТНОЙ ВОЛНЫ, ПОЛУПРОВОДНИКОВОГО УМНОЖИТЕЛЯ СВЕРХВЫСОКИХ ЧАСТОТ С ВЫСОКИМ НОМЕРОМ ГАРМОНИКИ И РАСПРЕДЕЛЕННОГО ДЖОЗЕФСОНОВСКОГО ПЕРЕХОДА

© 2021 г. Н. В. Кинев^а, *, В. П. Кошелец^а

^аИнститут радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
ул. Моховая, 11, стр.7, Москва, 125009 Российская Федерация

*E-mail: nickolay@hitech.cplire.ru

Поступила в редакцию 21.08.2020 г.

После доработки 21.08.2020 г.

Принята к публикации 30.09.2020 г.

Проведен сравнительный анализ трех различных лабораторных источников терагерцового (ТГц) диапазона, излучающих в открытое пространство и основанных на разных принципах работы: на основе лампы обратной волны с умножителем частоты, на основе умножителя СВЧ с высоким номером гармоник на полупроводниковых сверхрешетках (СР), а также разработанного сравнительно недавно генератора на основе распределенного джозефсоновского перехода (РДП). Проведено качественное и количественное сравнение источников по массогабаритным и амплитудно-частотным характеристикам (АЧХ), мощности излучения, а также по сложности настройки и работы с устройствами в лабораторных условиях.

DOI: 10.31857/S0033849421030116

ВВЕДЕНИЕ

В современной науке и технике наблюдается большой интерес к приборам и методам исследований в терагерцовом (ТГц) диапазоне частот – от 0.1 до 10 ТГц: разрабатываются новые устройства и находят дополнительные области применения уже созданные ранее источники и детекторы (см., например, обзор [1]). Растущий интерес к этой области обуславливает конкуренцию в разработке различных ТГц-источников для конкретных применений в научной, промышленной и социально-экономической сферах. Такие задачи, как построение ТГц-изображений, спектроскопия во временной и частотной области, гетеродинное детектирование слабых сигналов, ТГц-микроскопия, находят все больше применений в биологии и медицине, в системах безопасности и экологическом мониторинге, в астрономических исследованиях. Так, например, в составе высокочувствительных приемных систем на радиотелескопах и обсерваториях наземного и космического базирования используются компактные ТГц-источники на основе квантово-каскадных лазеров, фотосмесителей, умножителей на диодах Шоттки и сверхрешетках, при этом используются умно-

жители сигналов как с низким (до 5), так и с высоким (более 30) номером гармоник.

В России на сегодняшний день имеется несколько научных групп, активно занимающиеся разработками и исследованиями таких источников. В данной работе мы провели сравнительный анализ трех лабораторных источников ТГц-диапазона, имеющих в распоряжении коллектива авторов работы. Первый источник основан на лампе обратной волны (ЛОВ) [2–4] с умножителем до гармоник с номером 3...5, второй источник основан на умножении входного СВЧ-сигнала в структуре, выполненной из полупроводниковых квантовых сверхрешеток (СР) GaAs/AlAs [5–7] до высокого номера гармоники (более 30), третий источник разработан в нашей группе и основан на распределенном джозефсоновском переходе (РДП) типа “сверхпроводник–изолятор–сверхпроводник” (СИС), согласованном с передающей щелевой антенной [8–13]. Идея использования РДП в качестве генератора СВЧ- и ТГц-диапазона появилась довольно давно в работе [14], затем данная идея была реализована в нашей группе в практической миссии по исследованию атмосферы Земли [15, 16], где генератор на основе РДП был интегри-

рован на одной микросхеме с СИС-смесителем и являлся гетеродином для сверхпроводникового приемника, работающего в диапазоне 500...650 ГГц. Недавно нами был разработан источник на основе РДП, излучающий в открытое пространство посредством двойной щелевой антенны, расположенной на одной микросхеме с генератором. Частотные характеристики различных конструкций передающей антенны исследованы и представлены в работах [8, 9]. Для фазовой синхронизации излучения в интегральную микросхему был дополнительно встроены гармонический смеситель, работающий в цепи обратной связи с РДП совместно с системой фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ) [10, 11], а спектральные характеристики излучения были исследованы в работах [10–12]. Исследование рабочего диапазона выходных частот, определяемого преимущественно характеристиками передающей антенны и её согласованием по импедансу с РДП, для одной из конструкций антенны проведено в работе [13].

Частотный диапазон выходного излучения и исследования устройств составил от 480 до 700 ГГц, что относится к нижней границе ТГц-диапазона, при этом все устройства, исследованные в данной работе, являются источниками непрерывного (не импульсного) излучения. Одной из ключевых целей данной работы является сравнение характеристик разработанного в нашей группе сравнительно недавно генератора на основе РДП с наиболее традиционными и хорошо известными типами ТГц-генераторов. Подобный сравнительный анализ дает качественное представление об источниках, основанных на разных принципах работы, в контексте возможности их применения в тех или иных задачах.

1. ОБЩИЙ СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ИСТОЧНИКОВ¹

1.1. Источник на основе лампы обратной волны

Лампы обратной волны являются наиболее традиционными представителями источников ТГц-диапазона. Генерация в таких приборах основана на взаимодействии электронного пучка с электромагнитной волной [1–4], при этом приборы обладают большой массой из-за необходимости использования сильного постоянного магнита и высоковольтного источника питания. Для исследований в данной работе был использован лабораторный источник на основе ЛОВ, разработанный специалистами Института физики микроструктур РАН (Нижний Новгород). Источник является комплексным устройством (рис. 1), состоящим из высоковольтного источника питания, ЛОВ с вы-



Рис. 1. Источник ТГц-излучения на основе ЛОВ: 1 – блок ЛОВ, 2 – выходной умножитель частоты 120...160 ГГц, 3 – блок питания для вспомогательной электроники.

ходной частотой диапазона 120...160 ГГц, системой ФАПЧ выходного сигнала ЛОВ и умножителя на основе полупроводниковой СР с волноводом. Волновод в составе умножителя спроектирован таким образом, чтобы обеспечивать наилучшую работу на 4-й гармонике сигнала ЛОВ благодаря фильтрации частот ниже ~350...400 ГГц, а вывод излучения в открытое пространство производится с помощью рупорной антенны. Масса всей системы источника составляет 17.4 кг, габариты функциональной части источника (без персонального компьютера) – порядка 500 × 300 × 280 мм (здесь и далее – Д × Ш × В), а потребляемая мощность от сети ~220 В не превышает 0.25 кВт. Рабочий диапазон выходных частот составляет 480...640 ГГц (4-я гармоника ЛОВ), шаг перестройки частоты равняется 10 кГц, мощность на выходе рупорной антенны согласно спецификации на прибор – не менее 0.2 мкВт. Выходное излучение имеет достаточно узкую диаграмму направленности благодаря рупорной антенне на выходе умножителя, при этом для передачи сигнала на большие расстояния может дополнительно использоваться собирающая линза. Следует отметить, что прибор является достаточно тяжелым и громоздким. В лабораторных условиях при использовании в качестве внешнего ТГц-источника размеры прибора не доставляют существенных неудобств, однако встраивание источника в корпус совместно с другими устройствами либо его интеграция в комплексную миниатюрную установку представляется невозможным. Управление частотой выходного сигнала производится при помощи персонального компьютера (ПК) оператора – как правило, ноутбука, при этом программное обеспечение позволяет осуществлять

¹ В данном разделе описаны характеристики конкретных устройств, имеющих в распоряжении группы в ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН.

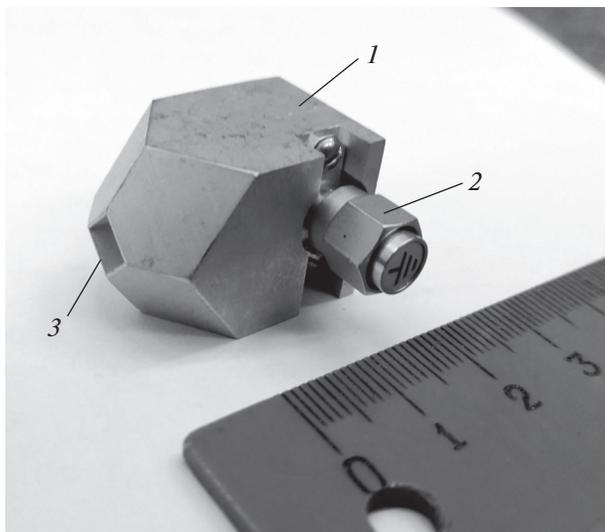


Рис. 2. Умножитель СВЧ на основе СР: 1 – корпус умножителя, 2 – входной коаксиальный разъем СВЧ стандарта SMA, 3 – выходная рупорная антенна ромбовидного сечения.

автоматическую перестройку частоты во времени с заданным шагом.

1.2. Источник на основе умножителя СВЧ-сигнала

Умножители СВЧ на основе полупроводниковых СР получили широкое распространение за последние два десятилетия в силу простоты эксплуатации и относительной миниатюрности [1, 5–7]. Основным их недостатком является то, что для эффективной работы на частотах выше 1 ТГц, чему соответствуют высокие номера гармоник (выше 50), требуется умножители сигнала на частотах около 100 ГГц, которые до сих пор не являются коммерчески доступными. Для исследований в данной работе был использован образец умножителя на основе GaAs/AlAs, изготовленный на базе ФТИ им. А.Ф. Иоффе и ННГУ им. Н.И. Лобачевского (рис. 2). Умножитель оснащен выходной рупорной антенной ромбовидного сечения, для задания входного сигнала используется коаксиальный СВЧ-кабель. Размеры умножителя порядка $30 \times 20 \times 20$ мм и масса порядка 50 г пренебрежимо малы по сравнению с габаритами и массой базового источника СВЧ-сигнала. Таким образом, при использовании умножителя в качестве внешнего ТГц-источника в лабораторных условиях фактические массогабаритные характеристики устройства определяются исключительно характеристиками исходного источника СВЧ, при этом только коаксиальный СВЧ-кабель, эффективно работающий до 30 ГГц, соизмерим (либо превышает) по массе с образцом умножителя. Для примера отметим, что

широко перестраиваемый коммерчески доступный лабораторный генератор СВЧ-сигналов частотой от 250 кГц до 40 ГГц производства “Keysight Technologies” (США) имеет массу 20.3 кг и размеры $500 \times 420 \times 180$ мм. Если в решаемой задаче не требуется широкая перестройка частоты, то может быть использован одночастотный относительно миниатюрный источник массой от одного до нескольких килограммов. Умножитель является пассивным устройством, поэтому конечная потребляемая мощность системы полностью определяется потребляемой мощностью базового источника, которая для описанного выше промышленного прибора равняется примерно 0.3 кВт и может составлять от нескольких ватт до 1 кВт.

При подаче на вход сверхрешетки сигнала частотой f на ее выходе и, соответственно, на входе волновода имеется сигнал в виде “гребенки” на целых гармониках $2f, 3f, \dots, 30f, 31f$ и т.д. При этом волновод фильтрует сигнал на частотах ниже $\sim 350 \dots 400$ ГГц, таким образом, на рупорную антенну поступает и затем выводится в открытое пространство сигнал только на тех гармониках, частота которых выше 400 ГГц. Конструкция СР позволяет регулировать напряжение смещения на структуре, которое определяет эффективность преобразования на четных и нечетных гармониках, что дает возможность усиливать требуемую гармонику. Если для применения необходим одночастотный сигнал, а не “гребенка” гармоник, то следует использовать дополнительные узкополосные фильтры. Предельное верхнее значение входной частоты определяется параметрами входной линии СВЧ и может быть ограничено емкостью ввода. Так, например, образец умножителя на выходе ЛОВ (см. раздел 1.1) пропускает входную частоту до 160 ГГц, а образец с коаксиальным входом обладает предельным значением входной частоты 24 ГГц. При этом для достижения наилучшей выходной мощности на желаемой частоте ТГц-диапазона оптимальным является диапазон частот $20 \dots 24$ ГГц, а оптимальная мощность входного сигнала составляет $10 \dots 15$ дБм и зависит от выбранной входной частоты. Таким образом, поскольку умножитель является пассивным устройством, простота (сложность) работы с ним фактически определяется простотой (сложностью) работы с базовым источником, при этом выбор источника определяется решаемой задачей. Если в задаче требуется широкая полоса перестройки частоты в ТГц-диапазоне с маленьким шагом и возможность подстройки выходной мощности, то необходим многофункциональный коммерческий источник СВЧ со встроенным дисплеем; если же в решаемой задаче достаточно одной либо нескольких заданных выходных частот фиксированной мощности, разумным представляется использование более миниатюрного и специализированного источника СВЧ. Благодаря

компактным размерам умножитель может быть легко встроен в общий корпус с другими устройствами с целью его интеграции в комплексную миниатюрную установку, в отличие от источника на основе ЛОВ.

1.3. Источник на основе распределенного джозефсоновского перехода

Третьим источником ТГц-диапазона, исследуемым в данной работе, является сверхпроводниковый источник на основе РДП с использованием СИС-структур $Nb/AlO_x/Nb$ с предельной частотой джозефсоновской генерации около 700 ГГц, определяемой фундаментальными свойствами сверхпроводящих берегов перехода и линий передачи на основе ниобия. Принцип работы и важнейшие характеристики были детально описаны [8–13], однако вопросы эргономичности источника с точки зрения практических приложений ранее не обсуждались. Базовый криогенный модуль генератора включает интегральную микросхему с генератором, антенной и гармоническим смесителем (ГС), установленную на полуэллиптической кремниевую линзу, а также массивный магнитный экран для экранирования РДП от внешних наводок, имеет размеры $120 \times 45 \times 60$ мм и массу около 0.4 кг (рис. 3). Генератор работает при температуре жидкого гелия 4.2 К и традиционно устанавливается в заливной криостат. Преимуществом такого источника является возможность установки криогенного модуля в общую криогенную систему решаемой задачи, в таком случае массогабаритные характеристики модуля практически не играют роли в общей системе. Недостатком же применения в задачах при комнатной температуре является необходимость независимого охлаждения базового модуля генератора, для чего требуется достаточно массивная криогенная система. Так, например, полная масса снаряженного криостата производства “Infrared Lab.” (США) с объемом для жидкого гелия около 4 л, обеспечивающим 8–12 ч непрерывной работы, составляет 21.6 кг (без жидких гелия и азота), а размеры $300 \times 300 \times 500$ мм (рис. 4). Внешняя оснастка криостата – усилители СВЧ при комнатной температуре, система ФАПЧ, а также разводка кабелей СВЧ – находятся с обратной стороны криостата и не видны на фотографии. Указанные характеристики уже включают в себя СВЧ-усилители выходных сигналов на промежуточной частоте (ПЧ) до 8 ГГц, фильтры для снижения шумов по постоянному току и на СВЧ, систему ФАПЧ, а также всю электрическую и СВЧ-разводку, но не включают источники питания для всех перечисленных элементов и вспомогательное оборудование. Вместо заливного криостата для охлаждения системы до

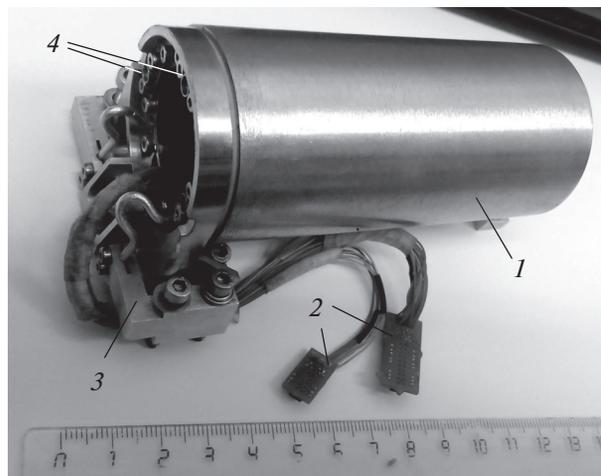


Рис. 3. Криогенный модуль ТГц-генератора на основе РДП: 1 – магнитный экран, 2 – разъемы для управления элементами микросхемы по постоянному току, 3 – алюминиевые теплоотводы для обеспечения охлаждения конструкции до 4.2 К; 4 – входные и выходные коаксиальные разъемы СВЧ.

рабочей температуры может быть использована криогенная система замкнутого цикла на основе высокопроизводительного рефрижератора. Для питания активных элементов – усилителей ПЧ и системы ФАПЧ – дополнительно требуется маломощный источник напряжения до 6 В с суммарной силой тока до 1 А, система ФАПЧ требует опорного сигнала частотой 400 МГц, а система обратной связи также требует опорного перестраиваемого сигнала СВЧ в диапазоне 19...21 МГц. Для управления ключевыми элементами микросхемы – РДП и гармоническим смесителем – требуется три независимых маломощных источника тока (до 200, до 100 и до 10 мА) с желательной работой от автономных батарей без использования сети ~220 В для минимизации уровня шумов, а также ПК для удобного и оперативного управления всеми элементами системы. Для визуального контроля фазовой стабилизации выходного излучения традиционно используется анализатор спектра до 1 ГГц, который при необходимости может быть заменен контролем лишь мощности выходного сигнала смесителя при помощи фазового детектора. Таким образом, масса всего перечисленного вспомогательного оборудования в зависимости от исполнения и решаемой задачи может составлять от 10 до 30 кг дополнительно к массе криогенной установки. Так, например, все вспомогательное оборудование может быть интегрировано в единый блок, масса которого около 20 кг и размеры $380 \times 480 \times 140$ мм с управлением от компактного ноутбука (рис. 5), но можно использовать несколько внешних многофункциональных



Рис. 4. Заливной криостат для работы при температуре 4.2 К с установленным внутри криогенным модулем ТГц-источника: 1 – корпус криостата, 2 – горловина для заливки жидкого азота, 3 – горловина для заливки жидкого гелия, 4 – коммутационные коробки для управления всеми функциональными элементами системы по постоянному току, 5 – высоковакуумный клапан для откачки внутреннего объема криостата до давления порядка 10^{-6} мБар (при температуре 4.2 К), 6 – выходное окно с ИК-фильтрами из материалов MuIag и Goge-tech, имеющие высокую прозрачность в ТГц-диапазоне.

устройств с независимым управлением и полноценный высокопроизводительный ПК.

Общая потребляемая мощность также значительно зависит от исполнения: при использовании заливного криостата потребляемая мощность определяется лишь потребляемой мощностью вспомогательного оборудования и обычно составляет до 1 кВт, если же использовать криогенный рефрижератор в составе системы замкнутого цикла, то требуется дополнительная мощность порядка нескольких киловатт для работы компрессора.

При описанных конструкционных сложностях при работе с данным источником его неоспоримым преимуществом является ширина полосы перестройки частоты, составляющая до 70% от центральной частоты для одного экспериментального

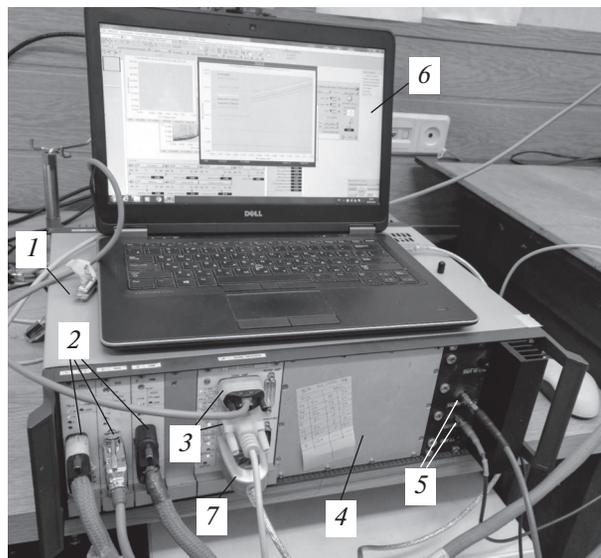


Рис. 5. Интегральный блок для управления системой ТГц-источника на основе РДП: 1 – корпус блока, 2 – разъемы для управления (смещения) элементами микросхемы по постоянному току, 3 – разъемы для управления внешними вспомогательными элементами (системы ФАПЧ, усилителей СВЧ), 4 – батарейный блок для автономного управления элементами с низкими шумами без использования сети ~220 В, 5 – опорные генераторы СВЧ (19...21 ГГц и 400 МГц), 6 – ПК оператора (ноутбук) для полного управления блоком, 7 – разъем стандарта RS-232 для подключения к ПК через универсальный порт.

образца, а также отсутствие необходимости перепроектировать всю систему для работы в другом диапазоне частот: достаточно поменять интегральную микросхему с генератором и антенной. В работах [11, 12] разработаны и исследованы образцы с рабочим диапазоном частот 250...420 и 400...720 ГГц, что составляет ширину полосы перестройки 50 и 57% от центральной частоты соответственно. Диапазон перестройки может быть расширен путем более тщательного проектирования топологии двойной щелевой антенны и согласующих структур, а также путем использования антенны другого типа, например, логопериодической. Другим преимуществом является возможность встраивания модуля в общую криогенную систему для решения задач при низких температурах, например, при исследовании низкотемпературных свойств материалов, в ТГц-микроскопии.

2. СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СПЕКТРАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

Исследование спектральных характеристик излучения источников в открытое пространство проводилось при помощи ТГц-спектрометра на основе приемника с высоким спектральным разреше-

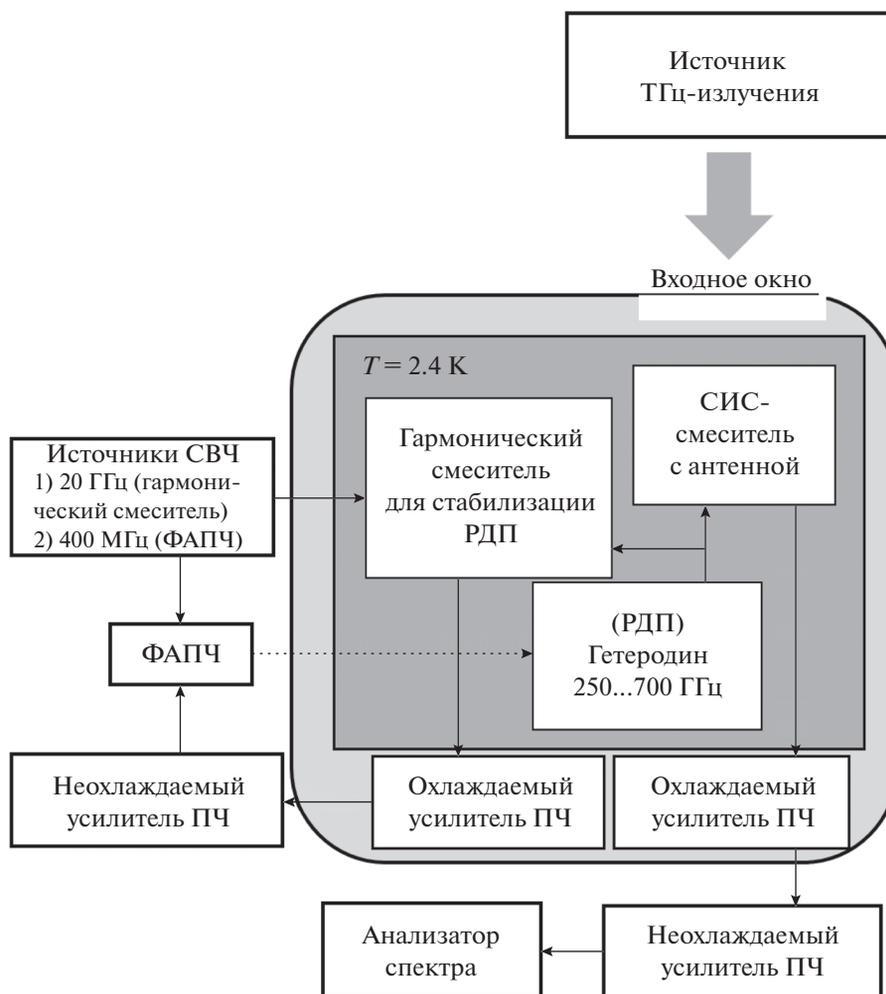


Рис. 6. Блок-схема экспериментальной установки для исследования спектральных характеристик внешнего источника ТГц-излучения.

нием. Принципиальная схема экспериментальной установки представлена на рис. 6, где в качестве источника использованы три различных прибора, исследованных в данной работе, а устройством для регистрации спектра является анализатор спектра. Детектор в составе ТГц-спектрометра является комплексным сверхпроводниковым устройством на основе интегральной микросхемы (подробнее см., например, [15–17]). Спектральное разрешение спектрометра на основе СИС-смесителя определяется спектральными характеристиками как гетеродина на основе РДП, так и опорного источника СВЧ, используемого для фазовой стабилизации гетеродина, и составляет порядка 40 кГц. Спектральное разрешение выходного анализатора спектра зависит от ширины полосы анализа и составляет до 1 Гц в наименьшей полосе, что заведомо превосходит разрешение спектрометра. Сигнал на выходе СИС-смесителя является кон-

волюцией (сверткой) двух сигналов – генератора гетеродина на основе РДП, стабилизированного с помощью системы ФАПЧ, и исследуемого источника. Рабочий диапазон спектрометра составляет 480...700 ГГц, при этом точное значение спектрального разрешения зависит от конкретной частоты приема, потому как спектральные характеристики РДП и номер используемой гармоники опорного источника СВЧ различны в каждой рабочей точке. Характерное значение номера используемой гармоники 20 ГГц составляет от 25 до 35. Следует также отметить, что при исследовании характеристик источника на основе РДП гетеродином приемника является также генератор на основе РДП, т.е. в работе установки участвуют одновременно два РДП, стабилизированных с помощью независимых систем ФАПЧ и отстоящих друг от друга по рабочей частоте на ширину полосы ПЧ (около 6 ГГц).

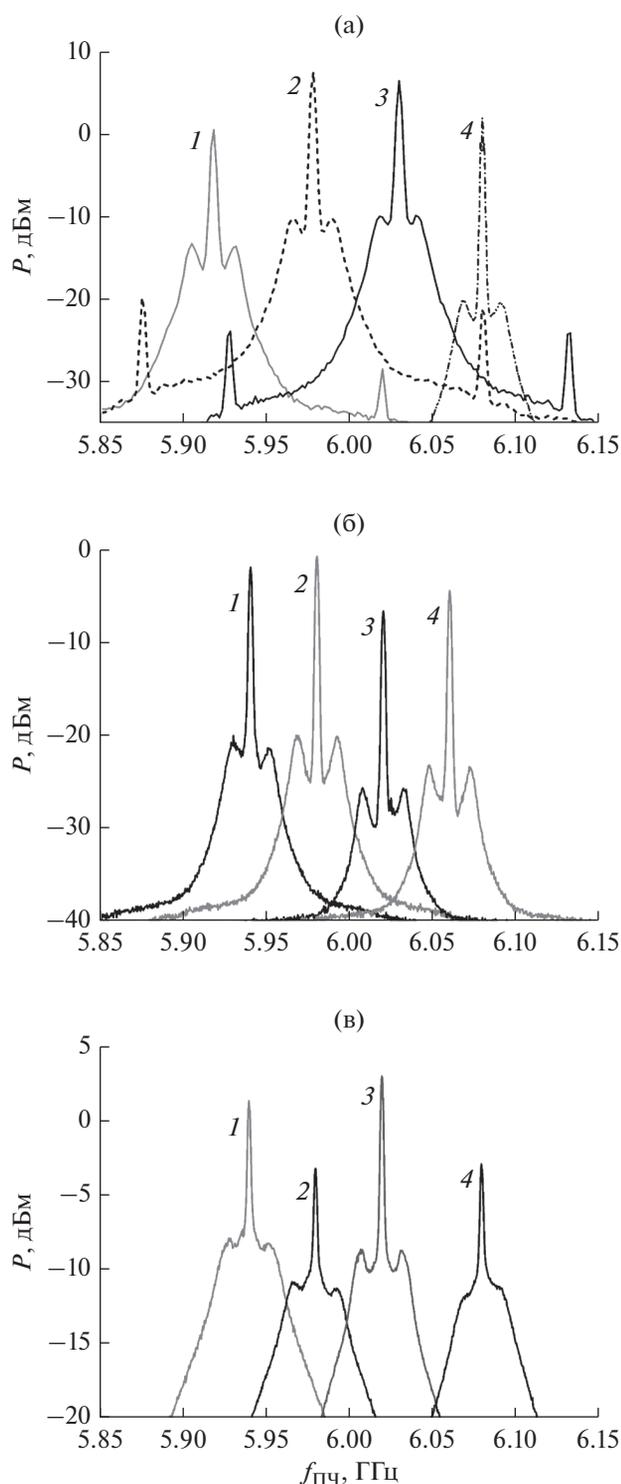


Рис. 7. Серия АЧХ источников ТГц-излучения: а – на основе ЛОВ на частотах 480 (1), 500 (2), 550 (3) и 600 ГГц (4) (все кривые АЧХ измерены для сигнала 4-й гармоники ЛОВ); б – на основе умножителя СВЧ на частотах около 600 ГГц для гармоники $m = 25$ (1), 30 (2), 50 (3), 60 (4); в – на основе РДП с передающей антенной на частотах 500 (1), 550 (2), 600 (3) и 650 ГГц (4).

На рис. 7 представлены результаты измерения АЧХ исследуемых источников, зарегистрированные анализатором спектра производства “Keysight Technologies”. Выходной диапазон спектрометра (полоса ПЧ) составляет 4...8 ГГц, измерения проводили в области центра полосы ПЧ 6 ГГц. Все спектры на рис. 7 зарегистрированы при широкой полосе обзора анализатора спектра (несколько гигагерц) и спектральном разрешении 1.8 МГц для наглядного представления формы регистрируемого сигнала, и показаны в полосе анализа шириной 300 МГц. Поскольку регистрируемый сигнал является конволюцией сигналов гетеродина в составе спектрометра и исследуемого источника, то в случае, когда ширина спектральной линии исследуемого источника значительно меньше ширины линии сигнала гетеродина, форма АЧХ регистрируемого сигнала фактически повторяет форму АЧХ гетеродина. Именно такой случай наблюдается на рис. 7а и 7б, поскольку ширина спектральных линий 4-й гармоники ЛОВ и высоких гармоник умножителя СВЧ с номерами от 25 до 60 приблизительно на один-два порядка меньше ширины линии гетеродина на основе РДП в режиме фазовой стабилизации. Имеется также особенность в боковых пиках высотой порядка 10 дБ, отстоящих выше и ниже от несущей частоты примерно на 100 МГц (см. рис. 7а). Вероятнее всего, это вызвано паразитным просачиванием мощных опорных сигналов в СВЧ-тракте. Принципиальное отличие в форме сигнала наблюдается на рис. 7в, поскольку регистрируемый спектр является сверткой сигналов двух РДП с близкой формой АЧХ. Интересно, что характерная ширина автономной линии излучения двух РДП разная при одинаковых (близких) частотах, поскольку РДП в составе исследуемого источника выполнен на основе трехслойной структуры Nb/AlO_x/Nb, в то время как генератор гетеродина выполнен на основе структуры Nb/AlN/NbN. Принципиальное различие этих структур состоит в разной величине суммарной энергетической щели туннельных переходов (около 2.8 мВ для Nb/AlO_x/Nb и около 3.6 мВ для Nb/AlN/NbN). В обеих структурах имеется эффект самонакачки [18–20], благодаря которому дифференциальное сопротивление R_d и, следовательно, ширина линии генерации в автономном режиме (без ФАПЧ) возрастает при приближении к “граничной” частоте f_b и резко падает в узкой области возле f_b . Значение f_b определяется энергетической щелью структуры и равняется частоте, соответствующей трети “щелевого” напряжения перехода, которая составляет около 450 ГГц для Nb/AlO_x/Nb с резким ростом R_d на частотах 455...490 ГГц и около 600 ГГц для Nb/AlN/NbN с резким ростом R_d на

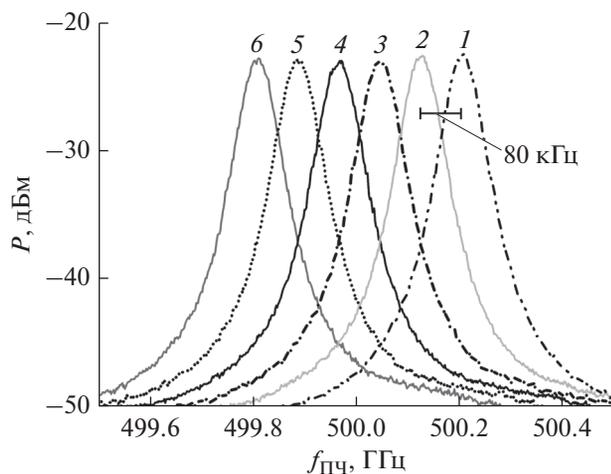


Рис. 8. Серия АЧХ источников ТГц-излучения на основе ЛОВ на частотах около 600 ГГц с шагом 80 кГц: 600000.00 (1), 600000.08 (2), 600000.16 (3), 600000.24 (4), 600000.32 (5) и 600000.40 МГц (6).

частотах 605...630 ГГц. Именно по этой причине наблюдаются различия в форме сигналов конволюции спектров двух РДП при разных частотах (кривые 1...4 на рис. 7в). Ширина зарегистрированных спектральных линий генерации всех исследованных источников с режимом ФАПЧ с учетом конволюции с сигналом гетеродина составила порядка 40...50 кГц, что и является спектральным разрешением спектрометра с гетеродином на основе РДП. При этом ширина спектральной линии источника на основе РДП в режиме ФАПЧ составляет величину порядка 50 кГц и более, поскольку именно характеристиками РДП как гетеродина определяется спектральное разрешение прибора, в то время как фактическая спектральная ширина АЧХ источников на основе ЛОВ и умножителя СВЧ составляет величину на один-два порядка меньше.

На рис. 8 представлена серия АЧХ источника на основе ЛОВ, измеренная с помощью спектрометра в более узкой полосе шириной 1 МГц со спектральным разрешением 1 кГц, с шагом перестройки выходной частоты источника 80 кГц. Сигнал регистрировался с использованием дополнительного каскада понижения частоты на основе полупроводникового смесителя и опорного сигнала 6 ГГц, так что диапазон ПЧ в эксперименте с источником на основе ЛОВ составил 0...1 ГГц с центром на частоте 500 МГц. Видно, что вершины кривых 1...6 отстоят друг от друга в точности на шаг перестройки частоты источника 80 кГц, притом каждая из них легко различима как отличная от других кривая, это свидетельствует, что спектральное разрешение спектрометра порядка

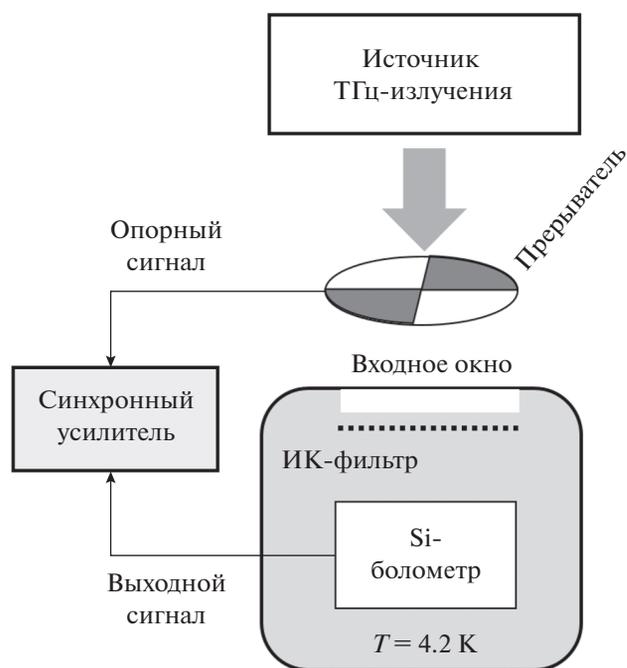


Рис. 9. Блок-схема экспериментальной установки для исследования интегральной излучаемой мощности внешнего источника ТГц-излучения.

десятков килогерц. Таким образом, можно утверждать, что все три источника потенциально могут быть использованы в задачах, где ширина линии генерации в стабилизированном режиме порядка 50 кГц является достаточной. Если же требуется АЧХ источника с характерной шириной в пике порядка единиц килогерц и ниже, то источник на основе РДП не подходит для таких задач, а характеристики источников на основе ЛОВ и выходных гармоник умножителя СВЧ требуют более тщательного исследования.

3. СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МОЩНОСТИ ИЗЛУЧЕНИЯ

Исследование мощности в некалиброванном режиме проводили с помощью высокочувствительного широкополосного полупроводникового болометра на основе кремния. Данный прибор производства "Infrared Lab." является коммерчески доступным и представляет собой охлаждаемый до 4.2 К образец болометра, установленный в заливной криостат (рис. 9), где в качестве источника использованы приборы, исследованные в данной работе, а устройством для регистрации выходного сигнала являлся синхронный детектор. Оптимальная частота оптического прерывателя, зависящая от быстродействия болометра, которая ниже по сравнению, на-

пример, с быстродействием сверхпроводниковых детекторов, была выбрана равной 170 Гц. Постоянная времени интегрирования синхронного усилителя выбрана 900 мс. Такой набор параметров оказался оптимальным по длительности проведения эксперимента и уровню флуктуаций регистрируемого сигнала, который при выбранных параметрах был пренебрежимо малым по сравнению с полезным сигналом. Главная техническая сложность при регистрации данным болометром сигнала в ТГц диапазоне частот заключается в его высокой чувствительности к ИК-сигналу, который в текущей конфигурации является шумовым. Для его минимизации на входе болометра внутри криостата установлен кварцевый ИК-фильтр, хорошо пропускающий ТГц-сигнал. Поскольку калиброванное измерение мощности с помощью данной экспериментальной установки достаточно сложно (вольт-ваттная характеристика болометра специфицирована для ИК-излучения и неизвестна для ТГц-диапазона частот, а регистрируемый синхронным детектором сигнал зависит от слишком большого числа факторов), проведенные измерения представляют интерес в контексте сравнительного исследования детектируемой мощности различных источников (без рассмотрения геометрии пучков), а также исследования частотной зависимости выходной мощности для отдельно взятого источника.

Результаты измерения мощности выходного сигнала при изменении рабочей точки во времени в ручном режиме для источников на основе умножителя СВЧ и РДП представлены на рис. 10. Горизонтальные участки на обоих рисунках соответствуют неизменной рабочей точке источников, т.е. генерации сигнала в неизменном режиме, а вертикальные участки соответствуют моментам мгновенного перестроения рабочей точки. Фоновый сигнал ИК при выбранном режиме измерений и внешних условиях в помещении лаборатории составляет порядка 2 мВ и достаточно стабилен (участок 1 на рис. 10а), при этом полезный сигнал составляет порядка 20 мВ для источника на основе умножителя (участки 2, 4, 5) и порядка 50...100 мВ для источника на основе РДП. Вставка на рис. 10а демонстрирует уровень флуктуаций регистрируемого сигнала порядка 0.1 мВ, который определяются целым набором флуктуаций в системе: фоновые флуктуации ИК-сигнала в пространстве лаборатории, флуктуации мощности базового источника СВЧ, флуктуации рабочей точки болометра, флуктуации частоты оптического прерывателя (около 170 Гц) и, соответственно, опорного сигнала для синхронного усилителя, равно как электромагнитные флуктуации в помещении на низкой частоте (около 50 Гц) и в сети ~220 В питания элементов системы. Все или часть перечислен-

ных факторов в той или иной степени влияют (могут влиять) на стабильность регистрируемого сигнала, при этом уровень флуктуаций составил величину, пренебрежимо малую по отношению к полезному сигналу. Вставка на рис. 10б демонстрирует более высокий уровень флуктуаций (порядка 0.5 мВ), а участки 3 и 4 характеризуются нестабильностью рабочей точки на ВАХ РДП. Поскольку система измерений для различных источников полностью идентична, можно утверждать, что повышенный уровень флуктуаций сигнала для источника на основе РДП связан исключительно с системой самого источника, а именно с нестабильностью рабочей точки на ВАХ перехода при незадействованной системе ФАПЧ. Интересно отметить также достаточно медленные процессы установления рабочей точки вследствие тепловой релаксации на участках 1, 2 (см. рис. 10б) после переключения рабочей точки с сильно изменившимся джоулевым тепловыделением в переходе.

В результате проведенного некалиброванного исследования мощности сигнала ТГц-источников на наборе различных выходных частот были получены следующие значения: для источника на основе ЛОВ — характерные значения 10...50 мВ, максимальное значение 57.8 мВ; для источника на основе умножителя СВЧ — характерные значения 10...20 мВ, максимальное значение около 28 мВ; для источника на основе РДП — характерные значения от 20 до 100 мВ в зависимости от конструкции экспериментального образца, которые спроектированы для работы в разных частотных диапазонах между 200 и 700 ГГц, а максимальное значение составило около 150 мВ для образца с перестройкой частоты в диапазоне 400...570 ГГц. Важно отметить, что регистрируемый сигнал в данном эксперименте в значительной степени зависит как от геометрии излучаемого пучка, так и от диаграммы направленности болометра, которые в данной работе не исследовались.

Таким образом, наибольшую зарегистрированную мощность ТГц-сигнала продемонстрировал источник на основе РДП, а наименьшую — источник на основе умножителя СВЧ. Кроме того, данный эксперимент не различает гармонический состав ТГц-сигнала, а интегрирует всю мощность принимаемого излучения, при этом максимум излучения для источников на основе ЛОВ и РДП приходится на основную гармонику, а сигнал на выходе умножителя представляет собой “гребенку” частот выше 350 ГГц с шагом порядка 20 ГГц (см. разд. 1), так что мощность сигнала на отдельно взятой частоте неизвестна.

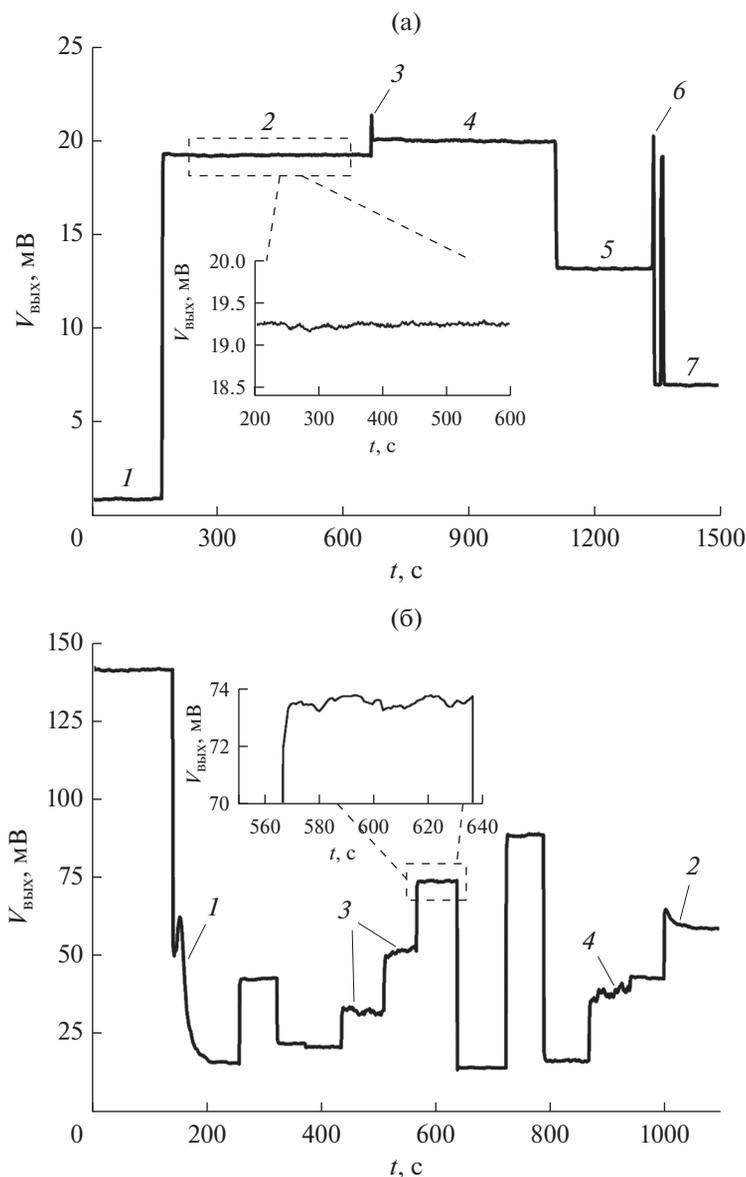


Рис. 10. Зависимость сигнала на выходе болометра от времени при облучении ТГц-сигналом источников на основе: (а) умножителя СВЧ и (б) РДП без системы стабилизации; а) 1 – источник выключен; 2, 4, 5, 7 – различная выходная мощность умножителя, 3 и 6 – “всплески”, процесс перестроения мощности умножителя в ручном режиме; б) 1 и 2 – переходные процессы установления рабочей точки вследствие тепловой релаксации, 3 и 4 – нестабильные рабочие точки. На вставках – увеличенный масштаб.

4. ИТОГИ СРАВНИТЕЛЬНОГО АНАЛИЗА И ОБСУЖДЕНИЕ

Результаты комплексного сравнительного исследования трех источников по всем проанализированным выше характеристикам представлены в табл. 1.

Таким образом, из трех исследованных ТГц-источников в конкретном исполнении наиболее простым в эксплуатации, но при этом наиболее маломощным, является умножитель СВЧ на основе сверхрешеток GaAs/AlAs. Основным его

преимуществом является компактность и, следовательно, возможность интеграции в единый блок (модуль) с другими устройствами. Основными недостатками является низкая выходная мощность и “гребенка” частот на выходе, не позволяющая использовать его в задачах, требующих одночастотного генератора без гармонического состава. Для достижения более высокого уровня мощности требуются коммерчески недоступные усилители СВЧ-сигналов, до 100 ГГц. Наиболее сложным технически и в эксплуатационном смысле является источник на основе распре-

Таблица 1. Сравнительные характеристики трех источников, выполненных на разной основе

Параметры	Источник на основе		
	ЛОВ	умножителя СВЧ	РДП
Габариты базового модуля (блока) Д×Ш×В, мм	500 × 360 × 280	30 × 20 × 20	120 × 45 × 60
Масса базового модуля (блока), кг	17.4	0.05	0.4
Дополнительные необходимые компоненты	Персональный компьютер/ноутбук	Базовый генератор СВЧ мощностью не менее 10 дБм	Криогенная система; комплексная система питания и управления; источники и усилители СВЧ
Потребляемая мощность, кВт	Менее 0.25	обычно не более 0.3 (определяется потребляемой мощностью базового генератора)	обычно не более 1 (определяется потребляемой мощностью дополнительных компонентов)
Рабочая температура, К	293	293, допускается охлаждение до 4.2	4.2
Возможность интеграции в компактный блок с другими устройствами	Нет	Да	Да, при условии общей криогенной системы
Диапазон выходных частот, ГГц	480...640	от 350	200...750
Ширина линии в режиме фазовой стабилизации, кГц	< 40	< 40	~40
Характерная выходная мощность в диапазоне до 700 ГГц, отн.ед.	10...50	10...20	20...100
Максимальная зарегистрированная мощность, мВ	57.8	28	150
Прочие особенности	Частота ЛОВ 120...160 ГГц, умножитель на выходе ЛОВ; управление с ПК	Пассивное устройство; “гребенка” частот на выходе; массогабаритные характеристики определяются базовым генератором	Управление стабилизацией сигнала в ручном режиме с ПК; массогабаритные характеристики определяются дополнительными компонентами

ленного джозефсоновского перехода, но при этом он продемонстрировал наибольшую регистрируемую мощность и наибольшую ширину полосы перестройки рабочей частоты, и не имеет “богатого” гармонического состава. Технические требования работы с таким источником включают в себя не только наличие криогенной установки 4.2 К, но и низкие шумы в питании основных элементов микросхемы, а также малошумящие усилители СВЧ, до 1 ГГц. Еще одним его преимуществом является возможность интеграции в единую криогенную систему составного устройства, что может быть полезно, например, при исследовании свойств материалов при низких температурах. Компромиссом по детектируемой мощности и эргономике между маломощным источником на основе умножителя СВЧ и технически сложным источником на основе РДП является источник на основе ЛОВ с умножителем. Он достаточно удобен в лабораторных применениях, в которых не важен вес и размер устройства, при этом обладает достаточной мощностью для многих задач в ТГц-диапазоне частот. Как и источник на основе умножителя СВЧ, он имеет “ребенку” частот на выходе, однако расстояние между соседними частотами составляет 120...160 ГГц (в отличие от 10...24 ГГц для СВЧ-умножителя), что в большинстве случаев не создает технических проблем.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе проведен комплексный сравнительный анализ трех лабораторных источников ТГц-диапазона, основанных на разных принципах: на основе лампы обратной волны с умножителем на выходе, на основе умножителя СВЧ на полупроводниковых сверхрешетках с высоким номером гармоники, а также на основе сверхпроводникового распределенного джозефсоновского перехода. В качестве исследуемых устройств использованы экспериментальные образцы, находящиеся в распоряжении коллектива авторов ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН. Исследование характеристик ТГц-источников является оригинальным и не повторяет результаты из других работ.

Исследование АЧХ источников проведено с использованием ТГц-спектрометра на основе сверхпроводникового интегрального приемника со спектральным разрешением около 40 кГц. Мощность излучения исследовали с помощью широкополосного охлаждаемого болометра на основе кремния. Ширина линии излучения всех источников на рабочих частотах диапазона 500...600 ГГц в режиме фазовой стабилизации составила менее 100 кГц. Наибольшая регистрируемая мощность была до-

стигнута источником на основе РДП, а наилучшую эргономичность работы при комнатной температуре продемонстрировал умножитель СВЧ с высоким номером гармоник на основе СР.

Каждый из исследованных источников имеет характерные особенности и занимает некоторую нишу в современных разработках и исследованиях ТГц-диапазона, при этом, как правило, эти ниши не пересекаются. Все три источника успешно применяются в настоящее время на частотах до 700 ГГц. Данная работа может быть полезна не только с точки зрения многостороннего обзора характеристик различных источников ТГц-диапазона и их сравнительного анализа, но также с точки зрения методики экспериментального исследования характеристик генераторов.

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы работы выражают благодарность В.Л. Ваксу, Е.Г. Домрачевой, В.А. Анфертьеву (Институт физики микроструктур РАН, Нижний Новгород), Д.Г. Павельеву (ННГУ им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород), А.М. Барышеву (Астрономический институт Каптейн, Гронинген), К.И. Рудакову, Л.В. Филиппенко, В.В. Ханину, Н.А. Хвальковскому, И.Н. Дюжинову, О.Ю. Волкову (ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН, Москва) за предоставленные экспериментальные образцы и оборудование для исследований, а также плодотворное обсуждение результатов.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках государственного задания и при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 19-52-80023). Источник на основе РДП разработан за счет Российского научного фонда (проект № 17-79-20343) и изготовлен с использованием Уникальной научной установки ИРЭ РАН (УНУ № 352529).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Dhillon S.S., Vitiello M.S., Linfield E.H. et al.* // J. Phys. D: Appl. Phys. 2017. V. 50. № 4. P. 043001.
2. *Lewen F., Gendriesch R., Pak I. et al.* // Rev. Sci. Instrum. 1998. V. 69. № 1. P. 32.
3. *Dobroiu A., Yamashita M., Ohshima Y.N. et al.* // Appl. Opt. 2004. V. 43. № 30. P. 5637.
4. *Gorshunov B., Volkov A., Spektor I. et al.* // Int. J. Infrared Milli. Waves. 2005. V. 26. № 9. P. 1217.
5. *Klappenberger F., Renk K.F., Renk P. et al.* // Appl. Phys. Lett. 2004. V. 84. № 19. P. 3924.
6. *Endres C.P., Lewen F., Giesen T.F. et al.* // Rev. Sci. Instrum. 2007. V. 78. № 4. P. 043106.
7. *Павельев Д.Г., Кошуринов Ю.И., Иванов А.С. и др.* // ФТП. 2012. Т. 46. № 1. С. 125.

8. *Кинев Н.В., Рудаков К.И., Барышев А.М. и др. // ФТТ. 2018. Т. 60. № 11. С. 2132.*
9. *Kinev N.V., Rudakov K.I., Baryshev A.M. et al. // J. Phys.: Conf. Ser. 2018. V. 1124. P. 071001.*
10. *Kinev N.V., Rudakov K.I., Filippenko L.V. et al. // EPJ Web Conf. 2018. V. 195. P. 02003.*
11. *Kinev N.V., Rudakov K.I., Filippenko L.V. et al. // J. Appl. Phys. 2019. V. 125. № 15. P. 151603.*
12. *Кинев Н.В., Рудаков К.И., Филиппенко Л.В. и др. // РЭ. 2019. Т. 64. № 10. С. 970.*
13. *Kinev N.V., Rudakov K.I., Filippenko L.V. et al. // IEEE Trans. 2019. V. TST-9. № 6. P. 557.*
14. *Nagatsuma T., Enpuku K., Irie F., Yoshida K. // J. App. Phys. 1983. V. 54. № 6. P. 3302.*
15. *Lange G., Boersma D., Dercksen J. et al. // Supercond. Sci. Technol. 2010. V. 23. № 4. P. 045016.*
16. *Koshelets V.P., Dmitriev P.N., Faley M.I. et al. // IEEE Trans. 2015. V. TST-5. № 4. P. 687.*
17. *Kiselev O., Birk M., Ermakov A. et al. // IEEE Trans. 2011. V. AS-21. № 3. P. 612.*
18. *Koshelets V.P., Shitov S.V., Shchukin A.V. et al. // Phys. Rev. B. 1997. V. 56. № 9. P. 5572.*
19. *Pankratov A.L., Sobolev A.S., Koshelets V.P., Mygind J. // Phys. Rev. B. 2007. V. 75. № 18. P. 184516.*
20. *Гулевич Д.Р., Дмитриев П.Н., Кошелец В.П., Ку-смарцев Ф.В. // Наносистемы: физика, химия, математика. 2013. Т. 4. № 4. С. 507.*

ПРИМЕНЕНИЕ РАДИОТЕХНИКИ
И ЭЛЕКТРОНИКИ В БИОЛОГИИ И МЕДИЦИНЕ

УДК 535.36

РАСSEИВАЮЩИЕ СВОЙСТВА ОПТИЧЕСКОГО ВОЛОКНА
С КВАРЦЕВОЙ СВЕТОВЕДУЩЕЙ СЕРДЦЕВИНОЙ
И СО СВЕТООТРАЖАЮЩЕЙ ОБОЛОЧКОЙ
ИЗ ФТОРИРОВАННОГО ТЕРМОПЛАСТИЧНОГО ПОЛИМЕРА

© 2021 г. А. А. Маковецкий^а, *, А. А. Замятин^а, Д. В. Ряховский^а

^аФрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
пл. Введенского, 1, Фрязино Московской обл., 141190 Российская Федерация

*E-mail: maz226@ms.ire.rssi.ru

Поступила в редакцию 09.12.2019 г.

После доработки 15.09.2020 г.

Принята к публикации 21.10.2020 г.

Экспериментально исследованы рассеивающие свойства оптического волокна с кварцевой световедущей сердцевинной и светоотражающей оболочкой из фторированного термопластичного сополимера тетрафторэтилена с этиленом марки Tefzel. Установлено, что при распространении излучения ($\lambda = 532$ нм) по данному волокну наблюдается заметное рассеяние эванесцентной части волны, распространяющейся по светоотражающей оболочке. Измерены индикатриса рассеяния излучения оболочкой, распределение интенсивности рассеянного излучения вдоль оси волокна и его зависимость от условий ввода излучения в оптическое волокно. Проведен расчет суммарного рассеянного излучения и сравнение его с излучением, прошедшим через оптическое волокно. Обсуждена возможность использования данных оптических волокон в лазерной медицине.

DOI: 10.31857/S0033849421030141

ВВЕДЕНИЕ

Оптические волокна (ОВ) со световедущей сердцевинной из чистого кварцевого стекла диаметром 200...600 мкм, полимерной светоотражающей оболочкой из полидиметилсилоксановых эластомеров и защитной оболочкой из термопластичных полимеров (в частности, сополимера тетрафторэтилена с этиленом марки Tefzel) широко используются в медицине для доставки лазерного излучения УФ-, видимого и ближнего ИК-диапазонов к биообъекту в хирургических, терапевтических, диагностических и других целях [1], (см.: Polymerico Technologies: http://www.polimerico.com/tech/whitepapers/_2006NOV.htm). Данные ОВ принято называть кварц-полимерными ОВ, они имеют малые оптические потери, высокую числовую апертуру, высокую механическую прочность и биосовместимы с живой тканью. Вследствие высокой оптической однородности и чистоты материалов сердцевинной и светоотражающей оболочки рассеяние проходящего по данному ОВ излучения пренебрежимо мало.

Отметим, что сополимер марки Tefzel имеет показатель преломления меньший, чем у кварцевого стекла (1.396 и 1.456 соответственно). Его оптические свойства были исследованы на пленках [2]. Но из-за высокого светорассеяния в нем этот

материал не использовался непосредственно в качестве материала светоотражающей оболочки в кварц-полимерном ОВ.

Однако группа ученых из компании Corning Incorporated показала, как надо превращать недостатки оптического материала в его достоинство (см. Corning Fibrance Light-Diffusing Fibers // http://www.corning.com/corning_fibrance_light-diffusing_fibers/product_information_sheet). Они создали преформу с сердцевинной из непоглощающего стекла с рассеивающими центрами и перетянули ее в оптическое волокно, создав новый продукт под названием Fibrance TM Light Diffusing Fiber (Fibrance TM светорассеивающее волокно). В таком ОВ ослабление света определяется не поглощением в сердцевине, а его рассеянием в ней с последующим высвечиванием через боковую поверхность ОВ. Это волокно действует как длинный и гибкий цилиндрический рассеиватель, как струна света или светящаяся направляющая проволока. Текущая линейка продуктов обеспечивает 1, 5 и 10 м диффузионной длины (т.е. длины волокна, необходимой для потери 90% света). Интенсивность рассеянного света уменьшается экспоненциально по длине волокна. В силу логарифмической чувствительности глаз человека свечение волокна представляется однородным. Данные волокна предназначены для использо-

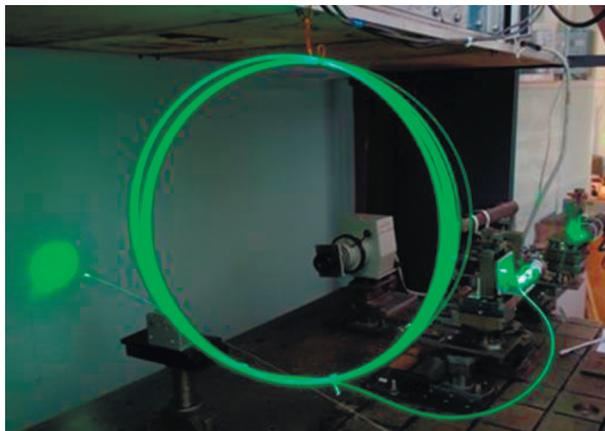


Рис. 1. Фотография бухты ОВ длиной 20 м (диаметр бухты – 220 мм) при его засветке излучением лазера LG Laser 303 ($\lambda = 532$ нм). Ввод излучения в волокно – через объектив “ $\times 10, 04$ ” (с 10-кратным увеличением и апертурой 0.4); соосная засветка; расстояние от объектива до лазера – 10 см; апертура выходящего из ОВ луча ≈ 0.1 .

вания при анатомическом освещении, для фотодинамической терапии и фототерапии, для снижения хирургического риска, при инфекциях и др. [3].

Предметом исследования в данной работе является кварц-полимерное ОВ с рассеивающей светоотражающей оболочкой Tefzel – качественный аналог волокон Fibrance TM Light Diffusing Fiber. В отличие от волокна компании Corning Inc. наше волокно полностью изготовлено из коммерчески доступных материалов. Светорассеяние в нем происходит не в сердцевине, а в тонком слое оболочки у границы с сердцевинной.

Цель данной работы – исследовать рассеивающие свойства данного кварц-полимерного оптического волокна.

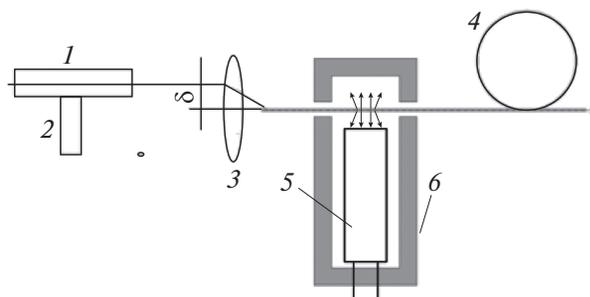


Рис. 2. Схема регистрации рассеянного оболочкой ОВ излучения с $\lambda = 532$ нм: 1 – LG Laser 303, 2 – столик подачи лазера, обеспечивающий сдвиг оси лазера относительно оси объектива на величину δ , 3 – фокусирующий объектив “ $\times 10, 04$ ”, 4 – исследуемое ОВ, 5 – фотоприемник ФЭУ-51, 6 – кожух фотоприемника.

1. ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

Для исследований на вытяжной установке были изготовлены образцы ОВ длиной до 50 м с диаметром световедущей сердцевинки 400 мкм и толщиной светоотражающей оболочки 70...90 мкм. Покрытие на вытягиваемое кварцевое волокно наносили из расплава термопласта фильерным способом непосредственно во время вытяжки [4, 5]. Значение показателя преломления Tefzel $n_T = 1.398$ ($\lambda = 0.63$ мкм), кварцевого стекла – $n_S = 1.457$. В качестве преформ ОВ использовали штабики из кварцевого стекла марки КУВИ; температура расплава термопласта при нанесении покрытия – 270°C; скорость вытяжки – 1.5...4.5 м/мин.

При распространении лазерного излучения (0.63 мкм; 532 нм) по изготовленным ОВ наблюдалось сильное его рассеяние оболочкой Tefzel (рис. 1). Его можно было наблюдать под любым углом обзора к оси ОВ. В наших экспериментах регистрировались распределение интенсивности бокового рассеянного излучения по длине ОВ при различных условиях ввода излучения в волокно, выходное излучение, а также индикатриса рассеяния.

Схема регистрации бокового рассеянного излучения приведена на рис. 2. Для каждого выбранного расстояния x до входного торца ОВ регистрировалось излучение $J_s(x)$, рассеянное участком оболочки ОВ длиной ≈ 25 мм. При этом измеряемый участок ОВ устанавливали параллельно светочувствительному торцу ФЭУ на расстоянии 5 мм от него. Для возбуждения ОВ использовали лазер LG Laser 303 с длиной волны излучения $\lambda = 532$ нм и мощностью 150...300 мВт.

На рис. 3 приведена схема измерения индикатрисы рассеяния участка светоотражающей оболочки Tefzel при засветке ОВ излучением с $\lambda = 532$ нм [6].

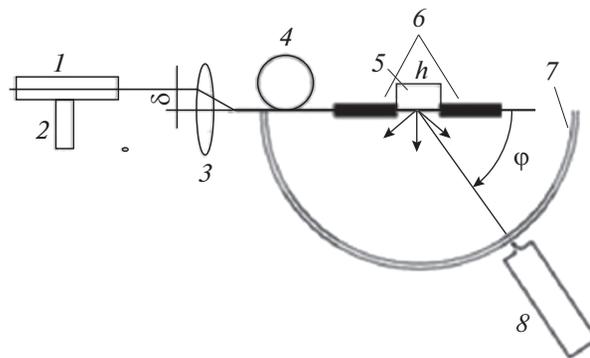


Рис. 3. Схема измерения индикатрисы рассеяния: 1 – лазер LG Laser 303, 2 – столик подачи лазера, обеспечивающий сдвиг оси лазера относительно оси объектива, 3 – фокусирующий объектив “ $\times 10, 04$ ”, 4 – исследуемое ОВ, 5 – открытый участок ОВ длиной 10 мм, 6 – экранирующие трубочки на ОВ, 7 – гониометр, 8 – ФЭУ-51.

Исследуемое ОВ длиной 0.6 м было возбуждено излучением LG Laser 303 мощностью ≈ 150 мВт. Поперечный сдвиг оси лазерного луча относительно осей объектива и торца ОВ при измерении индикатрисы составлял $\delta = 5$ мм, что соответствовало апертуре входного луча ОВ ≈ 0.4 . В эксперименте регистрировалось излучение, рассеянное участком оболочки длиной $h = 10$ мм, находившимся на расстоянии 30 см от входного торца ОВ. При этом расстояние от рассеивающего участка до фотоприемника составляло 150 мм, диаметр диафрагмы на входе ФЭУ – 10 мм, интервал углов наблюдения – 5...175 град, угловое разрешение 1 град.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

2.1. Распределение интенсивности бокового рассеяния по длине ОВ при различных условиях ввода в него излучения $\lambda = 532$ нм

Распределение интенсивности рассеянного излучения по длине ОВ $J_s(x)$ зависело от условия ввода излучения. Оно варьировалось путем изменения поперечного сдвига оси лазерного луча относительно соосно установленных объектива и торца ОВ – величины δ . Чем больше величина δ , тем под большим углом к нормали торца ОВ падал сфокусированный луч, тем интенсивнее было рассеяние на начальном участке ОВ и тем сильнее оно затухало при увеличении расстояния до входного торца ОВ. На рис. 4 приведены распределения $J_s(x)$ для ОВ длиной 18.5 м, измеренные с шагом 1 м для различных значений величины δ . Диффузионная длина составила $l_d \approx 10$ м ($\delta = 5$ мм) и $l_d \approx 15$ м ($\delta = 2$ мм). Отметим, что для уменьшения диффузионной длины надо использовать ОВ с меньшим, чем у исследованных, диаметром световедущей сердцевины. Это связано с тем, что чем меньше ее диаметр, тем больше относительная доля излучения в ОВ распространяется по оболочке.

На рис. 5 приведены измеренные зависимости интенсивностей рассеяния света J_s от величины δ в начале ОВ ($x = 0.5$ м) и в его конце ($x = 18.0$ м) для ОВ длиной 18.5 м, дополняющие кривые рис. 4. Из приведенных зависимостей видно, что на входе ОВ интенсивность рассеяния J_s монотонно увеличивается с увеличением δ . На конце же ОВ интенсивность рассеяния J_s имеет вид выпуклой вверх кривой с максимумом при $\delta = 3.5$ мм.

Отметим также, что для любого расстояния x до входного торца ОВ интенсивность бокового рассеяния $J_s(x)$ пропорциональна интенсивности излучения $J_i(x)$, распространяющегося по ОВ, т. е. $J_s(x) \sim J_i(x)$. Следовательно, по функции $J_s(x)$ можно оценивать оптические потери α в волокне [7]:

$$\alpha = 10 \lg \left(\frac{J_s(0)}{J_s(x)} \right) x^{-1}, \quad (1)$$

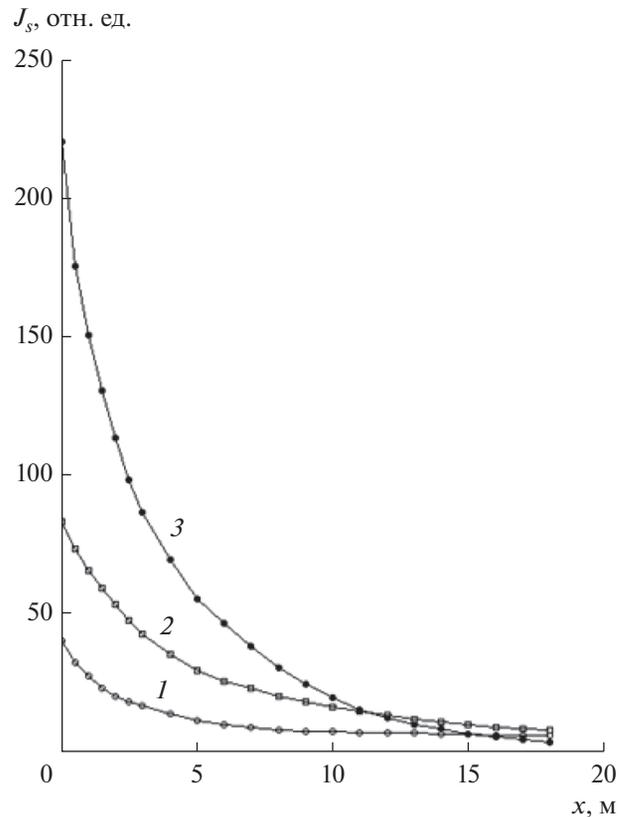


Рис. 4. Распределения интенсивностей бокового рассеяния света $J_s(x)$ вдоль оси ОВ, полученные при $\delta = 0$ (1), 2 (2) и 5 мм (3); длина ОВ 18.5 м; x – расстояние вдоль оси ОВ от входного торца до места регистрации излучения; $\lambda = 532$ нм.

где x – расстояние вдоль оси ОВ от входного торца до места регистрации излучения.

2.2. Измерение интенсивности прошедшего через ОВ излучения $\lambda = 532$ нм при различных условиях его ввода

Отметим, что в зависимости от величины δ в многомодовом ОВ возбуждаются различные группы обыкновенных мод (меридиональные лучи) и группы мод со спиралевидным волновым фронтом – оптические вихри (косые лучи) [8]. При $\delta = 0...2$ мм возбуждаются волноводные моды с относительно низкой выходной апертурой 0.05...0.15 (рис. 6а). При $\delta > 2$ в поле излучения появляются оптические вихри. При $\delta = 5$ мм (максимальное значение δ для использованного объектива) возбуждается группа вихрей с апертурой выходного излучения ≈ 0.4 (рис. 6б).

На рис. 7 приведены измеренные зависимости интенсивности излучения на выходе ОВ $J_{\text{вых}}$ от величины δ для ОВ различной длины. Поскольку интенсивность измеряемого в эксперименте рассеянного излучения на несколько порядков слабее ин-

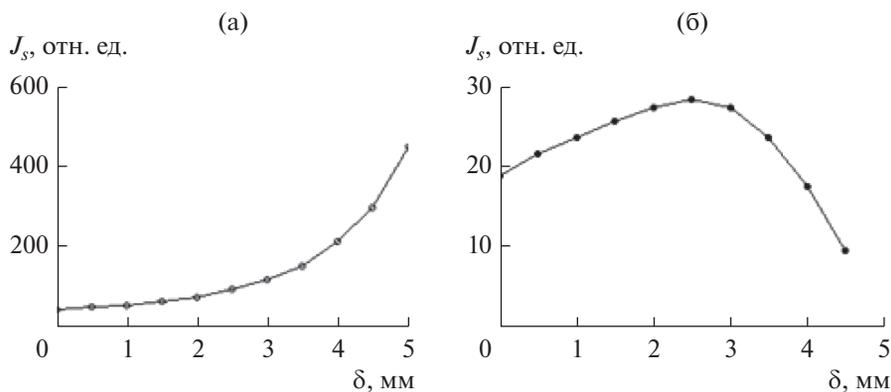


Рис. 5. Зависимости интенсивностей бокового рассеяния света светоотражающей оболочкой Tefzel J_s от смещения оси лазерного луча относительно оси объектива δ , измеренные в начале ОВ, $x = 0.5$ м (а) и на его конце, $x = 18.5$ м (б); $\lambda = 532$ нм.

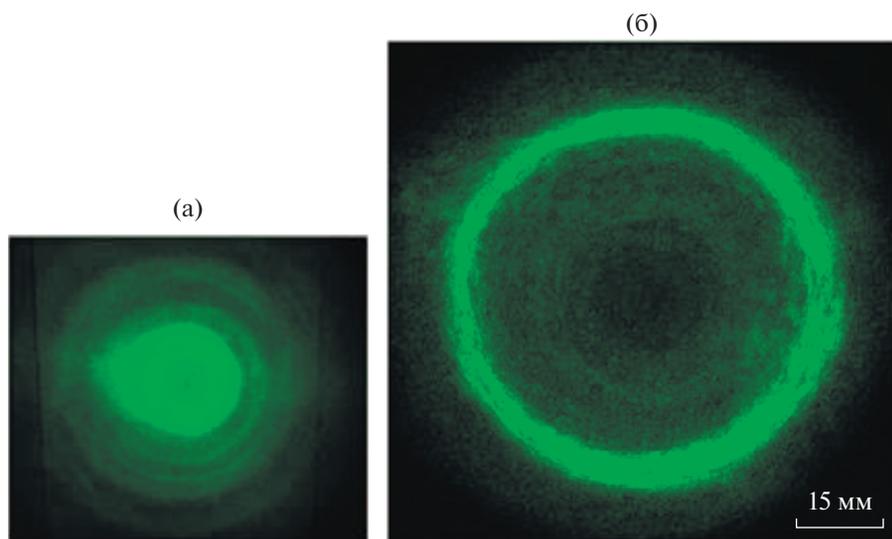


Рис. 6. Фотоизлучения ОВ в дальней зоне при соосном возбуждении $\delta = 0$ мм (а) и при возбуждении с $\delta = 5$ мм (б); $\lambda = 532$ нм. Расстояние от выходного торца ОВ до экрана – 53 мм, масштаб одинаков для обоих фото.

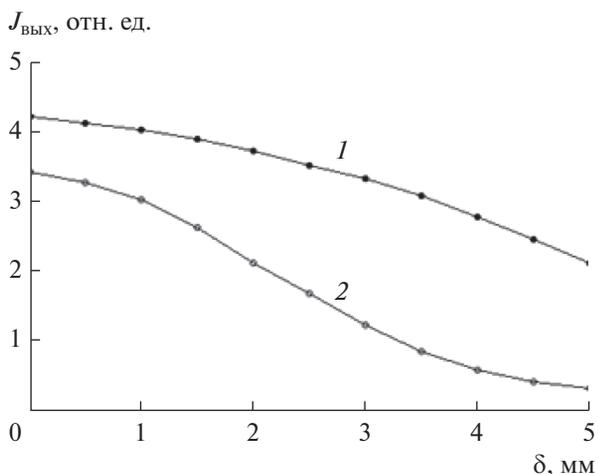


Рис. 7. Зависимость интенсивности прошедшего через ОВ излучения $\lambda = 532$ нм от величины δ для ОВ длиной 0.6 (1) и 18.5 м (2).

тенсивности излучения, распространяющегося по ОВ, для измерений $J_{\text{вых}}$ была использована стопка из четырех аттенюаторов с ослаблением ≈ 12 у каждого. Это позволило провести измерения в линейном режиме работы фотоприемника.

По кривой 1 рис. 7, соответствующей короткому (0.6 м) ОВ, можно судить об эффективности ввода излучения в ОВ, так как суммарные оптические потери на столь коротком ОВ незначительны. При этом относительно небольшое уменьшение $J_{\text{вых}}$ при возрастании δ для столь короткого отрезка ОВ можно объяснить снижением эффективности ввода излучения в ОВ при увеличении δ от 0 до 5 мм. Следовательно, ослабление сигнала приблизительно в 12 раз на выходе из относительно длинного ОВ (18.5 м) при изменении δ от 0 до 5 мм свидетельствует о существенном рассеянии оболочкой введенного в ОВ излучения. Можно предположить, что рассеяние излучения оболоч-

кой – главный механизм оптических потерь в исследованных ОВ. Чем выше апертура введенного излучения, тем выше потери на рассеяние. Наибольший вклад в потери на рассеяние вносят оптические вихри (см. рис. 6б). Эти предположения были подтверждены прямыми измерениями.

Отметим также, что по кривым рис. 7 можно оценить суммарную интенсивность $J_{s,\Sigma}(18.5, \delta)$ рассеянного излучения ОВ длиной 18.5 м:

$$J_{s,\Sigma}(18.5, \delta) \approx J_{\text{ВЫХ}}(0.6, \delta) - J_{\text{ВЫХ}}(18.5, \delta), \quad (2)$$

где $J_{\text{ВЫХ}}(18.5, \delta)$ и $J_{\text{ВЫХ}}(0.6, \delta)$ – интенсивности излучения, выходящего из ОВ длиной 18.5 и 0.6 м соответственно.

2.3. Измерение индикатрисы рассеяния и суммарного рассеянного оболочкой Tefzel излучения $\lambda = 532$ нм

Результаты измерений индикатрисы рассеяния с шагом измерений 5 град приведены на рис. 8. Рассеяние имеет широкий угол обзора (практически полный телесный угол). Максимальное рассеяние наблюдается при $\varphi \approx 30$ град, что связано со структурой полимера.

С помощью измеренных индикатрисы рассеяния (рис. 8) и кривой распределения интенсивности рассеяния по длине ОВ (см. рис. 3) в системе Mathcad были сделаны оценки суммарного (по всей длине ОВ) рассеянного излучения $J_{s,\Sigma}$. Для этого сначала просуммировали рассеянное отрезком оболочки ОВ длиной h в пределах полного телесного угла:

$$J_{sh} \approx \sum_{i=1}^{35} I_i \frac{8\rho^2}{D^2} \left(\left| \cos\left(\frac{\pi\varphi_{i+1}}{180}\right) - \cos\left(\frac{\pi\varphi_i}{180}\right) \right| \right), \quad (3)$$

а затем просуммировали величину J_{sh} по всей длине ОВ:

$$J_{s\Sigma} \approx \left(\sum_{j=1}^{18} \frac{(l_{j+1} - l_j) J_{s_j}}{h J_{s_1}} \right) J_{sh}, \quad (4)$$

В формулах (3) и (4) I_i – значение индикатрисы рассеяния для направления φ_i (см. рис. 8), $D = 10$ мм – диаметр диафрагмы ФЭУ, $\rho = 150$ мм – расстояние от наблюдаемого участка оболочки ОВ до диафрагмы ФЭУ, $h = 10$ мм – длина наблюдаемого участка ОВ при измерении индикатрисы рассеяния, l_j – координата j -го дискрета на оси ОВ, J_{s_j} – значение интенсивности рассеяния для j -го дискрета ОВ (см. рис. 4).

Отметим, что практический интерес представляет не абсолютное значение $J_{s,\Sigma}$, а ее сравнение с интенсивностью выходящего из ОВ излучения $J_{\text{ВЫХ}}$. Рассчитанные оценки величины $J_{s,\Sigma}$ и измеренные значения величины $J_{\text{ВЫХ}}$ для нескольких значений δ приведены в табл. 1. Из приведенных

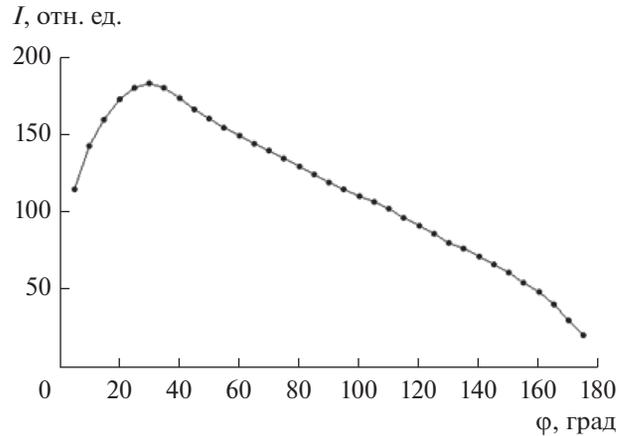


Рис. 8. Индикатриса рассеяния излучения $\lambda = 532$ нм участком оболочки Tefzel длиной 10 мм, расположенным на расстоянии ≈ 15 см от выходного торца ОВ. Кривая получена при рассогласовании осей лазера и объектива $\delta = 5$ мм; диаметр входной диафрагмы ФЭУ 10 мм; расстояние от открытого участка оболочки до входной диафрагмы ФЭУ 150 мм.

данных видно, что при соосном возбуждении ($\delta = 0$ мм) величина рассеянного излучения составляет незначительную часть от прошедшего через ОВ излучения – около 8%. При $\delta = 2$ мм эта величина возрастает до $\approx 60\%$, а при $\delta = 5$ мм суммарная интенсивность рассеянного излучения в ≈ 3.8 раз больше интенсивности излучения, прошедшего через ОВ.

2.4. Качественное исследование температурной зависимости рассеянного оболочкой Tefzel излучения $\lambda = 532$ нм

Представляет интерес изучение влияния температуры на интенсивность рассеяния излучения $\lambda = 532$ нм оболочкой Tefzel в интервале температур от комнатной (23°C) до температуры ее плавления ($250...270^\circ\text{C}$). Нагрев ОВ проводили в печи сопротивления, используемой для плавления гранул Tefzel в фильтре для нанесения покрытий [5]. Корпус этой печи прозрачный. Печь сопротивления представляет собой намотанную на стеклянную трубку диаметром 40 мм нихромовую проволоку (диаметром 0.5 мм); шаг намотки 2.5 мм.

Таблица 1. Соотношения интенсивностей рассеянного оболочкой и прошедшего через ОВ излучений ($\lambda = 532$ нм) для различных значений δ

δ , мм	$J_{s\Sigma}$, отн. ед.	$J_{\text{ВЫХ}}$, отн. ед.	$\chi = J_{s\Sigma}/J_{\text{ВЫХ}}$
0	5.6×10^5	7.2×10^6	0.08
2	1.56×10^6	2.62×10^6	0.6
5	1.56×10^6	4.1×10^5	3.8

Поэтому при помещении подсвеченного ОВ в такую печь рассеянное излучение $\lambda = 532$ нм можно наблюдать визуально. При температурах 23...235°C интенсивность рассеяния визуально не изменялась. При дальнейшем повышении температуры интенсивность рассеяния уменьшается, достигая минимальной величины при 255°C. В интервале температур 255...270°C интенсивность рассеяния визуально не изменяется. Исчезновение рассеяния вызвано плавлением кристаллической фазы полимера. После извлечения ОВ из печи сопротивления свечение локально нагретого участка оболочки Tefzel восстанавливалось через 1–2 с.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследованные в работе многомодовые оптические волокна с кварцевой сердцевиной и светоотражающей оболочкой из кристаллизующегося термопластичного полимера Tefzel, изготовленные из коммерчески доступных материалов, демонстрируют заметное рассеяние распространяющегося по нему излучения $\lambda = 532$ нм в широком угле обзора. Это качественно приравнивает их к стеклянным волокнам с рассеивающей сердцевиной Corning Fibrance Light-Diffusing Fibers.

Интенсивности рассеяния излучения $\lambda = 532$ нм оболочками исследованных ОВ зависят от условий ввода излучения в ОВ. Чем выше апертура введенного излучения, тем глубже эванесцентная часть волны заходит в оболочку и тем интенсивнее рассеяние. При этом суммарная интенсивность рассеянного излучения может в несколько раз превышать интенсивность излучения, прошедшего через ОВ.

Оптические волокна исследованного типа могут быть рекомендованы к использованию в каче-

стве гибких протяженных светорассеивателей при анатомическом освещении, для фотодинамической терапии и фототерапии, для снижения хирургического риска, при инфекциях и других применений в медицине и биологии. Однако для практического их применения необходимо разработать линейку таких ОВ с меньшими диффузионными длинами, чем у исследованных ОВ, и провести более детальные исследования механизмов рассеяния света в них.

Работа выполнена в рамках государственного задания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тучин В.В. Лазеры и волоконная оптика в биомедицинских исследованиях. М.: Физматлит, 2010.
2. French R.H., Rodríguez-Parada J.M., Yang M.K. et al. // Solar Energy Materials and Solar Cells. 2011. V. 95. № 8. P. 2077.
3. Klubben W.S., Logunov S.L., Fewkes E.J. et al. // Proc. SPIE. 2016. V. 9702. P. 970218.
4. Замятин А.А., Иванов Г.А., Маковецкий А.А., Шилов И.П. Способ изготовления оптического волокна. Патент РФ на изобретение № 2402497. Оpubл. офиц. бюл. "Изобретения. Полезные модели". № 30 от 27.10.2010.
5. Маковецкий А.А., Замятин А.А., Аксёнов В.А. // Оптический журн. 2019. Т. 86. № 3. С. 78.
6. Маковецкий А.А., Замятин А.А., Ряховский Д.В. // Спецвыпуск Фотон-Экспресс Наука 2019. 2019. № 6. С. 360.
7. Кизеветтер Д.В., Ильин Н.В. // Научно-технические ведомости СПбГПУ. 2013. № 3. С. 151.
8. Кизеветтер Д.В., Славина А.Ю., Левин В.М., Баскаков Г.Г. // Научно-технические ведомости СПбГПУ. 2012. № 1/6. С. 119.

ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРАХ

УДК 53.082

ОСОБЕННОСТИ ПОСТРОЕНИЯ СХЕМЫ ФОРМИРОВАНИЯ СИГНАЛА ВОЗБУЖДЕНИЯ СВЕРХВЫСОКОЙ ЧАСТОТЫ В ЦЕЗИЕВЫХ АТОМНЫХ ЧАСАХ

© 2021 г. А. А. Петров^а, Д. В. Залетов^а, В. В. Давыдов^{б,*}, Д. В. Шаповалов^с

^аРоссийский институт радионавигации и времени,
просп. Обуховской Обороны, 120, лит. ЕЦ, Санкт-Петербург, 192012 Российская Федерация

^бСанкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
ул. Политехническая, 29, Санкт-Петербург, 195251 Российская Федерация

^сАО «Информационные спутниковые системы» им. академика М.Ф. Решетнёва,
ул. Ленина, 52, Железногорск, 662972 Российская Федерация

*E-mail: Davydov_vadim66@mail.ru

Поступила в редакцию 05.03.2020 г.

После доработки 11.06.2020 г.

Принята к публикации 04.07.2020 г.

Определены особенности формирования СВЧ-сигнала возбуждения в квантовом стандарте частоты на атомах цезия-133. Для улучшения характеристик сигнала СВЧ-возбуждения предложен способ оптимизации параметров блоков и схем квантового стандарта частоты с учетом установленных нами особенностей. Проведенные исследования показали, что применение данного способа позволяет улучшить спектральные характеристики сигнала СВЧ-возбуждения и уменьшить шаг перестройки его выходной частоты. Полученные экспериментальные результаты позволили установить, что использование данного способа улучшает стабильность выходной частоты квантового стандарта на 20%. Установленные нами особенности создают условия для проведения новых исследований, направленных на разработку способов и методик улучшения характеристик сигнала СВЧ-возбуждения.

DOI: 10.31857/S0033849421030177

ВВЕДЕНИЕ

В современном мире в условиях быстрого развития мировой науки, технологий и средств передачи информации невозможно обойтись без измерения времени с высокой точностью [1–5]. При передаче информации, при проведении научных исследований в различных точках планеты (например, планет Солнечной системы и т.д.), а также для определения положения различных объектов с использованием навигационных систем необходима взаимная синхронизация временных шкал приборов. Наибольшей точностью и надежностью среди источников опорных колебаний, используемых для измерения времени, обладают квантовые стандарты частоты (КСЧ) [1, 2, 6–9].

Среди всех моделей КСЧ особое место занимают цезиевые. Это обусловлено тем, что они обладают высокой долговременной стабильностью частоты выходного сигнала на уровне $(1...3) \times 10^{-14}$ при времени наблюдения 1 сут. Это позволяет успешно применять их также для решения задач фундаментальной науки (продолжительные по вре-

мени физические эксперименты в атомной физике и геофизике, прецизионная спектроскопия) и т.д. [6, 10–15]. Повышение требований к точности синхронизации временных шкал и изменению массогабаритных характеристик КСЧ требует постоянной модернизации их конструкций.

Разработка новых моделей КСЧ на основе фундаментальных научных исследований очень длительный и дорогостоящий процесс, требующий объединения усилий многих научных групп. Такого запаса времени и средств для решения поставленных задач обычно нет.

Поэтому процесс модернизации КСЧ в основном заключается в улучшении характеристик одного или нескольких блоков КСЧ, что в свою очередь позволяет улучшить метрологические характеристики конструкции квантового стандарта частоты.

Одно из возможных решений задачи модернизации КСЧ на атомах цезия-133 представлено в данной работе. На основе проведенных исследований были установлены особенности формиро-

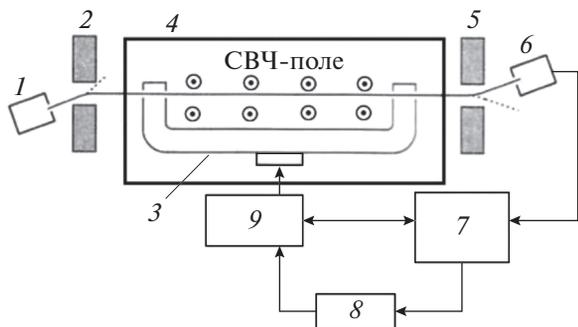


Рис. 1. Структурная схема стандарта частоты на атомах ^{133}Cs : 1 – цезиевая печь; 2 – магнит-поляризатор; 3 – резонатор Рэмси; 4 – магнитный экран; 5 – магнит-анализатор; 6 – токовый детектор; 7 – блок автоматической подстройки частоты; 8 – кварцевый генератор; 9 – преобразователь частоты.

вания сигнала СВЧ-возбуждения и предложен способ улучшения его характеристик.

1. КВАНТОВЫЙ СТАНДАРТ ЧАСТОТЫ НА АТОМАХ ЦЕЗИЯ-133 И ОСОБЕННОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ СИГНАЛА СВЧ-ВОЗБУЖДЕНИЯ

Работа КСЧ на атомах цезия-133 основана на принципе подстройки частоты высокостабильного кварцевого генератора по частоте квантового перехода атомов цезия-133 в атомно-лучевой трубке (АЛТ). Структурная схема КСЧ на атомах цезия-133 представлена на рис. 1.

Разогретый пучок атомов цезия-133 из специализированной печки 1, с помощью магнито-поляризатора 2 подготавливается таким образом, что перед взаимодействием с СВЧ-полем атомы цезия-133 находятся либо на уровне $F = 4$, $m_f = 0$, либо на уровне $F = 3$, $m_f = 0$. СВЧ-поле формируется в блоке преобразователя частоты 9 из сигнала кварцевого генератора 8 и по волноводному тракту подается в АЛТ 4. Это поле вызывает переходы атомов на соответствующий незаселенный уровень. Измеряя населенность этого уровня после взаимодействия с СВЧ-полем, можно определить частоту опрашиваемого поля, при которой вероятность перехода атомов оказывается максимальной. Отношение сигнал/шум (ОСШ), регистрируемого резонансного сигнала от пучка атомов цезия-133 на токовом детекторе 6 в этом случае будет максимальным. Полученный сигнал обрабатывается системой автоматической подстройки частоты (АПЧ) и используется для того, чтобы изменить управляющие напряжение на кварцевом генераторе 8 пропорционально уходу частоты от номинального значения.

Данная частота корректируется с учетом эффектов, приводящих к сдвигам частоты центрально-

го резонанса. Основной вклад в сдвиг частоты центрального резонанса вносят флуктуации магнитного поля, а также параметры сигнала СВЧ-возбуждения [6, 14–16]. Поэтому к процессу формирования сигнала СВЧ, который подается в АЛТ из преобразователя частоты по волноводному тракту, необходимо уделять повышенное внимание при модернизации конструкции КСЧ. Кроме того, при формировании сигнала СВЧ-возбуждения и его последующем использовании возникает ряд особенностей, которые необходимо установить, чтобы модернизировать конструкцию преобразователя частоты для улучшения характеристик КСЧ.

Одна из них связана с формированием частоты сигнала СВЧ-возбуждения и сканированием линии резонансного перехода с частотой f_0 , что приводит к появлению сигнала на токовом детекторе 6 (см. рис. 1). Спектральная линия регистрируемого в этом случае сигнала состоит из интерференционных полос резонанса Рэмси на широком пьедестале Раби [6, 9, 16]. Расстояние между интерференционными полосами, которые соответствуют резонансным переходам атомов цезия-133, составляет ≈ 50 кГц. Таких полос с учетом центрального максимума – семь. Частота кварцевого генератора стабилизируется относительно максимума центральной полосы (центральный переход), что соответствует частоте f_0 . При расстройке частоты кварцевого генератора и, следовательно, частоты сигнала СВЧ-возбуждения от значения f_0 в АЛТ вырабатывается сигнал ошибки, который несет информацию о величине расстройки. В этом случае точность настройки на резонансную частоту f_0 будет зависеть от шага перестройки частоты $\Delta f_{\text{СВЧ}}$ сигнала СВЧ-возбуждения. С учетом этой особенности нами был предложен новый способ формирования сигнала СВЧ-возбуждения в преобразователе частоты, который позволяет существенно уменьшить величину $\Delta f_{\text{СВЧ}}$ по сравнению с ранее используемыми конструкциями КСЧ. На рис. 2 представлена структурная схема разработанной нами конструкции преобразователя частоты.

Синусоидальный сигнал с частотой 5 МГц от кварцевого генератора 1 подается на синтезатор частоты 2 и умножитель частоты 3, входящие в состав преобразователя частоты. В синтезаторе частоты выполняется преобразование входного сигнала с частотой 5 МГц в сигнал с частотой 12.6317727 МГц. В умножителе частоты выполняется преобразование входного сигнала с частотой 5 МГц в сигнал с частотой 270 МГц, который далее умножается на генераторе гармоник 4 до частоты 9180 МГц и, так же как и сигнал с выхода синтезатора частоты, поступает на вход балан-

ного смесителя 5. Работу балансового смесителя можно описать следующим уравнением:

$$U_{\text{вых}} = \cos\omega_1 t \cos\omega_2 t = \frac{1}{2} \cos(\omega_1 - \omega_2)t + \frac{1}{2} \cos(\omega_1 + \omega_2)t, \quad (2)$$

где $\cos\omega_1 t$ – колебание с выхода синтезатора частоты, $\cos\omega_2 t$ – колебание с выхода умножителя частоты, $\cos(\omega_1 - \omega_2)t$ – разностная частота, $\cos(\omega_1 + \omega_2)t$ – суммарная частота.

В результате выходной сигнал сверхвысокой частоты балансового смесителя содержит ряд комбинационных частот, в том числе частоту 9.1926317727 ГГц, которая используется в работе КСЧ.

Необходимо отметить, что в спектре выходного сигнала балансового смесителя содержатся не только две указанные выше частотные составляющие, но и множество гармоник, возникающих в результате преобразования сигнала с частотой 5 МГц в умножителе частоты. Боковые составляющие, возникающие в умножителе частоты, отстоят от основного сигнала на величины, кратные выходной частоте кварцевого генератора. Эта величина достаточно велика и превосходит все частотные интервалы от центрального резонанса, на которых находятся боковые резонансы Рэмси. Поэтому погрешностями в определении номинального значения частоты КСЧ, создаваемые этими боковыми составляющими, можно пренебречь.

Характеристики выходного сигнала преобразователя частоты, такие как точность формирования выходной частоты, шаг перестройки частоты, скорость перестройки частоты, распределение спектра, обеспечиваются цифровой частью преобразователя частоты. Аналоговая часть обеспечивает главным образом стабильность амплитуды выходного сигнала при изменении температуры в диапазоне 0...50°C. Благодаря применению усилителя-ограничителя в схеме преобразователя частоты стабильность амплитуды выходного сигнала поддерживается с точностью $\pm 4\%$.

На точность настройки сигнала СВЧ-возбуждения на резонансную частоту f_0 влияет шаг перестройки дробной частоты $f_1 = 12631772.7$ Гц – $\Delta f_{\text{СЧ}}$, которая формируется в синтезаторе частоты 2 (см. рис. 2). В разработанной нами конструкции синтезатора частоты [8, 16] с использованием метода цифрового синтеза при тактовой частоте $f_T = 15$ МГц было получено значение $\Delta f_{\text{СЧ}} \approx 10^{-5}$ Гц. Это дает возможность с высокой точностью подстроить частоту сигнала СВЧ-возбуждения на частоту центрального резонанса f_0 (максимум ОСШ в токовом детекторе б).

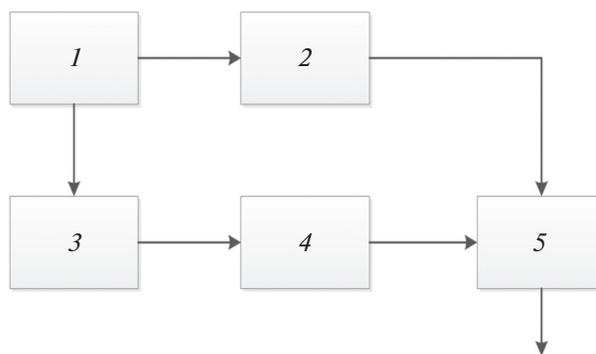


Рис. 2. Структурная схема преобразователя частоты: 1 – кварцевый генератор; 2 – синтезатор частоты; 3 – умножитель частоты; 4 – генератор гармоник; 5 – балансный смеситель.

Другая особенность связана с возможностью выбора различных частот модуляции выходного сигнала для работы системы автоматической подстройки частоты КСЧ. Это позволяет обеспечить компромисс при выполнении двух условий. С одной стороны, при выборе низкой частоты модуляции f_m возрастают пропорционально $1/f_m$ фликкерные шумы дискриминатора, с другой стороны, выбор более низкой частоты модуляции обеспечивает лучшую точность измерения значения сигнала ошибки при подстройке на резонанс.

Кроме того, использование нами нового способа позволило исключить из состава КСЧ кварцевый фильтр (КФ). Кварцевый фильтр является наиболее температурно-чувствительным элементом в схеме преобразователя частоты, поскольку обладает большой добротностью, порядка 4000. Это приводит к тому, что даже при небольшом смещении рабочих точек других температурно-зависимых элементов при изменении температуры в диапазоне 0...50°C происходит заметное изменение параметров выходного сигнала ввиду узкой полосы пропускания кварцевого фильтра.

Температурный коэффициент частоты КСЧ определяется как изменение номинального значения частоты выходного сигнала КСЧ при изменении температуры на 1°C. Так как преобразователь частоты является основным узлом, принимающим участие в формировании частоты СВЧ-перехода, то низкая температурная зависимость изменения частоты и амплитуды выходного сигнала ПЧ наилучшим образом уменьшает температурную зависимость КСЧ в целом. Любые изменения частоты и амплитуды выходного сигнала преобразователя частоты при изменении температуры ухудшают значение температурного коэффициента частоты КСЧ.

Устранение кварцевого фильтра из новой конструкции преобразователя частоты в КСЧ сделало его конструкцию менее зависимой от температуры и позволило улучшить температурный коэффи-

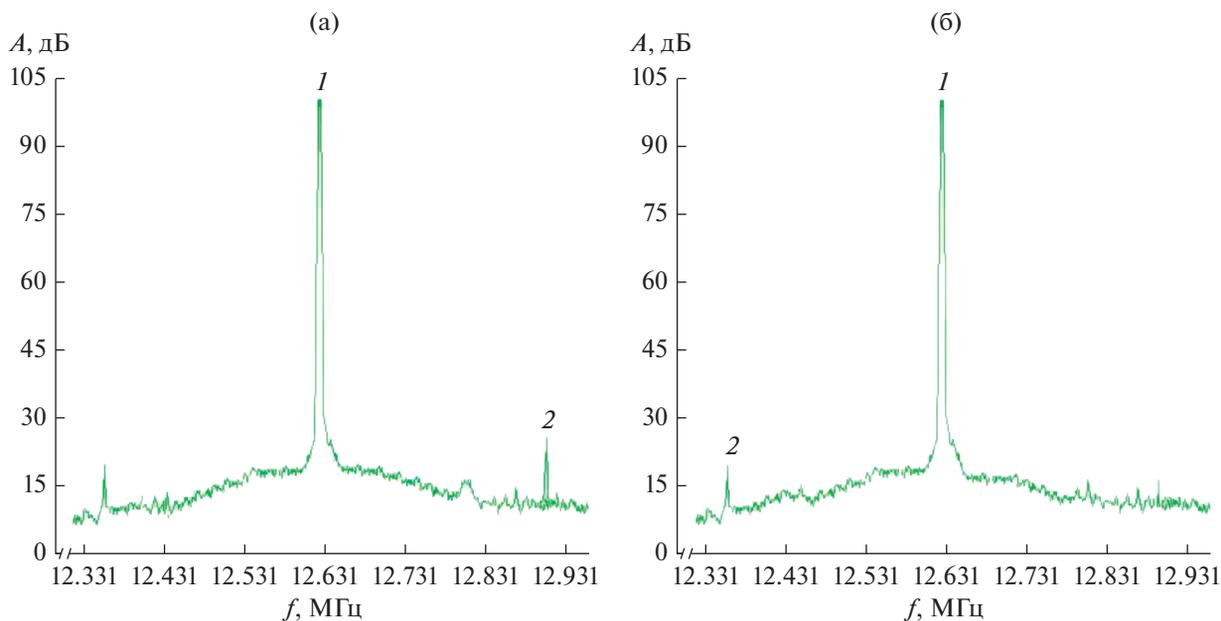


Рис. 3. Спектральные характеристики сигнала дробной частоты на выходе синтезатора частот с подавлением боковых амплитудных составляющих для ранее используемой (а) и разработанной нами (б) конструкции ПЧ; 1 и 2 — максимумы амплитуд полезного сигнала и боковых составляющих соответственно.

циент частоты КСЧ. Также устранение кварцевого фильтра позволило расширить диапазон перестройки частоты сигнала СВЧ-возбуждения до 0.7 МГц. В ранее используемых конструкциях КСЧ данный диапазон был менее 3 кГц.

Кроме того, применение нового метода формирования выходного сигнала в новой конструкции преобразователя частоты позволяет более эффективно подавлять боковые составляющие в спектре сигнала СВЧ-возбуждения, которые могут вызвать переходы атомов на боковых резонансах Рэмси.

Необходимо также отметить, что размеры новой конструкции преобразователя частоты по сравнению с ранее используемой не изменяются. В новой конструкции преобразователя частоты после использования разработанных нами схем освобождается дополнительное место, которое можно будет использовать для размещения новых элементов при дальнейшей модернизации конструкции КСЧ.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Проведенные нами экспериментальные исследования параметров выходного сигнала СВЧ-возбуждения при использовании новой конструкции преобразователя частоты (ПЧ) совпали с результатами моделирования, а также пока-

зали ее преимущества по сравнению с ранее используемыми ПЧ.

На рис. 3 представлена часть спектра сигнала СВЧ-возбуждения, за формирование которой отвечает спектр сигнала частотой 12631772.7 Гц. В окрестности частоты 12631772.7 Гц содержатся боковые составляющие (рис. 3а). Ранее [5–7, 16] было обосновано, что только эти близлежащие составляющие могут вызвать дополнительное излучение на боковых резонансных частотах линии Рэмси.

Полученные экспериментальные результаты показывают, что подавление боковых амплитудных составляющих в спектре сигнала с частотой 12631772.7 Гц в новой конструкции преобразователя частоты составило 88 дБ в полосе регистрации 600 кГц. При таком подавлении уровень боковых составляющих не оказывает существенного влияния на точность измерения резонансной частоты f_0 .

Использование новой конструкции преобразователя частоты позволяет в отличие от ранее применяемой осуществлять подстройку величины магнитного поля внутри АЛТ по соседнему резонансному переходу [1, 16]. Эта подстройка позволяет компенсировать частотный сдвиг, который ухудшает долговременную стабильность частоты КСЧ.

На рис. 4 представлено изменение амплитуды тока I_d в токовом детекторе при сканировании ча-

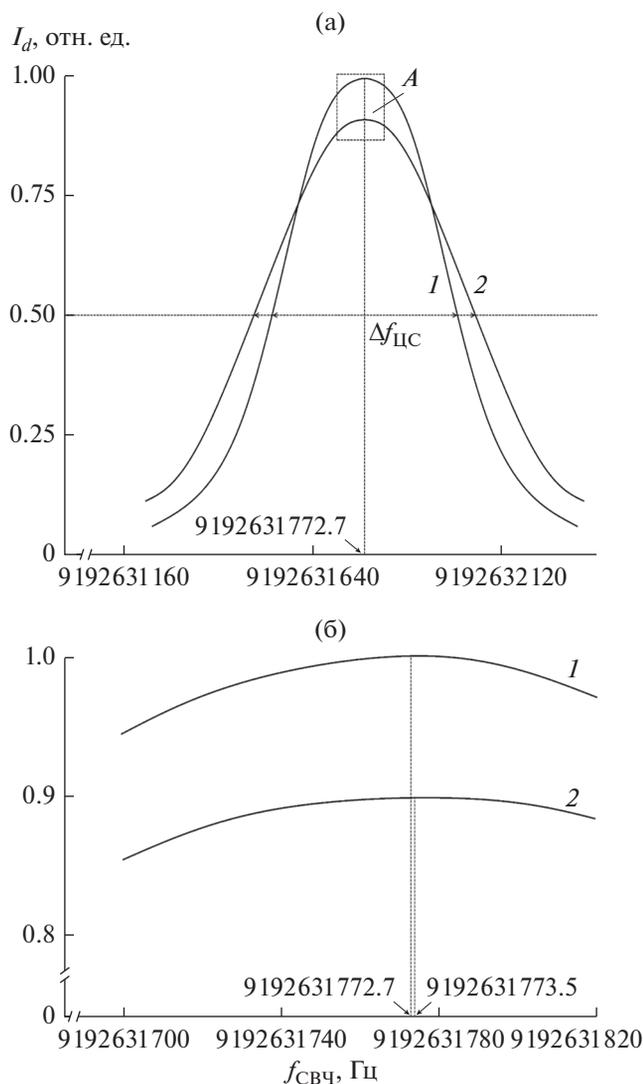


Рис. 4. Зависимость изменения амплитуды I_d в токовом детекторе b от частоты сигнала СВЧ-возбуждения $f_{\text{СВЧ}}$ (а) и увеличенный фрагмент A (б): 1 – регистрация сигнала в токовом детекторе при использовании подстройки магнитного поля в АЛТ, 2 – без использования подстройки поля; ЦС – центральный сигнал.

стоты сигнала СВЧ-возбуждения $f_{\text{СВЧ}}$ в окрестности резонансной частоты f_0 (спектральная линия) при подстройке магнитного поля по соседнему резонансу и без нее.

Анализ полученных результатов (см. рис. 4) показывает, что разработанная нами подстройка магнитного поля компенсирует случайное изменение величины магнитного поля и поддерживает его на изначально заданном уровне, препятствуя смещению резонансной линии по частоте. Смещение резонансной частоты атомного пере-

хода, вызванное флуктуацией магнитного поля, при таком масштабе на рис. 4а не наблюдается, поэтому на рис. 4б представлен фрагмент A . Это позволило установить наличие смещения частоты f_0 на 0.8 Гц. Изменилось также значение ширины спектральной линии $\Delta f_{\text{ЦС}}$ центрального резонанса (см. рис. 4а).

Необходимо отметить, что смещения частоты f_0 совпадает с расчетным, вычисленным с помощью формулы Брайта–Раби [1, 16]. Такой непрогнозируемый уход частоты f_0 создает дополнительные погрешности в определении действительного значения выходной частоты КСЧ, что приводит к ухудшению долговременной стабильности частоты КСЧ на длительных временах наблюдения. Использование разработанной нами дополнительной подстройки магнитного поля в комбинации с основной по центральному максимуму резонанса позволяет поддерживать заданное значение поля внутри АЛТ постоянным и компенсировать измененный нами частотный сдвиг (см. рис. 4б).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные результаты исследований показали обоснованность учета установленных нами особенностей формирования сигнала СВЧ-возбуждения при модернизации конструкции преобразователя частоты для КСЧ на атомах цезия-133.

Установлено, что новая конструкция ПЧ в КСЧ, а также система стабилизации магнитного поля позволяют улучшить: температурный коэффициент частоты КСЧ в 2.9 раза и дисперсию Аллана выходного сигнала КСЧ более чем на 20% на временах наблюдения 1 сутки по сравнению с ранее используемыми конструкциями.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Petrov A.A., Davydov V.V., Grebenikova N.M. // Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics). 2018. V. 11118 LNCS. P. 641.
2. Павельев А.Г., Матюгов С.С., Яковлев А.И. // РЭ. 2008. Т. 53. № 9. С. 1081.
3. Горгадзе С.Ф., Бойков В.В. // РЭ. 2014. Т. 59. № 3. С. 264.
4. Пахомов А.А. // РЭ. 2007. Т. 52. № 10. С. 1209.
5. Petrov A.A., Grebenikova N.M., Lukashev N.A. et al. // J. Phys.: Conf. Ser. 2018. V. 1038. № 1. P. 012032.
6. Риле Ф. Стандарты частоты. Принципы и применения. М.: Физматлит, 2009.
7. Петров А.А., Давыдов В.В. // РЭ. 2017. Т. 62. №. 3. С. 300.
8. Petrov A.A., Vologdin V.A., Davydov V.V., Zalyotov D.V. // J. Phys.: Conf. Ser. 2015. V. 643. № 1. P. 012087.

9. Барышев В.Н., Купалов Д.С., Новоселов А.В. и др. // Измерит. техника. 2016. № 12. С. 33.
10. Соколов С.В., Каменский В.В., Ковалев С.М., Тищенко Е.Н. // Измерит. техника. 2017. № 1. С. 19.
11. Petrov A.A., Davydov V.V. // J. Phys.: Conf. Ser. 2016. V. 769. № 1. P. 012065.
12. Petrov A.A., Davydov V.V. // Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics). 2015. V. 9247. P. 739.
13. Petrov A.A., Davydov V.V., Myazin N.S., Kaganovskiy V.E. // Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics). 2017. V. 10531. P. 561.
14. Karaulanov T.S., Graf M.T., English D.P. et al. // Phys. Rev. A. 2009. V. 79. № 1. P. 012902.
15. Semenov V.V., Nikiforov N.F., Ermak S.V., Davydov V.V. // Soviet J. Commun. Technol. Electronics. 1991. V. 36. № 4. P. 59.
16. Петров А.А., Давыдов В.В., Гребеникова Н.М. // РЭ. 2018. Т. 63. № 11. С. 1159.

**НОВЫЕ РАДИОЭЛЕКТРОННЫЕ
СИСТЕМЫ И ЭЛЕМЕНТЫ**

УДК 004.89

**ПОВЫШЕНИЕ ТОЧНОСТИ АППРОКСИМАЦИИ
МИКРОПРОЦЕССОРНЫХ НЕЧЕТКИХ ВЫЧИСЛИТЕЛЕЙ
С ПОДДЕРЖКОЙ ФУНКЦИЙ ПРИНАДЛЕЖНОСТИ
ПРОИЗВОЛЬНОГО ВИДА**

© 2021 г. А. Е. Васильев*

*Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Политехническая ул., 29, Санкт-Петербург, 195251 Российская Федерация*

**E-mail: avasil@aivt.ftk.spbstu.ru*

Поступила в редакцию 27.03.2019 г.

После доработки 05.09.2019 г.

Принята к публикации 26.11.2019 г.

Предложен новый подход к разработке микропроцессорных систем нечеткой обработки информации, использующих функции принадлежности произвольного вида, заключающийся в дополнении основного нечеткого вычислителя совокупностью корректирующих нечетких звеньев. Показано, что применение подхода позволяет снизить трудоемкость описания и сложность технической реализации при одновременном повышении точности нечетких вычислений. Приведены примеры использования подхода в практических задачах.

DOI: 10.31857/S0033849421030207

ВВЕДЕНИЕ

Характерной тенденцией развития современных встраиваемых систем управления сложными объектами и процессами является все более широкое использование в подсистемах, предназначенных для классификации информации и принятия решений, технических средств, основанных на использовании знаний (т.н. “интеллектуальных” средств) [1]. Среди используемых следует отметить подход, основанный на применении теории нечетких множеств, выгодно отличающийся развитым математическим аппаратом [2] и эффективностью применения в существенном количестве практически значимых случаев [3]. Тем не менее, остается открытым вопрос совокупного удовлетворения требований минимизации трудозатрат разработчика нечеткой подсистемы, достижения требуемого темпа нечетких вычислений, достижения необходимой точности вычислений и минимизации ресурсозатрат оборудования.

Особую актуальность эта проблема приобретает в случаях применения нечетких вычислений в бортовых микропроцессорных и микроконтроллерных системах управления, для которых экстенсивные решения зачастую неприемлемы: повышение темпа вычислений путем увеличения тактовой частоты

влечет за собой увеличение риска сбоя вычислительного процесса, а увеличение сложности аппаратных ресурсов – снижение показателей надежности и повышение стоимости бортового вычислителя [4].

1. ФАКТОРЫ, ВЛИЯЮЩИЕ НА ТОЧНОСТЬ АППАРАТНЫХ НЕЧЕТКИХ ВЫЧИСЛИТЕЛЕЙ

Реализация нечеткого вычислителя на базе микропроцессорной платформы осуществляется разработчиком с учетом действия ряда технических ограничений: принятых в данном микропроцессоре способов кодирования баз нечетких знаний (наиболее значимым является способ представления функций принадлежности входных и выходных лингвистических переменных), допустимой сложности этих баз, разрядности данных, а также значения тактовой частоты микропроцессора.

Очевидно, что каждой конкретной реализуемой целевой системе нечеткого преобразования соответствует наилучший (с точки зрения минимизации объема базы нечетких знаний при одновременной максимизации точности преобразования) вид функций принадлежности лингвистических

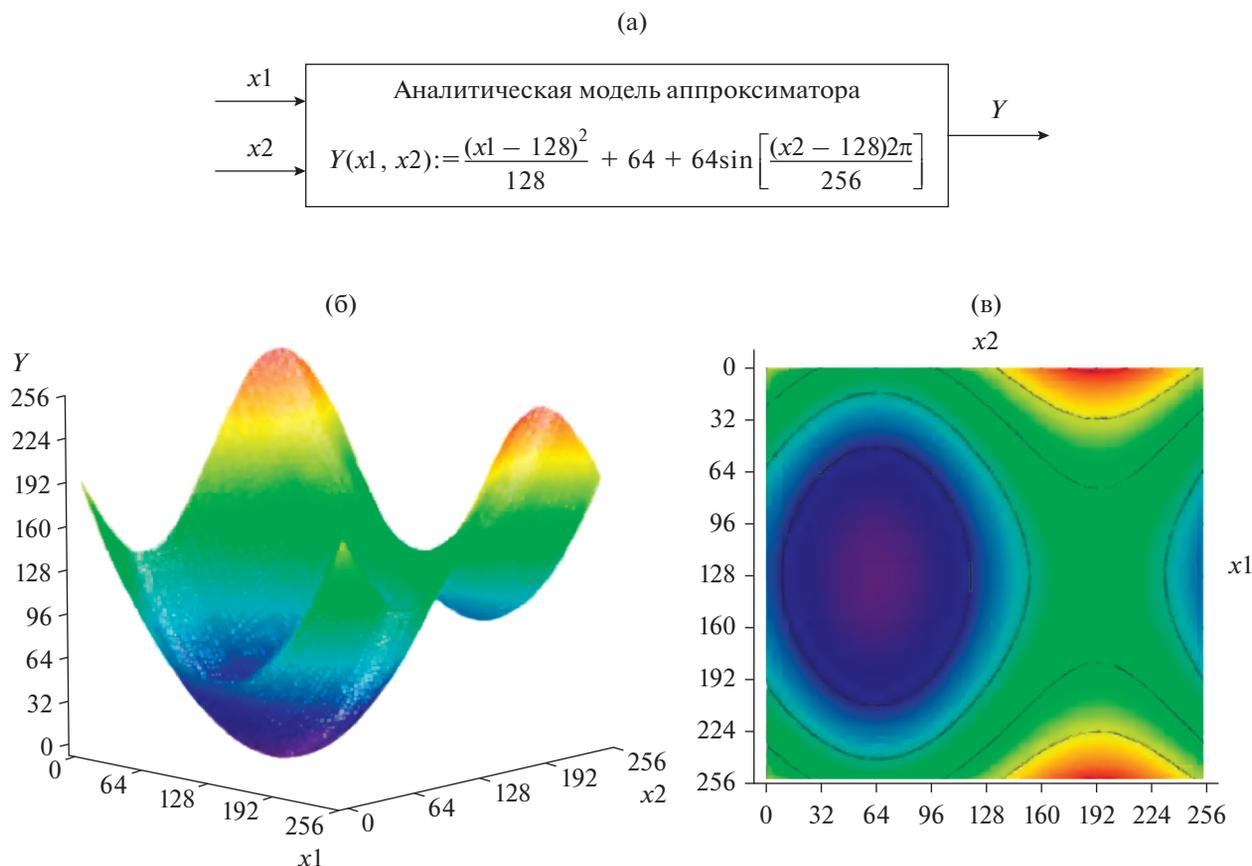


Рис. 1. Пример аппроксимируемой поверхности: аналитическая модель аппроксиматора (а); вид поверхности сбоку (б); вид поверхности сверху (в).

переменных – базис нечеткого вычислителя [5]. Таким образом, практически всегда (за исключением тривиальных малозначимых случаев), реализуемый аппаратным уровнем микропроцессора неизменяемый базис функций принадлежности нечетких лингвистических переменных будет отличаться от оптимального для данной задачи базиса, что в свою очередь окажет негативное влияние на точность нечетких вычислений. Для достижения требуемого уровня точности разработчик будет вынужден усложнить нечеткое описание (увеличивая количество термов лингвистических переменных и используемых правил для их обработки), что неизбежно приведет к увеличению времени выполнения нечетких вычислений [6].

Таким образом, существует противоречие между аппаратной предопределенностью базиса микропроцессорного нечеткого вычислителя и необходимостью его изменения адекватно конкретной решаемой задаче нечетких вычислений.

2. СПОСОБЫ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ БАЗ НЕЧЕТКИХ ЗНАНИЙ В МИКРОПРОЦЕССОРНЫХ НЕЧЕТКИХ ВЫЧИСЛИТЕЛЯХ И СРЕДСТВА ИХ ТЕХНИЧЕСКОЙ РЕАЛИЗАЦИИ

Анализ существующих методов проектирования микропроцессорных нечетких вычислителей и взаимосвязанных с ними технических решений [7, 8] показывает, что наиболее распространенным является представление нечеткого описания как совокупности правил кусочно-линейной аппроксимации гиперповерхности, соответствующей исходной функции преобразования, и строящегося с применением методов кластеризации совокупности данных “вход–выход” (рис. 1–4). Такой подход обладает рядом привлекательных свойств: гарантированной результативностью применения, высокой степенью автоматизации, реализуемостью на любых микропроцессорных средствах с аппаратной поддержкой нечетких вычислений. К предсказуемым недостаткам, проистекающим из использования фактологической информации, не отражающей

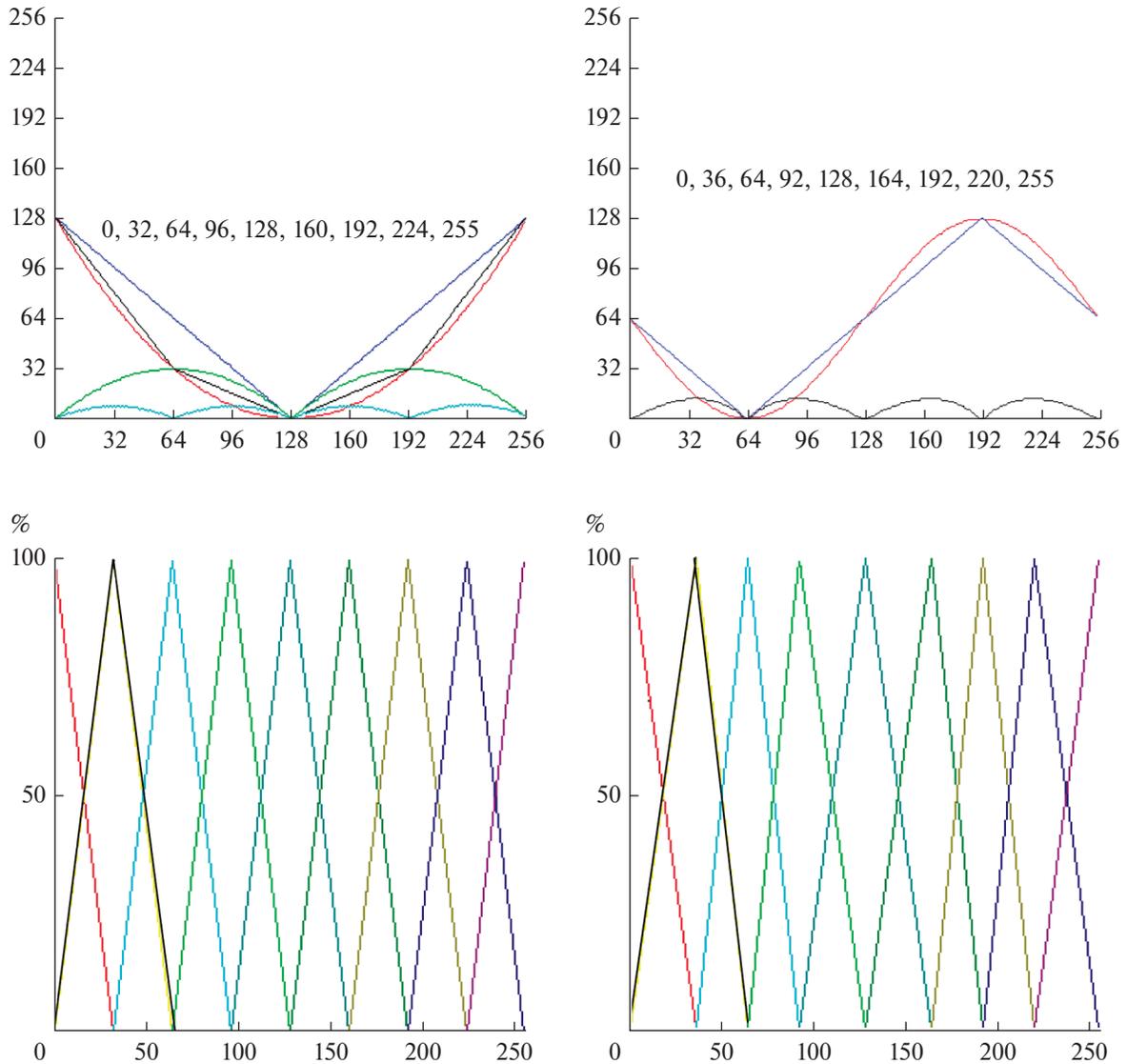


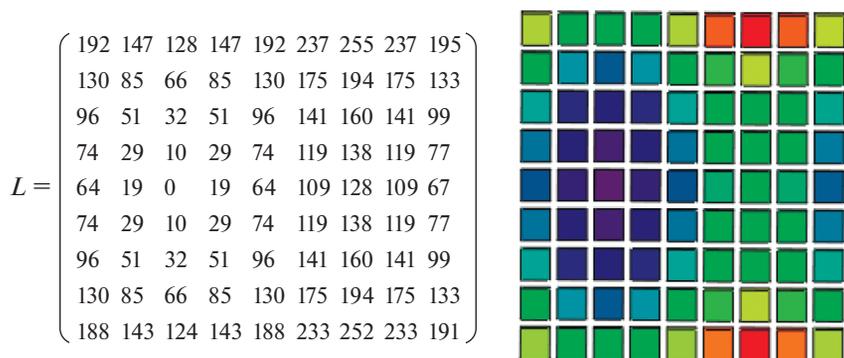
Рис. 2. Задание термов двух входных переменных (x_1 – слева; x_2 – справа). Вверху: шаги последовательного приближения исходных зависимостей; внизу: построение функций принадлежности.

в полной мере функциональные взаимозависимости лингвистических переменных, является относительно невысокая точность нечетких вычислений, большая ресурсоемкость описания и, как следствие – относительно невысокая вычислительная производительность таких нечетких преобразователей (рис. 5).

В то же время, как отмечается в [9], существующие технические решения в области микропроцессорной техники способны обеспечить эффективную реализацию нечетких вычислителей с поддержкой произвольных задаваемых разработчиком функций принадлежности. Как показывает практика применения (рис. 6–9), подобные решения позволяют обеспечить на порядок более ресурсо-

экономичную (с точки зрения сложности базы нечетких знаний) и на порядок более точную (в сравнении с получаемой классическим подходом) систему нечеткой обработки данных [10].

Указанный метод, основанный на анализе “онтологий данных” (взаимосвязей в проекциях гиперповерхности значений функции) также имеет ограниченную область применения: он позволяет свести погрешность вычислений до уровня единицы младшего разряда для любой функции n переменных, представимой в виде суперпозиции n функций одной переменной; в иных случаях на границах действия правил по причине изменения форм проекций будут наблюдаться нелинейные искажения аппроксимируемой поверхности (рис. 10).



Кластер	Множество значений выходной переменной, входящих в данный кластер	Центр
1:	0, 19, 19, 10, 10	10
2:	29, 29, 29, 29, 32, 32	31
3:	51, 51, 51, 51	51
4:	64, 64, 67, 66, 66, 77, 77, 74, 74, 74	70
5:	85, 85, 85, 85, 99, 99, 96, 96, 96, 96, 109, 109	97
6:	119, 119, 119, 119, 124, 133, 133, 130, 130, 130, 130, 128, 128, 147, 147, 141, 141, 141, 141, 143, 143, 138, 138	134
7:	160, 160, 175, 175, 175, 175	168
8:	188, 188, 194, 194, 195, 192, 192, 191	192
9:	233, 233, 237, 237	235
10:	252, 255	253

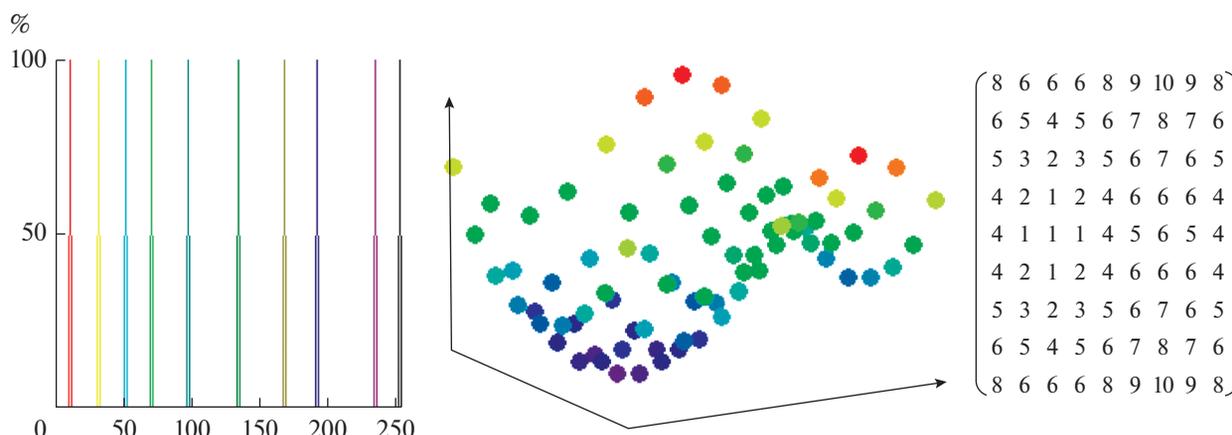


Рис. 3. Кластеризация данных и задание термов выходной переменной.

3. ПОДХОД К АВТОМАТИЗАЦИИ СИНТЕЗА МИКРОПРОЦЕССОРНЫХ НЕЧЕТКИХ ВЫЧИСЛИТЕЛЕЙ

Таким образом, применение произвольных функций принадлежности при разработке нечеткого контроллера эффективно с точки зрения снижения трудозатрат разработки и сложности его технической реализации, но требует дополнительных мер для снижения уровня погрешности в случае аппроксимации функций наиболее общего вида. Идея предлагаемого подхода базируется на применении широко используемых в практических задачах классической теории автоматическо-

го управления корректирующих звеньев, проектируемых исходя из анализа функции погрешности вычислений основного звена системы управления.

Сказанное выше иллюстрирует рис. 11.

Изначально (шаг 0) с применением основных методов и средств проектирования разрабатывается основной нечеткий аппроксиматор Y^{0*} , обладающий, очевидно, некоторой погрешностью аппроксимации. В случае, если эта погрешность (шаг 1.1) представляется разработчику неудовлетворительной, проектируется (шаг 1.2) нечеткий корректор, аппроксимирующий поверхность ошибки (или выбранный разработчиком фрагмент этой по-

№	X1	X2	X3	X4	X5	Y1
1	0	0				8
2	32	0				6
3	64	0				5
4	96	0				4
5	128	0				4
6	160	0				4
7	192	0				5

• • •

№	X1	X2	X3	X4	X5	Y1
75	64	255				5
76	96	255				4
77	128	255				4
78	160	255				4
79	192	255				5
80	224	255				6
81	255	255				8

Рис. 4. Фрагмент системы правил нечеткого вычислителя.

верхности). Таким образом, ансамбль Y^{1*} двух нечетких элементов (исходного и корректирующего) аппроксимирует исходную функциональную зависимость с лучшим качеством. Дальнейшее выполнение аналогичных шагов – анализа результирующей погрешности и построение корректирующего эту погрешность элемента – позволяет продолжать повышение точности аппроксимации. Учет ограничений по сложности реализации, определяемой исходя из совокупной сложности баз нечетких знаний основного и корректирующих нечетких узлов, позволяет осуществить обоснованное завершение итераций синтеза. Таким образом, синтез структуры нечеткого вычислителя проходит в условиях антагонизма цели синтеза (максимизации точности аппроксимации) и ограничений процесса синтеза (результатирующей сложности вычислителя); решение задачи в подобной постановке возможно на основе принципа Беллмана–Заде [11]. Структура результирующего нечеткого вычислителя Y^* обведена на рис. 11 пунктирной линией.

Следует отметить, что на количество корректирующих каскадов, обеспечивающих заданную точность аппроксимации, существенное влияние оказывают также заложенные в них базы нечетких знаний и методы дефазификации. Подробный анализ их различий и достигаемых при их

применении результатов в достаточной степени освещен в литературе (см. [12–15]).

4. ПРИМЕР РЕАЛИЗАЦИИ

Рассмотрим применение описанного подхода на примере нечеткой аппроксимации вычислительно-сложной нелинейной функции, показанной на рис. 12.

На шаге 0, исходя из анализа формы аппроксимируемой поверхности, разработчиком задается исходная база нечетких знаний вычислителя (рис. 13). База описывает центральный пик, достигаемый в случае близости входных переменных к категории “центр” (правило 1), и слабо выпуклую вверх крайнюю часть поверхности, достигающую максимального значения в случае нахождения как минимум одной входной переменной вблизи центра своего диапазона (правила 2–4), и снижающуюся до минимального значения при одновременном нахождении входных переменных у краев своего диапазона (правило 5).

Результат аппроксимации этим нечетким вычислителем показан на рис. 14. Максимальная приведенная погрешность (при использовании разрядной сетки минимально возможной ширины, для данного случая равной 8 битам) составля-

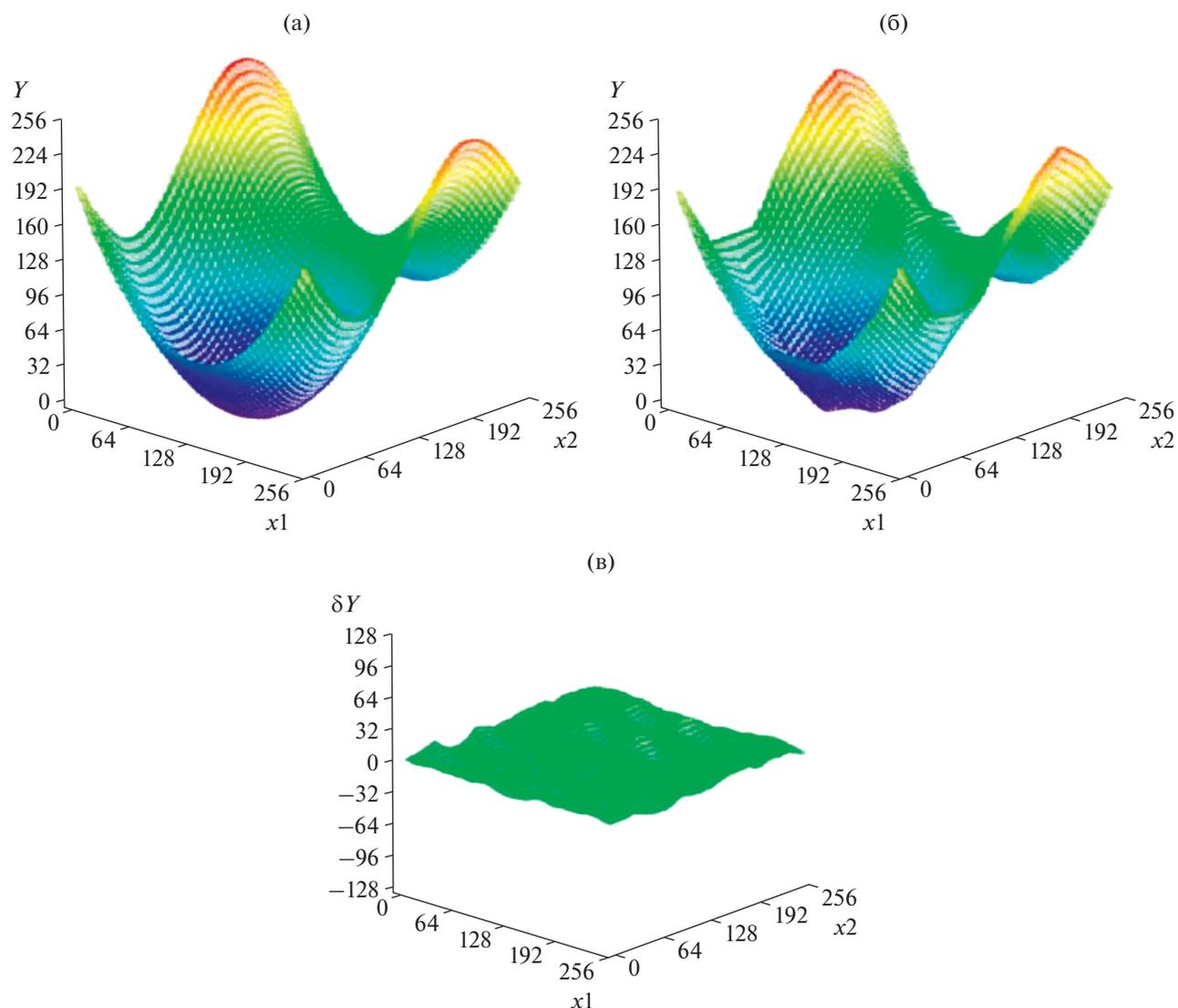


Рис. 5. Результаты нечеткой аппроксимации многомерной зависимости классическими методами: исходная зависимость (а); результирующая зависимость (б); погрешность аппроксимации (в).

ет 9%. Ее величина и области основного проявления являются, как отмечалось выше, следствием непостоянства формы сечений поверхности (в данном случае шпалеобразная форма сечения в центральной области сменяется дугообразной по краям).

Следуя предлагаемой методике, проанализируем поверхность погрешности. В ней прослеживаются три характерные области:

1) область “дефицита амплитуды” (включает четыре расположенных симметрично относительно центра колоколообразных участка, устремленных наверх к центральной оси — на этих участках аппроксимированная поверхность лежит ниже заданной);

2) область “хребтов” (включает четыре узких участка, крестообразно прорезающих поверхность — на этих участках аппроксимированная поверхность лежит выше заданной);

3) центральная область, характеризующая недостаточную результирующую амплитуду пика.

Далее, следуя предлагаемой методике, последовательно разработаем ряд нечетких корректоров, каждый из которых соответствует одной из выделенных при анализе зон погрешности и обеспечивает уточнение аппроксимируемой поверхности в этой зоне.

Первый нечеткий корректор (табл. 1) устраняет погрешность в области “дефицита амплитуды”. Функции, описывающие термы входных перемен-

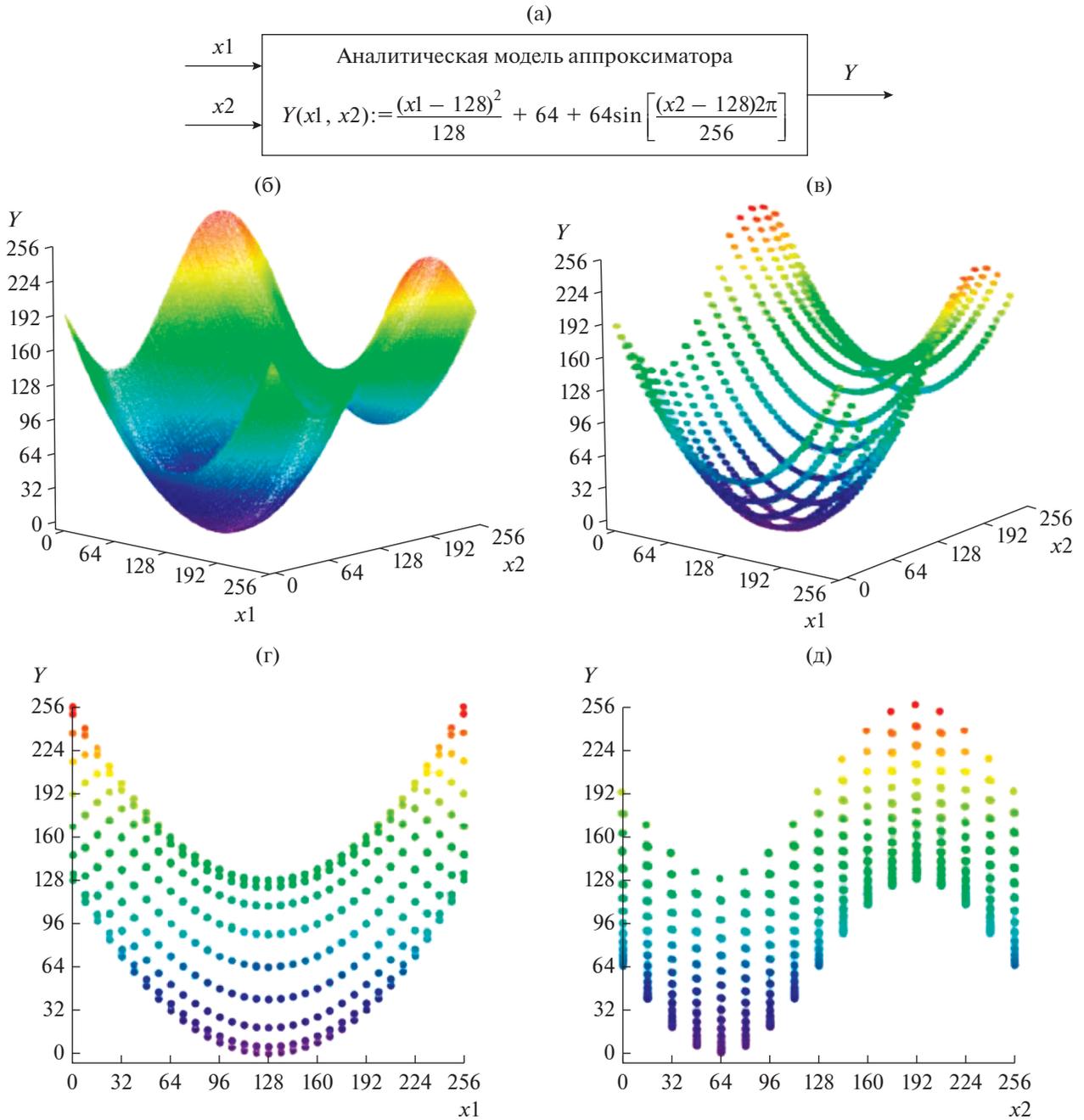


Рис. 6. Пример аппроксимируемой поверхности: аналитическая модель аппроксиматора (а); внешний вид (б)–(в); анализ проекций сечений на плоскость zOx_1 (г) и zOx_2 (д).

ных, получены путем проецирования области “дефицита амплитуды” на плоскости, ограничивающие пространство значений функции. Значения термов-синглетов выходной переменной определяются исходя из максимального и минимального значений величин корректирующей поправки, генерируемой данным нечетким корректором. Система правил описывает ситуации назначения

выходу максимального и минимального значения (напомним, что результирующее выходное значение вычисляется на основе степеней справедливости всего ансамбля правил).

Второй нечеткий корректор (табл. 2) устраняет погрешность в области “хребтов”. Процедура его построения та же, что и у первого: функции принадлежности входных переменных задаются путем

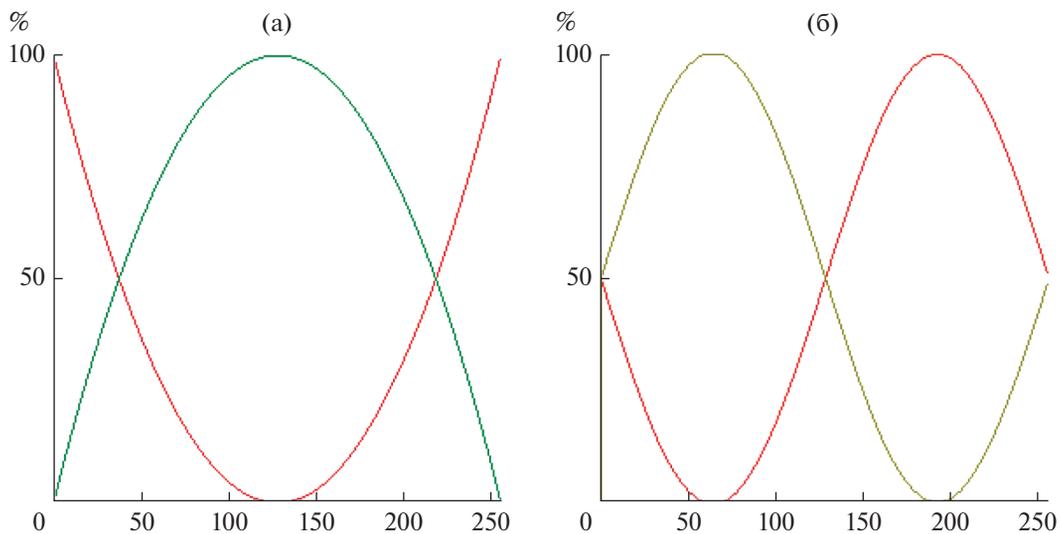


Рис. 7. Задание нелинейных функций принадлежности для термов переменных: x_1 (а) и x_2 (б).

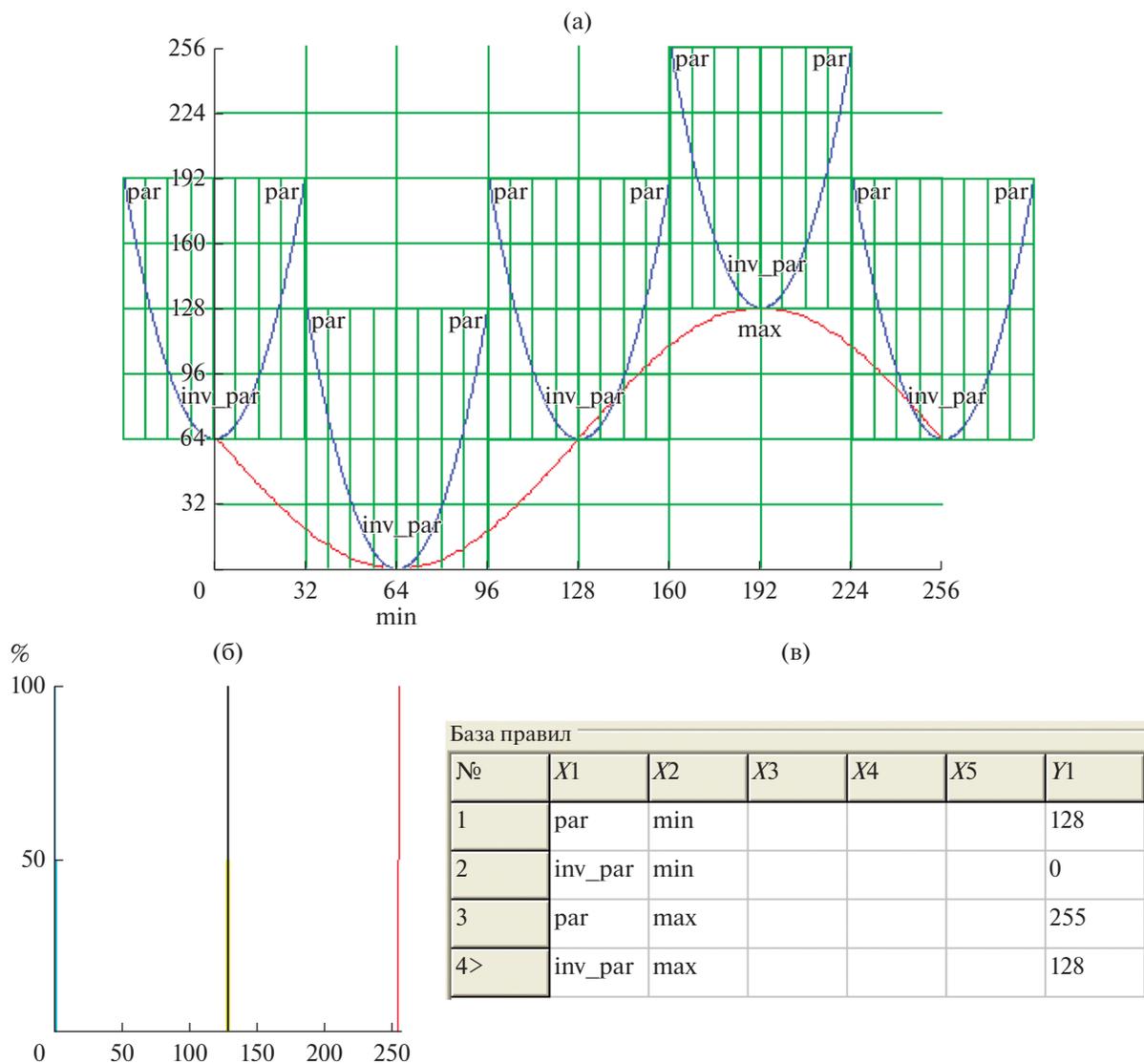


Рис. 8. Построение нечеткого аппроксиматора: определение диапазонов изменения величин (а); задание термов выходной переменной (б); задание правил нечеткого аппроксиматора (в).

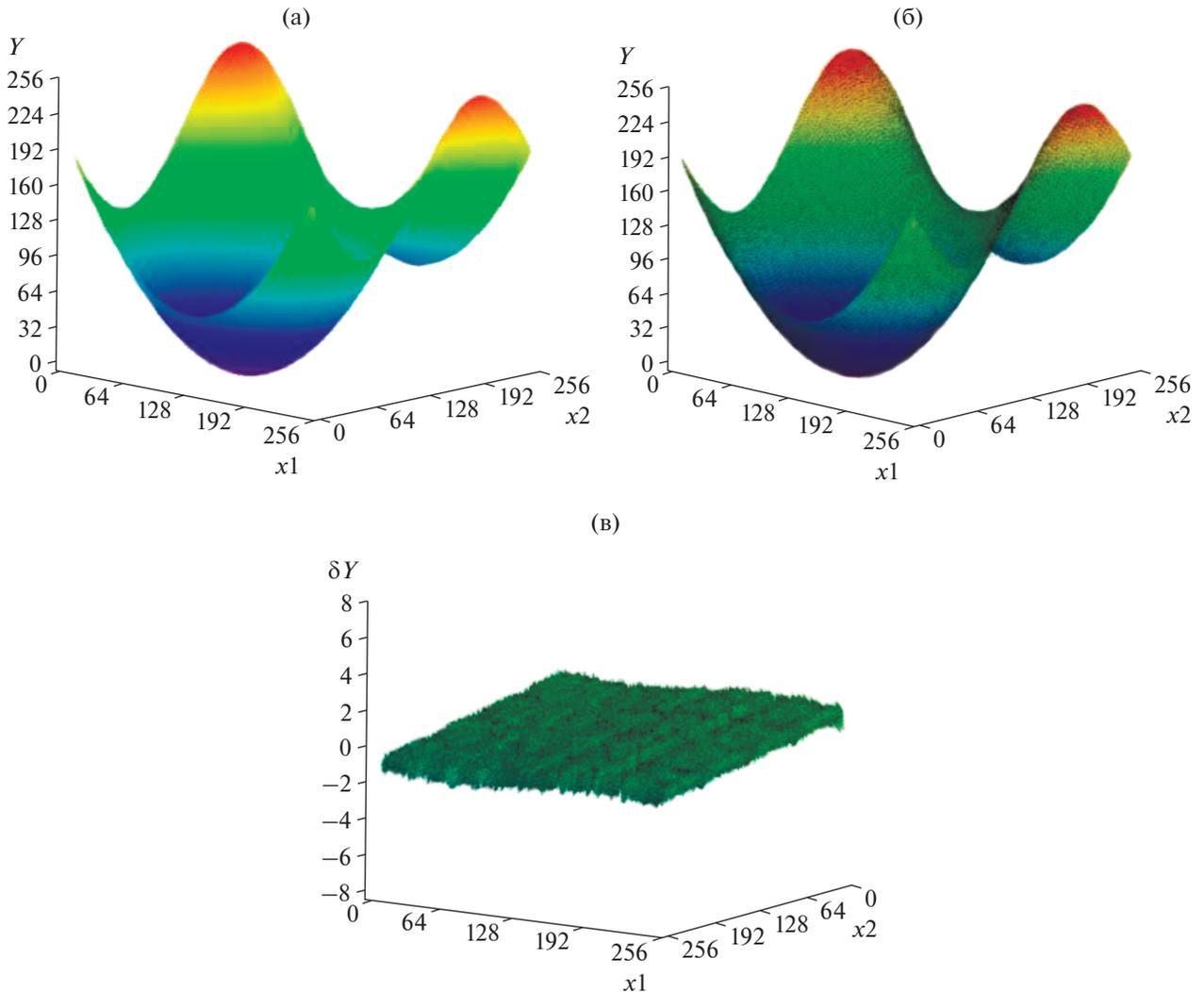


Рис. 9. Результаты нечеткой аппроксимации многомерной зависимости с применением нелинейных функций принадлежности: исходная поверхность (а); результирующая поверхность (б); погрешность аппроксимации в увеличенном масштабе (в).

проецирования данной области на ограничивающие плоскости, а термы-синглтоны выходной переменной задаются исходя из максимального и минимального значения поправок. Система правил задает комбинации значений входных переменных, на которых происходит назначение выходу максимального и минимального значения.

Третий нечеткий корректор (табл. 3) устраняет погрешность в области “пика”.

Четвертый нечеткий корректор (табл. 4) устраняет остаточную погрешность, связанную с непостоянством форм поверхностей коррекции (в наибольшей степени этот эффект в рассматриваемом примере проявляется для первого корректора ввиду наиболее сложной формы, генерируемой им поверхности).

Как отмечалось выше, итерации процесса синтеза продолжают до достижения наилучшего удовлетворения совокупности требований к качеству и ресурсозатратам аппроксиматора.

Рисунок 15 иллюстрирует результативность применения подхода для рассмотренного примера с четырьмя итерациями. Приведенная погрешность аппроксимации заданной поверхности составила менее 1.5%, что означает шестикратное улучшение точности аппроксимации.

5. ПЕРСПЕКТИВНЫЕ ВАРИАНТЫ ТЕХНИЧЕСКОЙ РЕАЛИЗАЦИИ ПОДХОДА

Наряду с предложенным вариантом технической реализации на базе специализированных

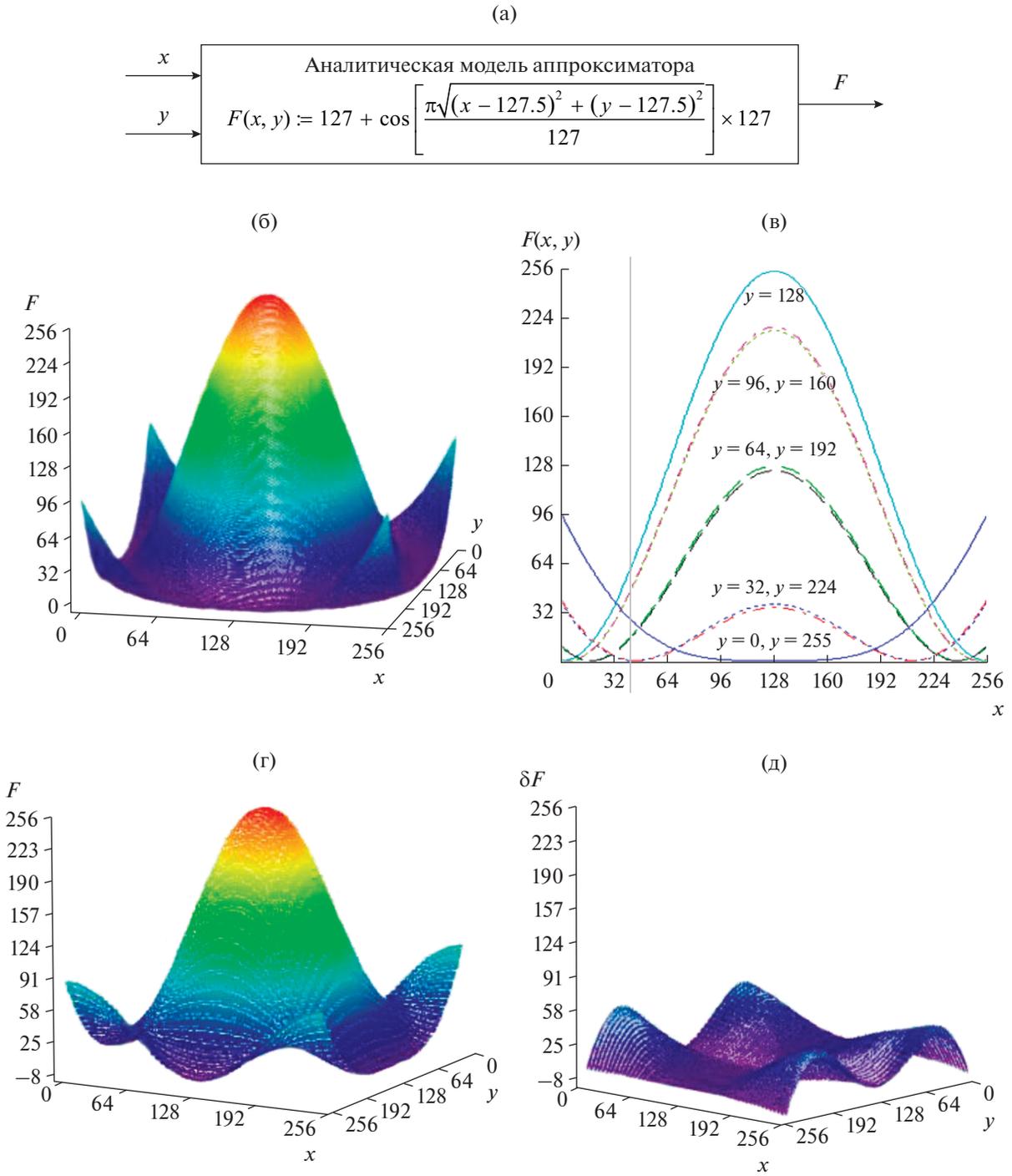


Рис. 10. Иллюстрация ограничения одношагового метода: аналитическая модель аппроксиматора (а); внешний вид (б) и формы сечений (в) исходной поверхности; нечеткая аппроксимация поверхности (г); погрешность нечеткой аппроксимации (д).

микропроцессорных вычислителей, который обеспечивает высокую надежность и потенциально наивысшую техническую эффективность и наиболее пригоден для случаев применения в

бортовой аппаратуре автономных систем управления, представляется перспективным также воплощение идеи на компонентной базе общего назначения – различного рода универсальных парал-

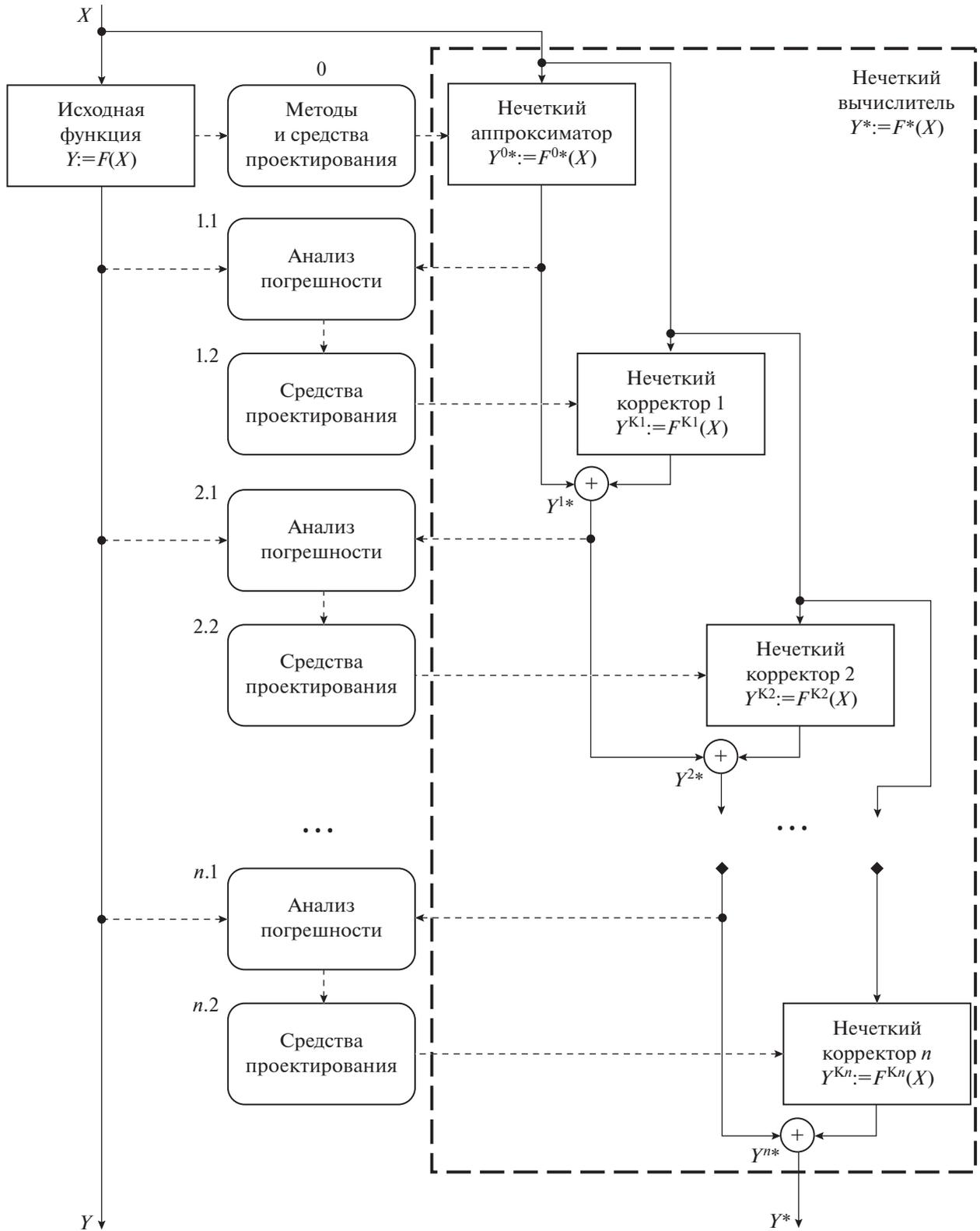


Рис. 11. Структура нечеткого вычислителя с многоступенчатой коррекцией.

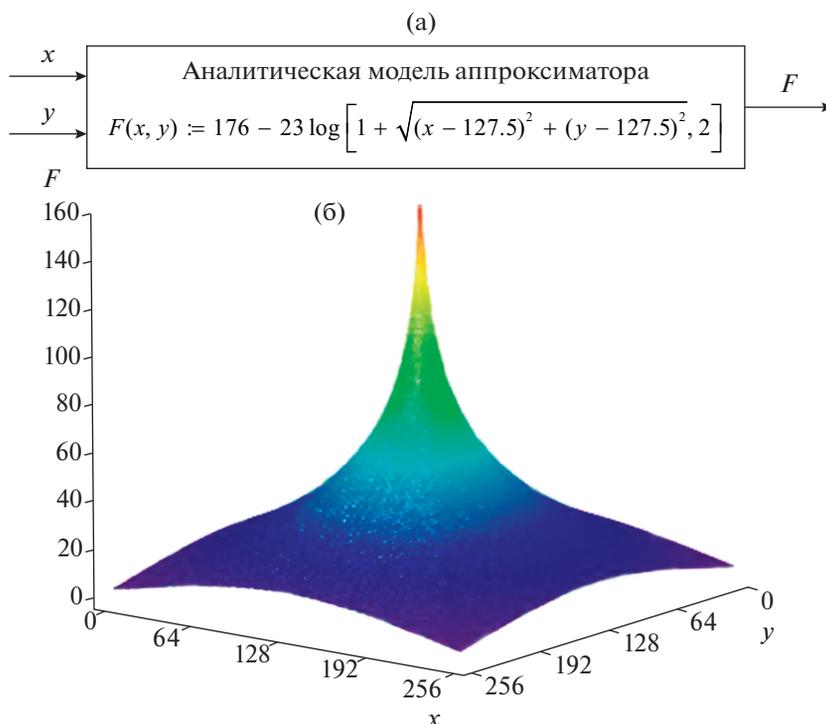
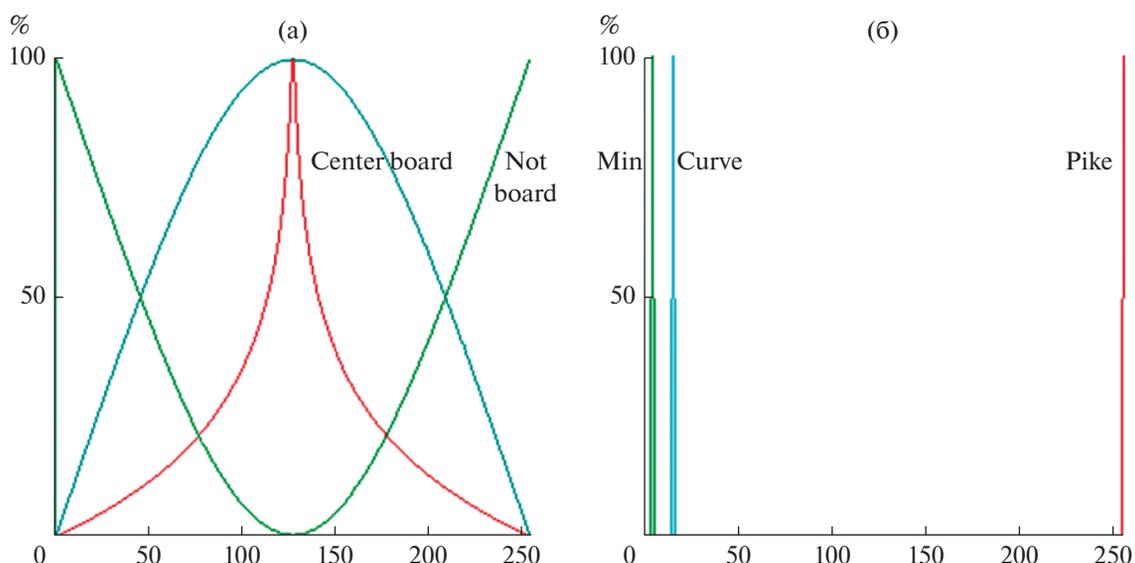


Рис. 12. Пример аппроксимируемой поверхности: аналитическая модель аппроксиматора (а); внешний вид (б).



(в)

№	X1	X2	Y1
1	Center	Center	Pike
2	Board	Board	Curve
3	Not_board	Board	Curve
4	Board	Not_board	Curve
5>	Not_board	Not_board	Min

Рис. 13. Исходный нечеткий аппроксиматор: термы входных переменных x1 и x2 (а) и выходной переменной (б); база правил (в).

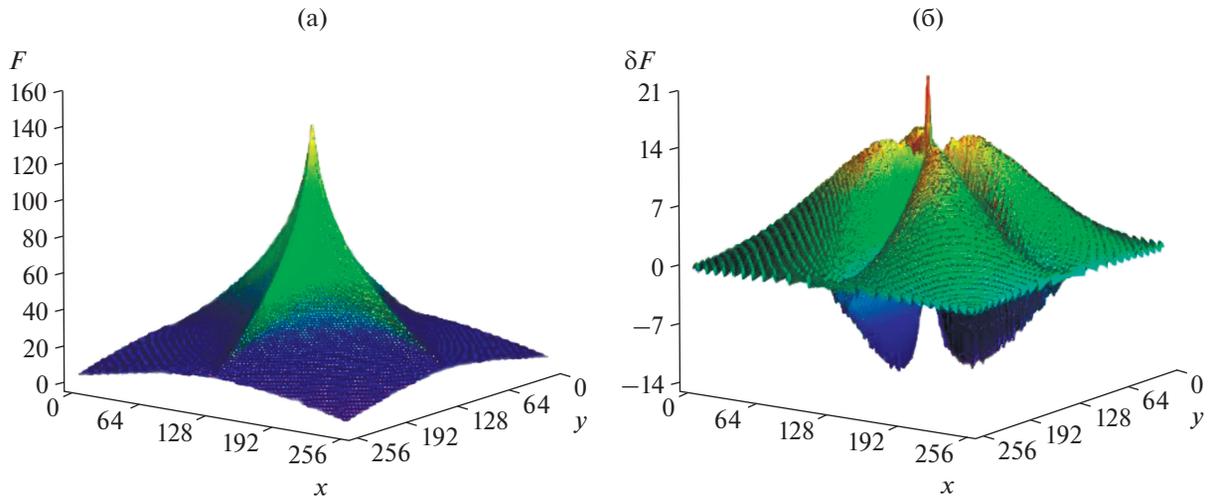


Рис. 14. Результат первичной аппроксимации: поверхность (а) и погрешность аппроксимации при восьмикратном увеличении (б).

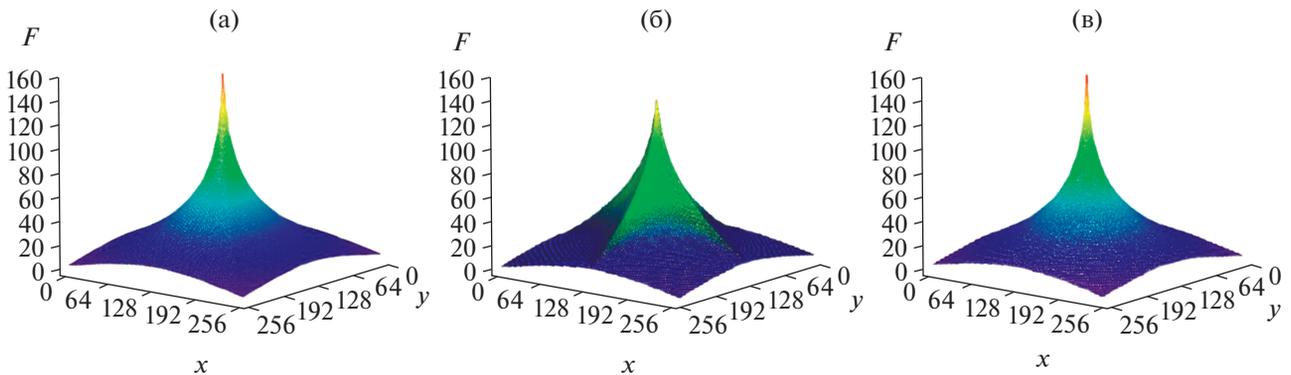


Рис. 15. Результативность применения метода нечеткой коррекции: исходная зависимость (а); поверхность аппроксимации без коррекции (б); поверхность аппроксимации с коррекцией (в).

льных вычислителях, в частности, использующих архитектуру CUDA. Это позволит обеспечить высокую производительность нечеткой аппроксимации и для вычислительных систем общего назначения. Как показывает анализ публикаций, практические потребности такого рода возникают в различных областях техники регулярно (см., напр., [16]). Используя устоявшуюся терминологию, в предлагаемой реализации ядрами будут выступать отдельные нечеткие вычислители, обрабатывающие поток исходных данных, поступающий от основного вычислителя, и связанные между собой в соответствии с общей структурой (рис. 11). Результирующий поток данных возвращается основному вычислителю.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, предлагаемый подход имеет определенную практическую значимость для решения задач проектирования сложных систем управления на компонентной базе микропроцессорных элементов с существенными ограничениями по вычислительной производительности. Подход расширяет многообразие путей повышения качества проектирования нечетких аппроксиматоров, обеспечивая регулируемый баланс сложности реализации аппроксиматора и достигаемой им точности. К перспективам развития предлагаемого подхода относится, в частности, разработка инструментальных средств, обеспечивающих совокупную автоматизацию синтеза структуры, баз нечетких

Таблица 1. Первый нечеткий корректор

Этапы синтеза	Визуальное представление																					
<p>Определение сечений исходной поверхности ошибки, подлежащих аппроксимации</p>																						
<p>Задание термов входных переменных и выходной переменной</p>																						
<p>Задание базы правил и функции преобразования корректора (показана в увеличенном масштабе)</p>	<table border="1" data-bbox="512 1231 894 1457"> <thead> <tr> <th>№</th> <th>X1</th> <th>X2</th> <th>Y1</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>Corrx</td> <td>Corrx</td> <td>Corr_val</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>Ncorrx</td> <td>Corrx</td> <td>Zero</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>Corrx</td> <td>Ncorrx</td> <td>Zero</td> </tr> <tr> <td>4></td> <td>Ncorrx</td> <td>Ncorrx</td> <td>Zero</td> </tr> </tbody> </table>		№	X1	X2	Y1	1	Corrx	Corrx	Corr_val	2	Ncorrx	Corrx	Zero	3	Corrx	Ncorrx	Zero	4>	Ncorrx	Ncorrx	Zero
№	X1	X2	Y1																			
1	Corrx	Corrx	Corr_val																			
2	Ncorrx	Corrx	Zero																			
3	Corrx	Ncorrx	Zero																			
4>	Ncorrx	Ncorrx	Zero																			
<p>Оценка результата аппроксимации с корректором; оценка остаточной погрешности (показана в увеличенном масштабе)</p>																						

Таблица 2. Второй нечеткий корректор

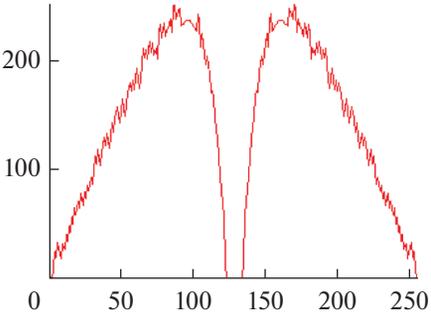
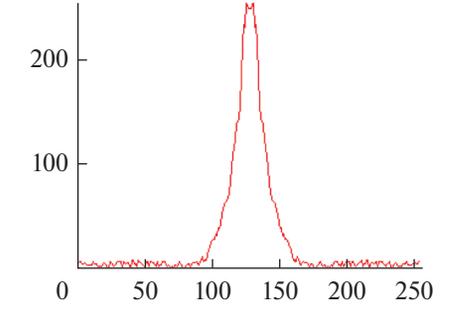
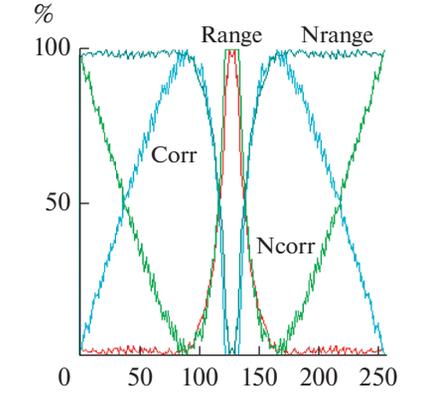
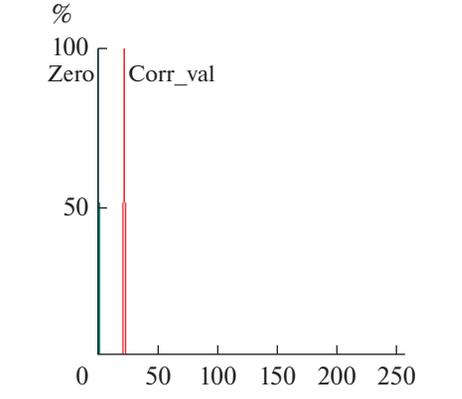
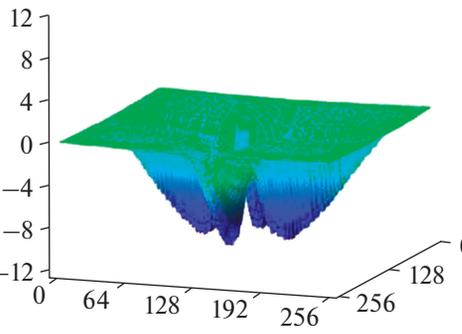
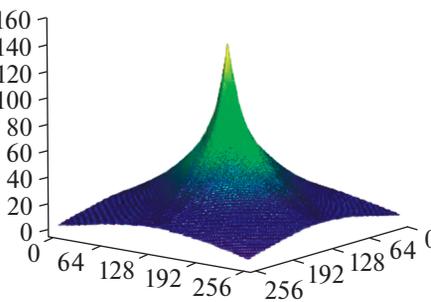
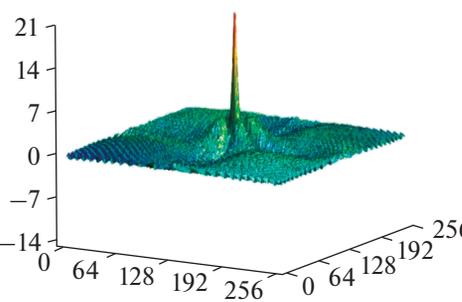
Этапы синтеза	Визуальное представление																																					
<p>Определение сечений исходной поверхности ошибки, подлежащих аппроксимации</p>																																						
<p>Задание термов входных переменных и выходной переменной</p>																																						
<p>Задание базы правил и функции преобразования корректора (показана в увеличенном масштабе)</p>	<table border="1" data-bbox="500 1164 885 1573"> <thead> <tr> <th>№</th> <th>X1</th> <th>X2</th> <th>Y1</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>Range</td> <td>Corr</td> <td>Corr_val</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>Range</td> <td>Ncorr</td> <td>Zero</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>Nrange</td> <td>Corr</td> <td>Zero</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>Nrange</td> <td>Ncorr</td> <td>Zero</td> </tr> <tr> <td>5></td> <td>Corr</td> <td>Range</td> <td>Corr_val</td> </tr> <tr> <td>6</td> <td>Ncorr</td> <td>Range</td> <td>Zero</td> </tr> <tr> <td>7</td> <td>Corr</td> <td>Nrange</td> <td>Zero</td> </tr> <tr> <td>8</td> <td>Ncorr</td> <td>Nrange</td> <td>Zero</td> </tr> </tbody> </table>	№	X1	X2	Y1	1	Range	Corr	Corr_val	2	Range	Ncorr	Zero	3	Nrange	Corr	Zero	4	Nrange	Ncorr	Zero	5>	Corr	Range	Corr_val	6	Ncorr	Range	Zero	7	Corr	Nrange	Zero	8	Ncorr	Nrange	Zero	
№	X1	X2	Y1																																			
1	Range	Corr	Corr_val																																			
2	Range	Ncorr	Zero																																			
3	Nrange	Corr	Zero																																			
4	Nrange	Ncorr	Zero																																			
5>	Corr	Range	Corr_val																																			
6	Ncorr	Range	Zero																																			
7	Corr	Nrange	Zero																																			
8	Ncorr	Nrange	Zero																																			
<p>Оценка результата аппроксимации с корректором; оценка остаточной погрешности (показана в увеличенном масштабе)</p>																																						

Таблица 3. Третий нечеткий корректор

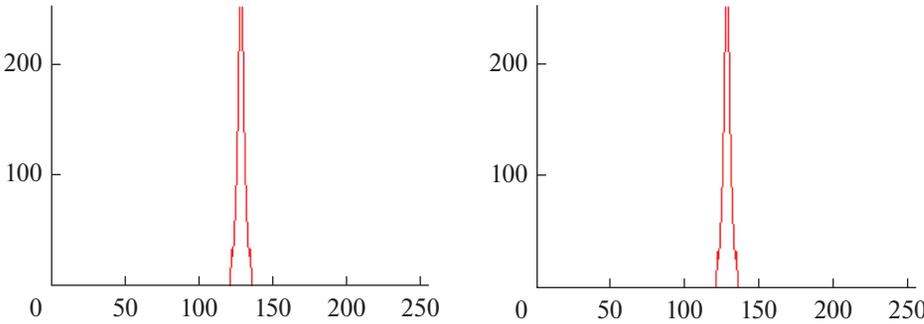
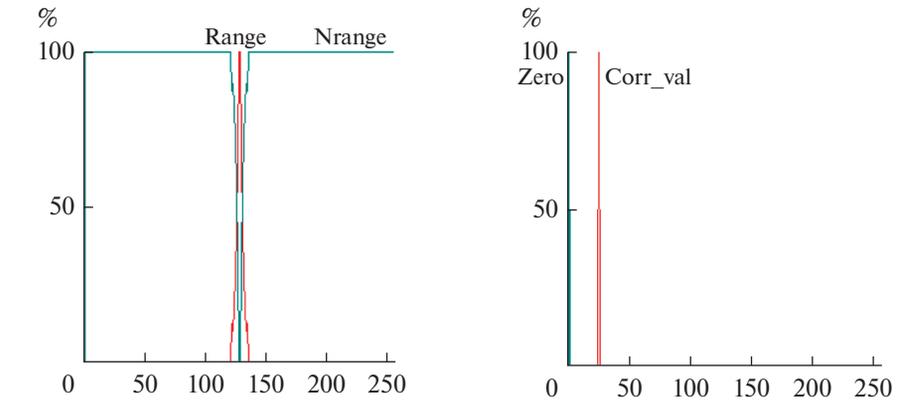
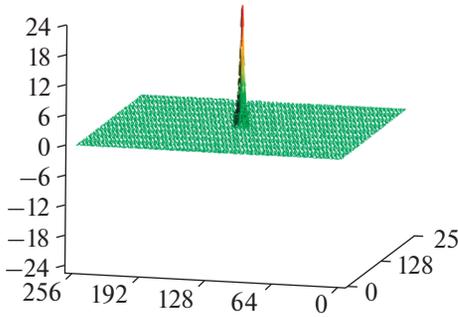
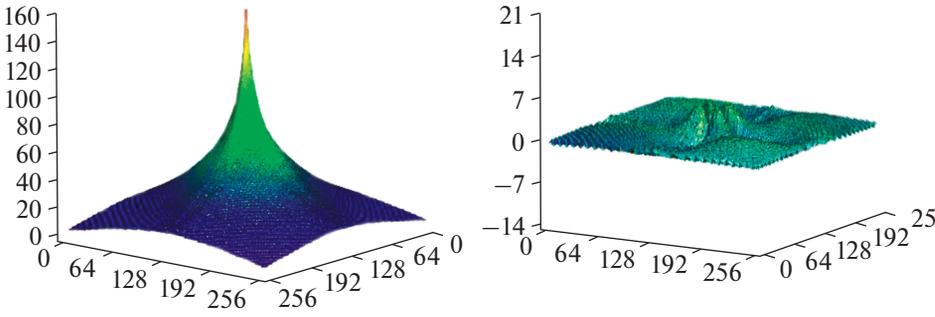
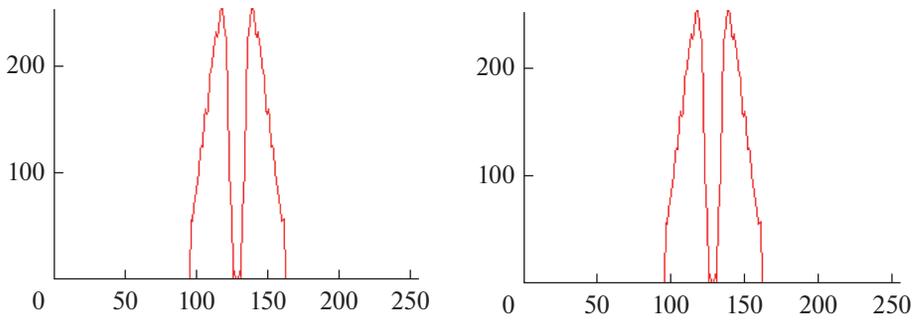
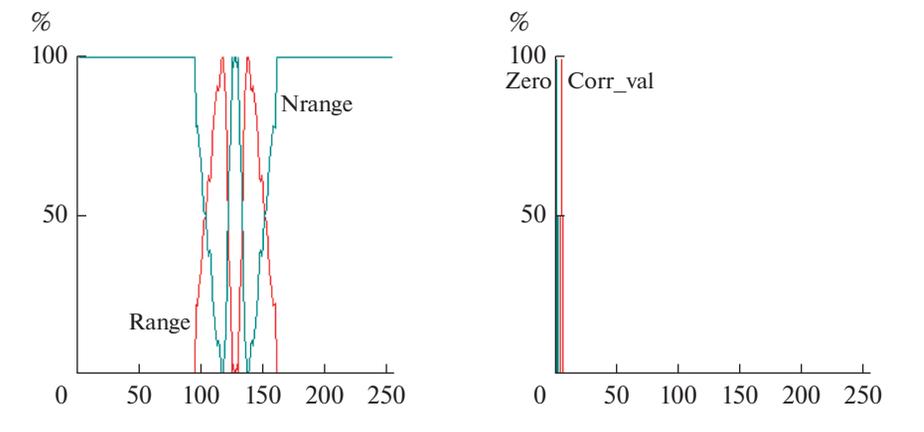
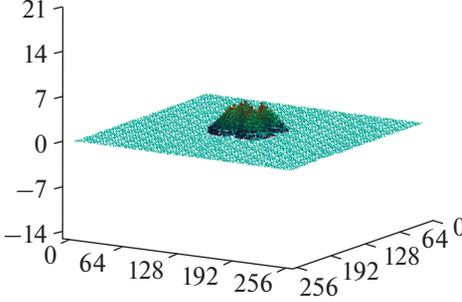
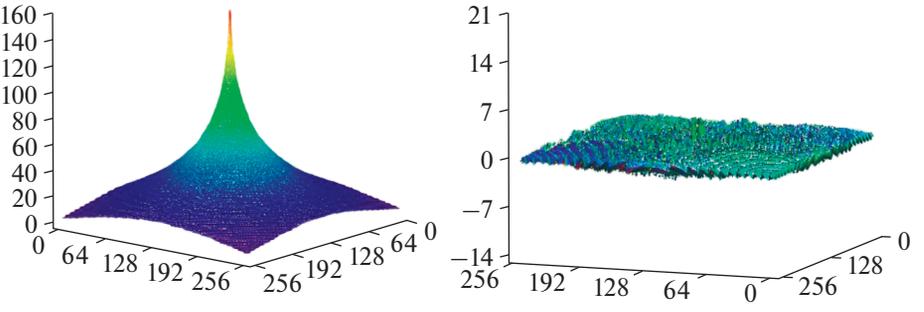
Этапы синтеза	Визуальное представление																					
Определение сечений исходной поверхности ошибки, подлежащих аппроксимации																						
Задание термов входных переменных и выходной переменной																						
Задание базы правил и функции преобразования корректора (показана в увеличенном масштабе)	<table border="1" data-bbox="512 1224 897 1455"> <thead> <tr> <th>№</th> <th>X1</th> <th>X2</th> <th>Y1</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>Nrange</td> <td>Range</td> <td>Zero</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>Nrange</td> <td>Nrange</td> <td>Zero</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>Range</td> <td>Nrange</td> <td>Zero</td> </tr> <tr> <td>4></td> <td>Range</td> <td>Range</td> <td>Corr_val</td> </tr> </tbody> </table>	№	X1	X2	Y1	1	Nrange	Range	Zero	2	Nrange	Nrange	Zero	3	Range	Nrange	Zero	4>	Range	Range	Corr_val	
№	X1	X2	Y1																			
1	Nrange	Range	Zero																			
2	Nrange	Nrange	Zero																			
3	Range	Nrange	Zero																			
4>	Range	Range	Corr_val																			
Оценка результата аппроксимации с корректором; оценка остаточной погрешности (показана в увеличенном масштабе)																						

Таблица 4. Четвертый нечеткий корректор

Этапы синтеза	Визуальное представление																					
<p>Определение сечений исходной поверхности ошибки, подлежащих аппроксимации</p>																						
<p>Задание термов входных переменных и выходной переменной</p>																						
<p>Задание базы правил и функции преобразования корректора (показана в увеличенном масштабе)</p>	<table border="1" data-bbox="500 1239 900 1476"> <thead> <tr> <th>№</th> <th>X1</th> <th>X2</th> <th>Y1</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>Nrange</td> <td>Range</td> <td>Zero</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>Nrange</td> <td>Nrange</td> <td>Zero</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>Range</td> <td>Nrange</td> <td>Zero</td> </tr> <tr> <td>4></td> <td>Range</td> <td>Range</td> <td>Corr_val</td> </tr> </tbody> </table> 		№	X1	X2	Y1	1	Nrange	Range	Zero	2	Nrange	Nrange	Zero	3	Range	Nrange	Zero	4>	Range	Range	Corr_val
№	X1	X2	Y1																			
1	Nrange	Range	Zero																			
2	Nrange	Nrange	Zero																			
3	Range	Nrange	Zero																			
4>	Range	Range	Corr_val																			
<p>Оценка результата аппроксимации с корректором; оценка остаточной погрешности (показана в увеличенном масштабе)</p>																						

знаний и машинного кода нечеткого ко рректора для достижения требуемых значений показателей эффективности его технической реализации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Rabelo L., Bhide S., Gutierrez E.* Artificial intelligence: Advances in research and applications. N.Y.: Nova Sci. Publ., 2018.
2. *Пегам А.* Нечеткое моделирование и управление. М.: БИНОМ, 2013.
3. Fuzzy Logic Application HandBook. Mount Prospect: Intel Corporation, 1994.
4. *Xu H., Xing Q., Wang W.* // Systems Eng. Electron. 2018. V. 40. № 3. P. 563.
5. *Васильев А.Е., Гиганова В.И.* // Изв. РАН. Теория и системы управления, 2014. № 6. С. 34.
6. *Васильев А.Е.* Встраиваемые системы автоматки и вычислительной техники. Микроконтроллеры. М.: Горячая линия-Телеком, 2018.
7. *Fazendeiro P., De Oliveira J.V.* // IEEE Trans. 2015. V. FS-23. № 1. P. 85.
8. *Bao C., Peng H., He D., Wang J.* // Pattern Analysis and Applications. 2018. V. 21. № 3. P. 803.
9. *Васильев А.Е., Шилов М.М.* Микроконтроллер с аппаратным нечетким вычислителем переменной структуры. Пат. РФ на изобретение № 2477525. Оpubл. 10.03.2013. Бюлл. № 7.
10. *Васильев А.Е., Васильянов Г.С., Кабесас Танау Д.Ф. и др.* // РЭ. 2017. Т. 62. № 12. С. 1243.
11. *Bellman R., Zadeh L.* // Management Sci. 1970. V. 17. № 4. P. B141.
12. *Mitaim S., Kosko B.* // IEEE Trans. 2001. V. FS-9. № 4. P. 637.
13. *Van Leekwijck W., Kerre E.* // Fuzzy Sets and Systems. 1999. V. 108. № 2. P. 159.
14. *Saletic D., Velasevic D., Mastorakis N.* // Recent Advances in Computers, Computing and Communications. 2002. P. 247.
15. *Круглов В.В.* // Математическая морфология: электрон. математич. и медико-биологич. журн. 2001. Т. 3. № 4. С. 69.
16. *Грубов В.В., Недайвозов В.О.* // Письма в ЖТФ. 2018. Т. 44. № 10. С. 103.

НОВЫЕ РАДИОЭЛЕКТРОННЫЕ СИСТЕМЫ И ЭЛЕМЕНТЫ

УДК 621.383.8

ДАТЧИК ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА ОСНОВЕ ЭЛЕКТРОЛЮМИНЕСЦЕНТНОЙ ПАНЕЛИ

© 2021 г. А. М. Кабышев^а, М. П. Маслаков^а, В. В. Урумов^{а, б}, И. Н. Гончаров^{а, б, *}

^аСеверо-Кавказский горно-металлургический институт (государственный технологический университет),
ул. Николаева, 44, Владикавказ, 362021 Российская Федерация

^бСеверо-Осетинский государственный университет им. К.Л. Хетагурова,
ул. Ватутина, 44-46, Владикавказ, 362025 Российская Федерация

*E-mail: goncharov-scgtu@mail.ru

Поступила в редакцию 06.03.2020 г.

После доработки 06.03.2020 г.

Принята к публикации 21.10.2020 г.

Рассмотрена возможность применения электролюминесцентных панелей в качестве датчиков оптического излучения. Отмечено наличие у них фотоэлектрического эффекта. Показаны осциллограммы тока и напряжения электролюминесцентной панели. Получены зависимости величины электрической емкости электролюминесцентных панелей от уровня внешней освещенности. Разработана структурная схема системы, предназначенной для управления электролюминесцентной панелью, как датчиком излучения.

DOI: 10.31857/S0033849421030086

Электролюминесцентная панель (ЭЛП) представляет собой источник равномерного оптического излучения большой площади, способный генерировать световую энергию, длина волны которой зависит от вида люминофора, а также от величины, частоты и формы тока, подаваемого на структуру. Такие генераторы излучения находят применение в устройствах отображения информации, используются для подсветки панелей приборов транспортных средств, а также для сигнального и аварийного освещения [1].

Электролюминесцентные панели характеризуются составом применяемых материалов и пространственным расположением рабочих слоев (см. рис. 1) [2]. Основным материалом для синтеза электролюминофоров, применяемых в ЭЛП, является ZnS, легированный активатором медью (люминофоры голубого и зеленого цветов свечения), марганцем (оранжево-желтое свечение). Люминесценция в красной области спектра получается при использовании в качестве основы люминофора полупроводниковых твердых растворов $Zn_{1-x}Cd_xS$ и $ZnS_{1-x}Se_x$. Очевидно, что возможно комплексное использование активаторов. Цвет свечения ЭЛП в целом также зависит от частоты питающего напряжения, что объясняется перераспределением энергии возбуждения между центрами люминесценции различного типа, например, между центрами голубого и зеленого свечения, образуемых разными активаторами, характе-

ризуемыми различной энергетикой возбуждения и рекомбинации.

В состав люминесцирующего и диэлектрического слоев входит материал с высокой относительной диэлектрической проницаемостью (более 1000) – титанат бария, обладающий фотоэлектрическими свойствами. Вследствие этого, ЭЛП в целом способна изменять свои диэлектрические характеристики, например, емкость под действием внешнего оптического излучения. Электролюминофор, входящий в состав люминесцирующего слоя, излучает фотоны под влиянием переменного электрического поля высо-

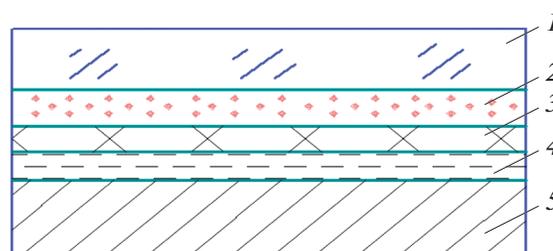


Рис. 1. Конструкция ЭЛП; 1 – лавсановая пленка; 2 – прозрачный проводящий слой ИТО (10% SnO + 90% In₂O₃); 3 – люминесцентный слой (суспензия люминофор + диэлектрическое связующее в весовой пропорции 2 : 1); 4 – диэлектрический слой (порошок BaTiO₃ + диэлектрическое связующее в весовой пропорции 2.5 : 1); 5 – непрозрачный электрод.

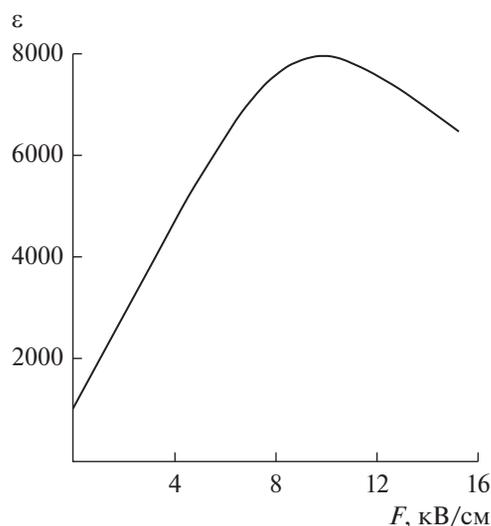


Рис. 2. Влияние напряженности поля на диэлектрическую проницаемость ВаТiО₃.

кой напряженности, поэтому для возбуждения свечения ЭПЛ требуется соответствующий источник питания переменного напряжения с амплитудой порядка 140 В и частотой около 1 кГц [3].

Яркость свечения ЭЛП, оптимальный температурный режим работы и долговечность в значительной степени обусловлены формой и величиной, протекающего через панель тока. При возбуждении переменным напряжением, люминофор ЭЛП излучает кванты света в течение обоих его полупериодов.

В состав люминесцентного слоя входят люминофор и полимерный диэлектрик, выполняющий функции связующего материала. Диэлектрик люминесцентного слоя создает барьерные области, и тем самым, концентрирует электрическое поле на границах зерен люминофора. Данный материал должен быть прозрачным для видимого света, а также обладать хорошей адгезией к соседним слоям и достаточным уровнем пробивного напряжения, химической инертностью по отношению к люминофору, стабильностью электрофизических и оптических характеристик. Связующее, образующее слой 4, (рис. 1), должно обладать высокой диэлектрической проницаемостью ϵ и малыми диэлектрическими потерями $\text{tg}\delta$. Для этого, как отмечалось ранее, в его состав вводится до 40% сегнетоэлектрика – титаната бария.

Удельное сопротивление люминесцирующего слоя 3 в возбужденном состоянии высокое и достигает 10^{10} Ом см. В сильном электрическом поле ($E = 10^6$ В/см), необходимом для возбуждения люминофора, активное сопротивление люминесцентного слоя существенно снижается и тогда емкостью этого слоя можно пренебречь. Таким образом, эквивалентная схема ЭЛП при работе в сильных электрических полях может быть представлена в виде

последовательной электрической цепи, состоящей из активного сопротивления (электродов и люминесцентного слоя) и электрического конденсатора образованного диэлектрическим слоем пластины ($C_{\text{диэл 1}}$), параллельно которому включено активное сопротивление, учитывающее проводимость ВаТiО₃ [1, 4].

На рис. 2 представлена характеристика ВаТiО₃, с учетом которой следует выбирать толщину панели и величину питающего напряжения. Например, при температуре окружающей среды 22°C, максимум ϵ достигается при напряженности поля F около 10 кВ/см. Расчеты показывают, что при суммарной толщине люминесцентного и диэлектрического слоев панели в 100 мкм, напряжение питания ЭЛП, обеспечивающее максимальное значение ϵ , должно быть равно порядка 100 В.

С ростом частоты f напряжения питания ЭЛП, значение $\text{tg}\delta$ диэлектрического слоя, в состав которого входит ВаТiО₃, уменьшается. Диэлектрические потери достигают минимума при $10^3 \dots 10^4$ Гц. При дальнейшем повышении частоты происходит увеличение значений $\text{tg}\delta$. Таким образом, для улучшения эксплуатационных параметров ЭЛП, источник питания панели должен формировать переменное напряжение величиной около 100 В с частотой 1000 Гц. Установлено, что на яркость свечения и температурный режим работы панели значительное влияние также оказывает форма тока, протекающего через ЭЛП [3].

Для источника питания, ЭЛП представляет собой нагрузку, в которой преобладает емкостная составляющая. Осциллограммы напряжения на ЭЛП и протекающего через панель тока, показаны на рис. 3. Видно, что протекающий через ЭЛП ток I опережает по фазе напряжение U , это говорит о емкостном характере сопротивления ЭЛП. Зная значения действующих значений напряжения U и тока I , их частоту f и пренебрегая величинами активных сопротивлений эквивалентной схемы ЭЛП, можно определить электрическую емкость панели, воспользовавшись следующим выражением:

$$C = \frac{I}{2\pi f U}. \quad (1)$$

На величину электроемкости ЭЛП, также оказывает влияние величина освещенности внешним источником света.

На рис. 4 показаны зависимости емкости C ЭЛП формата А3 (297 × 420 мм) и А4 (210 × 297 мм) от величины освещенности панелей внешним источником рассеянного света. Видно, что на величину электрической емкости структуры ЭЛП оказывает влияние площадь поверхности панели и величина освещенности. При увеличении уровня освещенности растет относительная диэлектрическая проницаемость диэлектрического слоя ЭЛП, со-

держашего титанат бария, что приводит к увеличению емкости панели в соответствии с уравнением:

$$c = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d}, \tag{2}$$

где $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ Ф/м – диэлектрическая проницаемость вакуума; ϵ – относительная диэлектрическая проницаемость диэлектрического слоя ЭЛП; S – площадь поверхности ЭЛП; d – суммарная толщина слоев 3 и 4 структуры (см. рис. 1).

Наиболее значительное изменение электрической емкости происходит в диапазоне изменения освещенности от 0 до 150 лк. Таким образом, наличие у электролюминесцентной панели фотодиэлектрического эффекта позволяет использовать ЭЛП как датчик оптического излучения, работа которого основана на изменении величины емкости структуры при варьировании внешней освещенности.

На рис. 5 в качестве примера использования ЭЛП в данном качестве, показана схема генератора прямоугольных импульсов, у которого в состав времязадающей цепи входит электролюминесцентная панель. Генератор выполнен на основе логических элементов “НЕ” (DD1 – DD3). Диод VD1 и резисторы R1, R2 задают величину скважности прямоугольных импульсов:

$$Q = T/t_{и}, \tag{3}$$

где T – период; $t_{и}$ – длительность импульсов на выходе генератора.

Длительности импульсов и периода зависят от величины электрической емкости C1 ЭЛП и могут быть определены из выражений:

$$t_{и} = 0.7C1R1R2/(R1 + R2), \tag{4}$$

$$T = t_{и} + 0.7C1R2. \tag{5}$$

На рис. 6 показаны осциллограммы импульсов на выходе генератора, полученные при следующих уровнях освещенности ЭЛП: $E = 0$ лк и $E = 100$ лк. Из осциллограмм видно, что при увеличении освещенности уменьшается частота и увеличивается длительность импульсов на выходе генератора, это связано с увеличением электрической емкости электролюминесцентной панели.

Представленный генератор можно использовать как составную часть более сложной системы предназначенной для контроля уровня внешней освещенности. Регистрируя количество импульсов, генерируемых генератором в течение определенного интервала времени, система получает возможность оценивать уровень внешней освещенности и выполнять действия, предусмотренные алгоритмом ее работы.

На рис. 7 показана структурная схема системы, разработанной для управления работой ЭЛП. Си-

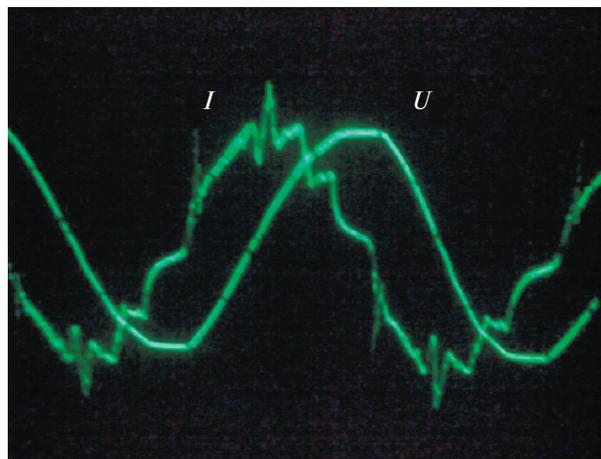


Рис. 3. Осциллограммы тока и напряжения ЭЛП.

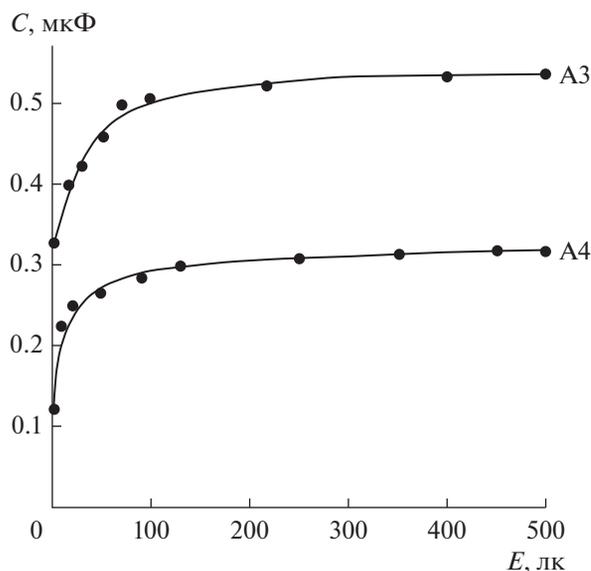


Рис. 4. Зависимости величины электрической емкости ЭЛП двух форматов от величины внешней освещенности.

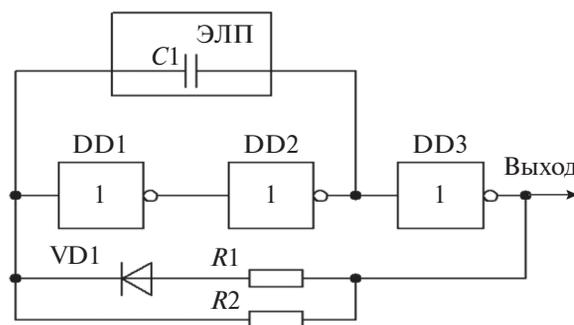


Рис. 5. Схема генератора прямоугольных импульсов.

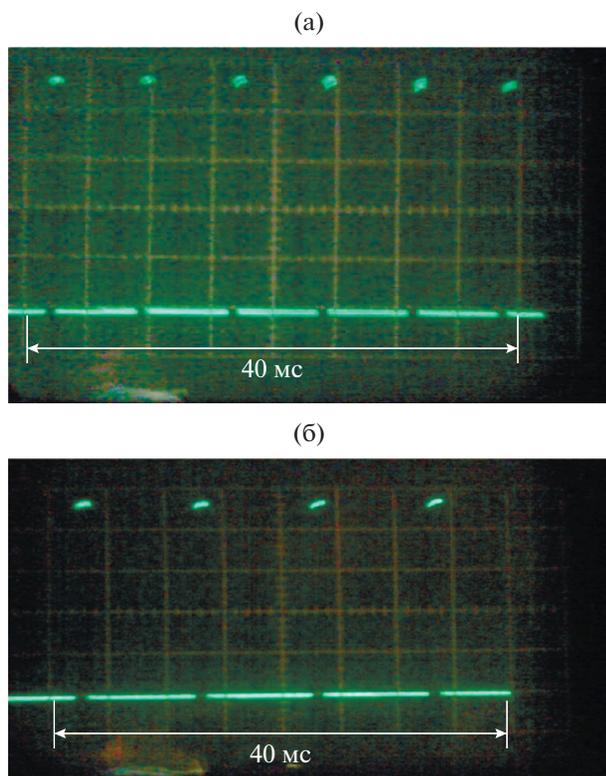


Рис. 6. Осциллограммы импульсов на выходе генератора: а – $E = 0$ лк, б – $E = 100$ лк.

стема обеспечивает включение и выключение электролюминесцентной панели в зависимости от уровня внешней освещенности, при этом ЭЛП способна работать как в режиме источника оптического излучения, так и в режиме датчика уровня внешней освещенности. На рисунке приняты следующие обозначения: БП – блок питания; ЭК – электронный переключатель; ЭЛП – электролюминесцентная панель; ГИ – генератор импульсов; ПЧН – преобразователь частота – напряжение; К – компаратор; Т – таймер; $U_{упр}$ – управляющее напряжение; $t_{и}$ – длительность импульса на выходе таймера.

Электронный переключатель ЭК подключает ЭЛП или к блоку питания БП, при этом панель переводится в режим источника оптического излучения, или к генератору ГИ, если панель необходимо перевести в режим датчика внешнего оптического излучения. Работой ЭК управляет таймер Т, на выходе таймера формируется импульс длительностью $t_{и}$, при этом ЭЛП подключается к БП. По заднему фронту импульса $t_{и}$ происходит переключение ЭК и ЭЛП подключается к времязадающей цепи ГИ. Преобразователь частота – напряжение ПЧН служит для преобразования частоты импульсов, поступающих с выхода генератора в уровень на-

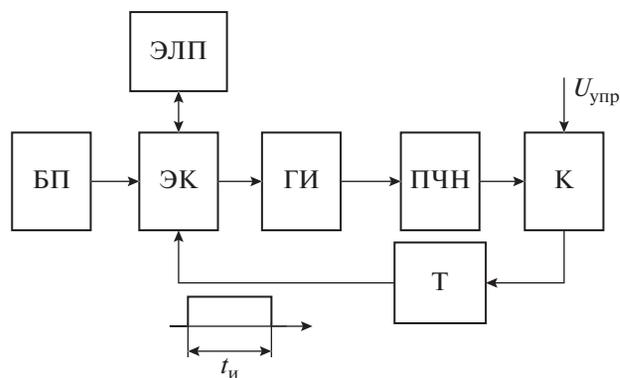


Рис. 7. Схема управления работой ЭЛП.

пряжения, чем меньше частота импульсов на входе преобразователя, тем выше уровень напряжения на его выходе. Компаратор К сравнивает уровень напряжения на выходе ПЧН с уровнем управляющего напряжения $U_{упр}$. Напряжение $U_{упр}$ задает порог переключения компаратора. Если напряжение на выходе ПЧН становится ниже уровня $U_{упр}$, что имеет место при снижении внешней освещенности, происходит переключение компаратора, включается таймер и ЭЛП переводится в режим источника оптического излучения. В режиме источника оптического излучения ЭЛП работает в течение времени $t_{и}$. При высоком уровне внешней освещенности не происходит включение таймера, при этом ЭЛП будет работать в режиме датчика.

Таким образом, фотоэлектрический эффект, свойственный для электролюминесцентных панелей, позволяет использовать их не только как источник оптического излучения, но и в качестве датчика уровня освещенности, а также объединять эти функциональные возможности в одной общей системе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гусев А.И., Самохвалов М.К. Электрические характеристики тонкопленочных электролюминесцентных индикаторов. Ульяновск: Изд-во УлГТУ, 2006.
2. Шубин Н.Е., Козырев Е.Н., Платова А.А. и др. // Вестн. Воронежского государственного технологического ун-та. 2013. Т. 9. № 6-2. С. 74–77.
3. Гончаров И.Н., Козырев Е.Н., Аскеров Р.О., Малдзигати А.И. // РЭ. 2016. Т. 61. № 1. С. 89–92.
4. Zhou Jia, Tong Ge, Linfei Guo, et al. // Procedia Engineering. 2016. V. 141. P. 91.
5. Дедык А.И., Павлова Ю.В., Семенов А.А. и др. // ЖТФ. 2015. Т. 85. № 4. С. 148.
6. Гончаров И.Н., Кабышев А.М., Козырев Е.Н., Малдзигати А.И. // Светотехника. 2016. № 6. С. 39.