
СОДЕРЖАНИЕ

Том 67, номер 9, 2022

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

Однополяризационная двухсекционная сверхширокополосная антенная решетка с экранированной первой секцией

С. Е. Банков 835

Искусственный магнитный проводник на основе композиционного материала с анизотропной диэлектрической проницаемостью и его применение как малогабаритного экрана

Ю. Н. Казанцев, Г. А. Крафтмахер, В. П. Мальцев, В. С. Солосин 847

Численная оценка погрешности метода возмущения при решении задачи об отражении электромагнитной волны от нелинейного графенового слоя

А. М. Лерер 855

АНТЕННО-ФИДЕРНЫЕ СИСТЕМЫ

Двухдиапазонная низкопрофильная антенная решетка на основе гибридной метаструктуры со свойствами искусственного магнитного проводника и частично отражающей поверхности

А. Ю. Гринев, А. А. Измайлов, Г. А. Бейлис 859

Формирование приемных лучей в приемо-передающей фазированной антенной решетке X-диапазона для сопровождения группы целей на близких расстояниях при одновременном подсвете радиолокационных станций

В. А. Кашин, И. С. Шурыгина 868

ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

Субоптимальные алгоритмы с переприсвоением параметров для приема и обработки ВОС-сигналов в глобальных навигационных спутниковых системах

М. С. Ярлыков, С. М. Ярлыкова 875

Методы измерения поляризационных характеристик радиолокационных целей с использованием неполяризованных радиоволн

Е. Л. Шошин 890

Формирование двухцветного излучения с управляемым вращением плоскости поляризации

В. М. Котов 900

РАДИОФИЗИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ В ТВЕРДОМ ТЕЛЕ И ПЛАЗМЕ

Матричный алгоритм расчета коэффициентов отражения и прохождения при падении двух встречных волн на многослойную структуру

И. В. Антонец, В. Г. Шавров, В. И. Щеглов 908

ЭЛЕКТРОНИКА СВЧ

Микроэлектронный сверхвысокочастотный модуль на многослойной плате

А. В. Буянкин, А. А. Жуков, А. Ю. Калашников, В. Э. Поймалин

916

Определение комплексной диэлектрической проницаемости материалов
модифицированным резонаторным методом, построенном на теории малых возмущений,
с использованием резонатора отражательного типа

М. П. Пархоменко, Д. С. Калёнов, И. С. Еремин, Н. А. Федосеев, В. М. Колесникова

923

ХРОНИКА

Памяти Александра Гавриловича Кюркчана

931

**ЭЛЕКТРОДИНАМИКА
И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН**

УДК 621.396.67

**ОДНОПОЛЯРИЗАЦИОННАЯ ДВУХСЕКЦИОННАЯ
СВЕРХШИРОКОПОЛОСНАЯ АНТЕННАЯ РЕШЕТКА
С ЭКРАНИРОВАННОЙ ПЕРВОЙ СЕКЦИЕЙ**

© 2022 г. С. Е. Банков*

*Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
ул. Моховая, 11, стр. 7, Москва, 125009 Российская Федерация***E-mail: sbankov@yandex.ru*

Поступила в редакцию 16.10.2020 г.

После доработки 02.08.2021 г.

Принята к публикации 25.12.2021 г.

Рассмотрена бесконечная двумерная сверхширокополосная двухсекционная антенная решетка, в которой первая секция выполнена в виде изолированного блока, связанного со второй секцией при помощи специального перехода. На основе приближенного решения граничной задачи построена аналитическая модель перехода, позволяющая рассчитывать его матрицу рассеяния. Матрицы рассеяния и передачи первой и второй секций решетки в режиме квазипериодического возбуждения найдены в приближении теории линий передачи СВЧ. Суммарная матрица передачи всей решетки в целом определена путем перемножения матриц передачи ее составных частей. Построенная численно, аналитическая модель решетки позволяет рассчитывать ее матрицу рассеяния в режиме сканирования и имеет высокую вычислительную эффективность. Приведены результаты сопоставления расчетов по предложенной приближенной модели и при помощи строгих электродинамических методов.

DOI: 10.31857/S0033849422090029

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Актуальной научно-технической задачей является создание сверхширокополосных (СШП) и сверхдиапазонных (СД) антенных решеток (АР) [1, 2]. Достижение рабочих диапазонов частот больших (8–10) : 1 при помощи традиционных технических решения в этой области сталкивается с рядом трудноразрешимых проблем, отмеченных в [3, 4]. В работе [5] в качестве альтернативной схемы построения СШП АР предложена двухсекционная (ДС) решетка.

Основная идея функционирования ДС АР основана на анализе собственных волн, существующих в бесконечных СШП-решетках, результаты которого изложены в [6–8]. Суммируя их можно сделать следующий вывод. Проблема расширения рабочего диапазона АР тесно связана с проблемой перехода с несимметричной линии передачи (ЛП) на симметричную. Под несимметричными ЛП мы понимаем такие структуры как коаксиальная, микрополосковая, полосковая и т.д. ЛП. Общей их чертой является то, что токи, текущие по проводникам в противоположных направлениях имеют разную структуру, которая обусловлена разной геометрией проводников, по которым они протекают. Например, в коаксиальной линии токи текут по

внутреннему и внешнему проводникам, имеющим разные радиусы. Несимметричные ЛП удобны для построения широкого класса радиоэлектронных устройств. Поэтому элемент СШП АР должен иметь вход в виде такой ЛП.

Под симметричными ЛП обычно понимают такие структуры, как двухпроводную, шелевую и т.д. линии. В них существуют два одинаковых проводника расположенных симметрично относительно некоторой плоскости. Для построения радиоэлектронных устройств такие ЛП неудобны, так как они имеют существенно более высокий уровень радиационных потерь на некоторых нерегулярных элементах. Однако, по той же причине они удобны для построения излучателей, в том числе СШП излучателей. Наиболее распространенным примером может служить антенна Вивальди [2], которая представляет собой плавно расширяющуюся шелевую ЛП.

Переход с несимметричной ЛП на симметричную видимо принципиально включает в себя частотно-зависимые [2] элементы. Можно предложить также конструкцию перехода с диссипативными элементами, но такие технические решения встречаются редко и мы их обсуждать не будем. Наличие частотно-зависимых элементов ограничивает расши-

рение частотного диапазона АР. Например, до определенного предела диапазон антенны Вивальди может расширяться за счет увеличения плавности изменения ширины щелевой линии и соответствующего ее удлинения. Однако, как только диапазон плавного трансформатора сравняется с диапазоном перехода с микрополосковой ЛП на щелевую, входящего в состав антенны, то общий диапазон устройства перестанет увеличиваться.

Таким образом, построение СШП переходов с несимметричной ЛП на симметричную становится решающим фактором для улучшения показателей качества СШП АР. В работе [5] предложена новая схема построения СШП АР, так называемая, ДС АР. Традиционная схема построения СШП АР содержит один трансформатор сопротивления, который обеспечивает изменение сопротивления от стандартного значения в 50 Ом до сопротивления близкого к 376 Ом, соответствующих волновому сопротивлению свободного пространства. Переход, связывающий несимметричную и симметричную ЛП, располагается в точке, где сопротивление близко к 50 Ом.

В ДС АР добавлен второй понижающий трансформатор сопротивления от стандартных 50 Ом до некоторого меньшего значения, которое, как правило, находится в диапазоне 15...25 Ом. В работе [9] показано, что размещение перехода в точке с пониженным сопротивлением существенно расширяет полосу его рабочих частот и делает возможным построение АР с диапазоном (20...30) : 1.

Отметим, что симметричные ЛП относятся к числу высокоомных линий. Так достижение характеристического сопротивления порядка 15...25 Ом в щелевой ЛП требует реализации весьма узких щелей, часто технологически недопустимых. По этой причине в работах [5, 9] в качестве симметричной ЛП взят плоский волновод (ПВ), в котором нужное значение сопротивления достигается относительно просто. В качестве несимметричной ЛП в указанных работах используется микрополосковая линия (МПЛ). При этом МПЛ в каналах АР расположены рядом друг с другом и между ними существует электромагнитная связь. Поэтому, правильно говорить не об отдельных ЛП, а об их системе.

В данной работе предлагается модифицированный вариант ДС АР, в котором первая секция выполнена в виде экранированной структуры изолированной от остальной решетки. При этом ее связь со второй секцией осуществляется при помощи перехода зондового типа. Такая конструкция типична для коаксиально – волноводных и полосково-волноводных переходов.

Изоляция первой секции имеет ряд достоинств. В частности, она позволяет применить ЛП на диэлектрической подложке, что было невозможно в АР из работ [5, 9] и уменьшить за счет

этого размеры структуры. Более того, можно предложить такие варианты расположения первой секции, в которых она вообще не будет увеличивать габаритные размеры излучателя. Указанные факторы определяют наш интерес к таким структурам.

Целью нашего исследования является построение сравнительно простой модели АР, позволяющей проводить аналитические исследования и имеющей высокую вычислительную эффективность достаточную для инженерных расчетов и оптимизации. Основное внимание при этом будет уделено построению электродинамической модели перехода. Для описания трансформаторов мы используем теорию ЛП СВЧ по аналогии с работой [5].

2. ИССЛЕДУЕМАЯ СТРУКТУРА

На рис. 1а, 1б показаны два варианта конструктивного исполнения ДС АР. Первая секция выполнена в виде схемы на основе симметричной полосковой ЛП, у которой экранные проводники электрически связаны при помощи, например металлизированных отверстий. В этом случае осуществляется полная экранировка первой секции.

Полосковую ЛП удобно выполнить на подложке с повышенной диэлектрической проницаемостью. При этом ЛП с низким характеристическим сопротивлением будут иметь относительно небольшую ширину.

Вторая секция выполнена в виде плоского рупора, т.е. плоского волновода с переменной высотой. Рупор не обязательно должен быть плавным. Он может иметь ступенчатую структуру.

Связь двух секций в варианте на рис. 1а осуществляется при помощи перехода. Он состоит из горизонтально ориентированного зонда, который является продолжением полоскового проводника, присоединенного к проводнику рупора. В состав перехода входит также полость, расположенная сзади рупора и ограниченная двумя металлическими вертикальными стенками. Она выполняет функцию объемного резонатора, который в идеальном случае должен иметь в точке расположения зондов бесконечно большое входное сопротивление. На практике оно зависит от частоты и является фактором, ограничивающим диапазон АР.

В конструкции на рис. 1а сокращение габаритных размеров происходит только за счет уменьшения длины первой секции в силу применения диэлектрической подложки.

В варианте АР на рис. 1б первая секция располагается внутри второй секции. Она также выполнена в виде полосковой схемы, однако зонд связи ориентирован уже в вертикальном направлении. Если подложка полосковой ЛП имеет достаточно

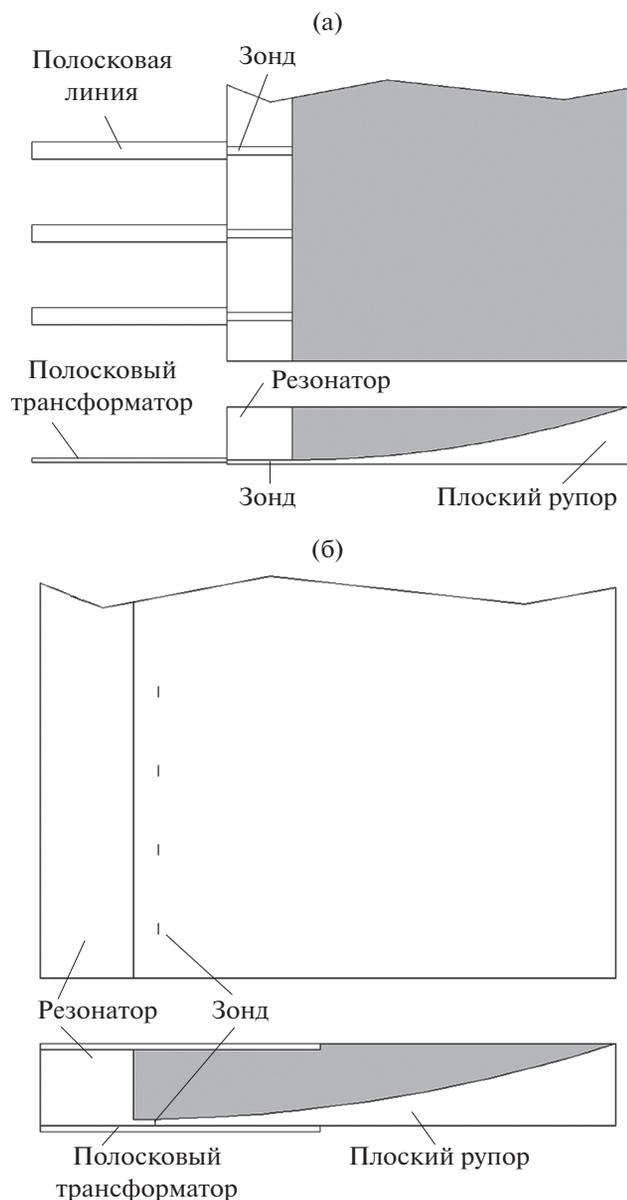


Рис. 1. Конструкции двухсекционных решеток с экранированной первой секцией с горизонтально (а) и вертикально ориентированными (б) зондами.

малую толщину, то размещение схемы внутри второй секции не повлияет на ее функционирование. При этом конструкция АР становится компактной, а ее габаритные размеры определяются размерами второй секции.

3. ФОРМУЛИРОВКА ГРАНИЧНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ПЕРЕХОДА

На рис. 2 показана структура, для которой мы сформулируем и решим граничную задачу. Она представляет собой часть периода двумерной решетки, т.е. часть так называемого канала Флоке

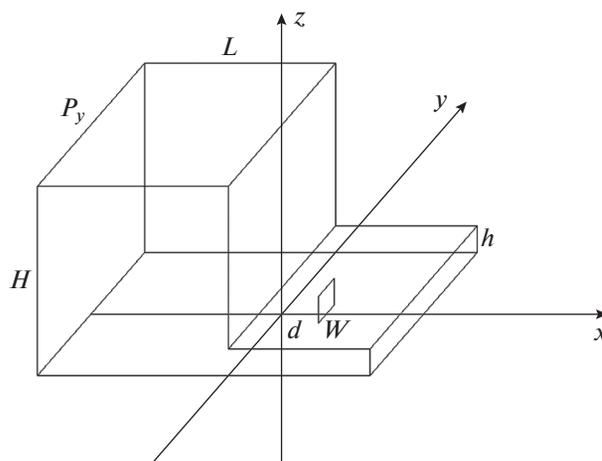


Рис. 2. Модель перехода с полосковой линии на плоский волновод.

[10], к анализу которого сводится задача о бесконечной периодической решетке. Периоды решетки вдоль разных координатных осей равны $P_{y,z}$.

Рассмотрим граничные условия, которым удовлетворяет поле в структуре. На металлических поверхностях при $z = 0, h, H, x = 0, -L$ выполняются условия равенства нулю тангенциальных компонент электрического поля. На зонде, выполняется граничное условие следующего вида:

$$U(y) = J(z)R_g + E, \tag{1}$$

где E, R_g – ЭДС и внутреннее сопротивление сосредоточенного источника, включенного между зондом и нижним экраном плоского волновода, U – напряжение между проводниками расположенными при $z = 0, h$:

$$U = \int_0^h E_z(y, z) dz, \tag{2}$$

J – полный ток, текущий по проводнику:

$$J(z) = \int_{-w/2}^{w/2} I_z(y, z) dy. \tag{3}$$

Здесь $I_z(y, z)$ – плотность электрического тока на проводнике.

Выражение (1) является аналогом закона Ома и записано при ряде допущений. Мы предполагаем, что параметры w, h удовлетворяют неравенствам

$$kh, kw \ll 1, \tag{4}$$

где k – волновое число свободного пространства. При выполнении соотношений (4) можем допустить, что плотность тока и электрическое поле

постоянны по оси $0z$. Тогда соотношение (1) преобразуется к следующему виду:

$$hE_z(y) = JR_g + E. \quad (5)$$

В формуле (5) сохранилась зависимость от координаты y . Чтобы избавиться от нее, проведем усреднение (5) на интервале $|y| < w/2$:

$$\frac{h}{w} \int_{-w/2}^{w/2} E_z(y) dy = JR_g + E. \quad (6)$$

Сосредоточенный источник, параметры которого входят в формулу (6), позволяет описывать возбуждение перехода со стороны первой секции АР. Он выполняет функцию порта, при помощи которого переход соединяется с внешним устройством 1. Функцию порта 2 выполняет волновод, который присоединяется к структуре справа (см. рис. 2). Он имеет высоту h и ширину P_y .

На поверхностях при $y = \pm P_y/2$ выполняются граничные условия периодичности:

$$E(-P_y/2) \exp(-i\kappa_y P_y) = E(P_y/2), \quad (7)$$

где под $E(\pm P_y/2)$ понимаем любую компоненту электромагнитного поля. Здесь κ_y – параметр периодического режима, определяющий сдвиг фаз между каналами решетки по оси $0y$. Поскольку решетка двумерная, то она имеет сдвиг фаз и по оси $0z$. Он описывается параметром κ_z . Указанные параметры связаны с углами сканирования решетки при помощи соотношений

$$\kappa_y = k \sin \theta \cos \varphi, \quad \kappa_z = k \sin \theta \sin \varphi, \quad (8)$$

где угол θ отсчитываем от оси $0x$, а φ от оси $0y$.

Отметим, что допущение о постоянстве поля по оси $0z$, сделанное на основании неравенств (4), верно не только на поверхности зонда, но и во всей области $x > 0$.

Наша задача – определить электромагнитное поле, удовлетворяющее уравнениям Максвелла и граничным условиям, определенным выше.

4. РЕШЕНИЕ ГРАНИЧНОЙ ЗАДАЧИ

Для решения поставленной задачи разделим нашу сложную структуру на более простые области и запишем в них поле в форме, удовлетворяющей дифференциальным уравнениям, а также части граничных условий. В качестве частичных областей выберем область 1, расположенную при $-L < x < 0$, область 2, которой соответствует интервал $0 < x < d$ и область 3, характеризуемую неравенством $x > d$.

Область 1 – это резонатор, область 2 – отрезок прямоугольного волновода длиной d с поперечными размерами h, P_y и область 3 – полубесконечный волновод с такими же поперечными размерами.

Особенностью волновода, входящего в рассматриваемую структуру, являются граничные условия (7), установленные на его вертикальных стенках.

Используя неравенство (4), мы допустили, что поле в областях 2 и 3 не зависит от координаты z . Предположим также, что компонента электрического поля E_z много больше компонент $E_{x,y}$. Такое допущение типично для представления поля между двумя близко расположенными металлическими проводниками.

Выразим далее поле в областях 1–3 через компоненты E_z, H_z , т.е. в виде суперпозиции электрических и магнитных волн [11]. В рамках сделанных допущений нетрудно показать, что поле в областях 2 и 3 полностью описывается полем электрических волн, у которых $H_z = 0$. В области 1 мы не можем допустить постоянство поля по координате z , и поэтому должны учитывать вклад волн магнитного типа. В соответствии со сделанными выше замечаниями записываем следующие соотношения:

$$\begin{aligned} E_{z1} &= \sum_{n,m} A_{n,m}^e \cos \alpha_m z \operatorname{sh} \gamma_{n,m}(x+L) \exp(-i\kappa_n y), \\ H_{z1} &= \sum_{n,m} A_{n,m}^h \sin \alpha_m z \operatorname{ch} \gamma_{n,m}(x+L) \exp(-i\kappa_n y), \\ E_{z2} &= \sum_n (B_n \operatorname{ch} \beta_n x + C_n \operatorname{sh} \beta_n x) \exp(-i\kappa_n y), \\ E_{z3} &= \sum_n D_n \exp(-i\kappa_n y - \beta_n(x-d)), \\ \kappa_n &= \kappa_y + 2\pi n / P_y, \quad \alpha_m = \pi m / H, \\ \gamma_{n,m} &= \sqrt{\kappa_n^2 + \alpha_m^2 - k^2}, \quad \beta_n = \gamma_{n,0}, \\ n &= \dots - 1, 0, 1, \dots, \quad m = 0, 1, \dots, \end{aligned} \quad (9)$$

где k – волновое число свободного пространства.

Соотношения (9) записаны так, что поля удовлетворяют уравнениям Максвелла, а также граничным условиям на металлических поверхностях и условиям периодичности. Для полного выполнения всех граничных условий нам осталось выполнить их в плоскостях $x = 0$ и $x = d$. Начнем с плоскости $x = 0$.

Электрическое поле при $x = 0, 0 < z < h$ обозначим E_z . При $z > h$ функция E_z равна нулю в силу граничного условия на металле. Другая тангенциальная к плоскости $x = 0$ компонента E_y равна нулю при $x = 0, 0 < z < H$ в силу упомянутых граничных условий. Ее равенство нулю при $0 < z < h$ следует из принятого выше допущения относительно характера поля в областях 2 и 3.

Выразим компоненту электрического поля E_y в области 1 через компоненты E_z, H_z при помощи известных соотношений [11] и приравняем ее нулю при $x = 0, 0 < z < H$. Воспользуемся ортогональностью функций $\sin \alpha_m z$ на интервале $0 < z < H$ и ор-

тогональностью функций $\exp(-i\kappa_n y)$ при $|y| < P_y/2$. В результате получаем следующее соотношение между коэффициентами $A_{n,m}^{e,h}$:

$$A_{n,m}^h = -\frac{\alpha_m \kappa_n}{k W_0 \gamma_{n,m}} A_{n,m}^e, \quad (10)$$

где W_0 – волновое сопротивление свободного пространства.

Выразим коэффициенты $A_{n,m}^e$ через электрическое поле E_z . Для этого приравняем представления (9) для компонент E_{z1} и E_{z2} при $x = 0$ функции E_z и еще раз воспользуемся ортогональностью тригонометрических и экспоненциальных функций:

$$A_{n,m} = \frac{\epsilon_m}{P_y H \text{sh} \gamma_{n,m} L} \frac{\sin \alpha_m h}{\alpha_m} e_n, \quad (11)$$

$$e_n = \int_{-P_y/2}^{P_y/2} E_z(y) \exp(i\kappa_n y) dy,$$

$$\epsilon_m = \begin{cases} 1, & m = 0, \\ 2, & m > 0. \end{cases}$$

В силу граничных условий при $x = 0$, $0 < z < h$ электрическое поле в области 1 должно равняться электрическому полю в области 2. Исходя из этого найдем коэффициенты B_n , выражая их через поле E_z :

$$B_n = e_n / P_y. \quad (12)$$

Таким образом, с помощью соотношений (11) и (12) мы выполнили все граничные условия для электрического поля при $x = 0$. Граничные условия для магнитного поля состоят в непрерывности компонент $H_{z,y}$ при $x = 0$, $0 < z < h$. Полностью выполнить их невозможно из-за того, что мы положили $E_y = 0$, поэтому удовлетворим их только для компоненты H_y .

Представим ее в областях 1 и 2 с помощью соотношений из [11]:

$$H_{y1} = \sum_{n,m} -\frac{i \cos \alpha_m z \text{ch} \gamma_{n,m} (x+L) \exp(-i\kappa_n y)}{k W_0 \gamma_{n,m}} \times \quad (13)$$

$$\times (\kappa_n^2 - k^2) A_{n,m},$$

$$H_{y2} = \sum_n -\frac{i \beta_n \exp(-i\kappa_n y)}{k W_0} (B_n \text{sh} \beta_n x + C_n \text{ch} \beta_n x).$$

При выводе первого равенства (13) мы воспользовались соотношением (10) и опустили верхний индекс в обозначении коэффициентов $A_{n,m}$. Введем обозначение:

$$Q_n = \frac{(\kappa_n^2 - k^2)}{k^2 P_y H h} \sum_m \frac{\epsilon_m}{\gamma_{n,m}} \text{cth} \gamma_{n,m} L \left(\frac{\sin \alpha_m h}{\alpha_m} \right)^2. \quad (14)$$

Для выполнения граничных условий приравняем соотношения (13) при $x = 0$, $0 < z < h$. Проинтегрируем полученное равенство по z и воспользуемся ортогональностью функций $\exp(-i\kappa_n y)$. В результате найдем коэффициенты C_n :

$$C_n = \frac{k^2 Q_n}{\beta_n} e_n. \quad (15)$$

Следующий этап решения – выполнение условий при $x = d$. Как следует из разд. 3, при $x = d$, $0 < z < h$, $|y| < w/2$ протекает электрический ток, имеющий плотность I_z . Касательное электрическое поле непрерывно на листке с током, а магнитное терпит разрыв [11]. Отсюда получаем следующие соотношения:

$$B_n \text{ch} \beta_n d + C_n \text{sh} \beta_n d = D_n, \quad (16)$$

$$D_n + B_n \text{sh} \beta_n d + C_n \text{ch} \beta_n d = j_n k W_0 / i \beta_n P_y,$$

$$j_n = \int_{-w/2}^{w/2} I_z(y) \exp(i\kappa_n y) dy.$$

Подставим в формулы (16) выражения (12), (15):

$$\frac{e_n}{P_y} \text{ch} \beta_n d + \frac{k^2 Q_n}{\beta_n} e_n \text{sh} \beta_n d = D_n, \quad (17)$$

$$D_n + \frac{e_n}{P_y} \text{sh} \beta_n d + \frac{k^2 Q_n}{\beta_n} e_n \text{ch} \beta_n d = \frac{j_n k W_0}{i \beta_n P_y}.$$

Выразим с использованием системы (17) коэффициенты e_n через j_n :

$$e_n = k W_0 \exp(-\beta_n d) j_n / i \beta_n (1 + Q_n k^2 P_y / \beta_n). \quad (18)$$

Теперь мы можем найти электрическое поле E_z при $x = d$ и приступить к выполнению граничного условия (6):

$$E_z = \sum_n \frac{k W_0 (\text{ch} \beta_n d + \text{sh}(\beta_n d) Q_n k^2 P_y / \beta_n) \exp(-\beta_n d - i\kappa_n y) j_n}{i \beta_n P_y (1 + Q_n k^2 P_y / \beta_n)}. \quad (19)$$

Аппроксимируем ток на узкой полоске константой:

$$I_z(y) = C. \quad (20)$$

Тогда результатом выполнения условия (6) будет определение постоянной C . Подставим выражение (19) в формулу (6) и найдем ее:

$$C = \frac{E}{\frac{khW_0}{2iwP_y} \sum_n \left(1 + \frac{\beta_n - Q_n k^2 P_y}{\beta_n + Q_n k^2 P_y} \exp(-2\beta_n d) \right) \frac{f_n^2}{\beta_n} - wR_g}, \quad f_n = 2 \frac{\sin \kappa_n w/2}{\kappa_n}. \quad (21)$$

Теперь не составляет труда найти полный ток J и входное сопротивление Z_{i1} перехода по входу 1:

$$Z_{i1} = \frac{ikhW_0}{2w^2 P_y} \sum_n \left(1 + \frac{\beta_n - Q_n k^2 P_y}{\beta_n + Q_n k^2 P_y} \exp(-2\beta_n d) \right) \frac{f_n^2}{\beta_n}. \quad (22)$$

По входному сопротивлению нетрудно определить коэффициент отражения от первого входа S_{11} :

$$S_{11} = \frac{Z_{i1} - R_g}{Z_{i1} + R_g}. \quad (23)$$

Для полного описания перехода нам необходимо определить все элементы его матрицы рассеяния. Начнем с коэффициента передачи S_{21} со входа 1 на вход 2. Для этого нам нужно найти амплитуду волны в волноводе при $x > d$, которая возникает в нем при возбуждении входа 1. Это нетрудно сделать с помощью соотношений (9), (17), (18). Используя их, получаем выражение для амплитуды электрического поля прошедшей волны E_{zt} :

$$E_{zt} = -\frac{iCkW_0 f_0}{2P_y \beta_0} \left(1 + \frac{\beta_0 - Q_0 k^2 P_y}{\beta_0 + Q_0 k^2 P_y} \exp(-2\beta_0 d) \right). \quad (24)$$

Здесь постоянная C определяется формулой (21). Мощность, переносимая прошедшей на вход 2 волной P_t , связана с полем простым соотношением –

$$P_t = -\frac{i\beta_0 |E_{zt}|^2 hP_y}{2kW_0}, \quad (25)$$

мощность волны, падающей на вход 1 –

$$P_i = |E|^2 / 8R_g. \quad (26)$$

Тогда в соответствии с определением матрицы рассеяния [12] получаем

$$S_{21} = \sqrt{\frac{P_t}{P_i}} \exp(i \arg E_{zt}). \quad (27)$$

Оставшиеся два элемента матрицы рассеяния $S_{12,22}$ найдем из свойств взаимного и недиссипативного четырехполюсника [12]:

$$S_{12} = S_{21}, \quad |S_{22}| = |S_{11}|, \quad \arg S_{22} = -\arg S_{11} + 2 \arg S_{12} + \pi. \quad (28)$$

Таким образом, мы полностью решили поставленную выше граничную задачу и определили матрицу рассеяния перехода.

5. ЭКВИВАЛЕНТНАЯ СХЕМА ПЕРЕХОДА

Проведем анализ соотношения (22) и найдем с его помощью выражения, описывающие элементы эквивалентной схемы. Структуру эквивалентной схемы зададим исходя из физических соображений (рис. 3).

Входящие в эквивалентную схему элементы имеют простой физический смысл. Сопротивление R_w – это характеристическое сопротивление волновода, образующего вход 2, а сопротивление R_g – это сопротивление входа 1, которое также может быть характеристическим сопротивлением ЛП, формирующей этот вход. Реактивное сопротивление X_L , включенное последовательно с резистором R_g описывает реактивное сопротивление зонда, введенного в волновод. Обычно оно имеет индуктивный характер, о чем свидетельствует ин-

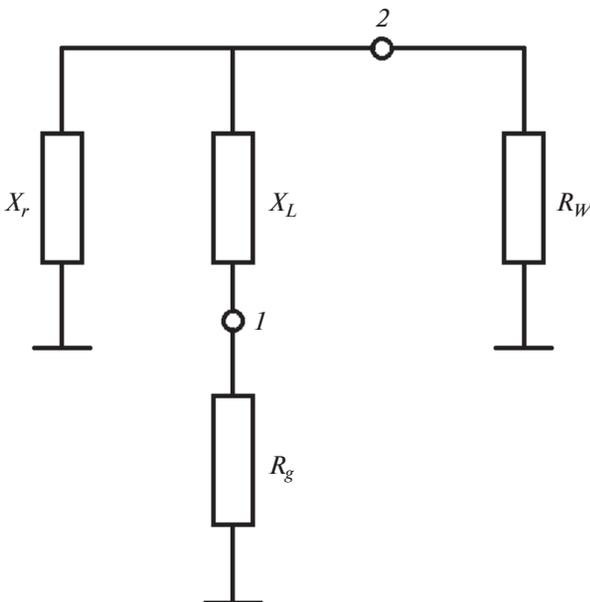


Рис. 3. Эквивалентная схема перехода, 1 и 2 – точки включения полосковой линии и плоского волновода соответственно.

декс L . Реактивное сопротивление X_r соответствует входному сопротивлению резонатора, приведенному к сечению $x = d$.

Рассматриваем структуру в одноволновом режиме, в котором в волноводе существует одна распространяющаяся волна. Такой режим имеет место при выполнении следующих неравенств:

$$h < \lambda/2, \quad P_y < \lambda/(1 + \sin \theta \cos \varphi), \quad (29)$$

где λ – длина волны в свободном пространстве.

Если соотношения (29) справедливы, то все постоянные β_n , за исключением β_0 , являются действительными числами. Для параметра β_0 получаем

$$\beta_0 = ib_0, \quad (30)$$

где b_0 – действительная величина.

С учетом соотношения (30) запишем выражение для входного сопротивления в новой форме:

$$\begin{aligned} Z_{il} &= iX_L + a(1 + \cos \psi) + ia \sin \psi, \\ a &= \frac{khW_0 f_0^2}{2w^2 P_y b_0}, \quad X_L = \frac{khW_0}{2w^2 P_y} \times \\ &\times \sum_n^{(0)} \left(1 + \frac{\beta_n - Q_n k^2 P_y}{\beta_n + Q_n k^2 P_y} \exp(-2\beta_n d) \right) \frac{f_n^2}{\beta_n}, \quad (31) \\ \exp(i\psi) &= \frac{ib_0 - Q_0 k^2 P_y}{ib_0 + Q_0 k^2 P_y} \exp(-2ib_0 d). \end{aligned}$$

Здесь верхний индекс (0) означает, что суммирование ведется по всем значениям n кроме нулевого. Между тем можно записать выражение для входного сопротивления \tilde{Z}_{il} по входу 1, используя параметры эквивалентной схемы:

$$\tilde{Z}_{il} = iX_L + \frac{iX_r R_w}{R_w + iX_r}. \quad (32)$$

Сравнивая выражения (31) и (32), получаем

$$R_w = 2a, \quad X_r = 2a \frac{1 + \cos \psi}{\sin \psi}. \quad (33)$$

Соотношения (31)–(33) полностью определяют все параметры эквивалентной схемы. Важно отметить, что $f_0 = w$, поэтому

$$R_w = khW_0/P_y b_0. \quad (34)$$

Интересно, что в соотношение для сопротивления волновода (34) входят только его геометрические размеры и углы сканирования. Причем при сканировании в плоскости $\varphi = 90^\circ$ сопротивление не зависит от угла θ , так как от этого угла не зависит постоянная b_0 .

Знание параметров эквивалентной схемы оказывается весьма полезным при настройке перехода и физической интерпретации численных результатов.

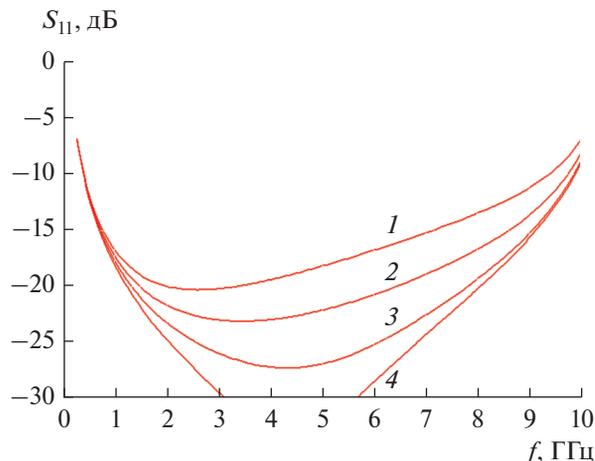


Рис. 4. Частотная характеристика перехода при $w = 2.5$ (1), 3.5 (2), 4.5 (3), 5.5 (4).

6. ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДА

Обсудим результаты численного исследования перехода. На рис. 4–7 представлены частотные зависимости коэффициента отражения перехода по входу 1. Коэффициент отражения выражен в децибелах. Результаты расчетов получены для нулевых углов сканирования θ, φ .

На рис. 4 зависимости получены для параметров $L = 13.5, H = 14, d = 0.5, P_y = 15, h = 1, w = 2.5, 3.5, 4.5, 5.5$. Здесь и далее все размеры приведены в миллиметрах. Видно, что ширина зонда w достаточно сильно влияет на уровень коэффициента отражения в центральной части рабочего диапазона перехода. Из результатов разд. 5 можно сделать вывод, что этот параметр наиболее сильно сказывается на индуктивности зонда, размещенного внутри волновода.

Нижняя граница рабочего диапазона почти не зависит от ширины w , поскольку на низких частотах сопротивление зонда стремится к нулю при любом значении индуктивности. Верхняя граница диапазона меняется при изменении w . Причем она располагается тем выше, чем шире зонд.

Для однозначного определения рабочего диапазона необходимо задать предельный уровень коэффициента отражения. Пусть он будет равен -10 дБ. В этом случае, как следует из рис. 4, рабочий диапазон $D \approx 25$.

На рис. 5 показано влияние расстояния d на частотную характеристику коэффициента отражения перехода при $L = 13.5, H = 14, d = 0, 0.5, 1, 1.5, P_y = 15, h = 1, w = 5.5$. Поведение кривых 1–4 похоже на поведение кривых на рис. 4. Видно, что положение точки размещения зонда слабо влияет на нижнюю границу диапазона и сравнительно

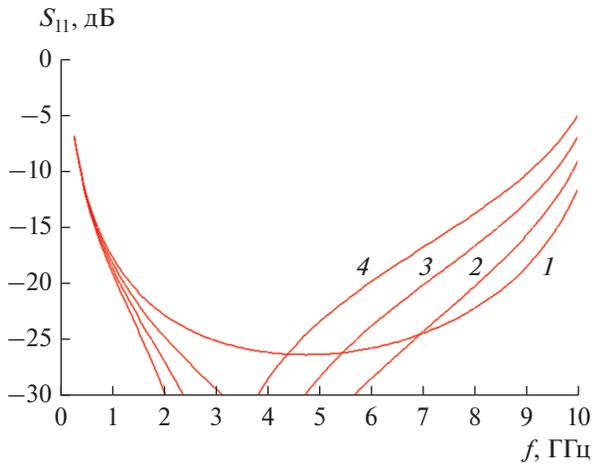


Рис. 5. Частотная характеристика перехода при $d = 0$ (1), 0.5 (2), 1 (3), 1.5 (4).

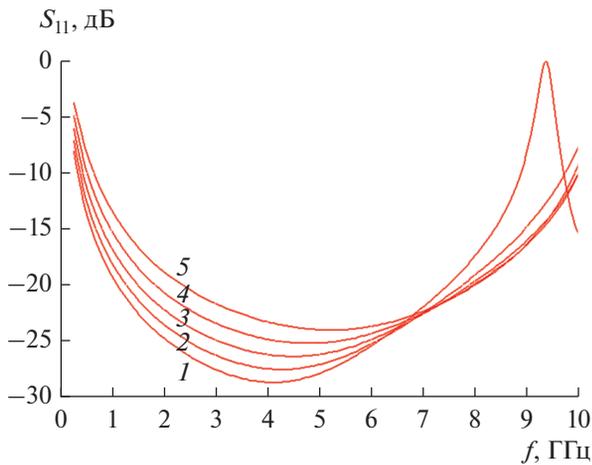


Рис. 6. Частотная характеристика перехода при $L = 16$ (1), 14 (2), 12 (3), 10 (4), 8 (5).

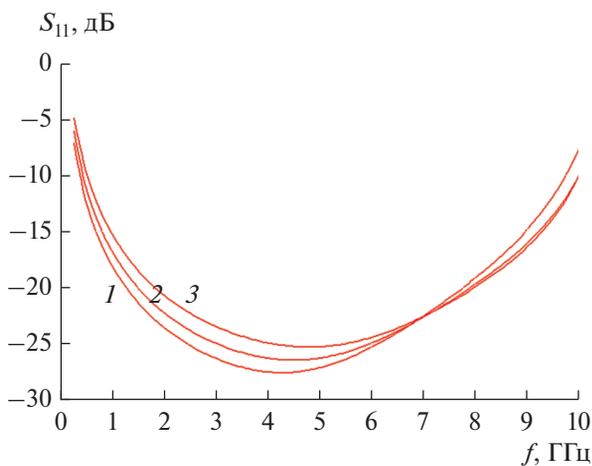


Рис. 7. Частотная характеристика перехода при $H = 10$ (1), 12 (2) и 14 (3).

сильно на верхнюю. Также от него зависит уровень коэффициента отражения в центральной части рабочей полосы частот.

На рис. 6 показана частотная зависимость коэффициента отражения перехода от длины резонатора $L = 16, 14, 12, 10, 8$ при $H = 14, d = 0.5, P_y = 15, h = 1, w = 4.5$. Видно, что от данного параметра зависит как нижняя, так и верхняя границы рабочего диапазона частот. При этом увеличение длины L уменьшает обе границы.

Поведение частотной характеристики коэффициента отражения при изменении размера резонатора показывает основные факторы, определяющие диапазон частот перехода. Рассогласование перехода на низких частотах связано с тем, что реактивное сопротивление резонатора при $f \rightarrow 0$ приобретает индуктивный характер и стремится к нулю. По этой причине к нулю стремится активная часть входного сопротивления перехода, а коэффициент отражения растет.

Следует отметить, что величина индуктивности определяется размерами резонатора: длиной L и высотой H . При их увеличении индуктивность растет, а нижняя граница полосы рабочих частот смещается вниз.

Вместе с тем увеличение длины L сказывается на поведении перехода на высоких частотах. Под высокими частотами понимаем частоты, на которых размеры резонатора сравнимы с половиной длины волны в свободном пространстве. В этой части диапазона в резонаторе возбуждается его основное колебание. На частоте резонанса входное сопротивление резонатора стремится к нулю и шунтирует активную часть входного сопротивления перехода. При этом наблюдается всплеск коэффициента отражения, определяющий верхнюю границу рабочего диапазона перехода. Появление резонанса на высоких частотах хорошо видно из кривой 1 на рис. 6.

На рис. 7 представлена зависимость характеристик перехода от высоты резонатора $H = 10, 12, 14$ при $L = 14, d = 0.5, P_y = 15, h = 1, w = 4.5$. Влияние высоты аналогично влиянию его длины: увеличение данного параметра одновременно снижает нижнюю и верхнюю границы рабочего диапазона.

Для проверки достоверности построенной выше приближенной модели перехода мы провели его исследование с помощью стандартной системы электродинамического моделирования, использующей для решения граничной задачи метод конечных элементов. На рис. 8 показана модель перехода. Она имеет два элемента возбуждения: сосредоточенный порт и волновой порт, расположенный на передней поверхности модели.

На рис. 9 представлена частотная характеристика перехода, полученная при $L = 14, H = 14$,

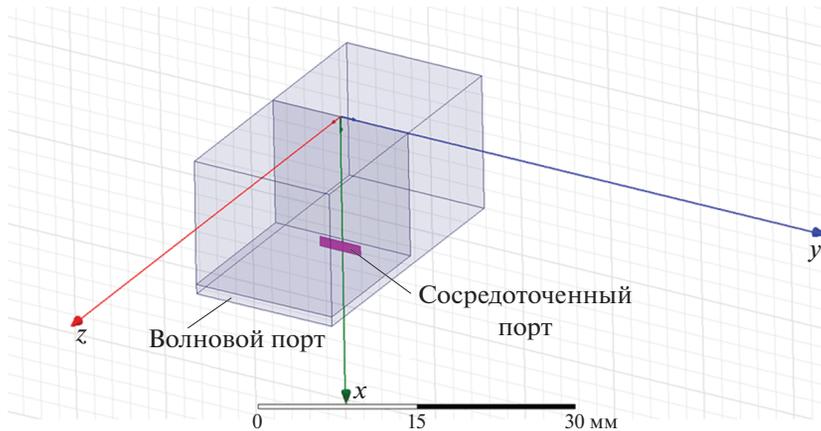


Рис. 8. Модель перехода для электродинамического моделирования.

$d = 0.5$, $P_y = 15$, $h = 1$, $w = 4.5$ с помощью приближенной и точной моделей. Видно достаточно хорошее совпадение кривых 1 и 2, отличие наблюдается в центральной части рабочего диапазона, в которой коэффициент отражения весьма мал. Границы диапазона приближенная модель описывает с весьма высокой точностью.

7. МОДЕЛИ ПЕРВОЙ И ВТОРОЙ СЕКЦИЙ РЕШЕТКИ

Для построения полной модели АР нам необходимо найти матрицы рассеяния первой и второй секций. При этом важным этапом является определение их параметров, обеспечивающих требуемые частотные характеристики, т.е. синтез секций АР.

При решении задачи синтеза будем опираться на результаты работы [13], в которой рассмотрена задача синтеза ступенчатого и плавного трансформатора сопротивления в диапазоне частот большем 10 : 1. В данной же работе ограничимся ступенчатыми трансформаторами. В рамках методики, развитой в [13], можно получить значения характеристических сопротивлений отрезков ЛП, формирующих трансформатор. Следующий этап синтеза – определение по заданным значениям сопротивлений геометрических размеров ЛП. Задача синтеза решается для некоторых фиксированных значений углов сканирования. В данной работе они равны нулю.

Для первой секции, выполненной на основе стандартной ЛП, например полосковой, определение геометрических параметров не составляет труда. Известно большое число программ [14], а также литературных источников [15], которые позволяют найти по заданному значению сопротивления геометрические размеры ЛП.

Относительно нестандартной задачей является определение геометрических параметров второй секции. Она представляет собой последова-

тельность отрезков плоских волноводов, вместе образующих плоский рупор. В рамках модели АР в виде канала Флоке плоские волноводы, бесконечные по оси Oy , ограничиваются стенками с условиями (7). Сопротивление такого волновода было найдено выше (34). Это соотношение решает задачу определения высоты плоского волновода по найденному в ходе синтеза характеристическому сопротивлению.

Отдельной задачей является определение характеристического сопротивления последней секции трансформатора – пустого канала Флоке. В работе [16] приведено соотношение для этого параметра.

Анализ двух секций АР проводим стандартными методами теории ЛП СВЧ. Поскольку трансформаторы сопротивления представляют собой цепочки последовательно соединенных четырехполюсников, то для определения их характери-

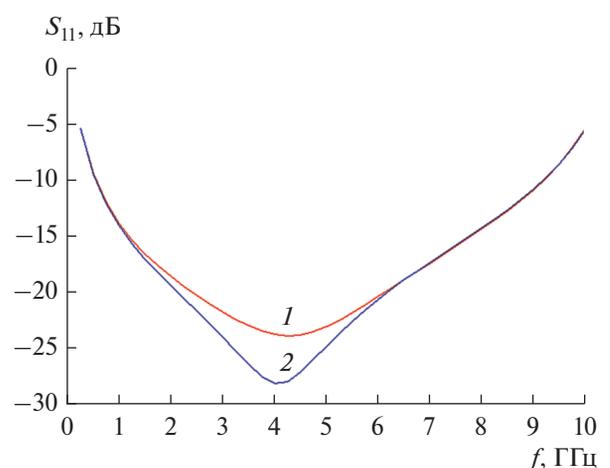


Рис. 9. Частотные характеристики перехода, полученные с помощью приближенной (1) и точной (2) моделей.

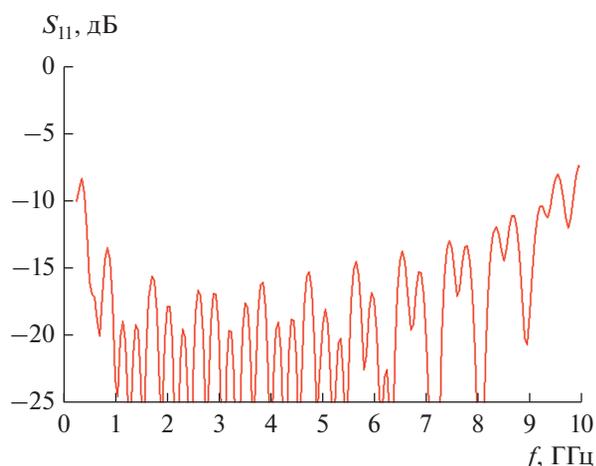


Рис. 10. Частотная характеристика решетки при $\theta = 0$.

стик удобно воспользоваться аппаратом матриц передачи [12].

8. ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РЕШЕТКИ В РЕЖИМЕ СКАНИРОВАНИЯ

Рассмотрим результаты численного исследования ДС АР, полученные с помощью описанной выше приближенной модели. Синтез первой и второй секций проводили при следующих условиях: нижняя и верхняя частоты рабочего диапазона 0.45 и 10 ГГц соответственно, максимальный уровень коэффициента отражения каждой секции в рабочем диапазоне частот 0.13, число скачков сопротивления в первом и втором трансформаторах 12 и 24 соответственно, длина второй секции 330. Переход имел следующие параметры: $L = 14$, $H = 14$, $d = 0.5$, $P_{y,z} = 15$, $h = 1$, $w = 4.5$.

На рис. 10–13 представлены результаты численного исследования в виде частотных зависимостей коэффициента отражения АР – S_{11} . Кривая на рис. 10 получена при $\theta = 0$. Рисунки 11–13 получены для $\varphi = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ соответственно, и каждый для трех значений $\theta = 17^\circ, 33^\circ, 49^\circ$.

Представленные на рис. 10–13 данные позволяют дать оценку характеристикам сканирования обсуждаемой СШП АР. В режиме излучения по нормали к плоскости АР (см. рис. 10) антенна имеет диапазон частот 23.75, что даже несколько больше диапазона частот, использованного при синтезе трансформаторов, который равен 22.2. Расширение диапазона происходит несмотря на снижение верхней частоты до 9.5 ГГц за счет понижения нижней границы до 0.4 ГГц.

При увеличении угла места θ решетка ведет себя по-разному в разных плоскостях сканирования. Отметим, что плоскость $\varphi = 0$ часто называют плоско-

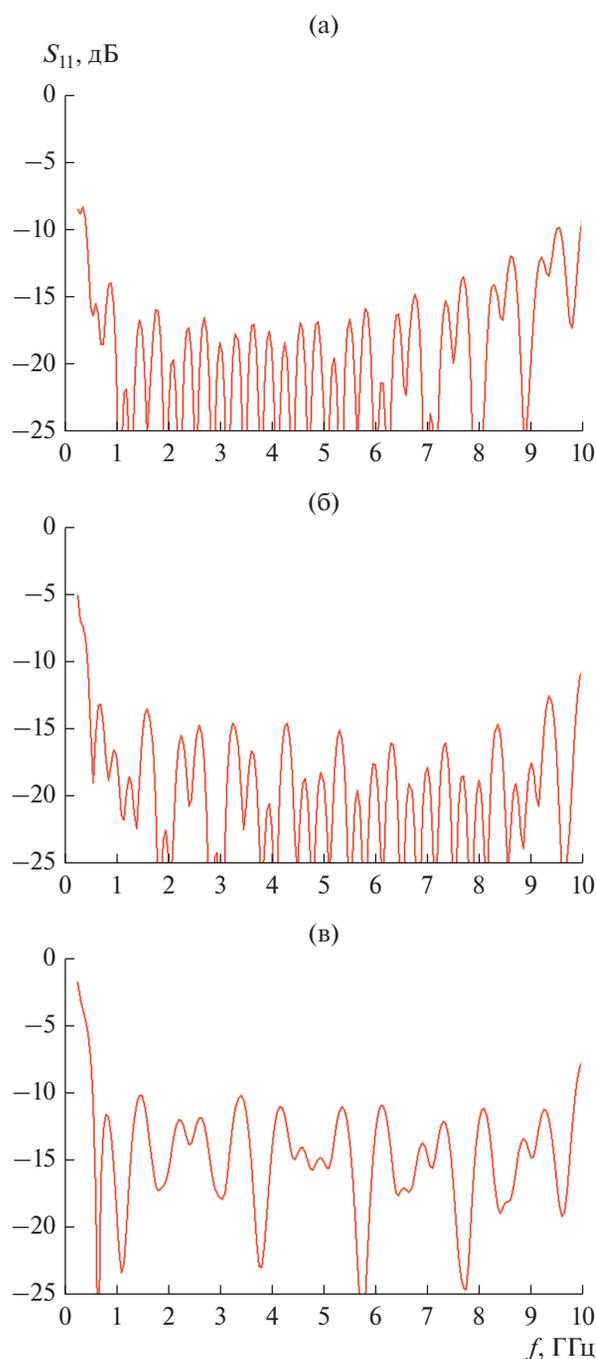


Рис. 11. Частотная характеристика решетки при $\varphi = 0$ и $\theta = 17^\circ$ (а), 33° (б) и 49° (в).

стью вектора магнитного поля, или H -плоскостью, плоскость $\varphi = 90^\circ$ – плоскостью вектора электрического поля, или E -плоскостью. Наконец, плоскость $\varphi = 45^\circ$ – диагональной плоскостью.

Наилучшие характеристики решетка демонстрирует в диагональной плоскости (см. рис. 12а–12в), в которой увеличение угла места слабо влияет на нижнюю границу рабочего диапазона, а верх-

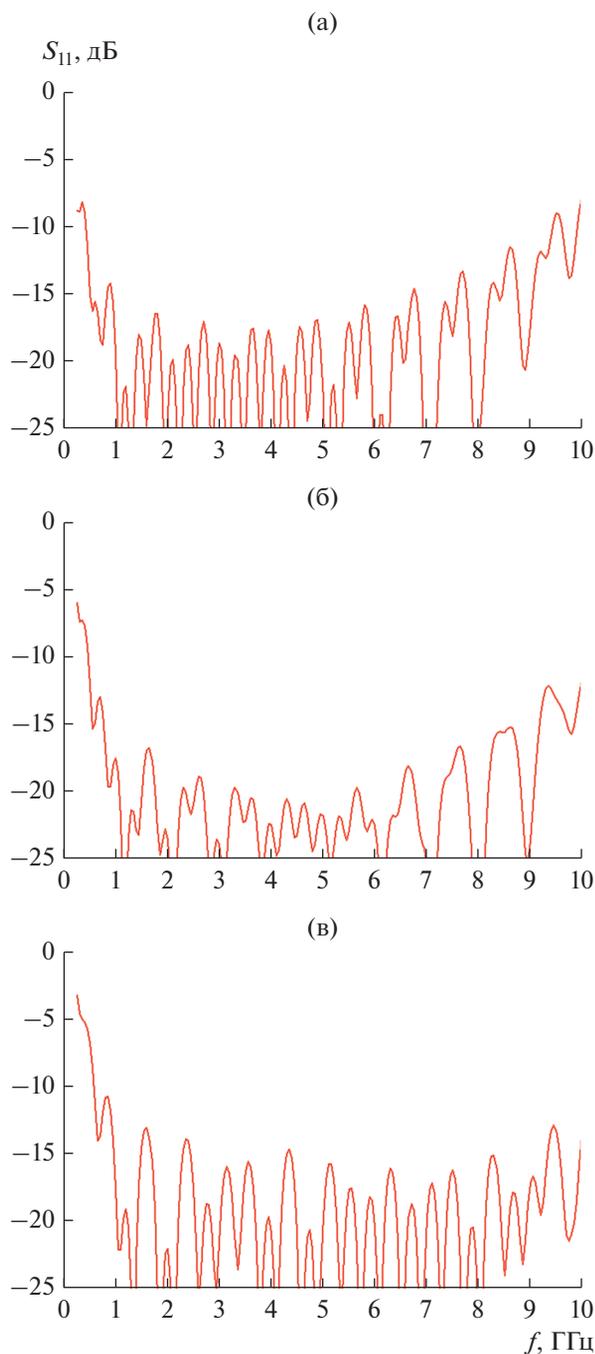


Рис. 12. Частотная характеристика решетки при $\varphi = 45^\circ$ и $\theta = 17^\circ$ (а), 33° (б) и 49° (в).

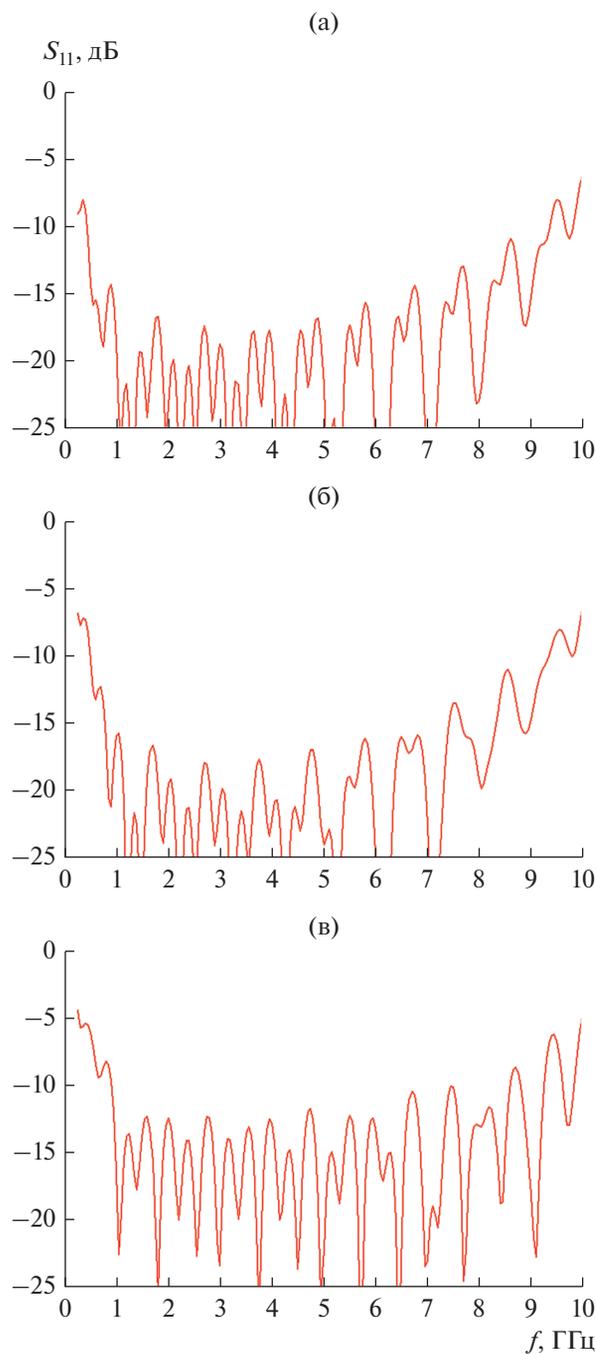


Рис. 13. Частотная характеристика решетки при $\varphi = 90^\circ$ и $\theta = 17^\circ$ (а), 33° (б) и 49° (в).

ную границу сдвигает в область высоких частот. Следует отметить, что при определении рабочего диапазона, в случае если верхняя его граница, определенная по критерию $S_{11} < -10$ дБ, оказывается больше 10 ГГц, мы полагали ее равной 10 ГГц. Такое определение верхней границы связано с тем, что периоды решетки равны 15 и на частотах, больших 10 ГГц, в ней могут появляться при неко-

торых углах сканирования побочные дифракционные максимумы. Таким образом, максимальная рабочая частота анализируемой решетки не может быть больше 10 ГГц не в силу ее рассогласования, а из-за нарушения нормальных условий излучения.

Худшие характеристики сканирования решетка имеет в E -плоскости, в которой увеличение угла сканирования приводит одновременно к уве-

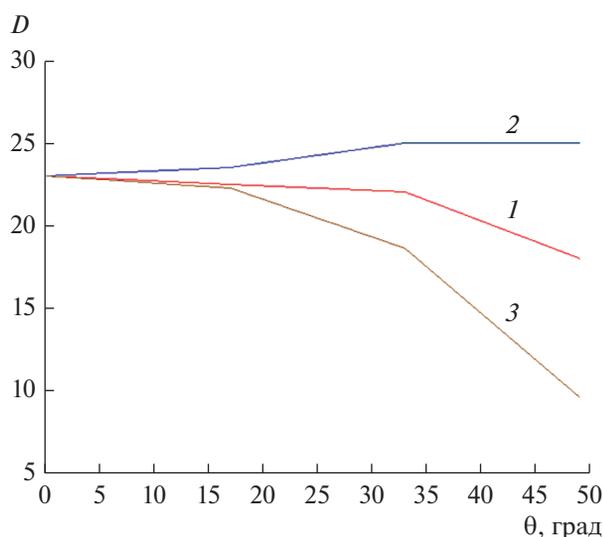


Рис. 14. Зависимость рабочего диапазона решетки от угла сканирования для $\varphi = 0^\circ$ (1), 45° (2) и 90° (3).

личению минимальной частоты и уменьшению максимальной.

Зависимость рабочего диапазона D от угла θ для $\varphi = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$, полученная путем обработки кривых на рис. 10–13, представлена на рис. 14. Видно, что максимальный сектор сканирования в диагональной плоскости достигает величины $\pm 50^\circ$ при $D > 20$. В плоскости вектора H он равен $\pm 41^\circ$ при том же ограничении диапазона, а в плоскости вектора E сектор сканирования находится в пределах $\pm 27^\circ$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представленные выше результаты позволяют сделать вывод о том, что ДС АР рассмотренного типа является перспективным для создания СШП решеток техническим решением. Полученные характеристики сканирования представляют практический интерес, хотя достигнутые значения диапазона и сектора сканирования не являются предельными, поскольку исследованная структура не была детально оптимизирована по совокупности показателей качества. Их следует рассматривать только как первое приближение в решении задачи построения широкоугольных СШП АР с диапазоном частот большим 10 : 1. Оптимизация такого сложного

объекта, как СШП АР, и достижение предельных характеристик выходит далеко за рамки научного исследования.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена за счет бюджетного финансирования в рамках государственного задания.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Schaubert D., Kasturi S., Elsallal M.W., Van Cappellen W. // Proc. 2006 1 st Europ. Conf. Antennas and Propagation (EuCAP). EuCAP. Nice. 06–10 Nov. N.Y.: IEEE, 2006. P. 1.
2. Воскресенский Д.И., Котов Ю.В., Овчинникова Е.В. // Антенны. 2005. № 11. С. 7.
3. Банков С.Е., Калошин В.А., Нгуен К.З. // Труды 4-й Всерос. микроволновой конф. Москва. Ноябрь 2016. С. 410.
4. Acedo E., Garcia E., González-Posadas V. // IEEE Trans. V. AP-58. № 1. P. 68.
5. Банков С.Е. // РЭ. 2018. Т. 63. № 6. С. 524.
6. Банков С.Е., Скородумова Е.А. // РЭ. 2015. Т. 60. № 5. С. 470.
7. Банков С.Е. // Журн. радиоэлектроники. 2017. № 11. <http://jre.cplire.ru/jre/nov17/12/text.pdf>.
8. Банков С.Е., Дуленкова М.Д. // РЭ. 2018. Т. 63. № 1. С. 25.
9. Банков С.Е., Дуленкова М.Д. // РЭ. 2020. Т. 65. № 3. С. 211.
10. Банков С.Е., Курушин А.А., Гутцайт Э.М. Решение оптических и СВЧ задач с помощью HFSS. М.: Оркада, 2012.
11. Марков Г.Т., Чаплин А.Ф. Возбуждение электромагнитных волн. М.: Радио и связь, 1983.
12. Сазонов Д.М. Антенны и устройства СВЧ. М.: Высш. школа, 1988.
13. Банков С.Е. // РЭ. 2019. Т. 64. № 8. С. 741.
14. Разевиг В.Д., Потапов Ю.В., Курушин А.А. Проектирование СВЧ устройств с помощью Microwave-Office. М.: Солон-Пресс, 2003.
15. Ганстон М.А.Р. Справочник по волновым сопротивлениям фидерных линий. М.: Связь, 1976.
16. Банков С.Е., Калошин В.А., Ле Н.Т. // РЭ. 2018. Т. 63. № 12. С. 1263.

**ЭЛЕКТРОДИНАМИКА
И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН**

УДК 537.874;621.396

**ИСКУССТВЕННЫЙ МАГНИТНЫЙ ПРОВОДНИК
НА ОСНОВЕ КОМПОЗИЦИОННОГО МАТЕРИАЛА
С АНИЗОТРОПНОЙ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТЬЮ
И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ КАК МАЛОГАБАРИТНОГО ЭКРАНА**© 2022 г. Ю. Н. Казанцев^{а, *}, Г. А. Крафтмахер^а, В. П. Мальцев^а, В. С. Солосин^{а, б}^а Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники, им. В.А. Котельникова РАН,
пл. Введенского, 1, Фрязино Московской обл., 141190 Российская Федерация^б Институт теоретической и прикладной электродинамики РАН,
ул. Ижорская, 13, Москва, 125412 Российская Федерация

*E-mail: yukazantsev@mail.ru

Поступила в редакцию 18.05.2021 г.

После доработки 25.04.2022 г.

Принята к публикации 05.05.2022 г.

Представлена структура искусственного магнитного проводника (ИМП) из чередующихся слоев диэлектрика с большой и малой диэлектрической проницаемостью. Путем численного расчета частотной зависимости коэффициента отражения от ИМП с конечным числом слоев керамики, разделенных воздушными промежутками, показано, что при уменьшении числа слоев с пяти до одного и при сохранении общей толщины полоса частот ИМП сужается с 14 до 11%. Показана эффективность применения структуры ИМП в качестве малогабаритного экрана электромагнитного излучения при расположении дипольного излучателя на его поверхности.

DOI: 10.31857/S0033849422090078

ВВЕДЕНИЕ

Определенный интерес, который вызывают искусственные магнитные проводники или поверхности с высоким импедансом, обусловлен возможностью их эффективного применения в технике СВЧ и, в частности, в антенной технике. Классической формой ИМП является структура в виде емкостной решетки из квадратных металлических элементов, расположенной на слое диэлектрика, металлизированном с противоположной стороны. Для устранения поверхностных волн элементы решетки могут быть электрически соединены с металлической поверхностью [1, 2]. Это соединение существенно усложняет конструкцию, но является необходимым при использовании ИМП в качестве наземной плоскости (ground plane – GP) малоразмерных и низкопрофильных антенн, поскольку поверхностные волны искажают диаграмму направленности и создают нежелательную связь между соседними антеннами [3–5]. Поэтому поиск и исследование структур ИМП не поддерживающих либо слабо поддерживающих поверхностные волны остается достаточно актуальным. В работе [6] была рассмотрена такая структура на основе композиционного материала с анизотропной диэлектрической проницаемостью, характеризу-

мой двумя главными значениями для случаев, когда электрическое поле либо параллельно, либо перпендикулярно поверхности ИМП. При этом первое значение много больше второго. Там же была предложена реализация композиционного материала с высокой анизотропией диэлектрической проницаемости, выполненного из емкостных решеток, каждая из которых сдвинута на полпериода по отношению к соседним. В работе [7] была показана возможность экранирования электромагнитного излучения малоразмерным ИМП на основе такого материала.

Цель данной работы – разработать ИМП на основе анизотропного композита из чередующихся слоев диэлектрика с большим и малым значениями диэлектрической проницаемости.

**1. ИМП НА ОСНОВЕ КОМПОЗИТА
С АНИЗОТРОПНОЙ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ
ПРОНИЦАЕМОСТЬЮ**

На рис. 1а представлена структура ИМП на основе композита с электромагнитными свойствами одноосного кристалла и осью перпендикулярной поверхности ИМП. Эта структура состоит из слоя композиционного материала 1 и металлического экрана 2. Диэлектрическая проницаемость ком-

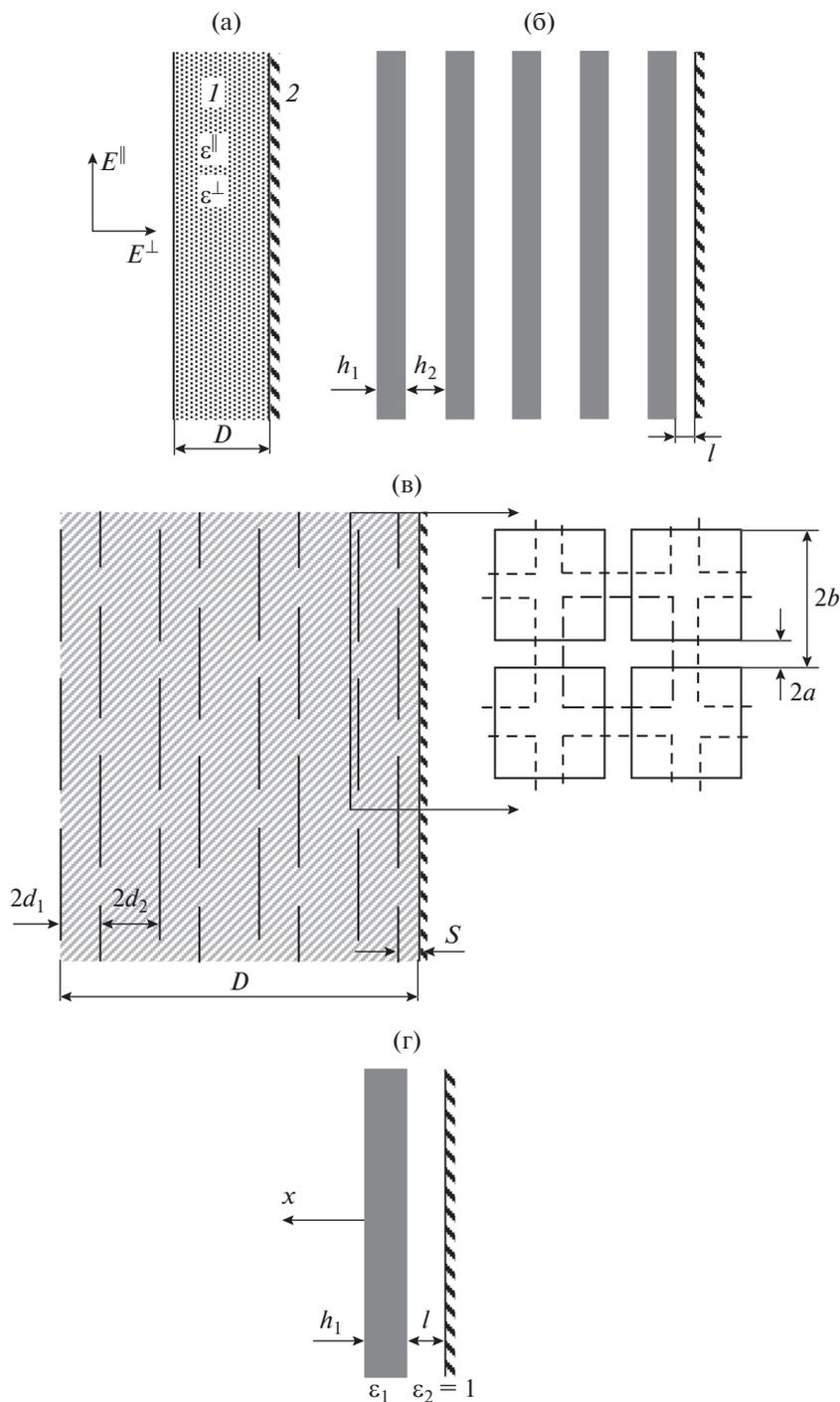


Рис. 1. Структуры ИМП: а – ИМП на основе композиционного материала (1 – композит, 2 – металлический экран), б – ИМП на основе мелкослойной диэлектрической структуры, в – ИМП на основе слоистой структуры из емкостных решеток, г – двухслойная структура ИМП.

позита характеризуется двумя значениями ϵ^{\parallel} и ϵ^{\perp} для случаев, когда электрическое поле параллельно и перпендикулярно поверхности ИМП соответственно. Для того чтобы такая структура могла поддерживать лишь слабозамедленные поверхностные

волны, необходимо выполнение условия $\epsilon^{\parallel} \gg \epsilon^{\perp}$ [6]. На рис. 1б и 1в показаны ИМП с двумя конкретными типами композитов – на основе мелкослойной диэлектрической структуры и на основе слоистой структуры из емкостных решеток [7].

Мелкослоистая структура (см. рис. 1б) состоит из чередующихся слоев диэлектрика толщиной h_1 и h_2 с диэлектрической проницаемостью слоев ϵ_1 и ϵ_2 соответственно, причем $\epsilon_1 \gg \epsilon_2$. Главные значения диэлектрической проницаемости композита определяются следующими формулами [8, 9]:

$$\epsilon^{\parallel} = \frac{\epsilon_1 h_1 + \epsilon_2 h_2}{h_1 + h_2}, \quad \epsilon^{\perp} = \frac{\epsilon_1 \epsilon_2 (h_1 + h_2)}{\epsilon_2 h_1 + \epsilon_1 h_2}. \quad (1)$$

Формулы (1) справедливы при толщинах слоев малых по сравнению с длиной волны в соответствующих диэлектриках.

Для сравнения приведем здесь формулы для главных значений диэлектрической проницаемости слоистой структуры из емкостных решеток (см. рис. 1в) при одинаковых расстояниях между решетками d [7]:

$$\epsilon^{\parallel} = \frac{\epsilon b(b - 2a)}{4d^2}, \quad \epsilon^{\perp} = \epsilon, \quad (2)$$

где ϵ – диэлектрическая проницаемость материала между решетками, a , b и $d = d_1 = d_2$ показаны на рис. 1в.

Для мелкослоистой структуры из формул (1) легко получить выражение для отношения $\epsilon^{\parallel}/\epsilon^{\perp}$:

$$\frac{\epsilon^{\parallel}}{\epsilon^{\perp}} = \frac{[(\epsilon_1/\epsilon_2)(h_1/h_2) + 1][(\epsilon_2/\epsilon_1)(h_1/h_2) + 1]}{(h_1/h_2 + 1)^2}. \quad (3)$$

На рис. 2 представлены зависимости $\epsilon^{\parallel}/\epsilon^{\perp}$ от h_1/h_2 для нескольких значений ϵ_1/ϵ_2 . Из этих зависимостей следует, что отношение диэлектрических проницаемостей ϵ_1/ϵ_2 материалов в мелкослоистой структуре должно быть достаточно велико. Поэтому в качестве слоев одного типа целесообразно использовать пластины из высокочастотной керамики, а в качестве другого типа – либо полимерные пленки, либо полимерные сетки.

Как пример, в табл. 1 приведены диэлектрические проницаемости и тангенсы углов потерь высокочастотных керамик, выпускаемых в России и

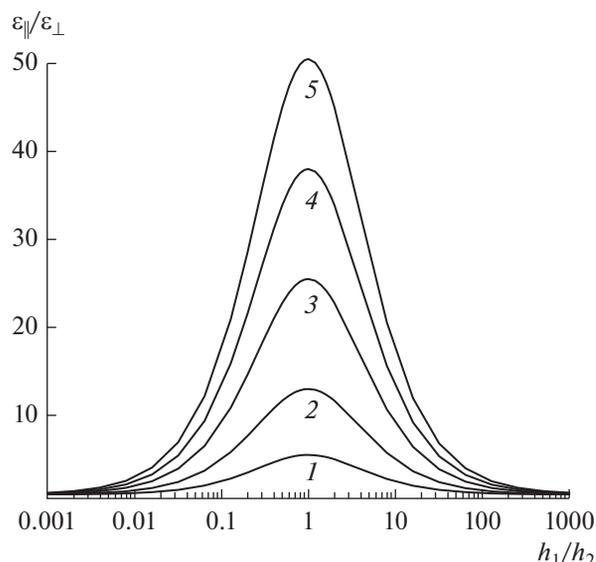


Рис. 2. Зависимости $\epsilon^{\parallel}/\epsilon^{\perp}$ от h_1/h_2 для мелкослоистой структуры при $\epsilon_1/\epsilon_2 = 20$ (1), 50 (2), 100 (3), 150 (4) и 200 (5).

за рубежом. Из данных таблицы видно, что увеличению диэлектрической проницаемости высокочастотных керамик свыше 130...140 сопутствует существенный рост тангенса угла потерь, что ограничивает их применение в структурах ИМП.

Для того чтобы структура ИМП могла поддерживать лишь слабозамедленные поверхностные волны, количество чередующихся диэлектрических слоев необязательно должно быть большим. Так, предельным случаем здесь является двухслойная структура из пары слоев с большой и малой диэлектрической проницаемостями, расположенная на металлической поверхности (см. рис. 1г). Двухслойная структура, так же как и многослойная, в принципе может поддерживать слабозамедленные поверхностные волны. Степень замедления этих волн может быть охарактеризована величиной поперечного волнового числа α , опре-

Таблица 1. Характеристики высокочастотных керамик

Фирма-изготовитель	Марка материала	Диэлектрическая проницаемость	Тангенс угла потерь
ЦКБ специальных радиоматериалов, Россия	МТ-60	60	0.0004
	МТ-90	70	0.0003
	СТП-130	130	0.0004
National Magnetics Group Inc., USA	К-80	80	<0.001
	К-100	100	<0.001
	К-140	140	<0.0015
	К-250	250	<0.005

Таблица 2. Значения $k_0, f_0, |\alpha|, |\alpha|/k_0$ для низшей поверхностной TM -волны в двухслойной структуре при разной толщине слоев h_1 и l

h_1 , см	l , см	k_0 , 1/см	f_0 , ГГц	$ \alpha $, 1/см	$ \alpha /k_0$
0.25	0.15	0.36	1.72	0.05	0.14
0.20	0.20	0.38	1.82	0.04	0.10
0.15	0.25	0.41	1.96	0.03	0.07

деляющей спад поля в поперечном направлении x над внешней границей структуры:

$$\exp(-|\alpha|x). \quad (4)$$

Отношение $|\alpha|/k$ (k – волновое число) было вычислено для случая $\epsilon_1 \gg 1$ и $\epsilon_2 = 1$ из решения дисперсионного уравнения, полученного путем сшивания тангенциальных компонент электрического и магнитного полей на границах диэлектрических слоев. При выполнении условий

$$|\alpha|l \ll 1, \quad \frac{|\alpha|}{k\sqrt{\epsilon_1}} \ll 1 \quad (5)$$

отношение $|\alpha|/k$ определяется следующими формулами:

для TM -волн –

$$\frac{|\alpha|}{k} = \frac{\operatorname{tg}(k\sqrt{\epsilon_1}h_1)}{\sqrt{\epsilon_1}}, \quad (6)$$

и для TE -волн –

$$\frac{|\alpha|}{k} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_1}} \frac{k\sqrt{\epsilon_1}l \operatorname{tg}(k\sqrt{\epsilon_1}h_1) - 1}{k\sqrt{\epsilon_1}l + \operatorname{tg}(k\sqrt{\epsilon_1}h_1)}. \quad (7)$$

Отношение $|\alpha|/k$ в формуле (7) равно нулю при $k = k_{\text{кр}}$, где критическое значение $k_{\text{кр}}$ удовлетворяет уравнению

$$k_{\text{кр}}\sqrt{\epsilon_1}l \operatorname{tg}(k_{\text{кр}}\sqrt{\epsilon_1}h_1) - 1 = 0. \quad (8)$$

При $k < k_{\text{кр}}$ поверхностная TE -волна в структуре не существует. При k немного больше $k_{\text{кр}}$ поверхностная TE -волна является слабозамедленной, так как $|\alpha|/k \ll 1$.

Волновое число k_0 , при котором в рассматриваемой двухслойной структуре выполняются условия ИМП, удовлетворяет следующему уравнению:

$$\sqrt{\epsilon_1} \operatorname{tg}(k_0l) \operatorname{tg}(k_0\sqrt{\epsilon_1}h_1) - 1 = 0, \quad (9)$$

полученному с помощью теории длинных линий. При условии $k_0l \ll 1$ уравнение (9) идентично уравнению (8):

$$k_0\sqrt{\epsilon_1}l \operatorname{tg}(k_0\sqrt{\epsilon_1}h_1) - 1 = 0. \quad (10)$$

Это означает, что частота f_0 , на которой выполняются условия ИМП, и критическая частота $k_{\text{кр}}$ TE -волны, при которой $|\alpha| = 0$, практически совпадают.

Низшая поверхностная TM -волна существует при любой частоте, но при частоте, близкой к f_0 , является слабозамедленной. В табл. 2 приведены результаты расчета $k_0, f_0, |\alpha|, |\alpha|/k_0$ для низшей поверхностной TM -волны, из которых следует, что при уменьшении отношения h_1/h_2 уменьшается и отношение $|\alpha|/k_0$, т.е. поверхностная волна становится все менее замедленной. Однако при этом увеличиваются значения k_0 и f_0 , соответствующие условиям ИМП.

Таким образом, как в многослойных, так и в двухслойных ИМП-структурах из чередующихся слоев с большой и малой диэлектрической проницаемостью могут распространяться лишь слабозамедленные поверхностные волны, эффективность возбуждения которых малоразмерными источниками мала.

2. ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК ИМП С БЕСКОНЕЧНЫМИ ПОПЕРЕЧНЫМИ РАЗМЕРАМИ

Были рассчитаны частотные зависимости фазы коэффициента отражения при нормальном падении плоской электромагнитной волны на ИМП толщиной D , который выполнен из керамических пластин ($\epsilon = 130$) толщиной h_1 , разделенных воздушными промежутками ($\epsilon = 1$) толщиной h_2 . Эти зависимости были получены для двух серий ИМП-структур (I и II) с числом пластин $n = 1 \dots 5$. Размеры этих структур удовлетворяют следующим условиям серии I и II соответственно:

$$D = h_1(1+t)n - th_1/2, \quad (11)$$

$$D = h_1(1+t)n, \quad (12)$$

где $t = h_2/h_1$. Для серий I и II значения $t = 0.6$ были одинаковы, а значения D несколько различались: 3.85 и 4 мм. Отметим, что расстояние l между металлическим экраном и ближайшей пластиной также различались: $l = h_2/2$ в серии I и $l = h_2$ в серии II.

На рис. 3 представлены частотные зависимости фазы коэффициента отражения от ИМП серии I и II, а также зависимость отражения от слоя однородного диэлектрика толщиной 4 мм с диэлектрической проницаемостью 81.6 на металлической плоскости. Диэлектрическая проницаемость была рассчитана по формуле (6) для ϵ^{\parallel} при

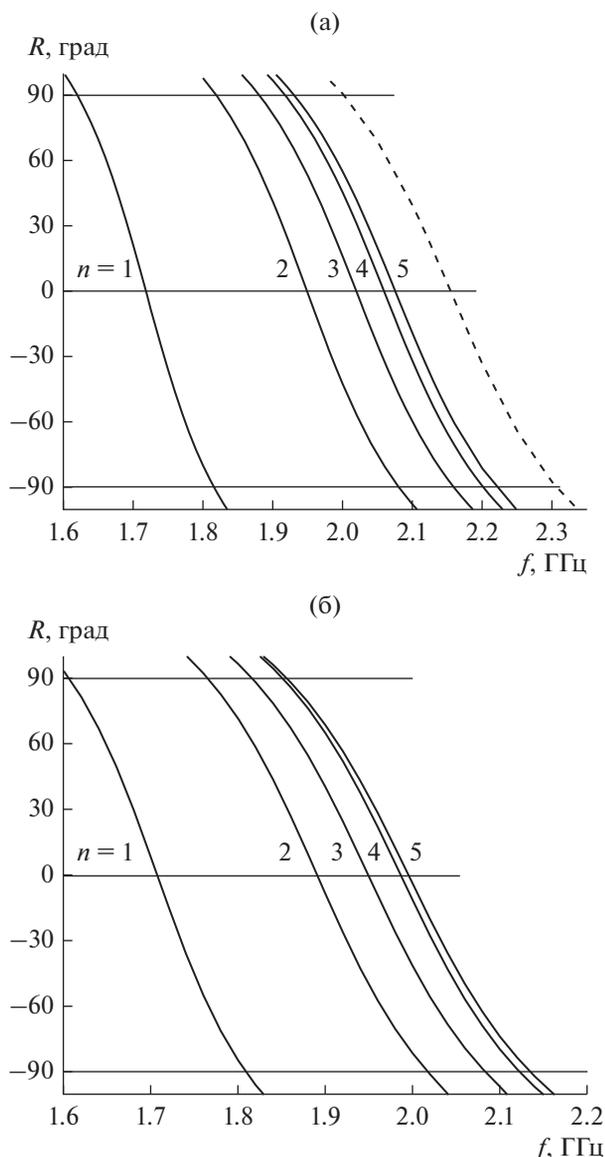


Рис. 3. Частотные зависимости фазы R коэффициента отражения от ИМП серии I (а) и II (б) при числе пластин керамики $n = 1, 2, 3, 4$ и 5 ; штриховая кривая – зависимость отражения от слоя однородного диэлектрика толщиной 4 мм с диэлектрической проницаемостью 81.6 .

$h_1 = 0.5$ мм, $h_2 = 0.3$ мм, $\epsilon_1 = 130$, $\epsilon_2 = 1$. Некоторое различие между этой зависимостью и зависимостью для $n = 5$ связано с конечным числом слоев в ИМП в численном расчете.

Обозначим частоты, соответствующие значениям фазы 0° , 90° и -90° , f_0 , f_{90} , f_{-90} соответственно. В табл. 3 даны эти частоты и отношения $(f_{-90} - f_{90})/f_0$ для соответствующих значений параметров n , h_1 , h_2 . Из данных табл. 3 следует, что при уменьшении числа слоев керамики в структуре ИМП с 5 до 1 частота f_0 также уменьшается и

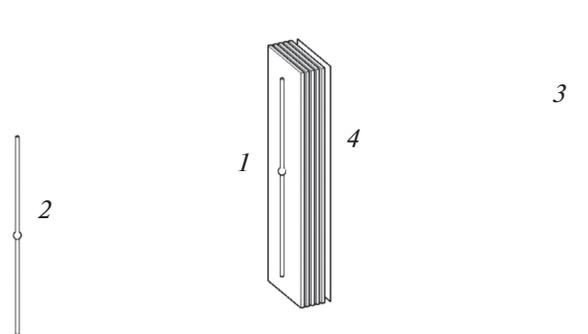


Рис. 4. Схема для определения полосы экранирования малогабаритного экрана: 1 – передающая антенна, 2 и 3 – приемные антенны, 4 – экран.

при этом полоса частот ИМП сужается с 14 до 11.5% .

3. ИМП-ЭКРАН ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА ОСНОВЕ СЛОИСТОЙ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ

Возможность использования ИМП-структур в качестве малогабаритных экранов для малоразмерных антенн определяется двумя основными требованиями:

- 1) малой эффективностью возбуждения собственных поверхностных волн (если они существуют),
- 2) сохранением ИМП-характеристик в экранах малой площади.

Для грибообразной структуры ИМП выполняются оба этих требования. В то же время для аналогичных структур, но без электропроводящих “ножек”, соединяющих элементы решеток с электропроводящей плоскостью, эти требования не выполняются, что не позволяет их использовать как экраны.

Малая эффективность возбуждения поверхностных волн в слоистых диэлектрических структурах указывает на возможность применения таких структур в качестве экранов электромагнитного излучения.

Схема определения (расчета) характеристик экранирования показана на рис. 4, где передающий диполь 1 расположен на поверхности экрана 4 , а приемные диполи 2 и 3 на расстоянии 70 мм от металлической грани экрана. Длина передающего и приемных диполей равна 30 мм, диаметр 0.1 мм.

Рассмотрим два варианта структуры экрана.

Вариант 1. Структура состоит из пяти пластин керамики ($\epsilon = 130$) толщиной $h_1 = 0.5$ мм, разделенных воздушными промежутками $h_2 = 0.3$ мм. Воз-

Таблица 3. Резонансные частоты и значения ширины полосы ИМП при фиксированной толщине D и различном числе пластин керамики n

Номер серии	n	h_1 , см	h_2 , см	f_0 , ГГц	f_{90} , ГГц	f_{-90} , ГГц	$(f_{-90}-f_{90})/f_0$, %
I	1	2.96	1.78	1.718	1.621	1.816	11.4
	2	1.33	0.80	1.949	1.820	2.081	13.4
	3	0.86	0.51	2.020	1.882	2.160	13.8
	4	0.63	0.38	5.059	1.919	2.201	13.7
	5	0.50	0.30	2.075	1.932	2.222	14.0
II	1	2.5	1.5	1.707	1.605	1.810	12.0
	2	1.25	0.75	1.890	1.763	2.019	13.5
	3	0.83	0.50	1.950	1.815	2.084	13.8
	4	0.63	0.38	1.986	1.850	2.123	13.7
	5	0.50	0.30	1.996	1.856	2.136	14.0

душный промежуток между последней пластиной и металлической гранью равен $l = h_2/2 = 0.15$ мм.

Вариант 2. Структура состоит из одной пластины керамики ($\epsilon = 130$) толщиной 2.5 мм и металлической грани на расстоянии 1.5 мм от пластины.

Полная толщина экранов 4 мм, а поперечная форма – прямоугольник размером 40×10 мм².

В качестве характеристик экранирования для малогабаритных экранов обычно используют диаграммы направленности излучателя с экраном и частотные зависимости отношения $S_{1,3}/S_{1,2}$ коэффициентов передачи от передающей антенны I к приемным антеннам 3 и 2, расположенным за экраном и перед ним соответственно.

На рис. 5а и 5б представлены частотные зависимости $S_{1,3}/S_{1,2}$ для вариантов структуры 1 и 2 (сплошные кривые), а также коэффициенты отражения $S_{1,1}$ в линиях с волновым сопротивлением 50 Ом, питающих передающий диполь (штриховые кривые).

Сравнение частотных зависимостей, представленных на рис. 5а и 5б показывает преимущество пятислойной структуры по варианту 1 и, особенно, по полосе согласования передающей антенны с линией, ширина которой по уровню отражения –10 дБ составляет 0.1 ГГц. При этом значение $S_{1,3}/S_{1,2}$ на частоте 3.125 ГГц наилучшего согласования равно –15 дБ.

Отметим, что при замене в экране слоистого диэлектрика изотропным с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = \epsilon^{\parallel} = 81.6$ отношение $S_{1,3}/S_{1,2} > -2.5$ дБ в диапазоне частот 1.5...5 ГГц, что практически означает отсутствие экранирования. Это следует из частотной зависимости $S_{1,3}/S_{1,2}$ для такой изотропной структуры, представленной на рис. 5в.

На рис. 5г представлены частотные зависимости $S_{1,3}/S_{1,2}$ и $S_{1,1}$ для широкого передающего диполя в виде тонкой ленты размером 30×8 мм, расположенной на расстоянии 0.5 мм от поверхности экрана по варианту 1 при волновом сопротивлении питающей линии 150 Ом. Из зависимости $S_{1,1}$ на этом рисунке следует, что увеличение ширины передающего диполя позволило увеличить ширину полосы согласования до 0.16 ГГц.

На рис. 6а и 6б представлены диаграммы направленности в сферической системе координат антенны I с экраном по варианту 1 на частоте 3.125 ГГц в E - и H -плоскостях соответственно, подтверждающие эффект экранирования также и в дальней зоне. Для сравнения здесь же приведены диаграммы направленности экрана, в котором слоистый диэлектрик заменен изотропным с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = \epsilon^{\parallel} = 81.6$.

Численные расчеты проведены методом моментов в программе FEKO.

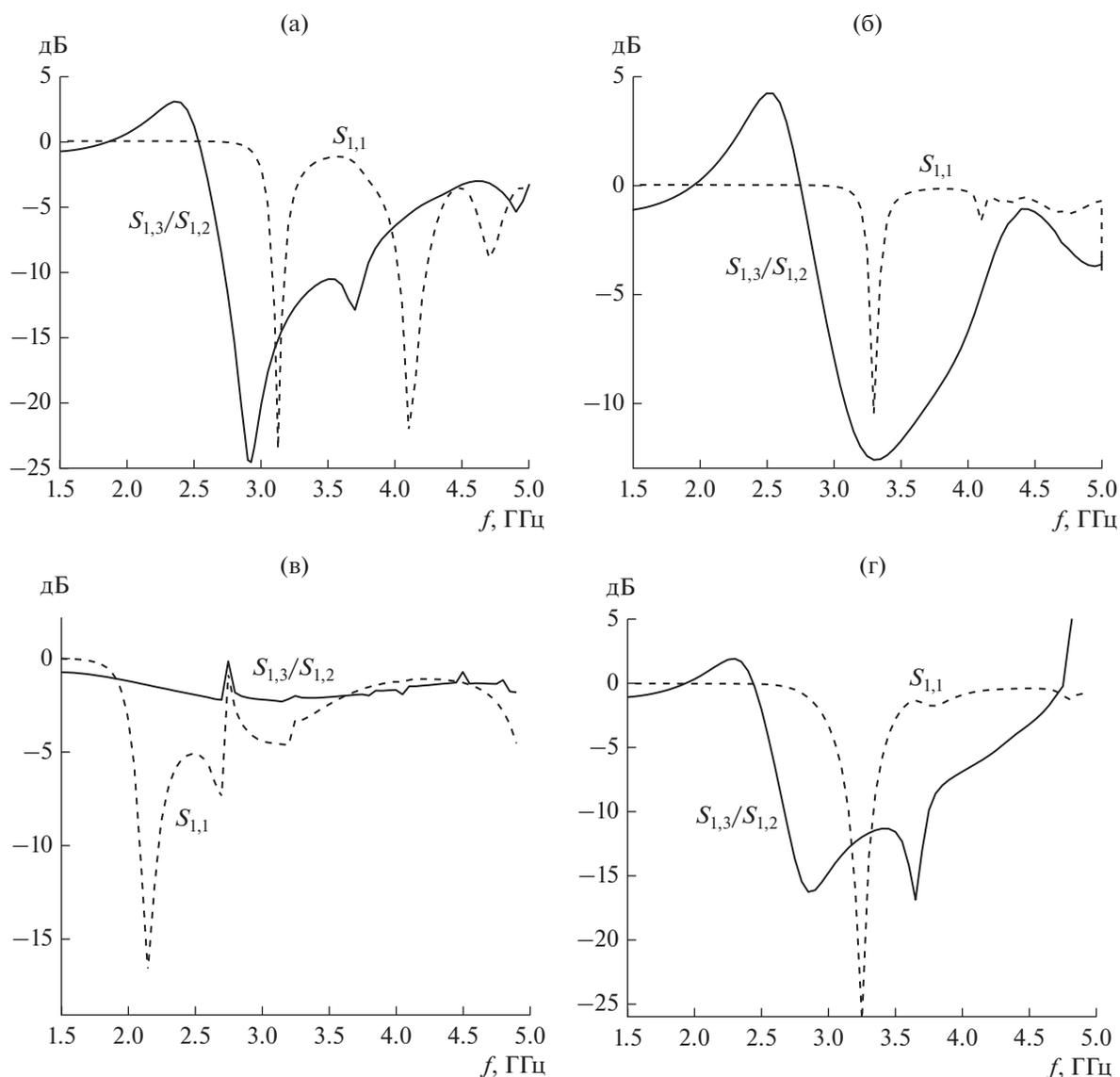


Рис. 5. Частотные зависимости отношения $S_{1,3}/S_{1,2}$ коэффициентов передачи сигнала от антенны 1 к антеннам 2 и 3 (сплошные кривые) и коэффициента отражения $S_{1,1}$ в линии, питающей передающую антенну (штриховые кривые): а – для модели со структурой по варианту 1, б – для модели со структурой по варианту 2, в – для модели с изотропной структурой, г – для модели по варианту 1 с передающим диполем в виде тонкой ленты размером 30×8 мм при волновом сопротивлении питающей линии 150 Ом.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложены ИМП на основе структуры с высокой анизотропией эффективной диэлектрической проницаемости, выполненной из чередующихся слоев с большой и малой диэлектрической проницаемостью. Сформулированы условия, при которых отношение главных значений диэлектрической проницаемости анизотропной структуры велико по сравнению с единицей и показано, что для их выполнения следует использовать высокочастотную керамику в качестве материала

одного из пары чередующихся слоев. Показано, что при уменьшении числа этих чередующихся пар до одной поверхностные TE - и TM -волны в структуре остаются слабозамедленными.

Путем численных расчетов фазы коэффициента отражения от ИМП определена полоса рабочих частот ИМП и показано, что при уменьшении числа пар слоев с пяти до одной эта полоса сужается с 14 до 11%. Также путем численного расчета показаны характеристики ИМП как малогабаритного экрана при расположении дипольного излучателя вблизи или на его поверхности.

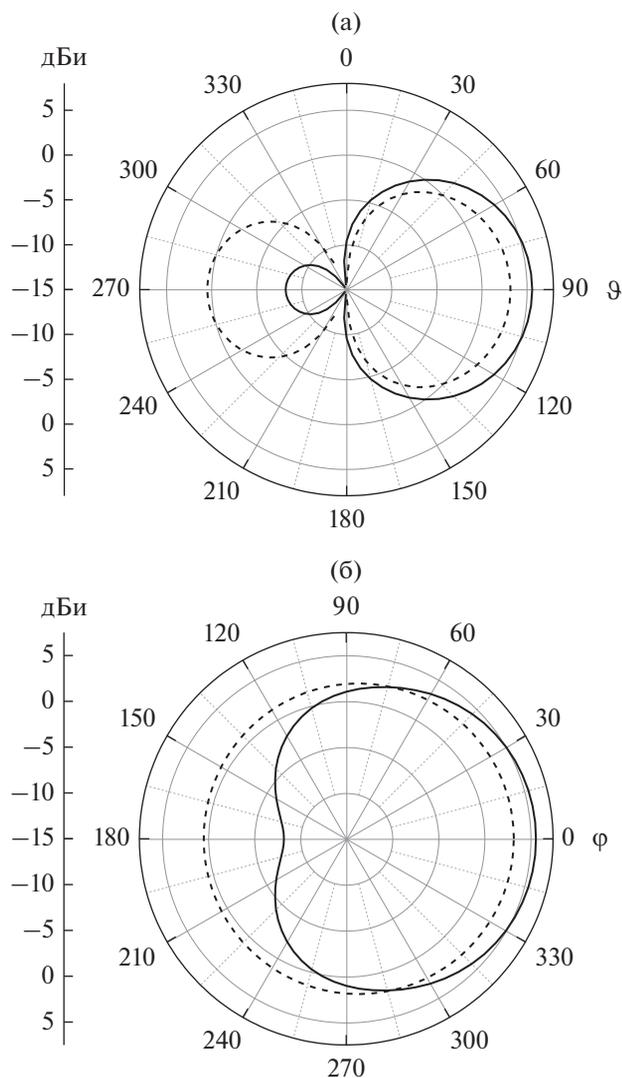


Рис. 6. Диаграммы направленности антенны с экраном по варианту I (сплошные кривые) и для модели с изотропной структурой (штриховые кривые) на частоте 3.125 ГГц: а – в E -плоскости (зависимость от ϑ при $\varphi = 0$), б – в H -плоскости (зависимость от ϑ при $\varphi = 90^\circ$).

В качестве характеристик экранирования были приняты диаграммы направленности излучателя с экраном и частотные зависимости отношения $S_{1,3}/S_{1,2}$ коэффициентов передачи переда-

ющей антенны 1 к приемным антеннам 3 и 2, расположенным за экраном и перед ним. Так, в случае экрана на основе структуры из пяти пар слоев отношение $S_{1,3}/S_{1,2}$ составило -15 дБ на частоте наилучшего согласования антенны с питающей линией.

Было также показано, что при замене в экране слоистого диэлектрика изотропным с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = \epsilon^{\parallel}$ отношение $S_{1,3}/S_{1,2}$ превышает -2.5 дБ в широком диапазоне частот 1.5...5 ГГц, что свидетельствует об отсутствии сколько-либо существенного экранирования. Этот вывод подтверждается сравнением диаграмм направленности антенны с экранами на основе как слоистого, так и изотропного диэлектриков.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена за счет бюджетного финансирования в рамках государственного задания ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Yablonovich E., Sievenpiper D.* // Circuit and Method Eliminating Surface Currents on Metals. US Patent. 6,262,495. Publ. July 17, 2001.
2. *Sievenpiper D., Zhang L., Broas R.F. J. et al.* // IEEE Trans. 1999. V. MTT-47. № 11. P. 2059.
3. *Broas R.F.J., Sievenpiper D.F., Yablonovitch E.* // IEEE Trans. 2001. V. MTT-49. № 7. P. 1262.
4. *Broas R.F.J., Sievenpiper D.F., Yablonovitch E.* // IEEE Trans. 2005. V. AP-53. № 4. P. 1377.
5. *Clavijo S., Diaz R.E., McKinzie W.E.* // IEEE Trans. 2003. V. AP-51. № 10. P. 2678.
6. *Казанцев Ю.Н., Аплеталин В.Н.* // РЭ. 2007. Т. 52. № 4. С. 415.
7. *Казанцев Ю.Н., Крафтмахер Г.А., Мальцев В.П., Солосин В.С.* // РЭ. 2022. Т. 67. № 8. С. 736.
8. *Бреховских Л.М.* Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973.
9. *Калошин В.А., Стоянов С.В.* // РЭ. 1989. Т. 35. № 12. С. 2640.

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 621.371.334:537.874.6

ЧИСЛЕННАЯ ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ МЕТОДА ВОЗМУЩЕНИЯ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ ОБ ОТРАЖЕНИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ ОТ НЕЛИНЕЙНОГО ГРАФЕНОВОГО СЛОЯ

© 2022 г. А. М. Лерер*

Южный федеральный университет,
ул. Зорге, 5, Ростов-на-Дону, 344090 Российская Федерация

*E-mail: lerer@sfedu.ru

Поступила в редакцию 04.03.2022 г.

После доработки 04.03.2022 г.

Принята к публикации 25.04.2022 г.

Решение поставленной задачи сведено к решению системы нелинейных алгебраических уравнений третьей степени. Система решена численно и методом возмущения. Дана оценка области применимости метода возмущения.

DOI: 10.31857/S0033849422090091

Графен обладает исключительно сильной нелинейностью третьего порядка в сравнении с широко используемыми диэлектриками и металлами, а также сильным плазмонным откликом и гораздо меньшими потерями в ИК- и ТГц-диапазонах. Как линейная, так и нелинейная проводимости графена хорошо управляются с помощью электрического поля или химического легирования [1–5], что обеспечивает управление параметрами ПС без изменения размеров и структуры.

При электродинамическом моделировании структур, содержащих графеновые слои, можно использовать приближенные граничные условия. Первое граничное условие – непрерывность тангенциальных компонент напряженности электрического поля \vec{E}_τ

$$\vec{E}_\tau^+ = \vec{E}_\tau^- \quad (1)$$

второе –

$$\vec{j} = [\vec{n}, \vec{H}^+ - \vec{H}^-] = \sigma \vec{E}, \quad (2)$$

где \vec{H} – напряженность магнитного поля, \vec{n} – нормаль к поверхности, \vec{j} – плотность поверхностного тока, σ – поверхностная проводимость графена. Символы “+” и “–” введены для обозначения полей на верхней и нижней границах слоя.

Линейная часть $\sigma = \sigma^{(1)}$ определяется формулой Кубо–Хансена [6]. Поскольку графен имеет центрально-симметричную структуру, то в нелинейной

части проводимости максимальный уровень будет иметь составляющая третьего порядка:

$$\sigma = \sigma^{(1)} + \sigma^{(3)} |\vec{E}|^2.$$

Существует несколько формул для определения нелинейной проводимости (см. обзор [7]). При энергии кванта $\hbar\omega \ll 2\mu_c$ можно использовать формулу [8, 9]

$$\sigma^{(3)} = -iK \frac{e^4 v_F^2}{\omega^3 \hbar^2 \mu_c},$$

где e – заряд электрона, μ_c – химический потенциал (уровень Ферми), $v_F = 10^6$ м/с – скорость Ферми, ω – частота падающей волны, \hbar – приведенная постоянная Планка, $K = 3/32$.

Существуют и другие выражения коэффициента K : $3/8\pi$ [10], $1/8\pi$ [8, 11]. Во всех формулах зависимости от частоты и химического потенциала одинаковые, то выбор коэффициента K не принципиален, поскольку влияет лишь на амплитуду падающей волны, необходимой для достижения данного уровня нелинейности. В связи с этим на рис. 1 приведены значения коэффициента нелинейности $\delta = \sigma^{(3)} |E|^2 / \sigma^{(1)}$, где E напряженность поля на графеновом слое.

Самым простым способом решения нелинейной задачи является метод возмущения, т.е. использование в нелинейной проводимости напряженности электрического поля $|\vec{E}|^2$, полученной при решении линейной задачи, например, в [12–14].

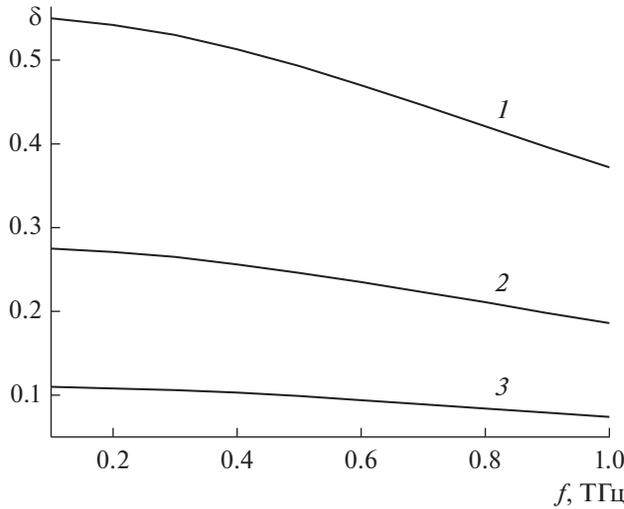


Рис. 1. Зависимость коэффициента нелинейности от частоты при $E = 1.1$ (1), 0.79 (2) и 0.5 кВ/мм (3).

Оценить теоретически погрешность метода возмущения непростая задача.

Цель данной работы – решение строгим методом и методом возмущения простой задачи об отражении плоской электромагнитной волны от нелинейного графенового слоя и получение оценки метода возмущений из сравнения решений.

Полагаем, что на 1d-структуру – полупространство с показателем преломления n_1 , графеновый слой, полупространство с показателем преломления n_2 , – падает из верхнего полупространства E -поляризованная волна под углом θ (ее амплитуда E_0 , частота f_1). Графеновый слой лежит в плоскости $y = 0$. В спектре отраженных и прошедших волн будем учитывать только волны на основной частоте f_1 и на утроенной $f_3 = 3f_1$.

Напряженность электрического поля можно представить в виде

$$E(x, y) = E^\pm(y) \exp(-ik_x x),$$

где

$$k_x = k_1 \sin \theta, \quad k_m = \frac{\omega_m}{c} n_1 = \frac{2\pi f_m}{c} n_1, \quad E^+(y) = E_0 \times \tag{3}$$

$$\times \left[\cos(\omega_1 t + \alpha_1 y) + \sum_{m=1,3} A_m \cos(\omega_m t - \alpha_m y) \right],$$

$$E^-(y) = E_0 \sum_{m=1,3} B_m \cos(\omega_m t + \beta_m y), \tag{4}$$

$$\alpha_m = \sqrt{(k_m n_1)^2 - k_x^2}, \quad \beta_m = \sqrt{(k_m n_2)^2 - k_x^2}.$$

Подставляя (3), (4) в (1), получим

$$1 + A_1 = B_1, \quad A_3 = B_3. \tag{5}$$

Затем подставляем (3), (4) в (2) и после достаточно простых, но громоздких тригонометрических преобразований, получим

$$\left[\frac{\alpha_1}{\omega_1} (2 - B_1) - \left(\frac{\beta_1}{\omega_1} + \zeta_1 \right) B_1 \right] = \zeta_3 E_0^2 F_1, \tag{6}$$

$$\left[-\frac{\alpha_3}{\omega_3} B_3 - \left(\frac{\beta_3}{\omega_3} + \sigma_1 \mu_0 \right) B_3 \right] = \sigma_3 E_0^2 F_3, \tag{7}$$

$\zeta = \sigma_m^{(3)} \mu_0$ (μ_0 – магнитная постоянная),

$$F_m = \sum_{n=1,3} D_{mn} B_n,$$

$$D_{11} = \left(A_0 + \frac{1}{2} A_2 \right), \quad D_{13} = \left(A_0 + \frac{1}{2} A_2 + \frac{1}{2} A_4 \right),$$

$$D_{31} = \frac{1}{2} (A_2 + A_4), \quad D_{33} = \frac{1}{2} A_6,$$

$$A_0 = \frac{1}{2} [|B_1|^2 + |B_3|^2],$$

$$A_2 = \frac{1}{2} [|B_1|^2 + (B_1^* B_3 + B_1 B_3^*)],$$

$$A_4 = \frac{1}{2} \tilde{B} = \frac{1}{2} (B_1^* B_3 + B_1 B_3^*), \quad A_6 = \frac{1}{2} |B_3|^2.$$

При выводе (6), (7) учтены формулы (5).

Система (6), (7) – система из двух алгебраических уравнений третьего порядка. Рассмотрим два подхода к решению этой системы.

Метод возмущения (МВ). Решаем (6) в линейном приближении

$$B_1 \approx B_{1,l} = 2n_1 / N, \tag{8}$$

где $N = n_1 + n_2 + Z_0 \sigma_1$.

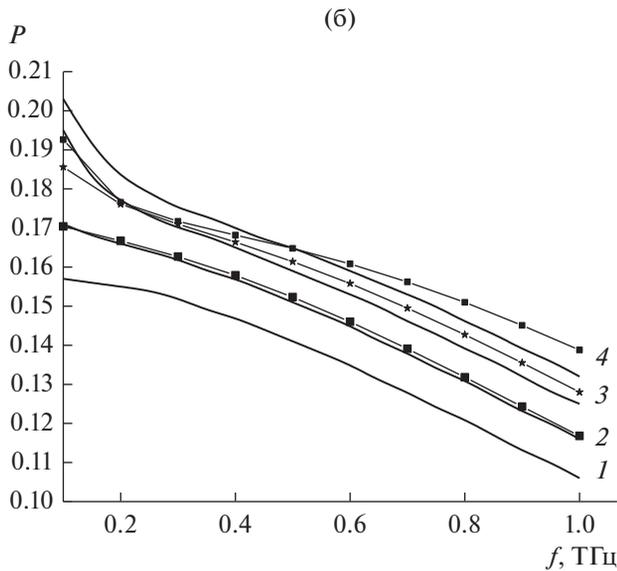
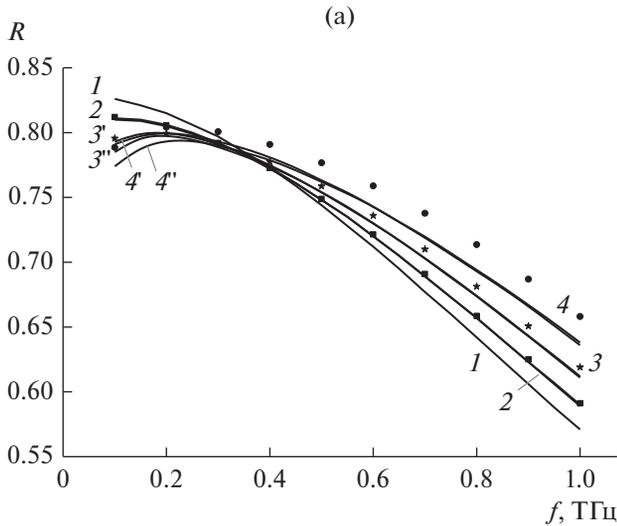


Рис. 2. Коэффициенты отражения R (а) и потерь P (б) основной гармоники в случае линейного (кривая 1) и нелинейного режима (все остальные кривые), вычисленные прямым методом (сплошные кривые) и методом возмущения (точки); уровень нелинейности $\delta \approx 0.1$ (2), 0.25 (3), 0.5 (4); первое (3', 4') и второе (3'', 4'') приближение.

Подставляем (8) в (6), (7) и находим для нелинейного случая

$$B_1 = \frac{2n_1}{N + \frac{3}{4}\zeta(E_0 B_{1,l})^2}, \quad B_3 = -\frac{1}{4N}\zeta(E_0 B_{1,l})^2 B_{1,l}, \quad (9)$$

где $\zeta = Z_0 \sigma^{(3)}$.

Решение алгебраических уравнений третьего порядка методом Ньютона (МН). Полагаем в (6) $B_3 = 0$

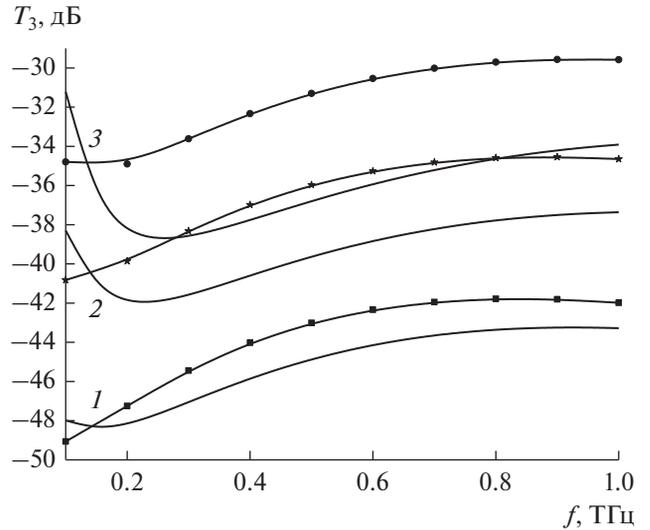


Рис. 3. Коэффициенты прохождения третьей гармоники, вычисленные методом прямым методом (сплошные кривые) и методом возмущения (кривые с точками); уровень нелинейности $\delta \approx 0.1$ (1), 0.25 (2), 0.5 (3).

и решаем уравнение (6) относительно переменной B_1

$$B_1 = \frac{2n_1}{N + \zeta E_0^2 \frac{3}{4} B_1^2}.$$

Обозначаем полученное решение $B_1^{(1)}$.

Находим коэффициент прохождения третьей гармоники. Для этого решаем нелинейное уравнение (7) относительно переменной B_3

$$-NB_3 = \zeta E_0^2 \left[(B_1^{(1)})^3 \frac{1}{4} + 3(B_1^{(1)})^2 B_3 \frac{1}{2} + B_3^3 \frac{3}{4} \right] \quad (10)$$

при начальном условии

$$B_3 = B_3^{(0)} = -\frac{1}{N}\zeta E_0^2 (B_1^{(1)})^3 \frac{1}{4}.$$

Обозначаем полученное решение $B_3^{(1)}$.

Подставляем $B_3^{(1)}$ в (6) и решаем еще раз уравнение относительно B_1 . Обозначаем полученное решение $B_1^{(2)}$.

Еще раз решаем уравнение (10), в котором надо заменить $B_1^{(1)}$ на $B_1^{(2)}$. Полученное решение обозначаем $B_3^{(2)}$.

Этот итерационный процесс при необходимости можно повторить.

Рассмотрим результаты расчетов коэффициентов отражения $R = |B_1 - 1|^2$ (рис. 2), потерь P основной гармоники (рис. 3) и коэффициента про-

хождения третьей гармоники $T_3 = 20 \lg |B_3|$ (рис. 4). Из (5) следует, что для третьей гармоники коэффициенты прохождения и отражения равны. Результаты расчетов приведены для $\mu = 0.45$ эВ, $\tau = 1$ пс при нормальном падении.

Малая амплитуда падающего поля равна $\delta \approx 0.1$. Как видно из рис. 2, 3, для основной гармоники прямое численное решение и решение методом возмущения практически совпадают. Средняя амплитуда падающего поля равна $\delta \approx 0.25$, большая $\delta \approx 0.5$. Небольшие различия при низких частотах можно объяснить резким возрастанием $\sigma^{(3)}$ (5) при уменьшении частоты.

Метод возмущения дает также завышенные значения коэффициента прохождения третьей гармоники T_3 (см. рис. 4) при всех частотах за исключением низких. Расхождение не принципиальное, но его следует учитывать при расчете нелинейных графеновых структур в области плазмонного резонанса.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (государственное задание в области научной деятельности, № ГЗ0110/22-01-ЭП).

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Cox J.D., García De Abajo F.J. // Accounts of Chemical Research. 2019. V. 52. № 9. P. 2536.
2. Zhou R., Ullah K., Yang S. et al. // Nanophotonics. 2020. V. 9. № 7. P. 1695.
3. Panoiu N.C., Sha W.E.I., Lei D.Y., Li G.C. // J. Opt. 2018. V. 20. № 8. P. 083001.
4. Hafez H.A., Turchinovich D., Bonn M. et al. // Adv. Opt. Materials. 2019. V. 7. № 19. P. 1900771.
5. Ying Li, Hui Li, Shiwei Wu, Wei-Tao Liu // J. Chem. Phys. 2020. V. 153. P. 080903.
6. Hanson G.W. // J. Appl. Phys. 2008. V. 103. № 6. P. 064302.
7. Черепанов В.В. // Физ. основы приборостроения. 2020. Т. 9. № 4. С. 2.
8. Cheng J.L., Vermeulen N., Sipe J.E. // Phys. Rev. B. 2015. V. 91. № 23. P. 235320.
9. Mikhailov S.A. // Phys. Rev. B. 2016. V. 93. № 8. P. 085403.
10. Smirnova D.A., Shadrivov I.V., Kivshar Y.S., Smirnov A.I. // Laser&Photonics Rev. 2014. V. 8. № 2. P. 291.
11. Cheng J.L., Vermeulen N., Sipe J.E. // Phys. Rev. B. 2015. V. 91. № 23. P. 235320.
12. Pitilakis A., Chatzidimitriou D., Kriezis E.E. // Opt. Quant. Electron. 2016. V. 48. № 4. P. 243.
13. Panoiu N.C., Sha W.E.I., Lei D.Y., Li G.-C. // J. Optics. 2018. V. 20. № 8. P. 083001.
14. Лепер А.М., Макеева Г.С., Черепанов В.В. // РЭ. 2021. Т. 68. № 6. С. 543.

**АНТЕННО-ФИДЕРНЫЕ
СИСТЕМЫ**

УДК 621.3.095.222

**ДВУХДИАПАЗОННАЯ НИЗКОПРОФИЛЬНАЯ АНТЕННАЯ РЕШЕТКА
НА ОСНОВЕ ГИБРИДНОЙ МЕТАСТРУКТУРЫ СО СВОЙСТВАМИ
ИСКУССТВЕННОГО МАГНИТНОГО ПРОВОДНИКА И ЧАСТИЧНО
ОТРАЖАЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ**© 2022 г. А. Ю. Гринев^а, А. А. Измайлов^{а, б, *}, Г. А. Бейлис^б^а *Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),
Волоколамское шоссе, 4, Москва, 125993 Российская Федерация*^б *НПО “Алмаз” им. академика А.А. Расплетина,
Ленинградский просп., 80, корп. 16, Москва, 125190 Российская Федерация***E-mail: yustas1993@yandex.ru*

Поступила в редакцию 22.03.2022 г.

После доработки 17.04.2022 г.

Принята к публикации 25.04.2022 г.

Рассмотрена конфигурация двухдиапазонной антенной решетки с соотношением частот 1 : 3 на основе комплексирования с метаструктурами, обладающими свойствами искусственного магнитного проводника и частично отражающей поверхности, позволяющие снизить высоту профиля, уменьшить взаимовлияние диапазонов и сократить в два раза число элементов в высокочастотном диапазоне при сохранении радиотехнических характеристик.

DOI: 10.31857/S0033849422090054

ВВЕДЕНИЕ

Неизменной тенденцией развития теории и техники антенных систем (АС) бортовых многофункциональных радиоэлектронных комплексов, с различными функциями, является поиск и внедрение научно обоснованных технических решений, направленных на использование единой системы излучения в интересах нескольких радиотехнических систем [1]. Решение подобных задач, как правило, усложняется требованием минимизации габаритов. Одним из путей решения указанной проблемы является использование метаструктур, представляющих собой периодические, в общем случае многослойные структуры, свойства которых обусловлены типом элемента, периодом и их композицией.

Подходы к построению АС различных диапазонов, совмещенных в одной апертуре, рассмотрены, например, в [2–7]. В [2] приведены схемы совмещения и результаты анализа вибраторно-вибраторных и вибраторно-волноводных фазированных антенных решеток (ФАР), однако не рассматривается возможность комплексирования АС с метаструктурами, позволяющими улучшить радиотехнические характеристики, а также достоинства и особенности таких схем построения. Для низкопрофильных технических решений совмещения двух диапазонов предложены антенны на основе метаструктур со

свойством искусственного магнитного проводника (ИМП). Так, в [3] рассмотрено совмещение слаботенных двухполяризационных антенн с полосой 15.6% ($f_0 = 2.4$ ГГц) и 9.3% ($f_0 = 5.36$ ГГц), высотой профиля $0.088\lambda_0$ на 2.4 ГГц, коэффициентом усиления 7.2 и 7.3 дБ соответственно и развязкой между портами не менее 20 дБ. Техническое решение основано на интеграции печатных антенн с метаструктурой со свойством ИМП на основе двухрезонансной печатной кольцевой периодической структуры. В [4, 5] предложены два варианта построения и функционирования совмещенной на одном полотне АС диапазонов очень высоких и ультравысоких частот (ОВЧ/УВЧ) с отношением частот 1 : 3, используя метаструктуру со свойством ИМП, позволяющую снизить высоту профиля АС до $0.098\lambda_{ОВЧ}$ и уменьшить взаимовлияние диапазонов. В [6] рассмотрена двухдиапазонная совмещенная АС, состоящая из двух печатных диполей, работающих в диапазоне 1.6...2.4 ГГц на ИМП-структуре, и 4×2 патч-излучателей, работающих в диапазоне 5.3...7.1 ГГц. Структура ИМП уменьшает высоту профиля АС и является полоснопропускающим фильтром для ВЧ-диапазона.

В работе [7] наиболее наглядно демонстрируется достоинство АС на основе метаструктур, обладающих свойствами частично отражающей поверхности (ЧОП), если ограниченный сектор элек-

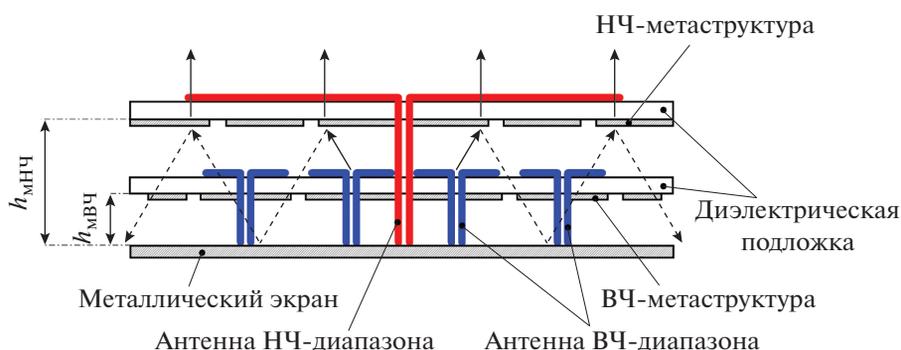


Рис. 1. Схема построения совмещенной АР на основе метаструктур со свойствами ИМП и ЧОП, $V_{\text{низ}}^{\text{ИМП}} \parallel \text{НЧ}^{\text{ИМП/ЧОП}}_{\text{верх}}$.

трического сканирования лучом $\pm 20^\circ$ не является препятствием — это реализация разреженных антенных решеток (АР) с подавлением дифракционных лепестков. Достоинством таких антенн являются: низкая цена, простота и технологичность конструкции, высокий коэффициент усиления (при разумном компромиссе с рабочей полосой частот), высокая апертурная эффективность.

В [8] приводятся результаты исследования двухдиапазонных двухполяризационных АС с высоким усилением для систем с синтезированной апертурой. Решение диктуется необходимостью уменьшения сложности фидерной системы, потерь, стоимости и массы. Принцип построения АС основан на двух отдельных планарных метаструктурах с ЧОП, размещаемых на оптимальных высотах $h_1 = 31$ мм и $h_2 = 17.1$ мм, выбранных в соответствии с двумя совмещаемыми диапазонами частот X (9.6 ГГц) и С (5.3 ГГц). Каждая из метаструктур образует соответствующие резонансные области. Каждая метаструктура (период $D = 15.4$ мм) должна удовлетворять условию: резонировать в одном частотном диапазоне с коэффициентом отражения 0.8...0.9 и быть практически прозрачной на другом. Проведение предварительного моделирования фрагмента совмещенной АС, состоящей из одноэлементной антенны С-диапазона и АР из 2×2 элементов с шагом 40 мм, показало, что, несмотря на увеличенный шаг, наличие метаструктуры с ЧОП приводит к подавлению дифракционного лепестка до уровня -15 дБ, при значении $G = 17.2$ дБ для С-диапазона и $G = 20.7$ дБ для X-диапазона. Подтверждена возможность электрического сканирования линейными АС 1×4 и 1×8 элементов с шагом 40 мм X-диапазона в секторе углов $\pm 15^\circ$; энергетическая эффективность АС 61.5 и 62% в С- и X-диапазонах соответственно. Комплексование метаструктур со свойствами ИМП (при необходимости уменьшения поперечных размеров) не обсуждается.

Цель статьи — рассмотреть конфигурацию двухдиапазонной антенной решетки с соотношением частот 1 : 3, используя метаструктуры, которые обладают свойствами искусственного магнитного проводника и частично отражающей поверхности и позволяют снизить высоту профиля до 0.1λ низкочастотного диапазона, уменьшить взаимодействие диапазонов и сократить в два раза число элементов в высокочастотном диапазоне при сохранении радиотехнических характеристик.

1. СХЕМА КОМПЛЕКСИРОВАНИЯ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ

На рис. 1 представлена схема построения совмещенной АР с применением гибридных метаструктур, обладающих свойствами ИМП и ЧОП. Для такой схемы совмещения введено обозначение $V_{\text{низ}}^{\text{ИМП}} \parallel \text{НЧ}^{\text{ИМП/ЧОП}}_{\text{верх}}$ исходя из принципов расположения АР НЧ-, ВЧ-диапазонов и метаструктур.

Для решения поставленной цели, используются две метаструктуры, расположенные на расстоянии $h_{\text{МНЧ}}$ и $h_{\text{МВЧ}}$ от металлического экрана.

Работоспособность совмещенной АР на основе предложенной схемы заключается в том, что НЧ-метаструктура для антенны НЧ-диапазона должна обладать свойствами ИМП (коэффициент отражения $|\Gamma| = +1$) для уменьшения высоты профиля АР и при этом для антенны ВЧ-диапазона быть частично отражающей поверхностью. В свою очередь, ВЧ-метаструктура должна обладать свойствами ИМП для антенны ВЧ-диапазона и быть прозрачной (иметь минимальное значение коэффициента отражения) для антенны НЧ-диапазона.

В работе проведено исследование АР со следующими параметрами: центральная частота АР НЧ-диапазона $f_{\text{НЧ}} = 2$ ГГц, полоса рабочих частот 40%; центральная частота АР ВЧ-диапазона

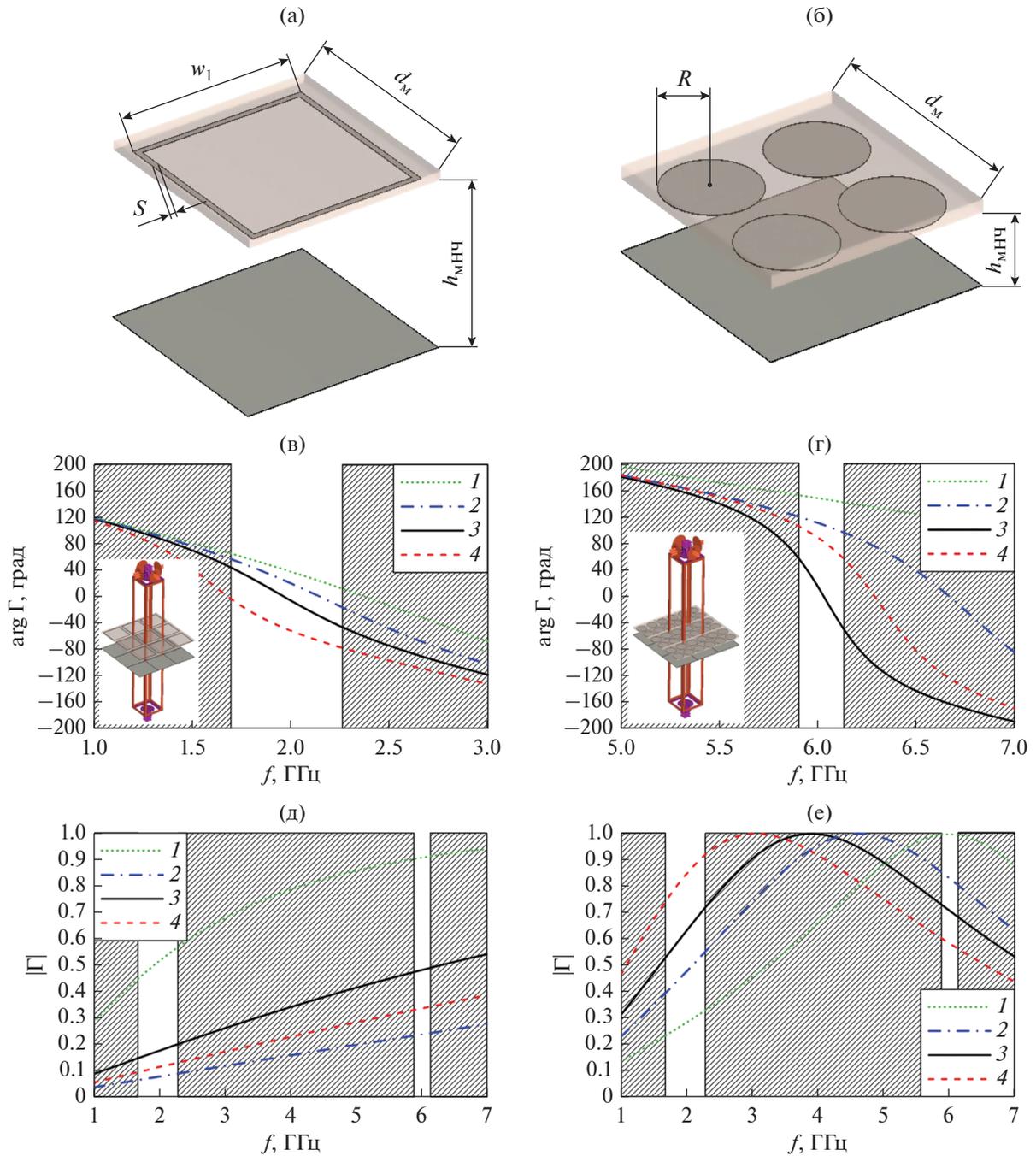


Рис. 2. Строение и характеристики предложенных метаструктур: НЧ-метаструктура (а) и ВЧ-метаструктура (б), темным цветом показана металлизация; фазы коэффициента отражения метаструктур (в, г) и модуль коэффициента отражения $|\Gamma|$ в свободном пространстве (д, е) при разных размерах металлического кольца: $w_1 = 12$ (1), 14 (2), 15 (3), 16 мм (4) (в, е), и радиуса $R = 3$ (1), 3.5 (2), 3.7 (3), 4 мм (4) (г, д).

$f_{ВЧ} = 6$ ГГц, полоса рабочих частот 15%; поляризация НЧ и ВЧ АР – линейная.

Для реализации совмещенной АР был проанализирован широкий спектр метаструктур и подобраны структуры (рис. 2а, 2б), удовлетворяющие необходимым для реализации требованиям.

НЧ-метаструктура представляет собой прямоугольное металлическое кольцо шириной w_1 , толщиной s и периодом d_m (рис. 2а). ВЧ-метаструктура представляет собой двумерную ячейку, состоящую из четырех круглых металлических дисков радиусом R (рис. 2б).

Функционирование АР (см. рис. 1) предъявляет следующие требования к коэффициенту отражения Γ метаструктур:

для НЧ-метаструктуры –

$$\begin{cases} -\pi/4 \leq \arg \Gamma \leq +\pi/4 & \text{для } F_{\text{НЧ}}; \\ 0.6 \leq |\Gamma| \leq 0.8 & \text{для } F_{\text{ВЧ}}, \end{cases} \quad (1)$$

для ВЧ-метаструктуры –

$$\begin{cases} -\pi/4 \leq \arg \Gamma \leq +\pi/4 & \text{для } F_{\text{ВЧ}}; \\ |\Gamma| \rightarrow 0 & \text{для } F_{\text{НЧ}}. \end{cases} \quad (2)$$

Выбранная целевая функция для оптимизации параметров НЧ- и ВЧ-метаструктур имеет вид

$$\Phi_{\text{МНЧ}}(d_m, w_1, s, h_{\text{МНЧ}}) = \sum_{f_m}^{\Delta F_{\text{НЧ}}} \alpha_1 [(|\arg \Gamma| - \pi/4)]^2 + \sum_{f_n}^{\Delta F_{\text{ВЧ}}} \beta_1 [|\Gamma| - 1]^2 + G_{\text{МНЧ}}, \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & \Phi_{\text{МВЧ}}(d_m, R, h_{\text{МВЧ}}) = \\ & = \sum_{f_n}^{\Delta F_{\text{ВЧ}}} \alpha_2 [(|\arg \Gamma| - \pi/4)]^2 + \sum_{f_m}^{\Delta F_{\text{НЧ}}} \beta_2 [|\Gamma|]^2 + G_{\text{МВЧ}}, \end{aligned} \quad (4)$$

где $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$ – весовые коэффициенты; f_m ($m = 1, 2, 3$) – средняя и крайние частоты в полосе $\Delta F_{\text{НЧ}}$; f_n ($n = 1, 2, 3$) – средняя и крайние частоты в полосе $\Delta F_{\text{ВЧ}}$; $G_{\text{МНЧ}}, G_{\text{МВЧ}}$ – штрафные функции.

При этом решение находится из условия минимизации:

$$(d_m, w_1, s, h_{\text{МНЧ}})_{\text{опт}} = \{(d_m, w_1, s, h_{\text{МНЧ}}) : \min [\Phi_{\text{МНЧ}}(d_m, w_1, s, h_{\text{МНЧ}})]\}, \quad (5)$$

$$(d_m, R, h_{\text{МВЧ}})_{\text{опт}} = \{(d_m, R, h_{\text{МВЧ}}) : \min [\Phi_{\text{МВЧ}}(d_m, R, h_{\text{МВЧ}})]\}. \quad (6)$$

Весовые коэффициенты $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$ в выражениях (3), (4) для определения параметров НЧ- и ВЧ-метаструктур получены из условий компромисса: НЧ-метаструктура должна обладать свойствами ИМП (коэффициент отражения $|\Gamma| = +1$) для уменьшения высоты профиля антенны НЧ-диапазона и при этом быть частично отражающей поверхностью для антенны ВЧ-диапазона; в свою очередь, ВЧ-метаструктура должна обладать свойствами ИМП для антенны ВЧ-диапазона и быть прозрачной (иметь минимальное значение коэффициента отражения) для антенны НЧ-диапазона. В результате имеем: $\alpha_1 = 0.43, \beta_1 = 0.66; \alpha_2 = 0.48, \beta_2 = 0.7$.

Стремление модуля фазы коэффициента отражения $|\Gamma|$ метаструктур к $\pi/4$ в выражениях (3), (4) диктуется выбором рабочей полосы метаструктур. В выражениях (1), (2) показано, что для обеспечения

коэффициента отражения от метаструктур $|\Gamma| = +1$ допускается использовать такие условия.

Оптимизация геометрических параметров НЧ- и ВЧ-метаструктур проводилась на основе симплекс-алгоритма Нелдера–Мида с применением канала Флоке.

На рис. 2а, 2б показаны НЧ- и ВЧ-метаструктуры, а также результаты моделирования фазы коэффициента отражения (рис. 2в, 2г) и модуля коэффициента отражения для метаструктуры без металлического экрана (рис. 2д, 2е).

Соответственно, получаем основные параметры выбранной структуры, отвечающие условиям (1), (2):

$$\begin{aligned} d_M &= 0.11\lambda_{\text{НЧ}} = 17 \text{ мм}, & w_1 &= 0.1\lambda_{\text{НЧ}} = 15 \text{ мм}, \\ R &= 0.025\lambda_{\text{НЧ}} = 3.7 \text{ мм}, \\ s &= 0.0033\lambda_{\text{ОВЧ}} = 0.5 \text{ мм}, \\ h_{\text{МНЧ}} &= 0.093\lambda_{\text{НЧ}} = 13.9 \text{ мм}, \\ h_{\text{МВЧ}} &= 0.037\lambda_{\text{НЧ}} = 5.5 \text{ мм}. \end{aligned}$$

2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВУХДИАПАЗОННОЙ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ

Общий вид двухдиапазонной АР приведен на рис. 3а. Антенная решетка НЧ-диапазона представляет собой два печатных вибраторных излучателя, возбуждаемых синфазно и расположенных в Н-плоскости на расстоянии $D \approx \lambda_{\text{НЧ}}/2$ друг от друга для устранения резонансов метаструктуры и асимметрии в диаграмме направленности [5].

Антенная решетка ВЧ-диапазона состоит из четырех (2×2) печатных вибраторных излучателей, расположенных под АР НЧ-диапазона.

Для АР НЧ-диапазона выбрана диэлектрическая подложка Rogers 4350 толщиной $t = 0.762$ мм, $\epsilon = 3.66$, для АР ВЧ-диапазона – диэлектрическая подложка Arlon AD255С толщиной $t = 1.016$ мм, $\epsilon = 2.6$. Габариты двухдиапазонной антенной решетки: $L = W = 1.02\lambda_{\text{НЧ}} = 153$ мм.

Основные геометрические параметры АР НЧ- и ВЧ-диапазонов:

$$\begin{aligned} l_d &= 0.37\lambda_{\text{НЧ}} = 55.4 \text{ мм}, \\ D_{\text{НЧ}} &= 0.381\lambda_{\text{НЧ}} = 57.2 \text{ мм}, \\ w_d &= 0.051\lambda_{\text{НЧ}} = 7.63 \text{ мм}, \\ h_{\text{НЧ}} &= 0.1\lambda_{\text{НЧ}} = 15.5 \text{ мм}, \\ D_{\text{ВЧ}} &= 0.69\lambda_{\text{ВЧ}} = 34.6 \text{ мм}, \\ l_{d2} &= 0.22\lambda_{\text{ВЧ}} = 11 \text{ мм}, \\ h_{\text{ВЧ}} &= 0.043\lambda_{\text{НЧ}} = 6.5 \text{ мм}. \end{aligned}$$

На рис. 3б приведена геометрия делителя мощности двухдиапазонной АР. Делитель имеет микрополосковое исполнение, выполнен на ди-

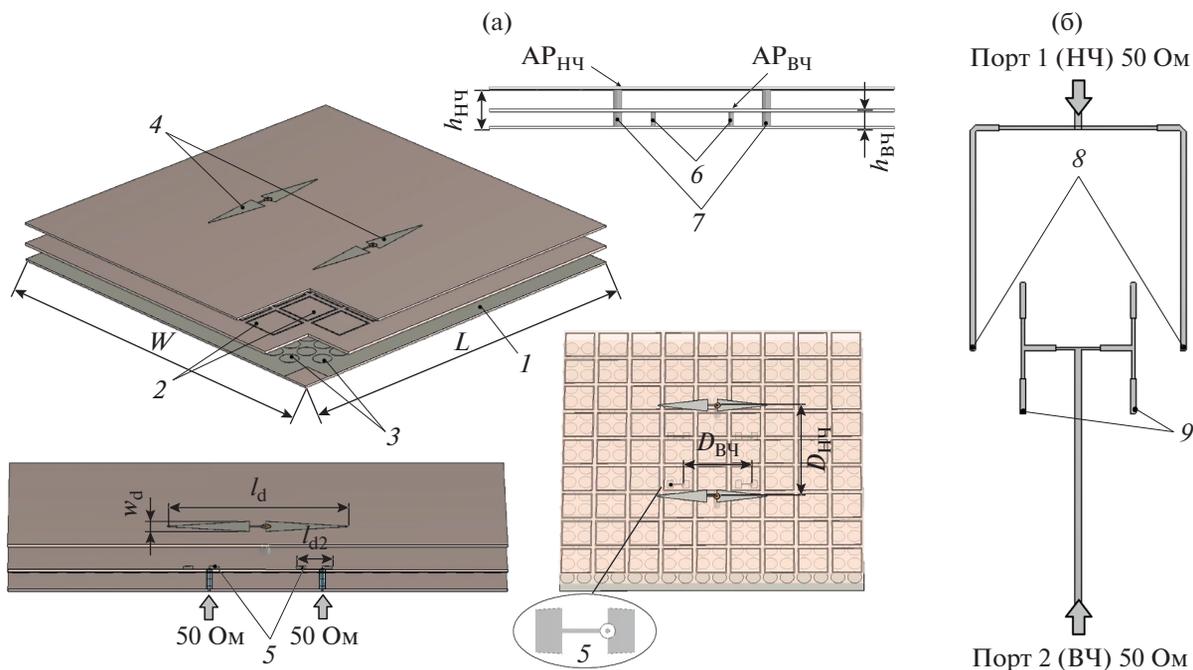


Рис. 3. Двухдиапазонная АР на основе метаструктур с ИМП и ЧОП (а) и делитель мощности двухдиапазонной АР (б): 1 – проводящий экран; 2 – НЧ-метаструктура; 3 – ВЧ-метаструктура; 4 – излучатели НЧ-диапазона; 5 – излучатели ВЧ-диапазона; 6 – коаксиальная система питания НЧ-диапазона; 7 – коаксиальная система питания ВЧ-диапазона; 8 – выходы на коаксиалы излучателей НЧ-диапазона; 9 – выходы на коаксиалы излучателей ВЧ-диапазона.

электрической подложке Rogers 4350 толщиной $t = 0.762$ мм с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 3.66$ и расположен под металлическим экраном. Делители мощности АР НЧ- и ВЧ-диапазонов представляют собой трехдецибелльные (3-дБ) делители, их выходы нагружены на вертикальные возбуждающие коаксиальные линии, концы коаксиальных линий соединены с излучателями.

Расчет двухдиапазонной АР проводили с использованием известной прикладной программы электродинамического моделирования, а достоверность результатов контролировали методом конечных разностей во временной области (КРВО). Отметим, что при расчете были использованы сетки разбиения из 16.8 млн прямоугольных ячеек.

На рис. 4а, 4б приведены зависимости коэффициента отражения $|\Gamma|$ от входа АР НЧ-диапазона и значение развязки между АР НЧ- и ВЧ-диапазонов в НЧ-диапазоне. Величина коэффициента отражения $|\Gamma| < -10$ дБ (по уровню коэффициента стоячей волны по напряжению КСВН < 2), при этом рабочая полоса решетки составила $\sim 45\%$. Значение развязки в рабочем диапазоне не превышает -20 дБ.

На рис. 4в приведена зависимость КУ ($G(\theta = 0^\circ)$) от частоты без влияния АР и метаструктур ВЧ-диапазона и с присутствием АР ВЧ-диапазона. В рабочем диапазоне частот величина КУ ≥ 9 дБ. Снижение КУ вблизи частоты 1.6 ГГц обусловлено конечным размером экрана АР (L и W на рис. 3), а

в районе 2.8 ГГц – фазочастотными свойствами НЧ-метаструктуры.

Из графика видно, что присутствие ВЧ-метаструктуры и АР ВЧ-диапазона практически не оказывает влияния на характеристики АР НЧ-диапазона, тем самым подтверждается корректность выбора используемых элементов.

На рис. 5 приведены сечения ДН АР НЧ-диапазона в Е- и Н-плоскостях на центральной частоте 2 ГГц, без АР и метаструктуры ВЧ-диапазона и с учетом их влияния.

На рис. 6а, 6б приведены соответственно зависимости коэффициента отражения $|\Gamma|$ от входа АР ВЧ-диапазона и развязки между АР ВЧ- и НЧ-диапазонов в ВЧ-диапазоне. Величина коэффициента отражения $|\Gamma| < -10$ дБ (по уровню коэффициента стоячей волны по напряжению КСВН < 2), при этом рабочая полоса решетки составила $\sim 18\%$. Значение развязки в рабочем диапазоне не превышает -20 дБ.

На рис. 6в приведена зависимость КУ от частоты без влияния АР и метаструктуры НЧ-диапазона и с присутствием АР и метаструктуры НЧ-диапазона. В рабочем диапазоне частот, величина КУ ≥ 8 дБ. Добавление в систему НЧ-метаструктуру со свойствами ЧОП (кривая 2) приводит к увеличению КУ вблизи центральной частоты 6 ГГц до 15 дБ, по сравнению с АР ВЧ-диапазона без НЧ-метаструктуры (кривая 1). Однако наблюдается сужение рабочей полосы частот, обусловленное ЧОП

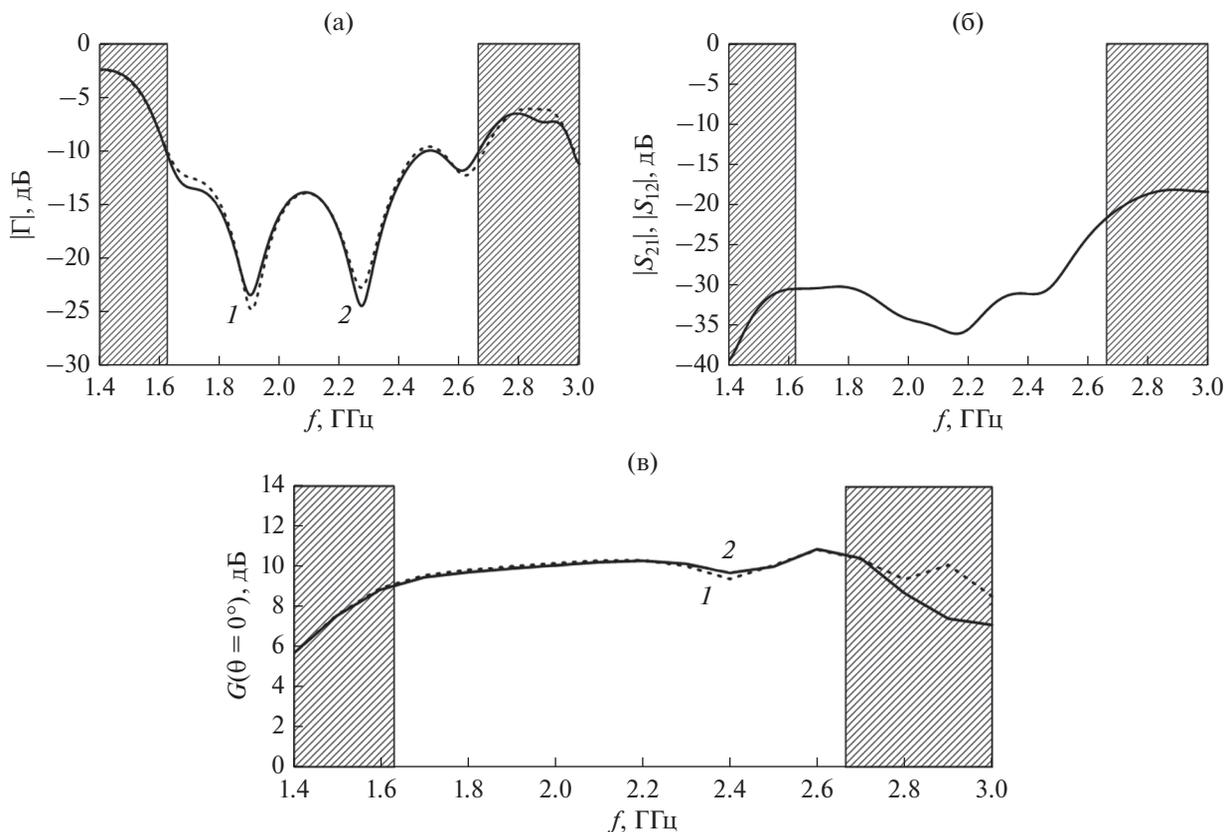


Рис. 4. Коэффициент отражения (а), S -параметры (б) и коэффициент усиления (в) двухдиапазонной АР в НЧ-диапазоне: кривая 1 – без АР ВЧ-диапазона и ВЧ-метаструктуры; кривая 2 – с АР ВЧ-диапазона и ВЧ-метаструктурой.

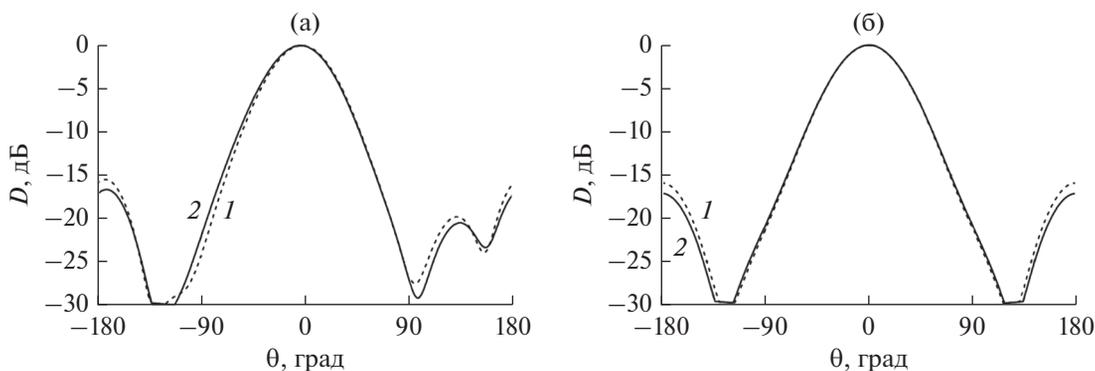


Рис. 5. Диаграмма направленности двухдиапазонной АР НЧ-диапазона в Е- (а) и Н-плоскости (б): кривая 1 – без АР ВЧ-диапазона и ВЧ-метаструктуры, кривая 2 – с АР ВЧ-диапазона и ВЧ-метаструктурой.

с $|\Gamma| \approx 0.7$ от НЧ-метаструктуры и свидетельствующее о переотражениях между НЧ-метаструктурой и металлическим экраном (рис. 1) [8].

Снижение КУ вблизи частоты 5.4 и 6.4 ГГц обусловлено расширением ДН из-за конечности апертуры АР, а также влиянием ослабленного поля на краях апертуры (рис. 8).

На рис. 7 показано распределение напряженности электрического поля E АР ВЧ-диапазона с использованием НЧ-метаструктур с ЧОП и без них. Равномерное распределение напряженности электрического поля E , возникающее на поверхности метаструктуры, приводит к увеличению эффективной площади АР и, как следствие, к ро-

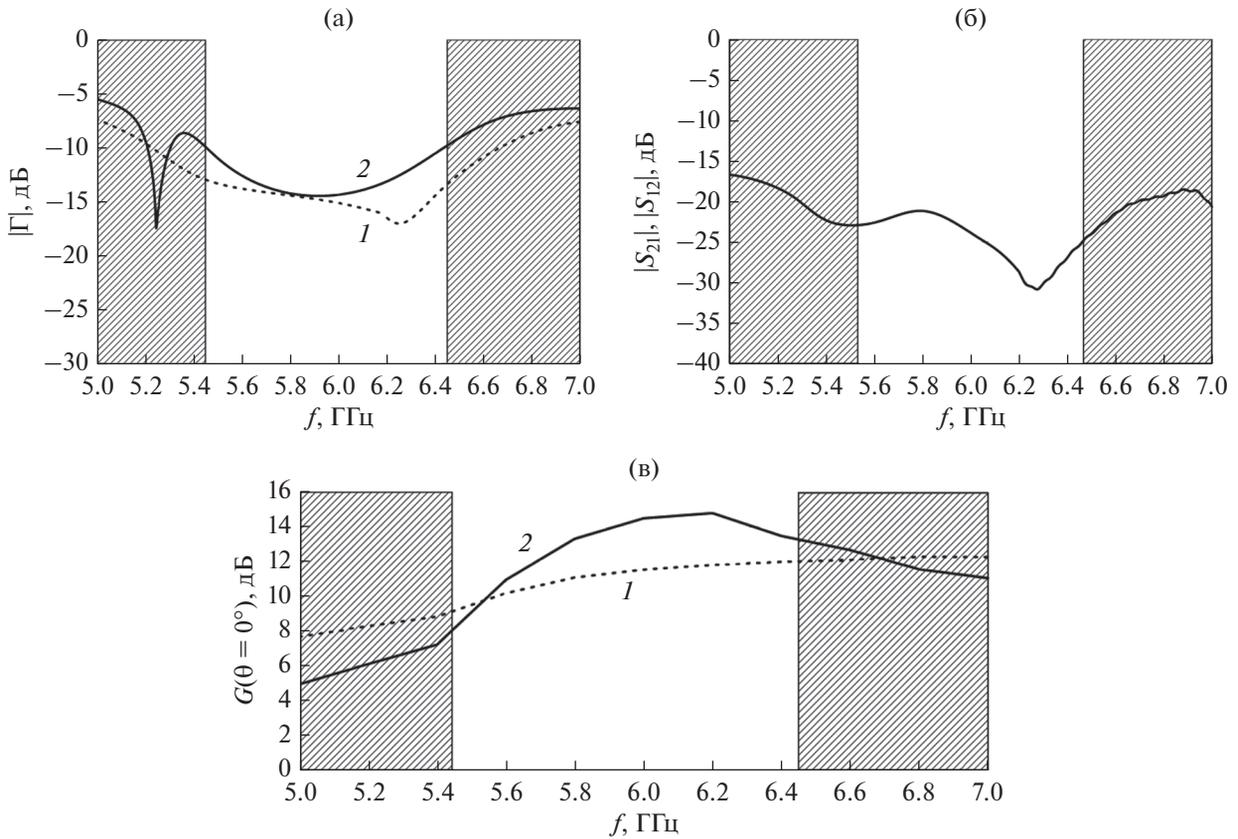


Рис. 6. Коэффициент отражения (а), S -параметры (б) и коэффициент усиления (в) двухдиапазонной АР в ВЧ-диапазоне: кривая 1 – без АР НЧ-диапазона и НЧ-метаструктуры; кривая 2 – с АР НЧ-диапазона и НЧ-метаструктурой.

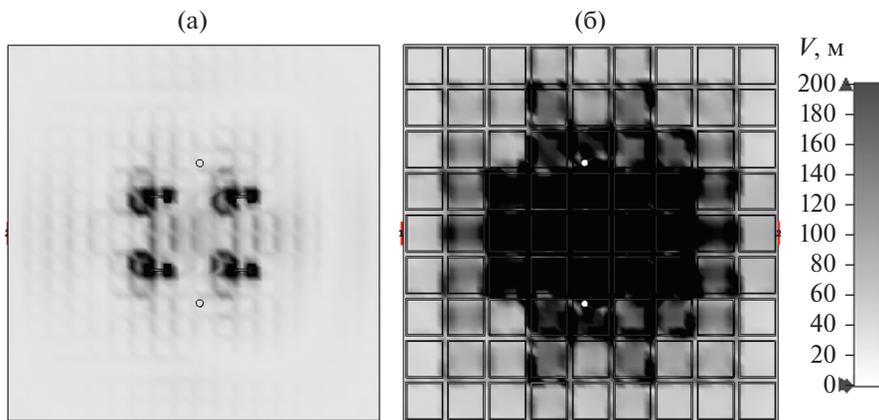


Рис. 7. Напряженность электрического поля E без НЧ-метаструктуры с ЧОП (а) и на поверхности НЧ-метаструктуры с ЧОП (б).

сту КУ АР ВЧ-диапазона, тем самым позволяя сократить количество излучателей АР.

На рис. 8 приведены ДН АР ВЧ-диапазона в E - и H -плоскостях на центральной частоте 6 ГГц без

АР и метаструктуры НЧ-диапазона и с учетом их влияния.

В табл. 1 приведены сравнительные характеристики трех схем совмещения АР НЧ- и ВЧ-диапазонов.

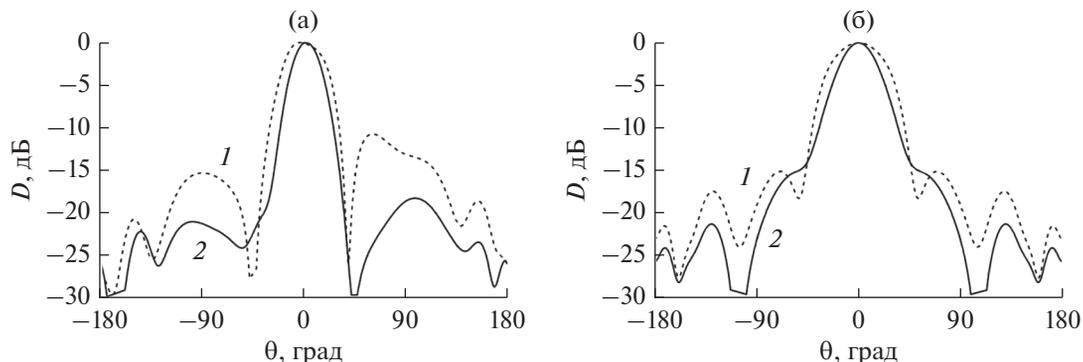


Рис. 8. Диаграмма направленности двухдиапазонной АР ВЧ-диапазона в Е- (а) и Н-плоскости (б): кривая 1 – без АР НЧ-диапазона и НЧ-метаструктуры, кривая 2 – с АР НЧ-диапазона и НЧ-метаструктурой.

Видно, что применение схемы $\text{ВЧ}_{\text{низ}}^{\text{ИМП}} \parallel \text{НЧ}_{\text{верх}}^{\text{ИМП/ЧОП}}$ дает выигрыш в числе излучателей АР ВЧ-диапазона по сравнению со схемами, представленными в [4, 5].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенное исследование показало, что построение совмещенной на одном полотне АР с отношением частот 1 : 3 и использованием метаструктур со свойством искусственного магнитного

проводника и частично отражающей поверхности позволяет снизить высоту профиля до $0.1\lambda_{\text{НЧ}}$ (на 62% по сравнению с классическим случаем совмещения вибраторно-вибраторных АР), получить высокие значения коэффициентов усиления и уменьшить число излучателей ВЧ-диапазона с коэффициентом децимации 1 : 2, за счет равномерного распределения напряженности электрического поля на поверхности НЧ-метаструктуры с ЧОП и ее возбуждения [9]. Представленное решение существенно упрощает компоновку фидерной системы,

Таблица 1. Сравнение схем совмещения АР на основе метаструктур

Литература	Типы схем совмещения	Высота профиля АР	G , дБ		$\Delta\omega_{3\text{дБ}}$, %	Развязка, дБ	Количество излучателей
			НЧ	ВЧ			
[4]	$\text{НЧ}_{\text{низ}} \parallel \text{ВЧ}_{\text{верх}}$	$0.17\lambda_{\text{НЧ}}$	НЧ	9...10.5	30	$S_{21} \leq -50$	2
			ВЧ	14...15	18	$S_{12} \leq -25$	8
[5]	$\text{ВЧ}_{\text{низ}} \parallel \text{НЧ}_{\text{верх}}$	$0.1\lambda_{\text{НЧ}}$	НЧ	8...10	40	$S_{21} \leq -40$	2
			ВЧ	14...15	18	$S_{12} \leq -20$	8
Данная работа	$\text{ВЧ}_{\text{низ}}^{\text{ИМП}} \parallel \text{НЧ}_{\text{верх}}^{\text{ИМП/ЧОП}}$	$0.1\lambda_{\text{НЧ}}$	НЧ	9...11	45	$S_{21} \leq -20$	2
			ВЧ	8...15	18	$S_{12} \leq -20$	4

уменьшает эффективное количество излучателей и при этом обеспечивает сохранность радиотехнических характеристик двухдиапазонной АР.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Space Antenna Handbook / Ed. W. Imbriale, S. Gao, L. Voccia. Chichester: John Wiley & Sons, 2012. P. 744.
2. Пономарёв Л.И., Степаненко В.И. Сканирующие многочастотные совмещенные антенные решетки. М.: Радиотехника, 2009.
3. Zhai H., Zhang K., Yang S., Feng D. // IEEE Antennas and Wireless Propag. Lett. 2017. V. 16. P. 2692.
4. Гринеv А.Ю., Измайлов А.А., Волков А.П. // Антенны. 2019. № 4. С. 20.
5. Гринеv А.Ю., Измайлов А.А. // РЭ. 2021. Т. 66. № 12. С. 1315.
6. Volkov A.P., Kakshin V.V., Grinev A.Yu. et al. // Microw. Opt. Technol. Lett. 2020. V. 62. № 10. P. 1.
7. Gardelli R., Albani M., Capolino F. // IEEE Trans. 2006. V. AP-54. № 7. P. 1979.
8. Qin F., Gao S., Luo Q. et al. // IEEE Trans. 2016. V. AP-64. № 7. P. 2914.
9. Измайлов А.А. Двухдиапазонная двухполяризационная антенная система авиационного мониторинга земной поверхности: дис. канд. техн. наук: М.: МАИ (НИУ), 2019. 145 с. https://www.mai.ru/events/defence/index.php?ELEMENT_ID=107718.

**АНТЕННО-ФИДЕРНЫЕ
СИСТЕМЫ**

УДК 621.396.677

**ФОРМИРОВАНИЕ ПРИЕМНЫХ ЛУЧЕЙ
В ПРИЕМО-ПЕРЕДАЮЩЕЙ ФАЗИРОВАННОЙ АНТЕННОЙ РЕШЕТКЕ
X-ДИАПАЗОНА ДЛЯ СОПРОВОЖДЕНИЯ ГРУППЫ ЦЕЛЕЙ
НА БЛИЗКИХ РАССТОЯНИЯХ ПРИ ОДНОВРЕМЕННОМ ПОДСВЕТЕ
РАДИОЛОКАЦИОННОЙ СТАНЦИЕЙ**© 2022 г. В. А. Кашин^а, И. С. Шурыгина^а, *^а НПО “Алмаз” им. академика А.А. Расплетина,
Ленинградский просп., 80, корп. 16, Москва, 125190 Российская Федерация

*E-mail: irshurygina@gmail.com

Поступила в редакцию 27.01.2022 г.

После доработки 16.02.2022 г.

Принята к публикации 25.02.2022 г.

Предложен подход к реализации параллельного во времени приема сигналов от группы целей, одновременно подсвеченных радиолокационной станцией (РЛС), который основан на использовании аналоговой приемно-передающей фазированной антенной решетки. Рассмотрена одна из возможных схем построения фазированной антенной решетки для работы по группе целей. Рассмотрен принцип управления фазовым распределением на раскрыве в режиме приема. Приведены оценки уменьшения потенциала РЛС и сокращения дальности обнаружения при применении описанного метода. Рассмотрен случай формирования четырех приемных лучей. Приведены результаты расчетов суммарных, разностных диаграмм направленности и пеленгационных характеристик для каждого из четырех лучей.

DOI: 10.31857/S0033849422090066

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В работе [1] предложен подход к повышению быстродействия при работе по группе целей (под группой целей понимается совокупность целей, разрешаемых радиолокационной станцией (РЛС) по угловым координатам). При этом предполагалось, что при сокращении дальности до группы целей РЛС переходит от последовательного во времени контакта с каждой целью (подсвет и прием отраженного сигнала) к параллельному, когда осуществляется одновременный подсвет целей и параллельный во времени прием отраженных сигналов.

Для реализации этого подхода в работе [1] предложено осуществлять в режиме передачи одно-временный подсвет целей за счет синтеза многолучевой диаграммы направленности фазированной антенной решетки (ФАР), а в режиме приема использовать цифровую приемную решетку с одновременным формированием цифровых лучей со своими цифровыми выходами для селекции каждой цели. Синтез многолучевой диаграммы на передачу исследован в [1] довольно подробно и прост в реализации. Однако формирование приемных лучей (по одному на каждую цель) с использованием цифровой антенной решетки явля-

ется трудно осуществимым на практике, так как современные ФАР для РЛС сопровождения в X-диапазоне имеют большое количество излучателей [2] и соответствующих им элементарных приемных каналов.

В данной работе рассматривается другой подход к формированию лучей для параллельного во времени приема сигналов от группы целей и их угловой пеленгации, который основан на использовании аналоговой приемно-передающей ФАР.

**2. СХЕМА ПОСТРОЕНИЯ
ФАЗИРОВАННОЙ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ**

Рассмотрим как одну из возможных схему построения для работы по группе целей (рис. 1) с учетом решений, реализованных в ФАР X-диапазона [2].

Возбуждение полотна осуществляется по эфиру. Полотно антенны содержит порядка 10^4 элементов [2]. Антенный элемент имеет входной и выходной излучатели и ферритовый фазовращатель фарадеевского типа с рабочей круговой поляризацией. Блок излучателей (рис. 2) содержит передающий облучатель I и два симметрично

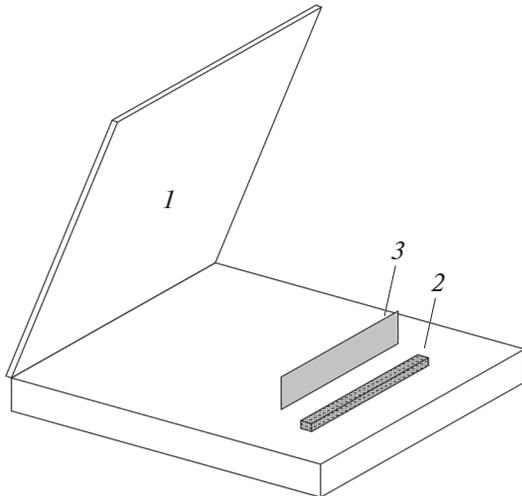


Рис. 1. Приемо-передающая ФАР: 1 – полотно антенных элементов, 2 – блок облучателей, 3 – поляризатор.

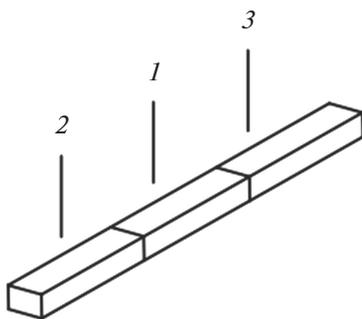


Рис. 2. Блок облучателей: 1 – передающий облучатель, 2 и 3 – комплект приемных облучателей.

расположенных комплекта приемных облучателей 2, 3.

Передающий облучатель 1 – это открытый конец волновода с расширяющимся вдоль своей оси поперечным сечением. Каждый приемный облучатель является сборкой рупоров [2] с тремя волноводными выходами, соответствующими суммарному и двум разностным каналам для реализации моноимпульсной пеленгации каждой цели. Передающий облучатель имеет горизонтальную поляризацию, приемные – вертикальную.

При движении нескольких целей в направлении РЛС, начиная с некоторой дальности, становится возможным их угловое разрешение. Если при этом дальность сокращается настолько, что возросшая мощность отраженных сигналов позволяет перейти к режиму работы по группе цели, то работа на передачу и прием осуществляется с формированием многолучевых диаграмм направленности (ДН). Передающий рупор излучает сферическую волну, которая при прохождении поляризатора изменяет горизонтальную поляризацию на круговую (рабочая поляризация фазовращателей). При прохождении волны через фазовраща-

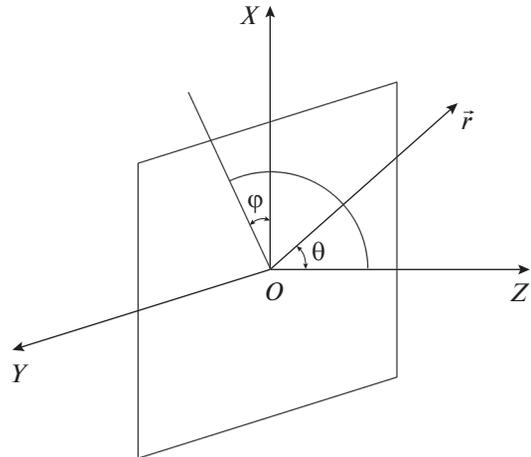


Рис. 3. Система координат, связанная с раскрытием ФАР; \vec{r} – вектор направления отклонения луча.

тель компенсируется сферический фазовый набег и формируется многолучевая ДН с числом лучей, равным числу целей.

На прием на раскрытии ФАР реализуется фазовое распределение, обеспечивающее разделение входящих от группы целей волн по разным приемным каналам за счет их раздельной одновременной фокусировки по разным приемным облучателям. Поляризация этих волн после прохождения поляризатора преобразуется из круговой на вертикальную.

3. УПРАВЛЕНИЕ ФАЗОВЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ НА РАСКРЫТИИ ФАЗИРОВАННОЙ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ В РЕЖИМЕ ПРИЕМА

По цепям управления в режиме приема полотно антенных элементов разбивается на вложенные подрешетки со случайным расположением элементов. Метод разбиения описан в работе [3]. Число подрешеток равно числу целей в группе. Число целей в группе не должно превышать число приемных облучателей.

Введем систему прямоугольных координат XYZ, связанную с раскрытием (рис. 3). Фазовое распределение q-й подрешетки $\Phi_q(x_n^{(q)}, y_m^{(q)})$ имеет две компоненты:

$$\Phi_q(x_n^{(q)}, y_m^{(q)}) = \Phi_q^{(сф)}(x_n^{(q)}, y_m^{(q)}) + \Phi_q^{(лин)}(x_n^{(q)}, y_m^{(q)}), \quad (1)$$

где $\Phi_q^{(лин)}(x_n^{(q)}, y_m^{(q)})$ – линейное фазовое распределение, обеспечивающее ориентацию приемного луча в направлении q-й цели, $\Phi_q^{(сф)}(x_n^{(q)}, y_m^{(q)})$ – нелинейное фазовое распределение, обеспечивающее формирование сходящейся сферической волны, сфокусированной на q-й приемный ру-

Таблица 1. Параметры РЛС, связанные с уменьшением потенциала

Параметр	Число лучей, Q					
	1	2	3	4	5	6
Уменьшение потенциала, дБ	0	-2.25	-3.57	-4.51	-5.24	-5.83
Сокращение дальности обнаружения	1	1.68	2.27	2.82	3.34	3.83
Дальность обнаружения, км	180	107.02	78.96	63.64	58.83	46.95

Примечание. Предполагается, что дальность обнаружения в однолучевом режиме составляет 180 км.

пор, $x_n^{(q)}, y_m^{(q)}$ – координаты излучателей с номерами q -й подрешетки.

Фазовое распределение (1) обеспечивает формирование для каждого приемного луча суммарную и две разностные ДН, благодаря конструкции многорупорного приемного облучателя [2].

Остановимся подробнее на процедуре разбиения антенного полотна на Q вложенных подрешеток со случайным расположением элементов. Для этого перейдем от нумерации антенных элементов двумя числами $n \in (1, \dots, N)$ и $m \in (1, \dots, M)$ (номер столбца и номер строки) к сквозной нумерации одной последовательностью чисел $r \in (1, \dots, R)$, где $R = MN$. Чтобы разбить полотно ФАР на вложенные подрешетки, рассмотрим реализацию $R = MN$ случайных чисел η_r , равномерно распределенных на интервале $[0, 1]$.

Интервал разбиваем на Q интервалов длиной L_q :

$$\sum_{q=1}^Q L_q = 1.$$

Интервал L_q пропорционален среднему числу элементов в q -й подрешетке. Если случайное число η_r попадает на интервал L_q , то антенный элемент с номером r относим к q -й подрешетке. Антенные элементы q -й подрешетки фазуем в направлении q -й цели. Линейное фазовое распределение в (1) приобретает вид

$$\Phi_q^{(\text{лин})}(x_n^{(q)}, y_m^{(q)}) = -k(x_n^{(q)}u_q + y_m^{(q)}v_q), \quad (2)$$

где $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число, λ – длина волны,

$$u_q = \sin \theta_q \cos \varphi_q, \quad v_q = \sin \theta_q \sin \varphi_q. \quad (3)$$

Здесь θ_q, φ_q – углы, характеризующие направление ориентации главного максимума луча q -й подрешетки.

Диаграмма направленности любого из трех моноимпульсных каналов q -й подрешетки с фазовым распределением (2) имеет вид

$$F_q(u, v) = \sum_{n, m \in R_q} A(x_n^{(q)}, y_m^{(q)}) \times \exp\{ik[x_n^{(q)}(u - u_q) + y_m^{(q)}(v - v_q)]\}, \quad (4)$$

где R_q – множество номеров n, m , принадлежащие q -й подрешетке, $A(x_n^{(q)}, y_m^{(q)})$ – амплитудное распределение канала. Среднее значение диаграммы (4) определяем по формуле

$$\overline{F_q(u, v)} = L_q F(u, v), \quad (5)$$

где

$$F(u, v) = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M A(x_n, y_m) \times \exp\{ik[x_n(u - u_q) + y_m(v - v_q)]\} \quad (6)$$

– ДН одного из трех моноимпульсных каналов однолучевой решетки с максимумом суммарного луча, ориентированного в направлении q -й цели;

$$A(x_n, y_m) = \begin{cases} A_{\Sigma}(x_n, y_m) \\ A_{\Delta\varphi}(x_n, y_m) \\ A_{\Delta\varepsilon}(x_n, y_m) \end{cases} \quad (7)$$

– амплитудное распределение канала, A_{Σ} – для суммарного канала, $A_{\Delta\varphi}$ – для разностного азимутального канала, $A_{\Delta\varepsilon}$ – для разностного угломестного канала.

Оценим, с какой дальности осуществляется использование алгоритма управления фазами (1). Из работы [3] следует, что при статистическом фазовом распределении на раскрыве, формирующем Q лучей с одинаковыми коэффициентами усиления, падение коэффициента усиления в каждом луче по отношению к однолучевому режиму пропорционально $1/Q^2$. Падение коэффициента усиления в каждом луче синтезированной передающей многолучевой диаграммы примерно пропорционально $1/Q$. Поэтому суммарное уменьшение коэффициента усиления на передачу и прием пропорционально $1/Q^3$.

Для того чтобы не проиграть в потенциале РЛС, необходимо начинать работу с дальности, когда возрастающий уровень полезного сигнала компенсирует суммарное падение потенциала в режиме передачи и приема. В табл. 1 в зависимости от числа лучей приведены параметры РЛС, связанные с уменьшением потенциала.

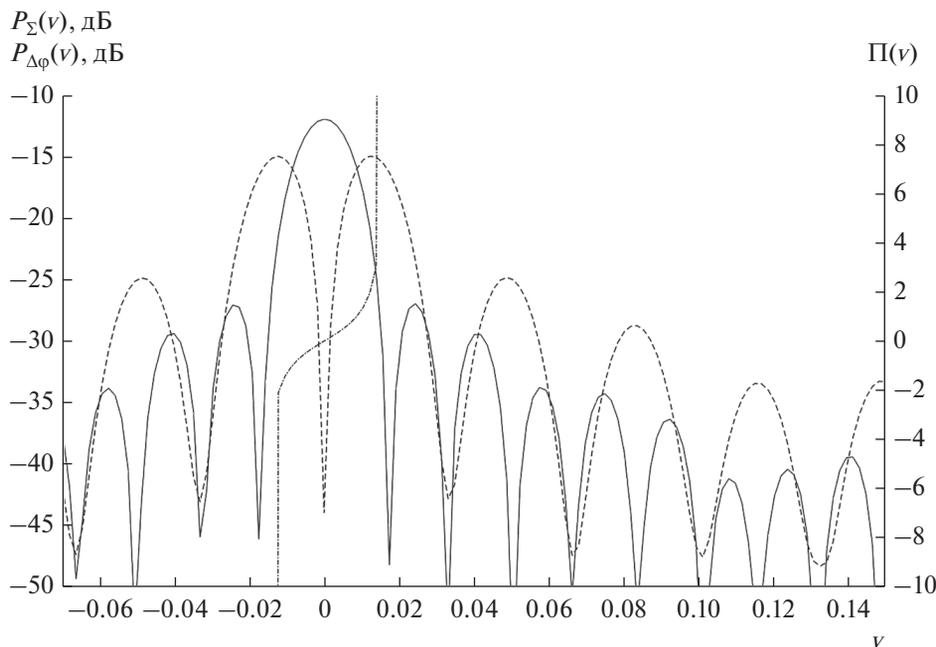


Рис. 4. Суммарная (сплошная кривая), разностная (штриховая) диаграммы направленности и пеленгационная характеристика (штрихпунктирная) для луча первой вложенной подрешетки с направлением максимума $\nu_1 = 0$.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ ДИАГРАММНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

Расчеты проводили применительно к ФАР, которая имеет 10^4 антенных элементов, расположенных эквидистантно в $N = 100$ столбцах и $M = 100$ строках с одинаковыми междуэлементными расстояниями вдоль строк и столбцов $d_x = d_y = 0.6\lambda$ (λ — длина волны). Антенную решетку по цепям управления разбиваем на вложенные подрешетки. Каждая подрешетка формирует суммарную и две разностные ДН для реализации амплитудного суммарно-разностного метода моноимпульсной пеленгации [4] в двух плоскостях XOZ, YOZ (см. рис. 3).

При проведении расчетов использовались идеализированные амплитудные распределения (7), которые не влияют на статистический характер формируемых ДН (4):

$$\begin{cases} A_{\Sigma}(x_n, y_m) = a, \text{ для любых } x_n, y_m \\ A_{\Delta\varphi}(x_n, y_m) = \begin{cases} a, x_n > 0 \\ -a, x_n < 0 \end{cases} \\ A_{\Delta\epsilon}(x_n, y_m) = \begin{cases} a, y_m > 0 \\ -a, y_m < 0 \end{cases} \end{cases}, \quad (8)$$

т.е. для суммарного канала амплитудное распределение является равномерным, для разностных-ступенчатым знакопеременным. Здесь a — некоторая константа. Амплитудные распределения предпо-

лагались одинаковыми вне зависимости от номера канала q , поэтому ДН разных каналов отличались друг от друга только статистическим фоном.

Расчеты проводились для случая формирования четырех лучей. Лучи отклонялись в азимутальной плоскости YOZ (см. рис. 3). Реализации суммарных и разностных ДН для четырех лучей приведены на рис. 4–7 (шкала слева для суммарной ($P_{\Sigma}(\nu)$) и разностной ($P_{\Delta\varphi}(\nu)$) ДН по мощности). Обобщенные углы отклонения ν_q ($q = 1, \dots, 4$) имели значения:

$$\nu_1 = 0, \nu_2 = 0.087, \nu_3 = 0.174, \nu_4 = 0.261. \quad (9)$$

Там же приведены пеленгационные характеристики $\Pi(\nu)$ (шкала справа), которые вычисляли в соответствии с соотношением [4]

$$\Pi(\nu) = \frac{|F_{q\Delta\varphi}(\nu)|}{|F_{q\Sigma}(\nu)|} \sin(\Phi_{q\Delta\varphi} - \Phi_{q\Sigma}), \quad (10)$$

где $F_{q\Sigma}(\nu)$ и $F_{q\Delta\varphi}(\nu)$ — суммарная и разностные ДН в плоскости $u = 0$ (4), $\Phi_{q\Delta\varphi}$ и $\Phi_{q\Sigma}$ — фазовые характеристики этих ДН. На рис. 6 приведены суммарная и разностная ДН, пеленгационная характеристика для однолучевого режима.

Нормировка максимумов суммарных диаграмм на рис. 4–7 проведена относительно максимума суммарной диаграммы однолучевого режима. Разностные диаграммы в направлениях отклонения (9) не имели точных нулевых значений (отклонения приведены в табл. 2). Это объясняется тем, что

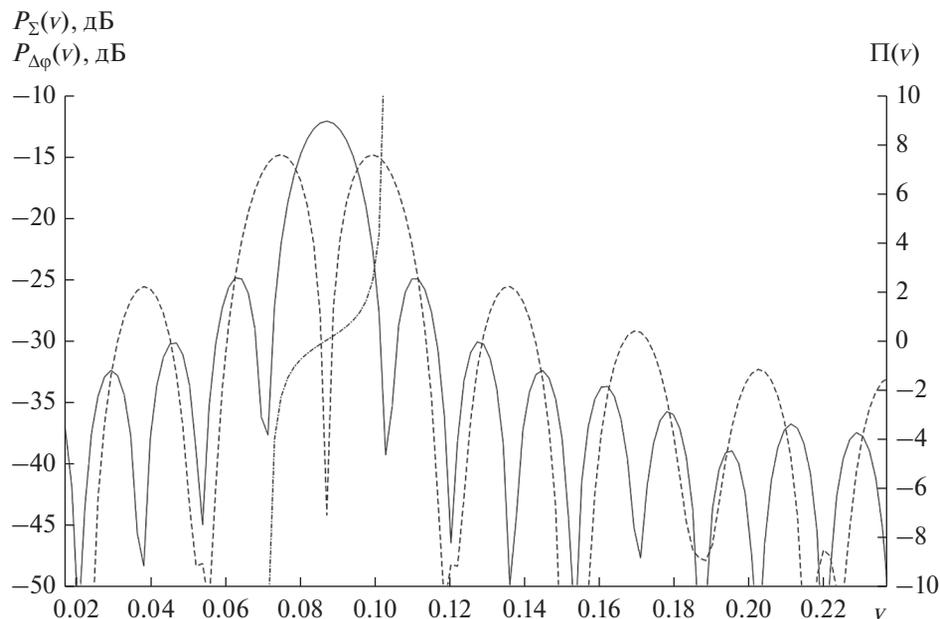


Рис. 5. Суммарная (сплошная кривая), разностная (штриховая) диаграммы направленности и пеленгационная характеристика (штрихпунктирная) для луча второй вложенной подрешетки с направлением максимума $v_2 = 0.087$.

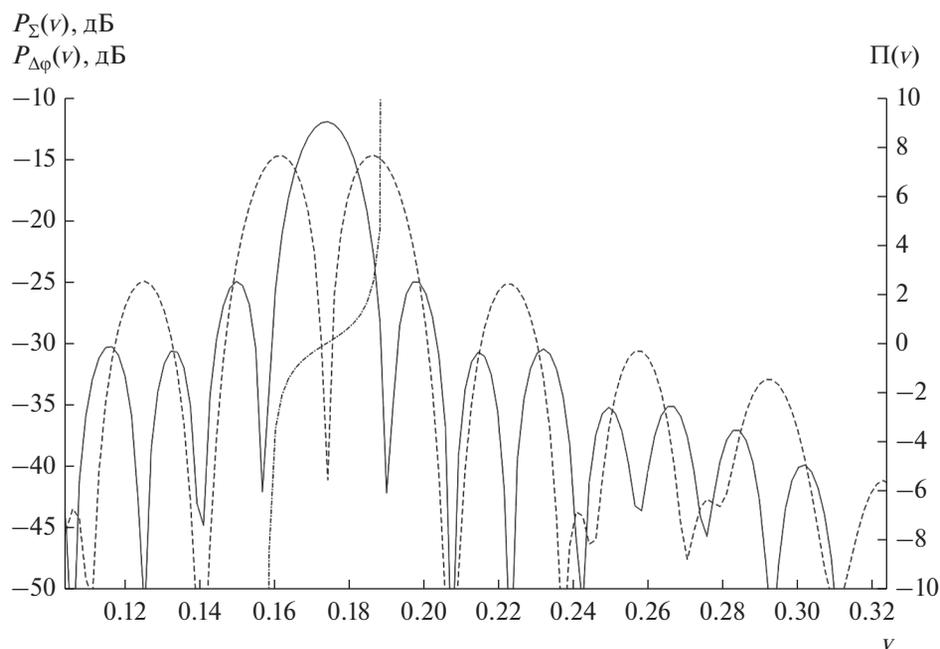


Рис. 6. Суммарная (сплошная кривая), разностная (штриховая) диаграммы направленности и пеленгационная характеристика (штрихпунктирная) для луча третьей вложенной подрешетки с направлением максимума $v_3 = 0.174$.

из-за статистического характера расположения антенных элементов в каждой подрешетке число элементов на левой ($y > 0$) и правой ($y < 0$) поло-

винках раскрыва не равны друг другу. Но глубина нуля достаточно большая. В табл. 2 приведены характеристики синтезированных ДН.

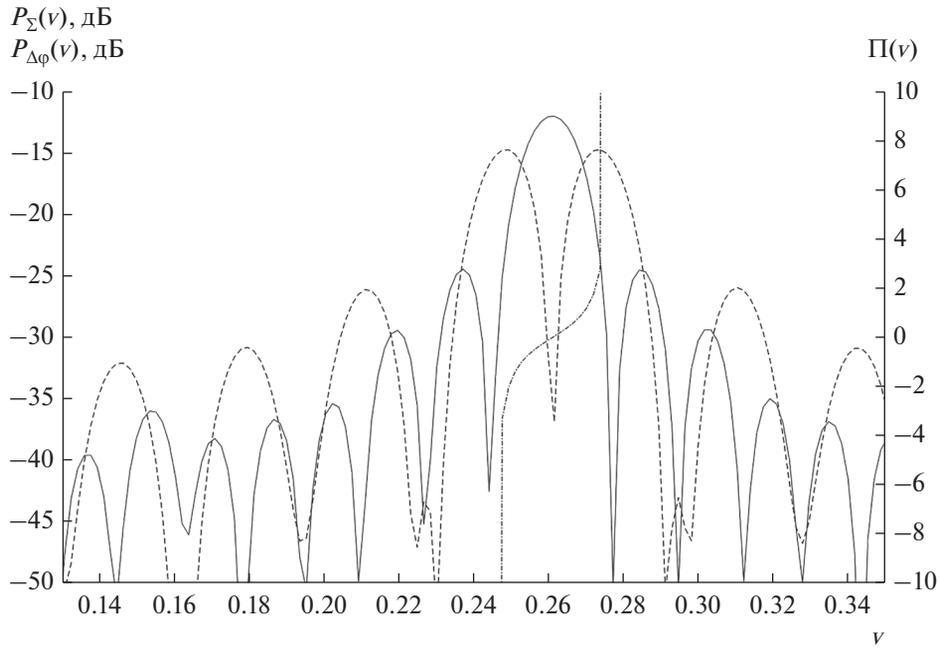


Рис. 7. Суммарная, разностная диаграммы направленности и пеленгационная характеристика для луча четвертой вложенной подрешетки с направлением максимума $\nu_4 = 0.261$.

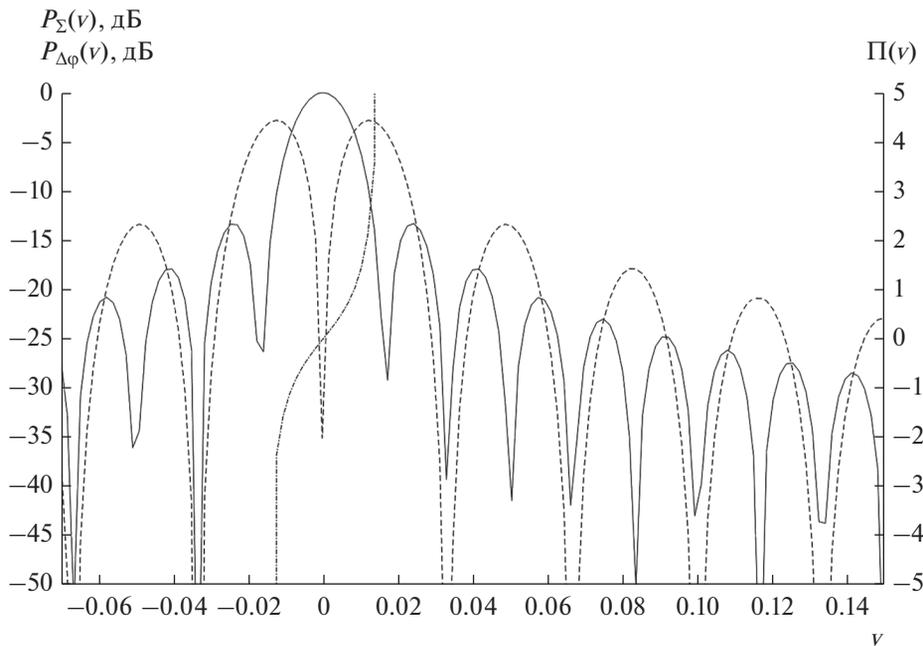


Рис. 8. Суммарная (сплошная кривая), разностная (штриховая) диаграммы направленности и пеленгационная характеристика (штрихпунктирная) для луча с направлением максимума $\nu = 0$ при однолучевом режиме всей решетки.

ВЫВОДЫ

1. Предложена конструкция приемо-передающей ФАР с формированием нескольких приемных лучей, имеющая суммарные потери коэффи-

циента усиления на прием и передачу пропорциональные $1/Q^3$, где Q – число формируемых лучей.

2. Ширина суммарной диаграммы направленности и крутизна пеленгационной характери-

Таблица 2. Характеристики синтезированных ДН

Параметр	Многолучевой режим				Однолучевой режим
Обобщенный угол отклонения луча ν , рад	0	0.087	0.174	0.261	0
Снижение коэффициента усиления суммарной диаграммы, дБ	-12.03	-12.19	-11.83	-12.15	0
Глубина нуля разностной диаграммы относительно уровня суммарной, дБ	-34.88	-30.46	-27.03	-24.72	-35.08
Сдвиг нуля пеленгационной характеристики, град (рад)	0.0015 (-2.66×10^{-5})	0.0006 (1.05×10^{-5})	0.0002 (3.49×10^{-6})	0.0008 (1.43×10^{-5})	0
Крутизна пеленгационной характеристики, 1/град	1.6690	1.6348	1.6333	1.7743	1.6603
Ширина луча суммарной диаграммы, град (рад)	0.8594 (0.0150)	0.8365 (0.0146)	0.8423 (0.0147)	0.8365 (0.0146)	0.8365 (0.0146)

ки каждого приемного канала такие же, как у однолучевой решетки. Данный результат достигнут за счет использования для каждого приемного канала расположения элементов по всему раскрытию антенной решетки. В результате полотно антенных элементов по цепям управления было разбито на Q вложенных подрешеток.

3. Для исключения появления боковых лепестков большого уровня антенные элементы вложенных подрешеток расположены случайным образом на раскрытие.

4. Максимальное количество формируемых лучей определено количеством приемных облучателей. Изменение количества приемных лучей и их ориентации осуществляется оперативно по цепям управления антенными элементами.

5. Для снижения уровня боковых лепестков в направлениях на активные помехи можно использовать систему автокомпенсации помех [5] с

введением дополнительных антенн в каналы автокомпенсации.

6. Подчеркнем, что подрешетки используют пространственное возбуждение антенных элементов. Использование фидерного возбуждения приводит к очень сложной, трудно реализуемой конструкции фидерной разводки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шурыгина И.С., Кашин В.А. // РЭ. 2021. Т. 66. № 10. С. 966.
2. Bunkin V.V., Lemanski A.A. // L'Onde Électrique. 1994. V. 74. № 3. P.13.
3. Железняк М.М., Калачев В.Н., Кашин В.А. // РЭ. 1974. Т. 19. № 4. С. 671.
4. Леонов А.И., Фомичев К.И. Моноимпульсная радиолокация. М.: Радио и связь, 1984. С. 312.
5. Радиозлектронные системы / Под ред. Я.Д. Ширмана. М.: Радиотехника, 2007. С. 512.

**ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ
ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ**

УДК 621.391.2

**СУБОПТИМАЛЬНЫЕ АЛГОРИТМЫ С ПЕРЕПРИСВОЕНИЕМ
ПАРАМЕТРОВ ДЛЯ ПРИЕМА И ОБРАБОТКИ ВОС-СИГНАЛОВ
В ГЛОБАЛЬНЫХ НАВИГАЦИОННЫХ СПУТНИКОВЫХ СИСТЕМАХ**© 2022 г. М. С. Ярлыков^а, *, С. М. Ярлыкова^б, **^а Редакция журнала “Радиотехника и электроника”,
ул. Моховая, 11, стр. 7, Москва, 125009 Российская Федерация^б Институт кибернетики Российского технологического университета МИРЭА,
просп. Вернадского, 78, Москва, 119454 Российская Федерация

*E-mail: red@cplire.ru

**E-mail: yarlykova@mirea.ru

Поступила в редакцию 05.04.2022 г.

После доработки 24.04.2022 г.

Принята к публикации 26.04.2022 г.

В рамках марковской теории оценивания на основе метода переприсвоения параметров вектора непрерывных процессов разработаны субоптимальные алгоритмы приема и обработки ВОС-сигналов, предназначенных для применения в глобальных навигационных спутниковых системах (ГНСС), таких как GPS (США), ГЛОНАСС (Россия), Galileo (Евросоюз) и BeiDou (Китай). Задача решена применительно к векторному дискретно-непрерывному марковскому случайному процессу для случая, когда его непрерывная часть представляет собой векторный диффузионный марковский процесс, а дискретная часть характеризуется простой цепью Маркова на несколько положений. Принято, что полезные ВОС-сигналы наблюдаются на фоне аддитивного белого гауссовского шума. Получены аналитические соотношения для субоптимальной условной оценки и матрицы ковариаций субоптимальных условных ошибок оценивания выборки вектора непрерывных параметров. Представлены структурные схемы тех модулей субоптимальной системы приема и обработки ВОС-сигналов в ГНСС, которые отличаются от соответствующих модулей квазиоптимальной системы. Результаты работы полностью применимы в случаях шумоподобных сигналов современных ГНСС, у которых ВОС-сигналы пока не используются.

DOI: 10.31857/S0033849422090169

ВВЕДЕНИЕ

Данная работа является развитием предыдущей работы [1], в которой на базе марковской теории оценивания (МТО) методом синтеза с переприсвоением параметров вектора непрерывных процессов (НП) были получены аналитические соотношения для оптимальных и квазиоптимальных алгоритмов приема и обработки навигационных шумоподобных сигналов (ШПС) и, в частности, перспективных ВОС-сигналов (binary offset carrier modulated signals), глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС), таких как GPS (США), Galileo (Европейский союз), ГЛОНАСС (Россия) и BeiDou (Китай), а также региональных навигационных спутниковых систем NavIC (Индия) и QZSS (Япония) [2–6].

При реализации на практике в приемниках ГНСС синтезированных квазиоптимальных алгоритмов с учетом области применения и круга решаемых задач на них, как правило, накладываются

дополнительные ограничения и приближения. В результате в приемниках ГНСС используются субоптимальные (более простые) алгоритмы.

В работе полагаем, что приемник ГНСС установлен на высокودинамичном подвижном объекте, в частности, на летательном аппарате (ЛА), таком как самолет, вертолет, беспилотный ЛА и т.д. При этом определение местоположения и параметров динамики перемещения подвижного объекта в ГНСС основывается на псевдодальномерном беззапросном методе, при котором требуется одновременная видимость минимум четырех навигационных космических аппаратов (НКА) [5, 6].

Чтобы на основе измеренных псевдодальномерных вычислить прямоугольные координаты подвижного объекта (например, в системе ПЗ-90 или WGS-84), в приемнике ГНСС, кроме того, необходимо для каждого НКА иметь сведения об эфемерисах, альманахе, поправках к бортовой шкале времени (ШВ) и т.д., полученные с помо-

стью принятой навигационной служебной информации (СИ) [5, 6].

Таким образом, принимаемый от j -го НКА полезный ВОС-сигнал $s_j(t)$ представляет собой нелинейную функцию от векторного дискретно-непрерывного процесса (ДНП) $[\mathbf{X}^T(t), \Theta_j(t)]^T$:

$$s_j(t) = s_j[t, \Theta_j(t), \mathbf{X}(t)], \quad (1)$$

где j – номер НКА, $j = \overline{1, J}$, J – общее число всех одновременно видимых в данный момент времени НКА, T – символ транспонирования.

Векторный ДНП $[\mathbf{X}^T(t), \Theta_j(t)]^T$ имеет дискретную часть в виде дискретного процесса (ДП) $\Theta_j(t)$, который содержит навигационную СИ от j -го НКА, и непрерывную часть, представляющую собой векторный диффузионный марковский случайный процесс $\mathbf{X}(t)$ (или его выборку).

Компоненты векторного НП $\mathbf{X}(t)$, как правило, характеризуют запаздывание принимаемого радиосигнала (содержащее информацию о пространственном положении и динамике перемещения подвижного объекта), фазу радиосигнала, доплеровский сдвиг частоты и т.д. [5–7].

Дискретный параметр $\Theta_j(t)$ в принимаемом от j -го НКА ВОС-сигнале $s_j(t)$ (1) является манипулируемой фазой и аппроксимируется простой цепью Маркова на M положений [5, 6].

Задача синтеза оптимальных и квазиоптимальных алгоритмов приема и обработки ВОС-сигналов в [1] была решена на основе МТО методами нелинейной обработки векторных дискретно-непрерывных марковских случайных процессов [7–11].

Как известно, у навигационных ШПС, в том числе и у ВОС-сигналов, время корреляции компонент вектора НП $\mathbf{X}(t)$ много больше длительности такта цепи Маркова, характеризующей ДП $\Theta_j(t)$ ($j = \overline{1, J}$) [4, 10, 11]. В силу этого в [1] вектор НП $\mathbf{X}(t)$ в пределах каждого тактового интервала принимаемого радиосигнала был аппроксимирован векторным квазислучайным процессом, что позволило при разработке алгоритмов применить метод поэтапного решения уравнения Стратоновича [10, 12].

Кроме того, в [1] при разложении совместной апостериорной плотности вероятности (АПВ) векторного ДНП $[\mathbf{X}^T(t), \Theta_j(t)]^T$ был использован метод синтеза с переприсвоением параметров вектора НП $\mathbf{X}(t)$ [10, 11].

При получении субоптимальных алгоритмов многомерные дискриминаторы и другие модули в структуре приемников ГНСС разрабатываются применительно к своему частному пространству состояний, характеризуемому вектором параметров радиосигнала (ПРС) $\mathbf{Y}_j(t)$ [7, 13].

Каждый вектор ПРС $\mathbf{Y}_j(t)$ соответствует принимаемому от j -го НКА ВОС-сигналу $s_j(t)$ (1), который может быть записан в виде [1, 7, 10]:

$$s_j(t) = s_j[t, \Theta_j(t_k), \mathbf{Y}_j(t)], \quad j = \overline{1, J}. \quad (2)$$

Компоненты вектора ПРС $\mathbf{Y}_j(t)$ представляют собой параметры, от которых принимаемый радиосигнал $s_j(t)$ непосредственно зависит (псевдодальность и псевдоскорость подвижного объекта, фаза и частота сигнала $s_j(t)$ и т.п.). Число векторов ПРС $\mathbf{Y}_j(t)$ равно J – числу всех одновременно видимых НКА.

Взаимосвязь каждого вектора ПРС $\mathbf{Y}_j(t)$ с вектором НП $\mathbf{X}(t)$ определяется соотношением [1, 7, 13]:

$$\mathbf{Y}_j(t) = \mathbf{L}_j\{\mathbf{X}(t)\}, \quad (3)$$

где $\mathbf{L}_j\{\mathbf{X}(t)\}$ – известная нелинейная векторная функция, вектор-столбец $\mathbf{Y}_j(t)$ имеет размер $(m \times 1)$, вектор-столбец $\mathbf{X}(t)$ имеет размер $(n \times 1)$.

При получении субоптимальных алгоритмов важную роль играют матрицы Якоби, характеризующие функциональные связи между компонентами вектора НП $\mathbf{X}(t)$ и векторов ПРС $\mathbf{Y}_j(t)$, где $j = \overline{1, J}$.

Матрица Якоби $\mathbf{L}'_j(t)$ определяется как частная производная вектора-столбца $\mathbf{Y}_j(t)$ по вектору-столбцу $\mathbf{X}(t)$ [7, 10, 13]:

$$\mathbf{L}'_j(t) \triangleq \frac{\partial \mathbf{Y}_j(t)}{\partial \mathbf{X}(t)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial y_{j1}}{\partial x_1} & \frac{\partial y_{j1}}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial y_{j1}}{\partial x_n} \\ \frac{\partial y_{j2}}{\partial x_1} & \frac{\partial y_{j2}}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial y_{j2}}{\partial x_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial y_{jm}}{\partial x_1} & \frac{\partial y_{jm}}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial y_{jm}}{\partial x_n} \end{bmatrix}, \quad j = \overline{1, J}. \quad (4)$$

Видно, что каждая матрица Якоби $\mathbf{L}'_j(t)$ имеет размер $(m \times n)$.

Для ряда приложений в области навигации, в том числе и применительно к ГНСС, изменения во времени элементов матриц Якоби $\mathbf{L}'_j(t)$, где $j = \overline{1, J}$, на тактовых полуинтервалах $[t_k, t_{k+1})$, где $k = 0, 1, 2, \dots$, пренебрежимо малы. В силу этого при формировании субоптимальных алгоритмов полагаем постоянными во времени матрицы Якоби на тактовых полуинтервалах [7, 10, 13]:

$$\mathbf{L}'_j(t) = \mathbf{L}'_j = \text{const}, \quad t \in [t_k, t_{k+1}), \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (5)$$

Как видно из (3) и (4), число матриц Якоби $\mathbf{L}'_j(t)$ равно числу всех одновременно видимых НКА J .

Цель работы – на основе алгоритмов с переприсвоением параметров получить аналитические соотношения субоптимальных условных оценок выборки вектора НП $\mathbf{X}(t)$ и ковариационной матрицы субоптимальных условных ошибок оценивания выборки вектора НП $\mathbf{X}(t)$, а также разработать соответствующую структурную схему тех модулей субоптимальной системы, которые отличны от модулей соответствующей квазиоптимальной системы.

В примерах используются sinВОС-сигналы с меандровой модуляцией типа ВОС(1,1) на несущей частоте $f_H = 1575.42$ МГц при базовой (опорной) частоте $f_{оп} = 1.023$ МГц, которые характерны для E10S сигналов ГНСС Galileo и для L1C сигналов ГНСС GPS применительно к спутникам GPS III [3, 4, 14, 15].

В работе всюду каждый вектор представляет собой вектор-столбец; производная от скалярной функции по вектору-столбцу понимается как вектор-строка, а выражения вида $\left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{Y}_{jk}^*} \right]$ рассматриваются как операторы, воздействующие на функции, расположенные после них.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Полагаем, что вектор наблюдения (ВН) $\Xi(t)$ на входе приемника ГНСС имеет вид

$$\Xi(t) = [\xi_1(t), \xi_2(t), \dots, \xi_j(t), \dots, \xi_J(t)]^T, \quad \text{где} \quad (6)$$

$$t \in [t_0, t], \quad j = \overline{1, J},$$

и характеризуется соотношением

$$\Xi(t) = \mathbf{S}(t) + \mathbf{G}_{\Xi}(t)\mathbf{N}(t), \quad t \in [t_0, t], \quad j = \overline{1, J}, \quad (7)$$

где

$$\mathbf{S}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_j(t), \dots, s_J(t)]^T$$

– вектор принимаемых полезных ВОС-сигналов от всей совокупности J одновременно видимых в данный момент НКА группировки ГНСС;

$$\mathbf{N}(t) = [n_1(t), n_2(t), \dots, n_j(t), \dots, n_J(t)]^T$$

– вектор аддитивных независимых стандартных белых гауссовских шумов (БГШ) с известными характеристиками; j – номер НКА.

Переходная матрица $\mathbf{G}_{\Xi}(t)$, входящая в (7), определяет матрицу интенсивностей шумов $\mathbf{B}_{\Xi\Xi}(t)$:

$$\mathbf{B}_{\Xi\Xi}(t) = \mathbf{G}_{\Xi}(t)\mathbf{G}_{\Xi}^T(t), \quad (8)$$

где матрица $\mathbf{B}_{\Xi\Xi}(t)$ – невырожденная, т.е. $\mathbf{B}_{\Xi\Xi}^{-1}(t)$ существует.

Наблюдение на входе приемника ГНСС от j -го НКА $\xi_j(t)$ представляет собой согласно (7) аддитивную смесь полезного ВОС-сигнала и шума:

$$\xi_j(t) = s_j(t) + n_j(t), \quad t \in [t_0, t], \quad j = \overline{1, J}, \quad (9)$$

где $s_j(t)$ – принимаемый полезный ВОС-сигнал от j -го НКА на входе приемника ГНСС, характеризуемый (7); $n_j(t)$ – аддитивная флуктуационная помеха в наблюдении $\xi_j(t)$ от j -го НКА.

Флуктуационная помеха $n_j(t)$, аппроксимируемая стационарным БГШ, имеет статистические характеристики, определяемые согласно (7), которые записываются в виде

$$M[n_j(t)] = 0; \quad M[n_j(t)n_j(t + \tau)] = \frac{1}{2}N_{0j}\delta|\tau|,$$

где N_{0j} – интенсивность j -го БГШ, $M[\cdot]$ – символ усреднения по множеству реализаций.

Полезные ВОС-сигналы $\mathbf{S}(t)$ на входе приемника ГНСС достаточно детально рассмотрены в [1].

Принятый от j -го НКА полезный ВОС-сигнал $s_j(t)$ (1) с использованием многопозиционной фазовой манипуляции (ФМ) для передачи СИ согласно [1] описывается следующим выражением:

$$s_j(t) = A_j d_j(t - \tau_{3j}) \cos[(\omega_{Hj} + \Delta\omega_{Dj} + \Delta\omega_j) \times (t - \tau_{3j}) + \Theta_j(t_k - \tau_{3j}) \frac{2\pi}{M} + \varphi_j(t)], \quad j = \overline{1, J}, \quad (10)$$

где A_j – амплитуда ВОС-сигнала, принимаемого от j -го НКА; $d_j(t)$ – модулирующая функция (МФ) ВОС-сигнала $s_j(t)$, отражающая специфику навигационных ШПС и собственно ВОС-сигналов; $\Theta_j(t_k)$ – информационный ДП, предназначенный для передачи СИ от j -го НКА; $\varphi_j(t)$ – фаза радиосигнала; $\omega_{Hj} = 2\pi f_{Hj}$ – круговая несущая частота радиосигнала; f_{Hj} – несущая частота ВОС-сигнала; τ_{3j} – запаздывание принимаемого радиосигнала $s_j(t)$ на трассе от j -го НКА до подвижного объекта; $\Delta\omega_{Dj}$ – доплеровский сдвиг несущей частоты принимаемого радиосигнала $s_j(t)$ на трассе от j -го НКА до приемника ГНСС; $\Delta\omega_j$ – медленный сдвиг несущей частоты ω_{Hj} , возникающий в канале распространения радиосигнала $s_j(t)$ и в измерительном устройстве приемника. Начало отсчета в (10) принято равным $t_0 = 0$.

В формуле (10) $M = 2^n$ представляет собой показатель многопозиционности ФМ, n – целое положительное число. Так, например, при $M = 2$ ($i = \overline{1, 2}$) имеет место двоичная ФМ, при $M = 4$ ($i = \overline{1, 4}$) – квадратурная ФМ.

Отметим, что в (10) и далее используется более общая модель ФМ (многопозиционная ФМ на M положений) по сравнению с двоичной ФМ, которая используется в навигационных сигналах современных ГНСС.

Характеризующий в (10) многопозиционную ФМ ДП $\Theta_j(t_k) = \{\vartheta_i\}$ применительно к j -му НКА определяется соотношением

$$\vartheta_i = i - 1, \quad \Theta_j(t_k) = \{i - 1\}, \quad (11)$$

где i – номер состояния ДП $\Theta_j(t_k)$, $i = \overline{1, M}$.

У навигационных ВОС-сигналов $s_j(t)$ (10) МФ $d_j(t)$ в простейшем случае является результатом перемножения двух двоичных последовательностей: псевдослучайной последовательности (ПСП) дальномерного кода $g_j(t)$ и меандрового поднесущего колебания (МПК) $r_j(t)$ (специфика ВОС-сигналов) [2–4]. Тогда МФ навигационного ВОС-сигнала $d_j(t)$ записывается в виде [2–4]

$$d_j(t - t_0) = g_j(t - t_0) r_j(t - t_0), \quad (12)$$

где $g_j(t)$ – ПСП дальномерного кода, характеризующая навигационный ШПС применительно к j -му НКА, и $r_j(t)$ – МПК, отражающее специфику собственно ВОС-сигнала $s_j(t)$. Последовательности $g_j(t)$ и $r_j(t)$ состоят из чередующихся единичных видеопульсов соответствующей длительности, меняющих свою полярность по определенным законам согласно кодовым коэффициентам, значения которых на каждом такте равны $+1$ или -1 .

Вектор принимаемых полезных ВОС-сигналов $\mathbf{S}(t)$ (7) от всей совокупности J одновременно видимых в данный момент НКА группировки ГНСС может быть представлен в виде

$$\mathbf{S}(t) = \mathbf{S}[t, \Theta_k, \mathbf{X}(t)], \quad (13)$$

где $\Theta_k = [\Theta_{1k}, \Theta_{2k}, \dots, \Theta_{jk}, \dots, \Theta_{Jk}]^T$ – вектор ДП применительно ко всей совокупности J одновременно видимых НКА; $\Theta_{jk} = \Theta_j(t_k)$ – ДП принимаемого ВОС-сигнала $s_j(t)$ (10) от j -го НКА.

Свойства и характеристики вектора НП $\mathbf{X}(t)$, а также его взаимосвязь с векторами ПРС $\mathbf{Y}_j(t)$, где $j = \overline{1, J}$, применительно к решаемой задаче изложены в [1].

Для характеристики вектора НП $\mathbf{X}(t)$ в [1] использована типовая математическая модель (ММ) динамики объектов навигации (например, ЛА) на основе прямоугольной гринвичской системы координат, которая описывает положение подвижного объекта и его движение в пространстве применительно к небольшим отрезкам времени [1, 7].

Согласно принятой ММ динамики ЛА имеем, что вектор НП $\mathbf{X}(t)$ представляет собой многокомпонентный диффузионный гауссовский марковский процесс, который в общем виде может быть описан векторно-матричным линейным стохастическим дифференциальным уравнением [1, 7]:

$$\frac{d}{dt} \mathbf{X}(t) = \mathbf{A}_X(t) \mathbf{X}(t) + \mathbf{C}_X(t) \mathbf{U}_{\text{упр}}(t) + \mathbf{G}_X(t) \mathbf{N}_X(t), \quad (14)$$

$$\mathbf{X}(t_0) = \mathbf{X}_0,$$

где $\mathbf{X}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T$ – вектор-столбец НП размером $(n \times 1)$; n – число компонент вектора НП $\mathbf{X}(t)$; $\mathbf{A}_X(t)$ – матрица состояния размером $(n \times n)$; $\mathbf{U}_{\text{упр}}(t)$ – детерминированный вектор управления; $\mathbf{C}_X(t)$ – матрица управления; $\mathbf{N}_X(t)$ – вектор стандартных БГШ; $\mathbf{G}_X(t)$ – матрица интенсивностей шумов; $\mathbf{B}_{XX}(t) = \mathbf{G}_X(t) \mathbf{G}_X^T(t)$ – матрица коэффициентов диффузии вектора НП $\mathbf{X}(t)$.

Конкретный вид матриц применительно к (14) приведен в [1], где также содержится описание компонент нелинейной векторной функции $\mathbf{L}_j\{\mathbf{X}(t)\}$ (3).

У навигационного ВОС-сигнала, излучаемого j -м НКА, возможные моменты перехода ДП $\Theta_j(t_k)$ из одного состояния в другое являются дискретными и определяются выражением $t_k = t_0 + kT$, где длительность такта $T = \text{const}$.

Длительность такта $T = t_{k+1} - t_k$ ДП $\Theta_j(t_k)$ для ГНСС типа ГЛОНАСС, GPS и Galileo равна длительности информационной посылки СИ: $T = \tau_{\text{СИ}} = 20$ мс [5, 6].

На входе приемника ГНСС у принимаемого от j -го НКА полезного ВОС-сигнала $s_j(t)$ (10) возможные моменты времени перехода ДП $\Theta_j(t_k - \tau_{3j})$ из одного состояния в другое являются случайными, поскольку они зависят от случайного запаздывания τ_{3j} принимаемого сигнала.

Напомним, что далее применительно к ДП $\Theta_j(t_k)$ в принимаемом от j -го НКА ВОС-сигнале $s_j(t)$ (10) индекс j там, где это не затрудняет понимания, не приводим.

На всех тактовых полуинтервалах времени $[t_k, t_{k+1})$, где $k = 0, 1, 2, \dots$, ДП $\Theta(t_k)$ остается постоянным и характеризуется априорным уравнением вида

$$\frac{d\Theta(t)}{dt} = 0, \quad \text{где } t \in [t_k, t_{k+1}), k = 0, 1, 2, \dots \quad (15)$$

Вектор вероятностей начального состояния ДП $\Theta(t_k)$ и матрица одношаговых вероятностей перехода соответственно имеют вид [1, 10, 11]:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{\Theta}(t_0) &= \{P_{\vartheta_i}(t_0)\}, \text{ где } i = \overline{1, M}; \\ \boldsymbol{\pi}(t_k) &= [\pi_{il}(t_k)], \text{ где} \\ \pi_{il}(t_k) &= P\{\Theta(t_k + 0) = \vartheta_l | \Theta(t_k - 0) = \vartheta_i\}, \\ & i, l = \overline{1, M}. \end{aligned} \quad (16)$$

В начале k -го такта $[t_k, t_{k+1})$ вероятности состояний ДП $\Theta(t_k)$

$$P_{\vartheta_i}(t_k + 0) \triangleq P(t_k + 0, \Theta(t_k + 0) = \vartheta_i)$$

определяются формулой [1, 10, 11]:

$$P_{\vartheta_i}(t_k + 0) = \sum_{m=1}^M \pi_{mi}(t_k) P_{\vartheta_m}(t_k - 0), \quad i = \overline{1, M}, \quad (17)$$

где $P_{\vartheta_m}(t_k - 0)$ – вероятность состояния ДП $\Theta(t_k)$ в конце $(k - 1)$ -го такта $[t_{k-1}, t_k)$.

Для повышения конструктивности решения задачи синтеза в [1] при использовании методов МТО было применено двухэтапное решение уравнения Стратоновича [10, 12].

Применяя метод двухэтапного решения уравнения Стратоновича, удается применительно к j -му НКА обоснованно упростить ММ оцениваемого вектора состояния (ВС), представляющего собой ДНП $[\mathbf{X}^T(t), \Theta_j(t)]^T$, и тем самым улучшить конструктивность решения задачи синтеза [1, 12, 13].

Суть такого упрощения ММ оцениваемого ВС $[\mathbf{X}^T(t), \Theta_j(t)]^T$ заключается в возможности описания на тактовых полуинтервалах времени $[t_k, t_{k+1})$, где $t_k = t_0 + k \tau_{\text{СИ}}$ ($k = 0, 1, 2, \dots$), компонент вектора $\mathbf{X}(t)$ квазислучайными процессами. Применительно к ГНСС $\tau_{\text{СИ}} = 20$ мс [5, 6]. Обработка ВН $\Xi(t)$ (6–8) при этом выполняется в два этапа.

На первом этапе применительно к каждому k -му такту $[t_k, t_{k+1})$, где $k = 0, 1, 2, \dots$, обрабатывается только вектор НП $\mathbf{X}(t)$ (14) оцениваемого ВС $[\mathbf{X}^T(t), \Theta_j(t)]^T$, поскольку ДП $\Theta_j(t)$ при этом остается постоянным.

В таком случае для первого этапа обработки удается найти точное решение уравнения Стратоновича как решение нелинейной задачи оценки параметров в силу аппроксимации ММ вектора НП $\mathbf{X}(t)$ (14) векторным квазислучайным процессом.

На втором этапе обработка осуществляется в дискретном времени в точках $t = t_k + 0$, где $k = 0, 1, 2, \dots$, т.е. в точках возможной смены состояния ДП $\Theta_j(t)$ (с учетом запаздывания τ_{3j} принимаемого ВОС-сигнала $s_j(t)$ (10) на трассе).

При этом оценки компонент вектора НП $\mathbf{X}(t)$, полученные на первом этапе обработки, используются в качестве начальных значений для второго этапа обработки ВС $[\mathbf{X}^T(t), \Theta_j(t)]^T$, где $j = \overline{1, J}$.

В дискретные моменты времени t_k , где $k = 0, 1, 2, \dots$, вектор НП $\mathbf{X}_k = \mathbf{X}(t_k)$, характеризуемый (14), описывается эквивалентным линейным векторно-матричным стохастическим разностным уравнением

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_k &= \Phi_{XX}(t_k, t_{k-1}) \mathbf{X}_{k-1} + \\ &+ \Psi_{XU}(t_k, t_{k-1}) U_{\text{упр}k} + \Gamma_X(t_k, t_{k-1}) \mathbf{N}_{Xk}, \end{aligned} \quad (18)$$

где $\mathbf{N}_{Xk} = \mathbf{N}_X(t_k)$ – вектор формирующих стандартных дискретных БГШ, Φ_{XX} , Ψ_{XU} и Γ_X – известные матрицы, $U_{\text{упр}k}$ – дискретный вектор управления.

Аналогично [1] полагаем, что длительность тактового интервала (информационной посылки СИ) $T = t_{k+1} - t_k$ ДП $\Theta(t_k)$ ($T = \tau_{\text{СИ}} = 20$ мс) достаточно мала, чтобы в (1) вектор НП $\mathbf{X}(t)$ на каждом полуинтервале $[t_k, t_{k+1})$, $k = 0, 1, 2, \dots$, можно было с требуемой для оценивания степенью точности аппроксимировать векторным квазислучайным процессом [1, 10, 12]:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}(t) &= \mathbf{f}(t, \mathbf{X}_k), \quad t \in [t_k, t_{k+1}), k = 0, 1, 2, \dots, \\ \mathbf{X}_0 &= \mathbf{X}(t_0), \end{aligned} \quad (19)$$

где $\mathbf{f}(\cdot)$ – детерминированная векторная функция; $\mathbf{X}_k = \mathbf{X}(t_k) = \mathbf{f}(t_k, \mathbf{X}_k)$ – начальное значение на k -м такте.

Функция $\mathbf{f}(t, \mathbf{X}_k)$ равна [1, 10, 12]

$$\mathbf{f}(t, \mathbf{X}_k) = \Phi_{XX}(t, t_k) \mathbf{X}_k, \quad t \in [t_k, t_{k+1}), \quad (20)$$

где $\Phi_{XX}(t, t_k)$ – переходная матрица состояния (18).

В соответствии с (19) принимаемый от j -го НКА полезный ВОС-сигнал $s_j(t)$ (1) в пределах одного тактового полуинтервала $[t_k, t_{k+1})$ принимает вид

$$s_j(t) = s_j [t, \Theta_{jk}, \mathbf{f}(t_k, \mathbf{X}_k)], \quad (21)$$

где $\Theta_{jk} = \Theta_j(t_k)$, $t \in [t_k, t_{k+1})$, $k = 0, 1, 2, \dots$, $j = \overline{1, J}$.

2. ОПТИМАЛЬНЫЕ И КВАЗИОПТИМАЛЬНЫЕ ОЦЕНКИ НА ОСНОВЕ АЛГОРИТМОВ С ПЕРЕПРИСВОЕНИЕМ ПАРАМЕТРОВ ВЕКТОРНОГО ДИСКРЕТНО- НЕПРЕРЫВНОГО ПРОЦЕССА $[\mathbf{X}^T(t), \Theta_j(t)]^T$

Задача синтеза, решенная в [1], заключается в том, чтобы на k -м такте $[t_k, t_{k+1})$, где $k = 0, 1, 2, \dots$, имея априорные сведения (11), (18) и (17) и распо-

лагая ВН (6) и (7) об оцениваемом ВС $[\mathbf{X}^T(t), \Theta_j(t)]^T$, на основе метода с переприсвоением параметров вектора НП получить оптимальную оценку $\hat{\mathbf{X}}_{k+1}$ выборки вектора НП $\mathbf{X}(t)$ и оптимальные оценки $\hat{\Theta}_j(t_{k+1} - 0)$ компонент вектора ДП $\Theta_k = [\Theta_{1k}, \Theta_{2k}, \dots, \Theta_{jk}, \dots, \Theta_{Jk}]^T$ применительно ко всей совокупности J одновременно видимых НКА.

Полученная в [1] оптимальная оценка $\hat{\mathbf{X}}_{k+1}$ выборки вектора НП $\mathbf{X}(t)$ удовлетворяет критерию минимума апостериорного риска при квадратичной функции потерь.

Известно, что оптимальной оценкой $\hat{\mathbf{X}}_{k+1}$, удовлетворяющей этому критерию, является апостериорное математическое ожидание $M_{ps}[\mathbf{X}_{k+1}]$ выборки вектора НП $\mathbf{X}(t)$ [8–11]:

$$\hat{\mathbf{X}}_{k+1} = M_{ps}[\mathbf{X}_{k+1}] = \int_{\mathbf{X}_{k+1}} \mathbf{X}_{k+1} p_{ps}(t, \mathbf{X}_{k+1}) d\mathbf{X}_{k+1}, \quad (22)$$

где $\hat{\mathbf{X}}(t)$ – оптимальная оценка вектора НП $\mathbf{X}(t)$;

$$p_{ps}(t, \mathbf{X}_{k+1}) \triangleq p(t, \mathbf{X}_{k+1} | \Xi_{t_0}^{t_{k+1}})$$

– АПВ выборки вектора НП \mathbf{X}_{k+1} ;

$$\Xi_{t_0}^{t_{k+1}} = \{\Xi(\tau) : \tau \in [t_0, t_{k+1}]\}$$

– реализация ВН $\Xi(t)$ на отрезке $[t_0, t_{k+1}]$ применительно к входу приемника ГНСС.

Если АПВ $p_{ps}(t, \mathbf{X}_{k+1})$ является унимодальной и гауссовской, то оптимальная оценка $\hat{\mathbf{X}}(t)$ согласно критерию (22) и критерию максимума АПВ совпадают [8–11], что и полагаем выполненным в дальнейшем.

Оптимальная оценка $\hat{\Theta}_j(t_{k+1} - 0)$ ДП $\Theta_j(t)$, где $j = \overline{1, J}$, применительно к j -му НКА в соответствии с [1] удовлетворяет критерию минимума апостериорного риска при простой функции потерь, что эквивалентно критерию максимума апостериорной вероятности (АВ) ДП $\Theta_j(t)$ [8–11]:

$$\hat{\Theta}_j(t_{k+1} - 0) = \vartheta_j : \max_{\vartheta_j \leq \vartheta_j \leq \vartheta_j^M} \{P_{ips}(t_{k+1} - 0)\}, \quad (23)$$

где $P_{ips}(t_{k+1} - 0)$ – АВ состояния ДП $\Theta_j(t)$ в момент времени $t = t_{k+1} - 0$.

Задача синтеза оптимальных и квазиоптимальных алгоритмов приема и обработки ВОС-сигналов была решена в [1] на базе МТО методами нелинейной обработки векторных ДНП [7–12].

Реализация полученных в [1] оптимальных алгоритмов практически затруднена, так как требует знания АПВ вектора НП $\mathbf{X}(t)$. В таких случаях, как обычно, применен метод гауссовской аппроксимации, при котором истинная АПВ вектора НП

$\mathbf{X}(t)$ аппроксимируется законом Гаусса, и формируются квазиоптимальные алгоритмы [8–11].

Особенностью применения метода гауссовской аппроксимации применительно к алгоритмам с переприсвоением параметров вектора НП в [1] является то, что гауссовским законом аппроксимируются условные по ДП $\Theta(t)$ АПВ

$$p_{ps}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1} | j, i).$$

При формировании оптимальной оценки ДП $\hat{\Theta}_j(t_{k+1} - 0)$ на k -м такте все АВ $P_{ips}(t_{k+1} - 0)$, где $i = \overline{1, M}$, вычисляются в конце первого этапа обработки, т.е. в момент времени $t = t_{k+1} - 0$, где $k = 0, 1, 2, \dots$. Поскольку в течение всего полуинтервала $[t_k, t_{k+1})$ ДП $\Theta_j(t)$ не меняет своего значения, то к окончанию полуинтервала точность оценивания АВ $P_{ips}(t_{k+1} - 0)$ ДП $\Theta_j(t)$ максимальна.

Соотношение, характеризующее АВ $P_{ips}(t)$ на первом этапе обработки, имеет следующий вид [1]:

$$P_{ips}(t) = \frac{P_{ips}(t_k + 0) \exp\{\Phi_{X_{ki}}(t)\}}{\sum_{l=1}^M P_{ips}(t_k + 0) \exp\{\Phi_{X_{kl}}(t)\}}, \quad (24)$$

где

$$\Phi_{X_{ki}}(t) \triangleq \int_{t_k}^t M_{psX_k} \{F_{\Sigma_i}(\tau, \mathbf{X}_k)\} d\tau \quad (25)$$

– усредненный по \mathbf{X}_k парциальный (i -й) логарифм функционала правдоподобия (ЛФП) вектора НП \mathbf{X}_k .

Входящая в (25) производная по времени от ЛФП $F_{\Sigma_i}(\tau, \mathbf{X}_k)$ применительно к совокупности принимаемых ВОС-сигналов $\mathbf{S}(t, \Theta_k, \mathbf{X}_k)$ от всех одновременно видимых J НКА определяется по формуле [1]

$$\begin{aligned} F_{\Sigma_i}(t, \mathbf{X}_k) &\triangleq F_{\Sigma_i}[t, \Theta_k = \{\vartheta_i\}, \mathbf{f}(t, \mathbf{X}_k)] = \\ &= \mathbf{S}^T(t, \Theta_k = \{\vartheta_i\}, \mathbf{X}_k) \times \\ &\times \mathbf{B}_{\Xi\Xi}^{-1} \left[\Xi(t) - \frac{1}{2} \mathbf{S}(t, \Theta_k = \{\vartheta_i\}, \mathbf{X}_k) \right], \end{aligned} \quad (26)$$

где $\Theta_k = [\Theta_{1k}, \Theta_{2k}, \dots, \Theta_{jk}, \dots, \Theta_{Jk}]^T$ – вектор ДП для всей совокупности J одновременно видимых НКА.

Усредненное по \mathbf{X}_k значение производной по времени от ЛФП $F_{\Sigma_i}(\tau, \mathbf{X}_k)$ характеризуется формулой

$$\begin{aligned} &M_{psX_k} \{F_{\Sigma_i}(t, \mathbf{X}_k)\} \triangleq \\ &\triangleq \int_{\mathbf{X}_k} F_{\Sigma_i}(t, \mathbf{X}_k) p_{ps1}(t, \mathbf{X}_k | j, i) d\mathbf{X}_k. \end{aligned} \quad (27)$$

Начальное условие для (24) $P_{ips}(t_k + 0)$ определяется на втором этапе обработки на предыдущем $(k - 1)$ -м такте.

Таким образом, на основе критерия (23) в соответствии с (24) на k -м такте в конце первого этапа обработки, т.е. в момент времени $t = t_{k+1} - 0$ ($k = 0, 1, 2, \dots$), формируются оптимальные оценки ДП $\hat{\Theta}_j(t_{k+1} - 0)$, где $j = \overline{1, J}$.

3. СУБОПТИМАЛЬНЫЕ ОЦЕНКИ НА ОСНОВЕ АЛГОРИТМОВ С ПЕРЕПРИСВОЕНИЕМ ПАРАМЕТРОВ ВЕКТОРНОГО ДИСКРЕТНО-НЕПРЕРЫВНОГО ПРОЦЕССА $[\mathbf{X}^T(t), \Theta_j(t)]^T$

Как правило, на синтезированные квазиоптимальные алгоритмы при их реализации с учетом области применения и круга решаемых задач накладываются дополнительные ограничения и приближения.

В результате используются субоптимальные (более простые) алгоритмы.

В задачах синтеза, решаемых на основе МТО, основное упрощение субоптимальных алгоритмов (по сравнению с квазиоптимальными алгоритмами) состоит в том, что в таких алгоритмах применительно к векторным ДНП матрицы Якоби $\mathbf{L}'_j(t)$ (4) на тактовых полуинтервалах $[t_k, t_{k+1})$ принимаются постоянными во времени: $\mathbf{L}'_j(t) = \mathbf{L}'_j = \text{const}$ (5) [16]. По этой причине в подобных задачах субоптимальные алгоритмы отличаются от соответствующих квазиоптимальных лишь на первом этапе обработки, где и фигурируют матрицы Якоби.

На втором этапе в случае субоптимальных алгоритмов обработка сигналов на каждом такте производится по тем же алгоритмам, что и при квазиоптимальных алгоритмах [1, 13].

При формировании субоптимальных алгоритмов в качестве исходных в соответствии с [1] используем соотношения в конце первого этапа обработки на k -м такте, т.е. в момент времени $t = t_{k+1} - 0$, для квазиоптимальной условной оценки

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{j,i}^*(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0) &\triangleq \mathbf{X}^*(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0; \\ &\Theta_{jk} = \vartheta_i; j - \text{номер НКА}) = \\ &= \int_{\mathbf{X}_k} \mathbf{X}_k p_{ps1}^*(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k | j, i) d\mathbf{X}_k \end{aligned}$$

и матрицы ковариаций квазиоптимальных условных ошибок оценивания

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{j,i}^*(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0) &\triangleq \mathbf{K}^*(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0; \\ &\Theta_{jk} = \vartheta_i; j - \text{номер НКА}) = \\ &= \int_{\mathbf{X}_k} \left[\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_{j,i}^*(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0) \right] \times \\ &\times \left[\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_{j,i}^*(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0) \right]^T \times \\ &\times p_{ps1}^*(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k | j, i) d\mathbf{X}_k, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} p_{ps1}^*(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k | j, i) &\triangleq \\ &\triangleq p_1^* \left(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k | \mathbf{\Xi}_{t_0}^{t_{k+1}-0}; \Theta_{jk} = \vartheta_i; j - \text{номер НКА} \right) \end{aligned}$$

– квазиоптимальная условная АПВ в конце первого этапа обработки на k -м такте, т.е. в момент времени $t = t_{k+1} - 0$; \mathbf{X}_k^* – квазиоптимальная оценка вектора НП \mathbf{X}_k ; $j = \overline{1, J}$, $i = \overline{1, M}$.

Квазиоптимальная условная оценка (1-й момент условной АПВ $p_{ps1}^*(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k | j, i)$) в конце первого этапа обработки на k -м такте, т.е. в момент времени $t = t_{k+1} - 0$, характеризуется следующим рекуррентным соотношением [1]:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{j,i}^*(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0) &= \mathbf{X}_0 + \\ &+ \mathbf{K}_{j,i}^*(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0) \Phi'_{\Sigma_i}(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_0), \end{aligned} \tag{28}$$

где

$$\begin{aligned} \Phi'_{\Sigma_i}(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_0) &\triangleq \left[\frac{\partial \Phi_{\Sigma_i}(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_0)}{\partial \mathbf{X}_0} \right]^T = \\ &= \int_{t_k}^{t_{k+1}-0} \left[\frac{\partial F_{\Sigma_i}(\tau, \mathbf{X}_0)}{\partial \mathbf{X}_0} \right]^T d\tau \end{aligned} \tag{29}$$

– первая производная по вектору \mathbf{X}_0 парциально-го (i -го) ЛФП $\Phi_{\Sigma_i}(t, \mathbf{X}_0)$, представляющая собой вектор-столбец размером $(n \times 1)$.

В формулах (28), (29) и далее для краткости используется обозначение:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_0 &\triangleq \mathbf{X}_{j,i}^*(t_k + 0 | t_k + 0) = \\ &= \mathbf{X}^*(t_k + 0 | \Theta_{jk} = \vartheta_i; j - \text{номер НКА}) = \\ &= M_{psj,i} \{ \mathbf{X}_k \} = \int_{\mathbf{X}_k} \mathbf{X}_k p_{ps}^*(t_k + 0, \mathbf{X}_k | j, i) d\mathbf{X}_k \end{aligned}$$

– квазиоптимальная условная оценка выборки вектора НП \mathbf{X}_k в конце второго этапа обработки на предыдущем $(k - 1)$ -м такте, т.е. в момент вре-

мени $t = t_k + 0$, при приеме ВОС-сигнала $s_j(t)$ (10) от j -го НКА; $k = 0, 1, 2, \dots, j = \overline{1, J}, i = \overline{1, M}$.

Входящая в (29) производная по времени от парциального ЛФП (т.е. ЛФП, соответствующего значению ДП $\theta_k = \vartheta_i$) $F_{\Sigma_i}(\tau, \mathbf{X}_k)$ применительно к совокупности принимаемых ВОС-сигналов $\mathbf{S}(t, \Theta_k, \mathbf{X}_k)$ от всех одновременно видимых J НКА характеризуется формулой (26). Сам парциальный ЛФП $\Phi_{\Sigma_i}(t, \mathbf{X}_k)$ определяется как

$$\Phi_{\Sigma_i}(t, \mathbf{X}_k) = \int_{t_k}^t F_{\Sigma_i}(\tau, \mathbf{X}_k) d\tau. \quad (30)$$

Матрица ковариаций квазиоптимальных условных ошибок оценивания (2-й момент условной АПВ $p_{ps1}^*(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k | j, i)$) в конце первого этапа обработки на k -м такте, т.е. в момент времени $t = t_{k+1} - 0$, характеризуется следующим рекуррентным соотношением [1]:

$$\mathbf{K}_{j,i}^*(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0) = \left[[\mathbf{K}_0]^{-1} - \Phi_{\Sigma_i}''(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_0) \right]^{-1}, \quad (31)$$

где

$$\Phi_{\Sigma_i}''(t, \mathbf{X}_0) \triangleq \frac{\partial^2 \Phi_{\Sigma_i}(t, \mathbf{X}_0)}{(\partial \mathbf{X}_0)^2} = \left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_0} \right]^T \frac{\partial \Phi_{\Sigma_i}(t, \mathbf{X}_0)}{\partial \mathbf{X}_0} = \int_{t_k}^t \left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_0} \right]^T \frac{\partial F_{\Sigma_i}(\tau, \mathbf{X}_0)}{\partial \mathbf{X}_0} d\tau = \left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_0} \right]^T \int_{t_k}^t \frac{\partial F_{\Sigma_i}(\tau, \mathbf{X}_0)}{\partial \mathbf{X}_0} d\tau \quad (32)$$

– вторая производная по вектору \mathbf{X}_0 парциального (i -го) ЛФП $\Phi_{\Sigma_i}(t, \mathbf{X}_0)$, представляющая собой матрицу размером $(n \times n)$;

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_0 &\triangleq \mathbf{K}_{j,i}^*(t_k + 0 | t_k + 0) = \\ &= \mathbf{K}^*(t_k + 0 | \Theta_{jk} = \vartheta_i; j - \text{номер НКА}) = \\ &= M_{psj,i} \left\{ [\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_0][\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_0]^T \right\} = \\ &= \int_{\mathbf{X}_k} [\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_0][\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_0]^T p_{ps}^*(t_k + 0, \mathbf{X}_k | j, i) d\mathbf{X}_k \end{aligned} \quad (33)$$

– матрица ковариаций квазиоптимальных условных ошибок оценивания $\left[\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_{j,i}^*(t_k + 0 | t_k + 0) \right]$ в конце второго этапа обработки на предыдущем $(k - 1)$ -м такте, т.е. в момент времени $t = t_k + 0$, при приеме ВОС-сигнала $s_j(t)$ (10) от j -го НКА; функция $F_{\Sigma_i}(\tau, \mathbf{X}_k^*)$ в (32) определяется согласно (26); $k = 0, 1, 2, \dots, j = \overline{1, J}, i = \overline{1, M}$.

Отметим, что в (32) и далее производная от скалярной функции по вектору-столбцу всюду,

как обычно, понимается как вектор-строка, а выражение $\left(\partial / \partial \mathbf{X}_k^* \right)^T$ представляет собой дифференциальный оператор, действующий на функцию, расположенную от него справа.

Соответствующие соотношения для квазиоптимальной безусловной оценки $\mathbf{X}^*(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0)$ и матрицы ковариаций квазиоптимальных безусловных ошибок оценивания $\mathbf{K}^*(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0)$ в конце первого этапа обработки на k -м такте, т.е. в момент времени $t = t_{k+1} - 0$, применительно к (28) и (31) имеют вид [1]

$$\begin{aligned} \mathbf{X}^*(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0) &= \\ &= \sum_{i=1}^M P_{ips}(t_{k+1} - 0) \mathbf{X}_{j,i}^*(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0); \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{K}^*(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0) &= \sum_{i=1}^M P_{ips}(t_{k+1} - 0) \times \\ &\times \left\{ \mathbf{K}_{j,i}^*(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0) + \right. \\ &+ \left[\mathbf{X}_{j,i}^*(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0) - \mathbf{X}^*(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0) \right] \times \\ &\times \left. \left[\mathbf{X}_{j,i}^*(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0) - \mathbf{X}^*(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0) \right]^T \right\}, \end{aligned} \quad (35)$$

где $P_{ips}(t_{k+1} - 0)$ – АВ состояния ДП Θ_{jk} в конце первого этапа обработки на k -м такте, т.е. в момент времени $t = t_{k+1} - 0$; $k = 0, 1, 2, \dots, i = \overline{1, M}, j = \overline{1, J}$.

Являющиеся исходными для разработки субоптимальных алгоритмов соотношения, которые характеризуют квазиоптимальную условную оценку $\mathbf{X}_{j,i}^*(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0)$ и матрицу ковариаций квазиоптимальных условных ошибок оценивания $\mathbf{K}_{j,i}^*(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0)$, соответственно имеют вид (28) и (31).

При переходе от квазиоптимальных алгоритмов к субоптимальным, как следует из рассмотрения (28) и (31), преобразованиям и упрощениям подвергаются первая $\Phi_{\Sigma_i}'(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_0)$ (29) и вторая $\Phi_{\Sigma_i}''(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_0)$ (32) производные по вектору \mathbf{X}_0 парциального (i -го) ЛФП $\Phi_{\Sigma_i}(t, \mathbf{X}_0)$, что обусловлено взаимосвязями векторов ПРС $\mathbf{Y}_j(t)$ и вектора НП $\mathbf{X}(t)$. В выражениях для производных при этом следует переходить к их зависимостям от векторов ПРС $\mathbf{Y}_j(t)$, а не от вектора НП $\mathbf{X}(t)$.

Первая производная $\Phi_{\Sigma_i}'(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_0)$ (29) и вторая производная $\Phi_{\Sigma_i}''(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_0)$ (32) получены применительно к совокупности принимаемых

ВОС-сигналов $\mathbf{S}[t, \Theta_k, \mathbf{X}_k]$ (7), (13) от всех одновременно видимых J НКА.

Производная по времени парциального (i -го) ЛФП $F_{\Sigma_i}(t, \mathbf{X}_k)$ применительно к совокупности принимаемых ВОС-сигналов $\mathbf{S}(t, \Theta_k, \mathbf{X}_k)$ (7) от всех одновременно видимых J НКА характеризуется выражением (26).

При рассмотрении зависимостей производных $\dot{\Phi}_{\Sigma_i}(t, \mathbf{X}_k)$ и $\ddot{\Phi}_{\Sigma_i}(t, \mathbf{X}_k)$ от векторов ПРС $\mathbf{Y}_j(t)$ (а не от вектора НП $\mathbf{X}(t)$) следует использовать производную по времени ЛФП $F_j(t, \Theta_j(t_k), \mathbf{Y}_{jk})$ и производную по времени парциального (i -го) ЛФП $F_{ji}(t, \mathbf{Y}_{jk}) \triangleq F_j(t, \Theta_j(t_k)) = \{\vartheta_i\}, \mathbf{Y}_{jk}$ для какого-либо одного ВОС-сигнала $s_j(t) = s_j[t, \Theta_j(t_k), \mathbf{Y}_j(t)]$ (2) и (10), принимаемого от j -го НКА, а не от совокупности сигналов $\mathbf{S}(t, \Theta_k, \mathbf{X}_k)$, принимаемых от всех видимых J НКА.

Производная по времени ЛФП $F_j(t, \Theta_j(t_k), \mathbf{Y}_{jk})$ применительно к ВОС-сигналу $s_j(t) = s_j[t, \Theta_j(t_k), \mathbf{Y}_j(t)]$, принимаемому от j -го НКА, характеризуется следующим выражением [13]:

$$F_j(t, \mathbf{Y}_{jk}) = \frac{2}{N_{0j}} \left[\xi_j(t) s_j(t, \mathbf{Y}_{jk}) - \frac{1}{2} s_j^2(t, \mathbf{Y}_{jk}) \right]. \quad (36)$$

Производная по времени парциального (i -го) ЛФП $F_{ji}(t, \mathbf{Y}_{jk})$ применительно к ВОС-сигналу

$$s_{ji}(t) = s_j[t, \Theta_j(t_k) = \{\vartheta_i\}, \mathbf{Y}_j(t)],$$

принимаемому от j -го НКА, записывается в виде [13]

$$F_{ji}(t, \mathbf{Y}_{jk}) = \frac{2}{N_{0j}} \left[\xi_j(t) s_{ji}(t, \mathbf{Y}_{jk}) - \frac{1}{2} s_{ji}^2(t, \mathbf{Y}_{jk}) \right], \quad (37)$$

$$i = \overline{1, M}.$$

Формула связи между производной по времени ЛФП $F_{\Sigma}(t, \Theta_k, \mathbf{X}_k)$ для совокупности принимаемых ВОС-сигналов $\mathbf{S}(t, \Theta_k, \mathbf{X}_k)$ от всех одновременно видимых J НКА и производной по времени ЛФП $F_j(t, \Theta_j(t_k), \mathbf{Y}_{jk})$ для ВОС-сигнала $s_j[t, \Theta_j(t_k), \mathbf{Y}_j(t)]$, принимаемого от j -го НКА, определяется следующим соотношением [10, 13]:

$$F_{\Sigma}(t, \Theta_k, \mathbf{X}_k) = \sum_{j=1}^J F_j(t, \Theta_j(t_k), \mathbf{Y}_{jk}). \quad (38)$$

Соответствующая формула связи между производной по времени от парциального (i -го) ЛФП $F_{\Sigma_i}(t, \mathbf{X}_k)$ для совокупности принимаемых ВОС-сигналов $\mathbf{S}(t, \Theta_k = \{\vartheta_i\}, \mathbf{X}_k)$ от всех одновременно видимых J НКА и производной по времени парциального (i -го) ЛФП $F_{ji}(t, \mathbf{Y}_{jk})$ для ВОС-сигнала

$$s_{ji}(t) = s_j[t, \Theta_j(t_k) = \{\vartheta_i\}, \mathbf{Y}_j(t)],$$

принимаемого от j -го НКА, имеет вид

$$F_{\Sigma_i}(t, \mathbf{X}_k) = \sum_{j=1}^J F_{ji}(t, \mathbf{Y}_{jk}), \quad \text{где } i = \overline{1, M}. \quad (39)$$

Формулы связи, аналогичные (38) и (39), для самих ЛФП могут быть представлены в следующем виде:

$$\Phi_{\Sigma}(t, \Theta_k, \mathbf{X}_k) = \sum_{j=1}^J \Phi_j(t, \Theta_j(t_k), \mathbf{Y}_{jk}), \quad (40)$$

$$\Phi_{\Sigma_i}(t, \mathbf{X}_k) = \sum_{j=1}^J \Phi_{ji}(t, \mathbf{Y}_{jk}), \quad (41)$$

где $\Phi_{\Sigma}(t, \Theta_k, \mathbf{X}_k)$ – ЛФП для совокупности принимаемых ВОС-сигналов $\mathbf{S}(t, \Theta_k, \mathbf{X}_k)$ от всех одновременно видимых J НКА; $\Phi_{\Sigma_i}(t, \mathbf{X}_k)$ – парциальный (i -й) ЛФП для совокупности принимаемых ВОС-сигналов $\mathbf{S}(t, \Theta_k = \{\vartheta_i\}, \mathbf{X}_k)$ от всех одновременно видимых J НКА.

Как следует из рассмотрения (29) и (32), чтобы вычислить первую $\dot{\Phi}_{\Sigma_i}(t, \mathbf{X}_k^*)$ и вторую $\ddot{\Phi}_{\Sigma_i}(t, \mathbf{X}_k^*)$ производные, необходимо знать

$$\frac{\partial F_{\Sigma_i}(t, \mathbf{X}_k^*)}{\partial \mathbf{X}_k^*}$$

и, следовательно, с учетом (39) требуется найти

$$\frac{\partial F_{ji}(t, \mathbf{Y}_j(t))}{\partial \mathbf{X}(t)},$$

где $F_{ji}(t, \mathbf{Y}_j(t))$ определяется согласно (37).

Видно, что

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_{ji}(t, \mathbf{Y}_j(t))}{\partial \mathbf{X}(t)} &= \frac{\partial F_{ji}(t, \mathbf{Y}_j(t))}{\partial \mathbf{Y}_j(t)} \frac{\partial \mathbf{Y}_j(t)}{\partial \mathbf{X}(t)} = \\ &= \frac{\partial F_{ji}(t, \mathbf{Y}_j(t))}{\partial \mathbf{Y}_j(t)} \mathbf{L}'_j(t), \end{aligned} \quad (42)$$

где матрица Якоби $\mathbf{L}'_j(t)$ характеризуется формулой (4); $\mathbf{Y}_j(t) = [y_{j1}(t) y_{j2}(t), \dots, y_{jm}(t)]^T$ – вектор-столбец размером $(m \times 1)$; $\mathbf{X}(t) = [x_1(t) x_2(t) \dots x_n(t)]^T$ – вектор-столбец размером $(n \times 1)$.

3.1. Субоптимальная условная оценка $\tilde{\mathbf{X}}(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0)$

Субоптимальная условная (по ДП Θ_{jk}) оценка $\tilde{\mathbf{X}}_{ji}(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0)$ выборки вектора НП \mathbf{X}_k в конце первого этапа обработки на k -м такте, т.е. в момент времени $t = t_{k+1} - 0$, при приеме ВОС-сигнала $s_j(t)$ (16) от j -го НКА определяется как

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{X}}_{ji}(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0) &= \\ &= \int_{\mathbf{X}_k} \mathbf{X}_k \tilde{p}_{ps1}(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k | j, i) d\mathbf{X}_k, \end{aligned} \quad (43)$$

где

$$\tilde{p}_{psl}(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k | j, i) = \mathcal{N} \left\{ \mathbf{X}_k - \tilde{\mathbf{X}}_{j,i}(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0); \tilde{\mathbf{K}}_{j,i}(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0) \right\} \quad (44)$$

– субоптимальная условная АПВ в конце первого этапа обработки на k -м такте, т.е. в момент времени $t = t_{k+1} - 0$; $\tilde{\mathbf{X}}_{j,i}(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0)$ – субоптимальная условная оценка выборки вектора НП \mathbf{X}_k в конце первого этапа обработки на k -м такте, т.е. в момент времени $t = t_{k+1} - 0$; $\tilde{\mathbf{K}}_{j,i}(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0)$ – матрица ковариаций субоптимальных условных ошибок оценивания $[\mathbf{X}_k - \tilde{\mathbf{X}}_{j,i}(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0)]$ в конце первого этапа обработки на k -м такте, т.е. в момент времени $t = t_{k+1} - 0$; \mathcal{N} – символ гауссовского закона распределения.

Субоптимальная условная оценка $\tilde{\mathbf{X}}_{j,i}(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0)$ в конце первого этапа обработки на k -м такте, т.е. в момент времени $t = t_{k+1} - 0$, на основании (28)–(30) характеризуется следующим рекуррентным соотношением:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{X}}_{j,i}(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0) = \\ = \tilde{\mathbf{X}}_0 + \tilde{\mathbf{K}}_{j,i}(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0) \Phi'_{\Sigma i}(t_{k+1} - 0, \tilde{\mathbf{X}}_0), \end{aligned} \quad (45)$$

где $\Phi'_{\Sigma i}(t_{k+1} - 0, \tilde{\mathbf{X}}_0)$ – первая производная по вектору $\tilde{\mathbf{X}}_0$ парциального ЛФП $\Phi_{\Sigma i}(t, \tilde{\mathbf{X}}_0)$, определяемая согласно (29) с учетом ограничения (5);

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{X}}_0 \triangleq \tilde{\mathbf{X}}_{j,i}(t_k + 0 | t_k + 0) = \\ = \int_{\tilde{\mathbf{X}}_k} \mathbf{X}_k \tilde{p}_{ps}(t_k + 0, \mathbf{X}_k | j, i) d\mathbf{X}_k \end{aligned}$$

– субоптимальная условная оценка выборки вектора НП \mathbf{X}_k в конце второго этапа обработки на предыдущем ($k - 1$)-м такте, т.е. в момент времени $t = t_k + 0$; $\tilde{\mathbf{K}}_{j,i}(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0)$ – матрица ковариаций субоптимальных условных ошибок оценивания в конце первого этапа обработки на k -м такте, т.е. в момент времени $t = t_{k+1} - 0$; $j = \overline{1, J}$, $i = \overline{1, M}$. В формуле (45) парциальный ЛФП $\Phi_{\Sigma i}(t, \tilde{\mathbf{X}}_0)$ характеризуется в соответствии с (41) и (30).

Далее применительно к субоптимальным алгоритмам (т.е. с учетом ограничения (5)) получим аналитическое соотношение, определяющее первую производную $\Phi'_{\Sigma i}(t_{k+1} - 0, \tilde{\mathbf{X}}_0)$ для принимаемых ВОС-сигналов $\mathbf{S}(t, \Theta_k = \{\vartheta_i\}, \mathbf{X}_k)$ (7) от всех одновременно видимых J НКА.

С этой целью, следуя формуле связи (41), сначала необходимо найти соотношение, характеризующее первую производную $\Phi'_{ji}(t, \tilde{\mathbf{X}}_k)$ применительно к ВОС-сигналу

$$s_{ji}(t) = s_j[t, \Theta_j(t_k) = \{\vartheta_i\}, \mathbf{Y}_j(t)],$$

принимаемому от j -го НКА, где $j = \overline{1, J}$.

Первая производная $\Phi'_{ji}(t, \tilde{\mathbf{X}}_k)$ на основании (42) может быть представлена в следующем виде:

$$\begin{aligned} \Phi'_{ji}(t, \tilde{\mathbf{X}}_k) &= \int_{t_k}^t \left[\frac{\partial F_{ji}(\tau, \tilde{\mathbf{X}}_k)}{\partial \tilde{\mathbf{X}}_k} \right]^T d\tau = \\ &= \int_{t_k}^t \left[\frac{\partial F_{ji}(\tau, \tilde{\mathbf{Y}}_{jk})}{\partial \tilde{\mathbf{Y}}_{jk}} \mathbf{L}'_j(\tau) \right]^T d\tau, \end{aligned} \quad (46)$$

где $\tilde{\mathbf{Y}}_{jk} = \tilde{\mathbf{Y}}_j(t_k)$ – субоптимальная оценка выборки вектора ПРС \mathbf{Y}_{jk} в соответствии с (3), $\mathbf{L}'_j(t)$ – матрица Якоби (4), $j = \overline{1, J}$.

Учитывая правило транспонирования произведения матриц, производную (46) представим следующим образом:

$$\Phi'_{ji}(t, \tilde{\mathbf{X}}_k) = \int_{t_k}^t [\mathbf{L}'_j(\tau)]^T \left[\frac{\partial F_{ji}(\tau, \tilde{\mathbf{Y}}_{jk})}{\partial \tilde{\mathbf{Y}}_{jk}} \right]^T d\tau. \quad (47)$$

Формируя субоптимальные алгоритмы, на матрицы Якоби $\mathbf{L}'_j(t)$ (4) накладываем ограничение (5) о постоянстве их во времени на каждом тактовом полуинтервале $[t_k, t_{k+1})$, где $k = 0, 1, 2, \dots$ [16]. Учтя наложенное ограничение (5), матрицу Якоби $\mathbf{L}'_j(t)$ в формуле (47) вынесем за знак интеграла. При этом производная $\Phi'_{ji}(t, \tilde{\mathbf{X}}_k)$ упрощается и принимает вид

$$\Phi'_{ji}(t, \tilde{\mathbf{X}}_k) = [\mathbf{L}'_j]^T \int_{t_k}^t \left[\frac{\partial F_{ji}(\tau, \tilde{\mathbf{Y}}_{jk})}{\partial \tilde{\mathbf{Y}}_{jk}} \right]^T d\tau, \quad (48)$$

где $j = \overline{1, J}$, $i = \overline{1, M}$, $t \in [t_k, t_{k+1})$, $k = 0, 1, 2, \dots$

Согласно (41) производные $\Phi'_{ji}(t, \tilde{\mathbf{X}}_k)$ и $\Phi'_{\Sigma i}(t, \tilde{\mathbf{X}}_k)$ взаимосвязаны следующим образом:

$$\Phi'_{\Sigma i}(t, \tilde{\mathbf{X}}_k) = \sum_{j=1}^J \Phi'_{ji}(t, \tilde{\mathbf{X}}_k). \quad (49)$$

Подставив (48) в соотношение (49), находим, что первая производная парциального (i -го) ЛФП $\Phi'_{\Sigma i}(t, \tilde{\mathbf{X}}_k)$ (29) применительно к совокупности принимаемых ВОС-сигналов $\mathbf{S}(t, \Theta_k = \{\vartheta_i\}, \mathbf{X}_k)$

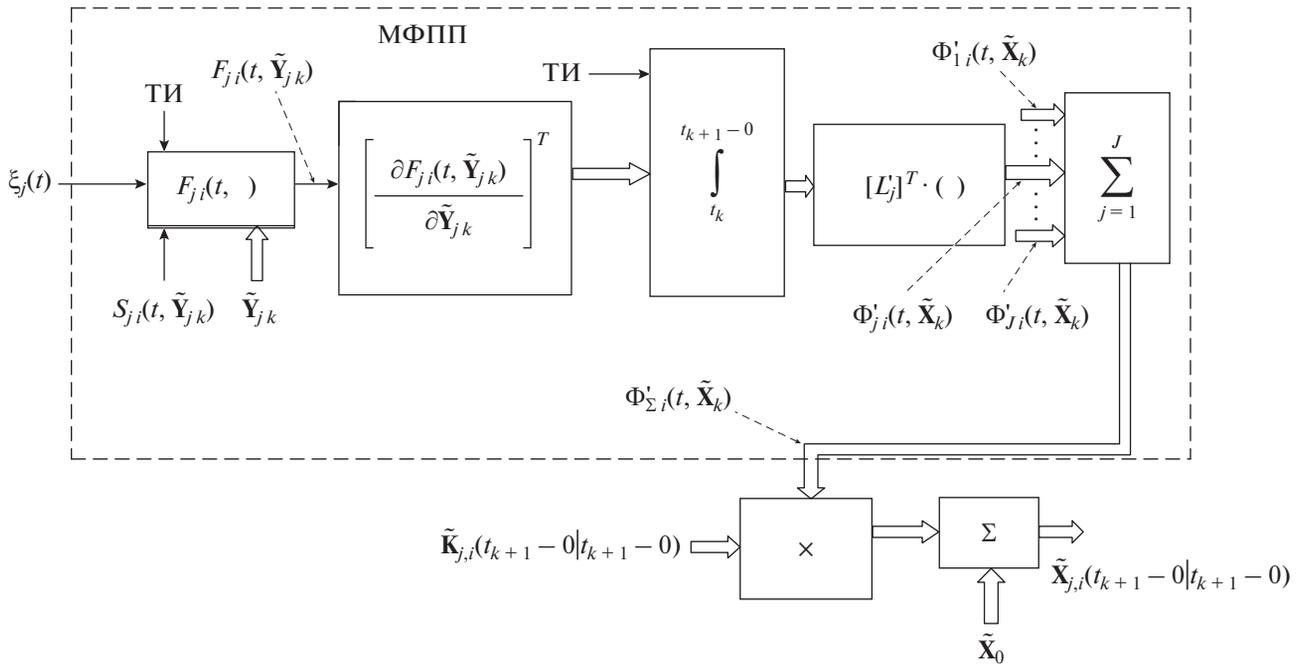


Рис. 1. Структурная схема модуля формирования субоптимальной условной оценки $\tilde{\mathbf{X}}_{j,i}(t_{k+1}-0 | t_{k+1}-0)$: МФПП – модуль формирования первой производной, ТИ – тактовые импульсы; векторные связи показаны двойными линиями.

от всех одновременно видимых J НКА характеризуется следующей итоговой формулой:

$$\Phi'_{\Sigma i}(t, \tilde{\mathbf{X}}_k) = \sum_{j=1}^J [\mathbf{L}'_j]^T \int_{t_k}^t \left[\frac{\partial F_{ji}(\tau, \tilde{\mathbf{Y}}_{jk})}{\partial \tilde{\mathbf{Y}}_{jk}} \right]^T d\tau, \quad (50)$$

где $F_{ji}(\tau, \tilde{\mathbf{Y}}_{jk})$ определяется в соответствии с (37).

Таким образом, разностное уравнение для субоптимальной условной оценки $\tilde{\mathbf{X}}_{j,i}(t_{k+1}-0 | t_{k+1}-0)$ в конце первого этапа обработки на k -м такте, т.е. в момент времени $t = t_{k+1}-0$, согласно (45) и с учетом (5) и (50) применительно к совокупности принимаемых ВОС-сигналов $\mathbf{S}[t, \Theta_k, \mathbf{X}_k]$ (7) от всех одновременно видимых J НКА окончательно принимает вид

$$\tilde{\mathbf{X}}_{j,i}(t_{k+1}-0 | t_{k+1}-0) = \tilde{\mathbf{X}}_0 + \tilde{\mathbf{K}}_{j,i}(t_{k+1}-0 | t_{k+1}-0) \times \left[\sum_{j=1}^J [\mathbf{L}'_j]^T \int_{t_k}^{t_{k+1}-0} \left[\frac{\partial F_{ji}(\tau, \tilde{\mathbf{Y}}_{jk})}{\partial \tilde{\mathbf{Y}}_{jk}} \right]^T d\tau \right], \quad (51)$$

где матрица Якоби \mathbf{L}'_j характеризуется в соответствии с (4) и (5), $F_{ji}(\tau, \tilde{\mathbf{Y}}_{jk})$ определяется согласно (37), $j = \overline{1, J}$, $i = \overline{1, M}$, $t \in [t_k, t_{k+1})$, $k = 0, 1, 2, \dots$

Как следует из сопоставления (28), (45) и (51), разностные уравнения, характеризующие квазиоптимальную условную оценку $\mathbf{X}^*_{j,i}(t_{k+1}-0 | t_{k+1}-0)$ и субоптимальную условную оценку

$\tilde{\mathbf{X}}_{j,i}(t_{k+1}-0 | t_{k+1}-0)$, отличаются друг от друга соотношениями для первых производных $\Phi'_{\Sigma i}(t, \mathbf{X}_k^*)$ (29) и $\Phi'_{\Sigma i}(t, \tilde{\mathbf{X}}_k)$ (50).

В случае субоптимальной условной оценки $\tilde{\mathbf{X}}_{j,i}(t_{k+1}-0 | t_{k+1}-0)$ первая производная $\Phi'_{\Sigma i}(t, \tilde{\mathbf{X}}_k)$ вычисляется по менее точной, но более простой формуле (50), чем при использовании квазиоптимальной условной оценки $\mathbf{X}^*_{j,i}(t_{k+1}-0 | t_{k+1}-0)$.

Структурная схема модуля формирования субоптимальной условной оценки $\tilde{\mathbf{X}}_{j,i}(t_{k+1}-0 | t_{k+1}-0)$, выполненная в соответствии с алгоритмами (37), (48)–(51), представлена на рис. 1.

На вход МФПП поступают сигнал $\xi_j(t)$ (9) от j -го НКА, представляющий собой аддитивную смесь полезного ВОС-сигнала $s_j(t)$ (10) и шума $n_j(t)$, а также опорный ВОС-сигнал $S_{ji}(t, \tilde{\mathbf{Y}}_{jk})$. На выходной сумматор МФПП поступает как сформированный в нем сигнал первой производной $\Phi'_{ji}(t, \tilde{\mathbf{X}}_k)$, так и поступающие с других модулей сигналы первых производных $\Phi'_{li}(t, \tilde{\mathbf{X}}_k)$, где $l \neq j$, $l = \overline{1, J}$. С выхода МФПП снимается результирующий сигнал первой производной $\Phi'_{\Sigma i}(t, \tilde{\mathbf{X}}_k)$, который подается на вход умножителя. На другой вход умножителя подается сигнал матрицы ковариаций субоптимальных условных ошибок оце-

нивания $\tilde{\mathbf{K}}_{j,i}(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0)$. Выходной сигнал множителя складывается в сумматоре с начальной субоптимальной условной оценкой $\tilde{\mathbf{X}}_0$. С выхода сумматора снимается сигнал субоптимальной условной оценки $\tilde{\mathbf{X}}_{j,i}(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0)$.

3.2. Матрица ковариаций субоптимальных условных ошибок оценивания $\tilde{\mathbf{K}}_{j,i}(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0)$

Матрица ковариаций $\tilde{\mathbf{K}}_{j,i}(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0)$ субоптимальных условных ошибок оценивания $[\mathbf{X}_k - \tilde{\mathbf{X}}_{j,i}(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0)]$ в конце первого этапа обработки на k -м такте, т.е. в момент времени $t = t_{k+1} - 0$, при приеме ВОС-сигнала $s_j(t)$ (10) от j -го НКА определяется как

$$\begin{aligned} & \tilde{\mathbf{K}}_{j,i}(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0) = \\ & = \int_{\tilde{\mathbf{X}}_k} [\mathbf{X}_k - \tilde{\mathbf{X}}_{j,i}(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0)] \times \\ & \times [\mathbf{X}_k - \tilde{\mathbf{X}}_{j,i}(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0)]^T \times \\ & \times \tilde{p}_{ps1}(t_{k+1} - 0 | \mathbf{X}_k | j, i) d\mathbf{X}_k, \end{aligned} \tag{52}$$

где $\tilde{p}_{ps1}(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k | j, i)$ – субоптимальная условная АПВ в конце первого этапа обработки на k -м такте, т.е. в момент времени $t = t_{k+1} - 0$, характеризуемая (44).

На основании (31)–(33) матрица ковариаций субоптимальных условных ошибок оценивания $\tilde{\mathbf{K}}_{j,i}(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0)$ в конце первого этапа обработки на k -м такте, т.е. в момент времени $t = t_{k+1} - 0$, применительно к совокупности принимаемых ВОС-сигналов $\mathbf{S}[t, \Theta_k, \mathbf{X}_k]$ (7) и (13) от всех одновременно видимых J НКА характеризуется следующим разностным уравнением:

$$\begin{aligned} & \tilde{\mathbf{K}}_{j,i}(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0) = \\ & = \left[[\mathbf{K}_0]^{-1} - \Phi''_{\Sigma i}(t_{k+1} - 0, \tilde{\mathbf{X}}_0) \right]^{-1}, \end{aligned} \tag{53}$$

где $\Phi''_{\Sigma i}(t, \tilde{\mathbf{X}}_0) \triangleq \frac{\partial^2 \Phi_{\Sigma i}(t, \tilde{\mathbf{X}}_0)}{(\partial \tilde{\mathbf{X}}_0)^2}$ – вторая производная

по вектору $\tilde{\mathbf{X}}_0$ парциального ЛФП $\Phi_{\Sigma i}(t, \tilde{\mathbf{X}}_0)$, определяемая согласно (32) с учетом ограничения (5) в случае субоптимальных алгоритмов; $\tilde{\mathbf{X}}_0 \triangleq \tilde{\mathbf{X}}_{j,i}(t_k + 0 | t_k + 0)$ – субоптимальная условная оценка выборки вектора НП \mathbf{X}_k в конце второго

этапа обработки на предыдущем $(k - 1)$ -м такте, т.е. в момент времени $t = t_k + 0$;

$$\begin{aligned} & \mathbf{K}_0 \triangleq \tilde{\mathbf{K}}_{j,i}(t_k + 0 | t_k + 0) = \\ & = \int_{\mathbf{X}_k} [\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_0][\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_0]^T \times \\ & \times \tilde{p}_{ps}(t_k + 0, \mathbf{X}_k | j, i) d\mathbf{X}_k \end{aligned} \tag{54}$$

– матрица ковариаций субоптимальных условных ошибок оценивания $[\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_0]$ в конце второго этапа обработки на предыдущем $(k - 1)$ -м такте, т.е. в момент времени $t = t_k + 0$, при приеме ВОС-сигнала $s_j(t)$ (10) от j -го НКА; $k = 0, 1, 2, \dots, j = \overline{1, J}, i = \overline{1, M}$.

Далее получим аналитическое соотношение, определяющее вторую производную по вектору $\tilde{\mathbf{X}}_k$ парциального (i -го) ЛФП $\Phi''_{\Sigma i}(t, \tilde{\mathbf{X}}_k)$ (32) применительно к совокупности принимаемых ВОС-сигналов $\mathbf{S}(t, \Theta_k = \{\vartheta_i\}, \mathbf{X}_k)$ (13) от всех одновременно видимых J НКА.

Для вторых производных $\Phi''_{\Sigma i}(t, \tilde{\mathbf{X}}_k)$ на основании формулы связи (41) выполняется следующее соотношение:

$$\Phi''_{\Sigma i}(t, \tilde{\mathbf{X}}_k) = \sum_{j=1}^J \Phi''_{ji}(t, \tilde{\mathbf{X}}_k), \tag{55}$$

где $\Phi''_{ji}(t, \tilde{\mathbf{X}}_k)$ – вторая производная по вектору $\tilde{\mathbf{X}}_k$ парциального (i -го) ЛФП $\Phi_{ji}(t, \tilde{\mathbf{X}}_k)$ для принимаемого от j -го НКА полезного ВОС-сигнала $s_j(t)$ (10).

Согласно (32) вторая производная $\Phi''_{ji}(t, \tilde{\mathbf{X}}_k)$ может быть вычислена по формуле

$$\Phi''_{ji}(t, \tilde{\mathbf{X}}_k) = \left[\frac{\partial}{\partial \tilde{\mathbf{X}}_k} \right]^T \frac{\partial \Phi_{ji}(t, \tilde{\mathbf{X}}_k)}{\partial \tilde{\mathbf{X}}_k}. \tag{56}$$

Выражение $[\partial/\partial \tilde{\mathbf{X}}_k]^T$ в (56) на основании (3), (4) и (42) имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial}{\partial \tilde{\mathbf{X}}_k} \right]^T & = \left[\frac{\partial}{\partial \tilde{\mathbf{Y}}_{jk}} \frac{\partial \tilde{\mathbf{Y}}_{jk}}{\partial \tilde{\mathbf{X}}_k} \right]^T = \left[\frac{\partial}{\partial \tilde{\mathbf{Y}}_{jk}} \mathbf{L}'_j \right]^T = \\ & = \left[\mathbf{L}'_j \right]^T \left[\frac{\partial}{\partial \tilde{\mathbf{Y}}_{jk}} \right]^T. \end{aligned} \tag{57}$$

Применительно к субоптимальным алгоритмам в силу принятого ограничения (5) о постоянстве во времени матриц Якоби на тактовых полуинтервалах в (57) имеем

$$\mathbf{L}'_j(t) = \mathbf{L}'_j \triangleq \frac{\partial \mathbf{Y}_j}{\partial \mathbf{X}} = \text{const},$$

где $t \in [t_k, t_{k+1})$, $k = 0, 1, 2, \dots$ [16].

Согласно (30) и (46) с учетом (5) первая производная

$$\Phi'_{ji}(t, \tilde{\mathbf{X}}_k) \triangleq \frac{\partial \Phi_{ji}(t, \tilde{\mathbf{X}}_k)}{\partial \tilde{\mathbf{X}}_k}$$

применительно к принимаемому от j -го НКА полезному ВОС-сигналу $s_j(t)$ (10) может быть представлена в виде

$$\frac{\partial \Phi_{ji}(t, \tilde{\mathbf{X}}_k)}{\partial \tilde{\mathbf{X}}_k} = \frac{\partial \Phi_{ji}(t, \tilde{\mathbf{X}}_k)}{\partial \tilde{\mathbf{Y}}_{jk}} \mathbf{L}'_j. \quad (58)$$

Подставив выражения (57) и (58) в формулу (56), окончательно получим, что вторая производная $\Phi''_{ji}(t, \tilde{\mathbf{X}}_k)$ для принимаемого от j -го НКА полезного ВОС-сигнала $s_j(t)$ (10) характеризуется следующим соотношением:

$$\Phi''_{ji}(t, \tilde{\mathbf{X}}_k) = [\mathbf{L}'_j]^T \left[\frac{\partial}{\partial \tilde{\mathbf{Y}}_{jk}} \right]^T \frac{\partial \Phi_{ji}(t, \tilde{\mathbf{X}}_k)}{\partial \tilde{\mathbf{Y}}_{jk}} \mathbf{L}'_j, \quad (59)$$

где $j = \overline{1, J}$, $i = \overline{1, M}$, $t \in [t_k, t_{k+1})$, $k = 0, 1, 2, \dots$

Применительно к совокупности принимаемых ВОС-сигналов $\mathbf{S}(t, \Theta_k = \{\vartheta_i\}, \mathbf{X}_k)$ от всех одновременно видимых J НКА вторая производная парциального (i -го) ЛФП $\Phi''_{\Sigma i}(t, \tilde{\mathbf{X}}_k)$ (32) на основании (55) и (59) равна:

$$\Phi''_{\Sigma i}(t, \tilde{\mathbf{X}}_k) = \sum_{j=1}^J [\mathbf{L}'_j]^T \left[\frac{\partial}{\partial \tilde{\mathbf{Y}}_{jk}} \right]^T \frac{\partial \Phi_{ji}(t, \tilde{\mathbf{Y}}_{jk})}{\partial \tilde{\mathbf{Y}}_{jk}} \mathbf{L}'_j, \quad (60)$$

где парциальный (i -й) ЛФП $\Phi_{ji}(t, \tilde{\mathbf{Y}}_{jk})$ для принимаемого от j -го НКА полезного ВОС-сигнала $s_j(t)$ (10) по аналогии с (30) имеет вид

$$\Phi_{ji}(t, \tilde{\mathbf{Y}}_{jk}) = \int_{t_k}^t F_{ji}(\tau, \tilde{\mathbf{Y}}_{jk}) d\tau. \quad (61)$$

Входящая в (61) функция $F_{ji}(\tau, \tilde{\mathbf{Y}}_{jk})$ характеризуется (37).

Согласно (61) можно записать, что

$$\frac{\partial \Phi_{ji}(t, \tilde{\mathbf{Y}}_{jk})}{\partial \tilde{\mathbf{Y}}_{jk}} = \int_{t_k}^t \frac{\partial F_{ji}(\tau, \tilde{\mathbf{Y}}_{jk})}{\partial \tilde{\mathbf{Y}}_{jk}} d\tau. \quad (62)$$

Тогда имеем, что вторая производная парциального (i -го) ЛФП $\Phi''_{\Sigma i}(t, \tilde{\mathbf{X}}_k)$ (32) применительно к совокупности принимаемых ВОС-сигналов $\mathbf{S}(t, \Theta_k = \{\vartheta_i\}, \mathbf{X}_k)$ от всех одновременно видимых

J НКА на основании (60) с учетом (62) характеризуется следующей итоговой формулой:

$$\Phi''_{\Sigma i}(t, \tilde{\mathbf{X}}_k) = \sum_{j=1}^J [\mathbf{L}'_j]^T \left[\frac{\partial}{\partial \tilde{\mathbf{Y}}_{jk}} \right]^T \times \times \left[\int_{t_k}^t \frac{\partial F_{ji}(\tau, \tilde{\mathbf{Y}}_{jk})}{\partial \tilde{\mathbf{Y}}_{jk}} d\tau \right] \mathbf{L}'_j, \quad (63)$$

где $F_{ji}(\tau, \tilde{\mathbf{Y}}_{jk})$ определяется в соответствии с (37), $j = \overline{1, J}$, $i = \overline{1, M}$, $t \in [t_k, t_{k+1})$, $k = 0, 1, 2, \dots$

Таким образом, разностное уравнение для матрицы ковариаций $\tilde{\mathbf{K}}_{j,i}(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0)$ субоптимальных условных ошибок оценивания $[\mathbf{X}_k - \tilde{\mathbf{X}}_{j,i}(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0)]$ в конце первого этапа обработки на k -м такте, т.е. в момент времени $t = t_{k+1} - 0$, применительно к совокупности принимаемых ВОС-сигналов $\mathbf{S}[t, \Theta_k, \mathbf{X}_k]$ (7) и (13) от всех одновременно видимых J НКА с учетом ограничения (5) имеет вид (53), где вторая производная $\Phi''_{\Sigma i}(t, \tilde{\mathbf{X}}_k)$ определяется формулой (63).

Из сопоставления (31) и (53) видно, что разностные уравнения для матрицы ковариаций $\mathbf{K}_{j,i}^*(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0)$ квазиоптимальных условных оценок ошибок оценивания и матрицы ковариаций $\tilde{\mathbf{K}}_{j,i}(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0)$ субоптимальных условных оценок ошибок оценивания различаются соотношениями, определяющими их вторые производные $\Phi''_{\Sigma i}(t, \mathbf{X}_k^*)$ (32) и $\Phi''_{\Sigma i}(t, \tilde{\mathbf{X}}_k)$ (63).

При вычислении матрицы ковариаций субоптимальных условных оценок ошибок оценивания $\tilde{\mathbf{K}}(t_k | t_{k+1} - 0)$ вторая производная $\Phi''_{\Sigma i}(t, \tilde{\mathbf{X}}_k)$ вычисляется по менее точной, но более простой формуле, чем при вычислении матрицы ковариаций квазиоптимальных условных оценок ошибок оценивания $\mathbf{K}_{j,i}^*(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0)$.

Структурная схема модуля формирования матрицы ковариаций $\tilde{\mathbf{K}}_{j,i}(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0)$ субоптимальных условных оценок оценивания, выполненная в соответствии с алгоритмами (37), (53)–(55) и (59)–(63), представлена на рис. 2.

На вход МФВП $\Phi''_{\Sigma i}(t, \tilde{\mathbf{X}}_k)$ поступают сигнал $\xi_j(t)$ (9) от j -го НКА, представляющий собой аддитивную смесь полезного ВОС-сигнала $s_j(t)$ (10) и шума $n_j(t)$, а также опорный ВОС-сигнал $S_{ji}(t, \tilde{\mathbf{Y}}_{jk})$. Структура МФВП определяется алгоритмом (63). На выходной сумматор МФВП поступают как сформированный в нем сигнал второй производной $\Phi''_{j,i}(t, \tilde{\mathbf{X}}_k)$, так и поступающие с

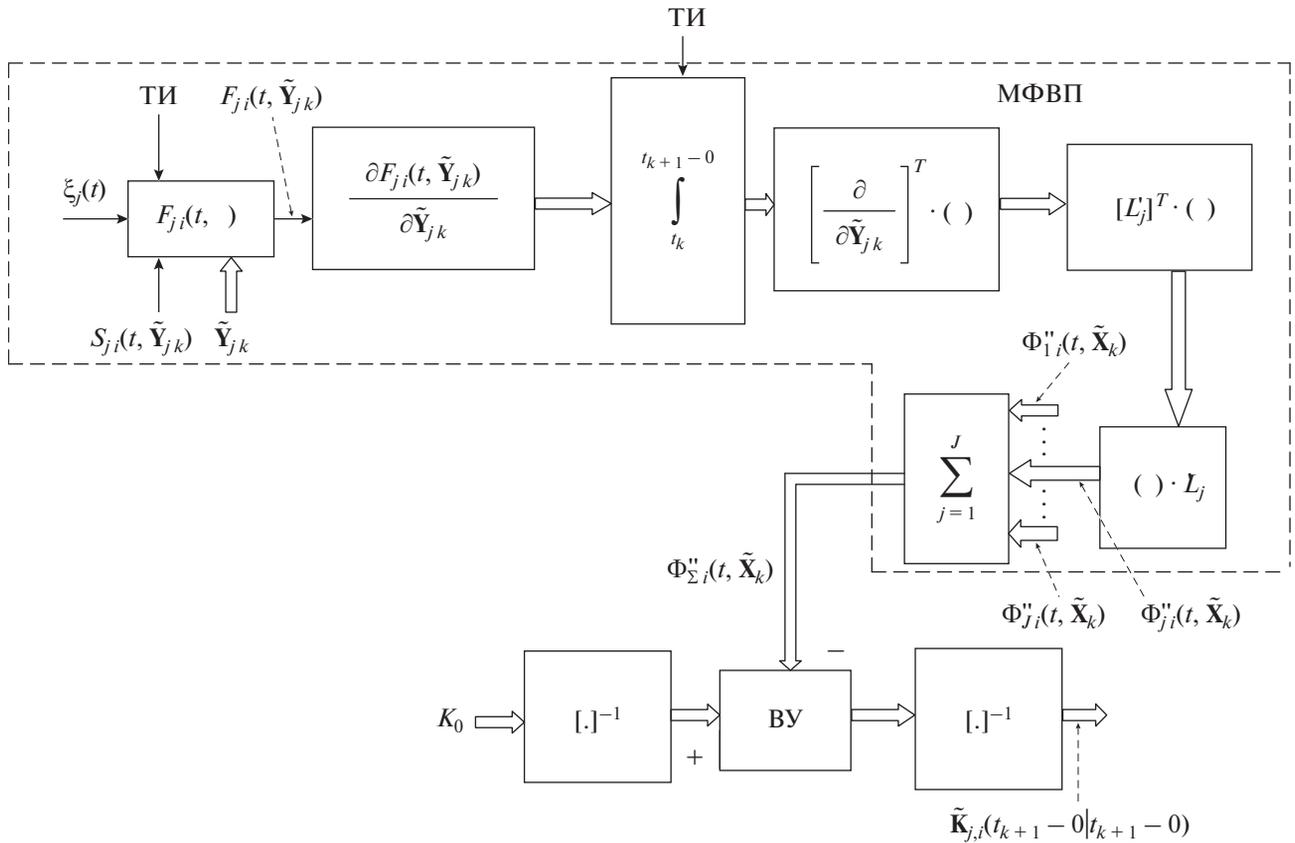


Рис. 2. Структурная схема модуля формирования матрицы ковариаций $\tilde{\mathbf{K}}_{j,i}(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0)$ субоптимальных условных ошибок оценивания: МФВП – модуль формирования второй производной, ВУ – вычитающее устройство, ТИ – тактовые импульсы; векторные связи показаны двойными линиями.

других модулей сигналы вторых производных $\Phi''_{li}(t, \tilde{\mathbf{X}}_k)$, где $l \neq j, l = \overline{1, J}$. С выхода МФВП снимается результирующий сигнал второй производной $\Phi''_{\Sigma i}(t, \tilde{\mathbf{X}}_k)$, который подается на вход ВУ. На другой вход ВУ подается сигнал обратной матрицы $[\mathbf{K}_0]^{-1}$, где \mathbf{K}_0 – матрица ковариаций субоптимальных условных ошибок оценивания в конце второго этапа обработки на предыдущем $(k-1)$ -м такте. Выходной сигнал ВУ в соответствии с алгоритмом (53) подается на модуль обращения матрицы, где и формируется сигнал матрицы ковариаций $\tilde{\mathbf{K}}_{j,i}(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0)$ субоптимальных условных ошибок оценивания.

Алгоритмы для вычисления субоптимальной безусловной оценки $\tilde{\mathbf{X}}(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0)$ и матрицы ковариаций $\tilde{\mathbf{K}}(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0)$ субоптимальных безусловных ошибок оценивания в конце первого этапа обработки на k -м такте, т.е. в момент времени $t = t_{k+1} - 0$, по сути те же самые, что в случае квазиоптимальных алгоритмов [1].

В случае субоптимальных алгоритмов обработка сигналов на втором этапе на каждом такте производится по тем же алгоритмам, что при квазиоптимальных алгоритмах [1].

Основные соотношения субоптимальных алгоритмов для вычисления оценок ДП $\tilde{\Theta}_{j(k+1)}, j = \overline{1, J}$, остаются теми же, что и в случае квазиоптимальных алгоритмов [1].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрены субоптимальный прием и обработка навигационных ШПС и, в частности, быстро развивающихся ВОС-сигналов (меандровых ШПС), которые предназначены для применения в ГНСС, таких как GPS (США), ГЛОНАСС (Россия), Galileo (Европейский союз) и BeiDou (Китай).

В представленной работе, являющейся развитием [1], на основе метода синтеза с переприсвоением параметров получены более простые аналитические соотношения – субоптимальные алгоритмы приема и обработки ВОС-сигналов в ГНСС, что важно для практической реализации.

При переходе от квазиоптимальных алгоритмов к субоптимальным учтено то, что в многоканальном приемнике ГНСС, установленном, например, на ЛА, каждый канал обработки радиосигналов функционирует применительно к своему принимаемому от j -го НКА сигналу $s_j(t)$ (10) и к своему вектору ПРС $\underline{Y}_j(t)$ (3), соответствующему j -му НКА, где $j = \overline{1, J}$ (J – число всех одновременно видимых НКА).

Помимо этого, при получении аналитических соотношений субоптимальных алгоритмов на динамику компонент вектора НП $\mathbf{X}(t)$ и векторов ПРС $\underline{Y}_j(t)$ с целью их упрощения наложено ограничение, состоящее в том, что на каждом тактовом полуинтервале $[t_k, t_{k+1})$ матрицы Якоби $\underline{L}'_j(t)$, где $j = \overline{1, J}$, (4) были приняты постоянными во времени (5).

Основной научный результат работы состоит в том, что получены аналитические выражения для субоптимальной условной оценки $\tilde{\mathbf{X}}_{j,i}(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0)$ и матрицы ковариаций $\tilde{\mathbf{K}}_{j,i}(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0)$ субоптимальных условных ошибок оценивания $[\mathbf{X}_k - \tilde{\mathbf{X}}_{j,i}(t_{k+1} - 0 | t_{k+1} - 0)]$ в конце первого этапа обработки на k -м такте, т.е. в момент времени $t = t_{k+1} - 0$.

Использованная методика решения задачи синтеза субоптимальных алгоритмов приема ВОС-сигналов в полной мере применима и для тех режимов функционирования ГНСС, при которых используются не ВОС-сигналы (т.е. не меандровые ШПС), а традиционные ШПС.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ярлыков М.С. // РЭ. 2022. Т. 67. № 5. С. 454.
2. Betz J.W. // Proc. National Technical Meeting of the Institute of Navigation (ION – NTM'99), San Diego. 25–27 Jan. 1999. Fairfax: ION, 1999. P. 639.
3. Betz J.W. // Navigation J. ION. 2001. V. 48. № 4. P. 227.
4. Ярлыков М. С. Меандровые шумоподобные сигналы (ВОС-сигналы) и их разновидности в спутниковых радионавигационных системах. М.: Радиотехника, 2017.
5. Шебшаевич В.С., Дмитриев П.П., Иванцевич Н.В. и др. Сетевые спутниковые радионавигационные системы. 2-е изд. М.: Радио и связь, 1993.
6. Соловьев Ю.А. Системы спутниковой навигации. М.: Эко-Трендз, 2000.
7. Ярлыков М.С. Статистическая теория радионавигации. М.: Радио и связь, 1985.
8. Стратонович Р.Л. Условные марковские процессы и их применение к теории оптимального управления. М.: Изд-во МГУ, 1966.
9. Ярлыков М.С. Применение марковской теории нелинейной фильтрации в радиотехнике. М.: Сов. радио, 1980.
10. Ярлыков М.С., Миронов М.А. Марковская теория оценивания случайных процессов. М.: Радио и связь, 1993.
11. Тихонов В.И., Харисов В.Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. Учеб. пособие для вузов. М.: Радио и связь, 1991.
12. Ярлыков М.С., Шишкин В.Ю. // РЭ. 1992. Т. 37. № 2. С. 260.
13. Ярлыков М.С., Ярлыкова С.М. // РЭ. 2021. Т. 66. № 8. С. 733.
14. Betz J.W., Blanco M.A., Cahn Ch.R. et al. // Proc. 19th Int. Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation (ION GNSS 2006). Fort Worth. 26–29 Sept. Fairfax: ION, 2006. P. 2080.
15. Wallner S., Hein G.W., Avila-Rodriguez J.-A. // Proc. 3rd Europ. Space Agency Workshop on Satellite Navigation, Navitec 2006. Noordwijk. 11–13 Dec. Noordwijk: ESTEC, 2006.
16. Ярлыков М.С., Ярлыкова С.М. // РЭ. 2006. Т. 51. № 8. С. 933.

**ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ
ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ**

УДК 621.396.96

**МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ ПОЛЯРИЗАЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК
РАДИОЛОКАЦИОННЫХ ЦЕЛЕЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ
НЕПОЛЯРИЗОВАННЫХ РАДИОВОЛН**

© 2022 г. Е. Л. Шошин*

Сургутский государственный университет,
просп. Ленина, 1, Сургут, 628400 Российская Федерация

*E-mail: shoshin_el@surgu.ru

Поступила в редакцию 24.12.2021 г.

После доработки 30.03.2022 г.

Принята к публикации 15.04.2022 г.

Приведен алгоритм измерения матрицы Мюллера радиолокационной цели с использованием неполяризованных зондирующих сигналов. Получены оценки погрешности измерения поляризационных характеристик в зависимости от углов ориентации и эллиптичности облучающих радиосигналов. Описан алгоритм устранения влияния передающей и приемной антенн радиолокатора на результат измерения поляризационных характеристик радиолокационных целей с использованием радиолокационного отражателя с переключаемыми поляризационными свойствами. Приведены результаты численного расчета матрицы Мюллера двухгранного уголкового и невзаимного отражателей до и после компенсации влияния передающей и приемной антенн на измеряемые поляризационные характеристики.

DOI: 10.31857/S0033849422090157

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

При измерении поляризационных характеристик радиолокационных целей используют методы, направленные на увеличение точности формируемых оценок [1–3]. При проведении измерений используется поляризационная модуляция радиолокационных сигналов [4]. Находят применение алгоритмы измерения матрицы обратного рассеяния при использовании зондирующих сигналов с линейной и круговой поляризацией [5]. Устранение искажений, вносимых передающей и приемной антеннами поляриметра на результат измерения значений элементов матрицы рассеяния, выполняется с помощью методов внешней калибровки с использованием двухгранных и трехгранного уголкового отражателей [6, 7].

Неполяризованные электромагнитные волны могут использоваться при внешней калибровке каналов измерения параметров Стокса методом поляризационной модуляции рассеянных сигналов [8]. Для этого в качестве калибровочной цели используется радиолокационный отражатель с переключаемыми поляризационными свойствами, соответствующими свойствам двухгранных, трехгранного и невзаимного отражателей. Неполяризованные электромагнитные волны могут использоваться для устранения искажений, вносимых передающей и приемной антеннами поляриметра

при проведении измерений значений элементов матрицы Мюллера (ММ), обладающей свойством симметрии элементов [8].

В [9] описан дискретный поляризационный модулятор радиолокационных сигналов, способный формировать на интервале времени NL неполяризованную радиоволну как векторную сумму поляризованных радиоволн:

$$\begin{pmatrix} I_0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{4N} \sum_{k=1}^N \left\{ \begin{pmatrix} I^k \\ Q^k \\ U^k \\ V^k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} I^k \\ Q^k \\ -U^k \\ -V^k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} I^k \\ -Q^k \\ U^k \\ -V^k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} I^k \\ -Q^k \\ -U^k \\ V^k \end{pmatrix} \right\}, \quad (1)$$

где I_0 – интенсивность неполяризованной радиоволны; k – индекс временного интервала; N – количество интервалов длительностью L ; I , Q , U , V – параметры Стокса, связанные с E_x и E_y – напряженностями x - и y -компоненты электромагнитного поля и фазовым сдвигом между компонентами поля φ соотношениями

$$\begin{aligned} I &= E_x^2 + E_y^2; & Q &= E_x^2 - E_y^2; \\ U &= 2E_x E_y \cos(\varphi); & V &= 2E_x E_y \sin(\varphi). \end{aligned} \quad (2)$$

Входящие в (1) векторы Стокса

$$\begin{aligned} \overline{\text{St}}_1^k &= (I^k, Q^k, U^k, V^k)^T, \\ \overline{\text{St}}_2^k &= (I^k, Q^k, -U^k, -V^k)^T, \\ \overline{\text{St}}_3^k &= (I^k, -Q^k, U^k, -V^k)^T, \\ \overline{\text{St}}_4^k &= (I^k, -Q^k, -U^k, V^k)^T \end{aligned}$$

задают интенсивность и поляризационное состояние радиоволн, имеющих длительность $L/4$ и формируемых последовательно на k -м временном интервале длительностью L ($k = 1, 2, \dots, N$). На интервале времени NL число поляризационных состояний радиоволн, формируемых поляризационным модулятором, составляет $4N$, при этом среднее значение интенсивности оказывается равным

$$I_0 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N I^k. \quad (3)$$

Связь векторов Стокса $\overline{\text{St}}_1^k, \overline{\text{St}}_2^k, \overline{\text{St}}_3^k, \overline{\text{St}}_4^k$, формируемых последовательно на k -м интервале времени L ($k = 1, 2, \dots, N$) поляризованных радиоволн единичной интенсивности со значениями углов эллиптичности α^k и ориентации β^k при опущенном индексе k , задается соотношениями

$$\begin{aligned} \overline{\text{St}}_1 &= (1, \cos(2\alpha) \cos(2\beta), \cos(2\alpha) \sin(2\beta), \sin(2\alpha))^T; \\ \overline{\text{St}}_2 &= (1, \cos(2(-\alpha)) \cos(2(-\beta)), \cos(2(-\alpha)) \times \\ &\quad \times \sin(2(-\beta)), \sin(2(-\alpha)))^T; \\ \overline{\text{St}}_3 &= (1, \cos(2(-\alpha)) \cos(2(-\beta + 90^\circ)), \\ &\quad \cos(2(-\alpha)) \sin(2(-\beta + 90^\circ)), \sin(2(-\alpha)))^T; \\ \overline{\text{St}}_4 &= (1, \cos(2\alpha) \cos(2(\beta + 90^\circ)), \\ &\quad \cos(2\alpha) \sin(2(\beta + 90^\circ)), \sin(2\alpha))^T \end{aligned} \quad (4)$$

и может быть представлена через полярные координаты сферы Пуанкаре [9].

Электромагнитные волны, формируемые согласно (1) и (4), чередуются во времени, что позволяет выполнить усреднение параметров Стокса на интервале времени kL ($k = 1, 2, \dots, N$). Уравнение (1) позволяет использовать электромагнитные волны произвольной поляризации – линейной, круговой, эллиптической.

Целью работы является разработка алгоритма измерения ММ радиолокационной цели без учета свойств симметрии, оценка ошибок измерения и устранение влияния антенно-фидерного тракта радиолокатора на результат поляризационных измерений с использованием неполяризованных радиоволн.

2. СВЯЗЬ МАТРИЦЫ МЮЛЛЕРА С МАТРИЦЕЙ РАССЕЯНИЯ РАДИОЛОКАЦИОННОГО ОБЪЕКТА

Поляризационные характеристики радиолокационной цели задаются матрицей рассеяния (МР), имеющей вид

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \dot{S}_{11} & \dot{S}_{12} \\ \dot{S}_{21} & \dot{S}_{22} \end{bmatrix}. \quad (5)$$

В общем случае МР радиолокационной цели состоит из четырех комплексных элементов. При выполнении свойства взаимности при распространении падающих и рассеянных радиоволн МР становится симметричной ($\dot{S}_{12} = \dot{S}_{21}$).

При использовании формализма векторов Стокса поляризационные характеристики радиолокационного объекта описывает ММ, связанная с матрицей рассеяния \mathbf{S} преобразованием вида [10]

$$\mathbf{M} = \mathbf{\Lambda} [\mathbf{S} \otimes \mathbf{S}^*] \mathbf{\Lambda}^{-1}, \quad (6)$$

здесь в квадратных скобках – кронеккеровское произведение матрицы рассеяния на комплексно-сопряженную матрицу, а

$$\mathbf{\Lambda} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -i & i & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

– матрица преобразования.

В общем случае ММ состоит из 16 элементов. В частных случаях ММ проявляет симметрию элементов. Для случая взаимного рассеяния назад ММ радиолокационного объекта проявляет свойства симметрии [11]:

$$\begin{aligned} m_{ij} &= m_{ji} \quad \text{если } i, j \neq 3; \\ m_{ij} &= -m_{ji} \quad \text{если } i, j = 3. \end{aligned} \quad (8)$$

Для случая рассеяния вперед ММ имеет вид [11]

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{12} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{13} & m_{14} & m_{33} & m_{34} \\ -m_{14} & -m_{24} & -m_{34} & m_{44} \end{bmatrix}. \quad (9)$$

В табл. 1 приведены матрицы рассеяния и свойства симметрии ММ двухгранного углового отражателя [10] и невзаимного отражателя [12], полученные согласно (6).

Алгоритмы измерения ММ радиолокационной цели должны функционировать без учета симметрии элементов.

Таблица 1. Матрицы рассеяния и свойства матрицы Мюллера радиолокационных объектов

Матрица	Двухгранный уголкоый отражатель [10]	Невзаимный отражатель [12]
S	$\begin{vmatrix} \cos(2\varphi) & -\sin(2\varphi) \\ -\sin(2\varphi) & -\cos(2\varphi) \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} \cos(2\gamma) & -\sin(2\gamma) \\ \sin(2\gamma) & \cos(2\gamma) \end{vmatrix}$
M	$\begin{aligned} m_{11} = -m_{44} = 1, m_{21} = m_{24} = m_{12} = m_{13} = m_{14} = 0, \\ m_{31} = m_{34} = m_{41} = m_{42} = m_{43} = 0, \\ m_{22} = -m_{33}, m_{32} = m_{23}. \end{aligned}$	$\begin{aligned} m_{11} = m_{44} = 1, m_{21} = m_{24} = m_{12} = m_{13} = m_{14} = 0, \\ m_{31} = m_{34} = m_{41} = m_{42} = m_{43} = 0, \\ m_{22} = m_{33}, m_{32} = -m_{23}. \end{aligned}$

Примечание: φ – угол ориентации ребра, γ – угол поворота плоскости поляризации.

3. ОЦЕНКА ЗНАЧЕНИЙ ЭЛЕМЕНТОВ МАТРИЦЫ МЮЛЛЕРА РАДИОЛОКАЦИОННОГО ОБЪЕКТА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НЕПОЛЯРИЗОВАННЫХ ЗОНДИРУЮЩИХ РАДИОСИГНАЛОВ

Рассмотрим способ оценки значений элементов ММ (\mathbf{M}^r) радиолокационного объекта, сохраняющего стабильность своих поляризационных характеристик на интервале измерений L . В качестве зондирующих сигналов будем использовать радиоволны, векторы Стокса которых $\overline{St}_1^e, \overline{St}_2^e, \overline{St}_3^e, \overline{St}_4^e$ определяются в соответствии с (4). Векторы Стокса обратно рассеянного радиосигнала $\overline{St}_1^r, \overline{St}_2^r, \overline{St}_3^r, \overline{St}_4^r$ связаны с приборными векторами Стокса соотношением

$$\overline{St}_{1,2,3,4}^r = h \mathbf{M}^r \overline{St}_{1,2,3,4}^e, \quad (10)$$

где

$$h = \frac{\sigma_0}{(4\pi)^2 R^4}, \quad (11)$$

σ_0 – эффективная поверхность рассеяния объекта, R – расстояние от объекта до поляриметра. При частоте посылки зондирующих сигналов 400 Гц, временной интервал формирования зондирующих сигналов и измерения векторов Стокса $\overline{St}_1^r, \overline{St}_2^r, \overline{St}_3^r, \overline{St}_4^r$ рассеянных сигналов составляет 10 мс. Линейная комбинация параметров Стокса рассеянных радиосигналов позволяет выполнить оценку

значений элементов матрицы Мюллера радиолокационного объекта

$$\begin{aligned} m_{j1} &= \frac{0.25}{hI^e} (G_1^r + G_2^r + G_3^r + G_4^r); \\ m_{j2} &= \frac{0.25}{hQ^e} (G_1^r + G_2^r - G_3^r - G_4^r); \\ m_{j3} &= \frac{0.25}{hU^e} (G_1^r - G_2^r + G_3^r - G_4^r); \\ m_{j4} &= \frac{0.25}{hV^e} (G_1^r - G_2^r - G_3^r + G_4^r); \end{aligned} \quad (12)$$

$$G_{1,2,2,4}^r = \begin{cases} I_{1,2,3,4}^r, & j = 1 \\ Q_{1,2,3,4}^r, & j = 2 \\ U_{1,2,3,4}^r, & j = 3 \\ V_{1,2,3,4}^r, & j = 4 \end{cases}$$

Точность формируемых оценок связана с погрешностями измерения параметров Стокса. При использовании цифровой обработки в реальном времени погрешность оценки параметров Стокса будет определяться ошибками квантования при аналого-цифровом преобразовании измеряемых сигналов. Быстродействующий восьмиразрядный АЦП, на вход которого поступают измеряемые сигналы с уровнями $-5 \dots 5$ В, выполняет преобразование аналогового сигнала с погрешностью квантования 39 мВ (0.39%).

Дополнительным фактором, влияющим на точность оценки значений элементов \mathbf{M}^r , является выбор углов α и β , задающих поляризацию облучающих электромагнитных волн. На рис. 1 приведены зависимости относительной ошибки измерения значений элементов ММ невзаимного

радиолокационного объекта (см. табл. 1) от угла эллиптичности облучающих радиосигналов, которые получены при $\beta = 67^\circ$ и погрешности измерения параметров Стокса 0.39%. Зависимости, представленные на рис. 1 свидетельствует, что при $\alpha = 0^\circ, \pm 45^\circ, \pm 90^\circ$ относительная ошибка измерения элементов \mathbf{M}^r может достигать 10%. Данное обстоятельство связано с тем, что при этих условиях значения параметров Стокса Q^e, U^e и V^e становятся близкими к 0, а формируемые согласно (12) оценки значений m_{ji} ($i = 2, 3, 4; j = 2, 3, 4$) при делении на малые величины становятся неточными. При использовании зондирующих радиоволн с углами $\alpha = 2^\circ \dots 30^\circ$ и $60^\circ \dots 88^\circ$, $\beta = 2^\circ \dots 30^\circ$ и $60^\circ \dots 88^\circ$ относительная погрешность измерения значений элементов \mathbf{M}^r не превышает 0.25%. При $\alpha = 17.5^\circ$ и 67.5° , $\beta = 17.5^\circ$ и 67.5° параметры Стокса Q^e, U^e и V^e становятся равными по модулю между собой и оценка значений элементов \mathbf{M}^r выполняется с одинаковой погрешностью.

В отличие от измерительных алгоритмов, использующих зондирующие электромагнитные волны фиксированной поляризации (обычно линейной и круговой поляризации) [5], алгоритм (12) позволяет выполнить оценку \mathbf{M}^r , облучая радиолокационную цель электромагнитными волнами с произвольными поляризациями в соответствии с (4). В тех случаях, когда радиолокационная цель обладает линейными или круговыми поляризациями нулевого приема, алгоритм (12) демонстрирует преимущество при измерении поляризационных характеристик. При формировании зондирующего неполяризованного радиосигнала на интервале времени $N L$ число поляризационных состояний возрастает до $4N$, что позволяет реализовать N -е количество раз алгоритм (12). Матричный массив, составленный из N независимых оценок \mathbf{M}^r , позволяет сформировать статистически эффективную оценку ММ стабильной точечной или составной радиолокационной цели, а в случае поляризационной нестабильности получить оценку динамики изменения рассеивающих свойств.

4. ВЛИЯНИЕ ИСКАЖЕНИЙ НА ИЗМЕРЕНИЕ МАТРИЦЫ МЮЛЛЕРА РАДИОЛОКАЦИОННОЙ ЦЕЛИ

При измерении матрицы рассеяния \mathbf{S}^c радиолокационным поляриметром привносятся искажения, связанные с влиянием излучающей и приемной антенн, описываемых матрицами \mathbf{T} и \mathbf{R} , а

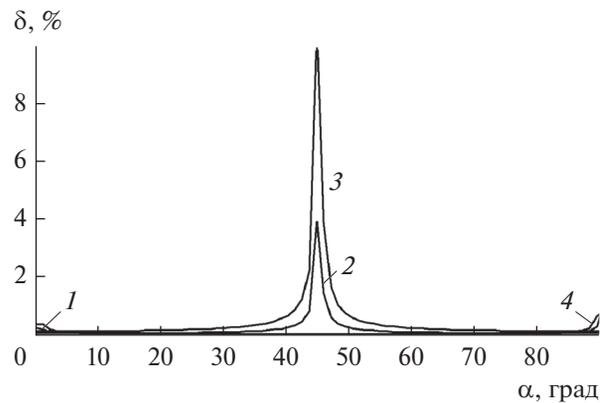


Рис. 1. Зависимости относительных ошибок оценки значений элементов матрицы Мюллера от угла эллиптичности облучающих сигналов: 1 – m_{44} , 2 – m_{33} , 3 – m_{22} , 4 – m_{34} .

также проявляется влияние паразитных связей, характеризуемых матрицей \mathbf{I} [6]. Измеренная искаженная матрица рассеяния имеет вид

$$\mathbf{S}^r = \mathbf{I} + \mathbf{R}\mathbf{S}^c\mathbf{T}. \quad (13)$$

Используя преобразование (6) для матриц, входящих в (13), осуществим переход к измеренной ММ радиолокационного объекта:

$$\mathbf{M}^r = \mathbf{J} + \mathbf{F}\mathbf{M}^c\mathbf{P}, \quad (14)$$

где \mathbf{M}^c – исходная ММ радиолокационного объекта; $\mathbf{J}, \mathbf{P}, \mathbf{F}$ – матрицы Мюллера, имеют размерность 4 на 4, при этом матрица \mathbf{P} моделирует прямую передачу сигналов между входными зажимами передающей антенны до исследуемого объекта, матрица \mathbf{F} моделирует прямую передачу сигналов между объектом и выходными зажимами приемной антенны, матрица \mathbf{J} моделирует ошибки перекрестных связей передающей и приемной антенн поляриметра. Число независимых переменных матрицы \mathbf{M}^c составляет 16, число переменных \mathbf{P} и \mathbf{F} согласно свойству симметрии (9) составляет 10.

Из (14) можем выразить неискаженную ММ радиолокационного объекта:

$$\mathbf{M}^c = \mathbf{F}^{-1}(\mathbf{M}^r - \mathbf{J})\mathbf{P}^{-1}. \quad (15)$$

Элементы матрицы \mathbf{J} могут быть определены при калибровке путем ориентирования передающей и приемной антенн поляриметра на радиолокационный объект с малой эффективной поверхностью рассеяния. Значения элементов матриц \mathbf{F}, \mathbf{P} также определяются в ходе калибровки. Вводя матрицу

$$\mathbf{W} = \mathbf{M}^r - \mathbf{J}. \quad (16)$$

получим

$$\mathbf{W} = \mathbf{F}\mathbf{M}^c\mathbf{P}, \quad (17)$$

и задача калибровки сводится к определению 20 неизвестных коэффициентов f_{ij} и p_{ij} матриц \mathbf{F} и \mathbf{P} .

Для того чтобы определить матрицы \mathbf{F} и \mathbf{P} , будем использовать радиолокационный отражатель [8], обладающий известным значением эффективной поверхности рассеяния (σ_0) и переключаемыми поляризационными свойствами, соответствующими следующим матрицам рассеяния: трехгранного уголкового отражателя (TR) –

$$\delta_0 = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (18)$$

двухгранного уголкового отражателя с углом ориентации ребра $\varphi = 0$ ($D1$) –

$$\delta_1 = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} \quad (19)$$

двухгранного уголкового отражателя с углом ориентации ребра $\varphi = -45^\circ$ ($D2$) –

$$\delta_2 = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \quad (20)$$

невзаимного отражателя (NR) –

$$\delta_3 = \begin{vmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{vmatrix}. \quad (21)$$

При переключении поляризационных свойств и облучении электромагнитной волной фиксированной поляризации радиолокационный отражатель формирует рассеянный сигнал, поляризационные характеристики которого соответствуют (4) [8].

Для нахождения матриц \mathbf{F} и \mathbf{P} необходима серия из 16 измерений, включающих в себя облучение калибровочной цели неполяризованными радиосигналами, формируемыми согласно (4), и измерение параметров Стокса радиосигналов, рассеянных отражателем в режиме динамического переключения своих характеристик. Полученный набор векторов Стокса позволяет выполнить оценку матриц \mathbf{M}_{TR}^r , \mathbf{M}_{D1}^r , \mathbf{M}_{D2}^r , \mathbf{M}_{NR}^r согласно

(12). Линейная комбинация измеренных матриц приводит к нахождению значений элементов матриц \mathbf{F} и \mathbf{P} :

$$\mathbf{A} = \frac{\mathbf{M}_{TR}^r + \mathbf{M}_{D1}^r + \mathbf{M}_{D2}^r + \mathbf{M}_{NR}^r}{4} = \begin{vmatrix} f_{11}p_{11} & f_{11}p_{12} & f_{11}p_{13} & f_{11}p_{14} \\ f_{12}p_{11} & f_{12}p_{12} & f_{12}p_{13} & f_{12}p_{14} \\ f_{13}p_{11} & f_{13}p_{12} & f_{13}p_{13} & f_{13}p_{14} \\ -f_{14}p_{11} & -f_{14}p_{12} & -f_{14}p_{13} & -f_{14}p_{14} \end{vmatrix}, \quad (22)$$

$$\mathbf{B} = \frac{\mathbf{M}_{TR}^r + \mathbf{M}_{D1}^r - \mathbf{M}_{D2}^r - \mathbf{M}_{NR}^r}{4} = \begin{vmatrix} f_{12}p_{12} & f_{12}p_{22} & f_{12}p_{23} & f_{12}p_{24} \\ f_{22}p_{12} & f_{22}p_{22} & f_{22}p_{23} & f_{22}p_{24} \\ f_{23}p_{12} & f_{23}p_{22} & f_{23}p_{23} & f_{23}p_{24} \\ -f_{24}p_{12} & -f_{24}p_{22} & -f_{24}p_{23} & -f_{24}p_{24} \end{vmatrix}, \quad (23)$$

$$\mathbf{C} = \frac{\mathbf{M}_{TR}^r - \mathbf{M}_{D1}^r + \mathbf{M}_{D2}^r - \mathbf{M}_{NR}^r}{4} = \begin{vmatrix} f_{13}p_{13} & f_{13}p_{23} & f_{13}p_{33} & f_{13}p_{34} \\ f_{23}p_{13} & f_{23}p_{23} & f_{23}p_{33} & f_{23}p_{34} \\ f_{33}p_{13} & f_{33}p_{23} & f_{33}p_{33} & f_{33}p_{34} \\ -f_{34}p_{13} & -f_{34}p_{23} & -f_{34}p_{33} & -f_{34}p_{34} \end{vmatrix}, \quad (24)$$

$$\mathbf{D} = \frac{\mathbf{M}_{TR}^r - \mathbf{M}_{D1}^r - \mathbf{M}_{D2}^r + \mathbf{M}_{NR}^r}{4} = \begin{vmatrix} -f_{14}p_{14} & -f_{14}p_{24} & -f_{14}p_{34} & f_{14}p_{44} \\ -f_{24}p_{14} & -f_{24}p_{24} & -f_{24}p_{34} & f_{24}p_{44} \\ -f_{34}p_{14} & -f_{34}p_{24} & -f_{34}p_{34} & f_{34}p_{44} \\ -f_{44}p_{14} & -f_{44}p_{24} & -f_{44}p_{34} & f_{44}p_{44} \end{vmatrix}. \quad (25)$$

Заменяя коэффициенты матриц \mathbf{F} и \mathbf{P} значениями элементов матриц \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} , \mathbf{D} согласно (22)–(25), запишем связь элементов матриц \mathbf{W} и \mathbf{M}^c в виде столбцов:

$$\mathbf{W} = \mathbf{Z}\mathbf{M}^c, \quad (26)$$

где

$$\mathbf{W} = \|w_{11}w_{12}w_{13}w_{14}w_{21}w_{22}w_{23}w_{24}w_{31}w_{32}w_{33}w_{34}w_{41}w_{42}w_{43}w_{44}\|^T;$$

$$\mathbf{M}^c = \|m_{11}m_{12}m_{13}m_{14}m_{21}m_{22}m_{23}m_{24}m_{31}m_{32}m_{33}m_{34}m_{41}m_{42}m_{43}m_{44}\|^T;$$

\mathbf{Z} – матрица, состоящая из субматриц \mathbf{Z}_1 , \mathbf{Z}_2 , \mathbf{Z}_3 , \mathbf{Z}_4 размерностью 8 на 8 каждая

$$\mathbf{Z} = \left\| \begin{matrix} \mathbf{Z}_1 & \mathbf{Z}_2 \\ \mathbf{Z}_3 & \mathbf{Z}_4 \end{matrix} \right\|, \quad (27)$$

где

$$Z_1 = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & -a_{14} & a_{21} & a_{22} & a_{23} & -a_{24} \\ a_{12} & a_{11} \frac{b_{12}}{a_{21}} & a_{11} \frac{c_{12}}{a_{31}} & a_{11} \frac{-b_{14}}{a_{21}} & b_{11} & b_{12} & b_{13} & -b_{14} \\ a_{13} & a_{11} \frac{b_{13}}{a_{12}} & a_{11} \frac{c_{13}}{a_{31}} & a_{11} \frac{-c_{14}}{a_{31}} & a_{23} & b_{13} & a_{21} \frac{c_{13}}{a_{31}} & a_{21} \frac{-c_{14}}{a_{31}} \\ a_{14} & a_{11} \frac{b_{14}}{a_{21}} & a_{11} \frac{c_{14}}{a_{31}} & a_{11} \frac{-d_{14}}{a_{41}} & a_{24} & b_{14} & a_{21} \frac{c_{14}}{a_{31}} & a_{21} \frac{-d_{14}}{a_{41}} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & -a_{24} & b_{21} \frac{a_{21}}{b_{11}} & b_{21} & b_{22} \frac{a_{23}}{b_{12}} & b_{22} \frac{-a_{24}}{b_{12}} \\ a_{22} & b_{12} & b_{13} & -b_{14} & b_{21} & b_{22} & b_{23} & -b_{24} \\ a_{23} & b_{13} & a_{21} \frac{c_{13}}{a_{31}} & a_{21} \frac{-c_{14}}{a_{31}} & b_{22} \frac{a_{23}}{b_{12}} & b_{23} & b_{22} \frac{c_{23}}{b_{32}} & b_{22} \frac{-c_{24}}{b_{32}} \\ a_{24} & b_{14} & a_{21} \frac{c_{14}}{a_{31}} & a_{21} \frac{-d_{14}}{a_{41}} & b_{22} \frac{a_{24}}{b_{12}} & b_{24} & b_{22} \frac{c_{24}}{b_{32}} & b_{22} \frac{-d_{24}}{b_{42}} \end{pmatrix};$$

$$Z_2 = \begin{pmatrix} a_{31} & a_{32} & a_{33} & -a_{34} & a_{41} & a_{42} & a_{43} & -a_{44} \\ a_{32} & a_{31} \frac{b_{12}}{a_{21}} & c_{12} & a_{31} \frac{-b_{14}}{a_{21}} & -a_{42} & a_{41} \frac{-b_{12}}{a_{21}} & a_{41} \frac{-b_{13}}{a_{21}} & d_{12} \\ a_{33} & c_{12} & c_{13} & -c_{14} & -a_{43} & a_{41} \frac{-b_{13}}{a_{21}} & a_{41} \frac{-c_{13}}{a_{31}} & d_{13} \\ a_{34} & a_{31} \frac{b_{14}}{a_{21}} & c_{14} & a_{31} \frac{-d_{14}}{a_{41}} & -d_{11} & -d_{12} & -d_{13} & d_{14} \\ b_{31} \frac{a_{21}}{b_{11}} & b_{31} & c_{21} & b_{32} \frac{-a_{24}}{b_{12}} & b_{41} \frac{-a_{21}}{b_{11}} & -b_{41} & b_{42} \frac{-a_{23}}{b_{12}} & d_{21} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & -b_{34} & -b_{41} & -b_{42} & -b_{43} & d_{22} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & -c_{24} & b_{42} \frac{-a_{23}}{b_{12}} & -b_{43} & b_{43} \frac{-c_{23}}{b_{33}} & d_{23} \\ b_{32} \frac{d_{21}}{b_{42}} & b_{34} & c_{24} & b_{32} \frac{-d_{24}}{b_{42}} & -d_{21} & -d_{22} & -d_{23} & d_{24} \end{pmatrix};$$

$$Z_3 = \begin{pmatrix} a_{31} & a_{32} & a_{33} & -a_{34} & b_{31} \frac{a_{21}}{b_{11}} & b_{31} & c_{21} & b_{32} \frac{-a_{24}}{b_{12}} \\ a_{32} & a_{31} \frac{b_{12}}{a_{21}} & c_{12} & a_{31} \frac{-b_{14}}{a_{21}} & b_{31} & b_{32} & b_{33} & -b_{34} \\ a_{33} & c_{12} & c_{13} & -c_{14} & c_{21} & c_{22} & c_{23} & -c_{24} \\ a_{34} & a_{32} \frac{b_{14}}{a_{22}} & c_{14} & a_{32} \frac{-d_{14}}{a_{42}} & c_{22} \frac{a_{34}}{c_{12}} & b_{34} & c_{24} & c_{22} \frac{-d_{34}}{c_{42}} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & -a_{44} & b_{41} \frac{a_{21}}{b_{11}} & a_{22} & b_{41} \frac{a_{23}}{b_{11}} & -d_{21} \\ a_{42} & d_{12} \frac{b_{42}}{d_{22}} & d_{12} \frac{b_{43}}{d_{22}} & -d_{12} & b_{41} & b_{42} & b_{43} & -d_{22} \\ a_{43} & d_{13} \frac{c_{42}}{d_{33}} & d_{13} \frac{c_{43}}{d_{33}} & -d_{13} & b_{43} \frac{a_{23}}{b_{13}} & b_{43} & b_{43} \frac{c_{23}}{b_{33}} & -d_{23} \\ a_{44} & d_{12} & d_{13} & -d_{14} & d_{21} & d_{22} & d_{23} & -d_{24} \end{pmatrix};$$

Таблица 2. Расчет матрицы Мюллера радиолокационных объектов

Параметр	Двухгранный угловой отражатель ($\varphi = 20^\circ$)	Невзаимный отражатель ($\gamma = 20^\circ$)
S	$\begin{vmatrix} 0.766 & -0.643 \\ -0.643 & -0.766 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0.766 & -0.643 \\ 0.643 & -0.766 \end{vmatrix}$
M^c	$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.174 & -0.985 & 0 \\ 0 & -0.985 & -0.174 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.174 & -0.985 & 0 \\ 0 & 0.985 & 0.174 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$
F	$\begin{vmatrix} 1 & 0.02 & 0.03 & 0.01 \\ 0.02 & 1 & 0.02 & 0.02 \\ 0.03 & 0.02 & 1 & 0.1 \\ -0.01 & -0.02 & -0.1 & 1 \end{vmatrix}$	
P	$\begin{vmatrix} 1 & 0.02 & 0.05 & 0.01 \\ 0.02 & 1 & 0.1 & 0.02 \\ 0.05 & 0.1 & 1 & 0.05 \\ -0.01 & -0.02 & -0.05 & 1 \end{vmatrix}$	
J	$\begin{vmatrix} 0.02 & 0 & 0.01 & 0.02 \\ 0 & 0.01 & 0 & 0.01 \\ -0.01 & 0 & 0.01 & 0 \\ 0.02 & 0.01 & 0 & 0.02 \end{vmatrix}$	
M^r	$\begin{vmatrix} 1.018 & -0.008 & 0.033 & 0.018 \\ -0.026 & 0.066 & -0.971 & -0.056 \\ -0.008 & -0.998 & -0.275 & -0.129 \\ 0.024 & 0.129 & 0.096 & -0.976 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1.02 & 0.051 & 0.048 & 0.04 \\ -0.025 & 0.105 & -0.962 & -0.015 \\ 0.046 & 1.002 & 0.259 & 0.128 \\ -0.002 & -0.112 & -0.058 & 1.018 \end{vmatrix}$
M^r_{TR}	$\begin{vmatrix} 1.002 & 0.043 & 0.082 & 0.022 \\ 0.041 & 1.002 & 0.12 & 0.041 \\ 0.079 & 0.119 & 0.999 & 0.151 \\ -0.025 & -0.05 & -0.152 & 0.995 \end{vmatrix}$	
M^r_{D1}	$\begin{vmatrix} 0.999 & 0.037 & 0.023 & -0.001 \\ 0.039 & 0.999 & 0.082 & -8 \times 10^{-4} \\ -0.019 & -0.077 & -0.991 & -0.149 \\ 0.005 & 0.01 & 0.148 & -0.995 \end{vmatrix}$	
M^r_{D2}	$\begin{vmatrix} 1.001 & 0.003 & 0.079 & 0.001 \\ 0.001 & -0.997 & -0.078 & -0.039 \\ 0.081 & 0.083 & 1.005 & -0.05 \\ -0.005 & 0.03 & -0.048 & -1.005 \end{vmatrix}$	
M^r_{NR}	$\begin{vmatrix} 0.998 & -0.003 & 0.018 & 0.018 \\ -0.002 & -1.002 & 0.120 & -8 \times 10^{-4} \\ -0.021 & -0.121 & -1.005 & 0.05 \\ -0.015 & 0.01 & 0.052 & 1.005 \end{vmatrix}$	

Таблица 2. Продолжение

Параметр	Двухгранный угловой отражатель ($\varphi = 20^\circ$)	Невзаимный отражатель ($\gamma = 20^\circ$)																																																																																																
Z_1	<table border="1"> <tr><td>1</td><td>0.02</td><td>0.05</td><td>-0.01</td></tr> <tr><td>0.02</td><td>1</td><td>0.1</td><td>-0.02</td></tr> <tr><td>0.05</td><td>0.1</td><td>1</td><td>-0.05</td></tr> <tr><td>0.01</td><td>0.02</td><td>0.05</td><td>1</td></tr> <tr><td>0.02</td><td>4×10^{-4}</td><td>0.001</td><td>-2×10^{-4}</td></tr> <tr><td>4×10^{-4}</td><td>0.02</td><td>0.002</td><td>-4×10^{-4}</td></tr> <tr><td>0.001</td><td>0.002</td><td>0.02</td><td>-0.001</td></tr> <tr><td>2×10^{-4}</td><td>4×10^{-4}</td><td>0.001</td><td>0.02</td></tr> </table>	1	0.02	0.05	-0.01	0.02	1	0.1	-0.02	0.05	0.1	1	-0.05	0.01	0.02	0.05	1	0.02	4×10^{-4}	0.001	-2×10^{-4}	4×10^{-4}	0.02	0.002	-4×10^{-4}	0.001	0.002	0.02	-0.001	2×10^{-4}	4×10^{-4}	0.001	0.02	<table border="1"> <tr><td>0.02</td><td>4×10^{-4}</td><td>0.001</td><td>-2×10^{-4}</td><td>0.02</td><td>4×10^{-4}</td><td>0.001</td><td>-2×10^{-4}</td></tr> <tr><td>4×10^{-4}</td><td>0.02</td><td>0.002</td><td>-4×10^{-4}</td><td>0.02</td><td>1</td><td>0.1</td><td>-0.02</td></tr> <tr><td>0.001</td><td>0.002</td><td>0.02</td><td>-0.001</td><td>0.05</td><td>0.1</td><td>1</td><td>-0.05</td></tr> <tr><td>2×10^{-4}</td><td>4×10^{-4}</td><td>0.001</td><td>0.02</td><td>0.01</td><td>0.02</td><td>0.05</td><td>1</td></tr> </table>	0.02	4×10^{-4}	0.001	-2×10^{-4}	0.02	4×10^{-4}	0.001	-2×10^{-4}	4×10^{-4}	0.02	0.002	-4×10^{-4}	0.02	1	0.1	-0.02	0.001	0.002	0.02	-0.001	0.05	0.1	1	-0.05	2×10^{-4}	4×10^{-4}	0.001	0.02	0.01	0.02	0.05	1																																
1	0.02	0.05	-0.01																																																																																															
0.02	1	0.1	-0.02																																																																																															
0.05	0.1	1	-0.05																																																																																															
0.01	0.02	0.05	1																																																																																															
0.02	4×10^{-4}	0.001	-2×10^{-4}																																																																																															
4×10^{-4}	0.02	0.002	-4×10^{-4}																																																																																															
0.001	0.002	0.02	-0.001																																																																																															
2×10^{-4}	4×10^{-4}	0.001	0.02																																																																																															
0.02	4×10^{-4}	0.001	-2×10^{-4}	0.02	4×10^{-4}	0.001	-2×10^{-4}																																																																																											
4×10^{-4}	0.02	0.002	-4×10^{-4}	0.02	1	0.1	-0.02																																																																																											
0.001	0.002	0.02	-0.001	0.05	0.1	1	-0.05																																																																																											
2×10^{-4}	4×10^{-4}	0.001	0.02	0.01	0.02	0.05	1																																																																																											
Z_2	<table border="1"> <tr><td>0.03</td><td>6×10^{-4}</td><td>0.001</td><td>-3×10^{-4}</td></tr> <tr><td>6×10^{-4}</td><td>0.03</td><td>0.003</td><td>-6×10^{-4}</td></tr> <tr><td>0.001</td><td>0.003</td><td>0.03</td><td>-0.001</td></tr> <tr><td>3×10^{-4}</td><td>6×10^{-4}</td><td>0.001</td><td>0.03</td></tr> <tr><td>0.02</td><td>4×10^{-4}</td><td>0.001</td><td>-2×10^{-4}</td></tr> <tr><td>4×10^{-4}</td><td>0.02</td><td>0.002</td><td>-4×10^{-4}</td></tr> <tr><td>0.001</td><td>0.002</td><td>0.02</td><td>-0.001</td></tr> <tr><td>2×10^{-4}</td><td>4×10^{-4}</td><td>0.001</td><td>0.02</td></tr> </table>	0.03	6×10^{-4}	0.001	-3×10^{-4}	6×10^{-4}	0.03	0.003	-6×10^{-4}	0.001	0.003	0.03	-0.001	3×10^{-4}	6×10^{-4}	0.001	0.03	0.02	4×10^{-4}	0.001	-2×10^{-4}	4×10^{-4}	0.02	0.002	-4×10^{-4}	0.001	0.002	0.02	-0.001	2×10^{-4}	4×10^{-4}	0.001	0.02	<table border="1"> <tr><td>-0.01</td><td>-2×10^{-4}</td><td>-5×10^{-4}</td><td>10^{-4}</td><td>-0.01</td><td>-2×10^{-4}</td><td>-5×10^{-4}</td><td>10^{-4}</td></tr> <tr><td>2×10^{-4}</td><td>0.01</td><td>0.001</td><td>-2×10^{-4}</td><td>2×10^{-4}</td><td>0.01</td><td>0.001</td><td>-2×10^{-4}</td></tr> <tr><td>5×10^{-4}</td><td>0.001</td><td>0.01</td><td>-5×10^{-4}</td><td>10^{-4}</td><td>2×10^{-4}</td><td>5×10^{-4}</td><td>0.01</td></tr> <tr><td>-2×10^{-4}</td><td>4×10^{-4}</td><td>-0.001</td><td>-2×10^{-4}</td><td>-0.02</td><td>4×10^{-4}</td><td>-0.001</td><td>-2×10^{-4}</td></tr> <tr><td>4×10^{-4}</td><td>0.02</td><td>0.002</td><td>-4×10^{-4}</td><td>4×10^{-4}</td><td>0.02</td><td>0.002</td><td>-4×10^{-4}</td></tr> <tr><td>0.001</td><td>0.002</td><td>0.02</td><td>-0.001</td><td>0.001</td><td>0.002</td><td>0.02</td><td>-0.001</td></tr> <tr><td>2×10^{-4}</td><td>4×10^{-4}</td><td>0.001</td><td>0.02</td><td>2×10^{-4}</td><td>4×10^{-4}</td><td>0.001</td><td>0.020</td></tr> </table>	-0.01	-2×10^{-4}	-5×10^{-4}	10^{-4}	-0.01	-2×10^{-4}	-5×10^{-4}	10^{-4}	2×10^{-4}	0.01	0.001	-2×10^{-4}	2×10^{-4}	0.01	0.001	-2×10^{-4}	5×10^{-4}	0.001	0.01	-5×10^{-4}	10^{-4}	2×10^{-4}	5×10^{-4}	0.01	-2×10^{-4}	4×10^{-4}	-0.001	-2×10^{-4}	-0.02	4×10^{-4}	-0.001	-2×10^{-4}	4×10^{-4}	0.02	0.002	-4×10^{-4}	4×10^{-4}	0.02	0.002	-4×10^{-4}	0.001	0.002	0.02	-0.001	0.001	0.002	0.02	-0.001	2×10^{-4}	4×10^{-4}	0.001	0.02	2×10^{-4}	4×10^{-4}	0.001	0.020								
0.03	6×10^{-4}	0.001	-3×10^{-4}																																																																																															
6×10^{-4}	0.03	0.003	-6×10^{-4}																																																																																															
0.001	0.003	0.03	-0.001																																																																																															
3×10^{-4}	6×10^{-4}	0.001	0.03																																																																																															
0.02	4×10^{-4}	0.001	-2×10^{-4}																																																																																															
4×10^{-4}	0.02	0.002	-4×10^{-4}																																																																																															
0.001	0.002	0.02	-0.001																																																																																															
2×10^{-4}	4×10^{-4}	0.001	0.02																																																																																															
-0.01	-2×10^{-4}	-5×10^{-4}	10^{-4}	-0.01	-2×10^{-4}	-5×10^{-4}	10^{-4}																																																																																											
2×10^{-4}	0.01	0.001	-2×10^{-4}	2×10^{-4}	0.01	0.001	-2×10^{-4}																																																																																											
5×10^{-4}	0.001	0.01	-5×10^{-4}	10^{-4}	2×10^{-4}	5×10^{-4}	0.01																																																																																											
-2×10^{-4}	4×10^{-4}	-0.001	-2×10^{-4}	-0.02	4×10^{-4}	-0.001	-2×10^{-4}																																																																																											
4×10^{-4}	0.02	0.002	-4×10^{-4}	4×10^{-4}	0.02	0.002	-4×10^{-4}																																																																																											
0.001	0.002	0.02	-0.001	0.001	0.002	0.02	-0.001																																																																																											
2×10^{-4}	4×10^{-4}	0.001	0.02	2×10^{-4}	4×10^{-4}	0.001	0.020																																																																																											
Z_3	<table border="1"> <tr><td>0.03</td><td>6×10^{-4}</td><td>0.001</td><td>-3×10^{-4}</td></tr> <tr><td>6×10^{-4}</td><td>0.030</td><td>0.003</td><td>-6×10^{-4}</td></tr> <tr><td>0.001</td><td>0.003</td><td>0.03</td><td>-0.001</td></tr> <tr><td>3×10^{-4}</td><td>6×10^{-4}</td><td>0.001</td><td>0.03</td></tr> <tr><td>-0.010</td><td>-2×10^{-4}</td><td>-5×10^{-4}</td><td>10^{-4}</td></tr> <tr><td>-2×10^{-4}</td><td>-0.010</td><td>-0.001</td><td>2×10^{-4}</td></tr> <tr><td>-5×10^{-4}</td><td>-0.001</td><td>-0.010</td><td>5×10^{-4}</td></tr> <tr><td>-1×10^{-4}</td><td>-2×10^{-4}</td><td>-5×10^{-4}</td><td>-0.01</td></tr> </table>	0.03	6×10^{-4}	0.001	-3×10^{-4}	6×10^{-4}	0.030	0.003	-6×10^{-4}	0.001	0.003	0.03	-0.001	3×10^{-4}	6×10^{-4}	0.001	0.03	-0.010	-2×10^{-4}	-5×10^{-4}	10^{-4}	-2×10^{-4}	-0.010	-0.001	2×10^{-4}	-5×10^{-4}	-0.001	-0.010	5×10^{-4}	-1×10^{-4}	-2×10^{-4}	-5×10^{-4}	-0.01	<table border="1"> <tr><td>0.02</td><td>4×10^{-4}</td><td>0.001</td><td>-2×10^{-4}</td><td>0.02</td><td>4×10^{-4}</td><td>0.001</td><td>-2×10^{-4}</td></tr> <tr><td>4×10^{-4}</td><td>0.02</td><td>0.002</td><td>-4×10^{-4}</td><td>4×10^{-4}</td><td>0.02</td><td>0.002</td><td>-4×10^{-4}</td></tr> <tr><td>0.001</td><td>0.002</td><td>0.02</td><td>-0.001</td><td>0.001</td><td>0.002</td><td>0.02</td><td>-0.001</td></tr> <tr><td>2×10^{-4}</td><td>4×10^{-4}</td><td>0.001</td><td>0.02</td><td>2×10^{-4}</td><td>4×10^{-4}</td><td>0.001</td><td>0.020</td></tr> </table>	0.02	4×10^{-4}	0.001	-2×10^{-4}	0.02	4×10^{-4}	0.001	-2×10^{-4}	4×10^{-4}	0.02	0.002	-4×10^{-4}	4×10^{-4}	0.02	0.002	-4×10^{-4}	0.001	0.002	0.02	-0.001	0.001	0.002	0.02	-0.001	2×10^{-4}	4×10^{-4}	0.001	0.02	2×10^{-4}	4×10^{-4}	0.001	0.020																																
0.03	6×10^{-4}	0.001	-3×10^{-4}																																																																																															
6×10^{-4}	0.030	0.003	-6×10^{-4}																																																																																															
0.001	0.003	0.03	-0.001																																																																																															
3×10^{-4}	6×10^{-4}	0.001	0.03																																																																																															
-0.010	-2×10^{-4}	-5×10^{-4}	10^{-4}																																																																																															
-2×10^{-4}	-0.010	-0.001	2×10^{-4}																																																																																															
-5×10^{-4}	-0.001	-0.010	5×10^{-4}																																																																																															
-1×10^{-4}	-2×10^{-4}	-5×10^{-4}	-0.01																																																																																															
0.02	4×10^{-4}	0.001	-2×10^{-4}	0.02	4×10^{-4}	0.001	-2×10^{-4}																																																																																											
4×10^{-4}	0.02	0.002	-4×10^{-4}	4×10^{-4}	0.02	0.002	-4×10^{-4}																																																																																											
0.001	0.002	0.02	-0.001	0.001	0.002	0.02	-0.001																																																																																											
2×10^{-4}	4×10^{-4}	0.001	0.02	2×10^{-4}	4×10^{-4}	0.001	0.020																																																																																											
Z_4	<table border="1"> <tr><td>1</td><td>0.02</td><td>0.05</td><td>-0.01</td></tr> <tr><td>0.02</td><td>1</td><td>0.10</td><td>-0.02</td></tr> <tr><td>0.05</td><td>0.10</td><td>1</td><td>-0.05</td></tr> <tr><td>0.01</td><td>0.02</td><td>0.05</td><td>1</td></tr> <tr><td>-0.10</td><td>-0.002</td><td>-0.005</td><td>0.001</td></tr> <tr><td>-0.002</td><td>-0.10</td><td>-0.01</td><td>0.002</td></tr> <tr><td>-0.005</td><td>-0.01</td><td>-0.10</td><td>0.005</td></tr> <tr><td>-0.001</td><td>-0.002</td><td>-0.005</td><td>-0.10</td></tr> </table>	1	0.02	0.05	-0.01	0.02	1	0.10	-0.02	0.05	0.10	1	-0.05	0.01	0.02	0.05	1	-0.10	-0.002	-0.005	0.001	-0.002	-0.10	-0.01	0.002	-0.005	-0.01	-0.10	0.005	-0.001	-0.002	-0.005	-0.10	<table border="1"> <tr><td>0.10</td><td>0.002</td><td>0.005</td><td>-0.001</td><td>0.10</td><td>0.002</td><td>0.005</td><td>-0.001</td></tr> <tr><td>0.002</td><td>0.10</td><td>0.01</td><td>-0.002</td><td>0.002</td><td>0.10</td><td>0.01</td><td>-0.002</td></tr> <tr><td>0.005</td><td>0.01</td><td>0.1</td><td>-0.005</td><td>0.005</td><td>0.01</td><td>0.1</td><td>-0.005</td></tr> <tr><td>0.001</td><td>0.002</td><td>0.005</td><td>0.10</td><td>0.001</td><td>0.002</td><td>0.005</td><td>0.10</td></tr> <tr><td>1</td><td>0.02</td><td>0.05</td><td>-0.01</td><td>1</td><td>0.02</td><td>0.05</td><td>-0.01</td></tr> <tr><td>0.02</td><td>1</td><td>0.10</td><td>-0.02</td><td>0.02</td><td>1</td><td>0.10</td><td>-0.02</td></tr> <tr><td>0.05</td><td>0.10</td><td>1</td><td>-0.05</td><td>0.05</td><td>0.10</td><td>1</td><td>-0.05</td></tr> <tr><td>0.01</td><td>0.02</td><td>0.05</td><td>1</td><td>0.01</td><td>0.02</td><td>0.05</td><td>1</td></tr> </table>	0.10	0.002	0.005	-0.001	0.10	0.002	0.005	-0.001	0.002	0.10	0.01	-0.002	0.002	0.10	0.01	-0.002	0.005	0.01	0.1	-0.005	0.005	0.01	0.1	-0.005	0.001	0.002	0.005	0.10	0.001	0.002	0.005	0.10	1	0.02	0.05	-0.01	1	0.02	0.05	-0.01	0.02	1	0.10	-0.02	0.02	1	0.10	-0.02	0.05	0.10	1	-0.05	0.05	0.10	1	-0.05	0.01	0.02	0.05	1	0.01	0.02	0.05	1
1	0.02	0.05	-0.01																																																																																															
0.02	1	0.10	-0.02																																																																																															
0.05	0.10	1	-0.05																																																																																															
0.01	0.02	0.05	1																																																																																															
-0.10	-0.002	-0.005	0.001																																																																																															
-0.002	-0.10	-0.01	0.002																																																																																															
-0.005	-0.01	-0.10	0.005																																																																																															
-0.001	-0.002	-0.005	-0.10																																																																																															
0.10	0.002	0.005	-0.001	0.10	0.002	0.005	-0.001																																																																																											
0.002	0.10	0.01	-0.002	0.002	0.10	0.01	-0.002																																																																																											
0.005	0.01	0.1	-0.005	0.005	0.01	0.1	-0.005																																																																																											
0.001	0.002	0.005	0.10	0.001	0.002	0.005	0.10																																																																																											
1	0.02	0.05	-0.01	1	0.02	0.05	-0.01																																																																																											
0.02	1	0.10	-0.02	0.02	1	0.10	-0.02																																																																																											
0.05	0.10	1	-0.05	0.05	0.10	1	-0.05																																																																																											
0.01	0.02	0.05	1	0.01	0.02	0.05	1																																																																																											
W	<table border="1"> <tr><td>0.998</td><td>-0.0084</td><td>0.023</td><td>-0.0017</td></tr> <tr><td>-0.026</td><td>0.056</td><td>-0.971</td><td>-0.066</td></tr> <tr><td>0.0017</td><td>-0.998</td><td>-0.285</td><td>-0.129</td></tr> <tr><td>0.0034</td><td>0.119</td><td>0.096</td><td>-0.996</td></tr> </table>	0.998	-0.0084	0.023	-0.0017	-0.026	0.056	-0.971	-0.066	0.0017	-0.998	-0.285	-0.129	0.0034	0.119	0.096	-0.996	<table border="1"> <tr><td>1</td><td>0.051</td><td>0.038</td><td>0.020</td></tr> <tr><td>-0.025</td><td>0.095</td><td>-0.962</td><td>-0.025</td></tr> <tr><td>0.056</td><td>1.002</td><td>0.249</td><td>0.128</td></tr> <tr><td>-0.022</td><td>-0.122</td><td>-0.058</td><td>0.998</td></tr> </table>	1	0.051	0.038	0.020	-0.025	0.095	-0.962	-0.025	0.056	1.002	0.249	0.128	-0.022	-0.122	-0.058	0.998																																																																
0.998	-0.0084	0.023	-0.0017																																																																																															
-0.026	0.056	-0.971	-0.066																																																																																															
0.0017	-0.998	-0.285	-0.129																																																																																															
0.0034	0.119	0.096	-0.996																																																																																															
1	0.051	0.038	0.020																																																																																															
-0.025	0.095	-0.962	-0.025																																																																																															
0.056	1.002	0.249	0.128																																																																																															
-0.022	-0.122	-0.058	0.998																																																																																															

Таблица 2. Окончание

Параметр	Двухгранный угловой отражатель ($\varphi = 20^\circ$)	Невзаимный отражатель ($\gamma = 20^\circ$)
M	$\begin{vmatrix} 1 & -3.0 \times 10^{-6} & -10^{-5} & -1.45 \times 10^{-6} \\ -3.8 \times 10^{-6} & 0.174 & -0.985 & 2.80 \times 10^{-6} \\ -6.0 \times 10^{-6} & -0.985 & -0.174 & 4.40 \times 10^{-8} \\ 1.3 \times 10^{-6} & -2.0 \times 10^{-8} & -6.4 \times 10^{-8} & -1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1 & 3.0 \times 10^{-6} & 9.8 \times 10^{-6} & 1.45 \times 10^{-6} \\ 3.8 \times 10^{-6} & 0.174 & -0.985 & -2.80 \times 10^{-8} \\ 6.0 \times 10^{-6} & 0.985 & 0.174 & -4.40 \times 10^{-8} \\ -1.3 \times 10^{-6} & 2.0 \times 10^{-8} & 6.4 \times 10^{-8} & 1 \end{vmatrix}$

$$\mathbf{Z}_4 = \begin{vmatrix} c_{31} \frac{a_{31}}{c_{11}} & c_{31} \frac{a_{32}}{c_{11}} & c_{31} & c_{31} \frac{-a_{34}}{c_{11}} & c_{41} \frac{-a_{31}}{c_{11}} & c_{41} \frac{-a_{32}}{c_{11}} & -c_{41} & d_{31} \\ c_{32} \frac{a_{32}}{c_{12}} & c_{32} \frac{b_{32}}{c_{22}} & c_{32} & c_{32} \frac{-b_{34}}{c_{22}} & c_{42} \frac{-a_{32}}{c_{12}} & c_{42} \frac{-b_{32}}{c_{22}} & -c_{42} & d_{32} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & -c_{34} & -c_{41} & -c_{42} & -c_{43} & d_{33} \\ c_{32} \frac{a_{34}}{c_{12}} & c_{34} \frac{b_{34}}{c_{24}} & c_{34} & c_{34} \frac{-d_{34}}{c_{44}} & -d_{31} & -d_{32} & -d_{33} & d_{34} \\ c_{41} \frac{a_{31}}{c_{11}} & c_{41} \frac{a_{32}}{c_{11}} & c_{41} & -d_{31} & d_{41} \frac{-a_{41}}{d_{11}} & d_{41} \frac{-a_{42}}{d_{11}} & d_{41} \frac{-a_{43}}{d_{11}} & d_{41} \\ c_{42} \frac{a_{32}}{c_{12}} & c_{42} \frac{b_{32}}{c_{22}} & c_{42} & -d_{32} & d_{42} \frac{-b_{41}}{d_{22}} & d_{42} \frac{-b_{42}}{d_{22}} & d_{42} \frac{-b_{43}}{d_{22}} & d_{42} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} & -c_{44} & d_{43} \frac{-c_{41}}{d_{33}} & d_{43} \frac{-c_{42}}{d_{33}} & d_{43} \frac{-c_{43}}{d_{33}} & d_{43} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & -d_{34} & -d_{41} & -d_{42} & -d_{43} & d_{44} \end{vmatrix}.$$

Из выражения (25) следует:

$$\mathbf{M}^c = \mathbf{Z}^{-1} \mathbf{W}. \quad (28)$$

В качестве примера устранения искажений, вносимых передающей и приемной антеннами, рассмотрим примеры численного расчета ММ (без учета влияния ошибок измерения параметров Стокса):

- 1) невзаимного отражателя с $\gamma = 20^\circ$ (см. табл. 1);
- 2) двухгранного углового отражателя с $\varphi = 20^\circ$ (см. табл. 1).

Уровни боковых лепестков передающей и приемной антенн зададим со значениями $-20 \dots -10$ дБ относительно главного лепестка диаграммы направленности. Матрицу перекрестных связей зададим со значениями $-20 \dots -17$ дБ относительно коэффициента усиления передающей и приемной антенн. В табл. 2 приведен расчет ММ двухгранного углового и невзаимного отражателей до и после компенсации искажений с использованием данных калибровки и соотношений (6), (12), (16), (22)–(28).

Данные табл. 2 свидетельствуют, что относительная погрешность измерения ММ обоих радиолокационных объектов без компенсации искажений составляет от 2 до 18%. Использование радиолокационного отражателя с управляемыми

поляризационными свойствами и решение матричного уравнения (14) позволяет устранить влияние передающей и приемной антенн и вносимых перекрестных связей на измерение поляризационных характеристик. Относительная погрешность оценки значений элементов ММ после компенсации искажений составляет $10^{-6} \dots 10^{-4}\%$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Использование неполяризованных зондирующих радиоволн позволяет выполнить измерение матрицы Мюллера радиолокационной цели без учета свойств симметрии. Зондирующие неполяризованные радиоволны, формируемые при векторном сложении поляризованных волн с углами эллиптичности 17.5° , 67.5° и ориентации $\beta = 17.5^\circ$, 67.5° , обеспечивают одинаковую точность измерения значений элементов матрицы Мюллера радиолокационной цели.

Использование радиолокационного отражателя с переключаемыми поляризационными свойствами и соотношения (22)–(28) позволяют устранить искажения, вносимые передающей и приемной антеннами в результате измерения матрицы Мюллера радиолокационного объекта. При измерении поляризационных характеристик двухгранного углового и невзаимного отражателей

относительная погрешность измерения значений элементов матрицы Мюллера после устранения искажений составляет $10^{-6} \dots 10^{-4}\%$ без учета влияния ошибок измерения параметров Стокса.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Козлов А.И., Логвин А.И., Сарычев В.А.* Поляризация радиоволн. Кн. 2. Радиолокационная поляриметрия. М: Радиотехника, 2007.
2. *Козлов А.И., Логвин А.И., Сарычев В.А.* Поляризация радиоволн. Кн. 3. Радиополяриметрия сложных по структуре сигналов. М: Радиотехника, 2008.
3. *Канарейкин Д.Б., Павлов Н.Ф., Потехин В.А.* Поляризация радиолокационных сигналов. М.: Сов. радио, 1966.
4. *Гусев К.Г., Филатов А.Д., Соколов А.П.* Поляризационная модуляция. М: Сов. радио, 1974.
5. *Кауль Б.В., Самохвалов И.В.* // Региональный мониторинг атмосферы. Ч. 2. Новые приборы и методики измерений / Под ред. М.В. Кабанова. Томск: Спектр, 1997. С. 34.
6. *Yueh S.H., Kong J.A., Barnes R.M., Shin R.T.* // J. Electromagnetic Waves and Applications. 1990. V. 4. № 1. P. 27.
7. *Izumi I Y., Demirci S., Baharuddin M.Z. et al.* // Progress in Electromagnetics Research B. 2017. V. 73. P. 79.
8. *Шошин Е.Л.* // Измерит. техника. 2021. № 3. С. 45.
9. *Шошин Е.Л.* // Приборы и техника эксперимента. 2021. № 6. С. 33.
10. *Татаринов В.Н., Татаринов С.В., Лигтхарт Л.П.* Введение в современную теорию поляризации радиолокационных сигналов. Т. 1. Поляризация плоских электромагнитных волн и ее преобразование. Томск: Изд-во Томск. гос. ун-та, 2006.
11. *Van De Hulst H.C.* Light Scattering by Small Particles. N.Y.: Dover Publ. Inc, 1981.
12. *Хлусов В.А.* // Оптика атмосферы. 1995. Т. 8. № 10. С. 1441.

**ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ
ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ**

УДК 535.33;621.373;535.4

**ФОРМИРОВАНИЕ ДВУХЦВЕТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ
С УПРАВЛЯЕМЫМ ВРАЩЕНИЕМ ПЛОСКОСТИ ПОЛЯРИЗАЦИИ**

© 2022 г. В. М. Котов*

*Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
пл. Введенского, 1, Фрязино Московской обл., 141190 Российская Федерация***E-mail: vmk277@ire216.msk.su*

Поступила в редакцию 09.11.2021 г.

После доработки 25.04.2022 г.

Принята к публикации 27.04.2022 г.

Предложен метод формирования двухцветного оптического излучения с вращающимся вектором поляризации, частота вращения которого определяется частотой звука. Метод основан на акустооптической (АО) дифракции двухцветного излучения на одной акустической волне и на интерференции циркулярно-поляризованных лучей с разными частотами. Экспериментально продемонстрировано формирование вращения поляризации двухцветного излучения с длинами волн 0.488×10^{-4} и 0.514×10^{-4} см посредством их пропускания через две брэгговские АО-ячейки, выполненные из гиrotропного кристалла TeO_2 . Получено вращение поляризации с частотой ~ 109 МГц.

DOI: 10.31857/S003384942209008X

ВВЕДЕНИЕ

Акустооптическая (АО) дифракция широко применяется для управления параметрами оптической волны. Наиболее востребованным на практике является брэгговский режим дифракции, позволяющий отклонять в один порядок до $\sim 100\%$ излучения [1, 2]. Однако этот режим обладает высокой селективностью к длине волны света, что до недавнего времени затрудняло его использование для управления, например, двухцветным излучением. Тем не менее существуют режимы дифракции, позволяющие обеспечить брэгговский синхронизм двух произвольных оптических волн с одной звуковой волной. Такие режимы, как правило, реализуются на определенных частотах звуковой волны, зависящих от длин волн света и их поляризаций [3]. Двухцветное излучение в настоящее время широко используется на практике: оно позволяет анализировать дисперсионные свойства жидких кристаллов [4], сложных молекулярных соединений [5], выполнять дисперсионный анализ оптически активных медицинских препаратов, сахаров [6] и т.д. Возможность управления двухцветным излучением позволяет создавать двухцветные поляриметры, предназначенные для измерения поляризационных характеристик прозрачных сред одновременно на двух длинах волн. Двухцветное излучение находит применение в доплеровской анемометрии [7–10], при конструировании волоконно-оптических гироскопов [11, 12] и т.д.

Отметим, что ранее были разработаны и описаны методы, позволяющие формировать вращающийся вектор поляризации монохроматического излучения (см., например, [13]), при этом частота вращения зависит от частоты акустической волны. В [14–16] экспериментально получены частоты вращения поляризации, равные двух- и четырехкратной частоте звука. Излучение с вращающимся вектором поляризации используется, например, для высокочастотной амплитудной модуляции луча, при этом частота модуляции может превышать в несколько раз частоту импульсной модуляции [17]. Однако во всех предыдущих работах рассматривалось только монохроматическое излучение.

Цель данной работы – создать метод формирования двухцветного излучения с вращающимся вектором поляризации. Это существенно расширит возможности использования двухцветного излучения для различных прикладных задач и обеспечит формирование управляемого вращения вектора поляризации двухцветного излучения.

1. ТЕОРИЯ

Предлагаемый метод основан на варианте АО-дифракции двухцветного излучения, приведенного на векторной диаграмме рис. 1. Как будет ясно из дальнейшего, дифрагировавшие лучи должны распространяться по одну сторону от падающего излучения. На рисунке исходное двухцветное излучение представлено коллинеарно-направленными

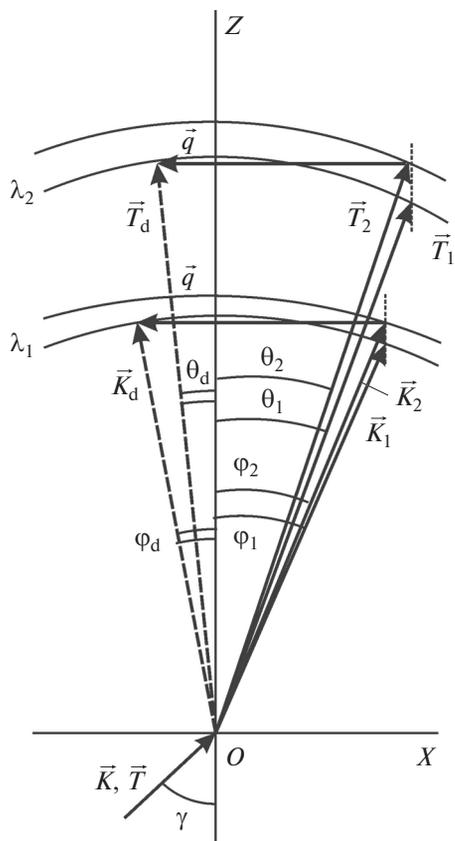


Рис. 1. Векторная диаграмма АО-дифракции двухцветного излучения на одной акустической волне; пунктиром обозначены дифрагировавшие лучи.

ми волновыми векторами \vec{K} и \vec{T} , описывающими распространение лучей с длинами волн соответственно λ_1 и λ_2 на воздухе. Излучение падает под углом γ на входную грань OX одноосного кристалла. Грань OX ориентирована ортогонально оптической оси кристалла oz . Внутри кристалла каждая из монохроматических составляющих преломляется и распадается на две собственные волны: волна \vec{K} – на \vec{K}_1 и \vec{K}_2 , распространяющиеся под углами φ_1 и φ_2 к оси oz соответственно, волна \vec{T} – на \vec{T}_1 и \vec{T}_2 , углы между которыми и oz равны θ_1 и θ_2 . Здесь волны \vec{K}_1 и \vec{T}_1 принадлежат “внутренним” поверхностям волновых векторов кристалла, \vec{K}_2 и \vec{T}_2 – “внешним”. Акустическая волна с волновым вектором \vec{q} распространяется ортогонально оси oz . Происходит анизотропная дифракция: луч \vec{K}_2 дифрагирует в направлении луча \vec{K}_d , луч \vec{T}_2 – в направлении \vec{T}_d . Углы между \vec{K}_d, \vec{T}_d и oz равны φ_d и θ_d . Лучи \vec{K}_1 и \vec{T}_1 распространяются через кристалл без дифракции, на выходе из кристалла они сливаются в один луч. Дифрагировавшие же лучи \vec{K}_d и \vec{T}_d , вообще говоря, не сливаются между собой на

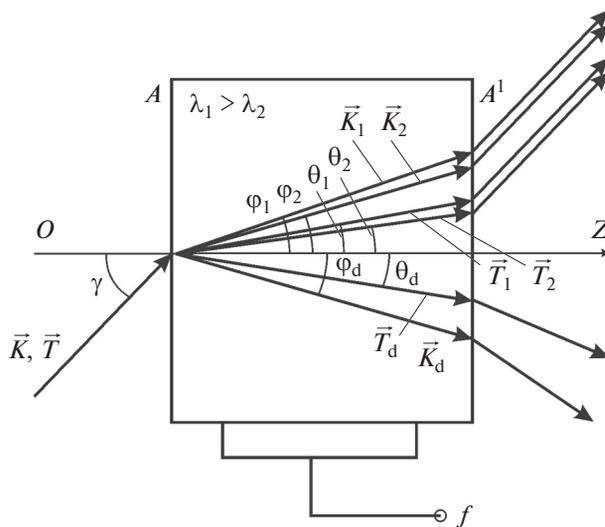


Рис. 2. Ход лучей в АО-ячейке.

выходе из кристалла, они распространяются под разными углами.

На рис. 2 представлен ход лучей в АО-ячейке (все обозначения соответствуют обозначениям рис. 1). Здесь двухцветное излучение \vec{K}, \vec{T} с длинами волн λ_1 и λ_2 ($\lambda_1 > \lambda_2$) падает на оптическую грань A ячейки. В кристалле распространяется акустическая волна, возбуждаемая на частоте f . Внутри кристалла падающее излучение распадается на две пары монохроматических лучей – \vec{K}_1, \vec{K}_2 (“обыкновенный” и “необыкновенный” с длиной волны λ_1) и \vec{T}_1, \vec{T}_2 (“обыкновенный” и “необыкновенный” с длиной волны λ_2). Дифрагировавшие лучи – \vec{T}_d и \vec{K}_d . Оптические грани кристалла A и A^1 параллельны между собой и ортогональны оптической оси oz .

Полагается, что АО-средой является одноосный гиротропный кристалл TeO_2 , наиболее широко используемый на практике. Показатели преломления такого кристалла описываются выражением [3, 18]

$$n_{i,2}^2 = \frac{1 + \text{tg}^2 \varphi}{\frac{1}{n_0^2} + \frac{\text{tg}^2 \varphi}{2} \left(\frac{1}{n_0^2} + \frac{1}{n_e^2} \right) \pm \frac{1}{2} \sqrt{\text{tg}^4 \varphi \left(\frac{1}{n_0^2} - \frac{1}{n_e^2} \right)^2 + 4G_{33}^2}}, \quad (1)$$

где n_0, n_e – главные показатели преломления кристалла; φ – угол между оптической осью OZ кристалла и волновым вектором световой волны; G_{33} – компонента псевдотензора гирации.

Конкретные величины будем определять для двухцветного излучения, генерируемого Ag -лазером. Излучение дифрагирует на акустической

волне, распространяющейся в TeO_2 . Скорость звука в кристалле $V = 0.617 \times 10^5$ см/с.

На основании данных работ [19, 20] для TeO_2 имеем:

$$\lambda_1 = 0.5145 \times 10^{-4} \text{ см}; \quad n_0 = 2.3115; \quad n_e = 2.4735; \quad g_{33} = 3.69 \times 10^{-5};$$

$$\lambda_2 = 0.488 \times 10^{-4} \text{ см}; \quad N_0 = 2.3303; \quad N_e = 2.494; \quad G_{33} = 3.93 \times 10^{-5}.$$

Расчеты показывают, что АО-дифракция двухцветного излучения Аг-лазера в TeO_2 согласно векторной диаграмме рис. 1 происходит в полосе частот 102...116 МГц по уровню 3 дБ с центральной частотой $f = 109$ МГц. Центральной частоте соответствует угол падения света на кристалл $\gamma = 3.25^\circ$. Внутри кристалла луч с длиной волны λ_1 расщепляется на два луча, которые преломляются под углами φ_1 и φ_2 , причем $\varphi_1 \approx \varphi_2 \approx \gamma/n_0 = 1.41^\circ$; разница между углами $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = 3.1 \times 10^{-4}$ град. Излучение с длиной волны λ_2 также расщепляется на два луча, которые преломляются под углами $\theta_1 \approx \theta_2 \approx \gamma/N_0 = 1.39^\circ$; разница $\Delta\theta = \theta_1 - \theta_2 = 2.9 \times 10^{-4}$ град. Такие малые значения углов расщепления $\Delta\varphi$ и $\Delta\theta$ монохроматических пар связаны с тем, что лучи распространяются вблизи оптической оси, где анизотропия кристалла практически не проявляется, поэтому нет расщепления монохроматических компонент. Разница же углов распространения лучей с разными длинами волн весьма заметна, она равна 0.02° , но она практически не наблюдается из-за наложения апертур лучей.

Рассмотрим наложение апертур подробнее. Оценим степень перекрытия двух лучей в зависимости от расстояния между центрами лучей. На рис. 3 представлено поперечное сечение двух пересекающихся лучей. Полагаем, что сечения обоих лучей представляют собой окружности с одинаковым радиусом R . Окружности налагаются друг на друга, расстояние между центрами окружностей равно a .

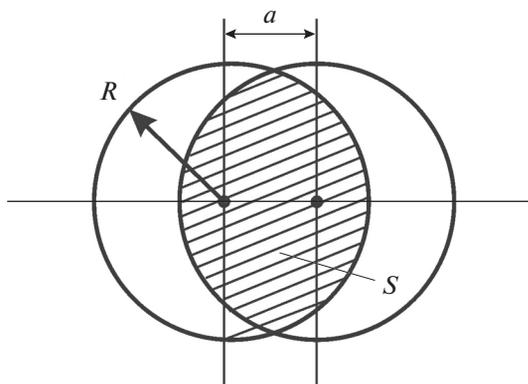


Рис. 3. Наложение апертур пересекающихся лучей: R – радиус окружности, S – площадь области пересечения, a – расстояние между центрами окружностей.

стей равно a . Общая площадь окружностей (область пересечения) обозначена S . Нетрудно показать, что площадь S вычисляется согласно выражению

$$S = 2R(R\varphi - 0.5aR\sin\varphi), \quad (2)$$

где $\varphi = \arccos(0.5a/R)$. Степенью перекрытия двух окружностей μ будем называть отношение площади S к площади окружности, т.е.

$$\mu = S/\pi R^2. \quad (3)$$

Понятно, что чем дальше распространяются расходящиеся лучи, тем больше расстояние a между их центрами, тем меньше S , а значит, и меньше μ . Расстояние между центрами можно оценить как $a \sim L\Delta\eta$, где L – длина пути, проходимая лучами, $\Delta\eta$ – угол расхождения лучей (в рад). Положим, что размер кристалла, вдоль которого распространяются лучи, равен 10 мм (размер кристалла, используемого нами в экспериментах). Тогда величина a_k для расходящихся лучей \vec{K}_1, \vec{K}_2 равна $a_k = L\Delta\varphi = 5.4 \times 10^{-6}$ мм, величина a_T для расходящихся лучей \vec{T}_1, \vec{T}_2 равна $a_T = L\Delta\theta = 5.0 \times 10^{-6}$ мм. Другими словами, монохроматические лучи не расщепляются. Теперь оценим расхождение лучей с разными длинами волн λ_1 и λ_2 при прохождении того же расстояния 10 мм: $a_{KT} = L(\varphi_1 - \theta_1) = 3.5 \times 10^{-3}$ мм. Используя выражения (2) и (3), получим $\mu = 0.9967$. Откуда видно, что разноцветные лучи также практически полностью перекрываются между собой.

Вопрос разделения лучей был проверен экспериментально. На рис. 4а и 4б приведены фотографии пятен лазерных лучей в процессе АО-дифракции, наблюдаемых на экране, расположенном от АО-ячейки на расстоянии соответственно 80 и 10 см. Фотокамера также была расположена на разных расстояниях от экрана – соответственно 80 и 30 см, поэтому размеры фотографий разные. Источником излучения служил Аг-лазер, наиболее яркие линии генерации которого равны 0.514 мкм (зеленая линия, “З”) и 0.488 мкм (синяя, “С”). В качестве АО-кристалла использован парателлуриит, в котором возбуждалась “медленная” поперечная акустическая волна на частоте 109 МГц, распространяющаяся со скоростью 617 м/с. На рис. 4а слева – непродифрагировавшие лучи (по сути, наложение двух лучей с длинами волн λ_1 и λ_2), справа – продифрагировавшие лучи, разделившиеся на монохроматические компоненты. Отчетливо видно, что не-

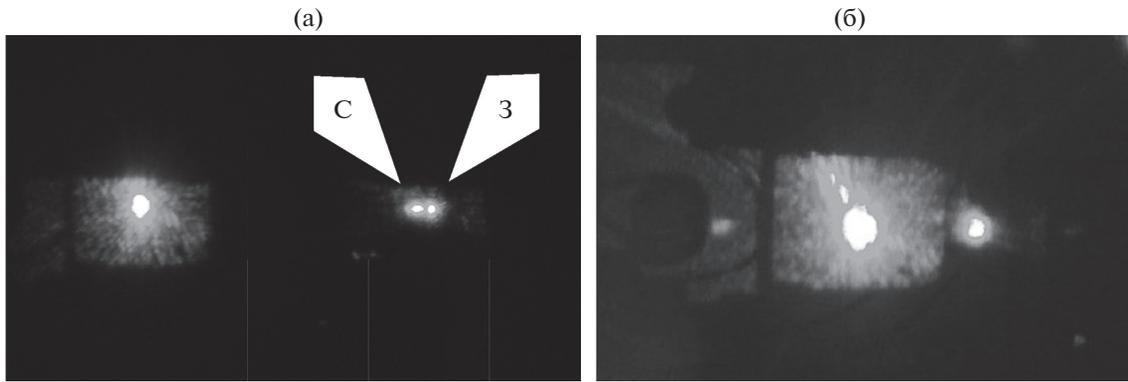


Рис. 4. Фотографии пятен (зеленый – 3, синий – С), наблюдаемых на экране, расположенном на расстоянии 80 (а) и 10 см (б) от АО-ячейки.

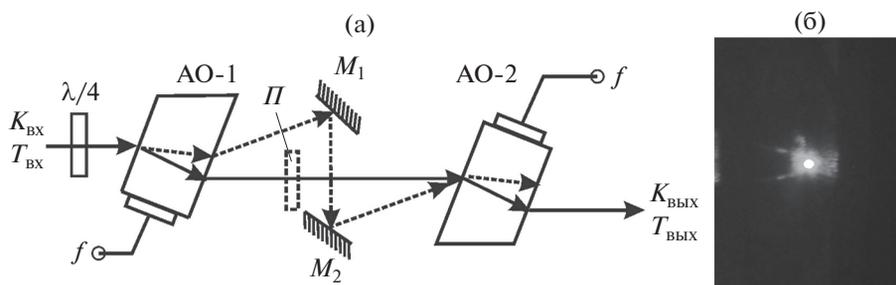


Рис. 5. Оптическая схема экспериментальной установки (а) и фотография дифрагировавших пятен на расстоянии 80 см от экрана до второй АО-ячейки (б); $K_{вх}$, $T_{вх}$ – входное двухцветное излучение, $K_{вых}$, $T_{вых}$ – выходное двухцветное излучение; M_1 и M_2 – зеркала; Π – заслонка; штриховые стрелки – дифрагировавшее излучение, сплошные – недифрагировавшее.

продифрагировавшее излучение представлено в виде одного пятна, продифрагировавшее – в виде двух пятен – С и 3. Пятно 3 отклоняется сильнее пятна С в полном соответствии с теорией АО-дифракции. Угол между дифрагировавшими лучами согласно “прямым” измерениям составляет $\sim 0.2^\circ$. На рис. 4б в центре – недифрагировавшее излучение, справа и слева – дифрагировавшие лучи. “Засветка” вокруг центрального излучения связана с рассеянием света в кристалле АО-ячейки. Ячейка слишком близко расположена к экрану, поэтому все “паразитные” рассеяния наблюдаются на экране. Основной дифрагировавший порядок – правое пятно, оно существенно ярче, чем левое. Видно, что в этом порядке лучи “С” и “3” не расщепляются.

На рис. 5а представлена оптическая схема устройства, посредством которого формируется вращающийся вектор поляризации. Здесь принципиальным моментом является то, что две АО-ячейки выполнены из кристалла TeO_2 , являющимся гиротропным, т.е. его собственные волны, распространяющиеся вдоль оптической оси, являются циркулярно поляризованными. При отклонении от оптической оси их поляризации становятся эллиптическими. Эллиптичность собственных волн кристалла определяется как

$$\rho = \frac{1}{2G_{33}} \times \left[\sqrt{\text{tg}^4 \varphi \left(\frac{1}{n_0^2} - \frac{1}{n_e^2} \right)^2 + 4G_{33}^2} - \text{tg}^2 \varphi \left(\frac{1}{n_0^2} - \frac{1}{n_e^2} \right) \right]. \quad (4)$$

Эллиптичности лучей с длинами волн λ_1 и λ_2 равны $\rho_1 = 0.82$ и $\rho_2 = 0.84$ соответственно. Как видно, эллиптичность лучей достаточно большая, близкая к единице. Близость эллиптичностей к единице принципиально важна для формирования излучения с вращающимся вектором поляризации (подробнее см. далее).

В устройстве на рис. 5а входное двухцветное излучение обозначено $K_{вх}$, $T_{вх}$, выходное – $K_{вых}$, $T_{вых}$. Входное излучение проходит через ахроматическую четвертьволновую пластинку $\lambda/4$ и две последовательно расположенные ячейки АО-1 и АО-2, изготовленные из гиротропного кристалла, акустические волны в которых имеют одинаковые частоты, но противоположные направления распространения. Зеркала M_1 и M_2 служат для параллельного смещения дифрагировавших лучей в область пересечения с недифрагировавшим излучением.

Расстояние, которое проходят дифрагированные лучи от ячейки АО-1 до ячейки АО-2, отражаясь на своем пути от зеркал M_1 и M_2 , равно ~ 10 см. Угол между дифрагировавшими лучами равен 0.2° , откуда расстояние между центрами лучей после их прохождения пути в 10 см составляет $a = 0.35$ мм. Этому значению a соответствует степень перекрытия $\mu = 0.67$. После повторной дифракции в ячейке АО-2 продифрагировавшие лучи распространяются параллельно друг другу. Степень перекрытия дифрагировавших лучей останется той же, 0.67.

На рис. 5б представлена фотография дифрагировавших лучей, наблюдаемых на экране, в случае перекрытия недифрагировавшего луча заслонкой P (см. рис. 5а). Расстояние от второй АО-ячейки до экрана равно 80 см. Видно, что лучи после повторной дифракции практически “слились” в один луч. Без заслонки P просто увеличится яркость пятна за счет добавления непродифрагировавшего излучения.

Использование двух зеркал позволяет восстановить поляризацию излучения, падающего на зеркало, что является необходимым условием в нашем случае для получения интерференции, приводящей к формированию вращающегося вектора поляризации. Действительно, после первого отражения, например, левовращающаяся поляризация становится правовращающейся, после второго отражения — поляризация опять возвращается к левовращающейся. Аналогичная ситуация происходит и с правовращающейся поляризацией. В первой ячейке происходит дифракция из нулевого порядка в первый, а во второй — наоборот, из первого порядка в нулевой, т.е. при 100%-ной эффективности дифракции в каждой ячейке все излучение возвращается в первоначальный луч. Если в первой ячейке частоты дифрагировавших лучей увеличиваются на величину Ω (Ω — частота звука), то во второй ячейке частоты повторно продифрагировавших лучей увеличатся на величину 2Ω . Таким образом, выходное излучение формируется из недифрагировавших лучей с частотами ω_1 и ω_2 (ω_1 и ω_2 — частоты лучей с длинами волн λ_1 и λ_2 соответственно) и продифрагировавших с частотами $(\omega_1 + 2\Omega)$ и $(\omega_2 + 2\Omega)$. Поскольку складываемые волны имеют круговые поляризации, например недифрагировавшие волны (с частотами ω_1 и ω_2) — правовращающиеся, а продифрагировавшие (с частотами $(\omega_1 + 2\Omega)$ и $(\omega_2 + 2\Omega)$) — левовращающиеся, то сложение этих волн приведет к формированию линейно поляризованных волн, при этом плоскость поляризации каждой компоненты будет вращаться с частотой Ω [21]. Таким образом, формируется линейно поляризованное двухцветное излучение, плоскость поляризации которого вращается с частотой, задаваемой частотой звука.

Из принципа работы устройства следует, что эффект обусловлен сложением двух лучей с разными частотами. Наибольшая глубина интерференции, как известно, достигается при равенстве амплитуд интерферирующих лучей. Однако из складываемых лучей одни лучи дважды дифрагируют на акустических волнах, другие — проходят устройство без дифракции. На практике невозможно достичь 100%-ной эффективности дифракции, здесь сказывается рассеяние излучения в более высокие дифракционные порядки, неоднородность оптических и акустических волн и т.д. Кроме того, сложно обеспечить полную идентичность двух ячеек, поэтому максимальная эффективность дифракции в них достигается при разных уровнях акустической мощности.

Для выравнивания интенсивностей дифрагировавших и недифрагировавших лучей предлагается использовать четвертьволновую пластинку, располагая ее на входе устройства. Изменяя ориентацию пластинки, можно всегда менять соотношение амплитуд собственных волн гиротропного кристалла. Чтобы показать это, поступим следующим образом: выберем некоторую систему координат (x, y, z) , связанную с пластинкой $\lambda/4$, таким образом, чтобы направление z совпадало с нормалью к оптическим граням пластинки, а x и y были направлены вдоль ее “быстрой” и “медленной” осей. Пусть на пластинку падает линейно поляризованное монохроматическое излучение, плоскость поляризации которого составляет угол α , например, с “быстрой” осью пластинки, т.е. направлением x . Тогда после прохождения пластинки излучение станет эллиптически поляризованным с амплитудами поля вдоль направленных x и y , равными

$$E_x = A \cos(\omega t), \quad E_y = B \sin(\omega t), \quad (5)$$

где $A = E_0 \cos \alpha$, $B = E_0 \sin \alpha$. Здесь E_0 — амплитуда поля падающего на пластинку линейно поляризованного света; ω — частота оптического излучения, t — время. При попадании излучения (5) в гиротропный кристалл оно распадается на две собственные циркулярно-поляризованные волны с амплитудами a с правым вращением и b с левым вращением [22]:

$$E_{x1} = a \cos(\omega t), \quad E_{y1} = a \sin(\omega t), \quad (6)$$

$$E_{x2} = b \cos(\omega t), \quad E_{y2} = -b \sin(\omega t). \quad (7)$$

В силу сохранения полей вдоль x и y имеем

$$E_x = E_{x1} + E_{x2}; \quad E_y = E_{y1} + E_{y2}, \quad (8)$$

откуда нетрудно получить амплитуды a и b собственных волн кристалла:

$$a = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right), \quad b = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right). \quad (9)$$

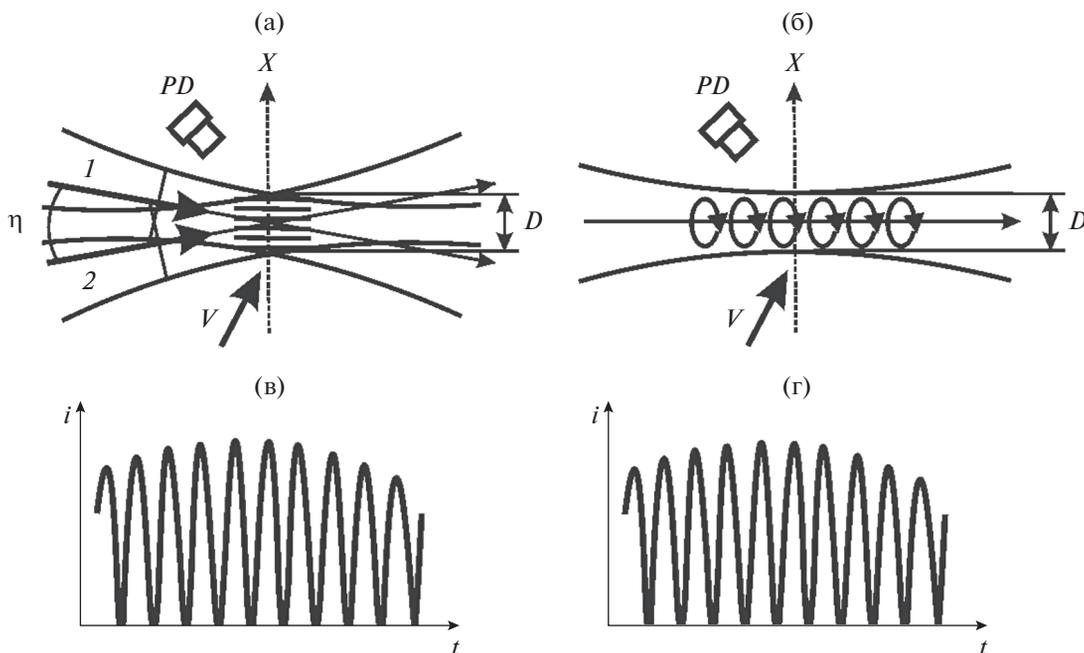


Рис. 6. Сравнение дифференциальной схемы (а) и схемы с вращающимся вектором поляризации (б) при измерении скорости частицы; в, г – измеряемые сигналы схемы (а) и схемы (б) соответственно; 1 и 2 – лучи, D – апертура луча, PD – фотоприемник.

Из (9) видно, что путем изменения угла α , т.е. изменением ориентации пластинки $\lambda/4$, можно выравнять амплитуды дифрагировавших и недифрагировавших лучей и таким образом улучшить характеристики выходного излучения с вращающимся вектором поляризации. Понятно, что для двухцветного излучения необходимо использовать ахроматическую пластинку $\lambda/4$. В настоящее время налажено промышленное производство таких пластинок (см., например, <https://phcloud.ru/index.php/catalog/optika/chetvertvolnovye-plastiny>), так что их приобретение и использование не вызывает затруднений.

Устройство формирования двухцветного излучения с вращающимся вектором поляризации предполагается для использования в системах двухкоординатной анемометрии. Интересно сравнить характеристики анемометров, основанных на использовании вращающейся поляризации и широко применяемой на практике дифференциальной оптической схемы. Рассмотрим однокоординатные схемы двух вариантов. На рис. 6а представлена дифференциальная схема формирования зондирующего объема [7–9], образуемого в результате интерференции двух лучей 1 и 2, пересекающихся под углом η . В области пересечения образуется интерференционная решетка с периодом, равным $d = \lambda/2\sin\eta$. Частица, пересекающая интерференционное поле, поочередно рассеивает свет от каждого слоя решетки. Фотоприемник PD регистрирует рассеянный свет в виде последовательности

электрических импульсов. На рис. 6б представлена схема пересечения частицей луча с вращающимся вектором поляризации, апертура которого также равна D. Частота вращения поляризации определяется частотой звука f. Фотоприемник PD в обоих случаях регистрирует рассеянное частицей поле в виде последовательности электрических сигналов (рис. 6в, 6г). В обоих случаях проекция скорости V на направление x, ортогональное зондирующим объемам, определяется как

$$V_x = D/n\Delta t,$$

где Δt – время между соседними импульсами, n – число импульсов. Однако в дифференциальной схеме с изменением скорости частицы меняется время Δt , а число импульсов – не меняется. В варианте же с вращающимся вектором поляризации, наоборот, Δt – не меняется, но меняется n.

2. ЭКСПЕРИМЕНТ И ОБСУЖДЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Для проверки полученных результатов был выполнен эксперимент. За основу была взята схема, приведенная на рис. 5а. В качестве источника излучения использовали Ag-лазер, генерирующий линейно-поляризованное излучение, две наиболее яркие линии которого имеют длины волн $\lambda_1 = 0.514 \times 10^{-4}$ см и $\lambda_2 = 0.488 \times 10^{-4}$ см (зеленая и синяя линии 3 и С генерации лазера). В эксперименте были использованы две идентич-

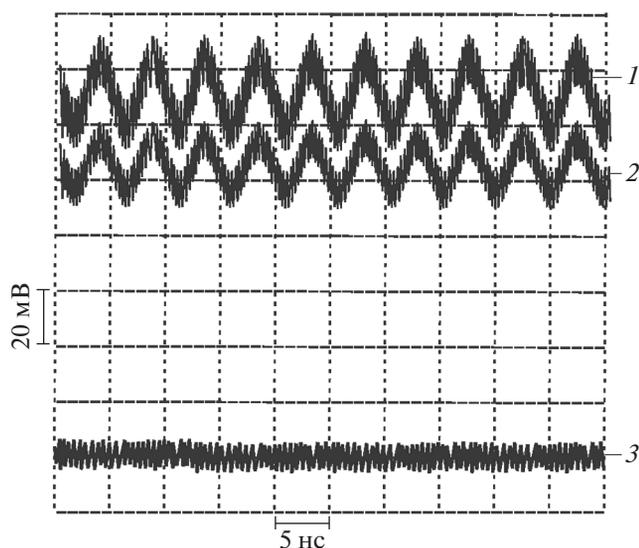


Рис. 7. Сигналы, наблюдаемые на экране осциллографа: 1, 2 – сигналы модуляции З и С излучений соответственно; 3 – нулевой сигнал фотоприемника.

ные АО-ячейки из парателлуриата с размерами 0,8, 0,8 и 1,0 см вдоль направлений кристалла [110], [1 $\bar{1}$ 0] и [001] соответственно. Направление [001] является оптической осью oz кристалла. Вдоль направления [110], совпадающем с осью ox (см. рис. 1), генерировалась поперечная акустическая волна, скорость которой составляла 617 м/с. Ячейки были ориентированы таким образом, чтобы звуковые волны в них распространялись в противоположных направлениях. На обе ячейки подавались электрические сигналы от одного генератора. Напряжение сигнала, выдаваемое генератором, равнялось ~ 8 В на нагрузке 50 Ом. Частота звука равнялась 109 МГц. Полоса частот пьезопреобразователя составила ~ 2 МГц. Такая малая полоса обусловлена тем, что использовалась пятая гармоника преобразователя. В экспериментах был использован режим брэгговской дифракции, при котором оба излучения одновременно дифрагировали на одной и той же звуковой волне. Излучение, генерируемое лазером, пропускали сначала через поляризатор, служащий аттенуатором излучения, а затем через ахроматическую четвертьволновую пластинку для получения максимальной глубины модуляции. На выходе излучение пропускали через другой поляризатор, служащий анализатором вращения плоскости поляризации. Излучение после анализатора направляли на фотоприемник, электрический сигнал с которого направляли на осциллограф. Компоненты с длинами волн λ_1 и λ_2 измеряли независимо друг от друга посредством использования интерференционных фильтров. На рис. 7 приведены сигналы, соответствующие модуляции излучения З (кривая 1) и С (кривая 2).

Здесь так же приведен нулевой сигнал (кривая 3), регистрируемый в отсутствии оптического излучения. Во всех сигналах наблюдается шумовая составляющая, соответствующая шуму фотоприемника. Частота сигналов 1 и 2 соответствует удвоенной частоте сигнала, подаваемого на АО-ячейку, что подтверждено измерениями частот с помощью частотомера. Разный уровень сигналов вызван тем, что интенсивность зеленой линии лазера больше (на $\sim 20\%$) интенсивности синей линии. “Истинная” частота вращения поляризации равна 109 МГц, поскольку фотоприемник работает в квадратичном режиме и удваивает частоту сигнала. Глубина модуляции сигнала составляла $\sim 15\ldots 20\%$ в зависимости от ориентации анализатора. Другими словами, существует некоторая эллиптичность поляризации выходного сигнала.

Сравнительно небольшая глубина наблюдаемых сигналов на рис. 7 может быть объяснена несколькими факторами: неполным перекрытием интерферирующих лучей, неполной идентичностью АО-ячеек, их электрических и акустических характеристик, неоднородностью материала ячейек, неточностью ориентации граней относительно кристаллографических осей. Кроме того, оптические пути прошедшего и дифрагировавших лучей, дважды отражающихся от зеркал, неодинаковы, т.е. здесь может сказаться фазовый шум лазера [24]. На результате интерференции сказывается и то, что поляризации складываемых волн являются, строго говоря, эллиптическими, а не циркулярными, что ухудшает глубину интерференции. Отметим, что в устройствах, в которых используют монохроматическое излучение, глубина интерференции в дифференциальных схемах достигает 30% [25]. В наших экспериментах такая глубина тоже может быть реализована, но только для одной монохроматической компоненты в ущерб другой. Это достаточно просто достигается путем юстировки зеркал M_1 и M_2 . На рис. 7 представлен оптимальный режим, при котором глубина модуляции обоих компонент одинакова, $\sim 20\%$. Предложенная схема достаточно простая, но вместе с тем новая и интересная, позволяющая формировать двухцветное излучение с вращающимся вектором поляризации.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, на основании изложенного материала можно сделать следующие выводы.

Для формирования двухцветного оптического излучения с вращающимся вектором поляризации предложено использовать АО-дифракцию, в которой обе монохроматические составляющие дифрагируют по одну сторону от падающего излучения. В качестве АО-среды предложено использовать гиротропный кристалл, собственные волны которого циркулярно поляризованы.

Предложена схема АО-дифракции, основанная на использовании двух идентичных АО-ячеек, работающих на одной частоте звука. Посредством двух зеркал излучение, дифрагировавшее в первой ячейке, направляется во вторую ячейку под тем же углом, но в область пересечения с непродиффрагировавшей частью излучения. Использование двух зеркал позволяет восстановить поляризацию падающего на зеркала излучения, тем самым обеспечить наилучшие условия формирования вращающегося вектора поляризации.

Выполнен расчет параметров схемы на примере использования кристалла парателлуриата в качестве АО-среды. Показано, что двухцветное излучение с длинами волн 0.514×10^{-4} и 0.488×10^{-4} см эффективно дифрагирует на “медленной” звуковой волне на частоте звука 109 МГц с полосой 15 МГц по уровню 3 дБ.

Схема опробована на устройстве, состоящем из двух последовательно расположенных АО-ячеек из парателлуриата, работающих на частоте звука 109 МГц. В качестве источника двухцветного излучения использован Аг-лазер, излучающий две наиболее яркие линии на длинах волн 0.514×10^{-4} и 0.488×10^{-4} см. Получено вращение поляризации двухцветного излучения с частотой ~ 109 МГц.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках государственного задания ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Балакий В.И., Парыгин В.Н., Чирков Л.Е. Физические основы акустооптики. М.: Радио и связь, 1985.
2. Xu J., Stroud R. Acousto-optic Devices: Principles, Design and Applications. N.-Y.: John Wiley and Sons, Inc., 1992.
3. Котов В.М. Акустооптика. Брэгговская дифракция многоцветного излучения. М.: Янус-К, 2016.
4. Кошкина Е.А., Костомаров Д.С. // Оптич. журн. 2007. № 10. С. 88.
5. Колбина Г.Ф., Грищенко А.Е., Сазанов Ю.Н., Штенникова И.Н. // Высокомолекуляр. соединения. Сер. А. 2009. Т. 51. № 7. С. 1104.
6. Фармацевтическая химия: учебник / Под ред. Г.В. Раменской. М.: Бином. Лаборатория знаний, 2015.
7. Ринкевичус В.С. Лазерная анемометрия. М.: Энергия, 1978.
8. Коронкевич В.П., Ханов В.А. Современные лазерные интерферометры. Новосибирск: Наука, 1985.
9. Клочков В.П., Козлов Л.Ф., Потыкевич И.В., Соскин М.С. Лазерная анемометрия, дистанционная спектроскопия и интерферометрия. Справочник. Киев: Наукова думка, 1985.
10. Антонов С.Н., Котов В.М., Сотников В.Н. // ЖТФ. 1991. Т. 61. № 1. С. 168.
11. Kersey A.D., Dandridge A., Burns W.K. // Electron. Lett. 1986. V. 22. № 18. P. 935.
12. Котов В.М. // Квант. электроника. 1997. Т. 24. № 5. С. 471.
13. Shamir J., Fainman Y. // Appl. Optics. 1982. V. 21. № 3. P. 364.
14. Котов В.М., Аверин С.В., Котов Е.В. и др. // Квант. электроника. 2017. Т. 47. № 2. С. 135.
15. Котов В.М., Котов Е.В. // Оптич. журн. 2017. Т. 84. № 6. С. 51.
16. Котов В.М., Котов Е.В. // Квант. электроника. 2018. Т. 48. № 8. С. 773.
17. Котов В.М., Аверин С.В., Котов Е.В. // Оптич. журн. 2019. Т. 86. № 3. С. 3.
18. Котов В.М. // Оптика и спектроскопия. 1994. Т. 74. № 3. С. 493.
19. Акустические кристаллы / Под ред. М.П. Шаскольской. М.: Наука, 1982.
20. Кизель В.А., Бурков В.И. Гиротропия кристаллов. М.: Наука, 1980.
21. Най Дж. Физические свойства кристаллов. М.: Мир, 1967.
22. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1973.
23. Cretin B., Xie W.-X., Wang S., Hauden D. // Opt. Commun. 1988. V. 65. № 3. P. 157.
24. Гречихин В.А. Разработка и анализ компьютерных алгоритмов обработки одночастичных сигналов лазерных доплеровских анемометров / Автореф. дисс. канд. техн. наук. М.: МЭИ, 1996. 20 с.

**РАДИОФИЗИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ
В ТВЕРДОМ ТЕЛЕ И ПЛАЗМЕ**

УДК 537.874;537.624

**МАТРИЧНЫЙ АЛГОРИТМ РАСЧЕТА
КОЭФФИЦИЕНТОВ ОТРАЖЕНИЯ И ПРОХОЖДЕНИЯ ПРИ ПАДЕНИИ
ДВУХ ВСТРЕЧНЫХ ВОЛН НА МНОГОСЛОЙНУЮ СТРУКТУРУ**© 2022 г. И. В. Антонен^а, В. Г. Шавров^б, *, В. И. Щеглов^б, **^а Сыктывкарский государственный университет им. П. Сорокина,
Октябрьский просп., 55, Сыктывкар, 167001 Российская Федерация^б Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
ул. Моховая, 11, стр. 7, Москва, 125009 Российская Федерация

*E-mail: shavrov@cplire.ru

**E-mail: vshcheg@cplire.ru

Поступила в редакцию 29.03.2022 г.

После доработки 29.03.2022 г.

Принята к публикации 25.04.2022 г.

Предложена алгоритмическая реализация метода матрицы для задачи о падении двух встречных волн на многослойную волноведущую структуру ступенчатого характера. На основании эквивалентной схемы многослойной структуры в виде цепочки из четырехполюсников предложен алгоритм вычисления результирующей матрицы, состоящий в последовательном получении последующих элементов матрицы из предыдущих. Рассмотрено применение предложенного алгоритма для решения задачи об отражении и прохождении волны через линейно нарастающий барьер переменной длины. Получены зависимости коэффициентов отражения и прохождения от длины барьера, выявлен их монотонный или осциллирующий характер, определяемый соотношением между длиной волны и геометрическими параметрами структуры. Отмечен интерференционный характер рассматриваемых явлений и предложены рекомендации для решения практических задач.

DOI: 10.31857/S0033849422090017

ВВЕДЕНИЕ

Задачи о распространении волн различной природы через слоистые и неоднородные среды издавна привлекают внимание исследователей [1–6]. В случае плавной неоднородности традиционным приемом расчета является ее приближение в виде ступенчатой слоистой структуры, каждый слой в которой является однородным, а параметры среды от слоя к слою изменяются. При этом для достижения желаемой точности приходится число слоев выбирать достаточно большим, хотя бы в пределах нескольких десятков. Типичным способом решения таких задач является прямой метод, состоящий в нахождении волновой функции в каждом слое по отдельности с последующим их сшиванием на границах между слоями. С увеличением числа слоев громоздкость решения резко возрастает, поэтому прямой метод при числе слоев более пяти для практики становится непригодным [7]. В этом случае можно использовать методы последовательного перехода от слоя к слою, из которых наиболее распространены метод матрицы [8–11] и метод импеданса [1, 2, 12]. В цитированной литературе относительно обоих этих методов, как

правило, даются только общие рекомендации или производится расчет для небольшого числа слоев, не более двух–пяти, после чего расчет усложняется. При этом рассматривается падение на структуру единственной волны одного направления.

В данной работе предложена алгоритмическая реализация метода матрицы для задачи о падении на многослойную структуру двух встречных волн. Отмечено удобство предложенного метода для машинного программирования при произвольном числе слоев. С помощью предложенного алгоритма решена задача о падении волны на ступенчатую структуру, аппроксимирующую неоднородность с линейным нарастанием параметров.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Будем рассматривать волноведущую структуру, содержащую N плоскопараллельных слоев, разделенных $N - 1$ границами. Ось координат вдоль структуры, перпендикулярную слоям и их границам, обозначим через Ox .

Решаем задачу в приближении одномерных волн типа волны в струне [7, 11]. Координатная

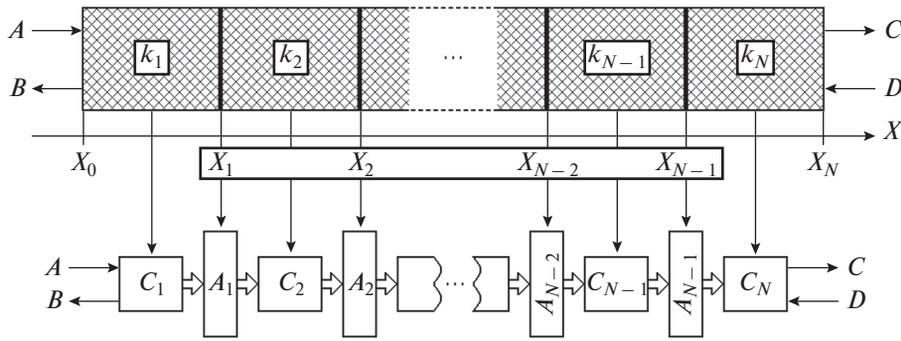


Рис. 1. Геометрия задачи перехода от слоистой структуры к цепочке из четырехполюсников.

часть волновой функции, являющейся решением волнового уравнения второго порядка, имеет вид

$$X_n = A_n \exp(-ik_n x) + B_n \exp(ik_n x), \quad (1)$$

где k_n – волновое число волны в среде (слое) с номером n , A_n и B_n – соответствующие произвольные постоянные, которые должны быть определены из граничных условий. Первое слагаемое в этом выражении описывает волну, распространяющуюся в положительном направлении оси Ox , второе – в отрицательном.

Общая геометрия задачи представлена на рис. 1. Здесь в верхнем ряду показана волноведущая структура, слои которой представляют собой среды с волновыми числами $k_{1,2,\dots,N}$. Координата начала структуры – x_0 , конца – x_N . Координаты границ между средами – от x_1 до x_{N-1} . Длины участков между границами, т.е. толщины слоев, обозначим d_n , где $d_n = x_n - x_{n-1}$, причем n меняется от 1 до N .

На структуру в положительном направлении оси Ox на слой 1 падает волна A , выходит из этого слоя в отрицательном направлении волна B . На ту же структуру со стороны слоя N , т.е. в отрицательном направлении оси Ox , падает волна D , выходит из этого слоя в положительном направлении волна C .

Следуя [11], сопоставим структуре эквивалентную цепочку из четырехполюсников, показанную в нижнем ряду рис. 1. То есть каждой среде или каждой границе с номером n соответствует четырехполюсник с тем же номером, где номера n для сред меняются от 1 до N , а для границ – от 1 до $N - 1$.

2. СТРУКТУРА ЦЕПОЧКИ ИЗ ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКОВ

На рис. 1 четырехполюсники, соответствующие средам, обозначены буквами C_n . Эти четы-

рехполюсники описываются матрицами распространения, имеющими вид

$$\hat{C}_n = \begin{pmatrix} \exp(ik_n d_n) & 0 \\ 0 & \exp(-ik_n d_n) \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Четырехполюсники, соответствующие границам, обозначены буквами A_n . Эти четырехполюсники описываются матрицами связи, имеющими вид

$$\hat{A}_n = \begin{pmatrix} \frac{k_n + k_{n+1}}{2k_n} & \frac{k_n - k_{n+1}}{2k_n} \\ \frac{k_n - k_{n+1}}{2k_{n+1}} & \frac{k_n + k_{n+1}}{2k_{n+1}} \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Полная цепочка четырехполюсников описывается результирующей матрицей \hat{G}_N , представляющей собой последовательное соединение чередующихся матриц распространения и связи:

$$\hat{G}^{(N)} = \hat{C}_1 \hat{A}_1 \hat{C}_2 \hat{A}_2, \dots, \hat{C}_{N-1} \hat{A}_{N-1} \hat{C}_N. \quad (4)$$

В записи через элементы результирующая матрица имеет вид

$$\hat{G}^{(N)} = \begin{pmatrix} g_{11}^{(N)} & g_{12}^{(N)} \\ g_{21}^{(N)} & g_{22}^{(N)} \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Матрица $\hat{G}^{(N)}$ связывает волны A и B , входящие в начале структуры, с волнами C и D , выходящими в ее конце, в соответствии с соотношением

$$\begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \hat{G}^{(N)} \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix}. \quad (6)$$

В алгебраической записи эта связь имеет вид

$$A = g_{11}^{(N)} C + g_{12}^{(N)} D; \quad (7)$$

$$B = g_{21}^{(N)} C + g_{22}^{(N)} D. \quad (8)$$

Для реализации такой связи в полном виде надо найти элементы матрицы $g_{ik}^{(N)}$ в выражении через параметры структуры, такие как волновые числа k_n и протяженности участков структуры d_n .

3. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЕ НАХОЖДЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ РЕЗУЛЬТИРУЮЩЕЙ МАТРИЦЫ

Найдем элементы результирующей матрицы последовательно, переходя от структуры с каким-то определенным числом участков к структуре, число участков в которой на единицу больше, и так далее до полного конца структуры.

Так, для структуры, состоящей из одного участка среды без границ, имеем только матрицу распространения

$$\hat{G}^{(1)} = \hat{C}_1 = \begin{pmatrix} \exp(ik_1d_1) & 0 \\ 0 & \exp(-ik_1d_1) \end{pmatrix}, \quad (9)$$

то есть

$$g_{11}^{(1)} = \exp(ik_1d_1); \quad (10)$$

$$g_{12}^{(1)} = 0; \quad (11)$$

$$g_{21}^{(1)} = 0; \quad (12)$$

$$g_{22}^{(1)} = \exp(-ik_1d_1), \quad (13)$$

где верхний индекс 1 в обозначениях матрицы и ее элементов означает, что структура содержит только одну среду.

Для структуры, состоящей из двух сред, разделенных одной границей, результирующая матрица содержит одну матрицу распространения, затем одну матрицу связи и еще одну матрицу распространения:

$$G^{(2)} = \hat{C}_1 \hat{A}_1 \hat{C}_2 = \begin{pmatrix} g_{11}^{(2)} & g_{12}^{(2)} \\ g_{21}^{(2)} & g_{22}^{(2)} \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Элементы такой результирующей матрицы вычисляем по формулам

$$g_{11}^{(2)} = \frac{1}{2k_1} \times \left[g_{11}^{(1)}(k_1 + k_2) + g_{12}^{(1)}(k_1 - k_2) \right] \exp(ik_2d_2); \quad (15)$$

$$g_{12}^{(2)} = \frac{1}{2k_1} \times \left[g_{11}^{(1)}(k_1 - k_2) + g_{12}^{(1)}(k_1 + k_2) \right] \exp(-ik_2d_2); \quad (16)$$

$$g_{21}^{(2)} = \frac{1}{2k_1} \times \left[g_{21}^{(1)}(k_1 + k_2) + g_{22}^{(1)}(k_1 - k_2) \right] \exp(ik_2d_2); \quad (17)$$

$$g_{22}^{(2)} = \frac{1}{2k_1} \times \left[g_{21}^{(1)}(k_1 - k_2) + g_{22}^{(1)}(k_1 + k_2) \right] \exp(-ik_2d_2). \quad (18)$$

Действуя далее таким же порядком, на основе элементов матрицы $\hat{G}^{(n)}$ получаем элементы матрицы $G^{(n+1)}$:

$$g_{11}^{(n+1)} = \frac{1}{2k_n} \left[g_{11}^{(n)}(k_n + k_{n+1}) + g_{12}^{(n)}(k_n - k_{n+1}) \right] \times \exp(ik_{n+1}d_{n+1}); \quad (19)$$

$$g_{12}^{(n+1)} = \frac{1}{2k_n} \left[g_{11}^{(n)}(k_n + k_{n+1}) + g_{12}^{(n)}(k_n + k_{n+1}) \right] \times \exp(-ik_{n+1}d_{n+1}); \quad (20)$$

$$g_{21}^{(n+1)} = \frac{1}{2k_n} \left[g_{21}^{(n)}(k_n + k_{n+1}) + g_{22}^{(n)}(k_n - k_{n+1}) \right] \times \exp(ik_{n+1}d_{n+1}); \quad (21)$$

$$g_{22}^{(n+1)} = \frac{1}{2k_n} \left[g_{21}^{(n)}(k_n - k_{n+1}) + g_{22}^{(n)}(k_n + k_{n+1}) \right] \times \exp(-ik_{n+1}d_{n+1}). \quad (22)$$

И, наконец, на основе элементов матрицы $G^{(N-1)}$, находим элементы матрицы $G^{(N)}$:

$$g_{11}^{(N)} = \frac{1}{2k_{N-1}} \left[g_{11}^{(N-1)}(k_{N-1} + k_N) + g_{12}^{(N-1)}(k_{N-1} - k_N) \right] \exp(ik_Nd_N), \quad (23)$$

$$g_{12}^{(N)} = \frac{1}{2k_{N-1}} \left[g_{11}^{(N-1)}(k_{N-1} + k_N) + g_{12}^{(N-1)}(k_{N-1} + k_N) \right] \exp(-ik_Nd_N), \quad (24)$$

$$g_{21}^{(N)} = \frac{1}{2k_{N-1}} \left[g_{21}^{(N-1)}(k_{N-1} + k_N) + g_{22}^{(N-1)}(k_{N-1} - k_N) \right] \exp(ik_Nd_N), \quad (25)$$

$$g_{22}^{(N)} = \frac{1}{2k_{N-1}} \left[g_{21}^{(N-1)}(k_{N-1} - k_N) + g_{22}^{(N-1)}(k_{N-1} + k_N) \right] \exp(ik_Nd_N). \quad (26)$$

Таким образом, матрицу $\hat{G}^{(N)}$ можно считать найденной. Эта матрица связывает волны A и B , входящие в структуру, с волнами C и D , выходящими из нее в соответствии с соотношением (6).

4. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ МАТРИЦЫ ДЛЯ ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКОВ В МАТРИЦУ ДЛЯ ВОЛНОВЕДУЩЕЙ СТРУКТУРЫ

Теперь перейдем от схемы четырехполосников (см. рис. 1, нижняя часть) к схеме многослойной волноведущей структуры (см. рис. 1, верхняя часть). Здесь входящими в структуру являются волны A и D , а выходящими – волны B и C . Чтобы найти выходящие волны через входящие надо си-

стему (7), (8) разрешить относительно B и C , т.е. преобразовать ее к виду

$$B - g_{21}^{(N)} C = g_{22}^{(N)} D; \quad (27)$$

$$C = \frac{1}{g_{11}^{(N)}} A - \frac{g_{12}^{(N)}}{g_{11}^{(N)}} D. \quad (28)$$

В матричной записи эта система имеет вид

$$\begin{pmatrix} B \\ C \end{pmatrix} = \hat{H}^{(N)} \begin{pmatrix} A \\ D \end{pmatrix}, \quad (29)$$

где матрица $\hat{H}^{(N)}$ имеет вид

$$\hat{H}^{(N)} = \begin{pmatrix} \frac{g_{21}^{(N)}}{g_{11}^{(N)}} & \frac{g_{11}^{(N)} g_{22}^{(N)} - g_{12}^{(N)} g_{21}^{(N)}}{g_{11}^{(N)}} \\ \frac{1}{g_{11}^{(N)}} & -\frac{g_{12}^{(N)}}{g_{11}^{(N)}} \end{pmatrix}. \quad (30)$$

При этом выходящие из структуры волны B и C при входящих волнах A и D определяются соотношениями

$$B = \frac{g_{21}^{(N)}}{g_{11}^{(N)}} A + \frac{g_{11}^{(N)} g_{22}^{(N)} - g_{12}^{(N)} g_{21}^{(N)}}{g_{11}^{(N)}} D; \quad (31)$$

$$C = \frac{1}{g_{11}^{(N)}} A - \frac{g_{12}^{(N)}}{g_{11}^{(N)}} D, \quad (32)$$

где элементы $g_{ik}^{(N)}$ определяются формулами (23)–(26).

5. КОЭФФИЦИЕНТЫ ОТРАЖЕНИЯ И ПРОХОЖДЕНИЯ

Рассмотрим сначала случай падения на структуру только одной волны с амплитудой A , распространяющейся в положительном направлении оси Ox . От структуры отражается волна B и проходит волна C . Для расчета коэффициентов отражения и прохождения по энергии воспользуемся следующими формулами [7, 11]:

$$R_e^{(N)} = \frac{|B|^2}{|A|^2}; \quad (33)$$

$$T_e^{(N)} = \frac{|C|^2}{|A|^2} \operatorname{Re} \left(\frac{k_N}{k_1} \right). \quad (34)$$

Так, при $D = 0$ в соответствии с (31), (32) получаем коэффициент отражения

$$R_A^{(N)} = \left| \frac{B|_{D=0}}{A} \right|^2 = \left| \frac{g_{21}^{(N)}}{g_{11}^{(N)}} \right|^2 \quad (35)$$

и прохождения

$$T_A^{(N)} = \left| \frac{C|_{D=0}}{A} \right|^2 \operatorname{Re} \left(\frac{k_N}{k_1} \right) = \left| \frac{1}{g_{11}^{(N)}} \right|^2 \operatorname{Re} \left(\frac{k_N}{k_1} \right). \quad (36)$$

Из структуры формул (35) и (36) с учетом (23)–(26) видим, что при $N = 2$ и действительных $k_{1,2}$ формулы (35), (36) принимают вид

$$R_A^{(2)} = \frac{(k_1 - k_2)^2}{(k_1 + k_2)^2}; \quad (37)$$

$$T_A^{(2)} = \frac{4k_1 k_2}{(k_1 + k_2)^2}, \quad (38)$$

что соответствует классическому виду коэффициентов отражения и прохождения по энергиям для случая двух сред, разделенных одной границей [7, 11].

В случае падения одной волны встречного направления, т.е. при $A = 0$, аналогичным образом в соответствии с (31), (32) получаем

$$R_D^{(N)} = \left| \frac{C|_{A=0}}{D} \right|^2 = \left| \frac{g_{11}^{(N)} g_{22}^{(N)} - g_{12}^{(N)} g_{21}^{(N)}}{g_{11}^{(N)}} \right|^2; \quad (39)$$

$$T_D^{(N)} = \left| \frac{B|_{A=0}}{D} \right|^2 \operatorname{Re} \left(\frac{k_1}{k_N} \right) = \left| -\frac{g_{12}^{(N)}}{g_{11}^{(N)}} \right|^2 \operatorname{Re} \left(\frac{k_1}{k_N} \right). \quad (40)$$

Для двух сред в этом случае, подобно (37), (38), получаем

$$R_D^{(2)} = \frac{(k_2 - k_1)^2}{(k_2 + k_1)^2}; \quad (41)$$

$$T_D^{(2)} = \frac{4k_2 k_1}{(k_2 + k_1)^2}. \quad (42)$$

6. АЛГОРИТМ НАХОЖДЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ ОТРАЖЕНИЯ И ПРОХОЖДЕНИЯ

Из приведенной выше последовательности действий видно, что вычисления по формулам (19)–(22) выполняются многократно циклическим образом с увеличением верхнего индекса элементов на единицу. Для удобства машинного программирования представим полный расчет амплитуд выходящих волн B и C в виде алгоритма с последовательными шагами.

1. В качестве подготовительного шага следует задать начальные параметры структуры – волновые числа k_n и толщины участков d_n для всех n от 1 до N , а также амплитуды входящих волн A и D .

2. Находим элементы $g_{ik}^{(1)}$ в соответствии с формулами (10)–(13).

3. Используя элементы $g_{ik}^{(1)}$, находим элементы $g_{ik}^{(2)}$ с помощью формул (15)–(18).

4. Следующие действия выполняются в цикле из таких же последовательных шагов с увеличением текущего индекса элемента на единицу по формулам (19)–(22). Цикл продолжается до получения элементов $g_{ik}^{(N)}$, соответствующих формулам (23)–(26). (При машинном счете эти действия удобно выполнять с помощью единой подпрограммы.)

5. Теперь, когда элементы $g_{ik}^{(N)}$ найдены, их следует использовать для получения амплитуд выходящих волн B и C в соответствии с формулами (31)–(32). На этом шаге заканчивается получение амплитуд выходящих из структуры волн в случае падения двух волн встречных направлений.

6. В качестве заключительного шага может быть определение коэффициентов отражения и прохождения по формулам (35), (36) и (39), (40).

7. ПРИМЕНЕНИЕ АЛГОРИТМА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О СТРУКТУРЕ СО СТУПЕНЧАТОЙ НЕОДНОРОДНОСТЬЮ

В качестве примера расчета с помощью предложенного алгоритма обратимся к задаче, решение которой прямым методом было бы настолько громоздко, что вряд ли вообще реализуемо. Важной для практики задачей является отражение и прохождение волны через структуру, представляющую собой линейный наклонный барьер, высота которого плавно нарастает. Традиционным способом решения таких задач является приближение плавной неоднородности ступенчатой, в пределах каждой ступеньки которой параметры среды сохраняются. Для повышения точности приходится увеличивать число ступенек, однако трудности расчета при этом резко возрастают. Предложенный выше пошаговый алгоритм позволяет решить задачу при любом достаточно значительном числе ступенек без существенного увеличения громоздкости расчета.

На рис. 2 представлено распределение волнового числа по ступенькам при различной степени крутизны барьера. Рассмотрим распространение одномерной волны через барьерную ступенчатую структуру, разбитую вдоль оси Ox на 16 однородных участков (в общем случае это число может быть произвольным). Полная длина структуры L равна 16 условным единицам, начало структуры соответствует координате x_0 , конец – координате x_{16} . Координаты концов участков обозначены через x_n , где n – номер участка. Длины участков d_n определяют по формуле

$$d_n = x_n - x_{n-1}. \quad (43)$$

Волновое число, будучи действительным, от участка к участку линейно возрастает по закону

$$k_n = k_1 + \Delta k (n - 1), \quad (44)$$

где Δk – величина постоянная, отсчет начинается с $n = 2$ и продолжается до $n = 16$.

Длины первого и последнего участков равны друг другу, т.е. $d_1 = d_{16}$. Длины всех остальных участков равны между собой, но от $d_{1,16}$ могут отличаться. При этом часть структуры от участка 2 до участка 15, т.е. между координатами x_1 и x_{15} разделена на 14 равных по длине участков длиной Δd :

$$d_2 = d_3 = \dots = d_{15} = \Delta d. \quad (45)$$

Часть структуры, где волновое число увеличивается, т.е. длина барьера от участка 2 до участка 15, обозначена через L_B :

$$L_B = d_2 + d_3 + \dots + d_{15} = 14\Delta d. \quad (46)$$

Из рис. 2 видно, что по мере уменьшения Δd крутизна барьера возрастает, а его длина L_B соответственно уменьшается.

Ограничимся случаем падения на структуру только одной волны с амплитудой A , распространяющейся в положительном направлении оси Ox . От структуры отражается волна B и проходит волна C . Для расчета коэффициентов отражения и прохождения по энергии воспользуемся формулами (33), (34) при $N = 16$:

$$R_e^{(16)} = \frac{|B|^2}{|A|^2}; \quad (47)$$

$$T_e^{(16)} = \frac{|C|^2}{|A|^2} \operatorname{Re} \left(\frac{k_{16}}{k_1} \right). \quad (48)$$

Из рис. 2 видно, что крутизна барьера при уменьшении его длины возрастает. При максимальной крутизне барьера, т.е. при $L_B = 0$, коэффициенты отражения и прохождения определяются формулами, соответствующими задаче для двух сред, разделенных одной границей [7, 11]:

$$R_e^{(2)} = \frac{(k_1 - k_{16})^2}{(k_1 + k_{16})^2}, \quad (49)$$

$$T_e^{(2)} = \frac{4k_1 k_{16}}{(k_1 + k_{16})^2}. \quad (50)$$

С целью нормировки в данной работе значение волнового числа на первом участке k_1 было принято равным Δk , так что при изменении Δk весь интервал значений волнового числа пропорционально изменялся. Как видим, с учетом $k_1 = \Delta k$ и $k_{16} = 16\Delta k$ значения $R_e^{(2)}$ и $T_e^{(2)}$ остаются неизменными при любой величине Δk , т.е. $R_e^{(2)} = 0.7785$ и $T_e^{(2)} = 0.2215$. Сумма этих значений равна единице.

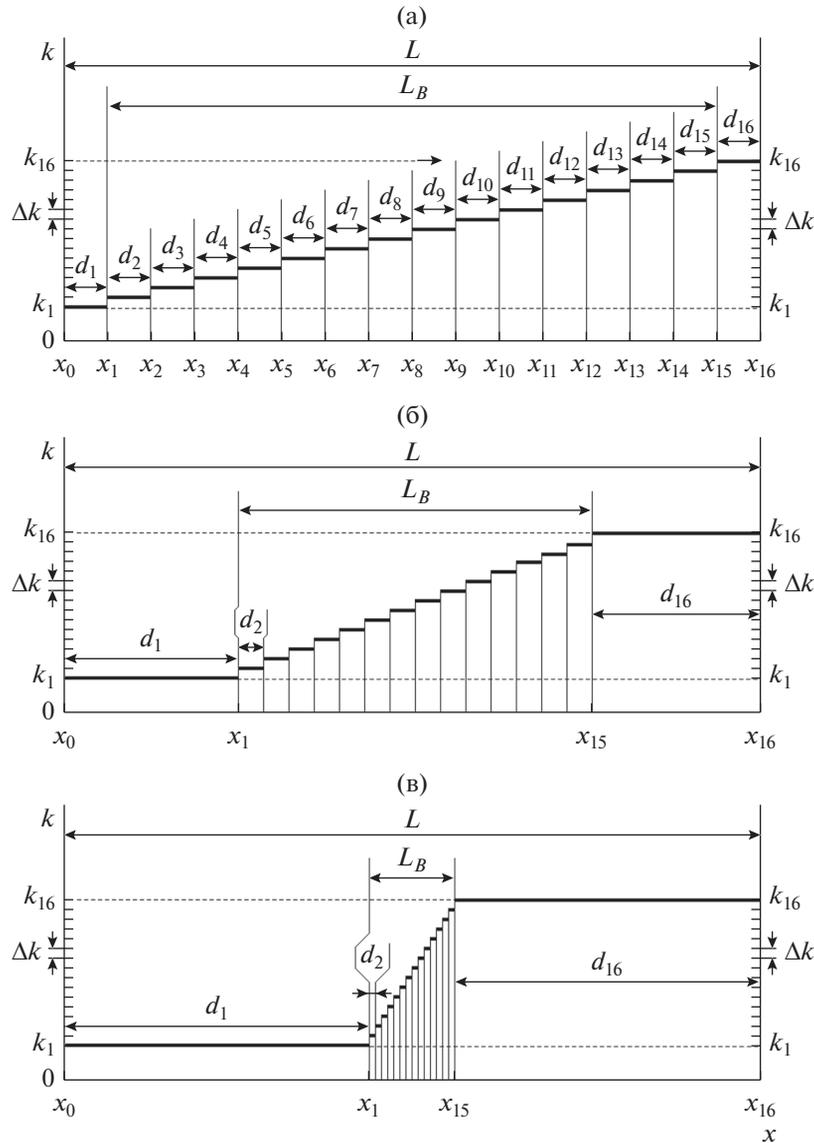


Рис. 2. Схема распределения волнового числа по ступенчатой структуре при малой (а), средней (б) и большой (в) крутизне барьера.

Результаты расчета представлены на рис. 3. Показаны зависимости коэффициентов отражения R_e и прохождения T_e от длины барьера L_B при различных значениях перепада волнового числа Δk . Значения длины барьера на горизонтальной оси отсчитываются в обратном порядке, т.е. длина барьера слева направо уменьшается, так что его крутизна увеличивается.

Из рисунка видно, что в любом случае при уменьшении L_B , т.е. при увеличении крутизны барьера, отражение увеличивается, а прохождение уменьшается. Кривые прохождения 4–6 являются симметричным отражением в уровне 0.5 отн. ед. кривых отражения 1–3, причем сумма тех и дру-

гих значений равна единице, что соответствует закону сохранения энергии [7, 8, 11].

При обращении барьера в вертикальный перепад, т.е. при $L_B \rightarrow 0$, все зависимости для отражения 1–3 приходят в одну точку, соответствующую $R_e = 0.7785$ отн. ед., а зависимости прохождения 4–6 – в точку $T_e = 0.2215$. Эти значения соответствуют перепаду волновых чисел в 16 раз на структуре из двух сред, разделенных одной границей [7, 11].

При малом перепаде волнового числа отражение и прохождение меняются в небольших пределах и являются почти линейными (кривые 1, 4).

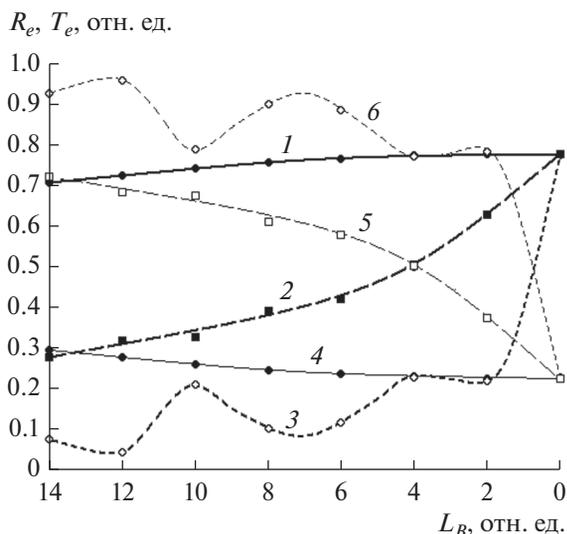


Рис. 3. Зависимости коэффициентов отражения R_e (кривые 1–3) и прохождения T_e (кривые 4–6) от длины барьера L_B при различных значениях перепада волнового числа: $\Delta k = 0.01$ (1, 4), 0.10 (2, 5) и 1.00 отн. ед. (3, 6), при $k_1 = \Delta k$.

При увеличении перепада отражение (кривая 2) при большой длине барьера ($L_B = 14$ отн. ед.) значительно меньше, чем при малом перепаде и составляет 0.2946. По мере уменьшения длины барьера отражение возрастает, стремясь к величине 0.7785. Прохождение (кривая 5) ведет себя зеркальным образом, составляя при большой длине барьера 0.7054, а при малой спадает до 0.2215. Обе кривые ведут себя полностью монотонно.

При значительном перепаде (кривые 3, 6) отражение (кривая 3) при большой длине барьера ($L_B = 14$ отн. ед.) еще меньше, чем в предыдущем случае, и составляет 0.0759 отн. ед. По мере уменьшения длины барьера отражение в целом возрастает, но вплоть до величины барьера 2 отн. ед. проходит через несколько (около трех) осцилляций, после чего резко устремляется вверх к величине 0.7785 отн. ед. Прохождение (кривая 6) ведет себя зеркальным образом, начинаясь при 0.9241 и, проходя через те же осцилляции, резко падает до величины 0.2215 отн. ед. При увеличении перепада волнового числа выше 1.0 отн. ед. осцилляции зависимостей для обоих коэффициентов становятся беспорядочными, приобретая близкий к хаотическому характер.

В ходе контрольной проверки было установлено, что наличие осцилляций обусловлено периодическим характером распространяющихся волн, определяемом формулой (1). При этом решающее значение приобретает средняя длина волны, соответствующая интервалу волнового числа в 8 раз больше единичного перепада волнового

числа (т.е. $16 : 2$). Осцилляции проявляются только в том случае, когда длина волны становится меньше полной длины барьера, что имеет место для кривых 3, 6 и отсутствует для кривых 1, 2 и 4, 5. При этом хаотизация осцилляций начинается тогда, когда длина волны становится меньше длины отдельного единичного участка, т.е. менее 1 отн. ед.

Таким образом, можно полагать, что причиной осциллирующего и хаотического характера изменения коэффициентов является интерференция волн при многократном отражении и прохождении через границы между слоями волноведущей структуры.

При практическом определении коэффициентов отражения и прохождения при заданной длине барьера следует выбирать условия, при которых кривые, типа приведенных на рис. 3, не имеют осцилляций, т.е. при принятых здесь числовых параметрах величина Δk должна быть меньше 0.10 отн. ед. Поскольку эта величина определяется длиной барьера, то при значительной его высоте разбиение должно выполняться на число участков, равное или большее отношению высоты барьера к величине Δk .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложена алгоритмическая реализация метода матрицы для задачи о падении на многослойную структуру двух встречных волн.

В приближении одномерных волн рассмотрена волноведущая структура, содержащая произвольное число однородных слоев, разделенных границами. Для структуры предложена эквивалентная схема цепочки из четырехполюсников, соответствующих элементам структуры — однородным участкам и границам между ними. Каждому четырехполюснику поставлена в соответствие квадратная матрица второго порядка. Получены матрицы двух видов: для участков — матрицы распространения, для границ — матрицы связи. Результирующая матрица представлена в виде последовательно произведения чередующихся матриц того и другого вида. Отмечено, что вся цепочка состоит из последовательно соединенных пар двух матриц, первая из которых является матрицей распространения, а вторая — матрицей связи. На основании анализа произведения двух матриц, составляющих одну пару, выявлено, что элементы матрицы такой пары для любого участка цепочки могут быть выражены через элементы матрицы такой же пары для участка, предшествующего данной паре.

Предложен алгоритм вычисления результирующей матрицы всей цепочки в целом, состоящий из последовательного получения элементов последующей пары из элементов предыдущей. Выполнено преобразование результирующей матрицы для

четырёхполюсников в результирующую матрицу для многослойной волноведущей структуры. Для случая падения на структуру двух встречных волн получены амплитуды выходящих из структуры волн в обоих направлениях, а также коэффициенты отражения и прохождения по энергиям, выраженные через элементы результирующей матрицы.

Рассмотрено применение предложенного алгоритма для решения задачи об отражении и прохождении волны через линейно нарастающий барьер переменной длины. Выполнено приближение плавного барьера ступенчатым, в пределах каждой ступеньки которого параметры среды задаются определенным значением волнового числа, от ступеньки к ступеньке меняющегося с постоянным шагом. Рассмотрены случаи различной крутизны барьера, обусловленной изменением его длины при сохранении полной высоты. Для случая падения одной волны прямого направления получены зависимости коэффициентов отражения и прохождения от полной длины барьера при различных значениях шага изменения волнового числа. Показано, что при малом шаге по волновому числу коэффициент отражения по мере уменьшения длины барьера, нарастает плавно, при средней величине шага зависимость имеет осциллирующий характер, а при большой величине шага приближается к хаотической. Коэффициент прохождения во всех этих случаях ведет себя зеркально симметричным образом, так что сумма коэффициентов отражения и прохождения всегда остается равной единице. В качестве причины осциллирующего и хаотического характера изменения коэффициентов высказано предположение о решающей роли интерференции волн при многократном отражении и прохождении через границы между слоями волноведущей структуры. Приведена практическая рекомендация выбора параметров приближения плавной неоднородности ступенчатой для

получения наиболее объективной характеристики отражения и прохождения волн.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках государственного задания Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 20-55-53019 ГФЕН_а), Российского научного фонда (проекты № 21-72-20048 и 21-47-00019) и Правительства Республики Коми и РФФИ (проект № 20-42-110004, р_а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бреховских Л.М.* Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973.
2. *Бреховских Л.М., Гордин О.А.* Акустика слоистых сред. М.: Наука, 1989.
3. *Розенберг Г.В.* Оптика тонкослойных покрытий. М.: Физматлит, 1958.
4. *Кизель В.А.* Отражение света. М.: Наука, 1973.
5. *Oksanen M.I., Hanninen J., Tretyakov S.A.* // IEEE Proc. Н. 1991. V. 138. № 7. P. 513.
6. *Шварцбург А.Б.* // Успехи физ. наук. 2000. Т. 170. № 12. С. 1297.
7. *Антонец И.В., Щеглов В.И.* Распространение волн через многослойные структуры. Ч. 1. Прямой метод. Сыктывкар: ИПО СыктГУ, 2011.
8. *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. М.: Наука, 1970.
9. *Усанов Д.А., Скрипаль А.В., Абрамов А.В., Боголюбов А.С.* // Письма в ЖТФ. 2007. Т. 33. № 2. С. 13.
10. *Усанов Д.А., Скрипаль А.В., Абрамов А.В., Боголюбов А.С.* // ЖТФ. Т. 76. № 5. С. 112.
11. *Антонец И.В., Щеглов В.И.* Распространение волн через многослойные структуры Ч. 2. Метод матрицы. Сыктывкар: ИПО СыктГУ, 2012.
12. *Антонец И.В., Щеглов В.И.* Распространение волн через многослойные структуры. Ч. 3. Метод импеданса. Сыктывкар: ИПО СыктГУ, 2012.

МИКРОЭЛЕКТРОННЫЙ СВЕРХВЫСОКОЧАСТОТНЫЙ МОДУЛЬ
НА МНОГОСЛОЙНОЙ ПЛАТЕ© 2022 г. А. В. Буянкин^а, А. А. Жуков^{а, б, *}, А. Ю. Калашников^а, В. Э. Поймалин^а^а АО «Российские космические системы»,

ул. Авиамоторная, 53, Москва, 111250 Российская Федерация

^б Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),
Волоколамское шоссе, 4, Москва, 125993 Российская Федерация

*E-mail: zhukov.aa@spacecorp.ru

Поступила в редакцию 02.12.2021 г.

После доработки 08.02.2022 г.

Принята к публикации 25.02.2022 г.

Проведено моделирование и предложена микроэлектронная технология устройств сверхвысоких частот (СВЧ) на основе многослойных коммутационных плат с защитой от электромагнитного излучения. Изготовлены и испытаны платы, макет модуля малошумящего усилителя (МШУ) С-диапазона (3.4...8 ГГц) и исследованы его характеристики (коэффициент усиления 50 дБ, коэффициент шума 1.4 дБ). Продемонстрировано, что предложенная технология позволяет создавать малогабаритные устройства с частотой до 40 ГГц высокого качества для систем связи и информационно-телекоммуникационных систем, космического и наземного назначения.

DOI: 10.31857/S0033849422090042

ВВЕДЕНИЕ

Постоянное увеличение средств информационного обмена все сильнее нагружает существующие системы передачи и приема информации. В условиях Земли возможно использование почти неограниченного количества ретрансляторов и изменение системы работы с сигналами, но в условиях космического пространства необходима система, позволяющая обеспечить непрерывную передачу информации с длительным сроком активного существования. Система должна соответствовать условиям мощности, выделяемой на каждый узел, массогабаритным характеристикам и надежности, предъявляемым к каждому узлу, что особенно важно при создании малоразмерных спутников [1]. При учете указанных условий, создание устройств космического назначения определяет цель поиска и улучшения технологий производства каждого отдельного узла спутникового оборудования.

Целью работы является расчетно-экспериментальная оценка возможности создания микромодуля СВЧ-малошумящего усилителя (МШУ) с уменьшенными массогабаритными характеристиками на основе многослойных СВЧ-плат на полиимиде, выполненных по микроэлектронной технологии.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- исходя из особенностей технологии разработать функциональную схему МШУ и конструкцию микромодуля;
- разработать 3D-модель платы микромодуля для анализа СВЧ-характеристик;
- с учетом данных, полученных при моделировании, отработать технологию формирования многослойных коммутационных плат на полиимиде;
- реализовать макет микромодуля и оценить его характеристики.

1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

В работе представлен вариант развития технологии создания коммутационных многослойных СВЧ-плат на полиимиде для космического применения [2–5] на примере создания МШУ радиолокационного С-диапазона. Представленный вариант отличается использованием процессов микроэлектроники при послойном формировании структуры платы, что характеризуется повышенной точностью формирования и технологичностью (возможностью оперативного изменения топологии, что принципиально при отработке и макетировании конструкции) по сравнению с известной технологией создания коммутационных многослойных СВЧ-плат (что важно для изделий высоких частот), с помощью низкотемпературной совместно обжигаемой керамики (Low Temperature Co-Fired Ceramic, LTCC). Как известно, технологический

Таблица 1. Параметры аналогов малошумящего усилителя

Номер аналога	Производитель	F , ГГц	Усиление, дБ	$K_{ш}$, дБ	ТШ, К	Размер, мм
1	Southwest Antennas, Inc.	4...8.5	20	1.8	150	73 × 25 × 19
2	Linwave Technology Ltd.	2...12	25	4	443	30 × 20 × 10
3	АО “Микроволновые системы”	2...18	34	4	443	44 × 22 × 44
4	АО “НПФ “Микран”	0.0001...6	30	4	443	75 × 50 × 50
5	АО “НПФ “Микран”	2...6	27	3	292	75 × 50 × 50

Примечание: $K_{ш}$ – коэффициент шума, ТШ – тепловой шум.

процесс LTCC основан на нанесении токопроводящих паст методом трафаретной печати на керамические листы с последующим спеканием, что определяет конструктивно-технологические ограничения и топологические нормы [6, 7]. Несмотря на существующие достоинства, характерные для массового производства, технология LTCC имеет ряд недостатков и проблемных моментов, указанных в работах [7–9]. Кроме того, предложенная технология характеризуется использованием доступных материалов и процессов российского производства.

Анализ специальной литературы [10] показывает, что МШУ монтируют максимально близко к антенне, это позволяет минимизировать шумы, но увеличивает размеры. В космической технике чаще используют МШУ с SMA-входом (Sub-miniature version A – соединитель для подключения коаксиального кабеля с волновым сопротивлением 50 Ом) (табл. 1), которые устанавливают в единый корпус с приемными трактами бортового оборудования для защиты МШУ от негативных факторов космического пространства и уменьшения потерь при передаче сигнала между МШУ и остальной частью приемного тракта.

2. ОБЪЕКТЫ И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

В данной работе были исследованы следующие объекты:

- 3D-модель многослойной коммутационной СВЧ-платы;
- технология формирования многослойной коммутационной СВЧ-платы на основе полиимида;
- многослойная коммутационная СВЧ-плата на основе полиимида;
- макет микромодуля МШУ на основе многослойной коммутационной СВЧ-платы.

В 3D-модели многослойной коммутационной СВЧ-платы было рассмотрено влияние топологии в разных слоях, различных частей тракта друг на друга. Проведено моделирование передачи сигнала по элементам топологии при введении различных особенностей формирования слоев материала

[11, 14], а также исследовано влияние введения и исключения дополнительных конструктивных элементов [13, 15]. Кроме того, моделировалось влияние изменения общих потерь и частотных свойства полиимида в связи с допуском на СВЧ-параметры материала.

Для реализации технологии изготовления многослойной коммутационной СВЧ-платы на основе слоев из полиимида использовали пластину диаметром 76 мм, выполненную из нитрида алюминия [5] с классом шероховатости поверхности не хуже 12. Три слоя металлизации в структуре платы были выполнены на основе систем металлизации Cr–Cu–Ni и Cr–Cu–Ni–Au толщиной 3...5 мкм, слой хрома, меди и никеля были получены вакуумным магнетронным распылением, а слой золота – гальваническим осаждением. Топологический рисунок слоя металла выполнен жидкостным химическим травлением через фоторезистивную маску, полученную спреевым методом и экспонированием с последующим проявлением. Два слоя полиимида, сформированного из раствора полиамидокислоты в диметилформамиде [12], толщиной 50 ± 2.5 мкм выполняли комбинированным методом [11]. Вертикальную структуру соединений элементов в плате и элементы экранирования [13] осуществляли в слое полиимида металлизированными отверстиями, формируемыми жидкостным химическим травлением через металлическую маску, выполненную вакуумным магнетронным распылением и фотолитографическими процессами. Для стабилизации характеристик коммутационной платы после формирования многослойной структуры на основе слоев из полиимида производилась ступенчатая термообработка [14].

Для оценки характеристик была изготовлена многослойная коммутационная СВЧ-плата на основе полиимида, особенностью технологии изготовления которой является использование материалов и процессов российского производства.

Геометрические размеры макета микромодуля МШУ составляют $34 \times 34 \times 15$ мм. Для холодного резервирования спроектирован двухканальный вариант для применения в составе блока аппаратуры с общей герметизацией. При этом габариты

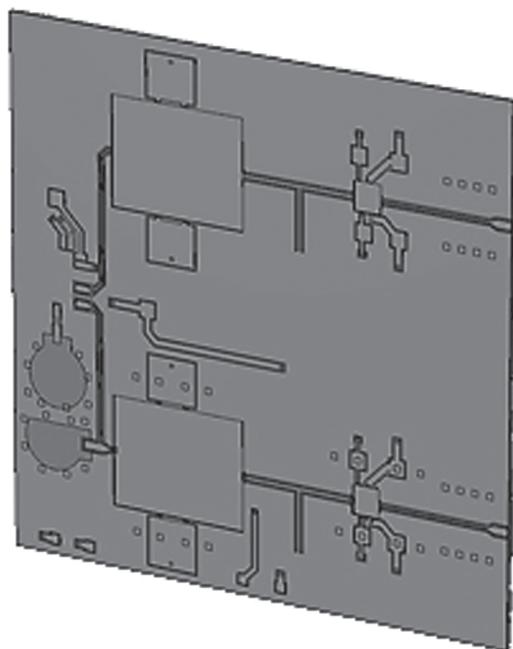


Рис. 1. 3D-модель многослойной коммутационной СВЧ-платы микромодуля МШУ.

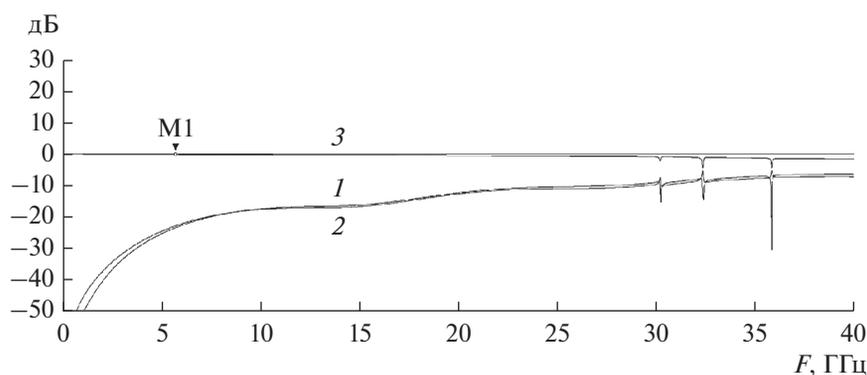


Рис. 2. Характеристики прохождения сигнала, полученные в 3D-модели коммутационной платы: коэффициенты отражения по входу S_{11} (1) и выходу S_{22} (2), коэффициент прохождения сигнала S_{21} (3); для точки M1 $F = 5.7$ ГГц $S_{21} = -0.15309$ дБ.

данного устройства меньше, чем габариты аналогов, представленных в табл. 1.

В данной работе были использованы следующие методы.

Визуальный осмотр тестовых образцов на наличие дефектов на поверхности, внешних признаков загрязнения, инородных включений, признаков отслоения проводящего рисунка проводили с помощью оптической микроскопии при увеличении до $500\times$.

Измерения величины прохождения сигнала и S -параметры в СВЧ-линии проводили с помощью векторного анализатора цепей.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

На рис. 1 представлена 3D-модель многослойной коммутационной платы, а на рис. 2 результаты моделирования — характеристики прохождения сигнала в коммутационной плате. Видно, что потери при прохождении сигнала на частоте 5.7 ГГц незначительны и составляют 0.15 дБ (кривая 3). При этом коэффициенты отражения по входу и выходу (S_{11} и S_{22} соответственно) находятся на уровне -20 дБ, до 30 ГГц не превышают -10 дБ, а до 40 ГГц -5 дБ, следовательно, не создают условий для возбуждения устройства. Полученные данные позволяют предположить, что при ограничениях [3] в рамках данной технологии на полиимиде воз-

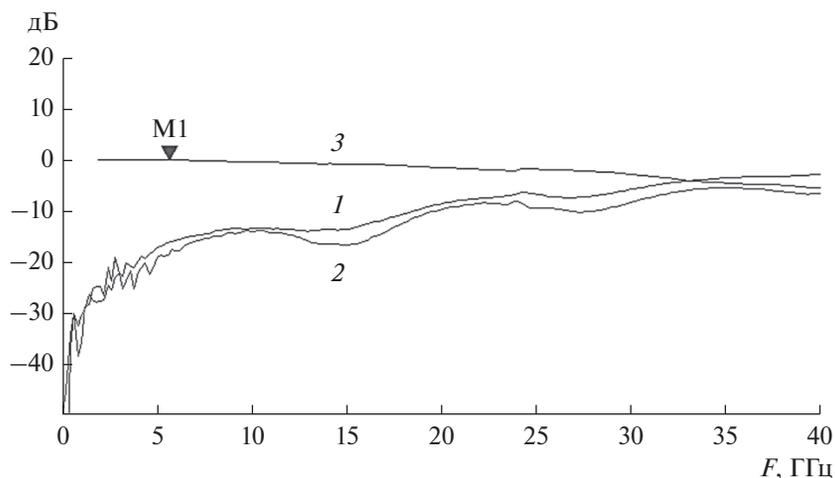


Рис. 3. Измеренные характеристики прохождения сигнала в изготовленной коммутационной плате: коэффициенты отражения по входу S_{11} (1) и выходу S_{22} (2), коэффициент прохождения сигнала S_{21} (3); Для точки M1 $F = 5.7$ ГГц; $S_{21} = -0.0336$ дБ.

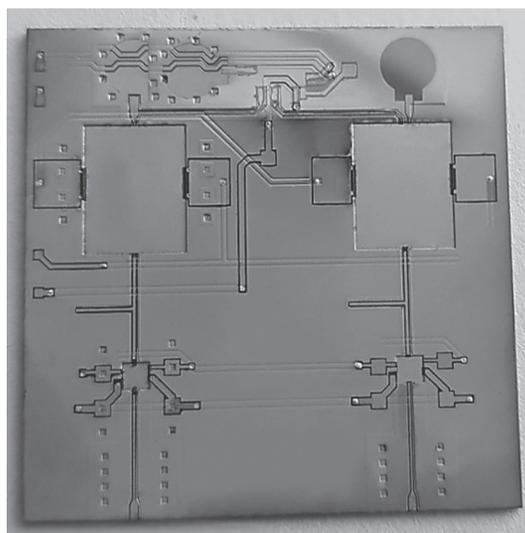


Рис. 4. Внешний вид изготовленной многослойной коммутационной СВЧ-платы микромодуля МШУ.

можно создание СВЧ-устройств с рабочими частотами до 40 ГГц.

Сравнение характеристик, полученных при моделировании (см. рис. 2) и при измерении (рис. 3) изготовленной многослойной коммутационной СВЧ-платы микромодуля МШУ (рис. 4), показывают хорошее совпадение особенно до 28 ГГц. Как видно из рис. 2 и 3 потери в изготовленном образце еще ниже на данной частоте (-0.15 дБ в модели, -0.03 дБ в образце), но при этом коэффициенты отражения изменились не критично (приблизительно -20 дБ в модели и приблизительно -15 дБ в образце), следовательно, в изготовленном образце по сравнению с моделью сигнал при

прохождении тракта будет претерпевать меньше искажений, что важно для МШУ.

Схема технологического процесса формирования многослойной платы представлена на рис. 5. Для повышения адгезионной прочности микромонтажных соединений в многослойной структуре по представленному маршруту предусмотрена возможность реализации металлизации анкерного типа [4, 15], место расположения которого на плате представлено на рис. 6а. На рис. 6б схематично показано поперечное сечение металлизации анкерного типа. Для показанного конструктивного элемента в слое диэлектрика (1) процессами вакуумного магнетронного напыления и фотолито-

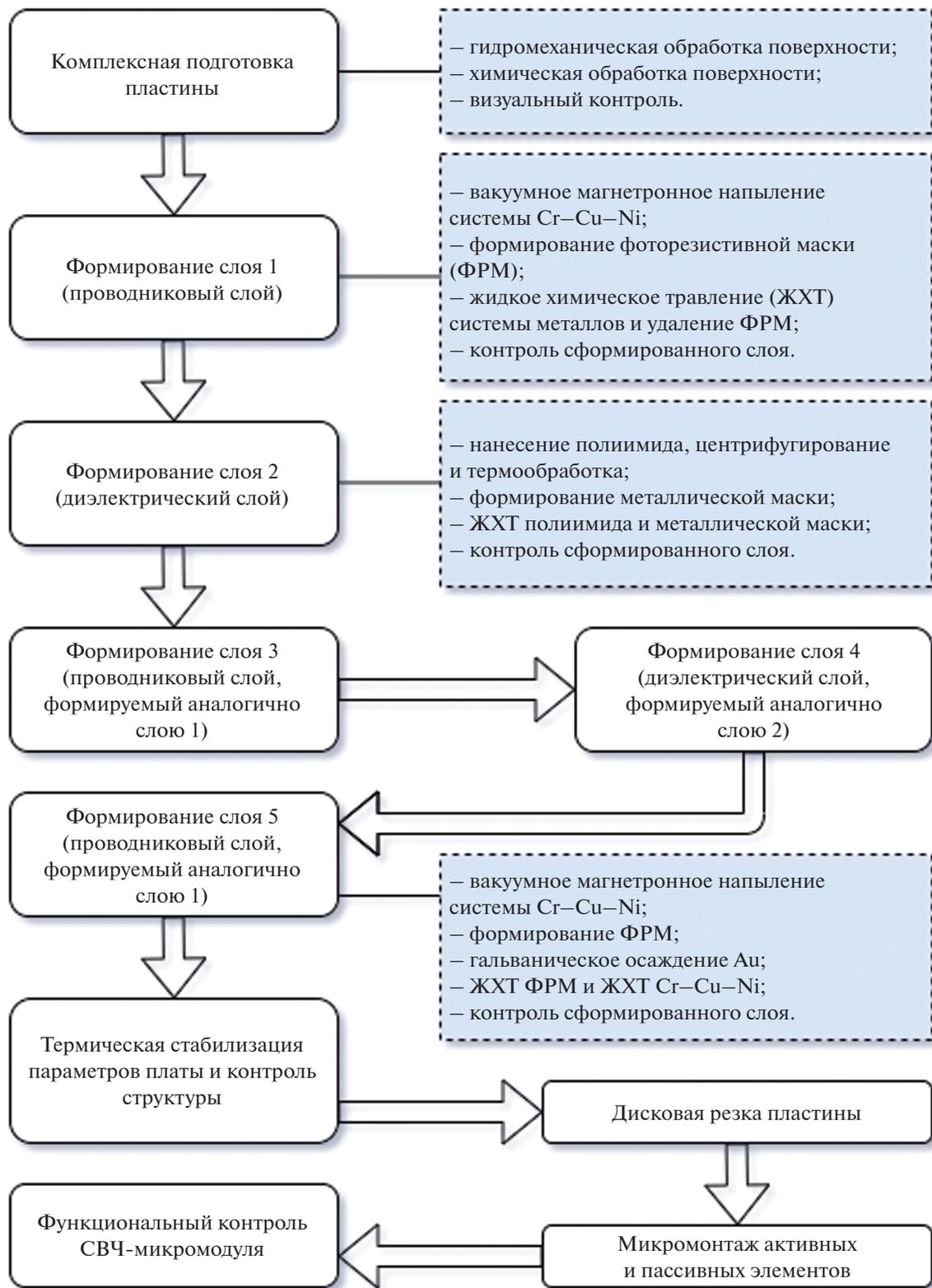


Рис. 5. Технологический маршрут изготовления макета микромодуля МШУ на основе многослойной коммутационной СВЧ-платы.

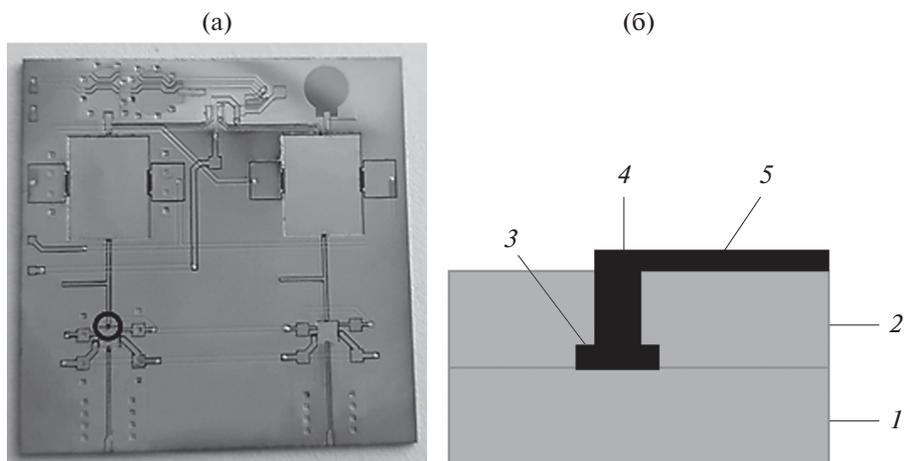


Рис. 6. Место расположения металлизации анкерного типа на плате (а) и ее схематичное изображение (б): 1 – первый слой диэлектрика; 2 – второй слой диэлектрика; 3 – расширение-манжета металлизации анкерного типа; 4, 5 – металлизация.

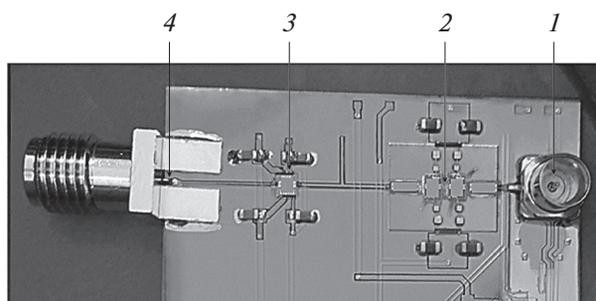


Рис. 7. Макет микромодуля МШУ, выполненный на основе изготовленной коммутационной платы: 1 – вход тракта; 2 – монолитная интегральная схема МШУ; 3 – монолитная интегральная схема буферного усилителя; 4 – выход тракта.

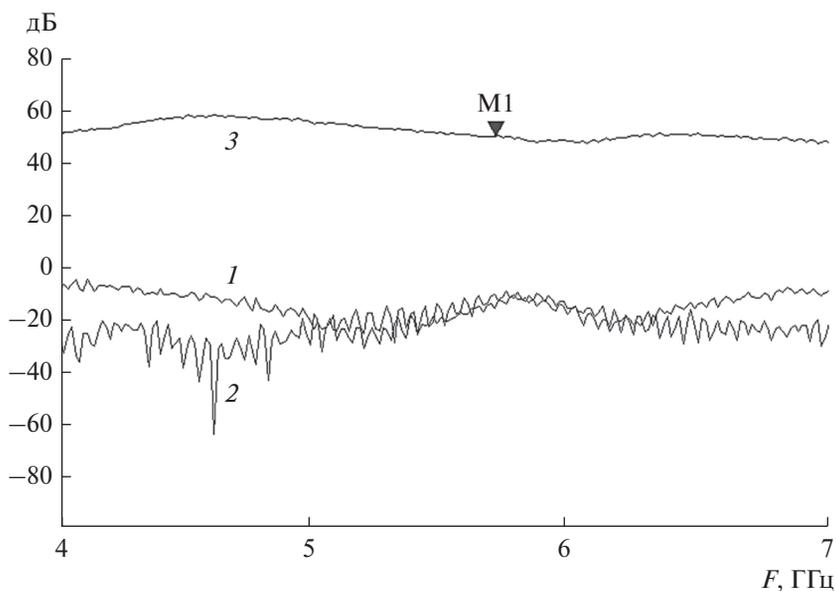


Рис. 8. Измеренный уровень проходящего сигнала в макете микромодуля МШУ на основе изготовленной многослойной коммутационной СВЧ-платы: коэффициенты отражения по входу S_{11} (1) и выводу S_{22} (2), коэффициент прохождения сигнала S_{21} (3), для точки M1 $F = 5.7$ ГГц; $S_{21} = 51.233$ дБ.

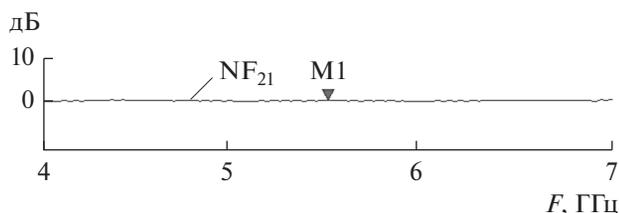


Рис. 9. Коэффициент шума NF_{21} в макете микромодуля МШУ; для точки M1 $F = 5.7$ ГГц; $S_{21} = 1.4029$ дБ.

графии формируют расширение-манжету (3), затем – второй слой диэлектрика (2) с переходным отверстием, заполняемым металлизацией (4, 5), получаемой процессами вакуумным магнетронным напылением, электрохимическим осаждением и фотолитографией.

Для микромодуля МШУ (рис. 7), выполненного на основе многослойной коммутационной СВЧ-платы микромодуля МШУ (см. рис. 2) после измерений были получены характеристики прохождения сигнала (рис. 8, 9). Как видим из рис. 8 и 9, в рабочей полосе МШУ усиление составляет приблизительно. Сравнительный анализ (см. табл. 1) показал, что у ближайшего аналога № 3 по параметру усиления коэффициент усиления в 1.5 раза меньше, а коэффициент шума в 2.9 раз выше, а у аналога № 1 по параметру шума коэффициент усиления в 2.5 раза меньше, причем коэффициент шума в 1.3 раза выше.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, проведены исследования разработанных и изготовленных 3D-моделей, макета многослойной коммутационной СВЧ-платы на основе полиимида и технологии ее формирования. Проведена расчетно-экспериментальная оценка возможности создания СВЧ-микромодулей малощумящего усилителя С-диапазона на основе многослойных коммутационных СВЧ-плат на полиимиде, выполненных по микроэлектронной технологии. Изготовлен и исследован макет микромодуля МШУ с уменьшенными массогабаритными характеристиками. Параметры усиления и коэффициента шума представленного макета микромодуля МШУ превосходят в 1.5 и 1.3 раза параметры ближайших известных аналогов. Показано, что выбранные материалы и разработанные конструктивно-технологические решения позволяют разрабатывать и изготавливать СВЧ-устройства в частотном диапазоне до 40 ГГц. Разработанные и изготовленные по предложенной технологии СВЧ-микромодули найдут применение при создании бортовой аппаратуры космической техники, 5G-модемов, в том числе интегрированных в виде модулей в современные радиоэлектронные устройства (телефоны, навигационные модули, планшеты,

ноутбуки и др.), миниатюрных устройств, обеспечивающих работоспособность систем типа “умный дом”, “умный город”, “умный транспорт” и др.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Верник П.А. // Тр. 1-й Междунар. конф. “Проектирование будущего. Проблемы цифровой реальности”. Москва. 8–9 февр. 2018. М.: ИПМ им. М.В. Келдыша, 2018. С. 38.
2. Жуков А.А., Калашников А.Ю., Поймалин В.Э. // Ракетно-космич. приборостроение и информ. системы. 2019. Т. 6. № 4. С. 89.
3. Жуков А.А., Калашников А.Ю., Соловьев М.К. // Ракетно-космич. приборостроение и информ. системы. 2020. Т. 7. № 2. С. 70.
4. Калашников А.Ю., Жуков А.А. // Наноиндустрия. 2020. Т. 13. № S4. С. 415.
5. Пурьжинский С.З., Пибалк Д.В., Калашников А.Ю. // В мире научных открытий. 2015. № 8. С. 216.
6. Иовдальский В.А., Ляпин Л.В. Многослойные керамические платы ГИС СВЧ-диапазона на основе LTCC. М.: КУРС, 2021.
7. Каргин Н.И., Волосов А.В., Миннебаев С.В., Блинов П.И. // Электрон. техника. Сер. 2. Полупроводниковые приборы. № 3. 2014. С. 10.
8. Лютов А.В. // Труды конф. “Радиолокация и связь – перспективные технологии”. Москва, 3 мая 2015. С. 60.
9. Чигиринский С. // Компоненты и технологии. 2009. № 11. С. 130.
10. Карпов Ю. // Компоненты и технологии. 2007. № 1. С. 86.
11. Жуков А.А., Калашников А.Ю. Способ получения диэлектрического слоя на основе полимерного покрытия в изделиях микроэлектроники // Патент РФ № 2692373. Оpubл. офиц. бюл. “Изобретения и полезные модели”. № 18 от 27.06.2019 г.
12. Бессонов М.И., Котон М.М., Кудрявцев В.В., Лайус Л.А. Полиимиды – класс термостойких полимеров. Л.: Наука, 1983.
13. Поймалин В.Э., Буйанкин А.В. Устройство экранирования электронных узлов многослойной СВЧ-платы от электромагнитного излучения // Патент РФ № 2713650. Оpubл. офиц. бюл. “Изобретения и полезные модели”. № 4 от 10.02.2020 г.
14. Поймалин В.Э., Жуков А.А., Калашников А.Ю. Способ изготовления СВЧ-гибридной интегральной микросхемы космического назначения с многослойной коммутацией // Патент РФ № 2713572. Оpubл. офиц. бюл. “Изобретения и полезные модели”. № 4 от 10.02.2020 г.
15. Поймалин В.Э., Жуков А.А., Калашников А.Ю. Многослойная коммутационная плата СВЧ-гибридной интегральной микросхемы космического назначения и способ ее получения (варианты) // Патент РФ № 2715412. Оpubл. офиц. бюл. “Изобретения и полезные модели”. № 7 от 10.03.2020 г.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОМПЛЕКСНОЙ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ МАТЕРИАЛОВ МОДИФИЦИРОВАННЫМ РЕЗОНАТОРНЫМ МЕТОДОМ, ПОСТРОЕННОМ НА ТЕОРИИ МАЛЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ, С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РЕЗОНАТОРА ОТРАЖАТЕЛЬНОГО ТИПА

© 2022 г. М. П. Пархоменко^а, *, Д. С. Калёнов^а, И. С. Еремин^а,
Н. А. Федосеев^а, В. М. Колесникова^а

^а Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
пл. Введенского, 1, Московская обл., Фрязино, 141190 Российская Федерация

*E-mail: pamikle@yandex.ru

Поступила в редакцию 14.07.2021 г.

После доработки 10.05.2022 г.

Принята к публикации 11.05.2022 г.

Рассмотрен модифицированный резонаторный метод для определения комплексной диэлектрической проницаемости материалов, построенный на теории малых возмущений, где в качестве резонатора используется резонатор отражательного типа. Показано, что наличие открытости резонатора в окружающее пространство в виде отверстий для размещения образца и возбуждения колебаний приводит к тому, что минимальные погрешности измерений диэлектрической проницаемости ϵ достигаются при оптимальных (но не минимальных) размерах образца. Выполнено численное моделирование для материалов с действительной частью ϵ от 4 до 30 со значениями тангенса угла диэлектрических потерь от 5×10^{-4} до 2×10^{-2} , получены зависимости оптимальных поперечных размеров образцов квадратного сечения при измерении диэлектрической проницаемости. Наблюдается достаточно хорошее совпадение результатов, полученных теоретически и экспериментально.

DOI: 10.31857/S0033849422090121

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

При создании радиоизмерительных систем в сантиметровом и миллиметровом диапазонах требуются материалы с самыми разнообразными свойствами и значениями диэлектрической и магнитной проницаемостей, разработка которых интенсивно ведется в настоящее время. В последние три десятилетия разрабатываются наноматериалы, исследуются композиты на их основе с добавлением углеродных нанотрубок, ферритов и т.д. По-прежнему остается актуальной проблема измерения электромагнитных параметров таких материалов. Отметим, что методов измерения в этих частотных диапазонах не так много и их возможности ограничены – особенно это касается материалов с малым значением тангенсов угла потерь (на уровне 10^{-5} и меньше). На практике широко используются резонаторные [1–3] и волноводные [4, 5] методы, а также метод свободного пространства [3, 6]. В настоящее время в связи с развитием современной измерительной аппаратуры, доступностью векторных панорамных измерителей, развитием вычислительной техники эти ме-

тоды совершенствуются и их возможности расширяются.

В резонаторных методах в роли непосредственно измеряемых величин выступают резонансная частота, добротность, а также коэффициенты отражения и прохождения. Наиболее просто связь между измеряемыми величинами и параметрами материала находится с помощью метода малых возмущений. Этот метод позволяет определить зависимость между изменением резонансной частоты и добротности при внесении в полость резонатора образца и электромагнитными параметрами материала этого образца. Формулы для определения действительной ϵ_1 и мнимой ϵ_2 составляющих комплексной диэлектрической проницаемости $\epsilon = \epsilon_1 - j\epsilon_2$ исследуемого материала записываются [3] в виде

$$\epsilon_1 = 1 + \frac{f_0 - f}{f} \frac{V}{2\Delta V}, \quad \epsilon_2 = \left(\frac{1}{Q} - \frac{1}{Q_0} \right) \frac{V}{4\Delta V}, \quad (1)$$

где f_0 и f – это резонансные частоты резонатора без образца и с образцом; Q_0 и Q – собственные

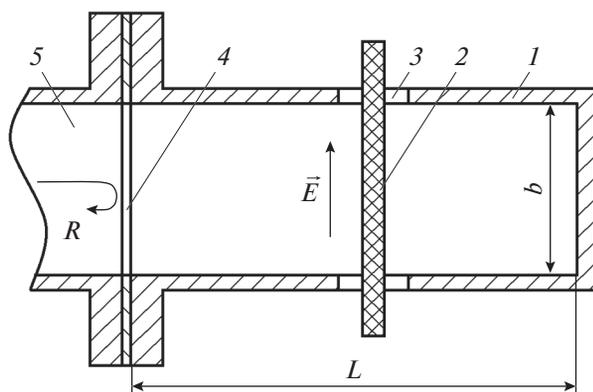


Рис. 1. Резонатор отражательного типа, построенный на базе прямоугольного волновода, с отверстиями для размещения образца, индуктивной диафрагмой и подводящим волноводом: 1 – резонатор, 2 – образец, 3 – прямоугольное отверстие, 4 – индуктивная диафрагма, 5 – подводящий волновод, R – коэффициент отражения резонатора, b – поперечный размер волновода, L – длина резонатора, \vec{E} – вектор напряженности электрического поля.

добротности резонатора без образца и с образцом, $V, \Delta V$ – объем резонатора и образца соответственно. Потери в материале обычно задаются через тангенс угла диэлектрических потерь $\text{tg} \delta_\epsilon = \epsilon_2 / \epsilon_1$. При выводе соотношений (1) был сделан ряд ограничений, главные из которых следующие: внесенный в резонатор образец диэлектрика не искажает существенно структуру поля и имеет объем значительно меньший, чем объем самого резонатора. Общепринятым является утверждение, что минимальные погрешности измерений достигаются при минимальных размерах образцов. Однако в резонаторах, работающих в реальной экспериментальной установке, имеется устройство связи для возбуждения колебаний (диафрагма, щель, петля или зонд), а также небольшие отверстия для размещения образца. В этом случае система является *частично открытой* в окружающее пространство. Это не учитывается при выводе приведенных выше формул, но, как показали наши исследования, оказывает влияние на результаты измерений: минимальные погрешности измерений диэлектрической проницаемости достигаются при оптимальных, но не минимальных размерах образцов.

В данной работе используется резонатор *отражательного* типа, построенный на базе прямоугольного волновода (рис. 1). Мощность в резонатор поступает из подводящего волновода через индуктивную диафрагму, которая одновременно выполняет роль передней стенки резонатора, а образец при измерении диэлектрической проницаемости располагается в пучности электрического поля \vec{E} .

В формулу (1), которая определяет мнимую составляющую ϵ_2 комплексной диэлектрической проницаемости, входят собственные добротности резонаторов с образцом и без образца. Собственная добротность резонатора без образца записывается в виде

$$Q_0 = \omega_0 \frac{W_{\text{нак}}}{P_{\text{рез}}}, \quad (2)$$

где $W_{\text{нак}}$ – энергия, накопленная в резонаторе, $P_{\text{рез}}$ – мощность потерь в резонаторе, ω_0 – резонансная круговая частота резонатора. При внесении образца добротность меняется за счет небольших изменений ω_0 , $W_{\text{нак}}$ и $P_{\text{рез}}$, причем изменение каждой из этих величин зависит как от диэлектрической проницаемости образца, так и от его формы и поперечных размеров.

Все отмеченное выше, включая наличие отверстий в резонаторе для размещения образца и возбуждения колебаний, влияет на точность определения комплексной диэлектрической проницаемости исследуемого материала.

Цель данной работы – оценить погрешность измерений при использовании метода малых возмущений, а также указать способы ее уменьшения.

2. ЧИСЛЕННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ РЕЗОНАТОРОВ

В численном моделировании поставленная задача решалась в такой последовательности:

1) были заданы *исходные* параметры исследуемого материала (ϵ_1 , ϵ_2 и тангенс угла диэлектрических потерь $\text{tg} \delta_\epsilon$) и поперечные размеры образца,

2) с использованием программы электродинамического моделирования, построенной на основе метода конечных элементов, находили резонансные частоты и добротности прямоугольного резонатора без образца и с образцом (при *разных* поперечных размерах образца),

3) полученные данные резонансных частот и добротностей подставляли в формулы (1), и для *каждого* поперечного размера образца были определены *свои* значения ϵ_1 , ϵ_2 и $\text{tg} \delta_\epsilon$,

4) полученные в п. 3 значения ϵ_1 , ϵ_2 и $\text{tg} \delta_\epsilon$ сравнивали с *исходными* данными и оценивали *методическую* погрешность.

В расчетах использовали резонатор длиной $L = 99.0$ мм с поперечными размерами прямоугольного волновода $a \times b = 22.86 \times 10.16$ мм. Рабочим типом колебаний являлось колебание H_{105} (цифра 5 определяет число полувольт, укладываемых на длине L резонатора). В ходе расчетов конструкцию резонатора последовательно усложняли – в каждую последующую конструкцию вводили один новый дополнительный элемент. Это позволило оценить влияние каждого элемен-

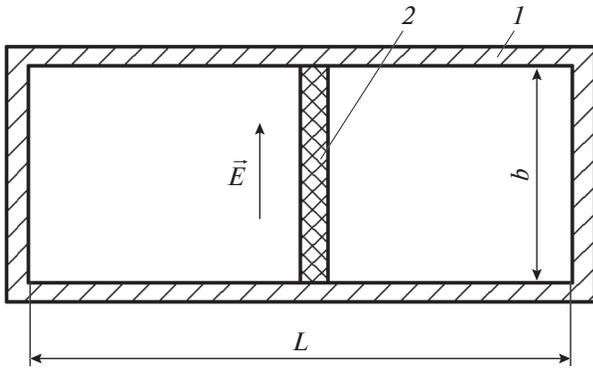


Рис. 2. Закрытый резонатор с образцом исследуемого материала: 1 – резонатор, 2 – образец, b – размер узкой стенки волновода, L – длина резонатора, \vec{E} – вектор напряженности электрического поля.

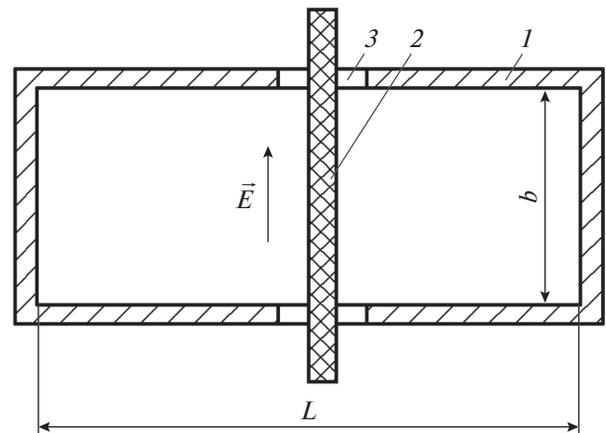


Рис. 3. Резонатор с двумя прямоугольными отверстиями для размещения образца: 1 – резонатор, 2 – образец, 3 – прямоугольное отверстие, b – размер узкой стенки волновода, L – длина резонатора, \vec{E} – вектор напряженности электрического поля.

та на точность определения комплексной диэлектрической проницаемости по формулам метода малых возмущений. Порядок расчета конструкций состоял из трех этапов:

- 1) вначале исследовали полностью закрытый резонатор (рис. 2),
- 2) затем резонатор с двумя прямоугольными отверстиями для размещения образца (рис. 3),
- 3) последним рассматривали резонатор с прямоугольными отверстиями для размещения образца, индуктивной диафрагмой и отрезком подводящего волновода, волна H_{10} которого возбуждала резонатор (см. рис. 1).

На этапах 1 и 2 использовали метод собственных колебаний резонатора, реализованный в заданной программе. Этот метод позволял достаточно точно определять резонансные частоты и *собственные добротности* резонатора с образцом и без образца. На этапе 3 использовали метод внешнего возбуждения резонатора через индуктивную диафрагму, где рассчитывали для резонатора без образца и с образцом резонансные кривые, т.е. зависимости коэффициента отражения резонатора от частоты. Далее из этих зависимостей определяли резонансные частоты и *нагруженные добротности* Q_n , которые затем пересчитывались в собственные добротности Q резонатора по формуле [7]

$$Q = (1 + \beta_{св}) Q_n, \tag{3}$$

где $\beta_{св}$ – коэффициент связи, задаваемый соотношением

$$\beta_{св} = \frac{1 \mp \sqrt{R}}{1 \pm \sqrt{R}}, \tag{4}$$

здесь верхние знаки относятся к режиму работы резонатора в недосвязи, нижние – в пересвязи, R – коэффициент отражения резонатора (по мощности).

Обратим внимание на некоторые тонкости при проведении расчетов, которые учитывали открытость резонатора в окружающее пространство. Для большинства программ электродинамического моделирования *собственные частоты* и *собственные добротности* для открытых резонаторов не рассчитываются. Поэтому в нашем случае для учета реально существующего малого проникновения поля из резонатора во внешнее пространство вокруг него на некотором расстоянии размещали металлическую оболочку. Это позволяло корректно рассчитывать его резонансные частоты и добротности. При расчете конструкции, показанной на рис. 1, резонатор окружали границей на излучение (условие Зоммерфельда), которую можно задавать для задач с возбуждением резонатора внешним прямоугольным волноводом на волне H_{10} . Мы учитывали также конечную проводимость материала стенок волновода, которая составляла $\sigma = 4.5 \times 10^7$ См/м.

При расчетах каждой конструкции резонатора в качестве *исходных материалов* выбирали ряд диэлектриков со значениями ϵ_1 , равными 4.0, 8.0, 11.6, 16.0, 20.0, 26.0 и 30.0, у которых величина тангенса угла потерь $\text{tg} \delta_\epsilon$ изменялась в пределах от 5×10^{-4} до 1×10^{-2} или 2×10^{-2} . Получено большое количество материала. Результаты расчетов в виде таблиц представлены только для средних значений ϵ_1 из указанного ряда, а итоговые результаты показаны в виде графиков.

Рассмотрим полностью закрытый резонатор (рис. 2, табл. 1). В этой таблице приведены результаты расчетов для материала с $\epsilon_1 = 16.0$ и тангенсами угла диэлектрических потерь 5×10^{-4} и 1×10^{-2} . Поперечные размеры образцов изменяются в пределах

Таблица 1. Результаты расчета для полностью закрытого резонатора и резонатора с отверстиями для размещения образца

$a_1 \times b_1$, мм	Полностью закрытый резонатор (см. рис. 2)				Резонатор с отверстиями для размещения образца (см. рис. 3)			
	$\epsilon_1 = 16.0$; $\text{tg} \delta_\epsilon = 5 \times 10^{-4}$		$\epsilon_1 = 16.0$; $\text{tg} \delta_\epsilon = 1 \times 10^{-2}$		$\epsilon_1 = 16.0$; $\text{tg} \delta_\epsilon = 5 \times 10^{-4}$		$\epsilon_1 = 16.0$; $\text{tg} \delta_\epsilon = 1 \times 10^{-2}$	
	ϵ_1	$\text{tg} \delta_\epsilon$						
1 × 1	18.73	5.65×10^{-4}	18.73	1.15×10^{-2}	18.06	5.64×10^{-4}	18.06	1.15×10^{-2}
0.9 × 0.9	18.37	5.58×10^{-4}	18.37	1.14×10^{-2}	16.86	5.31×10^{-4}	16.86	1.09×10^{-2}
0.8 × 0.8	18.00	5.49×10^{-4}	18.00	1.12×10^{-2}	16.31	5.16×10^{-4}	16.31	1.06×10^{-2}
0.7 × 0.7	17.64	5.39×10^{-4}	17.63	1.10×10^{-2}	15.89	5.06×10^{-4}	15.89	1.04×10^{-2}
0.6 × 0.6	17.28	5.29×10^{-4}	17.28	1.08×10^{-2}	15.61	4.99×10^{-4}	15.61	1.03×10^{-2}
0.5 × 0.5	16.99	5.20×10^{-4}	16.99	1.06×10^{-2}	15.40	4.93×10^{-4}	15.40	1.01×10^{-2}
0.4 × 0.4	16.66	5.09×10^{-4}	16.66	1.04×10^{-2}	15.26	4.89×10^{-4}	15.26	1.00×10^{-2}
0.3 × 0.3	16.43	5.02×10^{-4}	16.43	1.03×10^{-2}	15.16	4.86×10^{-4}	15.16	1.00×10^{-2}
0.2 × 0.2	16.22	4.95×10^{-4}	16.22	1.01×10^{-2}	15.28	4.79×10^{-4}	15.28	0.98×10^{-2}
0.1 × 0.1	16.07	4.90×10^{-4}	16.07	1.00×10^{-2}	15.21	4.84×10^{-4}	15.21	0.99×10^{-2}

Примечание: здесь и в табл. 2 полужирным шрифтом выделены наиболее значимые результаты.

от 1.0×1.0 до 0.1×0.1 мм. Как видно, в этом случае методическая погрешность в определении ϵ_1 однозначно уменьшается с уменьшением поперечных размеров образца и составляет всего 0.44% для образца с размерами 0.1×0.1 мм. Аналогичные зависимости наблюдаются и при определении тангенса угла диэлектрических потерь, где при минимальных размерах максимальная методическая погрешность не превышает 2%.

Иная зависимость получается для этого же резонатора, в котором присутствует открытость в окружающее пространство в виде двух прямоугольных отверстий для размещения образца (см. рис. 3). Ширина отверстия равнялась 1 мм, длина 15 мм. Наличие отверстий приводит к проникновению поля из резонатора в окружающее пространство и ослаблению его внутри образца (по сравнению с закрытым резонатором). Расчетные данные также приведены в табл. 1. Как видно, оптимальный поперечный размер образца, для которого методическая погрешность при определении ϵ_1 минимальна, находится в промежутке между 0.7×0.7 и 0.8×0.8 мм. Этот размер является *оптимальным, но не минимальным* (в отличие от рассмотренного выше случая полностью закрытого резонатора). Для образца с размерами 0.7×0.7 мм погрешность в определении ϵ_1 составляет 0.7%.

Этот размер можно считать близким к оптимальному и при нахождении тангенса угла диэлектрических потерь. При этих размерах ошибка при определении тангенса угла диэлектрических потерь для материала с исходными значениями $\text{tg} \delta_\epsilon$, равными 5×10^{-4} и 1×10^{-2} , составляет соответственно 1.2 и 4%. Отметим еще один результат, который следует из табл. 1: в обеих конструкциях резонаторов для каждого поперечного размера образца вычисленные значения ϵ_1 не зависят от тангенса угла диэлектрических потерь.

И наконец, рассмотрим резонатор с прямоугольными отверстиями для размещения образца, индуктивной диафрагмой и отрезком подводящего волновода для возбуждения резонатора (см. рис. 1). Отметим, что этот случай представляет собой наиболее важную часть в данном исследовании, так как он во всех подробностях моделирует реальную экспериментальную измерительную установку, а полученные численные результаты и оценки погрешности позволяют в целом установить границы применимости и эффективность метода малых возмущений. Результаты расчетов приведены в табл. 2. Поясним появление предельных значений тангенса угла диэлектрических потерь 5×10^{-4} и 2×10^{-2} . В нашем случае добротность резонатора без образца находится в районе девяти тысяч. При значениях

Таблица 2. Результаты расчета для резонатора с внешним возбуждением

$a_1 \times b_1$, мм	Внешнее возбуждение резонатора через индуктивную диафрагму (см. рис. 1).							
	$\epsilon_1 = 11.7; \text{tg}\delta_\epsilon = 1 \times 10^{-2}$		$\epsilon_1 = 11.7; \text{tg}\delta_\epsilon = 2 \times 10^{-2}$		$\epsilon_1 = 16.0; \text{tg}\delta_\epsilon = 5 \times 10^{-4}$		$\epsilon_1 = 16.0; \text{tg}\delta_\epsilon = 2 \times 10^{-2}$	
	ϵ_1	$\text{tg}\delta_\epsilon$	ϵ_1	$\text{tg}\delta_\epsilon$	ϵ_1	$\text{tg}\delta_\epsilon$	ϵ_1	$\text{tg}\delta_\epsilon$
1 × 1	12.44	1.09×10^{-2}	12.23	2.2×10^{-2}	18.08	5.43×10^{-4}	17.48	2.28×10^{-2}
0.9 × 0.9	11.81	1.04×10^{-2}	11.62	2.11×10^{-2}	16.85	5.34×10^{-4}	16.32	2.16×10^{-2}
0.8 × 0.8	11.51	1.02×10^{-2}	11.33	2.07×10^{-2}	16.29	5.38×10^{-4}	15.79	2.11×10^{-2}
0.7 × 0.7	11.33	1.01×10^{-2}	11.16	2.04×10^{-2}	15.94	5.25×10^{-4}	15.46	2.08×10^{-2}
0.6 × 0.6	11.16	0.99×10^{-2}	10.99	2.02×10^{-2}	15.61	5.19×10^{-4}	15.15	2.05×10^{-2}
0.5 × 0.5	11.04	0.98×10^{-2}	10.87	2×10^{-2}	15.38	5.00×10^{-4}	14.93	2.02×10^{-2}
0.4 × 0.4	10.95	0.98×10^{-2}	10.78	1.98×10^{-2}	15.20	4.85×10^{-4}	14.76	2×10^{-2}
0.3 × 0.3	10.91	0.97×10^{-2}	10.75	1.97×10^{-2}	15.12	4.74×10^{-4}	14.69	1.98×10^{-2}

тангенса угла диэлектрических потерь, меньших чем 5×10^{-4} , изменение добротности резонатора после внесения образца невелико, а потери мощности в образце становятся сравнимыми по величине с изменением потерь в отдельных частях резонатора, которые обусловлены возмущением первоначального электромагнитного поля. Эти изменения потерь в резонаторе, связанные с возмущением электромагнитного поля, могут быть настолько значимыми, что добротность резонатора с образцом может оказаться даже больше добротности пустого резонатора. В этом случае вычисленные по формулам (1) значения $\text{tg}\delta_\epsilon$ становятся отрицательными. Между тем, когда величина $\text{tg}\delta_\epsilon$ превышает значение 2×10^{-2} , возрастает коэффициент отражения резонатора и увеличивается приборная погрешность его измерения. Это в свою очередь приводит к резкому увеличению погрешности при определении добротности и тангенса угла диэлектрических потерь.

Анализируя данные табл. 2, отмечаем, что в этой конструкции резонатора значения ϵ_1 , вычисленные при одинаковых поперечных размерах образцов, зависят от тангенса угла диэлектрических потерь (например, для материала с исходным значением $\epsilon_1 = 11.7$ при поперечных размерах 0.9×0.9 мм расчетные значения ϵ_1 равны 11.81 мм при $\text{tg}\delta_\epsilon = 1 \times 10^{-2}$ и 11.62 мм при $\text{tg}\delta_\epsilon = 2 \times 10^{-2}$). Однако оптимальные размеры образцов при определении ϵ_1 для данной конструкции резонатора и конструкции, рассмотренной выше, различаются незначительно. В рассматриваемой конструкции

для материала с исходным значением $\epsilon_1 = 16.0$ они примерно равняются 0.7×0.7 мм при $\text{tg}\delta_\epsilon = 5 \times 10^{-4}$ и 0.8×0.8 мм при $\text{tg}\delta_\epsilon = 2 \times 10^{-2}$. Методическая погрешность в определении тангенса угла диэлектрических потерь при этих поперечных размерах не превышает 5%. Еще отметим, что при уменьшении ϵ_1 исходного материала оптимальные размеры образца (при определении ϵ_1) увеличиваются. Так, при исходном значении $\epsilon_1 = 11.7$ и тангенсах угла диэлектрических потерь 1×10^{-2} и 2×10^{-2} эти размеры находятся вблизи 0.9×0.9 мм (в таблице выделены жирным шрифтом). При этих поперечных размерах погрешность при определении $\text{tg}\delta_\epsilon$ не превышает 5.5%.

Аналогичные вычисления были проведены для всех исходных значений ϵ_1 в пределах от 4 до 30. Затем уточнялись оптимальные размеры. Полученные уточненные расчетные зависимости оптимальных поперечных размеров образцов от ϵ_1 при значениях тангенса угла потерь, равных 5×10^{-4} , 5×10^{-3} , 1×10^{-2} и 2×10^{-2} , показаны на рис. 4 (на рисунке также представлены данные эксперимента для высокоомного кремния).

3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА МЕТОДА И АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Проверка на практике представленного метода была проведена в сантиметровом диапазоне при измерении комплексной диэлектрической проницаемости высокоомного кремния. В изме-

Таблица 3. Значения ϵ_1 и $\text{tg}\delta_\epsilon$ образцов из высокоомного кремния в зависимости от их поперечных размеров, полученные с использованием данных эксперимента и формул (1) метода малых возмущений

$a_1 \times b_1$, мм	ϵ_1	$\text{tg}\delta_\epsilon$
0.9×0.9	11.66	1.71×10^{-2}
0.85×0.85	11.55	1.63×10^{-2}
0.8×0.8	11.47	1.89×10^{-2}
0.7×0.7	11.24	1.79×10^{-2}
0.6×0.6	11.13	1.73×10^{-2}
0.4×0.4	10.87	1.91×10^{-2}

рительной установке, построенной на основе анализатора цепей Agilent, использовался резонатор отражательного типа (см. рис. 1, длина резонатора 99.0 мм, поперечные размеры прямоугольного волновода $a \times b = 22.86 \times 10.16$ мм, рабочий вид колебаний H_{105}). Мощность в резонатор поступала через индуктивную диафрагму. Резонатор работал в режиме недосвязи, и в случае отсутствия образца резонансная частота равнялась 10.005 ГГц, а собственная добротность составляла 9200. Исследуемые образцы изготавливали из цилиндрической заготовки высокоомного кремния, удельное сопротивление которого измерялось четырехзондовым методом и изменялось по длине заготовки в пределах от 0.64 до 1.13 кОм см (эти данные взяты из паспорта изготовителя кремния). В сантиметровом диапа-

зоне ϵ_1 кремния составляет 11.7. Что касается тангенса угла диэлектрических потерь, то, как известно, в высокоомном кремнии решеточные потери существенно ниже потерь на свободных носителях и ими можно пренебречь [8]. В свою очередь, тангенс угла потерь на свободных носителях задается формулой $\text{tg}\delta_\epsilon = 1/(\epsilon\epsilon_0\omega\rho)$, где ω – круговая частота электромагнитной волны, ρ – удельное сопротивление материала, ϵ – относительная диэлектрическая проницаемость, $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ Ф/м. Образцы имели квадратное поперечное сечение с размерами от 0.4×0.4 до 0.9×0.9 мм. Для каждого поперечного сечения было изготовлено не менее пяти образцов. Далее в ходе измерений регистрировали резонансные зависимости резонатора с образцом и без образца и находили резонансные частоты и собственные добротности. Полученные величины подставляли в формулы (1) и определяли значения ϵ_1 и $\text{tg}\delta_\epsilon$ для каждого образца. Затем усредняли результаты для каждого поперечного сечения. Итоговые данные для ϵ_1 и $\text{tg}\delta_\epsilon$ представлены в табл. 3.

Проведем сравнение данных, полученных при моделировании (см. табл. 2) и экспериментально (см. табл. 3). Для этого представим их графически (рис. 5). На рисунке представлены зависимости ϵ_1 кремния от поперечных размеров образца, полученные экспериментально (см. табл. 3) в ходе измерений, а также рассчитанные для кремния при $\epsilon_1 = 11.7$ и тангенсов угла диэлектрических потерь $\text{tg}\delta_\epsilon = 1 \times 10^{-2}$ и 2×10^{-2} .

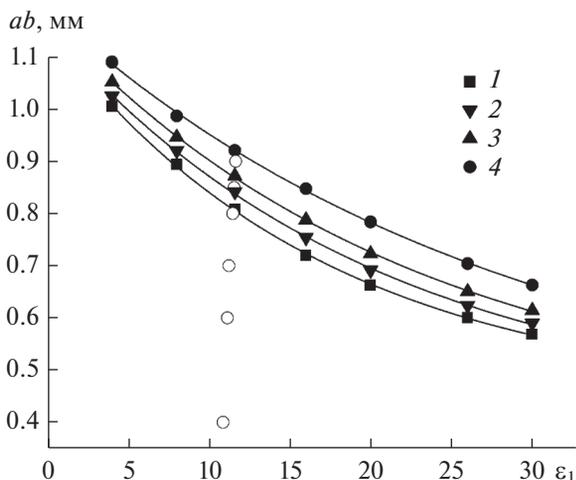


Рис. 4. Зависимости оптимальных поперечных размеров образцов квадратного сечения (1–4) от ϵ_1 при определении комплексной диэлектрической проницаемости исследуемого материала по формулам метода малых возмущений: $\text{tg}\delta_\epsilon$ равны 5×10^{-4} (1), 5×10^{-3} (2), 1×10^{-2} (3) и 2×10^{-2} (4); светлые кружочки – экспериментальные данные для высокоомного кремния (см. табл. 3).

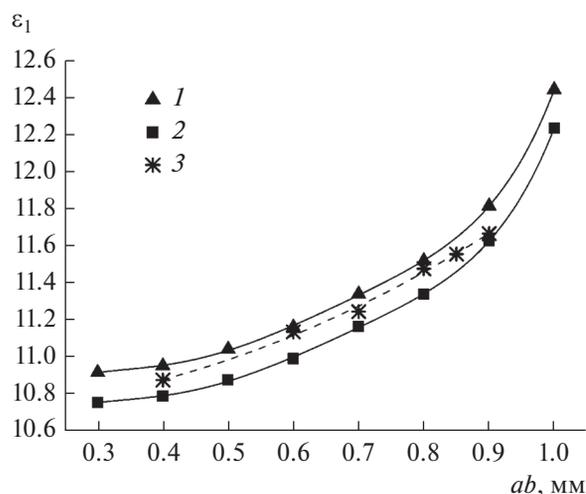


Рис. 5. Расчетные (1, 2) и экспериментальные (3) зависимости ϵ_1 образцов высокоомного кремния квадратного сечения от поперечных размеров, определенные по формулам метода малых возмущений при $\epsilon_1 = 11.7$ и $\text{tg}\delta_\epsilon = 1 \times 10^{-2}$ (1), 2×10^{-2} (2); сплошные линии – аппроксимация 1 и 2, штриховая – аппроксимация 3.

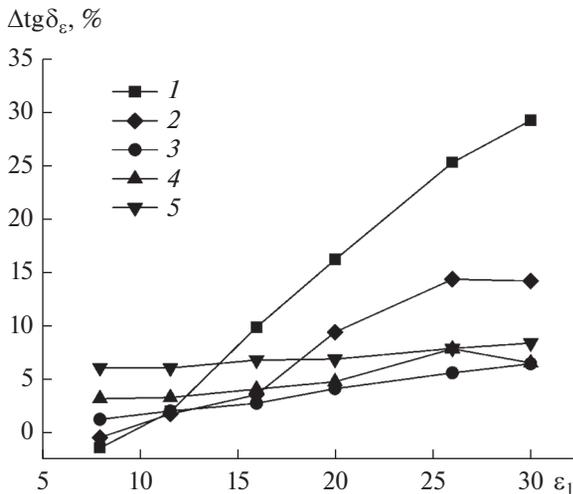


Рис. 6. Поправочные зависимости значений $\text{tg} \delta_\epsilon$ исследуемого материала от ϵ_1 при $\text{tg} \delta_\epsilon = 5 \times 10^{-4}$ (1), 1×10^{-3} (2), 5×10^{-3} (3), 1×10^{-2} (4) и 2×10^{-2} (5).

Проведенная предварительная оценка тангенса угла диэлектрических потерь исследуемого кремния на резонансной частоте $f = 9.927$ ГГц показала, что при изменении удельного сопротивления по длине заготовки от 0.64 до 1.13 кОм см $\text{tg} \delta_\epsilon$ изменяется от 1.4×10^{-2} до 1.9×10^{-2} . В эксперименте с изготовленным из этой заготовки образцом с размерами 0.9×0.9 мм (близкими к оптимальным при определении ϵ_1) получено значение $\text{tg} \delta_\epsilon = 1.71 \times 10^{-2}$ (см. табл. 3). Данная величина тангенса угла потерь находится внутри указанного интервала значений, от 1.4×10^{-2} до 1.9×10^{-2} . Однако отметим, что оптимальные размеры образцов при определении ϵ_1 и $\text{tg} \delta_\epsilon$ разные. Как следует из табл. 2, при заданных поперечных размерах 0.9×0.9 мм, оптимальных в нашем случае при определении ϵ_1 , полученная величина тангенса угла потерь превышает точное значение 2×10^{-2} на 5%. С учетом этой поправки находим, что величина тангенса угла диэлектрических потерь кремния равняется 1.6×10^{-2} (вводимая таким образом поправка при уточнении значения тангенса угла диэлектрических потерь используется в конечном варианте методики).

Наблюдаемые в табл. 3 разбросы значений $\text{tg} \delta_\epsilon$ при других поперечных размерах образцов можно объяснить как неоднородностью кремния, так и случайными погрешностями измерений.

При использовании данного метода на практике следующий порядок измерений. Вначале были изготовлены образцы, например, с поперечными размерами 0.9×0.9 и 0.6×0.6 мм, измерены резонансные зависимости коэффициента отражения

резонатора с образцом и без образца, и определены предварительные значения ϵ_1 и $\text{tg} \delta_\epsilon$ по формулам (1). Затем полученные предварительные значения ϵ_1 были нанесены на рис. 4. Как показали расчеты и измерения на примере кремния, вычисленные значения $\text{tg} \delta_\epsilon$ при разных размерах образцов отличаются несущественно, поэтому в качестве предварительной величины $\text{tg} \delta_\epsilon$ можно выбрать их среднее значение. В этом случае оптимальный размер образца выбирается в точке пересечения проведенной прямой линии с зависимостью оптимального размера от ϵ_1 , соответствующей среднему значению $\text{tg} \delta_\epsilon$.

Далее был изготовлен образец с найденными поперечными размерами, проведены измерения и определены значения ϵ_1 и $\text{tg} \delta_\epsilon$. Полученное значение для ϵ_1 является окончательным, а для $\text{tg} \delta_\epsilon$ необходимо учесть поправку с учетом уже найденного значения ϵ_1 (как показано выше на примере с кремнием). Такие поправочные зависимости значений $\text{tg} \delta_\epsilon$ исследуемого материала от ϵ_1 , построенные на основании данных из таблиц численного эксперимента, приведены на рис. 6. Как следует из рисунка, вносимая поправка существенно возрастает при уменьшении тангенса угла диэлектрических потерь исследуемого материала, особенно при больших значениях ϵ_1 . Так, для материала с $\epsilon_1 = 30$ и $\text{tg} \delta_\epsilon = 5 \times 10^{-4}$ она достигает практически 30%.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработан модифицированный резонаторный метод для определения комплексной диэлектрической проницаемости материалов, который строится на теории малых возмущений, где используется резонатор отражательного типа. Показано, что наличие отверстий для размещения образца и возбуждения колебаний приводит к тому, что минимальные методические погрешности измерений диэлектрической проницаемости, определяемой по формулам метода малых возмущений, достигаются при оптимальных (но не минимальных) размерах образца. Для материалов с ϵ_1 от 4 до 30 со значениями тангенса угла диэлектрических потерь от 5×10^{-4} до 2×10^{-2} рассчитаны оптимальные поперечные размеры образцов. В эксперименте с высокоомным кремнием, у которого исходное значение $\epsilon_1 = 11.7$, получено достаточно хорошее совпадение результатов, полученных теоретически и экспериментально при поперечных размерах образцов, близких к оптимальным. Предложена последовательность измерений при использовании данного метода на практике.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена за счет бюджетного финансирования в рамках государственного задания ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

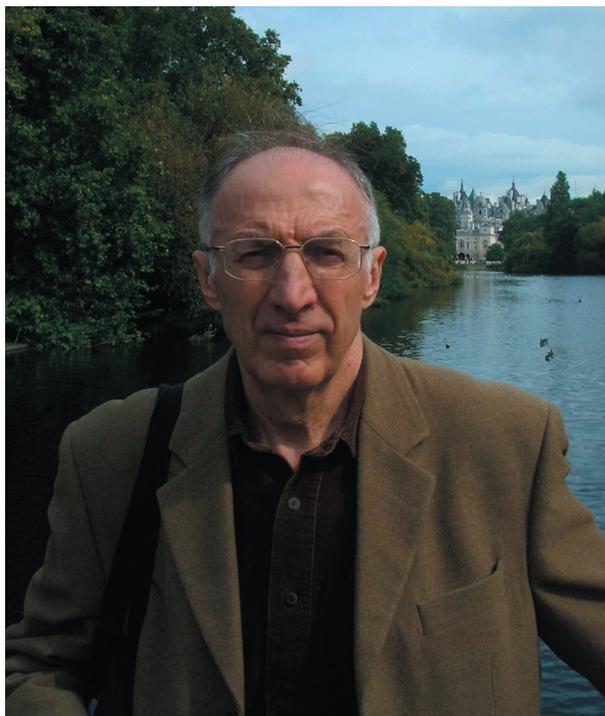
Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Dube D.C., Lanagan M.T., Kim J.H., Jang S.J.* // J. Appl. Phys. 1988. V. 63. № 7. P. 2466.
2. *Parkhomenko M.P., Kalenov D.S., Fedoseev N.A. et al.* // Phys. Wave Phenomena. 2015. V. 23. № 3. P. 202.
3. *Брандт А.А.* Исследование диэлектриков на сверхвысоких частотах. М.: Физматгиз, 1963.
4. *Weir W.B.* // Proc. IEEE. 1974. V. 62. № 1. P. 33.
5. *Пархоменко М.П., Каленов Д.С., Еремин И.С. и др.* // РЭ. 2020. Т. 65. № 8. С. 764.
6. *Семенов А.С., Семенов М.Г., Мясников А.В., Налогин А.Г.* // Сб. статей VI Всерос. конф. "Электроника и микроэлектроника СВЧ". СПб.: ЛЭТИ, 2017. С. 27.
7. *Лебедев И.В.* Техника и приборы СВЧ. М.: Высшая школа, 1970. Т. 1. С. 440.
8. *Гарин Б.М., Копнин А.Н., Пархоменко М.П. и др.* // Письма в ЖТФ. 1994. Т. 20. № 21. С. 56.

ПАМЯТИ АЛЕКСАНДРА ГАВРИЛОВИЧА КЮРКЧАНА

DOI: 10.31857/S003384942209011X



6 мая 2022 года на 81 году ушел из жизни крупный российский ученый в области теории дифракции и распространения волн доктор физико-математических наук, профессор Александр Гаврилович Кюркчан.

А.Г. Кюркчан родился 14 марта 1942 года в деревне Тюкменевка Пензенской области. В 1965 г. он закончил МВТУ им. Н.Э. Баумана и с 1967 г., после года работы на оборонном предприятии, стал работать в Центральном научно-исследовательском радиотехническом институте (ЦНИРТИ), где прошел путь от старшего инженера до ведущего научного сотрудника. В 1976 г. Александр Гаврилович под руководством профессора Я.Н. Фельда защитил кандидатскую диссертацию, а в 1990 — докторскую. В 1992 г. А.Г. Кюркчан перешел на работу в Московский технический университет связи и информатики (МТУСИ) на должность профессора, а с 1995 по 2020 г. был заведующим сначала кафедрой “Прикладной математики”, а затем — “Теории вероятностей и прикладной математики”. В 1996 г. ему было присвоено звание профессора. Александр Гаврилович также работал по совме-

стительству в ЦНИРТИ и во Фрязинском филиале Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН.

На протяжении всей своей трудовой деятельности А.Г. Кюркчан активно и успешно занимался научной работой. Он открыл и вместе со своими учениками развивал новое научное направление — “Решение задач дифракции с использованием априорной информации об аналитических свойствах волнового поля”. Этот подход позволил ему разработать ряд эффективных методов решения задач дифракции: метод диаграммных уравнений, модифицированные методы дискретных источников, вспомогательных токов, нулевого поля, Т-матриц и метод продолженных граничных условий.

Под руководством А.Г. Кюркчана и им самим было рассмотрено большое число научных задач в области теории дифракции. В частности, был разработан набор методов решения задач дифракции акустических и электромагнитных волн на телах, расположенных в плоскостных средах, задач дифракции на различных телах вращения, задач дифракции на тонких экранах, задач дифракции на различных периодических структурах. На основе теории аналитического продолжения волновых полей А.Г. Кюркчаном совместно с его учениками были разработаны методы решения различных задач математической физики, в частности задач обтекания компактных препятствий и периодических поверхностей, а также задач дифракции на телах, имеющих случайные возмущения границ.

А.Г. Кюркчан пользовался заслуженным авторитетом в научном мире. Он являлся постоянным участником всероссийских и международных научных конференций и семинаров. Им было подготовлено более 250 научных и научно-методических трудов в ведущих российских и зарубежных изданиях. Востребованность его работ подтверждается высокими индексами цитирования: Российский индекс научного цитирования (РИНЦ) у него составлял 2883, а индекс Хирша по публикациям в РИНЦ — 26, по публикациям в WoS — 15. Обширные научные знания и опыт А.Г. Кюркчан передавал своим студентам при дипломном проектировании и аспирантам, многие из которых успешно защитились и продолжали работать на кафедре под его руководством или самостоятельно вести научную деятельность.

Профессор А.Г. Кюркчан является автором четырех монографий: “Аналитические свойства волновых полей” (совместно с В.Ф. Апельциным) М.: Изд-во МГУ, 1990; “Математическое моделирование в теории дифракции с использованием априорной информации об аналитических свойствах решения” (совместно с Н.И. Смирновой) М.: Медиа Пабблишинг, 2014 (перевод на английский язык “Mathematical Modeling in Diffraction Theory Based on A Priori Information on the Analytic Properties of the Solution” был выпущен издательством Elsevier в 2016); “Методы решения задач дифракции, основанные на использовании априорной аналитической информации” (совместно с Н.И. Смирновой и А.И. Клеевым) М.: Физматлит, 2022.

За многолетний, плодотворный труд и глубокие профессиональные знания Александр Гаври-

лович неоднократно получал благодарности и премии. В 2002 г. он был награжден почетным знаком “Мастер связи”, также он является лауреатом конкурсов: “Соровский профессор” 2001 г., “Грант Москва” 2002 г. в 2006 г. награжден медалью Международной академии наук о природе и обществе “За заслуги в деле возрождения науки и экономики России”, а в 2007 г. – медалью “850-летие Москвы”. В 2011 г. А.Г. Кюркчану была объявлена благодарность Министерства связи и массовых коммуникаций Российской Федерации. В 2012 г. награжден медалью “За заслуги перед МТУСИ” II степени, в 2022 – медалью “За заслуги перед МТУСИ” I степени.

Редколлегия и редакция журнала глубоко скорбят в связи с уходом из жизни Александра Гавриловича и выражают искренние соболезнования родным и близким.