

Российская академия наук

ЭКОНОМИКА И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

Том 57 № 3 2021

Журнал основан в январе 1964 г.
Выходит 4 раза в год
ISSN 0424-7388

*Журнал издается под руководством
Отделения общественных наук РАН*

Главный редактор

В.Л. Макаров

Редакционная коллегия:

А.А. Афанасьев, С.А. Афонцев, А.Р. Бахтизин (зам. главн. ред.),
В.А. Волконский, Н.А. Волчкова, Ю.Н. Гаврилец, В.Г. Гребенников,
В.Е. Дементьев (зам. главн. ред.), Г.В. Егоров, Р.С. Ениколопов, А.В. Захаров,
С.Б. Измалков (зам. главн. ред.), В.Л. Квинт, Г.Б. Клейнер, М. Кубонива,
А.М. Либман, В.Н. Лившиц, В.М. Полтерович, А.Б. Поманский,
А.В. Савватеев, Е.В. Устюжанина (зам. главн. ред.), И.С. Шитова (зам. главн. ред.)

Заведующая редакцией Н.С. Виноградова

Журнал «Экономика и математические методы»
входит в Перечень ВАК, базы данных РИНЦ,
Web of Science (Emerging Sources Citation Index)

Адрес редакции:

117418, г. Москва, Нахимовский просп., 47, ком. 305
Тел.: 8(499) 129-39-33, 8(916) 139-27-26
e-mail: emm@cemi.rssi.ru

Москва

СОДЕРЖАНИЕ

Том 57, номер 3, 2021

Теоретические и методологические проблемы

- Варшавский А.Е.** Использование гармонических пропорций для обоснования справедливого уровня распределения доходов 5
- Жуков Р.А.** Метод оценки результатов функционирования иерархических социально-экономических систем на основе агрегированной производственной функции 17

Народнохозяйственные проблемы

- Бекетнова Ю.М.** Методология анализа данных финансового мониторинга на примере хозяйствующих субъектов 32
- Горбунов В.К., Львов А.Г.** Анализ малого и среднего предпринимательства: построение производственных функций с оценкой эффективных фондов 45
- Славянов А.С., Хрусталеv Е.Ю.** Отечественный и зарубежный опыты инвестиционной поддержки инновационного процесса 57

Региональные проблемы

- Афанасьев М.Ю., Кудров А.В.** Экономическая сложность и вложенность структур региональных экономик 67

Отраслевые проблемы

- Брагинский О.Б., Татевосян Г.М., Седова С.В., Магомедов Р.Ш.** Оптимизация консолидированного бюджета программы развития многоотраслевого комплекса 79
- Уваров Е.А.** Оценка эффективности внедрения бесконтактной оплаты в общественном транспорте для борьбы с теневой экономикой 86

Математический анализ экономических моделей

- Смоляк С.А.** Стоимостная оценка машин, подвергающихся винеровскому процессу деградации 97
- Шориков А.Ф., Буценко Е.В.** Сетевое экономико-математическое моделирование оптимизации адаптивного управления процессами бизнес-планирования 110
- Берзон Н.И., Бобровский Д.И., Вилкул Д.Е., Мезенцев В.В., Дубинский Д.В.** Подходы Value-at-Risk и Expected Shortfall для оценки премий опционов и вероятности дефолта на основе ARMA-моделей 126

Научная жизнь

- Макаров В.Л., Бахтизин А.Р., Хлунова Е.А.** Пятая встреча Рабочей группы БРИКС по ИКТ и высокопроизводительным вычислительным системам 140

Критика и библиография

- Предисловие академика РАН В.Л. Макарова к монографии Г.Б. Клейнера «Системная экономика: шаги развития» 143

* * *

- С.А. Смоляку — 85 147

Russian Academy of Sciences

ECONOMICS AND MATHEMATICAL METHODS

VOLUME 57 No. 3 2021

Founded in January 1964
4 issues a year
ISSN 0424-7388

*The Journal is run under the supervision
of the Department of Social Sciences at RAS*

Editor-in-Chief

V.L. Makarov

Editorial Board:

Afanasiev A.A., Afontsev S.A., Bakhtizin A.R. (Deputy Editor-in-Chief),
Dementiev V.E. (Deputy Editor-in-Chief), Egorov G.V.,
Enikolopov R.S., Gavrilets Yu.N., Grebennikov V.G.,
Izmalkov S.B. (Deputy Editor-in-Chief), Kleiner G.B.,
Kuboniwa M., Kvint V.L., Libman A.M., Livshits V.N., Polterovich V.M.,
Pomanskiy A.B., Savvateev A.V., Shitova I.S. (Deputy Editor-in-Chief),
Ustyuzhanina E.V. (Deputy Editor-in-Chief),
Volchkova N.A., Volkonskiy V.A., Zakharov A.V.

Secretary of Editorial Staff N.S. Vinogradova

The journal "Economics and Mathematical Methods"
is included in the list of the Higher Attestation Commission (HAC)
and indexed in Russian Index of Scientific Citation,
Web of Science (Emerging Sources Citation Index)

Editorial Address

Nakhimovskiy Prospect, 47, Office 305, Moscow, Russia, 117418
Tel.: +7(499) 129-39-33; +7(916) 139-27-26;
e-mail: emm@cemi.rssi.ru

Moscow

CONTENTS

Volume 57, No. 3, 2021

Theoretical and methodological problems

- Varshavsky A.E.** Using harmonic proportions to justify fair level of the income distribution 5
- Zhukov R.A.** Method for assessing the results of hierarchical socio-economic systems' functioning based on the aggregated production function 17

Problems of national economy

- Beketnova Yu.M.** Methodology for analyzing financial monitoring data on the example of business entities 32
- Gorbunov V.K., Lvov A.G.** Analysis of small and medium business: Constructing production functions with estimating effective funds 45
- Slavyanov A.S., Khrustalev E.Yu.** National and foreign experience in investment support of the innovation process 57

Regional problems

- Afanasiev M.Yu., Kudrov A.V.** Economic complexity and embedding of regional economies' structures 67

Industrial problems

- Braginsky O.B., Tatevosyan G.M., Sedova S.V., Magomedov R.Sh.** Optimizing the consolidated budget of the development program for a diversified industrial complex 79
- Uvarov E.A.** The efficiency assessment of installation of a non-cash system in the public transport to combat the shadow economy 86

Mathematical analysis of economic models

- Smolyak S.A.** Valuation of machinery and equipment subject to the Wiener degradation process 97
- Shorikov A.F., Butsenko E.V.** Optimization of adaptive network economic and mathematical modeling of business planning process control 110
- Berzon N.I., Bobrovsky D.I., Vilkul D.E., Mezentsev V.V., Dubinsky D.V.** Value-at-risk and expected shortfall approaches for option premiums and the probability of default estimation based on ARMA models 126

Scientific life

- Makarov V.L., Bakhtizin A.R., Khlunova E.A.** The Fifth Meeting of BRICS Working Group on ICT and high performance computation systems 140

Critics and bibliography

- Foreword to Georgy Kleiner's monograph "System economics: The milestones in development" by academician RAS V.L. Makarov 143

* * *

- S.A. Smolyak — 85 147

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ

Использование гармонических пропорций для обоснования справедливого уровня распределения доходов

© 2021 г. А.Е. Варшавский

А.Е. Варшавский

ЦЭМИ РАН, Москва; e-mail: varshavae@yandex.ru

Поступила в редакцию 12.01.2021

Аннотация. В статье предлагается использовать гармонические пропорции для обоснования справедливого уровня распределения доходов равных групп населения. Рассматриваются три гармонические пропорции, в первую очередь золотое сечение, а также серебряное сечение и пластическое сечение. В работе используются возможности модели распределения доходов, описываемой конечной функциональной последовательностью, которая была предложена в опубликованных ранее работах автора и на основе которой может быть определена аналитическая зависимость для каждой выделенной группы населения (например, 20 и 10%) от уровня неравенства с помощью нового показателя неравенства, взаимосвязанного с коэффициентом Gini и рассчитываемого по статистическим данным либо с помощью квинтильного или децильного коэффициентов фондов. Приведенные оценки сопоставляются с данными международных рейтингов и подтверждают целесообразность выбора уровня неравенства, характеризующегося показателем неравенства в диапазоне примерно 1,25–1,33 (коэффициент Джини около 26–33), что характерно для стран с социально ориентированной экономикой. Найденные для этого диапазона уровня неравенства соотношения доходов отдельных групп населения могут использоваться также в качестве норматива при разработке и реализации государственной политики, нацеленной на приведение неравенства доходов к гармоничному уровню.

Ключевые слова: неравенство, доход, справедливость, гармонические пропорции, модель, распределение, показатель неравенства, золотое сечение.

Классификация JEL: D63, D31, D30, C51.

DOI: 10.31857/S042473880016407-6

1. ВВЕДЕНИЕ

Существующая экономическая ситуация во многих странах характеризуется значительным уровнем неравенства и устойчивой тенденцией его роста после 1970-х годов. Новыми факторами резкого роста неравенства стали глобализация, вывод производств в страны с дешевым трудом, развитие информационно-коммуникационных технологий, цифровизация, повышение роли сектора финансовых услуг, ослабление влияния профсоюзов, изменение правил оплаты труда, снижение норм налогообложения (Atkinson, 2015). В результате доля доходов наиболее богатых 10% населения возросла к 2016 г. до 37% в европейских странах, 41% — в Китае, 46% — в России, 47% — в США и Канаде (Alvaredo et al., 2018; Stone et al., 2020). При этом наблюдается большой диапазон разброса коэффициента Джини — от 23 до 71 (см. (Palma, 2011, 2014), где были проанализированы данные для 135 стран).

По данным Росстата, коэффициент Джини в России значительно вырос по сравнению с СССР: в 1989 г. — 23,8, в 1991 г. — 26,0, в 2014 г. — 42,0 и в 2016 г. — 41,5; при этом альтернативные оценки ведущих российских экономистов выше (Варшавский, 2019).

Значительный рост неравенства стимулировал появление работ ведущих экономистов, посвященных связанным с этим проблемам. Дж. Стиглиц (Stiglitz, 2012) подчеркивал, что именно провалы рынка ведут к росту неравенства, усилению несправедливости. В связи с этим в (Doyle, Stiglitz, 2014) предлагалось снизить неравенство в США к 2030 г. до уровня, при котором индекс Пальма (соотношение доходов наиболее богатых 10% и наиболее бедных 40%) будет равен 1 (в 2017 г. он был равен $P = 1,76$, оценка по данным OECD), что соответствует коэффициенту Джини около 27 (см. ниже). В монографии (Venkatasubramanian, 2017) рассматриваются проблемы максимизации справедливости; показано, что этому критерию удовлетворяют скандинавские страны (см. также (Milanovic, 2016)).

Анализ долгосрочных изменений распределения доходов и состояний показывает (Piketty, 2014, 2020; Alfani, 2019; Atkinson, Piketty, Saez, 2011), что на протяжении многовековой истории развития человеческого общества рост неравенства и его стабилизация на некотором максимальном уровне сменялись падением только в результате глобальных катастроф. Такая триггерная модель изменения уровня неравенства типична в условиях неконтролируемого развития; в ее основе лежат, очевидно, пороки человеческого общества, то, что называется смертельным грехом — корыстолюбие, сребролюбие, жадность, зависть, властолюбие.

Однако рост неравенства может сдерживаться с помощью мер, предпринимаемых государством, установками общества на создание государства общественного благосостояния и формирование соответствующих институтов. Такая политика осуществляется в настоящее время в странах с так называемой социально-ориентированной экономикой, где распределение доходов считается справедливым, так как там гармонично сочетаются относительно низкое неравенство доходов с низким же неравенством возможностей (Checchi, Peragine, Serlenga, 2010; Айвазян, 2012).

В данной работе показывается, что гармоничное распределение доходов между отдельными группами населения страны характерно для стран, которые занимают первые места в международных рейтингах социального прогресса, справедливости и счастья и где отмечается справедливый уровень неравенства. С этой целью предлагается метод, основанный на использовании свойств гармонических пропорций и разработанной ранее автором модели (см., например, (Варшавский, 2007а, 2010, 2020) и др.).

2. ОБЪЕКТИВНАЯ НЕОБХОДИМОСТЬ СУЩЕСТВОВАНИЯ ОПРЕДЕЛЕННОГО УРОВНЯ НЕРАВЕНСТВА

В настоящее время многие ученые пришли к выводу, что относительно небольшое неравенство, не превышающее некоторый уровень, способствует экономическому росту и стимулирует труд, а при высоком уровне неравенства экономическое развитие и развитие общества в целом замедляется. При этом значительно повысилось внимание к проблеме меритократии, перераспределению доходов, обеспечивающему определенный баланс между равенством возможностей (equality of opportunity) и равенством результатов (equality of outcomes) (Arrow, Bowles, Durlauf, 2000; Piketty, Saez, 2006).

Равенство возможностей предполагает, как указывается в Хартии ООН и Универсальной декларации прав человека, создание социальных, культурных и политических условий, обеспечивающих всем людям возможность полностью использовать свой потенциал (Social justice..., 2006).

Следует напомнить, что, в соответствии с идеями К. Маркса, оплата труда при социализме должна быть пропорциональной результатам — качеству и количеству выполненной работы. Эти идеи в настоящее время завоевывают все больше последователей во многих странах.

Доктрину эгалитаризма отвергал и русский философ И.А. Ильин (Ильин, 1993, с. 63–66): «Люди от природы не равны: они отличаются друг от друга... справедливость требует, чтобы способным были открыты такие жизненные пути, которые останутся закрытыми для неспособных... Подоходный налог устанавливает справедливое неравенство».

Сказанное подтверждает, что требуется найти «требуется нахождение «применительно к современному обществу правильного баланса между жесткостью и гибкостью, который обеспечивает устойчивость системы» (Макаров, 2010, с. 11). В этой связи можно рассматривать и проблему поиска гармоничного распределения доходов. С этой целью рассмотрим сначала, что понимается под гармонией и гармоническими пропорциями.

3. ГАРМОНИЯ И ГАРМОНИЧЕСКИЕ ПРОПОРЦИИ

Гармония (в переводе с греческого — связь, согласие, стройность) определяется как «категория, отражающая соразмерность и упорядоченность частей целого, единство многообразия, согласованность формы и содержания объекта». Гармония характеризует и социальные отношения в обществе, ее нарушение создает условия для социальных конфликтов (Философский энциклопедический словарь, 1989, с. 108–109).

Еще Аристотель, говоря о гармонии, отмечал: «Во всем, что, будучи составлено из нескольких частей, непрерывно связанных одна с другой или разъединенных, составляет единое целое, сказывается властвующее начало и начало подчиненное. Это общий закон природы, и, как таковому, ему

подчинены одушевленные существа» (Аристотель, 2016, с. 2). Отсюда следует и необходимость количественной оценки пропорций между отдельными частями целого, определяющих гармонию.

Среди гармонических пропорций наиболее известно *золотое сечение* (Golden ratio). Оно определяется как такое деление целого отрезка на две неравные части, при котором меньшая часть так относится к большей, как большая ко всему отрезку. Золотое сечение Лука Пачоли — математик, заложивший основы теории бухгалтерского учета (современник и друг Леонардо да Винчи), называл «божественной пропорцией» (*divina proportione*) (см. (Пачоли Лука, 2007; Stakhov, 2014)). Используют также, хотя и значительно реже, две другие пропорции: *серебряное сечение* (Silver ratio) и *пластическое сечение* (plastic ratio) (см. (Corbalán, 2016; Fisher, 1993; Stakhov, 2005, 2014; Gazalé, 1999; Суббота, 1994)).

Золотое сечение наблюдается в природе, живописи, скульптуре, архитектуре, музыке, биологии и зоологии, геологии, астрономии (в частности, в астрономии идею гармонии сфер поддерживал Кеплер (Философский энциклопедический словарь, 1989, с. 108–109)). Ему подчиняется расположение листьев и веток многих растений и число лепестков ряда цветков. В медицине оно рассматривается как критерий нормы морфологии внутренних органов человека, соотношения размеров отдельных частей человеческого тела. *Золотое сечение* используется в работах по генетике (Петухов, 2008), для определения гармоничного распределения доходов на основе кривой Лоренца (Алферов, 2006) и даже на рынках Форекс (Fisher, 1993).

Числовое значение золотого сечения, или золотой пропорции, является положительным корнем уравнения золотой пропорции: $a^2 = a + 1$, равным $\phi \approx 1,61803$, причем $\phi^{-1} \approx 0,61803$.

Серебряное сечение определяется как деление целого отрезка на две неравные части, при котором отношение суммы меньшей и удвоенной большей части к большей равно отношению большей части к меньшей и составляет $1 + \sqrt{2}$: $(b + 2a) / a = a / b$, откуда $s = 1 + \sqrt{2} \approx 2,41421$, $\sqrt{s} \approx 1,55377$, $s^{-1} \approx 0,41421$ и т.д. Серебряное сечение использовалось, в частности, при выборе стандарта размера бумажных листов A1,..., A5, оно часто используется в архитектуре.

И золотое, и серебряное сечения принадлежат к семейству так называемых *металлических сечений*, которые определяются как решение уравнений вида $x^2 - tx - n = 0$. Для золотого сечения $t = n = 1$, для серебряного $t = 2$, $n = 1$.

Кроме металлических сечений, рассматривают также *пластическое сечение*, которое характеризуется так называемым пластическим числом $p \approx 1,32472$ — единственным действительным корнем уравнения $a^3 = a + 1$.

Для проведения исследования с целью определения гармоничного распределения доходов, очевидно, необходимо знать аналитические соотношения между определенными доходными группами (квинтилями, децилями и т.д.) при различных уровнях неравенства. Однако существующие показатели неравенства (коэффициент Джини, индекс Тейла и др.) дают только агрегированную оценку неравенства.

Для этой цели используем предложенную автором модель распределения доходов, позволяющую установить аналитическую зависимость каждой 20-, 10%-ной и т.д. группы населения от уровня неравенства с помощью нового показателя неравенства, взаимосвязанного с коэффициентом Джини (Варшавский, 2007а, 2007б, 2010, 2020; Varshavsky, 2010).

4. МОДЕЛЬ, ОПРЕДЕЛЯЮЩАЯ ЗАВИСИМОСТЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДОХОДОВ ПО ГРУППАМ НАСЕЛЕНИЯ ОТ УРОВНЯ НЕРАВЕНСТВА

В указанных выше работах автора показано, что относительные (по отношению к доходу наиболее богатой группы с номером n) величины дохода всех групп населения в совокупном доходе могут быть приближенно представлены в виде конечной функциональной последовательности $A(a, n)$, каждый член i которой определяется как отношение доходов соответствующей группы населения i к доходу наиболее богатой группы ($i = n$) и зависит от параметра a , характеризующего уровень неравенства и определяемого как *показатель неравенства* a .

При этом для распределения доходов по 20%-ным группам (квинтилям) предложена следующая конечная степенная последовательность $A(a, 5)$, в которой изъяты второй и предпоследний члены и которая используется в качестве базовой:

$$A(a, 5) = \{a^{-6}, a^{-4}, a^{-3}, a^{-2}, 1\}, a \geq 1. \quad (1)$$

Рассчитываемые с помощью данной модели доли соответствующих 20%-ных доходных групп в общем доходе Q_i определяются как¹:

$$Q_i = a^{-(6-i)} / A(a^{-1}), \quad i = 2, 3, 4; \quad Q_5 = 1 / A(a^{-1}), \quad Q_1 = a^{-6} / A(a^{-1}), \quad (2)$$

где

$$A(a^{-1}) = 1 + a^{-2} + a^{-3} + a^{-4} + a^{-6} \quad (3)$$

является характеристическим многочленом базовой конечной степенной последовательности $A(a, 5)$, все корни которого расположены на единичной окружности.

Высокая точность модели подтверждается результатами оценки доли доходов каждого квинтиля населения различных стран по отношению к доле дохода 20% наиболее богатой части населения, представленных в предыдущих статьях автора (см., например, (Варшавский, 2020)), где приведены результаты оценки для 18 стран OECD).

Модель (1)–(3) для 20%-ных групп используется как базовая для перехода к распределению для 10; 5; 2,5; 1,25%-ных и т.д. групп населения. Например, для 10%-ных групп населения децили распределения доходов равны:

$$D_{10} = (a^m / (1 + a^m)) / A(a^{-1}), \quad D_9 = (1 / (1 + a^m)) / A(a^{-1}), \quad D_8 = b^{-3} / ((1 + b)A(a^{-1})), \dots,$$

$$D_3 = b^{-8} / ((1 + b)A(a^{-1})), \quad D_2 = b^{-12} (a^m / (1 + a^m)) / A(a^{-1}), \quad D_1 = b^{-12} (1 / (1 + a^m)) / A(a^{-1}), \quad (4)$$

где $b = \sqrt{a}$ и $m = 2$.

Показатель неравенства a можно определить методом наименьших квадратов по реальным данным о долях дохода 20%-ных групп для каждой страны, а также с помощью соотношения фактических значений крайних квинтилей либо децилей (см. (2) и (4)):

$$a = (Q_5 / Q_1)^{(1/6)}, \text{ или } a = (D_{10} / D_1)^{1/8}. \quad (5)$$

Доказательства возможности построения модели, основанные на статистическом анализе эмпирических данных, приведены в предыдущих статьях автора. Дополнительное подтверждение справедливости модели, основанное на анализе данных о доле доходов 20%-ных групп населения для 37 стран за 2016 г., приведено в Приложении, п. 1.

Предложенная конечная последовательность отличается тем, что ее характеристический многочлен $A(a^{-1})$ в определенной степени связан с золотым сечением. Действительно, $A(a^{-1})$ можно представить как произведение трех сомножителей с действительными коэффициентами:

$$A(a^{-1}) = (1 - a^{-1} + a^{-2})(1 + ba^{-1} + a^{-2})(1 + ca^{-1} + a^{-2}), \quad a \geq 1, \quad (6)$$

где коэффициенты b и c удовлетворяют следующему условию: $bc = -1$ и $b + c = 1$, — т.е. подчиняются закону золотого сечения: $b = (1 + \sqrt{5}) / 2 = 1,618$, $c = (1 - \sqrt{5}) / 2 = -0,618$.

Приближенное соотношение между показателем неравенства a и индексом Джини, а также соответствующие квинтильный (Q_5 / Q_1) и децильный (D_{10} / D_1) коэффициенты фондов приведены в табл. 1.

В (Варшавский, 2007а, 2010; Varshavsky, 2009, 2010) с помощью данной модели и на основе оценки вектора Шепли и анализа переходных процессов было показано, что при индексе Джини примерно менее 24–25 и более 44–45 возникают определенные проблемы, связанные с развитием общества, а введение специальной функции полезности позволило ориентировочно определить оптимальный уровень неравенства (Джини — около 30). В следующем разделе показано, что использование гармонических пропорций позволяет уточнить эти результаты.

Таблица 1. Связь показателя неравенства a с индексом Джини квинтильным (Q_5/Q_1) и децильным (D_{10}/D_1) коэффициентами фондов (Варшавский, 2020)

a	1,2	1,25	1,3	1,35	1,4	1,45	1,5	1,55	1,6	1,65	1,7	1,75	1,8
Индекс Джини	22	26	30	34	37	40	44	47	49	52	55	57	59
Q_5/Q_1	3,0	3,8	4,8	6,1	7,5	9,3	11,4	13,9	16,8	20,2	24,1	28,7	34,0
D_{10}/D_1	4,3	6,0	8,2	11,0	14,8	19,5	25,6	33,3	42,9	54,9	69,8	88,0	110,2

¹ Рассчитанные с помощью модели, а также фактические величины квинтилей и децилей обозначаются как Q_i и D_i с соответствующим пояснением в тексте.

5. УРОВЕНЬ НЕРАВЕНСТВА, СООТВЕТСТВУЮЩИЙ ГАРМОНИЧЕСКИМ ПРОПОРЦИЯМ В РАСПРЕДЕЛЕНИИ ДОХОДОВ

Используя аналитические выражения, приведенные выше, определим, при каком уровне неравенства в распределении доходов между отдельными группами будут соблюдаться гармонические пропорции. Как показывают результаты приведенных ниже расчетов, все три вида гармонических пропорций определяют некоторую область изменения показателя неравенства a и, соответственно, коэффициента Джини.

Рассмотрим два варианта, соответствующих *золотому сечению*.

Вариант 1. Соотношение доходов двух наиболее богатых квинтилей $Q5 / Q4$, а также наиболее бедных $Q2 / Q1$ и, аналогично, соотношение доходов наиболее богатых децилей $D10 / D9$ и наиболее бедных $D2 / D1$ соответствуют золотому сечению:

$$Q5 / Q4 = Q2 / Q1 = a^2 = \phi = 1,618, a = \phi^{1/2} = 1,272;$$

$$D10 / D9 = D2 / D1 = a^2 = \phi = 1,618 \text{ и т.д.}$$

Из (1)–(2) следует, что $Q4 / Q3 = Q3 / Q2 = a = 1,272$ ($Gini \approx 27$).

В этом случае справедливы следующие соотношения.

1. Доход наиболее богатых 10% ($D10$) равен доходу наиболее бедных 40% населения ($Q1 + Q2$), т.е. *индекс Пальма* (Palma ratio) P , который определяется как отношение доходов наиболее богатых 10% и наиболее бедных 40% населения, равен 1: $P = D10 / (Q1 + Q2) = 1$. Это следует из аналитического выражения для индекса Пальма P , которое находится из формул (1) и (2):

$$P = D10 / (Q1 + Q2) = a^8 / (1 + a^2)^2. \quad (7)$$

Из (7) видно, что $P = 1$ при $a^4 = (1 + a^2)$, т.е. когда $a^2 \approx 1,618$.

При $P = 1$ доход десятого дециля одновременно равен доходу четвертого квинтиля, т.е. $D10 = Q1 + Q2 = Q4$, что легко показать с помощью (1) и (4).

2. Доход наиболее богатых 10% среднего класса ($D9$) равен доходу второго квинтиля ($Q2$): $D9 = Q2$, что следует из выражений (2) и (4).

3. Распределение суммарного дохода дециля $D10$ и трех наиболее богатых децилей среднего класса также соответствует золотому сечению: $D10 = (1 / \phi)(D9 + D8 + D7)$.

Таким образом, в случае когда величина показателя неравенства a соответствует золотому сечению: $a^2 = \phi = 1,618$, $a = 1,272$ ($Gini \approx 27$), — доход 10% самых богатых равен доходу нижних 40% и одновременно доходу 20% верхней части среднего класса, доход второго по уровню дециля равен доходу второго снизу квинтиля и т.д., а соотношения доходов двух наиболее богатых децилей, а также двух наиболее богатых квинтилей соответствуют золотому сечению, т.е. имеют место следующие соотношения:

$$D10 = Q1 + Q2; D10 = Q4; Q4 = Q1 + Q2; D9 = Q2; Q5 = 1,618Q4; Q2 = 1,618Q1;$$

$$Q4 = 1,272Q3; Q3 = 1,272Q2; D10 = 0,618Q5; D10 = 0,618(D9 + D8 + D7).$$

При более низком уровне неравенства ($a \approx 1,23$, $Gini = 23 \div 24$) справедливы соотношения:

$$D10 = D7 + D6; a \approx 1,226 \text{ } (Gini \approx 23);$$

$$Q5 = 0,618(Q4 + Q3 + Q2); a \approx 1,235 \text{ } (Gini \approx 24).$$

Вариант 2. Общий доход распределяется между наиболее богатыми 20% ($Q5$) и остальными 80% населения в соответствии с золотым сечением:

$$Q5 / (Q4 + Q3 + Q2 + Q1) = Q5 / (100 - Q5) = 1 / \phi = 0,618, \text{ т.е. } Q5 = 100(1 - 1 / \phi) = 38,2.$$

В этом случае показатель неравенства $a = 1,297 \approx 1,3$ ($Gini \approx 30$).

Практически при этом же уровне неравенства соблюдается соотношение $Q5 / (Q3 + Q2 + Q1) = 1$, откуда следует уравнение $1 = a^{-3} + a^{-4} + a^{-6}$, корень которого равен $a = 1,304$ ($Gini \approx 30$), причем при показателе неравенства $a = 1,272$ $Q5 / (100 - Q5) \approx 0,58$.

В (Варшавский, 2007а, 2007б) была предложена функция полезности, вид которой совпадает с выражением для $Q4$ (см. (2)), и максимальное значение которой определяет точку устойчивости

при распределении доходов. Производная $Q4$ по a равна нулю при $2a^6 - a^3 - 2a^2 - 4 = 0$, корень этого уравнения $a \approx 1,298$ ($Gini \approx 30$) практически совпадает с найденным выше.

Близкие значения a имеют место и при некоторых вариантах *серебряного сечения*: $Q5 = (s^{-0,5})(Q4 + Q3 + Q2 + Q1)$, где $s^{-0,5} = 0,6436$; это соотношение соблюдается при $a \approx 1,313$ ($Gini \approx 31$); $D10 = (s^{-0,5})(D9 + D8 + D7)$, $a \approx 1,293$ ($Gini \approx 30$).

В случае пластического сечения доход наиболее богатых 20% равен доходу среднего класса, т.е. имеет место соотношение $Q5 = Q4 + Q3$, так как в этом случае из (2) следует: $1 = a^{-2} + a^{-3}$ или $a^3 = a + 1$ и показатель неравенства $a = p = 1,3247$ ($Gini \approx 32$).

При очень близком значении показателя неравенства $a = 1,329$ ($Gini \approx 32$) можно также показать, что доход наиболее богатой части среднего класса равен доходу нижних 60%:

$$D9 + D8 + D7 = D6 + D5 + D4 + D3 + D2 + D1.$$

Полезно также в качестве промежуточных нормативов при снижении неравенства знать соотношения, которые имеют место при несколько большем уровне неравенства:

$$D10 = D9 + D8, a \approx 1,353 \text{ (} Gini \approx 34 \text{)};$$

$$D10 = D7 + D6 + D5, a \approx 1,359 \text{ (} Gini \approx 34 \text{)};$$

$$D10 = (D5 + D4 + D3 + D2 + D1), a \approx 1,354 \text{ (} Gini \approx 34 \text{)},$$

т.е. при $a \approx 1,35$ ($Gini \approx 34$) можно приближенно считать равными доходы наиболее богатых 10% ($D10$), следующих за ними 20%, принадлежащих среднему классу ($D9 + D8$), более бедных 30%, также представителей среднего класса ($D7 + D6 + D5$), и 50% наиболее бедных ($D5 + D4 + D3 + D2 + D1$).

Таким образом, диапазон изменения показателя неравенства, близкий к $1,27 \leq a \leq 1,33$ ($27 \leq Gini \leq 32$), соответствует гармоническим пропорциям и приведенные выше соотношения децилей и квинтилей могут использоваться как целевые нормативы для органов государственного управления. В Приложении, п. 2, приведены также соотношения, которые имеют место при несколько большем уровне неравенства и которые полезно также использовать в качестве промежуточных нормативов.

6. ПОКАЗАТЕЛИ НЕРАВЕНСТВА В СОЦИАЛЬНО-ОРИЕНТИРОВАННЫХ СТРАНАХ

В настоящее время в ряде стран уровень неравенства доходов достаточно низкий — индекс Джини равен примерно 25–35 (напомним, что в СССР в 1989 г. он составлял 23,8). В первую очередь следует назвать группу «Nordic model» (Финляндия, Дания, Швеция, Норвегия и Исландия) (Andersen et al., 2007). Социально-экономическая система этих стран, предоставляющая домашним хозяйствам трансферты и социальные услуги, финансируемые за счет высоких налогов, основана на принципах равенства возможностей, справедливого распределения богатства и общественной ответственности за тех, кто не может воспользоваться минимальными условиями для нормальной жизни (Welfare state, n/d; Kenton, 2019). Для нее характерны значительные государственные и частные инвестиции в человеческий капитал (включая уход за детьми, сферы образования и НИОКР), сильные профсоюзы (в 2016 г. профсоюзами там было охвачено от 49 до 89% занятых), координация уровня заработной платы, высокие пособия по безработице, значительный государственный сектор, стимулирование конкуренции; чувство доверия среди граждан к государственным учреждениям и т.д. К этой модели в определенной степени близки некоторые другие страны, в частности Нидерланды и Австрия (Andersen et al., 2007).

На становление социально-ориентированной экономики большое влияние оказали события в России в 1917 г.: «Скандинавские левые социал-демократы в 1918–1919 гг. учились на опыте русской революции и большевиков» (Кан, 1980).

Высокий уровень государственных расходов в скандинавских странах требует высокого уровня налогообложения: максимальные ставки НДФЛ равны в Дании — 55,9%, Норвегии — 38,4%, Швеции — 57,1%. При этом максимальная ставка НДФЛ в Дании применяется ко всем доходам, превышающим средний уровень в 1,3 раза, в Норвегии — в 1,6 раза, и в Швеции — в 1,5 раза.

Доля поступлений от НДФЛ составляла в 2017 г. (данные ОЕСД) в Дании 24,2% ВВП, в Норвегии — 10,3% ВВП, в Финляндии — 12,6% и в Швеции — 13,3% (в России, по данным Росстата, в 2019 г. — 3,6% ВВП). При этом в Норвегии и Швеции отчисления на социальное обеспечение

работодателя и работника в сумме составляют соответственно 18,8 и 29,2% оплаты труда работника, не имеющего детей и получающего среднюю заработную плату (в США — 14,7%). А в Дании нет таких взносов, и для финансирования социальных программ используется часть доходов от НДФЛ (Asen, 2020).

В этих странах отмечается высокое качество жизни, что подтверждается данными таких индексов международных рейтингов, как Индекс социального прогресса (Social Progress Index — SPI), Индекс социальной справедливости (Social Justice Index — SJI), Индекс счастья (Ranking of Happiness).

Индекс SPI (The Social, 2019) рассчитывается на основе 54 показателей, объединенных в три группы: основные потребности человека (питание, доступ к медицинской помощи, обеспеченность жильем и др.), основы благополучия (доступ к базовым знаниям, уровень грамотности населения, доступ к информации и средствам коммуникации, уровень здравоохранения и др.), возможности развития (уровень личных и гражданских свобод, возможность реализации своего потенциала и др.). Он определяет уровень обеспечения социальных и экологических потребностей населения большого числа стран. SPI характеризует благосостояние общества непосредственно по социальным и экологическим результатам, а не по экономическим показателям. В 2019 и 2020 г. на первом месте была Норвегия, на последнем — Южный Судан. Среднее значение индекса для первых 10 стран равно 89,4; средняя величина индекса Джини — 29,1 (у России — 62 место, SPI = 69,71).

Индекс SJI (Hellmann, Schmidt, Heller, 2019) для стран ЕС и OECD рассчитан на основе 38 количественных и 8 качественных показателей (показатели бедности; показатели, характеризующие доступ к качественному образованию; показатели рынка труда; социальные показатели, характеризующие неравенство доходов, гендерное неравенство, дискриминацию по возрасту; проблемы развития последующих поколений — экология; затраты на науку, государственный долг; проблемы здравоохранения). Первые 10 мест заняли следующие страны: Исландия, Норвегия, Дания, Финляндия, Швеция, Нидерланды, Словения, Новая Зеландия, Германия, Великобритания; средний индекс Джини у этих стран был равен 28,6, а средний SJI — 7,14.

Индекс счастья для 156 стран (Helliwell, Layard, Sachs, 2019) также показал, что первые 10 мест заняли страны с невысоким уровнем неравенства: индекс Джини у них оказался в диапазоне 25,5 (Исландия) — 34,9 (Новая Зеландия).

Эти данные свидетельствуют о том, что качество жизни и уровень благосостояния выше в странах с меньшим неравенством и что государственная политика является по-настоящему эффективной, если она нацелена не только на повышение экономических показателей, но и на улучшение благосостояния людей, как ныне живущих, так и будущих поколений.

7. СООТВЕТСТВИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ГАРМОНИЧЕСКОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДОХОДОВ И ИНДЕКСА СОЦИАЛЬНОГО ПРОГРЕССА

Представляет интерес, как приведенные данные рейтингов согласуются с полученными выше оценками гармонических пропорций в распределении доходов между равными группами населения. С этой целью рассмотрим подробнее оценки индекса SPI для первых 20 стран (табл. 2).

Анализ этих данных показывает, что распределение доходов, характеризуемое приведенными выше показателями, соответствующими гармоничным пропорциям, типично именно для стран, занимающих первые места по уровню социального прогресса, социальной справедливости, качеству жизни и индексу счастья.

Действительно, средние показатели для первых 5 стран, представленных в табл. 2, равны: $a=1,262$, $Gini = 27,3$, $D10/Q5 = 0,615$, $Q5/Q4 = 1,618$, $D10/Q4 = 0,996$, $D10/Q12 = 0,986$, $Q5/Q14 = 0,578$, что очень близко к показателям, определенным с помощью золотого сечения. Средние показатели для следующих 10 стран равны соответственно 1,306; 31,2; 0,625; 1,813; 1,079; 1,178; 0,648, а для стран, занимающих 16–20 места, — 1,294; 30,7; 0,610; 1,652; 1,009; 1,128; 0,622 соответственно. Отличие этих показателей от тех, которые соответствуют гармоническим пропорциям, не превышает нескольких процентов.

Таблица 2. Индексы социального прогресса (SPI) и социальной справедливости (SJI) для первых 20 стран и значения соотношений $D10/Q5$, $Q5/Q4$, $D10/Q4$, $D10/Q12$, $Q5/Q14$ ($Q12 = Q1 + Q2$; $Q45 = Q4 + Q5$; $Q14 = Q1 + Q2 + Q3 + Q4$)

Страна	SPI	SJI	Gini	a*	D1	Q1	Q12	Q45	Q5	D10	D10/Q5	Q5/Q4	D10/Q4	D10/Q12	Q5/Q14
Норвегия	90,95	2	26,2	1,260	3,3	8,9	23,6	57,9	35,2	21,3	0,605	1,551	0,938	0,903	0,543
Дания	90,09	3	26,1	1,244	3,9	9,6	23,8	58,1	35,5	21,7	0,611	1,571	0,960	0,912	0,550
Швейцария	89,89	12	29,6	1,285	3,4	8,2	21	61,9	39,1	24,3	0,621	1,715	1,066	1,157	0,642
Финляндия	89,56	4	26,6	1,249	4	9,5	23,6	58,6	36,2	22,2	0,613	1,616	0,991	0,941	0,567
Швеция	89,45	5	28,2	1,270	3,6	8,7	22,6	59,4	36,9	23	0,623	1,640	1,022	1,018	0,585
Исландия	89,29	1	25,5	1,238	4	9,8	24,2	57,8	35,4	21,5	0,607	1,580	0,960	0,888	0,548
Новая Зеландия	88,93	8	34,9	1,340	2,9	7,3	19,2	64,5	42,2	27,5	0,652	1,892	1,233	1,432	0,730
Германия	88,84	9	29,4	1,290	3,2	8,2	21,8	60,6	37,7	23,2	0,615	1,646	1,013	1,064	0,605
Канада	88,81	11	31,0	1,312	2,8	7,6	20,6	61,7	38,5	23,6	0,613	1,659	1,017	1,146	0,626
Япония	88,34	24	33,9	1,355	2,3	6,5	18,9	63,8	40,4	25	0,619	1,726	1,068	1,323	0,678
Нидерланды	88,31	6	28,5	1,275	3,3	8,7	22,4	59,8	37,1	23	0,620	1,634	1,013	1,027	0,590
Австралия	88,02	23	33,0	1,329	2,8	7,3	19,7	63,4	40,2	24,9	0,619	1,733	1,073	1,264	0,672
Великобритания	87,98	10	35,7	1,355	2,4	6,9	18,9	64,8	42,7	28	0,656	2,828	1,267	1,481	0,745
Ирландия	87,97	13	30,9	1,294	3,3	8,5	21,9	60,6	38,1	23,8	0,625	1,693	1,058	1,087	0,616
Франция	87,79	14	29,1	1,275	3,5	8,8	22,4	60,2	38,2	24	0,628	1,736	1,091	1,071	0,618
Люксембург	87,66	18	30,4	1,303	3	7,9	21	61,5	38,3	23,2	0,606	1,651	1,000	1,105	0,621
Испания	87,47	25	34,1	1,366	2	6,2	18,5	64,1	40,2	24,4	0,607	1,682	1,021	1,319	0,672
Португалия	87,12	21	33,1	1,333	2,7	7,3	20	63,2	40,8	25,9	0,635	1,821	1,156	1,295	0,689
Бельгия	86,77	17	26,6	1,255	3,7	9	22,9	58,7	35,2	21	0,597	1,498	0,894	0,917	0,543
Австрия	86,40	16	28,4	1,285	2,9	8,2	22,2	59,7	36,8	22,3	0,606	1,607	0,974	1,005	0,582
Показатели распределе- ния доходов, характери- зующегося гармониче- скими и близкими к ним пропорциями**	24		1,23	3,9	9,9	24,8	56,8	34,2	20,6	0,602	1,513	0,911	0,830	0,520	
	26		1,25	3,6	9,3	23,8	58,1	35,4	21,6	0,610	1,563	0,953	0,908	0,548	
	27		1,272	3,3	8,7	22,7	59,4	36,7	22,7	0,618	1,618	1,000	1,000	0,581	
	30		1,3	3,0	8,0	21,4	61,1	38,4	24,1	0,628	1,690	1,062	1,127	0,623	
	33		1,325	2,7	7,4	20,3	62,6	39,9	25,4	0,637	1,756	1,119	1,251	0,663	
		34		1,35	2,4	6,8	19,3	64,0	41,3	26,7	0,646	1,823	1,177	1,385	0,704

Примечание. В таблице для всех стран приведены фактические данные, кроме показателя неравенства.

* Показатель неравенства a рассчитан на основе данных OECD, 2017 г.: $a = (Q5/Q1)^{1/6}$.

** Показатели рассчитаны с использованием модели (1)–(4) и данных табл. 1.

Источники: OECD Income Distribution Database (IDD) (<http://stats.oecd.org/Index.aspx?DataSetCode=IDD>) и рассчитанные показатели распределения доходов, характеризующегося гармоническими и близкими к ним пропорциями.

8. ВЫВОДЫ

Таким образом, для стран с социально ориентированной экономикой характерно гармоничное распределение доходов между равными группами населения, что подтверждается сопоставлением реальных и полученных с помощью предложенной модели данных.

Приведенные оценки и их сопоставление с данными международных рейтингов подтверждают целесообразность выбора уровня неравенства, характеризующегося величиной показателя неравенства, находящейся в диапазоне, близком к 1,25–1,33 (индекс Джини — около 26–33). Найденные для этого диапазона соотношения доходов отдельных групп населения могут использоваться в качестве нормативов при разработке и реализации государственной политики, нацеленной на приведение неравенства к гармоничному уровню.

Безусловно, при этом следует учитывать, что «не существует одной-единственной научной истины относительно идеального уровня неравенства» и что выбор этого уровня должны сделать демократические институты (Alvaredo et al., 2018). Кроме того, по-видимому, необходимо учитывать размеры территории и численность населения каждой страны.

Реальная возможность контроля уровня неравенства подтверждается развитием стран с социально ориентированной экономикой. Очевидно, при этом необходимо большое внимание уделять этике отношений в человеческом обществе, укреплению институтов, борющихся с человеческими пороками.

Государственная политика должна способствовать перераспределению доходов населения путем введения прогрессивной шкалы НДФЛ. При этом передача богатыми значительной части своего высокого дохода государству с помощью прогрессивной ставки НДФЛ должна морально поощряться.

Можно напомнить также слова Аристотеля: «Сделать государство достойным зависит уже не от судьбы, а от знания и свободной воли. Добродетель государства сказывается в том, что граждане, участвующие в государственном управлении, добродетельны» (Аристотель, 2016).

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. Анализ данных World Income Inequality Database (WIID) о чистом персональном доходе за 2016 г. для 37 стран показывает с достаточной точностью справедливость предположения о том, что распределение доходов по 20%-ным группам (квинтилям) описывается конечной степенной последовательностью $A(a, 5) = \{a^{-6}, a^{-4}, a^{-3}, a^{-2}, 1\}$, каждый член которой является отношением доходов группы i населения к доходу наиболее богатой группы ($i = 5$), т.е. $Q1/Q5 = a^{-6}$, $Q2/Q5 = a^{-4}$, $Q3/Q5 = a^{-3}$, $Q4/Q5 = a^{-2}$, $Q5/Q5 = 1$, где a — показатель неравенства, $a \geq 1$. Действительно, результаты регрессионного анализа показывают, что $\{\ln(Q2/Q5)\}/\ln(a) \approx -4$ (коэффициент регрессии: $-4,026$), $\{\ln(Q3/Q5)\}/\ln(a) \approx -3$ (коэффициент регрессии: $-2,948$) и $\{\ln(Q4/Q5)\}/\ln(a) \approx -2$ (коэффициент регрессии: $-1,935$), где $\ln a = (1/6)\ln(Q5/Q1)$ (см. рисунок). Это подтверждается также низкими значениями стандартных ошибок: 0,03209, 0,03362, 0,03158, соответственно, причем для всех трех зависимостей $P\text{-value} = 0,000$.

2. Можно показать, используя формулы (2) и (3), что при высоком уровне неравенства, когда наиболее богатые 20% получают половину и более от общего дохода, имеют место соотношения: $Q5/(Q4 + Q3 + Q2 + Q1) = Q5/(100 - Q5) = 1$, $Q5 = 50$ при $a \approx 1,513$ ($Gini \approx 44$); $D10/(Q4 + Q3) = 1$ при $a \approx 1,53$ ($Gini \approx 46$); $D10/(D9 + D8 + D7) = 1$ при $a \approx 1,55$ ($Gini \approx 47$), так как $a^4 = 2a^2 + 1$, $a^2 = 1 + 2^{1/2} = 2,414$ (серебряное сечение); $D10/(D7 + D6 + D5 + D4 + D3 + D2 + D1) = 1$ при $a \approx 1,55$ ($Gini \approx 47$) и т.д.

Если распределение доходов еще более несправедливо, т.е. основная часть общего дохода достается наиболее богатым и $a = 1,618$ и $a^2 = 2,618$, то соотношения доходов двух наиболее богатых, а также двух наиболее бедных квинтилей (децилей) равны $Q5/Q4 = Q2/Q1 = D10/D9 = D2/D1 = a^2 = \phi^2 = 2,618$, $a = \phi = 1,618$, $Gini \approx 50$. И когда доход наиболее богатых 20% превышает суммарный доход остальных 80% населения в 1,618 раз, т.е. при соотношении $Q5/(Q4 + Q3 + Q2 + Q1) = Q5/(1 - Q5) = 1,618$, $Q5 = 61,8$, показатель неравенства $a = 1,786$ ($Gini \approx 58$).

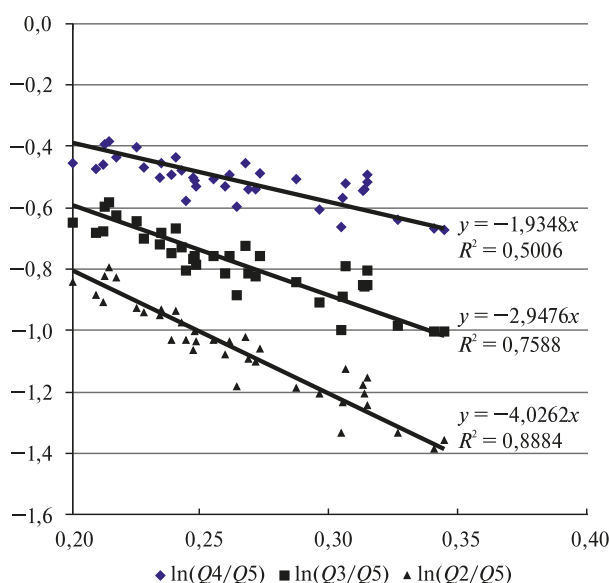


Рисунок. Оценка показателей степени трех членов конечной степенной последовательности $A(a, 5)$: $\{\ln(Q2/Q5)\}/\ln(a) = -4$ (коэффициент регрессии $-4,026$), $\{\ln(Q3/Q5)\}/\ln(a) = -3$ (коэффициент регрессии: $-2,948$) и $\{\ln(Q4/Q5)\}/\ln(a) = -2$ (коэффициент регрессии равен $-1,935$), где $\ln(a) = (1/6)\ln(Q5/Q1)$

Источник: World Income Inequality Database (WIID) (<https://www.wider.unu.edu/project/wiid---world-income-inequality-database>)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

- Айвазян С.А. (2012). Анализ качества и образа жизни населения. ЦЭМИ РАН. М.: Наука. [Aivazian S.A. (2012). Quality of life and living standards analysis (econometric approach). Central Economics and Mathematics Institute of RAS. Moscow: Nauka (in Russian)].
- Алферов С.А. (2006). Гармоничное распределение доходов и Золотая пропорция // Академия Тринитаризма. Режим доступа: <http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02320025.htm> [Alferov S.A. (2006). Harmonious

- distribution of income and Golden proportion. Available at: <http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02320025.htm> (in Russian).]
- Аристотель** (2016). Политика. Пер. с древнегреч. С.А. Жебелева. М.: АСТ [Aristotle (2016). Politics. Translated from ancient Greek by S.A. Zhebelev (in Russian).]
- Варшавский А.Е.** (2007a). Значительное снижение неравенства доходов — важнейшее условие перехода к инновационной экономике, основанной на знаниях // *Экономика и математические методы*. № 4. С. 35–55. [Varshavsky A.E. (2007a). Significant reduction of income inequality is the most important condition for the transition to an innovative economy based on knowledge. *Economics and Mathematical Methods*, 43, 4, 35–55 (in Russian).]
- Варшавский А.Е.** (2007b). Замедление распространения инноваций и перехода к обществу знаний при росте экономического неравенства // *Концепции*. № 2 (19). С. 3–36. [Varshavsky A.E. (2007b). Slowing down diffusion of innovations and transition to knowledge-based society under income inequality growth. *Conceptii*, 2 (19), 3–36 (in Russian).]
- Варшавский А.Е.** (2010). Проблемы взаимного изменения основных составляющих социальной стратификации при шоковых воздействиях // *Экономика и математические методы*. Т. 46. № 2. С. 3–22. [Varshavsky A.E. (2010). Problems of mutual changes of the main components of social stratification under the shocks. *Economics and Mathematical Methods*, 46, 2, 3–22 (in Russian).]
- Варшавский А.Е.** (2019). Чрезмерное неравенство доходов — проблемы и угрозы для России // *Социологические исследования*. Т. 10. № 19. С. 52–61. DOI: 10.31857/S013216250006136–2 [Varshavsky A.E. (2019). Excessive income inequality — problems and threats for Russia. *Sociological Studies (Socis)*, 10, 19, 52–61 (in Russian).]
- Варшавский А.Е.** (2020). Модель распределения доходов на основе конечной функциональной последовательности и ее применение для анализа неравенства // *Экономика и математические методы*. Т. 56. № 4. С. 20–31. [Varshavsky A.E. (2020). Model of income distribution on the basis of a finite functional sequence and its application for inequality analysis. *Economics and Mathematical Methods*, 56, 4, 20–31 (in Russian).]
- Ильин И.А.** (1993). В поисках справедливости. О грядущей России: Избранные статьи. Под ред. Н.П. Полторацкого. М.: Воениздат. С. 63–66. Режим доступа: <http://www.gosudarstvo.voskres.ru/ilin/nz/nz-76–77.htm> [Ilyin I.A. (1993). In search of Justice. On the coming Russia: Selected articles. N.P. Poltoratsky (ed.). Moscow: Voenizdat (in Russian).]
- Кан А.С.** (1980). История скандинавских стран. М.: Высшая школа. [Kan A.S. (1980). History of the Scandinavian countries. Moscow: Vysshaja shkola (in Russian).]
- Макаров В.Л.** (2010). Социальный кластеризм. Российский вызов. М.: Бизнес Атлас. [Makarov V.L. (2010). *Social clusterism. Russian challenge*. Moscow: Business Atlas (in Russian).]
- Пачоли Лука** (2007). О божественной пропорции. Репринт изд. 1509. С приложением перевода А.И. Шетникова. М.: Фонд «Русский авангард». Режим доступа: <http://www.mathnet.ru/links/0e248efcdc261905a990b7024c861729/mo490.pdf> [Pacioli Luca (2007). About the divine proportion. Translated by A.I. Shchetnikov. Moscow: Foundation “Russkii avangard” (in Russian). Originally published: **Pacioli Luca (Paciolo)** (1509). *Divina proportione*. Venice: Paganino de Paganinis.]
- Петухов С.В.** (2008). Матричная генетика, алгебры генетического кода, помехоустойчивость. М.: Регулярная и хаотическая динамика. [Petoukhov S.V. (2008). *The matrix genetics, algebras of the genetic code, noise immunity*. Moscow: Regular & Chaotic Dynamics (in Russian).]
- Суббота А.Г.** (1994). «Золотое сечение» («section aurea») в медицине. Лекции. СПб.: Воен.-мед. акад. [Subbota A.G. (1994). “The Golden Section” (“section aurea”) in medicine. Lectures. St. Petersburg: Voen.-med. akad. (in Russian).]
- Философский энциклопедический словарь (1989). С.С. Аверинцев и др. (ред. колл.). 2-е изд. М.: Советская энциклопедия. С. 108–109. [Philosophical Encyclopedia (1989). S.S. Averintsev et al. (eds.). 2nd ed. Moscow: Sovetskaja entsiklopedija, 108–109 (in Russian).]
- Alfani G.** (2019). *Handbook of Cliometrics*. C. Diebolt, M. Hauptert (eds.). Berlin: Heidelberg, Springer Verlag, Springer Nature Switzerland, 1173–1201.
- Alvaredo F., Chancel L., Piketty T., Saez T., Zucman G.** (2018). *World inequality report 2018*. Paris, Berkeley, World Inequality Lab. Available at: <https://wir2018.wid.world/download.html>
- Andersen T., Holmström B., Honkapohja S., Korkman S., Söderström H., Vartiainen J.** (2007). *The Nordic model. Embracing globalization and sharing risks*. Helsinki: ETLA.
- Arrow K., Bowles S., Durlauf S.** (2000). *Meritocracy and economic inequality*. Princeton: Princeton University Press.
- Asen E.** (2020). *Insights into the tax systems of Scandinavian countries*. February 24. Available at: <https://taxfoundation.org/bernie-sanders-scandinavian-countries-taxes/>
- Atkinson A.** (2015). *Inequality: What can be done?* Cambridge: Harvard University Press.

- Atkinson A., Piketty T., Saez E. (2011). Top incomes in the long run of history. *Journal of Economic Literature*, 49, 1, 3–71.
- Checchi D., Peragine V., Serlenga L. (2010). Fair and unfair income inequalities in Europe. *IZA Discussion Paper No. 5025*. June 2010. Bonn.
- Corbalán F. (2016). *The golden ratio: The mathematical language of beauty*. Washington: National Geographic.
- Doyle M., Stiglitz J. (2014). Eliminating extreme inequality: A sustainable development goal, 2015–2030. *Ethics and International Affairs*, 28 (10), 1–7.
- Fisher R. (1993). *Fibonacci applications and strategies for traders*. N.Y.: John Wiley & Sons, Inc.
- Gazalé M. (1999). *Gnomon: From pharaohs to fractals*. Princeton: Princeton University Press.
- Helliwell J., Layard R., Sachs J. (2019). *World happiness report 2019*. N.Y.: Sustainable Development Solutions Network.
- Hellmann T., Schmidt P., Heller S. (2019). *Social justice in the EU and OECD*. Index report 2019. Bertelsmann Stiftung. December.
- Kenton W. (2019). *Welfare state*. July 14. Available at: <https://www.investopedia.com/terms/w/welfare-state.asp>
- Milanovic B. (2016). *Global inequality: A new approach for the age of globalization*. Cambridge: Belknap Press of Harvard University Press.
- Palma J.G. (2011). Homogeneous middles vs. heterogeneous tails, and the end of the ‘Inverted-U’: The share of the rich is what it’s all about. *Cambridge Working Papers in Economics (CWPE) 1111*. Cambridge: Cambridge University. Available at: <http://www.econ.cam.ac.uk/dae/repec/cam/pdf/cwpe1111.pdf>
- Palma J.G. (2014). Has the income share of the middle and upper-middle been stable over time, or is its current homogeneity across the world the outcome of a process of convergence? The ‘Palma Ratio’ revisited. *Cambridge Working Papers in Economics 1437*. Cambridge: Faculty of Economics, University of Cambridge.
- Piketty T. (2014). *Capital in the twenty-first century*. Cambridge: Harvard University Press.
- Piketty T. (2020). *Capital and ideology*. Cambridge: Harvard University Press.
- Piketty T., Saez E. (2006). The evolution of top incomes: A historical and international perspective. *American Economic Review*, 96 (2), 200–205. Available at: <http://emlab.berkeley.edu/users/saez/piketty-saezOUP04US.pdf>
- Social justice in an Open World* (2006). N.Y.: United Nations.
- Stakhov A. (2005). The generalized principle of the golden section and its applications in mathematics, science, and engineering. *Chaos, Solitons & Fractals*, 26 (2), 263–289.
- Stakhov A. (2014). A history, the main mathematical results and applications for the mathematics of harmony. *Applied Mathematics*, 5, 363–386.
- Stiglitz J. (2012). *The price of inequality: How today’s divided society endangers our future*. N.Y., L.: W.W. Norton & Company.
- Stone C., Trisi D., Sherman A., Beltran J. (2020). *A guide to statistics on historical trends in income inequality*. January 13. Available at: <https://www.cbpp.org/research/poverty-and-inequality/a-guide-to-statistics-on-historical-trends-in-income-inequality>
- The Social Progress Index 2019* (2019). Available at: <https://socialprogress.in/2019/09/social-progress-index-2019-reveals-progress-in-sustainable-development-goals-too-slow-threatens-chances-of-fulfilling-2030-agenda/>
- Varshavsky A. (2009). A new model of income distribution based on polynomial with roots on the unit circle. 8th International Conference of the International Development Ethics Association (IDEA) on “*Ethics of Human Development and Global Justice: Responsibilities of Institutions and Citizens for Action on Poverty*”. F. Arenas-Dolz, L.C. Sanahuja, L. Palop, L. Giancristofaro (eds.). Valencia: Etica del desarrollo humano y justicia global, 451–456. ISBN: 978–84–7642–791–0. Available at: <http://naullibres.com/libro/etica-del-desarrollo-humano-y-justicia-global>
- Varshavsky A. (2010). Assessing reasonable limits of inequality on the basis of a new model of income distribution. *Intellectual Economics*, 1 (7), 63–75. Available at: <https://www.mruni.eu/upload/iblock/451/Varshavsky.pdf>
- Venkatasubramanian V. (2017). *How much inequality is fair? Mathematical principles of a moral, optimal, and stable capitalist society*. Columbia: Columbia University Press.
- Welfare state (n/d). Encyclopædia Britannica. Available at: <https://www.britannica.com>

Using harmonic proportions to justify fair level of the income distribution

© 2021 A.E. Varshavsky

A.E. Varshavsky

*Central Economics and Mathematics Institute, Russian Academy of Sciences (CEMI RAS), Moscow, Russia;
e-mail: varshavae@yandex.ru*

Received 12.01.2021

Abstract. The harmonic proportions are used in the article to justify the fair level of income distribution for the equal groups of the population. Three harmonic proportions are considered: first of all, the “golden ratio”, as well as the “silver ratio” and the “plastic ratio”. The paper describes the possibilities of the new model of income distribution described by a finite functional sequence that was proposed in the earlier author's articles. This model makes it possible to estimate quantitatively the income shares of quintile and decile of different levels of inequality using a new indicator of inequality that is correlated with Gini coefficient and estimated using statistical data or the quintile and decile dispersion ratios. These estimates are compared with the data of international ratings and confirm the desirability of choosing a level of inequality characterized by the inequality indicator in the range of approximately 1.25–1.33 (Gini coefficient about 26–33), which is typical for social market economies. The income ratios of individual population groups found for this range of inequality levels can be used as a standard in the development and implementation of state policy aimed at achieving some harmonious inequality level.

Keywords: inequality, income, fair, harmonious proportions, model, distribution, indicator of inequality, golden ratio.

JEL Classification: D63, D31, D30, C51.

DOI: 10.31857/S042473880016407-6

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ

Метод оценки результатов функционирования иерархических социально-экономических систем на основе агрегированной производственной функции

© 2021 г. Р.А. Жуков

Р.А. Жуков,

Финансовый университет при Правительстве РФ (Тульский филиал), Тула; e-mail: pluszh@mail.ru

Поступила в редакцию 22.12.2020

Аннотация. В статье представлен метод, развивающий методологию оценки функционирования иерархических социально-экономических систем. Методология включает формализованное описание объекта исследования и конструирование частных и интегральных показателей результативности. Показатели результативности вычисляются с использованием производственных функций. В основе метода лежит алгоритм построения агрегированной производственной функции, с ее помощью вычисляется нормативное (ожидаемое) значение результата функционирования объекта исследования. На примере регионов ЦФО по данным за 2007–2016 гг. проведены тестирование и сравнительный анализ четырех алгоритмов оценки параметров агрегированной производственной функции при построении интегрального показателя. В качестве результативных признаков выбраны объемы валового регионального продукта для разделов по ОКВЭД (С, D и E). Научная новизна исследования заключается в следующем. Предложены и апробированы три алгоритма построения плотности распределения агрегированной случайной величины, являющейся комбинацией остатков из эконометрических уравнений, которые описывают частные результаты функционирования элементов иерархической социально-экономической системы. Плотность распределения используется для поиска параметров агрегированной производственной функции. Для двумерного случая получено аналитическое выражение соответствующей плотности распределения вероятностей. Обоснован вывод о возможности применения метода для оценки результатов функционирования иерархических социально-экономических систем.

Ключевые слова: социально-экономическая система, иерархия, классификация, интегральный индикатор, производственная функция, оценка, плотность вероятности.

Классификация JEL: C10, C43, P25, R11, R15.

DOI: 10.31857/S042473880016428-9

1. ВВЕДЕНИЕ

Оценка состояния регионов, особенностей их функционирования, устойчивости к воздействию внешних негативных факторов требует развития действующих подходов, построения уточненных или создания новых моделей. Регион можно рассматривать как иерархическую социально-экономическую систему (ИСЭС). Изучение функционирования ИСЭС и ее элементов может быть осуществлено через призму их признаков описаний. Выбор описаний зависит от принятой системы взглядов субъекта исследования, а также от экспертных заключений относительно объекта и предмета исследования (Айвазян, 2012).

Индикатор оценки, который является количественным отражением цели, должен учитывать соответствие полученного результата и норматива, например показатель технической эффективности (Айвазян, Афанасьев, 2014). В рамках исследования представлено развитие авторской методологии оценки результатов функционирования сложных систем (Жуков, 20196), базирующейся на построении агрегированной производственной функции для подсистем ИСЭС.

Цель исследования — разработка метода оценки результатов функционирования ИСЭС и параметров агрегированной производственной функции, которая используется при вычислении соответствующих индикаторов оценки. Основными задачами исследования являются:

1) построение алгоритмов оценки параметров производственных функций (ПФ) и агрегированной производственной функции (АПФ) с применением плотности распределения вероятностей;

2) тестирование метода и вычисление интегральных показателей результатов функционирования подсистем ИСЭС на примере областей Центрального федерального округа (ЦФО) с использованием ПФ и АПФ.

2. ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

Теория и методология построения иерархических структур базируется на работах (Месарович, Мако, Такахара, 1973; Саати, 1993), а описание иерархии может быть осуществлено, например, с системных позиций (Клейнер, 2015).

Многообразие подходов к изучению систем определяет множественность их классификаций (например, классификация по разделам ОКВЭД, секторальная классификация (Колесников, Толстогузов, 2016), пространственно-временная классификация (Клейнер, 2016)).

Выбор признаков и индикаторов оценки для изучения ИСЭС, в том числе на региональном уровне, в большинстве случаев определяется самим автором либо в соответствии с принятыми и признанными индикаторами оценки объекта исследования (Айвазян, Афанасьев, Кудров, 2016). При этом используют абсолютные и относительные характеристики, темпы роста и т.п.

Для интегральной оценки функционирования ИСЭС применяют:

- 1) методы усреднения частных индикаторов;
- 2) метод анализа среды функционирования (Кривоножко, Лычев, 2010);
- 3) компонентный анализ (Макаров и др., 2014; Айвазян, Афанасьев, Кудров, 2018; и др.).

Для оценки результатов функционирования ИСЭС используют модели различной функциональной формы (Sayagia, Saria, Hammoudehb, 2018; Макаров и др., 2016; Афанасьев, Воронцов, 2018; Афанасьев, Пономарева, 2020), а для оценки параметров модели — ряд методов, среди которых обычный (OLS) и обобщенный методы наименьших квадратов (GLS), а также метод максимального правдоподобия (MLE), последний из которых, в рамках исследования, представляет особый интерес.

3. МЕТОДОЛОГИЯ И ДАННЫЕ

В качестве исходной методологии применяется авторская методология оценки результатов функционирования иерархических социально-экономических систем, включающая в себя формализованное описание ИСЭС и конструирование частных и интегральных показателей результативности, эффективности и гармоничности (Жуков, 2019а). Некоторые ее приложения отражены в ряде работ, например (Жуков, 2020б; Zhukov et al., 2019).

В рамках исследования будем рассматривать только один уровень ИСЭС — региональный. Под элементом региона k будем понимать совокупность экономических единиц — институциональных единиц—резидентов региона (в терминологии СНС), деятельность которых соответствует одному из разделов ОКВЭД.

Под подсистемой будем понимать совокупность элементов, сгруппированных в соответствии с возможными классификациями:

- пространственно-временная (объект, среда, процесс, проект);
- секторальная (сырьевой сектор, сектор обрабатывающих производств и т.д.);
- местоположения (согласно административно-территориальному делению) и т.д.

Примером пространственно-временной классификации может служить совокупность элементов, которые формируют результаты экономической деятельности по разделам С, D и E и входят в состав объектной региональной подсистемы (Клейнер, Рыбачук, 2019, с. 313).

Пусть каждая подсистема k ИСЭС имеет набор признаков 3 типов:

1) *результативный признак* $y_{i,k}(t)$ — фактический результат функционирования подсистемы в период времени t , $t=1,...,T$, T — число периодов, $i=1,...,I$, I — число результативных признаков,

совпадающее с числом элементов, входящих в состав подсистемы. В качестве результативных признаков выбраны объемы валового регионального продукта (ВРП) для разделов по ОКВЭД (С, D и E);

2) *факторный признак* $x_{i,j,k}(t)$ — условия функционирования подсистемы, $j=1, \dots, J$; J — число факторов. Условия функционирования являются существенными факторами производства, обеспечивающими деятельность подсистемы (например, основные фонды и численность занятых);

3) *нормативный признак* $\hat{y}_{i,k}(t)$ — нормативный (эталонный, ожидаемый) результат функционирования подсистемы. Существует неслучайная функция f , которая для каждой подсистемы k каждому набору значений $x_{i,j,k}(t)$ ставит в соответствие $\hat{y}_{i,k}(t)$:

$$\hat{y}_{i,k}(t) = f(x_{i,1,k}(t), \dots, x_{i,j,k}(t), \dots, x_{i,J,k}(t)). \quad (1)$$

Примером может служить степенная мультипликативная двухфакторная функция, связывающая объем ВРП со стоимостью основных фондов и среднегодовой численностью занятых для соответствующего раздела ОКВЭД.

Если рассматривать значения признаков как возможные значения случайных величин y_i , $x_{i,j}$, то связь между результативными и нормативными признаками можно представить в виде эконометрического уравнения

$$y_i = \hat{y}_i + \varepsilon_i, \quad (2)$$

где ε_i — стохастические случайные составляющие, которые в первом приближении будем считать нормальными случайными величинами.

Для оценки результата функционирования в качестве частного показателя результативности будем использовать индикатор ξ_i , значения которого для подсистемы k в период t определяются по формуле

$$\xi_{i,k}(t) = y_{i,k}^0(t) / \hat{y}_{i,k}^0(t), \quad (3)$$

$$y_{i,k}^0(t) = \frac{y_{i,k}^*(t) - \min\{y_{i,k}^*(t), \hat{y}_{i,k}^*(t)\}}{\max\{y_{i,k}^*(t), \hat{y}_{i,k}^*(t)\} - \min\{y_{i,k}^*(t), \hat{y}_{i,k}^*(t)\}}, \quad (4)$$

$$\hat{y}_{i,k}^0(t) = \frac{\hat{y}_{i,k}^*(t) - \min\{y_{i,k}^*(t), \hat{y}_{i,k}^*(t)\}}{\max\{y_{i,k}^*(t), \hat{y}_{i,k}^*(t)\} - \min\{y_{i,k}^*(t), \hat{y}_{i,k}^*(t)\}}. \quad (5)$$

$$y_{k,i}^*(t) = (y_{k,i}(t) - M(y_i(t))) / \sigma(y_i(t)), \quad (6)$$

$$\hat{y}_{k,i}^*(t) = (\hat{y}_{k,i}(t) - M(\hat{y}_i(t))) / \sigma(\hat{y}_i(t)), \quad (7)$$

где «*» обозначает, что величины приведены к стандартизованному виду, «0» — что значения приведены к шкале от 0 до 1; $M(y_i(t))$, $M(\hat{y}_i(t))$, $\sigma(y_i(t))$, $\sigma(\hat{y}_i(t))$ — соответствующие средние значения и стандартные отклонения.

Отметим, что формулы (4)–(5) основаны на унифицированном преобразовании (Айвазян, 2012, с. 84). Однако у нас используются стандартизованные переменные, а минимальное и максимальное значения переменных определяются из набора, образованного и фактическими, и нормативными значениями стандартизованных переменных.

Для совокупности из I элементов, $i=1, \dots, I$, относящихся к одной подсистеме, определим интегральный (обобщенный) показатель результативности ξ , который учитывает взаимное влияние совокупности элементов и значения которого могут быть вычислены по формуле

$$\xi_k(t) = \frac{y_k^0(t)}{\hat{y}_k^0(t)} = \sqrt{\sum_{i_1=1}^I \sum_{i_2=1}^I r_{i_1, i_2} y_{i_1, k}^0(t) y_{i_2, k}^0(t)} / \sqrt{\sum_{i_1=1}^I \sum_{i_2=1}^I \hat{r}_{i_1, i_2} \hat{y}_{i_1, k}^0(t) \hat{y}_{i_2, k}^0(t)}, \quad (8)$$

где r_{i_1, i_2} , $\hat{r}_{i_1, i_2}$ — соответствующие значения парного коэффициента корреляции Пирсона между переменными $y_{i_1}^0$, $\hat{y}_{i_1}^0$ и $y_{i_2}^0$, $\hat{y}_{i_2}^0$ ($i_1, i_2 = 1, \dots, I$), $y_k^0(t)$, $\hat{y}_k^0(t)$ — обобщенные фактические и нормативные значения результата функционирования подсистемы ИСЭС. Примером может служить оценка результатов функционирования совокупности хозяйствующих субъектов в Тульской области ЦФО по видам деятельности С, D и E в целом.

Если значения индикаторов ξ_i или/и ξ больше или равны единице, можно считать, что результаты функционирования элемента (подсистемы) будут удовлетворительными.

Значение, стоящее в знаменателе выражения (3), вычисляется с использованием формулы (2), имеющей смысл производственной функции. Тогда стоящее в знаменателе значение выражения (8) является значением, полученным из преобразованной комбинации ПФ, которую будем называть агрегированной ПФ (АПФ). Для того чтобы вычислить значения интегрального показателя результативности, необходимо оценить параметры АПФ.

Задача поиска параметров АПФ ставится следующим образом (Жуков, 2020а).

Пусть имеется совокупность случайных величин y_i , характеризующих частные результаты функционирования подсистемы k в периоды времени t . Будем рассматривать объединенную по k и t выборку. Перепишем формулу (2) в виде

$$y_i = f_i(C_{i,j}, x_{i,j}) + \varepsilon_i, \quad (9)$$

где i — индекс случайной величины ($i = 1, \dots, m \in \mathbb{N}$), m — число результативных признаков, $C_{i,j}$ — параметры функций $f_i(\cdot) = \hat{y}_i$, ε_i — стохастические случайные составляющие. В рамках исследования будем считать, что ε_i — нормально распределенные случайные величины (с.в.), $N(0; \sigma_{\varepsilon_i}^2)$, а дисперсия $\sigma_{\varepsilon_i}^2$ предполагается неизвестной.

Тогда плотность распределения вероятностей ε^* , являющейся комбинацией ε_i^* , можно получить, воспользовавшись операцией свертки

$$f_p(\varepsilon^*) = \frac{1}{(2\pi)^{m/2} \sqrt{\Delta}} \frac{d}{dy^*} \int \dots \int_D \exp \left[-\frac{1}{2\Delta} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m A_{i,j} \varepsilon_i^* \varepsilon_j^* \right] dD, \quad (10)$$

где Δ и $A_{i,j}$ — определитель и алгебраические дополнения корреляционной матрицы $\|r_{ij}\|$, элементами которой служат парные коэффициенты корреляции;

$$\varepsilon_i^* = (y_i^* - \hat{y}_i^*)^2 / (2\sigma_{y_i^*}^2); \quad (11)$$

D зависит от комбинации ε_i^* и, соответственно, y^* (комбинация y_i^*); $\sigma_{y_i^*}^2$ — дисперсия y_i^* .

Поскольку каждый из частных результатов функционирования подсистемы $y_{i,k}(t)$ представляется в абсолютных значениях, то для исключения влияния размерности (единиц измерения) целесообразно применять стандартизованные величины.

Оценку параметров АПФ можно осуществить двумя способами. Первый — предполагает поиск коэффициентов $\hat{y}_i$ по отдельности с помощью, например, OLS. Второй заключается в использовании MLE, где максимизируемая логарифмическая функция правдоподобия $\ln L(y^* | C_{i,j}^*, x_{i,j}^*(t), \sigma_{y^*})$ составляется на основе (10):

$$\ln L(y^* | C_{i,j}^*, x_{i,j}^*(t), \sigma_{y^*}) = \sum_{k=1}^K \sum_{t=1}^T f(y^* | C_{i,j}^*, x_{i,j}^*(t), \sigma_{y^*}) \rightarrow \max. \quad (12)$$

Максимум (12) ищется по набору $C_{i,j}^*$ (параметры стандартизованной ПФ i) и σ_{y^*} .

В общем случае уравнение может иметь несколько решений, которые определяются выбором начальной точки, т.е. первоначальных значений $C_{i,j}^*$. При этом в силу специфики плотности вероятности с.в. ε^* (математическое ожидание и наиболее вероятное значение не совпадают) можно ввести критерий, ограничивающий изменение $C_{i,j}^*$. В качестве первоначальных значений целесообразно выбрать $C_{i,j}^*$ из решений, полученных при поиске параметров моделей $f_i(C_{i,j}^*, x_{i,j}^*(t))$. Ограничением может выступать условие

$$\sum_{k=1}^K \sum_{t=1}^T (\varepsilon_k^*(t))^2 \leq \sum_{k=1}^K \sum_{t=1}^T (\varepsilon_k^*(t))_{[part]}^2, \quad (13)$$

где $\varepsilon_k^*(t)$ — значения случайной величины ε^* (остатки), вычисленные с помощью $C_{i,j}^*$, найденных по (12); $[part]$ — остатки, вычисленные с использованием $C_{i,j}^*_{[part]}$, определенных по (9).

Тогда алгоритм поиска параметров моделей функционирования ИСЭС будет состоять из этапов:

1) определение параметров моделей $C_{i,j}^*_{[part]}$ для вычисления каждого из частных показателей результативности отдельно;

2) вычисление суммы квадратов остатков для интегрального показателя результативности $\sum_{k=1}^K \sum_{t=1}^T (\varepsilon_{k[part]}^*(t))^2$ с использованием $C_{i,j}^*_{[part]}$;

3) формирование логарифмической функции правдоподобия (12) для с.в. ε^* , имеющей плотность вероятности $f_p(\varepsilon^*)$ (10);

4) установка первоначальных значений параметров моделей $C_{i,j|part}^*$;

5) нахождение параметров модели $C_{i,j}^*$ из решения задачи поиска максимума $\ln L(y^* | C_{i,j}^*, x_{i,j}^*(t), \sigma_{y^*})$ при наличии ограничения (13).

Представленный алгоритм может применяться для уточнения параметров моделей, используемых при формировании частных и интегрального показателей результативности, определяемых по (3) и (8) соответственно.

В качестве ПФ для формирования нормативов и тестирования подхода к оценке параметров АПФ были выбраны модели степенного мультипликативного вида, аналогичные функциональной форме модели Кобба–Дугласа, поскольку они хорошо себя зарекомендовали при изучении процессов на мезоуровне, к которому и относятся регионы:

$$\hat{y}_i = C_{i,0} x_{i,1}^{C_{i,1}} x_{i,2}^{C_{i,2}}, \quad (14)$$

где $\hat{y}_i$ — объем ВРП по виду i экономической деятельности; $x_{i,1}$ — стоимость основных фондов по полной учетной стоимости на конец года по виду i экономической деятельности (млн руб.); $x_{i,2}$ — среднегодовая численность занятых по виду i экономической деятельности (тыс. человек). Причем все значения признаков рассмотрены для каждой из 17 областей Центрального федерального округа (ЦФО) в период времени t . Стоимостные показатели были скорректированы на уровень инфляции¹ и приведены к 2007 г.:

$$(\cdot)_t = (\cdot) / \prod_{i=1}^t (1 + \pi_i / 100)^i, \quad (15)$$

где $(\cdot)_t$ — значение скорректированного показателя $(\cdot)$ в период t ; π_i — уровень инфляции в периоде i , %; $i = 1$ соответствует 2008 г. Стоимость основных фондов была дополнительно скорректирована на паритет покупательной способности² (российских рублей к 1 долл США):

$$(\cdot)_t = (\cdot) \prod_{i=1}^t (1 + PPP_i / 100) / PPP_t, \quad (16)$$

где $(\cdot)_t$ — значение скорректированного показателя $(\cdot)$ в период t ; PPP_i — паритет покупательной способности (рубли к долларам США) в периоде i , %; $i = 1$ соответствует 2007 г.

Информационной базой исследования явились данные Росстата для регионов ЦФО за 2007–2016 гг.^{3,4} (170 наблюдений) по видам экономической деятельности (разделы ОКВЭД): «С. Добыча полезных ископаемых», «Д. Обрабатывающие производства», «Е. Производство и распределение электроэнергии, газа и воды»).

4. РЕЗУЛЬТАТЫ

4.1. Плотность распределения агрегированной случайной величины.

Случаи для 2, 3 и m - переменных

Для оценки параметров АПФ построим агрегированную случайную величину и соответствующую ей плотность распределения вероятностей.

Пусть имеются K подсистем, $k = 1, \dots, K$ и набор из двух признаков (y_1^* и y_2^*), представляющих стандартизованные с.в., значения которых характеризуют частные результаты функционирования подсистемы k . Будем считать, что они подчиняются нормальному закону распределения $N(0; 1)$. К такому выводу можно прийти, воспользовавшись формулой монотонного преобразования ε_i^* из (9).

¹ Инфляция по данным Росстата (<https://rosinfostat.ru/inflyatsiya/>).

² Паритет покупательной способности по данным Росстата (<https://www.fedstat.ru/indicator/40707>).

³ Регионы России. Социально-экономические показатели: Статистический сборник. Росстат (<https://rosstat.gov.ru/folder/210/document/13204>).

⁴ Труд и занятость в России: Статистический сборник. Росстат (http://old.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/doc_1139916801766).

Тогда обобщенный результат функционирования таких подсистем может быть определен с.в. $y^{*+} \geq 0$ по формуле:

$$y^{*+} = +\sqrt{(y_1^*)^2 + 2ry_1^*y_2^* + (y_2^*)^2}, \quad (17)$$

где y_1^* и y_2^* имеют совместную плотность вероятности

$$f_p(y_1^*, y_2^*) = \frac{1}{2\pi\sqrt{1-r^2}} \exp\left[-\frac{1}{2(1-r^2)}((y_1^*)^2 - 2ry_1^*y_2^* + (y_2^*)^2)\right], \quad (18)$$

r — парный коэффициент корреляции. Тогда плотность вероятности $y^{*+} \geq 0$ будет выражаться формулой

$$f_p(y^{*+}) = \frac{y^{*+}}{1-r^2} \exp\left[-\frac{1+r^2}{2(1-r^2)^2}(y^{*+})^2\right] I_0\left(\frac{r}{(1-r^2)^2}(y^{*+})^2\right), \quad (19)$$

где $I_0(\cdot)$ — модифицированная функция Бесселя первого рода нулевого порядка.

Замечание. В случае рассмотрения с.в. $y^* \in (-\infty; \infty)$ плотность вероятности (в формуле (19) вместо y^{*+} будет стоять $|y^*|$) является симметричной относительно оси ординат и имеет нулевое математическое ожидание и дисперсию $(1+r^2)$, а вид ее левой и правой частей совпадает с видом плотности вероятности $f_p(y^{*+})$ (рис. 1а). На рисунке видно, что при увеличении значения коэффициента корреляции абсцисса вершины кривой (наиболее вероятное значение) смещается к 0.

Непосредственное интегрирование соотношения (19) от 0 до $+\infty$ показывает, что значение интеграла равно 1 и, следовательно, удовлетворяется одно из условий для функции распределения $F(y^{*+})$ y^* (рис. 1б), которая равна 0 при $y^{*+} = 0$ и является монотонно возрастающей.

Для трех с.в. плотность вероятности и соответствующую ее функцию можно построить с помощью численного интегрирования выражения (10) (рис. 1в).

В m -мерном случае при построении плотности вероятности вида (10) следует воспользоваться следующим алгоритмом.

1. Привести область интегрирования к каноническому виду с помощью метода Лагранжа и сделать замену переменных.
2. Перейти к m -мерным сферическим координатам.
3. Взять производную по y^* .
4. Численно проинтегрировать полученное выражение по угловым переменным. Переход к сферическим координатам обусловлен исключением необходимости дополнительного исследования поведения функции в особых точках, при которых знаменатель в выражении (10) обращается в 0.

4.2. Оценка параметров АПФ с двумя переменными

Для оценки параметров моделей были использованы авторская экспертная система «ЭФРА»⁵ и MathLab2018b. На первом этапе в результате применения МНК были получены выражения:

$$\hat{y}_1 = 40790 \times x_{1,1}^{0,662} \times x_{1,2}^{0,392} \quad (R^2 = 0,892, \quad v = 167); \quad (20)$$

(0,0000) (0,0000) (0,0005)

$$\hat{y}_2 = 20156 \times x_{2,1}^{0,765} \times x_{2,2}^{0,261} \quad (R^2 = 0,928, \quad v = 167); \quad (21)$$

(0,0000) (0,0000) (0,0001)

$$\hat{y}_3 = 19996 \times x_{3,1}^{0,492} \times x_{3,2}^{0,744} \quad (R^2 = 0,941, \quad v = 167). \quad (22)$$

(0,0000) (0,0000) (0,0000)

Здесь $\hat{y}_1, \hat{y}_2, \hat{y}_3$ — объем ВРП по видам экономической деятельности, разделы С (В), D (С) и E (D, E) соответственно (в скобках обозначение по ОКВЭД 2); $x_{1,1}, x_{2,1}, x_{3,1}$ и $x_{1,2}, x_{2,2}, x_{3,2}$ — стоимость основных фондов и среднегодовая численность занятых по соответствующим ОКВЭД; R^2 — коэффициент детерминации, v — число степеней свободы; (*) — достигнутый уровень значимости (p-value) при проверке гипотезы $H_0: C_{i,j} = 0$.

Тестирование остатков на уровне значимости 5% показало следующие результаты. Проверка на равенство 0 математического ожидания ряда остатков (данные рассматривались как обычная

⁵ Жуков Р.А. «Программный комплекс для оценки функционирования сложных систем и принятия решений “ЭФРА” (“EFRA”)». Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ RU2020614151, 26.03.2020. Заявка № 2020613181 от 16.03.2020.

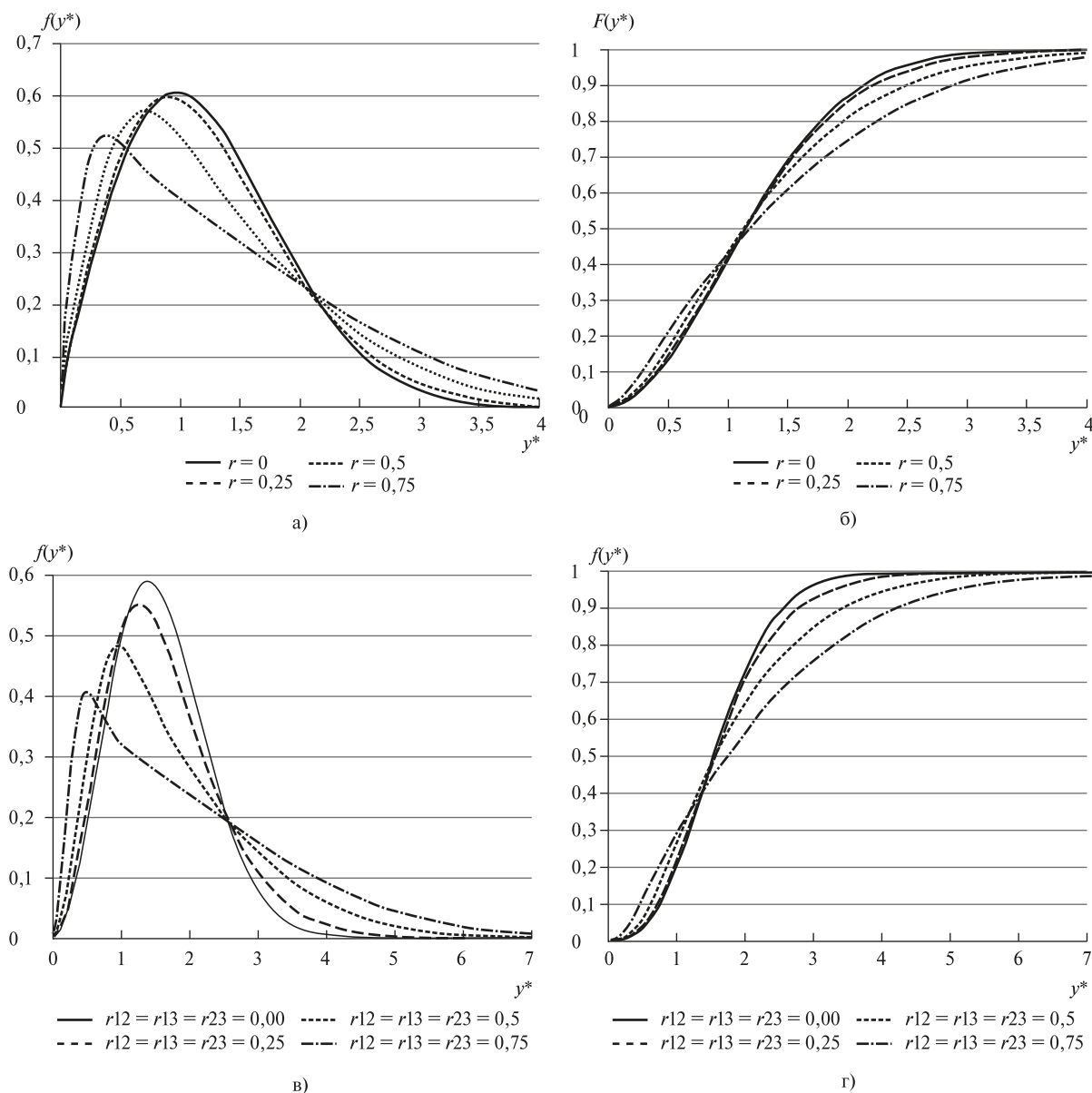


Рис. 1. Плотность вероятности $f_p(y^*) = f_p(y^{*+})$ для двух (а) и трех (в) переменных и функция распределения вероятностей $F(y^*) = F(y^{*+})$ для двух (б) и трех (г) переменных для некоторых значений $r, r_{12}, r_{13}, r_{23}$

статистическая выборка) по критерию Стьюдента подтвердила, что гипотезу можно принять, а тест на случайность, основанный на поворотных точках, — что остатки случайны. Тест на автокорреляцию по критерию Дарбина–Уотсона (DW-критерий) ($DW_C = 1,9191$; $DW_D = 1,6083$; $DW_E = 1,9991$ при критических значениях границ $DW_L = 1,63$, $DW_U = 1,73$) выявил отсутствие автокорреляции для разделов С и Е (D — попал в область неопределенности). Проверка на гомоскедастичность по критерию Спирмена не обнаружила гетероскедастичности в остатках. R/S-критерий ($R/S_C = 5,1507$; $R/S_D = 5,9135$; $R/S_E = 5,4564$ — критические значения для $n = 100$ $R/S_L = 4,31$ и $R/S_U = 5,90$ соответственно, при увеличении n вилка увеличивается) подтвердил, что остатки обладают свойством гомоскедастичности.

Замечание. При подстановке фактических и нормативных значений в абсолютных единицах измерения в формулы (4) и (5) для каждого года по отдельности можно наблюдать, что такое распределение не является нормальным (например, для раздела «С. Добыча полезных ископаемых»). Однако в рамках исследования выборка бралась не как выборка по панельным данным, а как статистическая выборка для всех периодов одновременно. К тому же рассматривались с.в. вида $y - \hat{y}$,

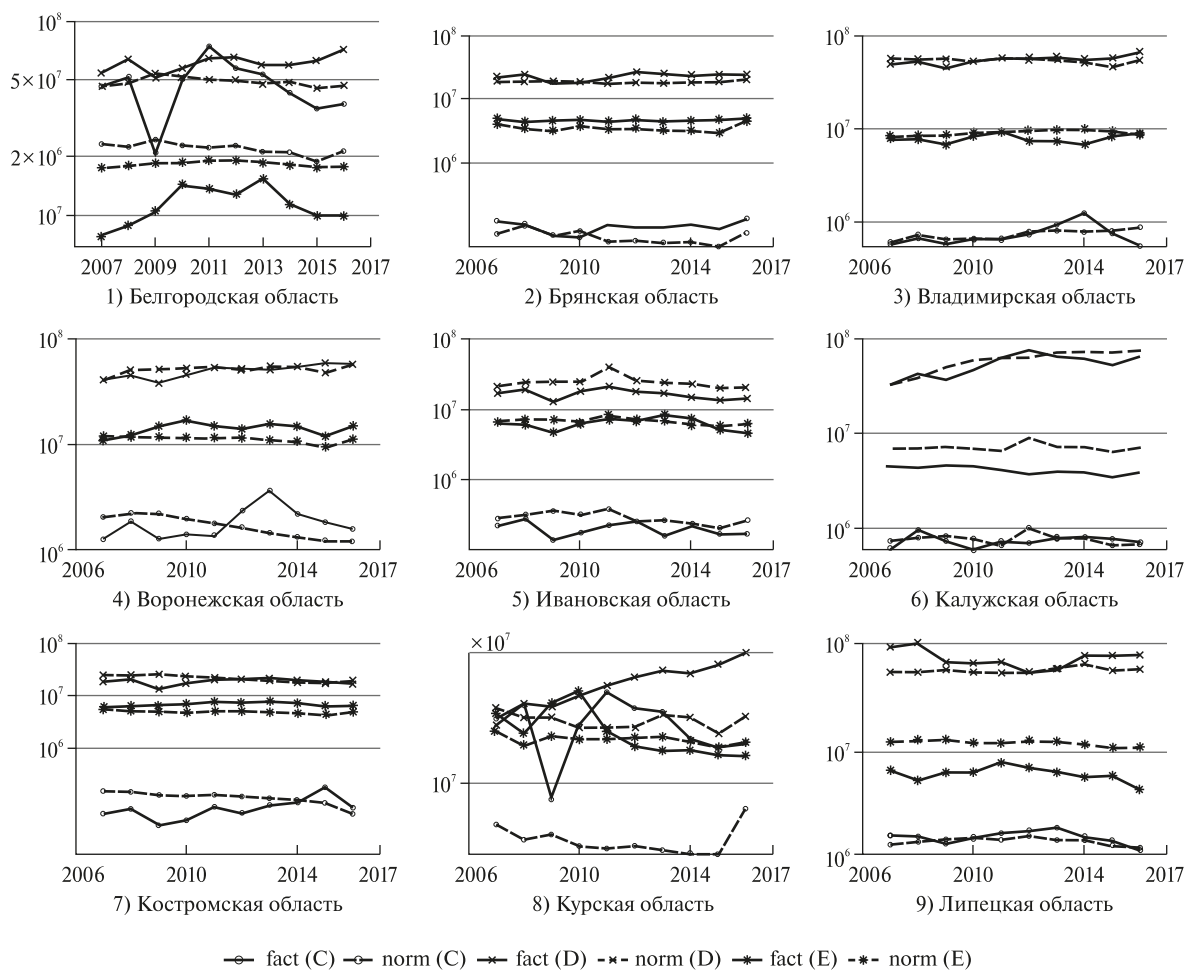


Рис. 2. Фактические (fact) и нормативные (norm) значения объема ВРП по видам экономической деятельности С, D и E для областей ЦФО (Белгородская — Липецкая области)

где $\hat{y}$ имеет смысл математического ожидания, которое рассчитывается по регрессионной модели для каждой из реализации случайной величины отдельно. Если считать, что изучаемые признаки ненормальны, то в соответствии с центральной предельной теоремой их сумма также будет стремиться к нормальному распределению. Фактические и нормативные значения ВРП для разделов С, D и E в абсолютных единицах измерения представлены на рис. 2 и 3.

Рассмотрение соответствующих показателей в абсолютных единицах измерения дает лишь информацию об объеме, но не информацию о результативности функционирования ИСЭС с учетом конкретных для областей условий. Еще сложнее сравнить регионы по нескольким результатам одновременно. Частные и интегральные показатели результативности, построенные с использованием ПФ и АПФ, снимают эту проблему.

В соответствии с предложенным алгоритмом для оценки параметров АПФ линейаризованные и стандартизованные выражения (20)–(22) попарно были подставлены в (12), максимум которой был найден с помощью функции `fmincon()` MathLab с использованием алгоритма «interior-point». Плотность вероятности была взята в форме (19).

Вариант 1. Рассматривалась с.в., значения которой, по сути, представляют собой разность числителя и знаменателя (8), только для стандартизованных величин:

$$\varepsilon_k^* = (\sqrt{y_{1,k}^{*2} + 2r y_{1,k}^* y_{2,k}^* + y_{2,k}^{*2}} - \sqrt{\tilde{y}_{1,k}^{*2} + 2\tilde{r} \tilde{y}_{1,k}^* \tilde{y}_{2,k}^* + \tilde{y}_{2,k}^{*2}}) / \sigma_{\varepsilon^*}, \quad (23)$$

где $r, \tilde{r}$ — парные коэффициенты корреляции, y_i^* ($i=1, 2$) — прологарифмированные стандартизованные значения выбранных показателей; «*» — стандартизованные переменные, $k = 1, \dots, 170$,

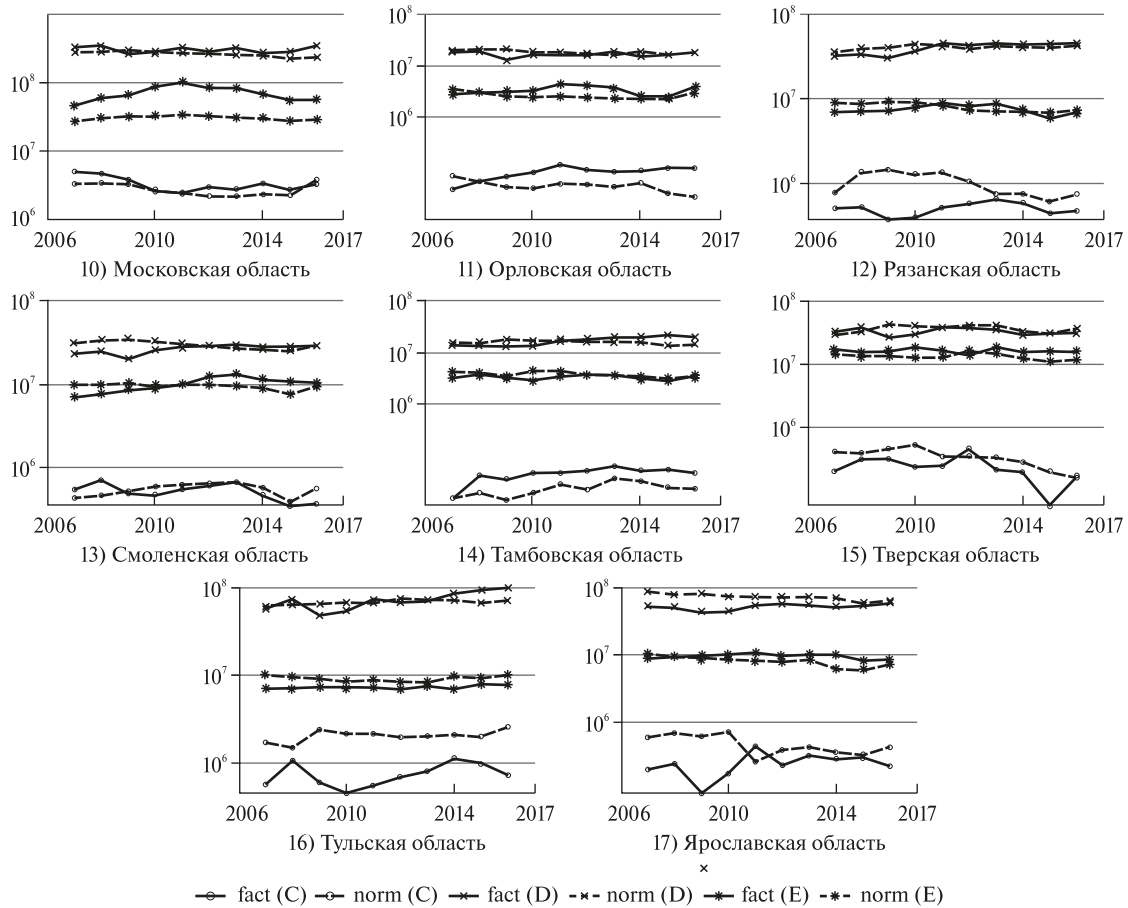


Рис. 3. Фактические (fact) и нормативные (norm) значения объема ВРП по видам экономической деятельности С, D и E для областей ЦФО (Московская — Ярославская области)

$$\tilde{y}_{i,k}^* = \ln(\hat{y}_{i,k})^* = C_{i,1}^* \ln(x_{i,1,k})^* + C_{i,2}^* \ln(x_{i,2,k})^*, \quad (24)$$

$C_{i,1}^*$, $C_{i,2}^*$, σ_{ε}^* — оцениваемые параметры. Точкой старта были выбраны начальные значения соответствующих параметров $C_{i,j}^* = C_{i,j} S_{\ln(x_{i,j})} / S_{\ln(y_i)}$, где $C_{i,j}$ — параметры из (20)–(22), $S_{\ln(x_{i,j})}$, $S_{\ln(y_i)}$ — стандартные отклонения с.в. $\ln(x_{i,j})$ и $\ln(y_i)$ соответственно.

Вариант 2.

$$\varepsilon_k^* = \sqrt{\frac{(y_{1,k}^* - \tilde{y}_{1,k}^*)^2}{\sigma_1^{*2}} + 2r \frac{(y_{1,k}^* - \tilde{y}_{1,k}^*)(y_{2,k}^* - \tilde{y}_{2,k}^*)}{\sigma_1^* \sigma_2^*} + \frac{(y_{2,k}^* - \tilde{y}_{2,k}^*)^2}{\sigma_2^{*2}}}, \quad (25)$$

где σ_i^* — стандартное отклонение с.в. $y_{i,k}^* - \tilde{y}_{i,k}^*$, $i=1, 2$ (σ_i^* вычислялось на каждом шаге численной оптимизации); r — парный коэффициент корреляции между y_1^* и y_2^* ; система ограничений:

$$\begin{aligned} C_{i,j}^* \in [0; 1], \Delta \ln(L_p) = \ln(L_p(\varepsilon_{k[part]}^*)) - \ln(L_p(\varepsilon_k^*)) \leq 0, \\ \Delta_{\varepsilon}^* = \sum_{k=1}^n \left(\sqrt{y_{1,k}^{*2} + 2ry_{1,k}^* y_{2,k}^* + y_{2,k}^{*2}} - \sqrt{\tilde{y}_{1,k}^{*2} + 2r\tilde{y}_{1,k}^* \tilde{y}_{2,k}^* + \tilde{y}_{2,k}^{*2}} \right)^2 - \\ - \sum_{k=1}^n \left(\sqrt{y_{1,k}^{*2} + 2ry_{1,k}^* y_{2,k}^* + y_{2,k}^{*2}} - \sqrt{\tilde{y}_{1,k[part]}^{*2} + 2r\tilde{y}_{1,k[part]}^* \tilde{y}_{2,k[part]}^* + \tilde{y}_{2,k[part]}^{*2}} \right)^2 \leq 0, \\ \ln(L_p(\cdot)) = n \ln \frac{1}{1-r^2} + \sum_{i=1}^n \ln |\cdot| + n \ln \frac{1+r^2}{2(1-r^2)^2} - 2 \sum_{i=1}^n (\cdot) + \sum_{i=1}^n \ln \left[I_0 \left(\frac{r}{(1-r^2)^2} (\cdot)^2 \right) \right], \end{aligned} \quad (26)$$

$(\cdot) - \varepsilon_{k[part]}^*$, ε_k^* определяются соотношением (25) для оцениваемых параметров $C_{i,j}^*$ и их начальных значений $C_{i,j[part]}^*$.

Таблица 1. Результаты вычислений коэффициентов моделей с использованием плотности вероятности АПФ

Параметр / агрегируемая модель	Вариант	$(\ln(\hat{y}_1))^*, (\ln(\hat{y}_2))^* \text{ CD}$	$(\ln(\hat{y}_2))^*, (\ln(\hat{y}_3))^* \text{ ED}$	$(\ln(\hat{y}_1))^*, (\ln(\hat{y}_3))^* \text{ CE}$	Начальные значения $C_{i,j part}^*$
$C_{2,2}^*$	1	0,1287	0,1829		0,1876
	2	0,3205	0,0000		
	3	0,2916	0,0178		
$C_{3,1}^*$	1		0,4885	0,6530	0,4898
	2		0,5233	0,3270	
	3		0,4095	0,5274	
$C_{3,2}^*$	1		0,4853	0,3995	0,4764
	2		0,7064	0,4248	
	3		0,5467	0,3995	
σ_{ε}^*	1	1,4164	1,4754	1,3662	2,0364
	2				1,1295
	3				0,9913
Значение функции правдоподобия (Fval)	1	-329,4166	-343,2056	-346,1969	—
	2	186,8194	161,1163	158,1559	
	3	180,5007	152,6185	151,8495	
$\sum_{k=1}^K (\varepsilon_k^*)^2 - \sum_{k=1}^K (\varepsilon_{k part}^*)^2$	1	$\sim -1 \times 10^{-9}$	$\sim -1 \times 10^{-8}$	$\sim -1 \times 10^{-8}$	0
$\Delta \ln(L_p)$	2	-12,2323 ^б	-14,2484	19,2105	—
	3	-16,4203	-5,8159	-15,0051	
	2	$\sim -1 \times 10^{-8}$	$\sim -1 \times 10^{-7}$	$\sim -1 \times 10^{-7}$	0
Δ_{ε}^*	3	$\sim -1 \times 10^{-8}$	$\sim -1 \times 10^{-7}$	$\sim -1 \times 10^{-7}$	

Таблица 2. Результаты проверки гипотезы H_0 на соответствие законам распределения

Параметры / агрегируемые модели	Вариант	$(\ln(\hat{y}_1))^*, (\ln(\hat{y}_2))^* \text{ CD}$	$(\ln(\hat{y}_2))^*, (\ln(\hat{y}_3))^* \text{ ED}$	$(\ln(\hat{y}_1))^*, (\ln(\hat{y}_3))^* \text{ CE}$
Критерий χ^2 , критическое значение $\chi^2 = 7,8147$				
Нормальный закон	1	6,1622	3,3399	5,6152
	2	30,3625	24,5346	16,1652
	3	11,9413	8,7535	6,7774
$F_p(y^*)$ (формула плотности (18))	1	1797,5685	1851,8008	1596,0498
	2	8,1515	19,0737	13,2098
	3	6,7062	3,4908	4,0832

Примечание. Число интервалов определялось с помощью формулы Стерджесса: $k = 3,322 \lg(n) + 1 = 8$, k — число интервалов, n — число наблюдений; критические значения определялись для уровня значимости $\alpha = 0,05$ и числа степеней свободы $\nu = 3$.

Вариант 3. В качестве значения парного коэффициента корреляции был выбран коэффициент r_{ε}^* , характеризующий взаимосвязь между $(y_1^* - \tilde{y}_1^*) / \sigma_1^*$ и $(y_2^* - \tilde{y}_2^*) / \sigma_2^*$, вычисляемый на каждом шаге численной оптимизации (табл. 1). Результаты проверки гипотез H_0 по критерию χ^2 на соответствие выбранному закону распределения отражены в табл. 2 и на рис. 4.

Различия в коэффициентах $C_{i,j}^*$, вычисленных 4 способами (см. п. 4.3), объясняются особенностями построения с.в., а с экономической точки зрения — изменением характера влияния выделенных существенных факторов на обобщенный результирующий признак, который должен учитывать синергетический эффект от взаимодействия выбранных результатов функционирования ИСЭС. Если в формулу плотности вероятности в форме (18) для $y^* \in (-\infty; \infty)$ непосредственно подставлять с.в. вида (23), оказывается, что полученное распределение ближе к нормальному закону, чем к (19). Объяснение такого эффекта, вероятно, кроется в действии центральной предельной теоремы для одинаково распределенных с.в., имеющих устойчивый закон распределения.

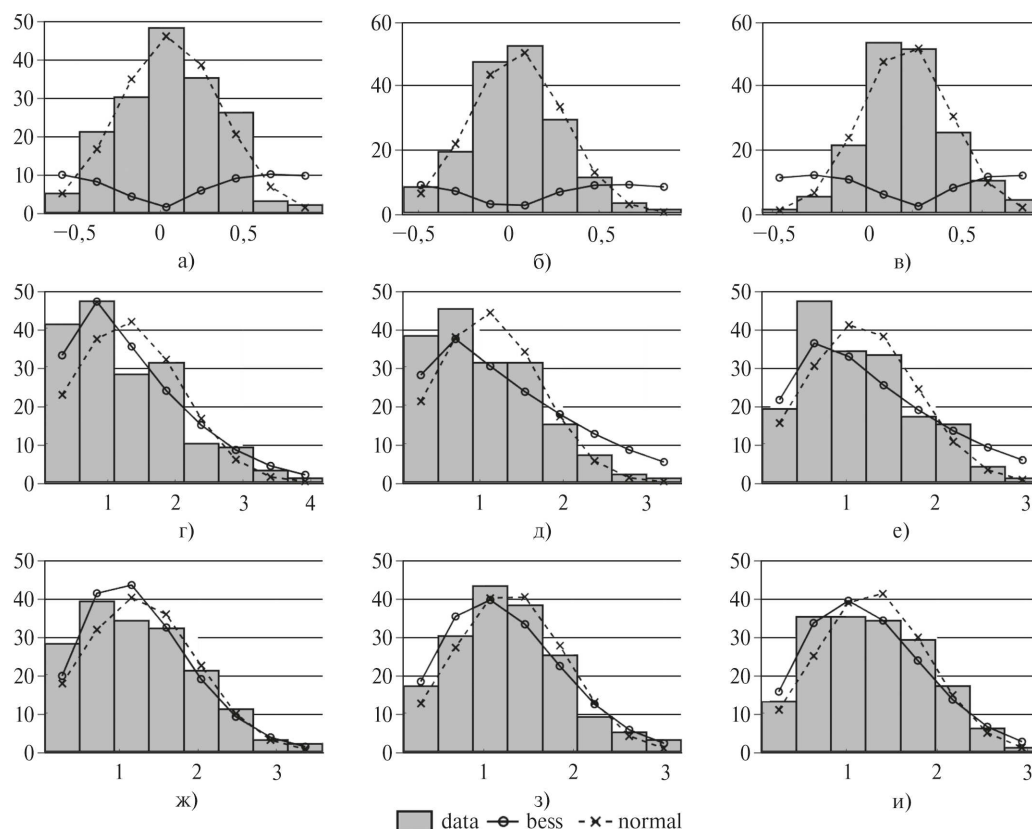


Рис. 4. Гистограммы агрегированной случайной величины ε^* (*data* — частоты с.в. ε^* ; *bess* — теоретические частоты функции распределения ε^* с плотностью (19), *normal* — теоретические частоты нормальной функции распределения ε^* ; а–в — гистограммы для разделов CD, ED и CE с.в. ε^* по (23) (вариант 1); г–е — по (25) (вариант 2), ж–и — результаты расчета частот с.в. ε^* по (25) с учетом r_ε (вариант 3))

Предложенный алгоритм оценки интегрального индикатора и поиска коэффициентов агрегированных моделей через функцию плотности вероятности можно расширить, если снять предположение о нормальности случайных величин, характеризующих частные результаты функционирования ИСЭС.

4.3. Оценка функционирования регионов ЦФО по интегральному показателю результативности

По формуле (8) были получены значения интегрального показателя результативности для регионов ЦФО (без г. Москва) за 2007–2016 гг. для сочетаний разделов CD, DE и CE и четырех вариантов вычисления параметров ПФ:

- 1) отдельно для каждого раздела;
- 2) по (23) (Ag1);
- 3) по (25) (Ag2);
- 4) по (25), коэффициент корреляции вычислялся на каждом шаге численной оптимизации (Ag3).

В качестве иллюстрации на рис. 5–6 представлены изменения значений интегрального показателя результативности для регионов ЦФО за 2007–2016 гг. для разделов CD, вычисленного по ПФ для каждого раздела отдельно (Int) и по АПФ, параметры которой рассчитаны в трех вариантах — (Ag1), (Ag2) и (Ag3). Нормативные значения (*norm*) отображены горизонтальной линией с единичной ординатой.

Графики на рис. 5 и 6 показывают, что формы траекторий значений интегрального показателя схожи (для разделов ED и CE траектории аналогичны). К тому же такое представление результатов функционирования более наглядно, чем в абсолютных единицах. При этом визуальное сравнение значений

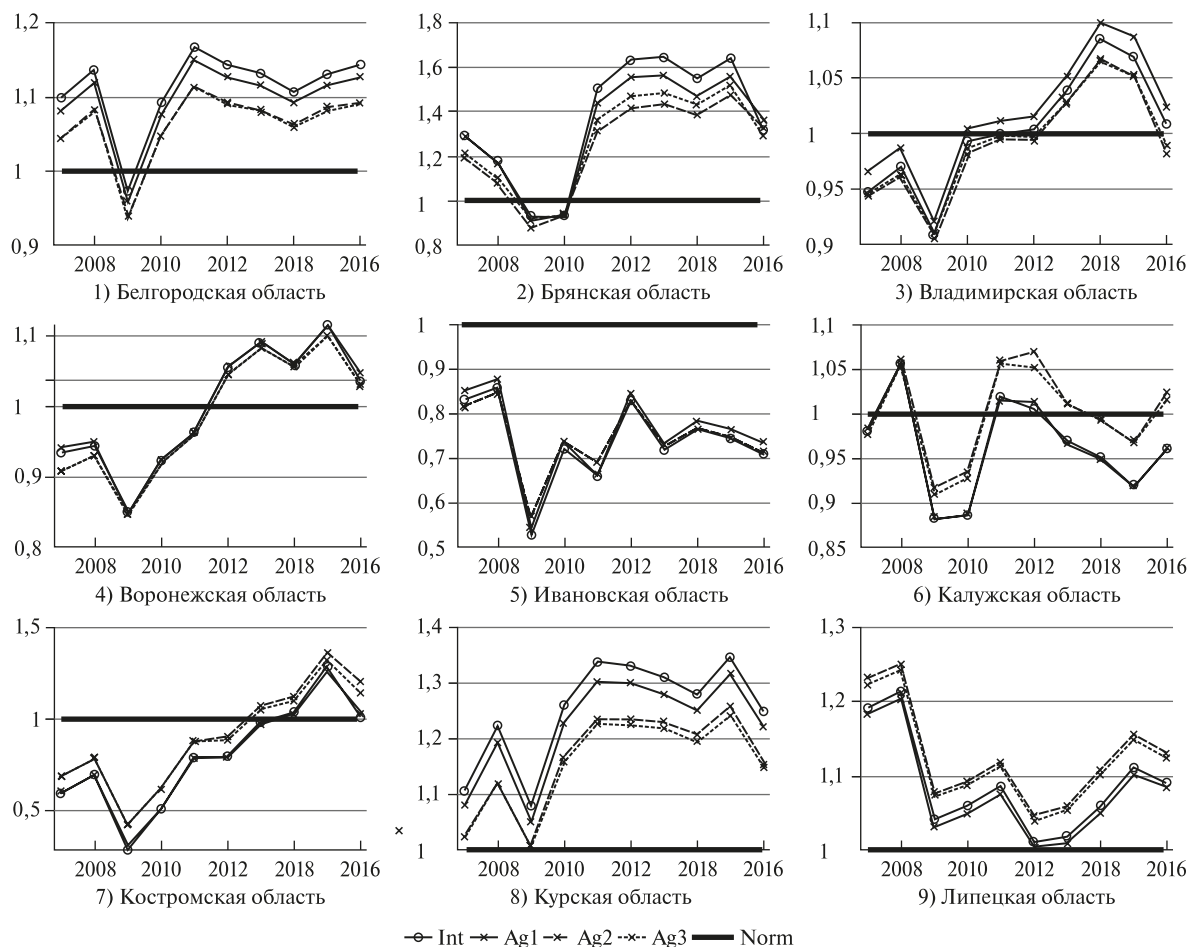


Рис. 5. Изменения значений интегрального показателя результативности для регионов ЦФО за 2007–2016 гг. для разделов С, D (Белгородская — Липецкая области)

с нормативом дает возможность оценить результативность функционирования областей уже с учетом конкретных условий.

На рис. 7 представлены средние относительные ошибки между значениями интегрального показателя Int и значениями интегральных показателей Ag1, Ag2 и Ag3 (обозначены соответственно Int-Ag1, Int-Ag2, Int-Ag3). Ошибки определены как для регионов ЦФО в целом (индекс 0), так и отдельно для каждой области (индексы 1–17) за период 2007–2016 гг.

Различия в значениях интегральных показателей для регионов ЦФО могут быть связаны со следующими причинами. Основные из них — это предположение о нормальности плотности вероятности для результативных признаков всех регионов и алгоритм оценки параметров агрегированной ПФ. Это вносит искажение в результаты оценок, полученных разными способами.

Однако средняя относительная ошибка между оценками варьируется около приемлемого 5%-го уровня. Это означает, что в случае формирования норматива для результатов функционирования регионов такой подход к оценке является приемлемым. Выбор способа оценки параметров агрегированной ПФ может быть обоснован исходя из следующих соображений. Для упрощения вычислений можно определять коэффициенты ПФ отдельно. Для уточнения параметров целесообразно использовать плотность вероятности агрегированной случайной величины. На рис. 5 и 6 видно, что траектории изменения значений интегральных индикаторов для различных вариантов оценки параметров ПФ, за редким исключением, не пересекаются. То есть они формируют верхнюю (наиболее низкое (слабое) требование к значению индикатора) и нижнюю (в противном случае) границу норматива (ожидаемого значения), построенного с использованием АПФ. Следовательно, выбор алгоритма оценки можно связать с приоритетами развития того или иного

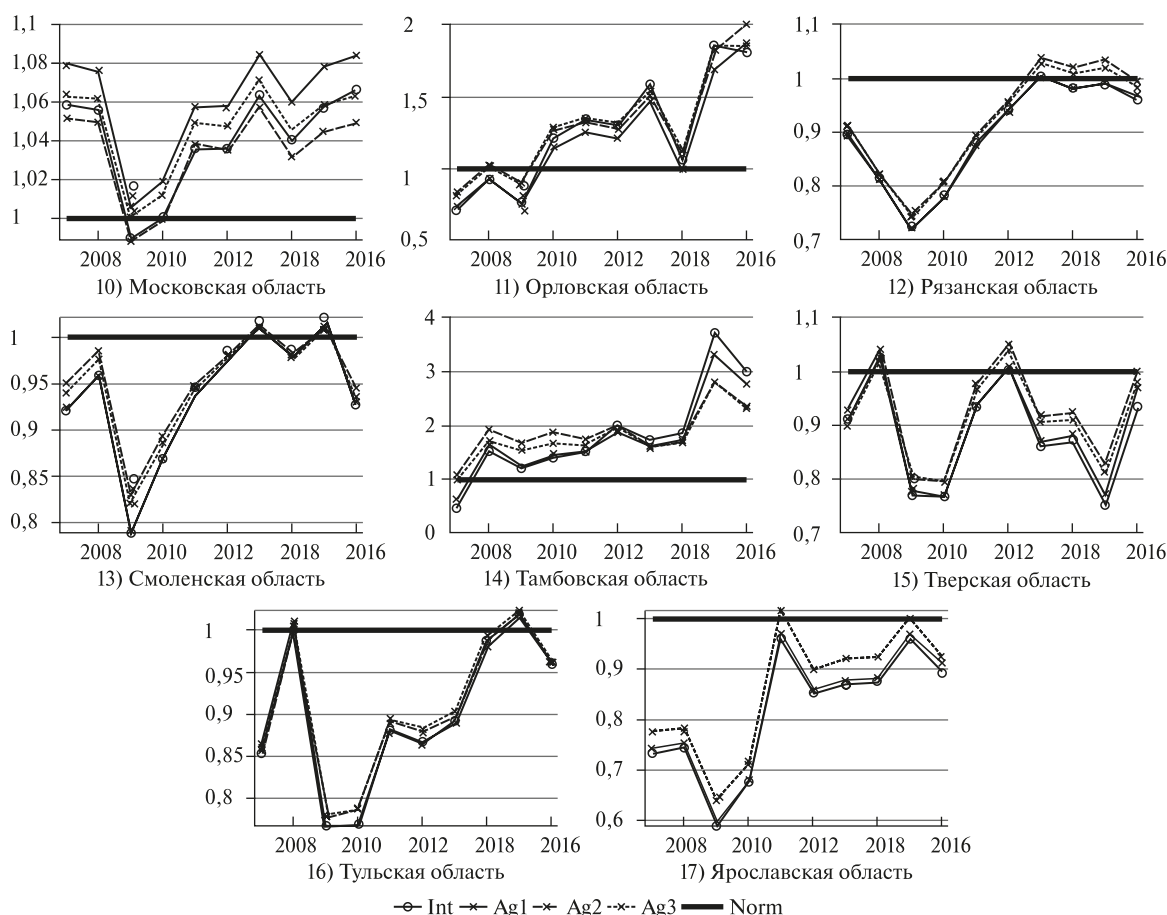


Рис. 6. Изменения значений интегрального показателя результативности для регионов ЦФО за 2007–2016 гг. для разделов С, D (Московская — Ярославская области)

региона. Если, например, развитие обрабатывающих производств и добывающей отрасли является наиболее важным, то норматив необходимо установить более строгим и выбрать такой алгоритм вычисления параметров ПФ, который дает самые низкие, по сравнению с другими алгоритмами, оценки интегрального показателя результатов функционирования ИСЭС и ее подсистем на заданном уровне иерархии.

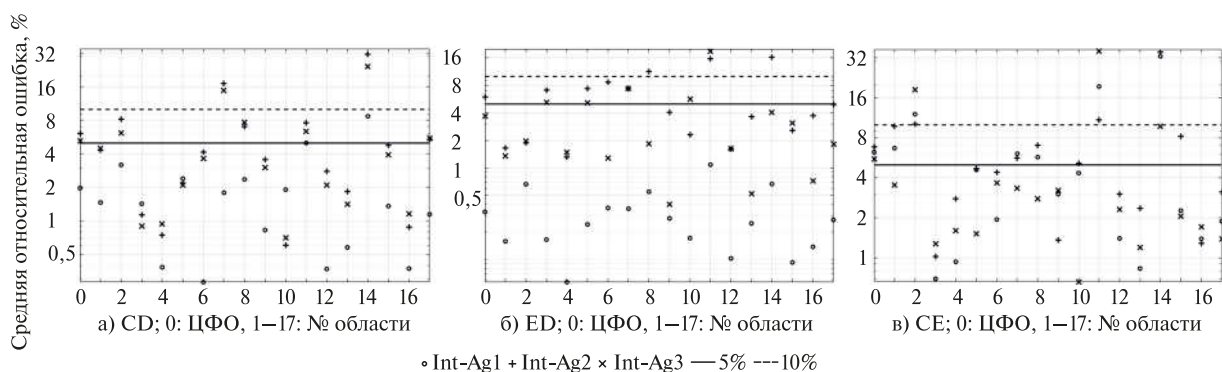


Рис. 7. Средние относительные ошибки между значениями интегрального показателя результативности за период 2007–2016 гг.; 0 — ЦФО в целом, 1 — Белгородская, 2 — Брянская, 3 — Владимирская, 4 — Воронежская, 5 — Ивановская, 6 — Калужская, 7 — Костромская, 8 — Курская, 9 — Липецкая, 10 — Московская, 11 — Орловская, 12 — Рязанская, 13 — Смоленская, 14 — Тамбовская, 15 — Тверская, 16 — Тульская, 17 — Ярославская области

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье предложен новый метод оценки результатов функционирования иерархической социально-экономической системы, ее подсистем и элементов. Для подсистемы оценка проводится с помощью интегрального показателя результативности, который вычисляется с помощью агрегированной производственной функции. Ее параметры могут быть получены двумя способами. Первый предполагает использование коэффициентов, полученных из эконометрических уравнений для каждого результата функционирования ИСЭС по отдельности. Второй способ, составляющий научную новизну исследования, так же как и его апробация, основан на построении плотности распределения вероятностей агрегированной случайной величины, которая потребуется при поиске параметров АПФ. Для двумерного случая получено аналитическое выражение такой плотности распределения.

Тестирование метода по статистическим данным для регионов ЦФО за 2007–2016 гг. показало, что для большинства областей наблюдаются незначительные расхождения в значениях интегрального индикатора, вычисленных на основе представленных способов определения параметров АПФ. Предложен вариант обоснования выбора алгоритма для оценки параметров АПФ.

Метод применим для ИСЭС и их подсистем на различных уровнях иерархии (хозяйствующий субъект, муниципальное образование, регион, округ) и может быть интересен широкому кругу исследователей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ /REFERENCES

- Айвазян С.А. (2012). Анализ качества и образа жизни населения. М.: Наука. [Aivazian S.A. (2012). *Quality of life and living standards analysis*. Moscow: Nauka (in Russian).]
- Айвазян С.А., Афанасьев М.Ю. (2014). Моделирование производственного потенциала на основе концепции стохастической границы. Методология, результаты статистического анализа. М.: Красанд. [Aivazian S.A., Afanasiev M.Yu. (2014). *Production potential modeling based on stochastic frontier concept. Methodology, results of statistical analysis*. Moscow: Krasand (in Russian).]
- Айвазян С.А., Афанасьев М.Ю., Кудров А.В. (2016). Метод кластеризации регионов РФ с учетом отраслевой структуры ВРП // *Прикладная эконометрика*. Т. 1 (41). С. 24–46. [Aivazian S.A., Afanasiev M. Yu., Kudrov A.V. (2016). Clustering methodology of the Russian Federation regions with account of sectoral structure of GRP. *Applied Econometrics*, 1 (41), 24–46 (in Russian).]
- Айвазян С.А., Афанасьев М.Ю., Кудров А.В. (2018). Индикаторы экономического развития в базисе характеристик региональной дифференциации // *Прикладная эконометрика*. Т. 2 (50). С. 4–22. [Aivazian S.A., Afanasiev M. Yu., Kudrov A.V. (2018). Indicators of economic development in the basis of the characteristics of regional differentiation. *Applied Econometrics*, 2 (50), 4–22 (in Russian).]
- Афанасьев А.А., Воронцов А.А. (2018). Модифицированная вычислимая модель общего равновесия экономики России с газовой отраслью RUSEC-PAO «GAZPROM» // *Экономика и математические методы*. Т. 54 (2). С. 29–49. [Afanasiev A.A., Vorontsov A.A. (2018). Modified computable general equilibrium model of the Russian economy with the gas industry RUSEC-PAO «GAZPROM». *Economics and Mathematical Methods*, 54 (2), 29–49 (in Russian).]
- Афанасьев А.А., Пономарева О.С. (2020). Народнохозяйственная производственная функция России в 1990–2017 гг. // *Экономика и математические методы*. Т. 56 (1). С. 67–78. [Afanasiev A.A., Ponomareva O.S. (2020). The macroeconomic production function of Russia in 1990–2017. *Economics and Mathematical Methods*, 56 (1), 67–78 (in Russian).]
- Жуков Р.А. (2019а). Оценка эффективности функционирования иерархических социально-экономических систем // *Мягкие измерения и вычисления*. Т. 25 (12). С. 56–64. [Zhukov R.A. (2019a). Evaluation of the effectiveness of hierarchical socio-economic systems. *Soft Measurements and Computing*, 25 (12), 56–64 (in Russian).]
- Жуков Р.А. (2019б). Социо-эколого-экономические системы: теория и практика: монография. М.: ИНФРА-М. [Zhukov R.A. (2019b). *Socio-ecological and economic systems: Theory and practice*. Moscow: INFRA-M (in Russian).]
- Жуков Р.А. (2020а). К вопросу о формировании интегральных показателей результативности функционирования иерархических социально-экономических систем: вероятностный подход // *Вестник Тульского филиала Финансового университета*, 1, 297–298. [Zhukov R.A. (2020a). The question of the formation of integrated indicators of the functioning of the hierarchical socio-economic systems: a probabilistic approach. *Bulletin of the Tula branch of the Financial University*, 1, 297–298 (in Russian).]
- Жуков Р.А. (2020б). Подход к оценке функционирования ИСЭС и принятию решений на базе программного комплекса ЭФРА // *Бизнес информатика*. Т. 14 (3). С. 82–95. [Zhukov R.A. (2020b). An approach to assessing the functioning of hierarchical socio-economic systems and decision-making based on the EFRA software package. *Business Informatics*, 14 (3), 82–95 (in Russian).]
- Клейнер Г.Б. (2015). Государство — регион — отрасль — предприятие. Каркас системной устойчивости экономики России. Часть 1 // *Экономика региона*. № 2. С. 50–58. [Kleiner G.B. (2015). State — region — field — enterprise: Framework of economics system stability of Russia. Part 1. *Economy of region*, 2, 50–58 (in Russian).]

- Клейнер Г.Б. (2016). Экономика. Моделирование. Математика. Избранные труды. М.: ЦЭМИ РАН. [Kleiner G.B. (2016). *Economy. Modeling. Mathematics. Selected Works*. M.: CEMI RAN (in Russian).]
- Клейнер Г.Б., Рыбачук М.А. (2019). Системная сбалансированность экономики России. Региональный разрез // *Экономика региона*. Т. 15 (2). С. 309–323. [Kleiner G.B., Rybachuk M.A. (2019). System balance of the Russian economy: Regional perspective. *Economy of Region*, 15 (2), 309–323 (in Russian).]
- Колесников Н.Г., Толстогузов О.В. (2016). Структурные изменения экономики Северо-Запада России: пространственный аспект // *Балтийский регион*. Т. 8 (2). С. 30–47. [Kolesnikov N.G., Tolstoguzov O.V. (2016). Structural changes in the economy of the Russian northwest: Spatial dimension. *Baltic Region*, 8 (2), 30–47 (in Russian).]
- Кривоножко В.Е., Лычев А.В. (2010). Анализ деятельности сложных социально-экономических систем. М.: Макс Пресс. [Krivonozhko V.E., Lychev A.V. (2010). *Analysis of activity of complex socio-economic systems*. Moscow: Maks Press (in Russian).]
- Макаров В.Л., Айвазян С.А., Афанасьев М.Ю., Бахтизин А.Р., Нанавян А.М. (2016). Моделирование развития экономики региона и эффективность пространства инноваций // *Форсайт*. Т. 10 (3). С. 76–90. [Makarov V.L., Ayvazyan S.A., Afanasyev M.Yu., Bakhtizin A.R., Nanavyan A.M. (2016) Modeling the development of regional economy and an innovation space efficiency. *Foresight and STI Governance*, 10 (3), 76–90 (in Russian).]
- Макаров В.Л., Айвазян С.А., Афанасьев М.Ю., Бахтизин А.Р., Нанавян А.М. (2014). Оценка эффективности регионов РФ с учетом интеллектуального капитала, характеристик готовности к инновациям, уровня благосостояния и качества жизни населения // *Экономика региона*. № 4. С. 9–30. [Makarov V.L., Ayvazyan S.A., Afanasyev M.Yu., Bakhtizin A.R., Nanavyan A.M. (2014). The estimation of the regions' efficiency of the Russian Federation including the intellectual capital, the characteristics of readiness for innovation, level of well-being, and quality of life. *Economy of region*, 4, 9–30 (in Russian).]
- Месарович М., Мако Д., Такахара И. (1973). Теория иерархических многоуровневых систем. М.: Мир. [Mesarovich M., Mako D., Takahara I. (1973). *Theory of hierarchical multilevel systems*. Moscow: Mir (in Russian).]
- Саати Т. (1993). Принятие решений: метод анализа иерархий. М.: Радио и связь. [Saati T. (1993). *Decision making. Hierarchy analysis method*. Moscow: Radio i svyaz' (in Russian).]
- Sayaria N., Saria R., Hammoudeh S. (2018). The impact of value added components of GDP and FDI on economic freedom in Europe. *Economic Systems*, 42 (2), 282–294.
- Zhukov R., Kuznetsov G., Manokhin E., Gorodnichev S., Nazyrova E., Melay E. (2019). Comparative analysis of results of assessing the Central federal district's regions' economic development by using linear and non-linear models. *Statistika: Statistics and Economy Journal*, 99(3), 272–286.

Method for assessing the results of hierarchical socio-economic systems' functioning based on the aggregated production function

© 2021 R.A. Zhukov

R.A. Zhukov,

Financial University under the Government of the Russian Federation (Tula Branch), Tula, Russia;
e-mail: pluszh@mail.ru

Received 22.12.2020

Abstract. The article presents a method that develops methodology for assessing the functioning of hierarchical socio-economic systems. The methodology includes formalized description of the object of research and the construction of partial and integral performance indicators. Performance indicators are calculated using production functions. The method is based on an algorithm for constructing an aggregated production function, which is used to calculate the normative (expected) value of the functioning results of the research object. Using the example of the regions in Central Federal District and data for 2007–2016 testing and comparative analysis of four algorithms for estimating the parameters of the aggregate production function in the construction of the integral indicator are carried out. The gross regional product for the NACE sections (C, D and E) was chosen as effective indicators. The scientific novelty of the study is as follows. Three algorithms for constructing the distribution density of an aggregated random variable, which is a combination of residuals from econometric equations that describe the particular results of the functioning of elements of a hierarchical socio-economic system, are proposed and tested. The distribution density is used to find the parameters of the aggregated production function. For the two-dimensional case, analytical expression of the corresponding probability distribution density is obtained. The conclusion about the possibility of using the method to evaluate the results of the functioning of hierarchical socio-economic systems is substantiated.

Keywords: socio-economic system, hierarchy, classification, integral indicator, production function, assessment, probability density.

JEL Classification: C10, C43, P25, R11, R15.

DOI: 10.31857/S042473880016428-9

НАРОДНОХОЗЯЙСТВЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ

**Методология анализа данных финансового мониторинга
на примере хозяйствующих субъектов**

© 2021 г. Ю.М. Бекетнова

Ю.М. Бекетнова,

Финансовый университет при Правительстве РФ, Москва; e-mail: beketnova@mail.ru

Поступила в редакцию 15.10.2020

Аннотация. Цель статьи — предложить методологию анализа данных финансового мониторинга, учитывающую потребность в обработке больших объемов гетерогенных данных, латентность искомым характеристикам, а также удовлетворяющую критерию временных и ресурсных показателей процесса обработки данных. Необходим переход от последовательных экспертных проверок единичных объектов к параллельным массовым автоматизированным проверкам с учетом современных методических и инструментальных возможностей в условиях цифровой трансформации государственного управления. Отсутствие методологии анализа данных в сфере финансового мониторинга препятствует широкому внедрению автоматизации процессов оценки обстановки и принятия решений на разных иерархических уровнях контура государственного управления, формирования интегральных оценок хозяйствующих субъектов, что обуславливает своевременность и важность данного исследования. Поставлена в содержательных терминах и математически задача оптимизации отбора хозяйствующих субъектов для проведения проверок. В статье приведена иллюстрация предложенной методологии на примере данных о хозяйствующих субъектах. Методом главных компонент факторного анализа найден интегральный показатель девиантной деятельности хозяйствующего субъекта. Проведена верификация полученных оценок при помощи теории распознавания образов и подтверждена их внутренняя сходимость. На основе полученных мер девиантной деятельности хозяйствующих субъектов синтезирована карта склонности к легализации денежных средств в регионах. Практическая ценность приведенного подхода состоит в том, что на основе ранжирования регионов по мере девиантной деятельности могут быть выработаны рекомендации для совершенствования сложившейся практики финансовых расследований и эффективного перераспределения ресурсов.

Ключевые слова: методология анализа данных; финансовый мониторинг; интегральные оценки; метод главных компонент; распознавание образов.

JEL Classification: C53, C55.

DOI: 10.31857/S042473880014912-2

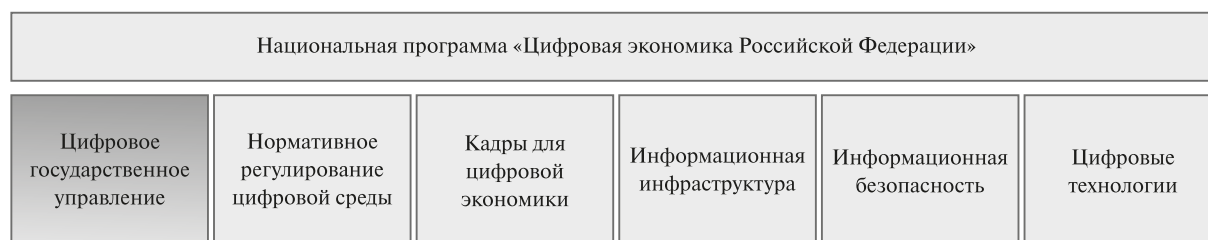
ВВЕДЕНИЕ

В соответствии с Указом Президента РФ «О национальных целях и стратегических задачах развития Российской Федерации на период до 2024 года» от 07.05.2018 № 204, в ред. 19.07.2018 и «Основными направлениями деятельности Правительства Российской Федерации на период до 2024 года», утвержденными Председателем Правительства РФ Д.А. Медведевым 29.09.2018 № 8028п-П13, Правительство Российской Федерации совместно с органами государственной власти ведет разработку и реализацию национального проекта «Цифровая экономика Российской Федерации»¹.

Национальная программа «Цифровая экономика Российской Федерации» включает шесть федеральных проектов, в частности, «Цифровое государственное управление»² (рис. 1), и предусматривает существенное изменение правовых условий и цифрового ландшафта в сфере

¹ Национальная программа «Цифровая экономика Российской Федерации», паспорт национальной программы утвержден по итогам заседания президиума Совета при Президенте РФ по стратегическому развитию и национальным проектам 24 декабря 2018 г.

² Федеральный проект «Цифровое государственное управление», паспорт федерального проекта утвержден президиумом Правительственной комиссии по цифровому развитию, использованию информационных технологий для улучшения качества жизни и условий ведения предпринимательской деятельности (протокол от 28 мая 2019 г. № 9).



- Цифровой профиль юридического лица
- Цифровой профиль гражданина
- Создание единой цифровой платформы обеспечения деятельности ОГВ, президента, правительства
- НСУД
- и другие

Рис. 1. Структура национальной программы «Цифровая экономика Российской Федерации»

государственного управления, а также создание цифрового профиля юридического лица, представляющего собой совокупность цифровых записей о конкретных организациях, содержащихся в информационных системах государственных органов и организаций.

Для воплощения национальной программы по цифровизации необходима автоматизация поддержки принятия решений в государственных информационных системах.

Исходным и важнейшим этапом процесса принятия решений является диагностика, оценка обстановки. В сфере противодействия отмыывания доходов оценка обстановки сводится чаще всего к ранжированию и рейтингованию объектов финансового мониторинга. Такие объекты описываются, как правило, набором характеристик, т.е. векторами. Однако для векторов отношения «больше—меньше», как известно, не определены. Это обстоятельство порождает фундаментальную проблему отыскания скалярной функции векторного аргумента. Обычно эту проблему в самых разных областях человеческой деятельности (политика, экономика, социология, спорт и т.п.) решают эксперты, которые назначают весовые коэффициенты элементам векторов, иными словами, подбирают вектор весов, скалярное произведение которого с исходным вектором характеристик объекта и порождает искомую скалярную оценку. Однако экспертные оценки не свободны от субъективизма и политической мотивации.

Для отыскания меры девиантной деятельности объектов финансового мониторинга предложена методология анализа данных с учетом специфики предметной области и эмпирического опыта применения различных методов решения практических задач Росфинмониторинга.

Традиционно в органах государственной власти применялся подход, заключающийся в последовательной оценке экспертом одного объекта проверки за другим. Подобные оценки могут обладать субъективизмом эксперта. Кроме того, такой подход является ресурсоемким и требует существенных затрат времени.

Возрастающий объем поступающей информации (ежегодно — приблизительно на 20%) приводит к снижению оперативности ее обработки. Лицам, принимающим решения, приходится иметь дело с субъективными результатами анализа и растянутыми сроками их получения.

Анализ задач Росфинмониторинга для противодействия отмыыванию доходов показал, что фактическая потребность в числе объектов, подлежащих анализу, многократно превышает возможности аналитиков. Данная проблемная ситуация требует определения приоритетов проверок.

Гетерогенный характер информационных ресурсов и их значительный объем исключают возможность их ручной обработки.

Необходим переход от последовательных экспертных проверок единичных объектов к параллельным массовым автоматизированным проверкам с учетом современных методических и инструментальных возможностей в условиях цифровой трансформации государственного управления.

Как показывает анализ (Глотов, Альбеков, 2019; Хрипков, 2013), в настоящее время цифровая трансформация системы противодействия отмыыванию доходов осуществляется эмпирически за счет цифровизации отдельных сфер деятельности (Гобрусенко, Рябков, 2012; Русанов, 2019),

поэтому она не имеет оснований, способных обеспечить научную базу для цифровой трансформации. Это препятствует ее широкому внедрению.

Легализацию доходов в научной литературе начали исследовать с начала 1990-х годов. Это явление было сразу связано с теневой экономикой и преступным миром (Хрипков, 2013). Изучению юридических аспектов данного явления посвящены работы (Зубков, Осипов, 2007; Киселев, 2009; Гладких, Краюшкин, 2011; Авдийский, 2012; Селиванов, 2014; Русанов, 2017). Проблемы противодействия коррупции и способы противодействия ей исследованы в трудах (Батжав, 2011; Селиванов, 2010; Шедий, 2013; Пименков, 2011; Гладких, 2014).

Вопросам налогового регулирования в сфере противодействия отмыванию доходов и финансированию терроризма посвящена монография (Нехайчук, Климчук, Сурнина, 2017). Проблематика использования интернет-платежей в целях отмывания доходов раскрыта в (Ревенков, 2016, 2017). Негативное влияние на бизнес легализации преступных доходов описано в (Ferwerda, Kleemans, 2018; Reganati, Oliva, 2017).

Вместе с тем, отсутствие методологии анализа данных в сфере финансового мониторинга препятствует широкому внедрению автоматизации процессов оценки обстановки и принятия решений на разных иерархических уровнях контура государственного управления, формирования интегральных оценок хозяйствующих субъектов, что обуславливает своевременность и важность данного исследования.

МЕТОДОЛОГИЯ АНАЛИЗА ДАННЫХ В СФЕРЕ ПРОТИВОДЕЙСТВИЯ ОТМЫВАНИЮ ДОХОДОВ И ФИНАНСИРОВАНИЯ ТЕРРОРИЗМА

Методологические (концептуальные) основы исследований в области противодействия отмыванию доходов представляют собой совокупность определенных идей, принципов, подходов и методов, помогающих познанию тех или иных аспектов специальной профессиональной деятельности, а организационно-методические основы — набор соответствующих методик и алгоритмов, используемых в процессе ее исследования.

Можно определить методологию анализа данных (исследования) в сфере противодействия отмыванию доходов как совокупность идей, принципов, подходов и методов научной и практической деятельности, связанной с анализом, оценкой и прогнозированием, а методику — как набор соответствующих методов и алгоритмов, используемых в процессе их изучения.

Собственно, процесс исследования в области противодействия отмыванию доходов включает в себя три этапа — аналитический, оценочный и прогностический, каждый из которых призван решить конкретную познавательную задачу.

Таким образом, процесс оценки обстановки в задачах финансового мониторинга можно представить в виде кортежа $\langle Z_0 | Z_1, Z_2, Z_3 \rangle$ (Бекетнова, Крылов, Денисенко, 2018) (рис. 2). Z_0 — общая задача оценки обстановки в контуре принятий решений; Z_1 — первая частная задача. Состоит в на-

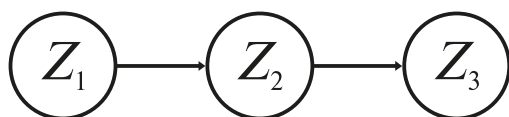


Рис. 2. Процесс решения частных задач обработки информации при оценке обстановки

хождении интегральных оценок субъектов обстановки. Требуется каждому субъекту обстановки, заданному вектором признаков, поставить в соответствие скалярную величину. При этом скалярная величина должна служить мерой девиантной деятельности субъекта обстановки. На выходе после решения первой частной задачи имеем субъекты обстановки и поставленные им в соответствие интегральные оценки. Z_2 — вторая частная задача синтеза информации о девиантной деятельности объектов финансового мониторинга. Она состоит в интерпретации интегральных оценок, полученных после решения первой частной задачи, для последующей классификации субъектов обстановки по принадлежности их к девиантным объектам. Z_3 — третья задача

прогнозирования состояния девиантных объектов финансового мониторинга, решение которой необходимо для принятия управленческого решения.

Исследование задач Z_1 , Z_2 и Z_3 и разработка алгоритмов их решения с учетом специфики сферы финансового мониторинга повысят качество результата за счет исключения субъективной оценки, а программная реализация алгоритмов в информационной системе позволит снизить временные и ресурсные затраты за счет автоматизации решения указанных задач.

Для решения задачи Z_1 требуется найти значение скалярной функции векторного аргумента: $F_1(X) = Z$, $X = (x_1, \dots, x_n)$, где X — вектор признаков $x_1, \dots, x_n$; Z — скаляр, полученный в результате свертки вектора признаков.

Специфика задачи Z_1 заключается в том, что при вычислении рейтинговых оценок объектов финансового мониторинга необходимо отыскать некоторую заранее неизвестную вариацию исходных характеристик объектов финансового мониторинга, отражающих их девиантную составляющую, и синтезировать рейтинговые оценки именно по этой вариации. Особенность обусловлена спецификой исходных данных. Только некоторая часть вариации исходных показателей характеризует девиантную составляющую деятельности объекта финансового мониторинга. Поэтому решение задачи состоит в разработке алгоритма, основанного на анализе исходных данных и позволяющего выявить и учесть данную вариацию при синтезе рейтинговых оценок.

Задача Z_2 синтеза информации об обстановке сводится к задаче интерпретации синтезированных скалярных оценок, полученных при решении задачи Z_2 . В общем виде ее можно свести к задаче идентификации девиантных объектов финансового мониторинга путем отображения векторного множества объектов финансового мониторинга на множество чисел, причем таких, что они дают возможность классифицировать объект:

$$f_2: A \rightarrow B, \quad f_2(x_1, \dots, x_n) = b_i, \quad b_i \in B, \quad B = \{0; 1\},$$

где A — множество заданных объектов, каждый из которых задан вектором признаков $(x_1, \dots, x_n)$; B — множество чисел, $B = \{0; 1\}$, где 1 означает принадлежность объекта к классу девиантных, 0 — недевиантных.

Необходимо разработать алгоритм генерации логических правил импликации, в соответствии с которыми каждому элементу множества A сопоставится единственный элемент множества B . Таким образом будет найдено решение задачи Z_2 .

Итак, необходимо провести классификацию объектов из заданной выборки на девиантные и недевиантные (Бекетнова, 2013; Бекетнова, Крылов, Фомин, 2013).

Задача Z_3 прогнозирования изменения меры девиантной деятельности объектов финансового мониторинга может быть представлена как $X_t - \sum_{i=1}^p a_i x_{t-i} + c$, где $a_1, \dots, a_p$ — параметры модели, c — постоянная, X_t — значение интегрального показателя.

При решении задачи Z_3 рассматриваются вопросы оценки обстановки в сфере финансового мониторинга в условиях медленно развивающихся кризисных ситуаций, когда есть запас времени для принятия управленческих решений и осуществления превентивного управления развитием кризисных ситуаций.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Проиллюстрируем изложенную методологию и обоснуем следующее утверждение.

Утверждение. *Существует скалярная функция векторного аргумента, значение которой является мерой девиантной деятельности хозяйствующего субъекта.*

Этап 1 (аналитический). Рассмотрим массив статистических данных, содержащий сведения о хозяйствующих субъектах и результатах их деятельности. Массив сформирован таким образом, что в него вошли юридические лица, ликвидированные по решению арбитражного суда Российской Федерации как отсутствующие должники, и заведомо добросовестные организации.

Применим к данному массиву метод главных компонент факторного анализа (Бекетнова, Крылов, Ларионова, 2018; Amerioun et al., 2018; Joliffe, Morgan, 1992).

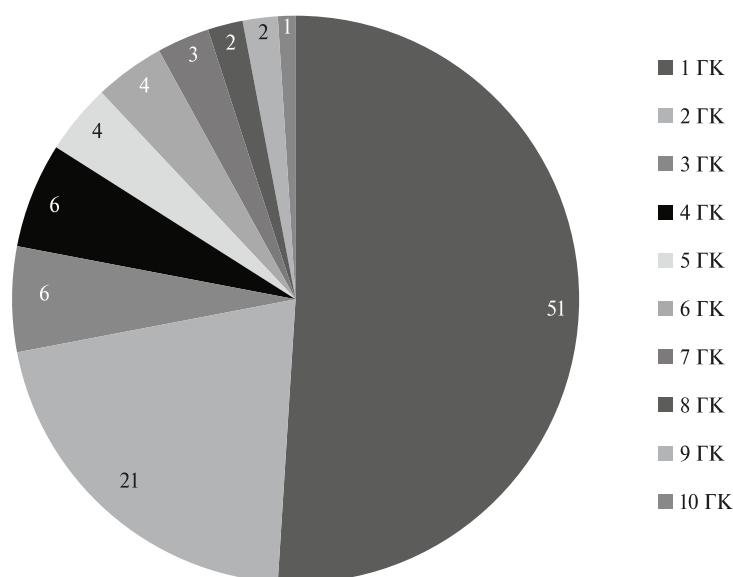


Рис. 3. Характеристика суммарного вклада главных компонент в общую дисперсию, %

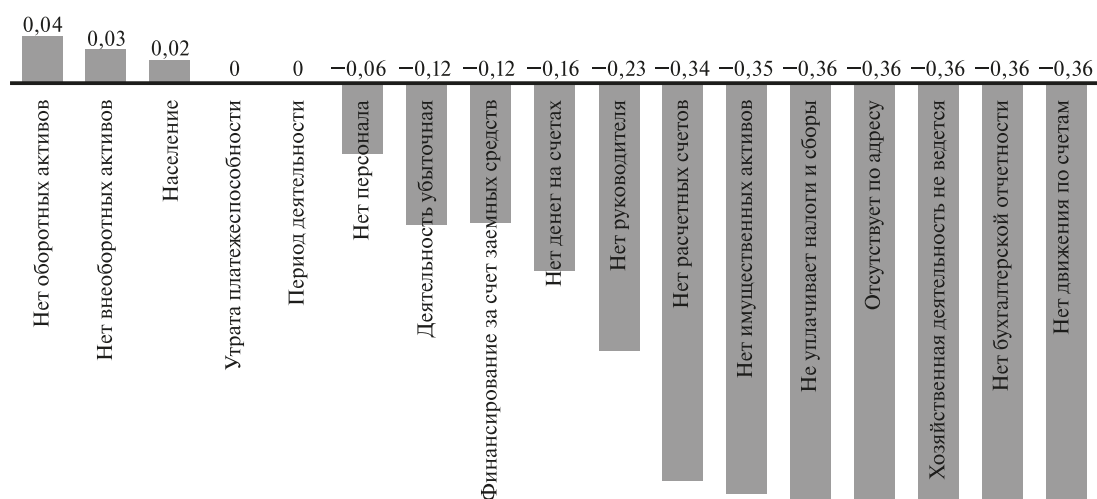


Рис. 4. Коэффициенты корреляции исходных признаков и первой главной компоненты

Первая и вторая главные компоненты вносят 50,87 и 21,36% соответственно (рис. 3).

Рассмотрим первую главную компоненту.

Из диаграммы на рис. 4 можно увидеть, что значения коэффициентов корреляции первой главной компоненты с большинством исходных признаков — «Отсутствует по адресу», «Хозяйственная деятельность не ведется», «Не уплачивает налоги и сборы», «Нет имущественных активов», «Нет бухгалтерской отчетности», «Нет денег на счетах», «Нет расчетных счетов», «Нет руководителя» — примерно одинаковы, а с остальными исходными признаками — принимают значения, близкие к нулю.

Исходя из этих данных, можно интерпретировать первую главную компоненту как общий интегральный показатель.

Исследуем вторую главную компоненту. С ней положительно коррелирует одна часть показателей, отрицательно — другая часть. При этом исходные признаки имеют негативную окраску.

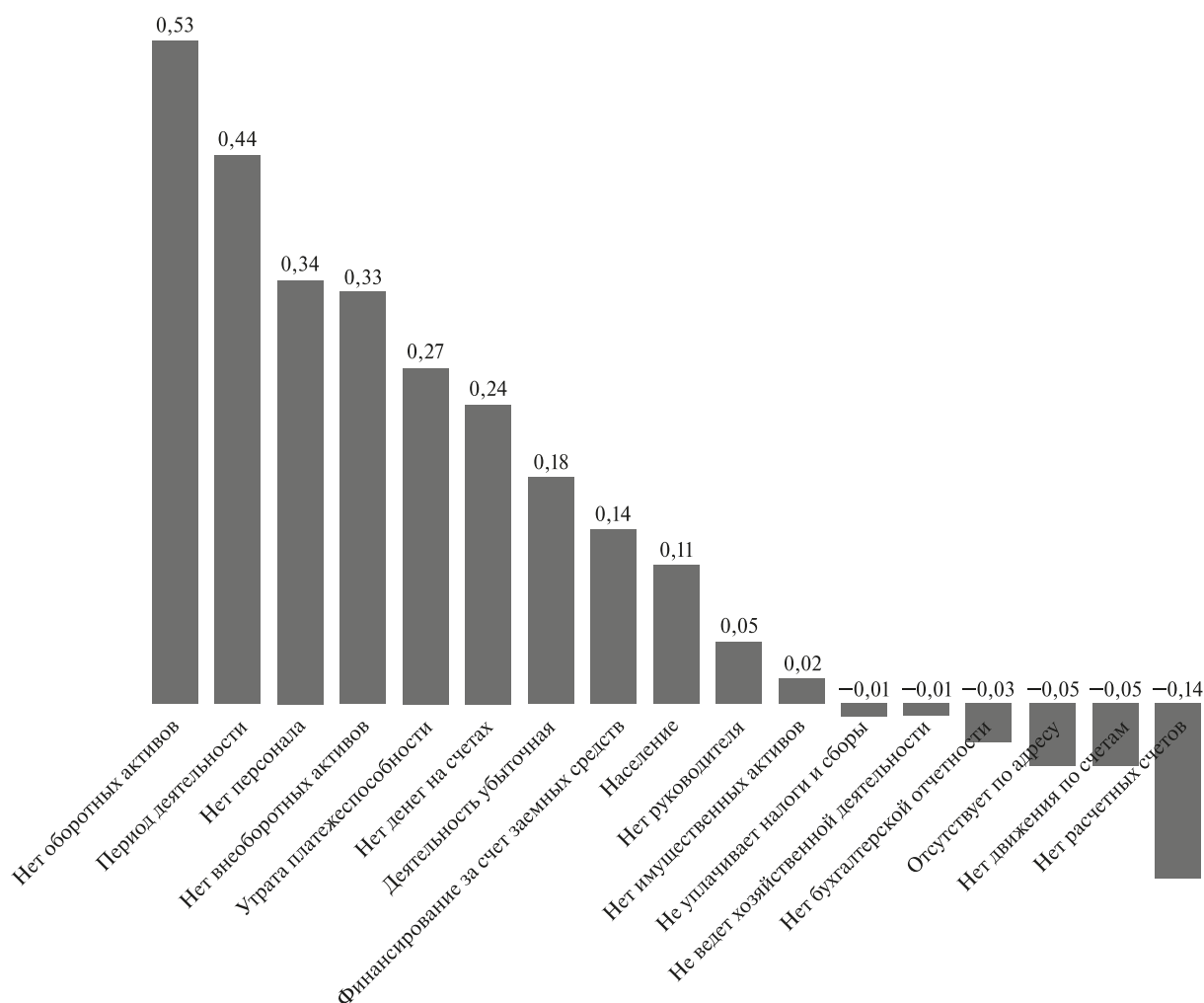


Рис. 5. Коэффициенты корреляции исходных признаков и второй главной компоненты

На рис. 5 показано, что наиболее важными показателями, положительно коррелирующими со второй главной компонентой, являются «Нет персонала», «Период деятельности» и «Нет внеоборотных активов». Такие характеристики присущи фирмам-однодневкам, регистрируемым для проведения сомнительных финансовых операций и прикрытия противоправной деятельности.

Второй внутренний фактор имеет отрицательную связь с показателями «Нет движения по счетам», «Нет расчетных счетов» и «Отсутствует по адресу». Эта группа показателей характерна для близких к банкротству организаций, испытывающих финансовые трудности в силу стечения неблагоприятных обстоятельств.

Чем выше значение второй главной компоненты, тем выше склонность хозяйствующего субъекта легализовать денежные средства.

Этап 2 (оценочный). Проведем верификацию полученных результатов при обработке данных методом распознавания образов.

Согласно положениям теории распознавания образов необходимо сформировать обучающую выборку, состоящую из m_1 добросовестных и m_2 девиантных хозяйствующих субъектов соответственно. Добросовестными в целях данного исследования будем считать хозяйствующих субъектов, обладающих признаками ведения реальной предпринимательской деятельности — показывающих достаточно большой объем прибыли в налоговой отчетности за последний отчетный период, ведущих вебсайт в Интернете и работающих на рынке уже длительное время. В категорию девиантных вошли хозяйствующие субъекты, признанные Банком России фирмами-однодневками (Бекетнова, Крылов, Фомин, 2012).

Таблица 1. Выбранные для анализа статистические показатели (фрагмент таблицы)

Обозначение	Недевиантные организации S_1				Девиантные организации S_2			
	ЮЛ1 $X_1^{(1)}$	ЮЛ2 $X_2^{(1)}$	ЮЛ3 $X_3^{(1)}$	ЮЛ4 $X_4^{(1)}$	ЮЛ5 $X_1^{(2)}$	ЮЛ6 $X_2^{(2)}$	ЮЛ7 $X_3^{(2)}$	ЮЛ8 $X_4^{(2)}$
Период деятельности, число месяцев	2	4	23	39	32	2	6	2
Процент сомнительных операций к общей сумме операций	8,89	37,33	35,34	30,28	92,74	77,69	69,10	99,29
Отношение приходных и расходных операций, %	10,38	8,20	10,56	47,50	23,64	32,33	99,62	1,15

Фрагмент данных выборок представлен в табл. 1.

Анализ статистики проведения финансово-хозяйственных операций организациями позволил сформировать следующие наиболее важные показатели деятельности: период деятельности организации (число месяцев); доля (процент) сомнительных операций в общем объеме финансовых операций организации; отношение приходных и расходных операций, выраженное в процентах.

В табл. 1 приведены условные обозначения юридических лиц (ЮЛ1,..., ЮЛ8) по причине конфиденциального характера информации о финансовых операциях хозяйствующих субъектов. Организации ЮЛ1, ..., ЮЛ4 относятся к категории добросовестных, а ЮЛ5, ..., ЮЛ8 — девиантных.

Запишем векторы средних для групп добросовестных S_1 и девиантных S_2 хозяйствующих субъектов (соответственно a_1 и a_2), а также их разность ($a_1 - a_2$) и сумму ($a_1 + a_2$):

$$a_1 = \frac{1}{m_1} \sum_{i=1}^m x_i^{(1)} = (17; 27,96; 19,16); \quad a_2 = \frac{1}{m_2} \sum_{i=1}^m x_i^{(2)} = (10,5; 84,7; 39,18);$$

$$(a_1 + a_2) = (27,5; 112,66; 58,34), \quad (a_1 - a_2) = (6,5; -56,74; -20,02).$$

Следующим шагом необходимо найти ковариационные матрицы M_1 и M_2 , где m_1 и m_2 — число добросовестных и девиантных хозяйствующих субъектов соответственно (в данном случае $m_1 = m_2 = 4$). Получаем ковариационные матрицы:

$$M_1 = \frac{1}{m_1 - 1} \sum_{i=1}^{m_1} (X_i^{(1)} - a_1)(X_i^{(1)} - a_1)^T = \begin{pmatrix} 304,667 & 86,52 & 282,02 \\ 86,52 & 170,436 & 22,34 \\ 282,02 & 22,34 & 358,109 \end{pmatrix},$$

$$M_2 = \frac{1}{m_2 - 1} \sum_{i=1}^{m_2} (X_i^{(2)} - a_2)(X_i^{(2)} - a_2)^T = \begin{pmatrix} 209 & 59,543 & -74,87 \\ 59,543 & 190,003 & -524,882 \\ -74,87 & -524,882 & 1796 \end{pmatrix}.$$

Теперь необходимо вычислить общую (M) и обратную (M^{-1}) ковариационные матрицы:

$$M = \frac{1}{m_1 + m_2 - 2} (m_1 M_1 + m_2 M_2) = \begin{pmatrix} 342,444 & 97,376 & 138,1 \\ 97,376 & 240,293 & -335,028 \\ 138,1 & -335,028 & 1436 \end{pmatrix},$$

$$M^{-1} = \begin{pmatrix} 4,433 \times 10^{-3} & -3,544 \times 10^{-3} & -1,253 \times 10^{-3} \\ -3,544 \times 10^{-3} & 9 \times 10^{-3} & 2,441 \times 10^{-3} \\ -1,253 \times 10^{-3} & 2,441 \times 10^{-3} & 1,386 \times 10^{-3} \end{pmatrix}.$$

Чтобы рассчитать достоверность D_3 , нужно найти так называемое расстояние Махаланобиса: $d_3^2 = 0,5(a_1 - a_2)^T M^{-1}(a_1 - a_2)$, $d_3^2 = 38,205$, $d_3 = 6,181$. Далее необходимо вычислить σ_1 и σ_2 , где $m_1 = m_2 = 4$, а значение n для упрощения вычислений выберем минимальным $n = 1$: $\sigma_1^2 = 1/m_1 + 1/m_2 = 0,707$, $\sigma_2^2 = 1/m_1 + 1/m_2 + 4/n = 2,121$. Для расчета вероятности ошибок распознавания $\alpha_3 = \beta_3$ воспользуемся формулой

$$\alpha_3 = \beta_3 = F(-d_3 / \sigma_2) + \left(\sigma_2 / (d_3 \sqrt{2\pi}) \right) \exp(-d_3^2 / 2\sigma_2^2) \left[\left(\sigma_2^2 / (\sigma_2^2 - \sigma_1^2) \right)^{0,5(p-1)} - 1 \right],$$

где $F(Z)$ — табулированный интеграл вероятности.

Таблица 2. Результат

Признак хозяйствующего субъекта	Хозяйствующий субъект 1	Хозяйствующий субъект 2
	Значение признака	Значение признака
Период деятельности в месяцах	88	19
Сомнительные операции в общем объеме финансовых операций организации, %	0,7	95,47
Отношение приходных и расходных операций, %	0,85	10,97
$\ln L$	56,278	-18,29

Найдем достоверность распознавания, которая равна $D_3 = 1 - \alpha_3 = 1 - \beta_3 = 0,996$.

Согласно положениям теории распознавания образов для снижения ошибки распознавания $\alpha = \beta$ проводят оптимизацию пространства признаков P при последовательном соотношении расстояний Махаланобиса d_p^2 / d_{p-1}^2 с квадратным корнем из последнего наибольшего числа P признаков. Размерность признакового пространства можно считать оптимальной с того момента, как указанное отношение станет меньше $\sqrt{p}$.

Можно видеть, что в данном случае достоверность распознавания $D_3 = 0,996$, что является довольно высоким показателем. В связи с изложенным принято решение ограничиться тремя выбранными показателями и данное пространство признаков принять как оптимальное.

Следующим шагом необходимо выполнить $\ln L$ при $n = 1$:

$$\ln L = 0,5(a_1 - a_2)^T M^{-1} [2X_i - (a_1 + a_2)].$$

Результат сведен в табл. 2.

Проведенный анализ дает основание утверждать, что чем ниже значение $\ln L$, тем сильнее проявляется девиантная составляющая деятельности хозяйствующего субъекта (ХС). Таким образом, ХС1 может быть отнесен к недевиантным, а ХС2 — к девиантным.

Сопоставим рейтинговые оценки деятельности хозяйствующих субъектов, синтезированные при применении метода главных компонент и при применении теории распознавания образов. В целях сохранения конфиденциальности информации о конкретных юридических лицах и их финансово-хозяйственной деятельности будем использовать условные обозначения ХС1, ХС2, Фрагмент сравнительной таблицы приведен в табл. 3.

Результаты классификации хозяйствующих субъектов, полученные разными методами, совпали, что свидетельствует об их внутренней сходимости, а также о возможности применять метод главных компонент и теорию распознавания образов для решения практических задач финансового мониторинга.

Этап 3 (прогностический). Полученные на этапе 1 коэффициенты могут быть использованы для решения обратной факторной задачи с целью определения меры девиантной деятельности хозяйствующих субъектов. Предсказав показатели девиантной деятельности для каждой организации, можно приступить к их ранжированию и выработке на этой основе рекомендаций по определению приоритетов проверок.

Таблица 3. Сопоставление результатов рейтингования ХС разными методами (фрагмент)

Хозяйствующий субъект	Рейтинг по МГК	Классификация по МРО	Рейтинг ТРО	Классификация по ТРО
1	-54,12	Недевиантный	58,10	Недевиантный
2	-26,32	Недевиантный	46,02	Недевиантный
3	-12,81	Недевиантный	45,92	Недевиантный
4	-11,56	Недевиантный	30,12	Недевиантный
...	...	...	...	...
997	13,05	Девиантный	-13,22	Девиантный
998	14,48	Девиантный	-12,24	Девиантный
999	23,17	Девиантный	-10,65	Девиантный
1000	68,64	Девиантный	-9,41	Девиантный

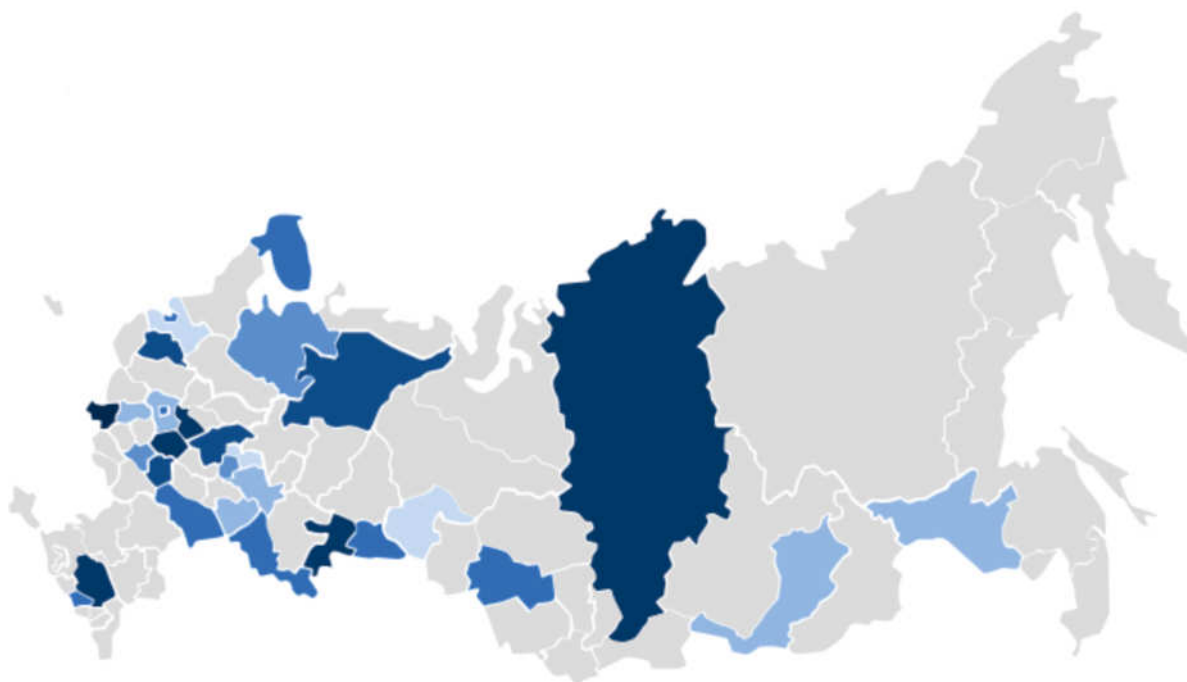


Рис. 6. Картирование склонности к легализации денежных средств

Таблица 4. Рейтинговые оценки хозяйствующих субъектов (фрагмент)

Наименование хозяйствующего субъекта	Значение рейтинговой оценки	Регион
Регионы с наименьшей склонностью к отмыванию доходов		
ЮЛ1	–43,28	Республика Марий-Эл
ЮЛ2	–26,32	Республика Бурятия
ЮЛ3	–12,81	Тюменская область
ЮЛ4	–11,56	Чувашская Республика
...		
Регионы с наибольшей склонностью к отмыванию доходов		
...		
ЮЛ5	13,05	Самарская область
ЮЛ6	54,02	Рязанская область
ЮЛ7	67,89	Ставропольский край
ЮЛ8	69,05	Красноярский край

В табл. 4 представлены полученные оценки финансовой деятельности хозяйствующих субъектов.

Значение главной компоненты отражает размер проявления латентной характеристики — девиантной деятельности хозяйствующих субъектов (Бекетнова и др., 2016). Значение рейтинговой оценки объекта финансового мониторинга характеризует меру его вовлечения в девиантную деятельность. Объекты с наибольшей склонностью к девиантной деятельности имеют наибольшие значения в рейтинге.

Воспользуемся предсказанными рейтинговыми оценками девиантной деятельности хозяйствующих субъектов и получим карту, изображенную на рис. 6 (чем интенсивнее цвет, тем выше склонность к легализации). Данный вывод подтверждается практикой противодействия отмыванию доходов. Так, например, в 2019 и 2020 г. были вскрыты в Ставропольском крае схема незаконной банковской деятельности³, схема мошенничества с пенсионными выплатами

³ <https://regnum.ru/news/soci> <https://regnum.ru/news/society/2847483.html> <https://regnum.ru/news/society/2847483.html>

и отмыwania денег⁴, схема мошенничества при строительстве дорог с последующим отмыwанием похищенных бюджетных средств⁵, в Рязани — схема незаконного обналичивания денежных средств⁶, в Самаре — крупномасштабная площадка по незаконному возмещению НДС⁷, в 2017 г. в Красноярском крае — схема вывода в офшор денежных средств финансовой пирамиды⁸.

Метод главных компонент позволил синтезировать интегральные оценки регионов Российской Федерации по склонности к легализации преступных доходов, которые дали основу для картирования.

Полученный результат имеет также и прикладное значение — на основе ранжирования регионов по индексу склонности к легализации средств могут быть выработаны практические рекомендации для совершенствования сложившихся подходов к проведению финансовых исследований и эффективному перераспределению ресурсов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Анализ информационных потребностей Росфинмониторинга показал, что в целях повышения эффективности и оперативного выполнения функций, возложенных на него как на главный орган национальной системы противодействия отмыwанию доходов и финансирования терроризма, а также исполнения международных норм в этой сфере, Росфинмониторингу при реализации своих полномочий следует обеспечить лиц, принимающих решения, информацией об объективных оценках финансовой деятельности хозяйствующих субъектов для их последующего использования при принятии оптимального решения в контуре управления Росфинмониторинга.

Проблемная ситуация порождается существенным расхождением фактических возможностей Росфинмониторинга и практической потребностью в обработке большого числа объектов его аналитиками.

Входными данными для принятия такого решения является информация об обстановке — мере вовлечения хозяйствующих субъектов в противоправную деятельность. Информация содержится в базе данных Росфинмониторинга и представлена гетерогенными информационными массивами. На основе имеющихся массивов требуется сформировать пространство признаков, описывающих хозяйствующий субъект, и синтезировать новый признак, количественно отражающий вовлечение хозяйствующих субъектов в противоправную деятельность.

Исследованы методологические основы анализа данных в сфере финансового мониторинга. Методология анализа данных в сфере финансового мониторинга может быть выражена как совокупность идей, принципов, подходов и методов научной и практической деятельности, связанной с анализом, оценкой и прогнозированием. А методика анализа данных в этой сфере — набором соответствующих методов и алгоритмов, используемых в процессе их изучения. Процесс исследования в области финансового мониторинга включает три этапа — аналитический, оценочный и прогностический, каждый из которых призван решить конкретную познавательную задачу.

Приведена иллюстрация предложенной методологии на примере данных о хозяйствующих субъектах. Методом главных компонент факторного анализа найден интегральный показатель девиантной составляющей деятельности хозяйствующего субъекта. Проведена верификация полученных оценок при помощи теории распознавания образов и подтверждена их внутренняя сходимость. На основе полученных мер девиантной деятельности хозяйствующих субъектов синтезирована карта склонности к легализации денежных средств в регионах.

Практическая ценность приведенного подхода состоит в том, что на основе ранжирования регионов по склонности к отмыwанию средств могут быть выработаны рекомендации для совершенствования сложившейся практики проведения финансовых исследований и эффективного перераспределения ресурсов.

⁴ <https://regnum.ru/news/accidents/811995.html>

⁵ <https://pobeda26.ru/novosti/kriminal/na-stavropole-Za-moshennichestvo-i-otmyivanie-deneg-osudyat-podelnikov-eks-ministra>

⁶ <https://regnum.ru/news/soci> <https://regnum.ru/news/society/2847483.html> <https://regnum.ru/news/society/2847483.html>

⁷ <https://www.bfm.ru/news/458934>

⁸ <http://Zapad24.ru/news/krasnoyarsk/49454-v-krasnoyarske-raskryta-shema-vyvoda-deneg-finansovoy-piramidy-cherez-ofshor-na-seyshelakh.html>

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

- Авдийский В.И.** (2012). Экономический анализ права // *Вестник Финансового университета*. № 2 (68). С. 101–107. [Avdiysky V.I. (2012). Economic analysis of law. *Bulletin of the Financial University*, 2 (68), 101–107 (in Russian).]
- Батжав Л.** (2011) Столкновение интересов госслужащих // *Вестник ВСГТУ*. № 2 (33). С. 167–171. [Batzhav L. (2011). Clash of interests of civil servants. *Bulletin of the VSSTU*, 2 (33), 167–171 (in Russian).]
- Бекетнова Ю.М.** (2013). Экспертные оценки субъектов финансовой деятельности // *Дискуссия*. № 8 (38). С. 52–54. [Beketnova Yu.M. (2013). Expert estimates of subjects of financial activity. *Discussion*, 8 (38), 52–54 (in Russian).]
- Бекетнова Ю.М., Крылов Г.О., Денисенко А.С.** (2018). Проблемы управления и поддержки принятия решений в государственных органах власти на примере Росфинмониторинга // *Информатизация и связь*. № 2. С. 82–88. [Beketnova Yu.M., Krylov G.O., Denisenko A.S. (2018). Problems of management and decision-making support in state authorities on the example of Rosfinmonitoring. *Informatization and Communication*, 2, 82–88 (in Russian).]
- Бекетнова Ю.М., Крылов Г.О., Ларионова С.Л.** (2018). Модели и методы решения аналитических задач финансового мониторинга. Москва: Прометей. [Beketnova Yu.M., Krylov G.O., Larionova S.L. (2018). *Models and methods for solving analytical problems of financial monitoring*. Moscow: Prometheus Publishing House (in Russian).]
- Бекетнова Ю.М., Крылов Г.О., Ларионова С.Л., Приказчикова А.С.** (2016). Районирование рисков нарушения информационной и финансовой безопасности методом главных компонент // *Информатизация и связь*. № 3. С. 141–145. [Beketnova Yu.M., Krylov G.O., Larionova S.L., Prikazchikova A.S. (2016). Regionalization of risks of violation of information and financial security by the method of principal components. *Informatization and Communication*, 3, 141–145 (in Russian).]
- Бекетнова Ю.М., Крылов Г.О., Фомин Я.А.** (2012). Диагностика организаций на предмет выявления рисков нарушения финансовой и информационной безопасности // *Информатизация и связь*. № 8. С. 56–59. [Beketnova Yu.M., Krylov G.O., Fomin Ya.A. (2012). Diagnostics of organizations to identify risks of violation of financial and information security. *Informatization and Communication*, 8, 56–59 (in Russian).]
- Бекетнова Ю.М., Крылов Г.О., Фомин Я.А.** (2013). Применение теории распознавания образов в задачах оценки рисков нарушения финансовой и информационной безопасности // *Безопасность информационных технологий*. Т. 20. № 2. С. 23–26. [Beketnova Yu.M., Krylov G.O., Fomin Ya.A. (2013). Application of the theory of pattern recognition in the problems of assessing the risks of violation of financial and information security. *Security of Information Technologies*, 20, 2, 23–26 (in Russian).]
- Гладких В.И.** (2014). Противодействие коррупции на государственной службе. Москва: Юрлитинформ. [Gladkikh V.I. (2014). *Anti-corruption in public service*. Moscow: JurLitinform (in Russian).]
- Гладких В.И., Краюшкин А.А.** (2011). Уголовно-правовые и криминологические меры предупреждения легализации преступных доходов. М.: Международный юридический институт. [Gladkikh V.I., Kraushkin A.A. (2011). *Criminal and criminological measures to prevent money laundering*. Moscow: International Law Institute (in Russian).]
- Глотов В.И., Альбеков А.У.** (2019). Финансовый мониторинг. Ростов: Издательско-полиграфический комплекс РГЭУ (РИНХ). [Glotov V.I., Albekov A.U. (2019). *Financial monitoring*. Rostov: Publishing and printing complex of the Russian State Economic University (RINH) (in Russian).]
- Гобрусенко К.И., Рябков В.Е.** (2012). Правовые вопросы информационного обеспечения аналитических подразделений Росфинмониторинга // *Правовая информатика*. С. 33–36. [Gobrusenko K.I., Ryabkov V.E. (2012). Legal issues of information support of analytical departments of Rosfinmonitoring. *Legal Informatics*, 33–36 (in Russian).]
- Зубков В.А., Осипов С.К.** (2007). Российская Федерация в международной системе противодействия легализации (отмыванию) преступных доходов и финансированию терроризма. М.: Издательский дом «Городец». [Zubkov V.A., Osipov S.K. (2007). *The Russian Federation in the international system of combating the legalization (laundering) of criminal proceeds and financing of terrorism*. Moscow: Gorodets Publishing House (in Russian).]
- Киселев И.А.** (2009). Грязные деньги. М.: Юриспруденция. [Kiselev I.A. (2009). *Dirty money*. Moscow: Jurisprudence (in Russian).]
- Нехайчук Д.В., Климчук С.В., Сурнина К.С.** (2017). Актуальные вопросы государственного финансового мониторинга: теоретико-прикладные аспекты. Симферополь: ИТ «Ариал». [Nekhaichuk D.V., Klimchuk S.V., Surnina K.S. et al. (2017). Topical issues of state financial monitoring: theoretical and applied aspects. Simferopol: IT "Arial" (in Russian).]

- Пименков Н.А.** (2011). Проблемы коррупции в России // *Вестник Финансового университета*. № 4 (64). С. 21–26. [**Pimenkov N.A.** (2011). Problems of corruption in Russia. *Bulletin of the Financial University*, 4 (64), 21–26 (in Russian).]
- Ревенков П.В.** (2016). Финансовый мониторинг в условиях интернет-платежей. М.: Кнорус. [**Revenkov P.V.** (2016). *Financial monitoring in the context of Internet payments*. Moscow: Knorus (in Russian).]
- Ревенков П.В.** (2017). Источники риска ОД/ФТ в условиях интернет-платежей // *Валютное регулирование. Валютный контроль*. № 5–6. С. 46–55. [**Revenkov P.V.** (2017). Sources of ML / TF risk in the context of Internet payments. *Currency Regulation. Foreign Exchange Control*, 5–6, 46–55 (in Russian).]
- Русанов Г.А.** (2017). Противодействие легализации (отмыванию) преступных доходов. М.: Юрайт. [**Rusanov G.A.** (2017). *Counteracting the legalization (laundering) of criminal proceeds*. Moscow: Yurayt (in Russian).]
- Русанов Г.А.** (2019). Проблемы борьбы с легализацией (отмыванием) преступных доходов: практическое пособие. М.: Юрайт. [**Rusanov G.A.** (2019). *Problems of combating the legalization (laundering) of proceeds of crime: A practical guide*. Moscow: Yurayt (in Russian).]
- Селиванов А.И.** (2010). Геополитические и геоэкономические причины коррупции в России // *Государственная власть и местное самоуправление*. № 5. С. 35–43. [**Selivanov A.I.** (2010). Geopolitical and geoeconomic causes of corruption in Russia. *State Power and Local Government*, 5, 35–43 (in Russian).]
- Селиванов А.И.** (2014). Противодействие легализации преступных доходов и коррупции: финансово-экономические аспекты // *Вестник Финансового университета*. № 6. С. 110–117. [**Selivanov A.I.** (2014). Combating money laundering and corruption: Financial and economic aspects. *Bulletin of the Financial University*, 6, 110–117 (in Russian).]
- Хрипков М.П.** (2013). Теневая экономика и коррупция // *Вестник Финансового университета*. № 2 (74). С. 98–103. [**Khripkov M.P.** (2013). Shadow economy and corruption. *Bulletin of the Financial University*, 2 (74), 98–103 (in Russian).]
- Шедий М.В.** (2013). Коррупционные отношения в современном обществе: социологический анализ. Орел: Издательство «ОФ», РАНХиГС. [**Shedi M.V.** (2013). *Corruption relations in modern society: A sociological analysis*. Orel: “OF” Publishers, RANEPa (in Russian).]
- Amerioun A., Alidadi A., Zaboli R., Sepandi M.** (2018). *The data on exploratory factor analysis of factors influencing employees effectiveness for responding to crisis in Iran military hospitals*. Data in Brief. No. 19, 1522–1529.
- Ferwerda J., Kleemans E.R.** (2018). Estimating money laundering risks: An application to business sectors in the Netherlands. *European Journal on Criminal Policy and Research*, 25, 45–62.
- Jolliffe I., Morgan B.** (1992). Principal component analysis and exploratory factor analysis. *Statistical Methods in Medical Research*, 1, 1, 69–95.
- Reganati F., Oliva M.** (2017). The Determinant of Money Laundering: Evidence from Italian Regions. *International Scientific Conference “Contemporary Issues in Business, Management and Education”*, 5–15.

Methodology for analyzing financial monitoring data on the example of business entities

© 2021 Yu.M. Beketnova

Yu.M. Beketnova,

*Financial University under the Government of the Russian Federation, Moscow, Russia;
e-mail: beketnova@mail.ru*

Received 15.10.2020

Abstract. The purpose of the article is to propose methodology for analyzing financial monitoring data that takes into account the need to process large amounts of heterogeneous data, the latency of the sought characteristics, and also satisfies the criterion for the time and resource indicators of the data processing process. It is necessary to move from sequential expert inspections of the objects to parallel massive automated inspections, taking into account modern methodological and instrumental capabilities in the context of the digital transformation of public administration. The lack of methodology for data analysis in the field of financial monitoring prevents the widespread introduction of automation to the processes of assessing the situation and making decisions at different hierarchical levels of the public administration contour, the formation of integral assessments of business entities, which determines the timeliness and importance of this study. The problem of optimizing the choice of business entities according to the information of financial monitoring to determine the priority of verification is posed in meaningful terms and mathematically. The article provides an illustration of the proposed methodology using the example of data on business entities. Using the method of the main components of factor analysis, an integral indicator of the deviant component of the activity of an economic entity was found. The obtained estimates are verified using the pattern recognition theory and their internal convergence is confirmed. On the basis of the obtained measures of deviant activity of economic entities, a map of the propensity to legalize money in the regions has been synthesized. The practical value of this approach lies in the fact that, based on the ranking of the regions according to their susceptibility to money laundering, recommendations can be developed to improve the current practice of conducting financial investigations and to efficiently redistribute resources.

Keywords: methodology of data analysis; financial monitoring; integral assessments; method of principal components; pattern recognition.

JEL Classification: C53, C55.

DOI: 10.31857/S042473880014912-2

НАРОДНОХОЗЯЙСТВЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ

**Анализ малого и среднего предпринимательства:
построение производственных функций с оценкой эффективных фондов**

© 2021 г. В.К. Горбунов, А.Г. Львов

В.К. Горбунов,

Ульяновский государственный университет, Ульяновск; e-mail: vkgorbunov@mail.ru

А.Г. Львов,

ООО АК «ЭйрБриджКарго», Москва; e-mail: aglvov@mail.ru

Поступила в редакцию 07.12.2020

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 19-010-00972).

Аннотация. Независимое самоорганизующееся малое и среднее предпринимательство (МСП) обычно считается важнейшим сектором современной рыночной экономики, формирующимся в соответствии с конъюнктурой рынка и ускоряющим ее инновационное развитие. Но в последние годы стали появляться работы с критическим отношением к этому сектору, особенно к его части — малому предпринимательству как к локомотиву рыночных экономик. Аргументация различных точек зрения часто основана на малообоснованных суждениях и межстрановых сравнениях, несмотря на существенные различия в определении сектора МСП и его частей — малого и среднего предпринимательств в разных странах. Для сравнительного анализа эффективности промышленных сегментов секторов МСП и крупных предприятий мы используем метод построения капитальной производственной функции экономической системы с одновременной оценкой стоимости эффективных фондов (активная часть балансовых фондов) по данным о производственных инвестициях, численности работников и совокупном выпуске системы. Исходный вариант метода был предложен нами в 2012 г., и в данной статье приводится его очередная модификация, учитывающая специфику отражения МПС Росстатом. Метод демонстрируется на статистических данных промышленных сегментов секторов малого и среднего предпринимательств, а также сектора крупных предприятий экономики России.

Ключевые слова: малое предпринимательство, среднее предпринимательство, промышленный сегмент, инвестиции, эффективные фонды, производственные функции, оценивание параметров.

Классификация JEL: L16, L26, M38, E22, D 24, C13.

DOI: 10.31857/S042473880016418-8

1. ВВЕДЕНИЕ

Российское правительство, следующее основным принципам экономического либерализма, считает независимое самоорганизующееся малое и среднее предпринимательство важнейшим сектором современной рыночной экономики, формирующимся в соответствии с конъюнктурой рынка и стимулирующим экономику к прогрессу. Эти положения определяют утвержденную в 2016 г. «Стратегию развития малого и среднего предпринимательства в Российской Федерации на период до 2030 года»¹, направленную на ускоренное развитие этого сектора экономики при активной финансовой и законодательной государственной поддержке. Большинство российских авторов, обсуждающих проблему МСП, считают этот сектор локомотивом рыночных экономик и высказываются за усиление его государственной поддержки и доведения доли МСП в ВВП России, составляющей в последние годы около 20%, до 60–80%, что характерно для ряда более развитых экономик (Виленский, 2004; Бирюков, 2004; Захарова, Лабудин, 2017; Земцов, 2020). Но в последние годы стали появляться работы с критикой такой позиции (Чигрин, 2018; Лиференко, 2019). Аргументация критики основана, в частности, на том, что производительность труда в секторе МСП, как правило, ниже, чем на крупных предприятиях. Однако аргументы «за» и «против» названных и других известных нам авторов имеют вербальный характер и не учитывают существенных

¹ См. <http://government.ru/docs/23354/>

различий в определении этих секторов в разных странах, не отражаемых используемой статистической информацией².

Цель статьи — повышение уровня дискуссии о роли МСП и политике его поддержки на основе математического моделирования проблемы оценки эффективности данного сектора экономики России и вычисления для национальной экономики и ее секторов показателей фондовооруженности, фондоотдачи, производительности труда, факторных эластичностей и показателей замещения труда капиталом. Таковую возможность предоставляет метод производственных функций (ПФ) как инструмент эффективного анализа мезо- и макроэкономического уровней. Для поставленной цели достаточно построить функции, представляющие зависимости стоимостей выпусков экономики страны и составляющих малого и среднего предпринимательства от уровней использования производственных фондов (производственного капитала) и труда. Но для предприятий сектора МСП нет строгого определения и учета производственных фондов.

Основными показателями отчетности предприятий МСП являются оборот, производственные инвестиции и число работников. Первый показатель (выпуск) в предприятиях торговли и посреднических услуг содержит спекулятивную часть, не соответствующую неоклассическим представлениям о рациональном производстве, и это при конструировании ПФ, согласно нашему опыту, часто выражается в виде незначимости фактора «*капитал*». Росстат публикует общий показатель стоимости балансовых фондов всей экономики, включая МСП, но наши оценки стоимости фондов региональных секторов малого предпринимательства, обеспечивающих большую часть выпуска МСП, полученные методом обратного счета (Горбунов, Львов, 2018, с. 510), не соответствуют данным об инвестициях. Торгово-сервисный перекоп российского сектора малых предприятий считается следствием неэффективности государственной политики поддержки малого предпринимательства (Егорова, Ахметшин, 2019, с. 12). Возможно, осознание этого перекопа стало причиной отражения Росстатом с 2011 г. деятельности МСП в плане выпуска товаров и услуг собственного производства.

Капитальные ПФ можно строить на основе статистики показателей «*выпуск*», «*инвестиции*» и «*труд*» методом построения ПФ с одновременной оценкой стоимости эффективных фондов (ЭФ), предложенным в (Горбунов, Львов, 2012) в качестве альтернативы построению менее содержательных инвестиционных ПФ. Понятие ЭФ как *части балансовых фондов, реально участвующих в выпуске продукции*, введено в (Воскобойников, 2004, с. 6; Горбунов, Львов, 2012); оно было формализовано через уравнение освоения производственных инвестиций с учетом лага освоения и амортизации фондов, определяющее количественный показатель ЭФ. Данный метод развит в (Горбунов, Крылов, 2015; Горбунов, Львов, 2018) как метод реконструкции ЭФ—ПФ.

Для достижения цели статьи метод ЭФ—ПФ развивается ниже с учетом специфики сектора МСП и его статистического представления. Основное внимание мы уделяем *промышленному сегменту* МСП, включая в него предприятия по основным видам материального производства (обрабатывающие производства, сельское хозяйство и др.) и эффекту масштаба предприятий сегментов, отражаемому соответствующими производственными функциями. Для анализа этого эффекта отдельно рассматриваются промышленные сегменты малых и средних промышленных предприятий (далее соответственно — МПП и СПП) и вводится сегмент *крупных промышленных предприятий* (КПП) с аналогичным статистическим представлением. Основными оценочными характеристиками являются факторные производительности и эластичности стоимостей товаров, работ и услуг, произведенных и выполненных предприятиями соответствующих секторов.

В разд. 2 представлен обзор работ по проблеме оценки сектора МСП. В разд. 3 изложен вариант метода ЭФ—ПФ, учитывающий особенности сегментов МПП и СПП, а также индексный вариант ЭФ—ПФ, позволяющий преодолеть сложности нелинейной оптимизации. В разд. 4 приведены результаты анализа сегментов МПП, СПП и КПП.

² В России малые предприятия ограничены численностью 100 человек, средние — численностью от 101 до 250 человек. В США сектор средних предприятий не выделяется. Предельные размеры фирм сектора «Small Business» варьируют по отраслям от 15 до 2500 работников (Dilger, 2019, p. 12). Другие данные по характеристикам малых предприятий см. (Захарова, Лабудин, 2017, с. 65–66; Егорова, Ахметшин, 2019, с. 10).

2. ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

2.1. Основные аргументы «за» и «против»

Убедительный аргумент позитивной роли МСП в либеральной рыночной системе выражен в докладе Исследовательской службы Конгресса США (Dilger, 2019, p. 1), где сектор малого бизнеса (Small Business) представляется «средством сдерживания формирования монополии и олигархии во всех отраслях и провалов рынка, вызванных устранением или снижением конкуренции на рынке». К этому добавим опыт модернизации СССР, начиная с конца 1920-х и до середины 1950-х годов, когда в рамках централизованной плановой системы успешно функционировал негосударственный сектор МСП, состоявший из производственных кооперативов и артелей (кроме колхозов), личных хозяйств колхозников, негосударственной торговли и услуг, включая конструкторские и научные — для государственных учреждений. Этот сектор обеспечивал значительную часть продукции и услуг для населения, компенсируя недостатки государственной системы, а также для государственных предприятий при оперативном устранении возникающих проблем, в том числе в период Великой Отечественной войны (Пасс, Рыжий, 2012; Пасс, 2019). В обоих случаях позитивная роль сектора МСП — компенсация недостатков сложной экономической системы крупных фирм или предприятий. В современной России со слабым сектором обрабатывающей промышленности, сырьевой ориентацией и низким уровнем промышленных инвестиций со стороны основных собственников и государства вторым аргументом за ускоренное развитие сектора МСП является создание рабочих мест в режиме самоорганизации населения.

Аргументы «за» обоснованы практикой, как и противоположный аргумент Адама Смита о преимуществах крупных производств и специализации. Аргумент Смита также подтверждается практикой. В работе (Чигрин, 2018, с. 115–116) отмечается, что в статистических данных разных стран о доле МСП в ВВП и занятости «правилом остается заметное (5–37%) превышение занятости над долей в ВВП». Из этого следует, что важнейшая социально-экономическая характеристика — производительность труда в секторе МСП существенно ниже, чем в секторе крупных предприятий (фирм). Особенно невыгодно в списке данных о МСП в странах ЕС, США, Китая и России из (Захарова, Лабудин, 2017, с. 67) выглядит Россия. Наш сектор МСП в период 2010–2015 гг. (до основных санкций) имел доли в общей занятости и в структуре ВВП соответственно 35–37 и 23–25%, из чего следует, что производительность труда в МСП составляла примерно 65% общей производительности по экономике. А.Д. Чигрин справедливо отмечает, что стимулирование менее производительного сектора МСП ухудшает условия развития крупных высокотехнологичных предприятий. В (Лиференко, 2019, с. 606) приводятся аргументы против лидирующей роли сектора МСП в реально развитых экономиках и обосновывается актуальность для современной России принципа Смита—Рикардо большей эффективности крупного производства, предопределяющего второстепенную роль сектора МСП и его подавление монополиями.

Многие авторы, в том числе сторонники его ускоренного развития и поддержки, отмечают существенные (относительно развитых стран) дефекты российского сектора МСП, в частности *плохую наблюдаемость*. В (Виленский, 2004, с. 247) отмечается, что «достоверность статистики ограничивается устойчивым сокрытием или занижением руководством малых предприятий данных по налогооблагаемым характеристикам, в первую очередь по прибыли», и что «более или менее достоверно известно лишь о деятельности... малых предприятий — юридических лиц».

2.2. Работы по моделированию. Метод непрерывной инвентаризации

Из известных нам работ по моделированию МСП отметим работы (Егорова, Ахметшин, 2019; Егорова, 2020; Сюань, 2007). Первые две посвящены применению имитационного моделирования к анализу устойчивости и совершенствованию работы малых предприятий и не моделируют сектор малого предпринимательства. Ян Сюань исследует малый промышленный бизнес России и Китая как в целом, так и на микроуровне. Для секторов МПП России и Китая построены линейные ПФ, представляющие зависимости стоимости годового выпуска продукции от различных факторов. Для Китая факторами являются: стоимость имущества фирм, число занятых и собранные налоги. Для России — инвестиции и число занятых. Отметим вывод Сюань об особой роли государственной поддержки для сегмента МПП в силу его более низкой рентабельности в сравнении с секторами торговли и услуг для населения (Сюань, 2007, с. 9).

Метод ЭФ–ПФ, развиваемый в данной статье, предложен в (Горбунов, Львов, 2012) для построения капитальных производственных функций по данным об инвестициях. В (Горбунов, Львов, 2018) метод был применен для оценки производственных фондов регионального малого

предпринимательства и построения соответствующих ПФ. Этот метод можно рассматривать как синтез метода ПФ³ и метода непрерывной инвентаризации (perpetual inventory method, PIM), предложенного Р. Голдсмитом в 1951 г. и реализованного для исчисления национального богатства США в 1896–1948 гг. (Goldsmith, 1951, 1955)⁴. Формально PIM соответствует простейшей дискретизации уравнения базовой модели экономической динамики (Romer, 1996, p. 11). PIM-уравнение для конечного промежутка с заданием начального значения показателя ЭФ использовано в методе ЭФ–ПФ. Подобные подходы применялись для оценки амортизации или эффективности производственных фондов и в ряде зарубежных работ. Работы (Nadiri, Prucha, 1996; Doms, 1996) посвящены синтезу методов ПФ и PIM. В первой синтетический метод предложен для модели производства с физическими и научно-исследовательскими фондами, формируемыми соответствующими PIM-уравнениями с заданными функциями спроса на труд и издержек. В статье (Doms, 1996) этот метод использован для исследования переменной амортизации по панельным данным однотипных предприятий, их балансовой стоимости и показателей выбытия. При этом задается параметрическая структура амортизации фондов в зависимости от их возраста. В (Rettab, Kwaak, Azzam, 2010) демонстрируется опыт оценки параметров нестационарной функции Кобба–Дугласа, коэффициента амортизации и начального капитала при заданных показателях приращения капитала для десяти отраслей экономики Дубая.

3. МЕТОД РЕКОНСТРУКЦИИ ЭФ–ПФ ДЛЯ МСП

Центральным элементом математической модели реконструкции ЭФ–ПФ является производственная функция, отражающая предполагаемую рациональность использования производственных факторов. Соответственно, показатель ЭФ соответствует неоклассическому понятию производственного фактора «капитал» в отличие от «балансовых фондов». Стоимость ЭФ непосредственно не отражается существующей статистикой производства, но оценивается методом ЭФ–ПФ. Эта оценка может приниматься в качестве косвенной оценки производственных фондов сегментов МПП и СПП по отчетной информации о производственных инвестициях (Горбунов, Львов, 2018). Аналогичный анализ сегмента КПП позволяет полнее определить влияние масштаба предприятий на их эффективность и более обоснованно формировать политику относительно МСП.

Ограничимся двухфакторными ПФ, представляющими зависимость выпуска Y от уровней использования производственного капитала K и труда L :

$$Y = F(K, L; w). \quad (1)$$

Здесь $w = (w_1, \dots, w_p)$ — вектор параметров, выбираемый из допустимого множества $W \subseteq R^p$. При каждом допустимом векторе параметров w функция $F(\cdot, \cdot; w)$ монотонно возрастающая и квазивогнутая в пространстве факторов $\{K \geq 0, L \geq 0\}$. Дополнительное требование дифференцируемости (1) позволяет вычислять предельные характеристики производства, в частности факторные эластичности

$$\varepsilon_K = \frac{\partial F(K, L)}{\partial K} / \frac{Y}{K}, \quad \varepsilon_L = \frac{\partial F(K, L)}{\partial L} / \frac{Y}{L},$$

и предельную норму замещения (ПНЗ) труда капиталом

$$S_{LK}(K, L) = \frac{\partial F(K, L)}{\partial L} / \frac{\partial F(K, L)}{\partial K}.$$

3.1. Основная схема

Основные исходные данные метода ЭФ–ПФ представляются производственной статистикой анализируемого объекта на некотором временном промежутке — совокупные выпуски Y_t , производственные инвестиции I_t и численности работников L_t :

$$\{Y_t, I_t, L_t : t = 0, \dots, T\}. \quad (2)$$

³ Современные проблемы метода ПФ обсуждаются в (Горбунов, 2014; Горбунов, Львов, 2018).

⁴ Работы Голдсмита были известны советскому экономисту А.Л. Вайнштейну, применившему PIM в исследовании накопления «народного богатства» предреволюционной России (Вайнштейн, 1960).

Для построения функций (1) по данным (2) используется уравнение дискретной динамики эффективных фондов $\{K_1, \dots, K_T\}$, отражающее процесс освоения инвестиций и амортизации фондов с нормой m (ПМ-уравнение)⁵:

$$K_t = (1 - m)K_{t-1} + I_t, \quad t = 1, \dots, T. \quad (3)$$

Для определения величин K_t требуется задать начальное значение K_0 и норму амортизации m .

В алгоритмическом отношении ЭФ–ПФ является методом решения системы уравнений

$$Y_t = F(K_t, L_t; w), \quad t = 1, \dots, T, \quad (4)$$

относительно параметров w функции (1) с условиями (3), определяющими K_t .

Система (4), как правило, несовместна, и для приближенного решения объединенной системы (3), (4) применяется метод наименьших квадратов (МНК). При этом рекуррентная форма уравнений (3) подсказывает полезность сохранения этой системы для сокращения размерности задачи минимизации МНК-функционала, который можно ввести только для системы (4), и учитывать уравнения (3) как условия минимизации. Ввиду *плохой обусловленности* задачи МНК⁶ с полным набором неизвестных m , K_0 , w при небольшом объеме статистических данных (2) показатель m подбирается, в качестве искомых параметров остается вектор $z = (w_1, \dots, w_p, K_0)$, наилучшая оценка z — определяется из условия минимизации квадратичной невязки уравнения (4):

$$\varphi(z) = \sum_{t=0}^T [Y_t - F(K_t, L_t; w)]^2 \quad (5)$$

при условиях (3) и

$$w \in W, \quad K_0 > 0. \quad (6)$$

3.2. Регуляризация задачи МНК

Метод НК идентификации математических моделей по статистическим данным обычно рассматривается в рамках статистической теории, предполагающей случайный характер ошибок данных. При этом ошибки считаются нормально распределенными, взаимно независимыми и обладающими еще рядом практически невыполняемых свойств (Горбунов, Львов, 2012, с. 97–98). Но обоснованная информация о вероятностных характеристиках погрешностей данных (2) обычно отсутствует, и задачу минимизации МНК-функционала (5) при условиях (3) и (6) следует рассматривать как некорректно поставленную (Тихонов, Арсенин, 1986; Gorbunov, 2001). Ее решение может быть неединственным и неустойчивым относительно малых вариаций исходных данных и вычислительных погрешностей.

Некорректные задачи могут быть решены удовлетворительно *методами регуляризации*, т.е. переходом от исходной неустойчивой задачи к корректной (хорошо обусловленной) задаче, уточняющей исходную привлечением дополнительной информации об искомом решении. Такую информацию в случае моделирования экономики дает экономическая теория и экспертные процедуры оценивания содержательных параметров математических моделей. В нашем случае центральным объектом является возрастающая квазивогнутая ПФ (1), и ее значения $F(K_t, L_t; w)$, вычисленные по формируемым значениям капитала (3) и статистическим значениям затрат труда L_t , должны аппроксимировать статистические значения выпусков Y_t . Такая задача в математическом смысле относится к изогометрической аппроксимации функции, и это существенно облегчает ее регуляризацию.

Задача минимизации функционала (5) при условиях (3) и (6) плохо обусловлена относительно начального значения капитала K_0 даже при использовании простейшего класса ПФ Кобба–Дугласа. Для российской и региональных экономик параметр K_0 допускает некоторую экспертную оценку, которая позволяет стабилизировать задачу относительно его значений. В случае малого предпринимательства таких оценок нет, и в (Горбунов, Львов, 2018) предложено вводить экспертную оценку темпа изменения фондовооруженности труда $c: K_{t+1}/L_{t+1} = c(K_t/L_t)$. При этом

⁵ Временной лаг освоения инвестиций, введенный в исходном варианте метода ЭФ–ПФ (Горбунов, Львов, 2012), для МСП можно не учитывать.

⁶ Вычислительная задача называется плохо обусловленной (некорректно поставленной), если ее решение неустойчиво относительно малых вариаций исходных данных.

$K_T/L_T = c^T(K_0/L_0)$. Экспертное значение является субъективной оценкой соответствующей величины, и последнее равенство следует заменить штрафным функционалом за его невыполнение:

$$\Omega(K_0; c) = \left[\frac{K_T}{L_T} - c^T \frac{K_0}{L_0} \right]^2. \quad (7)$$

Квадратичная невязка (5) системы уравнений (4) является основным критерием качества аппроксимации модели (4) статистикой (2) при условии (3), подлежащем минимизации, и функционал (7) — вторая по значению цель задачи ЭФ–ПФ. В соответствии с основным методом решения двухкритериальных задач с нежестким предпочтением исходная задача п. 3.1 сводится к минимизации тихоновской свертки критериев (5) и (7):

$$\Phi_{\tau c}(z) = \varphi(z) + \tau \Omega(K_0; c), \quad \tau > 0, \quad (8)$$

при условиях (3) и (6). Параметры c и τ подбираются в процессе вычислений как часть экспертной процедуры. Неявный показатель качества получаемых оценок основных параметров z модели (1), (3) — их устойчивость относительно вариаций исходных данных (2) и вводимых параметров m , c , τ .

3.3. Индексная форма

Числовые значения основных переменных (Y , K , L , I) модели (3)–(4) обычно имеют различные порядки. При этом функционал (8) имеет овражную структуру поверхностей уровня, что усложняет процесс минимизации. В (Горбунов, 2014) для преодоления проблемы овражности функционала МНК в задаче построения ПФ по статистической информации о выпуске и затратах (Y , K , L) предложен переход к индексным переменным относительно их начальных значений (Y_0 , K_0 , L_0). В (Горбунов, Крылов, 2015; Горбунов, Львов, 2018) этот прием применялся для задач метода ЭФ–ПФ. При этом выполнялся переход к индексным переменным

$$v = Y/Y_0, \quad \kappa = K/K_0, \quad \lambda = L/L_0, \quad i_t = I_t/K_0. \quad (9)$$

Функция (1) в переменных (9) принимает индексную форму⁷

$$v = F(\kappa, \lambda; w'), \quad w' \in W', \quad (10)$$

уравнение (3) —

$$\kappa_t = (1-m)\kappa_{t-1} + i_t, \quad t = 1, \dots, T. \quad (11)$$

Обозначим список оцениваемых параметров индексной задачи через $\varsigma = (w'_1, \dots, w'_p, K_0)$. Функционал (5) принимает вид $\psi(\varsigma) = \sum_t [v_t - F(\kappa_t, \lambda_t; w')]^2$; штрафной функционал (7) — $\omega(\varsigma, c) = [\kappa_T - c^T \lambda_T]^2$; минимизируемый функционал (8) —

$$\Psi_{\tau c}(\varsigma) = \psi(\varsigma) + \tau \omega(\varsigma, c). \quad (12)$$

Задача минимизации функционала (8) при условиях (3) и (6) сведена к минимизации (12) при условиях (11) и

$$w' \in W', \quad K_0 > 0. \quad (13)$$

Связь параметров w' индексной функции (10) с параметрами w абсолютной функции (1) устанавливается структурным анализом тождества, получаемого подстановкой (9) в определение индексной ПФ (10):

$$F(K, L; w) = Y_0 F(K/K_0, L/L_0; w') \quad \forall K, L > 0. \quad (14)$$

Покажем связь параметров w и w' для двух классов ПФ, используемых в разд. 4. Первый класс — функции Кобба–Дугласа (КД)

$$Y = AK^\alpha L^\beta, \quad A > 0, \quad 0 < (\alpha, \beta) < 1. \quad (15)$$

⁷ Индексная форма ПФ может оказаться единственной, если исходная информация известна только, или частично, в индексных показателях, как это было в пионерной работе (Cobb, Douglas, 1928). Собранный Дугласом статистика обрабатывающей промышленности США для периода 1899–1922 гг. представляла капитал K_t , численности работников L_t и индексы v_t количеств продукции Y_t относительно начального уровня Y_0 . Построенная Коббом индексная ПФ в наших обозначениях имеет вид $v = 1,101 \kappa^{3/4} \lambda^{3/4}$.

Здесь индексная форма

$$v = aK^\alpha \lambda^\beta, \quad a > 0, \quad 0 < (\alpha, \beta) < 1, \quad (16)$$

и списки параметров этих функций — $w = (A, \alpha, \beta)$ и $w' = (a, \alpha', \beta')$.

Из тождества (14) для функции (15) и равенства (16) следует тождество $AK^\alpha L^\beta = Y_0 a K^{\alpha'} L^{\beta'} / K_0^{\alpha'} L_0^{\beta'} \forall (K > 0, L > 0)$, откуда получаем

$$\alpha = \alpha', \quad \beta = \beta', \quad A = Y_0 a / K_0^\alpha L_0^\beta. \quad (17)$$

Второй класс — постоянной эластичности замещения (ПЭЗ)

$$Y = A(vK^{-\rho} + (1-v)L^{-\rho})^{-1/\rho}, \quad A, \mu > 0, \quad 0 < v < 1, \quad -1 \leq \rho \neq 0. \quad (18)$$

Индексная форма этой функции:

$$v = a(vK^{-\rho} + (1-v)L^{-\rho})^{-\mu/\rho}. \quad (19)$$

Повторяя анализ тождества (14) с формулами (18) и (19), имеем

$$\rho = \rho', \quad \mu = \mu', \quad A = Y_0 a / (vK_0^\rho + (1-v)L_0^\rho)^{\mu/\rho}, \quad v = vK_0^\rho / (vK_0^\rho + (1-v)L_0^\rho). \quad (20)$$

Функции КД (15) и ПЭЗ (18) являются положительно однородными со степенями $\mu = \alpha + \beta$ для КД и μ для ПЭЗ. Известно, что при $\rho \rightarrow 0$ функция ПЭЗ равна пределу функции КД с параметрами $A, \alpha = \mu v, \beta = \mu(1-v)$. Эти соотношения применяются в двухэтапном методе решения задачи ЭФ–ПФ: на первом этапе — используется более простая функция КД, и оценки ее параметров определяют начальные приближения параметров функции ПЭЗ. Известно, что эластичность замещения труда капиталом⁸ функции КД равна 1 и функции ПЭЗ $\sigma = 1/(1+\rho)$.

4. АНАЛИЗ СЕГМЕНТОВ МПП, СПП И ВВП ЭКОНОМИКИ РОССИИ

Изложенный вариант метода ЭФ–ПФ применен для анализа на период 2011–2018 гг. промышленных сегментов МПП⁹, СПП и КПП, объединение которых является промышленным сегментом экономики, обозначаемым ВВП. Выделенные сегменты охватывают следующие виды деятельности материального производства: сельское, лесное хозяйство, охота, рыболовство и рыбоводство; добыча полезных ископаемых; обрабатывающие производства; строительство. Выпусками считаются стоимости товаров, работ и услуг произведенных и выполненных предприятиями соответствующих сегментов. Для приведения стоимостных значений выпусков к базисным ценам используются индексы потребительских цен (ИПЦ) и для производственных инвестиций — индексы цен на продукцию инвестиционного назначения (ИЦПИ). Исходные данные для расчетов взяты из документов Росстата. Они приведены в табл. 1, где Y_t^s указывает, сколько отгружено товаров собственного производства, выполнено работ и услуг собственными силами в действующих ценах (млрд руб.); I_t^s — инвестиции в основной капитал (млрд руб.); L_t — средняя численность работников (тыс. человек). В последней строке табл. 1 представлены отношения конечных и исходных показателей выпусков, инвестиций и занятости в сегментах МПП, СПП и ВВП. Во всех сегментах численность работников снизилась, особенно сильно в СПП — на 28%.

В табл. 2 стоимостные показатели приведены к ценам 2011 г., и вместо промышленного сегмента всей экономики ВВП представлен дополнительный сегмент КПП, показатели которого получены вычитанием из столбцов ВВП первой таблицы соответствующих столбцов блоков МПП и СПП и дефлированием результатов выпуска и инвестиций. В сопоставимых ценах при существенном росте выпусков в сегментах МПП (57%) и КПП (29%) меньший сегмент СПП сократил выпуск на 3%.

Задача реконструкции ЭФ–ПФ решалась для объектов МПП, СПП и КПП в индексном варианте минимизации функционала (12) при условиях (11) и (13) в системе «Математика». Небольшая длина ряда данных диктует ограничение числа параметров, оцениваемых в задаче. С учетом этого и ввиду отсутствия информации относительно нормы амортизации в данных сегментах было выбрано общее значение $m = 0,05$ (соответствует данному показателю, часто используемому

⁸ Определяется как эластичность зависимости фондовооруженности K/L от ПНЗ S_{LK} .

⁹ Сектор малого предпринимательства, представляемый статистикой, состоит из предприятий, образующих юридические лица, и не включает крестьянские хозяйства и индивидуальных предпринимателей.

Таблица 1. Исходные данные в текущих ценах

Год	ИПЦ	ИЦПИ	МПП			СПП			ВВП		
			Y_t^s	I_t^s	L_t	Y_t^s	I_t^s	L_t	Y_t^s	I_t^s	L_t
2011	1,084	1,092	4121,3	246,7	3858,0	1623,6	152,1	1280,8	39072,0	3745,1	23522,0
2012	1,051	1,070	4772,5	303,7	3877,6	1592,8	141,0	1280,8	42935,4	4384,3	23501,0
2013	1,068	1,058	5086,5	331,3	3839,4	1663,0	180,3	1039,1	45531,8	4918,4	23355,0
2014	1,078	1,048	5296,0	381,3	3796,9	1834,8	150,7	993,0	49508,3	5219,3	22986,0
2015	1,155	1,105	6419,1	405,7	3556,0	1887,9	297,0	1236,3	58155,0	5472,9	23341,0
2016	1,071	1,066	7542,1	439,3	3544,9	2638,4	188,7	1041,2	59032,8	5880,9	23100,0
2017	1,037	1,036	9642,9	485,9	3680,4	2414,2	171,2	953,1	65310,5	6536,6	22694,0
2018	1,029	1,040	10297,5	525,5	3661,8	2511,1	180,3	921,7	76528,5	7197,7	22537,0
2018/2011			2,50	2,13	0,95	1,55	1,19	0,72	1,96	1,92	0,96

Источники: ИПЦ (<https://fedstat.ru/indicator/31074>); Росстат (<https://rosstat.gov.ru/folder/210/document/13239>, <https://rosstat.gov.ru/price>), ИЦПИ (<https://www.fedstat.ru/indicator/57795>); Малое и среднее предпринимательство в России (<https://rosstat.gov.ru/folder/210/document/13223>, <https://rosstat.gov.ru/folder/14036>).

Таблица 2. Статистика анализируемых сегментов в ценах 2011 г.

Год	МПП		СПП		КПП		
	Y_t	I_t	Y_t	I_t	Y_t	I_t	L_t
2011	4121,3	246,7	1623,6	152,1	33 327,2	3 346,3	18 383,2
2012	4542,2	283,8	1516,0	131,8	34 805,4	3 681,9	18 342,6
2013	4534,5	292,7	1482,5	159,3	34 573,7	3 892,7	18 476,6
2014	4378,9	321,4	1517,1	127,0	35 038,7	3 950,9	18 196,1
2015	4594,0	309,5	1351,1	226,6	35 675,2	3 638,6	18 548,7
2016	5042,3	314,3	1763,9	135,0	32 660,0	3 758,8	18 513,9
2017	6217,9	335,6	1556,7	118,2	34 338,8	4 061,0	18 060,5
2018	6454,7	348,9	1574,0	119,7	39 941,5	4 310,3	17 953,5
2018/2011	1,57	1,41	0,97	0,79	1,20	1,29	0,98

в научной литературе), в качестве простейших ПФ — функции Кобба–Дугласа (15) и ПЭЗ (18) (причем в частных вариантах постоянной отдачи от масштаба, что соответствует их линейной однородности ($\beta = 1 - \alpha$, $\mu = 1$)). После решения индексных задач оценивания параметров $\varsigma = (a, \alpha, K_0)$ для функции КД и $\varsigma = (a, v', \rho, K_0)$ для ПЭЗ по формулам (17) и (20) вычислялись параметры исходных (абсолютных) функций (15) и (18).

Параметр регуляризации τ и темп изменения фондовооруженности труда s подбирались при решении нескольких задач минимизации из условия наименьшего значения условного минимума (12). Были выбраны: $\tau = 1$; $s = 1,1$ — для сегментов МПП и КПП и $s = 1,15$ — для СПП. При использовании функции ПЭЗ выявилась высокая чувствительность значения минимума (12) относительно параметра ρ . Для того чтобы результаты применения этой функции не сильно отличались от применения функции КД, для каждого сегмента выбрано фиксированное значение, дающее лучшее значение минимума (12). Таким значением для всех сегментов оказалось $\rho = -0,1$. При этом эластичность замещения труда капиталом $\sigma \approx 1,11$.

Оценки остальных параметров модели ЭФ–ПФ с функциями КД и ПЭЗ приведены в табл. 3. Строки 1–5 представляют результаты решения индексной формы задачи — минимизации критерия (12) при условиях (11) и (13); строка 3 — оценки параметров α и v' для индексных функций (25) — КД и ПЭЗ соответственно; строки 6–7 — параметры абсолютных ПФ (15) и (18), вычисленные по формулам (17) (при $\beta = 1 - \alpha$) и (20) (при $\mu = 1, \rho = -0,1$); строка 8 — невязку (5) уравнений (4) в абсолютных показателях.

Таблица 3. Результаты оценок параметров модели ЭФ–ПФ

№	Параметр, критерий	МПП		СПП		КПП	
		КД	ПЭЗ	КД	ПЭЗ	КД	ПЭЗ
1	K_0^e	1590,6	1589,5	750,1	749,8	18923,6	18922,9
2	a	0,947	0,948	0,902	0,904	0,994	0,994
3	αv	0,742	0,733	0,403	0,392	0,164	0,161
4	$\psi(\varsigma)$	0,0684	0,0679	0,0665	0,0659	0,0280	0,0279
5	$\omega(\varsigma, c)$	3E-06	1E-06	1E-04	1E-04	8E-07	7E-07
6	A	1,952	1,955	1,420	1,418	1,794	1,794
7	v	—	0,7503	—	0,4044	—	0,1602
8	$\varphi(z)$	$1,1 \times 10^6$	$1,1 \times 10^6$	$1,75 \times 10^5$	$1,74 \times 10^5$	$3,1 \times 10^7$	$3,0 \times 10^7$

Таблица 4. Выпуски, эффективные фонды, фондовооруженность труда, производительность труда и фондоотдача. ПФ ПЭЗ

Год	МПП					СПП					КПП				
	$\hat{Y}$	K^e	K^e/L	$\hat{Y}/L$	$\hat{Y}/K$	$\hat{Y}$	K^e	K^e/L	$\hat{Y}/L$	$\hat{Y}/K$	$\hat{Y}$	K^e	K^e/L	$\hat{Y}/L$	$\hat{Y}/K$
2011	3907,4	1589,5	0,41	1,01	2,46	1467,6	749,8	0,59	1,15	1,96	33 136,8	18922,9	1,03	1,80	1,75
2012	4210,8	1756,7	0,45	1,09	2,40	1552,1	864,4	0,67	1,21	1,80	33 719,3	21 323,0	1,16	1,84	1,58
2013	4540,0	1952,7	0,51	1,18	2,32	1422,9	953,0	0,92	1,37	1,49	34 571,3	23 938,8	1,30	1,87	1,44
2014	4856,5	2147,8	0,57	1,28	2,26	1448,4	1064,6	1,07	1,46	1,36	34 737,0	26 634,5	1,46	1,91	1,30
2015	5123,0	2361,8	0,66	1,44	2,17	1695,7	1138,4	0,92	1,37	1,49	35 851,2	29 253,7	1,58	1,93	1,23
2016	5424,1	2553,2	0,72	1,53	2,12	1620,1	1308,1	1,26	1,56	1,24	36 226,5	31 429,6	1,70	1,96	1,15
2017	5771,7	2739,8	0,74	1,57	2,11	1571,2	1377,7	1,45	1,65	1,14	35 890,6	33 616,9	1,86	1,99	1,07
2018	6072,9	2938,4	0,80	1,66	2,07	1563,2	1427,0	1,55	1,70	1,10	36 129,9	35 997,1	2,01	2,01	1,00

По оценке начальной стоимости ЭФ K_0^e , параметров абсолютной функции ПЭЗ (A, v) и параметров $\rho = -0,1$ и $m = 0,05$ построены значения ЭФ и соответствующих расчетных выпусков ($K_t^e, \hat{Y}_t$). Они представлены в табл. 4 вместе с показателями фондовооруженности труда, производительности труда и фондоотдачи. Фондовооруженность труда существенно растет при переходе от сегмента МПП к СПП и затем к КПП, что вполне естественно. Также естественно, что при этом с размером предприятий растет производительность труда, но падает фондоотдача. Это падение соответствует тому, что на малых предприятиях используются дешевые производственные фонды и больше, чем на средних предприятиях, и тем более на крупных, играет роль ручной труд. Но показатель фондоотдачи является отношением стоимости выпуска продукции, сделанной в МПП при высоких затратах труда и низком уровне использования фондов, к небольшой стоимости фондов. Соответственно, более низкие показатели фондовооруженности труда обеспечивают более высокую фондоотдачу.

В табл. 5 приведены факторные эластичности $\varepsilon_K, \varepsilon_L$ и предельная норма замещения S_{LK} , вычисленные по функции ПЭЗ для начального и конечного периодов анализа. Полученные значения показывают, что эластичность выпуска относительно ЭФ ε_K с ростом размеров предприятий снижается; эластичность выпусков относительно затрат труда ε_L — растет и ПНЗ труда капиталом также резко возрастает; факторные эластичности в каждом сегменте меняются незначительно (ε_K растет в пределах до 7% и ε_L убывает в пределах до 4%), но ПНЗ S_{LK} существенно возрастает, особенно в сегменте СПП (на 240%).

Таблица 5. Предельные характеристики производства. ПФ ПЭЗ

Характеристика	МПП		СПП		КПП	
	2011 г.	2018 г.	2011 г.	2018 г.	2011 г.	2018 г.
ε_K	0,73	0,75	0,39	0,41	0,16	0,17
ε_L	0,27	0,25	0,61	0,59	0,84	0,83
S_{LK}	0,15	0,27	0,91	2,18	5,38	9,80

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье приведен вариант метода ЭФ–ПФ для количественного анализа эффективности промышленных сегментов МПП, СПП и КПП. Такой метод необходим для повышения научного уровня дискуссии о роли сектора МСП в экономике России и уровня его государственной поддержки, адекватной целям социально-экономической политики, соответствующей статусу социального государства. Вопрос о необходимости поддержки сектора МСП в условиях либеральной экономической политики российского правительства не вызывает обоснованных возражений. К приведенным в разд. 2 статьи аргументам в пользу сектора МСП можно добавить, что низкая фондовооруженность сегментов МПП и СПП относительно сегмента КПП, оцененная нашими расчетами количественно (см. табл. 4), позволяет малым предприятиям занимать такие локальные ниши рынка, которые оказываются не доступными или не выгодными для крупных предприятий. Проблемы анализа и регулирования экономики очень сложны и должны основываться на количественном анализе, позволяющем объективно определять меру поддержки менее эффективных предприятий с учетом сокращения возможностей развития крупных современных производств.

Приведенные в статье расчеты не должны восприниматься как надежное отражение реальности. Набор исходных данных небольшой, и качество статистики сектора МСП недостаточно высокое. Но это — проблема российской статистики и условий ее формирования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

- Бирюков А.** (2004). Развитие малого и среднего бизнеса — локомотив экономики (опыт Тайваня) // *Вопросы экономики*. № 9. С. 123–129. [**Biryukov A.** (2004). Development of small and medium business — the locomotive of the economy (the case of Taiwan). *Voprosy Ekonomiki*, 9, 123–129 (in Russian).]
- Вайнштейн А.Л.** (1960). Народное богатство и народнохозяйственное накопление предреволюционной России. Статистическое исследование. М.: Госстатиздат ЦСУ СССР. [**Vainshtein A.L.** (1960). *People's wealth and national economic accumulation in pre-revolutionary Russia*. Moscow: Gosstatizdat (in Russian).]
- Виленский А.В.** (2004). Особенности российского малого предпринимательства // *Экономический журнал ВШЭ*. Т. 8. № 2. С. 246–256. [**Vilenskij A.V.** (2004). Features of Russian small business. *HSE Economic Journal*, 8, 1, 246–256 (in Russian).]
- Воскобойников И.Б.** (2004). О корректировке динамики основных фондов в российской экономике // *Экономический журнал ВШЭ*. Т. 33. № 1. С. 3–20. [**Voskoboynikov I.B.** (2004). About correction of the production funds' dynamics in the Russian economy. *HSE Economic Journal*, 33, 1, 37–42 (in Russian).]
- Горбунов В.К.** (2014). О размерностной проблеме в экономике: производственная функция как псевдо-черный ящик // *Журнал экономической теории*. № 1. С. 199–212. [**Gorbunov V.K.** (2014). To the dimensional problem in economics: Production function as a “pseudo-black box”. *Journal of Economic Theory (Russian)*, 1, 199–212 (in Russian).]
- Горбунов В.К., Крылов В.П.** (2015). Оценка эффективности основного капитала предприятий методом производственных функций // *Экономика региона*. Т. 11. № 3. С. 334–347. [**Gorbunov V.K., Krylov V.P.** (2015). Region effective production assets and their assessment by the production function method. *Economy of Region*, 3, 334–347 (in Russian).]
- Горбунов В.К., Львов А.Г.** (2012). Построение производственных функций по данным об инвестициях // *Экономика и математические методы*. № 2. С. 95–107. [**Gorbunov V.K., Lvov A.G.** (2012). The construction of production functions using investment data. *Economics and Mathematical Methods*, 48, 1, 95–107 (in Russian).]
- Горбунов В.К., Львов А.Г.** (2018). Эффективные производственные фонды и производственные функции малого предпринимательства регионов // *Экономика региона*. Т. 14. № 2. С. 502–515. [**Gorbunov V.K., Lvov A.G.** (2018). Effective production funds and production functions of regional small business. *Economy of Region*, 14, 1, 502–515 (in Russian).]
- Егорова Н.Е.** (2020). Модели и методы анализа устойчивого развития малых предприятий // *Экономика и математические методы*. Т. 56. № 3. С. 79–90. [**Egorova N.E.** (2020). Models and methods for analysis of small enterprises' sustainable development. *Economics and Mathematical Methods*, 56, 3, 79–90 (in Russian).]
- Егорова Н.Е., Ахметшин А.Ф.** (2019). Имитационные модели устойчивого развития малых предприятий. М.: ЦЭМИ РАН. [**Egorova N.E., Akhmetshin A.F.** (2019). *Simulation models of sustainable development of small enterprises*. Moscow: CEMI RAS (in Russian).]
- Захарова Н.В., Лабудин А.В.** (2017). Малое и среднее предпринимательство в европейских странах: основные тенденции развития // *Управленческое консультирование*. № 12. С. 64–77. [**Zakharova N.V., Labudin A.V.**

- (2017). Small & medium entrepreneurship in European countries: Main tendencies of the development. *Administrative Consulting*, 12, 64–77 (in Russian).]
- Земцов С.П.** (2020). Институты, предпринимательство и региональное развитие в России // *Журнал Новой экономической ассоциации*. № 2 (46). С. 168–180. [**Zemtsov S.P.** (2020). Institutions, entrepreneurship, and regional development in Russia. *Journal of the New Economic Association*, 2, 46, 168–180 (in Russian).]
- Лиференко Ю.В.** (2019). Миф о малом бизнесе // *Региональная экономика: теория и практика*. Т. 17. № 4 (463). С. 605–614. [**Liferenko Yu.V.** (2019). The myth of small business. *Regional Economics: Theory and Practice*, 17, 3, 605–614.].
- Пасс А.А.** (2019). Организационная структура кооперативного «бизнеса» в СССР (1950-е гг.) // *Вестник Томского государственного университета*. № 438. С. 151–162. [**Pass A.A.** (2019). The organization structure of cooperative “business” in the USSR. *Tomsk State University Journal*, 438, 151–162 (in Russian).]
- Пасс А.А., Рыжий П.А.** (2012). Огосударствление промысловой кооперации в СССР во второй половине 1950-х гг.: Причины и последствия // *Социум и власть*. № 5 (37). С. 114–122. [**Pass A.A., Rizhiy P.A.** (2012). Nationalization of industrial co-operation in the USSR in the second half of the 1950s: Causes and consequences. *Socium and Power*, 5, 37, 114–122 (in Russian).]
- Сюань Ян** (2007). Факторы и стратегии развития малого промышленного бизнеса (на примере России и Китая): Автореф. дисс. ... канд. экон. наук. 08.00.05. М.: ЦЭМИ РАН. [**Quan Yang** (2007). *Factors and strategies for small industrial business development (on the example of Russia and China): candidate of economic Sciences, specialization 08.00.05*. Moscow: CEMI Russian Academy of Sciences (in Russian).]
- Тихонов А.Н., Арсенин В.Я.** (1986). Методы решения некорректных задач. 3-е изд. М.: Наука. [**Tikhonov A.N., Arsenin V.Ya.** (1977). *Solution of Ill-Posed Problems*. N.Y.: Wiley (in Russian).]
- Чигрин А.Д.** (2018). Малый бизнес и конкурентоспособность России — нетрадиционная трактовка // *Журнал Новой экономической ассоциации*. № 3 (40). С. 110–126. [**Chigrin A.D.** (2018). Small business and the competitiveness of Russia: An unconventional view. *Journal of the New Economic Association*, 3, 40, 110–126 (in Russian).]
- Cobb Ch.W., Douglas P.H.** (1928). A theory of production. *The American Economic Review*, 18, 1, 139–165.
- Dilger R.J.** (2019). *Small business size standards: A historical analysis of contemporary issues*. Congressional Research Service. R40860.
- Doms M.** (1996). Estimating capital efficiency schedules within production functions. *Economic Inquiry*, 34, 78–92.
- Goldsmith R.W.** (1951). A perpetual inventory method of national wealth. *Studies in Income and Wealth*, 14, 5–73. Conference on Research in Income and Wealth. N.Y.: NBER.
- Goldsmith R.W.** (1955). The national balance sheet of the United States of America 1900–1949. *Income and Wealth*, IV, 322–386. In: “*International Association for Research in Income and Wealth*”. London: Bowes and Bowes.
- Gorbunov V.K.** (2001). Regularization of degenerated equations and inequalities under explicit data parameterization. *Journal Inverse and Ill-Posed Problems*, 9 (6), 575–594.
- Nadiri M., Prucha I.** (1996). Estimation of the depreciation rate of physical and R and D capital in the U.S. total manufacturing sector. *Economic Inquiry*, 34, 43–56.
- Rettab B., Kwaak T., Azzam A.** (2010). An optimization procedure for estimating the stock of capital: Application to ten production sectors of Dubai. *Regional and Sectorial Economic Studies*, 10, 1, 107–114.
- Romer D.** (1996). *Advanced macroeconomics*. N.Y.: McGraw-Hill.

**Analysis of small and medium business:
Constructing production functions with estimating effective funds**

© 2021 V.K. Gorbunov, A.G. Lvov

V.K. Gorbunov,

Ulianovsk State University, Ulianovsk, Russia; e-mail: vkgorbunov@mail.ru

A.G. Lvov,

AirBridgeCargo Airlines, LLC, Moscow, Russia; e-mail: aglvov@mail.ru

Received 07.12.2020

This study was supported by the Russian Foundation for Basic Research (project 19-010-00972).

Abstract. Independent self-organizing small and medium-sized entrepreneurship (SMB) is usually considered to be the most important sector of the modern economy, evolving in according to market conditions and stimulating the economy to progress. But in recent years, works have appeared that criticize the defining of this economy sector as the “locomotive” of the entire market economy. Arguments for different points of view are often based on verbal judgment and comparisons between countries, despite significant differences in the definition of small (SB) and medium (MB) businesses across countries. In this paper, for comparative analysis of industrial segments of the sectors of SB, MB, and large enterprises (LE), we suggest the method for assessing the “effective funds” (EF) of production systems and constructing their production functions (PF). The concept of EF is understood as part of the book-value of production funds that actually participate in the output. This indicator is not directly measurable, but it can be estimated based on data of production investment, the number of employees and the total output of enterprises of the studied system when constructing “capital” PF. The initial version of the method was proposed by us in 2012, and here a next modification is given, taking into account the specifics of the SMB reflection by Rosstat. The method is demonstrated on statistical data for the industrial segments of the SB, MB and LE sectors of the Russian economy.

Keywords: small business, medium enterprises, industrial segment, investments, efficient funds, perpetual inventory method, production functions, parameter estimation.

JEL Classification: L16, L26, M38, E22, D 24, C13.

DOI: 10.31857/S042473880016418-8

НАРОДНОХОЗЯЙСТВЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ

Отечественный и зарубежный опыты инвестиционной
поддержки инновационного процесса

© 2021 г. А.С. Славянов, Е.Ю. Хрусталев

А.С. Славянов,
МГТУ им. Н.Э. Баумана; e-mail: aslavianov@mail.ru

Е.Ю. Хрусталев
ЦЭМИ РАН; e-mail: stalev777@yandex.ru

Поступила в редакцию 15.05.2020

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 19-110-50340).

Аннотация. В предлагаемой обзорной статье исследован отечественный и зарубежный опыт поддержки инновационного процесса при привлечении частных, государственных и иностранных инвестиций. Изучен исторический опыт СССР в реализации стратегических инновационных проектов, который показал, что особые условия бюджетного финансирования организаций-исполнителей, а также жесткие связи между предприятиями способствуют достижению поставленных целей, хотя и ведут к перерасходу ресурсов. Административно-директивные подходы также использовались в практике стран Юго-Восточной Азии в целях концентрации финансовых ресурсов для достижения стратегических целей. Внимание уделено опыту США в преодолении разрыва между фундаментальными исследованиями и практическим применением их результатов посредством механизма венчурного финансирования инновационных компаний. Особую роль в инновационном процессе в США играют университеты, которые являются базой для формирования инновационных кластеров. В то же время опыт создания в современной России технопарков показал, что пока не удалось заметно повлиять на инновационную активность частного бизнеса. Опыт Китая и стран Восточной Европы показывает, что иностранные инвестиции оказывают положительное влияние на инновационное развитие в условиях достаточно высокой инвестиционной привлекательности и политической воли государства отстаивать свой суверенитет. В данный момент Россия не может рассчитывать на иностранный капитал в построении национальной стратегии инновационного развития. Рассмотрен отечественный и зарубежный опыты взаимодействия между оборонным гражданским секторами экономики. На основе проведенного нами анализа подготовлены с учетом текущего состояния внешней среды рекомендации для совершенствования подходов к поддержке инновационного процесса в России.

Ключевые слова: инвестиции, инновационный процесс, исследования и разработки, финансирование науки, венчурное финансирование, государственная поддержка, иностранные инвестиции, частный капитал.

Классификация JEL: G38, H50, O32, C53.

DOI: 10.31857/S042473880016414-4

ВВЕДЕНИЕ

Современное состояние внешней среды функционирования российской экономики характеризуется высокой нестабильностью, вызванной непредсказуемыми колебаниями цен на основные экспортные товары; волатильностью на финансовых рынках; обострением международных экономических отношений; карантинными и санкционными ограничениями и другими факторами. Задача сохранения позиций России в условиях перехода лидеров мировой экономики на новый технологический уклад приобретает особенно важное, стратегическое значение. Современный этап развития отечественной экономики характеризуется не только наличием научно-технического и ресурсного потенциала, но и проблем, связанных с его активизацией и вовлечением в национальный инновационный процесс. Несогласованность приоритетов и форм инвестиционной поддержки инновационного процесса не позволяет сформировать в России производственные цепочки создания добавленной стоимости высокотехнологичной продукции и услуг. Особенное внимание следует уделить этой проблеме в связи с тем,

что страны, обладавшие гораздо меньшими ресурсами и практически полным отсутствием научного задела, смогли в течение трех десятилетий выйти на лидирующие позиции на мировых рынках высокотехнологичной продукции и услуг. Низкая эффективность инвестиций в научные исследования и разработки на фоне жестких бюджетных ограничений, вызванных рядом сдерживающих факторов, делает актуальной проблему поиска адекватных методов привлечения капиталов в инновационную сферу.

ОТЕЧЕСТВЕННЫЙ ОПЫТ ИНВЕСТИЦИОННОЙ ПОДДЕРЖКИ ИННОВАЦИОННОГО ПРОЦЕССА

Административно-командная модель экономики, существовавшая в разных формах с 1918 по 1991 г., устанавливала жесткие связи между предприятиями, что позволяло снизить риски срыва поставок, влияющих на реализацию проектов. Советский опыт показывает, что масштабная инвестиционная и информационная поддержка государства на фоне тотального контроля всех производственных процессов, а также персональная ответственность исполнителей существенно снижают риски проекта, вызванные низким качеством комплектующих и материалов, несвоевременным финансированием, нарушением сроков выполнения всех этапов работ и др.

Проведенный нами анализ показывает, что в отечественной инновационной сфере советского периода преобладала модель догоняющего развития, ряд достижений базировался на проведенных ранее зарубежных исследованиях и разработках, что нисколько не умаляет вклада советских ученых в решение стратегических задач. Вместе с тем административно-командная система управления для достижения конечного результата зачастую допускала нерациональное использование материальных и трудовых ресурсов. Несмотря на неоспоримые достижения советской науки, имели место и серьезные просчеты в выборе направлений развития.

Переход в 1990-е годы к рыночной экономике повлек за собой резкое снижение роли государства в финансировании фундаментальных и прикладных исследований, что привело к сворачиванию ряда перспективных проектов. На протяжении последнего десятилетия доля затрат на внутренние исследования и разработки в России не превышала 1,1% ВВП (что обеспечивало стране относительно скромный инновационный рейтинг), в то время как инновационно активные страны тратили на эти цели в разы больше (табл. 1).

Как видно из табл. 1, группа стран с высоким инновационным индексом в течение текущего десятилетия нарастили долю затрат на НИР в ВВП, в то время как Россия и некоторые другие страны несколько снизили этот показатель.

Следует отметить, что глобальный инновационный индекс представляет собой интегральный показатель, включающий в себя множество переменных, что осложняет его расчет. В связи с этим авторами было предложено оценивать инновационное развитие экономики по динамике экспорта продукции с высокой добавленной стоимостью (Хрусталева, Славянов, 2016). Если рассматривать объемы финансирования НИОКР как основной фактор конкурентоспособности отечественной продукции на мировых рынках и абстрагироваться от влияния других, то получим зависимость, представленную на графике (рис. 1).

Таблица 1. Динамика доли затрат на НИР в ВВП и глобальный инновационный индекс стран

Страна	Доля затрат на НИР в ВВП, %		Глобальный инновационный индекс и рейтинг стран (в скобках)	
	2010	2018	2011	2019
КНР		2,2	46,4 (29)	54,8 (14)
США	2,7	2,8	56,6 (7)	61,7 (3)
Республика Корея	3,2	4,5	53,7(16)	56,5(11)
Великобритания	1,6	1,7	55,9 (10)	61,3 (5)
Россия	1,1	1	35,8 (56)	37,6 (46)
Индия	0,8	0,6	34,5 (62)	36,6 (52)

Из данных на графике (см. рис. 1) можно отметить, что рост экспорта высокотехнологичной продукции замедляется, хотя статистика показывает увеличение затрат на финансирование исследований и разработок, что свидетельствует о выработке потенциала роста за счет экстенсивных факторов. Следует отметить, что сами по себе объемы финансирования исследований и разработок не определяют уровня инновационного развития экономики. Отечественный опыт показывает, что, несмотря на то что в СССР выделялись значительные ресурсы на прикладную и фундаментальную науку и одних только научных учреждений в 1976 г. было более 5 тысяч, отставание от ведущих индустриально развитых стран по стратегическим направлениям развития нарастало. Одной из причин этого явления можно считать диспропорции в финансировании первой стадии инновационного цикла — НИР и последующих — освоение в производстве и выпуск продукции. Именно на стадии внедрения новшеств предприятия сталкиваются с множеством проблем, в число которых входит решение вопроса финансирования и снабжения, необходимость остановки производства для монтажа и наладки нового оборудования, отладка технологического процесса, обучение персонала и др. В связи с этим научно-исследовательские организации перестали выполнять свои функции, пропал спрос на отечественные разработки, результаты фундаментальных исследований оказались невостребованными (Макаров, 2013).

Попытка сшить разорванный инновационный цикл была предпринята в рамках комплексной программы «Создание в Российской Федерации технопарков в сфере высоких технологий», утвержденной Распоряжением Правительства РФ № 328-р от 10 марта 2006 г., в результате реализации которой предполагалось значительно увеличить выпуск инновационной продукции. Показатели активности крупных технопарков России, оборот которых превышает 10 млрд руб. за 2019 г., представлены в табл. 2.

Анализ, проведенный российскими учеными Завьяловой и Андреевой, показал, что крупные технопарки практически не имеют организаций, генерирующих новые знания, хотя изначально планировалось создавать технопарки на базе исследовательских центров и университетов. Однако позднее эта модель трансформировалась в тривиальную зону со льготным налогообложением, целью которой является извлечение прибыли посредством предоставления различных услуг арендаторам. Причем стоимость этих услуг в ряде случаев сопоставима с расходами на аренду в обычных бизнес-центрах (Завьялова, Андреева, 2020).

Всего, по данным Ассоциации кластеров и технопарков России, в 2020 г. было зарегистрировано 179 технопарков, что более чем в два раза больше, чем в США (72). Их подавляющее большинство было основано на базе университетов и исследовательских центров. Такое число технопарков в России приводит к размыванию средств, направляемых на их поддержку, и не способствует появлению и продвижению инновационных технологий, хотя и стимулирует деловую активность в регионе.

Таблица 2. Показатели активных крупных технопарков России за 2019 г.

Название технопарка	Накопленные инвестиции, млн руб.			Выручка резидентов, млн руб.	Соотношение выручки и накопленных инвестиций
	внебюджетные	бюджетные	всего		
Morion Digital	483	—	483	44 547	92,2
Калибр	949	18	967	34 104	35,3
Академпарк	9082	6287	15 369	30 667	2,0
ИКСЭл	1660	255	1915	26 359	13,8
Анкудиновка	—	3177	3177	23 110	7,3
Исток	—	214,3	214,3	13 900	64,9
ИДЕЯ	2310	509	2819	11 220	4,0

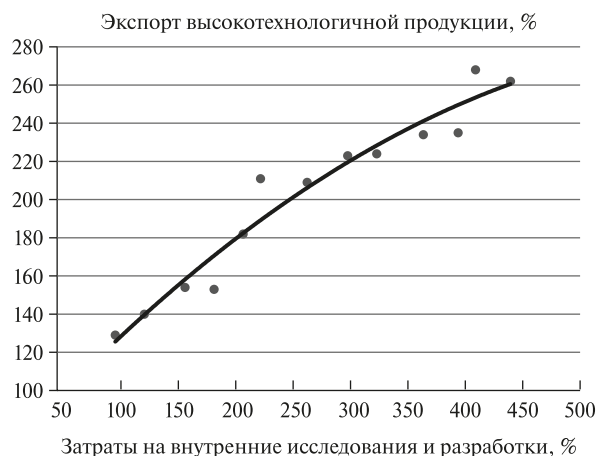


Рис. 1. Экспорт высокотехнологичной продукции (поз. 84–97 ТНВЭД) и финансирование исследований и разработок в России, 2005 г. = 100%

Источники: ГКС и ФТС РФ.

ЗАРУБЕЖНЫЙ ОПЫТ ИНВЕСТИЦИОННОЙ ПОДДЕРЖКИ

Опыт азиатских стран-лидеров показывает, что государственная поддержка инвестициями приносит положительный результат, если средства направляются крупным частным корпорациям, обладающим необходимыми ресурсами для реализации стратегически важных проектов. Примером может служить опыт Японии в развитии экономики посредством поддержки финансово-промышленных групп *кейретсу* (Gilson, 1993). Особую роль в развитии экономики сыграли государственные банки, выдававшие долгосрочные кредиты этим конгломератам на условиях совместного инвестирования бюджетных средств и частных капиталов в приоритетные для страны проекты (Gerlach, 1992; Masahiko, 1994).

Интерес вызывает инвестиционная поддержка южнокорейских торгово-промышленных корпораций — *чеболей* (Куправа, 2016), которая заключалась в использовании административно-директивных подходов к концентрации национальных финансовых ресурсов для достижения стратегических целей (Самаруха, 2016). Несмотря на сходство функционирования корейских и японских корпораций, политика продвижения инновационных товаров на внешние рынки имела существенные отличия. Так, чеболи, в отличие от кейретсу, для поставки комплектующих обычно создают дочерние предприятия, в то время как японские корпорации предпочитают зарубежных поставщиков (Голиченко, 2017).

Следует отметить, что характерные для этих стран подходы к поддержке бизнеса способствуют развитию коррупции, дисбалансу в развитии, что не вполне соответствует, по мнению ряда исследователей (Beck, 2000; Jung, 2004), рыночной модели экономики. Так, в начале нового тысячелетия в Японии наблюдается активность инновационных кластеров, созданных на базе ведущих университетов. Ранее высшие учебные заведения не имели возможности распоряжаться своей интеллектуальной собственностью, однако после принятия в 2000–2004 гг. ряда законодательных актов университеты стали получать значительные доходы от реализации своих патентов и технологий различным компаниям (Просалова, 2019). Это обстоятельство послужило импульсом для притока частных инвестиций в научные исследования и разработки, что стало одним из важных факторов роста инновационной активности японской экономики.

Другим существенным стимулом для частных инвестиций в сферу исследований и разработок является система налоговых льгот и кредитов для научных и проектных организаций, принятая с 2017 г., которая практически выводит из-под налогообложения инновационную деятельность (Халитова, Сулейманова, 2018).

Республика Корея успешно реализует концепцию «Тройной спирали», заключающуюся в тесном взаимодействии между государством, бизнесом и университетами, осуществляя стратегию быстрого догоняющего развития (*fast-follower*). Однако в начале нового века было решено снизить зависимость от зарубежных результатов научной деятельности. И Республика Корея в течение 20 лет сумела нарастить инвестиции в исследования и разработки, увеличив их долю в ВВП более чем в два раза — с 2% в 2000 г. до 4,5%, что позволило стране подняться на вторую строчку рейтинга ГИ в регионе. Следует отметить, что только треть инвестиций в исследования и разработки приходится на корпорации (Поспелова, Ярыгина, 2019), а решающую роль в инвестиционном процессе играет государство (Юнг, 2017).

В США и ряде других индустриально развитых стран центром генерации новых технологий, образцов продукции становились *крупные научные организации и университеты, которые передавали результаты научных исследований в промышленность*. Одним из самых успешных и известных инновационных кластеров в мире стала американская Кремневая долина, представляющая собой комплекс, состоящий из высокотехнологичных компаний, ведущих университетов и центров финансирования (Saxenian, 1991). Основным источником инвестиций для начальных стадий инновационного цикла в Кремневой долине стал венчурный капитал, посредством которого финансировались начинающие компании, обладающие высоким потенциалом роста (Bygrave, 1999). Венчурный капитал формируется за счет одного или множества частных инвесторов, а также может быть учрежден правительством. Так, в России наиболее успешными компаниями в этой сфере являются учрежденные Правительством РФ Российская венчурная компания (РВК) и Фонд развития интернет-инициатив. В США Министерство обороны уже использует венчурные компании OnPoint Technologies и In-Q-Tel для разработки микропроцессоров и другой техники в военных целях.

В целях снижения рисков инвесторы *разделяют финансовые потоки по стадиям инновационного процесса*. На начальной стадии практикуется так называемое достартовое, или посевное,

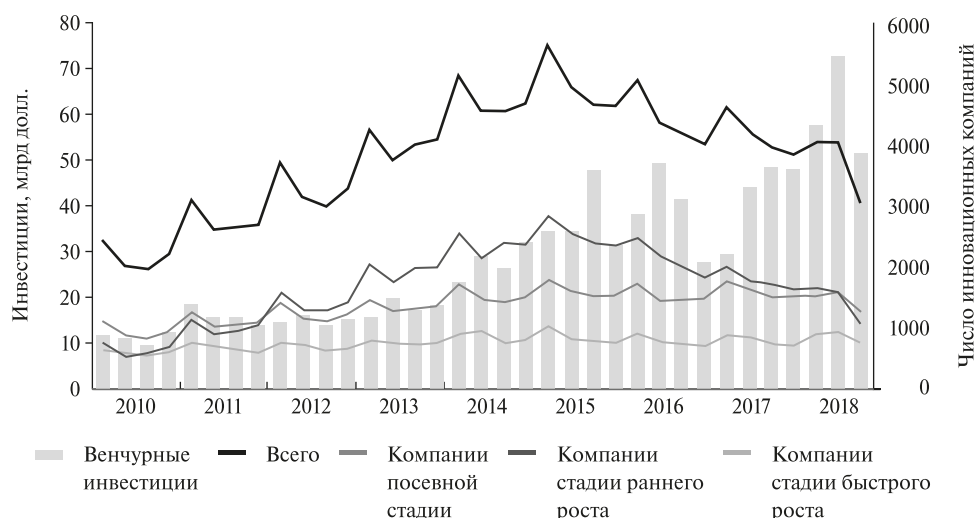


Рис. 2. Динамика венчурного рынка (Graham, 2019)

финансирование (seed), которое необходимо разработчикам для компенсации издержек на проведение работ, связанных с обоснованием коммерческой привлекательности своей идеи (бизнес-план). Фонды вследствие высоких рисков, как правило, не вкладываются в проекты на данной стадии, и средства, которые оцениваются в несколько сотен тысяч долларов, предоставляют неформальные инвесторы, называемыми в профессиональной среде «бизнес-ангелами» (Дагаев, 1998). В целях снижения рисков инвесторы объединяются в группы и вкладываются в несколько проектов (Чистякова, 2012). В случае успешной реализации посевной стадии развития наступает стартовый этап финансирования (start up), к которому подключаются венчурные фонды. Инвестиции на стадии *начального расширения* (early expansion) направляются на освоение инновационной компанией новой технологии, рекламу, продвижение нового продукта на рынке. Собственных средств на обеспечение банковских кредитов на этой стадии пока не хватает, в связи с чем инвестиционная поддержка венчурных фондов имеет для растущей компании особое значение.

Решение задачи продвижения нового продукта на рынке создает условия для перехода к *стадии быстрого роста* (rapid growth), которая характерна увеличением заказов на новый продукт и высокой потребностью в материальных, трудовых и финансовых ресурсах. Конечная цель венчурных инвесторов заключается в продаже акций инновационной компании на стадии ликвидации (liquidity stage), которая обычно осуществляется на специальной бирже высоких технологий NASDAQ (Wall, 1999).

Следует отметить, что венчурный бизнес более, чем другие, нуждается в стабильности экономической системы, так как финансирование осуществляется в условиях высокого уровня инновационных рисков, капитал не обеспечен залогами, поручительствами и другими гарантиями — в отличие от традиционного кредитования. Так, исследования, проведенные в США, выявили *заметное снижение финансирования стартапов* в период нестабильности нефтяного рынка в 2015–2016 гг. (рис. 2).

Как видно из данных диаграммы (см. рис. 2), начиная с 2016 г. в США наблюдается тенденция сокращения числа стартапов, финансируемых не только венчурными фондами, но и бизнес-ангелами, а число новых регистрируемых инновационных компаний в США за период 2015–2018 гг. сократилось почти вдвое.

Недостатки венчурного финансирования способствовали появлению альтернативных методов решения возникающих проблем (Butcher, 2010), в частности создаются интернет-сообщества для сбора средств и способные противостоять доминированию олигархического капитала (Hirpel, 2005). Классическим венчурным компаниям составляют конкуренцию проекты так называемого *народного финансирования* на базе различных интернет-платформ, которое представляет собой добровольное сотрудничество множества частных инвесторов для поддержки усилий организаций и групп людей с целью реализации инновационных идей или стартапов.

ИНОСТРАННЫЕ ИНВЕСТИЦИИ

Источником новых технологических знаний могут быть иностранные инвестиции, на которые в начале экономических реформ в России и странах Центральной и Восточной Европы (ЦВЕ) возлагались большие надежды. Однако, как показал опыт развивающихся государств ЦВЕ, иностранный капитал в достаточно короткие сроки вытеснил национальную промышленность с местных рынков, трансформировал и взял под контроль финансовую систему этих стран (Славянов, 2011). Кроме того, иностранные инвестиции, направленные на создание новых видов техники, в ряде случаев тормозили инновационный процесс. У иностранных инвесторов были претензии к поставкам российских самолетов SSJ-100 в Иран и газовых турбин в Крым, произведенных на совместном с компанией Siemens предприятии. В критический период для российской экономики крупнейшие иностранные автопроизводители закрывали свои российские филиалы, усугубляя тем самым непростую ситуацию. Таким образом, *иностраный капитал в России генерирует экономическую нестабильность*, а не является источником новых знаний и рабочих мест.

Вместе с тем опыт Китая показывает, что при наличии политической воли существует возможность у принимающей стороны получить от иностранного инвестора не только новые технологии, но и организовать обучение национальной рабочей силы (Голиченко и др., 2019). Однако заметим, Китай тогда обладал колоссальной инвестиционной привлекательностью для иностранных инвесторов, которая заключалась в дешевой рабочей силе и в огромном потенциале внутреннего рынка. В текущий момент Россия уже не имеет таких конкурентных преимуществ, а действующие антироссийские санкции и нестабильность мировых рынков не позволяют рассматривать иностранные инвестиции в качестве основного источника финансирования инновационного процесса. В частности, падение курса рубля в 2015 и 2020 г. создало для иностранных инвесторов проблемы при репатриации валютных доходов и существенно обесценило ранее вложенные в российскую экономику капиталы.

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ГРАЖДАНСКОГО И ОБОРОННОГО СЕКТОРА ЭКОНОМИКИ

Мировой опыт показывает, что оборонно-промышленный комплекс (ОПК) может инициировать появление прорывных технологий в различных видах экономической деятельности, в связи с чем этой проблеме уделяется большое внимание в странах-лидерах инновационного развития. В целях достижения технологического превосходства в вооружениях и других направлениях развития созданы специальные структуры, обеспечивающие взаимодействие между ОПК и гражданскими отраслями, к которым относятся: DARPA (США), DGA (Франция), SASTIND (Китай), MAFAT (Израиль). Отечественные и зарубежные исследователи отмечают, что наибольшего успеха в достижении поставленных целей добилось американское агентство DARPA (далее — Агентство), при содействии которого изначально разработанные военные технологии были трансформированы в коммерческие, среди которых — глобальная сеть Интернет, спутниковая навигация, микроволновые печи и др. Особенностью Агентства является специфическая гибкость в финансировании и наборе персонала. После завершения проекта (обычно два-три года), независимо от полученного результата, происходит смена менеджеров и персонала. С одной стороны, теряется смысл в затягивании процесса с целью получения финансирования на долгосрочный период, с другой — постоянно обновляется портфель проектов, которые проходят через Агентство (Попова, 2010; Colatat, 2015), причем отбираются, как правило, только прорывные идеи, которые могут существенно повлиять на развитие не только ОПК, но и всей экономики в целом. Для сопровождения проектов Агентство привлекает специальные инжиниринговые фирмы, например Science Engineering and Technical Assistance (SETA) (Клабуков, Яковец, Алехин, 2017). SETA предоставляют услуги по финансовым и юридическим вопросам, помощь в организации выставок, презентаций, отчетов, патентованию и работе с секретными материалами, высвобождая время исследователей для научной деятельности, что позволяет Агентству заключать контракты с учеными, неподготовленными для работы по специфическим стандартам Министерства обороны (МО), сокращать время на их обучение и переподготовку.

Российским аналогом DARPA должен был стать Фонд перспективных исследований (ФПИ). Однако потенциал ФПИ ограничивается относительно скромным бюджетом, который составляет около 4 млрд руб. в год (0,2% российских расходов на оборону), что значительно меньше, чем у DARPA, получающей 3,5 млрд долл. США (0,5% оборонного бюджета). Кроме того, определенное беспокойство вызывает прописанная в уставе возможность осуществлять приносящую доход деятельность и избыточная бюрократизация фонда, который подчиняется одновременно Правительству РФ и МО.

В работах российских исследователей (Широв, Гусев, Фролов, 2018) отмечается, что разработки ОПК положительно влияют на инновационное развитие экономической системы и финансирование разработок, проводимых в системе ОПК, и их необходимо увеличить (Славянов, 2019).

Анализ зарубежного опыта показывает, что действующая в США модель гарантированной реализации, базирующаяся на том, что оборонный заказ придает особую финансовую устойчивость частным компаниям, которые за счет этого могут расширить свою долю также и на рынках гражданской продукции и услуг, особенно привлекательна для частного бизнеса и позволяет существенно сократить государственные расходы. Такая модель получила широкое распространение в США, где Конгресс разрешил военным покупать информацию с коммерческих спутников (Славянов, Хрусталева, Мустафина, 2017). Ориентация производства предприятий ОПК на продукцию двойного назначения может значительно повысить эффективность работы компании, у которой объемы гражданской продукции могут достигать 50% (Любарчук, Имаева, 2018).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Авторы разделяют точку зрения члена-корреспондента РАН В.Е. Дементьева о том, что государственная поддержка частного бизнеса, не располагающего достаточными ресурсами, достаточно рискованна, а инвестиции в государственные корпорации могут вытянуть экономику из кризиса (Дементьев, 2016). Предприятия с государственным участием имеют доступ к дешевым и долгосрочным кредитам, что дает им возможность с относительно низкими затратами реализовывать стратегические проекты. Совместная работа предприятий частного и государственного сектора экономики может способствовать реализации проектов, которые частный капитал не смог бы осилить. Это обстоятельство дает возможность государственным корпорациям стать площадкой для освоения новых технологий и видов продукции, они могут стать инициаторами и координаторами широкомасштабных проектов модернизации отраслей, выполняемых на основе кооперации государственных и частных компаний (Полтерович, 2012).

Государственная поддержка частных корпораций возможна в двух случаях:

- реализация важных проектов, имеющих стратегическое значение для страны;
- предприятия являются системообразующими и имеют стратегическое значение для региона в плане обеспечения ресурсами, услугами и рабочими местами.

Государственные инвестиции в частный бизнес должны быть гарантированы пакетом акций или имуществом и непременным участием надзорных органов в управлении и контроле над финансово-хозяйственной деятельностью корпорации. Такая практика имеет место в индустриально развитых странах, где инвестор в ряде случаев вводит в совет директоров компании своего представителя, и должна быть внедрена в России.

В целях экономии бюджетных средств необходимо кардинально сократить поддержку технопарков, не имеющих собственной исследовательской базы.

Иностранные инвестиции в инновационные проекты в современных условиях следует считать для страны высокорисковыми. Их можно рассматривать как источник новых технологических знаний только в условиях, исключающих их негативное влияние на результаты. В условиях нарастающей международной политической и экономической напряженности роль государства в инновационном развитии будет увеличиваться. И здесь важную роль должны играть научные центры ОПК, которые обладают высоким потенциалом для проведения исследований и разработок в различных сферах экономики.

Проблема оценки и отбора инновационных проектов вызывает оживленные дискуссии в научной среде и заслуживает специального внимания. Для решения этой задачи научным сообществом предлагается использовать методы имитационного моделирования (Окатьев, 2013), балансовый (Архипенко, 2006), экспертных оценок (Картышева, 2020), на основе теории игр (Славянов, Хрусталева, 2018), а также специальные программные продукты (Глебова и др., 2014) и др. В современных условиях обострения международных экономических и политических отношений проблема выбора модели и направления развития экономической системы России приобретает особенно важное значение и требует специального исследования, которое будет проведено на базе результатов анализа отечественного и зарубежного опыта.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ /REFERENCES

- Архипенко В.А.** (2006). Отбор и оценка реализуемости инновационных проектов промышленного предприятия на основе критериального подхода // *Известия Таганрогского государственного радиотехнического университета (ТРТУ)*. № 4 (59). С. 197–203. [Arkhipenko V.A. (2006). Selection and evaluation of the feasibility of innovative projects of an industrial enterprise on the basis of a criterion approach. *Izvestiya TRTSU*, 4 (59), 197–203 (in Russian).]
- Глебова О.В., Князева М.С., Мельникова О.Ю., Погодина М.А.** (2014). Отбор инновационных проектов и выбор их вариантов на основе ресурсной концепции // *Казанская наука*. № 10. С. 81–84. [Glebova O.V., Knyazeva M.S., Melnikova O.Yu., Pogodina M.A. (2014). Selection of innovative projects and the choice of their implementation on the basis of the Resource Concept. *Kazan Science*, 10, 81–84 (in Russian).]
- Голиченко О.Г., Самоволева С.А., Оболенская Л.В., Балычева Ю.Е.** (2019). Формирование и эволюция модели «подхватывания» технологий // *Журнал экономической теории*. Т. 16. № 3. С. 331–345. DOI: 10.31063/2073–6517/2019.16–3.2 [Golichenko O.G., Samovoleva S.A., Obolenskaya L.V., Balycheva Yu.E. (2019). Formation and evolution of the model of “catching-up” technology. *Journal of Economic Theory*, 16, 3, 331–345. DOI: 10.31063/2073–6517/2019.16–3.2 (in Russian).]
- Голиченко О.Г.** (2017). Государственная политика в национальной инновационной системе: влияние на модели инновационной деятельности. Труды Восемнадцатой международной научной конференции. С. 14–25. [Golichenko O.G. (2017). Public policy in the national innovation system: impact on models of innovation activity. *Proceedings of the Eighteenth International Scientific Conference*, 14–25 (in Russian).]
- Дагаев А.А.** (1998). Механизмы венчурного (рискового) финансирования: мировой опыт и перспективы развития в России // *Менеджмент в России и за рубежом*. № 2. С. 22–29. [Dagaev A.A. (1998). Mechanisms of venture (risk) financing: World experience and prospects of development in Russia. *Management in Russia and Abroad Journal*, 2, 22–29 (in Russian).]
- Дементьев В.Е.** (2016). Роль госкорпораций в стабилизации и развитии экономики // В сб.: «От рецессии к стабилизации и экономическому росту». Под общ. ред. С.Д. Валентея. М.: Российский экономический университет им. Г.В. Плеханова. С. 65–79. [Dementyev V.E. (2016). The role of state corporations in the stabilization and development of the economy. In: *From recession to stabilization and economic growth*. S.D. Valentey (ed.). Moscow, Plekhanov Russian University of Economics, 65–79 (in Russian).]
- Завьялова Н.Б., Андреева А.М.** (2020). Механизмы развития технопарков как инструмента трансферта инновационных технологий // *Экономические науки*. № 2 (183). С. 44–50. [Zavyalova N.B., Andreeva A.M. (2020). Mechanisms of development of technoparks as an instrument of transfer of innovative technologies. *Economic Sciences*, 2 (183), 44–50 (in Russian).]
- Картышева П.А., Данилов Р.С., Мохова О.И., Крутиков А.К.** (2020). Экспертиза в венчурном финансировании инноваций // *Российский экономический вестник* Т. 3. № 2. С. 131–135. [Kartysheva P.A., Danilov R.S., Mikhova O.I., Krutikov A.C. (2020). Expertise in venture financing of innovations. *Russian Economic Bulletin*, 3, 2, 131–135. Available at: <http://dgu-journals.ru/> (in Russian).]
- Клабуков И.Д., Яковец А.В., Алехин М.Д.** (2017). Организация системного проектирования и технической поддержки оборонных исследовательских программ DARPA // *Инновации*. № 5 (223). С. 12–19. [Klabukov I.D., Yakovets A.V., Alekhin M.D. (2017). Management of system engineering and technical assistance of DARPA defense research programs. *Innovations*, 5 (223), 12–19 (in Russian).]
- Куправа Е.Г.** (2016). Особенности становления развития южнокорейских чеболей на примере HYUNDAI // *Наука и бизнес: пути развития*. № 6 (60). С. 28–31. [Kuprava E.G. (2016). Development of South Korean chaebols using the example of HYUNDAI *science and business: Development ways*, 6 (60), 28–31 (in Russian).]
- Любарчук Ф.Н., Имаева Н.Д.** (2018). Защита результатов интеллектуальной деятельности в условиях реализации государственной программы «Конверсия-2» // *Известия Российской академии ракетных и артиллерийских наук*. № 3 (103). С. 148–152. [Lyubarchuk F.N., Imaeva N.D. (2018). Protection of the results of intellectual activity in the conditions of implementation of the state program “Conversion-2”. *Bulletin of the Russian Academy of Rocket and Artillery Sciences*, 3 (103), 148–152 (in Russian).]
- Макаров В.Л.** (2013). Наука не может быть эффективной // *Прямые инвестиции*. № 5 (133). С. 21–23. [Makarov V.L. (2013). Science cannot be effective. *Direct Investment*, 5 (133), 21–23 (in Russian).]
- Окатыев Н.А.** (2013). Методика отбора инновационных проектов для обеспечения конкурентоспособности ракетно-космической промышленности // *Бизнес в законе. Экономико-юридический журнал*. № 2. С. 231–235. [Okatyev N.A. (2013). Technique of selection of innovative projects to increase competitiveness of the space-rocket industry. *Business in Law*, 2, 231–235 (in Russian).]
- Полтерович В.М.** (2012). Приватизация и рациональная структура собственности. М.: Институт экономики РАН. [Polterovich V.M. (2012). Privatisation and rational structure of property. Moscow: Institute of Economics of the Russian Academy of Sciences (in Russian).]

- Попова Е.В.** (2010). Организационная структура и механизмы функционирования управления перспективных исследовательских проектов Министерства обороны США (DARPA). Возможное использование опыта DARPA для России // *Инновации*. № 11. С. 5–10. [Popova E.V. (2010). Organizational structure and mechanisms of functioning of the Department of advanced research projects of the US Department of Defense (DARPA). Possible use of the DARPA experience for Russia. *Innovations*, 11, 5–10 (in Russian).]
- Поспелова Т.В., Ярыгина А.Б.** (2019). Трансформация инновационных процессов и социокультурной специфики Южной Кореи в рамках Четвертой индустриальной революции // *МИР (Модернизация. Инновации. Развитие)*. Т. 10. № 1. С. 54–65. [Pospelova T.V., Yarygina A.B. (2019). Transformation of innovative processes and socio-cultural specifics of the South Korea in the framework of the Fourth Industrial Revolution. *MIR (Modernization. Innovation. Development)*, 10, 1, 54–65 (in Russian).]
- Прасолова В.С.** (2019). Анализ взаимодействия университетов и инновационных кластеров в Японии // *Азимут научных исследований: педагогика и психология*. Т. 8. № 4 (29). С. 173–176. [Prosalova V.S. (2019). The Analysis of interaction of the universities and innovation clusters Japan. *Azimuth of Scientific Research: Pedagogy and Psychology*, 8, 4 (29), 173–176 (in Russian).]
- Самаруха В.И.** (2016). Финансовые детерминанты корейского экономического чуда и их опыт для России // *Сибирская финансовая школа*. № 4 (117). С. 24–28 [Samarukha V.I. (2016). Financial determinants of the Korean economic miracle and their experience for Russia. *Siberian Financial School*, 4 (117), 24–28 (in Russian).]
- Славянов А.С.** (2011). Прямые иностранные инвестиции как фактор необратимых процессов в экономических системах периода трансформации // *Экономический анализ: теория и практика*. № 25. С. 32–39. [Slavyanov A.S. (2011). Foreign direct investment as a factor of irreversible processes in the economic system of the transformation period. *Economic Analysis: Theory and Practice*, 25, 32–39 (in Russian).]
- Славянов А.С., Хрусталева О.Е., Мустафина Я.М.** (2017). Использование зарубежного опыта распространения космических технологий двойного назначения в целях экономии бюджетных расходов // *Научный журнал Кубанского государственного аграрного университета*. № 130. С. 819–832. [Slavyanov A.S., Khrustaleva O.E., Mustafina Ya.M. (2017). The use of foreign experience in the distribution of dual-use space technologies in order to save budget expenditures. *Scientific Journal of Kuban State Agrarian University (KubSAU)*, 130, 819–832 (in Russian).]
- Славянов А.С.** (2019). Инвестиции в оборонно-промышленный комплекс как стимул инновационного развития национальной экономики // *Контроллинг*. № 3 (73). С. 56–63. [Slavyanov A.S. (2019). Investment in the military-industrial complex as a stimulus for innovative development of the national economy. *Controlling*, 3 (73), 56–63 (in Russian).]
- Славянов А.С., Хрусталева Е.Ю.** (2018). Подходы к оптимизации стратегии инновационного развития в условиях нестабильности внешней среды (на примере российской пилотируемой космической программы) // *Вестник ЦЭМИ*. № 3. С. 113–118. [Slavyanov A.S., Khrustaleva E.Yu. (2018). Approaches to optimizing the strategy of innovative development in the conditions of instability of the external environment (on the example of the Russian manned space program). *Journal of Education and Science (Artificial Societies)*, 3, 113–118 (in Russian).]
- Халитова М.М., Сулейменова А.Ш.** (2018). Мировой опыт налогового стимулирования развития инновационной деятельности (на примере Японии) // *Экономика: стратегия и практика*. № 4 (48). С. 124–133. [Khalitova M.M., Suleimenova A. Sh. (2018). The world experience of tax incentives for the development of innovative activities (on the example of Japan). *Economics: Strategy and Practice*, 4 (48), 124–133 (in Russian).]
- Хрусталева Е.Ю., Славянов А.С.** (2016). Инновационно-ориентированная методология оценки состояния и возможностей роста национальной экономической системы // *Кубань*. № 115 (01). С. 819–832. [Khrustaleva E.Yu., Slavyanov A.S. (2016). Innovation-oriented methodology for assessing the state and growth opportunities of the national economic system. *Kuban State Agrarian University*, 115 (01), 819–832 (in Russian).]
- Чистякова О.В.** (2012). Тенденции развития бизнес-ангелов в России // *Вестник Бурятского университета*. № 2. С. 123–127. [Chistyakova O.V. (2012). Trends in the development of business angels in Russia. *Bulletin of the Buryat State University*, 2, 123–127 (in Russian).]
- Широв А.А., Гусев М.С., Фролов И.Э.** (2018). Макроэкономические эффекты оборонных расходов России: ретроспективный анализ и прогноз // *Проблемы прогнозирования*. № 4 (169). С. 3–16 [Shirov A.A., Gusev M.S., Frolov I.E. (2018). Macroeconomic effects of Russian defense expenditures: A retrospective analysis and forecast. *Studies on Russian Economic Development*, 4 (169), 3–16 (in Russian).]
- Юнг С.Ю.** (2017). Конгломераты оставляют «творческий» след в инновационных центрах // *Деловая Корея*. 17 марта. [Jung S.Y. (2017). Conglomerates leave a “creative” footprint in innovation centers. *Business Korea*, March 17 (in Russian).]
- Beck P.M.** (2000). *Are Koreas chaebol serious about restructuring?* Conference Korea 2000. May 30. Heidelberg: Ruprecht-Karls Universität.
- Butcher M.** (2010). *Grow V.C Launches, aiming to become the Kiva for tech startups*. *Techcrunch*. Available at: <https://techcrunch.com/2010/02/15/grow-vc-launches-aiming-to-become-the-kiva-for-tech-startups/>

- Bygrave W., Hay M., Peeters J. (1999). *The venture capital handbook*. London: Financial Times-Prentice Hall, 232.
- Colatat P. (2015). An organizational perspective to funding science: Collaborator novelty at DARPA. *Research Policy*, 44, 4, 874–887.
- Gerlach M.L. (1992). *Alliance capitalism: The social organization of Japanese business*. Berkley: University of California Press.
- Gilson R., Roe M. (1993). Understanding the Japanese keiretsu. *The Yale Law Journal*, 102, 4, 871–906.
- Graham A. (2019). *State of the venture capital industry in 2019 (with infographic)*, 6. Available at: <https://www.toptal.com/finance/venture-capital-consultants/state-of-venture-capital-industry-2019>
- Jung D.H. (2004). Korean chaebol in transition. *Sage Journals*, 40, 3, 299–303.
- Hippel E. (2005). *Democratizing innovation*. Cambridge: MIT Press. 200 p.
- Masahiko A., Hugh P. (1995). *The Japanese main bank system: Its relevance for developing and transforming economies*. Oxford, New York: Clarendon Press Oxford. 684 p.
- Saxenian A.L. (1991). The origins and dynamics of production networks in Silicon Valley. *Research Policy*, 20, 5, 423–437.
- Wall J., Smith J. (1999). *Better exits, results of a survey of the venture capital exit market and guidance on how venture capitalists can improve exit*. Price Waterhouse Corporate Finance-EVCA Performance, 24.

National and foreign experience in investment support of the innovation process

© 2021 A.S. Slavyanov, E.Yu. Khrustalev

A.S. Slavyanov,

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia; e-mail: aslavianov@mail.ru

E.Yu. Khrustalev,

Central Economics and Mathematics Institute, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia; e-mail: stalev777@yandex.ru

Received 15.05.2020

This study was supported by the Russian Foundation for Basic Research (project 19-110-50340).

Abstract. The proposed article examines the domestic and foreign experience of supporting the innovation process in attracting private, public and foreign investments. The historical experience of the USSR in the implementation of strategic innovative projects has been studied, which has shown that special conditions for budget financing of implementing organizations, as well as strong ties between enterprises, contribute to achieving the goals, although they lead to resources' overspending. Administrative and policy-making approaches have also been used in the practice of South-East Asian countries in order to concentrate financial resources to achieve strategic goals. Attention is paid to the US experience in bridging the gap between basic research and the practical application of their results through the mechanism of venture financing of innovative companies. Universities play a special role in the innovation process in the United States, which are the basis for the formation of innovation clusters. At the same time, the experience of creating techno-parks in modern Russia has shown that it has not yet been possible to significantly influence the innovative activity of private business. The experiences of China and the countries of Eastern Europe show that foreign investments have a positive impact on innovative development in the conditions of high investment attractiveness and the political will of the state to defend its sovereignty. At the moment, Russia cannot count on foreign capital to build a national strategy for innovative development. The domestic and foreign experience of interaction between the defense civil sectors of the economy is considered. Based on our analysis, we have prepared recommendations for improving approaches to supporting the innovation process in Russia, taking into account the current state of the external environment.

Keywords: investment, innovation process, research and development, science financing, venture financing, government support, foreign investment, private capital.

JEL Classification: G38, H50, O32, C53.

DOI: 10.31857/S042473880016414-4

РЕГИОНАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ

Экономическая сложность и вложенность структур региональных экономик

© 2021 г. М.Ю. Афанасьев, А.В. Кудров

М.Ю. Афанасьев,

ЦЭМИ РАН, Москва; e-mail: mi.afan@yandex.ru

А.В. Кудров,

ЦЭМИ РАН, Москва; e-mail: kovlal@inbox.ru

Поступила в редакцию 18.12.2020

Аннотация. Исследования ориентированы на развитие теорий локализованной специализации и диверсификации экономики. Рассматривается задача прогнозирования появления в регионе новых сильных секторов. На основе методов вероятностного и статистического моделирования построена модель, позволяющая оценить вероятность появления в регионе нового сильного сектора с учетом характеристик структуры экономики. Возможность построения такой модели основана на предположении о том, что появление и развитие секторов в значительной степени обусловлено эволюцией прошлой экономической деятельности. Модель использует введенные авторами показатели вложенности структур сильных секторов региональных экономик. Эти показатели основаны на вероятностной интерпретации и свойствах элементов матрицы, по которой оценивается экономическая сложность в соответствии с традиционным подходом. Для каждого региона оценена вероятность возникновения в его структуре сильного сектора. На основе упорядочения секторов по значению этих вероятностей и оценок их потенциального вклада в социально-экономическое развитие может быть дана экспертная оценка целесообразности развития в регионе нового сильного сектора. Полученные результаты указывают на то, что появление и развитие секторов региональной экономики в значительной степени обусловлены эволюцией прошлой экономической деятельности.

Ключевые слова: региональная экономика, эконометрика, экономическая сложность, вложенность.

Классификация JEL: C53, D51.

DOI: 10.31857/S042473880016410-0

1. ВВЕДЕНИЕ

Современные представления об экономической сложности связаны с диверсификацией производства. Страны, экспортирующие сложные товары, обычно имеют более высокий уровень душевого материального благосостояния, чем страны, экспортирующие простые товары. Сравнительно недавно была разработана процедура, которая при использовании данных о структуре экспорта по странам позволяет *измерять экономическую сложность* (Hartmann, 2017; Hausmann, Rodrik 2003; Hausmann, Hwang, Rodrik, 2006; Hidalgo, Hausmann, 2009). Она характеризует уровень вовлеченности стран в международные производственные процессы. Однако эту процедуру можно применять не только для структуры экспорта, но и для структуры выпуска экономики в целом. В работе акцент делается на исследовании экономики регионов РФ на основе данных о налоговых поступлениях по секторам экономики, что позволяет характеризовать структуры региональных экономик, включающие сектора, ориентированные как на внешний, так и на внутренний рынки, а также обнаруживать формирование групп смежных секторов.

В данной работе показано, что используемая *процедура вычисления экономической сложности* в соответствии с подходом (Hausmann, Hidalgo, Bustos et al., 2011) является корректной в смысле существования и единственности решения.

Представлена вероятностная интерпретация элементов матрицы, по которой оценивается экономическая сложность. Каждый элемент этой матрицы можно рассматривать как характеристику степени вложенности структуры сильных секторов одного региона в структуру другого. Введены агрегированные показатели, описывающие вложенность структуры сильных секторов каждого региона в структуры экономик других регионов. Показано, что агрегированные показатели вложенности являются статистически значимыми объясняющими переменными для экономической

сложности. Высокие оценки экономической сложности регионов соответствуют большим значениям агрегированных показателей вложенности, а низкие оценки — малым значениям.

На основе методов вероятностного и статистического моделирования построена модель, позволяющая оценить вероятность появления в регионе нового сильного сектора с учетом характеристик структуры экономики. Модель использует введенные авторами показатели вложенности структур сильных секторов региональных экономик. Для каждого региона оценена вероятность возникновения в его структуре конкретного сектора в качестве сильного. На основе упорядочения секторов по значению этих вероятностей и оценок их потенциального вклада в социально-экономическое развитие может быть дана экспертная оценка целесообразности развития в регионе нового сильного сектора.

Полученные результаты не противоречат предположению, что эффекты от локализации и диверсификации могут дополнять друг друга и не являются взаимоисключающими. Оценки вероятности возникновения в структуре региона конкретного сектора в качестве сильного указывают, что появление и развитие секторов в значительной степени обусловлено эволюцией прошлой экономической деятельности. Эти результаты согласуются с выводами в работе (Neffke, Henning, Boschma, 2011), где показано, что регионам легче развивать новые отрасли промышленности, если они связаны с уже имеющимися в регионе.

2. СТРУКТУРА СИЛЬНЫХ СЕКТОРОВ

Для описания структуры региональной экономики использованы данные об объемах производства в достаточно широкой номенклатуре секторов. Сначала определим показатель RCA_{cp} выявленных сравнительных преимуществ:

$$RCA_{cp} = \left(y_{cp} / \sum_p y_{cp} \right) / \left(\sum_c y_{cp} / \sum_{c,p} y_{cp} \right), \quad (1)$$

где y_{cp} — объем производства сектора p экономики региона c ; RCA_{cp} — отношение доли производства от сектора p в общем объеме производства от всех секторов экономики региона c к доле производства сектора p по всем регионам в объеме производства от всех секторов экономики всех регионов. В соответствии с работой (Hausmann, Klinger, 2006) для выявления сравнительных преимуществ в экономиках используется показатель RCA_{cp} , для которого проверяется условие типа ограничения снизу. А именно, если значение RCA_{cp} не меньше единицы, то считается, что экономика региона c обладает выявленными сравнительными преимуществами в выпуске продукции сектора p ; в противном случае — выявленных сравнительных преимуществ не существует:

$$a_{c,p} = \begin{cases} 1, & \text{если } RCA_{cp} \geq 1; \\ 0, & \text{если } RCA_{cp} < 1. \end{cases}$$

Матрица $A = (a_{c,p})$ содержит данные о секторах экономики, которые в разных регионах развиты на уровне выявленных сравнительных преимуществ, определенных при помощи выражения (1). Строки этой матрицы соответствуют регионам, столбцы — секторам экономики. Вектор $(a_{c,p_1}, \dots, a_{c,p_m})$ будем называть *структурой сильных секторов* экономики региона c .

3. ЭКОНОМИЧЕСКАЯ СЛОЖНОСТЬ

Понятие «экономическая сложность региона» рассматривается как характеристика, отражающая уровень его технологического развития, который, в свою очередь, определяется сильными секторами в структуре его экономики. Аналогично экономическая сложность сектора зависит от уровня технологического развития тех регионов, в которых этот сектор присутствует в структуре в качестве сильного.

3.1. Определение экономической сложности

Экономическая сложность является латентной характеристикой региона ECI_c или сектора ECI_p , которая обладает следующими свойствами:

а) экономическая сложность региона пропорциональна среднему уровню экономической сложности сильных секторов в структуре его экономики:

$$ECI_c = a_1 \sum_p r_{c,p} ECI_p, r_{c,p} = a_{c,p} / k_{c,0}, k_{c,0} = \sum_p a_{c,p}, \quad (2)$$

где a_1 — положительная константа. Заметим, что $k_{c,0}$ не могут быть равны нулю, поскольку для любого c существует p , для которого $a_{c,p} = 1$;

б) экономическая сложность сектора пропорциональна среднему уровню экономической сложности регионов, в структуре экономик которых этот сектор является сильным:

$$ECI_p = a_2 \sum_c r_{p,c}^* ECI_c, r_{p,c}^* = a_{c,p} / k_{p,0}, k_{p,0} = \sum_c a_{c,p}, \quad (3)$$

где a_2 — положительная константа. Показатель $k_{c,0}$, равный числу сильных секторов в регионе c , будем называть *диверсификацией структуры экономики региона c* .

Введем некоторые дополнительные обозначения. Пусть $\mathbf{c} = (ECI_{c_1}, ECI_{c_2}, \dots)^T$ — вектор-столбец значений экономической сложности для регионов; $\mathbf{p} = (ECI_{p_1}, ECI_{p_2}, \dots)^T$ — вектор-столбец значений экономической сложности для секторов; $\mathbf{R}_1 = (r_{c,p})$, $\mathbf{R}_2 = (r_{p,c}^*)$ — матрицы весов.

Запишем соотношения (2) и (3) в матричном виде: $\mathbf{c} = a_1 \mathbf{R}_1 \mathbf{p}$, $\mathbf{p} = a_2 \mathbf{R}_2 \mathbf{c}$. Откуда следует, что $\mathbf{c} = a_1 a_2 \mathbf{R}_1 \mathbf{R}_2 \mathbf{c}$, $\mathbf{p} = a_1 a_2 \mathbf{R}_2 \mathbf{R}_1 \mathbf{p}$. Таким образом, экономическая сложность региона определяется как собственный вектор матрицы $\mathbf{R}_1 \mathbf{R}_2$, а экономическая сложность сектора — собственный вектор матрицы $\mathbf{R}_2 \mathbf{R}_1$. Заметим, что элемент на пересечении строки i и столбца j матрицы $\mathbf{R}_1 \mathbf{R}_2$, т.е. $(\mathbf{R}_1 \mathbf{R}_2)_{ij}$, задается формулой $\sum_t (a_{c_i, p_t} a_{c_j, p_t} / k_{p_t, 0}) / k_{c_i, 0}$.

В работах (Hausmann, Rodrik, 2003; Sciarra et al., 2020) в качестве значений оценок экономической сложности регионов и секторов предлагается использовать стандартизированное значение собственного вектора матриц $\mathbf{R}_1 \mathbf{R}_2$ и $\mathbf{R}_2 \mathbf{R}_1$, которые соответствуют второму максимальному собственному значению. При этом предполагается, что собственное значение и координаты собственного вектора являются действительными числами.

Отметим, что авторам статьи не удалось найти работ, в которых было бы показано свойство действительно-значности координат таких векторов. Ниже мы исправим этот недочет и приведем доказательство вместе с другими свойствами матрицы $\mathbf{R}_1 \mathbf{R}_2$.

3.2. Свойства матрицы $\mathbf{R}_1 \mathbf{R}_2$

Перечислим некоторые свойства матрицы, которые позволят считать процедуру вычисления экономической сложности корректной.

1. Матрица $\mathbf{R}_1 \mathbf{R}_2$ является стохастической. Свойство стохастичности матрицы $\mathbf{R}_1 \mathbf{R}_2$ справедливо, так как элементы матрицы неотрицательны, а их сумма по строкам равна 1:

$$\sum_j (\mathbf{R}_1 \mathbf{R}_2)_{ij} = \sum_j \frac{1}{k_{c_i, 0}} \sum_t \left(a_{c_i, p_t} a_{c_j, p_t} / k_{p_t, 0} \right) = \sum_t \sum_j \left(a_{c_i, p_t} a_{c_j, p_t} / k_{c_i, 0} k_{p_t, 0} \right) = 1.$$

В силу стохастичности матрица $\mathbf{R}_1 \mathbf{R}_2$ имеет собственное значение, равное 1, и отвечающий ему собственный вектор, который состоит из одинаковых координат.

2. Все собственные значения матрицы $\mathbf{R}_1 \mathbf{R}_2$, за исключением единичного, по модулю меньше единицы. Согласно теореме Фробениуса–Перрона справедливы следующие утверждения.

Утверждение. Пусть $\mathbf{P}$ — стохастическая матрица, все элементы которой положительны. Тогда:

а) $\mathbf{P}$ имеет в точности один собственный вектор $\mathbf{x}_0$, у которого все координаты положительные. Если λ_0 — собственное значение этого вектора, то $\lambda_0 = 1$;

б) $\lambda_0 = 1$ является простым корнем характеристического уравнения $\det(\mathbf{P} - \lambda \mathbf{I}) = 0$;

в) все собственные значения (возможно комплексные) матрицы $\mathbf{P}$ удовлетворяют неравенству $|\lambda| \leq \lambda_0$. Равенство достигается, только если все координаты соответствующего собственного вектора положительные.

Доказательство представлено в (Seneta, 2006).

3. Все собственные значения матрицы $\mathbf{R}_1 \mathbf{R}_2$ являются действительными. Поскольку

$$\mathbf{R}_1 \mathbf{R}_2 = \text{diag}(k_{c_1, 0}^{-1}, \dots, k_{c_n, 0}^{-1}) \times \mathbf{A} \times \text{diag}(k_{p_1, 0}^{-1}, \dots, k_{p_m, 0}^{-1}) \mathbf{A}^T,$$

то

$$\det(\mathbf{R}_1 \mathbf{R}_2 - \lambda \mathbf{I}) = \det(\text{diag}(k_{c_1, 0}^{-1/2}, \dots, k_{c_n, 0}^{-1/2}) \times [\text{diag}(k_{c_1, 0}^{-1/2}, \dots, k_{c_n, 0}^{-1/2}) \times \mathbf{A} \times \text{diag}(k_{p_1, 0}^{-1}, \dots, k_{p_m, 0}^{-1}) \times \mathbf{A}^T \text{diag}(k_{c_1, 0}^{-1/2}, \dots, k_{c_n, 0}^{-1/2}) - \lambda \mathbf{I}] \times \text{diag}(k_{c_1, 0}^{1/2}, \dots, k_{c_n, 0}^{1/2})).$$

Воспользовавшись тем, что детерминант произведения двух квадратных матриц равен произведению детерминантов этих матриц, получим

$$\begin{aligned} \det(\mathbf{R}_1 \mathbf{R}_2 - \lambda I) &= \\ &= \det\left(\text{diag}\left(k_{c_1,0}^{-1/2}, \dots, k_{c_n,0}^{-1/2}\right) \times \mathbf{A} \times \text{diag}\left(k_{p_1,0}^{-1}, \dots, k_{p_m,0}^{-1}\right) \times \mathbf{A}^T \times \text{diag}\left(k_{c_1,0}^{-1/2}, \dots, k_{c_n,0}^{-1/2}\right) - \lambda I\right). \end{aligned}$$

Матрица

$$\mathbf{B} = \text{diag}\left(k_{c_1,0}^{-1/2}, \dots, k_{c_n,0}^{-1/2}\right) \times \mathbf{A} \times \text{diag}\left(k_{p_1,0}^{-1}, \dots, k_{p_m,0}^{-1}\right) \times \mathbf{A}^T \times \text{diag}\left(k_{c_1,0}^{-1/2}, \dots, k_{c_n,0}^{-1/2}\right)$$

будет симметричной. Известно, что для симметричных матриц все собственные значения являются действительными.

4. Собственные вектора матрицы $\mathbf{R}_1 \mathbf{R}_2$, отвечающие различным собственным значениям, ортогональны. Пусть λ_1, λ_2 два несовпадающих собственных значения матрицы $\mathbf{R}_1 \mathbf{R}_2$, а v_1, v_2 — соответствующие им собственные вектора. Собственные значения, собственные вектора матриц $\mathbf{B}$ и $\mathbf{R}_1 \mathbf{R}_2$ совпадают. Рассмотрим квадратичную форму $v_1^T \mathbf{B} v_2$, для которой $v_1^T \mathbf{B} v_2 = \lambda_2 v_1^T v_2 = (\mathbf{B}^T v_1)^T v_2 = (\mathbf{B} v_1)^T v_2 = \lambda_1 v_1^T v_2$. Откуда, в силу того что $\lambda_1 \neq \lambda_2$, получаем $v_1^T v_2 = 0$.

5. Все собственные значения матрицы $\mathbf{R}_1 \mathbf{R}_2$ являются неотрицательными. Возьмем вектор $y \neq 0$ размерности n и рассмотрим квадратичскую форму

$$\begin{aligned} y^T \mathbf{B} y &= y^T \text{diag}\left(k_{c_1,0}^{-1/2}, \dots, k_{c_n,0}^{-1/2}\right) \times \mathbf{A} \times \text{diag}\left(k_{p_1,0}^{-1}, \dots, k_{p_m,0}^{-1}\right) \times \mathbf{A}^T \times \text{diag}\left(k_{c_1,0}^{-1/2}, \dots, k_{c_n,0}^{-1/2}\right) y = \\ &= [\text{diag}\left(k_{p_1,0}^{-1/2}, \dots, k_{p_m,0}^{-1/2}\right) \times \mathbf{A}^T \times \text{diag}\left(k_{c_1,0}^{-1/2}, \dots, k_{c_n,0}^{-1/2}\right) y]^T \times \\ &\quad \times [\text{diag}\left(k_{p_1,0}^{-1/2}, \dots, k_{p_m,0}^{-1/2}\right) \times \mathbf{A} \times \text{diag}\left(k_{c_1,0}^{-1/2}, \dots, k_{c_n,0}^{-1/2}\right) y]. \end{aligned}$$

Сделав замену $z = \text{diag}\left(k_{p_1,0}^{-1/2}, \dots, k_{p_m,0}^{-1/2}\right) \mathbf{A}^T \text{diag}\left(k_{c_1,0}^{-1/2}, \dots, k_{c_n,0}^{-1/2}\right) y$, получим $y^T \mathbf{B} y = z^T z \geq 0$.

Так как собственные числа матрицы $\mathbf{B}$ действительные, а квадратичная форма $y^T \mathbf{B} y$ для любых $y \neq 0$ неотрицательная, следует, что собственные числа матрицы $\mathbf{B}$, а значит, и собственные числа $\mathbf{R}_1 \mathbf{R}_2$, неотрицательные.

3.3. Агрегированная вложенность

Обозначим

$$w_{i,j} = (\mathbf{R}_1 \mathbf{R}_2)_{ij} = \sum_{t=1}^m \frac{a_{c_i, p_t}}{k_{c_i,0}} \frac{a_{c_j, p_t}}{k_{p_t,0}} = \frac{1}{k_{c_i,0}} \sum_{t=1}^m \frac{a_{c_i, p_t} a_{c_j, p_t}}{k_{p_t,0}}$$

и отметим некоторые его свойства.

1. Поскольку матрица $\mathbf{R}_1 \mathbf{R}_2$ является стохастической, то для каждого $i, j \in \{1, \dots, n\}$: $w_{i,j} \geq 0$, $\sum_{j=1}^n w_{i,j} = 1$. Таким образом, $w_{i,1}, \dots, w_{i,n}$ можно интерпретировать как распределение вероятностей.

2. Если в регионе c_i существует хотя бы один сильный сектор, то $w_{i,i} > 0$. Иначе $w_{i,i} = 0$. Справедливость этого утверждения легко показать, поскольку $w_{i,i} = \left(k_{c_i,0}\right)^{-1} \sum_{t=1}^m \left(a_{c_i, p_t} / k_{p_t,0}\right) \geq 0$, а нулевое значение достигается только тогда, когда $a_{c_i, p_t} = 0$, $t = 1, \dots, m$, но таких случаев в наших данных нет.

3. Элементы $w_{i,j}$ равны нулю тогда и только тогда, когда выполняется условие $\{t : a_{c_i, p_t} = 1\} \cap \{t : a_{c_j, p_t} = 1\} = \emptyset$. Это означает отсутствие общих сильных секторов в структурах экономики регионов c_i и c_j .

4. В каждой строке матрицы $(w_{i,j})$ максимальный элемент отвечает диагональному элементу, т.е. $w_{i,i} = \max_{j \in \{1, \dots, n\}} (w_{i,j})$. Покажем это. В силу справедливости выражения

$$w_{i,j} = \frac{1}{k_{c_i,0}} \sum_{t=1}^m \frac{a_{c_i, p_t} a_{c_j, p_t}}{k_{p_t,0}} \leq \frac{1}{k_{c_i,0}} \sum_{t=1}^m \frac{a_{c_i, p_t}}{k_{p_t,0}} = \frac{1}{k_{c_i,0}} \sum_{t=1}^m \frac{a_{c_i, p_t} a_{c_i, p_t}}{k_{p_t,0}}$$

получаем, что $w_{i,j} \leq w_{i,i}$. Причем равенство в последнем неравенстве достигается только тогда, когда выполняется условие $\{t : a_{c_i, p_t} = 1\} \subseteq \{t : a_{c_j, p_t} = 1\}$. А это означает, что все сильные сектора структуры

экономики региона c_i также являются сильными секторами в структуре региона c_j . Если условие не выполняется, то имеем строгое неравенство $w_{i,j} / w_{i,i} < 1$.

5. Величина $w_{i,j}$ монотонно возрастает с ростом числа элементов множества $\{t: a_{c_i, p_t} = 1\} \cap \{t: a_{c_j, p_t} = 1\}$.

6. Асимметричность матрицы ($w_{i,j}$). Легко показать, что $w_{j,i} = k_{c_i,0} / k_{c_j,0} w_{i,j}$. Если уровень диверсификации региона c_i совпадает с уровнем диверсификацией региона c_j , тогда $w_{j,i} = w_{i,j}$. Если диверсификация региона c_i больше (меньше) диверсификации региона c_j , тогда $w_{j,i} > w_{i,j}$ ($w_{j,i} < w_{i,j}$). Таким образом, различные уровни диверсификации регионов гарантируют асимметричность матрицы ($w_{i,j}$).

Из свойств 2–3 для $w_{i,j}$ следует, что отношение $w_{i,j} / w_{i,i}$ можно интерпретировать как характеристику *степени вложенности* множества сильных секторов региона c_i во множество сильных секторов региона c_j . Чем ниже это отношение, тем меньше сильных секторов региона c_i входит во множество $\{t: a_{c_j, p_t} = 1\}$ сильных секторов региона c_j .

Агрегированный показатель $I_i^{(1)} = \sum_{j=1}^m (w_{i,j} / w_{i,i})^2$, $i = 1, \dots, m$, характеризует степень вложенности структуры сильных секторов региона c_i в структуры сильных секторов других регионов. Назовем этот показатель *агрегированной вложенностью структуры* экономики региона. Минимальное значение $I_i^{(1)} = 1$ возникает в условиях, когда структура сильных секторов региона c_i состоит из уникальных секторов, для которых $w_{i,j} = 0$ для всех $i \neq j$, близкое к m — когда распределение $w_{i,j}$ мало отличается от равномерного распределения.

Показатель $I_j^{(2)} = \sum_{i=1}^m (w_{i,j} / w_{i,i})^2$, $j = 1, \dots, m$, характеризует степень вложенности в структуру сильных секторов региона c_j . Назовем его *агрегированной вложенностью в структуру* региона. При увеличении числа сильных секторов региона c_j величина $I_j^{(2)}$ не убывает. Минимальное значение $I_j^{(2)} = 1$ возникает в условиях, когда структура сильных секторов для региона c_j состоит из уникальных секторов, т.е. когда $w_{i,j} = 0$ для всех $i \neq j$.

3.4. Связь экономической сложности с показателями агрегированной вложенности

В работе (Afanasyev, Kudrov, 2020) представлены оценки экономической сложности регионов РФ, рассчитанные на основе данных о налоговых поступлениях по 82 секторам экономики. В табл. 1 приведены оценки параметров регрессии экономической сложности регионов РФ, полученной в работе (Afanasyev, Kudrov, 2020), на логарифм агрегированной вложенности структуры сильных секторов экономики и логарифм агрегированного вложения в структуру.

Для российских регионов получены оценки экономической сложности, для которых были использованы и другие региональные данные. А именно данные по экспорту регионов РФ. В работе (Любимов и др., 2017) по этим данным вычислялись две оценки экономической сложности регионов РФ: оценка экономической сложности (по данным о структуре экспорта регионов РФ); оценка экономической сложности (по данным о структуре экспорта регионов РФ и странам мира). В табл. 2 показаны результаты построения регрессии этих оценок экономической сложности на логарифмы показателей агрегированной вложенности структуры сильных секторов региона и агрегированной вложенности в структуру сильных секторов региона.

Таблица 1. Регрессия для экономической сложности регионов

Экономическая сложность региона	Оценка	Стандартное отклонение	t-статистика	p-значение
Константа	−4,18	0,45	−9,22	0
Логарифм агрегированной вложенности структуры	0,96	0,19	5,14	0
Логарифм агрегированной вложенности в структуру	0,97	0,15	6,65	0
R ²	0,55			
Скорректированный R ²	0,54			

Примечание. Данные по оценкам экономической сложности взяты из работы (Afanasyev, Kudrov, 2020).

Источник: расчеты авторов.

Таблица 2. Регрессии для экономической сложности регионов по данным со странами и без стран

Регрессия для экономической сложности регионов по данным со странами					Регрессия для экономической сложности регионов по данным без стран				
Экономическая сложность (по данным со странами)	Оценка	Стандартное отклонение	t-статистика	p-значение	Экономическая сложность (по данным без стран)	Оценка	Стандартное отклонение	t-статистика	p-значение
Константа	0,15	0,25	0,61	0,54	Константа	−1,03	0,67	−1,55	0,13
Логарифм агрегированной вложенности структуры	−0,19	0,10	−1,87	0,06	Логарифм агрегированной вложенности структуры	0,06	0,27	0,22	0,82
Логарифм агрегированной вложенности в структуру	0,31	0,08	3,92	0,00	Логарифм агрегированной вложенности в структуру	0,42	0,21	1,95	0,06
R ²	0,17				R ²	0,05			
Скорректированный R ²	0,15				Скорректированный R ²	0,03			

Примечание. Данные по оценкам экономической сложности взяты из работы (Lyubimov et al., 2017).

Источник: расчеты авторов.

Регрессия для экономической сложности по данным со странами отвечает значительно большему значению R^2 , чем регрессия для экономической сложности по данным без стран. Большие значения экономической сложности из (Afanasyev, Kudrov, 2020) соответствуют высокому уровню показателя вложенности структуры экономики и высокому уровню показателя вложенности в структуру. Для экономической сложности низкого уровня характерны низкие уровни показателя вложенности структуры экономики и показателя вложенности в структуру. Таким образом, показатель экономической сложности можно интерпретировать в качестве измерителя уровня развитости смежных секторов и технологических цепочек или цепочек добавленной стоимости.

Два показателя экономической сложности из (Любимов и др., 2017) характеризуются низким соответствием показателям вложенности. Объяснением этому может служить то, что экспортные товары вложены в международные цепочки формирования добавленной стоимости. Поэтому, если мы ограничиваемся только экспортными данными по регионам, то в силу отсутствия длинных цепочек формирования добавленной стоимости для экспортных товаров на локальном российском уровне оценка экономической сложности не отражает связей между товарами российского экспорта. Напротив, если мы подключаем к имеющимся данным о структуре экспорта регионов РФ информацию о структуре экспорта стран мира и оцениваем по ним уровень экономической сложности, то такая оценка отражает уже технологические цепочки формирования добавленной стоимости на международном уровне и позволяет количественно оценивать в них место регионов РФ. В результате, как видно из данных в табл. 2 (слева), этот показатель имеет значимую связь с показателем вложенности в структуру.

3.5. Смежные секторы и потенциально достижимые сильные секторы в экономике

В настоящее время широко используются алгоритмы формирования рекомендаций при выборе альтернатив (например, (Glodberg et al., 2001)). Общая постановка этой задачи состоит в рекомендации тех вариантов выбора, которые соответствуют в наибольшей степени характеристикам объекта, для которого вырабатываются рекомендации. Для структуры сильных секторов экономики региона рекомендации выдают *список потенциально достижимых сильных секторов при заданных характеристиках региона*, а также с использованием информации о сильных секторах в похожих на него регионах.

В работе (Hidalgo et al., 2007) предлагается подход к выбору потенциальных сильных секторов, который строится по матрице смежности $\phi(p_i, p_j) = \min\{P(p_i|p_j), P(p_j|p_i)\}$, где $P(p_i|p_j)$ — доля регионов, для которых $a_{c, p_i} = 1$ при условии, что $a_{c, p_j} = 1$.

Потенциально сильный сектор в регионе, согласно методологии, представленной в (Hidalgo et al., 2007), определяется условиями, если: 1) в структуре сильных секторов региона сектор p_i — сильный, а сектор p_j таковым не является, 2) выполняется условие $\phi(p_i, p_j) > 0,5$, — то p_j рекомендуется в качестве потенциально сильного сектора.

Однако такой подход обладает следующими недостатками: 1) не учитывается полная информация о структуре региональной экономики; 2) оценки смежности секторов $\phi(p_i, p_j)$ обладают разным статистическим качеством, поскольку для разных (i, j) величины $P(p_i | p_j)$ оцениваются с использованием разного числа наблюдений.

Для преодоления указанных проблем метода далее предлагается авторский подход.

3.6. Вероятностная модель для прогноза появления новых сильных секторов

Пусть случайные величины

$$A_{c_i, p_k} = \begin{cases} 1, \text{ с вероятностью } \pi(f_{c_i, p_k}^1, f_{c_i, p_k}^2, \dots); \\ 0, \text{ с вероятностью } 1 - \pi(f_{c_i, p_k}^1, f_{c_i, p_k}^2, \dots), \end{cases} \quad (4)$$

где $f_{c_i, p_k}^1, f_{c_i, p_k}^2, \dots$ — факторы, влияющие на возникновение событий $A_{c_i, p_k} = 1$ и $A_{c_i, p_k} = 0$. Будем предполагать, что зависимость $\pi(f_{c_i, p_k}^1, f_{c_i, p_k}^2, \dots)$ имеет вид

$$\pi(f_{c_i, p_k}^1, \dots, f_{c_i, p_k}^h) = \exp(\beta_0 + \sum_h \beta_h f_{c_i, p_k}^h) / \{1 + \exp(\beta_0 + \sum_h \beta_h f_{c_i, p_k}^h)\}, \quad (5)$$

где β_0 — константа.

Предположим, что последовательность $a_{c_1, p_1}, \dots, a_{c_1, p_m}, \dots, a_{c_n, p_1}, \dots, a_{c_n, p_m}$ является реализацией случайной последовательности $A_{c_1, p_1}, \dots, A_{c_1, p_m}, \dots, A_{c_n, p_1}, \dots, A_{c_n, p_m}$, элементы которой независимы при заданных $f_{c_1, p_1}^1, f_{c_1, p_2}^1, \dots$. Будем считать, что распределение $P(A_{c_i, p_k} | f_{c_1, p_1}^1, f_{c_1, p_2}^1, \dots) = P(A_{c_i, p_k} | f_{c_i, p_k}^1, \dots, f_{c_i, p_k}^h, \dots)$, т.е. факторы, влияющие на распределение A_{c_i, p_k} , ограничиваются множеством $f_{c_i, p_k}^1, \dots, f_{c_i, p_k}^h, \dots$, у которых нижняя пара индексов (c_i, p_k) . Тогда функция правдоподобия имеет вид

$$\begin{aligned} P(A_{c_1, p_1} = a_{c_1, p_1}, \dots, A_{c_1, p_m} = a_{c_1, p_m}, \dots, A_{c_n, p_1} = a_{c_n, p_1}, \dots, A_{c_n, p_m} = a_{c_n, p_m} | f_{c_1, p_1}^1, f_{c_1, p_2}^1, \dots) = \\ = P(A_{c_1, p_1} = a_{c_1, p_1} | f_{c_1, p_1}^1, \dots, f_{c_1, p_1}^h, \dots) \dots P(A_{c_n, p_m} = a_{c_n, p_m} | f_{c_n, p_m}^1, \dots, f_{c_n, p_m}^h, \dots) = \\ = \left[\frac{\exp(\beta_0 + \sum_h \beta_h f_{c_1, p_1}^h)}{1 + \exp(\beta_0 + \sum_h \beta_h f_{c_1, p_1}^h)} \right]^{a_{c_1, p_1}} \left[\frac{1}{1 + \exp(\beta_0 + \sum_h \beta_h f_{c_1, p_1}^h)} \right]^{1 - a_{c_1, p_1}} \times \\ \times \dots \times \left[\frac{\exp(\beta_0 + \sum_h \beta_h f_{c_n, p_m}^h)}{1 + \exp(\beta_0 + \sum_h \beta_h f_{c_n, p_m}^h)} \right]^{a_{c_n, p_m}} \left[\frac{1}{1 + \exp(\beta_0 + \sum_h \beta_h f_{c_n, p_m}^h)} \right]^{1 - a_{c_n, p_m}}. \end{aligned}$$

Максимизируя эту функцию, мы получаем оценки параметров $\beta_1, \dots, \beta_h, \dots$. Для оценки качества модели мы будем использовать критерий Акаике, а также величину $G = mn^{-1} \sum_{i,k} I(I(\pi(f_{c_i, p_k}^1, f_{c_i, p_k}^2, \dots) > 0,5) = a_{c_i, p_k})$, где $I(A)$ — показатель события A . Величина G характеризует долю правильно идентифицированных моделью случаев.

Рассмотрим способы формирования объясняющих переменных $f_{c_i, p_k}^1, \dots, f_{c_i, p_k}^h, \dots$.

Способ 1. Для данного способа $h = 2$. Определим факторы $f_{c_i, p_k}^1, f_{c_i, p_k}^2$ для всех $i = 1, \dots, n; k = 1, \dots, m$:

$$f_{c_i, p_k}^1 = \left(\sum_{j=1, j \neq i}^n w_{i,j} a_{c_j, p_k} \right) / (1 - w_{i,i}); \quad f_{c_i, p_k}^2 = \left(\sum_{j=1, j \neq i}^n w_{j,i} a_{c_j, p_k} / w_{j,j} \right) / \left(\sum_{j=1, j \neq i}^n w_{j,i} / w_{j,j} \right).$$

Оценки параметров модели (4)–(5) при данном способе формирования объясняющих факторов представлены в табл. 3.

Таблица 3. Способ 1. Оценка параметров модели идентификации сильных секторов

Параметр	Оценка	Стандартное отклонение	t-статистика	p-значение
Константа	-2,94	0,07	-43,42	0,00
f_{c_i, p_k}^1	2,91	0,83	3,52	0,00
f_{c_i, p_k}^2	18,15	0,91	20,12	0,00
G	0,8			
Критерий Акаике	5681			

Источник: расчеты авторов.

Таблица 4. Способ 2. Оценка параметров модели идентификации сильных секторов

Параметр	Оценка	Стандартное отклонение	t-статистика	p-значение
Константа	-3,11	0,07	-41,70	0,00
f_{c_i, p_k}^1	4,74	0,26	18,46	0,00
f_{c_i, p_k}^2	5,81	0,27	21,95	0,00
G	0,83			
Критерий Акаике	4554			

Источник: расчеты авторов.

Как видно из данных в табл. 3, коэффициенты при f_{c_i, p_k}^1 и f_{c_i, p_k}^2 являются значимыми и положительными. Для этого способа выбора объясняющих переменных доля правильно идентифицированных моделью случаев составляет 80%.

Методом имитации проверены гипотезы равенства нулю показателя вложенности структуры сильных секторов региона c_i , $i=1, \dots, n$, в структуру сильных секторов региона c_j , $j=1, \dots, n$, $j \neq i$, а именно $H_0: w_{i,j} / w_{i,i} = 0$ против $H_1: w_{i,j} / w_{i,i} \neq 0$. Показано, что 95%-ный квантиль для функции распределения $w_{i,j} / w_{i,i}$ в условиях справедливости нулевой гипотезы равен 0,47 при заданном уровне значимости $\alpha = 0,95$.

Способ 2. Для данного способа $h = 2$. Определим факторы $f_{c_i, p_k}^1, f_{c_i, p_k}^2$ для всех $i = 1, \dots, n; k = 1, \dots, m$:

$$f_{c_i, p_k}^1 = \sum_{j=1, i \neq j}^n w_{i,j} I(w_{i,j} / w_{i,i} > 0,47) a_{c_j, p_k} / \sum_{j=1, i \neq j}^n w_{i,j} I(w_{i,j} / w_{i,i} > 0,47);$$

$$f_{c_i, p_k}^2 = \sum_{j=1, i \neq j}^n \frac{w_{j,i}}{w_{j,j}} I(w_{j,i} / w_{j,j} > 0,47) a_{c_j, p_k} / \sum_{j=1, i \neq j}^n (w_{j,i} / w_{j,j}) I(w_{j,i} / w_{j,j} > 0,47).$$

Оценки параметров модели (4)–(5) при данном способе формирования объясняющих факторов представлены в табл. 4.

Как видно из данных в табл. 4, коэффициенты при f_{c_i, p_k}^1 и f_{c_i, p_k}^2 являются значимыми и положительными. Для этого способа выбора объясняющих переменных доля правильно идентифицированных моделью случаев незначительно отличается от доли для случая 1 и равна 83% общего числа случаев, но значение критерия Акаике меньше, чем для способа 1. Таким образом, способ 2 предпочтительнее.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Согласно данной модели были сформированы списки потенциально сильных секторов в регионах. В частности, для некоторых регионов, специализирующихся в сельском хозяйстве, требуется развитие сектора «Транспортировка и хранение», что дает возможность большего территориального охвата в снабжении производимой продукцией. Вследствие инфраструктурных проблем рекомендации для развития сельского хозяйства включают развитие сектора «Забор, очистка и распределение воды» (необходим для функционирования поливочных систем), сектора «Обеспечение электрической энергией, газом и паром; кондиционирование воздуха» (для развития тепличных комплексов, требующих больших энергозатрат при создании микроклимата). Кроме того, в некоторых регионах со специализацией в сельском хозяйстве недостаточно хорошо развиты сектора обрабатывающей промышленности для производимой сельхозпродукции. (Подробнее см.

в Приложении, табл. П1: производство напитков (Владимирская, Псковская, Воронежская, Костромская области и др. регионы), переработка и консервирование мяса и мясной пищевой продукции (Оренбургская, Пензенская области и др.), производство пищевых продуктов (Тульская, Ярославская области), производство молочной продукции (Саратовская область, Республика Северная Осетия — Алания и др.)). Следует заметить, что развитие сельского хозяйства способствует формированию спроса на развитие сектора сельхозмашиностроения и других секторов, в том числе секторов, которые предлагают решения, способствующие автоматизации процессов на уровнях сельскохозяйственных работ и функционирования обрабатывающей промышленности. Сектора, связанные с сельским хозяйством, приведены здесь в качестве примера. Спектр выявленных потенциальных сильных секторов в структурах региональных экономик по результатам использования модели является более широким.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Существуют две основные теории, описывающие механизм создания и распространения знаний: локализованная специализация и диверсификация экономики. Теория локализованной специализации впервые была подробно представлена в работе (Marshall, 1890). Она утверждает, что компании, находящиеся в окружении других представителей той же отрасли, будут расти быстрее в силу циркуляции знаний внутри отрасли. Эта теория была развита в работах (Arrow, 1962; Romer, 1986).

Противоположная теория и эмпирические оценки представлены в работах (Blien, Wolf, 2006; Fuchs, 2011; Illy, Schwartz et al., 2011). Согласно этой теории компании выигрывают от того, что сталкиваются с неоднородной средой, состоящей из различных отраслей, поскольку новые идеи приходят из внешней среды. Механизмы, с помощью которых разнообразие приводит к экономическому росту, обычно называют диверсификацией.

Исследования по теориям локализации и диверсификации предполагают, что необходимо делать выбор в пользу либо одной, либо другой теории.

Полученные в данной статье результаты не противоречат предположению, что эффекты от локализации и диверсификации могут дополнять друг друга и не являются взаимоисключающими. Оценки вероятности возникновения в структуре региона конкретного сектора в качестве сильного указывают на то, что появление и развитие секторов в значительной степени обусловлено эволюцией прошлой экономической деятельности. Эти результаты согласуются с выводами в работе (Neffke, Henning, Boschma, 2011), где показано, что регионам легче развивать новые отрасли промышленности, если они связаны с уже имеющимися в регионе.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица П1

Рекомендации модели, построенной по способу 1		Рекомендации модели, построенной по способу 2	
Регион	Вероятность возникновения сектора в качестве сильного	Регион	Вероятность возникновения сектора в качестве сильного
Сектор: транспортировка и хранение		Сектор: транспортировка и хранение	
Белгородская область	0,86	Белгородская область	0,89
Воронежская область	0,61	Воронежская область	0,63
Курская область	0,73	Курская область	0,57
Московская область	0,66	Московская область	0,67
г. Санкт-Петербург	0,95	г. Санкт-Петербург	0,92
Республика Адыгея	0,94	Республика Адыгея	0,91
Сектор: водоснабжение, водоотведение, организация сбора и утилизации отходов, деятельность и ликвидация загрязнений		Сектор: водоснабжение, водоотведение, организация сбора и утилизации отходов, деятельность и ликвидация загрязнений	
Орловская область	0,97	Орловская область	0,91
Рязанская область	0,98	Рязанская область	0,94
Смоленская область	0,98	Смоленская область	0,93
Тамбовская область	0,78	Тамбовская область	0,57

Продолжение таблицы П1

Рекомендации модели, построенной по способу 1		Рекомендации модели, построенной по способу 2	
Регион	Вероятность возникновения сектора в качестве сильного	Регион	Вероятность возникновения сектора в качестве сильного
Республика Карелия	0,67	Республика Карелия	0,54
Республика Калмыкия	0,67	Республика Калмыкия	0,75
Краснодарский край	0,61	Краснодарский край	0,77
Астраханская область	0,83	Астраханская область	0,90
Ростовская область	0,64	Ростовская область	0,67
Карачаево-Черкесская Республика	0,60	Кабардино-Балкарская Республика	0,65
Удмуртская Республика	0,75	Карачаево-Черкесская Республика	0,87
Челябинская область	0,62	Республика Марий Эл	0,64
Красноярский край	0,82	Республика Татарстан	0,65
Иркутская область	0,71	Удмуртская Республика	0,82
Кемеровская область	0,87	Ульяновская область	0,57
Приморский край	0,59	Свердловская область	0,63
Хабаровский край	0,74	Тюменская область	0,72
Амурская область	0,50	Челябинская область	0,88
Магаданская область	0,50	Республика Бурятия	0,64
Сектор: обеспечение электрической энергией, газом и паром; кондиционирование воздуха — всего		Алтайский край	0,57
Республика Алтай	0,52	Красноярский край	0,89
Сектор: производство напитков		Иркутская область	0,77
Владимирская область	0,69	Кемеровская область	0,89
Воронежская область	0,94	Приморский край	0,57
Костромская область	0,83	Хабаровский край	0,69
Калининградская область	0,99	Сектор: обеспечение электрической энергией, газом и паром; кондиционирование воздуха — всего	
Ленинградская область	0,99	Архангельская область	0,69
Мурманская область	0,99	Республика Калмыкия	0,81
Псковская область	0,64	Республика Татарстан	0,81
Краснодарский край	0,89	Новосибирская область	0,75
Астраханская область	0,62	Сектор: производство напитков	
Республика Марий Эл	0,87	Владимирская область	0,70
Пермский край	0,61	Воронежская область	0,88
Свердловская область	0,69	Калининградская область	0,79
Тюменская область	0,92	Ленинградская область	0,90
Челябинская область	0,57	Мурманская область	0,89
Иркутская область	0,67	Псковская область	0,56
Томская область	0,75	Краснодарский край	0,88
Камчатский край	0,51	Республика Марий Эл	0,87
Амурская область	0,59	Пермский край	0,75
Магаданская область	0,68	Свердловская область	0,80
Сахалинская область	0,95	Тюменская область	0,87
Еврейская автономная область	0,93	Челябинская область	0,52
Сектор: переработка и консервирование мяса и мясной пищевой продукции		Иркутская область	0,64
Республика Карелия	0,54	Томская область	0,72
Мурманская область	0,84	Амурская область	0,51
		Еврейская автономная область	0,87

Окончание таблицы П1

Рекомендации модели, построенной по способу 1		Рекомендации модели, построенной по способу 2	
Регион	Вероятность возникновения сектора в качестве сильного	Регион	Вероятность возникновения сектора в качестве сильного
Республика Ингушетия	0,85	Сектор: переработка и консервирование мяса и мясной пищевой продукции	
Кабардино-Балкарская Республика	0,80	Мурманская область	0,88
Чеченская Республика	0,76	Республика Ингушетия	0,90
Республика Башкортостан	0,52	Кабардино-Балкарская Республика	0,89
Оренбургская область	0,60	Чеченская Республика	0,71
Пензенская область	0,88	Республика Башкортостан	0,75
Забайкальский край	0,71	Удмуртская Республика	0,53
Томская область	0,64	Оренбургская область	0,70
Республика Саха (Якутия)	0,93	Пензенская область	0,86
Амурская область	0,61	Забайкальский край	0,72
Сахалинская область	0,55	Иркутская область	0,70
Сектор: производство пищевых продуктов		Республика Саха (Якутия)	0,93
Тульская область	0,96	Амурская область	0,61
Ярославская область	0,96	Сахалинская область	0,71
г. Москва	0,67	Сектор: производство пищевых продуктов	
Республика Ингушетия	0,56	Тульская область	0,95
Омская область	0,52	Ярославская область	0,95
Республика Саха (Якутия)	0,59	г. Москва	0,62
Сектор: производство молочной продукции		Сектор: производство молочной продукции	
Республика Коми	0,97	Республика Северная Осетия — Алания	0,95
Республика Северная Осетия — Алания	0,78	Республика Коми	0,73
Чеченская Республика	0,92	Чеченская Республика	0,92
Самарская область	0,55	Саратовская область	0,91
Саратовская область	0,88	Забайкальский край	0,62
Забайкальский край	0,51	Красноярский край	0,54
Красноярский край	0,56	Иркутская область	0,66
Иркутская область	0,64	Приморский край	0,92
Приморский край	0,91	Хабаровский край	0,84
Хабаровский край	0,87		

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

- Любимов И.Л., Гвоздева М.А., Казакова М.В., Нестерова К.В. (2017). Сложность экономики и возможность диверсификации экспорта в российских регионах // *Журнал Новой экономической ассоциации*. № 2 (34). С. 94–122. [Lyubimov I.L., Gvozdeva M.A., Kazakova M.V., Nesterova K.V. (2017). Economic complexity of Russian regions and their potential to diversify. *Journal of the New Economic Association*, 2 (34), 94–122 (in Russian).]
- Afanasiev M. Yu., Kudrov A.V. (2020). Estimates of economic complexity in the structure of the regional economy. *Montenegrin Journal of Economics*, 16, 4, 43–54. DOI: 10.14254/1800–5845/2020.16–4.4
- Arrow K.J. (1962). The economic implications of learning by doing. *The Review of Economic Studies*, 29 (3), 155–173.
- Blien U., Wolf K. (2006). Local employment growth in West Germany: A dynamic panel approach. *Labour Economics*, 13 (4), 445–458.
- Fuchs M. (2011). The determinants of local employment dynamics in Western Germany. *Empirical Economics*, 40 (1), 177–203.
- Glodberg K., Roeder T., Gupta D., Perkins C. (2001). Eigentaste: A constant time collaborative filtering algorithm. *Information Retrieval*, 4, 133–151.
- Hartmann D. (2017). Linking economic complexity, institutions, and income inequality. *World Development*, 93, 75–93.

- Hausmann R., Hidalgo C., Bustos S., Coscia M., Simoes A., Yildirim M.A. (2011). *The atlas of economic complexity: Mapping paths to prosperity*. Cambridge: Center for International Development, Harvard University, MIT.
- Hausmann R., Hwang J., Rodrik D. (2006). What you export matters. *Journal of Economic Growth*, 12 (1), 1–25.
- Hausmann R., Klinger B. (2006). Structural transformation and patterns of comparative advantage in the product space. *CID Working Paper No. 128*.
- Hausmann R., Rodrik D. (2003). Economic development as selfdiscovery. *Journal of Development Economics*, 72 (2), 603–633.
- Hidalgo C.A., Hausmann R. (2009). The building blocks of economic complexity. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 106 (26), 10570–10575.
- Hidalgo C.A., Klinger B., Barabasi A.-L., Hausmann R. (2007). The product space conditions the development of nations. *Science*, 317 (5837), 482–487.
- Illy A., Schwartz M., Hornyh C., Rosenfeld M. (2011). Local economic structure and sectoral employment growth in German cities. *Journal of Economic and Social Geography*, 102 (5), 582–593.
- Marshall A. (1890). *Principles of Economics*. London: MacMillan.
- Neffke F., Henning M., Boschma R. (2011). How do regions diversify over time? Industry relatedness and the development of new growth paths in regions. *Economic Geography*, 87, 3, 237–265.
- Romer P.M. (1986). Increasing returns and long-run growth. *Journal of Political Economy*, 94 (5), 1002–1037.
- Sciarrà C., Chiarotti G., Ridolfi L. et al. (2020). Reconciling contrasting views on economic complexity. *Nat Commun*, 11, 3352. DOI: 10.1038/s41467-020-16992-1
- Seneta E. (2006). *Non-negative matrices and Markov chains*. Berlin: Springer Science & Business Media.

Economic complexity and embedding of regional economies' structures

© 2021 M.Yu. Afanasiev, A.V. Kudrov

M.Yu. Afanasiev,

Central Economics and Mathematics Institute, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia;
e-mail: mi.afan@yandex.ru

A.V. Kudrov,

Central Economics and Mathematics Institute, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia;
e-mail: kovlal@inbox.ru

Received 18.12.2020

Abstract. The research focuses on the development of localized specialization and economic diversification theories. Our task is forecasting of the emergence of new strong sectors in the region. On the basis of probabilistic and statistical modeling the model which allows estimating the probability of appearing a new strong sector in the region taking into account characteristics of economic structure is constructed. The possibility of building such a model is based on the assumption that the emergence and development of sectors is largely determined by the evolution of past economic activity. The authors introduce a model where the indicators of embedding structures of the strong sectors in the regional economies are used. These indicators are based on the probabilistic interpretation and properties of the elements of the matrix, by which economic complexity is estimated following the traditional approach. The probability of originating a strong sector in the structure for each region is estimated. Based on sorting the sectors according to the value of these probabilities and assessments of their potential contribution to socio-economic development expert assessment of the feasibility of developing a new strong sector in the region can be made. The results show that sectors' introduction and generation in the regional economy is largely due to the evolution of the past economic activity.

Keywords: regional economics, econometrics, economic complexity, embedding.

JEL Classification: C53, D51.

DOI: 10.31857/S042473880016410-0

ОТРАСЛЕВЫЕ ПРОБЛЕМЫ

Optimizing the consolidated budget of the development Program for a diversified industrial complex

© 2021 O.B. Braginsky, G.M. Tatevosyan, S.V. Sedova, R.Sh. Magomedov

O.B. Braginsky,

*Central Economics and Mathematics Institute, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia;
e-mail: braginsky@cemi.rssi.ru*

G.M. Tatevosyan,

*Central Economics and Mathematics Institute, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia;
e-mail: tatevos@cemi.rssi.ru*

S.V. Sedova,

*Central Economics and Mathematics Institute, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia;
e-mail: ssedovs@mail.ru*

R.Sh. Magomedov

*Central Economics and Mathematics Institute, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia;
e-mail: mrsh.cemi2006@mail.ru*

Received 16.06.2021

Abstract. In a situation of economic downturn, complicated by COVID-19 pandemic, which has covered many countries in the world, including Russia, it is necessary to choose ways to ensure more or less sustainable economic growth. The condition in the Russian chemical complex is analyzed. The choice of the chemical complex as one of the priority ways of the Russian economic development has been substantiated. A conditional long-term development Program for the Russian chemical complex is worked out. This Program takes into account the shortcomings of fragmented government measures for the development of chemical and petrochemical industries. It is argued that the implementation of the Program will allow increasing the domestic supply for high-value-added hydrocarbon products, generally contributing to the reduction of the raw material share in Russian exports. The authors' earlier research to optimize structure of the development program for a large industrial complex in conditions of limited resources is developed. In particular, an approach to the choice of the optimal structure of the development program's budget, consisting of such sources of financing as assignments from the national budget, private capital, long-term credits, as well as reinvested profit from investment projects participating in the Program is proposed. The results of economic and mathematical modeling and computer experimentation for optimizing structure of this Program's consolidated budget, which make it possible to significantly improve its target indicators, as well as to involve socially significant low-profit investment projects of small and medium-sized businesses, are presented.

Keywords: chemical complex, investment project, development program, program budget, sources of financing, reinvestment, long-term credit, optimization, modeling.

JEL Classification: E27, L52, C61, C88.

DOI: 10.31857/S042473880016412-2

INTRODUCTION

Long before the coronavirus pandemic experts considered the economic situation in the country as difficult. At the same time, some experts expressed cautious optimism. For example, the late Academician V.V. Ivanter, mentioning the low growth rates of the Russian economy (1.5–2%) after the economic recession and subsequent stagnation, believed that there are areas of the national economy with high development potential that are capable of pulling the entire economy forward. These are the agricultural sector, developing “quite fantastic pace”, the military-industrial complex as well as the chemical industry. These are also successfully developing regions, to which V.V. Ivanter ranks Belgorod, Voronezh, Rostov regions and some other subjects of the Russian Federation (Ivanter, 2018).

We believe that at the current stage of the Russian economic development, such drivers of economic growth can also be mechanical engineering, primarily the precision one, the pharmaceutical industry, and information technologies.

The authors focus on the Russian chemical complex, the growth rates of which at all stages of its development outstripped the growth rates of GDP. The development of the chemical complex can significantly change the raw material nature of the domestic economy, since the rich internal reserves of hydrocarbon raw materials can increasingly be consumed by its petrochemical division.

RUSSIAN CHEMICAL COMPLEX: SITUATION AND PROSPECTS OF DEVELOPMENT

Experts predict that global demand for oil in the future will grow by 1% per year (Long-term forecast..., 2019; Kopytin, 2020), while for the products of the chemical complex (chemical and petrochemical industries) this figure will be at least 3% (Rajeev, Pati, Padhi, 2019; Spitz, 2019). The chemical complex is the link between the production and processing of oil and gas and such industries as mechanical engineering, all types of construction, high-tech, etc. The products of the chemical complex are, to a certain extent, used in all sectors of the economy and spheres of life, and are involved in achieving the goals of all existing national projects. It should be noted that chemical complex of the USSR was second only to the United States and in various years ranked no less than fourth in the world, competing only with Japan and Germany. Nowadays, the chemical complex of Russia is in the middle of the world second ten, giving place not only to the United States and China, but also to Japan and a number of European countries, as well as to such developing countries as India, Saudi Arabia, the Republic of Korea, Brazil, and Iran.

The greatest decline in the development of the Russian chemical complex occurred in the 1990s, when the enterprises of the complex were privatized and their new owners mercilessly, to the point of complete wear and tear, exploited the existing equipment. A relatively reasonable production policy was typical for the producers of mineral fertilizers, as well as for the producers and processors of mass-use polymers and rubber. In order not to degrade completely, the enterprises of the chemical complex began to unite into commercial and industrial groups (this was done by the producers of mineral fertilizers) or became part of the emerging vertically integrated oil companies and “Gazprom”. In the conditions, when the main task was survival, there was no opportunity to develop long-term development strategies. As a result, the country’s chemical complex has lost its main advantages: high growth rates and efficiency. Some improvement was observed in the early 2000s (the so-called “fat years”), but the global economic crisis of 2008–2009 pushed the Russian chemical complex back again (Braginsky, 2018; Nikitin, Makeeva, 2011).

In the early 2010s, the government long-term programs, widely used in the USSR, began to be developed for the chemical complex (Development plan..., 2013). In 2012, the Ministry of Energy of the Russian Federation set up a long-term plan for the petrochemical industry, and the Ministry of Industry of the Russian Federation developed a similar plan for the chemical industry.

It should be noted that both long-term programs were not linked to each other, which was a characteristic feature of the practice of program management in the USSR, when strategies for the petrochemical industry and the production of chemicals and their derivatives were formulated, respectively, by the Ministry of Oil Refining and Petrochemical Industry and the Ministry of Chemical Industry (Klepirov, Moskvitina, 2012; Slavninskaya, 2013).

At the same time, the revived long-term planning for the already Russian chemical complex was aimed at eliminating structural imbalances and was supported by measures of economic, organizational, technical and legal support.

The main goal of the aforementioned development programs for the branches of the chemical complex was the creation of large industrial clusters, i.e. geographically localized, interconnected industries, institutions and organizations, formed into a single organization structure.

To date, a number of large investment projects have been implemented in the Russian chemical complex, in particular, such as “Rusvinil”, “Tobolskpolimer”, “ZapSibNeftekhim”. The production capacities for mineral fertilizers, paints and varnishes, polymer products, rubber goods, tires have been expanded (Danilova, 2020). However, the growth in the production of the chemical complex slowed down after 2018. The reason is specialization of Russia in low-conversion products, mostly exported, led to serious imbalances in the structure of the national chemical complex.

The above-mentioned large projects ensured an increase in the production and export of mass-use polymers (i.e. polyethylene, polypropylene), which, on the one hand, led to saturation of the domestic market with these products, and, on the other hand, to reduction in the domestic supply of products with higher added value, such as engineering and other plastics, as well as a variety of chemicals. Apparently, this situation was caused by an error in determining the aggregate demand for mass-use polymer products, when the

per capita demand for such polymers was taken into account, but the structure of demand was ignored. For example, in Russia the main consumers of polymers are producers of containers and packaging for food and industrial goods, but in the world these are practically all branches of the manufacturing industry.

In order to meet the ever-increasing demand of both traditional and new high-tech sectors of the Russian industry for high-value chemical products, the government, along with large cluster-forming projects, for example “ZapSibNeftekhim” project, should encourage the creation of medium and small projects. No less important is the organizational activity to improve the system of norms and rules that ensure the possibility of using high value added chemical products in various sectors of the Russian economy. These proposals should become the basis of the Russian economic policy aimed at changing the structure of the economy in favor of labor-intensive manufacturing industries, as well as changing the structure of exports and increasing its volume, generally contributing to technological progress.

Reorientation to the domestic market will require large investments. Given the limited capacity of the national budget, it is necessary to concentrate its resources on the “growth points” of the economy and create a flexible instrument for distributing these funds between special investment projects.

It is advisable to concentrate financial resources on investment projects in such a way that social problems are solved at the same time. The development of “heavy” manufacturing industries will create additional highly skilled jobs, since these are the industries that produce labor-intensive products. Another advantage of such an economic policy is the possibility of creating jobs not only in places of mining, but above all in places where the labor force is concentrated. Finally, it must be emphasized that mere manufacturing industries will provide sustainable growth rates, opening up the opportunity for scientific and technological progress.

SELECTING THE OPTIMAL COMBINATION OF FINANCIAL SOURCES FOR THE DEVELOPMENT PROGRAM (EXAMPLE OF RUSSIAN CHEMICAL COMPLEX)

In previous works (Braginsky, Tatevosyan, Sedova, 2017, 2019, Braginsky et al., 2020; Braginsky, 2017), the authors proposed the idea of creating a budget for an industry or a region development program, which includes resources of the national budget, private capital for initiating investment projects, reinvesting profits, as well as long-term credits. Similar ideas concerning electric power enterprises are expressed in (Kuznetsov, 2014).

Development programs may become interesting to investors under the following conditions:

- programs should be regulated by a special law that both enshrines the rights and obligations and protects the interests of all its participants;
- it is necessary to select only the projects in which the specific tasks of the program are solved to participate in the program (Braginsky, 2017; Braginsky et al., 2017, 2020).

Let us briefly describe each source of financing the budget of a development program.

1. Funds originated from the National budget in post-Soviet Russia have always been extremely limited. Even in the years of favorable economic conditions, there were not enough funds to finance governmental programs. Since 2014, the situation has worsened dramatically (Aganbegyan, 2019). Nevertheless, the role of this source of financing the development programs is very important. The fulfillment of official obligations, primarily observing the principle of funding sufficiency, creates an atmosphere of mutual trust and disciplines for all the participants.

2. Private capital plays an important role in financing development programs based on the principle of public-private cooperation. Executive bodies initiate development programs for industries or regions, offering favorable legal regimes and substantial financial assistance, namely, budgetary investments in infrastructure and various types of subsidies. In turn, private entrepreneurs develop investment projects and apply for participation in these programs, pledging to invest a certain amount of their own funds.

3. Another necessary condition for achieving the planned results of development programs, the duration of which is usually 15–30 years, is a long-term credit. However, the share of long-term credits in the operations of the Russian banking sector (which has huge funds) is insignificant. This circumstance prevents the accelerated development of the Russian chemical complex, which has a favorable business climate. The conclusion of a tripartite program agreement between the national government, business and banking communities would make it possible to change the current situation for the better.

4. The next source of investment resources for development programs is profit from investment projects. The level of profitability is substantiated for every investment project in the development program; it is included in the prices for program products. Profitability should provide the minimum profit margin for the current needs of producers. The other parts of the profits should go to the consolidated program budget.

The four listed sources of financing the development program provide significantly better results when they are optimally combined. The optimization multicriteria model which is designed to form the structure of the development program and is described in detail in (Sedova, 2015; Braginsky et al., 2020), makes it possible to determine the size of each source and allocation of the total amount of investments over the years.

Below are the results of experimental calculations of versions for a conditional nineteen-year development program for the Russian chemical complex (referred as the Program) according to two criteria: the maximum of the gross discounted profit for the entire Program period and the maximum of the gross output for the same period.

The Program includes 22 investment projects (referred as Project), set by an expert method using the initial information given in the current governmental long-term plans for the development of the petrochemical and chemical industries. Each Project was characterized by its starting year, the amount of investments and its allocation over the years, the annual output when reaching the design capacity, and the coefficients of production development. These 22 Projects with the specified parameters made up a version of the Program, which is called the original one. It is believed that this version is financed only from the national budget.

It was assumed that each Project can be carried out in several versions, differing in the amount of investment and date of start. In this regard, for each Project, the upper limit of the volume of investments and the time period for the possible start of construction were set. In the given calculation, the moment of the start of the Project was limited by only one condition — it must be completed during the period of the Program.

To calculate prices for Program products, three levels of profitability of investment are set: minimum (15%), increased (20%) for import-substituting projects, and high (40%) — for Megaprojects. It is believed that both output and profit change in direct proportion to the amount of investment. The budgetary investment limits are set for each year within the Program at half of the same values in the original version. The total amount of the credit is limited; the credit rate is set at 5%. The body of the credit is returned at the end of the Program. Another essential condition of the experimental calculations is: the interest on the credit shall be paid only from the profit received.

Note that the maximum values of the selected criteria are not considered to be the best option. Formal criteria here are tools for the formation of alternative versions of the Program. The substantiation of this position is given in the above articles. The criterion for the best variant of the Program structure is achieving non-formalized goals.

The main indicators of the optimized version of the Program in comparison with its original version are summarized in Table 1.

Table 1. Performance indicators of the Program

Indicator	Original version	Optimized version	Ratio of column 2 to column 3, %
1	2	3	4
Total investment, RUB bln	520.618	1862.291	357.7
Including			
National budget funds	520.618	260.302	50.0
Reinvested profit		1082.562	
Commercial credit		519.427	
Discounted profit, RUB bln	294.711	775.621	263.2
Output, RUB bln	4333.866	13339.275	307.8
Return on investment, %	146.02	137.26	
Share of import-substituting projects, %	8.80	22.55	
Gross profit, RUB bln	1921.416	5220.861	271.7
Credit interest, RUB bln		358.674	
Retained earnings, RUB bln	1921.416	3779.625	196.7

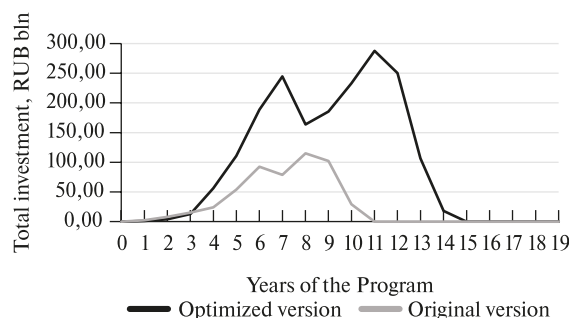


Fig. 1. Annual distribution of the total Program's investment

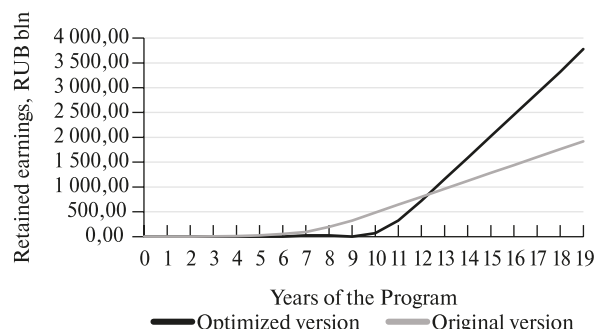


Fig. 2. Retained earnings, cumulative

Fig. 1–2 shows, respectively, the distribution of investments and accumulated retained earnings over the years of the Program in its original and optimized versions.

The main result of the optimization is: 18 projects out of 22 attract maximum amount of investment through long-term credits and profit reinvestment. At the same time, the optimized version has a longer investment period (Fig. 1).

The mechanism for optimizing the Program is: four low-profit projects for which investments have not reached the upper bounds due to scarce national budget funding should be launched in the first two years of the Program. The profit from these projects made it possible to take a credit in the third and fourth years of the Program in order to start two highly profitable Megaprojects, firstly, at the upper investment limits, and secondly, two and one year earlier than in the original version. Reinvestment of profits from the last two Megaprojects made it possible for the remaining projects to enjoy the upper budget limits and to attract fewer credits. In conclusion, we note that the amount of accumulated retained earnings in the optimized version of the Program, minus liabilities, exceeds the gross profit of the original version of the Program.

CONCLUSION

The chemical complex is one of the priority sectors of the Russian economic development. The current government long-term strategies for petrochemical and chemical industries, albeit with a lag behind the deadlines, are still moving towards the set goals. At the end of 2020, SIBUR Group launched the «Zap-sibneftekhim» Megaproject for the production of large-tonnage mass-use polymers (i.e. polyethylene and polypropylene). This made it possible for the near future to almost completely substitute import of these products and to increase exports.

At the same time, monitoring of the actual governmental measures for development of the Russian chemical complex revealed the following significant negative aspects. First, the deadlines of many investment projects are not met. Secondly, individual facilities are put into operation, and not their interconnected chains, which contribute to the growth of the value added. Third, we observe chronic lack of financial resources.

The methodology of economic and mathematical modeling and computer experimentation, proposed in this article, allows more effectively using the financial capabilities of the national budget, private entrepreneurs, credit institutions, as well as reinvested profit from the Program's investment projects.

REFERENCES / СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Aganbegyan A.G.** (2019). On urgent measures to resume social and economic growth. *Studies on Russian Economic Development*, 1 (172), 3–15 (in Russian). [**Аганбегян А.Г.** (2019). О неотложных мерах по возобновлению социально-экономического роста // *Проблемы прогнозирования*. № 1 (172). С. 3–15.]
- Braginsky O.B.** (2017). The choice of priority projects in the implementation of government programs in conditions of limited financial resources. *Economic Analysis: Theory and Practice*, 16, 12, 2254–2269 (in Russian). [**Брагинский О.Б.** (2017). Выбор приоритетных проектов при реализации государственных программ в условиях ограниченных финансовых ресурсов // *Экономический анализ: теория и практика*. Т. 16. № 12. С. 2254–2269.]

- Braginsky O.B.** (2018). Development of domestic oil and gas chemistry: Course correction. *NefteGazoKhimiya*, 1, 5–10 (in Russian). [**Брагинский О.Б.** (2018). Развитие отечественной нефтегазохимии: корректировка курса // *НефтеГазоХимия*. № 1. С. 5–10.]
- Braginsky O.B., Tatevosyan G.M., Sedova S.V., Magomedov R. Sh.** (2020). The economic mechanism of development programs: The interaction of economic instruments. Preprint WP/2020/329. Moscow: CEMI RAS (in Russian). [**Брагинский О.Б., Татевосян Г.М., Седова С.В., Магомедов Р.Ш.** (2020). Экономический механизм программ развития: взаимодействие экономических инструментов. Препринт # WP/2020/329. М.: ЦЭМИРАН.]
- Braginsky O.B., Tatevosyan G.M., Sedova S.V.** (2017). State development programs: Ways to improve. *Economics and Mathematical Methods*, 53, 4, 3–12 (in Russian). [**Брагинский О.Б., Татевосян Г.М., Седова С.В.** (2017). Совершенствование государственных программ развития // *Экономика и математические методы*. Т. 53. № 4. С. 3–12.]
- Braginsky O.B., Tatevosyan G.M., Sedova S.V.** (2019). Managing developmental programs (on the example of the chemical industry). *Economics and Mathematical Methods*, 55, 3, 76–87 (in Russian). [**Брагинский О.Б., Татевосян Г.М., Седова С.В.** (2019). Управление программами развития (на примере химического комплекса) // *Экономика и математические методы*. Т. 55. № 3. С. 76–87.]
- Danilova Z.S.** (2020). Review of the state of the Russian chemical industry. *Economics and Business: Theory and Practice*, 12 (1), 208–210 (in Russian). [**Данилова З.С.** (2020). Обзор состояния российской химической промышленности // *Экономика и бизнес: теория и практика*. № 12 (1). С. 208–210.]
- Ivanter V.V.** (2018). Prospects for the economic development of Russia. *Studies on Russian Economic Development*, 3 (168), 3–6 (in Russian). [**Ивантер В.В.** (2018). Перспективы экономического развития России // *Проблемы прогнозирования*. № 3 (168). С. 3–6.]
- Klepikov D.N., Moskvitina T.G.** (2012). Development strategy of the chemical and petrochemical industry in Russia for the period up to 2015: Results and prospects. *Bulletin of the Chemical Industry*, 3 (66), 25–27 (in Russian). [**Клепиков Д.Н., Москвитина Т.Г.** (2012). Стратегия развития химической и нефтехимической промышленности России на период до 2015 г.: итоги и перспективы // *Вестник химической промышленности*. № 3 (66). С. 25–27.]
- Kopytin I.A.** (2020). World oil market: A pandemic will bring the peak of global oil demand closer. *World Economy and International Relations*, 64, 9, 26–36 (in Russian). [**Копытин И.А.** (2020). Мировой рынок нефти: пандемия приблизит пик глобального спроса на нефть // *Мировая экономика и международные отношения*. Т. 64. № 9. С. 26–36.]
- Kuznetsov N.V.** (2014). Financial support of electric power enterprises in Russia in the context of the implementation of industry development programs. *Fundamental Research*, 6, 8, 1431–1438 (in Russian). [**Кузнецов Н.В.** (2014). Финансовое обеспечение электроэнергетических предприятий России в условиях реализации программ развития отрасли // *Фундаментальные исследования*. Т. 6. № 8. С. 1431–1438.]
- Long-term forecast of world oil demand until 2040* (2019). Center for energy research at IMEMO RAS (in Russian). Available at: https://www.imemo.ru/energyeconomics/index.php?page_id=1663. [Долгосрочный прогноз динамики мирового спроса на нефть до 2040 г. (2019). Центр энергетических исследований ИМЭМО РАН. Режим доступа: https://www.imemo.ru/energyeconomics/index.php?page_id=1663]
- Developmental plan of petrochemistry: Reality or good intentions (2013). *NefteGazovaya Vertikal*, 3, 50–59 (in Russian). [План развития нефтегазохимии: реальность или благие намерения (2013) // *Нефтегазовая вертикаль*. № 3. С. 50–59.]
- Nikitin S.A., Makeeva A.S.** (2011). A systemic view on the problem of the efficiency of functioning of enterprises of the chemical complex of Russia. *Economy of Region*, 2, 172–179. [**Никитин С.А., Макеева А.С.** (2011). Системный взгляд на проблему эффективности функционирования предприятий химического комплекса России // *Экономика региона*. № 2. С. 172–179.]
- Rajeev A., Pati R.K., Padhi S.S.** (2019). Sustainable supply chain management in the chemical industry: Evolution, opportunities, and challenges. *Resources, Conservation and Recycling*, 149, 275–291.
- Sedova S.V.** (2015). Model of the investment programs' structure formation. *Economics and Mathematical Methods*, 51, 2, 89–102 (in Russian). [**Седова С.В.** (2015). Модель формирования структуры инвестиционных программ // *Экономика и математические методы*. Т. 51. № 2. С. 89–102.]
- Slavninskaya L.** (2013). Gas chemistry: Costs of strategy. *NefteGazovaya Vertikal*, 3, 66–72 (in Russian). [**Славнинская Л.** (2013). Газохимия: издержки стратегии // *Нефтегазовая вертикаль*. № 3. С. 66–72.]
- Spitz P.H.** (2019). The global chemical industry is poised for change. Primed for success: The story of Scientific Design Company. Available at: <https://link.springer.com/content/pdf/10.1007%2F978-3-030-12314-7.pdf>

Оптимизация консолидированного бюджета программы развития многоотраслевого комплекса

© 2021 г. О.Б. Брагинский, Г.М. Татевосян, С.В. Седова, Р.Ш. Магомедов

О.Б. Брагинский,

ЦЭМИ РАН, Москва; e-mail: braginsky@cemi.rssi.ru

Г.М. Татевосян,

ЦЭМИ РАН, Москва; e-mail: tatevos@cemi.rssi.ru

С.В. Седова,

ЦЭМИ РАН, Москва; e-mail: ssedovs@mail.ru

Р.Ш. Магомедов

ЦЭМИ РАН, Москва; e-mail: mrsh.cemi2006@mail.ru

Поступила в редакцию 16.06.2021

Аннотация. В ситуации экономического спада, осложненного пандемией COVID-19, охватившей многие страны мира, включая Россию, необходимо выбрать пути, позволяющие обеспечить более или менее устойчивый рост экономики. Анализируется современное состояние химического комплекса России. Обоснован выбор химического комплекса в качестве одного из приоритетных направлений развития экономики России. Предлагается условная долгосрочная Программа развития российского химического комплекса, учитывающая недостатки фрагментарных правительственных мероприятий по развитию входящих в него отраслей химической и нефтегазохимической промышленности. Утверждается, что реализация указанной Программы позволит нарастить внутреннее предложение углеводородной продукции высокого передела, в целом содействуя сокращению сырьевой части российского экспорта. В развитие предложений авторов об оптимизации программы развития крупного промышленного комплекса в условиях ограниченных ресурсов предложен подход к выбору оптимального сочетания таких источников финансирования, как средства государственного бюджета, средства предпринимателей, долгосрочный кредит, а также реинвестированная прибыль, получаемая от реализации инвестиционных проектов, участвующих в такой программе. Представлены результаты экспериментальных расчетов варианта данной Программы с оптимальным сочетанием источников финансирования, позволяющим существенно улучшить ее целевые показатели, а также задействовать социально значимые низкорентабельные инвестиционные проекты малого и среднего бизнеса.

Ключевые слова: химический комплекс, инвестиционный проект, программа развития, бюджет программы, источники финансирования, реинвестиции, долгосрочный кредит, оптимизация, моделирование.

Классификация JEL: E27, L52, C61, C88.

DOI: 10.31857/S042473880016412-2

ОТРАСЛЕВЫЕ ПРОБЛЕМЫ

Оценка эффективности внедрения бесконтактной оплаты в общественном транспорте для борьбы с теневой экономикой

© 2021 г. Е.А. Уваров

Е.А. Уваров,

НИУ «Высшая школа экономики», Москва; e-mail: euvarov@hse.ru; gbk-63@mail.ru

Поступила в редакцию 26.01.2021

Аннотация. В статье рассматривается теневая экономика в сфере пассажирского автомобильного транспорта в регионах России. Цель работы — оценить влияние системы безналичной оплаты проезда на теневую экономику. Научная новизна статьи состоит в оценке эффективности системы оплаты проезда по банковской и/или транспортной карте как инструмента борьбы с сокрытием доходов транспортными организациями через сокрытие данных о пассажиропотоке в регионах России. Мы используем метод эконометрического анализа панельных данных за период 2015–2018 гг., где зависимой переменной выступает число перевезенных пассажиров. Независимые переменные модели: цена проезда, численность населения, число автобусов, доходы населения и другие параметры, которые отражают наличие или отсутствие скидки при оплате проезда по банковской или транспортной карте в регионах России. Построенная эконометрическая модель учитывает автокорреляцию и гетероскедастичность случайной ошибки в регрессии, а также эндогенность переменной «цена проезда». Было выявлено, что отсутствие скидки по банковской карте и наличие скидки по транспортной карте приводят к росту числа пассажиров. Скидка на проезд по банковской карте не приводит к росту числа пассажиров. На конец 2018 г. система безналичной оплаты проезда получила большее распространение в муниципальном транспорте по сравнению с коммерческим транспортом.

Ключевые слова: теневая экономика, банковская карта, транспортная карта, скрытая выручка, транспорт, маршрутки, безналичная система, оплата проезда, регионы, Россия.

Классификация JEL: H20, H26.

DOI: 10.31857/S042473880016416-6

1. ВВЕДЕНИЕ

По мнению мэра Омска Оксаны Фадиной¹, система безналичной оплаты проезда сделает работу транспортных организаций максимальной прозрачной. По данным главы города, в 2017 г. муниципальные транспортные организации перевезли 70 млн пассажиров и перечислили в бюджет 300 млн руб., а частные транспортные организации — 39 млн руб. при перевозке 70 млн пассажиров. Эти цифры свидетельствуют о том, что налоговые поступления были бы значительно больше, если бы частные транспортные организации показывали весь объем полученных доходов.

Бывший директор МУП «ГПТ» г. Белгорода Владимир Щербаков² утверждает: «Соккрытие доходов водителями является очень важной проблемой». Стоит сказать, что МУП «ГПТ» в мае 2019 г. признан банкротом.

Поэтому поиск эффективных инструментов для обеспечения прозрачности транспортной деятельности обуславливает актуальность проводимого исследования. Под *эффективностью* мы понимаем рост числа зарегистрированных пассажиров при внедрении системы безналичной оплаты проезда.

Автор определяет систему безналичной оплаты проезда как электронное устройство, используемое для считывания проездных билетов или списания оплаты у пассажира в общественном транспорте через бесконтактные или контактные электронные карты, брелки, телефоны и другие носители.

В работе (Уваров, 2020) автор доказал, что внедрение системы безналичной оплаты проезда приводит к увеличению числа пассажиров, снижению размера теневых доходов и росту налоговых

¹ http://omskregion.info/news/64976-proezd_po_novomu_kak_sekonomit_v_avtobuse_tramvae/

² <https://fonar.tv/article/2018/06/01/gorodskie-avtobusy-i-denezhnyi-vopros-kak-voditeli-mup-gpt-pytayutsya-poluchit-zarplatu-a-rukovodstvo-spasti-predpriyatie>

поступлений в бюджет государства. Исследований определения эффективности системы безналичной оплаты проезда по банковской и транспортной карте для борьбы с теневой экономикой отсутствуют. Этот факт свидетельствует об актуальности нашей темы.

Цель данной работы — оценить эффективность системы оплаты проезда банковскими (дебетовыми, кредитными) и транспортными картами как инструмента борьбы с теневой экономикой в сфере автопассажирских перевозок в регионах Российской Федерации за период 2015–2018 гг.

Объект исследования — теневая экономика России; *предмет* — сфера услуг пассажирского автомобильного транспорта. *Научная новизна* состоит в получении количественных оценок эффективности от внедрения безналичной системы оплаты проезда по банковской и транспортной картам как инструмента борьбы с сокрытием реального числа перевозимых пассажиров и дохода транспортными организациями.

Автор исследует муниципальные маршруты регулярных перевозок: город и пригород (в рамках муниципалитета с транспортным сообщением до 50 км). Принимаются в расчет как регулируемые, так и нерегулируемые маршруты, а также муниципальные и коммерческие автобусы (любой категории вместимости и длины) на территории России.

В работе используются данные, полученные автором из официальных обращений в 2019 и 2020 г., в администрации городов и районов в регионах России, а также из открытых источников информации, в том числе данные о введении в эксплуатацию и о предоставлении скидок для пассажиров.

2. ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

Выдача проездного билета пассажиру после оплаты проезда предполагает ситуацию, в которой можно проследить пассажиропоток и сумму доходов транспортных организаций. Однако если пассажир оплачивает свой проезд наличными средствами и не получает проездного билета от водителя или кондуктора, возникает ситуация, в которой часть выручки не декларируется транспортными организациями.

Под теневой экономикой мы понимаем скрытую выручку транспортных организаций в виде наличных средств в результате невыдачи проездного билета пассажирам.

Выручка, полученная в виде наличных денег, по мнению (Суслина, Леухин, 2016), является главным источником для участия организаций в теневой экономике. Исследователи отмечают, что «практически все схемы увода прибыли и доходов в офшоры, выплат зарплат “в конвертах” проходят стадию обналичивания денежных средств».

В исследовании (Чернов, 2015) показано, что теневая экономика проявляется в виде неучтенной выручки, выплат «в конверте» заработной платы. Ученый пишет, что одной из причин участия организаций в теневой деятельности может быть коррупция должностных лиц государственных и муниципальных органов власти. Например, незаконные выплаты могут позволить некоторым перевозчикам остаться на рынке после вытеснения других транспортных организаций, которые действуют в рамках законодательства страны.

В работе (Куницын, Синицына, 2003) авторы подчеркивают, что основным источником дохода перевозчиков является оплата проезда от пассажиров, которая формируется в виде наличных денег. В (Митуневич, 2017) отмечается, что транспортным организациям выгоднее принимать наличные платежи, так как генерируемые потоки денежных средств государству трудно отследить. Такого же мнения придерживаются авторы (Ефтимича, Кант, 2011) и добавляют, что у коммерческих перевозчиков более развита теневая экономика, чем на муниципальных предприятиях.

В (Пономарева, 2015) налоговая нагрузка выделяется в качестве основной причины ухода в теневую деятельность транспортных организаций.

Система наличных платежей оказывается неэффективной для контроля над реальным пассажиропотоком, она видит только след от полученной выручки. В ситуации роста популярности безналичного способа оплаты покупок среди населения на смену системе наличных платежей приходит система безналичной оплаты проезда в общественном транспорте.

По данным некоторых исследователей, рост электронных платежей в экономике приводит к уменьшению размеров теневой экономики. На примере Польши в работе (Kuchciak, 2013) показано, что при увеличении числа безналичных платежей снижается масштаб теневой экономики.

Автор считает, что предприятия несут издержки на установку терминалов для безналичной оплаты, особенно остро эта проблема стоит на удаленных территориях. Затраты на установку и обслуживание этих терминалов будут отнесены на себестоимость, и это может повлечь за собой рост тарифов за проезд.

3. МЕТОДОЛОГИЯ

В исследовании в расчеты не принимались населенные пункты, если система безналичной оплаты проезда была установлена лишь на нескольких маршрутах автобусов, внедрена в режиме тестирования или функционирует менее 1 месяца. Если система скидок действовала более 1 месяца, населенный пункт вносился в общий список городов, где при безналичной оплате проезда предоставлялась скидка. В работе учитывались дебетовые, кредитные и общепользовательские транспортные карты, которые может приобрести любой житель или любой приезжий. Города и районы, в которых была установлена система безналичной оплаты проезда только для конкретной социальной группы граждан (льготной категории), в расчет не принимались.

В научной литературе обычно приводятся следующие параметры, влияющие на число перевозимых транспортными организациями пассажиров: цена за проезд, доходы населения, доступность транспорта, численность населения (Мироседи, Архангельская, 2018; Шмарин, 2018; Albalade, Bel, 2010; Cihat, 2012; Paulley et al., 2006; White, 2001). Однако на цену за проезд влияет в том числе способ оплаты поездки пассажиром — он будет наличным или безналичным, поэтому важно выделить эти способы в качестве отдельных переменных. Для оценки влияния указанных параметров на число перевезенных пассажиров построим эконометрическую модель на основе анализа панельных годовых данных за 2015–2018 гг. по 85 субъектам России.

Зависимая переменная: *Passengers* — число перевезенных пассажиров, тыс. человек³.

Независимые переменные: DC_1 — охват территории с возможностью оплаты в автобусах банковскими картами со скидкой, %; DC_0 — охват территории с возможностью оплаты в автобусах банковскими картами без скидки, %; TC_1 — охват территории с возможностью оплаты в автобусах транспортными картами со скидкой, %; TC_0 — охват территории с возможностью оплаты в автобусах транспортными картами без скидки, %; *Buses* — число автобусов на 100 тыс. человек населения, шт⁴; *Urban_price* — цена проезда в городском автобусе, руб.⁵; *Population* — численность постоянного населения за год, человек⁶; Q_{reg} — доля населения с денежными доходами ниже размера прожиточного минимума, установленного в субъекте Российской Федерации, %⁷.

Росстат формирует показатель «Число перевозимых пассажиров», который отражает информацию о перевезенных пассажирах в городском, пригородном и междугородном сообщении. Для учета перевезенных пассажиров в городе и пригороде в 2015–2018 гг. данный показатель будет уменьшен на средний процент перевезенных пассажиров в междугородном сообщении 2015–2017 гг.⁸ Расчеты показали, что междугородные перевозки составляли в среднем 2% общего числа перевезенных пассажиров. Поэтому число перевозимых пассажиров следует уменьшить в среднем на 2% его первоначального значения, в который входили и междугородные перевозки пассажиров.

Вычисление значений показателей DC_1 , DC_0 , TC_1 и TC_0 производится по нижеприведенным формулам (для каждого показателя расчет производится отдельно):

— процент внедрения системы безналичной оплаты проезда в регионе

$$Percentage(r, y) = Q_r \times 100 / Qr, \quad (1)$$

где r — регион; y — год; *Percentage* — процент охвата населения в регионе; Q_r — число жителей в городах и районах, в которых присутствует (для расчета показателей DC_1 и TC_1) или отсутствует

³ <https://fedstat.ru/indicator/57714>

⁴ [https://www.gks.ru/storage/mediabank/t3-5\(1\).xls](https://www.gks.ru/storage/mediabank/t3-5(1).xls)

⁵ <https://fedstat.ru/indicator/31448>

⁶ <https://fedstat.ru/indicator/31556>

⁷ <https://fedstat.ru/indicator/43713>

⁸ https://www.gks.ru/free_doc/doc_2018/transp18.pdf

(для расчета показателей DC_0 и TC_0) скидка при безналичной оплате проезда (по банковской или транспортной карточке), человек; Qr — общее число жителей в регионе, человек.

Регионы, в которых оплата по банковским и транспортным картам отражаются в показателях, к которым они подходят. Например, если в регионе была внедрена оплата по банковским картам со скидкой так, что цена проезда стала меньше, чем за наличные средства, или оплата за проезд по транспортным картам, но без скидки, данный регион учитывается в показателях DC_1 и TC_0 .

Для расчета процента охвата населения системой безналичной оплаты проезда в зависимости от организационно-правовой формы собственности транспорта автором были выведены формулы:

— по банковской карте в муниципальных автобусах

$$M_{dc}(r, y) = P_{dm} \times 100 / Population; \quad (2)$$

— по транспортной карте в муниципальных автобусах

$$M_{tc}(r, y) = P_{tm} \times 100 / Population; \quad (3)$$

— по банковской карте в коммерческих автобусах

$$C_{dc}(r, y) = P_{dc} \times 100 / Population; \quad (4)$$

— по транспортной карте в коммерческих автобусах

$$C_{tc}(r, y) = P_{tc} \times 100 / Population, \quad (5)$$

где P — численность населения (в городах и районах), человек; индекс dm указывает, что установлена оплата по банковским картам в муниципальных автобусах, tm — по транспортным картам в муниципальных автобусах, dc — по банковским картам в коммерческих автобусах, tc — по транспортным картам в коммерческих автобусах; $Population$ — число населения в регионе, человек.

К муниципальным транспортным организациям мы относим организации, в которых учредителем или акционером является муниципалитет, регион или государство; к коммерческим — прочие формы собственности.

Мы не принимаем в расчет данные о территории регионов, так как, по мнению автора, население на территории России распределено неравномерно, поэтому плотность населения на 1 кв. км территории в них разная.

Данные о численности населения взяты из открытых источников информации в сети Интернет, в том числе на сайте Росстата. Если информация отсутствовала за какой-либо период, бралась информация за предыдущий год. Всего в расчетах было использовано 327 значений численности населения, из них для 42 значений были заполнены пропуски с помощью информации о предыдущем периоде. Общая доля таких замен составила 13%. Если говорить более детально — процент пропусков составил для $DC_1 = 5\%$; $DC_0 = 11\%$; $TC_1 = 2\%$; $TC_0 = 41\%$.

Были построены две эконометрические модели: с пропусками значений о численности населения и без пропусков. Полученные значения коэффициентов, стандартных ошибок, значимости переменных оказались близкими (в значениях моделей они отклоняются примерно на 1–2%). Поэтому было принято решение использовать для анализа модель, в которой отсутствуют пропуски о численности населения в населенных пунктах в регионах России с установленной в транспорте системой безналичной оплаты проезда.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

По результатам обработки полученной информации за период с 2015 по 2018 г. безналичная оплата проезда действовала в следующих формах (табл. 1).

В расчетах участвовало 85 субъектов России и данные за 2015–2018 гг., статистический пакет для анализа данных — Stata 14.2. Статистическая значимость переменных принимается при $p\text{-value} \leq 1, 5$ и 10%.

Для выбранных переменных панель получилась несбалансированной при 336 наблюдениях из 340 возможных. Предварительный графический анализ показал присутствие гетерогенности (неоднородности в наблюдениях), которая объясняется разным уровнем социально-экономического развития регионов России (рис. 1). В данном случае ее наличие не предполагает отрицательного влияния на получение состоятельных, несмещенных и эффективных оценок в модели.

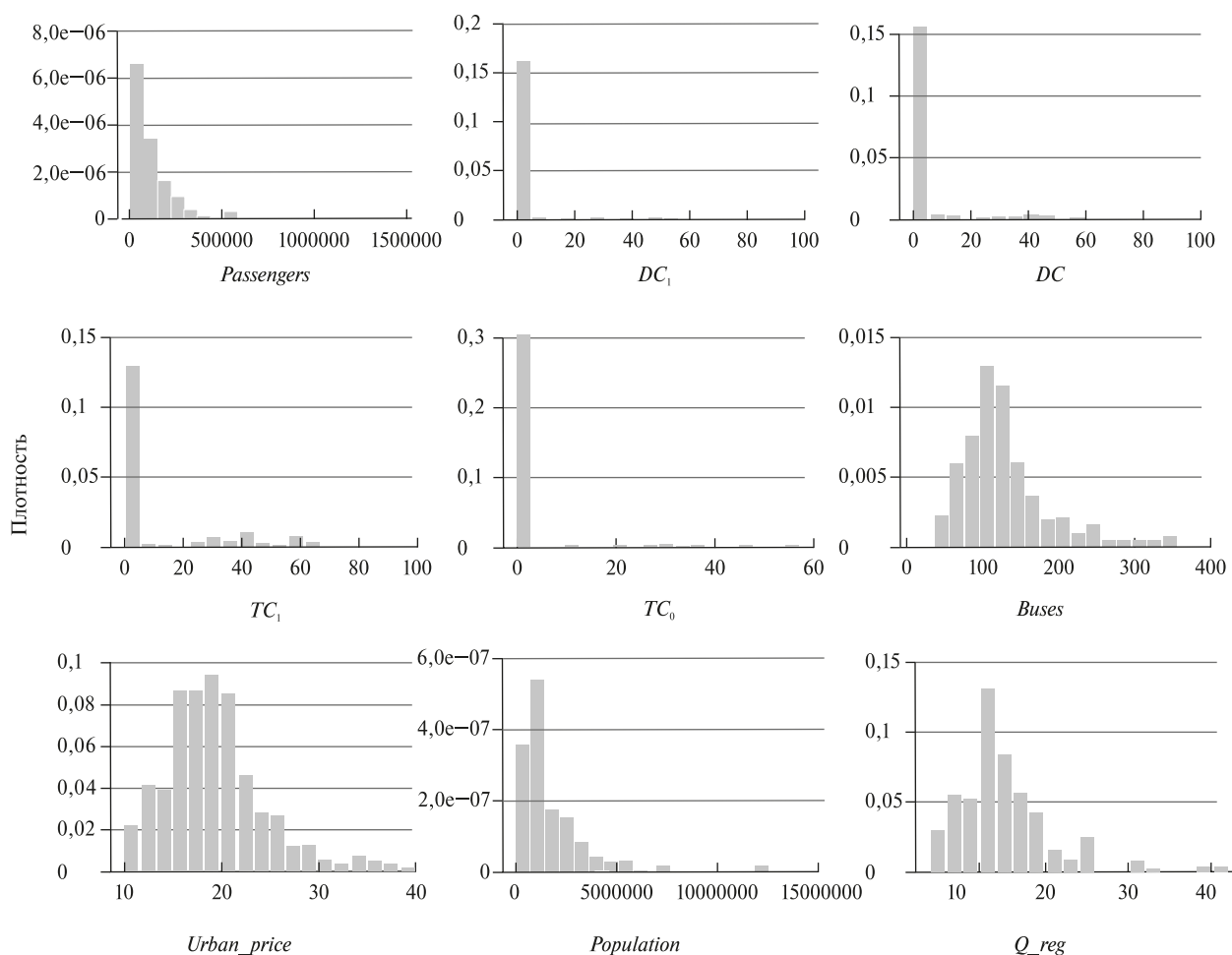


Рис. 1. Графический анализ данных

Источник: составлено автором.

Таблица 1. Выгода при оплате проезда

Год	2015	2016	2017	2018
По банковской карте (число населенных пунктов, ед.)				
Со скидкой	0	0	8	29 + МО
Без скидки	0	1	15	39
По транспортной карте (число населенных пунктов, ед.)				
Со скидкой	45 + МО	50 + МО	51 + МО	71 + МО
Без скидки	32	32	40	38

Примечание. МО — Московская область, которая в 2015 г. внедрила систему безналичной оплаты проезда во всех городах и районах. Под населенным пунктом понимается город или район.

Источник: составлено автором.

В модели учитывалось наличие мультиколлинеарности; предельно допустимое значение индекса мультиколлинеарности (VIF) принято $VIF < 10$ (O'Brien, 2007). Было выявлено, что в моделях с Fixed effects (FE) (с фиксированными эффектами) или Random effects (RE) (со случайными эффектами) мультиколлинеарность находится в пределах допустимых значений ($VIF < 10$), а в модели с Pooled regression (Pooled OLS) (сквозной регрессии) — превысила допустимые значения ($VIF > 10$). Это произошло из-за того, что норма дисперсии (квадрат оценки стандартного

Таблица 2. Дополнительные тесты

Номер теста	Тест	Гипотезы	Результат
1	Учет временных эффектов (введение фиктивных (дамми) переменных для каждого года) * <i>testsparm</i> (команда в STATA)	H0: имеются существенные отличия в оценках регрессионных параметров, относящихся к разным годам, или временной эффект (т.е. каждый год имеет существенные различия с другими годами в регрессионной модели). H1: Коэффициенты при введенных дамми-переменных для каждого года: $d_{2015} = d_{2016} = d_{2017} = d_{2018} = 0$	Prob > F = 0,19
2	Пространственная корреляция между регионами (Pesaran-тест). Его используем, когда $N \rightarrow \infty$, T стремится к конечному числу	H0: отсутствует пространственная корреляция; $\rho_{ij} = \rho_{ji} = \text{cor}(u_{it}, u_{jt}) = 0$ для $i \neq j$. H1: $\rho_{ij} = \rho_{ji} \neq 0$ для некоторых $i \neq j$	Pr = 0,22
3	Тестирование на гетероскедастичность (Modified Wald test)	H0: гетероскедастичность отсутствует, $\sigma(i)^2 = \sigma^2$ для любых i . H1: $\sigma(i)^2 \neq \sigma^2$ для некоторых i	Prob > chi2 = 0,00
4	Тестирование на автокорреляцию (AR(1)) (Wooldrige test)	H0: отсутствие автокорреляции первого порядка, AR(1); $E[e_{it}e_{is}] = 0$ для всех $s \neq t$. H1: $E[e_{it}e_{is}] \neq 0$ для всех $s \neq t$	Prob > F = 0,00

Источник: составлено автором.

отклонения) была выше оцененного в регрессии коэффициента константы (the intercept) (из-за коллинеарности с другими независимыми переменными в модели).

Оценки $VIF > 10$ получились и у переменных *Urban_price* и *Q_Reg*. Если последующие тесты определяют модель с Pooled OLS как лучшую модель по сравнению с моделями с FE и RE, тогда необходимо будет изменить спецификацию модели (например, взять логарифмы вместо натуральных значений переменных), чтобы оценка VIF находилась в пределах допустимых значений $VIF > 10$.

Были построены эконометрические модели Pooled OLS, FE и RE (Park, 2011). Все модели признаны валидными при $p\text{-value} \leq 1\%$. При проведении сравнительных тестов Breusch–Pagan-тест, F-тест и Hausman-тест было выявлено, что наилучшей признается модель с FE при $p\text{-value} \leq 1\%$ (Pooled OLS: $y_{it} = \alpha + X_{it}'\beta + \varepsilon_{it}$; RE model: $y_{it} = \alpha + X_{it}'\beta + w_{it}$; FE model: $y_{it} = X_{it}'\beta + u_i + \varepsilon_{it}$, где i — индекс исследуемого объекта ($i = 1, \dots, N$); t — период времени ($t = 1, \dots, T$); α — константа; для модели с RE $w_{it} = u_i + \varepsilon_{it}$; u — индивидуальный эффект (данный эффект имеет случайный характер для модели с RE и постоянный характер для модели с FE для каждого объекта выборки); X_{it}' — вектор-строка значений детерминированных регрессоров (независимых переменных); β — вектор коэффициентов в регрессии; $\varepsilon \sim$ случайная ошибка ($0, \sigma^2$)). Поэтому далее будем проводить тестирование только модели с FE на предмет наличия определенных отклонений.

Так как четырехлетний период времени является недостаточно большим для проведения дополнительных тестов, мы учитываем в модели с FE возможные найденные отклонения, в том числе наличие автокорреляции случайной ошибки в регрессии первого порядка (AR(1)) (табл. 2). Предварительный анализ выявил присутствие AR(1) и гетероскедастичности.

Чтобы правильно учесть *эндогенность переменных* (т.е. корреляцию между независимой переменной и случайной ошибкой в регрессии), необходимо подобрать такие инструментальные переменные (экзогенные переменные), которые будут сильно коррелировать с эндогенной переменной и не коррелировать со случайной ошибкой в модели

$$\text{cor}(\varepsilon, Z) = 0; E(\varepsilon | Z) = 0; \text{cor}(X, Z) \neq 0; E(X | Z) \neq 0,$$

где E — математическое ожидание; Z — инструментальная переменная; X — независимая переменная; Y — зависимая переменная.

Таковыми переменными могут быть:

— *Urban_price* — на нее влияет уровень доходов населения;

— *Buses* — так как зависит от технического состояния автобусов (число посадочных мест, класс транспортных средств) и рентабельности перевозки пассажиров. На рентабельность оказывает влияние число пассажиров, количество которых формируется исходя из благосостояния населения. Значение корреляции по Пирсону равняется 0,05. Это указывает, что число автобусов в малой

степени меняется при изменениях рентабельности, а на *Buses* будет значимо влиять корреляция с показателем «вместимость автобусов». В настоящее время данные о вместимости автобусов (число сидячих и стоячих мест) отсутствуют в свободном доступе, поэтому автор собирает данные о рестрах муниципальных маршрутов регулярных перевозок городов и районов регионов России. Эндогенность *Buses* в модели не учитывается;

Q_reg — так как определяется индивидуальными факторами человека (уровнем образования, возрастом, состоянием здоровья и т.д.). Но из-за отсутствия данных в открытых источниках о индивидуальных особенностях населения в разрезе регионов данная переменная не учитывается в качестве эндогенной;

Population — экзогенная переменная, так как она задана вне модели и определяется в краткосрочном периоде сложившимися историческими условиями.

Для учета эндогенности использовалась процедура IV/GMM, которая позволяет выявить наличие гетероскедастичности и автокорреляции случайной ошибки.

В работе инструментальными переменными для показателя *Urban_price* могут быть:

— *LifeMin* — величина прожиточного минимума по субъектам России, руб.⁹;

— *Wage* — среднемесячная номинальная начисленная заработная плата работников по полному кругу организаций в целом по экономике субъектов России, руб.¹⁰;

— *RealIncome* — реальная начисленная заработная плата в процентах к соответствующему периоду предыдущего года, %¹¹. В данном случае точкой отчета будет считаться 2014 г. для 2015 г. Интервал — с января по декабрь;

— *VRP_popul* — валовой региональный продукт на душу населения по субъектам Российской Федерации, руб.¹²

Отметим, что для проверки релевантности и валидности инструментальных переменных были построены модели с FE без учета найденных отклонений, т.е. AR(1) и гетероскедастичности (табл. 3).

Мы проверили релевантность каждой переменной и выяснили, что каждая переменная является релевантной при любом значении p-value — 1, 5 или 10%. Затем были составлены семь пар переменных и проверены на валидность. Лучшие значения получены при принятии гипотезы H₀, при p-value > 10 у (*RealIncome*, и *Wages*), (*LifeMin*, *RealIncome*), (*LifeMin*, *VRP_popul*), (*RealIncome*, *VRP_popul*). Проверка модели на сверхидентифицируемость ограничений (процедура Hansen J-statistic) выявила, что наибольшая вероятность отвергнуть гипотезу H₁ и принять гипотезу H₀ имеется у пары (*RealIncome*, *Wages*). Поэтому именно эти переменные были приняты в качестве инструментальных.

Таблица 3. Проверка инструментальных переменных

Процедуры	Тест	Гипотезы	Результат
1	Релевантность	H₀ : коэффициент в значении переменной равен 0. H₁ : обратное	Prob > F = 0,00%
2	Валидность (с помощью процедуры xtoverid, используя Sargan—Hansen statistic)	H₀ : инструменты не коррелируют со случайной ошибкой и корректно исключены из оцениваемого уравнения. H₁ : обратное	p-value = 0,84

Источник: составлено автором.

⁹ <https://www.fedstat.ru/indicator/30957>

¹⁰ https://www.gks.ru/labor_market_employment_salaries

¹¹ <https://www.fedstat.ru/indicator/43245>

¹² <https://mrd.gks.ru/folder/27963>

Таблица 4. FE-модель с учетом эндогенности, гетероскедастичности и автокорреляции

Всего групп (Number of groups) = 84		Наблюдений в каждой группе (Obs per group): минимум (min) = 3, среднее = 4,0, максимум (max) = 4	
Итого (центрировано) (SS. Total centered) SS = 6,38666e+10, итого (нецентрировано) (SS. Total uncentered) SS = 6,38666e+10, сумма остатков (SS. Residual SS) = 5,58008e+10		Число наблюдений (Number of obs) = 334, F(8, 242) = 4,30, Prob > F = 0,00, центрированный R ² (Centered R ²) = 0,12, неотцентрированный R ² (Uncentered R ²) = 0,12, среднеквадратическая ошибка (Root MSE) = 14940	
Показатель/переменная	Коэффициент	Стандартная ошибка	Значимость (p-value)
Независимые переменные			
Urban_price	−3371,43	895,90	***
DC ₁	−33,77	143,37	Не значим
DC ₀	259,94	92,40	***
TC ₁	314,13	168,95	*
TC ₀	−25,00	120,43	Не значим
Population	0,17	0,05	***
Buses	97,36	47,66	**
Q_reg	−79,81	894,83	Не значим
Идентификация инструментальных переменных			
Статистика Андерсе-на (Anderson canon. cogt. LR-statistic)	Гипотезы: H0 : модель неидентифицируема; H1 : обратное	Принимается гипотеза: H1	***
Статистика Хансена (Hansen J-statistic)	Гипотезы: H0 : параметры в модели были определены с учетом ограничений на коэффициенты; H1 : обратное	Принимается гипотеза: H0	0,82

Примечание. В таблице символами «***», «**», «*» отмечены оценки, значимые на уровне 1, 5 и 10% соответственно.
Источник: составлено автором.

Построенная FE-модель отвечает условиям валидности и релевантности инструментальных переменных, а также учитывает автокорреляцию и гетероскедастичность случайной ошибки в регрессии (табл. 4)

Ранее мы считали, что значимыми являются те переменные, которые удовлетворяют критерию значимости при $p\text{-value} \leq 1, 5 \text{ и } 10\%$. Поэтому интерпретировать приведенные в табл. 4 значения можно следующим образом:

- при оплате проезда банковской картой без скидки увеличение охвата территорий на 1% увеличит пассажиропоток на 260 тыс. человек в год;
- при оплате транспортной картой со скидкой увеличение охвата территорий на 1% вызовет рост числа пассажиров на 314 тыс. человек в год;
- добавление 1 автобуса на каждые 100 тыс. человек населения увеличит число пассажиров на 97 тыс. человек в год;
- при оплате проезда наличными поднятие цены поездки на 1 руб. уменьшит число пассажиров на 3371 тыс. человек в год;
- увеличение численности постоянного населения в регионе на 1 жителя приведет к росту числа пассажиров на 170 человек в год.

Было выявлено, что в тех регионах, где отсутствует скидка по банковской карте и присутствует скидка по транспортной карте, имеется тенденция роста числа зарегистрированных пассажиров. А в регионах, где присутствует скидка при оплате по банковской карте, роста не наблюдается. Это можно объяснить тем, что большая часть транспортных средств, где установлена безналичная



Рис. 2. Развитие форм безналичной оплаты проезда, %

Источник: составлено автором.

оплата проезда, имеют форму собственности МУП, ГУП или любую другую, где акционером является муниципалитет, правительство региона или государство (рис. 2). Поэтому данным органам власти не имеет смысла скрывать число перевезенных пассажиров и размер выручки.

Так, в 2018 г. — в пяти из восьми, а в 2019 г. — в семи из восьми федеральных округов система безналичной оплаты проезда в муниципальных автобусах была более распространена, чем в коммерческих. При этом в 2018 г. из всех федеральных округов только в СКФО (во всех городах и районах) безналичная плата отсутствовала во всех формах организационно-правовой собственности.

* * *

По мнению автора, в борьбе с теневой экономикой, выраженной в сокрытии выручки через невыдачу билетов пассажирам, что приводит

к сокрытию данных о числе перевезенных пассажиров в России, может помочь:

- увеличение доли коммерческого транспорта с установленной системой безналичной оплаты проезда, независимо от регулируемых или нерегулируемых маршрутов;
- установление бесплатного проезда для пассажира при отсутствии терминала в общественном транспорте. Это не позволит транспортным организациям заработать от платы за проезд наличными и будет стимулировать установку электронных терминалов;
- цена за проезд при оплате наличными средствами должна быть выше, чем при безналичной оплате проезда, чтобы стимулировать пассажиров оплачивать проезд в безналичной форме, и тем самым позволит снизить размеры теневой экономики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

- Ефтимича К., Кант С.** (2011). Городские пассажирские перевозки маршрутными такси на современном этапе. Режим доступа: http://repository.utm.md/bitstream/handle/5014/7820/Conf_TIEM_2011_pg94_96.pdf [Efthimitsa K., Kant S. (2011). *Urban passenger transportation by fixed-route taxis at the present stage*. Available at: http://repository.utm.md/bitstream/handle/5014/7820/Conf_TIEM_2011_pg94_96.pdf (in Russian).]
- Куницын Д.В., Синицына Е.С.** (2003). Налогообложение автотранспортных предприятий // *Сибирская финансовая школа. Налоги*. № 1. С. 71–77. Режим доступа: http://journal.safbd.ru/sites/default/files/articles/safbd-2003-1_71-77.pdf [Kunitsyn D.V., Sinitsyna E.S. (2003). Taxation of transport enterprises. *Siberian Financial School. Taxes*, 1, 71–77. Available at: http://journal.safbd.ru/sites/default/files/articles/safbd-2003-1_71-77.pdf (in Russian).]
- Мироседи С.А., Архангельская В.Д.** (2018). Факторы, влияющие на эффективность автотранспортных перевозок пассажиров // *Экономика и бизнес: теория и практика*. № 5 (1). С. 151–158. Режим доступа: <https://cyberleninka.ru/article/n/factory-vliyayushchie-na-effektivnost-avtotransportnyh-perevozok-passazhirov> [Miroseidi S.A., Arkhangelskaya V.D. (2018). Factors affecting the efficiency of road transport of passengers. *Economics and Business: Theory and Practice*, 5, 1, 151–158. Available at: <https://cyberleninka.ru/article/n/factory-vliyayushchie-na-effektivnost-avtotransportnyh-perevozok-passazhirov> (in Russian).]
- Митуневич В.В.** (2017). Негативное воздействие маршрутных такси на рынок городских пассажирских перевозок // *Актуальные проблемы теории и практики управления*. Сб. научн. статей VII Международной научно-практической конференции. Курск: АО «Университетская книга». С. 125–128. Режим доступа: https://www.elibrary.ru/download/elibrary_31743729_78563973.pdf [Mitunevich V.V. (2017). Negative impact of fixed-route taxis on the urban passenger transportation market. *Actual problems of management theory and practice*. In: Compendium of VII scientific conference, 125–128. Available at: https://www.elibrary.ru/download/elibrary_31743729_78563973.pdf (in Russian).]

- Пономарева М.С.** (2015). Исследование налоговой нагрузки автотранспортных предприятий, осуществляющих регулярные пассажирские перевозки в пригородном и междугородном сообщении (ч. 2) // *Евразийский союз ученых*. № 4 (13). С. 146–149. Режим доступа: <https://cyberleninka.ru/article/n/issledovanie-nalogovoy-nagruzki-avtotransportnyh-predpriyatiy-osuschestvlyayuschiy-regulyarnye-passazhirskie-perevozki-v> [Пономарева М.С. (2015). The study of the tax burden of motor transport enterprises engaged in regular passenger transport in suburban and intercity traffic (p. 2). *Eurasian Union of Scientists*, 4 (13), 146–149. Available at: <https://cyberleninka.ru/article/n/issledovanie-nalogovoy-nagruzki-avtotransportnyh-predpriyatiy-osuschestvlyayuschiy-regulyarnye-passazhirskie-perevozki-v> (in Russian).]
- Суслина А.Л., Леухин Р.С.** (2016). Борьба с теневой экономикой в России: частные аспекты общих проблем // *Финансовый журнал*. № 6 (34). С. 46–61. Режим доступа: <https://cyberleninka.ru/article/n/borba-s-tenevoy-ekonomikoy-v-rossii-chastnye-aspekty-obshchih-problem> [Suslina A.L., Leukhin R.S. (2016). Shadow economy fight in Russia: Some aspects of common problems. *Financial Journal*, 6 (34), 46–61. Available at: <https://cyberleninka.ru/article/n/borba-s-tenevoy-ekonomikoy-v-rossii-chastnye-aspekty-obshchih-problem> (in Russian).]
- Чернов С.Б.** (2015). Совершенствование государственной политики противодействия коррупции и теневой экономике // *Россия: тенденции и перспективы развития*. № 10 (3). С. 16–18. Режим доступа: <https://cyberleninka.ru/article/n/sovershenstvovanie-gosudarstvennoy-politiki-protivodeystviya-korrupsii-i-tenevoy-ekonomike> [Chernov S.B. (2015). Improving the state policy to combat corruption and the shadow economy. *Russia: Trends and Development Prospects*, 10 (3), 16–18. Available at: <https://cyberleninka.ru/article/n/sovershenstvovanie-gosudarstvennoy-politiki-protivodeystviya-korrupsii-i-tenevoy-ekonomike> (in Russian).]
- Шмарин А.А.** (2018). Об особенностях формирования доходов и расходов транспортных организаций, осуществляющих пассажирские перевозки // *Экономика и бизнес: теория и практика*. № 9. С. 221–224. Режим доступа: <https://cyberleninka.ru/article/n/ob-osobennostyah-formirovaniya-dohodov-i-rashodov-transportnyh-organizatsiy-osuschestvlyayuschiy-passazhirskie-perevozki> [Shmarin A.A. (2018). On the peculiarities of the formation of income and expenses of transport organizations engaged in passenger transportation. *Economics and Business: Theory and Practice*, 9, 221–224. Available at: <https://cyberleninka.ru/article/n/ob-osobennostyah-formirovaniya-dohodov-i-rashodov-transportnyh-organizatsiy-osuschestvlyayuschiy-passazhirskie-perevozki> (in Russian).]
- Albalade D., Bel G.** (2010). What shapes local public transportation in Europe? Economics, mobility, institutions and geography. *Transportation Research*. Part E, 46, 775–790. Available at: http://www.ub.edu/graap/albalade_bel_TRPE.pdf
- Cihat P.** (2012). The demand determinants for urban public transport services: A review of the literature. *Journal of Applied Sciences*, 12, 1211–1231. Available at: <https://scialert.net/fulltextmobile/?doi=jas.2012.1211.1231>
- Kuchciak I.** (2013). E-money and electronic payments as a way of reducing the shadow economy. *Changes in Social and Business Environment*, 5, 55–62. Available at: <https://www.ceeol.com/search/article-detail?id=531457>
- O'Brien R.M.** (2007). A caution regarding rules of thumb for variance inflation factors. *Quality & Quantity*, 41, 673–690. DOI: 10.1007/s11135-006-9018-6
- Park H.M.** (2011). Practical guides to panel data modeling: A step-by-step analysis using stata. *Tutorial Working Paper*. Graduate School of International Relations, International University of Japan. Available at: https://www.iuj.ac.jp/faculty/kucc625/method/panel/panel_iuj.pdf
- Paulley N., Balcombe R., Mackett R.** et al. (2006). The demand for public transport: The effects of fares, quality of service, income and car ownership. *Transport Policy*, 13 (4), 295–306. ISSN: 0967-070X. DOI: 10.1016/j.tranpol.2005.12.004
- Уваров Е.А.** (2020). Масштабы теневой экономики в сфере городских и пригородных пассажирских перевозок в регионах России // *Пространственная экономика*. № 2. С. 124–141. DOI: 10.14530/se.2020.2.124-141 [Uvarov E.A. (2020). The Scale of the Shadow Economy in the Sphere of Urban and Suburban Passenger Transportation in Regions of Russia. *Spatial Economics*, 2, 124–141. DOI: 10.14530/se.2020.2.124-141 (in Russian).]
- White P.** (2001). *Public transport: Its planning, management and operation*. Ch. 7. London: Spon. Available at: <http://dl.iranmohandes.com/ebook/civil-architecture/4/public%20transport%20its%20planning,%20management%20and%20operation.iranmohande4s.com.pdf>

The efficiency assessment of installation of a non-cash system in the public transport to combat the shadow economy

© 2021 E.A. Uvarov

E.A. Uvarov,

*National Research University Higher School of Economics, Moscow, Russia; e-mail: euvarov@hse.ru;
gbk-63@mail.ru*

Received 26.01.2021

Abstract. Article describes the shadow economy in the public passenger transport sphere in the regions of Russia. The goal of the work is to evaluate the impact of a non-cash payment system on the shadow economy. The relevance is to obtain quantitative assessments of the effectiveness of contactless payments using debit, credit and/or transport cards as a tool to combat the concealment of income by transport organizations via hiding the data on passengers carried in regions of Russia. The author uses econometric analysis of panel data for the period 2015–2018, where the dependent variable is the number of passengers carried. Among the independent variables are such indicators as price for a ride, number of population, number of buses, income of population, and other indicators that reflect presence or absence of discount for paying for a ride via debit, credit and/or transport cards in regions in Russia. The model considers autocorrelation and heteroscedasticity of the error in the regression, but also endogeneity of the variable «Price for a ride». As the results of research, absence of discount via a debit/credit card and discount via a transport card leads to an increase of the number of passengers carried. Meanwhile, presence of discount via a debit/credit card and absence of discount via a transport card does not lead to an increase of the number of passengers carried. At the end of 2018 a non-cash system got the most proliferation in the municipal transport than in commercial one.

Keywords: shadow economy, debit card, credit card, transport card, hidden revenue, buses, minibuses, non-cash system, contactless payment, fare, regions, Russia.

JEL Classification: H20, H26.

DOI: 10.31857/S042473880016416-6

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Стоимостная оценка машин, подвергающихся винеровскому процессу деградации

© 2021 г. С.А. Смоляк

С.А. Смоляк,
ЦЭМИ РАН, Москва; e-mail: smolyak1@yandex.ru

Поступила в редакцию 12.04.2021

Аннотация. Предлагается модель, описывающая уменьшение стоимости машины (обесценение) с возрастом. Обычно оно характеризуется коэффициентом годности — отношением ее стоимости к стоимости аналогичной новой машины. Нередко эксплуатационные характеристики поддержанной машины оценщики не знают и им приходится связывать коэффициенты годности с возрастом машины. В предлагаемой модели состояние машины характеризуется интенсивностью приносимых ею выгод. Под выгодами от использования машины в некотором периоде понимается стоимость выполненных ею работ за вычетом операционных затрат. В процессе работы эксплуатационные характеристики машины меняются случайно, но имеют тенденцию к ухудшению. Это позволяет описать изменение ее состояния винеровским процессом с отрицательным сносом. Параметры винеровского процесса (снос и волатильность) выражены через известные характеристики долговечности машины — среднее значение и коэффициент вариации срока службы. Стоимость машины определяется как математическое ожидание суммы дисконтированных выгод от ее последующего экономически рационального использования. Полученные формулы позволяют для каждого возраста найти средний коэффициент годности машин для этого возраста. Оказалось, что он практически зависит только от коэффициента вариации срока службы и отношения возраста к среднему сроку службы.

Ключевые слова: машины, оборудование, деградация, винеровский процесс, срок службы, стоимостная оценка, метод ДДП, обесценение, коэффициент годности.

JEL Classification: D24, D46, D81, G12.

DOI: 10.31857/S042473880016422-3

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Общие положения по оценке рыночной и иных видов стоимости различных объектов излагаются в Международных стандартах оценки (МСО)¹, национальных стандартах и учебниках (см., например, (Федотова, 2018)). Не приводя соответствующих определений, отметим лишь, что основным видом стоимости (реального или виртуального) объекта является *рыночная* стоимость, которая одновременно отражает как цену объекта в совершаемой на дату оценки сделке между типичными и ведущими себя экономически рационально участниками рынка, так и выгоды, получаемые владельцем от предстоящего экономически рационального использования объекта.

Эта статья посвящена оценке рыночной стоимости (далее — стоимости) поддержанных машин и оборудования (далее — машин). Машины, изготовленные по одному проекту и имеющие одно и то же назначение, мы объединяем в одну *марку* (в технической литературе говорят «модель»; по понятным причинам мы избегаем этого термина). Все новые (изготовленные, но еще не вступившие в эксплуатацию) машины одной марки мы считаем идентичными. Новые машины обращаются на *первичном* рынке, а их стоимость легко оценивается на основе цен производителей или дилеров. *Подержанные* машины обращаются на *вторичном* рынке. Все подержанные машины одной марки сильно отличаются друг от друга по своему техническому состоянию (ТС) и продаются по существенно различающимся ценам. Поэтому их оценка представляет серьезную проблему. Владельцев машин мы считаем коммерческими предприятиями и типичными участниками рынка.

¹ МСО. Международные стандарты оценки: вступают в силу с 31 января 2020 г. М.: Российское общество оценщиков.

В процессе эксплуатации (использования по назначению) машина производит определенную *работу*. При этом меняются ее ТС и технико-экономические характеристики. Поскольку выполняемая работа имеет полезность для участников рынка, она имеет и свою стоимость. Стоимость работ (и услуг) может оцениваться теми же методами, что и стоимость основных средств, хотя в МСО этому не уделяется должного внимания. Стоимость некоторых работ (окраска поверхностей, перевозка грузов и др.) можно оценить по рыночным данным. Но многие работы (скажем, наклеивание этикетки) являются промежуточными операциями в технологическом процессе, и оценка их стоимости представляет серьезную проблему.

Определим *выгоды* (чистые доходы) от эксплуатации машины в некотором периоде как стоимость произведенных ею в этом периоде работ за вычетом операционных затрат на их выполнение. Величина выгод при таком определении одновременно отражает и рыночную плату за аренду машины в соответствующем периоде. В Системе национальных счетов (СНС 2008²), где также оценивается стоимость поддержанных капитальных активов, выгоды от эксплуатации актива понимаются именно так, но именуются услугами (вложенного в актив) капитала. Процесс эксплуатации машины мы описываем в непрерывном времени. Здесь машину можно характеризовать зависящей от ее ТС интенсивностью выгод (величиной выгод, приносимых в малую единицу времени).

Машины, дальнейшее использование которых недопустимо или нецелесообразно, утилизируются, т.е. выбывают из эксплуатации и передаются для использования в другую сферу (например, в качестве набора запасных частей, материалов, узлов и деталей либо в качестве учебного пособия). В общем случае утилизация машины требует расходов и может приносить доходы. Принимается, что машина утилизируется мгновенно. Выгоды от своевременно и правильно проведенной утилизации — разность между доходами и расходами от утилизации — определяют *утилизационную стоимость* машины, которая обычно невелика.

В процессе эксплуатации ТС машины имеет тенденцию к ухудшению. В теории надежности этот процесс именуется деградацией и давно исследуется. Основное внимание при этом уделяется оценке надежности и среднего срока службы машин, оптимизации политики их технического обслуживания, ремонта и замещения машин. Между тем, деградация машины существенно влияет на ее стоимость.

Для нас важно, что на изменения ТС машины влияет большое число факторов, что придает ему вероятностный характер. Поэтому его часто описывают случайными процессами различных типов (Noortwijk, 2009; Ye, Chen, 2014; Wang et al., 2016; Wang et al., 2020). При этом становится актуальным выяснить, при каких условиях следует прекратить эксплуатацию машины³, т.е. утилизировать ее. Состояние машины, при котором ее дальнейшая эксплуатация *технически* невозможна или недопустима, в теории надежности именуется предельным. Достижение *предельного* состояния отвечает *физическому* сроку ее службы и обычно связано с «тяжелым отказом». Поэтому можно считать, что физические сроки службы машин имеют такое же вероятностное распределение, что и время их работы до отказа. Имеется много публикаций, где такие распределения для разных марок машин строились по данным наблюдений или ускоренных испытаний на надежность. Соответствующие результаты позволяют оценивать средние значения и коэффициенты вариации физических сроков службы машин.

Между тем в рыночной экономике при принятии решения о выбытии машины из эксплуатации должны использоваться и *экономические* критерии. На практике такие решения принимают, экспертно учитывая как ТС машины, так и ее фактические и ожидаемые экономические характеристики. В литературе предложено много методов экономически рационального выбора момента завершения эксплуатации машин, но они, как правило, опираются на *критерии затратного типа*. Например, считают, что срок службы машины должен отвечать минимальным удельным (на единицу времени или производимой работы) суммарным затратам на ее приобретение и эксплуатацию. Однако затратные критерии не в полной мере отражают экономические интересы владельца машины. Представляется, что эту задачу необходимо решать в увязке с задачей стоимостной оценки машин — такой подход в литературе по надежности никогда не применялся. Между тем, указанная увязка совершенно очевидна, так как стоимость объекта отвечает его экономически рациональному использованию и, стало быть, экономически рациональному сроку службы.

² СНС 2008. Система национальных счетов 2008. (2012). ЕК, МВФ, ОЭСР, ООН, ВБ. Нью-Йорк.

³ Не менее важно выяснить, при каких условиях машине следует провести капитальный ремонт. Эта задача также исследовалась в литературе, но мы не будем на ней останавливаться.

Обычно стоимость подержанной машины оценивают, корректируя стоимость ее нового аналога (новой машины той же марки). Для этого стоимость нового аналога либо уменьшают на процент *обесценения* (физического износа), либо умножают на процент или коэффициент *годности* (относительной стоимости, Percent Good Factor). Теоретически проценты обесценения или годности (они дополняют друг друга до 100%) должны определяться в зависимости от ТС машины. Однако никаких унифицированных методов измерения ТС машин пока еще не предложено, и оценщикам приходится опираться только на возраст машины. Поскольку подержанные машины одного возраста могут находиться в разном ТС и иметь разную стоимость, здесь можно говорить только о средней стоимости машин определенного возраста, или, что то же, о средних значениях процентов обесценения или годности. Такие средние проценты/коэффициенты нередко определяют по формулам не всегда обоснованным и не подтверждаемым ценами вторичного рынка, о чем подробно говорится в (Смоляк, 2016). Ряд подобных формул основан на допущении, что все машины одной марки имеют одинаковый срок службы, хотя это не согласуется с фактическими данными.

В Системе национальных счетов (СНС 2008) сроки службы активов рассматриваются как случайные. При этом активы, в зависимости от того, в каком секторе экономики они используются, объединяются в большие группы и для каждой группы задается свое распределение сроков службы (в разных странах это делается по-разному). Существенно, что технические характеристики активов при этом не принимаются во внимание, так что в одну группу попадают, например, все машины, используемые в электроэнергетике. Обоснованному выбору распределений сроков службы различных групп активов в системах национальных счетов посвящено много исследований, например (Egumban, 2008; Nomura, Suga, 2018; Rincon-Aznar, Riley, Young, 2017). В конечном счете в каждой стране для каждой группы активов выбирается какой-то закон вероятностного распределения сроков службы и, соответственно, среднее значение и коэффициент вариации срока службы. Однако для формирования национальных счетов необходимо знать еще динамику годовых выгод, приносимых активами каждой группы каждого возможного срока службы (так называемый профиль «возраст-эффективность»). В этих целях принимается, что динамика этих выгод — детерминированная. По существу это отвечает нереалистичной ситуации, когда каждой новой машине некто (Бог?) случайным образом назначает срок службы, который однозначно определяет весь процесс ее последующей эксплуатации. При таком допущении оказывается возможным в ходе относительно простых расчетов установить, как изменяется с возрастом средняя стоимость машин группы, доживших до этого возраста, т.е. построить зависимость от возраста средних коэффициентов годности машин этой группы. Такой подход мы попытались применить в (Смоляк, 2020). Однако полученные зависимости не очень хорошо согласуются с рыночными данными и сведениями о надежности машин.

Между тем, если на вторичном рынке имеется достаточно большое число подержанных машин одной марки с известными ценами, то средние значения процентов обесценения или годности можно рассчитать, построив регрессионную зависимость цен машин от возраста. Такие зависимости для отдельных марок машин строились многими авторами работ, например (Смоляк, 2014; Федотова, 2018; Лейфер, 2019). Оказалось, что они обеспечивают удовлетворительную (порядка 10–12%) точность оценки стоимости. К сожалению, зависимости, построенные для машин одного назначения разных марок, могут сильно различаться. Такая ситуация имеет место, например, для бульдозеров Б10М ЧТЗ и Caterpillar D8R (Смоляк, 2014). В то же время число марок машин и оборудования в стране составляет сотни тысяч и построить указанные зависимости для каждой марки практически невозможно. Это вызывает необходимость построения зависимостей коэффициентов годности от возраста, требующих минимальной и доступной для оценщиков информации о машинах и учитывающих вероятностный характер процесса их деградации.

Мы решаем эту задачу с применением одной из известных моделей деградации машин. Считаются известными: стоимость новой машины, среднее значение T и коэффициент вариации v срока ее службы.

Рекомендации по определению среднего срока службы машин даются, например, в (Лейфер, 2019). Коэффициенты вариации сроков службы машин v можно получить, зная распределение сроков их службы, принимаемые в системах национальных счетов, а также из (Острейковский, 2003, табл. 12.5). Имеются также сведения о наблюдаемых отказах и сроках службы машин некоторых марок, например (Dascar, Nan, Dascar, 2015; Hafaifa et al., 2016; Kumar, Krishnan, 2017; Melchor-Hernández et al., 2015; Nomura, Suga, 2018; Oguchi, Fuse, 2015; Touama, 2014; Trappey et al., 2014; Wang et al., 2016). Анализ подобных источников позволил в (Смоляк, 2017) предложить

классификацию машин для ориентировочной оценки коэффициентов вариации сроков их службы. Приведем ее с некоторыми уточнениями.

Первый класс — машины, к чьей надежности и срокам службы предъявляются повышенные требования. Это машины, достаточно сложные по конструкции, высокого качества изготовления, предназначенные для работы в стабильных условиях, с установленными производителем сроками службы либо производимые малыми сериями или в единичных экземплярах, ремонт которых обходится слишком дорого или практически невозможен. Фактические сроки службы таких машин лежат в довольно узких пределах. Для этого класса $v = 0,22-0,38$, и в среднем здесь можно принять $v = 0,3$.

Второй класс — машины, к надежности которых предъявляются повышенные требования, но сроки службы которых особо не регламентируются и могут неоднократно продлеваться. Сюда относятся машины, условия эксплуатации которых могут меняться в широких пределах, а также машины, предназначенные для работы в стабильных условиях, к качеству изготовления которых не предъявляется особых требований. Для таких машин $v = 0,38-0,55$, и в среднем здесь можно принять $v = 0,47$.

Третий класс — машины и оборудование, к надежности и срокам службы которых не предъявляются особые требования. В основном это машины сравнительно простые по конструкции, производимые большими сериями и достаточно легко ремонтируемые. В принципе, их работоспособность можно восстанавливать много раз, поэтому фактические сроки их службы могут меняться в достаточно широких пределах. Для таких машин $v = 0,55-0,8$, и в среднем здесь можно принять $v = 0,65$.

ВИНЕРОВСКАЯ МОДЕЛЬ ДЕГРАДАЦИИ МАШИН

В винеровской модели объектами рассмотрения являются машины одной марки. Их можно либо использовать по назначению (единственным способом), либо утилизировать. Будем считать, что инфляция отсутствует, утилизационная стоимость машин — нулевая, а владелец машины может оценивать приносимые ею выгоды за любой период. Состояние каждой машины характеризуется интенсивностью z приносимых ею выгод. Тем самым, машины, находящиеся в одном состоянии, считаются идентичными.

Изменение состояния машины с возрастом мы описываем винеровским процессом со сносом: $z(t) = z(0) - at + \sigma B_t$, где $a > 0$ — параметр сноса, скорость систематического ухудшения состояния; B_t — процесс броуновского движения; σ — волатильность, отражающая масштаб случайных колебаний состояния. Напомним, что приращения случайного процесса B_t за любой отрезок времени длительностью s имеют среднее значение 0 и дисперсию s , а приращения за непересекающиеся отрезки времени независимы.

В этой модели (случайная) динамика будущего состояния машины зависит только от ее текущего состояния, но не от того, как она ранее использовалась. Подобные процессы давно изучаются в теории вероятностей и в теории надежности, например в (Abdel-Nameed, 2014; Cui, Huang, Li, 2016; Kahle, Lehmann, 2010; Kahle, Mercier, Paroissin, 2016). Применялись они и к оценке бизнеса, например в (Dixit, Pindyck, 1994; Аркин, Сластников, Аркина, 2004; Аркин, Сластников, Смоляк, 2006). В то же время винеровская модель не учитывает влияния капитальных ремонтов. Это оправдывается тем, что обычно после ремонта коэффициенты годности машин увеличиваются не более чем на 20–25% и, следовательно, отличаются от средней стоимости машин того же возраста не больше, чем на 10–12%, что для целей стоимостной оценки машин допустимо.

ЗАВИСИМОСТЬ СТОИМОСТИ МАШИНЫ ОТ ЕЕ СОСТОЯНИЯ

Стоимость машины, находящейся в состоянии z , обозначим через $V(z)$. При $V(z) > 0$ машину выгодно какое-то время эксплуатировать. Такие машины назовем *рентабельными*. К ним относятся и новые машины, поскольку они производятся и продаются. Состояние новой машины обозначим через z_0 , а ее стоимость примем за единицу измерения стоимостных показателей: $V(z_0) = 1$. Стоимость любой машины в таких единицах будет совпадать с коэффициентом ее годности. За единицу измерения времени примем средний срок службы новой машины. Поэтому возраст машины t , выраженный в наших единицах, совпадает с ее относительным возрастом, измеренным обычным для оценщиков способом (как отношение хронологического возраста к среднему сроку службы).

Отметим, что интенсивность приносимых машиной выгод z будет величиной, имеющей размерность «единица стоимости/единица времени».

При оценке машин мы будем опираться на **принцип ожидания выгод**, упоминаемый, но не раскрываемый в МСО. Его удобно изложить в следующей форме (Смоляк, 2016): *стоимость объекта на дату оценки не меньше математического ожидания суммы дисконтированных выгод от его использования в течение предстоящего прогнозного периода и стоимости в конце периода и совпадает с указанным математическим ожиданием, если объект используется экономически рационально (наиболее эффективно).*

При этом стоимость объекта не зависит от момента окончания прогнозного периода, так что он может быть выбран любым.

В данной модели налог на прибыль в составе выгод не учитывается, а неблагоприятные колебания выгод учитываются операцией математического ожидания. Поэтому здесь, согласно МСО, выгоды дисконтируются по доналоговой безрисковой номинальной ставке (совпадающей с реальной при отсутствии инфляции). Эту ставку, отвечающую принятому измерению времени, мы обозначим через r и назовем *нормированной*⁴.

Выясним зависимость $V(z)$ стоимости машины от ее состояния. Из экономических соображений следует, что функция $V(z)$ неотрицательная и непрерывная. Докажем, что она *неубывающая*. Рассмотрим две машины, находящиеся в момент 0 в состояниях x и $y > x$, причем первая используется рационально. Очевидно, что неравенство $V(y) \geq V(x)$ справедливо при $V(x) = 0$. Если же $V(x) > 0$, то условимся утилизировать вторую машину тогда же, когда и первую. Тогда при любой реализации броуновского процесса $\{B_t\}$ она будет приносить выгоды с большей интенсивностью ($y - at + \sigma B_t > x - at + \sigma B_t$) и, стало быть, сумма дисконтированных выгод для нее будет больше. Но для первой машины математическое ожидание такой суммы совпадает с ее стоимостью $V(x)$, а для второй машины — не превосходит ее стоимости $V(y)$, откуда и следует, что $V(y) > V(x)$.

Поскольку функция $V(z)$ неотрицательная и монотонная, то найдется такое граничное значение h , что состояния $z > h$ отвечают рентабельным машинам, а все остальные — машинам с нулевой стоимостью. Поскольку эксплуатация машин в состояниях $z > 0$ приносит положительные выгоды, такие машины — рентабельные, а $h \leq 0$. Будем считать, что в области $z > h$ функция $V(z)$ достаточно гладкая.

Заметим, что в нашей модели машина может либо эксплуатироваться, либо утилизироваться. При этом решение об утилизации должно приниматься в зависимости от состояния машины. Но, как показано выше, машина может иметь положительную стоимость только при $z > h$, так что экономически рациональным будет утилизировать машину в тот (вообще говоря, случайный) момент, когда интенсивность приносимых ею выгод станет не больше h . Далее принимается, что момент утилизации машины выбирается именно так.

В целях упрощения изложения некоторые последующие рассуждения будут недостаточно строгими с математической точки зрения. Корректный вывод приводимых формул требует применения более сложного аппарата теории случайных процессов (Булинский, Ширяев, 2005; Оксендаль, 2003).

Возьмем машину, находящуюся в некотором состоянии x в момент 0. Интенсивность выгод $z(t)$, приносимых ею в более поздний момент t , составит либо $x - at + \sigma B_t$, либо 0, в зависимости от того, когда ее утилизируют. Однако в обоих случаях $z(t) < |x| + \sigma |B_t|$. Но B_t — нормально распределенная случайная величина со средним 0 и дисперсией t , значит, $E[|B_t|] < t + 1$, а $E[z(t)] < |x| + \sigma(t + 1) = \bar{z}(t)$, где E — математическое ожидание. Поэтому в силу принципа ожидания выгод стоимость нашей машины $V(x)$ будет меньше стоимости (виртуального) объекта, который в момент t приносит выгоды с детерминированной интенсивностью $\bar{z}(t)$:

$$V(x) < \int_0^{\infty} \bar{z}(t) e^{-rt} dt = \int_0^{\infty} [|x| + \sigma(t + 1)] e^{-rt} dt = (|x| + \sigma) / r + \sigma / r^2.$$

Это означает, что функция $V(z)$ при $z \rightarrow +\infty$ растет не быстрее, чем линейно.

⁴ Обычно время измеряют в годах, а ставка дисконтирования r имеет размерность 1/год. В этом случае нормированная ставка определится формулой $r = \rho T$.

Возьмем рентабельную машину в состоянии z , имеющую стоимость $V(z)$. За малое время dt она принесет выгоды zdt , после чего будет иметь случайную стоимость $V(z - adt + \sigma dB)$. Тогда, согласно принципу ожидания выгод, имеем

$$V(z) \approx zdt + (1 - rdt) \mathbb{E}[V(z - adt + \sigma dB)], \quad (1)$$

где знак « $\approx$ » обозначает равенство, справедливое с точностью до малых более высокого порядка.

Используя ряд Тейлора для функции V и учитывая, что $\mathbb{E}[dB] = 0$, $\mathbb{E}[dB^2] = dt$, находим

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[V(z - adt + \sigma dB)] &\approx \mathbb{E}\left[V(z) - V'(z)(adt - \sigma dB) + 0,5V''(z)(adt - \sigma dB)^2\right] \approx \\ &\approx V(z) - V'(z)adt + 0,5V''(z)\sigma^2 dt. \end{aligned}$$

Подставив это в (1), получаем

$$\begin{aligned} V(z) &\approx zdt + (1 - rdt)\{V(z) - V'(z)adt + 0,5V''(z)\sigma^2 dt\} \approx \\ &\approx V(z) + [z - rV(z) - aV'(z) + 0,5\sigma^2 V''(z)]dt. \end{aligned}$$

Но такое равенство возможно, только если $0,5\sigma^2 V''(z) - aV'(z) - rV(z) = -z$. Общее решение этого уравнения имеет вид

$$V(z) = z/r - a/r^2 + Re^{-\lambda z} + R'e^{\mu z}, \quad (2)$$

где μ и $-\lambda$ — корни квадратного уравнения $0,5\sigma^2 x^2 - ax - r = 0$:

$$\lambda = (\sqrt{a^2 + 2r\sigma^2} - a)/\sigma^2, \quad \mu = (\sqrt{a^2 + 2r\sigma^2} + a)/\sigma^2. \quad (3)$$

Поскольку функция (2) с ростом z может расти не быстрее линейной только при $R' = 0$, то

$$V(z) = z/r - a/r^2 + Re^{-\lambda z}. \quad (4)$$

Но $V(z) > 0$ при $z > 0$, а это возможно лишь при $R > 0$. В таком случае функция (4) будет выпуклой и неограниченно возрастающей при $z \rightarrow -\infty$ и при $z \rightarrow \infty$. Пусть ξ — точка, в которой она достигает минимума.

Учтем теперь, что там, где функция $V(z)$ положительна, она совпадает со стоимостью машины в состоянии z . Поэтому в области $V(z) > 0$ она должна быть неубывающей. Но слева от точки ξ функция (4) — убывающая, поэтому в точке ξ она не больше нуля. Справа от точки ξ функция (4) — возрастающая, а тогда найдется единственная точка $h \geq \xi$, где она обращается в нуль. Тогда при $z > h$ функция (4) будет положительной и, следовательно, совпадать со стоимостью машины в состоянии $z > h$. К тому же, машина в состоянии h будет иметь нулевую стоимость, так что ее следует утилизировать. Естественно, что так же надо поступать и с машинами в худших состояниях $z < h$.

Таким образом, мы получили, что стоимость машины описывается формулой (4) при $z \geq h$ и равна нулю при $z \leq h$.

Остается установить неизвестное значение h . Заметим вначале, что функция (4) при $z > h$ возрастающая и гладкая. Тогда ее правая производная в точке h неотрицательна: $V'(h+0) = q \geq 0$. Докажем, что на самом деле она равна нулю.

Действительно, пусть $q > 0$. Тогда при достаточно малых $\varepsilon > 0$ будет $V(h + \varepsilon) \approx q\varepsilon$. Поэтому стоимость машины в состоянии $z = h + \varepsilon$ имеет порядок ε . За время ε эта машина принесет выгоды $z\varepsilon$ и окажется в (случайном) состоянии $w = z + \Delta z$, где будет иметь случайную стоимость S . Заметим, что $S = 0$ при $w \leq h$ и $S = V(w)$ при $w > h$. В силу принципа ожидания выгод имеем $V(z) = z\varepsilon + (1 - r\varepsilon)\mathbb{E}[S]$. Левая часть этого равенства имеет порядок ε , поэтому тот же порядок должно иметь $\mathbb{E}[S]$ — среднее значение стоимости машины через время ε . Оказывается, что такого не может быть!

Действительно, случайная величина $w = z + \Delta z = h + \varepsilon - a\varepsilon + \sigma\Delta B$ распределена по нормальному закону со средним значением $h + \varepsilon - a\varepsilon$ и дисперсией $\sigma^2\varepsilon$. Поэтому при достаточно малом ε с вероятностью, большей 0,14, будет $w > (h + \varepsilon - a\varepsilon) + \sigma\sqrt{\varepsilon} > h + 0,5\sigma\sqrt{\varepsilon}$, а тогда $S = V(w) > V(h + 0,5\sigma\sqrt{\varepsilon}) \approx 0,5q\sigma\sqrt{\varepsilon}$. С дополнительной же вероятностью будет $S \geq 0$. Поэтому $\mathbb{E}[V(w)]$ имеет порядок не меньше, чем $\sqrt{\varepsilon}$, хотя выше было показано, что оно имеет порядок ε . Полученное противоречие подтверждает, что $V'(h+0) = q = 0$.

Тогда из равенств $V(h) = V'(h+0) = 0$ и (4) вытекает, что $hr^{-1} - ar^{-2} + Re^{-\lambda h} = 0$, $r^{-1} - \lambda Re^{-\lambda h} = 0$. После преобразований отсюда и из (4) получаем

$$h = ar^{-1} - \lambda^{-1} = -0,5\lambda\sigma^2 r^{-1}, \quad R = e^{\lambda h} / (\lambda r), \quad (5)$$

$$V(z) = (e^{-\lambda(z-h)} + \lambda(z-h) - 1) / \lambda r. \quad (6)$$

СРОК СЛУЖБЫ МАШИНЫ

Обозначим (случайный) остаточный срок службы $\tau(z)$ машины, находящейся в состоянии $z > h$, через $\tau(z)$. Найдем его среднее значение $T(z)$ и коэффициент вариации $v(z)$. Для этого зафиксируем $p > 0$ и рассмотрим производящую функцию $f(p, z) = E[e^{-p\tau(z)}]$. Поскольку машина через малое время dt окажется в состоянии $z - adt + \sigma dB$ и остаточный срок ее службы составит $\tau(z - adt + \sigma dB)$, то

$$\begin{aligned} f(p, z) &= E[e^{-p\tau(z)}] = E[\exp[-p\{dt + \tau(z - adt + \sigma dB)\}]] = \\ &= \exp(-pdt) E[f(p, z - adt + \sigma dB)] \approx \exp(-pdt) \{f(p, z) - f'_z(p, z)adt + f''_{zz}(p, z)0,5\sigma^2 dt\} \approx \\ &\approx f(p, z) - p d_t f(p, z) - f'_z(p, z)adt + f''_{zz}(p, z)0,5\sigma^2 dt. \end{aligned}$$

Такое равенство возможно, только если $-pf(p, z) - f'_z(p, z)a + f''_{zz}(p, z)0,5\sigma^2 = 0$. Общее решение этого уравнения имеет вид $f(p, z) = Ae^{-\theta z} + A'e^{\vartheta z}$, где

$$\theta = \theta(p) = (\sqrt{a^2 + 2p\sigma^2} - a) / \sigma^2, \quad \vartheta = \vartheta(p) = (\sqrt{a^2 + 2p\sigma^2} + a) / \sigma^2.$$

Но $0 < f(p, z) \leq 1$ при всех $z > h$, а это возможно только при $A' = 0$. К тому же $\tau(h) = 0$, так что $f(p, h) = 1$. Поэтому $f(p, z) = E[\exp(-p\tau(z))] = \exp[-\theta(p)(z - h)]$. Найдем моменты и коэффициент вариации случайной величины $\tau(z)$, учитывая, что $E[\tau(z)] = -f'_p(0, z)$, $E[\tau^2(z)] = f''_{pp}(0, z)$:

$$\begin{aligned} T(z) &= E[\tau(z)] = (z - h) / a, \quad E[\tau^2(z)] = \sigma^2(z - h) / a^3 + (z - h)^2 / a^2, \\ v[\tau(z)] &= (\sqrt{E[\tau^2(z)]} - T^2(z)) / T(z) = \sigma / \sqrt{a(z - h)}. \end{aligned}$$

Применим эти формулы к новой машине. Поскольку в наших единицах измерения $T(z_0) = 1$, $V(z_0) = 1$, отсюда и из (3), (5) и (6) вытекают соотношения, связывающие a , λ , z_0 , h и σ : $1 = (z_0 - h) / a$, $v = \sigma / \sqrt{a(z_0 - h)}$, $\lambda = (\sqrt{a^2 + 2r\sigma^2} - a) / \sigma^2$, $h = -\lambda\sigma^2 / (2r)$, $\exp(-\lambda(z - h)) + \lambda(z - h) - 1 = \lambda r$. Это позволяет выразить указанные параметры через r и v :

$$a = \eta r / (e^{-\eta} + \eta - 1), \quad \sigma = av, \quad \lambda = \eta / a, \quad h = -\eta av^2 / 2r, \quad z_0 = a + h, \quad (7)$$

где

$$\eta = (\sqrt{1 + 2rv^2} - 1) / v^2. \quad (8)$$

ЗАВИСИМОСТЬ СТОИМОСТИ ОТ ВОЗРАСТА

В этом разделе мы будем для каждого t определять среднюю стоимость машин возраста t . При этом нам будет удобно измерять состояние машин по-другому — показателем $y = z - h$. Тогда в силу (7) состоянием новой машины будет $y_0 = z_0 - h = a$, рентабельным машинам будут отвечать состояния $y > 0$, а стоимость машины в состоянии y , обозначим ее $W(y)$, в силу (6) будет выражаться формулой

$$W(y) = (e^{-\lambda y} + \lambda y - 1) / (\lambda r). \quad (9)$$

Рентабельная машина в состоянии y через время t (если только ее не утилизируют раньше) окажется в случайном состоянии y , следовательно, будет иметь и случайную стоимость. Среднюю стоимость рентабельных машин, которые t лет тому назад были в состоянии y , обозначим через $W(y, t)$, тогда

$$W(y, 0) = W(y), \quad W(0, t) = 0. \quad (10)$$

Поскольку машина в состоянии $y > 0$ через малое время dt окажется в случайном состоянии $y - adt + \sigma dB$, то с точностью до малых более высокого порядка

$$W(y, t + dt) = E[W(y - adt + \sigma dB, t)] \approx W(y, t) - aW'_y(y, t)dt + 0,5\sigma^2 W''_{yy}(y, t)dt.$$

Отсюда вытекает уравнение в частных производных для функции $W(y, t)$:

$$W'_t(y, t) = -aW'_y(y, t) + 0,5\sigma^2 W''_{yy}(y, t). \quad (11)$$

Сделаем в нем подстановку:

$$W(y, t) = e^{\beta y + \gamma t} U(y, t), \quad \text{где } \beta = a/\sigma^2, \quad \gamma = -a^2/(2\sigma^2). \quad (12)$$

Тогда (12) преобразуется в уравнение теплопроводности на полупрямой $U'_t(y, t) = 0,5\sigma^2 U''_{yy}(y, t)$, краевые условия которого вытекают из (9), (10) и (12):

$$U(y, 0) = e^{-\beta y} W(y, 0) = e^{-\beta y} W(y) = (e^{-(\lambda+\beta)y} + (\lambda y - 1)e^{-\beta y})/(\lambda r), \quad U(0, t) = 0.$$

Решение такого уравнения задается известной формулой (Тихонов, Самарский, 2004):

$$\begin{aligned} U(y, t) &= \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi t}} \int_0^\infty U(x, 0) \left[\exp\left\{-\frac{(x-y)^2}{2\sigma^2 t}\right\} - \exp\left\{-\frac{(x+y)^2}{2\sigma^2 t}\right\} \right] dx = \\ &= \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi t}} \int_0^\infty \frac{\exp\{-(\lambda+\beta)x\} + (\lambda x - 1)\exp\{-\beta x\}}{\lambda r} \left[\exp\left\{-\frac{(x-y)^2}{2\sigma^2 t}\right\} - \exp\left\{-\frac{(x+y)^2}{2\sigma^2 t}\right\} \right] dx. \end{aligned}$$

Поэтому в силу (12) имеем

$$W(y, t) = \exp\left\{\frac{ay}{\sigma^2} - \frac{a^2 t}{2\sigma^2}\right\} U(y, t). \quad (13)$$

Вспомним теперь, что $W(y, t)$ обозначает среднюю стоимость машин, которые за t лет до этого были в состоянии y . Тогда $W(a, t)$ будет средней стоимостью машин возраста t (за t лет до этого они находились в состоянии $a = y_0$, т.е. были новыми), а $W(a, 0)$ — стоимостью новых машин, которую мы приняли за единицу: $W(a, 0) = 1$. В таком случае $W(a, t)$ совпадает с $k(t)$ — искомым средним коэффициентом годности машин возраста t .

Явное выражение для $k(t)$ мы получим, если положим в (12) $\sigma = av$, $\lambda = \eta/a$ из (7), $y = a$, выразим входящие туда интегралы через функцию Φ стандартного нормального распределения, а результат подставим в (13):

$$\begin{aligned} k(t) &= \frac{1}{\lambda r} \left\{ \Phi\left(\frac{1 - (\eta v^2 + 1)t}{v\sqrt{t}}\right) e^{\eta(0,5\eta v^2 + 1)t - \eta} (1 + \eta t - \eta) \Phi\left(\frac{1-t}{v\sqrt{t}}\right) - \right. \\ &\quad \left. - \Phi\left(\frac{-1 - (\eta v^2 + 1)t}{v\sqrt{t}}\right) e^{(\eta + 2v^{-2})(0,5\eta v^2 + 1)t} + (1 + \eta t + \eta) \Phi\left(\frac{-1-t}{v\sqrt{t}}\right) e^{2/v^2} \right\}. \end{aligned} \quad (14)$$

Таким образом, зависимость коэффициента годности от относительного возраста задается формулой (14), куда следует подставить $\eta = (\sqrt{1 + 2rv^2} - 1)v^{-2}$ из формулы (8). Как мы видим, динамика коэффициентов годности определяется здесь только двумя параметрами — η и v . На самом деле влияющих исходных параметров три, поскольку величина η зависит от нормированной ставки дисконтирования, являющейся произведением обычной рыночной доналоговой номинальной ставки на средний (полный) срок службы машин.

Простые, но утомительные вычисления показывают, что $k'(0) = -ae^{-\eta} [e^\eta - 1 - 0,5\eta v^2]/r < 0$. Между тем, многие оценщики убеждены, что в первые годы эксплуатации стоимость машины практически не меняется, т.е. $k'(0) = 0$. Данная модель, как и многие другие, описанные, например, в (СНС 2008, (Смоляк, 2014; Федотова, 2018)), подтверждает необоснованность такого мнения.

Можно показать, что $k(t)$ при больших t ведет себя примерно как $\exp\{-0,5tv^{-2}\}$. В частности, чем меньше коэффициент вариации срока службы, тем быстрее убывает $k(t)$. Экспоненциальный характер убывания коэффициентов годности с возрастом вытекает и из альтернативных моделей обесценения машин, а также достаточно хорошо согласуется с регрессионными зависимостями, построенными по фактическим данным о ценах подержанных машин различного назначения.

НЕКОТОРЫЕ ОБОБЩЕНИЯ

При построении модели для упрощения был сделан ряд допущений. В этом разделе мы попробуем от них отказаться.

Учет инфляции. Для учета инфляции оценщики определяют фактически сложившиеся в ретроспективном периоде темпы роста цен на машины, которые затем прогнозируются на последующий период. Использовать при этом цены вторичного рынка оказывается невозможным и приходится измерять инфляцию темпами роста цен на новые машины. Тем самым принимается, что инфляция одинаково влияет на цены новых и подержанных машин и, следовательно, не влияет на коэффициенты годности машин. Инфляция такого типа может быть названа *групповой*. Допущение о групповом характере инфляции при оценке машин принимается и в США (см., например, 2020 Personal property manual⁵; State of Wyoming personal property valuation manual 2019).

Будем считать инфляцию групповой и обозначим через i темп роста цен на машины рассматриваемой марки, прогнозируемый на ближайшее время после даты оценки. В таком случае стоимости машин, находящихся в одном и том же состоянии в моменты 0 и dt , будут различаться в $1+idt$ раз.

Применим принцип ожидания выгод к рентабельной машине, находящейся в момент 0 в состоянии z , и малому периоду времени dt . За этот период машина принесет выгоды в сумме zdt , а в момент dt перейдет в (случайное) состояние $z - adt + \sigma dB$. Тогда ее стоимость окажется в $1+idt$ раз больше, чем стоимость машины, находившейся в момент 0 в том же состоянии — $(1+idt)V(z - adt + \sigma dB)$. Учитывая, что эта стоимость выражена в ценах на момент dt , для ее дисконтирования, согласно МСО, должна использоваться доналоговая, безрисковая и номинальная ставка r . Тогда

$$V(z) = zdt + (1 - rdt)E[(1 + idt)V(z - adt + \sigma dB)] \approx zdt + [1 - (r - i)dt]E[V(z - adt + \sigma dB)].$$

Но это равенство отличается от (1) только ставкой дисконтирования. Другими словами, полученные ранее формулы сохраняют силу и в условиях групповой инфляции, если в них использовать особую ставку дисконтирования, отличающуюся от доналоговой безрисковой номинальной уменьшением на темп групповой инфляции (Смоляк, 2016).

Между тем, в МСО утверждается, что если приносимые машиной выгоды (чистые доходы, денежные потоки) измеряются в текущих, учитывающих инфляцию, ценах, для их дисконтирования следует использовать реальную ставку. Но реальная ставка получается из номинальной путем корректировки на средний темп роста цен в стране, который может отличаться от темпа роста цен на рассматриваемые машины. Поэтому соответствующие положения стандартов оценки следовало бы скорректировать.

Учет аварий. Модель предусматривала утилизацию машины только при достижении ею граничного состояния. Однако машины в любом ТС могут выводиться из строя вследствие аварий (например, из-за повреждения стихийными бедствиями, ДТП с мобильными машинами, низкого качества обрабатываемого материала, перебоев в снабжении ресурсами, ошибок управляющего персонала и др.). Связанные с этим риски должны учитываться отдельно. Простейшая модель такого учета исходит из допущения, что вероятность аварии в единицу времени — интенсивность аварий — не зависит от состояния машины. Нетрудно убедиться, что в таком случае все полученные ранее формулы остаются в силе, если увеличить особую ставку дисконтирования на интенсивность аварий.

Учет утилизационной стоимости. В модели утилизационная стоимость U машин принималась нулевой. На самом деле относительная утилизационная стоимость машин $u = U/V_0$ (отношение утилизационной стоимости машины к стоимости новой машины той же марки) невелика и обычно составляет 0,03–0,09. В нашей модели $V_0 = 1$, так что $u = U$. При $u \neq 0$ модель придется корректировать.

Представим стоимость машины V суммой двух слагаемых: $V = (V - u) + u$. Первое слагаемое отражает стоимость машины как средства выполнения определенных работ (в МСФО оно именуется амортизируемой величиной), а второе — как объекта утилизации. Если отложить утилизацию машины на малое время dt , то уменьшение дисконтированной суммы выгод от этого составит $u(1 - rdt) - u = ru dt$, или ru в малую единицу времени. Поэтому оказывается удобным включить в состав выгод от эксплуатации машины упущенную выгоду от ее утилизации. Динамика таких

⁵ 2020 Personal property manual / Arizona department of revenue. Personal property unit.

скорректированных выгод будет, как и раньше, описываться винеровским процессом, но с иным (уменьшенным на ru) начальным значением. Правда, при этом дисконтированная сумма скорректированных выгод от использования новой машины, т.е. ее стоимость как средства выполнения определенных работ, окажется равной $1 - u$, а не 1. Тогда средний коэффициент годности машин возраста t окажется равным не $k(t)$, а $(1 - u)k(t) + u$.

ОЦЕНКА СТОИМОСТИ ВЫПОЛНЯЕМЫХ РАБОТ И ПРИНОСИМЫХ МАШИНОЙ ВЫГОД

До сих пор предполагалось, что владелец машины может оценить приносимые машиной выгоды в любом периоде. Однако это возможно не всегда. В большинстве случаев владелец машины может измерять объем выполняемых ею работ (в физических единицах) и операционные затраты на их выполнение, но не может оценить рыночную стоимость этих работ. В такой ситуации затруднительно правильно выбрать момент прекращения эксплуатации машины. Данная модель может оказаться полезной при решении этой проблемы.

При этом придется, но только в данном разделе, использовать обычные единицы измерения времени и стоимости и ввести следующие обозначения: C — стоимость машины (руб.), L — средний срок службы машин (годы), F — интенсивность приносимых машиной выгод (руб./год), Q — интенсивность операционных затрат (руб./год), s — стоимость единицы работ (руб.), P — производительность машины (единицы работы в год). Показатели новой машины, как и раньше, будем отмечать нижним индексом «0».

Легко убедиться, что интенсивность приносимых машиной выгод определяется формулой $F = sP - Q$. Интенсивность, выраженная в единицах стоимости на единицу времени, ранее обозначалась через z , причем за единицу стоимости принималась стоимость новой машины C_0 (руб.), а за единицу времени — средний срок ее службы L (лет). Поэтому интенсивность приносимых машиной выгод в обычных единицах измерения составит $F = zC_0/L$ (руб./год). Но тогда $sP - Q = zC_0/L$. Для новой машины это равенство примет вид $sP_0 - Q_0 = z_0C_0/L$, откуда получаем

$$s = (Q_0 + z_0C_0/L) / P_0. \quad (15)$$

Правая часть (15) отражает скорректированные удельные затраты на выполнение работ, отличающиеся тем, что в них к обычным операционным затратам добавлена рыночная стоимость аренды новой машины за единицу времени (совпадающая с интенсивностью приносимых ею выгод). Подобного типа показатели широко используются, например, в США при анализе и планировании работы машин (Langemeier, 2017). Правда, роль стоимости аренды там выполняют финансовые затраты или стоимость владения (сумма процента на капитал, вложенный в новую машину, и подсчитанной тем или иным способом ее амортизации). С помощью (15) оценить стоимость выполняемых машиной работ можно, даже если эти работы непосредственно не обращаются на рынке (например, промежуточные операции в технологическом процессе). Поэтому, периодически определяя производительность машины и операционные затраты за относительно небольшие периоды, можно выяснить, когда принесенные выгоды в единицу времени достигнут граничного уровня.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РАСЧЕТЫ И ВЫВОДЫ

Как было показано ранее, зависимости $k(t)$ определяются коэффициентом вариации срока службы v и нормированной ставкой дисконтирования r . Для реальных машин средние сроки службы T обычно составляют 7–30 лет, а коэффициенты их вариации $v = 0,22–0,8$. Рыночные ставки дисконтирования в разных странах и в разные периоды различаются. Сильно различаются и темпы роста цен на машины. К примеру, в последнее время в России темп роста цен на машины и оборудование разного назначения был 1–5% в год. Рыночная номинальная доналоговая ставка дисконтирования (установленная на основе кривой бескупонной доходности ОФЗ) составляла в последние годы около 8% годовых. Интенсивность аварий машин обычно не превышает 0,02. В таком случае особая ставка дисконтирования будет лежать в пределах от 0,03 до 0,09. Умножая ее на средний срок службы, получим, что диапазон изменения нормированной ставки дисконтирования $r = 0,2–2,7$.

На рис. 1 приведены зависимости $k(t)$ для $r = 1,4$ и разных значений v (наибольшему, наименьшему и отвечающим трем выделенным ранее классам машин), а на рис. 2 — аналогичные зависимости для $v = 0,47$ и разных значений r .

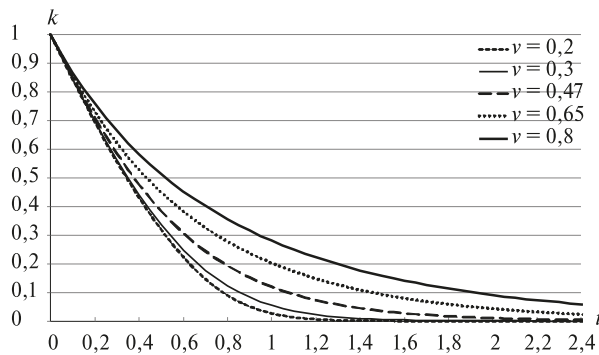


Рис. 1. Зависимости средних коэффициентов годности от относительного возраста для $r = 1,4$ и разных значений v

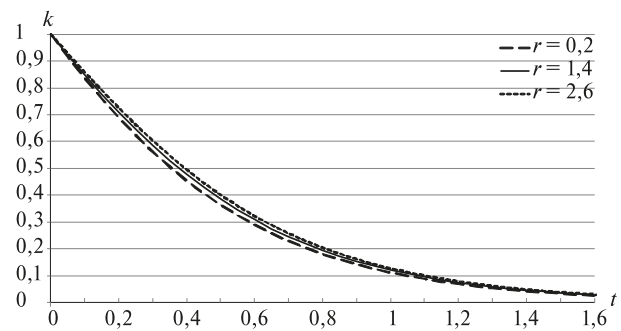


Рис. 2. Зависимости средних коэффициентов годности от относительного возраста для $v = 0,47$ и разных значений нормированной ставки дисконтирования $r = rT$

Как мы видим, наиболее сильно динамика коэффициентов годности зависит от коэффициента вариации срока службы, тогда как изменения среднего срока службы и ставки дисконтирования на нее почти не влияют. Это оправдывает применение зависимостей коэффициентов годности от относительного возраста, ранее предложенное Л.А. Лейфером и отраженное, например, в (Лейфер, 2019).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

- Аркин В.И., Слостников А.Д., Аркина С.В.** (2004). Инвестирование в условиях неопределенности и задачи оптимальной остановки // *Обозрение прикладной и промышленной математики*. Т. 11. № 1. С. 3–33. [Arkin V.I., Slastnikov A.D., Arkina S.V. (2004). Investing under uncertainty and optimal stopping problems. *Review of Applied and Industrial Mathematics*, 11, 1, 3–33 (in Russian).]
- Аркин В.И., Слостников А.Д., Смоляк С.А.** (2006). Оценка имущества и бизнеса в условиях неопределенности (проблемы «хвоста» и «начала») // *Аудит и финансовый анализ. Приложение. Сборник научных трудов*. № 1. С. 81–92. [Arkin V.I., Slastnikov A.D., Smolyak S.A. (2006). Appraisal of property and business in conditions of indeterminacy (a problem of “tail” and “beginnings”). *Audit and Financial Analysis. Application. Collection of Scientific Papers*, 1, 81–92 (in Russian).]
- Булinsky А.В., Ширяев А.И.** (2005). Теория случайных процессов. М.: Физматлит. [Bulinsky A.V., Shiryayev A.I. (2005). *The theory of random processes*. Moscow: Fizmatlit (in Russian).]
- Лейфер Л.А.** (ред.). (2019). Справочник оценщика машин и оборудования. Корректирующие коэффициенты и характеристики рынка машин и оборудования. Изд. 2е. Нижний Новгород: ПЦМИО. 320 с. [Leyfer L.A. (ed.) (2019). *Reference book of the appraiser of machinery and equipment. Corrective factors and characteristics of the market of machinery and equipment*. 2nd ed. Nizhny Novgorod: Volga Center for Methodological and Informational Support of Assessment. 320 pp. (in Russian).]
- Оксендаль Б.** (2003). Стохастические дифференциальные уравнения. Введение в теорию и приложения. М.: Мир. [Øksendal B. (2003). *Stochastic differential equations. An introduction with applications*. Translated from the English. Moscow: Mir. Originally published by New York: Springer Verlag Heidelberg, 2000 (in Russian).]
- Острейковский В.А.** (2003). Теория надежности: учебник для вузов. М.: Высшая школа. [Ostreyskovsky V.A. (2003). *Reliability theory: Textbook for universities*. Moscow: Vysshaya shkola (in Russian).]
- Смоляк С.А.** (2014). Зависимость стоимости машин от возраста: проблемы и модели // *Аудит и финансовый анализ*. № 5. С. 138–150. [Smolyak S.A. (2014). The dependence of value of equipment on age: Problems and models. *Audit and Financial Analysis*, 5, 138–150 (in Russian).]
- Смоляк С.А.** (2016). Стоимостная оценка машин и оборудования (секреты метода ДДП). М.: Опцион. [Smolyak S.A. (2016). *Machinery and equipment valuation (secrets of the DCF method*. Moscow: Option (in Russian).]
- Смоляк С.А.** (2017). О вероятностных моделях для оценки остаточного срока службы и износа машин и оборудования // *Имущественные отношения в Российской Федерации*. № 2 (185). С. 75–87. [Smolyak S.A. (2017). On the probabilistic models for assessment of remaining useful life and depreciation of machinery and equipment. *Property Relations in Russian Federation*, 2 (185), 75–87 (in Russian).]

- Смоляк С.А.** (2020). О динамике обесценения машины со случайным сроком службы. // *Труды ИСА РАН*. Т. 70. № 1. С. 55–64. [**Smolyak S.A.** (2020). On the dynamics of depreciation of machines with a random service life. *Proceedings of the Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences*, 70, 1, 55–64 (in Russian).]
- Тихонов А.Н., Самарский А.А.** (2004). Уравнения математической физики. М.: МГУ, Наука. [**Tikhonov A.N., Samarsky A.A.** (2004). *Equations of mathematical physics*. Moscow: Moscow State University, Nauka (in Russian).]
- Федотова М.А.** (ред.) (2018). Оценка машин и оборудования: учебник (изд. 2-е). М.: ИНФРА-М. [**Fedotova M.A.** (ed.) (2018). *Machinery and equipment valuation: Textbook*. 2nd ed. Moscow: INFRA-M (in Russian).]
- Abdel-Hameed M.** (2014). *Degradation processes*. Berlin: Heidelberg, Springer.
- Cui L., Huang J., Li Y.** (2016). Degradation models with Wiener diffusion processes under calibrations. *IEEE Transactions on Reliability*, 65 (2), 613–623.
- Dascar S.M.C., Nan M.S., Dascar S.** (2015). Study of reliability modeling and performance analysis of haul trucks in quarries. In: *Advances in information science and computer engineering*. Proceedings of the 9th International Conference on Computer Engineering and Applications. WSEAS Press, 143–150.
- Dixit A.K., Pindyck R.S.** (1994). *Investment under uncertainty*. Princeton: Princeton University Press.
- Erumban A.A.** (2008). Lifetimes of machinery and equipment: Evidence from Dutch manufacturing. *Review of Income and Wealth. Series 54*, 2, 237–268.
- Hafaifa A., Abdellah K., Mouloud G., Hadroug N.** (2016). Reliability analysis using Weibull distribution applied to a booster pump used in oil drilling installations. *Journal of the Technical University at Plovdiv. Fundamental Science and Applications*, 22, 31–37.
- Kahle W., Lehmann A.** (2010). *The Wiener process as a degradation model: Modeling and parameter estimation*. Boston: Birkhäuser.
- Kahle W., Mercier S., Paroissin C.** (2016). *Degradation processes in reliability*. Vol. 3. Mathematics and statistics series. Mathematical models and methods in reliability set. DOI: 10.1002/9781119307488
- Kumar A.R., Krishnan V.** (2017). A study on reliability analysis of Haul Trucks. *International Advanced Research Journal in Science, Engineering and Technology*, 4, 3, 76–85. DOI: 10.17148/IARJSET.2017.4317 76
- Langemeier M.** (2017). Farm machinery costs and custom rates. *Farmdoc Daily*, 7, 161. Department of Agricultural and Consumer Economics, University of Illinois at Urbana-Champaign, September 1.
- Melchor-Hernández C.L., Rivas-Daválos F., Maximov S., Coria V., Moreno-Goytia E.L.** (2015). An analytical method to estimate the Weibull parameters for assessing the mean life of power equipment. *Electrical Power and Energy Systems*, 64, 1081–1087.
- Nomura K., Suga Y.** (2018). *Measurement of depreciation rates using microdata from disposal survey of Japan*. The 35th IARIW General Conference. Copenhagen, Denmark.
- Noortwijk J.M.** (2009). A survey of the application of gamma processes in maintenance. *Reliability Engineering & System Safety*, 94 (1), 2–21.
- Oguchi M., Fuse M.** (2015). Regional and longitudinal estimation of product lifespan distribution: A case study for automobiles and a simplified estimation method. *Environmental Science & Technology*, 49, 1738–1743.
- Rincon-Aznar A., Riley R., Young G.** (2017). *Academic review of asset lives in UK*. London: National Institute of Economic and Social Research.
- Touama H.Y.** (2014). Statistical models and parametric methods to estimate the reliability and hazard rate function of Weibull distribution. *European Journal of Business and Management*, 6, 38, 96–102.
- Trappey C.V., Trappey A.J.C., Ma L., Tsao W.-T.** (2014). Data driven modeling for power transformer lifespan evaluation. *Journal of Systems Science and Systems Engineering*, 23 (1), 80–93. DOI: 10.1007/s11518-014-5227-z
- Ye Z.S., Chen N.** (2014). The inverse Gaussian process as a degradation model. *Technometrics*, 56 (3), 302–311.
- Wang X., Lin S., Wang S., He Z., Zhao C.** (2016). Remaining useful life prediction based on the Wiener process for an aviation axial piston pump. *Chinese Journal of Aeronautics*, 29 (3), 779–788.
- Wang X., Wang B.X., Wu W., Hong Y.** (2020). *Reliability analysis for accelerated degradation data based on the Wiener process with random effects*. Quality and Reliability Engineering International. DOI:10.1002/qre.2668

Valuation of machinery and equipment subject to the Wiener degradation process

© 2021 S.A. Smolyak

S.A. Smolyak,*Central Economics and Mathematics Institute, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia;**e-mail: smolyak1@yandex.ru*

Received 12.04.2021

Abstract. We propose a model describing the decrease in the market value of machines (depreciation) with age. Usually it is characterized by the percent good factor, i.e. the ratio of machine's value to the value of similar new machinery item. Often, appraisers know about used machinery item only by its age, but not by its performance. Therefore, for the valuation of the machinery item of a known age, they have to use the mean (for machines of this age) of percent good factor. In the proposed model, the state of the machine is characterized by the intensity of the benefits it brings. In this case, the benefits from using the machine in a certain period are defined as the market value of the work performed by it minus operating costs. We describe the change in the intensity of benefits over time by Wiener process with negative drift. This allows us to take into account the tendency for the performance of machine to deteriorate during operation. The market value of a machine is defined as the maximum mathematical expectation of the sum of discounted benefits from its use. It is shown that it corresponds to the moment the machine reaches a certain boundary state. The parameters of Wiener process (drift and volatility) are expressed through the known characteristics of the machine's durability, namely the average value and the coefficient of variation of the service life. The dependences of the mean percent good factor of machines on the relative age (the ratio of age to the average service life) are found. It turned out that these correlations are almost independent of the discount rate and average service life.

Keywords: machinery, equipment, degradation, Wiener process, service life, valuation, DCF method, depreciation, percent good factor.

JEL Classification: D24, D46, D81, G12.

DOI: 10.31857/S042473880016422-3

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Сетевое экономико-математическое моделирование оптимизации адаптивного управления процессами бизнес-планирования

© 2021 г. А.Ф. Шориков, Е.В. Буценко

А.Ф. Шориков,

*Институт экономики УрО РАН, Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского
УрО РАН, Екатеринбург; e-mail: afshorikov@mail.ru*

Е.В. Буценко,

Уральский государственный экономический университет, Екатеринбург; e-mail: evl@usue.ru

Поступила в редакцию 23.11.2020

Работа выполнена в соответствии с планами НИР Института экономики УрО РАН и Института математики и механики им. Н.Н. Красовского УрО РАН.

Аннотация. Статья посвящена вопросам применения экономико-математических моделей управления бизнес-планированием на основе использования принципа обратной связи. В качестве целевой функции (оценочного инструментария) задачи рассматривается значение времени исполнения всего бизнес-проекта, которое требуется минимизировать. Для решения поставленной задачи предлагается сформировать класс допустимых стратегий оптимального адаптивного управления процессом реализации конкретного бизнес-проекта с сетевого экономико-математического моделирования. В пределах этих стратегий определяются способ достижения оптимального самонастраивающегося управления процессами бизнес-планирования, оптимальное время исполнения и оптимальный календарный план-график осуществления проекта. Основной особенностью предлагаемого нового метода является возможность учета реальных условий реализации работ для конкретного проекта, что позволяет своевременно корректировать процесс управления процессами бизнес-планирования и не допустить срывов при их выполнении. Данный метод служит основой для построения численных алгоритмов для разработки и создания автоматизированных систем оптимизации адаптивного управления процессами бизнес-планирования. Полученные результаты иллюстрируются на конкретном бизнес-проекте открытия предприятия общественного питания и показывают высокую степень эффективности использования предлагаемого метода.

Ключевые слова: бизнес-планирование, бизнес-проект, экономико-математическое моделирование, стратегия управления, сетевая модель, оптимизация управления, адаптивное управление, управление с обратной связью, общественное питание.

Классификация JEL: C02, C44, G31.

DOI: 10.31857/S042473880016413-3

ВВЕДЕНИЕ

При решении задач сбора и обработки информации существует необходимость в преодолении априорной неопределенности. Эффективный путь решения указанной проблемы — *адаптивные системы*, которые широко используются в биомедицинской электронике, проектировании механических систем, навигации, связи, сейсмологии, радио- и гидролокации и др., а также при изучении социальных, экономических, биологических и других видов систем. Структурная схема адаптивной модели для системы управления в технической сфере представлена на рис. 1.

Для многих современных объектов управления сложно разработать соответствующие им математические модели, приемлемые для исследования. Это связано прежде всего с отсутствием необходимых исходных данных либо непредсказуемым в процессе функционирования объекта изменением. Приспособление объекта управления к изменяющимся внешним и внутренним условиям можно рассматривать как адаптацию. Реализация этого принципа в системах управления позволяет значительно повысить их эффективность в достижении поставленных целей.

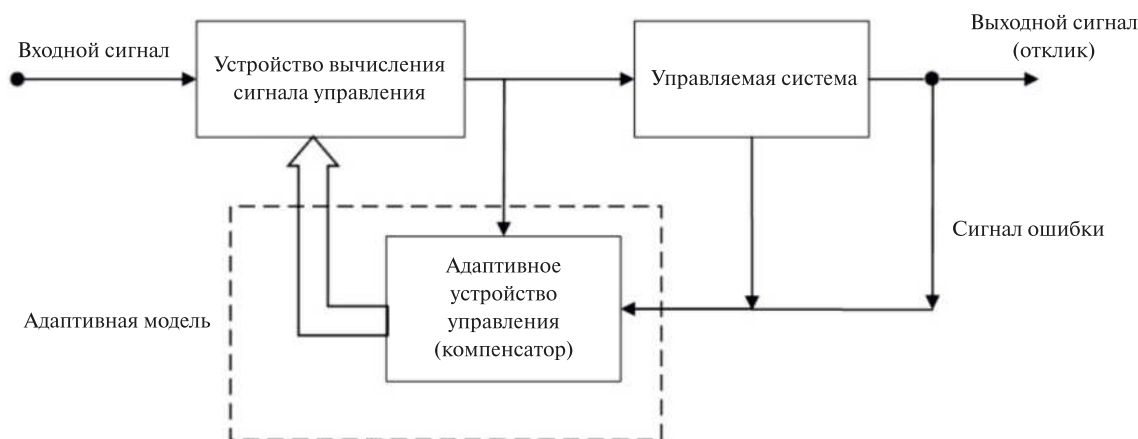


Рис. 1. Структурная схема модели адаптивного управления техническими системами

ТЕОРИЯ АДАПТИВНЫХ СИСТЕМ

Первые работы по адаптивным системам и описанию механизма приспособления и перестройки живых систем появились в середине 1950-х годов. Тогда впервые была описана модель мозга человека, которую представил английский психиатр У.Р. Эшби. Разработку модели осуществил американский ученый Х.С. Цзянь, занимавшийся оптимизацией управления инженерными системами (Tsien, Serdengeecti, 1955, p. 561). Приблизительно в это же время описание управляющего устройства адаптивного характера дали А.Н. Беннер и Р. Дреник (Benner, Drenick, 1955, p. 8).

Описанию адаптивных систем оптимального, или экстремального, типа, осуществляющим поиск некоторого оптимума, в научной литературе уделяется больше внимания, чем системам других типов (Deng, Chen, 2017; Moustakis, Yuan, Baldi, 2018; Su, Zhang, 2019). Принципы оптимального управления и экстремальной адаптации в инженерных системах были рассмотрены, например, в (Draper, Li, 1951, p. 160).

Любое предприятие как хозяйствующий субъект также можно рассматривать как систему с непредсказуемыми возмущениями и, соответственно, как объект управления. Поэтому адаптивные модели в сфере экономики предназначены для работы с изменяющимися условиями окружающей среды, для адаптации к ним и реализации намеченных целей хозяйствования.

Разработка и реализация адаптивных моделей управления экономическими процессами становится особенно актуальной в условиях возрастания динамики и структурной перестройки экономики. Такие процессы очень сложно поддаются адаптивному управлению из-за постоянно меняющихся во времени свойств (рис. 2). Различные факторы воздействуют на их элементы и в разное время, что приводит к ослаблению влияния одних факторов и увеличению — других. Поэтому такие процессы должны адаптироваться к новым условиям с помощью разработки соответствующих адаптивных систем управления на базе экономико-математических моделей.

Использование небольших дискретных сдвигов в таких моделях приводит к изменению и перестройке системы. Если наблюдаемый процесс находится в некотором исходном состоянии, то при построении его сетевой экономико-математической модели на основе определения текущих значений параметров определяется календарный план на один период времени вперед. После чего формируется оценка сдвига фактического значения параметров от плановых значений, что позволяет осуществить их оптимальную корректировку. Затем устанавливается календарный план на следующий шаг. Рекуррентная процедура повторяется с использованием на каждом шаге новой информации о текущем состоянии исследуемого процесса, что способствует адаптации его управления.

Несмотря на острую теоретическую и практическую востребованность в развитых зарубежных экономиках и в нашей стране, решение данной задачи управления бизнес-планированием на основе адаптивного сетевого экономико-математического моделирования не проводилось ни у нас, ни за рубежом. Таким образом, построение адаптивной сетевой экономико-математической

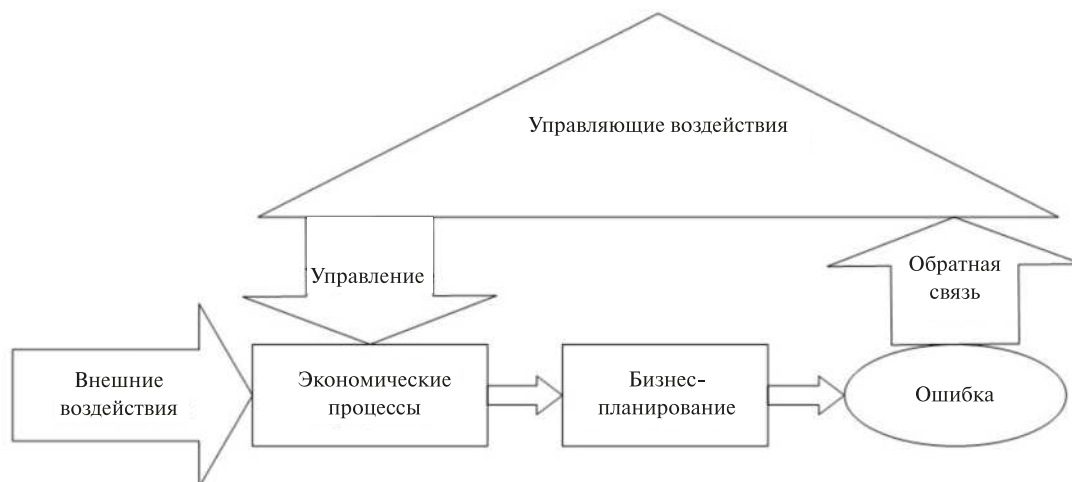


Рис. 2. Схема управления с обратной связью в экономике

модели оптимизации управления процессами бизнес-планирования для субъекта хозяйствования, а также ее прикладное применение является *целью настоящего исследования*.

Полученные в работе результаты опираются на исследования (Ахмадеев, Макаров, 2019, с. 6; Клейнер, Рыбачук, 2017; Кофман, Дебазей, 1968, с. 87; Чертовской, 2013, с. 11; Agulhari, Lacerda, 2019; Astolfi, 2006, p. 213; Astroem, Wittenmark, 2008, p. 403; Barabanov, Ortega, 2018; Benosman, 2018; Bundy, 1997, p. 82; Farrell, Polycarpou, 2006, p. 330; Huang, Gao, Jiang, 2019; Landau et al., 2011, p. 412; Latrech, Kchaou, Guéguen, 2018; Ма, 2019) и являются развитием работ (Шориков, 1997, p. 78; Шориков, Буценко, 2017, p. 223; Шориков, Буценко, 2020).

МЕТОДЫ И ПОДХОДЫ

Общая методика неадаптивного сетевого экономико-математического управления процессами бизнес-планирования приведена в (Шориков, Буценко, 2017, с. 223). Метод оптимизации адаптивного управления инвестиционным проектированием на основе сетевой модели подробно рассмотрен в работе (Шориков, Буценко, 2020). Задача состоит в оптимизации времени реализации процессов бизнес-планирования на основе знания реализации текущего состояния исполнения этих процессов с использованием управления с обратной связью. Все рассматриваемые процессы описаны в виде конечного набора работ-операций, упорядоченных по времени, в которых учтены необходимые для выполнения технологические условия.

Суть метода можно описать следующим образом. Осуществляется сетевое экономико-математическое моделирование конкретного бизнес-проекта. На основе значений его параметров формируются бизнес-план и календарный график реализации процессов бизнес-планирования, описываемых соответствующими работами, а также множество допустимых позиций (состояний) процессов бизнес-планирования, соответствующих допустимым периодам управления, определяемым работами критического пути, и множество всех допустимых стратегий адаптивного управления процессами бизнес-планирования. На каждом шаге реализации управления процессами, которые определяются работами соответствующего критического пути, в соответствии с правилами формирования стратегии оптимального адаптивного управления бизнес-планированием, осуществляется оценка качества фактической реализации входящих в него работ на основе предписанной длительности их исполнения и данных календарного графика. Затем производится оценка фактических реализаций параметров состояния системы. Если имеется отклонение фактических значений параметров от их плановых значений, то осуществляется корректировка параметров модели с целью ее оптимизации по времени, необходимому для реализации бизнес-проекта в целом. Далее формируются новый критический путь и новый календарный график на следующий период времени, и такая рекуррентная процедура оптимизации адаптивного управления процессами бизнес-планирования повторяется до реализации бизнес-проекта в целом.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Рассмотрим применение сетевой оптимизации адаптивного управления бизнес-планированием на основе модели реализации конкретного бизнес-проекта по открытию кафе-бара.

Бизнес-план реализации этого проекта разработан в соответствии с рекомендациями UNIDO. Назначение бизнес-плана состоит в анализе экономической полезности путем расчета технико-экономических параметров проекта. Концепция проекта кафе-бара предполагает его организацию в торговом центре любого крупного города России или streetretail с высокой проходимостью.

На первом этапе осуществляется формирование исходных данных укрупненных этапов протонированных работ-операций бизнес-плана, которые представлены в таблице.

Для каждой работы указаны длительность исполнения и все работы, предшествующие ей. В период $\tau=0$, соответствующий событию 1, формируются начальный массив работ $\mathbf{R}(0)=\{R_1(0), \dots, R_{n_0}(0)\}=\{R_1(0), \dots, R_{38}(0)\}=\mathbf{R}_0$ ($n_0=38$) и отвечающий ему массив длительности исполнения работ $\Delta(0)=\{\Delta_1(0), \dots, \Delta_{38}(0)\}=\Delta_0$.

На втором этапе в соответствии с методом (Шориков, Буценко, 2020) и известными правилами построения сетевой модели осуществляется формирование сетевой модели реализации бизнес-планирования проекта и значениям параметров $\tau:=0$ и $s=0$. Тем самым строится сетевая модель проекта $\mathbf{WM}_\tau^{(e)}(\mathbf{R}(\tau))=\mathbf{WM}_0^{(e)}(\mathbf{R}(0))\in\mathbf{WM}_0(\mathbf{R}(0))$ в виде сетевого графика (рис. 3). Она соответствует массиву работ $\mathbf{R}(\tau)=\{R_1(\tau), \dots, R_{n_\tau}(\tau)\}=\{R_1(0), \dots, R_{38}(0)\}=\mathbf{R}_0$, массиву длительности $\Delta(\tau)=\{\Delta_1(\tau), \dots, \Delta_{n_\tau}(\tau)\}=\Delta_\tau=\Delta(0)=\{\Delta_1(0), \dots, \Delta_{38}(0)\}=\Delta_0$, а также существующим логическим условиям следования для всех работ бизнес-плана. Событие 1 является начальным событием в этой сети, событие 27 — финальным.

Таблица. Исходные данные бизнес-проекта

Обозначение работы	Содержание работы	Длительность работы, недель	Предшествующие работы
Регистрация и лицензирование			
$R_1(0)$	Регистрация юридического лица	3	—
$R_2(0)$	Подготовка документов для открытия	1	$R_1(0)$
$R_3(0)$	Оформление разрешения Роспотребнадзора	4	$R_1(0), R_2(0)$
$R_4(0)$	Оформление лицензии на алкоголь	4	$R_1(0), R_3(0)$
$R_5(0)$	Выполнение требований ГПС МЧС	2	$R_1(0), R_2(0)$
$R_6(0)$	Регистрация вывески	2	$R_2(0)$
$R_7(0)$	Регистрация ККМ	4	$R_1(0), R_2(0)$
Маркетинговый обзор рынка			
$R_8(0)$	Определение ключевых макроэкономических показателей	1	$R_2(0)$
$R_9(0)$	Обзор рынка общественного питания России	1	$R_2(0)$
$R_{10}(0)$	Анализ рынка общественного питания города	1	$R_2(0)$
$R_{11}(0)$	Обзор потребительских предпочтений	2	$R_2(0)$
$R_{12}(0)$	Формирование стратегии маркетинга	1	$R_{10}(0)$
Производственный план			
$R_{13}(0)$	Определение концепции кафе-бара	1	$R_2(0), R_{11}(0)$
$R_{14}(0)$	Определение структуры площадей	1	$R_2(0), R_{13}(0)$
$R_{15}(0)$	Определение рекомендаций по месторасположению	1	$R_{13}(0)$
$R_{16}(0)$	Определение параметров загрузки	1	$R_{12}(0), R_{15}(0)$
$R_{17}(0)$	Определение динамики загрузки	1	$R_{16}(0)$
$R_{18}(0)$	Определение плана доходов по проекту	1	$R_{12}(0), R_{16}(0)$
$R_{19}(0)$	Определение параметров текущих затрат	1	$R_{16}(0)$
$R_{20}(0)$	Определение плана текущих затрат	1	$R_{12}(0)$
$R_{21}(0)$	Определение параметров прямых затрат	1	$R_{12}(0), R_{13}(0)$
$R_{22}(0)$	Определение плана прямых затрат	1	$R_{12}(0)$

Окончание таблицы

Обозначение работы	Содержание работы	Длительность работы, недель	Предшествующие работы
$R_{23}(0)$	Определение структуры меню	1	$R_{13}(0)$
$R_{24}(0)$	Определение технологического оборудования	2	$R_{12}(0), R_{13}(0)$
$R_{25}(0)$	Автоматизация кафе-бара	2	$R_{13}(0)$
Персонал кафе-бара			
$R_{26}(0)$	Определение потребности в персонале и фонда оплаты труда	2	$R_{13}(0)$
Инвестиционный план			
$R_{27}(0)$	Определение структуры и объема необходимых инвестиций	1	$R_6(0), R_7(0), R_{22}(0), R_{23}(0)$
$R_{28}(0)$	Определение календарного плана финансирования и реализации проекта	1	$R_{27}(0)$
$R_{29}(0)$	Определение рекомендуемых условий привлечения инвестиций	1	$R_{12}(0), R_{27}(0)$
Оценка рисков и путей их сокращения			
$R_{30}(0)$	Качественный анализ рисков	2	$R_{27}(0)$
$R_{31}(0)$	Определение точки безубыточности	1	$R_{18}(0), R_{22}(0)$
$R_{32}(0)$	Анализ чувствительности NPV	1	$R_{30}(0)$
Финансовый план проекта			
$R_{33}(0)$	Определение основных предположений к расчетам	1	$R_{30}(0)$
$R_{34}(0)$	Определение плана движения денежных средств (cashflow)	1	$R_{28}(0)$
$R_{35}(0)$	Определение плана прибылей и убытков	1	$R_{33}(0)$
$R_{36}(0)$	Определение налогообложения	1	$R_{35}(0)$
$R_{37}(0)$	Прогноз доходов кредитора	1	$R_{35}(0)$
$R_{38}(0)$	Прогноз доходов владельца проекта	1	$R_{37}(0)$

В результате построения сетевой модели проекта получены несколько вариантов допустимой для реализации сети (рис. 3, 4), где символами $F_i(0)$, $i \in 1, \dots, 16$, отмечены фиктивные работы, не имеющие затрат времени и ресурсов. Для дальнейших действий выбрана сеть бизнес-плана на рис. 3.

На третьем этапе для сформированной сетевой модели осуществляется оптимизация адаптивного управления. Исходя из начального массива работ $\mathbf{R}(\tau) = \{R_1(\tau), \dots, R_{n_t}(\tau)\} = \{R_1(0), \dots, R_{38}(0)\} = \mathbf{R}_0$, массива длительности $\Delta(\tau) = \{\Delta_1(\tau), \dots, \Delta_{n_t}(\tau)\} = \Delta_1(0), \dots, \Delta_{38}(0) = \Delta_0$ и сетевой модели бизнес-плана, требуется оптимизировать сетевую модель по времени, т.е. решить задачу календарного планирования на основе стандартных расчетов (Шориков, Буценко, 2017, с. 233).

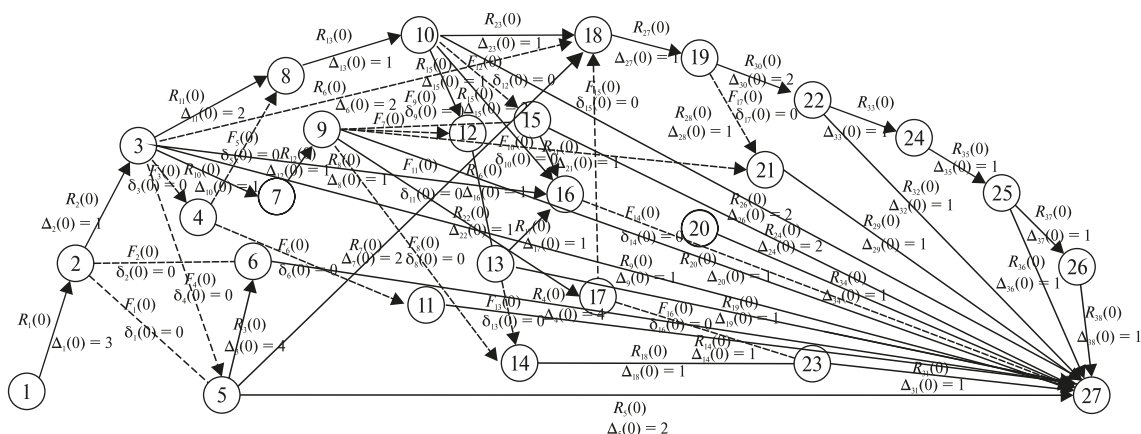


Рис. 3. Принятая к выполнению сетевая модель реализации процессов бизнес-планирования

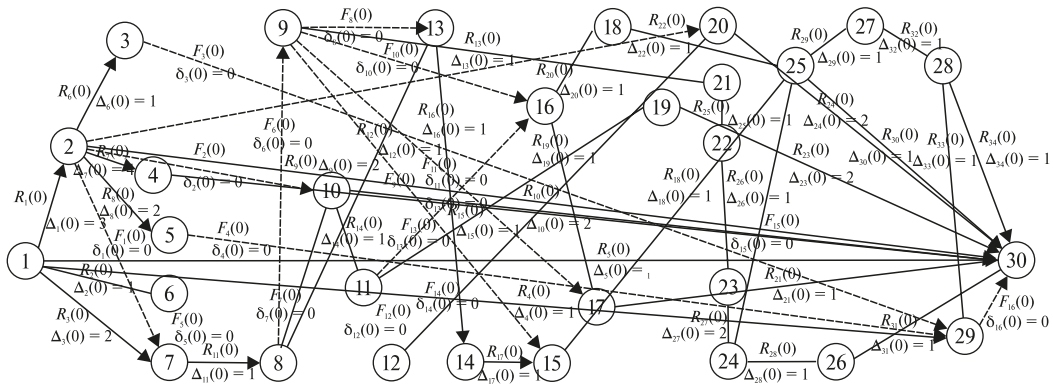


Рис. 4. Допустимая сетевая модель реализации процессов бизнес-планирования

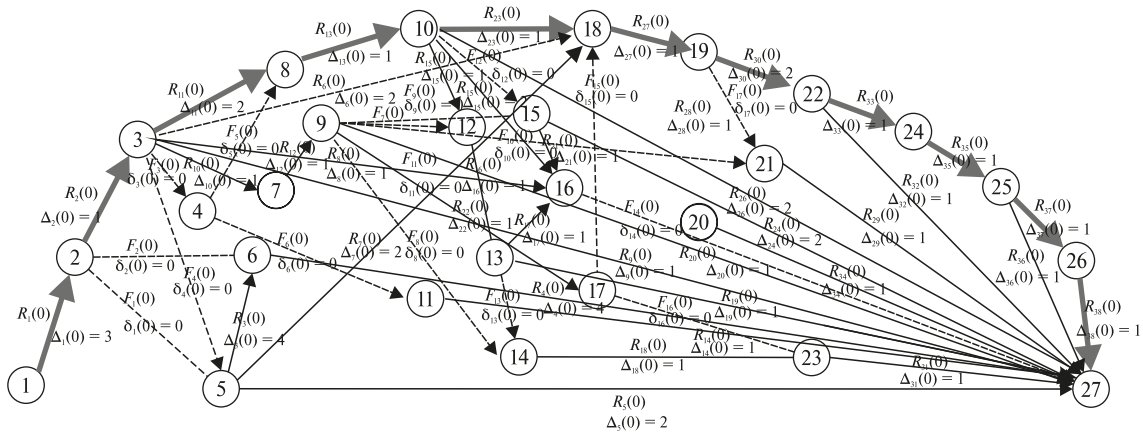


Рис. 5. Критический путь в сетевой модели реализации бизнес-планирования, соответствующий периоду времени $\tau = 0$ (критический путь выделен серым цветом и полужирными линиями)

Для построенной сетевой модели имеется единственный критический путь (рис. 5) длительностью 15 недель, состоящий из набора $\{R_1(\tau), R_2(\tau), R_{11}(\tau), R_{13}(\tau), R_{23}(\tau), R_{27}(\tau), R_{30}(\tau), R_{33}(\tau), R_{35}(\tau), R_{37}(\tau), R_{38}(\tau)\} = \{R_1(0), R_2(0), R_{11}(0), R_{13}(0), R_{23}(0), R_{27}(0), R_{30}(0), R_{33}(0), R_{35}(0), R_{37}(0), R_{38}(0)\}$. Критический путь описывается набором критических работ-операций

$$\mathbf{R}^{(cr)}(\tau) = \{R_1^{(cr)}(\tau; \tau_1), \dots, R_{n_\tau}^{(cr)}(\tau; \tau_{n_\tau-1}; \tau_{n_\tau}^{(cr)})\} = \mathbf{R}_\tau^{(cr)} = \{R_1^{(cr)}(0; 3), R_2^{(cr)}(3; 4), R_3^{(cr)}(4; 6), R_4^{(cr)}(6; 7), R_5^{(cr)}(7; 8), R_6^{(cr)}(8; 9), R_7^{(cr)}(9; 11), R_8^{(cr)}(11; 12), R_9^{(cr)}(12; 13), R_{10}^{(cr)}(13; 14), R_{11}^{(cr)}(14; 15)\} = R^{(cr)}(0) = R_9^{(cr)}(12; 13), R_{10}^{(cr)}(13; 14), R_{11}^{(cr)}(14; 15)\} = \mathbf{R}^{(cr)}(0) = \mathbf{R}_0^{(cr)}, n_\tau^{(cr)} = 11.$$

Длительность реализации критического пути $\mathbf{R}^{(cr)}(\tau) = \mathbf{R}^{(cr)}(0)$ определяет критическое время $T_\tau^{(e)} = T_0^{(e)} = 15$, которое необходимо для реализации всех работ бизнес-плана и является наименьшим (оптимальным) для бизнес-проекта. Однако задержка выполнения даже одной работы критического пути приведет к увеличению времени выполнения всего проекта.

Затем по процедуре определяется целочисленный массив

$$\mathbf{T}_\tau = \{\tau_k\}_{k \in \{0, \dots, n_\tau^{(cr)}\}} = \mathbf{T}_0 = \{\tau_k\}_{k \in \{0, \dots, 11\}} = \{0; 3; 4; 6; 7; 8; 9; 11; 12; 13; 14; 15\} = \{\tau_0, \dots, \tau_{11}\},$$

соответствующий событиям $\{1; 2; 3; 8; 10; 18; 19; 22; 24; 25; 26; 27\}$ критического пути

$$\mathbf{R}_\tau^{(cr)} = \{R_1^{(cr)}(0; 3), R_2^{(cr)}(3; 4), R_3^{(cr)}(4; 6), R_4^{(cr)}(6; 7), R_5^{(cr)}(7; 8), R_6^{(cr)}(8; 9), R_7^{(cr)}(9; 11), R_8^{(cr)}(11; 12), R_9^{(cr)}(12; 13), R_{10}^{(cr)}(13; 14), R_{11}^{(cr)}(14; 15)\} = \{R_1(0), R_2(0), R_{11}(0), R_{13}(0), R_{23}(0), R_{27}(0), R_{30}(0), R_{33}(0), R_{35}(0), R_{37}(0), R_{38}(0)\} = \mathbf{R}_0^{(cr)}$$

и содержащий самые ранние сроки начала выполнения работ, выходящих из события, и наиболее поздние сроки завершения работ, входящих в событие критического пути.

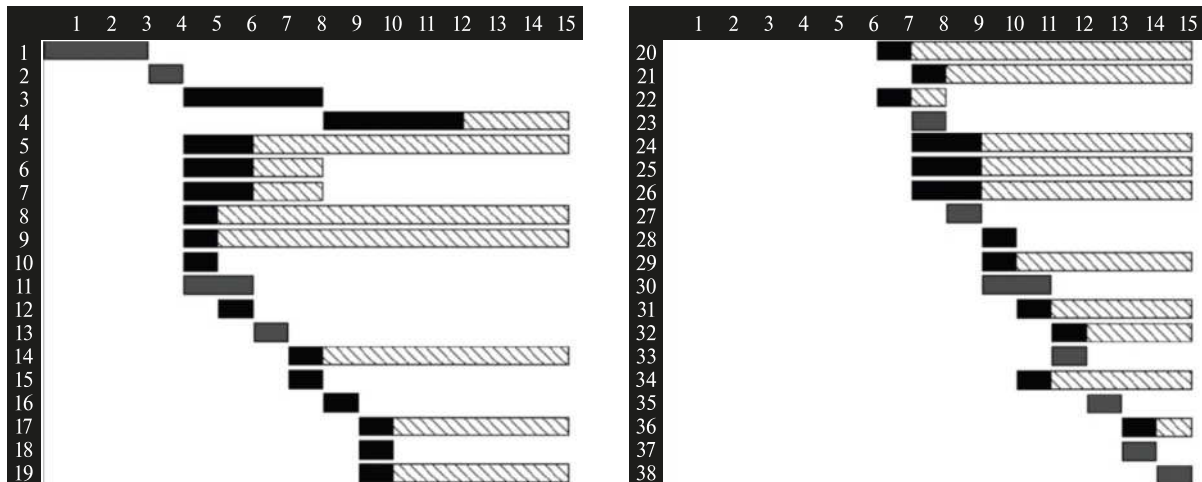


Рис. 6. Календарный график реализации бизнес-планирования, соответствующий периодам $\tau = 0$ и $\tau = 6$

Примечание. Продолжительность выполнения работ проекта в неделях отмечена по оси абсцисс; номер работ — по оси ординат; некритические работы обозначены черными, а критические — серыми прямоугольниками; свободные резервы времени — прямоугольниками со штрихом.

Для сетевой модели $\mathbf{WM}_\tau^{(e)}(\mathbf{R}(\tau)) = \mathbf{WM}_0^{(e)}(\mathbf{R}(0))$ с учетом полученного критического пути $\mathbf{R}_\tau^{(cr)} = \{R_1^{(cr)}(0;3), R_2^{(cr)}(3;4), R_3^{(cr)}(4;6), R_4^{(cr)}(6;7), R_5^{(cr)}(7;8), R_6^{(cr)}(8;9), R_7^{(cr)}(9;11), R_8^{(cr)}(11;12), R_9^{(cr)}(12;13), R_{10}^{(cr)}(13;14), R_{11}^{(cr)}(14;15)\} = \mathbf{R}_0^{(cr)}$ и массива длительности исполнения работ $\Delta(\tau) = \{\Delta_1(\tau), \dots, \Delta_{n_\tau}(\tau)\} = \{\Delta_1(0), \dots, \Delta_{38}(0)\} = \Delta(0) = \Delta_0$ решается задача построения календарного графика $\mathbf{TG}_\tau^{(e)}(\mathbf{R}(\tau)) = \mathbf{TG}_0^{(e)}(\mathbf{R}(0))$ с указанием возможных сроков проведения всех работ, описываемых набором $\mathbf{R}(\tau) = \{R_1(\tau), \dots, R_{n_\tau}(\tau)\} = \mathbf{R}_\tau = \{R_1(0), \dots, R_{38}(0)\} = \mathbf{R}(0) = \mathbf{R}_0$.

Календарный график выполнения всех работ бизнес-проекта в формате диаграммы Ганта изображен на рис. 6.

Расчеты показывают, что оптимальное время для завершения данного бизнес-проекта возможно через 15 недель, и такое решение может быть записано в договоре, а его неисполнение повлечет денежный штраф для подрядчика проекта. Принимая это во внимание, подрядчику следует использовать такой способ управления процессом реализации работ проекта, который предусматривает реакцию на все возможные задержки при выполнении соответствующего бизнес-плана, т.е. применяя соответствующую оптимизацию при его осуществлении.

Для сокращения описания процедуры оптимизации адаптивного управления сделано допущение, что в процессе реализации все некритические работы выполняются в наименее ранние сроки, предписанные им текущим календарным графиком.

Учитывая, что в начальный период времени ($\tau = 0$) не происходит задержки выполнения работ, для которых наиболее поздним сроком их исполнения является время $\tau_1 = 3$, в соответствии с методом оптимизации адаптивного управления строится τ_1 -позиция ($\tau_1 = 3$) проекта $p(\tau_1) = \{\tau_1, \bar{\mathbf{R}}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau)\} \in \mathbf{P}(\tau_1)$, где $\mathbf{P}(\tau_1)$ — множество всех допустимых τ_1 -позиций, а $\bar{\mathbf{R}}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau) = \bar{\mathbf{R}}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau) = \{\bar{R}_1(\tau_1), \dots, \bar{R}_{m_{\tau_1}}(\tau_1)\} = \{\bar{R}_1(\tau_1)\}$ — одноэлементное множество, т.е. $m_{\tau_1} = 1 < n_0 = 38$. При этом $p(\tau_1) = \{\tau_1, \{\bar{R}_1(\tau_1)\}\} = p^{(e)}(\tau_1) = \{\tau_1, \{R_1^{(e)}(\tau_1)\}\} = \{\tau_1, \bar{\mathbf{R}}^{(e)}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau)\} \in \mathbf{P}(\tau_1)$, так как $\bar{R}_1(\tau_1) = R_1(0)$ — это только та работа, которая может и должна быть реализована к периоду времени $\tau_1 = 3$ — в наименее ранний срок, предусмотренный календарным планом.

В соответствии со стратегией $U_a^{(e)} \in U_a$ для реализовавшейся τ_1 -позиции $p^{(e)}(\tau_1) = \{\tau_1, \bar{\mathbf{R}}^{(e)}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau)\} \in \mathbf{P}(\tau_1)$ полагаем:

$$U_a^{(e)}(p^{(e)}(\tau_1)) = \mathbf{R}^{(e)}(\tau_1) = \{\mathbf{R}_0 \setminus \bar{\mathbf{R}}^{(e)}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau)\} = \hat{\mathbf{R}}^{(e)}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau) = \{R_1(0), \dots, R_{38}(0)\} \setminus \{R_1^{(e)}(\tau_1), \dots, R_{m_{\tau_1}}^{(e)}(\tau_1)\} = \{R_1(\tau_1), \dots, R_{n_{\tau_1}}(\tau_1)\} = \{R_1(\tau_1), \dots, R_{37}(\tau_1)\} = \{R_2(0), \dots, R_{38}(0)\} = \mathbf{R}_{\tau_1}, \quad (1)$$

где $n_{\tau_1} = n_0 - m_{\tau_1} = 38 - 1 = 37$; $\bar{\mathbf{R}}^{(e)}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau) = \{R_1^{(e)}(\tau_1)\} = \{\bar{R}_1(\tau_1)\} = \{R_1(0)\}$ — набор работ, соответствующий τ_1 -позиции $p^{(e)}(\tau_1)$ и состоящий из одной работы. С учетом $\mathbf{R}^{(e)}(\tau_1) = \{R_1(\tau_1), \dots, R_{37}(\tau_1)\} = \mathbf{R}_{\tau_1} \neq \emptyset$, определяем $s := s + 1$, $t_s := \tau_1$, $p_a^{(e)}(t_s) := p^{(e)}(\tau_1)$, а с учетом $\Delta(\tau) = \{\Delta_1(\tau), \dots, \Delta_{38}(\tau)\} = \{\Delta_1(0), \dots, \Delta_{38}(0)\} = \Delta_\tau$ определяется массив работ $\mathbf{R}^{(e)}(\tau_1) = \{R_1(\tau_1), \dots, R_{37}(\tau_1)\} = \{R_2(0), \dots, R_{38}(0)\} = \mathbf{R}_{\tau_1}$ и новый массив длительности исполнения работ $\Delta(\tau_1) = \{\Delta_1(\tau_1), \dots, \Delta_{37}(\tau_1)\} = \{\Delta_2(0), \dots, \Delta_{38}(0)\} = \Delta_{\tau_1}$ для нового периода времени $\tau = \tau_1$. Принимаем $\tau := \tau_1 = 3$.

Далее для τ -позиции $p^{(e)}(\tau) = \{\tau, \bar{\mathbf{R}}^{(e)}(\tau | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau)\}$, где $\bar{\mathbf{R}}^{(e)}(\tau | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau) = \{R_1^{(e)}(\tau)\} = \{\bar{R}_1(\tau)\} = \{R_1(0)\}$, и соответствующих ей массивов $\mathbf{R}^{(e)}(\tau) = \{R_1(\tau), \dots, R_{n_\tau}(\tau)\} = \{R_1(\tau), \dots, R_{37}(\tau)\} = \{R_2(0), \dots, R_{38}(0)\} = \mathbf{R}_\tau$ и $\Delta(\tau) = \{\Delta_1(\tau), \dots, \Delta_{n_\tau}(\tau)\} = \{\Delta_1(\tau), \dots, \Delta_{37}(\tau)\} = \{\Delta_2(0), \dots, \Delta_{38}(0)\} = \Delta_\tau$ формируются сетевая модель $\mathbf{WM}_\tau^{(e)}(\mathbf{R}(\tau))$, критический путь

$$\mathbf{R}^{(cr)}(\tau) = \{R_1^{(cr)}(\tau; \tau_1), \dots, R_{n_\tau^{(cr)}}^{(cr)}(\tau; \tau_{n_\tau^{(cr)}-1}; \tau_{n_\tau^{(cr)}})\} = \{R_1^{(cr)}(3; 4), R_2^{(cr)}(4; 6), R_3^{(cr)}(6; 7), R_4^{(cr)}(7; 8),$$

$$R_5^{(cr)}(8; 9), R_6^{(cr)}(9; 11), R_7^{(cr)}(11; 12), R_8^{(cr)}(12; 13), R_9^{(cr)}(13; 14), R_{10}^{(cr)}(14; 15)\} = R_{10}^{(cr)}(14; 15) = \mathbf{R}_\tau^{(cr)},$$

критическое время $T_\tau^{(e)} = 15$, массив периодов времени $\mathbf{T}_\tau = \{\tau_k\}_{k \in \{1, \dots, n_\tau^{(exp.)}\}} = \{\tau_k\}_{k \in \{0, \dots, 10\}} = \{3, 4, 6, 7, 8, 9, 11, \dots, 15\} = \{3, 4, 6, 7, 8, 9, 11, \dots, 15\} = \{\tau_0, \dots, \tau_{10}\} (\tau_0 = \tau = 3)$ и календарный график $\mathbf{TG}_\tau^{(e)}(\mathbf{R}(\tau))$.

Учитывая, что в период $\tau_0 = \tau = 3$ не происходит задержки выполнения работ, для которых наиболее поздним сроком их исполнения является время $\tau_1 = 4$, то аналогично описанной выше процедуре для периода $\tau = 0$ реализуется формирование стратегии $U_a^{(e)} \in U_0$ для периода времени $\tau = 3$. А именно на основании имеющихся данных формируется τ_1 -позиция $p(\tau_1) = \{\tau_1, \bar{\mathbf{R}}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau)\} \in \mathbf{P}(\tau_1)$, где $\mathbf{P}(\tau_1)$ — множество всех допустимых τ_1 -позиций ($\tau_1 \in \mathbf{T}_\tau$), $\bar{\mathbf{R}}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau) = \{\bar{R}_1(\tau_1), \dots, \bar{R}_{m_{\tau_1}}(\tau_1)\} = \{\bar{R}_1(\tau_1), \bar{R}_2(\tau_1)\}$, т.е. $m_{\tau_1} = 2 < n_0 = 38$. При этом

$$p(\tau_1) = \{\tau_1, \{\bar{R}_1(\tau_1), \bar{R}_2(\tau_1)\}\} = p^{(e)}(\tau_1) = \{\tau_1, \{R_1^{(e)}(\tau_1), R_2^{(e)}(\tau_1)\}\} = \{\tau_1, \mathbf{R}^{(e)}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau)\} \in \mathbf{P}(\tau_1).$$

Тогда аналогично выполнению соотношений (1) формируется множество

$$\begin{aligned} U_a^{(e)}(p^{(e)}(\tau_1)) &= \mathbf{R}^{(e)}(\tau_1) = \{\mathbf{R}_0 \setminus \bar{\mathbf{R}}^{(e)}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau)\} = \hat{\mathbf{R}}^{(e)}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau) = \\ &= \{\hat{R}_1^{(e)}(\tau_1), \dots, \hat{R}_{n_{\tau_1}}^{(e)}(\tau_1)\} = \{R_1(\tau_1), \dots, R_{36}(\tau_1)\} = \{R_3(0), \dots, R_{38}(0)\} = \mathbf{R}_{\tau_1}, n_{\tau_1} = n_0 - m_{\tau_1} = 38 - 2 = 36. \end{aligned}$$

Учитывая, что $\mathbf{R}_{\tau_1} \neq \emptyset$, полагаем $s := s + 1$, $t_s := \tau_1$, $p_a^{(e)}(t_s) := p^{(e)}(\tau_1)$. Для массива $\mathbf{R}^{(e)}(\tau_1) = \{R_1(\tau_1), \dots, R_{36}(\tau_1)\} = \{R_3(0), \dots, R_{38}(0)\} = \mathbf{R}_{\tau_1}$ формируем новый массив длительностей исполнения работ $\Delta(\tau_1) = \{\Delta_1(\tau_1), \dots, \Delta_{36}(\tau_1)\} = \{\Delta_3(0), \dots, \Delta_{38}(0)\} = \Delta_{\tau_1}$ для $\tau = \tau_1$. Устанавливаем $\tau := \tau_1 = 4$.

Далее решаем новую задачу календарного планирования для периода $\tau = 4$ и набора работ $\mathbf{R}^{(e)}(\tau_1) = \{R_1(\tau_1), \dots, R_{36}(\tau_1)\} = \{R_3(0), \dots, R_{38}(0)\} = \mathbf{R}_{\tau_1}$, т.е. рассчитываем новый критический путь $\mathbf{R}^{(cr)}(\tau) = \{R_1^{(cr)}(4; 6), R_2^{(cr)}(6; 7), R_3^{(cr)}(7; 8), R_4^{(cr)}(8; 9), R_5^{(cr)}(9; 11), R_6^{(cr)}(11; 12), R_7^{(cr)}(12; 13), R_8^{(cr)}(13; 14), R_9^{(cr)}(14; 15)\} = \mathbf{R}_\tau^{(cr)}$, который служит частью предыдущего критического пути (см. рис. 5) и состоит из работ $\{R_{11}(\tau), R_{13}(\tau), R_{23}(\tau), R_{27}(\tau), R_{30}(\tau), R_{33}(\tau), R_{35}(\tau), R_{37}(\tau), R_{38}(\tau)\} = \{R_{11}(0), R_{13}(0), R_{23}(0), R_{27}(0), R_{30}(0), R_{33}(0), R_{35}(0), R_{37}(0), R_{38}(0)\}$, а также новый календарный график. Этому этапу решения задачи отвечает новый массив периодов $\mathbf{T}_\tau = \{\tau_k\}_{k \in \{1, \dots, n_\tau^{(exp.)}\}} = \{\tau_k\}_{k \in \{0, \dots, 9\}} = \{4; 6; 7; 8; 9; 11; 12; 13; 14; 15\} = \{\tau_0, \dots, \tau_9\}$, где $\tau_0 = \tau = 4$.

Учитывая, что в период $\tau = 4$ не происходит задержки выполнения работ, для которых наиболее поздним сроком их исполнения является время $\tau_1 = 6$, определяем τ_1 -позицию проекта $p(\tau_1) = \{\tau_1, \bar{\mathbf{R}}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau)\} \in \mathbf{P}(\tau_1)$, где $\mathbf{P}(\tau_1)$ — множество всех допустимых τ_1 -позиций, $\bar{\mathbf{R}}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau) = \{\bar{R}_1(\tau_1), \dots, \bar{R}_{m_{\tau_1}}(\tau_1)\} = \{\bar{R}_1(\tau_1), \dots, \bar{R}_{11}(\tau_1)\}$ — множество, состоящее из 11 элементов ($m_{\tau_1} = 11 < n_0 = 38$).

При этом

$$p(\tau_1) = \{\tau_1, \{\bar{R}_1(\tau_1), \dots, \bar{R}_{11}(\tau_1)\}\} \neq p^{(e)}(\tau_1) = \{\tau_1, \{R_1^{(e)}(\tau_1), \dots, R_{11}^{(e)}(\tau_1)\}\} = \{\tau_1, \bar{\mathbf{R}}^{(e)}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau)\} \in \mathbf{P}(\tau_1),$$

так как в наборе работ $\{\bar{R}_1(\tau_1), \dots, \bar{R}_{11}(\tau_1)\} = \{R_1(0), R_2(0), R_3(0), R_5(0), \dots, R_{12}(0)\}$ к началу периода $\tau_1 = 6$ работы $R_3(0)$ и $R_7(0)$ выполнены только частично, а именно выполнены только соответствующие

их части $\tilde{R}_3^{(1)}(0)$ и $\tilde{R}_7^{(1)}(0)$, где $\bar{R}_3(\tau_1) = \tilde{R}_3^{(1)}(0) \cup \tilde{R}_3^{(1)}(0) = R_3(0)$; $\bar{R}_6(\tau_1) = \tilde{R}_7^{(1)}(0) \cup \tilde{R}_7^{(1)}(0) = R_7(0)$; $\tilde{R}_3^{(1)}(0)$ и $\tilde{R}_7^{(1)}(0)$ — оставшиеся для выполнения части этих работ. Пусть

$$\begin{aligned}\bar{R}(\tau_1) &= \{\bar{R}_1(\tau_1), \dots, \bar{R}_{l_{\tau_1}}(\tau_1)\} = \{\bar{R}_1(\tau_1), \bar{R}_2(\tau_1)\} = \{\tilde{R}_3^{(1)}(0), \tilde{R}_7^{(1)}(0)\} = \tilde{R}_{\tau_1} \dots, \tilde{R}_{l_{\tau_1}}(\tau_1) = \\ &= \{\bar{R}_1(\tau_1), \bar{R}_2(\tau_1)\} = \{\tilde{R}_3^{(1)}(0), \tilde{R}_7^{(1)}(0)\} = R_{\tau_1},\end{aligned}$$

где $l_{\tau_1} = 2$. Обозначим $\tilde{\Delta}_3^{(1)}(\tau_1) = \tilde{\Delta}_3^{(1)}(0) = 2$ и $\tilde{\Delta}_7^{(1)}(\tau_1) = \tilde{\Delta}_7^{(1)}(0) = 2$ — время в неделях, затраченное на выполнение работ $\tilde{R}_3^{(1)}(0)$ и $\tilde{R}_7^{(1)}(0)$; $\tilde{\Delta}_3^{(1)}(\tau_1) = \tilde{\Delta}_3^{(1)}(0) = 2$ и $\tilde{\Delta}_7^{(1)}(\tau_1) = \tilde{\Delta}_7^{(1)}(0) = 2$ — время в неделях, необходимое для выполнения работ $\tilde{R}_3^{(1)}(0)$ и $\tilde{R}_7^{(1)}(0)$.

В соответствии со стратегией $U_a^{(e)} \in U_a$ для реализовавшейся τ_1 -позиции полагаем

$$\begin{aligned}U_a^{(e)}(p(\tau_1)) &= \mathbf{R}(\tau_1) = \bar{\mathbf{R}}(\tau_1) \cup \{\mathbf{R}_0 \setminus \bar{\mathbf{R}}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau)\} = \hat{\mathbf{R}}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau) = \{\tilde{R}_3^{(1)}(0), \tilde{R}_7^{(1)}(0)\} \cup \\ &\cup \{R_1(0), \dots, R_{38}(0)\} \setminus \{\bar{R}_1(\tau_1), \dots, \bar{R}_{m_{\tau_1}}(\tau_1)\} = \{\hat{R}_1(\tau_1), \dots, \hat{R}_{n_{\tau_1}}(\tau_1)\} = \{R_1(\tau_1), \dots, R_{29}(\tau_1)\} = \\ &= \{\tilde{R}_3^{(1)}(0), R_4(0), \tilde{R}_7^{(1)}(0), R_{13}(0), R_{14}(0), \dots, R_{38}(0)\} = \mathbf{R}_{\tau_1}\end{aligned}\quad (2)$$

где

$$l_{\tau_1} = 2; n_{\tau_1} = n_0 - m_{\tau_1} + l_{\tau_1} = 38 - 11 + 2 = 29;$$

$$\bar{\mathbf{R}}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau) = \{\bar{R}_1(\tau_1), \bar{R}_2(\tau_1), \dots, \bar{R}_{11}(\tau_1)\} = \{R_1(0), R_2(0), R_3(0), R_5(0), R_6(0), \dots, R_{12}(0)\} —$$

набор работ, отвечающий τ_1 -позиции $p(\tau_1)$ и содержащий 11 работ. Учитывая, что $\mathbf{R}(\tau_1) = \{R_1(\tau_1), \dots, R_{29}(\tau_1)\} \neq \emptyset$, устанавливаем: $s := s + 1$; $t_s := \tau_1$; $p_a^{(e)}(t_s) := p(\tau_1)$. По массиву $\Delta(\tau) = \{\Delta_1(\tau), \dots, \Delta_{36}(\tau)\} = \{\Delta_3(0), \dots, \Delta_{38}(0)\} = \Delta_\tau$ определяем новые массивы

$$\mathbf{R}(\tau_1) = \{R_1(\tau_1), \dots, R_{29}(\tau_1)\} = \{\tilde{R}_3^{(1)}(0), R_4(0), \tilde{R}_7^{(1)}(0), R_{13}(0), \dots, R_{38}(0)\} = \mathbf{R}_{\tau_1}$$

и

$$\Delta(\tau_1) = \{\Delta_1(\tau_1), \dots, \Delta_{29}(\tau_1)\} = \{\tilde{\Delta}_3^{(1)}(0), \Delta_4(0), \tilde{\Delta}_7^{(1)}(0), \Delta_{13}(0), \dots, \Delta_{38}(0)\} = \Delta_{\tau_1}$$

для периода $\tau = \tau_1$. Устанавливаем $\tau := \tau_1 = 6$.

Учитывая, что в период $\tau = 6$ не происходит задержки выполнения работ, для которых наиболее поздним сроком исполнения является время $\tau_1 = 7$, аналогично процедуре, выполненной для периода $\tau = 4$, и на основании соотношений (2) конструируются следующие элементы:

1) τ_1 -позиция ($\tau_1 = 7$) проекта $p(\tau_1) = \{\tau_1, \mathbf{R}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau)\} \in \mathbf{P}(\tau_1)$, где множество работ

$$\begin{aligned}\mathbf{R}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau) &= \{\bar{R}_1(\tau_1), \dots, \bar{R}_{m_{\tau_1}}(\tau_1)\} = \{\bar{R}_1(\tau_1), \dots, \bar{R}_{14}(\tau_1)\} = \{R_1(0), R_2(0), R_3(0), R_5(0), \dots, \\ &R_{13}(0), R_{20}(0), R_{22}(0)\}\end{aligned}$$

есть множество, состоящее из 14 элементов, т.е. $m_{\tau_1} = 14 < n_0 = 38$. При этом $p(\tau_1) = \{\tau_1, \{\bar{R}_1(\tau_1), \dots, \bar{R}_{14}(\tau_1)\}\} \neq p^{(e)}(\tau_1) = \{\tau_1, \{R_1^{(e)}(\tau_1), \dots, R_{14}^{(e)}(\tau_1)\}\} = \{\tau_1, \mathbf{R}^{(e)}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau)\} \in \mathbf{P}(\tau_1)$;

2) представление частично выполненных работ

$$\bar{R}_3(\tau_1) = \tilde{R}_3^{(1)}(0) \cup \tilde{R}_3^{(2)}(0) \cup \tilde{R}_3^{(2)}(0) = R_3(0); \bar{R}_6(\tau_1) = \tilde{R}_7^{(1)}(0) \cup \tilde{R}_7^{(2)}(0) \cup \tilde{R}_7^{(2)}(0) = R_7(0);$$

3) массив невыполненных частей работ

$$\mathbf{R}(\tau_1) = \{\bar{R}_1(\tau_1), \dots, \bar{R}_{l_{\tau_1}}(\tau_1)\} = \{\bar{R}_1(\tau_1), \bar{R}_2(\tau_1)\} = \{\tilde{R}_3^{(2)}(0), \tilde{R}_7^{(2)}(0)\} = \mathbf{R}_{\tau_1},$$

где $l_{\tau_1} = 2$; $\tilde{\Delta}_3^{(2)}(\tau_1) = \tilde{\Delta}_3^{(2)}(0) = 1$ и $\tilde{\Delta}_7^{(2)}(\tau_1) = \tilde{\Delta}_7^{(2)}(0) = 1$ — время, затраченное на выполнение работ $\tilde{R}_3^{(2)}(0)$ и $\tilde{R}_7^{(2)}(0)$; $\tilde{\Delta}_3^{(2)}(\tau_1) = \tilde{\Delta}_3^{(2)}(0) = 1$ и $\tilde{\Delta}_7^{(2)}(\tau_1) = \tilde{\Delta}_7^{(2)}(0) = 1$ — время, необходимое для выполнения работ $\tilde{R}_3^{(2)}(0)$ и $\tilde{R}_7^{(2)}(0)$;

4) выходной массив исполнения стратегии оптимального адаптивного управления

$$\begin{aligned}U_a^{(e)}(p(\tau_1)) &= \mathbf{R}(\tau_1) = \bar{\mathbf{R}}(\tau_1) \cup \{\mathbf{R}_0 \setminus \bar{\mathbf{R}}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau)\} = \{\hat{R}_1(\tau_1), \dots, \hat{R}_{n_{\tau_1}}(\tau_1)\} = \{R_1(\tau_1), \dots, R_{26}(\tau_1)\} = \\ &= \{\tilde{R}_3^{(2)}(0), R_4(0), \tilde{R}_7^{(2)}(0), R_{14}(0), \dots, R_{19}(0), R_{21}(0), R_{23}(0), \dots, R_{38}(0)\} = \mathbf{R}_{\tau_1},\end{aligned}$$

где $l_{\tau_1} = 2$; $n_{\tau_1} = n_0 - m_{\tau_1} + l_{\tau_1} = 38 - 14 + 2 = 26$; учитывая, что $\mathbf{R}_{\tau_1} \neq \emptyset$, то полагается: $s := s + 1$; $t_s := \tau_1$; $p_a^{(e)}(t_s) := p(\tau_1)$;

5) для массива

$$R(\tau_1) = \{R_1(\tau_1), \dots, R_{26}(\tau_1)\} = \{\tilde{R}_3^{(2)}(0), R_4(0), \tilde{R}_7^{(2)}(0), R_{14}(0), \dots, R_{19}(0), R_{21}(0), R_{23}(0), \dots, R_{38}(0)\} = \mathbf{R}_{\tau_1}$$

получаем новый массив

$$\Delta(\tau_1) = \{\Delta_1(\tau_1), \dots, \Delta_{26}(\tau_1)\} = \{\tilde{\Delta}_3^{(2)}(0), \Delta_4(0), \tilde{\Delta}_7^{(2)}(0), \Delta_{14}(0), \dots, \Delta_{19}(0), \Delta_{21}(0), \Delta_{23}(0), \dots, \Delta_{38}(0)\} = \Delta_{\tau_1},$$

соответствующий периоду $\tau = \tau_1$. Устанавливаем $\tau = \tau_1 = 7$.

Решаем новую задачу календарного планирования для периода $\tau = 7$ и набора работ $\mathbf{R}(\tau) = \{R_1(\tau), \dots, R_{26}(\tau)\} = \mathbf{R}_{\tau}$. Создаем новый критический путь бизнес-плана $\mathbf{R}^{(cr)}(\tau) = \{R_1^{(cr)}(7;8), R_2^{(cr)}(8;9), R_3^{(cr)}(9;11), R_4^{(cr)}(11;12), R_5^{(cr)}(12;13), R_4^{(cr)}(11;12), R_5^{(cr)}(12;13), R_6^{(cr)}(13;14), R_7^{(cr)}(14;15)\} = \mathbf{R}_{\tau}^{(cr)}$, который состоит из набора работ

$$\{R_{23}(\tau), R_{27}(\tau), R_{30}(\tau), R_{33}(\tau), R_{35}(\tau), R_{37}(\tau), R_{38}(\tau)\} = \{R_{23}(0), R_{27}(0), R_{30}(0), R_{33}(0), R_{35}(0), R_{37}(0), R_{38}(0)\},$$

и определяем новый календарный план-график. Также формируем новый массив периодов времени $\mathbf{T}_{\tau} = \{\tau_k\}_{k \in \{1, \dots, n^{(cr)}\}} = \{\tau_k\}_{k \in \{0, \dots, 7\}} = \{7; 8; 9; 11; 12; 13; 14; 15\} = \{\tau_0, \dots, \tau_7\}$, где $\tau_0 = \tau = 7$.

Рассмотрим подробнее работу $R_7(\tau) = R_7(0)$ («Регистрация ККМ»¹) и на ее примере продемонстрируем выполнение оптимизации управления с обратной связью, т.е. используя адаптивное управление бизнес-проектом. Исполнение работы $R_7(\tau) = R_7(0)$ по подключению онлайн-кассы предполагает осуществление 8 этапов: 1) подключение Интернета; 2) получение электронной цифровой подписи (ЭЦП) в удостоверяющем центре; 3) заключение договора с оператором фискальных данных (ОФД); 4) решение о модернизации кассы; 5) покупка фискального накопителя (ФН); 6) покупка комплекта для модернизации кассы — вызов сотрудников центра технического обслуживания (ЦТО), обновление кассы; 7) постановка кассы на учет и ее настройка; 8) проверка и отладка работоспособности кассы. Отметим, что для простоты рассматриваем случай только одной кассы.

На выполнение перечисленных этапов было запланировано 4 недели (см. таблицу). На этапе 6 произошла ошибка — организаторы проекта много времени уделяли этапу 5 по получению ФН и забыли, что необходимо еще купить комплект модернизации. Оказалось, что у ЦТО возникли перебои с поставкой комплектов модернизации и их нужно было заказывать заранее. В итоге, когда ФН был получен, для модернизации кассы отсутствовали необходимые комплектующие и ЦТО попросил подождать. Для того чтобы получить и установить комплект модернизации, потребовалась еще 1 неделя.

Между событиями 5 и 18 введем событие с номером А5, соответствующее времени начала задержки работы $R_7(\tau) = R_7(0)$ (рис. 7). Завершение текущего периода $\tau = 7$, соответствующего реализации 8 недели бизнес-плана и завершению задержки (т.е. $\tau_1 = 8$), обозначим А18.

Переменная $Z(\tau)$ и двойной направленный отрезок, выходящий из события А5 и входящий в событие А18 (рис. 7), указывают на задержку исполнения работы $R_7(\tau) = R_7(0)$ с длительностью

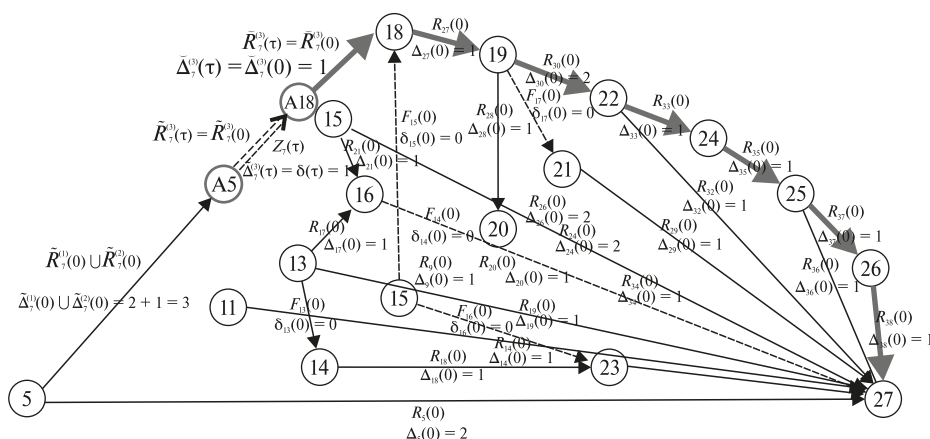


Рис. 7. Критический путь в сетевой модели бизнес-планирования, соответствующий периоду времени $\tau = 8$

¹ ККМ — контрольно-кассовые машины, с 2016 г. онлайн-касса.

$\delta_7(\tau)=1$ (неделя). Тогда, учитывая, что работа $R_7(\tau)$ к завершению периода $\tau=7$ и к началу $\tau_1=8$ выполнена только частично, т.е. выполнена часть $\{\tilde{R}_7^{(1)}(0) \cup \tilde{R}_7^{(2)}(0) \cup \tilde{R}_7^{(3)}(0)\} \subset R_7(0)$, где $\tilde{R}_7^{(3)}(0)$ — часть $R_7(0)$, выполненная в период задержки, на которую затрачено $\tilde{\Delta}_7^{(1)}(0) \cup \tilde{\Delta}_7^{(2)}(0) \cup \tilde{\Delta}_7^{(3)}(0) = 2+1+1=4$ недели, для реализации оставшейся части $\tilde{R}_7^{(3)}(\tau) = \tilde{R}_7^{(3)}(0)$ с учетом задержки в 1 неделю необходим период $\tilde{\Delta}_7^{(3)}(\tau) = \tilde{\Delta}_7^{(3)}(0) = \Delta_7(0) + 1 - 4 = 4 + 1 - 4 = 1$. На рис. 7 выполненная к началу времени $\tau=7$ часть работы $R_7(\tau) = R_7(0)$, т.е. работа $\tilde{R}_7^{(1)}(0) \cup \tilde{R}_7^{(2)}(0)$, обозначена ребром, выходящим из события под номером 5 и входящим в событие под номером A5. Работа $\tilde{R}_7^{(3)}(\tau) = \tilde{R}_7^{(3)}(0)$ выходит из A5 и входит в A18, т.е. выполняется в период задержки, а работа $\tilde{R}_7^{(3)}(\tau) = \tilde{R}_7^{(3)}(0)$, которая является оставшейся частью работы $R_7(\tau) = R_7(0)$, обозначена ребром, выходящим из A18 и входящим в событие 18.

Отметим, что, изменяя аналогичным образом все работы бизнес-плана, можно корректировать их реализацию и принимать необходимые решения, например предусмотреть дополнительное соглашение к договору с кредиторами и устранить, таким образом, возможные для хозяйствующего субъекта негативные последствия.

Учитывая возникшую задержку при выполнении работы $R_7(\tau) = R_7(0)$, на основе предлагаемого метода, процедуре, описанной для периода $\tau=4$, и соотношений (2) конструируются следующие элементы решения:

1) τ_1 -позиция ($\tau_1 = 8$) проекта $p(\tau_1) = \{\tau_1, \mathbf{R}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau)\} \in \mathbf{P}(\tau_1)$, где

$$\mathbf{R}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau) = \{\bar{R}_1(\tau_1), \dots, \bar{R}_{m_{\tau_1}}(\tau_1)\} = \{\bar{R}_1(\tau_1), \dots, \bar{R}_{21}(\tau_1)\} —$$

множество из 21 элемента ($m_{\tau_1} = 21 < n_0 = 38$). При этом

$$p(\tau_1) = \{\tau_1, \{\bar{R}_1(\tau_1), \dots, \bar{R}_{21}(\tau_1)\}\} \neq p^{(e)}(\tau_1) = \{\tau_1, \{R_1^{(e)}(\tau_1), \dots, R_{21}^{(e)}(\tau_1)\}\} = \{\tau_1, \bar{\mathbf{R}}^{(e)}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau)\} \in \mathbf{P}(\tau_1);$$

2) частично выполненные работы

$$\begin{aligned} \bar{R}_6(\tau_1) &= \tilde{R}_7^{(1)}(0) \cup \tilde{R}_7^{(2)}(0) \cup \tilde{R}_7^{(3)}(0) \cup R_7(0); \bar{R}_{19}(\tau_1) = \tilde{R}_{24}^{(1)}(0) \cup \tilde{R}_{24}^{(1)}(0) = R_{24}(0); \\ \bar{R}_{20}(\tau_1) &= \tilde{R}_{25}^{(1)}(0) \cup \tilde{R}_{25}^{(1)}(0) = R_{25}(0); \bar{R}_{21}(\tau_1) = \tilde{R}_{26}^{(1)}(0) \cup \tilde{R}_{26}^{(1)}(0) = R_{26}(0); \end{aligned}$$

3) невыполненные части работ

$$\bar{\mathbf{R}}(\tau_1) = \{\bar{R}_1(\tau_1), \dots, \bar{R}_{l_{\tau_1}}^{(1)}(\tau_1)\} = \{\bar{R}_1(\tau_1), \bar{R}_2(\tau_1), \bar{R}_3(\tau_1), \bar{R}_4(\tau_1)\} = \{\bar{R}_7^{(3)}(0), \bar{R}_{24}^{(1)}(0), \bar{R}_{25}^{(1)}(0), \bar{R}_{26}^{(1)}(0)\} = \mathbf{R}_{\tau_1},$$

где $l_{\tau_1} = 4$; $\tilde{\Delta}_7^{(3)}(\tau_1) = \tilde{\Delta}_7^{(3)}(0) = 1$; $\tilde{\Delta}_{24}^{(1)}(\tau_1) = \tilde{\Delta}_{24}^{(1)}(0) = 1$, $\tilde{\Delta}_{25}^{(1)}(\tau_1) = \tilde{\Delta}_{25}^{(1)}(0) = 1$ и $\tilde{\Delta}_{26}^{(1)}(\tau_1) = \tilde{\Delta}_{26}^{(1)}(0) = 1$ — время, затраченное на выполнение работ

$$\tilde{R}_7^{(3)}(0), \tilde{R}_{24}^{(1)}(0), \tilde{R}_{25}^{(1)}(0) \text{ и } \tilde{R}_{26}^{(1)}(0);$$

$$\tilde{\Delta}_7^{(3)}(\tau_1) = \tilde{\Delta}_7^{(3)}(0) = 1, \tilde{\Delta}_{24}^{(1)}(\tau_1) = \tilde{\Delta}_{24}^{(1)}(0) = 1, \tilde{\Delta}_{25}^{(1)}(\tau_1) = \tilde{\Delta}_{25}^{(1)}(0) = 1 \text{ и } \tilde{\Delta}_{26}^{(1)}(\tau_1) = \tilde{\Delta}_{26}^{(1)}(0) = 1 —$$

время, необходимое для выполнения работ $\tilde{R}_7^{(3)}(0), \tilde{R}_{24}^{(1)}(0), \tilde{R}_{25}^{(1)}(0), \tilde{R}_{26}^{(1)}(0)$;

4) выходной массив стратегии оптимального адаптивного управления

$$\begin{aligned} U_a^{(e)}(p(\tau_1)) &= \mathbf{R}(\tau_1) = \mathbf{R}(\tau_1) \cup \{\mathbf{R}_0 \setminus \mathbf{R}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau)\} = \hat{\mathbf{R}}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau) = \{\hat{R}_1(\tau_1), \dots, \hat{R}_{n_{\tau_1}}(\tau_1)\} = \{R_1(\tau_1), \dots, R_{21}(\tau_1)\} = \\ &= \{R_4(0), \tilde{R}_7^{(3)}(0), R_{16}(0), R_{17}(0), R_{18}(0), R_{19}(0), \tilde{R}_{24}^{(1)}(0), \tilde{R}_{25}^{(1)}(0), \tilde{R}_{26}^{(1)}(0), R_{27}(0), \dots, R_{38}(0)\} = \mathbf{R}_{\tau_1}, \end{aligned}$$

где $l_{\tau_1} = 4$, $n_{\tau_1} = n_0 - m_{\tau_1} + l_{\tau_1} = 38 - 21 + 4 = 21$. Учитывая, что $\mathbf{R}_{\tau_1} \neq \emptyset$, полагаем $s := s + 1$; $t_s := \tau_1$; $p_a^{(e)}(t_s) := p(\tau_1)$;

5) для массива работ

$$\begin{aligned} \mathbf{R}(\tau_1) &= \{R_1(\tau_1), \dots, R_{21}(\tau_1)\} = \{R_4(0), \tilde{R}_7^{(3)}(0), R_{16}(0), \dots, R_{19}(0), \\ &\tilde{R}_{24}^{(1)}(0), \tilde{R}_{25}^{(1)}(0), \tilde{R}_{26}^{(1)}(0), R_{27}(0), \dots, R_{38}(0)\} = \mathbf{R}_{\tau_1} \end{aligned}$$

имеем новый массив длительности исполнения работ

$$\begin{aligned} \Delta(\tau_1) &= \{\Delta_1(\tau_1), \dots, \Delta_{21}(\tau_1)\} = \{\Delta_4(0), \tilde{\Delta}_7^{(3)}(0), \Delta_{16}(0), \dots, \Delta_{19}(0), \\ &\tilde{\Delta}_{24}^{(1)}(0), \tilde{\Delta}_{25}^{(1)}(0), \tilde{\Delta}_{26}^{(1)}(0), \Delta_{27}(0), \dots, \Delta_{38}(0)\} = \Delta_{\tau_1} \end{aligned}$$

для периода $\tau = \tau_1$. Устанавливаем $\tau := \tau_1 = 8$.

Затем в результате решения новой задачи календарного планирования для $\tau=8$ и набора работ

$$\mathbf{R}(\tau) = \{R_1(\tau), \dots, R_{21}(\tau)\} = \{R_4(0), \tilde{R}_7^{(3)}(0), R_{16}(0), \dots, R_{19}(0), \tilde{R}_{24}^{(1)}(0), \tilde{R}_{25}^{(1)}(0), \tilde{R}_{26}^{(1)}(0), R_{27}(0), \dots, R_{38}(0)\} = \mathbf{R}_\tau$$

определяется новый критический путь

$$\mathbf{R}^{(cr)}(\tau) = \{R_1^{(cr)}(8;9), R_2^{(cr)}(9;10), R_3^{(cr)}(10;12), R_4^{(cr)}(12;13), R_5^{(cr)}(13;14), R_6^{(cr)}(14;15), R_7^{(cr)}(15;16)\} = \mathbf{R}_\tau^{(cr)},$$

где $n_\tau^{(cr)} = 7$, который состоит из набора работ

$$\begin{aligned} & \{\tilde{R}_7^{(3)}(\tau), R_{27}(\tau), R_{30}(\tau), R_{33}(\tau), R_{35}(\tau), R_{37}(\tau), R_{38}(\tau)\} = \\ & = \{\tilde{R}_7(0), R_{27}(0), R_{30}(0), R_{33}(0), R_{35}(0), R_{37}(0), R_{38}(0)\} \text{ (см. рис. 7)}. \end{aligned}$$

При этом работа $\tilde{R}_7^{(3)}(\tau) = \tilde{R}_7^{(3)}(0) \neq R_7(0)$, где $\tilde{R}_7^{(3)}(\tau)$ (нереализованная часть работы $R_7(0)$) — критическая. Сформированному новому критическому пути $\mathbf{R}_\tau^{(cr)}$ отвечает новый массив периодов времени $\mathbf{T}_\tau = \{\tau_k\}_{k \in \{1, \dots, n_\tau^{(cr)}\}} = \{\tau_k\}_{k \in \{0, \dots, 7\}} = \{8;9;10;12;13;14;15;16\} = \{\tau_0, \dots, \tau_7\}$, где $\tau_0 = \tau = 8$, и он соответствует событиям $\{A_{18};18;19;22;24;25;26;27\}$ сетевой модели. Новые данные вместе с критическим временем $T_\tau^{(e)} = 16$ запоминаются.

С учетом нового критического пути $\mathbf{R}_\tau^{(cr)}$ происходит определение нового календарного плана-графика исполнения всех нереализованных работ бизнес-плана, соответствующих набору работ

$$\begin{aligned} \mathbf{R}(\tau) = \{R_1(\tau), \dots, R_{21}(\tau)\} &= \{R_4(0), \tilde{R}_7^{(3)}(0), R_{16}(0), \dots, R_{19}(0), \\ & \tilde{R}_{24}^{(1)}(0), \tilde{R}_{25}^{(1)}(0), \tilde{R}_{26}^{(1)}(0), R_{27}(0), \dots, R_{38}(0)\} = \mathbf{R}_{\tau_1}, \end{aligned}$$

содержащему возможные для их выполнения сроки и учитывающему произошедшую задержку работы $R_7(\tau)$ (рис. 8).

К началу периода времени $\tau_1 = 9$ работы

$$R_7(\tau) = \tilde{R}_7^{(1)}(\tau) \cup \tilde{R}_7^{(2)}(\tau) \cup \tilde{R}_7^{(3)}(\tau) \cup \tilde{R}_7^{(3)}(\tau) = \tilde{R}_7^{(1)}(0) \cup \tilde{R}_7^{(2)}(0) \cup \tilde{R}_7^{(3)}(0) \cup \tilde{R}_7^{(3)}(0) = R_7(0)$$

выполнены в полном объеме, а также полностью или частично выполнены работы, для которых наименее ранним сроком исполнения является время $\tau_1 = 9$.

То есть для 9 недели, аналогично процедуре, описанной для периода времени $\tau = 4$ и согласно (2), конструируются следующие элементы решения:

1) $\tau_1 = 9, p(\tau_1) = \{\tau_1, \mathbf{R}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau)\} \in \mathbf{P}(\tau_1)$, $\mathbf{R}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau) = \{\bar{R}_1(\tau_1), \dots, \bar{R}_{m_{\tau_1}}(\tau_1)\} = \{\bar{R}_1(\tau_1), \dots, \bar{R}_{23}(\tau_1)\} = \{R_1(0), \dots, R_{16}(0), R_{20}(0), \dots, R_{26}(0)\}$ есть множество, состоящее из 23 элементов, т.е. $m_{\tau_1} = 23 < n_0 = 38$.

При этом $p(\tau_1) = \{\tau_1, \{\bar{R}_1(\tau_1), \dots, \bar{R}_{23}(\tau_1)\}\} \neq p^{(e)}(\tau_1) = \{\tau_1, \{R_1^{(e)}(\tau_1), \dots, R_{23}^{(e)}(\tau_1)\}\} = \{\tau_1, \mathbf{R}^{(e)}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau)\} \in \mathbf{P}(\tau_1)$;

2) представление частично выполненной работы $\bar{R}_4(\tau_1) = \tilde{R}_4^{(1)}(0) \cup \tilde{R}_4^{(1)}(0) = R_4(0)$;

3) массив невыполненных частей работ $\mathbf{R}(\tau_1) = \{\tilde{R}_1(\tau_1), \dots, \tilde{R}_{l_{\tau_1}}(\tau_1)\} = \{\tilde{R}_1(\tau_1)\} = \{\tilde{R}_4^{(1)}(0)\} = \mathbf{R}_{\tau_1}$, где $l_{\tau_1} = 1$; $\tilde{\Delta}_4^{(1)}(\tau_1) = \tilde{\Delta}_4^{(1)}(0) = 1$ — время, затраченное на выполнение работы $\tilde{R}_4^{(1)}(0)$; $\tilde{\Delta}_4^{(1)}(\tau_1) = \tilde{\Delta}_4^{(1)}(0) = 3$ — время, необходимое для выполнения работы $\tilde{R}_4^{(1)}(0)$;



Рис. 8. Календарный график бизнес-планирования, соответствующий периоду времени $\tau = 8$

4) выходной массив исполнения стратегии оптимального адаптивного управления

$$U_a^{(e)}(p(\tau_1)) = \mathbf{R}(\tau_1) = \mathbf{R}(\tau_1) \cup \{\mathbf{R}_0 \setminus \mathbf{R}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau)\} = \mathbf{R}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau) = \{\hat{R}_1(\tau_1), \dots, \hat{R}_{n_{\tau_1}}(\tau_1)\} = \\ = \{R_1(\tau_1), \dots, R_{16}(\tau_1)\} = \{\bar{R}_4^{(1)}(0), R_{17}(0), R_{18}(0), R_{19}(0), R_{27}(0), \dots, R_{38}(0)\} = \mathbf{R}_{\tau_1},$$

где $l_{\tau_1} = 2$; $n_{\tau_1} = n_0 - m_{\tau_1} + l_{\tau_1} = 38 - 23 + 1 = 16$. Учитывая, что $\mathbf{R}_{\tau_1} \neq \emptyset$, полагаем $s := s + 1$; $t_s := \tau_1$; $p_a^{(e)}(t_s) := p(\tau_1)$;

5) для массива работ

$$\mathbf{R}(\tau_1) = \{R_1(\tau_1), \dots, R_{16}(\tau_1)\} = \{\bar{R}_4^{(1)}(0), R_{17}(0), R_{18}(0), R_{19}(0), R_{27}(0), \dots, R_{38}(0)\} = \mathbf{R}_{\tau_1}$$

формируем новый массив длительности исполнения работ $\Delta(\tau_1) = \{\Delta_1(\tau_1), \Delta_2(\tau_1), \dots, \Delta_{16}(\tau_1)\} = \{\bar{\Delta}_4^{(1)}(0), \Delta_{17}(0), \Delta_{18}(0), \Delta_{19}(0), \{\bar{\Delta}_4^{(1)}(0), \Delta_{17}(0), \Delta_{18}(0), \Delta_{19}(0), \Delta_{27}(0), \Delta_{28}(0), \dots, \Delta_{38}(0)\} = \Delta_{\tau_1}$ для $\tau = \tau_1$. Устанавливаем $\tau := \tau_1 = 9$.

Для $\tau = 9$ реализация стратегии $U_a^{(e)} \in U_0$ проводится аналогично процедуре для $\tau = 4$. А именно $p(\tau) = \{\tau, \mathbf{R}(\tau | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau)\} \in \mathbf{P}(\tau)$, множество работ $\mathbf{R}(\tau | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau) = \{\bar{R}_1(\tau), \dots, \bar{R}_{m_\tau}(\tau)\}$, массив работ $\mathbf{R}(\tau) = \bar{\mathbf{R}}(\tau) \cup \{\mathbf{R}_0 \setminus \bar{\mathbf{R}}(\tau | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau)\} = \hat{\mathbf{R}}(\tau | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau) = \{\hat{R}_1(\tau), \dots, \hat{R}_{n_\tau}(\tau)\}$, $\bar{\mathbf{R}}(\tau) = \{\bar{R}_1(\tau), \dots, \bar{R}_{l_\tau}(\tau)\}$; $n_\tau = n_0 - m_\tau + l_\tau$, массив длительности исполнения работ $\Delta(\tau) = \{\Delta_1(\tau), \dots, \Delta_{n_\tau}(\tau)\}$. По этим данным формируются сетевая модель $\mathbf{WM}_\tau^{(e)}(\mathbf{R}(\tau))$, критический путь $\mathbf{R}^{(cr)}(\tau) = \{R_1^{(cr)}(\tau; \tau_1), R_2^{(cr)}(\tau; \tau_2), \dots, R_{n_\tau^{(cr)}}^{(cr)}(\tau_{n_\tau^{(cr)}-1}; \tau_{n_\tau^{(cr)}})\}$, критическое время $T_\tau^{(e)} = 16$, массив периодов времени $\mathbf{T}_\tau = \{\tau_k\}_{k \in \{1, \dots, n_\tau^{(cr)}\}} (\tau_0 = \tau)$ и календарный график $\mathbf{TG}_\tau^{(e)}(\mathbf{R}(\tau))$.

Учитывая, что в период $\tau_0 = \tau = 9$ не происходит задержки исполнения работ, для которых наиболее поздним сроком их исполнения является время $\tau_1 = 10$, реализуется формирование стратегии $U_a^{(e)} \in U_0$ для периода времени $\tau_1 = 10$. А именно на основании имеющихся данных формируется τ_1 -позиция $p(\tau_1) = \{\tau_1, \mathbf{R}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau)\} \in \mathbf{P}(\tau_1)$, где $\mathbf{P}(\tau_1)$ — множество всех допустимых τ_1 -позиций ($\tau_1 \in \mathbf{T}_\tau$), множество работ $\mathbf{R}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau) = \{\bar{R}_1(\tau_1), \dots, \bar{R}_{m_{\tau_1}}(\tau_1)\}$, $m_{\tau_1} < n_0 = 38$. При этом имеем $p(\tau_1) \neq p^{(e)}(\tau_1) = \{\tau_1, \bar{\mathbf{R}}^{(e)}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau)\} \in \mathbf{P}(\tau_1)$. Тогда аналогично выполнению соотношений (2) формируется соответствующее $\tau_1 = 10$ множество $U_a^{(e)}(p^{(e)}(\tau_1)) = \mathbf{R}(\tau_1) = \bar{\mathbf{R}}(\tau_1) \cup \{\mathbf{R}_0 \setminus \bar{\mathbf{R}}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau)\} = \mathbf{R}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau) = \{R_1(\tau_1), \dots, R_{n_{\tau_1}}(\tau_1)\} = \mathbf{R}_{\tau_1}$, где $\bar{\mathbf{R}}(\tau_1) = \{\bar{R}_1(\tau_1), \dots, \bar{R}_{l_{\tau_1}}(\tau_1)\}$; $n_{\tau_1} = n_0 - m_{\tau_1} + l_{\tau_1}$. Учитывая, что $\mathbf{R}_{\tau_1} \neq \emptyset$, полагаем $s := s + 1$; $t_s := \tau_1$; $p_a^{(e)}(t_s) := p(\tau_1)$. И формируем соответствующий массиву работ $\mathbf{R}_{\tau_1}$ новый массив длительности исполнения работ $\Delta(\tau_1) = \{\Delta_1(\tau_1), \dots, \Delta_{n_{\tau_1}}(\tau_1)\} = \Delta_{\tau_1}$ для периода времени $\tau_1 = 10$. Устанавливаем $\tau := \tau_1 = 10$.

Для периодов времени $\tau \in \{10, \dots, 13\}$ реализация стратегии $U_a^{(e)} \in U_0$ осуществляется аналогично процедуре, описанной для периода $\tau = 0$. А именно для каждой τ -позиции $p^{(e)}(\tau)$ и соответствующих ей массивов $\mathbf{R}^{(e)}(\tau) = \{R_1(\tau), \dots, R_{n_\tau}(\tau)\} = \mathbf{R}_\tau$ и $\Delta(\tau) = \{\Delta_1(\tau), \dots, \Delta_{n_\tau}(\tau)\} = \Delta_\tau$, $\tau \in \{10, \dots, 13\}$ формируются сетевая модель $\mathbf{WM}_\tau^{(e)}(\mathbf{R}(\tau))$, критический путь $\mathbf{R}^{(cr)}(\tau) = \{R_1^{(cr)}(\tau; \tau_1), R_2^{(cr)}(\tau; \tau_2), \dots, R_{n_\tau^{(cr)}}^{(cr)}(\tau_{n_\tau^{(cr)}-1}; \tau_{n_\tau^{(cr)}})\} = \mathbf{R}_\tau^{(cr)}$, критическое время $T_\tau^{(e)} = 16$, массив периодов времени $\mathbf{T}_\tau = \{\tau_k\}_{k \in \{0, \dots, n_\tau^{(cr)}\}} (\tau_0 = \tau)$ и календарный график $\mathbf{TG}_\tau^{(e)}(\mathbf{R}(\tau))$. На основании имеющихся данных для реализовавшейся τ_1 -позиции $p(\tau_1) = \{\tau_1, \bar{\mathbf{R}}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau)\} \in \mathbf{P}(\tau_1)$, где $\mathbf{P}(\tau_1)$ — множество всех допустимых τ_1 -позиций; $\bar{\mathbf{R}}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau) = \{\bar{R}_1(\tau_1), \dots, \bar{R}_{m_{\tau_1}}(\tau_1)\}$, $\tau_1 \in \mathbf{T}_\tau$, имеем $p(\tau_1) = p^{(e)}(\tau_1) = \{\tau_1, \bar{\mathbf{R}}^{(e)}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau)\} \in \mathbf{P}(\tau_1)$ и

$$\bar{\mathbf{R}}^{(e)}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau) = \bar{\mathbf{R}}^{(e)}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau) = \bar{\mathbf{R}}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau) = \{\bar{R}_1(\tau_1), \dots, \bar{R}_{m_{\tau_1}}(\tau_1)\} = \\ = \{\bar{R}_1(\tau_1), \dots, \bar{R}_{m_{\tau_1}}(\tau_1)\} = \{\bar{R}_1(\tau_1), \dots, \bar{R}_{m_{\tau_1}}(\tau_1)\}.$$

Аналогично выполнению соотношений (1) формируется множество

$$U_a^{(e)}(p^{(e)}(\tau_1)) = \mathbf{R}^{(e)}(\tau_1) = \{\mathbf{R}_0 \setminus \bar{\mathbf{R}}^{(e)}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau)\} = \mathbf{R}^{(e)}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau) = \{R_1(\tau_1), \dots, R_{n_{\tau_1}}(\tau_1)\} = \mathbf{R}_{\tau_1},$$

где $n_{\tau_1} = n_0 - m_{\tau_1}$. Учитывая, что $\mathbf{R}_{\tau_1} \neq \emptyset$, полагаем $s := s + 1$, $t_s := \tau_1$, $p_a^{(e)}(t_s) := p^{(e)}(\tau_1)$. И для массива работ $\mathbf{R}_{\tau_1}$ формируем новый массив длительности исполнения работ $\Delta(\tau_1) = \{\Delta_1(\tau_1), \dots, \Delta_{n_R}(\tau_1)\} = \Delta_{\tau_1}$ для периода τ_1 . Полагаем $\tau := \tau_1$.

Учитывая, что в период времени $\tau = 14$ также не происходит задержки выполнения работ-операций, для которых наиболее поздним сроком их исполнения является время $\tau_1 = 15$, после выполнения к началу периода $\tau_1 = 15$ полностью или частично работ-операций, для которых наименее ранним сроком

их исполнения является время $\tau_1 = 15$, аналогично процедуре, описанной для периода времени $\tau = 0$, и согласно (1) конструируются следующие элементы решения:

1) τ_1 -позиция ($\tau_1 = 15$) проекта $p(\tau_1) = \{\tau_1, \bar{\mathbf{R}}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau)\} \in \mathbf{P}(\tau_1)$, $\bar{\mathbf{R}}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau) = \{\bar{R}_1(\tau_1), \dots, \bar{R}_{m_{\tau_1}}(\tau_1)\} = \{\bar{R}_1(\tau_1), \dots, \bar{R}_{37}(\tau_1)\}$ — множество из 37 элементов ($m_{\tau_1} = 37 < n_0 = 38$); $p(\tau_1) = \{\bar{R}_1(\tau_1), \dots, \bar{R}_{37}(\tau_1)\} = p^{(e)}(\tau_1) = \{\tau_1, \{R_1^{(e)}(\tau_1), \dots, R_{37}^{(e)}(\tau_1)\}\} = \{\tau_1, \bar{\mathbf{R}}^{(e)}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau)\} \in \mathbf{P}(\tau_1)$;

2) выходной массив исполнения стратегии

$$U_a^{(e)}(p^{(e)}(\tau_1)) = \mathbf{R}^{(e)}(\tau_1) = \{\mathbf{R}_0 \setminus \bar{\mathbf{R}}^{(e)}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau)\} = \mathbf{R}^{(e)}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau) = \{R_1^{(e)}(\tau_1), \dots, R_{n_{\tau_1}}^{(e)}(\tau_1)\} = \{R_1(\tau_1)\} = \{R_{38}(0)\} = \mathbf{R}_{\tau_1}, n_{\tau_1} = n_0 - m_{\tau_1} = 38 - 37 = 1.$$

Учитывая, что $\mathbf{R}_{\tau_1} \neq \emptyset$, полагаем $s := s + 1$, $t_s := \tau_1$, $p_a^{(e)}(t_s) := p^{(e)}(\tau_1)$;

3) для массива $\mathbf{R}^{(e)}(\tau_1) = \{R_1(\tau_1)\} = \{R_{38}(0)\}$ $\mathbf{R}_{\tau_1}$ получаем новый массив длительности $\Delta(\tau_1) = \{\Delta_1(\tau_1)\} = \{\Delta_{38}(0)\} = \Delta_{\tau_1}$ для периода $\tau = \tau_1$; фиксируем $\tau := \tau_1 = 15$.

Продолжая адаптивное управление процессами бизнес-планирования, в результате решения новой задачи календарного планирования для $\tau = 15$ и $\mathbf{R}(\tau) = \{R_1(\tau)\} = \{R_{38}(0)\} = \mathbf{R}_{\tau}$ находим новый критический путь $\mathbf{R}^{(cr)}(\tau) = \{R_1^{(cr)}(15; 16)\} = \mathbf{R}_{\tau}^{(cr)}$, $n_{\tau}^{(cr)} = 1$, который содержит одну работу $\{R_{38}(0)\}$ и служит частью предыдущего критического пути (см. рис. 7), а также новый календарный график, являющийся частью предыдущего графика (см. рис. 8). Этим данным отвечает новый массив периодов времени $\mathbf{T}_\tau = \{\tau_k\}_{k \in \{0, \dots, n_{\tau}^{(cr)}\}} = \{\tau_k\}_{k \in \{0, 1\}} = \{15; 16\} = \{\tau_0, \tau_1\}$, где $\tau_0 = \tau = 15$, соответствующий событиям $\{26, 27\}$ модели (см. рис. 7).

Далее в период $\tau = 15$ не происходит задержки работ, для которых наиболее поздним сроком исполнения является критическое время $T_{\tau}^{(e)} = \tau_1 = 16$. Тогда после выполнения к началу периода $\tau_1 = 16$ полностью или частично работ, для которых крайним сроком исполнения является время $\tau_1 = 16$, аналогично процедуре, описанной для периода времени $\tau = 0$, конструируются элементы решения:

1) τ_1 -позиция ($\tau_1 = 16$) проекта $p(\tau_1) = \{\tau_1, \mathbf{R}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau)\} \in \mathbf{P}(\tau_1)$, $\mathbf{R}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau) = \{\bar{R}_1(\tau_1), \dots, \bar{R}_{m_{\tau_1}}(\tau_1)\} = \{\bar{R}_1(\tau_1), \dots, \bar{R}_{38}(\tau_1)\}$ — множество из 38 элементов, $m_{\tau_1} = 38 = n_0 = 38$; $p(\tau_1) = \{\bar{R}_1(\tau_1), \dots, \bar{R}_{38}(\tau_1)\} = p^{(e)}(\tau_1) = \{\tau_1, \{R_1^{(e)}(\tau_1), \dots, R_{38}^{(e)}(\tau_1)\}\} = \{\tau_1, \bar{\mathbf{R}}^{(e)}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau)\} \in \mathbf{P}(\tau_1)$;

2) выходной массив реализации стратегии $U_a^{(e)}(p^{(e)}(\tau_1)) = \mathbf{R}^{(e)}(\tau_1) = \{\mathbf{R}_0 \setminus \bar{\mathbf{R}}^{(e)}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau)\} = \hat{\mathbf{R}}^{(e)}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau) = \{\hat{R}_1^{(e)}(\tau_1), \dots, \hat{R}_{n_{\tau_1}}^{(e)}(\tau_1)\} = \emptyset = \mathbf{R}_{\tau_1}$, $n_{\tau_1} = n_0 - m_{\tau_1} = 38 - 38 = 0$.

Тогда на основании стратегии $U_a^{(e)} \in \mathbf{U}_0$, $\bar{\mathbf{R}}^{(e)}(\tau_1 | \mathbf{R}_0, \mathbf{T}_\tau) = \{R_1^{(e)}(\tau_1), \dots, R_{38}^{(e)}(\tau_1)\} = \{\bar{R}_1(\tau_1), \dots, \bar{R}_{38}(\tau_1)\} = \{R_1(0), \dots, R_{38}(0)\}$, $m_{\tau_1} = n_0 = 38$, $\mathbf{R}^{(e)}(\tau_1) = \mathbf{R}_{\tau_1} \neq \emptyset$, следует, что к периоду времени $T_{\tau}^{(e)} = \tau + 1 = \tau_1 = 16$ выполнены все работы бизнес-плана. Следовательно, процесс осуществления стратегии $U_a^{(e)} \in \mathbf{U}_0$ считается выполненным, устанавливаем $s := s + 1$, $t_s := \tau_1 = 16$, $p_a^{(e)}(t_s) := p^{(e)}(\tau_1)$ и переходим к построению итоговых результатов.

На четвертом этапе формируется выходная информация, соответствующая реализации процесса оптимизации адаптивного управления бизнес-проектом, т.е. описание стратегии $U_a^{(e)} \in \mathbf{U}_0$ на основе следующих результатов: $\mathbf{R}^{(e)} = \mathbf{R}(0) = \{R_1(0), \dots, R_{n_0}(0)\} = \mathbf{R}_0 = \{R_1(0), \dots, R_{38}(0)\}$ — входной набор работ проекта; $\mathbf{WM}_a^{(e)} = \mathbf{WM}_{\tau}^{(e)}(\mathbf{R}(0))$ — оптимальная сетевая модель; $p_a^{(e)}(t_k)$ — набор t_k -позиций, $k \in \{1, \dots, s\}$. Для оптимального адаптивного управления бизнес-проектом нужна стратегия $U_a^{(e)}$ с оптимальным временем осуществления бизнес-проекта, равным $\mathbf{T}_a^{(e)} = T_{\tau}^{(e)} = T_{15}^{(e)} = 16$.

Отметим, что исполнение данного бизнес-проекта в соответствии с календарным графиком, сформированным для периода $\tau = 0$, приведет к пересечению времени реализации, входящей в него работы $R_{27}(\tau_1) = R_{27}(0)$, с работой $\bar{R}_7^{(3)}(\tau_1) = \bar{R}_7^{(3)}(0)$, которая является оставшейся для исполнения частью исходной работы $R_7(\tau_1) = R_7(0)$. Такая ситуация возникнет, если не применять используемый метод оптимизации уже в период времени $\tau = \tau_1 = 8$, когда еще не закончилась в полном объеме работа $\tilde{R}_7(\tau_1) = \{\tilde{R}_7^{(1)}(\tau_1) \cup \tilde{R}_7^{(2)}(\tau_1) \cup \tilde{R}_7^{(3)}(\tau_1) \cup \tilde{R}_7^{(3)}(\tau_1)\} = R_7(0)$, а выполнена только ее часть $\tilde{R}_7(\tau_1) = \{\tilde{R}_7^{(1)}(\tau_1) \cup \tilde{R}_7^{(2)}(\tau_1) \cup \tilde{R}_7^{(3)}(\tau_1)\} \neq R_7(0)$. Это является неприемлемым по условиям его реализации и приведет к неисполнению бизнес-проекта в целом.

Рассмотренное решение модельной задачи бизнес-планирования позволяет сделать вывод об эффективности использования нового метода адаптивной оптимизации процесса управления

бизнес-планированием, который основан на реализации принципа обратной связи управленческих воздействий на возникающие возмущения, и получить оптимальное время для исполнения бизнес-проекта в целом.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Адаптивные системы подразумевают приспособление процесса управления к реализациям состояния объекта управления, которое необходимо, если характеристики объекта подвергаются внешним/внутренним изменениям (воздействиям).

В статье рассмотрена задача оптимизации бизнес-планирования в отрасли ресторанного бизнеса, которая показывает возможности адаптивного сетевого моделирования. Для реализации стратегии оптимизации адаптивного управления используются наблюдения, получаемые в процессе работы модели. Управление по правилам обратной связи является важной особенностью оптимизации адаптивного управления бизнес-проектом при формировании стратегии управления.

Недостаток априорной информации компенсируется применением нового метода оптимизации адаптивного управления процессами бизнес-планирования на основании коррекции сетевой модели, способствующей значительному снижению влияния имеющейся неопределенности.

Дальнейшее совершенствование оптимизации бизнес-планирования с помощью методов сетевого планирования и управления возможно на основе создания интеллектуальной компьютерной системы поддержки принятия решений в рассматриваемой отрасли. Ее разработка осуществляется путем моделирования знаний на базе продукций, нейронных сетей и моделей машинного обучения. Для оценки потенциала различных бизнес-проектов применение такой системы может стать эффективным инструментальным средством.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

- Ахмадеев Б.А., Макаров В.Л. (2019). Система оценки проектов на основе комбинированных методов компьютерной оптимизации // *Экономика и математические методы*. Т. 55. № 2. С. 5–23. [Akhmadeev B.A., Makarov V.L. (2019). Project assessment system based on combined methods of computer optimization. *Economics and Mathematical Methods*, 55, 2, 5–23 (in Russian).]
- Клейнер Г.Б., Рыбачук М.А. (2017). Системная сбалансированность экономики. М.: Издательский дом «Научная библиотека». 320 с. [Kleiner G.B., Rybachuk M.A. (2017). *System balance of the economy*. Moscow: Nauchnaja biblioteka. 320 p. (in Russian).]
- Кофман А., Дебазей Г. (1968). Сетевые методы планирования и их применение. М.: Прогресс. 182 с. [Kofman A., Debazez G. (1968). *Network planning methods and their application*. Moscow: Progress. 182 p. (in Russian).]
- Чертовской В.Д. (2013). Информационная поддержка адаптивного автоматизированного управления производством // *Прикладная информатика*. № 1 (43). С. 11–17. [Chertovskoy V.D. (2013). Information support for adaptive automated production control. *Applied Informatics*, 1 (43), 11–17 (in Russian).]
- Шориков А.Ф. (1997). Минимаксное оценивание и управление в дискретных динамических системах. Екатеринбург: Изд. Урал. гос. ун-та. 242 с. [Shorikov A.F. (1997). *Minimax estimation and control in discrete-time dynamical systems*. Ekaterinburg: Ural State University Publisher. 242 p. (in Russian).]
- Шориков А.Ф., Буценко Е.В. (2017). Прогнозирование и оптимизация результата управления инвестиционным проектированием. М.: URSS-ЛЕНАНД. 272 с. [Shorikov A.F., Butsenko E.V. (2017). *Forecasting and optimization of the investment projecting control result*. Moscow: URSS-LENAND. 272 p. (in Russian).]
- Шориков А.Ф., Буценко Е.В. (2020). Метод сетевого экономико-математического моделирования оптимизации адаптивного управления инвестиционным проектированием // *Journal of Applied Economic Research*. Т. 19. № 1. С. 97–123. [Shorikov A.F., Butsenko E.V. (2020). Method of network economic-mathematical modeling of adaptive control optimization investment projecting. *Journal of Applied Economic Research*, 19, 1, 97–123 (in Russian).]
- Agulhari C., Lacerda M. (2019). Observer-based state-feedback control design for LPV periodic discrete-time systems. *European Journal of Control*, 49, 1–14.
- Astolfi A. (2006). *Nonlinear and adaptive control, tools and algorithms for the user*. London: Imperial College Press. 313 p.
- Astroem K.J., Wittenmark B. (2008). *Adaptive control*. 2nd edition. Dover Publications. 590 p.
- Barabanov N., Ortega R. (2018). On the need of projections in input-error model reference adaptive control. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 32, 3, 403–411.
- Benner A.H., Drenick R. (1955). An adaptive servo system. *IRE Convention Record*, 4, 8–14.

- Benosman M. (2018). Model-based vs data-driven adaptive control: An overview. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 32, 5, 753–776.
- Bundy A. (ed.) (1997). *Artificial intelligence techniques*. Berlin: Springer Verlag.
- Deng L., Chen Y. (2017). Optimal control of uncertain systems with jump under optimistic value criterion. *European Journal of Control*, 38, 7–15.
- Draper C.S., Li Y.T. (1951). *Principles of optimizing control systems and an application to the internal combustion engine*. American Society of Mechanical Engineers (ASME) Publication, 160–168.
- Farrell J.A., Polycarpou M.M. (2006). *Adaptive approximation based control. Unifying Neural, Fuzzy and Traditional Adaptive Approximation Approaches*. Hoboken: John Wiley. 432 p.
- Huang M., Gao W., Jiang Z.P. (2019). Connected cruise control with delayed feedback and disturbance: An adaptive dynamic programming approach. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 33, 2, 356–370.
- Landau I.D., Lozano R., M'Saad M., Karimi A. (2011). *Adaptive control: Algorithms, analysis and applications*. London: Springer. 610 p.
- Latrech Ch., Kchaou M., Guéguen H. (2018). Networked non-fragile H^∞ static output feedback control design for vehicle dynamics stability: A descriptor approach. *European Journal of Control*, 40, 13–26.
- Ma H. (2019). Infinite horizon optimal control of mean-field forward-backward delayed systems with Poisson jumps. *European Journal of Control*, 46, 14–22.
- Moustakis N., Yuan S., Baldi S. (2018). An adaptive design for quantized feedback control of uncertain switched linear systems. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 32, 9, 665–680.
- Su H., Zhang W. (2019). Finite-time prescribed performance adaptive fuzzy fault-tolerant control for nonstrict-feedback nonlinear systems. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 33, 9, 1407–1424.
- Tsien H.S., Serdengecti S. (1955). Analysis of peak-holding optimizing control. *Journal of the Aeronautical Sciences*, 22 (8), 561–570.

Optimization of adaptive network economic and mathematical modeling of business planning process control

© 2021 A.F. Shorikov, E.V. Butsenko

A.F. Shorikov,

Institute of Economics, the Ural Branch of the RAS, N.N. Krasovskii Institute of Mathematics and Mechanics, the Ural Branch of the RAS, Ekaterinburg, Russia; e-mail: afshorikov@mail.ru

E.V. Butsenko,

Ural State University of Economics, Ekaterinburg, Russia; e-mail: evl@usue.ru

Received 23.11.2020

The work was carried out in accordance with the Research plans of the Institute of Economics and of the N.N. Krasovskii Institute of Mathematics and Mechanics, the Ural Branch of the Russian Academy of Sciences.

Abstract. The article is devoted to the application of economic and mathematical models of business planning management based on the use of the feedback principle. As the objective function (evaluation toolkit) of the task, the value of the execution time of the entire business project, which must be minimized, is considered. To solve this problem, it is proposed to form a class of admissible strategies for optimal adaptive control of the implementation process; as well as a specific business project using network economic and mathematical modeling is worked out. Within the limits of these strategies, the method of achieving optimal self-adjusting control of business planning processes is determined, the optimal execution time and the optimal timetable for the implementation of the project are determined. The main feature of the proposed new method is the ability to take into account the real conditions for the implementation works of the concrete project, which makes it possible to timely adjust the process of management of business planning and prevent disruptions in its implementation. This method also serves as the basis for constructing numerical algorithms for developing and creating the automated systems for realization of optimal adaptive control of business planning processes. The results obtained are illustrated on a specific business project for opening a public catering enterprise and show a high degree of efficiency in using the new method.

Keywords: business planning, business project, economic and mathematical modeling, control strategy, network model, control optimization, adaptive control, feedback control, public catering.

JEL Classification: C02, C44, G31.5

DOI: 10.31857/S042473880016413-3

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Подходы Value-at-Risk и Expected Shortfall для оценки премий опционов и вероятности дефолта на основе ARMA-моделей

© 2021 г. Н.И. Берзон, Д.И. Бобровский, Д.Е. Вилкул, В.В. Мезенцев, Д.В. Дубинский

Н.И. Берзон,

Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Москва;
e-mail: nberzon@hse.ru

Д.И. Бобровский,

Акционерное общество «ВТБ Капитал», Москва; e-mail: mitek_bobrovskij@inbox.ru

Д.Е. Вилкул,

Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Москва;
e-mail: dvilkul@hse.ru

В.В. Мезенцев,

Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Москва;
e-mail: Slavahse@gmail.com

Д.В. Дубинский,

Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Москва;
e-mail: ddubinskiy@hse.ru

Поступила в редакцию 01.02.2021

Аннотация. Потребность в решении вопроса управления риском породила ряд моделей для оценки вероятности дефолта, а также специальный инструмент, позволяющий продавать кредитный риск, — кредитный дефолтный своп (credit default swap, CDS). С момента появления в 1994 г. и до кризиса 2008 г. рынок CDS активно рос, а затем резко сжался. В настоящий момент в странах с развивающимися экономиками (в том числе в России) рынок CDS практически отсутствует. В настоящей статье делается попытка усовершенствовать существующие модели оценки CDS за счет использования моделей дискретного времени, позволяющих точнее оценивать и прогнозировать динамику выбранного актива, а также за счет новых моделей ценообразования опционов, учитывающих степень принятия риска продавцом опциона. Данная статья посвящена параметрическим моделям оценки опционов в дискретном времени, которые позволяют получить более точные результаты, чем традиционная модель Блэка–Шоулза в непрерывном времени. Улучшение качества оценки достигается за счет трех факторов: более детального учета свойств временных рядов базового актива (в частности, автокорреляции и тяжелых хвостов), выбора оптимального числа параметров и использования «стоимости под риском» (Value-at-Risk) подхода. В результате исследования были получены выражения для премий европейских опционов пут и колл для заданного уровня риска в предположении, что доходность базового актива подчиняется стационарному ARMA-процессу с нормальными или студентовскими ошибками, а также выражение для кредитного спреда при аналогичных предположениях. Простота ARMA-процесса, положенного в основу модели, является компромиссом между сложностью калибровки модели и качеством описания динамики активов на фондовом рынке. Данный подход позволяет учесть как дискретность в ценообразовании активов, так и текущую структуру и наличие взаимосвязей для временного ряда рассматриваемого актива (в отличие от модели Блэка–Шоулза), что потенциально позволяет лучше управлять портфелем на фондовом рынке.

Ключевые слова: модели оценки опционов, ARMA-модели, параметрические модели, Value-at-Risk, Expected Shortfall.

Классификация JEL: G13, G17.

DOI: 10.31857/S042473880016417-7

1. ВВЕДЕНИЕ

При принятии инвестиционных решений вопрос о том, насколько вероятен дефолт, иными словами, насколько велик кредитный риск, имеет первостепенное значение. Потребность в решении этого вопроса породила ряд моделей для оценки вероятности дефолта, а также специальный инструмент, позволяющий продавать кредитный риск, — *кредитный дефолтный своп* (credit default swap, CDS). С момента своего появления в 1994 г. и до кризиса 2008 г. рынок CDS активно рос, а затем резко сжался. Причем в настоящий момент в странах с развивающимися экономиками (в том числе в России) рынок CDS практически отсутствует. В настоящей статье делается попытка усовершенствовать существующие модели оценки CDS за счет использования моделей дискретного времени, позволяющих точнее оценивать и прогнозировать динамику выбранного актива, а также за счет новых моделей ценообразования опционов, которые позволяют продавцам опционов учитывать степень принятого ими риска.

Первая формула для оценки европейского опциона была получена в работе (Black, Scholes, 1973). В дальнейшем эмпирический анализ показал, что при применении данного подхода наблюдаются систематические ошибки, в частности так называемая улыбка волатильности и тенденция недооценки краткосрочных опционов «вне денег», — связанные с предположениями этой модели о постоянстве дисперсии и логнормальности распределения.

Авторы предложенных впоследствии моделей корректировали эти предпосылки таким образом, чтобы они соответствовали наблюдаемым свойствам временных рядов доходности актива. В частности, учитывали предсказуемость доходности (Fama, French, 1988; Jegadeesh, 1990; Lo, MacKinlay, 1988); кластеризацию волатильности (Hull, White, 1987; Wiggins, 1987; Bakshi, Cao, Chen, 1997; Lo, Wang, 1995; Bates, 2000) и тяжелые хвосты.

При этом параллельно развивались модели в непрерывном времени (к которым относится классическая модель Блэка–Шоулза (далее — B–S)) и модели в дискретном времени, основой для которых стали работы (Brennan, 1979; Rubinstein, 1976). Следует отметить (Stentoft, 2011), что до недавнего времени дискретные и непрерывные модели исследовали независимо друг от друга. К тому же отсутствовали эмпирические исследования, которые бы сравнивали эффективность этих двух классов моделей.

Среди предложенных моделей можно выделить три основные группы. Модели, основывающиеся на предположении о предсказуемости доходности актива, построены на процессе Кокса–Ингерсолла–Росса (Heston, 1993), процессе Орнштейна–Уленбека (Barndorff-Nielsen, Shephard, 2001) и ARMA-процессе (Hafner, Herwartz, 2000; Hsu, Breidt, 2009; Wu, 2008; Liu et al., 2011). Модели, реализующие идею кластеризации волатильности, представляют собой различные разновидности GARCH (Duan, 1995; Christoffersen, Jacobs, 2004; Hsieh, Ritchken, 2005). Также были предложены модели, объединяющие авторегрессионную и гетероскедастичную составляющие, ARMA-GARCH (Goode, Kim, Fabozzi, 2015; Xi, 2013), в том числе с учетом тяжелых хвостов (Spierdijk, 2014).

Данная статья продолжает развивать тему оценки опционов, уделяя особое внимание автокорреляции временного ряда доходностей базового актива в дискретном времени. При этом если классическая оценка опциона, ранее полученная в рамках данного подхода, не учитывает отношения продавца опциона к риску, то предлагаемая нами модель включает расчет уровня убытков продавца опциона, который не будет превышен с вероятностью 95%, а также *ожидаемое значение убытков* в оставшихся 5% случаев (т.е. расчет *Value-at-Risk* (VaR), или *expected shortfall* (ES)). С учетом того что убытки продавца опциона теоретически неограничены, представляется, что учет показателей риска в рамках модели может существенно повысить ее ценность для практического использования.

Основным результатом данной работы является вывод формул для премии опциона с учетом VaR, или ES, в предположении, что динамика цены базового актива подчиняется ARMA-процессу с гауссовскими или студентовскими инновациями. Кроме того, в заключительной части статьи получено выражение, которое позволяет рассчитать кредитный спред для заданной цены опциона.

При расчете кредитного спреда в данной работе используется подход, основанный на структурной модели, которая получила такое название в литературе (Sundaresan, 2013; Jovan, 2010), в силу того что она связывает риск дефолта со структурой активов фирмы (Merton, 1974). В основе структурных моделей лежит идея о том, что стоимость акций компании является опционом колл на

активы компании с ценой сделки «страйк», равной стоимости ее обязательств. Основоположниками данного класса моделей считаются Ф. Блэк и М. Шоулз, а также Р. Мертон. Мертон рассмотрел кредиторскую задолженность компании как требование, которое может быть обращено на ее стоимость, и использовал формулу ценообразования опционов Блэка–Шоулза для оценки вероятности дефолта компании. В рамках данной модели предоставление кредита трактуется как покупка активов компании у акционеров и передача им опциона колл на данные активы с ценой исполнения, равной стоимости кредита, и временем исполнения, равным сроку погашения кредита.

Кратко остановимся на истории этой модели. В 1973 г. в статье «Оценка опционов и корпоративных обязательств» американские ученые Ф. Блэк и М. Шоулз (Black, Scholes, 1973) предложили принципиально новый подход к оценке стоимости опционов, основанный на стоимости компании. В статье была высказана идея, что подобным образом можно оценивать и обязательства компании: держатели акций могут рассматриваться как обладатели опциона колл на стоимость ее активов, при том что этим правом их наделили держатели облигаций. Через год данный подход расширил Р. Мертон (Merton, 1974) для анализа и оценки корпоративных облигаций и появился класс моделей оценки активов Блэка–Шоулза–Мертон (BSM).

Структурные модели, они же модели стоимости фирмы, или модели на основе стоимости акций, являются расширенными версиями изначальной модели BSM. Они ставят перед собой достаточно фундаментальные цели — получить взаимосвязь стоимости акций и долговых инструментов, выпущенных компанией, иначе говоря, найти зависимость между акционерным капиталом и долгом компании. Известно, что держатели долговых инструментов имеют первоочередное право получать инвестированные в компанию средства и только потом свои средства получают акционеры. Таким образом, капитализация — остаточная стоимость компании, или то, что остается после выплаты долговых обязательств. Следовательно, теоретически, капитализация может быть отрицательной величиной, если стоимость активов меньше долговых обязательств (это и есть момент дефолта). Заметим, что на практике под рыночной капитализацией компании понимают суммарную стоимость акций, которая, очевидно, неотрицательна. Однако в данном случае речь идет именно о справедливом значении капитализации, которое, очевидно, может отличаться от текущей оценки рынком. В случае если существует акционерный капитал с отрицательной стоимостью, то акционеры могут избавиться от него без каких-либо издержек для себя. Иначе говоря, акционеры не реализуют опцион колл и оставляют фирму кредиторам — держателям долга, и в этом случае компания объявляет дефолт. Таким образом, с помощью структурной модели можно оценить практически любой инструмент, зависящий от кредитного спреда, так как любой чувствительный к кредитному качеству инструмент можно представить как опцион на стоимость компании.

2. РАСЧЕТ ПРЕМИЙ ОПЦИОНОВ В МОДЕЛИ МЕРТОНА И ЕЕ МОДИФИКАЦИЯХ

Динамика стоимости активов компании в модели Мертон (и классической модели Блэка–Шоулза) записывается в виде стохастического дифференциального уравнения, определяющего геометрическое броуновское движение:

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW_t,$$

где S_t — стоимость актива в момент времени t , μ — дрифт цены, или ожидаемая доходность; σ — волатильность актива, dW_t — винеровский процесс.

Исходя из предположений классической модели, премии опционов описываются следующими формулами:

$$\begin{aligned} Call(S, t) &= S\Phi(d_1) - Strike e^{-r(T-t)} \Phi(d_2), \\ Put(S, t) &= Strike e^{-rN} \Phi(-d_2) - S\Phi(-d_1(t, N)), \end{aligned}$$

где

$$d_1 = \left[\ln(S / Strike) + (r + 0,5\sigma^2)(T - t) \right] / (\sigma\sqrt{T - t}), \quad d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T - t},$$

$Call(S, t)$ — текущая стоимость опциона колл в момент t ; S — текущая цена базисного актива; $\Phi(\cdot)$ — кумулятивная функция плотности вероятности для стандартного нормального распределения;

Strike — цена исполнения опциона; r — непрерывно начисляемая безрисковая процентная ставка; T — момент экспирации опциона; σ — волатильность непрерывной доходности базисного актива.

Описанная выше модель, основанная на геометрическом броуновском движении, является далеко не единственным способом описания динамики базового актива и, вероятнее всего, наилучшим — в силу наличия ряда явных недостатков. В частности, неизменность параметров μ и σ противоречит наблюдаемым фактам, связанным с кластеризацией волатильности, а нормальность распределения цены акции в момент T и линейный характер ее изменения относительно текущего значения являются крайне жесткими ограничениями.

Необходимо отметить, что в качестве динамики базового актива могут рассматриваться и иные случайные процессы непрерывного времени, предполагающие те или иные дополнительные свойства случайного процесса, описывающего динамику базового актива (например, модель Орнштейна–Улунбека (Lo, Wang, 1995)).

В силу дискретности временного ряда биржевых котировок нам видится предпочтительным переход от моделей непрерывного времени к моделям дискретного времени в контексте параметрических моделей. Данные модели позволяют учитывать широкий спектр особенностей входящих данных. В данной статье будет рассмотрен один из типов таких моделей — ARMA-модели (авторегрессии скользящего среднего). Применение данных моделей основывается, с одной стороны, на большом числе эмпирических данных о наличии тех или иных особенностей временных рядов рыночных данных, например автокорреляции, гетероскедастичности, TS- и DS-трендов, а с другой стороны — простоту описания и разработанную методологию построения моделей: методы оценки параметров моделей, выбора наилучшей (с точки зрения описания текущего временного ряда, прогнозов и избыточности параметров) по различным критериям возможности построения прогноза динамики рыночной цены актива, возможность построения точечных и интервальных прогнозов для рассматриваемого временного ряда на заданном временном горизонте.

В работах (например, (French, Roll, 1986; Conrad, Kaul, 1988; Fama, French, 1988; Lo, MacKinlay, 1988; Jegadeesh, 1990; Lehmann, 1990)) приведены исследования, подтверждающие наличие автокорреляций и временных рядов финансовых данных; в статьях (Duan, 1995; Hsieh, Ritchken, 2000; Stentoft, 2011) подтверждается наличие гетероскедастичности.

В работе (Huang, Wu, 2008) для оценки европейских опционов колл и пут была получена формула, аналогичная формуле Блэка–Шоулза в классическом случае:

$$\begin{aligned} Call(S, t) &= S\Phi(d_1(t, N)) - Strike e^{-rN} \Phi(d_2(t, N)), \\ Put(S, t) &= Strike e^{-rN} \Phi(-d_2) - S\Phi(-d_1(t, N)), \end{aligned}$$

где $T-t = N$,

$$d_1(t, n) = \left[\ln\left(\frac{S}{Strike}\right) + \left(r + \frac{1}{2}\sigma_n^2\right)n \right] / \sigma_n \sqrt{n}, \quad d_2(t, n) = d_1(t, n) - \sigma_n \sqrt{n},$$

$$\sigma_n^2 = \left(\sum_{i=1}^n (\sigma B_i^n)^2 \right) / n, \quad B_i^N = \sum_{x=0}^{N-i} \theta_x(x),$$

$$y_j(k) = {}_j y_1(k-1) + 1_{(j < p)} y_{j+1}(k-1), \quad j = 1, \dots, p;$$

$$\theta_j(k) = \begin{cases} \beta_{j-k} y_1(k-1) + 1_{(j < k+q)} \theta_j(k-1), & j \geq k; \\ \theta_j(j), & j < k; \end{cases}$$

$$y_1(-1) = 1; \quad y_j(0) = \varphi_i; \quad \theta_j(0) = \beta_j; \quad i = 1, \dots, p; \quad j = 0, \dots, q.$$

Цена базового актива в данном случае подчиняется соотношению

$$\ln \frac{S_t}{S_{t-1}} = \varphi_0 + \sum_{i=1}^p \varphi_i \ln \frac{S_{t-i}}{S_{t-i-1}} + \sigma \sum_{j=0}^q \beta_j Z_{t-j}^P,$$

где p и q — порядки AR- и MA-частей рассматриваемого процесса $\varphi_i \in \mathbb{R}$ и $\beta_j \in \mathbb{R}$ — соответствующие коэффициенты AR- и MA-частей, причем $\beta_0 = 1$; φ_0 — произвольное, $\sigma > 0$ — волатильность; Z_{t+1}^P — случайная величина, имеющая стандартное нормальное распределение.

Соотношения для ARMA(p, q)-европейского опциона отличаются от формулы Блэка–Шоулза только тем, что волатильность σ_n зависит от параметров AR и MA вместо постоянной волатильности σ .

Данный подход хотя и является некоторым расширением базовой модели, но при этом сохраняет большую часть присущих данной модели недостатков, так как не учитывает прогноза динамики базового актива.

В статье делается попытка дополнить ARMA-подход за счет перехода к цене опциона не непосредственно, а с учетом уровня принятия риска, иными словами, дополнительно применить идеи VaR и CVaR.

Определение. Пусть X — стоимость портфеля в момент времени t . Тогда VaR с доверительным уровнем вероятности $(1-\alpha)$ определяется как $VaR_\alpha(X)$:

$$VaR_\alpha(X) = \inf\{x \in \mathbb{R} \mid P(X \leq x) \geq 1-\alpha\} = F_X(x) = 1-\alpha,$$

$$CVaR_\alpha(X) = E(X \mid X \geq VaR_\alpha(X)) = \frac{1}{1-\alpha} \int_0^{1-\alpha} VaR_\gamma(X) d\gamma.$$

Согласно определению премия опциона равна денежной сумме, которую покупатель по опционному договору платит продавцу.

В рамках Value-at-Risk -подхода премии опциона будут равны:

$$Call(S_t, T, Strike, \alpha) = \exp(-r(T-t)) \max(-VaR_\alpha(Strike - S_T), 0),$$

$$Put(S_t, T, Strike, \alpha) = \exp(-r(T-t)) \max(-VaR_\alpha(S_T - Strike), 0),$$

и для Expected Shortfall-подхода:

$$Call(S_t, T, Strike, \alpha) = \exp(-r(T-t)) \max(-CVaR_\alpha(Strike - S_T), 0) =$$

$$= \exp(-r(T-t)) \max\left(-\frac{1}{1-\alpha} \int_0^{1-\alpha} VaR_\gamma(Strike - S_T) d\gamma, 0\right),$$

$$Put(S_t, T, Strike, \alpha) = \exp(-r(T-t)) \max(-CVaR_\alpha(S_T - Strike), 0) =$$

$$= \exp(-r(T-t)) \max\left(-\frac{1}{1-\alpha} \int_0^{1-\alpha} VaR_\gamma(S_T - Strike) d\gamma, 0\right).$$

Пусть t — текущий момент времени, $T = t + N$ — время экспирации опциона. Опишем подход продавца европейского опционов колл и пут с использованием подхода Value-at-Risk. Продавец опциона заинтересован в том, чтобы его доход на момент T экспирации опциона был неотрицательным, т.е. $Premium_T - \max(S_T - Strike, 0) \geq 0$ для опциона колл и $Premium_T - \max(Strike - S_T, 0) \geq 0$ для опциона пут.

В условиях положительной безрисковой ставки продавец опциона может reinvestировать полученную премию, следовательно, данное условие выполняется для $Premium_T = Premium_t \exp(-r(T-t))$, где, как обычно, r — непрерывно начисляемая безрисковая ставка.

Допустим, что продавец знает $F_{S_T}(x)$ — функцию распределения базового актива в момент времени T . Определим уровень принятия риска α как соответствующую квантиль, определяемую продавцом в момент продажи опциона. Тогда с вероятностью $(1-\alpha)$ убыток продавца опциона колл в момент времени T составит не более $\max(-VaR_\alpha(Strike - S_T), 0)$ для подхода Value-at-Risk и $\max(-CVaR_\alpha(Strike - S_T), 0)$ — для подхода Expected Shortfall.

Полагая величиной премии опциона соответствующий потенциальный убыток, определенный с соответствующим уровнем принятия риска продавцом опциона с учетом безрисковой ставки, получаем приведенные выше соотношения.

Введем ряд обозначений. Пусть $\{S_t\}_{t=0 \dots N}$ — последовательность котировок базового актива во времени. Определим доходность как $R_t = \ln(S_t / S_{t-1})$, $t = 1, \dots, N$.

Определим S_{N+K} в качестве будущей цены базового актива. Для нее в момент времени $t = N + K$ выполняется равенство $S_{N+K} = S_N \exp\left\{\sum_{j=1}^K R_{N+j}\right\}$.

Для $VaR_\alpha(S_{N+K} - Strike)$ получаем:

$$\begin{aligned}
 VaR_\alpha(S_{N+K} - Strike) &= \inf(x | P(S_{N+K} - Strike \leq x) \geq 1 - \alpha) = \\
 &= \inf(x | P(S_N \exp\{\sum_{j=1}^K R_{N+j}\} - Strike \leq x) \geq 1 - \alpha) = \\
 &= \inf(x | P(\exp\{\sum_{j=1}^K R_{N+j}\} \leq (x + Strike) / S_N) \geq 1 - \alpha) = \\
 &= \inf(x | P(\sum_{j=1}^K R_{N+j} \leq \ln\{(x + Strike) / S_N\}) \geq 1 - \alpha) = \\
 &= \inf(x | F \sum_{j=1}^K R_{N+j} \ln\{(x + Strike) / S_N\} \geq 1 - \alpha). \\
 VaR_\alpha(Strike - S_{N+K}) &= \inf(x | P(Strike - S_{N+K} \leq x) \geq 1 - \alpha) = \\
 &= \inf(x | P(Strike - S_N \exp\{\sum_{j=1}^K R_{N+j}\} \leq x) \geq 1 - \alpha) = \inf(x | P(S_N \exp\{\sum_{j=1}^K R_{N+j}\} - Strike \geq -x) \geq 1 - \alpha) = \\
 &= \inf(x | 1 - P(S_N \exp\{\sum_{j=1}^K R_{N+j}\} - Strike \leq -x) \geq 1 - \alpha) = \\
 &= \inf(x | 1 - P(\sum_{j=1}^K R_{N+j} \leq \ln\{(Strike - x) / S_N\}) \geq 1 - \alpha) = \inf(x | 1 - F \sum_{j=1}^K R_{N+j} \ln\{(Strike - x) / S_N\} \geq 1 - \alpha).
 \end{aligned}$$

Так как истинные $\{R_{N+j}\}_{j=1, \dots, K}$ недоступны, необходимо использовать оценки доходностей — $\{\hat{R}_{N+j}\}_{j=1, \dots, K}$, которые можно получить исходя из модели прогнозирования временных рядов, в нашем случае — из авторегрессионной модели скользящего среднего (ARMA-модель). Такая модель предполагает, что динамика доходности базового актива задается разностным уравнением

$$R_t = \varphi_0 + \sum_{i=1}^p \varphi_i R_{t-i} + \varepsilon_t + \sum_{j=1}^q \theta_j \varepsilon_{t-j},$$

где p — порядок авторегрессии модели (AR), q — порядок скользящего среднего модели (MA), $\{\varepsilon_t\}$ — белый шум, $\{\varphi_i\}$, $\{\theta_j\}$ — параметры моделей.

Применительно к этому соотношению следует сделать два замечания. Во-первых, мы сознательно записали ARMA-процесс не для цены актива $\{S_t\}_{t \geq 0} \geq 0$, а для доходности R_t , поскольку в этом случае можно использовать распределения с областью значений $(-\infty; +\infty)$. Во-вторых, в данной статье мы налагаем требование слабой стационарности на процесс, что позволяет нам пользоваться двумя эквивалентными представлениями для $\{R_t\}$ (Box, Jenkins, Reinsel, 1994):

$$1) \text{ в виде полной } MA(\infty) \text{ модели — } R_t = \sum_{j \geq 0} \psi_j \varepsilon_{t-j}, \quad \psi_0 \equiv 1;$$

$$2) \text{ в виде усеченной } MA(\infty) \text{ модели — } R_t = \sum_{j=0}^{t-k-1} \psi_j \varepsilon_{t-j} + C_k(t-k), \quad \psi_0 \equiv 1, \text{ где } C_k(t-k) \text{ — решение разностного уравнения } \varphi(L)C_k(t-k) = 0, \varphi(L) = \left(1 - \sum_{i=1}^p \varphi_i L\right) \text{ — лаговый оператор.}$$

Для вычисления $VaR_\alpha(\hat{S}_{N+K} - Strike)$, входящего в выражение для премии опциона при VaR-подходе, нам необходимо рассчитать $\{\hat{R}_{N+j}\}_{j=1, \dots, K}$ — прогнозы доходностей на j шагов вперед.

Это можно сделать, записав уравнение для R_{t+j} в усеченной форме и взяв $t = k$ в $C_k(t-k+j)$, получим $R_{t+j} = \varepsilon_{t+j} + \psi_1 \varepsilon_{t+j-1} + \dots + \psi_{j-1} \varepsilon_{t+1} + C_t(j)$. Применив оператор условного математического ожидания к обеим частям уравнения, имеем $R_{t+j} = E_t(R_{t+j}) = C_t(j)$.

Учитывая, что $R_{t+j} = e_t(j) + \hat{R}_{t+j}$, где $e_t(j) = \sum_{j=0}^j \psi_j \varepsilon_{t-j}$, $\psi_0 \equiv 1$ — ошибка прогноза на шаге j , можно составить представление о свойствах полученного прогноза доходности базисного актива.

Во-первых, среднеквадратичная ошибка прогноза, определяемая как $D_t(e_t(j)) = D_t(R_{t+j} - \hat{R}_{t+j})$, не коррелирована с прошлыми значениями:

$$D_t(R_{t+j} - \hat{R}_{t+j}) = D(R_{t+j} - \hat{R}_{t+j}) = E(R_{t+j} - \hat{R}_{t+j})^2.$$

Во-вторых, среднее квадратичное отклонение, ошибки прогноза с учетом усеченной формы $MA(\infty)$ представления процесса R_{t+j} , может быть представлено в виде

$$D(e_t(j)) = (1 + \psi_1^2 + \dots + \psi_{j-1}^2) \sigma_\varepsilon,$$

где σ_ε — дисперсия белого шума, определяемая в процессе калибровки модели на исторических данных.

Учитывая, что в выражение для цены актива $S_{N+K} = S_N \exp\left\{\sum_{j=1}^K R_{N+j}\right\}$ входят не отдельные значения будущих доходностей актива, а их сумма, удобно ввести обозначение $v_{N+K} = \sum_{j=1}^K R_{N+j}$. Прогноз $\hat{v}_{N+K} = \sum_{j=1}^K R_{N+j}$ является оптимальным прогнозом для v_{N+K} . При этом ошибка прогноза

$$v_{N+K} - \hat{v}_{N+K} = \sum_{j=1}^K e_{N+j} = \varepsilon_{N+K} + (1 + \psi_1) \varepsilon_{N+K-1} + \dots + (1 + \dots + \psi_{K-1}) \varepsilon_{N+1} = \sum_{j=0}^{K-1} \left(\sum_{l=0}^j \psi_l \right) \varepsilon_{N+K-j}, \quad \psi_0 \equiv 1.$$

Среднеквадратичное отклонение ошибки прогноза:

$$D(v_{N+K} - \hat{v}_{N+K}) = D\left(\sum_{j=1}^K e_{N+j}\right) = E\left(\sum_{j=0}^{K-1} \left(\sum_{l=0}^j \psi_l\right) \varepsilon_{N+K-j}\right)^2 = \sum_{j=0}^{K-1} \left(\sum_{l=0}^j \psi_l\right)^2 \sigma_\varepsilon^2, \quad \psi_0 \equiv 1.$$

Последнее равенство имеет место в силу условия $\{\varepsilon_t\}$ — белый шум.

Таким образом, вычисление прогноза доходности базового актива при ARMA-модели (который, в свою очередь, войдет в выражение для VaR базового актива и выражение для премии опциона) требует вычисления весов ψ_i . Найти последние можно исходя из $MA(\infty)$ -представления рассматриваемой ARMA(p, q)-модели через решение соответствующего уравнения для лаговых операторов:

$$\varphi(L)\psi(L) = \theta(L), \quad (1 - \varphi_1 L - \dots - \varphi_p L)(1 + \psi_1 L + \psi_2 L + \dots) = (1 - \theta_1 L - \dots - \theta_q L).$$

Сгруппировав соответствующие коэффициенты при соответствующих степенях L , получаем итерационную систему:

$$\begin{cases} \psi_1 = \varphi_1 - \theta_1; \\ \psi_2 = \varphi_1 \psi_1 + \varphi_2 - \theta_2; \\ \dots \\ \psi_j = \varphi_1 \psi_{j-1} + \dots + \varphi_p \psi_{j-p} - \theta_j; \\ \psi_0 \equiv 1; \quad \psi_{j-p} = 0, \quad j - p < 0; \quad \theta_j = 0, \quad j > q. \end{cases}$$

Приведенные выше рассуждения позволяют нам в конечном итоге найти распределение будущей цены базового актива, что при VaR-подходе позволяет непосредственно оценить опцион, пользуясь формулами, приведенными выше:

$$Call(S_t, T, Strike, \alpha) = \exp(-r(T-t)) \max(-VaR_\alpha(Strike - S_T), 0), \quad (1)$$

$$Put(S_t, T, Strike, \alpha) = \exp(-r(T-t)) \max(-VaR_\alpha(S_T - Strike), 0). \quad (2)$$

Ниже получены распределения будущей цены актива для двух типов моделей: а) в предположении, что случайная ошибка ARMA-модели распределена нормально, $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon)$; б) в предположении, что случайная ошибка ARMA-модели имеет распределение Стьюдента $\varepsilon_t \sim t(m)$.

2.1. Случай нормально распределенной ошибки

Пусть $\varepsilon_n \sim N(\mu_n, \sigma_\varepsilon)$. Согласно свойствам независимых гауссовых случайных величин:

$$\sum_{\{i\}} \psi_i \varepsilon_i \sim N\left(\sum_{\{i\}} \psi_i \mu_i, \left(\sum_{\{i\}} \psi_i^2\right) \sigma_\varepsilon^2\right), \quad \psi_i \in \mathbb{R}.$$

Используя данное свойство, получаем

$$v_{N+K} = \sum_{j=1}^K R_{N+j} \sim N\left(v_{N+K}, \sigma_\varepsilon^2 \left(\sum_{j=0}^{K-1} \left(\sum_{l=0}^j \psi_l\right)\right)^2\right) = N\left(\sum_{j=1}^K R_{N+j}, \sigma_\varepsilon^2 \left(\sum_{j=0}^{K-1} \left(\sum_{l=0}^j \psi_l\right)\right)^2\right), \quad \psi_0 \equiv 1,$$

таким образом, $F_{\psi_{N+K}}(\hat{x}) = \Phi\left(\left(x - \sum_{j=1}^K R_{N+j}\right) / \left(\sigma_\varepsilon \sqrt{\sum_{j=0}^{K-1} \left(\sum_{l=0}^j \Psi_l\right)^2}\right)\right), \Psi_0 \equiv 1$.

2.2. Случай тяжелых хвостов (ошибки с распределением Стюдента)

Пусть случайная ошибка имеет распределение Стюдента, т.е. $\varepsilon_i \sim t(n)$. Введем обозначения для линейных комбинаций некоторых случайных величин $T^* = \sum_{i=1}^k c_i t_{n_i}$, где $t_{n_i} \sim t(n_i)$ — случайная величина с распределением Стюдента с n_i степенями свободы, $c_i \in \mathbb{R}$; $T = \sum_{i=1}^k \chi_i X_{n_i}$, где $X_{n_i} = t_{n_i} / \sqrt{n_i}$, $\chi_i = c_i \sqrt{n_i} / \omega$, $\omega = c_i \sqrt{n_i}$, $\chi_i \geq 0$, $\sum_{i=1}^k \chi_i = 1$. Из этого следует, что $P\left(\sum_{i=1}^k c_i t_{n_i} \leq y\right) = P\left(\sum_{i=1}^k \chi_i X_{n_i} \leq y\right)$, где $y' = y / \omega$.

Воспользовавшись результатом (Walker, Saw, 1978), получаем

$$P\left(\sum_{i=1}^k c_i t_{n_i} \leq y\right) = P\left(\sum_{i=1}^k \chi_i X_{n_i} \leq y'\right) = \sum_{i=0}^S \eta_i H_i(y') = \sum_{i=0}^S \eta_i H_i(\omega y),$$

где $H_i(y) = P(X_{2i+1} \leq y)$, $S = \sum_{i=1}^k m_i$, $n_i = 2m_i + 1$, а коэффициенты η_i определяются из уравнений

$$\begin{cases} \eta^T = \lambda^T Q^{-1}; \\ \lambda^T \Theta(1) = \prod_{j=1}^k Q_{m_j}(\chi_j), \end{cases}$$

где

$$(c) = \begin{pmatrix} 1 \\ |\chi c| \\ |\chi c|^2 \\ \dots \end{pmatrix}, \quad (Q)_{i,j} = \begin{cases} \frac{i!(2i-j)!(2^j)}{(2i)!j!(i-j)!}, & 0 \leq j \leq i, \quad i \geq 0; \\ 0, & j > i; \end{cases}$$

$$Q_{m_j} = \{Q\}_{m_j, k \geq 1}, \quad (Q^{-1})_{m,j} = \begin{cases} \frac{(-1)^{m-j} (2j)!(m+1)!}{2^m (m-j)!j!(2j-m+1)!}, & j \leq m \leq 2j+1; \\ 0 & \text{иначе,} \end{cases}$$

$$t(n): F(x) = 1 - 0,5 I_{n/(x^2+n)}(0,5n; 0,5),$$

$I_x(a; b)$ — регуляризованная неполная бета-функция.

Для рассматриваемой задачи $m_i = m = 0,5(n-1)$. Выпишем решение для коэффициентов $\{\eta_i\}$ в замкнутой форме. Согласно статье (Walker, Saw, 1978):

$$\exp(-|v|) \prod_{j=1}^n Q_m \Theta(\chi_j) = \exp(-|v|) \lambda^T \Theta(1).$$

Из определения $\Theta(c)$: $\Theta(\chi_j) = \tilde{I}(\chi_j) \Theta(1)$,

$$\tilde{I}(c) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & c & 0 & \dots \\ 0 & 0 & c^2 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} = c^i \delta_{i,j},$$

$\delta_{i,j}$ — символ Кронекера,

$$\prod_{j=1}^n Q_m \Theta(\chi_j) = Q_m \sum_{j=1}^n \Theta(\chi_j) = Q_m \sum_{j=1}^n \tilde{I}(\chi_j) \Theta(1) = Q_m \left(\sum_{j=1}^n \tilde{I}(\chi_j) \right) \Theta(1) = Q_m \left\{ \delta_{i,j} \sum_{k=1}^n \alpha_k^i \right\} \Theta.$$

Следовательно, $\lambda^T = Q_m \left\{ \delta_{i,j} \sum_{k=1}^n \chi_k^i \right\}$. Тогда

$$\eta^T = Q_m \left\{ \delta_{i,j} \sum_{k=1}^n \chi_k^i \right\} Q^{-1} = Q_m \left\{ \delta_{i,j} \left(\sum_{k=1}^n \chi_k^i \right) (2j)! / (2^j j!) \right\}.$$

Для рассматриваемой задачи имеем

$$\omega = \sum_{j=0}^{K-1} \left(\sum_{l=0}^j \psi_l \right), \quad \chi_i = \sum_{l=0}^i \psi_l / \left[\sum_{j=0}^{K-1} \left(\sum_{l=0}^j \psi_l \right) \right], \quad m_i = m = 0,5(n-1).$$

Следовательно, $S = 0,5K(n-1)$,

$$v_{N+K} = \hat{v}_{N+K} + \sum_{i=0}^{K-1} \left(\sum_{l=0}^i \psi_l \right) \varepsilon_{N+K-j} = v_{N+K} + \sum_{i=0}^{K-1} \left(\sum_{l=0}^i \psi_l \right) t_{N+K-j}(n).$$

Используя полученные результаты, определим

$$\begin{aligned} F_{v_{N+K}}(x) &= \sum_{i=0}^S \eta_i P\left(t(2i+1) \leq \omega x \sqrt{(2i+1)}\right) = \sum_{i=0}^{0,5K(n-1)} \eta_i F_{t_{2i+1}}\left(\omega x \sqrt{(2i+1)}\right) = \\ &= \sum_{i=0}^{0,5K(n-1)} \eta_i \left(1 - 0,5 I_{1/(\omega^2 x^2 + 1)}(i+0,5; 0,5)\right). \end{aligned}$$

Приведенные выше характеристики распределения будущей доходности базового актива в предположении, что его динамика подчиняется ARMA-модели с нормальными или студентовскими инновациями, соответственно, позволяют рассчитать VaR для любого заданного уровня риска и получить премии европейских опционов пут и колл.

Таким образом, итоговые выражения для премий европейских опционов выглядят следующим образом.

I. VaR-подход:

1) для случая нормальных ошибок —

$$\begin{aligned} Put(S_N, N+K, Strike, \alpha) &= e^{-rK} \max\left(-\inf\left(x \mid F_{v_{N+K}}\left(\ln\left[(x+Strike)/S_N\right]\right) \geq 1-\alpha\right), 0\right) = \\ &= e^{-rK} \max\left(-\inf\left(x \mid \Phi\left(\frac{\ln\left[(x+Strike)/S_N\right] - \sum_{j=1}^K \hat{R}_{N+j}}{\sigma_\varepsilon \sqrt{\sum_{j=0}^{K-1} \left(\sum_{l=0}^j \psi_l\right)^2}}\right) \geq 1-\alpha\right), 0\right), \\ Call(S_N, N+K, Strike, \alpha) &= \\ &= e^{-rK} \max\left(-\inf\left(x \mid 1 - \Phi\left(\frac{\ln\left[(x+Strike)/S_N\right] - \sum_{j=1}^K \hat{R}_{N+j}}{\sigma_\varepsilon \sqrt{\sum_{j=0}^{K-1} \left(\sum_{l=0}^j \psi_l\right)^2}}\right) \geq 1-\alpha\right), 0\right); \end{aligned}$$

2) случай студентовских ошибок $t(n)$:

$$\begin{aligned} Put(S_N, N+K, Strike, \alpha) &= e^{-rK} \max\left(-\inf\left(x \mid F_{v_{N+K}}\left(\ln\left[(x+Strike)/S_N\right]\right) \geq 1-\alpha\right), 0\right) = \\ &= e^{-rK} \max\left(-\inf\left(x \mid Z \geq 1-\alpha\right), 0\right), \\ Call(S_N, N+K, Strike, \alpha) &= e^{-rK} \max\left(-\inf\left(x \mid 1 - Z \geq 1-\alpha\right), 0\right), \end{aligned}$$

$$\text{где } Z = \sum_{i=0}^{0,5K(n-1)} \eta_i \left(1 - 0,5 I_{1/(\omega^2 (\ln[(x+Strike)/S_N])^2 + 1)}(i+0,5; 0,5)\right).$$

II. Для расчета CVaR в замкнутой форме воспользуемся результатами из (Rachev, Stoyanov, Fabozzi, 2008):

1) для случая нормального распределения —

$$CVaR_\alpha(X) = \frac{\sigma_X}{\alpha\sqrt{2\pi}} \exp\left(-0,5(VaR_\alpha(Y))^2\right) - EX,$$

где $Y \sim N(0,1)$ — случайная величина; EX — математическое ожидание X ;

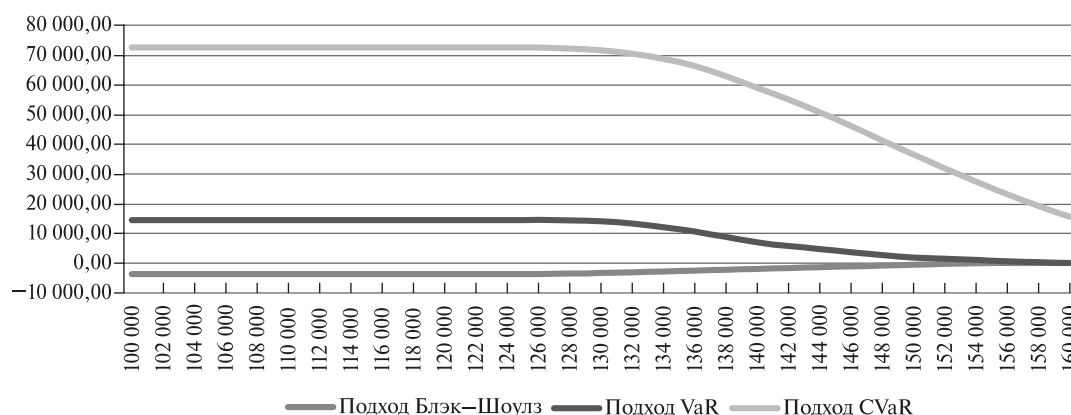


Рис. 1. Финансовый результат продавца опциона колл, долл. США

2) для случая распределения Стюдента с ν степенями свободы —

$$CVaR_{\alpha}(X) = \frac{(0,5(\nu+1))}{(0,5\nu)} \frac{\sqrt{\nu}}{\alpha(\nu-1)\sqrt{\pi}} \left(1 + (VaR_{\alpha}(X))^2 / \nu\right)^{0,5(1-\nu)}.$$

Исходя из приведенных формул, получаем, что для нормального распределения

$$CVaR_{\alpha}(S_{N+K} - Strike) = \sigma_{S_{N+K}} \sqrt{\sum_{j=0}^{K-1} \left(\sum_{l=0}^j \psi_l\right)^2} / \left[(1-\alpha)\sqrt{2\pi}\right] \times \\ \times \exp\left(-0,5(VaR_{\alpha}(Y))^2\right) - S_N \exp\left\{\sum_{j=1}^K R_{N+j}\right\} + Strike.$$

Для случая распределения Стюдента с n степенями свободы имеем

$$CVaR_{\alpha}(S_{N+K} - Strike) = \left[\Gamma(0,5(n+1)) / \Gamma(0,5n)\right] \frac{\sqrt{n}}{(1-\alpha)(n-1)\sqrt{\pi}} \times \\ \times \left(1 + \left(\inf\left(x \left|\sum_{i=0}^{0,5K(n-1)} \eta_i \left(1 - 0,5I_{\left(\omega^2(\ln[(x+Strike)/S_N])^2 + 1\right)}\right)^{-1}(i+0,5; 0,5)\right) \geq 1-\alpha\right)\right)^2 / n\right)^{0,5(1-n)}.$$

В качестве апробации модели попробуем рассчитать премии опционов по предложенной модели и модели В–S со сроком семь дней (для упрощения будут приведены примеры расчетов премий опционов по В–S и по VaR/CVaR с доверительной вероятностью 95% для модели с нормальным распределением ошибок).

Приведем примеры расчетов P&L для продавцов опционов при использовании Блэка–Шоулза/VaR/CVaR-подходов в период с 29.05.2019 по 31.12.2019. Из приведенных данных видно, что использование VaR/CVaR-подходов позволяет увеличить доход по сравнению с использованием подхода Блэка–Шоулза (рис. 1, 2).

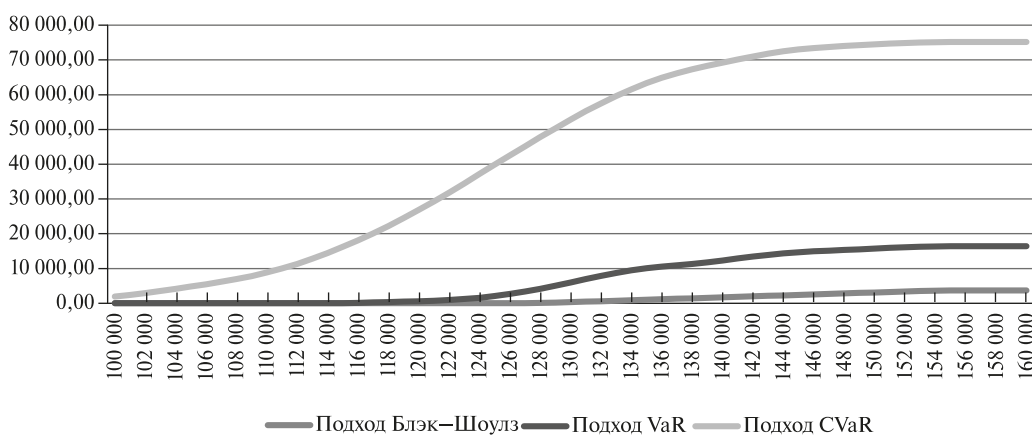


Рис. 2. Финансовый результат продавца опциона пут, долл. США

3. Использование VaR- и CVaR-подходов для определения кредитного спреда

Полученные нами результаты могут быть использованы не только непосредственно для оценки европейских пут и колл опционов, но и для определения кредитного спреда $s = R - r_f$, где r_f — безрисковая ставка; R — доходность облигации.

Для этого необходимо сделать предположения относительно структуры капитала фирмы. Мы воспользуемся подходом, реализованным в модели Мертона, который предполагает, что совокупный долг состоит только из одной бескупонной (дисконтной) облигации и никаких дополнительных заимствований до момента погашения данной облигации не производится. Кроме того, собственный капитал компании состоит только из обыкновенных акций.

При таких предположениях стоимость активов в каждый момент времени представляет собой сумму долга и собственного капитала $V_t = B_t + E_t$, где V_t — стоимость активов компании в момент времени t ; B_t — стоимость совокупного долга компании в момент времени t , представленного одной бескупонной облигацией с номиналом D и датой погашения T ; E_t — стоимость собственного капитала в момент времени t .

Учитывая данное соотношение, мы можем оценить облигацию (долг компании) двумя способами. Традиционно, как приведенный денежный поток $B_t = D e^{-R(T-t)}$, а также как портфель, состоящий из безрисковой облигации и европейского опциона пут на активы с ценой исполнения (страйком) D и временем до экспирации T .

Действительно, если в момент времени T стоимость активов компании превышает D , то владельцы облигаций получают ее номинал D , а акционеры — остаточную стоимость активов $V_T - D$. В противном случае владельцы облигаций получают активы компании в размере V_T , а акционеры не получают ничего. Иными словами, компания допускает дефолт. Заметим, что акционеру никогда не приходится компенсировать потери держателю облигации, то есть $E_T \geq 0$.

Из сказанного следует, что выплата держателю облигации определяется как $B_T = \min(V_T, D)$. Выражение для выплат держателям облигаций в момент ее погашения T включает слагаемое, характерное для опционов: $B_T = D - \max(D - V_T, 0)$.

Из этого следует, что выплата держателю облигации эквивалентна выплате от портфеля, состоящего из длинной позиции на безрисковую облигацию с номиналом D и короткой позиции по европейскому опциону пут на активы компании со страйком D и датой экспирации T .

Таким образом, получаем еще одно выражение для цены облигации (долга компании): $B_t = e^{-r_f(T-t)} D - \text{Put}(V_t, T, D, \alpha)$. Приравняв данные выражения, получаем $D e^{-R(T-t)} = D e^{-r_f(T-t)} - \text{Put}(V_t, T, D, \alpha)$. Отсюда выразим кредитный спред:

$$s = R - r_f = -\ln(1 - (e^{r_f(T-t)} \text{Put}(V_t, T, D, \alpha)) / D) / (T - t).$$

Подставляя в формулу для s значения $T - t = K, t_0 = N, S_{\{i\}} = V_{\{i\}}$ и применяя формулы для расчета стоимости опционов пут, получим значение кредитного спреда.

Например, для VaR-подхода с нормально распределенными ошибками получаем

$$s = -\frac{1}{K} \ln \left(1 - \max \left(-\inf \left(x \left| \Phi \left(\left[\ln \frac{x + D}{V_N} - \sum_{j=1}^K R_{N+j} \right] / \left[\sigma_\varepsilon \sqrt{\sum_{j=0}^{K-1} \left(\sum_{l=0}^j \psi_l \right)^2} \right] \right) \right| \geq 1 - \alpha \right), 0 \right) / D \right).$$

Параметр α модели определяет вероятность дефолта компании в момент времени T .

Модель, предложенная Мертоном, была крайне сильным упрощением реальной рыночной ситуации, не учитывающей особенностей как долговой составляющей (формирование cash flow и различные сроки погашения займов, возможность пролонгации займа и т.п.), так и структуры активов (например, наличие привилегированных акций). Также модель Мертона не учитывает текущей рыночной конъюнктуры, которая может приводить к существенным колебаниям курсовой стоимости акций, приводя к достаточно иррациональным ситуациям, когда компания торгуется существенно ниже стоимости собственных чистых активов (например, во время кризиса 2008 г.).

Представленная авторами модель также должна рассматриваться как модель, позволяющая рассчитать величину кредитного спреда в первом приближении при достаточно грубых допущениях, так как ARMA-модели являются достаточно упрощенными моделями для описания и прогнозирования дискретных временных рядов, не позволяющими полноценно учесть такие особенности, как наличие трендов, цикличности, гетероскедастичности ошибок и иных факторов.

4. ВЫВОДЫ

Очевидно, что сильные и слабые стороны предложенного подхода к ценообразованию опционов будут связаны с двумя его принципиальными аспектами: моделью динамики цены базового актива и выражением, связывающим цену базового актива и опциона.

Преимущества и ограничения подхода VaR к оценке опционов с параметрическими моделями цены базового актива состоят в следующем.

Параметрические модели дискретного времени лучше описывают динамику котировок реального рынка, так как данные с рынка поступают дискретными порциями (минутные, часовые, дневные свечи) в отличие от модели непрерывного времени. При этом модели дискретного времени позволяют лучше оценивать структуру рынка в выбранном временном интервале (для каждого временного интервала может быть определена модель с различным числом параметров и их значениями).

Параметрические модели позволяют лучше учитывать дополнительные свойства временных рядов базового актива — наличие автокоррелированности, гетероскедастичности, тяжелых хвостов распределений, отличных от нормального, скошенности распределения, сезонности и иных свойств, которые представлены в широком спектре различных параметрических моделей (в отличие от модели Блэка—Шоулза, где параметры μ и σ предполагаются константами, а стохастическая составляющая описывается броуновским движением).

VaR-подход к оцениванию опционов позволяет продавцу определить оптимальную степень принятия риска с заданным уровнем доверия. Улучшая модель оценки и прогнозирования цены базового актива (например, рассматривая более сложные классы параметрических моделей), можно определить лучшую стратегию поведения (например, при недооценке рынком риска — прекращать торговлю, при переоценке риска — увеличивать позицию с целью максимизации собственного дохода).

К минусам модели можно отнести следующее.

Класс параметрических моделей достаточно широк и содержит как простые модели, такие как ARMA, так и сложные, по типу SARFIMA с GARCH-ошибками. Соответственно, под каждую из таких моделей формула премии опциона в замкнутом виде требует отдельного вывода либо требуется сложное численное моделирование.

Поиск компромисса между качеством прогнозов простых параметрических моделей (например, ARMA) и сложностью калибровки сложных параметрических моделей (например, ARFIMA—GARCH с различными типами распределения ошибок). Подбор и калибровка сложных параметрических моделей требует больших вычислительных мощностей и большого количества времени, что может сказаться на эффективности их применения, качество прогнозов простых моделей может быть недостаточно удовлетворительным в силу грубого приближения простых моделей к рассматриваемому временному ряду, не учитывающих дополнительные свойства рассматриваемого ряда.

Параметрическая модель, рассмотренная в данной статье (как и остальные параметрические модели такого же типа), не может учитывать внешних факторов и кросс-корреляцию базового актива с другими активами. Соответственно, для рассмотрения данных свойств требуются модели векторной авторегрессии в различных вариациях и модели с экзогенными переменными.

Несмотря на недостатки, современные вычислительные мощности позволяют даже частным трейдерам применять и использовать данный VaR-подход к ценообразованию опционов для реальной торговли и управлению портфелем на фондовом рынке. Предложенная модель может быть использована как в качестве отправной точки для дальнейших исследований в области применения как дискретных моделей для временных рядов, так и VaR/CVaR-подхода для моделирования премий опционов колл и пут, и как прикладная модель, позволяющая получить достаточно приемлемые оценки премий с учетом уровня принятия риска продавцом опционов для использования в управлении портфелем деривативов на фондовом рынке.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

- Bakshi G., Cao C., Chen Z. (1997). Empirical performance of alternative option pricing models. *Journal of Finance*, 52 (5), 2003–2049.
- Barndorff-Nielsen O.E., Shephard N. (2001). Non-Gaussian Ornstein–Uhlenbeck-based models and some of their uses in financial economics. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology)*, 63 (2), 167–241.

- Bates D.S. (2000). Post-'87 crash fears in the SP 500 futures option market. *J. Econ.*, 94, 181–238.
- Black F., Scholes M. (1973). The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of Political Economy*, 81, 637–654.
- Box G.E.P., Jenkins G.M., Reinsel G.C. (1994). Time series analysis: Forecasting and control. 3rd ed. Englewood Cliffs: Prentice-Hall.
- Brennan M.J. (1979). The pricing of contingent claims in discrete time model. *Journal of Finance*, 34, 1, 53–68.
- Christoffersen P., Jacobs K. (2004). Which GARCH model for option valuation? *Management Science*, 50 (9), 1204–1221.
- Conrad J., Kaul G. (1988). Time-variation in expected returns. *Journal of Business*, 61 (4), 409–425.
- Duan J.-C. (1995). The GARCH option pricing model. *Math. Finance*, 5 (1), 13–32.
- Fama E.F., French K.R. (1988). Permanent and temporary components of stock prices. *Journal of Political Economy*, 96, 2, 246–273.
- French K.R., Roll R. (1986). Stock return variances: The arrival of information and the reaction of traders. *Journal of Financial Economics*, 17 (1), 5–26.
- Goode J., Kim Y.S.A., Fabozzi F.J. (2015). Full versus quasi MLE for ARMA-GARCH models with infinitely divisible innovations. *Applied Economics, Taylor & Francis Journals*, 47 (48), 5147–5158, October.
- Hafner Ch.M., Herwartz H. (2000). Option pricing under linear autoregressive dynamics, heteroskedasticity, and conditional leptokurtosis. *SFB373 Discussion Paper*, 1999, 58.
- Heston S.L. (1993). A closed-form solution for options with stochastic volatility with applications to bond and currency options. *The Review of Financial Studies*, 6 (2), 327–343.
- Hsieh K., Ritchken P. (2005). An empirical comparison of GARCH option pricing models. *Rev. Deriv. Res.*, 8, 129–150.
- Hsu N.-J., Breidt F.J. (2009). Exact maximum likelihood estimation for non-gaussian moving averages. *Statistica Sinica*, 19, 2, 545–560.
- Hull J., White A. (1987). The pricing of options on assets with stochastic volatilities. *Journal of Finance*, 42 (2), 281–300.
- Jegadeesh N. (1990). Evidence of predictable behavior of security returns. *Journal of Finance*, 45 (3), 881–898.
- Jovan M. (2010). The Merton structural model and IRB compliance. *Metodoloski zvezki*, 7, 1, 39–57.
- Lehmann B.N. (1990). Fads, martingales, and market efficiency. *Quarterly Journal of Economics*, 105 (1), 1–28.
- Liu Yu.-H., Jiang I.-M., Lee Sh.-Ch., Cheng Yu.-T. (2011). The valuation of reset options when underlying assets are autocorrelated. *The Institute for Business and Finance Research*, 5 (2), 95–114.
- Lo A., Wang J. (1995). Implementing option pricing models when asset returns are predictable. *Journal of Finance*, 50 (1), 87–129.
- Lo A.W., MacKinlay A.C. (1988). Stock market prices do not follow random walks: Evidence from a simple specification test. *The Review of Financial Studies*, 1 (1), 41–66.
- Merton R.C. (1974). On the pricing of corporate debt: The risk structure of interest rates. *Journal of Finance*, 29, 2, 449–470.
- Rachev Sv.T., Stoyanov St., Fabozzi Fr.J. (2008). Advanced stochastic models, risk assessment, and portfolio optimization: The ideal risk, uncertainty, and performance measures. N.Y.: John Wiley & Sons.
- Rubinstein M. (1976). The valuation of uncertain income streams and the pricing of options. *Bell Journal of Economics*, 7, 2, 407–425.
- Spierdijk L. (2016). Confidence intervals for ARMA-GARCH Value-at-Risk: The case of heavy tails and skewness. *Computational Statistics & Data Analysis (Elsevier)*, 100 (C), 545–559.
- Stentoft L. (2011). American option pricing with discrete and continuous models: An empirical comparison. *Journal of Empirical Finance*, 18, 880–902.
- Sundaresan S. (2013). A review of Merton's model of the firm's capital structure with its wide applications. *Annual Review of Financial Economics*, 5, 5.1–5.21.
- Wiggins J.B. (1987). Option values under stochastic volatility: Theory and empirical estimates. *Journal of Financial Economics*, 19, 351–372.
- Wu C.-W., Huang Yu.-C., Wang C.-W. (2009). Pricing TAIEX options — An ARMA approach. *International Research Journal of Finance and Economics*, 31.
- Wu H., Huang Yu.-C. (2008). Implementing ARMA option pricing models. *International Review of Economics & Finance*, 24, 2012, 8–25.
- Xi Yi (2013). Comparison of option pricing between ARMA-GARCH and GARCH-M models. *Electronic Thesis and Dissertation Repository*, 1215. Available at: <https://ir.lib.uwo.ca/etd/1215>

Value-at-Risk and Expected Shortfall approaches for option premiums and the probability of default estimation based on ARMA models

© 2021 N.I. Berzon, D.I. Bobrovsky, D.E. Vilkul, V.V. Mezentsev, D.V. Dubinsky

N.I. Berzon,

National Research University Higher School of Economics, Moscow, Russia; e-mail: nberzon@hse.ru

D.I. Bobrovsky,

Joint Stock Company "VTB Capital", Moscow, Russia; e-mail: mitek_bobrovskij@inbox.ru

D.E. Vilkul,

National Research University Higher School of Economics, Moscow, Russia; e-mail: dvilkul@hse.ru

V.V. Mezentsev,

National Research University Higher School of Economics, Moscow, Russia; Slavahse@gmail.com

D.V. Dubinsky,

National Research University Higher School of Economics, Moscow, Russia; e-mail: ddubinskiy@hse.ru

Received 01.02.2021

Abstract. The need to address the issue of risk management has given rise to a number of models for estimation the probability of default, as well as a special tool that allows to sell credit risk — a credit default swap (CDS). From the moment it appeared in 1994 until the crisis of 2008, the CDS market was actively growing, and then sharply contracted. Currently, there is practically no CDS market in emerging economies (including Russia). This article is to improve the existing CDS valuation models by using discrete-time models that allow for more accurate assessment and forecasting of the selected asset dynamics, as well as new option pricing models that take into account the degree of risk acceptance by the option seller. This article is devoted to parametric discrete-time option pricing models that provide more accurate results than the traditional Black-Scholes continuous-time model. Improvement in the quality of assessment is achieved due to three factors: a more detailed consideration of the properties of the time series of the underlying asset (in particular, autocorrelation and heavy tails), the choice of the optimal number of parameters and the use of Value-at-Risk approach. As a result of the study, expressions were obtained for the premiums of European put and call options for a given level of risk under the assumption that the return on the underlying asset follows a stationary ARMA process with normal or Student's errors, as well as an expression for the credit spread under similar assumptions. The simplicity of the ARMA process underlying the model is a compromise between the complexity of model calibration and the quality of describing the dynamics of assets in the stock market. This approach allows to take into account both discreteness in asset pricing and take into account the current structure and the presence of interconnections for the time series of the asset under consideration (as opposed to the Black–Scholes model), which potentially allows better portfolio management in the stock market.

Keywords: option pricing models, ARMA, parametric models, discrete-time models, VaR, Expected Shortfall.

JEL Classification: G13, G17.

DOI: 10.31857/S042473880016417-7

НАУЧНАЯ ЖИЗНЬ

**Пятая встреча Рабочей группы БРИКС по ИКТ
и высокопроизводительным вычислительным системам**

© 2021 г. В.Л. Макаров, А.Р. Бахтизин, Е.А. Хлунова

В.Л. Макаров,

ЦЭМИ РАН, Москва; e-mail: makarov@cemi.rssi.ru

А.Р. Бахтизин,

ЦЭМИ РАН, Москва; e-mail: albert.bakhtizin@gmail.com

Е.А. Хлунова,

Аналитический центр МНиОП, Москва; e-mail: khlunova@mniop.ru

Поступила в редакцию 02.07.2021

27–28 мая 2021 г. состоялось пятое заседание Рабочей группы стран БРИКС по ИКТ и высокопроизводительным вычислениям в формате видеоконференции в связи с текущей эпидемиологической ситуацией. Встреча была организована Центром высокопроизводительных вычислений при поддержке Министерства науки и инноваций Южно-Африканской Республики. Заседание прошло под председательством управляющего Центра национальной интегрированной кибер-инфраструктуры (National Integrated Cyber-Infrastructure) д-ра Хэппи Ситхола (Dr. Happy Sithole). Со стороны России в совещании приняли участие представители следующих организаций:

– Министерство науки и высшего образования (В.В. Савченко — заместитель директора департамента цифрового развития; А.А. Кутузова — советник департамента международного сотрудничества);

– Аналитический центр МНиОП (Е.А. Хлунова — заместитель исполнительного директора);

– МГУ им. М.В. Ломоносова (В.В. Воеводин — директор НИВЦ; В.М. Степаненко — заместитель директора НИВЦ, В.Б. Сулимов — заведующий лабораторией НИВЦ);

– Центральный экономико-математический институт РАН (В.Л. Макаров — научный руководитель; А.Р. Бахтизин — директор);

– Межведомственный суперкомпьютерный центр РАН (Б.М. Шабанов — директор; А.Г. Абрамов — ведущий научный сотрудник);

– Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского (В.П. Гергель — директор Института информационных технологий, математики и механики);

– Российский фонд фундаментальных исследований (Я.В. Сорокотяга — начальник отдела).

Всего в работе совещания приняли участие 46 человек — участников Рабочей группы из пяти стран БРИКС.

От имени председательствующей страны всех участников поприветствовали представители департамента науки и инноваций Министерства науки и инноваций ЮАР **Чарльз Моконото** (Charles Mokonoto) и **Даан Дю Туа** (Daan Du Toit).

Было проведено несколько рабочих сессий, на *первой* из которых руководители рабочих групп всех стран рассказали о своем видении развития высокопроизводительных вычислений, пожелали успешной работы делегатам. Каждый участник совещания кратко обозначил область своих научных интересов. От России с приветственным словом выступил заместитель директора департамента цифрового развития Министерства науки и высшего образования Российской Федерации **В.В. Савченко**.

В рамках *второй сессии* представители каждой стороны сделали обзорные 20-минутные доклады о развитии суперкомпьютерных технологий в своих странах с указанием приоритетных направлений:

– Бразилия — секвенирование генома, смягчение последствий наводнений, борьба с COVID-19;

– Индия — дистанционное зондирование Земли, здравоохранение;

- Китай — здравоохранение, проект «Цифровая Земля»;
- ЮАР — здравоохранение, проект «Цифровая Земля»;

– Россия — заместитель директора Научно-исследовательского вычислительного центра МГУ им. М.В. Ломоносова по научной работе **В.М. Степаненко** представил ход работ российской стороны по подготовке флагманского проекта «Цифровая Земля»; директор Центрального экономико-математического института РАН **А.Р. Бахтизин** предложил дополнить этот проект, включив в него программный модуль, имитирующий социально-экономические системы наиболее крупных стран; заведующий лабораторией НИВЦ МГУ **В.Б. Сулимов** рассказал о результатах работ по направлению «Здоровье» в части применения суперкомпьютеров для моделирования лекарств.

На *третьей сессии* глава китайской делегации — профессор **Юань** (Yuan) детально рассказал о текущем состоянии и предполагаемом развитии интегрированного центра (хаба) для усиления сотрудничества стран БРИКС в области ИКТ и высокопроизводительных вычислений. Эта инициатива предлагалась на предыдущих встречах, однако в этот раз докладчик продемонстрировал обновленный специализированный сайт, разработанный для целей развития хаба (<https://www.brics-ict-hpc-hub.org>).

На этой же сессии д-р **Мэри-Джейн Бопале** (Mary-Jane Vorape) из ЮАР поделилась информацией о работе, выполняемой совместно с представителями России и Бразилии в рамках проекта «Цифровая Земля», который активно обсуждался в мае 2019 г. во время заседания третьей Рабочей группы по ИКТ и высокопроизводительным вычислениям. Коллеги из Индии и Китая выразили заинтересованность в поддержке этого проекта и договорились о предоставлении со своей стороны дополнительных тематических материалов.

Четвертая, заключительная, *сессия* первого дня работы международной группы была посвящена подведению предварительных итогов, формулированию целей для результирующего обсуждения на следующий день.

Второй, заключительный, день совещания рабочей группы был открыт *пятой сессией*, включающей доклад представителя секретариата Рамочной программы НТИ БРИКС, начальника отдела РФФИ **Я.В. Сорочотяги**, который рассказал о совместных проектах НТИ БРИКС. Докладчик обратил внимание на относительно небольшое число заявок в области ИКТ и высокопроизводительных вычислений. Следующая заявочная кампания будет проходить приблизительно во второй половине 2021 г., и в ней предлагается отдавать предпочтение не фундаментальным, а прикладным междисциплинарным проектам. Кроме того, продолжительность реализации таких проектов будет составлять 2 года, а объем финансирования — 2 млн евро.

Шестая сессия была посвящена вопросам организации работы интегрированного хаба. Россия выразила готовность предоставить доступ к национальным суперкомпьютерным ресурсам для российских групп-участников флагманских проектов. Предоставление российских суперкомпьютерных ресурсов пользователям из других стран БРИКС в рамках концепции интегрированного хаба требует принятия соответствующих решений на уровне министерств.

На *седьмой сессии* участники рабочей группы обсудили и скорректировали темы **флагманских проектов** для следующих конкурсов НТИ БРИКС: «Медицина и Здоровье»; «Платформа цифровых двойников на базе AI+HPC+5G и экосистема с открытым исходным кодом для умных производственных технологий и точного земледелия»; «Цифровая Земля».

Последняя, *восьмая сессия* была посвящена заключительным словам от представителей всех делегаций.

**The Fifth Meeting of BRICS Working Group on ICT
and high performance computation systems**

© 2021 V.L. Makarov, A.R. Bakhtizin, E.A. Khlunova

V.L. Makarov,

Central Economics and Mathematics Institute, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia; e-mail: makarov@cemi.rssi.ru

A.R. Bakhtizin,

Central Economics and Mathematics Institute, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia; e-mail: albert.bakhtizin@gmail.com

E.A. Khlunova

International Centre for Innovations in Science, Technology and Education (ICISTE), Moscow, Russia; e-mail: khlunova@mniop.ru

Received 02.07.2021

КРИТИКА И БИБЛИОГРАФИЯ

**Предисловие академика РАН В.Л. Макарова к монографии
Г.Б. Клейнера «Системная экономика: шаги развития»¹**

© 2021 г. В.Л. Макаров

В.Л. Макаров,
ЦЭМИ РАН, Москва; e-mail: makarov@cemi.rssi.ru

Поступил в редакцию 24.05.2021

DOI: 10.31857/S042473880016421-2

Современное общество постоянно усложняется, а темпы его изменения стремительно возрастают. Устойчивость социального мира, которая базируется в существенной мере на образовании пересекающихся общественных группировок, стала подвергаться угрозам. Это связано, с одной стороны, с распространением и усилением принципов политкорректности, которые в западных странах приходят порой в противоречие с институциональной и ментальной системами общества, с другой — с воздействием природных сил, резко сокращающим возможности контактов между людьми и, следовательно, обособлением существующих в обществе коалиций. В этой связи системные исследования, направленные на поиск механизмов эффективного взаимодействия между людьми, коалициями, социальными группами и слоями в экономическом контексте, приобретают особую актуальность.

Фундаментальные концепции экономической теории, на базе которых развивалась экономическая наука в XX в., не учитывали возрастающие темпы общественной динамики. С этим был в значительной мере связан кризис экономической науки, зафиксированный многими исследователями к началу XXI в. Одним из вариантов ответа стало формирование поведенческой экономики, сконцентрировавшей внимание на эмпирических особенностях поведения индивидов и коллективов в условиях неопределенности. Другим вариантом ответа на вызовы реальности стало формирование так называемой системной экономики, в которой основным предметом изучения стали процессы функционирования и взаимодействия экономических систем — относительно устойчивых и обособленных формирований в социально-экономическом пространстве-времени, призванных обеспечить хотя бы локальную устойчивость и внутреннюю непротиворечивость материального и духовного мира. Моделирование таких процессов, как в микромасштабе (производственный коллектив), так и в макромасштабе (экономике страны или группы стран), отражающих порой взаимодействие миллионов индивидов, стало одним из наиболее быстро развивающихся направлений экономических исследований, получившим название агент-ориентированного подхода. При этом агентом может быть не только человек, но и обособленная экономическая система другого уровня — фирма, сектор, регион, страна, группа стран. К этому направлению примыкают и исследования, результаты которых представлены в настоящей книге.

В течение двух десятков лет автор книги вместе с коллегами развивает концепцию системной экономической теории, в которой частично используются принципы неоклассической, институциональной и эволюционной экономических парадигм в сочетании с элементами общей теории систем и пространственно-временного анализа. Такое объединение не представляется эклектичным, поскольку в реальной жизни все эти компоненты имеют место и отражают разные аспекты сложности устройства современного общества. Сильный аргумент против обвинения в эклектичности состоит в том, что представленные в книге результаты относятся не только к экономической теории, но и к научному обоснованию экономической политики, методов менеджмента и анализа рутин хозяйственной практики.

Методология исследований имеет ярко выраженную специфику, отличающую ее от методологии неоклассической, институциональной, эволюционной теорий. Центральным персонажем экономики в подходе автора является «экономическая система» — понятие, обобщающее такие

¹ Клейнер Г.Б. (2021). Системная экономика: шаги развития: Монография. Москва: Научная библиотека. 746 с. ISBN: 978-5-907242-87-6.

категории, как «экономический агент» (организация), «экономический процесс» (распространение изменений в пространстве и во времени), «инвестиционный проект» (локальные изменения), «мегагентская среда» (институты и инфраструктура). При этом ставятся довольно амбициозные цели — создать теорию и категорийный аппарат, позволяющие в рамках единой аксиоматики описывать особенности столь различных экономических явлений. В отличие от теорий традиционного мейнстрима автор рассматривает экономические объекты, проекты, процессы и среды как равноправных участников функционирования экономики. На столь же абстрактный уровень поднимается и исследование взаимодействий между ними. Ключевым моментом здесь становится интерпретация традиционных процессов производства, распределения, обмена и потребления благ в виде частных случаев межсистемного движения запасов/потоков экономического пространства и времени как первичных ресурсов экономической деятельности. При таком взгляде с высоты птичьего полета или из другого измерения неизбежно теряются из виду многие подробности экономической жизни. Приобретается ли что-либо взамен? Содержание предлагаемой читателю книги позволяет дать осторожный положительный ответ на этот ключевой вопрос. Развитие системной экономической теории за прошедшие годы показывает, что высокая степень абстракции необходима для преодоления ощущаемого многими разрыва между пространством экономической теории и массивом эмпирических данных, который в последнее время стремительно пополняется за счет развития Интернета и информационно-компьютерных технологий, в том числе big data и block-chain.

Хочется указать еще на одну особенность подхода автора. Стремясь разграничить такие виды экономических систем, как объекты, проекты, процессы и среды, автор концентрирует внимание на наличии или отсутствии определенных границ систем каждого типа в пространстве и/или во времени. Здесь возникает вопрос, кем является тот субъект, которому известны или не известны границы той или иной системы. Его решение в методологии автора опирается на принцип, аналогичный антропному принципу в физике. Подобно последнему, определяющему взаимоотношения между материальным миром и наблюдателем, антропный принцип в экономике предполагает, что закономерности движения экономической материи могут быть определены лишь с точки зрения некоего «общественного наблюдателя», т.е. воображаемого лица, нейтрального по отношению к наблюдаемым экономическим процессам. Такое предположение также можно рассматривать как дань абстракции. Однако оно является, если приглядеться, общепринятым в исследованиях, связанных с учетом неопределенности.

Полезно упомянуть еще об одном отличии системной экономической теории от мейнстрима. Мейнстримовский принцип товарно-ценового равновесия спроса и предложения опирается на концепцию экономического агента как «экономического человека», стремящегося к максимизации полезности за счет адаптации производства в условиях непрерывного изменения ценовой конъюнктуры. В контексте системной экономики на первое место выходит принцип сбалансированности во взаимоотношениях между системами, опирающийся на концепцию «системного человека» как участника, конструктора и/или дизайнера социально-экономических систем. Здесь ценовое равновесие заменяется ценностной сбалансированностью, где удовлетворенность субъекта определяется не притоком и оттоком денежных средств, а обретением и потерей ценностей. Такой подход перекликается с «экономикой счастья» — одного из развиваемых в ЦЭМИ РАН перспективных направлений современной экономической науки.

Развитие системного направления в экономических исследованиях ведется в ЦЭМИ РАН, начиная с середины 1960-х годов. В русле этих исследований находятся и публикации Г.Б. Клейнера. Следует отметить, что исследования в сфере системной экономики ведутся не только автором и его коллегами по ЦЭМИ РАН, — их поддерживают ученые-экономисты и социологи во многих университетах и исследовательских центрах России. Популярность этого направления подтверждается тем, что в течение многих лет Г.Б. Клейнер является одним из наиболее цитируемых отечественных авторов в сфере экономики, по версии РИНЦ.

Предлагаемая вниманию читателей книга является своеобразным продолжением вышедшей пять лет назад монографии². Книга состоит из трех разделов. В первом «Системная экономика: теория и методология» отражены результаты исследований автора, касающиеся фундаментальных основ нового направления в экономической теории. Серьезный интерес здесь вызывает *новая концепция динамики социально-экономических систем*, основанная на синтезе теории спиральной динамики Грейвза—Бека—Кована и теории четырехзвенных системных циклов развития экономики.

² Клейнер Г.Б. (2016). Экономика. Моделирование. Математика. Избранные труды. М.: ЦЭМИ РАН. 856 с.

Теория системной двойственности, развитая в книге, направлена на решение классической задачи: как связаны особенности внутреннего наполнения (структуры) системы и внешнего окружения (функций) данной системы.

Богатую историю имеет и проблема цикличности экономического развития. Автор подходит к исследованию проблемы на основе разработанной им ранее *теории тетрад* — группировок четырех разнотипных систем (объектов, проектов, процессов и сред), функционирующих как единый комплекс в условиях циклической передачи доминирующих лидерских функций от одной подсистемы к другой по цепочке «объект — среда — процесс — проект — объект». Автор называет такой цикл «законом Б. Слуцкого» по имени известного советского поэта-фронтовика Бориса Слуцкого, 1919—1986 гг. (не путать с математиком и статистиком Е.Е. Слуцким, 1880—1948 гг., — автором вошедших в учебники уравнений Слуцкого и теоремы Слуцкого). В конце 1950-х годов Б. Слуцкий сформулировал вопрос о закономерностях чередования роли «физиков» и «лириков» в общественной динамике. Согласно концепции Г.Б. Клейнера эта динамика не сводится к противостоянию «физиков» и «лириков», а реализуется в виде перехода эстафетной палочки лидерства от «физиков» (фаза доминирования объектной подсистемы) к «лирикам» (фаза доминирования процессной подсистемы) и обратно через промежуточные фазы — фазу доминирования средовой подсистемы и фазу доминирования проектной подсистемы. Теоретическое обоснование универсальности такой закономерности выглядит более или менее убедительно, однако эмпирические подтверждения, по нашему мнению, должны быть усилены.

Аппарат системной экономики применяется автором монографии к анализу развития цифровизации, прогнозированию общественной динамики в условиях развития искусственного интеллекта, тотального Интернета и т.п. По его мнению, развитие экономики знаний приведет в фазу *интеллектуальной экономики*, где интеллект станет ведущим фактором экономической деятельности, а знания — основным исходным материалом и результатом работы интеллекта. Для описания деятельности предприятий в этот период автор развивает интеллектуальную теорию фирмы, опирающуюся на иной, по сравнению с классической теорией фирмы, состав факторов производства и, соответственно, аргументов производственной функции.

Второй раздел «Системная экономика: экономическая политика и управление» посвящен описанию контуров *предпочтительной модели экономики России и мерам экономической политики*, обеспечивающим приближение к данной модели. Определяются структура и требования к доктринальным документам, характеризующим образ будущего экономики России. Показывается *роль мезоэкономики России* как ключевого объекта экономической политики страны. Принципы макроэкономической стабильности, мезоэкономической интеграции и координации, микроэкономического развития и межуровневого взаимодействия должны быть увязаны в перспективных направлениях экономической политики России.

Генеральной целью мероприятий, направленных на системную трансформацию экономики России, автор считает переход России от скачкообразного и разнонаправленного стиля общественного движения, что приводит порой к безвозвратной потере материальных и духовных ресурсов («расточительная экономика»), к эволюционному стилю развития, сохраняющему и приумножающему ресурсы общества («бережливая экономика»). Именно этой цели, по мнению автора, служит расширение сферы применения стратегического планирования в России. Демонстрируются перспективы повышения эффективности работы предприятий за счет гармонизации интересов участников хозяйственной деятельности предприятий в ходе формирования и реализации их долгосрочной стратегии. В этом плане представляется интересным сравнение траекторий развития России и Китая. Показано, что четыре группы вариантов государственного воздействия на экономику — экономические реформы, стратегическое планирование, инфраструктурное развитие, государственное регулирование — образуют определенное системное единство и предоставляют основные инструменты государственного влияния на экономику.

Проекция данных соображений на микроэкономический уровень приводит автора к *теории системного менеджмента предприятия* — перспективного направления реинжиниринга управления российскими предприятиями и организациями, включая управление такой сложной организацией, как современный университет.

В третьем разделе «Экономика России: системные проблемы и решения» основное внимание уделяется решению конкретных задач управления экономикой главным образом на мезо- и микроэкономическом уровнях. Здесь сделана попытка суммировать описание дисфункций отдельных

подсистем экономики и экономики в целом как подсистемы общества, а также рассмотреть диспропорции между ее основными подсистемами. Наиболее важным моментом здесь представляется настоятельная рекомендация автора рассматривать *экономику как междисциплинарное единство четырех подсистем*: экономической теории, экономической политики, управления экономикой и реальной хозяйственной практики. По мнению автора, роль экономической теории как важного фактора экономического роста недооценивается. Нельзя не согласиться с автором в том, что прямой перенос на российскую почву экономико-теоретических положений, разработанных в ходе развития экономической мысли в странах Запада, часто бывает неэффективным. Развитие экономической теории применительно к специфическим условиям России, с учетом ее истории, культуры, географического и геополитического положения, должно стать одной из важных задач общественно-гуманитарного корпуса российской науки.

Требует упоминания также еще одна идея, прорабатываемая в нескольких исследованиях автора. Речь идет о теоретическом, организационном и социально-психологическом обосновании отделения бизнеса как сферы деятельности по аккумулярованию и инвестированию денежных средств от собственно экономики как сферы производства, распределения, обмена и потребления экономических благ. Эту концепцию автор последовательно разрабатывает применительно ко всем уровням экономики — от уровня предприятия до федерального уровня. Это — достаточно спорная идея, реализация которой потребовала бы существенной трансформации организационных основ функционирования российского общества. Ее обсуждение весьма желательно. Представлен в книге и перечень мероприятий, которые могут быть направлены на системную трансформацию и повышение эффективности российских промышленных предприятий.

Базируясь на разработках концепции системной экономической теории, автор пытается заглянуть за временной горизонт в период, когда ростки новой экономики, заметные уже сегодня, потребуют пересмотра ландшафта экономической практики, *развития новых направлений экономической теории*, организации и управления производством. К таким явлениям относится сейчас в первую очередь развитие социально-экономических экосистем как актуальной формы экономического дизайна. Применение системной методологии здесь представляется особенно перспективным и, несомненно, должно быть поддержано.

В целом исследования автора и его последователей в развитии и применении системной экономической теории содержат ряд результатов, которые можно считать новаторскими. Методологию исследования отличает целостность, междисциплинарность и последовательность. Могут ли эти качества заменить убедительность и обоснованность, покажет время.

И, наконец, одно общее замечание. «Системный анализ», «системный подход», «системная методика» и т.п. — словосочетания, встречающиеся едва ли не в каждой диссертации по экономическим наукам при описании методологии исследования. Смысл, однако, в них можно вкладывать разный. Как правило, соискатели имеют в виду простой совместный учет разных факторов и явлений в экономике. Однако Г.Б. Клейнер иначе трактует эти словосочетания. Для него выражение «системный анализ» означает не столько вид анализа, сколько его предмет, а именно — исследование социально-экономических систем как самостоятельного общественного феномена. Хочется надеяться, что развитие этого направления будет способствовать преодолению кризисного состояния экономической теории и выходу на траекторию устойчивого роста российской экономики.

Foreword to Georgy Kleiner's monograph "System economics: The milestones in development" by RAS academician V.L. Makarov³

© 2021 V.L. Makarov

V.L. Makarov,

Central Economics and Mathematics Institute, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia; e-mail: makarov@cemi.rssi.ru

Received 24.05.2021

DOI: 10.31857/S042473880016421-2

³ Kleiner G.B. (2021). System economics: The milestones in development. Monograph. Foreword by RAS academician V.L. Makarov. Moscow: Scientific Library. 746 p. ISBN: 978-5-907242-87-6.

С.А. Смоляку — 85



16 августа 2021 г. исполнилось 85 лет Сергею Абрамовичу Смоляку, главному научному сотруднику ЦЭМИ РАН, доктору экономических наук.

После окончания школы Сергей Абрамович поступил на механико-математический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова. Здесь он занимается проблемами теории чисел и участвует в семинарах А.Н. Колмогорова по теории приближения функций и Н.М. Коробова в МИАН по проблемам применения теоретико-числовых методов в приближенном анализе. Одна из его курсовых работ была посвящена решению актуальной задачи химической кинетики и легла в основу совместной с И.В. Березиным статьи в журнале «Кинетика и катализ».

Окончив с отличием механико-математический факультет МГУ, он начинает работать инженером-конструктором в ОКБ Сухого. Анализируя постановки решаемых им на предприятии практических задач и чисто математических задач, С.А. Смоляк обратил внимание, что они могут быть интерпретированы как частный случай более общей проблемы восстановления функции или линейного функционала от нее по значениям других линейных функционалов. Его статьи, посвященные методам многомерного численного интегрирования на основе квадратурных и интерполяционных формул (в зарубежных математических работах известных как Smolyak method) и оценкам эpsilon-энтропии некоторых классов функций, были опубликованы в 1960 и 1963 г. в журнале «Доклады АН СССР». Работы были представлены в журнал академиком А.Н. Колмогоровым. В 1966 г. без отрыва от производства С.А. Смоляк защитил в МГУ кандидатскую диссертацию «Об оптимальном восстановлении функций и функционалов от них» на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук.

С 1967 г. С.А. Смоляк работает в научной лаборатории при Московском инженерно-строительном институте им. В.В. Куйбышева (МИСИ). Его научные статьи этого периода посвящены проблемам определения производственной мощности строительных организаций и заводов сборного железобетона, оценке эффективности сокращения продолжительности строительства и многим другим проблемам. Он был одним из авторов «Отраслевых методических указаний по планированию строительного производства» — документа, согласованного четырьмя строительными министерствами и содержащего научно-обоснованные методы, позволяющие обеспечить сбалансированность плановых показателей строительных организаций.

В 1970–1980-х годах Сергей Абрамович разрабатывает оригинальные экономико-математические модели оптимизации сроков службы машин и оборудования, практически использованные при

установлении норм амортизационных отчислений для строительных машин. В 1977 г. выходит из печати его монография «Планирование многономенклатурного производства», в которой изложены авторские нелинейные модели оптимизации развития производств, исследованы зависимости стоимости и продолжительности строительства от основных технических характеристик новых объектов.

В 1984 г. С.А. Смоляк переходит на работу в НИПИоргнефтегазстрой, где занимается вопросами совершенствования системы планирования и управления нефтегазовым строительством. При его активном участии было подготовлено «Положение об управлении научно-техническим прогрессом в Миннефтегазстрое». В 1980-х годах Сергей Абрамович является одним из основных исполнителей, под руководством Н.П. Федоренко и Д.С. Львова, работ по методическому обеспечению комплексной оценки эффективности мероприятий. Многие его предложения (например, по сравнению альтернатив с неопределенными затратами и результатами, расчету внутренней нормы эффективности) включены в утвержденную Постановлением ГКНТ СССР и Президиума АН СССР методику.

Разработанные С.А. Смоляком новые нелинейные модели развития и размещения многономенклатурных производств, методы измерения их производственных мощностей составили основу его докторской диссертации «Оптимизация управления развитием многономенклатурных производств», которую он защитил в ЦЭМИ в 1988 г. В 1989 г. С.А. Смоляк перешел на постоянную работу в ЦЭМИ, где и работает сейчас в должности главного научного сотрудника в лаборатории «Стратегии развития отраслевых комплексов».

С начала 1980-х годов С.А. Смоляк участвует в государственной экспертизе крупных инвестиционных проектов и программ (Энергетической стратегии России, федеральных программ развития электронной техники, станкостроительной и автомобильной промышленности, проектов строительства Балтийской трубопроводной системы, завершения строительства АЭС на Кубе, реконструкции Богословского алюминиевого завода, Белорецкого металлургического и Тырныаузского вольфрамо-молибденового комбинатов, организации в России производства легковых автомобилей «Фиат», «Форд», строительства крупных транспортных объектов и др.), а также проектов разработки ряда нефтяных месторождений. Сергей Абрамович участвовал в проведении исследования «Оценка воздействия на социально-экономическое развитие России крупномасштабных инвестиций в нефтегазовые проекты в рамках шести соглашений о разделе продукции» (Комиссия по изучению производительных сил и природных ресурсов РАН и Нефтяной совещательный форум, 1996). Многие его работы посвящены соответствующей тематике. В частности, он один из авторов утвержденных «Методических рекомендаций по оценке эффективности инвестиционных проектов» (первая и вторая редакции 1994 и 1999 г.), которые представляют собой творческий синтез отечественного и зарубежного опыта, с учетом своеобразных, нестационарных, условий российской экономики.

Вторая редакция рекомендаций по-прежнему остается, пожалуй, единственным официальным документом, которому можно доверять в практических расчетах — несмотря на изобилие более поздних официальных инструкций по оценке эффективности инвестиций. Третья редакция «Методических рекомендаций...», составленная не по собственной инициативе в 2004 г. тем же коллективом, к сожалению, не была рассмотрена министерствами.

Сергей Абрамович — один из авторов, вместе с П.Л. Виленским и В.Н. Лившицем, популярного, пользующегося огромным спросом у специалистов, учебного пособия «Оценка эффективности инвестиционных проектов: теория и практика», пятое доработанное и дополненное издание которого вышло в конце 2015 г.

Современным российским трендом являются нормативные документы, позволяющие обосновать практически любые проектные решения. Не исключением стала сфера разработки месторождений. Проведенный С.А. Смоляком анализ позволил выявить ряд принципиальных недостатков отраслевых методических положений, открывающих широкие возможности для манипулирования выбором рекомендуемого варианта проекта. В своих работах Сергей Абрамович показывает, что на самом деле принцип максимизации общественного эффекта вполне сочетаем с соблюдением интересов недропользователей. Одно из препятствий достижения разумного компромисса — это существующие правила формирования ликвидационного фонда, которые существенно снижают доходы недропользователя и стимулируют его к преждевременному прекращению добычи. Смоляком разработаны общие принципы формирования ликвидационного фонда, предложен адаптивный к изменениям условий механизм его формирования и использования, получены расчетные формулы ставок годовых ликвидационных отчислений.

Большое внимание Сергей Абрамович уделяет задачам оптимизации параметров инвестиционных проектов, например оптимизации момента прекращения проекта, генерирующего случайные денежные потоки, формированию рационального механизма финансирования работ, связанных с прекращением добычи полезных ископаемых, обоснованию рационального срока разработки отдельных эксплуатационных объектов и месторождения в целом, выбору наиболее эффективного (с позиции общества в целом) варианта проекта.

Многие инженерные и экономические задачи являются приложением теории восстановления функций, исследованной С.А. Смоляком еще в кандидатской диссертации. Разработанные С.А. Смоляком методы реализованы и в совместной с Г.Б. Клейнером монографии «Эконометрические зависимости: принципы и методы построения». Для оценки недвижимости оценщикам нередко приходится восстанавливать зависимости стоимости объектов от различных их характеристик, и здесь применение разработанных С.А. Смоляком подходов оказывается полезным. Сергей Абрамович предложил оригинальный метод восстановления функций от номинальных и порядковых переменных по неточной информации об их значениях в отдельных точках.

С 1980-х годов Сергей Абрамович исследует проблему учета факторов риска и неопределенности. В наиболее полном виде эти результаты изложены в книге «Оценка эффективности инвестиционных проектов в условиях риска и неопределенности (теория ожидаемого эффекта)». В ней рассмотрены вопросы формирования проектных решений с неопределенными характеристиками различного вида, обоснованы правила и критерии сравнения альтернатив для условий интервальной, нечеткой и вероятностной интервальной неопределенности и неопределенных процессов, а также альтернатив, наделенных правдоподобием.

Цикл работ Сергея Абрамовича по проблемам оценки эффективности инвестиционных проектов и стоимостной оценки имущества удостоен премии Российской академии наук им. В.С. Немчинова 2011 г. за выдающиеся работы в области экономико-математических моделей и методов. С.А. Смоляк рассматривает теорию оценки эффективности инвестиционных проектов и теорию стоимостной оценки имущества как составные части одной и той же общей теории экономических измерений и прилагает много усилий в направлении синтеза современных достижений этих теорий.

В книге «Проблемы и парадоксы оценки машин и оборудования» и многих последующих статьях С.А. Смоляк исследует важнейшие методологические проблемы стоимостной оценки имущества, связанные с трактовкой принципа наиболее эффективного использования, измерением износа и старения имущества, существенной неопределенностью прогнозной динамики цен и налоговых ставок. С.А. Смоляком предложена новая, краткосрочная версия доходного подхода к стоимостной оценке машин и оборудования. Созданные им модели динамического программирования позволяют строить зависимости стоимости машин (на дату оценки) от возраста и/или наработки с учетом различных особенностей процесса физического изнашивания (деградации) машин и характеристик их надежности.

С.А. Смоляком разработаны практические алгоритмы действий, позволяющие более обоснованно принимать тот или иной вид регрессионной зависимости к стоимостной оценке активов при использовании сравнительного (рыночного) подхода. Для формулы Д.С. Львова Сергей Абрамович предложил обобщения, учитывающие влияние инфляции, когда процесс деградации машины и ее аналога детерминированный и когда он описывается пуассоновским случайным процессом с отрицательными скачками.

С.А. Смоляк — автор более трехсот научных работ и нескольких десятков монографий, его работы публикуются в ведущих отечественных научных журналах.

Сергей Абрамович на протяжении многих лет является председателем профкома ЦЭМИ РАН, членом президиума исполкома Московской региональной профсоюзной организации РАН, с участием и вниманием отстаивает интересы сотрудников РАН.

Редколлегия журнала, друзья и коллеги Сергея Абрамовича желают ему здоровья, счастья, благополучия и дальнейших творческих успехов!



ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

НА БАЗЕ ЦЕНТРАЛЬНОГО ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА РАН



БАКАЛАВРИАТ

Экономика
Экономическая логистика
Менеджмент организации
Менеджмент в СМИ и рекламе



МАГИСТРАТУРА

Экономика и управление наукой, технологиями и инновациями
Общий и стратегический менеджмент



АСПИРАНТУРА

Экономика

ЦЭМИ РАН — крупнейший центр отечественной и мировой экономической науки, собравший под своей эгидой целое созвездие блестящих ученых с мировыми именами. Теоретические дисциплины преподают ведущие ученые, а практические занятия — специалисты бизнес-школ и консультанты по управлению, маркетингу и финансам.

Студенты факультета с первых дней могут проходить стажировки в ведущих научных институтах, принимать участие в различных проектах, международных симпозиумах и конференциях.

Выпускники факультета получают фундаментальную экономическую подготовку, умение квалифицированно разбираться во всех разделах и современных течениях экономической и управленческой науки, что дает им дополнительные преимущества для трудоустройства в органах государственного управления, коммерческих и консалтинговых компаниях, исследовательских центрах, рекламных и информационных агентствах, а также в сфере науки и высшего образования.

5 ПРИЧИН ПОСТУПИТЬ В ГАУГН



ВЫДАЮЩИЕСЯ ПРЕПОДАВАТЕЛИ

Ученые из научно-исследовательских институтов РАН, включая академиков, членов-корреспондентов, докторов и кандидатов наук.



ВОСТРЕБОВАННОСТЬ ВЫПУСКНИКОВ

Выпускники востребованы на рынке труда. Контакты с будущими работодателями устанавливаются во время практики.



МЕЖДУНАРОДНОЕ СОТРУДНИЧЕСТВО

Некоторые лекции читают приглашенные специалисты из других стран. Большое внимание уделяется языковой подготовке.



УДОБСТВО

Факультеты находятся в Москве в непосредственной близости от метро. Обучение в магистратуре и аспирантуре в основном проходит в вечернее время. Подать документы можно онлайн.



СТУДЕНЧЕСКАЯ ЖИЗНЬ

Студенты ГАУГН могут участвовать в многочисленных студенческих клубах [«Что? Где? Когда?», Клуб политического анализа, Китайский разговорный клуб и др.].