СОДЕРЖАНИЕ

Том 65, номер 2, 2020

ПРИМЕНЕНИЕ РАДИОТЕХНИКИ И ЭЛЕКТРОНИКИ В БИОЛОГИИ И МЕДИЦИНЕ

ЭЛЕКТРОННАЯ И ИОННАЯ ОПТИКА

ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРАХ

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА, 2020, том 65, № 2, с. 107–117

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 621.396.67

ЗАМЕДЛЯЮЩАЯ СИСТЕМА ТИПА ДИАФРАГМИРОВАННЫЙ ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ВОЛНОВОД

 М. В. Давидович*

Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского, ул. Астраханская, 83, Саратов, 410012 Российская Федерация

**E-mail: davidovichmv@info.sgu.ru*

Поступила в редакцию 11.12.2018 г.
После доработки 11.12.2018 г.
Принята к публикации 10.01.2019 г.

Предложены быстрые и достаточно точные модели для замедляющих систем (ЗС) типа двойные сдвинутые гребенки в прямоугольном экране и ЗС типа петляющий волновод на основе вычисления проводимости диафрагм в прямоугольном волноводе (ПВ). Получена проводимость емкостной диафрагмы в ПВ при электрической и магнитной широких стенках. Также предложены многомодовые модели на основе функционалов электрического и магнитного типов. Модели позволяют корректно учитывать потери. Рассчитана дисперсия двойной гребенки и петляющего волновода с бесконечно тонкими стенками.

DOI: 10.31857/S0033849420020047

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В лампах бегущего волновода (ЛБВ) терагерцового (ТГц) диапазона перспективны ленточные электронные пучки большой ширины и малой толщины с токами порядка 0.1...1.0 А и более, которые должны проходить через узкие в одном из поперечных направлений каналы [1–6]. Для достижения приемлемой мощности в ТГц-микроэлектронике необходимы релятивистские ЛБВ (с анодным напряжением 20 кВ и более), поэтому высоких замедлений не требуется, и задача проектирования замедляющих систем (ЗС) состоит в увеличении рабочей полосы и сопротивления связи R_c. Перспективными и достаточно технологичными ЗС для этого являются широкие двусторонние гребенки с симметричными относительно осевой плоскости $x = 0$ и со сдвинутыми по оси z гребнями в прямоугольном экране [1–9]. На рис. 1а приведен вид такой ЗС со сдвигом гребенок и отношением их периодов 2 : 1, а на рис. 1в дан вид диафрагмированного волновода со сдвигом диафрагм на противоположных стенках на полпериода. Рис. 1б соответствует симметричной гребенке с конечной толщиной гребня. Сдвиг гребней на половину периода $d/2$ (см. рис. 1в) приводит к ЗС с плоскостью зеркальной симметрии, что существенно расширяет полосу. Анализ ЗС на основе коммерческих пакетов программ требует весьма больших ресурсов, что делает оптимизацию достаточно затруднительной [5]. Поэтому задача получения быстрых алгоритмов важна. Ранее ЗС типа одиночная гребенка с бесконечно тонкими гребнями в прямоугольном волноводе (ПВ) рассматривалась в ряде работ, например [10–12], где использовано разложение по пространственным гармоникам и сшивание в продольной плоскости. Метод также формулируется с использованием стационарных свойств функционала. В работах [7, 8] предложен метод периодически продолженных функций Грина (ФГ) ПВ и рассмотрен метод частичных областей (ЧО), приводящий к поверхностным интегральным уравнениям (ИУ) в продольных и поперечных сечениях. Модель и результаты расчета для двойной сдвинутой гребенки получены в работах [4, 6]. В них использован подход на основе разложения по пространственным гармоникам [10, 11] с учетом условия на ребре, что позволило получить быстрый алгоритм. Задача решена методом ЧО, приводящем к ИУ в продольном сечении. Для ЗС из сдвинутых гребенок (см. рис. 1а) несколько электродинамических моделей приведено в работе [9].

Цель данной работы – получение моделей на основе аналитических результатов, обладающих высокой точностью (существенно лучшей, чем у импедансных моделей типа [12, 13]) и меньшими вычислительными затратами, чем строгие модели типа [4, 6–9], а также получение быстрых и строгих алгоритмов, позволяющих учитывать потери. В работе использованы как импедансный, так и адмитансный подходы для получения ИУ и функ-

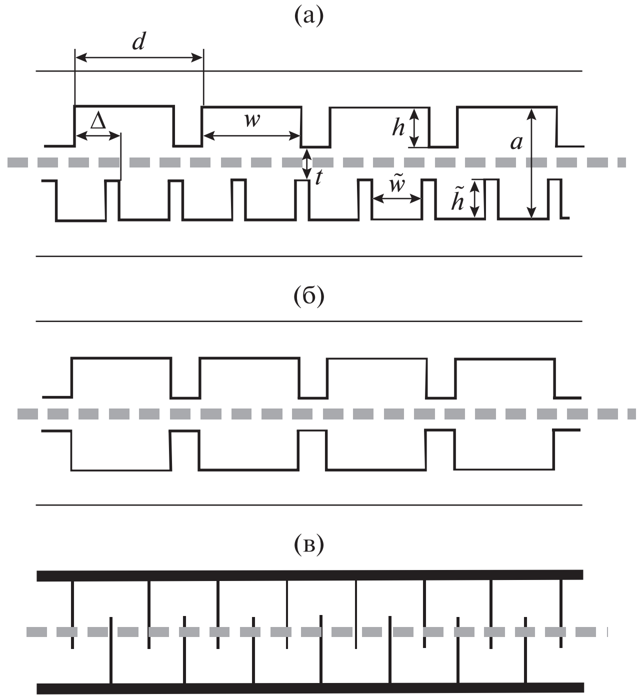

Рис. 1. Виды ЗС типа гребенка: а – двойная сдвинутая гребенка с отношением периодов 2 : 1; б – симметричная гребенка; в – двойная сдвинутая гребенка с бесконечно тонкими диафрагмами и с перекрытием канала (петляющий волновод).

ционалов двух типов: импедансных (относительно магнитного поля или поверхностной плотности тока на диафрагме), и адмитансных (относительно электрического поля в апертуре). Строгие модели получены для бесконечно тонких диафрагм, хотя метод с некоторыми усложнениями может быть распространен и на протяженные диафрагмы. Реально при учете диссипации считаем, что "бесконечно тонкая" диафрагма имеет толщину не менее нескольких скин-слоев.

1. БЫСТРАЯ ПРИБЛИЖЕННАЯ МОДЕЛЬ

Замедляющая система рис. 1 а может быть использована для управления полосой и повышения R_c. Для периодичности периоды гребенок кратные (для ЗС1 их отношение 2 : 1). Более мелкую гребенку можно рассматривать как импедансную поверхность [13], управляющую дисперсией и R_c. Области брегговских резонансов второй гребенки более высокочастотные, что и объясняет расширение полосы. ЗС, представленные на рис. 1а–1в, можно рассматривать как диафрагмированные прямоугольные волноводы (ПВ). Простые модели таких ЗС получаются для бесконечно тонких диафрагм, для которых R_c максимально. Пренебречь толщиной δ диафрагм вполне можно, если $\delta/d < 0.1$. Сдвинутые на $d/2$ гребенки (верхняя относительно нижней) обладают плоскостью скользящей симметрии. Это приводит к пересечению прямых и обратных дисперсионных ветвей при фазовом сдвиге $k_z d = \Psi = \pi$ и к существенному расширению полосы [3–6]. У симметричной гребенки (рис. 1б) при $\Psi = \pi$ возникает запрещенная зона [4]. В случае $h < a/2$ при сдвиге возникает перекрытие канала (рис. 1в). В этом случае двойная симметричная сдвинутая на $d/2$ гребенка с диафрагмами толщины $\delta = d/8$ есть ЗС типа петляющий волновод. В диафрагмах необходим пролетный канал (см. штриховые прямые на рис. 1а–1в). При меньших толщинах диафрагм ЗС также ведет себя как петляющий волновод с существенно большим замедлением, при этом толщину диафрагм-стенок желательно уменьшать. Это также ведет к увеличению R_c, поскольку увеличивается область пространства взаимодействия. По оси y ПВ имеет размер $b \gg a$, что приводит к низкочастотной отсечке при волновом числе $k_0 = k_y = \pi/b$. ЗС без отсечки в виде металлизированной сверху диэлектрической гребенки рассмотрена в работах [7, 8]. Для симметричной ЗС2 возможны решения с электрической и магнитной стенками в центре при $x = 0$. Первый случай эквивалентен одиночной гребенке в ПВ с половинным размером $a/2$ [14], а второй – одиночной гребенке в ПВ с половинным размером и с широкой магнитной стенкой. Первый случай имеет меньшую величину R_c и не интересен. Второй требует решения для диафрагмы, которое отсутствует в литературе и далее будет получено. Для моды в симметричной ЗС2 с магнитной стенкой в центре отсечка имеет место при $k_0 = \pi\sqrt{b^{-2} + a^{-2}}$. Она возбуждается высшей модой ПВ, поэтому более интересна ЗС3.

В приближенной модели рассматриваем бесконечно тонкие диафрагмы без диссипации и не учитываем взаимодействие по высшим затухающим (эванесцентным) модам. При существенном расстоянии между диафрагмами этим взаимодействием можно пренебречь. При уменьшении расстояния взаимодействие растет, и при соединении диафрагм в одну приводит к следующему результату: вместо суммарной проводимости $2y$ от двух диафрагм в схеме реально имеем проводимость одиночной диафрагмы y. Поэтому корректируем проводимости взаимодействующих на расстоянии Δ двух одинаковых диафрагм как $\tilde{y} = y(1 - \exp(-\alpha\Delta)/2)$, где $y = iB$ – проводимость одиночной диафрагмы. Величина α определяет затухание, и в качестве нее удобно взять коэффициент затухания первой высшей моды ПВ, например,

$$\alpha = |k_{z1}| = \sqrt{(\pi/a)^2 + (\pi/b)^2 - k_0^2}.$$

Физический смысл введенной поправки в том, что запасенная около отдельной диафрагмы реактивная мощность уменьшается в промежутке между двумя диафрагмами и делится между ними. Для периодических диафрагм этого нет. Строгая полевая модель приведена в конце работы. Она показывает, что в периодическом случае коррекция имеет другой вид. В случае $h < a/2$ при сближении диафрагм, расположенных на противоположных стенках, до нулевого расстояния проводимость каждой растет, поскольку апертура $s = a - h$ уменьшается до значения $s' = a/2 - h$ при $\Delta = 0$, при этом в зазоре возникает электрическая стенка. Если y_0 – нормированная проводимость такой диафрагмы, то коррекцию можно сделать в виде $\tilde{y} = y + (y_0 - y)\exp^{-\alpha\Delta}$. Модель не работает, когда $h > a/2$ (диафрагмы пересекаются). (Более строгая коррекция приведена далее.) Для моды в симметричной ЗС2 с магнитной стенкой в центре отсечка имеет место при $k_0 = \pi\sqrt{b^{-2} + a^{-2}}$.

Рассмотрим периодический диафрагмированный ПВ с LE-волнами [10, 14], для которых $E_y = 0$. Соответственно, вводим магнитный вектор Герца $\mathbf{\Pi}^m = \mathbf{y}_0\left(k_0/k^2\right)H_y,\ k = \sqrt{k_0^2 - k_y^2}$. Зависимости от y компонент E_x, H_y и E_z в виде множителей $\sin(k_y y)$ и в виде $\cos(k_y y)$ у компонент H_x, H_z опускаем. Тогда зависящие от x и z поля имеют вид

$$E_x(x,y) = \frac{ik_0Z_0}{k^2}\frac{\partial H_y(x,z)}{\partial z},\quad E_z(x,y) = \frac{-ik_0Z_0}{k^2}\frac{\partial H_y(x,z)}{\partial x}, \tag{1}$$

$$H_x(x,y) = \frac{k_y}{k^2}\frac{\partial H_y(x,z)}{\partial x},\quad H_z(x,y) = \frac{k_y}{k^2}\frac{\partial H_y(x,z)}{\partial z}. \tag{2}$$

Согласно (1) импеданс LE_{m1}-моды $\tilde{Z}_m = \left(k_0k_{zm}/k^2\right)Z_0,\ Z_0 = (\mu_0/\varepsilon_0)^{1/2}$. Решение для регулярных по y неоднородностей ПВ следует из решения задачи для плоскопараллельного волновода (ППВ) (для которого $k_y = 0$) путем замены $k_0 \to k = k_{z0}$ [14], что справедливо только для плоских неоднородностей. Для них нормированные адмитансы пропорциональны $\tilde{Z}_0/\tilde{Z}_m = k/k_{zm}$ в ПВ и $Z_0/\tilde{Z}_m = k_0/k_{zm}$ в ППВ. Проводимость емкостной диафрагмы $y = iB$ с размером выступа h с центром апертуры при x_0 берем в виде $B = -(2ka/\pi)\ln\left[\sin(\pi h/(2a))\sin(\pi x_0/a)\right]$ [14]. Для нахождения проводимости симметричной емкостной диафрагмы с магнитной стенкой при $x = 0$ берем разложение H_y по функциям $\sin(k_{xm}x) \times \exp(\pm ik_{zm}z)$, $k_{zm} = \sqrt{k_0^2 - k_{xm}^2 - k_y^2}$, $k_{xm} = (2m-1)/a$ с учетом условий излучения. Выражая компоненты полей из (1), (2) и сшивая по методике [14], получаем нормированную на импеданс $\tilde{Z}_1 = Z_0k_0k_{z1}/k^2$ моды LE_{11} входную проводимость $Y_{\text{in}} = (1-R)/(1+R) = 1 + iB$, где

$$B\sin(k_{x1}x)\int_{-t/2}^{t/2}E(x)\sin(k_{x1}x)\,dx = \int_{-t/2}^{t/2}K(x,x')E(x')\,dx', \tag{3}$$

$$K(x,x') = 4k_{z1}\sum_{m=2}^{\infty}|k_{zm}|^{-1}\sin(k_{xm}x)\sin(k_{xm}x'). \tag{4}$$

В (4) произошло сокращение на k_0/k^2. Вместо ИУ (4) можно использовать функционал

$$B = C/D = \int_0^{t/2}\int_0^{t/2}E(x)K(x,x')E(x')\,dx'dx \Bigg/ \left[\int_0^{t/2}E(x)\sin(k_{x1}x)\,dx\right]^2. \tag{5}$$

В (5) учтена нечетность $E(x) = E_x(x,0)$ и нечетность ядра $K(x,x')$. Обозначим $\tau = \pi t/(2a)$, $\chi = \pi x/a$, $n = 2m-1$. Для вычисления (5) используем замену Швингера $\sin(\chi) = \sin(\tau)\sin(\theta)$ [14], приводящую к распределению электрического поля в виде $E(x) = E_0\operatorname{tg}(\theta)\sqrt{1-\sin^2(\tau)\sin^2(\theta)}$, удовлетворяющему условию на ребре. Это распределение можно использовать в (5) для непосредственного получения значения B. Приведенная замена преобразует интегрирование в интегралах (3) к области $-\pi/2 < \theta < \pi/2$, а в интегралах (5) – к области $0 < \theta < \pi/2$. Получим квазистатическое решение ИУ (3). Имеем

$$S(x,x') = \sum_{m=1}^{\infty}\frac{\sin(n\chi)\sin(n\chi')}{n} = \frac{1}{2}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\cos(n(\chi-\chi')) - \cos(n(\chi+\chi'))}{n}.$$

Используя формулу суммирования [15] и замену $\sin(y') = \sin(\pi t/(2a))\sin(\theta')$, получаем

$$4S(x,x') = \ln\left(\frac{\operatorname{tg}((\chi+\chi')/2)}{\operatorname{tg}((\chi-\chi')/2)}\right) =$$
$$= \ln\left(\frac{\sin(\chi)+\sin(\chi')}{\sin(\chi)-\sin(\chi')}\right) = \ln\left(\frac{\operatorname{tg}((\theta+\theta')/2)}{\operatorname{tg}((\theta-\theta')/2)}\right),$$
$$\sum_{m=2}^{\infty}\frac{\sin(k_{xm}\chi)\sin(k_{xm}\chi')}{|k_{zm}|} \approx \tag{6}$$
$$\approx \frac{a}{\pi}\left[\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\sin(n\theta)\sin(n\theta')}{n} - \sin(\theta)\sin(\theta')\right].$$

Используя (6) в ИУ (3), получаем приведенное квазистатическое решение $E(x)$ и квазистатическое значение проводимости

$$B = 4\pi^{-1}k_{z1}a\cos^2(\pi t/(2a))/\sin(\pi t/(2a)).$$

Для его уточнения подставим $E(x)$ в (5). Квадрат интеграла в знаменателе равен $D = E_0^2a^2\sin^4(\tau)/4$. Рассмотрим интеграл

$$I_n = \int_{-t/2}^{t/2}\frac{\sin(n\chi)\sin(\chi)\cos(\chi)}{\sqrt{\sin^2(\tau)-\sin^2(\chi)}}dx =$$
$$= \frac{2a}{\pi}\int_0^{\tau}\frac{\sin(n\chi)\sin(\chi)\cos(\chi)}{\sqrt{\sin^2(\tau)-\sin^2(\chi)}}d\chi. \tag{7}$$

Очевидно, числитель (5) равен

$$C = E_0^2\sum_{m=2}^{\infty}I_{2m-1}^2\Big/\sqrt{(2m-1)^2\pi^2/a^2-k^2}.$$

После замены $\sin(\chi) = \sin(\tau)\sin(\theta)$ и $\vartheta(\theta) = \arcsin(\sin(\tau)\sin(\theta))$ имеем интеграл

$$I_{2m-1} = 2(a/\pi)\sin(\tau)\times$$
$$\times\int_0^{\pi/2}\sin((2m-1)\vartheta(\theta))\sin(\theta)\,d\theta. \tag{8}$$

Для его вычисления воспользуемся формулой из работы [15, ф-ла (1.332.2)]:

$$\sin((2m-1)\vartheta) = (2m-1)\times$$
$$\times\sum_{k=0}^{m-1}\frac{(-1)^k\sin^{2k+1}(\vartheta)}{(2k+1)!}\prod_{l=1}^{k}\left[(2m-1)^2-(2l-1)^2\right].$$

В ней положим $\sin^{2k+1}(\vartheta) = \sin^{2k+1}(\tau)\sin^{2k+1}(\theta)$. Таким образом, получаем

$$I_{2m-1} = (2m-1)a\times$$
$$\times\sum_{k=0}^{m-1}\frac{(-1)^k(2k+1)!!\sin^{2k+2}(\tau)\sin^{2k+2}(\theta)}{(2k+1)!(2k+2)!!}\times \tag{9}$$
$$\times\prod_{l=1}^{k}\left[(2m-1)^2-(2l-1)^2\right].$$

Области применимости формул: для несимметричной и симметричной диафрагм соответственно

$$\pi/b < k_0 < \sqrt{\pi^2/a^2+\pi^2/b^2},$$
$$\sqrt{\pi^2/a^2+\pi^2/b^2} < k_0 < \sqrt{9\pi^2/a^2+\pi^2/b^2}.$$

В случае расположения одинаковых диафрагм на расстояниях $d/2$ в ПВ значения их проводимостей корректируем множителями, приведенными далее в разд. 3. Отметим, что симметричную диафрагму можно возбудить волной H_{10}, и тогда в центре ее апертуры возникает электрическая стенка [14]. Но симметричный электронный пучок ее не возбуждает, и мы это не рассматриваем. Для работы с симметричным пучком следует использовать трансформатор мод от H_{10} к LE_{11}.

В приближенной модели считаем, что в волновод периодически включены диафрагмы с проводимостями y_1, y_2, y_3. Это значит, что следующая за диафрагмой y_3 будет y_1. Одномодовое рассмотрение не различает наличие несимметричной диафрагмы на конкретной стенке ПВ, однако это делает наложение условия Флоке. Если $y_1 = y_2 = y_3$, то периодичность возможна, только если вторая диафрагма находится на противоположной стенке (иначе период будет $d/2$). Вводим расстояния между диафрагмами Δ_1, Δ_2 и $\Delta_3 = d - \Delta_1 - \Delta_2$ соответственно от первой до второй, от второй до третьей и от третьей до следующей. Перемножая нормированные матрицы передачи диафрагмы и отрезка волновода, получаем матрицу звена диафрагма-отрезок волновода

$$\hat{a}_n = \begin{bmatrix}\cos(k_{z1}\Delta_n) & i\sin(k_{z1}\Delta_n)\\ i\sin(k_{z1}\Delta_n)+y_n & -B_n\sin(k_{z1}\Delta_n)+\cos(k_{z1}\Delta_n)\end{bmatrix},$$

в которой $B_n = |y_n|$. Полная матрица периода ЗС $\hat{a} = \hat{a}_1\hat{a}_2\hat{a}_3$ связывает комплексные амплитуды $E_x(0) = E_x(d)\exp(i\Psi)$ и $Z_0H_y(0) = Z_0H_y(d)\times\exp(i\Psi)$ при $z = 0$ с такими же амплитудами $E_x(d)$ и $ZH_y(d)$ при $z = d$ компонент электрического и магнитного полей в этих поперечных сечениях. Условия Флоке явно наложены: $\Psi = k_zd$ – фазовый сдвиг на период. В результате получаем дисперсионное уравнение (ДУ) Флоке-Блоха в виде $\cos(\Psi) = X$ и его явное решение: $\Psi = \arccos(X) = -i\ln\left(X \pm \sqrt{X^2-1}\right)$, где $X = (a_{11}+a_{22})/2$. Решение $-\Psi$ также дается этой формулой, что означает взаимный переход (неразличимость) прямых и обратных волн в периодических недиссипативных ЗС подобно взаимно противоположным волнам в волноводе. Для выделения прямой волны периодичность ЗС должна быть нарушена введением либо источника, либо диссипации. Тогда движение энергии идет или в сторону от источника, или в сторону затухания волны. Волна прямая, если фаза движется также в сторону движения энергии, и обратная – в противном случае. Рассмотрим учет влияния конечной толщины диафрагмы. Пусть также на периоде имеем три диафрагмы с толщинами δ_n. Рассчитываем проводимость бесконечно тонкой диафрагмы y_n и выполняем корректировку $\tilde{y}_n$. Толстую диафрагму рассматриваем как две диафрагмы $\tilde{y}_n$, разделенные отрезком волновода с матрицей

$$\hat{a}_{\delta n} = \begin{bmatrix} \cos(\gamma_n\delta_n) & i\rho_n \sin(\gamma_n\delta_n) \\ i\rho_n^{-1}\sin(\gamma_n\delta_n) & \cos(\gamma_n\delta_n) \end{bmatrix}.$$

В ней ρ_n есть отношение волновых сопротивлений каналов ПВ.

2. БЫСТРЫЕ МНОГОМОДОВЫЕ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

Рассмотрим получение строгих электродинамических моделей для диафрагм с одинаковыми высотами h и апертурами $s = a - h$ (в симметричном случае $2s = a - 2h$). Интересен также более простой случай ППВ с диафрагмами. Для него зависимость от координаты y отсутствует, поэтому возможны другие представления полей, например, через одну компоненту $\Pi_x^e(x,z)$ электрического вектора Герца. Оно эквивалентно (1), (2), поскольку в обоих случаях ненулевыми компонентами являются E_x, E_z и H_y. Возможно и представление полей через одну продольную компоненту $\Pi_z^e(x,z)$ вектора Герца. Оно также приводит к ненулевым компонентам E_x, E_z, H_y и удобно при решении задачи о возбуждении ЗС. Однако при таком формальном представлении для компонент E_x и H_y выпадает член, не зависящий от координаты x (соответствующий T-волне), который следует добавлять (при возбуждении пучком он не возникает, однако участок такой ЗС можно запитать коаксиальной линией). Если рассматривать ПВ и добавлять одну пространственную вариацию по y в виде $\cos(\pi y/b)$ к соответствующим компонентам полей, то выбор представления (1), (2) становится однозначным: только он дает отсутствие компоненты E_y и малую величину H_x, т.е. малую y-компоненту поверхностного тока на диафрагме, что имеет место при возбуждении диафрагмированного ПВ симметричным по y пучком с плотностью тока $J_z(x,y,z) = J_z(x,z)\cos(\pi y/b)$. При больших $b \gg a$ указанное различие становится несущественным, а в пределе $b \to \infty$ пропадает. Случай ППВ реализуется при $k = k_0$.

В случае двух одинаковых бесконечно тонких диафрагм в ППВ берем разложение

$$H_y(x,z) = \sum_{m=0}^{\infty} \begin{pmatrix} \sin(k_{xm}x) \\ \cos(k_{xm}x) \end{pmatrix} \times \\ \times \left[\alpha_m \cos(k_{zm}z) + \beta_m \cos(k_{zm}(z-d))\right]. \quad (10)$$

Для симметричных диафрагм $k_{xm} = (2m-1)\pi x/a$, $m = 1, 2, \ldots$, $k_{zm} = \sqrt{k^2 - k_{xm}^2}$, и выбираем синус (магнитная стенка при $x = 0$). Для несимметричных диафрагм выбираем косинус и $k_{xm} = m\pi x/a$, $m = 0, 1, 2, \ldots$, а отсчет x ведем от нижней стенки. Определяя $E_x(x,z)$ и коэффициенты разложения через $E_x(x,0) = E(x)$, $E_x(x,d) = E(x)\exp(-i\Psi)$, получаем ИУ (несимметричный случай)

$$\int_0^a K(x,x')E(x')\,dx' = \cos(\Psi)\int_0^a \tilde{K}(x,x')E(x')\,dx',$$

$$K(x,x') = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\cos(k_{xm}x)\cos(k_{xm}x')}{\varepsilon_m k_{zm}\tan(k_{zm}d)}, \quad (11)$$

$$\tilde{K}(x,x') = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\cos(k_{xm}x)\cos(k_{xm}x')}{\varepsilon_m k_{zm}\sin(k_{zm}d)}.$$

Здесь $\varepsilon_m = 1 + \delta_{m0}$. Если $E(x)$ есть решение ИУ (11), то фазовый сдвиг определяется как экстремум функционала

$$\cos(\Psi) = \\ = \int_0^a E(x)K(x,x')E(x')\,dx' \Big/ \int_0^a E(x)\tilde{K}(x,x')E(x'). \quad (12)$$

В симметричном случае в ядра входят синусы, а пределы интегрирования симметричные. В этом случае используем $E(x) = E_0 \mathrm{tg}(\theta)\sqrt{1 - \sin^2(\tau)\sin^2(\theta)}$, а в несимметричном случае берем $E(x)$ из [14]. Интегрирование идет по апертуре $0 \le x \le s$ или $-s \le x \le s$. Явная модель для Ψ и ЗС в рис. 1 также легко получается путем использования двух ЧО. В этом случае плоскости симметрии нет (плоскость симметрии зеркальная), поэтому используем несимметричное представление в первой области ($0 < z < d/2$):

$$H_y(x,z) = \sum_{m=0}^{\infty} \cos(k_{xm}x) \times \\ \times \left[\alpha_m \cos(k_{zm}z) + \beta_m \cos(k_{zm}(z - d/2))\right], \quad (13)$$

и аналогичное представление во второй области ($d/2 < z < d$):

$$H_y(x,z) = \sum_{m=0}^{\infty} \cos(k_{xm}x) \times \\ \times \left[\gamma_m \cos(k_{zm}z - d/2) + \delta_m \cos(k_{zm}(z-d))\right]. \quad (14)$$

Выражаем коэффициенты разложения через электрические поля на диафрагмах:

$$\alpha_m = \frac{-2k^2}{i\varepsilon_m Z_0 k_0 a k_{zm}\sin(k_{zm}d/2)}\int_h^a E_2(x)\cos(k_{xm}x)\,dx,$$

$$\beta_m = \frac{2k^2}{i\varepsilon_m Z_0 k_0 a k_{zm}\sin(k_{zm}d/2)}\int_0^s E_1(x)\cos(k_{xm}x)\,dx,$$

$$\gamma_m = \frac{-2k^2\exp(-i\Psi)}{i\varepsilon_m Z_0 k_0 a k_{zm}\sin(k_{zm}d/2)}\int_0^s E_1(x)\cos(k_{xm}x)\,dx,$$

$$\delta_m = \frac{2k^2}{i\varepsilon_m Z_0 k_0 a k_{zm}\sin(k_{zm}d/2)}\int_h^a E_2(x)\cos(k_{xm}x)\,dx.$$

Сшивая компоненты (13), (14) на апертурах, имеем систему ИУ

$$\int_0^s K_{11}(x,x')E_1(x')\,dx' - \frac{(1+\exp(i\Psi))}{2}\int_h^a K_{12}(x,x')E_2(x')\,dx' = 0,\quad 0<x<s, \tag{15}$$

$$-\frac{(1+\exp(-i\Psi))}{2}\int_0^s K_{21}(x,x')E_1(x')\,dx' + \int_h^a K_{22}(x,x')E_2(x')\,dx' = 0,\quad h<x<a, \tag{16}$$

в которую входят симметричные ядра:

$$K_{11}(x,x') = K_{22}(x,x') = \sum_{m=0}^{\infty}\frac{\cos(k_{xm}x)\cos(k_{xm}x')}{\varepsilon_m k_{zm}\mathrm{tg}(k_{zm}\,d/2)},$$

$$K_{12}(x,x') = K_{21}(x,x') = \sum_{m=0}^{\infty}\frac{\cos(k_{xm}x)\cos(k_{xm}x')}{\varepsilon_m k_{zm}\sin(k_{zm}\,d/2)}.$$

В силу однородности (15) и (16) общий множитель $2k^2/(ik_0aZ_0)$ сокращен. В пренебрежении диссипацией решая эту систему методом Бубнова–Галеркина, получаем систему однородных алгебраических уравнений с эрмитовой матрицей. Ее определитель дает ДУ, из равенства нулю которого находятся действительные значения $\Psi = k_z d$. Для получения быстрого алгоритма возьмем поля на апертурах в виде $E_1(x) = \alpha E(x)$, $E_2(x) = \beta E(a-x)$, где $E(x)$ – распределение поля на одиночной диафрагме [14]. В результате вычисления определителя имеем ДУ

$$\cos^2(\Psi/2) = \frac{\int_0^s\int_0^s E(x)K_{11}(x,x')E(x')\,dx'dx\int_h^a\int_h^a E(a-x)K_{11}(x,x')E(a-x')\,dx'\,dx}{\left[\int_h^a E(a-x)\int_0^s K_{12}(x,x')E(x')\,dx'dx\right]^2}. \tag{17}$$

В общем случае (17) следует понимать как функционал и искать его стационарное значение при разложении функции $E(x)$ по базисным функциям. В интеграле знаменателя и в двойном интеграле числителя удобно сделать замену переменных $x'' = a - x$, $x''' = a - x'$, что приводит к единым пределам интегрирования $(0,s)$. При такой замене в сдвинутых ядрах имеем $\sin(k_{xm}(a + x'')) = (-1)^m\sin(k_{xm}x'')$. После замен лишние штрихи можно опустить. Двойной сдвиг не приводит к изменению ядра. В результате имеем

$$\cos(\Psi/2) = \pm\frac{\int_0^s\int_0^s E(x)K_{11}(x,x')E(x')\,dx'dx}{\int_0^s\int_0^s E(x)\tilde{K}_{12}(x,x')E(x')\,dx'dx}, \tag{18}$$

где тильда означает однократно сдвинутое ядро, т.е. наличие множителя $(-1)^m$ в сумме. Для получения быстрой модели осталось вычислить интеграл

$$I_m = \int_0^s E(x)\cos(k_{xm}x)\,dx =$$
$$= \int_0^s \frac{\sin(\pi x/a)\cos(m\pi x/a)\,dx}{\sqrt{[1-\cos(\pi x/a)][\cos(\pi x/a)-\cos(\pi s/a)]}}.$$

Заменой переменных $t = \cos(\pi x/a)$ он сводится к интегралу

$$I_m(t_s) = \frac{a}{\pi}\int_{t_s}^1 \frac{T_m(t)\,dt}{\sqrt{(1-t)(t-t_s)}} = \frac{a}{2}[P_m(t_s) + P_{m-1}(t_s)], \quad (19)$$

где $t_s = \cos(\pi s/a)$, $T_m(t)$ – полином Чебышева первого рода, P_m – полином Лежандра. Для вычисления (19) использована формула из [16, (2.18.1.1)]. Результат справа в (19) верен для $m \ge 1$. Для $m = 1$ имеем $I_m(t_s) = aB(1/2,1/2)/\pi = a$ (формула из [17, (2.5.2.1)]). При $s = 0$ (перекрытие канала) формула (19) не применима. При $s = a$ (отсутствие диафрагм) $t_s = -1$, поэтому $I_m(-1) = 0$, $I_0(-1) = \pi$. В этом случае $\Psi = 0$.

Рассмотрим импедансный алгоритм, выразив коэффициенты в (13), (14) через H_y:

$$\alpha_m + \beta_m\cos(k_{zm}d/2) = \frac{2}{a\varepsilon_m}\int_0^a H_y^+(x,0)\cos(k_{xm}x)\,dx,$$
$$\alpha_m\cos(k_{zm}d/2) + \beta_m = = \frac{2}{a\varepsilon_m}\int_0^a H_y^-(x,d/2)\cos(k_{xm}x)\,dx,$$
$$\gamma_m + \delta_m\cos(k_{zm}d/2) = = \frac{2}{a\varepsilon_m}\int_0^a H_y^+(x,d/2)\cos(k_{xm}x)\,dx,$$
$$\gamma_m\cos(k_{zm}d/2) + \delta_m = = \frac{2\exp(-i\Psi)}{a\varepsilon_m}\int_0^a H_y^-(x,0)\cos(k_{xm}x)\,dx.$$

Магнитное поле терпит скачок на диафрагмах с поверхностными плотностями тока в виде

$$j_{x1}(x) = H_y^-(x,-0) - H_y^+(x,+0),$$
$$j_{x2}(x) = H_y^-(x,d/2-0) - H_y^+(x,d/2+0).$$

В последнем соотношении мы воспользовались условием Флоке. В силу непрерывности E_x имеем $\alpha_m = -\delta_m$, $\gamma_m = -\exp(-i\Psi)\beta_m$. Подставим выражения H_y^- в приведенные соотношения и исключим интегралы с H_y^+:

$$\delta_m(1+\exp(i\Psi)) - 2\beta_m\cos(k_{zm}d/2) = = \frac{2}{a\varepsilon_m}\int_0^a j_{x1}(x)\cos(k_{xm}x)\,dx,$$
$$\beta_m(1+\exp(-i\Psi)) - 2\delta_m\cos(k_{zm}d/2) = = \frac{2}{a\varepsilon_m}\int_0^a j_{x2}(x)\cos(k_{xm}x)\,dx.$$

Имеем $\Delta_m = 4\left[\cos^2(\Psi/2) - \cos^2(k_{zm}d/2)\right]$ и

$$\delta_m = \frac{2}{a\varepsilon_m\Delta_m}\int_0^a [j_{x2}(x)(1+\exp(-i\Psi)) + 2j_{x1}(x)\cos(k_{zm}d/2)]\cos(k_{xm}x)\,dx, \quad (20)$$

$$\beta_m = \frac{2}{a\varepsilon_m\Delta_m}\int_0^a [2j_{x1}(x)\cos(k_{zm}d/2) + j_{x2}(x)(1+\exp(i\Psi))]\cos(k_{xm}x)\,dx. \quad (21)$$

Теперь можно найти поля на диафрагмах и апертурах:

$$E_{x1}(x) = \frac{ik_0Z_0}{k^2}\sum_{m=0}^{\infty}\beta_m k_{zm}\sin(k_{zm}d/2)\cos(k_{xm}x), \quad (22)$$

$$E_{x2}(x) = \frac{ik_0Z_0}{k^2}\sum_{m=0}^{\infty}\delta_m k_{zm}\sin(k_{zm}d/2)\cos(k_{xm}x). \quad (23)$$

С учетом (20) и (21) на диафрагмах они являются ИУ, если на них наложить импедансные условия $E_{x1}(x) = Zj_{x1}(x)$ и $E_{x2}(x) = Zj_{x2}(x)$. Здесь $Z = Z_0\rho = Z_s/2 = (1+i)R_s/2$, Z_s – поверхностный импеданс Леонтовича, а двойка возникла в силу двустороннего поверхностного тока на каждой диафрагме. Пусть первая диафрагма расположена в области $0 < x < h$, а следующая в области $a - h < x < a$. Интегралы следует брать по указанным областям, при этом $j_{x1}(x) = \alpha j_x(x)$, $j_{x2}(x) = \beta j_x(a-x)$. Хорошей аппроксимацией для функции $j_x(x)$, удовлетворяющей условию на ребре, служит функция $j_x(x) = \cos(\pi x/(2h))$. Используя ее, получаем систему уравнений

$$\alpha\left[\int_0^h \tilde{K}_{11}(x,x')\,j_x(x')dx' - \rho j_x(x)\right] + \beta(1+\exp(i\Psi)),$$

$$\int_{a-h}^{a} \tilde{K}_{12}(x,x')\,j_x(a-x')\,dx' = 0,$$

$$\alpha\int_0^h \tilde{K}_{21}(x,x')\,j_x(x')dx' + \beta\left[(1+\exp(-i\Psi)) \times\right.$$

$$\left.\times \int_{a-h}^{a} \tilde{K}_{22}(x,x')\,j_x(a-x')\,dx' - \rho j_x(a-x)\right] = 0.$$

В ней обозначены ядра:

$$\tilde{K}_{11}(x,x') = \tilde{K}_{21}(x,x') = \frac{2ik_0}{k^2 a}\times$$
$$\times\sum_{m=0}^{\infty}\frac{k_{zm}\sin(k_{zm}d)\cos(k_{xm}x)\cos(k_{xm}x')}{\varepsilon_m\Delta_m},$$

$$\tilde{K}_{22}(x,x') = \tilde{K}_{12}(x,x') = \frac{2ik_0}{k^2 a}\times$$
$$\times\sum_{m=0}^{\infty}\frac{k_{zm}\sin(k_{zm}d/2)\cos(k_{xm}x)\cos(k_{xm}x')}{\varepsilon_m\Delta_m}.$$

Проецируем эту систему уравнений на функции j_{x1}, j_{x2} (т.е. умножаем первое на $j_x(x)$ и интегрируем, а второе – на $j_x(a-x)$ и интегрируем). В силу произвольности α и β имеем ДУ в виде равенства нулю определителя второго порядка, из которого находится Ψ, при этом матричные элементы вычисляются аналитически. Указанный подход не позволяет явно определить фазовый сдвиг Ψ, поскольку он входит в Δ_m, что требует нахождения корней определителя (в общем случае комплексных). Однако если $k_0^2 < (m\pi/a)^2 + k_y^2$, $m \geq 1$, то $\Delta_m \approx -4\,\mathrm{ch}^2(|k_{zm}|d/2)$, и Ψ входит только в члены с $m = 0$. Для импедансной диафрагмы имеем однородную систему ИУ Фредгольма второго рода. В случае $\rho = 0$ получаем систему ИУ Фредгольма первого рода. Полученные алгоритмы быстрые, поскольку необходимо вычислять быстро сходящиеся ряды. Указанные ряды можно асимптотически суммировать, и тогда достаточно вычислять несколько их членов, т.е. ДУ приобретают аналитический вид. Указанные формулы для модели (22) и (23) можно получить, вычисляя определитель системы уравнений

$$\alpha\int_0^h j_x(x)\int_0^h\left[\tilde{K}_{11}(x,x') - \rho\right] j_x(x)\,dx'dx +$$
$$+\beta(1+\exp(i\Psi))\int_0^h j_x(x)\times$$
$$\times\int_0^h \tilde{K}_{22}(x,a-x')\,j_x(x')\,dx'\,dx = 0,$$

$$\alpha\int_0^h j_x(x)\int_0^h \tilde{K}_{11}(a-x,x')\,j_x(x)\,dx'dx +$$
$$+\beta(1+\exp(-i\Psi))\int_0^h j_x(x)\times$$
$$\times\int_0^h\left[\tilde{K}_{22}(a-x,a-x') - \rho\right] j_x(x')\,dx'\,dx = 0,$$

и входящие в него интегралы, выражающиеся через интеграл

$$\int_0^h \cos(\pi x/(2h))\cos(m\pi x/a)\,dx =$$
$$= \frac{2h\cos(m\pi h/a)}{\pi\left(1 - 4m^2h^2/a^2\right)}.$$

Рассмотрим метод ИУ на основе ФГ. Также расположим ось z на нижней стенке. Объемную плотность тока представим формально через поверхностную плотность тока на диафрагмах с помощью дельта-функций: $J_x(x,z) = j_{xl}(x)\delta(z-z_l)$, $l = 1,2,3$, $z_1 = 0$, $z_2 = d/2$, $z_3 = d$. Для поверхностной плотности тока пишем $j_{x1}(x) = \alpha\cos(\pi x/(2h))$, $j_{x2}(x) = \beta\cos(\pi(x-a)/(2h))$, $j_{x3}(x) = j_{x1}(x)\times\exp(-i\Psi)$ соответственно для первой, второй и сдвинутой на период диафрагм. Компонента функции Грина G_{xx}, связывающая компоненту A_x вектор-потенциала с компонентой плотности тока J_x, имеет вид

$$G_{xx}(x,z|\,x',z') = \frac{2}{ad}\times$$
$$\times\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{\cos(k_{xm}x)\cos(k_{xm}x')\exp\left(-i\tilde{k}_n(z-z')\right)}{(1+\delta_{m0})\left(k_{xm}^2 + \tilde{k}_n^2 - k_0^2\right)}, \quad (24)$$

где $k_{xm} = m\pi/a$, $\tilde{k}_n = k_z + 2n\pi/d$. Если экран не плоскопараллельный, а прямоугольный с размером b по оси y, то в (24) возникает еще одна сумма по функциям $\cos(k_{yl}y)\cos(k_{yl}y')$, с членом k_{yl}^2 в сумме знаменателя и множителем перед суммами $4/(abd)$. Здесь $k_{yl} = (2l-1)\pi/b$. Это соответствует симметричной (четной) по y волне, которая возбуждается симметричным электронным пучком.

В первом приближении можно взять только один член $\cos(k_{y1}y)\cos(k_{y1}y')$ в последней сумме, что соответствует замене $k_0^2 \to k^2$ в (24). Если электронный пучок имеет распределение $\cos(k_{y1}y)$, то удержание одного члена дает точный результат. Система ИУ имеет вид

$$E_x(x,0) = \alpha\rho\cos(\pi x/(2h)) = \frac{k_0^2 + \partial_x^2}{ik_0} \times \\ \times \int_0^h [\alpha G_{xx}(x,0|x',0) + \beta G_{xx}(x,0|a-x',d/2)] \times \\ \times \cos(\pi x'/(2h))\,dx', \quad (25)$$

$$E_x(x,d/2) = \beta\rho\cos(\pi(a-x)/(2h)) = \\ = \frac{k_0^2 + \partial_x^2}{ik_0}\int_0^h [\alpha G_{xx}(x,d/2|x',0) + \beta G_{xx}(x,d/2|a-x',d/2)]\cos(\pi x'/(2h))\,dx'. \quad (26)$$

Действие оператора перед интегралами дает множитель $k_0^2 - k_{xm}^2$, который модифицирует ядро указанных ИУ по сравнению с ФГ (24). Быстрый алгоритм получаем, проецируя (25) и (26) на введенные базисные функции поверхностной плотности тока. Он также требует нахождения комплексных корней определителя второго порядка, матричные элементы которого имеют аналитический вид. Здесь ищется комплексное значение $k_z = \Psi/d$. Соотношения упрощаются, а потери отсутствуют, если $\rho = 0$. Отметим, что если сшивать компоненты H_y с учетом их скачка в виде поверхностной плотности тока на диафрагмах, для модели ИУ (15), (16) также можно учесть потери. Только теперь соотношение $E_x = Zj_x$ следует использовать под интегралами на диафрагмах, а интегрирование вести по всему сечению. Если использовать два близко расположенных на расстоянии Δ одинаковых поверхностных тока, можно моделировать диафрагму конечной толщины Δ. При этом следует использовать импеданс Z_s. Поскольку он мал или при пренебрежении диссипацией нулевой, поле между лепестками мало́ и носит квазистатический характер. Для снижения размерности можно вводить фазовый сдвиг между указанными токами, связанный с толщиной и задаваемый множителем $\exp(-ik_{0z}\Delta)$. Получение строгой модели для толстых диафрагм требует использования компоненты G_{zz} и учета торцевой плотности j_z. Это сильно усложняет алгоритм. При малой толщине диафрагмы это влияние мало́, поскольку в средней точке ее торца $j_z = 0$, и влияние торца можно учесть как небольшое увеличение h.

3. ОДНОМОДОВАЯ МОДЕЛЬ С КОРРЕКЦИЕЙ

Одномодовая модель ЗС в виде диафрагм на одной широкой стенке имеет вид

$$\cos(\Psi) = X = \cos(k_{z0}d) - B\sin(k_{z0}d), \quad (27)$$

где B — нормированная (умноженная) на волновое сопротивление H_{10}-волны проводимость диафрагмы в ПВ. Отсутствие диафрагм ($B = 0$) означает $k_z = k_{z0}$. Фазовый сдвиг $\Psi = \pi$ получается на частоте, определяемой из уравнения $B\mathrm{tg}(k_{z0}\,d/2) = 1$, а сама частота определяется выражением

$$\omega = c\sqrt{[2\mathrm{arctg}(1/B)/d]^2 + (\pi/b)^2}.$$

Сравнивая (27) с (12), пишем (12) в форме

$$\cos(\Psi) = \\ = \frac{\cos(k_{z0}d) - \sin(k_{z0}d)\dfrac{4k_{z0}}{\pi^2}\displaystyle\sum_{m=1}^{\infty}\frac{I_m^2}{|k_{zm}|\,\mathrm{th}(|k_{zm}|\,d)}}{1 - \sin(k_{z0}d)\dfrac{4k_{z0}}{\pi^2}\displaystyle\sum_{m=1}^{\infty}\frac{I_m^2}{|k_{zm}|\,\mathrm{th}(|k_{zm}|\,d)}}. \quad (28)$$

Как видно, (28) соответствует (27), лишь если член с суммой перед синусом мал. Считая этот член существенно меньше, чем единица, имеем

$$\cos(\Psi) \approx \cos(k_{z0}d) - \sin(k_{z0}d) \times \\ \times \frac{4k_{z0}}{\pi^2}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{I_m^2}{|k_{zm}|\,\mathrm{th}(|k_{zm}|\,d)}. \quad (29)$$

В знаменателе значения $\mathrm{th}(|k_{zm}|\,d)$ при больших m близки к единице. Тогда в пределе $d \to \infty$ выражение (29) соответствует (27). Наименьшее значение имеет $\mathrm{th}\left(d\sqrt{(\pi/a)^2 + (\pi/b)^2 - k_0^2}\right)$. Если следующие значения почти равны единице, что имеет место при $\pi d/a \sim 1$, а основной вклад в B вносит первый член, то скорректированная проводимость есть $\tilde{B} = B/\mathrm{th}(|k_{z1}|\,d)$, что приводит к увеличению замедления. Если $k_{z0}d = \pi$ (диафрагмы в противофазе), то $\Psi = \pi$, что имеет место на частоте резонанса $\omega_r = c\sqrt{(\pi/d)^2 + (\pi/b)^2}$, когда в плоскости обеих диафрагмах находится электрическая стенка. В соответствии с ранее полученным результатом это может быть только при $B=\infty$, т.е. при отсутствии зазора s. Вместе с тем из $\Psi = \pi$ в (28) следует

$$1 = \mathrm{tg}\left(k_{z0}\,d/2\right)\frac{8k_{z0}}{\pi^2}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{I_m^2}{|k_{zm}|\,\mathrm{th}\left(|k_{zm}|\,d\right)},$$

что в сравнении с $\tilde{B}\mathrm{tg}\left(k_{z0}\,d/2\right) = 1$ дает $\tilde{B} = 2B/\mathrm{th}\left(|k_{z1}|\,d\right)$. Это и есть правильное скорректированное значение.

Рассмотрим теперь случай одинаковых диафрагм, включенных на расстояниях $d/2$ на разных стенках ПВ (см. рис. 1, 3). Одномодовая модель дает $\cos^2\left(\Psi/2\right) = Y$, где

$$Y = \left(\cos^2\left(k_{z0}\,d/2\right) - B\sin\left(k_{z0}\,d/2\right)\cos\left(k_{z0}\,d/2\right)\right) + \\ + \sin^2\left(k_{z0}\,d/2\right)B^2/4.$$

При $\Psi = \pi$ имеем $\mathrm{tg}\left(k_{z0}\,d/2\right) = 2/B$. Из уравнения (18) имеем

$$\cos\left(\Psi/2\right) = \pm\frac{\cos\left(k_{z0}\,d/2\right) - \sin\left(k_{z0}\,d/2\right)\dfrac{4k_{z0}}{\pi^2}\displaystyle\sum_{m=1}^{\infty}\frac{I_m^2}{|k_{zm}|\,\mathrm{th}\left(|k_{zm}|\,d/2\right)}}{1 + \sin\left(k_{z0}d\right)\dfrac{4k_{z0}}{\pi^2}\displaystyle\sum_{m=1}^{\infty}\frac{(-1)^{m+1}I_m^2}{|k_{zm}|\,\mathrm{th}\left(|k_{zm}|\,d\right)}}.$$

Условие $\Psi = \pi$ дает $\mathrm{tg}\left(k_{z0}\,d/2\right) = \mathrm{th}\left(|k_{z1}|\,d/2\right)/B$. Сравнивая с предыдущим одномодовым результатом, получаем условие коррекции $\tilde{B} = 2B/\mathrm{th}\left(|k_{z1}|\,d/2\right)$. Частоту загиба (разрыва) дисперсионной характеристики при $\Psi = 2\pi$ можно получить из условия

$$\mathrm{tg}\left(k_{z0}\,d/4\right)\frac{8k_{z0}}{\pi^2}\sum_{m=1,3,5\ldots}^{\infty}\frac{I_m^2}{|k_{zm}|\,\mathrm{th}\left(|k_{zm}|\,d/2\right)} = 1.$$

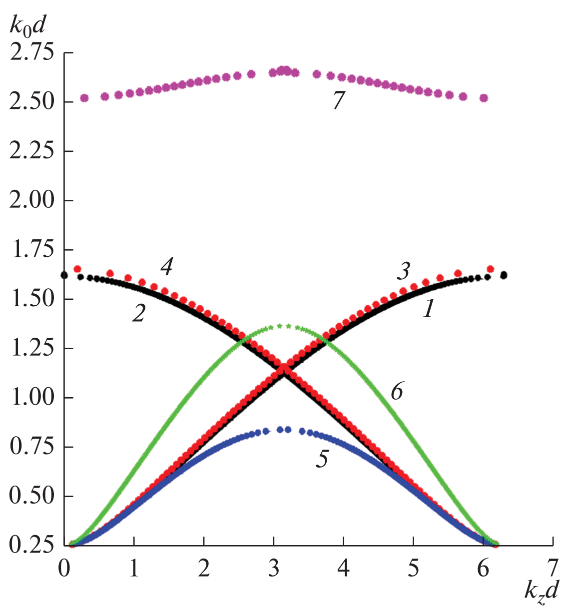

Рис. 2. Дисперсия ЗС3: прямая ветвь (кривые *1*, *3*) и обратная ветвь (*2*, *4*) при $h = 0.8a$ по строгой (*1*, *2*) и приближенной (*3*, *4*) моделям, а также дисперсия низшей моды симметричной ЗС с нулевой толщиной диафрагм и электрической стенкой в канале $t = 0.1a$ (*5*), $t = 0.2a$ (*6*), а также моды с магнитной стенкой (*7*) в канале $t = 0.3a$. Использованы параметры: $d/a = 0.8$, $b/a = 10$.

Также следует условие $\cos\left(k_{z0}\,d/4\right) = 0$, которое означает наличие электрической стенки при $d/2$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе предложены быстрые приближенные (одномодовые) модели для диафрагмированных ПВ и ППВ на основе вычисления проводимости диафрагм с приближенным учетом их взаимодействия по первой высшей моде, а также быстрые многомодовые модели импедансного и адмитансного типов. Модели учитывают все моды между диафрагмами и позволяют рассчитывать потери, а малое время счета связано с использованием функционалов и функций, достаточно точно удовлетворяющих строгим ИУ. Полученные результаты позволяют моделировать сдвинутые гребенки и ЗС типа петляющий волновод, обладающие зеркальной плоскостью симметрии и более широкой рабочей полосой. Строгие модели на основе функционалов типа (12), (18) могут быть получены для диафрагм конечной толщины. Это требует использования в два раза большего числа ЧО (двух для несдвинутых диафрагм и четырех для сдвинутых диафрагм), что несколько усложняет получаемые функционалы. При моделировании ЗС с диафрагмами конечной толщины методом ФГ удобно использовать соответствующие каждой границе два близко расположенных лепестка поверхностного тока с наложением на каждом из них импедансных условий. Получены формулы коррекции, для которых соответствие приближенной и многомодовой моделей лучше, поскольку учтено взаимодействие между диафрагмами по первой высшей моде. На рис. 2 приведены результаты моделирования на основе приближенной модели с проводимостями и на основе функционала (18). Результаты показывают возможность использовать быстрые приближенные модели для оптимизации и получения приближенных конфигураций ЗС, которые затем следует уточнять по строгим моделям. В быстрых моделях следует использовать коррекцию. Взаимодействие диафрагм приводит к тому, что поле в зазоре несколько отличается от использованного квазистатического решения Швингера для одиночной диафрагмы. Однако это отличие не должно приводить к существенному отличию полученных строгих функционалов от приведенных. Тем не менее, полученные функционалы можно использовать в строгих алгоритмах с применением большого числа разложений E_x на апертурах и j_x на диафрагмах. Но такие модели уже не являются быстрыми и сложны для определения комплексных корней k_z с высокой точностью.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Алехин Ю.В., Апин М.П., Бурцев А.А. и др.* Сверхширокополосные лампы бегущей волны. Исследование в СВЧ-, КВЧ- и ТГЧ-диапазонах. Внедрение в производство. М.: Радиотехника, 2016.
2. *Carlsten B.E.* // Phys. Plasmas. 2002. V. 9. № 12. P. 5088.
3. *Shin Y.-M., Barnett L.R., Luhmann N.C.* // Appl. Phys. Lett. 2008. V. 93. № 22. P. 221504.
4. *Рожнёв А.Г., Рыскин Н.М., Каретникова Т.А. и др.* // Изв. вузов. Радиофизика. 2013. Т. 56. № 8–9. С. 601.
5. *Deng G., Chen P., Yang J., Yin Z., Ruan J.* // J. Comput. Electron. 2015. V. 15. № 2. P. 634.
6. *Каретникова Т.А., Рожнев А.Г., Рыскин Н.М. и др.* // РЭ. 2016. Т. 61. № 1. С. 54.
7. *Бушуев Н.А., Давидович М.В., Шиловский П.А.* // Изв. Сарат. ун-та. Новая серия. Сер. Физика. 2012. Т. 12. Вып. 2. С. 64.
8. *Давидович М.В., Бушуев Н.А.* // Антенны. 2014. № 8. С. 49.
9. *Давидович М.В.* Замедляющая система “двойная сдвинутая импедансная гребенка” // ЖТФ. 2019. Т. 89. Вып. 2. С. 280.
10. *Самохин Г.С., Силин Р.А.* // Электрон. техника. Сер. 1. “Электроника СВЧ”. 1973. Вып. 5. С. 3.
11. *Самохин Г.С., Силин Р.А.* // Электрон. техника. Сер. 1. “Электроника СВЧ”. 1973. Вып. 6. С. 11.
12. *Силин Р.А., Сазонов В.П.* Замедляющие системы. М.: Сов. радио, 1966.
13. *Вайнштейн Л.А.* Электромагнитные волны. М.: Радио и связь, 1988.
14. *Левин Л.* Современная теория волноводов. М.: Изд-во иностр. лит., 1954.
15. *Градштейн И.С., Рыжик И.М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов, и произведений. М.: Физматгиз, 1962.
16. *Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И.* Интегралы и ряды. Специальные функции. М.: Наука, 1983.
17. *Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И.* Интегралы и ряды. М.: Наука, 1981.

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА, 2020, том 65, № 2, с. 118–127

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 621.396.67

МЕТОД КОМПЕНСИРУЮЩИХ ИСТОЧНИКОВ ДЛЯ АНАЛИЗА НЕОДНОРОДНЫХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ИЗЛУЧАЮЩИХ РЕШЕТОК

© 2020 г. С. Е. Банков*

Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
ул. Моховая, 11, стр. 7, Москва, 125009 Российская Федерация

**E-mail: sbankov@yandex.ru*

Поступила в редакцию 17.04.2019 г.
После доработки 25.08.2019 г.
Принята к публикации 01.09.2019 г.

Предложен метод решения граничных задач электродинамики бесконечных неоднородных двумерно-периодических антенных решеток – метод компенсирующих источников. Метод основан на представлении возбуждающего и рассеянного каждым элементарным излучателем решетки полей в виде разложения по системе векторных ортогональных волн. Введено понятие компенсирующего источника, который ассоциирован с элементом решетки и создает в пространстве поле, которое описывается заданным вектором амплитуд рассеянных волн. Решена задача о возбуждении бесконечной решетки компенсирующим источником и получена ее функция Грина, связывающая вектора амплитуд возбуждающих и рассеянных волн с компенсирующим источником. Предложена схема решения граничной задачи для решетки с дефектами в виде элементов, имеющих оператор рассеяния, отличный от оператора рассеяния элемента регулярной решетки. Рассмотрено решение задачи о решетке с удаленным из нее излучателем.

DOI: 10.31857/S0033849420020023

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Интерес к фазированным антенным решеткам (ФАР) с большим коэффициентом усиления (КУ) обусловлен их широким использованием в различных системах локации, связи, диагностики, научных исследованиях и т.д. Реализация высокого КУ неизбежно связана с увеличением числа элементарных излучателей (ЭИ) и, следовательно, электрических размеров ФАР. Несмотря на интенсивное развитие вычислительной техники и программного обеспечения, электродинамический анализ таких структур представляет сложную задачу, требующую больших затрат компьютерных ресурсов.

По этой причине широко используется приближение бесконечной решетки, в рамках которого ищется решение граничной задачи для одного периода структуры, так называемого канала Флоке [1]. Основанием для замены конечного объекта бесконечным является допущение о том, что ЭИ конечной решетки, достаточно удаленные от ее краев, функционируют в режиме, близком к режиму работы ЭИ бесконечной решетки. Такое допущение неоднократно проверялось и можно считать достаточно обоснованным.

Вместе с тем следует отметить, что важными этапами проектирования радиоэлектронной аппаратуры [2] являются такие виды работ как анализ чувствительности изделия к отклонениям его параметров от номинальных и статистический анализ, в рамках которого параметры устройства являются случайными величинами.

Выполнение указанных этапов связано с анализом непериодических решеток, а точнее, неоднородных решеток с дефектами. Под дефектом понимаем любой ЭИ, имеющий параметры, отличающиеся от параметров излучателей регулярной решетки. При решении граничной задачи для решетки с дефектом мы уже не можем воспользоваться ее моделью в виде канала Флоке. В этом случае единственной возможностью оказывается решение задачи для неоднородной решетки конечных размеров.

Электродинамическому моделированию конечных ФАР больших размеров посвящено большое число работ, в которых анализируются различные методы, позволяющие рационализировать процесс решения граничной задачи и снизить затраты компьютерных ресурсов. Для нас наибольший интерес представляет группа методов, которую можно назвать методом обобщенной матрицы рассеяния (МОМР). Их объединяет общая идея, которая состоит в том, чтобы разделить поле в окрестности ЭИ на возбуждающее его поле, источником которого являются другие элементы решетки, и рассеянное им поле [3, 4]. При этом в рассеянное поле входит также поле излучения ЭИ при возбуждении его со стороны входа излучателя и волны, отраженные от входа. Далее тем или иным образом вводится оператор рассеяния, связывающий два вида полей. Наиболее удобными являются матричные операторы, связывающие амплитуды возбуждающих и рассеянных волн. Такие операторы близки к известным в технике СВЧ обобщенным матрицам рассеяния (ОМР). Определение ОМР ЭИ является важным этапом данной группы методов.

Другим важным этапом является определение оператора связи между амплитудами волн на разных элементах решетки, поскольку волны, рассеянные некоторым ЭИ, являются одновременно падающими волнами для других ЭИ. Такой оператор имеет вид матрицы связи или матрицы взаимодействия. Применение операторов двух видов дает возможность формулировки матричной системы уравнений, которая полностью описывает волновые процессы в многоэлементной антенной системе.

Наиболее близким подходом к данной работе является вариант МОМР, в котором в качестве возбуждающих и рассеянных волн используются векторные сферические гармоники (ВСГ). Идея разложения по ВСГ (РВСГ) антенных полей была использована в работах [5–7], где развитые методы использовались не только для анализа ФАР, но и для решения задач рассеяния на апериодически расположенных одинаковых объектах. Подходы, использованные в [7], наиболее близки к данной работе.

Метод ОМР разрабатывался для учета влияния конечных размеров ФАР. Такая решетка может рассматриваться как частный случай неоднородной периодической решетки. В рамках данной статьи нас будут интересовать, однако, неоднородности другого типа, а именно ЭИ с параметрами, отличными от параметров ЭИ регулярной решетки, которая остается бесконечной. При таком ограничении получаем возможность отдельного исследования влияния разных факторов на характеристики ФАР. Одним фактором является конечность ее размеров, а другим – сосредоточенные дефекты указанного выше типа.

Несмотря на то, что рассматриваемые в работе структуры имеют конечные размеры, будем использовать принятый в МОМР способ описания ЭИ и их связей друг с другом. В наиболее удобной для нашего исследования форме он изложен в работе [8], в которой рассматривается применение метода для анализа решеток щелевых и ленточных ЭИ.

Отметим, что задачи электродинамического анализа неоднородных периодических сред и структур характерны не только для теории ФАР, но и для теории искусственных сред: метаматериалов, фотонных и электромагнитных кристаллов и т.д. [9]. Известно, что дефекты в кристаллических средах, находящихся в запрещенной зоне (полосе запирания) могут служить основой для создания разнообразных функциональных узлов СВЧ- и оптического диапазонов [10, 11]. При проектировании таких устройств возникают задачи, во многом аналогичные описанным выше, когда в бесконечной периодической среде создаются специальным образом организованные дефекты.

Для решения таких задач в работе [12] был предложен метод компенсирующих источников (МКИ). В наиболее полном виде он описан в работе [13]. В рамках МКИ, так же как и в рамках ОМР, возбуждающее и рассеянное поля представляются в стандартной форме разложения по некоторой системе волн.

Отличие МКИ состоит в определении понятия компенсирующего источника (КИ) и решении задачи о возбуждении таким источником бесконечной регулярной периодической структуры. Такое решение связывает амплитуды рассеянных элементами решетки волн с КИ. В рамках МКИ принята векторная запись амплитуд возбуждающих и рассеянных волн. При этом каждый элемент решетки характеризуется своими амплитудными векторами. Аналогично и КИ записывается в виде вектора.

Решение отмеченной выше задачи о возбуждении бесконечной структуры дает нам матрицу, связывающую амплитудные векторы с вектором, описывающим КИ. Эта матрица имеет смысл функции Грина однородной периодической структуры. Знание функции Грина позволяет простым способом описывать дефекты в фотонных и электромагнитных кристаллах. Отметим высокую вычислительную эффективность алгоритмов на основе МКИ [14]. Достаточно сказать, что размерность системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), к которой сводится граничная задача, пропорционально числу дефектов, тогда как при использовании других подходов она пропорциональна общему числу элементов периодической структуры.

Цель данной работы – развить МКИ на случай бесконечной антенной решетки. Для этого, сохраняя описание ЭИ, принятое в МОМР, определим понятие КИ для данного класса структур и получим функцию Грина бесконечной антенной решетки. Затем предложим схему формулировки и решения граничной задачи для бесконечной структуры с дефектами. И в заключение рассмотрим пример использования данной теории для анализа решетки, в которой удален один ЭИ.

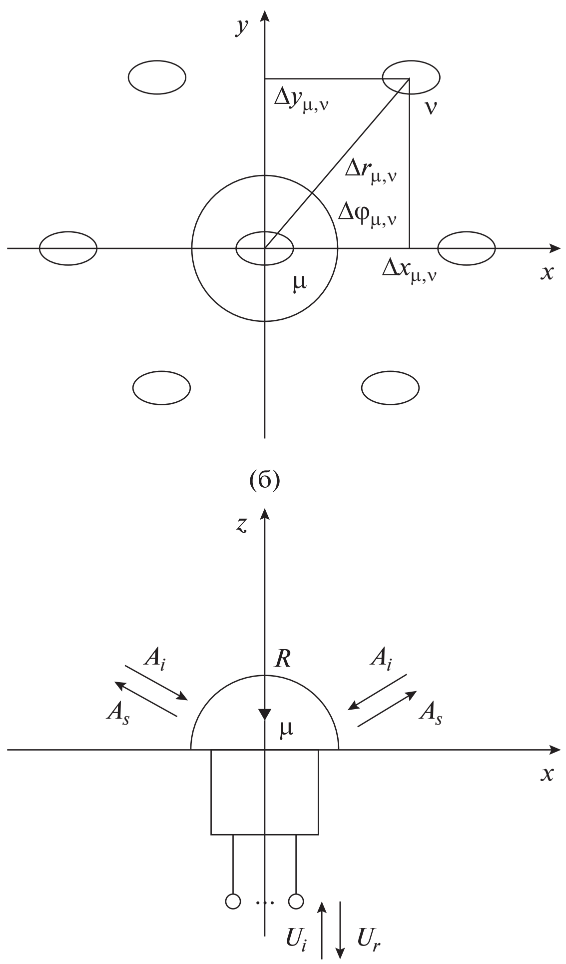

Рис. 1. Элементарные излучатели в решетке (а), возбуждающие, рассеянные, падающие и отраженные волны (б).

2. УРАВНЕНИЕ РЕШЕТКИ БЕЗ КОМПЕНСИРУЮЩЕГО ИСТОЧНИКА ПО МЕТОДУ ОМР

В данном разделе приведем основные понятия и соотношения МОМР, необходимые для решения поставленных задач. Положение ЭИ в решетке обычно описывают при помощи двух индексов. В ряде случаев будем использовать такую нумерацию, однако на этапе вывода общих соотношений метода для сокращения записи удобнее ввести один векторный индекс ν (см. рис. 1а):

$$\nu = (p,q), \tag{1}$$

где индекс p задает положение ЭИ по оси $0x$, а q – по оси $0y$. Также используем один векторный индекс N для определения типа ВСГ вместо двух обычно используемых индексов:

$$N = (n,m). \tag{2}$$

Здесь n – угломестный индекс ВСГ, а m – азимутальный индекс.

Введем далее следующие векторы:

$$\vec{\mathbf{E}}_{i,s\nu} = \begin{bmatrix} . \\ \vec{E}_{i,s\nu,N-1} \\ \vec{E}_{i,s\nu,N} \\ \vec{E}_{i,s\nu,N+1} \\ . \end{bmatrix}, \quad \vec{\mathbf{H}}_{i,s\nu} = \begin{bmatrix} . \\ \vec{H}_{i,s\nu,N-1} \\ \vec{H}_{i,s\nu,N} \\ \vec{H}_{i,s\nu,N+1} \\ . \end{bmatrix},$$
$$\mathbf{A}_{i,s\nu} = \begin{bmatrix} . \\ A_{i,s\nu,N-1} \\ A_{i,s\nu,N} \\ A_{i,s\nu,N+1} \\ . \end{bmatrix}. \tag{3}$$

Здесь $\vec{E}_{i,s\nu,N}$ – вектор электрического поля ВСГ, возбуждающей или рассеянной (нижние индексы i,s), заданной в локальной сферической системе координат связанной с центром ЭИ с номером ν (см. рис. 1б). Индекс N задает номер волны. Аналогично задаются векторы магнитного поля $\vec{H}_{i,s\nu,N}$. Величины $A_{i,s\nu,N}$ – это амплитуды возбуждающих и рассеянных волн ЭИ с номером ν. Явные выражения для полей ВСГ можно найти в [15].

Каждый ЭИ окружен полусферой с радиусом R. Важно, что полусфера выделенного ЭИ не имеет точек пересечения с соседними ЭИ. Источником возбуждающих волн для μ-го ЭИ являются волны, рассеянные всеми элементами решетки, за исключением μ-го. Источником рассеянных волн этого излучателя является дифракция возбуждающих волн на нем, а также падающие на его входы волны. Мы предполагаем, что таких входов может быть не один, а несколько. Объединяя амплитуды падающих волн $U_{i\mu,j}$ (j – номер входа), получаем вектор падающих волн μ-го ЭИ-$\mathbf{U}_{i\mu}$. Аналогично можно получить вектор отраженных волн $\mathbf{U}_{r\mu}$.

Отметим, что при отсутствии пересечений сфер, окружающих ЭИ, они оказываются расположенными вне областей, занятых источниками, что позволяет нам представить поля на них в виде разложений по ВСГ:

$$\vec{E}_\nu = \vec{E}_{i\nu} + \vec{E}_{s\nu}, \quad \vec{H}_\nu = \vec{H}_{i\nu} + \vec{H}_{s\nu},$$
$$\begin{pmatrix} \vec{E}_{i,s\nu} \\ \vec{H}_{i,s\nu} \end{pmatrix} = \mathbf{A}_{i,s\nu} \begin{pmatrix} \vec{\mathbf{E}}_{i,s\nu} \\ \vec{\mathbf{H}}_{i,s\nu} \end{pmatrix}. \tag{4}$$

Нам необходимо различать векторы в пространстве ВСГ и векторы отраженных/падающих волн от векторов, заданных в физическом пространстве. Для обозначения векторов первых типов используем символы вида $\mathbf{A}$, а для обозначения векторов физического пространства используем стрелки $\to$. В этом случае символ $\vec{\mathbf{E}}$ обозначает вектор в пространстве ВСГ, элементами которого являются векторы из физического пространства, символ $\mathbf{A}$ описывает вектор из пространства ВСГ, элементами которого являются скалярные величины. Произведение вида $\mathbf{A}\vec{\mathbf{E}}$ — это скалярное произведение в пространстве ВСГ, результатом которого является вектор из физического пространства.

Следующий этап МОМР – определение связи между амплитудами волн, рассеянных ν-м ЭИ, и амплитудами волн, падающих на μ-й ЭИ. Для определения указанной связи нам необходимо осуществить разложение поля рассеянной волны ν-го ЭИ в системе координат μ-го ЭИ. Эта задача решается разными способами. В работе [7] применена дополнительная теорема сложения для ВСГ, а в работе [8] предложена численная процедура, основанная на ортогональности ВСГ.

Вне зависимости от способа получения приходим к следующему соотношению:

$$\mathbf{A}_{i\mu} = \mathbf{K}_{\mu,\nu}\mathbf{A}_{s\nu}. \tag{5}$$

Матрицы $\mathbf{K}$ описывают искомую связь между амплитудами рассеянных на ν-м и возбуждающих на μ-м элементах волн. Назовем их матрицами связи.

Далее нам необходимо ввести оператор рассеяния ЭИ. Этот оператор связывает амплитуды возбуждающих и рассеянных волн ЭИ. Отметим, что наряду с ВСГ он может возбуждаться волноводными волнами со стороны своих портов. Оператор рассеяния находится в результате решения электродинамической граничной задачи. Будем полагать, что оно известно и может быть записано в следующей форме:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{s\mu} &= \mathbf{L}_{ss\mu}\mathbf{A}_{i\mu} + \mathbf{L}_{sw\mu}\mathbf{U}_{i\mu}, \\ \mathbf{U}_{r\mu} &= \mathbf{L}_{ws\mu}\mathbf{A}_{i\mu} + \mathbf{L}_{ww\mu}\mathbf{U}_{i\mu}, \end{aligned} \tag{6}$$

где $\mathbf{L}$ — искомые операторы рассеяния. Для однородной решетки с одинаковыми ЭИ все операторы рассеяния также идентичны, поэтому для них индекс μ можно опустить.

Суммируя в выражении (5) по всем ЭИ, кроме μ-го, и подставляя в него соотношения (6), получаем основные уравнения МОМР:

$$\mathbf{A}_{s\mu} = \sum_{\nu}{}^{(\mu)}\mathbf{L}_{ss}\mathbf{K}_{\mu,\nu}\mathbf{A}_{s\nu} + \mathbf{L}_{sw}\mathbf{U}_{i\mu}, \tag{7}$$

$$\mathbf{U}_{r\mu} = \sum_{\nu}{}^{(\mu)}\mathbf{L}_{ws}\mathbf{K}_{\mu,\nu}\mathbf{A}_{s\nu} + \mathbf{L}_{ww}\mathbf{U}_{i\mu}. \tag{8}$$

Верхний символ (μ) означает суммирование по всем ЭИ кроме μ-го.

Наибольший интерес представляет записанная в матричной форме СЛАУ (7), которая описывает взаимодействие ЭИ через свободное пространство.

3. КОМПЕНСИРУЮЩИЙ ИСТОЧНИК И ФУНКЦИЯ ГРИНА БЕСКОНЕЧНОЙ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ РЕШЕТКИ

Определим КИ следующим образом. Он ассоциирован с некоторым ЭИ с индексом ξ и создает рассеянные волны с амплитудным вектором $\mathbf{V}_\xi$. Тогда уравнение (7) при наличии КИ приобретает новый вид

$$\begin{gathered} \mathbf{A}_{s\mu} = \sum_{\nu}{}^{(\mu)}\mathbf{W}_{\mu,\nu}\mathbf{A}_{s\nu} + \mathbf{L}_{sw}\mathbf{U}_{i\mu} + \mathbf{V}_\xi\delta_{\mu,\xi}, \\ \mathbf{W}_{\mu,\nu} = \mathbf{L}_{ss}\mathbf{K}_{\mu,\nu}, \end{gathered} \tag{9}$$

где $\delta_{\mu,\xi}$ — символ Кронекера, равный единице при совпадении векторных индексов μ,ξ. Назовем матрицы $\mathbf{W}_{\mu,\nu}$ матрицами взаимодействий.

Отметим, что в силу периодичности решетки матрица взаимодействий зависит только от разности индексов $\mu - \nu$:

$$\mu - \nu = \left(p_\mu - p_\nu, q_\mu - q_\nu\right), \tag{10}$$

т.е. является матрицей Теплица:

$$\mathbf{W}_{\mu,\nu} = \mathbf{W}_{\mu-\nu}.$$

Определим матрицу взаимодействий при $\mu - \nu = 0$ как нулевую матрицу. Тогда в СЛАУ (9) можем распространить суммирование на все элементы решетки. Применим далее к соотношению (9) двойное дискретное преобразование Фурье (ДПФ), предварительно введя следующие функции:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_{i,s}(\boldsymbol{\kappa}) &= \sum_{\mu}\mathbf{A}_{i,s\mu}\exp(i\boldsymbol{\kappa}\mathbf{r}_\mu), \\ \boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{\kappa}) &= \sum_{\mu}\mathbf{W}_{\mu}\exp(i\boldsymbol{\kappa}\mathbf{r}_\mu), \\ \mathbf{u}(\boldsymbol{\kappa}) &= \sum_{\mu}\mathbf{U}_{i\mu}\exp(i\boldsymbol{\kappa}\mathbf{r}_\mu). \end{aligned} \tag{11}$$

В соотношениях (11) для краткости записи используются обозначения:

$$\boldsymbol{\kappa} = \left(\kappa_x, \kappa_y\right), \quad \mathbf{r}_\mu = \left(p_\mu P_x, q_\mu P_y\right). \tag{12}$$

Здесь $P_{x,y}$ — периоды решетки по координатам x, y соответственно (рис. 2).

Теперь можем записать результат применения ДПФ к выражению (9):

$$\left(\mathbf{E} - \boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{\kappa})\right)\mathbf{a}_s(\boldsymbol{\kappa}) = \mathbf{L}_{sw}\mathbf{u}(\boldsymbol{\kappa}) + \mathbf{V}_\xi\exp\left(i\boldsymbol{\kappa}\mathbf{r}_\xi\right). \tag{13}$$

При записи соотношения (13) использована теорема свертки, $\mathbf{E}$ — единичная матрица. Находим далее вектор $\mathbf{a}_s$:

$$\mathbf{a}_s(\boldsymbol{\kappa}) = \left(\mathbf{E} - \boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{\kappa})\right)^{-1}\left(\mathbf{L}_{sw}\mathbf{u}(\boldsymbol{\kappa}) + \mathbf{V}_\xi\exp\left(i\boldsymbol{\kappa}\mathbf{r}_\xi\right)\right). \tag{14}$$

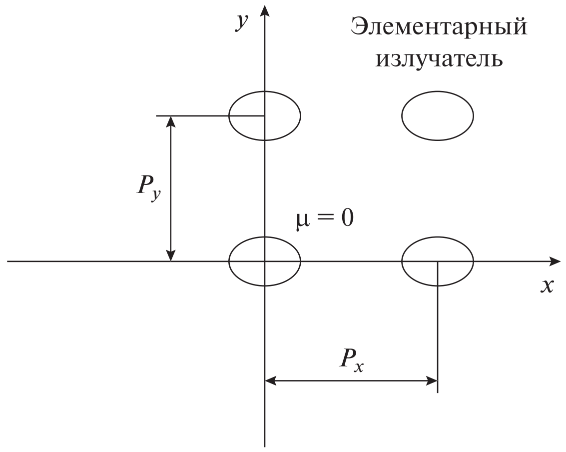

Рис. 2. Решетка с прямоугольной сеткой.

И с помощью обратного ДПФ находим искомые векторы $\mathbf{A}_{s\mu}$:

$$\mathbf{A}_{s\mu} = \frac{P_x P_y}{4\pi^2} \int_{\boldsymbol{\kappa}} \left(\mathbf{E} - \boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{\kappa})\right)^{-1} \times \\ \times \left(\mathbf{L}_{sw}\mathbf{u}(\boldsymbol{\kappa}) + \mathbf{V}_{\xi} \exp\left(i\boldsymbol{\kappa}\mathbf{r}_{\xi}\right)\right) \exp\left(-i\boldsymbol{\kappa}\mathbf{r}_{\mu}\right) d\boldsymbol{\kappa}. \quad (15)$$

Интегрирование в формуле (15) ведется по переменным $\kappa_{x,y}$ на интервалах $\left(-\pi/P_x, \pi/P_x\right)$, $\left(-\pi/P_y, \pi/P_y\right)$ соответственно.

Введем следующее обозначение:

$$\mathbf{G}_{s\mu,\xi} = \frac{P_x P_y}{4\pi^2} \int_{\boldsymbol{\kappa}} \left(\mathbf{E} - \boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{\kappa})\right)^{-1} \exp\left(-i\boldsymbol{\kappa}\mathbf{r}_{\mu-\xi}\right) d\boldsymbol{\kappa}, \\ \mathbf{r}_{\mu-\xi} = \mathbf{r}_{\mu} - \mathbf{r}_{\xi}. \quad (16)$$

С учетом выражения (16) получаем

$$\mathbf{A}_{s\mu} = \sum_{\nu} \mathbf{G}_{s\mu,\nu} \mathbf{L}_{sw} \mathbf{U}_{i\nu} + \mathbf{G}_{s\mu,\xi} \mathbf{V}_{\xi}. \quad (17)$$

Если в решетке присутствует множество КИ, то в формуле (17) необходимо осуществить суммирование по всем источникам:

$$\mathbf{A}_{s\mu} = \sum_{\nu} \mathbf{G}_{s\mu,\nu} \mathbf{L}_{sw} \mathbf{U}_{i\nu} + \sum_{\xi} \mathbf{G}_{s\mu,\xi} \mathbf{V}_{\xi}. \quad (18)$$

Назовем функцию своих индексов $\mathbf{G}_{s\mu,\xi}$ функцией Грина бесконечной решетки для рассеянных волн. Нам будет полезно получить выражение для функции Грина возбуждающих волн, которая связывает векторы $\mathbf{A}_{i\mu}$ с КИ. Для этого воспользуемся соотношением (5), осуществив в нем суммирование по всем ЭИ, кроме μ-го:

$$\mathbf{A}_{i\mu} = \sum_{\nu}{}^{(\mu)} \mathbf{K}_{\mu,\nu} \mathbf{A}_{s\nu}. \quad (19)$$

Применим к формуле (19) ДПФ, имея в виду, что матрица $\mathbf{K}_{\mu,\nu}$ также зависит только от разности индексов:

$$\mathbf{a}_i(\boldsymbol{\kappa}) = \mathbf{Q}(\boldsymbol{\kappa}) \mathbf{a}_s(\boldsymbol{\kappa}), \quad \mathbf{Q}(\boldsymbol{\kappa}) = \sum_{\mu} \mathbf{K}_{\mu} \exp(i\boldsymbol{\kappa}\mathbf{r}_{\mu}). \quad (20)$$

Подставим в выражение (20) соотношение (14):

$$\mathbf{a}_i(\boldsymbol{\kappa}) = \mathbf{Q}(\boldsymbol{\kappa}) \left(\mathbf{E} - \boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{\kappa})\right)^{-1} \times \\ \times \left(\mathbf{L}_{sw}\mathbf{u}(\boldsymbol{\kappa}) + \mathbf{V}_{\xi} \exp\left(i\boldsymbol{\kappa}\mathbf{r}_{\xi}\right)\right). \quad (21)$$

Введем обозначение:

$$\mathbf{G}_{i\mu,\xi} = \frac{P_x P_y}{4\pi^2} \int_{\boldsymbol{\kappa}} \mathbf{Q}(\boldsymbol{\kappa}) \left(\mathbf{E} - \boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{\kappa})\right)^{-1} \exp\left(-i\boldsymbol{\kappa}\mathbf{r}_{\mu-\xi}\right) d\boldsymbol{\kappa}. \quad (22)$$

Тогда, применяя к (21) обратное ДПФ, находим

$$\mathbf{A}_{i\mu} = \sum_{\nu} \mathbf{G}_{i\mu,\nu} \mathbf{L}_{sw} \mathbf{U}_{i\nu} + \sum_{\xi} \mathbf{G}_{i\mu,\xi} \mathbf{V}_{\xi}. \quad (23)$$

Нетрудно увидеть, что матрица $\mathbf{G}_{i\mu,\xi}$ имеет смысл искомой функции Грина для падающих волн. Получим далее полезное соотношение, связывающее функции Грина $\mathbf{G}_{i\mu,\xi}$ и $\mathbf{G}_{s\mu,\xi}$. Умножим для этого слева выражение (22) на оператор $\mathbf{L}_{ss}$ и прибавим к нему слагаемое $\mathbf{E}\delta_{\mu,\xi}$. Отметим, что символ Кронекера можно представить в виде интеграла Фурье:

$$\delta_{\mu,\xi} = \frac{P_x P_y}{4\pi^2} \int_{\boldsymbol{\kappa}} \exp\left(-i\boldsymbol{\kappa}\mathbf{r}_{\mu-\xi}\right) d\boldsymbol{\kappa}. \quad (24)$$

В результате получаем

$$\mathbf{L}_{ss}\mathbf{G}_{i\mu,\xi} + \mathbf{E}\delta_{\mu,\xi} = \\ = \frac{P_x P_y}{4\pi^2} \int_{\boldsymbol{\kappa}} \left(\mathbf{E} - \boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{\kappa})\right)^{-1} \exp\left(-i\boldsymbol{\kappa}\mathbf{r}_{\mu-\xi}\right) d\boldsymbol{\kappa}. \quad (25)$$

Используя соотношение (16), получаем искомую связь функций Грина:

$$\mathbf{L}_{ss}\mathbf{G}_{i\mu,\xi} + \mathbf{E}\delta_{\mu,\xi} = \mathbf{G}_{s\mu,\xi}. \quad (26)$$

Рассмотрим также важный частный случай квазипериодического возбуждения решетки, который является типовым режимом работы ФАР. В этом режиме векторы $\mathbf{U}_{i\nu}$ имеют вид

$$\mathbf{U}_{i\nu} = \mathbf{U}_0 \exp(-i\boldsymbol{\kappa}_0\mathbf{r}_{\nu}), \quad (27)$$

где $\boldsymbol{\kappa}_0$ – заданный вектор, определяющий фазовые сдвиги между каналами решетки в квазипериодическом режиме. Отметим, что этот вектор определяет также углы излучения решетки в свободное пространство.

Находим ДПФ векторов $\mathbf{U}_{i\nu} - \mathbf{u}(\boldsymbol{\kappa})$, применяя формулу суммирования Пуассона [16]:

$$\mathbf{u}(\boldsymbol{\kappa}) = \frac{4\pi^2}{P_x P_y} \mathbf{U}_0 \delta(\boldsymbol{\kappa} - \boldsymbol{\kappa}_0), \quad (28)$$

где $\delta(\boldsymbol{\kappa} - \boldsymbol{\kappa}_0)$ – двумерная дельта функция.

Подставим полученный результат в соотношения (14), (18) и (21), (23) и получим выражения для амплитудных векторов в квазипериодическом режиме:

$$\begin{gathered}\mathbf{A}_{s\mu} = \mathbf{q}_{s0}\mathbf{U}_0\exp(-i\boldsymbol{\kappa}_0\mathbf{r}_\mu) + \sum_\xi \mathbf{G}_{s\mu,\xi}\mathbf{V}_\xi,\\ \mathbf{A}_{i\mu} = \mathbf{q}_{i0}\mathbf{U}_0\exp(-i\boldsymbol{\kappa}_0\mathbf{r}_\mu) + \sum_\xi \mathbf{G}_{i\mu,\xi}\mathbf{V}_\xi,\\ \mathbf{q}_{i0} = \mathbf{Q}(\boldsymbol{\kappa}_0)(\mathbf{E}-\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{\kappa}_0))^{-1}\mathbf{L}_{sw},\\ \mathbf{q}_{s0} = (\mathbf{E}-\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{\kappa}_0))^{-1}\mathbf{L}_{sw}.\end{gathered} \tag{29}$$

Отметим, что, как следует из полученных выше соотношений, а также из общего принципа линейности, возбуждение решетки внешними источниками в виде падающих на входы ЭИ волн можно рассматривать по отдельности, имея в виду, что реакция системы на сумму воздействий равна сумме реакций.

4. СЛАУ ДЛЯ РЕШЕТКИ С ДЕФЕКТАМИ

Получим в данном разделе СЛАУ, к которой сводится граничная задача о решетке с дефектами. Под дефектом будем понимать любой ЭИ, имеющий операторы рассеяния $\mathbf{L}^d$, отличающиеся от операторов рассеяния $\mathbf{L}$ регулярной решетки. Соотношения (6) для дефекта имеют вид

$$\begin{gathered}\mathbf{A}_{s\mu} = \mathbf{L}^d_{ss\mu}\mathbf{A}_{i\mu} + \mathbf{L}^d_{sw\mu}\mathbf{U}_{i\mu},\\ \mathbf{U}_{r\mu} = \mathbf{L}^d_{ws\mu}\mathbf{A}_{i\mu} + \mathbf{L}^d_{ww\mu}\mathbf{U}_{i\mu}.\end{gathered} \tag{30}$$

Их можно рассматривать в качестве граничных условий для амплитудных векторов на дефекте в регулярной решетке. Нас в большей степени интересует первое уравнение из (30), так как оно позволяет найти векторы $\mathbf{A}_{i,s\mu}$. После их определения при помощи второго соотношения (30) не составляет труда найти векторы $\mathbf{U}_{r\mu}$.

Допустим, что анализируемая неоднородная решетка является по-прежнему однородной, но в ЭИ с дефектами введены КИ. Тогда первое уравнение (30) приобретает вид

$$\mathbf{A}_{s\mu} = \mathbf{L}_{ss\mu}\mathbf{A}_{i\mu} + \mathbf{L}_{sw\mu}\mathbf{U}_{i\mu} + \mathbf{V}_\xi\delta_{\mu,\xi}. \tag{31}$$

Вместе с тем для ЭИ с дефектами, множество которых мы описываем при помощи индекса ξ, должно выполняться первое уравнение (30). Подставим его в соотношение (31) и найдем КИ:

$$\mathbf{V}_\xi = \left(\mathbf{L}^d_{ss\xi} - \mathbf{L}_{ss}\right)\mathbf{A}_{i\xi} + \left(\mathbf{L}^d_{sw\xi} - \mathbf{L}^d_{sw}\right)\mathbf{U}_{i\xi}. \tag{32}$$

Поскольку в выражение (32) входят только параметры ЭИ с дефектами, то символ Кронекера в нем опущен. При помощи найденной выше функции Грина можем выразить амплитудные векторы $\mathbf{A}_{i\xi}$ через КИ и получить для них искомую СЛАУ, описывающую решетку с дефектами:

$$\begin{gathered}\mathbf{V}_\xi - \Delta\mathbf{L}_{ss\xi}\sum_\nu \mathbf{G}_{i\xi,\nu}\mathbf{V}_\nu = \\ = \Delta\mathbf{L}_{ss\xi}\sum_\nu \mathbf{G}_{i\xi,\nu}\mathbf{L}_{sw}\mathbf{U}_{i\nu} + \Delta\mathbf{L}_{sw\xi}\mathbf{U}_{i\xi}.\\ \Delta\mathbf{L}_{ss\xi} = \mathbf{L}^d_{ss\xi} - \mathbf{L}_{ss},\quad \Delta\mathbf{L}_{sw\xi} = \mathbf{L}^d_{sw\xi} - \mathbf{L}_{sw}.\end{gathered} \tag{33}$$

В правой части (33) находятся известные величины. В квазипериодическом режиме уравнение (33) имеет следующий вид:

$$\begin{gathered}\mathbf{V}_\xi - \Delta\mathbf{L}_{ss\xi}\sum_\nu \mathbf{G}_{i\xi,\nu}\mathbf{V}_\nu = \\ = \left(\Delta\mathbf{L}_{ss\xi}\mathbf{q}_{i0} + \Delta\mathbf{L}_{sw\xi}\right)\mathbf{U}_0\exp(-i\boldsymbol{\kappa}_0\mathbf{r}_\xi).\end{gathered} \tag{34}$$

Рассмотрим далее решение задачи о решетке в квазипериодическом режиме, в которой удален один ЭИ. Такой ЭИ не создает рассеянных волн, и поэтому для него выполняются соотношения:

$$\Delta\mathbf{L}_{ss\xi} = -\mathbf{L}_{ss},\quad \Delta\mathbf{L}_{sw\xi} = -\mathbf{L}_{sw}. \tag{35}$$

Принимая во внимание, что решетка содержит единственный дефект, преобразуем уравнение (34) и находим неизвестный КИ:

$$\begin{gathered}\mathbf{V}_\xi = -\left(\mathbf{E} + \mathbf{L}_{ss}\mathbf{G}_{i\xi,\xi}\right)^{-1}\left(\mathbf{L}_{ss}\mathbf{q}_{i0} + \mathbf{L}_{sw}\right)\times\\ \times\,\mathbf{U}_0\exp(-i\boldsymbol{\kappa}_0\mathbf{r}_\xi).\end{gathered} \tag{36}$$

Используем соотношение (26):

$$\mathbf{V}_\xi = -\left(\mathbf{G}_{s\xi,\xi}\right)^{-1}\mathbf{q}_{s0}\mathbf{U}_0\exp(-i\boldsymbol{\kappa}_0\mathbf{r}_\xi). \tag{37}$$

Проверим выполнение граничного условия для ЭИ с дефектом, которое состоит в выполнении равенства $\mathbf{A}_{s\xi} = 0$. Для этого подставим полученное решение (37) в формулу (29). Нетрудно убедиться, что искомое равенство для решения (37) удовлетворяется.

5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДПФ МАТРИЦЫ СВЯЗЕЙ

Наиболее сложным с вычислительной точки зрения вопросом реализации алгоритма МКИ является расчет функции Грина решетки. Как видно из приведенных выше результатов, функция Грина представляется в виде двойного интеграла в конечных пределах от матричной функции $\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{\kappa})$, которая, в свою очередь, выражается через ДПФ множества матриц связей $\mathbf{Q}(\boldsymbol{\kappa})$. Если матричная функция $\mathbf{Q}(\boldsymbol{\kappa})$ определена, то дальнейший расчет функции Грина сводится к относительно простым операциям: взятию обратной матрицы и интегрированию в конечных пределах.

Отметим, что при решении аналогичной задачи для фотонных и электромагнитных кристаллов [9] интегрирование представляло существенную сложность, так как подынтегральные функции содержали полюса, которые необходимо было предварительно найти и затем особым образом учесть. Эти полюса соответствовали постоянным распространения собственных волн кристаллов. Их появление было следствием физической природы данных периодических структур, как сред, в которых распространяются электромагнитные волны.

В случае антенных решеток ситуация обратная. В них появление распространяющихся вдоль поверхности решетки волн является аномалией, которую стараются избежать, так как она может быть причиной возникновения эффекта ослепления решетки. Поэтому элементы матрицы $\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{\kappa})$, как правило, не содержат таких особенностей как полюса, и их можно интегрировать численно.

Таким образом, ключевым этапом при расчете функции Грина оказывается определение матричной функции $\mathbf{Q}(\boldsymbol{\kappa})$. Взятие ДПФ связано с вычислением двойных медленно сходящихся рядов. Построение эффективного алгоритма решения этой задачи представляет особый интерес, и мы его рассмотрим в деталях.

Представим матричную функцию $\mathbf{Q}(\boldsymbol{\kappa})$ следующим образом:

$$\mathbf{Q}(\boldsymbol{\kappa}) = \sum_{\mu \in S}{}^{(0)} \left(\mathbf{K}_\mu - \mathbf{K}_{a\mu}\right) \exp(i\boldsymbol{\kappa}\mathbf{r}_\mu) + \mathbf{Q}_a(\boldsymbol{\kappa}),$$
$$\mathbf{Q}_a(\boldsymbol{\kappa}) = \sum_{\mu}{}^{(0)} \mathbf{K}_{a\mu} \exp(i\boldsymbol{\kappa}\mathbf{r}_\mu), \tag{38}$$

где $\mathbf{K}_{a\mu}$ – асимптотическое представление матрицы связей, верное при больших расстояниях между элементами решетки. В первом выражении (38) суммирование ведется в пределах некоторой конечной области S, а во втором – в бесконечных пределах по всем элементам решетки за исключением нулевого. Переход к суммированию в конечных пределах возможен благодаря тому, что разность матриц $\mathbf{K}_\mu - \mathbf{K}_{a\mu}$ убывает на бесконечности значительно быстрее, чем исходные матрицы связей. Конечную сумму можно брать численно. Таким образом, наша задача сводится к построению алгоритма определения матрицы $\mathbf{Q}_a(\boldsymbol{\kappa})$, выражающейся через бесконечные ряды.

В работе [8] получено асимптотическое представление для элементов матрицы связей:

$$\mathbf{K}_{a\mu} = \left(\mathbf{a}_1 \frac{\exp(-ikr_\mu)}{r_\mu} + \mathbf{a}_2 \frac{\exp(-ikr_\mu)}{r_\mu^2}\right) \exp(-i\mathbf{m}\varphi_\mu), \tag{39}$$
$$\mathbf{m}_{N,M} = m_N - m_M,$$

где M – номер пространственной гармоники μ-го ЭИ, а N – номер гармоники нулевого ЭИ, m – азимутальный индекс гармоник, r_μ, φ_μ – радиальная и азимутальная координаты μ-го ЭИ в системе координат нулевого ЭИ, $\mathbf{a}_{1,2}$ – известные матрицы. Матричный азимутальный индекс $\mathbf{m}$ введен нами для сокращения записи. Функцию от матричного индекса следует понимать в смысле почленного применения данной функции к его элементам, например, функция $\exp(-i\mathbf{m}\varphi_\mu)$ означает матрицу, элементы которой равны $\exp(-i\mathbf{m}_{N,M}\varphi_\mu)$.

К сожалению, непосредственно использовать выражения (39) для вычисления ДПФ нецелесообразно. Мы увидим далее, что для преобразования рядов удобно использовать представление членов ряда в виде интегралов Фурье. В то же время построить такие разложения для функций, входящих в формулу (39), затруднительно. Поэтому мы поступим следующим образом: введем новые асимптотические представления для матриц связей, которые отличаются от формул (39), но при $r_\mu \to \infty$ совпадают с ними с точностью до членов порядка r_μ^{-2}. Они имеют вид

$$\mathbf{K}_{a\mu} = F_{1\mu} + F_{2\mu},$$
$$\mathbf{F}_{1\mu} = \mathbf{A}_1 \int_0^{2\pi} \frac{\exp(-ikR_\mu)}{R_\mu} \exp(-i\mathbf{m}\varphi')d\varphi', \tag{40}$$

$$\mathbf{F}_{2\mu} = \lim_{z \to 0} \left(\frac{\mathbf{A}_2}{z} \frac{\partial}{\partial z} \int_0^{2\pi} \frac{\exp(-ikR_\mu)}{R_\mu} \exp(-i\mathbf{m}\varphi')d\varphi' \right), \tag{41}$$
$$R_\mu = \sqrt{r_\mu^2 - 2r_\mu r' \cos(\varphi_\mu - \varphi') + r'^2 + z^2}.$$

Параметр r' является свободным параметром, выбор которого обсудим ниже. Координата z в окончательных выражениях должна равняться нулю. Имея это в виду, далее знак предела будем опускать. Матрицы $\mathbf{A}_{1,2}$ будут определены из условия тождества асимптотик выражений (41) и (39). Возьмем в формулах (41) производную по z и получим в явном виде выражение для $\mathbf{F}_{2\mu}$:

$$\mathbf{F}_{2\mu} = -\mathbf{A}_2 \int_0^{2\pi} \frac{\exp(-ikR_\mu)}{R_\mu^2} \left(ik + \frac{1}{R_\mu} \right) \exp(-i\mathbf{m}\varphi')d\varphi'. \tag{42}$$

Чтобы найти матрицы $\mathbf{A}_{1,2}$ необходимо определить асимптотики интегралов в (41) с точностью до слагаемых порядка r_μ^{-2}. Отметим, что главный член разложения для $\mathbf{F}_{1\mu}$ имеет порядок r_μ^{-1}, тогда как для $\mathbf{F}_{2\mu}$ он пропорционален r_μ^{-2}. Поэтому нам необходимо для $\mathbf{F}_{1\mu}$ найти оба асимптотических члена, а для $\mathbf{F}_{2\mu}$ можно ограничиться одним.

Решение поставленной задачи типично для теории излучающих структур [15]. Оно основано на разложении функции R_μ по степеням расстояния r_μ. При этом в отличие от задачи вычисления диаграммы направленности для определения слагаемых порядка r_μ^{-2} нам необходимо удерживать два члена разложения.

Опуская подробные преобразования, приведем выражения для асимптотик в интегральной форме:

$$\mathbf{F}_{1a\mu} = \mathbf{A}_1 \int_0^{2\pi} \frac{\exp(-ik(r_\mu - r'\cos(\varphi_\mu - \varphi'))}{r_\mu} \times$$
$$\times \left[1 + \frac{r'}{r_\mu}\cos(\varphi_\mu - \varphi') - \right.$$
$$\left. - \frac{ikr'^2}{4r_\mu}\left(1 - \cos 2(\varphi_\mu - \varphi')\right)\right] \exp(-i\mathbf{m}\varphi')d\varphi', \quad (43)$$
$$\mathbf{F}_{2a\mu} =$$
$$= \mathbf{A}_2 \int_0^{2\pi} \frac{\exp(-ik(r_\mu - r'\cos(\varphi_\mu - \varphi'))}{r_\mu^2} \exp(-i\mathbf{m}\varphi')d\varphi'.$$

Воспользуемся далее известным соотношением [15]:

$$\exp(ikr'\cos(\varphi_\mu - \varphi')) = \\ = \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n \exp(-in(\varphi_\mu - \varphi'))J_n(kr'), \quad (44)$$

где J_n – функция Бесселя.

Используя ортогональность функций $\exp(in\varphi')$ вычисляем интегралы в формулах (43) и получаем

$$\mathbf{F}_{1a\mu} = \frac{\exp(-ikr_\mu - i\mathbf{m}\varphi_\mu)}{r_\mu}\left(\mathbf{b}_1 + \frac{\mathbf{c}_1}{r_\mu}\right)\mathbf{A}_1,$$
$$\mathbf{F}_{2a\mu} = \frac{\exp(-ikr_\mu - i\mathbf{m}\varphi_\mu)}{r_\mu^2}\mathbf{c}_2\mathbf{A}_2, \quad \mathbf{b}_1 = 2\pi i^{\mathbf{m}} J_{\mathbf{m}}, \quad (45)$$

$$\mathbf{c}_1 = 2\pi i^{\mathbf{m}+1} \times$$
$$\times \left(\frac{J_{\mathbf{m}+1} - J_{\mathbf{m}-1}}{2} - \frac{kr'}{8}\left(J_{\mathbf{m}+2} + J_{\mathbf{m}-2} - 2J_{\mathbf{m}}\right)\right), \quad (46)$$
$$\mathbf{c}_2 = -ik\mathbf{b}_1.$$

Требуя асимптотического равенства выражений (44) и (39), получаем соотношения для элементов матриц $\mathbf{A}_{1,2}$:

$$\mathbf{A}_{1N,M} = \frac{\mathbf{a}_{1N,M}}{\mathbf{b}_{1N,M}}, \quad \mathbf{A}_{2N,M} = \frac{\mathbf{a}_{2N,M}}{\mathbf{c}_{2N,M}} - \frac{\mathbf{a}_{1N,M}\mathbf{c}_{1N,M}}{\mathbf{b}_{1N,M}\mathbf{c}_{2N,M}}. \quad (47)$$

Таким образом, задача определения искомых матриц решена и выражения (41), (42) определены полностью.

Следующий этап связан с выводом представлений функций $\mathbf{F}_{1,2\mu}$ в виде двойных интегралов Фурье. Для этого воспользуемся формулой для функции Грина свободного пространства, из которой следует:

$$\frac{\exp(-ikR_\mu)}{R_\mu} = \frac{1}{2\pi}\int_{\boldsymbol{\alpha}} \frac{\exp(-i\boldsymbol{\alpha}(\mathbf{r}_\mu - \mathbf{r}') - \gamma z)}{\gamma} d\boldsymbol{\alpha},$$
$$\gamma = \sqrt{|\boldsymbol{\alpha}|^2 - k^2}, \quad |\boldsymbol{\alpha}| = \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2}, \quad (48)$$

где $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2)$ – вектор спектральных параметров, изменяющихся в бесконечных пределах, а $\mathbf{r} = (x, y)$ радиус-вектор, заданный в плоскости XOY. Интегрирование в (48) ведется по всей области определения спектральных параметров.

Подставим формулу (48) в выражения (40). Воспользуемся еще раз соотношением (44) для представления функции $\exp(-i\boldsymbol{\alpha}\mathbf{r}')$ в виде разложения по азимутальным гармоникам и получим следующие интегральные представления функций $\mathbf{F}_{1,2\mu}$:

$$\mathbf{F}_{1\mu} = \mathbf{A}_1 \int_{\boldsymbol{\alpha}} \frac{\exp(-i\boldsymbol{\alpha}\mathbf{r}_\mu - \gamma z - i\mathbf{m}\psi)}{\gamma} i^{\mathbf{m}} J_{\mathbf{m}}(|\boldsymbol{\alpha}|r')d\boldsymbol{\alpha},$$
$$\mathbf{F}_{2\mu} = -\frac{\mathbf{A}_2}{z} \times \quad (49)$$
$$\times \int_{\boldsymbol{\alpha}} \exp(-i\boldsymbol{\alpha}\mathbf{r}_\mu - \gamma z - i\mathbf{m}\psi))i^{\mathbf{m}} J_{\mathbf{m}}(|\boldsymbol{\alpha}|r')d\boldsymbol{\alpha},$$
$$\psi = \mathrm{atg}(\alpha_1, \alpha_2).$$

Соотношения (49) удобны для преобразования ДПФ (38). Для вывода формулы для функции $\mathbf{Q}_a(\boldsymbol{\kappa})$ нам необходимо добавить в ряд слагаемое с $\mu = 0$ и вычесть его, чтобы сумма осталась неизменной. Определить функции $\mathbf{F}_{1,20}$ можно при помощи формул (41) и (42), примем, что в них $r_\mu = 0$. Тогда от азимутальной координаты φ' будет зависеть только сомножитель $\exp(-i\mathbf{m}\varphi')$. Интеграл от него берется элементарно:

$$\mathbf{F}_{10} = 2\pi\mathbf{A}_1 \frac{\exp(-ikr')}{r'}\delta_{\mathbf{m},0},$$
$$\mathbf{F}_{20} = -2\pi\mathbf{A}_2 \frac{\exp(-ikr')}{r'^2}\left(ik + \frac{1}{r'}\right)\delta_{\mathbf{m},0}. \quad (50)$$

Теперь, подставляя интегральное разложение (49) в ряд (38), можем воспользоваться формулой суммирования Пуассона [16]:

$$\sum_\mu \exp(-i(\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\kappa})\mathbf{r}_\mu) = \frac{4\pi^2}{P_x P_y}\sum_{n,m}\delta(\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{\kappa}_{n,m}),$$
$$\boldsymbol{\kappa}_{n,m} = (\kappa_{xn}, \kappa_{ym}), \quad \kappa_{xn} = \kappa_x + \frac{2\pi n}{P_x}, \quad (51)$$
$$\kappa_{ym} = \kappa_y + \frac{2\pi m}{P_y},$$

где $\delta(x)$ – дельта-функция Дирака, индексы n, m меняются от минус до плюс бесконечности. Используя свойство дельта-функции мы берем интеграл по $d\boldsymbol{\alpha}$ и получаем

$$\mathbf{Q}_a = \mathbf{Q}_{a1} + \mathbf{Q}_{a2}, \quad \mathbf{Q}_{a1} = \mathbf{A}_1 \sum_{n,m} \frac{\exp(-\gamma_{n,m} z)}{\gamma_{n,m}} \mathbf{I}_{n,m} - \mathbf{F}_{10},$$
$$\mathbf{Q}_{a2} = -\frac{\mathbf{A}_2}{z} \sum_{n,m} \exp(-\gamma_{n,m} z) \mathbf{I}_{n,m} - \mathbf{F}_{20}, \tag{52}$$
$$\mathbf{I}_{n,m} = \exp(-i\mathbf{m}\psi_{n,m}) i^{\mathbf{m}} J_{\mathbf{m}}(|\boldsymbol{\alpha}_{n,m}| r').$$

В формуле для $\mathbf{Q}_{a1}$ мы можем положить $z = 0$. Относительно $\mathbf{Q}_{a2}$ такое утверждение несправедливо, поскольку переменная z находится в знаменателе. Хотя формально ряды в соотношениях (52) сходятся, тем не менее проблема улучшения их сходимости достаточно актуальна. Далее рассмотрим прием, позволяющих одновременно улучшить сходимость рядов и совершить предельный переход при $z \to 0$.

Введем следующие функции:

$$\boldsymbol{\Phi}_{1\mu} = \mathbf{A}_1 \int_0^{2\pi} \frac{\exp(-\nu R_\mu)}{R_\mu} \exp(-i\mathbf{m}\varphi') d\varphi',$$
$$\boldsymbol{\Phi}_{2\mu} = \frac{\mathbf{A}_2}{z} \frac{\partial}{\partial z} \int_0^{2\pi} \frac{\exp(-\nu R_\mu)}{R_\mu} \exp(-i\mathbf{m}\varphi') d\varphi', \tag{53}$$
$$\boldsymbol{\Psi}_{2\mu} = \beta \mathbf{A}_2 \int_0^{2\pi} \frac{\exp(-\nu R_\mu)}{R_\mu} \exp(-i\mathbf{m}\varphi') d\varphi',$$
$$\beta = -\left(\nu^2 + k^2\right)/2.$$

Они полностью аналогичны функциям $\mathbf{F}_{1,2\mu}$ за исключением замены параметра ik параметром ν. Он выбирается таким образом, чтобы все функции $\boldsymbol{\Phi}_{1,2\mu}$, $\boldsymbol{\Psi}_{2\mu}$, кроме $\boldsymbol{\Phi}_{1,20}$, $\boldsymbol{\Psi}_{20}$, можно было бы считать пренебрежимо малыми. Поскольку указанные функции убывают с ростом μ по экспоненциальному закону, близкому к $\exp(-\nu r_\mu)$, то удовлетворить поставленному требованию выбором значения ν возможно.

Проводя преобразования, полностью аналогичные приведенным выше, можем найти ДПФ от последовательностей $\boldsymbol{\Phi}_{1,2\mu}$, $\boldsymbol{\Psi}_{2\mu}$. Приведем выражения для них в порядке, соответствующем формулам (53):

$$\mathbf{P}_{a1} = \mathbf{A}_1 \sum_{n,m} \frac{\exp(-\xi_{n,m} z)}{\xi_{n,m}} \mathbf{I}_{n,m} = \boldsymbol{\Phi}_{10},$$
$$\mathbf{P}_{a2} = -\frac{\mathbf{A}_2}{z} \sum_{n,m} \exp(-\xi_{n,m} z) \mathbf{I}_{n,m} = \boldsymbol{\Phi}_{20}, \tag{54}$$
$$\mathbf{R}_{a2} = \beta \mathbf{A}_2 \sum_{n,m} \frac{\exp(-\xi_{n,m} z)}{\xi_{n,m}} \mathbf{I}_{n,m} = \boldsymbol{\Psi}_{20},$$
$$\xi_{n,m} = \sqrt{|\boldsymbol{\alpha}_{n,m}|^2 + \nu^2}.$$

Далее мы проводим с выражениями для $\mathbf{Q}_{a1,2}$ эквивалентные преобразования, вычитая из них выражения для ДПФ в виде рядов и прибавляя к ним выражения для ДПФ через $\boldsymbol{\Phi}_{1,20}$, $\boldsymbol{\Psi}_{20}$:

$$\mathbf{Q}_{a1} = \mathbf{A}_1 \sum_{n,m} \left(\frac{1}{\gamma_{n,m}} - \frac{1}{\xi_{n,m}} \right) \mathbf{I}_{n,m} - \mathbf{F}_{10} + \boldsymbol{\Phi}_{10},$$
$$\mathbf{Q}_{a2} = \mathbf{A}_2 \sum_{n,m} \left(\gamma_{n,m} - \xi_{n,m} - \frac{\beta}{\xi_{n,m}} \right) \mathbf{I}_{n,m} - \tag{55}$$
$$- \mathbf{F}_{20} + \boldsymbol{\Phi}_{20} + \boldsymbol{\Psi}_{20}.$$

Нетрудно убедиться, что общие члены рядов в (55) убывают значительно быстрее, чем в (52). Отметим также, что при выводе выражений (55) был совершен предельный переход при $z \to 0$. Соотношения (55) могут быть использованы для вычисления ДПФ матрицы связей.

6. МКИ ДЛЯ ОДНОМЕРНОЙ РЕШЕТКИ

Во многих практически важных случаях представляет интерес анализ одномерных решеток. Уравнения МКИ для них аналогичны представленным выше. Исключение составляет только алгоритм вычисления ДПФ матрицы связей. Ниже подробно опишем его, остальные соотношения приводим без вывода.

Функции Грина однородной линейной решетки:

$$\mathbf{G}_{s\mu,\xi} = \frac{P}{2\pi} \int_{-\pi/P}^{\pi/P} (\mathbf{E} - \boldsymbol{\omega}(\kappa))^{-1} \exp(-i\kappa(\mu - \xi)P)\, d\kappa,$$
$$\mathbf{G}_{i\mu,\xi} = \frac{P}{2\pi} \times \tag{56}$$
$$\times \int_{-\pi/P}^{\pi/P} \mathbf{Q}(\kappa)(\mathbf{E} - \boldsymbol{\omega}(\kappa))^{-1} \exp(-i\kappa(\mu - \xi)P)\, d\kappa,$$

где P – период решетки, μ, ξ – индексы, описывающие положение ЭИ и КИ в решетке.

Амплитудные векторы рассеянных и возбуждающих волн имеют вид:

$$\mathbf{A}_{s\mu} = \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \mathbf{G}_{s\mu,\nu} \mathbf{L}_{sw} \mathbf{U}_{i\nu} + \sum_{\xi} \mathbf{G}_{s\mu,\xi} \mathbf{V}_{\xi},$$
$$\mathbf{A}_{i\mu} = \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \mathbf{G}_{i\mu,\nu} \mathbf{L}_{sw} \mathbf{U}_{i\nu} + \sum_{\xi} \mathbf{G}_{i\mu,\xi} \mathbf{V}_{\xi}. \tag{57}$$

Рассмотрим далее алгоритм вычисления ДПФ матрицы связей линейной решетки. Представим матричную функцию $\mathbf{Q}(\kappa)$ в виде, аналогичном (38):

$$\mathbf{Q}(\kappa) = \sum_{\mu=-\mu_m}^{\mu_m} {}^{(0)}\left(\mathbf{K}_\mu - \mathbf{K}_{a\mu}\right)\exp(i\kappa\mu P) + \mathbf{Q}_a(\kappa),$$
$$\mathbf{Q}_a(\kappa) = \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} {}^{(0)}\mathbf{K}_{a\mu}\exp(i\kappa\mu P), \quad (58)$$

где $\mathbf{K}_{a\mu}$ – асимптотическое представление матрицы связей, верное при больших расстояниях между элементами решетки. В работе [8] получено асимптотическое представление для элементов матрицы связей (39). Отметим, что для линейной решетки угол φ_μ принимает два значения: 0 при $\mu > 0$ и π при $\mu < 0$. Таким образом, вычисление матрицы $\mathbf{Q}_a(\kappa)$ сводится к суммированию рядов $S_{1,2}$:

$$S_1(x) = \sum_{\mu=1}^{\infty}\frac{\exp(-i\mu x)}{\mu}, \quad S_2(x) = \sum_{\mu=1}^{\infty}\frac{\exp(-i\mu x)}{\mu^2}. \quad (59)$$

Первый ряд берется аналитически [17]:

$$S_1(x) = \ln\frac{1}{1-\exp(-ix)}. \quad (60)$$

Второй ряд суммировать аналитически не удается, но для него можно предложить приближенное выражение, выбирая в котором параметр N_m достаточно большим, можно рассчитать ряд $S_2(x)$ с любой требуемой точностью:

$$S_2(x) = \left(1 + \left(\exp(ix) - 1\right)\ln\left(1 - \exp(-ix)\right)\right) + \\ + \sum_{n=1}^{N_m}\exp(-inx)\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n(n+1)}\right).$$

На практике достаточно взять параметр N_m в пределах 5...7.

Ниже приводим окончательное выражение для матрицы $\mathbf{Q}_a(\kappa)$:

$$\mathbf{Q}_a(\kappa) = \frac{\mathbf{a}_1}{P}\left(S_1((k-\kappa)P)\mathbf{q} + S_1((k+\kappa)P)\right) + \\ + \frac{\mathbf{a}_2}{P^2}\left(S_2((k-\kappa)P)\mathbf{q} + S_2((k+\kappa)P)\right), \quad (61)$$
$$\mathbf{q}_{N,M} = \exp(-i\pi(m_N - m_M)).$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в данной работе развит метод КИ для случая бесконечной антенной решетки, позволяющий решать граничные электродинамические задачи для решеток, содержащих дефекты, т.е. ЭИ с параметрами, отличающимися от параметров элементов регулярной структуры. Важным этапом развития МКИ является применение метода ОМР для описания ЭИ и их взаимодействия между собой через свободное пространство. В работе также рассмотрен имеющий важное практическое значение вопрос о построении эффективного алгоритма расчета функции Грина решетки, которая играет определяющую роль для применения МКИ.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена за счет бюджетного финансирования в рамках государственного задания по теме 0030-2019-0014.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Банков С.Е., Курушин А.А.* Электродинамика для пользователей САПР СВЧ. М.: Солон-Пресс, 2017.
2. *Гупта К., Гардж Р., Чадха Р.* Машинное проектирование СВЧ устройств. М.: Радио и связь, 1987.
3. *Xiao G.B., Mao J.F., Yuan B.* // IEEE Trans. 2008. V. AP-56. № 12. P. 3723.
4. *Xiang S., Xiao G., Tian X., Mao J.* // IEEE Trans. 2013. V. AP-61. № 11. P. 5453.
5. *Roblin C.* // Proc. First Eur. Conf. on Antennas and Propagation. France, Nice. 2006. P. 1.
6. *Кузикова Н.И.* // Антенны. 2004. № 1. С. 79.
7. *Mohammad A., Homayoon O.* // IEEE Trans. 2018. V. AP-66. № 11. P. 6233.
8. *Банков С.Е.* // РЭ. 2020. Т. 65. № 1. С. 130.
9. *Банков С.Е.* Электромагнитные кристаллы. М.: Физматлит, 2010.
10. *Joannopopoulus J.D., Meade R.D., Winn J.N.* Photonic Crystals: Molding the Flow of Light. Princeton, NJ: Princeton Univ. Press, 1995.
11. *Mekis A., Chen J.C., Kurland I. et al.* // Phys. Rev. Lett. V. 77. № 18. P. 3787.
12. *Банков С.Е.* // РЭ. 2005. Т. 50. № 9. С. 23.
13. *Банков С.Е.* // РЭ. 2019. Т. 64. № 11. С. 1049.
14. *Bankov S.E., Duplenkova M.D.* // First Intern. Congress on Advanced Electromagnetic materials in Microwaves and Optics. 21–26 October 2007. Rome. Italy. P. 288.
15. *Марков Г.Т., Чаплин А.Ф.* Возбуждение электромагнитных волн. М.: Радио и связь, 1983.
16. *Амитей Н., Галиндо В., Ву Ч.* Теория и анализ фазированных антенных решеток. М.: Мир, 1974.
17. *Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И.* Интегралы и ряды. М.: Физматлит, 2002. Т. 1.

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА, 2020, том 65, № 2, с. 128–134

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА
И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 538.566.2;621.372.8

ПЛАЗМОННЫЕ РЕЗОНАНСЫ В КВАДРАТНОЙ И ПРЯМОУГОЛЬНОЙ НАНОПЛАСТИНАХ ИЗ БЛАГОРОДНЫХ МЕТАЛЛОВ

© 2020 г. А. П. Анютин*

Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
пл. Введенского, 1, Фрязино Московской обл., 141190 Российская Федерация

**E-mail: anioutine@mail.ru*

Поступила в редакцию 21.05.2018 г.
После доработки 21.05.2019 г.
Принята к публикации 05.06.2019 г.

Рассмотрена двумерная задача дифракции плоской электромагнитной волны *TM*-типа на цилиндрической структуре из серебра или золота, контур поперечного сечения которой представляет собой квадрат или прямоугольник. В диапазоне длин волн 300 нм < λ < 900 нм строгим численным методом рассчитаны спектры поперечника рассеяния и диаграммы рассеяния. Исследовано влияние потерь среды, геометрических размеров структуры и угла падения плоской волны на поперечник рассеяния и диаграмму рассеяния. Показано, что реальные потери золота делают невозможным существование мультипольных резонансов при размерах пластины, существенно меньше длины волны. В случае серебряной пластины положение дипольного и наличие мультипольного резонансов зависит как от длины и толщины пластины, так и от угла падения плоской волны.

DOI: 10.31857/S0033849420020011

ВВЕДЕНИЕ

Как известно, дифракция электромагнитных волн на наноструктурах из благородных металлов (серебра, золота) в световом диапазоне длин волн сопровождается как образованием поверхностных волн (плазмон-поляритонов), так существованием их резонансов. При этом интерес к исследованию свойств плазмон-поляритонов связан главным образом с высокой локализацией электромагнитного поля вблизи поверхности наноструктур, которая позволяет использовать их в субволновом и ближнепольном зондировании. Так, нанопровода из серебра и золота широко применяются в качестве сенсоров [1]. Отметим, что плазмонные резонансы в цилиндрических наноструктурах (нитях) с круглым сечением реализуются в ультрафиолетовой части спектра. Используя нанотрубки, можно сместить частоты плазмонных резонансов в видимую область светового диапазона [2, 3]. В работе [4] исследованы плазмонные резонансы в кварцевой нанонити, покрытой слоем золота переменной толщины в предположении, что границами оболочки являются круговые цилиндры со смещенными центрами. Различные геометрии оболочек из серебра и кварца, контуры поперечного сечения которых образованы круговыми или круговыми и эллиптическими цилиндрами рассматривались в работах [5–7].

Цель данной работы состоит в исследовании особенностей плазмонных резонансов в 2D-наноструктурах из серебра (золота) в случае, когда контур поперечного сечения структуры представляют собой квадрат (прямоугольник) с разными соотношениями сторон. Из близких по тематике работ отметим [8–11].

1. ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим двумерную задачу дифракции плоской электромагнитной линейно-поляризованной волны на двумерной цилиндрической диэлектрической структуре (пластине), поперечное сечение которой представляет собой квадрат (рис. 1а) или прямоугольник (рис. 1б). Плоская волна распространяется в направлении единичного вектора $(\cos\varphi_0, \sin\varphi_0, 0)$ и характеризуется следующими компонентами электромагнитного поля:

$$\begin{gathered} H_z^0 = \exp(-ikx\cos\varphi_0 - iky\sin\varphi_0), \\ E_x^0 = -\eta\sin\varphi_0\exp(-ikx\cos\varphi_0 - iky\sin\varphi_0), \qquad (1) \\ E_y^0 = \eta\cos\varphi_0\exp(-ikx\cos\varphi_0 - iky\sin\varphi_0). \end{gathered}$$

Зависимость от времени выбрана в виде $\exp(i\omega t)$, где $\omega = kc$ – круговая частота, $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число свободного пространства, c –

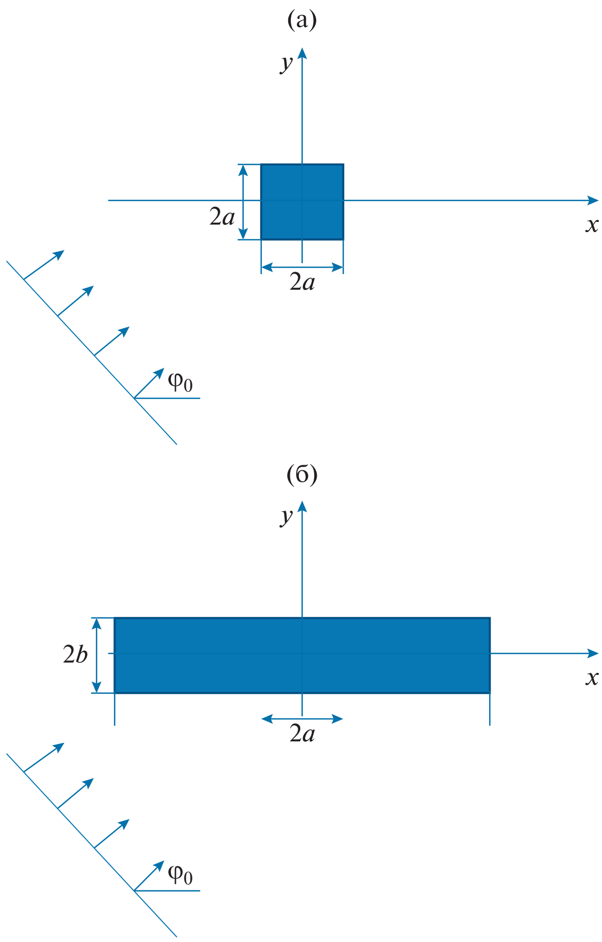

Рис. 1. Геометрия задачи для квадратной (а) и прямоугольной (б) пластины.

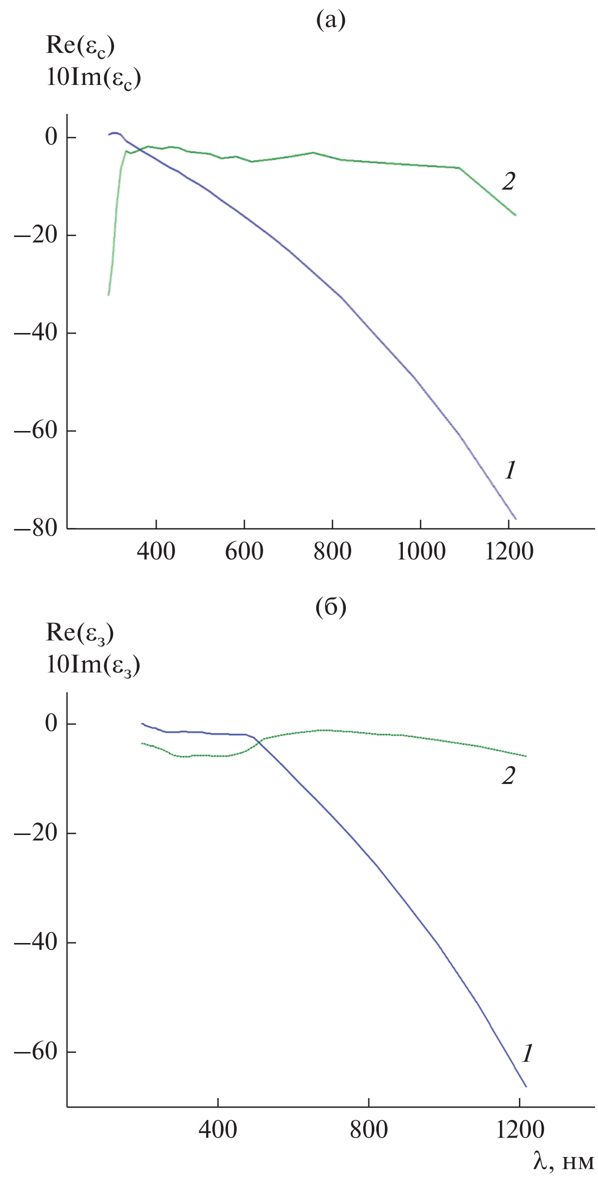

Рис. 2. Зависимости действительной (*1*) и мнимой (*2*) частей относительной диэлектрической проницаемости серебра (а) и золота (б) от длины волны.

скорость света в вакууме, λ – длина волны, $\eta = 120\pi$ Ом – волновое сопротивление вакуума.

Для структуры, изображенной на рис. 1б, контур поперечного сечения описывается формулой

$$(x/a)^N + (y/b)^N = 1, \tag{2}$$

где $N \gg 1$ (например, при $N = 18$) и $a \neq b$. Если в (2) принять $a = b$, то формула (2) будет описывать границу структуры (диэлектрической пластины) с контуром поперечного сечения в виде квадрата (см. рис. 1а). Считается, что среда структуры представляет собой серебро (либо золото). При этом частотная зависимость относительной диэлектрической проницаемости $\varepsilon_c(\lambda) = \varepsilon' - i\varepsilon'' \equiv \mathrm{Re}(\varepsilon_c) - i\,\mathrm{Im}(\varepsilon_c)$ серебра (или золота $\varepsilon_з(\lambda)$) рассчитывалась на основе интерполяции экспериментальных данных работы [12] кубическими сплайнами. На рис. 2а представлена зависимость действительной и мнимой частей относительной диэлектрической проницаемости серебра. Аналогичные зависимости для случая золота изображены на рис. 2б.

Пространственное распределение диэлектрической проницаемости для структур, изображенных на рис. 1, имеет вид

$$\bar{\varepsilon}(x,y) = \begin{cases} \varepsilon_{c,з}, & (x/a)^N + (y/b)^N < 1. \\ 1, & (x/a)^N + (y/b)^N > 1. \end{cases} \tag{3}$$

Исследование сформулированной задачи дифракции удобнее проводить, используя z-компоненту $U(x,y) = H_z(x,y)$ магнитного поля, так как краевая задача для функции $U(x,y)$ является скалярной. Полное поле $U(x,y)$, т.е. суперпозиция падающего и рассеянного полей, в кусочно-по-

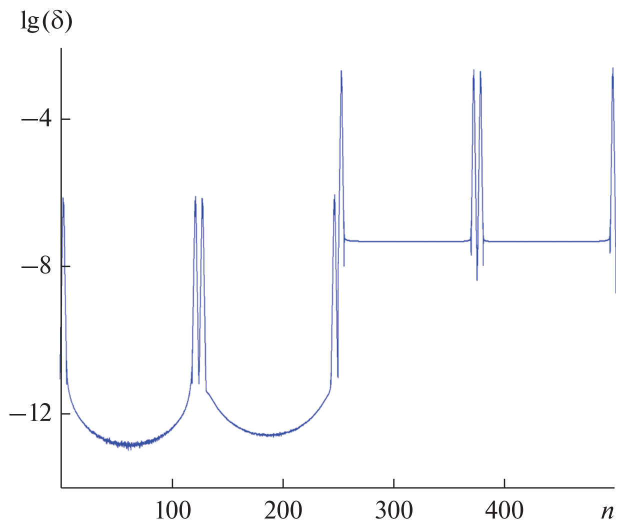

Рис. 3. Распределение абсолютных значений невязки граничных условий вдоль контура серебряной пластины при $a = 50$, $b = 5$ нм.

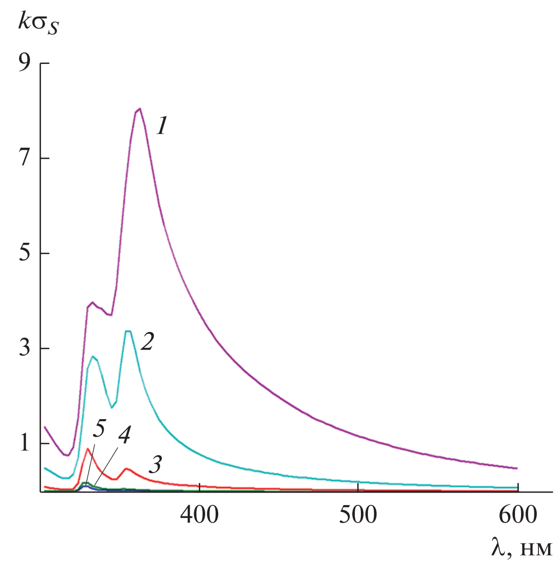

Рис. 4. Зависимость нормированного поперечника рассеяния от длины волны при угле падения $\varphi_0 = 0$ плоской волны для серебряной пластины с параметрами: $a = 50$ нм и $b = 50$ (*1*), 25 (*2*), 12.5(*3*), 6.25 (*4*) и 5 нм (*5*).

стоянной среде (3) удовлетворяет уравнению Гельмгольца

$$\frac{\partial^2 U(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U(x,y)}{\partial y^2} + k^2 \bar{\varepsilon}(x,y) U(x,y) = 0. \quad (4)$$

Компоненты электрического поля могут быть выражены через функцию $U(x, y)$

$$E_x(x,y) = \frac{\eta}{ik\bar{\varepsilon}(x,y)} \frac{\partial U(x,y)}{\partial y}, \qquad E_y(x,y) = -\frac{\eta}{ik\bar{\varepsilon}(x,y)} \frac{\partial U(x,y)}{\partial x}. \quad (5)$$

На границах структуры должны быть непрерывны величины U и $\frac{1}{\bar{\varepsilon}}\frac{\partial U}{\partial N}$, где $\frac{\partial U}{\partial N}$ – производная по направлению нормали к границе раздела сред.

Как уже отмечалось, полное поле вне пластины состоит из падающего (U^0) и рассеянного (U^s) полей. Падающее поле задано функцией

$$U^0 = \exp(-ikx\cos\varphi_0 - iky\sin\varphi_0). \quad (6)$$

Рассеянное поле в цилиндрической системе координат (r, φ), где $x = r\cos\varphi$ и $y = r\sin\varphi$, в дальней зоне ($kr \to \infty$) должно удовлетворять условию излучения

$$U^s = \Phi(\varphi)\sqrt{\frac{2}{\pi kr}}\exp\left(-ikr + i\frac{\pi}{4}\right), \quad (7)$$

где $\Phi(\varphi)$ – диаграмма рассеяния.

Полное сечение рассеяния σ_S определяется формулой

$$\sigma_S = \frac{2}{\pi k}\int_0^{2\pi} |\Phi(\varphi)|^2 d\varphi. \quad (8)$$

2. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Численное решение сформулированной задачи проводилось модифицированным методом дискретных источников [13, 14]. При этом точность решения задачи контролировалась путем вычисления невязки δ граничных условий в линейной норме в точках, расположенных в середине между точками, где граничные условия выполняются точно (в таких точках граничные условия выполняются наихудшим образом [13]). Во всех приведенных ниже расчетах максимальная невязка граничных условий не превышает величину $\delta < 10^{-3}$. Пример типичного распределения невязки $\delta(n)$ вдоль контура (2) пластины из серебра (n – номер точки на контуре) представлен на рис. 3 (параметры контура (2) полагали следующими: $N = 18$, $a = 50$ нм, $b = 5$ нм).

Рассмотрим сначала поведение нормированного поперечника рассеяния $k\sigma_S$ в зависимости от длины волны λ (во всех представленных ниже результатах λ изменяется в пределах 300 нм < λ < 600 нм для серебра и 300 нм < λ < 900 нм для золота) для случая серебряной пластины при различных углах падения φ_0 плоской волны.

На рис. 4 представлены результаты расчета нормированного поперечника рассеяния $k\sigma_S$ для угла падения $\varphi_0 = 0$, т.е. когда плоская волна падает ("освещает") на узкую часть пластины и распространяется вдоль ее широкой части. При этом кривая *1* соответствует случаю квадратной пла-

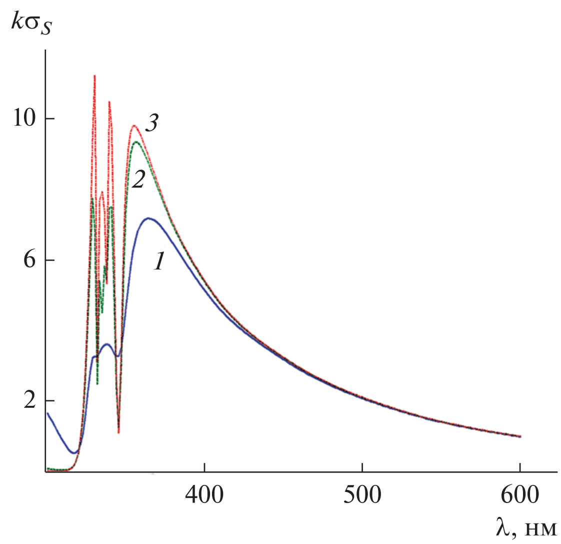

Рис. 5. Зависимость нормированного поперечника рассеяния от длины волны при $\varphi_0 = 0$, $a = b = 50$ нм, $\varphi_0 = 0$ и различных потерях серебра: $\mathrm{Im}(\varepsilon) = 0$ (*1*), $0.1\mathrm{Im}(\varepsilon_c)$ (*2*) и $0.001\ \mathrm{Im}(\varepsilon_c)$ (*3*).

стины, а кривые *2*–*5* – прямоугольной пластины с $a = 50$ нм и $b = 25$, 125, 6.25 и 5 нм. Из рисунка следует, что во всех случаях кривые *1*–*5* содержат два максимума, соотношение амплитуд которых изменяются при уменьшении толщины пластины. При этом максимумы лежат в диапазоне длин волн 320 нм $< \lambda <$ 360 нм и практически мало изменяют свое положение.

Для понимания происхождения этих максимумов на рис. 5 приведены результаты расчета нормированного поперечника рассеяния $k\sigma_S$ при $a = b = 50$ нм, $\varphi_0 = 0$ и различных значениях мнимой части относительной диэлектрической проницаемости серебра, которые определяют потери среды. Из этого рисунка следует, что при малых значениях потерь среды ($\mathrm{Im}(\varepsilon) \le \mathrm{Im}(\varepsilon_c)$) можно наблюдать как дипольный, так и мультипольные резонансы. Кроме того, видно, что для реальных значений $\mathrm{Im}(\varepsilon_c)$ у такой серебряной пластины первый (правый) максимум поперечника рассеяния $k\sigma_S$ соответствует дипольному резонансу, а второй (левый) максимум – результат слияния нескольких мультипольных резонансов.

Следует обратить внимание, что применение методики и результаты работы [14] вызывают серьезные сомнения для случая тонких нанопластин из благородных металлов. С одной стороны, это связано с тем, что толщина пластины $2b$ не должна быть меньше $2b \le 10$ нм, так как при толщине пластины $2b < 10$ нм необходимо учитывать эффекты, связанные с пространственной дисперсией, а при $2b \le 5$ нм – привлекать квантовую механику для описания взаимодействия электромагнитной волны с пластиной [1]. С другой стороны, при $2b > 10$ нм имеет место достаточно сильное изменение поля поперек пластины, что принципиально не учитывается в методике работы [14]. Кроме того, заметим, что ссылка на работу [13] в качестве теста является некорректной, поскольку в ней отсутствуют соответствующие расчеты поперечника рассеяния на основе применения метода поверхностных интегральных уравнений, подтверждающие результат работы [14].

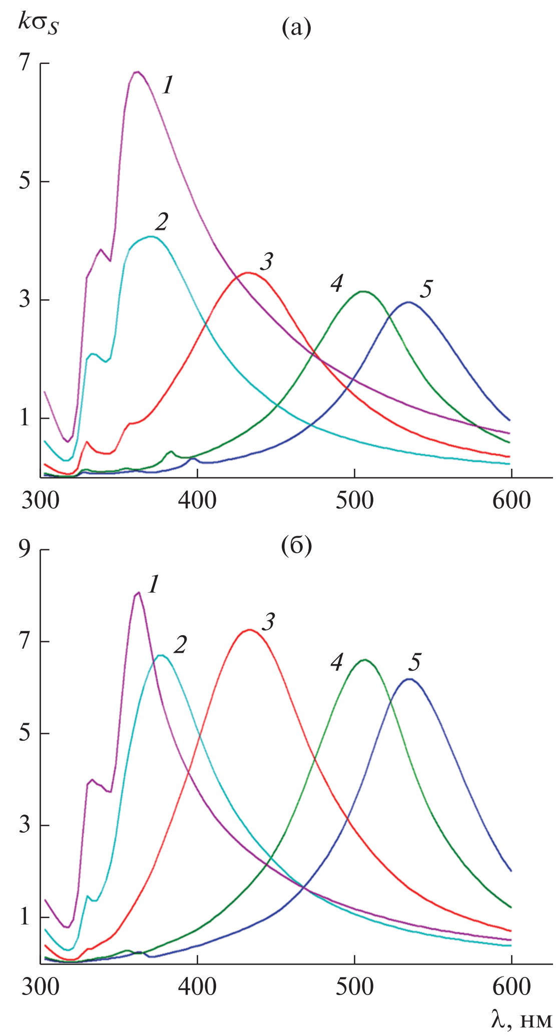

Рис. 6. Зависимость нормированного поперечника рассеяния от длины волны при углах падения $\varphi_0 = \pi/4$ (а) и $\varphi_0 = \pi/2$ (б) плоской волны для серебряной пластины с параметрами: $a = 50$ нм и $b = 50$ (*1*), 25 (*2*), 12.5(*3*), 6.25 (*4*) и 5 нм (*5*).

На рис. 6а и 6б представлены результаты расчета нормированного поперечника рассеяния $k\sigma_S$ для углов падения плоской волны $\varphi_0 = \pi/4$ и

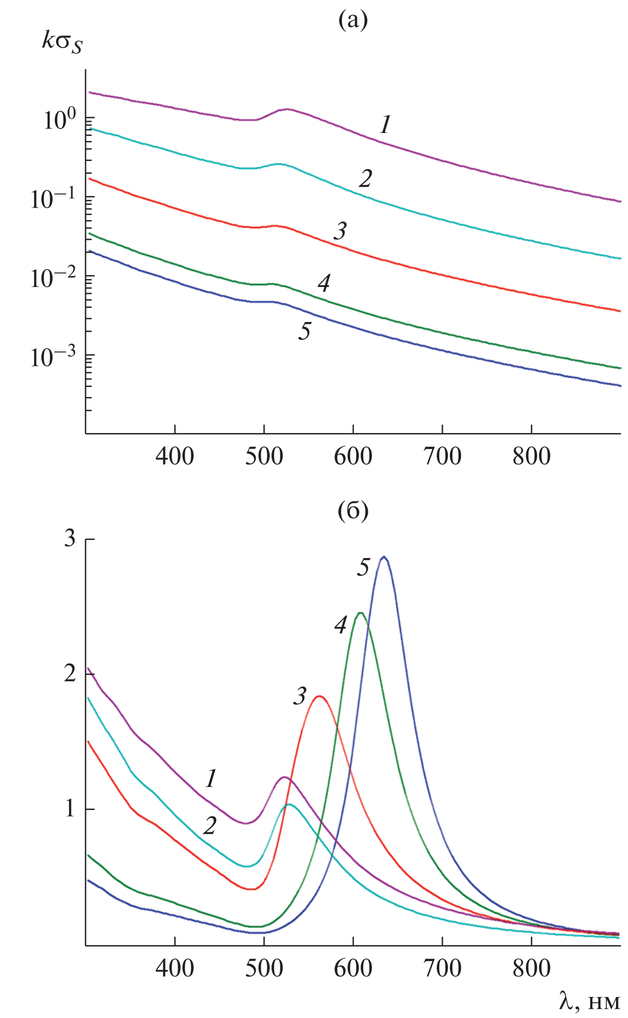

Рис. 7. Зависимость нормированного поперечника рассеяния от длины волны при угле падения $\varphi_0 = \pi/4$ (а) и $\varphi_0 = \pi/2$ (б) плоской волны для золотой пластины с параметрами: a = 50 нм и b = 50 (*1*), 25 (*2*), 12.5 (*3*), 6.25 (*4*) и 5 нм (*5*).

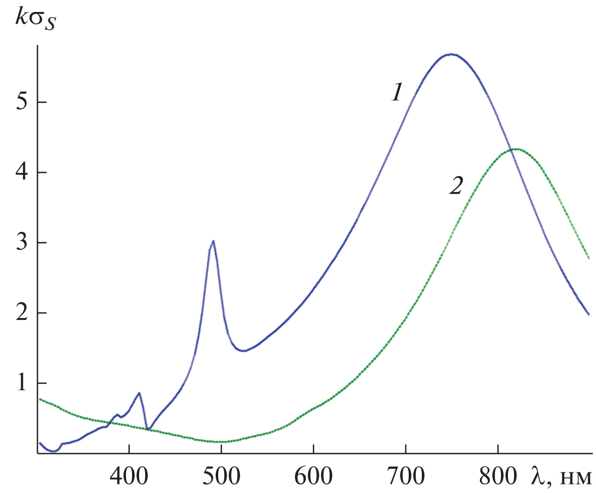

Рис. 8. Зависимость нормированного поперечника рассеяния от длины волны для серебряной (*1*) и золотой (*2*) пластин с параметрами a = 100 нм, b = 5 нм и угле падения плоской волны $\varphi_0 = \pi/3$.

$\varphi_0 = \pi/2$, т.е. когда "освещены" обе грани пластины. Размеры серебряной пластины и нумерация кривых полагались аналогичными предыдущему случаю. Как следует из рисунков, поперечник рассеяния $k\sigma_S$ имеет один максимум (правый и главный), связанный с дипольным резонансом, и второй максимум (левый с существенно меньшим уровнем), который является результатом слияния мультипольных резонансов. Отметим, что положение главного максимума $k\sigma_S$ зависит от толщины пластины – с уменьшением толщины пластины он перемещается в сторону увеличенных значений λ. При этом максимумы поперечника рассеяния $k\sigma_S$ лежат в диапазоне длин волн 320 нм $< \lambda <$ 550 нм, что значительно превышает случай падения плоской волны с углом $\varphi_0 = 0$. Кроме того, сравнение результатов, представленных на рис. 6а и 6б, показывает, что положения резонансов поперечника рассеяния $k\sigma_S$ для углов падения $\varphi_0 = \pi/4$, $\varphi_0 = \pi/2$ при одинаковых толщинах пластин практически совпадают.

Результаты расчета нормированного поперечника рассеяния $k\sigma_S$ для золотой пластины и углов падения плоской волны $\varphi_0 = \pi/4$ и $\varphi_0 = \pi/2$ представлены на рис. 7а и 7б. Размеры золотых пластин такие же, как и серебряных. Как видим, частотная зависимость поперечника рассеяния $k\sigma_S$ имеет только один максимум, определяемый дипольным резонансом. Уменьшение толщины пластины здесь, как и в случае серебряной пластины, приводит к аналогичному изменению положения поперечника рассеяния $k\sigma_S$-смещению в область больших длин волн. Однако диапазон длин волн, в котором располагаются максимумы $k\sigma_S$ – 510 нм $< \lambda <$ 640 нм, меньше, чем в случае серебряной пластины.

Влияния материала пластины на частотную зависимость поперечника рассеяния $k\sigma_S$ представлено на рис. 8. На нем изображены результаты расчетов поперечника рассеяния $k\sigma_S$ для серебряной и золотой пластин с одинаковыми размерами a = 100 нм, b = 5 нм и угле падения плоской волны $\varphi_0 = \pi/3$. Из рисунка следует, что для серебряной пластины имеет место ярко выраженные дипольный и один мультипольный резонансы. При этом у золотой пластины присутствует только дипольный резонанс. Различия в поведении частотной зависимости потерь серебра и зо-

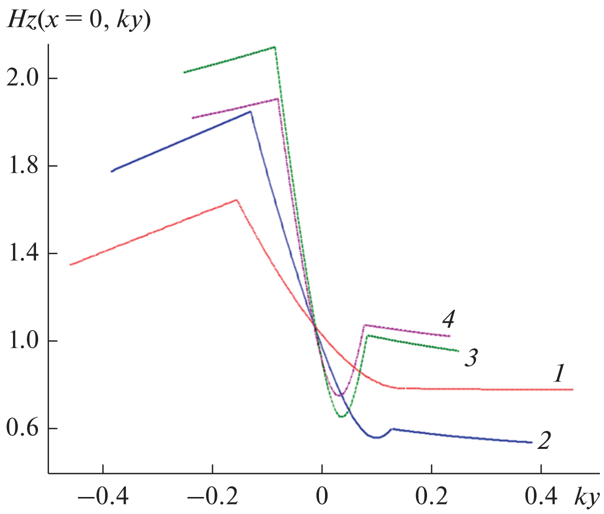

Рис. 9. Пространственное распределение поля $U = H_z(x = 0, y)$ вдоль оси y для серебряной пластины с параметрами $a = 50$ нм, $b = 5$ нм, угле падения плоской волны $\varphi_0 = \pi/4$ и фиксированной длине волны $\lambda = 367.27$ (*1*), 400 (*2*), 539 (*3*), 600 нм (*4*).

лота (см. кривые *2* рис. 2а и рис. 2б) объясняют такое поведение кривых.

На рис. 9 представлены результаты расчета пространственного распределения поля $U = H_z(x = 0, y)$ вдоль оси y для четырех длин волн $\lambda = 367.27$, 400, 539 и 600 нм. Геометрические размеры серебряной пластины $a = 50$ нм, $b = 5$ нм; угол падения плоской волны на пластину $\varphi_0 = \pi/4$. Отметим, что при $\lambda \approx 400$ нм и $\lambda = 539$ нм имеют место локальные максимумы поперечника рассеяния. Из этого рисунка следует, что даже в случае относительно тонкой пластины (толщина $2a = 10$ нм) в поперечном направлении наблюдается достаточно сильное изменение поля, которое никак не может быть признано приблизительно постоянным. Это также ставит под сомнение использование интегрального уравнения, полученного на основе метода двусторонних граничных условий [14] для описания взаимодействия электромагнитных волн с "тонкими пластинами" из благородных металлов.

Наконец, обсудим результаты расчета диаграмм рассеяния. На рис. 10 представлены результаты расчетов, иллюстрирующие влияние потерь серебра на диаграмму рассеяния серебряной пластины с параметрами $a = 50$ нм, угле падения плоской волны $\varphi_0 = \pi/4$ на двух длинах волн — 396 и 539 нм. Как видим, потери сильнее сказываются на диаграмме рассеяния при мультипольном резонансе ($\lambda \approx 396$ нм), чем при дипольном резонансе ($\lambda \approx 539$ нм).

Рисунок 11 иллюстрирует влияние длины волны λ на диаграмму рассеяния серебряной пластины с параметрами $a = 100$ нм, $b = 5$ нм при угле паде-

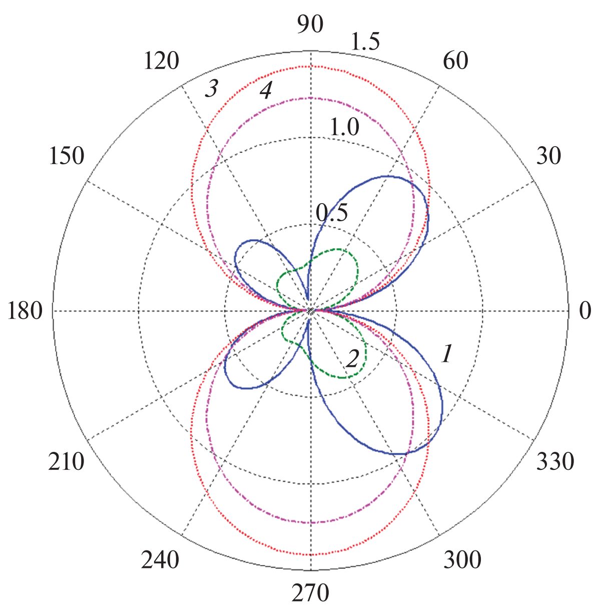

Рис. 10. Диаграмма рассеяния серебряной пластины с параметрами $a = 50$ нм, $b = 5$ нм и угле падения плоской волны $\varphi_0 = \pi/4$ на длине волны $\lambda \approx 396$ нм (*1*, *2*) и $\lambda \approx 539$ нм (*3*, *4*) в зависимости от потерь серебра: кривые *1* и *3* – $0.001\mathrm{Im}(\varepsilon_c)$, кривые *2* и *4* – $\mathrm{Im}(\varepsilon_c)$.

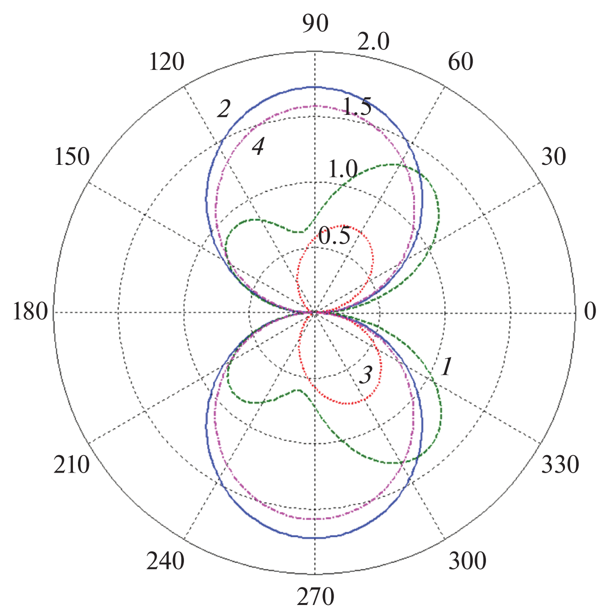

Рис. 11. Диаграмма рассеяния серебряной пластины с параметрами $a = 100$ нм, $b = 5$ нм при угле падения плоской волны $\varphi_0 = \pi/3$ в зависимости от длины волны: $\lambda = 490$ (*1*), 750 (*2*), 450 (*3*) и 800 нм (*4*).

ния плоской волны $\varphi_0 = \pi/3$ на длинах волн $\lambda = 490$, 750, 450 и 800 нм. Видно, что изменение длины волны λ приводит формированию диаграмм рассеяния с различным числом ее максимумов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрена дифракция плоской волны на цилиндрической 2D-структуре, представляющей собой квадратную или прямоугольную серебряную (золотую) пластину. Строгими численными методами рассчитаны спектральные и пространственные характеристики рассеянного поля. Показано, что в малых по сравнению с длиной волн реальных структурах из золота присутствуют только дипольные резонансы плазмонов. Для серебряных пластин дипольный и “совокупный” квадрупольный резонанс наблюдается лишь при достаточно большой ее длине. Продемонстрировано влияние геометрических размеров пластины, угла падения плоской волны и ее длины волны на положения максимума поперечника рассеяния и диаграммы рассеяния.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена за счет частичного бюджетного финансирования в рамках государственного задания (тема 0030-2019-0014) и при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 19-02-00654).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Климов В.В.* Наноплазмоника. М.: Физматлит, 2009.
2. *Velichko E.A., Nosich A.I.* // Opt. Lett. 2013. V. 38. № 23. P. 4978.
3. *Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д.* // РЭ. 2015. Т. 60. № 9. С. 896.
4. *Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д.* // РЭ. 2016. Т. 61. № 8. С. 757.
5. *Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д.* // РЭ. 2017. Т. 62. № 1. С.35 .
6. *Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д.* // Изв. вузов. Радиофизика. 2017. Т. 60. № 7. С. 600.
7. *Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д.* // РЭ. 2017. Т. 62. № 12. С. 1197.
8. *Giannini V., Sánchez-Gil J.A.* // J. Opt. Soc. Am. A. 2007. V. 24. № 9. P. 2822.
9. *Søndergaard T.* // Phys. Status Solidi (b). 2007. V. 244. P. 3448.
10. *Søndergaard T., Bozhevolnyi S.I.* // Phys. Status Solidi (b), 2008. V. 245. P. 9.
11. *Shapoval O.V., Sauleau R., Nosich A.I.* // IEEE Trans. 2013.V. NT-12. № 3. P. 442.
12. *Johnson P.B., Christy R.W.* // Phys. Rev. B. 1972. V. 6. № 12. P. 4370.
13. *Кюркчан А.Г., Минаев С.А., Соловейчик А.Л.* // РЭ. 2001. Т. 46. № 6. С. 666.
14. *Anyutin A.P., Stasevich V.I.* // J. Quantitative Spectroscopy and Radiation Transfer. 2006. V. 100. № 1–3. P. 16.

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА, 2020, том 65, № 2, с. 135–140

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 538.3(075.8)

ПОЛЯ ВРАЩАЮЩЕГОСЯ ПО ОКРУЖНОСТИ СТАТИЧЕСКОГО ЗАРЯДА

© 2020 г. Б. М. Петров[a], В. В. Савельев[a, *]

[a]Южный федеральный университет,
ул. Большая Садовая, 105/42, Ростов-на-Дону, 344006 Российская Федерация

*E-mail: vlvasa@mail.ru

Поступила в редакцию 06.07.2018 г.
После доработки 06.07.2018 г.
Принята к публикации 10.08.2018 г.

Строго решена задача об излучении электромагнитного поля (ЭМП) вращающимся по окружности с постоянной скоростью статическим зарядом. Показано, что во вращающейся системе отсчета помимо электрического поля возбуждается и магнитное поле, но они не образуют ЭМП. Выполнен анализ составляющих пространственного спектра электрического и магнитного полей в дальней и в ближней зонах. Получены составляющие векторов электрического и магнитного полей, образующие ЭМП в "неподвижной" системе отсчета. Определены выражения для спектральных составляющих дискретного спектра частот поля излучения в "неподвижной" системе отсчета. Приведены результаты расчетов для разных случаев скорости движения заряда. Анализируются угломестные поляризационные характеристики и зависимость спектра излучения от скорости движения заряда и радиуса окружности.

DOI: 10.31857/S0033849420020163

ВВЕДЕНИЕ

Электрические параметры атмосферы Земли зависят от вращающихся с Землей электронов и ионов, распределенных по высоте над Землей по сложным законам [1–3]. Изучению напряженностей электромагнитного поля (ЭМП), возбуждаемых вращающимися электрическими зарядами, посвящен ряд работ [3–5]. При этом решения задач определения векторов напряженностей ЭМП получены с применением нековариантных уравнений электродинамики в неинерциальных (вращающихся) системах отсчета, и поэтому их нельзя считать корректными. Ниже строгое решение задачи об излучении ЭМП вращающимся с постоянной угловой частотой электрическим зарядом получено на основе ковариантных уравнений электродинамики [6].

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Введем в неограниченное пространство, заполненное средой с однородными диэлектрической ε и магнитной μ проницаемостями, инерциальную (декартову) систему отсчета $K(x,y,z,iv_\phi t) = K(R,\theta,\ \varphi,\ iv_\phi t) = K(x^j)$, где i – мнимая единица, $v_\phi = (\varepsilon\mu)^{-1/2}$, t – время, $x^j = x^1, x^2, x^3, x^0$, $j = 1, 2, 3, 0$, $x^\alpha = R,\theta,\varphi$ – сферические координаты, $\alpha = 1,2,3$ и покоящуюся в ней точку наблюдения $P(p,t)$, где $p = x^1, x^2, x^3 = R,\theta,\varphi$. Введем вращающуюся с постоянной угловой частотой Ω жесткую систему отсчета $K'(R',\theta',\varphi',iv_\phi t) = K'\left(x^{\alpha'}, iv_\phi t\right)$, $\alpha' = 1', 2', 3'$ и совместим начала сферических систем координат. Полярную ось $\theta = \theta' = 0$ направим вдоль оси вращения. Обозначим через $P'(p',t)$, где $p' = R',\theta',\varphi'$, покоящуюся в K' точку наблюдения. Координаты точек наблюдения $P(p,t)$ в "неподвижной" системе отсчета K и $P'(p',t)$ – во введенной вращающейся K' связаны соотношениями

$$R = R',\quad \theta = \theta',\quad \varphi = \varphi' + \Omega t. \tag{1}$$

Во вращающейся системе отсчета K' в области сторонних источников $V_{\hat{j}}'$ задан в точке $p_0' = (a,\theta_0',\varphi_0')$ покоящийся электрический статический заряд Q' со скалярной плотностью $\hat{\rho}'^E$. Радиус вращения a задан в K'. Плотности сторонних электрического $\vec{\hat{j}}'^E$ и магнитного $\vec{\hat{j}}'^H$ токов отсутствуют.

Необходимо найти составляющие векторов напряженностей электрических и магнитных полей $\vec{E}'$, $\vec{H}'$ и $\vec{E}$, $\vec{H}$ соответственно в системах отсчета K' и K.

В трехмерном пространстве, соответствующем K', тензор кривизны пространства отличен от нуля. Поэтому пространство является римановым пространством. Следовательно, уравнения электродинамики для ЭМП в K' могут быть записаны [6] в трехмерной форме для трехмерных объектов: напряженности электрического поля — ковариантного вектора $\vec{E}' = E_{\alpha'} = \left(E_{1'}, E_{2'}, E_{3'}\right) = \left(E_{R'}, R' E_{\theta'}, R'\sin\theta' E_{\varphi'}\right)$, напряженности магнитного поля — контравариантной бивекторной плотности веса +1 $\hat{\vec{H}}' = \hat{H}^{\alpha'\beta'} = \left(\hat{H}^{2'3'}, -\hat{H}^{1'3'}, \hat{H}^{1'2'}\right) = \left(H_{R'}, R' H_{\theta'}, R'\sin\theta' H_{\varphi'}\right)$, электрической индукции — контравариантной векторной плотности веса +1, $\hat{\vec{D}}' = \hat{D}^{\alpha'} = \left(\hat{D}^{1'}, \hat{D}^{2'}, \hat{D}^{3'}\right) = \left(R'^2\sin\theta' \hat{D}^{R'}, R'\sin\theta' \hat{D}^{\theta'}, R' \hat{D}^{\varphi'}\right)$, магнитной индукции — ковариантного вектора $\vec{B}' = B_{\alpha'\beta'} = \left(B_{2'3'}, -B_{1'3'}, B_{1'2'}\right) = \left(R'^2\sin\theta' B_{\theta'\varphi'}, -R'\sin\theta' B_{R'\varphi'}, R' B_{R'\theta'}\right)$ в виде

$$\operatorname{rot}\hat{\vec{H}}' = \frac{\partial \hat{\vec{D}}'}{\partial t} + \hat{\vec{j}}'^E, \quad \operatorname{rot}\vec{E}' = \frac{-\partial \vec{B}'}{\partial t} - \hat{\vec{j}}'^H, \qquad (2)$$
$$\operatorname{div}\hat{\vec{D}}' = \hat{\rho}'^E, \quad \operatorname{div}\vec{B}' = 0,$$

где

$$\hat{\rho}'^E = Q'\hat{\delta}(p' - p_0') = \qquad (3)$$
$$= Q'\hat{\delta}(R' - a)\hat{\delta}(\theta' - \theta_0')\hat{\delta}(\varphi' - \varphi_0') \big/ R'^2\sin\theta'.$$

2. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Общее решение задачи получено путем разложения составляющих электрического векторного потенциала по системе векторных собственных функций риманова пространства и разделения ЭМП на сумму полей электрического и магнитного типов с помощью электрического $V'^E(p', t)$ и магнитного $V'^H(p', t)$ потенциалов Дебая. Последние представлены в виде разложения по функциям Маркова U'^E_{nm} и U'^H_{nm} [6]:

$$V'^E(p') = \exp(i\omega_0 t)\frac{1}{\varepsilon}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n} U'^E_{nm}(p'), \qquad (4)$$
$$V'^H(p') = \exp(i\omega_0 t)\frac{1}{\mu}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n} U'^H_{nm}(p'),$$

где ε, μ — диэлектрическая и магнитная проницаемости, измеренные в K'.

Тогда радиальные составляющие индукций

$$\hat{D}'^{R'} = \frac{1}{R'}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n} n(n+1)U'^E_{nm}(p'), \qquad (5)$$
$$B'_{\theta'\varphi'} = \frac{1}{R'}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n} n(n+1)U'^H_{nm}(p').$$

Если подставить значение стороннего заряда (3) в выражения для функций $U'^{E,H}_{nm}$ [6] и выполнить интегрирование, то получим

$$U'^E_{nm} = -\frac{im\varepsilon\Omega Q' W c_{nm}}{n(n+1)4\pi} P_n^m(\cos\theta_0') P_n^m(\cos\theta') \times$$
$$\times \exp\left(-im\left(\varphi' - \varphi_0'\right)\right) \times \qquad (6)$$
$$\times \begin{cases} \left(x j_n(x)\right)' h_n^{(2)}(y), & R' > a, \\ \left(x h_n^{(2)}(x)\right)' j_n(y), & R' < a, \end{cases}$$

$$U'^H_{nm} = \frac{i\mu\Omega k_m a Q' c_{nm}}{n(n+1)4\pi} \frac{dP_n^m\left(\cos\theta_0'\right)}{d\theta_0'} \times$$
$$\times P_n^m(\cos\theta')\sin\theta_0' \exp\left(-im\left(\varphi' - \varphi_0'\right)\right) \times \qquad (7)$$
$$\times \begin{cases} j_n(x) h_n^{(2)}(y), & R' > a \\ h_n^{(2)}(x) j_n(y), & R' < a \end{cases},$$

где $x = k_m a$, $y = k_m R'$, штрих над круглой скобкой означает производную по x, $W = \sqrt{\mu/\varepsilon}$, $P_n^m(\cos\theta')$ — присоединенные полиномы Лежандра, $j_n(x)$, $h_n^{(2)}(x)$ — сферические функции Бесселя, $k_m = m\Omega/v_\phi$,

$$c_{nm} = (2n+1)(n-m)!/(n+m)!$$

Поскольку в системе отсчета K' составляющие векторов напряженностей электрического поля (ЭП) [6] можно представить в виде

$$E'_{\theta'} = \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n}\left[\frac{1}{\varepsilon R'}\frac{\partial^2\left(R' U'^E_{nm}\right)}{\partial\theta'\partial R'} - \right.$$
$$\left. - \frac{W}{\mu R'^2}\frac{\partial}{\partial\theta'}\beta\frac{\partial}{\partial\theta'}\left(R' U'^H_{nm}\right)\right],$$
$$E'_{\varphi'} = \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n}\left[\frac{1}{\varepsilon R'\sin\theta'}\frac{\partial^2\left(R' U'^E_{nm}\right)}{\partial\varphi'\partial R'} - \right. \qquad (8)$$
$$\left. - \frac{\beta W}{\mu R'^2\sin\theta'}\frac{\partial^2\left(R' U'^H_{nm}\right)}{\partial\varphi'\partial\theta'}\right],$$
$$E'_{R'} = \frac{1-\beta^2}{\varepsilon}\hat{D}'^{R'} - \beta W H'_{\theta'},$$

а составляющие векторов напряженностей магнитного поля (МП) –

$$H'_{\theta'} = \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n}\left[\frac{1}{\mu R'}\frac{\partial^2\left(R'U'^H_{nm}\right)}{\partial\theta'\partial R'} + \right.$$

$$\left. + \frac{W}{\mu R'^2}\frac{\partial}{\partial\theta}\beta\frac{\partial\left(R'U'^E_{nm}\right)}{\partial\theta}\right],$$

$$H'_{\varphi'} = \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n}\left[\frac{1}{\mu R'\sin\theta'}\frac{\partial^2\left(R'U'^H_{nm}\right)}{\partial\varphi'\partial R'} + \right. \tag{9}$$

$$\left. + \frac{W\beta}{\mu R'^2\sin\theta'}\frac{\partial^2\left(R'U'^E_{nm}\right)}{\partial\theta'\partial\varphi'}\right],$$

$$H'_{R'} = \frac{1-\beta^2}{\mu}B'_{\theta'\varphi'} + W^{-1}\beta E'_{\theta'},\quad \beta = \Omega R'\sin\theta'/v_{\phi},$$

то из выражений (6)–(9) следует: во вращающейся системе отсчета статический электрический заряд возбуждает, кроме статического ЭП, статическое МП; эти ЭП и МП не образуют ЭМП; векторы напряженностей ЭП и МП имеют все составляющие; появление всех составляющих вектора $\vec{H}'$ в (9) обязано воздействию эквивалентного гравитационного поля и на заряд, и на ЭП. Первые слагаемые составляющих пространственного спектра в (8) и (9) обусловлены электрическим зарядом, а вторые – обязаны своим появлением вращению заряда.

Для анализа зависимостей составляющих пространственного спектра ЭП (8) и МП (9) от расстояния R' учтем, что, применяя к функциям $U'^{E,H}_{nm}$ асимптотические разложения сферических функций [7], имеем в дальней зоне при $R' \gg a$ (но $k_m a \ll 1$, $k_m R' > n$):

$$U'^E_{nm}(k_m R') \sim \frac{n(k_m a)^n}{\sqrt{\pi}2^n\Gamma\left(n+\frac{3}{2}\right)}\frac{1}{k_m R'}\exp\left(-ik_m R' + i\phi_n\right),$$

$$U'^H_{nm}(k_m R') \sim \frac{(k_m a)^n}{2^n\Gamma\left(n+\frac{3}{2}\right)}\frac{1}{k_m R'}\exp\left(-ik_m R' + i\phi_n\right),$$

а в ближней зоне при $R' < a$, (но $k_m R' < 1$, $k_m a \gg 1$, $k_m a > n$) –

$$U'^E_{nm}(k_m R') \sim \frac{\sqrt{\pi}(k_m R')^n}{2^{n-1}\Gamma(n+3/2)}\frac{1}{k_m a}\exp\left(-ik_m a + i\phi_n\right),$$

$$U'^H_{nm}(k_m R') \sim \frac{(k_m R')^n}{2^n\Gamma(n+3/2)}\frac{1}{k_m a}\exp\left(-ik_m a + i\phi_n\right),$$

где $\phi_n = \pi(n+1/2)/2 - \pi/4$, $\Gamma(n+3/2)$ – гамма-функция.

Эти выражения показывают, что в (8) и (9) имеются компоненты пространственного спектра, которые при увеличении расстояния R' в дальней зоне уменьшаются не быстрее, чем $(k_m R')^{-1}$, а в ближней зоне – увеличиваются как $(k_m R')^{n-1}$.

Наибольший практический интерес представляет ЭМП в “неподвижной” системе отсчета K. Для преобразования ЭП и МП из K' в K используем преобразование продольных составляющих электрической $\hat{D}'^{R'}$ и магнитной $B'_{\theta'\varphi'}$ индукций в составляющие $\hat{D}^R(p,t)$ и $B_{\theta\varphi}(p,t)$ [6]:

$$\hat{D}^R(p,t) = \hat{D}'^{R'}(p,t),\quad B_{\theta\varphi}(p,t) = B'_{\theta'\varphi'}(p,t).$$

Так как согласно (1) $R' = R$, $\theta' = \theta$, $\varphi' = \varphi - \Omega t$, то получим

$$\omega_m = \mathrm{m}\Omega,$$

$$\hat{D}^R(p,t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} d^R_m(p)\exp(i\omega_m t),$$

$$B_{\theta\varphi}(p,t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} b_{m,\theta\varphi}(p)\exp(i\omega_m t),$$

где составляющие частотного спектра имеют вид

$$\hat{d}^R_m = \frac{1}{R}\sum_{n=0}^{\infty} n(n+1)U^E_{nm}(p),$$

$$b_{m,\theta\varphi} = \frac{1}{R}\sum_{n=0}^{\infty} n(n+1)U^H_{nm}(p),$$

а функции $U^{E,H}(p)$ определяются по (6) и (7) путем замены $R' = R$, $\theta' = \theta$, $\varphi' = \varphi$. При этом векторы напряженностей ЭМП в системе отсчета K

$$\vec{E}(p,t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \vec{e}_m(p)\exp(i\omega_m t),$$

$$\vec{H}(p,t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \vec{h}_m(p)\exp(i\omega_m t),$$

где комплексные амплитуды составляющих векторов представимы в виде

$$\begin{aligned} e_{m,\theta}(p) &= \frac{1}{R}\sum_{n=0}^{\infty}\left[\frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial^2\left(RU^E_{nm}\right)}{\partial\theta\partial R} - \frac{i\omega_m}{\sin\theta}\frac{\partial\left(RU^H_{nm}\right)}{\partial\varphi}\right], \\ e_{m,\varphi}(p) &= \frac{1}{R}\sum_{n=0}^{\infty}\left[\frac{1}{\varepsilon\sin\theta}\frac{\partial^2\left(RU^E_{nm}\right)}{\partial\varphi\partial R} + i\omega_m\frac{\partial\left(RU^H_{nm}\right)}{\partial\theta}\right], \end{aligned} \tag{10}$$

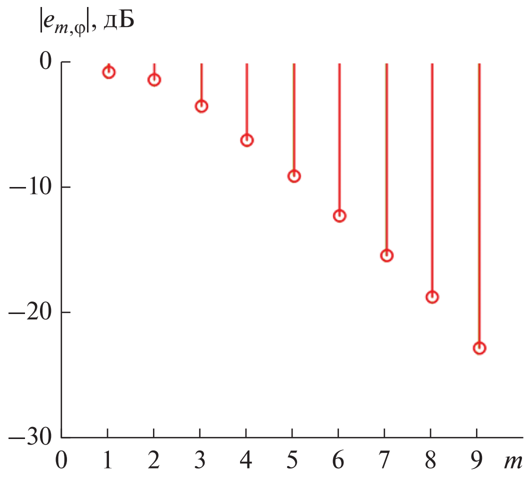

Рис. 1. Спектр поля излучения вращающегося заряда в плоскости вращения.

$$e_{m,R}(p) = \hat{d}_m^R/\varepsilon, \quad h_{m,R}(p) = b_{m,\theta,\varphi}/\mu,$$

$$h_{m,\theta}(p) = \frac{1}{R}\sum_{n=0}^{\infty}\left[\frac{i\omega_m}{\sin\theta}\frac{\partial\left(RU_{nm}^E\right)}{\partial\varphi} + \frac{1}{\mu}\frac{\partial^2\left(RU_{nm}^H\right)}{\partial\theta\partial R}\right], \quad (11)$$

$$h_{m,\varphi}(p) = \frac{1}{R}\sum_{n=0}^{\infty}\left[-i\omega_m\frac{\partial\left(RU_{nm}^E\right)}{\partial\theta} + \frac{1}{\mu\sin\theta}\frac{\partial^2\left(RU_{nm}^H\right)}{\partial\varphi\partial R}\right].$$

Выражения (5) и (10), (11) показывают, что имеются составляющие частотного спектра, изменяющиеся в дальней зоне как R^{-1}, в системе имеется волновой процесс, значит, возбуждается ЭМП.

Определим поле излучения вращающегося заряда в вакууме, где v_ϕ равна скорости света c. В дальней зоне, используя асимптотику сферических функций Ганкеля и ее производной при $k_m R \to \infty$ [8], получим спектральные составляющие отличных от нуля составляющих векторов электрического поля в виде, удобном для проведения дальнейших расчетов:

$$e_{m,\theta}(p) = \frac{Q'\Omega}{4\pi R}Wk_m am\exp(-ik_m R)\sum_{n=1}^{N} i^n\frac{c_{nm}}{n(n+1)}\times$$
$$\times\left[-i\frac{dP_n^m(\cos\theta)}{d\theta}FE_{nm} + \frac{P_n^m(\cos\theta)}{\sin\theta}FH_{nm}\right]\times$$
$$\times\exp(-im\varphi), \quad (12)$$
$$e_{m,\varphi}(p) = -\frac{Q'\Omega}{4\pi R}Wk_m a\exp(-ik_m R)\sum_{n=1}^{N} i^n\frac{c_{nm}}{n(n+1)}\times$$
$$\times\left[m^2\frac{P_n^m(\cos\theta)}{\sin\theta}FE_{nm} + i\frac{dP_n^m(\cos\theta)}{d\theta}FH_{nm}\right]\times$$
$$\times\exp(-im\varphi),$$

где

$$FE_{nm} = \frac{1}{k_m a}\frac{d(aj_n(k_m a))}{da}P_n^m(\cos\theta_0')\exp(im\varphi_0'),$$

$$FH_{nm} = j_n(k_m a)\frac{dP_n^m(\cos\theta_0')}{d\theta_0'}\sin\theta_0'\exp(im\varphi_0').$$

Спектральные составляющие отличных от нуля составляющих векторов магнитного поля в дальней зоне связаны с составляющими векторов электрического поля характеристическим сопротивлением пространства W. Поля излучения на спектральных составляющих, как видно из полученных формул, определяются только суммой по индексу n.

Таким образом, поле излучения вращающегося статического заряда в неподвижной системе отсчета так же, как и поле вращающегося диполя [9], представляет собой дискретный спектр частот частоты вращения Ω.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА

Рассчитаем спектр электромагнитного излучения вращающегося заряда (сгустка электронов) в адронном коллайдере. Длина кольца коллайдера $\ell = 2\pi a = 27 \times 10^3$ м, скорость движения сгустка электронов по окружности $v = \Omega a$ $(v < c)$. Тогда $k_m a = m\frac{\Omega}{c}a = m\kappa$, где κ – отношение линейной скорости v движения заряда по окружности к скорости света c.

В расчете при скорости движения заряда с параметром κ = 0.5 достаточно [8] удерживать 10 членов ряда по n, т.е. $N = 10$. Считаем, что заряд вращается в экваториальной плоскости $\theta_0' = \pi/2$, а угол φ_0' примем равным нулю.

Расчет спектра излучения показал, что в плоскости вращения присутствуют только азимутальные составляющие $e_{m,\varphi}$. При κ = 0.1 частота первой гармоники равна 1.11 кГц. Амплитуда первой гармоники, нормированная по амплитуде первой гармоники при осевом наблюдении, составляет 0 дБ, второй –14 дБ, а третьей –29.5 дБ.

Снижение скорости движения заряда по окружности приводит к существенному подавлению второй гармоники и значительному затуханию третьей, т.е. к обужению спектра. Напротив, повышение скорости движения заряда (κ > 0.1) ведет к расширению спектра. На рис. 1 показан в логарифмическом масштабе нормированный по амплитуде первой гармоники азимутальной составляющей $e_{1,\varphi}$ при осевом наблюдении (θ = 0°) амплитудный спектр азимутальной составляющей $e_{m,\varphi}$ поля излучения в экваториальной плос-

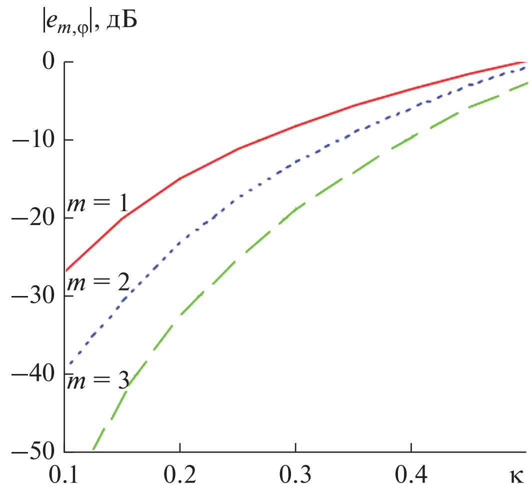

Рис. 2. Зависимость амплитуд гармоник спектра от относительной скорости движения заряда κ.

кости ($\theta = \pi/2$) и $\varphi = 0$ вращающегося заряда при $\kappa = 0.5$. В отличие от общепринятого изображения спектра здесь показаны величины затухания гармоник по отношению к нормирующему значению. Частота первой гармоники в этом случае равна 5.55 кГц.

Зависимости трех первых гармоник спектра в экваториальной плоскости от параметра κ, изменяющегося в пределах 0.1...0.5 показаны на рис. 2. Эти зависимости наглядно иллюстрируют расширение спектра при увеличении κ. Поле излучения сложным образом зависит от отношения линейной скорости движения заряда по окружности к скорости света, поскольку аргументы функций Бесселя и их производных зависят от κ.

Выясним зависимость поля излучения от радиуса окружности, по которой вращается заряд. Коэффициент, стоящий перед суммой в (12), может быть преобразован к виду $\frac{Q'}{4\pi\varepsilon R} m \frac{\kappa^2}{a}$. Откуда следует, что поле излучения на гармониках спектра обратно пропорционально радиусу окружности. Таким образом, радиус окружности влияет только на величину спектральных составляющих и никак не сказывается на огибающей спектра.

На рис. 3а и 3б представлены зависимости амплитуд гармоник соответственно $e_{m,\theta}$ и $e_{m,\varphi}$ при $\kappa = 0.5$ от угла наблюдения θ. Из приведенных графиков следует, что в плоскости вращения ($\theta = 90°$) поляризация излучения на спектральных составляющих линейная ($e_{m,\theta} = 0$). С уменьшением угла наблюдения θ поляризация на гармониках спектра является эллиптической, а при $\theta = 0°$ спектр вырождается в монохроматический, причем $|e_{1,\theta}| = |e_{1,\varphi}|$ при

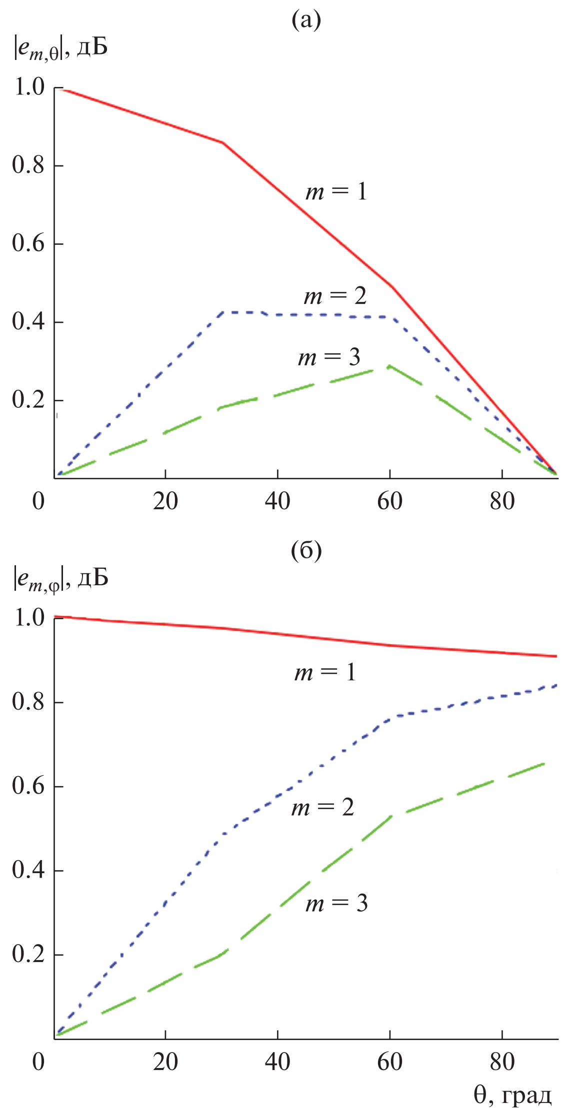

Рис. 3. Зависимость амплитуд меридиональных (а) и азимутальных (б) составляющих гармоник спектра от угла наблюдения θ.

сдвиге фаз между ними $\pi/2$. Поляризация становится круговой.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, задача об излучении вращающегося статического заряда решена строго с помощью уравнений электродинамики в ковариантной форме, соответствующих неинерциальной системе отсчета. Во вращающейся системе, жестко связанной с зарядом, статический электрический заряд возбуждает кроме статического электрического статическое магнитное поле. Эти поля имеют все составляющие, но они не образуют ЭМП. Появление всех составляющих магнитного поля обязано воздействию эквивалентного гравитационного поля и на заряд и на электрическое поле.

В "неподвижной" системе отсчета поля́, преобразованные из вращающейся системы, представляют собой частотный спектр частоты вращения. Поперечные составляющие гармоник частотного спектра изменяются в дальней зоне как $1/R$, в системе имеется волновой процесс, т.е. возбуждается ЭМП.

Результаты расчета, представленные в виде графиков, соответствуют физическим представлениям о поведении излучаемых полей в эависимости от угла наблюдения. Ширина спектра зависит в основном от относительной линейной скорости движения заряда по окружности, а уровень спектральных составляющих обратно пропорционален радиусу окружности. При уменьшении радиуса кривизна пространства возрастает и отмеченные выше эффекты проявляются в большей степени.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Михайлов А.А.* Земля и ее вращения. М.: Наука, 1984.
2. *Колосов М.А., Шабельников А.В.* Рефракция электромагнитных волн в атмосферах Земли, Венеры и Марса. М.: Сов. радио, 1976.
3. *Терлецкий Я.П.* // Труды междунар. конф. Т.3. Радиационный пояс Земли. М.: Изд-во АН СССР, 1960.
4. *Вайнштейн Л.А.* Об излучении зарядов при круговом движении // РЭ. 1963. Т. 8. № 10. С. 1968.
5. *Seshardi S.R.* // Radiation from a charge in a Uniform Circular Motion Proc. IEEE. 1968. V. 56. № 5. P. 111.
6. *Петров Б.М.* Прикладная электродинамика вращающихся тел. М.: Горячая линия-Телеком, 2007.
7. *Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф.* Специальные функции. М.: Наука, 1968.
8. *Марков Г.Т.* Возбуждение электромагнитных волн. 2-е изд. М.: Радио и связь, 1983.
9. *Савельев В.В.* // Труды Междунар. науч. конф. "ИРЭМВ-2013". Таганрог–Дивноморское, 24–28 июнь, 2013. С. 127.

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА, 2020, том 65, № 2, с. 141–144

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 537.87

КОМПЕНСАЦИЯ ИНДУСТРИАЛЬНОЙ ПОМЕХИ ПРИ ПРИЕМЕ СВЕРХНИЗКОЧАСТОТНОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В МОРЕ

 В. Г. Максименко*

Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, пл. Введенского, 1, Фрязино Московской обл., 141190 Российская Федерация

**E-mail: max54@ms.ire.rssi.ru*

Поступила в редакцию 24.10.2018 г.
После доработки 13.03.2019 г.
Принята к публикации 18.03.2019 г.

Показана возможность компенсации индустриальной помехи, создаваемой электроустановками буксирующего корабля при приеме сверхнизкочастотного электромагнитного поля в море. Предложено приемное устройство с буксируемым кабельным электродным датчиком, использующее компенсацию индустриальной помехи. Показано, что применение компенсации индустриальной помехи позволяет существенно уменьшить длину кабельного электродного датчика.

DOI: 10.31857/S0033849420020138

ВВЕДЕНИЕ

Электромагнитное поле сверхнизкочастотного (СНЧ) диапазона (30...300 Гц) способно, хотя и с большим затуханием, проникать из атмосферы в морскую воду на глубину до сотен метров, поэтому применяется для осуществления радиосвязи с глубокопогруженными подводными объектами [1–3]. При этом возникает необходимость приема слабого узкополосного сигнала на фоне значительных помех. Электрическое поле электромагнитной волны в морской воде, являющейся проводящей средой, порождает токи проводимости. Последние создают между двумя точками среды разность потенциалов, которая может быть измерена с помощью электродного датчика электрического поля. Электродный датчик представляет собой два разнесенных на некоторое расстояние электрода, имеющих электрический контакт с окружающей морской водой.

Электродный датчик для приема электромагнитного СНЧ-поля в море, описанный в [4], выполнен в виде двух металлических электродов, установленных на жесткой диэлектрической платформе на расстоянии порядка одного метра друг от друга. Платформа с датчиком и предварительным усилителем с помощью кабель-троса буксируется за кораблем на заданной глубине. Выходное напряжение с предварительного усилителя по кабелю передается на приемный блок, установленный на судне. Недостатком такого датчика является невысокая чувствительность, что обусловлено небольшим расстоянием между электродами при большом уровне так называемого “шума движения”, т.е. шума электродного датчика, обусловленного его движением в морской среде [4].

Для повышения чувствительности применяют кабельный электродный датчик (кабельную антенну) [1]. Он выполнен в виде двух металлических электродов, установленных на буксируемом за кораблем гибком кабеле, которые с помощью проводов кабеля соединены с приемником, установленном на борту корабля. При буксировке кабельная антенна находится на некоторой глубине практически параллельно водной поверхности. Электромагнитная волна, распространяющаяся из атмосферы вглубь моря, также имеет плоский фронт, параллельный поверхности воды. В СНЧ-диапазоне длина волны в атмосфере составляет несколько тысяч километров, поэтому ко всем точкам кабельной антенны волна приходит с одинаковой фазой и амплитудой. Напряжение сигнала, принимаемого датчиком, $U_C = E_C l$ пропорционально расстоянию между электродами l, т.е. длине активной части кабельной антенны, и напряженности электрического поля E_C. Для достижения требуемой чувствительности при глубине погружения более 100 м расстояние между электродами составляет 200...300 м.

Кабельную антенну буксирует подводный объект, с которым и осуществляется радиосвязь. Электроустановки, расположенные на борту подводного объекта, создают переменные магнитные поля, возбуждающие в морской воде переменное электрическое поле индустриальной помехи. Спектр частот индустриальной помехи перекрывается со спектром принимаемого сигнала. Для уменьшения индустриальной помехи до приемлемого уровня активную часть кабельной антенны располагают так, чтобы ближний электрод находился от корабля на расстоянии 200...300 м. При этом общая длина кабельной антенны достигает 600 м. Столь большие габариты антенны являются недостатком, создающим проблемы при ее эксплуатации.

Цель работы – показать возможность компенсации индустриальной помехи и уменьшения длины кабельной антенны за счет укорочения ее пассивной части.

1. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ

В общем случае источник индустриальной помехи, в качестве которого обычно выступает силовое электрооборудование, создает негармоническое переменное магнитное поле, одна из гармоник которого близка по частоте к принимаемому сигналу, поэтому не может быть отфильтрована в приемнике. Источник индустриальной помехи на подводном объекте можно представить в виде рамки с переменным током. Возбуждаемая рамкой электромагнитная волна, распространяясь вдоль кабельной антенны, испытывает в морской воде сильное затухание. Поэтому напряженность электрического поля индустриальной помехи уменьшается по мере удаления от подводного объекта. У принимаемой же электромагнитной волны величина напряженности электрического поля полезного сигнала и фаза одинаковы во всех точках антенны. Это дает возможность осуществить компенсацию индустриальной помехи. Для получения компенсационного напряжения на пассивной части кабельной антенны, т.е. ближе к подводному объекту, устанавливают еще два электрода, образующие второй электродный датчик – компенсационный. Расстояние между электродами второго датчика может быть на порядок меньше, чем у первого, так как напряженность электрического поля индустриальной помехи здесь достаточно велика. Следовательно, и напряжение сигнала на втором датчике тоже на порядок меньше, чем на первом. После фазирования и уравнивания амплитуд компенсационное напряжение вычитают из напряжения, поступающего на приемный блок с первого датчика. Потери полезного сигнала при этом не превышают 10%. Зато длину пассивной части кабельной антенны можно уменьшить с 200...300 до 100 м и менее.

Представим источник индустриальной помехи в виде рамки площадью S с переменным током амплитудой I_m и круговой частотой ω. В направлении максимума диаграммы направленности комплексная амплитуда напряженности электрического поля на расстоянии r от центра рамки определяется выражением [6]:

$$\dot{E}_m = -\frac{i\omega\mu_0 I_m S}{4\pi}\left(\frac{1}{r^2}\exp(-ikr) + \frac{ik}{r}\exp(-ikr)\right), \quad (1)$$

где i – мнимая единица, $\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная, k – волновое число в морской воде.

Волновое число в проводящей среде является комплексной величиной $k = k' - ik''$, где $k' \approx k'' = 1/\Delta$. Здесь $\Delta = \sqrt{2/\omega\mu_0\sigma\,/}$ – толщина скин-слоя. При стандартной проводимости воды в океане $\sigma = 4$ См/м и частоте $f = 75$ Гц (такая частота использовалась в экспериментах по проекту “Сангвин” в США [1]) толщина скин-слоя составляет 29 м. Теперь выражение (1) можно переписать в виде

$$\begin{gathered}\dot{E}_m = -\frac{i\omega\mu_0 I_m S}{4\pi\Delta r}\left(1 - i\left(1+\frac{\Delta}{r}\right)\right)\exp\left(-\frac{r}{\Delta}\right)\exp\left(-\frac{ir}{\Delta}\right) = \\ = \frac{i\omega\mu_0 I_m S}{4\pi\Delta r}\sqrt{1+\left(1+\frac{\Delta}{r}\right)^2}\exp\left(-\frac{r}{\Delta}\right)\times \\ \times\exp\left(-i\left(\frac{r}{\Delta} + \operatorname{arctg}\left(1+\frac{\Delta}{r}\right)\right)\right).\end{gathered} \quad (2)$$

С ошибкой, не превышающей 0.5%, в диапазоне r от 75 до 400 м точные выражения можно аппроксимировать более простыми приближениями:

$$\sqrt{1+\left(1+\frac{\Delta}{r}\right)^2} \approx 1.4 + 0.8\frac{\Delta}{r},$$

$$\operatorname{arctg}\left(1+\frac{\Delta}{r}\right) \approx 0.79 + 0.4\frac{\Delta}{r}.$$

В результате для комплексной амплитуды напряженности электрического поля индустриальной помехи получаем выражение

$$\begin{gathered}\dot{E}_m = \frac{\omega\mu_0 I_m S}{4\pi r\Delta}\left(1.4 + 0.8\frac{\Delta}{r}\right)\exp\left(-\frac{r}{\Delta}\right)\times \\ \times\exp\left(-i\left(\frac{r}{\Delta} + 0.4\frac{\Delta}{r} + 0.79\right)\right).\end{gathered} \quad (3)$$

Переходя от комплексной амплитуды к функции времени, получим

$$\begin{gathered}E(r,t) = \frac{\omega\mu_0 I_m S}{4\pi r\Delta}\left(1.4 + 0.8\frac{\Delta}{r}\right)\exp\left(-\frac{r}{\Delta}\right)\times \\ \times\cos\left(\omega t - \left(\frac{r}{\Delta} + 0.4\frac{\Delta}{r} + 0.79\right)\right).\end{gathered} \quad (4)$$

Таким образом, напряженность электрического поля индустриальной помехи при увеличении расстояния r уменьшается и приобретает фазовый сдвиг.

Косинус в выражении (4) удобно представить в виде

$$\cos\left(\omega t - \left(\frac{r}{\Delta} + 0.4\frac{\Delta}{r} + 0.79\right)\right) = \\ = \cos\left(\frac{r}{\Delta} + 0.4\frac{\Delta}{r} + 0.79\right)\cos\omega t + \\ + \sin\left(\frac{r}{\Delta} + 0.4\frac{\Delta}{r} + 0.79\right)\sin\omega t. \quad (5)$$

Напряжение индустриальной помехи между электродами кабельной антенны, находящимися на расстояниях r_1 и r_2 от центра рамки с током, определяется интегралом

$$U = \int_{r_1}^{r_2} E(r,t)dr. \quad (6)$$

С учетом (4)–(6) получим

$$U = \frac{\omega\mu_0 I_m S}{4\pi}\times \\ \times\left(\left(\frac{1.4}{\Delta}\int_{r_1}^{r_2}\frac{1}{r}\exp\left(-\frac{r}{\Delta}\right)\cos\left(\frac{r}{\Delta} + 0.4\frac{\Delta}{r} + 0.79\right)dr + \right.\right. \\ \left. + 0.8\int_{r_1}^{r_2}\frac{1}{r^2}\exp\left(-\frac{r}{\Delta}\right)\cos\left(\frac{r}{\Delta} + 0.4\frac{\Delta}{r} + 0.79\right)dr\right)\cos\omega t + \\ + \left(\frac{1.4}{\Delta}\int_{r_1}^{r_2}\frac{1}{r}\exp\left(-\frac{r}{\Delta}\right)\sin\left(\frac{r}{\Delta} + 0.4\frac{\Delta}{r} + 0.79\right)dr + \right. \\ \left.\left. + 0.8\int_{r_1}^{r_2}\frac{1}{r^2}\exp\left(-\frac{r}{\Delta}\right)\sin\left(\frac{r}{\Delta} + 0.4\frac{\Delta}{r} + 0.79\right)dr\right)\sin\omega t\right). \quad (7)$$

Вычислим напряжение индустриальной помехи на компенсационном датчике при значениях r_1 и r_2 соответственно 90 и 100 м:

$$U_1 = \frac{\omega\mu_0 I_m S}{4\pi}\times 10^{-5}(-11.6\cos\omega t - 19.5\sin\omega t) \approx \\ \approx -22.7\times 10^{-5}\frac{\omega\mu_0 I_m S}{4\pi}\sin(\omega t + 0.54). \quad (8)$$

Напряжение индустриальной помехи на активной части кабельной антенны, электроды которой расположены на расстояниях $r_1 = 100$ м и $r_2 = 400$ м, вычислим по формуле

$$U_2 = \frac{\omega\mu_0 I_m S}{4\pi}\times 10^{-5}(9.4\cos\omega t - 30.3\sin\omega t) \approx \\ \approx -31.8\times 10^{-5}\frac{\omega\mu_0 I_m S}{4\pi}\sin(\omega t - 0.3). \quad (9)$$

В соответствии с (8) и (9) напряжение на компенсационном датчике представляет собой гармоническое колебание, которое по амплитуде в 1.4 раза меньше напряжения помехи на активной части кабельной антенны, а по фазе – на 0.84 рад его опережает. Это означает возможность компенсации (вычитания) индустриальной помехи при уравнивании амплитуд и фаз, причем можно использовать только три электрода, электроды третий и четвертый можно объединить. То есть электрод на отметке 100 м можно использовать как для приема сигнала, так и для получения компенсирующего напряжения. Общая длина кабельной антенны составляет 400 м.

Оценим уменьшение полезного сигнала после компенсации помехи. Напряжение полезного сигнала, регистрируемое на активной части кабельной антенны длиной l_1, запишем в виде

$$U_{C1} = E_C l_1 = U_m \sin\omega t,$$

а напряжение сигнала, поступающее для вычитания с компенсационного датчика, с учетом его длины $l_2 = 0.1 l_1$ и уравнивания амплитуд и фаз помехи, – в виде

$$U_{C2} = E_C l_2 = 0.14 U_m \sin(\omega t - 0.84).$$

После вычитания получаем

$$U_{C1} - U_{C2} = 0.912 U_m(\sin\omega t + 0.115).$$

Следовательно, уменьшение напряжения принимаемого сигнала составляет менее 9%.

2. ПРИЕМНОЕ УСТРОЙСТВО

Приемное устройство, реализующее компенсацию индустриальной помехи, изображено на рис. 1. Оно содержит четырехжильный гибкий кабель К, первый *1* и второй *2* электроды, образующие первый датчик электрического поля (активную часть кабельной антенны), третий *3* и четвертый *4* электроды, образующие второй (компенсационный) датчик электрического поля, предварительный усилитель ПУ, первый узкополосный фильтр УФ1, второй узкополосный фильтр УФ2, управляемый усилитель УУ, управляемый фазовращатель ФВ, блок вычитания БВ, приемный блок ПБ и блок экстремального регулирования БЭР.

Устройство работает следующим образом. Напряжение, регистрируемое на электродах *1* и *2*, усиливается предварительным усилителем ПУ и через второй узкополосный частотный фильтр УФ2 поступает на первый вход блока вычитания БВ. Фильтр УФ2 пропускает узкую полосу частот в окрестностях несущей частоты принимаемого сигнала (в нашем случае это частота 75 Гц). Напряжение, регистрируемое на электродах *3* и *4*, через последовательно включенные первый узкополосный частотный фильтр УФ1, управляемый усилитель УУ и управляемый фазовращатель ФВ, поступает на второй вход блока вычитания БВ. Первый и второй узкополосные фильтры идентичны, их полоса пропускания согласована со спектром принимаемого сигнала. Применение

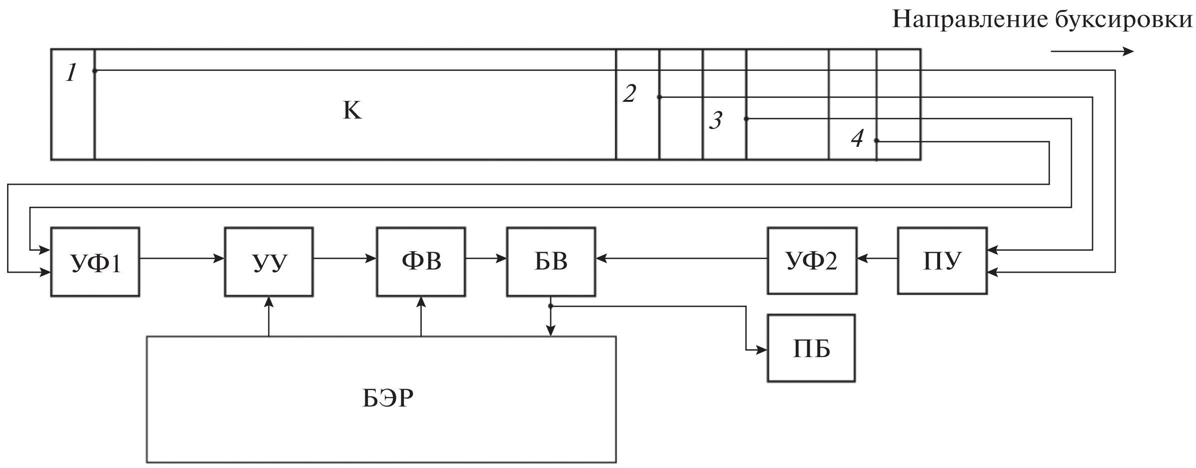

Рис. 1. Схема приемного устройства: К – четырехжильный гибкий кабель, *1*–*4* – первый, второй, третий и четвертый электроды, ПУ – предварительный усилитель, УФ1, УФ2 – первый и второй узкополосные фильтры, УУ – управляемый усилитель, ФВ – управляемый фазовращатель, БВ – блок вычитания, ПБ – приемный блок, БЭР – блок экстремального регулирования.

узкополосных фильтров позволяет гармонизировать помеху, т.е. превратить ее в напряжение с фиксированной частотой, что дает возможность осуществить компенсацию. В частности, осуществить фазирование помехи, поступающей на вычитание от активной части кабельной антенны и компенсационного датчика, так как поворот фазы в управляемом фазовращателе обычно зависит от частоты. С выхода блока вычитания БВ напряжение поступает на приемный блок ПБ и на вход блока экстремального регулирования БЭР, первый и второй выходы которого соединены соответственно с управляющими входами управляемого усилителя и управляемого фазовращателя.

Блок экстремального регулирования вырабатывает напряжения, управляющие коэффициентом усиления управляемого усилителя и поворотом фазы управляемого фазовращателя до достижения минимального значения напряжения на выходе блока вычитания. На его выходе остается напряжение сигнала с помехами естественного происхождения и индустриальные помехи, скомпенсировать которые не удается. Приемный блок осуществляет дополнительное усиление, частотную фильтрацию принимаемого сигнала и выделение полезной информации.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе теоретического анализа предложено приемное устройство, осуществляющее компенсацию индустриальной помехи. Вследствие этого нет необходимости удалять активную часть антенны на сотни метров от подводного объекта. Это дает возможность уменьшить общую длину кабельной антенны на 200 м, что существенно улучшает ее эксплуатационные характеристики.

БЛАГОДАРНОСТИ

Автор выражает благодарность В.В. Хабарову за помощь в вычислениях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бернстайн С.Л., Барроуз М.Л., Эванс Дж.Э. и др.* // ТИИЭР. 1974. Т. 62. № 3. С. 5.
2. Связь и АСУ Военно-Морского Флота: юбилейное издание. М.: Информационный мост, 2005.
3. Роль российской науки в создании отечественного подводного флота. М: Наука, 2008.
4. *Максименко В.Г., Нарышкин В.И.* // РЭ. 2003. Т. 48. № 1. С. 70.
5. *Неганов В.А., Осипов О.В., Раевский С.Б., Яровой Г.П.* Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Радиотехника, 2007.

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА, 2020, том 65, № 2, с. 145–157

АНТЕННО-ФИДЕРНЫЕ СИСТЕМЫ

УДК 621.373.32

СВЕРХКОРОТКОИМПУЛЬСНЫЕ ИЗЛУЧАТЕЛИ НА ОСНОВЕ ДЛИННОЙ ЛИНИИ

© 2020 г. К. В. Горбачев[a], Ю. И. Исаенков[a], А. В. Ключник[a], В. И. Мижирицкий[a], В. М. Михайлов[a], Е. В. Нестеров[a, *], В. А. Строганов[a]

[a]*Объединенный институт высоких температур Российской академии наук, ул. Ижорская, 13, стр. 2, Москва, 125412 Российская Федерация*

**E-mail: nst@ihed.ras.ru*

Поступила в редакцию 26.11.2018 г.
После доработки 04.03.2019 г.
Принята к публикации 10.03.2019 г.

Представлены результаты расчетно-теоретических и экспериментальных исследований сверхкороткоимпульсных излучателей с излучающими элементами на основе вибратора и дискоконусной антенны, источником возбуждения которых являются колебания токов в длинной линии, коммутируемой ключом с малым временем коммутации τ. Определены временные характеристики поля излучения и его спектр. Показано, что в зависимости от параметра $l/(c\tau)$ (l – длина плеча вибратора) реализуются различные режимы излучения, отличающиеся частотными характеристиками и формой диаграммы направленности. Приведено качественное объяснение основных закономерностей излучения на основе расчета спектра собственных колебаний (в спектральной области) и на основе суммирования вкладов от элементарных токов, текущих по поверхности излучателя (во временной области).

DOI: 10.31857/S0033849420020084

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время широкое распространение получили излучающие системы, формирующие сверхкороткие и сверхширокополосные импульсы излучения (далее – СКИ-излучатели и СШП-излучатели). Они используются для локации и для исследований электромагнитной совместимости радиоэлектронной аппаратуры (РЭА). Подробный обзор СШП-излучателей и их применений представлен в [1]. Под сверхкороткими в данной работе будем понимать импульсы наносекундной и субнаносекундной длительности, что соответствует нескольким полупериодам колебаний электрического поля.

Классификация типов излучателей основана на их спектре, который в свою очередь определяется формой импульсов, формируемых источником напряжения. В "классических" СШП-излучателях источник питания формирует короткие однополярные видеоимпульсы, спектр излучения которых начинается от нуля, а граничная частота спектра определяется временем переключения используемых ключевых устройств (разрядников, полупроводниковых ключей, обострителей). Для формирования биполярных импульсов используются отрезки длинных линий и несколько ключей [1, 2]. В схемах с радиальной формирующей линией возможно формирование как однополярных, так и биполярных импульсов напряжения на нагрузке [3].

В данной работе рассмотрен другой тип импульсных источников, основанных на коммутации длинной линии [4, 5], спектр излучения которых имеет несколько выраженных резонансов, гармоник основной частоты. Такие излучатели имеют ряд характерных особенностей, которые ранее детально не рассматривались.

Интерес к подобным источникам излучения определяется их технической простотой и высоким КПД преобразования энергии источника в излучение. Рабочий диапазон частот позволяет использовать традиционные, хорошо зарекомендовавшие себя антенны, такие как цилиндрический или биконический вибратор, зеркальные антенны, дискоконусная антенна, спираль и т.д. При этом можно получить высокую степень пространственной концентрации излучения даже в одном излучающем элементе. Высокая электрическая прочность основных элементов таких излучателей позволяет формировать импульсы значительной амплитуды.

1. ПРИНЦИП РАБОТЫ И СХЕМА СКИ-ИЗЛУЧАТЕЛЯ

Излучатели на основе коммутируемой формирующей линии впервые подробно были рассмотрены в работах [6, 7]. В качестве источника энергии в таких излучателях используется заряженная до напряжения U_0 емкость отрезка длинной линии, или емкость системы колебательных контуров. Нагрузкой является излучающий элемент,

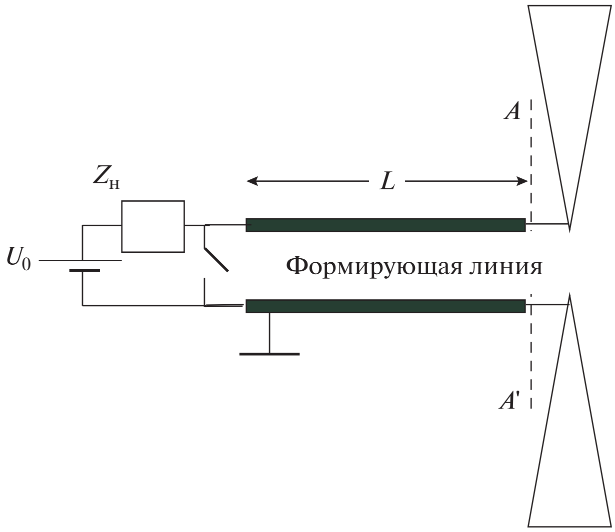

Рис. 1. Принципиальная схема СКИ-излучателя.

например вибратор. Таким образом, СКИ-излучатель – это устройство, в состав которого входит как источник сверхкоротких высоковольтных импульсов, так и излучающий элемент (антенна). Особенностью рассматриваемых излучателей является то, что их нельзя разделить на независимые части – генератор и антенну – и конструкция антенны существенным образом влияет на параметры формируемых импульсов.

Принципиальная схема СКИ-излучателя с питанием от длинной линии представлена на рис. 1. Отрезок длинной линии (формирующая линия) длиной L имеет волновое сопротивление W, излучатель имеет входной импеданс Z, а ключ имеет небольшое активное сопротивление r. Зарядное напряжение подается через нагрузку, импеданс которой значительно больше волнового сопротивления линии: $Z_н \gg W$.

Работа СКИ-излучателя аналогична работе формирующей линии в рассогласованном режиме. После срабатывания ключа по линии бежит волна, которая преломляется и отражается в сечении AA'. Преломленная волна уходит на вибратор, формируя на нем распределение токов и поле излучения в пространстве. Отраженная в сечении AA' волна напряжения, распространяясь обратно по линии, отражается со сменой полярности от ключа с небольшим сопротивлением, и далее процесс повторяется. Таким образом, в длинной линии и на вибраторе возникают затухающие колебания, при этом часть мощности рассеивается на активных сопротивлениях линии и ключа, а часть расходуется на излучение (рассеянием мощности на импедансе Z_L будем пренебрегать). В пространстве формируется "цуг" излучения, имеющий вид затухающих по амплитуде пиков (полуволн) различной полярности. Форма цуга определяется процессами отражений волны токов и напряжений в линии и в общем случае имеет достаточно сложный вид. При определенных условиях цуг может иметь регулярную форму, близкую к затухающей синусоиде.

Определяющую роль в генерации излучения играют параметры ключа, а именно его коммутационная характеристика, задающая длительность фронта тока первого импульса и производную от тока dI/dt, и его резистивная характеристика в замкнутом состоянии, влияющая на эффективность излучателя и длительность "цуга".

В конкретном конструктивном исполнении в сечении AA' находится узел связи линии с излучающим элементом (антенной). При проведении аналитических расчетов реактивные составляющие узла связи учитываться не будут, а при проведении численного моделирования узел связи рассматривается наряду с остальными элементами системы.

2. СПЕКТР СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ

Исследование физических процессов в СКИ-излучателе начнем с анализа коэффициента передачи и спектра собственных колебаний.

Можно показать, что возникающие при коммутации ключа процессы определяются переходной характеристикой цепи (реакции цепи на ступеньку напряжения на входе системы). Мы определим коэффициент передачи $K(\omega)$ из которого могут быть получены переходная и импульсная характеристики. Частотная зависимость коэффициента передачи определяется в первую очередь спектром собственных колебаний, соответствующих полюсам $K(\omega)$.

Для исследования спектра собственных колебаний ограничимся случаем, когда нагрузкой длинной линии является симметричный вибратор (СВ). Будем считать, что после срабатывания ключ имеет небольшое, чисто активное сопротивление r. Входной импеданс вибратора с хорошей точностью может быть представлен импедансом эквивалентной длинной линии: $Z(\omega) = R_\Sigma(\omega) + iX(\omega)$ [5]. Полуволновому резонансу соответствует частота $\omega_v = 2\pi f_v$. Вблизи полуволнового резонанса мнимая часть импеданса обращается в ноль. Из граничных условий для токов и напряжений в длинной линии несложно найти систему уравнений для определения падающей и отраженной волн, а условие равенства нулю детерминанта этой системы дает частоты собственных колебаний системы:

$$\begin{aligned} \det = \left(1+\frac{r}{W}\right)\left(1+\frac{Z}{W}\right)\exp(ikL) - \\ - \left(1-\frac{r}{W}\right)\left(1-\frac{Z}{W}\right)\exp(-ikL) = 0. \end{aligned} \tag{1}$$

Если на одном конце линии имеем режим, близкий к короткому замыканию, а на другом – к холостому ходу, уравнение (1) можно решить разложением по малым параметрам $r_0/W \ll 1$ и $W/|Z| \ll 1$. Решение уравнения (1) ищем в виде

$$f = f_n + \delta f_n, \quad f_n = f_0(2n+1)/4, \quad f_0 = c/L, \quad n = 0,1,... \tag{2}$$

Подставляя (2) в (1) и разлагая по малым параметрам до членов второго порядка по δf_n, получаем из (1) квадратное уравнение вида

$$Ax^2 + x + iB = 0, \tag{3}$$

где $x = \delta\omega/f_0$, $A = Z'(f_n)f_0/Z(f_n)$, $B = W/Z(f_n) + r/W$, $Z'(\omega) = \partial Z(\omega)/\partial\omega$. Два корня этого уравнения дают поправки δf_n к собственным частотам.

Положение корней уравнения (3) зависит от взаимного расположения резонансных частот длинной линии f_n и резонансов вибратора, в первую очередь полуволнового резонанса f_v. Если частоты этих резонансов отличаются значительно, то (3) имеет лишь один корень, находящийся рядом с действительной осью. Этот корень имеет вид

$$\delta f_{n1} \approx -iB = \left(\frac{2}{\pi}\right) \times f_0 \left\{ i\left(\frac{r}{W} + \frac{WR_\Sigma(\omega_n)}{|Z(\omega_n)|^2}\right) + \frac{WX(\omega_n)}{|Z(\omega_n)|^2} \right\}. \tag{4}$$

Квадратичный член в (2) имеет смысл удерживать лишь при условии, что коэффициент $A \gg 1$. Это может иметь место вблизи полуволнового резонанса, и именно в этой области частот второй корень уравнения (3) также оказывается вблизи действительной оси, что соответствует появлению второго выраженного резонанса. При $A \gg 1$ два корня уравнения (3) имеют вид

$$\delta f_{n1} \approx -iB, \quad \delta f_{n2} \approx -f_0/(2\pi A). \tag{5}$$

Полученные поправки к частоте дают затухание собственных колебаний (мнимая часть δf_n) и сдвиг резонансной частоты относительно своего невозмущенного значения (действительная часть δf_n).

Проанализируем сначала собственные волны, соответствующие первой моде δf_{n1}. Как следует из (4), затухание этой моды колебаний складывается из двух частей – диссипативного затухания на сопротивлении ключа и потерь на излучение. Потери на излучение сравниваются с потерями на ключе при

$$W = Wc = (r/R_\Sigma)^{1/2}|Z|. \tag{6}$$

Оценим порядок величины Wc вблизи полуволнового резонанса при сопротивлении ключа 0.3 Ом: $Wc \sim (0.3 \times 70)^{1/2} = 4.5$ Ом. При $W > Wc$ превалируют потери на излучение, а при $W < Wc$ – потери в ключе.

На низких частотах (по сравнению с полуволновым резонансом), при $\omega \to 0$, имеем $R_\Sigma \to 0$, $|Z| \to \infty$ (импеданс вибратора близок к импедансу емкости). В результате $Wc \to \infty$ и потери на излучение оказываются меньше потерь на сопротивлении ключа. Практически вся энергия в этом случае рассеивается на ключе.

Энергетическая эффективность рассматриваемой системы определяется отношением потерь на излучение к омическим потерям. При волновом сопротивлении линии, значительно меньшем сопротивления вибратора, эффективность растет пропорционально W^2. При увеличении волнового сопротивления линии КПД преобразования запасенной в системе энергии в энергию излучения стремится к единице, а абсолютная величина излучаемой мощности имеет максимум вблизи Wc.

Смещение резонанса относительно f_n минимально на частотах, где реактивная составляющая импеданса вибратора равна нулю. При этом даже на частотах, где $X(\omega_n) = 0$, смещение резонанса отлично от нуля и определяется поправками более высокого порядка.

При приближении резонанса линии к полуволновому резонансу вибратора возникает вторая мода колебаний и спектральное распределение принимает характерный "двухпичковый" вид. Как следует из (5), добротность второй моды пропорциональна $(R_\Sigma X' - XR_\Sigma')/|Z|^2$. Характерной особенностью данной моды является возможность резкого увеличения добротности при изменении частоты. Сдвиг частоты пропорционален $-(R_\Sigma R_\Sigma' + XX')/|Z|^2$. В окрестности полуволнового резонанса производные импеданса вибратора положительны, поэтому частота будет сдвигаться в область более низких частот по сравнению с резонансом длинной линии.

Коэффициент передачи для рассматриваемой системы находили из S-матрицы четырехполюсника, состоящего из трех последовательно соединенных четырехполюсников – ключа, линии и вибратора. Численные расчеты частотной зависимости коэффициента передачи полностью соответствуют полученным выше выражениям в соответствующих предельных случаях. Как будет показано ниже, эффективность СКИ-излучателей зависит от взаимного положения резонансов длинной линии и резонансов излучателя. Мы не будем приводить детальный анализ $K(\omega)$, так как ниже будут использоваться точные численные решения для токов и напряжений. В качестве примера на рис. 2 приведен результат численного расчета спектра тока в центре длинной линии с волновым сопротивлением $W = 30$ Ом длиной 15 см, подключенной к симметричному цилиндрическому вибратору с длиной плеча 16 см и диаметром 3 см. В расчете линия заряжалась до единичного напряжения 1 В и коммутировалась через резистор $r = 0.3$ Ом. Продолжительность (время) коммутации ключа τ (изменение импеданса от бесконечности до r) выбирали равной 0.15 нс. Далее модель вибратора и длинной линии с такими параметрами назовем СВ1.

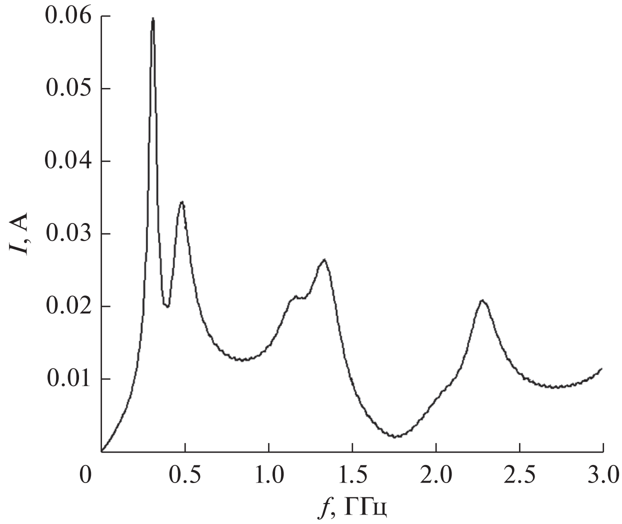

Рис. 2. Зависимость модуля спектральной плотности тока в центре длинной линии от частоты.

В спектре импульса тока видны резонансы длинной линии на частотах 480, 1370 и 2330 МГц. При этом расчетное значение $f_0 \approx 500$ МГц. Полуволновой резонанс этого вибратора близок к 500 МГц, поэтому низкочастотный резонанс имеет два пика, причем частота низкочастотного пика сдвинута относительно f_0 примерно на 180 МГц в область низких частот. Низкочастотная часть спектра тока определяется длительностью цуга излучения T. Заметная доля энергии содержится на частотах вплоть до $f \sim 1/T$.

3. ХАРАКТЕРИСТИКИ СКИ-ИЗЛУЧАТЕЛЕЙ

Прежде чем переходить к анализу полей, определим основные, наиболее часто используемые характеристики при описании работы СШП- и СКИ-излучателей [1, 4].

Анализ полей будем выполнять в дальней зоне. Для гармонических сигналов граница дальней зоны определяется условиями $R > 2D^2/\lambda$ при $D > \lambda$ или $R > (2...3)\lambda$ при $D < \lambda$. Для СКИ-сигналов, которые содержат в спектре как низкие, так и высокие частоты, определение границы дальней зоны требует уточнения. Граница дальней зоны СКИ-излучателя определяется по критерию неизменности формы импульса излучения в фиксированном направлении или по критерию синфазности E- и H-компонент поля. Оба эти критерия эквивалентны. Для инженерной оценки границ дальней зоны можно использовать условия $R \geq 2D^2/\lambda$ и $R > 4D$, где D – размер излучателя, а в качестве λ используется верхняя частота спектра, при этом погрешности, связанные с пренебрежением высшими члена разложения на границе дальней зоны, составят не более 10% (подробнее см. в [1]).

В дальней зоне векторный потенциал $\vec{A}(R, t)$ равен интегралу от плотности тока на вибраторе $\vec{J}(r,t)$:

$$\vec{A} = \mu_0/(4\pi R)\int \vec{J}\left(r, t - R/c - (\vec{n}\vec{r})/c\right)dr,$$

а напряженность магнитного и электрического полей

$$\vec{H}(\vec{R},t) = \mathrm{rot}\vec{A}/\mu_0 = \left[\vec{A}_t\vec{n}\right]/c\mu_0,$$
$$\vec{E}(\vec{R},t) = \left[\vec{n}\left[\vec{A}_t\vec{n}\right]\right].$$

Здесь $\vec{n} = \vec{R}/R$, $\vec{R}$ – радиус-вектор направленный в точку наблюдения, $\vec{A}_t = \partial A/\partial t$. Форма импульса поля в дальней зоне зависит от направления $\vec{n}$ и не зависит от расстояния R, которое входит в виде комбинации $t^* = t - R/c$ и дает только сдвиг начала отсчета времени. Электрическое и магнитное поля в дальней зоне поперечны и синфазны.

Построим в дальней зоне сферу радиусом R с центром в СКИ-излучателе, $\vec{n}$ – единичный вектор направленный из центра сферы в точку наблюдения. Электрическое поле в каждой точке на сфере в направлении $\vec{n}$ можно представить в виде

$$\vec{E}(\vec{n},t) = \vec{e}_\theta E_\theta(\vec{n})\, u_\theta(\vec{n},t^*) + \vec{e}_\varphi E_\varphi(\vec{n})\, u_\varphi(\vec{n},t^*). \quad (7)$$

Здесь $u_i(\vec{n}, t)$ – скалярные функции единичной амплитуды, описывающие временную зависимость поля, а $E_j(\vec{n})$ – пиковые значения компонент поля в направлении $\vec{n}$, θ и φ углы сферической системы координат. Как следует из (7), пространственное распределение излучения (в том числе поляризация) изменяется во времени. В каждый фиксированный момент времени, нормируя каждую компоненту в (7) на ее максимальное значение, можно построить пространственную диаграмму направленности (ДН). Наибольший интерес представляет распределение поля в моменты времени t_1, t_2..., соответствующие максимумам излучения. В общем случае эти моменты времени в разных направлениях разные. Однако для рассматриваемых СКИ-излучателей разброс времен достижения максимумов в разных направлениях значительно меньше длительности полуволны (см. ниже), поэтому для анализа направленных свойств им можно пренебречь. Для анализа пространственного распределения излучения во временной области будем использовать нормированные ДН в моменты времени, соответствующие максимумам излучения:

$$F_\theta(\vec{n},t_1) = E_\theta(\vec{n},t_1)/E_\theta(\vec{n}_1,t_1),$$
$$F_\theta(\vec{n},t_2) = E_\theta(\vec{n},t_2)/E_\theta(\vec{n}_2,t_2),\ldots,$$

где $\vec{n}_1, \vec{n}_2$ – направления максимального излучения. Аналогичным образом могут быть получены ДН для φ-компоненты поля и для полного поля.

Введенные таким образом ДН можно связать с традиционными ДН для гармонических сигналов $\vec{F}(\omega,\vec{n})$. Фурье-компонента электрического поля на частоте ω имеет вид

$$\vec{E}(\omega,\vec{n}) = c(\omega)\exp(-ikR)/R\cdot\vec{F}(\omega,\vec{n}),$$

где $c(\omega) = E_{\max}(\omega)R$, $E_{\max}(\omega)$ – величина поля в направлении максимума диаграммы на частоте ω. Для θ-компоненты поля получаем

$$F_\theta(\vec{n},t_1) = \\ = \int\left[E_{\theta\max}(\omega)/E_\theta(\vec{n}_1,t_1)\right]F_\theta(\omega,\vec{n})\exp(i\omega t_1)\,d\omega. \quad (8)$$

Таким образом, ДН во временной области $F_\theta(\vec{n},t_1)$ есть сумма диаграмм направленности на разных частотах, взятых с соответствующим весом. Из (8) следует, что если излучатель имеет частотно независимую диаграмму направленности во всем значимом частотном диапазоне СКИ-излучения, то все его диаграммы направленности во временной области по модулю совпадают с этой диаграммой направленности и отличаются только фазовыми множителями.

Излучаемая в направлении $\vec{n}$ энергия импульса имеет вид

$$W_{\text{изл}}(\vec{n}) = \left(\tau_\theta E_\theta(\vec{n})^2 + \tau_\varphi E_\varphi(\vec{n})^2\right)/Z_0,$$
$$\tau_\theta = \tau_\theta(\vec{n}) = \int u_\theta(\vec{n},t)^2\,dt,$$

где $Z_0 = 120\pi$ – волновое сопротивление свободного пространства. Нормируя эту величину на максимальное значение, получаем вполне однозначную диаграмму направленности по энергии $F^2(\vec{n})$.

Кроме ДН для анализа СКИ-излучателей используют эффективный потенциал (ЭП) и энергетический КПД (эффективность СКИ-излучателя). Эффективный потенциал – произведение максимального пикового значения напряженности поля в дальней зоне на расстояние R:

$$\text{ЭП} = E_{\max}R. \quad (9)$$

В дальней зоне эта величина не зависит от расстояния. Иногда используют также значения эффективного потенциала в разных направлениях. Так как эффективный потенциал прямо пропорционален зарядному напряжению U_0, то удобно использовать безразмерный нормированный эффективный потенциал:

$$E_{\max}R/U_0. \quad (10)$$

Энергетический КПД равен отношению излученной энергии к энергии, запасенной перед началом коммутации.

СКИ-излучатели оптимизируются по указанным выше характеристикам за счет выбора параметров длинной линии и параметров излучателя.

Для описания формы цуга излучения во временной области используется такие параметры как длительность цуга, длительность фронта первой полуволны и длительность первой полуволны под разными углами к оси излучателя. В спектральной области определяется ширина спектра излучения по заданному уровню, нижняя граница спектра и положения основных резонансов.

4. АНАЛИЗ ПОЛЕЙ ИЗЛУЧЕНИЯ

Для расчета полей излучения основной характеристикой является распределение тока по излучающему элементу. “Источником” в данном случае является волна токов, возникающая при коммутации заряженной длинной линии.

Для симметричного вибратора задача отыскания тока сводится к решению нестационарного уравнения Поклингтона. В приближении точечного ядра это уравнение приводится к уравнению длинной линии с источником.

Для вибраторов, которые практически могут быть использованы в СКИ-излучателях, распределение тока может быть получено только численными методами. В представленных ниже результатах численных расчетов длинная линия заряжалась до напряжения 1 В, а затем срабатывал ключ, формировался переходной колебательный процесс и система разряжалась.

На рис. 3а представлены осциллограммы токов в длинной линии и на поверхности конуса в сечении aa' для излучающего элемента в виде дискоконусной антенны с параметрами: длина $b = 30$ см, диаметр $a = 23$ см, длина линии $L = 20$ см, $W = 30$ Ом, $r = 0.3$ Ом, время коммутации $\tau = 0.15$ нс, зарядное напряжение – $U_0 = 1$ В (далее – модель ДК1). Коммутация ключа осуществляется в момент времени $t = 0$. Сечение дискоконусной антенны вертикальной плоскостью и обозначения размеров показаны на рисунке 3б. Внутренний проводник коаксиальной линии соединен в верхней части с диском. Коммутация внутреннего проводника заряженной коаксиальной линии на внешний проводник (конус) осуществляется ключом K, расположенным в нижней части линии (ключ показан условно).

На рис. 4а показаны сечения симметричного цилиндрического вибратора, в которых рассчитывались токи, представленные на рис. 4б. На рис. 4в в растянутом масштабе представлен первый полупериод токов. Сечения 1 и 11, а также 2 и 22 расположены симметрично относительно центра вибратора. Для расчетов использовалась модель СВ1 (см. разд. 2).

В осциллограммах тока можно выделить два временных интервала – область “вынужденных” колебаний (две первые полуволны) и область свободных колебаний (начиная с третьей полуволны). В области вынужденных колебаний токи в разных

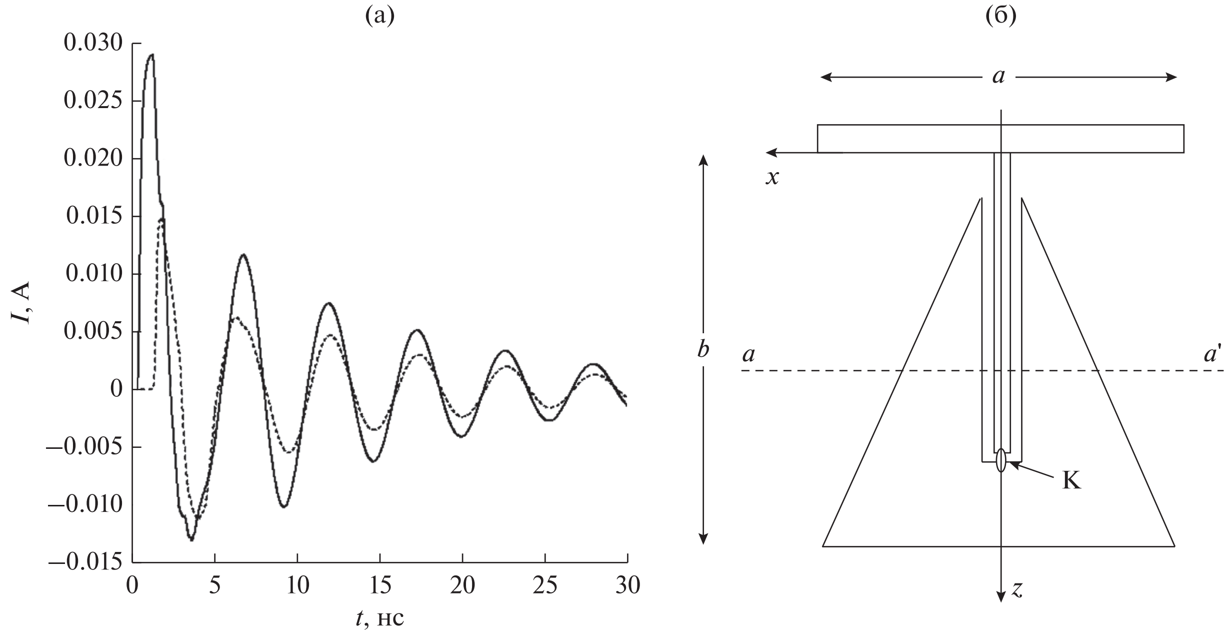

Рис. 3. Токи (а) в линии (сплошная кривая) и на поверхности конуса (штриховая) дискоконусной антенны в сечении *aa*'; дискоконусная антенна, K – ключ (б).

сечениях вибратора расфазированы, а первая полуволна тока имеет короткий фронт, примерно равный времени коммутации ключа τ. Сдвиги токов первой полуволны в разных сечениях определяются временем распространения импульса тока по вибратору от одного сечения до другого со скоростью примерно равной скорости света. Начиная с третьей полуволны расфазировка токов по вибратору незначительна.

Наличие первого максимума с крутым фронтом является характерной особенностью рассматриваемых СКИ-излучателей. Так как поле излучения пропорционально производной от тока, то наиболее крутой части фронта импульса тока будет соответствовать первый максимум поля излучения. Второй максимум излучения (он может даже превосходить первый) обусловлен значительным перепадом между первой и второй полуволнами тока.

Амплитуда тока убывает к краю вибратора, так как на краю вибратора всегда есть точка, где ток обращается в ноль, при этом в каждом сечении вибратора форма импульса тока оказывается разной. Однако уже после третьего полупериода колебания тока в разных сечениях практически синфазны, а их форма не меняется. Токи на верхнем и нижнем плечах вибратора в симметричных сечениях почти совпадают.

Спектры токов на поверхности вибратора и тока в линии (см. рис. 3) имеют максимумы на частотах, соответствующих собственным колебаниям в линии. Первый (низкочастотный) резонанс оказывается сдвинут в область низких частот по сравнению с первым резонансом длинной линии, что уже отмечалось в разд. 2.

Указанные выше особенности распределения тока по излучателю приводят к зависимости формы импульса от направления излучения. Зависимость формы импульса излучения от направления была исследована для СШП-импульсов (см., например, [1]). В спектральной области этот эффект можно объяснить зависимостью формы ДН вибратора от частоты [8]. В частности, при $l/\lambda < 0.5$ ДН вибратора дипольного типа, а на более высоких частотах возникают боковые лепестки и максимумы “прижимаются” к оси вибратора.

В данной работе рассмотрен эффект зависимости формы импульса от направления распространения применительно к СКИ-излучателям и приведена его простая физическая интерпретация во временной области.

Для анализа поля излучения во временной области разобьем вибратор на элементы, в пределах которых ток (“элементарный” ток) можно считать не зависящим от координаты (рис. 5). В качестве шага разбиения возьмем длину $\Delta z < c\tau$.

Векторный потенциал равен сумме вкладов от элементарных токов:

$$\vec{A} = \mu_0/(4\pi R)\sum \vec{J}_m\left(t - R/c - (\vec{n}\vec{r}_m)/c\right),\quad m = 1, 2, \ldots, l/\Delta z. \tag{11}$$

Как следует из численных расчетов, в пределах первой полуволны форма тока в разных сечениях для основной части вибратора меняется слабо, убывая по амплитуде к его краям. При этом вре-

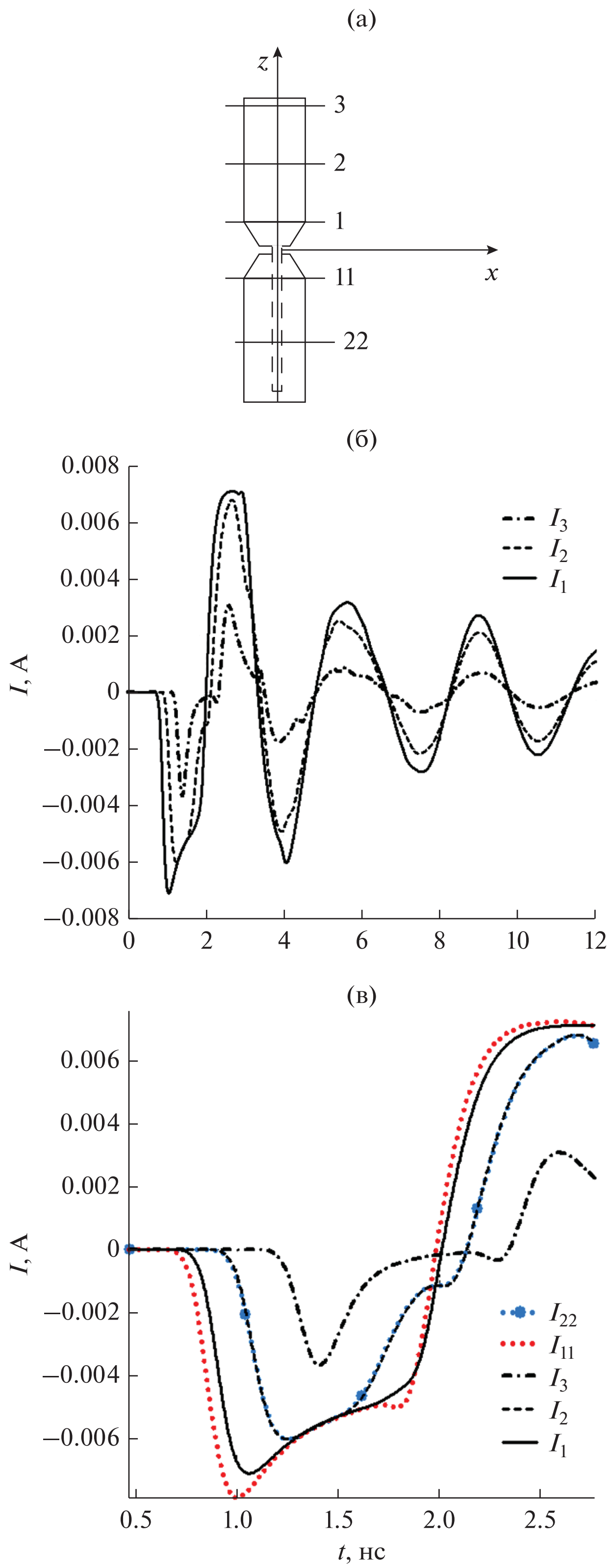

Рис. 4. Сечения вибратора, выбранные для расчета токов (а), токи в сечениях 1, 2 и 3 (б), первая полуволна токов в сечениях 1, 2, 3, 11, 22 (в).

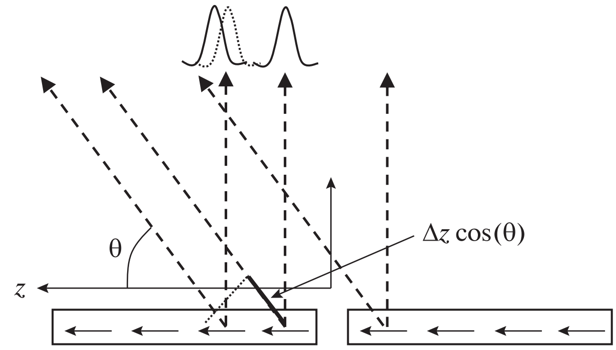

Рис. 5. Суммирование вкладов элементарных токов в полное излучение под разными углами к оси вибратора.

менная задержка между соседними элементарными токами примерно равна времени распространения сигнала $\Delta z/c$. В этом приближении для оценки суммы можно произвести замену

$$J_m\left(t^*-(\vec{n}\vec{r}_m)\right) \to C_m\vec{J}\left(t^*+m\Delta z/c-m\Delta z\cos(\theta)/c\right),$$

а в качестве $\vec{J}\,(t)$ использовать ток в центральном сечении плеча вибратора. Вклад в поле излучения от элементарного тока вычисляется по формуле

$$\delta\vec{E}_m=\vec{e}_\theta\sin(\theta)/(4\pi R)\times \\ \times C_m J_t\left(t^*+m\Delta z/c\left(1-\cos(\theta)\right)\right). \quad (12)$$

Производная от тока $J_t(t)$ локализована на фронте и спаде первой полуволны. На фронте она имеет вид пика амплитудой $\sim U_0/(W\tau)$ и длительностью $\sim\tau$ (см. рис. 5).

Полное поле излучения является сумой вкладов элементарных токов, причем результирующее поле определяется временными задержками на распространение вида $m\Delta z\cos(\theta)/c$ и временными задержками в распределении тока по вибратору $\sim m\Delta z/c$.

Если выполнить суммирование полей излучения элементарных токов $\delta\vec{E}_m$, то в зависимости от параметра $l/(c\tau)$ получим совершенно разные пространственные распределения поля.

При $l/(c\tau)\ll 1$ максимум излучения будет находиться в плоскости (xy) центрального сечения вибратора, где пространственные задержки обращаются в ноль.

При $l/(c\tau)\gg 1$, максимум излучения смещается к оси на угол $\theta\sim 30°...50°$. Чем меньше τ, тем ближе первый максимум прижимается к оси вибратора. Длительность импульса от первой полуволны в плоскости центрального сечения оказывается порядка l/c, а длительность импульса под небольшим углом к оси оказывается меньше, и для очень малых времен переключения она будет стремиться к τ. Такое распределение поля объясняется зависимостью задержек от направления распространения. Действительно, основной вклад в поле в плоско-

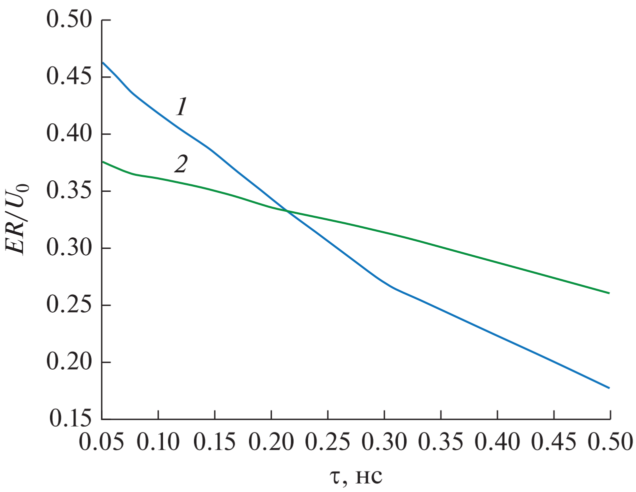

Рис. 6. Зависимость нормированного эффективного потенциала (первая полуволна) от времени коммутации τ под углами $\theta = 45°$ (*1*) и $90°$ (*2*).

сти центрального сечения (плоскость *xy*, перпендикулярная оси вибратора и проходящая через его центр) от первой полуволны тока вносит центральная часть вибратора от $+c\tau$ до $-c\tau$ (область "синхронности" элементарных токов). Поля от других частей вибратора приходят с временной задержкой, большей длительности импульса элементарного тока и не увеличивают амплитуду, а формируют "плоскую" часть импульса излучения. При $l/(c\tau) \gg 1$ размеры области "синхронности" элементарных токов оказываются меньше длины плеча вибратора. Поэтому при увеличении длины плеча вибратора амплитуда максимума поля изменяться не будет.

При уменьшении угла θ временные задержки на распространение импульса от соседних элементарных токов компенсируют в определенной степени задержки токов на поверхности вибратора. При этом размеры области синхронности элементарных токов возрастают и могут приблизиться к длине плеча вибратора. Так как элементарные токи вдоль оси не излучают ($\delta\vec{E}_m \sim \sin(\theta)$), то максимум поля будет расположен под некоторым углом к оси вибратора. Положение максимума будет смещаться ближе к оси вибратора при уменьшении τ, а величина этого максимума будет расти пропорционально длине плеча вибратора. Так как распределения токов на разных плечах вибратора почти совпадают (см. рис. 4в), то будут формироваться симметричные максимумы в противоположных направлениях.

Амплитуда поля в центральном сечении (*xy*), которая пропорциональна размеру области синхронности элементарных токов ($\sim\tau$) и производной от элементарного тока ($\sim 1/\tau$), практически не будет зависеть от длительности фронта. Амплитуда поля под углом к центральному сечению будет расти с уменьшением длительности фронта, так как амплитуда элементарного тока пропорциональна $1/\tau$, а размеры области синхронности от длительности фронта почти не зависят. При некотором значении времени коммутации $\tau = \tau_c$ амплитуды максимумов в разных направлениях сравниваются. Величина τ_c зависит от конструкции антенны.

Указанные качественные соображения не учитывают ограниченную полосу рабочих частот цилиндрического вибратора, которая начинает сказываться при небольших временах коммутации τ. Для более широкополосных излучателей увеличение амплитуды с уменьшением τ будет более значительным (см. ниже).

На рис. 6 представлены результаты численных расчетов зависимости эффективного нормированного потенциала ER/U_0 от продолжительности коммутации τ в плоскости центрального сечения (2) и под углом 45° к оси симметричного вибратора.

Результаты расчетов подтверждают представленные выше качественные соображения: зависимость амплитуды максимума при $\theta = 90°$ оказывается значительно более плавной, чем при $\theta = 45°$.

В "поздневременной" области цуга колебания токов на всей поверхности вибратора практически синфазны. Временные задержки обращаются в ноль в центральном сечении вибратора. Поэтому ДН для рассмотренных на рис. 3 и 4 вибраторов для этой части цуга излучения будет дипольного типа с максимумом в плоскости центрального сечения.

Для иллюстрации представленных выше качественных соображений на рис. 7 и 8 представлены результаты численных расчетов полей излучения в центральном сечении вибратора и под углом 45° к его оси, а также угловые распределения абсолютной величины электрического поля $E(\theta)$ (θ – угол от оси вибратора) на расстоянии 1 м в моменты времени, соответствующие первым двум максимумам излучения. Моделирование проводилось для модели СВ1.

Из рисунков видно, что длительность первой полуволны под углом 45° к оси меньше, чем в плоскости центрального сечения. Спектр излучения под углом 45° смещен в сторону высоких частот. Абсолютная величина первого максимума поля под углом 45° на 10% больше соответствующего значения в плоскости центрального сечения. Длительность первой полуволны (по 3 дБ) в плоскости центрального сечения составила 0.5 нс, а под углом 45° – 0.17 нс, при этом длительность импульса в плоскости центрального сечения примерно соответствует времени распространения волны по плечу вибратора l/c. Расчеты показали также, что пространственное распределение поля в поздневременной области – области свободных

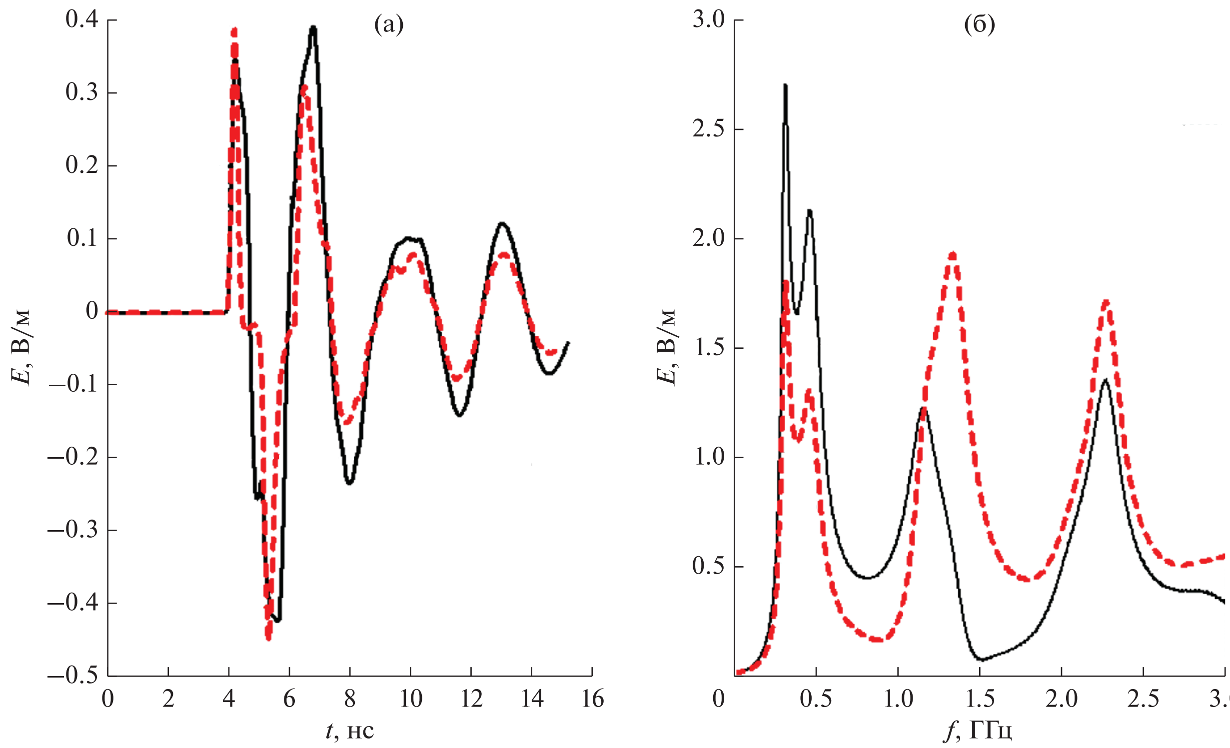

Рис. 7. Поперечная компонента электрического поля излучения (а) и модуль спектральной плотности электрического поля (б) под углами $\theta = 90°$ (сплошная) и $\theta = 45°$(штриховая) к оси вибратора.

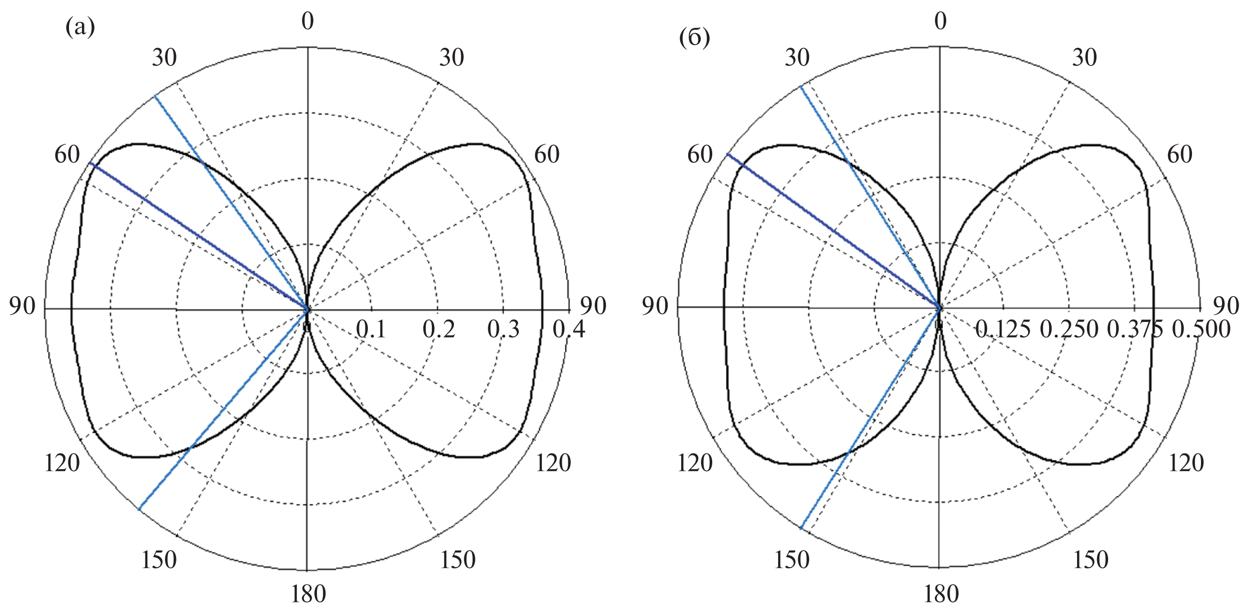

Рис. 8. Распределение абсолютной величины электрического поля $E(\theta)$ в плоскости (zy): а – первый максимум излучения ($t_1 = 0.9$ нс, $E_{max} = 0.39$ В/м, $\theta_{max} = 56°$), б – второй максимум излучения ($t_2 = 2.0$ нс, $E_{max} = 0.46$ В/м, $\theta_{max} = 54°$).

колебаний – близко к распределению дипольного типа.

Распределение поля по углу θ демонстрирует формирование максимумов излучения под углом к оси вибратора.

Для дискоконусной антенны эффект изменения формы импульса от направления может быть выражен значительно более сильно. Как уже отмечалось ранее, для симметричного цилиндрического вибратора смещение максимума к оси “подавлено” множителем sin(θ) в элементарном токе. Для конического излучателя фактор sin(θ), подавляющий излучение вдоль оси, в данном случае не работает, так как элементарные токи направлены

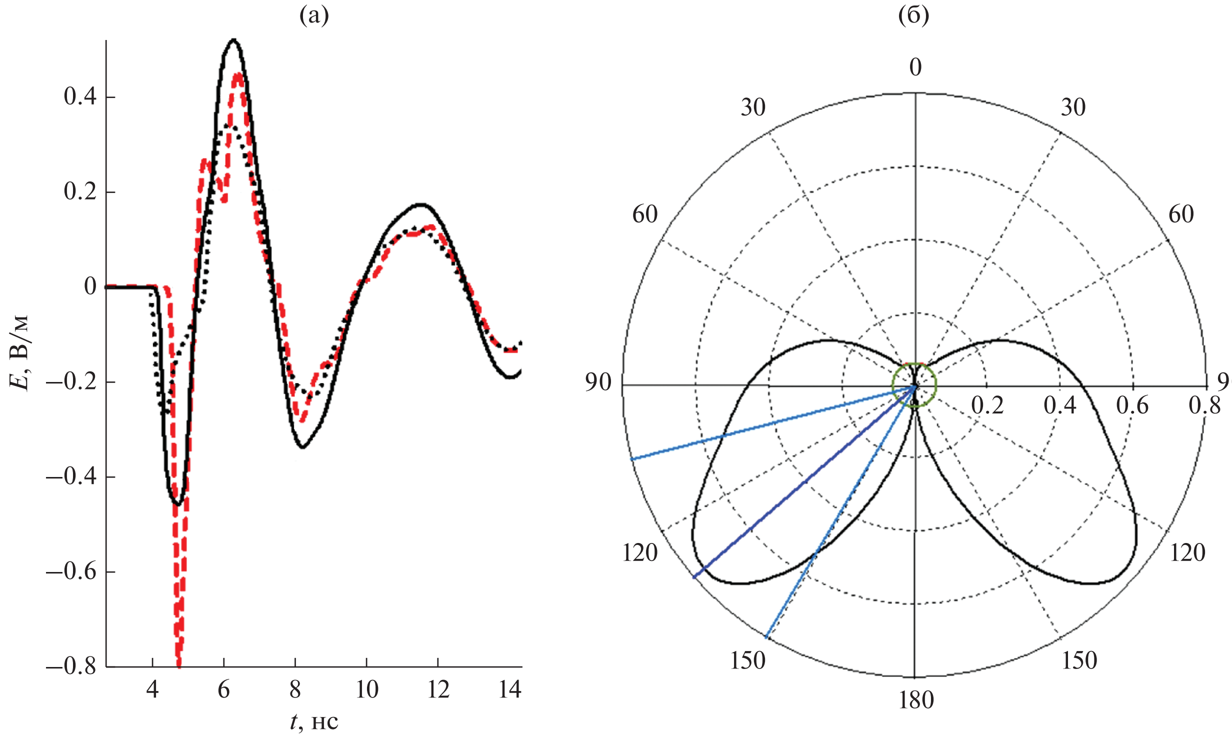

Рис. 9. Поперечная компонента электрического поля под углами $\theta = 90°$ (сплошная кривая), $\theta = -45°$ (штриховая) и $\theta = +45°$ (пунктирная) к оси конуса (а) и пространственное распределение поля $E(\theta)$ в момент первого максимума $t_1 = 1.5$ нс, $E_{max} = 0.76$ В/м, $\theta_{max} = 131°$ для дископонусной антенны (б).

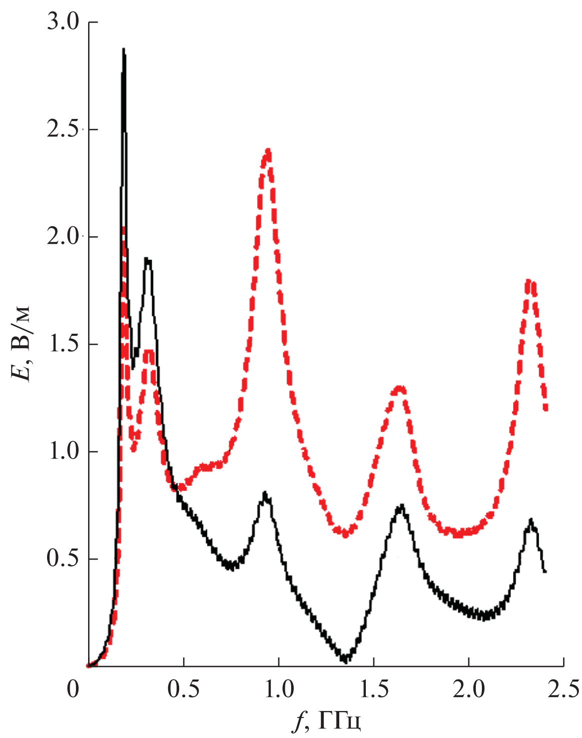

Рис. 10. Зависимость модулей спектральной плотности электрического поля от частоты под углами 45° (штриховая кривая) и 90° (сплошная) к оси дискоконусной антенны.

под разными углами к оси. В результате амплитуда первого максимума под небольшим углом к оси будет значительно превышать амплитуду излучения под углом 90°.

В качестве примера на рис. 9 представлены осциллограммы поперечной компоненты электрического поля на расстоянии 1 м и зависимость абсолютной величины поля $E(\theta)$ в момент времени, соответствующий первому максимуму для модели ДК1 (см. рис. 3). На рис. 10 представлены соответствующие этим осциллограммам спектры.

Видно, что высокие частоты высвечиваются в основном под небольшим углом к оси, а низкие частоты сосредоточены в плоскости (xy). Низкочастотный резонанс соответствует собственным колебаниям системы.

Интересной особенностью СКИ-излучателя является перемещение максимума излучения по угловым координатам в процессе излучения. Этот эффект виден на рис. 5 и 8. В частности, для дискоконусной антенны (см. рис. 8) максимум излучения сначала находится под углом $\theta = 90°$, а затем перемещается на угол $\theta = -45°$. В моменты времени, соответствующие второму и последующим максимумам, максимум расположен под углом $\theta = 90°$.

Перемещение максимума можно объяснить изменениями временных задержек элементарных токов по вибратору. Эти задержки на фронте импульса (первого полупериода) равны $\Delta z/c$, а в зоне свободных колебаний (после третьего полупериода) они практически равны нулю.

СКИ-излучатель в общем случае не имеет фазового центра. В частности, существуют интервалы времени, когда поля излучения на сферической поверхности в разных направлениях противофазны (см. рис. 9а). Отсюда, в частности, следует, что использование СКИ-излучателя в качестве облучателя требует специального расчета зеркала.

5. ОПТИМИЗАЦИЯ СКИ-ИЗЛУЧАТЕЛЕЙ

Оптимизация в первую очередь состоит в выборе именно такой конструкции излучателя, которая наиболее полно подходит для решения конкретной задачи.

В локационных приложениях необходимо получить максимальную амплитуду первого пика при максимально крутых фронтах и минимальной длительности. Уменьшение длительности фронта и первой полуволны, направленной под углом 30°...45° к оси, может быть достигнуто снижением времени срабатывания ключа.

В ряде приложений требуется получить максимальный эффективный потенциал. Увеличить эффективный потенциал можно как за счет уменьшения ширины диаграммы направленности, так и за счет перераспределения основной доли (80% и более) энергии цуга в две первые полуволны. Такое перераспределение обеспечивается выбором соответствующих параметров излучателя.

Энергетический КПД в первую очередь определяется потерями энергии на ключе, поэтому активное сопротивление ключа в открытом состоянии должно составлять не более нескольких процентов от волнового сопротивления линии. Вместе с тем волновое сопротивление линии целесообразно выбирать так, чтобы оно было меньше входного импеданса вибратора на основной частоте. Реактивные составляющие импеданса ключа также желательно минимизировать, так как они приводят к увеличению длительности переходного процесса при включении ключа.

Увеличение направленности одного СКИ-излучателя может быть получено за счет увеличения его размеров, как в продольном, так и в поперечном направлении. Отметим, что ширина ДН первого максимума оказывается заметно меньше, чем ширина ДН в плоскости поперечного сечения. Например, на рис. 8 ширина ДН по уровню 3 дБ составляет 44° для первого максимума под углом 45° к оси, в то время как в плоскости поперечного в максимуме второго полупериода ширина ДН составляет 90°. Это объясняется тем, что более высокие частоты высвечиваются под небольшими углами к оси.

6. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Экспериментальные исследования проводились с двумя типами СКИ-излучателей:

– макет **1** (симметричный вибратор с длиной плеча 15 см, диаметром 6 см, длинная линия с волновым сопротивлением $W = 60$ Ом, длиной 13 см),

– макет **2** – вибратор над проводящим диском (диаметр вибратора 6 см, длина плеча 17.5 см, длина линии 15 см, волновое сопротивление $W = 60$ Ом).

Зарядное напряжение для исследуемых излучателей составляло от 100 до 300 кВ.

Оценки параметров ключа, используемого в экспериментах, показывают, что он может обеспечить длительность фронта первого импульса ~200 пс и имеет сопротивление в состоянии проводимости ~100...300 мОм.

Электрическое поле измерялось в дальней зоне (на расстоянии 2.5 м и более) с помощью преобразователей напряженности импульсного электрического поля – ИППЛ-Л и ИППЛ-Д (производство ВНИИОФИ) с временем нарастания переходной характеристики 50 и 200 пс и длительностью переходной характеристики 5.6 и 25 нс соответственно. Измерения проводились под разными углами к оси излучателя. На рис. 11–12 для макета **1** представлены осциллограммы поля и их спектры, измеренные в плоскости центрального сечения, под углом $\theta = 90°$.

Низкочастотный резонанс в спектре излучения в плоскости поперечного сечения имеет характерную двухпичковую форму, так как длина линии примерно равна длине плеча вибратора. Первый пик имеет максимальную амплитуду, а его ширина меньше ширины второй полуволны. На рис. 12 представлены три первые полуволны цуга. Из рисунка видно, что длительность фронта примерно равна 0.2 нс, а длительность первой полуволны примерно равна l/c и в два раза меньше длительности второй полуволны.

На рис. 13 представлена осциллограмма поля и его спектр, измеренные под углом $\theta = 50°$ к оси вибратора. Спектр излучения под углом 50° смещен в более высокочастотную область, длительность первой полуволны заметно меньше, а нормированный эффективный потенциал больше чем в плоскости центрального сечения.

На рис. 14 представлены измеренные зависимости нормированного эффективного потенциала ER/U_0 от угла θ для макетов **1** и **2**. Эти диаграммы построены по первому (основному) пику излучения. Максимум излучения для рассматриваемых макетов направлен под углами 30°...50° к оси.

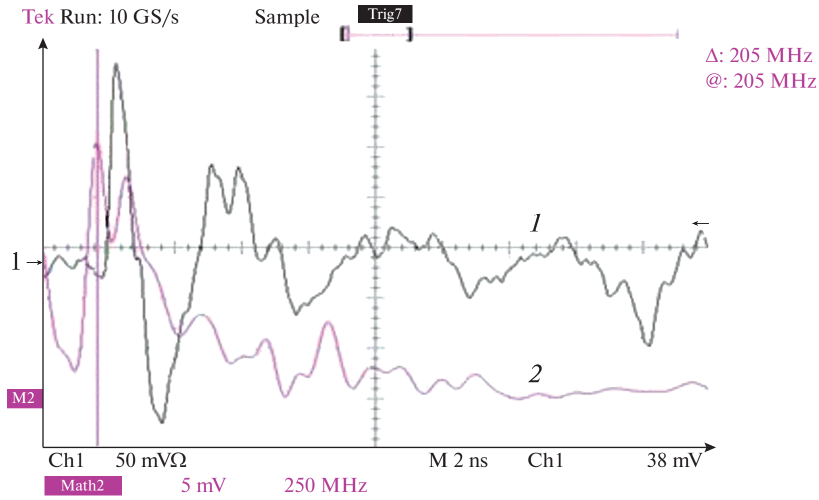

Рис. 11. Осциллограмма цуга (кривая *1*) и его спектр (кривая *2*) при θ = 90°.

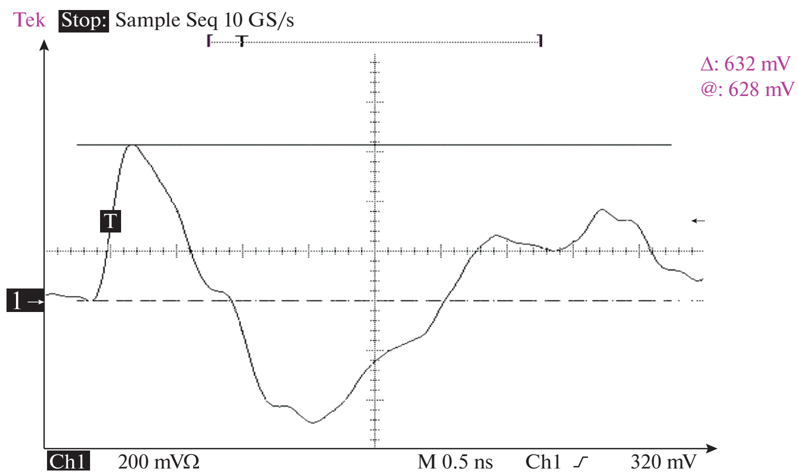

Рис. 12. Осциллограмма первых трех полуволн цуга при θ = 90°.

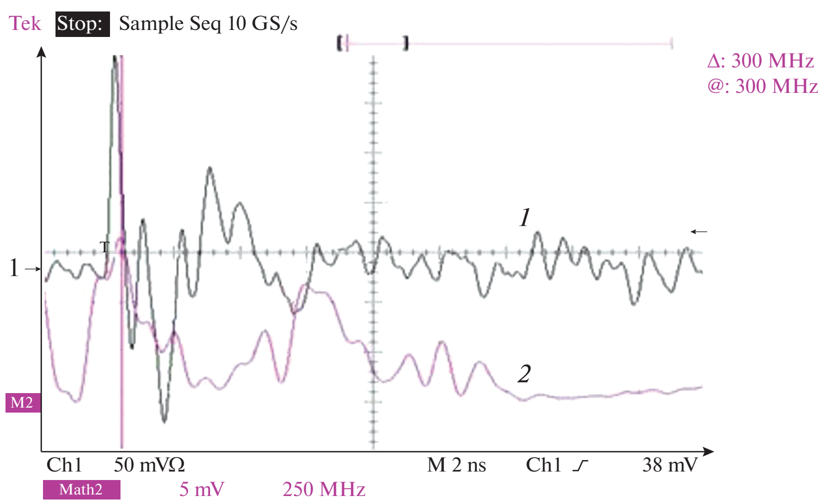

Рис. 13. Осциллограмма цуга (*1*) и его спектр (*2*) при θ = 50°.

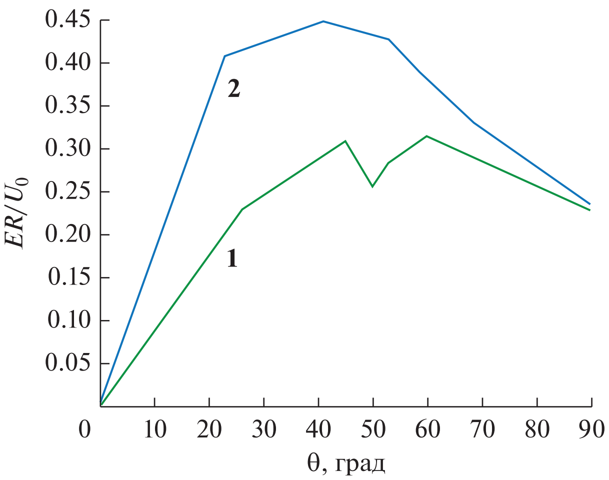

Рис. 14. Зависимость ER/U_0 от угла θ для макетов **1** и **2**.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенные исследования позволили определить эволюцию формы диаграмм направленности симметричного вибратора и дискоконусной антенны, источником возбуждения которых являются токи в длинной линии, коммутируемой ключом с малым временем коммутации τ.

В результате численного моделирования исследуемых систем получены характерные зависимости поля излучения от времени, которые имеют форму цуга, содержащего короткий первый импульс, определяемый продолжительностью коммутации ключа, и последующую поздневременную часть, соответствующую собственным колебаниям системы. Спектр излучения имеет максимумы на частотах, соответствующих резонансам длинной линии $f = c/4L$, $3c/4L$,... (L – длина линии). При этом низкочастотная часть спектра определяется длительностью цуга излучения.

Форма диаграммы направленности симметричного цилиндрического вибратора существенно зависит от параметра $l/(c\tau)$. При $l/(c\tau) \gg 1$ основной пик излучения имеет фронт длительностью τ и направлен под углом около θ ~ 30°...45° к оси излучателя, с уменьшением τ его амплитуда растет, а угол θ уменьшается, максимум прижимается ближе к оси. При $l/(c\tau) \ll 1$ максимум излучения лежит в плоскости центрального сечения вибратора (θ = 90°), длительность первой полуволны порядка l/c. Более того, в разные моменты времени направление максимума излучения изменяется, происходит смещение максимума по угловым координатам. Схожий характер поведения демонстрирует форма ДН дискоконусной антенны. Качественный анализ результатов расчета спектра собственных колебаний (в спектральной области) и результатов суммирования вкладов от элементарных токов, текущих по поверхности излучателя (во временной области) позволяет объяснить основные закономерности излучения.

Экспериментальное исследование, проведенное на образцах СКИ-излучателей нескольких типов, работающих в метровом и дециметровом диапазоне длин волн, в целом подтверждает расчетное поведение характеристик излучения системы.

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы приносят благодарность Н.Ф. Ковалеву, В.А. Черепенину и В.Н. Корниенко за ценные замечания и интерес к работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Беличенко В.П., Буянов Ю.И., Кошелев В.И.* Сверхширокополосные импульсные радиосистемы. Новосибирск: Наука, 2015.
2. *Губанов В.П., Ефремов А.Н., Кошелев В.И. и др.* // ПТЭ. 2005. Т. 48. № 3. С. 46.
3. *Балдыгин В.А., Григорьев И.Н., Крученов М.Б. и др.* // Изв. вузов. Физика. 2018. Т. 61. № 9/2. С. 86.
4. *Фортов В.Е., Исаенков Ю.И., Михайлов В.М. и др.* // РЭ. 2013. Т. 58. № 11. С. 1102.
5. *Безруков М.Ю., Горбачев К.В., Исаенков Ю.И. и др.* // Труды 17-й Межд. Крымской конф. "СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии", Севастополь, 10–14 сент., 2007. Севастополь: Вебер, 2007. Т. 2. С. 630.
6. *Baum C.E.* // Circuit and Electromagnetic System Design Notes. Note 45. September 10, 2000.
7. *Agee F.J., Baum C.E., Prather W.D. et al.* // IEEE Trans. 1998. V. PS-26. № 3. P. 860.
8. *Сазонов Д.М.* Антенны и устройства СВЧ. М.: Высшая школа, 1988.

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА, 2020, том 65, № 2, с. 158–164

АНТЕННО-ФИДЕРНЫЕ СИСТЕМЫ

УДК 621.396.67

ХАРАКТЕРИСТИКИ РАССЕЯНИЯ СВЕРХШИРОКОПОЛОСНЫХ АНТЕННЫХ РЕШЕТОК

© 2020 г. В. А. Калошин[a], *, Н. Тхай Ле[b]

[a] *Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, ул. Моховая, 11, стр. 7, Москва, 125009 Российская Федерация*

[b] *Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), Институтский пер., 9, Долгопрудный, Московской обл., 141701 Российская Федерация*

**E-mail: vak@cplire.ru*

Поступила в редакцию 29.04.2019 г.
После доработки 29.04.2019 г.
Принята к публикации 15.05.2019 г.

Проведено исследование моностатической и бистатической эффективной поверхности рассеяния (ЭПР) трех плоских двумерно-периодических антенных решеток с одинаковыми размерами апертуры: решетки проводников переменного квадратного сечения, *ТЕМ*-рупоров и прямоугольных металлических волноводов. Результаты численного моделирования исследуемых решеток с использованием метода конечных элементов показали, что при нормальном падении плоской волны моностатическая ЭПР решетки проводников квадратного сечения меньше ЭПР волноводной решетки на 10...30 дБ в полосе частот более 10 : 1. Для одной из линейных поляризаций падающей плоской волны ЭПР решетки *ТЕМ*-рупоров близка к ЭПР волноводной решетки, а для другой – к ЭПР решетки проводников переменного квадратного сечения. При увеличении углов падения и наблюдения разница моностатических ЭПР уменьшается. Проведены диаграммы рассеяния решетки проводников переменного квадратного сечения для различных частот и углов падения плоской волны, которые сопоставлены с диаграммами рассеяния волноводной решетки при нормальном падении.

DOI: 10.31857/S0033849420020102

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время характеристики радиолокационной заметности объектов, построенных с использованием “стелс”-технологий, в значительной степени определяются рассеянием их антенных систем. Это объясняется невозможностью использования для уменьшения их рассеяния покрытий из стандартных поглощающих материалов, поскольку при этом невозможно сохранить требуемые характеристики излучения антенн.

К известным способам уменьшения радиолокационной заметности антенн в ограниченном секторе углов и частот, сохраняющих в определенной степени их характеристики излучения, относятся в первую очередь, способы с использованием обтекателей и экранов из отражающих, поглощающих, рассеивающих и переизлучающих частотно-селективных структур (ЧСС), а также с использованием ЧСС с преобразованием поляризации [1–10]. Естественно, чем шире полоса рабочих частот, тем сложнее сохранить требуемые характеристики антенны при том или другом способе уменьшения радиолокационной заметности. Дополнительные сложности возникают при подавлении рассеяния сканирующих антенных решеток, что, с одной стороны, связано с многолучевым характером рассеяния решеток, а с другой – с изменением их характеристик при сканировании.

В данной работе путем электродинамического моделирования двух предложенных ранее антенных решеток [11–13] с использованием метода конечных элементов показано, что эффективный поперечник рассеяния (ЭПР) сверхширокополосных (СШП) антенных решеток существенно меньше ЭПР волноводной решетки в широкой полосе частот без применения дополнительных мер уменьшения рассеяния.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим задачу рассеяния плоской линейно поляризованной электромагнитной волны, падающей на один из трех типов антенных решеток с одинаковым размером апертуры.

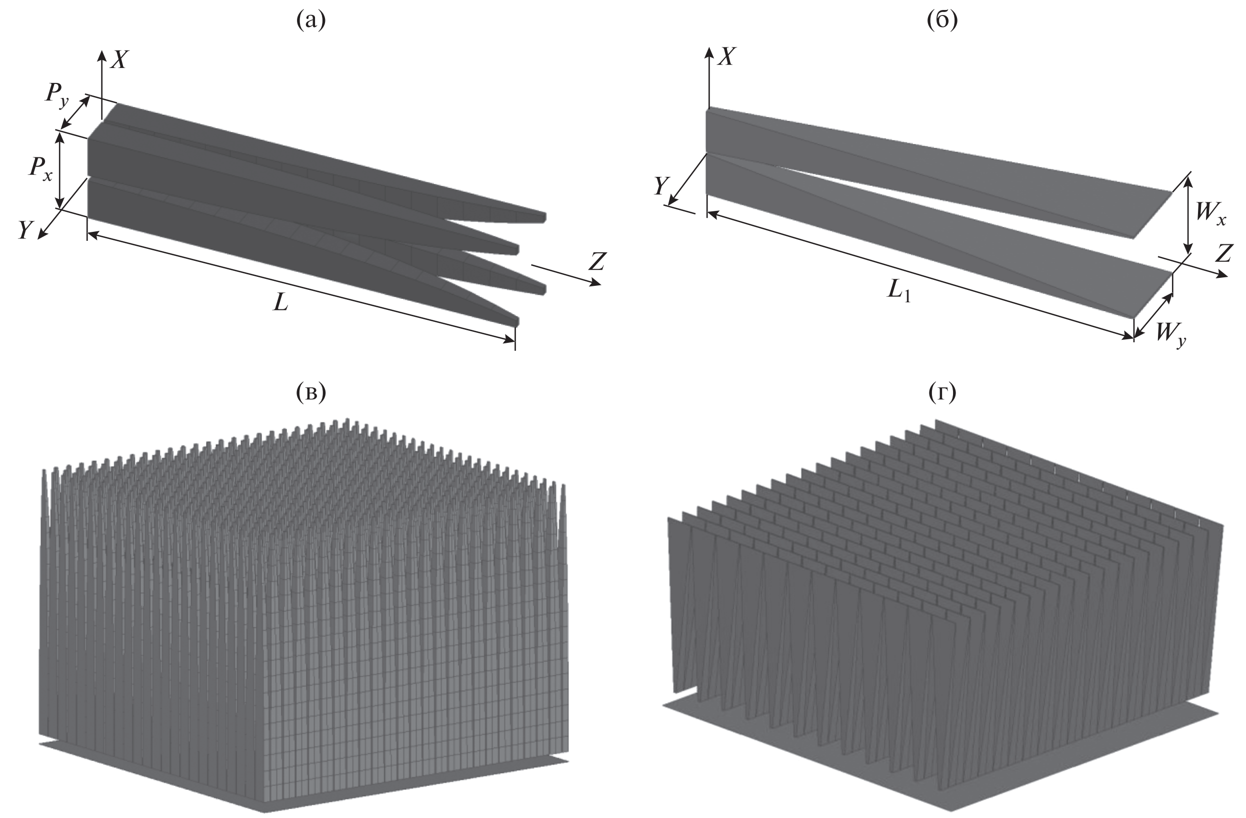

Рис. 1. Элементы (а, в) и общие виды решеток (б, г).

Решетка **1**, предложенная и исследованная в работах [12, 13], состоит из 576 проводников переменного квадратного сечения. Элемент решетки показан на рис. 1а, а общий вид – на рис. 1в. Входной импеданс элемента $Z_0 = 25$ Ом, длина элемента $L = 260$ мм, период $P_x = P_y = 15$ мм.

Решетка **2**, предложенная и исследованная в работе [11], состоит из 216 *TEM*-рупоров (18 × 12) с металлизацией межрупорного пространства. Элемент решетки показан на рис. 1б, а общий вид – на рис. 1г. Входной импеданс элемента $Z_0 = 75$ Ом, период $W_x = 20$ мм, период $W_y = 30$ мм, длина элемента $L = 150$ мм.

Решетка **3** состоит из 384 полых прямоугольных металлических волноводов (24 × 16) с размером широкой стенки $a = 22.5$ мм, узкой стенки $b = 15$ мм и длиной $L = 260$ мм. Размеры поперечного сечения волноводов этой решетки выбраны из условия совпадения ее рабочей полосы с высокочастотной частью полосы частот решеток **1**, **2**.

Исследуем характеристики рассеяния трех описанных решеток с использованием метода конечных элементов.

Падение плоской волны на решетку с вектором электрического поля $\vec{E}$ в плоскости падения будем далее называть случаем параллельной поляризации, а если вектор $\vec{E}$ перпендикулярен плоскости падения – случаем перпендикулярной поляризации. Далее ограничимся случаями расположения плоскостей падения и наблюдения в одной из двух плоскостей симметрии решетки. При этом в силу симметрии рассеянное поле будет иметь такую же поляризацию, как и падающее. Случай, когда вектор $\vec{E}$ падающего поля параллелен кромкам *TEM*-рупоров решетки **2** или широким стенкам волноводов решетки **3,** будем называть случаем параллельной ориентации, а если вектор $\vec{E}$ падающего поля ортогонален этим кромкам – случаем перпендикулярной ориентации.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ МОНОСТАТИЧЕСКОЙ ЭПР

Из-за большого электрического размера решеток электродинамическое моделирование при нормальном падении было проведено с использованием плоскости симметрии, что позволило в два раза уменьшить объем задачи. Результаты численного моделирования с использованием метода конечных элементов зависимости моностатической ЭПР от частоты при нормальном падении для пер-

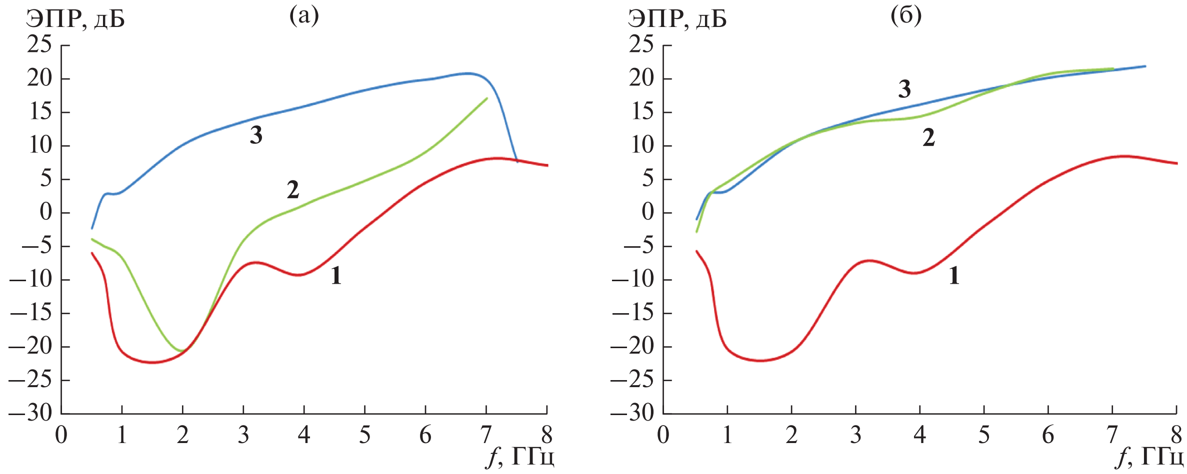

Рис. 2. Зависимость моностатической ЭПР решеток **1**, **2** и **3** от частоты при $\Theta = 0$ для перпендикулярной (а) и параллельной ориентации (б).

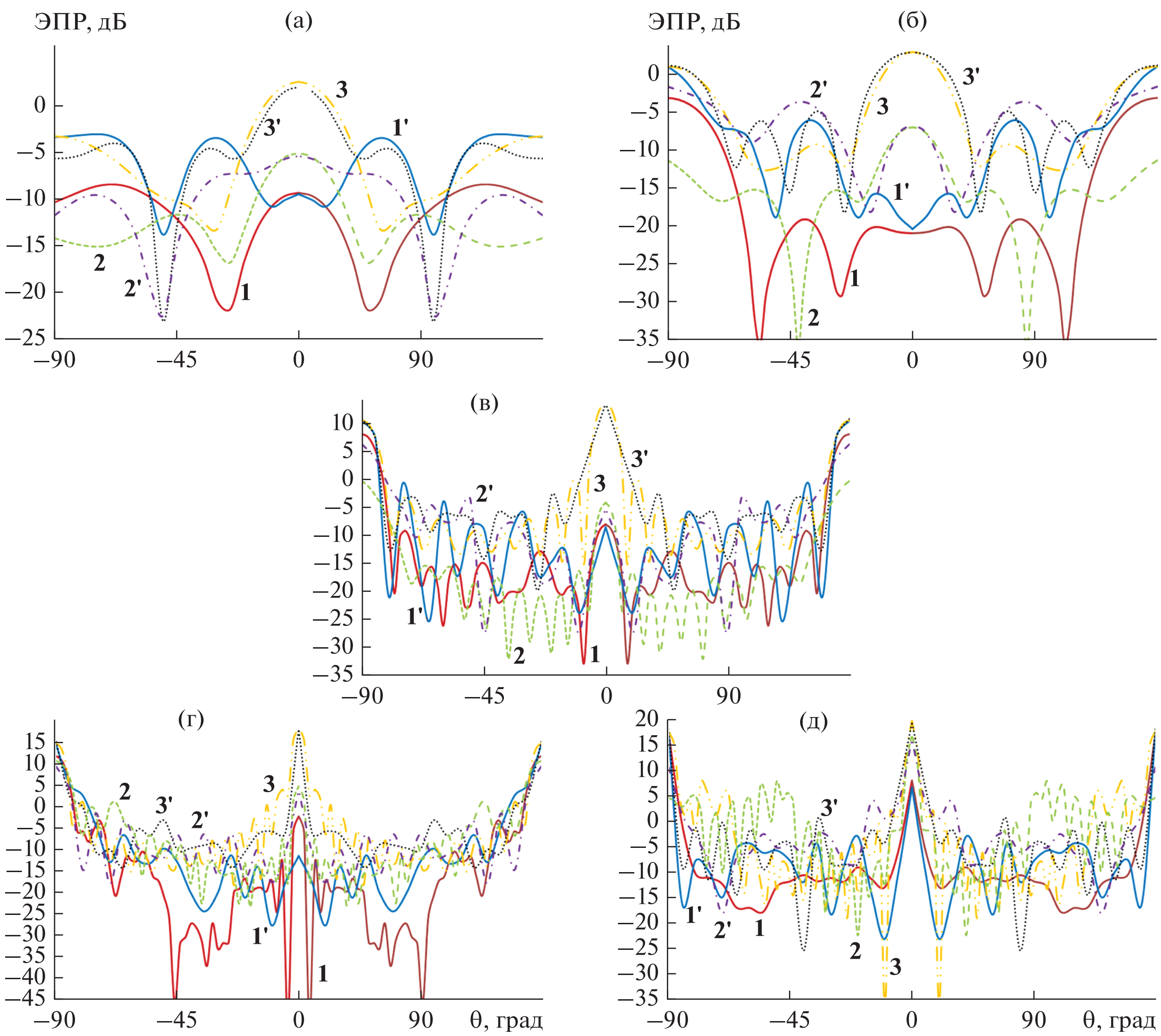

Рис. 3. Зависимость ЭПР от угла падения в случае перпендикулярной ориентации на частотах $f = 0.7$ (а), 1 (б), 3 (в), 5 (г) и 7 ГГц (д) для решеток **1**, **2**, **3** при перпендикулярной (цифры без штриха) и параллельной (цифры со штрихом) поляризации.

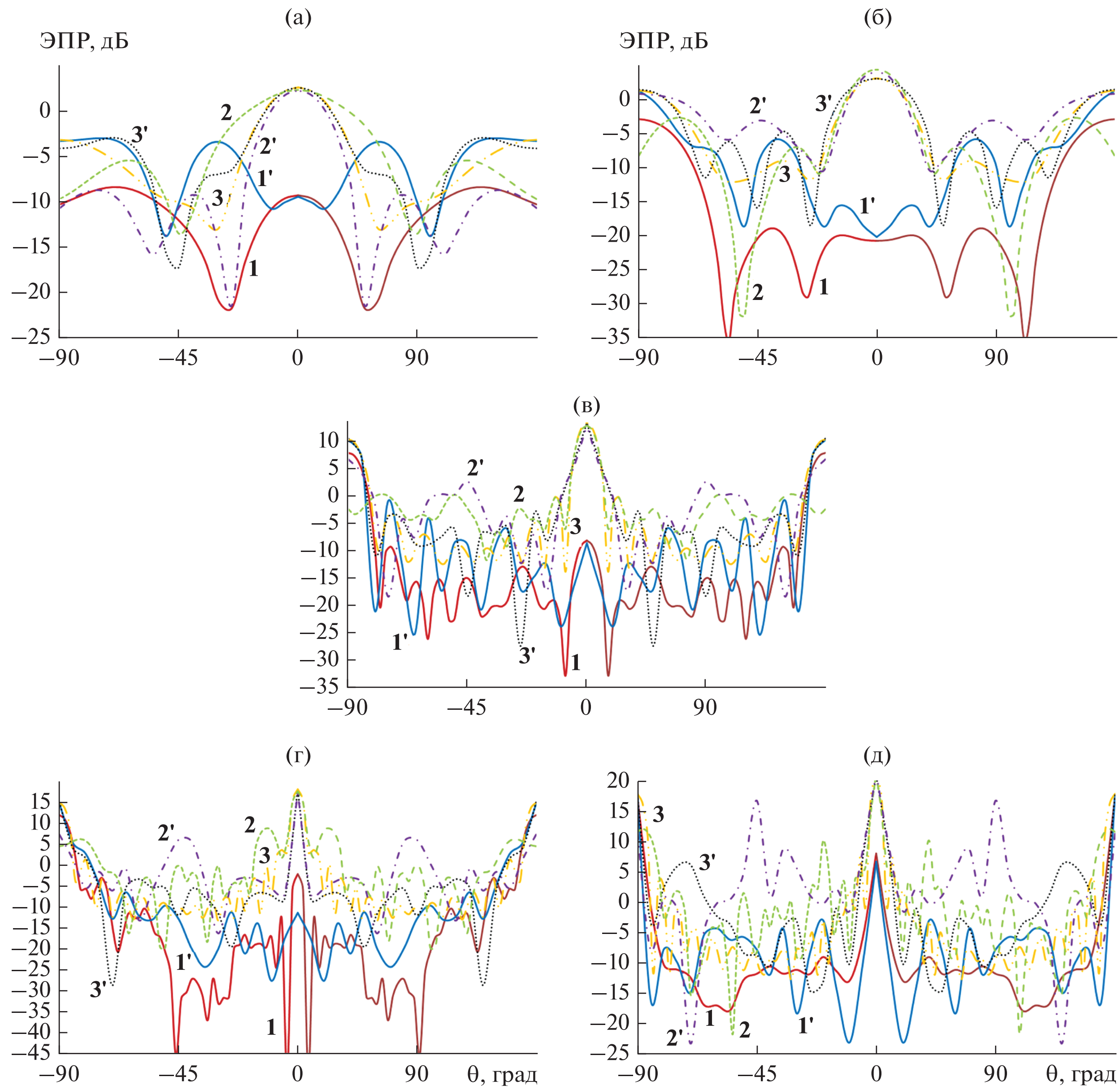

Рис. 4. Зависимость ЭПР от угла падения в случае параллельной ориентации для решеток **1**, **2**, **3** для перпендикулярной (цифры без штриха) и параллельной (цифры со штрихом) поляризации.

пендикулярной и параллельной ориентации приведены на рис. 2а, 2б соответственно. Показаны зависимости моностатических ЭПР от частоты для решеток **1**, **2**, **3** соответственно.

На рис. 2 видно, что для перпендикулярной ориентации моностатическая ЭПР решетки **1** на 10...30 дБ меньше ЭПР решетки **3** в диапазоне частот 10 : 1, а для параллельной – в полосе частот более 10 : 1. ЭПР решетки **2** в случае перпендикулярной ориентации близка к ЭПР решетки **1**, а в случае параллельной ориентации – к ЭПР решетки **3**.

Результаты численного исследования моностатической ЭПР от угла падения плоской волны на частотах f = 0.7, 1, 3, 5, 7 ГГц для перпендикулярной и параллельной ориентации приведены соответственно на рис. 3, 4. Показаны ЭПР решеток **1**, **2**, **3** для перпендикулярной поляризации (цифры без штриха) и ЭПР тех же решеток **1'**, **2'**, **3'** – но для параллельной поляризации (со штрихом).

Видно, что при любом угле падения плоской волны в диапазоне частот 0.7...7 ГГц ЭПР решетки **1** всегда меньше, чем ЭПР решетки **3**. При приближении величины угла Θ к 90° кривые зависимостей ЭПР сближаются.

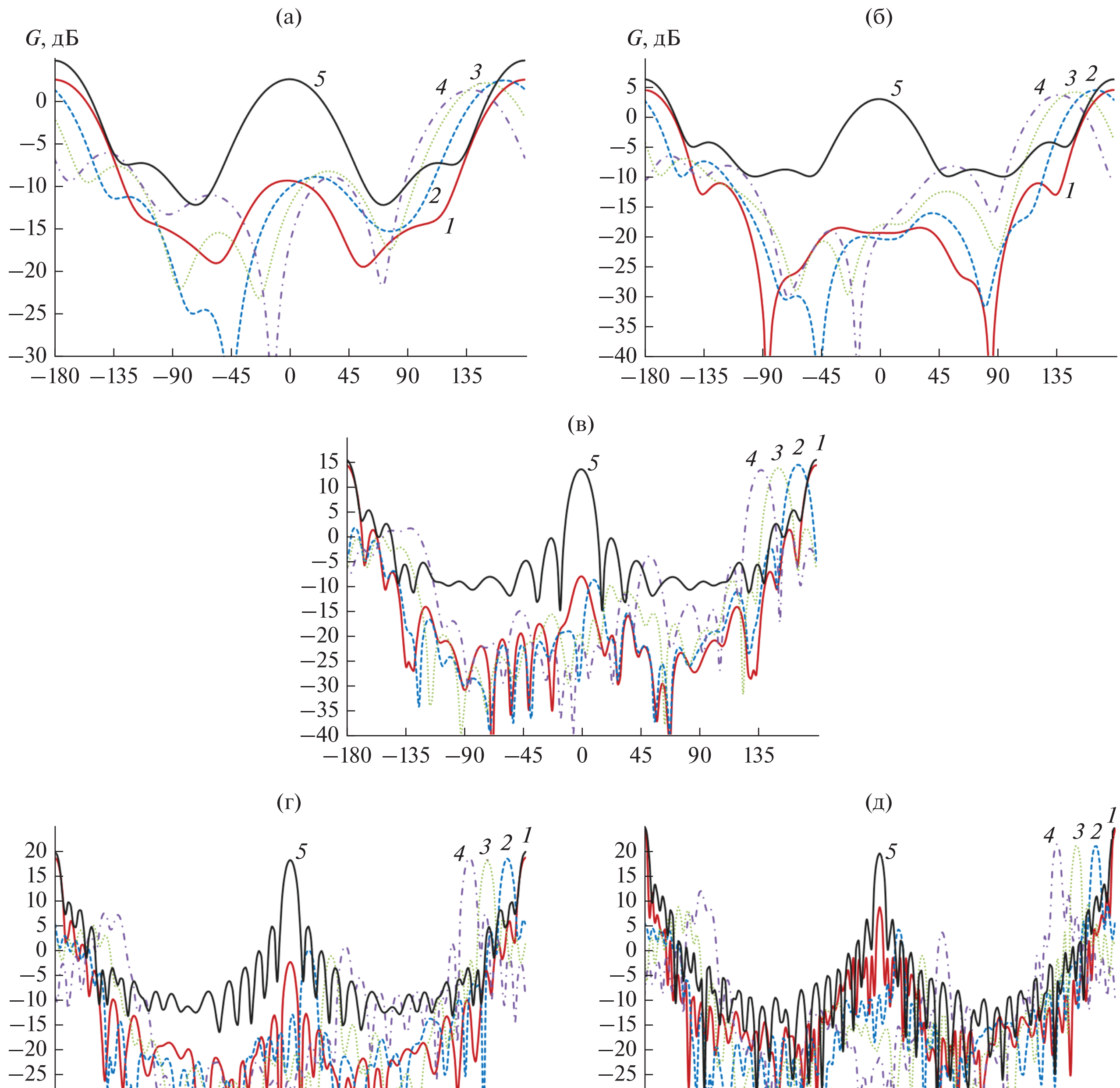

Рис. 5. Диаграммы рассеяния решетки **1** для перпендикулярной поляризации на частотах f = 0.7 (а), 1 (б), 3 (в), 5 (г) и 7 ГГц (д) при падении плоской волны под углами Θ = 0 (*1*), 15 (*2*) , 30 (*3*), 45 град (*4*) и нормальном падении (*5*).

На рис. 3 видно, что для перпендикулярной ориентации при падении плоской волны перпендикулярной и параллельной поляризации под малым углом Θ величина ЭПР решетки **2** близка к ЭПР решетки **1**. А для параллельной ориентации (рис. 4) при падении плоской волны перпендикулярной и параллельной поляризации под малым углом величина ЭПР решетки 2 близка к ЭПР решетки **3**.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ БИСТАТИЧЕСКОЙ ЭПР

На рис. 5, 6 представлены диаграммы рассеяния решетки **1** на частотах f = 0.7, 1, 3, 5, 7 ГГц для перпендикулярной и параллельной поляризации соответственно. Представлены диаграммы рассеяния решетки **1** при падении плоской волны под углами Θ = 0°, 15°, 30°, 45°, соответственно, и

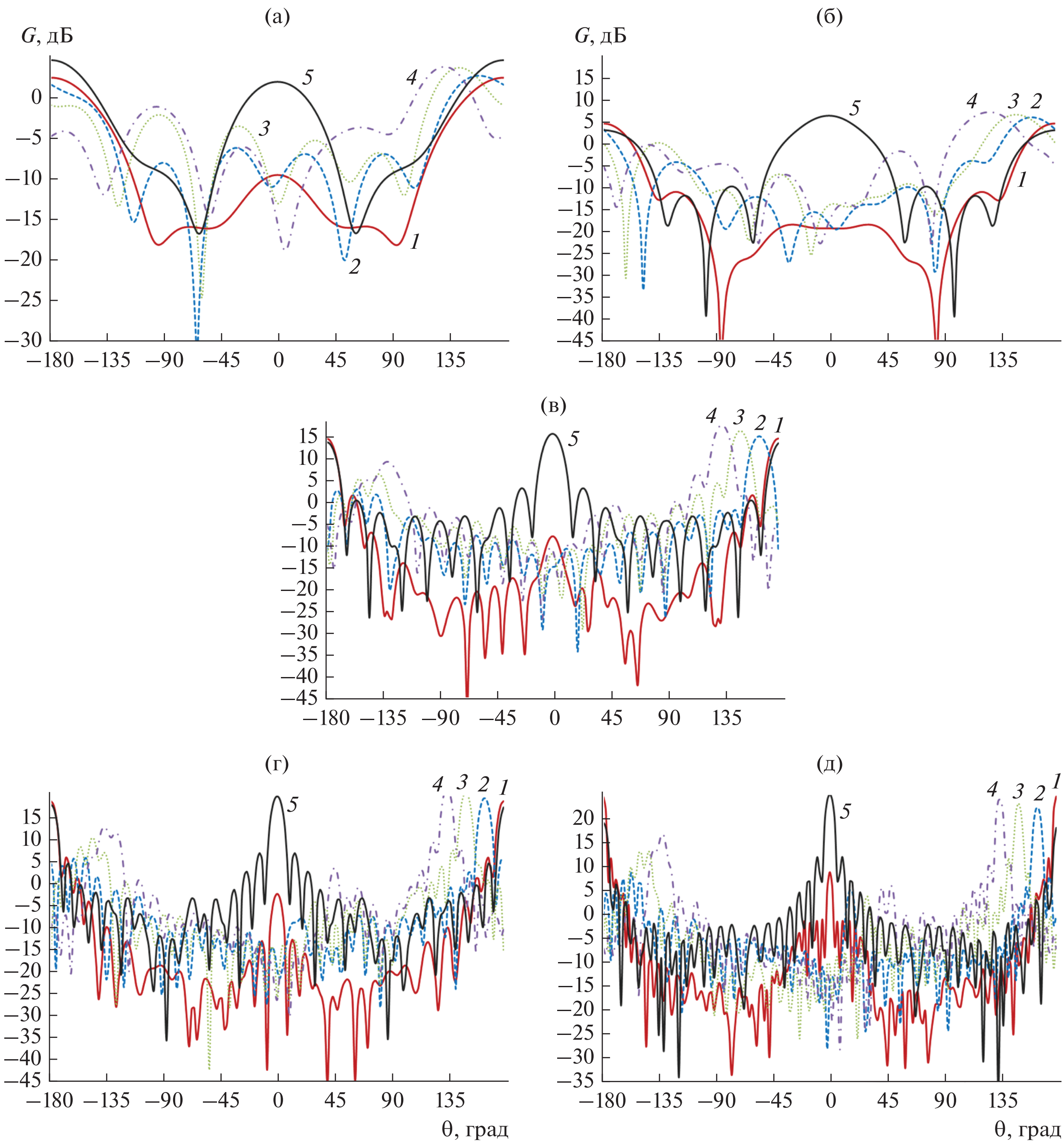

Рис. 6. Диаграммы рассеяния решетки **1** для параллельной поляризации на частотах f = 0.7 (а), 1 (б), 3 (в), 5 (г) и 7 ГГц (д) при падении плоской волны под углами Θ = 0 (*1*), 15 (*2*) , 30 (*3*), 45 град (*4*) и нормальном падении (*5*).

диаграмма рассеяния решетки **1** при нормальном падении.

На рис. 5, 6 видно, что при нормальном падении плоской волны с перпендикулярной и параллельной поляризациями вплоть до частоты 5 ГГц уровень лепестков диаграммы рассеяния решетки **1** в заднем полупространстве на 15...20 дБ ниже, чем у решетки **3** и только при приближении к частоте 7 ГГц эта разница уменьшается до 10 дБ. При этом разница уровней двух главных лепестков диаграммы рассеяния (вперед и назад) решетки **1** на всех частотах превышает 30 дБ в отличие от волноводной решетки **3**, для которой эта разница практически отсутствует. При наклонном падении разница уровней главных лепестков диаграммы рассеяния решетки **1** уменьшается и на частоте 7 ГГц составляет около 10 дБ.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе показано, что моностатическая ЭПР сверхдиапазонных антенных решеток (с полосой согласования более 10 : 1) практически во всей этой полосе на 10...30 дБ меньше моностатической ЭПР волноводной решетки с рабочей полосой, совпадающей с высокочастотной частью полосы сверхдиапазонной решетки. При этом задний лепесток диаграммы рассеяния сверхдиапазонной решетки на 10...30 дБ меньше рассеяния вперед. Таким образом, использование сверхдиапазонных антенных решеток позволяет в полосе частот, превышающий один диапазон электромагнитных волн существенно снизить поперечник радиолокационного рассеяния без использования дополнительных средств.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 18-07-00655).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Hang Z., Qu S., Lin B. et al.* // IEEE Trans. 2012. V. AP-60. № 6. P. 3040.
2. *Jiejun Zhang, Junhong Wang, Meie Chen, Zhan Zhang* // IEEE Antennas and Wireless Propagation Lett. 2012. V. 11. P. 1048.
3. *Genovesi S., Costa F., Monorchio A.* // IEEE Intern. Symp. on Antennas and Propagation, Chicago, IL, USA, 2012. https://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=6348553&tag=1
4. *Yunhao Hanl, Meie Chen, Junhong Wang et al.* // 2015 IEEE 6th International Symposium on Microwave, Antenna, Propagation, and EMC Technologies (MAPE), Shanghai, China. 2015. P. 201.
5. *Wenbo Xing, Tao Hong, Wen Jiang et al.* // IEEE Conf. Intern. Symp. on Antennas and Propagation (ISAP), Okinawa, Japan. 2016. P. 474.
6. *Ying Liu, Kun Li, Yongtao Jia et al.* // IEEE Trans. on Antennas and Propag. 2016. V. 64. № 1. P. 326.
7. *Qian Chen, Hongtao Zhang, Xiaolin Zhang et al.* // IEEE Conf. Intern. Symp. on Antennas and Propagation (ISAP). 2017, Phuket, Thailand. https://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=8228896.
8. *Wenbo Zhang, Ying Liu, Shuxi Gong et al.* // IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters. 2018. V. 17. № 12. P. 2193.
9. *Семенихин А.И., Семенихина Д.В., Юханов Ю.В., Климов А.В.* // Антенны. 2019. № 1. С. 65.
10. *Гринев А.Ю., Волков А.П.* // РЭ. 2019. Т. 64. № 6. С. 549.
11. *Банков С.Е., Калошин В.А., Ле Н.Т.* // РЭ. 2018. Т. 63. № 12. С. 1219.
12. *Калошин В.А., Ле Нху Тхай* // Докл. VI Всеросс. микроволн. конф. М.: ИРЭ, 2018. С. 194.
13. *Калошин В.А., Ле Н.Т.* // РЭ. 2019. Т. 64. № 11. С. 1126.

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА, 2020, том 65, № 2, с. 165–168

АНТЕННО-ФИДЕРНЫЕ СИСТЕМЫ

УДК 533.9;537.8;621.396.67.095.3;621.396.674.3

УПРАВЛЕНИЕ ДИАГРАММОЙ НАПРАВЛЕННОСТИ МНОГОЭЛЕМЕНТНЫХ ПЛАЗМЕННЫХ АНТЕНН ВИБРАТОРНОГО ТИПА

© 2020 г. О. В. Тихоневич[a], *, Ю. Е. Векшин[b], И. М. Минаев[a], **, Г. П. Кузьмин[a], А. А. Рухадзе

[a]Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН, ул. Вавилова, 38, Москва, 119991 Российская Федерация

[b]16 Центральный научно-исследовательский испытательный институт МО РФ им. маршала А.И. Белова, Мытищи-6, Московской обл., 141006 Российская Федерация

*E-mail: tichon@kapella.gpi.ru

**E-mail: minaev1945@mail.ru

Поступила в редакцию 01.08.2018 г.
После доработки 11.01.2019 г.
Принята к публикации 21.01.2019 г.

Проведен анализ возможностей управления диаграммой направленности многоэлементных плазменных вибраторных антенн типа волновой канал. Показано, что плазменная вибраторная антенна в рабочем диапазоне является узкополосным частотным фильтром. В многоэлементной линейной плазменной вибраторной антенне, отключение пассивного плазменного вибратора позволяет производить управление шириной диаграммы направленности электронным способом.

DOI: 10.31857/S0033849420020199

ВВЕДЕНИЕ

В ряде прикладных задач возникает необходимость управления электродинамическими параметрами антенн (например, обеспечение электромагнитной совместимости антенн различного частотного диапазона, управление диаграммой направленности, управление эффективной площадью рассеяния антенн и т.п.). Такая возможность появляется, если в качестве токонесущего элемента, вместо металлического проводника, использовать плазму.

Вибраторные антенны используются в миллиметровом, сантиметровом, дециметровом, метровом и в более длинноволновых диапазонах волн вплоть до сверхдлинных волн и представляют собой прямолинейные проводники (одиночные вибраторные антенны) или системы прямолинейных проводников (антенные решетки), возбуждаемые в определенных точках. Вибраторные антенны применяются в системах радиосвязи, радионавигации, телевидении, телеметрии и других областях радиотехники.

Одиночные вибраторные антенны являются слабонаправленными. Для увеличения коэффициента направленного действия и получения диаграммы направленности (ДН) требуемой формы применяют многовибраторные антенны. Теория построения многоэлементных вибраторных (металлических) антенн разработана и широко представлена в литературе [1–3]. Возможность построения многоэлементных плазменных вибраторных антенн, насколько известно авторам, в печати не рассматривалась. Как показано в [4–9], характеристики плазменных одновибраторных антенн при плотности электронов в плазме $n_e \gg n_{кр}$ ($n_{кр}$ – концентрация электронов, при которой рабочая частота ω равна плазменной частоте ω_p, где $\omega_p = \sqrt{4\pi n_e e^2/m}$, e – заряд, m – масса электрона, n_e – концентрация электронов) практически не отличаются от характеристик металлических одновибраторных антенн. Поэтому для указанных выше целей плазменные антенны могут полностью заменить металлические антенны. Однако в силу того, что параметрами плазмы можно управлять, возможности плазменных антенн могут быть шире, чем у металлических. Так, например, у многовибраторной антенной решетки за счет отключения плазменных рефлекторов можно менять число элементов антенны. При этом в отличие от металлических антенн отключенные элементы практически не будут влиять на диаграмму направленности, формируемую оставшимися элементами. Кроме режима "включен-выключен" имеется возможность управлять величиной ком-

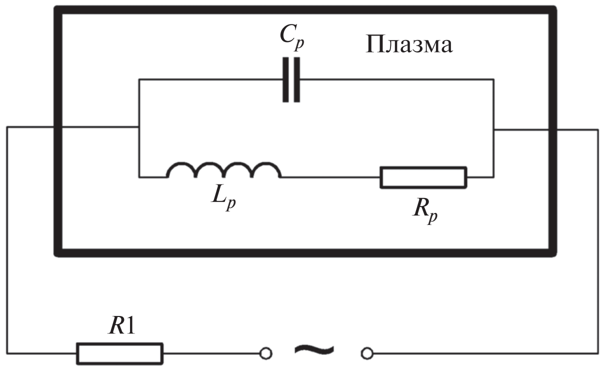

Рис. 1. Эквивалентная схема плазменного вибратора.

плексного сопротивления вибраторной антенны, которое определяется рабочей частотой ω и плазменной частотой ω_p (концентрацией электронов в плазме n_e).

Плазменная вибраторная антенна представляет собой диэлектрическую трубку, заполненную инертным газом, в которой тем или иным способом зажигается разряд, например, с помощью поверхностной волны [4, 10, 11]. Длина плеча у плазменных антенн ~$\lambda/4...\lambda/2$, такая же как и у металлических. Плотность плазмы, создаваемой электрическим разрядом, определяется параметрами источника и в таких устройствах может достигать значений $n_e \gg n_{кр}$. Если плазменная антенна попадает в переменное электромагнитное поле, то возбуждаемые в плазме токи приводят к возникновению рассеянного плазменной антенной электромагнитного поля, амплитуда и фаза которого зависят от плотности плазмы n_e и, как в металлической антенне, от длины антенны l и диаметра a. Представляет интерес рассмотреть возможность управления параметрами плазменной многоэлементной вибраторной антенной решетки за счет изменения n_e (величины комплексного сопротивления).

1. КОМПЛЕКСНЫЙ ИМПЕДАНС И МОЩНОСТЬ ИЗЛУЧЕНИЯ ПЛАЗМЕННОЙ ВИБРАТОРНОЙ АНТЕННЫ

Для расчета характеристик плазменной вибраторной антенны представим диэлектрическую трубку в виде конденсатора, который в отсутствие диэлектрического заполнения имеет емкость C_0.

Конденсатор, заполненный веществом с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon(\omega)$, соответствующей плазме

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\nu_e)} \tag{1}$$

(где ν_e – частота столкновений электронов с нейтральными частицами), будет иметь импеданс такой же, как двухполюсник [12, 13] (рис. 1).

Комплексный импеданс двухполюсника (плазменного конденсатора) можно представить в виде

$$Z_p(\omega) = Z_p(\omega)' + iZ_p(\omega)''. \tag{2}$$

При расчете характеристик плазменного конденсатора положим, что можно пренебречь краевыми эффектами и считать плазму однородной в поперечном направлении (перпендикулярно оси трубки). При параллельном соединении емкости C_p и индуктивности L_p, когда активное сопротивление R_p включено последовательно с индуктивностью (см. рис. 1), комплексный импеданс рассчитывается по формуле

$$Z = \frac{Z_c(Z_L + R_p)}{Z_c + Z_L + R_p} = \frac{i}{\omega C}\frac{\omega(\omega + iR_p/L_p)}{\omega(\omega + iR_p/L_p) - \omega_p^2}. \tag{3}$$

Подставляя $R_p = \nu L_p$ и $L_p = 1/\omega_p^2 C_0$ [12, 13] получим

$$Z = i\frac{1}{\omega C_0}\frac{\omega(\omega + i\nu)}{\omega(\omega + i\nu) - \omega_p^2}. \tag{4}$$

Выделяя действительную и мнимую части из (4), имеем

$$\begin{gathered} R_p(\omega) = \frac{1}{C_0}\frac{\nu\omega_p^2}{\left(\omega^2 - \omega_p^2\right)^2 + \omega^2\nu^2}, \\ C_p(\omega) = C_0\left(\frac{\left(\omega^2 - \omega_p^2\right)^2 + \omega^2\nu^2}{\omega^2\left(\omega^2 - \omega_p^2 + \nu^2\right)}\right). \end{gathered} \tag{5}$$

Графики зависимости $R_p(\omega)$ и $C_p(\omega)$ представлены на рис. 2. При $\omega/\omega_p \sim 1$ действительная часть импеданса $R_p(\omega)$ всегда положительна, а мнимая часть меняет знак. В цитируемых работах исследование характеристик плазменной вибраторной антенны проводилось при условии $\omega > \omega_p$. Так, например, исследование условий излучения плазменного слоя в [10, 11] проводилось при $\omega_p^2 > 2\omega^2$.

Из рис. 2 видно, что наиболее сильно электротехнические параметры меняются в области плазменной частоты $\omega \sim \omega_p$. При снижении величины отношения ω/ω_p отрицательная мнимая часть растет, а характеристики плазменного вибратора приближаются к характеристикам металлического вибратора [4]. При росте величины отношения ω/ω_p плазма становится прозрачной для излучения (величина $\varepsilon(\omega)$ стремится к 1 на рабочей частоте) и эффективность возбуждения плазменного вибратора падает.

Для оценки мощности излучения, представим плазменную антенну в виде диполя с длиной пле-

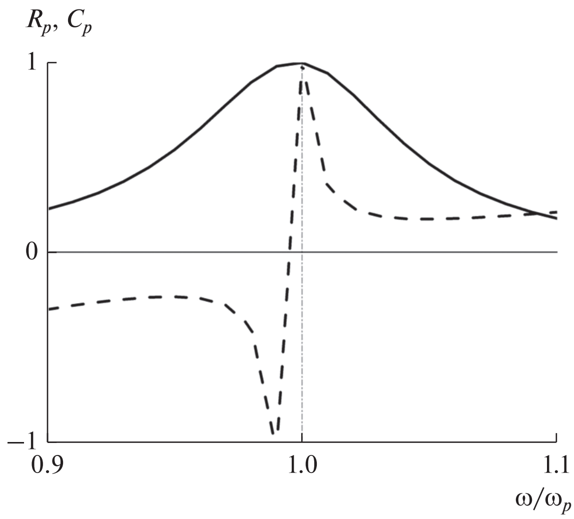

Рис. 2. Зависимости $R_p(\omega)$ (сплошная кривая) и $C_p(\omega)$ (штриховая) от отношения ω/ω_p в области плазменной частоты $(\omega/\omega_p = 1)$.

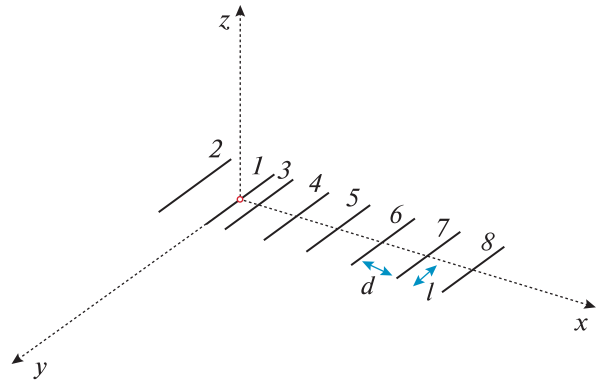

Рис. 3. Многоэлементная вибраторная линейная решетка: активный излучатель (*1*) и пассивные излучатели – рефлектор (*2*), директоры (*3*–*8*).

ча l. Мощность излучения P диполя можно представить в виде [14]

$$P = \frac{\omega^4}{3c^3} 2p_0^2, \tag{6}$$

где p_0 – дипольный момент, c – скорость света.

Преобразуем формулу для мощности так, чтобы в нее входил ток в вибраторе $I_{\text{В}}$, для чего воспользуемся соотношением [14]

$$p_0 = (I_{\text{В}} l)/\omega, \tag{7}$$

где $I_{\text{В}} = U/R_p$.

При $U \approx El$ [13] получаем

$$P = \frac{2\omega^2}{3c^3} \frac{1}{R_p^2} E^2 l^2. \tag{8}$$

Величина тока, протекающего в плазменном столбе в области резонанса, определяется сопротивлением $R_p(\omega)$. Таким образом, изменение величины отношения ω/ω_p на 10%, как видно из рис. 2, приведет к изменению мощности излучения более чем на порядок (8).

В многоэлементных вибраторных антеннах возбуждение пассивных элементов происходит за счет токов, индуцируемых электрическим полем E излучателя. Влияние излучения пассивного излучателя на форму ДН определяется величиной и фазой тока в пассивном вибраторе. Изменение концентрации n_e в плазменной антенне позволяет управлять фазой (за счет изменения мнимой части импеданса) и амплитудой (за счет изменения действительной части импеданса) тока в плазменных вибраторах. Наиболее сильно эти зависимости проявляются при $\omega \sim \omega_p$. Полученные результаты показывают (см. рис. 2), что в области $\omega \sim \omega_p$ плазменная вибраторная антенна является узкополосным частотным фильтром. При использовании плазменных вибраторов в многоэлементной вибраторной антенне, когда рабочая частота лежит в области ω_p, любое отклонение отношения ω/ω_p от единицы будет приводить к расстройке по частоте всей системы.

Для иллюстрации возможности работы в режиме "включен–выключен" на рис. 3 приведен вид восьмиэлементной линейной плазменной вибраторной антенны и на рис. 4 – картина изменения ДН (MMANA http://gal-ana.de/promm/index.htm):

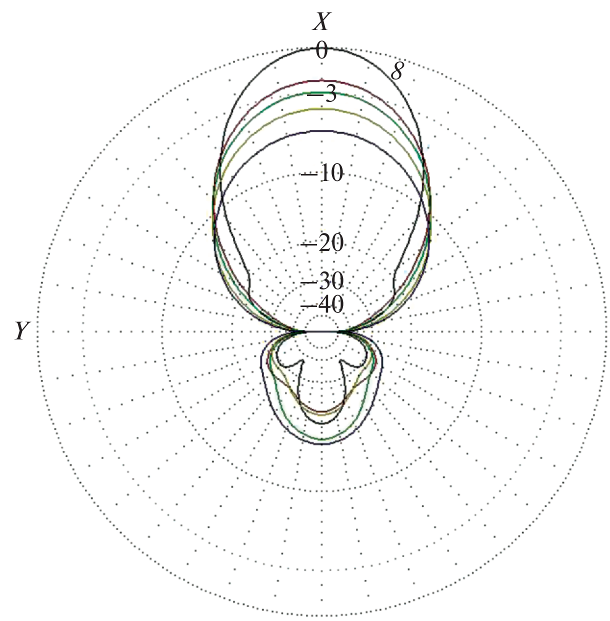

Рис. 4. Диаграмма направленности восьмиэлементной плазменной антенны при отключении отдельных элементов (для наглядности не показаны ДН при отключении 8-го, 7-го и 6-го элементов).

за счет отключения пассивных элементов начиная с 8-го. Из рис. 4 видно, как меняется ширина главного лепестка ДН при последовательном отключении пассивных плазменных элементов антенны.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные результаты показывают, что плазменная вибраторная антенна в рабочем диапазоне $\omega \sim \omega_p$ является узкополосным частотным фильтром. При использовании плазменных вибраторов в многоэлементной вибраторной антенне, когда рабочая частота лежит в области ω_p, любое отклонение отношения ω/ω_p от единицы за счет изменения электротехнических параметров плазменного вибратора приводит к частотной расстройке всей системы, в области $\omega \ll \omega_p$ отключение пассивного плазменного вибратора позволяет производить управление шириной ДН электронным способом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Марков Л.Н.* Антенные системы радиоэлектронной техники. М.: Воениздат, 1993.
2. *Айзенберг Г.З., Белоусов С.П., Журбенко Э.М. и др.* Коротковолновые антенны. 2-е изд. М.: Радио и связь, 1985.
3. *Айзенберг Г.З., Ямпольский В.Г., Терешин О.Н.* Антенны УКВ. М.: Связь, 1977.
4. *Истомин Е.Н., Карфидов Д.М., Минаев И.М. и др.* // Физика плазмы. 2006. Т. 32. № 5. С. 423.
5. *Коновалов В.Н., Кузьмин Г.П., Минаев И.М. и др.* // РЭ. 2015. Т. 60. № 7. С. 742.
6. *Гусейн-заде Н.Г., Минаев И.М., Рухадзе К.З., Рухадзе А.А.* // РЭ. 2011. Т. 56. № 10. С. 1345.
7. *Кирсанов Н.А., Коновалов В.Н., Минаев И.М., Рухадзе А.А.* // Радиотехника. 2012. № 10. С. 1611.
8. *Кузьмин Г.П., Минаев И.М., Тихоневич О.В. и др.* // РЭ. 2012. Т. 57. № 5. С. 590.
9. *Богачев Н.Н., Богданкевич И.Л., Гусейн-заде Н.Г., Рухадзе А.А.* // Физика плазмы. 2015. Т. 41. № 10. С. 860.
10. *Кириченко Ю.В.* // РЭ. 2017. Т. 62. № 2. С. 165.
11. *Кириченко Ю.В.* // РЭ. 2017. Т. 62. № 12. С. 1215.
12. *Вайнштейн Л.А.* Электромагнитные волны. М.: Радио и связь, 1988.
13. *Александров А.Ф., Кузелев М.В.* Теоретическая плазменная электротехника. М., 2011.
14. *Корбанский И.Н.* Теория электромагнитного поля. М.: Наука, 1964.

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА, 2020, том 65, № 2, с. 169–173

ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

УДК 519.725;512.62

МЕТОД СИНТЕЗА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ ГОРДОНА–МИЛЛСА–ВЕЛЧА ДЛЯ СИСТЕМ ПЕРЕДАЧИ ДИСКРЕТНОЙ ИНФОРМАЦИИ

© 2020 г. В. Г. Стародубцев[a, b, *]

[a]*Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского,*
ул. Ждановская, 13, Санкт-Петербург, 197198 Российская Федерация
[b]*Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет*
информационных технологий, механики и оптики,
Кронверкский пр., 49, Санкт-Петербург, 197101, Российская Федерация
**E-mail: vgstarod@mail.ru*

Поступила в редакцию 05.09.2018 г.
После доработки 29.11.2018 г.
Принята к публикации 22.03.2019 г.

Рассмотрен метод синтеза последовательностей Гордона–Миллса–Велча (ГМВП) над расширенным полем $GF[(2^m)^n]$, основанный на взаимосвязи корней проверочного полинома $h_{\text{МП}}(x)$ базисной М-последовательности (МП) и корней полиномов-сомножителей $h_{\text{c}i}(x)$ проверочного полинома $h_{\text{ГМВП}}(x)$ ГМВП. Показано, что метод синтеза включает алгоритм определения полиномов $h_{\text{c}i}(x)$, основанный на использовании p-сопряженных элементов с нечетными показателями степени для элемента β^r, принадлежащего подпо́лю $GF(2^m)$, алгоритм определения начальных состояний построенных по полиномам $h_{\text{c}i}(x)$ регистров сдвига, который основан на децимации символов базисной МП, и методику определения полных перечней проверочных полиномов $h_{\text{ГМВП}}(x)$ ГМВП для всех примитивных полиномов поля $GF[(2^m)^n]$, на основе которых формируются базисные МП.

DOI: 10.31857/S0033849420010052

Одним из направлений повышения достоверности передачи дискретной информации по радиоканалам, включая каналы спутниковой связи, является применение сигналов с расширенным спектром, формируемых на основе псевдослучайных последовательностей (ПСП) [1–3]. Данное положение относится к системам связи и управления, включая системы спутниковой связи с кодовым разделением сигналов [4, 5], к системам радионавигации и радиолокации [6, 7], а также к системам мобильной связи [8]. В качестве ПСП широко используются МП, последовательности Голда, малого и большого множеств Касами, а также ГМВП [9–11].

Среди ПСП, обладающих двухуровневой периодической автокорреляционной функцией (ПАКФ), можно выделить МП и ГМВП [12, 13]. При этом ГМВП обладают более высокой структурной скрытностью, что определяет приоритетность их использования в системах передачи дискретной информации, к которым предъявляются повышенные требования по конфиденциальности.

Формирование двоичных ГМВП осуществляется над конечными полями с двойным расширением $GF[(2^m)^n] = GF(2^s)$ ($s = mn$). Период последовательностей является составным числом, т.е. $N = 2^{mn} - 1$.

Символы d_i ГМВП с периодом $N = 2^{mn} - 1$ определяются выражением [7, 12]

$$d_i = \mathrm{tr}_{m1}[(\mathrm{tr}_{mn,m}(\alpha^i))^r],\quad 1 \le r < 2^m - 1,\ (r, 2^m - 1) = 1, \tag{1}$$

где $\mathrm{tr}_{mn,m}(\cdot)$ – след элемента, принадлежащего полю $GF[(2^m)^n]$, в расширенном поле $GF(2^m)$; $\mathrm{tr}_{m1}(\cdot)$ – след элемента поля $GF(2^m)$ в простом поле $GF(2)$; $\alpha \in GF[(2^m)^n]$ – примитивный элемент; r – натуральное число, взаимно простое с порядком мультипликативной группы поля $GF(2^m)$, равным $2^m - 1$.

Структурная скрытность ПСП характеризуется эквивалентной линейной сложностью (ЭЛС), которая для двоичных ГМВП определяется выражением [7, 13]

$$l_s = mn^{g(r)}, \tag{2}$$

где $g(r)$ – количество единиц в двоичном представлении числа r в (1).

Количество различных ГМВП $M_{\text{ГМВП}}$ определяется как произведение числа примитивных полиномов в подпóле $GF(2^m)$ на число примитивных полиномов в поле $GF[(2^m)^n]$ [12, 13]

$$M_{\text{ГМВП}} = \left(\frac{\varphi(2^m - 1)}{m} - 1\right)\frac{\varphi(2^{mn} - 1)}{mn}, \quad (3)$$

где $\varphi(a)$ – функция Эйлера, равная числу чисел, взаимно простых с числом a, в ряду от 1 до $(a - 1)$.

При формировании ГМВП в соответствии с (1) необходимо построить конечное поле $GF(2^s)$, содержащее 2^s элементов, и найти функции следа для каждого элемента. Среднее число операций сложения и умножения по mod2 при формировании всех ГМВП с периодом $N = 2^s - 1$ может быть определено выражением $K \approx M_{\text{ГМВП}} s 2^s (s + 2)$. Например, для формирования всех ГМВП с периодом $N = 2^8 - 1 = 255$ необходимо выполнить $K \approx 3 \times 10^5$ операций, а для периода $N = 2^{14} - 1 = 16383$ требуется уже $K \approx 4 \times 10^{10}$ операций.

Для полей $GF[(2^m)^n]$ при $n = 2$ известен алгоритм формирования ГМВП [14, 15], основанный на матричном представлении базисной МП. При использовании данного алгоритма для формирования каждой ГМВП необходимо строить матрицу МП, в которой осуществляется замена столбцов. Среднее число операций с учетом формирования МП равно $K \approx \varphi(2^s - 1)2^s + \varphi(2^m - 1)2^{m+1}$. Например, для формирования всех ГМВП с периодом $N = 255$ необходимо выполнить $K \approx 4 \times 10^4$ операций, а для периода $N = 16383$ требуется $K \approx 2 \times 10^8$ операций.

Также известен алгоритм формирования ГМВП с помощью совокупности регистров сдвига с линейной обратной связью (РС ЛОС) [16]. При использовании данного алгоритма для каждого периода ГМВП выполняется вычисление проверочного полинома $h_{\text{ГМВП}}(x)$ с помощью алгоритма Берлекэмпа–Месси и разложение полученного полинома на сомножители. Среднее число операций с учетом формирования МП и выполнения алгоритма Берлекэмпа–Месси равно $K \approx s2^s + \varphi(2^m - 1)2^{m+1} + 2s^3$. Например, для формирования всех ГМВП с периодом $N = 255$ необходимо выполнить $K \approx 8 \times 10^3$ операций, а для периода $N = 16383$ требуется $K \approx 3 \times 10^5$ операций.

Цель данной статьи – разработать метод синтеза ГМВП, основанный на аналитическом определении полиномов-сомножителей $h_{ci}(x)$ проверочного полинома $h_{\text{ГМВП}}(x)$ ГМВП при формировании последовательностей с произвольным составным периодом $N = 2^{mn} - 1$.

Метод синтеза включает три составляющих: алгоритм определения полиномов-сомножителей $h_{ci}(x)$ проверочного полинома ГМВП, методику определения полных перечней проверочных полиномов $h_{\text{ГМВП}}(x)$ и алгоритм определения начальных состояний регистров сдвига, построенных по полиномам $h_{ci}(x)$ в устройствах формирования ГМВП.

Основу метода синтеза составляет алгоритм определения полиномов-сомножителей $h_{ci}(x)$, отличительной особенностью которого является то, что общий проверочный полином $h_{\text{ГМВП}}(x)$ ГМВП не вычисляется, а его сомножители $h_{ci}(x)$ определяются непосредственно по значению параметра r.

Вторая составляющая метода – это методика определения полных перечней проверочных полиномов $h_{\text{ГМВП}}(x)$, разработанная в [16, 17]. Основой методики является положение о том, что корни полиномов $h_{ci}(x)$ – сомножителей проверочного полинома $h_{\text{ГМВП}}(x)$ – являются определенными фиксированными степенями корней проверочного полинома $h_{\text{МП}}(x)$ базисной МП, с помощью которой формируется ГМВП.

Третьей составляющей метода является предложенный в [16] алгоритм определения начальных состояний регистров сдвига, входящих в устройство формирования ГМВП, который основан на децимации символов базисной МП по индексам, определяемым соотношением показателей степени корней полинома $h_{\text{МП}}(x)$ базисной МП и корней полиномов-сомножителей $h_{ci}(x)$.

При реализации метода число операций сложения и умножения по mod 2 сокращается, так как не требуется построения расширенного поля, формирования базисной МП и вычисления общего проверочного полинома $h_{\text{ГМВП}}(x)$ ГМВП. Среднее число операций может быть определено как $K = (2^{s-2} + \varphi(2^s - 1))/s$. Например, для формирования всех проверочных полиномов ГМВП с периодом $N = 16383$ необходимо выполнить $K \approx 10^3$ операций.

Научная новизна предлагаемого метода заключается в разработке алгоритма определения полиномов-сомножителей $h_{ci}(x)$, которая проводилась на основе анализа результатов, полученных в [15–17].

Для допустимых значений периода N и параметров m и n расширенного поля $GF[(2^m)^n]$ вид формируемой ГМВП, ЭЛС и перечень сомножителей проверочного полинома полностью определяется значением параметра r в выражении (1). При этом показатели степени корней всех полиномов-сомножителей формируемой ГМВП должны иметь одинаковые значения функции $g(r)$.

Алгоритм определения полиномов-сомножителей $h_{ci}(x)$ основан на том, что для элемента $\beta^r = (\mathrm{tr}_{mn,m}(\alpha^i))^r$, принадлежащего подпóлю $GF(2^m)$, его p-сопряженные элементы с нечетными показателями степени являются, во-первых, непосредственно корнями части сомножителей степени $s = mn$ проверочного полинома ГМВП, а во-вторых, выступают в качестве образующих элементов для различных p-сопряженных классов поля $GF[(2^m)^n]$ при вычислении остальных сомножителей $h_{ci}(x)$. Данные элементы рассматриваются как корни полиномов-сомножителей нулевого уровня. Отметим, что для каждого значения r общее число элементов с нечетными показателями степени в подпóле $GF(2^m)$, равно значению функции $g(r)$. Например, в подпóле $GF(2^5)$ поля $GF[(2^5)^2]$ для значения $r = 13$ p-сопряженными элементами для элемента β^{13} являются элементы β^{26}, β^{21}, β^{11}, β^{22}. Число элементов с нечетными показателями степени равно значению функции $g(13_{10}) = g(1101_2) = 3$, т.е. это элементы β^{13}, β^{21}, β^{11}.

Для определения полиномов первого и более высоких уровней вводится вспомогательный параметр k_i, необходимый для вычисления показателей степени корней данных полиномов:

$$k_i = 2i(2^m - 1), \quad i = 1, 2, \ldots, 2^{mn-m-1}. \tag{4}$$

Выражение для параметра k_i получено эмпирическим путем на основе анализа показателей степени корней полиномов-сомножителей для ГМВП с периодами $N = 63$, 255, 511, 1023.

На i-м уровне показатели степени корней полиномов определяются путем сложения показателей нулевого уровня и параметра k_i. При выполнении данной операции могут быть получены показатели степени корней неприводимых полиномов, не являющихся полиномами-сомножителями проверочного полинома ГМВП. Поэтому полученные показатели необходимо проверить, во-первых, по параметру $g(r)$ и, во-вторых, по совпадению с показателями корней полиномов более низкого уровня. Обе проверки являются достаточно тривиальными. Вычисления для более высоких уровней продолжаются до получения общего числа сомножителей $M = l_s/s$ степени s проверочного полинома ГМВП.

Рассмотрим алгоритм определения полиномов-сомножителей $h_{ci}(x)$.

Шаг 1. Ввод исходных данных для формирования ГМВП с требуемыми характеристиками над полем $GF[(2^m)^n]$:

– выбор периода ГМВП $N = 2^{mn} - 1$;

– выбор значений m и n для периодов $N = 2^{mn} - 1$;

– выбор примитивного полинома базисной МП с корнем α^1;

– задание ЭЛС l_s ГМВП для выбранного периода с соответствующим числом M полиномов-сомножителей;

– выбор параметра r для заданной ЭЛС со значением $g(r)$.

Шаг 2. Определение полиномов-сомножителей $h_{ci}(x)$ нулевого уровня:

– вычисление p-сопряженных элементов для элемента β^r в подпóле $GF(2^m)$;

– выбор элементов с нечетными показателями степени $r_{01}, r_{02}, \ldots, r_{0d}$, которые являются корнями искомых полиномов-сомножителей нулевого уровня $h_{c1}(x)$, $h_{c2}(x)$, ..., $h_{cd}(x)$; общее число элементов с нечетными показателями степени равно значению функции $g(r)$, то есть $d = g(r)$.

Шаг 3. Если $d = M$, то переходим в конец алгоритма, т.е. искомый проверочный полином ГМВП определяется выражением

$$h_{\text{г}}(x) = h_{c1}(x)h_{c2}(x) \cdot \ldots \cdot h_{cd}(x). \tag{5}$$

Если $d < M$, то в соответствии с (4) определяются значения вспомогательного параметра k_i, необходимого для вычисления показателей степени корней возможных полиномов-сомножителей первого, второго и более высоких уровней.

Шаг 4. Определение полиномов i-го уровня для $i = 1, 2, 3, \ldots$:

– вычисление показателей степени i-го уровня $r_{i1}, r_{i2}, \ldots, r_{id}$ для нечетных показателей степени корней полиномов нулевого уровня $r_{01}, r_{02}, \ldots, r_{0d}$:

$$\begin{aligned} r_{i1} &= r_{01} + k_i, \\ r_{i2} &= r_{02} + k_i, \\ r_{id} &= r_{0d} + k_i, \end{aligned} \tag{6}$$

– проверка полиномов с вычисленными степенями корней:

а) если $g(r_{il}) \neq d$ ($l = 1, 2, \ldots, d$), то полином с данным корнем отбрасывается;

б) если r_{il} ($l = 1, 2, \ldots, d$) является показателем степени элемента, являющегося p-сопряженным корнем полинома-сомножителя более низкого уровня, то полином с данным корнем повторно не учитывается;

в) число полиномов i-го уровня, прошедших проверку, обозначается d_i.

Шаг 5. Если $d + \sum d_i = M$, то переходим в конец алгоритма, иначе – к шагу 4.

Шаг 6. Конец алгоритма.

Пример. В качестве примера определим проверочный полином для ГМВП с периодом $N = 1023$ и ЭЛС $l_s = 80$.

Шаг 1. Исходные данные: период $N = 1023$; поле $GF[(2^m)^n] = GF[(2^5)^2]$, т.е. $m = 5$, $n = 2$; полином базисной МП $h_{\text{МП}}(x) = x^{10} + x^3 + 1$; параметр $r = 15_{10} = 1111_2$; $d = g(r) = g(15) = 4$; ЭЛС $l_s = 5 \times 2^4 = 80$; число сомножителей $M = 8$.

Шаг 2. Определение полиномов-сомножителей $h_{ci}(x)$ нулевого уровня:

– p-сопряженные элементы в поле $GF(2^5)$ для элемента α^{15}: $\alpha^{30}, \alpha^{29}, \alpha^{27}, \alpha^{23}$;

– элементы с нечетными показателями степени $r_{01} = 15$, $r_{02} = 23$, $r_{03} = 27$, $r_{04} = 29$ являются корнями искомых сомножителей нулевого уровня $h_{c1}(x) = h_{15}(x)$, $h_{c2}(x) = h_{23}(x)$, $h_{c3}(x) = h_{27}(x)$, $h_{c4}(x) = h_{29}(x)$, где нижний числовой индекс здесь и далее соответствует наименьшим показателям степени корней полиномов [18];

Шаг 3. Так как $d = 4 < M = 8$, то определяется значение вспомогательного параметра k_i для вычисления показателей степени корней полиномов первого, второго и более высоких уровней:

$$k_i = 2i(2^5 - 1) = 62i, \quad i = 1, 2, \ldots, 16.$$

Шаг 4. Определение полиномов первого уровня для $i = 1$ ($k_1 = 62$):

– показатели степени $r_{11}, r_{12}, r_{13}, r_{14}$ корней полиномов первого уровня:

$r_{11} = r_{01} + k_1 = 15 + 62 = 77$, $g(77) = 4$: полином $h_{77}(x)$ соответствует;

$r_{12} = r_{02} + k_1 = 23 + 62 = 85$; $g(85) = 4$: полином $h_{85}(x)$ соответствует;

$r_{13} = r_{03} + k_1 = 27 + 62 = 89$; $g(89) = 4$: полином $h_{89}(x)$ соответствует;

$r_{14} = r_{04} + k_1 = 29 + 62 = 91$; $g(91) = 5 > 4$: полином $h_{91}(x)$ отбрасывается;

– корни $\alpha^{77}, \alpha^{85}, \alpha^{89}$ не являются p-сопряженными элементами для корней полиномов нулевого уровня, поэтому полиномы с данными корнями являются искомыми сомножителями первого уровня $h_{c5}(x) = h_{77}(x)$, $h_{c6}(x) = h_{85}(x)$, $h_{c7}(x) = h_{89}(x)$;

– число полиномов первого уровня, прошедших проверку, равно $d_1 = 3$.

Шаг 5. Так как $d + d_1 = 7 < M = 8$, то вычисляются полиномы второго уровня.

Шаг 6. Определение полиномов второго уровня для $i = 2$ ($k_2 = 124$):

– вычисление показателей степени $r_{21}, r_{22}, r_{23}, r_{24}$:

$r_{21} = r_{01} + k_2 = 15 + 124 = 139$, $g(139) = 4$: полином $h_{139}(x)$ соответствует;

$r_{22} = r_{02} + k_2 = 23 + 124 = 147$; $g(147) = 4$: полином $h_{147}(x)$ соответствует;

$r_{23} = r_{03} + k_2 = 27 + 124 = 151$; $g(151) = 5 > 4$: полином $h_{151}(x)$ отбрасывается;

$r_{24} = r_{04} + k_2 = 29 + 124 = 153$; $g(153) = 4$: полином $h_{153}(x)$ соответствует;

– корень α^{139} является p-сопряженным элементом для корня α^{89}, корень α^{153} является p-сопряженным элементом для корня α^{147}, поэтому полиномы с данными корнями повторно не учитываются; корень α^{147} не является p-сопряженным элементом для корней полиномов более низкого уровня, поэтому единственным полиномом-сомножителем второго уровня является полином $h_{c8}(x) = h_{147}(x)$, $d_2 = 1$.

Шаг 7. Так как $d + d_1 + d_2 = 8 = M$, то искомый полином ГМВП имеет вид

$$h_{\text{ГМВП}}(x) = h_{15}(x)h_{23}(x)h_{27}(x)h_{29}(x)h_{77}(x)h_{85}(x)h_{89}(x)h_{147}(x). \tag{7}$$

Шаг 8. Конец алгоритма.

Проверочный полином $h_{\text{ГМВП}}(x)$ ГМВП вида (7) совпадает с результатами, полученными в [17] при определении данного полинома с помощью алгоритма, основанного на матричном представлении последовательностей, применении алгоритма Берлекэмпа–Месси для вычисления полинома $h_{\text{ГМВП}}(x)$ и разложения его на полиномы-сомножители $h_{ci}(x)$.

Устройство формирования ГМВП с периодом $N = 1023$ и проверочным полиномом (7) показано на рисунке. Приведено четыре РС ЛОС из восьми с полиномами [18]

$$h_{15}(x) = x^{10} + x^8 + x^7 + x^5 + x^3 + x + 1,$$
$$h_{23}(x) = x^{10} + x^4 + x^3 + x + 1,$$
$$h_{89}(x) = x^{10} + x^7 + x^6 + x^4 + x^2 + x + 1,$$
$$h_{147}(x) = x^{10} + x^7 + x^6 + x^5 + x^3 + x^2 + 1.$$

Начальные состояния регистров определены путем децимации символов базисной МП с $h_{\text{МП}}(x) = h_1(x) = x^{10} + x^3 + 1$ [18] по индексам 15, 23, ..., 89, 147 в соответствии с алгоритмом, разработанным в [16].

Таким образом, в статье разработан метод синтеза ГМВП, основу которого составляет алгоритм определения полиномов-сомножителей $h_{ci}(x)$ проверочного полинома $h_{\text{ГМВП}}(x)$ ГМВП. Алгоритм позволяет вычислять неприводимые полиномы-сомножители без построения базисной МП и определения проверочного полинома ГМВП с использованием итеративного алгоритма Берлекэмпа–Месси.

ЭЛС ГМВП превышает ЭЛС МП в 2–10 раз в зависимости от значения периода N и выбранного параметра r. С увеличением периода выигрыш возрастает.

Полученные результаты позволяют применять ГМВП в широкополосных радиоканалах систем передачи дискретной информации, к которым предъявляются повышенные требования по кон-

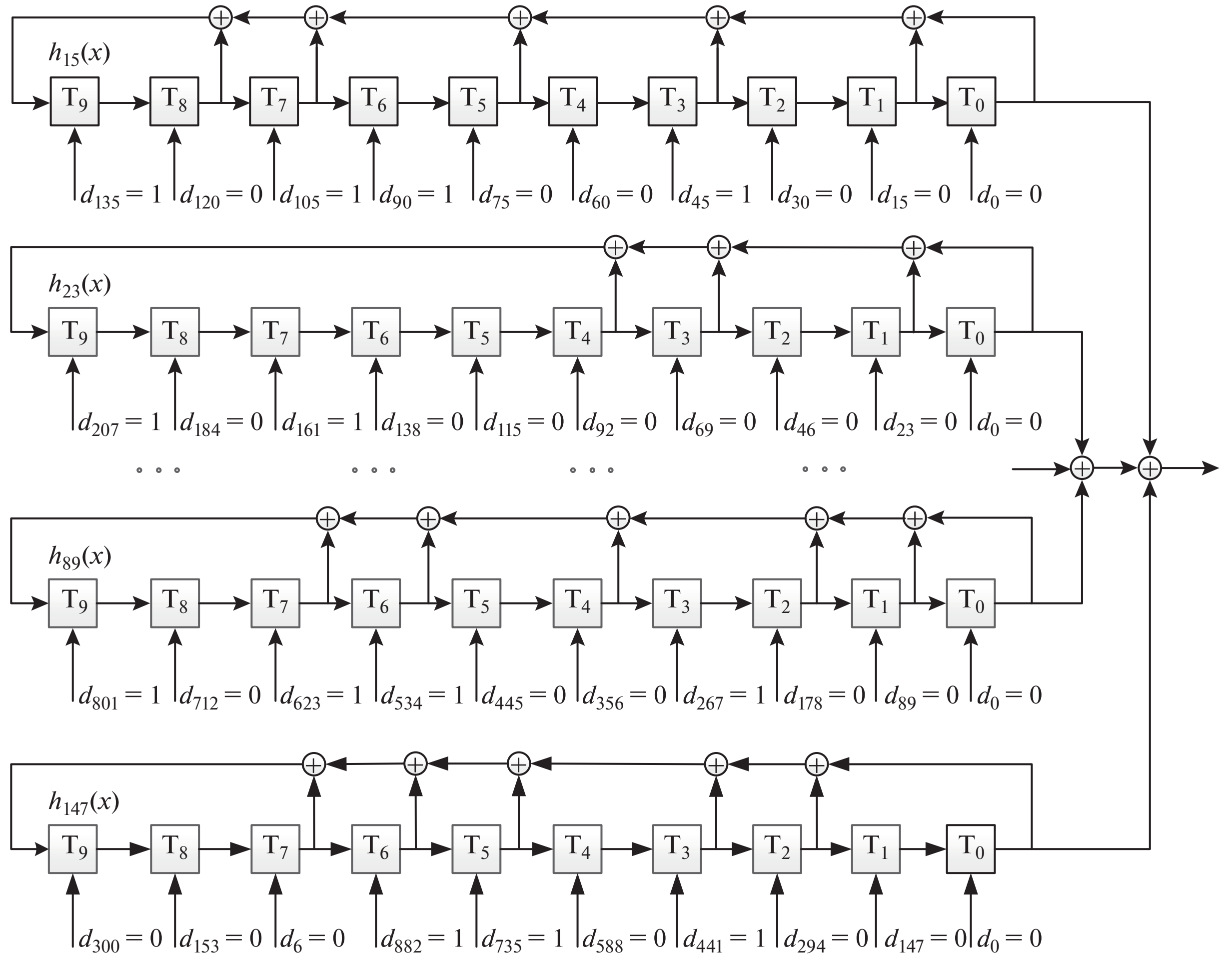

Рис. 1. Схема формирования ГМВП с $N = 1023$ и ЭЛС $l_s = 80$.

фиденциальности, включая требования по повышению их структурной скрытности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ипатов В.П.* Периодические дискретные сигналы с оптимальными корреляционными свойствами. М.: Радио и связь, 1992.
2. *Вишневский В.М., Ляхов А.И., Портной С.Л., Шахнович И.В.* Широкополосные беспроводные сети передачи информации. М.: Техносфера, 2005.
3. *Скляр Б.* Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. 2-е изд. / Пер. с англ. М.: Вильямс, 2003.
4. *Ипатов В.П.* Широкополосные системы и кодовое разделение сигналов. Принципы и приложения / Пер. с англ. М.: Техносфера, 2007.
5. CDMA: прошлое, настоящее, будущее. М.: МАС, 2003.
6. *Wang E., Zhang S., Qing Hu* // J. System Simulation. 2008. V. 20. P. 3582.
7. *Golomb S.W., Gong G.* Signal Design for Good Correlation for Wireless Communication, Criptography and Radar. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2005.
8. *Alasmary W., Zhuang W.* // Ad Hoc Networks. 2010. P. 1.
9. *Cho Chang-Min, Kim Ji-Youp, No J.S.* // IEICE Trans. Commun. 2015. V. E98. № 7. P. 1268.
10. *Zhang T., Li S., Feng T., Ge G.* // IEEE Trans. 2014. V. IT-60. № 5. P. 3062.
11. *Golomb S.W.* Two-valued sequences with perfect periodic autocorrelation // IEEE Trans. 1992. V. AES-28. № 2. P. 383.
12. *No J.S.* // IEEE Trans. 1996. V. IT-42. № 1. P. 260.
13. *Chung H., No J.S.* // IEEE Trans. 1999. V. IT-45. № 6. P. 2060.
14. *Юдачев С.С., Калмыков В.В.* // Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2012. № 1. URL: http://elibrary.ru/item.asp?id = 17650851.
15. *Стародубцев В.Г.* // Изв. вузов. Приборостроение. 2012. Т. 55. № 7. С. 5.
16. *Стародубцев В.Г.* // Изв. вузов. Приборостроение. 2015. Т. 58. № 6. С. 451.
17. *Стародубцев В.Г., Попов А.М.* // Изв. вузов. Приборостроение. 2017. Т. 60. № 4. С. 318.
18. *Питерсон У., Уэлдон Э.* Коды, исправляющие ошибки / Пер. с англ. М.: Мир, 1976.

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА, 2020, том 65, № 2, с. 174–182

ЭЛЕКТРОНИКА СВЧ

УДК 621.372

ФОРМИРОВАНИЕ ОТВЕРСТИЙ В АЛМАЗНОЙ ПОДЛОЖКЕ ГИБРИДНО-МОНОЛИТНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ СХЕМ СВЧ

© 2020 г. А. М. Темнов*

Научно-производственное предприятие “Исток” им. А.И. Шокина, ул. Вокзальная, 2а, Фрязино, Московской обл. 141190 Российская Федерация

**E-mail: alexandertemnov@mail.ru*

Поступила в редакцию 02.04.2019 г.
После доработки 17.05.2019 г.
Принята к публикации 24.05.2019 г.

Исследован технологический процесс разделения гетеропластины из поликристаллической алмазной пленки (ПАП-Si) и отделения целой пластины от жертвенного кремния. Исследован процесс формирования отверстий в алмазной подложке из ПАП методами лазерного фрезерования, и плазмохимического травления. Показано, что плазмохимическое травление обеспечивает групповое изготовление отверстий на основе планарной технологии и прецизионной литографии. Оптимизированы технологические режимы травления отверстий через алюминиевую маску методом реактивного ионного травления с источником индуктивно связанной плазмы (РИТ-ИСП) и получена скорость травления отверстий в ПАП порядка 1.1 мкм/мин. Найдена математическая модель технологического процесса и показано, что травление происходит преимущественно в среде кислорода. Технологический процесс адаптирован на установку плазмохимического травления “Плазма ТМ5”. Исследована возможность травления отверстий в ПАП диаметром 100 мкм и глубиной более 300 мкм. Показано, что скорость травления зависит от глубины отверстий и носит нелинейный характер, при этом происходит травление как стенок отверстий, так и алюминиевой маски.

DOI: 10.31857/S0033849420020187

ВВЕДЕНИЕ

Гибридно-монолитные интегральные сверхвысокочастотные схемы[1] (ГМИС СВЧ) работают в сантиметровом и миллиметровом диапазоне длин волн и предназначены для создания модулей СВЧ [1, 2].

Вся пассивная часть ГМИС (содержащая *R*-, *L*-, *C*-элементы, линии передачи и выводы) выполняется монолитной на одной изолирующей подложке по групповой технологии, в едином технологическом цикле на основе планарной технологии и прецизионной литографии. Активными компонентами в ГМИС СВЧ являются кристаллы диодов, транзисторов и МИС СВЧ, отобранные по низкочастотным и СВЧ-параметрам.

В работах [3–5] показано, что ГМИС СВЧ успешно развиваются и созданы три конструктивных технологических решения – базовое, мозаичное и миниатюрное. Однако ГМИС СВЧ базовой конструкции имеют ограниченную выходную мощность, так как изготавливаются на подложках, имеющих малый коэффициент теплопроводности (Вт м$^{-1}$ K^{-1}): сапфир – 40, арсенид галлия – 46, который не позволяет эффективно отвести тепло от кристаллов диодов, транзисторов и МИС, расположенных на ее поверхности. Для создания ГМИС СВЧ с большой выходной мощностью необходима подложка с высокой теплопроводностью, обеспечивающая эффективный отвод тепла от кристаллов СВЧ-компонентов. Отверстия в подложке необходимы для “заземления” элементов в соответствии с электрической схемой ГМИС СВЧ.

Среди известных материалов изолирующих подложек наибольший коэффициент теплопроводности – 490, 5000 и 1000...2000 Вт м$^{-1}$ K^{-1} – имеют соответственно карбид кремния SiC, графен Gr и алмаз C.

Подложки SiC со своими уникальными характеристиками используются для создания высокочастотных, высокомощных и высокотемпературных электронных приборов – полевых транзисторов на гетероструктурах AlGaN/GaN, и производятся только фирмой Cree (США) (см.: www.prochip.ru). *Подложки графена* Gr не производятся ни за рубежом, ни в России. *Подложки алмаза* C производятся и за рубежом, и в России. Монокристаллические алмазные подложки изготавливаются как из естественного, так и искусственного алмаза, при этом

[1] В зарубежной литературе ГМИС СВЧ называют Quasi monolithic integrated circuit (QMIC).

Таблица 1. Параметры гетеропластин ПАП-Si

Параметры гетеропластин	Не менее	Не более
Толщина ПАП, мкм	100	250
Шероховатость зародышевой стороны ПАП, нм	–	100
Шероховатость ростовой стороны ПАП, мкм	–	15
Неравномерность толщины ПАП, %	–	±15
Прогиб ПАП-Si, мкм (на Si толщиной 3 мм)	–	10
Прогиб ПАП-Si, мкм (на Si толщиной 0.35 мм)	–	30
Количество трещин на ПАП, шт.	–	0
Поверхностное сопротивление ПАП-Si, Ом см	10^8	–
Объемное сопротивление ПАП-Si, Ом см	10^8	–
Теплопроводность ПАП, Вт/м К	1000	–

они имеют малые размеры (порядка 3 × 3 мм) и не пригодны для группового изготовления ГМИС СВЧ.

В связи со сказанным основой современной алмазной электроники стал искусственный алмаз, а именно поликристаллическая алмазная пленка (ПАП), получаемая из газовой фазы водорода и метана методом химического разложения (Chemical Vapov Depotion, CVD) в СВЧ-плазме. Процесс CVD основан на разложении метана в смеси с водородом и последующем осаждении ПАП на нагретую подложку (см.: twinn_plasma@mail.ru, а также [6–8]). В настоящее время методом CVD получают чистые ПАП толщиной 1...3000 мкм на жертвенной пластине кремния Si диаметром до 100 мм и используют для создания, например, прочных покрытий на режущих инструментах, шестерен сверхточных механизмов, конструкционных компонентов, алмазных теплоотводов и алмазных подложек.

Отечественные алмазные подложки из ПАП разрабатывают и изготавливают такие организации, как Институт общей физики РАН и “ТВИНН” (Москва); “СВД Спарк” (Троицк); Институт прикладной физики РАН (Нижний Новгород).

Цель данной работы – исследовать и оптимизировать технологический процесс изготовления отверстий в ПАП для включения его в технологический процесс изготовления ГМИС СВЧ на ПАП.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Для проведения экспериментов были изготовлены в ИОФ РАН и “ТВИНН” гетеропластины ПАП на подложке кремния диаметром 57 мм, толщиной 3 мм и ПАП на подложке монокристаллического кремния ориентацией (111), диаметром 50 мм, толщиной 0.35 мм и поверхностным сопротивлением более 10000 Ом. Параметры гетеропластин ПАП-Si приведены в табл. 1.

В гетеропластине ПАП-Si пленка ПАП очень напряжена из-за разного температурного коэффициента линейного расширения (ТКЛР): алмаза – 1×10^{-6} К$^{-1}$ и кремния – 5×10^{-6} К$^{-1}$, и поэтому после отделения от жертвенного кремния ПАП ломается на куски. В связи с этим было необходимо исследовать процесс отделения целой пленки ПАП и процесс формирования отверстий в ПАП различными методами, выбрать и оптимизировать базовый метод для включения его в процесс изготовления ГМИС СВЧ на ПАП.

1.1. Исследование процесса разделения ПАП-Si

Как известно, в технологическом процессе ПАП растет как на поверхности, так и по периметру жертвенной подложки кремния, образуя жесткое кольцо. Температура роста ПАП составляет порядка 800...900°C, поэтому после остывания и удаления жертвенного кремния кольцо сжимается и ломает ПАП на несколько бесформенных кусков, имеющих малую площадь. Для предотвращения разрушения ПАП, бережного разделения гетеропластины ПАП-Si и отделения целой пластины необходимо разорвать связь между пленкой и кольцом. Наиболее простым способом решения этой задачи является метод лазерного фрезерования (рис. 1).

Для шлифовки и утончения ПАП используется процесс термохимической шлифовки [9, 10]. Этапы практического разделения гетеропластины ПАП-Si и отделения целой пластины ПАП показаны на рис. 2; диаметр отделенной пластины ПАП уменьшается на 2 мм.

Предложенный технологический процесс отделения пластины ПАП (см. рис. 2а–2в) включает формирование паза, шлифовку и последующее травление кремния и позволяет отделить целую ПАП правильной геометрии, пригодную для группового изготовления ГМИС СВЧ.

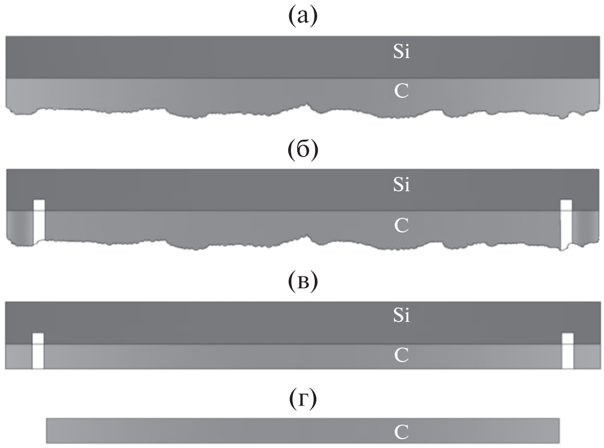

Рис. 1. Технологический процесс разделения гетеропластины ПАП-Si и отделения целой ПАП: поставляемая гетеропластина ПАП-Si (а), паз с ростовой стороны ПАП-Si глубиной 500 мкм на расстоянии 1 мм от края пластины (б), шлифовка и утончение ростовой стороны ПАП до толщины 100...150 мкм (в), удаление жертвенного кремния и отделение ПАП (г).

Если отделить ПАП без шлифовки (см. рис. 2г, 2д), то она будет иметь правильную геометрию, но значительный прогиб, поэтому после процесса термохимической шлифовки получаются пластины, имеющие неправильную геометрию, уменьшенную площадь и большую неравномерность толщины ПАП. Процесс термохимической шлифовки необходим для успешного проведения последующих процессов литографии. При этом шероховатость ростовой стороны ПАП после термохимической шлифовки составляет порядка 3 мкм. Шероховатость лицевой стороны отделенных ПАП определяется качеством полировки поверхности жертвенного кремния, который имеет чистоту поверхности 14-го класса (шероховатость 10 нм). Ожидаемая шероховатость по ТУ должна быть не более 100 нм, однако фактическая шероховатость лицевой стороны ПАП после отделения от жертвенного кремния имеет большой разброс и не повторяется от пластины к пластине.

Выход годных ПАП с шероховатостью зародышевой стороны, соответствующей ТУ, составляет порядка 10%.

1.2. Исследование и оптимизация процесса изготовления отверстий в ПАП

Методы изготовления отверстий в ПАП – лазерного фрезерования и плазмохимического травления – были рассмотрены в работах [11, 12].

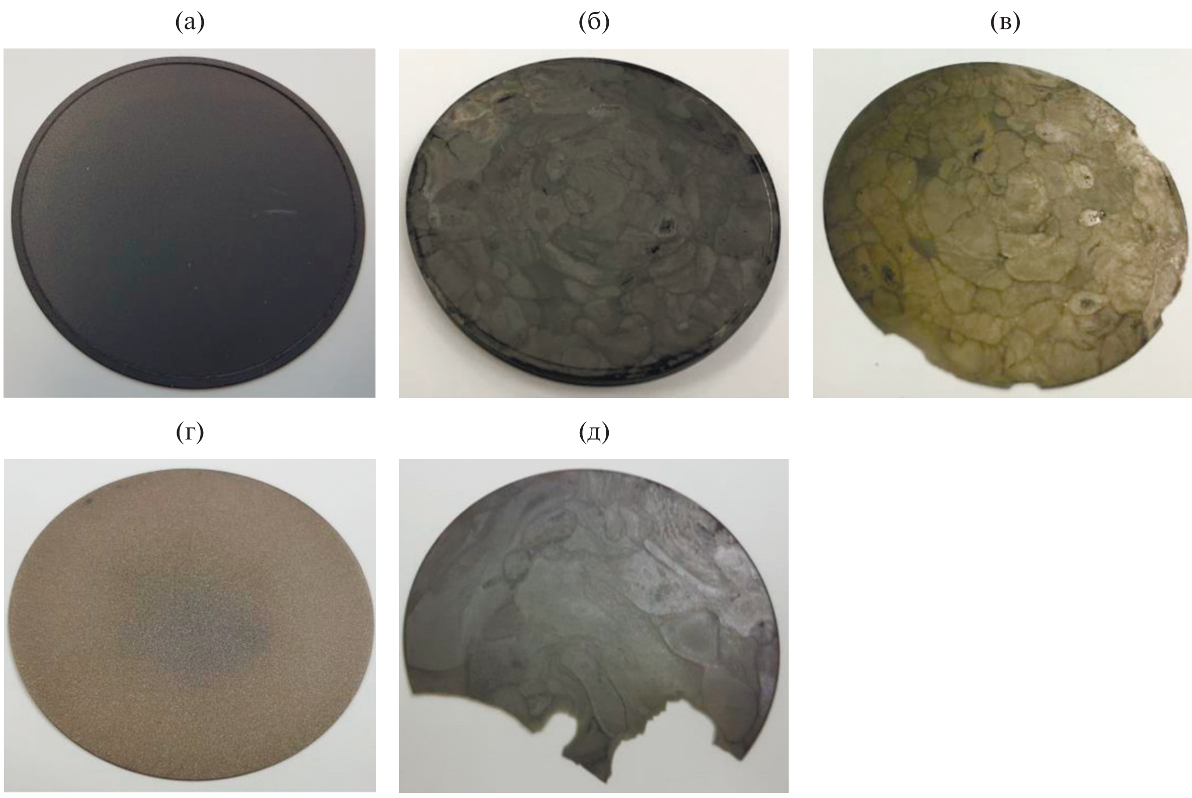

Рис. 2. Этапы практического разделения гетеропластины ПАП-Si и отделения целой пластины ПАП: паз глубиной 500 мкм с ростовой стороны пластины (а), ростовая сторона после шлифовки и утончения (б), ПАП с ростовой стороны после отделения (в), ПАП с ростовой стороны после отделения без шлифовки (г), ПАП с ростовой стороны после шлифовки (д).

1. *Метод лазерного фрезерования* широко применяется при изготовлении отверстий в диэлектрических и металлических пластинах. Формируемые отверстия имеют четкую геометрию и практически вертикальные стенки со скосом стенок порядка 5%. Однако лазерное фрезерование не может обеспечить групповую обработку алмазных пластин, имеет низкую производительность, высокую стоимость изготовления одного отверстия и приводит к появлению проводящей пленки графита только по линии реза.

2. *Метод плазмохимического травления* на установке реактивного ионного травления (РИТ) с источником индуктивно связанной плазмы (ИСП) (Inductively Coupled Plasma, ICP) Corial 200IL позволяет изготавливать отверстия в ПАП групповым способом на основе планарной технологии и прецизионной литографии. Процесс РИТ-ИСП зависит от множества технологических факторов, и решить задачу в аналитическом виде оказалось затруднительно. Поэтому с помощью метода планирования эксперимента найдена экспериментальная зависимость скорости травления ПАП y от технологических факторов процесса РИТ-ИСП, т.е. построена математическая модель вида

$$y = f(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n), \tag{1}$$

где x_i – факторы технологического процесса: x_1 – скорость потока элегаза SF_6; x_2 – скорость потока кислорода O_2; x_3 – скорость потока аргона Ar; x_4 – мощность радиочастотного генератора Г1; x_5 – мощность генератора индуктивно связанной плазмы Г2; x_6 – давление в камере p.

Предварительные эксперименты показали, что скорость травления отверстий в ПАП зависит от мощности генератора Г1: чем больше мощность, тем выше скорость травления. Максимальная мощность генератора Г1 ограничена 250 Вт, но его работа на максимальной выходной мощности оказалась неустойчивой, поэтому в эксперименте мощность была ограничена 230 Вт.

Скорость травления отверстий в ПАП зависит также от интенсивности плазмы, которая в свою очередь зависит от мощности генератора Г2 и выбрана равной максимальной величине 1000 Вт.

Кроме того, скорость травления отверстий в ПАП зависит от рабочего давления в камере, которое на основе априорной информации о технологическом процессе и возможностей технологической установки выбрано равным 10 мТор. Диапазон изменения факторов x_1, x_2, x_3 в эксперименте приведен в табл. 2.

Проведенный полный трехфакторный эксперимент позволил рассчитать коэффициенты уравнения по каждому фактору и с учетом парных

Таблица 2. Диапазон изменения факторов x_1, x_2, x_3 в эксперименте

Уровень фактора	Скорость потоков газа, см^3/мин		
	x_1	x_2	x_3
–1	0.3	40	20
0	0.4	60	35
+1	0.5	80	50

и тройных взаимодействий и получить уравнение скорости травления отверстий в ПАП:

$$\begin{gathered} y = (1.0125 + 0.025x_1 + \\ + 0.0625x_2 - 0.055x_3 - 0.04x_1x_2 -) \times \\ \times (- 0.023x_1x_3 + 0x_2x_3 - 0.033x_1x_2x_3). \end{gathered} \tag{2}$$

Анализ уравнения показывает, что фактор x_2 дает наибольший вклад в увеличение скорости, фактора x_1 – в три раза меньше, а фактор x_3 – уменьшает скорость травления ПАП, поэтому влияние этого фактора необходимо уменьшить до минимума. При $x_1 = 1$, $x_3 = -1$ технологический процесс травления отверстий в ПАП будет функцией x_2 – скорости потока кислорода:

$$y = 1.1155 + 0.0555x_2. \tag{3}$$

Максимальная скорость травления отверстий в ПАП равна 1.17 мкм/мин при $x_2 = 1$. Процесс травления отверстий в ПАП происходит преимущественно в среде кислорода и продуктом реакции является углекислый газ CO_2. Оптимальные технологические режимы травления отверстий в ПАП наблюдаются при скорости потоков 0.5, 80 и 20 см^3/мин для SF_6, O_2 и Ar соответственно. Отверстия имеют четкую геометрию и практически вертикальные стенки со скосом порядка 3%, при диаметре отверстий 100 мкм и толщине ПАП также 100 мкм.

Процесс плазмохимического травления отверстий в ПАП является экологически чистым, не наносящим вреда окружающей среде, поэтому он был выбран в качестве базового для работы на установке РИТ-ИСП.

Установка плазмохимического травления РИТ-ИСП – Corial 200IL в составе пилотной линии предприятия НПП “Исток им. Шокина” включена в технологический процесс изготовления МИС СВЧ на арсениде галлия. Для травления арсенида галлия использовали хлор, который травит алюминиевую маску. Перед травлением отверстий в ПАП через алюминиевую маску требуется тщательная очистка установки Corial 200IL, при этом необходимо изменять режимы установки Corial 200IL (мощность генераторов Г1 и Г2, а также состав газов и скорости их потоков), что создает неудобства и приводит к потере тех-

Таблица 3. Сравнение технических параметров установок Corial 200IL и Плазма ТМ5

Параметры	Corial 200IL	Плазма ТМ5
Мощность генератора Г1, Вт	250	1000
Мощность генератора Г2, Вт	1000	1000
Частота генератора Г1, МГц	13.56	13.56
Частота генератора Г2, МГц	2	13.56

нологического времени, поэтому был создан отечественный аналог – установка Плазма ТМ5 (организация НИИТМ, Зеленоград). Сравнение технических параметров установок Corial 200IL и Плазма ТМ5 приведено в табл. 3.

Из табл. 3 видно, что технические параметры установки Плазма ТМ5 не уступают параметрам Corial 200IL. При этом оптимальный технологический процесс, разработанный на установке Corial 200IL, адаптированный на установку Плазма ТМ5, позволил получить скорость травления отверстий в ПАП порядка 1.1 мкм/мин.

Дополнительные исследования на установке Плазма ТМ5 показали, что скорость травления отверстий в ПАП порядка 1...1.1 мкм/мин является оптимальной. При этом повышение скорости травления отверстий в ПАП за счет повышения мощности генератора Г1 приводит к перегреву ПАП и ускоренному травлению маски алюминия, а снижение скорости травления приводит к увеличению длительности технологического процесса.

Для исследования и измерения глубоких отверстий малого диаметра промышленных приборов нет, поэтому автор изготовил специальный стенд, позволяющий измерять глубину отверстий диаметром более 50 мкм в подложке толщиной до 500 мкм с точностью ±1 мкм (рис. 3).

Принцип действия стенда основан на использовании коромысла *10*, на одном конце которого размещен измерительный зонд *11*, а на другом – изолированный контакт *12*. Коромысло является уравновешенным и имеет плечи одинаковой длины. Разбаланс коромысла обеспечивает давление на зонд менее 1 г. Разбаланс коромысла создается

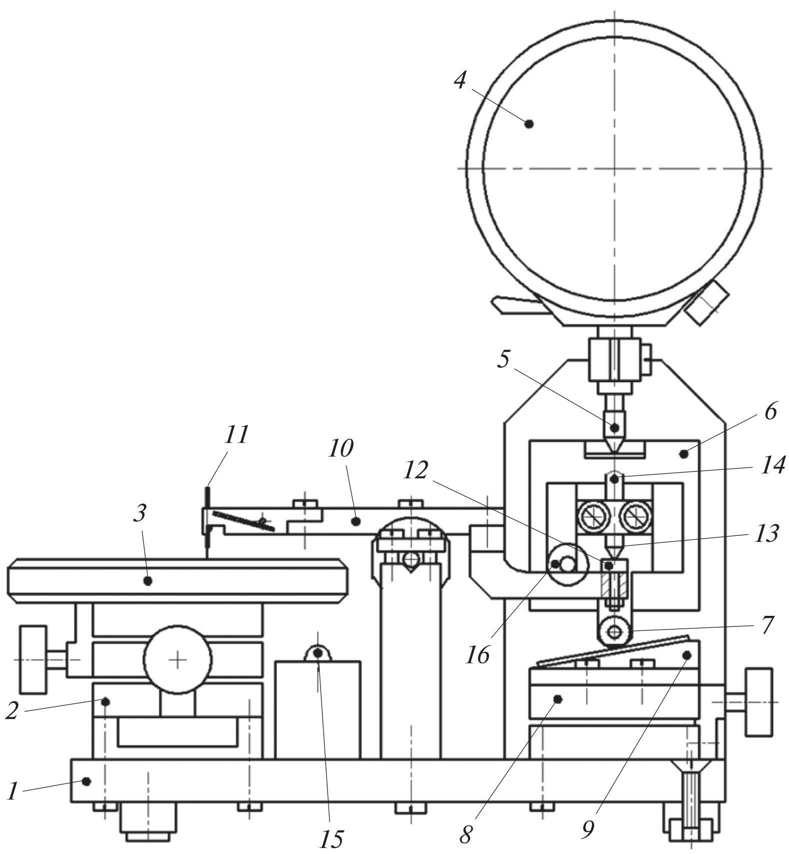

Рис. 3. Стенд для измерения глубины отверстий: основание *1*, двухкоординатная каретка *2*; рабочий стол *3*; индикатор глубины *4* с упором *5*; однокоординатная каретка *6* с упором *7* в виде шарикоподшипника; однокоординатная каретка *8* с упором *9* в виде клина; коромысло *10*, низмерительный зонд *11*, изолированный контакт *12* и заземленный контакт *13*; винт *14* для настройки нуля индикатора; индикаторный светодиод *15*; кулачковый механизм подъема зонда *16*.

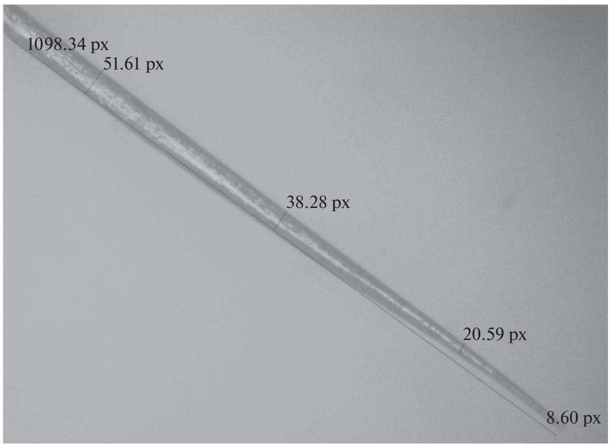

Рис. 4. Рабочая часть зонда для измерения глубины отверстий (1 px = 1 мкм).

за счет того, что его плечи выполняют из разного материала – латуни и дуралюминия.

Измерительный зонд является наиболее хрупким элементом конструкции устройства. Он изготавливается из вольфрамовой проволоки диаметром 500 мкм, при этом конец зонда затачивается до диаметра менее 25 мкм с помощью процесса электрохимической полировки. Конструкция и внешний вид рабочей части измерительного зонда для измерения отверстий показан на рис. 4.

Общая длина измерительной части зонда порядка 1000 мкм. Зонд круглый, поэтому малая толщина зонда 9...50 мкм требует аккуратного обращения и плавного опускания его на измеряемую поверхность пластины.

В исходном положении зонд *11* (см. рис. 3) всегда поднят над поверхностью стола. Поднятие осуществляется с помощью кулачкового механизма *16*. Индикаторный светодиод *15* служит для индикации момента касания зонда с поверхностью пластины. До момента касания с пластиной контакты *12* и *13* замкнуты и светодиод *15* горит, а при контакте с пластиной контакты *12* и *13* размыкаются и светодиод *15* гаснет. Для обеспечения надежного контактирования контакты *12*, *13* выполнены из платины.

Измерение глубины одного отверстия проводится методом двух отсчетов. Сначала зонд ставится на поверхность пластины рядом с отверстием и производится первый отсчет h_1, затем зонд ставится в отверстие и производится второй отсчет h_2 (рис. 5), в результате определяется глубина отверстия: $H = h_2 - h_1$.

На установке Плазма ТМ5 исследована возможность изготовления отверстий в ПАП различной формы: круглой, квадратной и треугольной (рис. 6).

Исследованные отверстия, сформированные в ПАП групповым способом, имеют четкую геометрию. Травление отверстий проводилось с зародышевой стороны ПАП толщина которой 100 мкм, круглые отверстия в ПАП диаметром 100 мкм имеют четкую геометрию, а отверстия квадратной и треугольной формы имеют скругленные углы, при этом скос вертикальных стенок отверстий составляет порядка 3%.

Для определения возможностей установки Плазма ТМ5 исследовано травление глубоких (более 300 мкм) отверстий в ПАП. Для этого изготовлена ПАП толщиной 340 мкм, на которой сформирована алюминиевая маска толщиной 8 мкм с отверстиями диаметром 100 мкм. Процесс формирования алюминиевой маски следующий: нанесение на пластину вакуумным напылением последовательно в одном технологическом процессе слоев Ti и Al толщиной 0.1 и 8 мкм соответственно; проведение фотолитографии и создание

(а) (б)

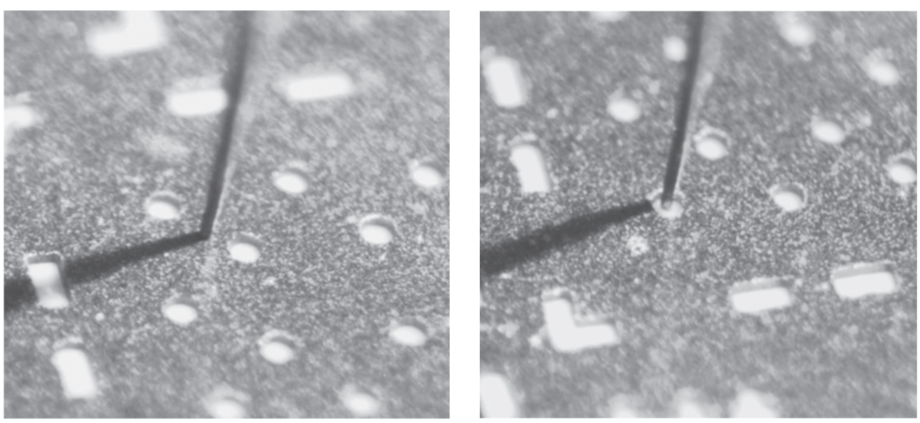

Рис. 5. Процесс измерения глубины отверстий диаметром 100 мкм с помощью измерительного зонда: первый отсчет h_1 (а), второй отсчет h_2 (б).

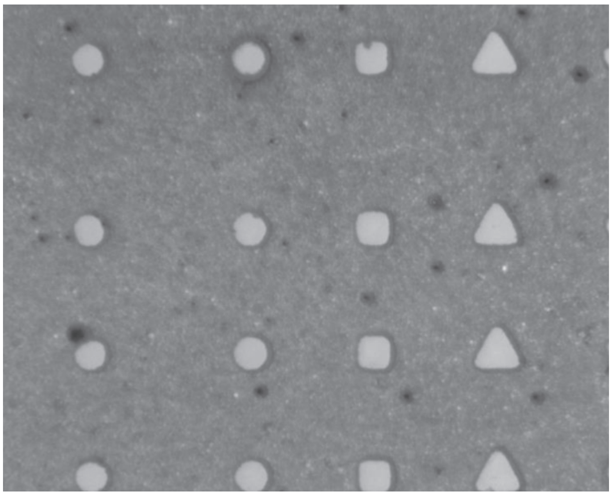

Рис. 6. Пластины ПАП с отверстиями круглой, квадратной и треугольной формы.

отверстий в резистивной маске и последующее мокрое травление Al и сухое травление Ti в отверстиях резистивной маски. Адгезия алюминиевой маски обеспечивается подслоем Ti.

Процесс травления отверстий в ПАП через алюминиевую маску проводился с зародышевой стороны последовательно в несколько этапов. На каждом этапе ПАП помещали в реактор установки Плазма ТМ5, травление шло в течение 30 или 60 мин, после чего ПАП вынимали и измеряли глубину отверстий. Результаты исследования внешнего вида отверстий в пластине ПАП показаны на рис. 7.

Исследование показало, что в пластине ПАП толщиной 340 мкм отверстия протравлены насквозь. При этом отверстия в алюминиевой маске имели размер 200 × 100 мкм и были строго прямоугольной формы, а в результате травления ПАП размеры отверстий увеличились и углы округли-

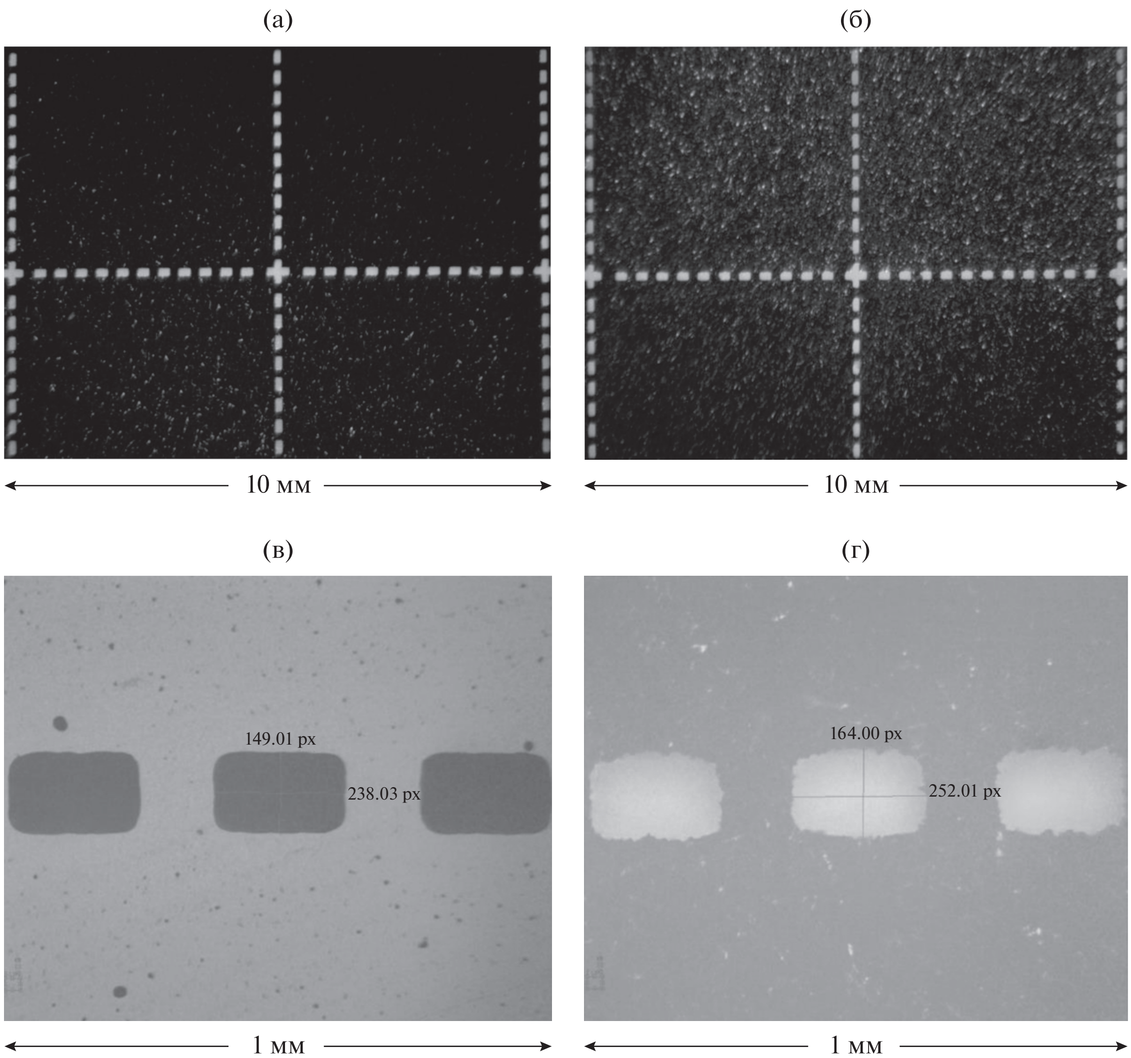

Рис. 7. Внешний вид отверстий пластин с отверстиями: с зародышевой стороны (а, в) и с ростовой стороны (б, г) в разном масштабе.

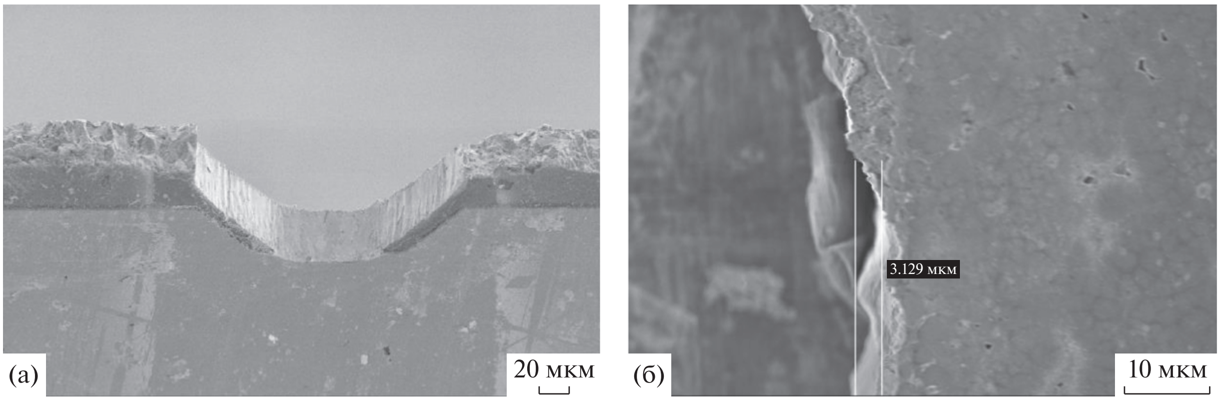

Рис. 8. Шероховатость отверстия в пластине ПАП с зародышевой стороны (а) и размер шероховатости (б); изображения получены на растровом электронном микроскопе.

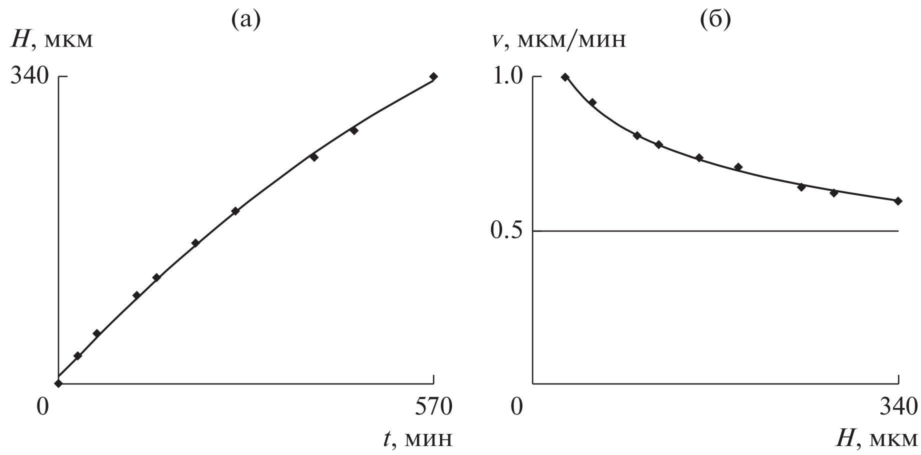

Рис. 9. Зависимость глубины отверстий в ПАП от времени травления (а) и зависимость скорости травления от глубины отверстий в ПАП (б).

лись. Отверстия с зародышевой стороны ПАП имеют размер 238 × 149 мкм, а с ростовой стороны 252 × 164 мкм соответственно.

Увеличение линейных размеров отверстий в ПАП идет неравномерно:

– с лицевой стороны по широкой стенке 38 мкм, а по узкой 49 мкм,

– с ростовой стороны по узкой стенке 64 мкм, а по широкой 52 мкм.

Отверстия в ПАП имеют скругленную форму и практически вертикальные стенки, скос стенок отверстий порядка 4%.

Исследование внешнего вида стенки отверстия и его шероховатости проводилось на сколе отверстия, результаты приведены на рис. 8. При диаметре отверстия порядка 100 мкм шероховатость стенок отверстия составляет порядка 3 мкм.

Результаты исследования зависимости глубины и скорости травления отверстий в пластине ПАП показаны на рис. 9.

Исследованные зависимости глубины H травления отверстий в ПАП от времени травления t, а также скорости травления v от глубины H отверстий в ПАП носят нелинейный характер. При этом скорость травления уменьшается с увеличением глубины отверстия. Причиной уменьшения скорости травления отверстий в ПАП является снижение концентрации активных частиц плазмы в отверстии в связи с уменьшением скоростей подачи реагентов и отвода продуктов реакции из отверстий.

Травление отверстий идет в глубину, и одновременно идет процесс травления стенок отверстий со скоростью 0.06...0.1 мкм/мин, а травление алюминиевой маски со скоростью 10 нм/мин. Глубина травления отверстий в ПАП приближенно аппроксимируется полиномиальной функцией второго порядка:

$$H = (6.446 + 0.77t - 0.0003t^2). \quad (4)$$

Скорость травления v (мкм/мин) отверстий в ПАП приближенно аппроксимируется логарифмической функцией:

$$v = 1.588 - 0.17\ln(H), \tag{5}$$

где H – глубина отверстия, мкм.

Для изготовления плат мощных ГМИС СВЧ используются пластины ПАП толщиной 100...150 мкм, поэтому при скорости травления 1 мкм/мин время травления составит порядка 100...150 мин.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, показано, что поликристаллическая алмазная пленка пригодна для группового изготовления ГМИС СВЧ, метод плазмохимического травления обеспечивает групповое изготовление отверстий в ПАП с помощью планарной технологии и прецизионной литографии. Поэтому реактивное ионное травление с источником индуктивно связанной плазмы (РИТ-ИСП) выбрано базовым методом. Создана установка Плазма ТМ5 плазмохимического травления отверстий в ПАП (отечественный аналог установки Corial 200IL), на которой в оптимальных технологических режимах получена скорость травления ПАП порядка 1...1.1 мкм/мин.

Для исследования и измерения глубоких отверстий малого диаметра создан специальный стенд, позволяющий измерять глубину отверстий диаметром более 50 мкм в подложке толщиной до 500 мкм с точностью ±1 мкм.

На установке Плазма ТМ5 исследована возможность изготовления отверстий в ПАП различной формы – круглой, квадратной и треугольной, при этом круглые отверстия в ПАП диаметром 100 мкм имеют четкую геометрию и практически вертикальные стенки, скос стенок отверстий порядка 3%, а отверстия квадратной и треугольной формы имеют скругленные углы.

На установке Плазма ТМ5 исследована возможность травления отверстий в ПАП диаметром 100 мкм и глубиной 340 мкм. Показано, что скорость травления отверстий зависит от глубины и эта зависимость носит нелинейный характер. Отверстия имеют практически вертикальные стенки со скосом порядка 4%. При этом травление отверстий идет как в глубину, так и в стороны. Скорость травления стенок отверстий составляет 0.06...0.1 мкм/мин, при этом травление алюминиевой маски идет со скоростью 10 нм/мин.

Технологический процесс изготовления отверстий в ПАП на установке Плазма ТМ5 адаптирован с технологическими процессами изготовления ГМИС СВЧ на пилотной линии “НПП “Исток им. Шокина”.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Борисов А.А., Королев А.Н.* // История отечественной электроники. М.: ИД Столичная энциклопедия, 2012. Т. 1. С. 311.
2. *Михальченков А.Г., Темнов А.М.* // Фрязинская школа электроники. М.: “Янус-К”, 2012. С. 275.
3. *Темнов А.М., Дудинов К.В., Емельянов А.М. и др.* // Электрон. техника. Сер. 1. СВЧ-техника. 2015. Вып. 2. С. 4.
4. *Темнов А.М., Дудинов К.В., Емельянов А.М. и др.* // Электрон. техника. Сер. 1. СВЧ-техника. 2016. Вып. 2. С. 45.
5. *Темнов А.М., Дудинов К.В., Емельянов А.М. и др.* // Электрон. техника. Сер. 1. СВЧ-техника. 2017. Вып. 2. С. 54.
6. *Ральченко В.Г., Большаков А.П.* Углеродная фотоника. М.: Наука, 2017. С. 9.
7. *Седов В.С.* Синтез тонких микро- и нано кристаллических алмазных пленок в СВЧ плазме. Дис. ... канд. физ.-мат. наук. М.: ИОФ РАН, 2013. С. 126.
8. *Совык Д.Н.* Плазмохимический синтез трехмерных структур из алмаза методом реплики. Дис. ... канд. физ.-мат. наук. М.: ИОФ РАН, 2014. С. 111.
9. *Дерябкин А.В.* // Электроника и электрооборудование транспорта. 2018. № 4. С. 35.
10. *Духновский М.П., Ратникова А.К., Леонтьев И.А.* // Электрон. техника. Сер. 1. СВЧ-техника. 2008. Вып. 2. С. 41.
11. *Голованов А.В., Бормашов В.С., Волков А.П.* // Труды МФТИ. 2013. Т. 5. № 1. С. 31.
12. *Темнов А.М., Дудинов К.В., Емельянов А.М. и др.* // Электрон. техника. Сер. 1. СВЧ-техника. 2017. Вып. 2. С. 68.

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА, 2020, том 65, № 2, с. 183–188

ЭЛЕКТРОНИКА СВЧ

УДК 621.3.083.92

ДЕТЕКТОР ЧАСТОТЫ ДЛЯ ШИРОКОПОЛОСНЫХ ПЕРЕДАЮЩИХ МОДУЛЕЙ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ СИСТЕМ

© 2020 г. В. В. Леонидов[a, *], И. Б. Гуляев[a], Г. С. Колчин[a]

[a] НПП “Пульсар”,
Окружной проезд, 27, Москва, 105187 Российская Федерация
**E-mail: leonidov@pulsarnpp.ru*

Поступила в редакцию 16.07.2018 г.
После доработки 13.08.2018 г.
Принята к публикации 10.09.2018 г.

Обозначена необходимость определения текущей рабочей частоты в передающих модулях радиолокационных систем. Разработан детектор частоты и произведено его моделирование, спроектированы его основные элементы: делитель мощности и микрополосковые фильтры. Определены основные критерии, которым должны соответствовать фильтры. По результатам моделирования разработан макетный образец детектора частоты, проведено его практическое исследование.

DOI: 10.31857/S0033849420020126

ВВЕДЕНИЕ

Современные твердотельные передающие модули для радиолокационных систем оснащены цифровыми системами управления и функционального контроля. Одной из задач в ходе функционального контроля является измерение и индикация уровня входной и выходной мощности передатчика, что позволяет сделать выводы о работоспособности радиолокационной системы, а также выявить деградацию передающего тракта. Как правило, контроль уровня мощности в составе передатчика осуществляется посредством диодного детектора, характеристика которого имеет температурную и частотную зависимость. Для температурной корректировки используется датчик температуры, корректировка по частоте становится возможной благодаря детектору частоты, который рассматривается в данной работе.

Также значение текущей рабочей частоты необходимо знать для корректировки амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) передатчика посредством систем автоматического регулирования усиления [1].

1. СТРУКТУРНАЯ СХЕМА ДЕТЕКТОРА ЧАСТОТЫ

Структурная схема детектора частоты представлена на рис. 1. Детектор частоты состоит из делителя мощности, разделяющего входной сигнал на два канала, в каждом из которых установлен фильтр. АЧХ фильтра в первом канале (Ф1) должна монотонно убывать, фильтра во втором канале (Ф2) — монотонно возрастать в рабочей полосе частот передатчика. Сигналы с фильтров поступают на диодные детекторы, а затем, после

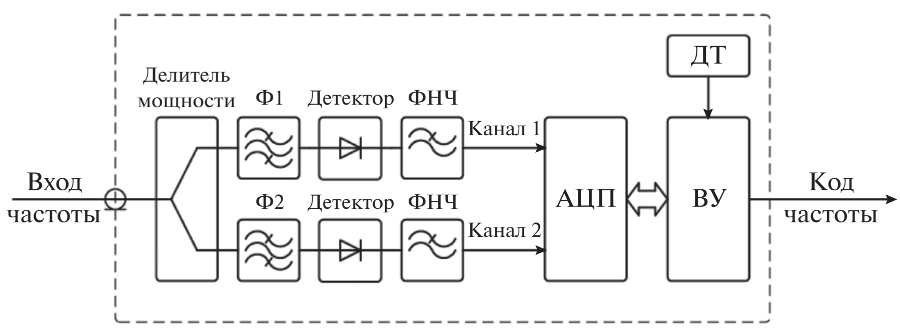

Рис. 1. Структурная схема детектора частоты: АЦП — аналогово-цифровой преобразователь, ДТ — датчик температуры, ВУ — вычислительное устройство, ФНЧ — фильтр низких частот, Ф1 и Ф2 — полосовые фильтры.

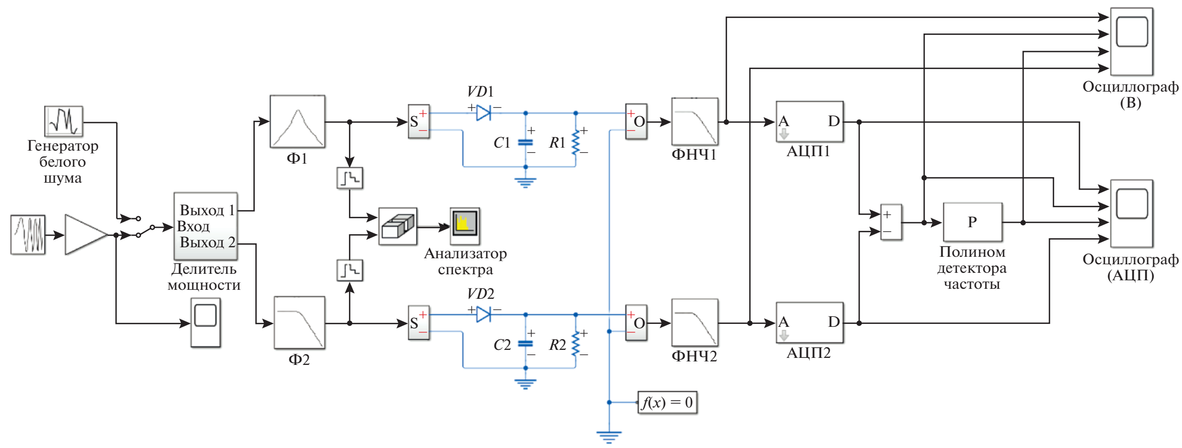

Рис. 2. Схема детектора частоты, смоделированная в программе Matlab Simulink.

фильтров нижних частот (ФНЧ), на входы аналого-цифрового преобразователя (АЦП). Вычислительное устройство (ВУ) по соотношению сигналов на первом и втором канале АЦП рассчитывает текущую рабочую частоту. Датчик температуры (ДТ) необходим для температурной корректировки характеристик детекторов. В качестве ВУ может выступать микроконтроллер или программируемая логическая интегральная схема (ПЛИС).

В данной статье будет рассмотрен детектор частоты для передающих модулей систем управления воздушным движением, диапазон рабочих частот: 2.7...2.9 ГГц.

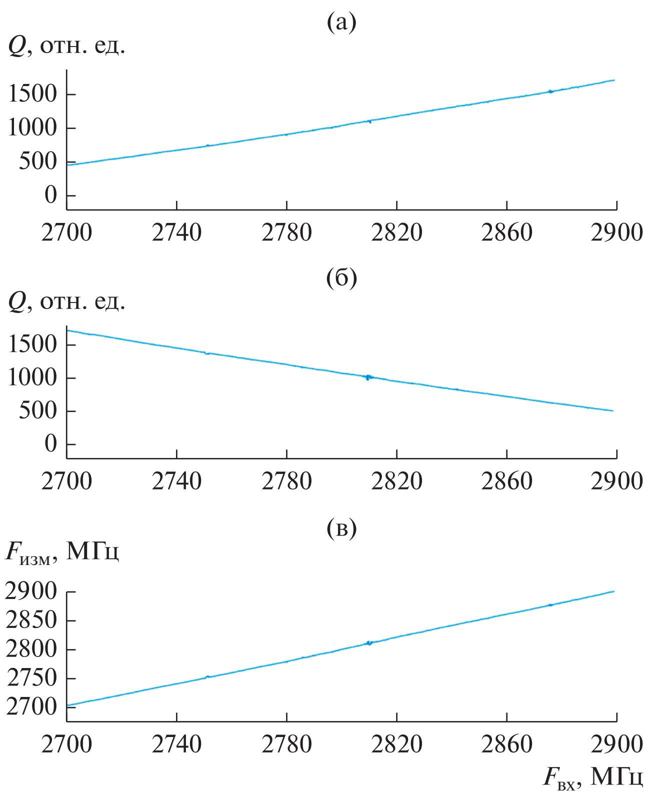

Рис. 3. Смоделированная зависимость выходного значения АЦП1 (а) и АЦП2 (б) и выхода детектора частоты (в) от входной частоты $F_{вх}$ (Q – квант АЦП, $F_{изм}$ – измеренное значение частоты).

2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕТЕКТОРА ЧАСТОТЫ

Моделирование детектора частоты производилось с помощью программного пакета Matlab Simulink. На рис. 2 представлена модель Matlab Simulink детектора частоты. Генератор формирует синусоидальный сигнал с линейно изменяющейся частотой от 2.7 до 2.9 ГГц, который посредством делителя мощности разделяется на два плеча, в каждом из них установлен фильтр и диодный детектор. Сигналы с диодных детекторов после фильтров нижних частот с помощью АЦП преобразуются в цифровой код, затем производится вычисление их разности. Полином детектора частоты преобразует значение разности в код частоты. Из результатов моделирования (рис. 3) видно, что значение сигнала на выходе детектора довольно точно совпадает с частотой входного сигнала, что свидетельствует о работоспособности предложенного алгоритма. Однако есть ограничение: входной сигнал для детектора частоты должен поступать с выхода усилителя, находящегося в режиме глубокого насыщения, чтобы уровень мощности детектируемого сигнала не влиял на результат.

Следующим этапом является проектирование и моделирование СВЧ-тракта, состоящего из делителя мощности, фильтров и детекторов мощности. В данной работе для этого был использован программный пакет Microwave Office.

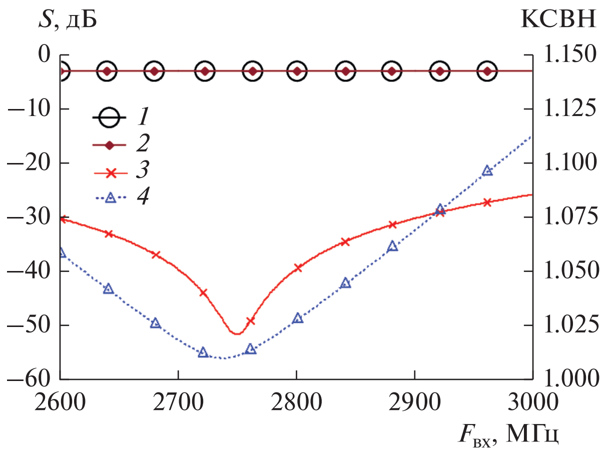

Рис. 4. Результаты моделирования делителя мощности: S_{21} (*1*), S_{31} (*2*), S_{32} (*3*), S_{11} (*4*) в зависимости от входной частоты $F_{вх}$.

3. ПРОЕКТИРОВАНИЕ СВЧ-ТРАКТА

В качестве материала печатной платы СВЧ-тракта детектора выбран Rogers RO4003 толщиной 0.818 мм с толщиной фольги 18 мкм.

На первом этапе был разработан делитель мощности, в качестве которого выбран мост Уилкинсона, представляющий собой два четвертьволновых микрополоска, соединенные активным сопротивлением [2].

Результаты моделирования разработанного делителя мощности представлены на рис. 4. Как видно из рисунка, в рабочем диапазоне частот развязка между плечами делителя S_{32} получилась более 30 дБ, коэффициент стоячей волны (КСВН) входа S_{11} – не выше 1.1, а прямые потери в обоих плечах (S_{21} и S_{31}) практически совпадают и составляют порядка 3 дБ.

На следующем этапе проектировали фильтры Ф1 и Ф2 для каждого из плеч делителя, которые должны удовлетворять критериям:

1) в рабочей полосе частот АЧХ фильтра Ф1 должна монотонно убывать, а Ф2 – монотонно возрастать;

2) точка пересечения АЧХ фильтров Ф1 и Ф2 должна быть приближена к центральной частоте рабочего диапазона;

3) коэффициент передачи каждого из фильтров на нижней частоте рабочего диапазона должен отличаться от коэффициента передачи на верхней частоте рабочего диапазона на величину порядка 10 дБ;

4) габариты фильтров должны быть минимальными.

Исходя из критерия 4 в качестве фильтра Ф1 выбран фильтр нижних частот на элементах с распределенными параметрами, в качестве фильтра Ф2 – полосовой фильтр на базе шпилечных резонаторов [3]. При моделировании проведена оптимизация топологии фильтров согласно критериям 2 и 3. На рис. 5а и 5б представлены результаты моделирования фильтров, которые полностью удовлетворяют обозначенным выше критериям.

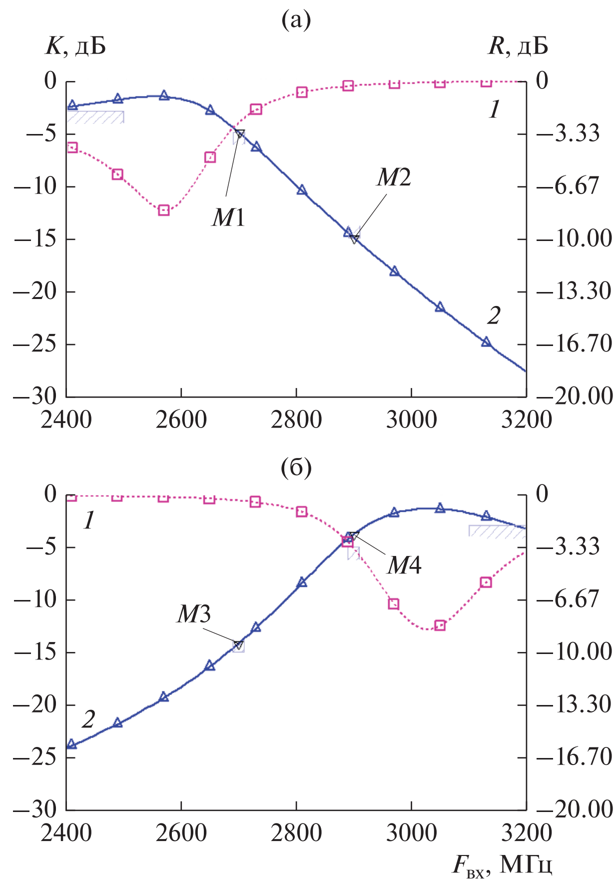

Рис. 5. Результаты моделирования фильтра Ф1 (а) и Ф2 (б): коэффициенты передачи K между выходом и входом (*1*), обратные потери R между выходом и входом (*2*) в зависимости от входной частоты $F_{вх}$; $M1$: $K = -5.0$ дБ при $F_{вх} = 2700$ МГц; $M2$: $K = -14.9$ дБ при $F_{вх} = 2900$ МГц; $M3$: $K = -14.2$ дБ при $F_{вх} = 2700$ МГц; $M4$: $K = -3.8$ дБ при $F_{вх} = 2900$ МГц.

На рис. 6 представлена схема детектора частоты, в состав которого входят детекторные диоды $VD1$ и $VD2$, фильтрующие конденсаторы $C1$ и $C2$, нагрузочные резисторы $R1$ и $R2$, а также разработанные ранее делитель мощности и фильтры. На рис. 7а представлены графики S-параметров СВЧ-тракта, на рис. 7б – зависимость напряжения на выходе детекторов от входной частоты. Как видно из графиков, значение текущей входной частоты можно рассчитать, измеряя напряжение на каждом из каналов детектора частоты.

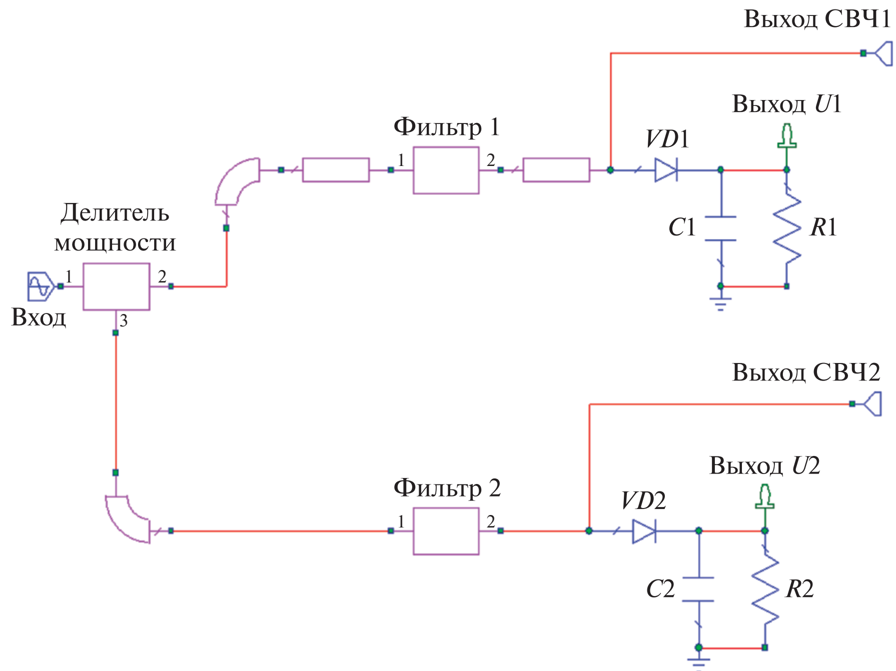

Рис. 6. Модель детектора частоты.

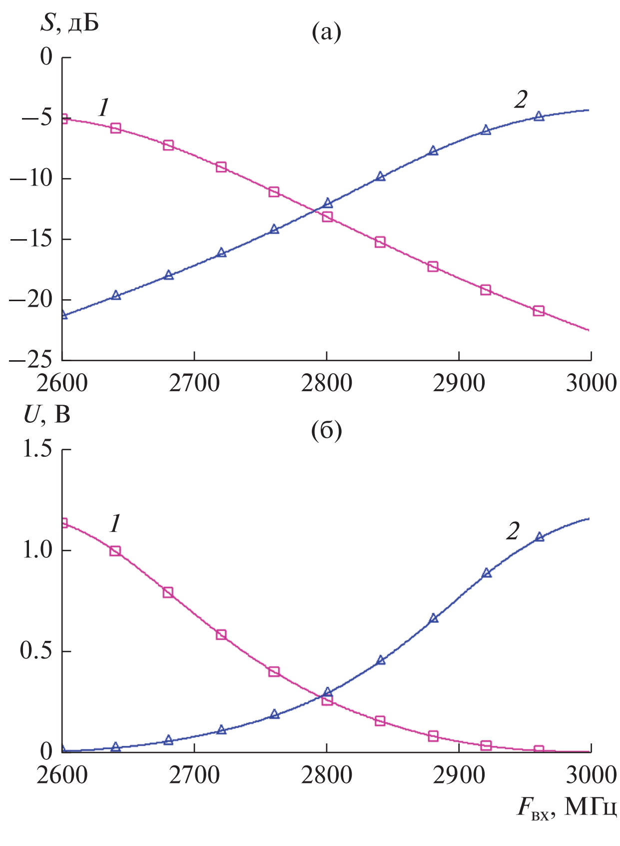

Рис. 7. S-параметры модели детектора частоты: (а) коэффициент передачи между выходом СВЧ1 и входом S_{21} (*1*), коэффициент передачи между выходом СВЧ2 и входом S_{31} (*2*), а также выходные напряжения U с выходов напряжения $U1$ и $U2$ (б) в зависимости от частоты $F_{вх}$.

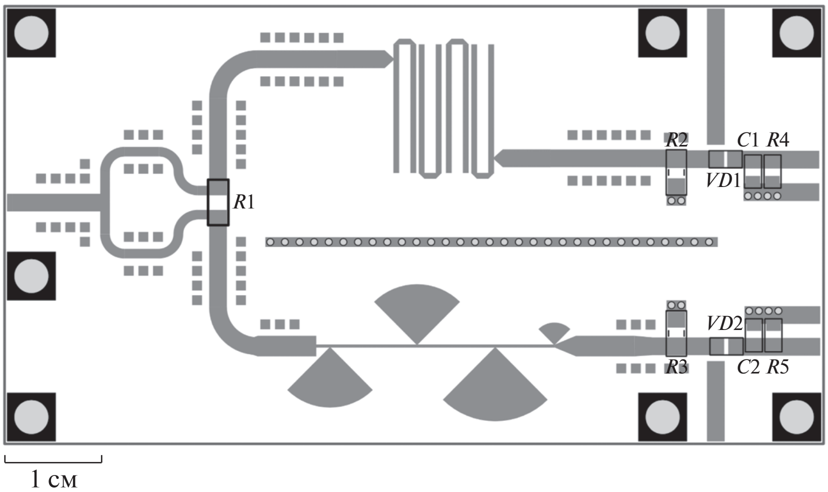

Рис. 8. Топология печатной платы детектора частоты.

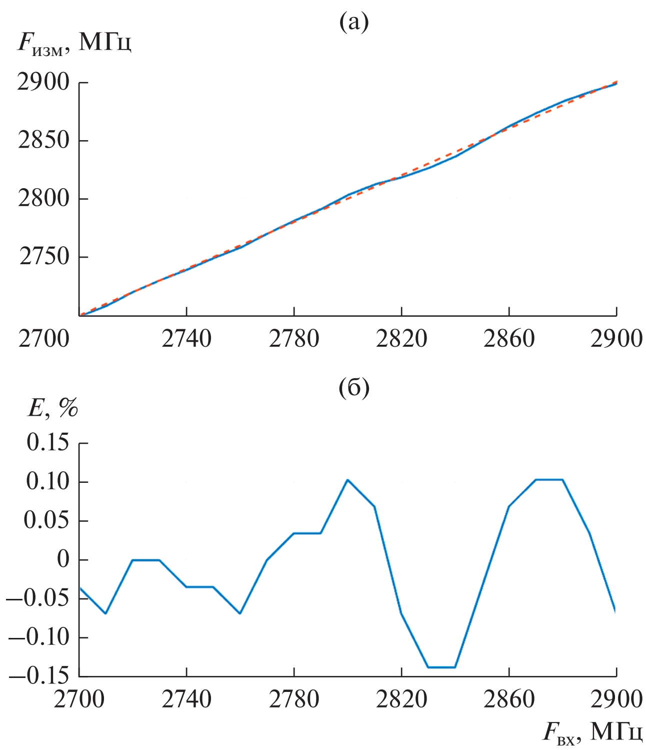

Рис. 9. Полученная (сплошная линия) и идеальная (пунктирная) выходные характеристики $F_{изм}$ (а) и график ошибки E (б) в зависимости от частоты $F_{вх}$.

4. ПРАКТИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ

По результатам моделирования была разработана печатная плата СВЧ-тракта (рис. 8). В качестве вычислительного устройства использовался ARM-микроконтроллер (МК) на базе ядра Cortex-M3 с двумя встроенными АЦП. Разработано программное обеспечение для микроконтроллера, реализующее алгоритм, предложенный в разд. 2. Передача информации о текущей входной частоте осуществлялась посредством модуля UART.

С выхода СВЧ-генератора на вход детектора частоты подавался сигнал в диапазоне от 2.7 до 2.9 ГГц с шагом 10 МГц, были зарегистрированы характеристики каждого из выходов детектора. Далее проведена аппроксимация полученных данных полиномами второго порядка, коэффициенты которых записаны в энергонезависимую память МК. На рис. 9а представлен график, демонстрирующий отклонение измеренного значения частоты от входного. Как видно из рисунка 9б, максимальная ошибка определения частоты составляет не более 0.2%.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработанный детектор частоты позволяет измерить значение частоты в заданном диапазоне с точностью не хуже 0.2%. Это дает возможность корректировать частотно зависимые параметры телеметрии передающих модулей радиолокационных систем, а также корректировать АЧХ при использовании цифровой системы автоматического регулирования усиления. Быстродействие данной системы зависит в первую очередь от частоты дискретизации АЦП и быстродействия ВУ, для большинства задач достаточно до 10^6 отсчетов в секунду.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Леонидов В.В., Гуляев И.Б., Колчин Г.С.* // РЭ. 2018. Т. 63. № 7. С.758
2. *Wilkinson E.J.* // IRE Trans. Microwave Theory and Techniques. 1960. V. 8. № 1. P. 116.
3. *Hong Jia-Sheng, Lancaster M.J.* Microstrip Filters for RF/Microwave Applications. N.Y.: John Wiley and Sons, 2001.
4. Справочник по радиолокации / Пер. с англ. под ред. Сколника М.И., М.: Техносфера, 2014. Кн. 1.
5. *Vlasov A.I., Demin A.A.* // Proc. 13th Central & Eastern European Software Engineering Conf. St. Petersburg. 20–21 Oct. 2017. N.Y.: Association of Computing Machinery, 2017. Article № 4. https://doi.org/10.1145/3166094.3166098

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА, 2020, том 65, № 2, с. 189–196

ПРИМЕНЕНИЕ РАДИОТЕХНИКИ И ЭЛЕКТРОНИКИ В БИОЛОГИИ И МЕДИЦИНЕ

УДК 53.097

ВОЗДЕЙСТВИЕ УЛЬТРАКОРОТКИХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ИМПУЛЬСОВ НА НАНОКОМПОЗИТНЫЕ ЛИПОСОМЫ В ВОДНОЙ СРЕДЕ

© 2020 г. Ю. В. Гуляев[a], В. А. Черепенин[a], И. В. Таранов[a, *], В. А. Вдовин[a], Г. Б. Хомутов[a, b]

[a] *Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, ул. Моховая, 11, стр.7, Москва 125009 Российская Федерация*

[b] *Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Ленинские горы 1, стр. 2, Москва 119992 Российская Федерация*

**E-mail: ivt@cplire.ru*

Поступила в редакцию 17.04.2019 г.
После доработки 17.04.2019 г.
Принята к публикации 12.06.2019 г.

Впервые получены нанокомпозитные липосомы с модифицированной структурой, содержащие функциональные электропроводящие наночастицы, связанные как с внутренней, так и с внешней поверхностью липосомальной мембраны. Обнаружено, что в результате воздействия ультракоротких импульсов электрического поля длительностью менее 10 нс и напряженностью порядка 10 кВ/см на водную суспензию таких липосом, содержащих капсулированное модельное соединение (NaCl), происходит декапсуляция, сопровождающаяся соответствующим увеличением проводимости водной среды. Показан избирательный характер использованного воздействия, обеспеченный наличием функциональных наночастиц на обоих поверхностях липосомальных мембран. Построена теоретическая модель нетеплового воздействия ультракоротких электрических импульсов на нанокомпозитные липосомы с модифицированной структурой, описывающая механизм разрушения липосомальной оболочки.

DOI: 10.31857/S0033849420020096

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время активно разрабатываются нанокапсулы в качестве носителей лекарственных средств и ищутся методы управляемого высвобождения инкапсулированных веществ под действием внешних физических или химических воздействий. Открытие метода послойной полиионной сборки привело к появлению нового типа микроконтейнеров — полых полиэлектролитных нанокомпозитных микрокапсул [1, 2], которые могут быть использованы для решения проблемы адресной доставки лекарственных веществ в организме человека. Обнаружено, что проницаемость оболочки таких микрокапсул может изменяться в зависимости от величины pH раствора [3, 4], а также под действием оптического излучения [5], переменного магнитного поля [6] и электромагнитного излучения в микроволновом диапазоне [7–9]. В то же время трудоемкая многостадийная технология получения полиэлектролитных нанокомпозитных микрокапсул и капсулирования в них заданных веществ затрудняет использование этих капсул в медицинских приложениях.

Другой тип капсул, основанный на биомиметических объектах — липосомах, лишен названных недостатков и уже активно используется в подходах к решению задачи адресной доставки лекарственных веществ в организме человека [10, 11] и других модельных биофизических исследованиях. Наиболее актуальной частью проблемы адресной доставки лекарственных веществ является решение задачи гарантированного дистанционного, с одной стороны, и безопасного для биологической среды, с другой, раскрытия капсулы и выделения инкапсулированного вещества. Выбор ультракороткого нетермического электрического воздействия в качестве метода декапсуляции специально синтезированных, чувствительных к данному типу воздействия, наноструктурированных липосомальных капсул, содержащих в оболочке неорганические наночастицы, оказывается весьма плодотворным подходом к решению проблемы избирательности воздействия на лекарственные капсулы [12, 13]. Уникальные свойства неорганических наночастиц открывают возможности для их применения в качестве важнейших функциональных компонентов перспективных технологий [14]. Так, например, функционирующий при комнатной температуре одноэлектронный туннельный транзистор впервые был создан с использованием металлических нанокластеров

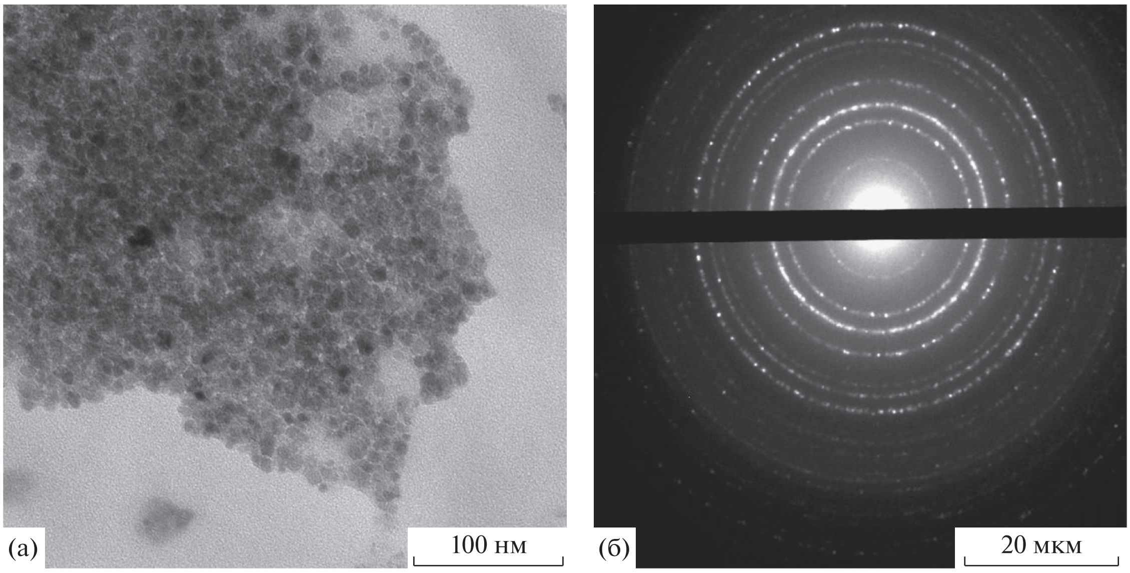

Рис. 1. Характерное электронно-микроскопическое изображение образца синтезированных наночастиц магнетита (а) и картина электронной дифракции, полученная на данном образце наночастиц (б).

[15–18]. Металлические и магнитные наночастицы традиционно используются при диагностике, терапии и в нано-биомедицинских исследованиях [19]. Обнаружено, что связанные с молекулой ДНК квазилинейные полупроводниковые наностержни CdSe обладают существенно поляризованным характером флюоресценции [17, 20].

В данной работе развивается подход к решению задачи избирательного электрического воздействия на транспортные лекарственные капсулы. Ультракороткие импульсы электрического поля с высокой напряженностью, не оказывающие при этом термического воздействия, использованы в качестве инструмента для вскрытия транспортных капсул, специально созданных для этого типа воздействия. Нанокомпозитные липосомы с модифицированной структурой, содержащие функциональные электропроводящие наночастицы, связанные как с внутренней, так и с внешней поверхностью липосомальной мембраны, были выбраны в качестве таких транспортных капсул для увеличения чувствительности к выбранному типу воздействия.

1. СОЗДАНИЕ НАНОКОМПОЗИТНЫХ ЛИПОСОМ С МОДИФИЦИРОВАННОЙ СТРУКТУРОЙ

Стабильные водные суспензии коллоидных наночастиц магнетита и золота, имеющих диаметр менее 10 нм были получены по методу Массарта [21]. На рис. 1а представлено характерное электронно-микроскопическое изображение образца синтезированных наночастиц магнетита, а на рис. 1б – соответствующая электронограмма, основные дифракционные рефлексы которой полностью соответствуют стандартной электронограмме эталонного образца нанофазного магнетита. Особое внимание было уделено получению суспензий квази-монодисперсных наночастиц, обеспечивающих достаточно высокую воспроизводимость их физико-химических свойств и, соответственно, характеристик нанокомпозитных липосом, содержащих такие наночастицы. Стеарилспермин был синтезирован из стеариновой кислоты ($C_{17}H_{35}COOH$) и природного полиамина спермина ($C_{10}H_{26}N_4$) фирмы Sigma/Aldrich путем формирования между ними пептидной (амидной) связи. В данной работе синтезированы новые нанокомпозитные липосомы с модифицированной структурой, в которых функциональные неорганические наночастицы связаны как с внутренней, так и с внешней поверхностью липосомальной мембраны. Идея создания таких липосом обусловлена стремлением увеличить чувствительность создаваемых нанокомпозитных везикул к внешнему воздействию ультракоротких электрических импульсов, что позволило бы снизить величины напряженности внешнего импульсного электрического поля, при которых будет происходить эффективное изменение структуры и проницаемости мембран таких липосом, приводящее к эффекту декапсуляции. Для создания таких нанокомпозитных везикул была разработана специальная оригинальная методика, отличающаяся от используемой нами ранее методики получения смешанных липосом [12, 13]. Отличие состоит в том, что в водный буферный раствор, который контактирует с сухой смесью молекул фосфатидилхолина и стеароилспермина и подвергается воздействию ультразвука, изначально

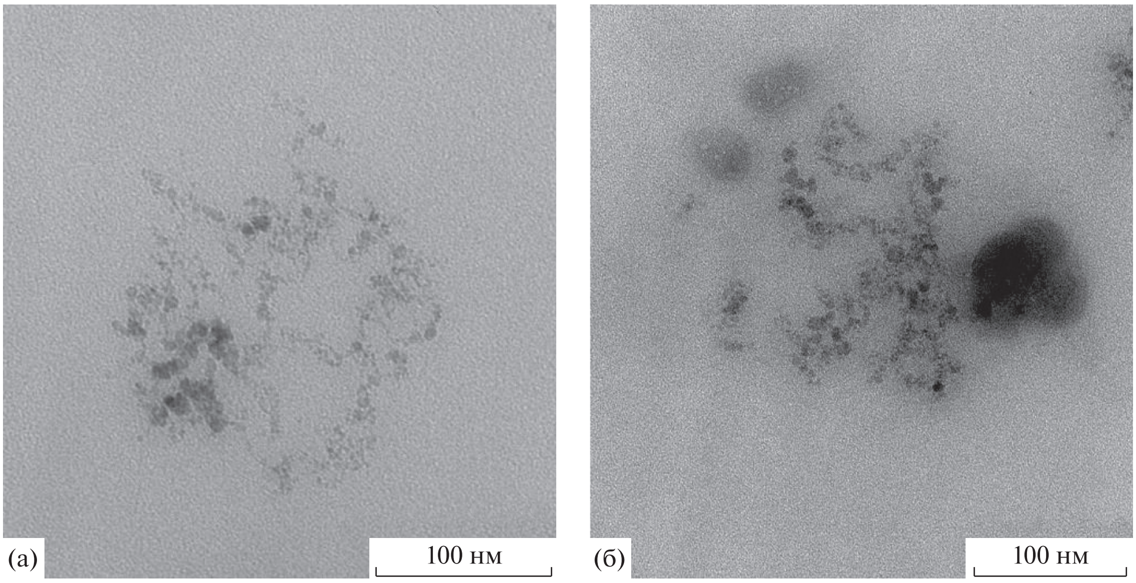

Рис. 2. Изображения нанокомпозитных липосом с модифицированной структурой, содержащих наночастицы магнетита Fe_3O_4: а – липосома не содержит раствор NaCl, б – липосома содержит NaCl. Изображения получены методом просвечивающей электронной микроскопии.

вводят коллоидные электропроводящие наночастицы. В работе установлена возможность формирования рассматриваемых нанокомпозитных липосом, содержащих наночастицы магнетита Fe_3O_4, а также возможность капсулирования в таких липосомах низкомолекулярных соединений с целью их последующего высвобождения ультракороткими импульсами электрического поля высокой напряженности. На рис. 2 представлены характерные электронно-микроскопические изображения нанокомпозитных липосом с модифицированной структурой, содержащих наночастицы магнетита как на внутренней, так и на внешней поверхности липосомальной мембраны.

2. ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ УЛЬТРАКОРОТКИХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ИМПУЛЬСОВ НА НАНОКОМПОЗИТНЫЕ ЛИПОСОМЫ С МОДИФИЦИРОВАННОЙ СТРУКТУРОЙ

Возможность дистанционной декапсуляции описанных выше нанокомпозитных липосомальных капсул, содержащих на внешней и внутренней поверхности мембраны сферические проводящие наночастицы, при воздействии на них ультракоротких электрических импульсов может быть исследована в рамках ранее использованной [12, 13] схемы эксперимента (рис. 3). Между плоскими электродами с зазором $L = 1$ см находится трансформаторное масло с относительной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_м = 2.2$, в которое помещен цилиндрический контейнер диаметром $D = 5$ мм с водной суспензией предварительно синтезированных нанокомпозитных липосомальных капсул. На плоские электроды подаются импульсы напряжения $U_0 = 1.5\times10^5$ В длительностью $\tau = 10^{-8}$ с. Воздействие ультракоротких электрических импульсов на суспензию нанокомпозитных липосом с

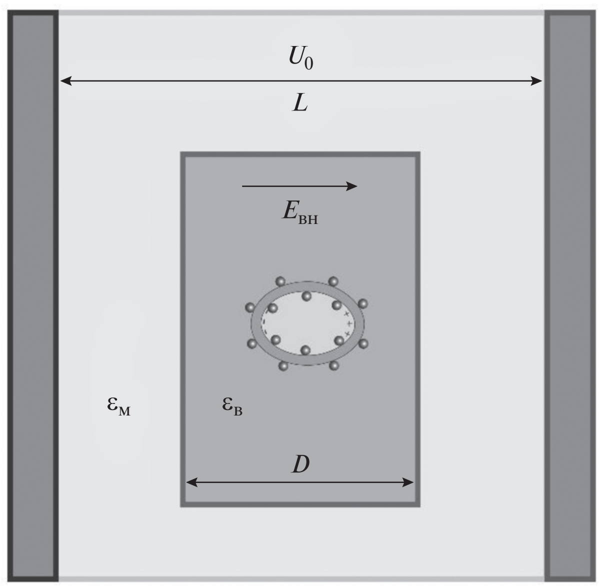

Рис. 3. Схема воздействия ультракоротких электрических импульсов на слабо проводящую водную суспензию нанокомпозитных липосом с модифицированной структурой, содержащих на внешней и внутренней поверхности мембраны проводящие наночастицы.

Таблица 1. Регистрация изменений удельной проводимости (в мкСм/см) водных суспензий нанокомпозитных липосом, содержащих функциональные наночастицы на обеих поверхностях мембраны, обусловленных воздействием ультракоротких электрических импульсов и детергента тритон X-100

Условия, при которых определялась проводимость	Суспензия липосом, не содержащих функциональные наночастицы	Суспензия нанокомпозитных липосом, содержащих функциональные наночастицы на обеих поверхностях мембраны
До воздействия ультракоротких электрических импульсов	30 ± 2	35 ± 2
После воздействия ультракоротких электрических импульсов	50 ± 2	95 ± 3
После добавления детергента тритона X-100	90 ± 2	98 ± 2

модифицированной структурой вызывало декапсуляцию липосомальных капсул, высвобождая при этом в окружающую воду, содержащуюся внутри липосомальных капсул, соль NaCl. Регистрация изменения удельной проводимости водной суспензии нанокомпозитных липосом, обусловленного высвобождением NaCl из внутреннего липосомального объема в водную среду, позволяло судить о декапсуляции липосомальных капсул.

В табл. 1 представлены результаты эксперимента по измерению проводимости водной суспензии нанокомпозитных мембранных везикул, функционализированных наночастицами магнетита на внешней и внутренней поверхности мембраны, содержащих во внутреннем объеме раствор NaCl, до и после воздействия на них импульсов электрического поля, а также после полностью разрушающего “химического” воздействия детергента тритона X-100. Измерения проводили при температуре 22°C. Среднеквадратичная погрешность в таблице определена исходя из полученных данных серии аналогичных экспериментов. Если принять изменение значения проводимости образцов после разрушения везикул детергентом тритоном X-100 за 100%, то можно оценить в процентном соотношении долю вышедшего в наружный объем раствора соли NaCl. Так, при воздействии электрических импульсов на нанокомпозитные мембранные везикулы на основе липосом без наночастиц выход в наружный объем соли NaCl составил 33.3%. В случае же с нанокомпозитными мембранными везикулами на основе липосом и наночастиц магнетита выход в наружный объем соли NaCl после воздействия электрическими импульсами составил 95.2%. Данный результат свидетельствует о существенном увеличении чувствительности нанокомпозитных липосомальных капсул к электрическим воздействиям за счет включения в их структуру электропроводящих наночастиц. Полученные результаты свидетельствуют, что эффект нарушения целостности мембран липосом значительно меньше при воздействии импульсов электрического поля на мембранные везикулы, не содержащие проводящих наночастиц, по сравнению с аналогичным воздействием на нанокомпозитные мембранные везикулы, связанные с наночастицами магнетита. Этот факт обусловливает избирательность воздействия электрических импульсов на нанокомпозитные липосомы с модифицированной структурой, содержащие электропроводящие наночастицы на внешней и внутренней поверхности мембраны.

3. МОДЕЛЬ ВОЗДЕЙСТВИЯ УЛЬТРАКОРОТКИХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ИМПУЛЬСОВ НА НАНОСТРУКТУРИРОВАННЫЕ ЛИПОСОМАЛЬНЫЕ КАПСУЛЫ С МОДИФИЦИРОВАННОЙ СТРУКТУРОЙ

Для изучения механизма нетеплового воздействия ультракоротких электрических импульсов на наноструктурированные липосомальные капсулы, содержащие на внешней и внутренней поверхности мембраны проводящие наночастицы, рассмотрим следующую модель. Основой нанокомпозитных липосомальных капсул являются однослойные липосомы, синтезированные из амфифильных соединений фосфатидилхолина – 80% и стеарилспермина 20% с характерным размером около 200 нм. Внешняя и внутренняя поверхности липосомальной мембраны связаны с проводящими наночастицами магнетита с формой, близкой к сферической, и характерным размером 6 нм. Внутренний объем липосомальных капсул заполнен раствором соли NaCl и вследствие этого является проводящим. Построенные таким образом липосомальные капсулы находятся в водной среде с низкой удельной проводимостью. Длительность электрического импульса τ удовлетворяет условиям $\sigma_{внеш}^{-1} \gg \tau \gg \sigma_{внут}^{-1}$, где $\sigma_{внеш}, \sigma_{внут}$ – удельные проводимости водных солевых растворов вне и внутри капсул. В этом случае внутреннюю область капсулы можно считать проводником, а внешнюю – диэлектриком.

Отметим, что для значений параметров нашей задачи выполняется условие квазистационарности электромагнитного поля $c\tau \gg l$ (c – скорость света) [22]. Длительность электрического импульса τ удовлетворяет условиям $\sigma_{\text{внеш}}^{-1} \gg \tau \gg \sigma_{\text{внут}}^{-1}$, где $\sigma_{\text{внеш}}, \sigma_{\text{внут}}$ – удельные проводимости водных солевых растворов вне и внутри капсул, при котором внутреннюю область капсулы можно считать проводником, а внешнюю – диэлектриком. Оболочка капсулы является диэлектриком с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_{\text{л}} = 2.7$. Молекулы стеарилспермина в водной среде приобретают единичный положительный заряд q, равный по величине заряду электрона.

Ранее было показано [12], что при данной схеме воздействия (см. рис. 3) во время действия электрического импульса липосомальные капсулы оказываются во внешнем электрическом поле:

$$E_{\text{вн}} = \frac{2\varepsilon_{\text{м}}}{\varepsilon_{\text{в}} + \varepsilon_{\text{м}} - (\varepsilon_{\text{в}} - \varepsilon_{\text{м}})\dfrac{D^2}{L^2}} \frac{U_0}{L}, \qquad (1)$$

которое принимает значение $E_{\text{вн}} = 10.5$ кВ/см в рассматриваемом случае $D/L = 1/2$, $\varepsilon_{\text{в}} = 80$ – диэлектрическая проницаемость воды.

Во время действия электрического импульса такая наноструктурированная липосомальная капсула, окруженная водой, находится во внешнем однородном электрическом поле $E_{\text{вн}}$. Вследствие действия внешнего электрического поля форма липосомы может изменяться, сохраняя при этом постоянный объем. Как было показано ранее [12], форма липосомы изменяется от изначальной сферической до вытянутого эллипсоида вращения с наибольшей полуосью, параллельной внешнему полю $\vec{E}_{\text{вн}}$. Рассмотрим задачу о поляризации слоистой эллипсоидальной среды во внешнем однородном электрическом поле. Выберем эллипсоидальную систему координат с центром в центре липосомы и наибольшей полуосью, параллельной $\vec{E}_{\text{вн}}$. В этом случае слоистая среда состоит из следующих трех областей (рис. 4).

Область "0" – внутренность вытянутого эллипсоида вращения: $-b^2 < \xi < 0$, $-a^2 < \zeta < -b^2$, $0 < \varphi < 2\pi$, где (ξ, ζ, φ) – эллипсоидальные координаты, $a > b = c$ – главные полуоси вытянутого эллипсоида вращения, является проводящей.

Область "1" – эллипсоидальный слой с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_{\text{л}}$: $0 < \xi < \Delta$, $-a^2 < \zeta < -b^2$, $0 < \varphi < 2\pi$.

Область "2" – внешность эллипсоида с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_{\text{в}}$: $\Delta < \xi$, $-a^2 < \zeta < -b^2$, $0 < \varphi < 2\pi$.

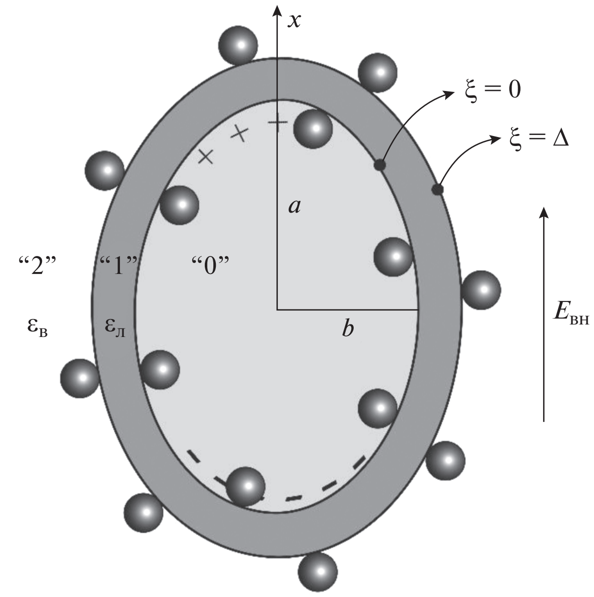

Рис. 4. Поляризация нанокомпозитной липосомы с модифицированной структурой во внешнем электрическом поле.

Электрический потенциал $\Phi = \Phi(\xi, \zeta)$ в рассматриваемом случае является решением уравнения Лапласа $\Delta\Phi = 0$, решение которого ищем в следующем виде:

$$\Phi = \begin{cases} \Phi_0 = 0, \ -b^2 \le \xi \le 0, \quad -a^2 \le \zeta \le -b^2, \\ 0 \le \varphi < 2\pi, \\ \Phi_{\text{л}} = E_1 x K(\xi)/n, \quad 0 \le \xi \le \Delta, \\ -a^2 \le \zeta \le -b^2, \quad 0 \le \varphi < 2\pi, \\ \Phi_{\text{в}} = E_{\text{вн}} x\left(1 - AJ(\xi)/n\right), \quad \Delta \le \xi \\ -a^2 \le \zeta \le -b^2, \quad 0 \le \varphi < 2\pi, \end{cases} \qquad (2)$$

где

$$J(\xi) = \frac{ab^2}{2}\int_{\xi}^{\infty} \frac{d\xi'}{\left(\xi' + a^2\right)^{3/2}\left(\xi' + b^2\right)},$$

$$K(\xi) = \frac{ab^2}{2}\int_{0}^{\xi} \frac{d\xi'}{\left(\xi' + a^2\right)^{3/2}\left(\xi' + b^2\right)},$$

$n = \dfrac{1 - e^2}{e^2}\left(\dfrac{1}{2e}\ln\dfrac{1 + e}{1 - e} - 1\right)$ – коэффициент деполяризации, $e = \sqrt{1 - b^2/a^2}$ – эксцентриситет, $\Delta = (a + d)^2 - a^2$ – параметр толщины липосомальной мембраны, d – толщина мембраны, $x = \pm\sqrt{\dfrac{\left(\xi + a^2\right)\left(\zeta + a^2\right)}{a^2 - b^2}}$ – декартова координата вдоль большей полуоси эллипсоида.

Граничные условия

$$\Phi_л(\xi=\Delta)=\Phi_в(\xi=\Delta),$$
$$\varepsilon_л\frac{\partial\Phi_л}{\partial\xi}(\xi=\Delta)=\varepsilon_в\frac{\partial\Phi_в}{\partial\xi}(\xi=\Delta) \qquad (3)$$

позволяют найти коэффициенты A и E_1 в следующем виде:

$$\begin{cases} E_1=\dfrac{n\varepsilon_в}{n\varepsilon_л+(1-n)(\varepsilon_в-\varepsilon_л)\dfrac{\Delta}{2a^2}}E_{вн} \\ A=\dfrac{n\left(\varepsilon_л-\dfrac{\Delta}{2a^2}(\varepsilon_в-\varepsilon_л)\right)}{n\varepsilon_л+(1-n)(\varepsilon_в-\varepsilon_л)\dfrac{\Delta}{2a^2}} \end{cases}. \qquad (4)$$

Напряженность электрического поля вблизи полярной области ($\zeta=-b^2$) вытянутой липосомальной капсулы в этом случае принимает вид

$$E_л=\frac{n\varepsilon_в}{n\varepsilon_л+(1-n)(\varepsilon_в-\varepsilon_л)\dfrac{\Delta}{2a^2}}\frac{E_{вн}}{n}. \qquad (5)$$

Поляризация внутренней проводящей области липосомальной капсулы приводит к появлению поверхностной плотности заряда

$$\sigma_Q=\sigma_Q(\zeta)=\frac{\varepsilon_л b}{4\pi aen}\sqrt{\frac{\zeta+a^2}{-\zeta}}E_1 \qquad (6)$$

на внутренней поверхности липосомальной мембраны. Это приводит к тому, что у сферических проводящих наночастиц, находящихся на внешней поверхности липосомальной мембраны, возникают заряды, которые могут быть найдены методом изображений [22]. Дипольный момент “изображения”, возникающий у наночастицы, расположенной в полярной области, индуцируемый поверхностным зарядом σ_Q, можно определить следующим образом:

$$\mu_Q=\int x'\,dQ', \qquad (7)$$

где $x'=\dfrac{r^2}{l^2}(a+r-x)$, $dQ'=\dfrac{r}{l}\sigma_Q(\zeta)dS$, $l^2=a^2e^2\times\times\left[\left(\dfrac{1+\gamma}{e^2}-u\right)^2-\left(\dfrac{1+\gamma}{e^2}-1\right)^2+\dfrac{\gamma^2}{e^2}\right]$, $dS=\dfrac{2\pi b}{ae}\times\times\sqrt{\dfrac{-\zeta}{\zeta+a^2}}d\zeta$, $u=\dfrac{\sqrt{\zeta+a^2}}{ae}$, $\gamma=\dfrac{r}{a}$, r – радиус наночастицы.

В этом случае дипольный момент “изображения” можно представить в виде интеграла

$$\mu_Q=\frac{r^3\varepsilon_л\left(1-e^2\right)E_1}{ne^3}\times \times\int_{-1}^{1}\frac{(1+\gamma-u)u}{\left[\left(\dfrac{1+\gamma}{e^2}-u\right)^2-\left(\dfrac{1+\gamma}{e^2}-1\right)^2+\dfrac{\gamma^2}{e^2}\right]^{3/2}}du, \qquad (8)$$

который для слабо вытянутой липосомы ($e\to 0$) принимает вид

$$\mu_Q=\frac{3}{2}\frac{\varepsilon_л r^2RE_1}{1+\gamma}\left[\delta\left(1+\beta^2\right)-\frac{\delta\beta\left(1+\beta^2\right)}{\sqrt{2+\beta^2}}+ +\beta\left(\frac{\gamma}{2(1+\gamma)}+\beta^2\right)\left(\sqrt{2+\beta^2}-\beta\right)- -\frac{2}{3}\beta\left(\left(2+\beta^2\right)^{\frac{2}{3}}-\beta^3\right)\right], \qquad (9)$$

где $\beta=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\dfrac{\gamma}{\sqrt{1+\gamma}}$, $\delta=1-\dfrac{\gamma}{2(1+\gamma)}$, $\gamma=\dfrac{r}{R}$, R – радиус шара с объемом, равным объему липосомы.

Поскольку молекулы стеароилспермина в водной среде приобретают единичный положительный заряд q, равный по величине заряду электрона, липосомальная поверхность равномерно заряжена с постоянной плотностью заряда $\sigma_C=q/S_C$, где S_C – площадь, приходящаяся на одну молекулу стеароилспермина. Этот поверхностный заряд σ_C создает дополнительный дипольный момент “изображения”

$$\mu_C=\frac{4\pi r^3b\sigma_C}{ae^3}\times \times\int_{-1}^{1}\frac{(1+\gamma-u)\sqrt{1-e^2u}}{\left[\left(\dfrac{1+\gamma}{e^2}-u\right)^2-\left(\dfrac{1+\gamma}{e^2}-1\right)^2+\dfrac{\gamma^2}{e^2}\right]^{3/2}}du \qquad (10)$$

у наночастицы, расположенной на внешней поверхности липосомальной мембраны вблизи полярной области. В случае слабо вытянутой липосомы ($e\to 0$) этот дипольный момент “изображения” принимает вид

$$\mu_C=\frac{2\pi r^2R\sigma_C}{1+\gamma}\left[\delta\left(1-\frac{\beta}{\sqrt{2+\beta^2}}\right)+\beta\left(\sqrt{2+\beta^2}-\beta\right)\right]. \qquad (11)$$

В то же время наночастицы, находящиеся на внутренней поверхности липосомальной мембраны, обладают зарядом $Q(\zeta)=4\pi r^2\sigma_Q(\zeta)$. При достаточно высокой энергии взаимодействия двух наночастиц, расположенных на противоположных поверхностях липосомальной мембраны

$$U_E = \frac{Q(\mu_C + \mu_Q)}{\varepsilon_л D^2} \tag{12}$$

(D – расстояние между центрами наночастиц), возможно разрушение липосомальной мембраны. Условием такого разрушения является следующее

$$U_E = U_п, \tag{13}$$

где $U_п = \pi r^2 \alpha$ – доля поверхностной энергии липосомальной мембраны, приходящейся на одну наночастицу, α – коэффициент поверхностного натяжения липосомальной мембраны. Подставляя выражения (9) и (11) в условие (13), находим выражение для критического значения напряженности электрического поля вблизи липосомы:

$$E_{вн}^{(кр)} = \frac{\varepsilon_л + (\varepsilon_в - \varepsilon_л)\frac{2d}{R}}{\varepsilon_в} \frac{\alpha D^2 (1+\gamma)}{6r^2 R \sigma_C} \times \left[\delta\left(1 - \frac{\beta}{\sqrt{2+\beta^2}}\right) + \beta\left(\sqrt{2+\beta^2} - \beta\right)\right]^{-1}, \tag{14}$$

приводящее к разрушению липосомальной мембраны двумя наночастицами, расположенными на противоположных поверхностях липосомальной мембраны. В рассматриваемом случае $S_C = 150$ Å^2, $\varepsilon_л = 2.7$, $\varepsilon_в = 80$, $\alpha = 25$ дин/см [4], $R = 100$ нм, $r = 3$ нм, $D/r = 3$, критическое значение напряженности электрического поля (14) становится равным

$$E_{вн}^{(кр)} = 3.3 \text{ кВ/см} \tag{15}$$

и оказывается меньшим значения напряженности электрического поля $E_{вн} = 10.5$ кВ/см, возникавшего вблизи липосомальных капсул во время воздействия на них ультракоротких электрических импульсов в ранее проведенных экспериментах [12, 13]. Следует отметить, что величина критического значения напряженности электрического поля (14), обусловленная взаимодействием наночастиц, расположенных на противоположных поверхностях липосомальной мембраны, оказывается меньше ранее найденной [12, 13] величины критического значения напряженности поля для случая липосомальных капсул, содержащих наночастицы только на внешней липосомальной поверхности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Впервые получены новые нанокомпозитные липосомы с модифицированной структурой, содержащие функциональные электропроводящие наночастицы, связанные как с внутренней, так и с внешней поверхностью липосомальной мембраны. Обнаружено, что в результате воздействия ультракоротких импульсов электрического поля длительностью менее 10 нс и напряженностью порядка 10 кВ/см на водную суспензию таких липосом, содержащих капсулированное модельное соединение (NaCl), происходит декапсуляция, сопровождающаяся соответствующим увеличением проводимости водной среды. Показано, что чувствительность полученных нанокомпозитных липосом к ультракороткому электрическому воздействию обусловлена включением в их структуру электропроводящих наночастиц. Обнаружено, что эффект декапсуляции липосомальных капсул значительно выше в случае воздействия на липосомальные капсулы, связанные с функциональными наночастицами, по сравнению со случаем аналогичного воздействия на те же капсулы, не содержащие наночастиц. Этот факт обусловливает избирательность ультракороткого электрического воздействия на нанокомпозитные липосомы, содержащие электропроводящие наночастицы.

Построена теоретическая модель нетеплового воздействия ультракоротких электрических импульсов на нанокомпозитные липосомы с модифицированной структурой, описывающая механизм разрушения липосомальной оболочки. В рамках построенной модели найдено выражение для критического значения напряженности электрического поля, приводящего к разрушению липосомальной мембраны наночастицами, расположенными на противоположных поверхностях мембраны, которое численно согласуется с полученными экспериментальными данными.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках государственного задания и частично поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (проект № 18-29-02080).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Donath E., Sukhorukov G.B., Caruso F. et al.* // Angewandte Chemie Int. Edition. 1998. V. 37. № 16. P. 2202.
2. *Sukhorukov G.B., Donath E., Davis S.A. et al.* // Polymers for Advance Technologies. 1998. V. 9. № 10–11. P. 759.
3. *Sukhorukov G.B., Antipov A., Voigt A. et al.* // Macromolecular Rapid Commun. 2001. V. 22. № 1. P. 44.
4. *Khomutov G.B., Kim V.P., Potapenkov K.V. et al.* // Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects. 2017. V. 532. P. 150.
5. *Radt B., Smith T.A., Caruso F.* // Advanced Materials. 2004. V. 16. № 23–24. P. 2184.
6. *Lu Z., Prouty M.D., Guo Z. et al.* // Langmuir. 2005. V. 21. № 5. P. 2042.
7. *Горин Д.А., Щукин Д.Г., Михайлов А.И. и др.* // Письма в ЖТФ. 2006. Т. 32. № 2. С. 45.

8. *Gorin D.A., Shchukin D.G., Koksharov Yu.A. et al.* // Progress in Biomedical Optics and Imaging. 2007. V. 6536. P. 653604.
9. *Гуляев Ю.В., Черепенин В.А., Вдовин В.А. и др.* // РЭ. 2015. Т. 60. № 11. С. 1207.
10. *Schwendener R.A.* Bio-Applications of Nanoparticles / Ed. by Chan W.C.W. N.Y.: Springer Publisher Inc., 2007. P. 117.
11. *Amstad E., Kohlbrecher J., Muller E. et al.* // Nano Lett. 2011. V. 11. № 4. P. 1664.
12. *Гуляев Ю.В., Черепенин В.А., Таранов И.В. и др.* // РЭ. 2016. Т. 61. № 1. С. 61.
13. *Гуляев Ю.В., Черепенин В.А., Вдовин В.А. и др.* // РЭ. 2016. Т. 60. № 10. С. 1051.
14. *Khomutov G.B., Kim V.P., Koksharov Y.A. et al.* // Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects. 2017. V. 532. P. 26.
15. *Gubin S.P., Gulyaev Yu.V., Khomutov G.B. et al.* // Nanotechnology. 2002. V. 13. № 2. P. 185.
16. *Кислов В.В., Колесов В.В., Таранов И.В.* // РЭ. 2002. Т. 47. № 11. С. 1385.
17. *Kislov V.V., Gulyaev Yu.V., Kolesov V.V. et al.* // Int. J. Nanoscience. 2004. V. 3. № 1–2. P. 137.
18. *Kislov V., Medvedev B., Gulyaev Yu. et al.* // Int. J. Nanoscience. 2007. V. 6. № 5. P. 373.
19. *Koning G.A., Eggermont A.M.M., Lindner L.H., ten Hagen T.L.M.* // Pharmaceutical Research. 2010. V. 27. № 8. P. 1750.
20. *Artemyev M., Kisiel D., Abmiotko S. et al.* // J. Amer. Chem. Soc. 2004. V. 126. № 34. P. 10594.
21. *Massart R.* // IEEE Trans. 1981. V. MAG-17. № 2. P. 1247.
22. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. М.: Физматлит, 2003.
23. *Ким В.П., Ермаков А.В., Глуховской Е.Г. и др.* // Российские нанотехнологии. 2014. Т. 9. № 5–6. С. 46.

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА, 2020, том 65, № 2, с. 197–202

ЭЛЕКТРОННАЯ И ИОННАЯ ОПТИКА

УДК 621.384.8

СВОБОДНЫЕ И ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ИНЕРЦИОННО-НЕСТАЦИОНАРНЫХ БЫСТРООСЦИЛЛИРУЮЩИХ КВАДРУПОЛЬНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЯХ

© 2020 г.   Е. В. Мамонтов[a], М. Ю. Судаков[a], Р. Н. Дятлов[a, *]

[a] Рязанский государственный радиотехнический университет,
ул. Гагарина, 59/1, Рязань, 390005 Российская Федерация

*E-mail: kaitp@list.ru

Поступила в редакцию 27.11.2018 г.
После доработки 28.12.2018 г.
Принята к публикации 11.01.2019 г.

Исследованы свободные и вынужденные колебания заряженных частиц в инерционно-нестационарных квадрупольных электрических ВЧ-полях. Используя линейные соотношения между коэффициентами ряда, являющиеся решением дифференциального уравнения Матье, полигармонические колебания заряженных частиц в быстроосциллирующих полях с медленно изменяющимися параметрами представляются моделью нестационарного гармонического осциллятора. С помощью функции Грина получены выражения для резонансных колебаний заряженных частиц в нестационарных ВЧ-полях с наложенными на них возбуждающими однородными полями. Рассмотрен частный случай полигармонического осциллятора с линейно изменяющейся собственной частотой колебаний, получены выражения для параметров его функции возбуждения. Аналитические соотношения подтверждаются результатами компьютерного моделирования.

DOI: 10.31857/S003384942002014X

ВВЕДЕНИЕ

Свойства колебаний заряженных частиц в квадрупольных ВЧ-полях и их композициях с однородными полями, описываемые дифференциальными уравнениями с периодическими коэффициентами, широко используются в аналитических приборах и системах для удержания, транспортировки и сепарации ионов по удельному заряду. При исследовании колебаний частиц в быстроосциллирующих полях с линейной возвращающей силой полезной моделью является гармонический осциллятор с квадратичным распределением статического потенциала [1]. Полигармонические колебания заряженных частиц в квадрупольных ВЧ полях также можно рассматривать как усредненные гармонические колебания с секулярной частотой [2]. Масс-анализаторы ионов, как правило, работают в режимах с разверткой масс, предполагающей изменение в процессе анализа одного или нескольких параметров квадрупольного поля [3]. По сравнению с секулярными колебаниями заряженных частиц эти изменения носят медленный характер и могут быть описаны моделью инерционно-нестационарного гармонического осциллятора. Линейная связь коэффициентов полигармонического решения дифференциальных уравнений Матье [4] позволяет использовать собственные и вынужденные колебания нестационарного гармонического осциллятора для решения задач резонансного воздействия однородных возбуждающих полей на колебания заряженных частиц в квадрупольных ВЧ-полях с медленно изменяющимися параметрами.

1. СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ИНЕРЦИОННО-НЕСТАЦИОНАРНОМ ВЧ-ПОЛЕ

Электрическое поле двумерного квадрупольного анализатора описывается распределением потенциала [3]

$$\varphi(x, y) = \frac{u}{r_0^2}(x^2 - y^2), \qquad (1)$$

где $u = U + V\cos\omega t$ – питающее напряжение, r_0 – геометрический параметр анализатора. В поле с постоянными параметрами движение заряженных частиц по координате x (или y) описывается дифференциальным уравнением Матье [3, 4]

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\omega^2}{4}(a - 2q\cos\omega t)x = 0, \qquad (2)$$

где $a = 8eU/r_0^2\omega^2 m$, $q = 4eV/r_0^2\omega^2 m$, e и m – заряд и масса частицы. Устойчивое решение уравнения (2) имеет вид гармонического ряда [4]

$$x(t) = A\sum_{r=-\infty}^{\infty} C_{2r}\cos\left[\left(r + \frac{\beta}{2}\right)\omega t + \theta\right], \quad (3)$$

где A и θ – постоянные интегрирования, зависящие от начальных координат x_0 и скоростей v_{0x} частиц, C_{2r} и β – коэффициенты ряда и параметр стабильности, зависящие от a и q. Наибольший интерес представляют колебания заряженных частиц в первой зоне стабильности, заключенной между границами [4]

$$\begin{gathered} a_0(q) = -\frac{1}{2}q^2 + \frac{7}{128}q^4 - \frac{29}{2304}q^6 + Q(q^8), \\ b_1(q) = 1 - q - \frac{1}{8}q^2 + \frac{1}{64}q^3 + Q(q^4). \end{gathered} \quad (4)$$

В стабильной зоне $0 \le \beta \le 1$. Коэффициенты C_{2r} ряда (3) зависят от параметров a, q и β и связаны между собой рекуррентным соотношением [4]

$$\begin{gathered} \frac{C_{2r}}{C_{2r-2}} = \frac{-(2r-2+\beta)^2 + a}{q} + \\ + \frac{q/(2r-4+\beta)^2}{1 - a/(2r-4+\beta)^2 - \ldots}. \end{gathered} \quad (5)$$

Выражение (5) указывает на пропорциональность коэффициентов $C_{2r} \sim C_0$, которая определяет линейную связь амплитуд X_{mr} высших гармоник колебаний с амплитудой X_{m0} секулярной составляющей. Это свойство решений уравнений Матье позволяет задачи полигармонических колебаний заряженных частиц в квадрупольных ВЧ-полях, а также в их суперпозициях с однородными полями, сводить к задачам свободных и вынужденных колебаний гармонического осциллятора. Такой же подход, изложенный в [1], рассматривает движение частиц в быстроосциллирующих полях как усредненные колебания в поле постоянной “эффективной потенциальной энергии” с квадратичной зависимостью от амплитуды колебаний. Модель гармонического осциллятора используется также для описания колебаний с секулярной частотой в поле “псевдопотенциала” квадрупольных анализаторов с параметрами $a = 0$, $q < 0.3$ [3]. Основываясь на отмеченных свойствах дифференциальных уравнений Матье, рассмотрим свободные и вынужденные колебания заряженных частиц в квадрупольных ВЧ-полях с медленно изменяющимися параметрами.

Нестационарность гармонических осцилляторов, как правило, выражается в изменении во времени собственной частоты колебаний $\Omega(\xi)$, где $\xi = t/T$ (T – интервал нестационарности). Под собственной частотой будем понимать частоту секулярных колебаний $\Omega_s(\xi) = \beta(\xi)\omega/2$ заряженных частиц в квадрупольном ВЧ-поле, изменение которой происходит при изменении (сканировании) одного или нескольких параметров питающего напряжения $u(\xi)$. Сканирование считаем инерционным при выполнении условия

$$T\Omega_{\min} \geqslant 2\pi, \quad (6)$$

где $\Omega_{\min}$ – минимальное на интервале $[0, T]$ значение секулярной частоты.

Колебания гармонического осциллятора без потерь с изменяющейся собственной частотой $\Omega(\xi)$ при внешнем воздействии $f(\xi)$ описываются дифференциальным уравнением

$$\frac{d^2x}{d\xi^2} + \Omega^2(\xi)x = f(\xi). \quad (7)$$

Для решения линейного неоднородного дифференциального уравнения (7) используем метод Грина [5]

$$x(\xi) = \int_0^{\xi} G(\eta)f(\xi - \eta)d\eta + \sum_{k=1}^{2} A_k x_k(\xi), \quad (8)$$

где $G(\xi)$ – функция Грина, $x_k(\xi)$ – частные решения однородного дифференциального уравнения, A_k – постоянные интегрирования. Согласно теории линейных дифференциальных уравнений функцией Грина колебаний материальной точки с массой m является частное решение $x_1(\xi)$ однородного уравнения (7) при начальных условиях $x(0) = 0$, $x'(0) = 1/m$ [5]. Представим функцию $x_1(\xi)$ гармоническим колебанием с медленно изменяющейся амплитудой $X(\xi)$ и фазой $\varphi(\xi)$ [6]

$$x_1(\xi) = X(\xi)\sin\varphi(\xi), \quad (9)$$

где $\varphi(\xi) = \int_0^{\xi}\Omega(\eta)d\eta$. После подстановки $x_1(\xi)$ в (7) получаем уравнение огибающей

$$\begin{gathered} X''(\xi)\sin\varphi(\xi) - [2X'(\xi)\Omega(\xi) + \\ + X(\xi)\Omega'(\xi)]\cos\varphi(\xi) = 0. \end{gathered} \quad (10)$$

При выполнении условия (6) величина $X''(\xi)$ имеет второй порядок малости и уравнение (10) упрощается

$$2X'(\xi)\Omega(\xi) + X(\xi)\Omega'(\xi) \simeq 0. \quad (11)$$

Его решением является функция

$$X(\xi) \simeq C/\sqrt{\Omega(\xi)}, \quad (12)$$

где C – постоянная, определяемая начальными условиями. Тогда частное решение однородного дифференциального уравнения (7) примет вид

$$x_1(\xi) \simeq \frac{C}{\sqrt{\Omega(\xi)}}\sin\varphi(\xi). \quad (13)$$

После подстановки в (13) начальных условий $x(0) = 0$, $x'(0) = 1/m$, $\Omega(0) = \Omega_0$ получаем функцию Грина инерционно-нестационарного гармонического осциллятора

$$G(\xi)=\begin{cases}0, & \xi<0,\\ \dfrac{1}{m\sqrt{\Omega_0\Omega(\xi)}}\sin\varphi(\xi), & 0\le\xi\le 1.\end{cases} \quad (14)$$

Далее, учитывая пропорциональность коэффициентов $C_{2r} \sim C_0$, получаем выражение для функции Грина полигармонических колебаний заряженных частиц в квадрупольном ВЧ-поле с медленно изменяющимися параметрами

$$G(\xi)=\begin{cases}0, & \xi<0,\\ \dfrac{1}{m\sqrt{\Omega_0\Omega(\xi)}}\sum\limits_{F=-\infty}^{\infty}C_{2r}(\xi)[v_r\xi+\varphi(\xi)+\theta_r], & 0\le\xi\le 1,\end{cases} \quad (15)$$

где $v_r = r\omega T$ – нормированные частоты высших гармоник колебаний.

Рассмотрим частный случай свободных колебаний в гармоническом осцилляторе с линейно изменяющейся собственной частотой

$$\Omega(\xi) = \Omega_0 + \Delta\Omega\xi. \quad (16)$$

Дифференциальное уравнение для этого случая имеет вид

$$\frac{d^2x}{d\xi^2} + [\Omega_0 + \Delta\Omega\xi]^2 x = 0. \quad (17)$$

Уравнение (17) приводится к дифференциальному уравнению параболического цилиндра

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{x^2}{4} - a\right)y = 0, \quad (18)$$

решением которого при $x \gg a$ являются функции Вебера [7]

$$W(0,x) \cong \frac{1}{\sqrt{x}}\left[B_1\cos\frac{x^2}{2} + B_2\sin\frac{x^2}{2}\right]. \quad (19)$$

Функцию Грина гармонического осциллятора с линейно изменяющейся собственной частотой колебаний получаем подстановкой (16) в (14):

$$G(\xi) = \\ =\begin{cases}0, & \xi<0,\\ \dfrac{1}{m\sqrt{\Omega_0(\Omega_0+\Omega\xi)}}\sin[v_0\xi+\Delta v\xi^2], & 0\le\xi\le 1,\end{cases} \quad (20)$$

где $v_0 = \Omega_0 T$, $\Delta v = \Delta\Omega T/2$. При соответствующей замене переменных решения уравнений (17) и (18) совпадают, что подтверждает справедливость выражения (12) для огибающей функции Грина инерционно-нестационарного гармонического осциллятора.

Функции Грина, полученные численным моделированием свободных колебаний заряженных частиц в квадрупольном ВЧ-поле с линейно нарастающей и убывающей амплитудой (соответствуют прямому и обратному линейному сканированию секулярной частоты), приведены на рис. 1.

Огибающие секулярной составляющей функции Грина, рассчитанной по формуле (20) и полученной в результате компьютерного моделирования, при $\Omega T > 23$ отличаются не более чем на 1%. Высокочастотные составляющие свободных колебаний, показанные на рис. 1 в увеличенном масштабе, при сканировании изменяются в соответствии с зависимостями коэффициентов C_{2r} от параметра ВЧ-поля q.

С помощью выражения (12) для огибающей функции Грина устанавливается связь полной энергии колебаний нестационарного гармонического осциллятора с инерционным параметрическим воздействием на его собственную частоту. После подстановки в формулу для энергии гармонических колебаний материальной точки

$$W = \frac{x^2\Omega^2}{2}m$$

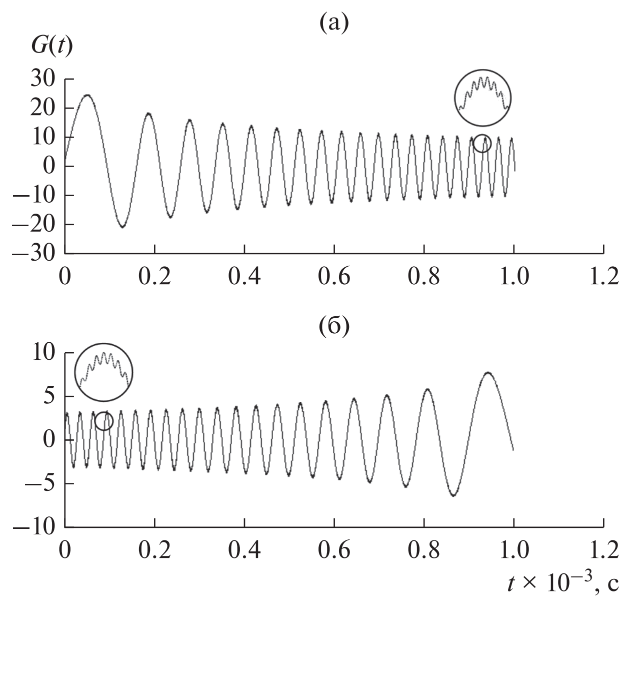

Рис. 1. Свободные колебания заряженных частиц в квадрупольном ВЧ-поле с линейно нарастающей (а) и линейно убывающей амплитудой (б); на вставках – увеличенный масштаб отмеченных участков.

зависимости (12) амплитуды от частоты получаем

$$W(\xi) = \frac{C^2 m}{2}\Omega(\xi). \quad (21)$$

Согласно (21) полная энергии колебаний инерционного параметрического осциллятора изменяется пропорционально частоте его собственных колебаний. В радиоэлектронике для усиления слабых сигналов используются быстрые, синхронные с частотой принимаемых колебаний, параметрические воздействия на колебательные системы [8]. В аналитических системах изменение полной энергии колебаний инерционным параметрическим воздействием на частоту собственных колебаний может использоваться для управления движением заряженных частиц при их транспортировке, удержании и сепарации в квадрупольных ВЧ-полях.

2. ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ИНЕРЦИОННО-НЕСТАЦИОНАРНЫХ КВАДРУПОЛЬНЫХ ВЧ-ПОЛЯХ

Современные масс-спектрометрические методы микроанализа вещества используют свойства колебаний заряженных частиц в композициях полей с различающимися пространственно-временными распределениями потенциала. Эффективным является метод резонансного вывода ионов из квадрупольных анализаторов путем наложения на линейное ВЧ-поле возбуждающего поля [9, 10], в качестве которого используют близкое к однородному переменное поле

$$E_{ex}(\xi) \approx \frac{V_{ex}}{2r_0}\cos \nu_{ex}\xi, \quad (22)$$

где V_{ex} и $\nu_{ex} = T\Omega_{ex}$ – амплитуда и нормированная частота возбуждающего напряжения, приложенного к паре противоположных электродов квадрупольного анализатора с геометрическим параметром r_0.

Для базовых колебаний с секулярной частотой $\Omega_s(\xi)$ квадрупольный анализатор с резонансным выводом ионов и амплитудной разверткой масс можно рассматривать как нестационарный гармонический осциллятор с внешней силой

$$f(\xi) = F_m \cos \nu_в \xi,$$

($F_m = e\nu_в/2r_0$), описываемый неоднородным дифференциальным уравнением (7). Его решением в форме (8) при нулевых начальных условиях $x(0) = 0$, $x'(0) = 0$ является функция возбуждения

$$x_s(\xi) = F_m\int\limits_0^{\xi} G(\eta)\sin[\nu_{ex}(\xi-\eta)]d\eta. \quad (23)$$

После подстановки в (23) функции Грина (14) получаем

$$x_s(\xi) = \frac{F_m}{m\sqrt{\Omega_0}}\int\limits_0^{\xi}\frac{\sin\varphi(\eta)\sin[\nu_{ex}(\xi-\eta)]}{\sqrt{\Omega(\eta)}}d\eta. \quad (24)$$

При выполнении условия (6) инерционной нестационарности функция $\sqrt{\Omega(\eta)}$ в (24) по сравнению с гармоническими функциями является медленно изменяющейся, и с некоторым приближением можно записать

$$x_s(\xi) \simeq F(\xi)\int\limits_0^{\xi}\sin[\varphi(\eta)]\sin[\nu_{ex}(\xi-\eta)]d\eta, \quad (25)$$

где $F(\xi) = F_m\big/m\sqrt{\Omega_0\Omega(\xi)}$. Для вычисления интеграла в (25) применим метод стационарной фазы [11].

Используя (25), найдем функцию возбуждения гармонического осциллятора с линейно изменяющейся частотой собственных колебаний $\Omega(\xi) = \Omega_0 + \Delta\Omega\xi$.

Текущая фаза $\varphi(\xi)$ колебаний при линейном сканировании частоты описывается функцией

$$\varphi(\xi) = \Omega_0 T\xi + \frac{\Delta\nu}{2}\xi^2. \quad (26)$$

После подстановки $\varphi(\xi)$ в (25), тригонометрических преобразований и пренебрежения малыми составляющими получаем

$$\begin{gathered} x_{se}(\xi) = \frac{F_m}{m\sqrt{\Omega_0(\Omega_0+\Delta\Omega\xi)}}\times \\ \times\left\{-\sin\left[\frac{\Delta\nu}{2}\left(\xi^2+\xi_{ex}^2\right)\right]\int\limits_0^{\xi}\sin\left[\frac{\Delta\nu}{2}(\eta-\xi_{ex})^2\right]d\xi + \right. \quad (27) \\ \left. + \cos\left[\frac{\Delta\nu}{2}\left(\xi^2+\xi_{ex}^2\right)\right]\int\limits_0^{\xi}\cos\left[\frac{\Delta\nu}{2}(\eta-\xi_{ex})^2\right]d\eta\right\}, \end{gathered}$$

где $\xi_{ex} = (\Omega_{ex} - \Omega_0)/\Delta\Omega$ – нормированное время возбуждения. Введя обозначение $H(\xi) = F_m\sqrt{T}\big/m\sqrt{2\Delta\Omega\Omega_0(\Omega_0+\Delta\Omega\xi)}$ и используя стандартные формы интегралов Френеля $S(y) = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_0^y \sin y^2 dy$ и $C(y) = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_0^y \cos y^2 dy$ запишем функцию возбуждения в следующем виде:

$$\begin{gathered} x_{se}(\xi) = H(\xi)\left\{-\left[\frac{1}{2}S\left(\frac{\Delta\nu}{2}(\xi+\xi_{ex})\right)\right]\times\right. \\ \times\sin\left[\frac{\Delta\nu}{2}\left(\xi^2+\xi_{ex}^2\right)\right] + \quad (28) \\ \left. + \left[\frac{1}{2}+C\left(\frac{\Delta\nu}{2}(\xi+\xi_{ex})\right)\right]\cos\left[\frac{\Delta\nu}{2}\left(\xi^2+\xi_{ex}^2\right)\right]\right\}. \end{gathered}$$

В полигармоническом осцилляторе с суперпозицией квадрупольных ВЧ- и однородных возбуждающих полей функции (25) и (28) описывают колебания заряженных частиц с секулярной

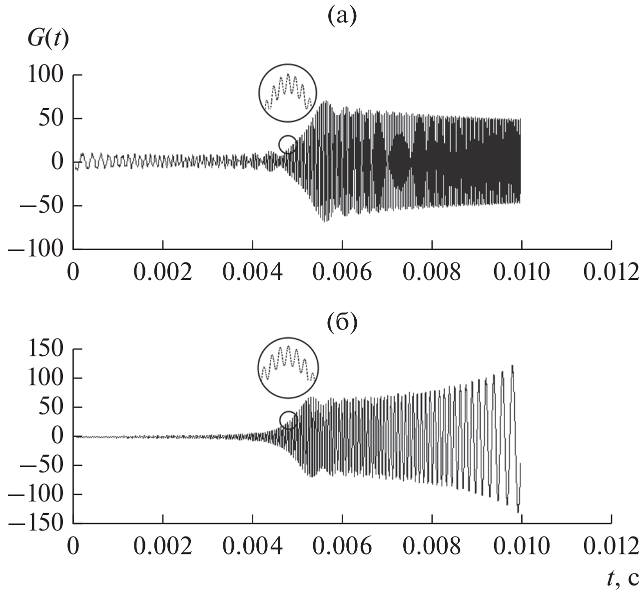

Рис. 2. Вынужденные колебания заряженных частиц в квадрупольном ВЧ-поле с прямым (а) и обратным (б) линейным сканированием амплитуды; на вставках – увеличенный масштаб отмеченных участков.

частотой. Функция возбуждения, учитывающая высшие гармоники колебаний, может быть получена с помощью функции Грина (15) или на основе рекуррентного соотношения (5) между коэффициентами C_{2r}:

$$x_p(\xi) = H(\xi)\sum_{r=-\infty}^{\infty} C_{2r}(\xi)\sin\left[\omega_r T\xi + \varphi(\xi) + \theta_r\right]. \quad (29)$$

Функции возбуждения полигармонического осциллятора с прямым и обратным линейным сканированием секулярной частоты, полученные компьютерным моделированием колебаний ионов с массой $M = 3900$ а. е. м. в квадрупольном ВЧ-поле с параметрами $r_0 = 5$ мм, $f = 1$ МГц, $V = (100 + 900\xi)$ В, $V = (1000 - 900\xi)$ В, и наложенным на него возбуждающим полем с $f_{\text{ex}} = 20$ кГц, $V_{\text{ex}} = 50$ В, показаны на рис. 2. Амплитуда секулярных колебаний ионов с приближением частоты $\Omega_s(\xi)$ к частоте Ω_{ex} возбуждающего поля резонансно возрастает и достигает наибольшего значения

$$X_{\max} = \frac{F_m\sqrt{\pi T}}{m\Omega_{\text{ex}}\sqrt{2}\sqrt{\Delta\Omega}}. \quad (30)$$

После прохождения резонанса амплитуда возбужденных колебаний изменяется в соответствии с функцией $1\Big/\sqrt{\Omega(\xi)}$.

Для оценки разрешающей способности масс-анализатора важным параметром является время возбуждения, которое при линейном сканировании секулярной частотой рассчитывается по формуле

$$t_{\text{ex}} = 2\sqrt{\pi T/\Delta\Omega}. \quad (31)$$

Оценивать разрешающую способность квадрупольных масс-анализаторов с резонансным выводом ионов только по скорости изменения секулярного колебания, как в [10], не совсем корректно. Высшие гармоники колебаний придают огибающей функции возбуждения немонотонный характер и искажают шкалу масс M, соответственно, снижают разрешающую способность и точность определения масс-анализатора. При оптимизации частоты Ω_{ex} возбуждающего поля следует учитывать все факторы, влияющие на время t_{ex} достижения ионами границ $x = r_0$ электродной системы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе линейной зависимости коэффициентов C_{2r} высших гармоник решения дифференциального уравнения Матье от коэффициента C_0 секулярной составляющей обоснованно использование модели гармонического осциллятора для исследования колебаний заряженных частиц в квадрупольных ВЧ-полях и в их суперпозиции с однородными полями. При решении неоднородного дифференциального уравнения инерционно-нестационарного осциллятора используется функция Грина, определенная как гармоническое колебание с переменной частотой $\Omega(\xi)$ и огибающей $X(\xi) \sim 1\Big/\sqrt{\Omega(\xi)}$. На ее основе получена функция Грина полигармонического осциллятора, описывающая свободные колебания заряженных частиц в квадрупольных ВЧ-полях с изменяющейся амплитудой. Для инерционно-нестационарного осциллятора с внешним воздействием найдена функция возбуждения. Рассмотрены свободные и вынужденные колебания заряженных частиц в квадрупольном ВЧ-поле с линейным сканированием секулярной частоты. Аналитические соотношения, подтвержденные результатами компьютерного моделирования, свидетельствуют об эффективности использования модели нестационарного гармонического осциллятора для исследования колебаний заряженных частиц в быстроосциллирующих полях с медленно изменяющимися параметрами.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 18-07-00429) и Министерства образования и науки Российской Федерации (тема 8.8760.2017/8.9).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Механика. М.: Физматлит, 2001. С. 124.
2. *Миллер М.А.* // Изв. вузов. Радиофизика. 1958. Т. 1. С. 110.
3. *Dawson P.H.* Quadrupole Mass Spectrometry and its Applications. N.Y.: Amer. Inst. Phys., 1995.
4. *Мак-Лахлан Н.В.* Теория и приложения функций Матье. М.: Изд-во иностр. лит., 1958.
5. *Зельдович Я.Б., Мышкис А.Д.* Элементы прикладной математики: М.: Наука, 1967. С. 255.
6. *Митропольский Ю.А.* Нестационарные процессы в нелинейных колебательных системах. Киев: Изд-во АН УССР, 1955.
7. Справочник по специальным функциям / Под ред. Абрамовица М., И. Стиган. М.: Наука, 1979. С. 494.
8. *Баскаков С.И.* Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Высшая школа, 2000.
9. *Xu W., Chappell W.J., Ouyang Z.* // Int. J. Mass Spectrometry. 2011. V. 308. № 1. P. 49.
10. *Douglas D.J., Konenkov N.V.* // Rapid Commun. Mass Spectrometry. 2014. V. 28. P. 430.
11. *Мэтьюз Дж., Уокер Р.* Математические методы физики. М.: Атомиздат, 1972.

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА, 2020, том 65, № 2, с. 203–208

ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРАХ

УДК 535.421

ФИЛЬТР ОПТИЧЕСКОГО СПЕКТРА С ПРИМЕНЕНИЕМ ГЛУБОКОЙ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ОТРАЖАЮЩЕЙ РЕЛЬЕФНОЙ СТРУКТУРЫ

© 2020 г. В. А. Комоцкий[a], Ю. М. Соколов[a, *], Н. В. Суетин[a]

[a] Российский университет дружбы народов, ул. Миклухо-Маклая, 6, Москва, 117198 Российская Федерация

**E-mail: sokolov_yuri@mail.ru*

Поступила в редакцию 09.07.2018 г.
После доработки 09.07.2018 г.
Принята к публикации 25.08.2018 г.

Предложена схема фильтра нового типа с применением рельефной отражающей периодической дифракционной структуры с глубиной рельефа более половины оптической длины волны. Исследованы зависимости коэффициента передачи мощности с входа на выход схемы от длины волны излучения. Показано, что фильтр может быть настроен на полное подавление излучения с любой выбранной длиной волны, при этом его спектральная характеристика может быть перестроена за счет изменения угла падения входного пучка. Приведены методика и примеры расчета фильтра для подавления одной из спектральных линий излучения при условии пропускания другой спектральной линии. Отмечено, что фильтр одинаково прост для практической реализации как в видимом, так и инфракрасном диапазоне.

DOI: 10.31857/S0033849420020114

ВВЕДЕНИЕ

В рассматриваемом здесь оптическом фильтре применена дифракционная схема, в которой используется специфическая, отражающая излучение глубокая периодическая рельефная дифракционная структура (ГРС) с прямоугольным профилем, имеющая форму типа “меандр”. Особенность этой формы состоит в том, что протяженность выступа рельефа равна протяженности его впадины. Термином “глубокая отражающая рельефная структура” мы называем такую структуру, глубина рельефа которой $H_р$ превышает половину длины волны излучения λ в заданном диапазоне длин волн. Период рельефной структуры $\Lambda_р$ должен удовлетворять условию, при котором дифракционные порядки хорошо разделяются: $\Lambda_р \gg \lambda$. Особенность схемы этого фильтра состоит в том, что выходной оптический сигнал получаем в нулевом порядке после дифракции отраженного от ГРС оптического пучка, при этом первый и высшие порядки дифракции не используем.

Ранее в электронной Энциклопедии по машиностроению (URL: http://mash-xxl.info/info/172598/) было описано применение периодических прозрачных рельефных структур с прямоугольным профилем в качестве спектральных фильтров. Однако эти фильтры не допускают перестройки частотных характеристик. Фильтр, построенный на основе отражающей периодической структуры, в отличие от фильтра, описанного в Энциклопедии, допускает перестройку его частотной характеристики за счет изменения угла падения на ГРС входного излучения.

Особенности дифракции лазерного излучения на глубоких отражающих периодических структурах с прямоугольным профилем типа “меандр” были описаны нами ранее в статьях [1–4], где они применялись в высокочувствительных оптоэлектронных датчиках угловых колебаний поверхностей, а также для построения модуляторов лазерного излучения.

В спектральном фильтре, построенном с применением ГРС, можно выбрать угол падения оптического пучка и глубину рельефа так, чтобы получить нулевой коэффициент передачи мощности излучения с входа на выход на выбранной длине волны λ_1 и, вместе с тем, высокий коэффициент передачи мощности, близкий к 100%, на другой заданной длине волны λ_2. Фильтры на основе ГРС могут быть построены как для видимого, так и для инфракрасного диапазонов излучения.

В экспериментах, описанных в [1–4], рельефные структуры были изготовлены методом химического травления поверхности стекла через маску из фоторезиста. Затем на поверхность рельефа напыляли пленку металла (алюминия) с высоким коэффициентом отражения для достижения высокой эффективности устройств. Возможен также вариант конструкции ГРС, в котором рельеф

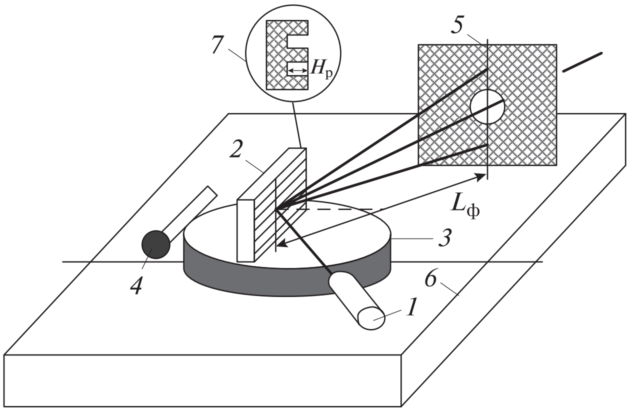

Рис. 1. Схема фильтра с применением ГРС: *1* – источник излучения, *2* – ГРС, *3* – поворотная платформа для регулировки угла падения входного пучка, *4* – механизм поворота платформы, *5* – пространственный фильтр, *6* – основание, *7* – форма профиля ГРС.

изготовлен на поверхности пластины из металла с высоким коэффициентом отражения излучения, и тогда покрытие поверхности отражающей пленкой не требуется.

1. СХЕМА ФИЛЬТРА. ОСНОВНЫЕ РАСЧЕТНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Схема прохождения оптического пучка через фильтр, построенный на основе ГРС, представлена на рис. 1. Входной пучок излучения направлен под углом падения Θ на ГРС с глубиной $H_р$. Плоскость падения параллельна линиям рельефа ГРС. В результате отражения от ГРС волновой фронт оптической волны получает периодическую пространственную фазовую модуляцию (ПФМ) с прямоугольной формой типа “меандр”.

Глубину ПФМ, полученную в результате отражения оптической волны от ГРС, можно выразить формулой: $\Delta\Phi = (4\pi/\lambda)H_р\cos\Theta$. Как видно, она уменьшается при увеличении угла падения Θ. Амплитуда (модуляция) ПФМ волнового фронта $\Phi_м$ равна половине глубины ПФМ: $\Phi_м = \Delta\Phi/2$ и выражается следующей формулой [2, 3, 5]:

$$\Phi_м = \frac{2\pi}{\lambda}H_р\cos\Theta. \qquad (1)$$

После отражения от ГРС излучение распадается на дифракционные порядки. Зависимость мощности излучения P_0 в нулевом порядке дифракции от глубины $H_р$ отражающей дифракционной структуры и от угла падения входного оптического пучка Θ определяется соотношением [2, 3]:

$$P_0 = P_{вх}R\cos^2\left(\frac{2\pi}{\lambda}H_р\cos\Theta\right) = P_{эфф}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos\left(\frac{4\pi}{\lambda}H_р\cos\Theta\right)\right), \qquad (2)$$

где $P_{вх}$ – мощность излучения, падающего на ГРС, R – коэффициент отражения поверхности ГРС, $P_{эфф} = P_{вх}R$ – эффективная мощность излучения.

Изменение мощности излучения в нулевом порядке при изменении угла падения Θ сопровождается также изменениями мощностей в первом и в высших порядках дифракции, которые происходят в противофазе по отношению к изменению мощности в нулевом порядке дифракции. В частности, в первом порядке дифракции зависимость мощности излучения от угла падения Θ определяется соотношением [2]:

$$P_1 = P_{вх}R\frac{4}{\pi^2}\sin^2\left(\frac{2\pi}{\lambda}H_р\cos\Theta\right). \qquad (3)$$

Наибольший интерес для практических приложений представляет нулевой порядок дифракции, что обусловлено более высокой эффективностью передачи излучения с входа на выход фильтра по сравнению с вариантом, в котором мы использовали бы первый порядок дифракции. Излучение нулевого порядка дифракции выделяем с помощью простого пространственного фильтра – диафрагмы, которая расположена на расстоянии $L_ф$ от ГРС, достаточном для разделения в пространстве пучков излучений нулевого и первого порядков дифракции:

$$L_ф > k_з\frac{D_п\Lambda_р}{\lambda}, \qquad (4)$$

где $D_п$ – диаметр оптического пучка, а $k_з$ – коэффициент запаса, величина которого составляет 2...3.

Как следует из формулы (2), мощность излучения в нулевом порядке дифракции зависит от глубины рельефа, от длины волны излучения и от угла падения пучка излучения на ГРС. Зависимости выходной мощности излучения в нулевом порядке дифракции от угла падения светового пучка на поверхность ГРС приведены на рис. 2а, 2б. Мощность излучения в нулевом дифракционном порядке изменяется в диапазоне от нулевой величины $P_0 = 0$ до максимальной величины: $P_0^{max} = P_{вх}R = P_{эф}$.

Из формулы (2) следует, что максимумы зависимости $P_0(H_р,\Theta,\lambda)$ соответствуют условию

$$\cos\left(\frac{4\pi}{\lambda}H_р\cos\Theta\right) = 1,$$

которое выполняется, если $4\pi(H_р/\lambda)\cos\Theta = 2k\pi$. Из этого следует, что максимумы мощности отраженного излучения в нулевом порядке дифракции наблюдаются при следующих углах падения:

$$\Theta_{max}^k = \arccos(k\lambda/2H_р), \quad k = 0,1,2,3\ldots \qquad (5)$$

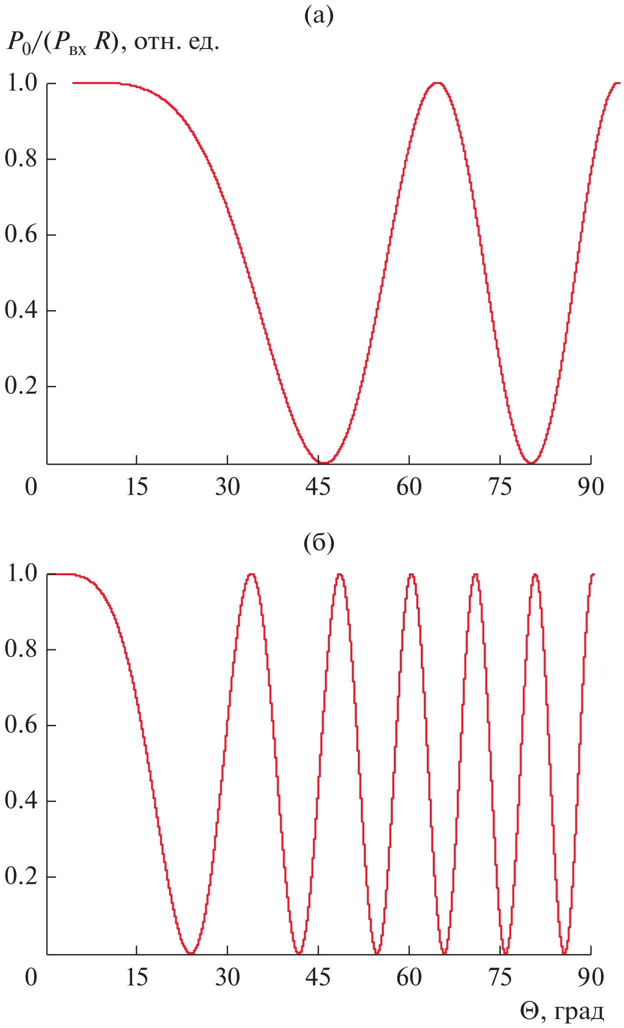

Рис. 2. Расчетные нормированные зависимости $P_0(\Theta)$ для двух значений глубины решетки: $H_р = \lambda$ (а) и $H_р = 3\lambda$ (б).

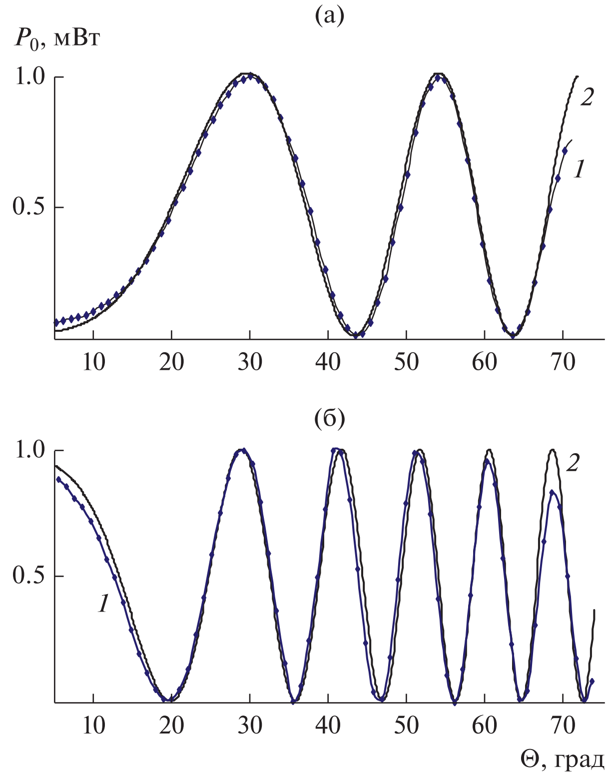

Рис. 3. Экспериментальные (*1*) и расчетные (*2*) зависимости $P_0(\Theta)$ для рельефных отражающих решеток с периодом $\Lambda_р = 100$ мкм при глубине $H_р = 1.74\lambda$ (а) и $H_р = 3.97\lambda$ (б). Каждый график нормирован на максимальное значение мощности в пучке нулевого порядка.

Значению $k = 0$ соответствует угол падения $\Theta = 90°$, что физически нереально. Из формулы (2) также следует, что минимумы зависимости $P_0(H_р, \Theta, \lambda)$ соответствуют условию

$$\cos\left(4\pi(H_р/\lambda)\cos\Theta\right) = -1,$$

которое выполняется, если $4\pi\left(H_р/\lambda\right)\cos\Theta = (2n+1)\pi$, и что минимумы мощности отраженного излучения в нулевом порядке дифракции наблюдаются при следующих углах падения:

$$\Theta_{\min}^{n} = \arccos\left(\frac{(2n+1)}{4H_р}\lambda\right) = \arccos\left(\frac{(2n+1)}{4\gamma}\right), \quad (6)$$
$$n = 0, 1, 2, 3 \ldots.$$

Число минимумов на кривых зависит от отношения $\gamma = \left(H_р/\lambda\right)$. При глубине $H_р = \lambda$ это отношение равно 2 (см. рис. 2а), а на глубине $H_р = 3\lambda$, оно равно 6 (см. рис. 2б). Заметим, что отсчет номеров k и n начинается от углов, наиболее близких к углу $\Theta = 90°$.

Экспериментальные зависимости нормированной мощности излучения нулевого порядка дифракции от угла падения излучения на ГРС, приведенные на рис. 3, с высокой степенью точности совпадают с расчетными кривыми. Это подтверждает правомерность применения в дальнейших расчетах формул (2), (5), (6).

Глубины ГРС экспериментальных образцов не были кратными целому числу длин волн, поэтому на рис. 3а, 3б в области углов падения, близких к нулю, нормированная мощность излучения нулевого порядка принимала разные начальные значения в интервале от нуля до единицы.

2. РАСЧЕТЫ ПАРАМЕТРОВ ФИЛЬТРОВ

2.1. Режекторные фильтры

Сначала рассмотрим наиболее простые фильтры, подавляющие излучение определенных длин волн. Зададим некоторую глубину рельефа $H_р$,

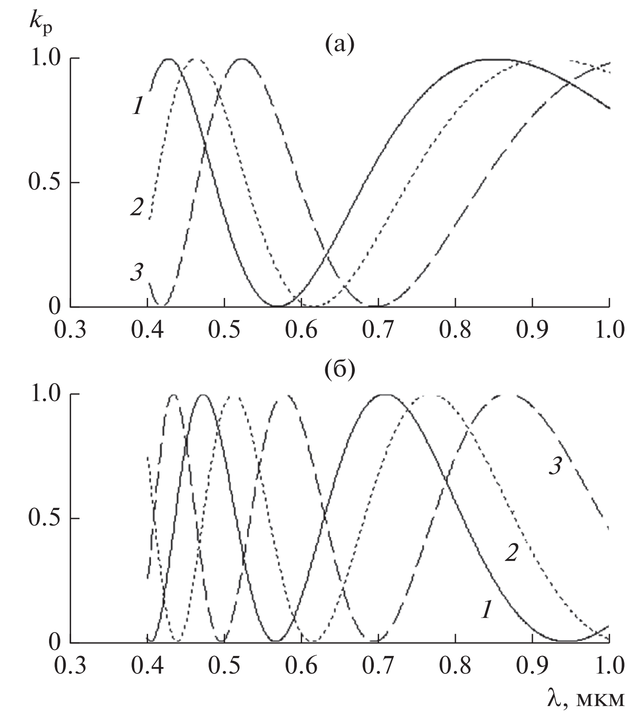

Рис. 4. Расчетные зависимости нормированного коэффициента передачи фильтра $k_р$ от длины волны падающего излучения при глубине ГРС $H_р = 0.6$ (а) и 1 мкм (б) и при различных углах падения: $\Theta_{вх} = 45$ (*1*), 40 (*2*) и 30 град (*3*).

установим и зафиксируем в качестве параметра угол падения входного пучка $\Theta_{вх}$. Выходным пучком излучения фильтра считаем пучок нулевого порядка дифракции, который выделен пространственным фильтром. Тогда зависимость коэффициента передачи мощности излучения $k_р$ с входа устройства на его выход от длины волны излучения λ будет выражена соотношением, которое следует из (2):

$$k_р = \frac{P_0}{P_{вх}R} = \cos^2\left(2\pi\frac{H_р}{\lambda}\cos\Theta_{вх}\right). \qquad (7)$$

На рис. 4а приведено семейство расчетных зависимостей $k_р(\lambda)$ при условии, что глубина рельефной структуры невелика и равна $H_р = 0.6$ мкм, и при различных значениях угла падения $\Theta_{вх}$ светового пучка на рельефную структуру.

График, приведенный на рис. 4а, демонстрирует возможность перестройки частот максимума и минимума коэффициента пропускания за счет изменения угла падения входного оптического пучка. При различных углах падения нулевые коэффициенты передачи фильтра соответствуют различным длинам волн оптического сигнала.

На рис. 4б приведено аналогичное семейство зависимостей $k_р(\lambda)$ при условии, что глубина рельефной структуры равна $H_р = 1$ мкм. При сравнении графиков, приведенных на рис. 4а и 4б, видно, что при увеличении глубины рельефной структуры величины расстояний между максимумами и минимумами кривых на оси длин волн уменьшаются.

Координаты минимумов на оси длин волн можно рассчитать по формуле

$$\lambda^n_{\min} = \frac{4H_р}{(2n+1)}\cos\Theta_{вх}. \qquad (8)$$

Как следует из анализа формулы (8) и из графиков, приведенных на рис. 3, фильтр на основе ГРС можно настроить на подавление излучения с любой длиной волны в широком диапазоне**.** При этом если излучение с некоторой длиной волны подавлено и не проходит на выход в нулевом порядке дифракции, то оно проходит в первые и в высшие порядки дифракции.

2.2. Разделяющие фильтры

Рассмотрим следующий пример построения фильтра, предназначенного для разделения двух линий в спектре излучения. Положим, что необходимо выделить излучение спектральной линии аргонового лазера, которая имеет длину волны $\lambda_2 = 0.514$ мкм, и вместе с тем подавить излучение другой спектральной линии аргонового лазера с длиной волны $\lambda_1 = 0.488$ мкм. При этом коэффициент передачи мощности излучения с входа на выход фильтра на длине волны $\lambda_{\max} = \lambda_2 = 0.514$ мкм должен быть максимальным, $k_р^{\max}$, близким к единице, а коэффициент передачи мощности на длине волны $\lambda_1 = 0.488$ мкм $= \lambda_{\min}$ должен быть минимальным, $k_р^{\min}$, близким к нулю. Рассмотрим некоторые соотношения, используя которые можно приближенно оценить необходимую глубину рельефной структуры. Рассчитаем отношение длин волн, соответствующих максимальному и минимальному значениям коэффициента передачи мощности излучения с входа на выход устройства, оно составит: $\lambda_2/\lambda_1 = 0.514/0.488 = 1.0532$.

Далее из формул (5) и (6) определим соотношение длин волн, соответствующих максимальному и минимальному коэффициентам передачи устройства с учетом условия, что угол падения в этих формулах будет один и тот же. Приравняв углы падения в формулах (5) и (6), получим

$$\frac{\lambda_{\min}}{4H_р}(1+2n) = k\frac{\lambda_{\max}}{2H_р}.$$

Отсюда получаем соотношение, полезное для дальнейших оценок

$$\beta = \frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}} = \frac{(1+2n)}{2k}. \qquad (9)$$

Можно рассматривать разные варианты: $k \neq n$ или $k = n$. Если положить $k = n$, то соотношение (9) примет вид $\beta = \lambda_{\max}/\lambda_{\min} = (1+2n)/2n$. Из этого следует, что при $n = 11$ или $n = 10$ отношение β составит соответственно

$$\beta = \frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}} = \frac{23}{22} = 1.045$$

$$\text{или}\ \ \beta = \frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}} = \frac{21}{20} = 1.05,$$

что очень близко к ранее рассчитанному отношению $\lambda_2/\lambda_1 = 1.0532$, полученному для заданных выше длин волн линий аргонового лазера. С учетом этих условий определим подходящую глубину рельефа $H_\text{р}$, для чего найдем связь между величиной $H_\text{р}$ и числом n. Аргумент функции в формуле (6) не может быть больше единицы, следовательно, должно выполняться условие

$$(2n+1)/4\gamma \le 1.$$

Отсюда следует, что число γ должно удовлетворять следующему условию:

$$\gamma \ge (2n+1)/4. \tag{10}$$

При этом, если приять, что $n = 10$, то из условия (10) следует, что величина будет $\gamma \ge 5.25$, а при $n = 11$ – величина $\gamma \ge 5.75$. Исходя из этих условий можно выбрать значение параметра $\gamma = (H_\text{р}/\lambda) = 6$. С учетом этого глубина рельефа должна составлять порядка шести длин волн. На практике для построения фильтра можно выбрать глубину рельефа равной $H_\text{р} = 3$ мкм, а число $n = 10$. При этих условиях найдем угол падения оптического пучка, при котором коэффициент передачи излучения с длиной волны $\lambda_1 = 0.488$ мкм будет равен нулю. При $n = 10$ получим в соответствии с формулой (6) расчетное значение угла падения: $\Theta_{\min} = 31.35°$. При этом же значении угла падения расчет по формуле (7) величины коэффициента передачи мощности фильтра на длине волны $\lambda_2 = 0.514$ мкм дает результат $k_\text{р} = 0.998$, что близко к 1 и вполне соответствует поставленной задаче. Зависимость коэффициента передачи мощности фильтра от длины волны излучения в диапазоне длин волн от 0.44 до 0.6 мкм, рассчитанная при значениях параметров: $\Theta = 31.35°$, $H_\text{р} = 3$ мкм, приведена на рис. 5а (кривая *1*). Один из нулей этой зависимости точно соответствует длине волны 0.488 мкм.

Далее рассмотрим, как влияет неточность глубины рельефа на параметры фильтра. Допустим, что в результате ошибок при изготовлении глубина ГРС составила 3.2 мкм вместо расчетной глубины 3 мкм. Положим, что угол падения остается при этом неизменным, равным $\Theta = 31.35°$. В этом случае кривая зависимости коэффициента передачи от длины волны (см. рис. 5а, кривая *2*) значительно смещена по оси длин волн по отношению к кривой *1*. Минимумы коэффициента передачи этой зависимости, ближайшие к заданной длине волны минимума 0.488 мкм, находятся на следующих длинах волн: $\lambda_{\min}^{10} = 0.52$ мкм и $\lambda_{\min}^{11} = 0.475$ мкм для $n = 10$ и $n = 11$ соответственно.

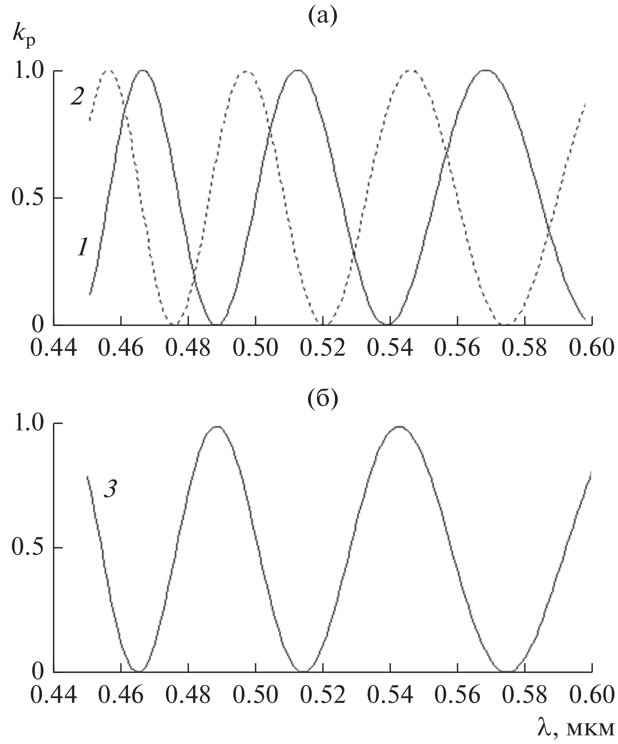

Рис. 5. Зависимости коэффициентов передачи фильтров $k_\text{р}$, построенных с применением ГРС, от длины волны излучения при различных параметрах расчета: а) $H_\text{р} = 3$ мкм, $\Theta_\text{вх} = 31.35°$ (кривая *1*), $H_\text{р} = 3.2$ мкм, $\Theta_\text{вх} = 31.35°$ (кривая *2*); б) $H_\text{р} = 3$ мкм, $\Theta_\text{вх} = 35.53°$ (кривая *3*).

Вместе с тем расчеты показывают, что погрешность настройки фильтра, которая образовалась в результате неточности изготовления ГРС, нетрудно исправить. Для этого следует изменить первоначальный угол падения входного оптического пучка $\Theta = 31.35°$ на другой угол падения, $\Theta_\text{вх} = 36.81°$. В результате после изменения угла падения входного пучка на $\Theta_\text{вх} = 36.81°$ получаем кривую зависимости коэффициента передачи от длины волны, которая фактически повторяет кривую *1* на рис. 5а. Таким образом, при глубине ГРС, равной $H_\text{р} = 3.2$ мкм после перестройки схемы, т.е. после установки нового угла падения $\Theta_\text{вх} = 36.81°$, расчетная зависимость коэффициента передачи от длины волны смещается по оси длин волн, и она практически полностью совпадает с зависимостью, рассчитанной при сочетании параметров: $\Theta = 31.35°$ и $H_р = 3$ мкм.

Дополнительно рассмотрим еще один вариант построения фильтра. Положим, что поставлена задача, обратная предыдущей: подавить излучение с длиной волны $\lambda_2 = 0.514$ мкм и при этом обеспечить максимально возможный коэффициент передачи на длине волны $\lambda_1 = 0.488$ мкм. Расчетное отношение длин волн, соответствующих максимуму и минимуму коэффициента пропускания фильтра в этом случае равно: $\lambda_1/\lambda_2 = 0.9494$. Найдем комбинации номеров n и k, при которых величина коэффициента $\beta = (2n+1)/2k$ будет наиболее близка к расчетному значению $\lambda_1/\lambda_2 = 0.9494$. Если, например, принять вариант $n = 9$, $k = 10$, то получим отношение $\beta = (2n+1)/2k = 19/20 = 0.95$, что близко к величине 0.9494. Применив формулу (6), получим следующие параметры фильтра. При прежней глубине ГРС, равной $H_р = 3$ мкм, для получения минимального коэффициента передачи на длине волны 0.514 мкм величина расчетного угла падения составит $\Theta_{вх} = 35.53°$. При этом расчетный коэффициент передачи фильтра на длине волны 0.514 мкм будет равен нулю, а расчетный коэффициент передачи на длине волны 0.488 мкм будет близок к 100% ($k_р$= 0.999). График зависимости коэффициента передачи от длины волны при этих расчетных параметрах ($H_р = 3$ мкм, $\Theta_{вх} = 35.53°$) приведен на рис. 5б. Из приведенных расчетов и графиков следует, что характеристику фильтра легко перестроить путем изменения угла падения входного пучка.

Отметим, что соотношение (9) накладывает определенные ограничения на характеристики фильтров данного типа. Можно настроить фильтр на подавление излучения, имеющего любую длину волны. Однако при этом длины волн, на которых достигается максимальный коэффициент передачи (близкий к 100%), не выбираются произвольно, а определяются с учетом соотношения (9).

Кратко опишем конструкцию фильтра, построенного по схеме, изображенной на рис. 1. Глубина рельефной структуры $H_р = 3$ мкм, при этом допустима погрешность порядка 5...10%. При выборе периода ГРС следует принимать в расчет ранее поставленные условия: $\Lambda_р \gg \lambda$, и $D_п > (2\ldots3)\Lambda_р$. Выбор периода ГРС влияет на общие габариты устройства. Если выбрать, например, $\Lambda_р = 50$ мкм, то при диаметре лазерного пучка $D_п = 1$ мм и при $k_з = 2$ величина расстояния $L_ф$, рассчитанная по формуле (4), составит $L_ф \geq 200$ мм.

Технология изготовления ГРС не сложна. Рельеф может быть изготовлен на подложке из стекла методом химического травления поверхности подложки через маску из фоторезиста, а затем рельеф следует покрыть отражающей пленкой из серебра или алюминия. Рельефная структура может быть сформирована не только на поверхности стекла, но и на поверхности таких металлов, как алюминий, медь, серебро. В частности, ГРС на поверхностях металлов хорошо подходят для изготовления фильтров для различных областей инфракрасного диапазона излучения. Установка расчетного угла падения осуществляется за счет поворота платформы *3* (см. рис. 1) с реально достижимой точностью, а затем угол падения может быть скорректирован с помощью механизма точной настройки по критерию минимальной мощности излучения на выходе устройства на выбранной длине волны.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Фильтры, построенные на основе ГРС, могут быть изготовлены как для видимого, так и для инфракрасного диапазона длин волн. Технология их изготовления достаточно проста, а материалы для их изготовления – самые обычные: стекло, металлы. Фильтры этого типа имеют гладкие зависимости коэффициента передачи мощности от длины волны, при этом величина эффективного коэффициента передачи мощности изменяется в зависимости от длины волны излучения в диапазоне от нуля до единицы. Интересной для практики особенностью фильтра данного типа является то, что характеристику зависимости коэффициента передачи мощности от длины волны легко перестроить в широких пределах путем изменения угла падения входного пучка излучения.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Проведенные научные исследования выполнены при финансовой поддержке Министерства образования и науки (программы 5-100).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Комоцкий В.А., Соколов Ю.М., Алексеев А.Н., Басистый Е.В.* // Вестник РУДН. 2009. № 4. С. 95.
2. *Комоцкий В.А., Соколов Ю.М., Басистый Е.В.* // РЭ. 2011. Т. 56. № 2. С. 243.
3. *Комоцкий В.А., Соколов Ю.М., Басистый Е.В.* // РЭ. 2012. Т. 57. № 6. С. 1.
4. *Комоцкий В.А., Соколов Ю.М., Суетин Н.В.* Устройство для фильтрации спектров оптических сигналов. Патент на полезную модель № 181381 от 11.07.2018 // БИ. 2018. № 20.
5. *Комоцкий В.А.* Основы когерентной оптики и голографии. М.: РУДН, 2011.