

СОДЕРЖАНИЕ

Том 56, Номер 6, 2022

Пылевой комплекс для исследований динамики пылевых частиц в приповерхностной атмосфере Марса <i>A. В. Захаров, Г. Г. Дольников, И. А. Кузнецов, А. Н. Ляш, F. Esposito, C. Molfese, I. Arruego Rodríguez, E. Seran, M. Gaudéfroy, А. Е. Дубов, И. В. Докучаев, М. Г. Князев, А. В. Бондаренко, В. М. Готлиб, В. Н. Каредин, И. А. Шашкова, М. Е. Абделаал, А. А. Карташева, А. В. Шеховцова, С. А. Бедняков, В. В. Барке, А. В. Яковлев, В. А. Грушин, С. И. Попель, О. И. Кораблев, Д. С. Родионов, Н. С. Даксбери, О. Ф. Петров, Е. А. Лусин, М. М. Васильев, А. Ю. Поройков, Н. Д. Борисов, F. Cortecchia, В. Saggin, F. Cozzolino, D. Brienza, D. Scaccabarozzi, G. Mongelluzzo, G. Franzese, C. Porto, A. Martín Ortega Rico, N. Andrés Santiuste, J. R. de Mingo, С. I. Popa, S. Silvestro, J. R. Brucato</i>	371
О вероятности захвата допланетных тел в протолунный рой при формировании системы Земля–Луна <i>В. Н. Афанасьев, Г. В. Печерникова</i>	389
Моделирование вращательной динамики и кривых блеска малых спутников Сатурна, находящихся в режиме быстрого вращения <i>А. В. Мельников, Ю. Г. Копылова</i>	410
К вопросу о происхождении экваториального разлома на спутнике Плутона Хароне <i>Б. П. Кондратьев</i>	418
Влияние черного излучения на критерий гравитационной неустойчивости Джинса в околозвездном плазменном диске при учете неизоэнтропических эффектов <i>А. В. Колесниченко</i>	427
Поправка	442

УДК 53.082

ПЫЛЕВОЙ КОМПЛЕКС ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЙ ДИНАМИКИ ПЫЛЕВЫХ ЧАСТИЦ В ПРИПОВЕРХНОСТНОЙ АТМОСФЕРЕ МАРСА

© 2022 г. А. В. Захаров^{a, *}, Г. Г. Дольников^a, И. А. Кузнецов^a, А. Н. Ляш^a, F. Esposito^b,
C. Molfese^b, I. Arruego Rodríguez^c, E. Seran^d, M. Gaudefroy^d, А. Е. Дубов^a, И. В. Докучаев^a,
М. Г. Князев^a, А. В. Бондаренко^a, В. М. Готлиб^a, В. Н. Каредин^e, И. А. Шашкова^a,
М. Е. Абделаал^a, А. А. Карташева^a, А. В. Шеховцова^a, С. А. Бедняков^a, В. В. Барке^a,
А. В. Яковлев^a, В. А. Грушин^a, С. И. Попель^a, О. И. Кораблев^a, Д. С. Родионов^a, Н. С. Даксберн^f,
О. Ф. Петров^g, Е. А. Лисин^g, М. М. Васильев^g, А. Ю. Поройков^h, Н. Д. Борисовⁱ, F. Cortecchia^j,
B. Saggini^k, F. Cozzolino^b, D. Brienza^l, D. Scaccabarozzi^k, G. Mongelluzzo^b, G. Franzese^b, C. Porto^b,
A. Martín Ortega Rico^c, N. Andrés Santiuste^c, J. R. de Mingo^c, C. I. Popa^b, S. Silvestro^b, J. R. Brucato^m

^aИнститут космических исследований РАН, Москва, Россия

^bINAF – Astronomical Observatory Capodimonte, Naples, Italy

^cINTA, Madrid, Spain

^dLATMOS, Paris, France

^eСКБ КП ИКИ РАН, Таруса, Россия

^fGeorge Mason University, Fairfax, VA, USA

^gОбъединенный институт высоких температур РАН, Москва, Россия

^hНациональный исследовательский университет МЭИ, Москва, Россия

ⁱИЗМИРАН, Троицк, Россия

^jINAF-OAS, Bologna, Italy

^kPolitecnico di Milano, Milano, Italy

^lINAF-IAPS, Rome, Italy

^mINAF – Astrophysical Observatory of Arcetri, Florence, Italy

*e-mail: zakharov@iki.rssi.ru

Поступила в редакцию 06.06.2022 г.

После доработки 09.06.2022 г.

Принята к публикации 23.06.2022 г.

Прибор Пылевой Комплекс (ПК) создан для установки на посадочную платформу проекта Экзо-Марс. Цель эксперимента – изучение динамики пылевых частиц приповерхностной атмосферы Марса и основных физических параметров приповерхностной среды, влияющих на их динамику. Прибор позволяет регистрировать пылевые частицы в приповерхностной атмосфере Марса, определять основные их параметры и измерять некоторые электрические характеристики плазменно-пылевой среды, связанные с динамикой пылевых частиц вблизи поверхности Марса. В статье приводится описание прибора, его блоков, датчиков, характеристики измеряемых параметров, основные элементы программы измерений.

Ключевые слова: приборы для изучения динамики пыли в атмосфере Марса, Марс, динамика пыли, пылевая плазма, электрические поля, электрическая проводимость атмосферы, электромагнитные излучения

DOI: 10.31857/S0320930X22060068

ВВЕДЕНИЕ

Одной из важнейших компонент атмосферы Марса являются пылевые и аэрозольные частицы, размеры которых могут составлять от десятков нанометров до десятков микрон (Tomasko и др., 1999). Их формирование и движение сопровождается процессами, связанные с выветриванием грунта, перераспределением компонент поверх-

ностного слоя, изменением прозрачности атмосферы и, в конечном итоге, изменением климата. Ветер может поднимать с поверхности и более крупные пылевые частицы размером до сотен микрометров в диаметре, запуская механизмы сальтации – скачкообразного перемещения частиц в приповерхностном потоке. Кроме того, частицы миллиметрового и субмиллиметрового

размера могут перекачиваться ветровыми потоками по поверхности, что приводит к ее эрозии и изменению рельефа.

По данным ранее выполненных измерений известно, что даже в отсутствие ветра в марсианской атмосфере всегда имеется значительное количество взвешенных пылевых частиц (Fenton и др., 2007). Плотность пылевой компоненты атмосферы вблизи марсианской поверхности изменяется в зависимости от сезона, широты, наличия локальных или глобальных штормов и никогда не падает до нуля. На средних широтах в спокойных условиях концентрация частиц в атмосфере оценивается в $1\text{--}2\text{ см}^{-3}$ (Morož и др., 1993), что в массовом выражении составляет $\sim 1.8 \times 10^{-7}\text{ г м}^{-3}$. Эта величина значительно возрастает во время пылевых бурь, достигая $\sim 7 \times 10^{-2}\text{ г м}^{-3}$. Переносимая в атмосфере пыль существенно влияет на динамическую и термодинамическую эволюцию атмосферы и приповерхностного слоя Марса (Korablev и др., 1993; Мороз и др., 1991). Ветровой перенос пыли, участвуя в суточных, сезонных и годовых широкомасштабных изменениях атмосферной циркуляции, играет ключевую роль в формировании общего климата Марса и локальных метеословий (Smith, 2008). В атмосфере Марса частицы пыли поглощают и рассеивают тепловое и солнечное излучение, а также могут адсорбировать летучие компоненты, выступая в качестве центров конденсации для H_2O и CO_2 (Vandaele и др., 2019). Эти физические процессы и явления в значительной степени определяют тепловую структуру, тепловой баланс и циркуляционные процессы в атмосфере (Jakosky, Martin, 1987). Во время пылевой бури более 80% солнечного излучения может поглощаться пылью, и этот фактор становится определяющим для температурного режима Марса.

Экспериментальное изучение ветропылевого потока в приповерхностном слое Марса позволяет получить количественные данные, крайне необходимые для понимания природы явлений, связанных с подъемом пылевых частиц в атмосферу, выявления закономерностей их движения и выяснения возможных механизмов формирования пылевого облака, вихря, шторма, бури (Golitsyn, 1973). Пылевые вихревые смерчи и пылевые штормы широко распространены на Марсе, но пылевой цикл и его влияние на циркуляцию атмосферы до сих пор очень плохо изучены (Newman и др., 2002). Это приводит к невозможности предсказаний глобальных пылевых штормов и локальных возмущений на Марсе.

В соответствии с модельными представлениями и экспериментальными исследованиями, выполненными в условиях, приближенных к марсианским, было показано, что основными факторами, определяющими динамику пыли на Марсе, являются ветер и приповерхностное электриче-

ское поле (Farrell и др., 2006). Скорость пылинок, взвешенных в воздухе, практически равна скорости ветрового потока. По данным измерений на космических аппаратах Viking среднее значение скорости ветра составило 9 м с^{-1} на высоте 1.6 м (Hess и др., 1977), а во время пылевых бурь скорость ветра увеличивалась до $25\text{--}32\text{ м с}^{-1}$. По данным аппарата Pathfinder на высоте 0.9 м эти величины составляли 5 м с^{-1} и $7\text{--}10\text{ м с}^{-1}$ соответственно (Perko и др., 2002). Марсианские ветры вовлекают мелкие пылевые частицы (менее десятков микрон) в атмосферную динамику, а более крупные (от нескольких сотен микрон) — в сальтационные процессы.

Когда пылинки при своем движении соприкасаются с поверхностью или между собой, они могут обмениваться зарядами посредством трибоэлектрических (фрикционных) процессов (Eden, Vonnegut, 1973). Можно ожидать, что для Марса с его сухой атмосферой и очень низким давлением такой процесс перезарядки будет происходить весьма эффективно — особенно при увеличении скорости ветра и концентрации частиц во время пылевых бурь.

Глобальная электрическая цепь марсианской атмосферы и процессы, связанные с атмосферным электричеством, во многом определяются проводимостью атмосферы, которая, в свою очередь, зависит от степени ионизации молекул атмосферы и аэрозоля. С учетом ионизационных эффектов, возникающих под действием внешних факторов на атмосферу и ее компоненты, включая пылевые частицы (Michael и др., 2008), оценочная концентрация электронов вблизи поверхности Марса составляет $\sim 5 \times 10^6\text{ м}^{-3}$ (Whitten и др., 1971). Модельные представления показывают, что проводимость марсианской атмосферы может принимать значения от 10^{-12} до $10^{-10}\text{ См м}^{-1}$ (Harrison и др., 2016), а при развитии пылевых бурь на Марсе она может составлять $\sim 2.5 \times 10^{-12}\text{ См м}^{-1}$ (Farrell и др., 2006). Возникновение электрических зарядов на пылинках приводит к формированию электрических полей. Моделирование этого процесса позволяет сделать вывод о том, что при скорости ветра 7 м с^{-1} уже через одну секунду после начала движения частиц электрическое поле может возрасти до 1 кВ м^{-1} , а через 10 с — до 20 кВ м^{-1} (Farrell и др., 2006).

Другим важным следствием присутствия пылевой составляющей в марсианской атмосфере является собственная электрическая активность атмосферы (Reppn и др., 2003). Во время пылевых бурь в ней могут возникать микрозаряды, вызванные трением и электризацией движущихся с большой скоростью частиц. Эти микрозаряды не создают мощных импульсных сигналов, характерных для молний, но генерируют электрический шум, превышающий тепловой шум поверх-

ности и атмосферы. Появление микрозарядов, как показано в (Yair и др., 2008), может быть обусловлено разделением зарядов на электризованных частицах под действием сильных электрических полей, о которых говорилось выше.

Таким образом, наряду с исследованиями пылевой компоненты в атмосфере Марса и на его поверхности, важной задачей является проведение сопутствующих измерений электрической проводимости, электрических полей, электромагнитных шумов в приповерхностном слое атмосферы Марса, т.е. исследование факторов приповерхностной атмосферы, определяющих поведение пылевых частиц или являющихся следствием их коллективного движения.

В течение долгого времени основной метод получения информации о пыли заключался в измерении индикатрисы рассеяния солнечного излучения в атмосфере Марса и измерении прозрачности атмосферы в различных спектральных диапазонах (Koval, Yanovitskii, 1969; Busarev и др., 2007). Первые автоматические станции – советские Марс-2, -3, американский Mariner-9 – позволили наблюдать и фотографировать развитие глобальной пылевой бури на Марсе в 1971 году. Значительный объем данных по пылевой составляющей атмосферы был получен с посадочных аппаратов Viking-1, -2 (Pollack и др., 1977; 1979; Yair и др., 2008), а также со всех последующих посадочных и орбитальных аппаратов. Особенностью полученной информации является то, что она имеет либо интегральный характер по всей толще атмосферы (Markiewicz и др., 1999), либо грубое пространственное разрешение по высоте. Важная информация, имеющая практический интерес, получена по данным марсохода Mars Pathfinder Sojourner. Эксперимент Materials Adherence Experiment (MAE) (Landis, 1996; Landis, Jenkins, 2000) позволил определить скорость осаждения пыли на элементах солнечных батарей по изменению прозрачности стекла, покрывающего элемент солнечной панели.

Отдельного упоминания заслуживают результаты, полученные с помощью лидара посадочного аппарата Phoenix (Whiteway и др., 2008). В этом эксперименте получены первые и пока единственные данные об аэрозольной структуре атмосферы на малых высотах наряду с другой важной информацией о приповерхностном пограничном слое. В частности, была обнаружена облачность на высотах ~5 км, наблюдалась стратификация аэрозольных слоев и появление приповерхностной дымки, впервые было зафиксировано выпадение осадков в виде снега, схожего с изморозью земных высотных облаков. Прибор, в силу технических особенностей, не позволял проводить прямые измерения характеристик аэрозоля на высоте ниже 200 м, и для исследования этой обла-

сти были дополнительно проведены косвенные измерения рассеяния лазерного излучения лидара при помощи телекамер посадочного аппарата (Mooges, 2011). В результате, несмотря на большую измерительную ошибку и нерегулярность измерений, перемещающиеся слои аэрозоля удалось обнаружить и на этих высотах.

Новые возможности для продолжения исследований марсианской пыли могут быть получены благодаря созданию прибора Пылевой Комплекс (ПК), установленного на посадочную платформу космического аппарата ЭкзоМарс-2. Прибор представляет собой комплекс датчиков для изучения динамики пылевых частиц в приповерхностной области Марса, а также сопутствующих электрических процессов в атмосфере. Приборный комплекс включает несколько блоков, позволяющих регистрировать пылевые частицы, определять их характеристики (импульс, заряд, скорость, масса, размер, концентрация), измерять электрические параметры среды: электрическую проводимость атмосферы, напряженность электрического поля, уровень электромагнитных шумов (по которому можно судить об интенсивности микрозарядов между движущимися частицами).

В разделе “Состав прибора Пылевой Комплекс” данной статьи приводится описание прибора ПК, перечень блоков и датчиков, входящих в его состав, их назначение, размещение на посадочной платформе ЭкзоМарс-2. В разделе “Методы измерений в приборе ПК” рассматриваются методы регистрации пылевых частиц и электрических параметров приповерхностной среды. Представлено описание датчиков и чувствительных элементов прибора. Указаны основные характеристики блоков, приведен перечень измеряемых параметров, диапазоны измерений.

СОСТАВ ПРИБОРА ПЫЛЕВОЙ КОМПЛЕКС

Состав прибора Пылевой Комплекс определяется следующими задачами космического эксперимента по исследованию пылевой компоненты приповерхностной атмосферы Марса:

- исследование динамики и основных характеристик заряженных пылевых частиц: концентрации, распределения по размерам, скорости, электрического заряда;
- оценка массопереноса в приповерхностной атмосфере Марса;
- изучение механизмов заряда пылевых частиц и их дрейфа в приповерхностной атмосфере;
- регистрация источников возмущения электрического поля, пылевых образований, вихрей;
- определение электрической проводимости приповерхностной атмосферы при различных метеорологических условиях и в зависимости от солнечной и радиационной активности;

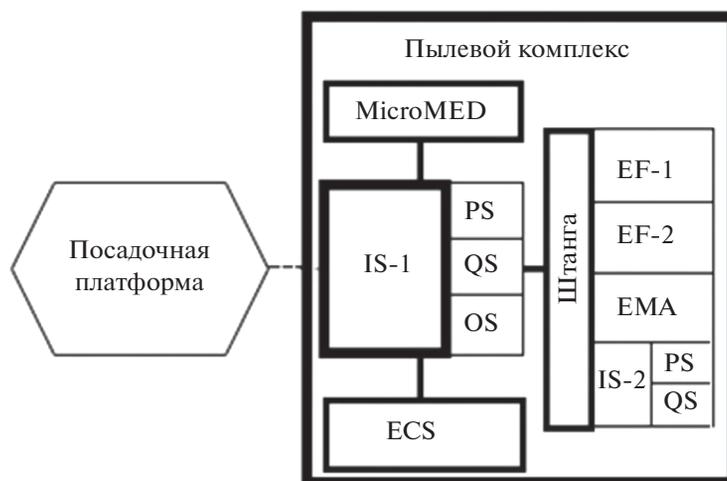


Рис. 1. Блок-схема Пылевого Комплекса (расшифровка аббревиатуры – в тексте).

– определение характеристик приповерхностного электрического поля и кумулятивной плотности заряда на пылевых частицах;

– определение связи электрической проводимости атмосферы и приповерхностного электрического поля;

– исследование электромагнитных шумов, связанных с динамикой пылевых частиц в приповерхностной атмосфере.

Пылевой Комплекс состоит из четырех блоков:

- Блок Ударный Сенсор (IS-1), имеющий в своем составе:

- пьезоэлектрические датчики (PS),

- зарядочувствительные пролетные датчики (QS),

- оптический датчик запыленности (OS);

- Блок MicroMED (датчик оптической регистрации частиц);

- Блок ECS (датчик электрической проводимости атмосферы);

- Раскрывающаяся выносная штанга, на которой установлены:

- узел ударных сенсоров (IS-2),

- два электрода измерения электрического поля (EF-1 и EF-2),

- антенна для измерения электромагнитной активности (EMA).

Блок-схема Пылевого Комплекса представлена на рис. 1.

Блок Ударных Сенсоров IS-1

На блоке IS-1 располагаются пьезоэлектрические (PS) и зарядочувствительные (QS) датчики, а также оптический датчик запыленности (OS). Кроме того, блок IS-1 содержит электронные платы

предусилителей, амплитудно-цифровых преобразователей, системы обработки, хранения и передачи данных. Схемы предусиления, оцифровки и обработки используются для управления датчиком электрической проводимости (ECS) и датчиками, установленными на Штанге ПК. Управление блоком MicroMED и получение данных с него осуществляются согласно интерфейсу связи RS-485. Предусмотрено также измерение температур в различных точках блоков IS-1, штанги ПК и MicroMED. Блок IS-1 получает бортовое питание +28 В от посадочной платформы, принимает и отправляет команды от бортового интерфейсного преобразователя (БИП), управляет расчеховкой штанги ПК.

Пьезоэлектрические датчики блока IS-1 расположены на пяти плоскостях усеченной пирамиды (4 боковые грани и 1 верхняя грань). Каждая плоскость содержит три датчика разных размеров с диаметром 4, 15 и 30 мм. Регистрация осуществляется при помощи преобразования механического импульса пылевой частицы, соударяющейся с датчиком, в электрический сигнал.

Зарядочувствительные датчики представляют собой сетки, расположенные по одной над каждой из пяти плоскостей с пьезопластинами. При пролете частицы, обладающей электрическим зарядом, на сетке индуцируется зеркально наведенный заряд, регистрируемый с помощью зарядочувствительного усилителя.

На верхней грани блока установлено оптически прозрачное стекло радиусом 10 мм, под которым располагается активный оптический датчик степени запыленности. Датчик использует собственные источники света (три длины волны). По интенсивности отраженного от поверхности стекла света рассчитывается степень его запыленности.

Таблица 1. Основные характеристики блока IS-1

Параметры	Единицы измерений	Значения
Габариты	мм	140 × 140 × 135
Масса	г	800
Эл. потребление, не более	Вт	10

Внешний вид блока IS-1 представлен на рис. 2.

Блок IS-1 установлен вблизи края посадочной платформы. В зависимости от условий посадки расстояние от поверхности Марса до ударных датчиков составит приблизительно 1.0 м. Схема расположения блока IS-1, а также MicroMED и

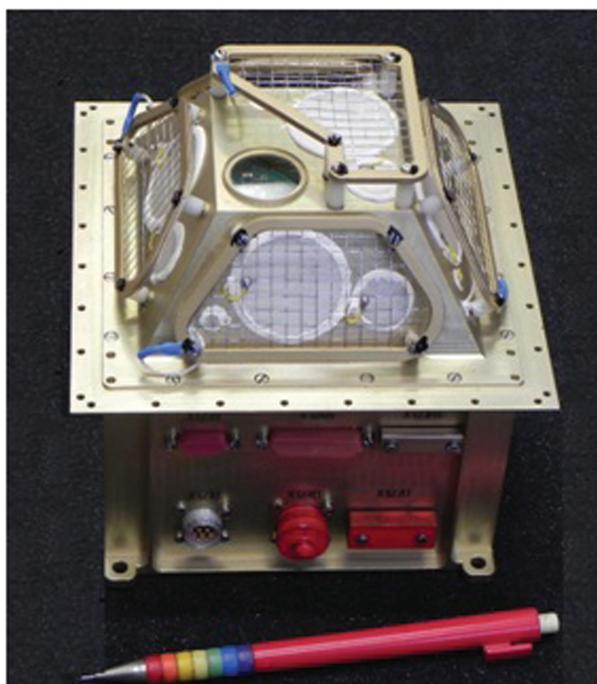


Рис. 2. Внешний вид блока IS-1.

ECS на посадочной платформе ЭкзоМарс показана на рис. 3.

Основные характеристики блока IS-1 представлены в табл. 1.

Блок MicroMED

Назначением блока MicroMED являются прямые измерения концентрации и гранулометрического состава пылевых частиц с эквивалентным диаметром от 0.4 до 20 мкм в приповерхностной атмосфере Марса.

На рис. 4 представлен внешний вид блока MicroMED.

Блок MicroMED установлен на верхней части посадочной платформы на расстоянии ~2 м от поверхности (см. рис. 3). На рис. 3 показана схема расположения блока посадочной платформы.

Основные характеристики блока MicroMED представлены в табл. 2.

Блок ECS

Датчик электрической проводимости предназначен для измерения электрической проводимости марсианской атмосферы.

На рис. 5 представлен внешний вид блока ECS.

Блок ECS установлен на термостабилизированной платформе посадочного аппарата на высоте приблизительно 0.9 м от поверхности Марса, с нижней стороны основания платформы (см. рис. 3).

Основные характеристики блока ECS представлены в табл. 3.

Штанга ПК

Раскрывающаяся штанга прибора ПК служит для выносного размещения нескольких датчиков с целью уменьшения влияния посадочной платформы на измерения и для возможности проведения измерений вблизи поверхности Марса. Как уже отмечалось, на штанге расположены: узел ударных сенсоров (IS-2), два электрода измерения электри-

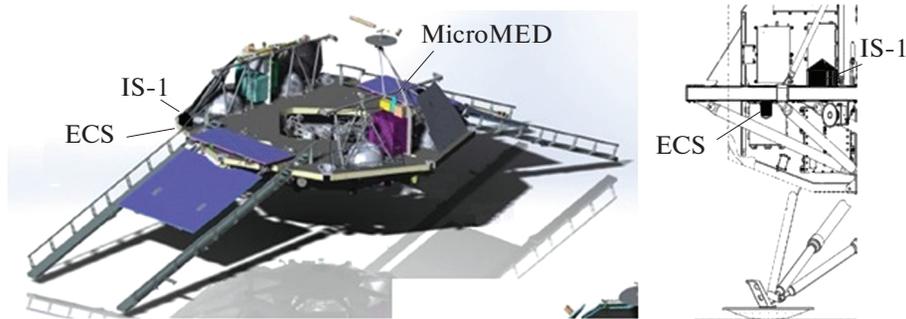


Рис. 3. Схема расположения блоков IS-1, MicroMED и ECS на посадочной платформе ЭкзоМарс. Общий вид платформы (слева), чертеж фрагмента платформы (справа).



Рис. 4. Внешний вид блока MicroMED. Крышка на трубке забора образцов атмосферы (в верхней части рисунка) снимается перед запуском.



Рис. 5. Внешний вид блока ECS.

ческого поля (EF1 и EF2) и антенна анализатора электромагнитной активности (ЕМА).

Платы электроники датчиков штанги расположены в блоке IS-1. Штанга имеет два колена и закреплена на панели солнечных элементов поса-

дочной платформы. Схема штанги в раскрытом виде и размещение датчиков представлены на рис. 6 и 7.

Основные характеристики блока штанги представлены в табл. 4.

МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЙ В ПРИБОРЕ ПК

Датчики, включенные в состав прибора ПК, позволяют измерять характеристики пылевых частиц в приповерхностной атмосфере Марса, электрическую проводимость атмосферы, вертикальную составляющую электрического поля, регистрировать электромагнитные шумы, генерируемые при столкновениях заряженных пылевых частиц.

Регистрация пылевых частиц

Пылевые частицы приповерхностного слоя будут регистрироваться тремя методами: (1) метод прямого измерения механического импульса и электрического заряда частиц при помощи датчиков PS, (2) оптический метод регистрации отдельных частиц блоком MicroMED и (3) оптический метод оценки степени осаждения пылевых частиц на поверхность блока IS-1 при помощи оптического датчика OS.

Метод измерения механического импульса и электрического заряда пылевой частицы. В основе этого метода используется прямой пьезоэлектрический эффект. Пьезоэлектрические керамические датчики и находящаяся перед ними металлическая сетка, являющаяся индукционным датчиком пролета заряженной частицы, позволяют регистрировать: (а) механический импульс mv при ударе пылевой частицы о поверхность пьезоэлектрического датчика, (б) электрический заряд пылевой частицы (если она заряжена) и (с) амплитуду компоненты вектора скорости частицы по нормали к плоскости при ее пролете между сеткой и пьезоэлектрическим датчиком.

В приборе ПК используются два набора пьезоэлектрических датчиков (PS). Один набор датчиков PS закреплён на блоке IS-1, который установлен на посадочной платформе на расстоянии ~ 1 м от поверхности в месте посадки. Другой набор PS установлен в нижней части штанги (узел IS-2). Эти PS будут регистрировать пылевые частицы на

Таблица 2. Основные характеристики блока MicroMED

Параметры	Единицы измерения	Значения
Габариты блока (высота трубки забора образцов)	мм	140 × 70 × 200 (90)
Масса	г	512
Эл.потребление, среднее	Вт	4.6

расстоянии ~10–15 см от поверхности Марса (в зависимости от условий посадки).

Блок IS-1 содержит набор PS, расположенных по пяти сторонам усеченной пирамиды (рис. 2, 8). На пяти гранях расположены 15 круглых пьезодатчиков, по 3 на каждой грани. Диаметры пьезодатчиков каждой грани составляют 30, 15 и 4 мм, толщина каждого датчика – 1 мм. Датчики изготовлены из непористого композитного керамического материала ЦТС-19 (Duran, Mouge, 1986). Размеры пьезодатчиков выбраны таким образом, чтобы охватить максимально широкий динамический диапазон измерений потоков пылевых частиц. Для потока с фиксированной плотностью и заданным распределением частиц по размеру частота регистрируемых соударений находится в прямой зависимости от площади пластины и ее чувствительности по импульсу. Наиболее чувствительными являются малые датчики, у которых повышение чувствительности компенсируется уменьшением площади. Такие датчики позволяют регистрировать более мелкие и медленные частицы, а в случае высокоинтенсивных потоков дают возможность улучшить временное разрешение регистрируемых событий за счет уменьшения их частоты. В то же время использование датчиков большего диаметра позволяет создать необходимую для наблюдения за низкоинтенсивными событиями суммарную апертуру при меньшем количестве каналов регистрации, что важно с учетом ограничений по массе и телеметрии.

На каждой грани блока перед PS на расстоянии 8 мм расположен индукционный датчик QS – металлическая сетка, на которой наводится зеркальный электрический сигнал при пролете через нее заряженной частицы.

Узел ударных сенсоров IS-2 расположен в нижней части штанги на расстоянии приблизительно 5–10 см от поверхности (в зависимости от особенностей рельефа в месте раскрытия штанги). PS закреплены на четырех боковых сторонах прямоугольного параллелепипеда, на каждой из которых находятся по два PS диаметром 30 и 15 мм. Характеристики этих PS совпадают с теми, которые используются в блоке IS-1. PS одинакового размера на двух противоположных сторонах параллелепипеда гальванически параллельно соединены. Вокруг этого узла на расстоянии 5–8 мм расположена индукционная сетка, которая, как и в блоке IS-1, используется для регистрации электрического заряда частицы. Таким образом, узел IS-2 имеет четыре канала измерений от PS и один канал от индукционной сетки. На рис. 8 представлена фотография узла IS-2, установленного в нижней части штанги (фотография всей штанги будет дана на рис. 19 в разделе “Измерения при поверхностного электрического поля”).

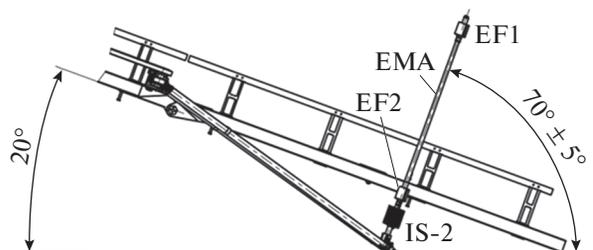


Рис. 6. Схематическое изображение штанги в развернутой конфигурации с расположенными на ней датчиками (на рисунке изображены также аппараты для съезда ровера и фрагмент солнечной панели).

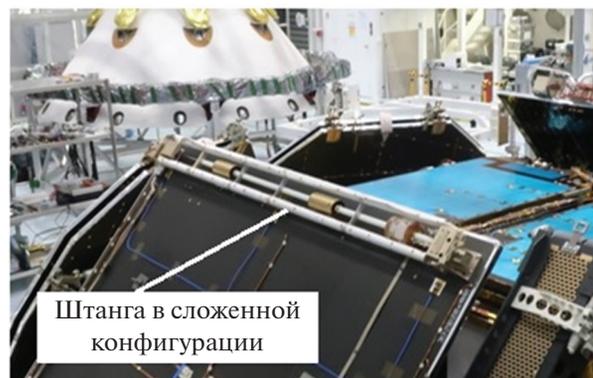


Рис. 7. Штанга в сложенном состоянии на солнечной панели посадочной платформы.

Пылевая частица, движимая ветром или электрическим полем, при попадании в пластину PS регистрируется вследствие прямого пьезоэффекта – пьезоэлектрический датчик преобразовывает

Таблица 3. Основные характеристики блока ECS

Параметры	Единицы измерения	Значения
Габариты блока ECS (Ø × В)	мм	92 × 80
Масса	г	120
Эл. потребление	Вт	Блок пассивный

Таблица 4. Основные характеристики блока штанги

Параметры	Единицы измерения	Значения
Габариты штанги в транспортном положении	мм	1161 × 91 × 68
Масса	г	1050
Эл. потребление при расчехлении, не более	Вт	5

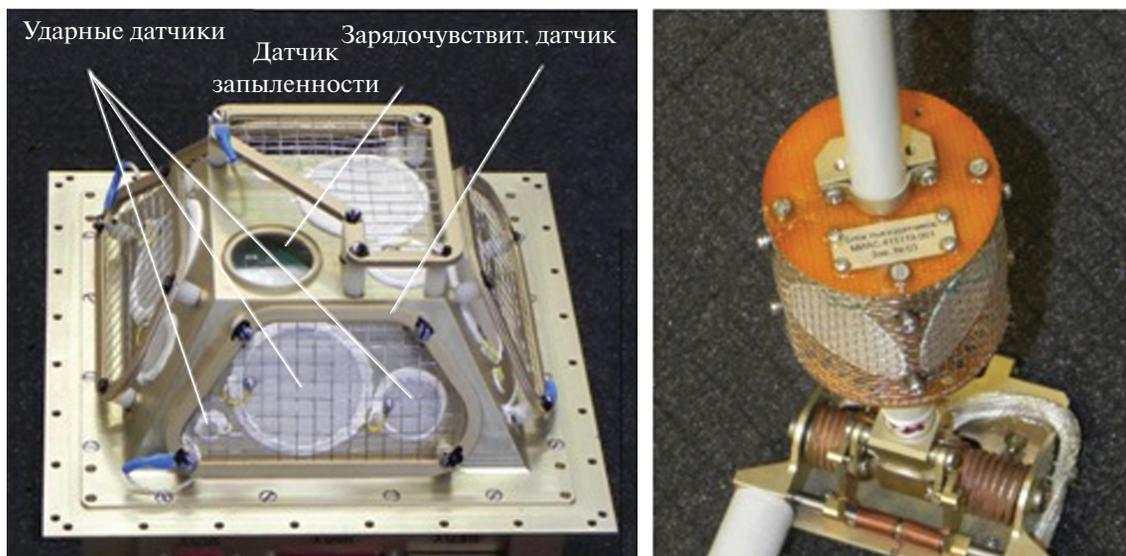


Рис. 8. Ударные и зарядочувствительные датчики. Блок IS-1 (слева) и узел IS-2 (справа).

механический импульс частицы в электрический сигнал в момент соударения. При этом амплитуда электрического сигнала пропорциональна механическому импульсу частицы mv . Минимальная величина импульса частицы (чувствительность), регистрируемая датчиком, составляет $\sim 10^{-12}$ Н с, что эквивалентно, к примеру, импульсу частицы с радиусом 4 мкм, плотностью 3 г см^{-3} , движущейся со скоростью $1.5\text{--}2 \text{ м с}^{-1}$. Динамический диапазон сенсоров по величине измеряемого импульса составляет величину более 5 порядков, что позволяет фиксировать частицы от микронного до субмиллиметрового размера. Такой диапазон измерений обеспечивается набором разнородных по чувствительности и размеру пьезосенсоров, подключаемых к предусилителям с различными коэффициентами усиления. Если частица заряжена, то на сетке QS наводится зеркальный электрический сигнал, пропорциональный заряду частицы. Комбинация двух сигналов – от сетки и от PS – позволяет определить электрический заряд частицы, механический импульс, оценить массу частиц и их скорость с точностью до $\cos\phi$, где ϕ – угол между направлением вектора скорости частицы и нормалью к поверхности пьезокерамической пластины. В присутствии постоянного набегающего потока частиц такой угол и, соответственно, компоненты вектора скорости могут быть оценены по соотношению частот регистрации частиц датчиками, расположенными на сопряженных гранях прибора, как для двумерного случая расположения датчиков на штанге IS-2, так и для трехмерного случая датчиков IS-1. Минимальный заряд частицы, при котором может быть зарегистрирован индукционный сигнал, составляет порядка $1000\text{--}3000 \text{ Кл}$ (зависит от уровня электро-

магнитных шумов окружающей обстановки). В случае отсутствия заряда у пылевой частицы ее скорость определяется из дополнительных данных, например, показаний метеокомплекса, включенного в состав научной аппаратуры посадочной платформы. Принцип и схему регистрации механического импульса и электрического заряда пылевых частиц иллюстрирует рис. 9 (Захаров и др., 2021).

В состав блока IS-1 входит также устройство для независимой автономной калибровки и тестовых проверок пьезоэлектрических датчиков – автокалибратор, представляющий собой актюатор в виде керамической пластинки диаметром 4 мм. Актюатор жестко соединен с корпусом в районе крепления PS. На актюатор подается электрический импульс, возбуждающий механические колебания вследствие обратного пьезоэффекта, эти колебания через элементы конструкции прибора передаются на пьезопластины, имитируя ударные внешние воздействия.

Функциональная схема работы прибора при регистрации пылевых частиц представлена на рис. 10. Сигнал с датчиков усиливается операционными усилителями (ОУ), расположенными на плате усилителей, затем оцифровывается аналого-цифровым преобразователем (АЦП) и под управлением программируемой логической интегральной схемы (ПЛИС) записывается в оперативную память (ОЗУ). Запись осуществляется кольцевым способом так, чтобы минимизировать мертвое время, при котором не анализируется сигнал с PS. В процессе анализа данного сигнала происходит его сравнение с заданным порогом (по умолчанию порог вычисляется через среднеквадратическое отклонение и составляет 3σ по уровню шума, но может быть скорректирован ко-

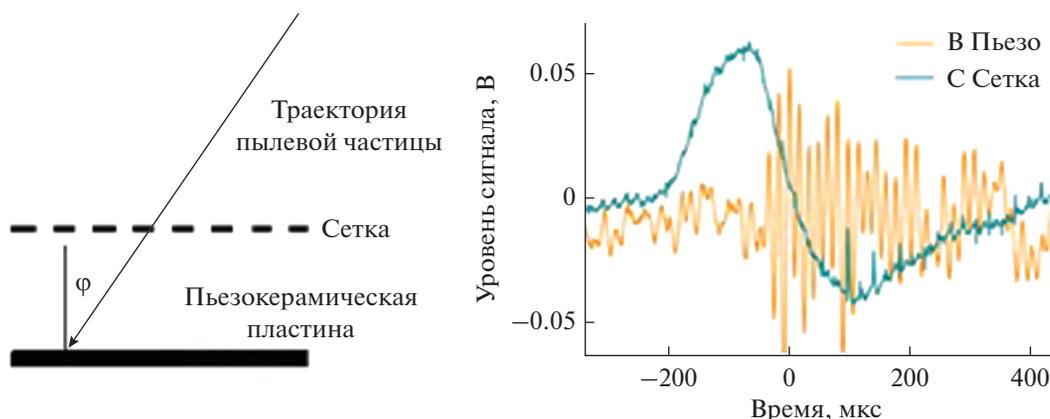


Рис. 9. Схема регистрации и характер измеряемых сигналов при регистрации пылевых частиц.

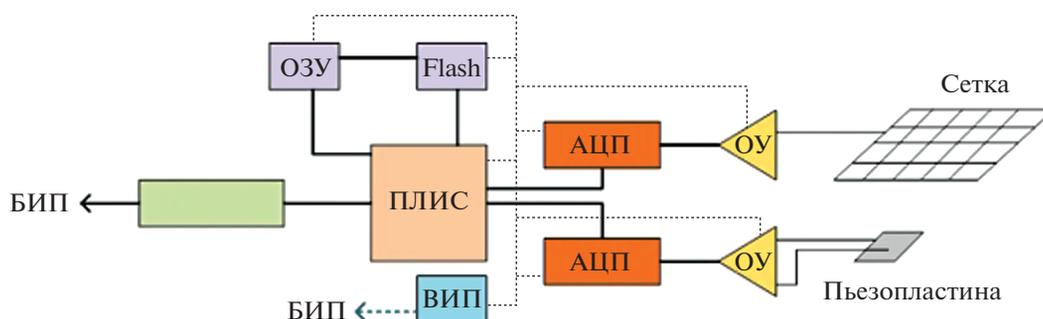


Рис. 10. Функциональная схема работы прибора при регистрации пылевых частиц.

мандами управления). В момент регистрации очередного события ПЛИС перемещает данные в энергонезависимую Flash-память, где они ожидают отправки в блок интерфейсов и памяти (БИП) космического аппарата, через который также осуществляется питание прибора при помощи платы вторичных источников питания (ВИП).

В приборе реализованы два способа записи зарегистрированных событий.

1. При регистрации сигнала происходит запись полной формы в память прибора (800 событий/с, 8 разрядов АЦП, 0.7 мс длительность записи). В таком виде сигнал будет упакован в набор данных прибора ПК, который отправляется в БИП вместе с остальными записями событий. По умолчанию количество событий, записанных этим способом за один цикл измерений, составляет 55. Однако по внешней команде данное количество может быть уменьшено или увеличено вплоть до 65536. Предполагается увеличение количества событий, передаваемых в таком “сыром” виде, после нескольких дней работы на поверхности Марса.

2. В связи с ограничением на объем передаваемых данных в приборе предусмотрен сокращенный режим записи данных регистрации пылевых частиц пьезодатчиками. Производится вычисле-

ние и запись максимальной амплитуды сигнала, времени прихода сигнала и его энергетической характеристики (в качестве которой выбрана совокупность интегральной величины сигнала и его длительность). Объем и структура передаваемой информации могут быть оперативно изменены по командам с Земли. По умолчанию количество предобработанных событий составляет 4000.

Ударные датчики могут работать в следующих режимах.

Штатный режим работы PS и QS предусматривает их включение на 1 час несколько раз за сутки: 4 раза в дневном режиме и 4 раза в ночном режиме. В перерывах между этими включениями выполняется включение других датчиков ПК.

В случае нештатных ситуаций (например, выход из строя одного или нескольких датчиков) существует возможность выборочного отключения датчиков. Также логика работы прибора позволяет изменять заданный по умолчанию порог детектирования событий 3σ. При необходимости время работы пьезодатчиков может быть как уменьшено, так и увеличено.

MicroMED – оптические измерения пылевых частиц. Блок MicroMED представляет собой оптический счетчик частиц (Esposito и др., 2011;

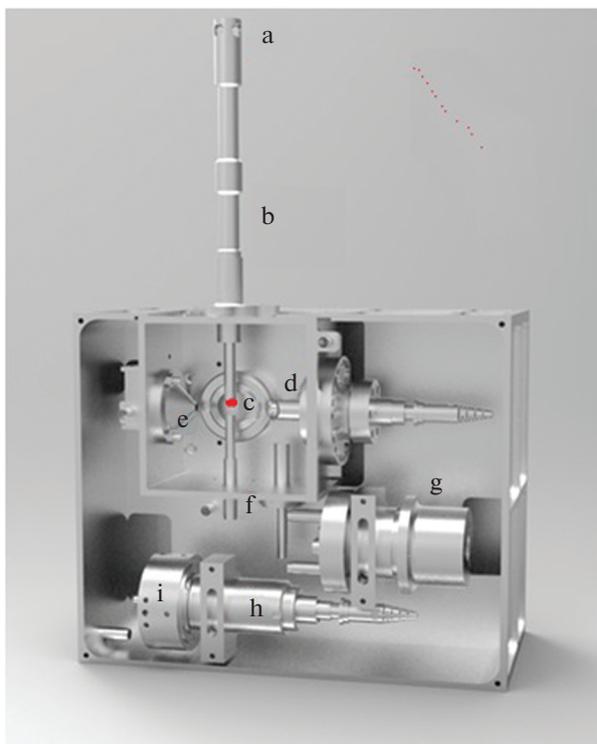


Рис. 11. Блок MicroMED. Общий вид со снятой крышкой: (а) входная головка, (б) входной канал, (с) сенсорное пятно, (d) система лазерного излучения, (е) световая ловушка, (f) выходной канал, (g) насос, (h) оптика, (i) узел лазера.

2018; Cozzolino и др., 2021; Scaccabarozzi и др., 2020; 2018; Mongelluzzo и др., 2019a; 2019b; Franzese и др., 2021), позволяющий проводить измерение размера каждой пылинки, проходящей через измерительную систему прибора. На рис. 11 показан общий вид установки MicroMED со снятой крышкой (плата электроники не показана). Насос (рис. 11g) создает поток воздуха, проходящий через входной канал (рис. 11b). Воздух и содержащиеся в нем частицы пыли всасываются через четыре отверстия, расположенные вокруг входной головки (рис. 11a), и подаются внутрь прибора, где частицы пересекают коллимированный инфракрасный луч, излучаемый лазерным диодом (рис. 11i). Чувствительный объем, в котором происходит регистрация частиц (рис. 11c), составляет примерно $1 \times 1 \times 0.3 \text{ мм}^3$ (Mongelluzzo и др., 2021). Фотодиод регистрирует сигналы световых импульсов, рассеянных аэрозольными частицами. Электроника прибора анализирует эти импульсы, подсчитывает количество частиц и определяет их размер. Результатом измерения являются концентрация N [шт./см³] и гранулометрический состав $N(r)$. Измеряемая концентрация частиц составляет от одной до нескольких сотен частиц на кубический сантиметр, прежде чем эффекты

совпадения станут значительными. Размер (диаметр) частиц, измеряемых этим методом, составляет от 0.4 до 20 мкм. Продолжительность одного цикла измерений не превышает 520 с. В процессе измерений уровень излучения калибруемого лазерного диода контролируется специальным детектором.

Физические испытания и калибровка блока MicroMED проводились в камере, моделирующей марсианские условия в атмосфере 97% CO₂ при давлении 6–7 мбар, в INAF, Неаполь (Cozzolino и др., 2020). Для калибровки использовались сферические частицы SiO₂ калиброванных размеров: от 0.4 до 30 мкм.

На рис. 12 представлены результаты испытаний блока MicroMED – экспериментальные гистограммы распределения частиц по размерам с использованием тестовых калиброванных частиц с размерами 1.93 мкм и 10.7 мкм.

Для блока MicroMED предусмотрены следующие режимы работы. Согласно стандартной циклограмме (базового сценария) работы прибора на поверхности Марса, блок MicroMED включается каждые 2 часа в дневное время (всего 4 включения, каждое подразумевает 3 пуска) и один раз ночью. При этом могут быть реализованы три различных режима работы: режим измерений (номинальный режим) и два режима калибровки: оптическая (лазерная) калибровка и режим калибровки насоса. Режимы калибровки обеспечивают калибровку в течение всей миссии. Каждый режим определяется рядом параметров, которые можно загрузить с Земли и настроить в процессе работы прибора на поверхности Марса.

Измерения при помощи оптического датчика запыленности. Для контроля степени запыленности и оценки скорости осаждения пылевых частиц из атмосферы на горизонтальную поверхность блок IS-1 снабжен светодиодным оптическим датчиком запыленности (OS). Этот датчик производит измерения коэффициента отражения от слоя пылевых частиц, осажденных на стеклянную прозрачную пластину на верхней грани блока (см. рис. 8). Датчик реализован на отдельной микросхеме, включающей высокочувствительный оптический детектор и светоизлучающие диоды на следующих длинах волн:

$$\text{Green } \lambda_1 = 525 \text{ нм}, \quad \Delta\lambda = 50 \text{ нм}$$

$$\text{Red } \lambda_2 = 670 \text{ нм}, \quad \Delta\lambda = 50 \text{ нм}$$

$$\text{IR } \lambda_3 = 885 \text{ нм}, \quad \Delta\lambda = 50 \text{ нм}$$

Над микросхемой расположена стеклянная пластина, на которую могут оседать пылевые частицы приповерхностной среды. Сигнал с оптического датчика запыленности формируется как сумма нескольких составляющих: отражение светового сигнала зондирующего излучения диода от

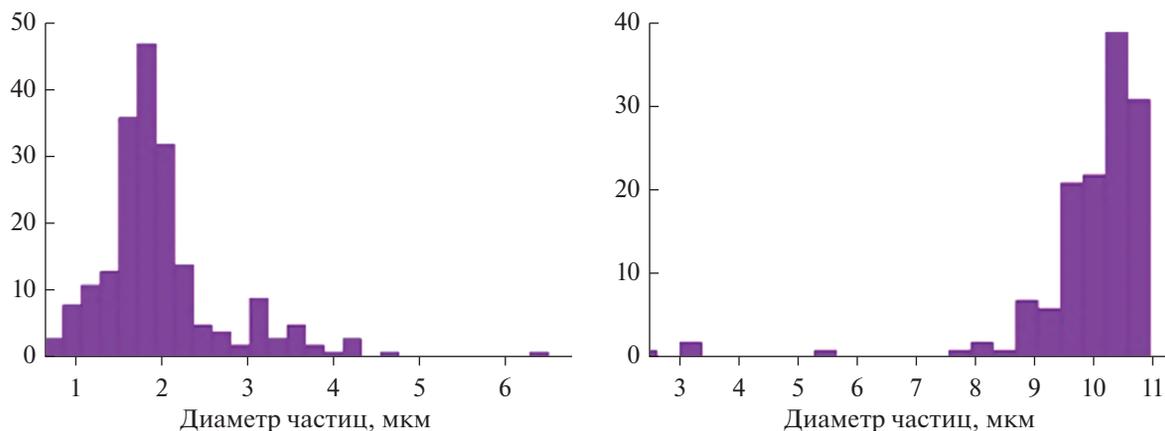


Рис. 12. Экспериментальные гистограммы распределения частиц по размерам для тестовых частиц с размерами 1.93 мкм (слева) и 10.7 мкм (справа).

поверхности стекла (отражение Френеля), отражение сигнала лазера от слоя пыли, осажденной на внешней поверхности стекла, объемное рассеяние от взвешенных частиц в некоторой области над поверхностью стекла, фоновая засветка от солнечного излучения, попавшего на стекло. На рис. 13 представлена схема измерения коэффициента отражения.

По характеру и величине сигнала с оптического датчика запыленности можно судить о плотности оседающих пылевых частиц и ее динамике в ходе космического эксперимента. В микросхеме предусмотрена компенсация фонового излучения, однако более точные данные могут быть получены ночью, при отсутствии внешнего освещения. Френелевское отражение измерено заранее и используется в качестве калибровочной величины. По сигналам фотоприемника, полученным на различных частотах лазера, можно оценить плотность осаждения пылевых частиц, цвет плотного осадка, минеральный состав частиц.

На рис. 14 слева показана верхняя грань блока IS-1 в процессе калибровки по симуляторам марсианской пыли. Симуляторы создавались на основе имеющихся гранулометрических данных и данных по элементному составу марсианского грунта. Калибровка проводилась по измерению сигнала при различном массовом значении осадка. На рис. 14 справа даны результаты измерений сигнала с фотоприемника при различных условиях испытаний, последовательно меняющихся в течение 250 с. Для отмеченных номерами от 1 до 4 тонированных временных интервалов, показаны уровни сигнала:

1. — отраженного от чистой (незапыленной) поверхности стекла (0–53 с);
2. — отраженного от поверхности при добавлении порции андезита (83–121 с);

3. — при добавлении еще одной такой же порции андезита (136–175 с);
4. — после очистки поверхности стекла (аналог интервала 1, 192–244 с).

В результате калибровки подобраны оптимальные значения мощности зондирующего излучения.

Дополнительно проводилась калибровка по измерению коэффициента объемного отражения от частиц пыли, взвешенных в воздушном потоке, создаваемом в специально сконструированной аэродинамической трубе (рис. 15).

В аэротрубе блок IS-1 был установлен таким образом, чтобы датчик запыленности оказался направлен перпендикулярно набегающему потоку. При установившейся скорости в поток вбрасывались последовательно три одинаковые порции аналога марсианской пыли (андезит). Результаты измерений представлены на рис. 16 слева.

В работе датчика запыленности предусмотрены два основных режима:

- с максимальной мощностью излучения для измерений при отсутствии оседающей пыли или

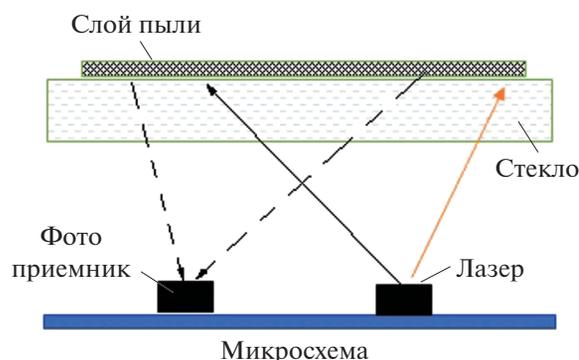


Рис. 13. Схема измерения коэффициента отражения.

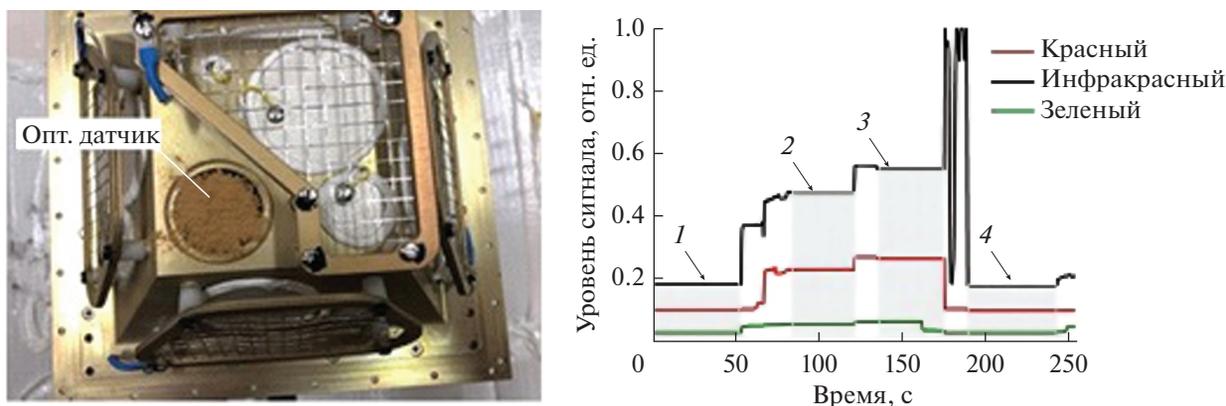


Рис. 14. Вид сверху блока IS-1 с датчиком запыленности, на котором находится образец аналога марсианской пыли (слева). Результат измерений сигнала с фотоприемника датчика запыленности при различных условиях на поверхности стекла (справа).

в случае ее удаления ветровым потоком: в этом режиме измеряется коэффициент объемного отражения от частиц, взвешенных в объеме над оптическим стеклом;

– с уменьшенной мощностью излучения для измерений в случае запыления датчика: в этом режиме измеряется коэффициент отражения от осаденного осадка.

Наиболее частое включение датчика предполагается в ночное время. Также планируется его включение сразу после посадки для оценки степени запыленности прибора из-за воздействия на грунт двигателей посадочной платформы.

Измерение электрической проводимости атмосферы

В основе измерений датчика электрической проводимости (ECS) лежит метод релаксации, реализуемый в два этапа: 1) подача короткого электрического потенциала (возмущения) на электрод и 2) измерение времени релаксации потенциала до изначального (невозмущенного)



Рис. 15. Внешний вид аэродинамической трубы.

уровня. Датчик (рис. 5) представляет собой цилиндрический электрод, подключенный к предусилителю и размещенный внутри экранирующей проводящей стальной сетки с нулевым потенциалом. Задача сетки состоит в экранировании электрода от внешнего электрического поля при обеспечении достаточно свободной аэрации внутри ECS. Детальное описание принципа измерений ECS содержится в публикации (Seran и др., 2017).

Функциональная схема измерений представлена на рис. 17, где в качестве сопротивления атмосферы Марса служит резистор R_2 , а емкость между электродом и сеткой имитируется конденсатором C_2 . Сопротивление и емкость на входе предусилителя представлены как R_1 и C_1 соответственно. В начале измерения положительный или отрицательный потенциал φ_0 подается на предусилитель через емкость C_0 . В таком случае функция изменения измеряемого потенциала $\varphi_1(t)$ на предусилителе будет такой:

$$\varphi_1(t) = \varphi_0 \frac{C_0}{C} e^{-t/(RC)},$$

где $C = C_0 + C_1 + C_2$ и $R = R_1 R_2 / (R_1 + R_2)$ (Seran и др., 2017).

Критическим параметром, определяющим точность измерения электрической проводимости среды, является входное сопротивление предусилителя, которое должно быть значительно больше электрического сопротивления среды. В предусилителе ECS входное сопротивление составляет не менее 10^{15} Ом.

Метод релаксации для измерений электрической проводимости был использован для измерений в земной стратосфере (Seran, Godefroy, 2019), где условия электрической проводимости воздуха близки к проводимости, ожидаемой в приповерхностной атмосфере Марса. Этот метод был также использован и проверен в земных условиях: в гра-

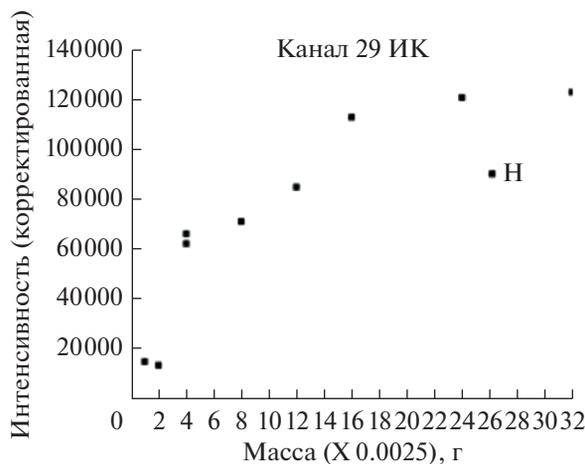
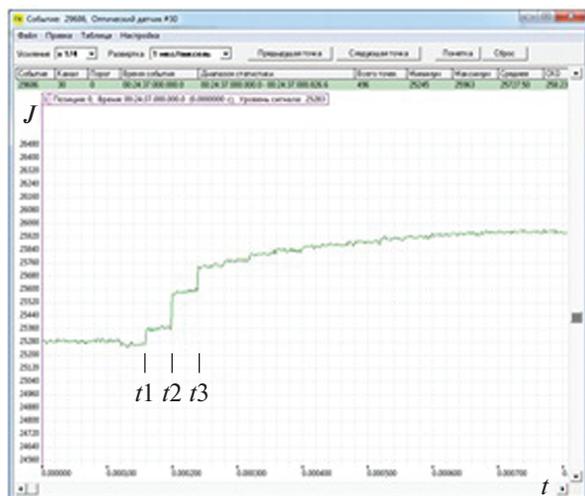


Рис. 16. Слева: характерный вид зависимости изменения интенсивности отраженного светового сигнала J в потоке частиц андезита в аэротрубе при увеличении их концентрации при вбрасывании порций частиц в поток в отмеченные последовательные интервалы времени t_1, t_2, t_3 (интенсивность отраженного сигнала J – в относительных единицах АЦП). Справа: калибровочная кривая зависимости интенсивности отраженного сигнала J (в относительных единицах АЦП) от массы осадка для одного из каналов.

нитных пещерах во французских Альпах и на лабораторных установках Института радиозащиты и ядерной безопасности (Франция). В обоих случаях электрическая проводимость воздуха/газа определялась концентрацией ^{222}Rn и его радиоактивным распадом. На лабораторной установке удалось также проверить работу прибора в атмосфере CO_2 при давлении 6 мбар, т.е. в условиях, близких к марсианским (Seran и др., 2017).

Для проверки функционирования и калибровки датчика ECS в ИКИ РАН был использован имитатор марсианской проводимости с эталонными калиброванными сопротивлениями 10^{11} , 10^{12} и 10^{13} Ом. На рис. 18 представлен пример калибровки датчика при эталонном сопротивлении 10^{13} Ом.

Предусмотрены следующие режимы работы датчика ECS. При первом включении датчика на поверхности Марса выполняется “тестовый режим”. Этот режим подразумевает работу датчика ECS одновременно с изменением электрического поля в течение 26 мин. За это время будет выполнен один цикл измерений, включающий две релаксации – с положительного и отрицательного импульса – длительностью по 13 мин. Измерения электрической проводимости атмосферы будут выполняться 4 раза в течение марсианского дня и трижды за марсианскую ночь. Предполагается по результатам анализа уточнить параметры запуска датчика и скорректировать такие параметры, как время и частота включений, длительность единичного измерения, количество измерений в одном цикле, параметр усреднения, а также временной

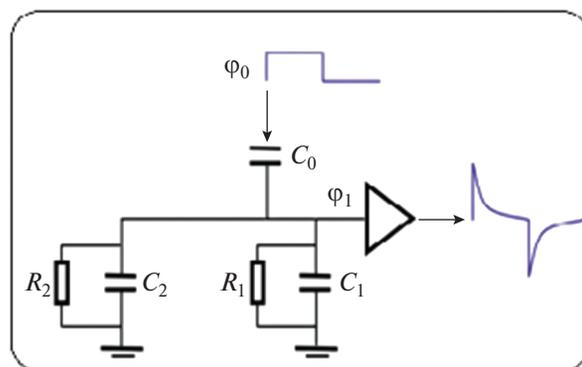


Рис. 17. Схема измерений электрической проводимости атмосферы (Seran и др., 2017).

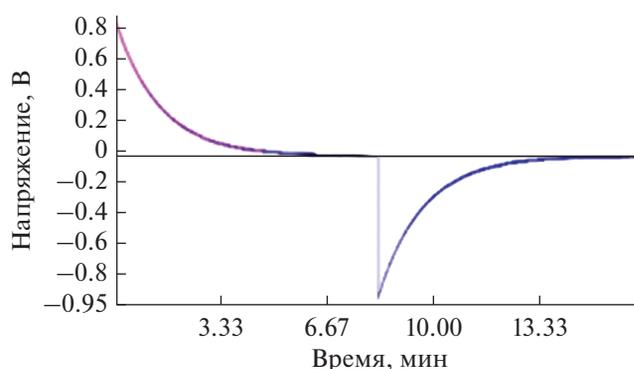


Рис. 18. Пример калибровки ECS при эталонном сопротивлении 10^{13} Ом.

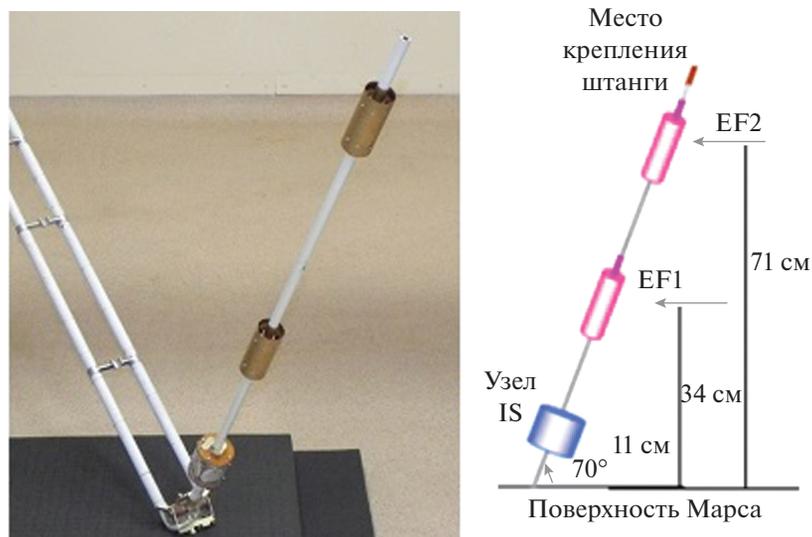


Рис. 19. Внешний вид штанги в развернутом состоянии (слева) и схема размещения датчиков на штанге (справа).

сдвиг измерений по отношению к изменению электрического поля.

Измерения приповерхностного электрического поля

Принцип измерения электрического поля прибора EF основан на использовании двух электрических электродов с плавающим потенциалом. Электроды EF1 и EF2, установленные на штанге ПК, расположены на высоте 34 и 71 см от

поверхности Марса (рис. 19), имеют цилиндрическую форму с диаметром 35 мм и высотой 80 мм. Величина вертикального электрического поля E в среде определяется как разность выходных напряжений предусилителей $E = -(U_{\text{вых2}} - U_{\text{вых1}})/L$ (L – расстояние между электродами). Каждый электрод предназначен для измерения электрического напряжения в частотном диапазоне от DC (Direct Current) до 366 Гц. Одновременно с постоянным напряжением верхний электрод EF2 измеряет переменное напряжение на частотах от 5 до 366 Гц с чувствительностью измерений в 429 раз выше, чем при измерениях постоянного сигнала.

Использованный в приборе принцип измерения электрического поля был предложен Seran и др. (2013) и проверен в земных условиях для измерения электрических полей пылевых вихрей, формирующихся на поверхностях высохших соленых озер в пустынных зонах Невады. Схема измерений представлена на рис. 20.

В соответствии с предложенной схемой каждый электрод соединен через резисторный делитель со входом операционного предусилителя, входное сопротивление которого значительно больше сопротивления делителя и превышает 10^{15} Ом. Таким образом, измеряемый на предусилителе потенциал ϕ_1 будет уменьшен в R_1/R_2 раз по отношению к потенциалу атмосферы ϕ_2 в точке размещения электрода (Seran и др., 2013). Контактное сопротивление R_2 является величиной, зависящей от электрической проводимости атмосферы, метода измерения и геометрии электрода. Оценить его для различной метеорологической и радиационной обстановки предполагается при помощи датчика ECS (описанного в предыдущем па-

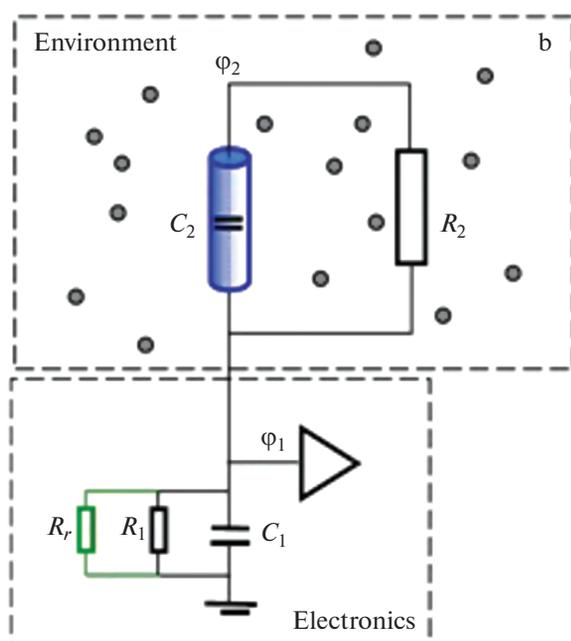


Рис. 20. Схема измерений электрического поля (Seran и др., 2013).

раграфе). Величины входного сопротивления определяются величиной ожидаемого постоянного электрического поля, а также ожидаемой электрической проводимостью атмосферы. В схеме, предложенной для измерения электрических полей на поверхности Марса, входное сопротивление имеет значение 5×10^9 Ом, что позволит измерять напряжение до ± 1 кВ с чувствительностью 60 мВ в случае электрической проводимости атмосферы 10^{12} Ом.

Предусмотрены следующие режимы работы датчиков электрического поля. Первый этап работы датчиков ЕФ на поверхности Марса предполагается в “тестовом” режиме. Данный режим подразумевает включение датчиков одновременно с изменением электрической проводимости атмосферы на 26 мин, в течение которых будут выполнены два цикла измерений по постоянному току, содержащих два режима усреднения, и 5 измерений по переменному току. Регулярные измерения будут выполняться 4 раза в течение марсианского дня и трижды за марсианскую ночь. Предполагается по результатам анализа телеметрии уточнить необходимые параметры запуска датчиков ЕФ и скорректировать такие параметры, как время и частота включений, длительность единичного измерения, количество измерений в одном цикле, параметр усреднения, а также временной сдвиг переменных измерений.

Измерения электромагнитных излучений

Для измерений электромагнитных излучений, генерируемых в марсианской атмосфере, в прибор ПК включен анализатор электромагнитной активности (ЕМА). Датчик ЕМА регистрирует амплитуду шумового сигнала, представляющего собой совокупность излучений множества некоррелированных по времени и пространству микро-разрядов, со случайными амплитудами и фазами, в диапазоне частот от 0.12 до 1.5 МГц. Сигнал имеет вид белого шума на выходе полосового усилителя.

ЕМА имеет антенну длиной 0.9 м, расположенную в раскрывающейся штанге, и электронную плату усилителя с АЦП и контроллером, находящуюся в блоке IS-1. Измеренная полоса пропускания радиотракта с помощью генератора сигналов при максимальном усилении (80 дБ) составляет 0.12–1.5 МГц по уровню 3 дБ. Чувствительность измерений сигнала на входе усилителя составляет 7 мкВ при соотношении сигнал/шум 6 дБ. При проверке чувствительности радиотракта датчика ЕМА генерировались электростатические разряды различной природы (например, создаваемые с помощью кремниевой зажималки, трения эбонитовой палочки, движения сухого песка в пластиковой бутылке, трения отвертки с

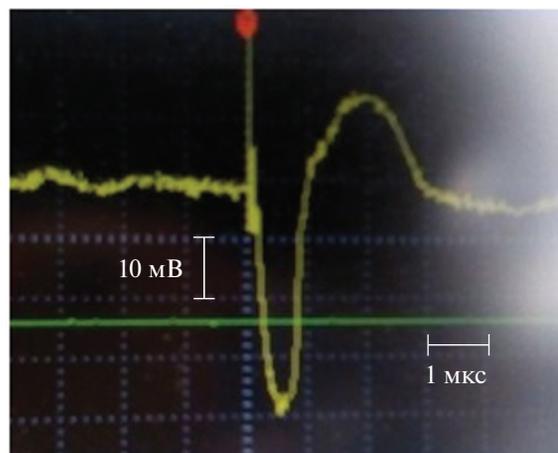


Рис. 21. Пример сигнала с датчика ЕМА при воздействии электростатического разряда (снимок с экрана осциллографа: вертикальная ось – интенсивность сигнала (10 мВ/деление), горизонтальная ось – временная развертка (1 мкс/деление).

пластмассовой ручкой), что представляло собой некоторую имитацию электрических явлений в приповерхностных пылевых образованиях. При усилении радиотракта ~ 40 дБ на расстоянии до 1 м от приемной антенны ЕМА эти разряды надежно фиксировались. На рис. 21 показан пример записи сигнала с усилителя ЕМА на экране осциллографа при воздействии внешнего шумового электростатического разряда в лабораторных условиях.

Основные характеристики датчика ЕМА представлены в табл. 5.

Датчик может работать в следующих режимах.

1. Подсчет количества превышений порога срабатывания АЦП.
2. Мониторинг радиообстановки (длительность записи АЦП – 20 мкс, периодичность записи – от 1 до 1024 с, допустимые интервалы – 1, 4, 16, 64, 256, 1024 с).

Таблица 5. Основные характеристики датчика ЕМА

Параметры датчика ЕМА	Единицы измерения	Значения
Полоса пропускания радиотракта по уровню 3 дБ	МГц	0.12–1.5
Чувствительность измерений сигнала на входе усилителя при соотношении сигнал/шум 6 дБ	мкВ	7
Чувствительность по полю со штатной антенной	мкВ м ⁻¹	700
Собственный шум на входе усилителя	мкВ	2

Таблица 6. Датчики ПК, назначение, измеряемые величины, расположение

Датчик	Назначение	Изменяемая величина и диапазон измерений	Расположение	Высота над поверхн., м
Пьезоэлектрический датчик (IS-1, IS-2)	Детектирование ударов пылевых частиц, измерение их механического импульса	Механический импульс: 10^{-10} – 10^{-5} кг м с ⁻¹ чувствительность: 4.5×10^{-12} Н с	Посадочная платформа, IS-1	1.0
			Штанга, IS-2	0.1–0.15
Зарядочувствительный датчик (QS-1, QS-2)	Детектирование зарядов пылевых частиц	от 3000 до 100000 e ⁻	Посадочная платформа, IS-1	1.0
			Штанга, IS-2	0.1–0.15
Оптический счетчик частиц MicroMED	Концентрация частиц аэрозоля в атмосфере	0–тысячи см ⁻³	Посадочная платформа (термостабилизированная)	2.0
	Размер частиц (диаметр)	0.4–20 мкм		
Оптический датчик запыленности (OS)	Контроль запыленности поверхностей прибора/посадочной платформы (измерение коэффициента отражения)	Длина волны лазера: 525 нм 670 нм 885 нм ($\Delta\lambda = 50$)	Посадочная платформа, верхняя панель блока IS-1	1.0
Датчик электрической проводимости атмосферы (ECS)	Измерение электрической проводимости атмосферы Марса	от 10^{10} до 10^{13} Ом	Посадочная платформа	0.9
Датчик электрического поля (EF-1, EF-2)	Измерение электрического поля в атмосфере Марса	0.1–1000 В	Штанга	0.34 и 0.71
Анализатор электромагнитной активности (ЕМА)	Регистрация микро-разрядов в диапазоне радиочастот от 0.2 до 1.5 МГц	Свыше 30 мкВ м^{-1}	Штанга	0.1–1

3. Работа по триггеру (запись данных по превышению установленного порога установленной длительности).

4. Запись данных в текущий момент времени установленной длительности.

Управление прибором позволяет регулировать усиление входного усилителя в диапазоне от 0 до 80 дБ, изменять длительность записи АЦП от 20 мкс до 20 мс, регулировать порог срабатывания АЦП. Объем накопленных данных определяется циклограммой работы прибора ЕМА и в зависимости от режимов работы и радиообстановки в месте посадки может составлять от 10 до 100 кбайт в сутки.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Прибор Пылевой Комплекс (ПК) создан для установки на посадочной платформе космического аппарата ЭкзоМарс-2. Прибор предназначен для исследования динамики и характеристик пылевых частиц в приповерхностной атмосфере Марса, электрических и электромагнитных эффектов, связанных с этой динамикой. Прибор способен измерять концентрацию и размеры пылевых частиц в приповерхностной атмосфере Марса, механический импульс, электрический заряд, оценивать их скорость, массу. Прибор также будет измерять электрическую проводимость приповерхностной атмосферы, величину электрического поля, уровень электромагнитных шу-

мов, генерируемых в атмосфере Марса, связанных с динамикой пылевых частиц.

В табл. 6 приведен перечень всех датчиков, входящих в состав Пылевого Комплекса, их назначение и основные характеристики.

Прибор создан в Институте космических исследований РАН (Москва, Россия) и Observatorio Astronomico di Capodimonte INAF (Napoli, Italy) (блок MicroMED) в тесном сотрудничестве с Laboratoire Atmosphères, Milieux, Observations Spatiales (LATMOS) (France), а также с участием University of Naples, CNR-Instituto Nazionale do Ottica, Florence (Italy); Politecnico di Milano (Italy); INAF institutes in Bologna (OAS), Arcetri (OAA) and Rome (IAPS) (Italy); ESA – ESTEC, Noordwijk; INTA, Madrid (Spain); George Mason University (USA); Объединенный институт высоких температур РАН (Москва, Россия); Научно-производственное объединение им. С. А. Лавочкина (Химки, Россия); Специальное конструкторское бюро космического приборостроения ИКИ РАН (Таруса, Россия).

Прибор создан при финансовой поддержке Государственной корпорации РОСКОСМОС, а также ASI, Regione Campania, CNES, INTA and the Spanish National R&D Program, ESA.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Захаров А.В., Дольников Г.Г., Кузнецов И.А., Ляш А.Н., Дубов А.Е., Афонин В.В., Бедняков С.А., Бычкова А.С., Грушин В.А., Докучаев И.В., Карташева А.А., Попель С.И., Шашкова И.А., Шеховцова А.В., Яковлев А.В., Васильев М.М., Лисин Е.А., Петров О.Ф., Борисов Н.Д., Зеленый Л.М. Прибор ПМЛ на посадочном аппарате ЛУНА-25: плазменно-пылевые измерения в приповерхностной экзосфере // Астрон. вестн. 2021. Т. 55. № 6. С. 589–600. (Zakharov A.V., Dol'nikov G.G., Kuznetsov I.A., Lyash A.N., Dubov A.E., Afonin V.V., Bednyakov S.A., Bychkova A.S., Grushin V.A., Dokuchaev I.V., Kartasheva A.A., Popel S.I., Shashkova I.A., Shekhovtsova A.V., Yakovlev A.V., Vasiliev M.M., Lisin E.A., Petrov O.F., Borisov N.D., and Zelenyi L.M. PmL Instrument On-board Luna-25 Lander: Plasma–Dust Measurements in the Surface Exosphere // Sol. Syst. Res. 2021. V. 55. No. 6. pp. 576–587.)
<https://doi.org/10.1134/S0038094621060125>
- Мороз В.И., Кержанович В.В., Краснополяский В.А. Инженерная модель атмосферы Марса для проекта Марс-94 (МА-90) // Космич. исслед. 1991. Т. 29. Вып. 1. С. 3–84.
- Busarev V.V., Prokof'eva-Mikhailovskaya V.V., Bochkov V.V. Spectral and spectral-frequency methods of investigating atmosphereless bodies of the Solar system // Physics-Uspokhi. 2007. V. 50. № 6. P. 637–647.
- Cozzolino F., Franzese G., Mongelluzzo G., Molfese C., Esposito F., Ruggeri A.C., Porto C., Silvestro S., Papa C.I., Mennella V., Scaccabarozzi D., Saggin B., Martín Ortega Rico A., Arruego Rodriguez I., De Mingo J.R., Andrés Santiuste N., Brienza D., Cortecchia F. Techniques to verify the sampling system and flow characteristics of the sensor MicroMED for the ExoMars 2022 Mission // Measurement. 2021. V. 185. 110075. ISSN 0263-2241, <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2021.110075>
- Cozzolino F., Mennella V., Ruggeri A.C., Mongelluzzo G., Franzese G., Papa C.I., Molfese C., Esposito F., Porto C., Scaccabarozzi D. Martian environment chamber: Dust systems injections // Planet. and Space Sci. 2020. V. 190. 104971.
<https://doi.org/10.1016/j.pss.2020.104971>
- Duran P., Moure C. Piezoelectric ceramics. Materials Chemistry and Physics, 1989. v. 15 (3-4), pp. 193-211.
[https://doi.org/10.1016/0254-0584\(86\)90001-5](https://doi.org/10.1016/0254-0584(86)90001-5)
- Eden H.F., Vonnegut B. Electrical breakdown cause by dust motion in low-pressure atmospheres: Consideration for Mars // Science. 1973. V. 180. № 4089. P. 962–963.
- Esposito F., Colangeli L., Della Corte V., Molfese C., Palumbo P., Ventura S., Merrison J., Nørnberg P., Rodríguez-Gomez J.F., Lopez-Moreno J.J., del Moral B., Jerónimo J.M., Morales R., Battistelli E., Gueli S., Paolinetti R. MEDUSA: Observation of atmospheric dust and water vapor close to the surface of Mars // Int. J. Mars Sci. and Exploration. 2011. V. 6. P. 1–12.
- Esposito F., Molfese C., Cozzolino F., Cortecchia F., Mongelluzzo G., Saggin B., Scaccabarozzi D., Rodríguez I.A., Rico A.M.O., Santiuste N.A., de Mingo J.R., Schipani P., Silvestro S., Papa C.I., Dall'Ora M., Zakharov A., Dolnikov G., Lyash A., Kuznetsov I., Mugnuolo R., Pirrotta S. The characterization of airborne dust close to the surface of Mars: the Dust Complex/MicroMED sensor on board the ExoMars 2020 Surface Platform // EPSC Abstracts. 2018. V. 12. EPSC2018-1159-1.
- Fenton L.K., Geissler P.E., Haberle R.M. Global warming and climate forcing by recent albedo changes on Mars // Nature. 2007. V. 446. № 7136. P. 646–649.
- Farrell W.M., Renno N., Delory G.T., Cummer S.A., Marshall J.R. Integration of electrostatic and fluid dynamics within a dust devil // J. Geophys. Res.: Planets. 2006. V. 111. E01006. P. 1–10.
- Franzese G., Mongelluzzo G., Cozzolino F., Porto C., Ruggeri A.C., Esposito F., Cortecchia F., Martín-Ortega A., Andrés Santiuste N., De Mingo J.R., Papa C.I., Silvestro S., Brienza D., Arruego Rodriguez I. MicroMED: study of the relation between signal durations and grain diameters // IEEE 8th Int. Workshop on Metrology for AeroSpace (MetroAeroSpace). 2021 P. 247–252.
<https://doi.org/10.1109/MetroAeroSpace51421.2021.9511713>
- Golitsyn G.S. On the martian dust storms // Icarus. 1973. V. 18. № 1. P. 113–119.
- Harrison R.G., Barth E., Esposito F., Merrison J., Montmessin F., Aplin K.L., Borlina C., Berthelier J.J., Déprez G., Farrell W.M., Houghton I.M.P., Renno N.O., Nicoll K.A., Tripathi S.N., Zimmerman M. Applications of electrified dust and dust devil electrodynamics to Martian atmospheric electricity // Space Sci. Rev. 2016. V. 203. № 1. P. 299–345.
- Hess S.L., Henry R.M., Leovy C.D., Ryan J.A., Tilmann J.E. Meteorological results from the surface of Mars: Viking 1 and 2 // J. Geophys. Res. 1977. V. 82. № 28. P. 4559–4574.

- Jakosky B.M., Martin T.Z.* Mars: North-polar atmospheric warming during dust storms // *Icarus*. 1987. V. 72. № 3. P. 528–534.
- Korablev O.I., Krasnopolsky V.A., Rodin A.V., Chassefiere E.* Vertical structure of Martian dust measured by solar infrared occultations from the Phobos spacecraft // *Icarus*. 1993. V. 102. № 1. P. 76–87.
- Koval I.K., Yanovitskii É.G.* Optical parameters of the Martian surface and atmosphere // *Soviet Astronomy*. 1969. V. 13. № 3. P. 499–506.
- Landis G.A., Jenkins P.P.* Measurement of the setting rate of atmospheric dust on Mars by the MAE instrument on Mars Pathfinder // *J. Geophys. Res.: Planets*. 2000. V. 105. № E1. P. 1855–1857.
- Landis G.A.* Dust obscuration on Mars solar arrays // *Acta Astronautica*. 1996. V. 38. № 11. P. 885–891.
- Markiewicz W.J., Sablotny R.M., Keller H.U., Thomas N., Titov D., Smith P.H.* Optical properties of the Martian aerosols as derived from Imager for Mars Pathfinder midday sky brightness data // *J. Geophys. Res.: Planets*. 1999. V. 104. № E4. P. 9009–9017.
- Michael M., Tripathi S.N., Mishra S.K.* Dust charging and electrical conductivity in the day and nighttime atmosphere of Mars // *J. Geophys. Res.: Planets*. 2008. V. 113. E07010. P. 1–11.
- Mongelluzzo G., Franzese G., Cozzolino F., Esposito F., Ruggeri A.C., Porto C., Molfese C., Silvestro S., Popa C.I., Scaccabarozzi D., Saggin B., Martín-Ortega A., Arruego Rodriguez I., De Mingo J.R., Andrés Santiuste N., Brienza D., Cortecchia F., Merrison J.P., Iversen J.J.* Performance analysis of the “MicroMED” Optical Particle Counter in windy conditions // *IEEE 8th Int. Workshop on Metrology for AeroSpace (MetroAeroSpace)*. 2021. P. 241–246. <https://doi.org/10.1109/MetroAeroSpace51421.2021.9511691>
- Mongelluzzo G., Esposito F., Cozzolino F., Franzese G., Ruggeri A.C., Porto C., Molfese C., Scaccabarozzi D., Saggin B.* Design and CFD analysis of the “MicroMED” optical particle counter // *Sensors*. 2019a. V. 19. 5037. <https://doi.org/10.3390/s19225037>
- Mongelluzzo G., Esposito F., Cozzolino F., Molfese C., Silvestro S., Franzese G., Popa C.I., Lubieniecki M., Cortecchia F., Saggin B., Scaccabarozzi D., Zakharov A.* CFD analysis and optimization of the sensor “MicroMED” for the ExoMars 2020 mission // *Measurement*. 2019b. V. 147. 106824. <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2019.07.052>
- Moore J.E., Komguem L., Whiteway J.A., Lemmon M.T., Dickinson C., Daerden F.* Observations of near-surface fog at the Phoenix Mars landing site // *Geophys. Res. Lett.* 2011. V. 38. № 4. L04203. P. 1–6.
- Moroz V.I., Petrova E.V., Ksanfomality L.V.* Spectrophotometry of Mars in the KRFM experiment of the Phobos mission: Some properties of the particles of atmospheric aerosols and the surface // *Planet. and Space Sci.* 1993. V. 41. № 8. P. 569–585.
- Newman C.E., Lewis S.R., Read P.L., Forget F.* Modeling the Martian dust cycle 1. Representations of dust transport processes // *J. Geophys. Res.: Planets*. 2002. V. 107. № E12. P. 6-1–6-18.
- Perko H.A., Nelson J.D., Green J.R.* Review of Martian dust composition, transport, deposition, adhesion, and removal // *Space 2002 and Robotics 2002*. ASCE Press, 2002. P. 176–189.
- Pollack J.B., Colburn D., Kahn R., Hunter J., Van Camp W., Carlston C.E., Wolf M.R.* Properties of aerosols in the Martian atmosphere, as inferred from Viking Lander imaging data // *J. Geophys. Res.* 1977. V. 82. № 28. P. 4479–4496.
- Pollack J.B., Colburn D.S., Flasar F.M., Kahn R., Carlston C.E., Pidek D.* Properties and effects of dust particles suspended in the Martian atmosphere // *J. Geophys. Res.: Solid Earth*. 1979. V. 84. № B6. P. 2929–2945.
- Renno N.O., Wong A.S., Atreya S.K.* Electrical discharges and broadband radio emission by Martian dust devils and dust storms // *Geophys. Res. Lett.* 2003. V. 30. № 22. 2140. P. 1-1–1-4.
- Scaccabarozzi D., Saggin B., Somaschini R., Magni M., Valnegri P., Esposito F., Molfese C., Cozzolino F., Mongelluzzo G.* “MicroMED” Optical Particle Counter: From Design to Flight Model // *Sensors*. 2020. V. 20. 611. <https://doi.org/10.3390/s20030611>
- Scaccabarozzi D., Saggin B., Pagliara C., Magni M., Tarabini M., Esposito F., Molfese C., Cozzolino F., Cortecchia F., Dolnikov G., Kuznetsov I., Lyash A., Zakharov A.* MicroMED, design of a particle analyzer for Mars // *Measurement*. 2018. V. 122. P. 466–472, ISSN: 0263-2241. <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2017.12.041>
- Seran E., Godefroy M., Renno N., Elliott H.* Variations of electric field and electric resistivity of air caused by dust motion // *J. Geophys. Res.: Space Physics*. 2013. V. 118. № 8. P. 5358–5368.
- Seran E., Godefroy M., Pili E., Michielsen N., Bondiguel S.* What can we learn from measurements of air electric conductivity in ²²²Rn-rich atmosphere // *Earth and Space Sci.* 2017. V. 4. P. 91–106. <https://doi.org/10.1002/2016EA000241>
- Seran E., Godefroy M.* What can we learn from the electric field and conductivity measurements in auroral atmosphere // *Earth and Space Sci.* 2019. V. 6. P. 136–145. <https://doi.org/10.1029/2018EA000463>
- Smith M.D.* Spacecraft observations of the Martian atmosphere // *Annu. Rev. Earth and Planet. Sci.* 2008. V. 36. P. 191–219.
- Tomasko M.G., Doose L.R., Lemmon M., Smith P.H., We-gryn E.* Properties of dust in the Martian atmosphere from the Imager on Mars Pathfinder // *J. Geophys. Res.: Planets*. 1999. V. 104. № E4. P. 8987–9007.
- Vandaele A.C., Korablev O., Daerden F., Aoki S., and 66 co-authors.* Martian dust storm impact on atmospheric H₂O and D/H observed by ExoMars Trace Gas Orbiter // *Nature*. 2019. V. 568. P. 521–525.
- Whitten R.C., Poppoff I.G., Sims J.S.* The ionosphere of Mars below 80 km altitude – I. Quiescent conditions // *Planet. and Space Sci.* 1971. V. 19. № 2. P. 243–250.
- Whiteway J., Daly M., Carswell A., Duck T., Dickinson C., Komguem L., Cook C.* Lidar on the Phoenix mission to Mars // *J. Geophys. Res.: Planets*. 2008. V. 113. E00A08. P. 1–7.
- Yair Y., Fischer G., Simões F., Renno N., Zarka P.* Updated review of planetary atmospheric electricity // *Space Sci. Rev.* 2008. V. 137. P. 29–49.

УДК 523.3-52

О ВЕРОЯТНОСТИ ЗАХВАТА ДОПЛАНЕТНЫХ ТЕЛ В ПРОТОЛУННЫЙ РОЙ ПРИ ФОРМИРОВАНИИ СИСТЕМЫ ЗЕМЛЯ–ЛУНА

© 2022 г. В. Н. Афанасьев^{a, b, *}, Г. В. Печерникова^b

^aФедеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования “Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)”, Долгопрудный, Московская область, Россия

^bИнститут динамики геосфер РАН, Москва, Россия

*e-mail: vladimir.afanasev@phystech.edu

Поступила в редакцию 27.09.2021 г.

После доработки 06.04.2022 г.

Принята к публикации 15.04.2022 г.

В работе получены формулы и графики зависимости вероятности захвата в протолунный рой допланетных тел от расстояния точки их столкновения до центра растущей Земли и от отношения масс сталкивающихся тел, позволившие определить скорость прироста массы протолунного роя на единицу площади диска за счет парных столкновений допланетных тел в сфере Хилла Земли. Показано, что для столкновений тел с массами, различающимися более чем в два раза, вероятность захвата существенна (больше 0.05) на расстояниях менее восьми текущих земных радиусов. Найдено, что в результате парных столкновений допланетных тел формируется околоземный рой с массой порядка 10^{-5} массы современной Луны, что может служить триггером для дальнейшей аккреции за счет столкновений тел протолунного роя с телами из зоны питания планеты и с выбросами от ударов крупных тел по растущей Земле. Полученные результаты в будущем могут быть использованы для подтверждения гипотезы коаккреции формирования системы Земля–Луна.

Ключевые слова: происхождение Луны, протолунный рой, вероятность захвата, формирование спутников, гипотеза коаккреции, планетезимали

DOI: 10.31857/S0320930X22060019

ВВЕДЕНИЕ

Вопрос происхождения системы Земля–Луна является одной из самых актуальных проблем космогонии. Первая гипотеза формирования Луны была выдвинута еще в конце 19 века (Darwin, 1879). Впоследствии было выдвинуто множество гипотез формирования Луны, однако ни одна из них не подтвердилась. В настоящее время наиболее популярной среди них остается гипотеза мегаимпакта (Hartmann, Davis, 1975; Cameron, Ward, 1976). Согласно этому сценарию, Земля на поздней стадии своей аккумуляции столкнулась с крупным зародышем планеты размером с Марс. Часть выбросов вещества в результате такого столкновения была захвачена на околоземные орбиты и сформировала протолунный рой. Простой подбор параметров ударника позволяет получить массу и угловой момент Луны, соответствующие наблюдаемым. Однако эта гипотеза обладает рядом недостатков. Во-первых, такая модель формирования Луны предполагает наличие свободных параметров, таких как масса, скорость ударника, а также угол и время удара, которые подбираются

исходя из современных параметров системы Земля–Луна. Такой подход в значительной степени снижает прогностическую ценность гипотезы. Формирование Луны в рамках сценария мегаимпакта становится случайным событием, которое не является наиболее вероятным следствием ныне общепринятой теории формирования планет земного типа (Сафронов, 1969). Во-вторых, гипотеза мегаимпакта противоречит современным геохимическим данным. Было показано (Melosh, 2000; Canup, 2004), что выброс, образующийся при столкновении с ударником, по большей части состоит из пород самого ударника. Это означает, что сходство в составе Земли и Луны маловероятно, поскольку ударник образовался независимо от Земли. Однако анализ лунного грунта показал, что в составе Луны и Земли существует одно сходство, которое нельзя отвергнуть. Соотношение изотопов некоторых элементов, например, кислорода (так называемая “кислородная подпись”), с хорошей точностью оказалось одинаковым для лунных и земных пород (Clayton, Mayeda, 1975). Для метеоритов эти соотношения совершенно иные (Clayton и др., 1973; 1976).

Многие из последних работ, посвященных гипотезе мегаимпакта, направлены на разрешение проблемы “кислородной подписи”. В одной из таких работ (Belbruno, Gott III, 2005) предполагалось, что ударник сформировался в четырех или пяти точках Лагранжа, где космохимические условия должны быть теми же, что на Земле, потому что они находятся на том же расстоянии от Солнца, что и Земля. В недавней работе (Lock и др., 2018) авторы предположили, что удар был столь высокоэнергетический, что породы перешли в газообразное состояние, и Земля была окружена газовым облаком, названным авторами “синестией”, из которого потом сконденсировались частицы, сформировавшие Луну. В этой модели вещество будущих Земли и Луны хорошо перемешивается, что обеспечивает совпадение изотопного состава кислорода в земных и лунных породах. Оба упомянутых подхода к решению проблемы “кислородной подписи” предполагают наличие дополнительных условий, таких как наличие тела размером с Марс в точке Лагранжа (Belbruno, Gott III, 2005) или очень высокая энергия удара, достаточная для формирования газа из пород ударника и Земли (Lock и др., 2018), что, хотя и решает проблему “кислородной подписи”, но уменьшает вероятность осуществления таких сценариев по сравнению с первоначальной версией гипотезы мегаимпакта (Hartmann, Davis, 1975).

Данная работа посвящена развитию гипотезы коаккреции, которая также известна как “статистическая модель образования Луны” (Светцов и др., 2012). Согласно этой модели, так же как и в гипотезе мегаимпакта, Луна формируется из протолунного роя, однако механизм пополнения протолунного диска несколько иной. Околосредний рой постепенно формируется путем множества парных столкновений допланетных тел в сфере Хилла ранней Земли. Часть вещества в результате таких столкновений теряет свою скорость и оказывается захваченной в околосредний рой. В ранних вариантах этой гипотезы (Рускол, 1960; 1963; 1971; 1975; Harris, Kaula, 1975; Weidenschilling и др., 1986) учитывались только парные столкновения частиц из зоны питания Земли (свободно-свободные столкновения) или столкновения частиц из зоны питания Земли и тел из протолунного роя (свободно-связанные столкновения). Однако в такой модели масса протолунного диска получалась менее одной сотой массы современной Луны. Кроме того, было неясно, как объяснить существенную обедненность Луны железом по сравнению с Землей. Поэтому позднее модель коаккреции была расширена (Витязев, Печерникова, 1984; Печерникова, Витязев, 1984; Печерникова, 2014; 2015; Светцов и др., 2012; Горькавый, 2007) с учетом столкновений с частицами выбросов от ударов крупных тел (макроимпактов) по Земле. Учет вклада макроимпактов мог бы

помочь решить проблему дефицита массы протолунного диска. Кроме того, поскольку выбросы преимущественно состоят из вещества мантии, то в протолунный рой поступает вещество, обедненное железом. В то же время рой, формирующийся за счет свободно-свободных и свободно-связанных столкновений, несмотря на свою малую массу, необходим как триггер (Горькавый, 2007) для начала аккумуляции роя за счет столкновений с выбросами. Важно отметить, что гипотеза коаккреции, в отличие от гипотезы мегаимпакта, не предполагает каких-либо маловероятных событий и содержит минимум свободных параметров. Гипотеза коаккреции является естественным следствием современной теории формирования планет из протопланетных дисков. Масса Луны и угловой момент системы Земля–Луна в рамках гипотезы коаккреции, в отличие от гипотезы мегаимпакта, не являются наперед заданными величинами, а прогнозируются исходя из параметров протопланетного диска. В перспективе теория, основанная на гипотезе коаккреции, могла бы объяснить, как сформировались спутниковые системы у других планет земного типа, а также у транснептуновых объектов (например, система Плутон–Харон) и двойных астероидов.

Также следует отметить, что недавно на основе численного моделирования ударов крупных тел по Земле была предложена модель множественных импактов (Rufu и др., 2017). Так же, как и в современной версии гипотезы коаккреции (Печерникова, 2014; Горькавый, 2007), в гипотезе множественных импактов учитывается вклад макроимпактов, однако фундаментальное различие этой модели с гипотезой коаккреции в том, что в гипотезе коаккреции захват вещества выбросов происходит в результате столкновений частиц выбросов с телами роя, а в модели (Rufu и др., 2017) захват происходит в результате движения выбросов в измененном потенциале Земли и выбросов, что достигается за счет очень большой (от массы Луны до массы Марса) массы ударников.

Кроме того, не так давно получила развитие гипотеза происхождения Луны (Galimov, Krivtsov, 2005), которая предполагает, что Земля и Луна сконденсировались из единого газопылевого облака, минуя стадию твердотельной аккреции. Ключевым фактором в этой модели является то, что вводится дополнительная сила отталкивания, возникающая из-за испарения газа с поверхности сконденсировавшихся частиц. В результате совместного действия этой силы с силой гравитации оказывается возможным формирование системы Земля–Луна.

В рамках гипотезы коаккреции столкновения между частицами являются основным процессом, обеспечивающим приток массы в протолунный рой. При этом, для корректности расчетов,

необходимо знать, какая доля вещества оказывается захваченной на околоземные орбиты и при каких условиях происходит этот захват. В первом варианте гипотезы коаккреции, разработанном Рускол (1975), была определена величина, названная вероятностью захвата. В рамках модели Рускол при столкновении либо оба тела захватывались в протолунный рой, либо все осколки от столкновения этих тел уходили на гелиоцентрические орбиты. Вероятность захвата, согласно Рускол, — это вероятность того, что в результате столкновения оба тела окажутся захваченными при произвольных скоростях тел и углах между направлениями скоростей. Рускол (1975) дает оценку вероятности захвата, основанную на достаточно умозрительных предположениях. Кроме того, конечная формула для вероятности захвата не включает зависимости от отношения масс сталкивающихся тел. Поэтому оценка вероятности захвата вещества в рой требует более тщательного рассмотрения, что является целью нашего исследования.

Целью нашей работы является, во-первых, определение условий, при которых происходит захват при парных столкновениях тел в сфере Хилла Земли, во-вторых, корректная оценка вероятности захвата для свободно-свободных столкновений и, в-третьих, определение скорости прироста массы протолунного роя на единицу площади диска за счет свободно-свободных столкновений. В рамках модели коаккреции столкновения являются основным способом пополнения протолунного роя, поэтому корректная оценка вероятности захвата необходима для оценки массы и углового момента формирующейся Луны, основных параметров, которые могли бы дать возможность подтвердить истинность гипотезы коаккреции.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ МОДЕЛИ

Прежде всего, отметим, что в нашем исследовании мы, в основном, будем использовать безразмерные величины расстояний и скоростей, которые определены следующим преобразованием:

$$r = \frac{l}{R}, \quad v^2 = \frac{u^2}{2GM/R} = \frac{u^2}{u_{\text{esc}}^2}, \quad (1)$$

где l — размерное расстояние от точки столкновения до центра Земли, u — размерная скорость, u_{esc} — размерная скорость убегания с поверхности Земли, M и R — переменные масса и радиус Земли, зависящие от времени и меняющиеся по мере роста Земли, а r и v — безразмерные расстояние до центра Земли и скорость, в качестве которой могут быть v_1 или v_2 — безразмерные скорости планетезималей в момент столкновения, а также V_{cm} —

безразмерная скорость центра масс сталкивающихся тел, V_{rel} — безразмерная скорость одного тела относительно другого в момент удара, \tilde{v}_1 и \tilde{v}_2 — безразмерные скорости планетезималей относительно кеплеровского кругового движения на границе сферы Хилла Земли. Соответственно, для размерных величин тех же скоростей будут использоваться обозначения: $u_1, u_2, U_{\text{cm}}, U_{\text{rel}}, \tilde{u}_1$ и \tilde{u}_2 .

Безразмерные величины r, v_1, v_2 и V_{cm} удобны тем, что вероятность захвата, выраженная через эти переменные, не зависит от рассматриваемого момента времени. Кроме того, радиус сферы Хилла Земли в единицах текущего радиуса Земли также остается постоянным по мере роста Земли. Это легко показать, разделив размерный радиус сферы Хилла растущей Земли R_H на текущий радиус Земли R :

$$r_h = \frac{R_H}{R} = \frac{a}{R} \sqrt[3]{\frac{M}{3M_S}} = \sqrt[3]{\frac{\rho_E}{3\rho^*}} \approx 235, \quad (2)$$

где a — большая полуось земной орбиты, M_S — масса Солнца, M — масса растущей Земли, ρ — плотность Земли, а ρ^* — “размазанная” плотность Солнца, то есть плотность, соответствующая массе Солнца, распределенной по объему сферы с радиусом, равным большой полуоси земной орбиты. Практически, в течение всего времени эволюции Земли ни большая полуось земной орбиты, ни плотность Земли существенно не менялись и потому величина радиуса сферы Хилла r_h , нормированная на радиус Земли, оставалась практически неизменной и равной приблизительно 235.

В рамках нашего исследования мы решаем три последовательно связанные задачи:

1. Определение критерия захвата. Два тела с заданными отношением масс k , геоцентрическими скоростями v_1 и v_2 , углом между скоростями α и углом φ между направлением скорости центра масс сталкивающихся тел и направлением на центр Земли сталкиваются на расстоянии r от центра Земли. Безразмерная величина r_h радиуса сферы Хилла Земли задана и равна 235 в течение всего времени роста Земли. Необходимо определить, при каких условиях образующиеся при столкновении осколки будут захвачены на околоземную орбиту.

Движение облака осколков после столкновения мы будем рассматривать в рамках задачи двух тел: Земли и облака осколков, движущегося как материальная точка, со скоростью, равной скорости центра масс сталкивающихся тел. Такой подход небезоснователен, поскольку обычные скорости удара $U_{\text{rel}}^2 \sim GM/R$ (Сафронов, 1969), как правило, много больше скоростей взаимного убегания $u_{\text{mut}}^2 \sim 2G(m_1 + m_2)/(r_1 + r_2)$ двух сталкиваю-

щихся планетезималей с радиусами r_1 и r_2 (для оценок форму допланетных тел будем принимать сферической), так как $U_{\text{rel}}^2/u_{\text{mut}}^2 \sim R^2/(r_1 + r_2)^2 \gg 1$ при $R \gg r_1 + r_2$. В этом случае из-за большой энергии удара наибольший осколок составляет очень малую долю общей массы (Leinhardt, Stewart, 2012) и распределение осколков по скоростям оказывается сферически симметричным относительно центра масс (Sevesek и др., 2017), а поскольку распределение масс осколков по скоростям относительно центра масс является показательной функцией (Leinhardt, Stewart, 2012), то значительная доля массы осколков в пространстве скоростей сосредоточена в некоторой окрестности точки, движущейся со скоростью центра масс, которую мы можем считать характерной скоростью облака осколков, пренебрегая скоростями осколков относительно скорости центра масс. В рамках такого подхода все осколки летят с одной геоцентрической скоростью, равной скорости центра масс относительно Земли.

При расчетах мы также будем пренебрегать гравитационными возмущениями со стороны Солнца и приливным возмущением со стороны Земли.

2. Расчет вероятности захвата. Два тела из зоны питания Земли с отношением масс k сталкиваются на заданном расстоянии r от центра Земли. Плотность сталкивающихся тел одинакова и постоянна, форму тел полагаем сферической. Безразмерная величина r_h радиуса сферы Хилла Земли определена и равна 235 в течение всего времени роста Земли. Необходимо вычислить вероятность захвата осколков на околоземную орбиту на множестве всех возможных геоцентрических скоростей v_1 и v_2 , углов между скоростями α и углов φ между направлением скорости центра масс сталкивающихся тел и направлением на центр Земли.

Согласно (Витязев и др., 1990), распределение числа N допланетных тел по относительным скоростям \tilde{u} (скорости планетезималей относительно кеплеровского кругового движения) на границе сферы Хилла Земли принимаем максвелловским:

$$\frac{dN}{Nd\tilde{u}} = 4\pi\tilde{u}^2 \left(\frac{3}{2\pi\langle\tilde{u}^2\rangle} \right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{3\tilde{u}^2}{2\langle\tilde{u}^2\rangle} \right), \quad (3)$$

где $\langle\tilde{u}^2\rangle$ – средний квадрат относительной скорости, который может быть выражен в виде:

$$\langle\tilde{u}^2\rangle = \frac{GM}{\theta R}, \quad (4)$$

где M и R – масса и радиус растущей Земли, соответственно, а θ – параметр Сафронова, равный в зоне Земли $\theta \approx 2$.

Распределение числа N планетезималей по углу α между скоростями в момент столкновения будем считать однородным:

$$\frac{dN}{Nd\alpha} = \frac{1}{2\pi}. \quad (5)$$

3. Определение скорости роста массы протолунного диска за счет свободно-свободных столкновений. Необходимо определить скорость прироста массы протолунного роя на единицу площади диска в результате парных столкновений тел из зоны питания Земли на расстоянии r от центра планеты в момент времени t от начала формирования Земли. Сталкивающиеся планетезимали считаем сферическими и равными по плотности $\rho = 3000 \text{ кг/м}^3$. Распределение числа планетезималей в протопланетном диске по скоростям и углам между скоростями принимаем согласно (3) и (5). Распределение числа N допланетных тел по массам m , согласно Сафронову (1969), считаем степенным:

$$\frac{dN}{dm} = \frac{(2-q)\rho_0}{m_{\text{max}}^{2-q}} m^{-q}, \quad (6)$$

где $q \approx 11/6$, m_{max} – верхний предел массы тел в распределении, а ρ_0 – средняя объемная плотность протопланетного диска. Зависимость m_{max} , ρ_0 , а также массы Земли M от времени t будем принимать в соответствии с моделью расширяющихся зон питания (Витязев и др., 1978; 1990), являющейся развитием теории Сафронова формирования планет земного типа (Сафронов, 1969).

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КРИТЕРИЯ ЗАХВАТА

В простейшем приближении в результате столкновения образуется облако осколков, движущихся со скоростью, равной скорости центра масс сталкивающихся тел. В рамках такой модели возможны три варианта развития событий: все осколки окажутся на околоземной орбите, либо упадут на Землю, либо вернуться обратно в зону питания Земли. Характер развития событий определяются тремя условиями захвата.

Во-первых, столкновение должно произойти внутри сферы Хилла Земли, где возможно существование стационарных спутников. Таким образом, для захвата необходимо, чтобы расстояние от центра Земли до точки столкновения r было меньше, чем радиус сферы Хилла Земли:

$$r < r_h = \sqrt[3]{\frac{\rho}{3\rho^*}} \approx 235. \quad (7)$$

Во-вторых, для захвата необходимо, чтобы осколки были гравитационно связаны с Землей.

Для этого, помимо выполнения условия (7), необходимо, чтобы удельная энергия осколков была меньше нуля. В рамках задачи двух тел (облака осколков и Земли) это равносильно тому, что скорость облака осколков, равная скорости центра масс сталкивающихся тел, должна быть меньше второй космической скорости на заданном расстоянии r от Земли:

$$V_{cm}^2 < \frac{1}{r} = \left(\frac{2GM}{l}\right) / \left(\frac{2GM}{R}\right), \quad (8)$$

где V_{cm} – “обезразмеренная” согласно (1) скорость центра масс сталкивающихся тел, которая определяется формулой:

$$V_{cm}^2 = \frac{v_1^2 + k^2 v_2^2 + 2k v_1 v_2 \cos \alpha}{(1+k)^2}, \quad (9)$$

где α – угол между геоцентрическими скоростями тел v_1 и v_2 , а k – отношение масс сталкивающихся тел.

В-третьих, осколки не должны упасть на Землю. Исходя из законов сохранения энергии и момента импульса для облака осколков и условия, что орбита облака осколков не должна пересекаться с поверхностью Земли, были получены два условия, при которых осколки не выпадут на поверхность Земли. Рассмотрим систему двух тел: облако осколков и Земля. Нам известны начальная скорость облака осколков, равная скорости центра масс V_{cm} столкнувшихся планетезималей, расстояние до центра Земли r , а также угол φ между направлением движения облака осколков V_{cm} и направлением на центр Земли. Если при данной скорости V_{cm} в принципе возможен случай, когда осколки не падают на Землю, то существует критический угол φ_{cr} , при котором траектория облака осколков лишь касается поверхности Земли, и для любого другого угла φ должно быть выполнено неравенство $\sin \varphi > \sin \varphi_{cr}$ для того, чтобы осколки не упали на поверхность Земли. В этом случае точка касания орбиты облака осколков будет ближайшей к центру Земли точкой орбиты, а значит, эта точка является перигеем орбиты осколка. Запишем законы сохранения энергии и момента импульса для облака осколков в безразмерных величинах (1) скорости V_{cm} и расстояния r (скорость убегания с поверхности планеты и текущий радиус Земли в этих величинах равны единице на любом этапе аккумуляции):

$$\begin{cases} \frac{V_{cm}^2}{2} - \frac{1}{2r} = \frac{v^2}{2} - \frac{1}{2} \\ r V_{cm} \sin \varphi_{cr} = v. \end{cases} \quad (10)$$

В этой системе v – скорость облака осколков в момент касания их траектории поверхности Земли. Решая систему, получим:

$$\sin^2 \varphi_{cr} = \frac{1}{r^2} \left(1 + \frac{1 - \frac{1}{r}}{V_{cm}^2} \right). \quad (11)$$

При очень малых скоростях, однако, не найдется угла, при котором осколки не выпадут на Землю. Найдем предельное значение начальной скорости v_{cr} , при котором осколки не упадут на Землю, только если их начальная скорость перпендикулярна направлению из центра Земли на точку столкновения первоначальных тел. В этом случае начальная точка будет апогеем орбиты, а точка касания с поверхностью Земли – перигеем. Критическое значения угла здесь будет равно $\pi/2$, а значит, его синус будет равен единице. Воспользовавшись формулой (11), находим:

$$v_{cr}^2 = \frac{1}{r(r+1)}. \quad (12)$$

При скоростях $V_{cm} < v_{cr}$ облако осколков в любом случае упадет на Землю. Таким образом, для того чтобы облако осколков не упало на Землю, необходимы два условия. Первое: синус угла φ между направлением скорости облака осколков V_{cm} и направлением на центр Земли должен быть больше синуса критического значения φ_{cr} , при котором орбита облака осколков касается поверхности Земли. Второе: в случае, когда скорость облака осколков V_{cm} по модулю меньше критического значения v_{cr} , не найдется такого направления, при котором осколки останутся на околоземной орбите. Суммируя сказанное, запишем условие невыпадения осколков на поверхность Земли:

$$\begin{cases} V_{cm}^2 > v_{cr}^2 = \frac{1}{r(r+1)} \\ \sin \varphi > \sin \varphi_{cr} = \frac{1}{r} \sqrt{1 + \frac{1 - \frac{1}{r}}{V_{cm}^2}}. \end{cases} \quad (13)$$

Объединяя условия (7), (8) и (13), получаем критерий захвата облака осколков на околоземную орбиту:

$$\begin{cases} \frac{1}{r(r+1)} < V_{cm}^2 < \frac{1}{r} \\ \sin \varphi > \sin \varphi_{cr} = \frac{1}{r} \sqrt{1 + \frac{1 - \frac{1}{r}}{V_{cm}^2}} \\ r < r_h = \sqrt[3]{\frac{\rho}{3\rho^*}} \approx 235. \end{cases} \quad (14)$$

РАСЧЕТ ВЕРОЯТНОСТИ ЗАХВАТА

Вероятность захвата при заданном отношении масс сталкивающихся тел k и расстоянии r от точки столкновения до центра Земли может быть найдена как отношение числа столкновений $N_{\text{срп}}$, при которых происходит захват, к общему числу столкновений N_{coll} в интервалах времени dt , объема $d\Omega$ и отношений масс $[k, k + dk]$ на расстоянии r от центра Земли при всевозможных геоцентрических скоростях сталкивающихся тел v_1 и v_2 , углах между направлениями скоростей α и углах φ между направлением скорости облака осколков V_{cm} и направлением на центр Земли.

Для нахождения определенной таким образом вероятности захвата $p = p(k, r)$ необходимо, во-первых, знание распределения числа планетезималей по скоростям v_1 и v_2 , по углам α между направлениями скоростей v_1 и v_2 , по углу φ между направлением скорости облака осколков V_{cm} и направлением на центр Земли, во-вторых, критерия захвата осколков и, в-третьих, знание частоты столкновений между телами.

Распределение числа N допланетных тел по относительным скоростям \tilde{v} , согласно (Витязев и др., 1990), принимаем максвелловским (3). Однако нам необходимо распределение по геоцентрическим скоростям v_1 и v_2 планетезималей в момент столкновения, а (3) определяет распределение по скоростям планетезималей на границе сферы Хилла Земли. Формула для преобразования скоростей была найдена, исходя из закона сохранения энергии в задаче двух тел:

$$\tilde{v}_i^2 \approx v_i^2 - \frac{1}{r}, \quad i = 1, 2. \quad (15)$$

Преобразуя скорости согласно (15), найдем распределение числа тел по геоцентрическим скоростям v_1 и v_2 в момент столкновения:

$$\frac{dN}{Nd v_i} = 4\pi \underbrace{\left(\frac{3\theta}{\pi}\right)^{\frac{3}{2}} e^r v_i}_{C(r, \theta)} \sqrt{v_i^2 - \frac{1}{r}} \exp(-3\theta v_i^2), \quad i = 1, 2, \quad (16)$$

где $C(r, \theta)$ – безразмерный множитель, не зависящий от скоростей и не влияющий на результаты наших расчетов, θ – параметр Сафронова, как и в формуле (4).

Распределение числа N допланетных тел по углам α принимаем однородным (5), а распределение числа тел по углу φ мы учтем, рассчитав при заданных k, v_1, v_2, α и r , долю столкновений, при которых осколки не падают на поверхность Земли. Определим долю столкновений, при которых происходит захват осколков на околоземную орбиту при произвольном угле φ между направлением движения облака осколков и направлением на центр Земли и заданных k, v_1, v_2, α и r в предпо-

ложении изотропного распределения скоростей V_{cm} по направлениям. Сначала для простоты предположим, что начальные параметры столкновения таковы, что условия захвата (7), (8), а также первое неравенство в условии (13) ($V_{\text{cm}} > v_{\text{cr}}$) выполнены. Если считать распределение числа столкновений по направлениям скоростей центра масс изотропным, то доля столкновений, при которых происходит захват, будет равна части сферы p_φ , которая соответствует условию $\sin\varphi > \sin\varphi_{\text{cr}}$:

$$p_\varphi = \frac{\int_{\varphi_{\text{cr}}}^{\pi - \varphi_{\text{cr}}} 2\pi V_{\text{cm}}^2 \sin\varphi d\varphi}{4\pi V_{\text{cm}}^2} = \cos\varphi_{\text{cr}} = \sqrt{1 - \frac{1}{r^2} \left(1 + \frac{r}{V}\right)}. \quad (17)$$

В общем случае вероятность захвата при произвольном угле φ и заданных k, v_1, v_2, α и r была определена с учетом всех условий критерия захвата (14) облака осколков на околоземную орбиту и выражения (17):

$$p_\varphi(k, v_1, v_2, \alpha, r) = \Theta(r_h - r) \Theta\left(\frac{1}{r} - V_{\text{cm}}^2\right) \times \Theta\left(V_{\text{cm}}^2 - \frac{1}{r(r+1)}\right) \sqrt{1 - \frac{1}{r^2} \left(1 + \frac{r}{V_{\text{cm}}^2}\right)}. \quad (18)$$

Здесь $\Theta(x)$ – функция, равная единице при $x > 0$ и нулю при $x < 0$. Первый множитель учитывает условие захвата (7) – захвачены могут быть только те тела, столкновение которых произошло внутри сферы Хилла. Второй множитель учитывает энергетическое условие захвата (8). Третий множитель – первое неравенство в условии (13) (если скорость облака осколков меньше v_{cr} , то не найдется угла φ , при котором осколки не упадут на поверхность Земли). Последний множитель в (18) равен косинусу критического угла φ_{cr} и имеет смысл доли столкновений (17), при которых осколки оказываются захваченными на околоземную орбиту в случае, если первые три множителя равны единице.

Формула (18) выведена исходя из критерия захвата (14) и определяет вероятность захвата при произвольном угле φ и заданных k, v_1, v_2, α и r , однако для нахождения вероятности захвата $p = p(k, r)$ необходимо знать частоту столкновений тел с массами, скоростями и углами между скоростями в интервалах: $M_1 \in [m_1, m_1 + dm_1]$, $M_2 \in [m_2, m_2 + dm_2]$, $V_1 \in [v_1, v_1 + dv_1]$, $V_2 \in [v_2, v_2 + dv_2]$, $\alpha^* \in [\alpha, \alpha + d\alpha]$. Мы будем считать, что $k = m_2/m_1 > 1$, и для определенности будем условно называть тела с массами и скоростями с индексом “2” мише-

ниями, а с индексом “1” ударниками. Число столкновений мишеней и ударников в описанных выше интервалах можно выразить формулой:

$$dN_{\text{coll}} = dN_2 dp = dn_2 d\Omega \times d\omega dt. \quad (19)$$

Здесь dN_2 – количество мишеней в указанных интервалах масс и скоростей, находящихся в объеме $d\Omega$, а dp – вероятность того, что за время dt одна мишень столкнется с ударником в заданных интервалах параметров. В правой части равенства dn_2 – объемная концентрация мишеней в заданных интервалах, а $d\omega$ – плотность вероятности столкновения одной мишени с ударником в заданных интервалах. Концентрация dn_2 выражается через распределение (16) и объемную концентрацию dn_{m_2} мишеней в диапазоне масс $[m_2, m_2 + dm_2]$:

$$dn_2 = dn_{m_2} C(r, \theta) v_2 \sqrt{v_2^2 - \frac{1}{r}} \exp(-3\theta v_2^2) dv_2, \quad (20)$$

где θ – параметр Сафронова, равный в зоне Земли $\theta \approx 2$, а $C(r, \theta)$ – безразмерный множитель, зависящий только от расстояния r и параметра Сафронова.

Вероятность dp столкновения одной мишени с ударником за время dt можно выразить как отношение этого интервала времени dt ко времени свободного пробега мишени τ , которое легко найти, если рассмотреть цилиндр с основанием, равным сечению столкновения мишени с ударниками σ и высотой, равной произведению размерной относительной скорости U_{rel} и времени dt :

$$dp = d\omega dt = \frac{dt}{\tau} = \sigma U_{\text{rel}} dn_1 dt = \sigma u_{\text{esc}} \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1 v_2 \cos \alpha} dn_1 dt. \quad (21)$$

Отметим, что здесь u_{esc} – текущая скорость убегания на поверхности Земли, равная $(2GM/R)^{1/2}$. Величина dn_1 это объемная концентрация ударников в интервалах масс, скоростей и углов между скоростями, которую аналогично (20) мы выразили по формуле:

$$dn_1 = dn_{m_1} C(r, \theta) v_1 \sqrt{v_1^2 - \frac{1}{r}} \exp(-3\theta v_1^2) dv_1 \frac{d\alpha}{2\pi}, \quad (22)$$

где dn_{m_1} – объемная концентрация ударников в диапазоне масс $[m_1, m_1 + dm_1]$, а $C(r, \theta)$ – тот же безразмерный множитель, что и в формуле (20).

Сечение столкновений σ может быть выражено по формуле (Сафронов, 1969):

$$\sigma = \pi(r_1 + r_2)^2 \left(1 + \frac{2G(m_1 + m_2)}{U_{\text{rel}}^2 (r_1 + r_2)} \right). \quad (23)$$

Здесь r_1 и r_2 – радиусы мишени и ударника, которые мы предполагаем сферическими. Такое сече-

ние столкновения не совпадает с геометрическим $\sigma = \pi(r_1 + r_2)^2$ из-за эффекта гравитационной фокусировки. Выясним, при каком условии сечение столкновения можно считать геометрическим. Это возможно, если последний множитель в (23) близок к единице, или, выражаясь иначе:

$$\frac{2G(m_1 + m_2)}{U_{\text{rel}}^2 (r_1 + r_2)} \sim \frac{\rho(r_1 + r_2)^2}{\rho_E V_{\text{rel}}^2 R^2} \ll 1. \quad (24)$$

Здесь ρ – плотность сталкивающихся планетезималей, ρ_E – плотность Земли, а V_{rel} – безразмерная относительная скорость согласно преобразованию (1). Средний квадрат безразмерной относительной скорости порядка единицы, поскольку $\langle V_{\text{rel}}^2 \rangle = (2r + \theta)/(\theta r)$ – величина порядка единицы. Отношение $\rho/\rho_E \approx 0.67$ также порядка единицы. Так же, как правило, сталкивающиеся тела значительно меньше Земли: $(r_1 + r_2)^2 \ll R^2$. Это означает, что в большинстве столкновений условие (24) выполняется и сечение можно считать геометрическим, не зависящим от относительной скорости сталкивающихся тел:

$$\sigma = \pi(r_1 + r_2)^2 = \pi \left(\frac{3m_1}{4\pi\rho} \right)^{\frac{2}{3}} \left(1 + k^{\frac{1}{3}} \right)^2. \quad (25)$$

Теперь, подставляя (20)–(22) и (25) в (19), получим величину, равную частоте столкновений в единице объема в заданных интервалах параметров m_1, m_2, v_1, v_2 и α :

$$\frac{dN_{\text{coll}}}{d\Omega dt} = C^* v_1 v_2 \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1 v_2 \cos \alpha} \times \sqrt{v_2^2 - \frac{1}{r}} \sqrt{v_1^2 - \frac{1}{r}} \exp(-3\theta(v_1^2 + v_2^2)) dv_1 dv_2 d\alpha, \quad (26)$$

где $C^* = C^*(r, m_1, m_2, \theta)$ – величина, имеющая размерность скорости роста объемной концентрации и не зависящая от скоростей v_1 и v_2 и угла между скоростями α . Значение этого множителя для нас не важно, поскольку число столкновений, при которых происходит захват, $dN_{\text{cap}} = p_{\phi}(k, v_1, v_2, \alpha, r) dN_{\text{coll}}$ (p_{ϕ} – вероятность захвата согласно (18)) также пропорционально C^* и при вычислении вероятности захвата $p(k, r)$ по формуле:

$$p(k, r) = \frac{N_{\text{cap}}}{N_{\text{coll}}} = \frac{\int_0^{2\pi} \int_{v_{\min}}^{\infty} \int_{v_{\min}}^{\infty} p_{\phi}(k, v_1, v_2, \alpha, r) \frac{dN_{\text{coll}}}{dv_1 dv_2 d\alpha} dv_1 dv_2 d\alpha}{\int_0^{2\pi} \int_{v_{\min}}^{\infty} \int_{v_{\min}}^{\infty} \frac{dN_{\text{coll}}}{dv_1 dv_2 d\alpha} dv_1 dv_2 d\alpha}, \quad (27)$$

множитель C^* сокращается, и мы получаем следующую формулу для расчета вероятности захвата:

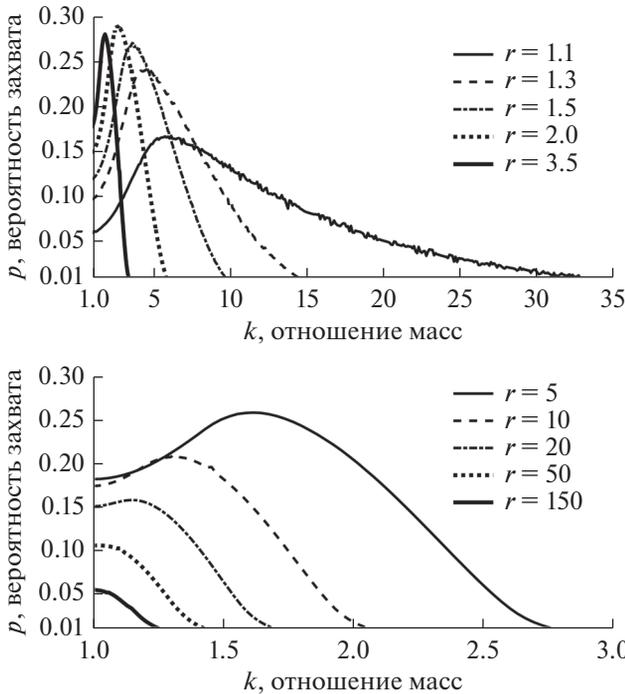


Рис. 1. Графики зависимости вероятности p захвата двух тел, столкнувшихся в сфере Хилла, согласно формуле (28) от отношения масс k столкнувшихся тел при некоторых значениях расстояний до центра Земли r (в единицах текущего радиуса Земли).

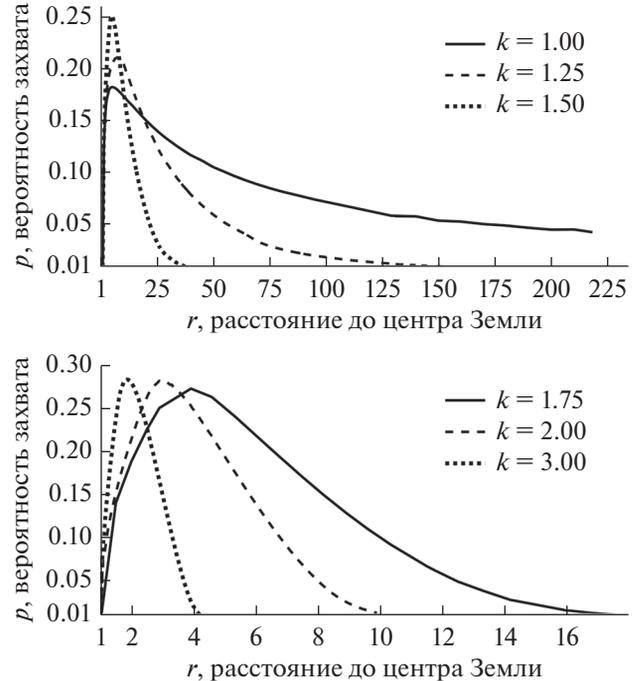


Рис. 2. Графики зависимости вероятности p захвата двух тел, столкнувшихся в сфере Хилла, согласно формуле (28) от расстояния r до центра Земли в единицах текущего радиуса планеты при некоторых значениях отношений масс k .

$$p(k, r) = \frac{N_{\text{cap}}}{N_{\text{coll}}} = \frac{\int_0^{2\pi} \int_{v_{\min}}^{\infty} \int_{v_{\min}}^{\infty} p_{\phi}(k, v_1, v_2, \alpha, r) f(v_1, v_2, \alpha, r) dv_1 dv_2 d\alpha}{\int_0^{2\pi} \int_{v_{\min}}^{\infty} \int_{v_{\min}}^{\infty} f(v_1, v_2, \alpha, r) dv_1 dv_2 d\alpha}, \quad (28)$$

куда входит величина $f(v_1, v_2, \alpha, r)$:

$$f(v_1, v_2, \alpha, r) = v_1 v_2 \sqrt{(v_1^2 + v_2^2 - 2v_1 v_2 \cos \alpha) \left(v_2^2 - \frac{1}{r} \right) \left(v_1^2 - \frac{1}{r} \right)} \times \exp(-3\theta(v_1^2 + v_2^2)), \quad (29)$$

которую мы будем называть частотой столкновений. Эта величина пропорциональна частоте столкновений (26) в единице объема в заданных интервалах масс, скоростей и углов между скоростями с множителем, не зависящим от переменных v_1, v_2 и α . В (29) входит величина θ – параметр Сафронова, равный в зоне Земли $\theta \approx 2$.

Формула (28) дает возможность численно рассчитать вероятность захвата при заданных k и r . Интегрирование по скорости в формуле (28) выполняется от минимального значения $v_{\min}^2 = 1/r$,

которое достигается при нулевой относительной скорости планетезимали на границе сферы Хилла Земли, до бесконечности. Графики зависимости вероятности захвата $p(k, r)$ (28) от отношения масс k и расстояния r представлены на рис. 1, 2 и 3.

На рис. 1 можно видеть, что зависимость (28) вероятности захвата от отношения масс k на заданном расстоянии r имеет максимум, который при увеличении расстояния r постепенно смещается в сторону меньших отношений масс. На расстоянии, равном 1.1 радиуса Земли вероятность захвата достигает максимума, когда сталкивающиеся тела различаются по массе в 6 раз, но уже на расстоянии, равном 5 земных радиусов, для достижения максимума необходимо, чтобы массы тел различались в 1.6 раз. На расстоянии $r = 20$ максимум все еще заметен, но уже при $r = 50$ он уже неразличим, как и на больших расстояниях. Кроме того, заметно, что значение вероятности захвата в максимуме по k растет при увеличении расстояния до $r \approx 2$, а потом убывает. Было найдено, что вероятность захвата достигает глобального максимума при $r \approx 2.3$ и $k \approx 2.5$. В максимуме почти при каждом третьем столкновении ($p \approx 0.3$) происходит захват планетезималей на околоземную орбиту.

На рис. 2 показаны графики для вероятности захвата в зависимости от расстояния r при не-

очень больших отношениях масс ($k \leq 3$). Видно, что зависимость вероятности захвата от расстояния при заданном отношении масс также имеет максимум, который смещается к центру Земли при больших значениях k . Заметно, что при малых отношениях масс вероятность захвата остается существенной даже у границы сферы Хилла. Например, при равных массах сталкивающихся тел вероятность захвата равна 0.05 почти на границе сферы Хилла ($r \approx 220$).

На рис. 3 изображены графики вероятности захвата от расстояния r при больших отношениях масс ($k > 3$). При увеличении отношения масс максимум вероятности захвата продолжает смещаться в сторону центра Земли от $r \approx 1.5$ при $k = 4$ до $r \approx 1.05$ при $k = 20$. Хотя при больших отношениях масс вероятность захвата довольно быстро падает с расстоянием (при $k = 4$ вероятность захвата оказывается равной 0.01 уже на расстоянии 2.8 земных радиусов), однако даже когда массы тел различаются по массе в 20 раз, в максимуме вероятность захвата остается весьма существенной ($p_{\max} \approx 0.05$).

Для лучшего понимания характера зависимости и оптимизации дальнейших расчетов полезно найти аппроксимацию зависимости вероятности захвата (28) от отношения масс k и расстояния r . Аппроксимирующая функция $P(k, r)$ должна удовлетворять следующим требованиям. Во-первых, $P(k, r) \rightarrow 0$ при $k \rightarrow \infty$ или $r \rightarrow \infty$. Во-вторых, $P(k, r) = 0$ при $r = 1$. Кроме того, $P(k, r)$ имеет максимум. Было показано, что вероятность захвата (28) может быть аппроксимирована формулой вида:

$$P(k, r) = a(k)(r - 1)^{n(k)} \exp(-c(k)(r - 1)^{d(k)}), \quad (30)$$

где $a(k)$, $n(k)$, $c(k)$ и $d(k)$ – коэффициенты, зависящие от отношения масс k . Для того, чтобы определить эти коэффициенты наложим на $P(k, r)$ два условия:

$$\left. \frac{\partial P(k, r)}{\partial r} \right|_{r=r_{\max}(k)} = 0, \quad P(k, r_{\max}(k)) = f_{\max}(k). \quad (31)$$

Здесь $r_{\max}(k)$ – функция, аппроксимирующая зависимость расстояния r_k , при котором достигается максимум вероятности захвата при заданном k согласно формуле (28), от отношения масс, $f_{\max}(k)$ – функция, аппроксимирующая зависимость максимального значения вероятности захвата p_{\max} при заданном k согласно формуле (28) от отношения масс. Методом наименьших квадратов было найдено, что $r_{\max}(k)$ и $f_{\max}(k)$ определяются следующими формулами:

$$r_{\max}(k) \approx 1 + (k - 0.9125)^{23.4} \times \exp(695.68(1 - 0.9986(k - 0.9125)^{0.0355})), \quad (32)$$

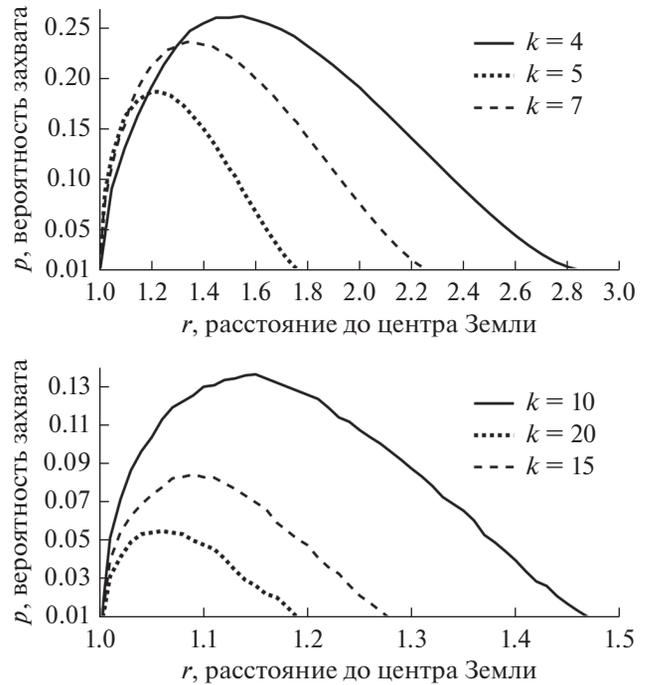


Рис. 3. Графики зависимости вероятности p захвата двух тел, столкнувшихся в сфере Хилла, согласно формуле (28) от расстояния r до центра Земли в единицах текущего радиуса планеты при некоторых значениях отношений масс k .

$$f_{\max}(k) \approx (k - 0.4675)^{20} \times \exp(699.898(1 - 1.00195(k - 0.4675)^{0.028})). \quad (33)$$

Справа на рис. 4 представлены графики зависимостей (32) и (33). Видно, что расстояние, на котором достигается максимум вероятности захвата (28) при одинаковых массах сталкивающихся тел, равно 5.5 земным радиусам. При увеличении отношения масс на коротком промежутке $r_{\max}(k)$ растет, достигая максимума $r_{\max}(k) \approx 7.5$ при отношении масс чуть большем единицы ($k = 1.15$), после чего $r_{\max}(k)$ падает по экспоненте, стремясь к $r_{\max} = 1$ при больших k . Максимальное значение вероятности захвата $f_{\max}(k)$ также сначала растет при увеличении отношения масс до $k = 2.5$, где вероятность захвата достигает своего наибольшего значения 0.3, после чего $f_{\max}(k)$ медленно убывает. Даже при столкновениях тел, различающихся по массам в 7 раз, вероятность захвата $f_{\max}(k) \approx 0.2$ близка к максимальной вероятности захвата при $k = 1.15$.

Условия (31) позволяют определить значение $a(k)$ и $n(k)$, зная $c(k)$, $d(k)$, $r_{\max}(k)$ и $f_{\max}(k)$. При этом первое условие в (31) определяет $a(k)$, а второе $n(k)$:

$$a(k) = \frac{f_{\max}(k)}{(r_{\max}(k) - 1)^{n(k)}} \exp(c(k)(r_{\max}(k) - 1)^{d(k)}), \quad (34)$$

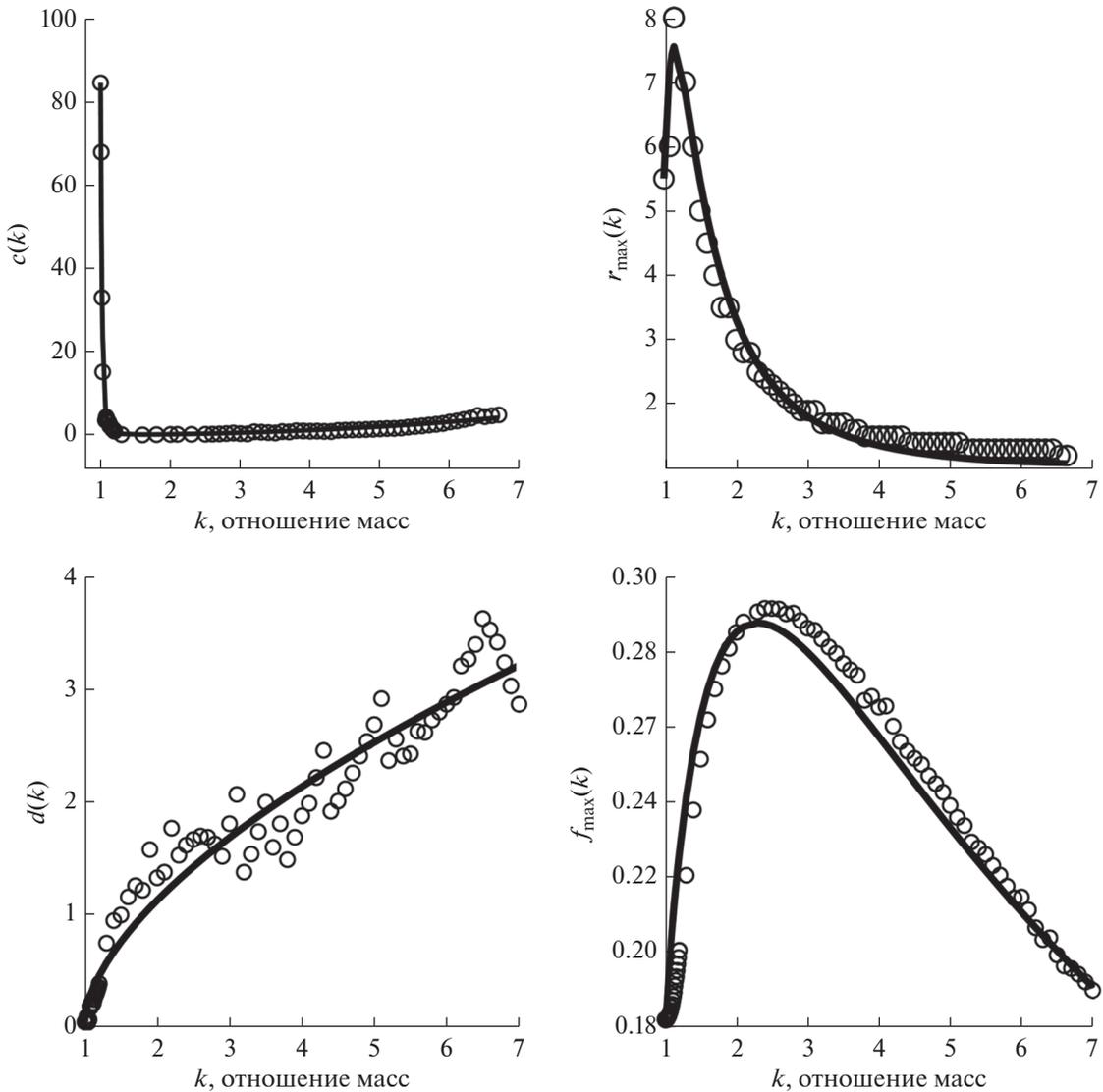


Рис. 4. Графики зависимости безразмерных коэффициентов $c(k)$, $d(k)$, $r_{\max}(k)$ и $f_{\max}(k)$ от отношения масс k сталкивающихся тел согласно формулам (36), (37), (32) и (33), соответственно, показаны сплошными линиями. На графиках слева кружками отмечены c_k и d_k , определенные как коэффициенты в $P(k, r)$ (30), обеспечивающие наилучшее приближение к $p(k, r)$ (28) при заданном отношении масс k . Справа на графиках кружками отмечены p_{\max} и r_k , соответственно, – максимум вероятности (28) и расстояние, на котором достигается максимум $p(k, r)$ при заданном k .

$$n(k) = c(k)d(k)(r_{\max}(k) - 1)^{d(k)}. \quad (35)$$

Коэффициенты $c(k)$ и $d(k)$ могут быть найдены методом наименьших квадратов как аппроксимации зависимостей c_k и d_k от отношения масс k , определенных также по методу наименьших квадратов как коэффициенты в $P(k, r)$ (30), обеспечивающие наилучшее приближение к $p(k, r)$ (28) при заданном отношении масс k . Полученные аппроксимации $c(k)$ и $d(k)$ определяются формулами:

$$c(k) \approx \exp((k - 0.37)^{-4.33}) \times \exp(-166.04(1 - 0.9822k^{0.014})), \quad (36)$$

$$d(k) \approx 0.05 + 1.08(k - 1)^{0.6}. \quad (37)$$

Графики зависимостей (36) и (37) представлены на рис. 4 слева. Коэффициент $d(k)$ монотонно растет при увеличении k , начиная с $d \approx 0.05$ при равных отношениях масс и достигая $d \approx 3$ при массах, различающихся в 7 раз. Зависимость $c(k)$ имеет два хорошо различимых участка. Начиная со значения $c \approx 85$ при равных массах сталкивающихся тел, $c(k)$ быстро падает и уже при $k = 1.3$ достигает значения $c \approx 0.2$, после чего $c(k)$ сравнительно медленно растет, достигая $c \approx 3.2$ при массах, различающихся в шесть раз.

Отметим, что формула (30) для аппроксимации $P(k, r)$, как и все входящие в нее коэффициенты, определены при $k \geq 1$. При $k \leq 1$ вероятность захвата определяется из соображений симметрии:

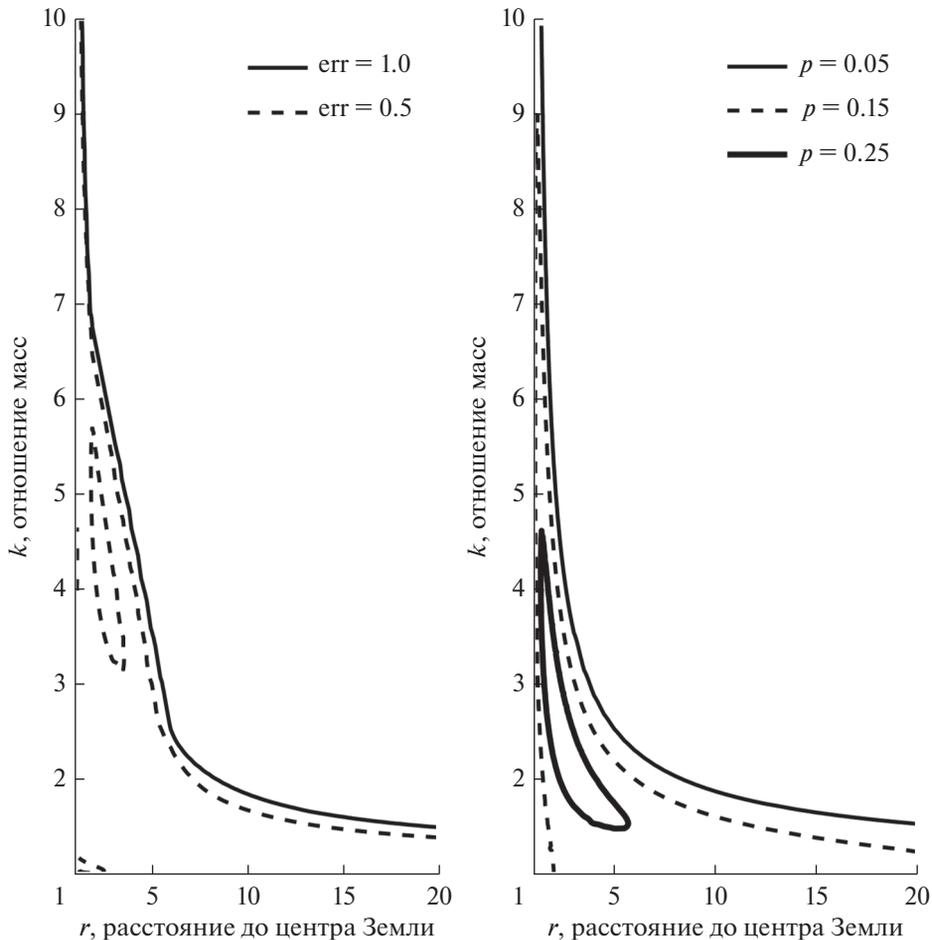


Рис. 5. На диаграмме справа изображены изолинии вероятности захвата $p(k, r)$ (точки с равным значением p , указанным на диаграмме), рассчитанной по формуле (28). Слева на диаграмме изображены изолинии для относительной погрешности err аппроксимации (30) (значение err указано на диаграмме). Расстояние r до центра Земли указано в единицах текущего радиуса Земли.

$P^*(k, r)|_{k \leq 1} = P(1/k, r)$, где $P(1/k, r)$ задается формулой (30).

Также была найдена область применимости аппроксимации $P(k, r)$ (30). На рис. 5 изображены изолинии вероятности захвата $p(k, r)$ (28) и изолинии относительной ошибки аппроксимации $err = |P(k, r) - p(k, r)|/p(k, r)$. Заметно, что область со значениями расстояний и отношений масс, где вероятность захвата (28) больше 0.05 (слева от изолинии $p(k, r) = 0.05$), близка к области, где относительная ошибка аппроксимации меньше 0.5. Таким образом, в значительной доли области, где вероятность захвата (28) существенна, аппроксимация (30) позволяет с удовлетворительной точностью рассчитать вероятность захвата. Наибольшей точности аппроксимация достигает вблизи максимумов вероятности захвата при каждом k . Кроме того, из диаграммы на рис. 5 можно сделать вывод, что при отношениях масс $k > 2$ вероятность захвата (28) остается существенной только на расстояниях меньше восьми земных радиусов.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ РОСТА ЗАХВАЧЕННОЙ МАССЫ ЗА СЧЕТ СВОБОДНО-СВОБОДНЫХ СТОЛКНОВЕНИЙ

Парные столкновения планетезималей из зоны питания происходят по всему объему сферы Хилла, где возможен захват осколков в протолунный рой. Определим скорость роста захваченной массы $J(l, t)$ на расстоянии l от центра Земли (согласно (1) l – расстояние до центра Земли в размерных единицах) в околоземном пространстве, которая задается формулой:

$$J(l, t) = \frac{dM_{\text{cap}}}{dt} = \int_0^1 \int_{m_0}^{m_{\text{max}}} \frac{dM}{dl dr dk dm} dk dm \Big|_{q=\frac{11}{6}}, \quad (38)$$

где m_{max} – верхний предел в распределении допланетных тел по массе (6), q – показатель в распределении (6), а m_0 – нижний предел в распределении допланетных тел по массе. Например, в работе (Печерникова, Витязев, 1984) величина m_0

принималась равной массе межзвездной пыли (порядка 10^{-17} кг). Здесь dM_{cap} – масса, захваченная в результате свободно-свободных столкновений в интервале времени $[t, t + dt]$, в пределах сферического слоя с радиусом l и толщиной dl , а dM – масса, захваченная, кроме того, в интервале масс одного из тел $[m, m + dm]$ и отношений масс $[k, k + dk]$. Величина dM может быть найдена как произведение массы одной пары сталкивающихся частиц $m(1 + k)$ на число частиц dN_m с массой в интервале $[m, m + dm]$ в сферическом слое с радиусом l и толщиной dl на вероятность столкновения p_{coll} одного тела с массой m в интервале времени $[t, t + dt]$ с одной из планетезималей в интервале масс $[mk, m(k + dk)]$ и на вероятность захвата p , определенную формулой (28):

$$dM = m(1 + k)dN_m p_{\text{coll}} p. \quad (39)$$

Вероятность столкновения p_{coll} может быть определена как отношение рассматриваемого интервала времени dt ко времени свободного пробега τ частицы с массой m в среде частиц в интервале масс $[mk, m(k + dk)]$, движущихся хаотично со среднеквадратичными относительными скоростями:

$$p_{\text{coll}} = \frac{dt}{\tau} = \sigma dn_k \sqrt{\langle U_{\text{rel}}^2 \rangle} dt, \quad (40)$$

где dn_k – объемная концентрация тел в интервале масс $[mk, m(k + dk)]$, σ – сечение столкновения, определяемое формулой (25) с подстановкой m вместо m_1 , а $\langle U_{\text{rel}}^2 \rangle^{1/2}$ – среднеквадратичная относительная скорость, равная:

$$\sqrt{\langle U_{\text{rel}}^2 \rangle} = \sqrt{2} u_{\text{esc}} \sqrt{\frac{1}{2\theta} + \frac{R}{l}} = \frac{4R\sqrt{3}}{3} \sqrt{G\pi\rho_E \left(\frac{1}{2\theta} + \frac{R}{l} \right)}, \quad (41)$$

где θ – параметр Сафронова, равный 2 в зоне питания Земли, R – текущий радиус Земли, ρ_E – плотность Земли, а u_{esc} – скорость убегания на поверхности растущей Земли.

Согласно (40) для определения вероятности столкновения p_{coll} необходимо также знать объемную концентрацию тел dn_k в интервале масс $[mk, m(k + dk)]$, которая определяется распределением (6) планетезималей по массам:

$$dn_k = \frac{(2 - q)\rho_0}{m_{\text{max}}^{2-q}} m^{-1-q} k^{-q} dk, \quad (42)$$

где ρ_0 – средняя объемная плотность протопланетного диска, m_{max} – верхний предел массы в распределении, а $q = 11/6$.

Кроме того, согласно (39), dM зависит от числа планетезималей dN_m в сферическом слое объемом $4\pi l^2 dl$ в интервале масс $[m, m + dm]$. Аналогично концентрации dn_k , это число определяется распределением (6):

$$dN_m = \frac{(2 - q)\rho_0}{m_{\text{max}}^{2-q}} m^{-q} 4\pi l^2 dl dm. \quad (43)$$

Теперь подставив (25), (41) и (42) в формулу (40), получим вероятность столкновения p_{coll} . А подставив вероятность столкновения p_{coll} (40) и число планетезималей dN_m (43), в свою очередь, в (39), получим выражение для dM :

$$dM = \frac{4^{3/2} 3^6 \pi^6 G^2 \rho_E^2 R (2 - q)^2 \rho_0^2}{\rho^3 m_{\text{max}}^{2(2-q)}} l^2 \sqrt{\frac{1}{2\theta} + \frac{R}{l}} \times \left(1 + k^{\frac{1}{3}}\right)^2 (1 + k) k^{-q} m^{\frac{8-2q}{3}} p\left(k, \frac{l}{R}\right) dl dk dm dt. \quad (44)$$

Эта формула записана для $k > 1$, поскольку вероятность захвата $p(k, r)$ (28) определена при $k > 1$. Если мы рассматриваем случай $k < 1$, то из соображений симметрии $p^*(k, r)|_{k \leq 1} = p(1/k, r)$. Подстановка дифференциала (44) в (38) с заменой $l = Rr$ и интегрирование по отношению масс k от 0 до 1 и по массе m от m_0 до m_{max} дает формулу для $J^*(r, t) \equiv J(l, t)$:

$$J(l, t) \equiv J^*(r, t) = \frac{4^{3/2} 3^6 \pi^6 G^2 \rho_E^2 \rho_0^2(t) R^3(t)}{36 \rho^3 m_{\text{max}}^{\frac{1}{3}}(t)} \times \ln\left(\frac{m_{\text{max}}(t)}{m_0(t)}\right) r^2 \sqrt{\frac{1}{2\theta} + \frac{1}{r}} j(r), \quad (45)$$

где ρ_E , ρ и ρ_0 – плотности Земли, планетезималей и средняя плотность протопланетного диска, соответственно, а R – текущий радиус Земли, являющийся функцией времени. В формуле (45) размерное расстояние l заменено на безразмерное $r = l/R$ согласно (1). Функция $j(r)$ в правой части формулы (45) является интегралом по k и зависит только от расстояния:

$$j(r) = \int_0^1 \left(1 + k^{\frac{1}{3}}\right)^2 (1 + k) k^{-\frac{11}{6}} p\left(\frac{1}{k}, r\right) dk. \quad (46)$$

Поскольку вероятность захвата (28) определена только при $k > 1$, а в (46) интегрирование проводится по k от 0 до 1, то вероятность захвата $p^*(k, r)|_{k \leq 1} = p(1/k, r)$. Для численного расчета интеграла (46) вместо формулы (28) была использована аппроксимация (30), для которой также $P^*(k, r)|_{k \leq 1} = P(1/k, r)$ из соображений симметрии.

Преимущество использования безразмерного расстояния r в формуле (45) в том, что функция $J^*(r, t)$ может быть разделена на множители, зависящие только от безразмерного расстояния r или только от времени t :

$$J(l, t) \equiv J^*(r, t) = C_0 j_r(r) j_t(t), \quad (47)$$

где C_0 – не зависящий от времени множитель, размерность которого в системе СИ: $[C_0] = \text{кг}/(\text{м с})$, а $j_r(r)$ и $j_t(t)$ – безразмерные функции. Физический смысл функции $j_r(r)$ в том, что в заданный момент времени t скорость роста массы $J^*(r, t)$ захваченного вещества на единицу расстояния l пропорциональна $j_r(r)$ с точностью до постоянного в данный момент множителя $C_0 j_r(t)$. Аналогично, $J^*(r, t)$ пропорционально $j_t(t)$ на заданном расстоянии r с точностью до постоянного на данном расстоянии множителя $C_0 j_r(r)$. Функция $j_r(r)$ может быть определена из (45)–(47) с точностью до безразмерного множителя, который мы принимаем равным единице:

$$j_r(r) = r^2 \sqrt{\frac{1}{2\theta} + \frac{1}{r}} j(r). \quad (48)$$

Для того, чтобы определить $j_t(t)$, необходимо знать зависимость входящих в (45) величин ρ_0 , m_{\max} , R и m_0 от времени. Как уже было упомянуто, нижний предел массы m_0 в более ранних работах, по расчету $J(l, t)$ (Печерникова, Витязев, 1984) принимался равным массе частицы межзвездной пыли ($m_0 \sim 10^{-17}$ кг), однако столь малые частицы имеют такую малую длину свободного пробега, что способны много раз столкнуться с частицами подобного размера во время пролета в сфере Хилла Земли, и в формуле (45) захват такой частицы может быть учтен несколько раз, что приведет к завышенной оценке $J(l, t)$. Минимальный размер частицы m_0 , при котором в среднем происходит только одно столкновение с частицами сравнимого размера в сфере Хилла Земли, равен:

$$m_0 \sim \frac{\rho_0^{13} r_h^{13} R^{13}}{m_{\max}^{13} \rho^{13}} \sim 10^{-1} - 10^{-3} \text{ кг}, \quad (49)$$

что значительно больше массы межзвездной пыли. В этой формуле r_h – безразмерный радиус сферы Хилла (2). Однако необходимо отметить, что величина скорости роста массы $J(l, t)$ очень слабо зависит от m_0 , поскольку m_0 стоит под логарифмом $\ln(m_{\max}/m_0)$, величина которого уменьшится всего в 1.5 раза при изменении m_0 на 16 порядков. Поэтому величину $\Lambda = \ln(m_{\max}/m_0)$ для оценок будем принимать постоянной и равной 10^2 . Выражение для зависимости текущего радиуса Земли R от времени t принимаем согласно модели растущих зон питания для планет земного типа (Витязев и др., 1978):

$$R = R_{\max} \frac{\exp(at) - 1}{\exp(at) + 1}, \quad (50)$$

где R_{\max} – современный радиус Земли, а параметр a – постоянная, которая определяется выражением:

$$a = \frac{2(1 + 2\theta)\sigma_0}{\rho_E T R_{\max}} \approx 1.1 \times 10^{-15} \text{ с}^{-1} \approx 0.035 \text{ млн лет}^{-1}. \quad (51)$$

Здесь $\sigma_0 \approx 100 \text{ кг}/\text{м}^2$ – поверхностная плотность вещества в протопланетном диске на момент начала аккреции, T – период обращения Земли вокруг Солнца, $\theta \approx 2$ – параметр Сафронова, а ρ_E – плотность Земли. Средняя объемная плотность протопланетного диска ρ_0 и верхний предел массы в распределении m_{\max} , согласно стандартной модели формирования планет земной группы (Витязев и др., 1990), могут быть определены как:

$$\rho_0 = \frac{4\sigma_0}{\sqrt{\langle \dot{u}^2 \rangle} T} \left(1 - \frac{M}{M_{\max}} \right), \quad m_{\max} = M \left(1 - \left(\frac{R}{R_{\max}} \right)^2 \right), \quad (52)$$

где M и R – текущие, а M_{\max} и R_{\max} – современные масса и радиус Земли, $\sigma_0 \approx 100 \text{ кг}/\text{м}^2$ – начальная поверхностная плотность в протопланетном диске, T – период обращения Земли вокруг Солнца, который предполагается неизменным и равным современному, а $\langle \dot{u}^2 \rangle^{1/2}$ – среднеквадратичная относительная скорость планетезималей, которая зависит от текущей массы и радиуса Земли и определяется формулой (4).

Тогда аналогично $j_r(r)$, величина $j_t(t)$ была определена из (45), (47) и (48) с подстановкой (50)–(52) с точностью до безразмерного множителя, который мы принимаем равным единице:

$$j_t(t) = \frac{J^*(r, t)}{C_0 j_r(r)} = \frac{\exp\left(\frac{5}{3} at\right)}{(\exp(at) + 1)^{\frac{10}{3}}}, \quad (53)$$

где a – постоянная, которая для зоны питания Земли равна $0.035 \text{ млн лет}^{-1}$ и определяется согласно (51). Выражения (48) и (53) для $j_r(r)$ и $j_t(t)$ позволяют определить C_0 :

$$C_0 = 4^{\frac{8}{3}} \sqrt{\frac{\pi}{3G}} \frac{\sigma_0^2 \Lambda \theta}{T^2 \rho_E^{\frac{5}{2}} \rho^{\frac{2}{3}}} \approx 4.41 \times 10^{-8} \text{ м}^{-1} \text{ с}^{-1} \text{ кг}, \quad (54)$$

где $\Lambda = \ln(m_{\max}/m_0) \approx 10^2$, а $\rho = 3000 \text{ кг}/\text{м}^3$ – плотность планетезималей.

Полученные формулы (47), (48) и (53), (54) позволяют получить полную массу, которая захватывается в результате свободно-свободных столкновений. Проинтегрировав (47) по пространству сферы Хилла и по времени от начала формирования Солнечной системы до момента накопления 97% массы Земли (около 100 млн лет согласно (Печерникова, 2005)), мы нашли массу захваченного в протолунный рой вещества, которая получается исключительно за счет свободно-свободных столкновений. Эта величина оказывается порядка 10^{-5} современной массы Луны.

Мы будем считать протолунный диск достаточно уплощенным, поскольку согласно (Витязев и др., 1990) толщина диска во внутренней зоне сферы Хилла, на расстоянии l в промежутке 10–100 радиусов Земли, где вероятность захвата еще не очень мала, была порядка 10^{-2} – 10^{-1} расстояния l . При свободно-свободных столкновениях планетезимали захватываются по всему объему сферы Хилла, но пополнение основной, уплощенной части роя происходит при столкновениях захваченного вещества с телами уплощенного диска, поэтому для оценки поверхностной скорости прироста массы диска $J_1(l, t)$ предположим, что захваченная в сферическом слое с объемом $4\pi l^2 dl$ масса пополнит уплощенную часть роя площадью $2\pi l dl$. Исходя из выражения (45) для скорости роста массы в сферическом слое, мы получили:

$$J_1(l, t) \equiv J_1^*(r, t) = \frac{J^*(r, t)}{2\pi r R(t)} = \frac{C_0}{2\pi R_{\max}} j_r(r) j_{1r}(t), \quad (55)$$

где $j_r(r)$ и $j_{1r}(t)$ были определены как:

$$j_r(r) = \frac{j_r(r)}{r} = r \sqrt{\frac{1}{2\theta} + \frac{1}{r}} j(r) \quad (56)$$

$$j_{1r}(t) = \frac{j_t(t) R_{\max}}{R(t)} = \frac{\exp\left(\frac{5}{3} at\right)}{(\exp(at) + 1)^{\frac{7}{3}} (\exp(at) - 1)}. \quad (57)$$

На рис. 6 показаны графики зависимостей $j_r(r)$, $j_t(t)$, $j_r(r)$ и $j_{1r}(t)$, которые выражаются формулами (48), (53), (56) и (57), соответственно. Поскольку $J^*(r, t)$ (45) с постоянным коэффициентом пропорционально $j_r(r)$ в заданный момент времени t , то, можно сказать, что скорость роста массы протолунного роя $J^*(r, t)$ на единицу расстояния l в некоторый момент времени зависит от расстояния r так же, как и $j_r(r)$ с точностью до постоянного коэффициента. Аналогично, поверхностная

скорость прироста массы $J_1^*(r, t)$ (55) в заданный момент времени зависит от расстояния r так же, как и $j_r(r)$ с точностью до постоянного коэффициента. Для $j_t(t)$ и $j_{1r}(t)$ также можно сказать, что поверхностная скорость прироста массы $J^*(r, t)$ (45) зависит от времени так же, как и $j_t(t)$, а ско-

рость роста массы $J_1^*(r, t)$ (55) на единицу расстояния l зависит от времени так же, как и $j_{1r}(t)$ при фиксированном расстоянии r . Таким образом, графики на рис. 6 дают представление о том, как зависят $J^*(r, t)$ и $J_1^*(r, t)$ от расстояния r и времени t .

Из верхних графиков на рис. 6 видно, что $j_r(r)$ и $j_{1r}(r)$ имеют два максимума. Ближайшие к Земле максимумы $j_r(r)$ и $j_{1r}(r)$ достигаются почти на одном и том же расстоянии, равном полутора текущим радиусам Земли. Дальние максимумы $j_r(r)$ и

$j_{1r}(r)$ достигаются на расстояниях, равных, соответственно, 64 и 15 текущим земным радиусам. Отношения значений дальних максимумов к ближним $j_r(r)$ и $j_{1r}(r)$ также сильно различаются. В случае $j_{1r}(r)$ максимумы практически совпадают по величине, но для $j_r(r)$ дальний максимум в 26 раз больше по своему значению. Кроме того, интересно отметить, что величина $j_{1r}(r)$, пропорциональная поверхностной скорости притока массы, в промежутке между $r \sim 1.5$ и $r \sim 60$ меняется не очень сильно, в интервале между 5 и 7. По этой причине величина $j_r(r) = r j_{1r}(r)$ в данном промежутке расстояний близка к линейной зависимости по r .

Графики зависимостей $j_t(t)$ и $j_{1r}(t) = j_t(t) R_{\max}/R(t)$ близки по виду: обе функции падают со временем и имеют максимум при $t = 0$, однако $j_t(0) \approx 0.1$, а $j_{1r}(t)$ стремится к бесконечности при $t \rightarrow 0$. Функция $j_{1r}(t)$ с течением времени убывает быстрее, чем $j_t(t)$: с 25 до 100 млн лет функция $j_{1r}(t)$ убывает в 26 раз, а $j_t(t)$ в 63 раза.

Для нас, в первую очередь, представляет интерес величина $J_1(l, t) = J_1^*(r, t)$ (55) скорости притока массы за счет свободно-свободных столкновений на единицу площади роя, поскольку именно она входит в правую часть уравнения непрерывности для протолунного роя и определяет поверхностную плотность диска $\sigma = \sigma(l, t)$:

$$\frac{\partial \sigma(l, t)}{\partial t} + \frac{1}{l} \frac{\partial}{\partial l} (v_l l \sigma(l, t)) = \sum_k J_k(l, t). \quad (58)$$

Здесь $J_k(l, t)$ – скорость притока массы на единицу площади извне за счет k -го способа пополнения роя. Помимо свободно-свободных столкновений, для которых скорость притока массы на единицу площади $J_1(l, t)$ определяется выражением (55), существуют и другие пути пополнения протолунного роя, такие как столкновения между планетезималиями из зоны питания Земли и телами, уже захваченными в протолунный рой (свободно-связанные столкновения), и столкновения между телами из роя или зоны питания и частицами выбросов от ударов крупных планетезималей по Земле. Каждый из этих четырех типов столкновений вносит свой вклад $J_k(r, t)$, определение величины которого является предметом для будущих исследований. Отметим также, что величина $\sum J_k(l, t)$ не совпадает со скоростью роста поверхностной плотности на данном расстоянии l и в момент времени t . Из-за наличия ненулевой радиальной скорости перемещения v_l вещества роя реальная скорость роста поверхностной плотности $\partial \sigma(l, t)/\partial t$ на фиксированном расстоянии l от центра Земли отличается от $\sum J_k(l, t)$. Существует несколько факторов, в результате которых скорость движения частиц в рое имеет ненулевую ра-

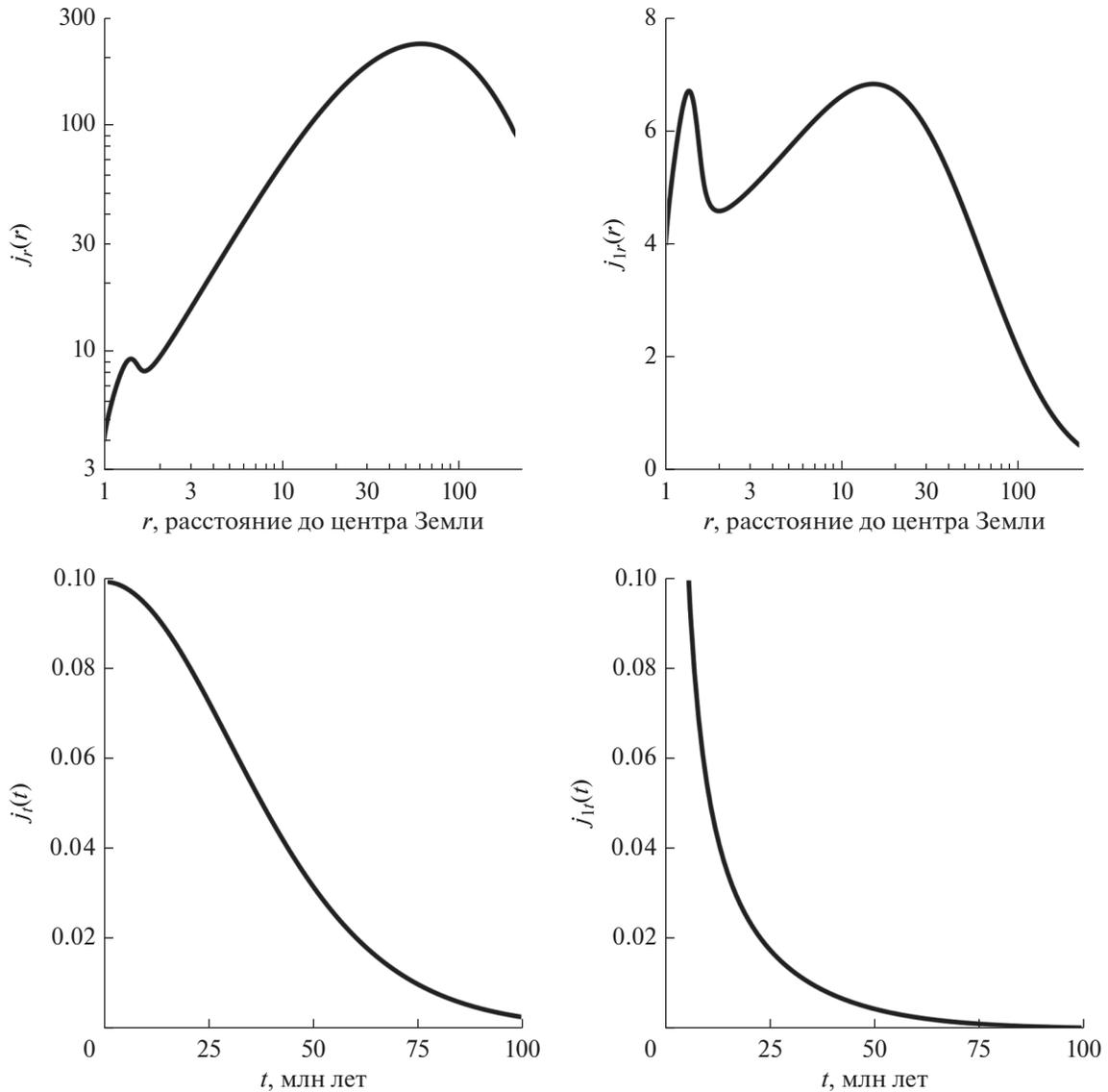


Рис. 6. Вверху – графики зависимости безразмерных величин $j_r(r)$ (48) и $j_{1r}(r) = j_r(r)/r$ (56) от расстояния r до центра Земли, пропорциональных с постоянным коэффициентом в заданный момент времени t скорости роста массы $J^*(r, t)$ (45) на единицу расстояния l и поверхностной скорости прироста массы $J_1^*(r, t)$ (55), соответственно. Внизу – графики зависимости безразмерных величин $j_i(t)$ (53) и $j_{1i}(t)$ (57) от времени t , пропорциональных с постоянным коэффициентом на заданном расстоянии r скорости роста массы $J^*(r, t)$ (45) на единицу расстояния l и поверхностной скорости прироста массы $J_1^*(r, t)$ (55), соответственно. Расстояние r приводится в единицах текущего радиуса Земли (1). Время t выражено в миллионах лет с начала формирования Земли.

диальную компоненту. Во-первых, с течением времени масса Земли увеличивается, но момент импульса тел в рое должен сохраняться, поэтому диск сжимается к центру Земли. Этот фактор оказывал существенное влияние на самом раннем этапе эволюции роа, когда масса Земли могла меняться в несколько раз, в результате чего большая часть захваченного в сферу Хилла вещества выпадала на поверхность Земли. Во-вторых, поскольку скорости захватываемых тел распределены хаотично по направлениям, средний удельный угловой момент сталкивающихся тел будет меньше

удельного углового момента кеплеровского кругового движения диска, и суммарный угловой момент диска будет уменьшаться за счет притока вещества извне, что будет приводить к постепенному сжатию роа и выпадению части вещества на поверхность Земли. Подробно этот механизм был рассмотрен в работе (Печерникова, Витязев, 1984). Кроме того, протоспутниковый диск характеризуется дифференциальным вращением, что в случае вязкого диска приводит к переносу углового момента касательными напряжениями и смещению частиц роа в радиальном направле-

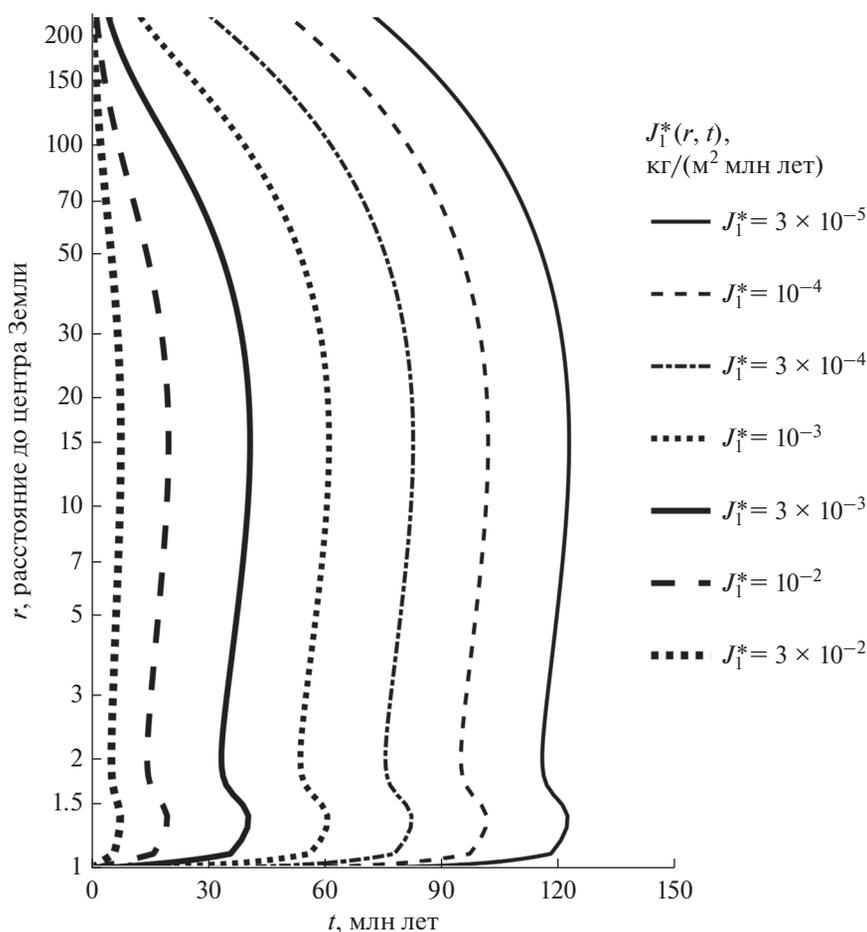


Рис. 7. На диаграмме изображены изолинии скорости прироста массы на единицу площади диска $J_1^*(r, t)$ (55) за счет свободно-свободных столкновений для некоторых значений J_1^* , указанных на диаграмме, в координатах времени t с момента начала формирования Земли в миллионах лет и расстояния r до центра Земли в единицах текущего радиуса планеты.

нии. Однако целью нашего исследования является не решение уравнения (58) и поиск поверхностной плотности $\sigma(l, t)$, а нахождение скорости притока массы на единицу поверхности диска $J_1(l, t)$ за счет свободно-свободных столкновений, что необходимо для того, чтобы найти решение уравнения (58) в дальнейшем. Поэтому оценка вышеупомянутых факторов, приводящих к сжатию или расширению протолунного диска, остается за рамками данной работы.

Для большей наглядности полученных результатов построим также две диаграммы (рис. 7 и рис. 8), на которых изобразим изолинии $J_1^*(r, t)$ и $J_1(l, t)$. Диаграмма на рис. 7 для $J_1^*(r, t)$ повторяет зависимости, ранее построенные для $j_{1r}(r)$ и $j_{1l}(t)$ на рис. 6. На некотором расстоянии r от Земли с течением времени J_1^* монотонно убывает, а при $t = \text{const}$ с ростом расстояния J_1^* сначала растёт до

расстояния около 1.5 земных радиусов, потом до расстояния порядка 60 радиусов Земли испытывает незначительные колебания, а на больших расстояниях монотонно убывает. Несколько иной характер имеет диаграмма на рис. 8, где изображены изолинии $J_1(l, t)$ в зависимости от расстояния l до центра Земли и времени t . Хотя

$J_1^*(r, t) \equiv J_1(l, t)$, но $r = l/R(t)$, поэтому диаграмма изолиний для $J_1(l, t)$ может быть получена из диаграммы на рис. 7 растяжением вдоль оси r в $R(t)/R_{\text{max}}$ раз. В новых координатах значения радиуса Земли и границы сферы Хилла в единицах современного радиуса Земли растут со временем. На рис. 8 это две огибающие с $J_1 = 0$, поскольку у поверхности Земли (нижняя огибающая) вероятность захвата равна нулю и на границе сферы Хилла (верхняя огибающая) вероятность захвата скачком обращается в ноль. Зависимость $J_1(l, t)$ от расстояния l в некоторый момент времени будет иметь тот же вид, что и $j_{1r}(r)$, поскольку, если

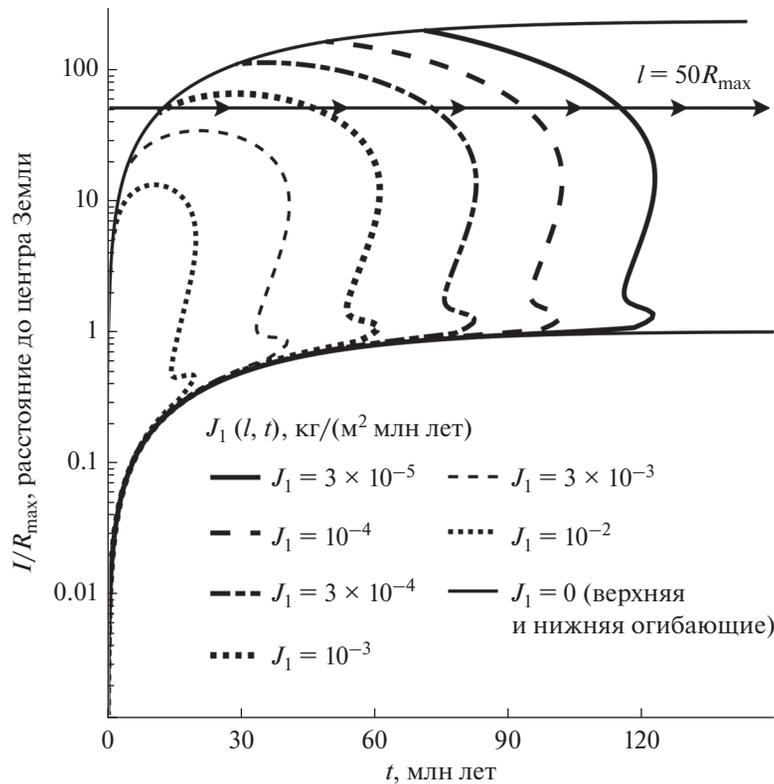


Рис. 8. На диаграмме изображены изолинии скорости прироста массы на единицу площади диска $J_1(l, t)$ (55) за счет свободно-свободных столкновений для некоторых значений J_1 , указанных на диаграмме, в координатах времени t с момента начала формирования Земли в миллионах лет и расстояния l/R_{\max} до центра Земли в единицах современного радиуса планеты R_{\max} . Огибающим $J_1 = 0$ соответствуют расстояния до границы сферы Хилла (верхняя огибающая) и текущего радиуса Земли (нижняя огибающая) в единицах максимального радиуса Земли R_{\max} . Горизонтальная линия со стрелками соответствует $l = 50R_{\max}$.

$t = \text{const}$, то и $j_{1r}(l/R(t))$ не будет зависеть от времени. Однако зависимость $J_1(l, t)$ от времени на некотором расстоянии l будет качественно отличаться от $j_{1r}(t)$ на рис. 6, поскольку $j_{1r}(r) = j_{1r}(l/R(t))$ теперь зависит от времени. По диаграмме на рис. 8 видно, что, например, прямая $l = 50R_{\max}$, параллельная оси времени (изображена горизонтальными стрелками), дважды пересекает изолинию $J_1 = 10^{-3}$ кг/(м² млн лет), что свидетельствует о наличии экстремума $J_1(l, t)$ для $l = 50R_{\max}$. Аналогично, наличие экстремума (максимума) зависимости $J_1(l, t)$ от времени при $l = \text{const}$ может быть показано и для точек, находящихся на ином расстоянии l от Земли. На рис. 9 этот факт проиллюстрирован графиками зависимости $J_1(l, t)$ от времени t для различных расстояний l от Земли, по которым видно, что зависимость скорости прироста массы на единицу площади $J_1(l, t)$ от времени имеет максимум, который смещается в сторону больших времен при увеличении расстояния l до центра Земли. На расстоянии, равном 5 современным радиусам Земли (кривая $l = 5R_{\max}$ на верхнем графике), максимум достигается через 4 млн лет после начала формирования Земли,

но для достижения максимума на расстоянии 50 земных радиусов (кривая $l = 50R_{\max}$ на нижнем графике) потребовалось уже 25 млн лет. Отметим, что кривые на рис. 9 начинаются не с $t = 0$, а с того момента, когда точка, находящаяся на заданном расстоянии l , окажется внутри сферы Хилла растущей Земли. Исходя из модели расширяющихся зон питания для планет земного типа (Витязев и др., 1978) мы получили, что это время выражается по формуле:

$$t_0 = \frac{1}{a} \ln \left(\frac{r_h + l/R_{\max}}{r_h - l/R_{\max}} \right), \tag{59}$$

где $a \approx 0.035$ млн лет⁻¹ согласно (51), r_h — радиус сферы Хилла в единицах текущего радиуса Земли, равный 235 согласно (7), а l/R_{\max} — расстояние до центра Земли в единицах современного радиуса Земли. При времени, меньшем, чем t_0 , скорость прироста массы роя на единицу площади равна нулю, поскольку за пределами сферы Хилла захват невозможен. Согласно формуле (59), чем больше выбранное расстояние l до центра Земли, тем позднее начинается захват в этой области. Графики на рис. 9 отчетливо иллюстрируют этот

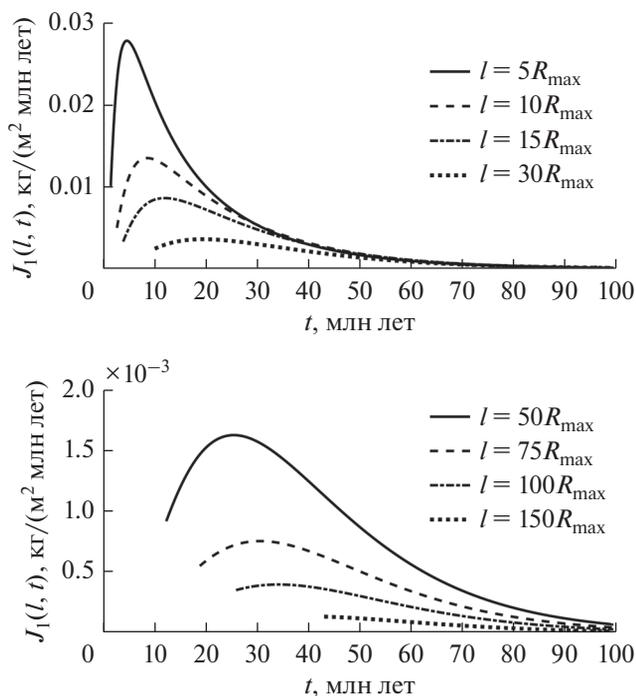


Рис. 9. Графики зависимости скорости прироста массы на единицу площади $J_1(l, t)$ (55) за счет свободно-свободных столкновений от времени в миллионах лет с начала формирования Земли для некоторых значений расстояния l до центра Земли, указанных на диаграмме.

факт. Например, на расстоянии 30 современных радиусов Земли захват начинается через 10 млн лет с момента начала формирования Земли, а на расстоянии $l = 100R_{\max}$ захват в протолунный рой начинается только через 26 млн лет. Кроме того, в результате того, что захват на заданном расстоянии l начинается лишь спустя некоторое время, на расстояниях, больших чем 150 максимальных радиусов Земли, величина $J_1(l, t)$ максимальна в момент, когда точка с заданным расстоянием оказывается в сфере Хилла, после чего скорость прироста массы на единицу площади диска монотонно убывает с течением времени.

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

В нашей работе впервые после работы Рускол (1975) исследован столкновительный механизм захвата допланетных тел в протолунный рой, который является ключевым процессом при формировании Луны в рамках гипотезы коаккреции. Найдены условия (14), при которых происходит захват, а также вероятность захвата (18). Эти формулы применимы для любого типа столкновений, и это позволило вычислить вероятность захвата в случае свободно-свободных столкновений (28), (30), что в свою очередь, дало возможность уточнить оценку скорости прироста массы на единицу

расстояния до центра Земли (45) и на единицу площади протолунного диска (55) за счет этого типа столкновений.

В наших формулах вероятности захвата (28) и (30) преодолены ограничения оценки Рускол (1975). Определена зависимость вероятности захвата не только от расстояния, но и от отношения масс сталкивающихся планетезималей и учтена возможность выпадения осколков на Землю. Благодаря учету последнего фактора, показано, что при заданном отношении масс вероятность захвата не плавно спадает до нуля у границ сферы Хилла, а имеет максимум (рис. 2 и рис. 3) на некотором расстоянии от Земли. Также было показано, что зависимость вероятности захвата от отношения масс на заданном расстоянии до центра Земли тоже имеет максимум (рис. 1). Кроме того, было обнаружено, что на расстоянии, равном 2.3 текущих радиусов Земли и при отношении масс 2.5 вероятность захвата принимает наибольшее значение и равна 0.3. Из графиков на рис. 1–3 и рис. 5 можно сделать вывод, что для столкновений тел с отношением масс, большим 2, вероятность захвата существенна ($p > 0.05$) на расстояниях, меньших восьми текущих земных радиусов. На больших расстояниях вероятность захвата существенна только для тел, различающихся по массе менее чем в 2 раза. Найденная нами аппроксимация (30) вероятности захвата позволяет сделать вывод о характере зависимости вероятности захвата от расстояния при заданном отношении масс. Согласно (30), по мере удаления от Земли вероятность захвата растет пропорционально степени расстояния до поверхности Земли, а во внешней зоне сферы Хилла экспоненциально убывает.

Найденная зависимость вероятности захвата от отношения масс (30) позволила оценить скорости прироста массы на единицу расстояния до центра Земли (45) и на единицу площади протолунного диска (55) за счет свободно-свободных столкновений. Последние оценки этой величины основывались на оценке вероятности захвата (Рускол, 1975), в которой отсутствовала зависимость от отношения масс, поэтому в работе (Печерникова, Витязев, 1984) принималось предположение, ограничивающее отношение масс. Выведенная нами зависимость (30), содержащая отношение масс сталкивающихся тел, позволила избавиться от этого ограничения и уточнить оценку скорости прироста массы $J_1(l, t)$ на единицу площади протолунного диска. Отметим, что величина $J_1(l, t)$ (55) отличается от скорости роста поверхностной плотности роя $d\sigma(l, t)/dt$ (первое слагаемое в уравнении непрерывности (58)), поскольку, во-первых, помимо свободно-свободных столкновений, имели место свободно-связанные столкновения и столкновения с веществом выбро-

сов с Земли, а во-вторых, захваченные в рой частицы продолжают испытывать столкновения с телами роя, что приводит к выравниванию наклонной орбит, скоростей тел и постоянному сжатию диска (Safronov и др., 1986), в результате чего вещество диска в среднем имеет ненулевую компоненту радиальной скорости, направленную к центру Земли. Последнее, согласно (58), означает, что скорость роста поверхностной плотности роя не равна суммарной скорости притока массы на единицу площади диска.

Было обнаружено, что зависимость скорости притока массы (55) на единицу площади $J_1^*(r, t)$, пропорциональная $j_{1r}(r)$ (56) для любого заданного момента времени t , имеет два максимума (рис. 6). Дальний максимум на расстоянии 15 текущих земных радиусов обусловлен тем, что при увеличении расстояния от Земли растет объем сферического слоя с радиусом r , и, соответственно, растет число столкновений, но при этом падает вторая космическая скорость и все меньше частиц имеют возможность быть захваченными в протолунный рой. Второй, ближний максимум, на расстоянии примерно полутора текущих земных радиусов приблизительно соответствует значениям расстояний, при которых величина вероятности захвата (28) наибольшая. Максимум зависимости вероятности захвата (28) от расстояния при заданном отношении масс (рис. 2 и рис. 3) возникает из-за учета возможности выпадения осколков на поверхность Земли (13). С ростом расстояния все меньше осколков падает на Землю, что способствует росту вероятности захвата (28), но постепенное уменьшение скорости убегания (8) приводит сначала к прекращению роста вероятности захвата, а потом и к ее убыванию. Отметим также, что вещество протолунного диска, оказавшееся внутри предела Роша, в результате действия приливных сил со стороны Земли окажется раздробленным на мелкие осколки и не сможет сформировать крупные тела. Поэтому формирование крупных тел, необходимых для аккумуляции Луны, возможно только за пределом Роша, величина которого $a_R \approx 1.44R$ примерно соответствует расстоянию до ближнего максимума скорости притока на единицу площади, равному $1.5R$.

Также было показано, что зависимость скорости притока массы (55) на единицу площади диска $J_1^*(r, t)$, пропорциональная $j_{1r}(t)$ (57) для любого заданного расстояния в единицах текущего радиуса Земли, монотонно убывает с течением времени. Однако графики зависимости $J_1(l, t) \equiv J_1^*(r, t)$ (рис. 9) от времени на заданном расстоянии l в метрах показывают, что скорость притока массы $J_1(l, t)$ (55) на единицу площади достигала максимума в некоторый момент времени, что связано с

наличием двух факторов. С одной стороны, с течением времени, по мере роста Земли точка, находящаяся на некотором расстоянии l , смещается внутрь сферы Хилла, где скорость притока массы (55) на единицу площади больше, но, с другой стороны, по мере роста Земли в зоне питания остается все меньше вещества, что сначала приводит к замедлению роста скорости притока массы на единицу площади, а потом и к его падению. С увеличением расстояния l максимум зависимости $J_1(l, t)$ от времени смещается в сторону больших времен. Например, на расстоянии, равном 10 современным радиусам Земли (кривая $l = 10R_{\max}$ на рис. 9 сверху) максимум достигается через 8 млн лет после начала формирования Земли, но на расстоянии в 10 раз большем (кривая $l = 100R_{\max}$ на рис. 9 снизу) максимум достигается только спустя 34 млн лет. Необходимо отметить, что захват на заданном расстоянии l начинается не сразу, а только тогда, когда величина l оказывается меньше радиуса сферы Хилла R_H (2), поэтому кривые для скорости прироста массы на единицу площади на рис. 9 начинаются не с нулевого момента времени, а с t_0 , которое определяется выражением (59). На диаграмме на рис. 8 эта особенность иллюстрируется верхней огибающей изолиний $J_1(l, t) = \text{const}$, где $l \approx 235R$ (R – текущий радиус Земли). Кроме того, на расстояниях l , меньших, чем современный радиус Земли R_{\max} , захват заканчивается в момент, когда $l = R_{\max}$, а все захваченное вещество выпадает на поверхность Земли. По диаграмме на рис. 8 видно, что при $l < R_{\max}$ захват заканчивается на нижней огибающей изолиний $J_1(l, t) = \text{const}$, которая фиксирует $l = R$ (R – текущий радиус Земли).

Найденная в нашей работе величина скорости притока массы (55) на единицу площади диска $J_1(l, t)$ за счет свободно-свободных столкновений входит в уравнение непрерывности (58) как один из источников пополнения протолунного роя и необходима для того, чтобы определить из уравнения (58) зависимость поверхностной плотности диска от расстояния и времени, что, в свою очередь, позволит найти конечную массу протолунного диска и формирующейся из него Луны. Необходимо отметить, что, поскольку в рамках нашего исследования мы рассматривали задачу двух тел (Земля и облако осколков), пренебрегая возмущениями гравитационного потенциала со стороны Солнца, то возможны такие столкновения, при которых начальная скорость облака осколков будет меньше второй космической скорости на данном расстоянии, но при этом орбита в своем апогее выходит за пределы сферы Хилла Земли. Согласно алгоритму, рассмотренному в статье, такие столкновения учитываются как приводящие к захвату, однако в действительности, из-за выхода осколков за пределы сферы Хилла, за-

хват не произойдет. Поэтому оценка скорости притока массы (55) на единицу площади диска является несколько завышенной, в особенности во внешней зоне сферы Хилла.

Стоит также отметить универсальный характер формулы (45) для скорости роста, захваченной в результате свободно-свободных столкновений, массы. В (45) входят зависимости радиуса Земли R (50), плотности протопланетного диска ρ_0 и массы наибольшего тела m_{\max} (52) от времени t с момента начала формирования Солнечной системы, которые в нашем исследовании мы принимали согласно модели расширяющихся зон питания (Витязев и др., 1978), однако выражение (45) допускает использование иных моделей роста Земли. В модели расширяющихся зон питания (Витязев и др., 1978) за 50 млн лет Земля набирает до 35% современной массы, что по порядку величины близко к оценке Сафронова (1969), согласно которой за 50 млн лет Земля набирала 55% современной массы. Согласно более поздней аналитической оценке (Печерникова, 2005), учитывающей вклад крупных планетезималей, за 50 млн лет Земля достигла около 70% своей массы. Последняя оценка (Woo и др., 2022), сделанная на основе численных расчетов, дает накопление массы Земли до 90% современной массы также за 50 млн лет. Отметим, что в случае более быстрого роста Земли, чем в модели расширяющихся зон питания (Витязев и др., 1978), следует ожидать более быстрого исчерпания тел зоны питания, что приведет к тому, что за время роста Земли в ее сфере Хилла произойдет меньшее число столкновений планетезималей и суммарная захваченная масса окажется меньше. При более быстром, чем в (Витязев и др., 1978), исчерпании тел зоны питания график зависимости величины $j_r(t)$ (53) от времени t (рис. 6), пропорциональной с постоянным коэффициентом на заданном расстоянии r скорости роста массы протолунного роая $J^*(r, t)$ (45), сместится в сторону меньших времен. В то же время, график зависимости величины $j_r(r)$ (48) от расстояния r до центра Земли (рис. 6), пропорциональной с постоянным коэффициентом в заданный момент времени t скорости роста массы протолунного роая $J^*(r, t)$ (45), останется неизменным, поскольку $j_r(r)$ не зависит от массы Земли и плотности протопланетного диска в данный момент времени, а определяется распределением допланетных тел по массе (6) и вероятностью захвата (28), которая зависит от распределения числа тел по скоростям (3). Отметим также, что поскольку вероятность захвата (28) не зависит от массы Земли в данный момент времени, то графики зависимости вероятности захвата от отношения масс сталкивающихся тел (рис. 1) и от расстояния в единицах радиуса Земли (рис. 2 и

рис. 3) останутся неизменными вне зависимости от рассматриваемой модели роста Земли.

Хотя свободно-свободные столкновения вносят незначительный вклад в массу Луны (порядка 10^{-5} массы Луны, согласно нашим расчетам), именно они формируют протолунный роай на самых ранних этапах и служат триггером для дальнейшей аккреции путем свободно-связанных столкновений и столкновений с выбросами от ударов крупных тел по Земле. Без первичного роая, сформированного свободно-свободными столкновениями, невозможно дальнейшее накопление массы, поскольку в других типах столкновений, которые способны пополнить роай, одно из сталкивающихся тел должно быть гравитационно-связанным с Землей, что требует наличия протолунного диска с ненулевой массой. Поэтому оценка вклада свободно-свободных столкновений, проведенная в данной работе, является необходимой для построения теории формирования системы Земля—Луна в рамках гипотезы коаккреции.

Отметим, что гипотеза коаккреции является не произвольным допущением, а наиболее вероятным следствием общепринятой теории формирования планет земного типа (Сафронов, 1969; Витязев и др., 1990). Поэтому процессы, которые исследовались в нашей работе, и которые еще предстоит исследовать в рамках гипотезы коаккреции, с необходимостью присутствовали во время формирования протолунного роая. Основной вопрос заключается не в том, имели место эти процессы или нет, а в том, могли ли эти процессы обеспечить достаточный вклад, чтобы сформировать такой спутник, как Луна, или же необходимы дополнительные предположения, как, например, столкновение Земли с крупным телом, размером с Марс? Другими словами, необходимо выяснить, является ли Луна регулярным или нерегулярным спутником.

В заключение мы бы хотели выразить благодарность В.В. Светцову за ценное обсуждение и внимание к нашей работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Витязев А.В., Печерникова Г.В., Сафронов В.С. Премельные массы, расстояния и времена аккумуляции планет земной группы // *Астрон. журн.* 1978. Т. 55. № 1. С. 107–112.
- Витязев А.В., Печерникова Г.В. Шерготиты, alpha 81005 и вариации отношения железо/силикаты в планетах земной группы // XIX Всесоюзная конференция по метеоритике и космохимии. Тез. докл. М.: Институт геохимии и аналитической химии АН СССР, 1984. С. 4.
- Витязев А.В., Печерникова Г.В., Сафронов В.С. Планеты земной группы: Происхождение и ранняя эволюция. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. 296 с.

- Горькавый Н.Н.* Образование Луны и двойных астероидов // Изв. Крымской астрофиз. обсерв. 2007. Т. 103. № 2. С. 143–155.
- Печерникова Г.В., Витязев А.В.* О динамике протоспутниковых роев // Сб. “О.Ю. Шмидт советская геофизика 80-х годов”. М.: Наука, 1984. С. 250–257.
- Печерникова Г.В.* Время роста Земли // ДАН. 2005. Т. 401. № 3. С. 391–394.
- Печерникова Г.В.* О зоне питания растущей планеты и проблеме образования Луны // Сб. научн. тр. ИДГ РАН. М.: ГЕОС, 2014. № 6. С. 154–162.
- Печерникова Г.В.* Масса вещества, выброшенного при макроударах с растущей планеты, и проблема образования Луны // Сб. научн. тр. ИДГ РАН. М.: ГЕОС, 2015. № 7. С. 200–207.
- Рускол Е.Л.* О происхождении Луны. I. Образование околоземного роя тел // Астрон. журн. 1960. Т. 37. № 3. С. 690–702.
- Рускол Е.Л.* О происхождении Луны. II. Рост Луны в околоземном спутниковом рое // Астрон. журн. 1963. Т. 40. № 2. С. 288–296.
- Рускол Е.Л.* О происхождении Луны. III. Некоторые вопросы динамики околоземного роя // Астрон. журн. 1971. Т. 48. № 4. С. 819–830.
- Рускол Е.Л.* Происхождение Луны. М.: Наука, 1975. 188 с.
- Сафронов В.С.* Эволюция допланетного облака и образование Земли и планет. М.: Наука, 1969. 244 с.
- Светцов В.В., Печерникова Г.В., Витязев А.В.* В развитие статистической модели образования Луны // Сб. научн. тр. ИДГ РАН. М.: ГЕОС, 2012. № 3. С. 23–30.
- Belbruno E., Gott III J.R.* Where did the Moon come from? // Astron. J. 2005. V. 129. № 3. P. 1724.
- Cameron A.G.W., Ward W.R.* The origin of the Moon // Lunar and Planet. Sci. Conf. VII, 1976. P. 120–122.
- Canup R.* Simulations of a late lunar-forming impact // Icarus. 2004. V. 168. № 2. P. 433–456.
- Clayton R.N., Grossman L., Mayeda T.K.* A component of primitive nuclear composition in carbonaceous meteorites // Science. 1973. V. 182. № 4111. P. 485–488.
- Clayton R.N., Onuma N., Mayeda T.K.* A classification of meteorites based on oxygen isotopes // Earth and Planet. Sci. Lett. 1976. V. 30. № 1. P. 10–18.
- Clayton R.N., Mayeda T.K.* Genetic relations between the Moon and meteorites // Proc. 6th Lunar Sci. Conf., Houston, TX, 17–21 March 1975. Houston, TX: Lunar and Planetary Institute, 1975. P. 155.
- Darwin D.H.* On the precession of a viscous spheroid and the remote history of the Earth // Phil. Trans. Roy. Soc. London. 1879. V. 170. P. 447–538.
- Galimov E.M., Krivtsov A.M.* Origin of the Earth–Moon system // J. Earth Syst. Sci. 2005. V. 114. № 6. P. 593–600.
- Hartmann W.K., Davis D.R.* Satellite-sized planetesimals and lunar origin // Icarus. 1975. V. 24. № 4. P. 504–515.
- Harris A.W., Kaula W.M.* A co-accretional model of satellite formation // Icarus. 1975. V. 24. № 4. P. 516–524.
- Leinhardt Z.M., Stewart S.T.* Collisions between gravity-dominated bodies. I. Outcome regimes and scaling laws // Astrophys. J. 2012. V. 745. № 1. P. 745–779.
- Lock S.J., Stewart S.T., Petaev M.I., Leinhardt Z.M., Mace M.T., Jacobsen S.B., Cuk M.* The origin of the Moon within a terrestrial synestia // J. Geophys. Res.: Planets. 2018. V. 123. № 4. P. 910–951.
- Melosh H.J.* A new and improved equation of state for impact computations // 31st Ann. Lunar and Planet. Sci. Conf., March 13–17, 2000. Houston, Texas, P. 1903.
- Rufu R., Aharonson O., Perets H.B.* A multiple-impact origin for the Moon // Nature Geoscience. 2017. V. 10. № 2. P. 89–94.
- Safronov V.S., Pechernikova G.V., Ruskol E.L., Vitjazev A.V.* Protosatellite swarms // Satellites. 1986. P. 89–116.
- Sevecek P., Broz M., Nesvorny D., Enke B., Durda D., Walsh K., Richardson D.C.* SPH/N-body simulations of small ($D = 10$ km) asteroidal breakups and improved parametric relations for Monte-Carlo collisional models // Icarus. 2017. V. 296. P. 239–256.
- Weidenschilling S.J., Greenberg R., Chapman C.R., Herbert F., Davis D.R., Drake M.J., Jones J., Hartmann W.K.* Origin of the Moon from a circumterrestrial disk // Origin of the Moon; Proc. Conf., Kona, HI, October 13–16, 1984. Houston, TX: Lunar and Planetary Institute, 1986. P. 731–762.
- Woo J.M.Y., Brassier R., Grimm S.L., Timpe M.L., Stadel J.* The terrestrial planet formation paradox inferred from high-resolution N-body simulations // Icarus. 2022. V. 371. id. 114692.

УДК 521.1,523.4

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВРАЩАТЕЛЬНОЙ ДИНАМИКИ И КРИВЫХ БЛЕСКА МАЛЫХ СПУТНИКОВ САТУРНА, НАХОДЯЩИХСЯ В РЕЖИМЕ БЫСТРОГО ВРАЩЕНИЯ

© 2022 г. А. В. Мельников^а, *, Ю. Г. Копылова^а, **^аГлавная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН,
Санкт-Петербург, Россия

*e-mail: melnikov@gaoran.ru

**e-mail: yul@gaoran.ru

Поступила в редакцию 23.01.2022 г.

После доработки 14.02.2022 г.

Принята к публикации 24.02.2022 г.

На основе наблюдательных данных (Denk, Mottola, 2019), полученных межпланетным космическим аппаратом Cassini, проведено моделирование кривых блеска и вращательной динамики ряда малых иррегулярных спутников Сатурна, находящихся в режиме быстрого (по сравнению с синхронным) вращения. Для спутников Кивиок (С24), Мундилфари (С25), Эррипо (С28) и Бестла (С39) получены оценки размеров фигур, значений инерционных параметров и начальных условий, характеризующих ориентацию фигур и вращательные состояния спутников на эпоху наблюдений.

Ключевые слова: спутники Сатурна, иррегулярные спутники, вращательная динамика, несинхронное вращение, КА Cassini

DOI: 10.31857/S0320930X22050048

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время число известных спутников у планет Солнечной системы превышает две сотни (см. сайты ГАИШ МГУ <http://www.sai.msu.ru/neb/nss/index.htm> и NASA JPL <https://ssd.jpl.nasa.gov/sats/>). Из всех спутниковых систем самой многочисленной является система спутников Сатурна, состоящая из 82 объектов. Семейство спутников Сатурна весьма разнообразно, в него входят пять крупных спутников (радиус более 500 км) — Тефия (С3), Диона (С4), Рея (С5), Титан (С6), Япет (С8) и множество малых спутников, представляющих собой в основном тела неправильной формы с размерами от единиц до нескольких сотен километров. Для большинства малых спутников Сатурна параметры фигур, вращательные состояния и физические свойства неизвестны. Среди вращательных состояний, выявленных у спутников Сатурна, присутствуют все теоретически возможные режимы вращения (см. подробнее обзор Мельникова и Шевченко (2022)): синхронное с движением по орбите вращение наблюдается у всех крупных спутников и ряда малых (Янус (С10), Эпиметей (С11), Елена (С12), Телесто (С13), Калипсо (С14), Атлас (С15), Прометей (С16), Пандора (С17), Пан (С18)); хаотическое (непредсказуемое) вращение установлено у Гипериона (С7); быстрым по сравнению синхронным

вращением обладают 25 малых спутников Сатурна (их список приведен в работе (Denk, Mottola, 2019)). Как показали Melnikov и Shevchenko (2010); быстрое регулярное вращение присуще малым спутникам, которые пока еще не завершили свою приливную вращательную эволюцию. Параметры вращения точно определены (Archinal и др., 2018; Емельянов, 2019) для всех крупных спутников Сатурна, малых спутников Сатурна с установленным синхронным режимом вращения (см. список выше) и для Фебы (С9), находящейся в режиме быстрого несинхронного вращения. Таким образом, задача детального исследования быстрого вращения малых спутников Сатурна является весьма актуальной.

Помимо размеров, спутники планет еще разделяют на две большие группы на основе параметров их орбит: регулярные и иррегулярные (см. подробнее Jewitt, Haghhighipour, 2007; Nicholson и др., 2008). Регулярные спутники находятся глубоко внутри сферы Хилла планеты, имеют прямые (проградные) орбиты, малые эксцентриситеты и наклоны орбит. Орбиты иррегулярных спутников обычно расположены много дальше от планеты и могут быть как прямыми, так и обратными (ретроградными). Отнесение спутников планет к проградным или к ретроградным проводится, обычно, исходя из величины наклона ор-

биты спутника к экваториальной плоскости планеты: для проградных орбит $i \in [0^\circ, 90^\circ)$, для ретроградных орбит $i \in (90^\circ, 180^\circ]$. Причем определяется, что при $i = 0^\circ$ направление вращения планеты и направление орбитального движения спутника совпадают, а при $i = 180^\circ$ – противоположны. Иррегулярные спутники составляют около 60% от всех известных спутников планет Солнечной системы. Все малые спутники Сатурна с установленным быстрым вращением относятся (Denk и др., 2018; Denk, Mottola, 2019) к группе иррегулярных спутников.

Информацию о вращательной динамике и физических свойствах спутника можно получить посредством анализа его наблюдаемых кривых блеска и детальных изображений, полученных при наземных наблюдениях и в ходе межпланетных миссий космических аппаратов (КА), путем теоретического моделирования кривых блеска и вращательной динамики спутника. Например, проведенное различными исследователями (Klavetter, 1989; Black и др., 1995; Девяткин и др., 2002; Melnikov, 2002; Harbison и др., 2011) моделирование кривых блеска и вращательной динамики седьмого спутника Сатурна (Гипериона) позволило: установить хаотический характер его вращения, определить параметры вращения на эпоху наблюдения (величину вектора угловой скорости и его ориентацию в пространстве) и динамические параметры спутника (моменты инерции). Отметим, что Black и др. (1995) моделировали вращательную динамику Гипериона (C7) на основе данных наблюдений с КА Voyager-2 (Thomas и др., 1995), а Harbison и др. (2011) помимо наблюдений с Voyager-2, использовали данные, полученные с КА Cassini (Thomas и др., 2007). В работах Klavetter (1989), Девяткин и др. (2002) и Melnikov (2002) использовались данные наблюдений Гипериона, полученные наземными телескопами.

Успешная реализация миссии Cassini/Huygens (Mitchell, 2006) дала значительный объем наблюдательных данных о малых спутниках Сатурна. В частности, Denk и Mottola (2019) посредством анализа на периодичность полученных с КА Cassini кривых блеска 25 иррегулярных спутников Сатурна установили, что периоды их собственного вращения составляют от 5 до 76 ч. Полученные значения периодов вращения спутников существенно (в сотни и тысячи раз) меньше, чем их орбитальные периоды, – все эти спутники находятся в режиме быстрого (по сравнению синхронным) вращения. Данные, полученные Denk и Mottola (2019), на треть увеличили объем известной ранее информации о вращательных состояниях спутников планет Солнечной системы (Archinal и др., 2018; Емельянов, 2019).

В настоящей работе мы провели моделирование кривых блеска и вращательной динамики ря-

да иррегулярных спутников Сатурна. В качестве исходных данных были взяты кривые блеска, полученные с КА Cassini, и информация о периодах вращения спутников, приведенные в работе (Denk, Mottola, 2019). Моделирование проводилось при помощи разработанных и апробированных нами ранее алгоритмов для построения теоретических кривых блеска и моделирования вращательной динамики малых спутников планет (Девяткин и др., 2002; Melnikov, 2002) и астероидов (Devyatkin и др., 2016). Целью работы являлось подтверждение режима быстрого вращения спутников, уточнение параметров их фигур, определение моментов инерции и начальных условий, характеризующих вращения спутников на момент наблюдения.

МЕТОД ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ВРАЩЕНИЯ И НАБЛЮДАЕМЫХ КРИВЫХ БЛЕСКА СПУТНИКА

Уравнения движения

При моделировании кривых блеска нами рассматривается движение несферического твердого тела (спутника) относительно его центра масс, находящегося на эллиптической орбите вокруг планеты. Динамика пространственного поступательно-вращательного движения спутника в гравитационном поле планеты определяется тремя параметрами – эксцентриситетом орбиты спутника e и отношениями главных центральных моментов инерции спутника A/C и B/C , где $A < B < C$. Далее используем прямоугольную систему координат $Oxyz$, определенную исходно в перигеетре орбиты спутника следующим образом: ось x направлена по вектору “перигеетр орбиты спутника – планета”, ось y параллельна вектору орбитальной скорости в перигеетре, ось z ортогональна орбитальной плоскости и дополняет систему до “правой”. Фигура спутника аппроксимируется трехосным эллипсоидом. Ориентация спутника относительно осей системы координат $Oxyz$ задается путем его воображаемых поворотов на углы Эйлера θ , φ , ψ из положения совпадения главных осей инерции спутника $a > b > c$ с осями системы координат до их реального положения в пространстве в следующей последовательности (согласно Wisdom и др., 1984): сначала делаем поворот на угол θ вокруг оси c , затем на угол φ вокруг оси a и, наконец, на угол ψ вокруг оси b .

Вращательное движение спутника описывается динамическими и кинематическими уравнениями Эйлера. Динамические уравнения Эйлера имеют следующий вид (Белецкий, 1965; Wisdom и др., 1984; Мельников, 2020):

$$\begin{aligned} A \frac{d\omega_a}{dt} - \omega_b \omega_c (B - C) &= -3 \frac{GM}{r^3} \beta \gamma (B - C), \\ B \frac{d\omega_b}{dt} - \omega_c \omega_a (C - A) &= -3 \frac{GM}{r^3} \gamma \alpha (C - A), \\ C \frac{d\omega_c}{dt} - \omega_a \omega_b (A - B) &= -3 \frac{GM}{r^3} \alpha \beta (A - B), \end{aligned} \quad (1)$$

где G – гравитационная постоянная; M – масса планеты; $\omega_a, \omega_b, \omega_c$ – проекции вектора угловой скорости вращения спутника $\boldsymbol{\omega}$ на оси a, b, c ; $r = a_s(1 - e^2)/(1 + e \cos f)$ – расстояние “спутник – планета”, где a_s – большая полуось орбиты, f – истинная аномалия; α, β, γ – направляющие косинусы главных осей инерции относительно направления на планету. При численном интегрировании гравитационный параметр для Сатурна полагался равным (Folkner и др., 2014): $GM = 37940585.2 \text{ км}^3/\text{с}^2$.

Кинематические уравнения Эйлера и выражения для направляющих косинусов в принятой системе углов Эйлера имеют вид (Wisdom и др., 1984; Мельников, 2020):

$$\begin{aligned} \frac{d\theta}{dt} &= \frac{\omega_c \cos \psi - \omega_a \sin \psi}{\cos \varphi}, \\ \frac{d\phi}{dt} &= \omega_a \cos \psi + \omega_c \sin \psi, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \omega_b - (\omega_c \cos \psi - \omega_a \sin \psi) \operatorname{tg} \phi,$$

$$\alpha = \cos(\theta - f) \cos \psi - \sin(\theta - f) \sin \varphi \sin \psi,$$

$$\beta = -\sin(\theta - f) \cos \varphi,$$

$$\gamma = \cos(\theta - f) \sin \psi + \sin(\theta - f) \sin \varphi \cos \psi.$$

Для численного интегрирования уравнений движения (1)–(2) использовался интегратор DOP853 (Hairer и др., 1993), реализующий метод Рунге–Кутты 8-го порядка, с автоматически изменяемой величиной шага интегрирования. Максимальный шаг интегрирования был положен равным $\Delta t_{\max} = 10^{-5}$ ч, величина локальной (на одном шаге) погрешности интегрирования – $\varepsilon = 10^{-12}$. На основе значения ε интегратор DOP853 автоматически подбирает необходимую величину шага интегрирования, не превышающую Δt_{\max} (см. подробнее Hairer и др., 1993).

Алгоритм моделирования кривых блеска малых спутников планет

В предположении, что поверхность спутника отражает падающий на него свет согласно закону Ламберта (т.е. яркость рассеивающей свет поверхности одинакова во всех направлениях), наблюдаемая интегральная звездная величина спутника определяется площадью проекции на небесную сферу видимой освещенной части его

фигуры. Существуют различные методы, позволяющие определять видимую площадь поверхности спутника, когда его фигура моделируется трехосным эллипсоидом. Например, метод, разработанный Тублиной и Холшевниковым (1991), или метод, приведенный в работе (Klavetter, 1989). Именно последний метод использовался нами в настоящей работе для моделирования кривых блеска спутников Сатурна, его детальное описание можно найти в оригинальной работе (Klavetter, 1989) и в работе (Девяткин и др., 2002). Посредством использования алгоритма, приведенного в указанных выше работах, вычислялась площадь S наблюдаемой проекции освещенной части поверхности спутника, нормализованная на величину максимальной площади проекции фигуры спутника. Интегральная звездная величина спутника, если для его поверхности справедлив ламбертовский закон отражения, выражается: $m_s = -2.5 \lg S + M^*$, где M^* – некоторая постоянная, индивидуальная для каждого спутника.

При моделировании необходимо проводить коррекцию кривой блеска за угол фазы “Солнце–спутник–КА Cassini”. Для коррекции за угол фазы, как и в работе (Denk, Mottola, 2019), использовался GH-метод (Bowell и др., 1989), предполагающий следующую зависимость звездной величины спутника от угла фазы δ :

$$m(\delta) = H - 2.5 \lg[(1 - G) F_1(\delta) + G F_2(\delta)],$$

где H и G – индивидуальные для каждого спутника параметры, а $F_1(\delta)$ и $F_2(\delta)$ – определенные эмпирически функции (см. подробнее Bowell и др., 1989; Емельянов, Уральская, 2011). Для всех рассмотренных далее спутников было принято $G = 0.15$, величина H определялась при моделировании кривой блеска спутника и была включена в M^* .

По величине амплитуды изменения наблюдаемой кривой блеска спутника можно сделать выводы о его фигуре. Максимальная теоретическая амплитуда изменения блеска спутника при ламбертовском законе отражения в случае пространственного вращения спутника равна $2.5 \lg(a/c)$. Для величин полуосей эллипсоида, аппроксимирующего фигуру спутника, оценки которых сделаны на основе анализа изображений, полученных с борта КА, амплитуда обычно получается меньше наблюдаемой, поскольку закон отражения отличается от ламбертовского. Добиться совпадения теоретической и наблюдаемой амплитуд изменения блеска спутника можно посредством замены геометрического эллипсоида на так называемый “фотометрический” эллипсоид. Введение фотометрического эллипсоида по существу означает учет вариаций величины альbedo по поверхности спутника (наличия локальных относительно ярких и темных участков) и отличия поверхности от ортотропной.

Таблица 1. Размеры и периоды вращений ряда малых иррегулярных спутников Сатурна. Данные о диаметрах D и периодах вращений P_{rot} взяты из (Denk, Mottola, 2019)

Спутник	D , км	P_{rot} , ч	$P_{\text{orb}}/P_{\text{rot}}$
Кивиок (C24)	17	21.97 ± 0.16	490
Мундилфари (C25)	7	6.74 ± 0.08	3400
Эррипо (C28)	10	28.15 ± 0.25	745
Бестла (C39)	7	14.64 ± 0.02	1780

Решение задачи совпадения модельных и наблюдаемых кривых блеска проводилось путем варьирования значений начальных условий и параметров задачи. Поскольку известен период вращения всех моделируемых спутников, область вариации величины вектора угловой скорости вращения спутника была ограничена условием: $|\omega| = 2\pi/P_{\text{rot}}$, где P_{rot} – период вращения спутника, указанный в (Denk, Mottola, 2019; см. табл. 1). Проводилась вариация следующих начальных условий и параметров: величин углов θ , φ , ψ и компонент вектора угловой скорости ω_a , ω_b , ω_c ; значений отношений моментов инерции A/C , B/C ; полуосей фотометрического эллипсоида a и c ; параметра M^* . Величина полуоси b считалась фиксированной и равной половине значения характерного диаметра спутника, указанного в (Denk, Mottola, 2019).

Моделирование кривых блеска проводилось в два этапа. На первом этапе методом вариации значений начальных условий и параметров находилось грубое приближение к наблюдаемой кривой блеска. Наилучшее приближение находилось путем минимизации величины: $\chi^2 = 1/N \times \sum_{i=1}^N (m_i^{\text{obs}} - m_i)^2$, где N – количество точек наблюдаемой кривой блеска, m_i^{obs} – наблюдаемая величина блеска спутника в момент времени t_i , m_i – теоретическая величина блеска спутника в тот же самый момент времени. На втором этапе проводилось уточнение найденных значений начальных условий и параметров при помощи метода наискорейшего спуска (метод градиента), при этом по-прежнему минимизировалась величина χ^2 . Определение ошибок найденных посредством моделирования кривых блеска значений начальных условий и параметров проводилось на основе вычисления ковариационной матрицы следующим образом. Предполагаем, что $\chi^2 = \chi^2(t_i, \mathbf{a})$, где $\mathbf{a} = (a_1, \dots, a_K)$ – вектор из определяемых посредством моделирования параметров, t_i – моменты времени, соответствующие m_i^{obs} , $i = 1, \dots, N$. Элементы ковариационной матрицы \mathbf{C} вычисляются путем численного дифференцирования по

формуле: $c_{kl} = \sum_{i=1}^N [\partial \chi^2(t_i, \mathbf{a}) / \partial a_k \partial \chi^2(t_i, \mathbf{a}) / \partial a_l]$; $k, l = 1, \dots, K$. Для величин среднеквадратичных ошибок значений начальных условий и параметров a_k , определенных посредством моделирования, имеем: $\Delta a_k = (c_{kk})^{1/2}$.

КРИВЫЕ БЛЕСКА МАЛЫХ СПУТНИКОВ САТУРНА

Из всех рассмотренных в работе (Denk, Mottola, 2019) иррегулярных спутников Сатурна для моделирования кривых блеска и вращательной динамики были отобраны только те, у которых на наблюдаемых кривых блеска на протяжении одной фазы вращения присутствуют два минимума и два максимума. Такая форма кривой блеска характерна для тела, форму которого можно хорошо аппроксимировать трехосным эллипсоидом, и его вращательное движение не является режимом “кувыркания”. Кроме того, были выбраны только те спутники, для которых непрерывный ряд наблюдений по возможности охватывал полную фазу вращения спутника. Указанным условиям удовлетворяли наблюдательные данные для четырех спутников: Кивиок (C24), Мундилфари (C25), Эррипо (C28) и Бестла (C39). В табл. 1 приведены характерные размеры (диаметр D), периоды вращений отобранных спутников P_{rot} и значения $P_{\text{orb}}/P_{\text{rot}}$, где P_{orb} – орбитальный период спутника. Для некоторых из рассмотренных спутников с КА Cassini проводились наблюдения в разные эпохи с промежутком в несколько месяцев/лет, т.е. при разных значениях угла фазы (см. рис. 6, 7 и 10 в (Denk, Mottola, 2019)). Для моделирования были выбраны наблюдения, полученные при следующих углах фазы: $\delta = 31^\circ$ для Кивиок (C24), $\delta = 36^\circ$ для Мундилфари (C25), $\delta = 42^\circ$ для Эррипо (C28) и $\delta = 30^\circ$ для Бестлы (C39). Перед численным интегрированием уравнений поступательно-вращательного движения спутника при помощи системы JPL Horizons (<https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons/>) на интервале времени, соответствующем моделируемой кривой блеска, определялись положения небесных тел (спутника, Сатурна и КА Cassini) в прямоугольной системе координат с началом в барицентре Солнечной системы. На основе этих данных рассчитывалась величина расстояния между спутником и планетой – определялась траектория спутника относительно планеты и уточнялась величина угла фазы “Солнце–спутник–КА Cassini”, необходимая для моделирования кривой блеска. Эфемериды строились с шагом в десять минут, при последующем интегрировании уравнений движения координаты тел на нужный момент времени определялись посредством использования кубической сплайновой интерполяции.

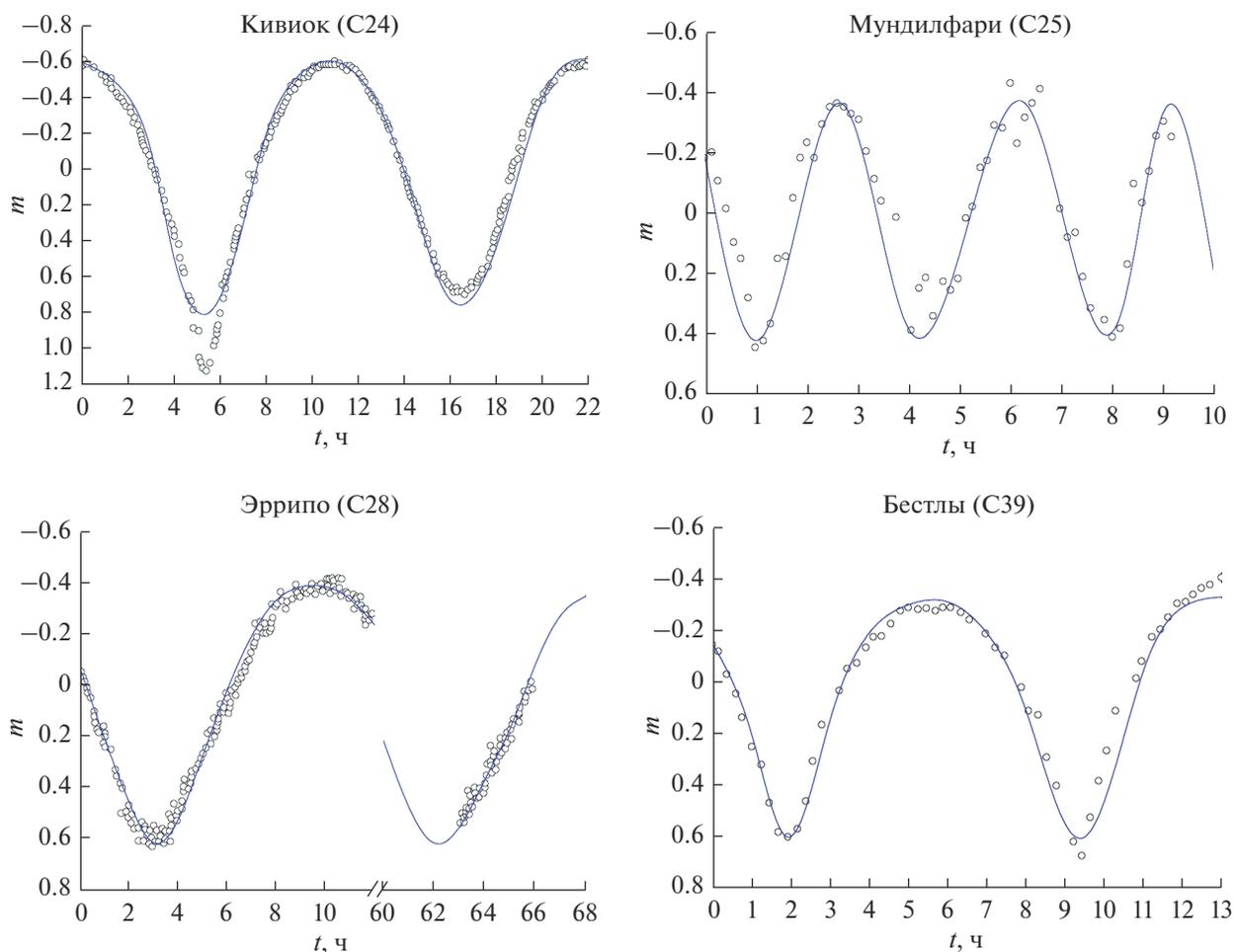


Рис. 1. Модельные кривые блеска (линии синего цвета) иррегулярных спутников Сатурна. Кружками нанесены наблюдаемые значения блеска спутников, согласно (Denk, Mottola, 2019). Время t указано в часах и отсчитывается от момента: 30.3 августа 2010 г. для Кивиока (C24), 9.3 марта 2012 г. для Мундилфари (C25), 2.4 февраля 2010 г. для Эррипо (C28) и 22.1 сентября 2015 г. для Бестлы (C39).

Посредством использования алгоритма, приведенного в предыдущем разделе, для всех спутников были построены модельные кривые блеска, наилучшим образом описывающие наблюдаемые кривые блеска. Полученные модельные кривые блеска спутников представлены на рис. 1. Видно, что во всех случаях теоретические кривые блеска хорошо аппроксимируют данные наблюдений. Существенные различия имеются лишь для Кивиока (C24) и Мундилфари (C25). В случае Кивиока (C24), вероятно, имеет место значительное отличие отражающих свойств поверхности спутника — одна половина спутника значительно темнее другой, поэтому наблюдаются разные значения величин блеска в минимумах в течение одной фазы вращения спутника. Для Мундилфари (C25) моделирование затруднял большой разброс наблюдаемых величин блеска спутника, полученных в близкие моменты времени, и малое количество точек наблюдаемой кривой блеска.

Значения начальных условий и параметров, для которых построены модельные кривые блеска спутников, приведены в табл. 2 и 3. В табл. 2 для каждого спутника указано установленное нами отношение полуосей фотометрического эллипсоида a/b и это же отношение, полученное Denk и Mottola (2019) из анализа наблюдаемых кривых блеска спутников. Для всех рассмотренных спутников эти величины хорошо согласуются, что косвенно подтверждает достоверность проведенного моделирования. Заметное отличие имеется лишь для Бестлы (C39), что можно объяснить существенным отличием отражающих свойств ее поверхности от используемой нами модели. Из табл. 3 видно, что вращательное движение спутников близко к плоскому, при котором ось вращения ортогональна плоскости орбиты. Вращение всех спутников происходит вокруг оси, соответствующей максимальному моменту инерции, поэтому полученная из моде-

Таблица 2. Полученные посредством моделирования значения полуосей (a , b , c) трехосного эллипсоида (фотометрического эллипсоида), аппроксимирующего фигуру спутника, отношения моментов инерции спутника A/C , B/C и вычисленная на их основе величина параметра ω_0 , характеризующего асимметрию фигуры спутника. Величина $(a/b)_{LC}$ получена в (Denk и др., 2018) из анализа наблюдаемой кривой блеска спутника

Спутник	Кивиок (C24)	Мундилфари (C25)	Эррипо (C28)	Бестла (C39)
a , км	19.21 ± 1.29	5.89 ± 0.44	8.15 ± 0.20	7.78 ± 0.28
b , км	8.5	3.5	5	3.5
c , км	3.82 ± 0.26	2.93 ± 0.32	3.17 ± 0.12	2.99 ± 0.18
a/b	2.26	1.68	1.63	2.22
$(a/b)_{LC}$	2.32	1.43	1.51	1.47
A/C	0.35 ± 0.09	0.55 ± 0.21	0.28 ± 0.10	0.23 ± 0.11
B/C	0.87 ± 0.10	0.83 ± 0.16	0.78 ± 0.11	0.89 ± 0.09
ω_0	1.249	0.916	1.225	1.407

Таблица 3. Начальные условия, задающие ориентации фигур спутников и их вращательные состояния на начало эпохи наблюдения, для которых построены модельные кривые блеска. Условия указаны на момент: 30.3 августа 2010 г. для Кивиок (C24), 9.3 марта 2012 г. для Мундилфари (C25), 2.4 февраля 2010 г. для Эррипо (C28) и 22.1 сентября 2015 г. для Бестлы (C39)

Спутник	θ , рад.	ϕ , рад.	ψ , рад.	ω_a , ч ⁻¹	ω_b , ч ⁻¹	ω_c , ч ⁻¹
Кивиок (C24)	0.28 ± 0.09	0.05 ± 0.09	0.35 ± 0.08	0.01 ± 0.06	0.02 ± 0.02	0.29 ± 0.05
Мундилфари (C25)	1.28 ± 0.19	0.02 ± 0.21	2.11 ± 0.19	-0.06 ± 0.12	0.04 ± 0.09	0.93 ± 0.10
Эррипо (C28)	2.35 ± 0.12	0.08 ± 0.11	0.27 ± 0.07	0.04 ± 0.10	-0.06 ± 0.07	0.21 ± 0.06
Бестла (C39)	3.21 ± 0.12	0.13 ± 0.13	1.55 ± 0.11	-0.12 ± 0.09	0.02 ± 0.08	-0.41 ± 0.09

лирования величина ω_c существенно больше, чем ω_a и ω_b . Отклонение полуоси эллипсоида c , соответствующей максимальному моменту инерции спутника, от нормали к плоскости орбиты не превышает 10° . Согласно (Denk и др., 2018) вращение Бестлы (C39) является ретроградным по отношению к ее движению по орбите, что было учтено при моделировании. Поэтому в табл. 3 для Бестлы (C39) имеем $\omega_c < 0$.

Особого внимания заслуживают полученные значения моментов инерции (их отношений, которые можно достоверно оценить посредством моделирования вращательной динамики спутника). Анализ полученных значений A/C и B/C указывает на то, что фигуры всех спутников являются весьма несимметричными. В случае Бестлы (C39) величина параметра $\omega_0 = \sqrt{3(B - A)/C}$, характеризующего асимметрию фигуры спутника, очень высока ($\omega_0 = 1.41$). На сильную вытянутость фигуры Бестлы (C39) указывали ранее Denk и Mottola (2019) на основе анализа формы ее кривой блеска. Для остальных спутников параметр ω_0 , вычисленный для приведенных в табл. 2 значений отношений инерционных параметров, имеет величину от 0.91 до 1.25. В работе Куприянова и Шевченко (2006) была получена эмпирическая оценка инерционных параметров спутни-

ка для случая, когда радиус его фигуры стремится к нулю: $A/C = 0.61 \pm 0.04$, $B/C = 0.84 \pm 0.02$. Из табл. 2 видно, что полученные посредством моделирования оценки инерционных параметров Мундилфари (C25) очень хорошо соответствуют этому предельному случаю.

Согласно (Melnikov, Shevchenko, 2010) сильно несимметричным спутникам ($\omega_0 > 1$), находящимся на орбитах с большими эксцентриситетами ($e > 0.1$), должно быть присуще быстрое (по сравнению с синхронным) регулярное вращение. При завершении приливной вращательной эволюции для рассмотренных нами здесь спутников наиболее вероятен хаотический характер вращения (см. Melnikov, Shevchenko (2010)). Отметим, что полученные нами согласно теории Dobrovolskis (1995) оценки времен приливной эволюции для всех рассмотренных спутников на 2–3 порядка больше возраста Солнечной системы. Вычисление характеристических показателей Ляпунова (см. подробнее о показателях и методе их вычисления в (Melnikov, Shevchenko, 2008; Shevchenko, Kourpianov, 2002), проведенное нами для случая вращательной динамики спутника с параметрами и начальными условиями, указанными в табл. 2 и 3, подтвердило регулярный характер вращения всех спутников в настоящее время.

Таблица 4. Полуоси аппроксимирующей фигуру спутника фотометрического эллипсоида (индекс ph) и полуоси физического эллипсоида, определенные на основе полученных из моделирования отношений моментов инерции спутника

Спутник	Кивиок (С24)	Мундилфари (С25)	Эррипо (С28)	Бестла (С39)
$(a \times b \times c)_{ph}$, км	$19.2 \times 8.5 \times 3.8$	$5.9 \times 3.5 \times 2.9$	$8.1 \times 5.0 \times 3.2$	$7.8 \times 3.5 \times 3.0$
$a \times b \times c$, км	$15.1 \times 8.5 \times 5.7$	$4.6 \times 3.5 \times 2.5$	$8.6 \times 5.0 \times 1.7$	$7.7 \times 3.5 \times 2.1$

Как указали Denk и др. (2018) и Denk и Mottola (2019), все рассмотренные спутники, вероятно, имеют весьма иррегулярную форму, что подтверждают результаты проведенного нами моделирования, и обладают довольно низкой плотностью по сравнению с астероидами, имеющими схожие размеры и периоды вращения. Более того, Denk и др. (2018) предполагают, что Кивиок (С24), Эррипо (С28) и Бестла (С39) могут быть двойными или контактными двойными объектами. Посредством моделирования мы определили (см. табл. 2) величины отношений моментов инерции спутника и размеры полуосей фотометрического эллипсоида. Предполагая однородную плотность спутника, на основе моментов инерции можно оценить отношение полуосей “физического эллипсоида”, аппроксимирующей фигуру спутника (Куприянов, Шевченко, 2006):

$$a/b = [(1 - A/C + B/C)/(1 + A/C - B/C)]^{1/2},$$

$$b/c = [(1 + A/C - B/C)/(-1 + A/C + B/C)]^{1/2}.$$

Считая известной величину полуоси $b = D/2$, где D – диаметр спутника (см. табл. 1), определим по этим формулам размеры других полуосей физического эллипсоида и сопоставим их с полуосями фотометрического эллипсоида.

В табл. 4 для всех спутников приведены размеры полуосей фотометрического и физического эллипсоидов. Как и ожидалось, фотометрические эллипсоиды для всех спутников больше, чем физические эллипсоиды. Лучше всего согласуются между собой полуоси эллипсоидов у Мундилфари (С25), что может указывать на относительно равномерные отражательные свойства его поверхности и близкую к однородной плотность. В случае Эррипо (С28) для физического эллипсоида имеем $a/c \approx 5$, для Бестлы (С39) – $a/c \approx 4$, что может являться весьма существенным указанием на их возможную двойственность (см. выше). Отметим, что оценки размеров фигур спутников, приведенные в табл. 4, являются весьма грубыми, поскольку получены при упрощающих предположениях об отражающих свойствах поверхности спутника и об его внутренней структуре. Для изучения связи размеров фотометрического эллипсоида с реальной фигурой спутника необходимо проведение дополнительных исследований.

ВЫВОДЫ

В настоящей работе проведено моделирование наблюдаемых кривых блеска и вращательной динамики ряда иррегулярных спутников Сатурна, находящихся, согласно анализу наблюдений с КА Cassini (Denk, Mottola, 2019), в режиме быстрого по сравнению с синхронным вращения. Для спутников Кивиок (С24), Мундилфари (С25), Эррипо (С28) и Бестла (С39) получены оценки размеров их фигур и значений моментов инерции и определены параметры, характеризующие ориентацию фигур и угловую скорость вращения спутников на момент проведения наблюдений. Посредством моделирования подтвержден вывод Denk и Mottola (2019), что все рассмотренные спутники находятся в режиме быстрого регулярного вращения. Установлено, что ось вращения каждого рассмотренного спутника почти ортогональна плоскости орбиты. Полученные оценки размеров фигур спутников и их моментов инерции указывают, что все спутники обладают весьма вытянутыми фигурами (особенно Эррипо (С28) и Бестла (С39)), имеют существенную неоднородность отражательных свойств поверхности (Кивиок (С24)) и сложную (неоднородную) внутреннюю структуру.

Авторы благодарны рецензенту за полезные замечания.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (проект № 19-02-00811).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Белецкий В.В. Движение искусственного спутника относительно центра масс. М.: Наука, 1965. 416 с.
- Девяткин А.В., Горшанов Д.Л., Грицук А.Н., Мельников А.В., Сидоров М.Ю., Шевченко И.И. Наблюдения и теоретический анализ кривых блеска естественных спутников планет // Астрон. вестн. 2002. Т. 36. № 3. С. 269–281. (Devyatkin A.V., Gorshanov D.L., Gritsuk A.N., Melnikov A.V., Sidorov M. Yu., Shevchenko I.I. Observations and theoretical analysis of light-curves of natural satellites of planets // Sol. Syst. Res. 2002. V. 36. № 3. P. 248–259).
- Емельянов Н.В. Динамика естественных спутников планет на основе наблюдений. ГАИШ МГУ–Фрязино: Век 2, 2019. 575 с.
- Емельянов Н.В., Уральская В.С. Оценки физических параметров далеких спутников планет // Астрон.

- вестн. 2011. Т. 45. № 5. С. 387–395. (*Emelyanov N.V., Uralskaya V.S.* Estimates of the physical parameters of remote planetary satellites // *Sol. Syst. Res.* 2011. V. 45. № 5. P. 377–385).
<https://doi.org/10.1134/S0038094611050042>
- Куприянов В.В., Шевченко И.И.* О форме и вращательной динамике малых спутников планет // *Астрон. вестн.* 2006. Т. 40. № 5. С. 428–435. (*Kouprianov V.V., Shevchenko I.I.* The shapes and rotational dynamics of minor planetary satellites // *Sol. Syst. Res.* 2006. V. 40. № 5. P. 393–399).
<https://doi.org/10.1134/S0038094606050042>
- Мельников А.В.* Ориентация фигур малых спутников планет при хаотическом вращении // *Астрон. вестн.* 2020. Т. 54. № 5. С. 458–467. (*Melnikov A.V.* Orientation of figures of small planetary satellites during chaotic rotation // *Sol. Syst. Res.* 2020. V. 54. № 5. P. 432–441).
<https://doi.org/10.31857/S0320930X20050060>
<https://doi.org/10.1134/S0038094620050068>
- Мельников А.В., Шевченко И.И.* Вращательная динамика и эволюция спутников планет Солнечной и экзопланетных систем // *Астрон. вестн.* 2022. Т. 56. № 1. С. 3–26. (*Melnikov A.V., Shevchenko I.I.* Rotational dynamics and evolution of planetary satellites in the Solar and exoplanetary systems // *Sol. Syst. Res.* 2022. V. 56. № 1. P. 1–22).
<https://doi.org/10.31857/10.1134/S003809462201004X>
<https://doi.org/10.31857/S0320930X22010042>
- Тублина О.К., Холишевников К.В.* Сечения и модели эллипсоида // *Вестн. ЛГУ.* 1991. Сер. 1. Вып. 4. С. 38–41.
- Archinal B.A., Acton C.H., A’Hearn M.F., Conrad A., Consolmagno G.J., Duxbury T., Hestroffer D., Hilton J.L., Kirk R.L., Klioner S.A., McCarthy D., Meech K., Oberst J., Ping J., Seidelmann P.K., Tholen D.J., Thomas P.C., Williams I.P.* Report of the IAU Working Group on Cartographic Coordinates and Rotational Elements: 2015 // *Celest. Mech. and Dyn. Astron.* 2018. V. 130. № 22. P. 1–46.
- Black G.J., Nicholson P.D., Thomas P.C.* Hyperion: rotational dynamics // *Icarus.* 1995. V. 117. № 1. P. 149–161.
- Bowell E., Napke B., Domingue D., Lumme K., Peltoniemi J., Harris A.W.* Application of photometric models to asteroids // *Proc. Conf. “Asteroids II”* / Eds Binzel R.P., Gehrels T., Matthews M.S. Tucson: Univ. Arizona Press, 1989. P. 524–556.
- Denk T., Mottola S.* Studies of irregular satellites: I. Lightcurves and rotation periods of 25 Saturnian moons from Cassini observations // *Icarus.* 2019. V. 322 P. 80–102.
- Denk T., Mottola S., Tosi F., Bottke W.F., Hamilton D.P.* The Irregular Satellites of Saturn // *Enceladus and the Icy Moons of Saturn* / Eds Schenk P.M., Clark R.N., Howett C.J.A., Verbiscer A.J., Waite J.H. *Space Sci. Ser.* 2018. Univ. Arizona Press, P. 409–434.
- Devyatkin A.V., Gorshakov D.L., Yershov V.N., Melnikov A.V., Martyusheva A.A., Petrova S.N., L’vov V.N., Tsekmeister S.D., Naumov K.N.* A study of the asteroid (367943) Duende at Pulkovo Observatory // *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.* 2016. V. 459. № 4. P. 3986–3997.
- Dobrovolskis A.R.* Chaotic rotation of Nereid? // *Icarus.* 1995. V. 118. P. 181–198.
- Folkner W.M., Williams J.G., Boggs D.H., Park R.S., Kuchynka P.* The Planetary and Lunar Ephemerides DE430 and DE431 // *IPN Progress Report 42-196.* 2014. P. 1–81.
- Jewitt D., Haghhighipour N.* Irregular satellites of the planets: products of capture in the early Solar system // *Ann. Rev. Astron. and Astrophys.* 2007. V. 45. P. 261–295.
- Hairer E., Nørsett S.P., Wanner G.* Solving Ordinary Differential Equations. I. Nonstiff Problems. Berlin: Springer-Verlag, 1993. 528 p.
- Harbison R.A., Thomas P.C., Nicholson P.C.* Rotational modeling of Hyperion // *Celest. Mech. and Dyn. Astron.* 2011. V. 110. P. 1–16.
- Klavetter J.J.* Rotation of Hyperion. II. Dynamics // *Astron. J.* 1989. V. 98. P. 1946–1947.
- Mitchell R.T.* Cassini/Huygens at Saturn and Titan // *Acta Astronautica.* 2006. V. 59. P. 335–343.
- Melnikov A.V.* Modelling of lightcurves of minor planetary satellites // *Тр. ИПА РАН.* 2002. Вып. 8. С. 131–132.
- Melnikov A.V., Shevchenko I.I.* On the rotational dynamics of Prometheus and Pandora // *Celest. Mech. and Dyn. Astron.* 2008. V. 101. № 1–2. P. 31–47.
- Melnikov A.V., Shevchenko I.I.* The rotation states predominant among the planetary satellites // *Icarus.* 2010. V. 209. P. 786–794.
- Nicholson P.D., Čuk M., Sheppard S.S., Nesvorný D., Johnson T.V.* Irregular Satellites of the Giant Planets // *The Solar System Beyond Neptune* / Eds Barucci M.A., Boehnhardt H., Cruikshank D.P., Morbidelli A. Tucson: Univ. Arizona Press, 2008. P. 411–424.
- Shevchenko I.I., Kouprianov V.V.* On the chaotic rotation of planetary satellites: the Lyapunov spectra and the maximum Lyapunov exponents // *Astron. and Astrophys.* 2002. V. 394. P. 663–674.
- Thomas P.C., Armstrong J.W., Asmar S.W., Burns J.A., Denk T., Giese B., Helfenstein P., Iess L., Johnson T.V., McEwen A., Nicolaisen L., Porco C., Rappaport N., Richardson J., Somenzi L., Tortora P., Turtle E.P., Veverka J.* Hyperion’s sponge-like appearance // *Nature.* 2007. V. 448. № 7149. P. 50–56.
- Thomas P.C., Black G.J., Nicholson P.D.* Hyperion: rotation, shape and geology from Voyager images // *Icarus.* 1995. V. 117. № 1. P. 128–148.
- Wisdom J., Peale S.J., Mignard F.* The chaotic rotation of Hyperion // *Icarus.* 1984. V. 58. № 2. P. 137–152.

УДК 523.4

К ВОПРОСУ О ПРОИСХОЖДЕНИИ ЭКВАТОРИАЛЬНОГО РАЗЛОМА НА СПУТНИКЕ ПЛУТОНА ХАРОНЕ

© 2022 г. Б. П. Кондратьев^{a, b, *}^aМосковский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Физический факультет, Государственный астрономический институт им. П.К. Штернберга, Москва, Россия^bГлавная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, Санкт-Петербург, Россия

*e-mail: work@boris-kondratyev.ru

Поступила в редакцию 27.03.2022 г.

После доработки 11.04.2022 г.

Принята к публикации 15.04.2022 г.

Рассматривается механизм вековой эволюции аксиально симметричных двухкомпонентных моделей небесных тел, состоящих из каменного ядра и ледяной оболочки. Для равновесия модели необходимо, чтобы ее внешняя поверхность S и граничная поверхность раздела плотности S' были софокусными и уровенными сжатыми сфероидными. Найдены квадратичные гравитационные потенциалы и равновесные угловые скорости вращения обеих подсистем. Эти угловые скорости не равны друг другу, т.к. ядро должно вращаться чуть быстрее мантии. Однако в реальном небесном теле из-за трения между льдом и камнем обе компоненты должны вращаться с одной угловой скоростью. Поэтому поверхности S и S' одновременно не могут быть уровенными, и внутри фигуры возникают отклонения от равновесия и дополнительные внутренние напряжения. Показано, что в этих условиях начинает действовать механизм вековой эволюции ядра и оболочки: каменное ядро будет уменьшать свою угловую скорость и постепенно округляться. Вследствие этого появится дополнительное давление от ядра на лед в направлении оси вращения. Это давление от ядра растягивает ледяную оболочку в направлении полюсов, и когда оно (на интервалах в миллиарды лет) достигнет критического значения, на экваторе фигуры возникнут трещины и разрывы. Для иллюстрации действия механизма рассматривается Харон, крупный спутник Плутона, у которого, по данным миссии NASA New Horizons действительно есть глобальный экваториальный разлом. Найдены размеры и форма каменного ядра и ледяной мантии: при среднем радиусе Харона $R \approx 606$ км, полуоси ядра равны $a_1' \approx 433$ км и $a_3' \approx 416$ км, а камень и лед составляют примерно 62% и 38% от полной массы спутника, соответственно. Данный механизм не только позволяет объяснить разлом ледяной мантии на экваторе Харона, но и дает веские аргументы в пользу гипотезы дифференциального строения этого небесного тела.

Ключевые слова: неоднородные фигуры равновесия, потенциалы и уровенные поверхности, напряжения между льдом и камнем, механизм вековой релаксации, Харон, экваториальный разлом

DOI: 10.31857/S0320930X22060044

ВВЕДЕНИЕ

Харон (Charon) – спутник Плутона – был открыт в 1978 г. Джеймсом Кристи. Он входит в состав системы Плутон–Харон, где оба тела находятся в двойном спин-орбитальном резонансе. Вследствие резонанса, обращение вокруг общего центра масс и собственные спиновые вращения Плутона и Харона происходят с одним и тем же периодом 6.387 дней. По массе и размерам Харон превосходит карликовую планету Цереру. Много интересной информации о Плуtone и Хароне с 2015 г. дал космический аппарат NASA New Horizons (см., например, Nimmo и др., 2017; Stern и др., 2018). Установлено, в частности, что альбе-

до спутника почти в два раза меньше, чем у Плутона, а на экваторе Харона существует уникальная деталь ландшафта: обширный разлом ледяной оболочки (см. рис. 1). Этот разлом носит глобальный характер, и высота гор в некоторых его местах достигает 11 км.

Харон вращается вокруг Плутона по почти круговой орбите ($e \approx 0.0002$) с большой полуосью 19571.4 км и имеет осесимметричную, почти сферическую фигуру со средним радиусом $R = 606 \pm 0.5$ км. Сжатие фигуры Харона весьма мало и не превышает $\varepsilon < 0.05$ (Nimmo и др., 2017), угловая скорость его осевого вращения



Рис. 1. Фотография спутника Плутона Харона. Виден экваториальный разлом льда, высота которого достигает 8–11 км. Источник: NASA/JPL-Caltech/Space Science Institute.

$\Omega = 2.732627607 \times 10^{-4} \text{ с}^{-1}$. Масса Харона равна $M = (1.586 \pm 0.015) \times 10^{24} \text{ г}$ (Stern и др., 2018), а средняя плотность $\rho_m = 1.702 \text{ г/см}^3$ свидетельствует о том, что спутник состоит в основном из льда и камня.

Внутреннее строение Харона представляет большой интерес и до сих пор обсуждается в литературе. Были предложены две гипотезы. По одной из них, тело Харона не дифференцировано на оболочки и состоит из квазиоднородной смеси мелких обломков камня и льда. Вторая гипотеза предполагает, что в ходе эволюции произошла дифференциация материала, и сейчас Харон состоит из каменного ядра и ледяной оболочки. Внутренний океан на Хароне, если он и был в раннюю эпоху, сейчас замерз (Charon: An ice machine in the ultimate deep freeze. Gemini Observatory. 2007).

До сих пор остается невыясненной причина, приведшая к появлению экваториального разлома на Хароне. В данной работе предложен механизм, который может объяснить эту загадку. Построена двухкомпонентная модель небесного тела, состоящая из сфероидального каменного ядра и ледяной оболочки. В разделе “Постановка проблемы и гравитационный потенциал неоднородной сфероидальной модели” выяснено, что для равновесия необходимо, чтобы внутренняя и внешняя поверхности оболочки были софокусными сфероидами; исходя из этого, найдены квадратичные гравитационные потенциалы обе-

их подсистем. В разделе “Эквипотенциальные поверхности и угловые скорости вращения равновесных подсистем”, в предположении того, что внешняя (S) и внутренняя (S') поверхности ледяной мантии должны быть софокусными и уровнями сфероидами, методами теории фигур равновесия найдены угловые скорости вращения обеих подсистем, которые они имели бы в состоянии относительного равновесия. Эти угловые скорости оказываются отличными друг от друга, т.к. вследствие большей плотности, ядро должно вращаться быстрее ледяной оболочки. Но в реальном небесном теле обе компоненты сцеплены молекулярным трением, поэтому конфигурация в целом вынуждена вращаться с одной угловой скоростью. В этих условиях, поверхности S и S' одновременно не могут быть уровнями; в системе возникают небольшие отклонения от равновесия и, как следствие, дополнительные внутренние напряжения. Эти отклонения от равновесия приводят в действие механизм вековой эволюции ядра и оболочки, когда сфероидальное ядро вынуждено постепенно уменьшать свою угловую скорость и округляться. При округлении ядро начинает оказывать дополнительное давление изнутри на области льда в направлении оси вращения фигуры. Это давление растягивает ледяную оболочку в направлении полюсов, и на интервалах в миллиарды лет приводит к возникновению трещин и разрывов на экваторе фигуры. В разделах “Расчеты для модели Харона” и “Механизм вековой эволюции модели Харона” действие данного механизма поясняется на конкретных расчетах для Харона. В последнем разделе “Заключение” обсуждаются особенности предлагаемого метода и границы его применимости.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ И ГРАВИТАЦИОННЫЙ ПОТЕНЦИАЛ НЕОДНОРОДНОЙ СФЕРОИДАЛЬНОЙ МОДЕЛИ

Полагаем, что фигура двухслойной планеты (спутника) состоит из однородного сфероидального каменного ядра с плотностью ρ_{core} и поверхностью S'

$$\frac{x_1^2 + x_2^2}{a_1'^2} + \frac{x_3^2}{a_3'^2} = 1, \quad a_1' > a_3', \quad (1)$$

на который наложен однородный слой льда плотностью ρ_{sh} , имеющий форму сфероидальной оболочки с внешней поверхностью S

$$\frac{x_1^2 + x_2^2}{a_1^2} + \frac{x_3^2}{a_3^2} = 1, \quad (2)$$

и полюсами $a_1 > a_3$.

Рассмотрим уравнение равновесия тела, вращающегося вокруг оси с угловой скоростью Ω

$$\text{grad} p = \rho \text{grad} \Phi, \quad (3)$$

где $p(\mathbf{x})$ есть внутреннее давление, а полный потенциал $\Phi(\mathbf{x})$ равен сумме гравитационного $\varphi(\mathbf{x})$ и центробежного потенциала

$$\Phi(\mathbf{x}) = \varphi(\mathbf{x}) + \frac{1}{2} \Omega^2 (x_1^2 + x_2^2). \quad (4)$$

Из уравнения (3) следует, что для равновесия фигуры поверхности равного давления $p(\mathbf{x}) = \text{const}$ и плотности $\rho(\mathbf{x}) = \text{const}$ должны совпадать с уровнями поверхностями

$$\Phi(\mathbf{x}) = \varphi(\mathbf{x}) + \frac{1}{2} \Omega^2 (x_1^2 + x_2^2) = \text{const}. \quad (5)$$

Поскольку границы раздела плотности у нас эллипсоидальные (сжатый сфероид — частный случай трехосного эллипсоида), для равновесия модели гравитационный потенциал на внешней S и внутренней S' поверхностях ледяной оболочки должен описываться *квадратичной функцией координат*. Это требование накладывает строгие ограничения на модель. Очевидно, оболочка не может быть обычным гомеоидом, поскольку внешний потенциал однородного эллипсоидального ядра в точках такого слоя (Кондратьев, 1982)

$$\begin{aligned} \varphi(\mathbf{x}) &= \pi G \rho_{\text{core}} \int_{\lambda}^{\infty} \frac{du}{\Delta(a_i', u)} \left(1 - \frac{x_i^2}{a_i'^2 + u} \right), \quad \Delta(a_i', u) = \\ &= \sqrt{(a_1'^2 + u)(a_2'^2 + u)(a_3'^2 + u)}, \end{aligned} \quad (6)$$

не является квадратичной функцией координат. В (6) эллипсоидальная координата $\lambda(\mathbf{x})$ есть наибольший (положительный) корень кубического уравнения

$$\frac{x_1^2}{a_1'^2 + \lambda} + \frac{x_2^2}{a_2'^2 + \lambda} + \frac{x_3^2}{a_3'^2 + \lambda} = 1. \quad (7)$$

Как уже отмечалось, важным свойством рассматриваемой двухкомпонентной модели является то, что *внешняя эллипсоидальная оболочка должна быть софокусна поверхности ядра*. Следовательно, однородный внешний слой в равновесной модели должен быть фокалоидом. Это требование связано с особыми гравитационными свойствами однородных и неоднородных фокалоидов, которые ранее изучались в классических работах Maclaurin, Laplace и Hamy (см. Todhunter, 1973; Pizzetti, 1933), а в настоящее время в более общем плане рассматривались в монографиях (Кондратьев 1989; 2007).

Общий случай *трехосных* моделей, имеющих каменное ядро и ледяную оболочку на примере

карликовой планеты Хаумеа ранее изучался в статье (Kondratyev, 2016). Здесь следует подчеркнуть, что физические механизмы вековой эволюции двухкомпонентных моделей трехосных эллипсоидов и двухосных сфероидов не только принципиально отличаются друг от друга, но и приводят к совершенно разным следствиям. Поэтому в данной работе мы специально рассмотрим именно тот случай, когда ядро и оболочка имеют ось симметрии и представляют собой софокусные *сжатые* сфероиды.

Напомним, что условие софокусности поверхностей (1) и (2) означает, что фокальные точки их меридиональных сечений совпадают:

$$a_1'^2 = a_1^2 - \lambda, \quad a_3'^2 = a_3^2 - \lambda, \quad (8)$$

где λ — наибольший корень уравнения (7).

Прежде всего, надо найти потенциалы в указанной сфероидальной двухкомпонентной модели (потенциалы для трехосных фигур найдены в статье (Kondratyev, 2016)). Исходим из того, что *потенциал в точках x_i внешней поверхности фигуры S* можно представить суммой

$$\Phi(\mathbf{x}) = \varphi_{\text{sh}}(\rho_{\text{sh}}) + \varphi_{\text{core}}(\rho_{\text{core}}). \quad (9)$$

Здесь $\varphi_{\text{sh}}(\rho_{\text{sh}})$ есть вклад в искомый потенциал от оболочки; согласно обобщенной теореме о притяжении фокалоидов (Кондратьев, 2007, стр. 146), этот вклад равен

$$\varphi_{\text{sh}}(\rho_{\text{sh}}) = \left(1 - \frac{a_1'^2 a_3'^2}{a_1^2 a_3^2} \right) \varphi_{\text{core}}(\rho_{\text{sh}}), \quad (10)$$

где $\varphi_{\text{core}}(\rho_{\text{sh}})$ есть внутренний потенциал однородного сжатого сфероида с плотностью ρ_{sh} и поверхностью S

$$\varphi_{\text{core}}(\rho_{\text{sh}}) = \pi G \rho_{\text{sh}} \left[(I - A_i x_i^2) \right], \quad (11)$$

а коэффициенты A_i , как известно, выражаются через эксцентриситет меридионального сечения сфероида $e = \sqrt{1 - a_3^2/a_1^2}$ и равны

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{\sqrt{1 - e^2}}{e^3} \arcsine - \frac{1 - e^2}{e^2}, \\ A_3 &= \frac{2}{e^2} - \frac{2\sqrt{1 - e^2}}{e^3} \arcsine, \\ 2A_1 + A_3 &= 2. \end{aligned} \quad (12)$$

Второй член в правой части (9) $\varphi_{\text{core}}(\rho_{\text{core}})$ представляет собой *потенциал на внешнюю точку сфероида с поверхностью S' и плотностью ρ_{core}* . По классической теореме Маклорена—Лапласа, потенциал $\varphi_{\text{core}}(\rho_{\text{core}})$ можно выразить через уже найденный в (10) потенциал $\varphi_{\text{sh}}(\rho_{\text{sh}})$:

$$\Phi_{\text{core}}(\rho_{\text{core}}) = \frac{a_1'^2 a_3' \rho_{\text{core}}}{a_1^2 a_3 \rho_{\text{sh}}} \Phi_{\text{sh}}(\rho_{\text{sh}}). \quad (13)$$

$$\Phi'_{\text{sh}}(\rho_{\text{sh}}) = \pi G \rho_{\text{sh}} \left[(I - A_i x_i^2) - (I' - A_i' x_i^2) \right]. \quad (19)$$

Тогда, учитывая сказанное, потенциал (9) на внешней поверхности двухкомпонентной модели можно записать в виде

$$\Phi(r, x_3) = \pi G \rho_m (I - A_1 r^2 - A_3 x_3^2), \quad (14)$$

С учетом (17) и (19), формула (16) приводится к виду

$$\Phi'(x) = \pi G (\rho_{\text{core}} - \rho_{\text{sh}}) (I' - A_i' x_i^2) + \pi G \rho_{\text{sh}} (I - A_i x_i^2). \quad (20)$$

где вводится новая переменная – “средняя плотность” ρ_m ,

$$\rho_m = \rho_{\text{sh}} + (\rho_{\text{core}} - \rho_{\text{sh}}) \frac{a_1'^2 a_3'}{a_1^2 a_3}. \quad (15)$$

После дополнительных преобразований и введения средневзвешенного коэффициента потенциала

$$\bar{A}_i = \frac{\rho_{\text{sh}} A_i + (\rho_{\text{core}} - \rho_{\text{sh}}) A_i'}{\rho_m}, \quad (21)$$

Подчеркнем, что введение средней плотности (15) и позволяет в итоге представить потенциал (9) на внешней поверхности модели в виде квадратичной функции координат.

формулу (20) для потенциала на поверхности ядра S' действительно можно записать в требуемом квадратичном виде

$$\Phi'(x) = \text{const} - \pi G \rho_m \bar{A}_i x_i^2. \quad (22)$$

Далее найдем потенциал $\Phi'(x)$ на внутренней поверхности S' , отделяющей каменное ядро от ледяной оболочки. Согласно теории фигур равновесия, этот потенциал также следует представить квадратичной функцией координат, и мы запишем его в виде суммы

$$\Phi'(x) = \Phi'_{\text{sh}}(\rho_{\text{sh}}) + \Phi'_{\text{core}}(\rho_{\text{core}}). \quad (16)$$

Для контроля заметим, что, с учетом тождеств для A_i из (12) и A_i' из (18), должно выполняться следующее равенство

$$2\bar{A}_1 + \bar{A}_3 = 2 \frac{\rho_{\text{core}}}{\rho_m}. \quad (23)$$

Отметим, что формулы (9) и (16) отличаются друг от друга. Действительно, в (16) первый член $\Phi'_{\text{sh}}(\rho_{\text{sh}})$ представляет потенциал оболочки на ее нижней поверхности S' , а второй член $\Phi'_{\text{core}}(\rho_{\text{core}})$ дает вклад в потенциал на поверхности S' от самого ядра

Для модели с неравенствами полуосей ядра $a_1' > a_3'$ должно выполняться также неравенство для коэффициентов

$$\tilde{A}_1 \leq \tilde{A}_3. \quad (24)$$

$$\Phi'_{\text{core}}(\rho_{\text{core}}) = \pi G \rho_{\text{core}} (I' - A_i' x_i^2), \quad (17)$$

На практике, формулу (22) удобно записать, как и (14), в цилиндрических координатах

$$\Phi'(x) = \text{const} - \pi G \rho_m (\bar{A}_1 r^2 + \bar{A}_3 x_3^2). \quad (25)$$

где коэффициенты суть

$$A_i' = a_1'^2 a_3' \int_0^\infty \frac{du}{(a_i'^2 + u) \Delta(a_i', u)}, \quad i = 1, 3, \quad (18)$$

$$\Delta(a_i', u) = (a_i'^2 + u) \sqrt{a_3'^2 + u},$$

$$2A_1' + A_3' = 2.$$

Конкретное значение const здесь несущественно. То, что гравитационные потенциалы (14) и (25) на внешней и внутренней поверхностях оболочки являются квадратичными функциями координат, оказывается необходимым для построения равновесных фигур (см. Kondratyev, 2016; Pizzetti, 1933; Martinez и др., 1990).

Коэффициенты A_i' в (18) те же самые, что и в (12), однако эксцентриситет поверхности ядра $e' =$

$$= \sqrt{1 - \frac{a_3'^2}{a_1'^2}}$$

будет уже другим. Заметим, что потенциал оболочки $\Phi'_{\text{sh}}(\rho_{\text{sh}})$ на внутренней поверхности S' можно представить как разность потенциалов двух однородных (одинаковой плотности ρ_{sh}) сфероидов с поверхностями S и S'

ЭКВИПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ ПОВЕРХНОСТИ И УГЛОВЫЕ СКОРОСТИ ВРАЩЕНИЯ РАВНОВЕСНЫХ ПОДСИСТЕМ

Выше уже подчеркивалось, что для равновесия вращающейся двухкомпонентной модели надо потребовать, чтобы ее внешняя поверхность S и поверхность между ядром и мантией S' обе были *уровненными* (см. условие (5)). Рассмотрим следствия из этих условий равновесия.

Для случая внешней поверхности (2), подставляя в уравнение уровенной поверхности (5) выражение потенциала (14) и исключая x_3^2 с помощью формулы (2), получим

$$\left(\frac{\Omega^2}{2\pi G \rho_m} - A_1 + \frac{a_3^2}{a_1^2} A_3 \right) r^2 - A_3 a_3^2 = \text{const.} \quad (26)$$

По смыслу, чтобы левая часть последнего равенства не зависела от координат, в (26) коэффициент при r^2 следует приравнять нулю. Это дает уравнение для квадрата нормированной угловой скорости на поверхности модели

$$\frac{\Omega^2}{2\pi G \rho_m} = A_1 - \frac{a_3^2}{a_1^2} A_3. \quad (27)$$

Отметим, что построенная двухкомпонентная модель отличается от сфероида Маклорена тем, что квадрат угловой скорости $\frac{\Omega^2}{2\pi G \rho_m}$ нормируется в (27) на введенную выше среднюю плотность ρ_m из (15).

Поступая аналогичным образом с формулами (25) и (1), в итоге находим, что условие уровенности полного потенциала (5) на внутренней границе оболочки S' выполняется, если

$$\frac{\Omega'^2}{2\pi G \rho_m} = \bar{A}_1 - \frac{a_3'^2}{a_1'^2} \bar{A}_3. \quad (28)$$

Формула (28) определяет угловую скорость вращения Ω' каменного ядра в построенной двухкомпонентной модели. Коэффициенты \bar{A}_i в формуле (28) даны в (21). Для проверки заметим, что в случае равенства $\rho_{\text{core}} = \rho_{\text{sh}}$ уравнение (28) действительно преобразуется в уравнение (27).

РАСЧЕТЫ ДЛЯ МОДЕЛИ ХАРОНА

Применим полученные выше формулы к построенной двухкомпонентной модели Харона. Напомним, что плотность каменного ядра, внешней ледяной оболочки и средняя плотность Харона соответственно равны

$$\rho_{\text{core}} = 3 \frac{\Gamma}{\text{см}^3}, \quad \rho_{\text{sh}} = 1 \frac{\Gamma}{\text{см}^3}, \quad \rho_m = 1.702 \frac{\Gamma}{\text{см}^3}. \quad (29)$$

Выражение для средней плотности (15) с учетом условий софокусности (8) будем рассматривать как уравнение для неизвестной $x = \lambda/a_1^2$:

$$(1-x) \sqrt{1 - \frac{a_1^2}{a_3^2} x} = 0.351, \quad x = \frac{\lambda}{a_1^2}. \quad (30)$$

Отметим, что величина $x = \lambda/a_1^2$ характеризует толщину ледяной оболочки в модели. Связанный

с этим вопрос о форме Харона требует обсуждения. Харон и Плутон находятся в поясе Койпера, и в настоящее время ошибки наблюдений не позволяют точно определить сплюснутость Харона

$\epsilon = 1 - \frac{a_3}{a_1}$. Известно лишь, что сплюснутость фигуры Харона весьма мала и составляет $\epsilon < 0.05$ (см. раздел "Введение"). Учитывая малость сжатия ϵ , уравнение (30) для нормированного значения эллипсоидальной координаты x представим в виде

$$(1-x) \sqrt{1 - (1+2\epsilon)x} = 0.351. \quad (31)$$

В ситуации, когда прямые наблюдения не позволяют выявить сплюснутость поверхности Харона, для решения задачи применим здесь два метода.

Первое приближение

Размеры и масса ядра и оболочки Харона. Вначале воспользуемся уравнением (27). Так как угловая скорость осевого вращения Харона (см. раздел "Введение") хорошо известна и равна $\Omega = 2.732627607 \times 10^{-4} \text{ с}^{-1}$, для левой части уравнения (27) имеем безразмерное отношение $\frac{\Omega^2}{2\pi G \rho_m} \approx 1.816405436 \times 10^{-4}$. Правую же часть уравнения (27) мы рассматриваем как функцию от e ; подставляя в нее выражения для коэффициентов (12) и решая уравнение относительно e численно, находим значение (минимальной) сплюснутости фигуры Харона

$$e \approx 2.61 \times 10^{-2}; \quad \epsilon \approx 3.4 \times 10^{-4}. \quad (32)$$

Затем, подставляя найденное ϵ в уравнение (31) и решая его численно, получим

$$x = \frac{\lambda}{a_1^2} \approx 0.502296. \quad (33)$$

Найденное $x = \frac{\lambda}{a_1^2}$ определяет квадрат нормированной толщины ледяной оболочки (см. формулы (37) и (51)). Далее, так как $\frac{a_3}{a_1} = 1 - \epsilon$, с учетом известного ϵ и условия сохранения объема $R^3 = a_1^2 a_3$, находим (в первом приближении) полуоси внешней поверхности для данной модели Харона

$$a_1 = \frac{R}{(1 - \varepsilon)^{\frac{1}{3}}} \approx 606.07 \text{ км}; \quad (34)$$

$$a_3 \approx (1 - \varepsilon)a_1 \approx 605.86 \text{ км}.$$

Нормированные на средний радиус Харона R значения полуосей (34) будут равны

$$a_1 \approx 1.00011; \quad a_3 \approx 0.99977. \quad (35)$$

Кроме того, зная величину $x = \frac{\lambda}{a_1^2}$, с помощью формул (8) находим в первом приближении размеры каменного ядра Харона

$$a_1' \approx 427.6 \text{ км}; \quad a_3' \approx 427.28 \text{ км}. \quad (36)$$

Отсюда следует, что толщина оболочки на экваторе и на полюсе Харона соответственно будет равна

$$h_1 \approx 178.5 \text{ км}, \quad h_3 \approx 178.58 \text{ км}. \quad (37)$$

Находим, что масса оболочки и ядра будет составлять

$$M_{\text{sh}} \approx 6.05 \times 10^{23} \text{ г}, \quad M_{\text{core}} \approx 9.816 \times 10^{23} \text{ г},$$

$$\frac{M_{\text{sh}}}{M_{\text{core}}} \approx 0.616. \quad (38)$$

Для проверки формул (38) заметим, что полная масса модели будет равна

$$M = M_{\text{sh}} + M_{\text{core}} \approx 1.586 \times 10^{24} \text{ г}, \quad (39)$$

что хорошо согласуется с наблюдениями (см. раздел “Введение”). В процентном отношении (к полной массе Харона) масса камня и льда соответственно составят

$$\frac{M_{\text{core}}}{M} \approx 61.9\%, \quad \frac{M_{\text{sh}}}{M} \approx 38.1\%. \quad (40)$$

Заметим, что уже в первом приближении результаты (40) уточняют прежние предположения (Stern и др., 2018) для отношений масс ядра и оболочки у Харона (55% камня и 45% льда).

Угловые скорости вращения ядра и оболочки.

Для внешней поверхности модели S из (2), по формулам (12) при известном e из (32), находим коэффициенты A_j :

$$A_1 = 0.666576; \quad (41)$$

$$A_3 = 0.666848.$$

Для проверки заметим, что условие $2A_1 + A_3 = 2.00000$ действительно выполняется. По формуле (27) находим равновесное для оболочки значение угловой скорости

$$\frac{\Omega^2}{2\pi G \rho_m} \approx 1.8164 \times 10^{-4}, \quad (42)$$

что также согласуется с известным нам значением.

Рассчитаем теперь по формуле (28) квадрат угловой скорости на поверхности ядра S' .

Входящие в нее величины будут теперь равны

$$a_1' \approx 0.7055611; \quad A_1' \approx 0.66648438; \quad (43)$$

$$\bar{A}_1 \approx 1.1748207,$$

$$a_3' \approx 0.7050790; \quad A_3' \approx 0.66703123; \quad \bar{A}_3 \approx 1.1756231.$$

Тогда формула (28) дает квадрат угловой скорости на поверхности ядра

$$\frac{\Omega'^2}{2\pi G \rho_m} = 0.00080355. \quad (44)$$

Сравнивая величины (42) и (44), видим, что разница квадратов угловых скоростей на границе ядра и на внешней поверхности фигуры отлична от нуля и равна

$$\frac{\Omega'^2 - \Omega^2}{2\pi G \rho_m} = 0.0006212865 > 0. \quad (45)$$

Следовательно, в равновесной модели ядро должно вращаться быстрее, чем оболочка. Но в реальном небесном теле, из-за сцепления камня и льда, свободного относительного вращения этих подсистем уже нет. Это означает, что две поверхности S' и S не могут быть одновременно уровнями: если ледяная оболочка первой пришла в равновесное состояние, то для каменного ядра, которое, как было показано, должно вращаться чуть быстрее, чем оболочка, равновесия еще нет. Следовательно, реальная модель Харона будет немного отличаться от строго равновесной модели. Эти особенности двухкомпонентной модели играют важную роль при изучении вековой эволюции фигуры Харона.

Уточненные параметры модели Харона.

Второе приближение

Уточнение размеров и формы каменного ядра и оболочки. Согласно наблюдениям (см. раздел “Введение”), высота разлома коры на Хароне местами достигает $h \approx 11$ км, а ширина разлома примерно $h \approx 10$ км. Так как толщина темного пятна (его назвали Мордор) на северном полюсе спутника пока остается неизвестной, сжатие поверхности Харона в эпоху начала действия механизма релаксации (сравните с формулами (41)) можно оценить значением

$$\varepsilon \approx 1 - \frac{R}{R + 11} \approx 0.02. \quad (46)$$

Тогда полуоси фигуры спутника в указанную эпоху будут равны

$$a_1 \approx 610 \text{ км}; \quad a_3 \approx 598 \text{ км}; \quad (47)$$

а соответствующие им коэффициенты потенциала A_i (сравни с формулами (41))

$$\begin{aligned} A_1 &= 0.661264, \\ A_3 &= 0.677472, \\ 2A_1 + A_3 &= 2. \end{aligned} \quad (48)$$

Для значения $\varepsilon \approx 0.02$ из (46), уравнение (31) дает значение эллипсоидальной координаты (сравните с (33))

$$x = \frac{\lambda}{a_1^2} \approx 0.4957. \quad (49)$$

Зная $x = \frac{\lambda}{a_1^2}$, с помощью формул (8), находим уточненные размеры каменного ядра Харона

$$a_1' \approx 433 \text{ км}; \quad a_3' \approx 416 \text{ км}, \quad (50)$$

а также толщину ледяной оболочки на экваторе и на полюсе

$$h_1 \approx a_1 - a_1' \approx 176.9 \text{ км}, \quad (51)$$

$$h_3 \approx a_3 - a_3' \approx 182.0 \text{ км}.$$

Масса оболочки и ядра будет составлять

$$\begin{aligned} M_{\text{sh}} &\approx 6.05 \times 10^{23} \text{ г}, \\ M_{\text{core}} &\approx 9.81 \times 10^{23} \text{ г}, \quad \frac{M_{\text{sh}}}{M_{\text{core}}} \approx 0.617. \end{aligned} \quad (52)$$

Для проверки формул (52) найдем полную массу модели

$$M = M_{\text{sh}} + M_{\text{core}} \approx 1.586 \times 10^{24} \text{ г}, \quad (53)$$

что согласуется с наблюдениями (см. раздел “Введение”). В процентном отношении (к полной массе Харона) массы камня и льда в спутнике соответственно составляют

$$\frac{M_{\text{core}}}{M} \approx 61.8\%, \quad \frac{M_{\text{sh}}}{M} \approx 38.2\%, \quad \frac{M_{\text{sh}}}{M_{\text{core}}} \approx 0.617. \quad (54)$$

Результаты (54) уточняют высказанные ранее в литературе предположения для отношений масс ядра и оболочки у Харона (55% камня и 45% льда ($\pm 5\%$); Stern и др., 2018).

Кроме того, для ядра во втором приближении находим также следующие модельные характеристики

$$\begin{aligned} a_1'/R &\approx 0.715; \quad A_1' \approx 0.655701; \quad \bar{A}_1 \approx 1.159028, \\ a_3'/R &\approx 0.686; \quad A_3' \approx 0.688599; \quad \bar{A}_3 \approx 1.207209. \end{aligned} \quad (55)$$

Для внешней поверхности модели S из (2) по формуле (27), с учетом величин (47) и (48), находим

$$\frac{\Omega^2}{2\pi G \rho_m} \approx 0.01018446. \quad (56)$$

В свою очередь, по формуле (28), с учетом величин (55), находим квадрат угловой скорости на поверхности ядра S'

$$\frac{\Omega'^2}{2\pi G \rho_m} = 0.062556735. \quad (57)$$

Сравнивая величины (56) и (57), находим разницу квадратов угловых скоростей на границе ядра и на внешней поверхности фигуры

$$\frac{\Omega'^2 - \Omega^2}{2\pi G \rho_m} = 0.0523722757 > 0. \quad (58)$$

МЕХАНИЗМ ВЕКОВОЙ ЭВОЛЮЦИИ МОДЕЛИ ХАРОНА

Выше (см. формулу (58)) было показано, что в состоянии равновесия угловая скорость вращения на внешней поверхности модели должна быть немного меньше равновесной угловой скорости ядра. Чтобы прояснить значение этого результата для рассматриваемой задачи, запишем (58) в виде:

$$\frac{\Omega'^2 - \Omega^2}{2\pi G \rho_m} \approx 0.837 \frac{\Omega^2}{2\pi G \rho_m}. \quad (59)$$

Как видим, найденная поправка составляет заметную часть (почти 84%) от квадрата угловой скорости вращения равновесного ядра. Причиной указанного расхождения является то, что из-за трения между льдом и камнем обе поверхности S и S' одновременно не могут быть урочными. Как следствие, в данной двухкомпонентной модели появляются малые отклонения от равновесия.

Указанные отклонения от равновесия приводят к вековой эволюции формы каменного ядра и ледяной оболочки. Суть механизма вековой эволюции (см. также раздел “Введение”) заключается в следующем. Лед более пластичен, чем камень, поэтому внешняя граница Харона первой приходит в равновесие. Но процесс эволюции фигуры на этом не останавливается, потому что поверхность ядра еще не эквипотенциальна (как показано выше, для равновесия ядро должно вращаться чуть быстрее оболочки). Поэтому при адаптации оболочки к равновесию каменное ядро вынуждено вращаться вместе с ней *медленнее*, чем ему положено для равновесия. В этих условиях ядро неизбежно начнет *округлять* свою форму. Здесь начинается вторая фаза эволюции: ядро постепенно сферизуется, за счет чего в оболочке возникает дополнительное давление изнутри на области льда в направлении оси вращения фигуры. Когда это давление становится критическим, в ледяной оболочке на экваторе возникают *трещины и разрывы*.

Для иллюстрации действия механизма мы рассмотрели Харон, крупный спутник Плутона. Для

него изменению квадрата угловой скорости, найденному в формуле (59), соответствует изменение оси a'_3 у ядра (или толщины оболочки Δh_3 , см. формулы (36) и (49))

$$\Delta a'_3 = \Delta h_3 \approx 11.4 \text{ км}, \quad (60)$$

поэтому относительное изменение толщины оболочки в направлении оси вращения составит $\frac{\Delta a'_3}{R} = \frac{\Delta h_3}{R} \approx 2\%$. Это заметная величина деформации каменного ядра и она приводит к появлению дополнительных напряжений в ледяной оболочке в направлении к полюсам Харона.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе построен механизм вековой эволюции каменно-ледяных тел, симметричных относительно оси вращения. Отмечалось уже, что общий случай трехосных моделей на примере карликовой планеты Хаумеа изучался ранее в статье (Kondratyev, 2016). Следует подчеркнуть, что физические механизмы вековой эволюции трехосных эллипсоидов и двухосных сфероидов принципиально отличаются друг от друга и приводят к совершенно разным следствиям.

Рассматриваемая здесь двухкомпонентная модель небесного тела состоит из сфероидальных каменного ядра и ледяной оболочки; для равновесия системы необходимо (но еще недостаточно!), чтобы внешняя S и внутренняя S' поверхности раздела плотности были софокусными и уровнями сфероидами.

Применяя методы теории потенциала и теории фигур равновесия, были найдены квадратичные гравитационные потенциалы и угловые скорости вращения обеих подсистем модели. Было показано, что эти угловые скорости не равны друг другу, так как согласно теории фигур равновесия, ядро должно вращаться чуть быстрее мантии. Но из-за трения между льдом и камнем, обе компоненты в реальных небесных телах должны вращаться вместе с одной и той же скоростью. Установлено, что внешняя поверхность фигуры S и граничная поверхность S' между каменным ядром и ледяной оболочкой одновременно не могут быть уровнями, вследствие чего возникают малые отклонения от равновесия и начинает действовать механизм релаксации формы каменного ядра. В ходе этой релаксации сфероидальное каменное ядро вынуждено уменьшать свою угловую скорость; при этом оно постепенно сферизуется и начинает оказывать дополнительное давление изнутри на области льда в направлении оси вращения. Это давление от округляющегося ядра растягивает ледяную оболочку в направлении полюсов, и когда (на интервалах в миллиарды лет)

оно достигает критического значения, возникают трещины и разрывы на экваторе фигуры. В связи с этим следует также напомнить принципиально другой метод решения задачи о происхождении мощной экваториальной горной гряды на поверхности спутника Сатурна Япета (Кондратьев, 2018).

Для иллюстрации действия нового механизма мы рассмотрели Харон, крупный спутник Плутона, у которого, по данным миссии NASA New Horizons, действительно есть глобальный экваториальный разлом. Наш метод позволил найти размеры и форму каменного ядра и ледяной оболочки: при среднем радиусе Харона $R \approx 606$ км полуоси ядра равны $a'_1 \approx 433$ км; $a'_3 \approx 416$ км, причем камень и лед составляют 62 и 38% от полной массы спутника, соответственно. Эти результаты уточняют высказанные ранее в литературе предположения для отношений масс ядра и оболочки у Харона (55% камня и 45% льда ($\pm 5\%$); Stern и др., 2018).

В итоге, разработанный метод позволил объяснить глобальный разлом оболочки на экваторе Харона и уточнить параметры строения этого небесного тела. Получены веские аргументы в пользу гипотезы дифференциального строения Харона.

Система Плутон–Харон является во многом уникальной. В ней сложились условия, при которых эволюция привела к двойному резонансу. Заметим, что у самого Плутона экваториальный разлом отсутствует. Это можно объяснить тем, что у Плутона, в отличие от Харона, между камнем и льдом осталась прослойка в виде океана воды. Так как жидкая прослойка нейтрализует эффект сферизации каменного ядра, то указанный механизм вековой эволюции ледяной мантии на самом Плуtone не работает.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Кондратьев Б.П. Ньютоновы потенциалы и динамика слоисто-неоднородного эллипсоида // Астрон. журн. 1982. Т. 59. № 3. С. 458–470.
- Кондратьев Б.П. Динамика эллипсоидальных гравитирующих фигур. М.: Наука, 1989. 272 с.
- Кондратьев Б.П. Теория потенциала. Новые методы и задачи с решениями. М.: Мир, 2007. 512 с.
- Кондратьев Б.П. Фигура равновесия спутника Сатурна Япета и происхождение экваториальной горной гряды на его поверхности // Астрон. вестн. 2018. Т. 52. № 2. С. 136–141. (Kondratyev B.P. A nonequilibrium figure of Saturn's satellite Iapetus and the origin of the equatorial ridge on its surface // Sol. Syst. Res. 2018. V. 52. № 2. P. 123–128).
- Chandrasekhar S. Ellipsoidal figures of equilibrium. New Haven and London, Yale univ. Press, 1969.
- Kondratyev B.P. The near-equilibrium figure of the dwarf planet Haumea and possible mechanism of origin of its

- satellites // *Astrophys. and Space Sci.* 2016. V. 361. Iss. 5. id. 169 (9 p.).
- Martinez F.J., Cisneros J., Montalvo D.* On equilibrium figures for ideal fluids in the form of confocal ellipsoids rotating with common angular velocity // *Revista Mexicana de Astronomia y Astrofisica.* 1990. V. 20. P. 15–22.
- Nimmo F., Umurhan O., Lisse C.M., Bierson C.J., Lauer T.R., Buie M.W., Throop H.B., Kammer J.A., Roberts J.H., McKinnon W.B., Zangari A.M., Moore J.M., Stern S.A., Young L.A., Weaver H.A., Olkin C.B., Ennico K., and the New Horizons GGI team (1 May 2017).* Mean radius and shape of Pluto and Charon from New Horizons images // *Icarus.* 2017. V. 287. P. 12–29.
- Pizzetti P.* Principi della teoria meccanica della figura dei planeti. Pisa, 1933.
- Stern S.A., Grundy W., McKinnon W.B., Weaver H.A., Young L.A.* The Pluto system after New Horizons // *Ann. Rev. Astron. and Astrophys.* 2018. V. 56. P. 357–392. arXiv: 1712.05669.
<https://doi.org/10.1146/annurev-astro-081817-051935>. S2CID 119072504
- Todhunter I.* History of the mathematical theories of attraction and the figure of the Earth. London: Constable, 1973.
- Charon: An ice machine in the ultimate deep freeze // Gemini Observatory. 2007. Retrieved 2007-07-18.

УДК 523-52

ВЛИЯНИЕ ЧЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА КРИТЕРИЙ ГРАВИТАЦИОННОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ДЖИНСА В ОКОЛОЗВЕЗДНОМ ПЛАЗМЕННОМ ДИСКЕ ПРИ УЧЕТЕ НЕИЗОЭНТРОПИЧЕСКИХ ЭФФЕКТОВ

© 2022 г. А. В. Колесниченко*

*Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия***e-mail: kolesn@keldysh.ru*

Поступила в редакцию 26.01.2022 г.

После доработки 27.02.2022 г.

Принята к публикации 04.04.2022 г.

В рамках проблемы моделирования эволюции околозвездного газопылевого облака обсуждается влияние черного излучения на джинсовскую магнито-гравитационную неустойчивость для самогравитирующего намагниченного плазменного диска, с учетом эффектов воздействия вращения, крупномасштабного магнитного поля, диссипативных процессов магнитной вязкости и лучевого теплопереноса. С использованием анализа нормального режима выведено общее дисперсионное соотношение. На его основе получены модифицированные критерии джинсовской неустойчивости для ряда частных случаев, связанных с различными относительными ориентациями магнитного поля, оси вращения и вектора распространения волны возмущения. Условие гравитационной устойчивости системы обсуждается с использованием критерия Рауса–Гурвица. Показано, что в случае как продольного, так и поперечного направления распространения волны возмущения критерии неустойчивости Джинса существенно модифицируются за счет лучевых теплопотерь и стоковой коррекции. Полученные результаты позволяют, в частности, лучше понять проблему, связанную с эволюцией околозвездных плазменных дисков.

Ключевые слова: гравитационный критерий Джинса, околозвездный плазменный диск, черное излучение, взвешенные пылевые частицы, лучистая теплопроводность

DOI: 10.31857/S0320930X22050036

ВВЕДЕНИЕ

Заключительным этапом эволюции маломассивного протозвездного объекта является звезда типа Т Тау, окруженная газопылевым диском. Изучение этих дисков вызывает особый интерес, поскольку в них, по современным представлениям, происходит образование планетных систем, подобных Солнечной системе. При этом критерии магнито-гравитационной неустойчивости во вращающемся горячем газе (плазме) имеют ключевое значение в понимании процессов эволюции подобных околозвездных дисков. Именно гравитационная неустойчивость Джинса играет главную роль в процессе фрагментации дискового вещества. В частности, экзопланетные диски формируются из самогравитирующих околозвездных дисков в результате потери ими гравитационной устойчивости. Однако полной ясности в том, какие физико-механические свойства звездной системы доминируют при их формировании, до сих пор нет. Большинство обнаруженных на сегодня экзопланетных дисков вокруг галактиче-

ских звезд заметно отличаются от протопланетного диска Солнца. По этой причине теория, которая используется для описания эволюции Солнечной системы, является, по-видимому, одной из многих, и для адекватного моделирования эволюции экзопланетных дисков она должна быть частично видоизменена и дополнена.

Классическая теория гравитационной неустойчивости Джинса предполагает, что среда однородна и изотропна и характеризуется баротропным уравнением состояния (Jeans, 1902). Существенное усовершенствование этой теории при учете различных предположений о вращении системы и магнитном поле было выполнено Чандрасекхаром (Chandrasekhar, 1961). В дальнейшем многочисленные исследователи обсуждали гравитационную неустойчивость в линейном и нелинейном приближениях для вращающихся газа и плазмы в разных аспектах относительной ориентации магнитного поля, оси вращения и вектора распространения волны возмущения, а также с учетом влияния разнообразных физических про-

цессов и явлений (см., например, Bhatia, 1967; Aggarwal, Talwar, 1969; Sharma, 1974; Михайловский, 1977; Fridman, Polyachenko, 1984; Sharma, Singh, 1988; Bora, Nayyar, 1991; Bora, Talwar, 1993; Хоперсков, Храпов, 1999; Jacobs, Shukla, 2005; Borah, Sen, 2007; Shaikh и др., 2007; 2008; Prajapati и др., 2010; Dhiman, Dadwal, 2010; 2011; 2012; Фридман, Хоперсков, 2011; Kaothekar, Chhajlani, 2012; Prajapati и др., 2012; Argal и др., 2014; Jain и др., 2015; Kaothekar, 2016; Joshi, Pensia, 2017; Kumar и др., 2017; Pensia и др., 2018; Колесниченко, 2020).

Существует также относительно небольшое число работ, в которых при различных предположениях относительно направления магнитного поля и режимов распространения волны возмущения было исследовано влияние взвешенных частиц и процессов теплопроводности на магнито-гравитационную нестабильность вращающейся плазмы (см., например, Chhajlani, Vaghela, 1987; Tsintsadze и др., 2008; Prajapati, Chhajlani, 2011; Prajapati, Bhakta, 2015; Sharma, Patidar, 2017; Kumar и др., 2018; Dolai, Prajapati, 2018). Во всех перечисленных публикациях показано, что критерий неустойчивости Джинса сохраняется с некоторыми модификациями, связанными с учетом различных параметров.

И совсем немного на сегодняшний день имеется в литературе работ, в которых исследуется неустойчивость самогравитирующих астрофизических объектов в приближении чернотельного излучения (см., например, Vranješ, Čadež, 1990; Vranješ, 1990; Vaghela, Shrivastava, 1994; Prajapati, Chhajlani, 2011; Kumar и др., 2017; Kolesnichenko, 2020; 2021). Обычно, температура газа в околосветных дисках растет с приближением к аккрецирующему объекту. С ростом температуры увеличивается значимость давления излучения в эволюции диска по сравнению с газовым давлением. Впервые анализ устойчивости дисковой аккреции на черную дыру звездной массы относительно возмущений с учетом давления излучения был поставлен в работах (Lightman, 1974; Lightman, Eardley, 1974). Подробный анализ устойчивости относительно осесимметричных возмущений с учетом давления излучения был проведен Шакурой и Сюняевым в работе (Shakura, Sunyaev, 1976), в которой моделирование эволюции диска разбивается на несколько областей, в которых преимущественную роль играет то, или иное давление (P_g или P_r), а поток излучения может быть представлен (если исключить из рассмотрения внешние области плазменного диска, близкие к поверхности) в диффузионном приближении. В ряде последующих многочисленных работ также рассматривалась гравитационная неустойчивость аккреционных дисков с излучением при учете тепловой, вязкой и акустической мод, а также некоторых других физических процессов (см.,

например, Фридман, Хоперсков, 2011; Хоперсков, Храпов, 1999).

Вместе с тем, почти во всех цитируемых выше работах по неустойчивости радиационно-доминирующей области диска рассматривались только изоэнтропические волновые возмущения, при которых энтропия каждого элемента массы на всем его пути сохраняется. В этом случае мелко-масштабные эйлеровы вариации давления P'/P , плотности ρ'/ρ и температуры T'/T в линеаризованном уравнении сохранения энергии определялись, как правило, на основе известных адиабатических соотношений Эддингтона–Чандрасекхара (см. Тассуль, 1982). И хотя для большинства астрофизических приложений эти соотношения представляют собой достаточно разумное приближение, во многих более реалистических ситуациях необходимо учитывать отклонение от изоэнтропичности, при которой элементы массы приобретают или теряют тепло (например, в звездах верхней части главной последовательности, в которых давление излучения преобладает над газовым давлением). В этом случае относительно простые адиабатические соотношения Эддингтона–Чандрасекхара (см. Тассуль, 1982) более не применимы и следует использовать другие соотношения (Cox, Giuli, 1968; Ch 9), усложненные за счет учета вектора потока энергии, обусловленного всеми возможными механизмами переноса (излучение, теплопроводность, конвекция, нейтринные потери, потеря массы и т.п.). Как уже говорилось выше, вопрос о неустойчивости самогравитирующего плазменного облака, с учетом чернотельного излучения в неизоэнтропическом случае почти не обсуждался в литературе. Насколько известно автору, только в двух публикациях (Kaneko и др., 2005; Kaneko, Morita, 2006) методом радиационной акустики Уитхема (см. Cogley, Vincent, 1969) было исследовано распространение одномерных малоамплитудных возмущений в излучающей и рассеивающей серой среде совершенного газа с учетом лучистых теплопотерь.

В связи с этим представляется вполне оправданным появление работ, целью которых является детальное исследование того, как классический критерий гравитационной неустойчивости Джинса во вращающейся пылевой намагниченной плазме модифицируется для астрофизических оптически тонких¹ дисков в случае неизоэнтропичности возмущений совокупных параметров вещества и черного излучения при наличии динамически значимого давления излучения, лу-

¹ Околосветные диски с преобладанием излучения преимущественно оптически тонкие. Температура оптически тонких дисков определяется балансом между нагревом чернотельным излучением и вязкостным нагревом с одной стороны, и радиационным охлаждением с другой (см. Фридман, Хоперсков, 2011).

чистой вязкости и теплопроводности, а также крупномасштабных магнитных полей и турбулентности.

**БАЗИСНАЯ СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ
ДЛЯ НАМАГНИЧЕННОЙ ИЗЛУЧАЮЩЕЙ
ПЫЛЕВОЙ ПЛАЗМЫ**

В представленной работе мы обсудим в рамках предельно простой модели проблему влияния силы Кориолиса, однородного магнитного поля и чернотельного излучения на динамическую неустойчивость самогравитирующего околозвездного диска, вещество которого, являющееся смесью пылевой плазмы и черного излучения, вращается вокруг фиксированной в пространстве оси с некоторой постоянной угловой скоростью Ω . Далее будем предполагать, что пылевая фаза в каждом элементарном объеме присутствует в виде сферических включений одинакового радиуса r , причем объемная концентрация дисперсной фазы $\alpha = (4/3)\pi r^3 n$ не очень велика. По этой причине можно пренебречь силовым взаимодействием (в частности, столкновениями) между пылевыми частицами. Будем также предполагать, что плазменное облако в значительной мере обладает осевой симметрией, что является следствием его вращения вокруг центральной звезды. Исходная система уравнений для химической однородной облачной среды, записанная при отсутствии некоторых диссипативных эффектов, состоит в этом случае из уравнений звездной гидродинамики, уравнения Пуассона и уравнения магнитной индукции, которые имеют следующий вид:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0, \tag{1}$$

$$\rho \left\{ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right\} = -\nabla P + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}_\Sigma + \mathbf{j} \times \mathbf{H} + \rho \nabla \Phi + \rho_d \nu_c (\mathbf{u}_d - \mathbf{u}), \tag{2}$$

$$\rho_d \left(\frac{\partial \mathbf{u}_d}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}_d \right) = \rho_d \nu_c (\mathbf{u} - \mathbf{u}_d), \tag{3}$$

$$\rho \left\{ \frac{\partial E e}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla E \right\} + P \nabla \cdot \mathbf{u} = -\nabla \cdot (\mathbf{J}_g + \mathbf{J}_r), \tag{4}$$

$$\partial \mathbf{H} / \partial t = \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{H}), \quad \nabla \cdot \mathbf{H} = 0, \tag{5}$$

$$\nabla^2 \Phi = -4\pi G \rho. \tag{6}$$

Здесь

$$P(\rho, T) := P_{\text{gas}} + P_{\text{rad}} \equiv P_{\text{gas}} + aT^4/3, \tag{7}$$

$$E(\rho, T) = e_{\text{gas}} + e_{\text{rad}} \equiv e_{\text{gas}} + aT^4/\rho \tag{8}$$

– соответственно полное давление и полная внутренняя энергия (на единицу массы) плазмы и черного излучения; $T(\mathbf{r}, t)$ – абсолютная темпера-

тура; a – постоянная давления излучения; $\mathbf{J}_{\text{gas}}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{J}_{\text{rad}}(\mathbf{r}, t)$ – сумма потоков тепла, обусловленных теплопроводностью и лучевыми теплотерями; $e_{\text{gas}}(\mathbf{r}, t) = C_{V, \text{gas}} T = (3/2) P_{\text{gas}}/\rho$ – удельная внутренняя энергия (на единицу массы) вещества плазменного облака; $e_{\text{rad}}(\mathbf{r}, t) = aT^4/\rho$ – удельная энергия чернотельного излучения; $P_{\text{gas}}(\mathbf{r}, t) = (\mathcal{R}/\bar{\mu})\rho T = (2/3)\rho e_{\text{gas}}$ – тепловое давление плазменного вещества (аналог закона состояния в кинетической теории идеальных газов); $P_{\text{rad}}(\mathbf{r}, t) = aT^4/3$ – давление излучения (преобладающее над газовым давлением во внутренних областях околозвездного диска, находящихся при высокой температуре); $\Phi(\mathbf{r})$ – ньютоновский гравитационный потенциал, являющийся решением уравнения Пуассона (6); G – гравитационная постоянная; $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = (1/4\pi)\nabla \times \mathbf{H}$ – плотность тока; \mathbf{H} – напряженность внешнего магнитного поля (далее все электромагнитные величины измеряются в единицах СГСМ); $\rho_d(\rho \gg \rho_d)$ – плотность нейтральной компоненты вещества (пыли); $\nu_c = 6\pi r v$ – частота столкновений между частицами пыли и плазмы (v – кинематическая вязкость несущей фазы); $C_{V, \text{gas}} = (3/2)\mathcal{R}/\bar{\mu}$ – удельная изохорная теплоемкость плазменной составляющей облака, \mathcal{R} – универсальная газовая постоянная; $\bar{\mu}$ – средняя атомная масса; $\gamma = C_{P, \text{gas}}/C_{V, \text{gas}} = 5/3$ – показатель адиабаты для идеальной плазмы; $\boldsymbol{\tau}_{\text{gas}}$ – не зависящий от столкновений частиц аналог тензора вязких напряжений плазмы, в которой ларморовский радиус играет роль обычной длины свободного пробега; $\boldsymbol{\tau}_{\text{rad}}$ – тензор лучистых напряжений; $\boldsymbol{\tau}_\Sigma := \boldsymbol{\tau}_{\text{gas}} + \boldsymbol{\tau}_{\text{rad}}$ – совокупный тензор вязких напряжений для плазмы и чернотельного излучения, имеющий компоненты

$$\tau_{\Sigma ij} = \mu_\Sigma (\partial u_i / \partial x_j + \partial u_j / \partial x_i - (2/3)\delta_{ij} \nabla \cdot \mathbf{u}),$$

где $\mu_\Sigma := \mu_{\text{gas}} + \mu_{\text{rad}}$ – полный коэффициент сдвиговой вязкости. Остальные символы имеют обычный смысл.

Дивергенция $\nabla \cdot (\mathbf{J}_{\text{gas}} + \mathbf{J}_{\text{rad}})$ в уравнении (4) описывает приток тепла от соседних элементов плазменного облака. Далее считается, что $\mathbf{J}_{\text{gas}} = -\lambda_{\text{gas}} \nabla T$, где λ_{gas} – коэффициент теплопроводности, являющийся мерой необратимого переноса тепловой энергии между частицами плазмы от областей облака, температура которых выше, к областям с более низкой температурой. Если исключить из рассмотрения внешние области плазменного диска, близкие к поверхности, то вектор потока излучения также может быть записан в диффузионном приближении в виде:

$$\mathbf{J}_{\text{rad}} = -\lambda_{\text{rad}} \nabla T, \quad \lambda_{\text{rad}} = 4/3 (ac/\kappa\rho) T^3, \quad (9)$$

где λ_{rad} – коэффициент лучистой теплопроводности, обусловленный радиационным теплообменом. Здесь c – скорость света в вакууме; κ – коэффициент поглощения фотонов в газовой среде (непрозрачность Крамерса), зависящий от параметров ρ , T и химического состава, $\kappa \propto \rho^n T^s$ (см., например, Шапиро, Тьюколски, 1985). Заметим, что для многих плазменных астрофизических объектов (исключая вырожденные звезды) обычно полностью пренебрегают “обычной” теплопроводностью ($\lambda_{\text{gas}} \ll \lambda_{\text{rad}}$).

При написании системы уравнений (1)–(6) были сделаны часто используемые в астрофизической литературе предположения. В частности, не учитывались токи смещения и предполагалось, что магнитная проницаемость плазменного вещества равна единице. В уравнении магнитной индукции (6) не учитывалась диффузия магнитного поля, поскольку для больших астрофизических масс крупномасштабное магнитное поле очень медленно просачивается сквозь вещество (т.е. далее рассматривается идеально проводящая среда с нулевой магнитной вязкостью, $v_H = 0$). По этой же причине в законе сохранения тепловой энергии (4) опущен член уравнения $(v_H/4\pi)|\nabla \times \mathbf{H}|^2$. Кроме этого, в энергетическом уравнении (4) не учитывался внутренний нагрев плазменного облака, описываемый так называемой диссипативной функцией $\Phi_V := \tau_{ij}\tau_{ij}/2\mu_\Sigma$, которая пропорциональна полному коэффициенту сдвиговой вязкости

$$\mu_\Sigma := \mu_{\text{gas}} + \mu_{\text{rad}} = (2/5)m^{1/2} (k_B T)^{5/2} / (e^4 \ln \Lambda) + (4/15)aT^4 / (c\kappa\rho), \quad (10)$$

где $\mu_{\text{rad}} = 4aT^4 / (15c\kappa\rho)$ – коэффициент лучистой вязкости; m – масса протона, e – заряд электрона в единицах СГСЭ, a k_B – постоянная Больцмана; величина Λ равна $\Lambda = (3/2)e^{-3}(mk_B^3 T^3 / \pi\rho)^{1/2}$ и пропорциональна расстоянию обрезания столкновений, которое принимается равным дебаевскому радиусу. Формула (10) справедлива для чисто водородной плазмы, что вполне приемлемо для поставленной цели. Коэффициент лучистой вязкости μ_{rad} описывает взаимодействие между веществом и излучением с помощью тензора лучистых напряжений τ_{rad} , который по своей структуре похож на тензор напряжений для вещества τ_{gas} .

Изоэнтропические процессы в среде, содержащей газ и излучение

Уравнение баланса полной внутренней энергии излучающей плазмы (4) удобно переписать, используя уравнение неразрывности (1), в форме первого начала термодинамики (тождества Гиббса)²

$$dE/dt + Pd(1/\rho)/dt = dQ/dt = TdS/dt, \quad (11)$$

$$(d/dt := \partial/\partial t + \mathbf{u} \cdot \nabla),$$

где $\rho dQ/dt := -\nabla \cdot (\mathbf{J}_{\text{gas}} + \mathbf{J}_{\text{rad}})$ – полная скорость выделения тепла за счет энергии, уносимой теплопроводностью и излучением из элемента среды при его движении.

Для адиабатического (изоэнтропического) движения дивергенция $\nabla \cdot (\mathbf{J}_{\text{gas}} + \mathbf{J}_{\text{rad}})$ равна нулю во всех точках, т.е. теплота не течет через поверхность внутри жидкой среды. В этом случае уравнение энергии (11) принимает вид

$$\rho dE/dt - (P/\rho) d\rho/dt = 0, \quad (12)$$

выражающий тот факт, что скорость изменения полной внутренней энергии движущегося элемента дискового вещества равна работе по сжатию этого элемента, совершаемой окружающей средой. В астрофизических приложениях (в частности, при изучении динамики акустических колебаний) часто удобно использовать вместо уравнения (12) следующие две эквивалентные между собой его формы, полученные Эддингтоном и Чандрасекхаром (см., например, Тассуль, 1982):

$$\frac{d}{dt} \ln P = \Gamma_1 \frac{d}{dt} \ln \rho, \quad \frac{d}{dt} \ln T = (\Gamma_3 - 1) \frac{d}{dt} \ln \rho, \quad (13)$$

где Γ_1 и Γ_3 – так называемые обобщенные показатели адиабаты для смеси вещества и черного излучения, определяемые соотношениями

$$\Gamma_1 := \left(\frac{\partial \ln P}{\partial \ln \rho} \right)_{\text{ad}} = \beta + \frac{(4 - 3\beta)(\gamma - 1)}{\beta + 12(\gamma - 1)(1 - \beta)}, \quad (14)$$

$$\Gamma_3 - 1 := \left(\frac{\partial \ln T}{\partial \ln \rho} \right)_{\text{ad}} = \frac{(4 - 3\beta)(\gamma - 1)}{\beta + 12(\gamma - 1)(1 - \beta)} = \frac{\Gamma_1 - \beta}{4 - 3\beta}.$$

Здесь $\beta := P_{\text{gas}} / (P_{\text{gas}} + P_{\text{rad}})$ – коэффициент, характеризующий долю давления вещества в полном давлении системы. Когда $\gamma = 5/3$, то $\Gamma_1 = \frac{32 - 3\beta(\beta + 8)}{3(8 - 7\beta)}$, $\Gamma_3 - 1 = \frac{8 - 6\beta}{3(8 - 7\beta)}$.

Если $P_{\text{gas}} \gg P_{\text{rad}}$, то $\beta \approx 1$ и все обобщенные показатели адиабаты для смеси “плазма + излучение”

² Следует отметить, что тождество Гиббса (11) для энтропии (на единицу массы системы) является совершенно таким же, как в случае неэлектропроводящей жидкости (см. де Гроот, Мазур, 1964).

ние” совпадают с показателем адиабаты идеального газа $\Gamma_1 = \Gamma_3 = \gamma$, а когда присутствует одно лишь излучение абсолютно черного тела ($P_{\text{gas}} \ll P_{\text{rad}}$), то они равны 4/3. Таким образом, для рассматриваемой астрофизической системы обобщенные показатели адиабаты принимают промежуточные значения от 4/3 до 5/3.

Неизотропические процессы в излучающей среде

Далее будет исследована гравитационная неустойчивость вращающегося с постоянной угловой скоростью околозвездного облака с учетом лучевого давления и крупномасштабного магнитного поля в более общем случае неизотропических возмущений параметров состояния, связанных с лучевым переносом тепла (в диффузионном приближении) и магнитной вязкостью. В этом случае вместо уравнений (13) нужно использовать другие формы энергетического уравнения (4) (см., например, Сох, 1979)

$$\frac{d}{dt} \ln P = \begin{cases} \Gamma_1 d \ln \rho / dt + (\Gamma_3 - 1) P^{-1} \rho \frac{dQ}{dt}, & (a) \\ \Gamma_1 d \ln \rho / dt + (\chi_T / C_V T) \frac{dQ}{dt}, & (b) \end{cases} \quad (15)$$

$$\frac{d}{dt} \ln T = \begin{cases} (\Gamma_3 - 1) d \ln \rho / dt + (1 / C_{V\Sigma} \rho T) \frac{dQ}{dt}, & (a) \\ [(\Gamma_3 - 1) / \Gamma_1] d \ln P / dt + (1 / C_{P\Sigma} T) \frac{dQ}{dt}. & (b) \end{cases} \quad (16)$$

Здесь $C_{V\Sigma} = C_{V,\text{gas}} \frac{(\gamma - 1)(4 - 3\beta)^2}{\beta(\Gamma_1 - \beta)}$, $C_{P\Sigma} = C_{V\Sigma} \frac{\Gamma_1}{\beta}$ – соответственно полные удельные теплоемкости при постоянном объеме и постоянном давлении для облака, содержащего вещество и радиацию, а коэффициент χ_T определяется как

$$\chi_T := \left(\frac{\partial \ln P}{\partial \ln T} \right)_\rho = \frac{(\Gamma_3 - 1) \rho C_{V\Sigma} T}{P},$$

тогда $\chi_T / C_{V\Sigma} T = \rho(\Gamma_3 - 1) / P$.

ЛИНЕАРИЗОВАННЫЕ УРАВНЕНИЯ

Для изучения мелкомасштабных возмущений линеаризуем систему уравнений (1)–(6) представим магнитогидродинамические переменные в виде сумм невозмущенных $\rho_0, T_0, P_0, \mathbf{u}_0, \mathbf{u}_{d0}, \mathbf{H}_0, \Phi_0$ и возмущенных $\rho', T', P', \mathbf{u}', \mathbf{u}'_d, \mathbf{H}', \Phi'$ ³ величин. Невозмущенные величины описывают по пред-

положению некоторое равновесное состояние плазменного облака, а возмущенные – суть малые возмущения параметров, слабо нарушающие невозмущенное состояние. При этом будем считать, что невозмущенное состояние соответствует равновесному состоянию однородного диска с $\mathbf{u}_0 = 0, \mathbf{u}_{d0} = 0, \mathbf{H}_0 = H \mathbf{i}_z$ и используем так называемое “мошенничество” Джинса $\Phi_0 \equiv 0$,⁴ согласно которому уравнение Пуассона (6) применяется лишь к возмущениям плотности. Кроме этого будем, для простоты, предполагать, что характерная длина волны возмущения мала по сравнению с характерным размером изменения параметров P_0, T_0, ρ_0 и с некоторыми другими характерными длинами задачи (т.е. ограничимся так называемым приближением коротковолновой акустики); тогда в линеаризованных уравнениях можно пренебречь пространственными производными для этих величин. Далее индекс “0” у невозмущенных величин будем опускать.

С учетом сделанных упрощающих предположений дифференциальные уравнения (1)–(6), при выполнении необходимых разложений и удержании только членов первого порядка относительно малых возмущений, принимают следующий линеаризованный вид (здесь энергетическое уравнение (3) записано в форме (15a)):

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho \nabla \cdot \mathbf{u}' = 0, \quad (17)$$

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}'}{\partial t} = -\nabla P' + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}'_\Sigma + \frac{1}{4\pi} (\nabla \times \mathbf{H}') \times \mathbf{H} + \rho \nabla \Phi' + \rho_d v_c (\mathbf{u}'_d - \mathbf{u}'), \quad (18)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}'_d}{\partial t} = -v_c (\mathbf{u}'_d - \mathbf{u}'), \quad (19)$$

$$\frac{\partial P'}{\partial t} = \Gamma_1 \frac{P}{\rho} \frac{\partial \rho'}{\partial t} + (\Gamma_3 - 1) \lambda_\Sigma \nabla^2 T', \quad (20)$$

$$\frac{\partial \mathbf{H}'}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{u}' \times \mathbf{H}), \quad \nabla \cdot \mathbf{H}' = 0, \quad (21)$$

$$\nabla^2 \Phi' = -4\pi G \rho'. \quad (22)$$

С учетом выбранного направления внешнего магнитного поля $\mathbf{H}_0 = H \mathbf{i}_z$, компоненты $\tau'_{\Sigma ij}$ пуль-

⁴ Напомним, что при рассмотрении гравитационной неустойчивости Дж. Джинс рассматривал однородное состояние самогравитирующего вещества в состоянии покоя, что не совсем корректно, так как такое состояние не является состоянием равновесия (Jeans, 1902). Тем не менее его вывод критерия неустойчивости можно рассматривать как первое приближение, которое в наиболее простых случаях дает правильный порядок нижней критической длины волны возмущения, ведущего к неустойчивости (см., например, Фридман, Хоперсков, 2011).

³ Здесь штрихом обозначены эйлеровы вариации, которые коммутируют с операторами градиента и производной по времени.

сирующего суммарного тензора вязких и лучистых напряжений принимают вид (Roberts, Taylor, 1962)

$$\begin{aligned} \tau'_{\Sigma xx} &= -\mu_{\Sigma} \left(\frac{\partial u'_y}{\partial x} + \frac{\partial u'_x}{\partial y} \right), \quad \tau'_{\Sigma yy} = \mu_{\Sigma} \left(\frac{\partial u'_y}{\partial x} + \frac{\partial u'_x}{\partial y} \right), \\ \tau'_{\Sigma xy} &= \tau'_{\Sigma yx} = \mu_{\Sigma} \left(\frac{\partial u'_x}{\partial x} - \frac{\partial u'_y}{\partial y} \right), \\ \tau'_{\Sigma xz} &= \tau'_{\Sigma zx} = -2\mu_{\Sigma} \left(\frac{\partial u'_y}{\partial z} + \frac{\partial u'_z}{\partial y} \right), \\ \tau'_{\Sigma yz} &= \tau'_{\Sigma zy} = 2\mu_{\Sigma} \left(\frac{\partial u'_z}{\partial x} + \frac{\partial u'_x}{\partial z} \right), \quad \tau'_{\Sigma zz} = 0. \end{aligned} \quad (23)$$

К уравнениям (18)–(23) необходимо добавить линейризованное уравнение состояния смеси (вещество + излучение). При использовании уравнения (7) и параметра $\beta = P_{\text{gas}}/P$, эйлерову вариацию полного давления P можно записать в виде

$$\begin{aligned} P' &= (\mathcal{R}/\bar{\mu})T\rho' + \left\{ (\mathcal{R}/\bar{\mu})\rho + \frac{4}{3}aT^3 \right\} T' = \\ &= \beta P \left\{ \frac{\rho'}{\rho} + \frac{(4-3\beta)T'}{T} \right\}. \end{aligned} \quad (24)$$

Система уравнений (18)–(24), описывающая эволюцию мелкомасштабных неадиабатических возмущений параметров плазменной среды с чернотельным излучением на фоне ее равновесного состояния, состоит из линейных однородных уравнений в частных производных, следовательно, к ней применим метод нормальных колебаний (метод мод). Далее будем предполагать, что возмущения равновесного фона эволюционируют во времени по закону $\sim \exp(\omega t + i k_{\perp} x + i k_{\parallel} z)$, где ω – частота гармонических колебаний, а $|\mathbf{k}| = \sqrt{k_{\perp}^2 + k_{\parallel}^2}$ – волновое число.

Комбинируя записанное для возмущений уравнение (20) и соотношение (24), получим ключевую для дальнейшего связь между пульсациями полного давления P' и объемной плотности среды ρ' :

$$P' = \left[(\omega c_{\text{gas,rad}}^2 + \mathbf{A}) / (\omega + \mathbf{B}) \right] \rho'. \quad (25)$$

Здесь использованы следующие величины

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &:= (\Gamma_3 - 1)\beta \frac{\lambda_{\Sigma} T}{\rho(4-3\beta)} \mathbf{k}^2, \\ \mathbf{B} &:= (\Gamma_3 - 1) \frac{\lambda_{\Sigma} T}{P(4-3\beta)} \mathbf{k}^2, \\ c_{\text{(gas,rad)}} &:= \sqrt{\frac{P}{\rho}} \Gamma_1 = \\ &= \sqrt{(\mathcal{R}/\bar{\mu})T \left[1 + \frac{(4-3\beta)^2(\gamma-1)}{\beta[\beta+12(\gamma-1)(1-\beta)]} \right]}, \end{aligned} \quad (26)$$

– невозмущенная адиабатическая скорость звука в плазме с чернотельным излучением. Заметим, что в частном случае, когда параметр $\beta = 1$, эта величина совпадает с классическим выражением для адиабатической скорости звука в газе

$$c_{\text{(gas,rad)}} \Big|_{\beta=1} = c_{\text{gas}} = \sqrt{\gamma P_{\text{gas}} / \rho}.$$

Фурье-гармоники возмущений магнитного поля получим, используя линейризованные уравнения (21); в результате будем иметь

$$\begin{aligned} \omega \mathbf{H}'_x - i \mathbf{H} k_{\parallel} u'_x &= 0, \quad \omega \mathbf{H}'_y - i \mathbf{H} k_{\parallel} u'_y = 0, \\ \omega \mathbf{H}'_z - i \mathbf{H} k_{\perp} u'_z &= 0, \quad \mathbf{H}'_x k_{\perp} + \mathbf{H}'_z k_{\parallel} = 0. \end{aligned} \quad (27)$$

Из уравнений (17) и (21) следуют еще два соотношения для фурье-гармоник возмущений скорости и плотности

$$\omega \rho' + i \rho (k_{\perp} u'_x + k_{\parallel} u'_y) = 0, \quad \mathbf{k}^2 \Phi' = 4\pi G \rho'. \quad (28)$$

Используя (22), (24)–(27) при преобразовании уравнения (18) для пульсаций скорости \mathbf{u}' , в результате получим:

$$\begin{aligned} \left(\mathbf{C} + \frac{\mathbf{k}^2 c_A^2}{\omega} \right) u'_x + \left[v_{\Sigma} (\mathbf{k}^2 + k_{\parallel}^2) - 2\Omega_{\parallel} \right] u'_y + \\ + i \frac{k_{\perp}}{\mathbf{k}^2} \Omega_{\Gamma}^2 \left(\frac{\rho'}{\rho} \right) = 0, \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \left[2\Omega_{\parallel} - v_{\Sigma} (\mathbf{k}^2 + k_{\parallel}^2) \right] u'_x + \left(\mathbf{C} + \frac{k_{\parallel}^2 c_A^2}{\omega} \right) u'_y - \\ - 2(v_{\Sigma} k_{\perp} k_{\parallel} + \Omega_{\perp}) u'_z = 0, \end{aligned} \quad (30)$$

$$2(v_{\Sigma} k_{\perp} k_{\parallel} + \Omega_{\perp}) u'_y + \mathbf{C} u'_z + i \frac{k_{\parallel}}{\mathbf{k}^2} \Omega_{\Gamma}^2 \left(\frac{\rho'}{\rho} \right) = 0. \quad (31)$$

Наконец, взяв дивергенцию от уравнения (19) и учитывая соотношения (25) и (28), получим еще одно соотношение для фурье-гармоник возмущений скорости и плотности

$$i \frac{c_A^2 k_{\perp} k^2}{\omega} u'_x + i \left[v_{\Sigma} k_{\perp} (k^2 + 3k_{\parallel}^2) + 2(k_{\parallel} \Omega_{\perp} - k_{\perp} \Omega_{\parallel}) \right] u'_y - (\omega C + \Omega_T^2) \left(\frac{\rho'}{\rho} \right) = 0. \quad (32)$$

При написании алгебраических уравнений (29)–(32) были использованы следующие величины:

$$\Omega_T^2 := \frac{\Omega_I^2 + \omega \Omega_J^2}{\omega + \mathbf{B}}, \quad C := \omega \left(1 + \frac{v_c}{\omega + v_c} x_d \right), \quad (33)$$

$$\Omega_I^2 := k^2 \mathbf{A} - 4\pi G \rho \mathbf{B}, \quad \Omega_J^2 := k^2 c_{(\text{gas,rad})}^2 - 4\pi G \rho,$$

$x_d := \rho_d / \rho$ – массовая концентрация пылевых частиц; $\mu_{\Sigma} / \rho \equiv v_{\Sigma}$ – полный коэффициент кинематической вязкости; $c_A := \sqrt{H^2 / 4\pi \rho}$ – альвеновская скорость распространения возмущения в плазме (скорость распространения магнитогидродинамической волны).

Система уравнений (29)–(32) для пульсаций скорости и плотности является исходной для дальнейшего анализа динамики малых плоских возмущений в модели вращающегося плазменного облака с чернотельной радиацией.

ДИСПЕРСИОННЫЕ СООТНОШЕНИЯ
В НЕИЗОЭНТРОПИЧЕСКОМ
ПЛАЗМЕННОМ ОБЛАКЕ

Вводя для удобства обозначения

$$R_1 := \left[v_{\Sigma} (k_{\perp}^2 + 2k_{\parallel}^2) - 2\Omega_{\parallel} \right], \quad (34)$$

$$R_2 := -2(v_{\Sigma} k_{\perp} k_{\parallel} + \Omega_{\perp}), \quad R_3 := R_1 k_{\perp} - R_2 k_{\parallel}$$

запишем систему алгебраических уравнений (29)–(32) в матричной форме

$$\begin{pmatrix} C + \frac{c_A^2 k^2}{\omega} & R_1 & 0 & i \frac{k_{\parallel}}{k^2} \Omega_T^2 \\ -R_1 & C + \frac{c_A^2 k_{\perp}^2}{\omega} & R_2 & 0 \\ 0 & -R_2 & C & i \frac{k_{\perp}}{k^2} \Omega_T^2 \\ i \frac{c_A^2 k_{\parallel} k^2}{\omega} & i R_3 & 0 & -(\omega C + \Omega_T^2) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} u'_x \\ u'_y \\ u'_z \\ \frac{\rho'}{\rho} \end{pmatrix} = 0. \quad (35)$$

Система однородных линейных уравнений (35) имеет решение, отличное от тривиального, только в том случае, когда определитель системы равен нулю. Опуская несложные выкладки, сразу выпишем основное дисперсионное уравнение, которое в общем случае неизоэнтропических возмущений имеет вид:

$$C \left\| \omega \left[C \left\{ \left(C + \frac{c_A^2 k^2}{\omega} \right) \left(C + \frac{c_A^2 k_{\parallel}^2}{\omega} \right) + R_2^2 + R_1^2 \right\} + R_2^2 \frac{c_A^2 k^2}{\omega} \right] + \Omega_T^2 \left\{ \left(C + \frac{c_A^2 k_{\parallel}^2}{\omega} \right)^2 + R_2^2 + R_1^2 - \frac{1}{k^2} R_3^2 \right\} \right\| = 0. \quad (36)$$

При решении этого дисперсионного уравнения, описывающего частоту малых колебаний ω диска как функцию волнового числа \mathbf{k} , можно получить целый ряд модифицированных критериев джинсовской гравитационной неустойчивости, отвечающих неизоэнтропическим возмущениям магнитогидродинамических параметров пылевой плазмы с чернотельной радиацией. Вид подобного рода критериев связан с учетом совместного влияния на эволюцию самогравитирующего намагниченного плазменного пылевого вещества таких особенностей моделирования подобной астрофизической системы, как пространственные ориентации магнитного поля и оси вращения, наличие (или отсутствие) диссипативных процессов вязкости и теплопроводности, а также лучистого переноса тепла. Заметим, что громоздкое дисперсионное соотношение (36) обобщает на случай присутствия взвешенных пылевых частиц и черного излучения целый ряд известных в литературе результатов (см., например, Bhatia,

1967; Aggarwal, Talwar, 1969; Sharma, 1974; Fridman, Polyachenko, 1984; Chhajlani, Vaghela, 1987; Vyas, Chhajlani, 1989; Borah, Sen, 2007; Dhiman, Dadwal, 2010; 2011; Prajapati, Chhajlani., 2011; Фридман, Хоперсков, 2011; Kaothekar, Chhajlani, 2012).

Получим теперь на основе дисперсионного соотношения (36) несколько модифицированных критериев джинсовской гравитационной неустойчивости для ряда специальных случаев, связанных с различными относительными ориентациями магнитного поля, оси вращения и вектора распространения волны возмущения.

Соотношение (36) состоит из двух сомножителей, приравнивание каждого из которых к нулю приводит к двум независимым режимам распространения волны возмущения. С равенством

$$C \equiv \omega \left(1 + \frac{v_c}{\omega + v_c} \frac{\rho_d}{\rho} \right) = 0 \quad (37)$$

соотносится дисперсионное алгебраическое уравнение второго порядка

$$\omega^2 + \omega v_c(1 + x_d) = 0. \quad (38)$$

Первый корень $\omega_1 = 0$ этого уравнения описывает минимально устойчивый режим распространения волны возмущения, а второй отрицательный корень

$$\omega_2 = -v_c(1 + x_d) \quad (39)$$

соответствует устойчивой затухающей волне возмущения, модифицируемой силой Стокса, действующей на пылевые частицы со стороны несущей жидкости. Он не зависит от самогравитации системы и эффектов, связанных с диссипативными процессами и магнитным полем.

Второй множитель уравнения (36) приводит к дисперсионному соотношению

$$\begin{aligned} \omega \left[\mathbf{C} \left\{ \left(\mathbf{C} + \frac{c_A^2 \mathbf{k}^2}{\omega} \right) \left(\mathbf{C} + \frac{c_A^2 k_{\parallel}^2}{\omega} \right) + R_2^2 + R_1^2 \right\} + R_2^2 \frac{c_A^2 \mathbf{k}^2}{\omega} \right] + \\ + \Omega_T^2 \left\{ \left(\mathbf{C} + \frac{c_A^2 k_{\parallel}^2}{\omega} \right)^2 + R_2^2 + R_1^2 - \frac{1}{k^2} R_3^2 \right\} = 0, \end{aligned} \quad (40)$$

которое и будет исследовано в последующих разделах.

ПОПЕРЕЧНОЕ РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛНЫ ВОЗМУЩЕНИЯ

В случае поперечного распространения мелкомасштабной волны возмущения, когда $k_{\perp} = k$, $k_{\parallel} = 0$, а параметры R_i равны

$$\begin{aligned} R_1 &= (v_{\Sigma} k^2 - 2\Omega_{\parallel}), \quad R_2 := -2\Omega_{\perp}, \\ R_3 &= k(v_{\Sigma} k^2 - 2\Omega_{\parallel}), \end{aligned} \quad (41)$$

дисперсионное соотношение (40) принимает более простой вид

$$\begin{aligned} \omega \left[\mathbf{C} \left\{ \left(\mathbf{C} + \frac{c_A^2 k^2}{\omega} \right) \mathbf{C} + 4\Omega_{\perp}^2 + (v_{\Sigma} k^2 - 2\Omega_{\parallel})^2 \right\} + 4\Omega_{\perp}^2 \frac{c_A^2 k^2}{\omega} \right] + \\ + \Omega_T^2 (\mathbf{C}^2 + 4\Omega_{\perp}^2) = 0. \end{aligned} \quad (42)$$

Проанализируем это соотношение для двух расположений оси вращения системы – вдоль и поперек магнитного поля.

Ось вращения параллельна магнитному полю, $\mathbf{\Omega} \parallel \mathbf{H}$

Подставляя $\Omega_{\perp} = 0$ в уравнение (42), в результате получим следующее алгебраическое уравнение

$$\mathbf{C} \left\{ \omega \left[\mathbf{C} \left(\mathbf{C} + \frac{c_A^2 k^2}{\omega} \right) + (v_{\Sigma} k^2 - 2\Omega)^2 \right] + \Omega_T^2 \mathbf{C} \right\} = 0, \quad (43)$$

которое, в свою очередь, приводит к двум альтернативным дисперсионным соотношениям. Первое соотношение

$$\mathbf{C} = \omega \left(1 + \frac{v_c}{\omega + v_c} x_d \right) = 0, \quad (44)$$

аналогично уже рассмотренному уравнению (38).

Второе соотношение приводит к алгебраическому уравнению 5-ой степени

$$\begin{aligned} \left(\omega + \frac{\omega v_c}{\omega + v_c} x_d \right) \times \\ \times \left[\omega \left(\omega + \frac{\omega v_c}{\omega + v_c} x_d + \frac{c_A^2 k^2}{\omega} \right) + \frac{\Omega_I^2 + \omega \Omega_J^2}{\omega + \mathbf{B}} \right] + \\ + \omega (v_{\Sigma} k^2 - 2\Omega)^2 = 0. \end{aligned} \quad (45)$$

Прежде чем проанализировать это уравнение, рассмотрим сначала его частный случай, когда в плазменном облаке отсутствует пылевая составляющая, $v_c = 0$. Тогда уравнение (45) принимает вид:

$$\begin{aligned} \omega^3 \left\{ \omega \left(\omega + \frac{c_A^2 k^2}{\omega} \right) + \right. \\ \left. + (v_{\Sigma} k^2 - 2\Omega)^2 + \frac{\Omega_I^2 + \omega \Omega_J^2}{\omega + \mathbf{B}} \right\} = 0. \end{aligned} \quad (46)$$

Это уравнение описывает комбинированное влияние на джинсовскую неустойчивость намагниченной плазмы различных физических явлений,

связанных с вращением, с крупномасштабным магнитным полем, с черным излучением и с диссипативными процессами вязкости и лучевой теплопередачи. Заметим, что похожее по структуре дисперсионное соотношение (без влияния черного излучения) ранее изучалось в литературе (см., например, Aggarwal, Talwar, 1969; Bora, Talwar, 1993; Prajapati и др., 2010).

Решение $\omega = 0$ уравнения (46) описывает минимально устойчивый режим распространения волны возмущения. Другие корни уравнения (46) являются решениями кубического (по параметру стабильности ω) алгебраического уравнения:

$$\omega^3 + \mathbf{B}\omega^2 + \left[(2\Omega - v_\Sigma k^2)^2 + (c_{(\text{gas,rad})}^2 k^2 + c_A^2 k^2 - 4\pi G\rho) \right] \omega + k^2 \mathbf{A} + \left[(c_A^2 k^2 - 4\pi G\rho) + (2\Omega - v_\Sigma k^2)^2 \right] \mathbf{B} = 0. \quad (47)$$

Заметим, что свободный член этого уравнения зависит от всех параметров, включенных в описание системы в рассматриваемом здесь случае.

Пренебрегая далее для простоты анализа вязкими эффектами, ($v_\Sigma = 0$), запишем соотношение (47) в виде

$$\omega^3 + \mathbf{B}\omega^2 + \left[4\Omega^2 + c_A^2 k^2 + (c_{(\text{gas,rad})}^2 k^2 - 4\pi G\rho) \right] \omega + \mathbf{A} k^2 + \mathbf{B} \left[4\Omega^2 + (c_A^2 k^2 - 4\pi G\rho) \right] = 0. \quad (48)$$

Точные решения этого алгебраического кубического уравнения могут быть получены методом Кардана. Однако эти решения, к сожалению, не приводят к наглядным формулам для различных показателей роста. Вместе с тем, уравнение (48), будучи уравнением нечетной степени, должно иметь в случае справедливости неравенства

$$k^2 > \frac{4\pi G\rho}{c_{(\text{gas,rad})}^2} = 4\pi G\rho \left\{ c_{\text{gas}}'^2 \left[1 + \frac{(4 - 3\beta)^2 (\gamma - 1)}{\beta [\beta + 12(\gamma - 1)(1 - \beta)]} \right] \right\}^{-1},$$

по крайней мере один положительный действительный корень, когда свободный член меньше нуля.⁵ Это обстоятельство позволяет записать условие существования положительного действительного корня уравнения (48), соответствующее

⁵ Напомним, что для неустойчивых волн возмущения частота $\omega > 0$, тогда как устойчивость соответствует условию $\omega < 0$. Эти два класса разделяет случай нейтральной устойчивости $\omega = 0$, что соответствует модам с критической длиной волны возмущения. Критическая длина волны возмущения $\lambda_{\text{cr}} = 2\pi/k_{\text{cr}}$ (для идеального газа: $k_{\text{cr}}^2 = \omega_{\text{gr}}^2/c_g^2$, $\omega_{\text{cr}}^2 = 4\pi G\rho$) является размером мельчайших “капель” рассматриваемой среды, которые могут удерживаться вместе собственным гравитационным притяжением.

ющего неустойчивости самогравитирующей системы, в виде неравенства:

$$k^2 \mathbf{A} + \mathbf{B} \left[4\Omega^2 + (c_A^2 k^2 - 4\pi G\rho) \right] \leq 0. \quad (49)$$

Отсюда, при использовании формулы $\mathbf{A}/\mathbf{B} = \beta P/\rho = c_{\text{gas}}'^2$, вытекает модифицированный критерий гравитационной неустойчивости Джинса

$$\frac{4\pi G\rho}{c_{(\text{gas,rad})}^2} < k^2 \leq 4 \frac{\pi G\rho - \Omega^2}{c_{\text{gas}}'^2 + c_A^2} = k_J^2 \frac{1 - \Omega^2/\pi G\rho}{\gamma^{-1} + c_A^2/c_{\text{gas}}'^2}. \quad (50)$$

Здесь $c_{\text{gas}}' = \sqrt{(\mathcal{R}/\mu)T} = \sqrt{P_{\text{gas}}/\rho}$ – изотермическая скорость звука плазменной составляющей астрофизической системы; k_J – классическое волновое число Джинса, $k_J^2 := 4\pi G\rho/c_{\text{gas}}'^2$; $c_{\text{gas}} = \sqrt{\gamma(\mathcal{R}/\mu)T} = \sqrt{\gamma P_{\text{gas}}/\rho} = \sqrt{\gamma(\beta P/\rho)}$ – адиабатическая скорость звука в идеальной плазме.

Из неравенства (50), представляющего собой модификацию критерия Джинса, можно сделать вывод, что в случае поперечного распространения волны возмущения, направленной перпендикулярно к оси вращения плазменного облака ($\mathbf{k} \perp \boldsymbol{\Omega}$), и при условии $v_\Sigma = 0$, вращение и магнитное поле стабилизируют гравитационную неустойчивость; при этом лучистая теплопроводность влияет на стандартный критерий Джинса в излучающей плазменной среде, приводя к замене адиабатической скорости на изотермическую.

Покажем теперь, что если выполняется неравенство

$$k^2 \mathbf{A} + \mathbf{B} \left[4\Omega^2 + (c_A^2 k^2 - 4\pi G\rho) \right] > 0, \quad (51)$$

т.е. когда все коэффициенты уравнения (48) положительны, то режим распространения волны возмущения будет устойчивым. Для этого должен выполняться критерий устойчивости Рауса–Гурвица (см. Гантмахер, 2010), согласно которому все главные диагональные миноры определителя Гурвица также должны быть больше нуля. Миноры определителя Гурвица для уравнения (48), имеют вид:

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= \mathbf{B} > 0, \\ \Delta_2 &= \mathbf{B} \left[4\Omega^2 + (c_A^2 k^2 - 4\pi G\rho) + c_{(\text{gas,rad})}^2 k^2 \right] - \mathbf{A} k^2 - \mathbf{B} \left[4\Omega^2 + (c_A^2 k^2 - 4\pi G\rho) \right] = \\ &= (c_{(\text{gas,rad})}^2 \mathbf{B} - \mathbf{A}) k^2 = \mathbf{B} (c_{(\text{gas,rad})}^2 k^2 - c_{\text{gas}}'^2 k^2) = \\ &= \left[c_{\text{gas}}'^2 k^2 \mathbf{B} \frac{(4 - 3\beta)^2 (\gamma - 1)}{\beta [\beta + 12(\gamma - 1)(1 - \beta)]} \right] > 0, \\ \Delta_3 &= \left[\Delta_2 \left\{ \mathbf{A} k^2 + \mathbf{B} \left[4\Omega^2 + (c_A^2 k^2 - 4\pi G\rho) \right] \right\} \right] > 0. \end{aligned}$$

Отсюда следует, что критерий (50) является необходимым и достаточным условием неустойчивости системы по Гурвицу.

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_1 &:= \llbracket 3\chi_d v_c + \mathbf{B} \rrbracket, \\ \mathcal{L}_2 &:= \llbracket \chi_d v_c \mathbf{B} + (c_A^2 k^2 + \Omega_J^2) v_c^2 + 2\chi_d (\chi_d v_c^2 + \mathbf{B}) + \chi_d^2 v_c^2 + 4\Omega^2 + c_A^4 k^4 \rrbracket, \\ \mathcal{L}_3 &:= \llbracket c_A^2 k^2 (v_c + \mathbf{B}) + v_c^2 (\Omega_I^2 \mathbf{B} + v_c \Omega_J^2) + 2v_c^2 \chi_d^2 \mathbf{B} + v_c^2 (c_A^2 k^2 + \Omega_J^2) + \\ &\quad + (\chi_d v_c + \mathbf{B}) (\chi_d^2 v_c + 4\Omega^2) + 8v_c \Omega^2 + v_\Sigma^2 k^4 [(2 + \chi_d) v_c + \mathbf{B}] \rrbracket, \\ \mathcal{L}_4 &:= \llbracket (\Omega_I^2 + c_A^2 k^2 + \chi_d v_c^2) v_c \mathbf{B} + 2\chi_d v_c [c_A^2 k^2 (v_c + \mathbf{B}) + \Omega_J^2 + \Omega_I^2 \mathbf{B}] + \\ &\quad + (\Omega_J^2 + c_A^2 k^2) (\chi_d^2 v_c^2 + 4\Omega^2) + 8\Omega^2 v_c (\chi_d v_c + \mathbf{B}) + \\ &\quad + 4\Omega^2 v_c^2 + v_\Sigma^2 k^4 v_c [v_c + 2\mathbf{B} + \chi_d (2v_c + \mathbf{B})] \rrbracket, \\ \mathcal{L}_5 &:= \llbracket [2(\Omega_I^2 + c_A^2 k^2) \mathbf{B} + v_c \chi_d] \chi_d v_c^2 + \\ &\quad + 4\Omega^2 (c_A^2 k^2 v_c + \Omega_I^2 \mathbf{B} + \Omega_J^2) + 2v_c 4\Omega^2 [\chi_d v_c \mathbf{B} + (\Omega_J^2 + c_A^2 k^2)] + \\ &\quad + 4\Omega^2 v_c^2 [\chi_d v_c + \mathbf{B}] + v_\Sigma^2 k^4 v_c^2 [v_c \mathbf{B} + \chi_d (v_c + 2\mathbf{B})] \rrbracket, \\ \mathcal{L}_6 &:= \llbracket (\chi_d + \Omega_I^2) (\chi_d^2 v_c^3 + 4\Omega^2) \mathbf{B} + 4v_c \Omega^2 + [c_A^2 k^2 (1 + v_c) + v_c \Omega_J^2 + \Omega_I^2 \mathbf{B}] + \\ &\quad + 4\Omega^2 v_c^3 (\chi_d \mathbf{B} + c_A^2 k^2 + \Omega_J^2) + \chi_d v_c^3 \mathbf{B} \rrbracket, \\ \mathcal{L}_7 &:= \llbracket 4\Omega^2 (\Omega_I^2 + c_A^2 k^2) v_c \mathbf{B} + 4\Omega^2 c_A^2 k^2 [v_c (1 + \Omega_J^2) + \mathbf{B} (1 + \Omega_I^2)] v_c^2 \rrbracket, \\ \mathcal{L}_8 &:= \llbracket 4\Omega^2 (\Omega_I^2 + c_A^2 k^2) \mathbf{B} \rrbracket. \end{aligned}$$

Если $\mathcal{L}_8 < 0$, то условие неустойчивости определяется свободным членом уравнения (58). При отрицательном свободном члене уравнение (58) будет допускать по крайней мере один положительный действительный корень (или комплексный корень, действительная часть которого положительна). Следовательно, хотя бы один неустойчивый режим возможен при условии

$$k^2 \mathbf{A} - 4\pi G \rho \mathbf{B} + c_A^2 k^2 < 0, \quad (59)$$

которое, с учетом формул (55) и (56), приводит к следующему модифицированному критерию неустойчивости Джинса

$$k^2 < k_J^2 \gamma \left(1 - \frac{c_A^2}{4\pi G \lambda_\Sigma} C_{V, \text{gas}} \frac{(\gamma - 1)(4 - 3\beta)^2}{\beta(\Gamma_1 - \beta)} \right). \quad (60)$$

Таким образом, наличие взвешенных пылевых частиц не оказывает влияния на критерий неустойчивости Джинса, который в этом случае зависит от магнитного поля и наличия чернотельного излучения и коэффициента лучистой теплопроводности.

Когда одновременно справедливы неравенства $\Omega_I^2 > 0$ и $\Omega_J^2 > 0$, все коэффициенты уравнения (58) будут положительными. В этом случае выполняется необходимое условие устойчивости системы, но не достаточное. Следовательно, можно сделать вывод, что система, представленная уравнением (58), дает устойчивые режимы распространения волны возмущения только с учетом указанных необходимых условий.

Заметим, что если пренебречь наличием пыли ($v_c = 0$) и эффектами вязкости ($v_\Sigma = 0$) в уравнении (57), то оно приобретает более простой вид

$$\begin{aligned} \omega^3 + \mathbf{B} \omega^2 + [c_{\text{gas, rad}}^2 k^2 + (c_A^2 k^2 - 4\pi G \rho)] \omega + \\ + (k^2 c_A^2 - 4\pi G \rho) \mathbf{B} + k^2 \mathbf{A} = 0, \end{aligned} \quad (61)$$

из которого можно получить следующий модифицированный критерий неустойчивости

$$(\mathbf{A} k^2 + c_A^2 k^2 \mathbf{B}) - 4\pi G \rho \mathbf{B} \leq 0, \quad (62)$$

или

$$k^2 \leq \frac{4\pi G \rho}{\mathbf{A}/\mathbf{B} + c_A^2} = \frac{4\pi G \rho}{c_{\text{gas}}'^2 + c_A^2} = k_J^2 \gamma \frac{1}{1 + c_A^2/c_{\text{gas}}'^2}, \quad (63)$$

справедливый для поперечной волны возмущений, направленной вдоль оси вращения системы. Таким образом, в отличие от магнитного поля и чернотельного излучения, вращение системы не оказывает влияния на волну возмущений, распространяющуюся вдоль оси вращения.

ПРОДОЛЬНОЕ РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛНЫ ВОЗМУЩЕНИЯ

Если $k_{\parallel} = k$, $k_{\perp} = 0$, то коэффициенты R_i равны $R_1 = 2(v_\Sigma k_{\parallel}^2 - \Omega_{\parallel})$, $R_2 = -2\Omega_{\perp}$ и $R_3 = -R_2 k_{\parallel} = 2\Omega_{\perp} k_{\parallel}$; в этом случае дисперсионное соотношение (40) принимает вид

$$\omega \left[\mathbf{C} \left\{ \left(\mathbf{C} + \frac{c_A^2 k^2}{\omega} \right)^2 + 4\Omega_{\perp}^2 + 4(v_{\Sigma} k^2 - \Omega_{\parallel})^2 \right\} + 4\Omega_{\perp}^2 \frac{c_A^2 k^2}{\omega} \right] + \Omega_T^2 \left\{ \left(\mathbf{C} + \frac{c_A^2 k^2}{\omega} \right)^2 + 4(v_{\Sigma} k^2 - \Omega_{\parallel})^2 \right\} = 0. \quad (64)$$

Проанализируем это соотношение для двух расположений оси вращения системы – вдоль и поперек магнитного поля.

Ось вращения параллельна к магнитному полю, $\Omega_{\parallel} \parallel \mathbf{H}$

Подставляя в (64) величины $\Omega_{\parallel} = \Omega$ и $\Omega_{\perp} = 0$, получим следующее уравнение

$$\left\{ \left(\mathbf{C} + \frac{c_A^2 k^2}{\omega} \right)^2 + 4(v_{\Sigma} k^2 - \Omega)^2 \right\} \times \left(\mathbf{C}\omega + \frac{\Omega_{\perp}^2 + \omega\Omega_J^2}{\omega + \mathbf{B}} \right) = 0, \quad (65)$$

которое, в свою очередь, распадается на два дисперсионные соотношения

$$\left(1 + \frac{v_c}{\omega + v_c} x_d \right) \omega^2 + \frac{\Omega_{\perp}^2 + \omega\Omega_J^2}{\omega + \mathbf{B}} = 0 \quad (66)$$

и

$$\left(\omega + \frac{\omega v_c}{\omega + v_c} x_d + \frac{c_A^2 k^2}{\omega} \right)^2 + 4(v_{\Sigma} k^2 - \Omega)^2 = 0. \quad (67)$$

Дисперсионное соотношение (66) при разложении сводится к уравнению

$$\omega^4 + (v_c \chi_d + \mathbf{B}) \omega^3 + [v_c \chi_d \mathbf{B} + \Omega_J^2] \omega^2 + (v_c \Omega_J^2 + \Omega_{\perp}^2) \omega + v_c \Omega_{\perp}^2 \mathbf{B} = 0. \quad (68)$$

Если справедливо неравенство $\Omega_J^2 > 0$, а величина Ω_{\perp}^2 отрицательна, то уравнение (68) допуска-

ет по крайней мере один положительный действительный корень (или комплексный корень, действительная часть которого положительна), и, таким образом, условие неустойчивости принимает вид $k^2 \mathbf{A} - 4\pi G \rho \mathbf{B} < 0$. Отсюда следует модифицированный критерий Джинса

$$k^2 < \frac{\mathbf{B}}{\mathbf{A}} = \frac{4\pi G \rho}{c_{\text{gas}}'^2} = k_J^2 \frac{c_{\text{gas}}}{c_{\text{gas}}'^2} = \gamma k_J^2. \quad (69)$$

Из этого неравенства можно сделать следующий вывод: учет черного излучения приводит к изменению скорости в классическом критерии Джинса, когда адиабатическая скорость звука заменяется на изотермическую. Итак, при $\Omega_{\parallel} \parallel \mathbf{H}$ и $(\mathbf{k} \parallel \mathbf{H})$ условием неустойчивости намагниченной пылевой плазмы является модифицированный критерий Джинса, который не зависит ни от вращения системы, ни от эффектов, связанных с присутствием взвешенных пылевых частиц.

В случае, когда справедливо неравенство $\Omega_J^2 > 0$, все коэффициенты уравнения (68) будут положительными. Это означает, что многочлен, заданный уравнением (68), будет иметь все корни с отрицательными вещественными частями (или комплексные корни с отрицательными действительными частями) тогда и только тогда, когда все главные диагональные миноры матрицы Гурвица будут также положительными. Для того чтобы убедиться в выполнении критерия Рауса–Гурвица выпишем все главные миноры для многочлена, заданного уравнением (68):

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= [v_c \chi_d + \mathbf{B}] > 0, \\ \Delta_2 &= \left[\left[v_c + \mathbf{B} + x_d(1 + v_c + \chi_d v_c) \right] \mathbf{B} + v_c^{-1}(\gamma - 1) k^2 \mathbf{A} \right] > 0, \\ \Delta_3 &= \left[(\gamma - 1) k^2 (v_c \chi_d + v_c^{-1}) \mathbf{A} + \right. \\ &\quad \left. + (\Omega_J^2 + v_c^{-1} \Omega_{\perp}^2 \mathbf{B}) (x_d \Omega_J^2 + v_c^{-1}(\gamma - 1) k^2 \mathbf{A}) + \right. \\ &\quad \left. + x_d (v_c x_d + \mathbf{B}) \Omega_J^2 + x_d (v_c x_d + 2\mathbf{B}) \Omega_{\perp}^2 \mathbf{B} \right] > 0, \\ \Delta_4 &= [\Delta_3 \Omega_{\perp}^2 \mathbf{B}] > 0. \end{aligned}$$

Поскольку все миноры положительны, то критерий Рауса–Гурвица удовлетворяется. Это озна-

чает, что система, представленная уравнением (68), будет всегда устойчивой.

Обратимся теперь к уравнению (67), которое при разложении принимает вид:

$$\begin{aligned} \omega^6 + 2v_c \chi_d \omega^5 + \left[v_c^2 \chi_d + 2c_A^2 k^2 + (\Omega - v_\Sigma k^2)^2 \right] \omega^4 + \\ + 2v_c \left[c_A^2 k^2 (1 + \chi_d) + 4(\Omega - v_\Sigma k^2)^2 v_c \right] \omega^3 + \\ + v_c \left[c_A^2 k^2 (1 + 2v_c \chi_d) + 4v_c (\Omega - v_\Sigma k^2)^2 \right] \omega^2 + \\ + (2v_c c_A^4 k^4) \omega + v_c^2 c_A^4 k^4 = 0. \end{aligned} \quad (70)$$

Это уравнение не допускает действительных положительных корней или комплексных корней с положительной действительной частью, поскольку все его коэффициенты положительные. Следовательно, можно сказать, что система может быть только устойчивой.

Ось вращения перпендикулярна к магнитному полю, $\Omega \perp \mathbf{H}$

Подставляя в уравнение (64) величины $\Omega_{\parallel} = 0$ и $\Omega_{\perp} = \Omega$, получим дисперсионное соотношение

$$\left\{ \left(\mathbf{C} + \frac{k^2 c_A^2}{\omega} \right)^2 + 4v_\Sigma^2 k^4 \right\} (\omega \mathbf{C} + \Omega_T^2) + 4\Omega^2 \omega \left(\mathbf{C} + \frac{k^2 c_A^2}{\omega} \right) = 0, \quad (71)$$

которое при разложении сводится к алгебраическому уравнению 10-ой степени по параметру ω (см. Колесниченко, 2022). Все коэффициенты этого уравнения положительные, а свободный член равен $\mathcal{Q}_{10} = (c_A^2 k^2)^2 \mathbf{B} v_c^3 \Omega_1^2$. Следовательно, это уравнение может описывать неустойчивый режим распространения волны возмущения только тогда, когда $\Omega_1^2 < 0$, что приводит к модифицированному критерию неустойчивости Джинса, аналогичному условию (69).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные этапы эволюции экзопланетных дисков в настоящее время все более проясняются и уточняются. Однако проблема построения непротиворечивой картины образования самих звезд и околозвездных газопылевых дисков до сих пор полностью не решена. Большинство обнаруженных на сегодня экзопланетных дисков вокруг солнечноподобных звезд сильно отличаются от протопланетного диска Солнца. По этой причине современная теория происхождения Солнечной системы является лишь одной из многих, и для моделирования эволюции любой другой протозвездной туманности подходящая теория может оказаться более сложной. Об этом, в частности,

свидетельствует коллекция обнаруженных во Вселенной экзопланет, которые весьма разнообразны. В связи со сказанным возникла, по мнению автора, необходимость в разработке нестандартного подхода, объясняющего (до известной степени) многообразие открытых экзопланетных дисков вокруг звезд.

В данной работе в рамках проблемы моделирования эволюции околозвездного диска обсуждается влияние чернотельного излучения на неустойчивость Джинса для намагниченной вращающейся пылевой плазмы с учетом влияния на критическую длину волны возмущения таких диссипативных процессов как магнитная вязкость и лучистая теплопроводность. Принимается, что ось вращения системы параллельна либо перпендикулярна к магнитному полю как для продольного, так и для поперечного режима распространения волны возмущения. На основе выведенного полного дисперсионного соотношения получены модифицированные критерии джинсовой неустойчивости для ряда специальных случаев, связанных с различными ориентациями осей вращения и вектора распространения возмущающей волны. Устойчивость среды обсуждается с помощью использования критерия Рауса–Гурвица.

Важно отметить, что эффект от совместного влияния черного излучения, магнитного поля, вращения системы, вязкости и теплопередачи на неустойчивость Джинса самогравитирующей намагниченной пылевой плазмы в литературе все еще недостаточно изучен. С учетом значимости подобного рассмотрения в астрофизическом контексте, в работе было проведено исследование неустойчивости самогравитирующего намагниченного плазменного пылевого облака при неизоэнтропичности распространения волны возмущения. Было показано, что во всех случаях критерий неустойчивости Джинса остается справедливым, но с небольшими модификациями, вызванными включением различных параметров. Вместе с тем, полученные в работе модифицированные критерии нестабильности Джинса существенно отличаются от некоторых известных в литературе критериев. В частности, было показано, что чернотельное излучение за счет лучевой теплопроводности подавляет флуктуации температуры в волне возмущения (вследствие чего волна затухает), сделав режим ее распространения изотермическим вместо адиабатического. Показано также, что для продольного распространения волны возмущения, в случае, когда ось вращения плазменного облака перпендикулярна к магнитному полю, эффекты, связанные с вращением системы и наличием взвешенных пылевых частиц, не влияют на критерий Джинса в присутствии магнитного поля. Для поперечного режима распространения волны возмущения, когда ось

вращения параллельна магнитному полю, было установлено, что вращение системы и магнитное поле стабилизируют гравитационную неустойчивость, причем стабилизирующий эффект вращения сравнительно более эффективен.

Результаты проведенного исследования позволяют, в частности, лучше понять проблемы, связанные с эволюцией околозвездных экзопланетных дисков в результате потери ими устойчивости.

Работа выполнена в рамках Госзадания, а также частично поддержана грантом Минобрнауки № 075-15-2020-780 от 07.10.2020 г.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Гантмахер Ф.Р.* Теория матриц. М.: Физматлит, 2010. 463 с.
- de Groot С., Мазур П.* Неравновесная термодинамика. М.: Мир, 1964. 456 с.
- Колесниченко А.В.* Вывод в рамках неэкстенсивной кинетики критерия гравитационной неустойчивости Джинса для допланетного вращающегося облака с учетом радиации и магнитного поля // *Mathematica Montisnigri*. 2020. V. XLVII. P. 176–200.
- Колесниченко А.В.* Роль черного излучения в модификации критериев неустойчивости Джинса для экзопланетного пылевого плазменного диска при учете магнитной вязкости и лучевого теплообмена // *Препр. ИПМ им. М.В. Келдыша*. 2022. № 3. 40 с.
- Михайловский А.Б.* Теория плазменных неустойчивостей. Т. 2. Неустойчивости неоднородной плазмы. М.: Атомиздат, 1977. 360 с.
- Тассуль Ж.-Л.* Теория вращающихся звезд. М.: Мир, 1982. 472 с.
- Шапиро С., Тьюколски С.* Черные дыры, белые карлики и нейтронные звезды. Физика компактных объектов (в двух частях). М.: Мир, 1985. 635 с.
- Фридман А.М., Хоперсков А.В.* Физика галактических дисков. М.: Физматлит, 2011. 640 с.
- Хоперсков А.В., Храпов С.С.* Неустойчивость тепловой, вязкой и акустических мод в тонких аккреционных дисках // *Астрон. журн.* 1999. Т. 76. № 4. С. 256–269.
- Aggarwal M., Talwar S.P.* Magnetothermal instability in a rotating gravitating fluid // *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.* 1969. V. 146. P. 235–242.
- Argal S., Tiwari A., Sharma P.K.* Jeans instability of a rotating self-gravitating viscoelastic fluid // *Europhys. Lett.* 2014. V. 108. id. 35003.
- Bhatia P.K.* Gravitational instability of a rotating anisotropic plasma // *Phys. Fluids*. 1967. V. 10. № 8. P. 1652–1653.
- Bora M.P., Talwar S.P.* Magnetothermal instability with generalized Ohm's law // *Phys. Fluids*. B. 1993. V. 5. P. 950–955.
- Bora M.P., Nayyar N.K.* Gravitational instability of a heat-conducting plasma // *Astrophys. and Space Sci.* 1991. V. 179. P. 313–320.
- Borah A.C., Sen A.K.* Gravitational instability of partially ionized molecular clouds // *J. Plasma Phys.* 2007. V. 73. № 6. P. 831–838.
- Chandrasekhar S.* Hydrodynamics and Hydromagnetic Stability. Oxford: Clarendon Press, 1961. 588 p.
- Chhajlani R.K., Vaghela D.S.* Gravitational stability of finitely conducting two-component plasma through porous medium // *Astrophys. and Space Sci.* 1987. V. 139. P. 337–352.
- Cogley A.C., Vincent W.G.* Application to radiative acoustics of Whitham's method for the analysis of non-equilibrium wave phenomena // *J. Fluid Mech.* 1969. V. 39. № 4. P. 641–866.
- Cox J.P.* Theory of stellar pulsation. Princeton, New Jersey: Princeton Univ. Press, 1979. 378 p.
- Cox J.P., Giuli R.T.* Principles of Stellar Structure. New York: Gordon and Breach, 1968. 568 p.
- Dhiman J.S., Dadwal R.* On the gravitational instability of a medium in non-uniform rotation and magnetic field // *Astrophys. and Space Sci.* 2010. V. 325. № 2. P. 195–200.
- Dhiman J.S., Dadwal R.* The gravitational instability of a non-uniformly rotating heat conducting medium in the presence of non-uniform magnetic field // *Astrophys. and Space Sci.* 2011. V. 332. № 2. P. 373–378.
- Dhiman J.S., Dadwal R.* On the Jeans criterion of a stratified heat conducting gaseous medium in the presence of non-uniform rotation and magnetic field // *J. Astrophys. and Astron. (Indian Acad. of Sci.)*. 2012. V. 33. P. 363–373.
- Dolai B., Prajapati R.P.* The rotating Rayleigh-Taylor instability in a strongly coupled dusty plasma // *Physics of Plasmas*.
- Fridman A.M., Polyachenko V.L.* Physics of gravitating system. N.Y.: Springer-Verlag, 1984. V. 1. 468 p. V. 2. 358 p.
- Jacobs G., Shukla P.K.* Stability of molecular clouds in partially ionized self-gravitating space plasmas // *J. Plasma Phys.* 2005. V. 71. № 04. P. 487–493.
- Jain S., Sharma P., Chhajlani R.K.* Jeans instability of magnetized quantum plasma: effect of viscosity, rotation and finite Larmor radius corrections // *AIP Conf. Proc.* 2015. V. 1670. id. 030013.
- Jeans J.H.* The stability of spherical nebulae // *Philosoph. Transact. Roy. Soc.* 1902. V. 199. P. 1–53.
- Joshi H., Pensia R.K.* Effect of rotation on Jeans instability of magnetized radiative quantum plasma // *Physics of Plasmas*. 2017. V. 24. № 3. id. 032113.
- Kaneko N., Morita K., Satoh T., Hayasaki K.* Small-amplitude disturbances in a radiating and scattering grey medium II. Solutions of given real wave number k // *Astrophys. and Space Sci.* 2005. V. 299. P. 263–306.
- Kaneko N., Morita K.* Small-amplitude disturbances in a radiating and scattering grey medium III. Gravitational effects on the solutions of given real wave number k // *Astrophys. and Space Sci.* 2006. V. 305. P. 349–376.
- Kaothekar S.* Star formation through thermal instability of radiative plasma with finite electron inertia and finite Larmor radius corrections // *AIP Advances*. 2016. V. 6. id. 085020 (1–14).
- Kaothekar S., Chhajlani R.K.* Effect of radiative heat-loss function and finite Larmor radius corrections on Jeans

- instability of viscous thermally conducting self-gravitating astrophysical plasma // *ISRN Astron. and Astrophys.* 2012. V. 2012. id. 420938 (1–14).
- Kolesnichenko A.V.* Jeans instability of a protoplanetary gas cloud with radiation in nonextensive Tsallis kinetics // *Sol. Syst. Res.* 2020. V. 54. № 2. P. 137–149.
- Kolesnichenko A.V.* Jeans instability of a protoplanetary circular disk taking into account the magnetic field and radiation in nonextensive Tsallis kinetics // *Sol. Syst. Res.* 2021. V. 55. № 2. P. 132–149.
- Kumar A., Sutar D.L., Pensia R.K., Sharma S.* Effect of fine dust particles and finite electron inertia of rotating magnetized plasma // *AIP Conf. Proc.* 2018. V. 1953. № 1. id. 060036 (1–4).
- Kumar A., Sutar D.L., Pensia R.K.* Jeans instability of a monatomic gas in the presence of thermal radiation // *J. Physics: Conf. Ser.* 2017. V. 836. id. 012012 (1–3).
- Lightman A.P.* Time-dependent accretion disks around compact objects. I. Theory and basic equations // *Astrophys. J.* 1974. V. 194. id. 419427.
- Lightman A.P., Eardley D.M.* Black holes in binary systems: instability of disk accretion // *Astrophys. J.* 1974. V. 187. P. 1–35.
- Pensia R.K., Sutar D.L., Sharma S.* Analysis of Jeans instability of optically thick quantum plasma under the effect of modified Ohm's law // *AIP Conf. Proc.* 2018. V. 1953. № 1. id. 060044 (1–4).
- Prajapati R.P., Chhajlani R.K.* Gravitational instability of dusty plasma with radiative process // *AIP Conf. Proc.* 2011. V. 1397. P. 267–268.
- Prajapati R.P., Pensia R.K., Kaothekar S., Chhajlani R.K.* Self-gravitational instability of rotating viscous Hall plasma with arbitrary radiative heat-loss functions and electron inertia // *Astrophys. and Space Sci.* 2010. V. 327. P. 139–154.
- Prajapati R.P., Sharma P.K., Sanghvi R.K., Chhajlani R.K.* Jeans instability of self-gravitating magnetized strongly coupled plasma // *J. Physics: Conf. Ser.* 2012. V. 365. id. 012040 (1–4).
- Prajapati R.P., Bhakta S.* Influence of dust charge fluctuation and polarization force on radiative condensation instability of magnetized gravitating dusty plasma // *Phys. Lett. A.* 2015. V. 379. № 42. P. 2723–2729.
- Roberts K.V., Taylor J.B.* Magnetohydrodynamic equations for finite Larmor radius // *Phys. Rev. Lett.* 1962. V. 8. № 5. P. 197–198.
- Shaikh S., Khan A., Bhatia P.K.* Jeans' gravitational instability of a thermally conducting plasma // *Phys. Lett. A.* 2008. V. 372. № 9. P. 1451–1457.
- Shaikh S., Khan A., Bhatia P.K.* Stability of thermally conducting plasma in a variable magnetic field // *Astrophys. and Space Sci.* 2007. V. 312. P. 35–40.
- Shakura N.I., Sunyaev R.A.* A theory of the instability of disk accretion onto black holes and the variability of binary X-ray sources, galactic nuclei and quasars // *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.* 1976. V. 175. P. 613–632.
- Sharma R.C.* Gravitational instability of a rotating plasma // *Astrophys. and Space Sci.* 1974. V. 29. P. L1–L4.
- Sharma R.C., Patidar A.* Effect of ion radiative cooling on Jeans instability of partially ionized dusty plasma with dust charge fluctuation // *Physics of Plasmas.* 2017. V. 24. id. 013705 (1–13).
- Sharma R.C., Singh B.* Gravitational instability of a rotating and partially-ionized plasma in the presence of variable magnetic field // *Astrophys. and Space Sci.* 1988. V. 143. P. 233–239.
- Tsintsadze N.L., Chaudhary R., Shah H.A., Murtaza G.* Jeans instability in a magneto-radiative dusty plasma // *J. Plasma Physics.* 2008. V. 74. № 06. P. 847–853.
- Vaghela D.S., Shrivastava H.S.P.* Magnetogravitational instability of a rotating homogeneous gas cloud with radiation // *Czechoslovak J. Physics.* 1994. V. 44. № 10. P. 905–911.
- Vranješ J.* Gravitational instability of a quasi-homogeneous plasma cloud with radiation // *Astrophys. and Space Sci.* 1990. V. 173. № 2. P. 293–298.
- Vranješ J., Čadež V.* Gravitational instability of a homogeneous gas cloud with radiation // *Astrophys. and Space Sci.* 1990. V. 164. № 2. P. 329–331.
- Vyas M.K., Chhajlani R.K.* On the gravitational instability of an ionized magnetized rotating plasma flowing through a porous medium with other transport processes and the suspended particles // *Contrib. Plasma Phys.* 1989. V. 29. № 2. P. 135–151.

ПОПРАВКА

DOI: 10.31857/S0320930X2206007X

В статье В.В. Пашкевича, А.Н. Вершкова “РЕЛЯТИВИСТСКИЙ ЭФФЕКТ ГЕОДЕЗИЧЕСКОЙ ПРЕЦЕССИИ ВО ВРАЩЕНИИ КАРЛИКОВЫХ ПЛАНЕТ И АСТЕРОИДОВ СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ” (DOI: 10.31857/S0320930X22030057)” обнаружены опечатки в размерностях: везде вместо “мс” читать “мкс” (микросекунды) “.