# СОДЕРЖАНИЕ

## Том 98, номер 12, 2021

Гравитационное линзирование и тени кротовой норы	
М. А. Бугаев, И. Д. Новиков, С. В. Репин, А. А. Шелковникова	971
Источники шума путаницы в инфракрасном диапазоне длин волн	
А. А. Ермаш, С. В. Пилипенко, Е. В. Михеева, В. Н. Лукаш	980
Блазар 1156+295: переменность в 2005—2020 годах	
В. А. Гаген-Торн, Д. А. Морозова, С. С. Савченко, Е. И. Гаген-Торн, Ю. В. Миланова, Л. В. Шаляпина, А. А. Васильев	997
Поиск диспергированных импульсов на склонениях от $+56^{\circ}$ до $+87^{\circ}$	
С. А. Тюльбашев, М. А. Китаева, С. В. Логвиненко, Г. Э. Тюльбашева	1010
Эрупции спокойных волокон и корональные джеты как причины депрессий микроволнового радиоизлучения	
И. В. Кузьменко	1019
Движение в центральном поле при возмущающем ускорении, изменяющемся по закону обратных квадратов, в системе отсчета, связанной с вектором скорости	
Т. Н. Санникова	1030
Программа для определения размеров планет и наклонения орбит по данным наблюдений транзитов	
Е. В. Бекесов, А. А. Белинский, С. Б. Попов	1043

## ГРАВИТАЦИОННОЕ ЛИНЗИРОВАНИЕ И ТЕНИ КРОТОВОЙ НОРЫ

© 2021 г. М. А. Бугаев<sup>1</sup>, И. Д. Новиков<sup>2, 3, 4, \*</sup>, С. В. Репин<sup>5, 2</sup>, А. А. Шелковникова<sup>5</sup>

<sup>1</sup> Московский физико-технический институт, Долгопрудный, Россия
 <sup>2</sup> Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Астрокосмический Центр, Москва, Россия
 <sup>3</sup> The Niels Bohr International Academy, The Niels Bohr Institute, Copenhagen, Denmark
 <sup>4</sup> Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт", Москва, Россия
 <sup>5</sup> Физико-математическая школа № 2007, Москва, Россия

\*E-mail: novikov@asc.rssi.ru
Поступила в редакцию 25.05.2021 г.
После доработки 29.06.2021 г.
Принята к публикации 27.07.2021 г.

Рассмотрена задача об искривлении и рассеянии лучей света, проходящих снаружи входа в кротовую нору с нулевой гравитационной массой. Исследованы процесс захвата лучей кротовой норой и процесс образования тени при освещении ее стандартным экраном. Проведено сравнение этих процессов в случае движения лучей света в окрестности черной дыры Шварцшильда.

Ключевые слова: кротовые норы, черные дыры, общая теория относительности

**DOI:** 10.31857/S0004629921120021

### 1. ВВЕДЕНИЕ

В последнее время вопросы, связанные с физикой кротовых нор (КН), притягивают особое внимание специалистов. Это внимание усилилось после того, как была выдвинута гипотеза, что некоторые ядра галактик, возможно, являются не сверхмассивными черными дырами (ЧД), а входами в кротовые норы [1, 2]. Возникла необходимость проверки этой гипотезы [3]. Одним из способов такой проверки может быть изучение поведения лучей света в окрестности входа КН, изучение возможности появления тени, как это имеет место в случае ЧД. Все эти вопросы имеют и принципиальное значение для теории кротовых нор. В данной статье мы приступаем к изучению этих принципиальных вопросов. Мы начнем с простейших моделей.

В настоящей работе мы рассматриваем простейшую модель кротовой норы Эллиса-Бронникова-Морриса-Торна [4—7], обладающую нулевой массой. Вопросы физики такой необычной ситуации: нулевое тяготение везде и тем не менее искривление пространства и наличие кротовой норы (см., напр., в работах [6, 8]). В данной работе мы изучаем создаваемое входами КН искажение движения лучей света, проходящими в окрестности ее входа. Сравниваем их с искажениями в поле тяготения черной дыры Шварцшильда. Далее мы строим тень, создаваемую КН в случае освещения ее простейшей моделью светового

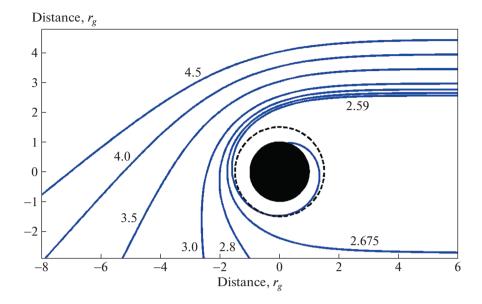
экрана, и опять сравним результат со случаем освещения экраном черной дыры Шварцшильда.

Результаты позволяют выявить важнейшие особенности процесса. В дальнейшем мы обратимся к более сложным и реалистическим ситуациям.

Мы сравниваем процессы с КН и ЧД. Ввиду этого мы не будем рассматривать лучи, проходящие внутрь КН. Будем считать, что КН заполнена непрозрачным веществом и лучи, пересекающие горловину КН, поглощаются этим веществом.

Выполнение нашего проекта связано с расчетом траекторий лучей света, т.е. нулевых геодезических в пространстве-времени КН. Соответствующие геодезические неоднократно рассчитывались и обсуждались, начиная с пионерской работы [4] (см. также [9–16]). Однако работа требует проведения большого объема численного моделирования и для этого нам потребовались другие формы уравнений движения и анализ их иных свойств. Результаты необходимой работы приведены в Приложении. Конечно, свойства геодезических в пространстве-времени Шварцшильда хорошо известны [17, 18].

В этой работе мы не рассматриваем вопросы неустойчивости КН (см. об этом [19]) и считаем метрику КН независимой от времени.



**Рис. 1.** Искривление лучей света Шварцшильдовской ЧД. Черный круг с радиусом  $r=r_g=2GM/c^2$  — черная дыра. Штриховая окружность имеет радиус  $r=3r_g/2$ .  $b_{crit}=3\sqrt{3}r_g/2$  — критический прицельный параметр захвата луча ЧД. Прицельные параметры указаны у каждой траектории. Траектория с прицельным параметром  $b=2.59r_g$  входит в горизонт событий вертикально.

### 2. ИСКРИВЛЕНИЕ ЛУЧЕЙ СВЕТА

Рассмотрим в метрике КН,

$$ds^{2} = dt^{2} - \frac{r^{2}}{r^{2} - q^{2}} dr^{2} - r^{2} (d\vartheta^{2} + \sin^{2}\vartheta d\varphi^{2}), \quad (1)$$

классическую задачу рассеяния КН лучей света, приходящих из бесконечности с прицельным параметром b.

Напомним, как выглядит эта задача в метрике Шварцшильдовской ЧД (см. рис. 1). Заметим, прежде всего, что вокруг ЧД имеется сфера с радиусом  $r=3r_g/2$ , по большим кругам которой лучи могут двигаться. Лучи с прицельным параметром  $b_{crit}=3\sqrt{3}r_g/2$  захватываются ЧД. Лучи с несколько бо́льшим прицельным параметром, искривляясь, могут много раз обойти ЧД по тугой спирали, близкой к окружности  $r=3r_g/2$  прежде, чем снова уйти на бесконечность (см. рис. 2).

Обратимся теперь к искривлению лучей света вблизи КН Эллиса-Бронникова-Морриса-Торна. На первый взгляд картина должна быть в корне отличной от приведенной выше, ибо данная кротовая нора безмассовая, т.е. m=0, сил тяготения никаких нет. Поэтому здесь неуместно было бы высказывание классиков "…под влиянием поля тяготения световой луч искривляется". В данном случае световой луч искривляется потому, что искривлено трехмерное пространство. Это искривление пространства, которое полностью

определяет искривление лучей, подробно проанализировано в работе [20].

На рис. 3, взятом из работы [20], приведена кривая, вращение которой вокруг оси координат *z* дает поверхность экваториального сечения КН.

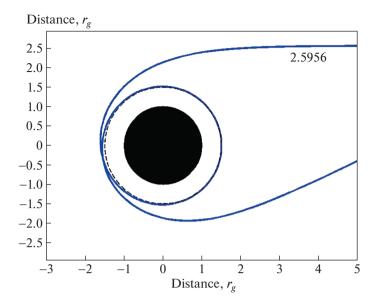
В Приложении дан вывод уравнений нулевых геодезических для метрики КН и ЧД Шварц-шильда.

На рис. 4 изображены траектории лучей света в окрестности КН. В данном случае также имеются круговые орбиты световых лучей. Они расположены на горловине КН при r=q. Как показывает расчет, лучи, приходящие с прицельным параметром, меньше чем  $b_{crit}=q$ , захватываются КН внутрь и, по нашему предположению, поглощаются внутри нее. Так же, как и в случае ЧД, возможны траектории, много раз оборачивающиеся вокруг КН. Примеры приведены на рис. 5. Эти траектории важны при построении тени КН.

Как видно из приведенных результатов, несмотря на отсутствие сил тяготения, картина искривленных лучей света качественно похожа на случай ЧД, хотя численно и отличается.

### 3. ТЕНИ КРОТОВЫХ НОР

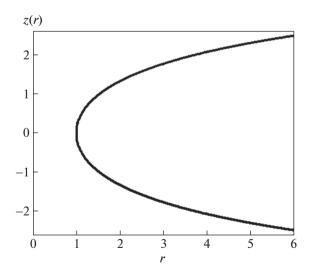
Тени, создаваемые черными дырами на фоне различных светящихся образований, детально исследуются в современной теоретической астрофизике. Более того, эти тени были недавно открыты в астрофизических наблюдениях [21—26].



**Рис. 2.** Искривление лучей света Шварцшильдовской ЧД. Значение прицельного параметра указано на рисунке. Штриховая окружность имеет радиус  $r = 3r_g/2$ .

Все эти работы имеют важнейшее значение как для теории, так и для экспериментального исследования Вселенной.

Для попыток обнаружения КН во Вселенной важнейшее значение имеет построение теории теней КН. В данной работе мы рассмотрим простейшие примеры теоретического расчета структуры тени КН. Мы будем рассматривать КН на фоне далекого бесконечного экрана, равномерно излучающего по всем направлениям. Такой экран носит название ламбертовский источник.



**Рис. 3.** Кривая, вращение которой вокруг оси *у* образует поверхность экваториального сечения КН. Расстояния нормированы на радиус горловины КН.

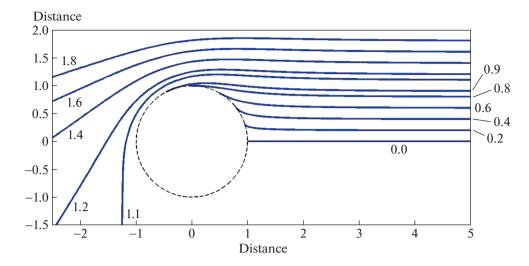
Напомним, что мы рассматриваем только лучи, движущиеся вне КН, считая внутренность КН непроходимой для света. Результаты раздела 2 могут быть использованы для определения структуры возникающей тени.

На рис. 6 показана схема соответствующего расчета. Параллельный пучок нулевых геодезических траекторий справа — это траектории, попадающие к удаленному наблюдателю. Эти траектории либо исходят из экрана, либо они приходят из бесконечности или из самой кротовой норы, и тогда не несут никакого света. Комбинируя эти последние траектории, можно построить тень КН. Картина на рис. 6 является отображением вспять по времени картин на рис. 4 и 5.

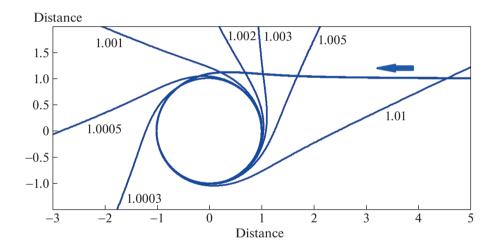
На рис. 7 изображены тень КН и распределение интенсивности излучения вблизи ее границы: корона или аура. Тень является кругом с кольцами (бесконечным количеством колец) вблизи внутреннего края тени. На рис. 8 изображены траектории нулевых геодезических, определяющих край тени КН и первое кольцо, т.е. траектории, поворачивающие, соответственно, на 90° и 270°. Прицельные параметры этих траекторий следующие:

$$b_{90} = 1.092q, \quad b_{270} = 1.00315q,$$
 (2)

где q, как и прежде, обозначает радиус горловины КН. Последующие кольца соответствуют меньшим значениям прицельного параметра, вплоть до  $b_{crit}=q$ .



**Рис. 4.** Траектории лучей света вблизи КН. Расстояния измеряются в единицах радиуса горловины кротовой норы. Горловина кротовой норы показана штриховой линией. Для каждой траектории указано значение прицельного параметра.



**Рис. 5.** Траектории лучей света с малым прицельным параметром вблизи КН. Расстояния измеряются в единицах радиуса горловины кротовой норы. Для каждой траектории указано значение прицельного параметра.

Распределение интенсивности излучения в экваториальном сечении тени КН показано на рис. 9. При приближении к границам тени интенсивность излучения в короне возрастает на несколько порядков и в логарифмическом масштабе оказывается нелинейной. К сожалению, мы не можем сравнить интенсивность излучения внутреннего кольца с интенсивностью короны из-за ограниченной точности вычислений. Для этого нужны другие численные методы.

Для сравнения с рис. 7 на рис. 10 приведены тень черной дыры Шварцшильда и распределение интенсивности излучения в ее короне на фоне такого же яркого экрана. Как следует из рис. 10,

положение яркого кольца внутри силуэта тени сильно различается для ЧД и КН и это может служить одним из признаков, по которым эти объекты можно отличить друг от друга.

Еще одним признаком может служить распределение интенсивности в экваториальном сечении тени КН и ЧД. Для последней распределение приведено на рис. 11 и его можно сравнить с рис. 9. Возрастание интенсивности короны при приближении к границе тени оказывается для ЧД Шварцшильда более пологим. Этот факт также может быть использован в наблюдениях для того, чтобы отличить ЧД от КН.

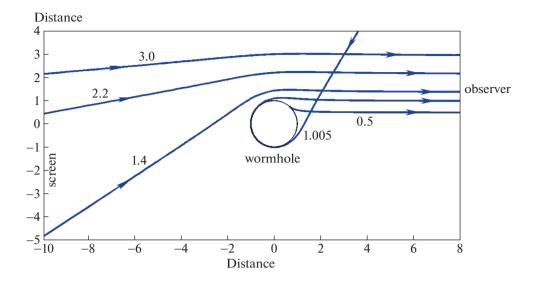


Рис. 6. Схема расчета образования тени КН при освещении ее удаленным экраном (изображен на рисунке слева, координата –10). Наблюдатель находится далеко справа. Расстояния измеряются в единицах радиуса горловины кротовой норы. Для каждой траектории указано значение прицельного параметра.

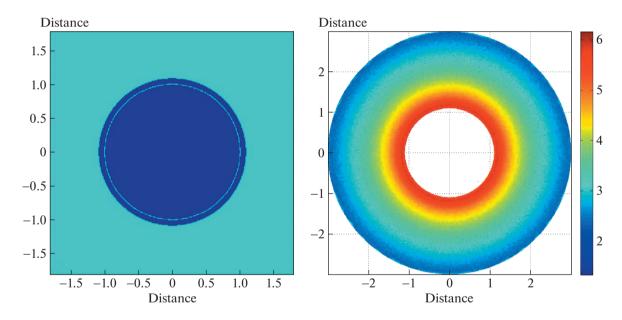


Рис. 7. Форма тени КН (слева) и распределение интенсивности излучения вблизи ее границы (справа). Радиальная координата выражена в единицах радиуса горловины КН.

### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

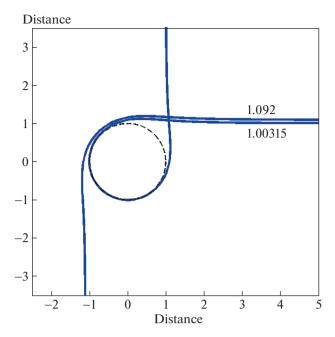
Подчеркнем, что хотя физические свойства метрики КН и ЧД резко отличаются друг от друга (в метрике КН вообще отсутствует тяготение), линзирование лучей света и создаваемая ими тень похожи друг на друга, отличаясь в основном численными параметрами. Эти различия, тем не менее, существенны для будущих попыток детектирования КН в астрофизике.

Как было отмечено в разделе 1, в нашей дальнейшей работе мы рассмотрим более сложные модели КН и экранов.

# ПРИЛОЖЕНИЕ ВЫВОД УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ ФОТОНА

Метрика КН может быть записана в виде

$$ds^{2} = dt^{2} - dR^{2} - (R^{2} + q^{2})(d\vartheta^{2} + \sin^{2}\vartheta d\varphi^{2})$$
 (3)



**Рис. 8.** Критические траектории в поле КН. Радиальная координата выражена в единицах радиуса горловины КН.

или

$$ds^{2} = dt^{2} - \frac{r^{2}}{r^{2} - q^{2}} dr^{2} - r^{2} (d\vartheta^{2} + \sin^{2}\vartheta d\varphi^{2}), \quad (4)$$

где

$$r^2(R) = R^2 + q^2, (5)$$

q — размер горловины КН, а радиальная координата r выбрана так, чтобы длина окружности равнялась  $2\pi r$ .

Уравнение Гамильтона-Якоби,

$$g^{ik}\frac{\partial S}{\partial x^i}\frac{\partial S}{\partial x^k} - m^2 = 0, (6)$$

для метрики КН можно записать в виде

$$\left(\frac{\partial S}{\partial t}\right)^{2} - \frac{r^{2} - q^{2}}{r^{2}} \left(\frac{\partial S}{\partial r}\right)^{2} - \frac{1}{r^{2}} \left(\frac{\partial S}{\partial \theta}\right)^{2} - \frac{1}{r^{2} \sin^{2} \theta} \left(\frac{\partial S}{\partial \phi}\right)^{2} - m^{2} = 0.$$

$$(7)$$

По аналогии с метрикой Шварцшильда решение ищем в виде

$$S = -Et + L\varphi + S_r(r) + S_{\theta}(\theta), \tag{8}$$

поскольку координаты t и  $\phi$  — циклические, т.е. не входят явно в метрический тензор и уравнение Гамильтона-Якоби. В уравнении (7) переменные разделяются и мы получаем уравнения движения:

$$\frac{dt}{d\lambda} = Er^2,\tag{9}$$

$$\left(\frac{dr}{d\lambda}\right)^2 = (E^2 - m^2)r^4 - (q^2(E^2 - m^2) + Q + L^2)r^2 + q^2(Q + L^2).$$
(10)

$$\left(\frac{d\theta}{d\lambda}\right)^2 = Q - \frac{L^2 \cos^2 \theta}{\sin^2 \theta},\tag{11}$$

$$\frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{L}{\sin^2 \theta},\tag{12}$$

где константа разделения Картера K согласно [27] записана в форме:  $K = Q + L^2$ , что отличается от ее записи в [18]. Уравнения движения кванта получаются, если положить m = 0 в системе (9)—(12).

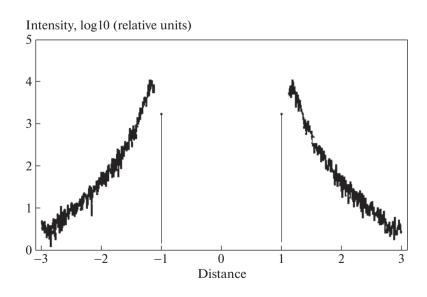
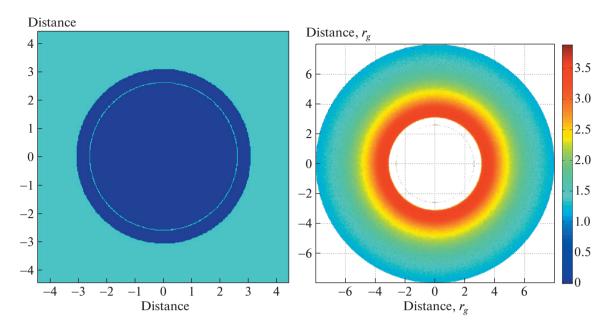


Рис. 9. Распределение интенсивности излучения в экваториальном сечении тени КН.



**Рис. 10.** Форма тени черной дыры Шварцшильда (слева) и распределение интенсивности излучения вблизи ее границы (справа). Радиальная координата выражена в единицах гравитационного радиуса  $r_{\sigma} 2Gm/c^2$ .

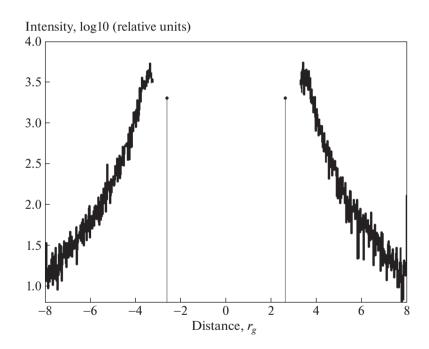


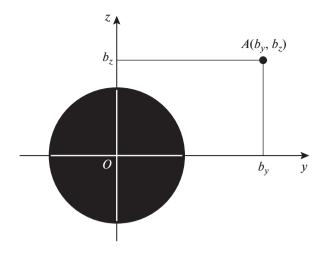
Рис. 11. Распределение интенсивности излучения в экваториальном сечении тени черной дыры Шварцшильда.

Однако в этом случае уравнения движения зависят не от трех констант, E, L и Q, а от двух констант Чандрасекара,  $\xi = Q/(q^2E^2)$  и  $\eta = L/qE$ . Кроме того, уравнения (10), (11) содержат функцию квадратного корня, которая неудобна для серийных вычислений. Для удобства вычислений можно заменить каждое их этих уравнений на два

уравнения, повысив порядок системы [28, 29]. Окончательно система уравнений для движения кванта в метрике КН может быть записана как:

$$\frac{dt}{d\sigma} = \frac{1}{r^2},\tag{13}$$

$$\frac{dr}{d\sigma} = r_{\rm i},\tag{14}$$



**Рис. 12.** Прицельный параметр для кванта, направленного в сторону кротовой норы.

$$\frac{dr_1}{d\sigma} = 2(\eta - \xi^2)r^3 - (1 + \eta + \xi^2)r,$$
 (15)

$$\frac{d\theta}{d\sigma} = \theta_1,\tag{16}$$

$$\frac{d\theta_{\rm l}}{d\sigma} = \frac{\xi^2 \cos \theta}{\sin^3 \theta},\tag{17}$$

$$\frac{d\varphi}{d\sigma} = \frac{\xi}{\sin^2 \theta}.$$
 (18)

Для задания начальных значений предположим, что наблюдатель находится в точке с координатами  $(r, \theta, \varphi) = (r_0, \theta_0, 0)$  (т.е. в плоскости xz в декартовых координатах) и направляет квант в сторону кротовой норы в точку с координатами  $A(b_y, b_z)$  в картинной плоскости и прицельным параметром  $b = \sqrt{b_y^2 + b_z^2}$ . Геометрическое расположение этой точки пояснено на рис. 12. Тогда константы Чандрасекара можно выразить явно через координаты наблюдателя и прицельный параметр:

$$\xi = \frac{r_0 b_y \sin \theta_0}{\sqrt{r_0^2 + b_y^2 + b_z^2}}, \quad \eta = \frac{r_0^2 (b_z^2 + b_y^2 \cos^2 \theta_0)}{r_0^2 + b_y^2 + b_z^2}. \quad (19)$$

Все линейные размеры в формулах (19) нормированы на радиус горловины кротовой норы, т.е. на рис. 12  $b_v \approx 2$ ,  $b_z \approx 1.5$ .

Для метрики Шварцшильда аналогичная система уравнений записывается как

$$\frac{dt}{d\sigma} = \frac{1}{r^2(1-2r)},\tag{20}$$

$$\frac{dr}{d\sigma} = r_1,\tag{21}$$

$$\frac{dr_1}{d\sigma} = 3(\eta + \xi^2)r^2 - (\eta + \xi^2)r = (\eta + \xi^2)(3r - 1)r, (22)$$

$$\frac{d\theta}{d\sigma} = \theta_1, \tag{23}$$

$$\frac{d\theta_1}{d\sigma} = \frac{\xi^2 \cos \theta}{\sin^3 \theta},\tag{24}$$

$$\frac{d\varphi}{d\sigma} = \frac{\xi}{\sin^2 \theta},\tag{25}$$

и константы Чандрасекара

[28, 29].

$$\xi = \frac{r_0^{3/2} b_y \sin \theta_0}{\sqrt{(r_0 - 2)(r_0^2 + b_y^2 + b_z^2)}},$$

$$\eta = \frac{r_0^3 (b_z^2 + b_y^2 \cos^2 \theta_0)}{(r_0 - 2)(r_0^2 + b_y^2 + b_z^2)}.$$
(26)

Для численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений написано множество библиотек, которые свободно доступны в Интернете. Вычисления выполнялись с относительной точностью  $\delta = 10^{-7}$  и проверялись с помощью первых интегралов систем (13)—(18) и (20)—(25)

### БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы благодарны И.Д. Новикову младшему за техническую помощь при подготовки статьи. С.Р. выражает свою благодарность Р.Е. Бересневой, О.Н. Суменковой и О.А. Косаревой за возможность плодотворно работать над настоящей задачей.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Н. С. Кардашев, И. Д. Новиков, А. А. Шацкий*, Астрон. журн. **83**, 675 (2006).
- K. K. Nandi, Y-Zh. Zhang, and A. V. Zakharov, Phys. Rev. D 74(2), id. 024020 (2006).
- 3. И. Д. Новиков, С. Ф. Лихачёв, Ю. А. Щекинов, А. С. Андрианов, и др., Успехи физ. наук **191**(4), 404 (2021).
- 4. H. Ellis, J. Math. Phys. 14, 104 (1973).
- 5. K. A. Bronnikov, Acta Phys. Pol. 84, 251 (1973).
- M. S. Morris and K. S. Thorne, American J. Physics 56, 395 (1988).
- 7. *M. S. Morris, K. S. Thorne, and U. Yurtsever*, Phys. Rev. Lett. **61**, 1446 (1988).
- 8. A. G. Doroshkevich, N. S. Kardashev, D. I. Novikov, and I. D. Novikov, Astron. Rep. **52**, 616 (2008).
- 9. *И. Д. Новиков, Н. С. Кардашев, А. А. Шацкий*, Успехи физ. наук **177**(9), 1017 (2007).
- 10. *А. А. Шацкий, И. Д. Новиков, Н. С. Кардашев*, Успехи физ. наук **178**(8), 481 (2008).
- 11. А. А. Шацкий, Успехи физ. наук 179(8), 861 (2009).
- 12. *P. G. Nedkova, V. Tinchev, and S. S. Yazadjiev*, Phys. Rev. D **88**, id. 124019 (2013).

- 13. A. A. Shatskiy, Yu. Yu. Kovalev, and I. D. Novikov, J. Experim. Theor. Phys. 120, 798 (2015).
- 14. *T. Ohgami and N. Sakai*, Phys. Rev. D **91**, id. 124020 (2015).
- 15. A. Abdujabbarov, B. Juraev, B. Ahmedov, and Z. Stuchlik, Astrophys. Space Sci. 361, 226 (2016).
- 16. R. Shaikh, Phys. Rev. D 98, id. 024044 (2018).
- 17. Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков, Релятивистская астрофизика (М.: Наука, 1967).
- 18. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Теория поля (М.: Физматлит, 2012).
- 19. K. A. Bronnikov, L. N. Lipatova, I. D. Novikov, and A. A. Shatskiy, Gravitation and Cosmology 19, 269 (2013).
- 20. *И. Д. Новиков, С. В. Репин*, Астрон. журн. **98**, 3 (2021).
- 21. Event Horizon Telescope Collaboration, Astrophys. J. Letters **875**, id. L1 (2019); arXiv:1906.11238 astroph.GA.

- Event Horizon Telescope Collaboration, Astrophys. J. Letters 875, id. L2 (2019); arXiv 1906.11239 astroph.GA.
- Event Horizon Telescope Collaboration, Astrophys. J. Letters 875, id. L3 (2019); arXiv 1906.11240 astroph.GA.
- Event Horizon Telescope Collaboration, Astrophys. J. Letters 875, id. L4 (2019); arXiv 1906.11241 astroph.GA.
- Event Horizon Telescope Collaboration, Astrophys. J. Letters 875, id. L5 (2019); arXiv 1906.11242 astroph.GA.
- Event Horizon Telescope Collaboration, Astrophys. J. Letters 875, id. L6 (2019); arXiv 1906.11243 astroph.GA.
- 27. C. W. Misner, K. S. Thorne, and J. A. Wheeler, Gravitation (San Francisco: W. H. Freeman, 1973).
- A. F. Zakharov, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. 269, 283 (1994).
- 29. A. F. Zakharov and S. V. Repin, Astron. Rep. 43, 705 (1999).

### ИСТОЧНИКИ ШУМА ПУТАНИЦЫ В ИНФРАКРАСНОМ ДИАПАЗОНЕ ДЛИН ВОЛН

© 2021 г. А. А. Ермаш<sup>1,\*</sup>, С. В. Пилипенко<sup>1,\*\*</sup>, Е. В. Михеева<sup>1,\*\*\*</sup>, В. Н. Лукаш<sup>1,\*\*\*\*</sup>

 $^{1}$  Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Астрокосмический центр, Москва, Россия

 $\hbox{\it *E-mail: aermash@asc.rssi.ru}$ 

\*\*E-mail: spilipenko@asc.rssi.ru

\*\*\*E-mail: helen@asc.rssi.ru

\*\*\*\*E-mail: lukash@asc.rssi.ru

Поступила в редакцию 14.07.2021 г. После доработки 20.09.2021 г.

Принята к публикации 28.09.2021 г.

В рамках созданной ранее авторами модели внегалактического фона исследованы факторы, влияющие на статистические свойства шума путаницы. Показано, что 1) учет крупномасштабной структуры Вселенной является важным фактором; 2) гравитационное линзирование не оказывает существенного влияния на величину шума путаницы; 3) минимальное красное смещение объектов, создающих шум путаницы, не зависит от длины волны и составляет  $z_{\min} \sim 0.5$ –0.6, максимальное красное смещение при переходе от 70 до 2000 мкм плавно изменяется от ~4 до ~3; 4) на коротких длинах волн ( $\simeq$ 70 мкм) в шум путаницы основной вклад вносят галактики со светимостями в диапазоне ( $10^7$ – $10^9$ ) $L_{\odot}$ , на больших длинах волн (650–2000 мкм) – с  $L \ge 10^{10} L_{\odot}$ ; 5) рассмотрен вклад в шум путаницы объектов с различными цветовыми показателями; 6) переменность внегалактического фона, создаваемая активными галактическими ядрами, во временном масштабе от 1 дня до года является заметной на коротких длинах волн (70–350 мкм) и проявляется для плотностей потока  $\lesssim$ 1 мкЯн.

Ключевые слова: инфракрасный фон, субмиллиметровые галактики, активные ядра галактик

**DOI:** 10.31857/S0004629922010042

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Изучению фонового излучения в ИК диапазоне (CIB — Cosmic Infrared Background), создаваемому неразрешенными галактиками, посвящено большое количество работ. Этот фон имеет значительные флуктуации на угловых масштабах от секунд до минут дуги, что приводит к возникновению *путаницы*, которая состоит в том, что отдельные источники сложно выделить на сильно флуктуирующем фоне.

Оценка шума путаницы крайне важна при формировании наблюдательной стратегии будущих экспериментов. При этом наличие многочастотных наблюдений дает возможность использовать для разрешения шума путаницы на отдельные источники несколько различных методов (см., напр., [1-3]). Отдельного упоминания заслуживает подход, заключающийся в анализе разностных карт фона, что позволяет выделять заранее заданный класс объектов с пекулярными цветовыми показателями (см., напр., [4, 5]).

Ранее нами была создана модель внегалактического фона (см. [6]), дано детальное описание модели и выполнено сравнение ее результатов с предсказаниями других моделей и наблюдательными данными по следующим параметрам: 1) дифференциальные подсчеты источников; 2) изменение подсчетов источников с красным смещением; 3) полный частотный спектр фона; 4) предсказания шума путаницы для космической обсерватории "Миллиметрон" и телескопа "Herschel".

Данная статья является результатом дальнейших исследований. В частности, для последующего развития методов выделения и анализа слабых источников с учетом путаницы необходимо выяснить, галактики в каком диапазоне красных смещений, светимостей и показателей цвета вносят наибольший вклад в путаницу. Интересный пример успешной попытки извлечь объекты слабее шума путаницы при помощи информации на ряде длин волн можно найти в работе [7]. Для дальнейшей оптимизации модели необходимо было понять, оказывают ли крупномасштабная структура Вселенной и гравитационное линзиро-

вание влияние на оценки шума путаницы. Важно также исследовать степень переменности внегалактического фона. Данная задача является критичной для оценки перспективности наблюдений астрономических транзиентов и малых тел солнечной системы.

В настоящее время к моделированию фонового излучения сложилось два основных подхода. Один из них, феноменологический, построен на использовании оценок функции светимости и модельного спектра отдельных галактик (см., напр., [8]). Его также называют "методом обратной эволюции", поскольку за основу взято распределение светимости близких галактик, эволюционирующее "обратно во времени", т.е. с ростом красного смещения д. Параметры такой эволюции определяются путем фитирования наблюдательных данных - подсчетов числа источников, оценок функций светимости, распределения источников излучения по z и т.д. Преимуществом этого подхода является достаточно точное описание наблюдательных данных, однако основанные на нем модели не обладают предсказательной силой: с их помощью нельзя предсказать значения параметров в тех диапазонах длин волн и для тех красных смещений, где наблюдательные данные отсутствуют. С моделями, основанными на феноменологическом подходе, можно ознакомиться, например, в работах [9–11].

Второй подход, полуаналитический, предполагает использование численного моделирования распределения темной материи во Вселенной. В рамках этого подхода модельному гравитационно-связанному гало, состоящему из частиц темной материи, ставится в соответствие галактика с определенным набором параметров. Далее, каждой галактике в соответствии с ее свойствами приписывается определенный спектр, что, в свою очередь, позволяет провести последующий анализ — выполнить подсчеты числа источников, рассчитать спектр фонового излучения и интересующий нас шум путаницы. Моделям, основанным на этом подходе, посвящены работы [12–17]. Следует отметить, что подобная бинарная классификация является упрощенной, и существует целый ряд моделей, сочетающих оба подхода. Наша модель, представленная в [6], относится к классу полуаналитических моделей, основанных на численном расчете крупномасштабной структуры Вселенной.

Поскольку эффект путаницы важен при анализе наблюдений, его адекватное моделирование является, во многом, залогом успеха работы планируемых космических обсерваторий, к числу которых относится находящийся в стадии активной разработки "Миллиметрон" Запуск КА за-

планирован на 2029 г. Платформа с 10-метровым охлаждаемым зеркалом будет двигаться по галоорбите в окрестности точки Лагранжа L2 системы Солнце—Земля. Более детальное описание обсерватории можно найти на сайте проекта и в работах [18—20].

Среди научного оборудования на платформе планируется разместить два спектрометра низкого разрешения - коротковолновый матричный спектрометр (КМС) с четырьмя полосами чувствительности, центрированными на 70, 110, 250, 350 мкм, и длинноволновый матричный спектрометр (ДМС) с полосами чувствительности на 650, 850, 1100 и 2000 мкм. КМС будет состоять из двух основных частей — матричного фотометра, работающего во всем рабочем диапазоне частот, но разделенного на несколько поддиапазонов при помощи дихроических делителей луча, и матричного спектрометра, спектральное разрешение которого будет определяться входным фильтром. Подобная структура спектрометра использовалась в приемнике PACS, размещенном на космической обсерватории "Herschel"; ДМС структурно аналогичен приемнику SPIRE, который, как и PACS, успешно отработал в составе космической обсерватории "Herschel"<sup>2</sup>.

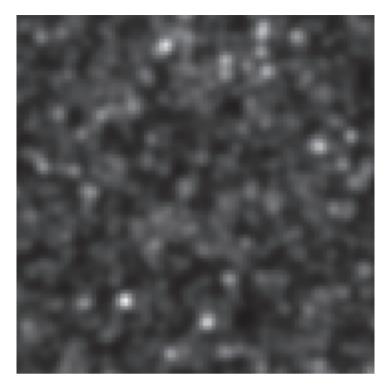
#### 2. МОДЕЛЬ ВНЕГАЛАКТИЧЕСКОГО ФОНА

Модель была основана на результатах полуаналитической модели формирования и эволюции галактик eGalICS [16, 17] и является развитием идей, заложенных в работе [21]. Для модельных галактик при помощи кода GRASIL [22] была создана библиотека энергетических спектров дисковых и балджевых компонентов, и каждому балджу и диску галактики в симуляции был поставлен в соответствие некоторый спектр. Для активных галактических ядер (АГЯ) был использован спектр АГЯ первого типа из работы [23]. Далее были учтены эффекты гравитационного линзирования, рассчитанные в приближении точечной линзы. На завершающем этапе из кубических объемов симуляции был построен модельный конус и проанализированы свойства полученного модельного обзора.

Одним из основных результатов анализа стали карты внегалактического фона на разных длинах волн, соответствующих рабочим диапазонам спектрометров телескопа "Миллиметрон". На рис. 1 показан пример такой карты на длине волны 850 мкм, линейный размер изображения соответствует угловым размерам  $10' \times 10'$ . Очевидно, на карте присутствует множество близко расположенных объектов, и ее разрешение на отдельные источники представляет собой значительную

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> http://millimetron.ru

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> http://www.cosmos.esa.int/web/herschel/science-instruments



**Рис. 1.** Модельная карта внегалактического фона на длине волны 850 мкм, рассчитанная для телескопа с диаметром главного зеркала 10 м. Линейный размер рисунка соответствует масштабу  $10' \times 10'$ .

трудность. Проблема выделения источников из карты является настолько существенной, что в [24] было предложено ввести новый термин — "субмиллиметровый источник" — и использовать его вместо словосочетания "субмиллиметровая галактика" для описания наблюдаемых объектов на данных длинах волн.

В настоящее время сложилось несколько методов оценки шума путаницы. В части из них используется только информация о кривой подсчетов источников, другие основаны на анализе карт. В простейшем случае шум путаницы можно определять как дисперсию о значения потока в отдельных пикселях, как это было сделано, например, в статье [25]. С другой стороны, как было ранее показано в работах [26-28], распределение потока в пикселях не всегда является гауссовым и может принимать, например, форму, приведенную на рис. 2. Поэтому в ряде работ (см., напр., [27]) было предложено определять шум путаницы как значение дисперсии гауссианы, полученной фитированием только левой стороны пиксельной гистограммы. Такое определение позволяет исключить влияние разрешенных ярких объектов, вносящих на модельной карте значительный вклад в интегральный поток.

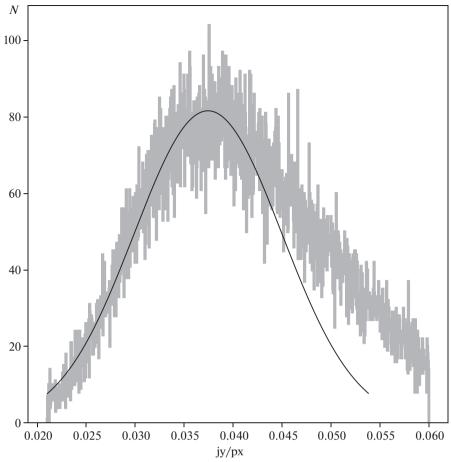
Однако для использования данного метода оценки в нашем случае существует определенное препятствие. Оно связано с тем, что при построении карты со срезом по параметру, например z,

пиксельная гистограмма может отличаться от гауссианы и в левой своей части. В этом случае значение σ сильно зависит от выбора участка гистограммы, по которой проводится фитирование. Поэтому в качестве значения шума путаницы мы использовали величину полуширины на уровне половины максимума интенсивности (FWHM) левой стороны пиксельной гистограммы. В том случае, когда четко выраженное значение максимума отсутствует, оценка шума путаницы не проводилась. Численные оценки шума путаницы для спектрометров космической обсерватории "Миллиметрон" приведены в табл. 1.

Как можно видеть, для обычных модельных карт, у которых форма левой стороны совпадает с гауссианой, оценки шума путаницы, определенные как дисперсия распределения (σ) и как полуширина распределения на уровне половины максимума интенсивности (FWHM/2.355), практически совпадают. Погрешности получены как стандартное отклонение (1σ) для 10 тестовых реализаций модельного конуса.

### 3. ВЛИЯНИЕ КРУПНОМАСШТАБНОЙ СТРУКТУРЫ И ГРАВИТАЦИОННОГО ЛИНЗИРОВАНИЯ

При создании модельных карт из кубов космологических симуляций возникает так называемый "эффект перспективы". Он вызван тем, что



**Рис. 2.** Пиксельная гистограмма модельной карты внегалактического фона на длине волны 2000 мкм. По оси абсцисс отложено значение потока в пикселе, по оси ординат — количество пикселей с данным потоком. Серым цветом показано распределение пикселей, полученное в модельной карте, черной линией — распределение Гаусса, фитированное для левой (относительно максимума) стороны пиксельной гистограммы.

крупномасштабная структура Вселенной эволюционирует медленно, и при сборе конуса симуляции из кубов одни и те же элементы попадают на луч зрения несколько раз.

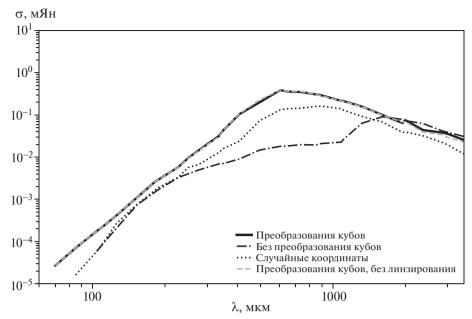
Существует несколько методов решения данной проблемы. Если для решения поставленной задачи достаточно модельных карт сравнительно небольшой площади, то можно задать угол луча зрения так, чтобы он проходил через куб один раз. Такой подход был успешно реализован, к примеру, в [21]. Другой вариант решения данной проблемы — поворот каждого куба случайно на 10 градусов по двум координатным осям [29].

Еще один способ устранить эффект перспективы был предложен в [30] и состоял в следующем: каждый куб симуляции случайно подвергался одному из следующих преобразований: сдвигу на произвольную величину вдоль одной из осей, повороту на угол, кратный 90 градусам или зеркальному отражению. Мы применяли именно этот подход, который доказал свою адекватность в устранении проблемы повторяющихся структур на модельных картах.

Для понимания источников шума путаницы важно ответить на вопрос, как влияет на величину шума сам факт наличия крупномасштабной структуры. Для этого, помимо ранее выполненных оценок шума путаницы для модельных карт,

**Таблица 1.** Значения шума путаницы для спектрометров космической обсерватории "Миллиметрон"

1 1001	Шум путаницы			
λ, мкм	σ, мЯн	FWHM/2.355, мЯн		
70	$(2.51 \pm 0.07) \times 10^{-5}$	$(2.79 \pm 0.08) \times 10^{-5}$		
110	$(2.40 \pm 0.07) \times 10^{-4}$	$(2.68 \pm 0.08) \times 10^{-4}$		
250	$(9.69 \pm 0.48) \times 10^{-3}$	$(1.07 \pm 0.05) \times 10^{-2}$		
350	$(4.44 \pm 0.46) \times 10^{-2}$	$(4.88 \pm 0.53) \times 10^{-2}$		
650	$(3.26 \pm 0.17) \times 10^{-1}$	$(3.59 \pm 0.20) \times 10^{-1}$		
850	$(2.99 \pm 0.15) \times 10^{-1}$	$(3.21 \pm 0.18) \times 10^{-1}$		
1100	$(2.19 \pm 0.07) \times 10^{-1}$	$(2.34 \pm 0.08) \times 10^{-1}$		
2000	$(7.95 \pm 0.44) \times 10^{-2}$	$(8.19 \pm 0.53) \times 10^{-2}$		



**Рис. 3.** Влияние крупномасштабной структуры Вселенной на шум путаницы на разных длинах волн. По оси абсцисс отложена длина волны, выраженная в микронах, по оси ординат — значение шума путаницы, выраженное в мЯн. Черной сплошной линией обозначена величина, полученная для карт с учетом коррекции эффекта перспективы, черной штрихпунктирной линией — без коррекции эффекта перспективы, пунктирной черной линией — для модельного конуса с искусственно убранной крупномасштабной структурой, серой штриховой линией обозначена кривая шума путаницы с коррекцией эффекта перспективы, но без учета линзирования.

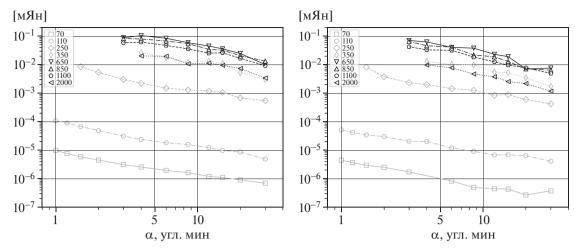
мы оценили шум путаницы для карт, созданных без коррекции на эффект перспективы. Также для сравнения были построены модельные карты на основе кубов симуляции, где координаты каждого объекта были установлены случайным образом в пределах одного куба, что нивелирует крупномасштабную структуру Вселенной. Полученные результаты иллюстрирует рис. 3.

Характерный размер ячеек структуры (расстояние между крупными стенками) порядка 100 Мпк, что соответствует удвоенной корреляционной длине поля возмущения начальных скоростей материи [31].

Рассмотрим подробнее проблему влияния крупномасштабной структуры Вселенной на шум путаницы. Толстая черная линия на рис. 3 (частично перекрытая серой штриховой) показывает оценки шума путаницы, полученные после учета эффекта перспективы при помощи преобразований кубов симуляции. Черная штрихпунктирная линия отображает оценки, полученные без применения преобразований к кубам симуляции. Расхождение, как видно, достигает существенных значений. Также нами был создан модельный конус, в котором в каждом кубе объектам присваивались случайные координаты. Результат оценки шума путаницы для данного случая показан пунктирной линией. Форма кривой, в целом, соответствует случаю с преобразованиями кубов, однако, лежит значительно ниже (примерно на полпорядка). Следует подчеркнуть, что подсчеты

источников во всех трех случаях идентичны, откуда следует вывод, что для корректной оценки шума путаницы критично важно учитывать влияние крупномасштабной структуры.

Рисунок 3 характеризует лишь одну реализацию карты размером  $10' \times 10'$ . Для оценки влияния описанных выше эффектов в зависимости от угла обзора нами были произведены следующие расчеты. Большая модельная карта в один квадратный градус разбивалась на 4, 9, 16 и т.д. квадратных участков, в каждом из которых оценивался шум путаницы. Погрешность, вносимая размером поля, оценивалась как дисперсия ряда значений, полученных на частях карты. Очевидный ожидаемый результат состоит в том, что значение будет оставаться неизменным в пределах погрешностей, сами ошибки будут возрастать. Полученные зависимости приведены на рис. 4. Зависимость для случая без линзирования мы не приводим ввиду схожести графиков. На левой панели показаны зависимости для модели с крупномасштабной структурой, на правой – со случайными координатами объектов. Видно, что на малых углах обзора дисперсия оценки для первого случая значительно выше, что объясняется наличием областей различной плотности на малых угловых масштабах. Особенно это заметно для двух самых коротких полос (70 и 110 мкм). Это в очередной раз не только подтверждает необходимость учета крупномасштабной структуры, но и тот факт, что при построении модельных карт не-



**Рис. 4.** Зависимость оценки шума путаницы на модельной карте от углового размера. По оси абсцисс отложен размер стороны квадрата модельной карты, по оси ординат — ошибка определения шума путаницы. На левой панели представлена зависимость шума для модели с крупномасштабной структурой, на правой — координаты объектов случайны.

обходимо рассматривать различные области небесной сферы.

Гравитационное линзирование приводит к увеличению яркости источников, а значит, и к увеличению их числа выше некоторого порогового значения потока. Таким образом, этот эффект следует учитывать при подсчетах источников, если кривая распределения источников имеет крутой наклон в некотором интервале потоков.

В самом деле, рассмотрим простейший случай, когда кривая подсчетов представляет собой константу. То есть, допустим, что имеется N объектов с потоком 1 мЯн на dex на единицу площади небесной сферы и столько же объектов с потоком 2 мЯн $^3$ . Пусть также вероятность линзирования с коэффициентом 2 составляет 0.1%. Тогда количество объектов с потоком 2 мЯн будет составлять

$$N(1 - 1/1000) + N \times 1/1000 = N. \tag{1}$$

Ситуация меняется кардинально в том случае, когда кривая подсчетов имеет крутой наклон. Пусть вероятность линзирования и количество объектов с потоком 2 мЯн те же, но число объектов с потоком 1 мЯн гораздо больше — 10 000 N. Тогда вследствие линзирования количество объектов с потоком 2 мЯн составит

$$N - N \times 1/1000 + 10000N \times 1/1000 = 10.999N$$
, (2)

т.е. число источников с потоком 1 мЯн увеличится на порядок. Рисунок 3 иллюстрирует влияние эффекта гравитационного линзирования. На нем сплошной черной линией и серой штриховой показаны результаты оценки шума с учетом эффекта гравитационного линзирования и без него соответственно. Как можно видеть, различие кривых не превышает толщину линии на данном

графике во всем рассматриваемом диапазоне длин волн. Таким образом, учет гравитационного линзирования не является критичным фактором для задачи анализа шума путаницы.

### 4. ВКЛАД В ШУМ ПУТАНИЦЫ ОТ РАЗЛИЧНЫХ ИСТОЧНИКОВ

## 4.1. Вклад в шум путаницы от объектов на различных красных смещениях

При рассмотрении модели внегалактического фона часто рассматривают распределения по красному смещению какой-либо численной характеристики. Например, можно построить подсчеты источников для некоторого среза по красному смешению [32], возможно также указать зависимость числа объектов с потоком выше некоторого порогового значения на определенной длине волны как функцию д, в ряде работ показан вклад в спектр внегалактического фона от объектов на разных красных смещениях [33]. В целом был обнаружен эффект увеличения вклада далеких галактик для больших длин волн, что объясняется отрицательной K-коррекцией [5]. Так, на длине волны 870 мкм поток не зависит от красного смещения в интервале красных смещений z = 1 - 10 и определяется исключительно физическими параметрами галактики [5, 34].

Мы также построили серию карт с заданным парами значений  $z_{\text{max}}$  и  $z_{\text{min}}$  и оценили шум путаницы в них. Результаты данных расчетов для восьми полос спектрометров космической обсерватории "Миллиметрон" показаны на рис. 5. Серым цветом различной насыщенности отображено значение шума путаницы, создаваемого объектами в интервале красных смещений ( $z_{\text{min}}$ ,  $z_{\text{max}}$ ).

 $<sup>^{3}</sup>$  Здесь и далее dex — величина в логарифмических единицах.

**Таблица 2.** Интервал красных смещений, объекты на которых вносят основной вклад в шум путаницы

λ, мкм	$z_{ m min}$	$z_{ m max}$
70	0.62	4.11
110	0.60	3.65
250	0.49	3.06
350	0.47	3.27
650	0.47	3.45
850	0.52	3.39
1100	0.59	3.34
2000	0.63	3.37

Белые сплошные линии показывают 50 и 90% процентов от общего значения шума.

Из данных диаграмм можно сделать следующие выводы. Во-первых, для столь значительного интервала длин волн положение и форма кривых, ограничивающих персентили шума путаницы, имеют схожие форму и положение. Очевидно, на участке, где линии персентилей горизонтальны, вклад в шум путаницы не зависит от максимального красного смещения. Аналогично, в области, где линии персентилей вертикальны, значение шума путаницы не зависит от минимального красного смещения. На основе построенных диаграмм можно определить интервал  $z_{\min} < z < z_{\max}$ , объекты которого вносят доминирующий вклад в общее значение шума путаницы. Следует отметить, что эту область можно определить как значения пересечения 90% персентилей с координатными осями. Численные значения даны в табл. 2. В таблице в первом столбце указана длина волны, выраженная в микронах, второй и третий столбец ограничивают интервал, соответствующий 90% шума путаницы. Полученный результат носит весьма нетривиальный характер: значение  $z_{\min}$  является практически постоянным для всех рассмотренных длин волн. Однако значение  $z_{\text{max}}$ уменьшается от ~4 до ~3 при переходе от коротковолновой полосы 70 мкм к длинноволновой полосе 2000 мкм.

## 4.2. Вклад в шум путаницы от объектов различной светимости

Проанализируем вклад в шум путаницы от объектов с различными светимостями. В использованном нами модельном конусе минимальная и максимальная светимости в инфракрасном диапазоне составляли  $L_{\min} = 10^3 \, L_{\odot}$  и  $L_{\max} = 10^{13} \, L_{\odot}$ . Под инфракрасной светимостью подразумевалось стандартное ее определение как светимость в ин-

**Таблица 3.** Интервал светимостей галактик, которые вносят основной вклад (90%) в шум путаницы на рассмотренных длинах волн

λ, мкм	$\log_{10}(L_{\min}/L_{\odot})$	$\log_{10}(L_{\rm max}/L_{\odot})$
70	6.9	9.1
110	7.1	9.9
250	8.1	11.2
350	9.3	12.0
650	10.7	11.6
850	11.1	11.6
1100	11.2	12.2
2000	10.4	11.7

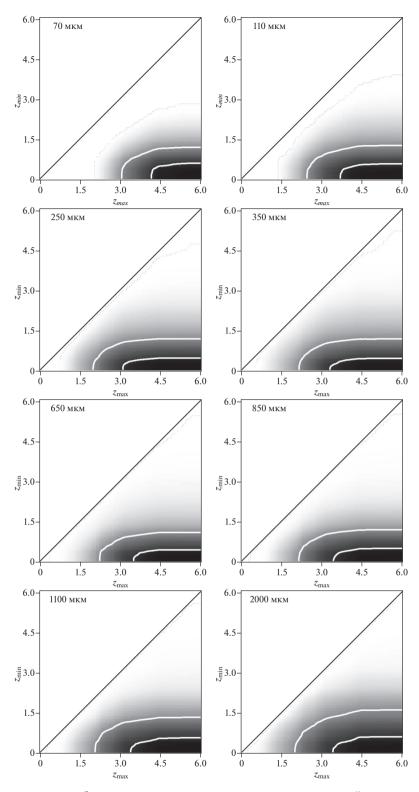
тервале длин волн от 8 до 1000 мкм. Соответствующие диаграммы вкладов от различных интервалов по светимости показаны на рис. 6, также интервалы светимостей объектов, вносящих основной вклад, приведены в табл. 3. Исходя из полученных результатов, можно сделать следующие выводы.

Значения границ  $L_{\rm min}$  и  $L_{\rm max}$  сильно зависят от длины волны. Если на коротких длинах волн основной вклад вносят объекты средних светимостей,  $L \simeq (10^7-10^9)L_{\odot}$ , для 70 мкм, то на бо́льших длинах волн основной вклад вносят объекты с  $L \gtrsim 10^{10.5} L_{\odot}$ . Стоит отметить, что многочисленные слабые галактики с  $L < 10^7 L_{\odot}$  практически не вносят вклад в шум путаницы. Сказанное выше не противоречит распространенному утверждению, что шум путаницы создается далекими неразрешенными галактиками, так как при увеличении длины волны падает угловое разрешение, и основной вклад в шум путаницы вносят объекты с большими светимостями.

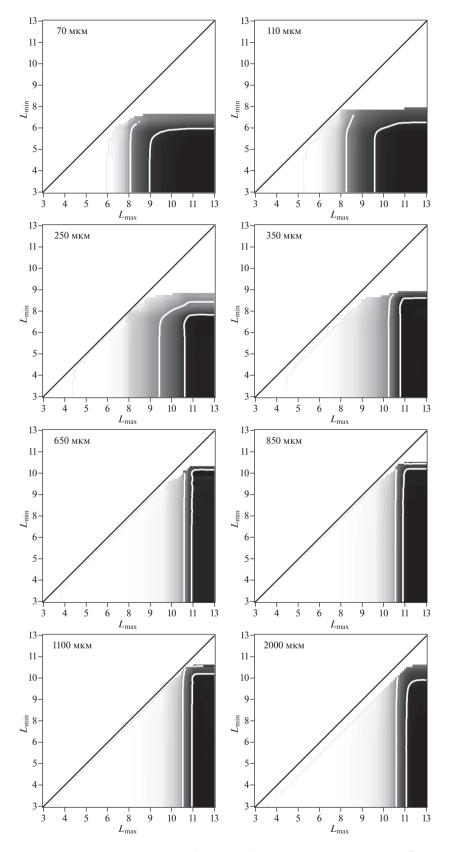
## 4.3. Вклад в шум путаницы от объектов с различными спектральными характеристиками

Из восьми фотометрических полос детекторов КМС и ДМС можно скомбинировать 7 показателей цвета — как разницу потоков в соседних полосах. Для того, чтобы каждая полоса могла входить в определение цветового показателя дважды, мы дополняем набор полос дополнительными коротковолновой (50 мкм) и длинноволновой (3000 мкм) полосами. Для примера рассмотрим полосу, центрированную на длину волны 250 мкм. С ней можно определить два показателя цвета, а именно C(350-250 мкм)  $\equiv \log_{10}(S_{350}/S_{250})$  и  $C(250-110 \text{ мкм}) \equiv \log_{10}(S_{250}/S_{110})$ . Для каждого из них можно ввести максимальное и минимальное значения показателя, например,  $C_{\rm max}$  (250— 110 мкм) и  $C_{\min}$  (250—110 мкм) и оценить шум путаницы, создаваемый только объектами с фиксированным показателем цвета.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Персентиль (перцентиль, центиль, процентиль) – значение (в процентах), которое не превышает с фиксированной вероятностью заданная случайная величина.



**Рис. 5.** Вклад в шум путаницы от объектов в различных интервалах красных смещений от  $z_{\min}$  до  $z_{\max}$ . Восемь панелей, слева направо, сверху вниз соответствуют восьми полосам детекторов КМС и ДМС: 70, 110, 250, 350, 650, 850, 1100 и 2000 мкм. По оси абсцисс отложено максимальное красное смещение  $z_{\max}$  объектов карты, по оси ординат — минимальное красное смещение  $z_{\min}$ . Значения в точке на плоскости соответствуют значению шума путаницы модельной карты, содержащие только объекты с  $z_{\min} < z < z_{\max}$ . Интенсивность серого иллюстрирует значение доли шума путаницы от общего значения. Черный цвет соответствует единице. Белые участки показывают области, где шум путаницы отсутствует. Верхняя треугольная часть, очевидно, не заполнена, так как на ней  $z_{\max} < z_{\min}$ . Белые контуры содержат области с 90 и 50% от максимального значения.



**Рис. 6.** Шум путаницы для различных интервалов инфракрасной светимости от  $L_{\min}$  до  $L_{\max}$ . Расчеты выполнены для характеристик космической обсерватории "Миллиметрон". Восемь панелей слева направо, сверху вниз соответствуют восьми полосам КМС и ДМС. Контурами показаны значения 90 и 50% от общего шума путаницы. Интенсивность серого цвета иллюстрирует значение шума путаницы.

**Таблица 4.** Вклад в шум путаницы источников с различными цветовыми характеристиками

$\lambda_r$ , MKM	$\lambda_0$ , мкм	$\lambda_1$ , mkm	$C_{\min}$	$C_{\max}$
70	70	110	0.14	0.38
70	50	70	0.11	0.35
110	110	250	0.16	0.68
110	70	110	0.18	0.39
250	250	350	-0.19	0.17
250	110	250	0.19	0.75
350	350	650	-0.63	-0.10
350	250	350	-0.21	0.19
650	650	850	-0.37	-0.20
650	350	650	-0.68	-0.08
1100	1100	2000	-0.89	-0.75
1100	850	1100	-0.37	-0.26
2000	2000	3000	-0.61	-0.56
2000	1100	2000	-0.89	-0.75

Наличие диаграммы распределения, показанной на рис. 7, позволяет оценить, одни ли и те же объекты создают шум путаницы в соседних фотометрических полосах. Если, например, оказывается, что основной вклад в шум путаницы на 250 мкм вносят объекты со значительными положительными значениями показателя цвета C(250-110 мкм), то это значит, что на 110 мкм основной вклад в шум путаницы вносят уже другие объекты.

Рассмотрим подробно результаты, показанные на панелях рис. 7. Всего присутствует восемь панелей, для всех полос детекторов обсерватории "Миллиметрон". Каждая панель разделена на две треугольные части. На верхней показан шум путаницы объектов с заданным показателем цвета, определенным по отношению к ближайшей более короткой длине волны, т.е. 250 мкм для 350 мкм, 650 мкм для 850 мкм и так далее. На верхней части панели для 70 мкм показан показатель цвета по отношению к 50 мкм.

На нижней панели показана оценка шума путаницы для ближайшей более длинноволновой полосы, т.е. 350 мкм для 250 мкм и т.д. Интенсивность серого иллюстрирует значение шума путаницы. Белые линии показывают 90 и 50% от общего значения.

Диапазон показателей цвета, объекты с которым вносят основной вклад в шум путаницы, можно определить как интервал, задаваемый точками пересечения линий определенной персентили (к примеру, 90%) с координатными осями. Эти значения сведены в табл. 4, где в первом столбце указана длина волны  $\lambda_r$ , для которой проводились построение карты и оценка шума путаницы, цветовая характеристика вычисляется как разница между длинами волн  $\lambda_1$  и  $\lambda_0$  (3-й и

2-й столбцы соответственно). Значения  $C_{\min}$  и  $C_{\max}$  в 4-м и 5-м столбцах ограничивают 90% общего шума путаницы.

Для большей наглядности выводов, которые можно сделать из рис. 7 и табл. 4, нами был построен дополнительно график (см. рис. 8), который демонстрирует изменение интервала показателей цвета объектов, вносящих основной вклад в шум путаницы.

Из построенного графика видно, что объекты, создающие шум путаницы на 70 мкм, имеют значительный положительный показатель цвета между полосами 110 и 70 мкм. Другими словами, объекты карты, генерирующие шум в полосе 70 мкм, вносят весьма значительный вклад в фон в полосе 110 мкм. Вместе с тем источники, создающие шум на 70 мкм, имеют существенный отрицательный показатель цвета C(50-70 мкм), т.е. эти объекты не вносят существенного вклада во внегалактический фон на ближайшей более коротковолновой полосе. При постепенном смещении к самой длинноволновой полосе, 2000 мкм, ситуация постепенно меняется на противоположную.

Практический смысл этого результата заключается в следующем. Для разрешения шума путаницы, в общем случае, ключевой является информация, полученная на более коротких длинах волн относительно полосы наблюдения. Однако для полос от 70 до 350 мкм включительно важна также и информация с более длинноволновых полос относительно полосы наблюдения.

### 5. ЗАВИСИМОСТЬ ШУМА ПУТАНИЦЫ ОТ ДИАМЕТРА ТЕЛЕСКОПА ДЛЯ РАЗНЫХ ДЛИН ВОЛН

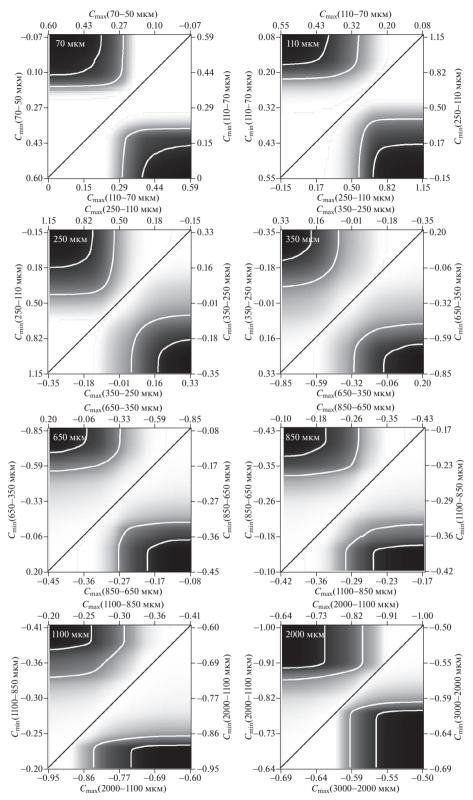
Шум путаницы зависит, в первую очередь, от углового разрешения телескопа, которое определяется по общеизвестной формуле

$$\theta \propto \frac{\lambda}{d}$$
, (3)

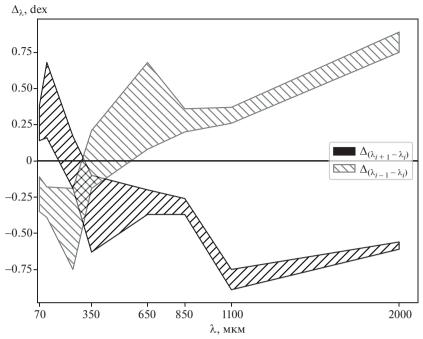
где  $\theta$  — угловое разрешение,  $\lambda$  — длина волны, d — диаметр главного зеркала. Таким образом, можно ожидать увеличения шума путаницы при увеличении длины волны и уменьшения диаметра главного зеркала телескопа. На эти два тренда накладывается влияние непосредственно формы кривой подсчетов источников, а также эффект пространственного распределения объектов.

Полученные нами оценки шума путаницы как функции диаметра телескопа для разных длин волн показаны на рис. 9.

Как было показано в работе [6], для телескопа с диаметром главного зеркала d=10 м шум путаницы имеет пик на длине волны  $\lambda \simeq 300$  мкм. Однако при переходе к бо́льшим диаметрам главно-



**Рис. 7.** Вклад в шум путаницы от источников с различными показателями цвета. Слева направо, сверху вниз показаны оценки для восьми полос детекторов КМС и ДМС. На верхней левой панели показана диаграмма для длины волны 70 мкм. Верхняя часть графика показывает распределение для  $C_{\min}(70-50 \text{ мкм}) \leq C(70-50 \text{ мкм}) \leq C_{\max}(70-50 \text{ мкм})$ . Нижняя часть показывает оценки шума путаницы для объектов с  $C_{\min}(110-70 \text{ мкм}) \leq C(110-70 \text{ мкм}) \leq C_{\max}(110-70 \text{ мкм})$ . На панели номер N показаны оценки для полосы N детекторов обсерватории "Миллиметрон". Нижняя часть графика показывает оценки шума для разных значений разности потоков между полосами N+1 (более длинноволновой) и N. Верхняя панель — между полосами N и N-1 (более коротковолновой). Белые сплошные линии очерчивают области, содержащие 50 и 90% от общего значения шума путаницы.



**Рис. 8.** Зависимость интервала показателей цвета, объекты в котором создают 90% шума путаницы, от длины волны. Черная штрихованная область показывает диапазон значений для ближайшей более длинноволновой полосы (к примеру, *C*(250—110) мкм для 110 мкм). Серая штрихованная область показывает диапазон значений для ближайшей более коротковолновой полосы (к примеру, *C*(70—110 мкм) для 110 мкм).

го зеркала ситуация меняется, и шум путаницы продолжает увеличиваться с ростом длины волны. Также хотелось бы отметить, что для четырех самых коротких из рассмотренных длин волн, а именно: 70, 110, 250, 350 мкм шум путаницы быстро уменьшается с увеличением разрешающей способности телескопа. Для больших длин волн снижение гораздо более плавное и, что существенно, само значение шума перестает зависеть от длины волны.

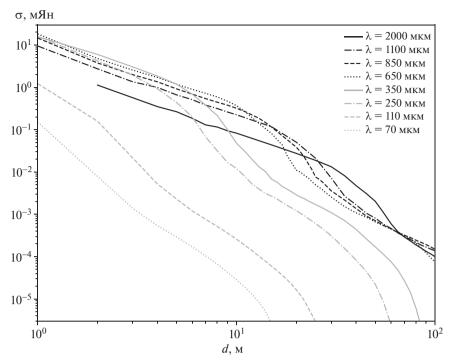
Здесь уместно сделать следующее замечание. Шум путаницы зависит не только от подсчетов источников и углового разрешения, но и от эффективного телесного угла диаграммы направленности. Боковые лепестки, даже будучи сравнительно слабыми, могут занимать значительную площадь и яркие объекты в них могут вносить вклад в оценки шума. Данная задача является предметом будущего исследования, когда будет достоверно известна форма диаграммы направленности телескопа "Миллиметрон".

### 6. ОЦЕНКА ПЕРЕМЕННОСТИ ВНЕГАЛАКТИЧЕСКОГО ФОНА

Исследования в дальнем ИК диапазоне нацелены не только на неизменные объекты, большой интерес представляют различные транзиентные явления. Например, малые тела Солнечной системы на расстояниях больше 30 а.е. обладают температурами меньше 50 К, и максимум их теп-

лового излучения приходится на дальний ИК диапазон. Наблюдения теплового излучения используются для определения важнейших характеристик транснептуновых объектов: их размеров и альбедо [35, 36]. Нетрудно оценить, что при температуре 50 К, расстоянии 30 а.е. и диаметре объекта 1 км плотность потока излучения от абсолютно черного тела в диапазоне 70 мкм будет составлять  $7 \times 10^{-5}$  мЯн, а значит, такой объект может быть детектирован телескопом "Миллиметрон". Для выделения излучения объекта из фона (см. табл. 1) можно было бы использовать тот факт, что объект на таком расстоянии движется со скоростью около 20" в сутки (оценка сделана для круговой орбиты). При условии, что фон не меняется во времени, получение и вычитание пары изображений области неба с транснептуновым объектом дало бы необходимую информацию о его тепловом излучении. В этом разделе мы выясним, в какой степени фоновое излучение можно считать неизменным.

Излучение звезд, пыли и газа в галактиках можно уверенно считать постоянным на временных масштабах астрономических наблюдений. Однако нельзя сказать того же об активных ядрах галактик. При этом, как было показано, к примеру, в [6], АГЯ вносят заметный вклад в спектр внегалактического фона в полосах 70 и 110 мкм. Для оценки влияния переменности нами были созданы серии модельных карт для наблюдений в течении одного года с шагом в 1 день. Для того, чтобы



**Рис. 9.** Зависимость шума путаницы от диаметра зеркала телескопа для ряда длин волн. По оси абсцисс отложен диаметр зеркала, по оси ординат — шум путаницы. Черный цвет соответствует полосам ДМС, серый — полосам КМС.

для каждой даты обозначить вклад от активных ядер, нами был применен следующий подход.

Метод моделирования кривых переменности активных галактических ядер описан в целом ряде работ (см., напр., [37, 38]). Нами была использована именно эта методика. Кривая переменности АГЯ задается как стохастический процесс ковариационной матрицей сигнала в виде:

$$cov(\Delta t) = \sigma_s^2 \exp\left(-\left(\frac{|\Delta t|}{\tau}\right)^{\beta}\right), \tag{4}$$

где  $\tau > 0$  — временной масштаб декорреляции,  $\sigma_s^2$  — дисперсия сигнала,  $\Delta t = t_i - t_j$  — разница по времени между i-й и j-й точками на кривой, параметр  $0 < \beta < 2$ , где  $\beta = 1$  соответствует процессу DRW (Damped Random Walk — демпфированное случайное блуждание).

Для симуляции кривой переменности с N точками создается  $(N \times N)$  ковариационная матрица сигнала в виде:

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} \sigma_s^2 & \sigma_s^2 e^{-\left(\frac{|t_1 - t_2|}{\tau}\right)^{\beta}} & \dots & \sigma_s^2 e^{-\left(\frac{|t_1 - t_N|}{\tau}\right)^{\beta}} \\ \sigma_s^2 e^{-\left(\frac{|t_2 - t_1|}{\tau}\right)^{\beta}} & \sigma_s^2 & \dots & \sigma_s^2 e^{-\left(\frac{|t_2 - t_N|}{\tau}\right)^{\beta}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_s^2 e^{-\left(\frac{|t_N - t_1|}{\tau}\right)^{\beta}} & \sigma_s^2 e^{-\left(\frac{|t_N - t_2|}{\tau}\right)^{\beta}} & \dots & \sigma_s^2 \end{pmatrix}$$
 (5)

Эта матрица должна быть подвергнута разложению  $\mathbf{Y}_{\mathbf{Q}}$ 

Холецкого в виде  $\mathbf{C} = \mathbf{L}^T \mathbf{L}$ , где  $\mathbf{L}$  — верхняя треугольная матрица. По известным формулам разложение Холецкого вычисляется следующим образом

$$l_{11} = \sqrt{a_{11}},$$

$$l_{j1} = \frac{a_{j1}}{l_{11}}, \quad j \in [2, n],$$

$$l_{ii} = \sqrt{a_{ii} - \sum_{p=1}^{i-1} l_{ip}^2}, \quad i \in [2, n],$$

$$l_{ji} = \frac{1}{l_{ii}} \left( a_{ji} - \sum_{p=1}^{i-1} l_{ip} l_{jp} \right),$$

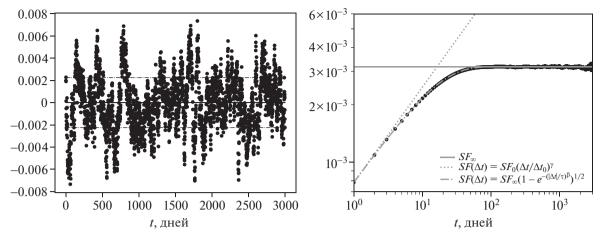
$$i \in [2, n-1], \quad j \in [i+1, n],$$
(6)

где  $l_{ij}$  — элемент матрицы Холецкого,  $a_{ij}$  — элемент ковариационной матрицы. Вычисления производятся сверху вниз слева направо.

Структурная функция вычисляется как:

$$SF_{\text{obs}}(\Delta t) = \sqrt{\frac{1}{N_{\Delta t \text{ pairs}}}} \sum_{i=1}^{N_{\Delta t \text{ pairs}}} (y(t) - y(t + \Delta t))^2, \quad (7)$$

где y(t) — кривая переменности, суммирование идет по всем парам точек, разделенным временным интервалом  $\Delta t$ . Асимптотическая переменность  $SF_{\infty}$  в таком случае связана с амплитудой переменности как  $SF_{\infty} = \sqrt{2}\sigma$ , и, в свою очередь,



**Рис. 10.** Слева — пример модельной кривой блеска АГЯ с параметрами  $\log SF_{\infty} = -2.8$  и  $\log \tau = 1.2$ . По горизонтальной оси отложено время, выраженное в единицах дней, по вертикальной оси — изменение абсолютной величины. Сплошная горизонтальная линия обозначает  $\Delta S = 0$ . Двумя штрихпунктирными линиями отмечены значения  $\Delta S = +\sigma_s$  и  $\Delta S = -\sigma_s$ . Справа — структурная функция, построенная по модельным данным. Черные точки — оценка на основе модельной кривой, показанной слева. Горизонтальная сплошная линия показывает значение  $SF_{\infty}$ . Серой штрихпунктирной линией показана теоретическая кривая на основе формулы (11). Пунктирная линия обозначает асимптоту для случая  $\gamma = 0.5$ .

кривая переменности может быть представлена как  $\mathbf{y} = \mathbf{Lr}$ , где  $\mathbf{r}$  — вектор гауссовых отклонений с дисперсией, равной единице.

Вкратце, такой случайный процесс задается следующим образом. Цепочка симулированных данных начинается с  $s_1 = G(\sigma^2)$ , где  $G(x^2)$  — гауссово отклонение с дисперсией  $x^2$ . Последующие точки кривой определяются как

$$s_{i+1} = s_i e^{-\Delta t/\tau} + G[\sigma^2 (1 - e^{-2\Delta t/\tau})],$$
 (8)

где  $\Delta_t = t_{i+1} - t_i$  — временной интервал.

Таким образом, для моделирования кривых переменности АГЯ необходимо связать массу центральной черной дыры в ядре,  $M_{\rm BH}$  и светимость L в ИК диапазоне с параметрами  $\sigma$  и  $\tau$ . Подобное соотношение было получено в [39]:

$$\log f = A + B \log \left( \frac{\lambda_{\text{RF}}}{4000 \,\text{Å}} \right) + C(M_i + 23) +$$

$$+ D \log \left( \frac{M_{\text{BH}}}{10^9 M_{\odot}} \right) + E \log(1 + z), \tag{9}$$

где f — параметр  $SF_{\infty}$  или  $\tau$ ,  $\lambda_{\rm RF}$  — длина волны в системе отсчета, связанной с источником,  $M_i$  — абсолютная величина в i полосе SDSS (7625 Å), z — красное смещение. Численные значения данных коэффициентов приведены в указанной выше работе.

Для того, чтобы на основе информации о болометрической светимости оценить абсолютную звездную величину, требуется информация о форме спектра. Для данных расчетов нами был

использован спектр АГЯ первого типа из работы [23]. Фотометрическая величина вычисляется по известной формуле

$$m_{AB} = -2.5\log_{10} f_{v} - 48.60,$$
 (10)

где поток выражается в единицах [эрг  $c^{-1}$   $cm^{-2}$   $\Gamma u^{-1}$ ].

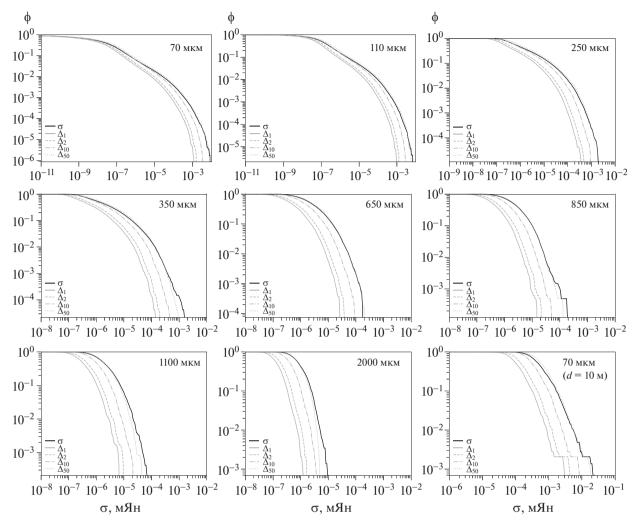
Таким образом, учитывая разброс параметров активных галактических ядер в симуляции eGalICS, нами была создана библиотека кривых изменения блеска для сетки параметров:  $-2.8 \le SF_{\infty} \le 1.0, 0.6 \le \tau \le 3.7$ , с шагом 0.1, причем для каждой пары значений вычислялось 100 случайных кривых, из которых впоследствии и производился выбор случайным образом для каждого АГЯ. Пример такой кривой блеска приведен на рис. 10 слева, соответствующая структурная функция показана на рис. 10 справа. Выражение для структурной функции для рассмотренного здесь процесса DRW выглядит следующим образом:

$$SF(\Delta t) = SF_{\infty} (1 - e^{-(|\Delta t|/\tau)^{\beta}})^{1/2}. \tag{11}$$

Как можно видеть, теоретическая структурная функция и полученная из модельных данных хорошо согласуются между собой.

Далее для каждого АГЯ была выбрана соответствующая кривая переменности и созданы модельные карты.

Для оценки переменности в каждом отдельно взятом пикселе мы воспользовались следующими двумя критериями. Во-первых, можно оценить дисперсию значения потока в данном пикселе. Во-вторых, также мы использовали распространенный критерий оценки переменности, определяемый как ширина распределения изменения



**Рис. 11.** Интегральные распределения параметров переменности на модельных картах для восьми полос детекторов космической обсерватории "Миллиметрон". Слева направо, сверху вниз: 70, 110, 250, 350, 650, 850, 1100 и 2000 мкм. По оси абсцисс отложено значение потока, выраженное в миллиЯнских, по оси ординат — доля площади модельной карты. Интервал на данной оси выбран от одного пикселя до 100% площади. Показаны значения дисперсии  $\sigma$ , а также  $\Delta_1$ ,  $\Delta_2$ ,  $\Delta_{10}$  и  $\Delta_{50}$ . Правая нижняя панель показывает график для 70 мкм, но с таким же угловым разрешением, как для 2000 мкм при диаметре зеркала 10 м.

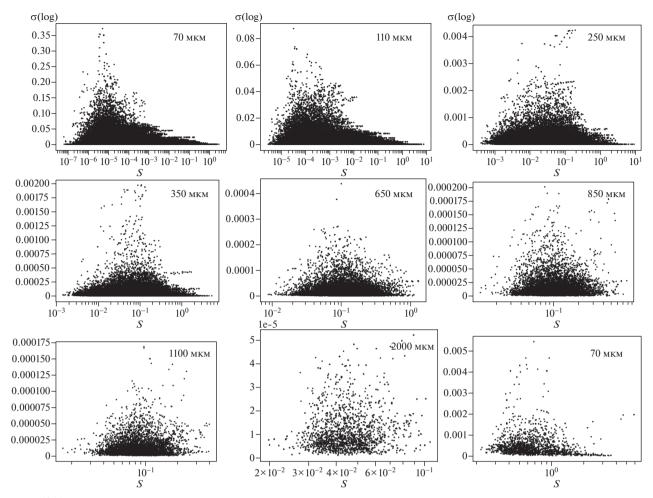
потока за заданный интервал времени (см., напр., [40]). На рис. 11 показаны оценки для интервала в 1 день, 2, 10 и 50 дней. На данном графике можно видеть достаточно очевидный тренд — при увеличении интервала значение структурной функции приближается к значению дисперсии потока.

Таким образом, можно сделать вывод, что для космической обсерватории "Миллиметрон" в текущей конфигурации с диаметром главного зеркала d=10 м заметное количество пикселей будет демонстрировать переменность только для коротковолновых полос: 70, 110, 250 и 350 мкм. Более того, необходимо отметить, что данный эффект не обосновывается исключительно ухудшением углового разрешения при увеличении длины волны. На правой нижней панели рис. 11 показаны результаты расчетов для 70 мкм с разре-

шением, как на 2000 мкм при диаметре главного зеркала 10 м (это соответствует зеркалу с диаметром 35 см). Как можно видеть, и при таком угловом разрешении переменность присутствует.

Также нами были построены зависимости дисперсии логарифмического значения потока в пикселе от потока (см. рис. 12). На данных графиках уменьшение роли переменности с увеличением длины волны заметно еще более четко, что видно по масштабу вертикальных осей. Также можно сделать важный вывод, что переменными являются не несколько ярких объектов, а большое количество достаточно слабых участков модельной карты.

Суммируя, можно сказать, что на длинах волн 70—350 мкм переменность фона на временных масштабах от дня до года начинает проявляться



**Рис. 12.** Зависимость дисперсии логарифмического значения потока в пикселях от среднего значения потока в пикселе. Восемь панелей соответствуют восьми полосам детекторов обсерватории "Миллиметрон". Слева направо, сверху вниз: 70, 110, 250, 350, 650, 850, 1100 и 2000 мкм. На правой нижней панели показаны данные для 70 мкм с разрешением, соответствующим диаметру зеркала 35 см (аналогично разрешению "Миллиметрона" на 2000 мкм).

для плотностей потока ниже и порядка 1 мкЯн. Это накладывает ограничения на возможность детектировать слабые транзиентные явления или использовать движение слабых транснептуновых объектов, свободно-летающих планет и т.п. для выделения их из фона. При планировании наблюдений таких объектов с потоками менее 1 мкЯн необходимо продумать способ, как отличить полезный сигнал от флуктуаций потока ядер далеких галактик.

### 7. ВЫВОДЫ

В данной работе был исследован вклад в шум путаницы от объектов на различных красных смещениях, различающихся своими светимостями и спектральными характеристиками. Расчеты были проведены для восьми полос фотометрических детекторов космической обсерватории "Миллиметрон" с диаметром главного зеркала  $d=10\,$  м. Также была построена зависимость шума путани-

цы от диаметра главного зеркала телескопа для разных длин волн.

По итогам данной работы можно сделать следующие выводы.

- Учет крупномасштабной структуры является критичным необходимым фактором при создании модели. Отсутствие такого учета приводит к весьма значительной недооценке шума путаницы.
- Гравитационное линзирование не является существенным фактором при создании шума путаницы.
- При рассмотрении вопроса, галактики какого диапазона красных смещений вносят основной вклад, прослеживается следующая тенденция: минимальное красное смещение не зависит от длины волны и составляет  $z_{\rm min} \sim 0.5-0.6$ , максимальное красное смещение при переходе от 70 до 2000 мкм плавно изменяется от  $\sim$ 4 до  $\sim$ 3.
- На коротких длинах волн в шум путаницы вносят вклад в основном галактики со светимо-

стями в диапазоне  $(10^7 - 10^9)L_{\odot}$ , в то время как на больших длинах волн основной вклад вносят яркие галактики с  $L \ge 10^{10}L_{\odot}$ .

- На коротких длинах волн шум путаницы создают объекты, которые вносят существенный вклад во внегалактический фон в ближайшей длинноволновой полосе и сравнительно малый вклад в фон в соседнюю коротковолновую полосу, т.е. с крутыми спектрами, растущими с длиной волны. При переходе к большим длинам волн ситуация плавно меняется на противоположную.
- Была произведена оценка переменности фона на модельных картах. Для этого была создана серия карт за один год с шагом по времени в один день. Переменность присутствует на картах для самых коротковолновых детекторов обсерватории "Миллиметрон". Приведены ее численные оценки.

Отдельно хотелось бы указать на принципиальную возможность из оценок параметров шума путаницы, полученных из реальных будущих наблюдений, вывести ограничения на параметры моделей эволюции галактик с красным смещением.

### ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа была поддержана проектом ФИАН ННГ-41-2020. Е. В. М. и В. Н. Л. были также частично поддержаны грантом РФФИ 19-02-00199.

#### БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы благодарят рецензента за сделанные замечания, что позволило прояснить некоторые аспекты работы.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. A. Men'shchikov, Ph. André, P. Didelon, F. Motte, M. Hennemann, and N. Schneider, Astron. and Astrophys. **542**, id. A81 (2012).
- A. Men'shchikov, Astron. and Astrophys. 560, id. A63 (2013).
- 3. *A. Men'shchikov*, Astron. and Astrophys. **607**, id. A64 (2017).
- 4. A. Asboth, A. Conley, J. Sayers, M. Béthermin, et al., Monthly Not. Roy. Astron. Soc. 462, 1989 (2016).
- C. D. Dowell, A. Conley, J. Glenn, V. Arumugam, et al., Astrophys. J. 780, id. 75 (2014).
- 6. A. A. Ermash, S. V. Pilipenko, and V. N. Lukash, Astron. Letters **46**, 298 (2020).
- 7. D. Liu, E. Daddi, M. Dickinson, F. Owen, et al., Astrophys. J. **853**(2), id. 55 (2018).
- 8. C. C. Hayward, D. Narayanan, D. Kereš, P. Jonsson, P. F. Hopkins, T. J. Cox, and L. Hernquist, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **428**, 2529 (2013).
- 9. *A. Rahmati and P. P. van der Werf*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **418**, 176 (2011).
- 10. *H. Dole, G. Lagache, and J.-L. Puget*, Astrophys. J. **585**, 617 (2003).

- 11. R. Chary and D. Elbaz, Astrophys. J. **556**, 562 (2001).
- 12. C. G. Lacey, C. M. Baugh, C. S. Frenk, A. J. Benson, et al., Monthly Not. Roy. Astron. Soc. 405, 2 (2010).
- W. I. Cowley, C. G. Lacey, C. M. Baugh, and S. Cole, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. 446, 1784 (2015).
- 14. A. M. Swinbank, C. G. Lacey, I. Smail, C. M. Baugh, et al., Monthly Not. Roy. Astron. Soc. 391, 420 (2008).
- 15. *F. Fontanot and P. Monaco*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **405**, 705 (2010).
- M. Cousin, G. Lagache, M. Bethermin, J. Blaizot, and B. Guiderdoni, Astron. and Astrophys. 575, id. A32 (2015).
- 17. M. Cousin, G. Lagache, M. Bethermin, and B. Guiderdoni, Astron. and Astrophys. 575, id. A33 (2015).
- 18. N. S. Kardashev, Astron. Rep. **61**, 310 (2017).
- 19. N. S. Kardashev, I. D. Novikov, V. N. Lukash, S. V. Pilipenko, et al., Physics Uspekhi 57, 1199 (2014).
- 20. A. V. Smirnov, A. M. Baryshev, S. V. Pilipenko, N. V. Myshonkova, et al., in Space Telescopes and Instrumentation 2012: Optical, Infrared, and Millimeter Wave, Proc. SPIE 8442, id. 84424C (2012).
- 21. S. V. Pilipenko, M. V. Tkachev, A. A. Ermash, T. I. Larchenkova, E. V. Mikheeva, and V. N. Lukash, Astron. Letters 43, 644 (2017).
- L. Silva, G. L. Granato, A. Bressan, and L. Danese, Astrophys. J. 509, 103 (1998).
- 23. J. Lyu and G. H. Rieke, Astrophys. J. **841**, id. 76 (2017).
- 24. C. C. Hayward, P. S. Behroozi, R. S. Somerville, J. R. Primack, J. Moreno, and R. H. Wechsler, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **434**, 2572 (2013).
- 25. N. Fernandez-Conde, G. Lagache, J.-L. Puget, and H. Dole, Astron. and Astrophys. 481, 885 (2008).
- 26. H. T. Nguyen, B. Schulz, L. Levenson, A. Amblard, et al., Astron. and Astrophys. **518**, L5 (2010).
- 27. G. Marsden, P. A. R. Ade, J. J. Bock, E. L. Chapin, et al., Astrophys. J. **707**, 1729 (2009).
- R. Leiton, D. Elbaz, K. Okumura, H. S. Hwang, et al., Astron. and Astrophys. 579, id. A93 (2015).
- 29. M. Béthermin, H.-Y. Wu, G. Lagache, I. Davidzon, et al., Astron. and Astrophys. **607**, id. A89 (2017).
- 30. J. Blaizot, Y. Wadadekar, B. Guiderdoni, S. T. Colombi, et al., Monthly Not. Roy. Astron. Soc. 360, 159 (2005).
- 31. M. Demianski and A. G. Doroshkevich. Astron. and Astrophys. 422, 423 (2004).
- 32. S. Berta, B. Magnelli, R. Nordon, D. Lutz, et al., Astron. and Astrophys. 532, id. A49 (2011).
- 33. M. Béthermin, E. Le Floc'h, O. Ilbert, A. Conley, et al., Astron. and Astrophys. **542**, id. A58 (2012).
- C. C. Hayward, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. 432, L85 (2013).
- 35. E. Vilenius, C. Kiss, M. Mommert, T. Müller, et al., Astron. and Astrophys. **541**, id. A94 (2012).
- 36. E. Vilenius, J. Stansberry, T. Müller, C. Kiss, et al., Astron. and Astrophys. **618**, id. A136 (2018).
- S. Kozłowski, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. 459(3), 2787 (2016).
- 38. S. Kozłowski, Astrophys. J. 826, id. 2 (2016).
- 39. C. L. MacLeod, Ž. Ivezić, C. S. Kochanek, S. Kozłowski, et al., Astrophys. J. **721**(2), 1014 (2010).
- 40. K. L. Smith, R. F. Mushotzky, P. T. Boyd, M. Malkan, S. B. Howell, and D. M. Gelino, Astrophys. J. 857, id. 141 (2018).

### БЛАЗАР 1156+295: ПЕРЕМЕННОСТЬ В 2005-2020 ГОДАХ

© 2021 г. В. А. Гаген-Торн<sup>1, \*</sup>, Д. А. Морозова<sup>2</sup>, С. С. Савченко<sup>1</sup>, Е. И. Гаген-Торн<sup>3</sup>, Ю. В. Миланова <sup>1</sup>, Л. В. Шаляпина<sup>1</sup>, А. А. Васильев<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Санкт-Петербургский государственный университет, Кафедра астрофизики, Санкт-Петербург, Россия <sup>2</sup>Санкт-Петербургский государственный университет, Лаборатория наблюдательной астрофизики, Санкт-Петербург, Россия

<sup>3</sup>Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, Санкт-Петербург, Россия \*E-mail: hth-home@yandex.ru

Поступила в редакцию 04.05.2021 г. После доработки 15.07.2021 г. Принята к публикации 27.07.2021 г.

Приводятся и анализируются результаты мониторинговых наблюдений блазара 1156+295 в радио, оптическом и гамма диапазонах в 2005-2020 гг. После длительного относительного спокойствия в конце 2017 г. произошло резкое увеличение активности во всех спектральных диапазонах от радио до гамма. Изучена связь между событиями, происходившими в разных диапазонах. Фотометрическая переменность в оптико-инфракрасной области объяснена присутствием переменного компонента с постоянным в среднем степенным относительным распределением энергии в спектре  $(F_{\rm V} \sim {\rm V}^{-1.4})$ . Выделены отдельные источники поляризованного излучения с относительно высокой степенью поляризации. Синхротронная природа компонентов, ответственных за активность, не вызывает сомнения. В ходе РСДБ наблюдений найдены 4 компонента, двигавшихся со сверхсветовыми скоростями; установлена связь между моментами их появления и событиями во всех диапазонах. Отмечено, что различие в величинах спектральных индексов для разных временных интервалов не позволяет объяснить переменность потока только геометрическими причинами (изменением Доплер-фактора из-за изменения угла между лучом зрения и направлением субсветового движения излучающего ансамбля электронов). Распределения электронов по энергиям в ансамблях для разных временных интервалов должны быть различными.

Ключевые слова: блазары, переменность, фотометрия, поляриметрия, радиоструктура

**DOI:** 10.31857/S0004629921120033

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Блазар 1156+295 (z = 0.729 [1]), демонстрирующий переменность потока во всех диапазонах электромагнитного спектра от радио до гамма, исследуется уже нескольких десятилетий. В оптической области спектра первые результаты его пятицветных наблюдений [2, 3] показали переменность потока в период между 08.01.1983 г. и 14.06.1984 г. и высокую степень поляризации. Анализ этих фотометрических данных был проведен в работе [4], где был установлен степенной характер спектра источника, ответственного за переменность. Наличие высокой степени поляризации позволило сделать вывод о его синхротронной природе.

Имеется много работ, сообщающих результаты изучения объекта в радиодиапазоне; среди них как работы мониторингового характера $^1$ , так и

<sup>1</sup> http://www.astro.lsa.umich.edu/obs/radiotel/umrao.php

работы по РСДБ наблюдениям [5]. Излучение объекта в гамма диапазоне зафиксировано космической обсерваторией Ферми [6].

В настоящей статье приводятся результаты мониторинговых оптических и ИК наблюдений блазара 1156+295, ведущихся в Санкт-Петербургском (СПбГУ) и Бостонском университетах и их анализ; результаты РСДБ наблюдений, полученные группой Бостонского университета, и их анализ (продолжение исследований, опубликованных в работе [5]), а также сопоставление свойств переменности в разных спектральных диапазонах.

### 2. НАБЛЮДАТЕЛЬНЫЙ МАТЕРИАЛ

В СПбГУ фотометрические наблюдения проводились в полосах *B*, *V*, *R*, *I* на 70-см телескопе Крымской астрофизической обсерватории и на 40-см телескопе Астрономического института Санкт-Петербургского университета, оснащенных идентичными ПЗС фотометрами-поляри-

метрами. Методика наблюдений и обработки описана в [7]. Группа Бостонского университета вела наблюдения в тех же спектральных полосах на 1.8-м телескопе Перкинс обсерватории Лоуелл (Флагстафф, Аризона) с фотометром-поляриметром PRISM [8]. Использованы также имеющиеся в открытом доступе данные обсерватории Стюарда (http://james.as.arizona.edu/psmith/Fermi/). Систематических различий между рядами наблюдений нет. Ошибки фотометрических оценок не превышают 0.03<sup>m</sup>.

Наблюдения в ИК диапазоне (полосы *J*, *H*, *K*) получены в обсерватории Кампо-Императоре на 1.2-м телескопе с камерой SWIRCAM. Методика наблюдений и обработки описаны в [7].

Для перехода от звездных величин к плотностям потоков, используемым при дальнейшем анализе, использовалась калибровка из работы [9] (далее для краткости вместо "плотность потока" будем говорить "поток"). Усредненные на JD значения потоков приведены на рис. 1. На наиболее заполненной наблюдениями панели для полосы *R* видно, что поток в максимуме почти в 50 раз превышает минимальные значения. Можно заметить, что характер изменения потока различен в 2006—2016 и 2017—2019 гг. На первом интервале сохраняется минимальный поток, прерываемый отдельными вспышками умеренной интенсивности; на втором интервале объект демонстрирует бурную активность.

Поляризационные наблюдения выполнялись либо в полосе R (на 70-см и 1.8-м телескопах), либо в широкой полосе с эффективной длиной волны, близкой к длине волны для полосы R (на 40-см телескопе). Методика поляризационных наблюдений и обработки описаны в [7, 8]. Для большей части наблюдений ошибки в степени и направлении поляризации не превышают 2% и нескольких градусов. Результаты поляризационных наблюдений приведены на рис. 2 на первых двух панелях (в третьей для удобства сопоставления приведена кривая блеска в полосе R). Видно, что степень поляризации изменяется в широких пределах, достигая в максимуме 43%; среди направлений поляризации встречаются все возможные значения, причем явного преимущественного направления не наблюдается.

Для анализа в гамма-диапазоне использовались данные, полученные космической обсерваторией Ферми в диапазоне 0.1-200 ГэВ. При обработке использовалось стандартное программное обеспечение [10]. Результаты, полученные с использованием адаптивного бинирования, приведены на нижней панели рис. 3 (вместе с кривой блеска в полосе R для удобства сопоставления).

Объект 1156+295 входит в выборку ярких в гамма диапазоне блазаров, для которых группой из Бостонского университета проводятся мони-

торинговые наблюдения на РСДБ-сети VLBA на частоте 43 ГГц (данные для всех эпох доступны по адресу http://www.bu.edu/blazars/VLBAproject.ht-ml). Используемые нами VLBA-данные были прокалиброваны и обработаны способом, описанным в работе [11]. Нами были использованы результаты наблюдений в полном потоке для 66 эпох в интервале 26.02.2013—01.01.2020. Каждое изображение было промоделировано набором компонент с круговым гауссовским распределением яркости в программном пакете Difmap. Эти результаты были использованы в дальнейшем для изучения кинематики джета.

### 3. АНАЛИЗ ФОТОМЕТРИЧЕСКИХ ДАННЫХ

Поскольку на кривой блеска 1156+295 видно изменение характера переменности в области JD 2457650, вначале мы провели анализ на периодичность для ряда, ограниченного этой датой. Использовались данные для полосы R, наиболее обеспеченной наблюдениями. Была построена периодограмма Ломба-Скаргла, широко применяемая при поиске периодичности в неравномерных временных рядах. Результат вычисления периодограммы показан на рис. 4 (нижняя панель). Поскольку наблюдаемая периодограмма представляет собой свертку истинной периодограммы и оконной функции, рис. 4 содержит также периодограмму оконной функции (верхняя панель). Периодограмма оконной функции содержит пик на частоте  $0.00274 \,\mathrm{d}^{-1}$  (период  $364.96 \,\mathrm{d}$ , годичная скважность наблюдений). На периодограмме кривой блеска два пика: наиболее высокий на частоте  $0.00132\ d^{-1}$  (период 757.6 d) и второй по высоте на частоте  $0.00400 \text{ d}^{-1}$  (период 250.0 d). При этом частота второго пика с хорошей точностью совпадает с суммой частот первого пика и пика в периодограмме оконной функции (0.00132 + +0.00274 = 0.00406); это указывает, что он ложный. Отметим, что близкое к нашему значение периода было найдено по результатам радио наблюдений в [12]. После JD 2457650 данная периодичность нарушается.

Наблюдаемые изменения блеска блазаров, как правило, сопровождаются изменениями показателей цвета, которые часто связывают с цветовой переменностью ответственного за активность источника. Легко понять, однако, что в случае различий в распределении энергии в спектрах постоянного и переменного компонентов наблюдаемая цветовая переменность может объясняться изменением вклада переменного компонента в суммарное наблюдаемое излучение. Некорректный учет вклада ненаблюдаемого непосредственно постоянного компонента приводит к ошибочному определению вклада компонента переменного. Это приводит к неверному определению свойств источника, ответственного за активность.

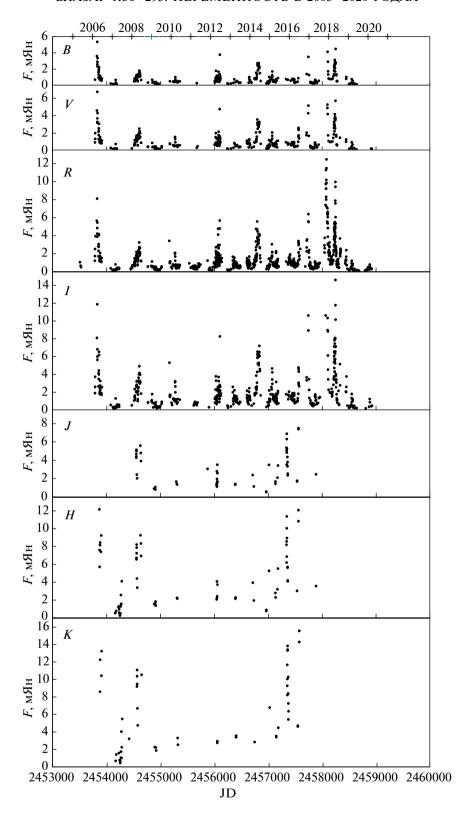


Рис. 1. Переменность 1156+295 в оптико-инфракрасной области спектра.

В связи с этим важно получить сведения о цветовых характеристиках ответственного за активность источника *непосредственно* по полученным

в ходе наблюдений фотометрическим данным. Иногда это оказывается возможным. Соответствующая методика анализа данных подробно из-

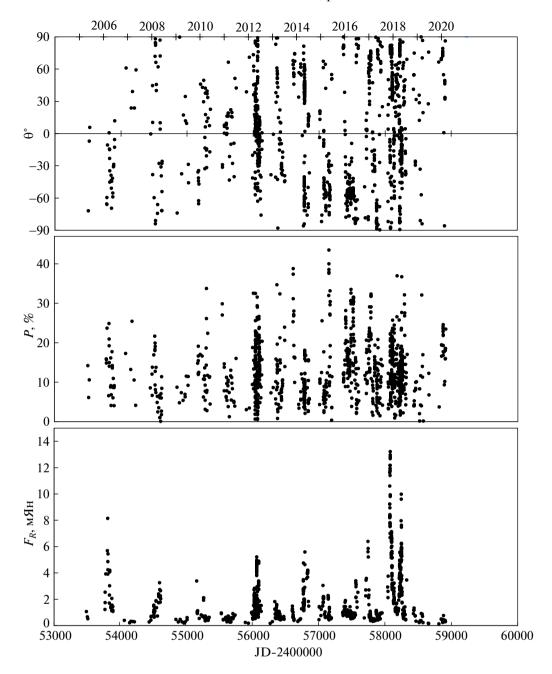


Рис. 2. Результаты поляризационных наблюдений в полосе *R*.

ложена в [13], а результаты ее успешного применения при исследовании блазаров опубликованы в ряде статей (например, [14, 15].

Суть методики состоит в построении для пары полос диаграмм "поток-поток", на которых представляющие одновременные наблюдения точки в случае неизменности цветовых характеристик переменного компонента на данном временном интервале лежат на прямых линиях. Обратное тоже верно. Расположение точек на прямых линиях указывает на неизменность цветовых характеристик переменного компонента, а угловые коэф-

фициенты прямых дают отношения потоков переменного компонента в рассматриваемых полосах. Многоцветные наблюдения переменности дают, таким образом, относительное распределение энергии в спектре переменного компонента. Уклонение точек от прямых указывает на изменение на данном временном интервале цветовых характеристик переменного компонента; в этом случае метод неприменим.

Диаграммы "поток-поток" для всего массива наблюдательных данных приведены на рис. 5. В качестве базовых полос выбраны полосы R (в

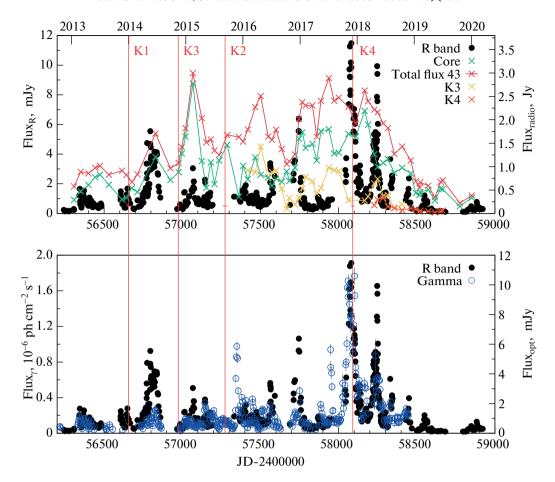


Рис. 3. Сопоставление переменности 1156+295 в разных диапазонах.

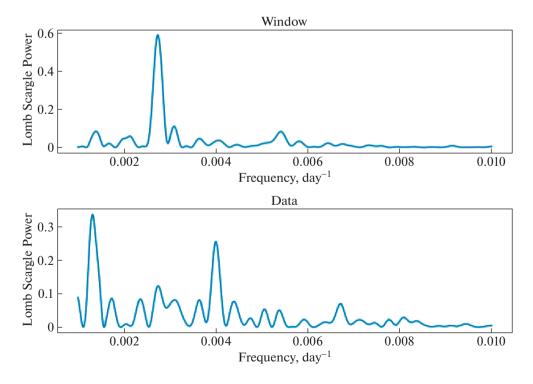


Рис. 4. К поиску периодичности в изменениях блеска 1156+295 в оптическом диапазоне.

Полоса	lg v	$(F_i/F_R)^{\text{obs}}$	$C_{iR}$	$(F_i/F_R)^{\text{corr}}$	$\lg(F_i/F_R)^{\mathrm{corr}}$	$\lg(F_i/F_R)^{\text{obs}}$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
В	14.833	$0.596 \pm 0.005$	1.03	$0.614 \pm 0.005$	$-0.212 \pm 0.004$	$-0.224 \pm 0.004$
V	14.736	$0.787 \pm 0.003$	1.01	$0.795 \pm 0.003$	$-0.100 \pm 0.002$	$-0.104 \pm 0.002$
R	14.670	1.0	1.0	1.0	0.0	0.0
I	14.574	$1.511 \pm 0.004$	0.99	$1.500 \pm 0.004$	$0.175 \pm 0.002$	$0.179 \pm 0.002$
J	14.387	$2.800 \pm 0.143$	0.98	$2.744 \pm 0.140$	$0.438 \pm 0.011$	$0.447 \pm 0.011$
H	14.262	$4.061 \pm 0.144$	0.97	$3.939 \pm 0.141$	$0.595 \pm 0.012$	$0.609 \pm 0.012$
K	14.140	$5.786 \pm 0.142$	0.97	$5.612 \pm 0.138$	$0.749 \pm 0.010$	$0.762 \pm 0.010$

**Таблица 1.** Результаты определения среднего относительного распределения энергии в спектре (SED) переменного компонента

оптической области спектра) и K (в инфракрасной). Видно, что связь между потоками линейна, т.е. переменный компонент  $\theta$  среднем не меняет своего распределения энергии в спектре. Методом ортогональной регрессии получены следующие уравнения прямых (в скобках указаны ошибки коэффициентов на уровне  $1\sigma$ , после каждого из уравнений указано число точек n, использованных при определении коэффициентов уравнения, и коэффициенты корреляции r):

$$F_{B} = 0.596(\pm 0.005)F_{R} + 0.028(\pm 0.010),$$

$$n = 285, \quad r = 0.988;$$

$$F_{V} = 0.787(\pm 0.003)F_{R} + 0.021(\pm 0.007),$$

$$n = 329, \quad r = 0.995;$$

$$F_{I} = 1.511(\pm 0.004)F_{R} + 0.001(\pm 0.008),$$

$$n = 480, \quad r = 0.995;$$

$$F_{K} = 5.786(\pm 0.142)F_{R} - 0.158(\pm 0.224),$$

$$n = 12, \quad r = 0.890;$$

$$F_{J} = 0.484(\pm 0.015)F_{K} - 0.219(\pm 0.124),$$

$$n = 37, \quad r = 0.979;$$

$$F_{H} = 0.702(\pm 0.019)F_{K} + 0.090(\pm 0.154),$$

$$n = 51, \quad r = 0.974.$$

Четвертое уравнение системы связывает оптические и инфракрасные данные путем подстановки его в пятое и шестое уравнения.

Угловые коэффициенты прямых дают отношения потоков переменного компонента, т.е. *среднее* для рассматриваемого временного интервала *наблюдаемое* относительное распределение энергии в его спектре. Оно дается в третьем столбце табл. 1. Полученное распределение следует исправить за межзвездное поглощение в Галактике. Для этого значения из третьего столбца табл. 1 были домножены на коэффициенты  $C_{iR}$ , где  $\lg C_{iR} = 0.4(A_i - A_R)$ . Значения поглощения  $A_i$ 

взяты из базы данных NED (https://ned.ip-ac.caltech.edu/). Поскольку межзвездное поглощение мало, исправленное распределение энергии мало отличается от наблюдаемого, оно приведено в пятом столбце табл. 1. В логарифмическом масштабе оба распределения представлены в шестом и седьмом столбцах таблицы. На рис. 6 (точки, правая шкала ординат) представлено распределение, исправленное за поглощение. Видно, что распределение энергии в спектре переменного компонента степенное  $F_{\nu} \sim \nu^{\alpha}$ . Проведение прямой методом наименьших квадратов дает спектральный индекс  $\alpha = -1.42 \pm 0.03$ .

Посмотрим, как изменение вклада переменного компонента влияет на наблюдаемое распределение энергии в спектре. Для этого, воспользовавшись уравнениями (1), построим наблюдаемое распределение энергии для областей, близких к минимальному ( $F_R = 0.5 \text{ мЯн}$ ) и максимальному ( $F_R = 10 \,\mathrm{мЯ}\mathrm{H}$ ) блеску (рис. 6, левая шкала ординат). Спектральные индексы оказываются равными  $\alpha = -1.36 \pm 0.06$  и  $\alpha = -1.45 \pm 0.03$  для минимума и максимума соответственно. Видно, что имеется небольшое различие в наклонах спектра при минимальном (квадраты) и максимальном (треугольники) блеске. Это означает, что с увеличением блеска объект слегка краснеет, хотя переменный компонент, как мы выяснили ранее, цвета не меняет. Малое изменение цвета обусловлено близостью распределений энергии постоянного и переменного компонентов. Спектральный индекс в максимуме, как и следовало ожидать, оказывается близким к спектральному индексу переменного компонента, который вносит основной вклад в наблюдаемое излучение. Эта близость хорошо видна на рис. 6, на котором наблюдаемое распределение для переменного компонента (седьмой столбец табл. 1) не нанесено, поскольку оно практически совпадает с исправленным за межзвездное поглощение.

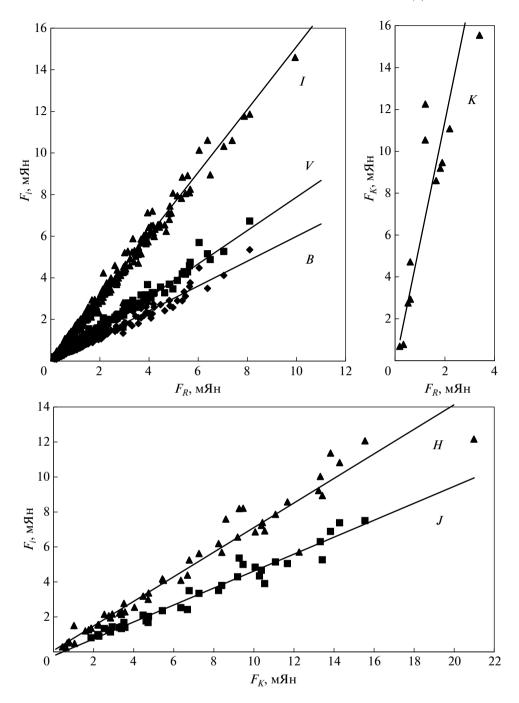


Рис. 5. Диаграммы "поток-поток" для всего массива наблюдательных данных.

Предыдущие исследования, выполненные в СПбГУ, показали, что SED переменного компонента в разных событиях может быть как различным, так и одинаковым. В связи с этим мы определили спектральные индексы переменного компонента в разные периоды наблюдений. Использовались только оптические данные из-за недостаточного количества ИК наблюдений. Результаты собраны в табл. 2.

### 4. АНАЛИЗ ПОЛЯРИЗАЦИОННЫХ ДАННЫХ

Зависимость степени поляризации от блеска представлена на рис. 7. Обращает на себя внимание отсутствие в глобальном масштабе увеличения степени поляризации при увеличении блеска, которое часто наблюдается у блазаров. В наиболее яркой вспышке степень поляризации составляет всего 5-7%. Поведение на плоскости относительных параметров Стокса  $\{p_x, p_y\}$  под-

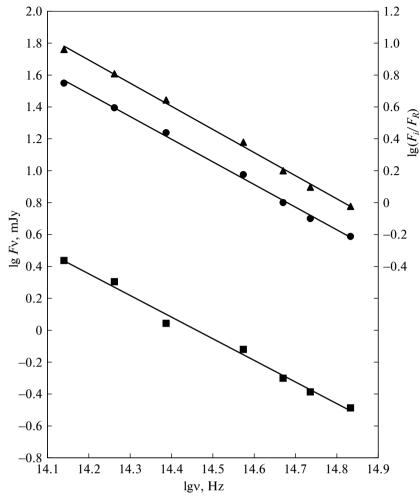


Рис. 6. Спектр переменного компонента, его сопоставление с наблюдаемыми спектрами.

тверждает отсутствие преимущественного направления поляризации блазара на всем изучаемом интервале времени. Вместе с тем имеются

**Таблица 2.** Спектральные индексы относительных SED переменного компонента в оптической области спектра для разных временных интервалов

Интервал JD 2450000+	Спектральный индекс
3500-4100	$-1.25 \pm 0.12$
4100-4900	$-1.63 \pm 0.08$
4900-5600	$-1.69 \pm 0.10$
5600-6200	$-1.27 \pm 0.11$
6200-6500	$-1.45 \pm 0.12$
6500-6900	$-1.51 \pm 0.16$
6900-7300	$-1.50 \pm 0.23$
7300-7600	$-1.08 \pm 0.24$
7600-8000	$-1.75 \pm 0.11$
8000-8150	$-1.52 \pm 0.10$
8150-8600	$-1.52 \pm 0.11$
Весь интервал	$-1.42 \pm 0.03$

отдельные структуры, указывающие на различное поляризационное поведение объекта на разных временных интервалах.

При анализе использовалась методика, описанная в [13], где показано, что имеется принципиальная возможность определения параметров поляризации переменного компонента в рамках модели "постоянный + переменный источник", если относительные параметры Стокса у переменного компонента на рассматриваемом временном интервале не изменяются, а наблюдаемая переменность поляризации связана только с изменением его вклада в суммарное излучение. В этом случае в пространстве наблюдаемых абсолютных параметров Стокса  $\{I, Q, U\}$  представляющие наблюдения точки лежат на прямой линии. направляющие тангенсы которой - это относительные параметры Стокса переменного компонента. Верно и обратное: расположение точек на прямых указывает на неизменность параметров поляризации у переменного компонента и позволяет их определить. В реальности рассматриваются плоскости  $\{I, Q\}$  и  $\{I, U\}$ , на которых точки

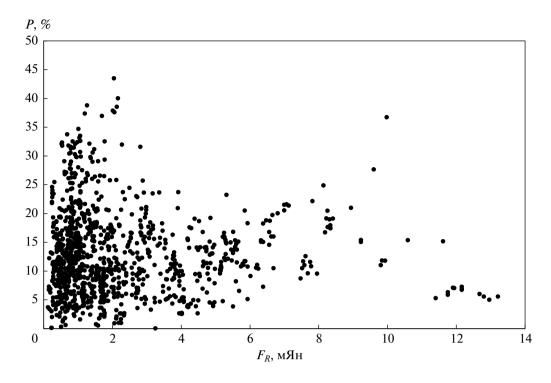


Рис. 7. Зависимость степени поляризации от наблюдаемого потока.

должны располагаться на прямых, угловые коэффициенты которых дают относительные параметры Стокса для переменного компонента  $pv_x$  и  $pv_y$ , по которым затем находятся степень поляризации  $P_v$  и направление поляризации  $\theta_{0,v}$  переменного компонента.

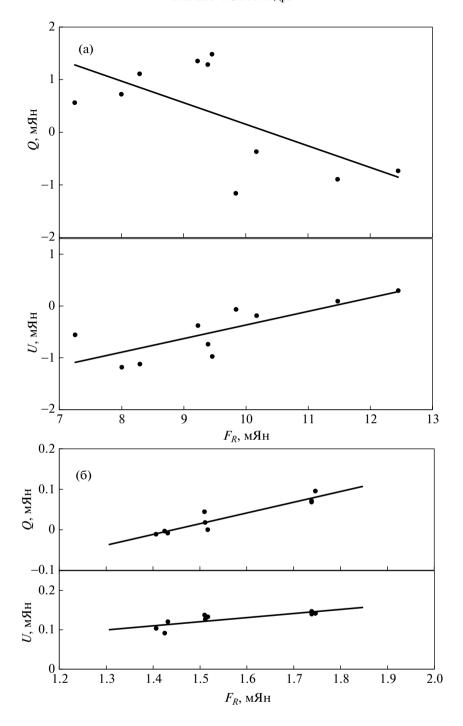
Поскольку поляризация измерялась нами в полосе R, в качестве I брался поток в этой полосе. Отвлекаясь от быстрых изменений, мы сопоставляли усредненные на Юлианскую дату величины  $F_R$ , Q и U. Опыт показывает, что даже в случае коротких временных интервалов представляющие наблюдения точки редко оказываются на прямых линиях из-за быстрых изменений параметров поляризации у переменного компонента. В нашем

случае удалось найти несколько временных интервалов, для которых точки, хотя и с большим разбросом, удовлетворительно укладываются на прямые линии (примеры приведены на рис. 8). Результаты собраны в табл. 3. Найденные относительные параметры Стокса переменного компонента естественно относятся к полосе R.

Что касается быстрых изменений (в течение ночи), то они имеются, но невелики, и достигнутой точности поляризационных наблюдений недостаточно для детального исследования. Впрочем, для пары ночей в рамках двухкомпонентной модели удалось определить параметры поляризации источника, ответственного за быструю переменность: 29%, 2° в интервале JD 2456099+ (0.68–0.79) и 28%, 11° в интервале JD 2456777+ (0.65–0.87).

Таблица 3. Средние для разных временных интервалов значения параметров поляризации переменного компонента

Интервал JD 2450000+	Число точек	$p_{x,v} \pm 1\sigma$	$p_{y,v} \pm 1\sigma$	p <sub>v</sub> , %	$\theta_{0v}$ , градус
3500-4100	27	$0.151 \pm 0.031$	$-0.106 \pm 0.017$	18.4	-17
4900-5600	37	$0.059 \pm 0.015$	$-0.137 \pm 0.021$	14.9	-33
7064-7103	10	$0.150 \pm 0.051$	$-0.079 \pm 0.028$	17.0	-14
8073-8082	10	$-0.410 \pm 0.018$	$0.263 \pm 0.072$	48.7	74
8095-8111	15	$-0.271 \pm 0.061$	$-0.025 \pm 0.052$	27.2	93
8150-8600	95	$0.179 \pm 0.018$	$-0.091 \pm 0012$	20.1	-14
8239-8259	20	$0.296 \pm 0.045$	$-0.055 \pm 0.024$	30.1	-05



**Рис. 8.** К определению параметров поляризации переменных компонентов в разных событиях (а - JD 2458073 - 8082, 6 - JD 2456777.65 - 6777.87).

### 5. КИНЕМАТИКА И СТРУКТУРА ДЖЕТА ПО ДАННЫМ РСДБ-НАБЛЮДЕНИЙ

Рассмотрение всей совокупности изображений позволяет выделить отдельные движущиеся компоненты. При их отождествлении учитывались плотность потока, позиционный угол относительно радиоядра на 43 ГГц и расстояние от него на последовательных изображениях. В 2013—

2020 гг. были отождествлены 4 движущиеся компонента K1, K2, K3, K4, появившиеся в период с конца 2013 г. по первую половину 2018 г. Движение компонентов иллюстрируется на рис. 9. Времена прохождения компонентов через радиоядро на 43 ГГц,  $T_0$ , найденные линейной экстраполяцией, указаны в табл. 4 и нанесены на рис. 3 вертикальными прямыми. В той же таблице даются ви-

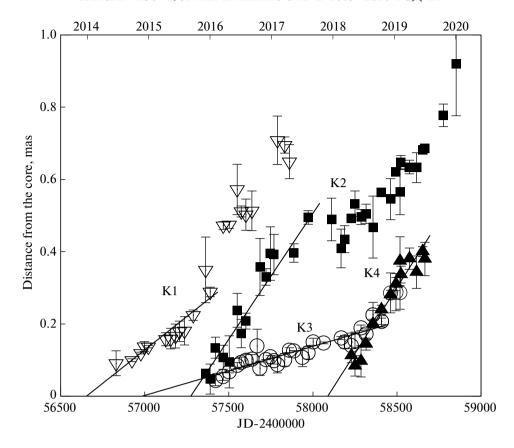


Рис. 9. Зависимость от времени в расположении сверхсветовых компонентов в миллисекундном масштабе.

димые скорости компонентов  $\beta_{\rm app}$ , которые находятся пределах от  $\sim\!3c$  до 13c (были использованы космологические параметры  $H_0=70$  км с $^{-1}$  Мпк $^{-1}$ ,  $\Omega_{\rm m}=0.3$ ,  $\Omega_{\Lambda}=0.7$ ), а также средние потоки компонентов  $\langle F \rangle$  и их позиционные углы  $\langle \theta \rangle$  относительно радиоядра. На верхней панели рис. 3 (правая шкала, линии) приведены изменения потоков всего источника, радиоядра и компонентов К3 и К4.

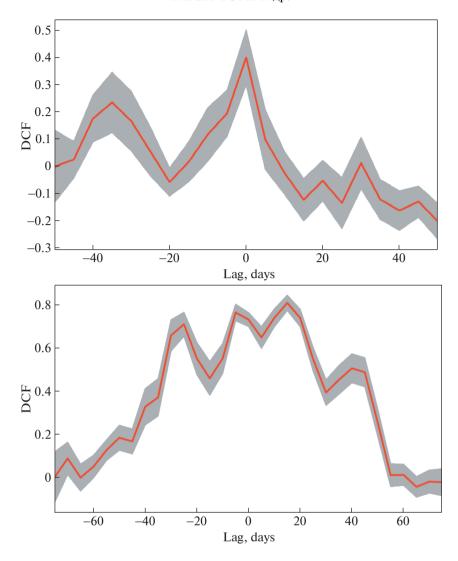
#### 6. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ И ВЫВОДЫ

Появление всех четырех компонентов сопровождалось увеличением плотности потока в радиоядре, а также активностью в оптическом и/или гамма диапазонах. Компонент К1 прошел через ядро джета во время вспышки в оптическом

диапазоне, в то время как значимая активность в гамма диапазоне отсутствовала. Компонент К2 прошел через ядро, когда наблюдалось увеличение активности в гамма диапазоне, но об оптическом вкладе в этот промежуток времени невозможно судить, поскольку данные отсутствуют. Компонент К3 появился перед вспышкой в оптическом диапазоне в начале 2015 г., сопровождавшейся яркой вспышкой в ядре радио джета и увеличением плотности потока в гамма диапазоне. Наиболее быстрый компонент К4 (со скоростью ~13 с) появился во время периода мощной активности объекта, который пришелся на конец 2017 г. и длился практически весь 2018 г. Прохождение компонента К4 через ядро джета совпало с самой мошной вспышкой в гамма и оптическом диапазоне с максимумом в JD ~2458100. После

Таблица 4. Видимые скорости и другие характеристики обнаруженных компонентов

Компонент	μ, мсек/год	$\beta_{app}$ , c	T <sub>0</sub> , JD 2400000+	$\langle \mathit{F} \rangle$ , Ян	$\langle \theta \rangle$ , град
K1	$0.136 \pm 0.014$	$5.56 \pm 0.58$	$56656 \pm 16$	$0.08 \pm 0.07$	$26 \pm 21$
K2	$0.279 \pm 0.003$	$11.38 \pm 0.14$	$57274 \pm 15$	$0.13 \pm 0.20$	$4\pm5$
K3	$0.081 \pm 0.002$	$3.30 \pm 0.08$	$56974 \pm 15$	$0.59 \pm 0.32$	$-52 \pm 21$
K4	$0.314 \pm 0.006$	$12.80 \pm 0.26$	$58091 \pm 12$	$0.11 \pm 0.09$	$-40 \pm 15$



**Рис. 10.** Результаты вычисления DCF для интервалов от начала наблюдений до JD 2456900 (верхняя панель) и после этой даты (нижняя панель).

этой мощной вспышки последовала вторая, чуть менее яркая вспышка, которая была также зарегистрирована и в оптическом, и в гамма диапазонах (максимум JD ~2458250). При этом на кривой блеска видно, что когда компонент К4 стал разрешаться отдельно от ядра, в компоненте К3, который появился ранее и двигался с существенно меньшей скоростью ( $\sim$ 3 с), в период JD 2458200— 2458300 произошла вспышка, которая совпадает с активностью в двух других диапазонах. Средний позиционный угол компонентов К3 и К4, движущихся на северо-запад ( $\sim$ -50 и -40 градусов), значительно отличается от углов предыдущих компонентов (~30 и ~4 градуса для К1 и К2), которые двигались преимущественно на северо-восток, что может говорить о влиянии геометрических эффектов во время активного поведения объекта в 2017–2018 гг. Таким образом, можно предположить, что главная вспышка с максимумом в JD ~2458100 произошла в ядре джета при прохождении через него компонента K4, а последующая вспышка с максимумом в JD ~2458250 связана с взаимодействием двух компонентов K3 и K4.

Рассмотрение нижней панели рис. 3 показывает, что далеко не всегда сильные вспышки в оптике и гамма совпадают по времени. Результаты вычисления дискретной корреляционной функции, (DCF [16]) для интервала до JD 2457650 (верхняя панель) и для периода высокой активности 2017—2018 гг. (нижняя панель) представлены на рис. 10. В первом случае корреляция невелика, но временная задержка определенно отсутствует, что говорит об одной и той же локализации источников оптического и гамма излучения в джете блазара. Нижняя панель указывает на сильную корреляцию между изменениями в оптике и гамма. Кривая показывает сложную структуру, также

симметричную относительно нулевой временной задержки.

Степенной характер SED и наблюдаемая высокая степень поляризации не оставляют сомнения в синхротронной природе переменных источников, ответственных за активность. Данные табл. 2 указывают на различия в SED переменного компонента для разных временных интервалов. Различия в спектральных индексах, хотя и незначительно, но превышают ошибки в их определении. Это, а также отличие среднего значения спектрального индекса от найденного в работе [4], не позволяет объяснить переменность потока только геометрическими причинами (изменением Доплер-фактора из-за изменения угла между лучом зрения и направлением субсветового движения излучающего ансамбля электронов). Распределения электронов по энергиям в ансамблях для разных временных интервалов должны быть различными.

Как видно из рассмотрения табл. 3, значения степени поляризации у источников, выделенных в модели одного переменного компонента, не очень велики, а среди направлений встречаются самые разные. Но надо иметь в виду, что данные табл. 3 отражают лишь среднюю для данного временного интервала тенленцию в изменении параметров поляризации. На самом деле степени поляризации отдельных компонентов могут быть выше, поскольку одновременно могут работать несколько источников поляризованного излучения с разными направлениями поляризации, вызванными неоднородностью магнитного поля. По-видимому, это объясняет отмеченные ранее малые значения степени поляризации при больших потоках (рис. 7) в самой мощной вспышке.

Детальное изучение поляризационного поведения объекта возможно лишь при получении *непрерывных высокоточных* его наблюдений. Это особенно важно при изучении сверхбыстрых изменений. Результаты первых попыток таких наблюдений для одного из блазаров (\$5 0716+714) недавно опубликованы [17].

#### БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы выражают благодарность сотрудникам СПбГУ, принимавшим участие в наблюдениях, и группе Бостонского университета за предоставление результатов оптического мониторинга. Окончательные таблицы результатов фотометрического и поляри-

зационного мониторинга были собраны В.М. Ларионовым. В работе использованы данные программы мониторинга Бостонского университета VLBA-BU-BLAZAR (http://www.bu.edu/blazars/), которая финансируется грантом NASA в рамках программы "Fermi Guest Investigator Program". Авторы благодарят С.Г. Эрштадт и З. Уивера за полезную дискуссию.

#### ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ 17-12-01029.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *M.-P. Veron-Cetty, P. Veron*, Astron. and Astrophys. **518**, A10 (2010).
- M. L. Sitko, G. D. Schmidt, W. A. Stein, Astrophys. J. Supp. 59, 323 (1985).
- 3. P. S. Smith, T. J. Balonek, R. Elston, P. A. Heckert, Astrophys. J. Supp. **64**, 459 (1987).
- 4. В. А. Гаген-Торн, С. Г. Марченко, О. В. Миколайчук, Астрофизика **32**, 429 (1990).
- S. G. Jorstad, A. P. Marscher, D. A. Morozova et al., Astrophys. J. 846, 98 (2017).
- A. A. Abdo, M. Ackermann, M. Ajello, W. B. Atwood, et al., Astrophys. J. 700, 597 (2009).
- 7. В. А. Гаген-Торн, В. М. Ларионов, Н. В. Ефимова и др., Астрон. журн. **83**, 516 (2006).
- 8. S. G. Jorstad, A. P. Marscher, P. Smith, et al., Astrophys. J. 773, 147 (2013).
- A. R. J. Mead, K. R. Ballard, P. W. J. L. Brand, J. H. Hough, C. Brindle, J. A. Bailey, Astron. and Astrophys. Supp. 83, 183 (1990).
- W. B. Atwood, A. A. Abdo, M. Ackermann, et al., Astrophys. J. 697, 1071 (2009).
- 11. S. G. Jorstad, A. P. Marscher, M. L. Lister, A. M. Stirling, et al., Astron. J. 130, 1418 (2005).
- 12. Jun-Yi Wang, Tao An, Willem A. Baan, Xiang-Long Lu, Monthly Not. Roy. Astron. Soc., 443, 58 (2014).
- 13. V. A. Hagen-Thorn and S. G. Marchenko, Baltic Astronomy, 8, 575 (1999).
- 14. V. A. Hagen-Thorn, V. M. Larionov, S. G. Jorstad, A. A. Arkharov, E. I. Hagen-Thorn, N. V. Efimova, L. V. Larionova, and A. P. Marscher, Astrophys. J. 672, 40 (2008).
- 15. V. M. Larionov, S. G. Jorstad, A. P. Marscher, M. Villata, C. M. Raiteri, et al., Monthly Not. Roy. Astron. Soc. 492, 3829 (2020).
- R. A. Edelson and J. H. Krolik, Astrophys. J. 333, 646 (1988).
- 17. E. S. Shablovinskaya, V. L. Afanasiev, Monthly Not. Roy. Astron. Soc., **482**, 4322, 2019.

# ПОИСК ДИСПЕРГИРОВАННЫХ ИМПУЛЬСОВ НА СКЛОНЕНИЯХ ОТ +56° ДО +87°

© 2021 г. С. А. Тюльбашев<sup>1, \*</sup>, М. А. Китаева<sup>1</sup>, С. В. Логвиненко<sup>1</sup>, Г. Э. Тюльбашева<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН,

Пущинская радиоастрономическая обсерватория АКЦ ФИАН, Пущино, Россия

<sup>2</sup> Институт математических проблем биологии РАН, Филиал ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Пущино, Россия \*E-mail: serg@prao.ru

Поступила в редакцию 04.07.2021 г. После доработки 29.07.2021 г. Принята к публикации 31.08.2021 г.

Проведен обзор северной полусферы на частоте 111 МГц. Общее время накопления в каждой точке площадки обзора было не менее одного часа. При поиске диспергированных импульсов обнаружено 75 источников импульсного излучения. Более 80% этих источников являются известными пульсарами, наблюдаемыми в боковых лепестках антенны. У двенадцати известных пульсаров было детектировано от одного до нескольких сотен импульсов. У четырех пульсаров (J0157+6212, J1910+5655, J2337+6151, J2354+6155) узость самых сильных импульсов и отношение пиковых плотностей потока в сильнейших импульсах и в среднем профиле указывают, что они могут быть пульсарами с гигантскими импульсами. Обнаружен один новый вращающийся радиотранзиент (RRAT) J0812+8626 с мерой дисперсии DM=40.25 пк/см<sup>3</sup>.

Ключевые слова: пульсар, вращающийся радиотранзиент (RRAT), гигантский импульс

**DOI:** 10.31857/S0004629921120082

#### 1. ВВЕДЕНИЕ

В 2006 г. был открыт новый класс пульсаров вращающиеся радиотранзиенты (RRAT) [1]. Эти пульсары излучают нерегулярно появляющиеся (спорадические) диспергированные импульсы. Регулярное (пульсарное) излучение вращающихся транзиентов зачастую не обнаруживается. За прошедшие 15 лет после открытия RRAT при проведении новых обзоров и переобработке данных ранних обзоров было обнаружено примерно сто вращающихся транзиентов. В основном RRAT детектированы в обзорах по поиску пульсаров (см. ATNF каталог пульсаров<sup>1</sup> и RRATa $\log^2$ ). Почти все RRAT обнаружены на крупнейших в мире радиотелескопах. Это радиотелескопы Паркс (64 м), Аресибо (300 м), Грин-Бенк (100 м), Пущино ( $200 \times 400 \text{ м}$ ). При поиске RRAT важнейшим фактором является мгновенная чувствительность радиотелескопа, которая зависит от эффективной площади и, следовательно, от геометрических размеров антенны.

До настоящего момента времени природа вращающихся транзиентов и их место среди обыч-

<sup>1</sup> https://www.atnf.csiro.au/people/pulsar/psrcat/

<sup>2</sup> http://astro.phys.wvu.edu/rratalog/

ных секундных пульсаров не определены. В среднем RRAT имеют периоды и магнитные поля больше, чем у канонических (обычных) секундных пульсаров и на зависимости  $P/\dot{P}$  зачастую лежат близко к линии смерти [2, 3]. Согласно гипотезе Попова и др. [4] расположение RRAT на зависимости  $P/\dot{P}$ , говорит о том, что они могут являться промежуточным классом между пульсарами с сильными магнитными полями (магнетары, XINS) и обычными секундными пульсарами. Распределение высот над плоскостью Галактики, распределение ширин импульсов RRAT такое же, как у обычных пульсаров [5]. Среднее время между появляющимися импульсами может быть от минут до десятков часов [1, 6]. Согласно [7] появление импульсов подчиняется Пуассоновскому распределению, а согласно [8, рис. 6] у некоторых RRAT наблюдается кластеризация импульсов. Распределение энергии импульсов может быть логнормальным, суммой двух логнормальных распределений, логнормальным со степенным хвостом, степенным, степенным с изломом, т.е. распределения такие же, как и у обычных пульсаров [7, 9–13]. По некоторым оценкам количество вращающихся транзиентов может в два раза превышать популяцию обычных секундных пульсаров [14]. Попытка найти эволюционную связь между пульсарами и вращающимися транзиентами сделана в работах [9, 14].

К сожалению, небольшое количество обнаруженных RRAT и трудности с их исследованием из-за спорадического появления импульсов не позволяют дать однозначный ответ о природе вращающихся транзиентов. Так как время появления импульса непредсказуемо, а среднее время между детектируемыми импульсами велико, то для исследования свойств вращающихся транзиентов и выбора предпочтительной гипотезы об их природе необходимо увеличение общего количества транзиентов и проведение долговременных наблюдений длительностью десятки или сотни часов для каждой точки на небе.

В настоящей работе рассмотрен поиск диспергированных импульсов в обзоре, который проводится на радиотелескопе Большая синфазная антенна (БСА) Физического института им. П.Н. Лебедева Академии наук (ФИАН).

#### 2. НАБЛЮДЕНИЯ

Использованный для обзора радиотелескоп БСА ФИАН – это меридианная антенна, имеющая четыре независимых системы лучей. Две системы лучей используются для поиска пульсаров и транзиентов. Одна из них (БСА3) имеет фиксированные (не переключаемые) положения лучей по высоте, перекрывающих склонения от  $-9^{\circ}$  до +55°. На БСА3 проводится ежедневный обзор неба, используемый для ряда научных задач, включая поиск пульсаров и RRAT [15-17]. Другая система лучей подвижная (БСА1), и позволяет проводить наблюдения на склонениях от  $-15^{\circ}$  до +87°. На БСА1 для наблюдений можно выбрать от одного до восьми лучей, последовательно выстроенных в вертикальной плоскости по склонениям. Размер одного луча составляет примерно  $0.5 \times 1^{\circ}$ . Радиотелескоп БСА1 использовался в настоящей работе. Еще одна система лучей используется для контроля состояния антенны. Для последней системы лучей рассматривается возможность создания дополнительного полноценного многолучевого радиотелескопа, состоящего из лучей с фиксированными координатами, перекрывающими склонения от  $+55^{\circ}$  до  $+87^{\circ}$ . Некоторые подробности о возможностях антенны БСА ФИАН после ее реконструкции можно посмотреть в работе [15]. Центральная частота наблюдений 110.3 МГц, полоса 2.5 МГц.

Для проведения обзора на БСА1 был разработан новый регистратор на основе программируемой логической интегральной схемы (ПЛИС), являющийся аналогом уже работающего на радиотелескопе БСА3 96 канального регистратора. Конструктивно ранее разработанный регистра-

тор представляет собой набор модулей. Всего в регистраторе 12 модулей, каждый из которых обслуживает 8 лучей БСА ФИАН. Модули установлены на шину РСІ двух промышленных компьютеров (ПК). Принципы построения, элементная база, программное обеспечение для проведения наблюдений этого регистратора описаны в работе [6].

В алгоритм работы нового двухмодульного регистратора была внесена возможность управления передачей данных из аппаратной части в оперативное запоминающее устройство (ОЗУ) компьютера по шине PCI в режиме канала прямого доступа (КПДП). Для этого были внесены изменения в прошивку ПЛИС модулей регистратора и в программу проведения радиоастрономических наблюдений. Благодаря этим изменениям в регистраторе появилась возможность использовать режим выборочной работы отдельных модулей и, соответственно, режим выборочной передачи данных. Это снизило нагрузку на каналы передачи и регистрации данных, дало возможность использовать широко применяемый в промышленности компьютер и обычную операционную систему ОС (Windows 10 PRO). Такой режим обеспечил устойчивую совместную работу как наблюдательной программы, так и стандартных системных служб ОС, а также возможность выполнения оператором функций контроля за ходом эксперимента.

Наблюдательная программа интегрирована в систему проведения наблюдений пульсаров на радиотелескопе БСА. Участие оператора в наблюдательном процессе сведено к минимуму. Для модулей регистратора были разработаны новые драйвера для работы под управлением ОС Windows 1064 бит. Для этого использовалось программное обеспечение фирмы Microsoft для разработки драйверов – Windows driver kit (WDK). При проверке регистратора в "жестких" режимах работы не было выявлено ошибок регистрации данных при одновременной работе 2 модулей с временным разрешением 3.072 мс и спектральным разрешением 19.53125 кГц (128 спектральных каналов). При изменении временного разрешения, например, в 2 раза до 6.144 мс, можно увеличить спектральное разрешение до 256 спектральных каналов. Параметры по временному и частотному разрешению ограничиваются скоростью записи данных на жесткий диск, объемом выделяемой оперативной памяти в системной области и ограниченностью ресурсов компьютера при совместной работе системных служб ОС, наблюдательных и сервисных программ.

Для обзора были выбраны склонения  $+56^{\circ} < \delta < +87^{\circ}$ , недоступные для наблюдений на БСА3. Обзор проводился в восьми пространственных лучах, занимающих, примерно, три градуса по склонению. Программный комитет по

БСА ФИАН выделял на обзор 9 или 10 сут в месяц. Нами фиксировался набор склонений для обзора на все выделенные дни, а на следующий месяц выбирались новые склонения. Таким образом, за 10 мес проводился однократный обзор склонений, перекрывающих 31°.

Наблюдения были начаты в апреле 2019 г. К концу декабря 2020 г. каждая точка на небе, имеющая склонения между +56° и +87°, имела не менее 9 сеансов наблюдений, что соответствует непрерывным наблюдениям не меньше одного временного часа. Площадь обзора около 4000 кв. град. В основном, это наблюдения на высоких галактических широтах и в антицентре Галактики.

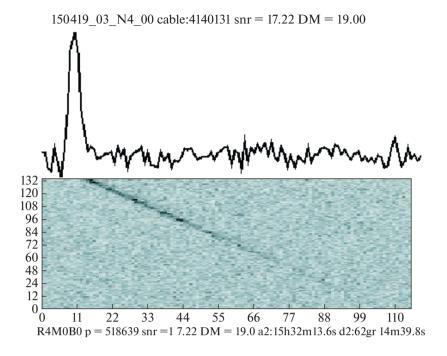
Запись проводилась в общей полосе 2.5 МГц, разбитой на 128 частотных каналов с шириной канала 19.53 кГц. Выбранное время опроса было 3.072 мс. Наблюдения проводились круглосуточно. Каждый час записывался один файл. За сутки записываются 24 файла. Калибровочный сигнал, общий для всех радиотелескопов, реализованных на антенне БСА ФИАН, подается 6 раз в сутки. Он выглядит как OFF-ON-OFF (калибровочная ступенька). В заданное время антенна отключается на пять секунд (режим OFF), затем при отключенной антенне включается калибровочный сигнал известной температуры на пять секунд (режим ON), затем калибровочный сигнал отключается, и проводится еще одна пятисекундная запись. После записи калибровочной ступеньки антенна включается. Фиксируемая высота калибровочной ступеньки в единицах аналогоцифрового преобразователя (АЦП) имеет сильную зависимость от температуры окружающей среды и меняется как в разные сезоны, так и в течение суток (подробнее см. в работе [18]). В настоящей работе калибровочная ступенька использовалась для выравнивания усиления в частотных каналах.

#### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ

Поиск диспергированных импульсов проводился при помощи специально разработанной программы, написанной на языке С# в среде Міcrosoft Visual Studio. Обработка данных и поиск событий – импульсов, обладающих признаками дисперсионного запаздывания, производится в несколько этапов. На первом этапе для указанного в параметрах обработки набора мер дисперсий в записи находятся и фиксируются все события, превышающие заданное значение отношения сигнал/шум (СШ). Далее производится последовательный анализ с целью отбраковки помех и повторных обнаружений одного и того же события. Отсеиваются события, вызванные импульсными помехами. Отбраковываются временные участки, соответствующие записи калибровочной ступеньки. В процессе обработки на длительном временном интервале (несколько дней, недель) определяются временные интервалы, соответствующие сигналам от уже отождествленных космических объектов, в том числе сигналам в боковых лепестках и в соседних лучах. Такие области по решению оператора могут вноситься в таблицу, расположенную во внешних файлах, и в обработке не участвуют. Из оставшегося набора событий выбираются группы, которые могут быть следствием наличия в записи одиночного сигнала с дисперсионным запаздыванием. Для каждой из этих групп выделяется и оставляется только одно событие (графический файл) с наибольшим значением СШ. В графическом файле содержатся профиль импульса, динамический спектр импульса, а также приведены другие технические параметры события: название файла, в который записывается обнаруженный импульс, СШ импульса, оценка DM, координаты импульса по прямому восхождению, координаты луча БСА по склонению, и другие. Указанные меры дают возможность снизить количество событий, требующих дальнейшей ручной обработки. События, прошедшие отбраковку, записываются в папки, соответствующие лучу и звездному времени, в которых они зафиксированы.

В ходе слепого поиска было обнаружено 75 направлений на небе, из которых наблюдаются диспергированные сигналы. Анализ показал, что часть импульсов принадлежит известным пульсарам, наблюдаемым в основном луче, часть импульсов связана с известными пульсарами, наблюдаемыми в боковых лепестках антенны, часть импульсов осталась неотождествленной.

Импульсы известных пульсаров, обнаруживаемые в боковых лепестках БСА ФИАН, представляют серьезную проблему при отождествлении. Если в данный день обнаруживается несколько импульсов, то помимо меры дисперсии можно грубо оценить верхнее значение периода и, соответственно, получить возможные кратные периоды. Полученные оценки периода и меры дисперсии позволяют проверить попадающие в обзор сильные пульсары в качестве кандидатов на отождествление. С другой стороны, может оказаться, что сильный пульсар находится за пределами площадки обзора, а оценка периода у обнаруженного транзиента отсутствует. Мы не можем гарантировать отсутствие фальшивого обнаружения новых транзиентов из-за сложного распределения боковых лепестков БСА ФИАН, однако предпринимаем все возможные усилия для исключения подобных случаев. В боковых лепестках антенны нами детектировано 13 пульсаров, находящихся за пределами площадки обзора. Например, пульсар J1509+5531, находящийся за пределами исследованной площадки, обнаружен 333 раза в боковых лепестках БСА ФИАН. В разных направлениях импульсы пульсара обнаружи-



**Рис. 1.** Пример служебного рисунка, создаваемого программой поиска для каждого детектированного импульса. Вверху — профиль одного импульса пульсара J1509+5531, обнаруженного в боковом лепестке БСА ФИАН в направлении  $\alpha_{2000} = 15^{\rm h}32^{\rm m}$ ;  $\delta_{2000} = 62^{\circ}15'$ . Внизу — динамический спектр импульса. На горизонтальной оси отражена длительность записи в точках. 110 точек соответствуют ~338 мс записи сырых данных. Вертикальная ось динамического спектра отражает частоты. Верх динамического спектра соответствует частоте 111.49 МГц, а низ — частоте 109.01 МГц.

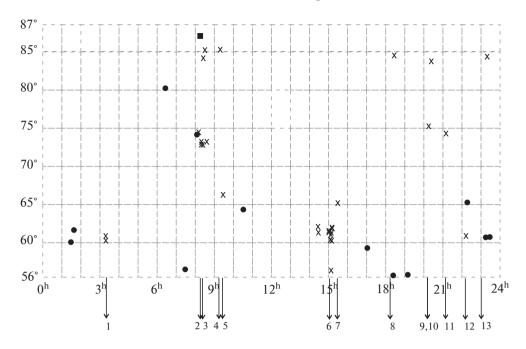
вались от 1 до 101 раза (пример импульса PSR J1509+5531 см. на рис. 1). У части известных пульсаров, находящихся в площадке обзора, также детектируются импульсы в боковых лепестках.

На рис. 2 приведены координаты направлений обнаруженных нами диспергированных импульсов. Крестиками обозначены 13 пульсаров, обнаруженных в боковых лепестках и находящихся за пределами исследованной площадки. Видно, что боковые лепестки имеют сложное распределение, но все обнаруженные импульсы имеют близкое прямое восхождение по отношению к пульсарам, которые породили наблюдаемые импульсы. Обнаруженные в боковых лепестках известные пульсары, попавшие в наблюдаемую площадку, не показаны, чтобы не утяжелять рисунок.

Если пульсар обнаруживается в основном луче, то его легко идентифицировать. Полученные оценки меры дисперсии и координат по прямому восхождению и склонению позволяют отобрать в ATNF кандидатов на отождествление. Последующая проверка кандидатов при усреднении сырых данных с периодом и мерой дисперсии, взятыми из ATNF, делают отождествление однозначным. Если регулярное излучение пульсара не обнаруживалось, объект помещался в список RRAT кандидатов.

Анализ детектированных импульсов показал, что нами наблюдалось 12 известных пульсаров в основном луче и один новый RRAT. Оставшиеся 62 источника импульсного излучения — это излучение известных пульсаров в боковых лепестках БСА ФИАН. Для отождествленных пульсаров и обнаруженного RRAT были сделаны оценки плотности потока с помощью калибровочных источников. Калибровочные источники выбирались таким образом, чтобы их координаты по склонению были близки к координатам обнаруженного объекта, а прямое восхождение отличалось не более, чем на два временных часа. Кандидаты в калибровочные источники выбирались из Пущинского каталога дискретных источников  $[19]^3$ , который был сделан на частоте 102.5 МГц. В работе [18] показано, что при пересчете плотности потока калибровочного источника на частоту 111 МГц поправки будут незначительными. Предполагая, что спектральные индексы  $\alpha$  ( $S \sim v^{-\alpha}$ ) у всех калибровочных источников равны единице, плотности потоков на 111 МГц будут равны 0.94 от плотностей потоков на 102.5 МГц. В качестве калибровочных источников были B0245+603 (44.3 H), B0733+806 (32.3 H), В0735+744 (12.6 Ян), В0742+576 (14.2 Ян),

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> http://astro.prao.ru/db/



**Рис. 2.** Схематическое изображение площадки обзора, на которой отмечены координаты обнаруженных диспергированных импульсов. По горизонтали отложены координаты по прямому восхождению, а по вертикали — координаты по склонению. Крестиками отмечены наблюдения известных пульсаров в боковых лепестках. Цифрами 1-13 в нижней части рисунка обозначены пульсары, координаты которых находятся за пределами исследованной площадки: 1-1332+5434; 1-1343+144; 1-13444

B1107+651 (12.0 Ян), B1656+572 (13.6 Ян), B1752+586 (10.0 Ян), B1858+568 (17.4 Ян), B2159+652 (28.1 Ян), B2356+620 (27.2 Ян).

В табл. 1 приведены характеристики обнаруженных импульсов для отождествленных пульсаров. В первом и втором столбцах таблицы приведены имя источника в аннотации J2000 согласно обнаружению на БСА ФИАН и согласно отождествлению в каталоге ATNF. Так как диаграмма направленности БСА ФИАН порядка градуса, точность наших координат низкая, и поэтому имена могут не совпадать. Мы приводим оба имени, чтобы можно было сравнить точность координат. В третьем столбце дано количество импульсов, детектированных в основном луче. В столбцах 4—7 располагаются пиковая плотность потока самого сильного обнаруженного импульса  $(S_{nl})$ , полуширина этого импульса, пиковая плотность потока в среднем профиле ( $S_{p2}$ ) и полуширина среднего профиля. Средний профиль строился за ту же сессию, когда наблюдался сильнейший импульс. Сам сильнейший импульс не исключался при построении среднего профиля. Оценки показывают, что исключение сильного импульса приведет к уменьшению  $S_{n2}$  на 15-20%. В столбцах 8-10 расположены оценки интегральной плотности потока на 111 МГц ( $S_{\rm int}$ ), на 135 МГц [20] и на 102.5 МГц [21]. При получении оценок плотности потока на 111 МГц учитывалось, что положение лучей БСА на небе фиксировано, и пульсар может находиться выше или ниже луча. Поэтому делались поправки плотности потока, учитывающие особенности БСА ФИАН, как антенной решетки. Для пульсаров J0750+57 и J1706+59, открытых в 2014 г. [22], в каталоге ATNF приведены координаты пульсаров с низкой точностью. Поэтому поправка за несовпадение координаты луча и координаты пульсара не делалась. Для этих пульсаров наша оценка плотности потока может быть занижена в несколько раз. В столбце 11 приведено частное столбцов 4 и 6, т.е. значение того, во сколько раз отличается пиковая плотность потока сильнейшего импульса от пиковой плотности потока в среднем профиле за этот же день.

Звездочкой в первом столбце отмечены пульсары, наблюдаемые и в основном луче, и в боковых лепестках. Метки "St" [22] и "S" [20] во втором столбце указывают на работы с первым обнаружением этих пульсаров. Эти работы по поиску пульсаров шли примерно в то же время, что и наш обзор по поиску новых пульсаров и транзиентов. Мы подтверждаем обнаружение этих пульсаров

$Name_{LPA}$	Name <sub>ATNF</sub>	N	$S_{\rm pl}$ , Jy	$W_{\rm el}$ , ms	$S_{p2}$ , Jy	$W_{\rm e2}$ , ms	$S_{\rm int}$ , mJy	$S_{135}$ , mJy	$S_{102}$ , mJy	$S_{\rm pl}/S_{\rm p2}$
J0140+6008*	J0141+6009	562	241.5	12.3	14.3	33.8	394	102.6	_	16.9
J0158+6223	J0157+6212	2	17.7	12.3	0.65	64.5	17.8	4.8	52	27.2
J0653+8054*	J0653+8051	15	15.5	6.1	0.7	27.6	16	13.1	16	22.1
J0750+5724	J0750+57(St)	1	>14	6.1	>0.27	24.6	>6	_	_	_
J0814+7436*	J0814+7429	62	781.4	6.1	56.3	61.4	2674	*358.8	1080	13.9
J1058+6504	J1059+6459(St)	3	4.2	12.3	0.62	33.8	5.8	_	_	6.8
J1708+5858	J1706+59(St)	24	>9.0	6.1	>0.55	58.4	>22	15.7	_	_
J1843+5640*	J1840+5640	757	235.4	6.1	21.4	21.5	275	55.0	50	11
J1911+5654	J1910+5655(S)	2	28.5	3.1	0.26	61.4	46.7	_	_	109
J2225+6527*	J2225+6535	94	55.5	3.1	6.0	27.6	242	126.3	_	9.3
J2336+6145*	J2337+6151	346	77.6	9.2	2.4	27.6	132.4	28.7	75	32.7
J2354+6158	J2354+6155	2	50.6	12.3	1.6	15.4	26	10.5	30	31.6

Таблица 1. Некоторые характеристики пульсаров, обнаруженных по излучению отдельных импульсов

на частоте 111 МГц. Звездочкой в девятом столбце показана ожидаемая плотность потока пульсара J0814+7429 на частоте 135 МГц. Мы также уточняем значение меры дисперсии для пульсаров J0750+57 ( $DM=26.75\pm0.25$  пк/см³) и J1706+59 ( $DM=30.5\pm0.25$  пк/см³), определенное нами по сильнейшим наблюдаемым импульсам.

На рис. 3 приведены средние профили и сильнейшие импульсы известных пульсаров, найденных в ходе проведенного обзора. Видно, что полуширины сильнейших импульсов существенно меньше, чем полуширины средних профилей пульсаров. По столбцам 5 и 7 в табл. 1 можно оценить, во сколько раз сильнейший импульс уже, чем средний профиль. Наибольшая разница в полуширине импульса и среднего профиля у пульсара J1910+5655, где полуширины отличаются в 19.8 раза. Наименьшая разница в полуширинах у пульсара J2354+6155, где полуширины среднего профиля и сильнейшего импульса отличаются в 1.3 раза. Медианное значение разницы полуширин приходится на значения 4—5.

Согласно столбцу 11 в табл. 1 пиковая плотность потока сильнейших импульсов, как правило, в десять и более раз больше пиковой плотности потока в среднем профиле пульсаров. Согласно исследованию пульсаров с гигантскими импульсами, проведенному на БСА ФИАН [23], есть ряд признаков, которые отличают пульсар с гигантскими импульсами от обычного пульсара. Два признака, которые можно проверить по нашим данным – это малая ширина гигантского импульса в сравнении со средним профилем и отличие пиковой плотности потока гигантского импульса от интегральной плотности потока в 30 (сильный критерий) или в 10 (слабый критерий) и более раз. Из 12 пульсаров в табл. 1 для двух пульсаров такую оценку сделать не удалось, еще для

двух пиковые плотности потока отличаются меньше, чем в 10 раз. Восемь пульсаров удовлетворяют слабому критерию, и четыре из этих восьми удовлетворяют сильному критерию. Поэтому четыре пульсара являются хорошими кандидатами в пульсары с гигантскими импульсами.

Требуются отдельные исследования для того, чтобы проверить, являются ли найденные по диспергированным импульсам источники пульсарами с гигантскими импульсами. В частности, один из объектов (В0809+74/Ј0814+7429) специально исследовался в работе [23] как кандидат в пульсары с гигантскими импульсами. Для пульсара было найдено почти  $2.8 \times 10^5$  импульсов, из которых 49 удовлетворяли критерию "гигантскости", а именно, их пиковая плотность потока 1500-2000 Ян в 30 и более раз превышала пиковую плотность потока в среднем профиле. Распределение импульсов по энергиям оказалось логнормальным со степенным хвостом. По мнению авторов, построенное ими распределение импульсов по энергиям и наблюдаемый для этого источника дрейф субимпульсов указывают, что пульсар Ј0809+7429 имеет аномально сильные, но не гигантские импульсы.

Помимо известных пульсаров, был найден источник, который отождествить не удалось. У J0812+8626, обозначенного на рис. 2 закрашенным прямоугольником, обнаружено два импульса на  $DM=40.25\pm0.25~\text{пк/см}^3$ . Расстояние между импульсами оказалось равным 47.58 с. Произведен поиск периодического излучения в направлении источника в суммированных спектрах мощности и в суммированных периодограммах. Так как у нас было, как минимум, 9-10~дней наблюдений в направлении каждого источника, то некогерентное сложение спектров мощности [24, 25] и периодограмм [26] за все дни наблюде-

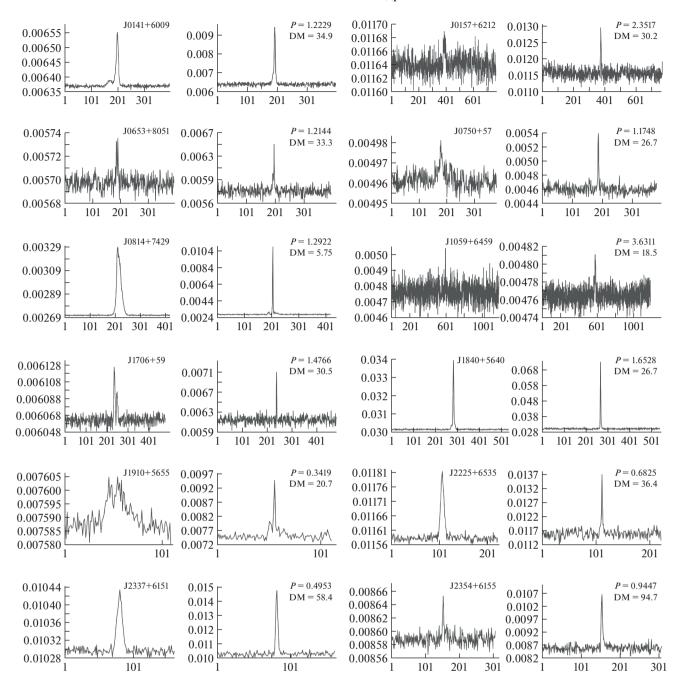
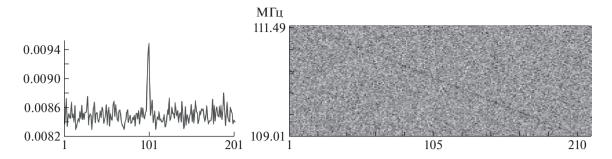


Рис. 3. Слева — средние профили известных пульсаров, обнаруженных в обзоре по отдельным импульсам, справа — профили самых сильных детектированных импульсов этих пульсаров. На горизонтальной оси оцифровка в точках (3.072 мс в точке). Для всех пульсаров приведен полный период. На вертикальной оси отображена плотность потока в условных единицах. Условные единицы для парных рисунков даны в одной шкале, что позволяет увидеть, во сколько раз пиковые плотности потока сильнейших импульсов больше пиковых плотностей потоков в средних профилях. На левой части парного рисунка приведено название пульсара, на правой части рисунка — его период и мера дисперсии.

ний позволило увеличить чувствительность при поиске периодического излучения примерно в 2-3 раза. Пиковая плотность потока найденных импульсов  $S_p=10$  и 4.5 Ян, полуширина профиля  $W_e=10$  мс. Верхняя оценка плотности потока  $S_{\rm int}<2$  мЯн (если 0.5 с < P<10 с). Так как появ-

ление импульсов RRAT спорадическое, истинные координаты источника могут оказаться в любом месте на диаграмме направленности. Приведем формальные координаты J0812+8626:  $\alpha_{2000} = 08^h 12^m 30^s \pm 2.5^m; \quad \delta_{2000} = 86^\circ 26' \pm 15' \quad \text{(см. рис. 4). Точная координата транзиента не извест-$ 



**Рис. 4.** Динамический спектр (слева) и профиль сильнейшего импульса (справа) RRAT J0812+8626. На вертикальной оси динамического спектра показаны частоты наблюдений. Для профиля одиночного импульса по вертикальной оси приведена плотность потока в условных единицах. На горизонтальных осях показано время наблюдений в точках (одна точка равна 3.072 мс).

на, поэтому нет возможности сделать поправки плотности потока, учитывающие положение лучей БСА ФИАН относительно источника. Приведенные значения пиковых плотностей потока являются нижними оценками. Действительная плотность потока этих импульсов может быть в 1.5—2 раза больше.

#### 4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

При проведении поиска диспергированных импульсов в площадке, покрывающей примерно 4000 кв. град, обнаружено 13 источников импульсного излучения. Двенадцать из них оказались известными пульсарами, у которых детектировано от 1 до 757 импульсов. Четыре пульсара (Ј0750+57, Ј1059+6459, Ј1706+59, Ј1910+5655) из двенадцати обнаружены в недавних поисках пульсаров на частоте 1400 МГц (Грин-Бенк [22]) и на частоте 135 МГц (LOFAR [20]), и мы подтверждаем их обнаружение на частоте 111 МГц. Для двух (J0750+57, J1706+59) мы уточнили оценку DM. Сравнение полуширин сильнейших импульсов всех 12 пульсаров и полуширин средних профилей этих пульсаров показывает, что средние профили от 1.5 до 20 раз шире, чем сильнейшие импульсы. Сравнение пиковых плотностей потоков сильнейших импульсов и средних прочто четыре показывает, пульсара (J0157+6212, J1910+5655, J2337+6151, J2354+6155) хорошие кандидаты в пульсары с гигантскими импульсами. Наилучший кандидат – это пульсар J1910+5655. Пиковая плотность потока его сильнейшего импульса превосходит пиковую плотность потока среднего профиля в 109 раз. Полуширины сильнейшего импульса и среднего профиля отличаются в 20 раз.

Одна из гипотез о природе RRAT была высказана в работе [27]. Согласно предложенной гипотезе вращающиеся транзиенты — это обычные пульсары с необычайно длинным хвостом в распределении импульсов по энергиям. Предполага-

ется, что интегральная плотность потока этих пульсаров ниже порога обнаружения для данного радиотелескопа, а отдельные импульсы с хвоста распределения достаточно сильны для их обнаружения. Предельная чувствительность для БСА ФИАН при поиске периодического излучения 5— 10 мЯн [16], предельная чувствительность БСА ФИАН при поиске импульсного излучения примерно 2 Ян [17]. Подберем числа, при домножении на которые интегральная плотность потока пульсара уменьшится до 5 мЯн, и домножим на подобранное число пиковую плотность потока сильнейшего импульса данного пульсара. Получим: J0141+6009 (3.1 Ян); J0157+6212 (5.0 Ян); J0653+8051 (4.8  $\mathfrak{A}_{H}$ ); J0814+7429 (1.5  $\mathfrak{A}_{H}$ ); J1059+6459 (3.6 Ян); J1840+5640 (4.3 J1910+5655 (3.1 Ян); J2225+6535 (1.1)J2337+6151 (2.9 Ян): J2354+6155 (9.7 Ян). Таким образом, из 10 пульсаров, у которых оценена пиковая плотность потока, при удалении пульсара на такое расстояние, чтобы его интегральная плотность потока упала до 5 мЯн, отдельные импульсы не будут видны лишь у двух пульсаров (J0814+7429, J2225+6535).

Гипотеза [27] может быть действительной для части выборки обычных секундных пульсаров. В то же время, как показано в работах [2, 3], типичные периоды RRAT в разы больше типичных периодов секундных пульсаров. Поэтому часть наблюдаемых вращающихся транзиентов принадлежит какой-то другой выборке. Возможно, что часть выборки RRAT связана с гигантскими импульсами. В работах [12, 13] для нескольких RRAT удалось показать, что наблюдаемые импульсы могут являться гигантскими импульсами пульсаров.

Обнаружено два импульса нового RRAT J0812+8626. Детектированное количество импульсов позволяет говорить лишь об обнаружении RRAT, но не дает возможность провести какой-либо анализ.

#### ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа С.В. Логвиненко в части создания программы обработки данных была поддержана грантом РФФИ 20-02-00872.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. M. McLaughlin, A. Lyne, D. Lorimer, M. Kramer, et al., Nature **439**, 817 (2006).
- M. A. McLaughlin, A. G. Lyne, E. F. Keane, M. Kramer, et al., Monthly Not. Roy. Astron. Soc. 400, 1431 (2009).
- 3. E. F. Keane and M. A. McLaughlin, Bull. Astron. Soc. India **39**, 333 (2011).
- 4. S. B. Popov, R. Turolla, and A. Possenti, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **369**, L23 (2006).
- S. Burke-Spolaor and M. Bailes, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. 402, 855 (2010).
- 6. S. V. Logvinenko, S. A. Tyul'bashev, and V. M. Malofeev, Bull. Lebedev Physics Inst. 47, 390 (2020).
- B. W. Meyers, S. E. Tremblay, N. D. R. Bhat, R. M. Shannon, et al., Publ. Astron. Soc. Australia 36, id. e034 (2019).
- 8. *J. Lu, B. Peng, K. Liu, P. Jiang, et al.*, Sci. China Phys. Mechanics and Astronomy **62**(5), id. 959503 (2019).
- 9. E. Keane, D. Ludovici, R. Eatough, M. Kramer, A. G. Lyne, M. A. McLaughlin, and B. W. Stappers, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. 401, 1057 (2010).
- 10. B. Y. Cui, J. Boyles, M. A. McLaughlin, and N. Palliyaguru, **840**, id. 5 (2017).
- 11. M. B. Mickaliger, A. E. McEwen, M. A. McLaughlin, and D. R. Lorimer, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. 479, 5413 (2018).

- 12. E. A. Brylyakova and S. A. Tyul'bashev, Astron. and Astrophys. 647, id. A191 (2021).
- S. A. Tyul'bashev, T. V. Smirnova, E. A. Brylyakova, and M. A. Kitaeva, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. 508, 2815 (2021). https://doi.org/10.1093/mnras/stab2612
- 14. *E. F. Keane and M. Kramer*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **391**, 2009 (2008).
- 15. V. Shishov, I. Chashei, V. Oreshko, S. V. Logvinenko, et al., Astron. Rep. **60**, 1067 (2016).
- 16. S. Tyul'bashev, V. Tyul'bashev, V. Oreshko, and S. Log-vinenko, Astron. Rep. 60, 220 (2016).
- 17. S. A. Tyul'bashev, V. S. Tyul'bashev, V. M. Malofeev, S. V. Logvinenko, et al., Astron. Rep. **62**, 63 (2018).
- 18. S. A. Tyul'bashev, P. Y. Golysheva, V. S. Tyul'bashev, and I. A. Subaev, Astron. Rep. 63, 920 (2019).
- 19. R. D. Dagkesamanskii, V. A. Samodurov, and K. A. Lapaev, Astron. Rep. 44, 18 (2000).
- 20. S. Sanidas, S. Cooper, C. G. Bassa, J. W. T. Hessels, et al., Astron. and Astrophys. **626**, id. A104 (2019).
- 21. V. M. Malofeev, O. I. Malov, and N. V. Shchegoleva, Astron. Rep. **44**, 436 (2000).
- 22. K. Stovall, R. S. Lynch, S. M. Ransom, A. M. Archibald, et al., Astrophys. J. **791**, id. 67 (2014).
- 23. A. N. Kazantsev and V. A. Potapov, Res. Astron. and Astrophys. 18, id. 097 (2018).
- 24. S. A. Tyul'bashev, V. S. Tyul'bashev, M. A. Kitaeva, A. I. Chernyshova, et al., Astron. Rep. 61, 848 (2017).
- 25. S. A. Tyul'bashev, M. A. Kitaeva, V. S. Tyul'bashev, V. M. Malofeev, and G. E. Tyul'basheva, Astron. Rep. 64, 526 (2020).
- 26. S. A. Tyul'bashev, M. A. Kitaeva, and G. E. Tyul'basheva, Astron. Rep., in press (2021).
- 27. P. Weltevrede, B. W. Stappers, J. M. Rankin, and G. A. E. Wright, Astrophys. J. 645, L149 (2006).

### ЭРУПЦИИ СПОКОЙНЫХ ВОЛОКОН И КОРОНАЛЬНЫЕ ДЖЕТЫ КАК ПРИЧИНЫ ДЕПРЕССИЙ МИКРОВОЛНОВОГО РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ

© 2021 г. И. В. Кузьменко<sup>1, \*</sup>

Институт прикладной астрономии РАН, Санкт-Петербург, Россия \*E-mail: kuzmenko\_irina@mail.ru
Поступила в редакцию 17.06.2021 г.
После доработки 27.08.2021 г.
Принята к публикации 30.08.2021 г.

По данным различных спектральных диапазонов проведено исследование нескольких солнечных событий с отрицательными всплесками разного типа в микроволновом диапазоне. Использовались данные интегрального потока радиоизлучения, полученные в Уссурийской обсерватории, обсерватории Нобеяма, данные Сети солнечных радиотелескопов ВВС США (RSTN), спектрополяриметра ИСЗФ СО РАН. Анализ изображений проводился по данным космической обсерватории SDO/AIA в канале 304 Å и радиогелиографа Нобеяма на частоте 17 ГГц. Показано, что причиной "изолированных" депрессий радиоизлучения являлось поглощение излучения радиоисточников и/или общирных областей спокойного Солнца низкотемпературным веществом крупного эруптивного волокна в отсутствие вспышек, что подтвердило выводы, сделанные в предыдущих исследованиях. Выявлено, что причиной отрицательных всплесков типа "депрессия перед всплеском" было затенение окололимбового радиоисточника веществом корональных джетов. В случае слабой вспышки, сопутствующей джету, отрицательный всплеск также мог иметь тип "изолированный". Рассмотрен случай возникновения более глубокой депрессии радиоизлучения на высоких частотах по сравнению с низкими, о чем ранее не сообщалось. Показано, что отрицательные всплески являются не такими редкими явлениями, как считалось ранее.

*Ключевые слова:* депрессия радиоизлучения, микроволновый отрицательный всплеск, радиоисточник, эруптивный протуберанец, корональный джет

**DOI:** 10.31857/S0004629921120045

#### 1. ВВЕДЕНИЕ

Исследование спорадической солнечной активности по микроволновому радиоизлучению позволяет изучать эруптивные события. В некоторых из них наблюдаются так называемые отрицательные радиовсплески, представляющие собой временное понижение интегрального потока радиоизлучения ниже квазистационарного уровня вне всплесков. Классификация отрицательных всплесков была сделана в работах [1, 2] по записям радиоизлучения на частоте 2.8 ГГц, где они впервые были обнаружены. Выделяются следующие типы: "депрессия перед всплеском", "депрессия, наложенная на постепенный всплеск", "изолированный" и, наиболее часто встречающийся и изученный – "депрессия после всплеска". Отрицательные всплески считаются довольно редкими явлениями: за период 1951-1972 гг. в Оттаве было зарегистрировано только 12 таких событий, а за период 1991-2010 гг. по данным Solar Geophysical Data их насчитывалось 67 [3].

Изучение некоторых событий с отрицательными всплесками по данным различных спек-

тральных диапазонов показали, что, в основном, причиной депрессий радиоизлучения являлось поглощение низкотемпературной плазмой эруптивного волокна излучения локальных радиоисточников, а также обширных областей спокойного Солнца [1-6]. Отрицательные всплески происходили также в результате экранирования ярких окололимбовых радиоисточников веществом джето-подобных выбросов [7, 8]. Напомним, что джеты — это мелкомасштабные выбросы солнечной плазмы, наблюдаемые в крайнем ультрафиолетовом (КУФ) и рентгеновском диапазонах. Еще одной возможной причиной отрицательных всплесков является уменьшение излучения от радиоисточника в процессе развития активной области [9, 10].

Зависимость радиопоглощения от параметров поглощающего вещества и частоты регистрируемого радиоизлучения дает возможность оценить параметры поглотителя по радиоданным на нескольких частотах. Метод оценки параметров выброса по величине радиопоглощения описан в [11] и состоит в моделировании спектрального

хода интегрального потока солнечного радиоизлучения при наличии поглощающей среды на пути к наблюдателю, и в поиске таких параметров плазмы выброса, которые приводят к наилучшему соответствию измеренным на разных частотах величинам радиопотока. Модельные расчеты для ряда событий показали, что поглощающее радиоизлучение вещество имело температуру ~10<sup>4</sup> К и занимало площадь меньше 10% от площади солнечного диска [3]. Оцененные массы поглотителя были сравнимы с массами крупных протуберанцев.

Настоящая работа посвящена выяснению причин отрицательных всплесков в нескольких событиях, выбранных по записям интегрального потока радиоизлучения на частоте 2.8 ГГц, полученных в Уссурийской астрофизической обсерватории [12] (в настоящее время – ИПА РАН). В первом событии (15-16.11.2015) исследованы два "изолированных" отрицательных всплеска, в других (07-09.09.2017) рассмотрены депрессии разных типов, но более подробно изучены отрицательные всплески типа "поглощение перед всплеском". В разделе 2 представлены результаты анализа наблюдений событий в различных спектральных диапазонах, а также оценка параметров поглощающего вещества для одного из событий. Раздел 3 посвящен обсуждению полученных результатов, в разделе 4 приведены основные результаты исследования.

Основными источниками информации являлись различные интернет-центры данных. Использованы записи интегральных потоков радиоизлучения радиополяриметров Нобеяма<sup>1</sup>, станций Сети солнечных радиотелескопов RSTN ВВС США<sup>2</sup>. Для анализа наблюдений в крайнем ультрафиолетовом диапазоне использовались изображения, полученные инструментом AIA солнечной космической обсерватории SDO<sup>3</sup>, в радиодиапазоне — изображения радиогелиографа Нобеяма<sup>4</sup>. Данные о корональных выбросах были взяты из каталога коронографа SOHO LASCO СМЕ Catalog<sup>5</sup>.

### 2. АНАЛИЗ НАБЛЮДЕНИЙ

#### 2.1. Событие 15/16.11.2015

Два "изолированных" отрицательных всплеска были зарегистрированы 15/16.11.2015 на записи интегрального потока радиоизлучения на частоте 2.8 ГГц по данным Уссурийской обсерватории. Хотя начало наблюдений 15 ноября в 23:15 совпа-

1 ftp://solar.nro.nao.ac.jp/pub/norp/xdr/

ло с уже происходящей первой депрессией радиоизлучения, можно считать, что она относилась к типу "изолированный" отрицательный всплеск, поскольку вспышки по данным GOES SXR 1-8~Åдо 23:00 отсутствовали.

Событие было связано с двумя эрупциями спокойных волокон в юго-западном квадранте солнечного диска, одна из которых была симпатической. Первое крупное эруптивное волокно находилось между активными областями NOAA 12452 (S08, W13) и 12449 (S11, W49) магнитного класса В с небольшими пятнами. Полъем и расширение волокна наблюдались с 21:30 как в линии На (например, на изображениях, полученных в MLSO), так и в крайнем ультрафиолете на изображениях SDO/AIA. Возможными причинами эруппии считаются появление и аннигиляция областей магнитного поля противоположной полярности, которые происходили в нескольких местах вдоль нейтральной линии магнитного поля [13, 14]. Эрупция сопровождалась вспышечно подобными лентами, видимыми в крайнем ультрафиолете, и замедляющимся корональным выбросом массы (КВМ).

Изображения SDO/AIA в канале 304 Å (максимальная температурная чувствительность 80000 К) показали разогрев плазмы волокна в начале эрупции в местах отрыва его ножек, и затенение его веществом обширных областей спокойного Солнца и активных областей, расположенных к северу и к западу от его начального положения (рис. 1). Анализ изображений радиогелиографа Нобеяма на частоте 17 ГГи полтвердил, что во время своего подъема и расширения волокно затеняло излучение двух тепловых радиоисточников, расположенных над активными областями NOAA 12453 и 12449. Их положение показано белыми контурами на рис. 1.

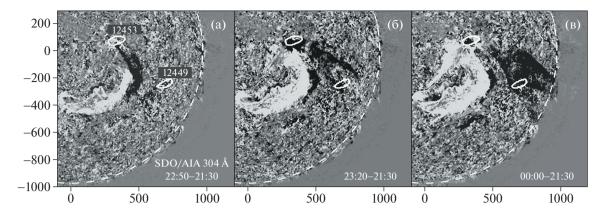
Рисунок 2 представляет измеренные по радиоизображениям на 17 ГГц величины потока от этих источников в единицах с.е.п. (1 с.е.п. =  $=10^{-22} \text{ Bт/(м}^2 \Gamma_{\rm H})$ ). При расчете этих величин производилось вычитание яркостной температуры спокойного Солнца в пределах площади радиоисточника. На рис. 2 также приведена запись интегрального потока радиоизлучения на частоте 2.8 ГГц по данным Уссурийской обсерватории. Видно, что изолированный отрицательный всплеск на записи интегрального радиопотока совпадает по времени с уменьшением потока от источников. Подобная депрессия радиоизлучения обычно происходит и на других частотах микроволнового диапазона, однако эти данные (например, сети радиотелескопов RSTN) в сети Интернет найти не удалось. Наблюдения же радиополяриметров Нобеяма начались только с 00:00 16 ноября.

<sup>2</sup> ftp://ftp.ngdc.noaa.gov/STP/SOLAR\_DATA/SOLAR\_RA-DIO/RSTN lsec/

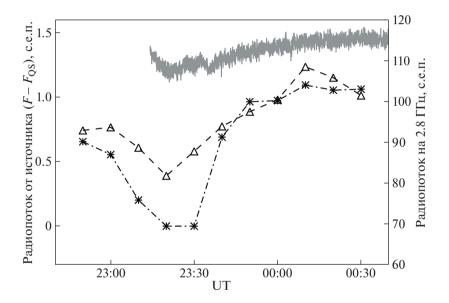
<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> http://jsoc.stanford.edu/data/aia/synoptic/

<sup>4</sup> http://solar.nro.nao.ac.jp/norh/images/10min/

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> http://cdaw.gsfc.nasa.gov/CME\_list/



**Рис. 1.** Эрупция волокна 15.11.2015 на разностных изображениях SDO/AIA в канале 304 Å. Контурами показано положение радиоисточников над активными областями, определенное по изображениям радиогелиографа Нобеяма на частоте 17 ГГц. На координатных осях здесь и далее отложены угловые секунды от центра солнечного диска.

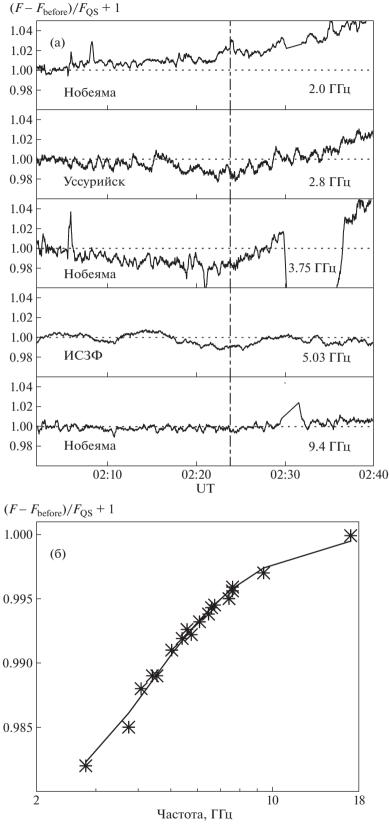


**Рис. 2.** Измеренные 15/16.11.2015 по изображениям радиогелиографа Нобеяма на 17 ГГц величины потока от радиоисточников над активными областями NOAA 12453 (звездочки) и 12449 (треугольники). Сплошной серой линией показана запись интегрального потока радиоизлучения на частоте 2.8 ГГц.

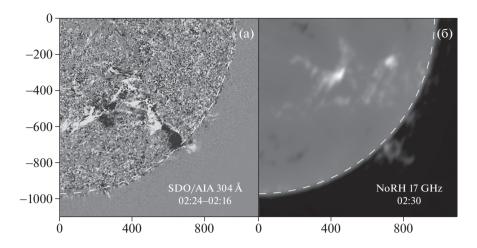
Похожие события с депрессиями радиоизлучения, наблюдавшимися на ряде частот микроволнового диапазона, изучались нами ранее [5, 3, 6]. По аналогии с полученными в них результатами мы делаем вывод, что причиной "изолированного" отрицательного всплеска в данном случае было поглощение радиоизлучения областей как спокойного Солнца, так и радиоисточников веществом эруптивного волокна. Это была эрупция крупного спокойного волокна, расположенного между двумя активными областями.

Второй "изолированный" отрицательный всплеск наблюдался на частотах микроволнового диапазона 2.8—9.4 ГГц по данным разных обсер-

ваторий. Использовались записи радиополяриметров Нобеяма, радиометра Уссурийска и спектрополяриметра ИСЗФ СО РАН в диапазоне частот 4—8 ГГц [15]. На рис. За представлены сглаженные по 3—20 с профили радиоизлучения с вычтенным предвсплесковым уровнем  $F_{\rm before}$ , нормированные к уровню спокойного Солнца  $F_{\rm QS}$  (о необходимости нормировки см. ниже). Величины  $F_{\rm QS}$  на этих частотах были определены аппроксимацией измеренных значений для спокойного Солнца на ряде частот, полученных в работе [16]. Вертикальной штрихпунктирной линией показано максимальное поглощение в 02:24.



**Рис. 3.** Нормированные к уровню спокойного Солнца  $F_{\rm QS}$  профили радиоизлучения на разных частотах с вычтенным предвсплесковым уровнем  $F_{\rm before}$  (а). Вертикальной штрихпунктирной линией отмечена максимальная глубина поглощения, для которой были выполнены измерения; 6 — спектр глубины радиопоглощения в 02:24. Звездочки — измеренные значения, сплошная линия — модельная аппроксимация.



**Рис. 4.** Эруптивное волокно 16.11.2015: а — на разностном изображении SDO/AIA в канале 304 Å, б — на изображении радиогелиографа Нобеяма на частоте 17  $\Gamma\Gamma$ ц (над лимбом).

Во время второго отрицательного всплеска произошла частичная симпатическая эрупция другого спокойного волокна, которое находилось к юго-востоку от активных областей NOAA 12449 и 12450. Эрупция также привела к появлению вспышечно подобных лент, наблюдаемых в крайнем ультрафиолете, и быстрому КВМ. Анализ изображений SDO/AIA в КУФ и изображений радиогелиографа Нобеяма на частоте 17 ГГц показал, что во время своего подъема вещество волокна затеняло только области спокойного Солнца (рис. 4).

В работе [11] была предложена модель для оценки параметров поглощающего вещества по измеренным величинам радиопоглощения на разных частотах. Измерения проводились по нормированным к уровню спокойного Солнца профилям радиоизлучения, которые и показаны на рис. За. При расчетах параметры поглотителя подбирались таким образом, чтобы расчетные значения радиопоглощения были близки к измеренным величинам на разных частотах. Случай поглощения излучения только областей спокойного Солнца был наиболее простым. На рис. 36 звездочками показаны измеренные в 02:24 значения поглощения, сплошной линией – вычисленные с применением модели. Расчетная кривая получена при следующих параметрах поглощающего вещества: его кинетическая температура – 9000 К, оптическая толщина на частоте 17 ГГц – 0.08, высота нижней границы поглощающего экрана над хромосферой  $-20 \, \mathrm{M}\mathrm{M}$ , площадь экрана – 8% от площади солнечного диска. Дополнительное использование в данном случае данных спектрополяриметра ИСЗФ позволило уменьшить неопределенность хода расчетной кривой в диапазоне частот 4–8 ГГц. Используя значения оцененных параметров и методику, описанную

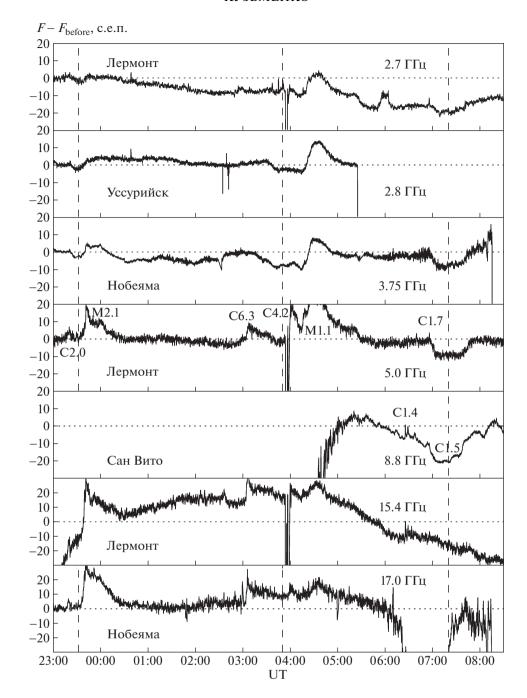
в [11], мы также получили оценку массы поглотителя  $-3.3\times10^{15}$  г. Полученные параметры поглощающего вещества подтверждают, что причиной второго "изолированного" отрицательного всплеска в событии 15/16.11.2015 было поглощение радиоизлучения только областей спокойного Солнца низкотемпературным веществом эруптивного волокна.

Таким образом, анализ наблюдений в различных спектральных диапазонах показал, что причиной двух "изолированных" отрицательных всплесков в событии 15/16.11.2015 было поглощение радиоизлучения в холодном веществе крупных волокон во время их эрупции. В первом случае происходило затенение как областей спокойного Солнца, так и соседних радиоисточников, во втором поглощалось радиоизлучение областей только спокойного Солнца.

#### 2.2. События 07-09.09.2017

Два отрицательных всплеска типа "поглощение перед всплеском" были выявлены 08— 09.09.2017 по записям радиоизлучения на частоте 2.8 ГГц в Уссурийской обсерватории. Они также наблюдались и на других частотах в нескольких обсерваториях, что подтверждает их солнечное происхождение. Третья депрессия радиоизлучения, зарегистрированная за пределами временного интервала наблюдений в Уссурийске, была изучена в [7].

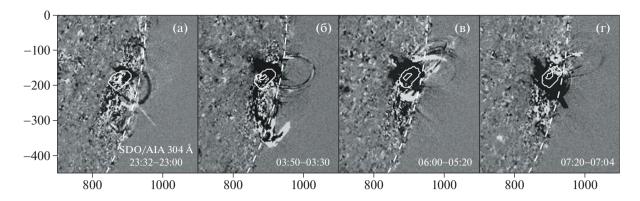
На рис. 5 представлены сглаженные записи радиоизлучения по данным разных обсерваторий с вычтенным значением уровня излучения перед всплеском  $F_{\text{before}}$ . Запись со станции Лермонт на частоте 8.8 ГГц в связи с большой нестабильностью была заменена на запись другой станции сети радиотелескопов RSTN—Сан Вито, где наблю-



**Рис. 5.** Профили радиоизлучения 08/09.09.2017 на разных частотах с вычтенным предвсплесковым уровнем  $F_{\text{before}}$ . Вертикальными штриховыми линиями отмечены три депрессии радиоизлучения.

дения только начались. Три момента времени, отмеченные на рис. 5 вертикальными штриховыми линиями, относятся к депрессиям радиоизлучения. На панелях с записями радиопотока на 5.0 и 8.8 ГГц рядом с радиовсплесками приведены классы соответствующих им вспышек по данным GOES SXR 1—8 Å. Все вспышки произошли в активной области NOAA 12673, которая 09.09.2017 находилась вблизи солнечного лимба (ее коорди-

наты S09, W82). В процессе своего развития с 1 по 5 сентября 2017 г. она изменила магнитную конфигурацию с  $\alpha$  на  $\beta\gamma\delta$  и после прохождения центрального меридиана Солнца показывала высокую активность в виде множества вспышек, в том числе класса X. На рис. 5 видно, что вспышки класса М имели отклики в виде радиовсплесков на всех частотах, тогда как более слабым вспышкам соответствовали всплески только на высоких



**Рис. 6.** Разностные изображения части солнечного диска 08/09.09.2017 по данным SDO/AIA в канале 304 Å. Белым контуром показано положение радиоисточника на уровне интенсивности [0.5; 0.9] от максимальной, определенное по изображениям радиогелиографа Нобеяма на частоте 17 ГГц, штриховой дугой — лимб Солнца.

частотах. В связи с этим существует неопределенность с типом третьего отрицательного всплеска, его можно отнести как к типу "изолированный", так и к типу "поглощение после всплеска".

Как было показано в [7], причиной этой наиболее глубокой депрессии на всех частотах (после 07:00) явилось экранирование микроволновых источников над солнечными пятнами веществом небольшого эруптивного волокна, наблюдавшегося в виде джета. Анализ оригинальных изображений SDO/AIA в канале 304 Å показал, что во время двух других отрицательных всплесков в активной области или вблизи нее также наблюдались джеты. Рисунок 6 представляет разностные изображения части солнечного диска в канале 304 Å в моменты времени, отмеченные на рис. 5 вертикальными штриховыми линиями, а также в 06:00. Положение радиоисточника, определенное по изображениям радиогелиографа Нобеяма на частоте 17 ГГц 8 сентября в 23:00 на уровнях ин-

Таблица 1. Сведения об отрицательных всплесках, отождествленных с событиями в крайнем ультрафиолете

№	Дата, время наблюдения депрессии	Тип всплеска, частоты наблюдений, ГГц (обсерватория)	События в КУФ и белом свете	Класс вспышки (время начала)
1	07.09.2017, 08:35-09:30	Изолированный, с наложением на него всплеска, 2.7–8.8 (Сан Вито)	Два джета 08:37—09:00 и 09:02—09:41	C2.3 (09:16)
2	07.09.2017, 10:22—11:20	Депрессия после всплеска, 2.7-8.8 (Сан Вито)	Эрупция волокна (в виде джета) и КВМ	M7.3 (10:11)
3	08.09.2017, 01:00—02:00	Изолированный, с наложением на него всплеска, 2–7.5 (Нобеяма, УАФО, Лермонт, корреляционные кривые СРГ)	Активизация и частичная эрупция волокна	C5.3 (01:36)
4	08.09.2017, 03:45-04:30	Депрессия после всплеска, 2.7–8.8 (Нобеяма, Лермонт, СРГ)	Джет (03:46-04:30)	M1.2 (03:39)
5	08.09.2017, 06:10-07:10	Депрессия после всплеска, 2.7–8.8 (Нобеяма, Лермонт, Сан Вито, СРГ)	Джет (06:10-07:05)	C8.3 (05:31)
6	08.09.2017, 10:50—11:20	Депрессия перед всплеском, 1.4158.8 (Сан Вито)	Активизация волокна (до 11:00) и джет (11:00—11:40)	C1.6 (10:45) C1.7(11:21)
7	08.09.2017, 12:10—12:50	Депрессия после всплеска, 2.7-8.8 (Сан Вито)	Джет (12:18—12:55)	C5.9 (12:09)
8	08.09.2017, 13:20—13:40	Изолированный, 2.7–15.4 (Сан Вито)	Активизация волокна	Нет вспышек
9	08.09.2017, 12:10—12:50	Депрессия перед всплеском, 5—15.4 (Сан Вито)	Джеты друг за другом	M2.9 (15:09)

тенсивности 0.5 и 0.9 от максимума, показано контуром на рис. 6 с учетом вращения Солнца на указанное на панелях время.

Джет 8 сентября (рис. 6а) наблюдался на изображениях в канале 304 Åс 23:08. Его вещество частично экранировало микроволновый источник. После второго джета (рис. 6б), по данным каталога SOHO/LASCO 9 сентября в 06:12 был зарегистрирован замедляющийся КВМ, не имеющий явно выраженного ядра. На частотах ≥5 ГГц заметно понижение уровня интегрального радиопотока (рис. 5), но за счет вспышечного излучения отрицательные всплески на этих частотах отсутствуют.

Отметим, что после 05:40 на изображениях SDO/AIA в 304 Å (рис. 6в) и на оригинальных изображениях радиогелиографа Нобеяма наблюдалась активизация волокна. Вероятно, при подъеме его вещества на небольшую высоту происходило частичное затенение наиболее яркой части радиоисточника, что проявилось в понижении уровня радиоизлучения только на частотах >5 ГГц (рис. 5). Направление движения третьего джета и его размеры были такими (рис. 6г), что его вещество экранировало большую часть радиоисточника. Это привело к депрессии радиоизлучения на всех частотах от 2.7 до 17 ГГц.

Оценки параметров поглощающего вещества с использованием модели для этого события не проводились, поскольку в модели учитывается затенение источника теплового тормозного излучения. При изучении же лепрессии ралиоизлучения после 07:00 в работе [7] отмечалось, что вещество джета экранировало один или несколько поляризованных источников, связанных с солнечными пятнами, поскольку снижение интенсивности имело аналог в изменении поляризации радиоизлучения на частотах 4—8 ГГц. Кроме того. в работе [17] было показано, что с 05.09.2017 основным компонентом квазистационарного излучения активной области NOAA 12673 на частоте 17 ГГц являлся компактный источник над нейтральной линией, чья яркостная температура может быть выше, чем у обычных гирорезонансных источников.

Отметим, что с 07.09.2017 при приближении к западному лимбу в активной области или немного к востоку от нее в канале 304 Å регистрировались многочисленные джеты. После определения времени их наблюдений было установлено, что большинство из них можно отождествить с депрессиями радиоизлучения на частотах диапазона 1-17 ГГц. Сведения о таких отрицательных всплесках, обнаруженных по данным разных обсерваторий, а также о вспышках, происходящих в эти интервалы времени, приведены в табл. 1.

За 2 дня (7 и 8 сентября) было выявлено еще 9 отрицательных всплесков. Вероятно, их могло

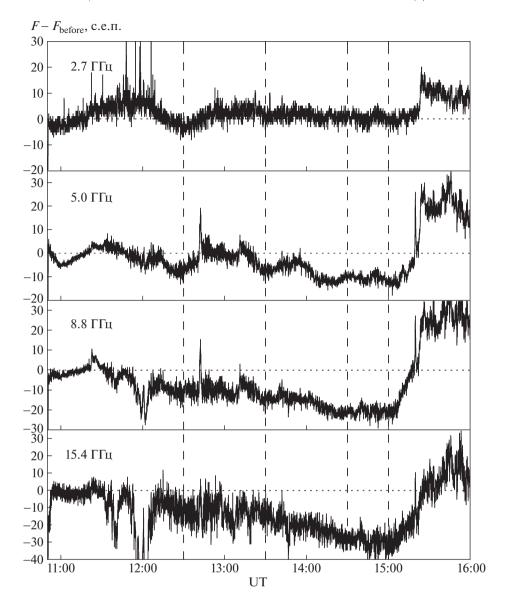
быть и больше, но некоторые из джетов (например, 8 сентября в 05:54 и 08:57) наблюдались во время мощных вспышек, на фоне которых депрессии радиоизлучения обычно не заметны. Кроме того, 5 джетов, наблюдаемые 7 и 8 сентября с 17:00 до 22:00, произошли во время отсутствия наблюдений в радиодиапазоне (данных станции Сагамор Хилл, где проводятся наблюдения в этот период времени, на сайте RSTN нет). Поскольку время существования джетов составляло десятки минут, то в случае, если они наблюдались непосредственно друг за другом, депрессия радиоизлучения могла быть одна (например, N 1 и 9 в табл. 1).

Таким образом, анализ изображений в различных спектральных диапазонах показал, что вещество джетов, периодически возникающих 07—09.09.2017 в или вблизи активной области, имеющей сложную магнитную конфигурацию и приближающейся к солнечному лимбу, частично затеняло находящиеся в ней радиоисточники (один или несколько), что привело к многочисленным депрессиям радиоизлучения на ряде частот микроволнового диапазона.

#### 3. ОБСУЖДЕНИЕ

Проведенное нами исследование событий с отрицательными всплесками разного типа с использованием данных различных спектральных диапазонов подтвердило сделанные ранее выводы о причинах депрессий радиоизлучения. Тем не менее каждое событие являлось уникальным и имело свои особенности. В событии 15.11.2015 эрупция крупного волокна с первого взгляда была похожа на аномальную [18], когда вещество эруптивного волокна в процессе эрупции не сохраняет свою форму и магнитную структуру, а рассеивается по большой площади. Однако более детальный анализ наблюдений показал, что форма волокна при расширении не изменялась. Видимое движение плазмы в разных направлениях обусловлено частичным стеканием ее обратно на солнечную поверхность вдоль главной оси волокна одновременно с продолжающимся расширением волокна вверх.

Для второй эрупции (16.11.2015) применение модельных расчетов позволило оценить площадь поглощающего облака в микроволновом диапазоне, которая составила ≈8% от площади солнечного диска. Эта величина близка к оценке 10%, полученной в работе [6], где изолированный отрицательный всплеск также наблюдался в результате поглощения веществом крупного эруптивного волокна областей только спокойного Солнца. В других же исследованиях [3, 5], где причиной депрессии радиоизлучения было экранирование как областей спокойного Солнца, так

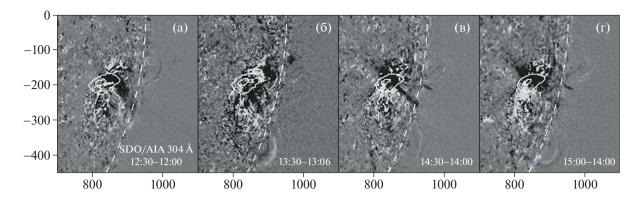


**Рис. 7.** Профили радиоизлучения 08.09.2017 на разных частотах с вычтенным предвсплесковым уровнем  $F_{\text{before}}$  по данным Сан Вито. Вертикальными штриховыми линиями отмечены моменты времени, которым соответствуют изображения на рис. 8.

и радиоисточника, эта площадь составляла 2-6% от площади солнечного диска. Оцененная температура вещества эруптивного волокна (9000 K) и его масса ( $3.3\times10^{15}$  г) согласуются с оценками температур и масс крупных протуберанцев, а также с массами KBM, полученными в других событиях [3]. В каталоге SOHO LASCO CME Catalog масса KBM оценена в  $1.7\times10^{16}$  г, но отмечалась неточность этой оценки в связи с тем, что движение выброса происходило в плоскости, отличной от картинной плоскости SOHO.

О событиях с отрицательными всплесками, причиной которых являлось затенение около-

лимбовых радиоисточников веществом джетов, уже сообщалось в работах [7, 8]. Похожая картина наблюдалась и 07—09.09.2017. Отметим, что все джеты так или иначе были связаны со вспышками. Тип отрицательного всплеска зависел от класса вспышки, предшествующей джету или следующей за ним. Депрессия радиоизлучения могла быть даже "изолированным" отрицательным всплеском в случае невысокого класса вспышки и расположения активной области вблизи солнечного лимба (как, например, третий отрицательный всплеск в событии 08—09.09.2017 или депрессии радиоизлучения, изученные в [8]). Хотя, как правило, такой всплеск наблюдается в



**Рис. 8.** Разностные изображения части солнечного диска 08.09.2017 по данным SDO/AIA в канале 304 Å. Белым контуром показано положение радиоисточника на уровне интенсивности [0.5; 0.9] от максимальной, определенное по изображениям радиогелиографа Нобеяма на частоте 17 ГГц 07.09.2017 в 23:00 с учетом вращения Солнца на указанное на панелях время. Штриховой дугой отмечен солнечный лимб.

отсутствие каких-либо вспышек, как в событии 15/16.11.2015.

Ранее отмечалось, что отрицательные всплески в микроволновом диапазоне довольно редкое явление. 12 депрессий радиоизлучения, наблюдаемые в течение всего трех суток в сентябре 2017 г., показывают, что они могут происходить довольно часто в развивающейся активной области при расположении ее вблизи солнечного лимба. В этом случае причиной депрессий может быть активизация волокна или джеты, наблюдающиеся между наблюдателем и активной областью, и частично затеняющие находящиеся в ней радиоисточники.

В [18] отмечалось, что при поглощении теплового радиоизлучения низкотемпературным ( $\sim 10^4$  K) веществом экрана для наблюдения отрицательных всплесков наиболее предпочтителен диапазон частот <5 ГГц. На более высоких частотах обычно наблюдалось снижение уровня излучения, но не ниже предвсплескового.

Интересен случай, когда депрессия радиоизлучения присутствует на высоких частотах, но мало проявлена на низких (например, № 8 и 9 в табл. 1). На рис. 7 приведены записи интегрального радиопотока 08.09.2017, полученные на разных частотах в Сан Вито. Отрицательные всплески в 11:00, 12:30 и 13:30 видны на всех частотах, тогда как "депрессия перед всплеском" после 14:00 зарегистрирована только на частотах ≥5 ГГц. Отметим, что в этом интервале времени в канале 304 Å друг за другом наблюдались джеты (рис. 8в, г), хотя нельзя исключать и нестабильность в работе приемной аппаратуры, что могло проявиться в постепенном падении потока радиоизлучения после 12:00 на частотах ≥5 ГГц.

В чем же отличие джетов, наблюдаемых между 14:00 и 15:10, от других? На рис. 86—г видно, что на-

правление движения джетов таково, что их вещество затеняло наиболее яркую часть радиоисточника, в отличие от джетов на рис. 8а и рис. 6а, б. Отметим, что и изображения на рис. 6в, г показывают экранирование наиболее яркой части радиоисточника, что соответствует снижению уровня радиопотока на частотах >5 ГГц на рис. 5.

На высоких частотах радиоисточники обычно располагаются над пятнами или между ними, тогда как на низких частотах они имеют большие размеры (типа гало). Если вещество джета экранирует гирорезонансный радиоисточник (или источник над нейтральной линией) на высоких частотах, тогда можно ожидать, что отрицательный всплеск на этих частотах будет иметь большую глубину. Однако при этом площадь поглощающего вещества может быть недостаточна для появления заметной депрессии радиоизлучения на низких частотах, когда площадь поглотителя мала по сравнению с размером радиоисточника.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполнено исследование событий, в которых на разных частотах микроволнового диапазона наблюдались отрицательные всплески разных типов. В событии 15—16.11.2015 оба радиовсплеска имели редкий тип "изолированный" и были связаны с эрупциями крупных спокойных волокон, расположенных между активными областями в южном полушарии вблизи центрального меридина Солнца. Детальный анализ наблюдений в различных спектральных диапазонах показал, что причиной их возникновения было поглощение веществом эруптивного волокна излучения областей спокойного Солнца и соседних радиоисточников (15.11.2015) и только областей спокойного Солнца (16.11.2015). Сделанные оценки парамет-

ров поглощающего вещества 16.11.2015 подтвердили этот вывод.

Для двух отрицательных всплесков типа "депрессия перед всплеском" в событии 08—09.09.2017 показано, что они были связаны с появлением джетов в активной области или к востоку от нее. Активная область имела сложную магнитную конфигурацию и располагалась вблизи западного лимба Солнца. Вещество джетов частично затеняло находящиеся в ней радиоисточники (скорее всего, гирорезонансные), что и вызвало отрицательные всплески на ряде частот микроволнового диапазона.

При сопоставлении наблюдений в крайнем ультрафиолете и радиодиапазоне 07-09.09.2017 выявлено, что появление джетов в большинстве случаев соответствовало депрессиям радиоизлучения. В течение трех суток на разных обсерваториях было зарегистрировано, как минимум, 12 отрицательных всплесков. Это показывает, что такие события могут быть не такими редкими, как считалось ранее. Тип всплеска зависел от класса вспышки и мог быть даже "изолированным" из-за положения активной области вблизи лимба, когда слабые вспышки присутствовали, но не имели отклика в радиодиапазоне. Рассмотрен пример возникновения более глубокой депрессии радиоизлучения на высоких частотах по сравнению с низкими частотами, о чем ранее не сообщалось.

#### БЛАГОДАРНОСТИ

Автор благодарен коллегам из отдела радиофизики ИСЗФ СО РАН: к.ф.-м.н. Д.А. Жданову за любезно предоставленные данные спектрополяриметра в диапазоне частот 4—8 ГГц, д.ф.-м.н. А.М. Уралову за полезные замечания и обсуждение некоторых моментов, д.ф.-м.н. В.В. Гречневу за возможность использования программ из его IDL-библиотек. Автор признателен за свободный доступ к данным NASA/SDO и научному коллективу AIA, а также коллективам, ведущим наблюдения на радиотелескопах сети USAF RSTN BBC США и спутниках GOES; коллективу, поддерживающему каталог SOHO LASCO СМЕ в центре данных CDAW HACA и Американского Католического университета в кооперации с Военно-морской исследовательской лабораторией США. Мы также благодарим

Международный консорциум, обеспечивший продолжение наблюдений на Радиогелиографе Нобеяма до их прекращения 31 марта 2020 г. Радиополяриметры Нобеяма (NoRP) эксплуатируются Солнечной научной обсерваторией (Solar Science Observatory) — отделением Национальной астрономической обсерватории Японии. Данные наблюдений NoRP проверены консорциумом, обеспечивающим функционирование NoRP в научных целях.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. A. E. Covington, Solar-Geophys. Data 358, 20 (1974).
- 2. A. E. Covington, Solar Phys. 33, 439 (1973).
- 3. V. Grechnev, I. Kuzmenko, A. Uralov, I. Chertok, and A. Kochanov, Publ. Astron. Soc. Japan P65, id. SP10 (2013).
- 4. C. Sawyer, Solar Phys. 51, 203 (1977).
- 5. *И. В. Кузьменко, В. В. Гречнев, А. М. Уралов*, Астрон. журн. **86**, 1114 (2009).
- I. V. Kuzmenko and V. V. Grechnev, Solar Phys. 292, 143 (2017).
- V. V. Grechnev, S. V. Lesovoi, A. A. Kochanov, A. M. Uralov, et al., J. Atmospher. Solar-Terr. Phys. 174, 46 (2018).
- 8. *И. В. Кузьменко*, Солнечно-земная физика **6**, 26 (2020).
- 9. V. P. Maksimov and V. P. Nefedyev, Solar Phys. **136**, 335 (1991).
- А. Ю. Федотова, А. Т. Алтынцев, А. А. Кочанов, С. В. Лесовой, Н. С. Мешалкина, Солнечно-земная физика 4, 17 (2018).
- 11. V. V. Grechnev, A. M. Uralov, V. A. Slemzin, I. M. Chertok, I. V. Kuzmenko, and K. Shibasaki, Solar Phys. 253, 263 (2008).
- 12. И. В. Кузьменко, Ф. А. Михалина, Б. А. Капустин, Изв. Вузов. Радиофизика LI, 1005 (2008).
- 13. *Y. Hou, T. Li, Z. Song, and J. Zhang*, Astron. and Astrophys. **640**, id. A101 (2020).
- 14. Z. Song, Y. Hou, and J. Zhang, 892, id. 79 (2020).
- 15. *D. A. Zhdanov and V. G. Zandanov*, Central European Astrophys. Bull. **35**, 223 (2011).
- 16. V. N. Borovik, Lectures Notes in Physics **432**, 185 (1994).
- А. В. Кудрявцева, И. И. Мышьяков, А. М. Уралов, В. В. Гречнев, Солнечно-земная физика 7, 3 (2021).
- 18. В. В. Гречнев, И. В. Кузьменко, И. М. Черток, А. М. Уралов, Астрон. журн. **88**, 692 (2011).

### ДВИЖЕНИЕ В ЦЕНТРАЛЬНОМ ПОЛЕ ПРИ ВОЗМУЩАЮЩЕМ УСКОРЕНИИ, ИЗМЕНЯЮЩЕМСЯ ПО ЗАКОНУ ОБРАТНЫХ КВАДРАТОВ, В СИСТЕМЕ ОТСЧЕТА, СВЯЗАННОЙ С ВЕКТОРОМ СКОРОСТИ

© 2021 г. Т. Н. Санникова<sup>1,\*</sup>

<sup>1</sup> Крымская астрофизическая обсерватория РАН, Научный, Россия \*E-mail: tnsannikova@craocrimea.r
Поступила в редакцию 25.06.2021 г.
После доработки 13.08.2021 г.
Принята к публикации 31.08.2021 г.

Рассмотрена задача, в которой точка нулевой массы двигается под действием притяжения к центральному телу  $\mathcal{G}$  и возмущающего ускорения  $\mathbf{P}'$ , обратно пропорционального квадрату расстояния до  $\mathcal{G}$ , так что  $\mathbf{P}' = \mathbf{P}/r^2$ , модуль  $\mathbf{P}'$  мал по сравнению с основным ускорением, вызванным притяжением центрального тела, а компоненты вектора  $\mathbf{P}(\mathfrak{T},\mathfrak{N},W)$  – постоянны в системе отсчета с началом в  $\mathcal G$  и осями, направленными по вектору скорости, нормали к нему в плоскости оскулирующей орбиты и бинормали. Для этой задачи ранее нами получены уравнения движения в средних элементах в первом приближении по малому параметру, роль которого играет отношение возмущающего ускорения к основному. Предложено решение осредненных по средней аномалии уравнений. Система решена для круговой орбиты и в случаях, когда хотя бы один из компонентов вектора возмущающего ускорения равен нулю. Для круговой орбиты и при  $\mathfrak{T}=0$  решение представлено в виде зависимостей элементов орбиты от времени и содержит элементарные функции либо полные эллиптические интегралы. Если тангенциальный компонент возмущающего ускорения не равен нулю, время и элементы орбиты представлены функциями эксцентриситета. В этих случаях система проинтегрирована в квадратурах, приводящих к неэлементарным функциям, однако все они выражены рядами по степеням эксцентриситета e, сходящимися при e < 1. Таким образом, при  $\mathfrak{T} \neq 0$  получено решение в виде рядов.

*Ключевые слова:* орбитальная система отсчета, вектор скорости, уравнения движения типа Эйлера, осредненные уравнения движения, аналитическое решение, полные эллиптические интегралы, разложение в ряд, тангенциальное ускорение, эффект Ярковского

**DOI:** 10.31857/S0004629921120069

#### 1. ВВЕДЕНИЕ

Рассмотрим движение точки нулевой массы  $\mathcal{A}$  (например, астероида) под действием притяжения к центральному телу  $\mathcal{G}$  (например, к Солнцу) и возмущающего ускорения  $\mathbf{P}'$ , обратно пропорционального квадрату расстояния до  $\mathcal{G}$ , т.е.  $\mathbf{P}' = \mathbf{P}/r^2$ . Пусть возмущающее ускорение  $\mathbf{P}'$  мало по сравнению с основным ускорением  $\kappa^2/r^2$ , вызванным притяжением центрального тела:

$$\max \frac{|\mathbf{P}'|}{\mathbf{v}^2 r^{-2}} = \max \frac{|\mathbf{P}|}{\mathbf{v}^2} = \mu \ll 1.$$
 (1)

Здесь  $\mathbf{r} = \mathcal{GA}$ ,  $r = |\mathbf{r}|$ ,  $\kappa^2$  — произведение постоянной тяготения на массу  $\mathcal{G}$ ,  $\mu$  — малый параметр.

Рассматриваемая модель может найти применение при исследовании движения небесного те-

ла с учетом эффекта Ярковского [1], так как в данном случае возмущающее ускорение обратно пропорционально квадрату расстояния от Солнна, а также является малым. Так, при r = 1 а. е. типичное значение трансверсальной составляющей ускорения, обязанного эффекту Ярковского, для астероидов, сближающихся с Землей, диаметром менее 1 км есть  $10^{-15}$  – $10^{-13}$  a.e./сут<sup>2</sup> [2]. Таким образом, согласно (1) величина  $\mu < 10^{-9} \le 1$ , следовательно, ускорение Ярковского отвечает нашему требованию. Также этой модельной задаче может удовлетворять движение космического аппарата или фрагмента космического мусора под влиянием светового давления, если выполняется условие (1). Разумеется, определение компонентов вектора Р требует знания параметров вращения и теплофизических характеристик тела в первом случае, ориентации космического аппарата относительно Солнца, а также формы и свойств его поверхности во втором.

#### 2. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ

Введем координатную систему  $\mathbb C$  с началом в  $\mathcal S$  и осями, направленными по вектору скорости, главной нормали к оскулирующей орбите и бинормали. Предположим, что компоненты  $\mathfrak T$ ,  $\mathfrak N$ , W вектора  $\mathbf P$  в системе  $\mathbb C$  являются постоянными и малыми величинами.

В качестве переменных выберем оскулирующие элементы  $n, e, i, \Omega, \omega, M$  — среднее движение, эксцентриситет, наклон, долготу восходящего узла, аргумент перицентра, среднюю аномалию. Первые пять из них образуют вектор медленных переменных  $\mathbf{x} = (x_1, ..., x_5)$ , а последняя — быструю переменную y. Уравнения движения типа Эйлера [3] имеют форму

$$\dot{\mathbf{x}} = \mu \mathbf{f}(\mathbf{x}, y),$$

$$\dot{y} = x_1 + \mu g(\mathbf{x}, y),$$
(2)

с малыми (порядка  $\mu$ ) правыми частями, различаясь лишь видом функций  $\mathbf{f}=(f_1,...,f_5)$  и g. В выбранной системе отсчета [4]

$$f_{1} = -\frac{3n^{2}}{\eta} \frac{a^{2}\vartheta}{r^{2}} \frac{\mathfrak{T}}{\varkappa^{2}},$$

$$f_{2} = 2n\eta \frac{a^{2}(e + \cos\theta)}{r^{2}\vartheta} \frac{\mathfrak{T}}{\varkappa^{2}} - \eta n \frac{a\sin\theta}{r\vartheta} \frac{\mathfrak{N}}{\varkappa^{2}},$$

$$f_{3} = \frac{n}{\eta} \frac{a\cos w}{r} \frac{W}{\varkappa^{2}},$$

$$f_{4} = \frac{n}{\eta\sin i} \frac{a\sin w}{r} \frac{W}{\varkappa^{2}},$$

$$f_{5} = \frac{2m\eta}{e} \frac{a^{2}\sin\theta}{r^{2}\vartheta} \frac{\mathfrak{T}}{\varkappa^{2}} +$$

$$+ \frac{n}{e\eta} \frac{a[2e + (1 + e^{2})\cos\theta]}{r\vartheta} \frac{\mathfrak{N}}{\varkappa^{2}} - \cos if_{4},$$

$$g = -\frac{n}{e} \frac{a[2\sin\theta(1 + e^{2} + e\cos\theta)]}{r\vartheta} \frac{\mathfrak{T}}{\varkappa^{2}} -$$

$$-\frac{m\eta^{2}}{e} \frac{a\cos\theta}{r\vartheta} \frac{\mathfrak{N}}{\varkappa^{2}}.$$

$$(3)$$

Здесь и ниже  $\vartheta(\theta,e) = \sqrt{1+e^2+2e\cos\theta}$ ,  $a = \pi^{2/3}n^{-2/3}$  — большая полуось,  $\eta = \sqrt{1-e^2}$ ,  $r = a\eta^2/(1+e\cos\theta)$ ,  $\theta$  — истинная аномалия,  $w = \omega + \theta$  — аргумент широты. Безразмерные постоянные  $\mathfrak{T}/\kappa^2$ ,  $\mathfrak{N}/\kappa^2$ ,  $W/\kappa^2$  в правых частях (3) приняты в качестве малого параметра  $\mu$  согласно (1).

После близкой к тождественной замены оскулирующих элементов  $(\mathbf{x}, y)$  средними  $(\mathbf{X}, Y)$ :

$$\mathbf{x} = \mathbf{X} + \mu \mathbf{u}(\mathbf{X}, Y),$$
  
$$y = Y + \mu v(\mathbf{X}, Y),$$

в первом порядке по µ система (2) примет вид [5]:

$$\dot{\mathbf{X}} = \mu \mathbf{F}(\mathbf{X}),$$

$$\dot{Y} = X_1 + \mu G(\mathbf{X}),$$

где согласно методу осреднения [5] за  $\mathbf{F}$ , G следует взять средние значения функций  $\mathbf{f}$ , g по быстрой угловой переменной:

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \mathbf{f}(\mathbf{X}, Y) dY,$$

$$G(\mathbf{X}) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} g(\mathbf{X}, Y) dY,$$
(4)

что устранит из уравнений движения в средних элементах зависимость от Y. Функции  $\mathbf{f}$ , g в (3) выражены явно через истинную аномалию  $\theta$ . При необходимости их легко выразить через эксцентрическую аномалию E. Поэтому интегралы (4) вычисляются переходом к  $\theta$  или E:

$$dY = dM = \frac{r^2}{a^2 n} d\theta = \frac{r}{a} dE,$$

при этом пределы интегрирования  $(-\pi, \pi)$  не меняются. Подробнее о процедуре осреднения см. в [4].

Функции замены переменных  $\mathbf{u} = (u_1, ..., u_5), v$  периодичны по Y и обладают нулевым средним, их выражения приведены в [4], там же получены уравнения движения в средних элементах в первом порядке малости:

$$\dot{n} = -\frac{6n^2}{\pi \kappa^2 \eta^2} [2\mathbf{E}(e) - \eta^2 \mathbf{K}(e)] \mathfrak{T},$$

$$\dot{e} = \frac{4n}{\pi \kappa^2 e} [\mathbf{E}(e) - \eta^2 \mathbf{K}(e)] \mathfrak{T},$$

$$\dot{i} = -\frac{ne \cos \omega}{\kappa^2 \eta (1 + \eta)} W,$$

$$\dot{\Omega} = -\frac{ne \sin \omega}{\kappa^2 \eta (1 + \eta) \sin i} W,$$

$$\dot{\omega} = \frac{2n}{\pi \kappa^2} \mathbf{K}(e) \mathfrak{R} + \frac{ne \sin \omega \cot g i}{\kappa^2 \eta (1 + \eta)} W,$$

$$\dot{M} = n + \frac{2n\eta}{\pi \kappa^2} \mathbf{K}(e) \mathfrak{R}.$$
(5)

Здесь мы использовали те же обозначения для средних элементов, что и ранее для оскулирующих, точкой (для i — жирной точкой) обозначили производную по времени t, а также применили стандартные обозначения для полных эллиптиче-

ских интегралов в нормальной тригонометрической форме [6], см. Приложение. Там же выведены степенные ряды:

$$\dot{n} = -\frac{3n^2}{\varkappa^2} \mathfrak{T} \left( 1 + \sum a_{10,k} e^{2k} \right),$$

$$\dot{e} \stackrel{*}{=} \frac{n}{\varkappa^2} \mathfrak{T} \left( e + \sum a_{6k} e^{2k+1} \right),$$

$$\dot{i} = -\frac{n\cos\omega}{\varkappa^2} W \left( \frac{e}{2} + \sum a_{5k} e^{2k+1} \right),$$

$$\dot{\Omega} = -\frac{n\sin\omega}{\varkappa^2 \sin i} W \left( \frac{e}{2} + \sum a_{5k} e^{2k+1} \right),$$

$$\dot{\omega} = \frac{n}{\varkappa^2} \mathfrak{N} \left( 1 + \sum a_{3k} e^{2k} \right) +$$

$$+ \frac{n\sin\omega \cot g i}{\varkappa^2} W \left( \frac{e}{2} + \sum a_{5k} e^{2k+1} \right),$$

$$\dot{M} \stackrel{*}{=} n + \frac{n}{\varkappa^2} \mathfrak{N} \left( 1 - \sum a_{9,k} e^{2k} \right).$$
(6)

Если у знака суммы не указаны индекс и границы, то осуществляется суммирование по k от 1 до  $\infty$ . Все используемые нами ряды по степеням эксцентриситета имеют радиус сходимости, равный единице. Случаи сходимости ряда при e=1 отмечены звездочкой над знаком равенства.

Перейдем к решению уравнений (5). Алгоритм их решения аналогичен построенному нами ранее в [7] для задачи, в которой постоянными являются компоненты вектора Р' в системе О. Искомыми величинами являются зависимости элементов орбиты от времени. Далее рассмотрены различные частные случаи системы (5) и получено их приближенное решение в средних элементах, позволяющее выявить вековые эффекты возмущенного движения и исследовать долгосрочную эволюцию орбиты объекта. В некоторых частных случаях мы ограничились ссылками на [8, 9], так как системы уравнений оказались подобными рассмотренным в этих статьях. Как и в [7], система решена во всех случаях, когда хотя бы один из компонентов вектора возмущающего ускорения равен нулю. Поскольку иногда решение содержит особенности при нулевом эксцентриситете, отдельно исследована эволюция круговой орбиты. Для круговой орбиты и в случаях  $\mathfrak{T} = 0$ , решение представлено в виде зависимостей элементов орбиты от времени и содержит либо элементарные функции, либо полные эллиптические интегралы. Задача более сложна, если тангенциальный компонент возмущающего ускорения не равен нулю. В этих случаях совершен переход к дифференцированию по эксцентриситету, как новой независимой переменной, поэтому в решении время и остальные элементы

орбиты представлены функциями эксцентриситета. Кроме того, решение содержит интегралы от специальных функций, однако все они выражены рядами по степеням эксцентриситета e, сходящимися при e < 1. Таким образом, при  $\mathfrak{T} \neq 0$  приведены как замкнутые выражения, так и их разложения в ряд. Также с помощью рядов установлены важные свойства исследуемых функций.

Направление ускорения Ярковского зависит от скорости вращения астероида, ориентации оси его врашения относительно орбитальной плоскости и теплофизических свойств поверхности [10]. а направление возмущающего ускорения, возникающего в результате воздействия светового давления на космический аппарат, зависит от материала и ориентации относительно Солнца светоотражающей поверхности. Таким образом, поскольку в реальных задачах направление возмущающего ускорения может быть произвольным, все частные решения представляют практический интерес. К сожалению, в общем случае нам не удалось получить полное решение, но и здесь рассмотренные частные случаи помогут исследовать поведение отдельных элементов, а нерешенная часть задачи сведена к системе двух дифференциальных уравнений первого порядка, и указаны методы их решения.

Значения переменных в начальную эпоху t = 0 отмечены индексом 0.

#### 3. ЭВОЛЮЦИЯ КРУГОВЫХ ОРБИТ

Пусть  $e_0=0$ . Для круговой орбиты средняя аномалия и аргумент перицентра теряют смысл. Угловое положение определяется единственной переменной — средней долготой  $\lambda=\Omega+\omega+M$ . При e=0 с учетом

$$K(0) = \pi/2$$
,  $E(0) = \pi/2$ ,

правая часть уравнения для эксцентриситета в (5) содержит неопределенность вида 0:0, поэтому обратимся ко второму уравнению (6), из которого получим  $\dot{e}=0$ .

Остальные уравнения (5) значительно упростятся:

$$\dot{n} = -\frac{3n^2}{\varkappa^2} \mathfrak{T}, \quad \dot{i} = 0, \quad \dot{\Omega} = 0, \quad \dot{\lambda} = n + \frac{2n}{\varkappa^2} \mathfrak{N}. \quad (7)$$

Отсюда

$$e=0, \quad i=i_0, \quad \Omega=\Omega_0.$$

Если  $\mathfrak{T} = 0$ , то n, a = const,

$$\lambda = \lambda_0 + \left(1 + \frac{2\Re}{\varkappa^2}\right) n_0 t.$$

Область определения решения — вся временная ось  $(-\infty < t < \infty)$ .

Пусть  $\mathfrak{T} \neq 0$ . В первом уравнении (7) переменные разделятся:

$$\frac{dn}{n^2} = -\frac{3\mathfrak{T}}{\varkappa^2}dt.$$

Интегрируя, получим

$$\frac{1}{n} - \frac{1}{n_0} = \frac{3\mathfrak{T}}{\varkappa^2}t,$$

так что

$$n = n_0 \left( 1 + \frac{t}{t_1} \right)^{-1}, \quad a = a_0 \left( 1 + \frac{t}{t_1} \right)^{2/3}$$
 (8)

при

$$t_1 = \frac{\varkappa^2}{3\mathfrak{T}n_0}.$$

Перейдем ко второму уравнению (7):

$$\frac{d\lambda}{dt} = \left(1 + \frac{2\Re}{\kappa^2}\right) \frac{n_0 t_1}{t + t_1},$$

откуда

$$\lambda = \lambda_0 + n_0 t_1 \left( 1 + \frac{2\mathfrak{N}}{\varkappa^2} \right) \ln \left( 1 + \frac{t}{t_1} \right). \tag{9}$$

Как и ожидалось, результаты этого параграфа совпали с соответствующими результатами [8, § 2], поскольку для круговых орбит триедр  $(-\Re, \mathfrak{T}, W)$  идентичен триедру (S, T, W) из [8]. Поведение круговых орбит подробно описано в [8], здесь только укажем область определения  $t \in (t_*, t^*)$  решения (8), (9), которую найдем из обращения знаменателя первого уравнения (8) в нуль при  $t = -t_1$ . При  $\mathfrak{T} > 0$   $(t_1 > 0)$  получим  $t_* = -t_1$ ,  $t^* = \infty$ , при  $\mathfrak{T} < 0$   $(t_1 < 0)$ :  $t_* = -\infty$ ,  $t^* = -t_1$ .

Перейдем к некруговым орбитам, т.е. в дальнейшем положим  $0 < e_0 < 1$ .

#### 4. ЭВОЛЮЦИЯ СРЕДНЕГО ДВИЖЕНИЯ И ЭКСЦЕНТРИСИТЕТА

Первые два уравнения (5) не зависят от остальных, поэтому рассмотрим их отдельно:

$$\dot{n} = -\frac{6n^2}{\pi\kappa^2\eta^2} [2\mathbf{E}(e) - \eta^2\mathbf{K}(e)] \mathfrak{T},$$

$$\dot{e} = \frac{4n}{\pi\kappa^2e} [\mathbf{E}(e) - \eta^2\mathbf{K}(e)] \mathfrak{T}.$$
(10)

Если  $\mathfrak{T} = 0$ , то n, e = const.

Пусть  $\mathfrak{T} \neq 0$ . Разделив первое уравнение (10) на второе, получим уравнение с разделяющимися переменными

$$\frac{dn}{n} = -\frac{3e}{2\eta^2} \left[ 1 + \frac{\mathbf{E}(e)}{\mathbf{E}(e) - \eta^2 \mathbf{K}(e)} \right] de =$$

$$= -\frac{3ede}{\eta^2} - \frac{3e\mathbf{K}(e)de}{2(\mathbf{E}(e) - \eta^2 \mathbf{K}(e))}$$

и проинтегрируем

$$\ln \frac{n}{n_0} = 3 \ln \frac{\eta}{\eta_0} - \int_{e}^{e} \frac{3e\mathbf{K}(e)de}{2[\mathbf{E}(e) - \eta^2\mathbf{K}(e)]}.$$

Таким образом,

$$n = n_0 \exp\left[\ln\left(\frac{\eta}{\eta_0}\right)^3 - \int_{e_0}^e \frac{3e\mathbf{K}(e)de}{2[\mathbf{E}(e) - \eta^2\mathbf{K}(e)]}\right] =$$

$$= n_0 \left(\frac{\eta}{\eta_0}\right)^3 \exp\left[-\int_{e_0}^e \frac{3e\mathbf{K}(e)de}{2[\mathbf{E}(e) - \eta^2\mathbf{K}(e)]}\right].$$
(11)

Здесь и ниже e является и переменной интегрирования, и верхним пределом интегрирования как некоторое текущее значение эксцентриситета, что не создает путаницы.

Представим (11) в виде ряда с помощью приведенной в Приложении формулы (A11):

$$n = n_0 \left(\frac{\eta}{\eta_0}\right)^3 \exp(3C_1) \left(\frac{e_0}{e}\right)^3 \left(1 - \sum A_k^3 e^{2k}\right), \quad (12)$$

где зависящая от  $e_0$  постоянная  $C_1$  определена рядом (A9). Все коэффициенты  $A_k^3$  положительны.

Для определения зависимости переменных от времени подставим (11) в уравнение (10) для  $\dot{e}$ :

$$\frac{\pi e d e}{2\eta^{3} [\mathbf{E}(e) - \eta^{2} \mathbf{K}(e)]} \times \exp \int_{e_{0}}^{e} \frac{3e \mathbf{K}(e) d e}{2[\mathbf{E}(e) - \eta^{2} \mathbf{K}(e)]} = \frac{2n_{0} \mathfrak{T}}{\eta_{0}^{3} \varkappa^{2}} dt, \tag{13}$$

откуда

$$t = \frac{\pi \eta_0^3 \kappa^2}{4n_0 \mathcal{Z}} \int_{e_0}^{e} \frac{e}{\eta^3 [\mathbf{E}(e) - \eta^2 \mathbf{K}(e)]} \times \left( \exp \int_{e_0}^{e} \frac{3x \mathbf{K}(x) dx}{2[\mathbf{E}(x) - (1 - x^2) \mathbf{K}(x)]} \right) de,$$
(14)

т.е. мы получили кинематическое уравнение (по терминологии теоретической механики), в котором эксцентриситет является независимой переменной, а время представлено функцией эксцентриситета. Подынтегральное выражение в круглых скобках в (14) мы записали как функцию от x, чтобы подчеркнуть, что результат интегриро-

вания будет зависеть от переменной интегрирования e внешнего интеграла.

Разложим (14) в ряд. С учетом (11) и (А10)

$$n^{-1} = n_0^{-1} \left(\frac{\eta_0}{\eta}\right)^3 \exp(-3C_1) \left(\frac{e}{e_0}\right)^3 \left(1 + \sum a_k^3 e^{2k}\right),$$

где  $C_1$  по-прежнему определено формулой (А9), коэффициенты  $a_k^3$  положительны, и с помощью формул (А3) из раздела А.1 Приложения вместо (13) получим

$$\frac{e^2 \left(1 + \sum a_k^3 e^{2k}\right)}{\eta^3 \left(1 + \sum a_{6k} e^{2k}\right)} de = \frac{n_0 e_0^3}{\eta_0^3} \exp(3C_1) \frac{\mathfrak{T}}{\varkappa^2} dt.$$

Используя биномиальный ряд, найдем

$$(1-e^2)^{-3/2} = 1 + \sum a_{13,k} e^{2k},$$
  
где  $a_{13,k} = \frac{(2k+1)!!}{(2k)!!},$  (15)

все  $a_{13,k}$  положительны. Ряд (15) расходится при e=1.

Полагая

$$\frac{e^{2}\left(1+\sum a_{13,k}e^{2k}\right)\left(1+\sum a_{k}^{3}e^{2k}\right)}{1+\sum a_{6k}e^{2k}} = \\ = e^{2}\left(1+\sum a_{14,k}e^{2k}\right), \\ a_{14,k} = a_{13,k} - a_{6k} + a_{k}^{3} + \\ + \sum_{m=1}^{k-1} a_{13,m}a_{k-m}^{3} - \sum_{m=1}^{k-1} a_{14,m}a_{6,k-m}, \\ \text{где} \qquad a_{14,1} = \frac{25}{16},$$
(16)

вместо (14) получим кинематическое уравнение в виде ряда:

$$vt = \frac{e^3}{3} + \sum \frac{a_{14,k}}{2k+3} e^{2k+3} - C_3,$$
 (17)

где

$$v = \frac{n_0 e_0^3}{n_0^3} \exp(3C_1) \frac{\mathfrak{T}}{\varkappa^2}, \quad C_3 = \frac{e_0^3}{3} + \sum \frac{a_{14,k}}{2k+3} e_0^{2k+3}.$$

Поскольку слева в (16) числитель и знаменатель представлены рядами с положительными коэффициентами, то  $a_{14,k} > 0$ , ряд (17) сходится при e < 1.

При заданном e кинематическое уравнение (14) или (17) позволит получить время, за которое произойдет изменение эксцентриситета  $de = e - e_0$ . Покажем, что каждому  $t \in (t_*, t^*)$  соответствует единственное значение e. Так как коэффициенты  $a_{14,k}$  положительны, то правая часть (17) монотон-

но возрастает в промежутке  $e \in [0,1)$ , следовательно, существует обратная функция. При e=0 правая часть (17) равна  $-C_3$ . При  $e\to 1$  правая часть (14) стремится к бесконечности согласно (А14). Таким образом, если  $\mathfrak{T}>0$ , v>0, при росте e от 0 до 1 левая часть (17) возрастает от  $t_*=-C_3/v$  до  $t^*=\infty$ , и каждому t отвечает единственное решение e. При  $t\to t_*$  получим  $e\to 0$ , и согласно (12)  $n\to\infty$ ,  $a\to 0$ , т.е. при движении в прошлое тело за конечное время упадет по спирали на  $\mathcal{F}$ . При  $t\to t^*$  получим  $e\to 1$ , и согласно (12)  $n\to 0$  и  $a\to\infty$ , т.е. при движении в будущее тело уйдет на бесконечность. Поскольку метод осреднения неприменим при больших t, на практике следует ограничиться значениями  $t< t_*/2$ .

При  $\mathfrak{T} < 0$  решение определено при  $t_* = -\infty$ ,  $t^* = C_3/\nu$ . В орбитальной эволюции прошлое и будущее поменяются местами.

Замечание. Так как при e > 0.9 ряды сходятся медленно, рекомендуем использовать кинематическое уравнение (14), вычисляя интегралы численными методами. Для упрощения задачи можно использовать комбинированное выражение

$$t = \frac{\pi \eta_0^3 \varkappa^2}{4n_0 \Im} \int_{e_0}^{e} \frac{e}{\eta^3 [\mathbf{E}(e) - \eta^2 \mathbf{K}(e)]} \times \left( \exp \int_{e_0}^{e} 3x \left( \frac{1}{x^2} + \frac{1}{8} + \sum_{k=1}^{200} a_{11}^k x^{2k} \right) dx \right) de,$$

которое мы получили, подставив (A7) в (14). При эксцентриситетах, близких к нулю, лучше использовать решение для круговых орбит (см. раздел 3).

### 5. ЭВОЛЮЦИЯ НЕКРУГОВЫХ ОРБИТ ПРИ $\mathfrak{T} \neq 0$ . $\mathfrak{N} = W = 0$

Если  $\Re = W = 0$ , то i,  $\Omega$ ,  $\omega = \text{const.}$  С учетом результатов раздела 4 решим последнее уравнение (5), которое примет вид

$$\dot{M} = n. \tag{18}$$

Представим M как функцию от e, разделив (18) на второе уравнение (10):

$$\frac{dM}{de} = \frac{\pi \kappa^2 e}{4[\mathbf{E}(e) - \eta^2 \mathbf{K}(e)] \mathfrak{T}}.$$
 (19)

Отсюда

$$M = M_0 + \frac{\pi \kappa^2}{4\mathfrak{T}} \int_{e_0}^{e} \frac{e}{\mathbf{E}(e) - \eta^2 \mathbf{K}(e)} de.$$
 (20)

Перейдем к представлению в виде ряда. Вместо (19) с помощью (А3) получим

$$\frac{dM}{de} = \frac{\varkappa^2}{\mathfrak{T}e\left(1 + \sum a_{6k}e^{2k}\right)} = \frac{\varkappa^2}{\mathfrak{T}e}\left(1 - \sum a_{15,k}e^{2k}\right),$$

где

$$a_{15,k} = a_{6k} - \sum_{m=1}^{k-1} a_{6m} a_{15,k-m}, \quad a_{15,1} = \frac{1}{8}.$$

Отсюда

$$M = M_0 + \frac{\kappa^2}{\mathfrak{T}} \left( \ln \frac{e}{e_0} - \sum_{k=0}^{\infty} \frac{a_{15,k}}{2k} e^{2k} + C_4 \right),$$

$$C_4 = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{a_{15,k}}{2k} e_0^{2k}.$$
(21)

Интеграл в правой части (20) при  $e \to 1$ ,  $\eta \to 0$  в соответствии с (A15) стремится к  $-\eta_0^2/2$ , что по модулю меньше единицы. Поэтому ряд в (21) сходится при e=1.

В выражениях (20), (21) средняя аномалия представлена как функция эксцентриситета. Зависимость M от времени установлена посредством кинематических уравнений (14) или (17). Поэтому область определения в данном случае совпадет с найденной в разделе 4.

Пусть  $\mathfrak{T} > 0$ . Тогда с ростом времени до  $t^*$  эксцентриситет увеличивается до 1, M возрастает до  $M^* = M_0 - \frac{\varkappa^2}{\mathfrak{T}} \bigg( \ln e_0 + \sum \frac{a_{15,k}}{2k} - C_4 \bigg)$ . При  $t \to t_*$  эксцентриситет уменьшается до нуля, M убывает до  $M_* = -\infty$ . При  $\mathfrak{T} < 0$  прошлое и будущее поменяются местами.

## 6. ЭВОЛЮЦИЯ НЕКРУГОВЫХ ОРБИТ ПРИ $\Re \neq 0, \ \mathfrak{T} = W = 0$

Если  $\mathfrak{T} = W = 0$ , то  $\dot{n} = \dot{e} = \dot{0} = 0$ , n, a, e, i,  $\Omega = \mathrm{const.}$   $\dot{\omega}$   $\dot{M} = \mathrm{const.}$  Отсюда

$$\omega = \omega_0 + \frac{2n}{\pi \kappa^2} \mathbf{K}(e) \Re t,$$

$$M = M_0 + nt + \frac{2n\eta}{\pi \kappa^2} \mathbf{K}(e) \Re t.$$

Решение определено при всех t:  $t_* = -\infty$ ,  $t^* = \infty$ . Средняя аномалия M со временем равномерно возрастает, а аргумент перицентра  $\omega$  равномерно возрастает или убывает в зависимости от знака  $\Re$ .

### 7. ЭВОЛЮЦИЯ НЕКРУГОВЫХ ОРБИТ ПРИ $W \neq 0$ , $\mathfrak{T} = \mathfrak{N} = 0$

При  $\mathfrak{T} = \mathfrak{N} = 0$  элементы  $n, a, e = \text{const}, M = M_0 + nt$ . Остальные уравнения (5) примут вид

$$\dot{i} = -\frac{ne\cos\omega}{\kappa^2 \eta (1+\eta)} W,$$

$$\dot{\Omega} = -\frac{ne\sin\omega}{\kappa^2 \eta (1+\eta)\sin i} W,$$

$$\dot{\omega} = \frac{ne\sin\omega \cot gi}{\kappa^2 \eta (1+\eta)} W.$$
(22)

Решение этих уравнений выполнено в [8, § 6].

Замечание. В статье [8] буквой  $\omega$  обозначено среднее движение, а аргумент перицентра — g.

### 8. ЭВОЛЮЦИЯ НЕКРУГОВЫХ ОРБИТ ПРИ $\mathfrak{TM} \neq 0, W = 0$

Поведение n, e исследовано в разделе 4. Элементы  $i, \Omega$  постоянны. Решим уравнения для  $\omega$  и M:

$$\dot{\omega} = \frac{2n}{\pi \kappa^2} \mathbf{K}(e) \mathfrak{R},$$

$$\dot{M} = n + \frac{2m\eta}{\pi \kappa^2} \mathbf{K}(e) \mathfrak{R}.$$
(23)

Разделив (23) на второе уравнение (10), выразим (23) через эксцентриситет и получим уравнения с разделяющимися переменными:

$$\frac{d\omega}{de} = \frac{e\mathbf{K}(e)}{2[\mathbf{E}(e) - \eta^2 \mathbf{K}(e)] \mathfrak{T}},$$

$$\frac{dM}{de} = \frac{\pi \kappa^2 e}{4[\mathbf{E}(e) - \eta^2 \mathbf{K}(e)] \mathfrak{T}} + \frac{e\eta \mathbf{K}(e)}{2[\mathbf{E}(e) - \eta^2 \mathbf{K}(e)] \mathfrak{T}},$$

интегрирование которых даст

$$\omega = \omega_0 + \int_{e_0}^{e} \left\{ \frac{e\mathbf{K}(e)}{2[\mathbf{E}(e) - \eta^2 \mathbf{K}(e)]} \frac{\mathfrak{N}}{\mathfrak{T}} \right\} de,$$

$$M = M_0 + \int_{e_0}^{e} \left\{ \frac{\pi \varkappa^2 e}{4[\mathbf{E}(e) - \eta^2 \mathbf{K}(e)]} + \frac{e\eta \mathbf{K}(e)}{2[\mathbf{E}(e) - \eta^2 \mathbf{K}(e)]} \frac{\mathfrak{N}}{\mathfrak{T}} \right\} de.$$
(24)

Перейдем к рядам по степеням эксцентриситета. Среднее движение и время представлены рядами (12) и (17). Используя третью и последнюю формулы (А3) с учетом формул из раздела 5, получим

$$\frac{e\eta \mathbf{K}(e)}{2[\mathbf{E}(e) - \eta^2 \mathbf{K}(e)]} = \frac{1}{e} \left( 1 - \sum a_{16,k} e^{2k} \right), \tag{25}$$

где

$$a_{16,k} = a_{9k} + a_{15,k} - \sum_{m=1}^{k-1} a_{9,m} a_{15,k-m}.$$

С помощью (A8), (25) и формул из раздела 5 получим ряды для аргумента перицентра и средней аномалии:

$$\omega = \omega_0 + \frac{\Re}{\Im} \left( \ln \frac{e}{e_0} + \sum \frac{a_{12,k}}{2k} e^{2k} - C_1 \right),$$

$$M = M_0 + \frac{\varkappa^2}{\Im} \left( \ln \frac{e}{e_0} - \sum \frac{a_{15,k}}{2k} e^{2k} + C_4 \right) + \qquad (26)$$

$$+ \frac{\Re}{\Im} \left( \ln \frac{e}{e_0} - \sum \frac{a_{16,k}}{2k} e^{2k} + C_5 \right),$$

где константы  $C_1$  и  $C_4$  определены формулой (А9) и вторым выражением (21) соответственно, а

$$C_5 = \sum \frac{a_{16,k}}{2k} e_0^{2k}.$$

Решение определено при  $t_*$ ,  $t^*$ , которые приведены в разделе 4. Со временем M и  $\omega$  либо равномерно возрастают, либо убывают в зависимости от знаков  $\mathfrak{T}$  и  $\mathfrak{N}$ , причем при  $e \to 0$  M и  $\omega$  стремятся к  $\pm \infty$ , а при  $e \to 1$  они стремятся к некоторому конечному значению согласно асимптотикам (A13), (A15), (A16). Отсюда же следует, что ряды в (26) сходятся при e = 1.

### 9. ЭВОЛЮЦИЯ НЕКРУГОВЫХ ОРБИТ ПРИ $\mathfrak{T}W \neq 0, \ \mathfrak{N} = 0$

Поведение n, e, M рассмотрено в разделах 4 и 5. Для  $i, \Omega, \omega$  справедливы уравнения (22), но теперь коэффициенты уравнений зависят от переменных n, e.

Как и ранее, перейдем к e как независимой переменной:

$$\frac{di}{de} = -\frac{\pi e^2 \cos \omega}{4\eta (1+\eta) [\mathbf{E}(e) - \eta^2 \mathbf{K}(e)]} \frac{W}{\mathfrak{T}},$$

$$\frac{d\Omega}{de} = -\frac{\pi e^2 \sin \omega}{4\eta (1+\eta) [\mathbf{E}(e) - \eta^2 \mathbf{K}(e)] \sin i} \frac{W}{\mathfrak{T}},$$

$$\frac{d\omega}{de} = \frac{\pi e^2 \sin \omega \operatorname{ctg} i}{4\eta (1+\eta) [\mathbf{E}(e) - \eta^2 \mathbf{K}(e)]} \frac{W}{\mathfrak{T}}.$$
(27)

Уравнения (27) аналогичны рассмотренным в [7,  $\S$  8] с точностью до зависящих только от e коэффициентов. Мы не будем дублировать ход решения, приведем результирующие формулы.

Наклон и аргумент перицентра однозначно определяются с помощью соотношений

$$\cos i = \sqrt{1 - V^2} \sin \varphi, \sin i = \sqrt{1 - (1 - V^2) \sin^2 \varphi},$$
 (28)

$$\sin \omega = \frac{V}{\sin i}, \quad \cos \omega = \frac{\sqrt{1 - V^2} \cos \varphi}{\sin i},$$
 (29)

где

$$V = \sin i \sin \omega = \text{const}$$

является интегралом движения; вспомогательная функция

$$\varphi(e) = \frac{\pi W}{4\mathfrak{T}} \int_{e_0}^{e} \frac{e^2 de}{\eta(1+\eta)[\mathbf{E}(e)-\eta^2 \mathbf{K}(e)]} + C_6;$$

константа  $C_6$  вычисляется по формулам:

$$\cos C_6 = \frac{\sin i_0 \cos \omega_0}{\sqrt{1 - V^2}}, \quad \sin C_6 = \frac{\cos i_0}{\sqrt{1 - V^2}}.$$

После подстановки (28), (29) второе уравнение (27) примет вид:

$$\frac{d\Omega}{de} = -\frac{\pi e^2}{4\eta(1+\eta)[\mathbf{E}(e) - \eta^2 \mathbf{K}(e)]} \frac{W}{\mathfrak{T}} \times \frac{V}{1 - (1 - V^2)\sin^2 \varphi}.$$

Переменные разделятся:

$$\Omega = \Omega_0 - \frac{\pi W}{4\mathfrak{T}} \times \frac{Ve^2 de}{\eta (1+\eta) [\mathbf{E}(e) - \eta^2 \mathbf{K}(e)] [1 - (1-V^2) \sin^2 \varphi]}.$$
(30)

Перейдем к рядам по степеням эксцентриситета. С помощью формул (А3) получим

$$\frac{\pi e^{2}}{4\eta(1+\eta)[\mathbf{E}(e)-\eta^{2}\mathbf{K}(e)]} =$$

$$= \frac{\frac{1}{2} + \sum a_{5k}e^{2k}}{1+\sum a_{6k}e^{2k}} = \frac{1}{2} + \sum a_{17,k}e^{2k},$$
(31)

где

$$a_{17,k} = a_{5k} - \frac{1}{2}a_{6k} - \sum_{m=1}^{k-1} a_{6m}a_{17,k-m}, \quad a_{17,1} = \frac{5}{16},$$

с учетом чего

$$\varphi(e) = \frac{W}{\mathfrak{T}} \int_{e_0}^{e} \left( \frac{1}{2} + \sum a_{17,k} e^{2k} \right) de + C_6 = 
= \frac{W}{2\mathfrak{T}} \sum a_{18,k} e^{2k-1} + C_7,$$
(32)

где

$$a_{18,1}=1, \quad a_{18,k}=rac{2a_{17,k-1}}{2k-1}$$
 при  $k>1$ 

и константа интегрирования

$$C_7 = C_6 - \frac{W}{2\mathfrak{T}} \sum a_{18,k} e_0^{2k-1}.$$

Замена ф рядом (32) в формулах (28), (29) даст представление тригонометрических функций от наклона и аргумента перицентра в виде рядов по степеням эксцентриситета.

Обозначим

$$\frac{W}{\mathfrak{T}} \sum a_{18,k} e^{2k-1} = \xi \tag{33}$$

и разложим  $\sin^2 \varphi$  в ряд по степеням эксцентриситета:

$$\sin^{2} \varphi = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos(2C_{7} + \xi) =$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2C_{7} \left( 1 + \sum \frac{(-1)^{k} \xi^{2k}}{(2k)!} \right) +$$

$$+ \frac{1}{2} \sin 2C_{7} \sum \frac{(-1)^{k-1} \xi^{2k-1}}{(2k-1)!},$$
(34)

или

$$\sin^2 \varphi = \sin^2 C_7 + \sum a_{19,k} e^k. \tag{35}$$

Коэффициенты  $a_{19,k}$  находятся средствами компьютерной алгебры путем разложения в ряд по эксцентриситету выражения (34) после подстановки вместо  $\xi$  ряда (33) и имеют вид:

$$a_{19,1}=rac{W}{2\mathfrak{T}}\sin 2C_7\,a_{18,1}, \ a_{19,2}=rac{W^2}{4\mathfrak{T}^2}\cos 2C_7\,a_{18,1}^2$$
 и т.д.

Подставим (31) и (35) в (30):

$$\Omega = \Omega_0 - \frac{WV}{\mathcal{Z}} \int_{e_0}^{e} \frac{\left(\frac{1}{2} + \sum a_{17,k}e^{2k}\right) de}{\left[1 - (1 - V^2)\left(\sin^2 C_7 + \sum a_{19,k}e^k\right)\right]} =$$

$$= \Omega_0 - \frac{WV}{2\mathcal{Z}[1 - (1 - V^2)\sin^2 C_7]} \int_{e}^{e} \left(1 + \sum a_{20,k}e^k\right) de,$$

ГД

$$a_{20,k} = C_8 \left( a_{19,k} + \sum_{m=1}^{k-1} a_{20,m} a_{19,k-m} \right) \text{при нечетных } k,$$
 
$$a_{20,k} = 2a_{17,k/2} + C_8 \left( a_{19,k} + \sum_{m=1}^{k-1} a_{20,m} a_{19,k-m} \right)$$
 при четных  $k$ , 
$$C_8 = \frac{1 - V^2}{1 - (1 - V^2) \sin^2 C_7}.$$

Отсюда

$$\Omega = \Omega_0 - \frac{WV}{2\mathfrak{T}[1 - (1 - V^2)\sin^2 C_7]} \times \left(e + \sum \frac{a_{20,k}e^{k+1}}{k+1}\right) + C_9,$$

где постоянная интегрирования

$$C_9 = \frac{WV}{2\Im[1 - (1 - V^2)\sin^2 C_7]} \left( e_0 + \sum \frac{a_{20,k}e_0^{k+1}}{k+1} \right).$$

В статье не приведены числовые значения коэффициентов  $a_{19,k}$ ,  $a_{20,k}$ , как для других коэффициентов (см. Приложение), так как они зависят от значений компонентов возмущающего ускорения и начальных эксцентриситета, наклона и аргумента перицентра.

## 10. ЭВОЛЮЦИЯ НЕКРУГОВЫХ ОРБИТ ПРИ $\mathfrak{N}W \neq 0$ . $\mathfrak{T} = 0$

Так как  $\mathfrak{T} = 0$ , то элементы n, a, e постоянны, и для средней аномалии получим:

$$M = M_0 + \left\{ n + \frac{2n\eta}{\pi \kappa^2} \mathbf{K}(e) \mathfrak{N} \right\} t.$$

Остальные уравнения системы (5) примут вид:

$$\dot{i} = -A_2 \cos \omega, 
\dot{\Omega} = -A_2 \frac{\sin \omega}{\sin i}, 
\dot{\omega} = A_3 + A_2 \sin \omega \cot g i,$$
(36)

где постоянные  $A_s$  определены соотношениями

$$A_2 = \frac{ne}{\kappa^2 \eta (1+\eta)} W, \quad A_3 = \frac{2n}{\pi \kappa^2} \mathbf{K}(e) \mathfrak{R}.$$

Уравнения (36) исследованы и решены в [9, § 8], в силу громоздкости решения мы не привели его злесь

## 11. ЭВОЛЮЦИЯ НЕКРУГОВЫХ ОРБИТ ПРИ $\mathfrak{T}\mathfrak{N}W \neq 0$

В случае произвольных  $\mathfrak{T}\mathfrak{N}W \neq 0$  поведение элементов n, a, e останется таким же, как описано в разделе 4. Для M справедливы формулы (24), (26).

Для остальных элементов  $i, \Omega, \omega$  уравнения примут вид (36), но коэффициенты  $A_2, A_3$  уже не

будут постоянными. После перехода в (36) к производной по эксцентриситету:

$$\frac{di}{de} = -\frac{\pi e^{2} \cos \omega}{4\eta(1+\eta)[\mathbf{E}(e)-\eta^{2}\mathbf{K}(e)]} \frac{W}{\mathfrak{T}},$$

$$\frac{d\omega}{de} = \frac{e\mathbf{K}(e)}{2[\mathbf{E}(e)-\eta^{2}\mathbf{K}(e)]} \frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{T}} + \frac{\pi e^{2} \sin \omega \cot g i}{4\eta(1+\eta)[\mathbf{E}(e)-\eta^{2}\mathbf{K}(e)]} \frac{W}{\mathfrak{T}},$$

$$\frac{d\Omega}{de} = -\frac{\pi e^{2} \sin \omega}{4\eta(1+\eta)[\mathbf{E}(e)-\eta^{2}\mathbf{K}(e)]\sin i} \frac{W}{\mathfrak{T}},$$
(37)

получим неавтономную систему дифференциальных уравнений, но уравнения (37) для i и  $\omega$  не зависят от  $\Omega$ , поэтому достаточно решить лишь их, например, численно или методом малого параметра. Далее  $\Omega$  получится простой квадратурой.

#### 12. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы рассмотрели движение тела нулевой массы в центральном гравитационном поле при наличии малого возмущающего ускорения, обратно пропорционального квадрату расстояния до центрального тела, относительно неинерциальной системы отсчета с осями, направленными по вектору скорости, нормали к нему в плоскости оскулирующей орбиты и бинормали.

Для различных частных случаев получено решение осредненных по средней аномалии уравнений движения типа Эйлера в виде зависимостей элементов орбиты от времени либо времени и элементов орбиты от эксцентриситета. При e = 0 в начальную эпоху, а также при  $(\mathfrak{T},\mathfrak{N}=0,W\neq0)$  решение представлено элементарными функциями. При ( $\mathfrak{T}, W = 0, \mathfrak{N} \neq 0$ ) и  $(\mathfrak{T}=0,\,\mathfrak{N},W\neq0)$  решение содержит полные эллиптические интегралы. В остальных случаях, если хотя бы один из компонентов  $\mathfrak{T}, \mathfrak{N}, W$  возмущающего ускорения равен нулю, решение содержит интегралы от комбинаций полных эллиптических интегралов. В случаях, когда решение выражено в квадратурах, оно представлено как в виде замкнутых выражений, так и в виде разложений по степеням эксцентриситета, сходящихся при e < 1. Отмечены случаи сходимости и при e = 1.

В общем случае задача сведена к неавтономной системе двух дифференциальных уравнений первого порядка. Их решение можно найти методами малого параметра Ляпунова-Пуанкаре или численного интегрирования.

#### НЕКОТОРЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ИНТЕГРАЛОВ

В основной части статьи встречаются величины, представляющие собой комбинации функций экспентриситета и полных эллиптических интегралов, а также интегралы от этих комбинаций. Далее приведены коэффициенты степенных рядов для этих величин (разделы А.1, А.2). В большинстве случаев получены явные формулы общего члена ряда, для некоторых указан алгоритм его вывода. Произвольный член ряда является рациональным числом и вычислен точно. В табл. 1, 2 приведены первые пять коэффициентов рядов, встречающихся в статье, в виде рациональных и десятичных дробей, что позволит оценить поведение коэффициентов. В разделе А.3 выведена асимптотика некоторых интегралов от комбинаций эллиптических интегралов.

### 1. Линейные комбинации эллиптических интегралов

По определению полных эллиптических интегралов в нормальной тригонометрической форме [6]

$$\mathbf{K}(e) = \int_{0}^{\pi/2} \frac{dx}{h(x,e)}, \quad \mathbf{E}(e) = \int_{0}^{\pi/2} h(x,e)dx,$$

где  $h(x,e) = \sqrt{1 - e^2 \sin^2 x}$ . Выпишем для них, а также для функции  $\eta$  разложения в ряд по степеням эксцентриситета [6, 11, 12]:

$$\eta = \sqrt{1 - e^2} \stackrel{*}{=} 1 - \sum a_{1k} e^{2k}, 
\frac{1}{\eta} = \frac{1}{\sqrt{1 - e^2}} = 1 + \sum a_{2k} e^{2k},$$
(A.1)

$$\frac{2}{\pi}\mathbf{K}(e) = 1 + \sum a_{3k}e^{2k}, \quad \frac{2}{\pi}\mathbf{E}(e) \stackrel{*}{=} 1 - \sum a_{4k}e^{2k},$$
(A.2)

гле

$$a_{1k} = \frac{(2k-3)!!}{(2k)!!}, \quad a_{2k} = \frac{(2k-1)!!}{(2k)!!},$$

$$a_{3k} = \left\lceil \frac{(2k-1)!!}{(2k)!!} \right\rceil^2, \quad a_{4k} = \frac{1}{2k-1} a_{3k}.$$

Как и в основной части статьи, если не указано иное, осуществляется суммирование по k от 1 до  $\infty$ , радиус сходимости степенных рядов равен единице, звездочкой над знаком равенства обозначены случаи сходимости ряда при e=1.

**Таблица 1.** Значения  $a_{mk}$  в виде рациональных (вверху) и десятичных (внизу) дробей

	9114 1011	IIII u <sub>mk</sub> B B	иде раци	OTTO TENTE	(BBephy)	п десяти і	TIDIA (DITI	эуу дроос.			
m		k					k				
m	1	2	3	4	5	m	1	2	3	4	5
1	1	1	1	5	7	10	5	81	325	20825	83349
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{5}{128}$	$\frac{7}{256}$	10	$\frac{5}{4}$	81 64	256	16384	65536
	0.5	0.125	0.0625	0.0391	0.0273		1.25	1.2656	1.2695	1.2711	1.2718
2	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{5}{16}$	35	63	11	$\frac{5}{64}$	_59_	_47_	2507	34 445
	2	8	16	128	256		64	1024	1024	65536	1048576
	0.5	0.375	0.3125	0.2734	0.2461		0.0781	0.0576	0.0459	0.0383	0.0328
3	1	9	25	1225	3969	12	1	5	59	47	2507
3	$\frac{1}{4}$	$\frac{9}{64}$	$\frac{25}{256}$	16384	65536	12	$\frac{1}{8}$	$\frac{5}{64}$	1024	1024	65536
	0.25	0.1406	0.0977	0.0748	0.0606		0.125	0.0781	0.0576	0.0459	0.0383
4	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{64}$	_5_	_175_	_441_	13	$\frac{3}{2}$	15 8	<u>35</u>	<u>315</u>	<u>693</u>
	4	64	256	16384	65536		2	8	16	128	256
	0.25	0.0469	0.0195	0.0107	0.0067		1.5	1.875	2.1875	2.4609	2.7070
5	3	5	35	63	231	14	25	1019	19 233	1395027	24 683 151
3	$\frac{3}{8}$	$\frac{5}{16}$	128	256	1024	14	25 16	512	8192	524 288	8388608
	0.375	0.3125	0.2734	0.2461	0.2256		1.5625	1.9902	2.3478	2.6608	2.9425
6	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{64}$	_25_	245	1323	15	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{32}$	_15_	141	747
	8	64	1024	16384	131072		8	32	1024	16384	131072
	0.125	0.0469	0.0244	0.0149	0.0101		0.125	0.0313	0.0146	0.0086	0.0057
7	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{64}$	1	25	_49_	16	$\frac{3}{8}$	$\frac{7}{64}$	_61_	_81_	<u>1901</u>
	4	64	256	16384	65536		8	64	1024	2048	65536
	0.25	0.0156	0.0039	0.0015	0.0007		0.375	0.1094	0.0596	0.0396	0.0290
8	$\frac{7}{8}$	$\frac{5}{64}$	_23_	155	_637_	17	$\frac{5}{16}$	$\frac{1}{4}$	441	6303	46039
Ü	8	64	1024	16384	131072		16	4	2048	32768	262144
	0.875	0.0781	0.0225	0.0095	0.0049		0.3125	0.25	0.2153	0.1924	0.1756
9	$\frac{1}{4}$	$\frac{7}{64}$	<u>17</u>	759	2289	18	1	$\frac{5}{24}$	1	_63_	2101
	4	64	256	16384	65536		*	24	10	1024	49152
	0.25	0.1094	0.0664	0.0463	0.0349		1.0	0.2083	0.1	0.0615	0.0427

**Таблица 2.** Значения  $a_k^3$  и  $A_k^3$  в виде рациональных (вверху) и десятичных (внизу) дробей

k	1	2	3	4	5
$a_k^3$	3 16	39 512	335 8192	13 323 524 288	145 005 8 388 608
	0.1875	0.0762	0.0409	0.0254	0.0173
$A_k^3$	$\frac{3}{16}$	<u>21</u> 512	$\frac{155}{8192}$	5805 524 288	$\frac{61461}{8388608}$
	0.1875	0.0410	0.0189	0.0111	0.0073

С помощью формул (А.1), (А.2) получим разложения комбинаций:

$$\frac{e}{\eta(1+\eta)} = \frac{e}{2} + \sum a_{5k}e^{2k+1},$$

$$\frac{2}{\pi}[\mathbf{E}(e) - \eta^{2}\mathbf{K}(e)] \stackrel{*}{=} \frac{e^{2}}{2} \left(1 + \sum a_{6k}e^{2k}\right),$$

$$\frac{2}{\pi e}[\mathbf{E}(e) - \eta^{2}\mathbf{K}(e)] \stackrel{*}{=} \frac{e}{2} \left(1 + \sum a_{6k}e^{2k}\right),$$

$$\frac{2}{\pi}[2\mathbf{E}(e) - \eta^{2}\mathbf{K}(e)] \stackrel{*}{=} 1 + \sum a_{7k}e^{2k},$$

$$\frac{2}{\pi}\eta^{2}[\mathbf{E}(e) - \eta^{2}\mathbf{K}(e)] \stackrel{*}{=} \frac{e^{2}}{2} \left(1 - \sum a_{8k}e^{2k}\right),$$

$$\frac{2}{\pi}\eta\mathbf{K}(e) \stackrel{*}{=} 1 - \sum a_{9k}e^{2k},$$
(A.3)

здесь

$$a_{5k} = \left(k - \frac{1}{4}\right) a_{1k} + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{k-1} a_{5m} a_{1,k-m},$$

$$a_{6k} = \frac{1}{k+1} a_{3k},$$

$$a_{7k} = \frac{1}{(2k-1)^2} a_{3k},$$

$$a_{8k} = \frac{8k-1}{(k+1)(2k-1)^2} a_{3k},$$

$$a_{9k} = a_{1k} - a_{3k} + \sum_{m=1}^{k-1} a_{1m} a_{3,k-m}.$$

Числа  $a_{mk}$ ,  $m=1,\ldots,8$  положительны. При k=1  $a_{91}=1/4$ , но при k>1 слагаемое  $(a_{1k}-a_{3k})<0$ . По аналогии с [7] докажем положительность  $a_{9k}$  для k>1. Положим

$$\eta \mathbf{K}(e) = \int_{0}^{\pi/2} \sqrt{\varphi(e, x)} dx, \qquad (A.4)$$

где

$$\phi = \frac{1 - e^2}{1 - e^2 \sin^2 x} = 1 - \phi_1,$$
  
$$\phi_1 = \cos^2 x \sum \sin^{2k-2} x e^{2k}.$$

Согласно (А.1)

$$\sqrt{\varphi} = 1 - \sum_{m=1}^{\infty} a_{1m} \varphi_1^m.$$

Отсюда получим, что в разложении

$$\sqrt{\varphi} = 1 - \sum \varphi_{1k} e^{2k}$$

величины  $\phi_{1k}$  являются многочленами от  $\sin^2 x$ ,  $\cos^2 x$  с положительными коэффициентами. В частности,  $\phi_{11} = (1/2)\cos^2 x$ ,  $\phi_{12} = (1/8)\cos^4 x + (1/2)\cos^2 x \sin^2 x$ , т.е. подынтегральная функция в (A.4) представима в виде

$$1 - \frac{1}{2}\cos^2 x e^2 - \frac{1}{8}\cos^2 x (1 + 3\sin^2 x)e^4 - \sum_{k=3}^{\infty} \varphi_{1k}e^{2k}.$$

Интегрирование даст  $a_{91} = 1/4$ ,  $a_{92} = 7/64$ ,  $a_{9k} > 0$  при k > 1.

Левая часть последнего соотношения (А.3) стремится к нулю при  $e \to 1$ . Отсюда и из положительности  $a_{9k}$  следует сходимость ряда в правой части при e = 1 [13].

### 2. Более сложные комбинации эллиптических интегралов

Рекуррентность для общего члена разложения

$$\frac{2[2\mathbf{E}(e) - \eta^2 \mathbf{K}(e)]}{\pi \eta^2} = 1 + \sum a_{10,k} e^{2k}$$
 (A.5)

выведена из соотношения

$$(1 - e^2)(1 + \sum a_{10,k}e^{2k}) = 1 + \sum a_{7k}e^{2k},$$

вытекающего из (АЗ), (А5). Отсюда

$$a_{10,k} = a_{10,k-1} + a_{7k}$$
 при  $a_{10,1} = \frac{5}{4}$ . (A.6)

Из (A.6) следует положительность  $a_{10,k}$ , но при e=1 ряд (A.5) расходится к бесконечности.

Подобным образом получим общий член разложения

$$\frac{\mathbf{K}(e)}{2[\mathbf{E}(e) - \eta^{2}\mathbf{K}(e)]} = \frac{1}{e^{2}} + \frac{1}{8} + \sum a_{11,k}e^{2k}, \quad (A.7)$$

$$\left(\frac{1}{e^{2}} + \frac{1}{8} + \sum a_{11,k}e^{2k}\right)e^{2}\left(1 + \sum a_{6k}e^{2k}\right) = 1 + \sum a_{3k}e^{2k},$$

$$a_{11,k} = a_{3,k+1} - a_{6,k+1} - \frac{1}{8}a_{6k} - \sum_{m=1}^{k-1} a_{11,m}a_{6,k-m}$$

или

$$a_{11,k} = \frac{k(8k+7)}{8(k+2)} a_{6k} - \sum_{m=1}^{k-1} a_{11,m} a_{6,k-m},$$

где

$$a_{11,1} = a_{3,2} - a_{6,2} - \frac{1}{8}a_{61} = \frac{5}{8}a_{61} = \frac{5}{64}.$$

Коэффициенты  $a_{11,k}$  положительны, так как согласно (A.2), (A.3) разложения в ряд числителя

и знаменателя левой части (А.7) имеют положительные коэффициенты.

Из (А.7) получим

$$\sigma \int_{e_0}^{e} \frac{e\mathbf{K}(e)de}{2[\mathbf{E}(e) - \eta^2 \mathbf{K}(e)]} =$$

$$= \ln \left(\frac{e}{e_0}\right)^{\sigma} + \sum \frac{\sigma a_{12,k}}{2k} e^{2k} - \sigma C_1,$$
(A.8)

где

$$C_1 = \sum \frac{a_{12,k}}{2k} e_0^{2k},$$
 
$$a_{12,1} = \frac{1}{8}, \qquad (A.9)$$
  $a_{12,k} = a_{11,k-1}$  при  $k > 1$ .

Коэффициенты  $a_k^{\sigma}$  разложения

$$\exp \int_{e_0}^{e} \frac{\sigma e \mathbf{K}(e) de}{2[\mathbf{E}(e) - \eta^2 \mathbf{K}(e)]} =$$

$$= \exp(-\sigma C_1) \left(\frac{e}{e_0}\right)^{\sigma} \left(1 + \sum a_k^{\sigma} e^{2k}\right)$$
(A.10)

можно получить средствами компьютерной алгебры, используя классический ряд для экспоненты:

$$\exp\left(\sum \frac{\sigma a_{12,k}}{2k} e^{2k}\right) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sigma a_{12,k}}{2k} e^{2k}\right)^n}{n!}.$$

Из положительности  $a_{11,k}$  следует  $a_k^{\sigma} > 0$ .

С учетом (A10) получим коэффициенты разложения

$$\exp\left(-\int_{e_0}^{e} \frac{\sigma e \mathbf{K}(e) de}{2[\mathbf{E}(e) - \eta^2 \mathbf{K}(e)]}\right) =$$

$$= \exp(\sigma C_1) \left(\frac{e_0}{e}\right)^{\sigma} \left(1 - \sum_{k=0}^{\sigma} A_k^{\sigma} e^{2k}\right),$$
(A.11)

где

$$A_k^{\sigma} = a_k^{\sigma} - \sum_{m=1}^{k-1} A_m^{\sigma} a_{k-m}^{\sigma}, \quad A_1^{\sigma} = \frac{\sigma}{16}.$$

Коэффициенты  $a_{mk}$ ,  $a_k^{\sigma}$  и  $A_k^{\sigma}$  при k=1,...,5,  $\sigma=3$  приведены в табл. 1, 2. В каждой строке вверху стоит точное значение в виде рациональной дроби, внизу — приближенное значение в виде десятичной дроби.

### 3. Асимптотика интегралов от комбинаций эллиптических интегралов

Асимптотическое поведение эллиптических интегралов при  $e \to 1$ ,  $\eta \to 0$  известно [6, 11, 12, 14]:

$$\mathbf{E}(e) = 1 - \frac{1}{2}\eta^{2} \left( \ln \frac{\eta}{4} + \frac{1}{2} \right) - \dots,$$

$$\mathbf{K}(e) = -\ln \frac{\eta}{4} - \frac{1}{4}\eta^{2} \left( \ln \frac{\eta}{4} + 1 \right) - \dots$$

Для их комбинаций получим:

$$\frac{1}{\mathbf{E}(e) - \eta^{2} \mathbf{K}(e)} = 1 - \frac{1}{2} \eta^{2} \left( \ln \frac{\eta}{4} - \frac{1}{2} \right) + ...,$$

$$\frac{\mathbf{K}(e)}{\mathbf{E}(e) - \eta^{2} \mathbf{K}(e)} =$$

$$= -\ln \frac{\eta}{4} - \eta^{2} \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \ln \frac{\eta}{4} - \frac{1}{2} \left( \ln \frac{\eta}{4} \right)^{2} \right) + ....$$
(A.12)

Здесь и далее точками обозначены бесконечномалые более высокого по η порядка.

Используя соотношение (A.12), а также учитывая, что  $ede = -\eta d\eta$ , перейдем к переменной  $\eta$  и проинтегрируем следующее выражение:

$$\int_{e_0}^{e} \frac{\sigma e \mathbf{K}(e) de}{2[\mathbf{E}(e) - \eta^2 \mathbf{K}(e)]} =$$

$$= \int_{\eta_0}^{\eta} \frac{\sigma \eta}{2} \left( \ln \frac{\eta}{4} + \eta^2 \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \ln \frac{\eta}{4} - \frac{1}{2} \left( \ln \frac{\eta}{4} \right)^2 \right) + \dots \right) d\eta =$$

$$= \frac{\sigma}{4} \eta^2 \left( \ln \frac{\eta}{4} - \frac{1}{2} \right) + \sigma C_2 + \dots,$$
(A.13)

где 
$$C_2 = -\frac{1}{4}\eta_0^2 \left( \ln \frac{\eta_0}{4} - \frac{1}{2} \right)$$
. Отсюда 
$$\exp \int_{e_0}^e \frac{\sigma e \mathbf{K}(e) de}{2[\mathbf{E}(e) - \eta^2 \mathbf{K}(e)]} =$$
$$= \exp(\sigma C_2) \left( 1 - \frac{\sigma}{2} \eta^2 + \frac{\sigma}{4} \eta^2 \ln \frac{\eta}{4} \right) + \dots$$

Далее получены асимптотики интегралов, используемых в формулах (14), (20), (24):

$$\int_{e_0}^{e} \frac{e}{2\eta^3 [\mathbf{E}(e) - \eta^2 \mathbf{K}(e)]} \times \left( \exp \int_{e_0}^{e} \frac{3e \mathbf{K}(e) de}{2[\mathbf{E}(e) - \eta^2 \mathbf{K}(e)]} \right) de =$$

$$= -\int_{\eta_0}^{\eta} \frac{1}{2\eta^2} \left[ 1 - \frac{1}{2} \eta^2 \left( \ln \frac{\eta}{4} - \frac{1}{2} \right) + \dots \right] \times \left[ \exp(3C_2) \left( 1 - \frac{3}{8} \eta^2 + \frac{3}{4} \eta^2 \ln \frac{\eta}{4} \right) + \dots \right] d\eta = (A.14)$$

$$= \int_{\eta_0}^{\eta} \left[ \exp(3C_2) \left( \frac{1}{16} - \frac{1}{2\eta^2} - \frac{1}{8} \ln \frac{\eta}{4} \right) + \dots \right] d\eta =$$

$$= \exp(3C_2) \left( \frac{1}{2\eta} + \frac{\eta}{16} \left( 3 - 2 \ln \frac{\eta}{4} \right) \right) - C_2^* + \dots,$$

где

$$C_2^* = \exp(3C_2) \left( \frac{1}{2\eta_0} + \frac{\eta_0}{16} \left( 3 - 2\ln\frac{\eta_0}{4} \right) \right),$$

$$\int_{e_0}^{e} \frac{ede}{\mathbf{E}(e) - \eta^2 \mathbf{K}(e)} =$$
(A.15)

$$=-\int_{\eta_0}^{\eta} \left(\eta - \frac{1}{2}\eta^3 \left(\ln \frac{\eta}{4} - \frac{1}{2}\right) + ...\right) d\eta = -\frac{\eta^2}{2} + \frac{\eta_0^2}{2} + ...,$$

и с учетом (А.13)

$$\int_{e_0}^{e} \frac{e\eta \mathbf{K}(e)de}{2[\mathbf{E}(e) - \eta^2 \mathbf{K}(e)]} = \int_{\eta_0}^{\eta} \frac{\eta^2}{2} \left( \ln \frac{\eta}{4} + ... \right) d\eta =$$

$$= \frac{\eta^3}{6} \left( \ln \frac{\eta}{4} - \frac{1}{3} \right) - C_2^{**} + ...,$$
(A.16)

где

$$C_2^{**} = \frac{\eta_0^3}{6} \left( \ln \frac{\eta_0}{4} - \frac{1}{3} \right).$$

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. W. F. Bottke Jr., D. Vokrouhlický, D. P Rubincam, and M. Broz, in: Asteroids III, edited by W. F. Bottke Jr., A. Cellino, P. Paolicchi, and R. P. Binzel (University of Arizona Press, 2002), p. 395.
- JPL Small-Body Database Search Engine, *Jet Propulsion Laboratory NASA*. https://ssd.ipl.nasa.gov/sbdb\_query.cgi.
- 3. М. Ф. Субботин, Введение в теоретическую астрономию (М.: Наука, 1968).
- 4. *Т. Н. Санникова, К. В. Холшевников*, Астрон. журн. **96**(5), 418 (2019).
- К. В. Холшевников, Асимптотические методы небесной механики (Л.: Изд-во ЛГУ, 1985).
- 6. И. С. Градштейн, И. М. Рыжик, В. В. Максимов, Таблицы интегралов, рядов и произведений (СПб: БХВ-Петербург, 2011).
- 7. *Н. Батмунх, Т. Н. Санникова, К. В. Холшевников*, Астрон. журн. **95** (4), 307 (2018).
- 8. *Т. Н. Санникова, К. В. Холшевников*, Астрон. журн. **97**(9), 747 (2020).
- 9. Т. Н. Санникова, К. В. Холшевников, Астрон. журн. **92**(8), 681 (2015).
- D. Vokrouhlický, Astron. and Astrophys. 344, 362 (1999).
- 11. *Н. И. Ахиезер, Элементы теории эллиптических функций* (М.: Наука, Физматлит, 1970).
- 12. А. Гурвиц, Теория аналитических и эллиптических функций (М.: ЛЕНАНД, Физмат. наследие, 2015).
- 13. Г. М. Фихтенгольц, Курс дифференциального и интегрального исчисления. Том 2 (М.: Физматлит, 2001).
- М. Тихомандрицкий, Теория эллиптических интегралов и эллиптических функций (М.: Книга по Требованию, 2012).

## ПРОГРАММА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ РАЗМЕРОВ ПЛАНЕТ И НАКЛОНЕНИЯ ОРБИТ ПО ДАННЫМ НАБЛЮДЕНИЙ ТРАНЗИТОВ

© 2021 г. Е. В. Бекесов<sup>1, \*</sup>, А. А. Белинский<sup>2</sup>, С. Б. Попов<sup>1, 2, \*\*</sup>

<sup>1</sup> Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Физический факультет МГУ, Москва, Россия <sup>2</sup> Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Государственный астрономический институт им. П.К. Штернберга, Москва, Россия

> \*E-mail: egor03121996@mail.ru \*\*E-mail: sergepolar@gmail.com Поступила в редакцию 02.04.2021 г. После доработки 05.07.2021 г. Принята к публикации 31.08.2021 г.

В статье представлена программа для определения размера экзопланеты и наклонения ее орбиты относительно картинной плоскости по транзитным кривым блеска. Программа протестирована по нескольким транзитам планеты TrES-3b, как архивным, так и полученным нами в Кавказской горной обсерватории. Также представлены результаты обработки наблюдений трех планет (HAT-P-19b, KOI-196b, WASP-60b), проведенных в Кавказской горной обсерватории. Сравнение результатов обработки с ранее публиковавшимися данными показывает, что в тех случаях, когда нами были получены достаточно качественные кривые блеска (HAT-P-19b и WASP-60b) и были использованы фиксированные коэффициенты модели потемнения к краю (заданные в соответствии с теоретическими моделями), наши значения радиуса планеты и наклона орбиты в пределах ошибок совпадают с величинами, определенными другими авторами. Обсуждается зависимость результатов от параметров модели потемнения звездного диска к краю. В частности, продемонстрировано вырождение по параметрам потемнения и расстоянию планеты от звезды во время транзита.

Ключевые слова: экзопланеты, наблюдения транзитов

**DOI:** 10.31857/S000462992112001X

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Наблюдения экзопланет начались в середине 1990-х годов [1]. Хотя первые объекты были открыты методом вариации лучевых скоростей [2, 3], довольно быстро лидирующее положение заняли транзитные наблюдения, особенно после запуска спутника "Kepler" [4, 5]. На сегодняшний день большинство планет было открыто именно с помощью поиска транзитов. Наблюдения транзитов из космоса позволяют проводить высокоточную фотометрию даже в случае совсем небольших объектов [6], однако в случае планет-гигантов успешные наблюдения транзитов возможны и с поверхности Земли, и даже с помощью небольших инструментов.

Многократные наблюдения транзитов экзопланет позволяют не только повысить точность определения их физических и орбитальных параметров, но также важны для поиска новых объектов в системе по вариации длительности или времени начала транзита [7]. А кроме того, высокоточные определения орбитальных параметров горячих юпитеров важны для изучения приливной миграции планет [8, 9].

В данной статье мы представляем программу для обработки транзитных наблюдений, позволяющую определить размер планеты и наклон ее орбиты относительно наблюдателя. Структура программы и ее элементы описаны в следующем разделе. Затем представлены наблюдения четырех планет, проводившиеся в Кавказской горной обсерватории (КГО). В четвертом разделе проведено сравнение результатов работы программы с использованием нескольких кривых блеска для одной из хорошо изученных планет. Наконец, в пятом разделе статьи приведены параметры еще трех планет, наблюдавшихся в КГО. В заключительном разделе суммируются основные выводы статьи.

### 2. ОПИСАНИЕ РАБОТЫ ПРОГРАММЫ

Программа написана на языке C++1. В основе принципа ее работы лежит использование метода наименьших квадратов для аппроксимации кривых блеска с учетом ограничений и связей между

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Код доступен он-лайн по ссылке: http://xray.sai.msu.ru/~polar/exotransit/code\_exotransit.cpp

параметрами, которые следуют из геометрии наблюдения транзита. При описании нашего подхода удобно разделить задачу на несколько подчастей: моделирование кривой блеска, определение диапазонов параметров и связей между ними, а также непосредственно аппроксимацию методом наименьших квадратов.

### 2.1. Моделирование транзитов

Транзитная кривая блеска зависит от большого числа величин, определяющих свойства звезды, планеты и ее орбиты. В качестве выходных параметров нас в первую очередь интересует размер планеты, кроме того мы определяем наклонение орбиты и, с некоторой оговоркой (см. ниже), эксцентриситет. Для получения значений этих величин прочие (входные) параметры должны быть заданы, а если это невозможно, то так или иначе определены. Мы осуществляем это перебором некоторых коэффициентов (например, задающих потемнение звездного диска к краю) в широком диапазоне возможных значений и минимизацией  $\chi^2$  для полученных кривых блеска.

При решении прямой задачи, т.е. построении модели кривой блеска по заданным параметрам, необходимо учитывать неодинаковую яркость различных участков диска звезды. Задача построения модели кривой блеска в нашей программе сводится к тому, чтобы в каждый момент времени определить координаты проекции планетного диска на картинную плоскость и область его пересечения со звездным диском, после чего вычислить суммарный блеск звезды, приходящийся на закрытую область.

Координаты центра планеты в картинной плоскости определялись нами как функция от времени и кеплеровых элементов орбиты. Зная период обращения планеты по орбите вокруг материнской звезды, можно установить линейную зависимость средней аномалии от времени M(t). Для этого используется уравнение Кеплера:

$$M = E - e \sin E, \tag{1}$$

где e — эксцентриситет, M — средняя аномалия, а E — эксцентрическая. Через среднюю аномалию определяется эксцентрическая. Так как уравнение Кеплера является трансцендентным, то его решение проводилось при помощи последовательных приближений:

$$E_0 = M + e \sin M,$$

$$E_1 = M + e \sin E_0,$$

$$\dots$$

$$E_i = M + e \sin E_{i-1}.$$
(2)

Далее, зная эксцентрическую аномалию и ориентацию орбиты в пространстве, можно най-

ти координаты центра планеты в картинной плоскости для каждого момента времени. В программе это выполняется за несколько шагов. Сначала рассчитываются координаты для точек эллипса, лежащего на картинной плоскости, с перицентром, совпадающим с точкой восходящего узла, и линией апсид, совпадающей с осью x. В таком случае координаты центра диска планеты на картинной плоскости в разные моменты времени (что неявно задается через значение эксцентрической аномалии E) рассчитываются как:

$$x_{02} = a \cos E - ae,$$
  
 $y_{02} = a\sqrt{1 - e^2} \sin E,$  (3)

где a — большая полуось,  $x_{02}$  и  $y_{02}$  — координаты проекции центра планеты на картинную плоскость в первой итерации.

Затем производится поворот эллипса на угол, равный аргументу перицентра, осуществляемый при помощи двумерной матрицы поворота. Соответственно, координаты центра диска планеты получаются равными:

$$x_{01} = x_{02}\cos(-\omega) + y_{02}\sin(-\omega),$$
  

$$y_{01} = -x_{02}\sin(-\omega) + y_{02}\cos(-\omega).$$
(4)

Здесь  $\omega$  — аргумент перицентра,  $x_{01}$  и  $y_{01}$  — координаты проекции центра планеты на картинную плоскость после второй итерации.

После этого производится поворот по оси x, отвечающий за учет наклона орбиты, что дает нам финальные координаты центра диска планеты на картинной плоскости:

$$x_0 = x_{01},$$
  
 $y_0 = y_{01} \cos i,$  (5)

где i — наклон орбиты (угол между плоскостью орбиты и картинной плоскостью),  $x_0$  и  $y_0$  — итоговые координаты проекции центра планеты на картинную плоскость.

После определения геометрии задачи необходимо рассчитать яркость различных участков диска звезды. В нашей программе используется центрально-симметричная модель потемнения к краю, описываемая либо линейным, либо квадратичным законами [10]. Линейный закон использовался в основном для иллюстративных целей, в частности, для иллюстрации вырождения по параметрам (см. ниже раздел 4).

Квадратичный закон записывается в виде:

$$\frac{I(\mu)}{I(0)} = 1 - u_1(1 - \mu) - u_2(1 - \mu)^2, \tag{6}$$

где  $\mu = \cos \gamma$ ,  $\gamma -$ угол между лучом зрения и нормалью к участку излучающей поверхности. Так как линейный закон представляет собой частный

случай квадратичного, в программе он задавался путем фиксирования коэффициента  $u_2 = 0$ .

Для нахождения величины блеска звезды во время транзита диск звезды делится на большое число концентрических колец, шириной много меньше радиуса звезды. Поверхностная яркость внутри каждого из таких колец принимается равной константе, зависящей только от радиуса кольца. После чего для каждого момента времени рассчитывается площадь пересечения каждого кольца с проекцией диска планеты на картинную плоскость, далее она умножается на поверхностную яркость, соответствующую данной полосе. Затем получившиеся значения падения яркости суммируются для всех полос, которые проходят через проекцию планеты, и на основании этого рассчитывается суммарное падение яркости звезды.

### 2.2. Расчет эксцентриситета и аргумента перицентра

Так как орбиты большинства экзопланет отличны от круговых, характеристики их вытянутости и ориентации относительно наблюдателя также необходимо учитывать при обработке кривых блеска. Большую полуось орбиты можно установить с относительно хорошей точностью, зная период обращения и массу системы. Период определяется измерениями промежутка между транзитами, масса звезды может быть получена, основываясь на ее спектральных характеристиках. Соотношение масс звезды и планеты может быть измерено на основе данных о вариации лучевой скорости звезды, если они доступны, в противном случае предположение о том, что масса звезды намного превосходит массу планеты, позволяет получить достаточно точные оценки.

Однако если орбита отлична от круговой, то расстояние, на котором будет находиться планета в момент транзита, будет больше или меньше большой полуоси и, соответственно, от этого будут зависеть скорость планеты и продолжительность транзита. Кроме того, расстояние между планетой и звездой, а также скорость движения планеты по орбите, будут меняться в течение самого транзита, что приведет к тому, что кривая блеска будет иметь некоторую асимметрию относительно середины транзита. Однако при небольших значениях эксцентриситета ( $e\lesssim 0.25$ ) вследствие того, что продолжительность транзита намного меньше периода обращения, расстояние до звезды в течение транзита и скорость планеты меняются незначительно. Поэтому мы пренебрегали асимметрией транзита, связанной с эксцентричностью орбиты. Формально можно сказать, что это соответствует предположению о том, что транзит происходит либо в точке апоцентра, либо в точке перицентра. Таким образом, аргумент перицентра не рассчитывался в нашей программе. Единственная величина, которую можно получить при точности тех наблюдений, что имелись в нашем распоряжении, это среднее расстояние от звезды до планеты в момент транзита, характеризуемое величиной  $e\sin \omega$ .

Это позволило сократить вычисления, которые в ином случае потребовались бы для определения средней точки транзита, совпадающей в данном случае с серединой транзита.

#### 2.3. Связь радиуса планеты и наклона орбиты

В нашей программе проводится фитирование по двум параметрам: наклону орбиты и радиусу планеты. Однако, используя данные о времени начала и конца транзита, можно установить функциональную связь между фитируемыми параметрами. Для этого необходимо учесть геометрию транзита, а именно — расположение планеты относительно центра звезды в моменты начала и конца транзита.

В момент касания планетой края звездного диска для декартовых координат центра планеты можно записать следующую систему уравнений (плоскость xy совпадает с картинной, ось z направлена на наблюдателя).

$$\begin{cases} x^{2} + y^{2} = (R + r)^{2}, \\ x^{2} + y^{2} + z^{2} = \frac{p}{1 - e \cos v}, \\ x = -z \operatorname{tg}(i), \\ y = \frac{p}{1 - e \cos v} \sin \phi. \end{cases}$$
(7)

Здесь p — фокальный параметр, угол ф равен разности истинных аномалий  $\Delta v$ . Решив эту систему, получаем функцию r(i),

$$r = \left(\frac{p}{1 + e\cos\nu}\right)\sqrt{\frac{\sin^2\phi + \frac{1}{\lg^2 i}}{1 + \frac{1}{\lg^2 i}}} - R. \tag{8}$$

### 2.4. Определение диапазона параметров, в пределах которого производится аппроксимация

Чтобы найти максимальное и минимальное значения наклона орбиты, между которыми будет осуществляться поиск наиболее оптимального решения, вычисляется медианное значение блеска для точек кривой блеска вблизи середины транзита. С учетом величины заданных погрешностей определяется диапазон возможных значений блеска в средней точке. После определяются значения наклона орбиты (и соответствующие им значения радиуса), при которых блеск в середине транзита будет иметь соответствующие величи-

ны. Для этого проводится моделирование блеска в одной только средней точке. Далее получившийся диапазон значений наклона орбиты делится на шесть частей. Для каждого из получившихся значений описанная выше программа моделирования строит модель кривой и рассчитывает величину  $\chi^2$  как сумму квадратов разностей О-С (наблюдаемые значения минус рассчитанные), деленных на погрешности измерения для каждой отдельной точки. Затем точки справа и слева от той, которой соответствует наименьший квадрат отклонений, принимаются в качестве новых границ аппроксимации. При N -кратном повторении данной процедуры диапазон возможных значений наклона орбиты сужается в  $3^N$  раз. В нашей работе хватало проведения 6-7подобных итераций, прежде чем разница между двумя границами становилась много меньше неточностей, связанных с погрешностями фотометрии транзита.

Мы не стали использовать стандартные методы нахождения минимума числовой функции (например, метод золотого сечения или парабол) из-за особенностей функции  $\chi^2(i)$ , в частности, наличия у нее в некоторых случаях локальных минимумов.

После определения минимального значения  $\chi^2$  вычислялись величины погрешностей по наклону орбиты из соотношения:

$$\chi^2(i \pm \sigma) - \chi^2(i) = 1. \tag{9}$$

На основе найденных погрешностей наклона орбиты, исходя из приведенной выше формулы (8), связывающей радиус планеты и наклон орбиты, вычисляются погрешности радиуса:

$$r + \sigma_r = r(i - \sigma),$$
  

$$r - \sigma_r = r(i + \sigma).$$
(10)

#### 2.5. Определение прочих параметров модели

Ключевым параметром, определяемым по транзитным кривым в рамках нашей модели, является радиус планеты. Однако его значение зависит также от коэффициентов потемнения к краю и эксцентриситета. Нами проводился перебор значений этих параметров в достаточно широких реалистичных диапазонах. Кроме того, использовались два значения аргумента перицентра:  $\sin \omega = 1$  и  $\sin \omega = -1$ .

Для каждого фиксированного набора значений проводилось фитирование транзитной кривой блеска по радиусу и наклону орбиты и, соответственно, рассчитывалась величина суммы квадратов отклонений. В качестве конечного результата принимался тот набор параметров, при

котором фитирование по радиусу и наклону орбиты давало наименьшую сумму квадратов отклонений.

Также нами проводилось фитирование с использованием фиксированных коэффициентов потемнения к краю. Для их получения мы использовали апплет, представленный на сайте университета Огайо<sup>2</sup>. Он позволяет получить коэффициенты потемнения к краю для вводимых пользователем параметров звезды (таких как эффективная температура, металличность и ускорение свободного падения на поверхности звезды). Работа апплета основана на результатах статьи [11]. В ней с использованием цепочек Маркова проводилась интерполяция коэффициентов из работы [10], в которой, в свою очередь, исходные коэффициенты получались путем моделирования звездных атмосфер. К сожалению, теоретические модели пока недостаточно точны. В данной работе мы приводим результаты как для фиксированных параметров потемнения к краю, так и для случая перебора (см. ниже разделы 4-5).

### 2.6. Тестирование программы на синтетических кривых и оценка производительности

Для тестирования программы была сгенерирована искусственная кривая блеска транзита экзопланеты. За основу мы взяли параметры экзопланеты WASP-97 b [12]: радиус звезды был задан равным  $R = 1.12 R_{\odot}$  [13], коэффициенты потемнения к краю были взяты из [11]. Интервал по времени между точками был выбран равным одной минуте, таким образом вся кривая блеска с учетом участков до и после прохождения планеты по диску включала в себя 198 точек. К смоделированной кривой была добавлена шумовая дорожка шириной 0.003 от блеска звезды вне транзита. После этого для данной кривой блеска была проведена аппроксимация с помощью программы, представленной в данной статье. Полученные результаты приведены в табл. 1, а сама кривая блеска — на рис. 1. Приведенная в таблице (и далее в других таблицах) погрешность для определяемых параметров соответствует одному стандартному отклонению.

Также мы провели исследование того, каким образом на результатах отразится изменение входных параметров, таких как радиус звезды и коэффициенты потемнения к краю. Для этого нами было проведено варьирование радиуса на  $0.05R_{\odot}$  и коэффициентов потемнения к краю, соответствующих изменению температуры звезды на 200 K, что приблизительно соответствует погрешностям, приведенным в работе [13]. Полученные результаты представлены в табл. 2. Кри-

 $<sup>^2\</sup> http://astroutils.astronomy.ohio-state.edu/exofast/limbdark.shtml$ 

Таблица 1. Результаты обработки модельной кривой блеска

Параметр	Заданные параметры модели	Наши расчеты
Наклон орбиты, град	88.0	$87.97^{+0.396}_{-0.297}$
Радиус планеты, км	80682	80 991+5375
Линейный коэффициент	0.474	
Нелинейный коэффициент	ит 0.238	
e sin ω	0.006	

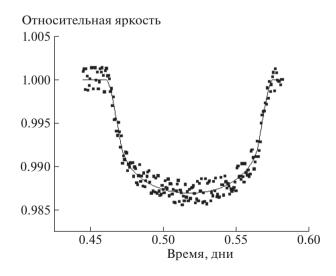
вые блеска, соответствующие вариациям параметров, практически не отличимы от основной кривой, поэтому на рис. 1 мы их не приводим.

Сравнение данных в табл. 1 и 2 показывает, что программа хорошо определяет такие параметры планеты, как радиус и наклонение орбиты даже при недостаточно точно известном радиусе и коэффициентах потемнения к краю (хотя при существенных одновременных неопределенностях в радиусе и температуре точное значение, заложенное при синтезе кривой, перестает попадать в доверительные интервалы, соответствующие одному стандартному отклонению).

Общее время выполнения программы для данной кривой на использованном нами процессоре Intel Core i7 1.6 ГГц составило 7531 мс.

### 3. НАБЛЮДЕНИЯ

Наблюдения транзитов проводились на телескопе RC600 (диаметр 0.6 м) КГО ГАИШ. В качестве приемной аппаратуры на телескопе RC600



**Рис. 1.** Модельная кривая блеска транзита и наложенные на нее результаты аппроксимации.

использовался фотометр на базе камеры Andor iKon-L [14].

Журнал наблюдений представлен в табл. 3.

Первичная редукция выполнялась стандартным для ПЗС-фотометрии и методом с учетом кадров подложки (bias), темнового тока и плоского поля. Обработка полученных кадров проводилась методом апертурной фотометрии с радиусом диафрагмы 1.5—2 FWHM звезд. В качестве опорных звезд использовались звезды поля без фотометрической привязки к звездам-стандартам. Для учета влияния атмосферной экстинкции и редуцирования трендов фотометрические наблюдения транзитов в КГО были обработаны нами при помощи программы AstroimageJ [15] с использованием стандартных опций программы.

### 4. ТЕСТИРОВАНИЕ ПРОГРАММЫ ПО НАБЛЮДЕНИЯМ TrES-3b

Для проверки работы нашей программы мы использовали данные наблюдений планеты TrES-3b как опубликованные в базе данных ETD [16], так и полученные в КГО. Данная планета представляет собой горячий супер-юпитер, вращающийся вокруг желтого карлика. Она была открыта в 2007 г. в рамках проекта Trans-Atlantic Exoplanet Survey [17]. Мы выбрали ее как относительно хорошо изученную и имеющую значительное число посвященных ей исследований. К тому же именно для планеты TrES-3b, наблюдения которой были проведены в КГО, мы получили наиболее качественную кривую блеска. Поскольку наблюдения транзита данной планеты в КГО проводились в фильтре V, то для сравнения нами были выбраны транзиты, наблюдавшиеся в таком же фильтре, из числа наиболее качественных в базе ЕТО.

### 4.1. Результаты обработки транзитов

Фотометрические данные обрабатывались программой, алгоритм которой описан выше в разделе 2. В приведенных ниже таблицах приведены параметры, для которых сумма квадратов отклонений оказалась минимальной. В столбце "Наши расчеты" приведены результаты расчетов, в которых варьировались как коэффициенты потемнения к краю, так и параметр  $e \sin \omega$ . В столбце "Наши расчеты, фиксированные коэффициенты" приведены результаты расчетов, в которых в программе перебиралось только значение эксцентриситета, в то время как коэффициенты потемнения к краю принимались равными значениям, рассчитанным для данной звезды с помощью апплета Джейсона Истмана, упоминавшегося в подразделе 2.5 (см. [11]). Параметры TrES-3b, которые мы не варьировали (такие как радиус звезды, большая полуось орбиты, период обраще-

	•	* **		
Параметр	$R = 1.07R_{\odot}$ $T_{\rm eff} = 5500 \text{ K}$	$R = 1.07R_{\odot}$ $T_{\rm eff} = 5900 \text{ K}$	$R = 1.17R_{\odot}$ $T_{\rm eff} = 5500 \text{ K}$	$R = 1.17R_{\odot}$ $T_{\rm eff} = 5900 \text{ K}$
Наклон орбиты, град	89.193 <sup>+0.591</sup> <sub>-0.514</sub>	88.426 <sup>+0.447</sup> <sub>-0.331</sub>	$89.028^{+0.678}_{-0.652}$	$88.104_{-0.384}^{+0.542}$
Радиус планеты, км	$76656^{+5043}_{-2782}$	$77403^{+5448}_{-5746}$	$83781_{-3021}^{+5927}$	$84630_{-6341}^{+5732}$
Линейный коэффициент	0.52	0.432	0.52	0.432
Нелинейный коэффициент	0.207	0.266	0.207	0.266
e sin ω	-0.03	-0.04	0.06	0.05

**Таблица 2.** Результаты обработки модельной кривой блеска для разных радиусов звезды и коэффициентов потемнения к краю, соответствующих разным температурам звезды

ния), были взяты из работы [18]. Для нахождения моментов начала и конца транзита, необходимых для расчета зависимости r(i), мы использовали программу фитирования, представленную на сайте ETD [16] и использующую аппроксимацию кривой блеска аналитическими функциями из работы [19].

Мы использовали три кривые блеска с сайта ETD. Первая из них была получена Марком Бреттоном в 2015 г. Середина транзита соответствует HJD = 2457 208.42831. Наблюдения проводились на 82-см телескопе Observatoire des Baronnies Provencales. Вторая была получена Пере Гуэрра в 2018 г. на 40-см телескопе Observatori Astronómic Albanya. Середина транзита: HJD = 2458 258.59999. Третья кривая была получена Соццетти в 2007 г. и была использована в работе [18]. Результаты обработки этих трех кривых блеска представлены в табл. 4—6 и на рис. 2—4.

Результаты обработки транзита TrES-3b, наблюдения которого проводились в КГО, и полученная для него модель кривой блеска представлены в табл. 7 и на рис. 5. Кроме того, в табл. 7 приведены для сравнения параметры планеты, полученные нами при помощи сетевой версии программы EXOFAST [11]<sup>3</sup>, а также результаты работы [18], полученные на основе нескольких кривых блеска в фильтрах g, V, B, z, i с использованием метода аппроксимации, описанного в [20] (сравнение с результатами работы [18] уместно для фиксированных коэффициентов потемнения к краю). Как видно из приведенных данных, параметры, полученные с помощью нашей программы, хорошо соотносятся с опубликованными оценками [18] (а также с другими работами, см. каталоги экзопланет), в то время как EXOFAST дает заметно большее значение для радиуса планеты. Чтобы проверить, не связано ли это с величинами коэффициентов в законе потемнения к краю, мы провели расчеты, используя те же значения, что и в EXOFAST, но расхождение не исчезло. То же самое можно сказать о различии в используемом радиусе звезды. Большой радиус планеты получается в наших расчетах при использовании значения  $e\sin \omega$ , соответствующего результатам EXOFAST, однако при этом угол наклона орбиты становится немного (примерно на один градус) меньше.

На основе проведенного анализа мы приходим к выводу, что наша программа выдает адекватные результаты, в целом согласующиеся с другими результатами.

Как указано выше, в результате анализа полученных результатов мы пришли к выводу, что разумно использовать фиксированные значения коэффициентов потемнения к краю, основанные на данных о свойствах звезды. Если коэффициенты потемнения к краю являлись свободными параметрами, то наши расчеты в ряде случаев (см. также ниже раздел 5) приводили к нефизичным оценкам их величин. В связи с этим мы провели дополнительное исследование возможного вырождения параметров потемнения к краю и параметра  $e\sin \omega$ . Этот вопрос рассматривается в следующем подразделе 4.2.

# 4.2. Распределение значений квадрата отклонений по параметрам эксцентриситета и потемнения к краю

При обработке данных наблюдений TrES-3b было обнаружено, что при незначительных изменениях начальных параметров мы могли получать значительно отличавшиеся между собой величины  $e \sin \omega$  и коэффициентов потемнения к краю. При этом значения суммы квадратов отклонений отличались друг от друга незначительно (см. ни-

Таблица 3. Журнал наблюдений

Объект	Фильтр	Дата	Длительность
TrES-3b	V	09-10.08.2019	2 ч 50 мин
HAT-P-19b	<i>r</i> 2	23-24.08.2019	2 ч 18 мин
KOI-196b	r2	09-10.08.2019	3 ч 35 мин
WASP-60b	V	03-04.09.2019	4 ч 01 мин

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> https://astroutils.astronomy.osu.edu/exofast/exofast.shtml

Таблица 4. Результаты для кривой блеска Марка Бреттона

Параметр	Наши расчеты	Наши расчеты, фикс. коэф- фициенты
Наклон орбиты, град	$81.844^{+0.169}_{-0.253}$	$81.857^{+0.138}_{-0.169}$
Радиус планеты, км	$98950^{+10998}_{-7266}$	$98500^{+6187}_{-4992}$
Линейный коэффициент	0.1	0.466
Нелинейный коэффициент	0.025	0.256
e sin ω	-0.02	0.06

Таблица 5. Результаты для кривой блеска Пере Гуэрра

Параметр	Наши расчеты	Наши расчеты, фикс. коэф- фициенты
Наклон орбиты, град	$81.259^{+0.482}_{-0.886}$	81.353 <sup>+0.456</sup> <sub>-0.749</sub>
Радиус планеты, км	$107109_{-15626}^{+29943}$	$104038^{+25082}_{-14671}$
Линейный коэффициент	1.0	0.466
Нелинейный коэффициент	-0.45	0.256
$e \sin \omega$	0.13	0.13

Таблица 6. Результаты для кривой блеска Соццетти [18]

		Наши
Параметр	Наши	расчеты,
Параметр	расчеты	фикс. коэф-
		фициенты
Наклон орбиты, град	$80.871^{+0.227}_{-0.409}$	$80.66^{+0.204}_{-0.287}$
Радиус планеты, км	89 247 <sup>+16785</sup> <sub>-9165</sub>	$89620_{-6845}^{+9717}$
Линейный коэффициент	0.0	0.466
Нелинейныйкоэффициент	0.0	0.256
e sin ω	0.07	0.16

же). Это не позволяло нам определенно сказать, какой из полученных наборов величин являлся наиболее оптимальным решением задачи аппроксимации. Тем не менее для данных результатов наблюдалась определенная закономерность: чем сильнее было падение яркости при приближении к краю звезды, тем более вытянутой была орбита планеты в конечной модели. Зависимость коэффициента потемнения к краю при линейном законе ( $u_2 = 0$ ) от параметра  $e \sin \omega$  представлена на рис. 6.

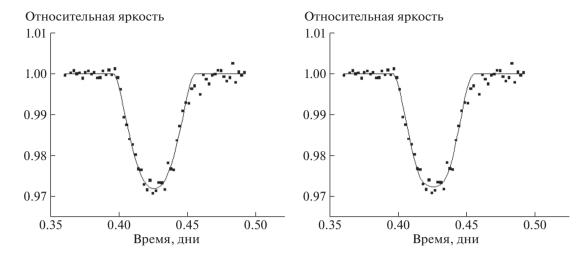
Также мы провели исследование аналогичной зависимости для квадратичного закона потемнения к краю. Для этого мы брали коэффициенты потемнения к краю из апплета Истмана и др. [11] для случая, когда звезда имеет такую же металличность и ускорение свободного падения на поверхности звезды, как и TrES-3, но другую эффективную температуру. Ее мы в свою очередь варьировали на 1200 К в большую и меньшую сторону от реальной температуры TrES-3, примерно равной 5700 К [12]. Полученные результаты представлены на рис. 7. Так как при прочих равных параметрах большей температуре звезды соответствует более слабый эффект потемнения к краю, можно говорить о том, что здесь также наблюдается аналогичная зависимость между потемнением к краю и расстоянием до звезды в момент транзита. При этом величина  $\chi^2$  при увеличении температуры менялась монотонно с 2.4866 при 4500 К до 2.4779 при 6900 К.

Чтобы установить полную картину, мы построили модели для всех возможных значений расстояния от планеты до звезды в момент транзита и линейного закона потемнения к краю по двум транзитам TrES-3b. Первый из них наблюдался нами в КГО, а второй взят из базы ETD (кривая блеска, полученная Марком Бреттоном и описанная выше).

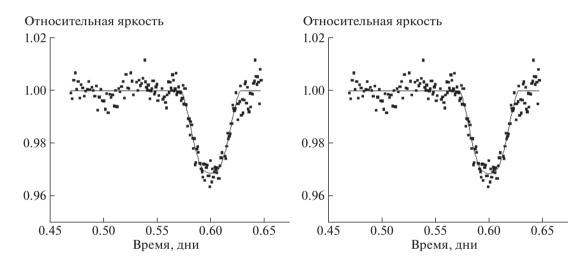
Коэффициент  $u_1$  в линейном законе потемнения варьировался от 0 до 1 с шагом 0.02. Параметр  $e\sin \omega$  варьировался в дипазоне от 0 до 0.2 с шагом 0.005. Выбор такого диапазона был сделан нами исходя из работ других исследователей данной планетной системы [21, 12]. Для каждой пары

**Таблица 7.** Результаты для наблюдений транзита TrES-3b в КГО

Параметр	Наши расчеты	Наши расчеты, фикс. коэфф.	[18]	Exofast	Наши расчеты с коэфф. Exofast
Наклон орбиты, град	$81.535^{+0.134}_{-0.204}$	$81.534_{-0.175}^{+0.163}$	$81.85 \pm 0.16$	81.811	$81.534^{+0.165}_{-0.173}$
Радиус планеты, км	93 553 <sup>+8349</sup> <sub>-5444</sub>	$93503^{+5878}_{-5419}$	$95390^{+2213}_{-2642}$	122006	$93464_{-5484}^{+5792}$
Линейный коэффициент	0.0	0.466	0.4378	0.4587	0.4587
Нелинейный коэффициент	0.0	0.256	0.2933	0.2646	0.2646
e sin ω	0.03	0.12	_	-0.098	0.12



**Рис. 2.** Кривая блеска транзита TrES-3b, полученная Марком Бреттоном, и наложенные на нее результаты аппроксимации. Слева — без фиксированных коэффициентов потемнения к краю, справа — с коэффициентами потемнения к краю, взятыми из [11].



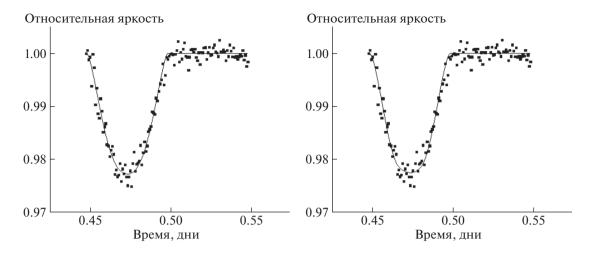
**Рис. 3.** Кривая блеска транзита TrES-3b, полученная Пере Гуэрра, и наложенные на нее результаты аппроксимации. Слева — без фиксированных коэффициентов потемнения к краю, справа — с коэффициентами потемнения к краю, взятыми из [11].

значений потемнения к краю и расстояния до звезды программа выполняла аппроксимацию по наклону орбиты и радиусу планеты, как это описано в разделе 2, и определяла наиболее оптимальные значения данных параметров в каждом случае и соответствующее им значение суммы квадратов отклонений  $\chi^2$ . В итоге мы получили двумерное распределение  $\chi^2$  по коэффициенту потемнения к краю и значению  $e\sin \omega$ , которое представлено на рис. 8 и 9.

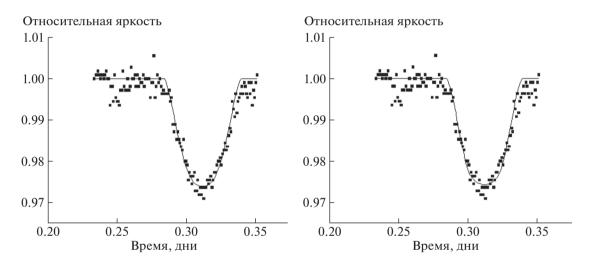
По этому распределению видно, что расстояние до звезды, для которого находятся наиболее оптимальные решения задачи аппроксимации, уменьшается по мере усиления эффекта потемне-

ния к краю. Это может объясняться тем, что чем меньше расстояние до звезды в момент транзита, тем меньше прицельный параметр. Это означает, что планета проходит ближе к центру звезды, и чтобы в этой точке достичь той же яркости и обеспечить ту же глубину транзита, эффект потемнения к краю должен быть сильнее.

Другой факт, обнаруженный нами при построении данного распределения, заключается в вырождении по параметрам потемнения к краю и эксцентриситета. Величина  $\chi^2$  по мере движения от круговых орбит с низким потемнением к краю к вытянутым орбитам со значительным потемнением к краю менялась слабо. Поэтому использование лишь метода наименьших квадратов для



**Рис. 4.** Кривая блеска транзита TrES-3b, полученная Соццетти и др. [18], и наложенные на нее результаты аппроксимации. Слева — без фиксированных коэффициентов потемнения к краю, справа — с коэффициентами потемнения к краю, взятыми из [11].



**Рис. 5.** Кривая блеска транзита TrES-3b по результатам наблюдений в КГО и наложенные на нее результаты аппроксимации. Слева — без фиксированных коэффициентов потемнения к краю. Справа — с коэффициентами потемнения к краю, взятыми из работы [11].

определения того, в какой из областей вырождения следует искать истинные значения параметров транзита, может оказаться недостаточным.

### 5. ТРАНЗИТНЫЕ КРИВЫЕ БЛЕСКА ПО ДАННЫМ НАБЛЮДЕНИЙ В КГО

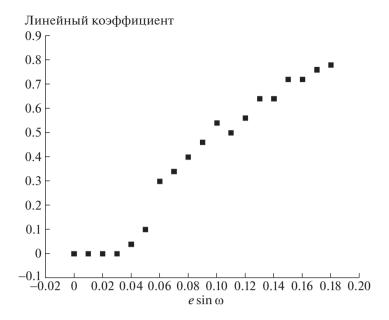
В этом разделе мы приводим кривые блеска и результаты определения параметров для трех планет (HAT-P-19b, KOI-196b и WASP-60b) по результатам наблюдений в КГО.

### 5.1. HAT-P-19b

HAT-P-19b — это горячий супер-юпитер, вращающийся вокруг звезды Главной последова-

тельности и открытый в 2010 г. в рамках проекта Hungarian Automated Telescope Network [22].

Результаты обработки кривой блеска представлены в табл. 8 и на рис. 10. Величины, полученные нами как для случая с фиксированными коэффициентами потемнения к краю, так и при их вариации в широком диапазоне, показывают, что полученные значения параметров (как для наклона орбиты, так и для радиуса планеты) совпадают в пределах погрешностей как друг с другом, так и с результатами, полученными в работе [22]. Однако коэффициенты потемнения к краю, для которых были получены наилучшие результаты аппроксимации при варьировании данных ко-



**Рис. 6.** Зависимость коэффициента потемнения к краю (линейный закон) от расстояния до звезды в момент транзита для TrES-3b. Использовались данные наблюдений, полученные в КГО.

эффициентов в широком диапазоне, значительно отличаются от тех, что были получены исходя из теоретических моделей в работе [11].

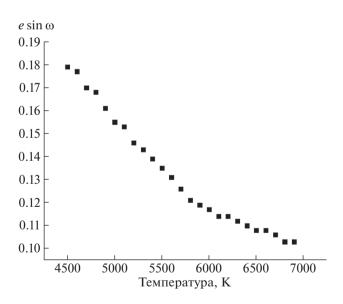


Рис. 7. По горизонтальной оси отложена температура, которой при похожих на TrES-3b металличности и ускорению свободного падения соответствуют коэффициенты потемнения к краю. По вертикальной оси отложено произведение эксцентриситета на синус аргумента перицентра (соответствующее наилучшему фиту для каждого набора параметров). Использовались данные наблюдений в КГО.

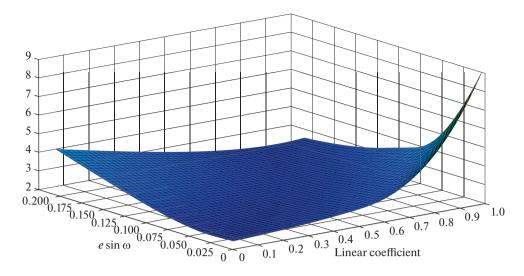
### 5.2. KOI-196b

KOI-196b (другое название Kepler-41b) — горячий супер-юпитер, вращающийся вокруг желтого карлика спектрального класса G2. Эта планета была открыта с помощью спутника "Kepler" в 2011 г. Результаты обработки кривой блеска представлены в табл. 9 и на рис. 11. В данном случае полученные нами значения радиуса оказались значительно меньше, чем значения, полученные для данной планетной системы другими исследователями, в частности [12]. В то же время угол наклона орбиты по нашим расчетам получился значительно выше, что объясняет совпадение модели и исходной кривой по глубине. Чем больше угол наклона орбиты, тем меньше прицельный параметр и, соответственно, планета проходит во время транзита через более яркие области ближе к центру звезды. Из-за этого достигается та же глубина транзита при меньшем радиусе планеты.

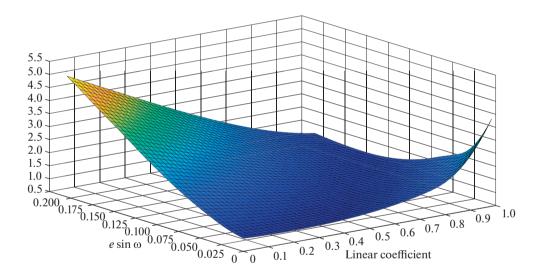
Разница в результатах, возможно, связана с тем, что кривая блеска транзита данной планеты имеет значительно больший уровень шума по сравнению с остальными кривыми блеска, полученными в КГО. Также сказываются короткие времена наблюдения в моменты до и после транзита, что, возможно, привело к недостаточно точному определению уровня изначальной яркости звезды по данным наших измерений.

### 5.3. WASP-60b

WASP-60b — это горячий супер-юпитер, вращающийся вокруг звезды Главной последова-



**Рис. 8.** Распределение суммы квадратов отклонений, нормированное на число степеней свободы, для транзита TrES-3b, наблюдения которого проводились в КГО, в зависимости от заданного эксцентриситета и коэффициента потемнения к краю (линейный закон).



**Рис. 9.** Распределение суммы квадратов отклонений, нормированное на число степеней свободы, для транзита TrES-3b, наблюдавшегося Марком Бреттоном, в зависимости от заданного эксцентриситета и коэффициента потемнения к краю (линейный закон).

тельности спектрального класса F9. Планета была открыта в 2011 г. в рамках проекта SuperWASP.

Результаты обработки кривой блеска представлены в табл. 10 и на рис. 12. Для данной планеты результаты наших расчетов оказались совпадающими в пределах ошибок с результатами, полученными в статье [23]. В данном случае кривая блеска имела высокий относительно других использованных нами транзитов уровень шума, но в то же время она имела достаточно большое число точек, что позволило получить близкие к другим исследованиям результаты аппроксимации.

### 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Определение параметров экзопланет по данным наземных транзитных наблюдений является важной задачей. В работе представлена программа, позволяющая рассчитывать радиус планеты и ориентацию ее орбиты на основе транзитных кривых блеска. Мы представили тесты программы, сравнивая результаты обработки наших наблюдательных данных для планеты TrES-3b, полученных в Кавказской горной обсерватории, с обработкой кривых блеска, полученных другими авторами, а также с параметрами, полученными в работе [18] с использованием другой программы

Таблина 8.	Результаты лля	наблюдений транзита	НАТ-Р-19b в КГ
таолица б.	Результаты для	наолюдении транзита	HAI-P-190 B K

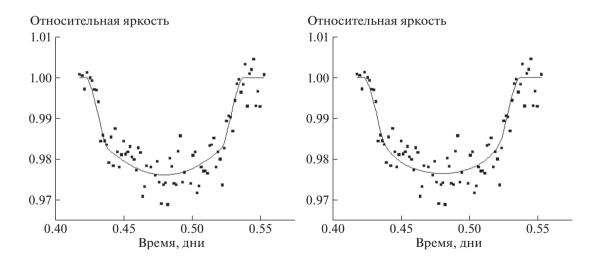
Параметр	Наши расчеты	Наши расчеты, фикс. коэффициенты	[22]
Наклон орбиты, град	$88.701^{+0.21}_{-0.173}$	$89.016_{-0.225}^{+0.29}$	$88.2 \pm 0.4$
Радиус планеты, км	$80064^{+5171}_{+5469}$	$78236_{-5204}^{+5228}$	$80825 \pm 5140$
Линейный коэффициент	0.8	0.543	0.4135
Нелинейный коэффициент	-0.4	0.171	0.2459
e sin ω	0.02	0.03	$0.067 \pm 0.042$

Таблица 9. Результаты для наблюдений транзита КОІ-196ь в КГО

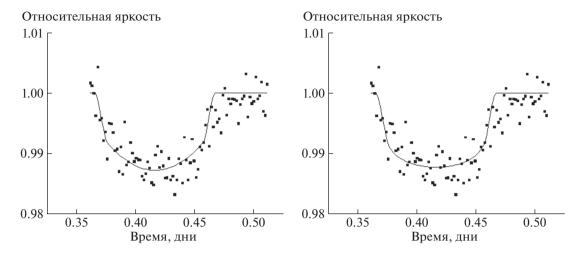
Параметр	Наши расчеты	Наши расчеты, фикс. коэффициенты	[12]
Наклон орбиты, град	$89.204_{-0.671}^{+0.796}$	$89.107^{+0.893}_{-0.588}$	$82.51 \pm 0.09$
Радиус планеты, км	$67112^{+5694}_{-2393}$	$67727^{+5240}_{-3088}$	$92106 \pm 1528$
Линейный коэффициент	0.9	0.39	0.37
Нелинейный коэффициент	-0.45	0.268	0.28
$e \sin \omega$	0.0	0.0	_

обработки. Параметры, полученные с помощью нашей программы для различных кривых блеска, находятся в хорошем соответствии с результатами [18]. После удовлетворительного прохождения тестов мы использовали нашу программу для обработки данных наблюдений в КГО по еще трем планетам, сравнивая их с ранее опубликованными результатами. В тех случаях, когда нам удалось получить достаточно качественные кривые блеска, результаты обработки находятся в хорошем соответствии с другими результатами.

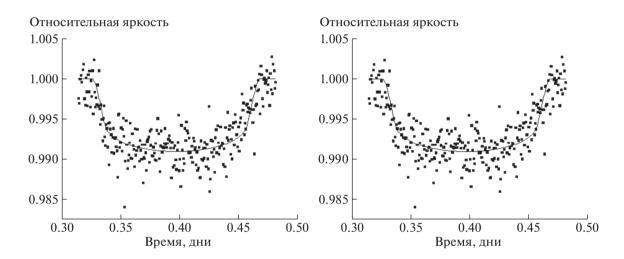
Мы также показали, что точность определения расстояния между звездой и планетой в момент транзита в нашем подходе зависит от точности заданных априорных значений коэффициентов в модели потемнения к краю. В принципе, эти коэффициенты могут быть вычислены, исходя из моделей звездных атмосфер. Однако в настоящий момент такие расчеты не обладают достаточной надежностью. Таким образом, уточнение параметров потемнения к краю является важной задачей с точки зрения работы с транзитными кривыми блеска.



**Рис. 10.** Кривая блеска транзита HAT-P-19b, наблюдения которого проводились в КГО, и наложенные на нее результаты аппроксимации. Слева — без фиксированных коэффициентов потемнения к краю, справа — с коэффициентами потемнения к краю, взятыми из [11].



**Рис. 11.** Кривая блеска транзита KOI-196b, наблюдения которого проводились в КГО, и наложенные на нее результаты аппроксимации. Слева — без фиксированных коэффициентов потемнения к краю, справа — с коэффициентами потемнения к краю, взятыми из [11].



**Рис. 12.** Кривая блеска транзита WASP-60b, наблюдения которого проводились в КГО, и наложенные на нее результаты аппроксимации. Слева — без фиксированных коэффициентов потемнения к краю, справа — с коэффициентами потемнения к краю, взятыми из [11].

Представленная в данной работе программа будет в дальнейшем совершенствоваться и дополняться. Мы рассматриваем возможности прове-

дения аппроксимации также по другим параметрам, которые можно определить из транзитных кривых блеска, таких как коэффициенты потем-

**Таблица 10.** Результаты для наблюдений транзита WASP-60b в КГО

Параметр	Наши расчеты	Наши расчеты, фикс. коэффициенты	[23]
Наклон орбиты, град	$89.071_{-0.29}^{+0.59}$	89.12 <sup>+0.606</sup> <sub>-0.286</sub>	87.9 ± 1.6
Радиус планеты, км	$71188^{+5754}_{-6972}$	$70367^{+5410}_{-6522}$	$62832\pm8568$
Линейный коэффициент	1.1	0.428	0.435
Нелинейный коэффициент	0.175	0.278	0.274
$e \sin \omega$	0.07	0.07	_

нения к краю, эксцентриситет и аргумент перицентра, а также мы выполнили поиск наиболее оптимальных статистических критериев для фитирования кривых. В дополнение к этому мы рассматриваем возможности, связанные с многоцветной фотометрией и наблюдением в узких фильтрах (пробные наблюдения уже проводились на 2.5-м телескопе КГО), что может позволить получать данные по атмосферам экзопланет.

### ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа частично выполнена при поддержке Междисциплинарной научно-образовательной школы Московского университета "Фундаментальные и прикладные исследования космоса". С.П. и А.Б. признательны правительству Российской Федерации и Министерству высшего образования и науки РФ за поддержку по гранту 075-15-2020-780 (N13.1902.21.0039).

### БЛАГОДАРНОСТИ

Мы благодарим рецензента за полезные замечания, способствовавшие улучшению статьи.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. M. Mayor and D. Queloz, Nature 378, 355 (1995).
- 2. J. T. Wright and B. S. Gaudi, in Planets, Stars and Stellar Systems, vol. 3 (Springer Netherlands, 2013) p. 489.
- 3. G. A. H. Walker, New Astron. Rev. 56, 9 (2008).
- 4. M. R. Haas, N. M. Batalha, S. T. Bryson, D. A. Caldwell, et al., 713, L115 (2010).
- H. J. Deeg and R. Alonso, in Handbook of Exoplanets (Springer International Publishing AG, part of Springer Nature, 2018) id. 117.
- 6. T. Barclay, J. F. Rowe, J. J. Lissauer, D. Huber, et al., Nature, 494, 452 (2013).

- 7. D. Nesvorný, New Astron. Rev. 84, id. 101507 (2019).
- 8. A. F. Lanza, in th Cambridge Workshop on Cool Stars, Stellar Systems, and the Sun, Proc. of the conference held at Lowell Observatory, 8–14 June, 2014; edited by G. van Belle and H. C. Harris, p.811 (2015).
- 9. A. C. M. Correia and J. Laskar, in Exoplanets (University of Arizona Press, 2010), p. 239.
- 10. A. Claret and S. Bloemen, Astron. and Astrophys. 529, id. A75 (2011).
- 11. *J. Eastman, B. S. Gaudi, and E. Agol*, Publ. Astron. Soc. Pacific **125**, 83 (2013).
- 12. A. S. Bonomo, S. Desidera, S. Benatti, F. Borsa, et al., Astron. and Astrophys. **602**, id. A107 (2017).
- 13. K. G. Stassun, R. J. Oelkers, M. Paegert, G. Torres, et al., Astron. J. **158**, id. 138 (2019).
- Л. Н. Бердников, А. А. Белинский, Н. И. Шатский, М. А. Бурлак, Н. П. Иконникова, Е. О. Мишин, Д. В. Черясов, С. В. Жуйко, Астрон. журн. 97, 284 (2020).
- 15. K. A. Collins, J. F. Kielkopf, K. G. Stassun, and F. V. Hessman, Astron. J. **153**, id. 77 (2017).
- S. Poddaný, L. Brát, and O. Pejcha, New Astronomy 15, 297 (2010).
- 17. F. T. O'Donovan, D. Charbonneau, G. E. Bakos, G. Mandushev, et al., **663**, L37 (2007).
- A. Sozzetti, G. Torres, D. Charbonneau, J. N. Winn, et al., 691, 1145 (2009).
- K. Mandel and E. Agol, Astrophys. J. Letters 580, L171 (2002).
- 20. G. Torres, J. N. Winn, and M. J. Holman, **677**(2), 1324 (2008).
- 21. H. A. Knutson, B. J. Fulton, B. T. Montet, M. Kao, et al., 785, id. 126 (2014).
- 22. J. D. Hartman, G. E. Bakos, B. Sato, G. Torres, et al., **52** (2010).
- 23. K. G. Stassun, K. A. Collins, and B. S. Gaudi, Astron. J. 153, id. 136 (2017).