

СОДЕРЖАНИЕ

Том 84, номер 2, 2021

ЯДРА

Эксперимент

Энергетические спектры альфа-частиц в реакции взаимодействия ^{56}Fe с ядрами Та и У при энергии 320 МэВ

Ю. Э. Пенюонжкевич, В. В. Самарин, В. А. Маслов, С. М. Лукьянов, Д. Азнабаев, К. Борча, И. В. Бутусов, Т. Исатаев, К. Мендибаев, Н. К. Скобелев, С. С. Стукалов, А. В. Шахов

95

Теория

О сходимости расчетов в осцилляторном базисе

А. М. Широков, А. И. Мазур, В. А. Куликов

111

ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ И ПОЛЯ

Эксперимент

Изучение процесса рождения отрицательных пионов в pn -соударениях в области начальных импульсов 1140–1670 МэВ/с

В. В. Саранцев, С. Г. Шерман, В. А. Никонов, А. В. Саранцев

124

Теория

CP -нарушение в осцилляциях трех поколений нейтрино: случай вырожденных масс

Е. К. Каркарьян

130

Гипотеза о существовании внутреннего очарования в протоне и пентакварки со скрытым ароматом

А. В. Бережной, А. С. Герасимов

138

Материалы Сессии-конференции Секции ядерной физики ОФН РАН, 10–12 марта 2020 г., Новосибирск*

ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ И ПОЛЯ

Эксперимент

Поиск новой физики в дилептонном канале в эксперименте CMS на LHC

И. А. Жижин, А. В. Ланёв, С. В. Шматов

143

Программа эксперимента CMS по поиску сигналов многомерной низкоэнергетической гравитации на ускорителе LHC

М. В. Савина, Д. Сеитова

149

Изучение процесса $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^0\gamma$ в области энергии $\sqrt{s} = 1.05\text{--}2.00$ ГэВ

М. Н. Ачасов, А. Ю. Барняков, А. А. Байков, К. И. Белобородов, А. В. Бердюгин, А. Г. Богданчиков, А. А. Ботов, В. Б. Голубев, Т. В. Димова, В. П. Дружинин, В. Н. Жабин, Л. В. Кардапольцев, Д. П. Коврижин, А. А. Король, А. С. Купич, К. А. Мартин, Н. А. Мельникова, Н. Ю. Мучной, А. Е. Образовский, Е. В. Пахтусова, К. В. Пугачев, Я. С. Савченко, С. И. Середняков, З. К. Силагадзе, И. К. Сурин, Ю. В. Усов, А. Г. Харламов, Д. А. Штоль

156

Разработка и создание трековых и идентификационных систем для экспериментов по исследованию экстремальных свойств ядерного вещества в ядерных столкновениях

В. М. Самсонов

160

* Окончание публикации. Начало см. ЯФ 83, № 5, 6 (2020).

Бор-нейтронозахватная терапия <i>С. Ю. Таскаев</i>	166
Теория	
Измерение параметра Мишеля ξ' в распадах τ -лептона на Супер чарм-тау-фабрике <i>Д. А. Бодров</i>	171
Измерение угла Вайнберга в эксперименте на Супер С-тау-фабрике с поляризованным пучком <i>В. С. Воробьев</i>	175
Формфакторы $f_1(1285)$ -мезона <i>А. С. Руденко</i>	180

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ СПЕКТРЫ АЛЬФА-ЧАСТИЦ В РЕАКЦИИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ^{56}Fe С ЯДРАМИ Ta И U ПРИ ЭНЕРГИИ 320 МэВ

© 2021 г. Ю. Э. Пенионжкевич^{1),2)*}, В. В. Самарин^{1),3)}, В. А. Маслов¹⁾,
С. М. Лукьянов¹⁾, Д. Азнабаев^{1),4)}, К. Борча⁵⁾, И. В. Бутусов¹⁾, Т. Исатаев^{1),4)},
К. Мендибаев^{1),4)}, Н. К. Скобелев¹⁾, С. С. Стукалов¹⁾, А. В. Шахов^{1),3)}

Поступила в редакцию 29.05.2020 г.; после доработки 17.06.2020 г.; принята к публикации 17.06.2020 г.

С помощью магнитного анализатора высокого разрешения (установка МАВР) на пучках ^{56}Fe с энергией 6 МэВ/нуклон на мишенях ^{238}U и ^{181}Ta измерены дифференциальные сечения вылета альфа-частиц под углом 0° в зависимости от их энергии. В спектрах наблюдались быстрые альфа-частицы с энергиями, соответствующими двухтельному и трехтельному выходным каналам реакций, в том числе с энергией, близкой к двухтельному кинематическому пределу. Анализ полученных экспериментальных данных проведен с помощью модели движущихся источников. В нестационарном квантовом подходе установлен вылет неравновесных альфа-частиц при полном или неполном слиянии ядер вперед из более тяжелого ядра-мишени.

DOI: 10.31857/S0044002721020124

1. ВВЕДЕНИЕ

Взаимодействие двух сложных ядер может сопровождаться вылетом большого количества альфа-частиц. В энергетических спектрах этих частиц, образующихся в реакциях с тяжелыми ионами, наблюдаются две компоненты. Одна из них — это испарительные частицы, вторая компонента — высокоэнергетические, с направленным вперед угловым распределением и с максимальным выходом частиц при энергии, соответствующей скорости бомбардирующих ионов [1].

Исследование таких энергетических спектров под разными углами показало, что наблюдается значительное увеличение выхода высокоэнергетических альфа-частиц по сравнению с тем, что ожидается из расчетов по испарительной модели распада составного ядра [2], причем угловое распределение альфа-частиц имеет сильную направленность вперед [3]. Кроме альфа-частиц, в таких процессах могут вылетать и более тяжелые заряженные частицы (изотопы лития, бериллия) [4, 5] с энергиями, отличными от испарительных. Измерения сечений образования высокоэнергетических

альфа-частиц показали, что они могут достигать половины значений полного сечения реакций, а это ставит под сомнение предположение о независимости от других каналов реакций. Данная в работах [1–3] интерпретация процесса, предполагающая развал налетающей частицы в поле ядра-мишени, не дает удовлетворительного согласия с экспериментом даже в случае, когда налетающей частицей является альфа-кластерное ядро ^{12}C [6, 7]. В работе [6] сделана попытка показать, что высокоэнергетические частицы связаны с угловым моментом налетающего иона, который лежит в диапазоне, соответствующем реакциям передачи. Однако измерение совпадений альфа-частиц с другими продуктами реакции передачи [7, 8] объясняет лишь 10–20% сечения их образования. В работе [9] показано, что вылет быстрых частиц происходит на первом этапе реакции до установления статистического равновесия в оставшихся ядрах. Кроме того, из экспериментальных данных [10] следует, что существует большая вероятность образования составного ядра после вылета быстрой частицы. Вопрос об источниках эмиссии легких частиц подробно обсуждается в работе [11].

Важную информацию о механизме образования быстрых заряженных частиц могут дать измерения их инклюзивных энергетических спектров под разными углами. На рис. 1 показаны энергетические спектры альфа-частиц для реакции $^{181}\text{Ta} + ^{22}\text{Ne}$, измеренные под разными углами, взятые из работы [2]. Для двухтельного канала реакции

¹⁾Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия.

²⁾Национальный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, Москва, Россия.

³⁾Государственный университет “Дубна”, Дубна, Россия.

⁴⁾Университет им. Л. Н. Гумилева, Нур-Султан, Казахстан.

⁵⁾Institute of Atomic Physics, Bucharest-Magurele, Romania.

*E-mail: pyuer@mail.ru

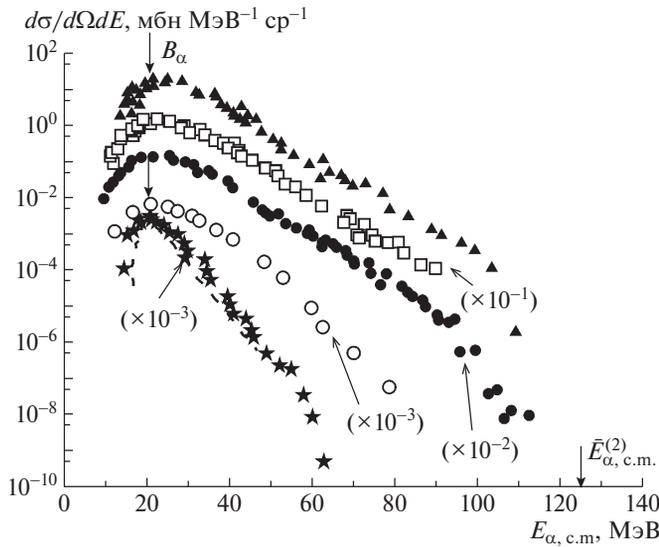


Рис. 1. Энергетические спектры альфа-частиц, измеренные под углами 0° (треугольники), 10° (квадраты), 20° (точки), 40° (кружки), 90° (звезды) для реакции $^{22}\text{Ne} + ^{181}\text{Ta}$ при энергии $E_{\text{lab}} = 178$ МэВ ($E_{\text{c.m.}} = 158.7$ МэВ). Штриховая кривая — спектр, рассчитанный для угла 90° в модели испарения из компаунд-ядра. Стрелки вверх соответствуют высоте кулоновского барьера выходного канала $^{199}\text{Tl} + ^4\text{He} = 20.3$ МэВ, стрелка внизу указывает кинематический предел двухтельного канала реакции $\bar{E}_{\alpha, \text{c.m.}}^{(2)} = 125.4$ МэВ [2].

$^{22}\text{Ne} + ^{181}\text{Ta} \rightarrow ^{199}\text{Tl} + ^4\text{He}$ на рис. 1 указан кинематический предел $\bar{E}_{\alpha, \text{c.m.}}^{(2)}$ энергии альфа-частицы в системе центра масс:

$$\bar{E}_{\alpha, \text{c.m.}}^{(2)} = (E_{\text{c.m.}} + Q) \left(1 + \frac{m_\alpha}{M}\right)^{-1}, \quad (1)$$

где $E_{\text{c.m.}}$ — энергия в системе центра масс, Q — энергия реакции ($Q = -30.83$ МэВ), m_α — масса альфа-частицы, M — масса ядра-остатка (^{199}Tl).

На этом же рисунке для сравнения приведен расчетный спектр испарительных альфа-частиц из составного ядра. Видно, что экспериментальные и расчетный спектры практически совпадают при угле вылета 90° , а при меньших углах сильно различаются. При этом в области малых углов ($0, 10^\circ$ и 20°) выход высокоэнергетических альфа-частиц значительно превышает расчетный испарительный выход. Отметим следующие характерные свойства энергетического спектра, представленного на рис. 1, и спектры, изученных в работах [1–3].

1. Максимальный выход альфа-частиц под передними углами (более 20°) соответствует высоте $B_{\alpha, \text{c}}$ выходного кулоновского барьера для альфа-частицы. Положение

максимума в энергетическом распределении под передними углами смещается в сторону энергии, соответствующей скорости налетающего иона.

2. С относительно большой вероятностью в реакции образуются альфа-частицы со скоростями, в несколько раз превышающими скорость бомбардирующих ионов, причем спектр становится существенно более жестким с уменьшением угла регистрации. Наиболее энергетические альфа-частицы испускаются под малыми углами от 0° до 20° с направлением первичного пучка ионов.
3. В реакциях с тяжелыми ионами с заметным сечением идет испускание и более тяжелых заряженных частиц.
4. Энергетические спектры разных частиц экспоненциально падают с ростом энергии частиц до момента, когда эта энергия всего на несколько МэВ отличается от максимально возможного значения, допустимого законами сохранения энергии и импульса в случае двухтельного механизма реакции (так называемого кинематического предела).
5. Когда энергия частиц равна энергии на кинематическом пределе, образовавшиеся в выходном канале ядра находятся в основном состоянии. Разница, наблюдаемая между экспериментальным и расчетным значениями граничной энергии, определяется угловым моментом остаточного тяжелого ядра, который зависит от энергии бомбардирующего иона и от типа испускаемой частицы.

Однако несмотря на большое количество накопленных экспериментальных данных о характеристиках ядерных реакций, сопровождающихся вылетом высокоэнергетических частиц, до сих пор нет объяснения всей совокупности полученных экспериментально данных или, по крайней мере, основных характеристик этих реакций, в частности:

- а) относительного выхода различных частиц и их множественности;
- б) формы энергетических спектров частиц;
- в) формы угловых распределений частиц для различных участков спектра;
- г) зависимости сечений эмиссии частиц от энергии налетающего иона;
- д) поведения функций корреляций частиц с продуктами реакций;
- е) зависимости выхода частиц от массы и заряда ядра-мишени или бомбардирующей частицы;

ж) распределения угловых моментов между продуктами реакций с испусканием быстрых частиц.

Настоящая работа предпринята с целью получения информации о механизме вылета быстрых альфа-частиц в реакциях с ионами ^{56}Fe с использованием магнитного анализатора высокого разрешения (установки МАВР) [12].

2. МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Эксперимент проводился на пучках ионов ^{56}Fe с энергией 320 МэВ на циклотроне У-400 ЛЯР ОИЯИ. Для формирования профиля пучка использовалась магнитная оптика ионопровода № 9 циклотрона У-400, дополненная системой диафрагм, профиль пучка контролировался с помощью двух профилометров. В результате на мишени удалось получить пучок размером 5×5 мм при интенсивности 50 нА. В эксперименте использовались мишени ^{181}Ta толщиной 7 мкм и ^{238}U толщиной 1 мкм. В экспериментах по изучению эмиссии высокоэнергетических частиц необходимо располагать детектор-регистратор под углом 0° . Угловое разрешение регистрирующих детекторов с учетом расходимости пучка на мишени составляло $\pm 0.8^\circ$. Методически такая постановка экспериментов связана с определенными трудностями из-за большой загрузки детекторов ядрами бомбардирующего пучка. С целью разделения продуктов реакции и пучка под передними углами в наших экспериментах использовался магнитный анализатор высокого разрешения (МАВР), повышающий телесный угол анализатора по сравнению с использованием одного магнитного спектрометра МСП-144. Анализатор располагался на канале пучков тяжелых ионов № 9 ускорителя У-400 ЛЯР ОИЯИ. Энергетический диапазон продуктов реакции, которые могли быть зарегистрированы спектрометром, составлял $E_{\text{max}}/E_{\text{min}} = 5.2$ при энергетическом разрешении $\Delta E/E = 5 \times 10^{-4}$. Анализатор обладал хорошей линейной зависимостью дисперсии и разрешения по всей длине (1500 мм) фокальной плоскости спектрометра МСП-144. Телесный угол анализатора МАВР составлял 5 мср, а угол отклонения частиц 110.7° . Такая система анализа и регистрации частиц позволяла проводить измерения энергетических спектров альфа-частиц в диапазоне энергий 30–110 МэВ. Использование анализатора МАВР для регистрации легких заряженных частиц позволяло работать под передними углами с пучками высокой интенсивности (до $5 \times 10^{12} \text{ с}^{-1}$) и, таким образом, измерять энергетические спектры частиц вплоть до энергий, выход которых составлял 10^{-6} – 10^{-8} от максимального.

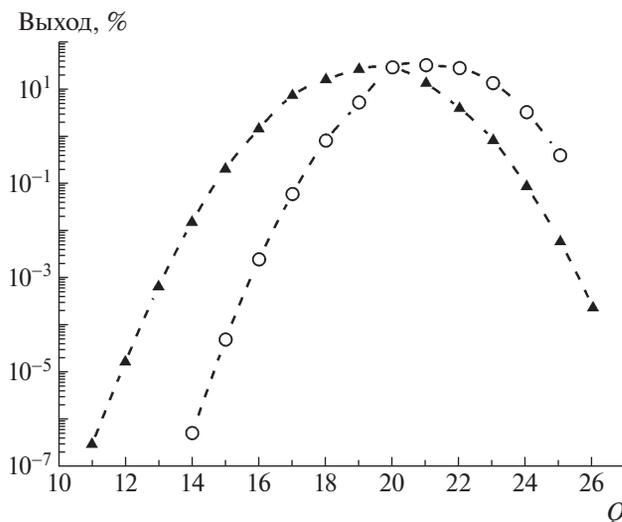


Рис. 2. Распределение зарядовых состояний для ионов Fe с энергией 320 МэВ, прошедших через твердотельную мишень U (кружки) и Ta (треугольники).

Сложность эксперимента заключалась в том, что в магнитный анализатор попадали как продукты реакций, так и различные зарядовые состояния первичного пучка ионов ^{56}Fe высокой интенсивности. С помощью позиционно-чувствительных детекторов определялось положение всех продуктов в фокальной плоскости спектрометра. Местоположение продуктов и соответствующие им ионные заряды (Q_i) сравнивались со значениями, рассчитанными с помощью программы LISE [13]. Для расчета в программе использовались: заряд (Z), атомная масса (A) и энергия частицы (E в МэВ), проходящей через магнитный анализатор. Ступенчатый магнит спектрометра МСП-144 имел два зазора с полями B_1 и B_2 в этих зазорах соответственно. Зарядовые распределения пучка ионов ^{56}Fe после прохождения через мишени урана и тантала указаны на рис. 2.

Образующиеся в реакции альфа-частицы сфокусировались после вылета из мишени дублетом квадрупольных линз на входе в магнитный анализатор, что позволяло увеличить захватываемый телесный угол анализатора. Сфокусированные продукты реакций попадали в магнит спектрометра, где отделялись от первичного пучка и идентифицировались в его фокальной плоскости детекторной системой, состоящей из двух полупроводниковых телескопов. Находящаяся в фокальной плоскости спектрометра детекторная система позволяла регистрировать и идентифицировать продукты ядерных реакций по заряду Z и массовому числу A , по потере энергии ΔE и полной энергии E . Для регистрации высокоэнергичных альфа-частиц использовалось два полупроводниковых кремниевых телескопа с толщинами детекторов ΔE_1 , ΔE_2 , E ,

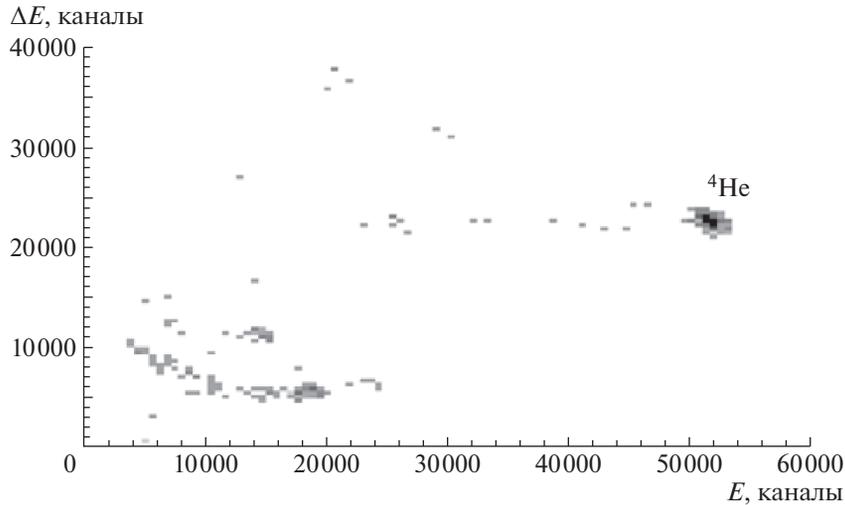


Рис. 3. Идентификационная ΔE - E -матрица, полученная в фокальной плоскости анализатора МАВР для реакции $^{56}\text{Fe} + ^{238}\text{U}$ под углом 0° .

равными 100, 700 и 3200 мкм. Толщины детекторов подбирались таким образом, чтобы обеспечить идентификацию альфа-частиц в интересующем нас энергетическом диапазоне. Кроме того, для защиты детекторов от попаданий в них ионов пучка перед каждым телескопом была установлена алюминиевая фольга толщиной 80 мкм. Толщина фольги выбиралась таким образом, чтобы ядра ^{56}Fe с энергией 320 МэВ полностью останавливались в алюминиевой фольге и не попадали в кремниевые детекторы. В эксперименте использовались два телескопа, что позволяло одновременно регистрировать альфа-частицы двух значений энергий. В каждый телескоп попадали только частицы с определенной магнитной жесткостью, задаваемой положением телескопа на фокальной плоскости анализатора. На рис. 3 представлена идентификационная двумерная ΔE - E -матрица, полученная в фокальной плоскости анализатора МАВР под углом 0° . Видно хорошее разделение альфа-частиц и фона от других продуктов реакции. Незначительный фон на рис. 3 связан с легкими заряженными частицами (протоны, дейтроны, тритоны), а также с ядрами ^4He , образующегося на алюминиевой защите полупроводникового детектора. Интенсивность пучка ионов на мишени определялась с помощью измерения тока с изолированной мишени, который нормировался на показания цилиндра Фарадея, расположенного в реакционной камере. Кроме того, под углом 56° на расстоянии 50 см от мишени располагался полупроводниковый детектор для дополнительного измерения интегрального значения потока падающего на мишень пучка по упругому рассеянию ^{56}Fe . Оба метода определения интенсивности падающего на мишень пучка давали сопоставимые результаты. Дифференциальное

сечение вылета альфа-частиц $d\sigma/d\Omega dE$ было рассчитано по интегральному значению потока падающего на мишень пучка, известной толщине мишени и числу альфа-частиц, зарегистрированных полупроводниковыми телескопами в фокальной плоскости анализатора МАВР.

3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ АНАЛИЗ

В настоящем эксперименте на пучке ^{56}Fe с энергией 320 МэВ были измерены дифференциальные сечения вылета альфа-частиц в реакциях $^{56}\text{Fe} + ^{238}\text{U}$ и $^{56}\text{Fe} + ^{181}\text{Ta}$ под углом 0° . Эти спектры представлены на рис. 4а. Видно, что выход альфа-частиц с энергией в лабораторной системе $E_{\alpha,\text{lab}}$ существенно выше для более тяжелого ядра ^{238}U с более слабо связанной альфа-частицей, энергия связи альфа-частицы в ядре ^{238}U — 4.27 МэВ, в ядре ^{181}Ta — 1.52 МэВ (см., например, NRV [14]). Этот вывод подтверждают также приведенные на рис. 4б, 4в энергетические спектры альфа-частиц, измеренные нами ранее для реакций с пучками ^{22}Ne и ^{48}Ca на мишенях ^{238}U и ^{181}Ta [2, 7].

Максимальный выход альфа-частиц для реакций $^{22}\text{Ne} + ^{181}\text{Ta}$, $^{48}\text{Ca} + ^{181}\text{Ta}$, $^{48}\text{Ca} + ^{238}\text{U}$ и $^{56}\text{Fe} + ^{181}\text{Ta}$ наблюдается при энергии альфа-частиц $B_{\alpha,\text{lab}}$, соответствующей в лабораторной системе энергии B_α в системе центра масс, где B_α — высота кулоновского барьера выходного канала “тяжелый фрагмент” + ^4He :

$$B_{\alpha,\text{lab}} = \frac{m_\alpha}{2} (v_{\text{c.m.}} + u_\alpha)^2, \quad \frac{m_\alpha}{2} u_\alpha^2 = B_\alpha, \quad (2)$$

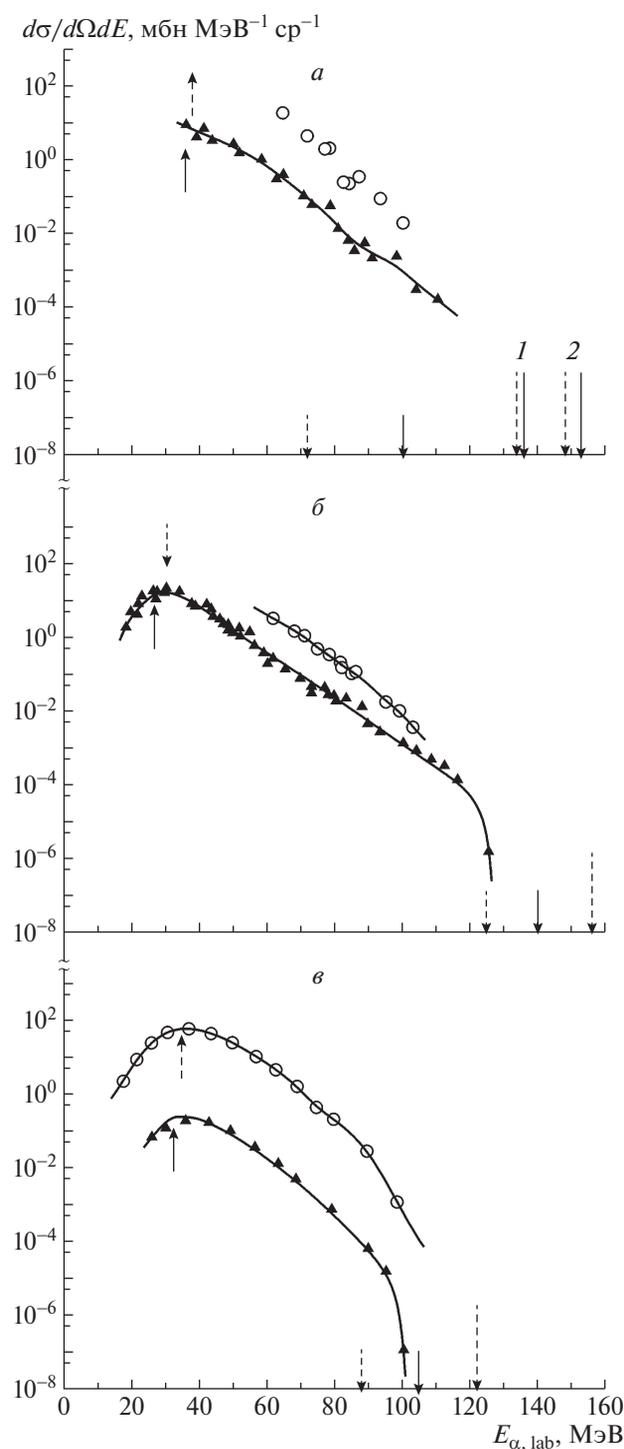


Рис. 4. Энергетические спектры альфа-частиц, измеренные под углом 0° в реакциях на мишенях ^{238}U (кружки и штриховые стрелки) и ^{181}Ta (треугольники и сплошные стрелки). *a* — Пучки ^{56}Fe с энергией 320 МэВ, результаты данной работы; *б* — пучки ^{22}Ne с энергией 180 МэВ на мишени ^{238}U и с энергией 178 МэВ на мишени ^{181}Ta , данные из работ [2, 7]; *в* — пучки ^{48}Ca с энергией 270 МэВ на мишени ^{238}U и с энергией 261 МэВ на мишени ^{181}Ta , данные из работы [7]; кривые проведены через экспериментальные точки. Короткие стрелки внизу указывают кинематические пределы двухтельных каналов реакций на ^{181}Ta и ^{238}U . Длинные стрелки внизу указывают кинематические пределы трехтельных каналов реакций: *a* — $^{56}\text{Fe} + ^{238}\text{U} \rightarrow ^{16}\text{O} + ^{274}\text{Hs} + ^4\text{He}$ (стрелка 1) и $^{56}\text{Fe} + ^{238}\text{U} \rightarrow ^{20}\text{Ne} + ^{270}\text{Sg} + ^4\text{He}$ (стрелка 2), $^{56}\text{Fe} + ^{181}\text{Ta} \rightarrow ^{12}\text{C} + ^{221}\text{Pa} + ^4\text{He}$ (стрелка 1); и $^{56}\text{Fe} + ^{181}\text{Ta} \rightarrow ^{16}\text{O} + ^{217}\text{Ac} + ^4\text{He}$ (стрелка 2); *б* — $^{22}\text{Ne} + ^{238}\text{U} \rightarrow ^{12}\text{C} + ^{244}\text{Pu} + ^4\text{He}$; *в* — $^{48}\text{Ca} + ^{238}\text{U} \rightarrow ^{12}\text{C} + ^{270}\text{Rf} + ^4\text{He}$. Стрелки вверх указывают значения $B_{\alpha,\text{lab}}$. Кривые проведены с помощью сглаживания сплайнами.

где $v_{c.m}$ — скорость центра масс в лабораторной системе. Значения B_α и $B_{\alpha,lab}$ приведены в табл. 1.

В реакции $^{22}\text{Ne} + ^{181}\text{Ta}$, в которой удалось спуститься по сечению на семь порядков по отношению к максимуму энергетического спектра (рис. 4б), сечение вылета альфа-частиц резко уменьшается при приближении к энергии в лабораторной системе 124.9 МэВ, которая соответствует кинематическому пределу для двухтельного канала реакции $^{22}\text{Ne} + ^{181}\text{Ta} \rightarrow ^{199}\text{Tl} + ^4\text{He}$. Такое же падение сечения наблюдается и для реакции $^{48}\text{Ca} + ^{181}\text{Ta}$ (см. рис. 4в). Кинематический предел $\bar{E}_{\alpha,lab}^{(2)}$ — максимальная энергия вылетевшей вперед под углом 0° альфа-частицы в лабораторной системе для двухтельного выходного канала “тяжелое ядро” + ^4He — дается выражением

$$\bar{E}_{\alpha,lab}^{(2)} = (E_{c.m} + Q) \left(1 + \frac{m_\alpha}{M}\right)^{-1} + \frac{m_\alpha m_1}{(m_1 + m_2)^2} E_{lab} + 2\sqrt{E_{lab}(E_{c.m} + Q)} \times \frac{m_1}{m_1 + m_2} \left(\frac{m_\alpha}{m_1}\right)^{1/2} \left(1 + \frac{m_\alpha}{M}\right)^{-1/2}, \quad (3)$$

где E_{lab} — энергия ядра-снаряда в лабораторной системе, m_1 , m_2 — массы ядра-снаряда и ядра-мишени, $M = m_1 + m_2 - 4$. Значения кинематических пределов двухтельных каналов приведены в табл. 1 и указаны короткими стрелками на рис. 4. В реакции $^{22}\text{Ne} + ^{238}\text{U}$ энергии всех зарегистрированных альфа-частиц не превосходили кинематического предела $\bar{E}_{\alpha,lab}^{(2)}$. По экспериментальным точкам для данной реакции построена гладкая кривая с помощью сглаживания сплайнами (см. рис. 4б). Более быстрый по сравнению с экспоненциальным спад сечения вылета альфа-частиц на интервале энергий $E_{\alpha,lab}$ от 90 до 105 МэВ может указывать на двухтельный характер выходного канала реакции $^{22}\text{Ne} + ^{238}\text{U} \rightarrow ^{256}\text{Fm} + ^4\text{He}$ с кинематическим пределом $\bar{E}_{\alpha,lab}^{(2)} = 124.9$ МэВ.

В реакции $^{56}\text{Fe} + ^{238}\text{U}$ энергии большинства зарегистрированных альфа-частиц превосходили кинематический предел $\bar{E}_{\alpha,lab}^{(2)}$. В реакциях $^{48}\text{Ca} + ^{238}\text{U}$, $^{56}\text{Fe} + ^{181}\text{Ta}$ небольшая часть зарегистрированных альфа-частиц имела энергии, превосходящие двухтельные кинематические пределы $\bar{E}_{\alpha,lab}^{(2)}$. Такие альфа-частицы могут испускаться в трехтельных каналах реакций вместе с образованием двух тяжелых ядер в результате передачи большого числа нуклонов от ядра-снаряда ядру-мишени. В частности, при движении всех продуктов реакции вдоль направления пучка ядер-снарядов в системе

центра масс два уравнения законов сохранения импульса и энергии связывают три величины — скорости u_3 , u_4 двух конечных ядер с массами m_3 , m_4 и скорость альфа-частицы u_α . Для определенного значения энергии альфа-частицы $E_{\alpha,lab}$ в лабораторной системе значения проекций скоростей u_3 , u_4 двух конечных ядер могут быть найдены из уравнений

$$\frac{1}{2} m_3 u_{3,z}^2 + \frac{1}{2} m_4 (m_3 u_{3,z} + m_\alpha u_\alpha)^2 = \quad (4)$$

$$= E_{c.m} + Q - \frac{1}{2} m_\alpha u_\alpha^2,$$

$$u_{4,z} = -\frac{1}{m_4} (m_3 u_{3,z} + m_\alpha u_\alpha). \quad (5)$$

Вещественные решения уравнения (4) существуют при ограничении $E_{\alpha,lab} \leq \bar{E}_{\alpha,lab}^{(3)}$, поэтому кинематический предел энергии альфа-частицы в лабораторной системе при вылете под углом 0° одновременно с образованием двух ядер дается выражением:

$$\bar{E}_{\alpha,lab}^{(3)} = \left(A + \sqrt{\frac{B}{C}}\right)^2, \quad (6)$$

$$A = \frac{1}{m_1 + m_2} \sqrt{m_1 m_\alpha E_{lab}}, \quad (7)$$

$$B = \frac{m_\alpha}{m_3} \left(1 + \frac{m_3}{m_4}\right) (E_{c.m} + Q), \quad (8)$$

$$C = \frac{m_\alpha}{m_3} \left(1 + \frac{m_3}{m_4}\right) \left(1 + \frac{m_\alpha}{m_4}\right) - \frac{m_\alpha^2}{m_4^2}. \quad (9)$$

Длинные стрелки на рис. 4 указывают кинематические пределы трехтельных каналов реакций: $^{56}\text{Fe} + ^{238}\text{U} \rightarrow ^{16}\text{O} + ^{274}\text{Hs} + ^4\text{He}$ и $^{56}\text{Fe} + ^{238}\text{U} \rightarrow ^{20}\text{Ne} + ^{270}\text{Sg} + ^4\text{He}$, $^{56}\text{Fe} + ^{181}\text{Ta} \rightarrow ^{12}\text{C} + ^{221}\text{Pa} + ^4\text{He}$ и $^{56}\text{Fe} + ^{181}\text{Ta} \rightarrow ^{16}\text{O} + ^{217}\text{Ac} + ^4\text{He}$, $^{22}\text{Ne} + ^{238}\text{U} \rightarrow ^{12}\text{C} + ^{244}\text{Pu} + ^4\text{He}$, $^{48}\text{Ca} + ^{238}\text{U} \rightarrow ^{12}\text{C} + ^{270}\text{Rf} + ^4\text{He}$. Значения кинематических пределов $\bar{E}_{\alpha,lab}^{(3)}$ трехтельных каналов реакций приведены в табл. 1. В реакциях $^{48}\text{Ca} + ^{238}\text{U}$, $^{56}\text{Fe} + ^{181}\text{Ta}$ зарегистрированные под углом 0° альфа-частицы могли образоваться в двух- и трехтельных каналах, дифференциальные сечения для которых по-разному зависят от энергии альфа-частиц. Это может приводить к сложной форме энергетических спектров. Для выявления этого по экспериментальным точкам для указанных реакций построены гладкие кривые с помощью сглаживания сплайнами (см. рис. 4а, 4в). Изменение плавного спада сечения на подходе к кинематическому пределу $\bar{E}_{\alpha,lab}^{(2)}$ может указывать

Таблица 1. Кинематические пределы энергии при вылете альфа-частиц вперед под углом 0° (в лабораторной системе) в двухтельном $\bar{E}_{\alpha,\text{lab}}^{(2)}$ и трехтельном $\bar{E}_{\alpha,\text{lab}}^{(3)}$ выходных каналах реакции, Q — энергия реакции, E_{lab} — энергия ядер-снарядов в лабораторной системе, $E_{\text{c.m.}}$ — энергия ядер в системе центра масс, значения энергии альфа-частиц $B_{\alpha,\text{lab}}$ в лабораторной системе соответствуют энергии B_α в системе центра масс, B_α — высота кулоновского барьера выходного канала “тяжелое ядро” + ^4He

Реакция	E_{lab} , МэВ	$E_{\text{c.m.}}$, МэВ	Выходной канал	Q , МэВ	$\bar{E}_{\alpha,\text{lab}}^{(2)}, \bar{E}_{\alpha,\text{lab}}^{(3)}$, МэВ	$B_{\alpha,\text{lab}}, (B_\alpha)$ МэВ
$^{22}\text{Ne} + ^{181}\text{Ta}$	181	158.71	$^{199}\text{Tl} + ^4\text{He}$,	-30.83	139.55	26.2 (20.3)
$^{48}\text{Ca} + ^{181}\text{Ta}$	261	206.29	$^{225}\text{Pa} + ^4\text{He}$	-119.43	104.36	32.5 (22.3)
$^{48}\text{Ca} + ^{238}\text{U}$	270	224.69	$^{282}\text{Ds} + ^4\text{He}$	-149.71	88.25	34.5 (25.8)
			$^{12}\text{C} + ^{270}\text{Rf} + ^4\text{He}$	-118.08	122.05	33.1 (24.6)
$^{22}\text{Ne} + ^{238}\text{U}$	180	164.77	$^{256}\text{Fm} + ^4\text{He}$	-48.63	124.94	30.0 (23.9)
			$^{12}\text{C} + ^{244}\text{Pu} + ^4\text{He}$	-22.95	151.31	28.7 (22.7)
$^{56}\text{Fe} + ^{238}\text{U}$	320	259.05	$^{290}\text{Lv} + ^4\text{He}$	-200.75	72.14	37.4 (27.1)
			$^{12}\text{C} + ^{278}\text{Ds} + ^4\text{He}$	-162.0	114.38	36.0 (25.9)
			$^{16}\text{O} + ^{274}\text{Hs} + ^4\text{He}$	-144.47	133.21	35.5 (25.5)
			$^{20}\text{Ne} + ^{270}\text{Sg} + ^4\text{He}$	-130.17	148.49	35.0 (25.1)
$^{56}\text{Fe} + ^{181}\text{Ta}$	320	244.39	$^{233}\text{Bk} + ^4\text{He}$	-164.30	100.057	36.0 (23.7)
			$^{12}\text{C} + ^{221}\text{Pa} + ^4\text{He}$	-131.85	135.68	34.4 (22.4)
			$^{16}\text{O} + ^{217}\text{Ac} + ^4\text{He}$	-115.44	153.49	33.9 (22.0)

на наличие вклада двухтельного выходного канала. Участки кривых при $E_\alpha \geq \bar{E}_{\alpha,\text{lab}}^{(2)}$ обусловлены трехтельными выходными каналами, приведенными в табл. 1.

На основании представленных результатов можно сделать следующие выводы:

В реакциях ядер-снарядов ^{22}Ne и ^{48}Ca с ядром-мишенью ^{181}Ta вылет быстрой альфа-частицы происходит при полном слиянии ядер и реализуется двухтельный выходной канал реакции. Для более тяжелого ядра-снаряда ^{56}Fe вероятным является трехтельный выходной канал с образованием ядер-остатков ^{12}C и ^{16}O . В реакциях с ядром-мишенью ^{238}U вылет быстрой альфа-частицы в двухтельном выходном канале не исключен для легкого ядра-снаряда ^{22}Ne . Для более тяжелых ядер-снарядов ^{48}Ca и ^{56}Fe наличие зарегистрированных альфа-частиц с энергиями выше двухтельного кинематического предела указывает на возможность трехтельных выходных каналов с неполным слиянием ядер (передачей большого числа нуклонов). Для ядра-снаряда ^{48}Ca наиболее вероятно образование

легкого ядра-остатка ^{12}C , а для ядра ^{56}Fe — образование легких ядер-остатков ^{16}O и ^{20}Ne .

Энергетические спектры альфа-частиц под углом 0° , измеренные для реакций на мишенях ^{238}U и ^{181}Ta , показаны соответственно на рис. 5а и 5б. Для реакций на мишени из альфа-радиоактивных ядер ^{238}U (см. рис. 5а) сечение образования альфа-частиц во всем диапазоне энергий под углом 0° примерно одно и то же для трех ядер-снарядов ^{22}Ne , ^{48}Ca и ^{56}Fe . Для мишени из стабильных ядер ^{181}Ta (см. рис. 5б) сечение образования альфа-частиц во всем диапазоне энергий под углом 0° примерно одно и то же для двух ядер-снарядов ^{22}Ne , ^{56}Fe с энергиями отделения альфа-частицы соответственно 9.7 и 7.6 МэВ. Для нейтроноизбыточных ядер ^{48}Ca с аномально большой энергией отделения альфа-частицы 14.4 МэВ сечение образования альфа-частиц в реакции $^{48}\text{Ca} + ^{181}\text{Ta}$ оказывается существенно меньшим. Таким образом, характер энергетических спектров альфа-частиц определяется, в основном, свойствами тяжелых ядер-мишеней, и, в меньшей степени, свойствами ядер налетающего пучка.

Таблица 2. Свойства источников: E_C — кулоновская энергия альфа-частицы, $E_1 = m_\alpha v_1^2/2$, $E_2 = m_\alpha v_2^2/2$, T_1 , T_2 — температуры движущихся источников, N_1 , N_2 — нормировочные коэффициенты, v_{beam} — скорость ядер-снарядов в лабораторной системе

Реакция и энергия в лаб. системе	$E_1 = m_\alpha v_1^2/2$, МэВ	$E_2 = m_\alpha v_2^2/2$, МэВ	T_1 , МэВ	T_2 , МэВ	E_C , МэВ, рис.	N_1	N_2	$\frac{v_1}{v_{\text{beam}}}$	$\frac{v_2}{v_{\text{beam}}}$
$^{22}\text{Ne} + ^{181}\text{Ta}$, 181 МэВ	13.26	20.31	1.82	3.52	14.38, рис. 6а	4.55	0.11	0.64	0.79
$^{48}\text{Ca} + ^{181}\text{Ta}$, 261 МэВ	20.92	—	1.90	—	14.67, рис. 6б	0.04	—	0.98	—
$^{48}\text{Ca} + ^{238}\text{U}$, 270 МэВ	22.50	—	1.94	—	11.83, рис. 6б	12.05	—	1	—
$^{22}\text{Ne} + ^{238}\text{U}$ 180 МэВ	15.29	—	3.27	—	8.72, рис. 6в	15.512	—	0.56	—
$^{56}\text{Fe} + ^{238}\text{U}$, 320 МэВ	3.33	22.7	2.717	2.225	43.25, рис. 7а	76.95	0.08	0.38	0.997
	22.80	22.80	1.61	5.40	15, рис. 7б	65.57	0.08	0.999	0.999
$^{56}\text{Fe} + ^{181}\text{Ta}$, 320 МэВ	14.0	19.0	3.2	4.0	4.0, рис. 7в	5.0	0.03	0.78	0.91
	22.02	22.86	2.28	4.0	4.21, рис. 7г	2.05	0.03	0.98	1.0

Интерес представляет анализ экспериментальных данных с точки зрения механизма образования альфа-частиц в изученных нами реакциях. Был проведен анализ с использованием модели движущихся источников [15]. В этой эмпирической модели предполагается, что альфа-частицы испаряются изотропно из источника, движущегося в направлении пучка ядер-снарядов. Допускается, что таких источников может быть несколько, а их температуры T_i и скорости v_i отличаются друг от друга и являются подгоночными параметрами (вместе с нормировочными коэффициентами N_i), которые определяются из условия воспроизведения экспериментальных энергетических спектров. В расчетах было использовано предположение о двух источниках испускания альфа-частиц, при этом дифференциальное сечение вылета альфа-частиц вычислялось по формуле

$$\frac{d\sigma}{d\Omega dE} = f(E) = N_1 \sqrt{E - E_C} \times \exp\left(-\frac{E - E_C + E_1 - 2\sqrt{E_1(E - E_C)}}{T_1}\right) + N_2 \sqrt{E - E_C} \times \exp\left(-\frac{E - E_C + E_2 - 2\sqrt{E_2(E - E_C)}}{T_2}\right), \quad (10)$$

где E — энергия вылетевшей альфа-частицы в лабораторной системе, $E_1 = m_\alpha v_1^2/2$, $E_2 = m_\alpha v_2^2/2$, T_1 , T_2 — температуры движущихся источников (в единицах МэВ), E_C — кулоновская энергия альфа-частицы, такая, что кинетическая энергия вылетевшей из неподвижного источника альфа-частицы равна $E_C + m v_\alpha^2/2$, где v_α — скорость альфа-частицы внутри источника с температурой T . Значения семи параметров E_1 , E_2 , T_1 , T_2 , N_1 ,

N_2 , E_C определялись из условия минимума среднеквадратичного отклонения теоретических значений $f_{\text{theor}}(E_{\alpha,k})$ от экспериментальных $f_{\text{exp}}(E_{\alpha,k})$

$$\chi^2 = \sum_k \{\lg [f_{\text{theor}}(E_{\alpha,k})] - \lg [f_{\text{exp}}(E_{\alpha,k})]\}^2. \quad (11)$$

Результаты расчетов для имеющих хорошо выраженные максимумы энергетических спектров альфа-частиц в реакциях $^{22}\text{Ne} + ^{181}\text{Ta}$, $^{48}\text{Ca} + ^{181}\text{Ta}$ и $^{48}\text{Ca} + ^{238}\text{U}$ представлены на рис. 6а, 6б. Для реакции $^{22}\text{Ne} + ^{181}\text{Ta}$ (рис. 6а) с двухтельным выходным каналом наличие двух источников позволило описать весь спектр вплоть до его резкого обрыва за несколько МэВ до кинематического предела. Для реакции $^{48}\text{Ca} + ^{181}\text{Ta}$ с двухтельным выходным каналом и для реакции $^{48}\text{Ca} + ^{238}\text{U}$ с вероятным трехтельным выходным каналом оказалось достаточно одного источника (рис. 6б). Монотонно убывающий энергетический спектр альфа-частиц в реакции $^{22}\text{Ne} + ^{238}\text{U}$ с вероятным трехтельным выходным каналом также описывается одним движущимся источником (рис. 6в). Свойства источников приведены в табл. 2.

Для монотонно убывающих энергетических спектров альфа-частиц в реакциях с вероятным трехтельным выходным каналом $^{56}\text{Fe} + ^{181}\text{Ta}$ и $^{56}\text{Fe} + ^{238}\text{U}$ расчеты с учетом рис. 6 и значений, приведенных в первых четырех строках табл. 2, проводились с дополнительными ограничениями: $v_{1,2} \leq v_{\text{beam}}$, $T_{1,2} \leq 6$ МэВ, $E_C \geq 8$ МэВ. Результаты минимизации среднеквадратичного отклонения (11) неоднозначны. На рис. 7 показаны примеры возможных решений для наборов значений параметров E_1 , E_2 , T_1 , T_2 , N_1 , N_2 , E_C , приведенных в табл. 2. Общим для всех вариантов является малый вес второго источника ($N_2 \ll N_1$), который фактически нужен для описания участка спектра

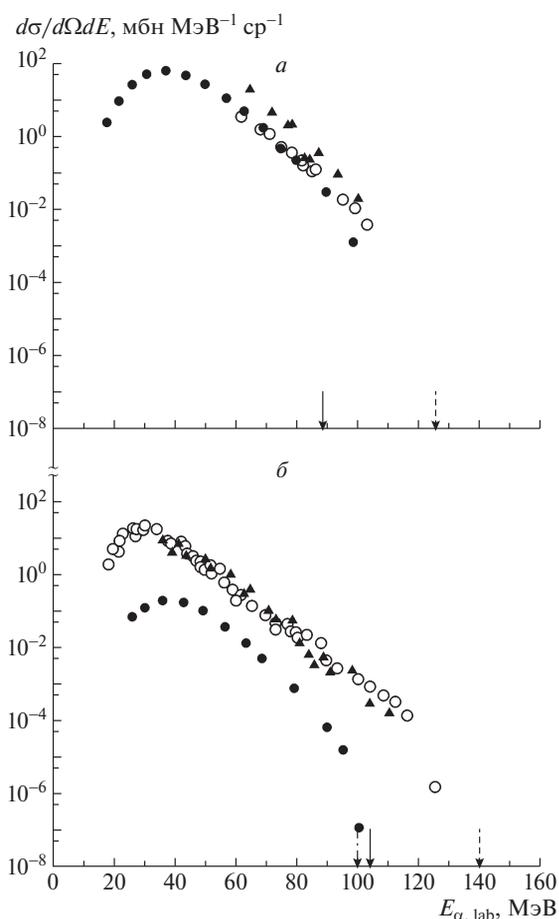


Рис. 5. Энергетические спектры альфа-частиц, измеренные под углом 0° в реакциях на мишенях ^{238}U (а) и ^{181}Ta (б). а — Пучки ^{56}Fe с энергией 320 МэВ (треугольники), результаты данной работы, ^{22}Ne с энергией 180 МэВ (кружки) и ^{48}Ca с энергией 270 МэВ (точки), данные из работ [7]; б — пучки ^{56}Fe с энергией 320 МэВ (треугольники), результаты данной работы, ^{22}Ne с энергией 178 МэВ (кружки) и ^{48}Ca с энергией 261 МэВ (точки), данные из работ [2, 7]. Стрелки указывают кинематические пределы двухтельных каналов реакций с ядрами ^{48}Ca (сплошные), ^{22}Ne (штриховые) и ^{56}Fe (штрихпунктирная).

с наибольшими измеренными энергиями альфа-частиц. Скорость второго источника очень близка к скорости ядер-снарядов в пучке. Скорость первого источника может быть как близкой к скорости ядер-снарядов в пучке (рис. 7б, 7г), так и заметно меньше ее (рис. 7а, 7в).

Модель двух источников достаточно хорошо показала себя для описания спектров альфа-частиц, испущенных вперед под 0° , только для реакции $^{22}\text{Ne} + ^{181}\text{Ta}$ (рис. 6а), она может описывать высокоэнергетический участок спектра (с малым числом альфа-частиц) для реакций $^{56}\text{Fe} + ^{238}\text{U}$ (рис. 7а, 7б), $^{56}\text{Fe} + ^{181}\text{Ta}$ (рис. 7в,

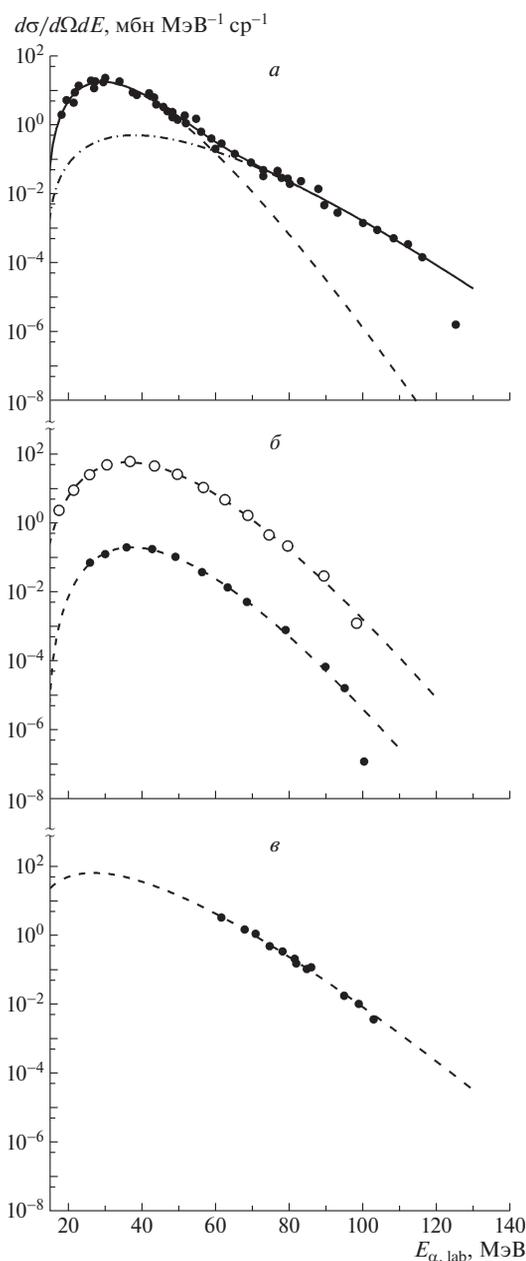


Рис. 6. Фитирование экспериментального энергетического спектра альфа-частиц (точки) при использовании модели движущихся источников для реакций $^{22}\text{Ne} + ^{181}\text{Ta}$ (а), $^{48}\text{Ca} + ^{181}\text{Ta}$ (с двухтельным выходным каналом) и $^{48}\text{Ca} + ^{238}\text{U}$ (б), $^{22}\text{Ne} + ^{238}\text{U}$ (в) с вероятным трехтельным выходным каналом. Кривые: сплошная — результат для двух источников (а), штриховые — вклады первого (или единственного) источника, штрихпунктирная — вклад второго источника (а).

7г). Для остальных реакций $^{48}\text{Ca} + ^{181}\text{Ta}$, $^{48}\text{Ca} + ^{238}\text{U}$ (рис. 6б) и $^{22}\text{Ne} + ^{238}\text{U}$ (рис. 6в) с вероятным трехтельным выходным каналом спектры альфа-частиц, испущенных вперед под 0° , были удовлетворительно описаны в модели с одним источником.

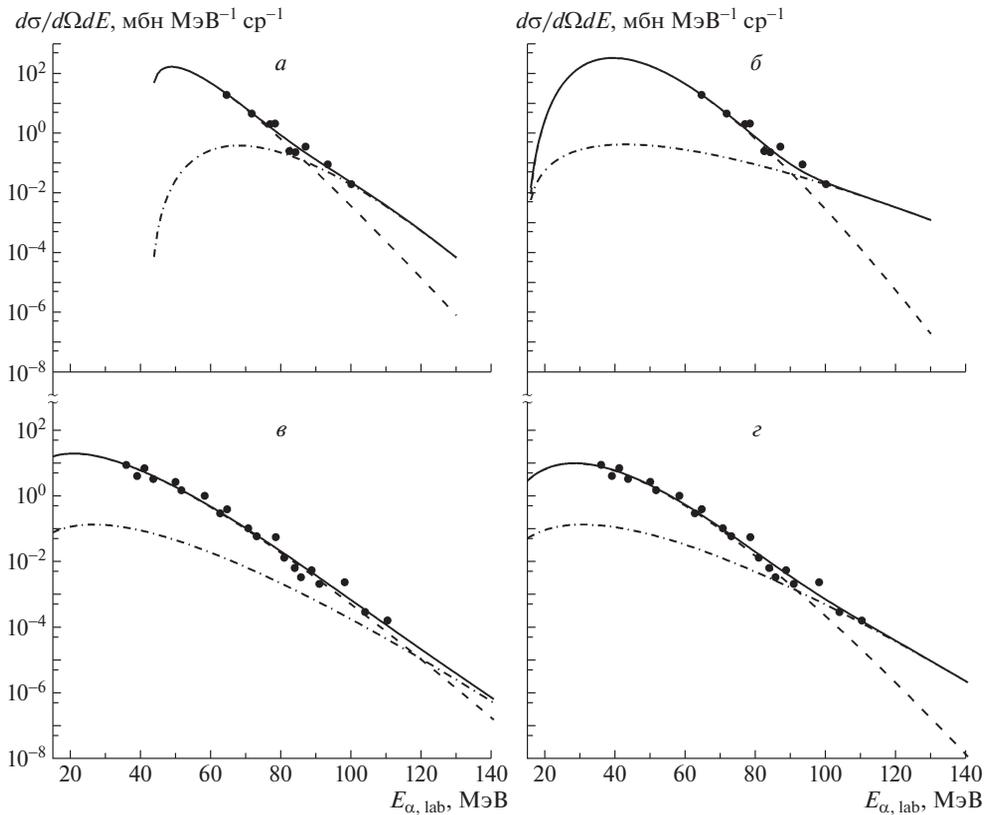


Рис. 7. Варианты фитирования экспериментального энергетического спектра альфа-частиц (точки) при использовании модели движущихся источников для реакций с вероятным трехтелным выходным каналом $^{56}\text{Fe} + ^{238}\text{U}$ (*а, б*), $^{56}\text{Fe} + ^{181}\text{Ta}$ (*в, г*). Кривые: сплошные — результаты для двух источников, штриховые — вклады первого источника, штрихпунктирные — вклады второго источника.

Типичные потенциальные барьеры для лобовых столкновений ядер $^{56}\text{Fe} + ^{238}\text{U}$ и $^{56}\text{Fe} + ^{181}\text{Ta}$ в виде, предложенном в работе [16], показаны на рис. 8. Из рис. 9 и табл. 3 для реакций с ядрами-снарядами ^{22}Ne и ^{56}Fe видно, что чем больше превышение энергии в системе центра масс над кулоновским барьером высотой B_C , тем выше температура указанного источника.

Процесс испускания быстрых альфа-частиц из сталкивающихся и сливающихся ядер является чрезвычайно интересным с точки зрения получения холодных тяжелых и сверхтяжелых ядер. Для подтверждения сделанных выше выводов был проведен теоретический анализ полученных результатов с использованием нестационарного уравнения Шредингера для альфа-кластеров ядра-снаряда.

4. ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ИСПУСКАНИЯ БЫСТРЫХ АЛЬФА-ЧАСТИЦ

Получение новых экспериментальных данных об энергетических спектрах быстрых альфа-частиц, вылетающих при ядерных реакциях с тяжелыми ионами, диктует необходимость развития

микроскопических моделей подобных процессов. В микроскопическом подходе, основанном на

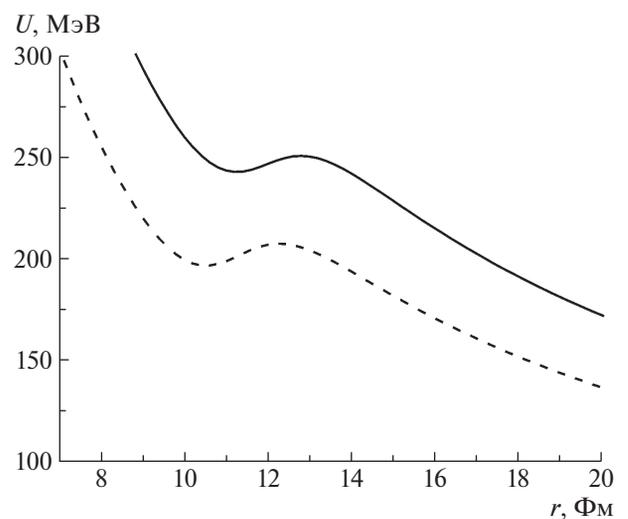


Рис. 8. Потенциальные барьеры для лобовых столкновений ядер $^{56}\text{Fe} + ^{238}\text{U}$ (сплошная кривая) и $^{56}\text{Fe} + ^{181}\text{Ta}$ (штриховая).

Таблица 3. Свойства модельного движущегося источника альфа-частиц: $E_{c.m.}$ — энергия в системе центра масс, B_C — высота кулоновского барьера, T — температура (для реакции $^{22}\text{Ne} + ^{181}\text{Ta}$ приведена температура более быстрого источника, для реакций $^{56}\text{Fe} + ^{238}\text{U}$ и $^{56}\text{Fe} + ^{181}\text{Ta}$ приведены средние по двум значениям из табл. 2 для температур источников с большим весом)

Реакция, энергия в лаб. системе	$E_{c.m.}$, МэВ	B_C , МэВ	$E_{c.m.} - B_C$, МэВ	T , МэВ
$^{22}\text{Ne} + ^{181}\text{Ta}$ 181 МэВ	158.71	85.2	73.51	1.82
$^{48}\text{Ca} + ^{181}\text{Ta}$ 261 МэВ	206.29	160.6	45.69	1.90
$^{48}\text{Ca} + ^{238}\text{U}$ 270 МэВ	224.69	194.1	30.59	1.94
$^{22}\text{Ne} + ^{238}\text{U}$ 180 МэВ	164.77	102.6	62.17	3.27
$^{56}\text{Fe} + ^{238}\text{U}$, 320 МэВ	259.05	250.6	8.45	2.16
$^{56}\text{Fe} + ^{181}\text{Ta}$, 320 МэВ	244.39	207.4	36.99	2.74

зависящем от времени методе Хартри–Фока (Time Dependent Hartree–Fock, TDHF) [17], рассчитывается эволюция волновых функций всех нуклонов сталкивающихся ядер. Было показано, что при малых прицельных параметрах столкновения образуется “струя” нуклонов (в основном ядра-снаряда) по направлению движения налетающего ядра. Нестационарный метод Хартри–Фока, который предполагает одновременное рассмотрение всех нуклонов, отличается большой сложностью, и поэтому он неудобен для анализа поведения только внешних нуклонов и альфа-кластеров сталкивающихся ядер. Недостатком метода является большой шаг сетки, типичное значение $h_{\text{TDHF}} = 0.8 \text{ ФМ}$ (см. [18]) сравнимо с шириной поверхностного слоя ядер, в котором могут формироваться альфа-кластеры.

В работе [19] была рассмотрена модель с формированием альфа-частиц в поверхностной области ядер. Предполагалось, что потенциальная энергия $V(r)$ взаимодействия альфа-частицы с остовом с массовым числом A_{core} имеет минимум вблизи поверхности ядра [19, 20], см. рис. 10а, 10б. Потенциал $V(r)$ может быть выбран в форме суммы кулоновского поля однородно заряженного шара радиуса R_C и двух функций типа Вудса–Саксона:

$$V(r) = V_C(r, R_C) - \frac{V_0}{1 + \exp\left(\frac{r - R_V}{a_V}\right)} + \frac{U_0}{1 + \exp\left(\frac{r - R_U}{a_U}\right)}. \quad (12)$$

Значения параметров V_0 , R_V , a_V притягивающей части потенциала были выбраны в виде, предложенном в работе [16]:

$$V_0(r) = 16\pi\gamma a \frac{R_\alpha R_{\text{core}}}{R_\alpha + R_{\text{core}}} [\text{МэВ}], \quad (13)$$

$$\gamma = 0.95,$$

$$R_C = 1.3A_{\text{core}}^{1/3} [\text{ФМ}], \quad R_V = R_\alpha + R_{\text{core}}, \quad (14)$$

$$R_{\text{core}} = \left(1.20A_{\text{core}}^{1/3} - 0.09\right) [\text{ФМ}], \quad (15)$$

$$R_\alpha = 1.20 \times 4^{1/3} - 0.09 = 1.815 [\text{ФМ}],$$

$$a_V^{-1} = 1.17 \times \quad (16)$$

$$\times \left[1 + 0.53 \left(A_\alpha^{-1/3} + A_{\text{core}}^{-1/3}\right)\right] [\text{ФМ}^{-1}].$$

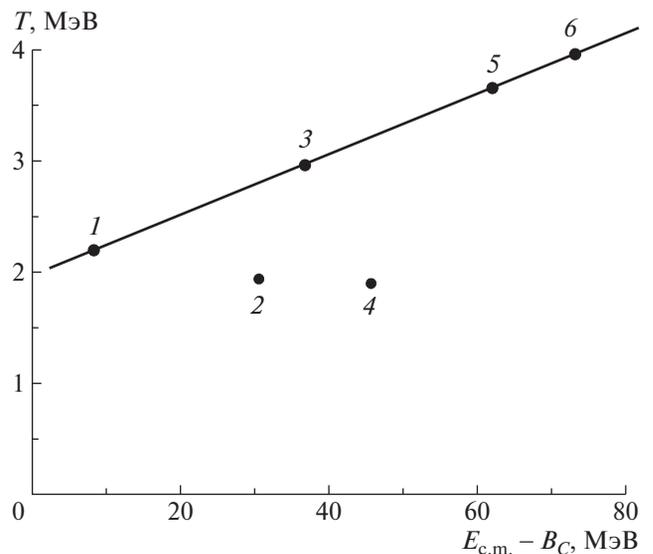


Рис. 9. Зависимость температуры T источника (точки) от превышения энергии в системе центра масс над кулоновским барьером $E_{c.m.} - B_C$ для реакций $^{56}\text{Fe} + ^{238}\text{U}$ (1) и $^{56}\text{Fe} + ^{181}\text{Ta}$ (3) (средние для температур источников с большим весом, см. табл. 3), $^{48}\text{Ca} + ^{238}\text{U}$ (2), $^{48}\text{Ca} + ^{181}\text{Ta}$ (4), $^{22}\text{Ne} + ^{238}\text{U}$ (5), $^{22}\text{Ne} + ^{181}\text{Ta}$ (6, температура более быстрого источника). Прямая через точки 1, 3, 5, 6 — результат линейной регрессии.

Отталкивательная часть потенциала (12) обеспечивает невозможность проникания альфа-кластера в центральную часть ядра, плотно заполненную нуклонами, для нее были использованы значения параметров $U_0 = 30$ МэВ, $a_V = 0.5$ Фм. Значение радиуса R_U являлось варьируемым параметром и находилось из условия равенства энергии основного состояния α -частицы, взятого с противоположным знаком, экспериментальному значению энергии отделения α -кластера от ядра (см., например, [14]). Расчеты для представительного набора ядер с массовыми числами от $A = 20$ до $A = 240$ показали, что для радиуса R_U можно использовать выражение

$$R_U \approx 1.1A^{1/3} \text{ Фм.} \quad (17)$$

Радиальные волновые функции $R_{1s}(r)$ основного состояния альфа-кластеров в ядрах ^{56}Fe , ^{181}Ta и ^{238}U показаны на рис. 10в. После формирования альфа-частица локализована в основном в поверхностном слое ядра.

Еще одним микроскопическим подходом для выяснения механизма вылета быстрых альфа-частиц является описание процесса столкновения ядра 1 с системой из остова 2 и альфа-кластера с использованием нестационарного уравнения Шредингера для волновой функции $\Psi(\mathbf{r}, t)$ альфа-частицы массой m_α [14]:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = \left\{ -\frac{\hbar^2}{2m_\alpha} \Delta + V_1(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1(t)) + V_2(\mathbf{r} - \mathbf{r}_2(t)) \right\} \Psi(\mathbf{r}, t). \quad (18)$$

Здесь $V_1(r)$, $V_2(r)$ — потенциалы взаимодействия альфа-частицы с ядром 1 и остовом 2, $\mathbf{r}_1(t)$ — траектория центра масс ядра 1, $\mathbf{r}_2(t)$ — траектория центра масс системы из остова и альфа-частицы. Типичное значение шага сетки в подобных расчетах $h = 0.2$ Фм [20] значительно меньше, чем шаг сетки в расчетах методом TDHF, что позволяет с достаточной точностью рассчитывать эволюцию волновых функций с узким радиальным начальным условием, подобным показанным на рис. 10в.

В ходе столкновения ядра преодолевают кулоновский барьер (см. рис. 8) и после касания поверхностей начинают перекрываться, это ведет к перераспределению нуклонов ядер. Для описания этого процесса использовалась простейшая модель: от более легкого ядра-снаряда более тяжелому ядру-мишени передавалась доля нуклонов, соответствующая доле объема ядра-снаряда, оказавшегося внутри объема ядра-мишени. Уравнения движения центров масс ядер включали такое перераспределение масс ядер.

Пример эволюции плотности вероятности альфа-частицы, сформировавшейся с некоторой

вероятностью в ядре-мишени ^{238}U , при столкновении ядер $^{56}\text{Fe} + ^{238}\text{U}$ с энергией $E_{\text{lab}} = 320$ МэВ, $E_{\text{c.m.}} = 259$ МэВ и прицельным параметром столкновения 2 Фм показан на рис. 11. Аналогичный пример для альфа-частицы, сформировавшейся с некоторой вероятностью в ядре-мишени ^{181}Ta , при столкновении ядер $^{56}\text{Fe} + ^{181}\text{Ta}$ с энергией $E_{\text{lab}} = 320$ МэВ, $E_{\text{c.m.}} = 244$ МэВ и прицельным параметром столкновения 2 Фм показан на рис. 12. При сближении ядер кулоновское поле ядра-снаряда медленно изменяет волновую функцию $\Psi(\mathbf{r}, t)$ и плотность вероятности $|\Psi(\mathbf{r}, t)|^2$ — смещает альфа-частицу в дальнюю часть ядра-мишени (см. рис. 11а–11в и 12а–12в). При тесном контакте ядер из-за резкого изменения потенциальной энергии происходит локализация волновой функции альфа-частицы и ее средняя энергия возрастает (см. рис. 11в, 11г и 12в, 12г). В результате альфа-частица вылетает вперед — туннелирует через кулоновский барьер на стадии захвата (см. рис. 11г–11е и 12г–12е). Сравнение эволюции плотности вероятности позволяет сделать качественный вывод о том, что скорость вылетевших вперед альфа-частиц из ядра-мишени ^{238}U (рис. 11г–11е) больше скорости альфа-частиц, вылетевших вперед из ядра-мишени ^{181}Ta (рис. 12г–12е). Это согласуется с тем, что значение кулоновской энергии E_C альфа-частиц, определенное из экспериментальных данных для реакции $^{56}\text{Fe} + ^{238}\text{U}$, существенно выше, чем для реакции $^{56}\text{Fe} + ^{181}\text{Ta}$ (см. табл. 2).

Вылет альфа-частицы на рис. 11г–11е и 12г–12е сходен с вылетом волнового пакета, причем моменту вылета большей части пакета соответствует неполное слияние ядер. При этом значительная часть нуклонов более легкого ядра-снаряда оказывается переданной более тяжелому ядру-мишени. Это качественно согласуется с тем, что энергетический спектр альфа-частиц не выходит за кинематические пределы трехтельных выходных каналов (см. рис. 4а) реакций $^{56}\text{Fe} + ^{238}\text{U} \rightarrow ^{16}\text{O} + ^{274}\text{Hs} + ^4\text{He}$ и $^{56}\text{Fe} + ^{238}\text{U} \rightarrow ^{20}\text{Ne} + ^{270}\text{Sg} + ^4\text{He}$, $^{56}\text{Fe} + ^{181}\text{Ta} \rightarrow ^{12}\text{C} + ^{221}\text{Pa} + ^4\text{He}$ и $^{56}\text{Fe} + ^{181}\text{Ta} \rightarrow ^{16}\text{O} + ^{217}\text{Ac} + ^4\text{He}$.

Анализ эволюции плотности вероятности альфа-частиц в ядре-снаряде и ядре-мишени позволяет предложить следующий механизм вылета альфа-частиц при столкновении ядер. При сближении ядер альфа-частицы ядра-снаряда и ядра-мишени смещаются в противоположные (более удаленные друг от друга) части ядер. При тесном контакте ядер из-за резкого изменения потенциальной энергии происходит значительное изменение волновых функций альфа-частиц и их средняя энергия

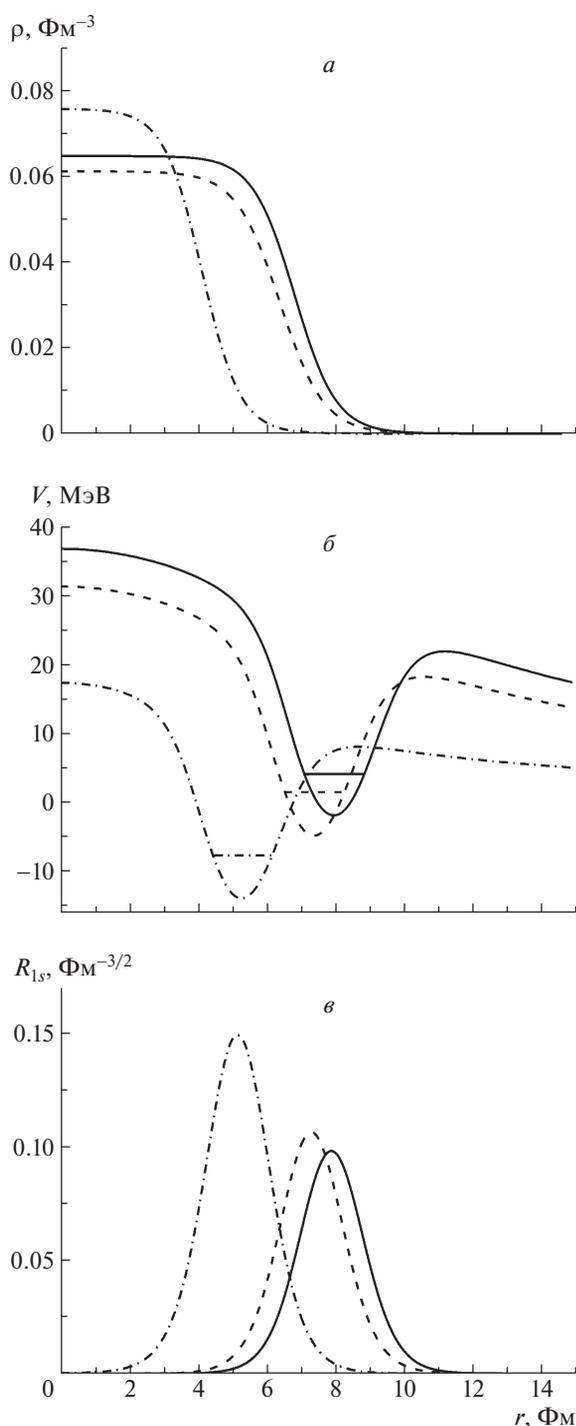


Рис. 10. *а* — Зарядовая плотность в ядрах ^{56}Fe (штрихпунктирная кривая) [21], ^{181}Ta [22] (штриховая) и ^{238}U [23] (сплошная). *б* — Потенциальная энергия (12) альфа-частицы в ядрах ^{56}Fe (штрихпунктирная кривая), ^{181}Ta (штриховая) и ^{238}U (сплошная) и уровни энергии ее основного состояния $1s$ (горизонтальные отрезки). *в* — Радиальные волновые функции $R_{1s}(r)$ основного состояния альфа-частицы в ядрах ^{56}Fe (штрихпунктирная кривая), ^{181}Ta (штриховая) и ^{238}U (сплошная кривая).

возрастает. Альфа-частица более легкого ядра-снаряда отделяется с большей вероятностью в ходе захвата части ядра-снаряда ядром-мишенью и вылетает назад в системе центра масс. Альфа-частица более тяжелого ядра-мишени вылетает вперед. Два способа вылета неравновесных альфа-частиц при столкновении ядер — из более легкого ядра-снаряда (где меньше вероятность формирования альфа-кластера) назад в системе центра масс и из более тяжелого ядра-мишени (где вероятность формирования альфа-кластера больше) вперед — могут соответствовать кинематической модели двух источников, рассмотренной выше.

Компьютерное моделирование показывает, что “выбивание” альфа-частицы из ядра-мишени становится вероятным при передаче ему от ядра-снаряда некоторого критического заряда ΔZ_c (числа протонов) в ходе многонуклонных передач (или неполного слияния ядер). Оценить интервал значений критического заряда и его зависимость от свойств ядер и энергии можно на основе анализа экспериментальных данных по шести изученным реакциям.

В реакции $^{22}\text{Ne} + ^{181}\text{Ta}$ при превышении энергии в системе центра масс над кулоновским барьером $E_{c.m.} - B_C = 73 \text{ МэВ}$ альфа-частица вылетает только после полного слияния, и реакция идет по двухтельному выходному каналу, следовательно, критический заряд ΔZ_c не меньше 10. Реакция $^{48}\text{Ca} + ^{181}\text{Ta}$ при $E_{c.m.} - B_C = 45 \text{ МэВ}$ также идет только по двухтельному выходному каналу, т.е. $\Delta Z_c \sim 20$. Реакция $^{56}\text{Fe} + ^{181}\text{Ta}$ при $E_{c.m.} - B_C = 37 \text{ МэВ}$ идет по трехтельному выходному каналу с образованием из ядра-снаряда ядер ^{12}C и ^{16}O , хотя не исключается и двухтепльный выходной канал, таким образом, наиболее вероятны значения ΔZ_c от 18 до 20 и менее вероятны до 26.

В реакции $^{22}\text{Ne} + ^{238}\text{U}$ при $E_{c.m.} - B_C = 62 \text{ МэВ}$ с большой вероятностью можно предположить наличие только двухтельного выходного канала, т.е. $\Delta Z_c \geq 10$. В реакции $^{48}\text{Ca} + ^{238}\text{U}$ при $E_{c.m.} - B_C = 31 \text{ МэВ}$ более вероятен трехтепльный выходной канал с вероятным остатком ^{12}C и менее вероятен двухтепльный, т.е. вероятные значения критического заряда лежат от 14 до 20. В реакции $^{56}\text{Fe} + ^{238}\text{U}$ при $E_{c.m.} - B_C = 8.4 \text{ МэВ}$ реализуются, в основном, трехтельные каналы с образованием из ядра-снаряда ядер ^{16}O и ^{20}Ne , поэтому наиболее вероятны значения ΔZ_c от 16 до 18. Таким образом, значение критического заряда ΔZ_c для ядра урана оказывается несколько меньше, чем для ядра тантала, поэтому для более тяжелых ядер-мишеней можно ожидать снижения величины ΔZ_c . Для ядер-снарядов от неона ($Z = 10$) до железа ($Z = 26$) $\Delta Z_c \sim 20$. Поэтому в реакциях с участием подобных ядер при вылете вперед быстрой

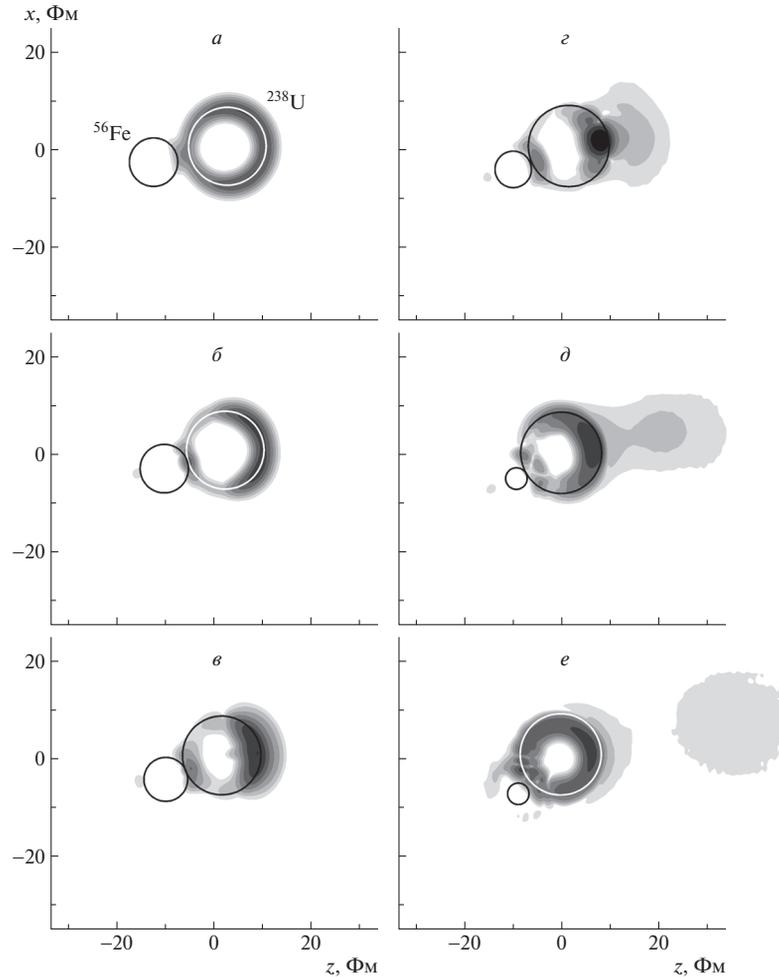


Рис. 11. Плотность вероятности (здесь и далее в системе центра масс и в логарифмическом масштабе) α -частицы ядра ^{238}U при слиянии ядер $^{56}\text{Fe} + ^{238}\text{U}$ с энергией ^{56}Fe в лабораторной системе $E_{\text{lab}} = 320$ МэВ ($E_{\text{c.m.}} = 259$ МэВ) с прицельным параметром столкновения 2 Фм. Ходу времени соответствует порядок (a)–(e). Здесь и далее окружности соответствуют радиусам ядер, определяемым по формулам $R = 1.27A^{1/3}$ Фм.

альфа-частицы можно синтезировать новые ядра с увеличением заряда ядра-мишени примерно на 20. Для проверки этих предложенных оценок и возможностей использования реакций с вылетом быстрых альфа-частиц для синтеза новых ядер необходимы новые эксперименты с определением состава продуктов реакции наряду с регистрацией быстрых альфа-частиц, а также с использованием более тяжелых ядер бомбардирующего пучка ($Z > 30$).

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В реакциях на пучке ^{56}Fe с энергией 320 МэВ и мишенях ^{238}U и ^{181}Ta на магнитном анализаторе высокого разрешения (установка МАВР), были измерены дифференциальные сечения вылета альфа-частиц в зависимости от энергии вылетевшей альфа-частицы. Проведен анализ данных,

полученных в настоящем эксперименте, включая ранее опубликованные нами данные на пучках ^{22}Ne и ^{48}Ca с помощью кинематики двух- и трехтельного выходных каналов реакций, а также в модели движущихся источников. Показано, что для реакций $^{48}\text{Ca} + ^{181}\text{Ta}$, $^{48}\text{Ca} + ^{238}\text{U}$, $^{22}\text{Ne} + ^{238}\text{U}$ энергетические спектры альфа-частиц, вылетевших под 0° , могут быть описаны одним источником. Энергетические спектры альфа-частиц в реакции $^{22}\text{Ne} + ^{181}\text{Ta}$ с двухтельным выходным каналом и в реакциях $^{56}\text{Fe} + ^{238}\text{U}$, $^{56}\text{Fe} + ^{181}\text{Ta}$ с трехтельными выходными каналами могут быть описаны с использованием двух источников. При этом источник с большим весом описывает основную часть спектра, а источник с меньшим весом — область малых сечений при больших энергиях.

Показана зависимость дифференциальных сечений образования альфа-частиц от заряда ядра-

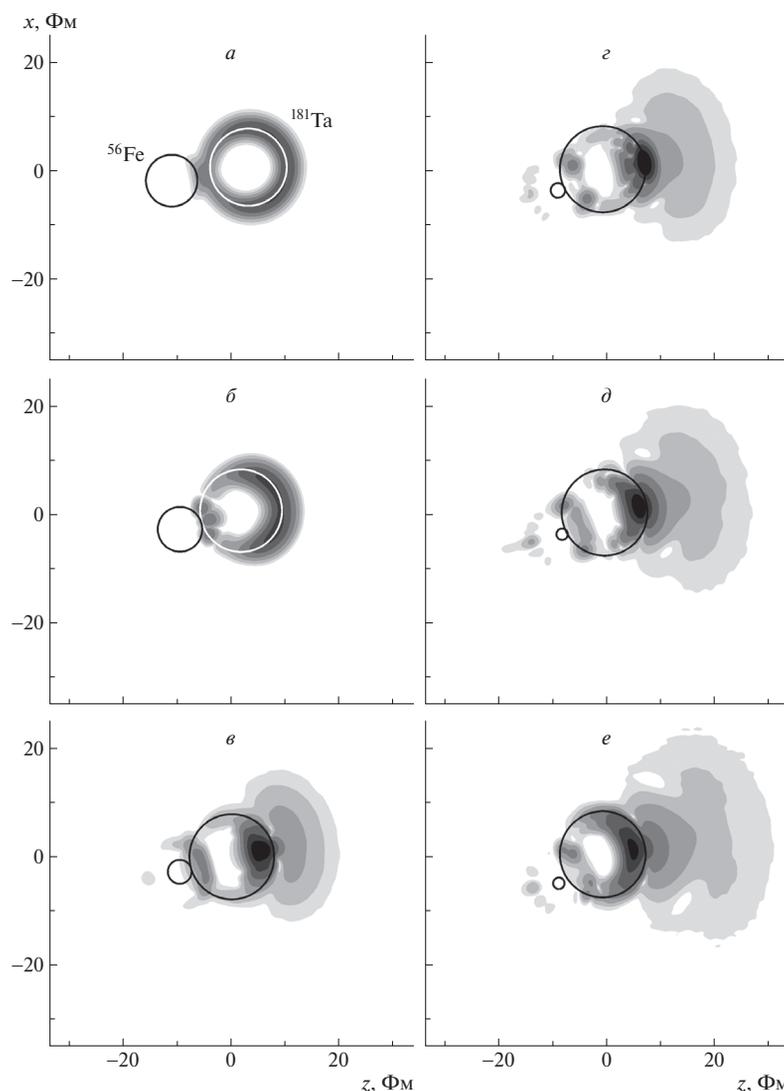


Рис. 12. Плотность вероятности α -частицы ядра ^{181}Ta при слиянии ядер $^{56}\text{Fe} + ^{181}\text{Ta}$ с энергией ^{56}Fe в лабораторной системе $E_{\text{lab}} = 320$ МэВ ($E_{\text{c.m.}} = 244$ МэВ), прицельный параметр столкновения равен 2 Фм. Ходу времени соответствует порядок (a)–(e).

мишени — сечение на ^{238}U существенно больше по сравнению с мишенью ^{181}Ta . В нестационарном подходе установлен механизм вылета вперед неравновесных альфа-частиц при слиянии ядер — под действием кулоновского поля более легкого ядра-снаряда из более тяжелого ядра-мишени. Получено качественное подтверждение обнаруженным свойствам энергетических спектров альфа-частиц. Показано, что “выбивание” альфа-частицы из ядра-мишени происходит при захвате ядром-мишенью ядра-снаряда с $Z \leq 20$ или передаче ему от ядра-снаряда с $Z > 20$ некоторого критического заряда (числа протонов) в ходе многоуклонных передач (или неполного слияния ядер).

Авторы благодарны С.И. Сидорчуку за обсуждение работы и полезные замечания, а также кол-

лективу отдела ускорителей за получение высокоинтенсивных пучков ^{48}Ca и ^{56}Fe .

Работа выполнена при поддержке гранта РФФ № 17-12-01170 и грантов Полномочных представителей Чешской республики и Польши в ОИЯИ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. С. Borcea, E. Gierlik, A. M. Kalinin, R. Kalpakchieva, Yu. Ts. Oganessian, T. Pawlat, Yu. E. Penionzhkevich, and A. V. Rykhlyuk, Nucl. Phys. A **391**, 520 (1982).
2. Ю. Э. Пенионжкевич, Э. Герлик, В. В. Каманин, К. Борча, ЭЧАЯ **17**, 165 (1986).
3. M. Rajagopalan, D. Logan, J. W. Ball, M. Kaplan, H. Delagrange, M. F. Rivet, J. M. Alexander, L. C. Vaz, and M. S. Zisman, Phys. Rev. C **25**, 2417 (1982).
4. Chr. V. Christov, I. J. Petkov, and I. I. Delchev, Report IC/82/211, Trieste (1982).

5. R. Ost, N. E. Sanderson, S. Mordechai, J. B. A. England, B. R. Fulton, J. M. Nelson, and G. C. Morrison, *Nucl. Phys. A* **265**, 142 (1976).
6. M. Lefort, in *Nuclear Spectroscopy and Nuclear Reactions with Heavy Ions, Proceedings of the International School of Physics "Enrico Fermi" 1974*, Ed. by H. Farragi and R. A. Richi (Amsterdam, North Holland, 1976), p.139.
7. K. Mendibaev, B. M. Hue, S. M. Lukyanov, D. Aznabayev, C. Borcea, V. A. Maslov, Yu. E. Penionzhkevich, F. Rotaru, I. Sivacek, N. K. Skobelev, A. A. Smirnov, and K. Kuterbekov, Preprint E7-2017-66, JINR (Dubna, 2017).
8. Ю. П. Гангрский, В. А. Григорьев, В. М. Емельянов, К. О. Лapidус, Ю. Ц. Оганесян, Ю. Э. Пенионжкевич, Ю. В. Пятков, *Введение в физику тяжелых ионов: учебное пособие*, Под ред. Ю. Ц. Оганесяна (Москва, 2008).
9. Б. И. Пустыльник, *ЭЧАЯ* **31**, 273 (2000).
10. Э. Бетак, В. Д. Тонеев, *ЭЧАЯ* **12**, 1432 (1981).
11. Э. Герлик, К. Борча, Ю. Э. Пенионжкевич, *Международная школа-семинар по физике тяжелых ионов, Алушта, 14–21 апреля, 1983*, Препринт Д7-83-147, ОИЯИ (Дубна, 1983), С. 20.
12. V. A. Maslov, V. I. Kazacha, I. V. Kolesov, S. M. Lukyanov, V. N. Melnikov, N. F. Osipov, Yu. E. Penionzhkevich, N. K. Skobelev, Yu. G. Sobolev, and E. I. Voskoboinik, *J. Phys.: Conf. Ser.* **724**, 012033 (2016).
13. <https://lise.nscl.msu.edu>
14. В. И. Загребав, А. С. Деникин, А. В. Карпов и др., *Сетевая база знаний NRV по ядерной физике низких энергий [NRV Web Knowledge Base on Low-Energy Nuclear Physics]*, <http://nrw.jinr.ru/nrv/>
15. В. И. Загребав, Ю. Э. Пенионжкевич, *ЭЧАЯ* **24**, 295 (1993).
16. A. Winther, *Nucl. Phys. A* **594**, 203 (1995).
17. K. R. S. Devi, M. R. Strayer, K. T. R. Davies, S. E. Koonin, and A. K. Dhar, *Phys. Rev. C* **24**, 2521 (1981).
18. C. Golabec and C. Simenel, *Phys. Rev. Lett.* **103**, 042701 (2009).
19. В. В. Самарин, *Изв. РАН. Сер. физ.* **78**, 1388 (2014) [*Bull. Russ. Acad. Sci. Phys.* **78**, 1124 (2014)].
20. В. В. Самарин, *ЯФ* **81**, 458 (2018) [*Phys. At. Nucl.* **81**, 486 (2018)].
21. Н. Г. Шевченко и др., *ЯФ* **28**, 276 (1978) [*Sov. J. Nucl. Phys.* **28**, 139 (1978)].
22. B. W. Downs, D. G. Ravenhall, and D. R. Yennie, *Phys. Rev.* **106**, 1285 (1957).
23. T. Cooper, W. Bertozzi, J. Heisemberg, S. Kowalski, W. Turchinets, C. Williamson, L. Cardman, S. Fivozinsky, J. Lightbody, Jr., and S. Penner, *Phys. Rev. C* **13**, 1083 (1976).

ENERGY SPECTRA OF ALPHA PARTICLES IN THE REACTION OF THE INTERACTION OF ^{56}Fe WITH Ta AND U NUCLEI AT ENERGY OF 320 MeV

**Yu. E. Penionzhkevich^{1),2)}, V. V. Samarin^{1),3)}, V. A. Maslov¹⁾, S. M. Lukyanov¹⁾,
D. Aznabayev^{1),4)}, K. Borcea⁵⁾, I. V. Butusov¹⁾, T. Issatayev^{1),4)}, K. Mendibayev^{1),4)},
N. K. Skobelev¹⁾, S. S. Stukalov¹⁾, A. V. Shakhov¹⁾**

¹⁾Joint Institute for Nuclear Research, 141980 Dubna, Moscow region, Russia

²⁾National Research Nuclear University "MEPhI", 115409 Moscow, Russia

³⁾Dubna State University, Dubna, Moscow region, Russia

⁴⁾L. N. Gumilyov Eurasian National University, Nur-Sultan, Kazakhstan

⁵⁾Institute of Atomic Physics, Bucharest-Magurele, Romania

The differential cross sections for emission of alpha particles at angle 0° depending on their energy were measured using the high-resolution magnetic analyzer (MAVR setup) on ^{56}Fe beams with energy 6 MeV/nucleon on ^{238}U and ^{181}Ta targets. Fast alpha particles were observed in the spectra with energies corresponding to the two-body and three-body exit reaction channels including those with energies close to the two-body kinematic limit. The analysis of the obtained experimental data was carried out using the model of moving sources. In the time-dependent quantum approach, the forward emission of nonequilibrium alpha particles from the heavier target nucleus was observed in complete or incomplete fusion of nuclei.

О СХОДИМОСТИ РАСЧЕТОВ В ОСЦИЛЛЯТОРНОМ БАЗИСЕ

© 2021 г. А. М. Широков^{1),2),3)}, А. И. Мазур^{2)*}, В. А. Куликов^{1),2)}

Поступила в редакцию 10.06.2020 г.; после доработки 30.07.2020 г.; принята к публикации 30.07.2020 г.

Проведено исследование сходимости расчетов в осцилляторном базисе посредством локализации полюсов S -матрицы для связанных состояний в подходах HORSE и SS-HORSE. Изучена сходимость как в случае резкого обрезания матрицы потенциала в осцилляторном пространстве, так и при использовании сглаживания матричных элементов потенциала. На этой основе предложен новый метод экстраполяции на случай бесконечно больших модельных пространств, позволяющий на основе вариационных расчетов предсказывать энергии связи и асимптотические нормировочные коэффициенты связанных состояний с высокой степенью точности и оценивать погрешности этих предсказаний.

DOI: 10.31857/S0044002721020148

1. ВВЕДЕНИЕ

Точность теоретических предсказаний в подходах *ab initio* современной теории атомного ядра ограничена мощностью современных суперкомпьютеров. Например, в модели оболочек без инертного кора (No-Core Shell Model, NCSM) [1, 2] точность предсказаний напрямую связана с числом учитываемых квантов возбуждения в ядерной системе N_{\max} и числом частиц в ядре A , так как размерность базиса NCSM растет экспоненциально с N_{\max} и A . Исследование сходимости расчетов в подходах *ab initio* чрезвычайно важно, а развитие методов экстраполяции результатов в большие модельные пространства является актуальной задачей.

В настоящее время разработаны различные методы экстраполяции [3–21], в которых зависимости получаемых в оболочечных расчетах энергий и других характеристик связанных состояний от N_{\max} и величины осцилляторного кванта $\hbar\Omega$ используются для предсказания значений, соответствующих бесконечному базису.

Недавно нами был предложен метод Single-State Harmonic-Oscillator Representation of Scattering Equations (SS-HORSE), в основе которого лежит J -матричный формализм теории рассеяния в осцилляторном базисе [22–28], также

известный как формализм HORSE [28]. Метод SS-HORSE [29, 30] является обобщением вариационных расчетов в осцилляторном базисе и, в частности, NCSM на случай непрерывного спектра и позволяет рассчитывать сдвиги фаз рассеяния, значения амплитуды и S -матрицы рассеяния нейтральных [31] и заряженных [32] частиц, а также характеристики рассеяния в случае демократического многочастичного рассеяния [33, 34]. Расчет характеристик рассеяния проводится с помощью простых формул при энергиях, совпадающих с собственными значениями E_λ конечной матрицы гамильтониана, построенной в осцилляторном базисе. Варьируя размеры модельного пространства и величину осцилляторного кванта $\hbar\Omega$, можно получить значения характеристик рассеяния в некотором интервале энергий. Затем, на основе параметризации сдвигов фаз, можно рассчитать характеристики рассеяния в широком интервале энергий. Эффективность метода была продемонстрирована нами в задачах резонансного и нерезонансного рассеяния нуклонов на изотопах гелия ^4He [29, 35–37] и ^6He [37–39], а также в предсказании возможности существования резонансного состояния тетранейтрона [33, 34]. Все перечисленные исследования проводились на основе расчетов *ab initio* в NCSM с нуклон-нуклонными взаимодействиями JISP16 [40] и Daejeon16 [41].

Параметризация фаз рассеяния — это один из ключевых моментов метода SS-HORSE. Мы исследовали разные варианты параметризации (см. [29–33]), которые по сути являются эквивалентными, но имеют свои преимущества при решении конкретных задач. Параметризация, основанная на аналитических свойствах S -матрицы,

¹⁾НИИ ядерной физики им. Д.В. Скобельцына Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия.

²⁾Тихоокеанский государственный университет, Хабаровск, Россия.

³⁾Department of Physics and Astronomy, Iowa State University, Iowa, USA.

*E-mail: mazur@khhb.ru

в силу своей наглядности оказалась удобной при исследовании рассеяния нейтральных частиц и резонансного состояния тетранейтрона. Кроме того, на основе SS-HORSE с этой параметризацией мы предложили новый способ экстраполяции результатов для связанных состояний на случай бесконечного базиса [21]. Новый метод позволяет определить не только положение полюса S -матрицы на мнимой полуоси комплексных значений импульсов (т.е. энергию связанного состояния), но и ее вычет в полюсе, связанный с асимптотическим нормировочным коэффициентом (АНК).

Цель настоящей работы заключается в дальнейшем развитии метода экстраполяции [21]. Мы предлагаем новый вариант экстраполяции результатов вариационных расчетов на бесконечно большое модельное пространство. В отличие от метода [21], в котором экстраполяция проводилась на основе большого числа результатов, полученных в разных модельных пространствах и с различными значениями осцилляторного параметра $\hbar\Omega$, в новой версии экстраполяция производится на основе небольшого числа результатов, полученных в одном модельном пространстве с различными значениями $\hbar\Omega$. Данный подход позволяет предсказывать как энергии связанных состояний, так и асимптотические нормировочные коэффициенты — важные наблюдаемые в ядерных системах. Мы предлагаем также способ оценки погрешности метода.

Мы начинаем с того, что на примере простой модельной задачи анализируем некоторые общие свойства сходимости вариационных расчетов в осцилляторном базисе и расчетов положений полюсов S -матрицы для связанных состояний как в методе HORSE, так и в методе SS-HORSE. В частности, исследуется влияние “мягкого” обрезания матрицы потенциала в пространстве осцилляторных функций [42] на сходимость методов HORSE и SS-HORSE. Затем на этой основе мы формулируем предлагаемый метод экстраполяции результатов для энергии связанного состояния и АНК.

2. ПОЛЮСЫ S -МАТРИЦЫ ДЛЯ СВЯЗАННЫХ СОСТОЯНИЙ В МЕТОДАХ HORSE И SS-HORSE

2.1. Параметры модельной задачи

Рассмотрим задачу движения нейтральной частицы с массой $\mu c^2 = 751.14$ МэВ в поле потенциала Вудса–Саксона в парциальной волне с орбитальным моментом $l = 0$:

$$V(r) = \frac{V_0}{1 + \exp[(r - R_{ws})/a]}, \quad (1)$$

где $V_0 = -22.0$ МэВ, радиус $R_{ws} = 3.08$ фм, диффузность $a = 0.53$ фм. В системе имеется связанное состояние, энергия которого, рассчитанная непосредственным интегрированием уравнения Шредингера, $E_b^{\text{exact}} = -7.010906$ МэВ, а АНК в этом состоянии $\mathcal{A}_l^{\text{exact}} = 2.89414$ фм $^{-1/2}$. Число значащих цифр в приведенных значениях соответствует точности расчетов. В качестве модельной задачи мы будем исследовать сходимость вариационных расчетов в осцилляторном базисе для этого состояния и точность методов HORSE и SS-HORSE при получении указанных значений энергии состояния E_b и АНК \mathcal{A}_l .

2.2. Методы HORSE и SS-HORSE

Остановимся кратко на формулах методов HORSE и SS-HORSE, необходимых для анализа результатов. Детальное изложение этих методов можно найти в статьях [27, 28] и [29, 35] соответственно.

В методе HORSE радиальная волновая функция разлагается в ряд по бесконечному набору базисных осцилляторных функций $\phi_{nl}(r)$,

$$\begin{aligned} \phi_{nl}(r) = & \quad (2) \\ = & (-1)^n \sqrt{\frac{2n!}{r_0 \Gamma(n + l/2 + 3/2)}} \left(\frac{r}{r_0}\right)^{l+1} \times \\ & \times \exp\left(-\frac{r^2}{2r_0^2}\right) L_n^{l+1/2}\left(\frac{r^2}{r_0^2}\right). \end{aligned}$$

Здесь $n = 0, 1, 2, \dots$ — главное квантовое число осцилляторной функции, $r_0 = \sqrt{\hbar/\mu\Omega}$ — осцилляторный радиус, $L_n^{l+1/2}(x)$ — присоединенный полином Лагерра. В результате исходное уравнение Шредингера преобразуется в бесконечную систему линейных уравнений.

Бесконечное базисное пространство разбивается на два подпространства: конечное внутреннее, $n \leq N$, и бесконечное внешнее, $n > N$. Во внешней области $n > N$, отвечающей свободному движению частицы, гамильтониан представлен трехдиагональной симметричной бесконечной матрицей оператора кинетической энергии с ненулевыми матричными элементами

$$\begin{aligned} H_{nn} = T_{nn} = & \frac{\hbar\Omega}{2} \left(2n + l + \frac{3}{2}\right), \quad (3) \\ H_{n,n-1} = H_{n-1,n} = & T_{n,n-1} = \\ = & -\frac{\hbar\Omega}{2} \sqrt{n \left(n + l + \frac{1}{2}\right)}. \end{aligned}$$

Во внутренней области взаимодействие учитывается полностью, т.е. гамильтониан внутренней области H^N представлен конечной матрицей с элементами

$$H_{nm}^N = T_{nm} + V_{nm}^N, \quad n, m = 0, 1, 2, \dots, N. \quad (4)$$

Таким образом, с формальной точки зрения суть метода HORSE заключается в аппроксимации исходного локального потенциала $V(r)$ нелокальным потенциалом V^N , представленным матрицей размера $(N + 1) \times (N + 1)$ в пространстве осцилляторных функций. Матричные элементы V_{nm}^N потенциала V^N совпадают с матричными элементами V_{nm} потенциала $V(r)$ для $n, m = 0, 1, 2, \dots, N$, т.е. потенциал V^N получается обрезанием бесконечной матрицы потенциала $V(r)$ в осцилляторном базисе до матрицы конечного размера.

Задача с подобным нелокальным потенциалом имеет точное решение. Энергии и волновые функции связанных состояний, а также функции состояний непрерывного спектра и характеристики рассеяния в HORSE рассчитываются по формулам, в которые входят результаты диагонализации конечной матрицы гамильтониана (4), а также регулярное $S_{N+1,l}(k)$ и нерегулярное $C_{N+1,l}(k)$ осцилляторные решения, отвечающие свободному движению частицы с энергией $E = \hbar^2 k^2 / (2\mu)$, аналитический вид которых известен [28]. Например, формула для расчета S -матрицы в HORSE имеет вид

$$S_l(k) = \frac{C_{N,l}^{(-)}(k) - \mathcal{G}_{NN} T_{NN+1} C_{N+1,l}^{(-)}(k)}{C_{N,l}^{(+)}(k) - \mathcal{G}_{NN} T_{NN+1} C_{N+1,l}^{(+)}(k)}, \quad (5)$$

где

$$C_{N+1,l}^{(\pm)}(k) = C_{N+1,l}(k) \pm i S_{N+1,l}(k). \quad (6)$$

Информация о взаимодействии содержится в матрице \mathcal{G} с элементами

$$\mathcal{G}_{nn'} = - \sum_{\lambda=0}^N \frac{\langle nl|\lambda\rangle \langle \lambda|n'l\rangle}{E_\lambda - E}, \quad (7)$$

где E_λ — собственные значения и $\langle nl|\lambda\rangle$ — собственные функции обрезанного при $n = N$ гамильтониана:

$$\sum_{n'=0}^N (H_{nn'}^N - \delta_{nn'} E_\lambda) \langle \lambda|n'l\rangle = 0, \quad (8)$$

$$n = 0, 1, \dots, N.$$

Дополнительными внутренними параметрами метода HORSE являются граница обрезания N и величина осцилляторного кванта $\hbar\Omega$. Поэтому необходимо исследовать сходимость результатов при увеличении N и вариации $\hbar\Omega$.

Формула (5) справедлива и для комплексных значений аргументов. Из теории рассеяния [43] известно, что полюсы S -матрицы ассоциируются с ложными, виртуальными, резонансными и интересующими нас связанными состояниями. Положение полюса S -матрицы на комплексной плоскости импульсов в HORSE можно найти, решая трансцендентное уравнение [27]

$$C_{N,l}^{(+)}(k) - \mathcal{G}_{NN} T_{NN+1} C_{N+1,l}^{(+)}(k) = 0. \quad (9)$$

По известному вычету S -матрицы \mathcal{C}_l в полюсе для связанных состояний можно рассчитать асимптотический нормировочный коэффициент \mathcal{A}_l [43]:

$$\mathcal{C}_l = (-1)^{l+1} i |\mathcal{A}_l|^2. \quad (10)$$

Потенциал V^N соответствует резкому обрезанию матрицы потенциала в осцилляторном пространстве при $n = N$, что приводит к нерегулярному (осциллирующему) поведению фазы рассеяния, заметному в расчетах с малым значением N , и постепенно исчезающему по мере роста N . Как известно, сходимость фаз рассеяния в расчетах HORSE можно ускорить, если воспользоваться процедурой мягкого обрезания, предложенной в [42]. В этом случае вместо потенциала V^N используется потенциал \tilde{V}^N с матричными элементами

$$\tilde{V}_{nm}^N = \sigma_n^N V_{nm}^N \sigma_m^N, \quad (11)$$

где

$$\sigma_n^N = \frac{1 - \exp\{-[\alpha(n - N - 1)/(N + 1)]^2\}}{1 - \exp\{-\alpha^2\}} \quad (12)$$

и α — параметр сглаживания. Ниже для расчетов выбрано значение $\alpha = 5$.

Отметим, что влияние мягкого обрезания матрицы потенциальной энергии (11), (12) на энергии связанных состояний до сих пор не изучалось. Это исследование мы проводим в настоящей работе.

В соответствии с формулой (5), для расчета S -матрицы необходимо иметь полную информацию о результатах диагонализации матрицы гамильтониана. Это делает невозможным непосредственное применение HORSE для анализа результатов, полученных в NCSM в больших модельных пространствах. Но если энергия совпадает с собственным значением $E = E_\lambda$, формула (5) существенно упрощается:

$$S_l(k_\lambda) = \frac{C_{N+1,l}^{(-)}(k_\lambda)}{C_{N+1,l}^{(+)}(k_\lambda)}. \quad (13)$$

Здесь импульс k_λ соответствует собственной энергии E_λ для состояний рассеяния: $E_\lambda = \hbar^2 k_\lambda^2 / (2\mu)$. Формула (13) выражает суть метода SS-HORSE:

в этом методе для расчета S -матрицы используется только одно собственное значение E_λ из всего спектра собственных значений.

В случае связанных состояний $k_\lambda = i\kappa_\lambda$, $E_\lambda = -(\hbar^2 \kappa_\lambda^2 / (2\mu)) < 0$. Тогда формула (13) принимает вид

$$S_l(i\kappa_\lambda) = \frac{C_{N+1,l}^{(-)}(i\kappa_\lambda)}{C_{N+1,l}^{(+)}(i\kappa_\lambda)} \quad (14)$$

и является основной в методе экстраполяции, предложенном в работе [21].

Значения E_λ и κ_λ зависят от параметров осцилляторного базиса $\hbar\Omega$ и N . Варьируя эти параметры, мы можем по формуле (14) рассчитать набор значений S -матрицы $S_l(i\kappa_\lambda^{(N,j)})$ в некотором интервале энергий. Здесь через $\kappa_\lambda^{(N,j)}$ обозначен набор импульсов κ_λ , соответствующих собственным энергиям $E_\lambda^{(N,j)}$, рассчитанным в модельных пространствах N с различными значениями параметра $\hbar\Omega^{(j)}$ (в каждом модельном пространстве N мы проводили расчеты на равномерной сетке значений $\hbar\Omega^{(j)}$ с шагом 1 МэВ в интервале от 1 до 50 МэВ). Однако не все полученные значения $S_l(i\kappa_\lambda^{(N,j)})$ можно использовать в дальнейшем для анализа. Как и в методе HORSE, необходимо следить за сходимостью, которая в методе SS-HORSE определяется из следующих соображений. S -матрица как аналитическая функция является гладкой функцией энергии (за исключением разрывов в ее полюсах). Будем считать, что сходимость в модельном пространстве N достигнута в некотором диапазоне $\hbar\Omega$, если соответствующие значения $S_l(i\kappa_\lambda^{(N,j)})$ ложатся на единую гладкую кривую, соответствующую поведению точной S -матрицы. Отклонения $S_l(i\kappa_\lambda^{(N,j)})$ от этой гладкой кривой позволяют оценить точность предсказаний метода SS-HORSE. Выбор области значений параметров $\hbar\Omega^{(j)}$ и N , обеспечивающих применимость метода SS-HORSE, т.е. отбор значений $S_l(i\kappa_\lambda^{(N,j)})$, обеспечивающих сходимость, детально обсуждается в работах [21, 29, 30, 35].

2.3. Параметризация S -матрицы

Следующим важным шагом в SS-HORSE является параметризация S -матрицы по отобраным значениям $S_l(i\kappa_\lambda^{(N,j)})$.

Поведение S -матрицы вблизи полюса можно параметризовать выражением:

$$S_l(i\kappa) = \frac{C_l}{i\kappa - i\kappa_b^{\text{ext}}} + B. \quad (15)$$

Здесь C_l имеет смысл вычета S -матрицы в ее полюсе при импульсе $k = i\kappa_b^{\text{ext}}$, посредством B учтены вклады других полюсов. Используя большие наборы импульсов $i\kappa_\lambda^{(N,j)}$ и соответствующих значений S -матрицы $S_l(i\kappa_\lambda^{(N,j)})$, рассчитанные в нескольких модельных пространствах, в работе [21] определялись коэффициенты параметризации S -матрицы C_l , κ_b^{ext} и B .

В настоящей работе мы исследуем другой способ экстраполяции, основанный на результатах расчетов с использованием одного и того же модельного пространства. В этом случае N фиксировано, а параметры C_l , κ_b^{ext} и B для $\hbar\Omega^{(j)}$ определяются в соответствии с формулой (15) по импульсам $\kappa_\lambda^{(N,j)}$ и значениям S -матрицы $S_l(i\kappa_\lambda^{(N,j)})$, рассчитанным только в трех соседних точках $\hbar\Omega^{(j-1)}$, $\hbar\Omega^{(j)}$ и $\hbar\Omega^{(j+1)}$ в одном и том же модельном пространстве N . Забегая вперед отметим, что увеличение шага равномерной сетки значений $\hbar\Omega^{(j)}$ с 1 до 3 МэВ не оказывает существенного влияния на конечные результаты. Этот подход обеспечивает точность предсказания значений энергии и АНК, сравнимую с методом, представленным в работе [21].

Второй вариант параметризации, который мы используем, следует из свойств симметрии S -матрицы:

$$S_l(i\kappa) = (-1)^l e^{R\kappa} \frac{\kappa_b^{\text{ext}} + \kappa}{\kappa_b^{\text{ext}} - \kappa}. \quad (16)$$

Здесь, как и в выражении (15), $i\kappa_b^{\text{ext}}$ — импульс, при котором S -матрица имеет полюс, соответствующий интересующему нас связанному состоянию, а вклад удаленных полюсов в этом случае учитывается экспонентой $e^{R\kappa}$. Значения параметров R и κ_b^{ext} в точке $\hbar\Omega^{(j)}$ мы определяем по результатам расчетов в двух соседних точках $\hbar\Omega^{(j)}$ и $\hbar\Omega^{(j+1)}$ в одном и том же модельном пространстве N .

Энергию $E_b^{\text{ext}} = -(\hbar\kappa_b^{\text{ext}})^2 / (2\mu)$, отвечающую положению полюса S -матрицы при импульсе $k = i\kappa_b^{\text{ext}}$, можно рассматривать как экстраполяцию полученных в модельном пространстве N результатов на случай бесконечного модельного пространства. Значение АНК $\mathcal{A}_l^{\text{ext}}$ получается с помощью формулы (10) из вычета в полюсе S -матрицы, величина которого определяется подгоночным параметром C_l при использовании параметризации (15) или подгоночными параметрами R и κ_b^{ext} при использовании параметризации (16).

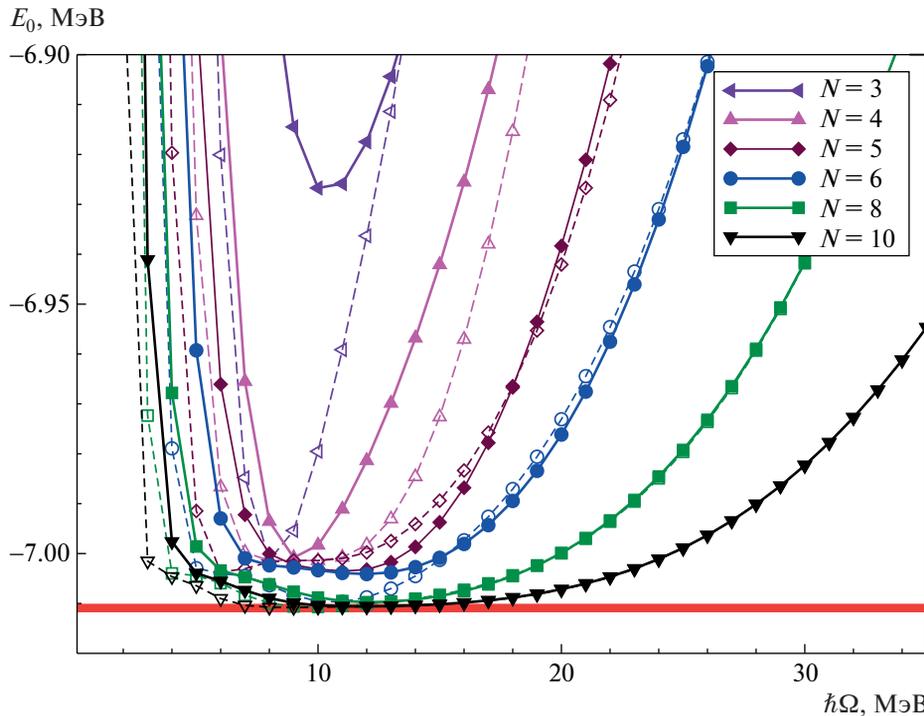


Рис. 1. Собственные энергии $E_0(\hbar\Omega)$ гамильтонианов для двух вариантов обрезания матрицы потенциала в разных модельных пространствах N . Кривые со светлыми символами соответствуют расчетам с потенциалом V^N (резкое обрезание матрицы потенциала), с темными — с потенциалом \tilde{V}^N (мягкое обрезание). Горизонтальная линия — точное значение E_b^{exact} .

3. РЕЗУЛЬТАТЫ

3.1. Собственные энергии, полюсы S -матрицы и асимптотические нормировочные коэффициенты в HORSE

Собственные энергии нижайшего состояния $E_0(\hbar\Omega)$ гамильтонианов с потенциалами V^N (резкое обрезание матрицы потенциала) и \tilde{V}^N (мягкое обрезание), рассчитанные в HORSE в разных модельных пространствах N , представлены на рис. 1.

В вариационных расчетах в качестве предсказания энергии связанного состояния в каждом модельном пространстве выбирается $E_0(\hbar\Omega_0)$ — минимум зависимости E_0 от $\hbar\Omega$. Как видно на рис. 1, по мере роста размеров модельного пространства $E_0(\hbar\Omega_0)$ все более точно воспроизводит точное значение энергии состояния E_b^{exact} , а область значений $\hbar\Omega$, в которой кривая $E_0(\hbar\Omega)$ близка к E_b^{exact} , становится все более широкой. В области $\hbar\Omega > \hbar\Omega_0$ различие между результатами расчетов с двумя вариантами потенциала с ростом N постепенно нивелируется, и начиная с $N = 8$ эти результаты уже неразличимы в выбранном масштабе рисунка. Слева от минимума $E_0(\hbar\Omega)$ в точке $\hbar\Omega = \hbar\Omega_0$ наблюдаются заметные различия результатов, полученных с разными вариантами

потенциала в расчетах во всех модельных пространствах. Однако результаты в этой области значений $\hbar\Omega$ не имеют значения для дальнейшего анализа в SS-HORSE.

Результаты расчетов в HORSE энергий связанных состояний $E_b(\hbar\Omega)$, соответствующих полюсам S -матрицы (решения уравнения (9)), демонстрируются на рис. 2.

Диапазон значений $\hbar\Omega$, за пределами которого метод HORSE не может привести к достоверным результатам, определяется из простых соображений [21].

Во-первых, очевидно, что область пространства, которую покрывает используемый в диагонализации гамильтониана осцилляторный базис в координатном представлении, должна быть больше радиуса действия исходного локального потенциала $V(r)$ — в противном случае будет невозможно учесть все свойства потенциала в методе HORSE. Максимальную пространственную область покрывает последняя функция этого базиса $\phi_N(r)$, расстояние до классической точки поворота которой $r_N^{\text{cl}} = 2r_0\sqrt{N + l/2 + 3/4}$; при $r > r_N^{\text{cl}}$ все базисные функции быстро затухают. Следовательно, по крайней мере классическая точка поворота функции $\phi_{nl}(r)$ с максимальным значением $n = N$

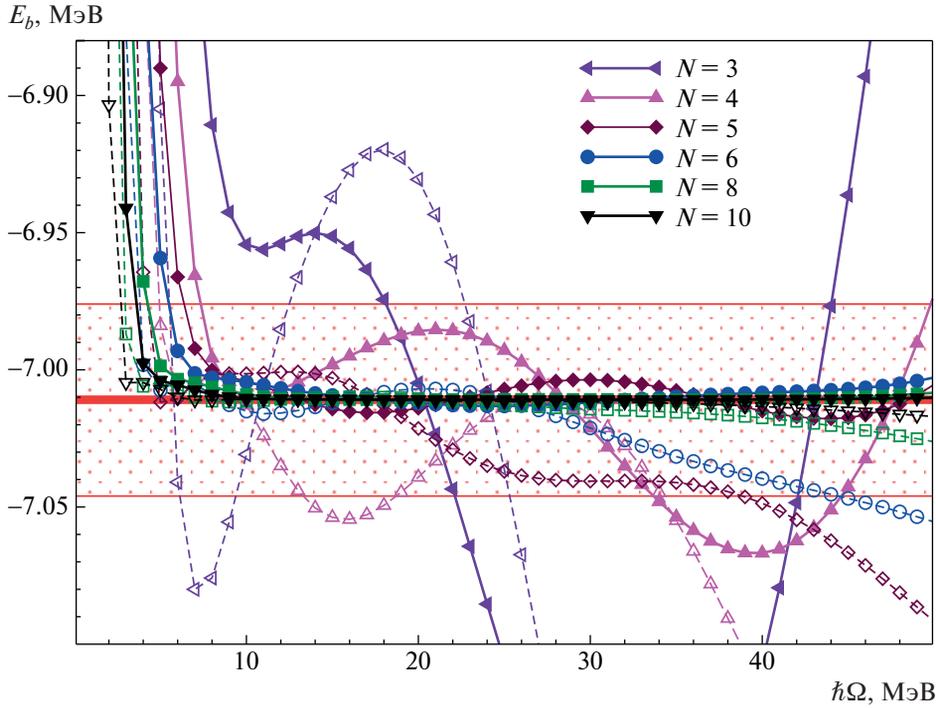


Рис. 2. Энергии связанных состояний $E_b(\hbar\Omega)$ (полюсы S -матрицы), полученные методом HORSE для двух вариантов обрезания матрицы потенциала. Обозначения как на рис. 1. Заштрихованная область шириной 70 кэВ соответствует полупроцентному отклонению от точного значения $E_b^{\text{exact}} \pm 0.005E_b^{\text{exact}}$.

должна находиться за пределами радиуса потенциала ($R_{ws} + a$). Это требование дает следующую оценку для верхней границы значений $\hbar\Omega_{\text{max}}$ [21]:

$$\hbar\Omega \leq \hbar\Omega_{\text{max}} = \frac{\hbar^2}{\mu(R_{ws} + a)^2}(4N + 2l + 3). \quad (17)$$

В нашей модельной задаче даже в минимальном рассмотренном базисе ($N = 3$) $\hbar\Omega_{\text{max}} \sim 60$ МэВ. С ростом N верхняя граница $\hbar\Omega_{\text{max}}$ увеличивается.

Во-вторых, как известно, функция связанного состояния затухает за пределами области действия потенциала. Описание подобной функции в виде разложения в ряд невозможно, если отсутствует хотя бы одна базисная функция, обращающаяся в нуль на границе или внутри этой области. Для фиксированного значения N из всех возможных вариантов ближе всего к началу координат расположен первый корень последней базисной функции $\phi_{Nl}(r)$. Таким образом, необходимо потребовать, чтобы первый корень базисной функции $\phi_{Nl}(r)$ находился внутри области действия потенциала. В результате можно получить оценку нижней границы интервала значений $\hbar\Omega_{\text{min}}$ [21]:

$$\hbar\Omega \geq \hbar\Omega_{\text{min}} = \frac{(4N + 2l + 3)\hbar^2}{\mu(2N + l)^2(R_{ws} + a)^2}. \quad (18)$$

Для модельного пространства $N = 3$ значение $\hbar\Omega_{\text{min}}$ составляет около 2 МэВ, с ростом N

величина $\hbar\Omega_{\text{min}}$ уменьшается. Однако, как видно из рис. 2, при $\hbar\Omega \approx \hbar\Omega_{\text{min}}$ модуль производной $|dE_b/d(\hbar\Omega)|$ принимает очень большие значения, и кривые $E_b(\hbar\Omega)$ резко уходят вверх с уменьшением $\hbar\Omega$, что, очевидно, свидетельствует об отсутствии сходимости подхода при малых $\hbar\Omega$. Нижнюю границу сходимости метода HORSE разумно выбрать таким образом, чтобы отсесть область резкого роста $E_b(\hbar\Omega)$. На основе опыта численных расчетов в дальнейшем в качестве нижней границы сходимости по $\hbar\Omega$ мы используем значения от 4 до 8 МэВ в зависимости от N .

В расчетах положения полюса S -матрицы в HORSE с потенциалом V^N относительные отклонения энергии связанного состояния от точного значения $\delta(E_b) = (E_b - E_b^{\text{exact}})/E_b^{\text{exact}}$ в модельном пространстве $N = 4$ не превышают половины процента в интервале значений $\hbar\Omega$ $\Delta(\hbar\Omega) = [5, 34]$ МэВ за исключением небольшого интервала значений $\hbar\Omega$ в районе $\hbar\Omega = 15$ МэВ, где $\delta(E_b)$ немного больше, чем полпроцента; в случае $N = 5$ полпроцентная точность предсказаний E_b наблюдается в интервале $\Delta(\hbar\Omega) = [4, 39]$ МэВ. Начиная с $N = 8$ точность предсказаний в интервале $\Delta(\hbar\Omega) = [3, 50]$ МэВ заметно лучше половины процента. Отметим, что результаты, полученные в модельном пространстве $N = 3$, фактически не

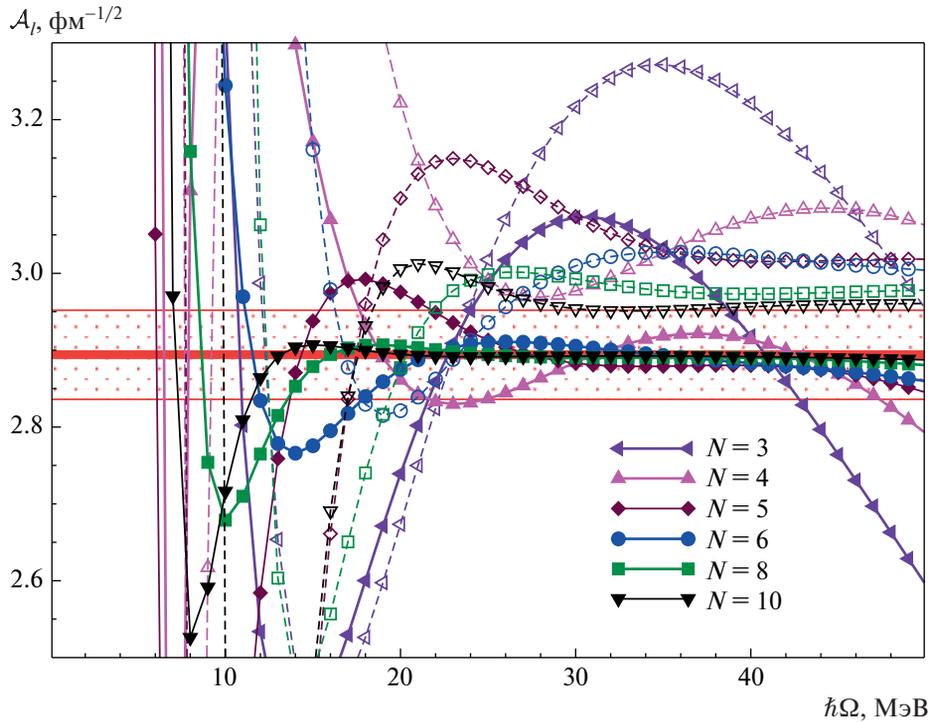


Рис. 3. Асимптотические нормировочные коэффициенты $\mathcal{A}_i(\hbar\Omega)$, полученные методом HORSE для двух вариантов обрезания матрицы потенциала. Обозначения как на рис. 1. Горизонтальная линия соответствует точному значению АНК $\mathcal{A}_i^{\text{exact}}$, заштрихованная область — двухпроцентному отклонению от точного значения $\mathcal{A}_i^{\text{exact}} \pm 0.02\mathcal{A}_i^{\text{exact}}$.

демонстрируют сходимости, т.е. хотя бы намек на плато в зависимости $E_b(\hbar\Omega)$.

Мягкое обрезание потенциала существенно улучшает сходимость HORSE и позволяет получить хорошие предсказания в более широких интервалах значений $\hbar\Omega$ даже в небольших модельных пространствах. В модельных пространствах $N \geq 5$ точность предсказаний много лучше половины процента, начиная примерно с $\hbar\Omega \approx 7$ МэВ.

Асимптотические нормировочные коэффициенты более чувствительны к способу обрезания потенциала. В расчетах HORSE с потенциалом \tilde{V}^N (мягкое обрезание матрицы) сходимость существенно более быстрая, чем в расчетах с потенциалом V^N (см. рис. 3). Кроме того, в расчетах с потенциалом V^N отличие АНК от точного значения даже в модельном пространстве $N = 10$ составляет примерно два процента, тогда как в расчетах с \tilde{V}^N относительное двухпроцентное отличие от $\mathcal{A}_i^{\text{exact}}$ даже в случае существенно меньшего модельного пространства $N = 5$ наблюдается только на границах интервала $\Delta(\hbar\Omega) = [21, 50]$ МэВ, а внутри этого интервала точность существенно выше.

Отметим, что по сравнению с энергией для АНК область сходимости метода HORSE смещена в сторону больших значений $\hbar\Omega$.

3.2. Полюсы S -матрицы и АНК в SS-HORSE

Рассмотрим результаты экстраполяции энергий E_b^{ext} и АНК $\mathcal{A}_i^{\text{ext}}$ в методе SS-HORSE на основе расчетов в разных модельных пространствах.

Как и в HORSE, для метода SS-HORSE остаются справедливыми условия (17) и (18). Отметим, что при рассмотрении резонансных состояний в SS-HORSE для нижней границы $\hbar\Omega_{\text{min}}$ сходимости метода получено более жесткое условие, чем неравенство (18): производная $dE_0/d(\hbar\Omega)$ для каждого заданного значения N должна принимать положительные значения [29] (в нашей задаче этой границе соответствует $\hbar\Omega_{\text{min}} \approx 11$ МэВ для потенциала V^N и ≈ 12 МэВ для потенциала \tilde{V}^N). Это условие вытекает из роста сдвига фаз в резонансной области, т.е. производная $d\delta_l/dE > 0$. В случае связанных состояний требование $dE_0/d(\hbar\Omega) > 0$ не является обоснованным, однако фактически оказывается, что нижняя граница области сходимости подхода приблизительно согласуется с оценкой на основе критерия $dE_0/d(\hbar\Omega) > 0$.

Сравнение результатов, полученных в HORSE и SS-HORSE в модельных пространствах $N = 4-7$, представлено на рис. 4 и 5. На левых панелях рисунков демонстрируются расчеты с потенциалом V^N , на правых — с \tilde{V}^N . Левая граница по оси абсцисс $\hbar\Omega = 9$ МэВ на рисунках примерно

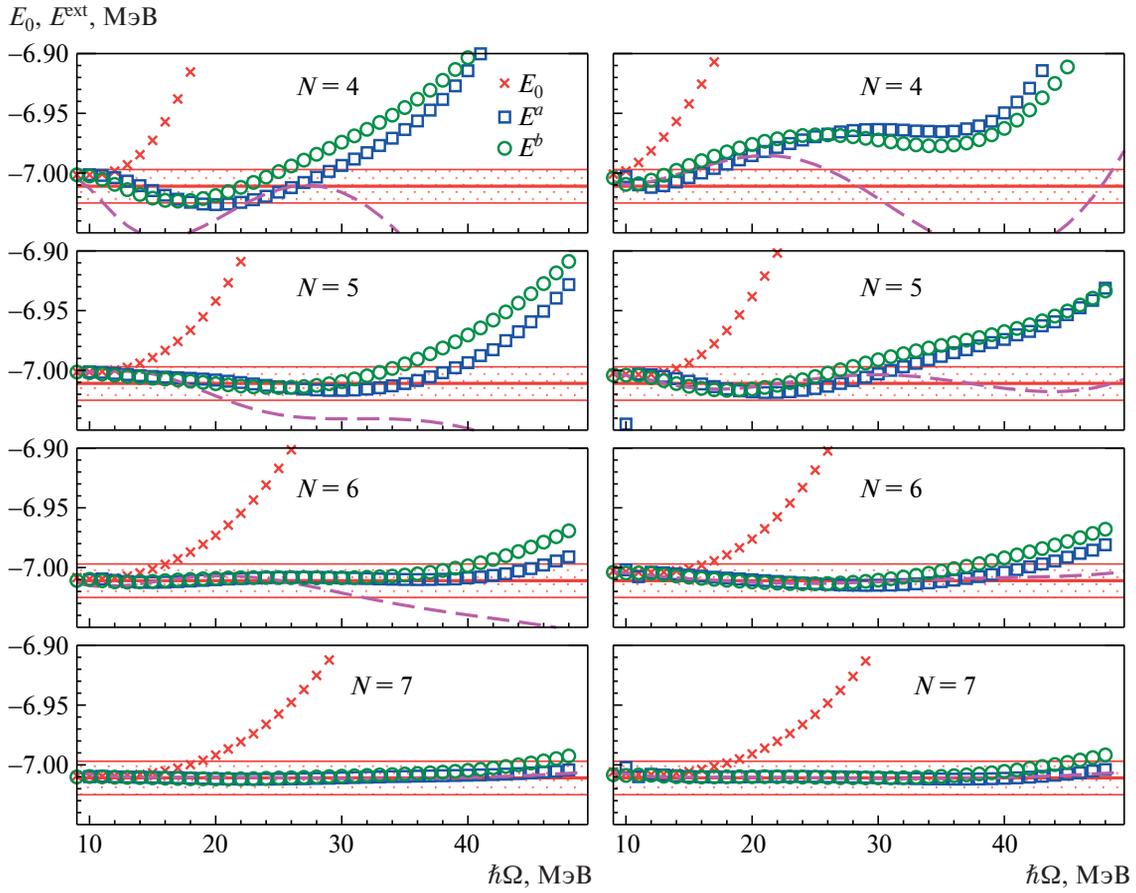


Рис. 4. Результаты экстраполяции энергий E^{ext} на основе расчетов с потенциалами V^N (слева) и \tilde{V}^N (справа) в модельных пространствах $N = 4, 5, 6, 7$. Косые крестики — собственные энергии E_0 матрицы обрезанного гамильтониана, квадраты — экстраполяция SS-HORSE, вариант a , кружки — вариант b (см. текст). Штриховые кривые — результаты расчета энергии связанного состояния E_b в HORSE, горизонтальные прямые — точное значение E_b^{exact} , заштрихованная область шириной 28 кэВ соответствует отклонению от точного значения E_b^{exact} на 0.2%.

соответствует началу области сходимости, правая граница $\hbar\Omega = 50$ МэВ — меньше верхней границы применимости HORSE $\hbar\Omega_{\text{max}} \sim 60$ МэВ для модельного пространства $N = 3$.

На рис. 4 представлены собственные энергии E_0 матрицы гамильтониана, полюсы S -матрицы E_b , рассчитанные в HORSE, а также два варианта (a и b) результатов экстраполяции SS-HORSE для энергий E^{ext} . Энергии E^a соответствуют расчетам с параметризацией (15) по трем последовательным значениям $\hbar\Omega$ с шагом 1 МэВ; энергии E^b — расчетам с параметризацией (16) по двум последовательным значениям $\hbar\Omega$ с шагом 1 МэВ. Результаты экстраполяции двух вариантов параметризации S -матрицы E^a и E^b , как видно на рис. 4, близки. Различие между ними уменьшается по мере роста N . С ростом N уменьшается также различие результатов HORSE и экстраполяций SS-HORSE.

Отметим, что величина шага по $\hbar\Omega$ в параметризации (15) не играет заметной роли: различие

в поведении кривых экстраполяции в расчетах E^a с шагом 1 МэВ и в расчетах с шагом 3 МэВ существенно меньше, чем различие в поведении кривых E^a и E^b на рис. 4. Аналогичная картина наблюдается и для экстраполяции методом SS-HORSE АНК \mathcal{A}_I , представленной на рис. 4.

Результаты экстраполяции E^{ext} и $\mathcal{A}_I^{\text{ext}}$ являются функциями $\hbar\Omega$, которые заметно изменяются при увеличении модельного пространства. В целом, оба метода — экстраполяции SS-HORSE и HORSE — имеют одинаковые особенности. Так, во всех вариантах расчетов в методе SS-HORSE при увеличении модельного пространства наблюдается сходимость результатов и расширение области сходимости. Но следует отметить важную особенность: в случае потенциала V^N (без сглаживания) экстраполяции SS-HORSE сходятся быстрее, чем расчеты HORSE, а со сглаживанием — наоборот, расчеты HORSE сходятся быстрее, чем экстраполяции SS-HORSE. С точки зрения раз-

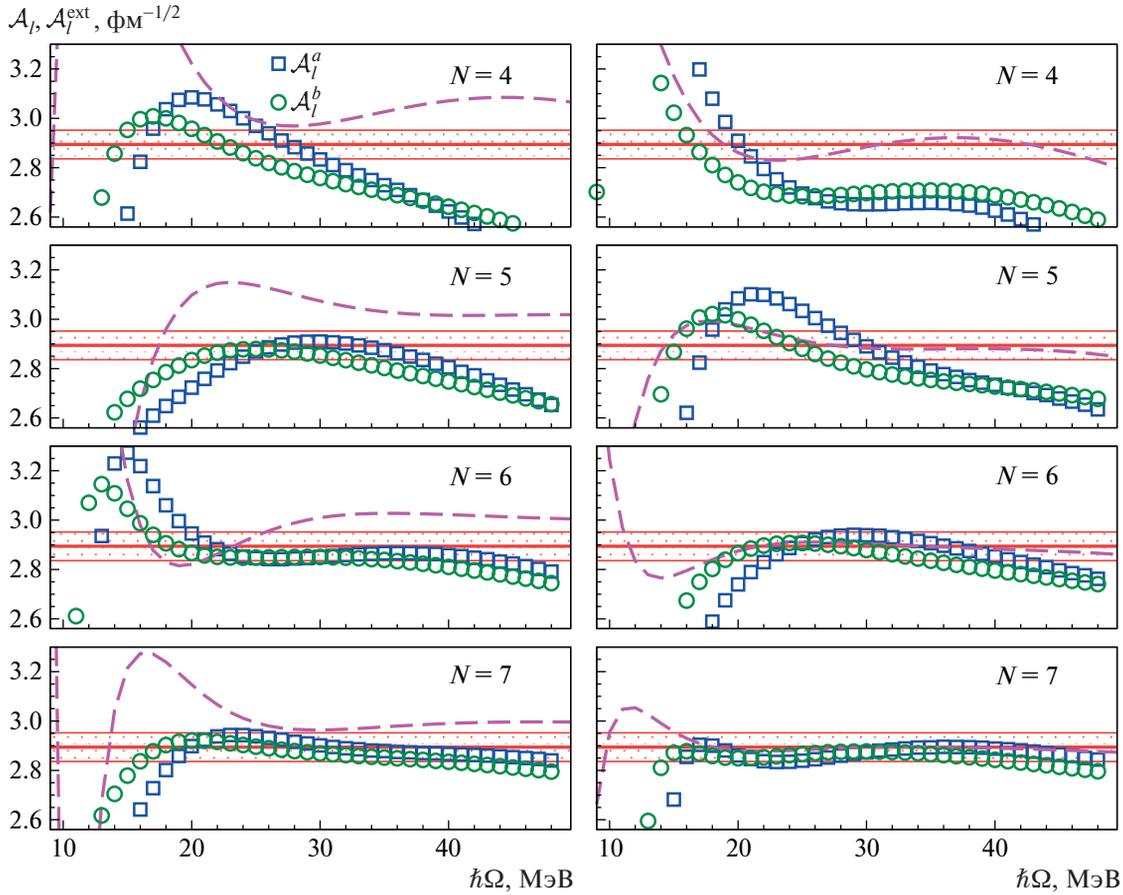


Рис. 5. Экстраполированные методом SS-HORSE АНК $\mathcal{A}_l^{\text{ext}}$ на основе расчетов в модельных пространствах $N = 4, 5, 6, 7$ с потенциалами V^N (слева) и \tilde{V}^N (справа). Обозначения как на рис. 4. Заштрихованная область соответствует отклонению от точного значения $\mathcal{A}_l^{\text{exact}}$ на 2%.

меров области сходимости, экстраполяции SS-HORSE в расчетах с потенциалом V^N также выглядят предпочтительнее по сравнению с расчетами с потенциалом \tilde{V}^N .

Так, например, сходимость энергий связанных состояний E^{ext} и АНК $\mathcal{A}_l^{\text{ext}}$, экстраполированных на основе расчетов с потенциалом V^N , наблюдается, начиная с $N = 5$. При этом значения E^a , отличающиеся от точного не более, чем на 0.2%, лежат в интервале $\Delta(\hbar\Omega) = [10, 40]$ МэВ. Соответствующий интервал для \mathcal{A}_l^a , в пределах которого отклонения АНК от точного значения не превышают 2%, составляет $\Delta(\hbar\Omega) = [25, 38]$ МэВ (на рис. 4, 5 области $(1 \pm 0.002)E_b^{\text{exact}}$ и $(1 \pm 0.02)\mathcal{A}_l^{\text{exact}}$ выделены штриховкой). Область перекрытия этих двух интервалов достаточно высока. Для энергий E^b верхняя граница интервала $\Delta(\hbar\Omega)$ при аналогичных критериях уменьшается до 34 МэВ, а интервал для \mathcal{A}_l^b не только уменьшается, но и несколько сдвигается в область меньших $\hbar\Omega$ и составляет $\Delta(\hbar\Omega) = [21, 32]$ МэВ.

В модельном пространстве $N = 6$ аналогичные интервалы $\Delta(\hbar\Omega)$ расширяются: для E^a он составляет $\Delta(\hbar\Omega) = [10, 47]$ МэВ, а для E^b — $\Delta(\hbar\Omega) = [10, 40]$ МэВ; для АНК эти интервалы равны $\Delta(\hbar\Omega) = [20, 45]$ МэВ для \mathcal{A}_l^a и $\Delta(\hbar\Omega) = [17, 36]$ МэВ для \mathcal{A}_l^b . Далее, в модельном пространстве $N = 7$ энергия E^a не выходит за пределы выделенной области во всем диапазоне представленных значений $\hbar\Omega$, интервал $\Delta(\hbar\Omega)$ для E^b несколько уже: $\Delta(\hbar\Omega) = [10, 47]$ МэВ; для АНК соответствующие интервалы равны $\Delta(\hbar\Omega) = [19, 48]$ МэВ (\mathcal{A}_l^a) и $\Delta(\hbar\Omega) = [16, 38]$ МэВ (\mathcal{A}_l^b).

В расчетах с потенциалом \tilde{V}^N (мягкое обрезание матрицы потенциала) сходимость E^{ext} и $\mathcal{A}_l^{\text{ext}}$ в целом такая же. Но интервалы $\Delta(\hbar\Omega)$, в которых отклонение E^{ext} от точного не превышает 0.2%, являются более узкими в небольших модельных пространствах. Так, в пространстве $N = 5$ этот интервал для экстраполяции E^a составляет $\Delta(\hbar\Omega) = [10, 31]$ МэВ. Соответствующий интервал для E^b

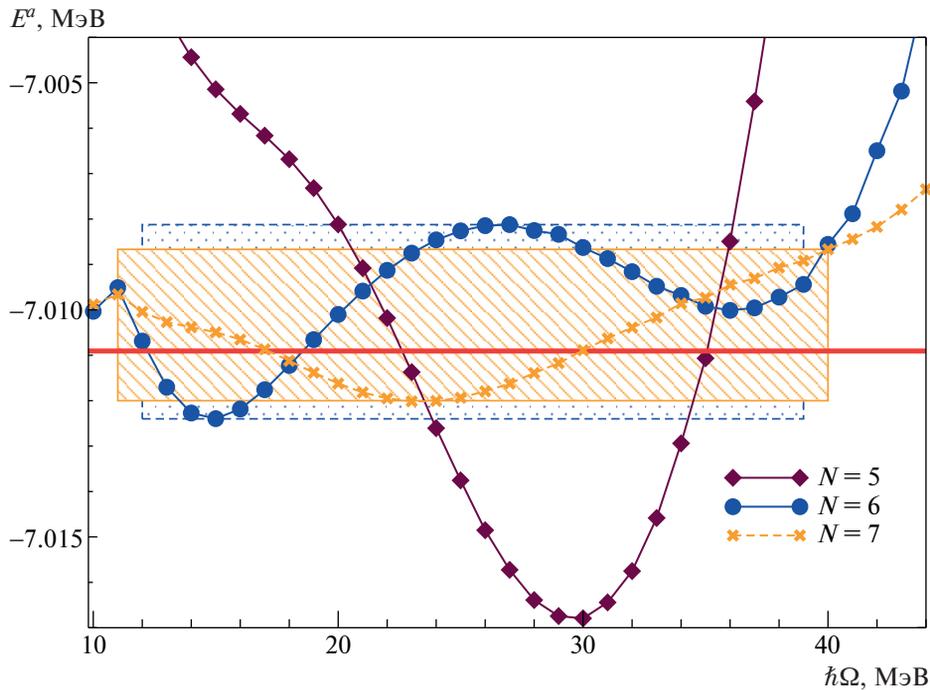


Рис. 6. Энергии E^a , полученные методом экстраполяции SS-HORSE с потенциалом V^N . Заштрихованная область, ограниченная сплошными линиями, соответствует области сходимости $\mathfrak{D}(\hbar\Omega)$ (по горизонтали) и соответствующему разбросу энергий E^a в модельном пространстве $N = 7$; область, ограниченная штриховыми линиями — аналогичным величинам в модельном пространстве $N = 6$ (см. текст). Жирная горизонтальная линия показывает точное значение энергии.

меньше: $\Delta(\hbar\Omega) = [10, 27]$ МэВ. Результаты экстраполяции \mathcal{A}_i^a в модельном пространстве $N = 5$ находятся в области двухпроцентного отклонения от точного значения только в интервале $\Delta(\hbar\Omega) = [28, 33]$ МэВ. Аналогичный интервал в случае экстраполяции \mathcal{A}_i^b в этом же модельном пространстве $\Delta(\hbar\Omega) = [21, 27]$ МэВ. Перекрытие интервалов, в которых одновременно с рассмотренной точностью воспроизводятся и энергии, и АНК, заметно меньше по сравнению с аналогичными интервалами в расчетах с потенциалом V^N .

Подчеркнем, что сходимость SS-HORSE с потенциалом V^N более быстрая по сравнению с HORSE. Это следует, в частности, из того, что энергии E^{ext} воспроизводят точные значения E_b^{exact} в каждом модельном пространстве с заданной точностью в более широких интервалах $\Delta(\hbar\Omega)$. Аналогичная ситуация наблюдается и для АНК.

В расчетах с потенциалом \tilde{V}^N сходимость в HORSE, наоборот, более быстрая по сравнению с экстраполяциями SS-HORSE.

В модельных пространствах большей размерности в рассмотренном диапазоне значений $\hbar\Omega$ указанные выше отличия нивелируются, расчеты с потенциалами V^N и \tilde{V}^N приводят к практически одинаковым результатам.

Результаты экстраполяции в каждом модельном пространстве зависят от $\hbar\Omega$. Для оценки значения энергии \bar{E}^{ext} , полученной в результате экстраполяции, и соответствующей погрешности в модельном пространстве N , мы предлагаем следующую схему. Будем исходить из разброса значений $E^{\text{ext}}(\hbar\Omega)$ в такой области значений $\mathfrak{D}(\hbar\Omega)$, в которой для данного модельного пространства наблюдается сходимость. Эту область мы предлагаем устанавливать, опираясь на сравнительно малые значения производной $dE^{\text{ext}}(\hbar\Omega)/d(\hbar\Omega)$ и на точки пересечения кривых $E^{\text{ext}}(\hbar\Omega)$, полученных в модельных пространствах N и $N - 1$. Определившись с областью сходимости $\mathfrak{D}(\hbar\Omega)$, мы принимаем полусумму максимального и минимального в этой области значений энергии за оценку предсказания для энергии \bar{E}^{ext} в данном модельном пространстве N , а их полуразность — за погрешность ΔE^{ext} .

В качестве примера рассмотрим результаты экстраполяции энергии E^a в модельном пространстве $N = 6$ с потенциалом V^N . В этом случае мы предлагаем выбрать область сходимости $\mathfrak{D}(\hbar\Omega) = [12, 39]$ МэВ, так как в этой области сравнительно небольшие значения производной, а обе точки пересечения с кривой в модельном пространстве $N = 5$ попадают в нее. Соответ-

Таблица 1. Экстраполированные энергии \bar{E}^a , \bar{E}^b и АНК $\bar{\mathcal{A}}_l^a$, $\bar{\mathcal{A}}_l^b$, полученные на основе вариационных расчетов с потенциалами V^N и \tilde{V}^N в разных модельных пространствах N (погрешности в последней значащей цифре указаны в скобках; точные значения энергии нижайшего связанного состояния и АНК: $E_b^{\text{exact}} = -7.01091$ МэВ, $\mathcal{A}_l^{\text{exact}} = 2.894$ фм $^{-1/2}$)

N	\bar{E}^a , МэВ	\bar{E}^b , МэВ	$\bar{\mathcal{A}}^a$, фм $^{-1/2}$	$\bar{\mathcal{A}}^b$, фм $^{-1/2}$	\bar{E}^a , МэВ	\bar{E}^b , МэВ	$\bar{\mathcal{A}}^a$, фм $^{-1/2}$	$\bar{\mathcal{A}}^b$, фм $^{-1/2}$
	Потенциал V^N				Потенциал \tilde{V}^N			
4	-6.99(4)	-6.98(4)	2.7(4)	2.8(2)	-6.99(2)	-6.99(2)	2.6(2)	2.65(6)
5	-7.009(8)	-7.008(6)	2.8(1)	2.8(1)	-7.00(2)	-7.00(2)	2.9(2)	2.8(2)
6	-7.010(2)	-7.010(2)	2.83(3)	2.81(7)	-7.008(7)	-7.009(5)	2.85(9)	2.82(8)
7	-7.010(2)	-7.010(2)	2.89(5)	2.86(6)	-7.010(1)	-7.0104(5)	2.86(3)	2.84(4)
8	-7.0109(5)	-7.0108(3)	2.86(4)	2.85(3)	-7.0107(2)	-7.0105(4)	2.89(2)	2.87(4)
9	-7.0109(2)	-7.0108(2)	2.885(4)	2.90(5)	-7.0108(1)	-7.0108(2)	2.889(9)	2.87(2)
10	-7.0109(1)	-7.0109(1)	2.90(1)	2.88(2)	-7.01084(8)	-7.01081(7)	2.891(3)	2.88(1)

ствующие минимальное и максимальное значения E^a определяют границы разброса (см. рис. 6), по которым находятся среднее значение \bar{E}^a и погрешность ΔE^a .

В случае модельного пространства $N = 7$ границы области сходимости $\mathfrak{D}(\hbar\Omega) = [11, 40]$ МэВ выбраны по точкам пересечения кривых $E^a(\hbar\Omega)$ в модельных пространствах $N = 7$ и $N = 6$: производная $dE^{\text{ext}}(\hbar\Omega)/d(\hbar\Omega)$ для $N = 7$ невелика в этой области и начинает расти справа за ее границей, а на левой границе испытывает резкие изменения, так что такое определение области сходимости выглядит разумным.

Аналогично мы оцениваем значение и погрешность АНК.

В табл. 1 приведены оценки экстраполированных значений и соответствующих погрешностей энергий \bar{E}^a , \bar{E}^b и АНК $\bar{\mathcal{A}}_l^a$, $\bar{\mathcal{A}}_l^b$, полученных в различных модельных пространствах в расчетах с потенциалами V^N и \tilde{V}^N . Как видно, начиная с $N = 6$ результаты для обоих вариантов потенциала совпадают в пределах погрешностей и прекрасно воспроизводят точные значения $E_b^{\text{exact}} = -7.01091$ МэВ, $\mathcal{A}_l^{\text{exact}} = 2.894$ фм $^{-1/2}$.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На примере модельной задачи исследована сходимость вариационных расчетов энергии нижайшего состояния. Изучены эффекты мягкого обрезания матрицы потенциала [42].

В методе HORSE посредством численной локализации полюса S -матрицы рассчитана энергия нижайшего связанного состояния и найден АНК

соответствующей волновой функции. Впервые для метода HORSE изучено влияние мягкого обрезания матрицы потенциала в осцилляторном пространстве [42]. Показано, что в методе HORSE мягкое обрезание матрицы потенциала существенно улучшает сходимость как расчетов энергии, так и расчетов АНК.

В рамках подхода SS-HORSE предложен новый метод экстраполяции результатов вариационных расчетов в осцилляторном базисе, полученных в ограниченном модельном пространстве с различными значениями осцилляторного параметра $\hbar\Omega$, на бесконечно большое модельное пространство. Рассмотрены разные варианты параметризации S -матрицы, показано, что для них результаты предсказаний в области сходимости метода практически одинаковы. Данный метод, как и предложенный ранее нами в статье [21], позволяет не только предсказывать энергии связанных состояний не хуже других методов экстраполяции, но и рассчитывать с разумной точностью АНК — важные наблюдаемые в ядерных системах.

Для экстраполяций SS-HORSE изучено влияние мягкого обрезания матрицы потенциала в осцилляторном пространстве [42]. Показано, что в отличие от метода HORSE в случае экстраполяций SS-HORSE мягкое обрезание матрицы потенциала приводит к некоторому ухудшению сходимости. В расчетах без использования мягкого обрезания матрицы потенциала метод экстраполяции SS-HORSE демонстрирует более быструю сходимость, чем HORSE. Так, экстраполяция результатов, полученных в модельном пространстве $N = 6$, дает предсказания для энергий E^a , отличающиеся от точного значения не более, чем на 0.2% в широкой области значений $\hbar\Omega$: $\Delta(\hbar\Omega) = [10, 47]$ МэВ в

расчетах с потенциалом V^N и в несколько меньшей области $\Delta(\hbar\Omega) = [10, 43]$ МэВ в расчетах с потенциалом \tilde{V}^N . Соответствующие области для АНК \mathcal{A}_l^q с отклонениями не более 2% от точного значения составляют $\Delta(\hbar\Omega) = [20, 45]$ МэВ (потенциал V^N) и $\Delta(\hbar\Omega) = [24, 42]$ МэВ (потенциал \tilde{V}^N).

Отметим, что относительная точность предсказаний для АНК ниже, чем для энергий как в расчетах HORSE, так и в методе экстраполяции SS-HORSE. Кроме того, нижняя граница области сходимости АНК в обоих подходах заметно сдвинута (примерно на 10 МэВ) вправо от нижней границы области сходимости для энергий.

Предложена процедура оценки погрешности предсказаний энергий \bar{E}^{ext} и АНК $\mathcal{A}_l^{\text{ext}}$. Погрешности предсказаний для двух вариантов обрезания потенциала в пространстве осцилляторных функций V^N и \tilde{V}^N в модельной задаче становятся одинаковыми начиная с $N = 6$. Погрешность предсказания энергии, начиная с $N = 6$, не превышает нескольких кэВ (доли процента). Относительная погрешность предсказания АНК больше, но и она не превышает процента. Отметим, что предсказанные величины совпадают с точными результатами в пределах погрешности.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 20-02-00357) и Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (проект № 0818-2020-0005) с использованием ресурсов ЦКП “Центр данных ДВО РАН”.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. B. R. Barrett, P. Navrátil, and J. P. Vary, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **69**, 131 (2013).
2. J. P. Vary, R. Basili, W. Du, M. Lockner, P. Maris, D. Oryspayev, S. Pal, S. Sarker, H. M. Aktulga, E. Ng, M. Shao, and C. Yang, in *Proceedings of the International Conference “Nuclear Theory in the Supercomputing Era — 2016” (NTSE-2016), Khabarovsk, Russia, September 19–23, 2016*, Ed. by A. M. Shirokov and A. I. Mazur (Pacific National University, Khabarovsk, Russia, 2018), p. 15; <http://www.ntse-2016.khb.ru/Proc/Vary.pdf>
3. H. Zhan, A. Nogga, B. R. Barrett, J. P. Vary, and P. Navrátil, *Phys. Rev. C* **69**, 034302 (2004).
4. P. Maris, J. P. Vary, and A. M. Shirokov, *Phys. Rev. C* **79**, 014308 (2009).
5. S. A. Coon, M. I. Avetian, M. K. G. Kruse, U. van Kolck, P. Maris, and J. P. Vary, *Phys. Rev. C* **86**, 054002 (2012).
6. S. A. Coon, in *Proceedings of the International Conference “Nuclear Theory in the Supercomputing Era — 2012” (NTSE-2012), Khabarovsk, Russia, June 18–22, 2012*, Ed. by A. M. Shirokov and A. I. Mazur (Pacific National University, Khabarovsk, Russia, 2013), p. 171.
7. R. J. Furnstahl, G. Hagen, and T. Papenbrock, *Phys. Rev. C* **86**, 031301(R) (2012).
8. S. N. More, A. Ekström, R. J. Furnstahl, G. Hagen, and T. Papenbrock, *Phys. Rev. C* **87**, 044326 (2013).
9. M. K. G. Kruse, E. D. Jurgenson, P. Navrátil, B. R. Barrett, and W. E. Ormand, *Phys. Rev. C* **87**, 044301 (2013).
10. R. J. Furnstahl, S. N. More, and T. Papenbrock, *Phys. Rev. C* **89**, 044301 (2014).
11. D. Sääf and C. Forssén, *Phys. Rev. C* **89**, 011303(R) (2014).
12. S. König, S. K. Bogner, R. J. Furnstahl, S. N. More, and T. Papenbrock, *Phys. Rev. C* **90**, 064007 (2014).
13. R. J. Furnstahl, G. Hagen, T. Papenbrock, and K. A. Wendt, *J. Phys. G* **42**, 034032 (2015).
14. K. A. Wendt, C. Forssén, T. Papenbrock, and D. Sääf, *Phys. Rev. C* **91**, 061301(R) (2015).
15. S. A. Coon and M. K. G. Kruse, *Int. J. Mod. Phys. E* **25**, 1641011 (2016).
16. D. Odell, T. Papenbrock, and L. Platter, *Phys. Rev. C* **93**, 044331 (2016).
17. I. J. Shin, Y. Kim, P. Maris, J. P. Vary, C. Forssén, J. Rotureau, and N. Michel, *J. Phys. G* **44**, 075103 (2017).
18. G. A. Negoita, G. R. Luecke, J. P. Vary, P. Maris, A. M. Shirokov, I. J. Shin, Y. Kim, E. G. Ng, and C. Yang, in *Proceedings of the Ninth International Conference on Computational Logics, Algebras, Programming, Tools, and Benchmarking (COMPUTATION TOOLS 2018), Feb. 18–22, 2018, Barcelona, Spain* (IARIA, 2018), p. 20; arXiv: 1803.03215 [physics.comp-ph].
19. G. A. Negoita, J. P. Vary, G. R. Luecke, P. Maris, A. M. Shirokov, I. J. Shin, Y. Kim, E. G. Ng, C. Yang, M. Lockner, and G. M. Prabhu, *Phys. Rev. C* **99**, 054308 (2019).
20. W. G. Jiang, G. Hagen, and T. Papenbrock, *Phys. Rev. C* **100**, 054326 (2019).
21. A. M. Широков, В. А. Куликов, А. И. Мазур, *ЯФ* **82**, 339 (2019) [*Phys. At. Nucl.* **82**, 385 (2019)].
22. E. J. Heller and H. A. Yamani, *Phys. Rev. A* **9**, 1201 (1974).
23. H. A. Yamani and L. J. Fishman, *J. Math. Phys.* **16**, 410 (1975).
24. Г. Ф. Филиппов, И. П. Охрименко, *ЯФ* **32**, 932 (1980) [*Sov. J. Nucl. Phys.* **32**, 480 (1980)].
25. Г. Ф. Филиппов, *ЯФ* **33**, 928 (1981) [*Sov. J. Nucl. Phys.* **33**, 488 (1981)].
26. Yu. F. Smirnov and Yu. I. Nechaev, *Kinam* **4**, 445 (1982); Ю. И. Нечаев, Ю. Ф. Смирнов, *ЯФ* **35**, 1385 (1982) [*Sov. J. Nucl. Phys.* **35**, 808 (1982)].
27. С. А. Зайцев, Ю. Ф. Смирнов, А. М. Широков, *ТМФ* **117**, 227 (1998) [*Theor. Math. Phys.* **117**, 1291 (1998)].
28. J. M. Bang, A. I. Mazur, A. M. Shirokov, Yu. F. Smirnov, and S. A. Zaytsev, *Ann. Phys. (N.Y.)* **280**, 299 (2000).
29. A. M. Shirokov, A. I. Mazur, I. A. Mazur, and J. P. Vary, *Phys. Rev. C* **94**, 064320 (2016).
30. I. A. Mazur, A. M. Shirokov, A. I. Mazur, and J. P. Vary, *Phys. Part. Nucl.* **48**, 84 (2017).

31. Л. Д. Блохинцев, А. И. Мазур, И. А. Мазур, Д. А. Савин, А. М. Широков, ЯФ **80**, 102 (2017) [Phys. At. Nucl. **80**, 226 (2017)].
32. Л. Д. Блохинцев, А. И. Мазур, И. А. Мазур, Д. А. Савин, А. М. Широков, ЯФ **80**, 619 (2017) [Phys. At. Nucl. **80**, 1093 (2017)].
33. А. М. Широков, G. Papadimitriou, A. I. Mazur, I. A. Mazur, R. Roth, and J. P. Vary, Phys. Rev. Lett. **117**, 182502 (2016).
34. А. М. Широков, Y. Kim, A. I. Mazur, I. A. Mazur, I. J. Shin, and J. P. Vary, AIP Conf. Proc. **2038**, 020038 (2018).
35. А. М. Широков, А. И. Мазур, И. А. Мазур, Е. А. Мазур, I. J. Shin, Y. Kim, L. D. Blokhintsev, and J. P. Vary, Phys. Rev. C **98**, 044624 (2018).
36. А. И. Мазур, А. М. Широков, И. А. Мазур, Л. Д. Блохинцев, Ю. Ким, И. Дж. Шин, Дж. П. Вэри, ЯФ **82**, 449 (2019) [Phys. At. Nucl. **82**, 537 (2019)].
37. И. А. Мазур, А. М. Широков, А. И. Мазур, И. Дж. Шин, Ю. Ким, П. Марис, Дж. П. Вэри, ЭЧАЯ **50**, 602 (2019) [Phys. Part. Nucl. **50**, 537 (2019)].
38. I. A. Mazur, A. M. Shirokov, I. J. Shin, A. I. Mazur, Y. Kim, P. Maris, and J. P. Vary, in *Proceedings of the International Conference “Nuclear Theory in the Supercomputing Era—2018” (NTSE-2018), Daejeon, South Korea, October 29–November 2, 2018*, Ed. by A. M. Shirokov and A. I. Mazur (Pacific National University, Khabarovsk, Russia, 2019), p. 310; <http://www.ntse.khb.ru/files/uploads/2018/proceedings/MazurI.pdf>
39. I. A. Mazur, A. M. Shirokov, I. J. Shin, A. I. Mazur, Y. Kim, P. Maris, and J. P. Vary, arXiv: 2001.08898 [nucl-th] (2020).
40. А. М. Широков, J. P. Vary, A. I. Mazur, and T. A. Weber, Phys. Lett. B **644**, 33 (2007).
41. А. М. Широков, I. J. Shin, Y. Kim, M. Sosonkina, P. Maris, and J. P. Vary, Phys. Lett. B **761**, 87 (2016).
42. J. Révai, M. Sotona, and J. Žofka, J. Phys. G **11**, 745 (1985).
43. А. И. Базь, Я. Б. Зельдович, А. М. Переломов, *Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике* (Наука, Москва, 1971).

ON THE CONVERGENCE OF OSCILLATOR BASIS CALCULATIONS

A. M. Shirokov^{1),2),3)}, A. I. Mazur²⁾, V. A. Kulikov^{1),2)}

¹⁾Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics, M. V. Lomonosov Moscow State University, Russia

²⁾Pacific National University, Khabarovsk, Russia

³⁾Department of Physics and Astronomy, Iowa State University, USA

We examine the convergence of bound state calculations within the method of the oscillator basis expansions by means of location of S -matrix poles utilizing the HORSE and SS-HORSE approaches. The convergence is studied in the case of a sharp truncation of the potential matrix in the oscillator space as well as in the case of smoothing of potential matrix elements. A new method of extrapolation of the variational calculation results to the case of infinite-dimensional basis space is proposed. The method makes it possible to predict binding energies and asymptotic normalization coefficients with a high accuracy and estimate uncertainties of these predictions.

ИЗУЧЕНИЕ ПРОЦЕССА РОЖДЕНИЯ ОТРИЦАТЕЛЬНЫХ ПИОНОВ В pn -СОУДАРЕНИЯХ В ОБЛАСТИ НАЧАЛЬНЫХ ИМПУЛЬСОВ 1140–1670 МэВ/с

© 2021 г. В. В. Саранцев¹⁾, С. Г. Шерман¹⁾, В. А. Никонов¹⁾, А. В. Саранцев^{1)*}

Поступила в редакцию 11.08.2020 г.; после доработки 15.09.2020 г.; принята к публикации 15.09.2020 г.

Представлены дифференциальные спектры конечных частиц реакции $pn \rightarrow pp\pi^-$, полученные при девяти энергиях на пузырьковой камере, наполненной дейтерием. Спектры сравниваются с результатами парциально-волнового анализа данных, полученных с непрерывным пучком нейтронов на протонной мишени. На основе этого анализа нами был проведен совместный парциально-волновой анализ данных по протон-нейтронным, нейтрон-протонным и протон-протонным столкновениям. Это позволило определить вклады как изовекторных, так и изоскалярных парциальных волн с точностью, значительно превышающей полученные ранее значения.

DOI: 10.31857/S0044002721020136

1. ВВЕДЕНИЕ

Столкновения протонов и нейтронов являются базовыми реакциями сильных взаимодействий, и детальное знание всех свойств этих реакций — одна из важнейших задач физики частиц. Упругое столкновение изучено с высокой точностью и в широком интервале энергий. Однако свойства неупругих процессов известны относительно слабо. Одиночное рождение пионов в NN -столкновениях является основным неупругим процессом при энергиях ниже 1 ГэВ. При этом, если вклад изовекторных амплитуд, которыми определяется реакция рождения пиона в протон-протонных соударениях, известен довольно хорошо, вклад изоскалярных ($T = 0$) парциальных волн в рождение пиона при столкновении протона и нейтрона известен сравнительно плохо. Нейтрон-протонная амплитуда рассеяния содержит как изовекторную ($T = 1$), так и изоскалярную ($T = 0$) части. По существующим оценкам вклад изоскалярного сечения на порядок величины меньше вклада, определяемого изовекторными амплитудами. Таким образом выделение изоскалярных амплитуд, которые интерферируют с изовекторными амплитудами, является довольно деликатной задачей, при которой детальное знание больших изовекторных амплитуд играет важнейшую роль. Это определяет необходимость проведения одновременного анализа данных как по рождению пионов в протон-нейтронных столкновениях, так

и по рождению пионов в протон-протонных столкновениях.

В настоящем исследовании мы выполнили парциально-волновой анализ данных по $pn \rightarrow pp\pi^-$ -реакции, полученных в pd -взаимодействиях при девяти энергиях налетающего протона в области ниже 1 ГэВ. На первом этапе мы сравнили эти данные с результатами парциально-волнового анализа, выполненного нами ранее для данных, полученных для непрерывного пучка нейтронов [1] и данных по рождению π^0 - и π^+ -мезонов в pp -столкновениях, как полученные нами [2, 3], так и полученные при импульсе 950 МэВ/с [4]. На втором этапе мы включили данные по протон-нейтронному столкновению в нашу базу данных и провели полный совместный анализ всех указанных выше реакций.

2. ЭКСПЕРИМЕНТ И ОТБОР ДАННЫХ

Эксперимент был выполнен на синхротроне ПИЯФ с использованием 35-см пузырьковой камеры, находящейся в магнитном поле 14.8 кГс. Уменьшение энергии первичного выведенного 1 ГэВ протонного пучка достигалось с помощью медного поглотителя соответствующей толщины. Пучок протонов после поглотителя формировался тремя поворотными магнитами и восемью квадрупольными линзами. Величина импульса устанавливалась по токам в поворотных магнитах в соответствии с калибровкой нитью с током. Кроме того, начальный импульс проверялся по измерениям кривизны треков и последующей кинематике событий упругого pd -рассеяния. Точность определения импульса падающих на камеру протонов была

¹⁾Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт” — ПИЯФ, Гатчина, Россия.

*E-mail: andsar@hiskp.uni-bonn.de

Таблица 1. Значения импульсов налетающих протонов (МэВ/с) и число событий реакции $pn \rightarrow pp\pi^-$ при каждом импульсе

Импульс пучка	1140	1217	1292	1348	1380	1438	1508	1562	1671
Число событий	266	305	703	944	773	908	700	1139	1128

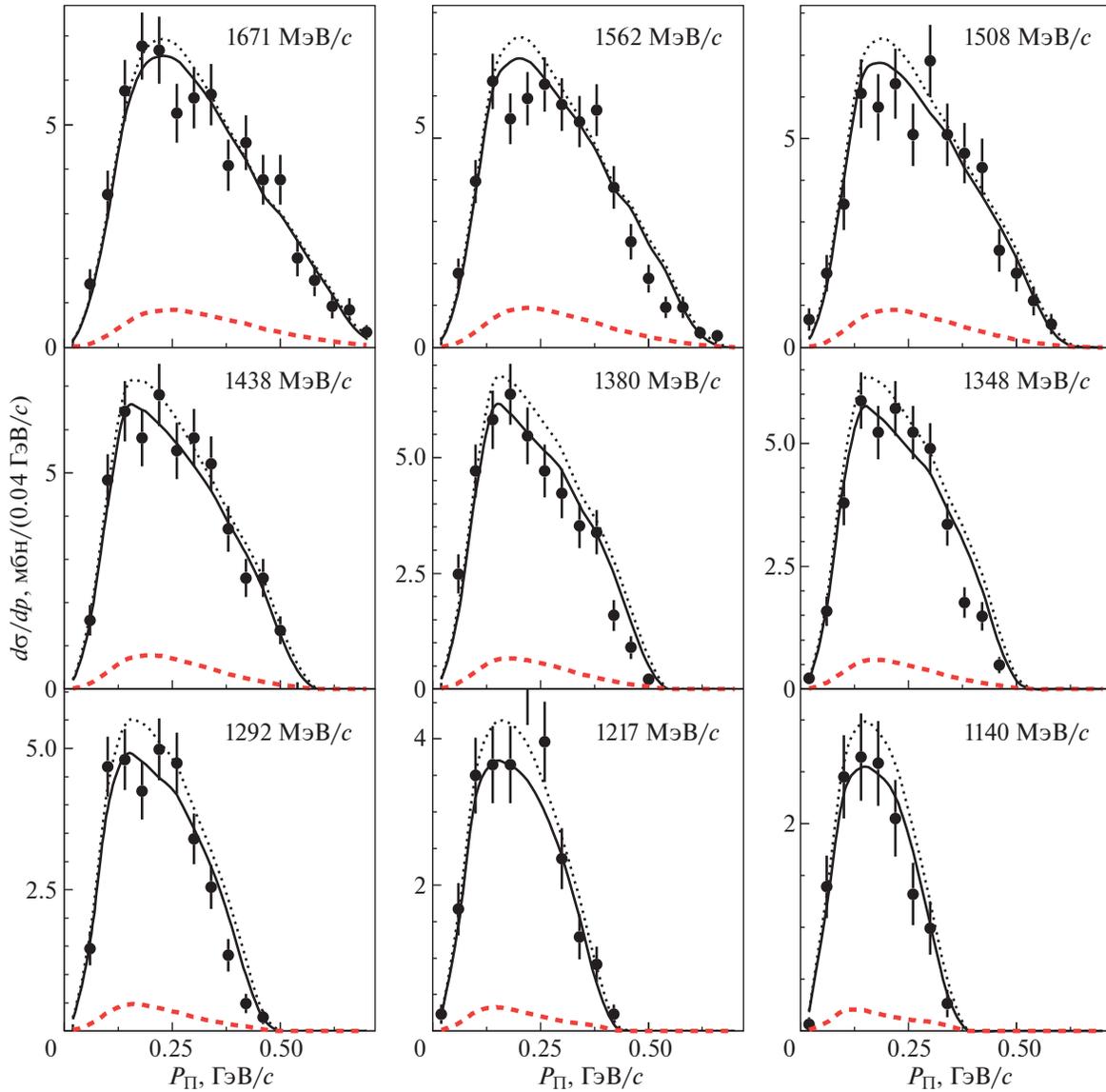


Рис. 1. Распределение по импульсу π^- -мезона для событий реакции $pn \rightarrow pp\pi^-$ в лабораторной системе координат. Темные кружки — эксперимент, сплошные кривые — результаты парциально-волнового анализа, точечные — результаты парциально-волнового анализа из работы [1], штриховые — вклады изоскалярного сечения ($T = 0$). Распределения показаны для девяти значений импульса первичных протонов.

± 2 МэВ/с. Среднеквадратичный разброс импульса пучка составлял 4–5%. Примесь в падающем пучке более тяжелых частиц (d, t, He) определялась по времени пролета и оказалась пренебрежимо малой.

Всего было получено около 400000 стереофото-

графий, плотность облучения составляла в среднем 12–15 треков на кадр. В результате просмотра отбирались события с отрицательным и двумя или тремя положительными треками. Эффективность двойного просмотра составляла 99%. Отобранные

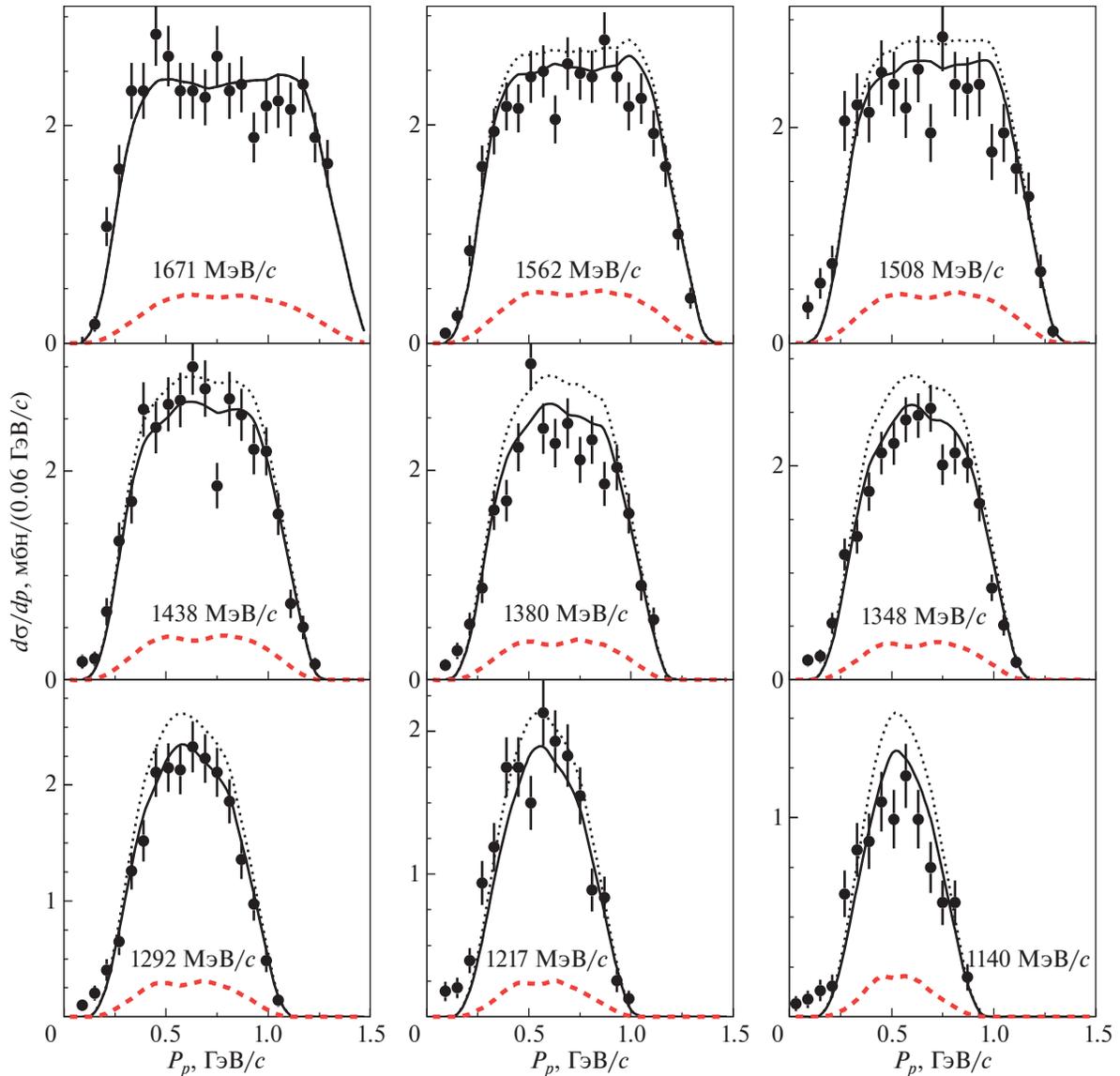


Рис. 2. Распределение по импульсу протона для событий реакции $pn \rightarrow prp\pi^-$ в лабораторной системе координат. Темные кружки — эксперимент, обозначения кривых те же, что на рис. 1.

события могли принадлежать следующим реакциям:

$$pd \rightarrow prpp\pi^-, \quad (1)$$

$$pd \rightarrow prpp\pi^-\pi^0, \quad (2)$$

$$pd \rightarrow prp\pi^-\pi^+, \quad (3)$$

$$pd \rightarrow pd\pi^+\pi^-. \quad (4)$$

Трехлучевые события в интересующей нас реакции соответствуют случаю, когда протон является спектатором, имеет импульс менее 80 МэВ/с и потому не виден в пузырьковой камере. События с рождением далитц-пар отделялись по кинематическим и ионизационным критериям. Все события, находящиеся в полезном объеме камеры и пригодные для измерений, измерялись на полуавтоматах

ПУОС. Идентификация каналов реакций основывалась на использовании величин χ^2 для каждого конкретного события на 1%-ном доверительном уровне. Если значения χ^2 для двух гипотез попадали в свой доверительный интервал, то для идентификации положительной частицы привлекалась визуальная оценка ионизации, которая позволяла принять окончательное решение относительно физической гипотезы события. Стандартная для пузырьковых камер процедура использовалась для получения абсолютных значений сечений рождения отрицательного пиона. Точность определения миллибарн-эквивалента была 2%. Кроме того, вводились поправки на учет ферми-импульса нейтрона в дейтроне и принципа Паули для тождественных

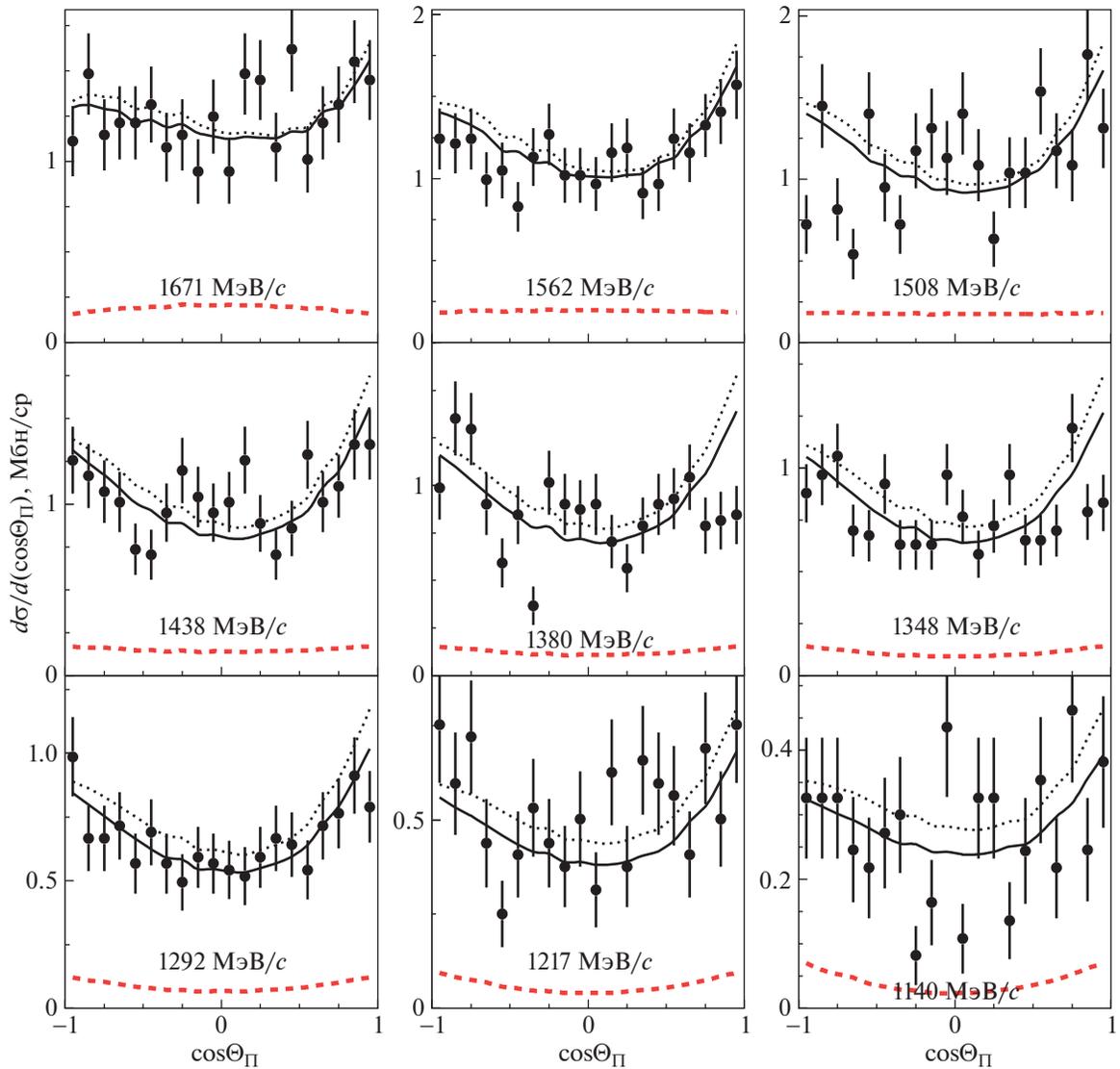


Рис. 3. Угловое распределение π^- -мезонов в системе центра масс реакции. Темные кружки — эксперимент, обозначения кривых те же, что на рис. 1.

протонов [5]. В табл. 1 приведены значения импульсов налетающих на камеру протонов и число событий реакции $pn \rightarrow ppp\pi^-$ при каждом импульсе.

3. АНАЛИЗ ДАННЫХ

На рис. 1, 2 представлены экспериментальные распределения по импульсам конечных частиц реакции $pn \rightarrow ppp\pi^-$ в лабораторной системе координат при девяти импульсах налетающих протонов. В качестве событий указанной реакции брались события реакции (1) с импульсом протона-спектатора, меньшим 150 МэВ/с. Решение для парциальных волн, полученное при анализе данных [1], довольно неплохо предсказывает эти распределения (см. точечные линии на рис. 1, 2). Од-

нако в обоих случаях предсказания заметно превышают данные в максимуме распределений. По-видимому, это связано с превышением определения полного сечения реакции нейтрон-протонного столкновения, которое довольно трудно контролировать в реакции с непрерывным пучком нейтронов. На рис. 3 представлены угловые распределения π^- -мезонов конечного состояния в с.ц.м. реакции вместе с результатами вышеупомянутого парциально-волнового анализа. Именно асимметрия этих распределений ответственна за интерференцию изоскалярных и изовекторных амплитуд. Хотя форма распределений, включая асимметрию, предсказывается с хорошей точностью, однако и здесь наблюдается систематическое превышение предсказаний над экспериментальными данными. Мы не приводим здесь угловое распределение про-

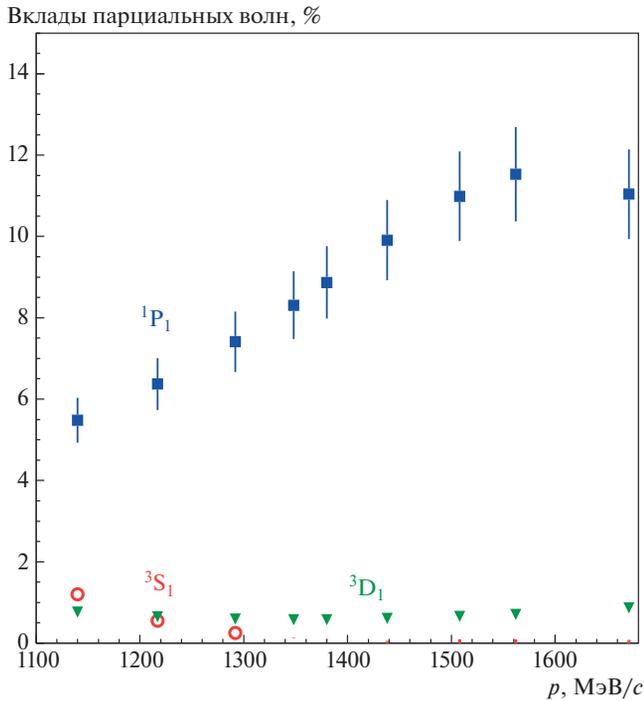


Рис. 4. Вклады (в процентах) наиболее важных изоскалярных волн в $pn \rightarrow ppp^-$.

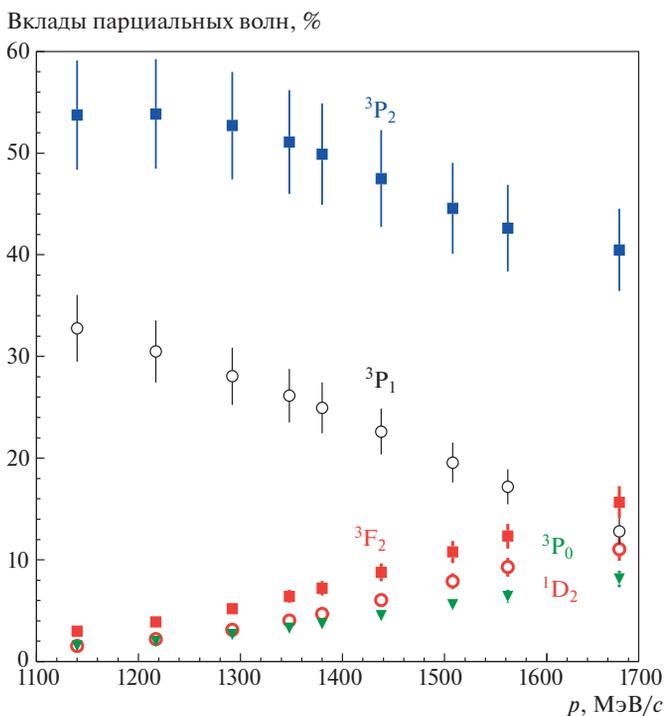


Рис. 5. Вклады (в процентах) наиболее важных изовекторных волн.

тонов, так как эти распределения симметричны [1] и не представляют особого интереса.

Уменьшение сечения реакции протон-нейтронного соударения связано главным образом с изменениями изоскалярных амплитуд. При изменении полного вклада и при сохранении асимметрии распределения пионов можно ожидать переоценки вкладов различных парциальных волн. Для выделения изоскалярных амплитуд мы провели совместный парциально-волновой анализ новых данных с данными, приведенными в статье [1]. Формализм приводится в деталях в [6–8] и основан на спин-орбитальном разложении начальных и конечных парциально-волновых амплитуд. В связи с этим было естественно использовать спектроскопические обозначения $^{2S+1}L_J$ для двухчастичных парциальных волн с внутренним спином S , орбитальным моментом L и полным спином J . Для описания энергетической зависимости в πN -системе вводились резонансы $\Delta(1232)3/2^+$ и Ропер $N(1440)1/2^+$, и для описания NN -взаимодействия использовалось модифицированное приближение эффективной длины рассеяния. Конкретные формулы можно найти в [1]. Кроме того, мы включили в анализ новые данные по pp неупругим реакциям с рождением π^0 - и π^+ -мезонов, опубликованные в [9–11] и измеренные при импульсах налетающего протона 1581, 1628 и 1683 МэВ/с. Это позволило лучше определить вклады изовекторных состояний на высокоэнергичной границе исследуемого интервала — нестабильные вклады амплитуд с высокими спинами фиксируются этими данными. Результаты такого совместного фита показаны на рисунках сплошными кривыми. Хорошо видно улучшение соответствия экспериментальных данных и парциально-волнового анализа. Это систематическое улучшение отражено в изменении χ^2 , которое уменьшилось с 3.64 до 2.52 на степень свободы для 473 фитируемых точек. При этом описание дифференциальных сечений, полученных в измерениях с непрерывным пучком нейтронов, практически не изменилось: функция правдоподобия ухудшилась только на 30 для 8155 точек. В то же время полное сечение уменьшилось на величину 5–6%, что и позволило описать новые данные. Вклад изоскалярных амплитуд показан штриховыми кривыми и является существенно меньшим вклада изовекторных. На рис. 4 и 5 представлены вклады различных изовекторных и изоскалярных амплитуд в реакцию $pn \rightarrow ppp^-$ в зависимости от энергии налетающего пучка.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы провели сравнение новых экспериментальных данных по рождению отрицательных пионов в

pn -столкновениях с парциально-волновым анализом, выполненным ранее с использованием данных, полученных с непрерывным пучком нейтронов. Добавление новых экспериментальных данных в общий фит позволило уточнить вклады различных парциальных волн, в особенности вклад изоскалярных амплитуд. Данные и результаты анализа удовлетворительно согласуются, подтверждая малый вклад (менее 12%) изоскалярных парциальных волн в области энергий ниже 1 ГэВ.

В заключение мы хотели бы выразить признательность команде пузырьковой камеры, благодарность А.Б. Соконову и лаборантам, которые выполнили просмотр снимков и измерение событий. Работа В.А. Никонова и А.В. Саранцева выполнена в рамках гранта РФФИ 16-12-10267-П.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. V. V. Sarantsev, K. N. Ermakov, L. M. Kochenda, V. I. Medvedev, V. A. Nikonov, O. V. Rogachevsky, A. V. Sarantsev, S. G. Sherman, V. A. Trofimov, and A. A. Vasiliev, *Eur. Phys. J. A* **43**, 11 (2010).
2. V. P. Andreev, A. V. Kravtsov, M. M. Makarov, V. I. Medvedev, V. I. Poromov, V. V. Sarantsev, S. G. Sherman, G. L. Sokolov, and A. B. Sokornov, *Phys. Rev. C* **50**, 15 (1994).
3. V. V. Sarantsev *et al.*, *Eur. Phys. J. A* **21**, 33 (2004).
4. The COSY-TOF Collab. (S. A. El-Samad *et al.*), *Eur. Phys. J. A* **30**, 443 (2006).
5. Л. Г. Дахно, А. В. Кравцов, Е. А. Лобачёв, М. М. Макаров, В. И. Медведев, Г. З. Обрант, В. И. Поромов, В. В. Саранцев, В. М. Сирин, Г. Л. Соколов, С. Г. Шерман, *ЯФ* **36**, 143 (1982) [*Sov. J. Nucl. Phys.* **36**, 83 (1982)].
6. A. V. Anisovich, E. Klempt, A. V. Sarantsev, and U. Thoma, *Eur. Phys. J. A* **24**, 111 (2005).
7. A. V. Anisovich and A. V. Sarantsev, *Eur. Phys. J.* **30**, 427 (2006).
8. A. V. Anisovich, V. V. Anisovich, E. Klempt, V. A. Nikonov, and A. V. Sarantsev, *Eur. Phys. J. A* **34**, 129 (2007).
9. K. N. Ermakov, V. I. Medvedev, V. A. Nikonov, O. V. Rogachevsky, A. V. Sarantsev, V. V. Sarantsev and S. G. Sherman, *Eur. Phys. J. A* **50**, 98 (2014).
10. K. N. Ermakov, V. I. Medvedev, V. A. Nikonov, O. V. Rogachevsky, A. V. Sarantsev, V. V. Sarantsev, and S. G. Sherman, *Eur. Phys. J. A* **47**, 159 (2011).
11. K. N. Ermakov, V. A. Nikonov, O. V. Rogachevsky, A. V. Sarantsev, V. V. Sarantsev, and S. G. Sherman, *Eur. Phys. J. A* **53**, 122 (2017).

STUDY OF THE NEGATIVE PION PRODUCTION IN THE pn COLLISION REACTION MEASURED IN THE BEAM MOMENTA INTERVAL 1140–1670 MeV/c

V. V. Sarantsev, S. G. Sherman, V. A. Nikonov, and A. V. Sarantsev

National Research Center “Kurchatov Institute” — PNPI, Gatchina 188300, Russia

The spectra of the final particles from the $pn \rightarrow pp\pi^-$ reaction measured at the nine energies in the deuterium bubble chamber are presented. The obtained spectra are compared with the predictions from the partial-wave analysis performed earlier for the $np \rightarrow pp\pi^-$ data measured in the same energy region but for the continue neutron beam. On the base of this analysis we have made the combined analysis which includes the new date on the proton-neutron collision and the old data on the neutron-proton and the proton-proton collisions. It allows us to determine the contributions from the isovector and the isoscalar amplitudes with the notably better precision than earlier.

CP-НАРУШЕНИЕ В ОСЦИЛЛЯЦИЯХ ТРЕХ ПОКОЛЕНИЙ НЕЙТРИНО: СЛУЧАЙ ВЫРОЖДЕННЫХ МАСС

© 2021 г. Е. К. Каркарьян*

НИЦ “Курчатовский институт” — ИТЭФ, Москва, Россия

Поступила в редакцию 26.06.2020 г.; после доработки 15.08.2020 г.; принята к публикации 15.08.2020 г.

CP-симметрия нарушается в осцилляциях нейтрино в вакууме при наличии трех поколений. В этом случае в *PMNS*-матрице смешивания присутствует неустранимая комплексная фаза. При вырождении каких-либо двух масс нейтрино *CP*-нарушение исчезает. В данной работе продемонстрированы разные механизмы восстановления *CP*-симметрии в случае вырождения двух массовых состояний нейтрино.

DOI: 10.31857/S0044002721020094

1. ВВЕДЕНИЕ

Необходимым условием *CP*-нарушения в случае осцилляций нейтрино является наличие фазы в матрице смешивания, которая не может быть устранена поворотами полей лептонов в лагранжиане Стандартной модели. Только при наличии трех поколений нейтрино соответствующая фаза остается в *PMNS*-матрице. Однако при вырождении каких-либо двух состояний *CP*-симметрия восстанавливается. Это следует из выражения для лептонного аналога детерминанта Ярлског, пропорционального разности масс нейтрино. Чаще всего в литературе недостаточно подробно рассматривается или вовсе не затрагивается вопрос о том, каким образом исчезает нарушение *CP*-симметрии в случае вырождения. Данная работа призвана помочь разобраться в этом вопросе людям, которые занимаются осцилляциями нейтрино, и потому носит методический характер. В статье рассмотрены два различных объяснения восстановления *CP*-симметрии. Первое демонстрирует явную возможность устранения *CP*-нарушающей фазы в матрице смешивания. Такая возможность в литературе по осцилляциям нейтрино освещается. Второй механизм, принципиально отличающийся от первого, опирается на тот факт, что амплитуда осцилляций зависит не только от *CP*-неинвариантной фазы, но и от *CP*-инвариантной. Чтобы *CP*-симметрия нарушалась, необходимо наличие разных как *CP*-сохраняющих, так и *CP*-нарушающих фаз в амплитуде осцилляций. Поэтому даже при сохранении *CP*-неинвариантных фаз в амплитуде равенство *CP*-инвариантных фаз влечет за собой равенство вероятностей прямого и *CP*-обратного процессов,

а, следовательно, восстановление *CP*-симметрии. Этот механизм в литературе не описывается. Для целей настоящей статьи подробный вывод амплитуды и вероятности осцилляций нейтрино в случае трех поколений внесен в Приложение А.

2. ОСЦИЛЛЯЦИИ НЕЙТРИНО В СЛУЧАЕ ТРЕХ ПОКОЛЕНИЙ

Наличие осцилляций является следствием не нулевых масс нейтрино. Считая, что в начальном состоянии имеется нейтрино с импульсом \mathbf{p} , и рассматривая случай трех поколений ν_e, ν_μ, ν_τ , получим вероятность осцилляций нейтрино на расстоянии L от источника. Флейворные состояния не имеют определенной массы и представляют собой суперпозицию массовых состояний ν_1, ν_2, ν_3 . Смешивание нейтрино описывается трехмерной унитарной матрицей U_{PMNS} :

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu1} & U_{\mu2} & U_{\mu3} \\ U_{\tau1} & U_{\tau2} & U_{\tau3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Параметризацию этой матрицы можно провести аналогично случаю СКМ-матрицы [1], введя три угла смешивания $\theta_{12}, \theta_{23}, \theta_{13}$ и фазу δ , не устранимую преобразованиями полей заряженных лептонов и нейтрино. Тогда матрица U_{PMNS} будет явно иметь вид:

*E-mail: karkaryan@bk.ru

$$U_{\text{PMNS}} = \begin{pmatrix} c_{13}c_{12} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{13}s_{23}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{13}s_{23}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где $c_{12} \equiv \cos \theta_{12}$, $s_{12} \equiv \sin \theta_{12}$ и т.д., δ — дираковская CP-нарушающая фаза.

Выражение для осцилляций нейтрино с флейвором α , энергией E на расстоянии L от источника в случае трех поколений имеет вид:

$$\begin{aligned} P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} &= \delta_{\alpha\beta} - 2 \sum_{k>j} \text{Re}\{U_{\alpha k}U_{\beta k}^*U_{\alpha j}^*U_{\beta j}\} \times \quad (3) \\ &\quad \times \left(1 - \cos \frac{\Delta m_{kj}^2 L}{2E}\right) - \\ &\quad - 2 \sum_{k>j} \text{Im}\{U_{\alpha k}U_{\beta k}^*U_{\alpha j}^*U_{\beta j}\} \sin \frac{\Delta m_{kj}^2 L}{2E} = \\ &= \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{k>j} \text{Re}\{U_{\alpha k}U_{\beta k}^*U_{\alpha j}^*U_{\beta j}\} \sin^2 \frac{\Delta m_{kj}^2 L}{4E} - \\ &\quad - 2 \sum_{k>j} \text{Im}\{U_{\alpha k}U_{\beta k}^*U_{\alpha j}^*U_{\beta j}\} \sin \frac{\Delta m_{kj}^2 L}{2E}, \end{aligned}$$

где $U_{\alpha j}$ — элемент матрицы смешивания, $\Delta m_{kj}^2 \equiv m_k^2 - m_j^2$. Вывод этой формулы приведен в Приложении А.

При CP-преобразовании процесс $\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta$ переходит в процесс $\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_\beta$. О CP-нарушении будет свидетельствовать отличие от нуля разности $\Delta P = P_{\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_\beta} - P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}$. Расчет величины $P_{\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_\beta}$ аналогичен расчету $P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}$ с той разницей, что для античастиц используются комплексно-сопряженные элементы матрицы смешивания. Поэтому для антинейтрино имеем:

$$\begin{aligned} P_{\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_\beta} &= \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{k>j} \text{Re}\{U_{\alpha k}U_{\beta k}^*U_{\alpha j}^*U_{\beta j}\} \times \quad (4) \\ &\quad \times \sin^2 \frac{\Delta m_{kj}^2 L}{4E} + 2 \sum_{k>j} \text{Im}\{U_{\alpha k}U_{\beta k}^*U_{\alpha j}^*U_{\beta j}\} \times \\ &\quad \times \sin \frac{\Delta m_{kj}^2 L}{2E}. \end{aligned}$$

Таким образом, искомая ΔP :

$$\Delta P = 4 \sum_{k>j} \text{Im}\{U_{\alpha k}^*U_{\beta k}U_{\alpha k}U_{\beta j}^*\} \sin \frac{\Delta m_{kj}^2 L}{2E}. \quad (5)$$

Выражение не обращается в общем случае в нуль, что свидетельствует о нарушении CP-симметрии в осцилляциях трех поколений нейтрино. Уже из (5) видно, что необходимым условием нарушения является наличие комплексных элементов в матрице смешивания, а это при выбранной нами параметризации (2) означает наличие одной дираковской фазы. Для того чтобы увидеть, при каких условиях CP-симметрия восстанавливается, выпишем явный вид выражения (5) для осцилляций ν_e в ν_μ :

$$\begin{aligned} \Delta P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu} &= \quad (6) \\ &= 4c_{12}c_{13}^2c_{23}s_{13}s_{23}s_{12} \left(\sin \frac{\Delta m_{31}^2 L}{2E} - \right. \\ &\quad \left. - \sin \frac{\Delta m_{21}^2 L}{2E} - \sin \frac{\Delta m_{32}^2 L}{2E} \right) \sin \delta. \end{aligned}$$

Расчет величины (6) приведен в Приложении Б.

Из этой формулы явно видно, что $\Delta P = 0$ и CP-нарушение исчезает при следующих условиях: 1) равенстве нулю дираковской фазы; 2) равенстве нулю синуса или косинуса одного из углов смешивания; 3) равенстве любых двух масс нейтрино. Экспериментально известно [2], что углы смешивания не равны нулю и $\pi/2$ и разности квадратов масс тоже не равны нулю, хотя и очень малы. Поэтому второй пункт реализуется только тогда, когда мы имеем всего два поколения нейтрино. В этом случае выполняется и условие первого пункта, так как при отсутствии третьего поколения CP-нарушающая фаза в PMNS-матрице также отсутствует. Наиболее интересен третий пункт, потому что он приводит к нетривиальным следствиям при учете всех трех поколений: восстановлению CP-симметрии в осцилляциях. Ниже будут рассмотрены два объяснения этого явления.

3. ОСЦИЛЛЯЦИИ В СЛУЧАЕ ВЫРОЖДЕНИЯ ДВУХ МАССОВЫХ СОСТОЯНИЙ

Для того, чтобы имело место CP-нарушение, необходимо, чтобы амплитуда изучаемого процесса имела как минимум два слагаемых с разными CP-инвариантными и CP-неинвариантными фазами.

В данном разделе будет показано, как восстанавливается CP -симметрия при равенстве масс двух состояний нейтрино: в разд. 3.1 из PMNS-матрицы будет исключена CP -нарушающая дираковская фаза; в разд. 3.2 CP -нарушающая фаза будет сохранена, но нарушение исчезнет из-за равенства CP -инвариантных фаз.

3.1. Устранение CP -нарушающей фазы в матрице смешивания

Матрица смешивания представляет собой унитарную матрицу с $2n^2$ вещественными параметрами, из которых $2n^2 - n - 2n(n-1)/2 = n^2$ параметров независимы. Любая унитарная матрица может быть параметризована углами и фазами. Число независимых углов в таком случае совпадает с числом независимых углов в ортогональной матрице из группы $O(n)$, т.е. $n^2 - n - n(n-1)/2 = n(n-1)/2$. Тогда число фаз равно $n^2 - n(n-1)/2 = n(n+1)/2$. Однако в слабом заряженном токе, входящем в лагранжиан Стандартной модели, домножением на ненаблюдаемые фазы полей левых заряженных лептонов и нейтрино мы можем убрать из этой матрицы еще $2n-1$ фазу. Тогда физических фаз остается $n(n+1)/2 - (2n-1) = (n-2)(n-1)/2$. Отсюда явно видно, что CP -нарушающая фаза появляется, когда поколений минимум три. Будем считать, что $n=3$. Тогда PMNS-матрица в стандартной параметризации факторизуется следующим образом:

$$U_{\text{PMNS}} = R_{23}\Psi^\dagger R_{13}\Psi R_{12}, \quad (7)$$

где R_{12}, R_{13}, R_{23} — вещественные матрицы поворота в плоскости 1–2 на угол θ_{12} , в плоскости 1–3 на угол θ_{13} , в плоскости 2–3 на угол θ_{23} соответственно, а $\Psi = \text{diag}(1, 1, e^{i\delta})$. В этом выражении уже устранены нефизические фазы соответствующими поворотами полей лептонов. Но для дальнейших рассуждений нам понадобится другая факторизация. Рассмотрим произвольную унитарную 3×3 -матрицу. Следуя [3], ее можно представить в виде

$$U = D(\omega_1, \omega_2, \omega_3)W_{23}(\theta_{23}, \delta_{23}) \times W_{13}(\theta_{13}, \delta_{13})W_{12}(\theta_{12}, \delta_{12}), \quad (8)$$

где $D(\omega_1, \omega_2, \omega_3) = \text{diag}(e^{i\omega_1}, e^{i\omega_2}, e^{i\omega_3})$, $W_{ij}(\theta_{ij}, \delta_{ij}) = \Phi(\delta_{ij})R(\theta_{ij})\Phi^\dagger(\delta_{ij})$, $R(\theta_{ij})$ — матрица поворота на угол θ_{ij} в i - j -плоскости. Например, для $i=1, j=2$:

$$\Phi(\delta_{12}) = \text{diag}(e^{i\delta_{12}}, 1, 1), \quad (9)$$

$$R(\theta_{12}) = \begin{pmatrix} \cos \theta_{12} & \sin \theta_{12} & 0 \\ -\sin \theta_{12} & \cos \theta_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$W_{12} = \begin{pmatrix} \cos \theta_{12} & e^{i\delta_{12}} \sin \theta_{12} & 0 \\ -e^{-i\delta_{12}} \sin \theta_{12} & \cos \theta_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Порядок перемножения матриц W_{ij} в (8) может быть выбран произвольным образом. Более общий случай разложения унитарной матрицы U_{PMNS} по матрицам W_{ij} , содержащим три фазы, будет рассмотрен в Приложении. Сейчас примем для определенности, что вырождены состояния $|\nu_1\rangle$ и $|\nu_2\rangle$. Так как нам известно, что физическая фаза всего одна, то перераспределим фазы так, чтобы осталась лишь одна дираковская фаза внутри произведения матриц, а остальные пять фаз содержались в матрицах слева и справа, которые тогда легко будут устранены поворотами полей лептонов. Для этого сделаем тождественное преобразование:

$$U = D(\omega_1 - \phi_1, \omega_2 - \phi_2, \omega_3 - \phi_3) \times \{D(\phi_1, \phi_2, \phi_3)W_{23}(\theta_{23}, \delta_{23})D^\dagger(\phi_1, \phi_2, \phi_3) \times D(\phi_1, \phi_2, \phi_3)W_{13}(\theta_{13}, \delta_{13})D^\dagger(\phi_1, \phi_2, \phi_3) \times D(\phi_1, \phi_2, \phi_3)W_{12}(\theta_{12}, \delta_{12})D^\dagger(\phi_1, \phi_2, \phi_3)\} \times D(\phi_1, \phi_2, \phi_3) = D(\omega_1 - \phi_1, \omega_2 - \phi_2, \omega_3 - \phi_3) \times \{W_{23}(\theta_{23}, \delta_{23} + \phi_1 - \phi_2) \times W_{13}(\theta_{13}, \delta_{13} + \phi_1 - \phi_3) \times W_{12}(\theta_{12}, \delta_{12} + \phi_2 - \phi_3)\}D(\phi_1, \phi_2, \phi_3), \quad (10)$$

где мы использовали, например, для W_{12} :

$$D(\phi_1, \phi_2, \phi_3)W_{12}(\theta_{12}, \delta_{12})D^\dagger(\phi_1, \phi_2, \phi_3) = D(\phi_1, \phi_2, \phi_3)\Phi(\delta_{12})R(\theta_{12})\Phi(-\delta_{12}) \times D(-\phi_1, -\phi_2, -\phi_3) = D(\delta_{12} + \phi_1, \phi_2, \phi_3) \times R(\theta_{12})D^\dagger(\phi_1 + \delta_{12}, \phi_2, \phi_3) = W_{12}(\theta_{12}, \delta_{12} + \phi_1 - \phi_2). \quad (11)$$

Теперь в матрице U присутствует девять фаз: $\omega_1 - \phi_1, \omega_2 - \phi_2, \omega_3 - \phi_3, \delta_{12} + \phi_1 - \phi_2, \delta_{13} + \phi_1 - \phi_3, \delta_{23} + \phi_2 - \phi_3, \phi_1, \phi_2, \phi_3$. Всего, как было показано в начале данного раздела, независимых фаз у унитарной 3×3 -матрицы шесть, тогда оставшиеся три — произвольные. Очевидно, что это введенные в (10) ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 . Выберем эти фазы следующим образом:

$$\phi_2 = \delta_{23} + \phi_1, \quad \phi_3 = \delta_{13} + \phi_1. \quad (12)$$

Тогда матрицы W_{23}, W_{13} станут просто матрицами поворотов R_{23}, R_{13} , а матрица W_{12} сохранит единственную фазу $\delta_{12} + \delta_{23} - \delta_{13}$. Осталась еще одна неопределенная фаза ϕ_1 . Положим ее равной нулю. Тогда с учетом (12) $D(\omega_1 - \phi_1, \omega_2 - \phi_2, \omega_3 - \phi_3) = D(\omega_1, \omega_2 - \delta_{23}, \omega_3 - \delta_{13})$, $D(\phi_1, \phi_2, \phi_3) = D(1, \delta_{23}, \delta_{13})$. Теперь становится ясным, что введение трех произвольных фаз в (10) приводит лишь

к перепараметризации матрицы U посредством факторизации пяти из шести фаз в отдельные матрицы $D(\phi)$. Осталось лишь вспомнить, что физическая фаза только одна, а оставшиеся убираются поворотами полей заряженных лептонов и нейтрино, поэтому, произведя такой поворот, мы устраним фазовые матрицы $D(\phi)$. Окончательно имеем для U в слабом заряженном токе:

$$U \equiv U_{\text{PMNS}} = R_{23}(\theta_{23})R_{13}(\theta_{13})W_{12}(\theta_{12}, \delta_{CP}), \quad (13)$$

где мы отождествили оставшуюся фазу в W_{12} с CP -нарушающей дираковской фазой. Как уже отмечалось, порядок произведения матриц W_{ij} произволен, а потому любая из матриц W_{23}, W_{13} в конечном итоге может остаться справа в выражении (13) на месте матрицы W_{12} , в зависимости от того, какой порядок мы выберем в выражении (8). Поэтому приведенные выше рассуждения обобщаются на случай вырождения любых других двух состояний.

Так как массы состояний $|\nu_1\rangle$ и $|\nu_2\rangle$ равны, то появляется дополнительная симметрия, а именно симметрия унитарных преобразований $U(2)$ в $\nu_1 - \nu_2$ -пространстве. Совершим такое преобразование $|\nu_k\rangle \rightarrow V_{12}|\nu_k\rangle$, где V_{12} — унитарная матрица, имеющая следующий вид:

$$V_{12} = \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} & 0 \\ v_{21} & v_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Такая матрица имеет три фазы и один угол. Теперь в слабом заряженном токе достаточно заменить $U = R_{23}(\theta_{23})R_{13}(\theta_{13})W_{12}(\theta_{12}, \delta_{CP}) \rightarrow R_{23}(\theta_{23})R_{13}(\theta_{13})W_{12}(\theta_{12}, \delta_{CP})V_{12}$. Унитарная матрица $W_{12}(\theta_{12}, \delta_{CP})$ имеет вид:

$$W_{12}(\theta_{12}, \delta_{CP}) = \begin{pmatrix} \cos \theta_{12} & e^{i\delta_{CP}} \sin \theta_{12} & 0 \\ -e^{-i\delta_{CP}} \sin \theta_{12} & \cos \theta_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (15)$$

Подобрав матрицу V_{12} так, чтобы $V_{12} = W_{12}^\dagger(\theta_{12}, \delta_{CP})$, мы устраним дираковскую фазу, оставляя матрицу U_{PMNS} полностью вещественной. Тогда (5) обращается в нуль, следовательно, CP -нарушение отсутствует. Вспомнив, что CP -нарушающая фаза появляется вследствие невозможности устранить все шесть фаз поворотами полей заряженных лептонов и нейтрино, заключаем, что дополнительная $U(2)$ -симметрия добавляет одну недостающую фазу для сокращения с δ_{CP} .

3.2. CP-инвариантные и неинвариантные фазы в амплитуде

Предположим, что мы не совершили унитарный поворот, тем самым сохранив дираковскую фазу в матрице смешивания. Покажем, почему тем не менее CP -нарушение исчезает. Рассмотрим процесс осцилляций электронного нейтрино с определенным импульсом p в мюонное на расстоянии L от источника и вычислим явно амплитуду осцилляций:

$$|\nu_e(L, t)\rangle = e^{-iE_1 t + ip_1 L} U_{e1} |\nu_1\rangle + e^{-iE_2 t + ip_2 L} U_{e2} |\nu_2\rangle + e^{-iE_3 t + ip_3 L} U_{e3} |\nu_3\rangle, \quad (16)$$

$$|\nu_\mu\rangle = U_{\mu 1} |\nu_1\rangle + U_{\mu 2} |\nu_2\rangle + U_{\mu 3} |\nu_3\rangle. \quad (17)$$

$$\begin{aligned} A_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu} &= \langle \nu_\mu | \nu_e(L, t) \rangle = \\ &= e^{ipL} (e^{-iE_1 t} U_{\mu 1}^\dagger U_{e1} + e^{-iE_2 t} U_{\mu 2}^\dagger U_{e2} + \\ &+ e^{-iE_3 t} U_{\mu 3}^\dagger U_{e3}) \approx e^{ipL} (e^{-i(p + \frac{m_1^2}{2p})L} U_{\mu 1}^\dagger U_{e1} + \\ &+ e^{-i(p + \frac{m_2^2}{2p})L} U_{\mu 2}^\dagger U_{e2} + e^{-i(p + \frac{m_3^2}{2p})L} U_{\mu 3}^\dagger U_{e3}) \approx \\ &\approx e^{-i\frac{m_1^2}{2E}L} U_{\mu 1}^\dagger U_{e1} + e^{-i\frac{m_2^2}{2E}L} U_{\mu 2}^\dagger U_{e2} + \\ &+ e^{-i\frac{m_3^2}{2E}L} U_{\mu 3}^\dagger U_{e3}, \end{aligned} \quad (18)$$

где мы использовали тот факт, что нейтрино ультрарелятивистское, т.е. $E \approx |p|$ и $t \approx L$.

Как уже говорилось выше, когда речь идет о CP -нарушении, то всегда должны быть инвариантные и неинвариантные по отношению к CP -преобразованию фазы. В выражении для амплитуды осцилляций (18) фазы в экспонентах при элементах матрицы смешивания являются CP -инвариантными, а фазы в самих элементах — CP -неинвариантными. Поэтому при CP -преобразовании в амплитуде произойдет только замена вида $U_{\mu i}^\dagger U_{ei} \rightarrow U_{ei}^\dagger U_{\mu i}$. Воспользуемся унитарностью PMNS-матрицы:

$$U_{\mu 1}^\dagger U_{e1} + U_{\mu 2}^\dagger U_{e2} + U_{\mu 3}^\dagger U_{e3} = 0. \quad (19)$$

Предположим, что вырождены состояния $|\nu_1\rangle$ и $|\nu_2\rangle$, т.е. $m_1 = m_2$. Тогда из (18) и (19):

$$\begin{aligned} A_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu} &= (e^{-i\frac{m_1^2}{2E}L} - e^{-i\frac{m_3^2}{2E}L}) U_{\mu 1}^\dagger U_{e1} + \\ &+ (e^{-i\frac{m_2^2}{2E}L} - e^{-i\frac{m_3^2}{2E}L}) U_{\mu 2}^\dagger U_{e2} = \\ &= 2 \sin \frac{\Delta m_{31}^2}{4E} L \left(\sin \frac{m_1^2 + m_3^2}{4E} L + \right. \\ &\left. + i \cos \frac{m_1^2 + m_3^2}{4E} L \right) U_{\mu 1}^\dagger U_{e1} + \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned}
& + 2 \sin \frac{\Delta m_{32}^2}{4E} L \left(\sin \frac{m_3^2 + m_2^2}{4E} L + \right. \\
& \quad \left. + i \cos \frac{m_3^2 + m_2^2}{4E} L \right) U_{\mu 2}^\dagger U_{e 2} = \\
& = 2U_{\mu 1}^\dagger U_{e 1} e^{-i(\frac{m_3^2 + m_1^2}{4E} L - \frac{\pi}{2})} \sin \frac{\Delta m_{31}^2}{4E} L + \\
& \quad + 2U_{\mu 2}^\dagger U_{e 2} e^{-i(\frac{m_3^2 + m_2^2}{4E} L - \frac{\pi}{2})} \sin \frac{\Delta m_{32}^2}{4E} L.
\end{aligned}$$

В выражении для амплитуды (20) остались два слагаемых с разными CP -неинвариантными, но одинаковыми CP -инвариантными фазами. С учетом (19) вероятность осцилляций равна:

$$\begin{aligned}
P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu} & = |A_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu}|^2 = \\
& = 4|U_{\mu 3}|^2 |U_{e 3}|^2 \sin^2 \frac{\Delta m_{32}^2}{4E} L.
\end{aligned} \quad (21)$$

При CP -преобразовании амплитуда (20) перейдет в

$$\begin{aligned}
A_{\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu} & = 2e^{-i(\frac{m_3^2 + m_2^2}{4E} L - \frac{\pi}{2})} \times \\
& \times \sin \frac{\Delta m_{32}^2}{4E} L (U_{\mu 1} U_{e 1}^\dagger + U_{\mu 2} U_{e 2}^\dagger),
\end{aligned} \quad (22)$$

где одинаковая CP -сохраняющая фаза вынесена как общий множитель. Значит, $P_{\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu} = |A_{\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu}|^2 = P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu}$, т.е. CP -симметрия восстановилась несмотря на то, что CP -нарушающая фаза присутствует и разная для обоих слагаемых в амплитудах (20), (22). Интересно отметить, что формула (21) абсолютно аналогична выражению для вероятности осцилляций в случае двух поколений нейтрино. Вырождение поколений $|\nu_1\rangle$ и $|\nu_2\rangle$ явно здесь отражено, так как замена $\Delta m_{32}^2 \rightarrow \Delta m_{31}^2$ не меняет вероятность осцилляций, а множитель $|U_{\mu 3}|^2 |U_{e 3}|^2$ относится только к поколению $|\nu_3\rangle$. Таким образом, с точки зрения осцилляций имеются два состояния — невырожденное $|\nu_2'\rangle = |\nu_3\rangle$ и двукратно вырожденное по массе $|\nu_1'\rangle$, принимающее значения $|\nu_1\rangle, |\nu_2\rangle$. А как уже отмечалось, CP -нарушение присутствует только при наличии минимум трех различных поколений, поэтому в данном случае оно отсутствует. При равенстве масс любой иной пары нейтрино процедура совершенно аналогична: в случае $m_2 = m_3$ из соотношения (19) выразим элемент $U_{\mu 3}^\dagger U_{e 3}$, а в случае $m_1 = m_3$ — выразим $U_{\mu 1}^\dagger U_{e 1}$.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей статье продемонстрированы механизмы восстановления CP -симметрии в случае осцилляций трех поколений нейтрино с двумя

вырожденными массовыми состояниями. Первый метод позволяет устранить CP -нарушающую фазу в амплитуде осцилляций с помощью $U(2)$ -преобразования в пространстве вырожденных состояний. Во втором методе вырождение массовых состояний позволяет факторизовать амплитуду, выделив CP -инвариантный и CP -неинвариантный множитель, что приводит к равенству квадратов модулей амплитуд прямого и CP -преобразованного процесса, т.е. вероятностей этих процессов.

Так как нам известно [2], что $\Delta m_{12}^2 = (7.5 \pm 0.2) \times 10^{-5} \text{ эВ}^2$, $\Delta m_{23}^2 \approx \Delta m_{13}^2 = (2.5 \pm 0.2) \times 10^{-3} \text{ эВ}^2$, то приближение равенства масс двух состояний нейтрино вполне оправдано. Из (6) следует $\Delta P \sim \frac{|\Delta m_{12}^2|}{2E} L$, а потому эффект CP -нарушения мал на расстояниях $L \lesssim \frac{E}{\Delta m_{12}^2}$.

Стоит отметить, что CP -нарушение является необходимым условием для генерации барионной асимметрии Вселенной. Эффект CP -нарушения в кварковом секторе определяется аналогичным случаем в нейтринном секторе выражением [4]: $d_{CP} = \sin \theta_{12} \sin \theta_{23} \sin \theta_{13} \sin \delta_{CP} (m_t^2 - m_c^2)(m_t^2 - m_u^2)(m_c^2 - m_u^2)(m_b^2 - m_s^2)(m_b^2 - m_d^2)(m_s^2 - m_d^2)$, где вырождение двух кварков верхнего типа и/или двух кварков нижнего типа приводит к восстановлению CP -симметрии. Однако в отличие от эффекта CP -нарушения в нейтринных осцилляциях, эффект в кварковом случае очень мал и потому не подходит для объяснения наблюдаемой асимметрии [5]: действительно, для температуры электрослабого фазового перехода T порядка нескольких сотен ГэВ получим: $d_{CP}/T^{12} \simeq 10^{-20}$.

При выводе выражений для амплитуды и вероятности осцилляций мы считали, что нейтрино ультрарелятивистские и имеют определенный импульс (см. Приложение А). В общем случае при рассмотрении осцилляций нейтрино в вакууме следует работать с моделью волнового пакета. В этом случае импульс нейтрино является распределенным около некоторого среднего значения с определенной дисперсией. Вероятность осцилляций тогда принимает более сложный вид, как в формулах (10)–(11) в работе [6]. Существенно то, что каждое слагаемое в выражении для вероятности состоит из CP -неинвариантного множителя в виде произведения элементов матрицы смешивания и CP -инвариантного множителя, зависящего только от разностей квадратов масс нейтрино и величин, характеризующих волновой пакет. Поэтому при CP -преобразовании только CP -неинвариантные множители заменятся на комплексно-сопряженные, и для величины эффекта CP -нарушения мы получим выражение, аналогичное (5) и отличающееся от него только CP -инвариантными множителями.

Поэтому рассуждения, изложенные в разд. 3, применимы и в данном случае, следовательно, при вырождении двух состояний нейтрино CP-симметрия восстанавливается. Таким образом, рассмотрение случая волнового пакета не вносит качественных изменений в вопрос о CP-нарушении в осцилляциях нейтрино, а только вносит дополнительные кинематические параметры волнового пакета в CP-инвариантную часть вероятности осцилляций.

Наконец, остановимся на том, как влияет на восстановление CP-симметрии то, дираковская ли масса у нейтрино или майорановская. В разд. 2 мы сказали, что матрица смешивания U_{PMNS} имеет единственную физическую CP-нарушающую фазу. Это соответствует тому, что мы полагаем нейтрино дираковским. Предположим теперь нейтрино майорановским. Это означает, что частица совпадает со своей античастицей, и тогда матрица смешивания будет содержать две дополнительные к дираковской фазы. Допустим снова, что два каких-либо состояния вырождены. Тогда метод устранения CP-нарушения, изложенный в разд. 3.1, теряет силу, так как с его помощью можно устранить только одну фазу в матрице смешивания майорановских нейтрино. Но сохранит свою силу рассуждение, приведенное в разд. 3.2, так как оно опирается на равенство CP-инвариантных фаз в амплитуде и, следовательно, не изменится при наличии дополнительных CP-неинвариантных фаз в матрице смешивания. Таким образом, и в случае майорановских нейтрино вырождение состояний ведет к восстановлению CP-симметрии.

Автор выражает благодарность своему научному руководителю М.И. Высоцкому за постановку задачи и плодотворное обсуждение, а также С.И. Годунову за обсуждение и критические замечания в процессе работы над статьей. Данная статья поддержана грантом РФФ № 19-12-00123.

Приложение А

Вывод выражения для вероятности осцилляций нейтрино в случае трех поколений опирается на работу [2]. Пусть в начальный момент времени имеется нейтрино с флейвором α и импульсом p . Распространение массового состояния нейтрино во времени и пространстве в рамках рассматриваемой задачи можно описать плоской волной: $|\nu_k(t, x)\rangle = e^{-iE_k t + ip_k x} |\nu_k\rangle$, где $k = 1, 2, 3$, $E_k = \sqrt{p_k^2 + m_k^2}$. Зная матрицу смешивания (1), мы можем написать уравнение для эволюции флейворного состояния¹⁾:

$$|\nu_\alpha(t, x)\rangle = \sum_k U_{\alpha k} |\nu_k(t, x)\rangle = \quad (A.1)$$

¹⁾В работе суммирование записывается явно.

$$= \sum_k U_{\alpha k} e^{-iE_k t + ip_k x} |\nu_k\rangle, \quad \alpha = e, \mu, \tau.$$

Так как мы считаем, что нейтрино имеет определенный импульс, то $p_i = p$ для $i = 1, 2, 3$. Возможен выбор и другого начального условия, а именно рождение нейтрино с определенной энергией E . Однако в ультрарелятивистском пределе оба варианта выбора приводят к одному и тому же результату [7]. Получим амплитуду осцилляций:

$$A_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} = \langle \nu_\beta | \nu_\alpha(t, x) \rangle = \quad (A.2)$$

$$= \sum_k U_{\alpha k} U_{\beta k}^* e^{-iE_k t + ip_k x}.$$

Тогда вероятность осцилляций равна:

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} = |A_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}|^2 = \quad (A.3)$$

$$= \sum_{k, j} U_{\alpha k} U_{\beta k}^* U_{\alpha j}^* U_{\beta j} e^{-i(E_k - E_j)t}.$$

Считая нейтрино ультрарелятивистским, т.е. $m \ll p$, получаем

$$(E_k - E_j)t = \quad (A.4)$$

$$= \left(\sqrt{p^2 + m_k^2} - \sqrt{p^2 + m_j^2} \right) t \approx$$

$$\approx \left(p \left(1 + \frac{m_k^2}{2p^2} \right) - p \left(1 + \frac{m_j^2}{2p^2} \right) \right) t =$$

$$= \frac{\Delta m_{kj}^2}{2p} t \approx \frac{\Delta m_{kj}^2}{2E} L,$$

где $\Delta m_{kj}^2 \equiv m_k^2 - m_j^2$ и использовано, что в ультрарелятивистском случае $E \simeq p$, $t \simeq L$.

Отделим явно постоянный член от осциллирующего в выражении (A.3):

$$\sum_{k, j} U_{\alpha k} U_{\beta k}^* U_{\alpha j}^* U_{\beta j} e^{-i(E_k - E_j)t} = \quad (A.5)$$

$$= \sum_k |U_{\alpha k}|^2 |U_{\beta k}|^2 +$$

$$+ 2 \sum_{k > j} \text{Re}\{U_{\alpha k} U_{\beta k}^* U_{\alpha j}^* U_{\beta j} e^{-i \frac{\Delta m_{kj}^2}{2E} L}\},$$

где мы воспользовались (A.4), а в первом слагаемом для $k = j$ имеем $e^{-i(E_k - E_j)t} = 1$. В силу унитарности PMNS-матрицы $\sum_k U_{\alpha k} U_{\beta k}^* = \sum_j U_{\alpha j}^* U_{\beta j} = \delta_{\alpha\beta}$, получаем

$$\delta_{\alpha\beta} \cdot \delta_{\alpha\beta} = \left(\sum_k U_{\alpha k} U_{\beta k}^* \right) \times \quad (A.6)$$

$$\begin{aligned}
& \times \left(\sum_j U_{\alpha j}^* U_{\beta j} \right) = \sum_{k,j} U_{\alpha k} U_{\beta k}^* U_{\alpha j}^* U_{\beta j} = \\
& = \sum_{k=j} U_{\alpha k} U_{\alpha j}^* U_{\beta k}^* U_{\beta j} + \sum_{k \neq j} U_{\alpha k} U_{\beta k}^* U_{\alpha j}^* U_{\beta j} = \\
& = \sum_k |U_{\alpha k}|^2 |U_{\beta k}|^2 + \sum_{k>j} U_{\alpha k} U_{\beta k}^* U_{\alpha j}^* U_{\beta j} + \\
& + \sum_{k>j} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* U_{\alpha k} U_{\beta k} = \sum_k |U_{\alpha k}|^2 |U_{\beta k}|^2 + \\
& + \sum_{k>j} U_{\alpha k} U_{\beta k}^* U_{\alpha j}^* U_{\beta j} + \sum_{k>j} (U_{\alpha k} U_{\beta k}^* U_{\alpha j}^* U_{\beta j})^* = \\
& = \sum_k |U_{\alpha k}|^2 |U_{\beta k}|^2 + 2 \sum_{k>j} \operatorname{Re}\{U_{\alpha k} U_{\beta k}^* U_{\alpha j}^* U_{\beta j}\} = \\
& = \delta_{\alpha\beta}.
\end{aligned}$$

Раскладывая экспоненту в (А.5) на действительную и мнимую части, окончательно имеем:

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} = \delta_{\alpha\beta} - 2 \sum_{k>j} \operatorname{Re}\{U_{\alpha k} U_{\beta k}^* U_{\alpha j}^* U_{\beta j}\} \times \quad (\text{A.7})$$

$$\begin{aligned}
& \times \left(1 - \cos \frac{\Delta m_{kj}^2}{2E} L \right) - \\
& - 2 \sum_{k>j} \operatorname{Im}\{U_{\alpha k} U_{\beta k}^* U_{\alpha j}^* U_{\beta j}\} \sin \frac{\Delta m_{kj}^2}{2E} L = \\
& = \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{k>j} \operatorname{Re}\{U_{\alpha k} U_{\beta k}^* U_{\alpha j}^* U_{\beta j}\} \sin^2 \frac{\Delta m_{kj}^2}{4E} L - \\
& - 2 \sum_{k>j} \operatorname{Im}\{U_{\alpha k} U_{\beta k}^* U_{\alpha j}^* U_{\beta j}\} \sin \frac{\Delta m_{kj}^2}{2E} L.
\end{aligned}$$

Приложение Б

Получим явный вид выражения (5) для осциллирующих $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$:

$$\begin{aligned}
\Delta P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu} & = 4 \operatorname{Im}\{U_{\mu 2}^* U_{e 2} U_{\mu 1} U_{e 1}^*\} \sin \frac{\Delta m_{21}^2}{2E} L + \\
& + 4 \operatorname{Im}\{U_{\mu 3}^* U_{e 3} U_{\mu 1} U_{e 1}^*\} \sin \frac{\Delta m_{31}^2}{2E} L + \\
& + 4 \operatorname{Im}\{U_{\mu 3}^* U_{e 3} U_{\mu 2} U_{e 2}^*\} \sin \frac{\Delta m_{32}^2}{2E} L.
\end{aligned} \quad (\text{Б.1})$$

Выпишем элементы при каждом $\sin \frac{\Delta m_{kj}^2}{2E} L$:

$$\begin{aligned}
\Delta m_{21}^2 : U_{\mu 2}^* U_{e 2} U_{\mu 1} U_{e 1}^* & = \\
= (c_{12} c_{23} - s_{12} s_{23} s_{13} e^{-i\delta}) \times
\end{aligned} \quad (\text{Б.2})$$

$$\begin{aligned}
& \times s_{12} c_{13} (-s_{12} c_{23} - c_{12} s_{23} s_{13} e^{i\delta}) c_{12} c_{13} = \\
& = (-c_{12} c_{23}^2 s_{12} - c_{12}^2 c_{23} s_{23} s_{13} e^{i\delta} + \\
& + s_{12}^2 c_{23} s_{23} s_{13} e^{-i\delta} + s_{12} c_{12} s_{23}^2 s_{13}^2) = \\
& = c_{12} c_{13}^2 s_{12} (c_{23} s_{23} s_{13} (s_{12}^2 e^{-i\delta} - c_{12}^2 e^{i\delta}) + \\
& + s_{12} c_{12} ((s_{23} s_{13})^2 - c_{23}^2)) \Rightarrow \\
& \Rightarrow \operatorname{Im}\{U_{\mu 2}^* U_{e 2} U_{\mu 1} U_{e 1}^*\} = \\
& = -c_{13}^2 c_{12} c_{23} s_{13} s_{12} s_{23} \sin \delta; \\
\Delta m_{31}^2 : U_{\mu 3}^* U_{e 3} U_{\mu 1} U_{e 1}^* & = \\
= s_{23} c_{13} s_{13} e^{-i\delta} (-s_{12} c_{23} - c_{12} s_{23} s_{13} e^{i\delta}) c_{12} c_{13} = \\
= c_{13}^2 c_{12} s_{23} s_{13} (-s_{12} c_{23} e^{-i\delta} - c_{12} s_{23} s_{13}) \Rightarrow \\
\Rightarrow \operatorname{Im}\{U_{\mu 3}^* U_{e 3} U_{\mu 1} U_{e 1}^*\} = c_{13}^2 c_{12} c_{23} s_{13} s_{12} s_{23} \sin \delta;
\end{aligned} \quad (\text{Б.3})$$

$$\begin{aligned}
\Delta m_{32}^2 : U_{\mu 3}^* U_{e 3} U_{\mu 2} U_{e 2}^* & = \\
= s_{23} c_{13} s_{13} e^{-i\delta} (c_{12} c_{23} - s_{12} s_{23} s_{13} e^{i\delta}) s_{12} c_{13} = \\
= s_{23} c_{13}^2 s_{13} s_{12} (c_{12} c_{23} e^{-i\delta} - s_{12} s_{23} s_{13}) \Rightarrow \\
\Rightarrow \operatorname{Im}\{U_{\mu 3}^* U_{e 3} U_{\mu 2} U_{e 2}^*\} = \\
= -c_{13}^2 c_{12} c_{23} s_{13} s_{12} s_{23} \sin \delta.
\end{aligned} \quad (\text{Б.4})$$

Окончательно имеем для перехода ν_e в ν_μ :

$$\begin{aligned}
\Delta P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu} & = 4 c_{12} c_{13}^2 c_{23} s_{13} s_{23} s_{12} \left(\sin \frac{\Delta m_{31}^2}{2E} L - \right. \\
& \left. - \sin \frac{\Delta m_{21}^2}{2E} L - \sin \frac{\Delta m_{32}^2}{2E} L \right) \sin \delta.
\end{aligned} \quad (\text{Б.5})$$

Приложение В

Покажем, что произвольная унитарная 3×3 -матрица смешивания может быть сделана вещественной при вырождении двух массовых состояний нейтрино. Для этого рассмотрим ее разложение на матрицы W_{ij} : $U = W_{12} W_{23} W_{13}$. Порядок произведения, как и в разд. 3.1, можно выбирать произвольно. Матрицы W_{ij} можно параметризовать одним вещественным углом и тремя комплексными фазами. Возьмем для примера $W_{12}(\theta_{12}, \phi_1, \psi, \delta)$:

$$W_{12} = e^{i\phi_1/2} \begin{pmatrix} e^{i\psi} \cos \theta_{12} & e^{i\delta} \sin \theta_{12} & 0 \\ -e^{-i\delta} \sin \theta_{12} & e^{-i\psi} \cos \theta_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (\text{В.1})$$

Обозначив $\psi = \psi_1 + \delta_1$, $\delta = \psi_1 - \delta_1$, запишем матрицу $W_{12}(\theta_{12}, \phi_1, \psi, \delta) = W_{12}(\theta_{12}, \phi_1, \psi_1, \delta_1)$

следующим образом:

$$W_{12} = e^{i\phi_1/2} \begin{pmatrix} e^{i\psi_1} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-i\psi_1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \quad (B.2)$$

$$\times \begin{pmatrix} \cos \theta_{12} & \sin \theta_{12} & 0 \\ -\sin \theta_{12} & \cos \theta_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{i\delta_1} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-i\delta_1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, мы отделили две фазовые матрицы и одну матрицу поворота вокруг третьей оси. Аналогично проводится параметризация матриц $W_{23}(\theta_{23}, \phi_2, \psi_2, \delta_2)$, $W_{13}(\theta_{13}, \phi_3, \psi_3, \delta_3)$. Как уже отмечалось, унитарная матрица 3×3 имеет шесть независимых фаз и три независимых угла. В нашем разложении матрицы U присутствуют девять фаз и три угла. Отсюда заключаем, что три фазы являются произвольными. Подставим (B.2) в исходное разложение матрицы U , обозначив матрицы поворота на углы θ_{12} , θ_{23} , θ_{13} как R_{12} , R_{23} , R_{13} соответственно:

$$U = e^{i(\phi_1/2+\phi_2/2+\phi_3/2)} \begin{pmatrix} e^{i\psi_1} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-i\psi_1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \quad (B.3)$$

$$\times R_{12} \begin{pmatrix} e^{i\delta_1} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-i\delta_1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\psi_2} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-i\psi_2} \end{pmatrix} \times$$

$$\times R_{23} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\delta_2} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-i\delta_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{i\psi_3} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-i\psi_3} \end{pmatrix} \times$$

$$\times R_{13} \begin{pmatrix} e^{i\delta_3} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-i\delta_3} \end{pmatrix}.$$

Положим $\psi_2 = \delta_1 = \delta_2 = 0$ и обозначим $\Delta_1 = \psi_3 + \delta_3$, $\Delta_2 = \psi_3 - \delta_3$. Тогда для матрицы U будем иметь:

$$U = e^{i(\phi_1/2+\phi_2/2)} \begin{pmatrix} e^{i\psi_1} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-i\psi_1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} R_{12} \times \quad (B.4)$$

$$\times R_{23} e^{i\phi_3/2} \begin{pmatrix} e^{i\Delta_1} \cos \theta_{13} & 0 & e^{i\Delta_2} \sin \theta_{13} \\ 0 & 1 & 0 \\ -e^{-i\Delta_2} \sin \theta_{13} & 0 & e^{-i\Delta_1} \cos \theta_{13} \end{pmatrix} =$$

$$= e^{i(\phi_1/2+\phi_2/2)} \begin{pmatrix} e^{i\psi_1} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-i\psi_1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times$$

$$\times R_{12} R_{23} W_{13}(\theta_{13}, \phi_3, \Delta_1, \Delta_2).$$

Предположим, что $m_1 = m_3$, т.е. вырождены состояния $|\nu_1\rangle$ и $|\nu_3\rangle$. Тогда, как и в разд. 3.1, появляется $U(2)$ -симметрия. Совершим такой поворот полей нейтрино матрицей V_{13} , чтобы $V_{13}^\dagger = W_{13}$. С учетом поворотов полей заряженных лептонов, которые устранят оставшиеся слева фазы в матрице U , окончательно будем иметь: $U = R_{12} R_{23}$. Таким образом, матрица смешивания стала вещественной, и CP -нарушения нет. Очевидно, что данное рассуждение справедливо при вырождении любых двух состояний нейтрино.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. M. Kobayashi and T. Maskawa, Prog. Theor. Exp. Phys. **49**, 652 (1973).
2. M. Tanabashi *et al.* (Particle Data Group), Phys. Rev. D **98**, 030001 (2018) and 2019 update.
3. Carlo Giunti and Chung W. Kim, *Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics* (Oxford University Press, 2007).
4. C. Jarlskog, Phys. Rev. Lett. **55**, 1039 (1985).
5. В. А. Рубаков, М. Е. Шапошников, УФН **166**, 493 [Phys. Usp. **39**, 461 (1996)].
6. C. Giunti and C. W. Kim, Phys. Rev. D **58**, 017301 (1998).
7. S. De Leo, G. Ducati, and P. Rotelli, Mod. Phys. Lett. A **15**, 2057 (2000).

CP-VIOLATION IN OSCILLATIONS OF THREE NEUTRINO GENERATIONS: THE CASE OF DEGENERATE MASSES

E. K. Karkaryan

NRC "Kurchatov Institute" – ITEP, Moscow, Russia

CP -symmetry is broken in neutrino oscillations in vacuum in the presence of three generations. In the case PMNS-matrix has inherent complex phase. With degeneracy of any two neutrino masses CP -violation vanishes. The mechanism of CP -symmetry recovery in case of two mass states degeneracy is demonstrated.

ГИПОТЕЗА О СУЩЕСТВОВАНИИ ВНУТРЕННЕГО ОЧАРОВАНИЯ В ПРОТОНЕ И ПЕНТАКВАРКИ СО СКРЫТЫМ АРОМАТОМ

© 2021 г. А. В. Бережной^{1)*}, А. С. Герасимов^{2)**}

Поступила в редакцию 20.04.2020 г.; после доработки 23.06.2020 г.; принята к публикации 09.07.2020 г.

С использованием экспериментальных данных о существовании пентакварков со скрытым чармом получены новые ограничения на вклад внутреннего чарма в состав протона и проанализированы возможные распределения тяжелых кварков внутри протона.

DOI: 10.31857/S0044002721020045

1. ВВЕДЕНИЕ

Гипотеза о существовании внутреннего очарования в протоне была высказана довольно давно для объяснения расхождения между ранними экспериментами по образованию очарованных частиц и предсказаниями КХД [1]. Однако, по мере накопления новых данных, а также в результате усовершенствования техники вычислений, стало ясно, что предположение о внутреннем очаровании не находит однозначных подтверждений. Тем не менее, из-за элегантности самой модели и из-за время от времени появляющихся трудностей в описании событий с чармом, эта гипотеза уже на протяжении нескольких десятилетий привлекает внимание исследователей, а из-за недавнего наблюдения экспериментом LHCb трех резонансов в спектре $J/\psi p$ [2] (см. также обзор “Пентакварки” в обновленной версии [3] за 2019 г.):

$$P_c(4312)^+ (M = 4311.9 \pm 0.7_{-0.6}^{+6.8} \text{ МэВ}, \quad (1)$$

$$\Gamma = 9.8 \pm 2.7_{-4.5}^{+3.7} \text{ МэВ}),$$

$$P_c(4440)^+ (M = 4440.3 \pm 1.3_{-4.7}^{+4.1} \text{ МэВ},$$

$$\Gamma = 20.6 \pm 4.9_{-10.1}^{+8.7} \text{ МэВ}),$$

$$P_c(4457)^+ (M = 4457.3 \pm 0.6_{-1.7}^{+4.1} \text{ МэВ},$$

$$\Gamma = 6.4 \pm 2.0_{-1.9}^{+5.7} \text{ МэВ}),$$

— мы ожидаем новой волны интереса к обсуждаемой модели.

¹⁾ Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д.В. Скобельцына Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия.

²⁾ НИЦ “Курчатовский институт” — ИФВЭ, Протвино, Россия.

*E-mail: Alexander.Berezhnoy@cern.ch

**E-mail: Anton.Gerasimov@ihep.ru

Ясно, что состояния, распадающиеся сильным образом на J/ψ -мезон и протон, можно интерпретировать как пентакварки состава $uudc\bar{c}$.

Кроме того, не исключено, что по крайней мере одно из этих состояний имеет те же квантовые числа, что и протон [4, 5], а значит, вполне допустимо предположение о смешивании такого пентакварка и протона. Такое предположение открывает новый взгляд на старый вопрос о существовании внутреннего чарма в протоне: теперь можно обсуждать наличие в нем примеси реально существующего бариона, имеющего в своем составе валентные очарованные кварки.

Следует отметить, что изначально в работах [6, 7] экспериментом LHCb было объявлено о наблюдении широкого резонанса $P_c(4380)$ и узкого резонанса $P_c(4450)$. Однако, согласно последнему исследованию [2], $P_c(4550)$ “расщепился” на два узких: $P_c(4440)$ и $P_c(4457)$, а в районе $P_c(4380)$ появился узкий резонанс $P_c(4312)$, в результате чего, как отмечено в обзоре [3], доказательство существования $P_c(4380)$ стало менее убедительным. Поэтому в настоящей работе обсуждаются только три узких резонанса (1). Впрочем, возможность наличия $P_c(4380)$ нельзя совсем сбрасывать со счетов, так новый анализ слабо чувствителен к широким резонансам.

В настоящей работе с использованием исходной пертурбативной модели внутреннего чарма [1] и непертурбативной модели, описывающей смешивание протона и пентакварка, основанной на работе [8], будет выполнено сравнение возможных распределений s -кварков в протоне и вычислено теоретическое ограничение сверху на вклад внутреннего чарма в состав протона.

2. РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЯЖЕЛЫХ КВАРКОВ В ПРОТОНЕ В РАМКАХ РАЗЛИЧНЫХ МОДЕЛЕЙ ВНУТРЕННЕГО АРОМАТА

В работе [1], где впервые обсуждается гипотеза внутреннего очарования, предполагается, что волновая функция протона может быть представлена в виде $|p\rangle = A_0|uud\rangle + A_1|uudc\bar{c}\rangle + \dots$, где $|A_1|^2$ — ненулевая вероятность существования внутренних $c\bar{c}$ -пар. Для оценки такой вероятности привлекается “старая” теория возмущений:

$$G = |A_1|^2 = \left| \frac{\langle u_1 u_2 d c \bar{c} | M | u_1 u_2 d \rangle}{E_{u_1 u_2 d c \bar{c}} - E_{u_1 u_2 d}} \right|^2.$$

Из приведенного выражения в системе бесконечного импульса и в предположении, что $\langle u_1 u_2 d c \bar{c} | M | u_1 u_2 d \rangle = \text{const}$, можно получить, что

$$G(x_{u_1}, x_{u_2}, x_d, x_c, x_{\bar{c}}) \sim \left(M_p^2 - \sum_{i=u_1, u_2, d, c, \bar{c}} \frac{m_{\perp i}^2}{x_i} \right)^{-2},$$

откуда в предположении тяжелых очарованных кварков следует, что

$$G(x_{u_1}, x_{u_2}, x_d, x_c, x_{\bar{c}}) \sim \frac{x_c^2 x_{\bar{c}}^2}{(x_c + x_{\bar{c}})^2} \delta \left(1 - \sum_{i=u_1, u_2, d, c, \bar{c}} x_i \right). \quad (2)$$

Проведя интегрирование в (2), авторы [1] получают одиночное распределение c -кварков в протоне следующего вида:

$$G_c(x_c) \sim x_c^2 \left[(1 - x_c)(1 + 10x_c + x_c^2) - 6x_c(1 + x_c) \ln \frac{1}{x_c} \right]. \quad (3)$$

Нормировка распределения (3), очевидным образом определяющая вероятность найти очарованный кварк в протоне, в [1] теоретически не вычисляется.

В недавней теоретической работе [9] на основе данных эксперимента ATLAS было получено ограничение на внутренний чарм 1.93%. Следует также отметить, что существуют исследования, которые дают и большие ограничения: в работе [10] получено ограничение сверху в 1%, исходя из отношения Λ_{QCD} к разнице энергий пентакварка и протона, а в работе [11] ограничение еще жестче: 10^{-5} .

Напомним, что формула (3) в [1] получена в предположении тяжелого кварка. Это автоматически приводит к мысли о возможности не только внутреннего очарования, но и внутренней прелести. Поэтому в дальнейшем изложении мы вскользь

коснемся и этой проблемы. Ясно, что подход [1] предполагает одну и ту же форму распределения примеси c - и b -кварков в протоне. Напротив, как мы покажем далее, в модели смешивания протона и пентакварка эти распределения должны быть разными. Конечно же, сложно ожидать большого вклада внутренней прелести³⁾, однако с теоретической точки зрения эта тема не лишена интереса.

Для получения распределений кварков в адронах существует успешно зарекомендовавшая себя при вычислении структурных функций для малых q^2 непертурбативная модель [8]. Согласно этой модели вероятность обнаружения в адроне n партонов, из которых m являются валентными, определяется выражением:

$$G(x_1, \dots, x_n) \sim \prod_{i=1}^m x_i^{1-\alpha_i} \prod_{i=1}^n \frac{dx_i}{x_i} \delta \left(1 - \sum_{i=1}^n x_i \right).$$

В обсуждаемой модели для морских партонов вероятность пропорциональна лишь фазовому объему $\frac{dx_i}{x_i}$, а для валентных кварков в ней появляется дополнительный множитель $x_i^{1-\alpha_i}$, где параметр α_i связан с пересечением траектории Редже.

В описанном подходе пентакварк отличается от “обычных” адронов только наличием пяти валентных кварков. При этом значение параметра α_c для валентных c -кварков известно и равно -2.2 [13, 14]. Что касается остальных величин α_i , то они известны из реджевской феноменологии: $\alpha_u = \alpha_d = \alpha_q = 1/2$ и $\alpha_s = 0$.

Следуя [8], можно получить для пентакварка $uudc\bar{c}$ следующие распределения (см. [10]):

$$G_q^{Pc}(x_q) \sim x_q^{-\alpha_q} (1 - x_q)^{-1+\gamma+2(1-\alpha_q)+2(1-\alpha_c)} \quad (4)$$

— для валентных легких кварков;

$$G_c^{Pc}(x_c) \sim x_c^{-\alpha_c} (1 - x_c)^{-1+\gamma+3(1-\alpha_q)+(1-\alpha_c)} \quad (5)$$

— для валентных c - и \bar{c} -кварков.

Так как кварки валентные, то распределения (4) и (5) нормируются на единицу.

Напомним, что в протоне, согласно модели [8], распределения валентных кварков выглядят следующим образом:

$$G_q^p(x_q) \sim x_q^{-\alpha_q} (1 - x_q)^{-1+\gamma+2(1-\alpha_q)}.$$

Из правил кваркового счета следует, что для протона $-1 + \gamma + 2(1 - \alpha_q) = 3$, откуда $\gamma = 3$. Это же

³⁾См., например, работу [12], где подавление вклада внутренней прелести относительно вклада внутреннего чарма оценивается как отношение квадратов масс c -кварка и b -кварка.

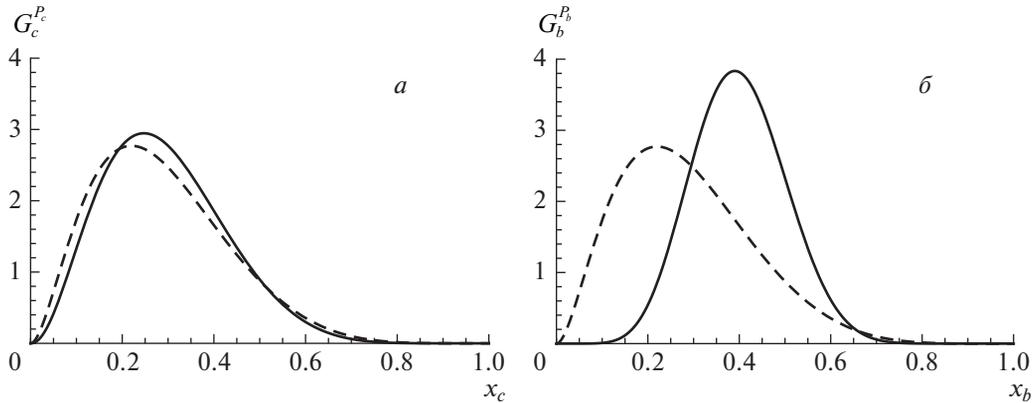


Рис. 1. Распределения c -кварков (а) [10] и b -кварков (б) в протоне согласно модели [1] (штриховая кривая) и в пентакварке согласно модели [8] (сплошная кривая).

значение величины γ мы будем использовать для вычисления распределений кварков в пентакварке, также как это делалось и в работе [10].

Сравнивая форму распределения очарованных кварков в протоне в рамках модели внутреннего чарма (3) с формой распределения очарованных кварков в пентакварке (5), нельзя не отметить их чрезвычайную схожесть (см. рис. 1а). Однако на примере гипотетического пентакварка $uud\bar{b}\bar{b}$ можно показать, что эта схожесть носит случайный характер.

Действительно, распределение валентного b -кварка в таком пентакварке можно получить из (5) заменой параметра $\alpha_c = -2.2$ на $\alpha_b = -8$ [15]:

$$G_b^{P_b}(x_b) \sim x_b^{-\alpha_b}(1-x_b)^{-1+\gamma+3(1-\alpha_a)+(1-\alpha_b)},$$

что существенно меняет его форму. При этом, как мы уже отметили ранее, распределение для “внутренней прелести” в протоне будет точно таким же, что и для внутреннего чарма. В виду указанных обстоятельств разница в форме распределений становится весьма ощутимой (см. рис. 1б), а значит, сходство между (3) и (5) нельзя считать закономерностью.

Следует заметить, что в рамках той же модели можно получить и распределение для странного валентного кварка в пентакварке со скрытой странностью. Так как $\alpha_s = 0$, то в рамках указанной модели такое распределение будет иметь простейший вид

$$G_s^{P_s}(x_s) \sim (1-x_s)^{4.5}. \quad (6)$$

Однако на сегодняшний день пентакварки со скрытой странностью не обнаружены, и их обсуждение носит такой же теоретический характер, что и обсуждение пентакварков со скрытой прелестью. Впрочем, исследование внутренней странности в

протоне и ее связи с гипотетическими пентакварками со скрытой странностью безусловно заслуживает отдельного рассмотрения. Следует также отметить, что, к сожалению, наличие внутренней странности, как и наличие внутреннего чарма, не находит однозначного экспериментального подтверждения (см. теоретический обзор [16], где в этой связи обсуждаются экспериментальные данные эксперимента HERMES [17]).

3. ПРИМЕСЬ ПЕНТАКВАРКА В ПРОТОНЕ

Несмотря на то, что сходство в распределениях c -кварков в протоне в модели внутреннего чарма [1] и в пентакварке в модели Кути–Вайскопфа [8] является случайным, оно наталкивает на мысль о возможном смешивании протона и одного из недавно открытых пентакварков (1) (см. также [10]). Далее, в предположении, что один из этих пентакварков имеет квантовые числа протона, мы получим оценку вероятности такого смешивания и, следовательно, вероятности обнаружения пентакварковой компоненты в протоне.

Новые смешанные состояния протона и пентакварка $X_1|p\rangle + X_2|P_c\rangle$ определяются с помощью матрицы смешивания:

$$\begin{pmatrix} M_p & V \\ V & M_{P_c} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix},$$

где M_p и M_{P_c} — массы протона и пентакварка, а V — оператор, связанный с их взаимодействием.

Предполагая малость V относительно разности масс $M_{P_c} - M_p$, находим собственные значения матрицы смешивания:

$$\lambda_1 = M_p + \frac{V^2}{M_{P_c} - M_p},$$

$$\lambda_2 = M_{P_c} - \frac{V^2}{M_{P_c} - M_p}.$$

При этом первому собственному значению отвечает состояние протона с примесью пентакварка

$$|p\rangle' = |p\rangle + \varepsilon|P_c\rangle,$$

где малый параметр

$$\varepsilon = \frac{V}{M_{P_c} - M_p},$$

а второму — состояние пентакварка с примесью протона

$$|P_c\rangle' = |P_c\rangle + \varepsilon|p\rangle.$$

Вид оператора V неизвестен, однако можно предположить, что по величине он ограничен сверху полной шириной пентакварка

$$V \lesssim \Gamma_{P_c}$$

и тогда

$$\varepsilon \lesssim \frac{\Gamma_{P_c}}{M_{P_c} - M_p}.$$

Здесь мы вынуждены отметить, что это наше предположение не имеет строгого обоснования и является лишь догадкой. Наши качественные соображения состоят в том, что пентакварк в основном распадается на протон и J/ψ , а значит, чем больше ширина пентакварка, тем больше должно быть значение оператора перехода в протон. Более обоснованная оценка величины V будет являться целью нашего следующего исследования.

Какой из открытых пентакварков (1) обладает квантовыми числами протона, точно неизвестно, но скорее всего, это состояние с наименьшей массой, так как именно оно является главным кандидатом на основное состояние. Его ширину (9.8 МэВ) мы и будем использовать для оценки величины примеси:

$$\varepsilon \lesssim \frac{9.8 \text{ МэВ}}{4312 \text{ МэВ} - 938 \text{ МэВ}} \approx 3 \times 10^{-3}.$$

Таким образом, вероятность присутствия пентакваркового состояния в протоне составляет $\varepsilon^2 \lesssim 10^{-5}$.

Заметим, что очень похожую задачу смешивания легких барионов с легкими пентакварками рассмотрели в недавней работе [18].

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Модель внутреннего чарма [1] позволяет определить форму распределения c -кварков в системе большого импульса, однако не предсказывает нормировку этого распределения. Напротив, используемая нами модель, предполагающая смешивание

протона и пентакварка, позволяет не только предсказать форму распределения, но и оценить величину примеси c -кварков в протоне. Форма распределения c -кварков в последней модели предсказывается в рамках подхода Кути–Вайскопфа [8], примененного к пентакварку, а величина примеси оценивается на основе знаний о массах и ширинах открытых недавно экспериментом LHCb пентакварков со скрытым чармом [6, 7].

Заметим, что столь разные подходы приводят к очень похожим по форме распределениям c -кварков в протоне. Однако, по всей видимости, это совпадение носит случайный характер, что было продемонстрировано нами на примере большой разницы в распределениях b -кварков, предсказанных в рамках тех же двух моделей.

В качестве верхней оценки для величины примеси ε c -кварка в протоне $|p'\rangle = |p\rangle + \varepsilon|P_c\rangle$ нами использовалось значение отношения $\Gamma_{P_c}/(M_{P_c} - M_p) \approx 3 \times 10^{-3}$, где $\Gamma(P_c)$ и M_{P_c} — ширина и масса наименьшего пентакваркового состояния из обнаруженных экспериментом LHCb [6, 7]. Данное состояние выбрано из-за того, что, скорее всего, именно оно имеет квантовые числа протона. Тогда вероятность перехода протона в пентакварк $\varepsilon^2 \lesssim 10^{-5}$. Заметим, что это ограничение жестче, чем ограничения, полученные в большинстве других исследований (см., например [1, 9, 10]).

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 20-02-00154 А. Работа А.В. Бережного частично поддержана фондом “Базис”, грант № 17-12-244-1. Авторы благодарят проф. А.К. Лиходеда за всестороннюю помощь в проведении исследования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. S. J. Brodsky, P. Hoyer, C. Peterson, and N. Sakai, Phys. Lett. B **93**, 451 (1980).
2. Roel Aaij *et al.* (LHCb Collab.), Phys. Rev. Lett. **122**, 222001 (2019).
3. M. Tanabashi *et al.* (Particle Data Group), Phys. Rev. D **98**, 030001 (2018).
4. Zhi-Gang Wang, Int. J. Mod. Phys. A **35**, 2050003 (2020).
5. Ruilin Zhu, Xuejie Liu, Hongxia Huang, and Cong-Feng Qiao, Phys. Lett. B **797**, 134869 (2019).
6. Roel Aaij *et al.* (LHCb Collab.), Phys. Rev. Lett. **115**, 072001 (2015).
7. Roel Aaij *et al.* (LHCb Collab.), Phys. Rev. Lett. **117**, 082002 (2016).
8. Julius Kuti and Victor F. Weisskopf, Phys. Rev. D **4**, 3418 (1971).
9. V. A. Bednyakov, S. J. Brodsky, A. V. Lipatov, G. I. Lykasov, M. A. Malyshev, J. Smiesko, and S. Tokar, Eur. Phys. J. C **79**, 92 (2019).
10. М. О. Михасенко, ЯФ **77**, 658 (2014) [Phys. At. Nucl. **77**, 623 (2014)].

11. В. А. Литвин, А. К. Лиходед, ЯФ **62**, 728 (1999) [Phys. At. Nucl. **62**, 679 (1999)].
12. М. V. Polyakov, A. Schafer, and O. V. Teryaev, Phys. Rev. D **60**, 051502(R) (1999).
13. В. Г. Картвелишвили, А. К. Лиходед, ЯФ **42**, 1306 (1985) [Sov. J. Nucl. Phys. **42**, 823 (1985)].
14. С. С. Герштейн, А. К. Лиходед, А. В. Лучинский, ЯФ **70**, 791 (2007) [Phys. At. Nucl. **70**, 759 (2007)].
15. V. G. Kartvelishvili, A. K. Likhoded, and V. A. Petrov, Phys. Lett. B **78**, 615 (1978).
16. S. J. Brodsky, V. A. Bednyakov, G. I. Lykasov, J. Smiesko, and S. Tokar, Prog. Part. Nucl. Phys. **93**, 108 (2017).
17. A. Airapetian *et al.* (HERMES Collab.), Phys. Rev. D **89**, 097101 (2014).
18. K. Xu, A. Kaewsnod, Z. Zhao, X. Liu, S. Srisuphaphon, A. Limphirat, and Y. Yan, Phys. Rev. D **101**, 076025 (2020).

PENTAQUARKS WITH A HIDDEN FLAVOUR AND THE HYPOTHESIS OF INTRINSIC CHARM IN THE PROTON

A. V. Berezhnoy¹⁾, A. S. Gerasimov²⁾

¹⁾*Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics, Lomonosov Moscow State University, Russia*

²⁾*NRC "Kurchatov Institute" — IHEP, Protvino, Russia*

Using experimental data about the existence of pentaquarks with hidden charm, new restrictions on the contribution of intrinsic charm to the proton are obtained and possible distributions of heavy quarks inside the proton are analyzed.

ПОИСК НОВОЙ ФИЗИКИ В ДИЛЕПТОННОМ КАНАЛЕ В ЭКСПЕРИМЕНТЕ CMS НА LHC

© 2021 г. И. А. Жижин^{1),2)*}, А. В. Ланёв^{1)**}, С. В. Шматов^{1),2)***}

Поступила в редакцию 13.05.2020 г.; после доработки 15.09.2020 г.; принята к публикации 15.09.2020 г.

Представлен обзор результатов поиска сигналов новой физики за рамками Стандартной модели в столкновениях протонов при энергии $\sqrt{s} = 13$ ТэВ. Для поиска использованы события образования пар лептонов, зарегистрированные экспериментом CMS во время второго этапа работы Большого адронного коллайдера. Полный объем проанализированных данных соответствует интегральной светимости до 140 фбн^{-1} . Результаты поиска интерпретировались в рамках моделей расширенного калибровочного сектора, сценариев низкоэнергетической гравитации и в контексте поиска темной материи. Также обсуждаются результаты поиска редкого распада бозона Хиггса на два мюона.

DOI: 10.31857/S0044002721010244

Изучение процессов образования пар лептонов является одним из приоритетных направлений исследований экспериментов на современных ускорительных комплексах и, в частности, экспериментов на Большом адронном коллайдере (LHC). Подобные экспериментальные сигналы вызывают особый интерес, так как являются очень чистыми каналами с точки зрения фоновых условий, описываемых Стандартной моделью (SM) с большой точностью. Кроме задач, связанных с проверкой предсказаний SM [1], эти процессы уже несколько десятков лет используются в роли важнейшего инструмента при поиске сигналов новой физики [2].

Многие сценарии за рамками SM предсказывают появление новых частиц, которые впоследствии распадаются на пары лептонов l^+l^- . Поскольку энергетический масштаб новой физики ожидается довольно высоким (порядка ТэВ и выше), конечные дилептонные состояния обладают большой инвариантной массой. Проверка таких предсказаний находится в области потенциальных возможностей экспериментов на LHC — во время второго этапа его работы (RUN2) энергия сталкивающихся протонов составила $\sqrt{s} = 13$ ТэВ, а полный объем данных, записанных каждым из двух многоцелевых экспериментов (ATLAS и CMS), превысил 140 фбн^{-1} интегральной светимости. Оба эксперимента нацелены на проверку SM на масштабе

энергий нескольких ТэВ и поиск новой физики за ее пределами и, в частности, в дилептонном канале. Поиск подобных сигналов осуществляется в предположении, что они представляют собой превышение наблюдаемого числа событий над фоном SM: либо в узком интервале инвариантных масс пары лептонов (новые узкие резонансные состояния), либо проявляются как отклонения от предсказаний SM в широком диапазоне инвариантных масс (нерезонансные сигналы) [3].

В эксперименте “Компактный мюонный соленоид” (CMS) [4] поиск новых резонансов проводился с помощью метода максимального правдоподобия (ММП) [5, 6] путем анализа формы распределения пар лептонов по их инвариантной массе m (рис. 1) [7]. Такой подход обеспечивает независимость результатов от погрешности определения абсолютной величины фона. Расширенная функция ММП для спектра инвариантных масс состоит из суммы функций плотности вероятности (p.d.f.) сигнала p_S и фона p_B :

$$L(m|R_\sigma, M, \Gamma, \sigma(m), \alpha, \beta, \kappa, \mu_B) = \quad (1)$$

$$= \frac{\mu^N e^{-N}}{N!} \prod_{i=1}^N \left(\frac{\mu_S(R_\sigma)}{\mu} p_S(m_i|M, \Gamma, \omega) + \frac{\mu_B}{\mu} p_B(m_i|\alpha, \beta, \kappa) \right).$$

Плотность вероятности сигнала $p_S(m|\Gamma, \sigma) = \text{BW}(m|\Gamma) \otimes \text{Gauss}(m|\omega)$ является сверткой описывающей резонанс нерелятивистской формы Брейта–Вигнера с шириной Γ и функцией Гаусса с шириной ω , задающей разрешение детекторных

¹⁾Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия.

²⁾Государственный университет “Дубна”, Дубна, Россия.

*E-mail: ilia.zhizhin@cern.ch

**E-mail: alexander.lanyov@cern.ch

***E-mail: sergei.shmatov@cern.ch

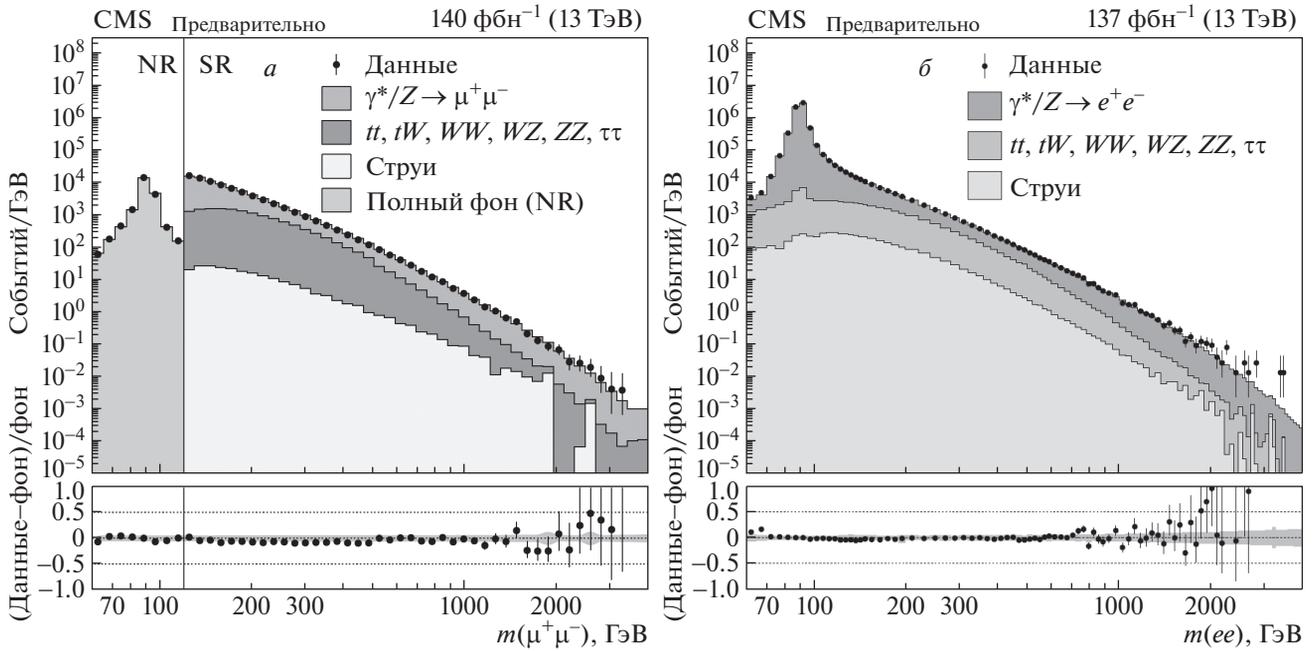


Рис. 1. Распределения по инвариантной массе наблюдаемых событий (черные точки) пар (а) мюонов и (б) электронов [7]. Гистограммами показаны вклады различных фоновых процессов СМ. Серая область димюонного распределения — нормированная область (NR) с $m_{ll} < 120$ ГэВ.

систем. Здесь N — полное число зарегистрированных событий, $\mu = \mu_S + \mu_B$ — сумма средних значений распределений Пуассона для сигнала и фона. Форма функции, описывающей p.d.f. фона, фиксировалась на основе аппроксимации распределений событий, полученных с помощью моделирования всех возможных процессов СМ $p_B(m|\alpha, \beta, \kappa) = m^\kappa e^{\alpha m + \beta m^2}$, где α , β и κ — параметры формы фона.

Для уменьшения влияния других систематических эффектов (светимости, акцептанса, эффективностей триггера и офлайн-реконструкции) сечение рождения пар лептонов было нормировано на сечение рождения Z -бозона (подробнее, см., например, в [3]):

$$R_\sigma = \frac{\sigma(Z' \rightarrow l^+l^-)}{\sigma(Z \rightarrow l^+l^-)}. \quad (2)$$

Ожидаемые в СМ и наблюдаемые верхние пределы на сечения для резонансных состояний со спином 1 и 2 представлены на рис. 2 [7, 8]. Эти пределы, как и распределения по инвариантной массе (рис. 1), демонстрируют хорошее согласие с предсказаниями СМ, т. е. полное отсутствие статистически значимых сигналов новой физики. Поэтому дальнейшие результаты связаны с ограничениями параметров моделей, в рамках которых проводилось сравнение их предсказаний с полученными экспериментальными данными. Такая интерпретация результатов осуществлялась для мо-

делей двух классов — предсказывающих резонансы со спином 1 и со спином 2.

Так, например, в расширенных калибровочных моделях, содержащих дополнительную калибровочную группу $U'(1)$, в результате нарушения симметрии на масштабе ТэВ появляются новые калибровочные бозоны Z' [9] (резонансы со спином 1) с массами, доступными для измерения на ЛНС. Для анализа были использованы две модели, предсказывающие Z' с максимальным и минимальным сечением. В качестве модели с максимальным сечением обычно рассматривают так называемую последовательную СМ (SSM) [10] — производную от СМ конструкцию, в которой величина констант связи нового Z' совпадает с таковой для Z в СМ. Другие модели, например, основанные на калибровочной группе ТВО E_6 [11], предсказывают Z' с константами связи, отличными от СМ, и с меньшими сечениями. Одна из возможных моделей (Z'_ψ) с минимальным сечением была использована в качестве наиболее пессимистичного сценария (нижнего порога в теоретических предсказаниях). Соответствующие сечения приведены на рис. 2а [7]. Нижние пределы на массы Z'_{SSM} и Z'_ψ составляют 5.15 и 4.56 ТэВ/ c^2 соответственно (т. е. существование Z' с массами ниже указанных закрыто экспериментом).

Для получения модельно-независимых результатов, позволяющих проводить их прямую реинтерпретацию в рамках большого количества моде-

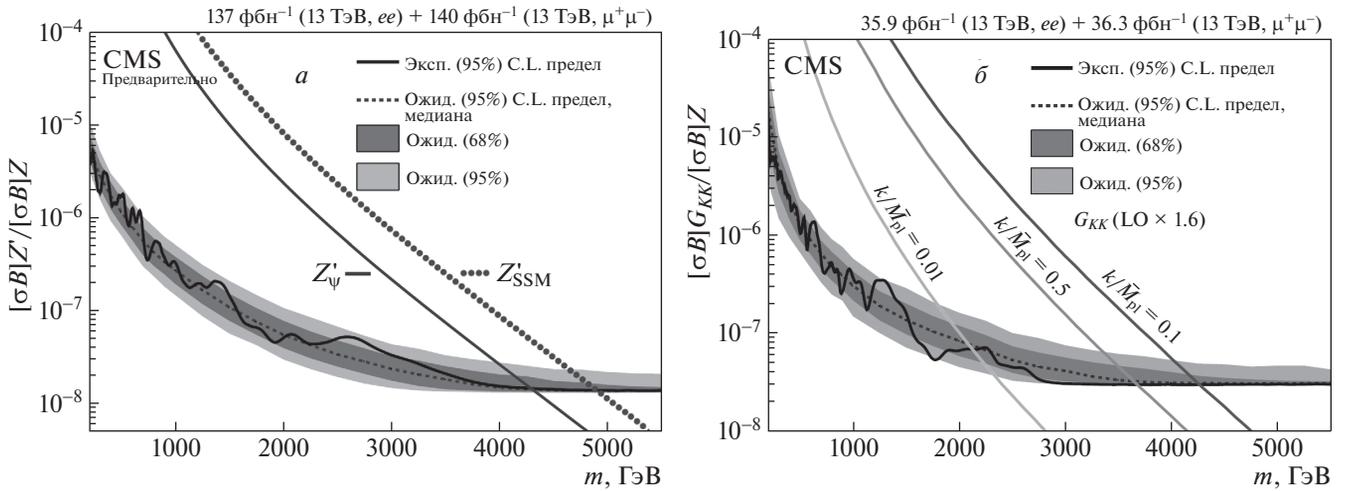


Рис. 2. Пределы на сечения рождения пар лептонов со статистической достоверностью 95% (C.L.), нормированные на сечение рождения Z -бозона, для резонанса (а) со спином 1 [7] и (б) со спином 2 [8]. Сплошные кривые — наблюдаемые пределы, точечные — ожидаемые в СМ. Закрашенные области вокруг пунктирной линии соответствуют 68% и 95% квантилям для ожидаемых пределов. Приведены предсказываемые сечения рождения (а) новых калибровочных бозонов в моделях Z'_ψ и Z'_{SSM} и (б) RS1-гравитонов с константами связи $k/M_{Pl} = 0.01, 0.05$ и 0.10 .

лей, использовалось приближение узкого резонанса (NWA) [12, 13]. В рамках данного подхода сечения нового резонанса на массовой поверхности вычислялись в массовом интервале, соответствующих $\pm 5\% \sqrt{s}$ вокруг массы этого резонанса M , а сечение Z -бозона — в интервале ± 30 ГэВ/ c^2 вокруг массы Z . Такой выбор позволяет минимизировать влияние модельно-зависимых эффектов, таких как модификация “хвоста” массового распределения в области ниже значения \sqrt{s} вследствие интерференции, например $\gamma/Z/Z'$ (интерференция изменяет величину сечения не более, чем на нескольких процентах). При этом стоит отметить, что для выполнения условия NWA согласно работе [14] естественная ширина резонанса Γ должна быть много меньше его массы ($\Gamma \ll M$), а сама масса много меньше энергии взаимодействия ($M \ll \sqrt{s}$). Также должна отсутствовать значительная интерференция с нерезонансными сигналами.

В приближении NWA сечение рождения Z' может быть выражено через константы связи векторного бозона с кварками в виде [8, 13]:

$$\sigma_{l+l-} = \frac{\pi}{48s} [c_u w_u(s, M^2) + c_d w_d(s, M^2)],$$

где c_u и c_d — коэффициенты, зависящие от величин констант связи Z' соответственно с верхними и нижними кварками. Коэффициенты w_u и w_d содержат информацию о партонных функциях распределения (PDF) и являются модельно-независимыми величинами, так как зависят только от энергии взаимодействия \sqrt{s} и массы бозона

$M_{Z'}$. Таким образом, в приближении NWA и при условии, что естественная ширина резонанса не превышает массовое разрешение детекторных систем, подобное представление позволяет экстраполировать полученные ограничения и на другие модели в пространстве (c_u, c_d) (рис. 3) [8].

В качестве примера резонанса со спином 2 традиционно рассматриваются предсказания сценария с дополнительными пространственными измерениями (ДПИ) Рэндалл–Сандрума (RS1) [15]. Эта популярная модель низкоэнергетической гравитации предложена для решения проблемы существования большой разницы между энергетическим масштабom нарушения электрослабой симметрии M_{EW} и гравитационным энергетическим масштабom M_{Pl} (проблема иерархии). За счет введения ДПИ удается понизить значение верхнего энергетического масштабa, опустить его с планковского значения на гораздо меньшие и приблизить к M_{EW} , и, таким образом, просто устранить иерархию масштабов как таковую. При таком подходе возникают четырехмерные калуца-клейновские (КК) возбуждения тех частиц, которые могут распространяться в дополнительных измерениях (в простейших вариантах подобных моделей это только гравитоны). Возбужденные состояния RS1-гравитонов выглядят как резонансные состояния со спином 2 в спектре пар частиц СМ (в частности, лептонов).

На рис. 2б представлены ожидаемые и наблюдаемые пределы на сечения процессов для первой КК-моды RS1-гравитонов с различными константами связи $c = k/M_{Pl}$ (и соответственно различ-

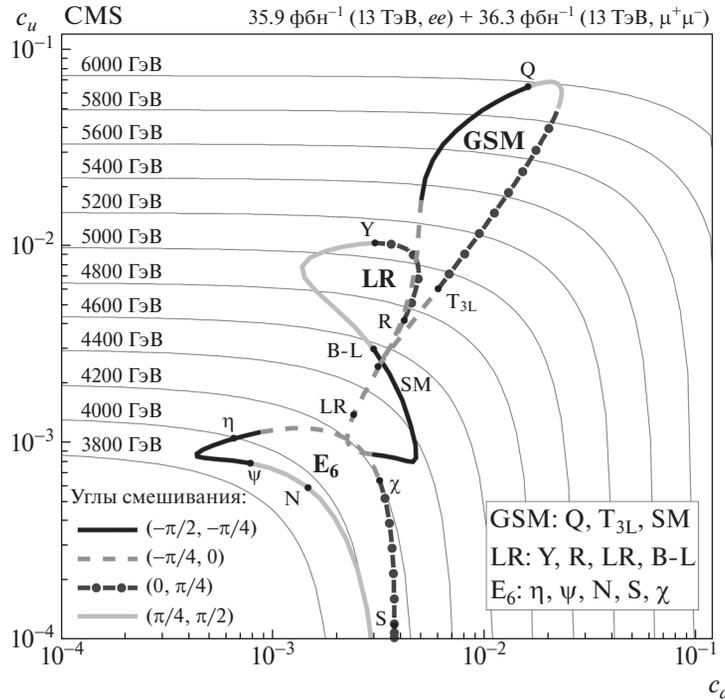


Рис. 3. Предел (95% C.L.) на массы бозона Z' в пространстве параметров (c_u, c_d) [8]. Тонкими линиями показаны контуры экспериментальных верхних пределов на величину (c_u, c_d) для различных масс резонанса. Жирные кривые соответствуют предсказаниям разных расширенных калибровочных моделей.

ными ширинами), где k — радиус кривизны пяти-мерного пространства анти-де Ситтера, а \bar{M}_{Pl} — фундаментальная масса Планка [8]. Ограничения на массу RS1-гравитона составили 2.10, 3.65 и 4.25 ТэВ/ c^2 соответственно для $c = 0.01, 0.05$ и 0.10 [16].

Во время RUN2 результаты поиска новых тяжелых дилептонных резонансов были впервые проинтерпретированы в контексте сигналов частиц-кандидатов в темную материю (ТМ). Для этого использовалась упрощенная модель с одной частицей ТМ и одним переносчиком взаимодействия между сектором СМ и ТМ [17], где переносчик может быть векторным или аксиально-векторным. Были рассмотрены два случая — с одинаковыми константами связи векторного переносчика с лептонами и кварками ($g_q = g_l = 0.1$) и с подавленной константой аксиально-векторного переносчика с лептонами ($g_q = 0.1, g_l = 0.01$) — “лептофобный” распад. Полученные ограничения на массы частицы ТМ представлены в зависимости от массы переносчика (рис. 4) [8].

Что касается нерезонансных сигналов, то методика их поиска основывается на подсчете числа событий в определенном массовом интервале. Вероятность наблюдения числа событий N_{Obs} задается

распределением Пуассона

$$P = \frac{a^{N_{Obs}}}{N_{Obs}!} e^{-a}, \quad (3)$$

где a — среднее значение распределения, включающее в себя вклад сечений сигнальных σ_S и фоновых процессов σ_B , полную эффективность реконструкции ε_S и отбора ε_B , нормировку спектра инвариантных масс на число событий вокруг пика Z -бозона: $a = (\varepsilon_S \sigma_S + \varepsilon_B \sigma_B) N_{Obs, Z} / (\varepsilon_Z \sigma_Z)$ [18].

Интерпретация полученных экспериментальных данных осуществлялась в контексте взаимодействий, которые предсказывают нерезонансную модификацию формы распределений пар лептонов, относительно предсказаний СМ в широкой области инвариантных масс. Так, в рамках сценария низкоэнергетической гравитации с плоскими ДПИ [19] с использованием четырехфермионного эффективного описания взаимодействий для процессов с виртуальным обменом ADD-гравитонами установлены верхние пределы на сечение. В различных схемах перенормировки [20–22] получены новые экспериментальные ограничения на фундаментальный масштаб Λ_T и M_S в зависимости от числа ДПИ (рис. 5a) [16]. Кроме того, нерезонансное увеличение рождения массивных лептонных пар также возможно в сценарии контактных взаимодействий (CI) [23], возникающих в предположении существования

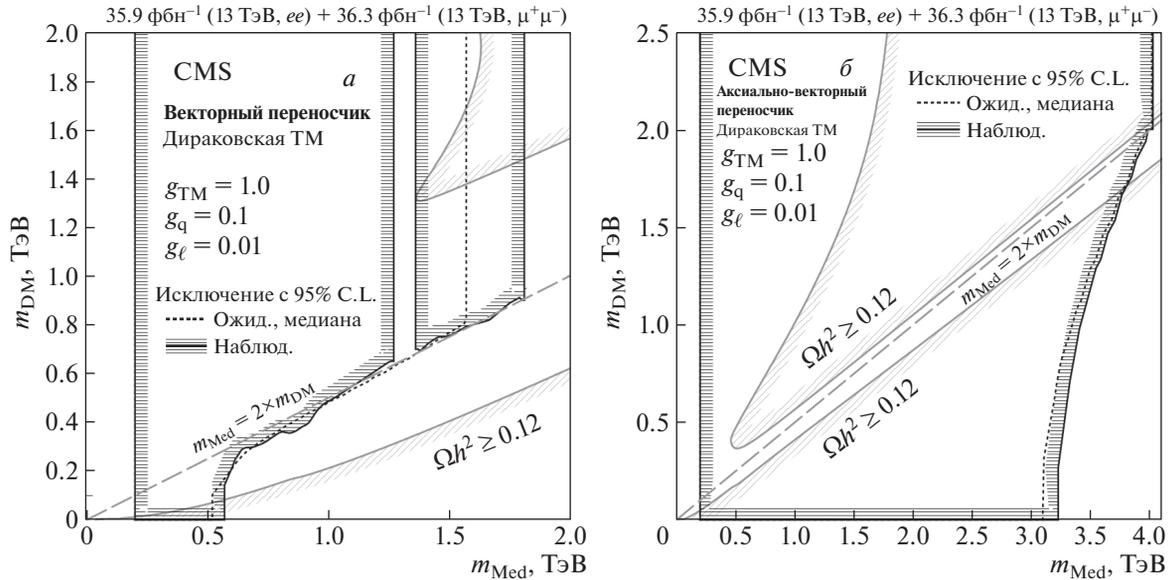


Рис. 4. Ограничения (95% C.L.) на массу частиц темной материи в модели с (а) векторным и (б) аксиально-векторным переносчиками [8]. Область, выделенная горизонтальной штриховкой, задает исключенную область масс переносчика и частиц ТМ. Сплошные серые линии со штриховкой, обозначенные как “ $\Omega h^2 \geq 0.12$ ”, отвечают значениям параметров, воспроизводящих наблюдаемую реликтовую плотность ТМ во Вселенной. Зона штриховки задает области, в которых плотность ТМ, реконструированная из упрощенной модели ТМ, превышает наблюдаемое значение реликтовой плотности ТМ во Вселенной.

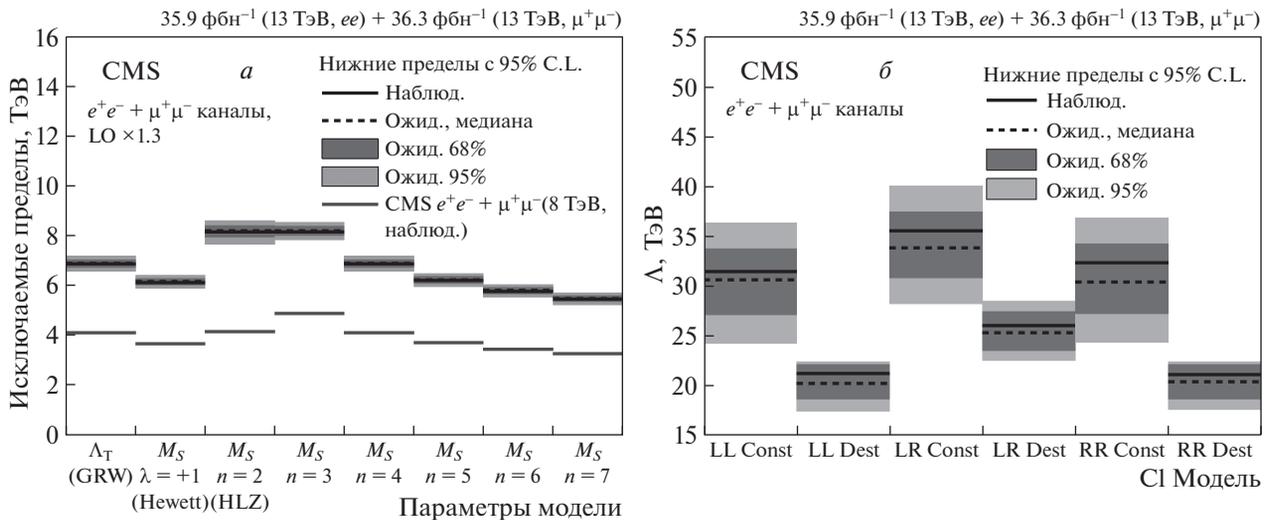


Рис. 5. а — Ограничения (95% C.L.) на фундаментальный масштаб гравитации в сценарии ADD в различных схемах перенормировки [16]. б — Пределы (95% C.L.) на фундаментальный масштаб Λ для шести рассмотренных моделей CI [16].

нетривиальной структуры фермионов. Результаты по поиску CI представлены в виде ограничений на энергетический масштаб Λ_T (рис. 5б) [16], ниже которого конститuentы фермионов связаны в синглетные состояния относительно нового взаимодействия.

В заключение остановимся еще на одном возможном окне в новую физику — редком распа-

де бозона Хиггса на пару мюонов, для которого SM предсказывает значение брэнчинга $\mathcal{B}_{SM}(H \rightarrow \mu^+\mu^-) = 2.18 \times 10^{-4}$. До сегодняшнего момента все свойства бозона Хиггса находятся в хорошем согласии с предсказаниями SM. Однако не запрещенные в SM редкие распады, которые до сих пор не наблюдались, не позволяют сделать однозначный вывод о полной “стандартности” бо-

зона Хиггса (сюда же следует отнести “невидимые” распады, запрещенные в СМ, для которых все еще остается окно возможностей на уровне $\mathcal{B}(H \rightarrow \text{inv}) \lesssim 20\%$).

В 2020 г. коллаборация CMS опубликовала новую работу [24] по распаду бозона Хиггса на пару мюонов. Эти результаты были получены путем объединения четырех независимых каналов рождения Хиггса: глюон-глюонное слияние, слияние векторных бозонов WW и ZZ (VBF), совместное рождение с векторными бозонами HW и HZ (HV) и совместное рождение с парой топ-кварков (ttH). Превышение событий наблюдается в данных со значимостью 3.0 стандартных отклонения, в то время как в рамках СМ для бозона Хиггса с массой $m_H = 125.35$ ГэВ ожидаемая статистическая значимость составляет 2.5σ . Измеренная сила сигнала по сравнению с ожиданием СМ равна $1.19^{+0.40}_{-0.39}$ (стат.) $^{+0.15}_{-0.14}$ (сист.). Эти результаты имеют ключевое значение для фундаментальной физики, так как открывают путь для исследования связи бозона Хиггса с фермионами второго поколения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. С. В. Шматов, ЭЧАЯ **48**, 701 (2017); ЯФ **78**, 546 (2015); И. Н. Горбунов, С. В. Шматов, ЯФ **78**, 647 (2015); А. В. Ланёв, УФН **184**, 996 (2014); И. Н. Горбунов, С. В. Шматов, ЯФ **76**, 1160 (2013).
2. С. В. Шматов, ЭЧАЯ **49**, 1291 (2018); А. В. Ланёв, ЭЧАЯ **48**, 677 (2017); С. В. Шматов, ЯФ **79**, 157 (2016); ЯФ **76**, 1166 (2013); ЯФ **74**, 511 (2011); А. В. Ланёв, ЯФ **78**, 558 (2015); И. А. Голутвин, С. В. Шматов, ЭЧАЯ **48**, 604 (2017).
3. А. В. Зарубин, А. В. Ланёв, М. В. Савина, С. В. Шматов, *Очерки по современной физике частиц* (ОИЯИ, Дубна, 2020), с. 290; М. В. Савина, С. В. Шматов, в сб.: *Физика XXI века глазами создателей экспериментального комплекса на Большом адронном коллайдере в Женеве* (Этерна, Москва, 2009), с. 437.
4. CMS Collab. (G. L. Bayatian *et al.*), CERN/LHCC 2006-001 (2006).
5. CMS Collab. (V. Khachatryan *et al.*), JHEP **1504**, 025 (2015).
6. M. Tanabashi *et al.* (Particle Data Group), Phys. Rev. **98**, 030001 (2018).
7. CMS Collab., CMS-PAS-EXO-19-019.
8. CMS Collab. (A. M. Sirunyan *et al.*), JHEP **1806**, 120 (2018).
9. A. Leike, Phys. Rept. **317**, 143 (1999).
10. G. Altarelli, B. Mele, and M. Ruiz-Altaba, Z. Phys. C **45**, 109 (1989); Z. Phys. C **47**, 676 (Erratum) (1990).
11. J. L. Hewett and T. G. Rizzo, Phys. Rept. **183**, 193 (1989).
12. M. Carena *et al.*, Phys. Rev. **70**, 093009 (2004).
13. E. Accomando *et al.*, Phys. Rev. **83**, 075012 (2011).
14. D. Berdine *et al.*, Phys. Rev. Lett. **99**, 111601 (2007); N. Kauer, Phys. Lett. B **649**, 413 (2007); C. Uhlemann and N. Kauer, Nucl. Phys. B **814**, 195 (2009).
15. L. Randall and R. Sundrum, Phys. Rev. Lett. **83**, 4690 (1999).
16. CMS Collab. (A. M. Sirunyan *et al.*), JHEP **1904**, 114 (2019).
17. A. Albert, M. Backovic, A. Boveia, O. Buchmueller, G. Busoni, A. De Roeck, C. Doglioni, T. Du Pree, M. Fairbairn, M.-H. Genest, S. Gori, G. Gustavino, K. Hahn, U. Haisch, P. C. Harris, and D. Hayden, Phys. Dark Univ. **26**, 100377 (2019).
18. CMS Collab. (V. Khachatryan *et al.*), JHEP **1504**, 025 (2015).
19. N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos, and G. R. Dvali, Phys. Lett. B **429**, 263 (1998).
20. G. F. Giudice, R. Rattazzi, and J. D. Wells, Nucl. Phys. B **544**, 3 (1999).
21. J. L. Hewett, Phys. Rev. Lett. **82**, 4765 (1999).
22. T. Han, J. D. Lykken, and R.-J. Zhang, Phys. Rev. D **59**, 105006 (1999).
23. E. Eichten, K. D. Lane, and M. E. Peskin, Phys. Rev. Lett. **50**, 811 (1983).
24. CMS Collab. (A. M. Sirunyan *et al.*), arXiv:2009.04363, submitted to JHEP (2020).

SEARCHES FOR NEW PHYSICS IN THE DILEPTON CHANNEL WITH THE CMS DETECTOR AT THE LHC

I. A. Zhizhin^{1),2)}, A. V. Lanyov¹⁾, S. V. Shmatov^{1),2)}

¹⁾Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, Russia

²⁾Dubna State University, Dubna, Russia

A review of results of searching for signals of new physics beyond the Standard model in pp collisions at c.m.s. energy $\sqrt{s} = 13$ TeV is given. The search used events with production of lepton pairs, detected by the CMS experiment in Run 2 of the Large Hadron Collider. The amount of the analyzed data corresponds to an integrated luminosity up to 140 fb^{-1} . The search results were interpreted in the framework of extended gauge sector models, low-energy gravity scenarios and in context of dark matter particles. The results of search for rare Higgs boson decays to two muons are also discussed.

ПРОГРАММА ЭКСПЕРИМЕНТА CMS ПО ПОИСКУ СИГНАЛОВ МНОГОМЕРНОЙ НИЗКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ ГРАВИТАЦИИ НА УСКОРИТЕЛЕ LHC

© 2021 г. М. В. Савина^{1)*}, Д. Сеитова^{1),2)}

Поступила в редакцию 07.06.2020 г.; после доработки 15.09.2020 г.; принята к публикации 15.09.2020 г.

Работа, представленная от имени коллаборации “Компактный мюонный соленоид” (CMS), содержит обобщающий обзор результатов этого эксперимента по поиску массивных калуца-клейновских возбужденных состояний гравитона (КК-мод) и микроскопических многомерных черных дыр (МЧД), квантовых черных дыр и струнных шаров в моделях низкоэнергетической многомерной гравитации. В анализе используются данные, полученные во время первого и второго циклов работы Большого адронного коллайдера (2010–2012 и 2015–2018 г. соответственно) для столкновений протонов с энергией в с.с.м. 7, 8 и 13 ТэВ. Результаты экспериментального поиска интерпретируются в терминах ограничений на пространство параметров изучаемых теоретических моделей. Также кратко обсуждаются дальнейшие перспективы для режима HL-LHC и возможного будущего коллайдера FCC.

DOI: 10.31857/S0044002721010190

Настоящая работа посвящена одному из направлений физики за рамками стандартной модели взаимодействий (SM), связанному со специфическими многомерными сценариями, имеющими сильно пониженный масштаб многомерной гравитации. Под такими сценариями понимаются, во-первых, модели с большими дополнительными измерениями ADD-типа (с факторизуемой геометрией полного многомерного пространства, т.е. модели калуца-клейновского типа) [1] и, во-вторых, модели пятимерной гравитации со стянутыми измерениями RS-типа (нефакторизуемая геометрия, сценарии, заданные на области пространства AdS_5) [2]. Этот класс теоретических идей изначально возник как способ решить проблему иерархии масштабов в SM и возникающей необходимости в тонкой настройке массы хиггсовского бозона. К настоящему времени в многочисленной литературе тщательно изучены различные теоретические и экспериментальные ракурсы подобных моделей, от ожидаемой для них коллайдерной феноменологии до проблемы объединения взаимодействий и влияния на космологию и астрофизику. Помимо снижения масштаба гравитации, общей чертой этих теоретических схем является возникновение калуца-клейновских “башен” возбуждений тех полей, которым позволено

быть многомерными (в простейшем варианте только гравитация), с теоретической возможностью наблюдения сигналов от них на ускорителе. Таким образом, в сценариях ADD- и RS-типа мы имеем дело с массивными гравитонными состояниями с разной феноменологией, обусловленной отличающейся геометрией многомерного пространства. С экспериментальной точки зрения, следует ожидать “серии” однотипных нейтральных состояний со спином 2 и возрастающими массами. В зависимости от модели это могут быть наборы тяжелых и узких (хорошо разделенных) новых резонансов или же очень легких и лежащих близко друг к другу (неразделяемых) состояний, что в последнем случае, вместо наблюдения индивидуальных пиков, дает суммарное нерезонансное отклонение от ожиданий SM в форме изучаемых спектров конечных состояний. С теоретической точки зрения, рассматриваемые модели являются неперенормируемыми, и для описания взаимодействий КК-мод с материей SM используются методы эффективной теории поля [3], с помощью которых можно оценивать вклады от виртуального обмена и прямого рождения КК-мод в процессы SM. Эти методы более “изящно” работают для модели RS1 с одним ДПИ и вызывают большие вопросы и проблемы для моделей ADD-типа с несколькими $n = 2–6$ (см., например, обзор [4]).

Инициатива исследований по поиску тяжелых нейтральных резонансов на установке CMS [5] впервые исходила, в том числе, от группы со-

¹⁾Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия.

²⁾Институт ядерной физики, Алматы, Казахстан.

*E-mail: savina@cern.ch

трудников ОИЯИ, участвовавших в подготовке программы для строившегося ускорителя ЛНС [6]. Позднее на основании этих предложений была развернута программа поиска сигналов и выработка методики измерений, расширенная также на сигналы нерезонансного типа. Сигналы от процессов рождения тяжелых КК-мод гравитона в модели RS1 ищутся с помощью анализа формы распределений с привлечением спектров двухчастичных событий (подробно по методике см. работу [7]). Поскольку новые резонансы в модели RS1 должны иметь массы порядка $\text{ТэВ}/c^2$ или больше с разделением между ними примерно такой же величины, из-за ограниченности доступной энергии взаимодействий мы не рассчитываем увидеть на ЛНС больше одной—двух наилегчайших КК-мод. При отсутствии сигнала полученные данные интерпретируются в терминах ограничений на допустимые значения модельных параметров. Масса первой КК-моды простым образом зависит от значения масштаба многомерной гравитации (величины $M_G^{(1)}$ и M_D непосредственно связаны и отличаются друг от друга на постоянный численный коэффициент порядка единицы. Поэтому экспериментальные ограничения обычно представляются в пространстве параметров $(M_G^{(1)}, c)$, где $c \equiv k/\overline{M_{\text{Pl}}}$ — эффективная константа связи с материей SM для RS1-гравитонов ($\overline{M_{\text{Pl}}}$ — приведенная четырехмерная масса Планка, а k — кривизна пятимерного антидеситтеровского пространства, на ограниченной области которого сформулирована модель RS1).

Предсказываемые моделью ADD процессы множественного нерезонансного рождения легких КК-мод гравитона также ищутся с помощью анализа двухчастичных спектров, хотя более чувствительной наблюдаемой в этом случае (как и для любых других процессов новой физики нерезонансного типа) являются угловые распределения и асимметрии, в частности, для двухструйных событий, как наиболее статистически обеспеченные. Этот же канал может быть использован для установления ограничений на массы многомерных квантовых черных дыр (см. ниже), поскольку рождение МЧД является пороговым нерезонансным процессом. Текущие экспериментальные ограничения, полученные коллаборацией CMS в период RUN 2 ЛНС для разных наблюдаемых каналов [8–11], собраны в табл. 1. В частности, в настоящий момент на доступной обработанной статистике считаются закрытыми значения фундаментального масштаба гравитации в модели ADD от 8.5 до 12.0 ТэВ, в зависимости от числа ДИ n и использованного при интерпретации данных эффективного описания модели (три разных варианта см. в работах [3]). Сопоставимые ограничения

получаются также в канале прямого рождения КК-мод (экспериментальные сигнатуры со значимой долей потерянной энергии, уносимой нерегистрируемыми КК-гравитонами, и одиночной жесткой частицей — струей или фотоном, — используемой как метка процесса [12]). Для массы первой КК-моды гравитона и разных значений эффективной константы связи с материей получаются нижние ограничения от 2.30 до 4.25 ТэВ/ c^2 .

Помимо наличия КК-мод у гравитона и (возможно) у других частиц, многомерные модели с пониженным масштабом гравитации содержат еще одно замечательное предсказание. Оно существенным образом “завязано” на предположение о малом значении M_D и дает теоретическую возможность рождения микроскопических многомерных черных дыр в транспланковской области — в диапазоне энергий, в несколько раз превышающих M_D . Сама по себе идея образования МЧД в столкновениях ультрарелятивистских элементарных частиц основана на так называемой гипотезе Торна [13], а в контексте ЛНС применительно к многомерным моделям с пониженным масштабом гравитации эта возможность впервые была изучена в работах [14]. Вычисления и выполненное в них моделирование, содержащее простые схематичные оценки вероятности процессов с МЧД, основывалось на решении Шварцшильда (стационарная МЧД) для плоской многомерной метрики (сценарий ADD-типа), найденном в работе [15]. Рождение МЧД в таком подходе является нерезонансным пороговым процессом и характеризуется сечением, равным площади “черного диска” — $\sigma = \pi r_S^2$, где r_S — радиус Шварцшильда. Позднее аналогичные оценки были получены для МЧД в модели RS1 [16], расширены на вращающиеся (керровские) МЧД и для обоих типов сценариев заменены на более точные вычисления, учитывающие ряд поправок к процессу на стадиях формирования объекта и его эволюции (в частности, оценки сверху потерь при формировании горизонта — основного эффекта, влияющего на предсказания по достижимым массам МЧД; подробнее см., например, обзор [4] и ссылки в нем).

С точки зрения массы (прямо связанной с внутренней энтропией объектов) существующая классификация МЧД разделяет их на “классические”, или квазиклассические, с учетом доступной энергии взаимодействий на ускорителе и возможности отойти не слишком далеко от порога M_D , и “квантовые” объекты со сформулированными критериями соответствующей сортировки [17]. Считается, что для относительно безопасной классической трактовки объектов, по аналогии с обычными четырехмерными черными дырами с известными стадиями эволюции, минимальная масса МЧД должна в несколько раз (минимум втрое) превышать

Таблица 1. Верхние пределы с 95% доверительной вероятностью на значения фундаментального масштаба гравитации (в ТэВ), а также на массы первой КК-моды гравитона $M_G^{(1)}$ и КЧД $M_{QВН}$ (в ТэВ/ c^2), полученные экспериментом CMS в период RUN 2 LHC в различных каналах (прочерки означают, что канал не используется для установления ограничений в данном конкретном случае)

	Спектры дифотонов, 36 фбн ⁻¹ [8]	Спектры диструй, 137 фбн ⁻¹ [9]	Спектры дилептонов, 36 фбн ⁻¹ [10]	Угловые распределения диструй, 36 фбн ⁻¹ [11]
Λ_T , ADD (GRW)	7.8	—	6.7	10.1
M_S , ADD (Hewett), $\lambda = +1$	7.0	—	6.0	
M_S , ADD (HLZ), $n = 3$	9.3	—	8.0	12.0
M_S , ADD (HLZ), $n = 6$	6.6	—	5.7	8.5
$M_G^{(1)}$, RS1, $k/\overline{M_{Pl}} = 0.01$	2.3		2.10	—
$M_G^{(1)}$, RS1, $k/\overline{M_{Pl}} = 0.05$			3.65	—
$M_G^{(1)}$, RS1, $k/\overline{M_{Pl}} = 0.1$	4.1	2.6	4.25	—
$M_{QВН}$, RS1, $n = 1$	—	—	—	5.9
$M_{QВН}$, ADD, $n = 6$	—	—	—	8.2

величину M_D . Для “квантовых” же околопороговых объектов с малой энтропией (КЧД) предлагаются очень отличающиеся модельные подходы, некоторые из которых перечислены в [17]. Кроме многомерных КЧД, можно рассматривать даже экзотические четырехмерные сценарии [18], в которых фундаментальный масштаб четырехмерной гравитации эффективно понижается за счет взаимодействия между собой очень большого числа “копий” обычных четырехмерных взаимодействий (скрытых секторов) [19], что также дает возможность рождения черных дыр при достаточно низких энергиях. Наблюдаемая феноменология КЧД будет отличаться в зависимости от модели, но общей чертой будут малочастичные (пропорционально малой энтропии объектов) конечные состояния и возможное нарушение аромата в распадных конфигурациях. Последний пункт предположительно является общим местом для МЧД всех типов. Также существуют любопытные теоретические спекуляции о возможности околопорогового перехода МЧД на поздних стадиях эволюции (в последних актах хокинговского излучения) в специфический объект теории струн — “струнный шар” (СШ) [20]. Эта идея основана на принципе соответствия [21] — равенстве геометрических размеров, температуры и величины энтропии МЧД и СШ в момент перехода. В этом случае экспериментальный анализ по поиску СШ должен быть дополнен (как это и делается в коллаборациях на LHC) также поиском других струнных эффектов, например, струнных возбуждений, воспроизводящих массовые траектории Редже.

Большое разнообразие теоретических сценариев и подходов в описании объектов сильнодействующей многомерной гравитации можно реализовать с помощью специализированных генераторов событий [22–24]. После этого полученные предсказания сравниваются с экспериментом. Хорошей наблюдаемой сигнатурой для поиска сигналов от МЧД с достаточно большой энтропией (квазиклассических) является форма распределений многоструйных событий по полной поперечной энергии всех конечных струй S_T . Из-за отсутствия выделенного направления в процессе рождения и распада МЧД финальные частицы должны быть распределены в пространстве значительно более изотропно, чем это имеет место быть для основного фонового процесса СМ — многоструйного процесса КХД. Также устанавливаются индивидуальные триггеры на значения поперечных импульсов каждой из струй — они должны быть очень жесткими. Помимо сильного подавления фона КХД, такие условия предположительно позволяют отделять сигнал от МЧД от других возможных сигналов новой физики, допустим, от каскадных распадов суперпартнеров в суперсимметричных моделях. В последнем случае струи будут “мягче”, чем от МЧД, а секторальная пространственная анизотропия, связанная с “ветвями” каскадов, должна прослеживаться сильнее. На рис. 1а показан пример характерного распределения многоструйных событий, случай для множественности частиц $N \geq 7$. Форма распределения для фона КХД не зависит от числа N , тогда как для сигнала отклонение от фона становится заметней с ростом множественности.

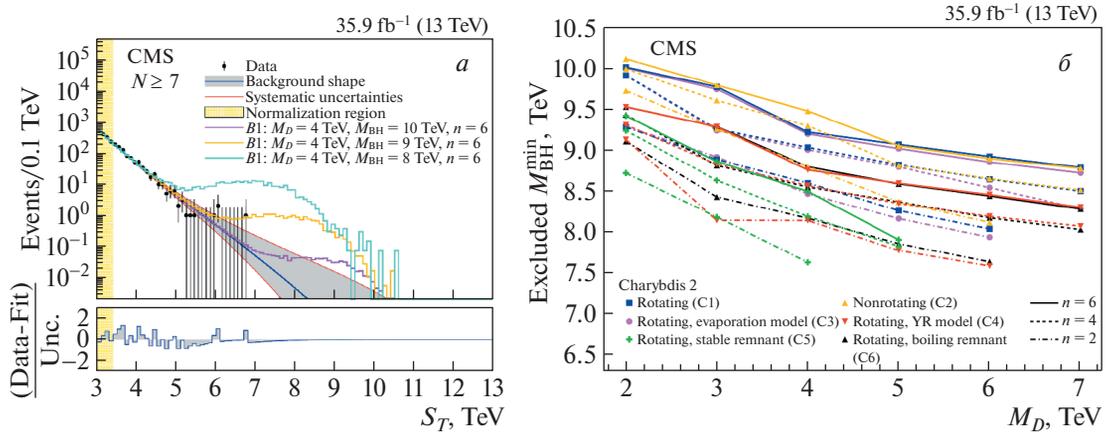


Рис. 1. *a* — Распределения по S_T многоструйных событий с множественностью $N \geq 7$. Закрашенный коридор отвечает неопределенности предсказаний относительно центрального значения для основного фона — многоструйного процесса КХД. Также показаны теоретические предсказания для сигнальных событий в одном из сценариев рождения МЧД, снизу вверх — по мере возрастания массы. *б* — Минимальные массы черных дыр, исключенные с 95% С.Л., в зависимости от величины фундаментального масштаба M_D , для разных значений числа ДИ n . Набор предсказаний для различных моделей МЧД получен с помощью генератора CHARYBDIS2. Области под кривыми считаются закрытыми ([25], последняя работа по ссылке).

При фиксированном значении N отклонение от фона СМ тем больше, чем больше масса МЧД, и с увеличением значения M_D характерный “горб” в сигнальном распределении смещается направо.

В отличие от процедуры извлечения из экспериментальных данных параметров резонансных или нерезонансных структур для КК-мод гравитона, анализ сигнатур, связанных с рождением МЧД и их квантовых альтернатив, не позволяет зафиксировать значение M_D из эксперимента независимым образом. Это связано, прежде всего, с тем, что сечения многоструйных событий, используемые для установки пределов на массу, зависят не только от $M_{\text{BH}}^{\text{min}}$, но и от M_D (эти два параметра входят в выражения для сечений в виде отношения). Таким образом, анализ формы многоструйных событий позволяет установить только ограничения на разрешенные области параметров одновременно в плоскости $(M_D, M_{\text{BH}}^{\text{min}})$ для разных фиксированных значений числа ДПИ n , но не отдельно на $M_{\text{BH}}^{\text{min}}$ и M_D . Кроме того, наблюдаемая масса МЧД восстанавливается из суммарной поперечной энергии всех регистрируемых жестких струй в многоструйном событии с учетом оцениваемого с большими ошибками вклада потерянной энергии, связанной с “невидимым” излучением гравитонов и нейтрино (последние — всего несколько процентов, тогда как первые — до 30% полной S_T в событии).

На рис. 1б показан набор ограничений для разных n , выведенных в отсутствие сигнала при интерпретации верхних пределов на сечения многоструйных событий в сравнении с предсказаниями ряда выбранных моделей. Эти данные, полученные

в период RUN 2 LHC, подытоживают многолетние усилия коллаборации CMS по поиску квази-классических МЧД в многоструйном канале [25]. Допустимые значения минимальной массы МЧД в разных сценариях лежат в диапазоне от 7.6 до 10.1 ТэВ/ c^2 . С учетом требования классичности наиболее адекватная с теоретической точки зрения область в плоскости $(M_D, M_{\text{BH}}^{\text{min}})$ расположена слева, поскольку там выполняется условие $M_{\text{BH}}^{\text{min}}/M_D \gtrsim 3$. Правую область этого графика, отвечающую “неправильному” соотношению модельных параметров, следует трактовать как технический артефакт интерпретации экспериментальных данных. Аналогичным образом с использованием многоструйного канала устанавливаются пределы на массы СШ. По актуальным данным (последняя работа по ссылке [25]) для струнных шаров получается минимально допустимая масса объекта от 7.1 до 9.4 ТэВ/ c^2 , в зависимости от M_D и значения струнной константы взаимодействия g_s . Из уже упоминавшегося анализа формы угловых распределений диструй [11] текущие пределы на минимальную массу КЧД составляют 5.9 ТэВ/ c^2 для КЧД RS-типа и 8.2 ТэВ/ c^2 для ADD-типа (в наиболее оптимистичном для наблюдения случае $n = 6$), см. табл. 1.

Так как в парадигму образования КЧД входит предположение о несохранении аромата в конфигурациях финальных частиц, помимо угловых распределений диструй, интересно также изучать процессы с нарушением лептонного и барионного числа. На рис. 2а показаны результаты коллаборации CMS по поиску КЧД в канале распада на

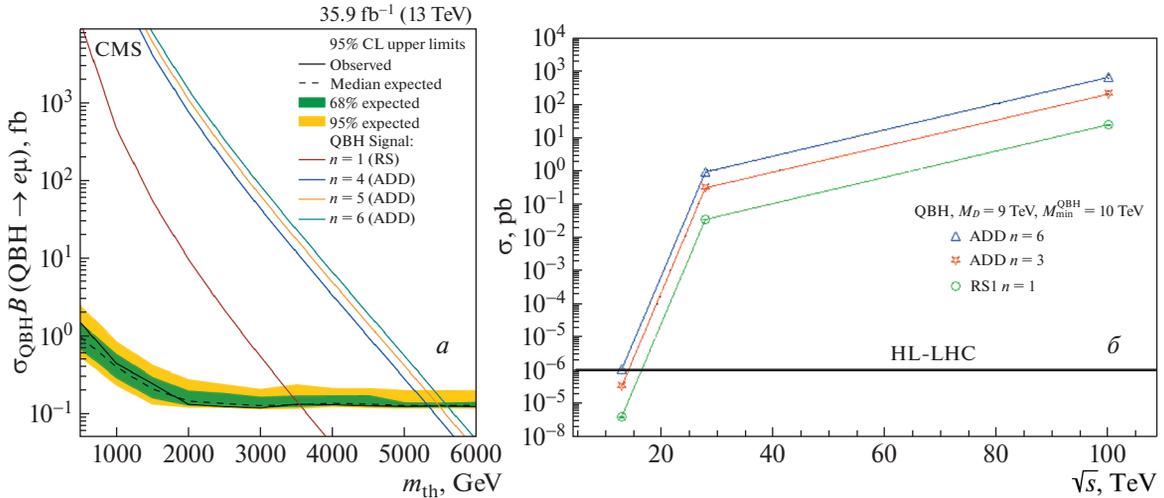


Рис. 2. *a* — Верхние пределы с 95% уровнем доверительной вероятности на сечение рождения КЧД, умноженное на брэнчинг распада в финальное состояние $e\mu$ в зависимости от порогового значения массы КЧД m_{th} . Темный внутренний и более светлый наружный закрашенные коридоры отвечают одному и двум стандартным отклонениям от среднего ожидаемого значения. Также показаны предсказания для моделей многомерных КЧД для нескольких выборов числа ДИ: $n = 1$ (RS1) и $n = 4, 5, 6$ (ADD) [26]. *б* — Сечение рождения КЧД для разных моделей в зависимости от энергии взаимодействия протонов на ускорителе — 13, 28 и 100 ТэВ в с.ц.м. Горизонтальная линия отвечает чувствительности к исследуемому процессу в предположении распада КЧД на двухчастичное конечное состояние для режима HL-LHC. Моделирование выполнено с помощью генератора SHARVBDIS2.

двухчастичное лептонное состояние $e\mu$. Модельно-независимый экспериментальный предел на сечение нерезонансного процесса (без уточнения его модельной природы), дающего в конечном состоянии пару $e^\pm \mu^\mp$, пересчитывается из данных по регистрации указанных нарушающих аромат двухчастичных состояний, которые идентифицированы как исходящие из одной вершины (для реконструкции инвариантной массы пары и соотнесения ее значения с m_{th}) и которые остались после вычитания всех возможных фоновых процессов СМ. Поскольку в СМ процессы с нарушением аромата запрещены, появление подобных двухчастичных состояний должно быть обусловленным ошибками реконструкции. При получении верхнего предела на сечение используются только два предположения — что спектр финальных $e\mu$ был взят как нерезонансный, и что области этого спектра, использованные для получения каждой конкретной точки, имели обрезание снизу по инвариантной массе пары, равное m_{th} . На экспериментальный предел наложены кривые теоретических предсказаний для КЧД.

Полученные результаты дают несколько меньшие ограничения на минимально допустимые значения массы КЧД, от 3.6 до 5.6 ТэВ/ c^2 , в зависимости от модели и числа ДИ n [26]. Поскольку описание КЧД очень модельно зависимо, интересно оценить, в какой мере ЛНС сохраняет чувствительность к этому процессу, в зависимости от уменьшения или увеличения сечения (условия

наблюдаемости для данного канала, включая отношение сигнал-фон и пр., см., например, в [25, 26]). На рис. 2б показана энергетическая зависимость сечения процесса с рождением КЧД и последующим распадом на двухчастичное состояние для трех значений энергии столкновений протонов — 13, 28 ТэВ (гипотетический режим апгрейда ЛНС до удвоенной энергии) и 100 ТэВ для FCC (Future Circular Collider). График построен для трех значений числа ДПИ и для выбора параметров, являющегося предельно достижимым по кинематике для ЛНС при $\sqrt{s} = 13$ ТэВ ($M_D = 9$ ТэВ и $M_{QBH} = 10$ ТэВ), с учетом максимально возможных потерь при формировании горизонта — наиболее пессимистичный сценарий. Видно, что даже в режиме высокой светимости (HL-LHC) в двух случаях из трех процесс остается за рамками возможностей этого ускорителя. С ростом энергии столкновений ситуация быстро улучшается. В то же время для менее пессимистичных сценариев наблюдаемость процесса околорогового рождения КЧД сохраняется даже при уменьшении сечения на несколько порядков относительно используемых “опорных” оценок.

Обсуждение полученных результатов может быть проведено в духе работ [27], где для поэтапно увеличивающейся энергии взаимодействия протонов на ускорителе и накопленной интегральной светимости оценивались перспективы обнаружения сигналов от объектов сильнодействующей гравитации и стратегия анализа на будущее. При

объединении результатов по “прямому” установлению пределов на M_D из поиска КК-мод и ограничений на массы МЧД и альтернативных объектов можно заключить, что они не противоречат друг другу. С одной стороны, результаты поиска КК-мод гравитона позволяют нам считать закрытой для M_D область значений ниже 8–12 ТэВ для ADD и 2–4 ТэВ для RS1. С другой стороны, отсутствие характерных сигналов от МЧД с массой до 7.6–10.1 ТэВ/ c^2 показывает, что фундаментальный масштаб гравитации должен оцениваться не ниже 2.5–4 ТэВ. Так что прямые и опосредованные измерения этой величины хорошо коррелируют друг с другом. С учетом даже минимальных требований квазиклассичности для МЧД ADD-типа начало диапазона разрешенных масс сдвигается сильно выше по энергиям, минимум за 20 ТэВ/ c^2 , что очевидно находится за пределами досягаемости LHC. Для МЧД RS-типа кажется, что формально еще остается окно возможностей, однако для них скорректированный минимальный критерий классичности требует более сильного отхода от порога M_D [16, 17], который тоже выводит эти объекты за пределы энергий LHC. Можно констатировать, что, по крайней мере, для использованных модельных подходов LHC достиг порога своих возможностей в этой области. Хотя подобные мнения высказывались теоретиками еще до начала работы ускорителя (например, первая работа в [17]), в настоящий момент мы можем утверждать это вполне уверенно. Дальнейший набор данных в периоды RUN 3 LHC и HL-LHC ничего особенно не изменит в этой ситуации, а следующее интересное окно возможностей откроется только в эру FCC, если этот коллайдер действительно будет реализован в будущем. В то же время для поиска гравитонных резонансов и возможности наблюдения квантовых околопороговых объектов (СШ, КЧД) все пока еще выглядит более оптимистично, и существует потенциальный интерес для LHC. В заключение также можно отметить, как обстоят дела с поиском МЧД и альтернативных объектов в космических лучах, где возможны значительно более высокоэнергетические взаимодействия, чем на ускорителе. Рождение МЧД теоретически может происходить при рассеянии горизонтальных (для увеличения базы) космических нейтрино на нуклонах земной атмосферы. Результаты обсерватории Pierre Auger за довольно долгий период наблюдений, полученные для всех типов объектов (МЧД, СШ и КЧД), показывают гораздо более мягкие ограничения на значения M_D — до 1.5 ТэВ, и на доступные массы — не выше 4.2 ТэВ/ c^2 , для $n \geq 4$ [28].

Авторы выражают благодарность всем участникам группы по поиску черных дыр отдела “Экзотика” эксперимента CMS и лично С.В. Шматову за

совместную плодотворную работу, а также О.В. Тереяеву за полезные вопросы и обсуждения теоретических аспектов рассматриваемых моделей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos, and G. Dvali, Phys. Lett. B **429**, 263 (1998); Phys. Rev. D **59**, 086004 (1999).
2. L. Randall and R. Sundrum, Phys. Rev. Lett. **83**, 3370 (1999); Phys. Rev. Lett. **83**, 4690 (1999).
3. G. Giudice, R. Rattazzi, and J. Wells, Nucl. Phys. B **544**, 3 (1999); T. Han, J. D. Lykken, and R.-J. Zhang, Phys. Rev. D **59**, 105006 (1999); J. L. Hewett, Phys. Rev. Lett. **82**, 4765 (1999); H. Davoudiasl, J. L. Hewett, and T. G. Rizzo, Phys. Rev. Lett. **84**, 2080 (2000).
4. М. В. Савина, С. В. Шматов, *Очерки по современной физике частиц* (ОИЯИ, Дубна, 2020), с. 133.
5. CMS Collab., JINST **3**, S08004 (2008).
6. И. А. Голутвин, В. В. Пальчик, М. В. Савина, С. В. Шматов, ЯФ **70**, 61 (2007) [Phys. At. Nucl. **70**, 56 (2007)].
7. А. В. Зарубин, А. В. Ланев, М. В. Савина, С. В. Шматов, *Очерки по современной физике частиц* (ОИЯИ, Дубна, 2020), с. 290.
8. CMS Collab., Phys. Rev. D **98**, 092001 (2018); Phys. Lett. B **767**, 147 (2017).
9. CMS Collab., CMS-EXO-19-012, submitted to JHEP, arXiv:1911.03947; JHEP **1808**, 130 (2018).
10. CMS Collab., JHEP **1904**, 114 (2019); JHEP **1806**, 120 (2018).
11. CMS Collab., Eur. Phys. J. C **78**, 789 (2018).
12. CMS Collab., Phys. Rev. D **97**, 092005 (2018); JHEP **1902**, 074 (2019).
13. K. S. Thorne, *Black Holes and Time Warps: Einstein's Outrageous Legacy* (Picador, London, 1994).
14. T. Banks and W. Fischler, hep-th/9906038; S. B. Giddings and S. Thomas, Phys. Rev. D **65**, 056010 (2002); S. Dimopoulos and G. Landsberg, Phys. Rev. Lett. **87**, 161602 (2001).
15. R. C. Myers and M. J. Perry, Ann. Phys. **172**, 304 (1986).
16. A. Chamblin, S. W. Hawking, and H. S. Reall, Phys. Rev. D **61**, 065007 (2000); S. B. Giddings and E. Katz, J. Math. Phys. **42**, 3082 (2001); T. G. Rizzo, JHEP **0501**, 028 (2005).
17. P. Meade and L. Randall, JHEP **0805**, 003 (2008); X. Calmet, Wei Gong, and S. D. H. Hsu, Phys. Lett. B **668**, 20 (2008); D. M. Gingrich, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **37**, 105008 (2010).
18. X. Calmet, S. D. H. Hsu, and D. Reeb, Phys. Rev. D **81**, 035007 (2010).

19. G. Dvali, G. Gabadadze, M. Kolanovic, and F. Nitti, *Phys. Rev. D* **65**, 024031 (2002); G. Dvali, *Fortsch. Phys.* **58**, 528 (2010); G. Dvali and M. Redi, *Phys. Rev. D* **77**, 045027 (2008).
20. S. Dimopoulos and R. Emparan, *Phys. Lett. B* **526**, 393 (2002); D. M. Gingrich and K. Martell, *Phys. Rev. D* **78**, 115009 (2008).
21. L. Susskind, hep-th/9309145; G. T. Horowitz and J. Polchinski, *Phys. Rev. D* **55**, 6189 (1997).
22. J. A. Frost, J. R. Gaunt, M. O. P. Sampaio, M. Casals, S. R. Dolan, M. A. Parker, and B. R. Webber, *JHEP* **0910**, 014 (2009).
23. D.-C. Dai, G. Starkman, D. Stojkovic, C. Issever, E. Rizvi, and J. Tseng, *Rev. D* **77**, 076007 (2008).
24. D. M. Gingrich, *Comput. Phys. Commun.* **181**, 1917 (2010).
25. CMS Collab., *Phys. Lett. B* **697**, 434 (2011); *JHEP* **1204**, 061 (2012); *JHEP* **1307**, 178 (2013); *Phys. Lett. B* **774**, 279 (2017); *JHEP* **1811**, 042 (2018).
26. CMS Collab., *JHEP* **1804**, 073 (2018); *Eur. Phys. J. C* **76**, 317 (2016).
27. М. В. Савина, *ЯФ* **74**, 518 (2011); **76**, 1150 (2013); **78**, 571 (2015) [*Phys. At. Nucl.* **74**, 496 (2011); **76**, 1090 (2013); **78**, 532 (2015)]; *Физика на LHC: Труды объединенного семинара RDMS CMS*, вып. 4 (ОИЯИ, Дубна, 2016), с. 131.
28. L. A. Anchordoqui, J. L. Feng, H. Goldberg, and A. D. Shapere, *Phys. Lett. B* **594**, 363 (2004); L. Anchordoqui, T. Han, D. Hooper, and S. Sarkar, *Astropart. Phys.* **25**, 14 (2006); X. Calmet, L. I. Caramete, and O. Micu, *JHEP* **1211**, 104 (2012).

THE CMS DETECTOR PROGRAM ON SEARCH FOR TeV SCALE GRAVITY SIGNALS AT THE LHC

M. V. Savina¹⁾, D. Seitova^{1),2)}

¹⁾*Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, Russia*

²⁾*The Institute of Nuclear Physics, Almaty, Republic of Kazakhstan*

The work presented on behalf of the Compact Muon Solenoid Collaboration (CMS) provides a summary of the results of this experiment on the search for massive Kaluza–Klein excitations of graviton (KK-modes) and microscopic multidimensional black holes (MBH), quantum black holes and string balls in TeV-scale gravity models. The analysis uses the data obtained during the first and second cycles of the Large Hadron Collider (2010–2012 and 2015–2018, respectively) for proton–proton collisions at a center-of-mass energy of 7, 8 and 13 TeV. The results of the experimental search are interpreted in terms of limits on the parameter space of the theoretical models studied. Further perspectives for the HL-LHC mode and the possible future FCC collider are also briefly discussed.

ИЗУЧЕНИЕ ПРОЦЕССА $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^0\gamma$ В ОБЛАСТИ ЭНЕРГИИ $\sqrt{s} = 1.05\text{--}2.00$ ГэВ

© 2021 г. М. Н. Ачасов^{1),2)}, А. Ю. Барняков¹⁾, А. А. Байков^{1),2)},
К. И. Белобородов^{1),2)}, А. В. Бердюгин^{1),2)}, А. Г. Богданчиков¹⁾, А. А. Ботов¹⁾,
В. Б. Голубев¹⁾, Т. В. Димова^{1),2)}, В. П. Дружинин^{1),2)}, В. Н. Жабин¹⁾,
Л. В. Кардапольцев^{1),2)*}, Д. П. Коврижин¹⁾, А. А. Король^{1),2)}, А. С. Купич¹⁾,
К. А. Мартин¹⁾, Н. А. Мельникова¹⁾, Н. Ю. Мучной^{1),2)}, А. Е. Образовский¹⁾,
Е. В. Пахтусова¹⁾, К. В. Пугачев^{1),2)}, Я. С. Савченко^{1),2)}, С. И. Середняков^{1),2)},
З. К. Силагадзе^{1),2)}, И. К. Сурин¹⁾, Ю. В. Усов¹⁾, А. Г. Харламов^{1),2)}, Д. А. Штоль¹⁾

Поступила в редакцию 08.06.2020 г.; после доработки 08.06.2020 г.; принята к публикации 08.06.2020 г.

Процесс $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^0\gamma$ изучается в области энергии в системе центра масс от 1.05 до 2.00 ГэВ по данным с интегральной светимостью 94.5 пбн^{-1} , накопленным в эксперименте с детектором СНД на e^+e^- -коллайдере ВЭПП-2000. Впервые измерено сечение этого процесса и показано, что его доминирующим механизмом является переход через промежуточное состояние $\omega\eta$. Измеренное сечение подпроцесса $e^+e^- \rightarrow \omega\eta \rightarrow \eta\pi^0\gamma$ согласуется с предыдущими измерениями в канале $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\eta$. С достоверностью 5.7σ было установлено, что процесс $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^0\gamma$ не полностью описывается адронными промежуточными состояниями типа VP . Измерено сечение для этого недостающего вклада, который может происходить от радиационных процессов, например, $e^+e^- \rightarrow a_0(1450)\gamma$. Оно составляет $15\text{--}20$ пбн в широком интервале энергии от 1.3 до 1.9 ГэВ.

DOI: 10.31857/S0044002721010037

1. ВВЕДЕНИЕ

Настоящая работа посвящена изучению процесса

$$e^+e^- \rightarrow \eta\pi^0\gamma \quad (1)$$

в области энергии в системе центра масс $\sqrt{s} = 1.05\text{--}2.00$ ГэВ в эксперименте с детектором СНД [1] на e^+e^- -коллайдере ВЭПП-2000 [2]. Ранее этот процесс исследовался вблизи ϕ -мезонного резонанса в экспериментах СНД на ВЭПП-2М [3], КМД-2 [4] и KLOE [5]. В этой области доминирующим механизмом реакции является распад $\phi \rightarrow a_0(980)\gamma$. Ниже ($\sqrt{s} = 0.920\text{--}1.004$ ГэВ) и выше ($\sqrt{s} = 1.03\text{--}1.38$ ГэВ) ϕ -мезонного резонанса процесс (1) измерялся в эксперименте КМД-2 [6], где был установлен верхний предел на сечение на 90% уровне достоверности около 0.1 нбн. При больших энергиях имеется только измерение распада $J/\psi \rightarrow \eta\pi^0\gamma$ в эксперименте BESIII [7].

Доминирующий вклад в сечение процесса (1) в изучаемой области энергии дает процесс $e^+e^- \rightarrow \omega\eta$ с распадом $\omega \rightarrow \pi^0\gamma$. Этот процесс измерялся в экспериментах BABAR [8], КМД-3 [9] и СНД [10] в канале распада $\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$.

В рамках настоящей работы наибольший интерес представляет поиск радиационных распадов возбужденных векторных мезонов семейств ρ , ω и ϕ на $a_0(980)\gamma$, $a_2(1320)\gamma$ и $a_0(1450)\gamma$. Измерение ширины этих распадов важно для понимания кварковой структуры возбужденных легких векторных мезонов. В частности, есть указания на то, что возбужденные состояния ρ - и ω -мезонов могут иметь примесь векторного гибридного состояния [11]. Ширины их радиационных распадов чувствительны к примеси гибридного состояния [12].

Анализ, представленный в настоящей работе, основан на данных с интегральной светимостью 94.5 пбн^{-1} , записанных СНД в 2010, 2011, 2012 и 2017 гг. Эти данные были набраны в 101 энергетической точке в области $\sqrt{s} = 1.05\text{--}2.00$ ГэВ. Так как сечение изучаемого процесса мало и относительно медленно меняется с энергией, данные были слиты в 13 интервалов по энергии.

¹⁾Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН, Новосибирск, Россия.

²⁾Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия.

*E-mail: L.V.Kardapoltsev@inp.nsk.su

2. УСЛОВИЯ ОТБОРА

В настоящей работе процесс $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^0\gamma$ изучается в пятифотонном конечном состоянии. Выделение событий этого процесса осуществляется в две стадии. На первой стадии отбираются события с ровно пятью фотонами с энергией больше 20 МэВ и отсутствием заряженных частиц. Последнее условие обеспечивается требованием, что число сработавших проволочек в дрейфовой камере меньше четырех. Накладывается условие на полное энерговыделение в калориметре E_{EMC} и на суммарный импульс события P_{EMC} , вычисленный по сработавшим кристаллам в калориметре,

$$E_{\text{EMC}}/\sqrt{s} > 0.6, \quad P_{\text{EMC}}/\sqrt{s} < 0.3. \quad (2)$$

Требуется также отсутствие срабатывания мюонной системы.

Основным фоновым процессом является

$$e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma. \quad (3)$$

Также исследовался фон от других наиболее существенных в исследуемой области энергии многофотонных процессов.

Для подавления фона для событий прошедших предварительный отбор проводится кинематическая реконструкция в гипотезах $e^+e^- \rightarrow 3\gamma$, $e^+e^- \rightarrow 5\gamma$, $e^+e^- \rightarrow \pi^0\pi^0\gamma$ и $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^0\gamma$ с требованиями сохранения энергии и полного импульса в событии. Для последних двух гипотез дополнительно накладываются условия, что инвариантные массы пар фотонов равны массам π^0 - и η -мезонов. В результате кинематической реконструкции уточняются энергии и углы фотонов, а также вычисляется χ^2 предполагаемой кинематической гипотезы. На полученные таким образом значения χ^2 накладывались следующие условия:

$$\begin{aligned} \chi_{5\gamma}^2 < 30, \quad \chi_{\eta\pi^0\gamma}^2 - \chi_{5\gamma}^2 < 10, \quad (4) \\ \chi_{3\gamma}^2 > 50, \quad \chi_{\pi^0\pi^0\gamma}^2 - \chi_{5\gamma}^2 > 80. \end{aligned}$$

Для оценки фона наряду с сигнальной областью, определенной условиями (4), рассматривалась также контрольная область, в которой условие $\chi_{\eta\pi^0\gamma}^2 - \chi_{5\gamma}^2 < 10$ было заменено на $10 < \chi_{\eta\pi^0\gamma}^2 - \chi_{5\gamma}^2 < 60$.

3. АППРОКСИМАЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ПО ИНВАРИАНТНОЙ МАССЕ $\pi^0\gamma$

$$\text{И } \chi_{\eta\pi\gamma}^2 - \chi_{5\gamma}^2$$

Отобранные события можно разделить на четыре класса. Первый класс ($\omega\eta$) содержит события процесса

$$e^+e^- \rightarrow \omega\eta \rightarrow \eta\pi^0\gamma. \quad (5)$$

Во втором классе ($\text{res-}\eta\pi\gamma$) находятся события остальных адронных процессов, имеющих конечное состояние $\eta\pi^0\gamma$:

$$e^+e^- \rightarrow \rho\eta, \quad e^+e^- \rightarrow \phi\eta, \quad e^+e^- \rightarrow \phi\pi^0, \quad (6)$$

$$e^+e^- \rightarrow \omega\pi^0, \quad e^+e^- \rightarrow \rho\pi^0. \quad (7)$$

Третий класс ($\text{rad-}\eta\pi\gamma$) содержит события от радиационных распадов возбужденных векторных мезонов, т.е. процессы $e^+e^- \rightarrow a_0(980)\gamma$, $e^+e^- \rightarrow a_0(1450)\gamma$ и $e^+e^- \rightarrow a_2(1270)\gamma$. Последний четвертый класс (bkg) — это события фона. Первые три класса описывают разные промежуточные механизмы процесса $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^0\gamma$.

Числа событий в каждом классе определяют при совместной аппроксимации распределения по инвариантной массе $\pi^0\gamma$ для событий из сигнальной области ($\chi_{\eta\pi^0\gamma}^2 - \chi_{5\gamma}^2 < 10$), и распределения по $\chi_{\eta\pi^0\gamma}^2 - \chi_{5\gamma}^2$ для контрольной области ($10 < \chi_{\eta\pi^0\gamma}^2 - \chi_{5\gamma}^2 < 60$). Используемые при аппроксимации распределения для четырех классов событий получают по моделированию.

В результате аппроксимации во всем изучаемом диапазоне энергии получают следующие значения чисел событий в четырех классах:

$$\begin{aligned} N_{\omega\eta} = 267 \pm 20, \quad N_{\text{rad}} = 97 \pm 21, \quad (8) \\ N_{\text{res}} = 27, \quad N_{\text{bkg}} = 113 \pm 10. \end{aligned}$$

Суммарный вклад от фоновых процессов, вычисленный с помощью моделирования, равен $N_{\text{bkg}}^{\text{calc}} = 123$ и хорошо согласуется с результатом аппроксимации.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ

Для определения борновского сечения использовалось выражение

$$\sigma_B = \frac{N}{\varepsilon L(1 + \delta)}, \quad (9)$$

где N — число событий соответствующего класса, ε — эффективность регистрации, L — интегральная светимость, $(1 + \delta)$ — радиационная поправка согласно [13]. Используя полученные из аппроксимации числа событий в 13 энергетических интервалах для классов $\omega\eta$ и $\text{rad-}\eta\pi\gamma$, были измерены сечения процессов $e^+e^- \rightarrow \omega\eta \rightarrow \eta\pi^0\gamma$ и $e^+e^- \rightarrow \text{rad-}\eta\pi^0\gamma$ соответственно. Измеренные сечения приведены на рис. 1 и 2.

Важным вопросом является значимость полученной при аппроксимации величины вклада $\text{rad-}\eta\pi\gamma$. Для этого сравниваются значения функции правдоподобия для аппроксимации, описанной выше (L_1), и аппроксимации с $N_{\text{rad}} \equiv 0$ (L_0). Полученная таким образом значимость наблюдения сигнала $\text{rad-}\eta\pi\gamma$ составляет 5.7 σ .

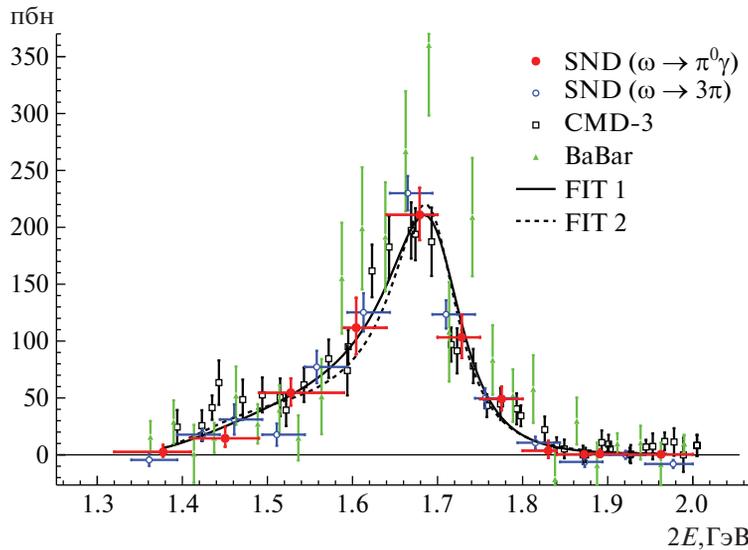


Рис. 1. Зависимость борновского сечения процесса $e^+e^- \rightarrow \omega\eta \rightarrow \eta\pi^0\gamma$ от энергии, измеренная в настоящей работе (закрашенные круги). Для сравнения приведены измерения сечения $e^+e^- \rightarrow \omega\eta$ в канале распада $\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ в экспериментах SND [10] (полые круги), КМД-3 [9] (квадраты) и BABAR [8]. Эти данные были умножены на вероятность распада $B(\omega \rightarrow \pi^0\gamma)$ [14]. Кривая показывает результаты аппроксимации, описанной в тексте.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В эксперименте с детектором СНД на коллайдере ВЭПП-2000 было впервые измерено сечение процесса $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^0\gamma$ в области энергии от 1.05 до 2.00 ГэВ. Основной вклад в сечение дает промежуточный механизм $\omega\eta$. Измеренное сечение подпроцесса $e^+e^- \rightarrow \omega\eta \rightarrow \eta\pi^0\gamma$ хорошо согласуется с предыдущими измерениями этого сечения в экспериментах СНД и КМД-3 в режиме распада $\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$. С достоверностью 5.7σ было

установлено, что процесс $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^0\gamma$ не полностью описывается адронными промежуточными состояниями. Мы предполагаем, что недостающий вклад ($rad-\eta\pi\gamma$) происходит от радиационных процессов, например, $e^+e^- \rightarrow a_0(980)\gamma$, $a_0(1450)\gamma$ и $a_2(1270)\gamma$. Измерено сечение процесса $e^+e^- \rightarrow rad-\eta\pi^0\gamma$. Оно составляет 15–20 пбн в широком интервале энергии от 1.3 до 1.9 ГэВ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. M. N. Achasov, D. E. Berkaev, A. G. Bogdanchikov, D. A. Bukin, I. A. Koop, A. A. Korol, S. V. Koshuba, D. P. Kovrizhin, A. V. Otboev, E. A. Perevedentsev, Yu. A. Rogovsky, A. L. Romanov, P. Yu. Shatunov, Yu. M. Shatunov, D. B. Swartz, A. A. Valkovich, and I. M. Zemlyansky, Nucl. Instrum. Methods A **598**, 31 (2009); V. M. Aulchenko, A. G. Bogdanchikov, A. A. Botov, D. A. Bukin, D. A. Bukin, T. V. Dimova, V. P. Druzhinin, V. P. Filatov, V. B. Golubev, A. G. Kharlamov, A. A. Korol, S. V. Koshuba, A. E. Obrazovsky, E. V. Pakhtusova, V. M. Popiv, S. I. Serednyakov, *et al.*, Nucl. Instrum. Methods A **598**, 102 (2009); A. Yu. Barnyakov, M. Yu. Barnyakov, K. I. Beloborodov, A. R. Buzuykaev, A. F. Danilyuk, V. B. Golubev, V. L. Kirillov, S. A. Kononov, E. A. Kravchenko, A. P. Onuchin, K. A. Martin, S. I. Serednyakov, V. M. Vesenev, *et al.*, Nucl. Instrum. Methods A **598**, 163 (2009); V. M. Aulchenko, A. G. Bogdanchikov, A. A. Botov, D. A. Bukin, M. A. Bukin, E. A. Chekushkin, T. V. Dimova, V. P. Druzhinin, A. A. Korol, S. V. Koshuba, A. I. Tekutiev, and Yu. V. Usov, Nucl. Instrum. Methods A **598**, 340 (2009).

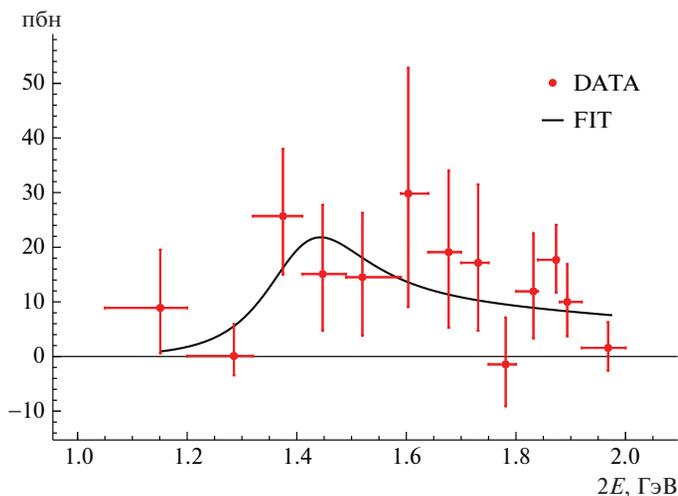


Рис. 2. Зависимость борновского сечения для процесса $e^+e^- \rightarrow rad-\eta\pi^0\gamma$ от энергии. Точки с ошибками — данные, кривая — результат аппроксимации, описанной в тексте.

2. P. Y. Shatunov, D. E. Berkaev, Yu. M. Zharinov, I. M. Zemlyansky, A. S. Kasaev, A. N. Kyrpotin, I. A. Koop, A. P. Lysenko, A. V. Otboev, E. A. Perevedentsev, V. P. Prosvetov, Yu. A. Rogovsky, A. L. Romanov, A. I. Senchenko, A. N. Skrinsky, Yu. M. Shatunov, and D. B. Schwartz, *Phys. Part. Nucl. Lett.* **13**, 995 (2016).
3. M. N. Achasov, S. E. Baruk, K. I. Beloborodov, A. V. Berdyugin, A. V. Bozhenok, A. D. Bukin, D. A. Bukin, S. V. Burdin, T. V. Dimova, S. I. Dolinsky, V. P. Druzhinin, M. S. Dubrovin, I. A. Gaponenko, V. B. Golubev, V. N. Ivanchenko, A. A. Korol, *et al.*, *Phys. Lett. B* **479**, 53 (2000).
4. R. R. Akhmetshin, E. V. Anashkin, M. Arpagaus, V. M. Aulchenko, V. S. Banzarov, L. M. Barkov, N. S. Bashtovoy, A. E. Bondar, D. V. Bondarev, A. V. Bragin, D. V. Chernyak, A. S. Dvoretzky, S. I. Eidelman, G. V. Fedotovitch, N. I. Gabyshev, A. A. Grebeniuk, *et al.*, *Phys. Lett. B* **462**, 380 (1999).
5. KLOE Collab. (F. Ambrosino *et al.*), *Phys. Lett. B* **681**, 5 (2009).
6. R. R. Akhmetshin, V. M. Aulchenko, V. Sh. Banzarov, A. Baratt, L. M. Barkov, S. E. Baru, N. S. Bashtovoy, A. E. Bondar, D. V. Bondarev, A. V. Bragin, S. I. Eidelman, D. A. Epifanov, G. V. Fedotovitch, D. A. Gorbachev, A. A. Grebeniuk, D. N. Grigoriev, *et al.*, *Phys. Lett. B* **562**, 173 (2003).
7. M. Ablikim *et al.* (BESIII Collab.), *Phys. Rev. D* **94**, 072005 (2016).
8. B. Aubert *et al.* (BaBar Collab.), *Phys. Rev. D* **73**, 052003 (2006).
9. R. R. Akhmetshin, A. N. Amirkhanov, A. V. Anisenkov, V. M. Aulchenko, V. Sh. Banzarov, N. S. Bashtovoy, D. E. Berkaev, A. E. Bondar, A. V. Bragin, S. I. Eidelman, D. A. Epifanov, L. B. Epshteyn, A. L. Erofeev, G. V. Fedotovitch, S. E. Gayazov, A. A. Grebenuk, *et al.*, *Phys. Lett. B* **773**, 150 (2017).
10. M. N. Achasov, A. Yu. Barnyakov, K. I. Beloborodov, A. V. Berdyugin, A. G. Bogdanchikov, A. A. Botov, T. V. Dimova, V. P. Druzhinin, V. B. Golubev, V. P. Kardapoltsev, A. G. Kharlamov, A. A. Korol, S. V. Koshuba, D. P. Kovrizhin, A. S. Kupich, R. A. Litvinov, *et al.*, *Phys. Rev. D* **99**, 112004 (2019).
11. A. Donnachie and Yu. S. Kalashnikova, *Phys. Rev. D* **60**, 114011 (1999).
12. F. E. Close, A. Donnachie, and Yu. S. Kalashnikova, *Phys. Rev. D* **65**, 092003 (2002).
13. E. A. Кураев, В. С. Фадин, *ЯФ* **41**, 733 (1985) [*Sov. J. Nucl. Phys.* **41**, 466 (1985)].
14. M. Achasov *et al.* (SND Collab.), *Phys. Rev. D* **93**, 092001 (2016).

STUDY OF THE PROCESS $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^0\gamma$ IN THE ENERGY RANGE $\sqrt{s} = 1.05-2.00$ GeV

**M. N. Achasov^{1),2)}, A. Yu. Barnyakov¹⁾, A. A. Baykov^{1),2)}, K. I. Beloborodov^{1),2)},
A. V. Berdyugin^{1),2)}, A. G. Bogdanchikov¹⁾, A. A. Botov¹⁾, V. B. Golubev¹⁾, T. V. Dimova^{1),2)},
V. P. Druzhinin^{1),2)}, V. N. Zhabin^{1),2)}, L. V. Kardapoltsev^{1),2)}, D. P. Kovrizhin^{1),2)},
A. A. Korol^{1),2)}, A. S. Kupich¹⁾, K. A. Martin^{1),2)}, N. A. Melnikova¹⁾, N. Yu. Muchnoi^{1),2)},
A. E. Obrazovsky¹⁾, E. V. Pakhtusova¹⁾, K. V. Pugachev^{1),2)}, Ya. S. Savchenko^{1),2)},
S. I. Serednyakov^{1),2)}, Z. K. Silagadze^{1),2)}, I. K. Surin¹⁾, Yu. V. Usov¹⁾,
A. G. Kharlamov^{1),2)}, and D. A. Shtol^{1),2)}**

¹⁾*Budker Institute of Nuclear Physics, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences,
Novosibirsk, Russia*

²⁾*Novosibirsk State University, Russia*

Process $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^0\gamma$ has been studied in the energy range 1.05–2.00 GeV using the data with integrated luminosity 94.5 pb^{-1} collected by the SND detector at the VEPP-2000 e^+e^- collider. The cross section of this process was measured for the first time and it was shown that its dominant intermediate mechanism is the transition through intermediate state $\omega\eta$. The measured cross section of the subprocess $e^+e^- \rightarrow \omega\eta \rightarrow \eta\pi^0\gamma$ is consistent with previous measurements in the channel $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0\eta$. With a significance of 5.7 σ , it was found that the process $e^+e^- \rightarrow \eta\pi^0\gamma$ is not completely described by hadron intermediate states like VP . The cross section was measured for this missing contribution, which can originate from radiation processes, for example, $e^+e^- \rightarrow a_0(1450)\gamma$. It is 15–20 pb in a wide energy range from 1.3 to 1.9 GeV.

РАЗРАБОТКА И СОЗДАНИЕ ТРЕКОВЫХ И ИДЕНТИФИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ ДЛЯ ЭКСПЕРИМЕНТОВ ПО ИССЛЕДОВАНИЮ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ СВОЙСТВ ЯДЕРНОГО ВЕЩЕСТВА В ЯДЕРНЫХ СТОЛКНОВЕНИЯХ

© 2021 г. В. М. Самсонов^{1)*}

Поступила в редакцию 28.04.2020 г.; после доработки 28.04.2020 г.; принята к публикации 28.04.2020 г.

Одним из основополагающих направлений в физике высоких энергий является исследование в лабораторных условиях свойств ядерного вещества при экстремально высоких температурах и/или барионных плотностях. В течение последних десятилетий такие исследования проводятся при столкновении ультрарелятивистских тяжелых ионов в нескольких экспериментах на современных ускорительных комплексах RHIC (БНЛ, США) и LHC (ЦЕРН, Швейцария). Также в ближайшем будущем планируется начать эти исследования на ускорителях FAIR (GSI, Германия) и NICA (ОИЯИ, Россия). Реализация таких исследований требует создания сложных детекторных систем, способных регистрировать события с высокой множественностью рождающихся частиц и надежно измерять их характеристики. В настоящей работе сделан краткий обзор всех детекторных систем, созданных и разрабатываемых в Лаборатории релятивистской ядерной физики НИЦ “Курчатовский институт” — ПИЯФ для экспериментов по изучению ядерного вещества в экстремальных условиях PHENIX (БНЛ, США), ALICE (ЦЕРН, Швейцария) и CBM (GSI, Германия).

DOI: 10.31857/S0044002721010177

1. ВВЕДЕНИЕ

В течение последних десятилетий в физике сильных взаимодействий при высоких энергиях реализуется амбициозная международная программа по изучению свойств ядерного вещества при экстремально высоких температурах, близких к температуре Вселенной в первые микросекунды после Большого Взрыва (порядка 10^{12} К) [1]. Эта программа, призванная обеспечить прорывной прогресс в понимании целого ряда фундаментальных явлений в физике элементарных частиц, ядерной физике, астрофизике и космологии, реализуется усилиями международных коллабораций в экспериментах на Коллайдере релятивистских ионов (RHIC) в США [1] и пучках ультрарелятивистских ядер на Большом адронном коллайдере (LHC) в ЦЕРН [2]. В ближайшем будущем спектр таких исследований будет расширен путем изучения фазовой диаграммы ядерного вещества в области высоких барионных плотностей, близких к плотности вещества в коре нейтронных звезд, в эксперименте CBM на пучках ионов в исследовательском центре FAIR (Германия) [3] и

эксперименте MPD на коллайдере NICA (Дубна) [4]. Для активного участия в столь амбициозной программе в начале 1990-х гг. в ПИЯФ РАН (с 2011 г. НИЦ “Курчатовский институт” — ПИЯФ) была создана Лаборатория релятивистской ядерной физики (ЛРЯФ), нацеленная на разработку и создание трековых и идентификационных систем для экспериментов PHENIX (БНЛ, США) [1], ALICE (ЦЕРН, Швейцария) [2], CBM (FAIR/GSI) [3], на участие в наборе данных и их анализе, на получение физических результатов и их интерпретацию.

2. ЛРЯФ В ЭКСПЕРИМЕНТЕ PHENIX

В период 1993–2000 гг. в ПИЯФ были разработаны и изготовлены уникальные многопроволочные фокусирующие дрейфовые камеры, обладающие оригинальной структурой дрейфовых ячеек [1]. Дрейфовые камеры стали основным детектором центральной трековой системы эксперимента PHENIX на ускорителе RHIC (БНЛ, США), которые успешно проработали более 15 лет. Около 90% результатов эксперимента PHENIX, опубликованных более чем в 200 статьях, основаны на данных, полученных с использованием дрейфовых камер центральной трековой системы детектора.

¹⁾НИЦ “Курчатовский институт” — ПИЯФ, Гатчина, Россия.

*E-mail: samsonov_vm@npni.nrcki.ru

При разработке, проектировании и изготовлении этих дрейфовых камер использовались современные подходы и методы проектирования сложных многопроводочных детекторных систем. За основу была взята ячеистая структура камер с управляемой зоной сбора заряда, работающих при использовании холодных газовых смесей. Спроектированная проводочная система состояла примерно из 20 000 проволок. При этом была разработана специальная модульная структура детектора, в которой к стенкам фермы камеры крепились алюминиевые прецизионно изготовленные поддержки, содержащие четыре анодные и четыре катодные сетки (в совокупности, образующие модуль). Каждая сетка состояла из проволок различного типа, прикрепленных к текстолитовым платам, распределяющим напряжение. Использование стандартных модулей небольших размеров для построения детектора значительно упростило процедуру его сборки, обслуживания и массового производства. Каждую камеру можно условно разделить на 20 идентичных модулей (секторов), охватывающих 4.50° по азимутальному углу, имеющих общий газовый объем и поддерживающую структуру. Конструкция, материал и размеры поддерживающей структуры дрейфовой камеры были оптимизированы с целью уменьшения фона, возникающего в результате электромагнитных и адронных ливней. Каркасом дрейфовой камеры стала титановая ферма с расположенным в центре углепластиковым поддерживающим стержнем для уменьшения прогиба фермы под действием суммарного натяжения проволок ~ 3 т. Полный вес дрейфовой камеры без электроники составил 1.5 т. Для уменьшения количества конструкционных материалов в аксептансе газовый объем камеры сверху и снизу был ограничен тонкими металлизированными окнами из полиэтилентерефталата толщиной ~ 100 мкм. В качестве рабочего газа использовалась смесь аргона и этана (50/50). Для повышения стабильности работы и уменьшения старения камер позже в газовую смесь стали добавлять пары изопропилового спирта 1.6%. Покрытие камер по азимутальному углу составило 90° , а по псевдобыстроте — в интервале от -0.35 до 0.35 . В итоге был создан детектор, позволяющий с высокой эффективностью (99%) восстанавливать треки заряженных частиц и прецизионно измерять их импульсы с разрешением $\Delta p_T/p_T \sim 1\%$ в области поперечных импульсов $p_T \sim 1$ ГэВ/с. Созданный детектор (рис. 1) обладал целым рядом уникальных характеристик. В частности, была обеспечена возможность разрешения треков, расположенных на малом расстоянии друг от друга (менее 2 мм), система сигнальных проволок имела пространственное разрешение ~ 150 мкм, а эффективность их срабатывания составляла 90%. Кроме того, было достигнуто про-

странственное разрешение камер вдоль оси пучка ~ 2 мм, максимальное время измерений < 1 мкс при максимальном времени дрейфа ~ 0.5 мкс в условиях с большой множественностью частиц (~ 1000).

Экспертное сопровождение функционирования дрейфовых камер позволило сотрудникам ЛРЯФ принять участие в обработке и анализе экспериментальных данных, накопленных экспериментом PHENIX. На основе выполненных анализов были защищены одна докторская и четыре кандидатских диссертаций.

Фактически именно уникальная конструкция дрейфовых камер, не имеющих аналогов в мире, позволила успешно реализовать физическую программу эксперимента PHENIX.

Основным фундаментальным результатом эксперимента PHENIX (наряду еще с тремя экспериментами на ускорителе RHIC) стало открытие нового состояния ядерного вещества при сверхвысоких температурах — кварк-глюонной материи, обладающей свойствами почти идеальной сильновзаимодействующей жидкости с исключительно низким отношением сдвиговой вязкости к энтропии [1].

Эксперимент PHENIX успешно закончил набор данных в 2016 г. и был закрыт на модернизацию. На базе эксперимента PHENIX создается новая экспериментальная установка sPHENIX [5]. Основой трековой системы нового эксперимента станет цилиндрическая времяпроекционная камера ТРС на основе газовых электронных умножителей (GEM), установленных на торцах камеры [5]. В настоящее время детектор находится на стадии проектирования и его производство планируется к 2022 г. Предварительно согласовано участие ЛРЯФ в проектировании ТРС, однако дальнейшая степень вовлеченности ЛРЯФ в обновление установки будет определяться доступным финансированием и политической обстановкой.

3. ЛРЯФ В ЭКСПЕРИМЕНТЕ ALICE

Продолжение изучения свойств ядерного вещества при экстремально высоких температурах осуществляется в эксперименте ALICE (БАК, ЦЕРН), для которого в ЛРЯФ в период 2005–2010 гг. была разработана, изготовлена и запущена в эксплуатацию уникальная трековая система форвардного мюонного спектрометра на основе предложенной в ПИЯФ концепции нового типа сверхтонких камер со съемом информации с сегментированных катодов [2]. Эта трековая система размером 5×5 м включала камеры, состоящие из перекрывающихся прямоугольных модулей, являющихся пропорциональными камерами с катодным съемом, катоды которых имеют падовую структуру. Отличительная особенность

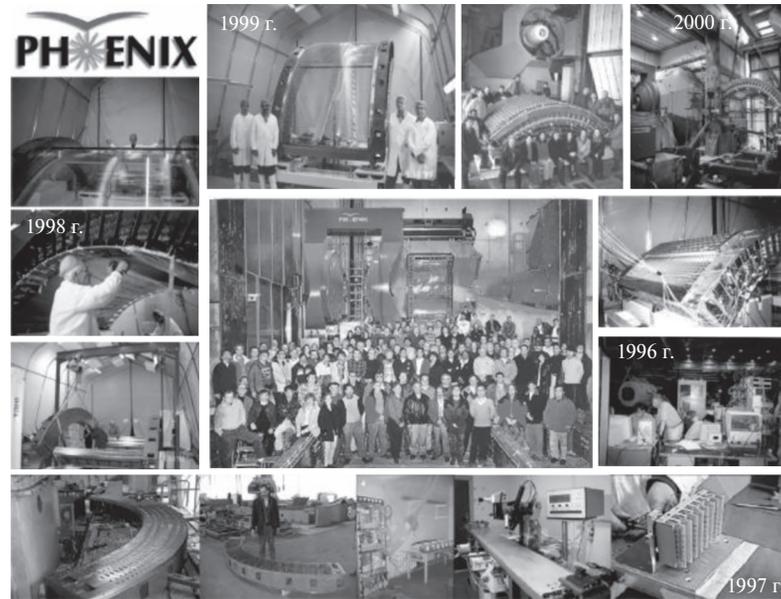


Рис. 1. Создание дрейфовых камер трековой системы эксперимента PHENIX.

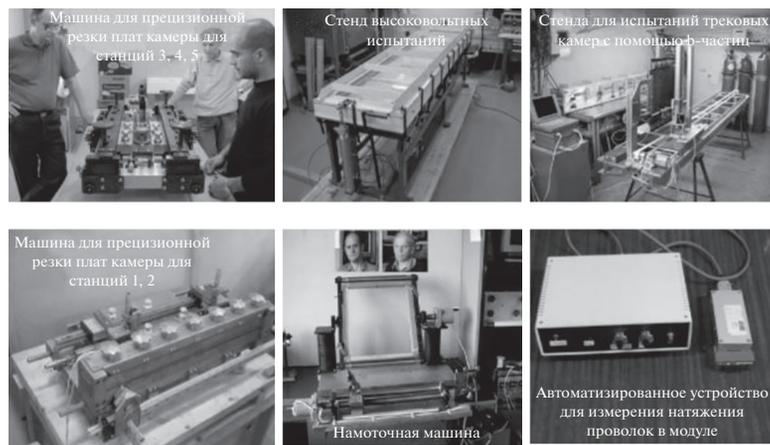


Рис. 2. Оснастка для производства модулей мюонных камер эксперимента ALICE.

изготовленных камер — высокое пространственное разрешение (100 мкм) и малое содержание конструкционных материалов (менее 0.2% ядерной длины) в акцептансе камер. В ЛРЯФ изготовлено 38 камер варьируемых габаритов — от 80 см до 24 м. Изготовленные камеры прошли высоковольтные испытания, проверку натяжения анодных проволок, а также испытания на герметичность. Для организации массового производства модулей камер в ЛРЯФ была разработана технология их сборки, тестирования и испытаний. Для этого был организован сборочный участок с классом чистоты ИСО 5 (100 000 частиц/м³) и контролируемой температурой и влажностью, предназначенный для сборки модулей трековых камер. Участок снабжен комплексом оборудования (гранитным столом с

плоскостью около 20 мкм/м, намоточной машиной, системой измерения натяжения проволок, высоковольтным испытательным стендом, бета-стендом для проверки однородности газового усиления и стендом для завершающей проверки работоспособности с помощью системы считывания камерной электроники и т. д.). Оснастка, изготовленная для производства камер, показана на рис. 2 и 3.

Спроектированная и изготовленная в ЛРЯФ система измерения натяжения проволок по их резонансной частоте была признана коллаборацией ALICE лучшей и принята к использованию в коллаборации на всех участках сборки такого типа камер. Особенностью стенда для проведения высоковольтных испытаний была пневматическая система, поднимающая тестируемую полуплоскость

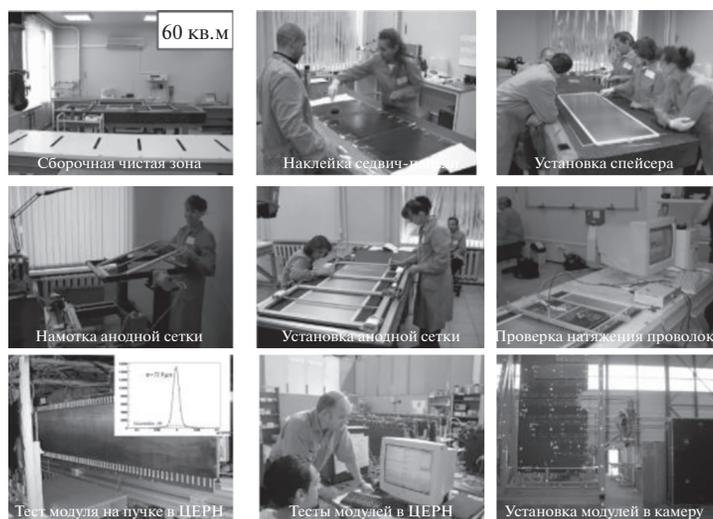


Рис. 3. Производство модулей мюонных камер эксперимента ALICE и их испытание.

и прижимающая ее к разделительным фиксаторам на прозрачной крышке стенда, на которой была смонтирована прозрачная катодная сетка. Тем самым воспроизводилась геометрия электрического поля, близкая к той, которая имеется в реальной камере. Стенд наполняется азотом — химически неактивным газом с хорошими высоковольтными свойствами. Поданное высокое напряжение вызвало коронный разряд вокруг анодных проволок модуля, визуальное показывая дефекты. В стенде для проверки однородности газового усиления использовался подвижный по чувствительной зоне камеры бета-источник. При облучении камеры измерялся ток в камере, характеризующий величину газового усиления в данной точке. Помимо этого в ЛРЯФ были спроектированы мюонный фильтр (адронные поглотители) и металлическая несущая конструкция (суперструктура) закрепления камер мюонного спектрометра эксперимента ALICE.

Участие в эксперименте ALICE не ограничилось созданием детектора. Сотрудники ЛРЯФ активно участвуют в наборе данных, их анализе и физической интерпретации. Из наиболее важных результатов эксперимента ALICE, полученных со значительным, а зачастую и определяющим вкладом сотрудников ЛРЯФ, можно выделить измерение времени жизни адронной фазы в столкновениях ультрарелятивистских ядер и исследование глюонных плотностей в области малых x при ультрапериферическом протон-ионном и ион-ионном столкновениях. В ходе анализа данных, накопленных экспериментом ALICE, сотрудниками ЛРЯФ была защищена одна кандидатская диссертация.

В ходе текущей модернизации эксперимента ALICE ЛРЯФ принимает участие в разработке и изготовлении вершинного детектора MFT мюонного спектрометра [6]. Оснащение мюонного спек-

трометра вершинным детектором позволит обеспечить его работоспособность при увеличении максимальной светимости БАК и значительно расширит возможности эксперимента ALICE в изучении множества ярких явлений в процессах столкновения ультрарелятивистских ядер на LHC. ЛРЯФ разработала и создала испытательные стенды для подбора оптимального типа охлаждения электроники детектора MFT (имеющего 10^9 каналов), разработала проект холодильной машины и приняла участие в разработке и создании детектирующих станций. В ходе успешных совместных коллаборационных работ была изготовлена, собрана и испытана половина детектора MFT, показанная на рис. 4.

4. ЛРЯФ В ЭКСПЕРИМЕНТЕ СВМ

Одновременно, начиная с 2003 г., ЛРЯФ участвует в разработке и создании мюонного спектрометра MUCN и кольцевого черенковского детектора RICH для эксперимента СВМ (Compressed Baryonic Matter) в исследовательском центре FAIR (GSI, Германия) на ускорителе SIS-100/300, а с 2018 г. присоединилась к коллаборации эксперимента MPD на коллайдере NICA в ОИЯИ. Цель экспериментов СВМ и MPD — исследование перехода ядерного вещества в состояние кварковой плазмы при сверхвысоких барионных плотностях. Для реализации физической программы эксперимента СВМ регистрация и идентификация лептонов в области малых поперечных импульсов является критичной. Поэтому к детекторам RICH предъявляются жесткие требования, а их проектирование и изготовление является сложной задачей, требующей привлечения квалифицированных специалистов и специализированных производств. На

рис. 5 представлена концепция конструкции разрабатываемого детектора RICH как классического фокусирующего детектора колец черенковского излучения. Акцептанс детектора RICH охватывает диапазон углов рассеяния до 609 мрад (35°) в горизонтальной плоскости ($x-z$) и до 425 мрад (25°) в вертикальной плоскости ($y-z$) по отношению к номинальному положению мишени, располагаясь непосредственно за дипольным магнитом. В качестве радиатора используется углекислый газ (CO_2). Фокусирующая оптическая система представляет собой сегментированную сферическую зеркальную поверхность радиусом 3 м, состоящую из стеклянных зеркал $40 \times 40 \text{ см}^2$ толщиной 6 мм с покрытием $\text{Al} + \text{MgF}_2$. Изображения колец проецируются на два фотонных детектора (ФЭУ), состоящие из многоанодных фотоэлектронных умножителей Hamamatsu H12700. Для уменьшения количества конструкционных материалов в акцептансе детектора была предложена и успешно испытана на полномасштабном прототипе конструкция фермы на основе несущих алюминиевых столбов, к которым крепятся рамки поддержки зеркал и сами зеркала. Специально разработанная конструкция рамок и оснастки позволяет легко произвести юстировку зеркал и облегчить массовое производство компонентов. Самой большей частью детектора RICH станет герметичный газовый корпус, наполненный газом в качестве радиатора. Корпус будет содержать внутри эту фокусирующую зеркальную ферму. На передней стороне корпуса будут установлены два фотонных детектора (ФЭУ) — сверху и снизу пучковой трубы. Фотонные детекторы, в свою очередь, будут окружены массивными коробами магнитной защиты фотоумножителей от остаточного магнитного поля дипольного магнита. Специальная система газового контроля будет регулировать давление газа радиатора в газовом корпусе (2 мбар выше атмосферного давления), а также осуществлять циркуляцию и очистку газа. Предполагается, что эксперимент CBM будет использовать детекторы RICH и мюонный детектор MUCH по очереди с периодичностью примерно год. Поэтому механическая конструкция детектора RICH будет разработана с учетом передвижения детектора целиком при помощи крана. В системе считывания и сбора данных будет использоваться модуль DiRICH [7], разработанный совместными усилиями сотрудничества HADES, CBM и PANDA. Для проверки предложенных конструкционных идей был изготовлен полномасштабный прототип в 1/3 фермы детектора RICH с установленными зеркалами. В настоящее время ведутся испытания конструкционных элементов и оптические измерения фокусирующих свойств зеркал на специальном стенде.

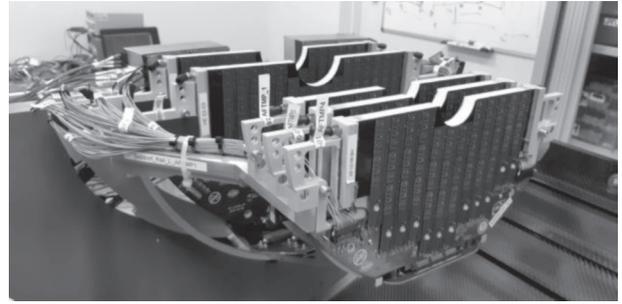


Рис. 4. Половина детектора MFT в сборе.

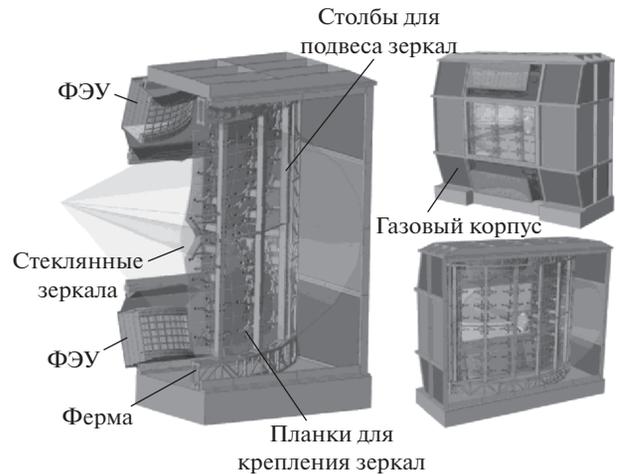


Рис. 5. Концепция конструкции детектора RICH.

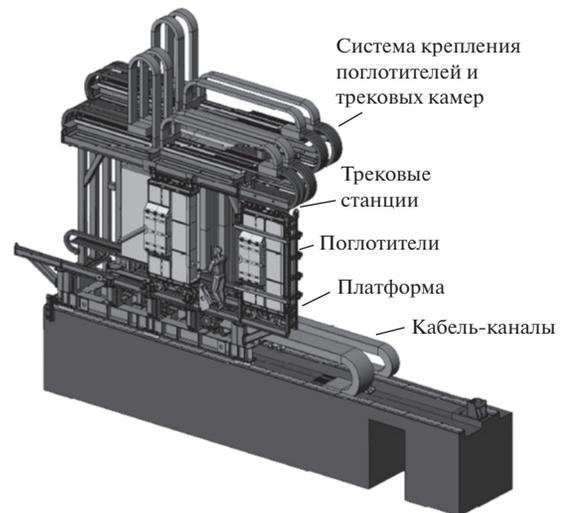


Рис. 6. Схематическое изображение эскизной модели детектора MUCH.

Проект детектора MUCH находится на стадии разработки эскизного проекта, см. рис. 6. Мюонный трековый детектор MUCH представляет собой последовательность чередующихся поглотителей и

трековых станций. Детектор должен функционировать в условиях с большой плотностью треков (в одном столкновении до 0.3 треков/ см^2) и большой частотой столкновений ядер (10 МГц). Поэтому ближайшие к мишени трековые станции будут состоять из газовых электронных умножителей (GEM), а последние — из тонких дрейфовых трубок (straw). Из-за необходимости располагать на пучке детекторы RICH и MICH по очереди, поглотители и трековые станции, за исключением последнего самого тяжелого поглотителя (весом около 200 т), располагаются на подвижной платформе. Платформа позволит перемещать детектор из рабочего положения на пучке в положение ожидания. Перемещаемый вес составит около 100 т. Для облегчения подвода коммуникаций и повышения мобильности снизу по гибким кабель-каналам к верхней поверхности платформы подводятся необходимые коммуникации (оптические и электрические кабели, трубы для газа и воды). Кабель-каналы проходят по поверхности фундамента. Линейное перемещение платформы осуществляется вдоль роликовых направляющих посредством такелажной гидравлической системы горизонтального перемещения. Для удобства обслуживания трековые камеры и ближайший к мишени поглотитель (первый поглотитель) подвешены на направляющих и имеют возможность раздвигаться в стороны. Система крепления поглотителей и трековых камер представляет собой разборную рамную конструк-

цию, на которую подвешены направляющие трековых камер и направляющая первого поглотителя. Несмотря на существенную сложность поставленной задачи, накопленный в ЛРЯФ опыт проектирования и изготовления крупных детекторных систем позволит вовремя завершить проект к запуску эксперимента CBM, запланированного на 2025 г.

Автор благодарен сотрудникам ЛРЯФ А.В. Ханзадееву, М.Б. Жалову, В.Н. Никулину, Д.А. Иваннищеву и Ю.Г. Рябову за помощь в подготовке доклада на сессии-конференции СЯФ ОФН РАН и настоящей статьи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. PHENIX Collab. (K. Adcox *et al.*), Nucl. Phys. A **757**, 184 (2005).
2. The ALICE Collab. (K. Aamodt *et al.*), JINST **3**, S08002 (2008)
3. CBM Collab. (T. Abyazimov *et al.*), Eur. Phys. J. A **53** (3), 60 (2017).
4. D. Blaschke, J. Aichelin, E. Bratkovskaya, V. Friese, M. Gazdzicki, Y. Randrup, O. Rogachevsky, O. Teryaev, and V. Toneev, Eur. Phys. J. A **52**, 267 (2016).
5. Carlos E. Pérez Lara (for the sPHENIX Collab.), EPJ Web Conf. **171**, 10002 (2018).
6. Antonio Uras (for the ALICE MFT Working Group), J. Phys. Conf. Ser. **446**, 012054 (2013).
7. V. Patel and M. Traxler, JINST **13**, C03038 (2018).

DEVELOPMENT AND CONSTRUCTION OF TRACK AND IDENTIFICATION SYSTEMS FOR EXPERIMENTS FOR STUDYING THE EXTREME PROPERTIES OF NUCLEAR MATTER IN NUCLEAR COLLISIONS

V. M. Samsonov¹⁾

¹⁾NRC “Kurchatov Institute” — PNPI, Gatchina, Russia

Studies of the nuclear matter properties at extremely high temperatures and/or baryon densities in laboratory conditions is recognized as one of the most fundamental problems in high-energy nuclear physics. During last few decades such studies are carried out in ultra-relativistic heavy ion collisions in a number of experiments on Relativistic Heavy Ion Collider (RHIC) at BNL (USA) and at the Large Hadron Collider (LHC) at CERN. Also, these investigations are planned to start at the accelerator facilities FAIR (GSI, Germany) and NICA (JINR, Russia) in the nearest future. Their implementation requires the construction of complex detector systems capable of measuring events with a high particle multiplicity and reliably measuring their characteristics. This short note is devoted to review of the detector systems developed and constructed in the Laboratory of Relativistic Nuclear Physics of the NRC “Kurchatov Institute” — PNPI for experiments PHENIX at RHIC, ALICE at the LHC and CBM at FAIR aimed on studies of extreme states of nuclear matter created in relativistic nuclear collisions.

БОР-НЕЙТРОНОЗАХВАТНАЯ ТЕРАПИЯ

© 2021 г. С. Ю. Таскаев^{1), 2)}*

Поступила в редакцию 13.04.2020 г.; после доработки 13.04.2020 г.; принята к публикации 13.04.2020 г.

Приведены основы бор-нейтронозахватной терапии злокачественных опухолей, представлен обзор современного состояния разработки источников эпитепловых нейтронов на основе ускорителей заряженных частиц. Дополнительное внимание уделено источнику нейтронов на основе нового типа ускорителя заряженных частиц — ускорителя-тандема с вакуумной изоляцией и литиевой мишени.

DOI: 10.31857/S0044002721010219

По данным Всемирной организации здравоохранения онкологическая заболеваемость неуклонно растет и приводит к значительной смертности. Разработка лекарств и методов лечения злокачественных опухолей является важной и до сих пор не решенной научной задачей. В качестве перспективного подхода в лечении ряда злокачественных опухолей, в первую очередь трудноизлечимых опухолей головного мозга, рассматривается бор-нейтронозахватная терапия (БНЗТ), чрезвычайно привлекательная избирательным воздействием непосредственно на клетки злокачественных опухолей [1, 2].

БНЗТ является формой бинарной радиотерапии, использующей высокую способность нерадиоактивного ядра бор-10 поглощать тепловой нейтрон. Сечение этой реакции поглощения составляет 3837 бн. Поглощение нейтрона ядром ^{10}B приводит к мгновенной ядерной реакции $^{10}\text{B}(n, \alpha)^7\text{Li}$ с выделением энергии 2.79 МэВ. В 6.1% случаев энергия распределяется только между ядрами лития и α -частицей, в 93.9% случаев ядро лития вылетает в возбужденном состоянии и испускает γ -квант с энергией 0.48 МэВ. Продукты ядерной реакции (ядро лития с энергией 0.84 МэВ и α -частица с энергией 1.47 МэВ) характеризуются высоким темпом торможения и малым пробегом этих частиц в воде или в ткани организма — 5.2 и 7.5 μm , сравнимым с характерным размером клеток млекопитающих. Темп торможения γ -кванта существенно ниже. Следовательно, выделение основной части энергии ядерной реакции $^{10}\text{B}(n, \alpha)^7\text{Li}$, а именно 84%, ограничивается размером одной клетки. Таким образом, селективное накопление

бора-10 внутри клеток опухоли и последующее облучение нейтронами должны приводить к разрушению клеток опухоли с относительно малыми повреждениями окружающих нормальных клеток.

Требование, которое предъявляют к терапевтическому пучку нейтронов, формулируют следующим образом: плотность потока нейтронов эпитеплогового диапазона энергий (от 0.5 эВ до 10 кэВ) выше $10^9 \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}$; вклады в поглощенную дозу от быстрых нейтронов и гамма-излучения — менее $2 \times 10^{13} \text{ Гр см}^2$ на эпитепловой нейтрон [3].

Клинические испытания методики БНЗТ проведены на ядерных реакторах, и получены положительные результаты в лечении глиобластомы, меланомы, опухоли шеи, менингиомы, мезотелиомы плевры и гепатоцеллюлярной карциномы [1].

Широкое внедрение методики в клиническую практику связано с применением ускорителей заряженных частиц из-за их безопасности и возможности формирования терапевтического пучка нейтронов лучшего качества. Наибольшее внимание сосредоточено на двух пороговых реакциях: $^7\text{Li}(p, n)^7\text{Be}$ и $^9\text{Be}(p, n)^9\text{B}$, из которых наилучшей признается $^7\text{Li}(p, n)^7\text{Be}$ из-за максимального выхода и минимальной энергии нейтронов [4].

Нескольким группам исследователей удалось решить проблему создания ускорительного источника нейтронов эпитеплогового диапазона энергий, и в настоящее время в мире сооружаются первые пять клиник БНЗТ — везде разными командами с разными техническими решениями.

1. В клинике Южного Тохоку (префектура Фукусима, Япония) установлены 30-МэВ циклотрон с током 1 мА и бериллиевая мишень, разработанные компанией Sumitomo Heavy Industries (Япония). В марте 2020 г. они сообщили о получении разрешения на изготовление, эксплуатацию и продажу

¹⁾Институт ядерной физики им. Г. И. Будкера СО РАН, Новосибирск, Россия.

²⁾Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия.

*E-mail: taskaev@inp.nsk.su

установок такого типа [5], и о получении разрешения на использование стеборонина [6], нового препарата адресной доставки бора (ранее в клинических испытаниях на ядерных реакторах применяли борфенилаланин и боркапнат).

2. Университет Цукубы (Япония) совместно с компанией Mitsubishi Heavy Industries и научными организациями КЕК и JAERI установили и запустили 8 МэВ линак с расчетным током 5 мА и бериллиевую мишень. К настоящему времени получен протонный пучок с током 2.8 мА.

3. Компания AccSys Technology, Inc. (США), дочернее предприятие Hitachi, изготовила 2.5 МэВ линак на ток 20 мА для Национального онкологического центра в Токио. Для генерации нейтронов используют литиевую мишень, разработанную компанией Linac Systems. К настоящему времени получен протонный пучок с током 11 мА.

4. Компания Neutron Therapeutics (США) изготовила и запустила 2.6 МэВ 30 мА электростатический ускоритель прямого действия в клинике Университета Хельсинки (Финляндия). Для генерации нейтронов используют вращающуюся литиевую мишень.

5. Компания TAE Life Sciences (Калифорния, США) по заказу Neutron Medtech (Нанкин, Китай) изготовила 2.5 МэВ 10 мА тандемный ускоритель и литиевую мишень для клиники в г. Сямынь (Китай). Прототипами послужили ускоритель-тандем с вакуумной изоляцией и литиевая мишень, предложенные и разработанные в Институте ядерной физики СО РАН, о которых подробнее пойдет речь ниже.

Все пять центров БНЗТ планируют в 2020 г. приступить к лечению больных. Подробное описание этих технических решений приведено в монографии [2] и работе [7], содержащих ссылки на оригинальные работы.

Схема ускорительного источника нейтронов Института ядерной физики СО РАН представлена на рис. 1.

Для получения стационарного пучка протонов низкой энергии предложен новый тип ускорителя заряженных частиц [8], к которому со временем прижилось название — ускоритель-тандем с вакуумной изоляцией 5. Ускоритель является тандемным, что означает, что сначала электрическим полем ускоряют отрицательные ионы водорода, а затем после обдирки электронов в газовой обдирочной мишени 7 тем же потенциалом ускоряют положительные ионы. В отличие от традиционных тандемных ускорителей в данном ускорителе нет ускорительных трубок — электроды 6 крепят на единственный проходной изолятор 17 так, как показано на рис. 1. Это изменение было предложено для реализации главной идеи нового ускорителя —

отнести изолятор как можно дальше от ускорительного канала, что позволит уменьшить попадание на изолятор вторичных заряженных частиц и ультрафиолетового излучения, возникающих при взаимодействии пучка ионов с остаточным и обдирочным газом, и, как следствие, позволит увеличить ток протонного пучка.

Ускоритель-тандем с вакуумной изоляцией отличается компактностью (высота 2 м, диаметр 1.4 м) и, как следствие, высокий темп ускорения ионов — до 25 кэВ/см широкий диапазон энергии ионов — от 0.6 до 2.3 МэВ, широкий диапазон тока — от 0.5 до 9 мА, высокая стабильность и монохроматичность энергии (0.1%), высокая стабильность тока (0.5%); возможность получения не только пучка протонов, но и дейтронов [9].

Специфические проблемы ускорителя связаны с большой площадью электродов и быстрым темпом ускорения ионов. Из-за большой площади электродов большая энергия запасена в ускоряющих зазорах и для предотвращения снижения их высоковольтной прочности при пробоях требуется тренировка зазоров темновым током ограниченной величины. Изготовление проходного изолятора 17 из керамических колец с ребристой наружной поверхностью позволило избавиться от пробоев по вакуумной поверхности изолятора и обеспечить устойчивое получение пучка протонов. Из-за быстрого темпа ускорения ионов входная электростатическая линза ускорителя сильная. Это требует перефокусировать инжектируемый пучок отрицательных ионов водорода перед входной линзой ускорителя. Контролируемый ввод пучка ионов при влиянии пространственного заряда в тракте транспортировки обеспечивают проволочным сканером 3, установленным перед входной диафрагмой ускорителя 4 [10].

В ускорителе обнаружены потоки вторичных заряженных частиц, обусловленные ионизацией пучком ионов остаточного и обдирочного газа, проникновением электронов из тракта транспортировки в ускоряющие зазоры и эмиссией электронов со стенок вакуумного бака при их облучении вторичными положительными ионами. За счет установки на входе в ускоритель охлаждаемой диафрагмы, кольца под отрицательным потенциалом, дополнительного вакуумного насоса, и благодаря покрытию части стенок вакуумного бака металлической сеткой под отрицательным потенциалом достигнуто почти 10-кратное подавление тока вторичных заряженных частиц в ускорительных зазорах: с начальных 60% от тока пучка ионов до уровня менее 8% [11].

Вместе с тем ионизация пучком ионов остаточного и обдирочного газа, приводящая к видимому излучению, позволяет его визуализировать, что

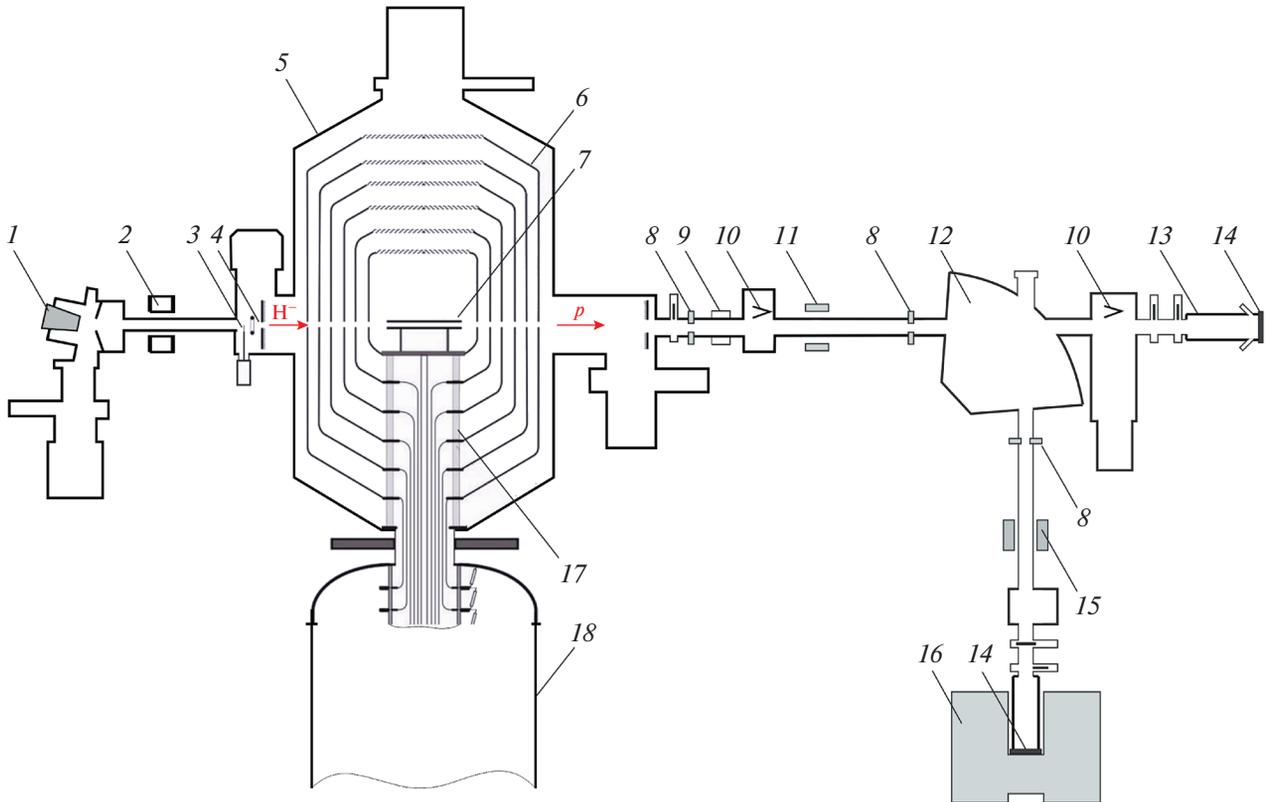


Рис. 1. Ускорительный источник нейтронов: 1 — H^- -источник, 2 — магнитная линза, 3 — проволочный сканер, 4 — входная диафрагма, 5 — ускоритель-тандем с вакуумной изоляцией, 6 — электроды, 7 — газовая обдирочная мишень, 8 — охлаждаемые медные диафрагмы, 9 — бесконтактный датчик тока, 10 — выдвижной цилиндр Фарадея, 11 — корректор, 12 — поворотный магнит, 13 — мишенный узел, 14 — литиевая мишень, 15 — сканер, 16 — система формирования пучка нейтронов, 17 — проходной изолятор, 18 — высоковольтный секционированный выпрямитель. Стрелки показывают направление распространения отрицательных ионов водорода (H^-) и протонов (p).

использовано для контроля положения и размера пучка ионов.

Для транспортировки пучка протонов до нейтроногенерирующей мишени используют тракт транспортировки пучка. Он оснащен корректором для направления распространения пучка протонов 11, поворотным магнитом 12 для поворота протонов вниз на угол 90° , сканером 15 для развертки пучка протонов по поверхности мишени, тремя охлаждаемыми медными диафрагмами 8 с термопарами для измерения положения пучка протонов и для предотвращения прожигания пучком вакуумной камеры, двумя вводимыми цилиндрами Фарадея 10 с термопарами для контроля тока и положения пучка протонов и бесконтактным датчиком тока NPCT-CF4 (Bergoz Instr., Франция) 9 для непрерывного измерения тока пучка протонов. Мишень 14 в вертикальной части тракта используют для получения пучка нейтронов для БНЗТ, а в горизонтальной — для других приложений.

Генерацию нейтронов осуществляют в результате пороговой реакции ${}^7\text{Li}(p, n){}^7\text{Be}$. Литиевая мишень 14 трехслойная: тонкий слой чистого лития

кристаллической плотности, напыленный в вакууме термическим способом [12], для генерации нейтронов; тонкий слой материала, стойкий к радиационному блистерингу, для поглощения протонов; и тонкая медная подложка для эффективного отвода тепла [13]. Мишень отличают простота, минимально возможный уровень нежелательного сопутствующего гамма-излучения и беспрецедентно длительный срок эксплуатации.

Подавление гамма-излучения в результате реакции ${}^7\text{Li}(p, p'\gamma){}^7\text{Li}$ обеспечено выбором толщины литиевого слоя, равного длине пробега протона с начальной энергией до энергии 1.882 МэВ — порога реакции ${}^7\text{Li}(p, n){}^7\text{Be}$. При этом на установке в начале 2020 г. измерено сечение реакции ${}^7\text{Li}(p, p'\gamma){}^7\text{Li}$ и выход гамма-квантов из толстой литиевой мишени при энергии протонов от 0.7 до 1.85 МэВ с точностью и достоверностью, лучшей, чем у данных, приведенных в литературных источниках и базе данных EXFOR.

Беспрецедентно длительный срок эксплуатации мишени обеспечен выбором материала второго

слоя после проведения *in-situ* наблюдения блистеринга образцов металлов при их облучении пучком протонов [14], а затем и мишени с литиевым слоем. Нами впервые экспериментально установлено, что в разработанной мишени радиационный блистеринг не приводит к снижению выхода нейтронов. Этот факт изменяет сложившееся представление о влиянии блистеринга на срок эксплуатации мишени и позволяет увеличить его, что важно при проведении лечения в клинике.

Для получения терапевтического пучка нейтронов для БНЗТ на ускорительных источниках нейтронов применяют систему формирования пучка, состоящую из замедлителя, отражателя, поглотителя и фильтров. В разработанной нами системе формирования пучка нейтронов (16 на рис. 1) фторид магния использован как замедлитель и применен составной отражатель: графит — в передней полусфере и свинец — в задней. Методом численного моделирования переноса нейтронов и гамма-излучения показано, что предложенные решения при энергии протонов 2.3 МэВ позволяют сформировать терапевтический пучок нейтронов, в наибольшей степени удовлетворяющий требованиям БНЗТ [15, 16].

В результате проведенных на установке исследований установлено, что облучение нейтронами опухолевых клеток глиомы человека U251 и глиобластомы человека T98G, предварительно инкубированных в среде с бором, ведет к значительному подавлению их жизнеспособности [17, 18]. Облучение мышей с привитой опухолью глиобластомы человека, которым предварительно введен обогащенный изотопом ^{10}B борфенилаланин, приводит к их полному излечению [19].

На установке проводят следующие перспективные исследования. 1) Для измерения поглощенной дозы предложен новый способ, когда препарат адресной доставки бора маркируют атомным ядром, активируемым под действием нейтронов. 2) Для уменьшения габаритов источника нейтронов и большей стабильности потенциала промежуточных электродов ускорителя предложено [20] и реализовано в установке для Китая размещение нижней части проходного изолятора внутри высоковольтного секционированного выпрямителя. 3) Предложена система формирования пучка нейтронов, в которой пучок нейтронов ортогонален протонному. Возможность поворота системы формирования пучка или ее части, содержащей замедлитель, относительно оси распространения пучка протонов позволяет направлять нейтроны на пациента под тем углом, под которым проведение терапии каждой конкретной опухоли дает максимальный эффект [21]. 4) Для измерения “борной” дозы разработан детектор нейтронов с полистирольным сцинтиллятором, обогащенным бором [22]. 5) Для

визуализации бора методом мгновенной гамма-спектроскопии предложен и реализован способ получения пучка нейтронов исключительно эпитеплогового диапазона энергий.

Источник нейтронов был использован для измерения содержания опасных примесей в образцах карбида бора, разработанных для ИТЭР [23] и планируется к использованию для радиационного тестирования оптических кабелей системы лазерной калибровки модернизированного электромагнитного детектора CMS для работы Большого адронного коллайдера (ЦЕРН) в режиме высокой светимости [9]. Созданная установка со специализированными мишенями позволяет генерировать монохроматические гамма-кванты, резонансные гамма-кванты для развития методики оперативного обнаружения взрывчатых веществ [24], α -частицы для исследования перспективной безнейтронной термоядерной реакции $^{11}\text{B}(p, \alpha)\alpha$ и позитроны в реакции $^{19}\text{F}(p, \alpha e^+ e^-)^{16}\text{O}$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Перспективным методом лечения многих злокачественных опухолей, особенно неизлечимых опухолей головного мозга, рассматривается бор-нейтронозахватная терапия, чрезвычайно привлекательная из-за избирательного воздействия непосредственно на опухолевые клетки. Ожидается, что вскоре в первых пяти клиниках БНЗТ, оснащаемых ускорительными источниками эпитепловых нейтронов, начнется лечение больных. Прототипом одного из таких источников нейтронов стали ускоритель-тандем с вакуумной изоляцией и литиевая мишень, разработанные в Институте ядерной физики СО РАН. В ускорителе получен стационарный пучок протонов с энергией до 2.3 МэВ и током до 9 мА, на литиевой мишени обеспечена стабильная генерация нейтронов, пригодных для БНЗТ.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 19-72-30005) при поддержке Института ядерной физики СО РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Neutron Capture Therapy: Principles and Applications*, Ed. by W. Sauerwein, A. Wittig, R. Moss, and Y. Nakagawa (Springer, 2012).
2. С. Ю. Таскаев, В. В. Каныгин, *Бор-нейтронозахватная терапия* (Изд-во СО РАН, Новосибирск, 2016).
3. *Current Status of Neutron Capture Therapy*, IAEA-TECDOC-1223 (Vienna, Austria, 2001).
4. T. Blue and J. Yanch, *J. Neuro-Oncol.* **62**, 19 (2003).
5. <https://www.shi.co.jp/english/info/2019/6kg-psq0000002ji0.html>

6. <https://stella-pharma.co.jp/wp-content/uploads/2020/03/Press-release-Steboronine-approvalENG.pdf>
7. С. Ю. Таскаев, ЭЧАЯ **46**, 1770 (2015) [Phys. Part. Nucl. **46**, 956 (2015)].
8. B. F. Bayanov, V. P. Belov, E. D. Bender, M. V. Bokhovko, G. I. Dimova, V. N. Kononov, O. E. Kononov, N. K. Kuksanov, V. E. Palchikov, V. A. Pivovarov, R. A. Salimov, G. I. Silvestrov, A. N. Skrinisky, N. A. Soloviov, and S. Yu. Taskaev, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A **413**, 397 (1998).
9. Д. А. Касатов и др., ПТЭ, № 5, 5 (2020) [Instr. Exper. Techn. **63**, 611 (2020)].
10. Т. А. Быков и др., ПТЭ, № 5, 90 (2018) [Instr. Exper. Techn. **61**, 713 (2018)].
11. A. Ivanov, D. Kasatov, A. Koshkarev, A. Makarov, Yu. Ostreinov, I. Shchudlo, I. Sorokin, and S. Taskaev, JINST **11**, P04018 (2016).
12. Б. Ф. Баянов, Е. В. Журов, С. Ю. Таскаев, ПТЭ, № 1, 160 (2008) [Instr. Exper. Techn. **51**, 147 (2008)].
13. B. Bayanov, V. Belov, and S. Taskaev, J. Phys.: Conf. Ser. **41**, 460 (2006).
14. A. Badrutdinov, T. Bykov, S. Gromilov, Y. Higashi, D. Kasatov, I. Kolesnikov, A. Koshkarev, A. Makarov, T. Miyazawa, I. Shchudlo, E. Sokolova, H. Sugawara, and S. Taskaev, Metals **7**, 558 (2017).
15. Л. Зайди, Е. А. Кашаева, С. И. Лежнин, Г. Н. Малышкин, С. И. Самарин, Т. В. Сычева, С. Ю. Таскаев, С. А. Фролов, ЯФ **80**, 63 (2017) [Phys. At. Nucl. **80**, 60 (2017)].
16. L. Zaidi, M. Belgaid, S. Taskaev, and R. Khelifi, Appl. Radiat. Isot. **139**, 316 (2018).
17. A. Zaboronok, V. A. Byvaltsev, V. V. Kanygin, A. I. Iarullina, A. I. Kichigin, A. V. Taranin, O. Yu. Volkova, L. V. Mechetina, S. Yu. Taskaev, R. A. Muhamadiyarov, E. L. Zavyalov, K. Nakai, E. Sato, T. Yamamoto, B. J. Mathis, and A. Matsumura, New Armen. Med. J. **11**, 6 (2017).
18. E. Sato, A. Zaboronok, T. Yamamoto, K. Nakai, S. Taskaev, O. Volkova, L. Mechetina, A. Taranin, V. Kanygin, T. Isobe, B. Mathis, and A. Matsumura, J. Radiat. Res. **59**, 101 (2018).
19. С. Ю. Таскаев, ЭЧАЯ **50**, 657 (2019) [Phys. Part. Nucl. **50**, 569 (2019)].
20. Е. В. Домаров и др., ПТЭ, № 1, 77 (2017) [Instr. Exper. Techn. **60**, 70 (2017)].
21. V. Aleynik, A. Bashkirtsev, V. Kanygin, D. Kasatov, A. Kuznetsov, A. Makarov, I. Schudlo, I. Sorokin, S. Taskaev, and M. Tiunov, Appl. Radiat. Isot. **88**, 177 (2014).
22. T. Bykov, D. A. Kasatov, A. M. Koshkarev, A. N. Makarov, V. V. Porosev, G. A. Savinov, I. M. Shchudlo, and S. Y. Taskaev, JINST **14**, P12002 (2019).
23. A. Shoshin, A. Burdakov, M. Ivantsivskiy, S. Polosatkin, M. Klimenko, A. Semenov, S. Taskaev, D. Kasatov, I. Shchudlo, A. Makarov, and N. Davydov, IEEE Transact. Plasma Sci. **48**, 1474 (2020).
24. A. Kuznetsov, Yu. I. Belchenko, A. V. Burdakov, V. I. Davydenko, A. S. Donin, A. A. Ivanov, S. G. Konstantinov, A. S. Krivenko, A. M. Kudryavtsev, K. I. Mekler, A. L. Sanin, I. N. Sorokin, Yu. S. Sulyaev, S. Yu. Taskaev, V. V. Shirokov, and Yu. I. Eidelman, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A **606**, 238 (2009).

BORON NEUTRON CAPTURE THERAPY

S. Yu. Taskaev^{1),2)}

¹⁾*Budker Institute of Nuclear Physics, Novosibirsk*

²⁾*Novosibirsk State University, Novosibirsk*

The fundamentals of boron neutron capture therapy of malignant tumors are presented, and a review of the current state of development of accelerator-based epithermal neutron sources is presented. Special attention is paid to a neutron source based on a new type of charged particle accelerator — a vacuum insulated tandem accelerator, and a lithium target.

ИЗМЕРЕНИЕ ПАРАМЕТРА МИШЕЛЯ ξ' В РАСПАДАХ τ -ЛЕПТОНА НА СУПЕР ЧАРМ-ТАУ-ФАБРИКЕ

© 2021 г. Д. А. Бодров^{1),2)*}

Поступила в редакцию 28.05.2020 г.; после доработки 28.05.2020 г.; принята к публикации 28.05.2020 г.

В настоящей работе представлено исследование возможности первого измерения продольной поляризации мюона из распада τ -лептона для определения параметра Мишеля ξ' на будущей Супер чарм-тау-фабрике (СЧТФ). Оценено число сигнальных событий, ожидаемое на полной статистике данных СЧТФ, изучены основные фоновые процессы, а также методы их подавления. Статистическая точность измерения ξ' ожидается на уровне $\sigma_{\xi'} \approx 0.02$, что дает возможность новой проверки Стандартной модели на высоком уровне точности.

DOI: 10.31857/S0044002721010074

1. ВВЕДЕНИЕ

Параметры Мишеля лептонного распада [1] являются билинейными комбинациями констант связи, возникающих в наиболее общем выражении для матричного элемента распада, не противоречащем лоренц-инвариантности:

$$M = \frac{4G_F}{\sqrt{2}} \sum_{\substack{\gamma=S,V,T \\ \varepsilon,\mu=R,L}} g_{\varepsilon\mu}^{\gamma} \langle \bar{\ell}_{\varepsilon} | \Gamma^{\gamma} | (\nu_{\ell})_{\alpha} \rangle \times \quad (1)$$

$$\times \langle (\bar{\nu}_{\tau})_{\beta} | \Gamma_{\gamma} | \tau_{\mu} \rangle, \quad (2)$$

$$\Gamma^S = 1, \quad \Gamma^V = \gamma^{\mu},$$

$$\Gamma^T = \frac{1}{\sqrt{2}} \sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2\sqrt{2}} (\gamma^{\mu} \gamma^{\nu} - \gamma^{\nu} \gamma^{\mu}).$$

Параметры Мишеля описывают лоренц-структуру взаимодействия заряженных токов в теории слабого взаимодействия, и их точное измерение может служить для проверки Стандартной модели (СМ), в которой единственной ненулевой константой является $g_{LL}^V = 1$. Общее выражение для дифференциальной ширины распада лептона в терминах параметров Мишеля и их полное описание можно найти в [2].

В распадах мюона большинство параметров Мишеля было измерено с хорошей точностью [2]. В распадах тау-лептонов с точностью в несколько

процентов были измерены только четыре параметра: ρ , η , ξ и δ [3, 4]. Большая статистика событий рождения $\tau^+ \tau^-$ -пар, набранная экспериментом Belle, позволила также измерить параметры радиационного распада тау-лептона $\bar{\eta}$ и $\xi\kappa$ [5].

В настоящей работе представлено исследование возможности первого измерения поляризации мюонов из распадов тау-лептонов для определения параметра Мишеля ξ' на будущей Супер чарм-тау-фабрике (СЧТФ) [6, 7].

2. МЕТОД

Для измерения поляризации мюонов предлагается использовать угловое распределение электронов (здесь и далее везде подразумеваются частицы обоих знаков) в системе покоя распавшихся в дрейфовой камере мюонов, поскольку импульс электрона коррелирует со спином мюона. В системе покоя неполяризованного тау-лептона средняя проекция спина мюона на его импульс равна P_L , где $P_L \approx 0.98\xi'$, и угловой спектр электронов описывается следующей формулой:

$$\frac{1}{\Gamma} \frac{d\Gamma(\cos\theta)}{d\cos\theta} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{P_L}{3} \cos\theta \right). \quad (3)$$

Здесь θ — это угол между импульсами электрона и тау-лептона в системе покоя мюона.

3. МОДЕЛИРОВАНИЕ

На момент написания настоящей работы детектор СЧТФ находится на этапе разработки, и его полное моделирование пока отсутствует. В исследовании мы использовали дрейфовую камеру, имеющую симметричную цилиндрическую форму,

¹⁾Национальный исследовательский университет “Высшая школа экономики”, Москва, Россия.

²⁾Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), Долгопрудный, Россия.

*E-mail: bodrov.da@phystech.edu

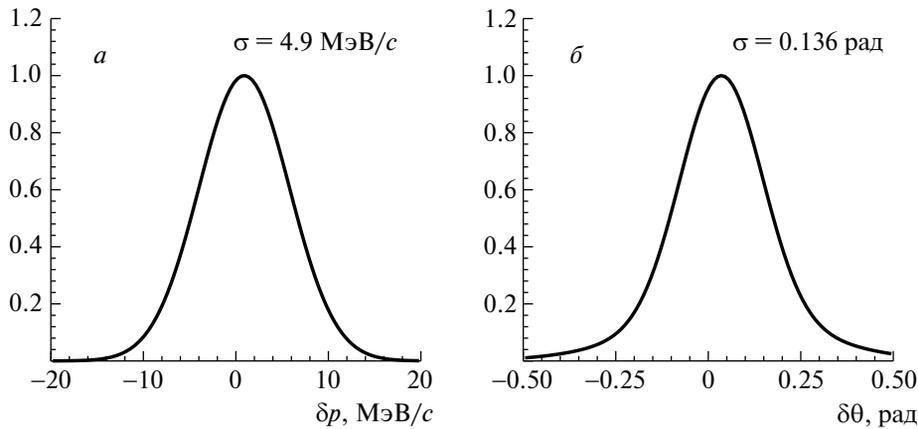


Рис. 1. *a* — Импульсное разрешение электрона в системе покоя мюона, *б* — угловое разрешение электрона в системе покоя мюона.

длиной 200 см, с внешним диаметром 160 см и внутренним диаметром 40 см. Среднее пространственное разрешение в ячейке дрейфовой камеры было выбрано равным 125 мкм, что является реалистичной величиной для современных трековых детекторов. Однородное магнитное поле направлено вдоль оси дрейфовой камеры и имеет значение 1.5 Т. Мы оценили импульсное и угловое разрешение электронов в системе покоя мюонов в такой дрейфовой камере, составившие $\sigma_p \approx 4.9$ МэВ/с и $\sigma_\theta \approx 0.136$ рад соответственно (рис. 1), что позволяет правильно восстановить кинематику распада мюона и эффективно подавить фоновые процессы, как будет показано ниже.

Используя моделирование методом Монте-Карло, мы оценили число восстановленных распадов $\mu^- \rightarrow e^- \nu_\mu \bar{\nu}_e$ $N_{\text{rec}} \approx 2.5 \times 10^5$ из $N_{\tau^+\tau^-} \approx 2.1 \times 10^{10}$ $\tau^+\tau^-$ -пар, которые планируется произвести за все время работы СЧТФ. На рис. 2 показана

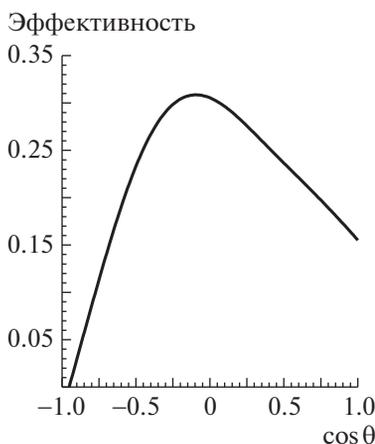


Рис. 2. Функция эффективности восстановления распадов $\mu^- \rightarrow e^- \nu_\mu \bar{\nu}_e$ в зависимости от направления вылета электрона в системе покоя мюона.

зависимость эффективности восстановления распада от направления вылета электрона. Нулевая эффективность для вылетающих назад электронов является следствием того, что в этом случае электроны рождаются практически в покое в лабораторной системе отсчета (ЛСО) и не дают достаточно хитов в детекторе для их восстановления. Провал эффективности для электронов, вылетающих вперед, объясняется близкими импульсами мюона и электрона в ЛСО, что не позволяет программе реконструкции треков различить два трека.

4. ПОДАВЛЕНИЕ ФОНОВЫХ ПРОЦЕССОВ

Рождение и распад $\tau^+\tau^-$ -пары имеют ярко выраженную топологию, поэтому после применения эффективных предварительных критериев отбора $\tau^+\tau^-$ -событий фоны от КЭД и рождения адронов становятся пренебрежимо малыми, и основной фон ожидается от распадов τ -лептонов, отличных от $\tau^- \rightarrow \mu^- \nu_\tau \bar{\nu}_\mu$. Распад $\mu^- \rightarrow e^- \nu_\mu \bar{\nu}_e$ в дрейфовой камере выглядит как излом трека, что будет являться основным критерием для его отбора. Распады на лету легких мезонов и рассеяние частиц на веществе детектора могут имитировать сигнал. Для подавления этих процессов будет использована информация от системы идентификации частиц, а также кинематика распада на лету.

Поскольку легкие мезоны в основном распадаются двухчастично с монохроматической дочерней частицей в системе покоя распадающегося мезона, предлагается использовать их спектр с различными массовыми гипотезами для наложения вето на эти фоны. На рис. 3 показаны спектры импульсов дочерней частицы в системе покоя материнской в гипотезах μ , π , K для материнской и e , μ , π для дочерней частиц. Преобладающий вклад ожидается от распадов π^- из-за большой вероятности распада τ -лептона в π , а также меньшего на два порядка

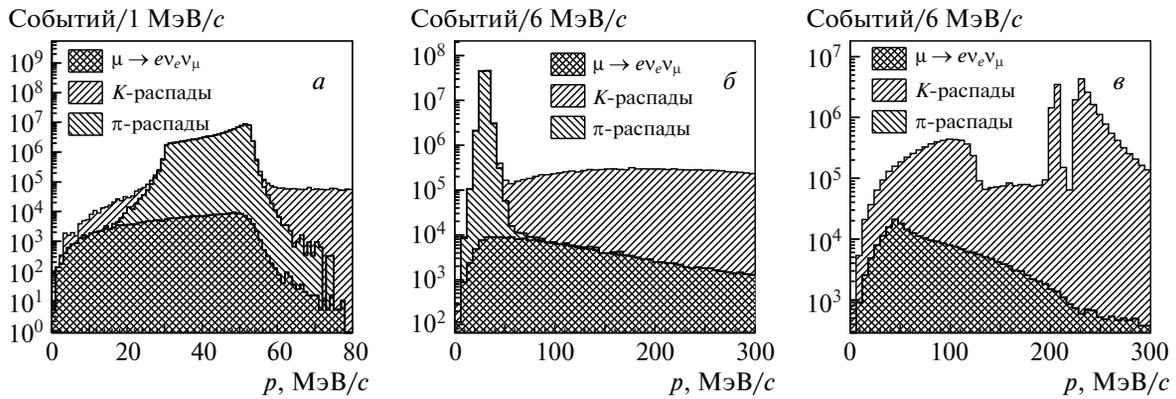


Рис. 3. Импульсные распределения дочерних частиц в системе покоя распавшихся для сигнала и основных источников фона. а — массовая гипотеза $\mu \rightarrow e$, б — массовая гипотеза $\pi \rightarrow \mu$, в — массовая гипотеза $K \rightarrow \pi$.

их времени жизни по сравнению с мюоном. Спектры распадов $\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$ и $\mu^- \rightarrow e^- \nu_e \bar{\nu}_\mu$ сильно перекрываются, когда мы приписываем первому треку массу μ и дочернему треку массу e , как видно из рис. 3а. Однако, приписав массы π и μ первому и второму треку соответственно, мы сводим это перекрытие к минимуму (рис. 3б). Двухчастичные распады K -мезонов можно подавить аналогично, как видно из рис. 3в. Трехчастичные распады каонов дают или дополнительные треки, или фотоны от π^0 в конечном состоянии, что позволяет подавить их вклад.

Таким образом, использование распределений, изображенных на рис. 3, информации о dE/dx -потерях в дрейфовой камере и информации от электромагнитного калориметра позволит эффективно подавить вклад от всех основных фоновых процессов. По нашим оценкам подавление вклада от распадов π^+ составит $\sim 2 \times 10^3$ раз, а от распадов K^+ составит $\sim 5 \times 10^2$ раз с суммарной эффективностью для сигнала 80%.

Точность измерения параметра ξ' на полной статистике СЧТФ ожидается на уровне $\sigma'_\xi \approx 0.02$ с учетом поправок на эффективности восстановления распада $\mu^- \rightarrow e^- \nu_e \bar{\nu}_\mu$ и критериев отбора, которые были оценены выше.

5. АППАРАТНЫЕ И ПРОГРАММНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К СЧТФ

В этом разделе будут перечислены аппаратные и программные требования для экспериментальной установки, выполнение которых позволит провести измерение поляризации мюонов с максимальной допустимой точностью. Во-первых, требуется дрейфовая камера с большим внешним радиусом, поскольку количество распадов мюонов зависит от длины пролета (исследование показало, что увеличение длины дрейфовой камеры не дает ощутимого

улучшения в точности). Во-вторых, газовая смесь должна выбираться в соответствии с требованиями хорошего разрешения по dE/dx -потерям и уменьшения вклада от многократного рассеяния. Восстановление треков частиц с использованием сигналов только от вершинного детектора позволит восстанавливать мюоны, распавшиеся до внутренней стенки дрейфовой камеры. Ключевым требованием является реконструкция трека частицы, распадающейся на лету, совместно с восстановлением трека дочерней частицы и вершины распада. Кроме того, для данного анализа существенно, чтобы треки с малыми импульсами (с несколькими витками в $r-\phi$ -плоскости в дрейфовой камере) реконструировались с высокой эффективностью. Выполнение этих требований повысит эффективность восстановления событий $\mu^- \rightarrow e^- \nu_e \bar{\nu}_\mu$, тем самым уменьшая погрешность измерения.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение настоящая работа подтверждает возможность первого измерения поляризации мюонов из распадов тау-лептонов и извлечения параметра Мишеля ξ' на будущей Супер чарм-тау-фабрике. Ожидаемое в Стандартной модели значение $\xi' = 1$ можно проверить с точностью $\sigma'_\xi \approx 0.02$, что сопоставимо с результатом измерения для распада мюона $\xi'_\mu = 1.00 \pm 0.04$ [8].

Автор статьи выражает благодарность своему научному руководителю П.Н. Пахлову за помощь в проведении данного исследования. Также выражаю благодарность группе Belle ЛТКЛ ФИАН им. П.Н. Лебедева за плодотворные обсуждения данной работы на научных семинарах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. L. Michel, Proc. Phys. Soc. A **63**, 514 (1950).

2. M. Tanabashi *et al.* (Particle Data Group), Phys. Rev. D **98**, 030001 (2018).
3. A. Heister *et al.* (ALEPH Collab.), Eur. Phys. J. C **22**, 217 (2001).
4. J. P. Alexander *et al.* (CLEO Collab.), Phys. Rev. D **56**, 5320 (1997); hep-ex/9705009.
5. N. Shimizu *et al.* (Belle Collab.), PTEP **2018**, 023C01 (2018); arXiv:1709.08833.
6. А. Е. Бондарь (от имени Коллаборации проекта Супер-чарм-тау-фабрики), ЯФ **76**, 1132 (2013) [Phys. At. Nucl. **76**, 1072 (2013)].
7. Q. Luo and D. Xu, in *Proceedings of the 9th International Particle Accelerator Conference* (2018), p. MOPML013.
8. H. Burkard, F. Corriveau, J. Egger, W. Fetscher, H.-J. Gerber, K. F. Johnson, H. Kaspar, H. J. Mahler, M. Salzmann, and F. Scheck, Phys. Lett. B **150**, 242 (1985).

FEASIBILITY STUDY OF τ -DECAY MICHEL PARAMETER ξ' MEASUREMENT AT THE FUTURE SUPER CHARM-TAU FACTORY

D. Bodrov^{1),2)}

¹⁾ National Research University Higher School of Economics, Moscow, Russia
²⁾ Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University),
Dolgoprudny, Russia

In this paper, we present a feasibility study of the first measurement of the longitudinal polarization of a muon from the τ -lepton decay to extract the Michel parameter ξ' at the future Super Charm-Tau Factory (SCTF). The expected number of $\mu^- \rightarrow e^- \nu_\mu \bar{\nu}_e$ events on the full SCTF data was estimated, possible background processes were studied, and methods of their suppression were suggested. Statistical accuracy was estimated to be $\sigma_{\xi'} \approx 0.02$, which enables a new verification of the Standard Model at a high level of accuracy.

ИЗМЕРЕНИЕ УГЛА ВАЙНБЕРГА В ЭКСПЕРИМЕНТЕ НА СУПЕР С-ТАУ-ФАБРИКЕ С ПОЛЯРИЗОВАННЫМ ПУЧКОМ

© 2021 г. В. С. Воробьев^{1)*}

Поступила в редакцию 07.06.2020 г.; после доработки 07.06.2020 г.; принята к публикации 07.06.2020 г.

В работе обсуждается измерение эффективного угла смешивания электрослабого взаимодействия $\theta_{\text{эф}}$ в эксперименте на Супер С-тау-фабрике с продольной поляризацией электронов. Рассмотрен недавно предложенный метод измерения средней степени поляризации электронов с помощью анализа дифференциального сечения процесса $J/\psi \rightarrow [\Lambda \rightarrow p\pi^-][\bar{\Lambda} \rightarrow \bar{p}\pi^+]$. При светимости коллайдера $10^{35} \text{ см}^{-2}\text{с}^{-1}$ и степени поляризации 0.8 параметр $\sin^2 \theta_{\text{эф}}$ может быть измерен с относительной точностью лучше 1%, что позволит наблюдать отклонение от значения этого параметра в пике Z -бозона.

DOI: 10.31857/S0044002721010232

ВВЕДЕНИЕ

Угол Вайнберга θ_W является параметром $SU(2)_L \times U(1)_Y$ модели электрослабого взаимодействия [1], определяющим связь полей фотона и Z -бозона с полями калибровочных бозонов B и W^3

$$\begin{aligned} A &\equiv B \cos \theta_W + W^3 \sin \theta_W, \\ Z &\equiv -B \sin \theta_W + W^3 \cos \theta_W. \end{aligned} \quad (1)$$

Угол Вайнберга входит в векторную часть нейтрального слабого взаимодействия

$$g_V^f \equiv I_3^f - 3Q_f \sin^2 \theta_W, \quad (2)$$

где I_3 и Q_f обозначают слабый изоспин и электрический заряд фермионного поля f соответственно. Поправки к основному вкладу приводят к тому, что в экспериментах наблюдается эффективное значение

$$\sin^2 \theta_{\text{эф}} \equiv \kappa_Z^f \sin^2 \theta_W, \quad (3)$$

где коэффициент κ_Z^f зависит от переданного импульса. Значение κ_Z^f достаточно точно вычисляется: неопределенность при малых импульсах составляет 2×10^{-5} [2].

Значение $\sin^2 \theta_{\text{эф}}$ измерено с относительной точностью 0.1% в пике Z -бозона в экспериментах на коллайдерах LEP и SLC [3]. При энергиях $\mathcal{O}(1 \text{ ГэВ})$ и ниже ожидается отличие величины $\sin^2 \theta_{\text{эф}}$ от значения в пике Z на уровне 4% [4].

Измерения $\sin^2 \theta_{\text{эф}}$ на низких энергиях выполнялись различными способами: по нарушению четности в атомах, рассеянию Моллера, рассеянию Мотта, глубоконеупругому рассеянию нейтрино и электронов на ядрах атомов [5]. Результаты измерений согласуются с предсказанием стандартной модели, однако точность экспериментов на низких энергиях пока значительно уступает результатам, полученным в пике Z .

Измерение $\sin^2 \theta_{\text{эф}}$ на низких энергиях представляет интерес с точки зрения проверки электрослабой модели. Прецизионные измерения чувствительны к нестандартным вкладам в κ_Z^f , например, к расширенной электрослабой модели с дополнительными калибровочными бозонами.

ЭКСПЕРИМЕНТ НА СУПЕР С-ТАУ-ФАБРИКЕ

В настоящее время обсуждаются проекты “Супер С-тау-фабрик” — симметричных e^+e^- -коллайдеров с высокой светимостью $10^{35} \text{ см}^{-2}\text{с}^{-1}$ и диапазоном энергий \sqrt{s} от 2 до 6 ГэВ [6, 7]. Проекты предусматривают высокую степень продольной поляризации электронов в месте встречи. В таком эксперименте параметр $\sin^2 \theta_{\text{эф}}$ может быть измерен по асимметрии полного сечения в пике J/ψ :

$$A_{LR} = \mathcal{P}_e \cdot \frac{\sigma_R - \sigma_L}{\sigma_R + \sigma_L} \equiv \mathcal{P}_e \cdot A_{LR}^0, \quad (4)$$

где σ_R (σ_L) обозначает полное сечение для электронов с правой (левой) поляризацией и \mathcal{P}_e — степень поляризации электронов ($0 \leq \mathcal{P}_e \leq 1$). Для измерения сечений σ_R и σ_L можно использовать

¹⁾Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН, Новосибирск, Россия.

*E-mail: vvorob@inp.nsk.su

адронные распады J/ψ . Количество зарегистрированных адронных распадов J/ψ при определенной поляризации (N_L или N_R) связано с соответствующим сечением следующим образом:

$$\sigma_\alpha = \frac{N_\alpha}{\mathcal{L}_\alpha \varepsilon_\alpha}, \quad \alpha \in \{L, R\}, \quad (5)$$

где параметры ε_α описывают эффективность реконструкции событий в детекторе и вероятность распада J/ψ в рассматриваемые адронные состояния, а \mathcal{L}_α обозначают соответственные интегралы светимости. Характерные значения N_α в эксперименте на Супер С-тау-фабрике имеют порядок 10^{12} . Интегралы светимости \mathcal{L}_α при этом должны быть известны с относительной статистической точностью не хуже 10^{-6} . Обсуждение подходов к прецизионному измерению интеграла светимости в таком эксперименте можно найти в работе [8].

Асимметрия \mathcal{A}_{LR}^0 возникает из-за интерференции процессов $e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow c\bar{c}$ и $e^+e^- \rightarrow Z^* \rightarrow c\bar{c}$ и выражается через $\sin^2 \theta_{\text{eff}}$ следующим образом [9]:

$$\mathcal{A}_{LR}^0 = \frac{-\sin^2 \theta_{\text{eff}} + 3/8}{2\sin^2 \theta_{\text{eff}}(1 - \sin^2 \theta_{\text{eff}})} \left(\frac{m_{J/\psi}}{m_Z} \right)^2 \approx \approx 4.7 \times 10^{-4}. \quad (6)$$

Для получения величины $\sin^2 \theta_{\text{eff}}$ необходимо измерить асимметрию \mathcal{A}_{LR} и степень поляризации \mathcal{P}_e . Из выражений (4) и (6) получаем соотношение для относительных неопределенностей

$$\frac{\sigma(\sin^2 \theta_{\text{eff}})}{\sin^2 \theta_{\text{eff}}} = \quad (7)$$

$$= C_{\mathcal{A}_{LR}} \frac{\sigma(\mathcal{A}_{LR})}{\mathcal{A}_{LR}} \oplus C_{\mathcal{P}_e} \frac{\sigma(\mathcal{P}_e)}{\mathcal{P}_e} \approx 0.3\%,$$

где $C_{\mathcal{P}_e} = -C_{\mathcal{A}_{LR}} \approx 0.44$. Значение 0.3% получено для одного сезона работы эксперимента, степени поляризации $\mathcal{P}_e = 0.8$ и в предположении о том, что точность измерения ограничена статистической неопределенностью измерения асимметрии \mathcal{A}_{LR} . Среднюю степень поляризации электронов \mathcal{P}_e при этом необходимо контролировать с относительной точностью лучше 0.1%.

Лазерные мониторы поляризации могут обеспечить достаточную статистическую точность, однако систематическая неопределенность может составить серьезную проблему. Альтернативным решением является измерение \mathcal{P}_e из анализа тех же данных, в которых измеряется асимметрия \mathcal{A}_{LR} . Такой подход, видимо, является оптимальным с точки зрения контроля систематических неопределенностей. Далее мы покажем, что процесс

$$e^+e^- \rightarrow J/\psi \rightarrow [\Lambda \rightarrow p\pi^-][\bar{\Lambda} \rightarrow \bar{p}\pi^+] \quad (8)$$

может быть использован для контроля \mathcal{P}_e .

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ СЕЧЕНИЕ ПРОЦЕССА

$$e^+e^- \rightarrow J/\psi \rightarrow [\Lambda \rightarrow p\pi^-][\bar{\Lambda} \rightarrow \bar{p}\pi^+]$$

Диаграмма процесса $e^+e^- \rightarrow J/\psi \rightarrow [\Lambda \rightarrow p\pi^-][\bar{\Lambda} \rightarrow \bar{p}\pi^+]$ показана на рис. 1. Описание этого процесса содержит следующие компоненты:

- Лептонный ток с поляризованным электроном

$$j_e^\mu \equiv \bar{v}_{-\xi} \gamma^\mu u_\xi = \sqrt{s} (0, \xi \cos \theta, i, -\xi \sin \theta), \quad (9)$$

где $\xi = \pm 1$ обозначает удвоенную спиральность электрона и ось z выбрана в направлении импульса Λ .

- Вершина $J/\psi \rightarrow \Lambda \bar{\Lambda}$ описывается двумя формфакторами

$$-ie_g \bar{u}_\Lambda(p_1) \left[G_M^\psi \gamma^\mu - \right. \quad (10)$$

$$\left. - \frac{2m_\Lambda}{Q^2} (G_M^\psi - G_E^\psi) Q^\mu \right] v_{\bar{\Lambda}}(p_2),$$

где p_1 и p_2 обозначают импульсы Λ и $\bar{\Lambda}$ соответственно и $Q \equiv p_1 - p_2$.

- Вершина распада $\Lambda \rightarrow p\pi^-$ ($\bar{\Lambda} \rightarrow \bar{p}\pi^+$)

$$\bar{u}_p [A + B\gamma^5] u_\Lambda, \quad (\bar{v}_{\bar{p}} [A' + B'\gamma^5] v_{\bar{\Lambda}}). \quad (11)$$

Выражение для дифференциального сечения получается посредством свертки лептонного и адронного тензоров:

$$\frac{d\sigma}{d\zeta} \propto L^{\mu\nu} H_{\mu\nu} \propto a(\zeta) + \xi b(\zeta), \quad (12)$$

где ζ обозначает набор из пяти кинематических параметров, количество которых соответствует размерности фазового пространства. Симметричная часть лептонного тензора не зависит от поляризации, в то время как его антисимметричная часть пропорциональна спиральности электрона:

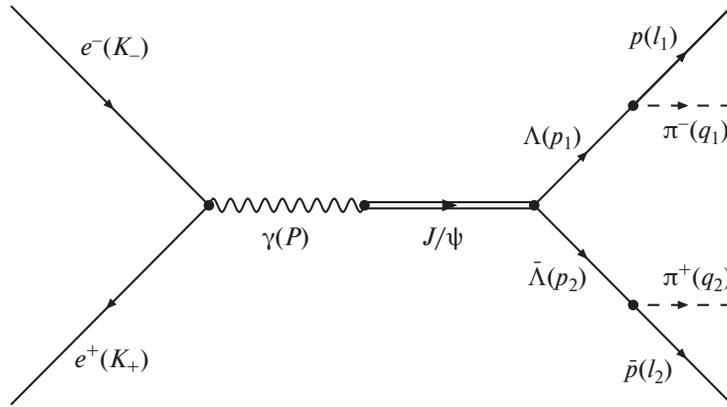
$$L^{\mu\nu} \equiv (j_e^\nu)^\dagger j_e^\mu = k_+^\mu k_-^\nu + k_-^\mu k_+^\nu - \quad (13)$$

$$- \frac{s}{2} g^{\mu\nu} - \xi i \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} k_{-\alpha} k_{+\beta},$$

где k_- (k_+) обозначает импульс электрона (позитрона). Детали вычислений приведены в работе [8], здесь же мы сразу приведем результат.

Дифференциальное сечение (12) зависит от четырех параметров:

$$\alpha \equiv \frac{s |G_M^\psi|^2 - 4m_\Lambda^2 |G_E^\psi|^2}{s |G_M^\psi|^2 + 4m_\Lambda^2 |G_E^\psi|^2}, \quad (14)$$


 Рис. 1. Диаграмма процесса $J/\psi \rightarrow [\Lambda \rightarrow p\pi^-][\bar{\Lambda} \rightarrow \bar{p}\pi^+]$.

$$\Delta\Phi \equiv \arg\left(\frac{G_E^\psi}{G_M^\psi}\right), \quad \alpha_1, \quad \alpha_2,$$

где α_1 и α_2 — параметры распада $\Lambda \rightarrow p\pi^-$ и $\bar{\Lambda} \rightarrow \bar{p}\pi^+$ соответственно. Эти параметры измерены в эксперименте BESIII [10]:

$$\begin{aligned} \Delta\Phi &= (42.4 \pm 0.6 \pm 0.5)^\circ, \\ \alpha &= 0.461 \pm 0.006 \pm 0.007, \\ \alpha_1 &= 0.750 \pm 0.009 \pm 0.004, \\ \alpha_2 &= -0.758 \pm 0.010 \pm 0.007. \end{aligned} \quad (15)$$

Явный вид сечения (12) удобно записывать в комбинированной системе отсчета, показанной на рис. 2, а в качестве кинематических переменных выбрать: полярный угол (θ) импульса Λ в системе центра масс; полярный и азимутальные углы (θ_1 и ϕ_1) импульса протона в системе покоя Λ ; аналогичные параметры (θ_2 и ϕ_2) для антипротона определены в системе $\bar{\Lambda}$. Таким образом,

$$\begin{aligned} \zeta &= \{\cos\theta, \cos\theta_1, \phi_1, \cos\theta_2, \phi_2\}, \\ d\zeta &= d\cos\theta d\Omega_1 d\Omega_2, \quad \Omega_i = d\cos\theta_i d\phi_i. \end{aligned} \quad (16)$$

Функции a и b в этих переменных имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} a(\zeta) &= \mathcal{F}_0 + \alpha\mathcal{F}_5 + \\ &+ \alpha_1\alpha_2 \left(\mathcal{F}_1 + \sqrt{1-\alpha^2}\cos(\Delta\Phi)\mathcal{F}_2 + \alpha\mathcal{F}_6 \right) + \\ &+ \sqrt{1-\alpha^2}\sin(\Delta\Phi) (\alpha_1\mathcal{F}_3 + \alpha_2\mathcal{F}_4), \end{aligned} \quad (17)$$

где

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_0 &= 1, \quad \mathcal{F}_1 = \sin^2\theta \sin\theta_1 \sin\theta_2 \cos\phi_1 \cos\phi_2 + \\ &+ \cos^2\theta \cos\theta_1 \cos\theta_2, \\ \mathcal{F}_2 &= \sin\theta \cos\theta (\sin\theta_1 \cos\theta_2 \cos\phi_1 + \\ &+ \cos\theta_1 \sin\theta_2 \cos\phi_2), \\ \mathcal{F}_3 &= \sin\theta \cos\theta \sin\theta_1 \sin\phi_1, \\ \mathcal{F}_4 &= \sin\theta \cos\theta \sin\theta_2 \sin\phi_2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_5 &= \cos^2\theta, \quad \mathcal{F}_6 = \cos\theta_1 \cos\theta_2 - \\ &- \sin^2\theta \sin\theta_1 \sin\theta_2 \sin\phi_1 \sin\phi_2, \end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned} b(\zeta) &= (1+\alpha)(\alpha_1\mathcal{G}_1 + \alpha_2\mathcal{G}_2) + \\ &+ \sqrt{1-\alpha^2}\cos(\Delta\Phi) (\alpha_1\mathcal{G}_3 + \alpha_2\mathcal{G}_4) + \\ &+ \sqrt{1-\alpha^2}\alpha_1\alpha_2\sin(\Delta\Phi)\mathcal{G}_5, \end{aligned} \quad (19)$$

где

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_1 &= \cos\theta \cos\theta_1, \quad \mathcal{G}_2 = \cos\theta \cos\theta_2, \\ \mathcal{G}_3 &= \sin\theta \sin\theta_1 \cos\phi_1, \quad \mathcal{G}_4 = \sin\theta \sin\theta_2 \cos\phi_2, \\ \mathcal{G}_5 &= \sin\theta (\sin\theta_1 \cos\theta_2 \sin\phi_1 + \cos\theta_1 \sin\theta_2 \sin\phi_2). \end{aligned}$$

Результат (17) был получен в работе [11]; часть дифференциального сечения (19), связанная с поляризацией электронов, впервые опубликована в работе [8].

За год работы эксперимента на Супер С-тау-фабрике будет зарегистрировано около $0.8 \times 10^9 \varepsilon_{\text{det}}$ событий процесса (8), где ε_{det} — эффективность регистрации. Описывая измеренное угловое распределение с помощью выражения (12), можно измерить формфакторы (14) и степень поляризации \mathcal{P}_e . Идея этого подхода была изучена с помощью простого Монте-Карло-моделирования. Оптимизация параметров модели выполнялась с помощью небинированного метода максимального правдоподобия. В табл. 1 приведены результаты для трех рассмотренных процедур:

1. Пятимерный анализ без поляризации ($\mathcal{P}_e = 0$);
2. Пятимерный анализ с поляризацией ($\mathcal{P}_e = 0.8$);
3. Трехмерный анализ с поляризацией ($\mathcal{P}_e = 0.8$).

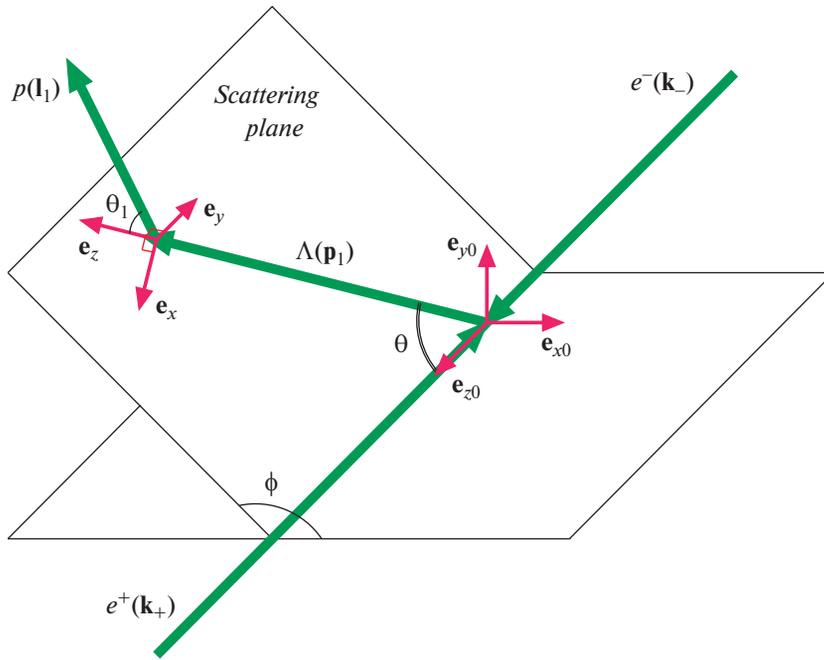


Рис. 2. Комбинированная система отсчета. Базис (e_{x0}, e_{y0}, e_{z0}) определен в системе центра масс и фиксирован, орт e_{z0} направлен вдоль пучка электронов. Базис (e_x, e_y, e_z) определен в системе Λ следующим образом: $e_z = p_1/|p_1|$, $e_y = \frac{1}{\sin \theta} (e_z \times \frac{k_-}{|k_-|})$, $e_x = e_y \times e_z$.

Процедура 3 основана на возможности проведения анализа с частичной реконструкцией событий, при которой регистрируется только один из Λ -барионов (для отбора необходимых событий можно использовать массу отдачи). В этом случае мы приходим к трехмерному дифференциальному сечению

$$\frac{d\sigma}{d \cos \theta d\Omega_1} \propto 1 + \alpha \cos^2 \theta + \alpha_1 \sqrt{1 - \alpha^2} \sin(\Delta\Phi) \sin \theta \cos \theta \sin \theta_1 \sin \phi_1 + \xi \left[(1 + \alpha) \alpha_1 \cos \theta \cos \theta_1 + \alpha_1 \sqrt{1 - \alpha^2} \cos(\Delta\Phi) \sin \theta \sin \theta_1 \cos \phi_1 \right], \quad (21)$$

которое получается после интегрирования выражения (12) по $d\Omega_2$.

Процедура 2 обеспечивает статистическую точность измерения степени поляризации \mathcal{P}_e на уровне 10^{-4} , заведомо достаточную для измерения $\sin^2 \theta_{\text{эф}}$. Процедура 3 также позволяет получить достаточную точность измерения \mathcal{P}_e . Обратим внимание на то, что процедура 3 позволяет измерить все четыре параметра (14) только при наличии поляризации.

Следствием наличия поляризации является увеличение точности измерения формфакторов (14) в процедуре 2 по сравнению с процедурой 1. Сильнее всего уменьшаются неопределенности параметров α_1 и α_2 , что имеет ясное объяснение. В

отсутствие поляризации Λ и $\bar{\Lambda}$ выступают в роли поляриметров друг для друга; с поляризованным пучком дифференциальное сечение распада каждого бариона несет более полную информацию, позволяя развязать корреляции и увеличить точность. Действительно, в процедуре 1 коэффициент корреляции между α_1 и α_2 равен 0.9, в то время как в процедуре 2 он равен -0.1 . Поляризация, таким образом, значительно увеличивает чувствительность к CP -нарушающему параметру

$$A_\Lambda \equiv \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{\alpha_1 - \alpha_2}. \quad (22)$$

В рамках Стандартной модели $A_\Lambda \lesssim 0.5 \times 10^{-4}$. За один сезон работы эксперимента при $\mathcal{P}_e = 0.8$ этот

Таблица 1. Статистическая точность измерения степени поляризации \mathcal{P}_e и формфакторов (14), соответствующая одному сезону работы эксперимента на Супер С-тау-фабрике

Процедура	$\sigma (10^{-4})$			
	\mathcal{P}_e	α	$\Delta\Phi$, рад	α_i
5D анализ при $\mathcal{P}_e = 0$	—	1.5	3.1	2.8
5D анализ при $\mathcal{P}_e = 0.8$	1.3	1.2	1.6	0.9
3D анализ при $\mathcal{P}_e = 0.8$	4.3	1.2	2.4	3.4

параметр может быть ограничен на уровне 1.2×10^{-4} .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Эксперимент на Супер С-тау-фабрике с поляризованным пучком предоставляет уникальную возможность измерить слабое взаимодействие c -кварка при передаче импульса $m_{J/\psi}c$. В данной работе был описан метод измерения $\sin^2 \theta_{\text{eff}}$ в пике J/ψ , с помощью которого может быть достигнута относительная статистическая точность 0.3%. Столь прецизионное измерение неизбежно поставит вопросы, касающиеся контроля систематических неопределенностей. Подробный анализ факторов, которые необходимо будет учесть, еще предстоит выполнить. Обсуждение этих вопросов начато в работе [8].

Распад (8) может служить инструментом для прецизионного контроля средней поляризации электронов. В то же время измерение формфакторов барионов и поиск нарушения CP -симметрии в их распадах представляют самостоятельный интерес. Наличие поляризованного пучка усиливает эту часть физической программы эксперимента. Дальнейший анализ физики барионов с поляризованным пучком, включая каскадные распады и распады очарованных барионов, будет являться естественным развитием описанных в данной работе результатов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. A. L. Glashow, Nucl. Phys. **22**, 579 (1961).
2. M. Tanabashi *et al.* (Particle Data Group), <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.98.030001>, Phys. Rev. D **98**, 030001 (2018), and 2019 update, <https://pdg.lbl.gov>
3. ALEPH, DELPHI, L3, OPAL, SLD Collabs., LEP Electroweak Working Group, SLD Electroweak and Heavy Flavour Groups (S. Schael *et al.*), <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2005.12.006>; Phys. Rept. **427**, 257 (2006).
4. J. Erler and R. Ferro-Hernández, [https://doi.org/10.1007/JHEP03\(2018\)196](https://doi.org/10.1007/JHEP03(2018)196); JHEP **1803**, 196 (2018) [<https://arxiv.org/abs/1712.09146>; arXiv: 1712.09146 [hep-ph]].
5. K. S. Kumar, S. Mantry, W. J. Marciano, and P. A. Souder, <https://doi.org/10.1146/annurev-nucl-102212-170556>, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **63**, 237 (2013) [<https://arxiv.org/abs/1302.6263>; arXiv: 1302.6263 [hep-ex]].
6. А. Е. Бондарь (от имени Коллаборации проекта Супер-чарм-тау-фабрики), ЯФ **76**, 1132 (2013) [Phys. At. Nucl. **76**, 1072 (2013)].
7. Q. Luo and D. Xu, in *Proceedings of the 9th International Particle Accelerator Conference (IPAC 2018), Vancouver, BC Canada, 2018*, p. MOPML013.
8. A. Bondar, A. Grabovsky, A. Reznichenko, A. Rudenko, and V. Vorobyev, [https://doi.org/10.1007/JHEP03\(2020\)076](https://doi.org/10.1007/JHEP03(2020)076); JHEP **2003**, 076 (2020) [<https://arxiv.org/abs/1912.09760>; arXiv: 1912.09760 [hep-ph]].
9. Ю. И. Сковпень, И. Б. Хриплович, ЯФ **30**, 589 (1979).
10. BESIII Collab. (M. Ablikim *et al.*), <https://doi.org/10.1038/s41567-019-0494-8>, Nature Phys. **15**, 631 (2019) [<https://arxiv.org/abs/1808.08917>; arXiv: 1808.08917 [hep-ex]].
11. G. Fäldt and A. Kupsc, <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2017.06.011>; Phys. Lett. B **772**, 16 (2017) [<https://arxiv.org/abs/1702.07288>; arXiv: 1702.07288 [hep-ph]].

THE WEINBERG ANGLE MEASUREMENT AT A SUPER CHARM-TAU FACTORY WITH POLARIZED BEAM

V. Vorobyev¹⁾

¹⁾*Budker Institute of Nuclear Physics of Siberian Branch Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, Russia*

Measurement of the effective weak mixing angle θ_{eff} in an experiment at Super charm-tau factory is discussed. A method for measuring the average electron beam polarization via angular analysis of the $J/\psi \rightarrow [\Lambda \rightarrow p\pi^-][\bar{\Lambda} \rightarrow \bar{p}\pi^+]$ decay is proposed. The parameter $\sin^2 \theta_{\text{eff}}$ can be measured with relative precision better than 1% given the collider luminosity $10^{35} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ and polarization level 0.8. This precision is enough to observe the shift of the $\sin^2 \theta_{\text{eff}}$ relative to the value at Z peak.

ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ И ПОЛЯ

ФОРМФАКТОРЫ $f_1(1285)$ -МЕЗОНА

© 2021 г. А. С. Руденко^{1),2)*}

Поступила в редакцию 22.04.2020 г.; после доработки 22.04.2020 г.; принята к публикации 22.04.2020 г.

Рассмотрены параметризации электромагнитных формфакторов $f_1(1285)$ -мезона. С использованием этих параметризаций получены теоретические предсказания для полного сечения прямого рождения $f_1(1285)$ -мезона в e^+e^- -аннигиляции, $\sigma(e^+e^- \rightarrow f_1(1285))$.

DOI: 10.31857/S0044002721010165

1. ВВЕДЕНИЕ

Идея исследования рождения C -четных адронных резонансов на e^+e^- -коллайдерах была выдвинута еще в 1960-х гг. [1]. С тех пор было проведено несколько экспериментов по поиску прямого рождения C -четных резонансов в e^+e^- -столкновениях, $e^+e^- \rightarrow R$. Были установлены экспериментальные ограничения на электронные ширины некоторых C -четных мезонов [2–4]:

$$\Gamma(\eta'(958) \rightarrow e^+e^-) < 0.002 \text{ эВ (90\% C.L.)}, \quad (1)$$

$$\Gamma(f_2(1270) \rightarrow e^+e^-) < 0.11 \text{ эВ (90\% C.L.)},$$

$$\Gamma(a_2(1320) \rightarrow e^+e^-) < 0.56 \text{ эВ (90\% C.L.)}.$$

Малость этих ширин объясняется, в частности, тем, что C -четные мезоны распадаются на e^+e^- -пару через два виртуальных фотона, поэтому ширины содержат малый множитель α^4 , где $\alpha \approx 1/137$ — постоянная тонкой структуры.

В настоящее время в ИЯФ СО РАН проходит эксперимент по поиску прямого рождения 1^{++} мезона $f_1(1285)$ в e^+e^- -аннигиляции, $e^+e^- \rightarrow f_1(1285)$ [5]. Поэтому возникла необходимость получить теоретические предсказания для ширины распада $\Gamma(f_1(1285) \rightarrow e^+e^-)$ и, соответственно, сечения прямого рождения $f_1(1285)$ -мезона в e^+e^- -столкновениях, $\sigma(e^+e^- \rightarrow f_1(1285))$.

2. РОЖДЕНИЕ $f_1(1285)$ -МЕЗОНА В ПРОЦЕССЕ $e^+e^- \rightarrow f_1(1285)$

Распад $f_1(1285)$ -мезона на e^+e^- -пару происходит через два виртуальных фотона, как показано

на рис. 1. Амплитуда перехода $f_1(1285) \rightarrow \gamma^*\gamma^*$ параметризуется двумя безразмерными формфакторами $F_1(q_1^2, q_2^2)$ и $F_2(q_1^2, q_2^2)$:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}(f_1(1285) \rightarrow \gamma^*\gamma^*) &= \quad (2) \\ &= \frac{\alpha}{m_f^2} i\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \left\{ F_1(q_1^2, q_2^2) q_1^\mu e_1^{*\nu} q_2^\rho e_2^{*\sigma} \tilde{e}^\tau (q_1 - q_2)_\tau + \right. \\ &\quad + F_2(q_1^2, q_2^2) q_1^\mu e_1^{*\nu} \tilde{e}^\rho \left[q_2^\sigma e_2^{*\lambda} q_{2\lambda} - e_2^{*\sigma} q_2^2 \right] + \\ &\quad \left. + F_2(q_2^2, q_1^2) q_2^\mu e_2^{*\nu} \tilde{e}^\rho \left[q_1^\sigma e_1^{*\lambda} q_{1\lambda} - e_1^{*\sigma} q_1^2 \right] \right\}. \end{aligned}$$

Явный вид формфакторов $F_1(q_1^2, q_2^2)$ и $F_2(q_1^2, q_2^2)$ неизвестен, поэтому нужно найти их феноменологическую параметризацию. Экспериментальные данные [6] показывают, что один из основных распадов $f_1(1285)$ -мезона, $f_1(1285) \rightarrow 4\pi$, происходит главным образом через промежуточное $\rho\rho$ -состояние. Таким образом, для нахождения параметризации действуем в духе модели векторной доминантности и предполагаем, что главный вклад в амплитуду $\mathcal{M}(f_1(1285) \rightarrow e^+e^-)$ дает промежуточное состояние, когда оба виртуальных фотона взаимодействуют с $f_1(1285)$ -мезоном посредством промежуточных ρ^0 -мезонов.

Ограничения на параметры модели можно получить из экспериментальных данных о распаде

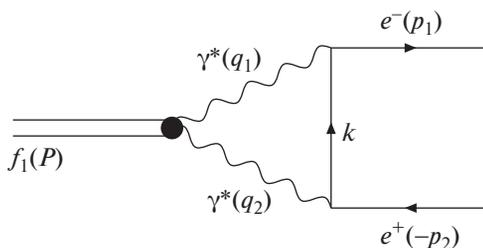


Рис. 1. Диаграмма распада $f_1(1285) \rightarrow e^+e^-$.

¹⁾Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН, Новосибирск, Россия.

²⁾Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия.

*E-mail: a.s.rudenko@inp.nsk.su

$f_1(1285) \rightarrow \rho^0 \gamma$, амплитуда которого выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}(f_1(1285) \rightarrow \rho^0 \gamma) &= \quad (3) \\ &= \frac{\alpha}{m_f^2} i \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \left\{ g_1 p^\mu \epsilon^{*\nu} q^\rho e^{*\sigma} \tilde{e}^\tau (p - q)_\tau - \right. \\ &\quad \left. - m_\rho^2 g_2 \tilde{e}^\mu \epsilon^{*\nu} q^\rho e^{*\sigma} \right\}, \end{aligned}$$

где g_1 и g_2 — комплексные константы.

В итоге мы записываем формфакторы F_1 и F_2 в следующем виде:

$$\begin{aligned} F_1(q_1^2, q_2^2) &= \quad (4) \\ &= \frac{g_1 g_{\rho\gamma} (m_\rho^2 - i m_\rho \Gamma_\rho) (q_2^2 - q_1^2)}{(q_1^2 - m_\rho^2 + i m_\rho \Gamma_\rho) (q_2^2 - m_\rho^2 + i m_\rho \Gamma_\rho)}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_2(q_1^2, q_2^2) &= \quad (5) \\ &= \frac{g_2 g_{\rho\gamma} (m_\rho^2 - i m_\rho \Gamma_\rho) (-m_\rho^2)}{(q_1^2 - m_\rho^2 + i m_\rho \Gamma_\rho) (q_2^2 - m_\rho^2 + i m_\rho \Gamma_\rho)}, \end{aligned}$$

где m_ρ и Γ_ρ — масса и ширина ρ^0 -мезона, $g_{\rho\gamma}$ — безразмерная константа перехода $\rho^{0*} \rightarrow \gamma^*$,

$$\begin{aligned} \mathcal{M}(\rho^{0*} \rightarrow \gamma^*) &= \quad (6) \\ &= g_{\rho\gamma} (q^2 g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu) \epsilon^\mu e^{*\nu} \Rightarrow g_{\rho\gamma} = \\ &= \sqrt{\frac{3\Gamma(\rho^0 \rightarrow e^+ e^-)}{\alpha m_\rho}} \approx 0.06. \end{aligned}$$

Обсудим теперь, какие ограничения на константы g_1 и g_2 следуют из экспериментальных данных. Ширина распада $f_1(1285) \rightarrow \rho^0 \gamma$ зависит от относительной фазы $\delta = \phi_1 - \phi_2$ комплексных констант g_1 и g_2 :

$$\begin{aligned} \Gamma(f_1(1285) \rightarrow \rho^0 \gamma) &= \quad (7) \\ &= \frac{\alpha^2}{96\pi} m_f (1 - \xi)^3 \left[(1 - \xi)^2 |g_1|^2 + \right. \\ &\quad \left. + \xi(1 + \xi) |g_2|^2 + 2\xi(1 - \xi) |g_1| |g_2| \cos \delta \right], \end{aligned}$$

где $\xi = m_\rho^2/m_f^2 \approx 0.37$. Помимо $\Gamma(f_1(1285) \rightarrow \rho^0 \gamma)$ еще одно соотношение между $|g_1|$, $|g_2|$ и δ можно получить из данных эксперимента коллаборации VES [7], в котором измерены угловые распределения в распаде $f_1(1285) \rightarrow \rho^0 \gamma \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma$:

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}(f_1(1285) \rightarrow \rho^0 \gamma \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma)|^2 &\propto \quad (8) \\ &\propto \rho_{LL} \cos^2 \theta + \rho_{TT} \sin^2 \theta, \end{aligned}$$

где ρ_{LL} и ρ_{TT} — элементы матрицы плотности, отвечающие продольно- и поперечно-поляризованным ρ^0 -мезонам, соответственно; θ — угол между импульсами π^+ -мезона и фотона в системе покоя

ρ^0 -мезона. Экспериментальное значение отношения

$$r = \frac{\rho_{LL}}{\rho_{TT}} = 3.9 \pm 0.9 \pm 1.0 \quad (9)$$

можно использовать для получения ограничений на константы g_1 и g_2 .

В нашей модели

$$\begin{aligned} r &= \quad (10) \\ &= \frac{2\xi |g_2|^2}{(1 - \xi)^2 |g_1|^2 + \xi^2 |g_2|^2 + 2\xi(1 - \xi) |g_1| |g_2| \cos \delta}, \end{aligned}$$

и из экспериментальных данных $\mathcal{B}(f_1(1285) \rightarrow \rho^0 \gamma) = (5.5 \pm 1.3)\%$ и $r = 3.9 \pm 0.9 \pm 1.0$ можно найти абсолютную величину константы g_2 :

$$\alpha |g_2| = 1.49 \pm 0.20. \quad (11)$$

К сожалению, из экспериментальных данных о распаде $f_1(1285) \rightarrow \rho^0 \gamma$ невозможно получить точное значение $|g_1|$. Можно только выразить $|g_1|$ через $\cos \delta$. Таким образом, в нашей модели остается только один свободный параметр — фаза δ . Учитывая, что $-1 \leq \cos \delta \leq 1$, получаем

$$0.16 \lesssim \alpha |g_1| \lesssim 1.87. \quad (12)$$

Рассмотрим теперь распад $f_1(1285) \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^+ \pi^-$, основной вклад в который дает промежуточное состояние с двумя виртуальными ρ^0 -мезонами. Детали вычислений приведены в работе [8]. Сравнение результатов этих вычислений с экспериментальным значением $\mathcal{B}(f_1(1285) \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^+ \pi^-) = (11.0_{-0.6}^{+0.7})\%$ показано на рис. 2. Наши теоретические предсказания совпадают со средним экспериментальным значением 11.0% при одном из двух возможных значений фазы:

$$\delta \approx 0.67\pi \quad \text{либо} \quad \delta \approx 1.25\pi. \quad (13)$$

В итоге мы получаем следующие результаты для ширины распада $f_1(1285) \rightarrow e^+ e^-$:

$$\begin{aligned} \Gamma(f_1(1285) \rightarrow e^+ e^-) &\approx \quad (14) \\ &\approx \begin{cases} 0.13 \text{ эВ} & \text{при } \delta \approx 0.67\pi, \\ 0.14 \text{ эВ} & \text{при } \delta \approx 1.25\pi, \end{cases} \end{aligned}$$

для относительной вероятности распада $f_1(1285) \rightarrow e^+ e^-$:

$$\begin{aligned} \mathcal{B}(f_1(1285) \rightarrow e^+ e^-) &\approx \quad (15) \\ &\approx \begin{cases} 5.5 \times 10^{-9} & \text{при } \delta \approx 0.67\pi, \\ 5.8 \times 10^{-9} & \text{при } \delta \approx 1.25\pi, \end{cases} \end{aligned}$$

и для полного сечения прямого рождения $f_1(1285)$ -мезона в $e^+ e^-$ -аннигиляции:

$$\sigma(e^+ e^- \rightarrow f_1(1285)) \approx \quad (16)$$

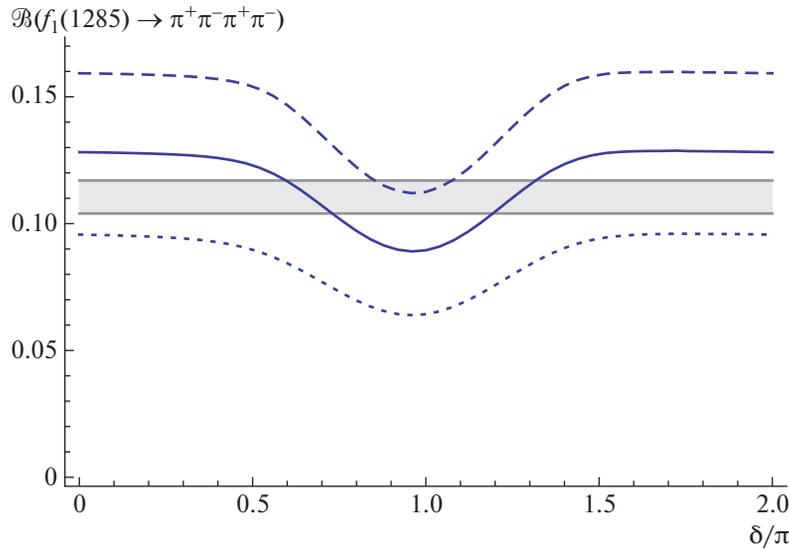


Рис. 2. Относительная вероятность $\mathcal{B}(f_1(1285) \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-)$ как функция фазы δ . Кривые: сплошная — относительная вероятность $\mathcal{B}(f_1(1285) \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-)$, вычисленная для средних значений всех величин; штриховая и точечная — отклонение 1σ . Горизонтальная полоса — экспериментальное значение.

$$\approx \begin{cases} 49 \text{ пбн} & \text{при } \delta \approx 0.67\pi, \\ 52 \text{ пбн} & \text{при } \delta \approx 1.25\pi. \end{cases}$$

Соответствующие значения, полученные в эксперименте [5]:

$$\mathcal{B}(f_1(1285) \rightarrow e^+e^-) = (5.1_{-2.7}^{+3.7}) \times 10^{-9}, \quad (17)$$

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow f_1(1285)) = 45_{-24}^{+33} \text{ пбн}. \quad (18)$$

3. РОЖДЕНИЕ $f_1(1285)$ -МЕЗОНА В ПРОЦЕССЕ $e^+e^- \rightarrow e^+e^-f_1(1285)$

Коллаборация L3 исследовала зависимость сечения рождения $f_1(1285)$ -мезона в столкновении реального и виртуального фотонов, $\sigma(\gamma\gamma^* \rightarrow f_1(1285))$, от виртуальности второго фотона $Q^2 = -q_2^2 > 0$ [9]. Сечение соответствующего процесса равно:

$$\begin{aligned} \sigma(\gamma\gamma^* \rightarrow f_1(1285)) &= \quad (19) \\ &= \frac{48\pi\tilde{\Gamma}_{\gamma\gamma}\Gamma_f}{(s - m_f^2)^2 + m_f^2\Gamma_f^2} \left(1 + \frac{Q^2}{m_f^2}\right) \times \\ &\times \frac{Q^2}{m_f^2} \left(1 + \frac{Q^2}{2m_f^2}\right) F_0(Q^2). \end{aligned}$$

Здесь $F_0(Q^2)$ — эффективный формфактор,

$$F_0(Q^2) = \frac{1}{(1 + Q^2/\Lambda_0^2)^4}, \quad (20)$$

где Λ_0 — свободный параметр, экспериментальное значение которого было получено в результате фитирования: $\Lambda_0 = 1.04 \pm 0.06 \pm 0.05$ ГэВ. Рассмотренная нами ранее модель предсказывает следующий вид этого формфактора в приближении $\Gamma_\rho \ll m_\rho$:

$$F_0(Q^2) = \frac{1}{(1 + Q^2/m_\rho^2)^2}. \quad (21)$$

Коллаборацией L3 было проведено исследование такого формфактора и показано, что он не согласуется с экспериментальными данными [9]. Таким образом, для описания процесса $e^+e^- \rightarrow e^+e^-f_1(1285)$ нужна другая параметризация формфакторов $f_1(1285)$ -мезона. Такая параметризация была впервые рассмотрена в работе [10].

В новой модели формфакторы для амплитуды перехода $f_1(1285) \rightarrow \gamma^*\gamma^*$ равны:

$$\begin{aligned} F_1(q_1^2, q_2^2) &= \frac{g_1 m_f^3 (q_2^2 - q_1^2)}{q(q_1^2 - \mu_\rho^2)(q_2^2 - \mu_\rho^2)}, \quad (22) \\ F_2(q_1^2, q_2^2) &= \frac{g_2 m_f^5}{q(q_1^2 - \mu_\rho^2)(q_2^2 - \mu_\rho^2)}, \end{aligned}$$

где g_1 и g_2 — константы, $\mu_\rho^2 = m_\rho^2 - im_\rho\Gamma_\rho$. Величина q в знаменателях выглядит следующим образом:

$$q = \frac{1}{m_f} \sqrt{\nu^2 - q_1^2 q_2^2}, \quad (23)$$

$$\text{где } \nu = q_1 q_2 = \frac{1}{2} (m_f^2 - q_1^2 - q_2^2),$$

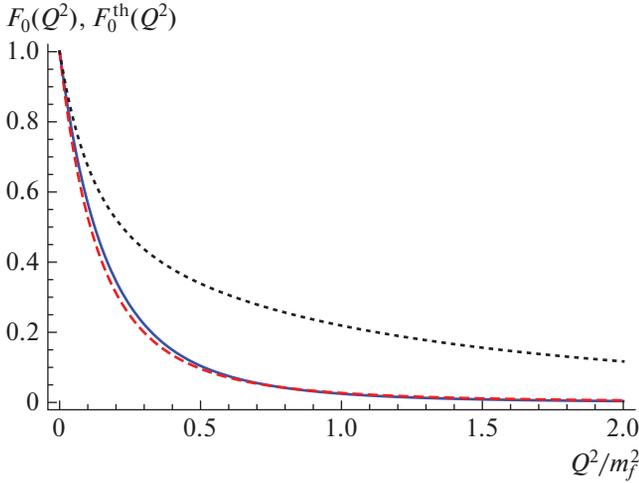


Рис. 3. Сравнение функций $F_0(Q^2)$ (сплошная кривая), $F_0^{\text{th}}(Q^2)$ при $\phi = \pi$ (штриховая) и $F_0^{\text{th}}(Q^2)$ при $\phi = 0$ (точечная). При всех остальных значениях фазы ϕ график функции $F_0^{\text{th}}(Q^2)$ лежит в области между штриховой и точечной кривыми.

и в системе покоя $f_1(1285)$ -мезона равна абсолютному значению импульса фотонов, $q = |\mathbf{q}_1| = |\mathbf{q}_2|$.

Формфакторы для амплитуды перехода $f_1(1285) \rightarrow \rho^{0*} \rho^{0*}$:

$$F_1^{\rho\rho}(q_1^2, q_2^2) = \frac{\tilde{g}_1 m_f^3 (q_2^2 - q_1^2)}{q}, \quad (24)$$

$$F_2^{\rho\rho}(q_1^2, q_2^2) = \frac{\tilde{g}_2 m_f^5}{q},$$

где $g_1 = (ef_\rho)^2 \tilde{g}_1$ и $g_2 = (ef_\rho)^2 \tilde{g}_2$. Здесь ef_ρ — константа перехода ρ^0 -мезона в фотон:

$$ef_\rho = \sqrt{\frac{3\Gamma_{\rho \rightarrow e e} m_\rho^3}{4\pi\alpha}}. \quad (25)$$

Формфакторы для амплитуды перехода $f_1(1285) \rightarrow \rho^{0*} \gamma^*$:

$$F_1^{\rho\gamma}(q_1^2, q_2^2) = \frac{(ef_\rho) \tilde{g}_1 m_f^3 (q_2^2 - q_1^2)}{q(q_2^2 - \mu_\rho^2)}, \quad (26)$$

$$F_2^{\rho\gamma}(q_1^2, q_2^2) = \frac{(ef_\rho) \tilde{g}_2 m_f^5}{q(q_2^2 - \mu_\rho^2)}.$$

Из экспериментальных данных о ширине распада $f_1(1285) \rightarrow \rho^0 \gamma$ и данных коллаборации VES о распаде $f_1(1285) \rightarrow \rho^0 \gamma \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma$ [7] можно найти

$$|g_2| = (2.9 \pm 0.4) \times 10^{-4}, \quad (27)$$

$$\left| \frac{g_1}{g_2} \right| = \frac{\cos \phi + \sqrt{b/a^2 - \sin^2 \phi}}{1 - a^2}, \quad (28)$$

где ϕ — относительная фаза констант g_1 и g_2 , $g_1/g_2 = |g_1/g_2| e^{i\phi}$, $a = m_\rho/m_f \approx 0.6$,

$$b = \left| \frac{(1 - a^2) F_1^{\rho\gamma}(m_\rho^2, 0) + a^2 F_2^{\rho\gamma}(m_\rho^2, 0)}{a F_2^{\rho\gamma}(m_\rho^2, 0)} \right|^2 = \quad (29)$$

$$= \frac{2}{r} = 0.51 \pm 0.18.$$

Сечение $\sigma(\gamma\gamma^* \rightarrow f_1(1285))$ содержит формфактор $F_0(Q^2)$, который в новой модели равен:

$$F_0^{\text{th}}(Q^2) = \frac{2 + x|1 - (1 + x)g_1/g_2|^2}{(2 + x)(1 + x)^2(1 + x/a^2)^2}, \quad (30)$$

$$\text{где } x = \frac{Q^2}{m_f^2}.$$

Сравнение функций $F_0(Q^2)$ и $F_0^{\text{th}}(Q^2)$ показано на рис. 3.

Наши теоретические предсказания в новой модели для сечения процесса $e^+e^- \rightarrow f_1(1285)$:

$$\begin{aligned} \sigma(e^+e^- \rightarrow f_1(1285)) &\approx \quad (31) \\ &\approx \begin{cases} (6 \pm 2) \text{ пбн} & \text{при } \phi = 0, \\ (31 \pm 16) \text{ пбн} & \text{при } \phi = \pi. \end{cases} \end{aligned}$$

Из сравнения этого результата с экспериментальным значением (18), а также из рис. 3 видно, что $\phi \approx \pi$.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрена параметризация электромагнитных формфакторов $f_1(1285)$ -мезона, которая хорошо согласуется с экспериментальными данными о распаде $f_1(1285) \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^+ \pi^-$ и о процессе прямого рождения $f_1(1285)$ -мезона в e^+e^- -столкновениях, $e^+e^- \rightarrow f_1(1285)$. С использованием этой параметризации получены теоретические предсказания для электронной ширины распада $f_1(1285)$ -мезона и, соответственно, полного сечения прямого рождения $f_1(1285)$ -мезона в e^+e^- -аннигиляции, $\sigma(e^+e^- \rightarrow f_1(1285)) \approx 50$ пбн. Это значение хорошо согласуется с недавно полученным экспериментальным результатом, $\sigma(e^+e^- \rightarrow f_1(1285)) = 45_{-24}^{+33}$ пбн [5]. Однако, поскольку обсуждаемая параметризация недостаточно хорошо согласуется с экспериментальными данными о процессе $e^+e^- \rightarrow e^+e^- f_1(1285)$, рассмотрена другая параметризация формфакторов $f_1(1285)$ -мезона, которая находится в согласии с этими экспериментальными данными.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. G. Altarelli, S. De Gennaro, E. Celeghini, G. Longhi, and R. Gatto, *Nuovo Cimento A* **47**, 113 (1967).
2. M. N. Achasov *et al.* (SND Collab.), *Phys. Rev. D* **91**, 092010 (2015) [arXiv: 1504.01245].
3. R. R. Akhmetshin *et al.* (CMD-3 Collab.), *Phys. Lett. B* **740**, 273 (2015) [arXiv: 1409.1664].
4. M. N. Achasov *et al.* (SND Collab.), *Phys. Lett. B* **492**, 8 (2000) [hep-ex/0009048].
5. M. N. Achasov *et al.* (SND Collab.), *Phys. Lett. B* **800**, 135074 (2020) [arXiv: 1906.03838].
6. WA102 Collab. (D. Barberis *et al.*), *Phys. Lett. B* **471**, 440 (2000) [hep-ex/9912005].
7. VES Collab. (D. V. Amelin *et al.*), *Z. Phys. C* **66**, 71 (1995).
8. A. S. Rudenko, *Phys. Rev. D* **96**, 076004 (2017) [arXiv: 1707.00545].
9. L3 Collab. (P. Achard *et al.*), *Phys. Lett. B* **526**, 269 (2002) [hep-ex/0110073].
10. A. I. Milstein and A. S. Rudenko, *Phys. Lett. B* **800**, 135117 (2020) [arXiv: 1909.07938].

FORM FACTORS OF $f_1(1285)$ MESONA. S. Rudenko^{1),2)}¹⁾*Budker Institute of Nuclear Physics of Siberian Branch Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, Russia*²⁾*Novosibirsk State University, Novosibirsk, Russia*

Parameterizations of the electromagnetic form factors of $f_1(1285)$ -meson are considered. Using these parameterizations theoretical predictions for the total cross section of the direct $f_1(1285)$ -meson production in e^+e^- -annihilation, $\sigma(e^+e^- \rightarrow f_1(1285))$, are obtained.