СОДЕРЖАНИЕ

Том 48, номер 6, 2022

ЛАЗЕРНАЯ ПЛАЗМА

Зависимость от длительности лазерного импульса максимальной энергии протонов, ускоряемых интенсивным “медленным светом”

А. В. Брантов, В. Ю. Быченков 483

Использование режима релятивистского самозахвата интенсивного лазерного импульса для высокоэнергичной электронной радиотерапии

М. Г. Лобок, В. Ю. Быченков 490

ПУЧКИ В ПЛАЗМЕ

Регистрация сверхэнергичных электронов и ионов в сильноточном импульсном генераторе релятивистского электронного пучка

С. А. Данько, О. С. Белозеров, Ю. Л. Бакшаев, С. А. Хромов 499

КОСМИЧЕСКАЯ ПЛАЗМА

Лабораторное моделирование структуры джетов молодых звезд

В. И. Крауз, А. М. Харрасов, С. А. Ламзин, А. В. Додин, В. В. Мялтон, И. В. Ильичев 506

ПЫЛЕВАЯ ПЛАЗМА

Влияние невзаимных сил на броуновское движение плазменного кристалла

А. М. Игнатов 519

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПЛАЗМЫ С ПОВЕРХНОСТЯМИ

Травление структур типа “микропровод на изоляторе”

Е. Г. Шустин, Д. В. Колодко, В. А. Лузанов, Е. Н. Миргородская, И. А. Сорокин, В. П. Тараканов, М. П. Темирязева, Е. С. Фролов 528

ДИАГНОСТИКА ПЛАЗМЫ

Распад электронно-пучковой плазмы аргона при истечении в невозбужденный газ

Н. Л. Александров, М. Н. Васильев, Т. М. Васильева 535

ИЗЛУЧЕНИЯ ПЛАЗМЫ

О парамагнитном вкладе электронов в высокочастотное спектральное распределение энергии равновесного излучения

В. Б. Бобров 543

ДИНАМИКА ПЛАЗМЫ

Механизм филаментации наносекундного поверхностного барьерного разряда положительной полярности в азоте

В. Р. Соловьев 552

НИЗКОТЕМПЕРАТУРНАЯ ПЛАЗМА

Численное моделирование фронта волны ионизации в Xe в приближении локальной энергии модели сплошной среды

К. К. Трусов 565

EDN: XYZBVL
ФИЗИКА ПЛАЗМЫ, 2022, том 48, № 6, с. 483–489

ЛАЗЕРНАЯ ПЛАЗМА

УДК 533.9

ЗАВИСИМОСТЬ ОТ ДЛИТЕЛЬНОСТИ ЛАЗЕРНОГО ИМПУЛЬСА МАКСИМАЛЬНОЙ ЭНЕРГИИ ПРОТОНОВ, УСКОРЯЕМЫХ ИНТЕНСИВНЫМ “МЕДЛЕННЫМ СВЕТОМ”

© 2022 г. А. В. Брантов[a], *, В. Ю. Быченков[a, b]

[a] *Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Москва, Россия*

[b] *Центр фундаментальных и прикладных исследований, Всероссийский научно-исследовательский институт автоматики им. Н.Л. Духова, Москва, Россия*

**e-mail: brantovav@lebedev.ru*

Поступила в редакцию 02.03.2022 г.
После доработки 30.03.2022 г.
Принята к публикации 02.04.2022 г.

На основе трехмерного численного моделирования исследована зависимость максимальной энергии ионов (протонов), ускоренных из низкоплотных мишеней, от длительности фемтосекундного лазерного импульса при его фиксированной полной энергии, что, в частности, актуально в связи последними достижениями по так называемой посткомпрессии лазерных импульсов до экстремально короткой длительности. Показано, что существует оптимальная длительность импульса, приводящая к максимальной энергии протонов, набираемой в режиме их наиболее эффективного синхронизированного ускорения “медленным светом” (A.V. Brantov *et al.*, Phys. Rev. Lett. **116**, 085004 (2016)) и что сверхукорачивание лазерного импульса не приводит к росту максимальной энергии ионов несмотря на увеличенную интенсивность лазерного света.

Ключевые слова: ультракороткий лазерный импульс, ускорение ионов, низкоплотные мишени, моделирование кодом “частица-в-ячейке”

DOI: 10.31857/S0367292122100067

1. ВВЕДЕНИЕ

Исследования ускорения ионов/протонов с помощью релятивистски-интенсивных фемтосекундных лазерных импульсов продолжаются уже более 20 лет в связи со сравнительно небольшой требующейся энергией лазера (типично мульти-Дж энергии) и ожидаемой высокой энергией ионов. Направленные пучки ионов высокой энергии и мощности представляют интерес для множества приложений, включая инициирование ядерных реакций [1, 2], получение нейтронов [3, 4], адронную терапию [5, 6], ядерную фармакологию [7, 8], протонную радиографию [9, 10] и лабораторную астрофизику [11].

Развитие лазерных технологий с изобретением усиления чирпированных импульсов и оптического параметрического усиления чирпированных импульсов открыло путь в импульсный режим работы лазеров петаваттной мощности. Этот режим теперь является обычным для длительности импульса в десятки фемтосекунд. Уже доступны лазеры петаваттного класса с приемлемым контрастом интенсивности и длительностью импульса порядка 30 фс. Следующий этап развития, относящийся к поисковому, связывается с развитием лазерных систем, основанных на дальнейшем сокращении длительности импульсов для увеличения мощности лазера без увеличения энергии лазера. Обычно, лазерные системы высокой энергии могут делать всего несколько выстрелов в день, что ограничивает возможности их практических применений, требующих высоких средних токов частиц. Чрезвычайно короткие лазерные импульсы (с длительностью до 10 фс) с высокой частотой повторения могут преодолеть этот разрыв и даже превзойти уровень мощности в несколько петаватт с интенсивностью на мишени, превышающей типичное наивысшее сейчас значение $\sim 10^{22}$ Вт/см^2. Хорошей иллюстрацией являются лазеры с уровнем мощности несколько ТВт и длительностью импульса 10 фс или даже лазер с мощностью ~1 ПВт с длительностью ~10 фс [12, 13]. При этом, актуальным становится выяснение для каких лазерно-инициируемых процессов могли бы быть преимущества от укорочения импульсов до предельных значений, обеспечивающих максимальную лазерную интенсивность.

В этой связи недавно мы обратились к задаче ускорения ионов из твердотельных мишеней. Нами было показано, что использование ультрако-

ротких лазерных импульсов позволяет увеличить энергию протонов, ускоренных из ультратонких фольг оптимальной толщины, в том случае если их фокусировка на мишень не ухудшается [14]. Это связано с ростом интенсивности лазерного излучения и увеличением характерной энергии горячих электронов. Вместе с тем на практике трудно ожидать, что при экстремально высокой мощности лазера, достигаемой за счет укорочения импульса, применение ультратонких фольг может обеспечить ускорение ионов до предсказываемых максимально возможных энергий из-за конечного (хотя и высокого) суб- и пикосекундного контраста лазерного излучения по интенсивности. Такое ограничение минимизируется при использовании более толстых низкоплотных мишеней (аэрогелий) и переходом в новый режим ускорения ионов. Так, недавно была продемонстрирована возможность существенного повышения энергии протонов с использованием таких мишеней [15]. При этом максимально возможная энергия протонов достигалась определенной синхронизацией движения ускоряемых протонов и распространения заторможенного лазерного импульса внутри мишени путем согласования лазер-плазменных параметров, обеспечивающих возникновение так называемого режима синхронизированного ускорения медленным светом (СУМС). В частности, такое согласование отвечает повышению плотности мишени при повышении интенсивности лазерного импульса [15], и важным условием СУМС является модификация профиля электронной плотности плазмы одновременно с самофокусировкой самого лазерного импульса. Возможность СУМС была численно продемонстрирована для лазерных импульсов сильнорелятивистской интенсивности длительностью 30 фс, неопределенность остается для инновационного случая предельно коротких импульсов. Восполняя этот пробел, в данной работе изучается эффективность ускорения протонов из низкоплотных мишеней в зависимости от длительности лазерного импульса в условиях заданной энергии лазера.

На первый взгляд, для более высокой интенсивности укороченного лазерного импульса энергия ускоренных протонов будет выше из-за усиленного пондеромоторного электрического поля, что формально предсказывается простой теоретической моделью, развитой для условий идеального согласования скорости ускоряемых ионов и групповой скорости лазерного импульса [16]. Однако возможность такого хорошего согласования для ультракоротких импульсов требует изучения. Более того, вследствие более быстрого изменения пондеромоторного давления и более быстрого истощения короткого импульса внутри достаточно плотной мишени, полноценная реализация СУМС выглядит затруднительной. Действительно, длина истощения [17, 18], $l \propto \propto a_0\tau(n_c/n_e)$, при фиксированной энергии лазерного импульса, $\mathscr{E}_L \propto a_0^2\tau = \text{const}$, падает как с ростом его интенсивности, $l \propto 1/a_0 n_e$, так и с плотностью мишени, тогда как уменьшение плотности мишени вредит необходимому для СУМС замедлению импульса. Здесь a_0 – стандартная безразмерная амплитуда лазерного поля, τ – длительность лазерного импульса, n_e – плотность электронов мишени и n_c – критическая плотность. Таким образом, можно ожидать что для очень коротких лазерных импульсов окажется достаточно трудно хорошо согласовать необходимую плотность мишени, определяющую групповую скорость лазера, с пондеромоторным темпом ускорения ионов. С другой стороны, для слишком большой длительности импульса, отвечающей его уменьшенной интенсивности, из-за последнего будет невозможно достичь высокой энергии ионов. Это свидетельствует о существовании оптимальной длительности импульса, приводящей к ускорению ионов до максимальной энергии. Именно эта гипотеза проверяется в данной работе проведенным численным моделированием. В качестве примера используются мощные импульсы ультракороткой длительности в интервале от 10 фс до 60 фс с полной энергией порядка 30 Дж.

2. МОДЕЛИРОВАНИЕ УСКОРЕНИЯ ПРОТОНОВ ИЗ МИШЕНЕЙ НИЗКОЙ ПЛОТНОСТИ

Трехмерное моделирование лазерного ускорения протонов проводилось с использованием кода МАНДОР, решающего систему уравнений Власова–Максвелла методом “частица-в-ячейке”. В расчетах линейно поляризованный лазерный импульс с энергией 30 Дж фокусировался на переднюю поверхность мишени в фокальное пятно с размером 4λ с гауссовым распределением интенсивности по радиусу. Такое же распределение принималось в направлении распространения импульса с длительностью, которая менялась от 10 до 60 фс, что соответствовало изменению интенсивности лазерного излучения от ~$2.75 \times \times 10^{21}$ до ~1.65×10^{22} Вт/см^2 (для длины волны падающего излучения $\lambda = 1$ мкм). Для определенности, использовались CH_2 мишени, состоящие из электронов, полностью ионизованных ионов углерода ($Zm_e/m_C = 1/(2\times 1836)$) и протонов ($Zm_e/m_p = 1/1836$). Плотность ионов мишени варьировалась вблизи плотности ~(50–100) мг/см^3), отвечающей 10–20 критическим электронным плотностям, а толщина мишени менялась от 2 до 12 мкм. Обратим внимание на принципиальную реализуемость такой промежуточной плотности с

использованием мишеней нового поколения [19], хотя для создания конкретно используемой сильно водородонасыщенной мишени еще потребуется дальнейшее развитие технологии новых материалов.

В проведенных трехмерных расчетах использовался пространственный шаг $x \times y \times z = 0.01$ мкм $\times$ 0.02 мкм $\times$ 0.02 мкм, где x отвечает направлению распространения лазерного света, поляризованного в направлении y. Полная расчетная область составляла 40 мкм в продольном направлении и 20 мкм в обоих поперечных направлениях. Мишень располагалась на расстоянии 3λ от границы входа лазерного импульса в расчетную область и в поперечном направлении занимала всю расчетную область до границы. Полное время расчета составляло порядка 200 фс. Для использовавшихся низкоплотных мишеней расчетные частицы каждого сорта в ячейке давали полное число частиц порядка 10^9. Расчеты проводились на вычислительном кластере СЛПФВЭ ФИАН. Время одного характерного расчета, требующего порядка 120 Гб оперативной памяти, составляло порядка 20 часов на 256 ядрах.

Для каждой длительности лазерного импульса и каждой плотности мишени была найдена зависимость максимальной энергии ускоренных протонов от толщины мишени. Результаты такой серии расчетов приведены на рис. 1 для лазерного импульса длительностью 10 фс. Хорошо видно, что для каждой плотности существует оптимальная толщина мишени, которая приводит к генерации протонов с максимальными энергиями. Эта толщина определяется характерным масштабом, на котором нарушается синхронизации темпа ускорения протонов с темпом нарастания интенсивности внутри мишени (последний напрямую связан с длительностью лазерного импульса). Передний фронт лазерного импульса не может проникнуть в мишень с плотностью выше критической вследствие малой интенсивности света. По мере роста интенсивности импульс начинает проникать вглубь мишени за счет релятивистской прозрачности. Этот сильно нелинейный процесс, связанный, в частности, с выбросом электронной плотности мишени при вхождении лазерного импульса в мишень, приводящий к “остановке” его переднего фронта, и последующим уменьшением плотности по мере распространения импульса, иллюстрируется на рис. 2. Из рис. 2, описывающего эволюцию лазерного импульса, также хорошо видна его самофокусировка внутри мишени, приводящая к росту максимальной амплитуды лазерного поля. Важно, что, когда скорость распространения импульса внутри мишени согласована со скоростью ускоряемых протонов, набор энергии наиболее эффективен [16]. Именно это определяет максимальную энергию ионов, достигаемую внутри мишени [15], причем они ускоряются с передней, облучаемой стороны мишени. Последнее хорошо видно из рис. 3, на котором приведена фазовая плоскость ускоряемых протонов. Некоторый дополнительный набор энергии осуществляется при вылете этих протонов с тыльной стороны мишени одновременно с вылетом лазерно-нагретых электронов за счет хорошо изученного механизма ускорения ионов полем разделения заряда (называемого в западной литературе TNSA) [20]. Для лазерного импульса длительностью 10 фс оптимальная толщина мишени составляет 4–6 мкм при изменении плотности от 8 до 24 критических плотностей. С ростом плотности оптимальная толщина несколько смещается в область меньших значений.

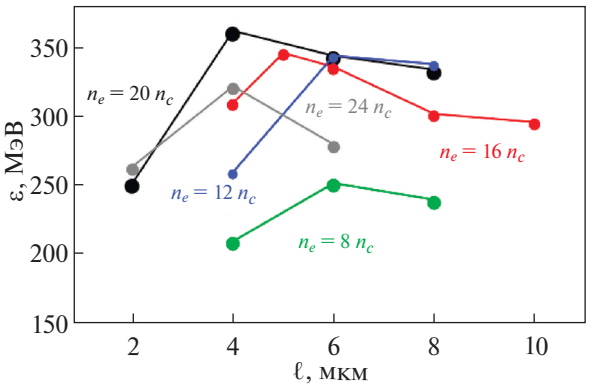

Рис. 1. (Цвет онлайн) Зависимость максимальной энергии протонов от толщины мишени различной плотности ($n_e = 8n_c$ – показана зеленым цветом, $n_e = 12n_c$ – показана синим цветом, $n_e = 16n_c$ – показана красным цветом, $n_e = 20n_c$ – показана черным цветом и $n_e = 24n_c$ – показана серым цветом) для лазерного импульса длительностью 10 фс.

Отметим, что в соответствии с предположением (Введение) существует оптимальная плотность, которая дает максимальную энергию протонов для данной длительности (интенсивности) лазерного импульса в условиях оптимизации толщины мишени. При длительности импульса 10 фс максимальная энергии (энергия отсечки) протонов, равная $\simeq$370 МэВ, достигается для электронной плотности мишени примерно равной 20 критических плотностей. Спектр ускоренных протонов имеет стандартный экспоненциальный вид (см. рис. 4), но с высокой эффективной температурой $\approx$60 МэВ. При этом, полное число ускоренных протонов с энергией превышающей 1 МэВ составляет порядка 2×10^{12}, а их полная энергия оказывается порядка 3.9 Дж. Это дает коэффициент конверсии энергии лазерного импульса в энергию ускоренных протонов на уровне 13%. В

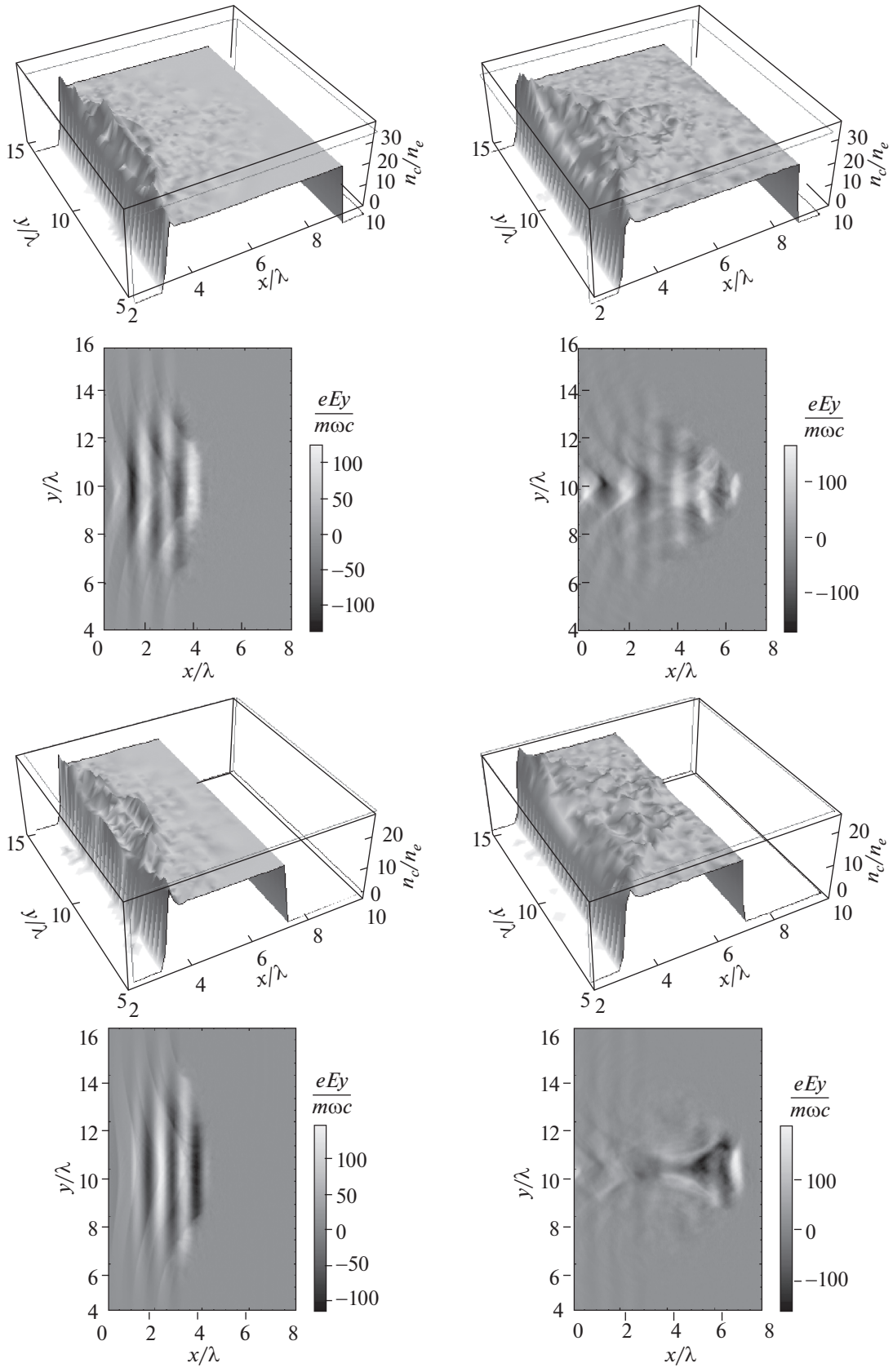

Рис. 2. Распределение плотности электронов и лазерного поля (в плоскости поляризации) для длительности импульса 20 фс и $n_e = 24n_c$ в моменты времени 55 и 73 фс (два верхних ряда соответственно), а также для длительности импульса 10 фс и $n_e = 20n_c$ в моменты времени 36 и 55 фс (два нижних ряда соответственно).

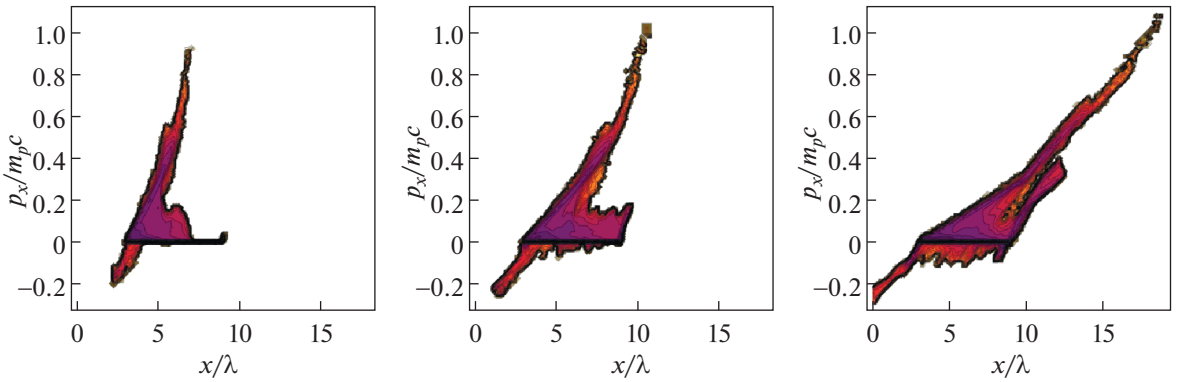

Рис. 3. (Цвет онлайн) Фазовая плоскость электронов для длительности импульса 20 фс и $n_e = 24n_c$ в моменты времени 73, 91 и 128 фс.

случае ускорения протонов из ультратонкой фольги [14] оптимальной толщины максимальная энергия протонов составляла 280 МэВ с полной энергией пучка в 2.7 Дж и коэффициентом конверсии на уровне 9% для тех же параметров лазерного пучка. Таким образом, переход к низкоплотным мишеням позволяет значительно (почти на 100 МэВ) увеличить максимальную энергию протонов по сравнению с ускорением из ультратонких твердотельных фольг.

В случае ускорения протонов из ультратонких фольг их энергия максимальна для 10 фс лазерного импульса, но для низкоплотных мишеней уменьшение длительности импульсов до предельных значений, с целью повышения энергии ионов, оказывается нецелесообразным. Так, при увеличении длительности лазерного импульса до 20 фс максимальная энергия протонов, ускоренных из мишеней с оптимальной плотностью ($24n_c$) и толщиной (6 мкм) составляет 435 МэВ. Значение максимальной энергии протонов практически не меняется при увеличении длительности импульса до 40 фс, для которого она составляет 420 МэВ (см. рис. 5). Однако в последнем случае максимальная энергии протонов достигается при плотности мишени равной $16n_c$ и толщине в 9 мкм. Дальнейшее увеличение длительности импульса до 60 фс приводит к уменьшению эффективности ускорения протонов. При этом, максимальная энергия составляет 315 МэВ. Последнее связано с уменьшением пондеромоторной силы, которая для достаточно длинных импульсов не способна создать необходимый для эффективного ускорения электронный профиль плотности (электронный выброс [15]) вблизи облучаемой поверхности, обуславливающий хорошее согла-

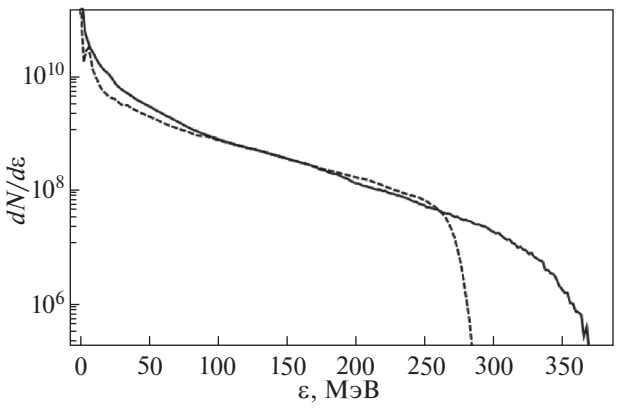

Рис. 4. Спектр протонов, ускоренных лазерным импульсом длительностью 10 фс из низкоплотной мишени оптимальной плотности и толщины (сплошная кривая) и ультратонкой фольги оптимальной толщины (штриховая кривая) на момент времени 200 фс.

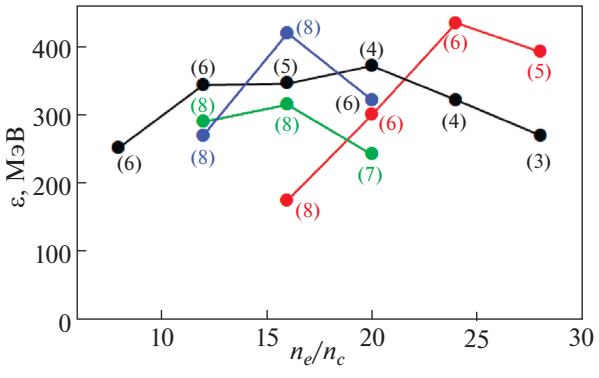

Рис. 5. (Цвет онлайн) Зависимость максимальной энергии протонов от плотности низкоплотной мишени, облучаемой лазерным импульсом длительностью 10 фс (показана черным цветом), 20 фс (показана красным цветом), 40 фс (показана синим цветом) и 60 фс (показана зеленым цветом). В скобках для каждой точки на графике показано значение оптимальной толщины мишени (в длинах волн лазерного излучения).

сование темпа ускорения протонов со скоростью прохождения сквозь мишень самого лазерного импульса. Стоит отметить, что с ростом интенсивности излучения (уменьшением длительности) сначала растет и оптимальная плотность мишени, которая приводит к ускорению протонов до максимальных энергий, от $16n_c$ для $\tau = 60$–40 фс, до $20n_c$ для $\tau = 30$ фс [15] (не показано) и затем до $24n_c$ для $\tau = 20$ фс (см. рис. 5). Однако для случая 10 фс импульса максимальная энергия ионов, отвечающая оптимальной плотности, уже не так ярко выражена, как в случаях более длинных импульсов и отвечает достаточно широкому интервалу плотностей, $12–20n_c$. Последнее, несмотря на "проигрыш" в максимальной энергии протонов, имеет определенный "выигрыш", благодаря слабой чувствительности ускорения частиц к плотности мишени, что упрощает эксперимент, сохраняя на том же уровне коэффициент конверсии.

В рассматриваемой схеме ускорения наиболее эффективно ускоряются протоны, независимо от того, какие тяжелые ионные компоненты входят в состав мишени. При этом, максимальная энергия протонов практически не зависит от их концентрации в мишени, при изменении последней от 0.5% до 25% (по отношению к числу электронов) [19]. Отметим, что ионы углерода, в силу меньшего Z/M-отношения, не могут быть синхронизованы в мишени и ускоряются только с ее тыльной стороны полем разделения заряда до максимальных энергий на уровне 60–80 МэВ на нуклон.

3. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе изучено влияние длительности лазерного импульса на эффективность ускорения протонов в режиме их синхронизированного ускорения "медленным светом" при условии заданной энергии драйвера и фокусировки излучения на мишень. При этом условии, изменение длительности лазерного импульса в 6 раз (от 10 до 60 фс), т.е. то же шестикратное изменение интенсивности падающего излучения, приводит сначала к увеличению максимальной энергии протонов в пределах от 370 до 435 МэВ, а затем к уменьшению до 315 МэВ, с максимумом в 435 МэВ при длительности импульса 20 фс (см. рис. 6). При этом, двукратное увеличение длительности до 40 фс (двукратное уменьшение интенсивности) почти не сказывается на максимальной энергии протонов (которая немного уменьшается на 3% до 420 МэВ), в то время как двукратное укорачивание импульса отвечает уже заметному падению энергии протонов на 15%. Обнаруженная зависимость от интенсивности

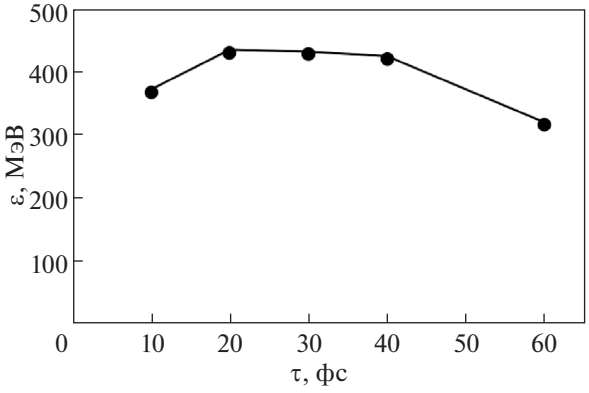

Рис. 6. Зависимость максимальной энергии протонов от длительности лазерного импульса при его фиксированной энергии (30 Дж) и заданном пятне фокусировки (4 мкм).

падающего излучения энергии отсечки ускоренных протонов с максимумом связана с ухудшением условий синхронизации ультракоротких лазерных импульсов длительностью 10 фс. Условия хорошей синхронизации для предельно коротких ПВт-импульсов недостижимы, в существенной мере из-за быстрого истощения энергии самого импульса при его распространении в плазме оптимальной плотности. На это указывает тот факт, что оптимальная плотность мишени (приводящая к максимальной энергии протонов) для 10 фс длительности импульса перестает расти с ростом интенсивности.

Таким образом, в работе показано, что при ускорении протонов из низкоплотных мишеней оптимальной плотности существует оптимальная длительность линейно поляризованного лазерного импульса при фиксированной энергии лазера, которая позволяет ускорить протоны до максимально возможной энергии. Для лазерного импульса с энергией 30 Дж оптимальная длительность составляет $\simeq$20 фс, позволяя ускорить протоны до энергии $\geqslant$400 МэВ. Хотя это и достаточно большая величина, мы констатируем, что применение посткомпрессии лазерных импульсов для увеличения их интенсивности в экспериментах по облучению низкоплотных мишеней пока не находит своего обоснования, хотя, возможно, более сложные, неоднородные по плотности мишени могли бы проверяться в дальнейших расчетах при появлении физически-обоснованных идей.

Работа написана при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в рамках гранта РФФИ–РОСАТОМ № 20-21-00023.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Быченков В.Ю., Тихончук В.Т., Толоконников С.В.* // ЖЭТФ. 1999. Т. 115. С. 2080.
2. *Labaune C., Baccou C., Yahia V., Neuville C., Rafelski J.* // Sci Rep. 2016. V. 6. P. 21202.
3. *Willingale L., Petrov G.M., Maksimchuk A., Davis J., Freeman R.R., Joglekar A.S., Matsuoka T., Murphy C.D., Ovchinnikov V.M., Thomas A.G.R., Van Woerkom L., Krushelnick K.* // Phys. Plasmas. 2011. V. 18. P. 083106.
4. *Roth M., Jung D., Falk K., Guler N., Deppert O., Devlin M., Favalli A., Fernandez J., Gautier D., Geissel M., Haight R., Hamilton C.E., Hegelich B.M., Johnson R.P., Merrill F., Schaumann G., Schoenberg K., Schollmeier M., Shimada T., Taddeucci T., Tybo J.L., Wagner F., Wender S.A., Wilde C.H., Wurden G.A.* // Phys. Rev. Lett. 2013. V. 110. P. 044802.
5. *Буланов С.В., Хорошков В.С.* // Физика плазмы 2002. Т. 28. С. 493.
6. *Linz U., Alonso J.* // Phys. Rev. Accel. Beams. 2016. V. 19. P. 124802.
7. *Nemoto K., Maksimchuk A., Banerjee S., Flippo K., Mourou G., Umstadter D., Bychenkov V.Yu.* // Appl. Phys. Lett. 2001. V. 78. P. 595.
8. *Bychenkov V.Yu., Brantov A.V., Mourou G.* // Laser Particle Beams. 2014. V. 32. P. 605.
9. *Borghesi M., Schiavi A., Campbell D.H., Haines M.G., Willi O., MacKinnon A.J., Gizzi L.A., Galimberti M., Clarke R.J., Ruhl H.* // Plasma Phys. Controlled Fusion. 2001. V. 43. P. A267.
10. *Cobble J.A., Johnson R.P., Cowan T.E., Renard-Le Galloudec N., Allen M.* // J. Appl. Phys. 2002. V. 92. P. 1775.
11. *Park H.-S., Ryutov D.D., Ross J.S., Kugland N.L., Glenzer S.H., Plechaty C., Pollaine S.M., Remington B.A., Spitkovsky A., Gargate L., Gregori G., Bell A., Murphy C., Sakawa Y., Kuramitsu Y., Morita T., Takabe H., Froula D.H., Fiksel G., Miniati F., Koenig M., Ravasio A., Pelka A., Liang E., Woolsey N., Kuranz C.C., Drake R.P., Grosskop M.J.* // High Energy Density Phys. 2012. V. 8. P. 38.
12. *Mironov S.Yu., Wheeler J.A., Khazanov E.A., Mourou G.A.* Optics Lett. 2021. V. 46. P. 4570. https://doi.org/10.1364/OL.438154
13. *Ginzburg V., Yakovlev I., Kochetkov A., Kuzmin A., Mironov S., Shaikin I., Shaykin A., Khazanov E.* // Optics Express. 2021. V. 29. P. 28297. https://doi.org/10.1364/OE.434216
14. *Brantov A.V., Bychenkov V.Yu.* // Phys. Plasmas. 2021. V. 28. P. 063106. https://doi.org/10.1063/5.0048024
15. *Brantov A.V., Govras E.A., Kovalev V.F., Bychenkov V.Yu.* // Phys. Rev. Lett. 2016. V. 116. P. 085004. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.116.085004
16. *Быченков В.Ю., Говрас Е.А., Брантов А.В.* // Письма ЖЭТФ. 2016. Т. 104 С. 640. https://doi.org/10.7868/S0370274X16210062
17. *Decker C.D., Mori W.B., Tzeng R.C., Katsouleas T.* // Phys. Plasmas. 1996 V. 3. P. 2047.
18. *Bychenkov V.Yu., Lobok M.G., Kovalev V.F., Brantov A.V.* // Plasma Phys. Control. Fusion. 2019. V. 61. P. 124004. https://doi.org/10.1088/1361-6587/ab5142
19. *Brantov A.V., Obraztsova E.A., Chuvilin A.L., Obraztsova E.D., Bychenkov V.Yu.* // Phys. Rev. Acc. Beam. 2017. V. 20. P. 061301. https://doi.org/10.1103/PhysRevAccel-Beams.20.061301
20. *Wilks S.C., Langdon A.B., Cowan T.E., Roth M., Singh M., Hatchett S., Key M.H., Pennington D., MacKinnon A., Snavely R.A.* // Phys. Plasmas. 2001. V. 8. P. 542.

EDN: FFFHZJ
ФИЗИКА ПЛАЗМЫ, 2022, том 48, № 6, с. 490–498

ЛАЗЕРНАЯ ПЛАЗМА

УДК 533.9

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РЕЖИМА РЕЛЯТИВИСТСКОГО САМОЗАХВАТА ИНТЕНСИВНОГО ЛАЗЕРНОГО ИМПУЛЬСА ДЛЯ ВЫСОКОЭНЕРГИЧНОЙ ЭЛЕКТРОННОЙ РАДИОТЕРАПИИ

© 2022 г. М. Г. Лобок[a], *, В. Ю. Быченков[b]

[a] *Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Москва, Россия*

[b] *Центр фундаментальных и прикладных исследований, Всероссийский научно-исследовательский институт автоматики им. Н.Л. Духова, Москва, Россия*

**e-mail: mglobok@me.com*

Поступила в редакцию 31.03.2022 г.
После доработки 21.04.2022 г.
Принята к публикации 22.04.2022 г.

Проведено сквозное трехмерное численное “частица-в-ячейке–Монте-Карло” моделирование новой схемы реализации электронной радиотерапии на основе ускорения электронов мощным фемтосекундным лазерным импульсом, распространяющимся в плазме субкритической плотности в режиме релятивистского самозахвата (V. Yu. Bychenkov *et al.*, Plasma Phys. Control. Fusion. 2019. V. 61. P. 124004). На основе проведенного моделирования распределения вложенной дозы электронными сгустками, ускоряемыми в таком режиме высокой эффективности, показано, что лазерная установка уровня $\geqslant$100 ТВт способна обеспечить терапию глубоко расположенных образований в мягких биотканях с рядом преимуществ по сравнению с традиционными лучевыми методами.

Ключевые слова: лазерное ускорение, самозахват, моделирование методом частиц в ячейках, радиотерапия, GEANT4, PIC, VHEE

DOI: 10.31857/S0367292122100213

1. ВВЕДЕНИЕ

Исследования ускорения электронов с помощью релятивистски-интенсивных фемтосекундных лазерных импульсов продолжаются уже более 20 лет в связи перспективой различных применений. Среди них важное место занимают исследования по применению лазерно-ускоренных электронов для радиационной терапии. Хотя такие исследования и были начаты почти 20 лет назад, только сейчас, благодаря развитию лазерных и лазерно-плазменных технологий, обеспечивающих достаточную стабильность параметров генерируемых сгустков электронов, появляются серьезные основания для внедрения лазерной радиотерапии. При этом механизм получения электронов с терапевтическими энергиями связывается с современными реализациями давно предложенного кильватерного метода ускорения частиц [1].

Естественно, что первые шаги были сделаны для обоснования потенциальной возможности новой терапии с помощью низкоэнергетичных (1–2 десятка МэВ) лазерно-ускоренных электронов [2, 3], хотя электроны таких энергий давно используются на практическом уровне для интраоперационной электронно-лучевой терапии. Это, конечно, сдерживало предложенный лазерный подход с низкоэнергетичными электронами. Ситуация качественно меняется применительно к использованию электронов с энергией 60–250 МэВ, так называемых “электронов очень высоких энергий” – VHEE в англоязычной аббревиатуре (very high-energy electrons), способных глубоко проникать в мягкие биоткани. На это было обращено внимание в работе [4], где на основе Монте-Карло моделирования распределения дозы в водяном фантоме от экспериментально получаемого 170 МэВ электронного пучка прогнозировалась возможность создания источника для терапии глубокого проникновения.

В последнее время исследования по терапевтическому применению лазерно-плазменного кильватерного ускорения электронов быстро расширяются, со все возрастающим потоком публикаций [5–9], чему в немалой степени способствует повышенный интерес к так называемой FLASH-радиотерапии (ультрабыстрое вложение дозы) на основе традиционных источников лучевого облучения, например, электронным пучком линейного ускорителя [10]. Начиная с исследований 1960-х гг. [11], уже накоплена масса данных, свидетельствующих о преимуществах быстрого

вложения дозы для уменьшения поражения здоровых тканей. Если для традиционных источников достигаемый темп вложения дозы не превышает 10^8 Гр/с, то для лазерного источника он может составлять 10^{12}–10^{14} Гр/с с очевидной необходимостью целенаправленного исследования дополнительных преимуществ от такой экстремально короткой длительности электронного импульса.

Кильватерное ускорение – это многообещающий подход к ускорению электронов до высоких энергий на лабораторном масштабе для создания компактных радиационно-ядерных источников. Именно на его основе обсуждается лазерный источник VHEE для электронной радиотерапии. Для этого, с одной стороны, требуется, чтобы лазерный импульс каналированно проходил много рэлеевских длин, чтобы обеспечить большую длину ускорения и, следовательно, необходимые для глубокой радиотерапии энергии от нескольких десятков до нескольких сотен МэВ, а с другой, мог распространяться в достаточно плотной плазме, которая позволяла бы получать максимально возможный заряд ускоренного сгустка электронов. До сих пор экспериментально регистрируемые типичные заряды электронных сгустков с энергией $E = 100$–250 МэВ оказываются значительно ниже 1 нКл, что в практическом плане сдерживает продвижение лазерно-электронной радиотерапии с точки зрения необходимости обеспечить доставку в мишень терапевтической дозы без затягивания времени процедуры. Для получения электронных пучков с энергией $\geqslant 100$ МэВ требуются лазеры мульти-Дж энергии, которые не обладают достаточно высокой частотой следования импульсов, типично ограниченной величиной ~1 Гц. Соответственно, получение электронных сгустков с зарядом нКл-уровня весьма востребовано для лазерно-электронной радиотерапии.

Недавно, такой источник электронов был предложен в наших работах [12–14] с использованием кильватерного ускорения электронов лазерным импульсом, распространяющимся в режиме релятивистского самозахвата в плазме субкритической плотности электронов, при котором ускорительная структура выглядит как распространяющаяся почти со скоростью света каверна электронной плотности, заполненная лазерным полем – лазерная пуля. Лазерная пуля устойчиво проходит расстояние порядка десяти рэлеевских длин даже в рассматриваемой достаточно плотной плазме, пока из-за потерь не происходит полное истощение лазерного импульса. В режиме релятивистского самозахвата дифракционная расходимость сбалансирована релятивистской нелинейностью плазмы, таким образом, что самофокусировки на ось не происходит и самосогласованно устанавливающийся радиус каверны остается практически неизменным в течение всего времени распространения импульса, вплоть до его истощения. При этом, длина лазерного импульса заметно превышает как плазменную длину волны, так и его ширину. Такой режим распространения, по существу, аналогичен выявленному почти 60 лет назад самозахвату слабых лазерных импульсов с кубической нелинейностью [15–17] и именно поэтому был назван релятивистским самозахватом [12, 13].

В настоящей работе проведено сквозное трехмерное численное “частица-в-ячейке–Монте-Карло” моделирование распределения дозы от лазерно-ускоренных электронов в новой схеме реализации радиотерапии на основе ускорения частиц мощным фемтосекундным лазерным импульсом, распространяющимся в режиме релятивистского самозахвата [12–14]. Работа не претендует на исчерпывающее дозиметрическое исследование радиационной методики облучения локализованной области в мягких тканях и без использования специальных средств управления электронным пучком ставит своей главной целью доказательство того, что предлагаемый режим лазерного ускорения электронов может быть эффективным способом радиотерапии будущего с помощью сравнительно небольших лазерных установок, уже доступных на коммерческом рынке.

2. СХЕМА ЛАЗЕРНО-ЭЛЕКТРОННОЙ РАДИОТЕРАПИИ

Поскольку главной целью работы ставится исследование возможности реализации метода электронного облучения в радиотерапии с помощью имеющихся лазеров, мы рассматриваем фемтосекундные лазерные импульсы на уровне мощности $P \sim 100$ ТВт, а именно, два примера $P \simeq 34$ ТВт и $P \simeq 135$ ТВт. В обоих случаях FWHM-длительность лазерного импульса составляла 30 фс, а FWHM-размер фокального пятна равнялся $2R_L \simeq 4\lambda$ (λ – длина волны лазерного излучения). Ниже для определенности принято $\lambda = 1$ мкм. Соответственно, стандартная безразмерная амплитуда, a_0, рассматриваемых лазерных импульсов составляет $a_0 \simeq 12$ ($P \simeq 34$ ТВт), $a_0 \simeq 24$ ($P \simeq 135$ ТВт).

Проведенное в последние годы трехмерное численное PIC (“частица-в-ячейке”) моделирование показало, что устойчивое распространение в однородной плазме релятивистски интенсивного лазерного импульса, т. е. импульса с безразмерной амплитудой поля $a_0 \gg 1$, на расстояние, много большее рэлеевской длины, требует определенного согласования поперечного размера распространяющейся каверны, с плотностью

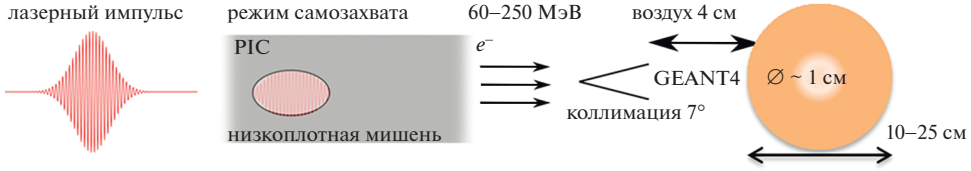

Рис. 1. Иллюстративная дизайн-схема, отвечающая проведенному моделированию PIC-GEANT4.

плазмы и интенсивностью лазерного импульса [12]. Именно, только при таком условии релятивистского самозахвата лазерного света, обоснованном теорией [13, 18, 19], оказывается возможным эффективное ускорение электронов, самоинжектирующихся в плазменную каверну, на длине истощения лазерного импульса, L_d, определяемой потерями энергии импульса на "распихивание" электронов среды его фронтальной частью, $L_d \approx a_0(c\tau)n_c/8n_e$, где τ – длительность лазерного импульса, n_e – электронная плотность среды, n_c – критическая электронная плотность. Отвечающее режиму самозахвата лазерно-плазменное согласование записывается в виде условия $R \simeq 2(c/\omega)\sqrt{a_0(n_c/n_e)}$, где ω – частота лазера, ω_p – электронная плазменная частота плазмы, R – самосогласованный радиус каверны. Таким образом, только определенный радиус каверны для заданных интенсивности и плотности плазмы отвечает стабильному распространению импульса, причем он "автоматически" устанавливается, если радиус лазерного фокального пятна, R_L, подбирается близким к размеру R, отвечающему условию самосогласования в силу эффекта аттрактора нелинейно-оптической динамической системы к структуре солитонного типа – лазерной пули. При этом, условие релятивистского самозахвата, благодаря устойчивому распространению лазерного импульса вплоть до полного истощения лазерного импульса, обеспечивает генерацию ультрарелятивистских электронов с максимальным полным зарядом. Следует отметить, что режим релятивистского самозахвата реализуется при фокусировке мощного лазерного импульса и на мишень с околокритической плотностью, естественно имеющую неоднородный профиль на границе с вакуумом при правильном выборе положения фокуса лазерного света и размера пятна фокусировки на профиле плотности, причем без ухудшения характеристик лазерно-ускоренных электронов [14]. По этой причине, здесь мы, как и в работах [12, 13], ограничиваемся рассмотрением однородной среды.

Мы описываем ускорение электронов в режиме лазерной пули с помощью трехмерного PIC-моделирования высокопроизводительным релятивистским электромагнитным кодом VSim. Линейно поляризованный лазерный импульс распространяется сквозь плазму с электронной плотностью $0.05n_c$ (для $a_0 \simeq 12$) или $0.1n_c$ (для $a_0 \simeq 24$), что соответствует режиму самозахвата. Моделирование проводилось с использованием метода движущегося окна с шагом пространственной сетки $0.02\lambda \times 0.1\lambda \times 0.1\lambda$ в окне моделирования $X \times Y \times Z = 58\lambda \times 44\lambda \times 44\lambda$. Результаты PIC-моделирования, устанавливающие пространственно-импульсные характеристики электронов ускоренного сгустка, передавались для Монте-Карло моделирования (с помощью кода GEANT4) его распространения в терапевтической мишени, в качестве которой использовалась среда из библиотеки GEANT4, описывающая мягкие ткани (модельный фантом из биоткани). Иллюстративная дизайн-схема, отвечающая проведенному моделированию PIC-GEANT4 представлена на рис. 1. Здесь мы не применяем специальные способы коллимации/фокусировки электронного пучка перед его входом в фантом, а используем модельный пинхол на выходе их лазерной мишени, отсекающий электроны вне 7°-угла раствора конуса (см. рис. 1) и электроны с энергией меньшей 60 МэВ, не представляющие интерес для радиотерапии. Фантом имеет форму шара с диаметром 10 см для случая $a_0 \simeq 12$ и 25 см $a_0 \simeq 24$. При использовании его облучения с разных сторон (для определенности, в одной плоскости), это позволяет максимизировать поглощенную дозу в объеме ~1 см^3 при расположении фантома на расстоянии 4 см.

3. ЭЛЕКТРОННЫЙ ПУЧОК

Проведенное трехмерное PIC-моделирование в условиях согласования размера фокального пятна падающего на плазму лазерного импульса с мощностью лазера и электронной плотностью среды [12, 13], т.е. в режиме релятивистского самозахвата лазерного света, показывает эффективную генерацию высокоэнергетичных электронов, которые попадают в ускоряющую каверну в ее задней части. Реализация такого режима релятивистского самозахвата в плазме с достаточно высокой плотностью обеспечивает максимально возможный заряд электронного сгустка с терапевтическими энергиями и максимально воз-

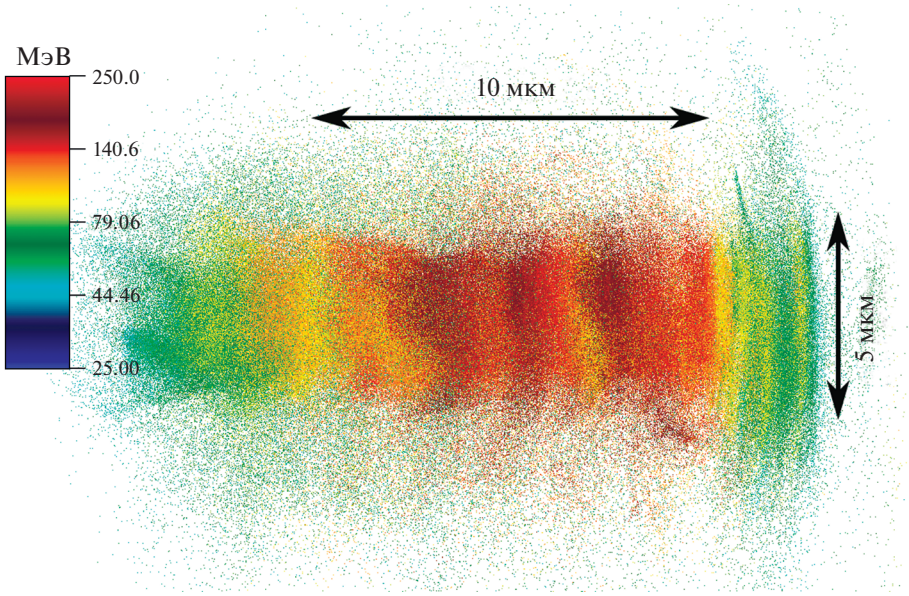

Рис. 2. Вид лазерно-ускоренного электронного пучка, вылетающего вдоль направления распространения импульса, с направления поляризации лазерного пучка. Взято из PIC-моделирования для $a_0 \simeq 24$. Цветом иллюстрируется энергетическое распределение частиц (шкала в МэВ).

можную конверсию энергии лазерного импульса в энергию этих электронов. Ускорение электронов происходит сильным электростатическим полем каверны, причем их инжекция в ускоряющую фазу этого поля осуществляется сильным лазерным полем, фактически мгновенно, на фс-масштабе времени, в силу огромного темпа их начального разгона лазерным полем ультрарелятивистской интенсивности, $a_0 \gg 1$ [20].

Проходя ускоряясь длину, порядка длины истощения лазерного импульса, ≈250 мкм (для $a_0 \simeq 24$) и ≈130 мкм (для $a_0 \simeq 12$) электронный сгусток покидает мишень, имея длину порядка длины лазерной пули, $\tau \approx 10$ мкм и поперечный размер порядка размера пятна ускоряющей каверны, $R \approx 5\lambda \gtrsim R_L$. Высокоэнергетичные электроны достаточно хорошо коллимированы и характеризуются эмиттансом ~100 мрад · мкм. Пространственное распределение вылетающего (в направлении распространения импульса) электронного пучка с демонстрацией его энергетического распределения иллюстрируется на рис. 2, а спектры лазерно-ускоренных электронов представлены на рис. 3. Последним свойственно характерное платообразное распределение с достаточно резкой отсечкой по энергии, ~200 МэВ (для $a_0 \simeq 24$) и ~100 МэВ (для $a_0 \simeq 12$). Использование пинхола (рис. 1) для лазерно-ускоренного электронного пучка позволяет избавиться от массы низкоэнергетичных электронов, которые распространяются преимущественно под большими углами относительно оси. На рис. 4 предствлены спектры электронов с пониженной после пинхола расходимостью, которые направляются в “терапевтическую” мишень. Как и следовало ожидать из сравнения с рис. 3, видны потери электронного заряда для частиц с энергией ≥60 МэВ. Для $a_0 \simeq 12$ заряд уменьшается в 2.5 раза, до 0.53 нКл, а для $a_0 \simeq 24$ в 2.8 раза, до 1.7 нКл. Для самых высокоэнергетичных частиц, ≥120 МэВ ($a_0 \simeq 24$), их полный заряд уменьшается в 3.5 раза, до 1.3 нК. Тем не менее оставшийся заряд оказывается на достаточно высоком, нКл-уровне, и такое уменьшение не является критичным для лазерного метода. Полный заряд рассматриваемых электронных пучков существенно превышает найденный в работах [7, 8], что сводит к минимуму количество необходимых лазерных выстрелов для достижения медицинской дозы, обеспечивая реальный шанс на внедрение лазерно-электронной радиотерапии.

4. ДОЗИМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Лазерно-генерируемый электронный пучок из PIC-расчетов использовался в GEANT4-моделировании для облучения “терапевтической” мишени (рис. 1), что стандартно должно проводиться с нескольких сторон для уменьшения радиационной нагрузки здоровых тканей и однородного покрытия всей пораженной области. Прежде всего мы изучили распространение отдельного высокоэнергетичного электронного сгустка (VHEE)

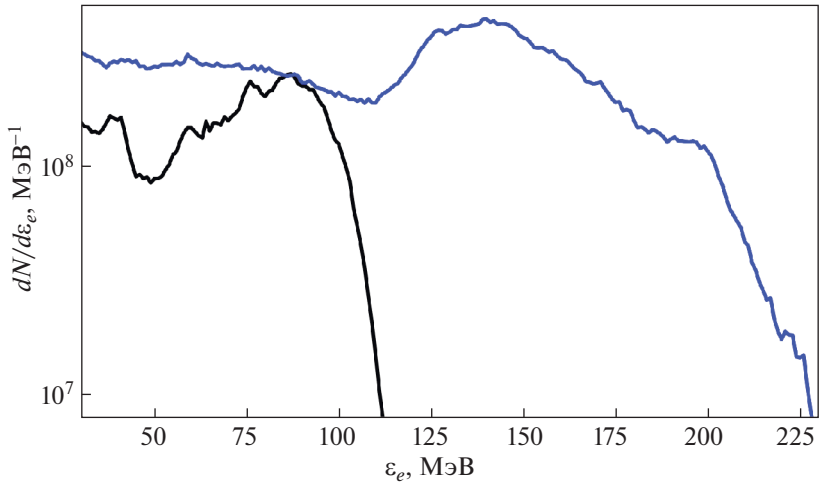

Рис. 3. Спектры ускоренных электронов (PIC-моделирование), вылетающих из лазерной мишени для $a_0 \simeq 12$ (черная кривая) и $a_0 \simeq 24$ (синяя кривая).

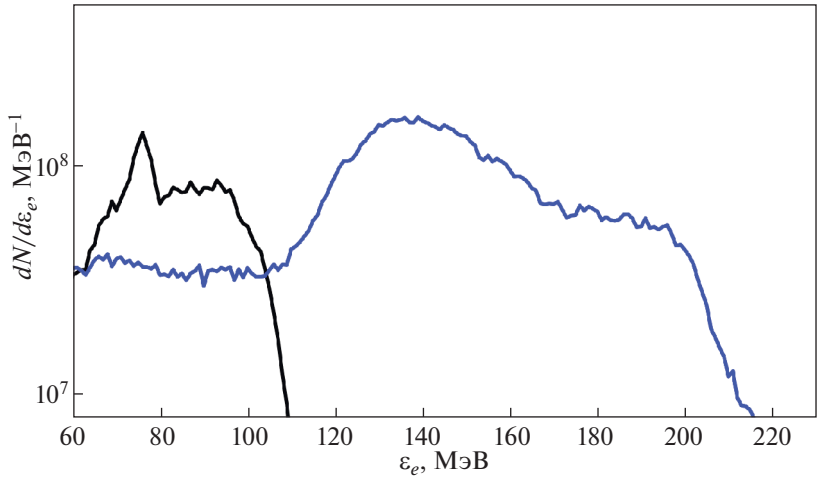

Рис. 4. Спектры электронов, прошедших через модельный пинхол $a_0 \simeq 12$ (черная кривая) и $a_0 \simeq 24$ (синяя кривая).

в модельном фантоме из биоткани. На рис. 5 изображено нормированное интегральное распределение поглощенной дозы по глубине вдоль направления распространения электронного пучка для рассматриваемых случаев $a_0 \simeq 24$ и $a_0 \simeq 12$. В качественном плане оно подобно хорошо изученному распределению процентной глубинной поглощенн дозы для облучающего биоткань моноэнергетического пучка от ускорителя (см., например, [21]). Согласно рис. 5, лазер мощностью 135 ТВт может быть применен для терапии глубокорасположенных опухолей, на глубине 15–20 см, и менее заглубленных новообразований, которые могли бы облучаться с помощью 34 ТВт-лазера.

Картина многостороннего облучения целевой области, размером порядка 10 мм, иллюстрируется рис. 6. При этом, использовано 16 выстрелов лазера, доставляющих дозу в центр фантома с помощью одинаковых электронных пучков, направляемых с равномерным шагом по углу в одной плоскости в широком конусном растворе, ≈160°. В зависимости от мощности лазера и глубины залегания целевой области доставляемая в нее доза составляла от 3 до 25 Гр. Это означает, что для серии в несколько выстрелов, например, ~10 за сеанс, число сеансов облучения для получения полной характерной медицинской дозы может составить число, меньшее, чем для традиционной лучевой терапии. Например, при

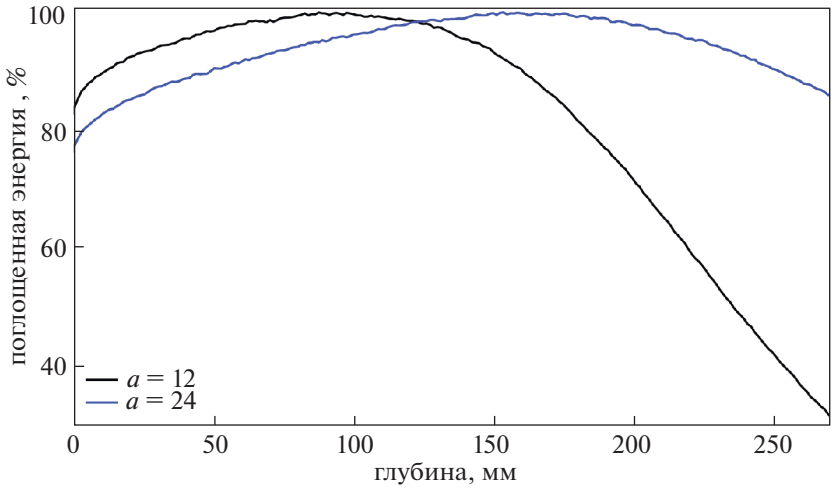

Рис. 5. Процентная глубинная поглощенная доза в модельном фантоме из биоткани для $a_0 \simeq 12$ и $a_0 \simeq 24$.

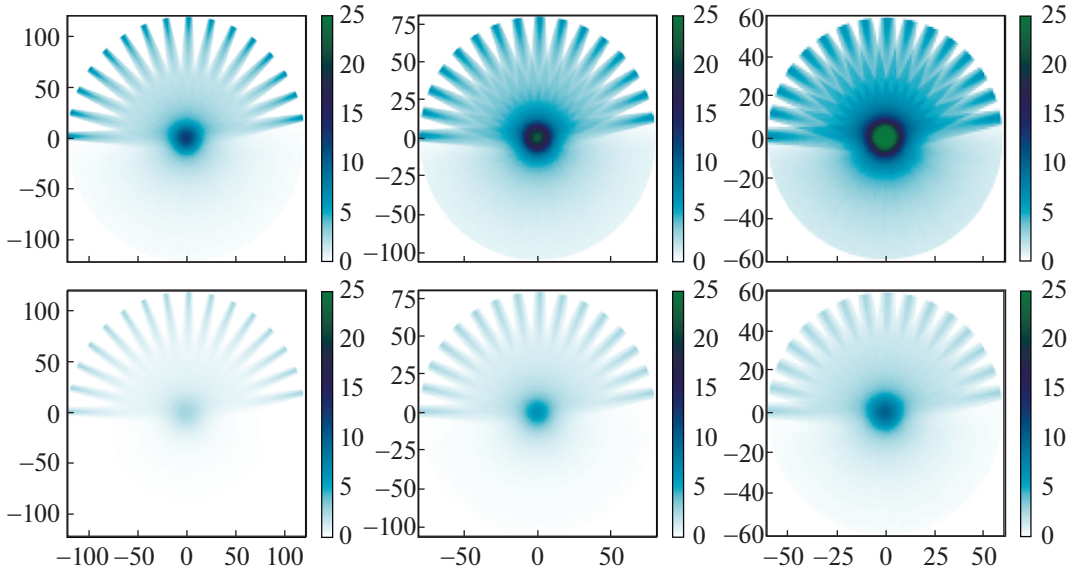

Рис. 6. Распределение поглощенной дозы в модельном фантоме из биоткани при облучении с 16 сторон (шкала в Гр). Верхний ряд относится к 135 ТВт-ному облучающему импульсу, нижний – к 34 ТВт-ному. Облучаемая область находится на глубине 120, 80 и 60 мм (слева-направо). Представленные размеры даны в мм.

12 многосторонних выстрелах за сеанс для достижения медицинской дозы 50 Гр потребуется 10 сеансов облучения целевой области на глубине 120 мм с использованием 135 ТВт лазера ($a = 24$) и 12 сеансов облучения целевой области на глубине 60 мм для 34 ТВт лазера ($a = 12$).

Отметим, что для приведенных примеров, согласно рис. 6, на поверхности “терапевтической” мишени поглощенная доза оказывается меньше или по крайней мере не превышает известный предельный безопасный уровень, ~8 Гр, который для режима FLASH оказывается даже существенно выше [10]. Для детализации продольно-поперечного профиля поглощенной дозы на рис. 7а дается увеличенное изображение распределения поглощенной дозы в области шириной 24 мм, прилегающей к оси одного из пучков со спектром из рис. 4 ($a_0 \simeq 24$), в сравнении со случаем облучения коллимированными пучками моноэнергетических электронов с энергией 120 МэВ (средняя энергия плато в энергетическом распределении лазерно-ускоренных электронов),

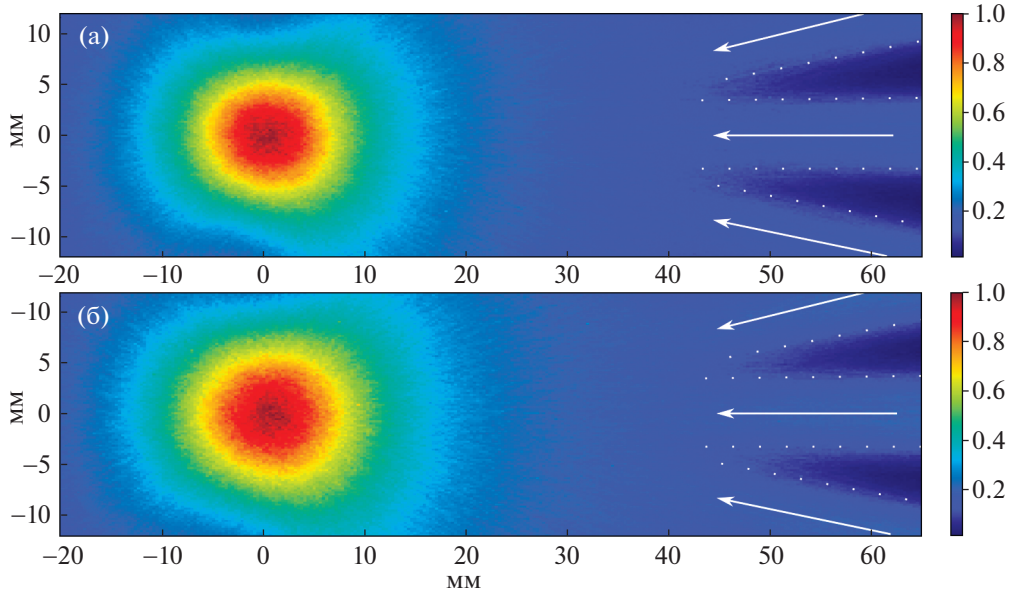

Рис. 7. Изображение распределения поглощенной дозы в фантоме в области вдоль одного из пучков (шкала в Гр) в случаях: коллимированных лазерно-ускоренных электронных пучков ($a_0 \simeq 24$) (а) и аналогичного облучения коллимированными монохроматическими электронными пучками с энергией 120 МэВ (б). В обоих случаях целевая область находится на глубине 120 мм от границы облучаемой мишени. Стрелками отмечены направление выделенного пучка и двух соседних (всего 16 пучков), а точки маркируют границы пучков.

иллюстрируемым рис. 7б. Соответственно, слаборасходящиеся пучки лазерно-ускоренных электронов искусственно преобразованы в коллимированные, что предполагает включение в рассматриваемый дизайн (рис. 1) фокусирующей системы f/∞. Полный заряд монохроматического пучка выбран равным полному заряду лазерно-ускоренных частиц. Согласно рис. 7 немонохроматический спектр электронов не приводит к значительному изменению пространственного распределения поглощенной дозы по сравнению с монохроматическим пучком, характерным для электронного пучка из классического ускорителя. Более того, отметим несколько меньший ореол поглощения для лазерно-ускоренных электронов, который вероятно может быть еще несколько уменьшен с использованием системы магнитной фокусировки, что пока не входит в нашу расчетную модель. Стрелками на рис. 7 отмечены оси электронных пучков. Границы пучков выделены точечными линиями, позволяющими четко видеть сохраняющуюся ширину пучков вплоть до области их геометрического перекрытия вблизи целевой области, что иллюстрирует малость эффекта рассеяния высокоэнергетичных частиц.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В целом, проведенное в работе исследование хотя и не обладает достаточной полнотой технической реализации, показывает перспективность разработки метода лазерно-электронной радиотерапии на основе режима релятивистского самозахвата интенсивного светового импульса. Оно обосновывает возможность использования уже имеющихся коммерческих фемтосекундных лазеров [22, 23], что облегчает задачу перехода от расчетно-теоретического этапа разработки новой радиационно-терапевтической методики к его экспериментальному и технологическому продолжениям.

Развитие метода лазерно-электронной радиотерапии глубоко расположенных областей имеет объективные предпосылки, уже обладая рядом преимуществ по сравнению с традиционными методами, число которых может увеличиваться по мере накопления новых данных. Так, по сравнению с адронной терапией, важными преимуществами использования лазерного метода является компактность установки, ее гораздо более низкая и постоянно уменьшающаяся цена, а также отмеченная выше возможность использования существующих коммерческих лазеров. Стоит отметить, что и по сравнению с традиционными электронными ускорителями на энергии частиц, обеспечивающие глубокую радиотерапию, 100–250 МэВ, эти преимущества также сохраняются. Продемонстрированная фокусируемость немоноэнергетического электронного пучка квадрупольными магнитными линзами [8, 24] свидетельствует о возможности определенной ло-

кализации поглощенной дозы для лазерно-ускоренных электронов, что вероятно могло бы конкурировать с брэгговским пиком протонов/ионов. Схема типа паук распараллеливания лазерного луча позволит вести одновременное обслуживание нескольких терапевтических помещений, уменьшая время занятости лучевой установки на один сеанс, что с практической точки зрения невозможно для пучков заряженных частиц. Ряд физических процессов, сопровождающих распространение электронного сгустка VHEE в ткани, также протекает с некоторым преимуществом: достаточно малое рассеяние в воздухе и биотканях, определяемая фактором E^{-2}, слабая чувствительность к неоднородностям (участки костной ткани) [25], дозиметрическое преимущество перед классическими источниками, связанное с несколько меньшим поражением здоровых тканей при сохранении терапевтического эффекта в пораженной области, что отмечалось в целом ряде работ по дозиметрии для VHEE-сгустков короткой длительности. Наконец, отметим, что гарантированность FLASH-эффекта с лазерным источником, обеспечивающим скорость вложения дозы на порядки большую, чем до сих пор рассматриваемые с использованием традиционных источников, может влиять на стадию химических превращений в клетках. Последнее не исключает возможность усиления позитивных проявлений от FLASH эффекта, хотя и требует целенаправленного изучения.

В качестве заключительного замечания, обратим внимание на еще один возможный вариант лазерной FLASH-радиотерапии. Дело в том, что, помимо VHEE, лазерный источник электронов дает значительно большее число электронов, ускоренных до умеренных энергий, 5–20 МэВ, тормозное излучение которых может давать рекордно большие потоки фотонов терапевтических энергий [26]. Оценка перспектив такого метода в сравнении с традиционной гамма-терапией будет интересной и важной задачей.

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (Соглашение № 075-15-2021-1361).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Tajima T., Dawson J.* // Phys. Rev. Lett. 1979. V. 43. P. 267. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.43.267
2. *Kainz K.K., Hogstrom K.R., Antolak J.A., Almond P.R., Bloch C.D., Chiu C., Fomytskyi M., Raischel F., Downer M., Tajima T.* // Med. Phys. 2004. V. 31. P. 2053. https://doi.org/10.1118/1.1690194
3. *Chiu C., Fomytskyi M., Grigsby F., Raischel F.* // Med. Phys. 2004. V. 31. P. 2042. https://doi.org/10.1118/1.1739301
4. *Glinec Y., Faure J., Malka V., Fuchs T., Szymanowski H., Oelfke U.* // Med. Phys. 2006. V. 33. P. 155. https://doi.org/10.1118/1.2140115
5. *Nakajima K., Yuan J., Chen L., Sheng Zh.* // Appl. Sci. 2015. V. 5. P. 1. https://doi.org/10.3390/app5010001
6. *Schuller A., Heinrich S., Fouillade Ch., Subiel A., De Marzi L., Romano F., Peier P., Trachsel M., Fleta C., Kranzerh R., Caresana M., Salvador S., Busold S., Schönfeld A., McEwen M., Gomez F., Solc J., Bailat C. et al.* // Physica Medica. 2020. V. 80. P. 134. https://doi.org/10.1016/j.ejmp.2020.09.020
7. *Labate L., Palla D., Panetta D., Avella F., Baffigi F., Brandi F., Di Martino F., Fulgentini L., Giulietti A., Koster P., Terzani D., Tomassini P., Traino C., Gizzi L.A.* // Sci. Rep. 2020. V. 10. P. 17307. https://doi.org/10.1038/s41598-020-74256-w
8. *Svendsen K., Guenot D., Svensson J.B., Petersson K., Persson A., Lundh O.* // Sci. Rep. 2021. V. 11. P. 5844. https://doi.org/10.1038/s41598-021-85451-8
9. *Polanek R., Hafz N.A.M., Lecz Zs., Papp D., Kamperidis C., Brunner Sz., Szabo E.R., Tokes T., Hideghety K.* // Nucl. Inst. Meth. Phys. Res. A. 2021. V. 987. P. 164841. https://doi.org/10.1016/j.nima.2020.164841
10. *Favaudon V., Caplier L., Monceau V., Pouzoulet F., Sayarath M., Fouillade Ch., Poupon M., Brito I., Hupe Ph., Bourhis J., Hall J., Fontaine J.-J., Vozenin M.-C.* // Sci. Transl. Med. 2014. V. 6. P. 245ra93. https://doi.org/10.1126/scitranslmed.3008973
11. *Berry R.J., Hall E.J., Forster D.W., Storr T.H., Goodman M.J.* // Br. J. Radiol. 1969. V. 42. P. 102. https://doi.org/10.1259/0007-1285-42-494-102
12. *Bychenkov V.Yu., Lobok M., Kovalev V.F., Brantov A.V.* // Plasma Phys. Control. Fusion. 2019. V. 61. P. 124004. https://doi.org/10.1088/1361-6587/ab5142
13. *Lobok M.G., Brantov A.V., Bychenkov V.Yu.* // Phys. Plasmas. 2019. V. 26. P. 12310. https://doi.org/10.1063/1.5125968
14. *Быченков В.Ю., Лобок М.Г.* // Письма в ЖЭТФ. 2021. Т. 114. С. 650. https://doi.org/10.1134/S0021364021220069
15. *Таланов В.И.* // Известия вузов. Радиофизика. 1964. Т. 7. С. 564.
16. *Chiao R.Y., Garmire E., Townes C.* // Phys. Rev. Lett. 1964. V. 13. P. 479. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.13.479
17. *Ахманов С.А., Сухоруков А.П., Хохлов Р.В.* // ЖЭТФ. 1966. Т. 50. С. 1537.
18. *Kovalev V.F., Bychenkov V.Yu.* // Phys. Rev. E. 2019. V. 99. P. 043201. https://doi.org/10.1103/PhysRevE.99.043201
19. *Быченков В.Ю., Ковалев В.Ф.* // Изв. вузов. Радиофизика. 2020. Т. 63. С. 1. https://doi.org/10.1007/s11141-021-10093-9
20. *Lobok M.G., Andriyash I.A., Vais O.E., Malka V., Bychenkov V.Yu.* // Phys. Rev. E. 2021. V. 104. P. L053201. https://doi.org/10.1103/PhysRevE.104.L053201

21. *Ronga M.G., Cavallone M., Patriarca A., Leite A.M., Loap P., Favaudon V., Crehange G., De Marzi L.* // Cancers. 2021. T. 13. C. 4942. https://doi.org/10.3390/cancers13194942

22. https://amplitude-laser.com/products/femtosecond-lasers/pulsar-tw/.

23. https://www.thalesgroup.com/en/worldwide/group/market-specific-solutions-lasers-science-applications/terawatt-systems.

24. *Whitmore L., Mackay R.I., van Herk M., Jones J.K., Jones R.M.* // Sci. Rep. 2021. V. 11. P. 14013. https://doi.org/10.1038/s41598-021-93276-8

25. *Lagzda A., Jones R.M., Angal-Kalinin D., Jones J., Aitkenhead A., Kirkby K., McKay R., van Herk M., Farabolini W., Zeeshan S.* // THPVA139. IPAC2017 Proc. Copenhagen. DK. P. 4791. ISBN 978-3-95450-182-3.

26. *Lobok M.G., Brantov A.V., Bychenkov V.Yu.* // Phys. Plasmas. 2020. V. 27. P. 123103. https://doi.org/10.1063/5.0028888

EDN: GBVFCZ
ФИЗИКА ПЛАЗМЫ, 2022, том 48, № 6, с. 499–505

ПУЧКИ В ПЛАЗМЕ

УДК 537.5

РЕГИСТРАЦИЯ СВЕРХЭНЕРГИЧНЫХ ЭЛЕКТРОНОВ И ИОНОВ В СИЛЬНОТОЧНОМ ИМПУЛЬСНОМ ГЕНЕРАТОРЕ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА

© 2022 г. С. А. Данько[a], О. С. Белозеров[a, *], Ю. Л. Бакшаев[a], С. А. Хромов[a]

[a] *НИЦ "Курчатовский институт", Москва, Россия*

**e-mail: OSBelozerov@yandex.ru*

Поступила в редакцию 22.03.2022 г.
После доработки 15.04.2022 г.
Принята к публикации 16.04.2022 г.

В эксперименте по ускорению ионов на импульсном сильноточном генераторе релятивистского электронного пучка "Катран", имеющем выходное напряжение $U \le 250$ кВ и ток $I \approx 50$ кА, получены сверхэнергичные ионы и электроны. Было установлено, что непосредственно в высоковольтном диоде генератора протоны набирают энергию до 1.2 МэВ, а электроны – энергию, превышающую 0.6 МэВ. Появление частиц с такими энергиями связывается с возникновением сильных вихревых полей при пинчевании токового канала в диоде генератора.

Ключевые слова: ускорение электронов, ускорение ионов, вихревое поле, ток Альфвена, пинчевание токового канала

DOI: 10.31857/S036729212210016X

1. ВВЕДЕНИЕ

В последней трети прошлого столетия во множестве теоретических и экспериментальных работ указывалось на влияние плазмы на процессы ускорения электронов и ионов и возникновение перенапряжений в высоковольтном (ВВ) диоде (см., например, [1, 2]). Однако регистрации сверхэнергичных электронов в самом вакуумном диоде были единичными [3], причем, при токах многократно меньших тока Альфвена. Ток Альфвена устанавливает предел, после преодоления которого происходит самосжатие токового канала и появление дополнительных вихревых полей в ВВ-диоде. В процитированной работе механизм появления сверхэнергичных электронов, связан с появлением неустойчивого токоотбора при токах на уровне тока Чайльд–Ленгмюра, устанавливающего ограничения функционирования ВВ-диода объемным зарядом.

В экспериментах на сильноточном импульсном генераторе релятивистского электронного пучка (РЭП) [4], в которых наблюдался пучок ионов за металлической фольгой, образующей анод, происходило ускорение ионов как внутри ВВ-диода, что авторы связали с развитием токовой перетяжки, так и с движением образующегося за тонкой анодной фольгой виртуального катода. В первом случае ток, превосходя ток Альфвена, пинчуется в плазменном канале и начинает осциллировать, инициируя изменение магнитного потока. В результате этого внутри высоковольтного диода появляется сильное вихревое электрическое поле, которое в одной из фаз ускоряет ионы из прикатодной плазмы в направлении анода до энергий, в ~4 раза превосходящих разность потенциалов ВВ-диода U, умноженную на заряд Ze [5]. Возможен механизм ускорения ионов и в противоположной фазе осцилляций, когда плотный сгусток электронов, образовавшийся на оси в процессе пинчевания и движимый сильным вихревым полем, прорывается к аноду, увлекая за собой сгусток ионов. Сами электроны при развитии пинчевания также должны приобретать энергию, многократно превосходящую eU. Целью представленных здесь исследований является измерение энергетического спектра электронов и его сравнение с энергией, которую приобретают ионы в ВВ-диоде сильноточного импульсного генератора с током, превосходящим ток Альфвена.

2. ПОСТАНОВКА ЭКСПЕРИМЕНТА И ЕГО РЕЗУЛЬТАТЫ

Эксперимент проводился на импульсном генераторе РЭП "Катран", имеющем следующие выходные параметры в высоковольтном диоде: напряжение $U \le 250$ кВ, ток $I \approx 50$ кА, длительность импульса $t \approx 80$ нс. Схема генератора пред-

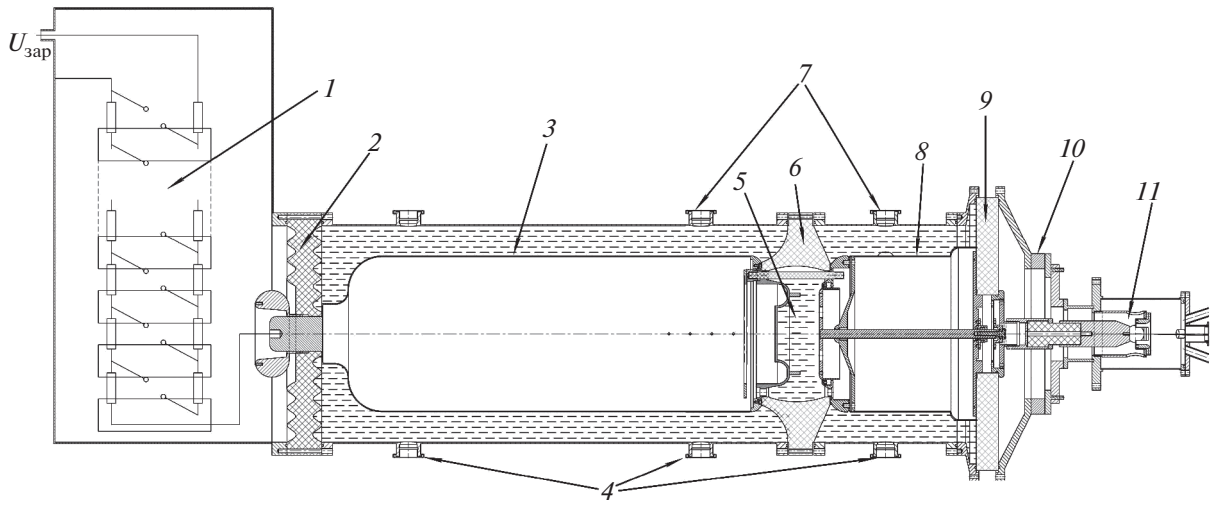

Рис. 1. Схема генератора "Катран": *1* – генератор импульсного напряжения; *2* – изолятор между трансформаторным маслом и дистиллированной водой; *3* – одиночная формирующая линия; *4* – патрубки для водоочистки; *5* – неуправляемый водяной разрядник; *6* – изолятор разрядника; *7* – датчики с емкостными делителями напряжения; *8* – передающая линия; *9* – изолятор между дистиллированной водой и вакуумом; *10* – шунт; *11* – вакуумный высоковольтный диод.

ставлена на рис. 1. Принцип действия генератора основан на умножении зарядного напряжения в генераторе импульсного напряжения (ГИН) *1*, собранного по схеме Аркадьева–Маркса [6]. При срабатывании разрядников ГИНа на выходе появляется напряжение, заряжающее водяную формирующую линию *3* генератора за время 0.7 мкс. При достижении максимального напряжения на формирующей линии срабатывает неуправляемый водяной разрядник *5*, и импульс напряжения через передающую линию *8* поступает в вакуумный ВВ-диод генератора *11*.

Для контроля работы генератора используется токовый шунт *10* и емкостные делители напряжения *7*, установленные на его водяной части. Калибровка емкостного делителя на передающей линии проводилась с помощью кабельного генератора импульсов, подключаемого непосредственно к катоду ВВ-диода. Коэффициент деления был измерен с погрешностью ~5%, и составил 1000.

Электронный пучок генерировался в вакуумном высоковольтном диоде со взрывной эмиссией электронов *1–2*, где анодом *2* обычно служила прозрачная для релятивистских электронов алюминиевая фольга толщиной 10 мкм (рис. 2). Ионы появляются при микровзрывах на катоде, а также под воздействием электронов на обеих поверхностях тонкого анода. Соответственно, ускорение ионов может происходитьо как в катод-анодном промежутке, так и в области за тонким анодом под действием сформированного виртуального катода. Латунный катод имел форму усеченного конуса с углублением и диаметром среза равным 3 мм, межэлектродный зазор составлял ~7.5 мм. За анодной фольгой размещался латунный коллиматор *3* длиной 20 мм и диаметром 30 мм. Цилиндрические отверстия диаметром 2.2 мм в коллиматоре располагались на удалении 3 мм друг от друга. Размеры коллиматора были выбраны таким образом, чтобы исключить распространение электронного пучка за фольгу и устранить, тем самым, образование виртуального катода за фольгой. Таким образом, применение коллиматора позволило в такой постановке эксперимента рассматривать механизм ускорения ионов и электронов исключительно внутри высоковольтного диода генератора. Высокоэнергичные электроны и ускоренные ионы регистрировались детекторами, располагавшимися за анодной фольгой на разном удалении. Малая угловая расходимость ионного пучка ~2° [7], позволяла пропускать сквозь коллиматор заметную часть, примерно равную 10%, ускоренных ионов к детекторам, которыми служили вакуумные рентгеновские диоды (ВРД) *5* [8]. В предыдущей работе авторов [4] был проведен эксперимент, в котором измерялась энергия ускоренных ионов в зависимости от расстояния между заземленным коллиматором и фольгой-анодом. В эксперименте было продемонстрировано, что энергия ионов увеличивалась с 0.85 МэВ, при расположении коллиматора вплотную к аноду, до 3 МэВ при удалении коллиматора от анода на 3 см. Более того, при вариации толщины анодной фольги от 4 до 10 мкм в 20-ти идентичных пусках генератора, когда коллиматор стоял вплотную к анодной фольге, энергия регистрируемых ионов уменьшалась в соот-

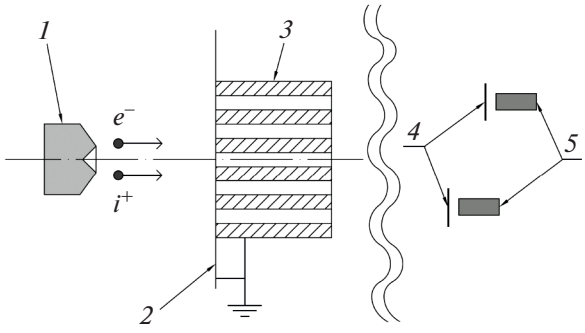

Рис. 2. Схема регистрации высокоэнергичных частиц на генераторе "Катран": *1* – катод, *2* – анод-фольга Al 10 мкм, *3* – коллиматор, *4* – фильтры перед ВРД, *5* – ВРД.

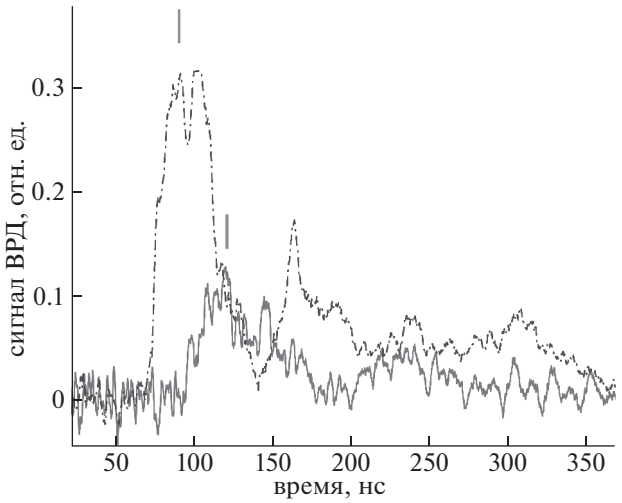

Рис. 3. Ионные пики на сигналах ВРД, расстояние между которыми составляет 39 см, в эксперименте (№ 1) с коллиматором. Вертикальными штрихами отмечен пик, выбранный для расчета.

ветствии с их поглощением в фольге. А пересчитанная энергия на входе в анодную фольгу составляла достаточно устойчивое медианное значение 0.85 МэВ. Т.е., было продемонстрировано, что виртуальный катод образовывался исключительно в зазоре между анодной фольгой и коллиматором.

Энергия отдельных сгустков ионов за коллиматором определялась времяпролетной диагностикой по скорости их движения на известной базе. Дополнительно для отсечки мягкого рентгеновского излучения и селекции ионов перед этими ВРД ставились фольги или пленки микронной толщины *4* из различных материалов [7]. Так, протоны с энергией 800 кэВ имеют пробег 10 мкм в Al. Более тяжелые ионы, имеющие такую же скорость, не проникают сквозь Al указанной толщины.

Рассмотрим один из экспериментов, где в качестве анода использовалась алюминиевая фольга толщиной 6.7 мкм с расположенным прямо за ней коллиматором, препятствующем образованию виртуального катода. На рис. 3 представлены осциллограммы с расположенных на удалении 143 и 182 см от анода ВРД с фильтрами из нитроцеллюлозы толщиной 100 нм. На сигналах обоих ВРД просматривается несколько пиков, среди которых для оценки энергии ионов выбран самый высокий на одной из осциллограмм и соответствующий ему на второй осциллограмме; оба отмечены вертикальными штрихами. Задержка составляет $\Delta t = 120.8 - 91.2 = 29.6$ нс, что соответствует скорости $V = 1.32$ см/нс и энергии протонов $E = 900$ кэВ. Если пересчитать [9] энергию ускоренных в ВВ-диоде протонов с учетом потерь в анодной фольге, то в рассматриваемом пуске генератора она составит $E = 1.2$ МэВ. Момент ускорения ионов в пуске соответствует значению напряжения, измеренного емкостным делителем на передающей линии, $U = 145$ кВ.

Энергия электронов в экспериментах измерялась двумя способами:

1) по пробегу электронов сквозь разные по толщине фильтры, за которыми их ток регистрируется ВРД;

2) по тормозному рентгеновскому излучению электронов, регистрируемому двумя детекторами, один из которых закрыт свинцовым фильтром.

Для первой методики, представленные на рис. 4 зависимости необходимой энергии электронов для прохождения ими через использовавшиеся алюминиевые фильтры брались из National Institute of Standards and Technology [10]. Кроме того, был проведен уточняющий расчет пробегов электронов в алюминии с помощью вычислительной программы на основе метода Монте-Карло с аналоговым прослеживанием траекторий всех частиц [11, 12]. Он показал, что в интересном для нас интервале энергий от 0.2 до 1 МэВ указанный в источнике [10] пробег соответствует доле прошедших сквозь вещество электронов равной $\approx 4 \times 10^{-5}$.

Для второй методики было рассчитано отношение сигналов двух рентгеновских датчиков, один из которых открыт, а входное окно второго закрыто свинцовым фильтром, обрезающим мягкую часть рентгеновского спектра излучения. Это отношение сигналов было рассчитано для полупроводниковых детекторов ионизирующего излучения СКД1-01 и СКД1-02 для разных толщин свинца в интервале энергий электронов от 0.2 до 0.8 МэВ.

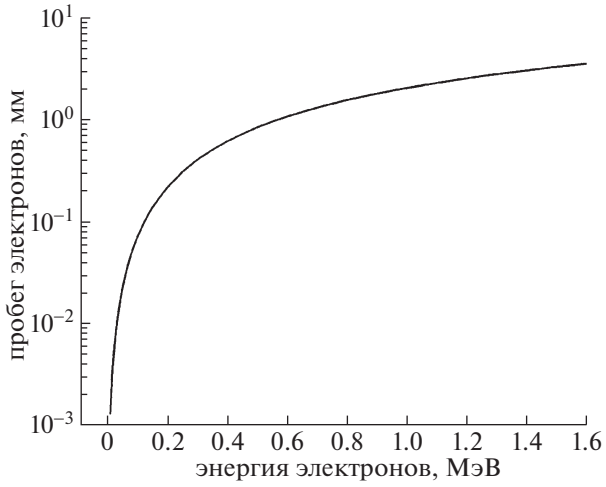

Рис. 4. Пробеги электронов в алюминии.

Расчет проводился по формуле Крамерса [13], которая характеризует спектральную яркость тормозного рентгеновского излучения электрона N_λ:

$$N_\lambda = \frac{13.65\times10^{-6}}{4\pi L}\times$$
$$\times Z\frac{\lambda-\lambda_0}{\lambda_0\lambda^2}\left[\frac{\text{фотон}}{\text{электрон}\cdot\text{стерадиан}\cdot\text{с}\cdot\text{нм}}\right],$$

где $L = \ln(1.166E_e/J)$, E_e – энергия тормозящихся электронов, λ и λ_0 – текущая и минимальная длина волны рентгеновского излучения, а $J = 11.5Z$ – средняя энергия возбуждения атома с зарядовым числом Z. Электрический ток датчика i от полного числа рентгеновских квантов с учетом функции чувствительности $D(\lambda)$ [электрон/фотон] датчика СКД, составит

$$i = \int_{\lambda_0}^{\lambda_{max}} N_\lambda D(\lambda)\exp\left(-\sum_k \mu_k(\lambda)\rho_k d_k\right)d\lambda,$$

где экспонента выражает ослабление рентгеновских квантов стенками вакуумной камеры и фильтрами с массовыми коэффициентами ослабления $\mu_k(\lambda)$, плотностями ρ_k и толщинами d_k; пределы интегрирования выбирались в соответствии со спектром излучения.

Отношения токов i двух одинаковых датчиков в зависимости от энергии электронов и толщины фильтра из свинца перед одним из них даны в таблице 1. Два применявшихся в эксперименте датчика имеют одинаковую зависимость чувствительности от энергии рентгеновских квантов, только СКД1-02 в несколько раз чувствительнее СКД1-01 [14]. Временное разрешение датчиков составляет 5 и 3.5 нс, соответственно, что позволяет зарегистрировать усредненный по времени поток жестких рентгеновских квантов. Датчики были откалиброваны в условиях пуска генератора, когда они закрывались одинаковыми по толщине фильтрами (1 мм Pb) на месте их реального расположения. Отношение чувствительностей СКД1-02 и СКД1-01 к рентгеновскому излучению в диапазоне от 0.1 до 0.8 МэВ составило 11.8.

Типичный пуск генератора, в котором измерялись ток электронов за фильтрами разной толщины после коллиматора и их тормозное рентгеновское излучение, представлен на рис. 5. Появление заметных осцилляций на токе с частотой ~0.5 ГГц с момента $t = -50$ нс сопровождается появлением сверхэнергичных электронов.

Оказалось, что при напряжении в $U \approx 210$ кВ, измеренном емкостным делителем на передающей линии, ВРД с алюминиевым фильтром толщиной 0.8 мм в тот же момент времени регистрировал электроны с энергией, превосходящей 500 кэВ. Количество таких электронов составляет ~1.2% от полного тока электронов. Доля электронов с энергией, превосходящей 400 кэВ и регистрируемых ВРД с алюминиевым фильтром толщиной 0.6 мм, ток составляет ~6.9%. За 100% тока

Таблица 1. Расчет отношения сигналов двух одинаковых датчиков СКД, вызванных тормозным рентгеновским излучением электронов, в зависимости от толщины свинцового фильтра перед одним из них

Энергия электронов, кэВ	Отношение сигналов				
	открытый / Pb 2 mm	открытый / Pb 3 mm	открытый / Pb 5 mm	открытый / Pb 6 mm	открытый / Pb 7 mm
250	32	106	944	2651	7276
290	18	48	284	647	1428
330	12	26	104	194	350
350	9.8	20	72	126	214
400	7	12.8	36	57	88
500	4.5	7.1	15	22	30
600	3.4	5	9.3	12	16
700	2.9	4	6.7	8.6	11
800	2.53	3.34	5.4	6.6	8

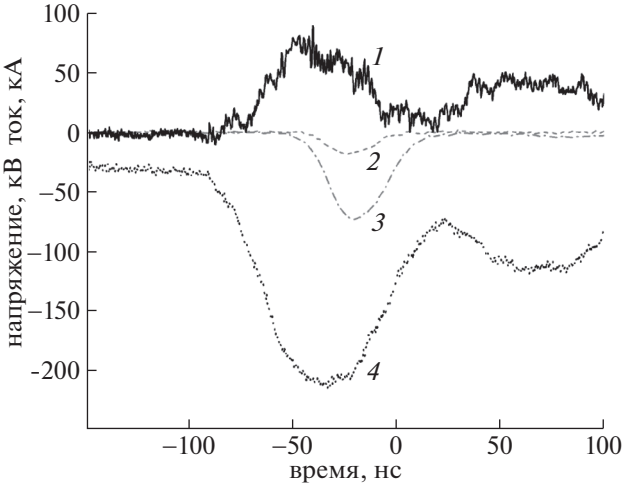

Рис. 5. Типичный пуск генератора: *1* – полный ток ВВ-диода; *2* – ток электронов с энергией, превышающей 400 кэВ, отн. ед.; *3* – рентгеновское излучение с энергией более 370 кэВ, отн. ед.; *4* – напряжение на передающей линии.

принимался сигнал ВРД, регистрирующий электроны с энергией выше 50 кэВ. Погрешность измерения токов с помощью ВРД составляет ~30% и обуславливается стохастическим характером углового разброса электронов в направлении регистрирующих ВРД. В выбранной геометрии ВВ-диода доли сверхэнергичных электронов в указанных интервалах были, в рамках погрешности, стабильными от пуска к пуску генератора. Поскольку доля проникающих сквозь фильтр электронов с номинальной энергией для этого фильтра составляет менее 10^{-4}, а измеренная доля электронов от полного тока, превосходящих номинальную энергию, – около процента, то надежность регистрации сверхэнергичных электронов очень велика. На рис. 6 представлены осциллограммы ВРД с разными фильтрами, пропускающими сверхэнергичные электроны.

Параллельно в рассматриваемом пуске проводились измерения тормозного спектра излучения электронов. Отношение токов двух рентгеновских датчиков, открытого и закрытого фильтром толщиной 2 мм, составило значение 8.6. Вследствие энергетического баланса продолжительность сверхэнергичного излучения не может составлять всю продолжительность усредненного по времени излучения электронов, и по этой причине соотношение амплитуд импульсов по расчетной таблице 1 дает оценку снизу для значения энергии сверхэнергичных электронов E_e. Она в рассматриваемом эксперименте достигает 370 кэВ, т.е. максимальная энергия E_e не менее чем вдвое превосходит напряжение генератора, умноженное на заряд e.

Измерение тормозного излучения электронов в эксперименте (№ 3) без коллиматора с анодом из дюралюминия толщиной 3 мм, когда один из датчиков СКД закрыт шестимиллиметровым свинцом, представлено на рис. 7 в виде двух осциллограмм датчиков. По соотношению сигналов, равному 39, сверхэнергичные электроны приобретают энергию не менее 430 кэВ. Это измерение является еще одним доказательством генерации сверхэнергичных электронов именно в анод-катодном (A-K) зазоре ВВ-диода генератора.

3. ОБСУЖДЕНИЕ

Согласно работе [2] при пинчевании электронного пучка рост вихревого электрического поля может доходить до уровня E [В/см] $\approx 60I/r_n$, где r_n [см] – радиус пинча, I [А] – ток. Этот меха-

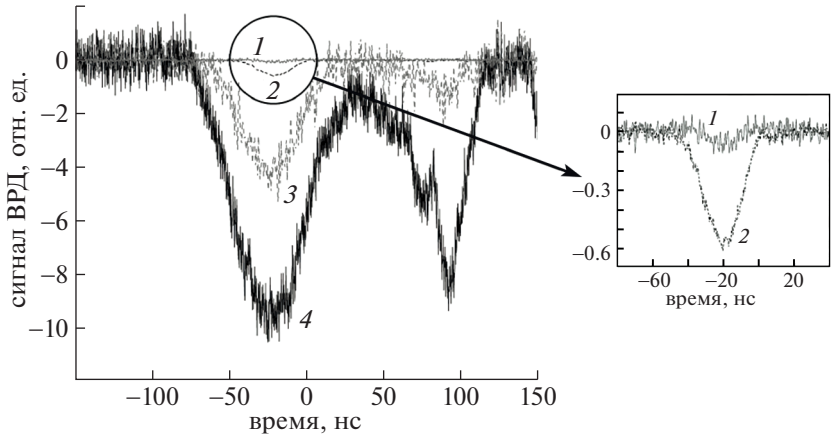

Рис. 6. Пуск № 2. Сигналы электронов разных энергий: *1* – ВРД (за фильтром 800 мкм Al) – $E_e > 500$ кэВ; *2* – ВРД (600 мкм Al) – $E_e > 400$ кэВ; *3* – ВРД (300 мкм Al) – $E_e > 250$ кэВ; *4* – ВРД (50 мкм Al) – $E_e > 80$ кэВ.

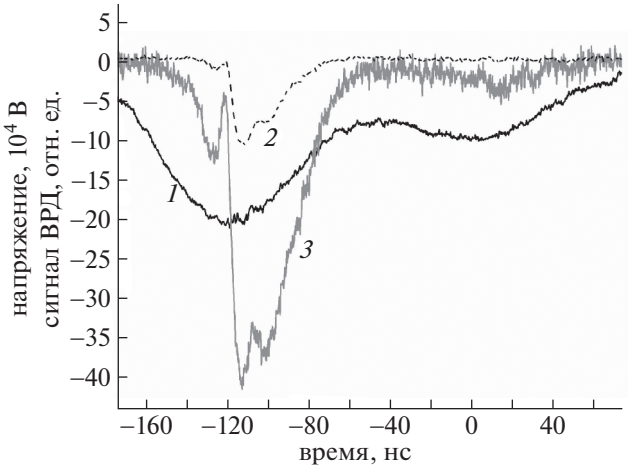

Рис. 7. Регистрация тормозного рентгеновского излучения в эксперименте (№ 3) с Al анодом толщиной 3 мм: *1* – напряжение на передающей линии; *2* – осциллограмма датчика с фильтром из 6 мм свинца; *3* – осциллограмма датчика без фильтра.

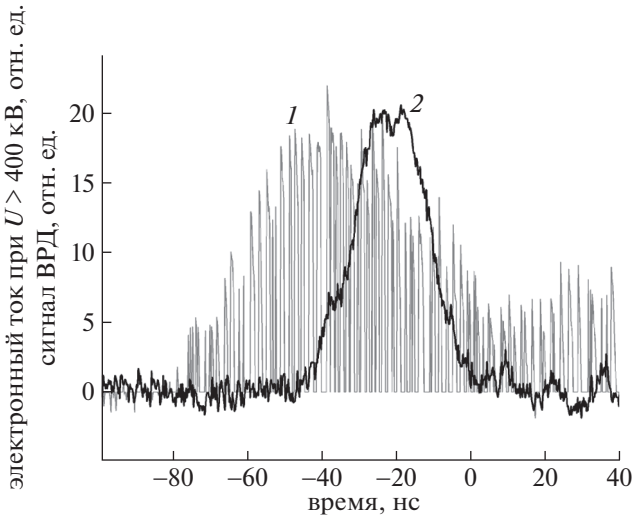

Рис. 8. *1* – ток генератора I, в моменты времени, когда скорректированное напряжение $U = U_{пл} - LdI/dt$ на высоковольтном диоде превосходит 400 кВ. *2* –осциллограмма ВРД, регистрирующего ток электронов с энергией, превышающей 400 кэВ.

низм возникновения дополнительного электрического поля в ВВ-диоде при токах, превышающих ток Альфвена, представляется приоритетным. В условиях эксперимента на “Катране”: $I = 50$ кА, $r_n \approx 0.1$ см, – вихревая э.д.с. в рамках этого механизма способна достигать $U \approx 3$ МВ, чего с запасом хватает для набора электронами наблюдаемых значений энергии $E_e \le 1$ МэВ (в оценке длина перетяжки положена равной ее радиусу). Оценим время, необходимое электрону для достижения измеренной скорости v_e, соответствующей энергии E_e. $t_e = v_e m_e/eE$, где e и m_e – заряд и масса электрона, $E = U/d$ – среднее ускоряющее электрическое поле на зазоре d. Зазор может быть равен А–К расстоянию (~0.5 см) или длине перетяжки при пинчевании. После ускорения электрон приобретает энергию $E_e = eU$ (0.6 МэВ), вследствие чего время набора скорости составит

$$t_e = d \times (2m_e/E_e)^{1/2} =$$
$$= d \times (2 \times 9.1 \times 10^{-28} \text{ г}/(0.6 \times 1.6 \times 10^{-6} \text{ эрг}))^{1/2} =$$
$$= d \times 4.4 \times 10^{-11} \text{ с}.$$

При движении электрона в магнитном поле, созданном током пучка, путь и, соответственно, время ускорения удлиняется в несколько раз (примерно в отношение тока генератора к току Альфвена), что в нашем эксперименте составит ≈0.1 нс. Таким образом, электрон приобретает энергию 0.6 МэВ при э.д.с. 0.6 МВ за время на порядок меньшее характерного времени модуляции тока генератора в 1 нс, что можно считать мгновенным откликом. Эта оценка означает, что сигнал сверхэнергичных электронов может служить монитором соответствующего напряжения с таким временным разрешением.

Оценим значение дополнительного перенапряжения по полученным в эксперименте электротехническим параметрам. В экспериментах ближайшей к ВВ-диоду генератора точкой, в которой возможно было измерить напряжение, была передающая линия. Непосредственно в ВВ-диоде напряжение отличается вследствие возникающих осцилляций тока от измеренного ($U_{пл}$) на производную от магнитного потока: $d(LI)/dt = L \times dI/dt + I \times dL/dt$. Рассмотрим воздействие первого из слагаемых, связанных с изменением магнитного потока, на напряжение в высоковольтном диоде генератора РЭП на примере эксперимента, осциллограммы которого представлены на рис. 5. Для этого имеются знания двух величин: индуктивности L участка цепи между емкостным делителем и ВВ-диодом и производной тока. Для оценки воздействия второго слагаемого, связанного с изменением индуктивности плазменного токового канала, экспериментальных данных нет. Схема генератора “Катран”, из которой вычисляется значение индуктивности, представлена на рис. 1. Оно составляет $L \approx 75$ нГн. На рис. 8 представлен ток *1* генератора, в моменты времени, когда скорректированное напряжение $U = U_{пл} - L \times dI/dt$ на высоковольтном диоде превосходит 400 кВ. В остальных случаях значение тока приравнивалось нулю. Осциллограмма *2* представляет сигнал ВРД, соответствующий электронам с энергией, превосходящей 400 кэВ.

Поскольку напряжение подправлено неполноценно, то ожидать полного совпадения интервала времени “перенапряжения” на ВВ-диоде и интервала регистрации сверхэнергичных электронов с энергией более 400 кэВ не приходится. Возможно и доминирование слагаемого, связанного с изменением индуктивности. Но даже оценка одного слагаемого, связанного с производной тока, дает значения вихревого электрического поля, достаточные для объяснения наблюдаемой энергии электронов, что и проиллюстрировано рис. 8. Сверхэнергичные электроны возникают не сразу, а с задержкой в ~50 нс после начала тока. Отметим, что во всех пусках ускорение ионов в направлении от катода к аноду происходит также не ранее 50 нс после начала тока генератора [7].

Статистика по проведенным 20 пускам генератора в представленной постановке показывает, что по измерениям тормозного излучения средняя энергия электронов превосходит почти вдвое напряжение генератора U, измеренное емкостным делителем и умноженное на заряд e. Здесь необходимо упомянуть, что полученное по отношению двух рентгеновских сигналов значение энергии электронов является заниженным, поскольку перенапряжение в ВВ-диоде существует короткое время в максимальной фазе режима осцилляций.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В эксперименте по ускорению ионов на импульсном сильноточном генераторе релятивистского электронного пучка “Катран”, имеющем выходные параметры $U \le 250$ кВ, $I \approx 50$ кА, получены сверхэнергичные ионы и электроны. Установлено, что непосредственно в высоковольтном диоде генератора протоны набирают энергию до 1.2 МэВ, а электроны – энергию, превышающую 0.6 МэВ. Энергия электронов была измерена двумя способами:

1) по пробегу электронов сквозь разные по толщине фильтры, за которыми их ток регистрируется ВРД;

2) по тормозному рентгеновскому излучению электронов, регистрируемому двумя датчикам СКД, один из которых закрыт свинцовым фильтром.

Доказательством того, что электроны получают свою энергию именно в ВВ-диоде генератора, является применение специального коллиматора, располагавшегося непосредственно за тонкой 10-мкм анодной фольгой и препятствующего образованию виртуального катода.

Вторым “устройством”, препятствующим образованию виртуального катода, был толстый анод (3 мм Al), сквозь который не могут пройти электроны с энергией меньшей 1.6 МэВ. В этой постановке эксперимента свидетельством набора электронами избыточной энергии было сверхэнергичное, более 430 кэВ, тормозное рентгеновское излучение.

Появление электронов со сверхвысокими энергиями связано с генерацией сильных вихревых полей при пинчевании токового канала в высоковольтном диоде генератора.

Работа была выполнена при поддержке НИЦ “Курчатовский институт” (Приказ № 2948 от 18.11.2021).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Суладзе К.В., Цхадая Б.А., Плютто А.А.* // Письма в ЖЭТФ. 1969. Т. 10. С. 282.
2. *Быстрицкий В.М., Диденко А.Н.* // Физика элементарных частиц и атомного ядра. 1983. Т. 14. № 1. С. 181.
3. *Бугаев С.П., Кошелев В.И., Тимофеев М.Н.* // ЖТФ. 1974. Т. 44. № 9. С. 1917.
4. *Белозеров О.С., Данько С.А., Хромов С.А.* // ВАНТ. Сер. Термоядерный синтез. 2021. Т. 44. № 1. С. 136. https://doi.org/10.21517/0202-3822-2021-44-1-136-144
5. *Putnam S.D.* // Phys. Rev. Lett. 1970. V. 25. № 16. P. 1129.
6. *Кремнев В.В., Месяц Г.А.* Методы умножения и трансформации импульсов в сильноточной электронике. Новосибирск: Наука, 1987.
7. *Белозеров О.С., Бакшаев Ю.Л., Данько С.А.* // Физика плазмы. 2019. Т. 45. С. 538. https://doi.org/10.1134/S0367292119060027
8. I*dzorek G.C., Coulter W.L., Walsh P.J., Montoya R.R.* // 10th IEEE Pulsed Power Conferencee, Albuquerque, NM July 10-13, 1995. https://digital.library.unt.edu/ark:/67531/metadc621311
9. *Ziegler J.F., Ziegler M.D., Biersack J.P.* // Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. B. 2010. V. 268, P. 1818. https://doi.org/10.1016/j.nimb.2010.02.091
10. *Berger M.J., Coursey J.S., Zucker M.A., Chang J.* // NIST Standard Reference Database 124. 2022. https://doi.org/10.18434/T4NC7P
11. *Berger M.J.* Methods in Computational Physics / Ed. by *B. Alder, S. Fernbach, M. Rotenberg*. New York: Academic, 1963. V. 1. P. 135.
12. *Аккерман А.Ф., Никитушев Ю.М., Ботвин В.А.* Решение методом Монте-Карло задач переноса быстрых электронов в веществе. Алма-Ата: Наука, 1972.
13. *Павлинский Г.В.* Основы физики рентгеновского излучения. М.: Физматлит, 2007.
14. *Бараночников М.Л.* Приемники и детекторы излучений. Справочник. М.: ДМК Пресс, 2012.

EDN: PABSDF
ФИЗИКА ПЛАЗМЫ, 2022, том 48, № 6, с. 506–518

КОСМИЧЕСКАЯ ПЛАЗМА

УДК 533.95

ЛАБОРАТОРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРУКТУРЫ ДЖЕТОВ МОЛОДЫХ ЗВЕЗД

© 2022 г. В. И. Крауз[a], *, А. М. Харрасов[a], С. А. Ламзин[b], А. В. Додин[b], В. В. Мялтон[a], И. В. Ильичев[a]

[a] *НИЦ "Курчатовский институт", Москва, Россия*

[b] *МГУ им. М.В. Ломоносова, Государственный астрономический институт им. П.К.Штернберга(ГАИШ), Москва, Россия*

**e-mail: krauz_vi@nrcki.ru*

Поступила в редакцию 27.04.2022 г.
После доработки 15.05.2022 г.
Принята к публикации 25.05.2022 г.

Представлены результаты лабораторного моделирования джетов молодых звезд на установке плазменный фокус ПФ-3 в НИЦ "Курчатовский институт". Изучался вопрос о причинах, приводящих к различию в пространственной структуре плазменных выбросов при разряде в газах разного химического состава – неон, гелий и гелий с примесью неона. Было найдено, что наиболее структурированным является поток в случае чистого неона: передняя кромка выброса состоит из многочисленных уплотнений, что по внешнему виду делает его весьма похожим на уплотнения в джетах молодых звезд, так называемых объектах Хербига–Аро. Наименее структурированным выглядит выброс в случае чистого гелия, однако при добавке к гелию всего 1% неона существенно меняется форма головной части выброса, в нем становится заметной мелкомасштабная структура. Оценки показывают, что эти особенности могут быть связаны с различием эффективности охлаждения исследуемых газов как в самом плазменном выбросе, так и в ударной волне, возникающей при его движении через фоновый газ. Сделано предположение, что основной причиной появления неоднородностей в плазменном сгустке, как и в случае объектов Хербига–Аро, являются различного рода неустойчивости, которые развиваются при наличии эффективного радиационного охлаждения. Кроме того, было найдено, что в ряде случаев плазменный выброс может состоять из нескольких почти параллельно летящих сгустков, которые возникают уже на стадии пинчевания плазмы. Столкновение ударных волн, порождаемых каждым из сгустков, приводит к возникновению уплотнений, что также способствует формированию кружевной структуры плазменного выброса.

Ключевые слова: лабораторное моделирование, астрофизические джеты, плазменный фокус
DOI: 10.31857/S0367292122600443

1. ВВЕДЕНИЕ

В последние два десятилетия все чаще используют лабораторное моделирование астрофизических процессов для более глубокого их понимания – см. Введение обзора [1] и приведенные там ссылки. Примером может служить моделирование различных аспектов физики джетов молодых звезд – коллимированного истечения газа, сопровождающего процесс формирования звезд и их планетных систем из протозвездных облаков.

Возможность применения лабораторного эксперимента для исследования астрофизических струйных выбросов была обоснована более 20 лет назад [2, 3]. Несмотря на то, что характерные пространственные и временные масштабы лабораторных экспериментов на много порядков меньше, они могут быть масштабированы для астрофизических ситуаций. Это обусловлено тем, что уравнения МГД не имеют собственного масштаба, и поэтому они могут описывать как лабораторные, так и астрофизические течения. Вопрос лишь в том, удовлетворяют ли параметры плазмы, получаемой в конкретных устройствах, определенным скейлинговым требованиям. Выполненные ранее эксперименты показали [4, 5], что на плазмофокусных (ПФ) установках достигаются необходимые величины таких ключевых параметров, как скорость плазменного выброса (~100 км/с), чисел Маха, Рейнольдса, Пекле, Лундквиста и др., что позволяет использовать их для лабораторного моделирования астрофизических джетов наряду с получившими популярность Z-пинчами [6], лазерами [7] и другими системами. Отсылая за подробностями к вышеупомянутому обзору [1], коротко поясним, о чем идет речь.

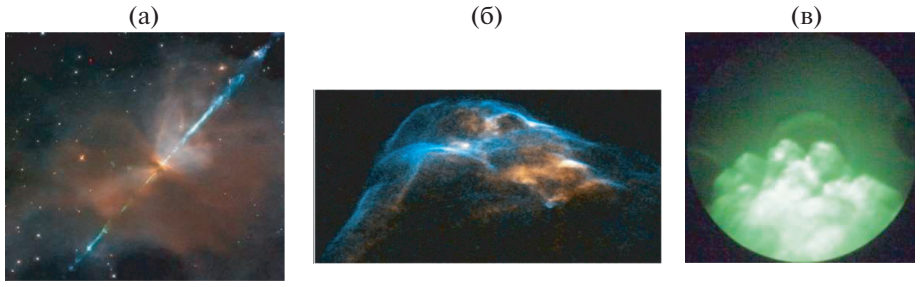

Рис. 1. Изображение биполярного джета HH111 молодой звезды [9] (а); кружевная структура объекта Хербига–Аро HH34S [10] (б); кружевная структура плазменного сгустка, зарегистрированного в эксперименте на установке ПФ-3, рабочий газ – неон (в).

Сохранение углового момента в процессе сжатия уплотнений межзвездного вещества (протозвездных облаков) приводит к образованию сравнительно медленно вращающейся вокруг оси молодой звезды, окруженной газопылевым диском, вещество которого по спирали падает на формирующуюся звезду в результате так называемой дисковой аккреции. Примерно через 1 млн лет после начала сжатия облака почти вся его масса оказывается сосредоточенной в звезде, но почти весь угловой момент – в диске. Со временем часть газа диска падает на звезду, а часть испаряется из верхних слоев диска из-за нагрева излучением звезды, образуя так называемый дисковый ветер – поток газа почти конической формы, удаляющийся от звезды со скоростью ~10 км/с [8]. В то же время пыль диска, наоборот, оседает к его центральной плоскости, что, в конечном итоге, ведет к формированию планет, поэтому диски вокруг молодых звезд принято называть протопланетными.

Одна из важных особенностей молодых звезд – наличие у них сильных (до нескольких кГс) крупномасштабных магнитных полей. Из наблюдений и расчетов следует, что взаимодействие магнитного поля молодой звезды с протопланетным диском приводит к тому, что примерно 90% вещества внутренней кромки протопланетного диска (на расстоянии ~3 радиусов звезды) вмораживается в силовые линии поля и соскальзывает на звезду, а остальное вещество оттекает наружу, образуя вблизи звезды так называемый магнитосферный ветер. Плотность газа в основании магнитосферного ветра ~10^{11}–10^{12} см$^{-3}$, а скорость ~300 км/с. Но на удалении от звезды ~30–100 ее радиусов, т.е. ~30–50 а.е. происходит коллимация изначально квазисферического газового потока, и магнитосферный ветер превращается в два противоположно направленных джета, точнее в две конусообразные струи с углом раствора ~5–10° и поперечником ~10–30 а.е. Напомним, кстати, что в астрономии расстояния до небесных тел принято выражать в так называемых астрономических единицах (1 а. е. =1.5 × 10^{13} см) и/или парсеках (1 пк = 3.1 × 10^{18} см).

В настоящее время джеты, протяженностью от 0.01 до 3 пк обнаружены у нескольких сотен молодых звезд. В видимом диапазоне джеты излучают, главным образом, в линиях бальмеровской серии водорода и запрещенных линиях O I, S II и N II. Анализ спектров показывает, что вдоль потока джеты имеют неоднородную структуру: характерная концентрация газа варьируется от 10^2 до 10^6 см$^{-3}$, температура близка к 10^4 K. В уплотнениях, так называемых объектах Хербига–Аро (Herbig–Haro или HH objects), интенсивность свечения выше, поэтому цепочки этих объектов как бы трассируют джет (см. рис. 1а) [9]. Судя по спектрам объекты Хербига–Аро представляют собой ударные волны (УВ), соответствующие скорости набегающего на фронт потока ~30–70 км/с, однако при этом сами HH-объекты удаляются от звезды со скоростями в несколько раз большими. Вероятно, это связано с тем, что HH-объекты представляют собой УВ, которые вызваны не соударением магнитосферного ветра с (неподвижным относительно звезды) межзвездным газом, а столкновением газовых потоков, выбрасываемых из окрестности звезды с разной скоростью.

Струйные выбросы наблюдаются у самых разных астрономических объектов – от квазаров до Солнца – однако джеты молодых звезд представляют наибольший интерес для сопоставления с результатами лабораторного моделирования, поскольку именно для молодых звезд получен наибольший объем наблюдательной информации об их параметрах и динамике. В значительной мере это связано с тем, что многие молодые звезды находятся от нас сравнительно близко. С другой стороны, возможность в деталях изучать пространственную структуру и динамику джетов молодых звезд требует привлекать для интерпретации наблюдений трехмерные численные расчеты уравнений радиационной газо- и магнитогидро-

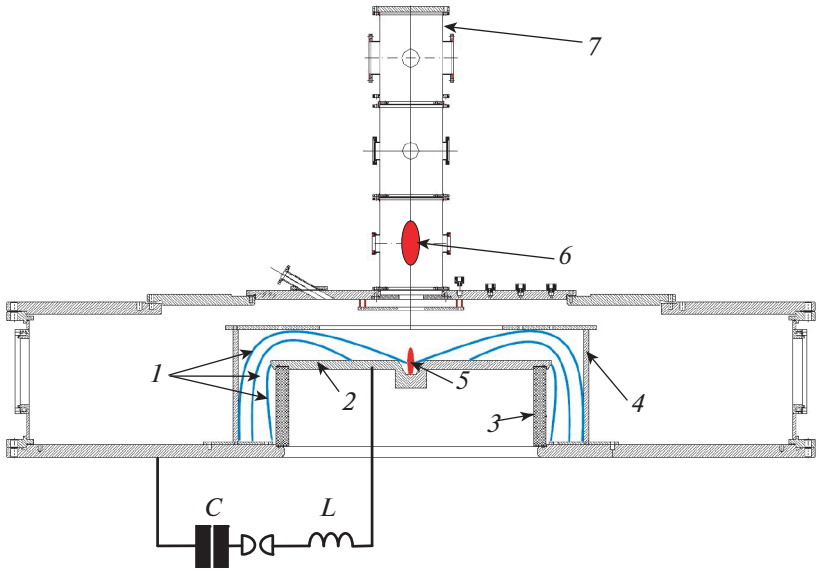

Рис. 2. Схема эксперимента. Схематически показаны положения ТПО на различных этапах разряда, область формирования пинча и плазменный поток, распространяющийся вдоль оси пролетной камеры: *1* – ТПО, *2* – анод, *3* – изолятор, *4* – катод, *5* – пинч, *6* – плазменный поток, *7* – пролетная камера.

динамики (МГД). Сказанное, в частности, относится к характерной особенности объектов Хербига–Аро – их неоднородной "кружевной" структуре (см. рис. 1б) [10]: соответствующие модели появились совсем недавно [11], но результаты моделирования сразу же привели к весьма далеко идущим астрофизическим выводам [12], о которых будет сказано в разделе 3.

Оказалось, что кружевная структура наблюдается и у плазменных выбросов, полученных в лабораторных экспериментах, выполненных на установке плазменный фокус ПФ-3 в НИЦ "Курчатовский институт", хотя и не во всех случаях. Как видно из рис. 1в "лабораторная" кружевная структура весьма напоминает ту, что наблюдается у объектов Хербига–Аро (см. также рис. 1б в [1]). Цель данной работы – попытка понять, в чем сходство и различие механизмов возникновения кружевной структуры плазменных выбросов в лабораторных экспериментах и у объектов Хербига–Аро. Статья организована следующим образом. В первом разделе описана схема экспериментальной установки для создания плазменного выброса, а также оборудования, использованного для измерения параметров сгустка. Во втором разделе описаны полученные результаты, а в третьем разделе приведена их интерпретация. В заключение подведены итоги проделанной работы и намечены перспективы дальнейших исследований.

2. СХЕМА ЭКСПЕРИМЕНТА

Эксперименты выполнены на установке ПФ-3 в НИЦ "Курчатовский институт". Установка представляет собой плазменный фокус с филипповской геометрией электродов. Разрядная система состоит из двух электродов (анод диаметром 92 см и штыревой катод типа "беличье колесо" диаметром 115 см, помещенные в вакуумную камеру диаметром 250 см), разделенных изолятором высотой 25 см. В экспериментах в качестве рабочего газа использовались неон и гелий при давлениях $P_0 = 2$ и 3 Торр соответственно. Описываемые исследования были направлены на установление зависимости структуры плазменного потока от массового и качественного состава рабочего газа, поэтому важным фактором являлось отслеживание чистоты используемого газа при проведении экспериментов. Для этого перед каждым разрядом производилась откачка камеры и напуск нового газа. Энергосодержание емкостного накопителя составляло ~370 кДж при зарядном напряжении 9 кВ, разрядный ток в системе – ≤2 МА. На рис. 2 показана схема установки и развитие плазмофокусного разряда: сжатие токовой плазменной оболочки (ТПО) и образования пинча на оси установки в прианодной области.

Объект нашего исследования – плазменный выброс – формируется на стадии распада пинча в результате развития МГД-неустойчивостей [13] и затем движется вдоль оси системы со скоростью ~10^7 см/с. Момент так называемой "особенности" на производной полного тока dI/dt (рис. 3) условно принимается в качестве момента генера-

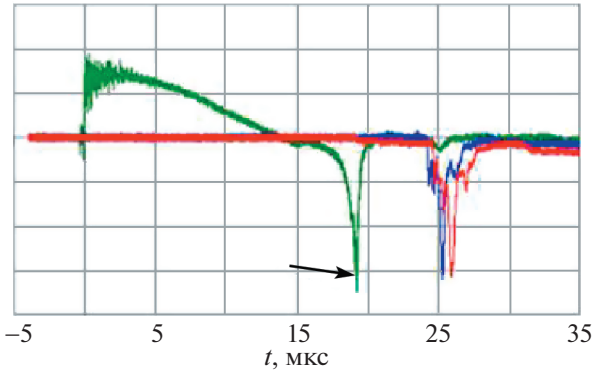

Рис. 3. Осциллограмма производной тока (зеленый луч) и сигналов двойного светового коллиматора на высоте 35 см от поверхности анода, показывающих момент появления плазменного потока в области наблюдения. Стрелкой указана “особенность” на производной тока (момент пинчевания). Разряд в неоне, 2 Торр.

ции осевого потока, а местом генерации в первом приближении принимается анодная плоскость ($z = 0$). Исследования структуры и динамики плазменного потока при его распространении в фоновом газе проводились на расстоянии 35 см от плоскости анода. Для этой цели используется пролетная камера (см. рис 2) с набором диагностических патрубков, позволяющим проводить измерения большого количества параметров плазменного потока (пространственных размеров, скорости, магнитного поля, интенсивности собственного свечения и др.) на различных расстояниях от места генерации.

Фотографирование плазмы в оптическом диапазоне проводилось с помощью электронно-оптического преобразователя (ЭОП) типа ЭП-16 [14] перпендикулярно движению потока. Оптический регистратор представляет собой сборку из ЭОП, оптических фильтров, дистанционно управляемого цифрового фотоаппарата и системы объективов для переноса изображения (рис. 4). Экспозиция кадров составляла 30 нс. Поле зрения диагностики на оси пролетной камеры захватывало область диаметром 13 см, полная разрешающая способность системы, приведенная к объекту, ~1 мм.

В качестве одного из диагностических инструментов в данной работе использована также скоростная камера с щелевой разверткой К008.

Оптическая схема (см. рис. 5), включала в себя упорядоченный световод, представляющий собой набор плоских жил. На одном конце жилы сведены в квадратную сборку [15, 16], перед которой располагался объектив. На этой стороне световода формировалось изображение объекта так, чтобы три жилы из набора регистрировали излучение с высоты $z = 30.5$, 35.0 и 39.5 см над анодом. Противоположные рассоединенные концы этих жил были развернуты на 90° и сведены в линейку для вывода оптического излучения на различные участки входной щели камеры шириной 0.1 мм, ориентированной параллельно плоскости анода. Этой щелью вырезаются узкие области изображения объекта длиной 9 см по диаметру камеры на каждом из участков щели, которые затем разворачиваются во времени. Таким образом, происходит сканирование пролетающего плазменного сгустка на разных высотах, что позволяет наблюдать за динамикой изменения структуры потока по мере его продвижения вдоль оси. Пространственное разрешение по объекту было около 1 мм, временное разрешение – не хуже 400 нс для развертки 20 мкс и 120 нс для развертки длиной 6 мкс.

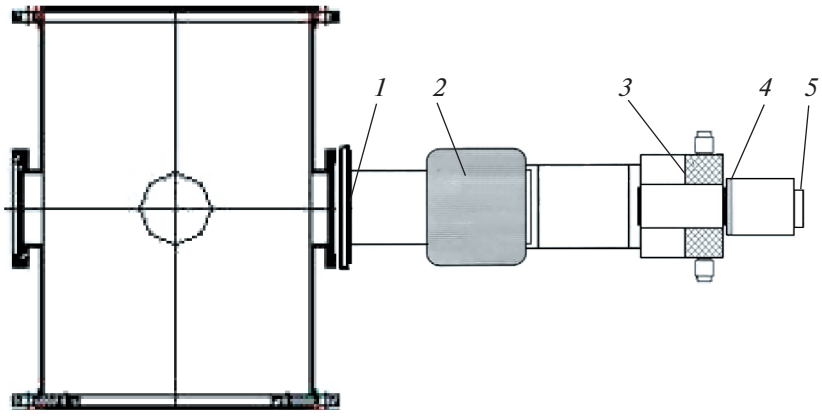

Рис. 4. Схема электронно-оптического регистратора и его расположение относительно диагностического окна пролетной камеры: *1* – фильтр НС-10, *2* – объектив Novar ($f = 35$ мм), *3* – электронно-оптический преобразователь (ЭОП), *4* – объектив Юпитер-3 ($f = 50$ мм), *5* – матрица фотоаппарата.

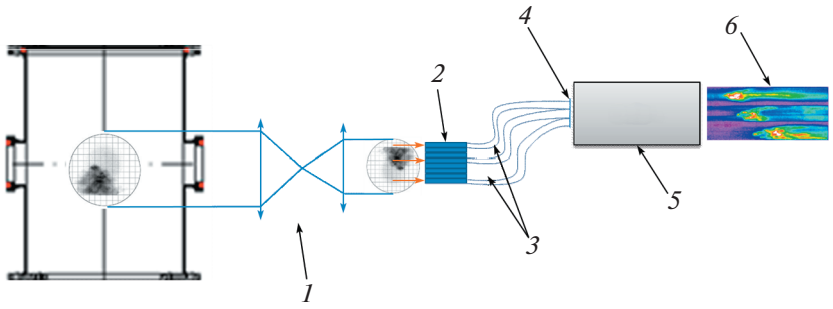

Рис. 5. Оптическая схема измерений с помощью скоростной камеры с щелевой разверткой К008: *1* – оптическая система, *2* – соединенный конец упорядоченного световода, *3* – разветвленная часть упорядоченного световода, *4* – оптическая щель, *5* – камера К-008, *6* – результат временной развертки.

Для синхронизации процессов в разрядной камере с диагностиками использовался сигнал светового коллиматора, расположенного в прианодной части установки на расстоянии 25 см от оси камеры и на высоте 2 см от поверхности анода. Регистрируемое коллиматором излучение в видимом диапазоне передается на ФЭУ и далее от сигнала ФЭУ срабатывает с регулируемой задержкой импульс запуска генератора. В экспериментах также использовались оптические коллиматоры, собирающие световое излучение вдоль диаметра камеры, которое затем по световоду подается на фотокатод ФЭУ и регистрируется на осциллографе. Коллимирование обеспечивает регистрацию излучения из относительно небольшого плазменного объема: диаметр области, попадающей в поле зрения коллиматора, не превышает 5 мм в центре пролетной камеры. Это позволяет с достаточно высокой точностью регистрировать момент прихода плазменного потока в область наблюдения и определять среднюю на пролетном участке скорость. Использование двойного коллиматора, состоящего из двух таких каналов, разнесенных на небольшое расстояние (1.6 см), позволяет фактически определять мгновенную скорость в области наблюдения по сдвижке появления сигнала в различных каналах коллиматора.

3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Для определения зависимости структуры плазменного выброса от его химического состава проведены эксперименты с различными рабочими газами: гелием, неоном и гелиево-неновой смеси в качестве рабочего газа. Выбор этих газов обусловлен, с одной стороны, необходимостью обеспечения оптимального функционирования установки ПФ-3 и основывался на ранее проведенных экспериментах. С другой стороны, использование газов, сильно отличающихся по атомному весу и по величине излучательных потерь, позволил провести анализ возможных причин возникновения структур в плазменном выбросе. В экспериментах показана хорошая повторяемость, плазменный поток регистрируется световыми коллиматорами, находящимися на высоте 35 см от поверхности анода, через 2.2–2.7 мкс относительно “особенности” при разрядах в гелии и 4.0–4.6 мкс при разрядах в неоне, что соответствует усредненным скоростям пролета 130–160 и 76–88 км/с соответственно.

При разряде в гелии передняя часть плазменного потока гомоморфная, практически отсутствуют мелкомасштабные уплотнения. Ниже представлены типичные кадровые фотографии плазменного потока из различных разрядов при использовании в качестве рабочего газа гелия (рис. 6). Мгновенная скорость потока на высоте 35 см от поверхности анода составила 60–70 км/с. Эта скорость меньше средней скорости на пролетном участке, что свидетельствует о торможении потока при его движении в фоновом газе.

На временных развертках, снятых с помощью камеры К-008 (рис. 7, 8), наблюдается излучение фронта плазменного потока в достаточно короткий промежуток времени (0.3–0.4 мкс), после ко-

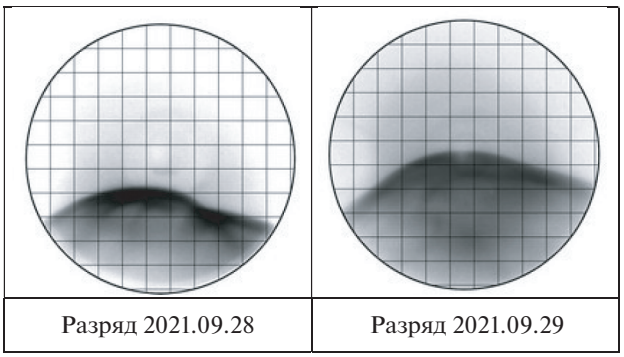

Рис. 6. Фотографии плазменного потока в He (3 Торр, 9 кВ) на уровне 35 см от поверхности анода. Масштаб координатной сетки 1 см.

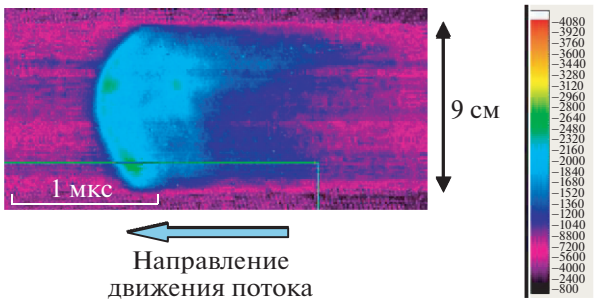

Рис. 7. Хронограмма плазменного потока в гелии (3 Торр, 9 кВ). Цветовая шкала показывает относительную интенсивность излучения различных участков объекта.

торого интенсивность резко падает (хвост джета). Полная длительность свечения составляет 2–2.5 мкс, что в предположении о неизменной мгновенной скорости на длине регистрации позволяет оценить полную протяженность плазменного потока 12–15 см.

Чтобы корректно соотнести результаты кадровой диагностики и щелевой камеры хронограммы были переведены в пространственный масштаб. При этом сделаны предположения о неизменности скорости потока и его структуры в течение длительности развертки. Таким образом, нормировав развертку на уровне 35 см на мгновенную скорость потока, мы получили результаты, которые хорошо коррелируют с данными, полученными кадровыми регистраторами.

При разрядах в неоне наблюдается иная картина (рис. 9). Плазменный поток сильно структурирован, состоит из отдельных плазменных образований размерами примерно 1–2 см. Мгновенная скорость потока на высоте 35 см от поверхности анода составляла 40–50 км/с.

Хронограммы показывают, что интенсивно излучающая область плазменного потока в неоне имеет бóльшую протяженность (3–4 мкс). Профиль фронта близок к коническому, внутри само-

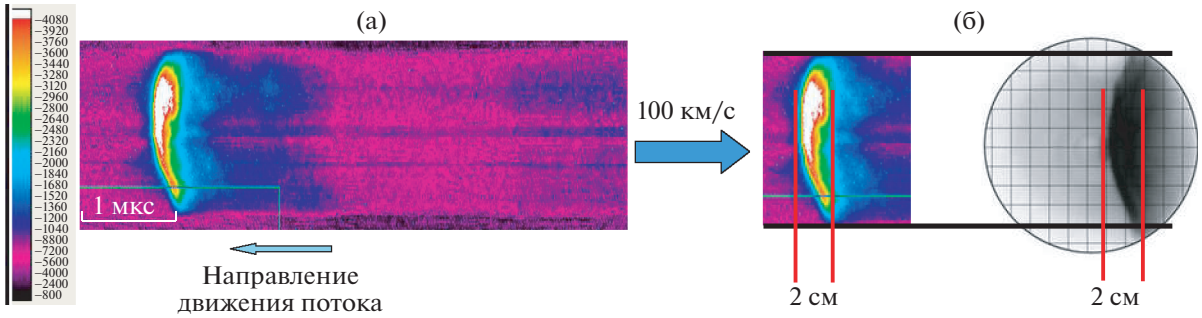

Рис. 8. Хронограмма плазменного потока в гелии (а) и сравнение ее свертки с кадровым изображением потока в том же разряде (б). Высота регистрации 35 см. Цветовая шкала показывает относительную интенсивность излучения различных участков объекта.

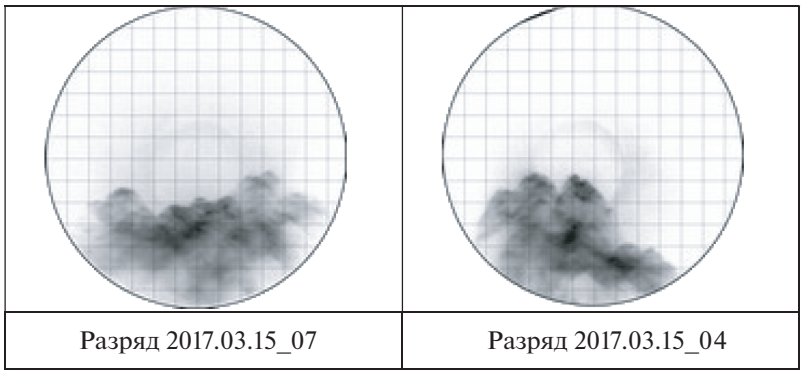

Рис. 9. Фотографии плазменного потока в неоне (2 Торр, 9 кВ) на уровне 35 см от поверхности анода. Масштаб координатной сетки 1 см.

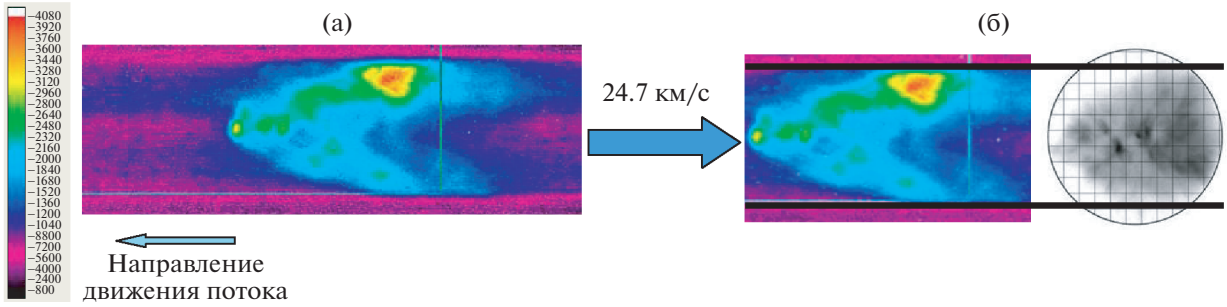

Рис. 10. Хронограмма плазменного потока в неоне в эксперименте 2021-10-07_2 (а) и сравнение ее свертки с кадровым изображением потока в том же разряде (б). Высота регистрации 35 см. Цветовая шкала показывает относительную интенсивность излучения различных участков объекта.

го потока наблюдаются интенсивно излучающие неоднородности, что хорошо видно как на преобразованных в пространственный масштаб временных развертках, так и на кадровых снимках (рис. 10).

В процессе экспериментов были исследованы разряды в гелии с присадками неона (рис. 11). Показано, что добавка всего 1% неона почти не влияет на скорость потока по сравнению с чистым гелием, но оказывает существенное влияние на его структуру.

Передняя кромка выброса становится более конусовидной (менее пологой), в нем отчетливо проявляется структурированность, вместо единого фронта можно выделить множество мелких образований, характерных для неоновой плазмы.

В ряде случаев можно наблюдать одновременно несколько потоков, как в гелиевой (рис. 12), так и в неоновой плазме (рис. 13). При этом в неоновой плазме, в отличие от гелиевой, в каждом потоке наблюдаются мелкомасштабные структуры. По-видимому, это связано с генерацией нескольких потоков в начальной стадии. На рис. 14 приведены фотографии области пинчевания вблизи анода. Ранее было показано [13], что плазменные потоки генерируются в стадии разрушения пинча, что подтверждается этими снимками. Поскольку используемые ЭОП обладают относительно небольшим динамическим диапазоном по яркости, в данном эксперименте был использован серый фильтр, уменьшающий интенсивность свечения области пинчевания. Это позволило более детально изучить область формирования потока над токонесущей плазменной оболочкой. В приведенных на рис. 14 примерах отчетливо видно формирование нескольких потоков, которые потом проявляются и на значительных расстояниях от области образования пинча.

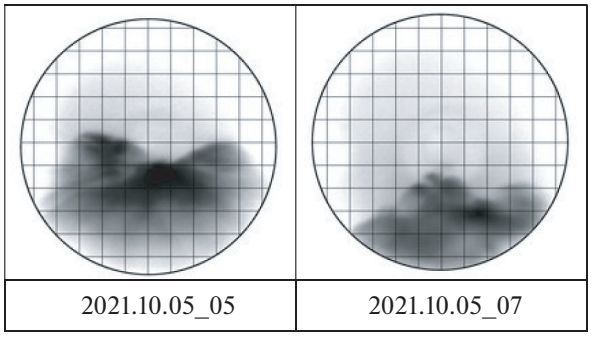

Рис. 11. Фотографии плазменного потока в смеси гелия с неоном (1%) (3 Торр, 9 кВ) на уровне 35 см от поверхности анода. Масштаб координатной сетки 1 см.

По результатам экспериментов, проведенных на установке ПФ-3, по исследованию структуры фронта плазменного потока в легких газах и влияния на его динамику и структуру примесей неона можно сделать следующие выводы.

– Структура головной части плазменного потока в гелии пологая, в большинстве случаев распространяется единым фронтом. В части экспериментов наблюдается 2–3 фронта, движущихся параллельно. Фронт занимает практически всю область видимости диагностики (13 см).

– Неоновый плазменный поток более структурирован. В нем прослеживаются образования размером 1–2 см. Внутри общего потока можно выделить несколько джетов, которые могут распространяться как параллельно, с одной скоростью, так и расходиться в пространстве, формируя сложную неоднородную структуру.

– Добавление даже в малом количестве неона в гелиевую плазму оказывает значительное влияние как на фронт плазменного потока, так и на структуру внутри него: фронт потока из пологого превращается в конусовидный, в потоке отчетливо видны структурные неоднородности.

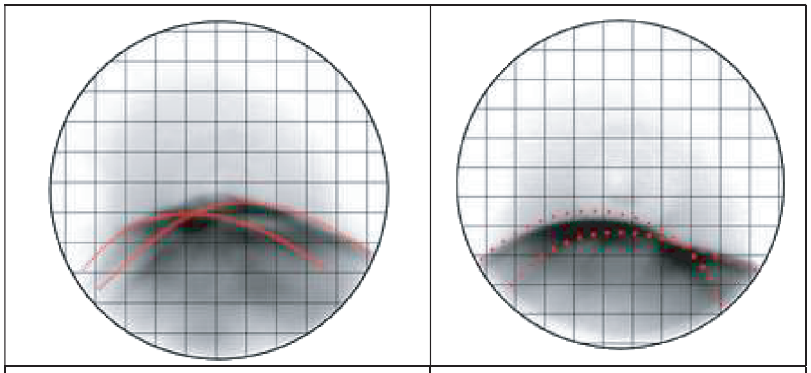

Рис. 12. Примеры многопотоковости в гелиевой плазме.

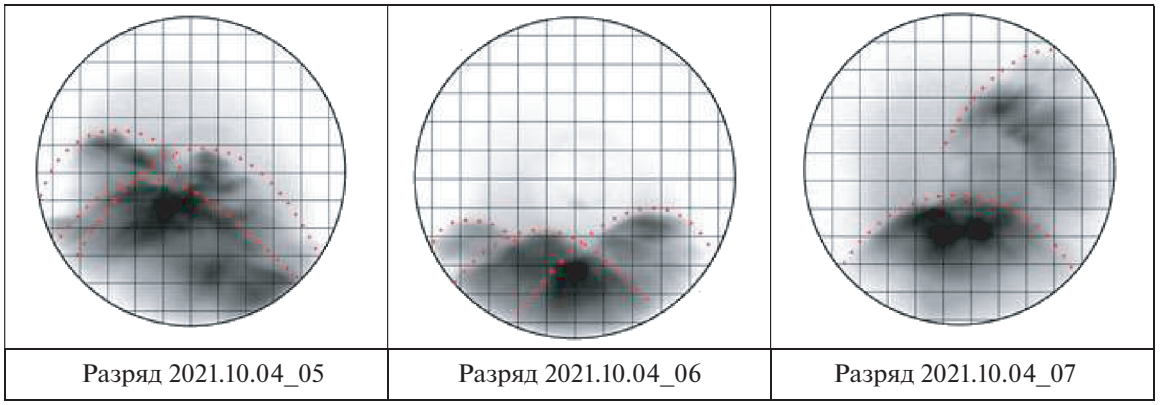

Рис. 13. Примеры многопотоковости в неоновой плазме.

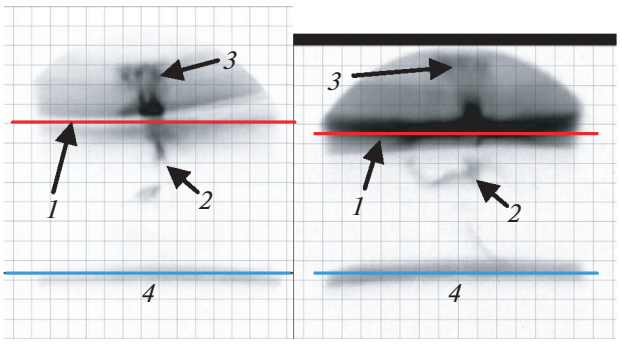

Рис. 14. Примеры генерации нескольких потоков в прианодной области: *1* – граница оптического фильтра, *2* – пинч, *3* – поток, *4* – анод.

4. ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Высокая плотность плазмы в пинче (~10^{18} см$^{-3}$) позволяет использовать приближение локального термодинамического равновесия (ЛТР), по крайней мере, на начальном этапе формирования выброса. Установление максвеловского распределения скоростей частиц, ионизация атомов и установление больцмановского распределения в возбуждении атомных уровней происходит на коротких временах, соответствующих времени нескольких столкновений частиц: t_{ee} ~ 10^{-5} мкс, t_{ie} ~ 0.01 мкс (см. формулы (6.118) и (6.120) в [17]). В условиях ЛТР при температуре плазменного выброса T ~ 3 × 10^6 K [18] гелий и неон окажутся полностью ионизированными. Используя атом-

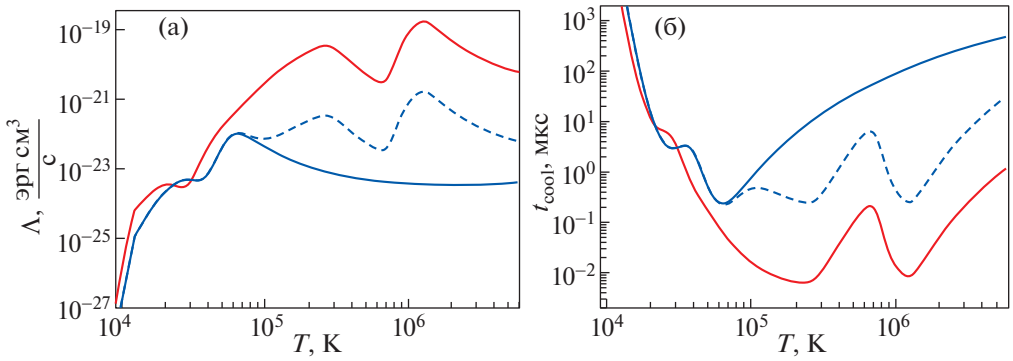

Рис. 15. Зависимость скорости объемных потерь (а) и времени охлаждения (б) от температуры гелиевой (синяя кривая) и неоновой (красная кривая) плазмы при $N_a = 10^{18}$ см$^{-3}$ в случае ЛТР. Штриховой линией показаны соответствующие зависимости для гелиевой плазмы с примесью 1% неона.

ные данные NORAD (https://norad.astronomy.osu.edu/), мы рассчитали охлаждение оптически тонкой гелиевой и неоновой плазмы для различных температур в ЛТР приближении для плотности $N_a = 10^{18}$ см$^{-3}$. Характерное время охлаждения плазмы t_{cool} за счет излучения оценивается как

$$t_{cool} \sim \frac{1.5(N_e + N_a)kT}{N_e N_a \Lambda}, \qquad (1)$$

где N_e – объемная концентрация электронов, а $\Lambda(T)$ – функция охлаждения. Для референсной плотности $N_a = 10^{18}$ см$^{-3}$ время охлаждения показано на рис. 15.

Сравним время, полученное из соотношения (1), с временем $t_{obs} \approx 3$ мкс, за которое сгусток долетает от анода до диагностического окна. Как видно из рис. 15б время охлаждения неоновой плазмы с температурой $T = (1–3) \times 10^6$ K порядка 0.1 мкс, причем набирается оно в районе минимума зависимости $\Lambda(T)$ при $T \approx 7 \times 10^5$ K. Когда рабочим газом является чистый гелий, его время охлаждения составляет ~200 мкс. За это время гелий не успевает радиационно охладиться на всей длине пролетной камеры, хотя его температура несколько уменьшается за счет адиабатического расширения сгустка. Наличие ~1% примеси неона в гелии приводит к времени охлаждения ~3 мкс, т.е. такой газ успевает охладиться к моменту $t = t_{obs}$, однако не очень сильно.

На основе этих оценок складывается следующая картина (см. также [19] для гелия и [20] для неона). Из области вблизи анода со скоростью, превышающей 100 км/с вылетает горячий ($T \sim 3 \times 10^6$ K) плотный ($N_a \sim 10^{18}$ см$^{-3}$) сгусток плазмы, причем $N_e = 2N_a$ в случае гелия и $N_e = 10N_a$ в случае неона. Этот сгусток летит в слабо ионизованном фоновом газе с тем же химическим составом и характерной плотностью $N_b \sim 0.1N_a$. По мере удаления от анода сгусток остывает и тормозится, вовлекая в движение фоновый газ пролетной камеры, создавая в нем ударную волну (УВ).

Примем, что когда в фоновом газе нет примесей, то перед фронтом УВ гелий ионизован собственным излучением волны, приходящим из-за фронта, и состоит из смеси He^+ и He^{+2}, а неон – из смеси Ne^{+2} и Ne^{+3}. Тогда непосредственно перед фронтом среднее число нуклонов на частицу в газе $\mu_{He} \approx 1.5$, $\mu_{Ne} \approx 6$, и в обоих случаях показатель адиабаты $\gamma = 5/3$. Невозмущенный газ вдали перед фронтом УВ сравнительно холодный ($T \lesssim 3 \times 10^4$ K), поэтому когда сгусток достигает диагностического окна (в гелии со скоростью $V_{He} \approx 65$ км/с и в неоне с $V_{Ne} \approx 55$ км/с – см. раздел 2) его движение происходит с числом Маха >10. Тогда температура газа за фронтом УВ [17]

$$T_s \approx 8.2 \times 10^4 \mu \left(V,\ \text{км} \cdot \text{с}^{-1}/60\right)^2 \text{ K}, \qquad (2)$$

что соответствует температурам $T_s^{He} \sim 2 \times 10^5$ K и $T_s^{Ne} \sim 5 \times 10^5$ K при $t = t_{obs}$. В неон-гелиевой смеси $\mu \approx \mu_{He}$ потому в этом случае величина T_s практически такая же, как в чистом гелии.

Плотность газа за фронтом скачком увеличивается в 4 раза по сравнению с исходным значением $N_b = 10^{17}$ см$^{-3}$, поэтому в первом приближении для оценки времени охлаждения в этой области можно использовать рис. 15б, увеличив t_{cool} примерно вдвое. Тогда получаем, что в зоне охлаждения за фронтом УВ характерная величина $t_{cool} \sim 0.2$ мкс в случае неона, $t_{cool} \sim 0.5$ мкс в случае неон-гелиевой смеси, и $t_{cool} \sim 5$ мкс в случае чистого гелия. Поскольку УВ возникает в фоновом газе сразу же после вылета сгустка из области пинчевания, можно предположить, что к моменту $t_{obs} \approx 3$ мкс газ за фронтом УВ успевает охладиться и частично рекомбинировать, что позво-

ляет ему светиться в оптическом диапазоне. Иными словами, в линиях He I 5876 и He II 4686 (например, [19]), мы регистрируем вначале излучение от зоны прогрева перед фронтом УВ, затем излучение из области охлаждения за фронтом УВ, а после этого должен светить сам сгусток. Впрочем, в случае чистого гелия это свечение, вероятно, слабое, поскольку сгусток слишком горячий, но в случае неона в оптическом диапазоне должна светить как УВ, так и сам сгусток.

Из сказанного следует, что дугообразные крупномасштабные структуры, наблюдаемые в плазме с разным химическим составом (см. рис. 11–13), – это проявление УВ. Как было отмечено в разделе 2 в случае чистого гелия в пределах дуг практически отсутствуют неоднородности меньшего масштаба, но уже при наличии всего 1% примеси неона они становятся заметны (рис. 11), а в чистом неоне проявляются в полной мере. Поэтому можно утверждать, что появление кружевной структуры связано с увеличением скорости охлаждения газа. Об уменьшении величины t_{cool} свидетельствуют не только приведенные выше оценки, но и тот факт, что тангенс угла раствора УВ (конуса Маха) в случае чистого гелия примерно в 2–3 раза больше, чем в случае гелия с примесью неона (ср. рис. 11 и 12).

Действительно, раствор конуса Маха будет тем меньше, чем меньше отношение скорости расширения газа в направлении перпендикулярном движению $V_\perp$ к скорости движения УВ вдоль оси выброса V_z. Из эксперимента следует, что значения V_z в чистом гелии и в смеси He + Ne практически одинаковы. Но средняя величина $V_\perp$ в промежутке времени $0 < t < t_{obs}$, которая определяется скоростью звука в зоне охлаждения за фронтом УВ, будет меньше в смеси He + Ne по сравнению с чистым гелием из-за более быстрого остывания газа. Это обстоятельство и приводит к тому, что раствор конуса Маха в чистом гелии оказывается больше, чем в смеси.

Как отмечено во Введении мелкомасштабная структура головной части выбросов, наблюдаемая в наших экспериментах, по внешнему виду сходна с той, что наблюдается в объектах Хербига–Аро, которые представляют собой УВ в джетах молодых звезд (см. рис. 1). Численное моделирование показало, что кружевная (“пенистая” в 3D) структура объектов Хербига–Аро порождается неустойчивостями Релея–Тейлора, Рихтмайера–Мешкова, а также гофрировочной неустойчивостью фронта УВ (см. раздел 3.2 в [12]). Чтобы количественно исследовать, как развиваются эти неустойчивости в условиях наших экспериментов, необходимо провести соответствующее численное моделирование. Это выходит за рамки данной работы, поэтому мы ограничимся констатацией того, что сам факт развития неустойчивостей как в джетах молодых звезд, так и в наших экспериментах обусловлен сравнительной малостью величины t_{cool} (в нашем случае по сравнению с t_{obs}). Вместе с тем ясно, что полной аналогии между астрофизическими и лабораторными джетами быть не должно из-за различия в химическом составе газа и его плотности, от которых зависит вид функции охлаждения $\Lambda(T)$.

Отметим еще один вид неустойчивости, проявление которой было обнаружено в лабораторном эксперименте на установке MAGPIE [21]. В этом эксперименте в результате испарения дисков из алюминиевой фольги возникали два встречных потока, которые при столкновении создавали ударную волну. При этом второй поток, меньшей скорости и меньшей плотности, моделировал фоновую среду. Относительная скорость потоков и контраст плотности в этом эксперименте были примерно такие же, как и в нашем эксперименте. В области столкновения авторы наблюдали появление кружевной структуры, которая, по мнению авторов, обусловлена тепловой неустойчивостью Филда [22]. Физическая причина этой неустойчивости связана с тем, что на зависимости функции охлаждения от температуры $\Lambda(T)$ в оптически тонком газе алюминия имеются участки, на которых $d\Lambda/dT < 0$, т.е. чем меньше температура, тем сильнее газ излучает. Если температура газа попадает на этот участок, то начавшись процесс охлаждения будет нарастать лавинообразно: области, первыми начавшие свое охлаждение, остывают за время $\sim t_{cool}$, что приводит к фрагментации газа на горячую и холодную компоненты. Заметим, что если остывание газа происходит изобарически, его плотность возрастает по мере уменьшения температуры, что ускоряет процесс охлаждения (подробнее см. раздел 3.2 работы [21]).

Описанная выше тепловая неустойчивость впервые была изучена в связи с астрофизическими приложениями. В частности, она приводит к появлению температурных неоднородностей в межзвездной среде [23]. Дело в том, что кривая охлаждения Λ(T) межзвездного газа, который состоит из смеси водорода и гелия с небольшой примесью более тяжелых элементов, также содержит участок при $T > 3 \times 10^5$ K, на котором $d\Lambda/dT < 0$ [24]. Вместе с тем, в джетах молодых звезд, которые имеют тот же химический состав, что и межзвездная среда, тепловая неустойчивость Филда, скорей всего, не играет роли, поскольку температура газа в джетах не превышает 10^5 K [25].

Вернемся к нашему эксперименту. Как видно из рис. 15а скорость охлаждения неона растет при уменьшении его температуры в интервале от 2×10^5 до 7×10^5 K и при $T > 10^6$ K. Из рис. 15б следует, что на этих участках (и при $T < 3 \times 10^6$ K)

время развития тепловой неустойчивости $t_{cool} < 0.3$ мкс $\ll t_{obs}$, поэтому вполне вероятно, что в случае неона тепловая неустойчивость Филда может развиться, создавая структурные неоднородности в хвостовой части летящего сгустка. Как видно из рис. 15а в случае чистого гелия и неон-гелиевой смеси на кривых $\Lambda(T)$ также есть участки, при которых может возникнуть тепловая неустойчивость, но она, вероятно, не успевает развиться, поскольку в этих случаях $t_{cool} \gtrsim t_{obs}$.

Полученные оценки времени t_{cool} в зоне охлаждения за фронтом УВ и в летящем за ней сгустке сделаны в предположении о том, что в процессе охлаждения сгустка относительное обилие ионов с разным зарядом соответствует ЛТР. Однако в условиях нашего эксперимента это не так. Чтобы в этом убедиться, рассмотрим, как в процессе охлаждения сгустка должен меняться его ионный состав. При интересующих нас концентрациях частиц $\sim 10^{17}$–10^{18} см$^{-3}$ (из-за разрушения высоковозбужденных энергетических уровней) можно в первом приближении пренебречь диэлектронной и трехчастичной рекомбинацией и учитывать только радиативную рекомбинацию [17]. Использовав значения коэффициента радиативной рекомбинации $\alpha_{rec}(T)$ из работ [26] и [27] мы оценили характерное время рекомбинации $t_{rec} \sim 1/N_e\alpha_{rec}$ для различных ионов гелия и неона при $T \lesssim 3 \times 10^6$ K, $N_a = 10^{18}$ см$^{-3}$ и $N_e = ZN_a$, где Z – заряд соответствующего иона, например, $Z = 5$ для Ne VI. В результате мы пришли к следующим выводам:

– в случае неона при $T \gtrsim 2 \times 10^5$ K время t_{rec} сравнимо с t_{cool}, поэтому в этой области температур относительное обилие ионов в сгустке должно примерно соответствовать ЛТР. Это значит, что нет оснований сомневаться в наличии на кривой $\Lambda(T)$ участков с $d\Lambda/dT < 0$, и, следовательно, возможности для возникновения тепловой неустойчивости;

– к моменту подлета сгустка к диагностическому окну $t_{obs} \approx 3$ мкс, у неона должны практически исчезнуть ионы с зарядом $Z > 3$, а гелий практически не успевает рекомбинировать даже до He II.

Что касается ударной волны, то газ может быть избыточно ионизован как в области до фронта, так и в зоне охлаждения (см., например, [28] и [29]). Чтобы количественно оценить влияние этого эффекта на величину функции охлаждения необходимо провести соответствующие численные расчеты структуры УВ, что выходит за рамки данной работы. Однако можно надеяться, что в случае неона запаздывание рекомбинации не изменит вывод о малости величины t_{cool} по сравнению с t_{obs}, поскольку в случае ЛТР условие $t_{cool} < t_{obs}$ выполняется с большим запасом. В случае гелия ситуация менее определенная, поэтому следует осторожно подходить к результатам определения параметров сгустка, основанных на ЛТР-приближении ионизационного баланса. Использованный выше оценочный подход к проблеме следует рассматривать как первый шаг, который в дальнейшем должен быть подкреплен соответствующим численным моделированием.

В разд. 2 мы отметили, что в наших экспериментах плазменный выброс в ряде случаев состоял из нескольких параллельно летящих сгустков, причем как в гелиевой (рис. 12), так и в неоновой (рис. 13) плазме. Как мы видели, многопотоковый режим возникает уже на стадии формирования выброса в прианодной области (см. рис. 14), но здесь нас будут интересовать не причины этого явления, а его следствия. Дело в том, что каждый сгусток порождает свою ударную волну, и взаимодействие этих УВ должно приводить к возникновению уплотнений в области их пересечения (см. рис. 13 и 14). Вероятно это сопровождается возникновением различного рода неустойчивостей, прежде всего, Релей–Тейлоровской, о чем свидетельствуют результаты численного 3D-моделирования (см. [11, 12] и приведенные там ссылки). Это моделирование было выполнено для объяснения динамики кружевной структуры нескольких объектов Хербига–Аро на протяжении более десяти лет. Сравнение результатов расчетов с наблюдениями показало хорошее согласие, на основании чего был сделан вывод о том, что джеты молодых звезд состоят из летящих параллельно с разными скоростями сгустков. Если это так, то, как пишут [12], “jets are better envisioned as a spray of buckshot than a smooth beam ejected from a firehose”. Такое предположение кажется вполне естественным, поскольку формирование джетов молодых звезд происходит в ходе заведомо нестационарного процесса взаимодействия магнитосферы звезды с веществом околозвездного диска, в результате которого отдельные сгустки плазмы формируют неоднородное течение джетов. Вместе с тем, данное предположение пока является только гипотезой, поскольку угловое разрешение современных телескопов не позволяет увидеть отдельные сгустки в области коллимации джетов. Поэтому наши эксперименты, в ходе которых видно как зарождение многопотоковой структуры, так и появление уплотнений в области взаимодействия УВ отдельных сгустков, можно рассматривать как аргумент в пользу этой гипотезы.

5. ВЫВОДЫ

В данной работе мы сосредоточились на тех результатах наших экспериментов на установке ПФ-3, которые позволяют сделать вывод о природе неоднородной структуры плазменных выбросов. С этой целью изучалась структура потока

в различных газах: в гелии, в неоне и в смеси, содержащей 99% гелия и 1% неона. Были получены следующие результаты.

– Форма головной части плазменного потока в чистом гелии пологая. Обычно поток распространяется как единое целое, но в некоторых случаях наблюдалось два-три параллельно движущихся фронта.

– Неоновый плазменный поток более структурирован. В нем присутствуют мелкомасштабные образования размером ~1/10 его диаметра. Внутри общего потока можно выделить несколько джетов, которые могут распространяться как параллельно, с одной скоростью, так и расходиться в пространстве, формируя сложную неоднородную структуру.

– Добавление даже в малом количестве неона в гелиевую плазму оказывает значительное влияние как на форму передней части плазменного потока, так и на структуру внутри него: фронт потока из пологого превращается в конусовидный, в потоке становятся отчетливо видны неоднородности.

Следует отметить, что аналогичные эффекты обнаружены и в экспериментах на установках PF-1000 (IFPLM, Варшава) и КПФ-4 (СФТИ, Сухум). При стационарном напуске дейтерия на установке PF-1000 в оптическом диапазоне наблюдался пологий дугообразный фронт без видимых неоднородностей. Ситуация радикально менялась при переходе на рабочий газ неон – профиль потока становился аналогичным профилю на установке ПФ-3 [30]. На установке КПФ-4 также наблюдался однородный дугообразный фронт при стационарном заполнении водородом и конический с хорошо развитыми структурами в экспериментах с аргоном [31], что свидетельствует об общности наблюдаемых явлений.

Приведенные выше, а также другие экспериментальные данные, полученные ранее на установке ПФ-3, мы предлагаем интерпретировать следующим образом, основываясь на оценках времени охлаждения и рекомбинации газа с разным химическим составом. Из области вблизи анода со скоростью, превышающей 100 км/с вылетает горячий ($T \sim 3 \times 10^6$ K) плотный ($N_a \sim$ $\sim 10^{18}$ см$^{-3}$) сгусток плазмы, который летит в фоновом газе с тем же химическим составом и характерной плотностью $N_b \sim 0.1N_a$. По мере удаления от анода сгусток остывает и тормозится, вовлекая в движение газ пролетной камеры, и создавая перед собой ударную волну. Втекающий в ударную волну фоновый газ нагревается, а затем начинает остывать, своим излучением ионизуя и прогревая окружающий газ, в том числе и в некоторой окрестности перед фронтом волны. Иными словами, предполагается, что в диагностическое окно, расположенное на высоте 35 см от области формирования сгустка, в оптическом диапазоне последовательно наблюдаются зона прогрева перед фронтом, область охлаждения за фронтом, и только потом излучение самого сгустка.

Сравнительно недавно были приведены весомые аргументы в пользу того, что кружевная ("пенистая" в 3D) структура объектов Хербига–Аро возникает вследствие неустойчивостей Релея–Тейлора, Рихтмайера–Мешкова, а также гофрировочной неустойчивостью фронта УВ. Судя по оценкам времени радиационного охлаждения t_{cool}, те же причины могут вызывать появление кружевной структуры и в наших экспериментах в случае неона и, возможно, неон-гелиевой смеси. Из наших оценок также следует, что в неоне (как в ударной волне, так и в самом сгустке) может развиваться тепловая неустойчивость Филда.

При этом эффективность охлаждения чистого гелия оказывается слишком низкой ($t_{cool} > t_{obs}$) для возникновения всех вышеперечисленных неустойчивостей. Из-за малой эффективности охлаждения гелиевой плазмы процесс ее остывания за фронтом УВ происходит сравнительно медленно, вследствие чего передний фронт выброса в этом случае выглядит весьма пологим. Однако, как следует из наших оценок, добавление к гелию всего 1% неона приводит к сильному уменьшению величины t_{cool}, что позволяет объяснить, почему в этом случае передний фронт выброса становится более заостренным.

Особо следует отметить то, что в наших экспериментах плазменный выброс в ряде случаев состоял из нескольких (почти) параллельно летящих сгустков, которые возникают уже на стадии пинчевания в прианодной области. Столкновение ударных волн, порождаемых каждым из сгустков, приводит к возникновению уплотнений, что также способствует формированию кружевной структуры плазменного выброса. В последние годы появились основания предполагать, что джеты молодых звезд также состоят из отдельных сгустков, летящих параллельно с разными скоростями [10]. Мы полагаем, что наши эксперименты можно рассматривать как аргумент в пользу этой гипотезы.

Для проверки предложенного нами объяснения причин возникновения кружевной структуры плазменных выбросов на установке ПФ-3 необходимо выполнить численные расчеты в рамках трехмерной радиационной газодинамики с учетом нестационарного ионизационного баланса. Данную статью следует рассматривать в качестве обоснования/постановки этой непростой задачи.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 18-29-21006-мк).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бескин В.С., Крауз В.И., Ламзин С.А.* // УФН. 2022. Принято в печать, https://doi.org/10.3367/UFNr.2021.12.039130
2. *Ryutov D., Drake R.P., Kane J., Liang E., Remington B.A., Wood-Vasey W.M.* // Astrophys. J. 1999. V. 518. P. 821.
3. *Remington B.A., Drake R.P., Ryutov D.D.* // Rev. Mod. Phys. 2006. V. 78. P. 755.
4. *Бескин В.С., Истомин Я.Н., Киселев А.М., Крауз В.И., Митрофанов К.Н., Мялтон В.В., Нохрина Е.Е., Собьянин Д.Н., Харрасов А.М.* // Изв. вузов. Радиофизика. 2016. Т. 59. С. 1004.
5. *Krauz V.I., Beskin V.S., Velikhov E.P.* // Internat. J. Modern Phys. D. 2018. V. 27. P. 1844009.
6. *Lebedev S.V., Frank A., Ryutov D.D.* // Rev. Mod. Phys. 2019. V. 91. P. 025002.
7. *Belyaev V.S., Zagreev B.V., Lobanov A.V., Matafonov A.P., Bisnovatyi-Kogan G.S., Moiseenko S.G., Toropina O.D., Gromov A.I.* // Astronomy Reports. 2018. V. 62. P. 162.
8. *Cabrit S., Edwards S., Gorti U., Gressel O., Suzuki T.* // 2022. arXiv: 2203.10068v1.
9. https://esahubble.org/images/potw2135a.
10. https://en.wikipedia.org/wiki/File:HH_47_HH_34_and_HH_2.jpg.
11. *Hartigan P., Foster J., Frank A., Hansen E., Yirak K., Liao A.S., Graham P., Wilde B., Blue B., Martinez D., Rosen P., Farley D., Paguioet R.* // Astrophys. J. 2016. V. 823. P. 148.
12. *Hansen E.C., Frank A., Hartigan P., Lebedev S.V.* // Astrophys. J. 2017. V. 837. P. 143.
13. *Ананьев С.С., Крауз В.И., Мялтон В.В., Харрасов А.М.* // ВАНТ. Сер. Термоядерный синтез. 2017. Т. 40. С. 21.
14. *Виноградов В.П., Крауз В.И., Мокеев А.Н., Мялтон В.В., Харрасов А.М.* // Физика плазмы. 2016. Т. 42. С. 1033.
15. *Il'ichev I., Krauz V., Myalton V., Kharrasov A.* // Eur. Phys. J. Plus. 2021. V. 136. P. 557. https://doi.org/10.1140/epjp/s13360-021-01514-9
16. *Крауз В.И., Митрофанов К.Н., Харрасов А.М., Ильичев И.В., Мялтон В.В., Ананьев С.С., Бескин В.С.* // Астрономич. журн. 2021. Т. 98. С. 29.
17. *Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П.* // Физика ударных волн и высокотемпературных явлений. М.: Наука, 1966.
18. *Баронова Е.О., Виноградов В.П., Крауз В.И., Мялтон В.В., Степаненко А.М., Степаненко М.М.* // Физика плазмы. 2011. Т. 37. С. 1001.
19. *Ананьев С.С., Данько С.А., Мялтон В.В., Жужунашвили А.И., Калинин Ю.Г., Крауз В.И., Ладыгина М.С., Марченко А.К.* // Физика плазмы. 2016. Т. 42. С. 282.
20. *Dan'ko S.A., Ananyev S.S., Kalinin Yu.G., Krauz V.I., Myalton V.V.* // Plasma Phys. Control. Fusion. 2017. V. 59. P. 045003.
21. *Suzuki-Vidal F., Lebedev S.V., Ciardi A., Pickworth L.A., Rodriguez R., Gil J.M., Espinosa G., Hartigan P., Swadling G.F., Skidmore J., Hall G.N., Bennett M., Bland S.N., Burdiak G., de Grouchy P., Music J., Suttle L., Hansen E., Frank A.* // Astrophys. J. 2015. V. 815. P. 96.
22. *Field G.B.* // Astrophys. J. 1965. V. 142. P. 531.
23. *Каплан С.А., Пикельнер С.Б.* // Физика межзвездной среды. М.: Наука, 1979.
24. *Sutherland R.S., Dopita M.A.* // Astrophys. J. Supp. 1993. V. 88. P. 253.
25. *Gómez de Castro A.I., von Rekowski B.* // MNRAS. 2011. V. 411. P. 849.
26. *Hummer D.G.* // MNRAS. 1994. V. 268. P. 109.
27. *Arnaud M., Rothenflug R.* // Astron. Astrophys. Suppl. 1985. V. 60. P. 425.
28. *Ламзин С.А.* // Астрон. журн. 1998. Т. 75. С. 367.
29. *Dodin A.V.* // MNRAS. 2018. V. 475. P. 4367.
30. *Krauz V.I., Paduch M., Tomaszewski K., Mitrofanov K.N., Kharrasov A.M., Szymaszek A., Zielinska E.* // European Phys. Lett. 2020. V. 129. P. 15003.
31. *Войтенко Д.А., Ананьев С.С., Астапенко Г.И., Басилая А.Д., Марколия М., Митрофанов К.Н., Мялтон В.В., Тимошенко А.П., Харрасов А.М., Крауз В.И.* // Физика плазмы. 2017. Т. 43. С. 967.

EDN: CZUEGZ
ФИЗИКА ПЛАЗМЫ, 2022, том 48, № 6, с. 519–527

ПЫЛЕВАЯ ПЛАЗМА

УДК 533.9

ВЛИЯНИЕ НЕВЗАИМНЫХ СИЛ НА БРОУНОВСКОЕ ДВИЖЕНИЕ ПЛАЗМЕННОГО КРИСТАЛЛА

© 2022 г. А. М. Игнатов*

Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН, Москва, Россия

**e-mail: aign@fpl.gpi.ru*

Поступила в редакцию 23.02.2022 г.
После доработки 12.03.2022 г.
Принята к публикации 25.03.2022 г.

Теоретически исследуется влияние невзаимности межчастичных сил на броуновское движение однослойного плазменного кристалла с гексагональной решеткой. Используется потенциал взаимодействия для точечного заряда в плазме, состоящей из максвелловских электронов и направленного потока холодных ионов. Показано, что спектральная плотность смещений частиц содержит большое число особенностей, обусловленных критическими точками частот различных ветвей колебаний. При приближении к порогу неустойчивости связанных волн одновременные корреляторы скоростей демонстрируют существенное отклонение от закона равнораспределения кинетической энергии по степеням свободы.

Ключевые слова: пылевая плазма, плазменный кристалл, броуновское движение

DOI: 10.31857/S0367292122700135

1. ВВЕДЕНИЕ

Плазменный кристалл представляет собой ансамбль заряженных частиц (пылинок) в приэлектродной области газового разряда, образующих двумерную решетку. Структура и динамика плазменных кристаллов, а также другие многочисленные аспекты физики пылевой плазмы обсуждаются в обзорах [1–4].

Значительную роль в физике пылевой плазмы занимает исследование броуновского движения пылевых частиц, которое подробно обсуждается в цитированных обзорах. Помимо этого следует отметить недавние работы [5, 6], посвященные численному моделированию ансамблей взаимодействующих частиц под действием случайной внешней силы. Во всех известных мне работах предполагалось, что частицы взаимодействуют между собой посредством парного изотропного потенциала.

Однако в пылевой плазме существенным фактором является невзаимность межчастичных сил, для которых нарушается третий закон Ньютона. В конечном итоге невзаимность обусловлена обменом импульсом между отдельными частицами и окружающей плазмой. Некоторые общие вопросы статистической физики подобных систем обсуждались в работе [7].

В настоящей статье исследуется влияние невзаимности на корреляционные функции плазменного кристалла, при этом используются общие соотношения, полученные в работе [8]. Более подробно принятая в настоящей работе модель обсуждается в разд. 2. В разд. 3 обсуждаются особенности спектрального распределения корреляционных функций смещений частиц, а в разд. 4 приведены результаты вычислений одновременных корреляторов скоростей. При описании броуновского движения используется подход и терминология учебника [9].

2. ИСХОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассматривается ансамбль взаимодействующих идентичных пылинок с координатами $\mathbf{r}_\mathbf{l}$, расположенных в слабоионизованной плазме. Предполагается, что в вертикальном направлении (ось z) частицы удерживаются параболическим потенциальным полем с характерной частотой колебаний Ω_0. Частицы имеют одинаковые постоянные заряды Q и расположены в плазме, состоящей из направленного вдоль оси z потока холодных ионов (скорость $-u$) и больцмановских электронов с температурой T_e.

Используются безразмерные переменные с масштабом длины $\lambda = u/\omega_{pi}$, где ω_{pi} – ионная плазменная частота. Межчастичные силы нормализованы на Q^2/λ^2, а масштаб времени для частиц с массой M_0 равен $M_0^{1/2}\lambda^{3/2}/|Q|$. В этих пере-

менных электрический потенциал, создаваемый точечным зарядом, имеет вид

$$U(\rho,z)=\frac{1}{\pi}\int_0^\infty dk\int_{-\infty}^{\infty}dk_z\frac{kJ_0(k\rho)\exp(ik_z z)}{(k_z^2+k^2)\epsilon(k_z,\sqrt{k_z^2+k^2})},\quad(1)$$

где диэлектрическая проницаемость плазмы равна $\epsilon(\omega,k)=1+M^2/k^2-1/(\omega(\omega+i0))$ и величина $M=(n_e/n_i)u\sqrt{m_i/T_e}$ пропорциональна числу Маха ионного потока.

Пылевые частицы различаются между собой при помощи индекса $\mathbf{l}$, который считается двумерным целочисленным вектором, т.е. $\mathbf{l}=(l_1,l_2)$, где $l_{1,2}$ – целые числа. Предполагается, что все частицы расположены примерно в одной плоскости xy. На каждую частицу со стороны окружающей среды действует сила трения и внешняя случайная сила $\mathbf{f}_\mathbf{l}$. В используемых безразмерных переменных динамика ансамбля описывается при помощи уравнений Ланжевена

$$\ddot{\mathbf{r}}_\mathbf{l}=-\Omega_0^2\mathbf{e}_z z_\mathbf{l}-\gamma\dot{\mathbf{r}}_\mathbf{l}+\sum_{\mathbf{l}'\neq\mathbf{l}}\mathbf{F}(\mathbf{r}_\mathbf{l}-\mathbf{r}_{\mathbf{l}'})+\mathbf{f}_\mathbf{l},\quad(2)$$

где γ – коэффициент трения о нейтральный газ. Межчастичные силы считаются потенциальными $\mathbf{F}(\mathbf{r})=-\nabla U(\mathbf{r})$ и, в общем случае, невзаимными и анизотропными, т.е. $U(\mathbf{r})=U(\rho,z)$ ($\rho=\sqrt{x^2+y^2}$), причем $U(\rho,-z)\neq U(\rho,z)$. Для численных расчетов используется потенциал (1).

Внешние силы $\mathbf{f}_\mathbf{l}$ в (2) обусловлены стационарным случайным процессом с корреляционной функцией [9]

$$\left\langle f_{\mathbf{l}i}(t)f_{\mathbf{l}'j}(t')\right\rangle=2D\delta_{i,j}\delta_{\mathbf{l},\mathbf{l}'}\delta(t-t'),\quad(i,j=x,y,z),\ (3)$$

где угловые скобки означают усреднение по ансамблю, D – интенсивность источника внешних сил и $\langle\mathbf{f}_\mathbf{l}\rangle=0$. Заметим, что явный вид коррелятора (3) принципиальной роли не играет [8]. Однако, если случайный процесс обусловлен взаимодействием с термостатом с температурой T_0 (например, с нейтральным газом), то в силу известного соотношения Эйнштейна $D=\gamma T_0$.

Предполагается, что в отсутствие внешних сил частицы расположены на одной высоте z^0 в узлах треугольной решетки с горизонтальными координатами $\boldsymbol{\rho}_\mathbf{l}^0=a(\mathbf{a}_1 l_1+\mathbf{a}_2 l_2)$, где a – межчастичное расстояние, и базис решетки задается единичными векторами $\mathbf{a}_1=(1,0)$ и $\mathbf{a}_2=(1,\sqrt{3})/2$. Величины a, M и Ω_0 считаются независимыми управляющими параметрами.

Линеаризуем уравнения (2) по малым отклонениям от положений равновесия $\mathbf{r}_\mathbf{l}\to\mathbf{r}_\mathbf{l}^0+\mathbf{r}_\mathbf{l}$ и совершим дискретное преобразование Фурье

$$\tilde{\mathbf{r}}(\mathbf{k})=\sum_\mathbf{l}e^{i\mathbf{k}\cdot(l_1\mathbf{a}_1+l_2\mathbf{a}_2)}\mathbf{r}_\mathbf{l}.\quad(4)$$

В дальнейшем образы Фурье любой величины обозначаются тильдой. Обратное преобразование имеет вид

$$\mathbf{r}_\mathbf{l}=\frac{1}{s_0}\int d\mathbf{k}e^{-i\mathbf{k}\cdot(l_1\mathbf{a}_1+l_2\mathbf{a}_2)}\tilde{\mathbf{r}}(\mathbf{k}),\quad(5)$$

где интеграл берется по любой элементарной ячейке обратной решетки с площадью s_0 [10]. Например, в качестве области интегрирования можно выбрать первую зону Бриллюэна, представляющую собой шестиугольник со стороной $4\pi/3$ и площадью $s_0=8\pi^2/\sqrt{3}$. При численном интегрировании удобнее вычислять (5) в косоугольных координатах $\theta_{1,2}=\mathbf{k}\cdot\mathbf{a}_{1,2}$, при этом $d\mathbf{k}/s_0=d\theta_1 d\theta_2/(2\pi)^2$ и интеграл берется по области $-\pi<\theta_{1,2}<\pi$.

После линеаризации и преобразования Фурье уравнения (2) записываются в виде

$$\ddot{\tilde{\mathbf{r}}}(\mathbf{k})=-\tilde{\mathbf{F}}(\mathbf{k})\cdot\tilde{\mathbf{r}}(\mathbf{k})-\gamma\dot{\tilde{\mathbf{r}}}(\mathbf{k})+\tilde{f}(\mathbf{k}).\quad(6)$$

Используемое в дальнейшем выражение для силовой матрицы $\tilde{\mathbf{F}}(\mathbf{k})$ в приближении ближайших соседей в явном виде выписано в работе [11], а здесь мы отметим лишь некоторые существенные ее свойства.

Матрица $\tilde{\mathbf{F}}(\mathbf{k})$ симметрична, однако вследствие невзаимности межчастичных сил ее элементы, связывающие вертикальные и горизонтальные смещения, отличны от нуля, т.е. $\tilde{F}_{xz}(\mathbf{k})=\tilde{F}_{zx}(\mathbf{k})\neq0$, $\tilde{F}_{yz}(\mathbf{k})=\tilde{F}_{zy}(\mathbf{k})\neq0$. Элементы матрицы $\tilde{F}_{xz}(\mathbf{k})$ и $\tilde{F}_{yz}(\mathbf{k})$ оказываются мнимыми нечетными функциями вектора $\mathbf{k}$, а остальные матричные элементы являются действительными четными функциями $\mathbf{k}$.

Поскольку решетка плазменного кристалла инвариантна относительно поворотов на угол $\pi/3$, матрица $\tilde{\mathbf{F}}(\mathbf{k})$ удовлетворяет тождеству

$$\tilde{\mathbf{F}}(\mathbf{R}\cdot\mathbf{k})=\mathbf{R}\cdot\tilde{\mathbf{F}}(\mathbf{k})\cdot\mathbf{R}^{-1},\quad(7)$$

где $\mathbf{R}$ – матрица поворота на угол $\pi/3$ вокруг оси z.

Наша цель заключается в исследовании корреляционных функций смещений частиц $K_{ij}(\tau,\mathbf{l},\mathbf{l}')=\langle r_{\mathbf{l}i}(t)r_{\mathbf{l}'j}(t+\tau)\rangle$ и их спектральных плотностей $\mathbf{K}(\omega,\mathbf{l},\mathbf{l}')=\int d\tau e^{i\omega\tau}\mathbf{K}(\tau,\mathbf{l},\mathbf{l}')$. В силу трансляционной инвариантности матрица $\mathbf{K}(\omega,\mathbf{l},\mathbf{l}')=\mathbf{K}(\omega,\mathbf{l}-\mathbf{l}')$ зависит лишь от разности векторов $\mathbf{l}$

и $\mathbf{l}'$. Общее выражение для преобразования Фурье (4) матрицы $\mathbf{K}(\omega,\mathbf{l})$ получено в работе [8]: $\tilde{\mathbf{K}}(\omega,\mathbf{k}) = 2\tilde{\mathbf{Q}}(\omega,\mathbf{k})D$, где D – интенсивность источника шума (3). Матрица $\tilde{\mathbf{Q}}(\omega,\mathbf{k})$ имеет вид

$$\tilde{\mathbf{Q}}(\omega,\mathbf{k}) = \left[\tilde{\mathbf{T}}^{\dagger}(\omega,\mathbf{k})\cdot\tilde{\mathbf{T}}(\omega,\mathbf{k})\right]^{-1}, \qquad (8)$$

где значок † означает эрмитово сопряжение,

$$\tilde{\mathbf{T}}(\omega,\mathbf{k}) = \omega(\omega + i\gamma)\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{F}}(\mathbf{k}) \qquad (9)$$

и $\mathbf{I}$ – единичная 3×3 матрица.

Собственные значения матрицы $\tilde{\mathbf{F}}(\mathbf{k})$, входящей в уравнение движения (6), определяют частоты колебаний плазменного кристалла $\Omega_i(\mathbf{k})^2$ ($i = 1,2,3$) в отсутствие трения и внешнего шума. Выражение для матрицы (8) показывает, что $\tilde{\mathbf{Q}}(\omega,\mathbf{k})$ является фильтром, выделяющим определенные частоты из спектра внешнего шума. Заметим, что матрицу (8) можно представить в виде суммы

$$\tilde{\mathbf{Q}}(\omega,\mathbf{k}) = \sum_{i,j=1,2,3}\frac{\tilde{\mathbf{Q}}_{ij}(\mathbf{k})}{(\omega(\omega+i\gamma)-\Omega_i(\mathbf{k})^2)(\omega(\omega-i\gamma)-\Omega_j(\mathbf{k})^2)}, \qquad (10)$$

откуда видно, что для достаточно малого трения ($\gamma \ll \Omega_i(\mathbf{k})$) матрица (8) имеет острые максимумы при $\omega = \pm\Omega_i(\mathbf{k})$. Явные выражения для матриц $\tilde{\mathbf{Q}}_{ij}(\mathbf{k})$ в (10), зависящих только от волнового вектора, весьма громоздки, однако легко рассчитываются численными методами.

Заметим, что матрицы $\tilde{\mathbf{T}}(\omega,\mathbf{k})$ (9) и $\tilde{\mathbf{Q}}(\omega,\mathbf{k})$ (8) также обладают свойством симметрии (7) и, кроме того, матрица $\tilde{\mathbf{Q}}(\omega,\mathbf{k})$ при действительной частоте ω является эрмитовой.

3. СИНГУЛЯРНОСТИ ВАН ХОВА

Собственные частоты колебаний кристалла с межчастичным потенциалом взаимодействия (1) подробно обсуждались в работе [11]. Для устойчивого кристалла можно считать, что $\Omega_1(\mathbf{k}) < \Omega_2(\mathbf{k}) < \Omega_3(\mathbf{k})$. В длинноволновой области при $\mathbf{k}\to 0$ ветвь колебаний с частотой $\Omega_1(\mathbf{k})$ соответствует поперечному звуку, с частотой $\Omega_2(\mathbf{k})$ – продольному звуку, а в случае колебаний с частотой $\Omega_3(\mathbf{k}) \approx \Omega_0$ частицы смещаются в вертикальном направлении. При конечной величине волнового вектора $\mathbf{k}$ поляризации различных колебаний становятся более сложными, однако для простоты мы их по-прежнему называем поперечными, продольными и вертикальными.

В плоскости внешних параметров a и M существуют области, в которых одна из частот $\Omega_{1,2}(\mathbf{k})$ становится чисто мнимой, что соответствует апериодическим неустойчивостям кристалла. Вне этих областей кристалл устойчив, если частота Ω_0 достаточно велика, $\Omega_0 > \Omega_{cr}(a,M)$. При $\Omega_0 < \Omega_{cr}(a,M)$ развивается осцилляционная неустойчивость связанных волн, обусловленная гибридизацией продольных и вертикальных колебаний.

При вычислении матриц $\mathbf{Q}(\omega,\mathbf{l})$ или $\mathbf{K}(\omega,\mathbf{l})$ необходимо вычислять интегралы вида (5). Поскольку при $\gamma\to 0$ подынтегральные выражения имеют острые максимумы в определенных областях, при изменении частоты ω возникают некоторые особенности, обусловленные топологической перестройкой линий уровня $\omega = \Omega_i(\mathbf{k})$. В теории твердого тела эти особенности, возникающие при вычислении плотности состояний, называются сингулярностями Ван Хова [10]. Для случая двумерного движения и экранированного кулоновского потенциала взаимодействия сингулярности Ван Хова обсуждались в работе [8]. Рассмотрим характерные особенности на примере вычисления функции $\mathbf{Q}(\omega,0)$, определяющей корреляционные функции смещений одной частицы.

Отметим прежде всего, что поскольку $\tilde{\mathbf{Q}}(\omega,\mathbf{k})$ удовлетворяет соотношению (7), матрица

$$\mathbf{Q}(\omega,0) = \frac{1}{s_0}\int d\mathbf{k}\,\tilde{\mathbf{Q}}(\omega,\mathbf{k}) \qquad (11)$$

является диагональной, причем $Q_{xx}(\omega,0) = Q_{yy}(\omega,0) \neq Q_{zz}(\omega,0)$.

На рис. 1 показан пример дисперсионных зависимостей $\Omega_i(k_x)$ вдоль одной из осей симметрии ($k_y = 0$), построенных для потенциала (1) при $a = 3$, $M = 0.5$, $\Omega_0 = 0.614$, при этом $\Omega_{cr} \approx 0.604$. Из рисунка видно, что по мере увеличения частоты встречаются несколько критических точек. При $\omega = \omega_D \approx 0.21$ частоты продольных и поперечных колебаний совпадают, что, также как и в двумерном случае [8], соответствует точкам Дирака в вершинах зоны Бриллюэна. При $\omega = \omega_{max1} \approx 0.35$ дисперсионная кривая продольных колебаний достигает максимума, а при $\omega = \omega_{min} \approx 0.44$ наблюдается минимум частоты вертикальных колебаний. В диапазоне $\omega_{max1} < \omega < \omega_{min}$ лежит запрещенная зона, в которой отсутствуют действительные решения уравнений $\omega = \Omega_i(\mathbf{k})$ и интеграл (11) должен быть мал.

На рисунках 2–4 показаны контурные графики всех трех ветвей колебаний в первой зоне Бриллюэна. На этих графиках крестиками отмечены седловые точки, в которых $\partial\Omega(\mathbf{k})/\partial\mathbf{k} = 0$, а квадратичная форма вторых производных не знакоопределена. Локальные максимумы отмечены

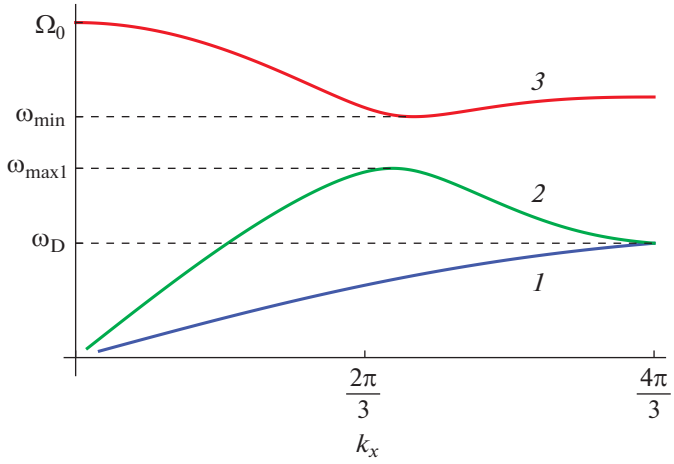

Рис. 1. Дисперсия колебаний вдоль оси x: *1* – поперечные волны, *2* – продольные волны, *3* – вертикальные волны.

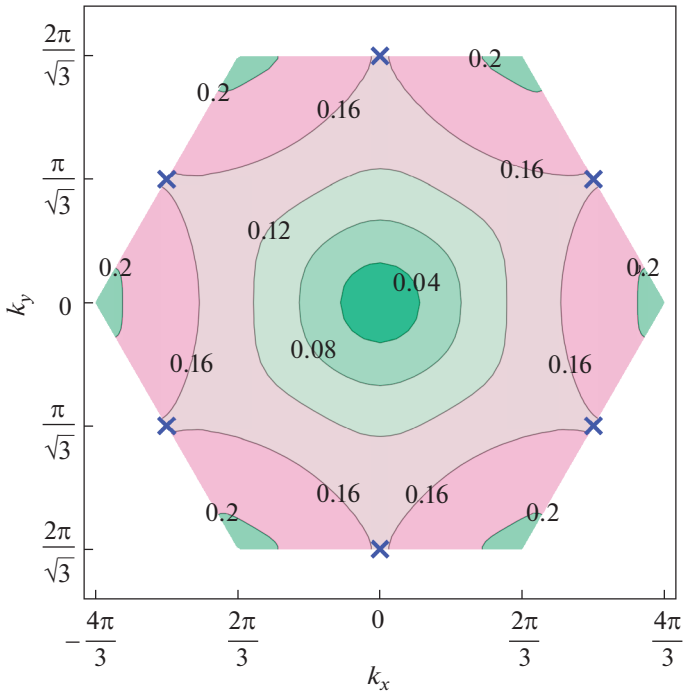

Рис. 2. Контурный график дисперсии поперечных колебаний.

сплошными дисками, минимумы – кружками. Из рисунков видно, что в пределах первой зоны Бриллюэна лежит большое число критических точек.

Для случая поперечных волн (рис. 2) помимо точек Дирака, лежащих в вершинах, имеются седловые точки, расположенные в серединах сторон зоны Бриллюэна, с частотами $\omega_{s1} \approx 0.16$. В спектре продольных волн (рис. 3) шесть седловых точек с частотами $\omega_{s2} \approx 0.23$ также расположены на краях зоны Бриллюэна. Кроме того, шесть точек максимума ω_{max1} чередуются с седловыми точками с частотами $\omega_{s3} \approx 0.33$, расположенными внутри зоны Бриллюэна. Наконец, в спектре вертикальных колебаний точки минимума ω_{min} чередуются с седловыми точками с частотами $\omega_{s4} \approx 0.46$, и на границах зоны Бриллюэна расположены локальные максимумы с частотами $\omega_{max2} \approx 0.49$. Глобальный максимум частоты вертикальных колебаний с частотой Ω_0 расположен в центре зоны Бриллюэна.

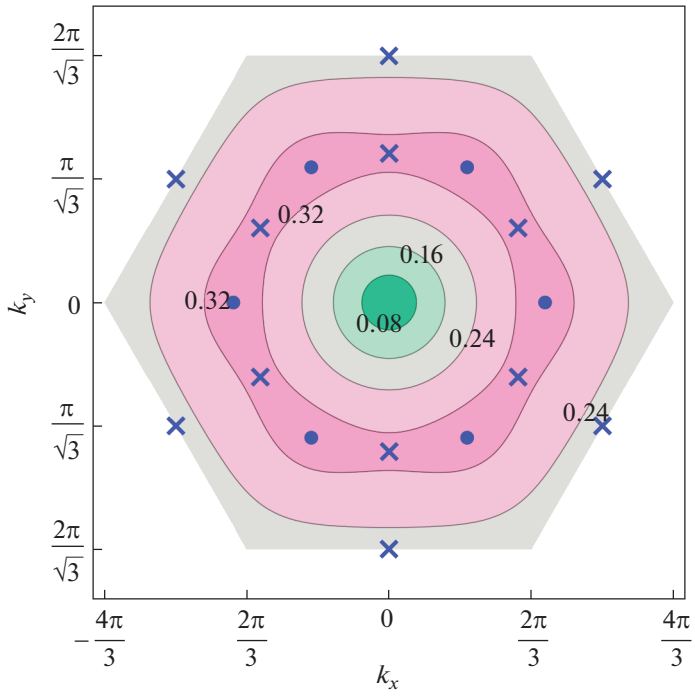

Рис. 3. Контурный график дисперсии продольных колебаний.

Для случая двумерного кристалла можно ожидать, что в пределе $\gamma \to 0$ интеграл вида (11) при изменении частоты в окрестности максимума или минимума $\Omega_i(\mathbf{k})$ должен скачком изменяться от нуля до конечной величины [8, 10]. При изменении частоты вблизи седловой точки $\Omega_i(\mathbf{k})$ интеграл (11) логарифмически расходится, а в окрестностях точек Дирака должен быть локальный минимум.

Эти закономерности хорошо видны на рис. 5, где показан результат численного интегрирования (11) для достаточно малого затухания $\gamma = 0.01$. При увеличении частоты в спектральной плотности коррелятора горизонтальных смещений (кривая *1* на рис. 5) между двумя острыми максимумами на частотах ω_{s1}, ω_{s2}, связанных с седловыми точками в спектре поперечных и продольных волн (рис. 2, 3), расположен локальный минимум на частоте ω_D, обусловленный точками Дирака. В этой области частот коррелятор вертикальных смещений мал, и на качественном уровне картина соответствует результату [8], полученному в пренебрежении вертикальными движениями.

При дальнейшем увеличении частоты становится заметной связь между корреляторами горизонтальных и вертикальных смещений. Между седловыми точками продольных и вертикальных колебаний ω_{s3} и ω_{s4} (рис. 3, 4) обе корреляционные функции уменьшаются почти до нуля, что обусловлено щелью в диапазоне $\omega_{max1} < \omega < \omega_{min}$ (рис. 1). Наконец, корреляторы стремятся к нулю при $\omega > \Omega_0$.

Таким образом, в спектре коррелятора смещений отдельной частицы наблюдается большое число (в рассмотренном примере их восемь) характерных особенностей, обусловленных различными критическими точками дисперсии мод колебаний плазменного кристалла. Аналогичные особенности наблюдаются также в спектральной плотности корреляторов различных частиц, однако в отличие от двумерного случая [8], их достаточно сложно представить в графическом виде.

4. ОДНОВРЕМЕННЫЕ КОРРЕЛЯТОРЫ СКОРОСТИ

С учетом соотношения Эйнштейна одновременные корреляторы скорости можно записать в виде

$$\left\langle v_{\mathbf{l}i}(t) v_{\mathbf{l}'j}(t) \right\rangle = W_{ij}(\mathbf{l} - \mathbf{l}') T_0, \qquad (12)$$

где $\mathbf{v}_\mathbf{l} = \dot{\mathbf{r}}_\mathbf{l}$ и матрица $\mathbf{W}(\mathbf{l})$ выражается через коррелятор (8)

$$\mathbf{W}(\mathbf{l}) = \frac{1}{s_0} \int d\mathbf{k} e^{-i\mathbf{k}\cdot(l_1\mathbf{a}_1 + l_2\mathbf{a}_2)} \int \frac{d\omega}{2\pi} \omega^2 \tilde{\mathbf{Q}}(\omega, \mathbf{k}). \qquad (13)$$

Интеграл по частоте ω в (13) легко вычисляется при помощи представления (10).

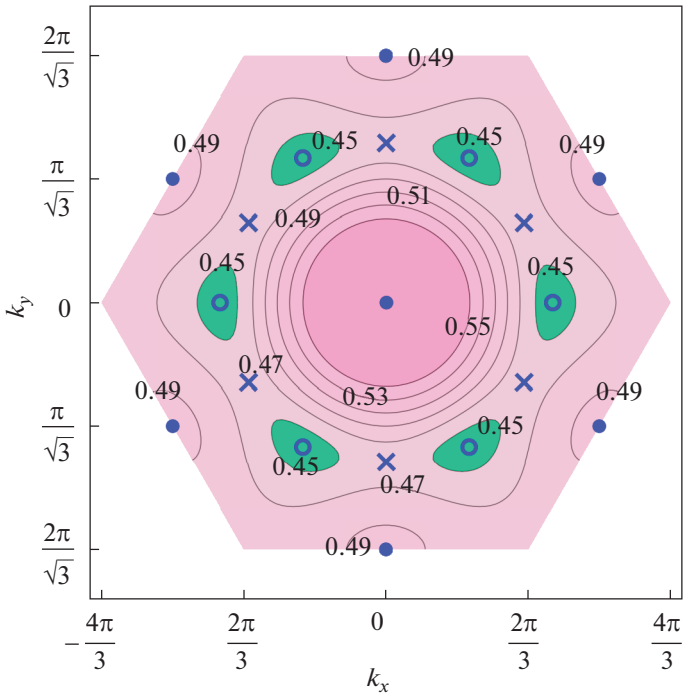

Рис. 4. Контурный график дисперсии вертикальных колебаний.

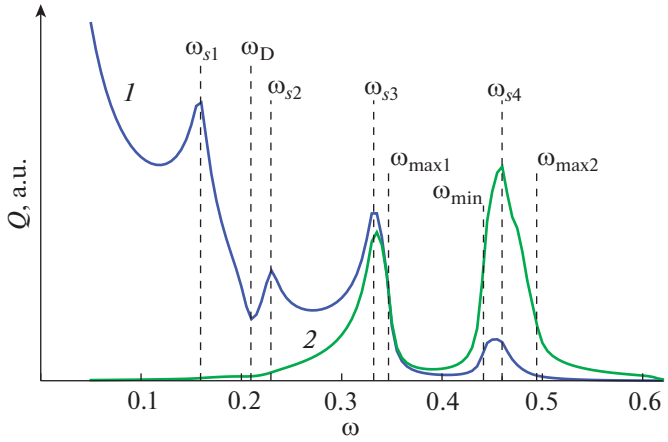

Рис. 5. Зависимость диагональных матричных элементов (11) от частоты: *1* – $Q_{xx}(\omega,0)$, *2* – $Q_{zz}(\omega,0)$.

Заметим, что, если пренебречь эффектом невзаимности, положив $F_{xz}(\mathbf{k}) = F_{yz}(\mathbf{k}) = 0$, то интеграл по волновым векторам в (13) также можно вычислить. В результате получаем $W_{ij}(\mathbf{l}) = \delta_{\mathbf{l},0}\delta_{ij}$, т.е. в соответствии с законами классической статистической физики для любой частицы средняя кинетическая энергия на каждую степень свободы равна $T_0/2$ и флуктуации скоростей различных частиц не скоррелированы.

Для учета влияния невзаимности интеграл по $\mathbf{k}$ рассчитывался численно. Обсудим несколько характерных примеров. Легко показать, что при $\mathbf{l} = 0$ матрица (13) диагональна, причем $W_{xx}(0) = W_{yy}(0) \neq W_{zz}$.

На рис. 6 изображена зависимость диагональных элементов $\mathbf{W}(0)$ (13) при фиксированном межчастичном расстоянии ($a = 3$) от числа Маха M ионного потока для различных значений частоты Ω_0. При этом из расчетов исключался диапазон $0.93 < M < 1.48$, в котором развивается апериодическая неустойчивость поперечных волн [11]. Кривые *1* на рис. 6 рассчитывались на пороге не-

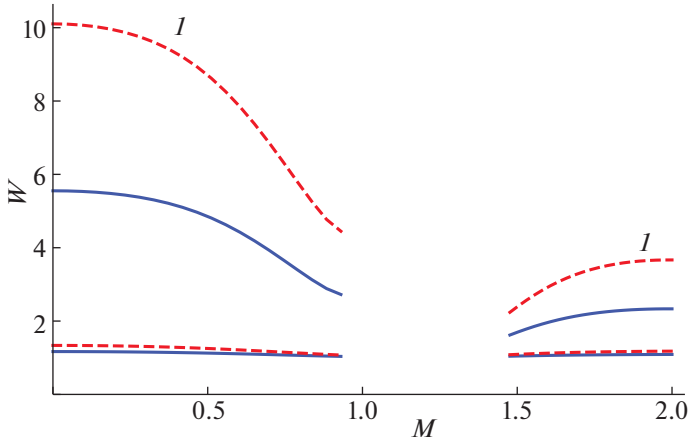

Рис. 6. Зависимость диагональных матричных элементов $\mathbf{W}(0)$ от M ($a = 3$). Сплошные кривые – $W_{xx} = W_{yy}$, пунктирные кривые – W_{zz}. Кривые *1* рассчитаны при $\Omega_0 = \Omega_{cr}(a, M)$, кривые *2* при $\Omega_0 = 1.2\Omega_{cr}(a, M)$.

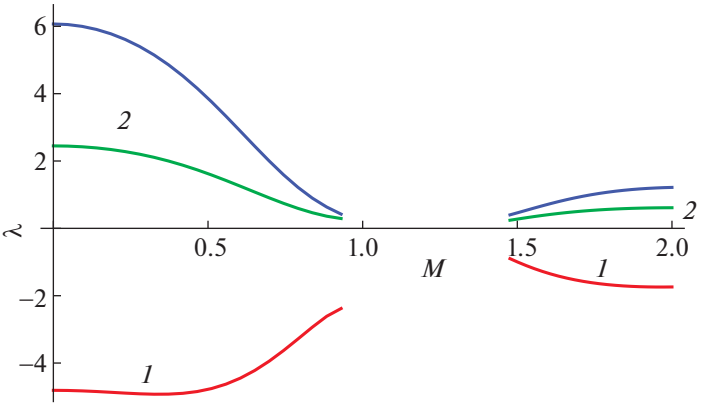

Рис. 7. Зависимости собственных значений матрицы (13) от M; $l_1 = 1$, $l_2 = 0$. Номера кривых соответствуют номерам собственных векторов.

устойчивости связанных волн при $\Omega_0 = \Omega_{cr}(a, M)$. Из рисунка видно, что в этом случае средние значения кинетической энергии отдельной частицы в вертикальном и горизонтальных направлениях заметно отличаются, причем оба значения существенно превышают $T_0/2$. При увеличении частоты Ω_0 эффекты невзаимности перестают играть существенную роль (кривые *2* на рис. 6 построены при $\Omega_0 = 1.2\Omega_{cr}(a, M)$), и диагональные элементы $\mathbf{W}(0)$ стремятся к единице.

Невзаимность межчастичных сил приводит также к тому, что одновременные корреляторы скоростей различных частиц отличны от нуля. Для описания этих корреляторов заметим, что все точки решетки можно расположить на концентрических окружностях с центрами в начале координат и радиусами $|\boldsymbol{\rho}_{\mathbf{l}}^0| = a, \sqrt{3}a, 2a\ldots$ При этом число точек N_i на каждой окружности кратно 6. Матрицы (13), соответствующие точкам решетки, лежащим на одной окружности, связаны с друг другом преобразованием поворота на угол $2\pi/N_i$, а их собственные значения равны. По этой причине достаточно исследовать матрицы (13) с индексами $\mathbf{l}$, соответствующими лишь одной точке на каждой окружности.

При $\mathbf{l} \neq 0$ интеграл (13) определяет коррелятор скоростей частицы, лежащей в начале координат, и частицы с невозмущенными координатами $\boldsymbol{\rho}_{\mathbf{l}}^0$. Этот интеграл представляет собой действительную симметричную матрицу, которая полностью характеризуется соответствующими собственными векторами $\mathbf{w}_i$, образующими ортонормированный репер, и действительными собственными значениями λ_i ($i = 1, 2, 3$). Один из собственных векторов (обозначим его как $\mathbf{w}_1$) матрицы (13) лежит в плоскости xy и перпендикулярен вектору

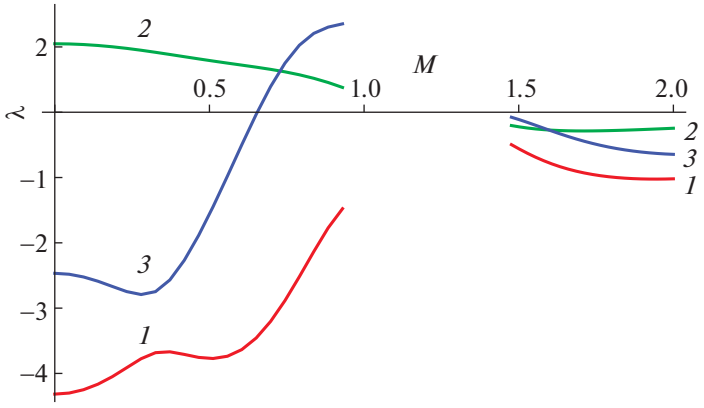

Рис. 8. Зависимости собственных значений матрицы (13) от M; $l_1 = 1$, $l_2 = 1$. Номера кривых соответствуют номерам собственных векторов.

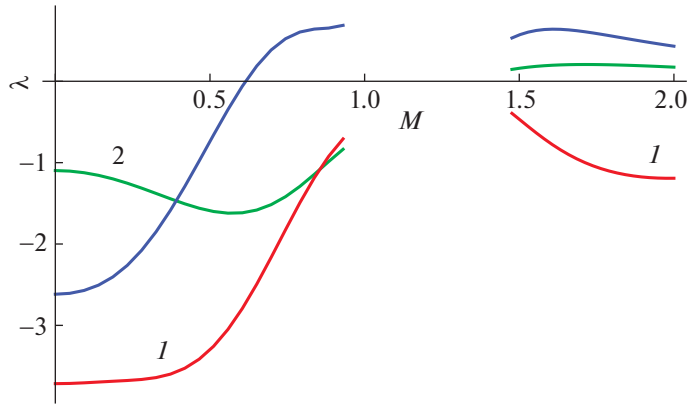

Рис. 9. Зависимости собственных значений матрицы (13) от M; $l_1 = 2$, $l_2 = 0$. Номера кривых соответствуют номерам собственных векторов.

$\boldsymbol{\rho}_\mathbf{l}^0$. Остальные два вектора $\mathbf{w}_{2,3}$ лежат в вертикальной плоскости, проходящей через $\boldsymbol{\rho}_\mathbf{l}^0$, и расположены под некоторыми углами к плоскости xy.

Несколько примеров зависимости собственных значений матрицы (13) от числа Маха M на пороге неустойчивости связанных волн ($a = 3$, $\Omega_0 = \Omega_{cr}(a, M)$) показаны на рис. 7 ($|\boldsymbol{\rho}_\mathbf{l}^0| = a$), рис. 8 ($|\boldsymbol{\rho}_\mathbf{l}^0| = \sqrt{3}a$) и рис. 9 ($|\boldsymbol{\rho}_\mathbf{l}^0| = 2a$). Для рассмотренных примеров угол между собственными векторами $\mathbf{w}_{2,3}$ и горизонтальной плоскостью слабо зависит от M и составляет примерно $\pi/4$. При увеличении параметра Ω_0 все собственные значения (13) с $\mathbf{l} \neq 0$ быстро уменьшаются до нуля.

Из рис. 7–9 видно, что для вектора $\mathbf{w}_1$, лежащего в горизонтальной плоскости, собственное значение матрицы $\mathbf{W}(\mathbf{l})$ всегда отрицательно (кривые *1*). Это означает, что компоненты скоростей соседних частиц в направлении $\mathbf{w}_1$ в среднем имеют разные знаки. Для ближайших соседей (рис. 7) остальные два собственных значения $\lambda_{2,3}$ оказываются положительными, т.е. флуктуации скоростей в плоскости перпендикулярной $\mathbf{w}_1$ в среднем параллельны. С ростом расстояния между частицами (рис. 8, 9) собственные значения $\lambda_{2,3}$ могут менять знак при изменении параметра M.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе приведены результаты расчетов корреляционных функций смещений и скоростей частиц плазменного кристалла под действием внешних случайных сил. Показано, что зависимость спектральных плотностей смещений частиц от частоты содержит большое количество особенностей, связанных с критическими точками дисперсии различных колебаний. В целом, наблюдаемая картина похожа на исследованные ранее особенности спектров в двумерном

случае для изотропного потенциала взаимодействия, а отличие обусловлено бóльшим числом критических точек.

Невзаимность межчастичных сил существенным образом влияет на поведение одновременных корреляторов скоростей вблизи порога неустойчивости связанных волн. Во-первых, средняя кинетическая энергия в вертикальном направлении существенно превышает среднюю кинетическую энергию в любом горизонтальном направлении и температуру термостата. Во-вторых, корреляторы скоростей различных частиц оказываются отличными от нуля. Все это нарушает закон классической статистической физики о равнораспределении кинетической энергии по степеням свободы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Комплексная и пылевая плазма / Ред. Фортов В.Е., Морфилл Г.Е. М.: Физматлит, 2012.
2. *Tsytovich V.N., Morfill G.E., Vladimirov S.V., Thomas H.M.* Elementary Physics of Complex Plasmas. Lect. Notes Phys. 731. Belin, Heidelberg: Springer, 2008.
3. *Vladimirov S.V., Ostrikov K., Samarian A.A.* Physics and Applications of Complex Plasmas. Imperial College Press, 2005.
4. *Кедель Л., Носенко В., Жданов С., Ивлев А.В., Лаут И., Яковлев Е.В., Крючков Н.П., Овчаров П.В., Липаев А.М., Юрченко С.О.* // УФН. 2019. Т. 189. С. 1070.
5. *Саметов Э.А., Лисин Е.А., Ваулина О.С.* // ЖЭТФ. 2020. Т. 157. С. 552.
6. *Ваулина О.С.* // Физика плазмы. 2022. Т. 48. С. 36.
7. *Ivlev A.V., Bartnick J., Heinen M., Du C.-R., Nosenko V., Löwen H.* // Phys. Rev. X. 2015. V. 5. P. 011035.
8. *Игнатов А.М.* // Физика плазмы. 2017. Т. 43. С. 560.
9. *Климонтович Ю.Л.* Статистическая физика. М.: Наука, 1982.
10. *Займан Дж.* Принципы теории твердого тела. М.: Мир, 1074.
11. *Игнатов А.М.* // Физика плазмы. 2020. Т. 46. С. 358.

EDN: ZXQLTK
ФИЗИКА ПЛАЗМЫ, 2022, том 48, № 6, с. 528–534

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПЛАЗМЫ С ПОВЕРХНОСТЯМИ

УДК 533.915;533.9.072

ТРАВЛЕНИЕ СТРУКТУР ТИПА “МИКРОПРОВОД НА ИЗОЛЯТОРЕ”

© 2022 г. Е. Г. Шустин[a, *], Д. В. Колодко[a, b], В. А. Лузанов[a], Е. Н. Миргородская[a], И. А. Сорокин[a, b], В. П. Тараканов[c], М. П. Темирязева[a], Е. С. Фролов[d]

[a] *Фрязинский филиал института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, Фрязино, Московская обл., Россия*

[b] *Национальный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, Москва, Россия*

[c] *Институт теплофизики экстремальных состояний ОИВТ РАН, Москва, Россия*

[d] *Специальное конструкторское бюро института радиотехники и электроники РАН (СКБ ИРЭ РАН), Фрязино, Московская обл., Россия*

**e-mail: shustin@ms.ire.rssi.ru*

Поступила в редакцию 09.04.2022 г.
После доработки 16.05.2022 г.
Принята к публикации 20.05.2022 г.

Наноленты из различных материалов, таких как графен и топологические изоляторы, в настоящее время привлекают большое внимание как структуры для устройств наноэлектроники и спинтроники. Соответственно встает вопрос о технологии изготовления таких структур, обеспечивающей наилучшее качество по пространственной однородности и совершенству кристаллической структуры. Нами изучена возможность повышения однородности травления структур типа “микропровод на изоляторе”. Исследования проводились с помощью компьютерного моделирования и технологических экспериментов. Показано, что модуляция потенциала подложки шумоподобным сигналом может существенно улучшить профиль поперечного сечения ионного пучка, выходящего из плазмы на структуру в плазмохимическом реакторе с удаленным источником плазмы. Для этого был разработан и испытан источник шумоподобного сигнала и проведено экспериментальное травление тестовых лент из никелевой пленки. Испытания подтвердили эффективность предложенной методики.

Ключевые слова: пучково-плазменный разряд, плазменное травление, наноленты

DOI: 10.31857/S0367292122600522

1. ВВЕДЕНИЕ

В последнее время возрастает интерес к созданию наноэлектронных устройств на основе нанолент из различных материалов (см., например [1, 2]). В частности, преобразование графена в наноленту (в англоязычной литературе nanoribbons – GNR) может открыть запрещенную зону, которую можно настроить, меняя ее свойства изменением ширины ленты [3]. Нанопроволоки топологических изоляторов служат перспективными кандидатами для создания устройств спинтроники. Синтез силицена, графеноподобного кремния, в форме нанолент также вызвал огромный интерес [4].

Однако получение нанолент с использованием литографических, химических или сонохимических методов представляет собой сложную задачу. Производить наноленты с гладкими краями и регулируемой шириной с высокой производительностью процесса, перспективной для промышленного применения, трудно. Плазмохимическое травление структур типа “микропровод на изоляторе” с характерными размерами меньше дебаевского радиуса окружающей плазмы приводит к значительной неоднородности профиля травления.

Успешное применение технологии получения бездефектных наноразмерных пленок графена с контролем их толщины in situ [5] стимулировало попытки создания таким путем других двумерных структур, перспективных для использования в наноэлектронике и спинтронике.

Мы попытались получить наноленты топологического изолятора $SbSe_3$ по той же методике путем травления монокристаллов этого материала. Травление осуществлялось в плазмохимическом реакторе на основе пучково-плазменного разряда (ППР) в качестве источника плазмы [6–8]. Эти эксперименты дали неоднозначные результаты: желаемый эффект травления наблюдался при энергии ионов, воздействующих на исходные полосы, с энергией ≥70 эВ, но полученные структу-

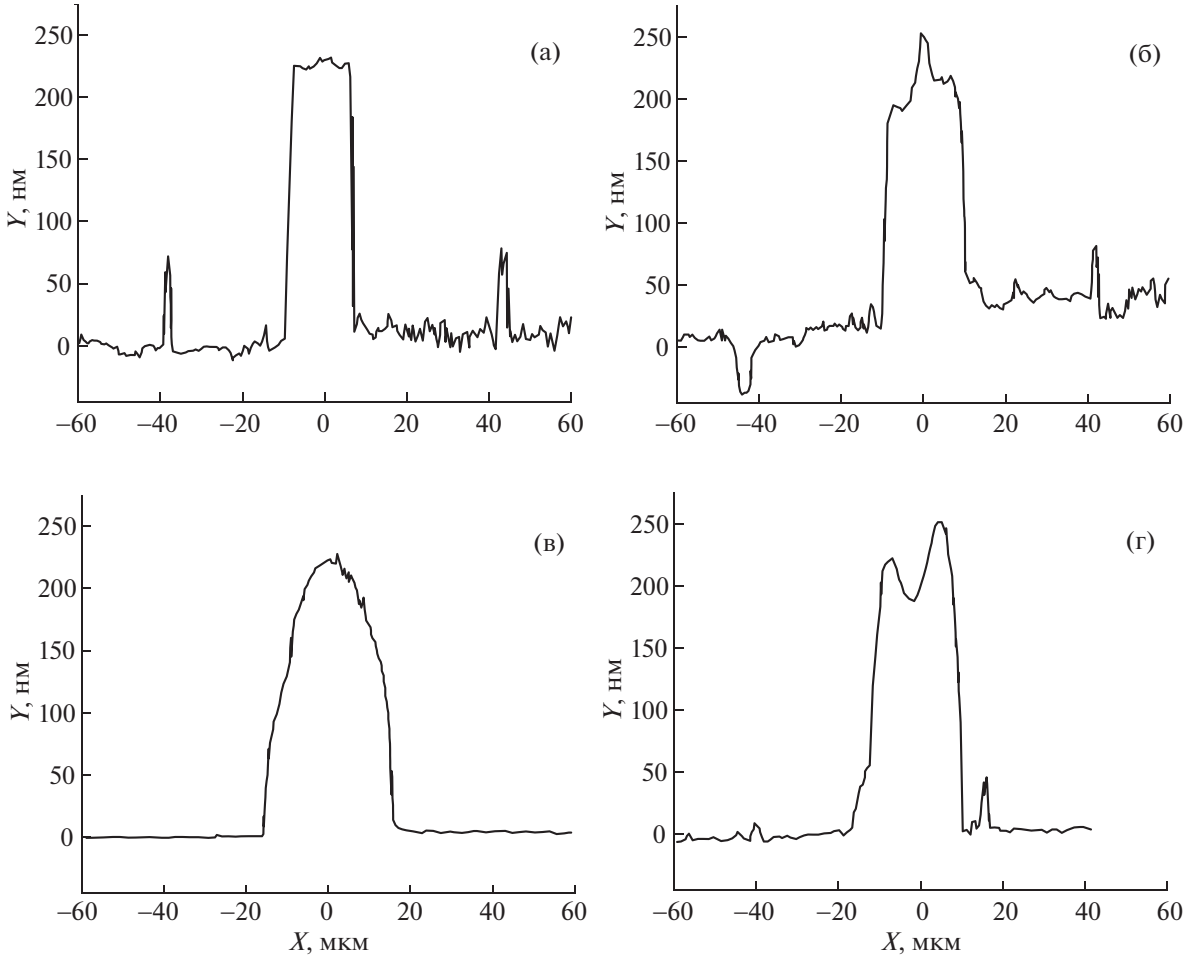

Рис. 1. Профили образцов микрополосок до (а) и после (б–г) травления.

ры оказались сильно неоднородными по толщине (см. рис. 1).

Данные результаты стимулировали анализ этой задачи компьютерным моделированием с применением программы KAPAT, успешно использовавшейся ранее при решении подобных задач [9, 10].

2. МОДЕЛИРОВАНИЕ

В работах [11, 12] мы исследовали воздействие потоков ионов из плазмы на поверхность плоского микропровода шириной меньше дебаевской длины прилегающей плазмы. Целью этой работы было изучение эффектов зарядки поверхности диэлектрика в такой конфигурации. Создана модель, позволяющая исследовать динамику плазмы, прилегающей к микропроводу, как при подаче на микропровод стационарного потенциала, так и при воздействии периодических импульсов. Моделирование подтвердило предположение о том, что причиной однородности травления является образование электростатической линзы вблизи микропровода, в результате чего создается сильно неоднородный ионный поток с сильным рассеянием ионного потока по скоростям и углам [11] (см. рис. 2б).

Позднее было обнаружено, что трапециевидная форма импульса ВЧ-напряжения может обеспечить гораздо более однородное распределение скорости травления (на уровне 20%) по поверхности микропровода [12].

В настоящей работе поставлена задача: найти оптимальную форму сигнала, модулирующего потенциал плазмы, для однородного травления структур типа “микропровод на изоляторе”. Мы предположили, что ситуацию можно улучшить, модулируя потенциал смещения шумоподобным сигналом (в отличие от сигнала трапециевидной формы в [12]). Предполагалось, что хаотическое изменение формы электростатической линзы около микропровода приведет к более однородному среднему по времени поперечному профилю ионного потока. Было проведено компьютерное моделирование этого предположения.

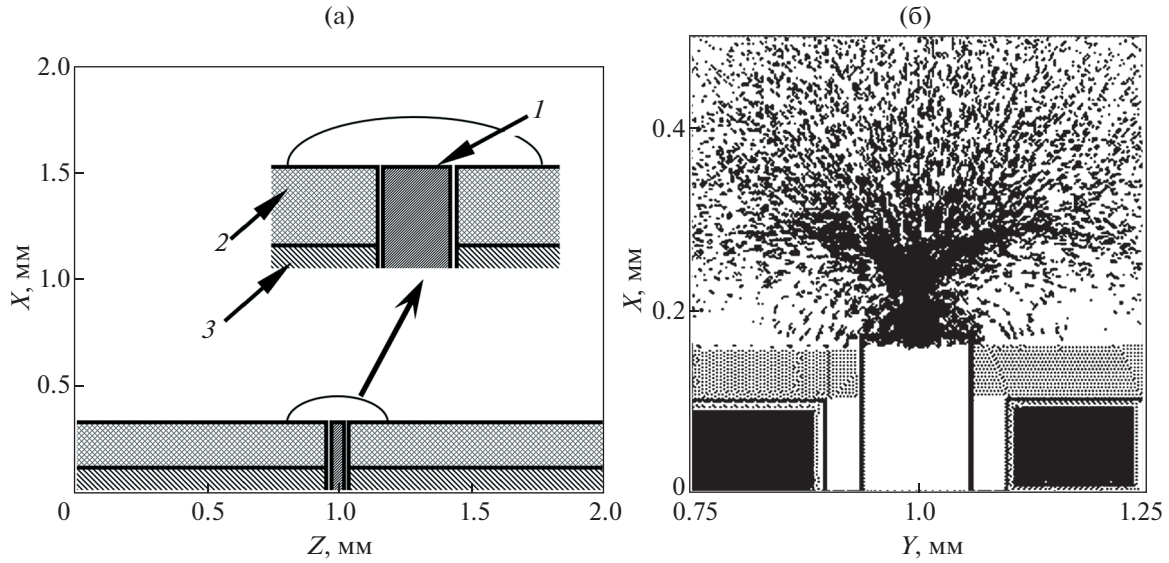

Рис. 2. Изображение области моделирования (а) и распределение ионов в окрестности проводника (б): *1* – микропроводник, *2* – диэлектрическая пленка, *3* – проводящая подложка.

Использовалась та же модель, что и в [12]. На рис. 2а показана область моделирования. При $X = 0.16$ мм расположена поглощающая падающие заряженные частицы диэлектрическая поверхность толщиной 60 мкм с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 5$, покрывающая идеально проводящую подложку с нулевым потенциалом. Через нее проходит изолированный от подложки электрод в форме ленты шириной 80 мкм, также поглощающий падающие заряженные частицы.

Пространство от верхней поверхности ($X = 2$ мм) до диэлектрика заполнено плазмой, моделируемой макрочастицами PiC. Использовалась сетка 100×100, обеспечивающая шаг по пространству, много меньший, чем дебаевский размер плазмы и другие характерные размеры системы.

В качестве плазмообразующего газа выбран аргон (масса ионов $M \approx 80000\ m$, где m – масса электрона). Равновесное значение плотности плазмы равно 7×10^9 см$^{-3}$, температура 0.3 эВ. Разработанный алгоритм обеспечивает формирование и поддержание заданных параметров фоновой плазмы.

Рассматривалась реакция плазмы вблизи электрода на изменение потенциала этого электрода и соответствующее распыление материала электрода под действием падающих на него ионов, с задачей найти форму импульса напряжения, которая обеспечивает наиболее равномерное распределение скорости распыления по Z. Такая задача позволяет ограничиться двумерной геометрией XZ, где плоскость XZ перпендикулярна электроду.

На рис. 3 представлены результаты расчетов. Действительно, биполярные шумоподобные сигналы с равномерным распределением величины со средним значением, изменяемым в пределах $B = 40$–80 В, и амплитудой $A = 10$–60 В обеспечивают существенно более равномерную форму поперечного сечения центральной части ионного потока, воздействующего на провод. Фронты

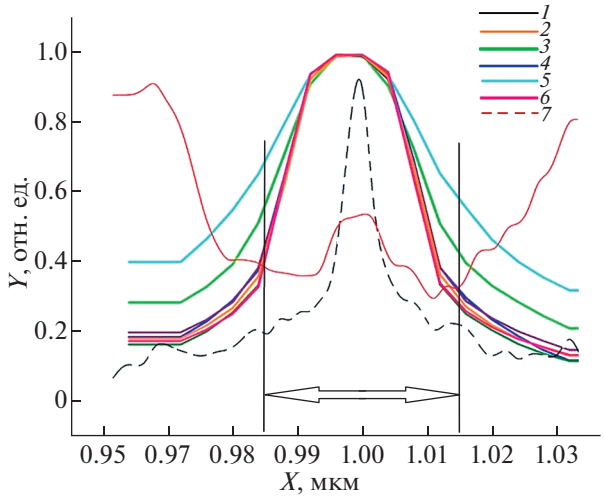

Рис. 3. Профили сечения никелевой полоски после травления регулярным и шумоподобным сигналами: *1* – смещение $B = 50$ В, среднее значение амплитуды $A = 10$ В; *2* – $B = 40$ В, $A = 8$ В; *3* – $B = 40$ В, $A = 16$ В; *4* – $B = 70$ В, $A = 40$ В; *5* – $B = 80$ В, $A = 60$ В. Кривые *6*, *7* – модуляция потенциала трапециедальным – *6* и прямоугольным – *7* сигналами. Стрелкой обозначена ширина микропровода.

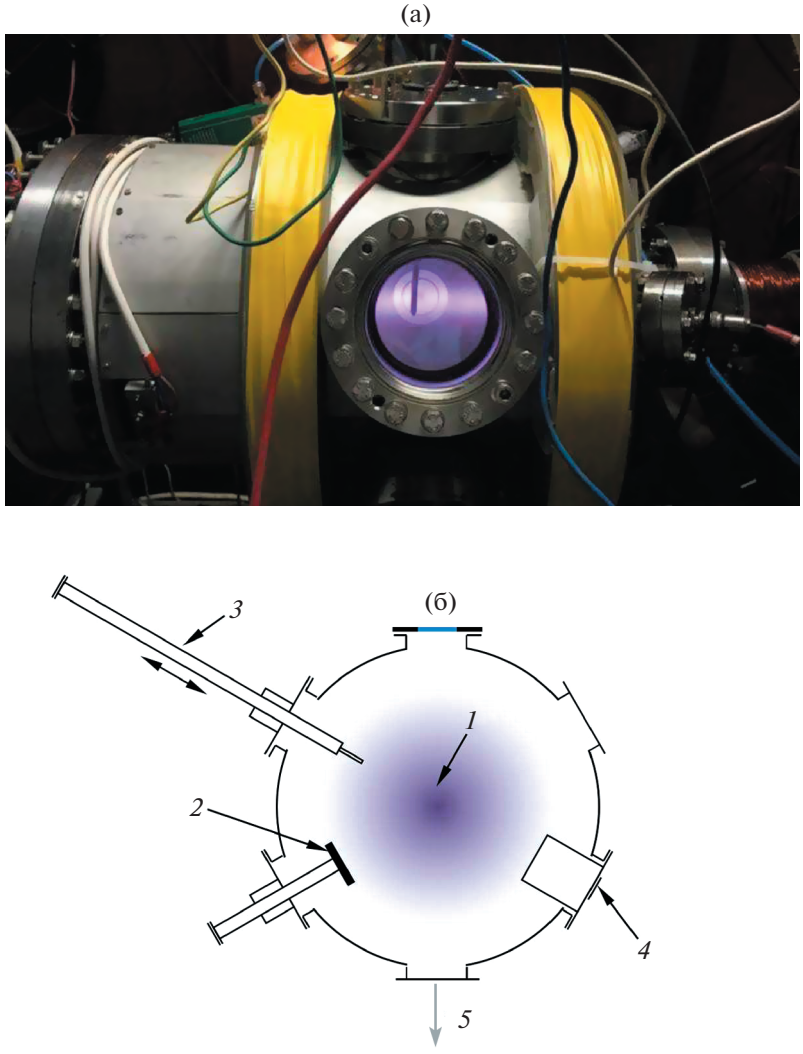

Рис. 4. Вид реактора (а) и расположение измерительной аппаратуры и обрабатываемых образцов (б): *1* – плазма, *2* – держатель образца, *3* – зонд Ленгмюра, *4* – энергоанализатор, *5* – вакуумная откачка.

профиля скорости травления остаются довольно гладкими. Однако с учетом известного факта, что при травлении монокристаллических материалов или структур скорость травления в областях дефектов кристалла (в частности, его границ) значительно превышает скорость травления в области идеальной структуры, можно ожидать, что таким образом можно получить наноленты почти прямоугольного профиля сечения.

3. ТРАВЛЕНИЕ

Травление испытуемых образцов проводилось в реакторе с пучково-плазменным разрядом (ППР) в качестве источника плазмы [8]. На рис. 4 показан внешний вид реактора и расположение в нем измерительной аппаратуры и обрабатываемых образцов.

Для формирования шумоподобного сигнала разработан специальный прибор. На рис. 5 показана его функциональная схема.

Шумоподобный сигнал формируется сложением десяти гармонических колебаний со случайными амплитудами и фазами. Среднее значение амплитуд составляет от 0.2 до 0.8 постоянного смещения, задаваемого в диапазоне от –40 до –80 В.

Микроконтроллер (МК) формирует отсчеты формируемого сигнала частотой 500 кГц и подает их на вход цифро-аналогового преобразователя (ЦАП). Выбор частоты определяется характерным временем зарядки диэлектрика подложки (см. [8]). Образцы представляют результат функции *rand*. С выхода ЦАП сигнал проходит через согласующий буфер на вход фильтра низких частот с частотой среза 350 кГц/с. Затем сигнал рас-

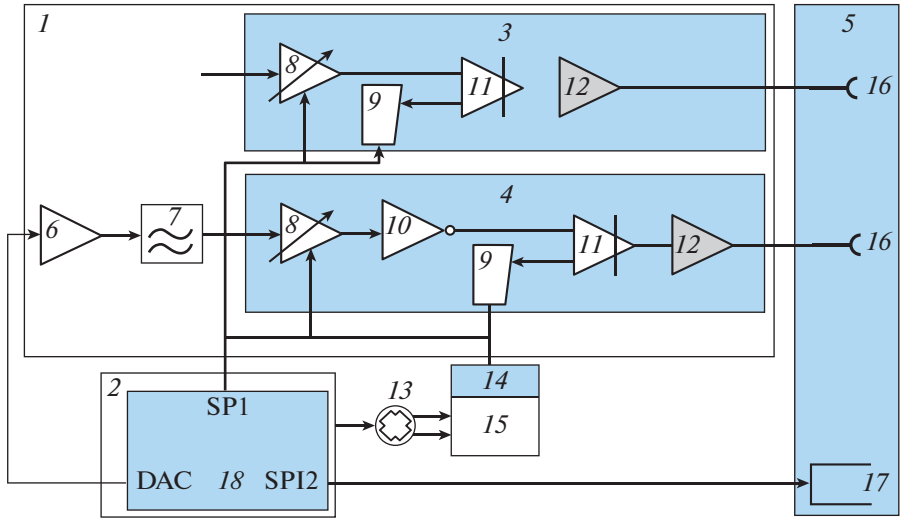

Рис. 5. Схема генератора шумоподобного сигнала: *1* – плата усилителя; *2* – панель управления и формирования сигналов; *3* – 3-канальный усилитель-формирователь сигнала положительной полярности; *4* – 4-канальный усилитель-формирователь сигнала отрицательной полярности; *5* – лицевая панель; *6* – согласующий буфер; *7* – фильтр нижних частот; *8* – усилитель с регулировкой коэффициента усиления; *9* – усилитель постоянного тока; *10* – инвертор; *11* – сумматор; *12* – усилитель мощности; *13* – вентилятор; *14* – датчик температуры; *15* – радиатор усилителя мощности; *16* – разъем выходного сигнала; *17* – панель управления с сенсорным экраном; *18* – микроконтроллер.

параллеливается на два канала усилителей – формирователей положительной и отрицательной полярности. Функционально схемы каналов отличаются только наличием инвертора отрицательной полярности во 2-м канале. На входах каналов установлены усилители. Сигнал поступает на вход сумматора, который производит смещение сигнала. Смещение сигнала задается МК с помощью усилителя постоянного тока. Затем сигналы усиливаются усилителями мощности и поступают в нагрузки.

Каналы имеют различные параметры по предельному току и выходному сопротивлению и предназначены для тестирования двух способов управления энергией ионного потока: модуляцией потенциала коллектора, задающего потенциал плазмы (1-й канал), и потенциала микропровода (2-й канал). Опыты показали, что первый способ более эффективен, так как во втором случае разность потенциалов проводника и плазмы оказывается меньше из-за шунтирования потенциала на проводнике реактивным сопротивлением плазмы.

Для осаждения пленок Ni использовались обычные промышленные подложки $(0001)Al_2O_3$ (сапфир). Пленки Ni осаждались методом магнетронного распыления никелевой мишени в вакууме [13]. Затем методом фотолитографии была создана структура (см. рис. 6). Толщина полосы никеля составляла 200 нм. Пленка имела S-образную форму для возможности мониторинга сопротивления ленты Ni шириной 50 мкм, которое изменялось при нагреве, отжиге и ионно-плазменном травлении.

Образцы размещались на электрически изолированном подвижном вводе и помещались в камеру установки. Вакуумная камера откачивалась до остаточного давления 5×10^{-4} Па. Далее для восстановления оксидной пленки на поверхности никеля образцы отжигались в течение 20 мин в атмосфере водорода при давлении 5×10^{-3} Па и температуре 300°C. Электрическое сопротивление никелевой полосы, составлявшее ранее 2 кОм, уменьшалось до 600 Ом за счет восстанов-

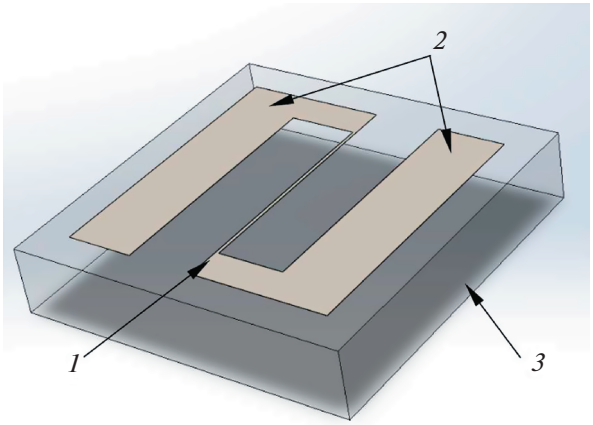

Рис. 6. 3D-модель тестового образца: *1* – Ni-полоска (50 мкм), *2* – контактные площадки, *3* – сапфировая подложка.

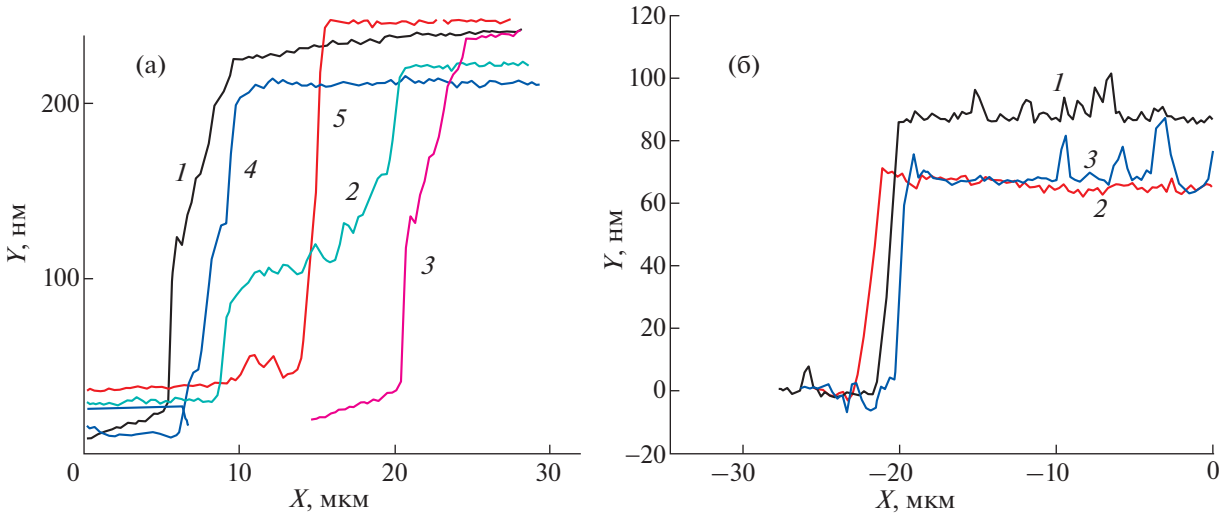

Рис. 7. Профили полоски никеля после травления: поликристаллический никель (а): *1* – $B = 40$ В, $A = 0$; *2* – $B = 40$ В, $A = 20$ В на коллекторе; *3* – $B = 40$ В, $A = 20$ В на полоске; *4* – плавающий потенциал на полоске; *5* – профиль до травления; монокристаллический никель (б): *1* – до травления; *2* – на полоске $B = 40$ В, $A = 0$; *3* – $V_{dc} = 30$ В, $A = 20$ В.

ления оксида никеля. Затем проводились сеансы травления в течение 1 часа в режимах, указанных в подписи к рис. 7, на котором представлены профили протравленных образцов, полученные с помощью атомно-силовой микроскопии. В процессе травления локальные параметры плазмы ППР измерялись с помощью подвижного ленгмюровского зонда. Зонд находился на том же расстоянии от центра камеры, что и образец. Параметры разряда в ходе эксперимента не менялись: рабочий газ – аргон, давление – 0.1 Па, плотность плазмы и электронная температура вблизи от микропровода – 3×10^{11} см$^{-3}$ и 0.5 эВ соответственно. В этом режиме при среднем потенциале образца 40 В средняя скорость травления Ni, измеренная с помощью атомно-силового микроскопа, составила 100 нм/ч. Это подтверждается также оценкой по изменению сопротивления никелевой ленты. Следует отметить, что изменение температуры поверхности образца в течение всего времени травления было незначительным и составляло 2–3°C.

Энергетическое распределение потока ионов из плазмы на поверхность образцов контролировалось с помощью встроенного электростатического цилиндрического энергоанализатора. Входная диафрагма анализатора располагалась на том же расстоянии от центра камеры, что и образец.

Режимы *2* и *3* обеспечивают более четкие профили кромки полосы. Выявлен интересный эффект: такое же действие оказывает плавающий потенциал проводника. При этом роль шумоподобного сигнала играют наведенные интенсивные флуктуации ППР.

Наблюдалось еще одно явление, связанное с более точным травлением: ступенчатый характер осаждаемой пленки никеля. Вероятно, это вызвано образованием террас вследствие отклонения поверхности подложки от плоскости кристалла.

Следующий этап испытаний проводился с использованием в качестве тестовых образцов полосок монокристаллического никеля. Теперь для осаждения пленки использовался метод гетероэпитаксиального синтеза [13]. Процесс подготовки и травления аналогичен описанному выше.

Как видно из рис. 7б, высота никелевой полоски над сапфировой подложкой после травления становится меньше, чем до травления. Это объясняется тем, что скорость травления монокристаллического никеля примерно в 3 раза меньше, чем сапфира, при энергиях ионов [4]. Граница полосы после травления становится даже более крутой, чем исходный образец, что подтверждает высказанное выше предположение, что профиль травления должен быть более однородным, чем профиль ионного потока.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, с помощью компьютерного моделирования была предсказана возможность однородного травления структуры типа “микропровод на изоляторе” путем профилирования формы подаваемого на него сигнала. Моделирование показало, что использование шумоподобного сигнала позволяет получать наноленты почти прямоугольного профиля сечения.

Результат численного моделирования подтвержден экспериментально. Качество травления

структуры “микропровод на изоляторе” в установке с пучково-плазменным разрядом было улучшено с помощью предложенной модуляции потенциала смещения, подаваемого на микропровод или коллектор разряда.

Отметим, что профилирование формы волны напряжения для травления диэлектриков с высоким аспектным отношением было предложено и смоделировано на компьютере в [15], где сигнал формируется путем суммирования нескольких гармоник радиочастотного сигнала. Обнаружено, что анизотропию потока ионов и скорости электронов на структуре можно значительно увеличить за счет выбора формы управляющего напряжения. Мы полагаем, что предложенная в нашей работе методика может быть эффективна и для травления структур с высоким аспектным соотношением независимо от типа источника плазмы.

Предполагается, что результаты исследований могут найти применение в различных технологических установках.

Работа выполнена в рамках государственного задания и частично поддержана РФФИ, грант № 18-29-19047.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Burghartz J.N.* Guide to State-of-the-Art Electron Devices. Wiley & Sons, 2013.
2. *Yagmurcukardes M., Peeters F.M., Senger R.T., Sahin H.* // Appl. Phys. Rev. 2016. V. 3. P. 041302.
3. *Warner J.H., Schaffel F., Rummeli M., Bachmatiuk A.* Graphene: Fundamentals and emergent applications. Elsevier, 2013.
4. *De Padova P., Kubo O., Olivieri B., Quaresima C., Nakayama T., Aono M., Le G.* // NanoLetters. 2012. V. 12(11). P. 5500.
5. *Латышев Ю.И., Орлов А.П., Песков В.В., Шустин Е.Г., Щекин А.А., Быков В.А.* // ДАН. 2012. Т. 442. С. 181.
6. *Shustin E.G., Isaev N.V., Temiryazeva M.P., Fedorov Yu.V.* // Vacuum. 2009. V. 83. P. 1350.
7. *Shustin E.G., Isaev N.V., Klykov I.L., Peskov V.V.* // Vacuum. 2011. V. 85. P. 711.
8. *Исаев Н.В., Клыков И.Л., Песков В.В., Шустин Е.Г., Визгалов И.В., Курнаев В.А.* // Приборы и техника эксперимента. 2014. № 1. С. 124.
9. *Tarakanov V.P.* User’s Manual for Code KARAT. Berkeley: Research Associates Inc., 1992.
10. *Тараканов В.П.* // Математическое моделирование задачи и результаты / Ред. О.М. Белоцерковский. М.: Наука, 2003. С. 456.
11. *Tarakanov V.P., Shustin E.G.* // Vacuum. 2015. V. 113. P. 59.
12. *Tarakanov V.P., Shustin E.G., Ronald K.* // Vacuum. 2019. V. 165. P. 262.
13. *Лузанов В.А., Котелянский И.М., Шустин Е.Г.* // Радиотехника и электроника. 2017. Т. 62. С. 1.
14. *Eckstein W.* // Sputtering by Particle Bombardment / Eds. R. Behrisch, W. Eckstein. Berlin–Heidelberg–New York: Springer, 2007. P. 33.
15. *Hartmann P., Wang L., Nösges K., Berger B., Wilczek S., Brinkmann R.P., Mussenbrock T., Juhasz Z., Donkó Z., Derzsi A. et al.* // J. Phys. D: Appl. Phys. 2021. V. 54. P. 255202.

EDN: FRPNID
ФИЗИКА ПЛАЗМЫ, 2022, том 48, № 6, с. 535–542

ДИАГНОСТИКА ПЛАЗМЫ

УДК 533.9;537.533

РАСПАД ЭЛЕКТРОННО-ПУЧКОВОЙ ПЛАЗМЫ АРГОНА ПРИ ИСТЕЧЕНИИ В НЕВОЗБУЖДЕННЫЙ ГАЗ

© 2022 г. Н. Л. Александров[a], *, М. Н. Васильев[b], Т. М. Васильева[a]

[a] *Московский физико-технический институт, Долгопрудный, Московская область, Россия*

[b] *Объединенный институт высоких температур РАН, Москва, Россия*

******e-mail: nick_aleksandrov@mail.ru*

Поступила в редакцию 28.03.2022 г.
После доработки 13.04.2022 г.
Принята к публикации 15.04.2022 г.

Выполнено экспериментальное исследование распада плазмы, которая возбуждается инжекцией квазистационарного пучка высокоэнергичных электронов в аргон, заполняющий цилиндрическую реакционную камеру. Из анализа результатов измерений длины светящейся области плазменной струи в зависимости от газовых параметров и теоретических оценок сделан вывод о том, что в рассматриваемых условиях распад плазмы оказывается существенно замедленным по сравнению с распадом плазмы с одним сортом молекулярных ионов. Предложена кинетическая модель распадающейся электронно-пучковой плазмы аргона, согласно которой процессы, отвечающие за распад, идут в две стадии. На первой атомарные ионы аргона превращаются в молекулярные ионы, которые на второй стадии рекомбинируют с электронами. Скорость распада плазмы определяется относительно медленной первой стадией, в то время как электрон-ионная рекомбинация происходит на временах гораздо более коротких, чем время жизни плазмы.

Ключевые слова: электронно-пучковая плазма, распад плазмы, электрон-ионная рекомбинация, молекулярные ионы аргона

DOI: 10.31857/S0367292122100195

1. ВВЕДЕНИЕ

Плазмотехнические системы на основе электронно-пучковой плазмы (Electron-Beam-Generated Plasma) заняли определенную нишу среди устройств, в которых технологический процесс осуществляется за счет взаимодействия электронных пучков с плотными газообразными, жидкими и твердыми средами. Упрощенно принцип действия таких систем описывается следующей схемой [1]. Пучок быстрых электронов, предварительно сформированный электронной пушкой в высоковакуумной камере, через выводное окно транспортируется в заполненную плазмообразующим газом рабочую камеру, где в результате процессов взаимодействия пучка с плотной средой и происходит генерация плазмы. Системы на основе электронно-пучковой плазмы обладают следующими преимуществами. Для них отсутствуют физические ограничения на химический состав плазмообразующей среды, в качестве которой обычно используются чистые газы, газовые и парогазовые смеси, твердые или жидкие аэрозоли. Электронный пучок можно инжектировать не только в неподвижную плазмообразующую среду, но и в гомо- и гетерофазные потоки. Генерация электронно-пучковой плазмы возможна как в свободном объеме, так и внутри какого-либо контейнера; в обоих случаях в плазменном объеме можно размещать различные объекты, например, с целью их плазмохимической обработки. Геометрией плазменного объема и, соответственно, пространственным распределением энерговыделения в плазменном объеме, удается практически безынерционно управлять при перемещении (сканировании) электронного пучка с помощью простых электромагнитных отклоняющих систем, расположенных уже за выводным окном. Импульсно-периодическая инжекция электронного пучка позволяет повысить энергоэффективность процесса, что чрезвычайно важно при проектировании пучково-плазменных реакторов технологического назначения.

Работа пучково-плазменного реактора в импульсно-периодическом режиме или в режиме с пространственным сканированием электронного пучка позволяет задействовать механизмы, присущие распадающейся плазме. Для целого ряда задач особый интерес представляют режимы, когда плазменная струя истекает в свободный объем газа форвакуумного давления, поскольку именно

в таких условиях неравновесные плазменные процессы дают значимые технологические преимущества. Такие или близкие по принципу действия плазмохимические реакторы, использовались для поверхностной обработки различных материалов [2–5], конверсии и очистки газов [6–12], риформинга природного органического сырья и биомассы [13, 14] и производства материалов медико-биологического назначения [15, 16].

Аргон и другие инертные газы часто используются в плазменных технологиях в качестве плазмообразующих газов. В [17] проведено экспериментальное исследование свойств плазмы, создаваемой в аргоне под действием квазистационарного пучка высокоэнергичных электронов на установке, сходной с используемой в данной работе. Прежняя работа была посвящена изучению квазистационарной плазмы внутри реакционной камеры, в которой измерялась концентрация электронов и температура стенки камеры. Методом Монте Карло было выполнено моделирование распространения электронного пучка. Также была предложена кинетическая схема процессов, определяющих концентрацию и состав заряженных частиц в электронно-пучковой плазме аргона. На основе этой схемы и результатов моделирования Монте Карло были вычислены пространственные распределения концентрации плазмы и температуры газа и продемонстрировано хорошее согласие результатов расчета с экспериментальными данными.

Представляемая работа является продолжением исследования [17] и посвящена распаду плазмы, генерируемой в этих условиях. Плазма создается электронным пучком внутри цилиндрической камеры, в стенке которой имеется специальное отверстие, формирующее газовую струю в окружающее пространство. Распад плазмы в этой струе и является предметом настоящего исследования.

2. ПОСТАНОВКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Принципиальная схема установки, на которой проводились эксперименты по генерации электронно-пучковой плазмы (ЭПП) в замкнутом объеме, приведена на рис. 1а. Остросфокусированный электронный пучок (ЭП) *3* формируется в высоковакуумной камере *2* электронно-лучевой пушкой *1* и направляется на вход выводного устройства *4*, через которое он инжектируется в цилиндрическую реакционную камеру *7* вдоль ее оси z. Выводное устройство конструктивно объединено с коаксиальным щелевым соплом *5*, формирующим газовый поток *8*. На достаточно больших (50–100 мм) расстояниях z (z отсчитывается от выходного сечения выводного устройства) возбужденный электронным пучком газовый поток полностью заполняет реакционную камеру. Плазмообразующий газ (аргон высшего сорта по ГОСТ 10157-79 с мольной долей примесей не более 7×10^{-3}%, основная примесь – N_2) с объемным расходом G_1 подается в форкамеру сопла. Полное давление газа P_0 в форкамере измеряется датчиком *11* марки VSM77DL. Величина расхода G_1 задается регулятором Alicat MCR-Series и отображается на дисплее прибора.

Реакционная камера *7* представляет собой отрезок кварцевой трубки внутренним диаметром 20 мм и длиной 250 мм, которая размещена в прямоугольной рабочей камере *6* установки; характерные размеры рабочей камеры 500 × 500 × × 500 мм. Реакционная камера имеет металлическое дно *10*, которое служит коллектором быстрых электронов. Когда статическое давление P_m в реакционной камере достаточно мало (P_m < < 0.1 Торр), по величине электрического сигнала, снимаемого с коллектора электронов, можно найти ток пучка I_b, прошедшего через выводное окно *4*. Такая процедура выполнялась в начале каждого эксперимента.

Газ, медленно протекающий вдоль реакционной камеры, ионизируется и возбуждается электронным пучком; т.е. ЭПП генерируется в замкнутом объеме *8*, ограниченном стенками реакционной камеры. Свойства плазмы зависят от параметров инжектируемого ЭП (силы тока пучка I_b и энергии быстрых электронов E_b), давления плазмообразующего газа P_m и его температуры T, а также от конструктивных особенностей реакционной камеры. В частности, для увеличения концентрации электронов n_e в плазме за счет повышения температуры аргона [17] реакционная камера снаружи покрывается слоем теплоизоляции (на рисунке не показан). В ходе эксперимента температура в одной или нескольких точках цилиндрической стенки реакционной камеры непрерывно измеряется термопарами ВР-5/20, спаи которых находятся под слоем теплоизолятора. Эти температуры качественно характеризуют тепловой режим генератора ЭПП.

На расстоянии z_0 = 260 мм от выводного устройства в цилиндрической стенке реакционной камеры просверлено отверстие *9* диаметром 10 мм, через которое плазма, возбужденная в этой камере, с расходом G_1 истекает в неподвижный газ, заполняющий рабочую камеру *6*. Рабочая камера установки имеет автономную систему вакуумной откачки *12* с регулируемой производительностью G_0. Давление P в рабочей камере определяется соотношением расходов G_1 и G_0. Величина этого давления измеряется баротроном MKS 626-Series 13 с контроллером MKS Pressure Controller 600-Series. При необходимости в поток истекающего газа можно вносить различные датчики, например термопары и насадки полного

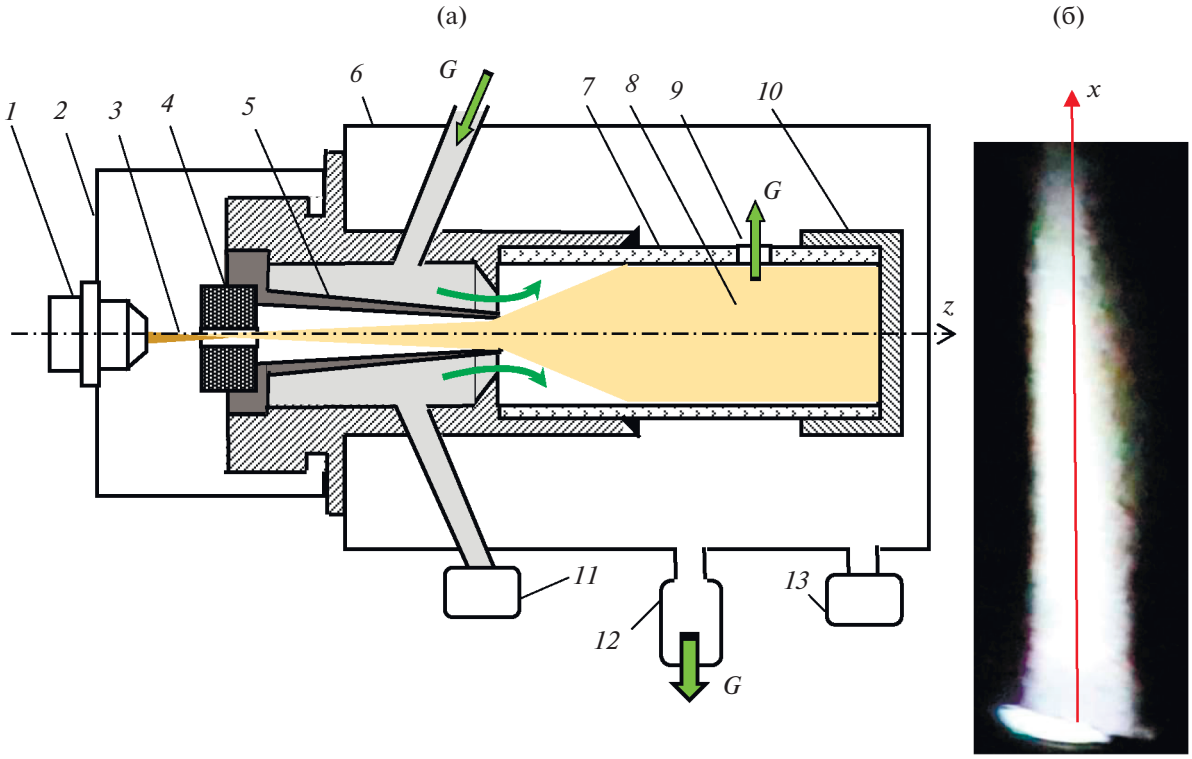

Рис. 1. Схема эксперимента: принципиальная схема экспериментальной установки (а): *1* – электронная пушка, *2* – высоковакуумная камера, *3* – электронный пучок, *4* – выводное устройство, *5* – газовое сопло, *6* – рабочая камера, *7* – реакционная камера, *8* – зона генерации электронно-пучковой плазмы, *9* – отверстие, из которого истекает плазменная струя, *10* – коллектор электронов, *11* и *13* – вакуумметры, *12* – система откачки (схема дана не в масштабе; реальный поперечный размер рабочей камеры в 25 раз больше внутреннего диаметра реакционной камеры); фотография истекающей из отверстия светящейся плазмы (б).

давления. Это позволяет измерять поля температуры T и скорости w газа.

На рис. 1б представлена фотография потока газа, истекающего из отверстия, сделанная через радиационно-защищенное окно рабочей камеры (стекло ТФ-5). Видно, что истекающий газ представляет собой достаточно ярко светящийся (в красном диапазоне спектра) протяженный объект, линейные размеры которого легко измерить. С газодинамической точки зрения этот поток можно рассматривать как свободную затопленную струю, распространение которой детально изучено. Для приближенных оценок в соответствии с [18] будем полагать, что в приосевой части начального участка струи (5–7 диаметров отверстия) сохраняется постоянное значение скорости, равное значению скорости в выходном сечении отверстия, а для основного участка струи характерно подобие профилей скорости и избыточных по отношению к неподвижной окружающей среде значений разностей температуры. При этом полуширина струи увеличивается линейно с расстоянием x от источника, а скорость на оси струи убывает обратно пропорционально x. Из-за поджатия струи в выходном сечении отверстия начальный диаметр струи составляет приблизительно $(0.6–0.7)d$, где d – диаметр отверстия. Таким образом, зная расход газа G_1, можно оценить характерную величину скорости потока, что позволяет, измерив длину светящейся части потока, оценить характерное время послесвечения плазмы τ.

В табл. 1 приведены диапазоны изменения параметров, которые задавались и/или регулировались при выполнении экспериментов.

Необходимо отметить некоторые важные особенности методики проведения экспериментов и обработки экспериментальных данных. Ускоря-

Таблица 1. Диапазоны изменения/регулировок условий экспериментов

G_1, slpm	P_0, Торр	P_m, Торр	P, Торр	T, K	w, м/с	I_b, мА
2–10	8–20	6–14	4–11	400–800	100–300	5–20

ющее напряжение электронной пушки U варьировалось в весьма узком диапазоне 28 ± 2 кВ. Торможением электронов в тракте выводного окна пренебрегалось. Таким образом, $E_b = U \approx 28$ кВ. В предварительных газодинамических экспериментах исследовалась связь температуры стенки реакционной камеры T_0 и температуры газа T в выходном сечении отверстия. В плазмофизических экспериментах измерялась только температура T_0, которая затем пересчитывалась в температуру T с использованием данных предварительных экспериментов. При фиксированном давлении в реакционной камере P_m нагревом газа управляли изменением силы тока пучка I_b.

3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

В качестве типичного примера приведем набор параметров, характеризующих условия экспериментов, в которых удалось получить достаточно протяженную по оси x зону свечения аргона, истекающего из теплоизолированной камеры через круглое отверстие диаметром 10 мм в заполненное тем же газом пространство. Это отверстие просверлено в стенке цилиндрической камеры с внутренним диаметром 20 мм на расстоянии от выводного окна $z_0 = 260$ мм. Эти параметры равны $U = 28$ кВ, $I_b = 15$ мА, $G_1 = 6.0$ slpm, $P_0 = 12.5$ Торр, $P_m = 8.5$ Торр, $P = 7.0$ Торр, $T_0 = 750$ K и $T = 650$ K. В данных условиях длина светящейся части потока аргона равна $L \approx 0.1$ м, а скорость потока газа на срезе отверстия ($x = 0$) $w \approx 200$ м/с. Измерения скорости потока газа на оси потока, выполненные с помощью насадка полного давления, показали, что на расстоянии $x \approx L$ скорость w уменьшается примерно в 4 раза. Таким образом, среднее значение скорости на длине L приближенно можно принять равным $w_{ср} \approx 100$ м/с. Отсюда получаем время послесвечения в плазменной струе $\tau = L/w_{ср} \approx 1$ мс.

Погрешность определения времени послесвечения достаточно велика и определяется, прежде всего, погрешностью определения скорости струи и температуры в ней. Измерения температуры сделаны в основании струи, а газ в струе при своем движении может охлаждаться. Неточность оценки скорости и температуры в струе особенно велика при больших L; в этом случае погрешность определения времени послесвечения может достигать 100%. Следует отметить, что дальняя по оси x граница светящейся части потока несколько размыта (см. рис. 1б), и при обработке фотографий присутствует субъективный фактор, снижающий точность измерения L. Это вносит дополнительную погрешность в определение времени τ, особенно, если L не превышает 2–3 диаметров отверстия d. При таких малых L яркая зона вблизи отверстия может засвечивать все изображение и не позволять идентифицировать слабо светящуюся дальнюю зону потока.

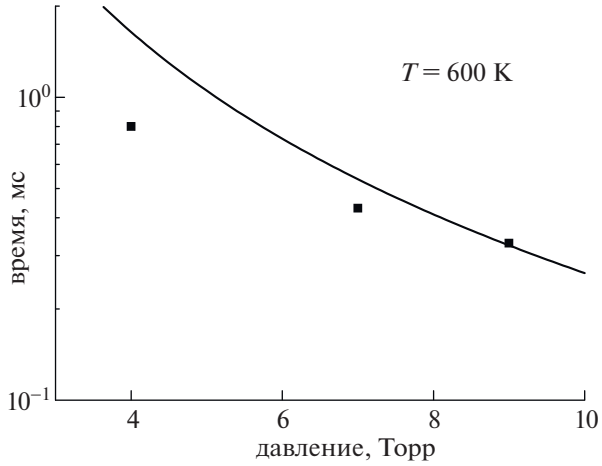

Рис. 2. Зависимость времени послесвечения в струе плазмы аргона от давления газа в рабочей камере при температуре струи 600 K. Точки – эксперимент, кривая – расчет.

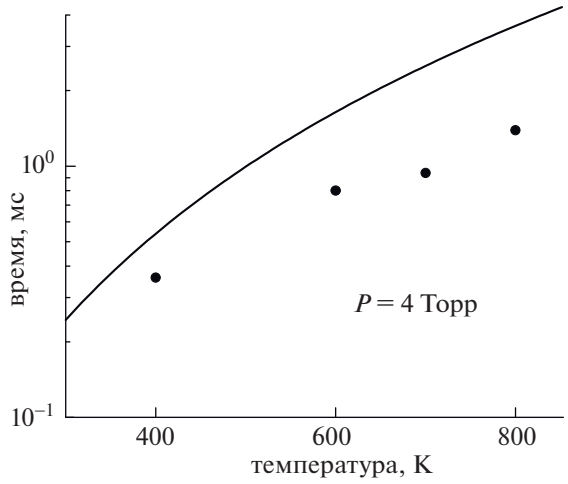

Рис. 3. Зависимость времени послесвечения в струе плазмы аргона от температуры в ней при давлении в рабочей камере 4 Торр. Точки – эксперимент, кривая – расчет.

На рис. 2 и 3 приведено найденное описанным выше способом время послесвечения в зависимости от параметров газа. На рис. 2 время дано в зависимости от давления газа в рабочей камере при температуре в начале струи 600 K. Время послесвечения монотонно падает с ростом давления. При увеличении давления примерно в 2 раза (от 4 до 9 Торр) это время уменьшается в 2.4 раза. Зависимость времени послесвечения от температуры в начале струи при давлении 4 Торр представлена на рис. 3. Это время увеличивается с нагревом газа. При этом увеличение температуры в два раза (от 400 до 800 K) приводит к росту времени

послесвечения в 3.9 раза. Таким образом, влияние роста температуры на время послесвечения при постоянном давлении оказывается более значимым, чем влияние роста давления при постоянной температуре.

Описанные выше эксперименты были проделаны не только с аргоном, но и с воздухом. При этом свечения истекающей из реакционной камеры воздушной струи не наблюдалось. Более того, принудительное подмешивание воздуха в форкамере газового сопла (позиция *5* на рис. 1а) с расходом $G' = (0.01–0.05)G_1$ приводило к исчезновению свечения потока аргона. Таким образом, подмешивание даже 1% воздуха достаточно для прекращения свечения плазменной струи.

4. ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

Наблюдаемое свечение в струе истекающего из реакционной камеры газа трудно связать с наличием излучающих состояний аргона, образованных в камере под действием электронного пучка. Действительно, интенсивно излучающие состояния атомов аргона имеют радиационные времена жизни, лежащие в наносекундном диапазоне, а константы скорости передачи возбуждения от метастабильных состояний к излучающим имеют порядок 10^{-11} см$^3 \cdot$ с$^{-1}$ [19], т.е. при концентрации атомов $N \sim 10^{17}$ см$^{-3}$ время передачи возбуждения порядка 1 мкс. В этом случае все излучение, прямо связанное с возбуждением атомов электронами пучка, должно закончиться в самом начале струи газа. Поэтому наблюдаемое на временах порядка 1 мс излучение распадающейся плазмы в предлагаемой ниже модели связывается с заселением возбужденных состояний при электрон-ионной рекомбинации во время распада плазмы.

Воспользуемся кинетической схемой [17] для анализа механизмов, определяющих распад ЭПП аргона в рассматриваемых условиях. Согласно этой схеме в квазистационарной плазме ионизация происходит при столкновении высокоэнергичных электронов пучка с атомами аргона

$$e_b + \mathrm{Ar} \rightarrow e_b + e + \mathrm{Ar}^+, \qquad (1)$$

в то время как возможным каналом гибели ионов Ar^+ является тройная электрон-ионная рекомбинация

$$2e + \mathrm{Ar}^+ \rightarrow e + \mathrm{Ar}$$
$$\left(\alpha_3 = 2.78\times10^{-20}(300/T_e)^{4.5}\ \text{см}^6 \cdot \text{с}^{-1}\,[20]\right), \qquad (2)$$

где α_3 – коэффициент тройной рекомбинации, а T_e – температура электронов в градусах Кельвина. В квазистационарной ЭПП аргона электроны нагреты достаточно сильно ($T_e \approx 1$ эВ [21]), и коэффициент α_3 аномально мал из-за резкой падающей зависимости от T_e. Основной же канал гибели заряженных частиц при этом связан с образованием молекулярных ионов в процессе ионной конверсии

$$\mathrm{Ar}^+ + 2\mathrm{Ar} \rightarrow \mathrm{Ar}_2^+ + \mathrm{Ar}$$
$$\left(k_c = 2.5\times10^{-31}(300/T)^{0.75}\ \text{см}^6 \cdot \text{с}^{-1}\,[22]\right), \qquad (3)$$

где T – температура газа в градусах Кельвина. Ионы Ar_2^+ и электроны эффективно гибнут в результате диссоциативной рекомбинации

$$e + \mathrm{Ar}_2^+ \rightarrow \mathrm{Ar}^* + \mathrm{Ar}$$
$$\left(\alpha_2 = 8.1\times10^{-7}(300/T_e)^{0.64}\times\right. \qquad (4)$$
$$\left.\times(300/T)^{0.86}\ \text{см}^3 \cdot \text{с}^{-1}\,[23]\right).$$

В качестве примера рассмотрим описанные выше (см. раздел 3) условия в реакционной камере: ток пучка 15 мА, давление 8.5 Торр и температура газа 750 K. Этим параметрам, согласно измерениям, соответствуют давление и температура газа в струе плазмы 7 Торр и 650 K соответственно. Время жизни плазмы в струе в этих условиях, как следует из ее фотографий, равно 1 мс. В рассматриваемых условиях, как показывают измерения [17], на расстоянии 16.5 см от точки инжекции ЭП (т.е. в сечении, где находится отверстие, из которого истекает струя) в стационарных условиях концентрация электронов равна $n_e(0) = 4 \times 10^{11}$ см$^{-3}$.

В струе плазмы высокоэнергичные электроны отсутствуют, и эта плазма должна со временем распадаться. При этом происходит как охлаждение электронов при упругих и неупругих столкновениях с атомами аргона, так и гибель электронов при рекомбинации с ионами. Время охлаждения электронов в аргоне можно оценить на основе результатов расчета эффективной частоты релаксации энергии электронов ν_ε [24]. При охлаждении электронов от 1 эВ до температуры газа величина ν_ε/N падает от 2×10^{-12} до 3×10^{-14} см$^3 \cdot$ с$^{-1}$ [24]. Здесь N – полная концентрация нейтральных частиц, которая для 7 Торр и 650 K составляет 10^{17} см$^{-3}$. Отсюда следует, что характерное время остывания электронов в аргоне на разных этапах этого процесса меняется в диапазоне 5–300 мкс, что заметно меньше времени жизни плазмы. Поэтому приближенно можно считать, что сначала электроны остывают до температуры газа, и лишь потом происходит их рекомбинация с ионами.

Снижение температуры электронов в струе плазмы до $T_e = T = 650$ K приводит к ускорению электрон-ионной рекомбинации. В этих условиях характерное время жизни ионов Ar^+ относи-

тельно тройной электрон-ионной рекомбинации (реакция (2)) составляет $\tau_3 = (\alpha_3 n_e^2(0))^{-1} \approx 7.3$ мс. Здесь, как обычно, полагается, что скорость тройной рекомбинации для атомарных и молекулярных ионов совпадают. Время жизни ионов Ar_2^+ относительно диссоциативной рекомбинации (реакция (4)) равно $\tau_2 = (\alpha_2 n_e(0))^{-1} \approx 10$ мкс. Наконец, время жизни ионов Ar^+ относительно их конверсии в ионы Ar_2^+ (реакция (3)) составляет $\tau_c = (k_c N^2)^{-1} \approx 0.7$ мс. Соотношение между начальными концентрациями ионов Ar_2^+ и Ar^+ (соответственно, n_{i2} и n_{i1}) на выходе струи из внутренней камеры можно получить на основе уравнения баланса для ионов Ar_2^+. С учетом реакций (3) и (4) оно записывается в виде

$$\frac{dn_{i2}}{dt} = k_c N^2 n_{i1} - \alpha_2 n_e n_{i2}. \quad (5)$$

Из (5) получаем для стационарных условий в камере (8.5 Торр и 750 K) соотношение

$$\frac{n_{i2}}{n_{i1}} = \frac{k_c N^2}{\alpha_2 n_e} = 10^{-2}. \quad (6)$$

Отсюда следует, что на временах распада плазмы (~1 мс) тройной рекомбинацией электронов с ионами можно пренебречь, а основную роль играет парная диссоциативная рекомбинация электронов с ионами Ar_2^+, доля которых мала (на уровне 1%) в исходной плазме. Эти ионы образуются в реакции (3) при конверсии атомарных ионов Ar^+. Лимитирующим оказывается именно этот процесс при распаде, поскольку его характерное время гораздо больше времени рекомбинации с ионами Ar_2^+. Таким образом, в рассматриваемых условиях именно время конверсии ионов должно быть характерным временем распада плазмы, а не время электрон-ионной рекомбинации. Полученное время конверсии $\tau_c \approx 0.7$ мс хорошо согласуется с наблюдаемым в этих условиях временем распада плазмы – 1 мс. Следует подчеркнуть, что и в эксперименте, и в расчете речь идет об оценке характерных времен процессов. Поэтому полученные данные недостаточны для проведения количественного сравнения между измерениями и расчетом. Чтобы его выполнить, необходимо провести количественный анализ зависимости интенсивности излучения от расстояния по длине струи и определить порог интенсивности, выше которого появляется изображение на фотографии. В отсутствие подробных данных по скорости газа в струе такой анализ представляется преждевременным.

Можно сказать, что в рассматриваемых условиях имеет место аномально медленный распад плазмы из-за того, что доминирующие в плазме атомарные ионы не могут быстро рекомбинировать с электронами. Для рекомбинации они сначала должны превратиться в молекулярные ионы, что происходит в тройных столкновениях, скорость которых мала при не слишком большой концентрации нейтральных частиц и достаточно высокой температуре газа. При этом и динамика изменения концентрации заряженных частиц должна быть другой. В случае плазмы, состоящей из электронов и одного сорта положительных молекулярных ионов, распад плазмы за счет парной рекомбинации описывается степенной зависимостью

$$n_e(t) = \frac{n_e(0)}{1 + \alpha_2 n_e(0) t}. \quad (7)$$

Динамика изменения концентрации ионов Ar^+ в струе плазмы следует из уравнения

$$\frac{dn_{i1}}{dt} = -k_c N^2 n_{i1}, \quad (8)$$

которое в предположении о неизменных газовых параметрах (T и N) в струе имеет решение

$$n_{i1}(t) = n_{i1}(0) e^{-t/\tau_c}. \quad (9)$$

Поскольку в рассматриваемых условиях концентрация молекулярных ионов гораздо меньше концентрации атомарных ионов, то из условия электронейтральности $n_{i1} \approx n_e$ (при $n_{i2} \ll n_{i1}$) можно получить такое же соотношение и для концентрации электронов

$$n_e(t) = n_e(0) e^{-t/\tau_c}. \quad (10)$$

Эта временная зависимость принципиально отличается от зависимости (7), соответствующей обычному рекомбинационному распаду.

Интенсивность излучения J, возникающего в результате рекомбинации электронов с ионами Ar_2^+, пропорциональна скорости конверсии ионов Ar^+ в Ar_2^+ и описывается во времени выражением, аналогичным (10)

$$J(t) = J(0) e^{-t/\tau_c}. \quad (11)$$

Поэтому определяемое в эксперименте характерное время послесвечения должно совпадать по порядку величины с временем распада плазмы.

На рис. 2 и 3 результаты измерения времени послесвечения сравниваются с расчетным временем распада плазмы в предположении, что оно приблизительно равно τ_c – времени конверсии ионов Ar^+ в ионы Ar_2^+. В целом расчеты достаточно адекватно воспроизводят получаемые экспериментально зависимости времени послесвечения от давления и температуры газа в струе. С увеличением давления время жизни плазмы уменьшается, поскольку процесс конверсии

ионов трехчастичный, и его скорость пропорциональна квадрату концентрации нейтральных частиц. Рост температуры при постоянном давлении не только вызывает снижение концентрации газа, но и уменьшение константы скорости конверсии ионов. Поэтому нагрев газа приводит к уменьшению времени распада плазмы, причем влияние температуры при постоянном давлении оказывается более заметным, чем влияние давления при постоянной температуре. Это качественно согласуется с экспериментальными данными. Что касается количественного различия между теоретическими оценками и экспериментом, то оно в основном лежит в пределах ошибки эксперимента (до 100% для длинных областей свечения) и оказывается наибольшим именно для условий, когда время жизни плазмы и длина области свечения наибольшие. В этом случае может также влиять на экспериментальные данные и присутствие в аргоне примесей. Наличие $\delta = 5 \times 10^{-3}\%$ N_2 в исходной смеси приводит к времени перезарядки ионов Ar^+ на молекулах N_2, сравнимому с временем конверсии этих ионов в Ar_2^+. Например, для случая $T = 800$ K и $P =$ Торр, когда время конверсии ионов было равно $\tau_c = 3.6$ мс, концентрация нейтральных частиц равнялась $N = 5 \times 10^{16}$ см$^{-3}$, а время перезарядки для процесса

$$\begin{gathered} Ar^+ + N_2 \rightarrow Ar + N_2^+ \\ \left(k_{ch} = 5\times10^{-11}\ \text{см}^3 \cdot \text{с}^{-1}\,[25]\right) \end{gathered} \qquad (12)$$

оказалось равным $\tau_{ch} = \left(k_{ch}\delta N\right)^{-1} = 8$ мс, что сравнимо со временем τ_c. Коэффициент же диссоциативной рекомбинации ионов N_2^+ того же порядка величины, что и коэффициент рекомбинации для ионов Ar_2^+ [26], и, следовательно, время электрон-ионной рекомбинации в этом случае также гораздо короче времени образования молекулярных ионов. Учет в расчете процесса (12) и последующей быстрой рекомбинации азотных ионов должен приводить к уменьшению времени распада плазмы.

В данной работе время жизни плазмы оценивалось по длине светящегося отрезка струи. Наблюдаемое свечение было красного цвета. В реакции (4) при диссоциативной электрон-ионной рекомбинации в основном образуются возбужденные атомы аргона в $4p$-состояниях, которые излучают в красных линиях и в ИК-области спектра ($4p$–$4s$ переходы) [27, 28]. Радиационные времена жизни этих переходов составляют десятки наносекунд [19]. Именно поэтому динамика изменения во времени этого излучения может быть использована для измерения коэффициентов рекомбинации с ионами Ar_2^+.

В подобных экспериментах, проводившихся с ЭПП воздуха, аномально медленный распад плазмы не наблюдался. В данных условиях рождаются в основном молекулярные ионы N_2^+ и O_2^+, которые могут рекомбинировать с электронами диссоциативным образом по аналогии с процессом (4). Поэтому здесь, в отличие от аргоновой плазмы, отсутствует резервуар положительных ионов, не способных участвовать в парных рекомбинационных процессах. Практически все рождающиеся в воздушной ЭПП ионы эффективно рекомбинируют с электронами, и поэтому наблюдаемые в аргоновой плазме эффекты здесь отсутствуют. Такой же эффект достигался и при подмешивании в аргон 1–5% воздуха. Время перезарядки атомарных ионов аргона на молекулах азота и кислорода оказывается порядка 1 мкс, что гораздо меньше наблюдаемого времени послесвечения в случае чистого аргона. Поэтому подмешивание воздуха даже на уровне 1% должно приводить к уменьшению длины светящейся области на несколько порядков величины, что согласуется с наблюдениями.

5. ВЫВОДЫ

Выполнен анализ характеристик струи плазмы, истекающей из отверстия в боковой стенке цилиндрической реакционной камеры, внутри которой слабоионизованная неравновесная плазма создается инжекцией в аргон электронного пучка с энергией 28 кэВ. Показано, что время жизни плазмы, определенное по длине светящейся области струи, падает с ростом давления газа в пространстве, окружающем струю, и увеличивается с ростом температуры газа в реакционной камере. Из анализа элементарных процессов в плазме следует, что ее распад контролируется двумя процессами – трехчастичным превращением первичных атомарных ионов аргона, образованных в камере при ионизации газа под действием электронного пучка, в молекулярные ионы и диссоциативной рекомбинацией электронов с молекулярными ионами. Концентрация молекулярных ионов и в струе, и в камере, на порядки величины меньше концентрации атомарных ионов и электронов, но рекомбинация идет именно с ними. Скорость электрон-ионной рекомбинации с молекулярными ионами гораздо больше скорости превращения атомарных ионов в молекулярные. Именно последний процесс и оказывается лимитирующим при распаде плазмы, а время ее жизни практически совпадает с характерным временем конверсии атомарных ионов в молекулярные. При этом динамика уменьшения концентрации электронов во время распада плазмы описывается экспоненциальной функцией, в отличие от чисто рекомбинационного распада, когда концентрация электронов меняется со време-

нем степенным образом. Расчеты на основе данной модели позволяют на качественном уровне объяснить все наблюдаемые зависимости времени жизни плазмы от давления и температуры газа в струе плазмы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Васильев М.Н.* Применение электронно-пучковой плазмы в плазмохимии // Энциклопедия низкотемпературной плазмы. Т. XI / Под ред. В.Е. Фортова. М.: Наука, 2001. С. 436.
2. *Walton S.G., Hernandez S.C., Boris D.R., Petrova Tz.B., Petrov G.M.* // J. Phys. D: Appl. Phys. 2017. V. 50. P. 354001.
3. *Vasiliev M., Vasilieva T.* // Encyclopedia of plasma technology / Ed. J.L. Shohet. Boka Ralton: CRC Press, 2016. P. 152.
4. *Zolotukhin D.B., Burdovitsin V.A., Oks E.M.* // Plasma Sources Sci. Technol. 2016. V. 25. P. 015001.
5. *Sharafutdinov R.G., Khmel S.Ya., Shchukin V.G., Ponomarev M.V., Baranov E.A., Volkov A.V., Semenova O.I., Fedina L.I., Dobrovolsky P.P., Kolesov B.A.* // Sol. Energy Mater. Sol. Cells. 2005. V. 89. P. 99.
6. *Jordan S.* // Radiat. Phys. Chem. 1990. V. 35. P. 409.
7. *Petrov G.M., Apruzese J.P., Petrova Tz.B., Wolford M.F.* // J. Appl. Phys. 2016. V. 119. P. 103303.
8. *Sharafutdinov R.G., Shchukin V.G., Konstantinov V.O.* // J. Phys. Conf. Ser. 2018. V. 1105. P. 012115.
9. *Zarvin A.E., Korobeishchikov N.G., Kalyada V.V., Madirbaev V.Zh.* // Eur. Phys. J. D. 2008. V. 49. P. 101.
10. *Zarvin A.E., Korobeishchikov N.G., Khodakov M.D., Kalyada V.V.* // Adv. Mater. Phys. Chem. 2012. V. 2. P. 146.
11. *Kuznetsov D.L., Kol'man E.V., Surkov Yu.S., Uvarin V.V., Filatov I.E.* // Tech. Phys. Lett., 2007. V. 33. P. 604.
12. *Hadidi K., Cohn D.R., Vitale S., Bromberg L.* // J. Air Waste Manag. Assoc. 1999. V. 49. P. 225.
13. *Vasilieva T.M., Naumova I.K., Galkina O.V., Udoratina E.V., Kuvschinova L.A., Vasiliev M.N., Khin Maung Htay, Htet Ko Ko Zaw* // IEEE Trans. Plasma Sci. 2020. V. 48. P. 1583.
14. *Vasilieva T., Goñi O., Quille P., O'Connell S., Kosyakov D., Shestakov S., Ul'yanovskii N., Vasiliev M.* // Processes. 2021. V. 9. P. 103.
15. *Drozd N.N., Shagdarova B.T., Zhuikova Y.V., Il'ina A.V., Varlamov V.P., Vasiliev M.N., Vasilieva T.M., Hein A.M.* // Prog. Chem. Appl. Chitin Deriv. 2019. V. 24. P. 5.
16. *Vasiliev M., Vasilieva T., Hein A.M.* // J. Phys. D: Appl. Phys. 2019. V. 52. P. 335202.
17. *Александров Н.Л., Васильев М.Н., Лысенко С.Л., Махир А.Х.* // Физика плазмы. 2005. Т. 31. С. 466.
18. *Абрамович Г.Н.* Теория турбулентных струй. М.: ЭКОЛИТ, 2011.
19. Справочник констант элементарных процессов с участием атомов, ионов, электронов, фотонов / Под ред. А.Г. Жиглинского. С.-Петербург: Изд-во Санкт-Петербургского университета, 1994.
20. *Morgan W.L.* // Advances in atomic, molecular and optical physics. 2000. V. 43. P. 79.
21. *Бычков В.Л., Васильев М.Н., Коротеев А.С.* Электронно-пучковая плазма. Генерация, свойства, применения. М.: Изд-во МГОУ, 1993.
22. *Neeser S., Kunz T., Langhoff H.* // J. Phys. D: Appl. Phys. 1997. V. 30. P. 1489.
23. *Lukac P., Mikus O., Morva I., Zabudla Z., Trnovec J., Morvova M.* // Plasma Sources Sci. Technol. 2011. V. 20. P. 055012.
24. *Анохин Е.М., Попов М.А., Кочетов И.В., Александров Н.Л., Стариковский А.Ю.* // Физика плазмы. 2016. Т. 42. С. 65.
25. *Мак-Ивен М., Филлипс Л.* Химия атмосферы. М.: Мир, 1978.
26. *Florescu-Mitchell A.I., Mitchell J.B.A.* // Phys. Rep. 2006. V. 430. P. 277.
27. *Veatch G.E., Oskam H.J.* // Phys. Rev. A. 1970. V. 5. P. 1498.
28. *Shiu Y.-J., Biondi M.A.* // Phys. Rev. A. 1978. V. 17. P. 868.

EDN: XNXYLI
ФИЗИКА ПЛАЗМЫ, 2022, том 48, № 6, с. 543–551

ИЗЛУЧЕНИЯ ПЛАЗМЫ

УДК 533.9

О ПАРАМАГНИТНОМ ВКЛАДЕ ЭЛЕКТРОНОВ В ВЫСОКОЧАСТОТНОЕ СПЕКТРАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЭНЕРГИИ РАВНОВЕСНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

© 2022 г. В. Б. Бобров[a, b, *]

[a] *Объединенный институт высоких температур РАН, Москва, Россия*

[b] *Национальный исследовательский университет "Московский энергетический институт", Москва, Россия*

**e-mail: vic5907@mail.ru*

Поступила в редакцию 18.01.2022 г.
После доработки 13.03.2022 г.
Принята к публикации 20.03.2022 г.

Установлено, что в высокочастотной асимптотике спектрального распределения энергии равновесного излучения в электронном газе парамагнитный вклад, обусловленный наличием у электронов собственного магнитного момента, имеет степенной характер убывания по частоте при произвольном вырождении в рамках приближения идеального газа для поперечной диэлектрической проницаемости.

Ключевые слова: равновесное излучение, спектральное распределение энергии, идеальный электронный газ

DOI: 10.31857/S036729212210002X

1. ВВЕДЕНИЕ

Спектральное распределение энергии равновесного излучения, установленное М. Планком [1], соответствует идеализированной модели абсолютно черного тела в полости, заполненной излучением и ограниченной поглощающей материальной средой. При этом предполагается [2], что излучение находится в термодинамическом равновесии с окружающим веществом, хотя эффекты взаимодействия фотонов с веществом, ограничивающим полость, обычно не учитываются (см., [3]). Практическая реализация распределения Планка обычно связана с рассмотрением макроскопического тела, находящегося в тепловом равновесии с окружающим его "черным" излучением (см. подробнее [4–6] и цитируемую там литературу). В то же время задача о спектральном распределении энергии излучения в самом веществе, находящемся в состоянии термодинамического равновесия с излучением, рассматривается гораздо реже (см. [7–18] и цитируемую там литературу), хотя, очевидно, что при наличии вещества соответствующий результат будет отличаться от распределения Планка, которое соответствует идеальному фотонному газу.

Решение этой задачи в основном ограничивалось анализом областей прозрачности при малых импульсах фотонов. Такой подход представляется заведомо ограниченным, так как из физических соображений ясно, что для установления термодинамического равновесия излучения в веществе необходимо учитывать эффекты поглощения электромагнитного излучения.

С другой стороны, вопрос об энергии электромагнитного поля в поглощающей среде в рамках электродинамики сплошных сред связан, как известно, с определенными трудностями [19]. С формальной точки зрения проблема заключается в установлении соотношения между энергией электромагнитного поля и общим выражением для тепловых потерь в среде в нестационарных условиях, когда средние значения напряженностей электромагнитного поля отличны от нуля и изменяются во времени, что и приводит в конечном итоге к рассмотрению только областей прозрачности [19, 20]. При этом определяется систематический приток энергии именно от внешних источников, поддерживающих электромагнитное поле в среде [19]. Другими словами, рассматривается энергия неравновесной системы.

В этой ситуации решение задачи об описании равновесного состояния среды возможно только для статического электромагнитного поля или, в крайнем случае, при слабой зависимости электромагнитного поля от времени [19, 20]. Такое рассмотрение приводит к ряду выражений для скорости изменения энергии среды, в частности, формуле Бриллюэна [4, 19], а также установле-

нию определенных ограничений на электродинамические функции отклика, в том числе, для диэлектрической проницаемости среды.

Однако случай равновесного поля (точнее, равновесной системы, представляющей собой совокупность электромагнитного поля и вещества (заряженных частиц)) является в этом смысле исключением. В такой системе тепловые потери отсутствуют, т. е. поглощение электромагнитного поля уравновешено его испусканием [21]. При этом, очевидно, средние значения напряженностей электромагнитного поля равны нулю, а рассмотрение соответствующей равновесной системы проводится традиционными методами статистической термодинамики [21].

Кроме того, наличие хотя бы небольшого количества вещества необходимо для возможности получения равновесного излучения, поскольку в нерелятивистской теории отсутствует прямое взаимодействие между фотонами [2]. В частности, на примере идеальной плазмы в пределе слабого и сильного вырождения было установлено [14, 18], что спектральное распределение энергии равновесного излучения в веществе принципиально отличается от распределения Планка как в области предельно малых, так и предельно больших частот.

При этом решение вопроса о спектральном распределении энергии излучения в самом веществе, находящемся в состоянии термодинамического равновесия с собственным излучением, имеет существенное значение для интерпретации и обработки экспериментальных данных (см., например, [22–24] и цитированную там литературу). С другой стороны, в настоящее время большое внимание уделяется изучению свойств так называемого “теплого плотного вещества (ТПВ)” (warm dense matter – WDM) [25, 26]. Эти исследования стали одним из ключевых аспектов лабораторной астрофизики и продемонстрировали свою важность не только при изучении внутреннего строения планет солнечной системы, но и в отношении других астрофизических тел, в частности, газовых гигантов, экзосолнечных планет и белых карликов [27–29]. Для интерпретации и описания получаемых экспериментальных результатов используются различные расчетно-теоретические модели (см., например, [30, 31] и цитированную там литературу). При этом ТПВ обычно ассоциируется с комбинацией сильно связанных ионов и умеренно вырожденных электронов. Во многих случаях описание электронных состояний рассеяния в ТПВ базируется на приближении квантового идеального газа при произвольном вырождении.

В настоящей работе на основе полученных ранее результатов показано, что высокочастотная асимптотика спектрального распределения энергии равновесного излучения в идеальном электронном газе, которая определяется парамагнитным вкладом в поперечную диэлектрическую проницаемость (ДП), характеризуется степенным характером убывания при произвольной степени вырождения электронов.

2. ВЫСОКОЧАСТОТНОЕ СПЕКТРАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЭНЕРГИИ РАВНОВЕСНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В МАТЕРИАЛЬНОЙ СРЕДЕ

При рассмотрении равновесной системы нерелятивистских заряженных частиц и фотонов по аналогии с описанием идеального газа фотонов средняя энергия равновесного излучения E_{ph} в материальной среде может быть представлена в виде [12]

$$E_{ph} = V\sum_{\lambda}\int \frac{\mathrm{d}^3\mathrm{k}}{(2\pi)^3}\hbar\omega_{\mathbf{k}} f(\mathbf{k},\lambda) = V\int_0^{\infty}\mathrm{d}\omega\varepsilon_{\omega}(T,\{\gamma_a\}), \quad (1)$$

где $f(\mathbf{k},\lambda) \equiv \left\langle \hat{c}^{+}_{\mathbf{k},\lambda}\hat{c}_{\mathbf{k},\lambda}\right\rangle$ – точная равновесная функция распределения фотонов по импульсам $\hbar\mathbf{k}$, $\omega_{\mathbf{k}} = c|\mathbf{k}|$, c – скорость света в вакууме, $\hat{c}^{+}_{\mathbf{k},\lambda}$ и $\hat{c}_{\mathbf{k},\lambda}$ – соответственно, операторы рождения и уничтожения для фотонов с импульсом $\hbar\mathbf{k}$ и поляризацией $\lambda = 1,2$, угловые скобки обозначают усреднение с большим каноническим распределением Гиббса, которое характеризуется объемом V, занимаемым рассматриваемой системой, а также термодинамической температурой T для фотонов и для заряженных частиц. Кроме того, спектральное распределение энергии излучения в веществе $\varepsilon_{\omega}(T,\{\gamma_a\})$ зависит не только от частоты и температуры, как это имеет место в формуле Планка для идеального газа фотонов, но и от характеристик вещества, а именно, набора химических потенциалов $\{\gamma_a\}$ заряженных частиц сорта a, входящих в рассматриваемую систему.

При этом для спектрального распределения энергии равновесного излучения в веществе $\varepsilon_{\omega}(T,\{\gamma_a\})$ справедливо соотношение [14, 18]

$$\varepsilon_{\omega}(T,\{\gamma_a\}) = \varepsilon^{(0)}_{\omega}(T) + \Delta\varepsilon_{\omega}(T,\{\gamma_a\}), \quad (2)$$

где величина $\varepsilon^{(0)}_{\omega}(T)$ определяется формулой Планка

$$\varepsilon^{(0)}_{\omega}(T) = \frac{\hbar}{\pi^2 c^3}\frac{\omega^3}{\exp(\hbar\omega/T)-1}, \quad (3)$$

а функция $\Delta\varepsilon_\omega(T,\{\gamma_a\})$ – равенством

$$\Delta\varepsilon_\omega(T,\{\gamma_a\}) = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2c^3}\times$$
$$\times \operatorname{cth}\left(\frac{\hbar\omega}{T}\right)\left(\frac{c^5}{\pi\omega}\int_0^\infty dk k^4 \frac{\operatorname{Im}\varepsilon^{\mathrm{tr}}(k,\omega)}{\left|\varepsilon^{tr}(k,\omega)\omega^2 - c^2k^2\right|^2} - \frac{1}{2}\right). \quad (4)$$

Таким образом, отличие спектрального распределения энергии излучения в веществе от формулы Планка (3) полностью характеризуется поперечной ДП $\varepsilon^{\mathrm{tr}}(k,\omega)$ рассматриваемой материальной среды. Необходимо отметить, что соотношение (4) справедливо только для однородной и изотропной системы, линейные электромагнитные свойства которой однозначно определяются продольной $\varepsilon^{l}(k,\omega)$ и поперечной $\varepsilon^{\mathrm{tr}}(k,\omega)$ ДП [32].

Для обеспечения сходимости интеграла в (4) при фиксированной частоте ω должно выполняться условие $\lim\limits_{k\to\infty}\operatorname{Im}\varepsilon^{\mathrm{tr}}(k,\omega) = 0$, которое означает, что при вычислении функции $\varepsilon^{\mathrm{tr}}(k,\omega)$ необходимо последовательно учитывать квантовые эффекты. В частности, при рассмотрении поперечной ДП квантовой идеальной (бесстолкновительной) плазмы в области больших волновых векторов k справедливо утверждение (с точностью до суммирования по сортам заряженных частиц) $\operatorname{Im}\varepsilon^{\mathrm{tr}}(k,\omega) \sim \exp\left(-\hbar^2k^2/8Tm_a\right)$, где m_a – масса заряженных частиц сорта a (см. подробнее [33]).

В высокочастотном пределе $(\omega\to\infty)$ соотношение (4) можно существенно упростить. Как показано в [14, 18], асимптотическое поведение величины $\Delta\varepsilon_\omega(T,\{\gamma_a\})$ в пределе $\omega\to\infty$, когда $\varepsilon^{\mathrm{tr}}(k,\omega)\to 1$, определяется соотношением

$$\Delta\varepsilon_\omega(T,\{\gamma_a\})\big|_{\omega\to\infty} \to \frac{\hbar c^2}{\pi^3\omega^2}\left(\int_0^\infty dk k^4 \operatorname{Im}\varepsilon^{\mathrm{tr}}(k,\omega)\right)\Bigg|_{\omega\to\infty} \quad (5)$$

Детальное описание перехода от общего соотношения (4) к формуле (5) представлено в приложении к настоящей работе.

Таким образом, вопрос о степени влияния вещества на асимптотическое поведение спектрального распределения энергии равновесного излучения в области высоких частот $(\omega\to\infty)$ может быть решен по известной функции $\operatorname{Im}\varepsilon^{\mathrm{tr}}(k,\omega)$.

Необходимо отметить, что вычисление поперечной ДП $\varepsilon^{\mathrm{tr}}(k,\omega)$ системы заряженных частиц и собственного излучения является весьма сложной задачей. Более того, до настоящего времени теоретическому исследованию поперечной ДП $\varepsilon^{\mathrm{tr}}(k,\omega)$ не уделяется достаточного внимания в отличие от рассмотрения продольной ДП $\varepsilon^{l}(k,\omega)$ (см. [14, 18] и цитированную там литературу). Фактически, явные аналитические результаты для функции $\varepsilon^{\mathrm{tr}}(k,\omega)$ имеются только для идеальной плазмы в пределах слабого и сильного вырождения [33–35].

По этой причине высокочастотная асимптотика спектрального распределения энергии равновесного излучения была рассмотрена для идеальной плазмы в пределах слабого и сильного вырождения. Полученные результаты показывают [14, 18], что величина $\Delta\varepsilon_\omega(T,\{\gamma_a\})\big|_{\omega\to\infty}$ убывает с увеличением частоты по степенному закону в отличие от спектрального распределения "черного" излучения, которое согласно формуле Планка (3) характеризуется экспоненциальным убыванием в пределе $\omega\to\infty$.

В настоящей работе мы проведем анализ соотношения (5) для идеального электронного газа, находящегося в компенсирующем фоне положительного заряда для обеспечения условия квазинейтральности, при произвольном вырождении электронов. При использовании такой модели предполагается, что постоянная тонкой структуры $\alpha = e^2/\hbar c \cong 1/137$, которая характеризует силу взаимодействия между электронами и фотонами, является малым параметром. Это обстоятельство является основой для использования в квантовой статистической электродинамике теории возмущений (диаграммной техники), связанной с представлением средних значений физических величин в виде рядов по степеням α [36]. В частности, вывод соотношений (2)–(4) для спектральной плотности равновесного излучения в веществе основан на результатах диаграммной техники теории возмущений для фотонной функции Грина [12]. Далее мы ограничимся рассмотрением "нулевого" приближения по параметру α, т.е. будем рассматривать функцию $\varepsilon^{\mathrm{tr}}(k,\omega)$ для системы заряженных частиц, пренебрегая их взаимодействием с фотонами.

Кроме того, предполагается, что рассматриваемая система удовлетворяет условиям

$$\frac{m_e e^4}{\hbar^2} \ll T \ll m_e c^2, \quad \frac{e^2}{r_e t_e} \ll 1, \quad (6)$$

где $r_e = (4\pi n_e/3)^{-1/3}$ – среднее расстояние между электронами, t_e – средняя кинетическая энергия, приходящаяся на один электрон, n_e – средняя плотность числа электронов. В этом случае можно пренебречь кулоновским взаимодействием заряженных частиц, что и отвечает рассмотрению

поперечной ДП идеального электронного газа (индекс 0) (см. подробнее [33]):

$$\varepsilon_0^{tr}(k,\omega) = 1 - \frac{\omega_e^2}{\omega^2} - \frac{4\pi}{\omega^2}\left(\Phi_0^{(dd)}(k,\omega) + \Phi_0^{(pp)}(k,\omega)\right), \quad (7)$$

$$\Phi_0^{(dd)}(k,\omega) = (2s_e+1)\frac{e^2\hbar^2}{2m_e^2}\int\frac{d^3p}{(2\pi)^3}\left(p^2 - \frac{(\mathbf{p}\cdot\mathbf{k})^2}{k^2}\right)\times \times\frac{f_e(\mathbf{p}-\mathbf{k}/2) - f_e(\mathbf{p}+\mathbf{k}/2)}{\hbar\omega + m_e(\mathbf{p}-\mathbf{k}/2) - m_e(\mathbf{p}+\mathbf{k}/2) + i0}, \quad (8)$$

$$\Phi_0^{(pp)}(k,\omega) = \frac{(2s_e+1)s_e(s_e+1)}{3}\left(\frac{\mu_e c}{s_e}\right)^2 \times \times k^2\int\frac{d^3p}{(2\pi)^3}\frac{f_e(\mathbf{p}-\mathbf{k}/2) - f_e(\mathbf{p}+\mathbf{k}/2)}{\hbar\omega + m_e(\mathbf{p}-\mathbf{k}/2) - m_e(\mathbf{p}+\mathbf{k}/2) + i0}. \quad (9)$$

Здесь интегрирование проводится по всему пространству импульсов электронов, $\omega_e = (4\pi e^2 n_e/m_e)^{1/2}$ – плазменная частота для электронов с зарядом e, массой m_e, спином s_e, собственным магнитным моментом μ_e и средней плотностью числа частиц n_e, $m_e(p) = \hbar^2 p^2/2m_e$ – энергия электрона, $f_e(p)$ – функция распределения по импульсам $\hbar\mathbf{p}$ для электронов, которая определяется распределением Ферми–Дирака

$$f_e(p) = \{\exp((m_e(p) - \gamma_e)/T) + 1\}^{-1}. \quad (10)$$

Величина химического потенциала электронов γ_e при заданной температуре T определяется плотностью числа электронов n_e из условия

$$n_e = (2s_e+1)\int\frac{d^3p}{(2\pi)^3}f_e(p). \quad (11)$$

В (10) учтено, что рассматриваемый электронный газ является однородной и изотропной системой. При этом согласно (7)–(11) явные аналитические выражения для поперечной ДП идеальной электронной плазмы могут быть получены в двух предельных случаях: слабого ($n_e\Lambda_e^3 \ll 1$) и сильного ($n_e\Lambda_e^3 \gg 1$) вырождения электронов, где $\Lambda_e = (2\pi\hbar^2/m_eT)^{1/2}$ – тепловая длина волны де Бройля для электронов (см. подробнее [33, 35]).

В соответствии с (7)–(9) представим с учетом (6) величину $\Delta\varepsilon_\omega(T,\gamma_e)\big|_{\omega\to\infty}$, определяющую отличие спектрального распределения энергии равновесного излучения от распределения Планка $\varepsilon_\omega^{(0)}(T)$ (3) в высокочастотном пределе $\omega\to\infty$, в следующем виде:

$$\Delta\varepsilon_\omega(T,\gamma_e)\big|_{\omega\to\infty} = = \Delta\varepsilon_\omega^{(dd)}(T,\gamma_e)\big|_{\omega\to\infty} + \Delta\varepsilon_\omega^{(pp)}(T,\gamma_e)\big|_{\omega\to\infty}, \quad (12)$$

$$\Delta\varepsilon_\omega^{(dd)}(T,\gamma_e)\big|_{\omega\to\infty} \to \to -\frac{4\hbar c^2}{\pi^2\omega^4}\left(\int_0^\infty dk k^4 \mathrm{Im}\Phi_0^{(dd)}(k,\omega)\right)\Bigg|_{\omega\to\infty}, \quad (13)$$

$$\Delta\varepsilon_\omega^{(pp)}(T,\gamma_e)\big|_{\omega\to\infty} \to \to -\frac{4\hbar c^2}{\pi^2\omega^4}\left(\int_0^\infty dk k^4 \mathrm{Im}\Phi_0^{(pp)}(k,\omega)\right)\Bigg|_{\omega\to\infty}, \quad (14)$$

где функции $\Delta\varepsilon_\omega^{(dd)}(T,\gamma_e)\big|_{\omega\to\infty}$ и $\Delta\varepsilon_\omega^{(pp)}(T,\gamma_e)\big|_{\omega\to\infty}$ согласно принятой терминологии в теории электронного газа, находящегося в статическом магнитном поле (см., например, [37]), отвечают диамагнитному и парамагнитному вкладу соответственно, в высокочастотную асимптотику спектрального распределения энергии равновесного излучения.

Учитывая значения спина ($s_e = 1/2$) и магнитного момента ($\mu_e = e\hbar/(2mc)$) для электронов, из соотношений (8), (9) следуют следующие выражения для функций $\mathrm{Im}\,\Phi_0^{(dd)}(k,\omega)$ и $\mathrm{Im}\,\Phi_0^{(pp)}(k,\omega)$:

$$\mathrm{Im}\,\Phi_0^{(dd)}(k,\omega) = = \frac{e^2}{4\pi m_e k}\int\limits_{k\Delta^{(+)}(k,\omega)}^\infty dppf_e(p)\left[p^2 - k^2\left(\Delta^{(+)}(k,\omega)\right)^2\right] - - \frac{e^2}{4\pi m_e k}\int\limits_{k\left|\Delta^{(-)}(k,\omega)\right|}^\infty dppf_e(p)\left[p^2 - k^2\left(\Delta^{(-)}(k,\omega)\right)^2\right], \quad (15)$$

$$\mathrm{Im}\,\Phi_0^{(pp)}(k,\omega) = -\frac{e^2k}{8\pi m_e}\int\limits_{k\left|\Delta^{(-)}(k,\omega)\right|}^{k\Delta^{(+)}(k,\omega)} dppf_e(p), \quad (16)$$

$$\Delta^{(\pm)}(k,\omega) = \frac{m_e\omega}{\hbar k^2} \pm \frac{1}{2}. \quad (17)$$

При этом, как показано в [14, 18], парамагнитный вклад $\Delta\varepsilon_\omega^{(pp)}(T,\gamma_e)\big|_{\omega\to\infty}$ (14), обусловленный учетом собственного магнитного момента электронов, является определяющим в высокочастотном спектральном распределении энергии равновесного излучения в идеальном электронном газе как в случае слабого, так и в случае сильного вырождения электронов. По этой причине далее мы ограничимся рассмотрением величины $\Delta\varepsilon_\omega^{(pp)}(T,\gamma_e)\big|_{\omega\to\infty}$ (14) при произвольном вырождении электронов.

Подставляя (16), (17) в (14), получаем

$$\Delta\varepsilon_\omega^{(pp)}(T,\gamma_e)\big|_{\omega\to\infty} \to \frac{2c^2e^2m_e^3}{\pi^3\hbar^3\beta_\omega^4}F(\beta_\omega,\gamma_e/T)\big|_{\omega\to\infty}, \quad (18)$$

$$F(\beta,\gamma)=\int\limits_0^\infty dz z^2\ln\left(\frac{1+\exp\left(\gamma-z\Delta_z^{(-)}(\beta)\right)}{1+\exp\left(\gamma-z\Delta_z^{(+)}(\beta)\right)}\right), \quad (19)$$

где $\beta_\omega=\hbar\omega/T$, $\Delta_z^{(\pm)}(\beta)=(\beta/z\pm1)^2/4$.

Таким образом, задача сводится к установлению асимптотического поведения функций $F(\beta_\omega,\gamma_e/T)$ в области высоких частот $(\beta_\omega\to\infty)$.

3. ПАРАМАГНИТНЫЙ ВКЛАД ПРИ ПРОИЗВОЛЬНОМ ВЫРОЖДЕНИИ ЭЛЕКТРОНОВ

Рассмотрим далее идеальный электронный газ, для которого химический потенциал γ_e является отрицательной величиной: $\gamma_e<0$. В этом случае для функции $F(\beta,\gamma)$ (19) можно использовать представление в виде функционального ряда [38]

$$F(\beta,\gamma)=2\int\limits_0^\infty dz z^2\sum_{n=1}^\infty(-1)^{n+1}\frac{\exp(n\gamma)}{n}\times$$
$$\times\exp\left(-n\left(\frac{\beta^2}{4z}+\frac{z}{4}\right)\right)\sinh\left(\frac{n\beta}{2}\right)= \quad (20)$$
$$=4\beta^3\sum_{n=1}^\infty(-1)^{n+1}\frac{\exp(n\gamma)}{n}K_3\left(\frac{n\beta}{2}\right)\sinh\left(\frac{n\beta}{2}\right).$$

В соотношении (20) учтено, что

$$\int\limits_0^\infty dx x^{\nu-1}\exp\left(-\frac{\alpha}{x}-\tau x\right)=2\left(\frac{\alpha}{\tau}\right)^{\nu/2}K_\nu\left(2\sqrt{\alpha\tau}\right). \quad (21)$$

Здесь $K_\nu(x)$ – модифицированная функция Бесселя второго рода или функция Макдональда, которая удовлетворяет следующему асимптотическому соотношению [38]:

$$K_\nu(x)\big|_{x\to\infty}=\left(\frac{\pi}{2x}\right)^{1/2}\exp(-x). \quad (22)$$

Подставляя (21), (22) в (18)–(20), находим с точностью до экспоненциально малых членов $\exp(-n\beta_\omega)$

$$F(\beta_\omega,\gamma_e/T)\big|_{\omega\to\infty}\to4\sqrt{\pi}\beta_\omega^{5/2}A(\gamma_e/T), \quad (23)$$

где функция $A(x)$ равна

$$A(x)=\sum_{n=1}^\infty(-1)^{n+1}\frac{\exp(nx)}{n^{3/2}}. \quad (24)$$

Таким образом, асимптотическое поведение парамагнитного вклада $\Delta\varepsilon_\omega^{(pp)}(T,\gamma_e)\big|_{\omega\to\infty}$ в высокочастотное спектральное распределение энергии равновесного излучения в идеальном электронном газе имеет вид

$$\Delta\varepsilon_\omega^{(pp)}(T,\gamma_e<0)\big|_{\omega\to\infty}\to8\sqrt{\pi}\frac{c^2e^2m_e^3}{\pi^3\hbar^3\beta_\omega^{3/2}}A(\gamma_e/T). \quad (25)$$

Соотношение (25) в соответствующих приближениях эквивалентно результатам работы [18] для равновесного излучения в идеальной квазиклассической плазме. При этом следует учитывать, что условие (12) в рамках проведенного рассмотрения $(\gamma_e<0)$ можно представить как

$$\Lambda_e^3n_e(T,\gamma_e)=2A(\gamma_e/T). \quad (26)$$

В результате согласно (25), (26) парамагнитный вклад, обусловленный учетом собственного магнитного момента электронов, в высокочастотное спектральное распределение энергии равновесного излучения в идеальном электронном газе пропорционален плотности числа электронов $n_e(T,\gamma_e)$ и не зависит явно от температуры при произвольном отрицательном значении химического потенциала

$$\Delta\varepsilon_\omega^{(pp)}(T,\gamma_e<0)\big|_{\omega\to\infty}\to$$
$$\to\frac{8\sqrt{2}e^2n_e(T,\gamma_e)}{\pi c}\left(\frac{m_ec^2}{\hbar\omega}\right)^{3/2}. \quad (27)$$

Перейдем к рассмотрению идеального электронного газа, в котором химический потенциал γ_e является положительной величиной: $\gamma_e>0$. Согласно (19) функцию $F(\beta,\gamma>0)$ можно представить в виде

$$F(\beta,\gamma)=F^{(-)}(\beta,\gamma)-F^{(+)}(\beta,\gamma), \quad (28)$$

$$F^{(\pm)}(\beta,\gamma)=\int\limits_0^\infty dz z^2\ln\left(1+\exp\left(\gamma-z\Delta_z^{(\pm)}(\beta)\right)\right), \quad (29)$$

так что

$$\Delta\varepsilon_\omega^{(pp)}(T,\gamma_e)\big|_{\omega\to\infty}\to \quad (30)$$
$$\to\frac{2c^2e^2m_e^3}{\pi^3\hbar^3\beta_\omega^4}\left\{F^{(-)}(\beta_\omega,\gamma_e/T)\big|_{\omega\to\infty}-F^{(+)}(\beta_\omega,\gamma_e/T)\big|_{\omega\to\infty}\right\}.$$

В свою очередь, из (29) с использованием замены переменных $z=\beta x^2$ непосредственно следует, что

$$F^{(\pm)}(\beta,\gamma)=2\beta^3\int\limits_0^\infty dx x^5\ln\left(1+\exp\left(\gamma-\frac{\beta}{4}\left(x\pm\frac{1}{x}\right)^2\right)\right) \quad (31)$$

или с учетом замены переменных $q = x \pm 1/x$

$$F^{(+)}(\beta,\gamma) = 2\beta^3\int_2^\infty dq\left\{\frac{\left(x_2^{(+)}\right)^7}{\left(x_2^{(+)}\right)^2-1}-\frac{\left(x_1^{(+)}\right)^7}{\left(x_1^{(+)}\right)^2-1}\right\}\times$$
$$\times\ln\left(1+\exp\left(\gamma-\beta q^2/4\right)\right) =$$
$$= 2\beta^3\int_2^\infty dq\frac{\left(x_2^{(+)}\right)^6-\left(x_1^{(+)}\right)^6}{\sqrt{q^2-4}}\ln\left(1+\exp\left(\gamma-\beta q^2/4\right)\right) =$$
$$= 2\beta^3\int_2^\infty dqq\left\{\left(\left(x_2^{(+)}\right)^2-\left(x_1^{(+)}\right)^2\right)^2+3\left(x_2^{(+)}\right)^2\left(x_2^{(+)}\right)^2\right\}\times$$
$$\times\ln\left(1+\exp\left(\gamma-\beta q^2/4\right)\right) = \quad (32)$$
$$= 2\beta^3\int_2^\infty dqq\left\{q^2\left(q^2-4\right)+3\right\}\times$$
$$\times\ln\left(1+\exp\left(\gamma-\beta q^2/4\right)\right) =$$
$$= 2\beta^3\int_0^\infty \mathrm{d}q\,(q+2)\left\{(q+2)^2\,q\,(q+4)+3\right\}\times$$
$$\times\ln\left(1+\exp\left(\gamma-\beta-\beta q\,(q+4)/4\right)\right),$$

$$x_1^{(+)}(q) = \frac{q-\sqrt{q^2-4}}{2}, \quad x_2^{(+)}(q) = \frac{q+\sqrt{q^2-4}}{2}, \quad (33)$$

$$F^{(-)}(\beta,\gamma) = 2\beta^3\int_{-\infty}^\infty dq\frac{\left(x^{(-)}(q)\right)^7}{\left(x^{(-)}(q)\right)^2+1}\times$$
$$\times\ln\left(1+\exp\left(\gamma-\beta q^2/4\right)\right) =$$
$$= 2\beta^3\int_{-\infty}^\infty \frac{dq}{q}\left(x^{(-)}\right)^6\ln\left(1+\exp\left(\gamma-\beta q^2/4\right)\right) = \quad (34)$$
$$= 2\beta^3\int_0^\infty dq\left\{q^2\left(q^2+4\right)+3\right\}\sqrt{q^2+4}\times$$
$$\times\ln\left(1+\exp\left(\gamma-\beta q^2/4\right)\right).$$

$$x^{(-)}(q) = \frac{q+\sqrt{q^2+4}}{2}. \quad (35)$$

Из соотношений (32), (34) непосредственно следует асимптотическое поведение функций в пределе $\beta \to \infty$

$$F^{(+)}(\beta,\gamma)\Big|_{\beta\to\infty} = 2\int_0^\infty \mathrm{d}\lambda\left(\lambda+2\sqrt{\beta}\right)\times$$
$$\times\left\{\left(\lambda+2\sqrt{\beta}\right)^2\lambda\left(\lambda+4\sqrt{\beta}\right)+3\beta^2\right\}\times$$
$$\times\ln\left(1+\exp\left(\gamma-\beta-\lambda\left(\lambda+4\sqrt{\beta}\right)/4\right)\right)\Big|_{\beta\to\infty} \to \quad (36)$$
$$\to 4\sqrt{\beta}\int_0^\infty d\lambda\left\{16\beta^{3/2}\lambda+3\beta^2\right\}\times$$
$$\times\exp\left(\gamma-\beta-\lambda\sqrt{\beta}\right)\Big|_{\beta\to\infty} \to 12\beta^2\exp(\gamma-\beta),$$

$$F^{(-)}(\beta,\gamma)\Big|_{\beta\to\infty} = 2\int_0^\infty \mathrm{d}\lambda\left\{\lambda^2\left(\lambda^2+4\beta\right)+3\beta^2\right\}\times$$
$$\times\sqrt{\lambda^2+4\beta}\ln\left(1+\exp\left(\gamma-\lambda^2/4\right)\right)\Big|_{\beta\to\infty} \to$$
$$\to 4\sqrt{\beta}\int_0^\infty d\lambda\left(4\beta\lambda^2+3\beta^2\right)\times \quad (37)$$
$$\times\ln\left(1+\exp\left(\gamma-\lambda^2/4\right)\right)\Big|_{\beta\to\infty} \to 12\beta^{5/2}I(\gamma),$$

$$I(\gamma) = \int_0^\infty d\lambda\ln\left(1+\exp\left(\gamma-\lambda^2/4\right)\right). \quad (38)$$

Согласно (18), (19), (32), (34)–(38) парамагнитный вклад в высокочастотную асимптотику спектрального распределения энергии равновесного излучения в идеальном электронном газе, который характеризуется положительным значением химического потенциала $\gamma_e > 0$, с интересующей нас точностью имеет вид

$$\Delta\varepsilon_\omega^{(pp)}(T,\gamma_e>0)\Big|_{\omega\to\infty} \to \frac{24c^2e^2m_e^3}{\pi^3\hbar^3\beta_\omega^{3/2}}I(\gamma_e/T), \quad (39)$$

где функция $I(\gamma)$ определяется соотношением (38).

Из сравнения соотношений (25) и (39) непосредственно следует очевидное равенство

$$\Delta\varepsilon_\omega^{(pp)}(T,\gamma_e\to-0)\Big|_{\omega\to\infty} = \Delta\varepsilon_\omega^{(pp)}(T,\gamma_e\to+0)\Big|_{\omega\to\infty}. \quad (40)$$

В свою очередь, в пределе сильного вырождения электронного газа $n_e\Lambda_e^3 \gg 1$, что эквивалентно условию $\gamma_e/T \gg 1$ [2], соотношение (39) в соответствующих приближениях соответствует результатам работы [14].

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Согласно проведенному рассмотрению парамагнитный вклад, обусловленный наличием собственного магнитного момента у каждого электрона, в высокочастотное спектральное распределение энергии равновесного излучения в идеальном электронном газе с ростом частоты убывает степенным образом при произвольном значении химического потенциала (см. (27), (39)). При этом средняя энергия равновесного излучения, приходящаяся на единицу объема газа электронов, согласно (1), (25), (39) является конечной величиной.

Дальнейшее развитие полученных выше результатов связано с построением теории поперечной ДП электронного газа при учете взаимодействия между электронами.

Автор выражает благодарность участникам семинара Теоретического отдела им. Л.М. Бибермана ОИВТ РАН за полезное обсуждение работы. Данная работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (Государственное задание № 075-01056-22-00).

ПРИЛОЖЕНИЕ

При рассмотрении несобственного интеграла по волновым векторам, определяющего искомую величину $\Delta\varepsilon_\omega(T,\{\gamma_a\})$ (4), необходимо учитывать, что подынтегральная функция содержит сингулярные члены. Это утверждение следует из предельных равенств, которым удовлетворяет мнимая часть поперечной ДП идеального электронного газа:

$$\operatorname{Im}\varepsilon^{\mathrm{tr}}(k,\omega)\Big|_{k\to 0}\to 0,\quad \operatorname{Im}\varepsilon^{\mathrm{tr}}(k,\omega)\Big|_{k\to\infty}\to 0 \qquad (41)$$

(см. (7)–(9), (15)–(17)). Предельный переход $k\to 0$ отвечает условию $k\sqrt{2m_e t_e}/\omega \ll 1$, а предельный переход $k\to\infty$ – условию $m_e(k)\gg T$ (см. подробнее [40]). Согласно (41) мы можем записать для произвольных ненулевых значений частоты ω

$$\left(\frac{\operatorname{Im}\varepsilon^{\mathrm{tr}}(k,\omega)}{\left(\operatorname{Re}\varepsilon^{\mathrm{tr}}(k,\omega)-c^2k^2/\omega^2\right)^2+\left(\operatorname{Im}\varepsilon^{\mathrm{tr}}(k,\omega)\right)^2}\right)\Bigg|_{\substack{k\to 0,\\ k\to\infty}}\to \qquad (42)$$

$$\to \pi\delta\left(\operatorname{Re}\varepsilon^{\mathrm{tr}}(k,\omega)-\frac{c^2k^2}{\omega^2}\right),$$

где $\delta(x)$ – дельта-функция Дирака. Тогда функцию

$$\Psi(\omega;T,\{\gamma_a\})=\frac{c^5}{\pi\omega^5}\int_0^\infty dk k^4\frac{\operatorname{Im}\varepsilon^{\mathrm{tr}}(k,\omega)}{\left|\varepsilon^{tr}(k,\omega)-c^2k^2/\omega^2\right|^2}, \qquad (43)$$

определяющую величину $\Delta\varepsilon_\omega(T,\{\gamma_a\})$ (4), с учетом (42), (43) можно представить в виде

$$\Psi(\omega;T,\{\gamma_a\})=\frac{c^3k_{osc}^3(\omega)}{2\omega^3}+\Psi^{(reg)}(\omega;T,\{\gamma_a\}), \qquad (44)$$

где функция $\Psi^{(reg)}(\omega;T,\{\gamma_a\})$ определяется тем же соотношением (43), но не содержит сингулярных членов под знаком интеграла. При этом волновой вектор $k_\infty(\omega)$ является решением уравнения

$$k_{osc}=\omega\sqrt{\operatorname{Re}\varepsilon^{\mathrm{tr}}(k_{osc},\omega)}/c. \qquad (45)$$

Как следует из (42), (45), речь идет о решении дисперсионного уравнения для определения спектра собственных поперечных колебаний электромагнитного поля в материальной среде

$$\varepsilon^{tr}(k,\omega)=c^2k^2/\omega^2 \qquad (46)$$

в области действительных значений частоты ω и волнового вектора k (см. подробнее [32]).

Однако даже в простейшем случае идеального электронного газа решение дисперсионного уравнения (46) не представляется возможным аналитическими методами в силу весьма сложного выражения для поперечной ДП $\varepsilon^{tr}(k,\omega)$.

Тем не менее при рассмотрении высокочастотного предела $(\omega\to\infty)$ соотношение (45) можно существенно упростить. Дело в том, что согласно (7) при фиксированном значении волнового вектора k

$$\begin{gathered}\operatorname{Re}\varepsilon^{\mathrm{tr}}(k,\omega)\Big|_{\omega\to\infty}\to 1-\omega_e^2/\omega^2,\\ \operatorname{Im}\varepsilon^{\mathrm{tr}}(k,\omega)\Big|_{\omega\to\infty}\to 0\end{gathered} \qquad (47)$$

(см. подробнее [36]). Из (45), (47) непосредственно следует

$$k_{osc}=\omega\sqrt{1-\omega_e^2/\omega^2}/c. \qquad (48)$$

Это соотношение обычно применяется при рассмотрении идеального электронного газа и имеет смысл только при частотах $\omega>\omega_e$ (см., например, [41]).

Таким образом, согласно (4), (44), (48)

$$\begin{gathered}\Delta\varepsilon_\omega(T,\{\gamma_a\})\Big|_{\omega\to\infty}\to\frac{\hbar c^2}{\pi^3\omega^2}\times\\ \times\left(\frac{1}{2}\left(\left(1-\frac{\omega_e^2}{\omega^2}\right)^{3/2}-1\right)+\Psi^{(reg)}(\omega;T,\{\gamma_a\})\right)\Bigg|_{\omega\to\infty}\to \qquad (49)\\ \to\frac{\hbar c^2}{\pi^3\omega^2}\left(-\frac{3\omega_e^2}{4\omega^2}+\Psi^{(reg)}(\omega;T,\{\gamma_a\})\right)\Bigg|_{\omega\to\infty}.\end{gathered}$$

Далее обратим внимание, что спектральное распределение энергии излучения в веществе $\varepsilon_\omega(T,\{\gamma_a\})$ по определению является величиной неотрицательной. При этом распределение Планка экспоненциально убывает в пределе $\omega\to\infty$.

Следовательно, определяющим слагаемым в круглых скобках в правой части формулы (49) является величина $\Psi^{(reg)}(\omega)$, причем эта функция должна удовлетворять условию

$$\Psi^{(reg)}(\omega;T,\{\gamma_a\})\Big|_{\omega\to\infty}>3\omega_e^2/4\omega^2. \qquad (50)$$

В подынтегральной функции (см. (43)), определяющей величину $\Psi^{(reg)}(\omega;T,\{\gamma_a\})$, по определению не содержится сингулярных членов, поэтому, учитывая (47), находим

$$\Psi^{(reg)}(\omega;T,\{\gamma_a\})\Big|_{\omega\to\infty} \to \\ \to \frac{c^5}{\pi\omega^5}\left(\int_0^\infty dk k^4\,\mathrm{Im}\,\varepsilon^{\mathrm{tr}}(k,\omega)\right)\Bigg|_{\omega\to\infty}, \quad (51)$$

что соответствует соотношению (5) для функции $\Delta\varepsilon_\omega(T,\{\gamma_a\})\big|_{\omega\to\infty}$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Planck M.* // Ann. der Phys. 1901. V. 309. P. 553. https://doi.org/10.1002/andp.19013090310
2. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Статистическая физика, часть 1. М.: Наука, 1976.
3. *Sokolsky A.A., Gorlach M.A.* // Phys. Rev. A. 2014. V. 89. P. 013847 https://doi.org/10.1103/PhysRevA.89.013847
4. *Левин М.Л., Рытов С.М.* Теория равновесных тепловых флуктуаций в электродинамике М.: Наука, 1967.
5. *Волокитин А.И., Перссон Б.Н. Дж.* // УФН. 2007. Т. 177. С. 921. https://doi.org/10.3367/UFNr.0177.200709a.0921
6. *Виноградов Е.А., Дорофеев И.А.* // УФН. 2009. Т. 179. С. 449. https://doi.org/10.3367/UFNr.0179.200905a.0449
7. *Bobrov V.B.* // J. Phys.: Cond. Matt. 1990. V. 2. P. 6695. https://doi.org/10.1088/0953-8984/2/31/022
8. *Opher M., Opher R.* // Phys. Rev. Lett. 1997. V. 79. P. 2628. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.79.2628
9. *Tsintsadze L.N., Kishimoto Y., Callebaut D.K., Tsintsadze N.L.* // Phys. Rev. E. 2007. V. 76. P. 016406. https://doi.org/10.1103/PhysRevE.76.016406
10. *Trigger S.A.* // Phys. Lett. A. 2007. V. 370. P. 365. DOI: physleta.2007.05.084. https://doi.org/10.1016/j
11. *Triger S.A., Khomkin A.L.* // Plasma Phys. Rep. 2010. V. 36. P. 1095. https://doi.org/10.1134/S1063780X10130027
12. *Бобров В.Б., Соколов И.М., Тригер С.А.* // Письма в ЖЭТФ. 2015. Т. 101. С. 326. https://doi.org/10.7868/S0370274X15050033
13. *Mati P.* // Phys. Rev. A. 2017. V. 95. P. 053852. DOI: 95.053852. https://doi.org/10.1103/PhysRevA
14. *Бобров В.Б.* // ЖТФ. 2018. Т. 88. С. 168. DOI: 45402.2370. https://doi.org/10.21883/JTF.2018.02
15. *Маслов С.А., Тригер С.А., Гусейн-заде Н.Г.* // Кр. сообщ. по физ. ФИАН. 2018. № 8. С. 14.
16. *Munirov V.R., Fisch N.J.* // Phys. Rev. E. 2019. V. 100. P. 023202. https://doi.org/10.1103/PhysRevE.100.023202
17. *Игнатов А.М., Тригер С.А.* // Кр. сообщ. по физ. ФИАН. 2020. № 1. С. 11.
18. *Bobrov V.B., Trigger S.A., Sokolov I.M.* // Phys. Plasmas. 2020. V. 27. P. 022106. https://doi.org/10.1063/1.5119429
19. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982.
20. *Агранович В.М., Гинзбург В.Л.* Электродинамика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов. М.: Наука, 1964.
21. *Бараш Ю.С., Гинзбург В.Л.* // УФН 1975. Т. 116. С. 5.
22. *Woolsey N.C., Asfaw A., Hammel B., Keane C., Back C.A., Calisti A., Mossé C., Stamm R., Talin B., Wark J.S., Lee R.W., Klein L.* // Phys. Rev. E. 1996. V. 53. P. 6396. https://doi.org/10.1103/PhysRevE.53.6396
23. *Агранат М.Б., Аширков С.И., Овчинников А.В., Ситников Д.С., Юркевич А.А., Чефонов О.В., Перельман Л.Т., Анисимов С.И., Фортов В.Е.* // Письма в ЖЭТФ. 2015. Т. 101. С. 671. https://doi.org/10.7868/S0370274X15090039
24. *Русин С.П.* // ТВТ. 2018. Т. 56. С. 203. https://doi.org/10.7868/S0040364418020060
25. Frontiers and Challenges in Warm Dense Matter / Eds. Graziani F., Desjarlais M.P., Redmer R., Trickey S.B., Berlin – Heidelberg: Springer, 2014.
26. *Dornheim T., Groth S., Bonitz M.* // Phys. Rep. 2018. V. 744. P. 1. https://doi.org/10.1016/j.physrep.2018.04.001
27. *Nettelmann N., Püstow R., Redmer R.* // Icarus. 2013. V. 225. P. 548. https://doi.org/10.1016/j.icarus.2013.04.018
28. *Hausoel A., Karolak M., Sasioglu E., Lichtenstein A., Held K., Katanin A., Toschi A., Sangiovanni G.* // Nat. Comm. 2017. V. 8. P. 16062. https://doi.org/10.1038/ncomms16062
29. *Pourovskii L.V., Mravlje J., Pozzo M., Alfè D.* // Nat. Comm. 2020. V. 11. P. 4105. https://doi.org/10.1038/s41467-020-18003-9
30. *Minakov D.V., Paramonov M.A., Levashov P.R.* // Phys. Rev. B. 2018. V. 97. P. 024205. https://doi.org/10.1103/PhysRevB.97.024205
31. *Minakov D.V., Paramonov M.A., Levashov P.R.* // AIP Advances. 2018. V. 8. P. 125012. https://doi.org/10.1063/1.5062152
32. *Силин В.П., Рухадзе А.А.* Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред М.: Либроком, 2013.
33. *Bobrov V.B.* // Physica A. 1992. V. 187. P. 603. DOI: (92)90013-G. https://doi.org/10.1016/0378-4371
34. *Кузелев М.В., Рухадзе А.А.* // УФН. 1999. Т. 169. С. 687. https://doi.org/10.3367/UFNr.0169.199906g.0687

35. *Bobrov V.B., Maslov S.A., Trigger S.A.* // Phys. Plasmas. 2018. V. 25. P. 072116. https://doi.org/10.1063/1.5034243

36. *Фрадкин Е.С.* // Труды ФИАН. 1965. Т. 29. С. 7. [Fradkin E.S. // Proc. Lebedev Phys. Inst. 1965. V. 29. P. 7 (translated from the Russian by Consultants Bureau, New York (1967))].

37. *Бытыев Э.Г.* // УФН. 2009. Т. 179. С. 1333. https://doi.org/10.3367/UFNr.0179.200912i.1333

38. *Градштейн И.С., Рыжик И.М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений М.: ГИФМЛ, 1963.

39. Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs and Mathematical Tables / Eds. Abramowitz M., Stegun I.A. Washington: National Bureau of Standarts, 1972.

40. *Бобров В.Б., Тригер С.А.* // ТМФ. 2017. Т. 192. С. 523. https://doi.org/10.1134/S0040577917090094

41. *Ахиезер А.И., Ахиезер И.А., Половин Р.В., Ситенко А.Г., Степанов К.Н.* Коллективные колебания в плазме. М.: Атомиздат, 1964.

EDN: TBZMAS
ФИЗИКА ПЛАЗМЫ, 2022, том 48, № 6, с. 552–564

ДИНАМИКА ПЛАЗМЫ

УДК 537.523.9,537.523.2

МЕХАНИЗМ ФИЛАМЕНТАЦИИ НАНОСЕКУНДНОГО ПОВЕРХНОСТНОГО БАРЬЕРНОГО РАЗРЯДА ПОЛОЖИТЕЛЬНОЙ ПОЛЯРНОСТИ В АЗОТЕ

© 2022 г. В. Р. Соловьев[a], *

[a] *Московский физико-технический институт, Долгопрудный, Россия*

**e-mail: vic_sol@mail.ru*

Поступила в редакцию 11.04.2022 г.
После доработки 25.04.2022 г.
Принята к публикации 25.04.2022 г.

Выполнено численное моделирование развития поверхностного барьерного разряда в азоте с 0.1% примеси O_2 в 2D-модели непрерывной среды в диапазоне давлений 2–8 атм и амплитуд положительного ступенчатого импульса напряжения 20–50 кВ. При напряжении 40 кВ и давлениях азота выше 4 атм зафиксировано развитие тонкого слоя плазмы с нарастающей во времени плотностью. Этот слой, филамент, развивается на обращенной к диэлектрику границе стримера и со временем перемещается по направлению к поверхности диэлектрика. Показано, что причиной развития филамента является ступенчатая ионизация из возбужденных состояний молекулы азота. Предложен критерий возникновения филамента, согласно которому пороговое напряжение для этого явления уменьшается с ростом давления, что качественно согласуется с экспериментальными данными.

Ключевые слова: поверхностный барьерный разряд, наносекундный импульс напряжения, стример, филамент

DOI: 10.31857/S0367292122100298

1. ВВЕДЕНИЕ

Поверхностный барьерный разряд (ПБР) представляет собой разряд, формирующийся у кромки высоковольтного электрода, отделенного от параллельного заземленного плоского электрода тонким слоем диэлектрика, препятствующим замыканию разрядного тока проводимости (рис. 1).

Исследование развития и параметров ПБР в воздухе продолжает оставаться актуальным, в частности, из-за перспектив использования этого типа разряда в аэродинамических приложениях [1, 2] и задачах поддержания/стимуляции горения топливных смесей [3, 4]. В ходе этих исследований в приложении к наносекундному ПБР в азоте и смесях N_2–O_2, когда длительность импульса приложенного напряжения составляет 20–50 нс, недавно была экспериментально открыта новая, контрагированная форма развития этого разряда, реализующаяся в виде тонких нитей (филаментов) [5].

Наблюдаемый эффект контракции (филаментации) возникает при превышении некоторых критических значений плотности газа и величины амплитуды приложенного напряжения, формирующих на плоскости давление-напряжение кривую стример-филаментарного перехода. Ниже этой кривой реализуется обычный квазиоднородный режим развития разряда, в котором разряд развивается в виде набора “плотно упакованных” близко лежащих стримеров. Выше этой кривой разряд имеет вид отдельных каналов (фи-

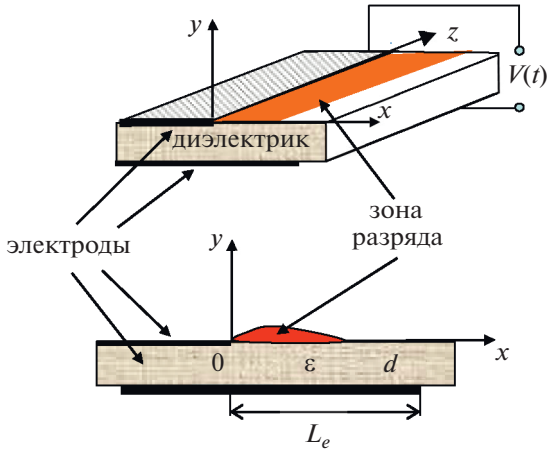

Рис. 1. Схема реализации поверхностного барьерного разряда.

ламентов), расстояние между которыми приблизительно на порядок больше, чем между стримерами в квазиоднородном режиме, а плотность плазмы и энерговыделение значительно выше, чем в стримере [5–8].

Переход из квазиоднородного в филаментарный режим происходит за времена порядка нескольких наносекунд и не может быть объяснен известными механизмами контракции разряда типа ионизационно-перегревной неустойчивости, которые требуют существенно больших времен. В связи с этим, в работе [6] в качестве механизма стример-филаментарного перехода для разряда отрицательной полярности был предложен процесс ионизации $N_2(C^3\Pi_u)$ и $N_2(B^3\Pi_g)$ электронно-возбужденных состояний молекулы азота электронным ударом, учет которого привел к резкому увеличению концентрации электронов в канале разряда. В дальнейшем, возбужденные состояния $N_2(A^3\Sigma_u^+)$, $N_2(B^3\Pi_g)$ и $N_2(C^3\Pi_u)$ будем обозначать, как A, B и C состояния. Возможность реализации предложенного в работе [6] механизма критически зависит от величины приведенного поля E/N в канале разряда (E – величина электрического поля, N – плотность газа), поскольку константы ионизации B и C состояний электронным ударом имеют резкую зависимость от E/N. В модели работы [6] расчеты были выполнены в нуль-мерном токовом приближении в предположении, что в канале разряда $E/N \approx 230$ Тд и не меняется со временем (1 Тд = 10^{-17} В см^2). Однако, как показано в работе [9], поле в канале разряда чувствительно к изменению плотности электронов и должно падать при ее увеличении. То есть, процесс ионизации B и C состояний электронным ударом должен ослабевать по мере увеличения концентрации электронов и не должен приводить к резкому росту концентрации электронов, если учесть снижение E/N.

Кроме того, предполагаемая величина приведенного поля $E/N \approx 230$ Тд возможна в канале разряда отрицательной полярности, но не наблюдается в канале положительного стримера, где E/N в 1.5–2 раза ниже порога ионизации для воздуха, составляющего 120 Тд [9–11]. Таким образом, предложенная модель вряд ли реализуется в разряде положительной полярности. Поскольку в эксперименте филаментация наблюдалась в разрядах обеих полярностей, вопрос о механизме стример-филаментарного перехода в ПБР остается открытым.

В данной работе на базе модели работ [9–11] пространственно-временной динамики развития стримера в самосогласованном электрическом поле сделана попытка численного моделирования развития ПБР для условий наблюдения эффекта филаментации в эксперименте [5]. Поскольку наблюдаемое напряжение перехода из квазиоднородного в филаментарный режим заметно меньше для чистого азота, чем для воздуха, в качестве объекта исследования был выбран азот с 0.1% содержанием кислорода. Исследуется наносекундный ПБР положительной полярности в азоте в диапазоне амплитуд напряжения 20–60 кВ и давлений газа 2–8 атм, соответствующих области параметров, в которой экспериментально наблюдался эффект филаментации наносекундного ПБР.

2. МОДЕЛЬ

Подробное описание исходной модели развития ПБР изложено в работах [10, 11]. В рассматриваемом варианте азота с малой добавкой O_2 можно не учитывать образование отрицательных ионов. В этом случае модель упрощается до решения уравнений переноса только электронов и положительных ионов в 2D дрейфово-диффузионном приближении

$$\frac{\partial n_k}{\partial t} + \mathrm{div}\vec{J}_k = S_k - R_k, \quad k = i, e \qquad (1)$$

и уравнения Пуассона для потенциала самосогласованного электрического поля φ

$$(\nabla(\varepsilon\nabla\varphi)) = -4\pi e(n_i - n_e), \quad \vec{E} = -\nabla\varphi, \qquad (2)$$

где n_i и n_e есть концентрации положительных ионов и электронов. Потоки $\vec{J}_k$ заряженных частиц есть

$$\vec{J}_e = -n_e K_e \vec{E} - \nabla(D_e n_e), \qquad (3)$$

$$\vec{J}_i = n_i K_i \vec{E}, \qquad (4)$$

где K и D подвижность и коэффициент диффузии. Из-за быстрой конверсии иона N_2^+ в ион N_4^+ предполагается, что положительные ионы представлены только ионами N_4^+.

Выражения для источников S_k и стоков R_k в исходной модели описывают ионизацию N_2 из основного X состояния с константой скорости k_i и диссоциативную рекомбинацию молекулярного иона N_4^+ и электрона с константой скорости рекомбинации k_{dr}

$$S_{e,i} = S_{ph} + k_i N n_e, \quad R_{e,i} = k_{dr} n_e n_i. \qquad (5)$$

Малое, не влияющее на кинетику, содержание O_2 моделирует присутствие естественной примеси, ответственной за источник фотоионизации S_{ph}. Этот источник обусловлен ионизацией молекул O_2 УФ-излучением возбужденных молекул $N_2(b^1\Pi_u, b'^1\Sigma_u^+, c'^1_4\Sigma_u^+)$ в полосе 98.0–102.5 нм, которое генерируется в зоне разряда. Согласно выводам работы [12], для успешного развития стри-

Таблица 1. Константы скоростей процессов

	Процесс	Константа скорости, $см^3/с$	Ссылка
A1	$e + N_2 \to N_2^+ + 2e$	$k_{i0} = (0.7668 + 0.018\gamma) \times 10^{-8.09 - \frac{40.92}{\gamma}}$	[15]
A2	$e + N_4^+ \to 2N_2$	$k_{dr} = 2 \times 10^{-6} (300/T_e(K))^{0.5}$	[16]
A3	$e + N_2 \to N_2(A) + e$	$10^{-8.4 - 14/\gamma}$	[17, 14]
A4	$e + N_2 \to N_2(B) + e$	$10^{-8.2 - 14.8/\gamma}$	[17, 14]
A5	$e + N_2 \to N_2(C) + e$	$k_C^* = 10^{-8.2 - 21.1/\gamma}$	[17, 14]
A6	$N_2(B) + N_2 \to N_2(A) + N_2$	1×10^{-11}	[16]
A7	$N_2(C) + N_2 \to N_2 + N_2$	1×10^{-11}	[16]
A8	$N_2(C) \to N_2(B) + \hbar\omega$	$3 \times 10^7\ с^{-1}$	[16]
A9	$N_2(C) + e \to N + N + e$	$k_{dis} = 5.4 \times 10^{-7 - 9.6/\gamma}$	[18]
A10	$N_2(C) + e \rightleftarrows N_2(B) + e$	10^{-7}, $10^{-7} \times \exp(-3.68/T_e(эВ))$	[18]
A11	$N_2(B) + e \rightleftarrows N_2(A) + e$	10^{-7}, $2 \times 10^{-7} \times \exp(-1.18/T_e(эВ))$	[18]
A12	$N_2(A) + e \to N_2^+ + 2e$	$6.3 \times 10^{-9 - 21.1/\gamma}$	[14]
A13	$N_2(C) + e \to N_2^+ + 2e$	$1.5 \times 10^{-7 - 10/\gamma}$	[14]
A14	$N_2(A) + N_2(A) \to N_2(C) + N_2(X)$	1.5×10^{-10}	[16]

$\gamma = E/N/(10^{-16}$ В $см^2)$

мера в "чистом" N_2 достаточно 10^{-4}% примеси O_2. Вычисление источника S_{ph} базируется на модели, предложенной в работе [13], и реализуется решением уравнения переноса УФ-излучения в приближении лучистой теплопроводности [11]. Максимум, этого источника находится в области фронта стримера, но его наличие существенно и для периферии разряда.

Кинетика возбужденных A, B и C состояний молекулы азота описывается уравнениями баланса без учета пространственного переноса:

$$\frac{\partial N_k}{\partial t} = S_k - R_k, \quad k = A, B, C. \tag{6}$$

В таблице 1 представлены учитываемые процессы и их константы. Для процессов A11 и A12 указаны константы процессов девозбуждения уровней и обратного ему возбуждения электронным ударом. Температура электронов T_e и константы скорости процессов с участием высоко-энергетичных электронов, как функции E/N, вычислялись на основе численного решения уравнения Больцмана для функции распределения электронов по энергиям [14, 15]. Аппроксимация численного решения для T_e имеет вид [15]

$$T_e = T_a + 0.745\gamma^{0.54}\ эВ, \tag{7}$$

здесь T_e и температура газа T_a, выраженные в эВ; $\gamma = E/N/(10^{-16}$ В $см^2)$ – безразмерная величина приведенного электрического поля E/N.

Константа ионизации из основного состояния молекулы $N_2(X)$ вычислялась с поправкой на эффект нелокальности [10, 11], которая оказывается существенной в области резких градиентов концентрации электронов

$$k_i = k_{i0}\left(1 + \frac{\vec{E}\nabla(D_e n_e)}{K_e n_e E^2}\right), \tag{8}$$

где k_{i0} – константа ионизации (A1) в приближении локального поля.

Используемые константы процессов возбуждения (A3)–(A5) вычислены в работе [14] для диапазона $50 < E/N < 1000$ Тд, что достаточно для рассматриваемых в данной работе процессов в приграничной области стримера, где $50 < E/N < 200$ Тд. Для константы ионизации (A1) использовалось приближение, предложенное в работе [15], которое дает значение константы лучше согласующееся с экспериментальными данными вплоть до $E/N = 3000$ Тд.

Ключевым дополнением к этой модели является учет процесса ступенчатой ионизации из самого высоколежащего из учитываемых возбужденных состояний, из C-состояния. В отличие от прямой ионизации из C-состояния (A13), этот процесс происходит не как единичный акт, а в виде диффузии электрона по вышележащим возбужденным термам молекулы до достижения границы ионизации [19, 20]. Приближение ступенчатой ионизации/рекомбинации справедливо для высоколежащих энергетических состояний

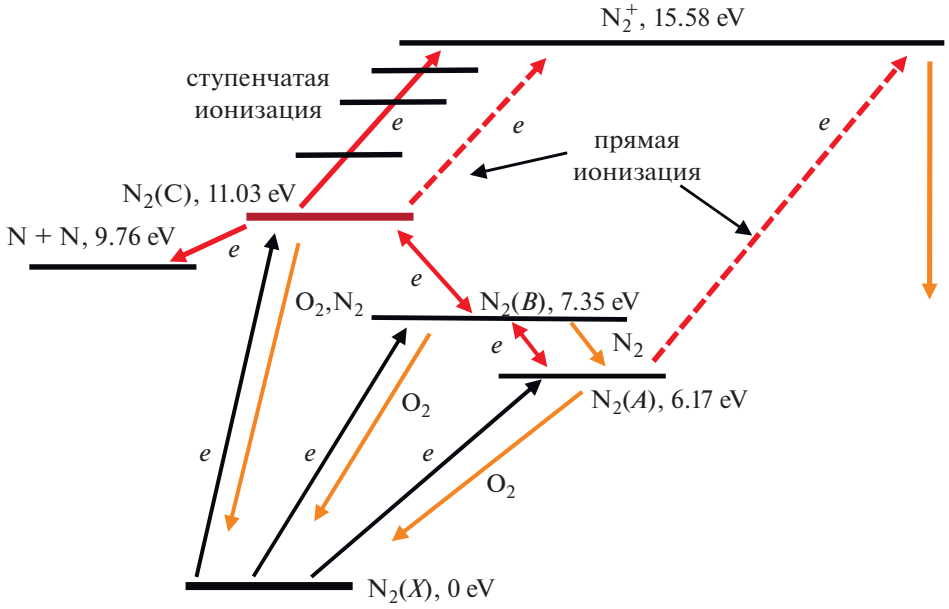

Рис. 2. Схема учитываемых процессов.

таких, что частота перехода между состояниями под действием электронного удара много больше частоты тушения в столкновениях с другими частицами и частоты радиационного распада. Это условие обычно выполняется для уровней разрешенных переходов, энергетическое расстояние между которыми ΔE меньше T_e. В случае N_2, до ближайшего к C-состоянию вышележащего терма $C'^3\Pi_u$ расстояние $\Delta E \approx 1$ эВ. Типичные значения E/N в канале стримера 70–100 Тд, которым соответствует $T_e \approx 2.5$ эВ (рис. 3). Как видим, условие $\Delta E < T_e$ выполняется и приближение ступенчатой ионизации из C-состояния вполне разумно. Для нижележащих состояний нужно рассматривать поуровневую кинетику, что и реализовано в предлагаемой модели. Итоговый набор учитываемых процессов иллюстрирует диаграмма на рис. 2. На ней также изображены возможные процессы тушения возбужденных состояний азота молекулами O_2 в случае увеличения примеси O_2 и перехода от азота к воздуху.

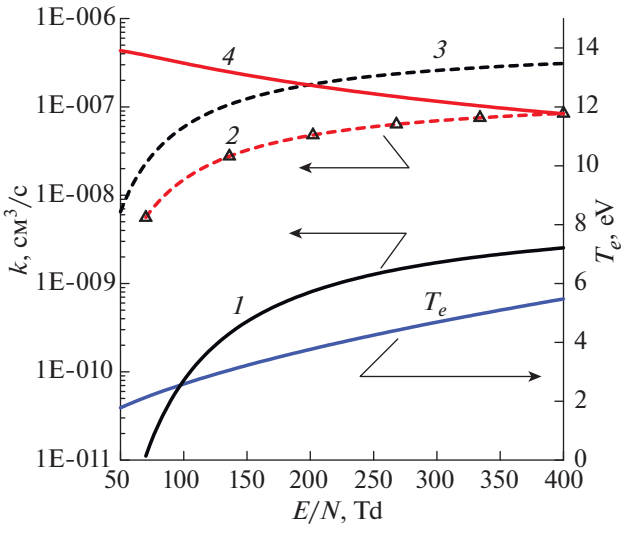

Рис. 3. Константы скорости процессов с участием C-состояния и температура электронов в зависимости от E/N: *1* – возбуждение (A5); *2* – прямая ионизация (A13); *3* – диссоциация (A9); *4* – ступенчатая ионизация (9).

Константы процессов кинетики A, B и C состояний взяты в соответствии с рекомендациями работы [6], а для константы ступенчатой ионизации из C-состояния использовалось аналитическое выражение [20]

$$k_{st} = \beta \frac{g_i}{g_C} \frac{me^{10}}{\hbar^3 T_e^3} \exp(-I_C/T_e), \qquad (9)$$

где m, e – масса и заряд электрона, $g_i = 2$, $g_c = 6$ – статистические веса иона N_2^+ и C-состояния, $\hbar$ – постоянная Планка, $I_C = 4.55$ эВ – потенциал ионизации C-состояния, β – множитель, зависящий от структуры термов атома/молекулы. В настоящей работе было принято фактически максимальное значение $\beta = 0.77$, которое получается, если при расчете константы ступенчатой ионизации/рекомбинации использовать наиболее точные значения сечений перехода между сильно-

возбужденными состояниями атома, вычисленными методом Монте-Карло [20].

Зависимость констант наиболее важных процессов с участием C-состояния и температуры электронов от E/N представлена на рис. 3.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА ДЛЯ ПОЛОЖИТЕЛЬНОЙ ПОЛЯРНОСТИ ИМПУЛЬСА НАПРЯЖЕНИЯ

С целью сокращения времени счета расчеты выполнялись для ступенчатого импульса напряжения постоянной амплитуды V_0: $V = 0$ при $t < 0$, $V = V_0$ при $t > 0$. Параметры диэлектрического барьера задавались следующими: толщина d = = 0.3 мм, относительная диэлектрическая проницаемость $\varepsilon = 3$. Пространственный шаг расчета изменялся обратно пропорционально плотности газа по закону $h = 0.001 N_0/N$ мм, где $N_0 = 2.69 \times \times 10^{19}$ см$^{-3}$ нормальная плотность газа при атмосферном давлении. Шаг по времени вычислялся автоматически из условия достижения заданной точности вычисления концентрации электронов в итерационном процессе и составлял, приблизительно, $10^{-4} N_0/N$ нс. Ось координат x направлена вдоль поверхности диэлектрика, y – по нормали к диэлектрику. Начало координат находится в точке контакта кромки верхнего электрода с поверхностью диэлектрика.

На рис. 4 представлены экспериментальные кривые порога стример-филаментарного перехода в азоте (кривая *1*) и воздухе (кривая *2*) для положительной полярности импульса напряжения длительностью около 30 нс [8]. Выше этих кривых наблюдался филаментарный режим, ниже – квазиоднородный стримерный режим. Крестиками на рис. 4 отмечены точки, в которых в данной работе были выполнены тестовые расчеты. Ориентируясь на данные эксперимента, первый расчет для азота был выполнен в точке V_0 = 40 кВ, $N/N_0 = 4$ при температуре газа T = 300 K (p = = 4 атм), немного выше кривой перехода. Пространственные распределения плотности электронов в единицах 10^{15} см$^{-3}$ в моменты времени 0.1 и 0.6 нс показаны на рис. 5.

Сначала, как показано на рис. 5а, стример развивается, как обычно, но со временем на обращенной к диэлектрику границе канала стримера возникает слой плазмы с возрастающей плотностью электронов и ионов (рис. 5б, в). Для наглядности, на рис. 5в изображена приэлектродная часть канала стримера в увеличенном масштабе.

На рис. 6 представлены распределения по нормали к диэлектрику концентрации электронов (синие кривые), положительных ионов (красные кривые) и E/N (черные кривые) в сечении разряда x = 0.01 мм в различные моменты времени (рис. 6а), и в различных сечениях в момент

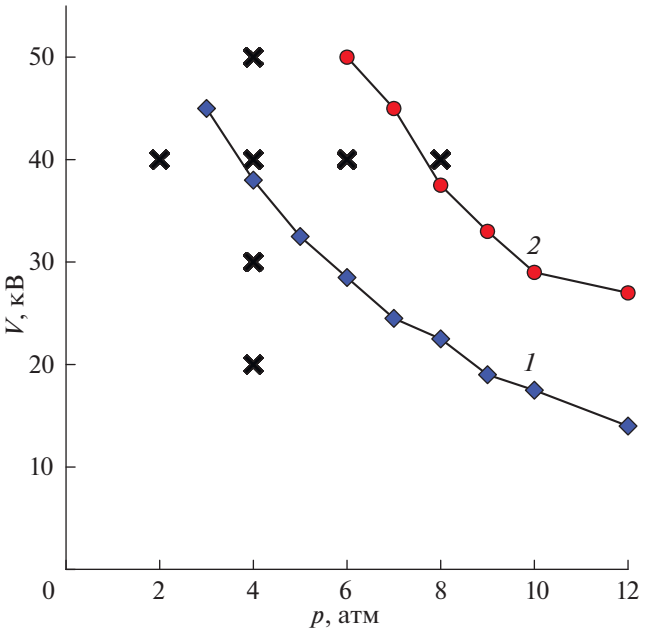

Рис. 4. Экспериментальные данные [8] по порогу стример-филаментарного перехода в азоте (*1*) и воздухе (*2*) для $V > 0$; крестиками отмечены точки, в которых были выполнены тестовые расчеты.

t = 0.6 нс (рис. 6б), иллюстрирующие динамику развития слоя плазмы с нарастающей плотностью электронов и ионов. Границей стримера будем считать точку y_s, где концентрации электронов и ионов равны, а y – компонента электрического поля $E_y \approx 0$.

Сначала профиль концентрации электронов у границы стримера искажается (кривая *1* на рис. 6а), а затем трансформируется в узкий слой с нарастающей концентрацией электронов и ионов. Со временем плотность плазмы в канале стримера падает из-за рекомбинации, а плотность плазмы в слое растет, при этом слой движется по направлению к диэлектрику, и толщина зазора с высоким значением E-поля между диэлектриком и границей слоя плазмы постепенно уменьшается. В зазоре $E \approx E_y$, поскольку $E_y \gg E_x$, а в канале стримера и в области, занятой слоем, $E_y \approx 0$, так что остается $E \approx E_x$. В дальнейшем будем называть этот слой филаментом.

К сожалению, в текущей версии численной модели развития разряда пока не реализованы процедуры ускорения расчета за счет использования адаптивной сетки и параллельных вычислений. Поэтому, из-за слишком большого времени счета, пока не удалось проследить дальнейшую динамику развития филамента до достижения им поверхности диэлектрика, стабилизации и последующей деградации параметров.

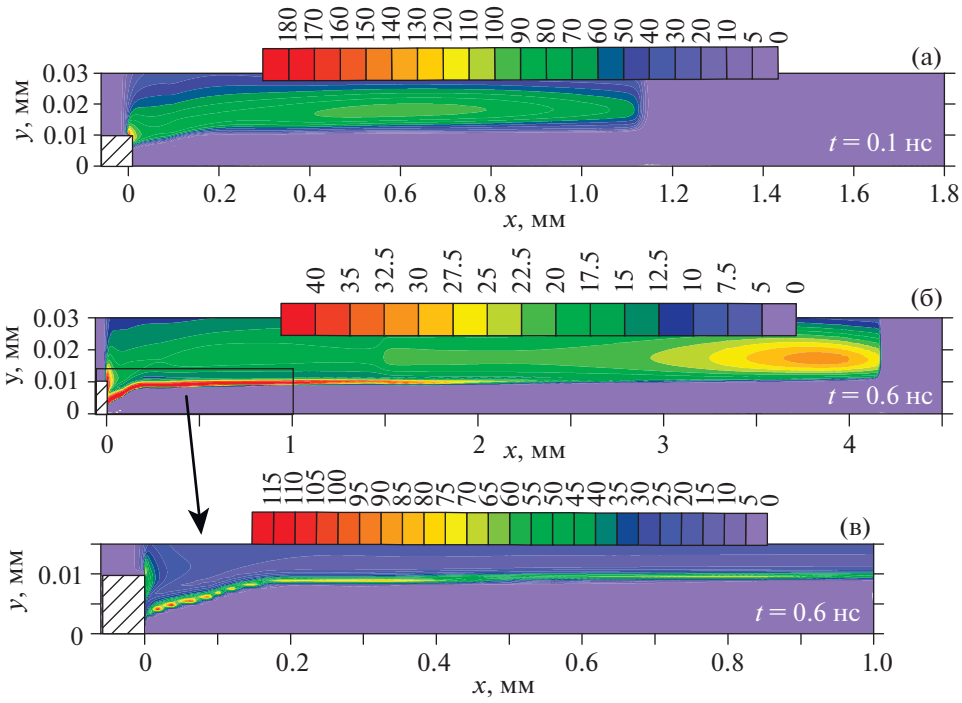

Рис. 5. Пространственные распределения плотности электронов в единицах 10^{15} см$^{-3}$ в моменты времени 0.1 (а) и 0.6 нс (б, в); $V_0 = 40$ кВ, $N/N_0 = 4$.

4. АНАЛИЗ ПРИЧИНЫ РАЗВИТИЯ ФИЛАМЕНТА

4.1. Процессы у границы стримера

С целью выяснения причины возникновения и развития филамента на рис. 7 представлено изменение во времени скоростей основных процессов в контрольной точке $x = 0.01$ мм, $y = 0.00625$ мм вблизи границы стримера, а на рис. 8 – профили скоростей процессов в сечении разряда $x = 0.01$ мм в момент времени 0.1 нс, когда начинается искажение границы канала стримера (кривая *1* на рис. 6а). Из представленных на рис. 7 результатов расчета следует, что в контрольной точке $x = 0.01$ мм, $y = 0.00625$ мм происходит следующая эволюция процессов, причастных к формированию концентрации электронов. Фронт стримера достигает этой точки в момент $t \approx 0.01$ нс, что сопровождается подъемом электрического поля до пикового значения ($E/N \approx 4100$ Тд). Этому моменту времени соответствует и пик скорости ионизации из основного X-состояния молекулы N_2 и первый пик скорости возбуждения C-состояния электронным ударом (кривые *1* и *2*). В последующие моменты времени рассматриваемая точка оказывается в зазоре между границей стримера и поверхностью диэлектрика вблизи от границы стримера, поскольку фронт разряда (голова стримера) уходит дальше вдоль поверхности диэлектрика.

Зазор заполнен избыточным зарядом положительных ионов; их концентрация экспоненциально растет от поверхности диэлектрика в направлении границы стримера, вблизи которой достигается максимум плотности избыточного заряда. Дрейф этого избыточного заряда к поверхности диэлектрика ведет к монотонному снижению во времени y-компоненты электрического поля E_y, сначала резкому, в интервале 0.01–0.02 нс, когда максимум распределения избыточного заряда проходит через контрольную точку, а затем более плавному. Динамика констант скоростей процессов с участием электронов определяется изменением величины электрического поля, а скорость процессов – произведением константы скорости на текущую плотность электронов, которая в представленном на рис. 7 временном интервале монотонно растет, поскольку суммарная скорость ионизации (кривые *1, 3* и *7*) выше скорости рекомбинации (кривая *6*). Ростом плотности электронов объясняется второй максимум скорости возбуждения C-состояния (кривая *2*), возникающий несмотря на резкое снижение величины E/N.

Ионизация из основного состояния (кривая *1*) остается преобладающей, несмотря на резкое

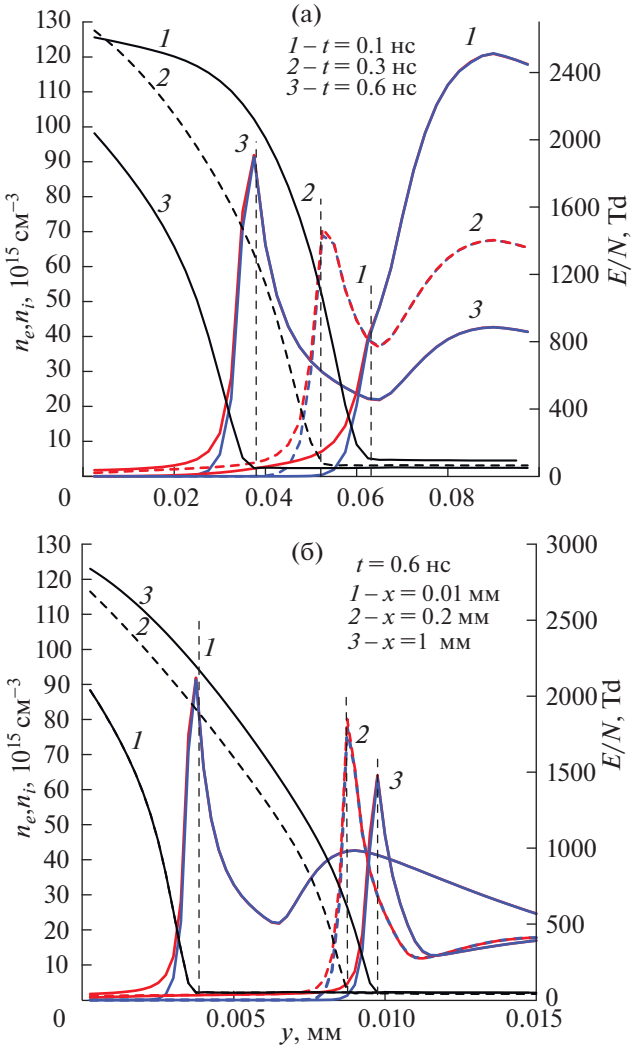

Рис. 6. Профили концентрации электронов (синие кривые), положительных ионов (красные кривые) и E/N (черные кривые): (а) – в сечении разряда x = = 0.01 мм в различные моменты времени; (б) – в момент времени t = 0.6 нс в различных сечениях разряда; V_0 = 40 кВ, N/N_0 = 4.

снижение своей скорости, до момента времени $t \approx 0.04$ нс, когда на смену ей приходит нарастающая скорость ступенчатой ионизации из С-состояния (кривая *3*). Ее рост обусловлен ростом константы скорости этого процесса с уменьшением E/N (см. рис. 3). Влияние прямой ионизации из С-состояния (кривая *7)* оказывается пренебрежимо малым, поскольку константа этого процесса наоборот, падает с уменьшением E/N.

Паразитный для ионизации процесс диссоциации С-состояния (кривая *4*) с уменьшением E/N также ослабевает, в итоге, к моменту времени $t \approx 0.1$ нс его влиянием можно пренебречь, и получается, что в рассматриваемой контрольной точке основным каналом ионизации становится

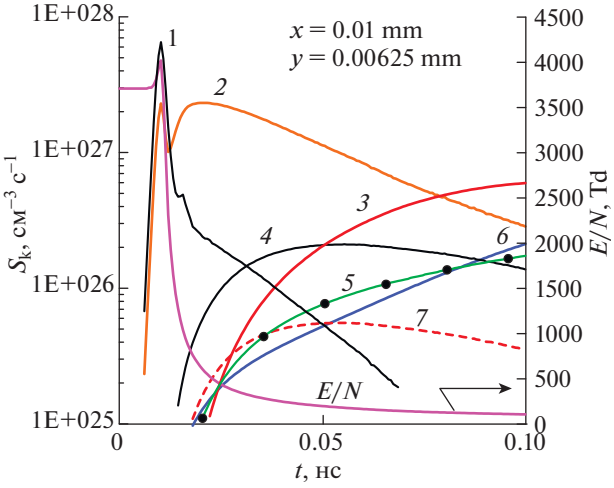

Рис. 7. Динамика скоростей процессов в точке x = = 0.01 мм, y = 0.00625 мм вблизи границы стримера; *1* – ионизация из основного X-состояния, *2* – возбуждение С-состояния, *3* – ступенчатая ионизация из С-состояния, *4* – диссоциация С-состояния, *5* – перемешивание В- и С-состояний, *6* – рекомбинация, *7* – прямая ионизация из С-состояния.

ступенчатая ионизация из С-состояния, скорость которой в несколько раз превышает скорость рекомбинации. Без этого процесса рекомбинация преобладала бы над оставшимися процессами ионизации, и роста концентрации электронов не было бы.

Для сравнения, на рис. 7 приведена скорость перехода из С в В состояние под действием электронного удара (кривая *5*); скорость обратного перехода соответствует локальному равновесию и несколько ниже. Видно, что скорость перемешивания возбужденных состояний А, В и С ниже скорости прямого возбуждения С-состояния (кривая *2*). В связи с этим, возбуждение А и В состояний слабо влияет на процесс ступенчатой ионизации, дополнительный вклад в ионизацию мал. Таким образом, основной канал ионизации у границы стримера – это прямое возбуждение С-состояния электронным ударом из основного состояния с последующей ступенчатой ионизацией.

Профили скоростей процессов в сечении разряда x = 0.01 мм в момент времени 0.1 нс показаны на рис. 8. Положение контрольной точки, в которой прослежена временная динамика этих процессов, представленная на рис. 7, показано вертикальной пунктирной прямой. В рассмотренных условиях V_0 = 40 кВ, N/N_0 = 4 ширина области дополнительной ионизации δ, где ступенчатая ионизация превышает рекомбинацию и имеет достаточно высокое значение, составляет, приблизительно 0.00075 мм. Скорость смещения этой области к поверхности диэлектрика прибли-

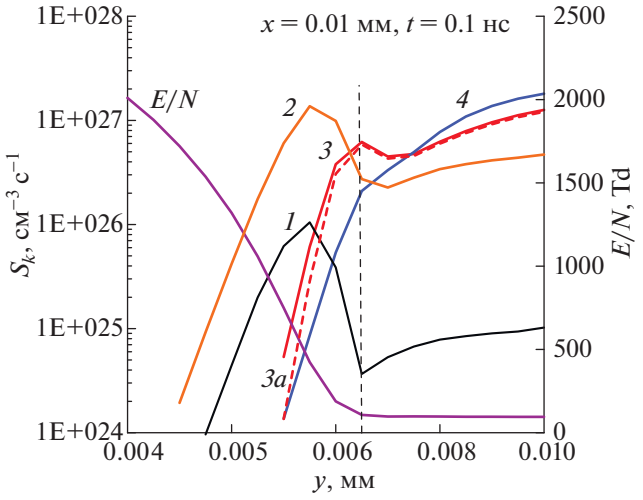

Рис. 8. Профили скоростей процессов в сечении разряда $x = 0.01$ мм в момент времени 0.1 нс, вертикальной пунктирной прямой отмечено положение контрольной точки с рис. 7; *1* – ионизация из основного X-состояния, *2* – возбуждение C-состояния, *3* – суммарная ионизация из C-состояния, *3a* – ступенчатая ионизация из C-состояния, *4* – рекомбинация.

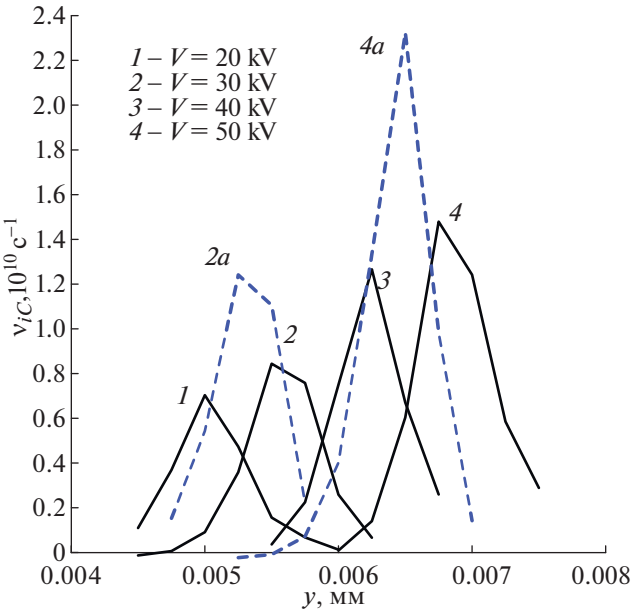

Рис. 9. Профили частоты дополнительной ионизации ν_{iC} для $N/N_0 = 4$ при разных значениях напряжения V в моменты времени 0.06 нс (сплошные кривые) и 0.12 нс (пунктир) в сечении разряда $x = 0.01$ мм.

зительно равна скорости дрейфа ионов в поле точки максимума избыточной концентрации ионов n_i–n_e ($E/N \approx 550$ Тд) и составляет 0.6×10^6 см/с. То есть время τ_δ, в течение которого в данной области будет происходить рост плотности плазмы равно, приблизительно, 0.1 нс.

Внутри канала стримера, при $y > 0.00675$ мм, скорость рекомбинации (кривая *4*) выше скорости ионизации из C-состояния (кривая *3*), что приводит к монотонному падению концентрации электронов и ионов (рис. 6а).

4.2. Частота ступенчатой ионизации

Скорость и частота дополнительного источника ионизации есть

$$\Delta_{iC} = k_{iC} N_C n_e - k_{dr} n_i n_e, \quad \nu_{iC} = \Delta_{iC}/n_e, \qquad (10)$$

где k_{iC} – константа скорости суммарной ионизации из C-состояния, n_e, n_i и N_C концентрации электронов, положительных ионов и молекул $N_2(C)$. При изменении величины импульса напряжения и плотности газа картина распределения скоростей процессов качественно не меняется и остается подобной представленной на рис. 8. То есть, вблизи границы стримера величина Δ_{iC} всегда положительна и приводит к дополнительной ионизации. Вопрос только в том, насколько велика эта величина и может ли она обеспечить заметный рост плотности плазмы за время своего существования τ_δ. Поэтому проанализируем, как величина Δ_{iC}, а точнее частота дополнительной ионизации ν_{iC} изменяется при изменении амплитуды импульса приложенного напряжения V и плотности газа (давления) N/N_0. Эти данные представлены на рис. 9 и 10.

С ростом напряжения при постоянной плотности азота величина ν_{iC} растет. При этом ширина δ области, где $\Delta_{iC} > 0$, остается практически неизменной (рис. 9). Со временем, ν_{iC} также увеличивается (кривые *2*, *2a* для $V = 30$ кВ и *4*, *4a* $V = 50$ кВ). С ростом напряжения увеличивается и ширина зазора между поверхностью диэлектрика и границей стримера. Это связано с тем, что при большем напряжении больше значение начального лапласова поля, которое порядка $\varepsilon V/d$. Для компенсации этого поля в голове стримера требуется большее значение плотности плазмы и, соответственно, больший путь развития электронной лавины до формирования головы стримера, поскольку именно этот процесс определяет величину зазора между головой/каналом стримера и поверхностью диэлектрика [21].

Результаты расчета частоты дополнительной ионизации ν_{iC} для $V = 40$ кВ при разных значениях плотности газа N/N_0 приведены на рис. 10 в подобных сечениях разряда и в подобные моменты времени. Поскольку характерный размер и характерное время развития стримера обратно пропорциональны плотности газа, для корректного сравнения результатов положение сечения разря-

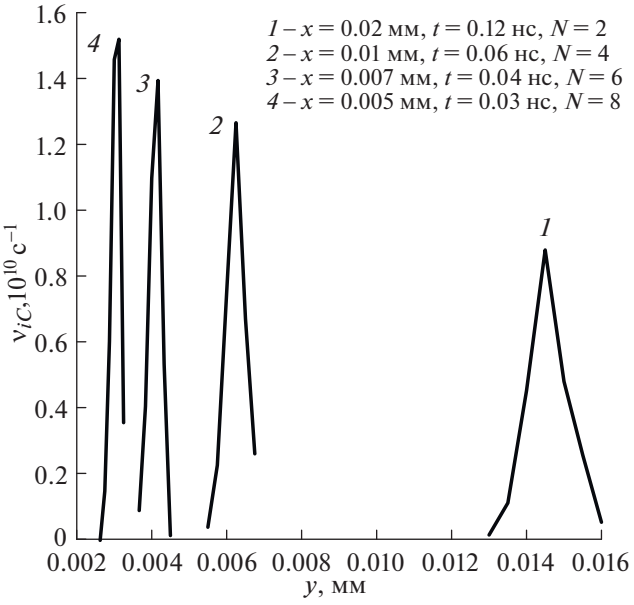

Рис. 10. Профили частоты дополнительной ионизации ν_{iC} для $V = 40$ кВ и разных значений плотности газа N/N_0 в подобных сечениях разряда и подобные моменты времени.

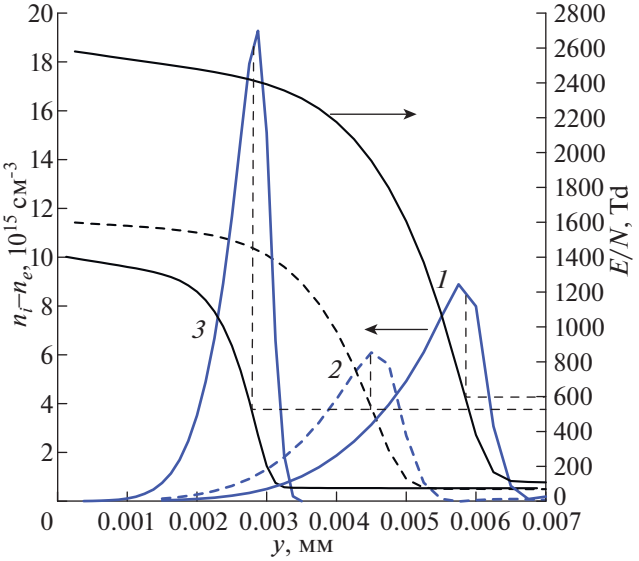

Рис. 11. Профили избыточной концентрации ионов n_i–n_e и приведенного поля E/N в подобных сечениях разряда и подобные моменты времени: *1* – $V = 40$ кВ, $N/N_0 = 4$ ($x = 0.01$ мм, $t = 0.06$ нс); *2* – $V = 20$ кВ, $N/N_0 = 4$ ($x = 0.01$ мм, $t = 0.06$ нс); *3* – $V = 40$ кВ, $N/N_0 = 8$ ($x = 0.005$ мм, $t = 0.03$ нс).

да x и время регистрации t результата должны меняться соответствующим образом. Это и означает термин подобные сечения разряда.

С увеличением плотности газа при постоянном напряжении граница стримера приближается к поверхности диэлектрика, поскольку, как отмечалось выше, характерный масштаб длины задается длиной ионизации, которая обратно пропорциональна плотности. Сужается также и ширина δ области, где $\Delta_{iC} > 0$. Величина частоты дополнительной ионизации растет с ростом плотности газа.

Таким образом, из представленных на рис. 9 и 10 результатов расчета следует, что для образования филамента пороговое значение напряжения должно снижаться с ростом давления газа, поскольку ν_{iC} растет как с ростом напряжения, так и с ростом давления (плотности). Этот вывод качественно согласуется с результатами эксперимента [8], представленными на рис. 4.

4.3. Электрическое поле в зазоре и скорость смещения филамента

Эволюцию приведенного электрического поля в зазоре иллюстрируют рис. 6 и рис. 11. В рассматриваемые времена фронт разряда находится далеко от тестового сечения $x = 0.01$ мм для $N/N_0 = 4$ или $x = 0.005$ для $N/N_0 = 8$ (см. рис. 5а). В этом случае нормальную компоненту поля у поверхности диэлектрика E_{sy} можно оценить, пользуясь приближением плоского конденсатора, – $E_{sy} \approx \varepsilon V/d$, поскольку потенциал стримера вблизи электрода практически совпадает с потенциалом электрода V. При смещении от поверхности диэлектрика к границе стримера поле E_y спадает от E_{sy} до нуля из-за компенсации полем избыточного положительного заряда, которым заполнен зазор. Наиболее резкая часть этого падения приходится на область максимума плотности избыточного заряда ионов (рис. 11). Из-за дрейфа ионов в направлении диэлектрика точка $E_y \approx 0$ и область резкого изменения поля смещаются в сторону диэлектрика (рис. 6а). Скорость этого смещения приблизительно равна скорости дрейфа ионов при значении поля E_{ym} в точке максимума n_i–n_e

$$v_f \approx K_i E_{ym} = K_{i0} N_0 \frac{E_{ym}}{N}, \qquad (11)$$

где K_i – подвижность положительных ионов N_4^+, K_{i0} – значение подвижности при нормальной плотности, $K_{i0} \approx 3$ см^2/В/с [22].

На рис. 11 представлены результаты расчета профилей избыточной концентрации ионов n_i–n_e и приведенного поля E/N в подобных сечениях разряда и подобные моменты времени для разных напряжений и плотностей: $V = 40$ кВ, $N/N_0 = 4$ ($x = 0.01$ мм, $t = 0.06$ нс); $V = 20$ кВ, $N/N_0 = 4$ ($x = 0.01$ мм, $t = 0.06$ нс); и $V = 40$ кВ, $N/N_0 = 8$ ($x = 0.005$ мм, $t = 0.03$ нс). Оказалось, что несмот-

ря на то, что величина $\frac{E_{sy}}{N} \approx \frac{\varepsilon V}{Nd}$ пропорциональна V и обратно пропорциональна N, величина $\frac{E_{ym}}{N}$ слабо зависит от V и N и приблизительно равна 550–600 Тд. На рис. 11 положение $\frac{E_{ym}}{N}$ отмечено горизонтальными пунктирными линиями для разных V и N.

Таким образом, скорость смещения максимума избыточного заряда в сторону поверхности диэлектрика, а с ней и скорость смещения филамента v_f практически не зависит от V и N и приблизительно равна 0.4×10^6 см/с. Из этого следует, что время, за которое филамент дойдет до поверхности диэлектрика обратно пропорционально N и для тестового случая $V = 40$ кВ, $N/N_0 = 4$ приблизительно равно 1.8 нс. По порядку величины это время соответствует наблюдаемому в экспериментах [5–8].

4.4. Критерий филаментации

Как отмечалось выше, вблизи границы стримера частота ионизации ν_{iC} всегда положительна и всегда приводит к росту плотности плазмы, что, однако, не всегда сопровождается образованием филамента с нарастающей плотностью плазмы. Для иллюстрации этого положения на рис. 12 представлены результаты расчета динамики профиля концентрации электронов и ионов в зазоре между стримером и поверхностью диэлектрика при $V = 40$ кВ для двух значений плотности азота: $N/N_0 = 2$ и 4. При $N/N_0 = 4$ четко прослеживается начало развития филамента с нарастающей плотностью плазмы (рис. 12а, 6а), тогда как при $N/N_0 = 2$ (рис. 12б) плотность плазмы в филаменте остается почти на постоянном уровне, хотя и превышающем плотность плазмы в центре распадающегося канала стримера.

Для сравнения, на рис. 13 представлены профили концентрации электронов и ионов в случае $V = 40$ кВ, $N/N_0 = 4$, если константу ступенчатой ионизации положить равной нулю. Ионизация в зазоре по-прежнему происходит, и граница стримера со временем смещается в сторону диэлектрика, но развития слоя плазмы, филамента, даже с невозрастающей плотностью плазмы не происходит, что подтверждает ключевую роль ступенчатой ионизации в формировании филамента.

Из анализа представленных на рис. 12, 13 результатов можно сформулировать качественный критерий стример-филаментарного перехода. Профиль концентрации электронов имеет 3 четко выраженных участка. У самой поверхности диэлектрика ненулевая концентрация электронов обусловлена фотоионизацией примеси O_2 УФ-излучением высоковозбужденных молекул азота. Это тот же общепризнанный источник фотоионизации, который обеспечивает развитие положительного стримера в O_2 содержащих смесях [10, 11]. Со временем этот источник ослабевает из-за удаления фронта разряда, дающего основной вклад в генерацию УФ-излучения, что приводит к уменьшению концентрации электронов у поверхности диэлектрика. Размножение электронов фотоионизации в высоком поле у поверхности диэлектрика формирует первый участок профиля, на рис. 13 для $t = 0.015$ нс этот участок простирается до $y \approx 0.004$ мм. Фактически, это участок развития электронной лавины, порожденной источником фотоионизации.

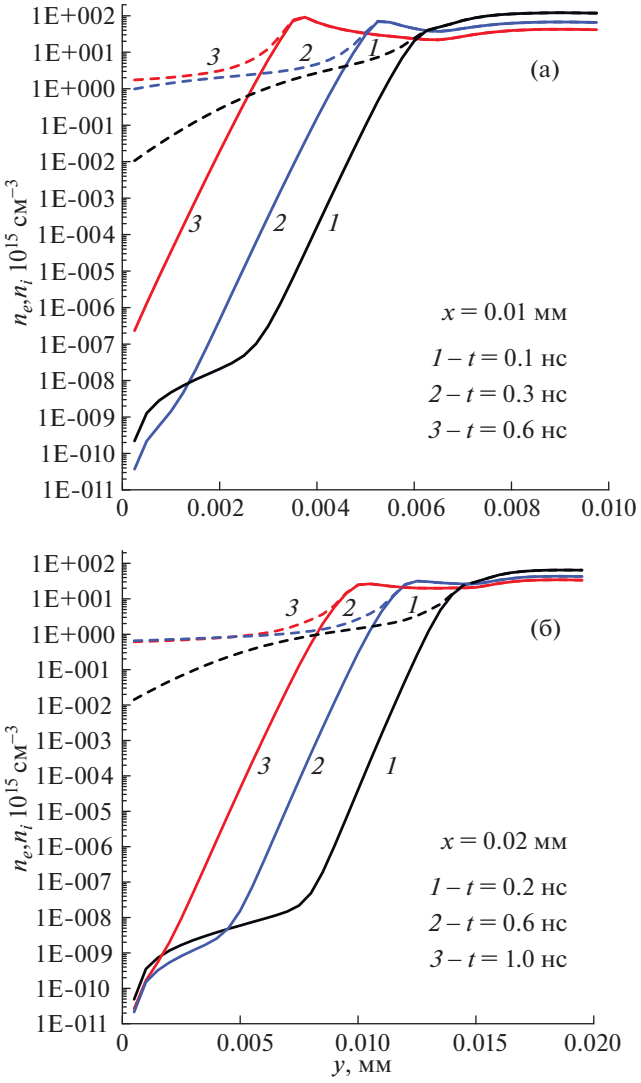

Рис. 12. Профили концентраций электронов (сплошные кривые) и ионов (пунктир) в последовательные моменты времени в случае (а) $N/N_0 = 4$ и (б) $N/N_0 = 2$; $V = 40$ кВ.

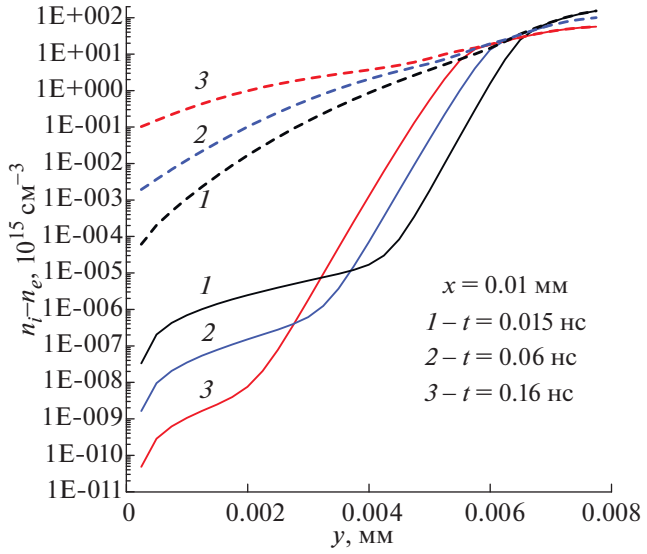

Рис. 13. Профили концентраций электронов (сплошные кривые) и ионов (пунктир) в последовательные моменты времени в случае $V = 40$ кВ, $N/N_0 = 4$ при отсутствии ступенчатой ионизации.

На следующем, втором, участке крутизна роста концентрации электронов с увеличением y резко увеличивается ($y \approx 0.004$–0.007 мм для $t =$ $= 0.015$ нс на рис. 13), что свидетельствует о смене механизма формирования распределения концентрации электронов по y-координате. Величина электрического поля на этом участке, хотя и уменьшилась, но еще остается высокой (см. рис. 6а), и данный участок формируется в результате размножения в этом поле электронов, приходящих за счет диффузии “сверху”, из области с большими значениями y. Таким образом, в этой зоне концентрация электронов уже не зависит от величины n_e у поверхности диэлектрика, а определяется границей стримера. Со временем, этот второй участок вытесняет первый и занимает весь зазор между границей стримера и диэлектриком (кривые *3* на рис. 12). Третий участок соответствует, собственно, каналу стримера, где $E_y \approx 0$ и $E \approx E_x$ ($y > 0.007$ мм для $t = 0.015$ нс на рис. 13).

Развитие филамента происходит в зоне второго участка, на его стыке с третьим. В связи с этим, можно предположить, что критерий стример-филаментарного перехода формулируется следующим образом. Введем координату $z = y_s - y$ отсчитываемую от границы стримера y_s в сторону диэлектрика. Максимум величины дополнительной ионизации ν_{iC} находится при $z \approx \delta$. Филамент будет развиваться, если ν_{iC} так велика, что за время τ_δ существования $\nu_{iC} > 0$ концентрация электронов в точке $z = \delta$, $n_e(z = \delta)$, за счет дополнительной ионизации увеличится до величины на текущей границе стримера $n_e(z = 0)$, или

$$n_e\big|_{z=\delta} \exp(\nu_{iC}\tau_\delta) > n_e\big|_{z=0}. \qquad (12)$$

К сожалению, из-за сложной зависимости $\nu_{iC}(z)$ и $n_e(z)$ получить аналитическое выражение критерия (12), как функцию V и N/N_0 пока не удалось.

Оценим, как изменится условие развития филамента, если заметно увеличить примесь кислорода O_2 в смеси N_2–O_2. В этом случае в кинетику возбужденных состояний азота добавится тушение в столкновениях с молекулами O_2. Балансное уравнение для населенности C-состояния N_C с учетом только основных процессов запишется:

$$\frac{\partial N_C}{\partial t} \approx k_C^* N n_e - k_{st} N_C n_e - k_{qC} N_C N_{O_2} - k_{dis} N_C n_e, \qquad (13)$$

здесь k_{qC} константа скорости тушения при столкновении с молекулой O_2. Процессами перемешивания возбужденных состояний C, B и A в этой оценке пренебрегаем из-за их незначительного вклада, что обсуждалось выше.

Время установления квазистационарного значения N_C определяется основным процессом распада C-состояния, которым, как было выше показано, является ступенчатая ионизация, то есть временем $\tau_{st} = \nu_{st}^{-1} = (k_{st} n_e)^{-1}$. В рассматриваемом тестовом случае $V = 40$ кВ, $N/N_0 = 4$ в приграничной области стримера $n_e \approx 5 \times 10^{16}$ см$^{-3}$, константа скорости ступенчатой ионизации $k_{st} \approx 3 \times 10^{-7}$ см^3/с и $\tau_{st} \approx 0.05$ нс. Это время порядка времени развития филамента, т.е. использование квазистационарного приближения не совсем корректно, тем не менее мы воспользуемся им для получения качественной оценки влияния примеси O_2. В квазистационарном приближении

$$N_C \approx \frac{k_C^* N n_e}{k_{st} n_e + k_{qC} N_{O_2} + k_{dis} n_e}. \qquad (14)$$

Константа скорости тушения $k_{qC} \approx 3 \times 10^{-10}$ см^3/с [16]. В воздухе с содержанием O_2 22% частота тушения $\nu_{qC} = k_{qC} N_{O_2} \approx 6.3 \times 10^9$ с$^{-1}$ оказывается сравнимой с частотой ступенчатой ионизации $\nu_{st} = k_{st} n_e \approx 15 \times 10^9$ с$^{-1}$ и затрудняет процесс филаментации из-за снижения N_C. Этот вывод качественно совпадает с результатами эксперимента [8]: при положительной полярности импульса напряжения переход из стримерного режима в филаментарный в воздухе происходит при большем напряжении, чем в азоте (рис. 4).

Полученное решение с развитием филамента сильно зависит от двух основных величин: от константы скорости возбуждения C-состояния электронным ударом k_C^* и константы ступенчатой

ионизации k_{st}. В значениях этих величин возможна сильная неопределенность. Так, в текущей модели величина $k_C^*(E/N)$ рассчитывалась в стандартном приближении локального поля. Скорее всего, в этом расчете необходима коррекция на эффект нелокальности из-за резких градиентов концентрации электронов и электрического поля в зоне образования филамента подобно тому, как реализована коррекция константы ионизации из основного состояния в уравнении (8). Подробно этот подход описан в работах [10, 11].

Величина константы ступенчатой ионизации k_{st} сильно зависит от структуры энергетических уровней возбужденных состояний, что проявляется в практическом использовании для разных атомов корректирующего множителя β, меняющегося на порядок величины и более [20]. В настоящей работе взята величина k_{st}, рассчитанная для водородоподобных возбужденных состояний атома, фактически почти максимальное значение k_{st} для атомов. Возможно, что это приближение следует уточнить для возбужденных термов молекул вообще и молекулы азота в частности, но, к сожалению, конкретных данных по k_{st} для молекулярных газов пока нет и этот вопрос требует отдельного рассмотрения.

В связи с неопределенностью величины константы ступенчатой ионизации k_{st} особый интерес представляют работы [23, 24], в которых в 1D-приближении выполнено, в частности, моделирование плазмы наносекундного капиллярного разряда в азоте без учета ступенчатой ионизации, продемонстрировавшее хорошее согласие с экспериментом. Этот тип разряда характеризуется величинами продольной компоненты $E/N \approx$ $\approx$ 200–300 Тд, когда роль ступенчатой ионизации существенна и должна заметно влиять на результат расчета. Однако, вклад ступенчатой ионизации может радикально уменьшиться, если учесть радиальную компоненту электрического поля, отсутствующую в 1D-приближении. Если итоговое поле будет больше 400 Тд, то прямая ионизация будет интенсивнее ступенчатой, и вклад последней не повлечет существенного искажения результата. Однозначный ответ на этот вопрос и, тем самым, независимую оценку величины k_{st}, может дать только дополнительный расчет параметров капиллярного разряда в осесимметричном 2D-приближении с учетом ступенчатой ионизации.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Целью данной работы было определение физического механизма явления стример-филаментарного перехода в ходе развития поверхностного барьерного разряда в азоте, в случае возбуждения разряда ступенчатым положительным импульсом напряжения. Этот импульс качественно моделирует наносекундный импульс напряжения, использовавшийся в работах [5–8], где наблюдалось явление филаментации разряда. Численное моделирование развития разряда в азоте с 0.1% примеси O_2 было выполнено в 2D-модели непрерывной среды в диапазоне давлений 2–8 атм и амплитуд импульса приложенного напряжения 20–50 кВ, включающем наблюдаемую в эксперименте точку перехода из стримерного в филаментарный режим горения $V = 40$ кВ, $p = 4$ атм.

В результате проведенных исследований показано, что узкий слой плазмы с нарастающей во времени плотностью, филамент, при определенных условиях может развиться за времена порядка 1 нс на обращенной к диэлектрику границе стримера. При этом в канале стримера плотность плазмы монотонно спадает из-за рекомбинации. Между границей стримера и поверхностью диэлектрика существует зазор с высоким значением электрического поля. Зародившийся у границы стримера филамент со временем смещается по этому зазору в сторону поверхности диэлектрика, пока не достигнет ее; в процессе этого движения плотность плазмы в филаменте нарастает до величин, на порядок превышающих начальную плотность плазмы в канале стримера.

Исследования показали, что причиной развития филамента является дополнительная ступенчатая ионизация из возбужденных состояний молекулы азота. В приграничной области стримера ступенчатая ионизация является основным видом ионизации и преобладает над рекомбинацией, что приводит к росту плотности плазмы и трансформации границы, но не обязательно приводит к развитию филамента. Последнее происходит только при превышении некоторого критического уровня частоты ступенчатой ионизации. Предложен критерий определения пороговой для возникновения филамента частоты ступенчатой ионизации. По этому критерию образование филамента должно происходить легче с повышением плотности азота и величины импульса напряжения, что качественно согласуется с экспериментальными данными [8].

К сожалению, в текущем варианте численной реализации модели развития разряда пока не используются процедуры ускорения счета и расчеты занимают слишком много, до месяцев, времени. Поэтому пока что удалось зафиксировать только начальную стадию образования филамента. Задача численного моделирования его развития до достижения поверхности диэлектрика, стабилизации и дальнейшей эволюции остается пока не решенной и требует модернизации численного подхода. Это относится и к задачам параметрических расчетов.

Предлагаемый механизм образования филамента пока что следует считать гипотетическим. Он нуждается в дополнительных исследованиях, поскольку результат сильно зависит от точности определения констант скорости ступенчатой ионизации и возбуждения C-состояния молекулы N_2 электронным ударом. Для получения более обоснованного результата необходимо уточнить степень неопределенности величин констант этих двух основополагающих для рассматриваемого явления процессов. Точность определения величин констант остальных кинетических процессов не столь критична.

Работа поддержана грантом РНФ № 22-29-00084. Автор также выражает благодарность Н.А. Попову за поддержку этой работы и содержательные замечания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bayoda K.D., Benard N., Moreau E.* // Journal of Applied Physics. 2015. V. 118. P. 63301.
2. *Starikovskii A.Y., Nikipelov A.A., Nudnova M.M., Roupassov D.V.* // PSST. 2009. V. 18. P. 34015.
3. *Starikovskiy A., Aleksandrov N.* // Prog. Energy Combust. Sci. 2013. V. 39. P. 61–110.
4. *Starikovskaia S.M.* // J. Phys. D: Appl. Phys. 2014. V. 47. P. 353001.
5. *Stepanyan S.A., Starikovskiy A.Yu., Popov N.A., Starikovskaia S.M.* // PSST. 2014. V. 23. P. 045003.
6. *Shcherbanev S.A., Ding Ch., Starikovskaia S.M., Popov N.A.* // PSST. 2019. V. 28. P. 065013
7. *Ding Ch., Khomenko A.Yu., Shcherbanev S.A., Starikovskaia S.M.* // PSST. 2019. V. 28. P. 085005.
8. *Shcherbanev S.A., Popov N.A., Starikovskaia S.M.* // Combustion and Flame. 2017. V. 176 P. 272.
9. *Soloviev V.R., Anokhin E.M., Aleksandrov N.L.* // PSST. 2020. V. 29. P. 035006.
10. *Soloviev V.R., Krivtsov V.M.* // J. Phys. D: Appl. Phys. 2009. V. 42. P. 125208.
11. *Soloviev V.R., Krivtsov V.M.* // PSST. 2018. V. 27. P. 114001.
12. *Wormeester G., Pancheshnyi S., Luque A., Nijdam S., Ebert U.* // J. Phys. D: Appl. Phys. 2010. V. 43. P. 505201.
13. *Железняк М.Б., Мнацаканян А.Х., Сизых С.В.* // ТВТ. 1982. Т. 20. С. 423.
14. *Дятко Н.А., Кочетов И.В., Напартович А.П.* // Физика плазмы. 1992. Т. 18. С. 888.
15. *Georghiou G.E., Papadakis A.P., Morrow R., Metaxas A.C.* // J. Phys. D: Appl. Phys. 2005. V. 38. R303.
16. *Kossyi I.A., Kostinsky A.Yu., Matveyev A.A., Silakov V.P.* // PSST. 1992. V. 1. P. 207.
17. *Александров Н.Л., Базелян А.Э., Базелян Э.М., Кочетов И.В.* // Физика плазмы. 1995. Т. 21. С. 60.
18. *Bacri J., Medani A.* // Physica B+C. 1982. V. 112. P. 101.
19. *Биберман Л.М., Воробьев В.С., Якубов И.Т.* // ЖЭТФ. 1969. Т. 56. С. 1992.
20. *Смирнов Б.М.* Ионы и возбужденные атомы в плазме. М.: Атомиздат, 1974. С. 264, 271.
21. *Soloviev V.R., Krivtsov V.M.* // J. Phys.: Conf. Ser. 2017. V. 927. P. 012059.
22. *Смирнов Б.М.* Ионы и возбужденные атомы в плазме. М.: Атомиздат, 1974. С. 203.
23. *Lepikhin N.D., Klochko A.V., Popov N.A., Starikovskaia S.M.* // PSST. 2016. V. 25. P. 045003.
24. *Lepikhin N.D., Popov N.A., Starikovskaia S.M.* // PSST. 2018. V. 27. P. 055005.

EDN: OBURZL
ФИЗИКА ПЛАЗМЫ, 2022, том 48, № 6, с. 565–576

НИЗКОТЕМПЕРАТУРНАЯ ПЛАЗМА

УДК 533.9.07+537.521+537.523+537.525

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФРОНТА ВОЛНЫ ИОНИЗАЦИИ В Xe В ПРИБЛИЖЕНИИ ЛОКАЛЬНОЙ ЭНЕРГИИ МОДЕЛИ СПЛОШНОЙ СРЕДЫ

© 2022 г. К. К. Трусов[a], *

[a] *Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Москва, Россия*

**e-mail: trusovkk@lebedev.ru*

Поступила в редакцию 15.03.2022 г.
После доработки 05.04.2022 г.
Принята к публикации 15.04.2022 г.

Проведено одномерное численное моделирование параметров фронта волны ионизации отрицательной полярности в Xe под действием электростатического поля, в контексте развития и распространения стримера в газе. Оценки выполнены в рамках модели сплошной среды в приближении локальной энергии электронов. Для решения задачи построены аналитические аппроксимации ионизационно-транспортных коэффициентов электронов в Xe в диапазоне приведенной напряженности поля 10^{-3}–15000 Td на базе известных экспериментальных и теоретических данных. Получены численные решения для скорости движения и толщины фронта волны, плотности электронов позади него. На основе полученных решений оценена зависимость двух безразмерных параметров от напряженности поля, показывающих отношение скорости релаксации средней энергии электронов к скорости возмущений в газе, наведенных распространяющимся фронтом. Для физически обоснованного использования модели сплошной среды в оценках необходимо, чтобы оба параметра значительно превышали единицу. В частности, их величины близки к 10 при напряженности поля 3450 Td/средней энергии электронов около 170 эВ, делая применение модели проблематичным при более высокой напряженности.

Ключевые слова: фронт волны ионизации газа, Xe, численное моделирование, локальное равновесие
DOI: 10.31857/S0367292122100109

1. ВВЕДЕНИЕ

Наибольшее число работ, посвященных экспериментальному изучению и численному моделированию развития и распространения стримеров в газах под действием электрического поля, концентрирует внимание на азоте и воздухе. С одной стороны, это объясняется практическим интересом к изучению электрических разрядов именно в этих, наиболее распространенных и доступных атмосферных газах. С другой стороны, разряд и ионизационно-транспортные характеристики электронов в различных газах исследуются давно и широко, но, пожалуй, именно для азота и воздуха в настоящее время накоплена наиболее полная и детальная информация.

Наряду с азотом и воздухом, практический интерес представляет также разряд в инертных газах, которые широко применяются в газоразрядных устройствах различного типа и назначения. В частности, развитие и распространение стримеров является тем фундаментальным процессом, который во многих случаях предшествует электрическому пробою газа и значительно влияет на пространственную структуру плазмы разряда.

Исследования, как правило, выполняются в различающихся лабораторных условиях с применением различных методов и алгоритмов численного моделирования, что осложняет прямое сопоставление результатов разных работ друг с другом. Поэтому сравнительные эксперименты и моделирование динамики стримеров в разных газах в одинаковых лабораторных условиях и по единой методике представляются целесообразными. Результаты таких исследований могут полнее проявить значимость индивидуальных электрических характеристик газов в развитии стримеров в них.

Физическая модель и система дифференциальных уравнений, применяемые к описанию динамики фронта волны ионизации (ФВИ) развивающегося стримера в газе, зависят от того, сколько и какие моменты функции распределения электронов по энергиям учитываются при анализе кинетического уравнения Больцмана. Один из подходов, модель сплошной среды в

приближении локальной энергии электронов (ЛЭЭ), опирается на предположение о равновесной функции распределения частиц по энергиям и ее можно считать моделью второго порядка, которая рассматривает баланс плотности заряженных частиц и средней локальной энергии электронов. Ее система уравнений в частных производных была построена, обсуждалась многими авторами и сформулирована, например, в [1–5] (и ссылки в них) и включает ионизационно-диффузионно-дрейфовые уравнения баланса плотности электронов и ионов, средней локальной энергии электронов и электростатическое уравнение Пуассона для поля, при феноменологическом представлении транспортных и ионизационных характеристик частиц газа. Уравнения представляют собой уравнения сплошной среды, в которых все переменные величины и коэффициенты являются макроскопическими, т.е. усредненными по массиву частиц, функциями локальной средней энергии электронов.

Одним из неотъемлемых условий правомерности рассматриваемой модели является требование локального равновесия среды, которое подразумевает равновесное распределение частиц по энергиям, а наведенные внешним полем изменения в среде в виде ФВИ протекают медленнее релаксации функции распределения частиц. Соблюдение такого требования накладывает ограничение на диапазон напряженности приложенного электрического поля/энергии электронов, в котором допустимо использование модели. Далее, применяя для краткости словосочетание “релаксация частиц”, будем подразумевать релаксацию функции распределения частиц по энергиям.

Выбранная для оценок модель ЛЭЭ занимает промежуточное положение между более простой, так называемой “классической моделью сплошной среды” (classic fluid model) [2, 3], учитывающей баланс только плотности заряженных частиц в приближении локального поля, и более сложными современными вычислительными моделями, основанными на применении методов динамики частиц, Монте-Карло и прямом решении уравнения Больцмана. Будучи промежуточной по качеству и трудоемкости вычислений, модель ЛЭЭ показала приемлемую точность оценки основных параметров ФВИ [2–7], и это обусловило ее выбор в [8] и настоящей работе для сравнительного моделирования ФВИ в Ne, Ar и Xe. Более подробно аргументы в обоснование нашего выбора модели ЛЭЭ для сравнительных оценок сформулированы в [8].

В [5] представлены результаты 1D моделирования ФВИ отрицательной полярности в Ne в рамках модели сплошной среды в приближении ЛЭЭ в диапазоне величин приведенной напряженности приложенного электростатического поля $125 < |\mathbf{E}|/n_0 < 460$ Td, где $\mathbf{E}$ – вектор напряженности поля, n_0 – плотность частиц газа, 1 Td = $= 10^{-21}$ В · м^2. Позднее в [8] приведены результаты аналогичного сравнительного моделирования ФВИ в Ne и Ar в расширенном диапазоне $50 < |\mathbf{E}|/n_0 < 4000$ Td. Но оценка двух введенных там же безразмерных параметров, выражающих отношение скорости релаксации электронов к скорости наведенных внешним полем возмущений, показала, что применение выбранной вычислительной модели проблематично в диапазонах $|\mathbf{E}|/n_0 < 100$ Td и $|\mathbf{E}|/n_0 > 1180$ Td ввиду нарушения в них условия локального равновесия электронов по этим двум параметрам. В диапазоне $125 < |\mathbf{E}|/n_0 < 460$ Td результаты оценки доступных для сравнения характеристик ФВИ в Ne обеих работ хорошо совпали.

Целью настоящей работы является одномерное (1D) численное моделирование параметров распространения ФВИ отрицательной полярности в Xe под действием внешнего электростатического поля, в приложении к формированию и распространению отрицательного стримера. Численные оценки выполнены следуя методике и алгоритму вычислений, примененным к Ne и Ar в [8], в безразмерной форме уравнений модели сплошной среды в приближении ЛЭЭ. Предварительно построены необходимые для решения задачи аппроксимации подвижности электронов μ_e, коэффициентов диффузии электронов D_e и ударной ионизации α атомов Xe аналитическими функциями на основе известных экспериментальных и теоретических данных в широком диапазоне приведенной напряженности электрического поля $10^{-3} < |\mathbf{E}|/n_0 < 15000$ Td. Оценены также зависимости частот упругих и неупругих столкновений электронов с атомом Xe и скорости потери энергии электроном в таких столкновениях от его средней энергии. В результате численного моделирования получены зависимости скорости ФВИ, его толщины и плотности свободных электронов позади фронта от величины приведенной напряженности приложенного поля. На основе полученных решений оценены величины двух безразмерных параметров, показывающих отношение скорости релаксации электронов к скорости изменения возмущений, наведенных в газе распространяющимся ФВИ. Исходя из результатов оценки этих параметров, сделан вывод о том, что применение модели ЛЭЭ к Xe проблематично при $|\mathbf{E}|/n_0 > 3450$ Td из-за нарушения условия локального равновесия электронов по этим двум параметрам. Результаты настоящей работы с Xe дополняют аналогичные решения для Ne и Ar [8] в рамках той же модели.

2. СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Система уравнений, описывающих динамику ФВИ в рамках модели сплошной среды в приближении ЛЭЭ, рассматривалась и сформулирована в ряде работ [1–5] (и ссылки в них). Для случая одномерного рассмотрения задачи система уравнений преобразована в [8] в безразмерное представление к виду

$$\partial_\tau \sigma = \partial_x(M\sigma Y + MD_{\text{II}}\partial_x\sigma) + M\sigma f_{\text{бр}}(|Y|),$$
$$\partial_\tau Y = -M(\sigma Y + MD_{\text{II}}\partial_x\sigma),$$
$$\partial_\tau(\sigma\varepsilon^*) = \frac{5}{3}\partial_x(M\sigma Y\varepsilon^* + MD_{\text{II}}\varepsilon^*\partial_x\sigma) + \quad (1)$$
$$+ YM(\sigma Y + D_{\text{II}}\partial_x\sigma) - \sigma\sum_{\text{c}} k_{\text{c}}^*\varepsilon_{\text{c}}^*,$$
$$\varepsilon^* = \Phi(|Y|).$$

Здесь x, τ обозначают безразмерные координату и время; σ, Y и ε^*, безразмерные плотность электронов, компоненту вектора напряженности поля вдоль оси x и среднюю локальную энергию электронов, соответственно; D_{II}, продольная компонента безразмерного тензора диффузии электронов; $f_{\text{бр}}$, безразмерная функция ионизации газа, определяемая коэффициентом ударной ионизации газа α как $f_{\text{бр}}(|Y|) = |Y|\alpha/\alpha_0$; M, безразмерная подвижность электронов, определяемая соотношением

$$M = \frac{\mu_e(|Y|)}{\mu_e(|Y| = 1)} = \frac{\mu_e(|\mathbf{E}|/n_0)}{\mu_e(E_0/n_0)}, \quad (2)$$

как подвижность, нормированная к своей величине при $|\mathbf{E}| = E_0$; α_0 и E_0, параметры зависимости коэффициента ионизации α от $|\mathbf{E}|/n_0$ (см. разд. 3.1).

В отношении системы уравнений (1) целесообразно отметить ее полностью безразмерный характер, как по координатам и учтенным коэффициентам, так и по искомым функциям. Как отмечалось [8], в условиях локального равновесия электронов все коэффициенты в (1) можно представить функциями безразмерной напряженности поля $Y = |\mathbf{E}|/E_0$ или безразмерной средней энергии электронов. В таком случае, решения (1) также полностью безразмерны, а после преобразования в обычное размерное представление являются функциями только $|\mathbf{E}|/n_0$ (или средней энергии электронов). Отмеченная особенность уравнений и решений (1) присуща именно рассматриваемой модели. Так, например, при учете в них электрон-ионных и многочастичных взаимодействий безразмерный характер задачи нарушается.

Трансформация в безразмерную форму уже применялась к уравнениям более простой модели в приближении локального поля при фиксированных коэффициентах подвижности и диффузии электронов [9]. В [8] для преобразования уравнений модели ЛЭЭ к (1) были использованы известные соотношения связи безразмерных и размерных величин [9]

$$x = |\mathbf{r}|\alpha_0, \quad \tau = t/t_0, \quad Y = |\mathbf{E}|/E_0,$$
$$D_{\text{II}} = D_e\alpha_0/\mu_e E_0, \quad \sigma = n_e e/\varepsilon_0\alpha_0 E_0, \quad (3)$$

добавлены новые (2) и $\varepsilon^* = \varepsilon \times \alpha_0/eE_0$ и получил новое определение параметр t_0 как $t_0 = 1/[\alpha_0 E_0\mu_e(E_0/n_0)]$. Здесь ε_0 и e – диэлектрическая постоянная и абсолютная величина заряда электрона; ε, средняя энергия электрона, а параметр eE_0/α_0 имеет размерность энергии и является характеристикой конкретного газа.

Слагаемое $-\sigma\sum_{\text{c}} k_{\text{c}}^*\varepsilon_{\text{c}}^*$ в третьем уравнении (1) выражает скорость потерь энергии свободными электронами при столкновениях в виде произведения плотности электронов σ на скорость потери энергии одним электроном $\sum_{\text{c}} k_{\text{c}}^*\varepsilon_{\text{c}}^*$, просуммированную по всем типам "с" столкновений электрона с атомами, упругим и неупругим. Здесь k_{c}^* и ε_{c}^* – безразмерные частота столкновений типа "с" электрона с атомом и энергия, теряемая электроном при одном столкновении данного типа.

Все функции и коэффициенты в (1) выражены в зависимости от ε^*, а не Y, и последнее уравнение в (1) задает взаимосвязь между этими величинами.

С целью инициирования развития ФВИ в произвольной точке x_0, часто задается небольшое количество локально расположенных стартовых электронов в виде распределения

$$\sigma(x, \tau = 0) = \beta \times \exp[-(x - x_0)^2]. \quad (4)$$

Коэффициент β перед экспонентой может варьироваться в широком диапазоне 0.0001–0.1 при поиске решений (1) в случае значительной вариации внешнего электрического поля.

Для решения (1) необходимы характеристики конкретного газа – его безразмерные коэффициенты α/α_0, M, Φ, D_{II}, $f_{\text{бр}}$, k_{c}^*, ε_{c}^* и их зависимость от напряженности поля/средней энергии электронов. Для Xe коэффициенты α/α_0, M, D_{II} определены ниже в разделах 3.1–3.3 путем численных оценок и аппроксимаций аналитическими функциями в широком диапазоне напряженности поля/энергии электронов, которые наиболее удобны для интеграции в расчетную схему. К сожалению, необходимые для аппроксимаций экспериментальные данные доступны в относительно узком диапазоне низкой и умеренной напря-

женности электрического поля. Их недостаток в диапазоне высокой напряженности мы восполнили результатами теоретических расчетов, выполненных методом динамики частиц, и объединение данных позволило построить аппроксимации в широком диапазоне вплоть до 10^{-3}–15000 Td. Коэффициенты k_c^*, ε_c^* рассчитаны в разделе 3.4 методами [4, 5] на основе имеющихся данных о сечениях столкновений электронов с атомами Xe и соответствующих этим столкновениям величин потери энергии электроном [10–14]. Функция Ф у каждого газа индивидуальна и для Xe нами принята расчетная методами Монте-Карло, динамики частиц и решением уравнения Больцмана [12, 13, 15, 16].

3. АППРОКСИМАЦИИ ИОНИЗАЦИОННОГО И ТРАНСПОРТНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ЭЛЕКТРОНА

Как отмечалось во Введении, модель сплошной среды предполагает, что все коэффициенты в (1) являются макроскопическими, зависящими от локальных электрического поля/средней энергии электронов. Физическая обоснованность их определения и применения, особенно при больших напряженностях поля, в частности для Xe, анализировалась в [10–13, 15–21]. Так, расчеты методом Монте-Карло в [12, 17] показали, что в Xe при $|\mathbf{E}|/n_0 < 14400$ Td условие локального равновесия электронов выполняется, а при $|\mathbf{E}|/n_0 > 28800$ Td уже нет. Расчеты методом динамики частиц [13, 18–21] показали, что при соответствующей табуляции искомые макроскопические ионизационно-транспортные коэффициенты сохраняют свой физический смысл в еще более широком диапазоне напряженности поля вплоть до 60000 Td. Поэтому в диапазоне моделирования динамики ФВИ $|\mathbf{E}|/n_0 < 4550$ Td в настоящей работе их применение в (1) оправдано. Оценки всех коэффициентов в настоящей работе приведены для комнатной температуры 20°C.

3.1. Коэффициент ударной ионизации

Для зависимости коэффициента ударной ионизации от напряженности электрического поля далее принята аппроксимация

$$\frac{\alpha}{n_0} = A \times \exp\left[-\sqrt{B\frac{n_0}{|\mathbf{E}|}} - C\frac{|\mathbf{E}|}{n_0}\right], \qquad (5)$$

которая моделирует как восходящую ветвь зависимости при малых и умеренных величинах $|\mathbf{E}|/n_0$, так и нисходящую при высокой напряженности. Восходящая ветвь зависимости такого типа при $C = 0$ применительно к инертным газам была предложена в [22, 23]. Позднее, применительно к ксенону, она была дополнена нисходящей ветвью

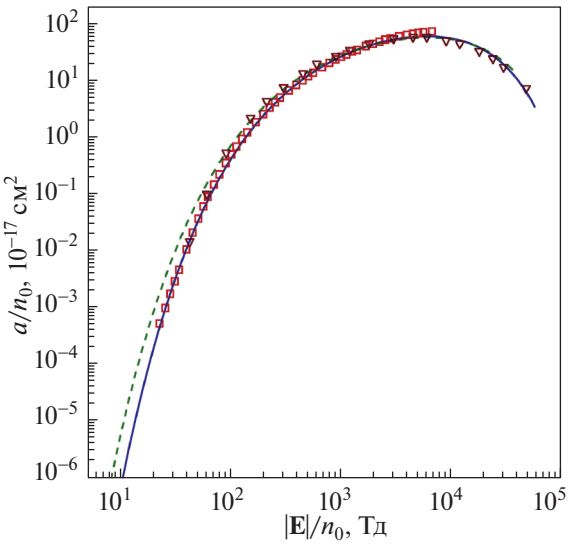

Рис. 1. $|\mathbf{E}|/n_0$ – зависимость приведенного коэффициента ударной ионизации α/n_0 атомов Xe. Сплошная кривая – аппроксимация (5); штриховая – расчет на основе аппроксимации [19]; треугольники – численный расчет [19]; квадраты – экспериментальные данные [24].

($C \neq 0$) [18, 19] в области высокой напряженности поля и, как результат, аппроксимация (5) близко соответствует расчетным [18, 19] и экспериментальным [24] данным при $A = 2.1\times10^{-15}$ см^2, $B = 3802$ Td и $C = 6.5\times10^{-5}$ 1/Td в широком диапазоне $|\mathbf{E}|/n_0 = 22$–60 000 Td. Константы A и B связаны с введенными выше параметрами α_0 и E_0 соотношениями $A = \alpha_0/n_0$ и $B = E_0/n_0$. Зависимость (5) иллюстрируется на рис. 1 в сравнении с отмеченными экспериментальными и теоретическими результатами. Уменьшение коэффициента α/n_0 в области $|\mathbf{E}|/n_0 > 6500$ Td объясняется уменьшением сечения ионизации атома Xe электроном при увеличении энергии последнего.

3.2. Безразмерная подвижность электрона

Подвижность электронов оценивалась исходя из данных о скорости их дрейфа $|\mathbf{V}_{др}|$ и известного соотношения связи $\mathbf{V}_{др} = \mu_e \times \mathbf{E}$. Результаты экспериментальных измерений $|\mathbf{V}_{др}|$ в ксеноне приведены в [16, 24–27], а теоретических расчетов в широком диапазоне $|\mathbf{E}|/n_0$ методом динамики частиц – в [13, 21]. К сожалению, отмечаются значительный недостаток и разброс экспериментальных данных при $|\mathbf{E}|/n_0 > 12$ Td, что естественно снижает качество аппроксимации M. По совокупности данных, зависимость $M(|\mathbf{E}|/n_0)$ для ксенона смоделирована в диапазоне $10^{-3} < |\mathbf{E}|/n_0 < 15000$ Td функцией

$$M\left(\frac{|\mathbf{E}|}{n_0}\right) = 425\left(\frac{|\mathbf{E}|}{n_0}\right)^{0.04} \frac{\left[1 + 0.08\frac{|\mathbf{E}|}{n_0} - 1.5\times10^{-6}\left(\frac{|\mathbf{E}|}{n_0}\right)^2 + 2.3\times10^{-12}\left(\frac{|\mathbf{E}|}{n_0}\right)^3\right]^{1.15}}{\left[1 + 43\times\exp\left(-72\left(\frac{|\mathbf{E}|}{n_0}\right)^{0.95}\right)\right]^{0.96}\left[1 + 200\left(\frac{|\mathbf{E}|}{n_0}\right)^{0.98}\right]} + 0.4, \quad (6)$$

соответствие которой по данным литературы иллюстрируется на рис. 2. Вытекающий из теоретических расчетов рост подвижности в области $|\mathbf{E}|/n_0 > 30$ Td (пунктирная кривая на рис. 2) находит объяснение в уменьшении сечений столкновительного взаимодействия электронов с атомами при увеличении энергии электрона/напряженности поля.

3.3. Безразмерный коэффициент диффузии электронов

При одномерном решении задачи в уравнениях (1) следует опираться на продольную компоненту тензора диффузии. Экспериментальные данные о коэффициенте продольной диффузии электронов в ксеноне доступны автору лишь в ограниченном диапазоне $|\mathbf{E}|/n_0 < 100$ Td [28]. Для моделирования $D_{\text{II}}(|\mathbf{E}|/n_0)$ при более высоких $|\mathbf{E}|/n_0$ мы вынужденно воспользовались расчетными данными [12, 13, 21] о зависимостях средней энергии электронов $\varepsilon(|\mathbf{E}|/n_0)$ и характеристической энергии $D_e/\mu_e(|\mathbf{E}|/n_0)$, а также известными соотношениями $D_e/\mu_e = kT_e/e$ [24, 29] и $\varepsilon = 3kT_e/2$, где k – постоянная Больцмана, T_e – температура электронов. Оба соотношения применяются к системам, близким к равновесию, и связывают энергию электронов с поперечной, а не продольной компонентой тензора диффузии электронов. Компоненты тензора диффузии, в общем, не равны друг другу и наиболее различаются в области низкой напряженности поля, однако имеют схожую зависимость от напряженности поля. Несмотря на их различие в Xe, сочетание экспериментальных и расчетных данных показало, с одной стороны, удовлетворительное согласие результатов расчета поперечного коэффициента диффузии разными авторами в диапазоне $100 < |\mathbf{E}|/n_0 < 10^4$ Td и, с другой стороны, их близкое соответствие экспериментальным данным о продольном коэффициенте диффузии в диапазоне перекрытия $7 < |\mathbf{E}|/n_0 < 100$ Td. На рис. 3 приведены результаты оценки $D_{\text{II}}(|\mathbf{E}|/n_0)$ в ксеноне на основании данных указанных работ. Как видно, зависимости в разных диапазонах $|\mathbf{E}|/n_0$ удовлетворительно дополняют друг друга. Это позволило смоделировать кривую $D_{\text{II}}(|\mathbf{E}|/n_0)$ в диапазоне $|\mathbf{E}|/n_0 = 0.001-15000$ Td функцией

$$D_{\text{II}}\left(\frac{|\mathbf{E}|}{n_0}\right) = 4.8\times\frac{1 + 2.2\times10^{-3}\frac{|\mathbf{E}|}{n_0} + 1.96\times10^{-8}\left(\frac{|\mathbf{E}|}{n_0}\right)^2 + 4.7\times10^{-12}\left(\frac{|\mathbf{E}|}{n_0}\right)^3}{1 + 12\exp\left(-0.52\left(\frac{|\mathbf{E}|}{n_0}\right)^{1.3}\right)}\times$$
$$\times\left(\frac{|\mathbf{E}|}{n_0}\times\exp\left(-3300\left(\frac{|\mathbf{E}|}{n_0} - 0.04\right)^2\right) + 3.7\times10^{-3}\times\frac{10^5\left(\frac{|\mathbf{E}|}{n_0}\right)^{2.5} + 1}{1.4\times10^4\left(\frac{|\mathbf{E}|}{n_0}\right)^{2.5} + 1}\right), \quad (7)$$

вид которой и точность моделирования референсных величин показаны на рис. 3.

3.4. Частота столкновений электрона с атомами $\sum_c k_c^*$ и скорость потери энергии $\sum_c k_c^*\varepsilon_c^*$

Оценка зависимости $\sum_c k_c^*$ и $\sum_c k_c^*\varepsilon_c^*$ от средней энергии электронов выполнена с учетом упругих и неупругих столкновений электронов с атомами ксенона, следуя ранее примененной к Ne и Ar методике [5, 8]. Из всех типов неупругих процессов учитывались лишь ионизация атомов электронным ударом и прямое возбуждение электронных состояний атома Xe. По своему вкладу в искомые характеристики, столкновения указанных типов значительно различаются.

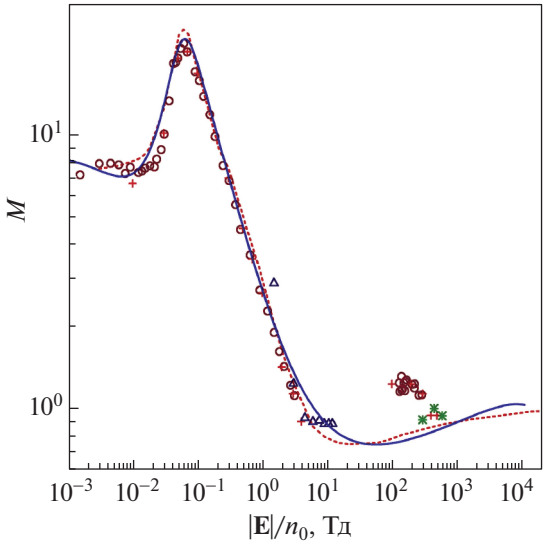

Рис. 2. $|\mathbf{E}|/n_0$ – зависимость безразмерной подвижности M электронов. Сплошная кривая – аппроксимация (6); пунктирная кривая – результат расчета по теоретическим величинам $|\mathbf{V}_{dr}|$ [13, 21]; звездочки, кружки, треугольники и крестики – расчет из экспериментальных данных о $|\mathbf{V}_{dr}|$ работ [16, 24, 25, 27], соответственно.

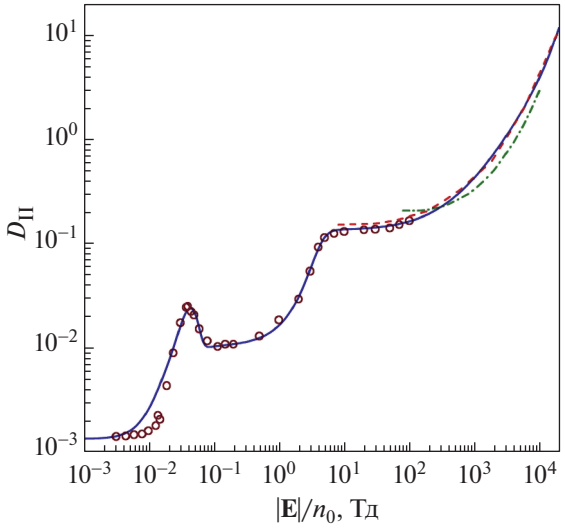

Рис. 3. $|\mathbf{E}|/n_0$ – зависимость безразмерного коэффициента диффузии D_{II} электронов. Сплошная кривая – аппроксимация (7), штриховая кривая – результат расчета по теоретической зависимости ε [13, 21], штрихпунктирная кривая – расчет по теоретической зависимости D_e/μ_e [12], кружки – расчет по экспериментальным данным [28] о продольном коэффициенте диффузии.

Так, для оценки частоты неупругих столкновений каждого типа “c” применялась формула [30]

$$k_c = n_0\left(\frac{2}{m_e}\right)^{1/2}\int_0^\infty \Psi(\varepsilon)\sigma_c(\varepsilon)\varepsilon\times d\varepsilon, \qquad (8)$$

где m_e – масса электрона; $\sigma_c(\varepsilon)$ – сечение столкновения типа “c”; $\Psi(\varepsilon)$ – функция распределения электронов по энергии. Полные сечения возбуждения двух наиболее значимых групп электронных состояний атома Xe, $2p^56s[3/2]_1$ и $2p^56s'[3/2]_1$, заимствованы из [12–14].

Величина энергии, теряемой возбуждающим электроном при неупругом столкновении с атомом, принята равной энергии возбуждения этих уровней, 8.44 эВ и 9.57 эВ, соответственно.

Потеря энергии ионизующего электрона при столкновении с атомом Xe оценивалась исходя из экспериментальных измерений энергетического спектра электронов, рожденных при ионизации атома [31], следуя методике [32], согласно которым энергия рожденного вторичного электрона ε_2 оценивается как

$$\varepsilon_2 = B\tan\left[p\arctan\frac{\varepsilon_1 - I}{2B}\right], \qquad (9)$$

где ε_1 – энергия налетающего первичного электрона; p – случайное число, равномерно распределенное в интервале 0–1; $I = 12.1$ эВ – потенциал ионизации атома Xe; $B \approx 8.7$ эВ (по заключению авторов [31], этот параметр Xe оценен с большой погрешностью). Тогда величина потери энергии ионизующего первичного электрона равна $\varepsilon_{ион} = \varepsilon_2 + I$ с последующим усреднением по параметру p.

Частота упругих столкновений электрона с атомом и скорость потери энергии им в таких столкновениях оценивались другим методом, опирающимся на частоты передачи импульса $\nu_m = e/(m_e\mu_e)$ и энергии $\nu_e = 2\nu_m m_e/m_{Xe}$ электроном при столкновении, в приближении $m_e \ll m_{Xe}$, где m_{Xe} – масса атома Xe [1, 4, 5, 33, 34] (смотри также ссылки в этих работах). Частота ν_m представляет собой “эффективную” частоту столкновений электронов с атомом и, вообще говоря, не совпадает с рассчитанной исходя из полного сечения упругих столкновений. Так, например, анизотропия упругих столкновений в азоте приводит к различию между сечениями столкновений и передачи импульса электрона [35]. В Xe сечения, соответственно и частоты, упругих столкновений и передачи импульса также не равны, последняя примерно в 1.25–1.3 раза ниже [10–12]. Тем не менее, сечения обоих типов у Xe в широком диапазоне энергий электрона в десятки раз превышают сечения неупругих столкновений [13], поэтому вклад упругих столкновений в суммарную частоту оказывается значительным. В то же время, скорость потери энергии электроном

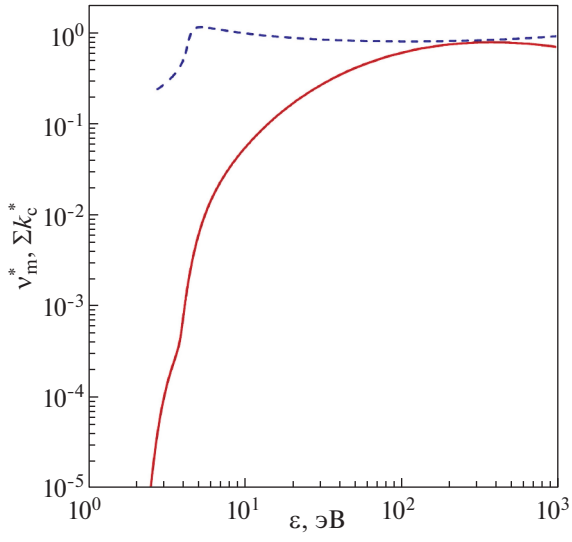

Рис. 4. Зависимость безразмерных частоты передачи импульса ν_m^* (штриховая линия) и суммарной частоты неупругих столкновений $\sum_c k_c^*$ (сплошная линия) электрона с атомом Xe от его средней энергии ε.

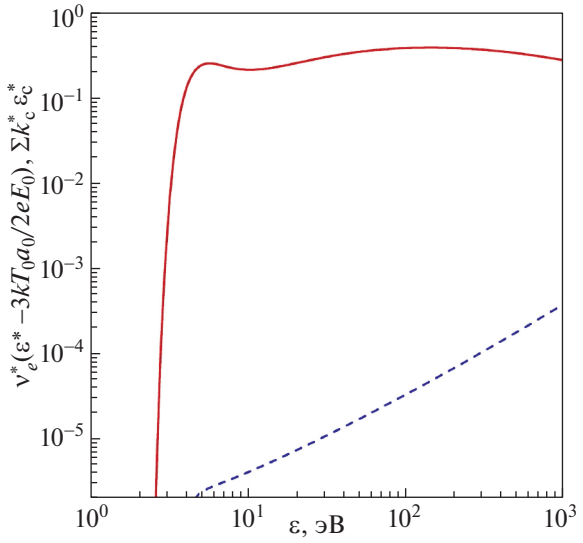

Рис. 5. Зависимость безразмерной скорости потери энергии электроном $\nu_e^*(\varepsilon^* - 3kT_0\alpha_0/2eE_0)$ при его упругих и $\sum_c k_c^* \varepsilon_c^*$ при неупругих столкновениях с атомом Xe от средней энергии электрона ε. Сплошная линия – неупругие столкновения, штриховая – упругие.

при его упругом столкновении, оцениваемая как $\nu_e(\varepsilon - 3kT_0/2) \approx \nu_m \times 2m_e/m_{Xe} \times (\varepsilon - 3kT_0/2)$ [4, 5, 33, 34], где T_0 – температура газа, очень незначительна по сравнению с неупругим столкновением ввиду малости сомножителя $2m_e/m_{Xe} \approx 8.3 \times 10^{-6}$. Результаты оценки безразмерных ν_m^* и суммарной частоты неупругих столкновений $\sum_c k_c^*$, включая ионизацию, а также скорости потери энергии электроном при упругих и неупругих столкновениях с атомом Xe показаны на рис. 4, 5.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

4.1. Результаты моделирования ФВИ

Численное решение уравнений (1) для Xe в настоящей работе выполнено следуя методике, примененной в [8] при аналогичных расчетах ФВИ в Ne и Ar.

Каждое решение (1) выполнялось при фиксированной величине приложенного постоянного поля с безразмерной напряженностью $Y^+ = |\mathbf{E}^+|/E_0$, величина которой варьировалась в диапазоне 0.015–1.2 (соответствует $|\mathbf{E}^+|/n_0 = 57$–4550 Td). Нижняя граница диапазона обусловлена тем, что при меньшей напряженности поля не удалось получить решений (1) в виде ФВИ. Верхняя граница установлена условно и решения вблизи нее носят формальный характер, так как физическая обоснованность решений (1) становится проблематичной уже при напряженности $|\mathbf{E}^+|/n_0 > 3450$ Td вследствие того, что нарушается необходимое условие использования модели сплошной среды – условие локального равновесия. Применительно к Xe это показано ниже исходя из оценки величин двух безразмерных параметров Q и S на основе полученных решений (1). Определение Q и S дано в [8]. По сути, это два показателя отношения скорости релаксации электронов к скорости изменения возмущений в газе в виде ФВИ, наведенных внешним полем. Первый из них, Q, выражает отношение “эффективной” частоты столкновений электронов с атомами к характерной частоте изменений во фронте. Второй, S, представляет собой отношение энергии, которую электрон способен отдать в столкновениях с атомами в течение длительности фронта, к фактической разнице его энергий впереди и позади фронта. При этом нужно подчеркнуть, что входящие в (1) ионизационно-транспортные коэффициенты электронов сохраняют свой физический смысл в гораздо более широком диапазоне величин $|\mathbf{E}^+|/n_0$ по сравнению с диапазоном моделирования (смотри рисунки 1–3).

При поиске решений (1) начальная точка x_0 развития ФВИ задавалась вблизи центра вычислительного домена, вдали от его границ, и стартовое количество электронов в этой точке варьировалось в (4) изменением величины коэффициента β. Размер пространственного домена вычислений обычно составлял $x = 6 \times 10^3$ при шаге сетки до $\Delta x = 0.01$–0.02. Размер временного до-

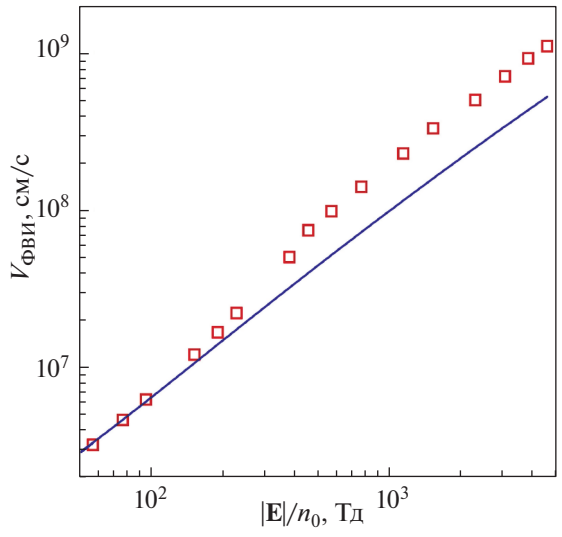

Рис. 6. Зависимость скорости $V_{ФВИ}$ ФВИ от $|\mathbf{E}^+|/n_0$. Квадраты – численные решения (1), сплошная линия – оценка на основе (10).

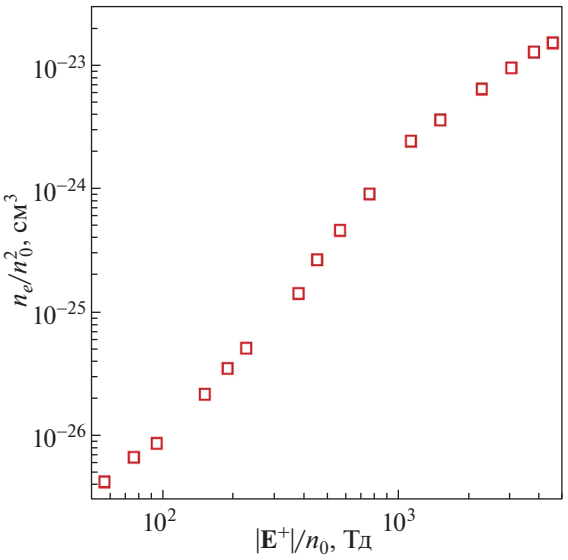

Рис. 7. Зависимость плотности электронов n_e/n_0^2 позади ФВИ от $|\mathbf{E}^+|/n_0$.

мена достигал $\tau = 10^5$ при шаге сетки до $\Delta\tau = 0.05$. Наибольший временной домен применялся при величинах Y^+, близких к порогу возбуждения ФВИ, когда время развития ФВИ максимально. Наименьший шаг пространственной сетки использовался вблизи максимальных величин Y^+, когда толщина ФВИ близка к минимальной. Во всех случаях толщина и длительность ФВИ многократно превышали шаг пространственной и временной сетки вычислений.

Полученные решения для скорости движения установившегося ФВИ и плотности свободных электронов позади него приведены на рис. 6 и 7 в привычном, размерном представлении, как $V_{ФВИ}$ и n_e/n_0^2, соответственно. На рис. 6 сплошная линия показывает для сравнения аналитическую оценку скорости отрицательного фронта исходя из безразмерного соотношения

$$v_{ФВИ} = |Y^+| + 2\sqrt{D_{II} f_{бр}(|Y^+|)}, \qquad (10)$$

которое было получено в [9] в приближении локального поля модели сплошной среды при фиксированных величинах коэффициента диффузии и подвижности электронов. Здесь $v_{ФВИ}$ – безразмерная скорость ФВИ. При оценке мы применили в (10) величины $D_{II}(Y^+)$ в соответствии с рисунком 3. Результат такой оценки преобразован и приведен на рис. 6 в размерном представлении. Отметим, что сплошная кривая на рис. 6 показывает лишь качественный характер зависимости, но для количественных оценок в рамках модели ЛЭЭ зависимость (10) неточна.

Наряду со скоростью движения ФВИ и плотностью электронов позади него, в решениях (1) фиксировались также: а) пространственная толщина фронта $\Delta x_{ФВИ}$, определяемая по уровню 0.1–0.9 от максимальной напряженности поля перед фронтом, зависимость которой от напряженности поля показана на рис. 8 в размерном представлении, как $\Delta l_{ФВИ} \times n_0$, и б) разница между максимальной энергией электронов $\varepsilon^*_{макс}$ в передней части фронта и энергией $\varepsilon^*_{мин}$ позади него, до

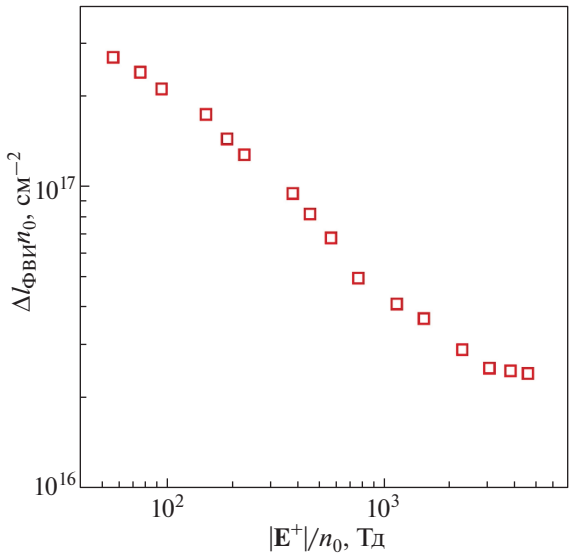

Рис. 8. Зависимость толщины ФВИ $\Delta l_{ФВИ} \times n_0$ от $|\mathbf{E}^+|/n_0$.

которой энергия электронов релаксирует в результате прохождения фронта. Эти характеристики ФВИ использовались для оценки величин двух безразмерных параметров Q и S, определенных в [8] как

$$Q = v_{\text{m}}^* \times \Delta x_{\text{ФВИ}}/v_{\text{ФВИ}} \text{ и} \quad (11)$$

$$S = 2 \times \frac{\Delta x_{\text{ФВИ}}}{v_{\text{ФВИ}}} \times \frac{\sum\limits_{\text{c}} k_{\text{c}}^* \varepsilon_{\text{c}}^*}{\varepsilon_{\text{макс}}^* - \varepsilon_{\text{мин}}^*}. \quad (12)$$

Для соблюдения условия локального равновесия величины Q и S должны значительно превышать единицу, т.е. скорость релаксации электронов по частоте столкновений и потере ими энергии в столкновениях с атомами должна превышать скорость изменения наведенных внешним полем возмущений. Важно подчеркнуть, что Q и S поддаются оценке только при наличии данных о $\Delta x_{\text{ФВИ}}/v_{\text{ФВИ}}$ и $(\varepsilon_{\text{макс}}^* - \varepsilon_{\text{мин}}^*)$ фронта, получаемых в результате решения (1). На рис. 9 показан результат оценки величин Q и S для Xe в зависимости от $|\mathbf{E}^+|/n_0$. Пограничная величина $|\mathbf{E}^+|/n_0$, выше которой рассматриваемая модель становится физически малообоснованной по данным параметрам, определяется тем, какие величины Q и S принимаются за критерий. Чем больше величины Q и S, тем точнее выполняется условие локального равновесия. Например, при $Q = S = 10$ применение модели к Xe затруднительно в области $|\mathbf{E}^+|/n_0 \geq 3450$ Td.

4.2. Обсуждение результатов моделирования

В целом, выполненное численное моделирование характеристик ФВИ в Xe продолжает и дополняет аналогичное исследование Ne и Ar [5, 8]. Эти три газа объединены своей принадлежностью к одной группе одноатомных газов, свободных от эффекта прилипания электронов. В то же время, различия между ними значительны по размеру атома, структуре и энергии его возбужденных состояний, энергии ионизации атома. Все эти различия отражаются в сечениях столкновительного взаимодействия свободных электронов с атомом и их ионизационно-транспортных свойствах, и в частности, неизбежно проявляются в развитии ФВИ под действием электрического поля. В численных оценках ФВИ настоящей работы намеренно применена та же методика расчетов, что и в [8], с целью наиболее адекватного сопоставления полученных результатов с аналогичными для Ne и Ar.

Предложенные аппроксимации ионизационно-транспортных коэффициентов свободных электронов в Xe на основе совокупности известных экспериментальных и теоретических данных

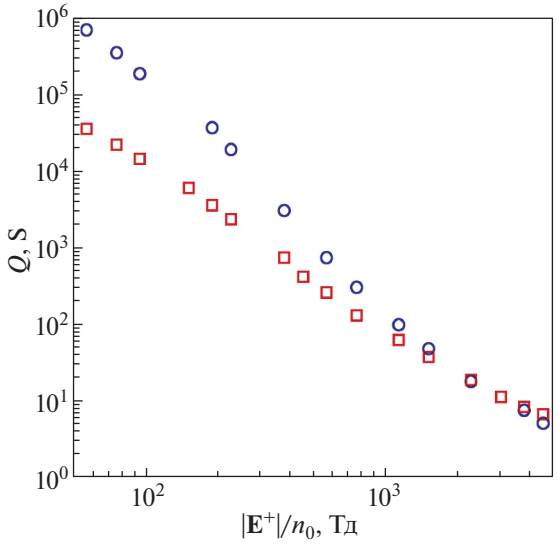

Рис. 9. Зависимость параметров Q (квадраты) и S (кружки) от $|\mathbf{E}^+|/n_0$.

качественно согласуются с аналогичными в Ne и Ar: немонотонный характер зависимости коэффициента ионизации α/n_0 и подвижности электронов M от приведенной напряженности электрического поля $|\mathbf{E}|/n_0$ (рисунки 1, 2); в целом растущая зависимость коэффициента диффузии D_{II} от $|\mathbf{E}|/n_0$ в широком диапазоне, за исключением относительно узкого пика в области $10^{-2} < |\mathbf{E}|/n_0 < 10^{-1}$ Td (рис. 3). При этом количественные различия коэффициентов в газах значительны. Так, максимальный коэффициент ионизации атома Xe в 5.5 и 1.6 раза выше, чем Ne и Ar, соответственно; крутизна нисходящего участка зависимости подвижности M от $|\mathbf{E}|/n_0$ в Xe в среднем в 4.8 и 3 раза больше, чем в Ne и Ar; крутизна восходящей зависимости D_{II} в Xe в среднем в 7 раз меньше и в 2.9 раза больше, чем в Ne и Ar, соответственно.

Конкретный выбор аппроксимаций ионизационно-транспортных коэффициентов продиктован стремлением выразить каждый коэффициент единственной функцией в наиболее широком диапазоне $|\mathbf{E}|/n_0$, в котором эти коэффициенты имеют физический смысл и удовлетворяют условию локального равновесия. Принятые функции (5)–(7), несмотря на относительно громоздкий вид, лишь незначительно замедляют скорость вычислений, но более предпочтительны с точки зрения алгоритма вычислений, чем, например, представление каждого коэффициента несколькими функциями в разных поддиапазонах $|\mathbf{E}|/n_0$. К недостаткам аппроксимаций можно отнести их заметное отклонение от эксперимен-

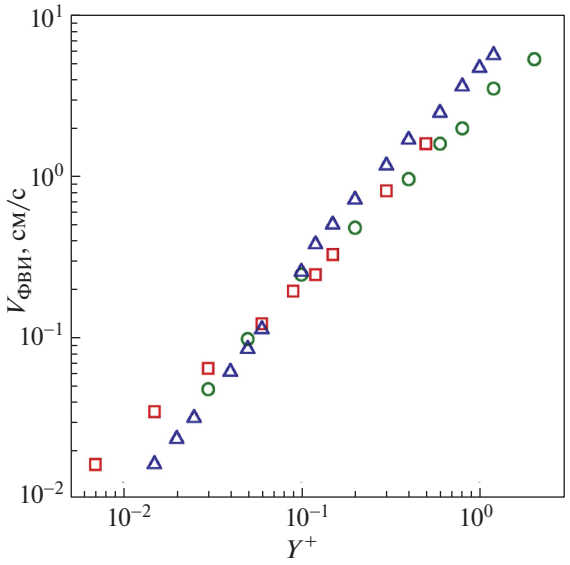

Рис. 10. Зависимость безразмерной скорости $v_{ФВИ}$ в трех газах от безразмерной напряженности приложенного электрического поля Y^+. Квадраты – Ne, кружки – Ar, треугольники – Xe.

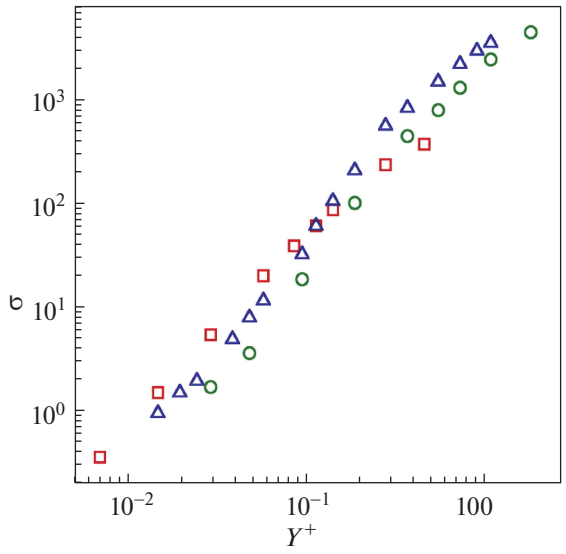

Рис. 11. Зависимость безразмерной плотности электронов σ позади ФВИ в трех газах от безразмерной напряженности приложенного электрического поля Y^+. Квадраты – Ne, кружки – Ar, треугольники – Xe.

тальных и теоретических данных, огромный дефицит экспериментальных данных о подвижности электронов в области $|\mathbf{E}|/n_0 > 15$ Td и продольной компоненте тензора диффузии в области $|\mathbf{E}|/n_0 > 100$ Td для Xe, а также большой разброс в результатах измерений и вычислений транспортных коэффициентов. Отмеченные недостатки неизбежно снижают точность моделирования ФВИ, но устранимы по мере накопления и уточнения референсных баз данных и усовершенствования аппроксимаций.

В приведенных на рис. 4, 5 оценках безразмерных частот столкновений электрона с атомом Xe и скорости потери им энергии в столкновениях такого типа заметно отражается отличие атомов Xe от Ne и Ar по размеру, энергии возбуждения электронных уровней и ионизации атома, ионизационно-транспортных свойствах электронов. Так, вытекающая из рис. 4 суммарная частота упругих и неупругих столкновений достигает $6.9 \times 10^{-7} n_0$ с$^{-1}$ в отличие от $5.2 \times 10^{-7} n_0$ с$^{-1}$ и $1.7 \times 10^{-7} n_0$ с$^{-1}$ в Ar и Ne, соответственно. При этом доля неупругих столкновений в Xe достигает $3.3 \times 10^{-7} n_0$ с$^{-1}$ при $2 \times 10^{-7} n_0$ с$^{-1}$ и $5.5 \times 10^{-8} n_0$ с$^{-1}$ в Ar и Ne, соответственно, и составляет значительную часть суммарной частоты столкновений. Скорость потери энергии электроном при столкновениях, как вытекает из рисунка 5 и аналогичных данных [8] для Ar и Ne, определяется главным образом неупругими столкновениями и оценивается как $7.1 \times 10^{-6} n_0$ эВ/с в Xe при $8 \times 10^{-7} n_0$ эВ/с и $3 \times 10^{-6} n_0$ эВ/с в Ar и Ne. Следует отметить более низкую точность оценки потерь энергии в Ar и Xe, чем в Ne, и связано это напрямую с параметром B в (9), который, по заключению авторов [31], удалось оценить в экспериментах с большой погрешностью.

Результаты моделирования скорости движения ФВИ и плотности свободных электронов позади него на рис. 6, 7 показывают их количественные величины в Xe. Для сравнения качественной зависимости этих характеристик от напряженности поля в трех газах удобнее воспользоваться безразмерным представлением скорости фронта и плотности электронов, показанным на рис. 10, 11. Видно, что в пределах всего диапазона моделирования шириной более 2 порядков величин по горизонтали и вертикали различие скоростей ФВИ между газами не превышает 2 раз и плотности электронов – 3 раз. В пределах такого разброса результатов можно говорить о некоторой общей "трубке решений" для трех газов, и возникает вопрос о том, в какой мере решения для газов другого типа соотносятся с такой "трубкой".

На рис. 6–11 показаны формальные решения уравнений (1) в рамках модели ЛЭЭ во всем диапазоне моделирования. Однако диапазон обоснованного применения такой модели ограничен условием локального равновесия электронов. Результат оценки величин Q (11) и S (12) на рис. 9 показывает их уменьшение с ростом $|\mathbf{E}^+|/n_0$, а для соблюдения условия локального равновесия, со-

гласно их определению в [8], оба параметра должны многократно превышать единицу. Качество выполнения условия локального равновесия, а соответственно и обоснованность решений (1), зависят от того, какую величину этих параметров считать в качестве критерия. В [8] за основу принято условие Q, $S > 10$, и в таком случае применение модели в Ar и Ne проблематично при $|\mathbf{E}^+|/n_0 \geq 1180$ Td. Аналогичное требование в применении к Xe приводит к ограничению $|\mathbf{E}^+|/n_0 \geq 3450$ Td (рис. 9). Более высокую величину границы в Xe можно объяснить более высокой частотой упругих и неупругих столкновений, сопоставимой с Ar и Ne скоростью потери энергии электроном в столкновениях с атомом и меньшей величиной ($\varepsilon^*_{\text{макс}} - \varepsilon^*_{\text{мин}}$).

Оценка величин S для Ar и Ne в [8], наряду с верхней границей, обозначила и нижнюю границу $|\mathbf{E}^+|/n_0 \approx 100$ Td, ниже которой применение модели также неправомочно ввиду резкого уменьшения в этой области скорости потери энергии электроном в неупругих столкновениях. В случае Xe такая граница в пределах диапазона моделирования не проявилась, хотя ее существование не вызывает сомнений. Объяснением может служить тот факт, что энергия возбужденных состояний атома Xe меньше, чем Ar и Ne, и поэтому искомая граница расположена ниже области моделирования ФВИ.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В контексте динамики развития стримера в газах, выполнена численная 1D-оценка параметров ФВИ отрицательной полярности в Xe под действием приложенного однородного электростатического поля на основе диффузионно-дрейфовых уравнений сплошной среды в приближении ЛЭЭ. Предварительно построены аппроксимации ионизационно-транспортных коэффициентов свободного электрона в Xe аналитическими функциями в широком диапазоне приведенной напряженности поля $|\mathbf{E}|/n_0 = 10^{-3} - 1.5\times10^4$ Td, в основу которых положены известные экспериментальные и теоретические данные. Получены численные решения для скорости движения ФВИ и его толщины, плотности свободных электронов позади него в диапазоне моделирования $|\mathbf{E}|/n_0 \leq 4550$ Td. Исходя из решений о толщине ФВИ и потере энергии электроном в результате прохождения фронта, оценены величины двух ранее введенных безразмерных параметров, характеризующих отношение скорости релаксации электронов к скорости наведенных внешним полем возмущений в газе и накладывающих ограничение на диапазон применения модели. Оба параметра должны значительно превосходить единицу и, в частности, при их равенстве 10 использование модели сплошной среды становится физически проблематичным при $|\mathbf{E}|/n_0 \geq 3450$ Td по этим параметрам.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Hagelaar G.J.M., Pitchford I.C.* // Plasma. Sources. Sci. Technol. 2005. V. 14. P. 722.
2. *Li C., Ebert U., Hundsdorfer W.* // J. Comput. Phys. 2010. V. 229. P. 200.
3. *Li C., Teunissen J., Nool M., Hundsdorfer W., Ebert U.* // Plasma. Sources. Sci. Technol. 2012. V. 21. 055019.
4. *Dujko S., Markosyan A.H., White R.D., Ebert U.* // J. Phys. D: Appl. Phys. 2013. V. 46. 475202.
5. *Markosyan A.H., Teunissen J., Dujko S., Ebert U.* // Plasma. Sources. Sci. Technol. 2015. V. 24. 065002.
6. *Li C., Ebert U., Brok W.J.M., Hundsdorfer W.* // J. Phys. D: Appl. Phys. 2008. V. 41. 032005.
7. *Markosyan A.H., Dujko S., Ebert U.* // J. Phys. D: Appl. Phys. 2013. V. 46. 475203.
8. *Трусов К.К.* // Физика плазмы. 2022. Т. 48. № 1. С. 54.
9. *Ebert U., van Saarloos W., Caroli C.* // Phys. Rev. E 1997. V. 55. P. 1530.
10. *Hayashi M.* // J. Phys D: Appl. Phys. 1983. V. 16. P. 581.
11. *McEachran R.P., Stauffer A.D.* // J. Phys B: At. Mol. Phys. 1984. V. 17. P. 2507.
12. *Hayashi M.* // J. Phys D: Appl. Phys. 1983. V. 16. P. 591.
13. *Tkachev A.N., Yakovlenko S.I.* // Central Europ. J. Phys. 2004. V. 2. № 4. P. 579.
14. *Krishnakumar E., Srivastava S.K.* // J. Phys. B. 1988. V. 21. № 6. P. 1055.
15. *Lehrke H., Muller K.G.* // Z. Naturorsch. 1976. V. 31A. P. 915.
16. *Makabe T., Mori T.* // J. Phys B: At. Mol. Phys. 1978. V. 11. P. 3785.
17. *Hayashi M.* // Bull. Amer. Phys. Soc. 1980. V. 26. P. 724.
18. *Ткачев А.Н., Яковленко С.И.* // Письма в ЖЭТФ. 2003. Т. 77. № 5. С. 264.
19. *Ткачев А.Н., Яковленко С.И.* // Письма в ЖТФ. 2003. Т. 29. № 16. С. 54.
20. *Tkachev A.N., Yakovlenko S.I.* // Central Europ. J. Phys. 2004. V. 2. № 1. P. 132.
21. *Ткачев А.Н., Яковленко С.И.* // Труды ИОФ РАН. 2007. Т. 63. С. 64.
22. *Ward A.L.* // J. Appl. Phys. 1962. V. 33. P. 2789.
23. *Райзер Ю.П.* Физика газового разряда. М.: Наука, 1992.
24. *Dutton J.* // J. Phys. Chem. Ref. Data. 1975. V. 4. P. 577.

25. *Bowe J.C.* // Phys. Rev. 1960. V. 117. P. 1411.
26. *Bowe J.C.* // Phys. Rev. 1960. V. 117. P. 1416.
27. *Бычков В.Л., Елецкий А.В., Смирнов Б.М.* // Химия плазмы. 1983. № 10. С. 146.
28. *Pack J.L., Voshall R.E., Phelps A.V., Kline L.E.* // J. Appl. Phys. 1992. V. 71. P. 5363.
29. *Meek J.M., Craggs J.D.* Electrical breakdown of gases. Oxford: Clarendon Press, 1953.
30. *Aleksandrov N.L., Kochetov I.V.* // J. Phys. D: Appl. Phys. 1996. V. 29. P. 1476.
31. *Opal C.B., Peterson W.K., Beaty E.C.* // J. Chem. Phys. 1971. V. 55. P. 4100.
32. *Li C., Brok W.J.M., Ebert U., Mullen J.J.A.M.* // J. Appl. Phys. 2007. V. 101. 123305.
33. *Robson R.E., White R.D., Petrovic Z.Lj.* // Rev. Mod. Phys. 2005. V. 77. P. 1303.
34. *White R.D., Robson R.E., Dujko S., Nicolotopoulos P., Li B.* // J. Phys. D: Appl. Phys. 2009. V. 42. 194001.
35. *Phelps A.V., Pitchford I.C.* // Phys. Rev. A. 1985. V. 31. P. 2932.