

СОДЕРЖАНИЕ

Том 83, номер 2, 2020

ЯДРА

Эксперимент

Дифференциальные сечения образования изотопов легких ядер в реакции $^{18}\text{O} + ^{181}\text{Ta}$

*А. К. Ажибеков, В. А. Зернышкин, В. А. Маслов, Ю. Э. Пенионжкевич,
К. Мендибаев, Т. Исатаев, М. А. Науменко, Н. К. Скобелев, С. Стукалов, Д. Азнабаев* 94

Материалы Международного совещания “Бесконечная и конечная ядерная материя” (INFINUM), 20–22 марта 2019 г., ОИЯИ, Дубна*

Теория

Фермионная конденсация: теория и эксперимент

В. А. Ходель, Дж. У. Кларк, М. В. Зверев 102

Полумикроскопическое описание высокоэнергетических зарядово-обменных спин-монопольных возбуждений в среднетяжелых сферических ядрах

Г. В. Коломийцев, М. Г. Урин 119

Полумикроскопическое описание изоскалярных гигантских мультипольных резонансов в ядре ^{208}Pb

М. Л. Горелик, Б. А. Тулунов, М. Г. Урин 126

ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ И ПОЛЯ

Эксперимент

Изучение бозона Хиггса Стандартной модели в экспериментах ATLAS и CMS на LHC

И. И. Цукерман 132

Измерение сечений инклюзивного образования заряженных адронов в переднем направлении в углерод-углеродных столкновениях при энергии пучка 19.6 ГэВ на нуклон

*А. Г. Афонин, М. Ю. Боголюбский, А. А. Волков, Д. К. Елумахов, В. Н. Запольский,
А. А. Иванюков, А. Ю. Калинин, А. Н. Криницын, Н. В. Кулагин, В. И. Крышкин,
Д. И. Паталаха, К. А. Романишин, В. В. Скворцов, В. В. Талов,
Л. К. Турчанович, Ю. А. Чесноков* 140

Оценка доли $p + \text{He}$ в массовом составе первичного космического излучения при $E_0 = 1\text{--}100$ ПэВ по семействам γ -квантов с гало

В. С. Пучков, С. Е. Пятовский 149

Теория

Приложение асимптотических методов к расчету электрослабых поправок в поляризационном Баба-рассеянии

А. Г. Алексеев, С. Г. Барканова, Ю. М. Быстрицкий, В. А. Зыкунов 159

* Окончание публикации. Начало см. ЯФ 83, № 1 (2020).

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ СЕЧЕНИЯ ОБРАЗОВАНИЯ ИЗОТОПОВ ЛЕГКИХ ЯДЕР В РЕАКЦИИ $^{18}\text{O} + ^{181}\text{Ta}$

© 2020 г. А. К. Ажибеков^{1),2)*}, В. А. Зернышкин¹⁾, В. А. Маслов¹⁾,
Ю. Э. Пенионжкевич^{1),3)}, К. Мендибаев^{1),2)}, Т. Исатаев^{1),2)},
М. А. Науменко¹⁾, Н. К. Скобелев¹⁾, С. Стукалов¹⁾, Д. Азнабаев^{1),2)}

Поступила в редакцию 22.07.2019 г.; после доработки 22.07.2019 г.; принята к публикации 22.07.2019 г.

В настоящей работе представлены результаты экспериментов на магнитном спектрометре высокого разрешения (МАВР). С помощью установки МАВР измерены дифференциальные сечения образования изотопов кислорода в реакции $^{18}\text{O} + ^{181}\text{Ta}$ при энергии ядра-снаряда 10 МэВ/нуклон. Проведен теоретический анализ выходов продуктов реакции в рамках метода искаженных волн в борновском приближении с конечным радиусом взаимодействия с помощью программы FRESKO. Вычислены теоретические дифференциальные сечения для последовательных нейтронных передач. Изучены вклады механизмов последовательной передачи нейтронов и динейтронных кластеров в сечения образования нейтроноизбыточных изотопов кислорода $^{20,22,24}\text{O}$.

DOI: 10.31857/S0044002720010031

1. ВВЕДЕНИЕ

Получение ядер, удаленных от области стабильности, в реакциях многонуклонных передач — одно из перспективных направлений ядерной физики. Основная особенность данных реакций — это статистический характер процессов обмена нуклонами между ядрами, что порождает множество каналов распада системы, в которых образуются десятки различных изотопов. С определенной вероятностью может быть реализована любая конфигурация системы, совместимая с законами сохранения энергии, числа нуклонов и заряда. Первые эксперименты, в которых наблюдалась передача значительного числа нуклонов, были выполнены в Лаборатории ядерных реакций ОИЯИ в 1963–1969 гг. [1, 2]. В дальнейшем в реакциях $^{181}\text{Ta} + ^{40}\text{Ar}$ (190 МэВ), $^{181}\text{Ta} + ^{86}\text{Kr}$ (550 МэВ) и $^{181}\text{Ta} + ^{136}\text{Xe}$ (840 МэВ) с использованием магнитной спектрометрии было зарегистрировано большое число изотопов, образование которых могло быть обусловлено передачей от ядра к ядру до двух десятков нуклонов [3]. Это показало эффективность реакций многонуклонных передач для получения ядер, удаленных от области стабильности.

В настоящей работе исследуется вклад механизмов последовательной передачи нуклонов и кластерных передач при образовании нейтроноизбыточных изотопов.

2. МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Эксперимент проводился на пучках ионов ^{18}O с энергией 10 МэВ/нуклон на циклотроне У-400 ЛЯР ОИЯИ. Интенсивность пучка ^{18}O составляла 100 нА. Пучок выводился на мишень ^{181}Ta толщиной $d = 4$ мкм. Измерения проводились под углом 12° к оси пучка в лабораторной системе. Продукты реакций после вылета из мишени сепарировались и регистрировались с помощью магнитного спектрометра МАВР [4]. Схема эксперимента МАВР представлена на рис. 1.

Дублет квадрупольных линз (Q1–Q2) фокусировал интересующие нас изотопы ядер на вход в магнит, что позволяло увеличить захватываемый телесный угол анализатора. Калибровка телесного угла установки МАВР проводилась измерением упруго рассеянных на мишени ядер пучка ^{18}O в фокальной плоскости анализатора МАВР. При углах, меньших угла касательных столкновений для данной реакции (около 28°), сечение упругого рассеяния можно рассчитать по формуле Резерфорда. Следовательно, учитывая, что измерения проводились под углом $12^\circ < 28^\circ$, телесный угол установки МАВР был оценен согласно выражению

$$\Omega_{\text{setup}} = \frac{N_{\text{els}}}{N_{\text{beam}} n_{\text{targ}}} \left[\frac{d\sigma_{\text{R}}}{d\Omega}(\theta_{\text{setup}}) \right]^{-1}, \quad (1)$$

¹⁾Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия.

²⁾Евразийский национальный университет им. Л. Н. Гумилева, Нур-Султан, Казахстан.

³⁾Национальный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, Москва, Россия.

*E-mail: azhibekoaidos@mail.ru

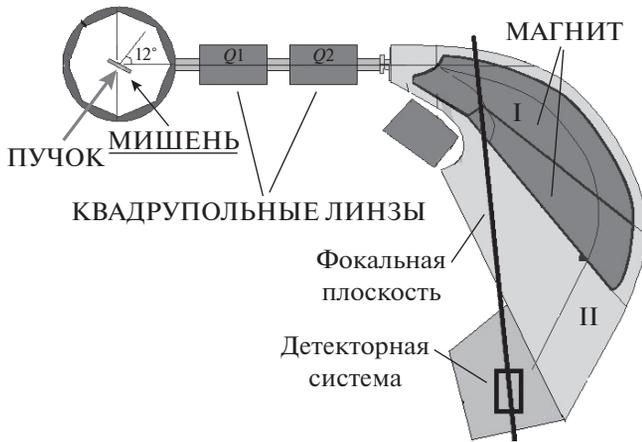


Рис. 1. Схема эксперимента на магнитном анализаторе высокого разрешения (МАВР).

где N_{els} — число зарегистрированных событий упругого рассеяния пучка ^{18}O на ядрах танталовой мишени, N_{beam} — число частиц пучка, зарегистрированных на мишени, n_{targ} — число ядер мишени на единицу площади, сечение Резерфорда

$$\frac{dG_R}{d\Omega}(\theta_{\text{setup}}) = \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{4E} \right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta_{\text{setup}}/2)}, \quad (2)$$

$$\vartheta_{\text{setup}} = 12^\circ.$$

Определенный таким образом телесный угол установки составил величину 1.5 мср.

Регистрация и идентификация продуктов реакции в фокальной плоскости спектрометра осуществлялась детекторной системой, состоящей из двух кремниевых телескопов, находящихся на расстоянии 25 см друг от друга. Первый телескоп состоял из dE -детектора толщиной 50 мкм и E -детектора толщиной 1 мм, толщины детекторов второго телескопа составляли 100 мкм и 1 мм для dE - и E -детекторов соответственно. Толщина детекторов подбиралась из условия оптимального разрешения изотопов кислорода. На рис. 2 представлены идентификационные двумерные dE - E -матрицы исследуемых изотопов. Рисунки 2а, 2б демонстрируют хорошее разрешение для изотопов ^{16}O , ^{17}O , ^{19}O , ^{20}O , ^{21}O , ^{22}O .

Таблица 1. Дифференциальные сечения образования изотопов кислорода в реакции $^{18}\text{O} + ^{181}\text{Ta}$ при угле установки 12°

	^{16}O	^{17}O	^{19}O	^{20}O	^{21}O	^{22}O
$d\sigma/d\Omega$, мбн/ср	0.899	0.465	0.309	0.048	0.005	0.001
$\Delta\sigma/\sigma$	0.123	0.108	0.223	0.231	0.23	0.227

3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Для получения дифференциальных сечений выхода изотопов кислорода была измерена зависимость выходов данных изотопов от магнитного поля установки МАВР (рис. 3).

Полный выход каждого из изотопов в данной реакции был вычислен интегрированием распределения выходов изотопов $P(B\rho)$:

$$P(B\rho) = \frac{k_B}{\Delta(B\rho)}$$

в зависимости от магнитной жесткости, где k_B — число зарегистрированных событий реакции для определенной величины магнитного поля B , $\Delta(B\rho)$ — линейный размер детектора, выраженный в единицах магнитной жесткости.

Для этого исходные зависимости выходов изотопов были нормированы на интеграл пучка и на линейный размер детектора, выраженный в единицах магнитной жесткости, после чего полученные спектры были профитированы функцией Гаусса и проинтегрированы, чтобы получить полный выход изотопа N_{isot} , как показано на рис. 4 в случае регистрации изотопа ^{17}O .

Дифференциальные сечения выхода изотопов легких элементов были рассчитаны по формуле

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta_{\text{setup}}) = \frac{N_{\text{isot}}}{N_{\text{beam}} n_{\text{targ}} \Omega_{\text{setup}}}. \quad (3)$$

Полученные значения дифференциальных сечений образования изотопов кислорода в реакции $^{18}\text{O} + ^{181}\text{Ta}$ представлены в табл. 1. Относительная ошибка измерения дифференциальных сечений была вычислена как относительная ошибка аппроксимации распределения выходов изотопов и составила величину меньше 0.231.

4. АНАЛИЗ НУКЛОННЫХ ПЕРЕДАЧ МЕТОДОМ DWBA

Теоретический анализ каналов реакции $^{181}\text{Ta}(^{18}\text{O}, ^{19-22}\text{O})X$ при энергии ядра-снаряда 10 МэВ/нуклон был проведен в программе FRESCO [5]. Ядро ^{181}Ta является деформированным (вероятно, из-за наличия неспаренного протона), для расчета одночастичных нейтронных уровней было использовано значение параметра квадрупольной деформации $\beta_2 = 0.25$ [6]. Энергия отделения нейтрона для ядра ^{181}Ta равна 7.58 МэВ, значение спина и четности ядра $7/2^+$. Верхние нейтронные уровни в модели деформированного и сферического ядер приведены на рис. 5. В процессе взаимодействия с ядром ^{18}O высока вероятность передачи внешних нейтронов, в частности, с

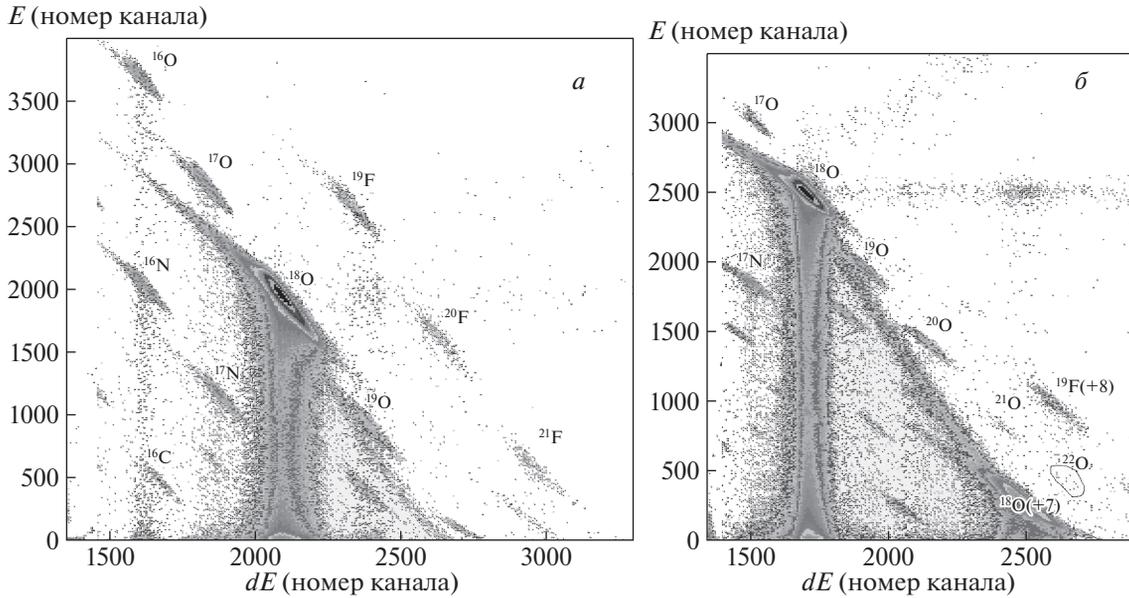


Рис. 2. Идентификационные $dE-E$ -матрицы, полученные в фокальной плоскости анализатора МАВР. Рисунок *a* получен для нейтронодефицитных продуктов при магнитной жесткости пучка $B\rho < B\rho_{\text{beam}}$, *б* — при магнитной жесткости пучка $B\rho > B\rho_{\text{beam}}$ для нейтроноизбыточных продуктов.

уровней деформированного ядра ^{181}Ta (рис. 5*б*) с энергиями от -7.5 МэВ до -9 МэВ. С целью усреднения вероятности передачи нейтронов с одного из верхних четырех нейтронных уровней деформированного ядра будем использовать модель сферического ядра (рис. 5*а*, 5*б*), согласно которой на верхнем уровне $1i_{13/2}$ ядра ^{181}Ta находится восемь нейтронов.

Используя модель сферического ядра для опи-

сания структуры ядер, были вычислены дифференциальные сечения передачи нейтронов с уровня $1i_{13/2}$ в ядре ^{181}Ta на частично свободный уровень $1d_{5/2}$ в ядре ^{18}O . В наших расчетах передачи нейтронов происходили последовательно. Все расчеты проведены в рамках метода искаженных волн в борновском приближении с конечным радиусом взаимодействия (Finite range distorted wave Born approximation FR — DWBA), реализованного в коде FRESKO [5].

В качестве потенциала для точного квантового описания относительного движения ядер во входном и выходных каналах реакции использован оптический потенциал Вудса—Саксона. Параметры потенциала вычислены с помощью параметризации, предложенной для ядро-ядерного потенциала авторами работы [7].

В ходе расчетов мы варьировали глубину мнимой части оптического потенциала для удовлетворительного описания наших экспериментальных данных (табл. 2). Для всех потенциалов значение параметра радиуса кулоновского потенциала было выбрано $r_c = 1.3$ фм. С помощью потенциалов входного и выходного каналов вычислялись искаженные волны, в то время как механизм реакции $A + b \rightarrow a + B$ ($A = a + v, B = b + v$) определялся волновой функцией передаваемого нуклона и/или кластера.

Основа расчетов по методу DWBA заключается в вычислении амплитуды передачи:

$$T_{\text{prior}} = \int dR_\alpha dR_\beta \chi_\beta^{(-)}(R_\beta) \times \quad (4)$$

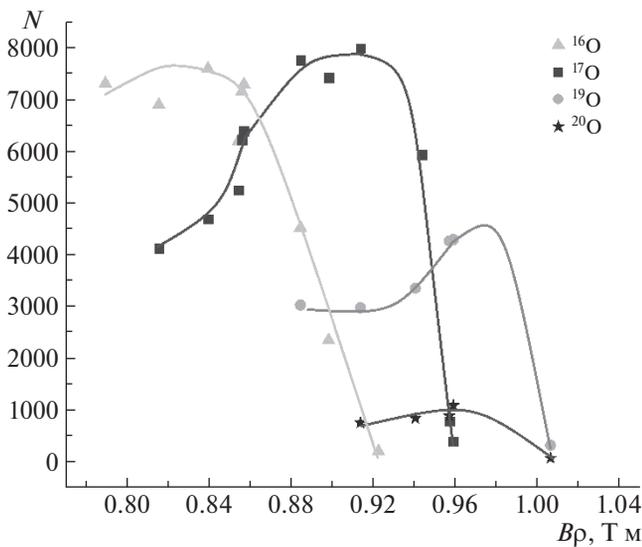


Рис. 3. Зависимости выходов изотопов $^{16,17,19,20}\text{O}$ в реакции $^{18}\text{O} + ^{181}\text{Ta}$ от магнитной жесткости частиц (Т м).

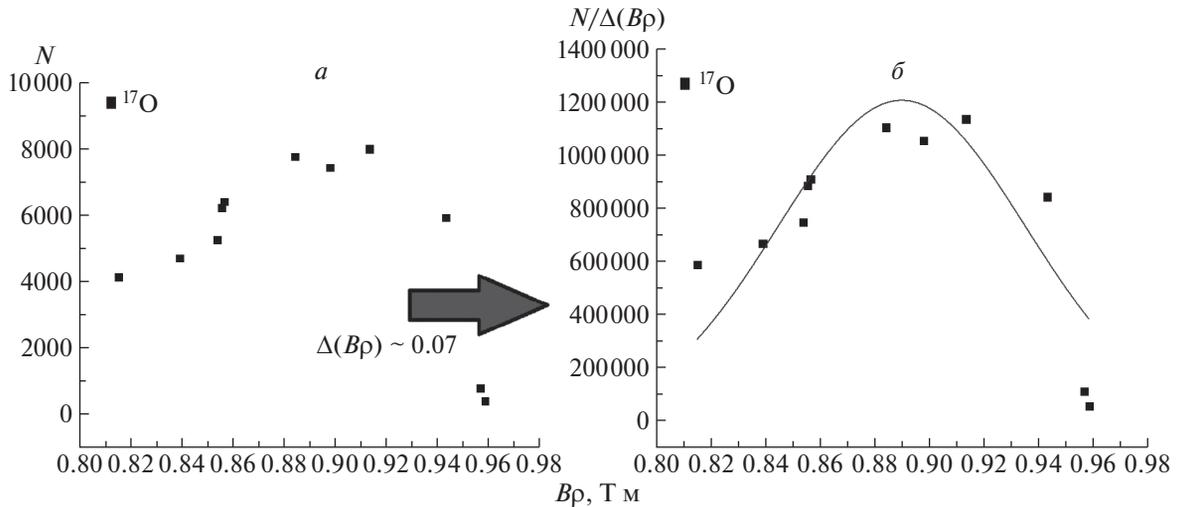


Рис. 4. Пример обработки спектра изотопа ^{17}O . а — Исходный спектр, нормированный на интеграл пучка. б — График плотности распределения изотопа ^{17}O в зависимости от магнитной жесткости частицы при различной величине магнитного поля.

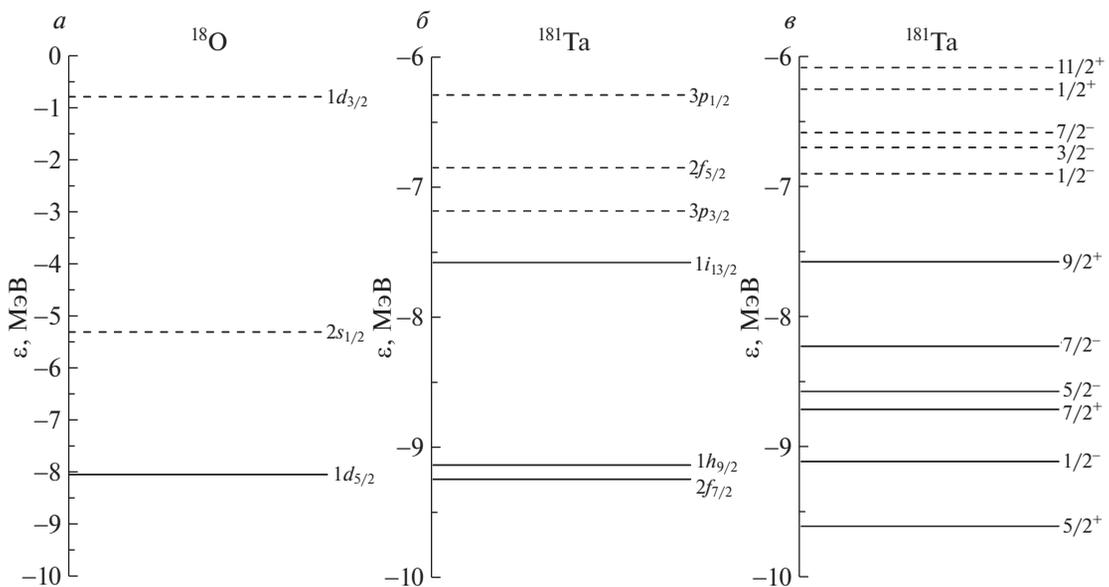


Рис. 5. Верхние нейтронные уровни в модели сферического ядра ^{18}O (а), сферического (б) и слабдеформированного (в) ядра ^{181}Ta .

$$\times I_{\beta\alpha}(R_\beta, R_\alpha)\chi_\alpha^{(+)}(R_\alpha),$$

$$I_{\beta\alpha}(R_\beta, R_\alpha) = (\phi_a\phi_b|V_{vb} + U_{ab} - U_\alpha|\phi_A\phi_b).$$

В формуле (4) внутренние волновые функции для начальных ($\phi_A\phi_b$) и конечных ядер ($\phi_a\phi_B$) играют важную роль в определении амплитуды передачи. Для определения внутренних волновых функций необходимо знать спин-четность состояний остаточного и “составного” ядра, момент импульса l переданной частицы относительно “кора” ядра и количество узлов N в радиальной волновой функции.

Внутренняя волновая функция с заданными квантовыми числами находилась при варьировании

глубины потенциала Вудса–Саксона с фиксированной “геометрией” (радиусом $r_0^{\text{WS}} = 1.347$ фм, $r_0^{\text{SO}} = 1.131$ фм и диффузностью $a^{\text{WS}} = a^{\text{SO}} = 0.7$ фм) вплоть до достижения равенства между энергией отделения частицы и взятой с противоположным знаком энергией соответствующего уровня частицы.

Приведенные в табл. 3 спектроскопические амплитуды для последовательных передач нейтронов являются свободными параметрами расчета и приводят к хорошему согласию теоретических значений сечений с экспериментальными данными. На рис. 6 представлены результаты теоретических расчетов сечений для последовательных передач

Таблица 2. Параметры оптического потенциала

Канал реакции	V_0 , МэВ	r_0 , фм	a_0 , фм	W_0 , МэВ	r_W , фм	a_W , фм
$^{18}\text{O} + ^{181}\text{Ta}$	63.519	1.178	0.660	16.88	1.178	0.660
$^{19}\text{O} + ^{180}\text{Ta}$	63.457	1.178	0.661	6.864	1.178	0.661
$^{20}\text{O} + ^{179}\text{Ta}$	63.457	1.178	0.661	0.902	1.178	0.661
$^{21}\text{O} + ^{178}\text{Ta}$	63.574	1.178	0.664	0.909	1.178	0.664
$^{22}\text{O} + ^{177}\text{Ta}$	63.574	1.178	0.664	0.909	1.178	0.664

нейтронов в реакции $^{18}\text{O} + ^{181}\text{Ta}$ с образованием изотопов $^{19-22}\text{O}$ при энергии 10 МэВ/нуклон. Все теоретически вычисленные дифференциальные сечения согласуются с представленными экспериментальными данными.

В работе [8] в угловых распределениях для основного состояния ^{16}O в канале реакции $^{94}\text{Mo}(^{18}\text{O}, ^{16}\text{O})$ имеются характерные области с повышенными значениями сечений. Такое поведение углового распределения объясняется в классическом подходе. Каждый угол рассеяния связан с классической траекторией и прицельным параметром. Сечение мало под малыми углами (большие прицельные параметры) и снова падает под большими углами из-за поглощения при малых прицельных параметрах. В работе [9] угловые распределения также имеют колоколообразную форму. Подобные пики были получены и нами в расчетах угловых распределений для передачи нейтронов в реакции $^{18}\text{O} + ^{181}\text{Ta}$ в рамках метода DWBA (рис. 6).

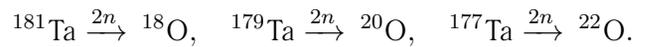
В реакции $^{18}\text{O} + ^{181}\text{Ta}$ с образованием изотопов $^{20,22,24}\text{O}$ возможны последовательные передачи нейтронов и динейтронных кластеров. Упомянутые выше характерные пики в угловых распределениях для основных состояний $^{20,22,24}\text{O}$ появляются при учете кластерной корреляции двух нейтронов (рис. 7, 8).

Для оценки возможности образования изотопа ^{24}O в реакции $^{18}\text{O} + ^{181}\text{Ta}$ при энергии мы провели теоретический анализ канала $^{181}\text{Ta}(^{18}\text{O}, ^{24}\text{O})^{175}\text{Ta}$

Таблица 3. Спектроскопические амплитуды для реакций передач нейтронов

Перекрытие	Спектроскопическая амплитуда	Перекрытие	Спектроскопическая амплитуда
$\langle ^{18}\text{O} ^{19}\text{O} \rangle_{\text{g.s.}}$	0.45	$\langle ^{181}\text{Ta} ^{180}\text{Ta} \rangle_{\text{g.s.}}$	0.45
$\langle ^{19}\text{O} ^{20}\text{O} \rangle_{\text{g.s.}}$	1.80	$\langle ^{180}\text{Ta} ^{179}\text{Ta} \rangle_{\text{g.s.}}$	1.80
$\langle ^{20}\text{O} ^{21}\text{O} \rangle_{\text{g.s.}}$	1.32	$\langle ^{179}\text{Ta} ^{178}\text{Ta} \rangle_{\text{g.s.}}$	1.32
$\langle ^{21}\text{O} ^{22}\text{O} \rangle_{\text{g.s.}}$	1.60	$\langle ^{178}\text{Ta} ^{177}\text{Ta} \rangle_{\text{g.s.}}$	1.60

как последовательной передачи трех динейтронов по схеме:



Параметры потенциала для входного и выходных каналов представлены в табл. 4.

Для задания квантовых чисел кластеров использовалась одночастичная модель оболочек, т.е. кластер рассматривался как бесструктурная частица, характеризующаяся квантовыми числами центра масс относительно остова [10]. Когда x нуклонов в состояниях (n_i, l_i) преобразуются в кластер с внутренним состоянием (ν, λ) , центр масс кластера будет находиться в состоянии (N, l) . Квантовое состояние центра масс кластера (N, l) для внутреннего $1s$ -состояния $(\nu = 1, \lambda = 0)$ удовлетворяет соотношению

$$2(N - 1) + l = \sum_1^x 2(n_i - 1) + l_i. \quad (5)$$

В наших расчетах нейтроны, образующие динейтронный кластер ($x = 2$), занимают $1d$ - и $2s$ -оболочки в ядре ^{24}O и $1i$ -оболочку в ядре ^{181}Ta . Квантовое состояние центра масс динейтрона (N, l, j) в ядрах $^{20,22,24}\text{O}$ равно $3s_0$, в ядре $^{181}\text{Ta} - 7s_0$. Спектроскопические амплитуды для последовательных передач динейтронов представлены в табл. 5.

Так как образование изотопов $^{20,22,24}\text{O}$ в реакции $^{18}\text{O} + ^{181}\text{Ta}$ может происходить за счет последовательных передач нейтронов или динейтронных кластеров, мы учли вклады обоих механизмов в сечение реакции. На рис. 7 представлены теоретические расчеты дифференциального сечения для канала реакции $^{181}\text{Ta}(^{18}\text{O}, ^{20}\text{O})^{179}\text{Ta}$ с учетом механизмов передачи двух нейтронов и динейтронного кластера. Согласно расчетам в рамках метода искаженных волн в борновском приближении с конечным радиусом взаимодействия, при задних углах передача динейтрона доминирует в механизме образования изотопа ^{20}O в реакции $^{18}\text{O} + ^{181}\text{Ta}$.

На рис. 8 представлены результаты теоретического анализа каналов передачи нейтронов и

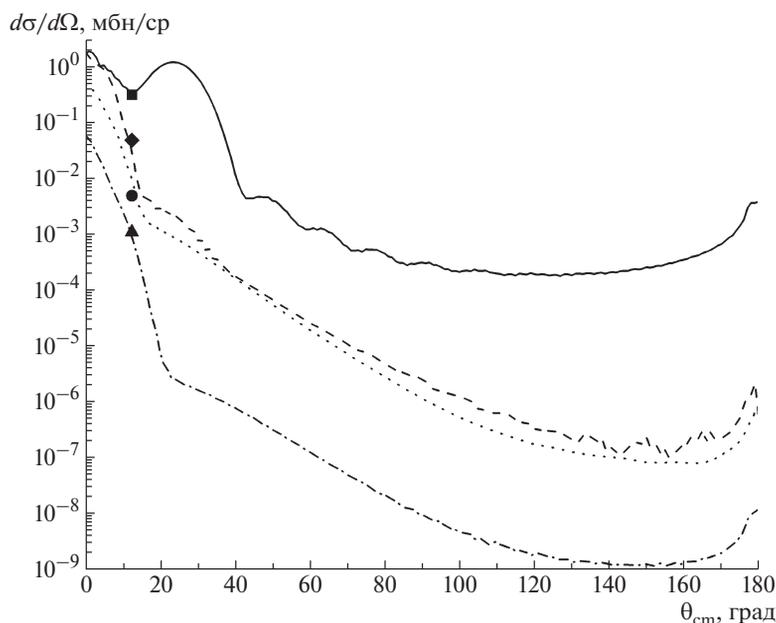


Рис. 6. Дифференциальные сечения для каналов передачи нейтронов в реакции $^{18}\text{O} + ^{181}\text{Ta}$ при энергии 10 МэВ/нуклон с образованием $^{19-22}\text{O}$. $^{181}\text{Ta}(^{18}\text{O}, ^{19}\text{O})^{180}\text{Ta}$: ■ — эксперимент, сплошная кривая — расчеты передачи одного нейтрона. $^{181}\text{Ta}(^{18}\text{O}, ^{20}\text{O})^{179}\text{Ta}$: ◆ — эксперимент, штриховая кривая — расчеты последовательной передачи двух нейтронов. $^{181}\text{Ta}(^{18}\text{O}, ^{21}\text{O})^{178}\text{Ta}$: ● — эксперимент, точечная кривая — расчеты последовательной передачи трех нейтронов. $^{181}\text{Ta}(^{18}\text{O}, ^{22}\text{O})^{177}\text{Ta}$: ▲ — эксперимент, штрихпунктирная кривая — расчеты последовательной передачи четырех нейтронов.

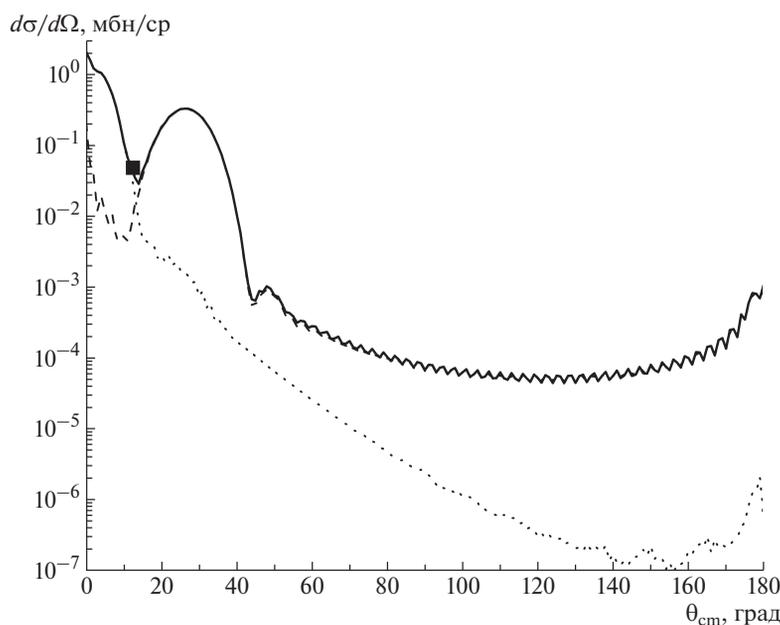


Рис. 7. Вклады механизмов передачи нейтрона и динейтрона в канале реакции $^{181}\text{Ta}(^{18}\text{O}, ^{20}\text{O})^{179}\text{Ta}$. Точка ■ — эксперимент. Кривые: точечная — сечение последовательной передачи двух нейтронов, штриховая — сечение передачи динейтрона, сплошная — сечение с учетом обоих механизмов.

динейтронов $^{181}\text{Ta}(^{18}\text{O}, ^{22,24}\text{O})^{177,175}\text{Ta}$. Видно, что механизм образования ^{22}O подобен ^{20}O . Теоретические расчеты указывают на то, что вклады передачи динейтронов в сечение образования ^{22}O в реакции $^{18}\text{O} + ^{181}\text{Ta}$ более вероятны. Форма теоретической кривой для ^{24}O позволяет сделать

вывод, что механизм образования данного изотопа подобен механизму образования изотопов $^{20,22}\text{O}$. Следовательно, в сечении будут доминировать механизмы кластерных передач. Кроме того, можно ожидать, что сечение образование изотопа ^{24}O будет в пределах 10^{-7} – 10^{-8} мбн/ср в области

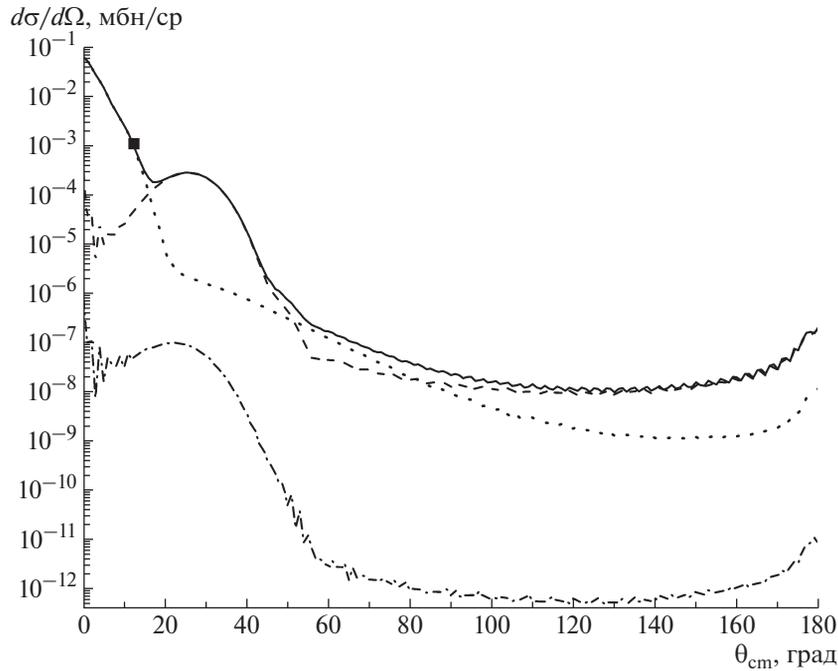


Рис. 8. Вклады механизмов передачи четырех нейтронов и двух динейтронов в канал реакции $^{181}\text{Ta}(^{18}\text{O}, ^{22}\text{O})^{177}\text{Ta}$. Точка ■ — эксперимент. Кривые: точечная — расчетное дифференциальное сечение последовательной передачи четырех нейтронов, штриховая — расчетное дифференциальное сечение передачи двух динейтронов, сплошная — дифференциальное сечение канала $^{181}\text{Ta}(^{18}\text{O}, ^{22}\text{O})^{177}\text{Ta}$ с учетом обоих механизмов, штрихпунктирная — расчетное дифференциальное сечение передачи трех динейтронов в канале реакции $^{181}\text{Ta}(^{18}\text{O}, ^{24}\text{O})^{175}\text{Ta}$.

Таблица 4. Параметры оптического потенциала, использованные в расчетах сечений динейтронных передач

Канал реакции	V_0 , МэВ	r_0 , фм	a_0 , фм	W_0 , МэВ	r_W , фм	a_W , фм
$^{18}\text{O} + ^{181}\text{Ta}$	63.519	1.178	0.660	30.880	1.178	0.660
$^{20}\text{O} + ^{179}\text{Ta}$	63.479	1.178	0.663	30.870	1.178	0.663
$^{22}\text{O} + ^{177}\text{Ta}$	63.735	1.178	0.666	30.860	1.178	0.666
$^{24}\text{O} + ^{175}\text{Ta}$	64.227	1.178	0.669	16.057	1.178	0.669

Таблица 5. Спектроскопические амплитуды для реакций передач динейтрона

Перекрытие	Спектроскопическая амплитуда	Перекрытие	Спектроскопическая амплитуда
$\langle ^{18}\text{O} ^{20}\text{O} \rangle_{\text{g.s.}}$	0.65	$\langle ^{181}\text{Ta} ^{179}\text{Ta} \rangle_{\text{g.s.}}$	0.65
$\langle ^{20}\text{O} ^{22}\text{O} \rangle_{\text{g.s.}}$	1.00	$\langle ^{179}\text{Ta} ^{177}\text{Ta} \rangle_{\text{g.s.}}$	1.00
$\langle ^{22}\text{O} ^{24}\text{O} \rangle_{\text{g.s.}}$	1.00	$\langle ^{177}\text{Ta} ^{175}\text{Ta} \rangle_{\text{g.s.}}$	1.00

углов до 40° в с.с.м. и порядка 10^{-8} – 10^{-12} мбн/ср до 180° в с.с.м. В целом, теоретические расчеты дифференциальных сечений хорошо согласуются с экспериментальными данными.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе представлены результаты экспериментов на магнитном спектрометре высокого разрешения МАВР. Показано, что установка позволяет измерять сечения образования изотопов вплоть до 1 мбн/ср и разрешением с точностью до изотопа. С помощью установки МАВР измерены дифференциальные сечения образования изотопов кислорода в реакции $^{18}\text{O} + ^{181}\text{Ta}$ при энергии ядра-снаряда 10 МэВ/нуклон. Проведен теоретический анализ данной реакции в рамках метода искаженных волн в борновском приближении с конечным радиусом взаимодействия с помощью программы FRESKO. Вычислены теоретические дифференциальные сечения для последовательных нейтронных передач в каналах реакции $^{181}\text{Ta}(^{18}\text{O},$

$^{19-22}\text{O}$) $^{180-177}\text{Ta}$. Изучены вклады механизмов последовательной передачи нейтронов и динейтронных кластеров в сечения образования нейтроноизбыточных изотопов кислорода $^{20,22,24}\text{O}$. Теоретические расчеты в рамках FR-DWBA указывают на то, что в реакции $^{18}\text{O} + ^{181}\text{Ta}$ с образованием изотопов $^{20,22,24}\text{O}$ более вероятен механизм кластерных передач. Полученные теоретические значения сечений в целом хорошо согласуются с экспериментальными данными.

В заключение авторы выражают благодарность И.В. Колесову за большую работу по запуску магнитного анализатора высокого разрешения (МАВР) и С.М. Лукьянову за помощь в проведении эксперимента.

Настоящая работа выполнена при поддержке гранта РФФ № 17-12-01170.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. W. Grochulski, T. Kwiecinska, Lian Go-chan, E. Lozynski, J. Maly, L. K. Tarasov, and V. V. Volkov, in *Proceedings of the Third Conference on Reactions between Complex Nuclei, Asilomar, California* (1963).
2. A. G. Artukh, G. F. Gridnev, V. L. Mikheev, and V. V. Volkov, *Nucl. Phys. A* **137**, 348 (1969).
3. Ю. Ц. Оганесян, Ю. Э. Пенионжкевич, Нгуен Так Ань, Д. М. Надкарни, К. А. Гаврилов, Ким Де Ен, М. Юссонуа, *ЯФ* **18**, 734 (1973).
4. В. А. Зернышкин, В. А. Маслов, Ю. Э. Пенионжкевич, В. И. Казака, И. В. Колесов, О. Б. Тарасов, *Письма в ЭЧАЯ* **15**, 421 (2018) [*Phys. Part. Nucl. Lett.* **15**, 531 (2018)].
5. I. J. Thompson, *Comput. Phys. Rep.* **7**, 167 (1988), <http://www.fresco.org.uk>
6. Centre for Photonuclear Experiments Data, <http://cdfc.sinp.msu.ru/services/radchart/radmain.html>
7. R. O. Akyüz and A. Winther, in *Proceedings of the International School of Physics "Enrico Fermi", 1979*, Ed. by R. A. Broglia, R. A. Ricci, and C. H. Dasso (North-Holland, Amsterdam, 1981).
8. C. Chasman, S. Cochavi, M. J. LeVine, and A. Z. Schwarzschild, *Phys. Rev. Lett.* **28**, 843 (1972).
9. Sonika, B. J. Roy, A. Parmar, U. K. Pal, H. Kumawat, V. Jha, S. K. Pandit, V. V. Parkar, K. Ramachandran, K. Mahata, A. Pal, S. Santra, A. K. Mohanty, and K. Sekizawa, *Phys. Rev. C* **92**, 024603 (2015).
10. G. R. Satchler, *Direct Nuclear Reactions* (Oxford Univ. Press, New York, 1983).

DIFFERENTIAL CROSS SECTIONS FOR FORMATION OF ISOTOPES OF LIGHT NUCLEI IN REACTION $^{18}\text{O} + ^{181}\text{Ta}$

A. K. Azhibekov^{1),2)}, V. A. Zernyshkin¹⁾, V. A. Maslov¹⁾, Yu. E. Penionzhkevich^{1),3)},
K. Mendibayev^{1),2)}, T. Issatayev^{1),2)}, N. K. Skobelev¹⁾, M. A. Naumenko¹⁾,
S. S. Stukalov¹⁾, D. Aznabaev^{1),2)}

¹⁾Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, Russia

²⁾L.N. Gumilyov Eurasian National University, Nur-Sultan, Republic of Kazakhstan

³⁾National Research Nuclear University (MEPhI), Moscow, Russia

This paper presents the results of experiments on a high-resolution magnetic spectrometer (MAVR). The differential cross sections for formation of oxygen isotopes in the reaction $^{18}\text{O} + ^{181}\text{Ta}$ at the projectile nucleus energy 10 MeV/nucleon were measured. The theoretical analysis of the yields of reaction products in the framework of the FR-DWBA method using the FRESCO program was carried out. Theoretical differential cross sections for sequential neutron transfer are calculated. The contributions of the mechanisms of sequential neutron transfer and di-neutron cluster transfer to the cross sections for the formation of neutron-rich oxygen isotopes $^{20,22,24}\text{O}$ were studied.

ФЕРМИОННАЯ КОНДЕНСАЦИЯ: ТЕОРИЯ И ЭКСПЕРИМЕНТ

© 2020 г. В. А. Ходель^{1),2)*}, Дж. У. Кларк^{2),3)}, М. В. Зверев^{1),4)**}

Поступила в редакцию 28.08.2019 г.; после доработки 28.08.2019 г.; принята к публикации 28.08.2019 г.

Излагаются основы физики фермионной конденсации — фазового перехода в сильно коррелированных ферми-системах, происходящего в результате топологической перестройки ландауского основного состояния с образованием фермионного конденсата, обладающего бездисперсионным одночастичным спектром $\epsilon(\mathbf{p}) = 0$ в области импульсного пространства, примыкающей к поверхности Ферми и, соответственно, аномально усиленной плотностью одночастичных состояний. Разработана оригинальная методика решения нелинейных интегральных уравнений теории фермионной конденсации, позволяющая проанализировать проблему квантового хаоса в сильно взаимодействующей многофермионной системе. Техника вычислений демонстрируется на примере сверхплотной кварк-глюонной плазмы, где структура обменного кварк-кваркового взаимодействия хорошо известна. Показано, что в электронных системах с фермионным конденсатом куперовское спаривание развивается намного мощнее, чем в теории Бардина–Купера–Шриффера (БКШ), давая объяснение и высокой температуре T_c сверхпроводящего перехода, и, с учетом C_4 -симметрии кристаллической решетки, D -волновой структуре спаривательной щели, наблюдаемой в купратах. Найдено, что в спектре одночастичных возбуждений сверхпроводящих систем с фермионным конденсатом помимо БКШ-щели Δ есть и другая, несверхпроводящая щель Υ , происхождение которой обязано его взаимодействию с надконденсатными частицами. Обсуждается связь полученных результатов с двухщелевой структурой спектра возбуждений, обнаруженной недавно в купратах при анализе ARPES данных.

DOI: 10.31857/S0044002720020166

ВВЕДЕНИЕ

В этой работе, посвященной памяти нашего коллеги и друга Эдуарда Евсеевича Саперштейна, мы анализируем топологические переходы в сильно коррелированных ферми-системах: сверхплотной кварк-глюонной плазме, двумерной электронной жидкости низкой плотности в квантовых SiGe/Si/SiGe-ямах, электронных системах высокотемпературных сверхпроводников. Впервые топологическая перестройка ландауского состояния была рассмотрена в классической работе И. Лифшица [1], опубликованной фактически в то же самое время — в 1960, когда Л. Ландау построил свою теорию ферми-жидкости [2], ставшей затем основой понимания явлений в металлах, жидком ^3He и других ферми-жидкостях. В своей работе

Лифшиц предложил искать минимум полной энергии E на всем классе ландауских квазичастичных распределений $n_L(\mathbf{p})$, равных либо нулю, либо единице в любой точке импульсного пространства. Тогда при нарушении топологической устойчивости в привычном ландауском распределении появляются просветы, где заполнение обращается в 0. Число таких просветов, когда-то названных пузырьками Лифшица, однозначно ассоциируемое с числом листов новой поверхности Ферми, является топологической характеристикой нового основного состояния. За точкой перехода Лифшица теория Ландау все еще работает, но поскольку поверхность Ферми становится неодносвязной, то теорема Ландау—Латтинжера о том, что плотность ландауских квазичастиц выражается через импульс Ферми газовой формулой $n = p_F^3/3\pi^2$, перестает быть справедливой.

Много позже выяснилось, что структура топологической перестройки ландауского состояния может быть более изощренной, когда за точкой перехода система спонтанно становится двухкомпонентной. При этом одна из компонент обладает бездисперсионным одночастичным спектром с нулевой энергией $\epsilon(\mathbf{p}) = 0$, если отсчитывать ее от химического потенциала [3–6]. Тогда аналогично тому, как это имеет место в системе бозонов с

¹⁾Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт”, Москва, Россия.

²⁾McDonnell Center for the Space Sciences & Department of Physics, Washington University, St. Louis, USA.

³⁾Centro de Investigação em Matemática e Aplicações, University of Madeira, Madeira, Portugal.

⁴⁾Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), Долгопрудный, Россия.

*E-mail: vak@wuphys.wustl.edu

**E-mail: zverev_mv@nrcki.ru

бозонным конденсатом, плотность одночастичных состояний $N(\varepsilon)$, вычисляемая через мнимую часть соответствующей одночастичной гриновской функции, приобретает специфическое сингулярное слагаемое $\delta N(\varepsilon) = \rho_{ic} \delta(\varepsilon)$. Отчасти именно поэтому авторами исходной работы [3] такой переход был назван фермионной конденсацией (в литературе вместо слов “фермионный конденсат” (ФК) чаще встречается термин flat band). Эффективным параметром порядка теории является отношение $\eta = \rho_{ic}/n$ конденсатной плотности ρ_{ic} к полной плотности n .

В рамках одной, довольно короткой статьи трудно рассмотреть все аспекты этой теории, существенно изменившей квазичастичную картину явлений физики конденсированного состояния, сформулированную Л. Ландау в середине прошлого века. Мы начинаем изложение с рассмотрения условий, при которых топологическая устойчивость состояния Ландау нарушается, переходя в следующих разделах к обсуждению устройства за точкой топологического перехода нового основного состояния материи — двухкомпонентной фермижидкости, одна из которых — ФК — обладает бездисперсионным спектром. Затем мы исследуем влияние ФК на сверхпроводимость электронных систем купратов, включая D -волновую структуру БКШ-щели Δ в спектрах их одночастичных возбуждений и значительный рост критической температуры T_c по сравнению с обычными сверхпроводниками, подчиняющимися стандартной теории. В заключительных разделах мы анализируем взаимодействие конденсата с надконденсатными частицами, показывая, что его корректный учет ведет к появлению дополнительной несверхпроводящей щели Υ , обнаруженной в ARPES-измерениях одночастичного спектра купратов [7].

УСЛОВИЯ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ТОПОЛОГИЧЕСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ СОСТОЯНИЯ ЛАНДАУ

Разнообразные варианты перестройки ландауского состояния интенсивно изучались и продолжают изучаться, главным образом, в рамках флуктуационного сценария, ассоциируемого с нарушением условий устойчивости И. Померанчука, который вывел их, исследуя жесткость ферми-системы по отношению к малым деформациям ее ферми-поверхности. Когда хотя бы одно из этих условий нарушается, поверхность Ферми перестраивается, причем симметрия основного состояния меняется — характерный признак фазового перехода второго рода.

Наряду с померанчуковским имеется и другой — топологический — критерий неустойчивости

ландауского состояния, где задействовано ее необходимое условие, а не те, достаточные, которые исследовал он. Это условие, имеющее дело с вариациями первого порядка квазичастичного ландауского распределения, форма которого в однородном случае есть $n_L(p) = \theta(p_F - p)$, гласит, что рассматриваемая ферми-система стабильна до тех пор, пока всякое изменение δE ее функционала энергии $E(n)$ остается положительным при любой допустимой принципом Паули вариации этого распределения. Количественно изменение δE выражается через спектр одночастичных возбуждений $\epsilon(\mathbf{p})$, отсчитываемый от химического потенциала:

$$\delta E = 2 \int \epsilon(\mathbf{p}) \delta n(\mathbf{p}) \frac{d^k p}{(2\pi)^k}. \quad (1)$$

В трехмерном случае $k = 3$, а в двумерном $k = 2$.

В однородных ферми-системах со слабыми или умеренной силы корреляциями энергетический спектр $\epsilon(p)$, как правило, монотонен, и тогда поверхность Ферми односвязна, потому что уравнение

$$\epsilon(p, n) = 0 \quad (2)$$

имеет единственный корень вследствие совпадения в соотношении (1) знака энергии $\epsilon(p)$ со знаком допустимых вариаций $\delta n(p)$. Но монотонность спектра $\epsilon(p)$ — не закон природы, а при немонотонном характере $\epsilon(p)$ корней у уравнения (2) может стать больше одного, что в итоге приведет к перестройке ландауского состояния с сохранением исходной симметрии основного состояния, что и было впервые рассмотрено в классической работе И. Лифшица [1], положившей начало теории топологических переходов.

Микроскопические расчеты спектра одночастичных возбуждений $\epsilon(p)$ без введения каких бы то ни было феноменологических параметров довольно сложны. Они выполнены пока только для кулоновских систем [8, 9], причем функциональная зависимость всех величин от плотности учитывается в рамках так называемого локального приближения, которое превосходно воспроизводит известные монте-карловские результаты для полной энергии E . Основной результат этих расчетов таков: действительно, бифуркации решений уравнения (2) возникают, и, следовательно, топологическая устойчивость ландауского состояния нарушается. Происходит это тогда, когда безразмерный кулоновский параметр $\alpha = e^2/\pi v_F^0$, где $v_F^0 = p_F/m_e$ — затравочная скорость Ферми, значительно превышает единицу, т.е. вне рамок, при которых эффективное взаимодействие электронов описывается теорией возмущений.

Переходя к более подробному анализу, следует отметить, что для изучения точек топологических

бифуркаций, отделяющих на фазовой диаграмме тех же купратов область, занятую обычной ферми-жидкостью, поверхность Ферми которой односвязна, от области, где эта поверхность уже многолистка, решать сложные нелинейные уравнения для нахождения спектра $\epsilon(p)$ не обязательно. Это потому что в точке бифуркации p_c групповая скорость $v(p_c) = |\partial\epsilon(p)/\partial p|_{p_c}$ зануляется. А раз так, то исследование можно провести в рамках стандартного ферми-жидкостного подхода с помощью хорошо известного тождества Питаевского [10], выводимого на основе калибровочной инвариантности, а не галилеевской, как в работе [2], которой в неоднородных и анизотропных электронных системах твердых тел нет.

Имея в виду двумерные электронные системы купратов, стоит выписать для них явный вид этого уравнения:

$$\mathbf{v}(\mathbf{p}) = \mathbf{v}^0(\mathbf{p}) + 2 \int f(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1) \frac{\partial n(\mathbf{p}_1)}{\partial \mathbf{p}_1} \frac{d^2 p_1}{(2\pi)^2}, \quad (3)$$

где $\mathbf{v}^0(\mathbf{p})$ — затравочная групповая скорость, вычисляемая в рамках модели сильной связи (tight-binding model), параметры которой подгоняются к известным экспериментальным данным по фотоэмиссионным спектрам (ARPES), а $f(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1)$ совпадает с феноменологической ландауской амплитудой рассеяния квазичастиц на поверхности Ферми. Поскольку в уравнение (3) входят только ферми-жидкостные характеристики, то при нахождении точек бифуркации, в которых его левая часть обращается в 0, квазичастичная картина Ландау всегда остается применимой, и это значительно облегчает анализ проблемы.

В двумерных электронных системах купратов, свойства которых в дальнейшем обсуждаются подробно, точки бифуркации решений уравнения (3) возникают неотвратимо. Происходит это тогда, когда заполнение зоны Бриллюэна приближается к половинному, и расстояние между линией Ферми и границей зоны значительно сокращается. При этом с изменением заполнения интегральное слагаемое в уравнении (3) меняется относительно слабо, сохраняя свой отрицательный знак, а вот свободный член — групповая скорость $v^0(\mathbf{p})$ — ведет себя совсем иначе, обращаясь в 0 при том значении допинга x и импульса \mathbf{p} , при котором линия Ферми впервые пересекает границу зоны Бриллюэна. Таким образом, при подходе линии Ферми к границе этой зоны (как и при уходе от нее) левая часть уравнения (3) обязательно меняет знак, и, следовательно, на фазовой диаграмме купратов имеется достаточно большая область допинга, где топологическая устойчивость ландауского состояния нарушена, вследствие чего новое основное состояние обладает нетривиальной топологией. Существенно,

что поскольку в купратах кристаллическая решетка квадратная, то в силу C_4 -симметрии проблемы, нарушение устойчивости происходит одновременно в четырех разных парах точек импульсного пространства, причем за точкой топологического перехода сразу образуются четыре разные области, где квазичастичное распределение перестает быть ландауским.

СТРУКТУРА ОСНОВНОГО СОСТОЯНИЯ ЗА ТОЧКОЙ ТОПОЛОГИЧЕСКОГО ПЕРЕХОДА

Как было уже сказано во Введении, есть два основных сценария топологической перестройки состояния Ландау, происходящей исключительно в системах с эффективным отталкивательным взаимодействием квазичастиц — в обратном случае поверхность Ферми всегда остается односвязной. Первый сценарий, предложенный И. Лифшицем в 1960 [1], заключается в появлении “пузырьков Лифшица” — просветов в ландауском квазичастичном заполнении, где оно обращается в 0. С математической точки зрения новое квазичастичное заполнение, в дальнейшем обозначаемое через $n_*(\mathbf{p})$, ищется на классе функций Ландау, где оно принимает только два значения: 0 или 1. Теория Ландау продолжает работать, сопротивление $\rho(T)$ все еще подчиняется формуле $\rho(T) = \rho_0 + A_2 T^2$, и в нем лифшицевский переход проявляется в скачкообразном изменении в точке перехода величины производной по плотности коэффициента A_2 . Этот факт можно использовать для детектирования лифшицевской перестройки состояния Ландау в твердом теле.

Второй сценарий — фермионная конденсация. Здесь решение $n_*(\mathbf{p})$ уже уходит во внутреннюю область паулиевского шара $1 \geq n(\mathbf{p}) \geq 0$. В первоначальном сценарии фермионной конденсации [3] новое квазичастичное распределение n_* находилось решением стандартного уравнения минимума функционала энергии [3]:

$$\frac{\delta E}{\delta n(\mathbf{p})} = \mu, \quad \mathbf{p} \in \Omega, \quad (4)$$

с химическим потенциалом μ , определяемым из условия Ландау—Латтинжера сохранения полного числа квазичастиц:

$$\sum n_*(\mathbf{p}) = n. \quad (5)$$

Поскольку левая часть (4) есть не что иное, как одночастичная энергия $\epsilon(\mathbf{p})$, то отсчитывая ее от μ , уравнение (4) можно переписать так:

$$\epsilon(\mathbf{p}) = 0, \quad \mathbf{p} \in \Omega, \quad (6)$$

или в эквивалентной форме на основе уравнения (3):

$$0 = \mathbf{v}^0(\mathbf{p}) + 2 \int_{\mathbf{p} \in \Omega} f(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1) \frac{\partial n(\mathbf{p}_1)}{\partial \mathbf{p}_1} \frac{d^2 p_1}{(2\pi)^2}, \quad (7)$$

В области $\mathbf{p} \notin \Omega$, не занятой ФК, квазичастичное распределение $n_*(\mathbf{p})$ остается ландауским.

Следует иметь в виду, что решения вариационного уравнения (4) существуют при любом значении константы $f > 0$ эффективного отталкивательного взаимодействия квазичастиц. Однако при малых $f > 0$ они не удовлетворяют принципу Паули, который требует выполнения неравенства $1 \geq n(\mathbf{p}) \geq 0$ при любых импульсах. Поэтому в аналитически решаемых моделях фермионной конденсации (см., напр., [3]) это требование вводится дополнительно, так что в результате непосредственно за точкой перехода объем ФК растет линейно с разностью $|n - n_c|$.

Именно при анализе точно решаемых моделей впервые было обнаружено важное свойство фермионной конденсации — нарушение частично-дырочной симметрии, свойственной состоянию Ландау. Один из эффектов, связанных с этим нарушением — асимметрия туннельной проводимости — был предсказан В. Шагиняном [11] более десяти лет назад (современное состояние проблемы освещено в недавней работе [12]).

Таким образом, при нулевой температуре явление фермионной конденсации характеризуется спонтанным разделением системы на две подсистемы. Квазичастицы одной из них — конденсат — обладают нулевой энергией $\epsilon(\mathbf{p}) = 0$, занимая в импульсном пространстве конечную область Ω . Другая состоит из нормальных квазичастиц, групповая скорость которых $v = |\nabla \epsilon(\mathbf{p})|$ остается конечной. Существенно, что объем ФК фазы не является входным параметром задачи, а полностью определяется из уравнений (7) и (5) [3, 6].

При любых конечных температурах ФК вырождение одночастичного спектра снимается. Действительно, малое повышение T не может заметно изменить ФК распределение $n_*(\mathbf{p})$. А, как известно, соотношение Ландау $n(\epsilon) = [1 + e^{\epsilon/T}]^{-1}$ остается справедливым и в системах с ФК [5]. Раз так, то инвертировав формулу Ландау, можно использовать полученное соотношение для определения дисперсии ФК спектра, что даст

$$\epsilon(\mathbf{p}, T \rightarrow 0) = T \ln \frac{1 - n_*(\mathbf{p})}{n_*(\mathbf{p})}, \quad \mathbf{p} \in \Omega. \quad (8)$$

Таким образом, при малых температурах дисперсия ФК спектра оказывается линейной по T [5]. Лет 10 назад, когда фотоэмиссионный метод (ARPES),

широко используемый теперь для измерений характеристик электронных спектров купратов, еще только набирал силу, об измерении их температурной зависимости не могло быть и речи. Но за прошедшее десятилетие техника ARPES-измерений шагнула далеко вперед, и сейчас публикуются экспериментальные работы, где температурное изменение характеристик спектра $\epsilon(\mathbf{p})$ уже наблюдается (см., напр., [13]). Точность измерений пока недостаточна для проверки соотношения (8), к тому же надо иметь в виду, что реально оно — всего лишь первый член соответствующего разложения Тейлора. Тем не менее прогресс очевиден, и, возможно, уже в ближайшие несколько лет формула Нозьера (8) — визитная карточка фермионной конденсации — будет проверена на эксперименте.

Одночастичный спектр системы характеризуется еще и затуханием γ , которое вычисляется на основе уравнения Дайсона:

$$\epsilon(\mathbf{p}) - \epsilon_{\mathbf{p}}^0 - \Sigma(\mathbf{p}, \epsilon(\mathbf{p})) = 0, \quad (9)$$

где $\epsilon_{\mathbf{p}}^0$ — затравочный спектр, а Σ — дайсоновский массовый оператор, мнимая часть которого $\text{Im} \Sigma(\mathbf{p}, \epsilon) \propto \text{sgn} \epsilon$ дается интегралом (см., напр., [14]):

$$\text{Im} \Sigma(\mathbf{p}, \epsilon > 0) \propto \int |\Gamma^2(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p})| \times \delta(\epsilon - \epsilon(\mathbf{p}_1) - \epsilon(\mathbf{p}_2) - \epsilon(\mathbf{p}_3)) d\mathbf{p}_1 d\mathbf{p}_2, \quad (10)$$

где $\mathbf{p}_3 = \mathbf{p} + \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2$, Γ^2 — квадрат амплитуды двухчастичного рассеяния. Неотрицательный множитель, содержащий стандартную комбинацию чисел заполнения, вынесен из-под знака интеграла, поскольку на поведении γ вблизи поверхности Ферми он не влияет. В обычных ферми-системах интеграл меняется с изменением входного импульса \mathbf{p} и искомой энергии ϵ плавно, определяя ландауское затухание спектра одночастичных возбуждений: $\gamma(\epsilon) \propto \epsilon^2$ (см., напр., [14]), что ведет к известной формуле Ландау—Померанчука для низкотемпературного сопротивления электронных систем кристаллов: $\rho(T) = \rho_0 + A_2 T^2$.

В системах с ФК ситуация меняется кардинально. Когда плотность ФК $\propto \eta$ мала, то нетривиальный вклад в интеграл (10) дается слагаемым, где к ФК принадлежит всего одна промежуточная квазичастица, энергия которой точно равна 0. При этом одно из двух интегрирований по импульсу снимается, и мы получаем [15, 16]

$$\gamma(\epsilon) \propto \epsilon \eta. \quad (11)$$

В применении к нормальным состояниям электронных систем с ФК эта формула дает нефермижидкостное линейное по T поведение их сопротивления:

$$\rho(T) = \rho_0 + A_1 T, \quad (12)$$

с коэффициентом A_1 , пропорциональным ФК параметру η . К обсуждению этого поведения мы еще вернемся.

ТОПОЛОГИЧЕСКАЯ ПЕРЕСТРОЙКА ОСНОВНОГО СОСТОЯНИЯ В СВЕРХПЛОТНОЙ КВАРК-ГЛЮОННОЙ ПЛАЗМЕ

С первого взгляда на систему нелинейных интегродифференциальных уравнений теории фермионной конденсации уже видно, что ничего, кроме итерационной процедуры их решения, предложить нельзя. Однако при конкретной ее реализации возникают значительные трудности, потому что такая процедура сходится далеко не всегда. Чтобы взглянуть на проблему глубже, имеет смысл рассмотреть трехмерную сверхплотную кварк-глюонную плазму (КГП), где обменное кварк-кварковое взаимодействие $f(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1) \propto |\mathbf{p} - \mathbf{p}_1|^{-1}$ вычисляется в первом порядке теории возмущений [17], и таким образом, уравнение Питаевского (3), которое надо решать численно, приобретает такой вид:

$$\frac{\partial \epsilon(p)}{\partial \mathbf{p}} = \frac{\partial \epsilon_p^0}{\partial \mathbf{p}} + \int f(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1) \frac{\partial n(p_1)}{\partial \mathbf{p}_1} \frac{d^3 p}{(2\pi)^3}, \quad (13)$$

где $\epsilon_p^0 = cp$ — затравочный энергетический одночастичный спектр сверхплотной кварковой материи, c — скорость света.

Благодаря зависимости амплитуды $f(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1)$ от разности $\mathbf{p} - \mathbf{p}_1$, это уравнение можно преобразовать к более удобной для решения форме:

$$\epsilon(p) = \epsilon_p^0 + g \int \ln \frac{2p_F}{|p - p_1|} n(p_1) dp_1, \quad (14)$$

где g — эффективная константа связи.

Начнем решение с простой итерационной схемы, в которой в правую часть (14) подставляется j -я итерация $n^{(j)}(p)$, и на ее основе вычисляется следующая итерация спектра $\epsilon^{(j+1)}(p)$. Рисунок 1 иллюстрирует эту процедуру. На рис. 1а показан затравочный спектр $\epsilon^{(0)}(p) = \epsilon_p^0$, обращаясь в нуль только в точке $p = p_F$, и отвечающая этому спектру ферми-ступенька $n^{(0)}(p) = n_F(p) \equiv \theta(p_F - p)$. В левой части рис. 1б изображена первая итерация спектра $\epsilon^{(1)}(p)$, полученная подстановкой нулевой итерации импульсного распределения $n^{(0)}(p)$ в правую часть уравнения (14). Спектр $\epsilon^{(1)}(p)$ имеет три нуля в точках p_1 , p_2 и p_3 , а в соответствующей первой итерации импульсного распределения $n^{(1)}(p) = \theta(p_1 - p) - \theta(p_2 - p) + \theta(p_3 - p)$, показанной в правой части рис. 1б, появляется “пузырек”, т.е. пустой сферический слой с границами в p_1 и p_2 . Однако вторая итерация

спектра $\epsilon^{(2)}(p)$, хотя и оказывается немонотонной, обращается в нуль, как и нулевая итерация, лишь в точке $p = p_F$ (см. рис. 1в). Поэтому вторая итерация импульсного распределения $n^{(2)}(p) = n_F(p)$ совпадает с нулевой. В результате, как видно из точного совпадения рис. 1г с рис. 1б, третья итерация спектра и импульсного распределения совпадает с первой. Таким образом, все четные итерации, в которых $n(p)$ имеет вид ферми-ступеньки, совпадают между собой, и точно так же совпадают друг с другом все нечетные итерации, в которых импульсное распределение имеет сферический “пузырек”. Это означает, что в итерационной процедуре возникает цикл с периодом 2 (или просто 2-цикл).

Раз численное решение уравнения (14) с помощью простой итерационной схемы невозможно, обратимся к модифицированной схеме, в которой каждая $(j+1)$ -я итерация спектра получается “смешиванием” результата подстановки j -й итерации импульсного распределения $n^{(j)}(p)$ в уравнение (14), входящего с весом $\zeta < 1$, с j -й итерацией спектра, входящей с весом $1 - \zeta$. В такой модифицированной процедуре 2-цикл исчезает, но итерации начинают вести себя нерегулярным образом, причем в определенной области пространства, примыкающей к поверхности Ферми, число корней уравнения $\epsilon^{(j)}(p) = 0$ и, соответственно, число поверхностей импульсного распределения $n^{(j)}(p)$ неограниченно, хотя и немонотонно, растет с номером итерации j . Такое поведение итерационной процедуры иллюстрирует рис. 2, где показаны итерации спектра и импульсного распределения с номерами 20, 48, 68, 132, 137, 159 в расчете с параметром смешивания $\zeta = 0.01$. Как видно на правых частях этого рисунка, на 68-й итерации ферми-поверхность имеет пять листов, а на 132-й импульсное распределение опять совпадает с $n_F(p)$. На 137-й итерации возникает 7-листовая поверхность Ферми, а на 159-й итерации число листов равно 21. В то же время в левых частях рис. 2 видно, что итерации для спектра $\epsilon^{(j)}(p)$ и импульсного распределения квазичастиц $n^{(j)}(p)$ ведут себя совершенно непредсказуемо. Это означает, что итерационная процедура не сходится. Заметим, что описанная картина поведения итераций, различаясь лишь в деталях, в целом не зависит от того, как выбирается схема взвешивания итераций. Отметим также, что впервые неограниченное итерационное размножение ферми-поверхностей было замечено в работе [18].

Анализ можно сделать более наглядным, если рассматривать номера $j = 0, 1, 2, \dots$ итерации как шаги дискретного времени. В этом случае левые

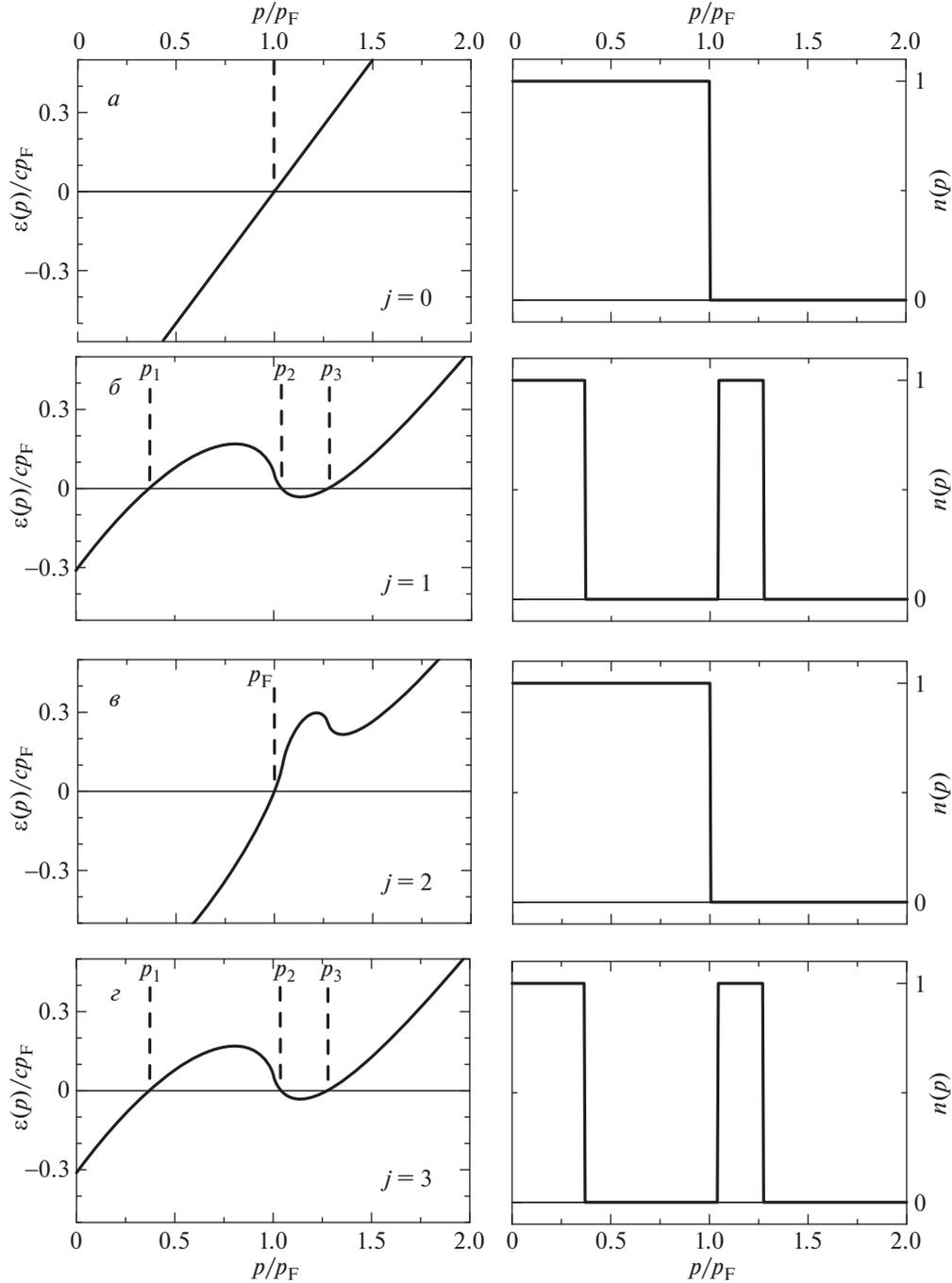


Рис. 1. Итерационные отображения для уравнения (14) с $\epsilon_p^0 = cp$ и безразмерным параметром $g/c = 1$. Левые части рисунка — итерации для спектра $\epsilon^{(j)}(p)$, отсчитанные от соответствующих итераций для химического потенциала, в единицах cp_F с $j = 0, 1, 2, 3$; правые — итерации для импульсного распределения $n^{(j)}(p)$.

части рис. 2 показывают тогда изменение квази-частичного спектра $\epsilon(p, t)$ во времени. Основная особенность в поведении спектра заключается в том, что знак $\epsilon(p, t)$ меняется непредсказуемо в объеме Ω_t импульсного пространства, примыкающем к поверхности Ферми. Эти хаотические смены знака квази-частичного спектра ведут к беспорядочным

прыжкам чисел заполнения $n(p, t)$, принимающих два значения: 0 и 1. Существенно, что при $t \rightarrow \infty$ область импульсного пространства, где итерации уравнения (14) не сходятся, стремится к постоянному пределу Ω .

Отсутствие сходимости итерационного процесса связано с существованием в рассматриваемой

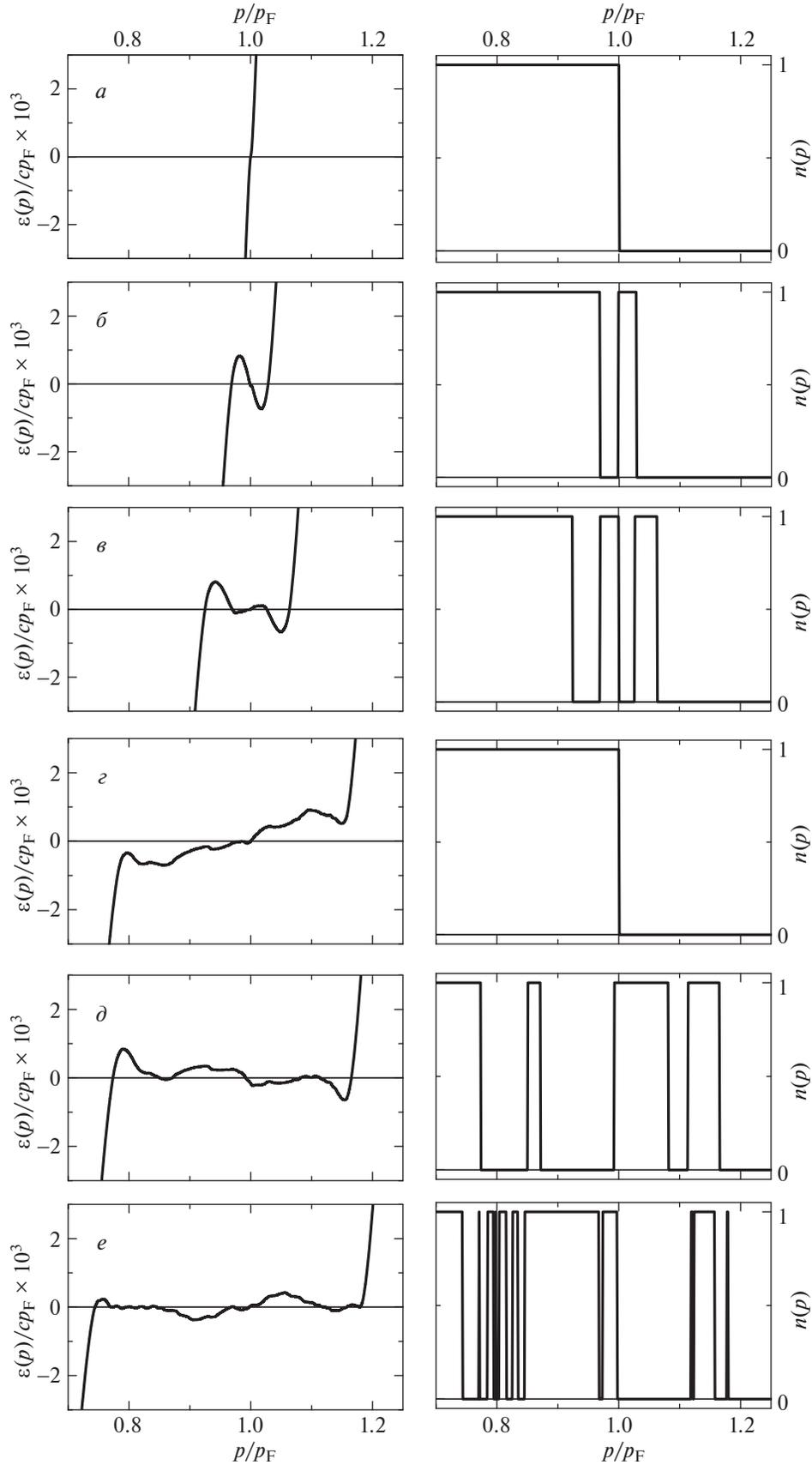


Рис. 2. То же, что на рис. 1, но с параметром смешивания $\zeta = 0.01$. На рисунке сверху вниз показаны итерации с номерами 20, 48, 68, 132, 137 и 159.

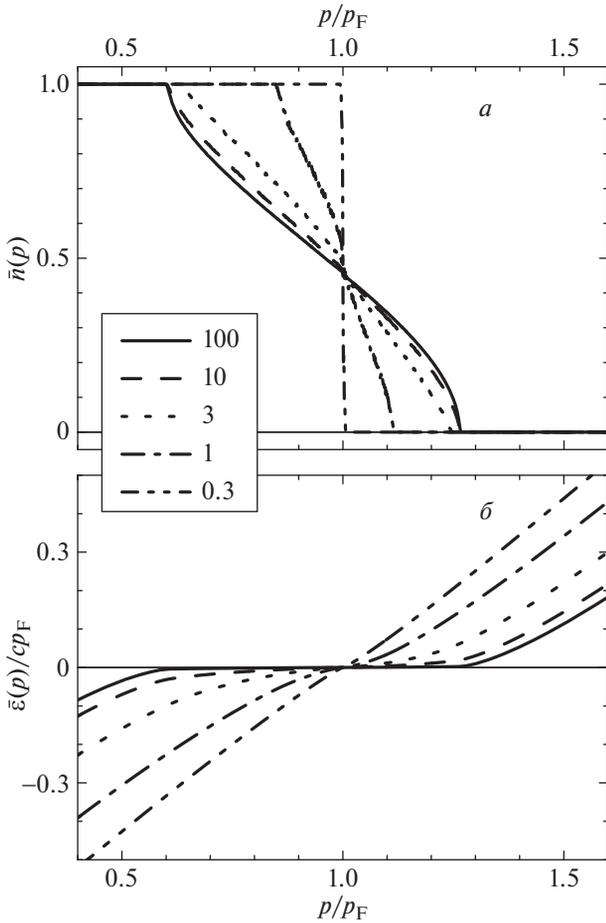


Рис. 3. Усредненные по формуле (15) спектры (а) и импульсные распределения (б). Указано соответствие типа линий числу эффективных итераций $N\zeta$.

многочастичной системе “квантового хаоса”, который всегда проявляет себя в наличии ненулевой энтропии. В рассматриваемом случае она может быть сопоставлена объему Ω импульсного пространства, где отсутствует сходимость итерационного процесса, причем в качестве энтропии удобно взять не сам объем Ω , а величину $2\Omega \ln 2$, в которой фактор 2 возникает от двух направлений спина.

Эта наивная формула может быть обоснована, если все входящие в рассмотрение величины усреднить по дискретному времени, используя для этого стандартные формулы статистики. Тогда усредненный квазичастичный спектр $\bar{\epsilon}(p)$ и усредненное импульсное распределение квазичастиц $\bar{n}(p)$ определяются формулами

$$\begin{aligned} \bar{\epsilon}(p) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \epsilon(p, t) dt \equiv \\ &\equiv \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_0^N \epsilon^{(j)}(p), \end{aligned} \quad (15)$$

$$\bar{n}(p) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T n(p, t) dt \equiv \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_0^N n^{(j)}(p).$$

Связь между этими двумя средними дается уравнением (14) при замене $\epsilon(p)$ на $\bar{\epsilon}(p)$ и $n(p)$ на $\bar{n}(p)$. При этом все параметры, определяющие взвешивание предыдущих итераций в итерационной процедуре, выпадают. Усредненные по формулам (15) квазичастичный спектр $\bar{\epsilon}(p)$ и импульсное распределение квазичастиц $\bar{n}(p)$ для уравнения (14) с затравочным спектром $\epsilon_p^0 = cp$ и параметром $g/c = 1$ приведены на рис. 3. Разные кривые отвечают различным значениям числа итераций N , до которого ведется суммирование в формулах (15). Цифры на вставке указывают числа эффективных итераций $N\zeta$. Видно, что при небольших значениях N результаты зависят от предела суммирования, но при $N\zeta \sim \sim 100$ суммы насыщаются и функции $\bar{\epsilon}(p)$ и $\bar{n}(p)$ перестают зависеть от N . Как видно из рис. 3, усредненное импульсное распределение $\bar{n}(p)$ принимает значения 0 или 1 только в тех областях, где итерации сходятся. Однако в области Ω , где сходимость итерационной процедуры отсутствует, усредненные числа заполнения $\bar{n}(p)$ представляют собой непрерывную функцию $n_*(p)$, значения которой лежат между нулем и единицей. В то же время рис. 3 показывает, что функция $\bar{\epsilon}(p)$ тождественно зануляется в области Ω , где итерационная процедура не сходится. Сглаженное импульсное распределение является решением уравнения

$$0 = \epsilon_p^0 + g \int \ln \frac{2p_F}{|p - p_1|} n_*(p_1) dp_1, \quad (16)$$

$$p_i < p < p_f.$$

Границы p_i и p_f импульсного интервала $p_i < p_F < < p_f$, определяющего область, где действует это решение, даются условиями $n_*(p_i) = 1$ и $n_*(p) = = 0$. Вне этого интервала $n_*(p) = 1$ при $p \leq p_i$ и 0 при $p \geq p_f$. Таким образом, область Ω импульсного пространства, где спектр оказывается совершенно плоским:

$$\epsilon(p, n_*) = 0, \quad p_i < p < p_f, \quad (17)$$

а импульсное распределение равно $n_*(p)$, занимает ФК.

Введем теперь колмогоровскую энтропию [19], определив ее следующим образом:

$$\begin{aligned} S_* &= -2 \int [n_*(p) \ln n_*(p) + \\ &+ (1 - n_*(p)) \ln(1 - n_*(p))] dv. \end{aligned} \quad (18)$$

Согласно этому определению подынтегральное выражение исчезает вне области Ω , так что S_* пропорциональна ее объему, который мы тоже обозна-

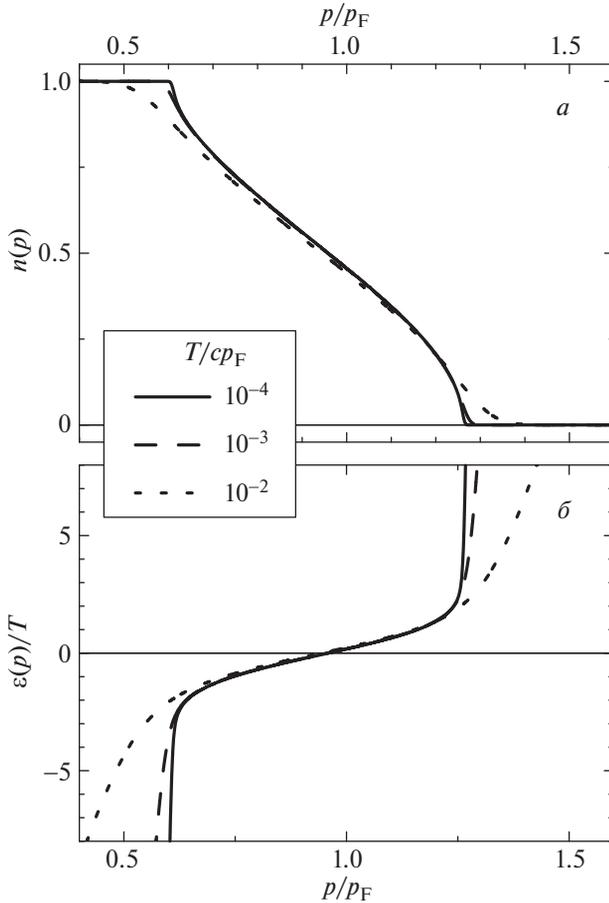


Рис. 4. Импульсные распределения $n(p)$ (а) и отношения $\epsilon(p)/T$ (б) для $g/c = 1$ при трех значениях температур в единицах cp_F .

чим Ω . Полагая $n_*(p) = 1/2$ внутри Ω , мы находим $S_* = 2\Omega \ln 2$.

Появление ненулевой энтропии возможно, только если основное состояние системы вырождено, и тогда величина S_* характеризует объем фазового пространства, где вырождение “корректирует” исходную волновую функцию системы. Разумеется, точная волновая функция основного состояния невырождена (теорема Нернста), и к анализу важной проблемы, каким образом снятие этого вырождения происходит, мы еще вернемся.

Обсудим теперь особенности ферми-конденсатного основного состояния сверхплотной КГП. На рис. 4 приведены результаты расчета импульсного распределения квазичастиц $n(p)$ и одночастичного спектра $\epsilon(p)$ при очень малых, но конечных температурах. Эти величины получены численным решением уравнения (14) с параметром связи $g/c = 1$. Расчет выполнен для трех значений температур: 10^{-4} , 10^{-3} и 10^{-2} в единицах cp_F . Одночастичный спектр показан на рис. 4б в виде отношения $\epsilon(p)/T$.

Отметим, что, как видно из сравнения рис. 3 и 4, импульсное распределение, рассчитанное при самой низкой из выбранных температур $T/cp_F = 10^{-4}$ практически совпадает с распределением $\bar{n}(p)$, вычисленным при нулевой температуре с помощью процедуры усреднения (15). То же относится и к одночастичному спектру. Этот результат свидетельствует о том, что усредненные величины $\bar{\epsilon}(p)$, $\bar{n}(p)$ являются истинными решениями уравнения (14) при $T = 0$.

Что касается структуры распределения квазичастиц по импульсам $n(p)$, то из рис. 4 видно, что вдали от ферми-поверхности это распределение не отличается от обычного, т.е. $n(p) = 0$ при импульсах, заметно превышающих p_F . Вместе с тем $n(p) = 1$ при p , значительно меньших p_F . Но в окрестности поверхности Ферми распределение $n(p)$ имеет характерное ферми-конденсатное поведение — оно плавно меняется между 1 и 0. Возникновение плато в одночастичном спектре КГП, лежащего точно на поверхности Ферми, означает, что в этой системе поверхность Ферми превращается в объем Ферми, т.е. ее топологическая размерность становится равной *трём*. Как видно на рис. 4б, где изображены отношения $\epsilon(p)/T$, ненулевая температура снимает вырождение, и одночастичный спектр в ферми-конденсатной области Ω , в соответствии с формулой (8), оказывается линейно зависящим от температуры. Этот результат согласуется с тем фактом, что, как видно на рис. 4а, импульсные распределения квазичастиц в области Ω практически не зависят от температур.

УСЛОВИЯ УСТОЙЧИВОСТИ ПОМЕРАНЧУКА В СИСТЕМАХ С ФК

Как было сказано выше, линейная по температуре дисперсия одночастичного спектра (8) является одной из основных характеристик фермионной конденсации, измерение которой будет доступно в недалеком будущем. Однако появление ФК генерирует целый сонм фазовых переходов, в которых перестраивается и сам одночастичный спектр. Их количество неограниченно растет по мере понижения температуры за счет увеличения числа нарушений условий устойчивости Померанчука в обоих каналах: частично-дырочном в случае спонтанного нарушения однородности системы, возникновения антиферромагнетизма и т.д. и частично-частичном, когда речь идет о куперовской сверхпроводимости. В последнем случае, очевидным образом, соответствующие измерения должны проводиться при температуре выше критической температуры T_c , когда калибровочная симметрия основного состояния остается ненарушенной. К тому же в исследованиях свойств ФК можно использовать внешнее

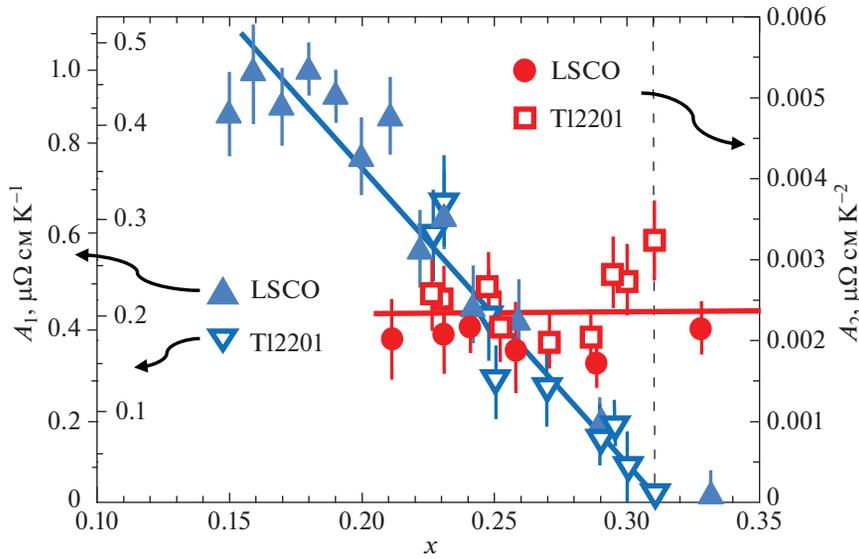


Рис. 5. Зависимость от допинга коэффициентов A_1 и A_2 , характеризующих линейный и квадратичный по температуре члены в сопротивлении $\rho(T)$ сверхдопированных соединений LSCO и Tl2201. Левая ось: треугольники — экспериментальные данные [25–27] для LSCO (шкала снаружи) и Tl2201 (шкала внутри); прямая линия — предсказанное поведение $A_1(x) \propto |x - x_c|$ с наклоном, выбранным так, чтобы наилучшим образом воспроизвести эти данные в среднем. Правая ось: кружки — экспериментальные данные [25–27], горизонтальная прямая $A_2 \simeq \text{const}$ — предсказание теории Ландау, величина коэффициента A_2 выбрана так, чтобы воспроизвести эксперимент [25].

магнитное поле, которое убивает сверхпроводимость, но относительно мало влияет на развитую структуру ФК.

В случае двумерной высокотемпературной сверхпроводимости (ВТСП), которой мы займемся в следующих разделах, T_c находится из уравнения Таулесса [20]:

$$\Delta(\mathbf{p}, T_c) = -T_c \sum_n \int \mathcal{V}(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1) \mathcal{G}(\mathbf{p}_1, \omega_n) \mathcal{G}(-\mathbf{p}_1, -\omega_n) \times \Delta(\mathbf{p}_1, T_c) \frac{d^2 \mathbf{p}_1}{(2\pi)^2}, \quad (19)$$

или в эквивалентной форме

$$\Delta(\mathbf{p}, T_c) = - \int \mathcal{V}(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1) \frac{\tanh \frac{\epsilon(\mathbf{p}_1)}{2T_c}}{2\epsilon(\mathbf{p}_1)} \times \Delta(\mathbf{p}_1, T_c) \frac{d^2 \mathbf{p}_1}{(2\pi)^2} \quad (20)$$

с неприводимым в куперовском канале блоком двухчастичного взаимодействия $\mathcal{V}(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$ и мацубаровской квазичастичной гриновской функцией $\mathcal{G}(\mathbf{p}, \omega_n) = (i\omega_n - \epsilon(\mathbf{p}))^{-1}$ с ФК спектром $\epsilon(\mathbf{p})$, даваемым формулой Нозьера (8), и $\omega_n = (2n + 1)\pi T_c$. Аналогичные уравнения существуют для антиферромагнитного и других параметров порядка. Чтобы построить фазовую T - n -диаграмму системы с ФК,

надо решить целый набор таких уравнений и сравнить соответствующие критические температуры, что дает иерархию различных, нередко довольно экзотических фаз (например, фаза с волной зарядовой плотности), присутствие которых на фазовой диаграмме есть еще одна визитная карточка фермионной конденсации [21–24].

Чтобы проиллюстрировать, как влияет ФК на характеристики системы, рассмотрим сопротивление $\rho(T)$ нормального состояния сверхпроводящих купратов в сверхдопированной области $x_o < x < x_c$ их T - x -фазовой диаграммы. Она часто называется странным металлом, потому что температурное поведение $\rho(T)$ таких металлов не поддается объяснению в рамках теории фермижидкости, меняясь линейно по температуре: $\rho(T > T_c, x) = \rho_0 + A_1(x)T$. При этом поведение $\rho(T)$ сразу становится ландауским в области $x > x_c$, где ВТСП исчезает. Еще труднее, оставаясь в рамках флуктуационного сценария, понять, почему коэффициент $A_1(x)$, относящийся к несверхпроводящему состоянию сверхдопированных купратов, и критическая температура $T_c(x)$, характеризующая их сверхпроводящее состояние, связаны друг с другом. Но это — экспериментальный факт: в сверхдопированной области отношение $A_1(x)/T_c(x)$ почти не меняется с изменением x (см. рис. 5).

В модели фермионной конденсации этот факт объясняется прозрачно. Действительно, после

подстановки нозьеровского спектра (8) в соответствующую часть подынтегрального выражения в уравнении (20) оно приводится к виду

$$\frac{\tanh \frac{\epsilon(\mathbf{p}, T_c)}{2T_c}}{2\epsilon(\mathbf{p}, T_c)} = \frac{1 - 2n_*(\mathbf{p})}{2T_c \ln [(1 - n_*(\mathbf{p}))/n_*(\mathbf{p})]}, \quad (21)$$

$$\mathbf{p} \in \Omega.$$

Как видно отсюда, ФК дает в правую часть (20) вклад порядка η/T_c , в то время, как стандартный БКШ-вклад имеет порядок $\ln(\Omega_D/T_c)$, где Ω_D — дебаевская частота, обрезаящая логарифмическую расходимость интеграла. В результате, учитывая в (20) оба вклада, мы приходим к такому уравнению для определения критической температуры сверхпроводящего перехода:

$$\frac{1}{\lambda} = \beta \frac{\eta \epsilon_F^0}{T_c} + \ln \frac{\Omega_D}{T_c}, \quad (22)$$

где $\epsilon_F^0 = p_F^2/2m_e$, λ — безразмерная константа взаимодействия в куперовском канале, а численный фактор $\beta \simeq 1$. Таким образом, при $\lambda \rightarrow 0$ получается

$$T_c(x) \propto \lambda \eta(x) \epsilon_F^0. \quad (23)$$

Что касается зависимости коэффициента A_1 от ФК параметра η , то она уже определена выше (см. (12), (11)). Таким образом, сравнивая (12) с (23), мы приходим к выводу, что отношение T_c/A_1 от величины ФК параметра не зависит, и стало быть, оно слабо зависит и от допинга, поскольку все остальные задействованные в соответствующих уравнениях входные параметры остаются в сверхдопированной области неизменными [28].

ТОПОЛОГИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОЙ СВЕРХПРОВОДИМОСТИ

Обнаруженное Камерлинг-Оннесом в начале 20-го в. в ртути при понижении температуры T до рекордной для того времени $T_c = 4.2$ К явление сверхпроводимости привлекает в себе внимание физиков уже вторую сотню лет. Особенно много работ на эту тему появилось после открытия высокотемпературной сверхпроводимости, сделанное в купратах больше 30 лет назад [29, 30]. Результаты опубликованных за это время экспериментальных работ, полученные в различных лабораториях с помощью разных методик, позволяют надеяться, что мир стоит на пороге новой промышленной революции, когда существование сверхпроводимости при комнатной температуре будет, наконец, документально подтверждено, и она станет доступна для использования в промышленных масштабах. Здесь мы ограничимся только анализом двумерных сверхпроводящих купратов с их квадратной

кристаллической решеткой, потому что именно в купратах были проведены наиболее полные экспериментальные исследования, доказавшие, что в них ВТСП действительно обязана куперовскому спариванию электронов, что делает сценарий, реализованный в теории БКШ, основой и для анализа феномена ВТСП.

В обычных однородных сверхпроводниках, подчиняющихся теории БКШ, сверхпроводимость возникает только тогда, когда в блоке \mathcal{V} фононное притяжение превышает кулоновское отталкивание. В купратах, где мы имеем дело с четырьмя пятнами ФК (см. рис. 6), ситуация меняется потому, что все эти области дают вклад в правую часть уравнения (20), и, вычисляя соответствующий интеграл с помощью теоремы о среднем его значении, мы получаем сумму четырех разных слагаемых, пропорциональных величине и знаку $\Delta_k = \Delta(\mathbf{p}_k)$ [22, 24]:

$$\Delta(\varphi) = - \sum_{k=1}^4 \mathcal{V}(\varphi, \varphi_k) I \Delta_k, \quad (24)$$

где φ — обычная угловая импульсная координата, множитель $\mathcal{V}(\varphi, \varphi_k)$ — усредненное по пятну значение спаривательного блока \mathcal{V} , а

$$I = \frac{1}{2T_c} \int \frac{1 - 2n_*(\mathbf{p})}{\ln [(1 - n_*(\mathbf{p}))/n_*(\mathbf{p})]} \frac{d^2 \mathbf{p}}{(2\pi)^2}. \quad (25)$$

После подстановки формулы (24) в уравнение (20) получается алгебраическая система четырех уравнений, имеющая не одно, как в БКШ-теории, а четыре решения. Здесь мы ограничимся рассмотрением того, которое имеет D -волновую структуру. В нем относительный знак щели меняется при переходе от одного пятна к другому по закону

$$\Delta_k = (-1)^k \Delta, \quad k = 1, 2, 3, 4. \quad (26)$$

Тогда после подстановки этого решения в уравнение (20) и несложной алгебры мы приходим к такому результату:

$$T_c(x) \propto \lambda_D \eta(x). \quad (27)$$

Эффективная константа λ_D куперовского спаривания в D -канале дается формулой [22, 24]

$$\lambda_D = 2\mathcal{V}^+ - \mathcal{V}^0 - \mathcal{V}^{++}, \quad (28)$$

где $\mathcal{V}^0 = \mathcal{V}(\varphi_i, \varphi_i)$, $\mathcal{V}^+ = \mathcal{V}(\varphi_i, \varphi_{i+1})$, $\mathcal{V}^{++} = \mathcal{V}(\varphi_i, \varphi_{i+2})$.

Поскольку в обычном пространстве электрон-фононное притяжение локально, то его вклад в матричные элементы (28) слабо зависит от того, с каким из них мы имеем дело. Поэтому фононный вклад в D -волновое спаривание сокращается, а знак и величина соответствующей эффективной куперовской константы λ_D целиком зависят от

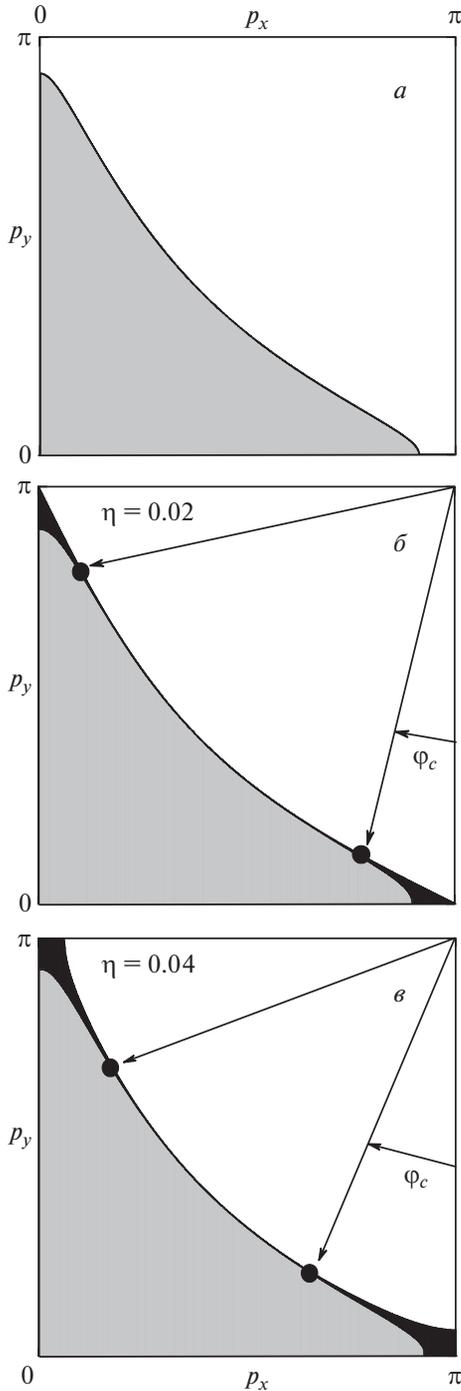


Рис. 6. Фермионная конденсация в зависимости от допинга x в модели Нозьера со взаимодействием, сосредоточенным при $\varphi < \varphi_c$, что грубо моделирует его конечный радиус. *а* — Окрестность критического значения x_c : ФК еще не развит. *б, в* — Плотность ФК (темные области) равна $\eta = 0.02$ и 0.04 соответственно. Критические значения угла $\varphi_c \propto \eta^{1/2} \propto |x - x_c|^{1/2}$ указаны стрелками.

того, как кулоновская часть блока $\mathcal{V}(\mathbf{q})$ падает с ростом переданного импульса. Сделать однозначный вывод об этом в случае сильного кулонов-

ского взаимодействия, где $\alpha > 1$, трудно, но если в определенной области входных параметров знак эффективной константы λ_D способствует куперовскому спариванию, то по сравнению с обычными сверхпроводниками величина щели Δ заметно увеличивается, поскольку компенсации фононного притяжения и кулоновского отталкивания, свойственной ситуации в обычных сверхпроводниках, здесь нет.

СТРУКТУРА СПЕКТРА ОДНОЧАСТИЧНЫХ ВОЗБУЖДЕНИЙ В УСОВЕРШЕНСТВОВАННОЙ ТЕОРИИ ФЕРМИОННОЙ КОНДЕНСАЦИИ

Материал, изложенный в предыдущих разделах, основан на вариационной модели, предложенной много лет назад в работе [3], где это явление обсуждалось впервые, причем модельный спектр одночастичных возбуждений получился *бесщелевым*. Однако фермионный конденсат, появляющийся за точкой топологического перехода, есть совокупность вырожденных одночастичных состояний, и работа с такими состояниями требует усовершенствования математического аппарата, используемого для описания взаимодействия конденсатных и надконденсатных степеней свободы, в результате чего в массовом операторе Σ надконденсатных частиц появляются сингулярности. То, что наличие конденсата приводит к появлению таких сингулярностей в массовом операторе Σ надконденсатных частиц, впервые обнаружил С. Беляев в построенной им теории бозе-жидкости [31]. В этой теории полюсная особенность $\text{Re}\Sigma(p, \varepsilon) \propto 1/(\varepsilon + \varepsilon(p))$ обязана вкладу в интеграл (10) промежуточных состояний, где две частицы принадлежат к конденсатным, имеющим нулевой импульс, а третья, надконденсатная, в силу сохранения полного импульса имеет импульс, противоположный входному.

В отличие от бозе-жидкости, в электронных системах с ФК, где конденсат занимает конечную область импульсного пространства, не запрещен процесс, где все три промежуточные квазичастицы принадлежат ФК, что возможно, если

$$\mathbf{p}_1 \in \Omega, \quad \mathbf{p}_2 \in \Omega, \quad \mathbf{p} + \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2 \in \Omega. \quad (29)$$

В результате в системах с ФК сингулярность массового оператора $\Sigma(\mathbf{p}, \varepsilon)$ усиливается по сравнению с той, которая найдена в бозе-системах. Чтобы продемонстрировать это, надо сначала включить все регулярные компоненты $\Sigma(\mathbf{p}, \varepsilon)$ в одночастичную ландаускую энергию $\varepsilon(\mathbf{p})$. Тогда в области $\mathbf{p} \in \Omega$, занятой ФК, эта энергия равна 0, и интеграл (10) преобразуется к виду [24]

$$\text{Im}\Sigma(\mathbf{p}, \varepsilon > 0) = \Upsilon^2(\mathbf{p})\delta(\varepsilon), \quad (30)$$

$$\text{Re}\Sigma(\mathbf{p}, \varepsilon) = \Upsilon^2(\mathbf{p})/\varepsilon, \quad \mathbf{p} \notin \Omega,$$

где

$$\begin{aligned} \Upsilon(\mathbf{p}, x) &\propto \\ &\propto \left[\int_{\mathcal{C}} |\Gamma^2(\mathbf{p}, \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)| d\mathbf{p}_1 d\mathbf{p}_2 \right]^{1/2} \propto \eta(x), \end{aligned} \quad (31)$$

причем границы области \mathcal{C} интегрирования определяются равенствами

$$\epsilon(\mathbf{p}_1) = \epsilon(\mathbf{p}_2) = \epsilon(\mathbf{p} + \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2) = 0. \quad (32)$$

Подставляя (30) в (9), мы приходим к такому уравнению для нахождения одночастичного спектра:

$$E(\mathbf{p})(E(\mathbf{p}) - \epsilon(\mathbf{p})) = \Upsilon^2(\mathbf{p}), \quad (33)$$

решение которого — щелевое. Характерная величина щели

$$E_{\min}(\mathbf{p}, x) = \Upsilon(\mathbf{p}) \propto \eta(x) \propto |n - n_c|. \quad (34)$$

Новые квазичастичные числа заполнения даются формулой

$$n_*(\mathbf{p}, T) = (1 + e^{E(\mathbf{p})/T})^{-1}. \quad (35)$$

Таким образом, при учете рассеяния токовых, нормальных квазичастиц на конденсате в спектре одночастичных возбуждений нормальной подсистемы появляется *несверхпроводящая щель* Υ . В определенном смысле в сильно коррелированных электронных системах она — более фундаментальная характеристика, чем сверхпроводящая БКШ-щель Δ , для возникновения которой необходимо притяжение между электронами в куперовском канале. А оно существует далеко не всегда. Его нет, например, в несверхпроводящих двумерных электронных системах SiGe/Si/SiGe-квантовых ям, где за точкой топологического перехода щель Υ в одночастичном спектре есть [32]. Поэтому вначале мы применим полученные результаты к однородной двумерной электронной жидкости, обитающей в кремниевых полевых структурах MOSFETs и в SiGe/Si/SiGe-квантовых ямах, где куперовское спаривание отсутствует.

ТОПОЛОГИЧЕСКИЙ ПЕРЕХОД МЕТАЛЛ—ИЗОЛЯТОР В КРЕМНИЕВЫХ ПОЛЕВЫХ СТРУКТУРАХ

Этот переход был открыт в двумерных кремниевых полевых структурах (MOSFETs) еще в прошлом веке [33–35]. Тогда же было показано, что это не фазовый переход, а кроссовер, в котором металлическое поведение сопротивления $\rho(T, n)$ с положительной производной $(d\rho(T, n_c)/dT)_{T=0}$ относительно плавно сменяется изоляторным, где

эта производная становится отрицательной. Впервые объяснение такого совпадения было предложено в работе [36], выполненной на основе теории слабой локализации в двумерной электронной системе [37]. Эксплуатируя в окрестности точки перехода металл—изолятор ренормгрупповой (РГ) формализм, развитый ими ранее [38], авторы выводят уравнение для эволюции перенормировочного множителя z , определяющего вес квазичастицы в одночастичном состоянии, и показывают, что в точке перехода z зануляется, приводя не только к расходимости эффективной массы m^* , но и делая квазичастичное описание непригодным. Однако эксперимент ведет к противоположному результату: оказывается, величина электронной эффективной массы нечувствительна к уровню беспорядка [39]. Более того, совсем недавно были опубликованы результаты измерений, проведенных в SiGe/Si/SiGe-квантовых ямах, где электронная подвижность почти на два порядка выше, чем в MOSFETs. Несмотря на такую огромную разницу в подвижностях, в пределах точности эксперимента плотности n_c и n_t все равно совпадают [32], что в локализационных сценариях объяснению не поддается.

С другой стороны, равенство между n_c и n_t является неотъемлемой частью альтернативного топологического сценария перехода металл—изолятор [24]. В противоположность РГ-подходу [36, 38], в этом сценарии беспорядок вообще не задействован, поэтому в точке топологического перехода перенормировочный множитель z остается конечным, а значит, квазичастичная картина продолжает работать как в самой точке перехода, где расходимость m^* сигнализирует о топологической неустойчивости ландауского состояния, так и за нею. В этой области топологический сценарий предсказывает, что активационная энергия Δ_a совпадает со щелью Υ в одночастичном электронном спектре, которая, согласно формуле (31), меняется линейно с дальнейшим уменьшением плотности. Это предсказание подтверждается в измерениях (см. рис. 7).

ДВУХЩЕЛЕВОЙ СПЕКТР ОДНОЧАСТИЧНЫХ ВОЗБУЖДЕНИЙ В СВЕРХПРОВОДЯЩИХ КУПРАТАХ

Перейдем теперь к анализу структуры электронного спектра сверхпроводящих купратов, полученных в работе [7] и приведенных на рис. 8, которые показывают, что в электронных спектрах одновременно присутствуют две разные щели. Одна — хорошо известная сверхпроводящая куперовская щель Δ , имеющая привычную D -волновую структуру, доминирует на сверхдупированной стороне, где $x > x_o$, но проявляет себя и

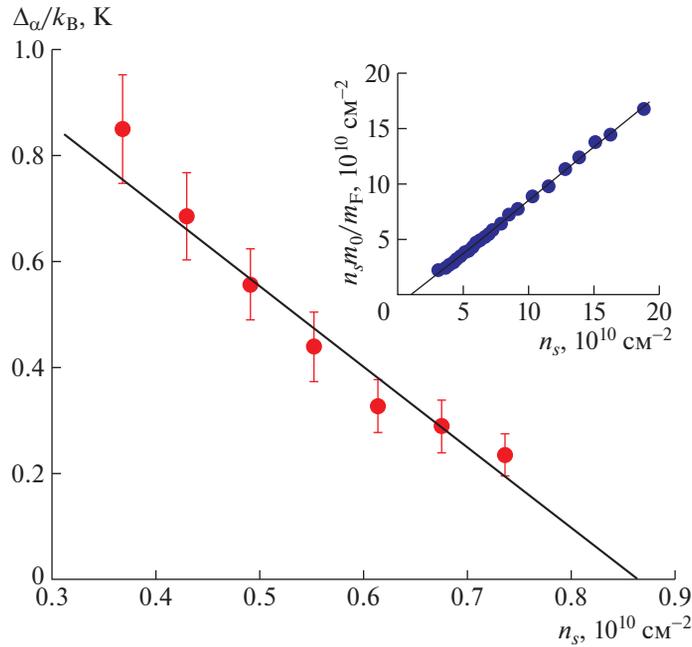


Рис. 7. Энергия активации Δ_a в единицах постоянной Больцмана k_B в SiGe/Si/SiGe квантовой яме в зависимости от электронной плотности n_s [32]. На вставке показано произведение плотности n_s на отношение кристаллической массы $m_0 = 0.19m_e$ к эффективной массе на ферми-поверхности m_F как функция n_s . Обе прямые пересекают горизонтальную ось при плотности $n_s = n_t$.

в недодопированных компаундах тоже. Другая — Υ — исчезает, когда допинг x подходит к критическому $x_c \simeq 0.3$. Однако ее величина быстро растет в противоположном направлении. Как видно из рисунка, по мере того, как x приближается к оптимальному значению x_o , обе щели становятся одного порядка, а на недодопированной стороне нетрадиционная щель уже превосходит куперовскую. Объяснение этому факту, скорее всего, следует искать в том, что наличие куперовской щели Δ в одночастичном спектре размывает сингулярность в $\text{Im}\Sigma$ и подавляет величину соответствующего интеграла (30).

Посмотрим теперь, объясняются ли эти экспериментальные особенности одночастичных спектров в рамках обсуждаемого топологического сценария, где нетрадиционная щель отождествляется с несверхтекучей щелью $\Upsilon(\mathbf{p})$. С теоретической точки зрения главное отличие однородных двумерных электронных систем от купратов заключается в том, что в последних ФК занимает не всю поверхность Ферми, а только ее часть, примыкающую к границам зоны Бриллюэна (см. рис. 6). Поэтому кинематические ограничения (32) выходят на первый план. Например, для входного импульса \mathbf{p} , располагающегося на линии Ферми недалеко от диагоналей зоны (район узла, “nodal region”), условия (32) не выполняются при $\eta \rightarrow 0$, и, следовательно, интеграл (31) зануляется, приводя к выводу, что в этом пределе несверх-

проводящая щель $\Upsilon(\mathbf{p})$ исчезает. Когда импульс \mathbf{p} уходит из района узла, то при $\Delta = 0$ щель $\Upsilon(\mathbf{p})$ становится отличной от нуля, однако при $\Delta_D \neq 0$ величина последней, которая в основном определяется вкладом узлового района, все еще очень мала, в согласии с тем, что мы видим на рис. 6a. По направлению к противоположной стороне фазовой диаграммы ФК параметр η растет, и с его ростом щель $\Upsilon(\mathbf{p})$ начинает тоже расти, особенно в области, занятой ФК (“antinodeal region”), где с ростом η роль кинематических ограничений (32) быстро уменьшается. При этом, как видно из уравнения для Δ , ее величина падает. Качественно эти выводы согласуются не только с тем экспериментом, результаты которого приведены на рис. 8, но и с неметаллическим поведением сопротивления $\rho(T)$ (bad metal) в нормальной фазе при $x < x_o$, последнее — простое следствие формулы (35). Для количественного описания проблемы надо аккуратно учитывать интерференцию двух щелей друг с другом, анализ которой довольно громоздок и будет выполнен в другой работе.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе мы проанализировали фермионную конденсацию — специфическую перестройку основных состояний сильно коррелированных ферми-систем, спонтанно происходящую в них без изменения симметрии и заключающуюся в

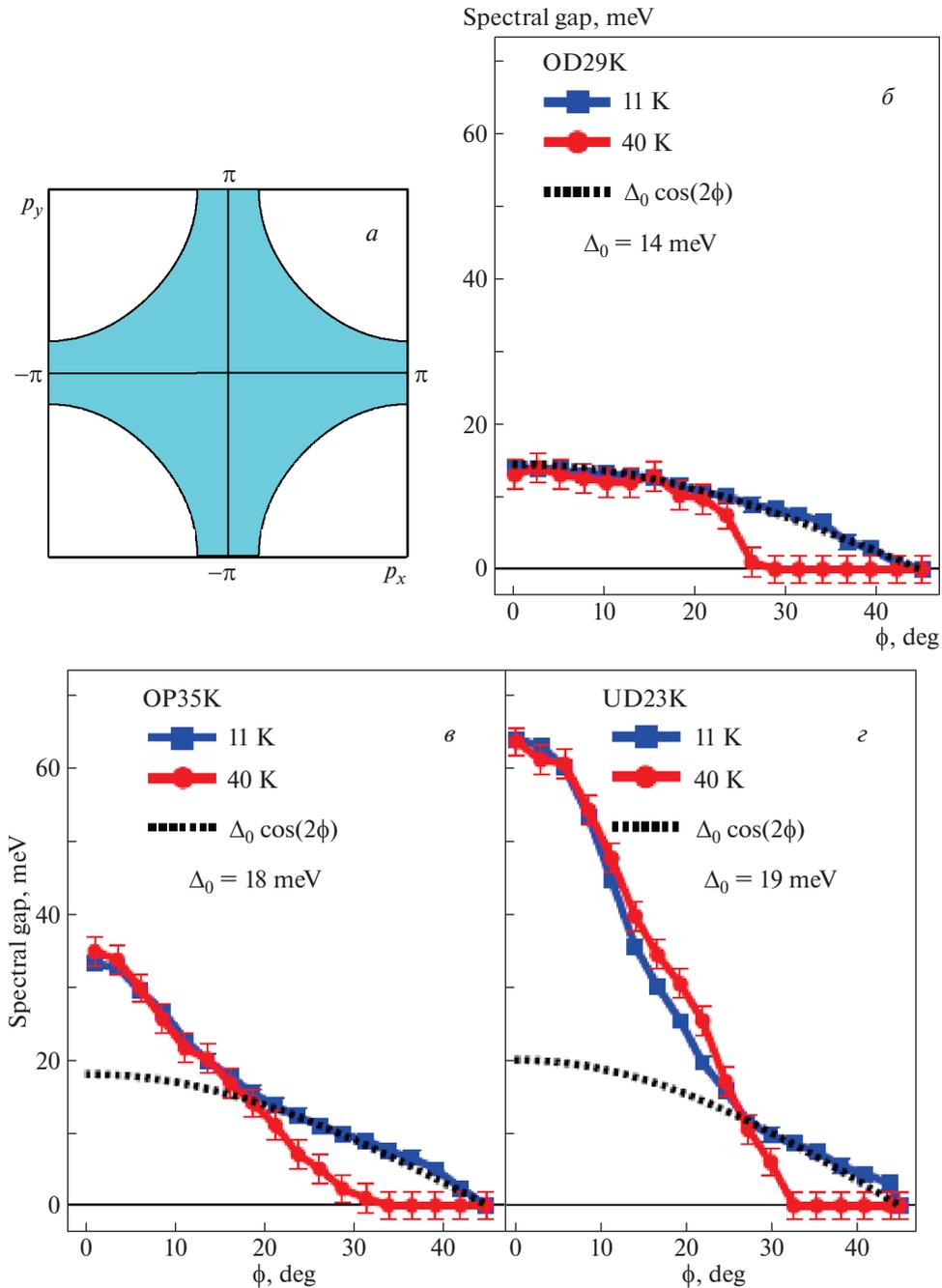


Рис. 8. *a* — Контур ферми-поверхности в Bi2201. Остальные части рисунка — угловая зависимость суммарной щели в спектре этого компаунда, полученной в работе [7] на основе анализа фотоэмиссионных данных для трех значений допинга при температурах $T = 11$ K $< T_c$ (квадратики) и $T = 40$ K $> T_c$ (кружки); *б* — сверхдопированное соединение, в котором ФК еще нет; *в* — оптимальный допинг x_o , где $T_c(x)$ достигает максимального значения; *г* — недодопированное соединение.

возникновении фермионного конденсата — группы одночастичных состояний, имеющих нулевую энергию. Как мы видели, спектр систем, испытывающих такую перестройку, довольно широк — от электронных жидкостей кристаллов до сверхплотной кварковой материи. Мы показали, что появление конденсата с нулевой энергией является триггером

дальнейшей перестройки основного состояния, в результате чего сам конденсат тоже перестраивается. Поэтому для изучения конденсатных свойств предпочтителен температурный интервал $T_c^{\max} < T < T_f$, где T_c^{\max} — максимальная из температур, выше которой симметрия основного состояния уже не нарушается, а T_f — характерная

температура разрушения ФК. При более низких температурах $T < T_c^{\max}$ в эксперименте, в первую очередь, проявляются свойства фаз с нарушенной симметрией, характеристики которых заметно отличаются от обычных. В качестве примера можно привести трехмерные волны зарядовой плотности — в обычных металлах они отделены большой ленгмюровской щелью, а в высокотемпературных сверхпроводниках, по-видимому, могут сосуществовать со сверхпроводимостью [40]. Другой подробно разобранный в работе пример — сама высокотемпературная сверхпроводимость, где наличие ФК меняет не только критическую температуру T_c , но и структуру самого спаривания.

В этой проблеме есть одна загадка, которая редко обсуждается в литературе. Она связана с тем фактом, что меньше чем за десятилетие с момента открытия этого фундаментального явления [29] максимальная критическая температура разрушения сверхпроводимости, достигнутая в исследованиях, выросла в несколько раз, превзойдя в 1993 г. 150 К [40]. С тех пор она не сдвинулась с места ни на йоту (мы оставляем в стороне несколько сенсационных результатов, опубликованных за это время в печати, поскольку пока они не подтверждены другими исследованиями). В рамках топологического сценария разгадка этого парадокса, вероятно, состоит в сосуществовании в сверхпроводящих купратах двух щелей Δ и Υ . В сверхдопированных купратах по кинематическим причинам, обсуждавшимся выше, щель Υ стремится к 0 быстрее, чем Δ , когда $x \rightarrow x_c$, и в этом районе $T-x$ фазовой диаграммы роль щели Υ мала. Но с ростом разницы между x_c и x эта щель растет быстрее, чем куперовская, и ее присутствие подавляет куперовскую щель Δ , так что та, а с нею вместе и критическая температура T_c , не достигают тех значений, которые должны были бы достичь, если бы щели Υ не существовало.

Возникновение несверхпроводящей щели Υ ответственно за еще одно фундаментальное явление — топологический кроссовер металл—изолятор, обнаруженный в двумерных кремниевых полевых структурах [32]. Его отличительной чертой является тот факт, что плотность n_c , при которой этот кроссовер происходит, и электронная система становится изолятором, фактически совпадает с плотностью n_t , при которой расходится электронная эффективная масса, и топологическая стабильность состояния Ландау нарушается. За точкой перехода рассчитанное сопротивление имеет стандартную активационную форму, причем в согласии с экспериментом [32] энергия активации меняется линейно с изменением плотности.

Авторы благодарны Г.Е. Воловику, Р. Грину, В.Т. Долгополову, А. Камински, Я. Копелевичу,

С.В. Кравченко, Л.П. Питаевскому и В.Р. Шагиняну за полезное обсуждение затронутых в работе вопросов. Авторы также выражают глубокую признательность А. Камински, разрешившему использовать рис. 8 из работы [7], и С.В. Кравченко, предоставившему рис. 7. В.А.К. и Дж.У.К. благодарят за поддержку МакДоннелловский Центр космических наук, Дж.У.К. также признателен Центру математических наук Университета Мадейры за гостеприимство.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. И. М. Лифшиц, ЖЭТФ **38**, 1569 (1960).
2. Л. Д. Ландау, ЖЭТФ **30**, 1058 (1956).
3. В. А. Ходель, В. Р. Шагинян, Письма в ЖЭТФ **51**, 488 (1990).
4. G. E. Volovik, JETP Lett. **53**, 222 (1991); Springer Lect. Notes Phys. **718**, 31 (2007).
5. P. Nozières, J. Phys. I France **2**, 443 (1992).
6. V. A. Khodel, J. W. Clark, and M. V. Zverev, Phys. Rev. B **78**, 075120 (2008).
7. A. Kaminski, T. Kondo, T. Takeuchi, and G. Gu, Philos. Mag. **95**, 453 (2015).
8. М. В. Зверев, В. А. Ходель, В. Р. Шагинян, ЖЭТФ **109**, 1054 (1996) [JETP **82**, 567 (1996)].
9. М. В. Зверев, В. В. Борисов, Письма в ЖЭТФ **81**, 623 (2005).
10. Л. П. Питаевский, ЖЭТФ **37**, 1794 (1959).
11. V. R. Shaginyan, JETP Lett. **81**, 222 (2005).
12. V. R. Shaginyan, A. Z. Mzezane, V. A. Stephanovich, G. S. Japaridze, and E. V. Kirichenko, Phys. Scr. **99**, 065801 (2019).
13. Y. S. Kushnirenko, A. A. Kordyuk, A. V. Fedorov, E. Haubold, T. Wolf, B. Büchner, and S. V. Borisenko, Phys. Rev. B **96**, 100504 (R) (2017).
14. А. Б. Мигдал, *Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер* (Наука, 1967).
15. В. А. Ходель, В. Р. Шагинян, П. Шук, Письма в ЖЭТФ **63**, 719 (1996).
16. В. А. Ходель, М. В. Зверев, Письма в ЖЭТФ **74**, 565 (2001).
17. M. G. Alford, A. Schmitt, K. Rajagopal, and T. Schafer, Rev. Mod. Phys. **80**, 1455 (2008).
18. C. J. Pethick, G. Baym, and H. Monien, Nucl. Phys. A **498**, 313 (1989).
19. А. Н. Колмогоров, Пробл. передачи информ. **1**, 3 (1965).
20. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, *Методы квантовой теории поля в статистической физике* (Физматгиз, Москва, 1962).
21. V. A. Khodel and M. V. Zverev, JETP Lett. **85**, 404 (2007).
22. V. A. Khodel, J. W. Clark, and M. V. Zverev, JETP Lett. **105**, 267 (2017).
23. В. А. Ходель, Дж. У. Кларк, М. В. Зверев, Письма в ЖЭТФ **108**, 267 (2018).
24. V. A. Khodel, J. Low Temp. Phys. **191**, 14 (2018).

25. R. A. Cooper, Y. Wang, B. Vignolle, O. J. Lipscombe, S. M. Hayden, Y. Tanabe, T. Adachi, Y. Koike, M. Nomura, H. Takagi, C. Proust, and N. E. Hussey, *Science* **323**, 603 (2009).
26. N. E. Hussey, R. A. Cooper, X. Xu, I. Mouzopoulou, Y. Wang, B. Vignolle, and C. Proust, *Phys. Trans. R. Soc. A* **369**, 1626 (2011).
27. N. E. Hussey, H. Gordon-Moys, J. Kokaly, and R. H. McKenzie, *J. Phys.: Conf. Ser.* **449**, 012004 (2013).
28. V. A. Khodel, J. W. Clark, and M. V. Zverev, *Phys. Lett. A* **318**, 3281 (2018).
29. J. G. Bednorz and K. A. Müller, *Z. Phys. B* **64**, 189 (1986); *Rev. Mod. Phys.* **60**, 585 (1988).
30. M. K. Wu, J. R. Ashburn, C. J. Torng, P. H. Hor, R. L. Meng, L. Goa, Z. J. Huang, Y. Q. Wang, and C. W. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 908 (1987).
31. С. Т. Беляев, *ЖЭТФ* **34**, 417 (1958); **34**, 433 (1958).
32. M. Yu. Mel'nikov, A. A. Shashkin, V. T. Dolgoplov, A. X. Y. Zhu, S. V. Kravchenko, S. H. Huang, and C. W. Liu, *Phys. Rev. B* **99**, 081106 (R) (2019).
33. S. V. Kravchenko, G. V. Kravchenko, J. G. Furneaux, V. M. Pudalov, and M. D'Iorio, *Phys. Rev. B* **50**, 8039 (1994).
34. E. Abrahams, S. V. Kravchenko, and M. P. Sarachik, *Rev. Mod. Phys.* **73**, 251 (2001).
35. S. V. Kravchenko and M. P. Sarachik, *Rep. Prog. Phys.* **67**, 1 (2004).
36. A. Punnoose and A. M. Finkel'stein, *Science* **310**, 289 (2005).
37. B. L. Altshuler and A. G. Aronov, *Mod. Problems Cond. Mat. Sci.* **10**, 1 (1985).
38. A. Punnoose and A. M. Finkel'stein, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 016802 (2002).
39. A. A. Shashkin, A. A. Kapustin, E. V. Deviatov, V. T. Dolgoplov, and Z. D. Kvon, *Phys. Rev. B* **76**, 241302 (R) (2007).
40. B. Keimer, S. A. Kivelson, M. R. Norman, S. Uchida, and J. Zaanen, *Nature* **518**, 179 (2015).

FERMION CONDENSATION: THEORY AND EXPERIMENT

V. A. Khodel^{1),2)}, J. W. Clark^{2),3)}, M. V. Zverev^{1),4)}

¹⁾*National Research Centre Kurchatov Institute, Moscow, Russia*

²⁾*McDonnell Center for the Space Sciences & Department of Physics, Washington University, St. Louis, USA*

³⁾*Centro de Investigação em Matemática e Aplicações, University of Madeira, Madeira, Portugal*

⁴⁾*Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny, Russia*

Fundamentals of physics of fermion condensation are outlined. This phase transition occurs in strongly correlated Fermi systems by virtue of a topological reconstruction of the Landau ground state with formation of the so-called fermion condensate, a dispersionless portion of the single-particle spectrum $\epsilon(\mathbf{p}) = 0$ associated with the divergent density of single-particle states. To solve the set of nonlinear integral equations of theory of fermion condensation a specific method is developed. Computational technique is demonstrated for superdense quark-gluon plasma, where the structure of exchange quark-quark interactions is well established. In superfluid systems with the fermion condensate, the magnitude of the gap Δ in the single-particle spectrum owed to Cooper pairing is shown to be much larger than that in Bardeen-Cooper-Schrieffer theory, providing explanation for both high temperature T_c of the superconducting transition, and, with account of C_4 symmetry of the crystal lattice, D -wave structure of $\Delta(\mathbf{p})$, in agreement with experimental data on cuprates. It is found that in the spectrum of excitations of systems with a fermion condensate, there exists a different non-superconducting gap Υ , whose origin is due to interaction of the fermion condensate with normal quasiparticles, residing in momentum space outside the condensate region. We discuss correlation between the results obtained and a two-gap structure of single-particle spectrum, recently uncovered in available ARPES data on high- T_c superconductors.

ПОЛУМИКРОСКОПИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ЗАРЯДОВО-ОБМЕННЫХ СПИН-МОНОПОЛЬНЫХ ВОЗБУЖДЕНИЙ В СРЕДНЕТЯЖЕЛЫХ СФЕРИЧЕСКИХ ЯДРАХ

© 2020 г. Г. В. Коломийцев^{1)*}, М. Г. Урин^{1)**}

Поступила в редакцию 28.08.2019 г.; после доработки 28.08.2019 г.; принята к публикации 28.08.2019 г.

Сформулированная недавно полумикроскопическая частично-дырочная дисперсионная оптическая модель использована для описания основных свойств гамов-теллеровского и зарядово-обменных гигантских спин-монопольных резонансов в среднетяжелых ядрах с заполненными оболочками. Указанное описание включает усредненные по энергии силовые функции, проецированные переходные плотности, парциальные вероятности прямого однонуклонного распада. Предложенный подход реализован на примере материнского ядра ^{208}Pb . Результаты расчетов сравниваются с имеющимися экспериментальными данными.

DOI: 10.31857/S0044002720020178

Посвящается памяти Э.Е. Саперштейна

1. ВВЕДЕНИЕ

Описание основных свойств произвольного гигантского резонанса, включающих силовую функцию, переходную плотность, вероятности прямого однонуклонного распада, было до недавнего времени открытой проблемой. Только подходы, допускающие совместный учет основных мод релаксации высокоэнергетических возбуждений типа частица–дырка (ч–д), формирующих гигантские резонансы, могут претендовать на решение указанной проблемы. К основным модам релаксации относятся распределение ч–д-силы (затухание Ландау), связь ч–д-конфигураций с одночастичным континуумом и многочастичными конфигурациями (фрагментационный эффект). К упомянутым подходам относится частично-дырочная дисперсионная оптическая модель (ЧДДОМ), сформулированная в применении к среднетяжелым ядрам с заполненными оболочками. Модель представляет собой микроскопически обоснованное обобщение стандартной [1] и нестандартной [2] версий континуумного приближения случайной фазы (кПСФ) на случай феноменологического учета фрагментационного эффекта [3, 4]. Из реализованных приложений модели отметим имеющее непосредствен-

ное отношение к теме представленного исследования описание основных свойств высокоэнергетических зарядово-обменных монопольных возбуждений [5, 6].

В работе предлагается описание в рамках ЧДДОМ основных свойств гамов-теллеровского резонанса (ГТР), обертона ГТР — изовекторного гигантского спин-монопольного резонанса в $\beta^{(-)}$ -канале (ИВГСМР⁽⁻⁾), изобарического партнера ИВГСМР⁽⁻⁾ — ИВГСМР⁽⁺⁾. Модель реализована в применении к упомянутым резонансам в материнском ядре ^{208}Pb . Именно для этого материнского ядра имеются уникальные экспериментальные данные относительно прямого однопротонного распада ГТР [7] и ИВГСМР⁽⁻⁾ [8]. Отметим также попытки описания свойств ГТР и ИВГСМР⁽⁻⁾, предпринятые в рамках упрощенных (микроскопически недостаточно обоснованных) версий модели [9–11].

В разд. 2 в применении к зарядово-обменным спин-монопольным возбуждениям приведены основные соотношения модели, являющиеся непосредственным обобщением соотношений, приведенных в [5]. На этой основе в разд. 3 реализовано описание основных свойств ГТР и ИВГСМР^(\mp) в материнском ядре ^{208}Pb . Заключительные замечания содержатся в разд. 4.

2. БАЗОВЫЕ СООТНОШЕНИЯ МОДЕЛИ

Будучи непосредственным обобщением кПСФ на случай учета фрагментационного эффекта,

¹⁾Национальный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, Москва, Россия.

*E-mail: kolomiytsev@theor.mephi.ru

**E-mail: urin@theor.mephi.ru

текущая версия ЧДДОМ содержит следующие ингредиенты. 1) Частично самосогласованное феноменологическое среднее поле ядра, детально описанное в [12]. 2) Взаимодействие Ландау–Мигдала $F(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \rightarrow (F' + G'\sigma_1\sigma_2)\tau_1\tau_2\delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$ с интенсивностью F' , определяющей потенциал симметрии в указанном среднем поле. 3) Интенсивность $\Pi(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) = (-iW(\omega) + P(\omega))f(r)f(r')$ усредненного по энергии и определенным образом параметризованного ч-д массового оператора, ответственного за фрагментационный эффект (ω — энергия возбуждения, $f(r)$ — функция Вудса–Саксона, использованная в [12]; действительная часть $P(\omega)$ определяется мнимой частью $W(\omega)$ с помощью некоторого дисперсионного соотношения [3, 13]). Среднее поле определяет энергии ε_μ и радиальные волновые функции $r^{-1}\chi_\mu(r)$ связанных состояний нуклонов ($\mu = \{n_{r,\mu}, (\mu)\}$, $(\mu) = \{j_\mu, l_\mu\}$ — набор одночастичных квантовых чисел, $\mu = \pi$ для протонов и $\mu = \nu$ для нейтронов).

По форме базовые уравнения ЧДДОМ близки к соответствующим уравнениям кПСФ. Пусть $V_\sigma^{(-)}(x) = V(r)\sigma_M\tau^{(-)}$ — спин-монопольное внешнее поле (пробный оператор для возбуждений в $\beta^{(-)}$ -канале), где σ_M — матрицы Паули в сферическом базисе, $V_{GT}(r) = 1$ для GT-возбуждений и $V_{SM}(r) = r^2 - \eta$ для спин-монопольных возбуждений (о выборе параметра η см. ниже). В рамках ЧДДОМ усредненные по энергии силовые функции $S_V^{(-)}(\omega)$, отвечающие указанным пробным операторам, определяются соотношением (см., например, [5]):

$$S_V^{(-)}(\omega) = \quad (1)$$

$$= -\frac{1}{\pi} \text{Im} \int V(r)A_\sigma^{(-)}(r, r', \omega)\tilde{V}^{(-)}(r', \omega)drdr',$$

в котором соответствующее эффективное поле $\tilde{V}^{(-)}(r, \omega)$ удовлетворяет уравнению:

$$\tilde{V}^{(-)}(r, \omega) = V(r) + \quad (2)$$

$$+ \frac{G'}{2\pi r^2} \int A_\sigma^{(-)}(r, r', \omega)\tilde{V}^{(-)}(r', \omega)dr'.$$

В этих соотношениях $(rr')^{-2}A_\sigma^{(-)}(r, r', \omega)$ — радиальная спин-монопольная компонента “свободного” частично-дырочного пропагатора в $\beta^{(-)}$ -канале. Явное выражение для этой базовой величины, в которой учтены как фрагментационный эффект, так и одночастичный континуум, можно получить из соответствующего выражения для радиальной монопольной компоненты (приведено в [5]) путем замены монопольного кинематического фактора $t_{(\pi)(\nu)}^2 = (2j_\nu + 1)\delta_{(\pi)(\nu)}$ на спин-монопольный:

$(t_{(\pi)(\nu)}^\sigma)^2 = \frac{1}{3}\langle(\pi)||\sigma||(\nu)\rangle^2$. Отметим, что выражение для $A_\sigma^{(-)}(r, r', \omega)$ содержит наряду с волновыми функциями связанных состояний $\chi_\mu(r)$ также функции Грина одночастичного уравнения Шредингера $g_{(\mu)}(r, r', \varepsilon)$, в котором содержится комплексная добавка к среднему полю, пропорциональная $(-iW(\omega) + P(\omega))f(r)$. Это же уравнение Шредингера определяет континуумные волновые функции $\chi_{\varepsilon,(\mu)}(r)$, имеющие асимптотику в виде “стоячей волны” и в пределе $W = P = 0$ нормированные на δ -функцию от энергии. Вместе с эффективным полем $\tilde{V}^{(-)}(r, \omega)$ эти волновые функции определяют парциальные силовые функции прямого однопротонного распада ГТР (или ИВГСМР $^{(-)}$) с заселением нейтронно-дырочного состояния ν^{-1} ядра-продукта:

$$S_{V,\nu}^{(-),\uparrow}(\omega) = \sum_{(\pi)} n_\nu (t_{(\pi)(\nu)}^\sigma)^2 \times \quad (3)$$

$$\times \left| \int \chi_{\varepsilon=\varepsilon_\nu+\omega,(\pi)}^*(r)\tilde{V}^{(-)}(r, \omega)\chi_\nu(r)dr \right|^2.$$

Здесь n_ν — числа заполнения (равны 1 для заполненной нейтронной оболочки в материнском ядре), а энергия возбуждения компаунд-ядра ($Z + 1, N - 1$) ω отсчитана от энергии основного состояния материнского ядра (Z, N). Парциальная силовая функция (3) вместе с соотношением (1) определяет парциальную вероятность прямого однопротонного распада ГТР (или ИВГСМР $^{(-)}$) по каналу ν согласно соотношению

$$b_{V,\nu}^{(-),\uparrow}(\delta^{(-)}) = \quad (4)$$

$$= \int_{\delta^{(-)}} S_{V,\nu}^{(-),\uparrow}(\omega)d\omega / \int_{\delta^{(-)}} S_V^{(-)}(\omega)d\omega,$$

где $\delta^{(-)}$ — энергетический интервал, включающий рассматриваемый ГР. В отсутствие фрагментационного эффекта (т.е. в рамках кПСФ) полная вероятность однопротонного распада $b_{V,\text{tot}}^{(-),\uparrow} = \sum_\nu b_{V,\nu}^{(-),\uparrow}$ стремится к единице независимо от выбора интервала $\delta^{(-)}$ (условие унитарности).

Для описания спин-монопольных возбуждений в $\beta^{(+)}$ -канале выражения для спин-монопольной силовой функции $S_V^{(+)}(\omega)$ и парциальной силовой функции однейтронного распада $S_{V,\pi}^{(+),\uparrow}(\omega)$, отвечающих внешнему полю $V_\sigma^{(+)}(x) = V(r)\sigma_M\tau^{(+)}$, следуют из (1)–(4) после замены $\pi \rightleftharpoons \nu$. При этом ω представляет собой энергию возбуждения компаунд-ядра ($Z - 1, N + 1$), отсчитанную от

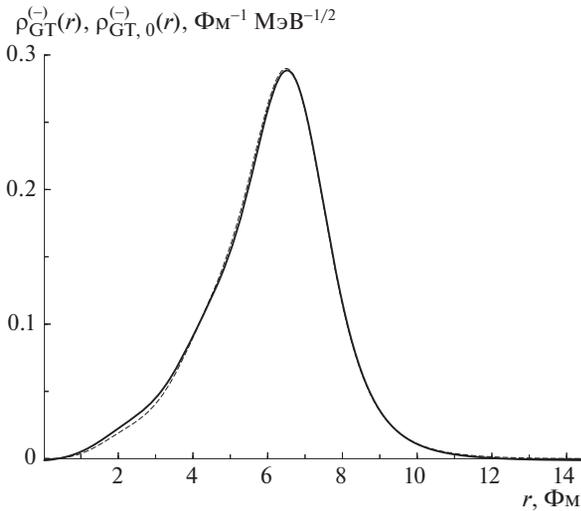


Рис. 1. Проецированная переходная плотность ГТР (в $\text{Фм}^{-1} \text{МэВ}^{-1/2}$), вычисленная при энергии максимума ГТР в рамках кПСФ (штриховая кривая) и ЧДДОМ (сплошная кривая) для материнского ядра ^{208}Pb .

энергии основного состояния материнского ядра (Z, N).

Совместный анализ спин-монопольных возбуждений в $\beta^{(\mp)}$ -каналах позволяет контролировать результаты расчетов силовых функций $S_V^{(\mp)}(\omega)$ с помощью неэнергетически взвешенного правила сумм:

$$\begin{aligned} \text{NEWSR}_V &= \int S_V^{(-)}(\omega) d\omega - & (5) \\ &- \int S_V^{(+)}(\omega) d\omega = 4\pi \int V^2(r) n^{(-)}(r) r^2 dr, \end{aligned}$$

где $n^{(-)} = n^n(r) - n^p(r)$ — плотность нейтронного избытка.

К основным свойствам рассматриваемых ГР относится проецированная (т.е. отвечающая заданному внешнему полю $V_\sigma^{(\mp)}(x)$) переходная плотность. Радиальная компонента этой плотности определяется соответствующим эффективным полем $\tilde{V}^{(\mp)}$ согласно соотношению [14]

$$\rho_V^{(\mp)}(r, \omega) = -\frac{2 \text{Im } r^2 \tilde{V}^{(\mp)}(r, \omega)}{G' \sqrt{S_V^{(\mp)}(\omega)}}. \quad (6)$$

Проецированная переходная плотность нормирована условием $S_V^{(\mp)}(\omega) = \left(\int \rho_V^{(\mp)}(r, \omega) V(r) dr \right)^2$.

В заключение этого раздела остановимся на выборе параметра η в выражении для радиальной части спин-монопольного внешнего поля $V_{SM}(r) = r^2 - \eta$, приводящего к возбуждению обертона

ГТР. Величина η находится из условия минимального возбуждения ГТР этим полем, т.е. из условия минимума “смешанной” силовой функции, проинтегрированной по окрестности ГТР:

$$\eta = \arg \min_{\eta > 0} \int d\omega \left(\int \rho_{GT}^{(-)}(r, \omega) V_{SM}(r) dr \right)^2. \quad (7)$$

Отметим, что альтернативный (и формально более точный) метод нахождения параметра η состоит в минимизации силовой функции ИВГСМР $^{(-)}$, также проинтегрированной по окрестности ГТР. Удобно выбрать радиальную зависимость спин-монопольного внешнего поля одинаковой при описании свойств ИВГСМР $^{(\mp)}$. Такой выбор позволяет контролировать результаты расчетов силовых функций с помощью правила сумм (5).

3. ОПИСАНИЕ СПИН-МОНОПОЛЬНЫХ РЕЗОНАНСОВ В МАТЕРИНСКОМ ЯДРЕ ^{208}Pb

Описание основных свойств ГТР и ИВГСМР $^{(\mp)}$ в материнском ядре ^{208}Pb начнем с использования кПСФ в качестве нулевого приближения. В указанном приближении единственным подгоночным параметром модели является интенсивность $g' = G' / (300 \text{ МэВ } \text{Фм}^3)$ спин-изоспиновой части взаимодействия Ландау–Мигдала. Величину $g'_0 = 0.78$ найдем из условия совпадения энергии максимума, вычисленной согласно (1), (2) в пределе $W = P = 0$ силовой функции $S_{GT,0}^{(-)}(\omega)$, с экспериментальной энергией ГТР $E_x^{\text{exp}} = 15.6 \pm 0.2 \text{ МэВ}$ [7] ($E_x = \omega \mp Q^{(\mp)}$, где $Q^{(\mp)}$ — разность энергий основного состояния ядер ($Z \pm 1, N \mp 1$) и (Z, N)). Существенно подавленная из-за принципа Паули расчетная силовая функция $S_{GT,0}^{(+)}(\omega)$ использована для проверки выполнения правила сумм $\text{NEWSR}_{GT} = N - Z$. Процент исчерпания правила сумм составил 97.5% (энергетический интервал по $\omega = 0.1 - 80 \text{ МэВ}$).

Другой расчетной характеристикой ГТР является проецированная переходная плотность (6). На рис. 1 показана вычисленная в рамках кПСФ переходная плотность $\rho_{GT,0}^{(-)}(r, \omega = \omega_{GT,0})$. Переходная плотность $\rho_{GT,0}^{(-)}(r, \omega)$ использована согласно (7) для определения параметра η_0 в выражении для радиальной части пробного оператора $V_{SM}(r)$. Величина этого параметра оказалась равной $\eta_0 = 40.05 \text{ Фм}^2$. Отметим, что указанные в разд. 2 методы нахождения параметра η_0 приводят к одинаковому результату, поскольку в рамках кПСФ двойная переходная плотность факторизируется в

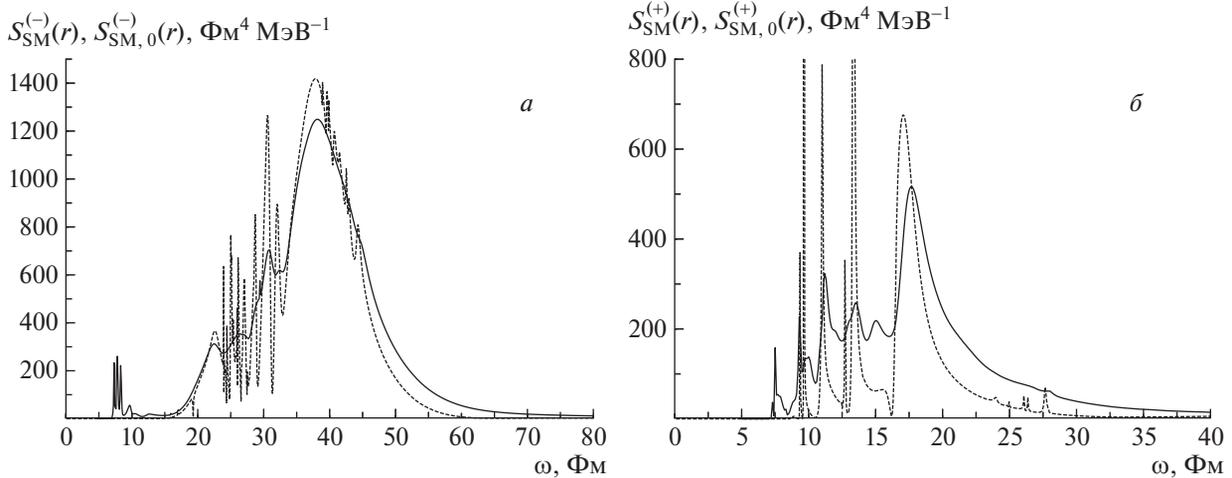


Рис. 2. Силовые функции ИВГСМР⁽⁻⁾ (а) и ИВГСМР⁽⁺⁾ (б) (в $\text{Фм}^4 \text{МэВ}^{-1}$), вычисленные в рамках кПСФ (штриховые кривые) и ЧДДОМ (сплошные кривые) для материнского ядра ^{208}Pb .

терминах однократной переходной плотности, которая не зависит от внешнего поля.

Результаты расчетов силовых функций $S_{\text{SM},0}^{(\mp)}(\omega)$, выполненных в рамках кПСФ согласно (1), (2) с использованием определенного выше параметра η_0 , приведены на рис. 2. Найденный для широких энергетических интервалов процент исчерпания правила сумм (5) составил 104.1%.

Парциальные вероятности прямого однопротонного распада ГТР и ИВГСМР⁽⁻⁾, $b_{V,\nu,0}^{(-),\uparrow}$, вычисленные в рамках кПСФ согласно (4), нормированы условием $\sum_{\nu} b_{V,\nu,0}^{(-),\uparrow} = 1$ (табл. 1 и 2). Аналогичное соотношение имеет место и в применении к прямому однейтронному распаду ИВГСМР⁽⁺⁾: $\sum_{\pi} b_{V,\pi,0}^{(+),\uparrow} = 1$ (табл. 2).

Таблица 1. Вычисленные в различных приближениях (см. текст) парциальные вероятности прямого однопротонного распада ГТР в материнском ядре ^{208}Pb в сравнении с экспериментальными данными [7]

ν	$b_{\text{GT},\nu,0}^{(-),\uparrow}, \%$	$b_{\text{GT},\nu}^{(-),\uparrow}, \%$	$\tilde{b}_{\text{GT},\nu}^{(-),\uparrow}, \%$	$b_{\text{GT},\nu,\text{exp}}^{(-),\uparrow}, \%$
$3p_{1/2}$	46.7	1.1	1.1	1.8 ± 0.5
$2f_{5/2}$	19	2.1	2.0	2.7 ± 0.6
$3p_{3/2}$	33.7	1.3	1.3	
$1i_{13/2}$	0.1	0.5	0.4	0.2 ± 0.2
$2f_{7/2}$	0.4	1.0	0.7	0.4 ± 0.2
Другие	0.1	0.4	—	—
Итого	100	6.4	—	4.9 ± 1.3

В феноменологическом описании фрагментационного эффекта в рамках ЧДДОМ мнимая часть интенсивности ч-д массового оператора $W(E_x)$ выбирается в виде трехпараметрической функции энергии возбуждения [5]. Параметры “щели” и “насыщения” в этой функции выбраны универсальными для среднетяжелых ядер величинами, тогда как величина “силы” α является подгоночным параметром. Величину $\alpha = 0.05 \text{ МэВ}^{-1}$ найдем из условия описания в рамках модели наблюдаемой полной ширины ГТР $\Gamma_{\text{GT}}^{\text{exp}} = 3.72 \pm 0.25 \text{ МэВ}$ [7] в расчетной силовой функции $S_{\text{GT}}^{(-)}(\omega)$ (1), (2). Из-за появления небольшого фрагментационного сдвига энергии ГТР несколько меняется величина параметра Ландау–Мигдала $g' = 0.75$, определенная из условия совпадения максимума расчетной силовой функции $S_{\text{GT}}^{(-)}(\omega)$ (показана на рис. 3) с экспериментальной энергией ГТР. После фиксации параметров α и g' дальнейшее описание свойств ГТР, а также описание основных свойств ИВГСМР^(\mp) реализуется в рамках модели без использования свободных параметров.

Величина проецированной переходной плотности ГТР $\rho_{\text{GT}}^{(-)}(r, \omega = \omega_{\text{GT}})$, вычисленная согласно (6), показана на рис. 1. С использованием этой переходной плотности оценена согласно (7) величина параметра $\eta = 38.79 \text{ Фм}^2$ в выражении для пробного оператора $V_{\text{SM}}(r)$. Парциальные вероятности прямого однопротонного распада ГТР $b_{\text{GT},\nu}^{(-),\uparrow}$, вычисленные согласно (3), (4) для энергетического интервала $\omega = 13\text{--}24 \text{ МэВ}$, приведены в табл. 1 вместе с соответствующими экспериментальными данными [7]. “Неодночастичную” природу состояний ν^{-1} ядра-продукта ^{207}Pb можно приближен-

Таблица 2. Вычисленные в рамках кПСФ и ЧДДОМ парциальные и полные вероятности прямого однонуклонного распада ИВГСМР^(±) в материнском ядре ²⁰⁸Pb в сравнении с экспериментальными данными [8] (в последней строке в скобках указана сумма по экспериментально наблюдаемым каналам)

ИВГСМР ⁽⁻⁾					ИВГСМР ⁽⁺⁾		
ν	$b_{SM,\nu,0}^{(-),\uparrow}, \%$	$b_{SM,\nu}^{(-),\uparrow}, \%$	$\check{b}_{SM,\nu}^{(-),\uparrow}, \%$	$b_{SM,\nu,exp}^{(-),\uparrow}, \%$	π	$b_{SM,\pi,0}^{(+),\uparrow}, \%$	$b_{SM,\pi}^{(+),\uparrow}, \%$
3p _{1/2}	5	2	2	—			
2f _{5/2}	10	6	6	—			
3p _{3/2}	10	5	5	—	3s _{1/2}	8	3
1i _{13/2}	24	22	20	—	2d _{3/2}	11	3
2f _{7/2}	14	9	7	13 ± 5	1h _{11/2}	62	35
1h _{9/2}	8	7	4	—	2d _{5/2}	10	4
3s _{1/2}	2	1	—	—	1g _{7/2}	4	4
1h _{11/2}	11	10	—	22 ± 8	1g _{9/2}	3	3
Другие	16	16	—	17 ± 8	Другие	3	4
Итого	100 (38)	80 (32)	—	52 ± 12	Итого	100	56

но учесть в терминах спектроскопических факторов этих состояний SF_ν: $\check{b}_{GT,\nu}^{(-),\uparrow} = SF_{\nu} b_{GT,\nu}^{(-),\uparrow}$. Модифицированные вероятности также приведены в табл. 1. Экспериментальные спектроскопические факторы взяты из работы [15].

Описание основных свойств ИВГСМР^(±) в рамках ЧДДОМ начнем с расчета силовых функций S_{SM}^(±)(ω) согласно (1), (2). Расчетные силовые функции приведены на рис. 2, а найденные в соответствии с этими расчетами энергии мак-

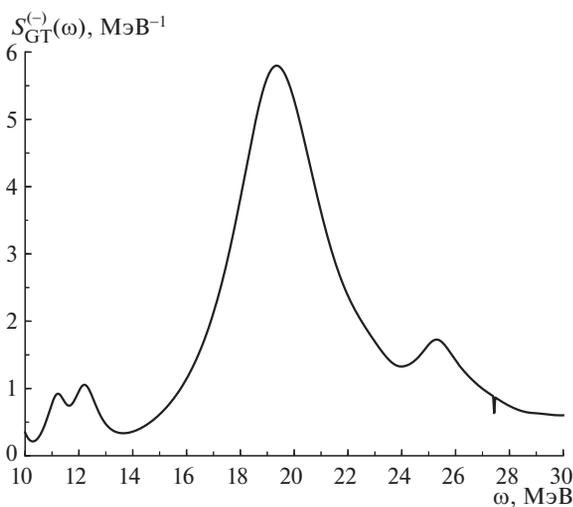


Рис. 3. Гамов-теллеровская силовая функция S_{GT}⁽⁻⁾(ω) (в МэВ⁻¹), вычисленная в рамках ЧДДОМ для материнского ядра ²⁰⁸Pb.

симумов ω_{SM}^(±) и полные ширины Γ_{SM}^(±) вместе с имеющимися экспериментальными данными сведены в табл. 3. Вычисленное по широкому энергетическому интервалу (ω = 0.1–80 МэВ) правило сумм (5) реализуется с точностью 95.7%. Отметим, что в интервале ω = 0.1–3 МэВ для проверки правила сумм силовая функция S_{SM}⁽⁺⁾ вычислена с использованием “технического” (т.е. не связанного с фрагментационным эффектом) значения W = 0.25 МэВ. Такой прием позволяет учесть вклад в правило сумм соответствующих низкоэнергетических состояний. Проецированные переходные плотности ρ_{SM}^(±)(r, ω = ω_{SM}^(±)), вычисленные согласно (6), (1), (2) при энергии максимума соответствующего резонанса, показаны на рис. 4. Поскольку ИВГСМР⁽⁻⁾ является обертоном ГТР, естественно, что переходная плотность ρ_{SM}⁽⁻⁾(r, ω = ω_{SM}⁽⁻⁾) имеет один хорошо выраженный узел в отличие от безузловой переходной плотности ГТР (рис. 1). Описание основных свойств завершим представлением результатов расчетов парциальных и полных вероятностей прямого однопротонного (однейтронного) распада ИВГСМР⁽⁻⁾ (ИВГСМР⁽⁺⁾). Результаты расчетов величин b_{SM,ν}^{(-),↑} и b_{SM,tot}^{(-),↑}, выполненные согласно (4), приведены в табл. 2 в сравнении с экспериментальными данными работы [8]. Там же показаны расчетные величины b_{SM,π}^{(+),↑} и b_{SM,tot}^{(+),↑}.

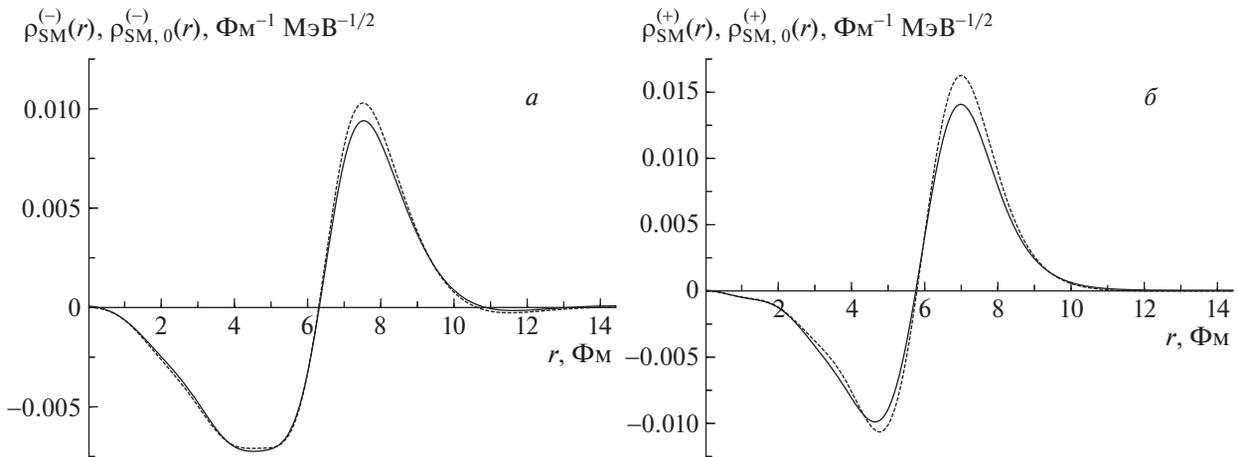


Рис. 4. Проецированные переходные плотности ИВГСМР⁽⁻⁾ (а) и ИВГСМР⁽⁺⁾ (б) (в $\Phi_M^{-1} \text{МэВ}^{-1/2}$), вычисленные при энергии максимума соответствующего резонанса в рамках кПСФ (штриховые кривые) и ЧДДОМ (сплошные кривые) для материнского ядра ^{208}Pb .

Таблица 3. Вычисленные в рамках кПСФ и ЧДДОМ энергии и ширины (в МэВ) зарядово-обменных спин-монопольных резонансов в материнском ядре ^{208}Pb в сравнении с доступными экспериментальными данными

	$\omega_{\max,0}$	Γ_0	ω_{\max}	Γ	$\omega_{\max}^{\text{exp}}$	Γ^{exp}
ГТР	19.3	0.1	19.4	3.6	19.3 ± 0.2 [7]	3.72 ± 0.25 [7]
ИВГСМР ⁽⁻⁾	38	11	38	13	41 ± 1 [8]	14 ± 3 [8]
ИВГСМР ⁽⁺⁾	17	2	18	3	—	—

4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На примере материнского ядра ^{208}Pb в рамках частично-дырочной дисперсионной оптической модели предложено описание основных свойств гамов-теллеровского и зарядово-обменных гигантских спин-монопольных резонансов. Такое описание включает усредненные по энергии силовую функцию (определена в произвольном энергетическом интервале), проецированную переходную плотность (определена в окрестности рассматриваемого резонанса), парциальные вероятности прямого однонуклонного распада. Расчеты силовых функций контролируются степенью исчерпания неэнергетически взвешенного правила сумм, а в отсутствии фрагментационного эффекта — степенью близости к единице полной вероятности прямого распада. Модель является относительно простой в реализации и “экономной” в выборе средств. Помимо выбранных из независимых данных параметров среднего поля, используются два специфических подгоночных параметра: интенсивность спин-изоспиновой части взаимодействия Ландау–Мигдала и параметр, характеризующий интенсивность специфического

частично-дырочного взаимодействия, ответственного за фрагментационный эффект.

Получены удовлетворительно согласующиеся с известными экспериментальными данными величины энергии и полной ширины рассматриваемых резонансов, парциальных вероятностей прямого однопротонного распада ГТР. Распределение по каналам и, как следствие, полная вероятность однопротонного распада ИВГСМР⁽⁻⁾ находится в некотором противоречии с соответствующим экспериментальным распределением. Причина этого расхождения пока не ясна. Отметим также, что с ростом энергии резонанса относительный вклад фрагментационного эффекта в формирование полной ширины заметно уменьшается, как это следует из сравнения силовых функций, вычисленных в рамках кПСФ и ЧДДОМ. Так, вклад указанного эффекта в полную ширину ИВГСМР⁽⁻⁾ составляет лишь около 15%.

Дальнейшее исследование в рамках ЧДДОМ основных свойств высокоэнергетических зарядово-обменных спин-флиповых возбуждений в среднетяжелых сферических ядрах может содержать следующие элементы: 1) учет тензорных сил в канале частица–дырка; 2) описание спин-флиповых мультипольных гигантских резонансов (в первую

очередь, спин-дипольных); 3) приближенный учет спаривания нуклонов в ядрах с существенно незаполненными оболочками путем соответствующей модификации чисел заполнения в выражении для свободного ч-д-пропагатора. Реализация изложенной программы содержится в плане дальнейших исследований. Анализ, подобный проведенному в этой работе, предполагается провести для других среднетяжелых магических ядер. Одной из целей такого исследования является выяснение степени универсальности специфических параметров модели.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (грант № 19-02-00660) и Программы повышения конкурентоспособности Национального исследовательского ядерного университета “МИФИ”.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. S. Shlomo and G. Bertsch, Nucl. Phys. A **243**, 507 (1975).
2. M. H. Urin, Nucl. Phys. A **811**, 107 (2008).
3. M. H. Urin, Phys. Rev. C **87**, 044330 (2013).
4. M. H. Urin, EPJ Web Conf. **182**, 02125 (2018).
5. G. V. Kolomiitsev, M. L. Gorelik, and M. H. Urin, EPJ A **54**, 228 (2018).
6. G. Kolomiitsev, M. Gorelik, and M. Urin, EPJ Web Conf. **194**, 02010 (2018).
7. H. Akimune, I. Daito, Y. Fujita, M. Fujiwara, M. B. Greenfield, M. N. Harakeh, T. Inomata, J. Jänecke, K. Katori, S. Nakayama, *et al.*, Phys. Rev. C **52**, 604 (1995).
8. R. G. T. Zegers, H. Abend, H. Akimune, A. M. Van den Berg, H. Fujimura, H. Fujita, Y. Fujita, M. Fujiwara, S. Gales, K. Hara, *et al.*, Phys. Rev. Lett. **90**, 202501 (2003).
9. V. Rodin and M. Urin, Nucl. Phys. A **687**, 276 (2001).
10. И. В. Сафонов, М. Г. Урин, Изв. РАН. Сер. физ. **73**, 904 (2009) [I. V. Safonov and M. H. Urin, Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. **73**, 858 (2009)].
11. И. В. Сафонов, М. Г. Урин, ЯФ **75**, 1559 (2012) [I. V. Safonov and M. H. Urin, Phys. At. Nucl. **75**, 1481 (2012)].
12. Г. В. Коломийцев, С. Ю. Игашов, М. Г. Урин, ЯФ **77**, 1164 (2014) [G. V. Kolomiitsev, S. Yu. Igashov, and M. H. Urin, Phys. At. Nucl. **77**, 1105 (2014)].
13. Б. А. Тулупов, М. Г. Урин, ЯФ **72**, 780 (2009) [B. A. Tulupov and M. H. Urin, Phys. At. Nucl. **72**, 737 (2009)].
14. M. L. Gorelik, S. Shlomo, B. A. Tulupov, and M. H. Urin, Nucl. Phys. A **955**, 116 (2016).
15. C. A. Whitten Jr., N. Stein, G. E. Holland, and D. A. Bromley, Phys. Rev. **188**, 1941 (1969).

A SEMI-MICROSCOPIC DESCRIPTION OF HIGH-ENERGY CHARGE-EXCHANGE SPIN-MONOPOLE EXCITATIONS IN MEDIUM-HEAVY SPHERICAL NUCLEI

G. V. Kolomiitsev¹⁾, M. H. Urin¹⁾

¹⁾ National Research Nuclear University “MEPhI” (Moscow Engineering Physics Institute), Moscow, Russia

Proposed recently the semi-microscopic particle–hole dispersive optical model is implemented to describe main properties of the Gamow–Teller and charge-exchange giant spin-monopole resonances in medium-heavy closed-shell nuclei. The description includes energy-averaged strength functions, projected transition densities, partial probabilities for direct one-nucleon decay. The proposed approach is realized considering the ²⁰⁸Pb parent nucleus as an example. Calculation results are compared with available experimental data.

ПОЛУМИКРОСКОПИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ИЗОСКАЛЯРНЫХ ГИГАНТСКИХ МУЛЬТИПОЛЬНЫХ РЕЗОНАНСОВ В ЯДРЕ ^{208}Pb

© 2020 г. М. Л. Горелик¹⁾*, Б. А. Тулупов²⁾**, М. Г. Урин³⁾***

Поступила в редакцию 28.08.2019 г.; после доработки 28.10.2019 г.; принята к публикации 28.10.2019 г.

В рамках сформулированной недавно полумикроскопической частично-дырочной дисперсионной оптической модели предложен подход к описанию основных свойств изоскалярных гигантских мультипольных резонансов в среднетяжелых ядрах с заполненными оболочками. Описание включает усредненные по энергии силовую функцию, “проецированную” переходную плотность, парциальные вероятности прямого однонуклонного распада. Результаты реализованного для ядра ^{208}Pb подхода сравниваются с имеющимися экспериментальными данными.

DOI: 10.31857/S0044002720020117

Посвящается памяти Э.Е. Саперштейна

1. ВВЕДЕНИЕ

Ассоциированные с определенным классом высокоэнергетических состояний типа частица–дырка (ч–д) изоскалярные гигантские мультипольные резонансы (ИСГМНР) являются предметом интенсивных экспериментальных и теоретических исследований также и потому, что относятся к компрессионным модам ядерных возбуждений (см., например, [1, 2]). В настоящей работе на основе обладающей рядом уникальных возможностей полумикроскопической частично-дырочной дисперсионной оптической модели (ЧДДОМ) [3] предложен подход к описанию основных свойств ИСГМНР ($L = 0-3$) в среднетяжелых ядрах с заполненными оболочками. В рамках ЧДДОМ совместно учитываются основные моды релаксации высокоэнергетических ч–д-возбуждений: затухание Ландау, связь указанных возбуждений с одночастичным континуумом и многоквaziчастичными (хаотическими) состояниями (фрагментационный эффект). Затухание Ландау и связь с одночастичным континуумом описываются микроскопически (в терминах среднего поля и ч–д-взаимодействия, ответственного за длинноволновые корреляции), тогда как фрагментационный эффект рассматривается феноменологически и в среднем по энергии (в

терминах ч–д массового оператора). Описание основных свойств произвольного гигантского резонанса в рамках ЧДДОМ включает усредненные по энергии силовую функцию, “проецированную” (то есть отвечающую заданному пробному оператору) переходную плотность, парциальные вероятности прямого однонуклонного распада. В применении к изоскалярному гигантскому монополюльному резонансу (ИСГМНР) такая программа реализована в [4, 5]. В настоящей работе описание распространено на другие ИСГМНР и реализовано на примере ядра ^{208}Pb . Результаты расчетов сравниваются с имеющимися экспериментальными данными.

В разд. 2 в применении к ИСГМНР в среднетяжелых сферических ядрах приведены базовые соотношения модели. Результаты расчетов основных характеристик ИСГМНР в ядре ^{208}Pb приведены в разд. 3 вместе со сравнением с имеющимися экспериментальными данными. Заключительные замечания содержатся в разд. 4.

2. ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ МОДЕЛИ

Поскольку ЧДДОМ представляет собой непосредственное обобщение на случай учета фрагментационного эффекта стандартной [6] и нестандартной [7] версий континуумного приближения случайной фазы (кПСФ), многие соотношения модели аналогичны соответствующим соотношениям кПСФ. Так, базовым уравнением модели является уравнение типа Бете–Голдстоуна для соответствующей усредненной по энергии ч–д-функции Грина, которая в применении к описанию ИСГМНР в сферических

¹⁾Московская экономическая школа, Москва, Россия.

²⁾Институт ядерных исследований РАН, Москва, Россия.

³⁾Национальный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, Россия.

*E-mail: gorelik@theor.mephi.ru

**E-mail: boris.tulupov@mail.ru

***E-mail: urin@theor.mephi.ru

ядра может быть представлена в виде разложения по сферическим гармоникам: $\tilde{A}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) = \sum_{LM} (rr')^{-2} \tilde{A}_L(r, r', \omega) Y_{LM}(\mathbf{n}) Y_{LM}^*(\mathbf{n}')$ (ω — энергия возбуждения). Если ч–д-взаимодействие, ответственное за длинноволновые корреляции в изоскалярном бесспиновом канале, выбрать в виде сил Ландау–Мигдала $F(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \rightarrow F(r_1) \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$, то уравнение для радиальных компонент указанного пропагатора имеет вид

$$\tilde{A}_L(r, r', \omega) = A_L(r, r', \omega) + \int A_L(r, r_1, \omega) F(r_1) \tilde{A}_L(r_1, r', \omega) r_1^{-2} dr_1. \quad (1)$$

Здесь радиальная компонента “свободного” ч–д-пропагатора $(rr')^{-2} A_L(r, r', \omega)$, отвечающего модели невзаимодействующих независимо затухающих квазичастиц, является базовой величиной в анализе свойств соответствующего ИСГМПП в рамках ЧДДОМ. Явное выражение для этой величины обсуждается ниже.

Частично-дырочный пропагатор (1) определяет соответствующую радиальную компоненту усредненной по энергии двойной переходной плотности $\rho(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) = \sum_{LM} (rr')^{-2} \rho_L(r, r', \omega) Y_{LM}(\mathbf{n}) \times Y_{LM}^*(\mathbf{n}')$ согласно соотношению:

$$\rho_L(r, r', \omega) = -\frac{1}{\pi} \text{Im} \tilde{A}_L(r, r', \omega). \quad (2)$$

В соответствии со спектральным разложением ч–д-функции Грина двойная переходная плотность (2), которая из-за учета фрагментационного эффекта не факторизуется в терминах однократной переходной плотности (последняя не может быть сформулирована в рамках ЧДДОМ), определяет усредненную по энергии силовую функцию $S_L(\omega)$, отвечающую внешнему изоскалярному бесспиновому одночастичному полю $V_{LM}(\mathbf{r}) = V_L(r) Y_{LM}(\mathbf{n})$:

$$S_L(\omega) = \int V_L(r) \rho_L(r, r', \omega) V_L(r') dr dr'. \quad (3)$$

Однако среднюю силовую функцию можно вычислить более экономным способом, если ввести в рассмотрение отвечающее внешнему полю $V_L(r)$ эффективное поле $\tilde{V}_L(r, \omega)$ согласно соотношению:

$$\int \tilde{A}_L(r, r', \omega) V_L(r') dr' = \int A_L(r, r', \omega) \tilde{V}_L(r', \omega) dr'. \quad (4)$$

На основании этого определения и соотношений (1)–(3) получим альтернативное выражение для силовой функции

$$S_L(\omega) = \quad (5)$$

$$= -\frac{1}{\pi} \text{Im} \int V_L(r) A_L(r, r', \omega) \tilde{V}_L(r', \omega) dr dr'$$

и уравнение для эффективного поля:

$$\tilde{V}_L(r, \omega) = V_L(r) + \frac{F(r)}{r^2} \int A_L(r, r', \omega) \tilde{V}_L(r', \omega) dr', \quad (6)$$

которое, очевидно, проще уравнения (1). Поскольку в существующих методах расчета сечений адрон-ядерного рассеяния с возбуждением гигантских резонансов используются однократные переходные плотности, то желательно хотя бы приближенно осуществить факторизацию двойной переходной плотности (2). Это можно сделать в терминах “проецированной” (однократной) переходной плотности $\rho_{V_L}(r, \omega)$ [4]:

$$\rho_{V_L}(r, \omega) = \int \rho_L(r, r', \omega) V_L(r') dr' / S_L^{1/2}(\omega). \quad (7)$$

Согласно (3)–(7) получим выражения, по форме совпадающие с соответствующими соотношениями кПСФ:

$$S_L(\omega) = \left(\int \rho_{V_L}(r, \omega) V_L(r) dr \right)^2, \quad (8)$$

$$\frac{1}{r^2} \rho_{V_L}(r, \omega) = -\frac{1}{\pi} \text{Im} \tilde{V}_L(r, \omega) / F(r) S_L^{1/2}(\omega). \quad (9)$$

Как следует из изложенного, базовой величиной в описании изоскалярных бесспиновых возбуждений в рамках ЧДДОМ является соответствующий “свободный” ч–д-пропагатор $A_L = A_L^{n\bar{n}} + A_L^{p\bar{p}}$ (индексы n и p , относящиеся к нейтронной и протонной подсистемам соответственно, в дальнейшем для краткости опущены). Здесь следует отметить, что базовые уравнения (1), (6) получены в приближении $(N - Z) \ll A$, где $A = N + Z$ — число нуклонов. Величины $A_L(r, r', \omega)$ могут быть выражены в терминах: чисел заполнения одночастичных состояний n_μ ; одночастичных радиальных волновых функций $r^{-1} \chi_\mu(r)$ и энергий ε_μ , где $\mu = n_r, j_\mu, l_\mu$ ($(\mu) = (j_\mu, l_\mu)$) — набор квантовых чисел для связанных состояний нуклона; функций Грина $g_{(\lambda)}(r, r', \varepsilon = \varepsilon_\mu \pm \omega)$ радиального уравнения Шредингера, содержащего наряду со средним полем ядра также комплексную добавку $[-iW(\omega) + P(\omega)] f_\mu f_{WS}(r)$, где $W(\omega)$ и $P(\omega)$ — мнимая и действительная части интенсивности усредненного по энергии ч–д массового оператора, “ответственного” за фрагментационный эффект, $f_{WS}(r)$ — функция Вудса–Саксона, f_μ — диагональный матричный элемент этой функции. Явное выражение для пропагатора

Таблица 1. Расчетные и экспериментальные параметры ИСГМПР (обозначения даны в тексте, экспериментальные данные взяты из [13])

L	x_L	ω_L , МэВ	ω_L^{exp} , МэВ	Γ_L , МэВ	Γ_L^{exp} , МэВ
0	0.97	13.2	13.96 ± 0.20	2.9	2.88 ± 0.20
			13.5 ± 0.2		3.6 ± 0.4
1	1.0	23.7	22.20 ± 0.30	5.8	9.39 ± 0.35
			22.5 ± 0.3		10.9 ± 0.9
			22.1 ± 0.3 [15]		3.8 ± 0.8 [15]
2	1.0	10.1	10.89 ± 0.30	1.5	3.0 ± 0.3
			10.9 ± 0.3		3.1 ± 0.3
3	0.98	19.1	19.6 ± 0.5	2.9	7.4 ± 0.6
			19.1 ± 1.1		5.3 ± 0.8

$A_{L=0}(r, r', \omega)$ в указанных выше терминах приведено в [4]. Это выражение можно использовать для описания изоскалярных бесспиновых возбуждений произвольной мультипольности L после замены кинематических факторов:

$$t_{(\lambda)(\mu)}^{L=0} \longrightarrow t_{(\lambda)(\mu)}^L. \quad (10)$$

Здесь $t_{(\lambda)(\mu)}^{L=0} = \sqrt{\frac{2j_\mu+1}{4\pi}} \delta_{(\lambda),(\mu)}$ и $t_{(\lambda)(\mu)}^L = \frac{1}{\sqrt{2L+1}} \times \langle (\lambda) || Y_L || (\mu) \rangle$.

Результаты расчетов силовых функций (3) удобно контролировать с помощью слабо зависящих от модели энергетически взвешенных правил сумм $EWSR_L = \int \omega S_L(\omega) d\omega$ [8]:

$$EWSR_L = \frac{\hbar^2}{8\pi M} \times \quad (11)$$

$$\times A \left\langle \left(\frac{dV_L(r)}{dr} \right)^2 + L(L+1) \left(\frac{V_L(r)}{r} \right)^2 \right\rangle,$$

где усреднение проводится по плотности нуклонов $n(r)$. В следующем разделе результаты расчетов силовых функций $S_L(\omega)$ представлены в терминах относительных энергетически взвешенных силовых функций

$$y_L(\omega) = \omega S_L(\omega) / EWSR_L, \quad (12)$$

нормированных условием $\int y_L(\omega) d\omega = 1$.

Остановимся на выборе радиальной части пробных операторов $V_L(r)$ для описания основных свойств ИСГМПР. В случае монопольного и квадрупольного резонансов (ИСГМР и ИСГКР соответственно) обычно выбирают $V_{L=0,2}(r) = r^2$. В случае дипольного и октупольного резонансов (ИСГДР и ИСГОР соответственно) выбирают $V_{L=1}(r) = r(r^2 - 5/3(r^2))$ и $V_{L=3}(r) = r^3$. Специфический выбор пробного оператора для описания свойств ИСГДР обусловлен существенным подавлением возбуждения полем $V_{L=1}(r)1^-$

изоскалярного “духового” состояния (spurious state (s.s.)), ассоциированного с движением центра масс. Возбуждение “духового” состояния реализуется изоскалярным дипольным оператором с радиальной частью $V_{L=1}^{s.s.}(r) = r$. Соответствующая силовая функция $S_{L=1}^{s.s.}(\omega \rightarrow 0)$ имеет максимум при определенном выборе интенсивности изоскалярной бесспиновой части взаимодействия Ландау–Мигдала. Приблизительно переходная плотность этого состояния пропорциональна $\frac{dn(r)}{dr}$, так что $\int V_{L=1}(r) \frac{dn(r)}{dr} r^2 dr = 0$. Чтобы устранить одну из причин нарушения унитарности ЧДДОМ, в описании свойств ИСГМР пробный оператор следует выбрать в виде $V_{L=0}(r) = r^2 - \langle r^2 \rangle$ [5].

В рамках ЧДДОМ (как и в кПСФ) вероятности прямого однонуклонного распада произвольного гигантского резонанса описываются в терминах соответствующего эффективного поля [5, 7, 9]. Так силовая функция прямого распада ИСГМПР, сопровождающегося заселением однодырочного состояния ядра–продукта μ^{-1} , определяется квадратами амплитуд прямых+полупрямых реакций, индуцированных внешним полем $V_{LM}(\mathbf{r})$:

$$S_{L,\mu}^\uparrow(\omega) = \sum_{(\lambda)} n_\mu (t_{(\lambda)(\mu)}^L)^2 \times \quad (13)$$

$$\times \left| \int \chi_{\varepsilon=\varepsilon_{\mu+(\lambda)}}^*(r) \tilde{V}_L(r, \omega) \chi_\mu(r) dr \right|^2.$$

Здесь $\chi_{\varepsilon>0,(\lambda)}(r)$ — радиальная волновая функция нуклона в континууме, удовлетворяющая упомянутому выше радиальному уравнению Шредингера с комплексным потенциалом и имеющая асимптотику в виде стоячей волны. В пределе $W = P = 0$ эта функция нормирована на δ -функцию от энергии. С помощью силовой функции (13) можно определить парциальную вероятность прямого однонуклонного распада $b_{L,\mu}^\uparrow$ для энергетического интервала (δ),

Таблица 2. Вероятности прямого однонейтронного распада ИСГМПР (в %), рассчитанные для указанных энергетических интервалов (в МэВ)

$b_{L,\mu}^\uparrow$	$b_{L=0,\mu}^\uparrow$	$b_{L=1,\mu}^\uparrow$	$b_{L=2,\mu}^\uparrow$	$b_{L=3,\mu}^\uparrow$
$\mu^{-1} \setminus (\delta)$	12.5–15.5 [14]	20–25 [17]	9.0–11.2	16–22
$3p_{1/2}$	3.2	1.0	2.0	1.7
$2f_{5/2}$	19.5	5.3	1.0	5.7
$3p_{3/2}$	6.4	2.3	2.8	4.1
$1i_{13/2}$	0.4	11.0	0.04	6.2
$2f_{7/2}$	21.5	8.8	0	12.6
$\sum_\mu b_{L,\mu}^\uparrow$	51	28.4	5.8	30.3
$(\sum_\mu b_{L,\mu}^\uparrow)_{\text{exp}}$	22 ± 6 [14]	23 ± 5 [17]		
	14.3 ± 3 [16]	10.5 [15]		
$b_{L,\text{tot}}^\uparrow$	51	64	5.8	65

включающего рассматриваемый ИСГМПР:

$$b_{L,\mu}^\uparrow = \int_{(\delta)} S_{L,\mu}^\uparrow(\omega) d\omega / \int_{(\delta)} S_L(\omega) d\omega. \quad (14)$$

Полная вероятность прямого однонуклонного распада, $b_{L,\text{tot}}^\uparrow = \sum_\mu b_{L,\mu}^\uparrow$, определяет вероятность статистического (в основном, нейтронного) распада, $b_L^\downarrow = 1 - b_{L,\text{tot}}^\uparrow$. Заметим, что в рамках кПСФ, т.е. в пределе $W = P = 0$, $b_{L,\text{tot}}^\uparrow = 1$ и $b_L^\downarrow = 0$. На этом мы завершаем представление базисных соотношений ЧДДОМ, позволяющих получить описание основных характеристик ИСГМПР.

3. ОПИСАНИЕ ИСГМПР В ЯДРЕ ^{208}Pb

Прежде чем привести результаты выполненных в рамках ЧДДОМ расчетов основных характеристик ИСГМПР в ядре ^{208}Pb , остановимся на входных величинах и подгоночных параметрах модели. В соответствии с данным во Введении

Таблица 3. Вероятности прямого однопротонного распада ИСГДР (в %) для энергетического интервала 20–25 МэВ

μ^{-1}	$b_{L=1,\mu}^\uparrow$	S_μ [18]	$S_\mu \cdot b_{L=1,\mu}^\uparrow$	$(b_{L=1,\mu}^\uparrow)_{\text{exp}}$ [17]
$3s_{1/2}$	3.3	0.55	1.8	2.3 ± 1.1
$2d_{3/2}$	2.8	0.57	1.6	
$1h_{11/2}$	0.1	0.58	0.06	1.2 ± 0.7
$2d_{5/2}$	3.6	0.54	1.9	
$\sum b_{L,\mu}^\uparrow$	9.8	–	5.36	3.5 ± 1.8

описанием ЧДДОМ, входными величинами являются среднее поле ядра, взаимодействие квазичастиц в ч–д-канале и мнимая часть интенсивности усредненного по энергии ч–д массового оператора, “ответственного” за фрагментационный эффект. Следуя [4, 5, 9], мы используем реалистическое, частично самосогласованное феноменологическое (вудс-саксоновского типа) среднее поле ядра, детально описанное в [10]. Безразмерную интенсивность изоскалярной бесспиновой части сил Ландау–Мигдала $F(r) = f(r) \times 300 \text{ МэВ Фм}^3$ (разд. 2) выберем в параметризации [11]:

$$f(r) = f^{\text{ex}} + (f^{\text{in}} - f^{\text{ex}}) f_{\text{WS}}(r), \quad (15)$$

где функция Вудса–Саксона выбирается с параметрами, используемыми в описании изоскалярной части среднего поля [10]. Мнимая часть феноменологической величины интенсивности усредненного по энергии ч–д массового оператора $W(\omega)$ параметризуется в виде [4, 5, 9]

$$2W(\omega \geq \Delta) = \alpha \frac{(\omega - \Delta)^2}{1 + (\omega - \Delta)^2/B^2}, \quad (16)$$

$$W(\omega < \Delta) = 0,$$

где параметры “силы” (α), “щели” (Δ), “насыщения” (B) являются подгоночными. Явное выражение для $P(\omega)$, действительной (дисперсионной) части интенсивности усредненного по энергии ч–д массового оператора, отвечающей параметризации (16), приведено в [12]. Параметры среднего поля [10] получены из описания наблюдаемого одноквазичастичного спектра в материнском ядре ^{208}Pb . Основной параметр $f^{\text{ex}} = -2.8764$ в (15) найден из условия обращения в нуль энергии упомянутого в разд. 2 “духового” состояния, отвечающего движению центра масс (величина f^{in} вы-

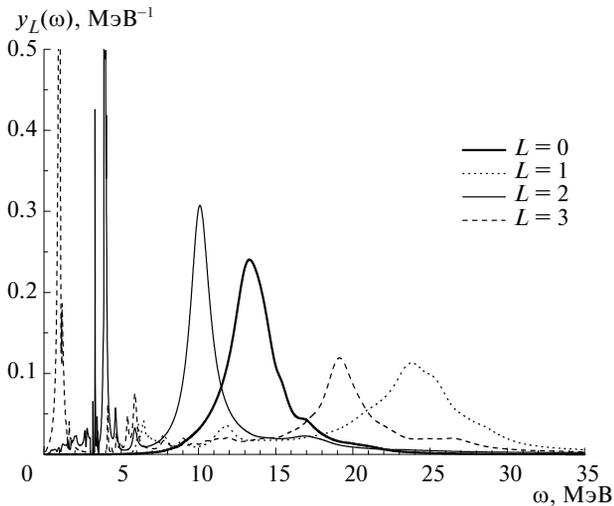


Рис. 1. Вычисленные в рамках ЧДДОМ относительные энергетически взвешенные силовые функции ИСГМНР.

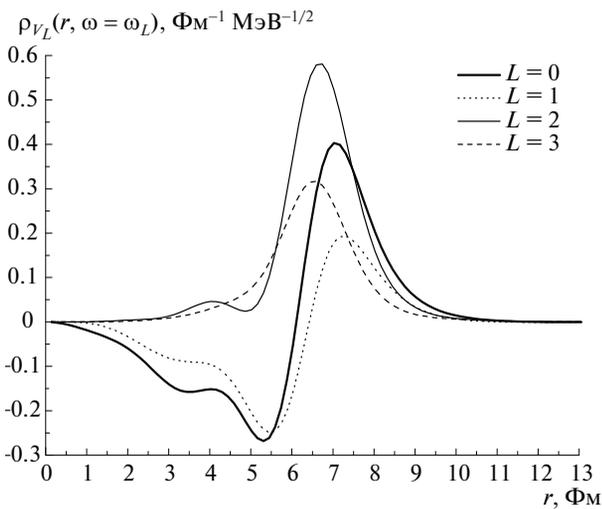


Рис. 2. Вычисленные в рамках ЧДДОМ при энергии максимума соответствующего резонанса радиальные “проецированные” переходные плотности ИСГМНР.

брана равной 0.0875). В качестве первого шага в описании ИСГМНР мы используем тот же набор параметров в (16), что и в работах [4, 5, 9]: $\alpha = 0.07 \text{ МэВ}^{-1}$, $\Delta = 3 \text{ МэВ}$, $B = 7 \text{ МэВ}$.

Представление результатов расчетов основных характеристик ИСГМНР начнем с относительных энергетически взвешенных силовых функций $y_L(\omega)$ (12) (рис. 1). Эти силовые функции вычислены в энергетическом интервале 0–33 МэВ, причем в промежутке 0–3 МэВ использовано “техническое” (т.е. не связанное с фрагментационным эффектом) значение $W(\omega) = 0.1 \text{ МэВ}$. Такой прием позволяет учесть вклад в правило сумм соответствующих низкоэнергетических со-

стояний. Доля правила сумм, $x_L = \int y_L(\omega) d\omega$, вычисленная для указанного интервала, с приемлемой точностью близка к единице (табл. 1). Параметры ИСГМНР, энергия ω_L и полная ширина Γ_L , определены соответственно как энергия основного максимума силовой функции $S_L(\omega)$ и ширина указанного максимума на половине высоты. Эти параметры приведены в табл. 1 вместе с соответствующими экспериментальными данными. Отметим удовлетворительное описание энергии ИСГМНР и только качественное описание полной ширины большинства из указанных резонансов. Последнее обстоятельство побуждает к поиску оптимального выбора феноменологических параметров в выражении (16). Такой выбор предполагается осуществить в дальнейшем.

К основным свойствам ИСГМНР относится “проецированная” переходная плотность $\rho_{V_L}(r, \omega)$ (разд. 2). На рис. 2 представлены радиальные зависимости $\rho_{V_L}(r, \omega = \omega_L)$ для рассмотренных резонансов. Существенно одноузловые переходные плотности характеризуют ИСГМНР и ИСГДР, поскольку эти резонансы отвечают обертоны соответственно основного и 1^- -“духового” состояний (разд. 2). ИСГКР и ИСГОР характеризуются практически безузловыми переходными плотностями, поскольку эти резонансы отвечают основному тону соответствующих коллективных возбуждений.

Оценка парциальных (и полной) вероятностей прямого однонуклонного распада гигантских резонансов относится к уникальным возможностям ЧДДОМ. Соответствующие соотношения, приведенные в разд. 2, получены в предположении о чисто однодырочной природе состояний ядра-продукта, заселяемых в процессе распада. Поэтому расчетные вероятности представляют собой верхний предел возможных значений. В табл. 2 приведены оценки вероятностей прямого однонейтронного распада для ИСГМНР в ядре ^{208}Pb в сравнении с имеющимися экспериментальными данными. Отметим примерно двукратное превышение расчетных величин относительно наблюдаемых значений для ИСГМНР и ИСГДР. Это же утверждение относится и к вероятностям прямого однопротонного распада ИСГДР (табл. 3). Однако описание экспериментальных данных заметно улучшается, если расчетные значения $b_{L=1,\mu}^\dagger$ умножить на экспериментальные значения спектроскопических факторов S_μ однодырочных состояний ядра ^{207}Tl . (Факторы S_μ близки к 1 для большинства указанных в табл. 2 однодырочных состояний ядра ^{207}Pb .)

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе в рамках частично-дырочной дисперсионной оптической модели изложен и на примере ядра ^{208}Pb реализован полумикроскопический подход к описанию основных свойств изоскалярных гигантских мультипольных резонансов в среднетяжелых ядрах с заполненными оболочками. Основные свойства включают силовую функцию в широком энергетическом интервале, “проецированную” переходную плотность (в окрестности данного резонанса), парциальные и полную вероятности прямого однонуклонного распада. Результаты расчетов удовлетворительно согласуются с имеющимися экспериментальными данными. Предполагается приложение указанного подхода к другим (в первую очередь, магическим) сферическим ядрам. Возможно также обобщение подхода на случай приближенного учета спаривания нуклонов в ядрах с существенно незаполненными оболочками. Такой учет можно осуществить путем определенной модификации чисел заполнения в выражении для “свободного” частично-дырочного пропагатора. Предполагается также применение “проецированной” переходной плотности к описанию α -рассеяния с возбуждением указанных резонансов.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (грант № 19-02-0060) и Программы повышения конкурентоспособности Национального исследовательского ядерного университета “МИФИ”.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. M. N. Harakeh and A. van der Woude, *Giant Resonances: Fundamental High-Frequency Modes of Nuclear Excitations* (Oxford, University Press, New York, 2001).
2. U. Garg and G. Colò, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **101**, 55 (2018).
3. M. H. Urin, *Phys. Rev. C* **87**, 044330 (2013).

4. M. L. Gorelik, S. Shlomo, B. A. Tulupov, and M. H. Urin, *Nucl. Phys. A* **955**, 116 (2016).
5. M. L. Gorelik, S. Shlomo, B. A. Tulupov, and M. H. Urin, *Nucl. Phys. A* **970**, 353 (2018).
6. S. Shlomo and G. Bertsch, *Nucl. Phys. A* **243**, 507 (1975).
7. M. H. Urin, *Nucl. Phys. A* **811**, 107 (2008).
8. О. Бор, Б. Моттельсон, *Структура атомного ядра*, т. 2 (Мир, Москва, 1977).
9. G. V. Kolomyitsev, M. L. Gorelik, and M. H. Urin, *Eur. Phys. J. A* **54**, 228 (2018).
10. Г. В. Коломийцев, С. Ю. Игашов, М. Г. Урин, *ЯФ* **77**, 1164 (2014) [*Phys. At. Nucl.* **77**, 1105 (2014)].
11. А. Б. Мигдал, *Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер* (Наука, Москва, 1983).
12. Б. А. Тулупов, М. Г. Урин, *ЯФ* **72**, 780 (2009) [*Phys. At. Nucl.* **72**, 737 (2009)].
13. D. H. Youngblood, Y.-W. Lui, H. L. Clark, B. John, Y. Tokimoto, and X. Chen, *Phys. Rev. C* **69**, 034315 (2004).
14. S. Brandenburg, W. T. A. Borghols, A. G. Drentje, A. van der Woude, M. N. Harakeh, L. P. Ekstrom, A. Hakanson, L. Nilsson, N. Olsson, and R. De Leo, *Phys. Rev. C* **39**, 24448 (1989).
15. M. Hunyadi, A. M. van den Berg, B. Davids, M. N. Harakeh, M. A. de Huu, H. J. Wortche, M. Csatlos, J. Gulyas, A. Krasznahorkay, D. Sohler, U. Garg, M. Fujiwara, and N. Blasi, *Phys. Rev. C* **75**, 014606 (2007).
16. A. Bracco, J. R. Beene, N. Van Giai, P. F. Bortignon, F. Zardi, and R. A. Broglia, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 2603 (1988).
17. M. Hunyadi, C. Baumer, A. M. van den Berg, N. Blasi, M. Csatlos, L. Csige, B. Davids, U. Garg, J. Gulyas, M. N. Harakeh, M. de Huu, B. C. Junk, A. Krasznahorkay, S. Rakers, D. Sohler, and H. J. Worthce, *Nucl. Phys. A* **731**, 49 (2004).
18. I. Bobeldijk, M. Bouwhuis, D. G. Ireland, C. W. de Jager, E. Jans, N. de Jonge, W.-J. Kasdorp, J. Konijn, L. Lapikas, J. J. van Leeuwe, R. L. J. van der Meer, G. J. L. Nooren, E. Passchier, M. Schroevers, G. van der Steenhoven, and J. J. M. Steijger, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 2684 (1994).

SEMIMICROSCOPIC DESCRIPTION OF ISOSCALAR GIANT MULTIPOLE RESONANCES IN THE ^{208}Pb NUCLEUS

M. L. Gorelik¹⁾, B. A. Tulupov²⁾, M. H. Urin³⁾

¹⁾ Moscow Economic School, Moscow, Russia

²⁾ Institute for Nuclear Research of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

³⁾ National Research Nuclear University MEPhI (Moscow Engineering Physics Institute), Russia

Within the particle–hole dispersive optical model developed recently, an approach for describing the main properties of isoscalar giant multipole resonances in medium-heavy closed-shell nuclei is proposed. The description includes the energy-averaged strength function, projected transition density, partial probabilities of direct one-nucleon decay. Results of the approach implemented into the ^{208}Pb nucleus are compared with the available experimental data.

ИЗУЧЕНИЕ БОЗОНА ХИГГСА СТАНДАРТНОЙ МОДЕЛИ В ЭКСПЕРИМЕНТАХ ATLAS И CMS НА LHC

© 2020 г. И. И. Цукерман*

НИЦ “Курчатовский институт” — ИТЭФ, Москва, Россия

Поступила в редакцию 28.09.2019 г.; после доработки 28.09.2019 г.; принята к публикации 28.09.2019 г.

Дается краткий обзор последних результатов экспериментов ATLAS и CMS на LHC по рождению и распаду стандартного бозона Хиггса. Они основаны на данных протон-протонных столкновений при энергии в системе их центра масс 13 ТэВ, набранных в 2015–2018 гг. Измерены сечения рождения бозона Хиггса в четырех основных механизмах и относительные вероятности его распада в наиболее удобных для изучения пяти каналах. В результате объединенного анализа этих каналов измерены константы связи стандартного бозона Хиггса. Все экспериментальные результаты находятся в согласии с предсказаниями СМ. Обсуждаются также перспективы экспериментов ATLAS и CMS по изучению стандартного бозона Хиггса.

DOI: 10.31857/S0044002720020294

ВВЕДЕНИЕ

Большой адронный коллайдер (LHC [1]) в CERN сталкивал протоны с суммарной энергией в системе их центра масс 7 ТэВ в 2010–2011 гг. и 8 ТэВ в 2012 г. После модернизации в 2013–2014 гг. он возобновил работу в 2015 г. уже при 13 ТэВ. На коллайдере эксплуатируются четыре крупные экспериментальные установки: ATLAS [2], CMS [3], LHCb [4] и ALICE [5]. На многоцелевых детекторах ATLAS и CMS за период 2015–2018 гг. была набрана статистика, эквивалентная интегральной светимости около 150 фбн^{-1} , и достигнута дифференциальная светимость LHC $2 \times 10^{34} \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}$, что вдвое превышает проектную. Основными задачами этих детекторов являются изучение бозона Хиггса (h) и других частиц Стандартной модели (СМ) в новом диапазоне энергий и поиск новых частиц за ее пределами. Бозон Хиггса в СМ обеспечивает все фундаментальные частицы, включая себя, массами. Его масса является единственным свободным параметром в теории; из требования пертурбативной унитарности следует, что $m_h < 1 \text{ ТэВ}$. Ожидается, что квантовые числа бозона Хиггса и вакуума совпадают; т.е. $J^P = 0^+$. Десять лет назад про массу бозона Хиггса было известно следующее. В экспериментах на электрон-позитронном коллайдере LEP было получено ограничение снизу $m_h > 114.4 \text{ ГэВ}$ на 95%-ном уровне достоверности [6]. С другой стороны, из теоретического анализа

прецизионных электрослабых данных следовало ограничение сверху $m_h < 152 \text{ ГэВ}$ [7], при этом предсказывалось среднее значение массы $94_{-24}^{+29} \text{ ГэВ}$. Поэтому неудивительно, что в середине 2012 г. эксперименты ATLAS и CMS сообщили об открытии бозона Хиггса с массой 125 ГэВ [8, 9].¹⁾ Интересно отметить, что бозон Хиггса с такой массой мог бы быть обнаружен и в России, если бы проект ускорительно-накопительного комплекса (УНК) в Протвино с суммарной энергией протонов 6 ТэВ [11] был реализован.

Предсказанное сечение рождения h для $m_h = 125 \text{ ГэВ}$ на протон-протонном коллайдере растет с энергией с 20 пбн при 8 ТэВ до 50 пбн при 13 ТэВ [12]. При энергиях LHC выделяют четыре основных механизма рождения h : слияние глюонов (ggF) через петли тяжелых кварков (в основном, топ-кварков), слияние векторных бозонов (VBF), когда его рождение сопровождается двумя адронными струями, летящими под малыми полярными углами, совместное рождение с векторным бозоном (Vh , где V обозначает W или Z) и слияние топ- и анти топ-кварков. При энергии 13 ТэВ доминирующим является механизм ggF , механизмы VBF (Vh , tth) дают в 10 (в несколько десятков) раз меньший вклад в полное сечение рождения h .

В табл. 1 показаны ожидаемые относительные вероятности распада (BR) по наиболее удобным

¹⁾В экспериментах на протон-антипротонном коллайдере Тэватрон в США суммарная статистическая значимость сигнала от бозона Хиггса составила лишь три стандартных отклонения [10].

*E-mail: zuckerma@cern.ch

Таблица 1. Предсказанные в СМ относительные вероятности разных каналов распада бозона Хиггса и ожидаемое количество событий при интегральной светимости LHC 140 фбн⁻¹ и энергии 13 ТэВ в идеальном детекторе при условии 100%-ной эффективности

Мода распада	Относительная вероятность, %	Экспериментальное наблюдение	Количество событий
$h \rightarrow bb$	57.5 ± 1.9	В основном в процессах Vh и tth	≈ 100 тыс.
$h \rightarrow WW^*$	21.6 ± 0.9	Лептонные распады обоих W^*	≈ 70 тыс.
$h \rightarrow \tau\tau$	6.30 ± 0.36	В основном в механизме VBF	≈ 40 тыс.
$h \rightarrow ZZ^*$	2.67 ± 0.11	Лептонные распады обоих Z^*	≈ 1 тыс.
$h \rightarrow \gamma\gamma$	0.228 ± 0.011	Нужно хорошее разрешение для γ	≈ 20 тыс.
$h \rightarrow Z\gamma$	0.155 ± 0.014	Лептонные распады Z	≈ 1 тыс.
$h \rightarrow \mu\mu$	0.022 ± 0.001	Нужно хорошее разрешение для μ	≈ 2 тыс.

для экспериментальной регистрации модам распада бозона Хиггса с массой 125 ГэВ [12]. Наиболее вероятен (58%) распад $h \rightarrow bb$, для его экспериментальной регистрации лучше всего использовать механизмы рождения Vh и tth . Канал $h \rightarrow WW^*$ удобнее наблюдать, когда оба W -бозона распадаются на $\mu\nu$ или $e\nu$ ($BR \approx 1\%$). Однако из-за наличия двух нейтрино не удастся хорошо восстановить массу бозона Хиггса. К наиболее “чистым” модам распада можно отнести $h \rightarrow ZZ^* \rightarrow 4l$ (здесь и далее под l понимается электрон или мюон) с $BR \approx 1.3 \times 10^{-4}$, $h \rightarrow \gamma\gamma$ с $BR \approx 2.3 \times 10^{-3}$ и $h \rightarrow \mu\mu$ с $BR \approx 2.2 \times 10^{-4}$. В последних двух случаях проблемой является подавление большого фона. Канал $h \rightarrow \tau\tau$ экспериментально наблюдаем в моде рождения VBF или в случае, если бозон Хиггса имеет большой поперечный импульс. Также в табл. 1 показано ожидаемое число событий при интегральной светимости 140 фбн⁻¹ при 13 ТэВ, если считать, что они регистрируются в идеальном детекторе со 100%-ным захватом.

ИЗМЕРЕНИЯ БОЗОННЫХ МОД РАСПАДА БОЗОНА ХИГГСА

Характерной чертой распада $h \rightarrow ZZ^* \rightarrow 4l$ является наличие двух пар изолированных лептонов с разным знаком заряда. Распределения по инвариантной массе m_{4l} , измеренные в экспериментах ATLAS и CMS после объединения всех лептонных комбинаций, показаны на рис. 1. В области 125 ГэВ четко видны максимумы над фоном. На статистике, эквивалентной 80 фбн⁻¹, в эксперименте ATLAS увидели 195 событий в области инвариантных масс 115–130 ГэВ при ожидаемом сигнале от бозона Хиггса СМ 112 ± 5 событий и оцененном фоне 59 ± 4 события [13]. Сила сигнала, определяемая

как отношение измеренного числа событий к ожидаемому, оказалась равной $\mu = 1.19 \pm 0.16$. Измеренное сечение рождения h (σ_h) в рабочем объеме установки, близком к ее геометрическому захвату, составило 4.0 ± 0.5 фбн, в согласии с предсказанием СМ 3.35 ± 0.15 фбн. σ_h в различных модах рождения бозона Хиггса, помноженное на $BR(h \rightarrow ZZ^* \rightarrow 4l)$, показано на рис. 2а. Отклонений от СМ не обнаружено. В эксперименте CMS на полной статистике 2016–2018 гг. (137 фбн⁻¹) было обнаружено 356 событий с m_{4l} в интервале 117–130 ГэВ при ожидаемых сигнале и фоне около 230 (110) событий соответственно [14]. Величина μ оказалась равной 0.94 ± 0.11 . Измеренное сечение в рабочем объеме установки составило 2.7 ± 0.3 фбн, что согласуется с рассчитанной величиной 2.76 ± 0.14 фбн. Нормированные на предсказанные СМ σ_h в различных механизмах рождения, полученные в эксперименте CMS, показаны на рис. 2б. Они хорошо согласуются с единицей.

В канале $h \rightarrow \gamma\gamma$ среднее отношение сигнала к фону составляет всего 2% и критическим является хорошее разрешение по инвариантной массе фотонов, $m_{\gamma\gamma}$. Для повышения статистической значимости сигнала события подразделяются на категории, учитывающие рассчитанное разрешение по $m_{\gamma\gamma}$ и отношение сигнала к фону. Обработанная статистика в эксперименте ATLAS соответствует интегральной светимости 80 фбн⁻¹, а в CMS — 36 фбн⁻¹. Измеренные величины μ и сечения в рабочем объеме в эксперименте ATLAS составили 1.06 ± 0.13 и 60.4 ± 8.5 фбн [15]. Последняя величина хорошо согласуется с расчетным сечением 63.5 ± 3.5 фбн. В эксперименте CMS μ оказалось равным $1.18^{+0.17}_{-0.14}$, а рабочие сечения: измеренное — 84 ± 13 фбн и рассчитанное в СМ —

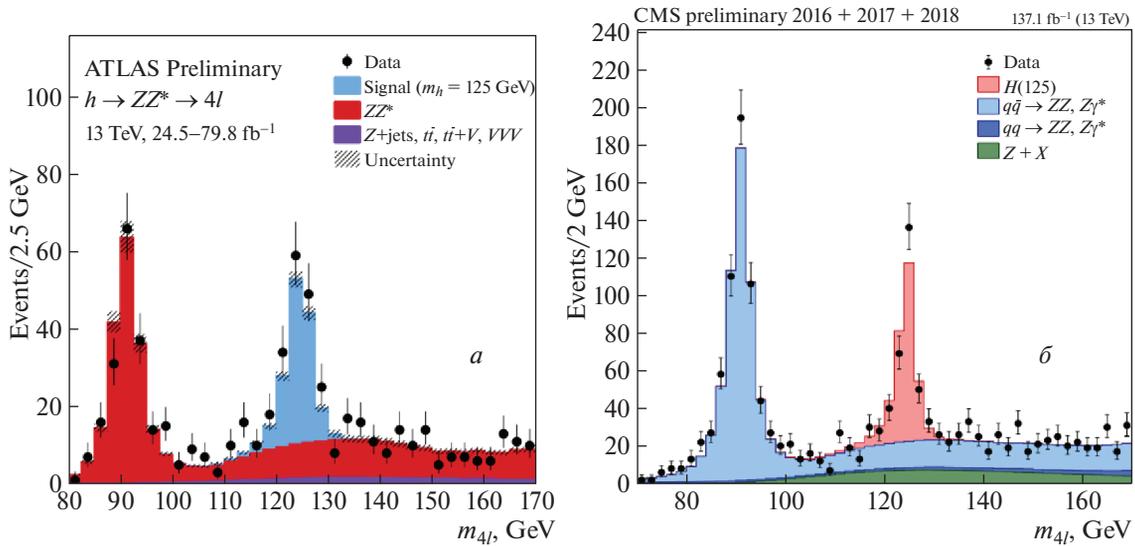


Рис. 1. Измеренное распределение по инвариантной массе четырех лептонов при 13 ТэВ для восстановления бозона Хиггса в канале распада $h \rightarrow ZZ^* \rightarrow 4l$. *a* — Результат эксперимента ATLAS [13], *б* — результат эксперимента CMS [14].

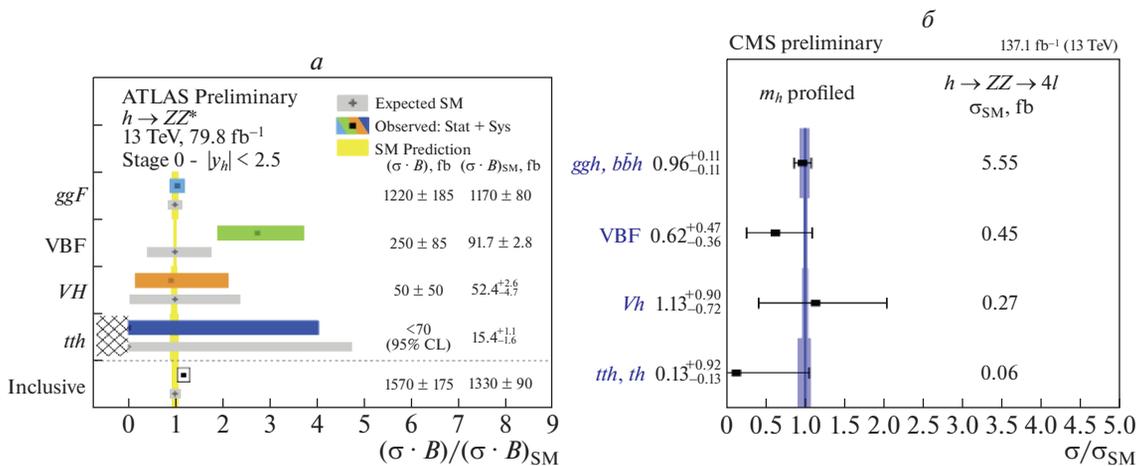


Рис. 2. Результаты изучения бозона Хиггса в канале распада $h \rightarrow ZZ^* \rightarrow 4l$ в экспериментах ATLAS и CMS при 13 ТэВ. *a* — Измеренные в эксперименте ATLAS сечения в основных механизмах рождения, помноженные на $\text{BR}(h \rightarrow ZZ^* \rightarrow 4l)$ [13], *б* — измеренные в эксперименте CMS силы сигнала в основных механизмах рождения в единицах СМ [14].

73 ± 4 фбн [16, 17]. Отметим, что новый предварительный результат CMS для констант связи в механизмах ggF и VBF, полученный на статистике 77 фбн $^{-1}$, таков: $\mu(ggF) = 1.15 \pm 0.15$ и $\mu(\text{VBF}) = 0.8^{+0.4}_{-0.3}$ [18]. На рис. 3 показаны измеренные в экспериментах ATLAS и CMS сечения в различных механизмах рождения. В обоих экспериментах не видно отклонений от СМ.

Характерной чертой распада $h \rightarrow WW^* \rightarrow l\nu l\nu$ является наличие двух изолированных лептонов разного знака заряда и заметная величина недостающей поперечной энергии E_T^{miss} , связанной с двумя нерегистрируемыми нейтрино. Поэтому на-

прямую измерить массу h в таких событиях нельзя. Вместо этого меряется так называемая поперечная масса. События разделяют на несколько категорий в зависимости от числа адронных струй (0, 1 или 2) с большим поперечным импульсом. В случае их отсутствия или наличия одной струи доминирует механизм рождения ggF , в то время как двухструйные события в основном связаны с VBF. Результаты обоих экспериментов основаны на статистике 36 фбн $^{-1}$, в случае эксперимента ATLAS исследовалось только конечное состояние $e\nu\mu\nu$ и механизм рождения Vh не рассматривался. Наблюдаемая (ожидаемая) значимость сигнала в механизме рождения ggF при массе 125 ГэВ соста-

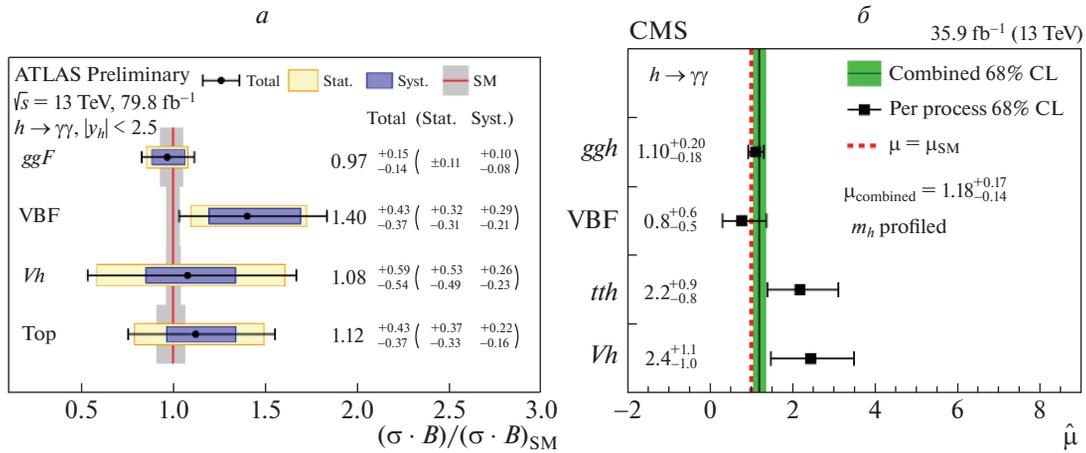


Рис. 3. Измеренные сечения бозона Хиггса в основных механизмах рождения, помноженные на $BR(h \rightarrow \gamma\gamma)$ и нормированные на предсказания СМ. *a* — Результат эксперимента ATLAS [15], *б* — результат эксперимента CMS [16, 17].

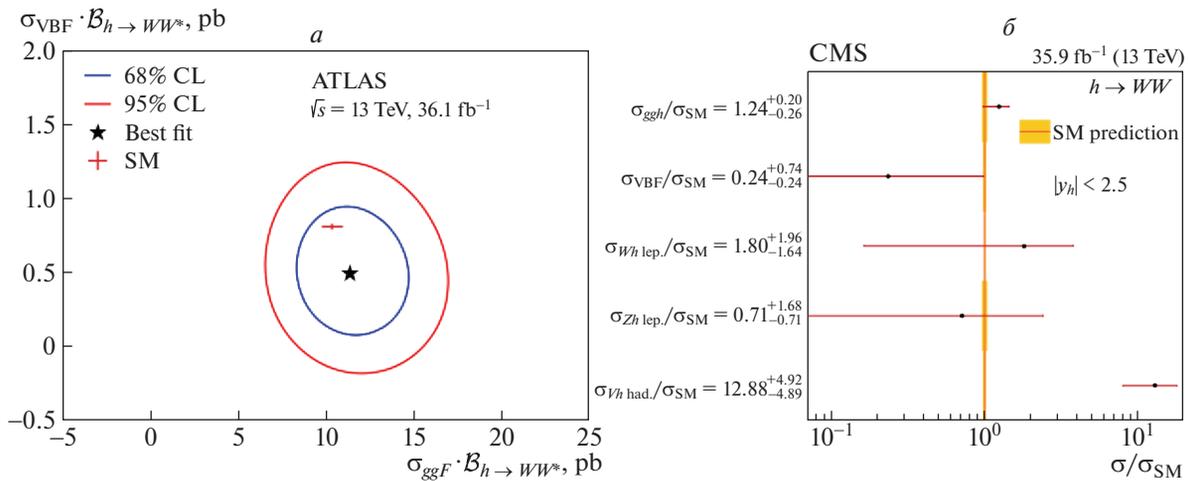


Рис. 4. Результаты изучения бозона Хиггса в канале $h \rightarrow WW^*$ в экспериментах ATLAS и CMS при 13 ТэВ. *a* — Корреляция между измеренными в эксперименте ATLAS сечениями рождения в механизмах ggF и VBF [19], *б* — нормированные на СМ сечения рождения в различных механизмах в эксперименте CMS [21].

вила 6.0σ (5.3σ) соответственно. Соответствующая величина силы сигнала получилась равной $1.10 \pm \pm 0.20$ [19]. Для механизма VBF соответствующие величины значимости — 1.9σ и 2.6σ , а величина $\mu = 0.62 \pm 0.36$. Корреляция между ggF - и VBF-сечениями показана на рис. 4а. Существенных отклонений от СМ не наблюдается. Отметим также, что новый предварительный результат эксперимента ATLAS по Vh -рождению таков: наблюдаемая значимость сигнала — 4.1σ при ожидаемой 1.9σ [20]. Объединенная по разным каналам рождения сила сигнала от $h \rightarrow WW^*$ в единицах СМ, полученная в эксперименте CMS, оказалась равной 1.28 ± 0.18 , при этом $\mu(ggF) = 1.38^{+0.21}_{-0.24}$, а $\mu(VBF) = 0.29^{+0.66}_{-0.29}$ [21]. Наблюдаемая значимость сигнала от $h \rightarrow WW^*$ — 9.1σ при ожидаемой 7.1σ .

Кроме того, в эксперименте CMS были измерены сечения в рабочем объеме установки, из которых были извлечены нормированные на СМ сечения в различных механизмах рождения (рис. 4б). Заметных отклонений от СМ не видно.

ИЗМЕРЕНИЯ ФЕРМИОННЫХ МОД РАСПАДА БОЗОНА ХИГГСА

Характерная черта распада $h \rightarrow \tau\tau$ — два хорошо восстановленных тау-лептона с инвариантной массой вблизи m_h . Они распадаются на заряженные лептоны или адроны с испусканием нейтрино. Для увеличения значимости сигнала события подразделяются на категории с помощью МС-моделирования; наиболее важные категории —

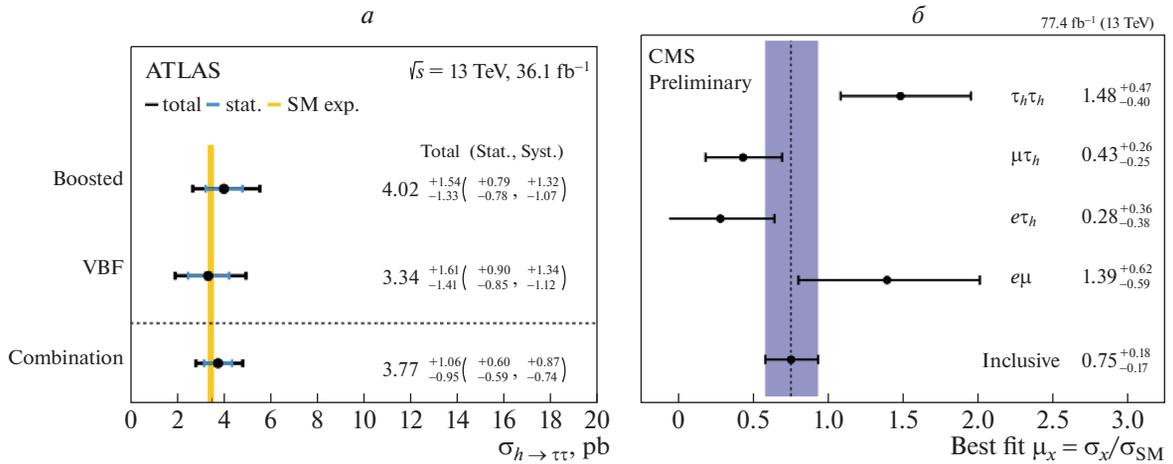


Рис. 5. Результаты изучения бозона Хиггса в канале $h \rightarrow \tau\tau$ в экспериментах ATLAS и CMS при 13 ТэВ. *a* — Измеренное в эксперименте ATLAS сечение бозона Хиггса в основных механизмах рождения, помноженное на $\text{BR}(h \rightarrow \tau\tau)$ [22]. *б* — Измеренные в эксперименте CMS силы сигнала в основных механизмах рождения в единицах СМ [24].

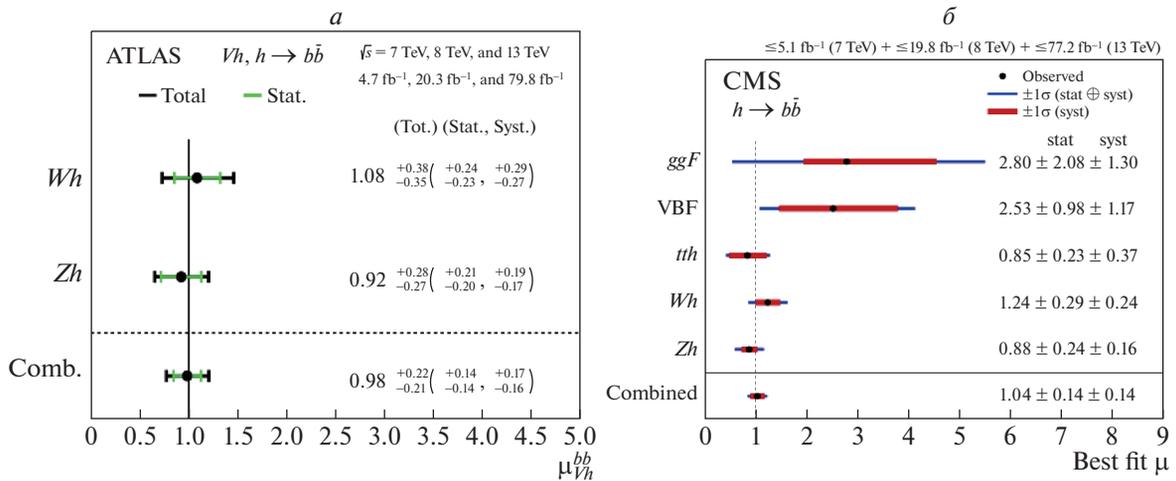


Рис. 6. Измеренные в экспериментах ATLAS и CMS силы сигнала от $h \rightarrow b\bar{b}$ в единицах СМ. *a* — Результаты эксперимента ATLAS для рождения бозона Хиггса в механизме рождения Vh при 13 ТэВ [25] до и после их объединения с более старыми результатами при 7 и 8 ТэВ. *б* — Результат эксперимента CMS для рождения бозона Хиггса в разных механизмах при 13 ТэВ [26] после их объединения с более старыми результатами при 7 и 8 ТэВ.

VBF и рождение бозона Хиггса с большим поперечным импульсом. В обоих экспериментах ATLAS и CMS были проанализированы наборы данных, соответствующие интегральной светимости 36 фбн^{-1} . Наблюдаемая (ожидаемая) значимость сигнала в эксперименте ATLAS составила 4.4σ (4.1σ) соответственно [20]. Ее величина возрастает до 6.4σ (5.4σ), если объединить результаты, полученные при 13 ТэВ, со старыми результатами, полученными при 7 и 8 ТэВ. Соответствующая величина силы сигнала в единицах СМ получилась равной 1.09 ± 0.36 . Отклонений от СМ не обнаружено. На рис. 5*a* показаны экспериментально измеренные сечения на установке ATLAS в упомянутых выше категориях событий. Они соответству-

ют сечениям, предсказанным СМ. Наблюдаемая значимость сигнала от $h \rightarrow \tau\tau$ в эксперименте CMS составляет 4.9σ при ожидаемой 4.7σ [23]. После объединения результатов, полученных при энергии 13 ТэВ, с более старыми результатами при 7 и 8 ТэВ эти значимости увеличиваются до 5.9σ каждая. Предварительный результат CMS на статистике 77 фбн^{-1} таков: сила сигнала в единицах СМ — 0.75 ± 0.18 , ее величины для каждой из мод рождения показаны на рис. 6*б* [24]. Отклонений от СМ не видно.

Характерной особенностью канала распада $h \rightarrow b\bar{b}$ является наличие двух адронных струй, происходящих из b -кварков, с инвариантной массой около m_h . Вдобавок в механизме Vh имеет смысл

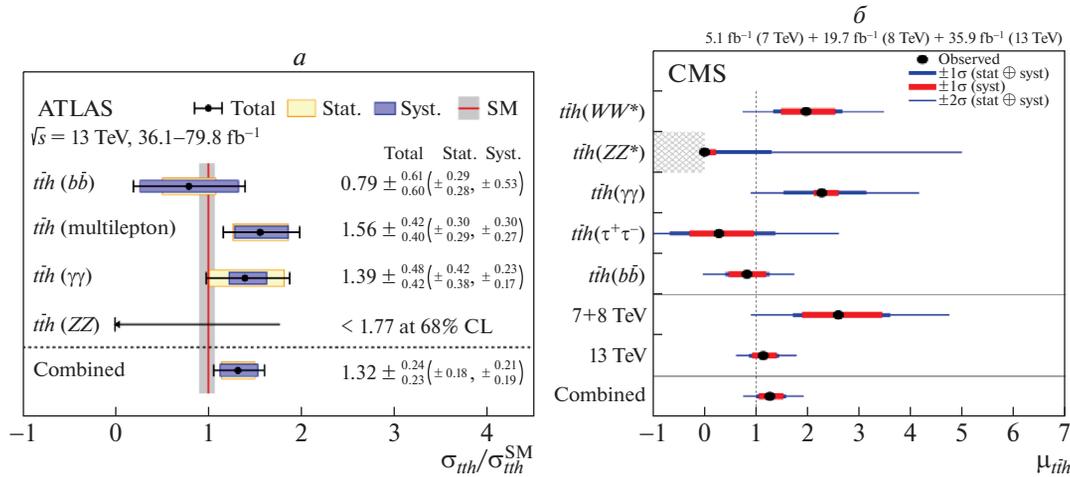


Рис. 7. Измеренные в экспериментах ATLAS и CMS силы сигнала от $t\bar{t}h$. *a* — Результат эксперимента ATLAS, основанный на статистике 36–80 fb^{-1} при 13 ТэВ [27]. *б* — Результат эксперимента CMS, основанный на статистике 36 fb^{-1} при 13 ТэВ [28] до и после их объединения с более старыми результатами при 7 и 8 ТэВ.

отбирать события только с жестким(и) лептоном(ами) или большой E_T^{miss} , в зависимости от конечного состояния, на которое распадается W или Z . Для выделения сигнала над фоном был проделан многомерный анализ, который был успешно протестирован на сходном с сигналом по сигнатуре процессе $(W/Z)Z$ -рождения с последующим распадом $Z \rightarrow b\bar{b}$. Статистика, используемая для анализа канала $h \rightarrow b\bar{b}$ в обоих экспериментах, соответствует интегральной светимости 80 fb^{-1} . Наблюдаемая (ожидаемая) значимость сигнала от этого распада в механизме рождения Vh — 4.9σ (4.4σ) соответственно в эксперименте ATLAS [25]. После объединения результатов, полученных при 13 ТэВ, с более старыми измерениями при 7 и 8 ТэВ, значимости возрастают до 5.4σ (5.5σ). Соответствующая величина $\mu = 0.98 \pm 0.22$. На рис. 6а показаны измеренные величины отдельно для мод рождения Wh и Zh . Отклонений от СМ не найдено. В эксперименте CMS наблюдаемая значимость сигнала от $h \rightarrow b\bar{b}$ в моде рождения Vh составляет 4.8σ при ожидаемой 4.9σ [26]. Они возрастают до 5.6σ (5.5σ) соответственно, если объединить результаты по всем механизмам рождения. Сила сигнала в единицах СМ, измеренная для каждого механизма рождения h в объединенном образце событий при 7, 8 и 13 ТэВ, показана на рис. 6б. Результаты согласуются с СМ.

ИЗУЧЕНИЕ РОЖДЕНИЯ БОЗОНА ХИГГСА В МЕХАНИЗМЕ $t\bar{t}h$

Механизм ассоциативного рождения бозона Хиггса с двумя топ-кварками изучался как для многолептонного конечного состояния, так и для конечных состояний $b\bar{b}$ и $\gamma\gamma$. Оба эксперимента

использовали многомерный анализ для выделения сигнала над фоном. Измеренная в эксперименте ATLAS величина $\mu = 1.32^{+0.28}_{-0.26}$ соответствует наблюдаемой (ожидаемой) значимости сигнала 5.8σ (4.9σ) соответственно [27]. Эта значимость увеличивается до 6.3σ (5.1σ), если объединить результаты при 13 ТэВ (основанные на статистике 36–80 fb^{-1}) с более старыми результатами при 7 и 8 ТэВ. Величины силы сигнала в единицах СМ, измеренные в эксперименте ATLAS в разных конечных состояниях, показаны на рис. 7а. Отклонений от СМ не найдено. Наблюдаемая значимость сигнала от $t\bar{t}h$ -рождения в эксперименте CMS в объединенном наборе данных при 13 ТэВ (36 fb^{-1}), 7 ТэВ и 8 ТэВ составляет 5.2σ при ожидаемой 4.2σ [28]. Измеренная величина силы сигнала в единицах СМ — $\mu = 1.26^{+0.31}_{-0.26}$. Она показана на рис. 7б совместно с соответствующими величинами для отдельных конечных состояний. Результаты хорошо согласуются с СМ.

КОМБИНАЦИЯ РАЗНЫХ МЕХАНИЗМОВ РОЖДЕНИЯ И РАСПАДОВ БОЗОНА ХИГГСА

Результаты, полученные для упомянутых выше каналов распада бозона Хиггса, были объединены, чтобы извлечь силу сигнала при 13 ТэВ в различных механизмах рождения (рис. 8) и распада (рис. 9). Глобальная сила сигнала в единицах СМ, измеренная в эксперименте ATLAS (CMS) оказалась равной $1.13^{+0.09}_{-0.08}$ (1.17 ± 0.10), что согласуется с теорией [29, 30]. Все четыре основных механизма рождения бозона Хиггса видны со значимостью более пяти стандартных отклонений в каждом из экспериментов. Измеренные силы сигнала в каждом

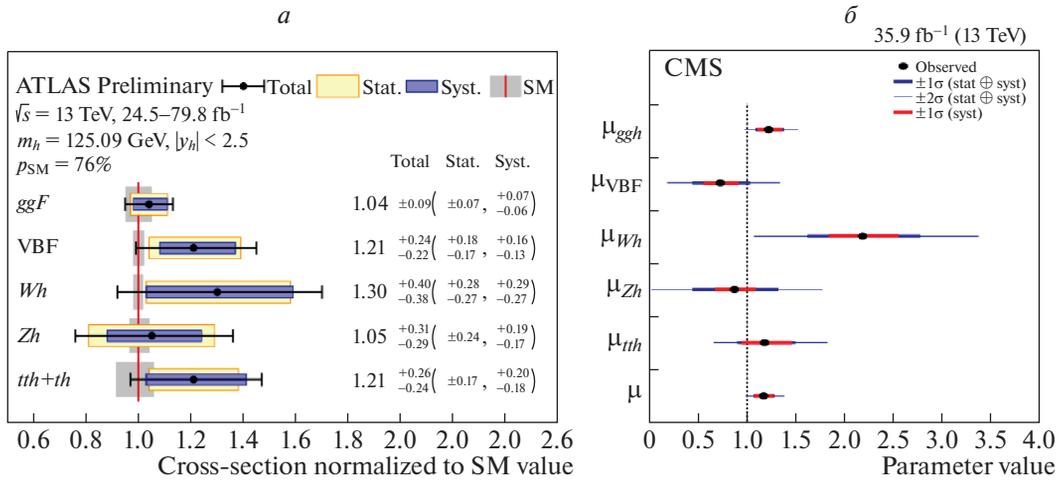


Рис. 8. Измеренные сечения рождения бозона Хиггса в экспериментах ATLAS и CMS при 13 ТэВ в различных механизмах при допущении того, что вероятности его распадов по разным каналам соответствует СМ. *a* — Результат эксперимента ATLAS [29]. *б* — Результат эксперимента CMS [30].

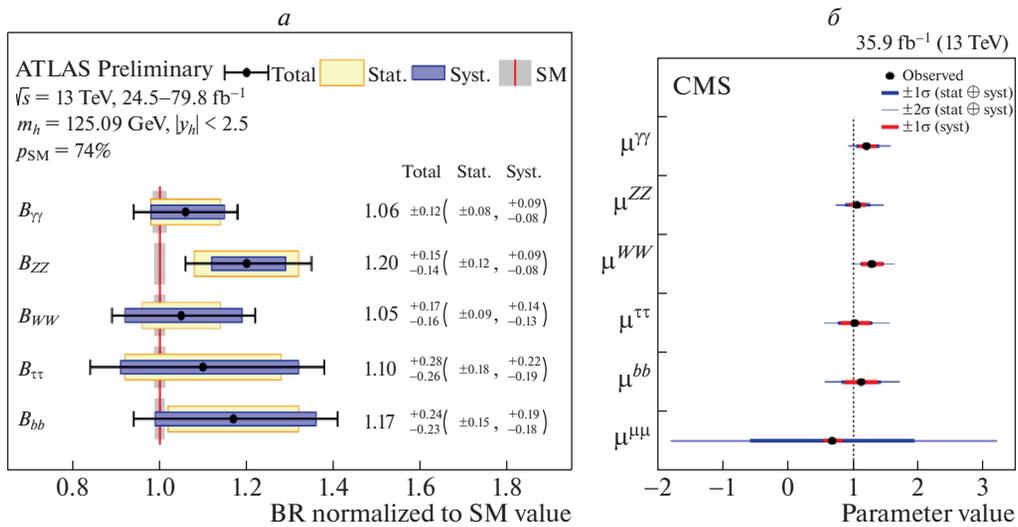


Рис. 9. Измеренные относительные вероятности распада бозона Хиггса по основным пяти каналам в экспериментах ATLAS и CMS при допущении того, что сечения его рождения по разным каналам соответствуют СМ. *a* — Результат эксперимента ATLAS [29]. *б* — Результат эксперимента CMS [30].

из механизмов рождения тоже согласуются с ожиданиями при допущении того, что относительные вероятности распадов h соответствуют СМ. Можно сделать аналогичный вывод и по измеренным BR распадов бозона Хиггса, если предположить, что сечения его рождения в различных механизмах такие же, как в СМ. Для уменьшения погрешности измерения нужно обработать большую статистику данных.

ПЕРСПЕКТИВЫ ЛНС ПО ИЗУЧЕНИЮ СТАНДАРТНОГО БОЗОНА ХИГГСА

В 2019–2020 гг. проводится модернизация ЛНС, а также экспериментов ATLAS и CMS

для их возможности работать при повышенной энергии 14 ТэВ и более высокой светимости $3 \times 10^{34} \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}$. За 3 года набора данных в 2021–2023 гг. при интегральной светимости 300 фбн^{-1} планируется измерить константы связи h в пяти основных модах распада с точностью не хуже 10–20%, а также обнаружить более редкие распады $h \rightarrow \mu\mu$ и $h \rightarrow Z\gamma$. Позднее, в 2024–2026 гг. предполагается дальнейшая модернизация ЛНС (HL-LHC) и упомянутых экспериментов для успешной эксплуатации при светимости $7 \times 10^{34} \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}$. Затем за период 2026–2037 гг. планируется набрать интегральную светимость 3000 фбн^{-1} , что позволит измерить константы

связи в распадах $h \rightarrow \mu\mu$ и $h \rightarrow Z\gamma$ с точностью 15–30% и попытаться увидеть редкие распады типа $h \rightarrow J/\Psi\gamma$ и $h \rightarrow Y\gamma$. При удачном стечении обстоятельств вероятно даже удастся измерить сечение парного рождения бозонов Хиггса σ_{hh} и оценить константу связи hhh . Более подробная информация содержится в [31].

Что касается более далеких перспектив, то CERN планирует увеличить энергию существующего коллайдера LHC вдвое (до 27 ТэВ, HE-LHC) и набрать статистику, эквивалентную интегральной светимости 15000 фбн^{-1} . Это позволит измерить константу связи hhh с точностью $\approx 15\%$ и увидеть исключительно сложный для экспериментального наблюдения распад $h \rightarrow c\bar{c}$. Параллельно с этим в окрестностях Женевы проектируется новый кольцевой коллайдер (FCC) с окружностью около 100 км. Пока неизвестно, будет ли это электрон-позитронный (ee), электрон-протонный (eh) или протон-протонный (pp) ускоритель. Более подробную информацию можно найти в [32]. Аналогичный проект (CEPC) существует в Китае [33].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Используя данные, набранные на LHC при 7–13 ТэВ, сотрудничества ATLAS и CMS обнаружили четыре основных механизма рождения и пять основных мод распада бозона Хиггса. Были измерены их сечения и относительные вероятности. Они все согласуются с СМ. Упомянутые эксперименты планируют улучшения текущих измерений, используя новые данные при 13 ТэВ и, в будущем, при 14 ТэВ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. L. Evans and P. Bryant, JINST **3**, S08001 (2008).
2. ATLAS Collab., JINST **3**, S08003 (2008).
3. CMS Collab., JINST **3**, S08004 (2008).

4. LHCb Collab., JINST **3**, S08005 (2008).
5. ALICE Collab., JINST **3**, S08002 (2008).
6. R. Barate *et al.*, Phys. Lett. B **565**, 61 (2003).
7. <http://lepewwg.web.cern.ch/LEPEWWG/>
8. ATLAS Collab., Phys. Lett. B **716**, 1 (2012).
9. CMS Collab., Phys. Lett. B **716**, 30 (2012).
10. CDF and D0 Collab., Phys. Rev. Lett. **109**, 071804 (2012).
11. V. I. Balbekov, Preprint IHEP 93-27 (1993).
12. D. de Florian, C. Grojean, F. Maltoni, C. Mariotti, A. Nikitenko, M. Pieri, P. Savard, M. Schumacher, R. Tanaka, R. Aggleton, M. Ahmad, B. Allanach, C. Anastasiou, W. Astill, S. Badger, M. Badziak, *et al.*, arXiv: 1610.07922.
13. ATLAS Collab., Preprint ATLAS-CONF-2018-018 (2018).
14. CMS Collab., Preprint CMS-PAS-HIG-2019-001 (2019).
15. ATLAS Collab., Preprint ATLAS-CONF-2018-028 (2018).
16. CMS Collab., JHEP **1811**, 185 (2018).
17. CMS Collab., JHEP **1901**, 189 (2019).
18. CMS Collab., Preprint CMS-PAS-HIG-18-029 (2019).
19. ATLAS Collab., Phys. Lett. B **789**, 508 (2019).
20. ATLAS Collab., arXiv: 1903.10052 (accepted to Phys. Lett. B).
21. CMS Collab., Phys. Lett. B **791**, 96 (2019).
22. ATLAS Collab., Phys. Rev. D **99**, 072001 (2019).
23. CMS Collab., Phys. Lett. B **779**, 283 (2018).
24. CMS Collab., Preprint CMS-PAS-HIG-18-032 (2019).
25. ATLAS Collab., Phys. Lett. B **786**, 59 (2018).
26. CMS Collab., Phys. Rev. Lett. **121**, 121801 (2018).
27. ATLAS Collab., Phys. Lett. B **784**, 173 (2018).
28. CMS Collab., Phys. Rev. Lett. **120**, 231801 (2018).
29. ATLAS Collab., Preprint ATLAS-CONF-2019-005 (2019).
30. CMS Collab., EPJ C **79**, 421 (2019).
31. ATLAS and CMS Collab., arXiv: 1902.10229, Part 3.
32. <https://fcc-cdr.web.cern.ch/>
33. CEPC Study Group, arXiv: 1809.00285.

MEASUREMENTS OF THE SM-LIKE HIGGS BOSON BY ATLAS AND CMS EXPERIMENTS AT THE LHC

I. I. Tsukerman
(ATLAS and CMS Collaborations)

NRC “Kurchatov Institute” — ITEP, Moscow, Russia

Recent results on Higgs boson production and decays in the ATLAS and CMS experiments at the LHC are reviewed. They are based on the analyses of 13-TeV LHC proton–proton collision data accumulated during 2015–2018 year exposures. Cross sections in four production channels and branching ratios of five main decays are measured. These channels are combined to extract the Higgs boson signal strength and couplings. All experimental results are found to be compatible with the Standard Model predictions. Perspectives of the ATLAS and CMS experiments on Higgs boson studies are also discussed.

ИЗМЕРЕНИЕ СЕЧЕНИЙ ИНКЛЮЗИВНОГО ОБРАЗОВАНИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ АДРОНОВ В ПЕРЕДНЕМ НАПРАВЛЕНИИ В УГЛЕРОД-УГЛЕРОДНЫХ СТОЛКНОВЕНИЯХ ПРИ ЭНЕРГИИ ПУЧКА 19.6 ГэВ НА НУКЛОН

© 2020 г. А. Г. Афонин¹⁾, М. Ю. Боголюбовский¹⁾, А. А. Волков¹⁾, Д. К. Елумахов^{1)*}, В. Н. Запольский¹⁾, А. А. Иванилов¹⁾, А. Ю. Калинин¹⁾, А. Н. Криницын¹⁾, Н. В. Кулагин¹⁾, В. И. Крышкин¹⁾, Д. И. Паталаха¹⁾, К. А. Романишин¹⁾, В. В. Скворцов¹⁾, В. В. Талов¹⁾, Л. К. Турчанович¹⁾, Ю. А. Чесноков¹⁾

Поступила в редакцию 28.10.2019 г.; после доработки 04.11.2019 г.; принята к публикации 04.11.2019 г.

Измерены инвариантные сечения образования заряженных адронов вперед под нулевым углом в углерод-углеродных столкновениях при кинетической энергии 19.6 ГэВ на нуклон на ускорительном комплексе У-70. Эксперимент проводился на комбинированном спектрометре, который включал в себя канал № 22 и детекторы установки ФОДС. Магнитная жесткость канала изменялась в диапазоне от 7 до 70 ГэВ/с. Результаты сравниваются с предсказаниями модели FTFP и автомодельного подхода.

DOI: 10.31857/S0044002720020014

1. ВВЕДЕНИЕ

Появление углеродного пучка на ускорительном комплексе У-70 открывает новые возможности для изучения релятивистской ядерной физики, в частности, в экспериментах по рождению частиц и ядерных фрагментов.

Существующие данные по выходам адронов и ядерных фрагментов в АА-взаимодействиях в экспериментах с фиксированными мишенями были получены при более низких энергиях (0.3–14 ГэВ/нуклон) [1–8]. В данной работе рассматриваются образования адронов вперед под малыми углами (менее 3 мрад) к оси пучка в углерод-углеродных столкновениях при энергии 19.6 ГэВ на нуклон. Проведенное исследование является логическим продолжением эксперимента по образованию частиц в переднем направлении для рА и АА-взаимодействий [9]. Для измерений использовался комбинированный спектрометр, состоящий из канала № 22 ускорительного комплекса У-70 [10] и одного из плеч экспериментальной установки ФОДС [11].

Монте-Карло-моделирование эксперимента проводилось с использованием Geant4 (версия 10.02.p02) [12]. Полученные экспериментальные

данные сравниваются с существующими данными из других экспериментов, предсказаниями модели FTFP (Fritiof) [13, 14] и с расчетами по феноменологической параметризации сечений А.А. Балдина [15], основанной на автомодельном подходе к процессам ядерных столкновений [16, 17], с использованием в качестве аргумента введенной В.С. Ставинским минимальной энергии сталкивающихся конstituентов [18] (далее по тексту эти расчеты именуются как автомодельный подход).

2. ПОСТАНОВКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Схема экспериментальной установки показана на рис. 1. Выведенный из ускорителя углеродный пучок попадает на ядерную мишень, установленную после магнита М1. Использовалась углеродная мишень длиной 2 см и диаметром 3 см. Для изучения фона проводились дополнительные измерения без мишени. Интенсивность пучка составляла около 10^9 ядер углерода за цикл при длительности вывода 1.2 с и измерялась при помощи ионизационной камеры [19]. Углеродный пучок на мишени в плоскости, перпендикулярной к его оси, имел размеры пятна приблизительно 4 мм по вертикали и 12 мм по горизонтали. Профили пучка близки к распределению Гаусса. В начале эксперимента параметры пучка измерялись посредством радиохромной дозиметрической пленки и в дальнейшем

¹⁾Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт” — ИФВЭ, Протвино, Россия.

*E-mail: Dmitriy.Elumahov@ihep.ru

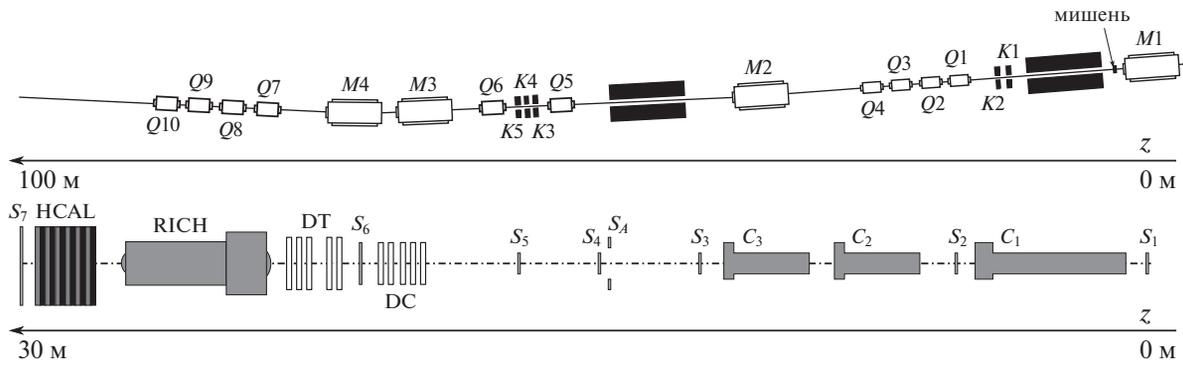


Рис. 1. Схематичное изображение 22 канала (сверху) и регистрирующей установки (снизу). Направление пучка — справа налево. *M* — магниты, *Q* — квадрупольные линзы, *K* — коллиматоры, сплошными черными прямоугольниками показана защита. *S* — сцинтилляционные счетчики, *C* — пороговые черенковские счетчики, DC — дрейфовые камеры, DT — дрейфовые трубки, RICH — спектрометр колец черенковского излучения, HCAL — адронный калориметр.

периодически контролировались с помощью подвижного сцинтилляционного счетчика.

Вторичные частицы захватывались каналом и транспортировались до детекторов установки. Регистрация отрицательно заряженных частиц проводилась с раскрытыми коллиматорами канала. При этом телесный угол захвата частиц в канал составлял 35 мксер, а их импульсный разброс $\sigma_p/p_0 \approx 2.4\%$.

При работе с вторичным пучком положительно заряженных частиц интенсивность ограничивалась изменением раскрытия коллиматоров. В этом случае телесный угол захвата частиц в канал составлял 3.4 мксер, а импульсный разброс $\sigma_p/p_0 \approx 1.2\%$.

Анализирующая часть установки, показанной на нижней части рис. 1, состоит из набора пороговых черенковских счетчиков, сцинтилляционных счетчиков, трековой системы [20], спектрометра колец черенковского излучения [21] (СКОЧ) и адронного калориметра [22].

3. ОБРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

Отбор одиночных частиц и определение их заряда проводились по амплитуде сигналов со сцинтилляционных счетчиков методом выбора лучшей гипотезы относительно количества прошедших частиц, их зарядов и возможного изменения заряда в процессе пролета через вещество установки (например, из-за распада или взаимодействия), с учетом амплитудного разрешения счетчиков. При помощи трековой системы определялись углы вхождения частиц в СКОЧ относительно оси канала. Дополнительно проводился отбор событий по количеству треков для подавления фона от взаимодействий в веществе установки и распадов ядерных фрагментов. Критерием являлось наличие

единственного трека в событии. Полученные значения углов, заряда и заданная магнитная жесткость канала позволяли отобрать срабатывания в СКОЧ и восстановить массу частицы. Необходимо отметить, что СКОЧ регистрирует фотоны черенковского света с углами от 40 до 120 мрад относительно оси детектора, а максимальный угол черенковского излучения для релятивистских частиц составляет 93 мрад. Поэтому для идентификации частиц, не дающих кольца черенковского света в детекторе, например, антипротонов с импульсами меньше 10 ГэВ/с, требовалось наличие единственного трека при отсутствии сигнала в СКОЧ. Пороговые черенковские счетчики были необходимы для дополнительного выделения частиц, сечения образования которых сравнимы с остаточным фоном в распределении реконструированных масс. Адронный калориметр использовался в первую очередь для подавления мюонов, неотличимых из-за разрешения СКОЧ от π^+ , π^- -мезонов, и для подавления событий, в которых энергия частиц, с учетом всех восстановленных параметров, не согласуется с магнитной жесткостью канала.

Критически важным для эксперимента являлся расчет акцептанса канала и экспериментальной установки, а также учет выбывания вторичных частиц за счет распадов и взаимодействий в веществе. Для этого были проведены Монте-Карло-расчеты в Geant4, и соответствующие поправки были вычислены с учетом экспериментальных критериев отбора событий [23].

Инвариантные сечения образования частиц вычислялись из измеренных нормированных выходов частиц из мишени, акцептанса установки и поправок, связанных с распадами частиц и их взаимодействием в веществе. В табл. 1 и 2 представлены полученные инвариантные сечения образования адронов.

Таблица 1. Сечения отрицательно заряженных частиц, приведены только статистические ошибки

p , ГэВ/с	σ , (мбн ГэВ)/(ср(ГэВ/с) ³)		
	π^-	k^-	\bar{p}
8.0	3.51e+02 ± 8.56e-01	9.12e+00 ± 4.07e-01	1.70e+00 ± 6.33e-02
11.0	1.21e+02 ± 3.07e-01	2.23e+00 ± 8.19e-02	5.80e-01 ± 2.27e-02
16.0	1.70e+01 ± 5.57e-02	3.40e-01 ± 1.23e-02	5.51e-02 ± 5.11e-03
21.0	2.55e+00 ± 9.71e-03	4.61e-02 ± 1.80e-03	8.20e-03 ± 1.17e-03
26.0	3.53e-01 ± 5.04e-03	6.65e-03 ± 9.90e-04	2.27e-03 ± 1.15e-03
31.0	3.43e-02 ± 7.41e-04	1.14e-03 ± 2.08e-04	1.00e-04 ± 4.80e-05
36.0	2.04e-03 ± 1.16e-04	4.19e-05 ± 7.13e-05	
39.0	6.45e-04 ± 7.76e-05		
42.0	2.67e-04 ± 4.25e-05		
46.0	1.99e-04 ± 1.23e-04		

4. СИСТЕМАТИЧЕСКИЕ ОШИБКИ ИЗМЕРЕНИЙ

Основную неопределенность в результаты данных измерений вносят систематические ошибки нормировки сечений. Ошибка калибровки ионизационного монитора составляет около 30%. Монте-Карло-моделирование показало сильную зависимость геометрического акцептанса канала от размера пучка и его смещения от оси канала. Из-за этого нормировка зависит от стабильности поло-

Таблица 2. Сечения положительно заряженных частиц, приведены только статистические ошибки

p , ГэВ/с	σ , (мбн ГэВ)/(ср(ГэВ/с) ³)	
	p	π^+
20.0	2.88e+04 ± 1.47e+02	4.62e+00 ± 1.81e+00
20.5	3.32e+04 ± 1.17e+02	
24.0	4.55e+03 ± 2.80e+01	
25.0	2.23e+03 ± 1.59e+01	8.52e-01 ± 3.14e-01
26.8	9.44e+02 ± 1.24e+01	
30.0	2.51e+02 ± 8.65e+00	
33.5	7.22e+01 ± 2.97e+00	
34.2	4.03e+01 ± 2.51e+00	
35.0	2.13e+01 ± 2.08e+00	
46.8	1.13e-01 ± 1.28e-01	
48.0	1.05e-01 ± 8.12e-02	
50.5	2.42e-02 ± 2.10e-02	

жения пучка и его размера, что также приводит к неопределенности в вычитании фона, составляющего примерно половину от всех регистрируемых событий. Так как в эксперименте отсутствовали точные средства контроля профиля и положения пучка, можно только сделать оценку систематики и сравнить ее с реальным разбросом в данных. При измерениях отрицательно заряженных частиц с открытыми коллиматорами ожидается неопределенность в нормировке в 2–3%, для положительно заряженных частиц — 15–20%. Для проверки оценок систематических ошибок выборочно было проведено несколько повторных измерений. Для полученных выходов положительных частиц разница составила 15%, для отрицательных — 4%, что согласуется с оценками из Монте-Карло-расчетов.

Еще один вклад в ошибку измерений вносит неопределенность в значении магнитной жесткости канала. Она оценивается в 1–2% от выставленного значения и предполагается, что этот относительный сдвиг будет общим для всех измеренных точек.

Также на качество результата влияют примеси посторонних частиц и ядер в пучке. Для измерения состава пучка проводился его анализ без мишени, с минимально возможной интенсивностью и магнитной жесткостью канала, соответствующей импульсу углеродного пучка. При этом стабильно наблюдался состав: 90% ¹²C, 1% ⁶Li, 6% ⁴He, 3% *d*. Расчеты методом Монте-Карло показали, что изменение содержания углерода в пучке до 80% не должно давать ошибку в сечениях более 5%.

И последним фактором, который может исказить результаты эксперимента, является примесь вторичных частиц, образовавшихся не в мишени,

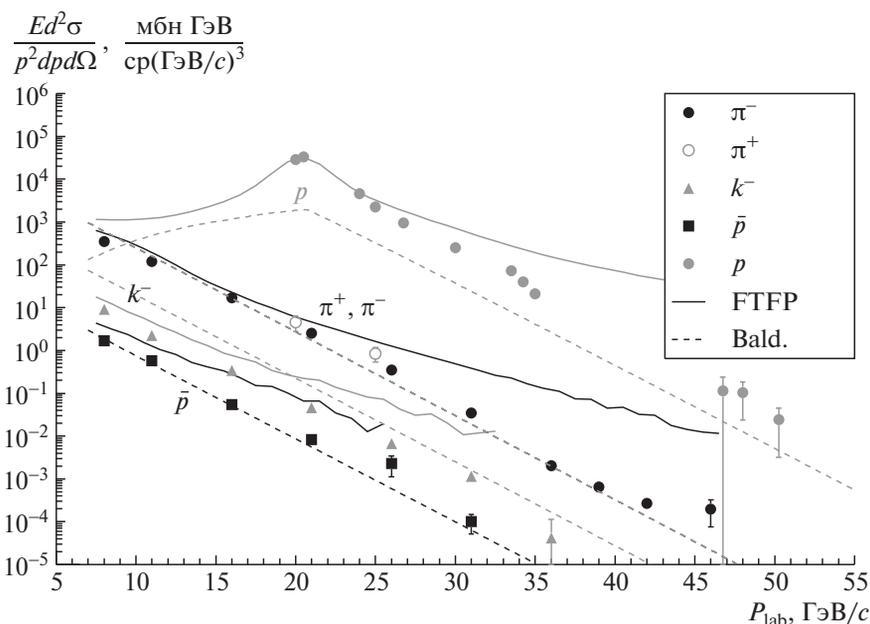


Рис. 2. Сечения образования частиц в углерод-углеродных столкновениях при энергии 19.6 ГэВ/нуклон. Символы — экспериментальные данные, сплошные кривые — расчеты по модели FTFP [13], штриховые — автомодельного подхода (Bald.) [15]. Приведены только статистические ошибки.

а в результате взаимодействий в веществе канала или детекторов установки. Моделирование показало, что вклад от таких частиц не превышает 1%. Это связано с тем, что они хорошо отбраковываются по энерговыделению в калориметре и реконструированной в СКОЧ массе.

5. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТА

На рис. 2 представлены полученные инвариантные сечения образования адронов в сравнении с оценками, сделанными для различных моделей. Сравнение с предсказаниями модели FTFP с учетом систематических ошибок показывает качественное согласие данных при импульсах, меньших, чем средний импульс на нуклон в пучке углерода, и значительное расхождение в наклонах сечений при больших импульсах. Автомодельный подход хорошо описывает наклоны сечений для антипротонов, π^+ , π^- и k^- -мезонов. Тем не менее наблюдается значительная разница в абсолютных значениях, что может быть связано со значениями нормировочных констант в модели, полученных при сравнительно малых энергиях. С другой стороны, наблюдается явное несоответствие предсказаний автомодельного подхода для сечений образования протонов. Это можно объяснить тем, что модель не учитывает вклад от фрагментации углеродного пучка.

5.1. Отрицательно заряженные частицы

Автомодельный подход описывает сечение образования частиц как

$$E \frac{d^3\sigma}{d^3P} = C_1 A_b^{\alpha(X_1)} A_t^{\alpha(X_2)} e^{-0.5\sqrt{S_{\min}}/(m_p C_2)}, \quad (1)$$

где C_1, C_2 — константы, $\alpha(X) = (1 + X)/3$ — параметризация A -зависимости, m_p — масса протона, $S_{\min} = (X_1 P_1 + X_2 P_2)^2$ — минимальная энергия, необходимая для рождения инклюзивной частицы данного импульса (см. [18]), P_1, P_2 — четырехимпульсы сталкивающихся ядер, X_1, X_2 — минимально необходимая доля четырехимпульса для реакции. При этом было показано [15], что наклоны сечений в зависимости от S_{\min} приблизительно совпадают для разных сортов частиц и различных энергий пучков.

Поэтому интересно сравнить полученные наши результаты с уже существующими данными по образованию частиц вперед в AA -взаимодействиях. На рис. 3 приведено такое сравнение с данными из [3, 7, 8]. Как видно из рисунка, зависимости сечения от переменной S_{\min} имеют близкие наклоны и несколько отличаются по нормировке. Полученные значения параметра C_2 совпадают в пределах погрешностей и в среднем равны 0.138 ± 0.002 . Из-за больших ошибок нормировки в подобных экспериментах сравнение абсолютных значений C_1 довольно затруднительно, но их можно использовать для изучения поведения отношений разных сортов частиц от энергии пучка. На рис. 4

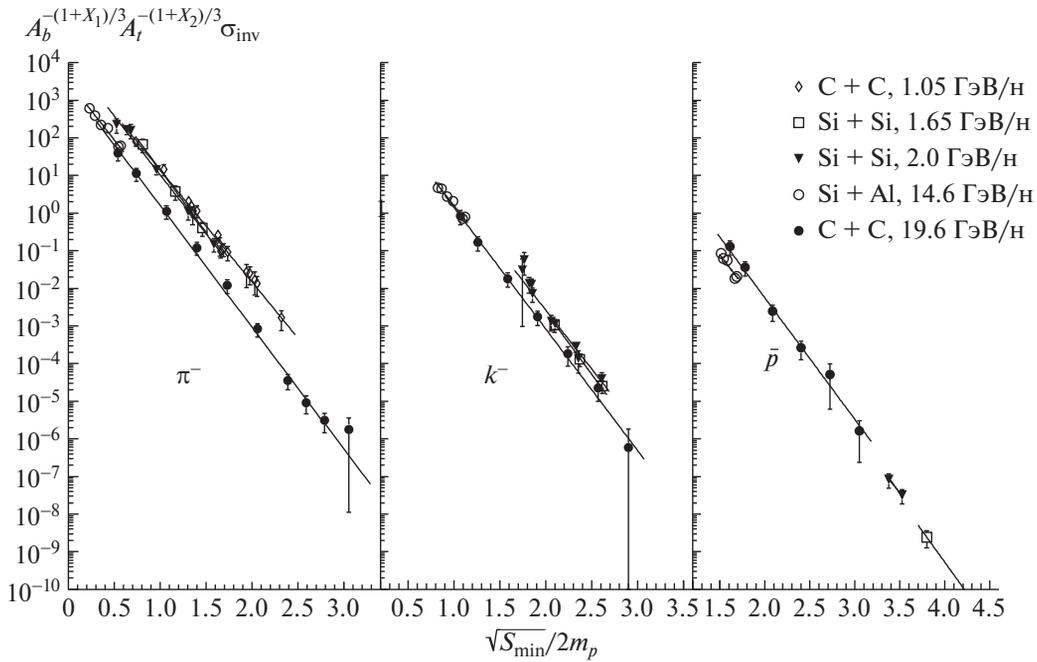


Рис. 3. Сечения образования частиц в АА-столкновениях при различных энергиях в зависимости от минимальной энергии сталкивающихся конstituентов, необходимой для рождения инклюзивной частицы, нормированной на две массы протона. Прямые линии — аппроксимация данных экспоненциальной функцией с фиксированным наклоном.

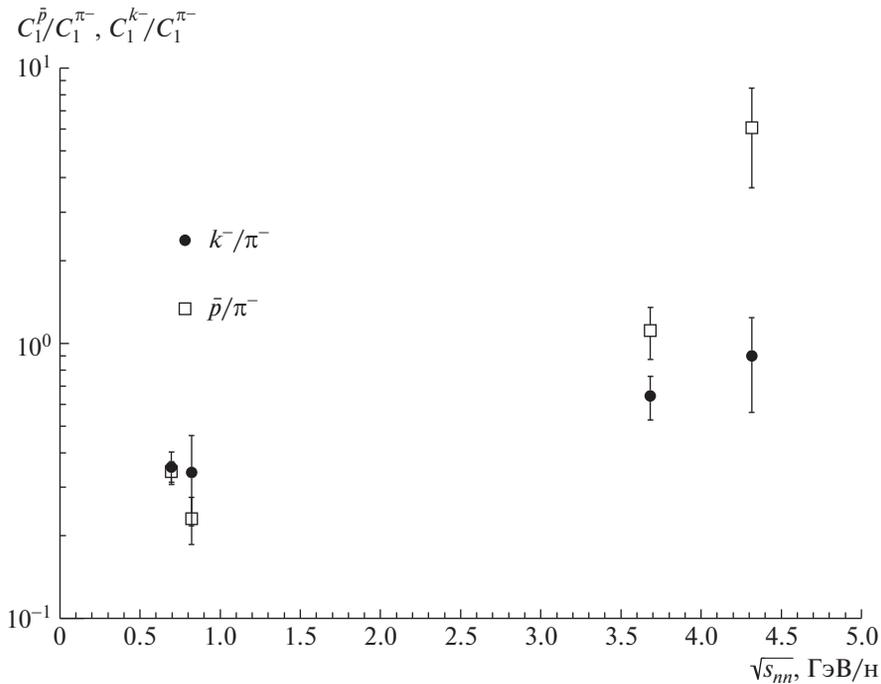


Рис. 4. Отношение параметров C_1 из (1) для различных сортов частиц в зависимости от полной энергии нуклон-нуклонного взаимодействия.

приведено отношение параметров C_1 для разных сортов частиц в зависимости от полной энергии нуклон-нуклонного взаимодействия, полученное из данных [7, 8] и настоящей работы. Наблюдается

изменение соотношений частиц с ростом полной энергии.

В рамках автомодельного подхода это можно объяснить тем, что с ростом энергии вклад нена-

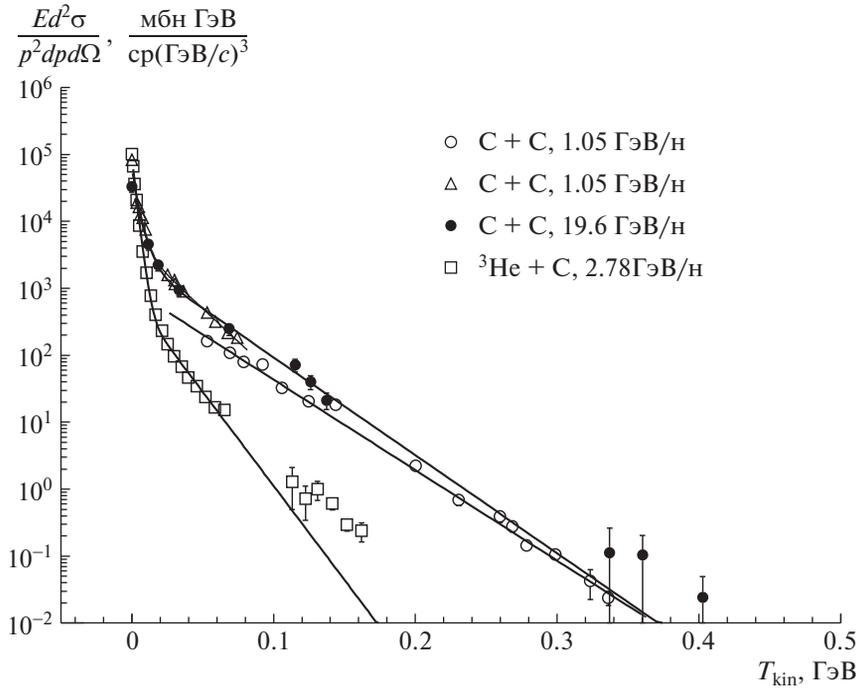


Рис. 5. Сечение образования протонов в АА-взаимодействиях в зависимости от кинетической энергии протона в системе покоя фрагментирующего ядра.

блюдаемых частиц уже не является пренебрежимым и, как показано в [15], может значительно влиять на сечение образования инклюзивной частицы.

5.2. Протоны

При изучении кумулятивного рождения частиц [24, 25] (т.е. выше границы нуклон-нуклонного взаимодействия) было отмечено, что сечения образования протонов хорошо описываются суммой двух экспонент:

$$\sigma_{\text{inv}}(T_{\text{kin}}) = c_1 e^{-T_{\text{kin}}/T_1} + c_2 e^{-T_{\text{kin}}/T_2}. \quad (2)$$

Как правило, коэффициенты c_1 и c_2 называют мощностями испарительных и кумулятивных процессов, а T_1 и T_2 — их температурой, T_{kin} — кинетическая энергия частицы в системе покоя фрагментирующего ядра. На рис. 5 представлены сечения образования протонов в зависимости от их кинетической энергии в сравнении с результатами других экспериментов [2, 26, 27], а также их аппроксимация функцией (2). Как видно, сечения образования протонов близки в широком диапазоне энергий. Различия можно объяснить систематическими ошибками в экспериментах. При этом наблюдается сильная зависимость от фрагментирующего ядра. Параметр T_1 соответствует импульсам ферми-движения нуклонов в ядре и практически не зависит от энергии. Интерес представляет

полученное значение температуры кумулятивных процессов T_2 , которое, возможно, определяется вкладом многонуклонных состояний и ненуклонных степеней свободы ядра [28].

На рис. 6 показано полученное значение T_2 в сравнении с результатами других экспериментов [2, 26, 27, 29–31]. Наблюдается существенное различие параметров T_2 в разных экспериментах, что может быть связано с зависимостью сечений от поперечного импульса регистрируемых частиц или неучтенными систематическими ошибками и требует дальнейшего изучения. Тем не менее данный результат полезен для настройки генераторов физических процессов, так как это первый экспериментальный результат, полученный при такой энергии пучка.

Помимо этого, интересно интерпретировать результаты в рамках кварк-кластерной модели [6]. В ней ядра рассматриваются как набор нуклонных кластеров. Теоретическое выражение для функции сечения имеет вид

$$\sigma_{\text{inv}}(x) = c_0 (c_1 g(x) w_1 + \sum_2^{A-1} c_i b_i(x) w_i), \quad (3)$$

где c_0 — общий множитель, c_i — известные из модели нормировочные константы, w_i — вклады от нуклонных кластеров, такие, что $\sum w_i = 1$, $g(x)$ — функция Гаусса, b_i — функции вкладов нуклонных кластеров, предсказанные в модели, x — отношение импульса вторичного протона в лабораторной

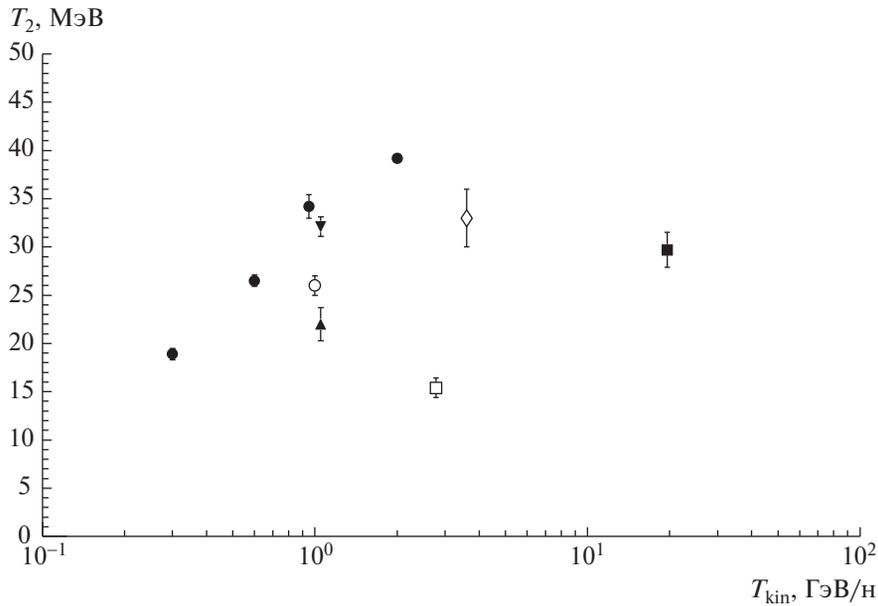


Рис. 6. Оценка параметра T_2 из формулы (2) в зависимости от кинетической энергии пучка. Точки: ■ — настоящая работа, □ — $^{12}\text{C}(^3\text{He}, p)x$ (0°) [27], ● — $^9\text{Be}(^{12}\text{C}, p)x$ (3.5°) [31], ○ — $^{197}\text{Au}(^{197}\text{Au}, p)x$ (160°) [30], ▼ — $^{12}\text{C}(^{12}\text{C}, p)x$ (180°) [26], ▲ — $^{12}\text{C}(^{12}\text{C}, p)x$ (0°) [2], ◇ — $^{12}\text{C}(^{12}\text{C}, p)x$ (160°) [29].

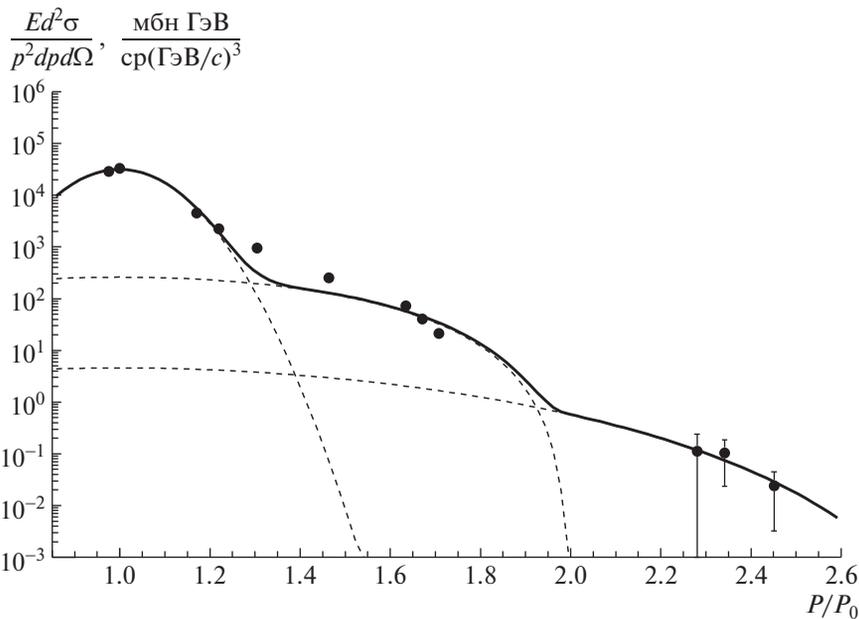


Рис. 7. Инвариантное сечение образования протонов в углерод-углеродных столкновениях при энергии 19.6 ГэВ/нуклон в зависимости от отношения импульса протона в лабораторной системе к среднему импульсу нуклона в ядре пучка. Штриховые кривые — вклады от одно-, двух- и трехнуклонных вкладов в кварк-кластерной модели, сплошная — суммарное распределение.

системе к среднему импульсу нуклона в ядрах пучка. На рис. 7 показана аппроксимация дифференциальных сечений протонов функцией (3). Как видно, имеющиеся данные из-за быстрого падения сечения позволяют сделать оценку только для вкладов одно-, двух- и трехнуклонных кластеров. Величина w_2 равна 0.18 ± 0.03 , а w_3 равна $0.004 \pm$

± 0.001 . Необходимо заметить, что теоретическое предсказание имеет “ступенчатую” форму, плохо описывающую экспериментальные данные, что было учтено при вычислении ошибок w_2 и w_3 . Скорее всего различие связано с неучтенными в модели факторами, например, внутренним движением кластеров в ядре.

Этот результат выше, чем полученный в [4]: $w_2 = 0.098 \pm 0.018$, $w_3 = 0.006 \pm 0.001$, и довольно близок к [32]: $w_2 = 0.193 \pm 0.041$, $w_3 = 0.0055 \pm 0.0017$.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе представлены результаты эксперимента на ускорительном комплексе ИФВЭ по образованию заряженных адронов под нулевым углом вперед в углерод-углеродных взаимодействиях с кинетической энергией частиц пучка 19.6 ГэВ/нуклон.

Получены сечения образования π^+ , π^- , k^- , p и \bar{p} в диапазоне импульсов от 8 до 48 ГэВ/с, которые существенно дополняют результаты экспериментов при более низких энергиях ядерных пучков.

Совместный анализ с существующими экспериментальными данными показывает, что поведение сечений в зависимости от минимальной энергии сталкивающихся конститuentов, необходимой для рождения инклюзивной частицы, совпадает при малых и больших энергиях сталкивающихся ядер.

Сравнение измеренных сечений с теоретическими предсказаниями некоторых моделей показывает существенные расхождения в области больших импульсов адронов.

Данная работа поддержана грантом РФФИ № 19-02-00278.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. D. E. Greiner, P. J. Lindstrom, H. N. Heckman, B. Cork, and F. S. Bieser, Preprint LBL-3651 (Lawrence Berkeley National Laboratory, 1955).
2. L. Anderson, W. Brückner, E. Moeller, S. Nagamiya, S. Nissen-Meyer, L. Schroeder, G. Shapiro, and H. Steiner, Phys. Rev. C **28**, 1224 (1983), <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.28.1224>
3. E. Moeller, L. Anderson, W. Brückner, S. Nagamiya, S. Nissen-Meyer, L. Schroeder, G. Shapiro, and H. Steiner, Phys. Rev. C **28**, 1246 (1983), <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.28.1246>
4. Б. М. Абрамов, П. Н. Алексеев, Ю. А. Бородин, С. А. Бульчев, И. А. Духовской, А. П. Крутенкова, В. В. Куликов, М. А. Мартемьянов, М. А. Мацюк, Е. Н. Турдакина, А. И. Ханов, Письма в ЖЭТФ **97**, 509 (2013) [JETP Lett. **97**, 439 (2013)], <https://doi.org/10.1134/S002136401308002X>
5. Б. М. Абрамов, П. Н. Алексеев, Ю. А. Бородин, С. А. Бульчев, И. А. Духовской, А. П. Крутенкова, В. В. Куликов, М. А. Мартемьянов, М. А. Мацюк, С. Г. Машник, Е. Н. Турдакина, А. И. Ханов, ЯФ **78**, 403 (2015) [Phys. At. Nucl. **78**, 373 (2015)], <https://doi.org/10.1134/S1063778815020039>
6. А. В. Ефремов, А. Б. Кайдалов, Г. И. Лыкасов, Н. В. Славин, ЯФ **57**, 932 (1994). [Phys. At. Nucl. **57**, 874 (1994)].
7. M. Aoki, J. Beatty, D. Beavis, J. B. Carroll, J. Chiba, H. J. Crawford, R. Debye, T. Doke, J. Engelage, L. Greiner, R. S. Hayano, T. J. Hallman, H. N. Heckman, T. Kashiwagi, J. Kikuchi, P. N. Kirk, *et al.*, Phys. Rev. Lett. **69**, 2345 (1992), <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.69.2345>
8. A. Shor, E. F. Barasch, J. B. Carroll, T. Hallman, G. Igo, G. Kalnins, P. Kirk, G. F. Krebs, P. Lindstrom, M. A. McMahan, V. Perez-Mendez, S. Trentalange, F. J. Urban, and Z. F. Wang, Phys. Rev. Lett. **63**, 2192 (1989), <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.63.2192>
9. М. Ю. Боголюбовский, А. Ю. Бордановский, А. А. Волков, Д. К. Елумахов, В. П. Ефремов, А. А. Иванюков, А. Ю. Калинин, А. Н. Криницын, В. И. Крышкин, Н. В. Кулагин, Д. И. Паталаха, В. В. Скворцов, В. В. Талов, Л. К. Турчанович, ЯФ **80**, 239 (2017) [Phys. At. Nucl. **80**, 455 (2017)], <https://doi.org/10.1134/S1063778817020090>
10. А. Г. Афонин, Н. А. Галеев, В. Н. Гресь, Ю. П. Давиденко, В. И. Дианов, А. Ц. Дышкант, В. Н. Запольский, В. И. Котов, В. П. Крючков, С. Н. Лапицкий, В. Н. Лебедев, А. В. Максимов, А. В. Минченко, А. Н. Мойбенко, В. С. Селезнев, Р. М. Суляев и др., Препринт ИФВЭ 90-38 (Протвино, 1990).
11. В. В. Абрамов, Б. Ю. Балдин, А. Ф. Бузулуцков, А. А. Волков, В. Ю. Глебов, П. И. Гончаров, А. Н. Гуржиев, А. С. Дышкант, В. Н. Евдокимов, А. О. Ефимов, Ю. П. Корнеев, А. Н. Криницын, В. И. Крышкин, М. И. Мутафян, В. М. Подставков, А. И. Ронжин и др., ПТЭ, № 6, 75 (1992).
12. <http://geant4.cern.ch/support/ReleaseNotes4.10.2.html>
13. <http://geant4.cern.ch/support/procmocatalog/models/hadronic/FTFP.html>
14. V. Uzhinsky, in *Proceedings of the Joint International Conference on Supercomputing in Nuclear Applications + Monte Carlo*, Tokyo, Japan, 2010, p. 1630.
15. А. А. Балдин, ЯФ **56**(3), 174 (1993) [Sov. J. Nucl. Phys **56**(3), 385 (1993)].
16. А. М. Балдин, Краткие сообщения по физике, № 1, 35 (1971).
17. Ю. Д. Баюков, Л. С. Воробьев, Г. А. Лексин, В. Л. Столин, В. Б. Федоров, В. Д. Хованский, ЯФ **18**, 1246 (1973).
18. В. С. Ставинский, Краткие сообщения ОИЯИ № 18-86, 5 (1986).
19. А. Г. Афонин, V. N. Gres, and V. I. Terekhov, in *Proceedings of the 6th European Conference EPAC'98, Stockholm, Sweden, June 22-26, 1998*, p. 1613.
20. М. Ю. Боголюбовский, А. А. Волков, Д. К. Елумахов, А. А. Иванюков, А. Ю. Калинин, А. Н. Криницын, В. И. Крышкин, Н. В. Кулагин, Д. И. Паталаха, К. А. Романишин, В. В. Скворцов, В. В. Талов, Л. К. Турчанович, Препринт ИФВЭ 2018-12 (Протвино, 2018) (принято в ПТЭ).

21. V. V. Abramov, A. V. Alekseev, B. Yu. Baldin, V. G. Vasil'chenko, A. A. Volkov, Yu. N. Vrazhnov, A. O. Efimov, Yu. P. Korneev, V. I. Kryshkin, V. E. Rakhmatov, A. I. Ronzhin, V. I. Rykalin, and R. M. Sulyaev, *Nucl. Instrum. Methods A* **235**, 497 (1985), [https://doi.org/10.1016/0168-9002\(85\)90099-3](https://doi.org/10.1016/0168-9002(85)90099-3)
22. A. A. Volkov, A. Y. Kalinin, A. V. Korablev, A. N. Krinitsyn, V. I. Kryshkin, V. V. Skvortsov, V. V. Talov, and L. K. Turchanovich, *Instrum. Exp. Tech.* **53**, 500 (2010), <https://doi.org/10.1134/S0020441210040056>
23. М. Ю. Боголюбский, Д. К. Елумахов, А. А. Иванюлов, А. Н. Криницын, Препринт ИФВЭ 2018-13 (направлено в ПТЭ).
24. В. К. Лукьянов, А. И. Титов, ЭЧАЯ **10**, 815 (1979).
25. В. К. Бондарев, ЭЧАЯ **28**, 13 (1997).
26. J. V. Geaga, S. A. Chessin, J. Y. Grossiord, J. W. Harris, D. L. Hendrie, L. S. Schroeder, R. N. Treuhaft, and K. Van Bibber, *Phys. Rev. Lett.* **45**, 1993 (1980), <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.45.1993>
27. В. Г. Аблеев, Д. В. Анчишкин, Х. Димитров, С. А. Запорожец, А. П. Кобушкин, Л. В. Малинина, А. А. Номофилов, Н. М. Пискунов, И. М. Ситник, Е. А. Строковский, Л. Н. Струнов, В. И. Шаров, Письма в ЖЭТФ **43**, 467 (1987).
28. S. V. Bekh, A. P. Kobushkin, and E. A. Stokovsky, *Ukr. J. Phys.* **62**, 927 (2017), <https://doi.org/10.15407/ujpe62.11.927>
29. М. Х. Аникина, Г. Л. Варденга, А. И. Голохвастов, В. П. Кондратьев, Л. В. Краснов, Ю. А. Лакомкин, В. Ф. Литвин, Ю. Р. Лукстиньш, Э. О. Оконов, И. В. Степанов, С. А. Хорозов, И. Е. Шевченко, И. Г. Яцышин, ЯФ **43**, 1217 (1986) [*Sov. J. Nucl. Phys.* **43**, 780 (1986)].
30. T. Odeh *et al.* [ALADIN Collab.], *Phys. Rev. Lett.* **84**, 4557 (2000), doi:10.1103/PhysRevLett.84.4557
31. Б. М. Абрамов, П. Н. Алексеев, Ю. А. Бородин, С. А. Булычев, К. К. Гудима, И. А. Духовской, А. П. Крутенкова, В. В. Куликов, М. А. Мартемьянов, М. А. Мацюк, Е. Н. Турдакина, А. И. Ханов, ЯФ **81**, 314 (2018) [*Phys. At. Nucl.* **81**, 330 (2018)], <https://doi.org/10.1134/S106377881803002>
32. K. S. Egiyan *et al.* [CLAS Collab.], *Phys. Rev. Lett.* **96**, 082501 (2006), <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.84.4557>

CROSS SECTION OF SECONDARY PARTICLE PRODUCTION IN FORWARD DIRECTION IN 19.6 GeV/NUCLEON CARBON–CARBON INTERACTIONS

**A. G. Afonin¹⁾, M. Yu. Bogolyubsky¹⁾, A. A. Volkov¹⁾, D. K. Elumakhov¹⁾, V. N. Zapolsky¹⁾,
A. A. Ivanilov¹⁾, A. Yu. Kalinin¹⁾, A. N. Krinitsyn¹⁾, V. I. Kryshkin¹⁾, N. V. Kulagin¹⁾,
D. I. Patalakha¹⁾, K. A. Romanishin¹⁾, V. V. Skvortsov¹⁾, V. V. Talov¹⁾, L. K. Turchanovich¹⁾,
Yu. A. Chesnokov¹⁾**

¹⁾ *National Research Center “Kurchatov Institute” — IHEP, Protvino, Russia*

Measurements of the invariant cross sections for charged hadrons produced forward at zero angle in CC collisions at beam kinetic energy 19.6 GeV/*n* have been performed at the accelerator U-70. For particle detection we use combined spectrometer built from the beam line 22 and detectors of the modified FODS setup. Beam line rigidity was varied from 7 to 70 GeV/*c*. The results are compared with FTFP and self-similar solution for nucleus-nucleus collisions.

ОЦЕНКА ДОЛИ $p + \text{He}$ В МАССОВОМ СОСТАВЕ ПЕРВИЧНОГО КОСМИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ $E_0 = 1\text{--}100$ ПэВ ПО СЕМЕЙСТВАМ γ -КВАНТОВ С ГАЛО

© 2020 г. В. С. Пучков, С. Е. Пятовский*

Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук, Москва, Россия

Поступила в редакцию 28.07.2019 г.; после доработки 11.09.2019 г.; принята к публикации 16.09.2019 г.

В статье проанализированы характеристики семейств γ -квантов с гало (“гало”), наблюдаемые в стволах широких атмосферных ливней (ШАЛ). События получены в эксперименте РЭК ПАМИР, характеристики событий изучены на расстояниях до ~ 10 см от оси ШАЛ с разрешением ~ 30 мкм. Изучение параметров событий в стволах ШАЛ методом гало позволило проанализировать массовый состав первичного космического излучения (ПКИ) при $E_0 = 10$ ПэВ и сделать выводы о доле легких ядер в ПКИ, слабо зависящих от модели прохождения ШАЛ через атмосферу. Из анализа семейств γ -квантов с гало и многоцентровых гало, полученных в рентгеноэмульсионной камере (РЭК) ПАМИР, доля $(p + \text{He})$ -компоненты ПКИ составляет $\sim 40\%$. Характеристики событий от ШАЛ, образованных протонами и полученных в эксперименте Тянь-Шанской высокогорной научной станции (ТШВНС), изучены в сравнении с экспериментальными данными KASCADE-Grande. По изучению зависимости возраста ШАЛ и N_μ от N_e из данных ШАЛ ТШВНС (ШАЛ + РЭК ТШВНС) сделан вывод об утяжелении массового состава ПКИ в диапазоне $E_0 = 1\text{--}100$ ПэВ.

DOI: 10.31857/S0044002720010110

1. ВВЕДЕНИЕ

Массовый состав первичного космического излучения (ПКИ) остается предметом научных дискуссий. Доля протонов в массовом составе ПКИ при $E_0 = 1\text{--}100$ ПэВ оценивается от 5% до 20%, доля $p + \text{He}$ до 70%, в зависимости от эксперимента и модели прохождения широких атмосферных ливней (ШАЛ) через атмосферу [1, 2]. Для оценки массового состава ПКИ определяются и изучаются параметры ШАЛ, подверженные минимальным флуктуациям при развитии ядерно-электромагнитного каскада в атмосфере. Данные параметры характеризуют события в стволах ШАЛ.

Регистрация событий вблизи оси ШАЛ на расстояниях \sim десяток сантиметров выполняется с применением резистивных плоских счетчиков (РПС) (эксперимент Argo YBJ [3]) и РЭК (эксперименты ПАМИР [4], ТШВНС [5], ЯБК [6]). Применение РПС для локализации оси ШАЛ позволило достичь модельной точности ~ 10 см при невозможности изучения структуры ствола ШАЛ на данных расстояниях. РЭК — единственный метод, позволяющий изучать структуру событий в стволе ШАЛ с разрешением ~ 30 мкм. Основное

количество событий, регистрируемых в РЭК, образовано $p + \text{He}$ ($>96\%$). Характеристики семейств γ -квантов и, в частности, гало, природа которого объяснена в [1, 2, 7], максимально чувствительны к массовому составу ПКИ в силу локализации γ -квантов вблизи оси ШАЛ.

Ранее предполагалось, что массовый состав ПКИ при $E_0 \sim 3$ ПэВ легкий, с преобладающей долей $p + \text{He}$ [8]. В настоящее время по данным ряда экспериментов массовый состав ПКИ утяжеляется, начиная с $E_0 \sim 1$ ПэВ. На рис. 1 показан спектр ПКИ по E_0 в области излома по данным EAS-TOP, Tibet III, Ice Top, Tunka, Akeno, KASCADE, KASCADE-Grande, BLANCA, GAMMA, HiRes II, ARGO-YBJ, DICE, CASA-MIA. Результаты гибридных экспериментов EAS-TOP и MACRO [12, 13], эксперименты Tibet AS γ , BASJE [14, 15], CASA-MIA Collaboration [16] показали уменьшение доли легких ядер $p + \text{He}$ в массовом составе ПКИ в области излома энергетического спектра ПКИ при $E_0 \sim 3$ ПэВ. Согласно данным экспериментов KASCADE, KASCADE-Grande [17] доля протонов в диапазоне $E_0 = 1\text{--}100$ ПэВ не превышает 10%. Результаты эксперимента ARGO-YBJ показали, что доля $p + \text{He}$ начинает уменьшаться при $E_0 \sim 1$ ПэВ, и массовый состав ПКИ утяжеляется [9]. Из рис. 1 следует, что оценки доли легких ядер и изменение доли легких ядер в

*E-mail: sep@lebedev.ru; vgsep@ya.ru

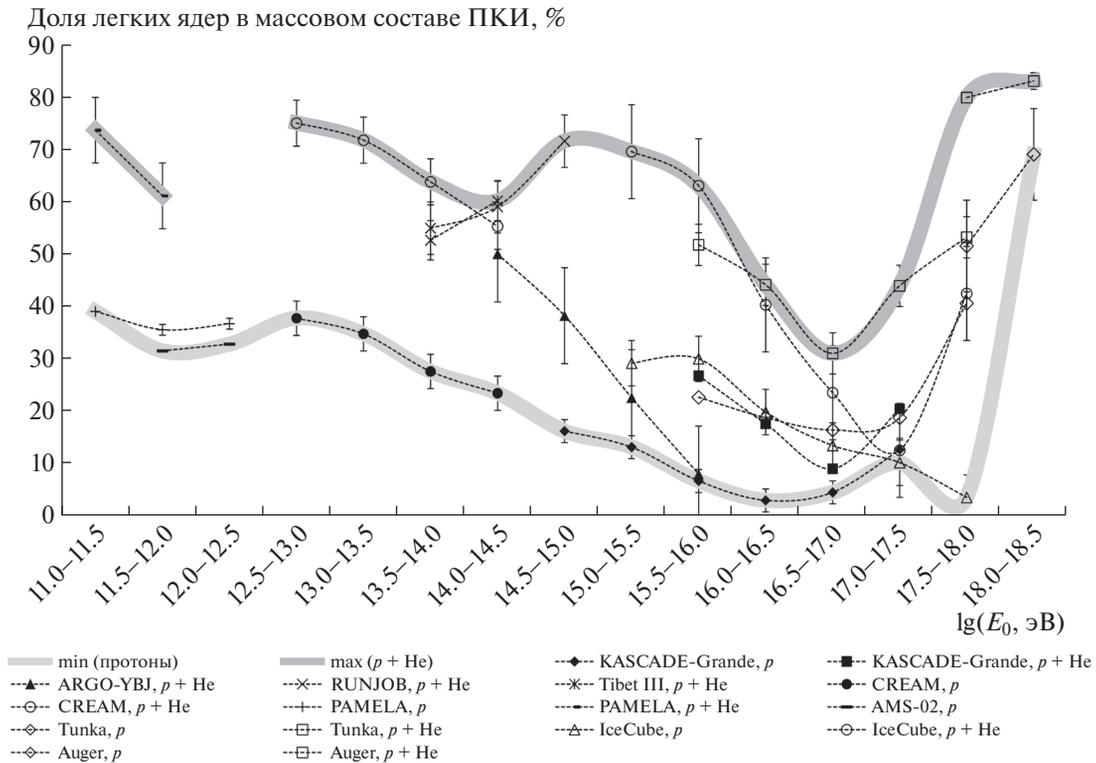


Рис. 1. Доля протонов и $p + \text{He}$ в массовом составе ПКИ по данным основных экспериментов [9–11].

массовом составе ПКИ с E_0 существенно различаются. Наибольшее расхождение данных экспериментов в оценке доли $p + \text{He}$ наблюдается при $E_0 \sim 10$ ПэВ. Согласно данным ARGO-YBJ, доля $p + \text{He}$ составляет $\sim 10\%$, IceCube $\sim 60\%$. Разница 50% говорит о необходимости более надежной и, по возможности, модельно слабо зависимой оценки доли $p + \text{He}$ в массовом составе ПКИ при $E_0 = 10$ ПэВ.

В работах коллабораций KASCADE-Grande [18], Tunka [19, 20], Tunka-Rex [21, 22], в других исследованиях, включающих использование данных LHCf [21, 22], обсуждаются два основных аспекта, относящихся к оценке доли легких ядер в массовом составе ПКИ. Первый аспект состоит в оценке доли протонов и ядер He в массовом составе ПКИ, второй — утяжеляется либо становится более легким массовый состав ПКИ в области излома энергетического спектра ПКИ.

В экспериментах с РЭК, позволяющих оценить долю $p + \text{He}$ на основе анализа событий вблизи оси ШАЛ [1], применен метод гало. Согласно последнему, доля $p + \text{He}$ остается существенной при $E_0 = 10$ ПэВ. На рис. 2 приведено изменение доли протонов и $p + \text{He}$ в массовом составе ПКИ в диапазоне $E_0 = 1–100$ ПэВ по данным экспериментов РЭК ПАМИР, KASCADE [8, 11, 18, 24], ARGO-YBJ [9], Tunka [21, 25–28] и IceCube [29]. Из рис. 2 следует, что результаты эксперимента РЭК

ПАМИР по оценке доли протонов и доли ядер He в массовом составе ПКИ при $E_0 = 10$ ПэВ на основе анализа гало показали хорошее согласие с результатами экспериментов Tunka и IceCube. Расхождения в доле протонов и $p + \text{He}$ по данным РЭК ПАМИР, Tunka и IceCube с данными KASCADE и ARGO-YBJ составляет 15–20%, что связано с применяемыми при оценках массового состава методами получения и интерпретациями характеристик событий в ШАЛ. В методе гало рассматриваются характеристики событий в \sim несколько см от оси ШАЛ, в методе ШАЛ — характеристики событий с более высокими флуктуациями вдали от ствола ШАЛ.

Основные эксперименты с РЭК, проводившиеся с 1970-х гг., — ПАМИР [1, 4] (Таджикистан, 4300 м н.у.м.), ТШВНС [30, 31] (Казахстан, 3400 м н.у.м.), ЯБК [32, 33] (Канбала, Тибет, 5400 м н.у.м., Чакалтая, Боливия, 5280 м н.у.м., Фуджи, Япония, 3700 м н.у.м.), эксперименты на аэростатах JACEE, RUNJOB. Статистически значимое количество событий (1294 семейства γ -квантов и 61 гало) получено только в эксперименте РЭК ПАМИР. В эксперименте РЭК ТШВНС выполнено сопоставление БД РЭК с БД ШАЛ ТШВНС [34], что позволило оценить изменение массового состава ПКИ.

События, регистрируемые в экспериментах с РЭК, — электромагнитные каскады, связанные

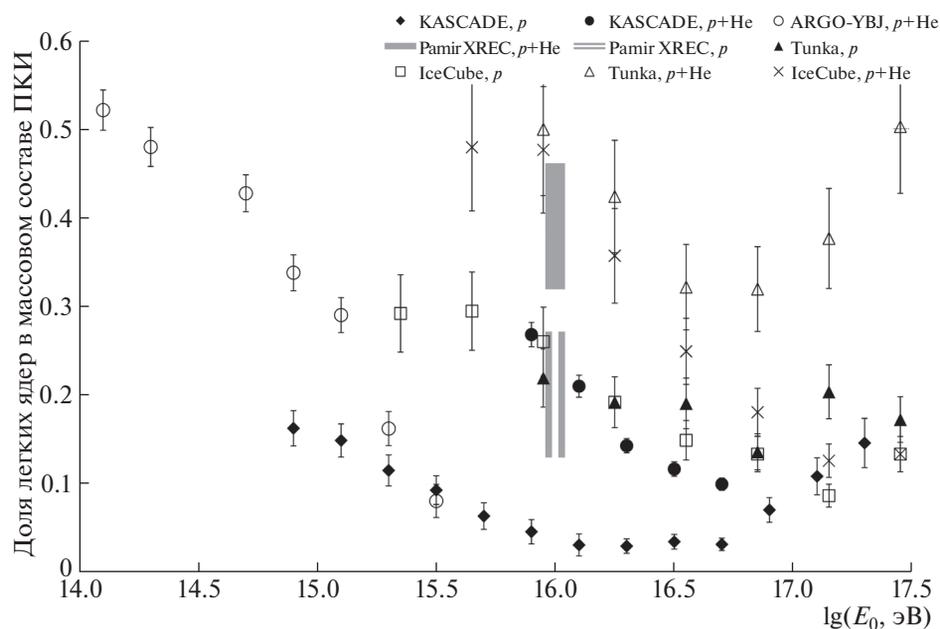


Рис. 2. Доля протонов и $p + \text{He}$ в массовом составе ПККИ по данным экспериментов KASCADE [8, 11, 18, 24], ARGO-YBJ [9], Tunka [21, 25–28], IceCube [29], РЭК ПАМИР.

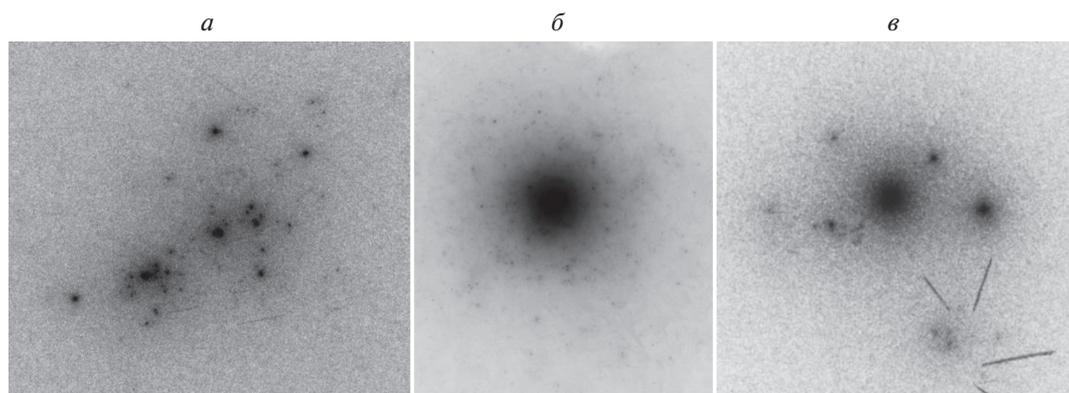


Рис. 3. Семейство γ -квантов (а), одноцентровое гало “Таджикистан” (б), многоцентровое гало (в).

с ШАЛ, наблюдаемые на рентгенографической пленке (РГП) в виде пятен потемнений. Пятна потемнений на РГП разделены на группы:

Отдельные γ -кванты. Близко расположенные друг к другу 1–3 области потемнений на РГП с площадями $< 1 \text{ мм}^2$.

Семейства γ -квантов (рис. 3а). Множественные (\sim десятки) локально расположенные области потемнений на РГП с площадями $< 1 \text{ мм}^2$.

Одноцентровые гало (рис. 3б), или семейства γ -квантов с гало. Диффузная область потемнения на РГП с площадью согласно критерия гало [2]. Кроме диффузной области потемнения, на изображении гало наблюдаются отдельные γ -кванты (семейства γ -квантов).

Многоцентровые гало (рис. 3в). Диффузные области потемнения на РГП с суммой площадей согласно критерия многоцентрового гало [2]. Кроме диффузных областей потемнения, на изображении гало наблюдаются γ -кванты (семейства γ -квантов).

При $E_0 \geq 0.1 \text{ ПэВ}$, на которые рассчитаны ливневые установки, оценки E_0 и массового состава ПККИ зависят от особенностей реконструкции ШАЛ в атмосфере. В то же время эксперименты с РЭК, размещенными в глубине атмосферы, регистрируют события, образованные преимущественно протонами. Чем больше глубина атмосферы, тем выше E_0 и легче ядра ПККИ, образовавшие ШАЛ, регистрируемые в РЭК как семейства γ -квантов. РЭК, размещенная в глубине атмосферы, в части

Таблица 1. Вероятности образования семейств γ -квантов ядрами ПКИ (модель MC0-FANSY [35], критерии реконструкции ШАЛ соответствуют РЭК ПАМИР, $E_0 \geq 5$ ПэВ (порог образования гало))

$W_p, \%$				$W_{\text{He}}, \%$				$W_{>\text{He}}, \%$			
$W_p^{(100)}$	$W_p^{(400)}$	Гало	W_p^f	$W_{\text{He}}^{(100)}$	$W_{\text{He}}^{(400)}$	Гало	W_{He}^f	$W_{>\text{He}}^{(100)}$	$W_{>\text{He}}^{(400)}$	Гало	$W_{>\text{He}}^f$
9.244	2.317	1.756	0.727	3.282	0.712	0.442	0.178	2.237	0.280	0.125	0.074

оценки массового состава ПКИ, — единственный модельно слабо зависимый эксперимент при $E_0 \geq 0.1$ ПэВ, позволяющий анализировать события в ШАЛ, образованных протонами и ядрами He. Ограничение по E_0 в эксперименте с РЭК определяется критерием отбора семейств γ -квантов с $\Sigma E_\gamma \geq 0.1$ ПэВ.

2. ОЦЕНКА ДОЛИ $p + \text{He}$ В МАССОВОМ СОСТАВЕ ПКИ

Обозначим интенсивность ПКИ в точке генерации ШАЛ как $I_0 = I_p + I_{\text{He}} + I_{>\text{He}}$, где I_p , I_{He} , $I_{>\text{He}}$ — интенсивность первичных протонов, ядер He и $>\text{He}$ соответственно. \tilde{N}_p , \tilde{N}_{He} , $\tilde{N}_{>\text{He}}$ — количество семейств γ -квантов, наблюдаемых на РГП, если все ядра ПКИ — протоны, He и $>\text{He}$ соответственно. W_p , W_{He} , $W_{>\text{He}}$ — вероятности образования семейств γ -квантов протонами, ядрами He и ядрами $>\text{He}$ соответственно. Тогда $I_0 = \tilde{N}_p/W_p = \tilde{N}_{\text{He}}/W_{\text{He}} = \tilde{N}_{>\text{He}}/W_{>\text{He}}$.

Количество экспериментально полученных семейств γ -квантов $N_0 = N_p + N_{\text{He}} + N_{>\text{He}}$, где N_p , N_{He} , $N_{>\text{He}}$ — количество семейств γ -квантов, образованных протонами, ядрами He и $>\text{He}$ соответственно.

Обозначим P_p , P_{He} , $P_{>\text{He}}$ — доля протонов, ядер He и $>\text{He}$ в массовом составе ПКИ соответственно. Тогда $N_p = I_0 P_p W_p$, $N_{\text{He}} = I_0 P_{\text{He}} W_{\text{He}}$, $N_{>\text{He}} = I_0 P_{>\text{He}} W_{>\text{He}}$.

Учитывая, что $P_p + P_{\text{He}} + P_{>\text{He}} = 1$:

$$P_p = \left\{ \frac{N_0 W_p}{\tilde{N}_p} - W_{\text{He}}(1 - P_{>\text{He}}) - W_{>\text{He}} P_{>\text{He}} \right\} (W_p - W_{\text{He}})^{-1}, \quad (1)$$

$$P_{\text{He}} = \left\{ \frac{N_0 W_p}{\tilde{N}_p} - W_p(1 - P_{>\text{He}}) - W_{>\text{He}} P_{>\text{He}} \right\} (W_{\text{He}} - W_p)^{-1}. \quad (2)$$

Из формул (1) и (2) следует зависимость P_p и P_{He} от W_p , W_{He} , $W_{>\text{He}}$ и N_0/\tilde{N}_p . Вероятности образования гало ядрами ПКИ приведены в табл. 1. Из табл. 1 следует, что W_p , W_{He} и $W_{>\text{He}}$ гало различаются в 4 и более раз, что позволяет оценить P_p , P_{He} и $P_{>\text{He}}$. В табл. 1: $W_p^{(100)}$, $W_{p,\text{He},>\text{He}}^{(400)}$, $W_{p,\text{He},>\text{He}}^f$ — вероятности образования 100-, 400-ТэВ-х семейств γ -квантов и структурных гало соответственно относительно $I_{p,\text{He},>\text{He}}$.

Из табл. 1 следуют расчетные отношения $W_p^{(400)}:W_{\text{He}}^{(400)}:W_{>\text{He}}^{(400)} \cong 3:3:1$, $W_p:W_{\text{He}}:W_{>\text{He}} \cong 4:4:1$, $W_p^f:W_{\text{He}}^f:W_{>\text{He}}^f \cong 4:2:1$ и $W_p^{(400)}:W_{>\text{He}}^{(400)} \cong 8:1$, $W_p:W_{>\text{He}} \cong 14:1$, $W_p^f:W_{>\text{He}}^f \cong 10:1$. При $E_0 = 5-10$ ПэВ $W_p^{(100)} \cong 5.05\%$, $W_{\text{He}}^{(100)} \cong 0.79\%$, $W_{>\text{He}}^{(100)} \cong 0.05\%$ ($>96\%$ всех семейств γ -квантов с $\Sigma E_\gamma \geq 0.1$ ПэВ образованы протонами и ядрами He).

На рис. 4 показаны вероятности образования гало протонами, ядрами He и $>\text{He}$ в зависимости от E_0 . Из рис. 4 следует, что до $\lg E_0 = 16.7$ практически все гало образованы протонами и ядрами He. Образование гало ядрами $>\text{He}$ начинается с $E_0 > 100$ ПэВ [7].

Для оценки зависимости метода гало от модельных переменных W_p , W_{He} , $W_{>\text{He}}$ и \tilde{N}_p в части оценки P_p и P_{He} примем $W_p = nW_{\text{He}}$, $W_{\text{He}} = mW_{>\text{He}}$, $w = N_0/\tilde{N}_p$:

$$P_p = \frac{wn - 1}{n - 1} + \frac{(m - 1) P_{>\text{He}}}{(n - 1) m}, \quad (3)$$

$$P_{\text{He}} = \frac{n}{1 - n} (w - 1) - \frac{(1 - mn) P_{>\text{He}}}{(1 - n) m}. \quad (4)$$

При $m = n = 1$ модель реконструкции ШАЛ нечувствительна к типу первичного ядра ПКИ и не применяется для описания экспериментальных данных РЭК ПАМИР. С ростом m и n характеристики гало (например, статистика гало), образованных различными ядрами, начинают существенно отличаться друг от друга. Расчеты показали, что при замене всех ядер ПКИ протонами количество гало составит 140, ядрами He — 35, $>\text{He}$ —

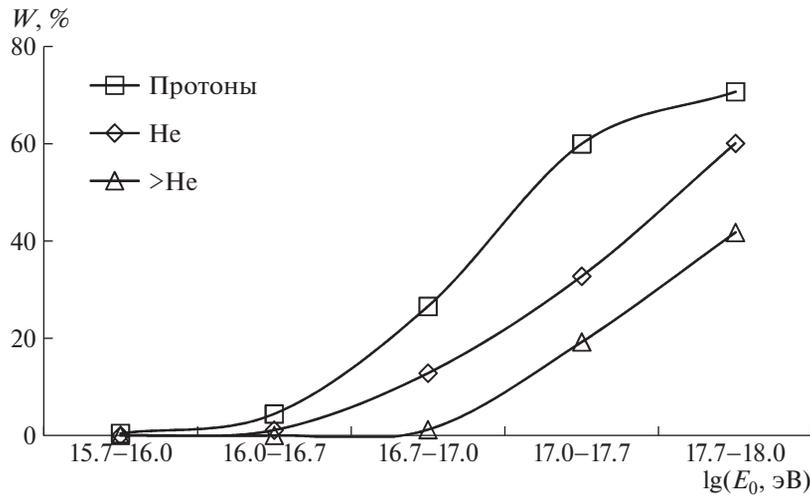


Рис. 4. Вероятность образования гало протонами, ядрами He и >He в зависимости от E_0 .

5–10 гало. Граничные значения $N_0 \pm \sqrt{N_0} = 53-69$, $\tilde{N}_p \pm \sqrt{\tilde{N}_p} = 128-152$ и $n = m = 2$ определяют предельно возможные P_p , P_{He} и $P_{>\text{He}}$. Условие $n = m \geq 2$ (существенная разница между вероятностями образования гало) полагает, что модель реконструкции ШАЛ существенно чувствительна к типу первичного ядра. В частности, расчетное соотношение $W_{p,\text{He},>\text{He}}^{(100)}$ (табл. 1, РЭК ПАМИР) расположено на минимально возможной границе применения метода гало.

Особенность РЭК ПАМИР — преимущественная регистрация семейств γ -квантов, образованных протонами и, в меньшей степени, ядрами He (>96%). При $m, n \gg 1$ из формул (3), (4) следует, что $P_{p,\text{He}}(n)/P_{p,\text{He}}(n+1) \rightarrow 1$, $P_{p,\text{He}}(m)/P_{p,\text{He}}(m+1) \rightarrow 1$. В частности, при $n = m \geq 3.5$, $P_{p,\text{He}}(n)/P_{p,\text{He}}(n+1)$, $P_{p,\text{He}}(m)/P_{p,\text{He}}(m+1)$ находятся в диапазоне (0.9; 1.1), и при больших n и m метод гало становится модельно слабо зависимым.

Из формул (1), (2), с учетом значений табл. 1 для гало, $P_{>\text{He}} \leq 61\%$. При $P_{>\text{He}} > 61\%$ в РЭК ПАМИР не будет наблюдаемой статистики гало. С учетом $N_0 \pm \sqrt{N_0}$ наблюдаемая статистика гало (61 при экспозиции $ST \cong 3000 \text{ м}^2 \text{ год ср}$) требует минимум $(39 \pm 6)\%$ доли $(p + \text{He})$ -компоненты ПКИ и максимум $(61 \pm 6)\%$ доли ядер >He. Из 39% минимальная доля протонов 20% и ядер He 19%, большая доля ядер He не обеспечит экспериментальную статистику гало. Из формул (1), (2) следует, что каждое зарегистрированное в эксперименте гало увеличивает минимальную долю $p + \text{He}$ на $\sim 0.8\%$.

Метод гало оценки массового состава ПКИ характеризуется:

высокой статистикой гало, в отличие от, например, статистики многоцентровых гало (в РЭК ПАМИР зарегистрировано 61 гало, в т.ч. 14 многоцентровых гало);

надежностью визуальной регистрации гало, в отличие от, например, 400-ТэВ-х семейств γ -квантов, статистика которых зависит также от метода измерения E_γ ;

регистрацией в РЭК гало, образованных преимущественно протонами и ядрами He;

существенно различными вероятностями образования экспериментальных событий, образованных протонами, ядрами He и >He, по которым оценивается массовый состав ПКИ.

РЭК ПАМИР работает как сепаратор ШАЛ, образованных протонами и ядрами He. Зная статистику гало и учитывая, что гало в РЭК образованы преимущественно протонами и ядрами He, оценены минимальные доли протонов и ядер He в массовом составе ПКИ, обеспечивающие визуально наблюдаемую статистику событий с гало.

3. ОЦЕНКА ДОЛИ $p + \text{He}$ ПО МНОГОЦЕНТРОВЫМ ГАЛО

Характеристики гало, чувствительные к массовому составу ПКИ, — статистика гало, вероятности образования гало протонами, ядрами He и >He, различающиеся в несколько раз (табл. 1), и доля многоцентровых гало.

Обозначим: N_s — количество экспериментальных многоцентровых гало, S_0 — экспериментальная доля многоцентровых гало, $N_s = N_0 S_0$ ($N_0 = 61 \pm \sqrt{61}$, $N_s = 14 \pm \sqrt{14}$). В табл. 2 приведены S_0 от протонов, ядер He, >He и экспериментальная S_0 РЭК ПАМИР [36].

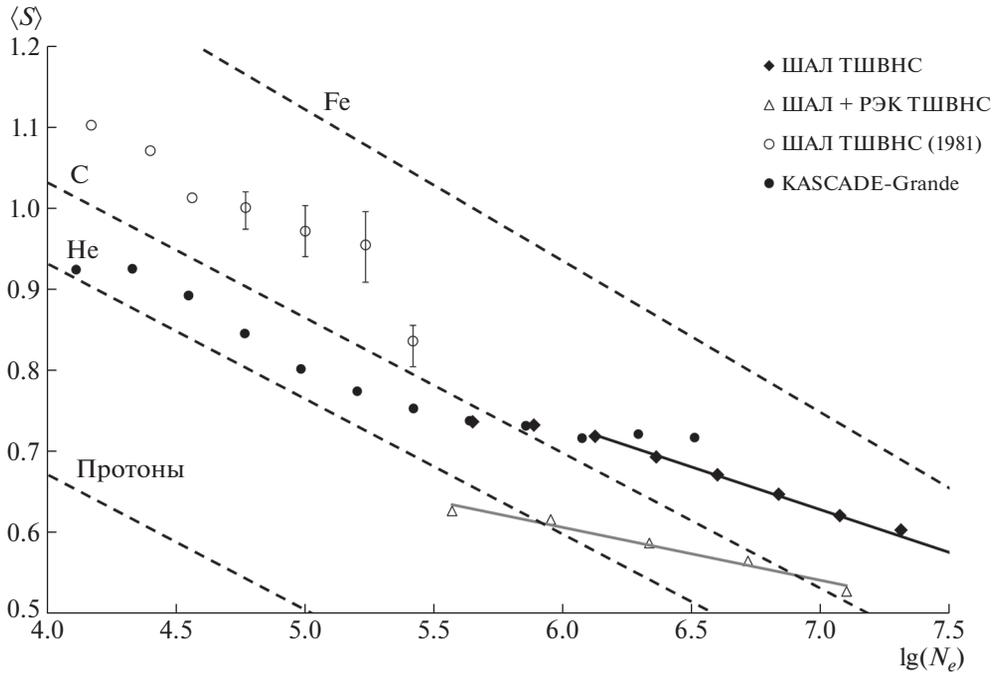


Рис. 5. Зависимость S от N_e . ШАЛ, образованные протонами, ядрами He, C, Fe показаны штриховыми линиями в сравнении с данными ШАЛ ТШВНС (в т.ч. ШАЛ ТШВНС 1981 [30]), ШАЛ + РЭК ТШВНС и KASCADE-Grande.

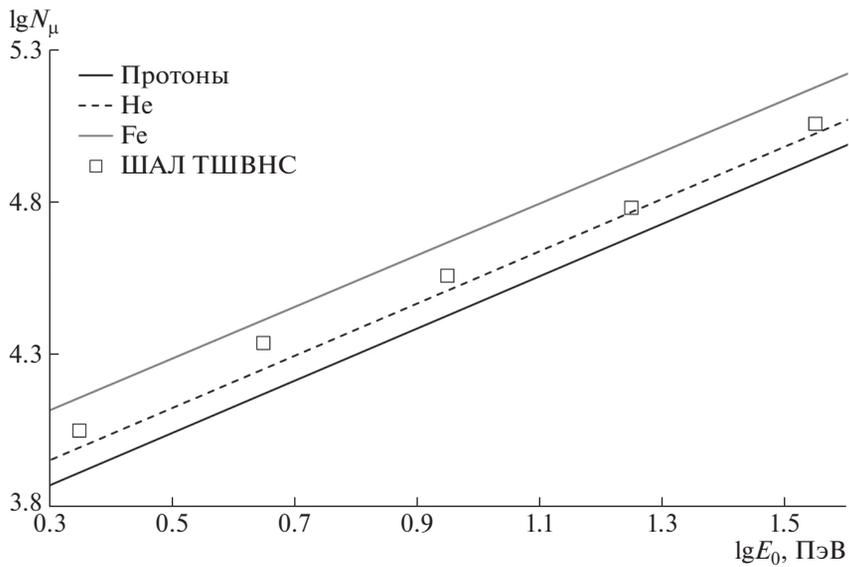


Рис. 6. Зависимости $N_\mu^{p,Fe}$ (MC0-FANSY для ШАЛ ТШВНС) в сравнении с экспериментальными данными ШАЛ ТШВНС.

Формулы (1), (2) применительно к многоцентровым гало:

$$P_p = \left\{ \frac{N_0 W_p}{\tilde{N}_p} S_0 - W_{He} S_{He} (1 - P_{>He}) - W_{>He} P_{>He} S_{>He} \right\} (W_p S_p - W_{He} S_{He})^{-1}, \quad (5)$$

$$P_{He} = \left\{ \frac{N_0 W_p}{\tilde{N}_p} S_0 - W_p S_p (1 - P_{>He}) - W_{>He} P_{>He} S_{>He} \right\} (W_{He} S_{He} - W_p S_p)^{-1}. \quad (6)$$

Зависимости (5), (6), с учетом значений табл. 2 для многоцентровых гало, $S_0 = 0.16-0.3$, определяют $P_{>He} \leq 57\%$, $p + He \geq 43\%$.

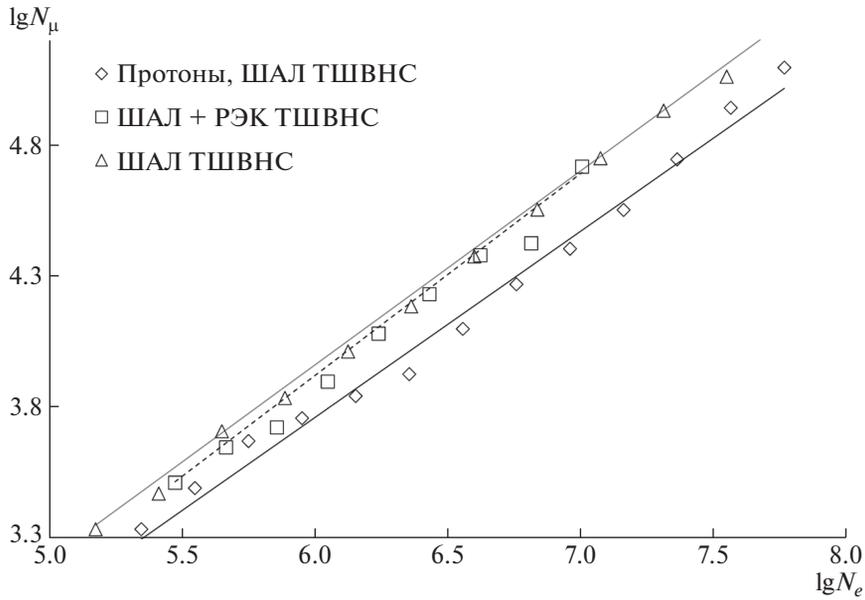


Рис. 7. Зависимость N_μ от N_e (БД ШАЛ ТШВНС). Кривые: сплошная черная — протоны, штриховая — ШАЛ + РЭК ТШВНС, сплошная серая — ШАЛ ТШВНС.

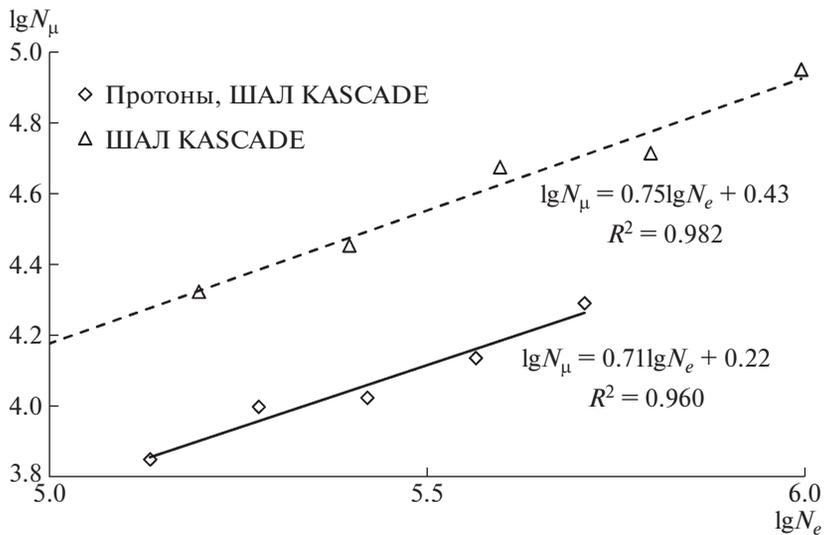


Рис. 8. Зависимость N_μ от N_e в ШАЛ KASCADE-Grande. Кривые: сплошная черная — протоны, штриховая — ШАЛ KASCADE.

4. ОЦЕНКА ИЗМЕНЕНИЯ МАССОВОГО СОСТАВА ПКИ ПО ДАННЫМ ТШВНС

Характеристики ШАЛ, по которым оценено изменение массового состава ПКИ с E_0 — количество мюонов N_μ и возраст ШАЛ S . N_μ увеличивается с ростом N_e и A ; S увеличивается с ростом A и снижается с ростом N_e . По данным ШАЛ ТШВНС N_μ и S проанализированы в [1, 34], и в сравнении с данными KASCADE-Grande (1 млн событий из БД KASCADE [37]) в [1, 2].

На рис. 5 приведена зависимость $\langle S \rangle (N_e, A)$ для ШАЛ ТШВНС и KASCADE-Grande в сравнении

с расчетными по MC0-FANSY зависимостями для протонов, ядер He, C, Fe. С ростом N_e события, регистрируемые на РГП, относятся к ШАЛ, ини-

Таблица 2. Доля многоцентровых гало, образованных протонами, He, C, Fe и экспериментальная для РЭК ПАМИР

$S_0 p$	$S_0 \text{He}$	$S_0 \text{C}$	$S_0 \text{Fe}$	$S_0 \text{ПАМИР}$
0.25	0.45	0.59	0.70	0.23 ± 0.07

Таблица 3. Изменение $\langle A \rangle$ с N_e

$\lg N_e$	4.5–5.0	5.0–5.5	5.5–6.0	6.0–6.5	6.5–7.0	7.0–7.5	4.5–7.5
$\Delta \lg A$	–0.018	0.157	0.195	0.139	0.034	0.165	0.672

цированными более тяжелыми ядрами. По данным рис. 5 $\partial \langle S \rangle / \partial \lg N_e = -0.167$, $\partial \langle S \rangle / \partial \lg A = 0.397$. В диапазоне $\lg N_e = 6.0-6.5$ $\Delta \langle S \rangle \cong 0$ — снижение $\langle S \rangle$ с ростом N_e уравновешено увеличением $\langle S \rangle$ с ростом A . При $\lg N_e = 6.0$ $\langle A \rangle$ не должно превышать 35 (группа Si, MC0-FANSY [35]). В диапазоне $\lg N_e = 4.5-5.0$ $\Delta \lg A \cong 0$ ($\langle A \rangle$ не меняется). Из рис. 5 следуют значения роста $\langle A \rangle$, приведенные в табл. 3. При $E_0 = 1-100$ ПэВ:

массовый состав ПКИ остается смешанным, с $\langle S \rangle$, соответствующим ядрам He для ШАЛ + РЭК ТШВНС и ядрам группы CNO для ШАЛ ТШВНС и KASCADE-Grande,

массовый состав ПКИ становится более тяжелым с ростом N_e [1, 2],

в области излома спектра ПКИ по E_0 $\langle S \rangle$ не меняется и равен 0.70–0.75 для ШАЛ ТШВНС, и снижение S с ростом N_e уравновешено ростом S с ростом A .

Зависимость N_μ от E_0 (MC0-FANSY для ШАЛ ТШВНС) для протонов и ядер Fe:

$$\begin{aligned} \lg N_\mu^p &= (0.86 \pm 0.01) \lg(E_0 [\text{ПэВ}]) + \\ &+ (3.61 \pm 0.01), \quad R_a^2 = 0.999, \\ \lg N_\mu^{\text{Fe}} &= (0.85 \pm 0.01) \lg(E_0 [\text{ПэВ}]) + \\ &+ (3.86 \pm 0.01), \quad R_a^2 = 0.999. \end{aligned} \quad (7)$$

На рис. 6 приведены расчетные зависимости $N_\mu^{p,\text{Fe}}$ (7) в сравнении с экспериментальными данными ШАЛ ТШВНС. N_μ растет с ростом A как $N_\mu \sim A^\alpha$. Учитывая (7), $\alpha = 0.14$, что соответствует эффективной множественности рождения $\pi^{0,\pm}$, $N = 19$ (MC0-FANSY). Разнице $\Delta \lg N_\mu = 0.12-0.13$ Б соответствует $\langle A \rangle = 8-9$ для $E_0 = 10$ ПэВ. Изменение $\langle A \rangle$ с E_0 (по рис. 6) приведено в табл. 4. Анализ данных ШАЛ ТШВНС по распределению N_μ/E_0 показывает, что массовый состав ПКИ при $E_0 = 10$ ПэВ остается смешанным со средними ядрами не тяжелее группы CNO.

Таблица 4. Зависимость $\langle A \rangle$ от E_0

E_0 , ПэВ	2	4	9	18	35
$\langle A \rangle$	10 ± 2	17 ± 4	9 ± 2	5 ± 1	7 ± 1

На рис. 7 приведены экспериментальные зависимости $N_\mu(N_e)$ для БД ШАЛ ТШВНС, ШАЛ + РЭК ТШВНС (банк данных сопоставленных событий) и зависимость $N_\mu(N_e)$ для протонов, полученная из экспериментальной БД ШАЛ ТШВНС.

Из рис. 7 следует:

$$\begin{aligned} \lg N_\mu^p &= (0.71 \pm 0.02) \lg N_e - \\ &- (0.5 \pm 0.1), \quad R_a^2 = 0.989, \\ \lg N_\mu^{\text{ШАЛ+РЭК}} &= (0.77 \pm 0.03) \lg N_e - \\ &- (0.7 \pm 0.2), \quad R_a^2 = 0.984, \\ \lg N_\mu^{\text{ШАЛ}} &= (0.74 \pm 0.01) \lg N_e - \\ &- (0.48 \pm 0.06), \quad R_a^2 = 0.998. \end{aligned} \quad (8)$$

Из зависимостей (8) следует:

$N_\mu^{\text{ШАЛ+РЭК}} > N_\mu^{\text{ШАЛ}}$ при $\lg N_e > 7$, что, с учетом преимущественной регистрации протонов и ядер He в РЭК, рассмотрено в [34],

$N_\mu^{\text{ШАЛ}}$ растет с N_e быстрее, нежели N_μ^p , что указывает на утяжеление массового состава ПКИ при $E_0 = 1-100$ ПэВ.

На рис. 8 приведены экспериментальные зависимости $N_\mu(N_e)$ (БД ШАЛ KASCADE-Grande) и $N_\mu(N_e)$ для протонов, полученные из экспериментальной БД ШАЛ KASCADE-Grande. Из рис. 8 следует, что $N_\mu^{\text{ШАЛ}}$ растет с N_e быстрее, нежели N_μ^p , что указывает на утяжеление массового состава ПКИ.

5. ВЫВОДЫ

Применение метода гало к БД РЭК ПАМИР показало, что минимальная доля $p + \text{He}$ в массовом составе ПКИ, обеспечивающая наблюдаемую статистику семейств γ -квантов с гало, составляет $(39 \pm 6)\%$ при $E_0 = 10$ ПэВ. По экспериментальным данным ШАЛ ТШВНС и KASCADE-Grande в диапазоне $E_0 = 1-100$ ПэВ массовый состав ПКИ утяжеляется.

1. Полученная оценка доли $p + \text{He}$ в массовом составе ПКИ минимальна. Учет дополнительных условий, например, изменения соотношения P_p , P_{He} и $P_{>\text{He}}$ с E_0 , увеличит долю $p + \text{He}$.

2. В методе гало использованы события, регистрируемые вблизи оси ШАЛ и несущие информацию о первичном акте взаимодействия ядер ПКИ с ядрами воздуха.

3. Вероятности образования гало протонами и ядрами He различаются в несколько раз, что делает метод гало модельно слабо зависимым. РЭК ПАМИР рассматривается как сепаратор протонов и, в меньшей степени, ядер He.

4. Порог образования гало существенно выше $E_0 = 0.1$ ПэВ, что относит метод гало к диапазону по E_0 , где большинство методов оценки массового состава ПКИ непрямые и модельно зависимые.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- R. A. Mukhamedshin, V. S. Puchkov, S. E. Ryatovsky, and S. B. Shaulov, *Astropart. Phys.* **102**, 32 (2018), <https://doi.org/10.1016/j.astropartphys.2018.05.005>
- Р. А. Мухамедшин, В. С. Пучков, С. Е. Пятковский, С. Б. Шаулов, *Краткие сообщения по физике* **12**, 64 (2017) [*Bull. Lebedev Phys. Institute* **44**, 380 (2017)], <https://doi.org/10.3103/S1068335617120090>
- L. Saggese, T. Di Girolamo, M. Iacovacci, and S. Mastroianni, *Nucl. Instrum. Methods A* **533**, 55 (2004), <https://doi.org/10.1016/j.nima.2004.06.129>
- Взаимодействие адронов космических лучей сверхвысоких энергий*, Труды ФИАН **154** (1984).
- A. P. Chubenko, A. L. Shepetov, V. P. Antonova, R. U. Beisembayev, A. S. Borisov, O. D. Dalkarov, O. N. Kryakunova, K. M. Mukashev, R. A. Mukhamedshin, R. A. Nam, N. F. Nikolaevsky, V. P. Pavlyuchenko, V. V. Piscal, V. S. Puchkov, V. A. Ryabov, T. Kh. Sadykov, *et al.*, *Nucl. Instrum. Methods A* **832**, 158 (2016), <https://doi.org/10.1016/j.nima.2016.06.068>
- E. H. Shibuya, *Rapporteur talks of 20th International Cosmic Ray Conference, HE (High Energy Phenomena) Session, 1987, Tokyo*.
- В. С. Пучков, С. Е. Пятковский, *ЯФ* **81**, 212 (2018) [*Phys. At. Nucl.* **81**, 222 (2018)], <https://doi.org/10.1134/S1063778818020151>
- KASCADE Collab. (W. D. Apel *et al.*), *Astropart. Phys.* **31**, 86 (2009), <https://doi.org/10.1016/j.astropartphys.2008.11.008>
- I. De Mitri (on behalf of the ARGO-YBJ Collab.), in *Proceedings of the XVIII International Symposium on Very High Energy Cosmic Ray Interactions (ISVHECRI 2014)*, EPJ Web Conf. **99**, 08003 (2015), <https://doi.org/10.1051/epjconf/20159908003>
- H. P. Dembinski, R. Engel, A. Fedynitch, Th. Gaisser, F. Riehn, and T. Stanev, in *Proceedings of the 35th International Cosmic Ray Conference, 2017*, PoS(ICRC2017) 533.
- W. D. Apel, J. C. Arteaga-Velazquez, K. Bekk, M. Bertaina, J. Blumer, H. Bozdog, I. M. Brancus, E. Cantoni, A. Chiavassa, F. Cossavella, K. Daumiller, V. deSouza, F. Di Pierro, P. Doll, R. Engel, J. Engler, *et al.*, *Astropart. Phys.* **47**, 54 (2013), <https://doi.org/10.1016/j.astropartphys.2013.06.004>
- EAS-TOP and MACRO Collab. (M. Aglietta *et al.*), *Astropart. Phys.* **21**, 223 (2004), <https://doi.org/10.1016/j.astropartphys.2004.01.005>
- M. Ambrosio *et al.* (MACRO Collab.), *Phys. Rev. D* **56**, 1418 (1997), <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.56.1418>
- Tibet AS γ Collab. (M. Amenomori *et al.*), *Phys. Lett. B* **632**, 58 (2006), <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2005.10.048>
- H. Tokuno, F. Kakimoto, S. Ogio, D. Harada, Y. Kurashina, Y. Tsunesada, N. Tajima, Y. Matsu- bara, A. Morizawa, O. Burgoa, E. Gotoh, K. Kadota, T. Kaneko, M. Kubo, P. Miranda, T. Mizobuchi, *et al.*, *Astropart. Phys.* **29**, 453 (2008), <https://doi.org/10.1016/j.astropartphys.2008.05.001>
- M. A. K. Glasmacher, M. A. Catanese, M. C. Chantell, C. E. Covault, J. W. Cronin, B. E. Fick, L. F. Fortson, J. W. Fowler, K. D. Green, D. B. Kieda, J. Matthews, B. J. Newport, D. F. Nitz, R. A. Ong, S. Oser, D. Sinclair, and J. C. van der Velde, *Astropart. Phys.* **12**, 1 (1999), [https://doi.org/10.1016/S0927-6505\(99\)00076-6](https://doi.org/10.1016/S0927-6505(99)00076-6)
- W. D. Apel, J. C. Arteaga, A. F. Badea, K. Bekk, M. Bertaina, J. Blumer, H. Bozdog, I. M. Brancus, P. Buchholz, E. Cantoni, A. Chiavassa, F. Cossavella, K. Daumiller, V. de Souza, F. Di Pierro, P. Doll, *et al.*, *Nucl. Instrum. Methods A* **620**, 202 (2010), <https://doi.org/10.1016/j.nima.2010.03.147>
- S. Schoo *et al.* (KASCADE-Grande Collab.), in *Proceedings of the 35th International Cosmic Ray Conference, 2017*, PoS(ICRC2017) 339.
- L. Kuzmichev, I. Astapov, P. Bezyazeev, V. Boreyko, A. Borodin, M. Brückner, N. Budnev, A. Chiavassa, O. Gress, T. Gress, O. Grishin, A. Dyachok, S. Epimakhov, O. Fedorov, A. Gafarov, V. Grebenyuk, *et al.*, in *Proceedings of the XIX International Symposium on Very High Energy Cosmic Ray Interactions (ISVHECRI 2016)*, EPJ Web Conf. **145**, 01001 (2017), <https://doi.org/10.1051/epjconf/201614501001>
- V. Ptuskin, in *Proceedings of the XIX International Symposium on Very High Energy Cosmic Ray Interactions (ISVHECRI 2016)*, EPJ Web Conf. **145**, 03001 (2017), <https://doi.org/10.1051/epjconf/201614503001>
- O. Fedorov *et al.* (Tunka-Rex Collab.), in *Proceedings of the 35th International Cosmic Ray Conference, 2017*, PoS(ICRC2017) 387.
- D. Kostunin *et al.* (Tunka-Rex Collab.), in *Proceedings of the XIX International Symposium on Very High Energy Cosmic Ray Interactions (ISVHECRI 2016)*, EPJ Web Conf. **145**, 11001 (2017), <https://doi.org/10.1051/epjconf/201614-511001>
- H. Menjo, O. Adriani, E. Berti, L. Bonechi, M. Bongi, G. Castellini, R. D'Alessandro, M. Haguenaue, Y. Itow, K. Kasahara, K. Masuda, Y. Matsubara, Y. Muraki, K. Oohashi, P. Papini, Sergio Ricciarini, *et al.*, in *Proceedings of the 35th International Cosmic Ray Conference, 2017*, PoS(ICRC2017) 1099.
- K.-H. Kampert and M. Unger, *Astropart. Phys.* **35**, 660 (2012), <https://doi.org/10.1016/j.astropartphys.2012.02.004>

25. N. Budnev, I. Astapov, P. Bezyazeev, V. Boreyko, A. Borodin, M. Brueckner, A. Chiavassa, A. Dyachok, O. Fedorov, A. Gafarov, N. Gorbunov, V. Grebenyuk, O. Gress, T. Gress, O. Grishin, A. Grinyuk, *et al.*, in *Proceedings of the 35th International Cosmic Ray Conference, 2017*, PoS(ICRC2017) 768.
26. L. Sveshnikova, I. Astapov, P. Bezyazeev, V. Boreyko, A. Borodin, M. Brueckner, N. Budnev, A. Chiavassa, A. Dyachok, O. Fedorov, A. Gafarov, N. Gorbunov, V. Grebenyuk, O. Gress, T. Gress, O. Grishin, *et al.*, in *Proceedings of the 35th International Cosmic Ray Conference, 2017*, PoS(ICRC2017) 777.
27. A. Porelli, R. Wischnewski, A. Garmash, I. Astapov, P. Bezyazeev, V. Boreyko, A. Borodin, M. Brueckner, N. Budnev, A. Chiavassa, A. Dyachok, O. Fedorov, A. Gafarov, E. Gorbovskoy, N. Gorbunov, V. Grebenyuk, *et al.*, in *Proceedings of the 35th International Cosmic Ray Conference, 2017*, PoS(ICRC2017) 754.
28. E. Postnikov, I. Astapov, P. Bezyazeev, V. Boreyko, A. Borodin, M. Brueckner, N. Budnev, A. Chiavassa, A. Dyachok, A. S. Elshoukrofy, O. Fedorov, A. Gafarov, A. Garmash, N. Gorbunov, V. Grebenyuk, O. Gress, *et al.*, in *Proceedings of the 35th International Cosmic Ray Conference, 2017*, PoS(ICRC2017) 756.
29. C. Kopper, in *Proceedings of the 35th International Cosmic Ray Conference, 2017*, PoS(ICRC2017) 981.
30. В. С. Асейкин, Н. Г. Вильданов, Н. В. Кабанова, И. Н. Киров, С. К. Мачавариани, В. А. Мариненко, Н. М. Нестерова, Н. М. Никольская, С. И. Никольский, В. А. Ромахин, Й. Н. Стаменов, Е. И. Тукиш, А. П. Чубенко, В. И. Яковлев, Препринт № 178, Физический институт им. П.Н. Лебедева (Москва, 1981), URL: <http://preprints.lebedev.ru>
31. Н. М. Нестерова, В. П. Павлюченко, С. К. Мачавариани, Е. Н. Гудкова, Препринт № 10, Физический институт им. П.Н. Лебедева (Москва, 2014), URL: <http://preprints.lebedev.ru>
32. Chacaltaya and Pamir Collab. (L. T. Baradzei *et al.*), Nucl. Phys. B **370**, 365 (1992).
33. A. Ohsawa, *Contribution from Chacaltaya Emulsion Chamber Experiment of Brasil–Japan Collaboration* (Institute for Cosmic Ray Research, University of Tokio, 1983).
34. S. B. Shaulov, P. F. Beyl, R. U. Beysembaev, E. A. Beysembaeva, S. P. Bezshapov, A. S. Borisov, K. V. Cherdyntceva, M. M. Chernyavsky, A. P. Ghubenko, O. D. Dalkarov, V. G. Denisova, A. D. Erlykin, N. V. Kabanova, E. A. Kanevskaya, K. A. Kotelnikov, A. E. Morozov, *et al.*, in *Proceedings of the XIX International Symposium on Very High Energy Cosmic Ray Interactions (ISVHECRI 2016)*, EPJ Web Conf. **145**, 17001 (2017), <https://doi.org/10.1051/epjconf/2017-14517001>
35. R. A. Mukhamedshin, Eur. Phys. J. C **60**, 345 (2009), <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-009-0945-y>
36. A. S. Borisov, V. M. Maximenko, V. S. Puchkov, S. E. Pyatovsky, S. A. Slavatskiy, A. V. Vargasov, and R. A. Mukhamedshin, ЭЧАЯ **36**, 1227 (2005) [Phys. Part. Nucl. **36**, 643 (2005)].
37. KASCADE-Grande Collab., URL: <https://kcdc.ikp.kit.edu/datashop/fulldata>

ASSESSMENT OF $p + \text{He}$ FRACTION IN THE MASS COMPOSITION OF THE PRIMARY COSMIC RADIATION AT $E_0 = 1-100$ PeV ACCORDING TO GAMMA-RAY FAMILIES WITH HALO

V. S. Puchkov, S. E. Pyatovsky

Lebedev Physical Institute, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

The paper analyzes γ -ray families with halo (halo) characteristics which can be observed in the cores of extensive atmosphere showers (EAS). The events were obtained based on the X-ray emulsion chamber (XREC) in the Pamir experiment, and the events' characteristics were studied at distances up to ~ 10 cm from the EAS core with a resolution of ~ 30 microns. The study of the event parameters in the EAS cores using the halo method made it possible to analyze the mass composition of the primary cosmic radiation (PCR) at $E_0 = 10$ PeV, and to draw conclusions about the fraction of light nuclei in the PCR, which are weakly dependent on the model of the EAS passage through the atmosphere. From the analysis of the halo and multicenter halo obtained in the XREC Pamir experiment, the fraction of the $(p + \text{He})$ -component of the PCR is $\sim 40\%$. The events' characteristics as a result of EAS formed by protons and obtained in the experiment of the Tien-Shan high-mountain Scientific Station (TShSS) were studied in comparison with the KASCADE-Grande experimental data. As for study of the dependences of the EAS age and N_μ on N_e , the conclusion was made that the PCR mass composition increased within the range $E_0 = 1-100$ PeV based on the data of the EAS TShSS (EAS + XREC TShSS).

ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ И ПОЛЯ

ПРИЛОЖЕНИЕ АСИМПТОТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ К РАСЧЕТУ ЭЛЕКТРОСЛАБЫХ ПОПРАВК В ПОЛЯРИЗАЦИОННОМ БАБА-РАССЕЯНИИ

© 2020 г. А. Г. Алексеев¹⁾, С. Г. Барканова¹⁾, Ю. М. Быстрицкий²⁾, В. А. Зыкунов^{2),3)}*

Поступила в редакцию 02.10.2019 г.; после доработки 02.10.2019 г.; принята к публикации 02.10.2019 г.

В рамках схемы перенормировки на массовой поверхности получены асимптотические формулы для однопетлевых электрослабых радиационных поправок к наблюдаемым величинам поляризованного Баба-рассеяния. Произведен численный анализ относительных однопетлевых электрослабых поправок к сечению и поляризаационной асимметрии при энергиях ниже и выше Z -резонанса. Сделано успешное сравнение с точными результатами, полученными с помощью систем компьютерной алгебры.

DOI: 10.31857/S0044002720020026

1. ВВЕДЕНИЕ

Изучение процессов аннигиляции электрон-позитронной пары в пару фермионов сыграло фундаментальную роль в формировании современных представлений о природе микромира. Среди особо значимых для электрослабой физики e^-e^+ -машин нужно отметить две фабрики по производству массивных бозонов: SLC — Stanford Linear Collider — электрон-позитронный линейный коллайдер в лаборатории SLAC (Стэнфорд, США) с пучками энергии в системе центра масс 90 ГэВ (его предшественник SPEAR обеспечил открытие τ -лептона [1]) и LEP — Large Electron Positron (Ring) — кольцевой e^+e^- -коллайдер в CERN с первоначальной энергией 50 ГэВ. Коллайдеры SLC и LEP дали столько точной информации, что основные аспекты электрослабой теории были прецизионно проверены, а некоторые (например, существование трех поколений фермионов) твердо установлены. Таким образом, Стандартная модель (СМ) электрослабого взаимодействия получила статус экспериментально подтвержденной теории.

Процесс электрон-позитронной аннигиляции отнюдь не исчерпал свой потенциал и по настоящий день. Успешно продолжают свою работу установки, нацеленные на изучение мезонной физики VEPP (Новосибирск), BEPC-II (Пекин, Китай), DAΦNE (Фраскати, Италия). Интересны программы для производства B -мезонов SuperB (Италия) и Belle II (КЕК, Япония). Одной из главных целей

Belle II будет определение важнейшего параметра СМ — синуса угла Вайнберга $\sin\theta_W$ в канале $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$ при энергии ниже Z -резонанса [для Belle II в системе центра масс (с. ц. м.) e^- и e^+ энергия электрона $E = m(\Upsilon_{4S}) = 10.577$ ГэВ]. Измерения Belle II прекрасно дополняют данные, которые были получены для $\sin^2\theta_W$ из экспериментов E-158 (SLAC) и QWeak (JLab), и которые планируется существенно уточнить в эксперименте MOLLER (JLab).

С электрон-позитронными коллайдерами нового поколения:

- Международным линейным коллайдером (International Linear Collider, ILC), который, как планируется, будет состоять из двух линейных ускорителей с энергией 500 ГэВ на пучок электронов и позитронов общей длиной в 31 км (возможно дополнение новыми секциями, вследствие чего длина установки возрастет до 50 км, а энергия — до 1 ТэВ),
- конкурирующим и долгое время параллельно развивающимся с ним проектом — Компактный линейный коллайдер (Compact Linear Collider, CLIC) с суммарной энергией до 3 ТэВ,
- и новыми проектами “Будущий циклический коллайдер” (Future Circular Collider, FCC) — проектами по созданию коллайдера на базе CERN после окончания программы LHC с энергией в лептонном режиме (FCC-ee) от 45 до 175 ГэВ (запуск планируется в 2039 г.) и в адронном режиме (FCC-hh) до 100 ТэВ (запуск планируется в 2043 г.),

¹⁾ Университет Мемориал, Корнер Брук, Канада.

²⁾ Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия.

³⁾ Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Беларусь.

*E-mail: zykunov@cern.ch

связаны не только возможности точного изучения свойств нового скалярного (хиггсовского) бозона в продолжение открытия ЛНС [2], но и серьезные перспективы в поиске новой физики (НФ): проявления дополнительных измерений, суперсимметрии, кандидатов на темную материю и, если НФ будет до этого обнаружена на ЛНС, ее интенсивное и прецизионное изучение, чему поможет относительная “чистота” лептонного типа реакций на ILC/CLIC/FCC. В работе ILC/CLIC/FCC возможна также электрон-электронная (меллеровская) мода, которая как и при более низких энергиях в эксперименте E-158 (SLAC) и в планируемом эксперименте MOLLER в JLab может быть чрезвычайно интересна как для прецизионных тестов и измерений СМ, так и для поисков НФ [3].

Процесс рассеяния электронов на позитронах с таким же конечным состоянием занимает особое положение среди прочих 4-фермионных процессов: тождественность масс создает уникальные возможности по постановке эксперимента, хотя и существенно усложняет расчет наблюдаемых, особенно в высших порядках теории возмущений. Впервые сечение рассеяния этого процесса в рамках квантовой электродинамики вычислил Хоми Баба в своей работе 1935 г. [4] (в его честь и название “Баба-рассеяние”).

Очевидно, что для того чтобы получить надежную информацию из экспериментальных данных, необходимо как можно полнее учесть эффекты высших порядков в СМ — электрослабые радиационные поправки (ЭСР). Включение ЭСР на уровне одной или больше петель является неотъемлемой частью любого современного эксперимента и необходимо как при низких энергиях (ниже Z -резонанса), так и при высоких энергиях планируемых экспериментов на ILC/CLIC/FCC.

Одними из первых работ по расчету электромагнитных радиационных поправок к процессу Баба были работы Берендса с соавторами, например, [5].

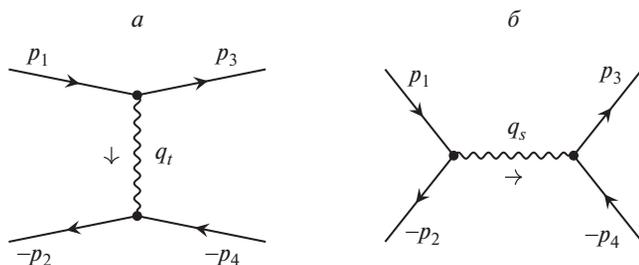


Рис. 1. Фейнмановские диаграммы процесса $e^-e^+ \rightarrow e^-e^+$ с безрадиационной кинематикой (a — t -канальная, b — s -канальная). Внутренней волнистой линией на этой и последующих диаграммах обозначены фотон или Z -бозон.

Затем на основе техники, описанной в работах [6–8], анализ электрослабых радиационных поправок к рассеянию Баба был осуществлен в [9, 10]. Для нужд коллайдеров LEP и SLC потребовалось систематическое включение слабой части поправок и точное соответствие экспериментальным возможностям детекторов. Решение этой задачи потребовало разработки соответствующего программного обеспечения, обзор имеющихся в наличии кодов в обсуждаемом канале сделан в [11].

Существует множество продвинутых расчетов для радиационных поправок в Баба-рассеянии для определенных кинематических областей — в частности, для малых углов рассеяния, например, [12], где можно получить существенное упрощение (иногда это дает возможность рассчитать поправки и более высокого порядка). В нашей работе, напротив, изучается область больших углов (large angles), а целью ставится получение двух наборов асимптотических формул, имеющих упрощенный вид, но тем не менее превосходно работающих (это доказывается успешным сравнением с точными результатами, полученными методами компьютерной алгебры FeynArts/FormCalc [13]) при энергиях в стороне от Z -резонанса.

2. ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА

Процесс рассеяния Баба в рамках СМ записывается следующей формулой:

$$e^-(p_1) + e^+(p_2) \rightarrow \rightarrow e^-(p_3) + e^+(p_4). \quad (1)$$

В ней обозначены частицы, участвующие в реакции: в начальном (конечном) состоянии электрон e^- и позитрон e^+ , в промежуточном состоянии фотон γ и Z -бозон. В скобках стоят 4-импульсы начальных и конечных частиц. Фейнмановские диаграммы, соответствующие процессу (1) в борновском приближении, изображены на рис. 1.

Четыре-импульсы начальных частиц (p_1 и p_2) и конечных частиц (p_3 и p_4) образуют стандартный набор лоренц-инвариантных переменных Мандельштама:

$$s = q_s^2 = (p_1 + p_2)^2, \quad (2)$$

$$t = q_t^2 = (p_1 - p_3)^2, \quad u = (p_2 - p_3)^2.$$

Далее, если особо не оговаривается, приводятся только результаты, соответствующие ультрарелятивистскому приближению (УРП):

$$s, -t, -u \gg m^2, \quad (3)$$

где m — масса электрона. УРП, в общем случае, можно описать так: лоренц-инварианты много больше (по абсолютной величине) всех фермионных масс в квадрате.

Чтобы записать амплитуду процесса, изображенного на рис. 1, используем правила Фейнмана, изложенные в Приложении А. В записи векторных и аксиальных констант в процессе Баба везде, кроме петлевых вставок в поляризации вакуума, индекс $f = e$ и его будем опускать.

2.1. Сечение в борновском приближении

Применим правила Фейнмана (см. Приложение А), тогда амплитуды процесса Баба в приближении Борна, соответствующие рис. 1, выглядят так:

$$\mathcal{M}_t^a = e^2 Q_e^2 D_a(q_t) \cdot \bar{u}(p_3) \gamma_\mu \Gamma^a u(p_1) \times \quad (4)$$

$$\times \bar{u}(-p_2) \gamma_\mu \Gamma^a u(-p_4),$$

$$\mathcal{M}_s^a = -e^2 Q_e^2 D_a(q_s) \cdot \bar{u}(-p_2) \gamma_\mu \Gamma^a u(p_1) \times \quad (5)$$

$$\times \bar{u}(p_3) \gamma_\mu \Gamma^a u(-p_4).$$

Знак “минус” в s -канальной амплитуде учитывает тот факт, что электроны удовлетворяют статистике Ферми (антисимметризация). Бозонный пропагатор D_a определяется формулой

$$D_a(q) = \frac{1}{q^2 - m_a^2 + i m_a \Gamma_a}, \quad a = \gamma, Z. \quad (6)$$

В вершинах фигурирует Q_e — заряд электрона в элементарных зарядах e , для ясности: $Q_e = -1$. Полную амплитуду процесса с обменом бозоном a получаем, суммируя

$$\mathcal{M}_0^a = \mathcal{M}_t^a + \mathcal{M}_s^a. \quad (7)$$

Сформируем сечение процесса, для этого нужно применить формулу (П.7): квадрировать амплитуду \mathcal{M}_0 и упростить фазовый объем (П.8). В результате получаем дифференциальное (по углу рассеяния) сечение процесса (1) в борновском приближении

$$\frac{d\sigma^0}{dc} = \frac{1}{2^5 \pi s} \sum_{a,b=\gamma,Z} \mathcal{M}_0^a \mathcal{M}_0^{b+}, \quad (8)$$

где $c = \cos \theta$ — косинус угла между начальным электроном и конечным (детектируемым) электроном в с.ц.м. начальных частиц.

Сформируем квадрат амплитуды — произведение амплитуды на эрмитово-сопряженную (эту же амплитуду

$$\mathcal{M}_0^a \mathcal{M}_0^{b+} = (\mathcal{M}_t^a + \mathcal{M}_s^a)(\mathcal{M}_t^b + \mathcal{M}_s^b)^+. \quad (9)$$

Используются следующие правила:

- по поляризациям начальных частиц не суммируем, а берем заданные поляризации, так формируется матрица плотности, для электрона и позитрона матрицы плотности определяются выражениями:

$$\rho(p_1) = u(p_1) \bar{u}(p_1) = \frac{1}{2} (1 + \gamma_5 \hat{\xi}_1) (\hat{p}_1 + m), \quad (10)$$

$$\rho(-p_2) = u(-p_2) \bar{u}(-p_2) = \quad (11)$$

$$= \frac{1}{2} (1 + \gamma_5 \hat{\xi}_2) (\hat{p}_2 - m),$$

где вводятся векторы поляризации частиц, для ультрарелятивистских продольно поляризованных частиц они пропорциональны своим 4-векторам:

$$\xi_1 = \frac{\lambda_1}{m} p_1, \quad \xi_2 = \frac{\lambda_2}{m} p_2; \quad (12)$$

- по поляризациям конечных частиц суммируем, так формируется проекционный оператор.

Заметим, что в случае неполяризованных начальных частиц усреднение в матрице плотности получается естественным образом, если занулить их степени поляризации: $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = 0$.

В итоге произведения биспинорных амплитуд (матрицы плотности для начальных частиц и проекционные операторы для конечных) удобно переписать единообразно через следующие выражения (приведем также их вид в УРП):

$$U_1 = \rho(p_1) \approx \frac{1}{2} (1 + \lambda_1 \gamma_5) \hat{p}_1, \quad (13)$$

$$U_2 = \rho(-p_2) \approx \frac{1}{2} (1 - \lambda_2 \gamma_5) \hat{p}_2,$$

$$U_3 = \sum u(p_3) \bar{u}(p_3) = \hat{p}_3 + m,$$

$$U_4 = \sum u(-p_4) \bar{u}(-p_4) = \hat{p}_4 - m.$$

Квадрируя все слагаемые в (9), получим следующее выражение:

$$\mathcal{M}_r^a \mathcal{M}_{r'}^{b+} = e^4 D_a(q_r) D_b^*(q_{r'}) S_{rr'}^{ab}, \quad (14)$$

где используем общее обозначение $r = s, t, u$ для канала реакции, а

$$S_{tt}^{abc} = \text{Sp} \left[\gamma_\mu \Gamma^a U_1 \Gamma^{c+} \gamma_\nu U_3 \right] \times \quad (15)$$

$$\times \text{Sp} \left[\gamma_\mu \Gamma^b U_4 \Gamma^{c+} \gamma_\nu U_2 \right],$$

$$S_{ts}^{abc} = -\text{Sp} \left[\gamma_\mu \Gamma^a U_1 \Gamma^{c+} \gamma_\nu U_2 \gamma_\mu \Gamma^b U_4 \Gamma^{c+} \gamma_\nu U_3 \right],$$

$$S_{st}^{abc} = -\text{Sp} \left[\gamma_\mu \Gamma^a U_1 \Gamma^{c+} \gamma_\nu U_3 \gamma_\mu \Gamma^b U_4 \Gamma^{c+} \gamma_\nu U_2 \right],$$

$$S_{ss}^{abc} = \text{Sp} \left[\gamma_\mu \Gamma^a U_1 \Gamma^{c+} \gamma_\nu U_2 \right] \text{Sp} \left[\gamma_\mu \Gamma^b U_4 \Gamma^{c+} \gamma_\nu U_3 \right].$$

Можно заметить, что в формулах (15) встречаются две определенные комбинации, которые могут быть представлены в УРП следующим образом:

$$U_1^{ab} = \Gamma^a U_1 \Gamma^{b+} = \quad (16)$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} [g_V^{ab} - \lambda_1 g_A^{ab} - (g_A^{ab} - \lambda_1 g_V^{ab}) \gamma_5] \hat{p}_1 = \\
&= \frac{1}{2} [g_V^{ab} (1 + \lambda_1 \gamma_5) - g_A^{ab} (\lambda_1 + \gamma_5)] \hat{p}_1, \\
U_4^{ab} &= \Gamma^a U_4 \Gamma^{b+} = [g_V^{ab} - g_A^{ab} \gamma_5] \hat{p}_4, \quad (17)
\end{aligned}$$

где

$$g_V^{ab} = v^a v^b + a^a a^b, \quad g_A^{ab} = v^a a^b + a^a v^b. \quad (18)$$

Запишем сечение реакции в симметричном виде, это существенно облегчит программирование и анализ физического содержания. Общая форма записи сечения будет такая:

$$\frac{d\sigma^0}{dc} = \frac{\pi\alpha^2}{2s} \sum_{k=1}^4 \sum_{a,b=\gamma,Z} \Pi_k^{ab} S_k^{aab}, \quad (19)$$

где $k = \{rr'\} = \{tt, ts, st, ss\}$. Пропагаторы бозонов встречаются в комбинациях

$$\Pi_{rr'}^{ab} \equiv D_a(q_r) D_b^*(q_{r'}).$$

Выражения S_k после вычисления следов имеют вид:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2} S_{tt}^{abc} &= P_2^- f_+^{abc} u^2 + P_2^+ f_-^{abc} s^2 - \\
&\quad - P_1^- g_+^{abc} u^2 + P_1^+ g_-^{abc} s^2, \\
\frac{1}{2} S_{ts}^{abc} &= \frac{1}{2} S_{st}^{abc} = P_2^- f_+^{abc} u^2 - P_1^- g_+^{abc} u^2, \\
\frac{1}{2} S_{ss}^{abc} &= P_2^- (f_+^{abc} u^2 + f_-^{abc} t^2) - \\
&\quad - P_1^- (g_+^{abc} u^2 - g_-^{abc} t^2).
\end{aligned}$$

Они выражаются через комбинации констант связи $g_{V,A}$:

$$\begin{aligned}
f_{\pm}^{abc} &= g_V^{ac} g_V^{bc} \pm g_A^{ac} g_A^{bc}, \quad (20) \\
g_{\pm}^{abc} &= g_V^{ac} g_A^{bc} \pm g_A^{ac} g_V^{bc}
\end{aligned}$$

и четыре комбинации степеней поляризации:

$$P_1^{\pm} = \lambda_1 \pm \lambda_2, \quad P_2^{\pm} = 1 \pm \lambda_1 \lambda_2. \quad (21)$$

2.2. Наблюдаемые величины и относительные поправки

Прежде чем приступить к расчету следующего порядка теории возмущений (однопетлевых поправок), введем поляризационные наблюдаемые величины, построенные на основе уже введенного дифференциального сечения $d\sigma^C/dc$. Индекс C (от "Contribution") означает рассматриваемый вклад в сечение и принимает значения $C = 0, V, \text{soft}, \text{VS}, \text{hard}, \text{NLO}$, где "0" означает борновский вклад (часто его обозначают также как "LO" — Leading Order), "NLO" означает сумму всех однопетлевых вкладов (Next-to-Leading

Order). Все остальные вклады будут объяснены ниже.

Итак, важная наблюдаемая величина — поляризационная асимметрия

$$A_{LR}^C = \frac{d\sigma_{L0}^C - d\sigma_{R0}^C}{d\sigma_{L0}^C + d\sigma_{R0}^C}, \quad (22)$$

скомбинированная из сечения

$$d\sigma_{L0}^C = \frac{1}{2} (d\sigma_{LL}^C + d\sigma_{LR}^C),$$

которое соответствует рассеянию лево-поляризованного электрона на неполяризованном позитроне и аналогичного для право-поляризованного электрона

$$d\sigma_{R0}^C = \frac{1}{2} (d\sigma_{RL}^C + d\sigma_{RR}^C).$$

Другое название A_{LR} — single spin asymmetry, т.е. асимметрия с одиночной поляризацией.

Введем две относительные поправки от рассматриваемого вклада C к комбинациям дифференциального сечения:

$$\delta_{\pm}^C = \frac{d\sigma_{L0}^C \pm d\sigma_{R0}^C}{d\sigma_{L0}^0 \pm d\sigma_{R0}^0}, \quad (23)$$

которые обладают свойством аддитивности:

$$\delta_{\pm}^{C_1+C_2} = \delta_{\pm}^{C_1} + \delta_{\pm}^{C_2}, \quad (24)$$

и, следовательно, крайне удобны для анализа влияния радиационных поправок на наблюдаемые величины: δ_+^C дает неполяризованное сечение

$$\sigma_{00}^C = \delta_+^C \cdot \sigma_{00}^0, \quad (25)$$

а вместе они формируют поправку к поляризационной асимметрии:

$$\delta_A^C = \frac{A_{LR}^C - A_{LR}^0}{A_{LR}^0} = \frac{\delta_-^C - \delta_+^C}{1 + \delta_+^C}. \quad (26)$$

Эту формулу легко проверить непосредственной подстановкой. Пользуясь ей, получаем поправленную асимметрию (с учтенной однопетлевой поправкой):

$$A_{LR}^{\text{NLO}} = (1 + \delta_A^{\text{NLO}}) A_{LR}^0 = \frac{1 + \delta_-^{\text{NLO}}}{1 + \delta_+^{\text{NLO}}} A_{LR}^0. \quad (27)$$

3. ВКЛАД ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ВИРТУАЛЬНЫХ ЧАСТИЦ

Перейдем к расчету радиационных вкладов, начнем с вклада дополнительных виртуальных частиц (V -вклад), который представлен тремя классами диаграмм: бозонные собственные энергии (boson self energies, BSE), вершинные функции (vertices, Ver) и двухбозонный обмен

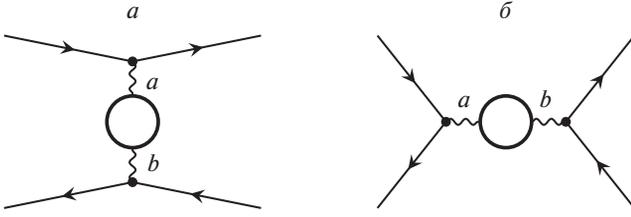


Рис. 2. Фейнмановские диаграммы вкладов BSE в процесс $e^-e^+ \rightarrow e^-e^+$.

(боксы, Box); они обозначаются индексами: $C = V = \text{BSE}$, Ver, Box. В схеме перенормировки на массовой поверхности нет однопетлевых вкладов от электронных собственных энергий.

3.1. Бозонные собственные энергии

Диаграммы, соответствующие вкладам бозонных собственных энергий, представлены на рис. 2. Кружком на них обозначены все возможные в рамках СМ вклады. Обозначения 4-импульсов те же, что на борновских диаграммах рис. 1.

Сечение вклада бозонных собственных энергий получаем в борноподобном виде:

$$\frac{d\sigma^{\text{BSE}}}{dc} = \frac{\pi\alpha^2}{s} \sum_{k=1}^4 \sum_{a,b,c=\gamma,Z} \Pi_k^{abc} S_k^{abc}, \quad (28)$$

где

$$\Pi_{rr'}^{abc} \equiv -D_a(q_r) \hat{\Sigma}_T^{ab}(r) D_b(q_r) D_c^*(q_{r'}),$$

а $\hat{\Sigma}_T^{ab}(r)$ — перенормированная поперечная часть вклада диаграмм собственных энергий фотона, Z -бозона и γZ -смешивания, она соответствует части диаграмм рис. 2, обозначенной кружком (в нее не входят пропагаторные структуры и множитель $i^2 = -1$) и часто называется “обрезанной” собственной энергией (truncated self energy). По правилам Фейнмана она формально соответствует интегралу по двум замкнутым линиям в фермионной (или W -бозонной) петле. Для случая чисто фотонной поперечной части BSE имеем известное выражение вида

$$\hat{\Sigma}_T^{\gamma\gamma}(k^2) \left(g_{\alpha\beta} - \frac{k_\alpha k_\beta}{k^2} \right), \quad (29)$$

где k — 4-импульс входящего в фермионную петлю фотона. Для случая петли только с одним электроном получим

$$\text{Re} \frac{\hat{\Sigma}_T^{\gamma\gamma,e}(s)}{s} = -\frac{\alpha}{\pi} \left(\frac{1}{3} \ln \frac{s}{m_e^2} - \frac{5}{9} \right) = -0.0141.$$

Расчет всех $\hat{\Sigma}_T^{ab}(r)$ проведем по схеме перенормировки на массовой поверхности. Наиболее

популярным в рамках данной схемы является применение ренормализационных условий Холлика (РУХ) [6, 7], либо ренормализационных условий Деннера (РУД) [14]. Будем использовать схему с применением РУХ, приведенную в [6]. Для контроля приведем здесь численные значения для действительных и мнимых частей “обрезанных” перенормированных поперечных собственных энергий $\hat{\Sigma}_T^{ab}$ для энергии эксперимента Belle II $\sqrt{s} = 10.577$ ГэВ:

$$\begin{aligned} \text{Re} \frac{\hat{\Sigma}_T^{\gamma\gamma}(s)}{s} &= -0.0361, & \text{Re} \frac{\hat{\Sigma}_T^{\gamma Z}(s)}{s} &= -0.0301, \\ \text{Re} \hat{\Sigma}_T^{ZZ}(s) D_Z(q_s) &= -0.0317, \\ \text{Im} \frac{\hat{\Sigma}_T^{\gamma\gamma}(s)}{s} &= 0.0159, & \text{Im} \frac{\hat{\Sigma}_T^{\gamma Z}(s)}{s} &= -0.0056, \\ \text{Im} \hat{\Sigma}_T^{ZZ}(s) D_Z(q_s) &= -0.0003. \end{aligned}$$

Значения электрослабых параметров и масс элементарных частиц берем из Particle Data Group (PDG) Report [15]:

$$\alpha^{-1} = 137.035999, \quad m_W = 80.4628 \text{ ГэВ}, \quad (30)$$

$$m_Z = 91.1876 \text{ ГэВ}, \quad m_H = 125 \text{ ГэВ}.$$

Заметим, что получаемые численные результаты для ЭСП весьма слабо зависят от вариаций значения массы хиггсовского бозона в довольно широком диапазоне: установлено, что, например, относительная ошибка от вкладов бозонных собственных энергий при изменении m_H от 115 ГэВ (значения, часто использовавшегося для оценок в предшествующих открытию нового скалярного бозона работах) до современного 125.18 ГэВ составляет не более 0.3%. Электронная, мюонная и τ -лептонная массы имеют значения:

$$m_e = 0.510998910 \text{ МэВ}, \quad (31)$$

$$m_\mu = 0.105658367 \text{ ГэВ}, \quad m_\tau = 1.77684 \text{ ГэВ}.$$

Кварковые массы, необходимые для расчета:

$$m_u = 0.06983 \text{ ГэВ}, \quad m_c = 1.2 \text{ ГэВ}, \quad (32)$$

$$m_t = 174 \text{ ГэВ}, \quad m_d = 0.06984 \text{ ГэВ},$$

$$m_s = 0.15 \text{ ГэВ}, \quad m_b = 4.6 \text{ ГэВ}.$$

Приведенные “эффе́ктивные значения” кварковых масс обеспечивают сдвиг постоянной тонкой структуры, обусловленный поляризацией вакуума адронами: $\Delta\alpha_{\text{had}}^{(5)}(m_Z^2) = 0.02757$ [16], где

$$\Delta\alpha_{\text{had}}^{(5)}(s) = \frac{\alpha}{3\pi} \sum_{q=u,d,s,c,b} Q_q^2 \left(\ln \frac{s}{m_q^2} - \frac{5}{3} \right). \quad (33)$$

Использование фиксированных кварковых масс как параметров является одним из возможных вариантов описания вкладов в ЭСП, обусловленных

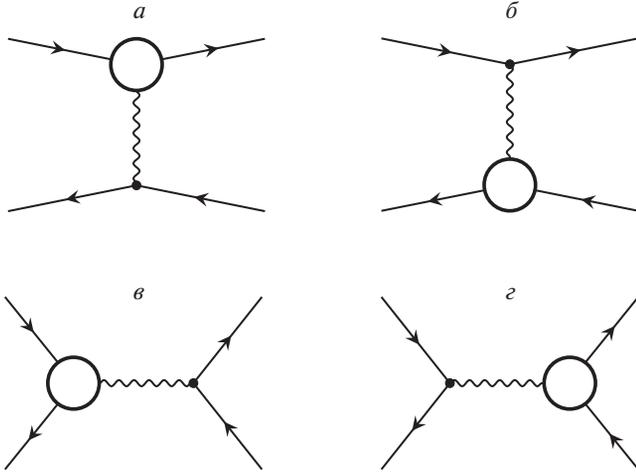


Рис. 3. Фейнмановские диаграммы вершинных вкладов в процесс $e^-e^+ \rightarrow e^-e^+$.

поляризацией вакуума адронами. Альтернативно можно, например, применить аппарат дисперсионных соотношений [17] и непосредственную экспериментальную информацию о сечении реакции $e^+e^- \rightarrow$ адроны [18].

3.2. Вклад вершинных диаграмм

Диаграммы, соответствующие вершинным вкладам (vertex diagrams), представлены на рис. 3. Снова кружком на них обозначены все вклады, возможные в рамках СМ, и обозначения 4-импульсов те же, что на борновских диаграммах рис. 1.

Сечение вершинных вкладов имеет вид

$$\frac{d\sigma^{\text{Ver}}}{dc} = \frac{\pi\alpha^2}{s} \sum_{k=1}^4 \sum_{a,b=\gamma,Z} \Pi_k^{ab} (S_k^{F_a ab} + S_k^{a F_a b}), \quad (34)$$

здесь расчет следует работе [6], где получены перенормированные вершинные формфакторы в качестве эффективных констант связи:

$$v_e^{\gamma(Z)} \rightarrow v_e^{F_{\gamma(Z)}}, \quad a_e^{\gamma(Z)} \rightarrow a_e^{F_{\gamma(Z)}}, \quad (35)$$

для фотона:

$$v_e^{F_{\gamma}} = \frac{\alpha}{4\pi} \left[v_e^{\gamma} \Lambda_{1,e}^{\gamma} + \right. \quad (36)$$

$$\left. + ((v_e^Z)^2 + (a_e^Z)^2) \Lambda_2^Z + \frac{3}{4s_W^2} \Lambda_3^W \right],$$

$$a_e^{F_{\gamma}} = \frac{\alpha}{4\pi} \left[a_e^{\gamma} \Lambda_{1,e}^{\gamma} + 2v_e^Z a_e^Z \Lambda_2^Z + \frac{3}{4s_W^2} \Lambda_3^W \right],$$

для Z -бозона:

$$v_e^{F_Z} = \frac{\alpha}{4\pi} \left[v_e^{\gamma} \Lambda_{1,e}^{\gamma} + \right. \quad (37)$$

$$\left. + v_e^Z ((v_e^Z)^2 + 3(a_e^Z)^2) \Lambda_2^Z + \frac{1}{8s_W^3 c_W} \Lambda_2^W - \frac{3c_W}{4s_W^3} \Lambda_3^W \right],$$

$$a_e^{F_Z} = \frac{\alpha}{4\pi} \left[a_e^{\gamma} \Lambda_{1,e}^{\gamma} + \right. \\ \left. + a_e^Z (3(v_e^Z)^2 + (a_e^Z)^2) \Lambda_2^Z + \frac{1}{8s_W^3 c_W} \Lambda_2^W - \frac{3c_W}{4s_W^3} \Lambda_3^W \right].$$

Функция $\Lambda_{1,e}^{\gamma}$ описывает вклад треугольной вершинной диаграммы с дополнительным фотонным обменом. Функция Λ_2 описывает вершинный вклад с обменом массивным бозоном — Z или W , а Λ_3 — с трехбозонной вершиной — $WW\gamma$ или WWZ , они рассчитываются аналогично. Вершинные функции комплексны, но нас будет интересовать только действительная часть, поскольку мнимая не дает вклад в наблюдаемые величины в первой петле, хотя и важна при расчете двухпетлевых (и более высокого порядка) поправок. Выражения для вершинных функций хорошо известны и приводятся в литературе, можно рекомендовать, например, обзор [7].

Действительная часть первой функции содержит коллинеарный логарифм, в УРП в t -канале она имеет вид

$$\text{Re} \Lambda_{1,e}^{\gamma} = -2 \ln \frac{-t}{\lambda^2} \left(\ln \frac{-t}{m_e^2} - 1 \right) + \quad (38) \\ + \ln \frac{-t}{m_e^2} + \ln^2 \frac{-t}{m_e^2} + \frac{1}{3} \pi^2 - 4.$$

В s -канале в УРП эта функция выглядит несколько иначе:

$$\text{Re} \Lambda_{1,e}^{\gamma} = -2 \ln \frac{s}{\lambda^2} \left(\ln \frac{s}{m_e^2} - 1 \right) + \quad (39) \\ + \ln \frac{s}{m_e^2} + \ln^2 \frac{s}{m_e^2} + \frac{4}{3} \pi^2 - 4.$$

Далее в тексте будем пользоваться такими терминами:

1. LE-режим (от “low energies”, низкие энергии): $m_f \ll \sqrt{s} \ll m_W$,
2. HE-режим (от “high energies”, высокие энергии): $\sqrt{s} \gg m_Z$.

В УРП для других вершинных функций в s -канале получаем следующие выражения: в LE-режиме (получены в [19]):

$$\Lambda_2^{Z,W} = \Lambda_2(s, m_{Z,W}) = \quad (40) \\ = \left(\frac{2}{3} \ln \frac{m_{Z,W}^2}{s} + \frac{11}{9} \right) \frac{s}{m_{Z,W}^2},$$

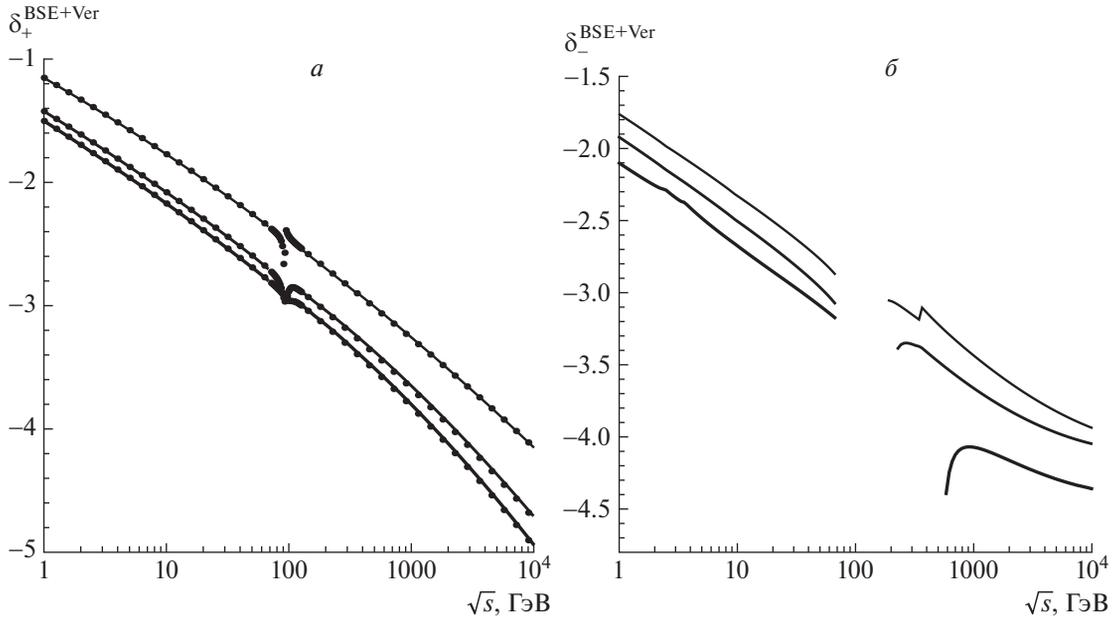


Рис. 4. Зависимость от \sqrt{s} относительных поправок $\delta_+^{\text{BSE+Ver}}$ (а) и $\delta_-^{\text{BSE+Ver}}$ (б) к дифференциальному сечению Баба-рассеяния при различных углах рассеяния: $\theta = 30^\circ, 90^\circ, 150^\circ$ для тонкой, средней и толстой линий соответственно. Точки — относительные поправки $\delta_+^{\text{BSE+Ver}}$, полученные с помощью системы FeynArts/FormCalc.

$$\Lambda_3^W = \Lambda_3(s, m_W) = -\frac{5}{27} \frac{s}{m_W^2}, \quad (41)$$

в HE-режиме:

$$\Lambda_2^{Z,W} = -\ln^2 \frac{m_{Z,W}^2}{s} - 3 \ln \frac{m_{Z,W}^2}{s} + \frac{\pi^2}{3} - \frac{7}{2}, \quad (42)$$

$$\Lambda_3^W = -\frac{1}{3} \ln \frac{m_W^2}{s} + \frac{5}{6}. \quad (43)$$

Выражения, соответствующие t -каналу, получаем заменой $s \rightarrow -t$. Заметим, что старшие степени судаковских логарифмов содержатся только в Λ_2 в HE-режиме.

На рис. 4 приведены зависимости от \sqrt{s} относительных поправок δ_\pm от суммарного вклада BSE и Ver (каждый из них по отдельности не имеет физического смысла, поскольку только в сумме образуется калибровочно-инвариантный набор). Во всех численных оценках статьи масса фотона будет фиксирована: $\lambda = 10^{-7}$ ГэВ. Точками на всех рисунках работы обозначены относительные поправки $\delta_+^{\text{BSE+Ver}}$, полученные с помощью системы FeynArts/FormCalc [13]. Видно превосходное согласие двух расчетов.

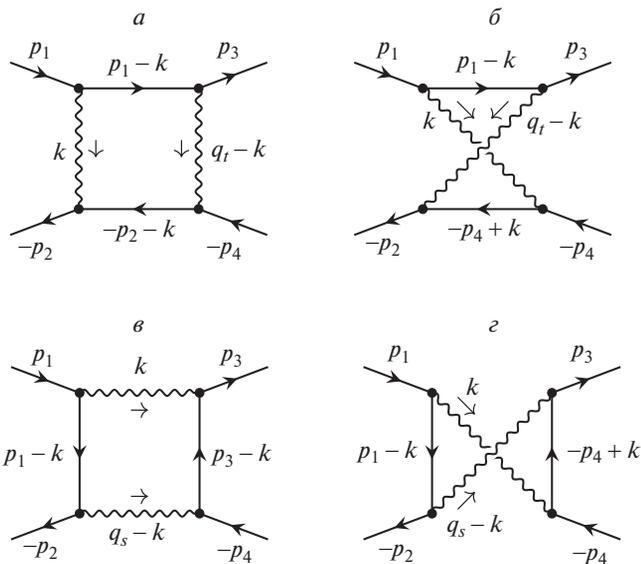


Рис. 5. Диаграммы двухбозонных вкладов. Волнистой линией обозначены фотон, или Z -бозон, или W -бозон.

3.3. Боксы: выражения для амплитуд и сечения

Сечение, соответствующее вкладу боксовых диаграмм в NLO, выглядит так:

$$\frac{d\sigma^{\text{Box}}}{dc} = \frac{1}{2^4 \pi s} \text{Re} \sum_{c=\gamma, Z} \mathcal{M}_{\text{Box}} \mathcal{M}_0^{c+}, \quad (44)$$

где амплитуда боксов имеет вид суммы от всех возможных вариантов (классов диаграмм):

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\text{Box}} = & \mathcal{M}_t^{\gamma\gamma} + \mathcal{M}_t^{\gamma Z} + \mathcal{M}_t^{Z\gamma} + \\ & + \mathcal{M}_t^{ZZ} + \mathcal{M}_t^{WW} + (t \rightarrow s). \end{aligned} \quad (45)$$

Диаграммы двухфотонного обмена изображены на рис. 5 (a — прямой бокс, b — перекрестный). Соответствующие им амплитуды обозначаются в общем виде так: $\mathcal{M}_{t(s),D(C)}^{ab}$.

Заметим, что первые три типа содержат как прямой (D), так и перекрестный (C) бокс:

$$\mathcal{M}_t^{ab} = \mathcal{M}_{t,D}^{ab} + \mathcal{M}_{t,C}^{ab} \quad (\text{здесь } a, b = \gamma, Z),$$

а WW -тип содержит только прямой бокс (как для t -, так и для s -канала):

$$\mathcal{M}_t^{WW} = \mathcal{M}_{t,D}^{WW},$$

так как перекрестный бокс запрещен законом сохранения заряда.

После квадрирования, используя обозначения для 4-векторов передач в случае t - и s -каналов [$q_t = p_1 - p_3$, $q_s = p_1 + p_2$, см. формулы (2)], получим (в общем случае $a, b = \gamma, Z, W$) для прямых t -канальных боксов (диаграмма на рис. 5а, далее обозначается как случай 1):

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{t,D}^{ab} \mathcal{M}_t^{c+} &= \quad (46) \\ &= 4\pi\alpha^3 \int \frac{d^4k}{i\pi^2} D_a(k) D_b(q_t - k) D_c^*(q_t) \times \\ &\times \text{Sp} \left[\gamma_\beta \Gamma^b S(p_1 - k) \gamma_\mu U_1^a \Gamma^{c+} \gamma_\nu U_3 \right] \times \\ &\times \text{Sp} \left[\gamma_\mu \Gamma^a S(-p_2 - k) \gamma_\beta \Gamma^b U_4 \gamma_\nu U_2^c \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{t,D}^{ab} \mathcal{M}_s^{c+} &= \quad (47) \\ &= -4\pi\alpha^3 \int \frac{d^4k}{i\pi^2} D_a(k) D_b(q_t - k) D_c^*(q_s) \times \\ &\times \text{Sp} \left[\gamma_\beta \Gamma^b S(p_1 - k) \gamma_\mu U_1^a \gamma_\nu U_2^c \gamma_\mu \times \right. \\ &\left. \times \Gamma^a S(-p_2 - k) \gamma_\beta \Gamma^b U_4 \Gamma^{c+} \gamma_\nu U_3 \right], \end{aligned}$$

для перекрестных t -канальных боксов (диаграмма 2 на рис. 5б, далее обозначается как случай 2):

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{t,C}^{ab} \mathcal{M}_t^{c+} &= \quad (48) \\ &= 4\pi\alpha^3 \int \frac{d^4k}{i\pi^2} D_a(k) D_b(q_t - k) D_c^*(q_t) \times \\ &\times \text{Sp} \left[\gamma_\beta \Gamma^b S(p_1 - k) \gamma_\mu U_1^a \Gamma^{c+} \gamma_\nu U_3 \right] \times \\ &\times \text{Sp} \left[\gamma_\beta \Gamma^b S(-p_4 + k) \gamma_\mu \Gamma^a U_4 \gamma_\nu U_2^c \right], \\ \mathcal{M}_{t,C}^{ab} \mathcal{M}_s^{c+} &= \quad (49) \\ &= -4\pi\alpha^3 \int \frac{d^4k}{i\pi^2} D_a(k) D_b(q_t - k) D_c^*(q_s) \times \\ &\times \text{Sp} \left[\gamma_\beta \Gamma^b S(p_1 - k) \gamma_\mu U_1^a \gamma_\nu U_2^c \gamma_\beta \times \right. \\ &\left. \times \Gamma^b S(-p_4 + k) \gamma_\mu \Gamma^a U_4 \Gamma^{c+} \gamma_\nu U_3 \right], \end{aligned}$$

для прямых s -канальных боксов (диаграмма 3 на рис. 5в, далее обозначается как случай 3):

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{s,D}^{ab} \mathcal{M}_t^{c+} &= \quad (50) \\ &= -4\pi\alpha^3 \int \frac{d^4k}{i\pi^2} D_a(k) D_b(q_s - k) D_c^*(q_t) \times \\ &\times \text{Sp} \left[\gamma_\mu \Gamma^a S(p_3 - k) \gamma_\beta \Gamma^b U_4 \gamma_\nu U_2^c \gamma_\beta \times \right. \\ &\left. \times \Gamma^b S(p_1 - k) \gamma_\mu U_1^a \Gamma^{c+} \gamma_\nu U_3 \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{s,D}^{ab} \mathcal{M}_s^{c+} &= \quad (51) \\ &= 4\pi\alpha^3 \int \frac{d^4k}{i\pi^2} D_a(k) D_b(q_s - k) D_c^*(q_s) \times \\ &\times \text{Sp} \left[\gamma_\beta \Gamma^b S(p_1 - k) \gamma_\mu U_1^a \gamma_\nu U_2^c \right] \times \\ &\times \text{Sp} \left[\gamma_\mu \Gamma^a S(p_3 - k) \gamma_\beta \Gamma^b U_4 \Gamma^{c+} \gamma_\nu U_3 \right], \end{aligned}$$

для перекрестных s -канальных боксов (диаграмма 4 на рис. 5г, далее обозначается как случай 4):

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{s,C}^{ab} \mathcal{M}_t^{c+} &= \quad (52) \\ &= -4\pi\alpha^3 \int \frac{d^4k}{i\pi^2} D_a(k) D_b(q_s - k) D_c^*(q_t) \times \\ &\times \text{Sp} \left[\gamma_\beta \Gamma^b S(-p_4 + k) \gamma_\mu \Gamma^a U_4 \gamma_\nu U_2^c \gamma_\beta \times \right. \\ &\left. \times \Gamma^b S(p_1 - k) \gamma_\mu U_1^a \Gamma^{c+} \gamma_\nu U_3 \right], \\ \mathcal{M}_{s,C}^{ab} \mathcal{M}_s^{c+} &= \quad (53) \\ &= 4\pi\alpha^3 \int \frac{d^4k}{i\pi^2} D_a(k) D_b(q_s - k) D_c^*(q_s) \times \\ &\times \text{Sp} \left[\gamma_\beta \Gamma^b S(p_1 - k) \gamma_\mu U_1^a \gamma_\nu U_2^c \right] \times \\ &\times \text{Sp} \left[\gamma_\beta \Gamma^b S(-p_4 + k) \gamma_\mu \Gamma^a U_4 \Gamma^{c+} \gamma_\nu U_3 \right]. \end{aligned}$$

Попробуем упростить запись результата для дальнейшего удобства. Для этого, во-первых, используем коммутационные свойства матриц Γ :

$$\Gamma^a \Gamma^b = \Gamma^b \Gamma^a, \quad \Gamma^a \gamma^\mu = \gamma^\mu \Gamma^{a+}. \quad (54)$$

Во-вторых, вынесем за знак интеграла величины, не зависящие от k , и введем обозначение

$$C_r \equiv 4\pi\alpha^3 D_c^*(q_r).$$

Наконец, выпишем фермионные пропагаторы S в явном виде в УРП, например:

$$S(p_1 - k) = \frac{\hat{p}_1 - \hat{k} + m}{(p_1 - k)^2 - m^2} \approx \frac{\hat{p}_1 - \hat{k}}{k^2 - 2p_1 k}.$$

В результате получим упрощенные выражения, в которых явно видна структура 4-точечных функций. Для прямых t -канальных боксов (случай 1)

получим:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{t,D}^{ab} \mathcal{M}_t^{c+} = & -C_t \int \frac{d^4 k}{i\pi^2} \times \quad (55) \\ & \times D_a(k) D_b(q_t - k) \frac{1}{(k^2 - 2p_1 k)(k^2 + 2p_2 k)} \times \\ & \times \text{Sp} \left[\gamma_\beta (\hat{p}_1 - \hat{k}) \gamma_\mu U_1^{abc} \gamma_\nu U_3 \right] \times \\ & \times \text{Sp} \left[\gamma_\mu (\hat{p}_2 + \hat{k}) \gamma_\beta U_4^{abc} \gamma_\nu U_2 \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{t,D}^{ab} \mathcal{M}_s^{c+} = & +C_s \int \frac{d^4 k}{i\pi^2} \times \quad (56) \\ & \times D_a(k) D_b(q_t - k) \frac{1}{(k^2 - 2p_1 k)(k^2 + 2p_2 k)} \times \\ & \times \text{Sp} \left[\gamma_\beta (\hat{p}_1 - \hat{k}) \gamma_\mu U_1^{abc} \gamma_\nu \times \right. \\ & \left. \times U_2 \gamma_\mu (\hat{p}_2 + \hat{k}) \gamma_\beta U_4^{abc} \gamma_\nu U_3 \right], \end{aligned}$$

для перекрестных t -канальных боксов (случай 2):

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{t,C}^{ab} \mathcal{M}_t^{c+} = & -C_t \int \frac{d^4 k}{i\pi^2} \times \quad (57) \\ & \times D_a(k) D_b(q_t - k) \frac{1}{(k^2 - 2p_1 k)(k^2 - 2p_4 k)} \times \\ & \times \text{Sp} \left[\gamma_\beta (\hat{p}_1 - \hat{k}) \gamma_\mu U_1^{abc} \gamma_\nu U_3 \right] \times \\ & \times \text{Sp} \left[\gamma_\beta (\hat{p}_4 - \hat{k}) \gamma_\mu U_4^{abc} \gamma_\nu U_2 \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{t,C}^{ab} \mathcal{M}_s^{c+} = & +C_s \int \frac{d^4 k}{i\pi^2} \times \quad (58) \\ & \times D_a(k) D_b(q_t - k) \frac{1}{(k^2 - 2p_1 k)(k^2 - 2p_4 k)} \times \\ & \times \text{Sp} \left[\gamma_\beta (\hat{p}_1 - \hat{k}) \gamma_\mu U_1^{abc} \gamma_\nu \times \right. \\ & \left. \times U_2 \gamma_\beta (\hat{p}_4 - \hat{k}) \gamma_\mu U_4^{abc} \gamma_\nu U_3 \right], \end{aligned}$$

для прямых s -канальных боксов (случай 3):

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{s,D}^{ab} \mathcal{M}_t^{c+} = & -C_t \int \frac{d^4 k}{i\pi^2} \times \quad (59) \\ & \times D_a(k) D_b(q_s - k) \frac{1}{(k^2 - 2p_1 k)(k^2 - 2p_3 k)} \times \\ & \times \text{Sp} \left[\gamma_\mu (\hat{p}_3 - \hat{k}) \gamma_\beta U_4^{abc} \gamma_\nu \times \right. \\ & \left. \times U_2 \gamma_\beta (\hat{p}_1 - \hat{k}) \gamma_\mu U_1^{abc} \gamma_\nu U_3 \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{s,D}^{ab} \mathcal{M}_s^{c+} = & +C_s \int \frac{d^4 k}{i\pi^2} \times \quad (60) \\ & \times D_a(k) D_b(q_s - k) \frac{1}{(k^2 - 2p_1 k)(k^2 - 2p_3 k)} \times \\ & \times \text{Sp} \left[\gamma_\beta (\hat{p}_1 - \hat{k}) \gamma_\mu U_1^{abc} \gamma_\nu U_2 \right] \times \end{aligned}$$

$$\times \text{Sp} \left[\gamma_\mu (\hat{p}_3 - \hat{k}) \gamma_\beta U_4^{abc} \gamma_\nu U_3 \right],$$

для перекрестных s -канальных боксов (случай 4):

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{s,C}^{ab} \mathcal{M}_t^{c+} = & +C_t \int \frac{d^4 k}{i\pi^2} \times \quad (61) \\ & \times D_a(k) D_b(q_s - k) \frac{1}{(k^2 - 2p_1 k)(k^2 - 2p_4 k)} \times \\ & \times \text{Sp} \left[\gamma_\beta (\hat{p}_4 - \hat{k}) \gamma_\mu U_4^{abc} \gamma_\nu \times \right. \\ & \left. \times U_2 \gamma_\beta (\hat{p}_1 - \hat{k}) \gamma_\mu U_1^{abc} \gamma_\nu U_3 \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{s,C}^{ab} \mathcal{M}_s^{c+} = & -C_s \int \frac{d^4 k}{i\pi^2} \times \quad (62) \\ & \times D_a(k) D_b(q_s - k) \frac{1}{(k^2 - 2p_1 k)(k^2 - 2p_4 k)} \times \\ & \times \text{Sp} \left[\gamma_\beta (\hat{p}_1 - \hat{k}) \gamma_\mu U_1^{abc} \gamma_\nu U_2 \right] \times \\ & \times \text{Sp} \left[\gamma_\beta (\hat{p}_4 - \hat{k}) \gamma_\mu U_4^{abc} \gamma_\nu U_3 \right]. \end{aligned}$$

В вышеприведенных выражениях использована новая форма записи комбинаций констант связи и степеней поляризации. Она возможна только в УРП, так как в этом случае выполняется следующее свойство: каждый сомножитель состоит из суммы произведений либо четного, либо нечетного количества гамма-матриц. Обсуждаемое свойство вместе со свойствами (54) позволяет комбинациям Γ^i коммутировать с любыми матрицами в шпуре. В результате новые сокращения приобретают вид

$$U_{1,4}^{abc} = \Gamma^a \Gamma^b \Gamma^c U_{1,4} = (v_0^{abc} - a_0^{abc} \gamma_5) U_{1,4}, \quad (63)$$

где

$$v_0^{abc} = v^a v^b v^c + v^a a^b a^c + a^a v^b a^c + a^a a^b v^c, \quad (64)$$

$$a_0^{abc} = a^a a^b a^c + a^a v^b v^c + v^a a^b v^c + v^a v^b a^c.$$

Упрощая в УРП, получим

$$U_1^{abc} = \frac{1}{2} (v_1^{abc} - a_1^{abc} \gamma_5) \hat{p}_1, \quad (65)$$

$$U_4^{abc} = (v_0^{abc} - a_0^{abc} \gamma_5) \hat{p}_4,$$

где

$$v_1^{abc} = v_0^{abc} - \lambda_1 a_0^{abc}, \quad a_1^{abc} = a_0^{abc} - \lambda_1 v_0^{abc}. \quad (66)$$

Новая форма записи позволяет собрать константы связи в сечениях боксов в симметричные и весьма удобные для программирования комбинации:

$$C_1^{abc} = v_1^{abc} (v_0^{abc} + \lambda_2 a_0^{abc}), \quad (67)$$

$$C_2^{abc} = a_1^{abc} (a_0^{abc} + \lambda_2 v_0^{abc}),$$

$$C_3^{abc} = v_0^{abc} (v_1^{abc} + \lambda_2 a_1^{abc}),$$

$$C_4^{abc} = a_0^{abc} (a_1^{abc} + \lambda_2 v_1^{abc}).$$

Видно, кстати, что выполняется свойство

$$C_1^{abc} + C_2^{abc} = C_3^{abc} + C_4^{abc}.$$

Пока запишем в новых обозначениях вклады борновского сечения:

$$S_{tt}^{aac} = 2[C_1^{a\gamma c}(u^2 + s^2) + C_2^{a\gamma c}(u^2 - s^2)],$$

$$S_{ts}^{aac} = S_{st}^{aac} = 2u^2[C_1^{a\gamma c} + C_2^{a\gamma c}],$$

$$S_{ss}^{aac} = 2[C_3^{a\gamma c}(u^2 + t^2) + C_4^{a\gamma c}(u^2 - t^2)].$$

Верхний индекс γ в C играет специфическую роль,

так, например:

$$v_0^{a\gamma c} = g_V^{ac}, \quad a_0^{a\gamma c} = g_A^{ac}.$$

После вычисления следов в числителях боксов 4-вектор k либо отсутствует, либо содержится как k_α или $k_\alpha k_\beta$. Соответственно, для расчета боксов сечений нам предстоит вычисление 4-точечных скалярных, векторных и тензорных функций (согласно порядку положения в числителе подынтегральных выражений ниже), перечислим их для всех четырех случаев:

$$\begin{aligned} I_{0,\alpha,\alpha\beta}^{(1),ab} &= \int \frac{d^4k}{i\pi^2} \frac{1, k_\alpha, k_\alpha k_\beta}{(k^2 - m_a^2)((k - q_t)^2 - m_b^2)(k^2 - 2p_1k)(k^2 + 2p_2k)}, \\ I_{0,\alpha,\alpha\beta}^{(2),ab} &= \int \frac{d^4k}{i\pi^2} \frac{1, k_\alpha, k_\alpha k_\beta}{(k^2 - m_a^2)((k - q_t)^2 - m_b^2)(k^2 - 2p_1k)(k^2 - 2p_4k)}, \\ I_{0,\alpha,\alpha\beta}^{(3),ab} &= \int \frac{d^4k}{i\pi^2} \frac{1, k_\alpha, k_\alpha k_\beta}{(k^2 - m_a^2)((k - q_s)^2 - m_b^2)(k^2 - 2p_1k)(k^2 - 2p_3k)}, \\ I_{0,\alpha,\alpha\beta}^{(4),ab} &= \int \frac{d^4k}{i\pi^2} \frac{1, k_\alpha, k_\alpha k_\beta}{(k^2 - m_a^2)((k - q_s)^2 - m_b^2)(k^2 - 2p_1k)(k^2 - 2p_4k)}. \end{aligned} \quad (68)$$

Сведение 4-точечных векторных и тензорных интегралов к скалярным (так называемое векторное и тензорное интегрирование) подробно разобрано в Приложении В.

3.4. Расчет $\gamma\gamma$ -бокса

Все вклады (55)–(62) в сечение от диаграмм $\gamma\gamma$ -бокса вычисляются по сходной методике. В начале этого раздела будет рассчитана $(s, D) \times s$ -часть сечения $\gamma\gamma$ -бокса, т.е. формула (60) при $a, b = \gamma$.

Прежде всего выделим в (60) инфракрасно-расходящиеся члены; произведения амплитуд имеют две точки инфракрасной расходимости (ИКР): $k \rightarrow 0$ и $k \rightarrow q_r$. В точке $k \rightarrow 0$ вклад (60) факторизуется:

$$\mathcal{M}_{s,D}^{\gamma\gamma} \mathcal{M}_s^{c+} |_{k \rightarrow 0} = C_s D_\gamma(q_s) S_{s,D}^c H_0^\gamma(p_1, p_3). \quad (69)$$

1. Борновский пропагатор, который формируется по простому правилу:

$$\lim_{k \rightarrow 0} D_\gamma(q_s - k) = D_\gamma(q_s),$$

видно, что он утрачивает зависимость от k и выносится за знак интеграла.

2. 3-точечная функция

$$\begin{aligned} H_0^\gamma(p_1, p_3) &= \\ &= \int \frac{d^4k}{i\pi^2} \frac{1}{(k^2 - \lambda^2)(k^2 - 2p_1k)(k^2 - 2p_3k)}, \end{aligned} \quad (70)$$

непосредственно выражающаяся через скалярный мастер-интеграл, полный расчет которого приведен в Приложении С.

3. Борновская структура от произведения двух шпуров:

$$\begin{aligned} S_{s,D}^c &= \text{Sp} \left[\gamma_\beta \hat{p}_1 \gamma_\mu U_1^{\gamma\gamma} \gamma_\nu U_2^c \right] \times \\ &\times \text{Sp} \left[\gamma_\mu \hat{p}_3 \gamma_\beta U_4^{\gamma\gamma} \gamma_\nu U_3^c \right] = -2t \cdot S_{ss}^c. \end{aligned}$$

4. Факторизуется также инвариант t , это можно проверить непосредственным расчетом.

Из полученных в точке $k \rightarrow 0$ выражений без труда формируется искомая ИКР-часть $\gamma\gamma$ -бокса, приведем эти выражения здесь в порядке, удобном для дальнейшего попарного суммирования — t -канальные:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{t,D}^{\gamma\gamma} \mathcal{M}_t^{c+} |_{k \rightarrow 0} &= \\ &= -2C_t D_\gamma(q_t) \cdot S_{tt}^c \cdot s H_0^\gamma(p_1, -p_2), \end{aligned} \quad (71)$$

$$\begin{aligned} & \mathcal{M}_{t,C}^{\gamma\gamma} \mathcal{M}_t^{c+}|_{k \rightarrow 0} = \\ & = +2C_t D_\gamma(q_t) \cdot S_{tt}^{\gamma c} \cdot u H_0^\gamma(p_1, p_4), \\ & \mathcal{M}_{t,D}^{\gamma\gamma} \mathcal{M}_s^{c+}|_{k \rightarrow 0} = \\ & = -2C_s D_\gamma(q_t) \cdot S_{ts}^{\gamma c} \cdot s H_0^\gamma(p_1, -p_2), \\ & \mathcal{M}_{t,C}^{\gamma\gamma} \mathcal{M}_s^{c+}|_{k \rightarrow 0} = \\ & = +2C_s D_\gamma(q_t) \cdot S_{ts}^{\gamma c} \cdot u H_0^\gamma(p_1, p_4) \end{aligned}$$

и s -канальные:

$$\begin{aligned} & \mathcal{M}_{s,D}^{\gamma\gamma} \mathcal{M}_t^{c+}|_{k \rightarrow 0} = \tag{72} \\ & = -2C_t D_\gamma(q_s) \cdot S_{st}^{\gamma c} \cdot t H_0^\gamma(p_1, p_3), \\ & \mathcal{M}_{s,C}^{\gamma\gamma} \mathcal{M}_t^{c+}|_{k \rightarrow 0} = \\ & = +2C_t D_\gamma(q_s) \cdot S_{st}^{\gamma c} \cdot u H_0^\gamma(p_1, p_4), \\ & \mathcal{M}_{s,D}^{\gamma\gamma} \mathcal{M}_s^{c+}|_{k \rightarrow 0} = \\ & = -2C_s D_\gamma(q_s) \cdot S_{ss}^{\gamma c} \cdot t H_0^\gamma(p_1, p_3), \\ & \mathcal{M}_{s,C}^{\gamma\gamma} \mathcal{M}_s^{c+}|_{k \rightarrow 0} = \\ & = +2C_s D_\gamma(q_s) \cdot S_{ss}^{\gamma c} \cdot u H_0^\gamma(p_1, p_4). \end{aligned}$$

В точке $k \rightarrow q_s$, применяя закон сохранения 4-импульса, получим похожую факторизацию:

$$\mathcal{M}_{s,D}^{\gamma\gamma} \mathcal{M}_s^{c+}|_{k \rightarrow q_s} = C_s D_\gamma(q_s) S_{s,D}^c F_0^\gamma(p_1, p_3). \tag{73}$$

Интеграл $F_0^\gamma(p_1, p_3)$ определяется так:

$$\begin{aligned} & F_0^\gamma(p_1, p_3) = \tag{74} \\ & = \int \frac{d^4 k}{i\pi^2} \frac{1}{((k - q_s)^2 - \lambda^2)(k^2 - 2p_1 k)(k^2 - 2p_3 k)}. \end{aligned}$$

Заменой $k \rightarrow k + q_s$, которая формально требует простых перестановок: $p_1 \rightarrow -p_2, p_3 \rightarrow -p_4$, не меняющих инвариантов, он сводится к рассмотренному выше:

$$F_0^\gamma(p_1, p_3) = H_0^\gamma(p_1, p_3). \tag{75}$$

Соответствующие формулам (71) и (72) выражения в точках $k \rightarrow q_r$ из-за равенства интегралов (75) имеют в точности такой же вид:

$$\mathcal{M}^{\gamma\gamma} \mathcal{M}^{c+}|_{k \rightarrow 0} = \mathcal{M}^{\gamma\gamma} \mathcal{M}^{c+}|_{k \rightarrow q_r}.$$

Теперь произведем вычитание ИКР-части $\gamma\gamma$ -боксов из полного результата, это делается для каждого из восьми слагаемых сечения по единой схеме:

$$\mathcal{M}^{\gamma\gamma} \mathcal{M}^{c+} - \mathcal{M}^{\gamma\gamma} \mathcal{M}^{c+}|_{k \rightarrow 0} - \mathcal{M}^{\gamma\gamma} \mathcal{M}^{c+}|_{k \rightarrow q_s}.$$

В получившемся выражении после алгебраических преобразований все инфракрасно-расходящиеся скалярные интегралы сгруппируются в инфракрасно-конечную комбинацию (будем обозначать ее $X_0(p_1, p_3)$, согласно работе Кахане [20]). Упрощенный расчет интеграла $X_0(p_1, p_3)$ приведен в Приложении С. Там же приведены все требуемые

2-точечные функции и ИК-конечные скалярные 3-точечные функции G_0 .

Часто ИКР-часть сечения боксов, благодаря очевидной факторизации перед борновским сечением (не совсем, впрочем, полной, а лишь отдельно перед $t \times (t + s)$ (71) и $s \times (t + s)$ (72) частями борновского сечения), объединяется с вершинной ИКР-частью (после этого факторизация уже полная, перед всем сечением) и вкладом мягких фотонов, так что параметр λ сокращается аналитически. Здесь поступим по-другому: приведем для сечений боксов полные формулы, оставляя тем самым λ в программе численной оценки. Этим достигается как полнота и определенная симметрия записи, так и то, что, получив в сумме всех вкладов независимость от параметра λ численно, можно иметь дополнительную степень уверенности в правильности программирования.

Приведем получившийся в результате вычислений результат для $\gamma\gamma$ -боксов в УРП. Скалярные интегралы и вклады в сечения будем выражать относительно через логарифмы, содержащие фермионную массу:

$$L_\Lambda = \ln \frac{\Lambda^2}{m^2}, \quad L_\lambda = \ln \frac{\lambda^2}{m^2}, \quad L_r = \ln \frac{|r|}{m^2}.$$

В $\gamma\gamma$ -боксов встречаются только три определенные комбинации констант связи и степеней поляризации:

$$\begin{aligned} P_3 & \equiv P_1^- g_+^{\gamma\gamma c} - P_2^- f_+^{\gamma\gamma c}, \tag{76} \\ P_4 & \equiv P_2^+ f_-^{\gamma\gamma c}, \quad P_5 \equiv P_2^- f_-^{\gamma\gamma c}, \end{aligned}$$

перед которыми происходит факторизация. Кроме этого удобно использовать сокращенные обозначения:

$$T_\pm = t^2 \pm u^2, \quad T_0 = s^2 + u^2.$$

Выражения для прямых t -канальных $\gamma\gamma$ -боксов выглядят так:

$$\mathcal{M}_{t,D}^{\gamma\gamma} \mathcal{M}_t^{c+} = \frac{8\pi\alpha^3}{t} D_c^*(q_t) (P_3 x_1 + P_4 y_1), \tag{77}$$

$$\mathcal{M}_{t,D}^{\gamma\gamma} \mathcal{M}_s^{c+} = \frac{8\pi\alpha^3}{t} D_c^*(q_s) P_3 x_1, \tag{78}$$

$$\begin{aligned} x_1 & = [L_t - L_s] (T_0 [L_s - L_t] - 2tu) + \\ & + 2u^2 (L_s [L_s - 2L_\lambda] - \frac{4}{3}\pi^2), \end{aligned}$$

$$y_1 = 2s^2 \left(L_t^2 - 2L_s [L_t - L_\lambda] + \frac{4}{3}\pi^2 \right),$$

для перекрестных t -канальных $\gamma\gamma$ -боксов:

$$\mathcal{M}_{t,C}^{\gamma\gamma} \mathcal{M}_t^{c+} = \frac{8\pi\alpha^3}{t} D_c^*(q_t) (P_3 x_2 + P_4 y_2), \tag{79}$$

$$\mathcal{M}_{t,C}^{\gamma\gamma} \mathcal{M}_s^{c+} = \frac{8\pi\alpha^3}{t} D_c^*(q_s) P_3 x_2, \tag{80}$$

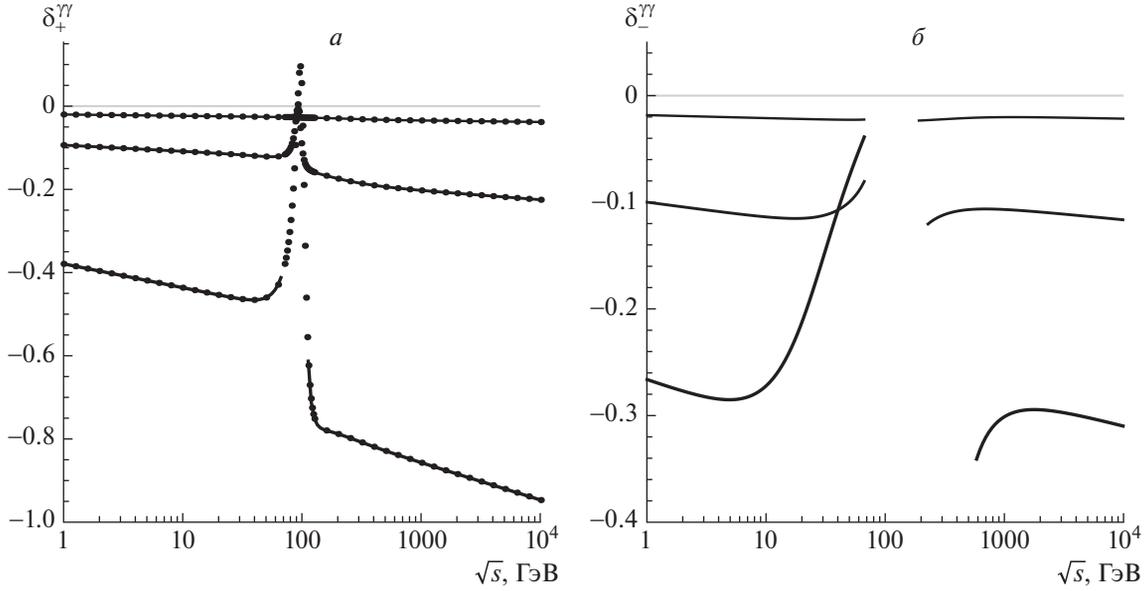


Рис. 6. Зависимость от \sqrt{s} относительных поправок $\delta_+^{\gamma\gamma}$ (а) и $\delta_-^{\gamma\gamma}$ (б). Обозначения такие же, как на рис. 4.

$$x_2 = 2u^2 \left(L_t^2 - 2L_u[L_t - L_\lambda] + \frac{4}{3}\pi^2 \right), \quad + 2t^2 \left(L_u[L_u - 2L_\lambda] - \frac{1}{3}\pi^2 \right),$$

$$y_2 = [L_u - L_t] (T_0[L_t - L_u] + 2st) - \pi^2 T_0 + 2s^2 \left(L_u[L_u - 2L_\lambda] - \frac{1}{3}\pi^2 \right),$$

для прямых s -канальных $\gamma\gamma$ -боксов:

$$\mathcal{M}_{s,D}^{\gamma\gamma} \mathcal{M}_t^{c+} = \frac{8\pi\alpha^3}{s} D_c^*(q_t) P_3 x_3, \quad (81)$$

$$\mathcal{M}_{s,D}^{\gamma\gamma} \mathcal{M}_s^{c+} = \frac{8\pi\alpha^3}{s} D_c^*(q_s) (P_3 x_3 + P_5 y_3), \quad (82)$$

$$x_3 = [L_t - L_s] (T_+ [L_s - L_t] + 2su) + 2u^2 \left(L_t[L_t - 2L_\lambda] - \frac{1}{3}\pi^2 \right),$$

$$y_3 = 2t^2 \left(L_s^2 - 2L_t[L_s - L_\lambda] + \frac{1}{3}\pi^2 \right),$$

для перекрестных s -канальных $\gamma\gamma$ -боксов:

$$\mathcal{M}_{s,C}^{\gamma\gamma} \mathcal{M}_t^{c+} = \frac{8\pi\alpha^3}{s} D_c^*(q_t) P_3 x_4, \quad (83)$$

$$\mathcal{M}_{s,C}^{\gamma\gamma} \mathcal{M}_s^{c+} = \frac{8\pi\alpha^3}{s} D_c^*(q_s) (P_3 x_4 + P_5 y_4), \quad (84)$$

$$x_4 = 2u^2 \left(L_s^2 - 2L_u[L_s - L_\lambda] + \frac{1}{3}\pi^2 \right),$$

$$y_4 = [L_u - L_s] (T_+ [L_s - L_u] + 2st) +$$

На рис. 6 приведены зависимости от \sqrt{s} относительных поправок к дифференциальному сечению при различных углах для вкладов $\gamma\gamma$ -боксов. Видно превосходное согласие двух расчетов: асимптотического и с помощью компьютерной алгебры. На рис. 6 и всех рисунках ниже приводятся только те точки, в которых асимптотические методы работают надежно, т.е. в области, довольно далекой от Z -резонанса.

3.5. Расчет γZ -боксов в LE -режиме

Рассчитаем вклад боксовской диаграммы с одним фотоном (который переносит 4-импульс k) и одним Z -бозоном (переносит 4-импульс $q_r - k$). Легко можно показать, что обратная ситуация [когда Z -бозон имеет 4-импульс k , обозначим ее как $Z\gamma$ -боксы, см. (45)] даст совершенно такой же вклад, поэтому будем поступать так: рассчитаем первую ситуацию и в конце просто домножим на два.

Нетрудно убедиться, что сечение формируется только из 4-точечного ИК-расходящегося скалярного (с одной точкой расходимости: $k \rightarrow 0$) и ИК-конечных векторного и тензорного интегралов:

$$I_{0,\alpha,\beta}^{\gamma Z}(p_1, p_3, q_s) = \int \frac{d^4 k}{i\pi^2} \frac{1, k_\alpha, k_\alpha k_\beta}{(k^2 - \lambda^2) ((k - q_s)^2 - m_Z^2) (k^2 - 2p_1 k) (k^2 - 2p_3 k)}.$$

Скалярный интеграл $I_0^{\gamma Z}$ после тождественного преобразования разобьем на две части:

$$I_0^{\gamma Z} = (I_0^{\gamma Z} - I_0^{\gamma Z}|_{k \rightarrow 0}) + I_0^{\gamma Z}|_{k \rightarrow 0}.$$

Первая часть в LE-режиме незначительна, чтобы это показать, применим методику предыдущего раздела, тогда расчет сводится к произведению пропагатора и 3-точечной функции: $D_Z(q_s)H_0^Z \sim \sim \mathcal{O}(m_Z^{-4})$. Вторая часть выражается через ИК-расходящуюся 3-точечную функцию H_0^γ , которая уже обсуждалась выше:

$$I_0^{\gamma Z}|_{k \rightarrow 0} = D_Z(q_s)H_0^\gamma.$$

Выпишем ИКР-части γZ -боксов, они получают-ся из исходного выражения в пределе $k \rightarrow 0$. С учетом факторизации, точно так, как это было проделано выше для случая $\gamma\gamma$ -боксов, выясняем, что вклады в сечения $\mathcal{M}^{\gamma Z}\mathcal{M}^{c+}|_{k \rightarrow 0}$ легко получить из (71), (72) простыми заменами:

$$D_\gamma(q_r) \rightarrow D_Z(q_r), \quad S_{rr'}^{\gamma c} \rightarrow S_{rr'}^{Zc}. \quad (85)$$

Теперь рассчитаем ИК-конечную часть. В LE-режиме с учетом того, что основной вклад в интеграл вносят большие k , численно важен только тензорный интеграл. Используем трюк Фейнмана:

$$\frac{1}{AB} = \int_0^1 \frac{dx}{C^2}, \quad \frac{1}{A^2B} = \int_0^1 \frac{2xdx}{C^3}, \quad (86)$$

$$\frac{1}{A^3B} = \int_0^1 \frac{3x^2dx}{C^4},$$

где

$$C = Ax + B\bar{x}, \quad \bar{x} = 1 - x.$$

Применяя этот прием и упрощая получившийся знаменатель, получим:

$$I_{\alpha\beta}^{\gamma Z} = \int_0^1 3z^2 dz \int_0^1 2y dy \times \quad (87)$$

$$\times \int_0^1 dx \int \frac{d^4k}{i\pi^2} \frac{k_\alpha k_\beta}{[k^2 - 2kp + \Delta]^4},$$

где

$$p = xyz \cdot (p_1 - p_3) + yz \cdot p_3 + \bar{z} \cdot q_s, \quad (88)$$

$$\Delta = \bar{z} \cdot (q_s^2 - m_Z^2).$$

Снимаем тензорный интеграл по формуле (A5) из работы [20]:

$$\int \frac{d^4k}{i\pi^2} \frac{k_\alpha k_\beta}{[k^2 - 2kp + \Delta]^4} = \quad (89)$$

$$= \frac{p_\alpha p_\beta - g_{\alpha\beta}(p^2 - \Delta)/2}{6(p^2 - \Delta)^2}.$$

С учетом того, что Δ доминирует, получим

$$I_{\alpha\beta}^{\gamma Z} = -\frac{1}{2}g_{\alpha\beta} \int_0^1 z^2 dz \int_0^1 y dy \int_0^1 dx \frac{1}{p^2 - \Delta}. \quad (90)$$

Выпишем выражение в знаменателе, после упрощения оно имеет следующий точный вид:

$$p^2 - \Delta = y^2 z^2 t x(x - 1) + (s\bar{y} + m^2 y^2)z^2 - (s\bar{y} + m_Z^2)z + m_Z^2.$$

Видно, что интеграл по x в (90) легко снимается, тогда, вводя новое обозначение $I_{(i)}^{\gamma Z}$ ($i = \overline{1,4}$), получим тензорный интеграл:

$$I_{\alpha\beta}^{\gamma Z} = g_{\alpha\beta} I_{(3)}^{\gamma Z}, \quad (91)$$

$$\text{где } I_{(3)}^{\gamma Z} = \frac{1}{a} \int_0^1 z dz \int_0^1 dy \frac{1}{\sqrt{\beta}} \ln \frac{\sqrt{\beta} - ayz}{\sqrt{\beta} + ayz},$$

где

$$a = \sqrt{-t}, \quad \beta = a^2 y^2 z^2 - 4s\bar{y}z\bar{z} + 4m_Z^2 \bar{z}. \quad (92)$$

Поработаем с интегралом (91), введем обозначение

$$\delta = \frac{a}{2m_Z} \rightarrow +0$$

и опустим незначимое в LE-режиме слагаемое $4s\bar{y}z\bar{z}$ (это можно проверить численным интегрированием), тогда интеграл $I_{(3)}^{\gamma Z}$ приобретает вид

$$I_{(3)}^{\gamma Z} = \frac{1}{4m_Z^2 \delta} \int_0^1 z dz \times \quad (93)$$

$$\times \int_0^1 dy \frac{1}{\sqrt{\bar{z} + \delta^2 y^2 z^2}} \ln \frac{\sqrt{\bar{z} + \delta^2 y^2 z^2} - \delta yz}{\sqrt{\bar{z} + \delta^2 y^2 z^2} + \delta yz}.$$

Снять интеграл по y в (93) представляется возможным, после этой операции получаем

$$I_{(3)}^{\gamma Z} = -\frac{1}{4m_Z^2} \times \quad (94)$$

$$\times \frac{1}{4\delta^2} \int_0^1 dz \ln^2 \frac{\sqrt{1 - z + \delta^2 z^2} - \delta z}{\sqrt{1 - z + \delta^2 z^2} + \delta z}.$$

Убедимся, что при $\delta \rightarrow +0$

$$\int_0^1 dz \ln^2 \frac{\sqrt{1 - z + \delta^2 z^2} - \delta z}{\sqrt{1 - z + \delta^2 z^2} + \delta z} \approx \quad (95)$$

$$\approx 2\delta^2 \left[3 - 4 \ln(2\delta) \right],$$

для этого предварительно рассчитаем более простой интеграл:

$$\int_0^1 dz \ln^2 \frac{\sqrt{1-z+\delta^2}-\delta}{\sqrt{1-z+\delta^2}+\delta} \approx \quad (96)$$

$$\approx 2\delta^2 \left[6 - 4 \ln(2\delta) \right]$$

(с ним справиться можно, интегрируя “в лоб”) и затем разницу между (95) и (96), которая даст $-6\delta^2 + \mathcal{O}(\delta^4)$. Наконец, получим асимптотическое выражение для LE-режима:

$$I_{(3)}^{\gamma Z} = -\frac{1}{4m_Z^2} \left(\frac{3}{2} + \ln \frac{m_Z^2}{-t} \right). \quad (97)$$

Выпишем ИК-конечные (обозначаем их символом “F” от “finite”) части γZ -боксов в LE-режиме, учитывая факторизацию перед борновскими комбинациями $S_{rr'}^{aac}$; получаем для t -канальных боксов:

$$\mathcal{M}_{t,D}^{\gamma Z} \mathcal{M}_t^{c+}|_{\text{LE}}^{\text{F}} = \quad (98)$$

$$= 16\pi\alpha^3 (4S^{Zc} + U^{Zc}) I_{(1)}^{\gamma Z} D_c^*(q_t),$$

$$\mathcal{M}_{t,D}^{\gamma Z} \mathcal{M}_s^{c+}|_{\text{LE}}^{\text{F}} = 16\pi\alpha^3 U^{Zc} I_{(1)}^{\gamma Z} D_c^*(q_s),$$

$$\mathcal{M}_{t,C}^{\gamma Z} \mathcal{M}_t^{c+}|_{\text{LE}}^{\text{F}} = -16\pi\alpha^3 (S^{Zc} + 4U^{Zc}) I_{(2)}^{\gamma Z} D_c^*(q_t),$$

$$\mathcal{M}_{t,C}^{\gamma Z} \mathcal{M}_s^{c+}|_{\text{LE}}^{\text{F}} = -64\pi\alpha^3 U^{Zc} I_{(2)}^{\gamma Z} D_c^*(q_s),$$

а для s -канальных боксов:

$$\mathcal{M}_{s,D}^{\gamma Z} \mathcal{M}_t^{c+}|_{\text{LE}}^{\text{F}} = 16\pi\alpha^3 U^{Zc} I_{(3)}^{\gamma Z} D_c^*(q_t), \quad (99)$$

$$\mathcal{M}_{s,D}^{\gamma Z} \mathcal{M}_s^{c+}|_{\text{LE}}^{\text{F}} = 16\pi\alpha^3 (4T^{Zc} + U^{Zc}) I_{(3)}^{\gamma Z} D_c^*(q_s),$$

$$\mathcal{M}_{s,C}^{\gamma Z} \mathcal{M}_t^{c+}|_{\text{LE}}^{\text{F}} = -64\pi\alpha^3 U^{Zc} I_{(2)}^{\gamma Z} D_c^*(q_t),$$

$$\mathcal{M}_{s,C}^{\gamma Z} \mathcal{M}_s^{c+}|_{\text{LE}}^{\text{F}} = -16\pi\alpha^3 (T^{Zc} + 4U^{Zc}) I_{(2)}^{\gamma Z} D_c^*(q_s).$$

3.6. Расчет ZZ- и WW-боксов в LE-режиме

В расчете ZZ-боксов фигурируют ИК-конечные 4-точечные скалярная, векторная и тензорная функции:

$$I_{0,\alpha,\alpha\beta}^{ZZ}(p_1, p_3, q_s) = \int \frac{d^4 k}{i\pi^2} \frac{1, k_\alpha, k_\alpha k_\beta}{(k^2 - m_Z^2) ((k - q_s)^2 - m_Z^2) (k^2 - 2p_1 k) (k^2 - 2p_3 k)}.$$

В LE-режиме можно существенно упростить задачу, замечая, что основной вклад в интеграл вносят большие k (так это было проделано и в предыдущем разделе). Внешними импульсами в подынтегральном выражении можно пренебречь, тогда

$$I_{(0,\alpha,\alpha\beta)}^{ZZ}(p_1, p_3, q_s) = \int \frac{d^4 k}{i\pi^2} \frac{1, k_\alpha, k_\alpha k_\beta}{(k^2)^2 (k^2 - m_Z^2)^2}. \quad (100)$$

Векторный интеграл равен нулю из-за нечетности по вектору k , а скалярный интеграл даст вклады, малые по сравнению с вкладом тензорного.

Используя формулу

$$\int \frac{d^4 k}{i\pi^2} k_\alpha k_\beta f(k^2) = \frac{1}{4} g_{\alpha\beta} \int \frac{d^4 k}{i\pi^2} k^2 f(k^2)$$

(убедиться в ее правильности можно, домножив обе части на $g^{\alpha\beta}$) и осуществляя поворот Вика

$$k_0 \rightarrow ik_0, \quad (101)$$

переходим к евклидовому 4-вектору k_E , что дает:

$$\frac{d^4 k}{i\pi^2} = \frac{1}{\pi^2} \frac{1}{2} k_E^2 dk_E^2 d\Omega_4, \quad \int d\Omega_4 = 2\pi^2.$$

Осуществляя замену

$$k^2 = -k_E^2 = -z, \quad \frac{d^4 k}{i\pi^2} = z dz,$$

получим

$$I_{\alpha\beta}^{ZZ}(p_1, p_3, q_s) \approx \quad (102)$$

$$\approx \frac{1}{4} g_{\alpha\beta} \int_0^\infty z dz \frac{-z}{z^2 (z + m_Z^2)^2} =$$

$$= -\frac{1}{4} g_{\alpha\beta} \int_0^\infty dz \frac{1}{(z + m_Z^2)^2} =$$

$$= \frac{1}{4} g_{\alpha\beta} \frac{1}{z + m_Z^2} \Big|_0^\infty = -\frac{1}{4m_Z^2} g_{\alpha\beta}.$$

Интегралы для прочих случаев имеют совершенно такой же вид.

Итак, выражения для ZZ -боксов в LE-режиме $\mathcal{M}^{ZZ}\mathcal{M}^{c+}|_{LE}$ получаем из (98), (99) заменами:

$$Zc \rightarrow \zeta c, \quad I_{1,2,3}^{\gamma Z} \rightarrow -\frac{1}{4m_Z^2}. \quad (103)$$

Индекс “ ζ ” означает здесь следующее:

$$v^\zeta = v_+^{ZZ}, \quad a^\zeta = a_+^{ZZ}. \quad (104)$$

Чтобы получить выражения для WW -боксов, во-первых, как уже говорилось, необходимо “выключить” перекрестные диаграммы. Далее выражения в LE-режиме $\mathcal{M}^{WW}\mathcal{M}^{c+}|_{LE}$ получаем из формул (98), (99) следующими заменами:

$$Zc \rightarrow \omega c, \quad I_{1,2,3}^{\gamma Z} \rightarrow -\frac{1}{4m_W^2}. \quad (105)$$

Индекс “ ω ” означает здесь следующее:

$$v^\omega = v_+^{WW}, \quad a^\omega = a_+^{WW}. \quad (106)$$

3.7. Расчет γZ , ZZ - и WW -боксов в HE-режиме

Для того, чтобы рассчитать тяжелые боксы (боксы с по крайней мере одним массивным бозоном: γZ , ZZ , WW) в HE-режиме воспользуемся асимптотическим подходом [21], который был впервые разработан одним из авторов для расчета ЭСП к процессу Дрелла–Яна при больших инвариантных массах дилептона. Перестроим общие выражения для вкладов в сечение (55)–(62), применяя следующие правила:

1. отнимаем и добавляем “ИКР-части” (в точках $k \rightarrow 0$ и $k \rightarrow q$),
2. пренебрегаем массами бозонов везде, кроме комбинаций $\Pi^{ab}(q_r)$ с бозонными пропагаторами и 3-точечными функциями $H_0^{\gamma,Z}$ (это возможно именно в HE-режиме),
3. сохраняем произвольную индексацию бозонов $a, b = \gamma, Z, W$ в комбинациях констант связи.

Для прямых t -канальных боксов (случай 1) получим:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{t,D}^{ab}\mathcal{M}_t^{c+} &= \quad (107) \\ &= -\frac{2C_t}{t} \left[2C_{1+2}^{abc} l_{st} t u - C_1^{abc} l_{st}^2 (3s^2 + u^2) + \right. \\ &\quad \left. + C_2^{abc} l_{st}^2 (s^2 - u^2) \right] - 2C_t s \Pi_1^{ab}(q_t) H_{tt}^{abc}, \\ \mathcal{M}_{t,D}^{ab}\mathcal{M}_s^{c+} &= +\frac{2C_s}{t} \left[C_{1+2}^{abc} l_{st} (l_{st} [s^2 + u^2] - 2tu) \right] - \end{aligned}$$

$$- 2C_s s \Pi_1^{ab}(q_t) H_{ts}^{abc},$$

для перекрестных t -канальных боксов (случай 2):

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{t,C}^{ab}\mathcal{M}_t^{c+} &= -\frac{2C_t}{t} \left[(C_1^{abc} [s^2 + 3u^2] + \right. \quad (108) \\ &\quad \left. + C_2^{abc} [u^2 - s^2]) (l_{tu}^2 + \pi^2) + \right. \\ &\quad \left. + 2C_{1-2}^{abc} l_{tu} s t \right] + 2C_t u \Pi_2^{ab}(q_t) H_{tt}^{abc}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{t,C}^{ab}\mathcal{M}_s^{c+} &= +\frac{2C_s}{t} \left[-2C_{1+2}^{abc} u^2 (l_{tu}^2 + \pi^2) \right] + \\ &\quad + 2C_s u \Pi_2^{ab}(q_t) H_{ts}^{abc}, \end{aligned}$$

для прямых s -канальных боксов (случай 3):

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{s,D}^{ab}\mathcal{M}_t^{c+} &= \quad (109) \\ &= -\frac{2C_t}{s} \left[-C_{1+2}^{abc} l_{st} (l_{st} [t^2 + u^2] + 2su) \right] - \\ &\quad - 2C_t t \Pi_3^{ab}(q_s) H_{st}^{abc}, \\ \mathcal{M}_{s,D}^{ab}\mathcal{M}_s^{c+} &= \\ &= +\frac{2C_s}{s} \left[2C_{3+4}^{abc} l_{st} s u + C_3^{abc} l_{st}^2 (3t^2 + u^2) + \right. \\ &\quad \left. + C_4^{abc} l_{st}^2 (u^2 - t^2) \right] - 2C_s t \Pi_3^{ab}(q_s) H_{ss}^{abc}, \end{aligned}$$

для перекрестных s -канальных боксов (случай 4):

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{s,C}^{ab}\mathcal{M}_t^{c+} &= +\frac{2C_t}{s} \left[-2C_{1+2}^{abc} l_{su}^2 u^2 \right] + \quad (110) \\ &\quad + 2C_t u \Pi_4^{ab}(q_s) H_{st}^{abc}, \\ \mathcal{M}_{s,C}^{ab}\mathcal{M}_s^{c+} &= \\ &= -\frac{2C_s}{s} \left[C_3^{abc} l_{su}^2 (t^2 + 3u^2) + C_4^{abc} l_{su}^2 (u^2 - t^2) + \right. \\ &\quad \left. + 2C_{3-4}^{abc} l_{su} s t \right] + 2C_s u \Pi_4^{ab}(q_s) H_{ss}^{abc}. \end{aligned}$$

Используются следующие сокращения:

$$H_{tt}^{abc} = 2[C_1^{abc}(u^2 + s^2) + C_2^{abc}(u^2 - s^2)],$$

$$H_{ts}^{abc} = H_{st}^{abc} = 2u^2[C_1^{abc} + C_2^{abc}],$$

$$H_{ss}^{abc} = 2[C_3^{abc}(u^2 + t^2) + C_4^{abc}(u^2 - t^2)],$$

$$C_{i\pm j}^{abc} = C_i^{abc} \pm C_j^{abc},$$

$$\Pi_i^{ab}(q_r) = H_0^a D_b(q_r) + D_a(q_r) H_0^b$$

$$(i \text{ — номер случая}),$$

$$l_{r_1 r_2} = \ln \frac{|r_1|}{|r_2|}.$$

На этом этапе полезно будет убедиться, что вклад боксов в случае нейтральных бозонов не

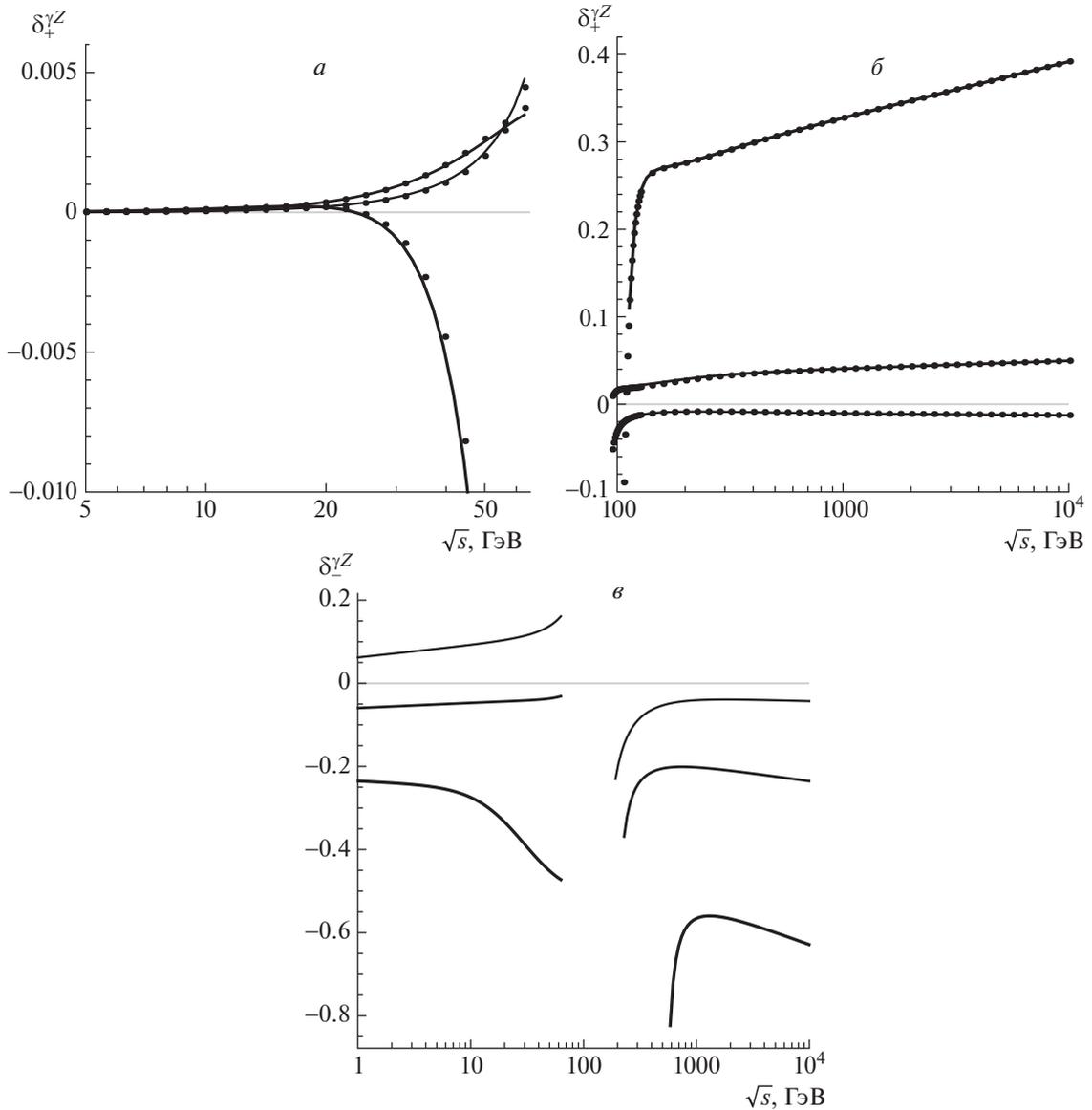


Рис. 7. Зависимость от \sqrt{s} относительных поправок $\delta_+^{\gamma Z}$ (а и б) и $\delta_-^{\gamma Z}$ (в). Обозначения такие же, как на рис. 4.

содержит коллинеарной сингулярности. Убедимся в этом на примере $\gamma\gamma$ -боксов в t -канале. Суммируя прямой и перекрестный вклады, получим слагаемое, содержащее фермионную массу в 3-точечной функции, в виде

$$2C_t[-s\Pi_1^{\gamma\gamma}(qt) + u\Pi_2^{\gamma\gamma}(qt)]H_{tt}^{\gamma\gamma c}.$$

Выражение в скобках после подстановки 3-точечных интегралов пропорционально сумме логарифмов

$$-\frac{1}{2}L_s^2 + L_sL_\lambda + \frac{1}{2}L_u^2 - L_uL_\lambda + \dots = l_{su} \left(\ln \frac{m^2}{\sqrt{s}|u|} + L_\lambda \right) + \dots = l_{su} \ln \frac{\lambda^2}{\sqrt{s}|u|} + \dots$$

и, как видно, от массы m не зависит.

На рис. 7, 8 и 9 приведены зависимости от \sqrt{s} относительных поправок от вкладов γZ -, ZZ - и WW -боксов. Видно превосходное согласие для относительных поправок в обоих расчетах: асимптотического и с помощью компьютерной алгебры как в LE-режиме, так и в HE-режиме.

3.8. Мягкие фотоны

Рассчитаем сечение процесса с излучением мягкого фотона с энергией p_0 в с.ц.м. начальных частиц:

$$\mathbf{p}_1 = -\mathbf{p}_2, \quad p_{10} = p_{20} = E = \sqrt{s}/2, \quad (111)$$

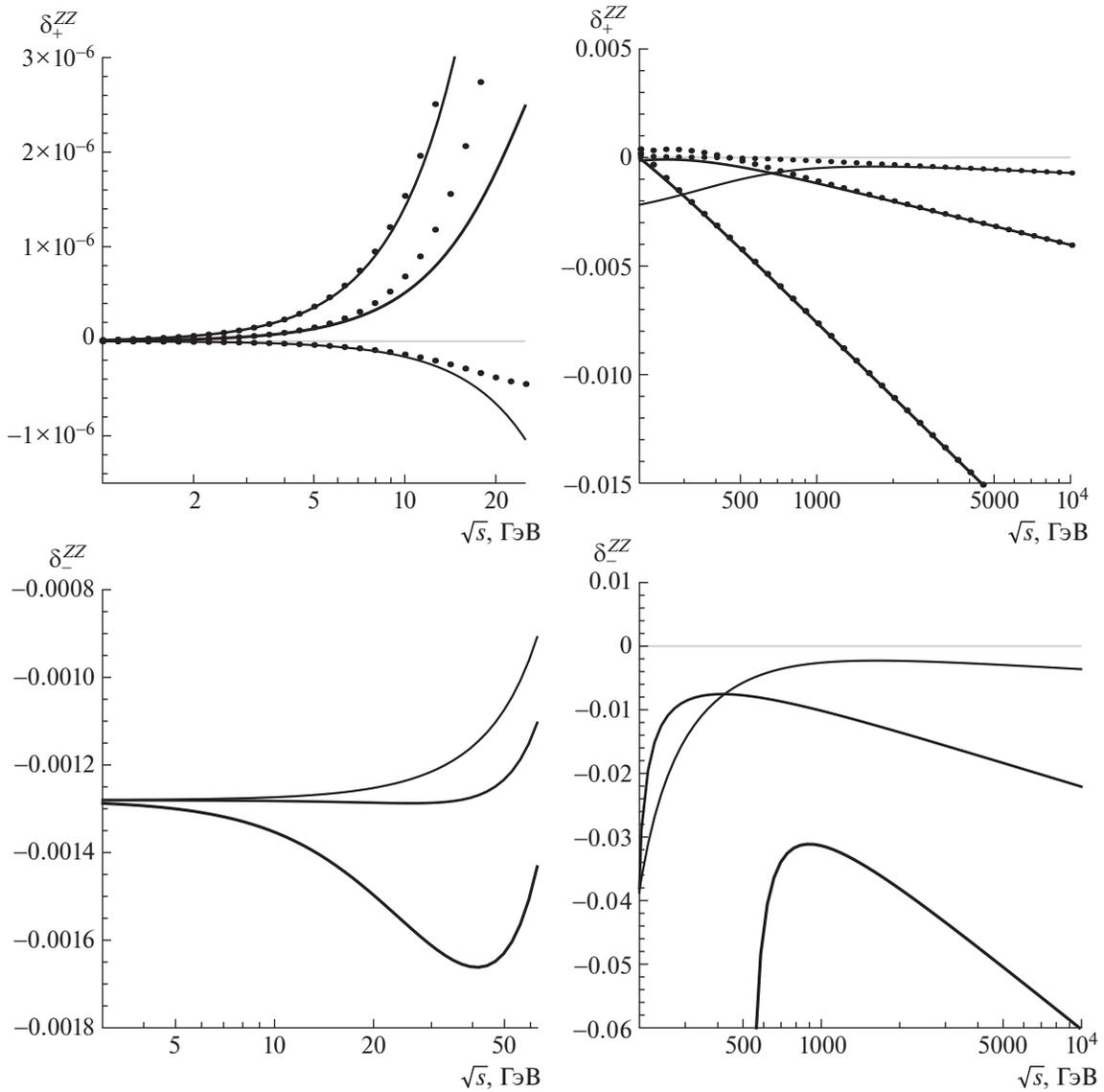


Рис. 8. Зависимость от \sqrt{s} относительных поправок δ_{\pm}^{ZZ} . Обозначения такие же, как на рис. 4.

меньшей фиксированного значения ω , такого, что $\omega \ll E$.

Прежде всего сделаем приближение $p \rightarrow 0$, везде, кроме части фазового объема $\frac{d^3\mathbf{p}}{2p_0}$ и знаменателей с p . Тогда амплитуды мягкого тормозного излучения становятся пропорциональны борновским, что приводит к факторизации:

$$\begin{aligned} (R_1^a + R_2^a + R_3^a + R_4^a)|_{p \rightarrow 0} &\sim \\ &\sim e_\rho(p) \left(\frac{p_1^\rho}{pp_1} - \frac{p_2^\rho}{pp_2} - \frac{p_3^\rho}{pp_3} + \frac{p_4^\rho}{pp_4} \right) \mathcal{M}_0^a. \end{aligned} \quad (112)$$

После квадрирования получим факторизацию

также и перед борновским сечением:

$$\frac{d\sigma^{\text{soft}}}{dc} = \delta_{\text{soft}} \frac{d\sigma_0}{dc}, \quad (113)$$

где

$$\begin{aligned} \delta_{\text{soft}} &= -\frac{\alpha}{4\pi^2} \times \\ &\times \int_{|\mathbf{p}| < \omega} \frac{d^3\mathbf{p}}{p_0} \left(\frac{p_1^\rho}{pp_1} - \frac{p_2^\rho}{pp_2} - \frac{p_3^\rho}{pp_3} + \frac{p_4^\rho}{pp_4} \right)^2. \end{aligned} \quad (114)$$

Для того чтобы вычислить поправку δ_{soft} , требу-

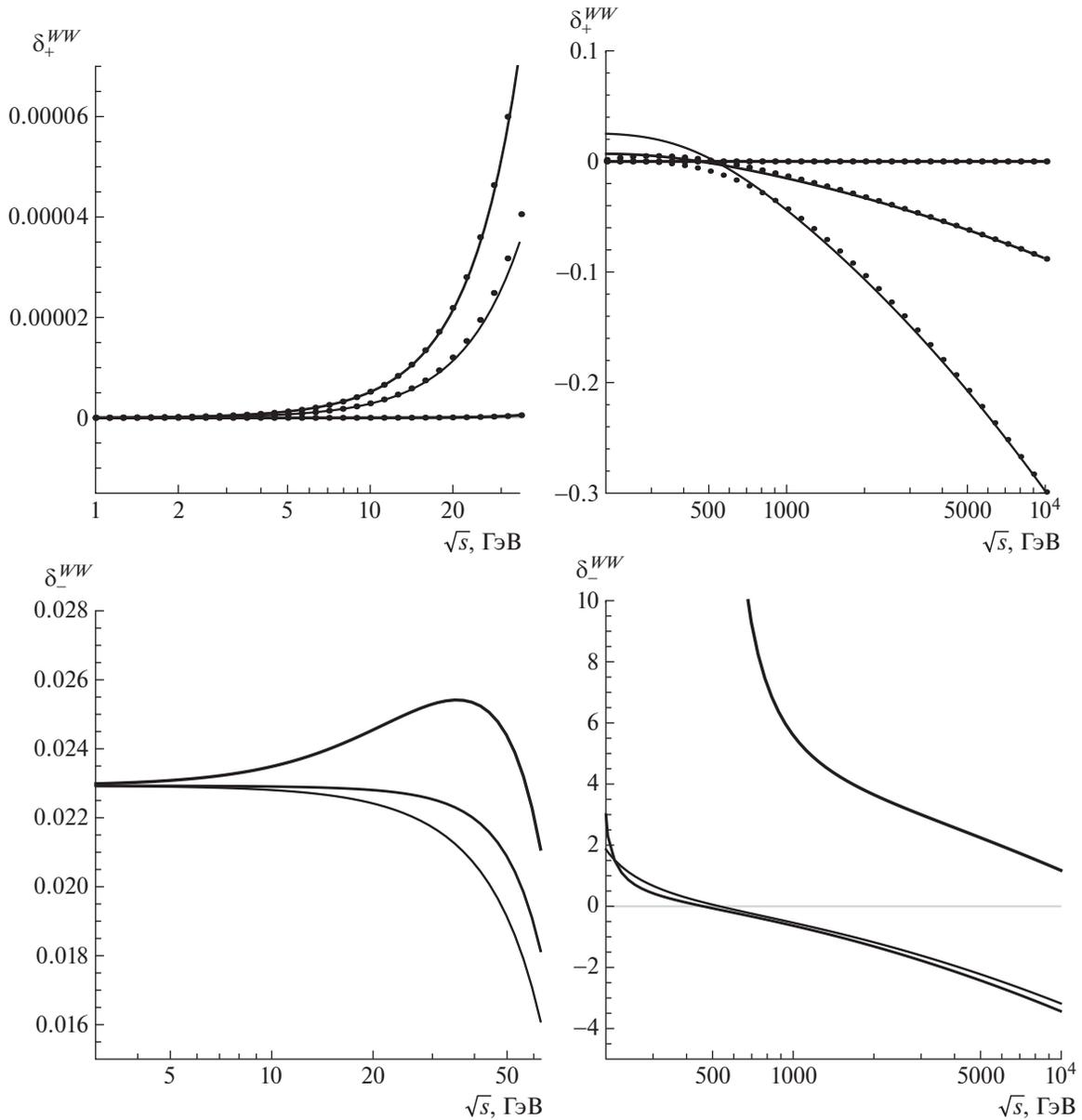


Рис. 9. Зависимость от \sqrt{s} относительных поправок δ_{\pm}^{WW} . Обозначения такие же, как на рис. 4.

ется уметь рассчитывать интегралы вида

$$L_{ij} = \int_{|\mathbf{p}| < \omega} \frac{d^3\mathbf{p}}{p_0} \frac{1}{pp_i} \frac{1}{pp_j}, \quad (i, j) = \overline{1, 4}, \quad (115)$$

методы такого интегрирования разобраны в работе [22]. Финальный ответ в УРП таков:

$$\delta_{\text{soft}} = \frac{2\alpha}{\pi} \left[2 \ln \frac{2\omega}{\lambda} \left(\ln \frac{st}{m^2 u} - 1 \right) + L_s - \frac{L_s^2}{2} - \frac{\pi^2}{3} + \text{Li}_2 \frac{-t}{u} - \text{Li}_2 \frac{-u}{t} \right]. \quad (116)$$

Чтобы проделать проверку независимости полного результата от λ аналитически, следует сло-

жить формулу (34) (в ней положим $F_a \rightarrow F_\gamma$), формулы (107)–(110) (в них положим $ab \rightarrow \gamma\gamma + \gamma Z + Z\gamma$), и формулу (113). В силу удачно выбранных обозначений и полученной факторизации это упражнение проделать не сложно. Полезно проделать проверку независимости от λ и численно, так как это является дополнительным тестом кода.

На рис. 10 приведены зависимости от энергии реакции \sqrt{s} полных относительных поправок δ_{\pm}^{V+S} от суммарного вклада виртуальных вкладов ($C = V$) и мягкого тормозного излучения ($C = S$) (при $\omega = 0.05\sqrt{s}$). В сумме этих вкладов отсутствует зависимость от λ .

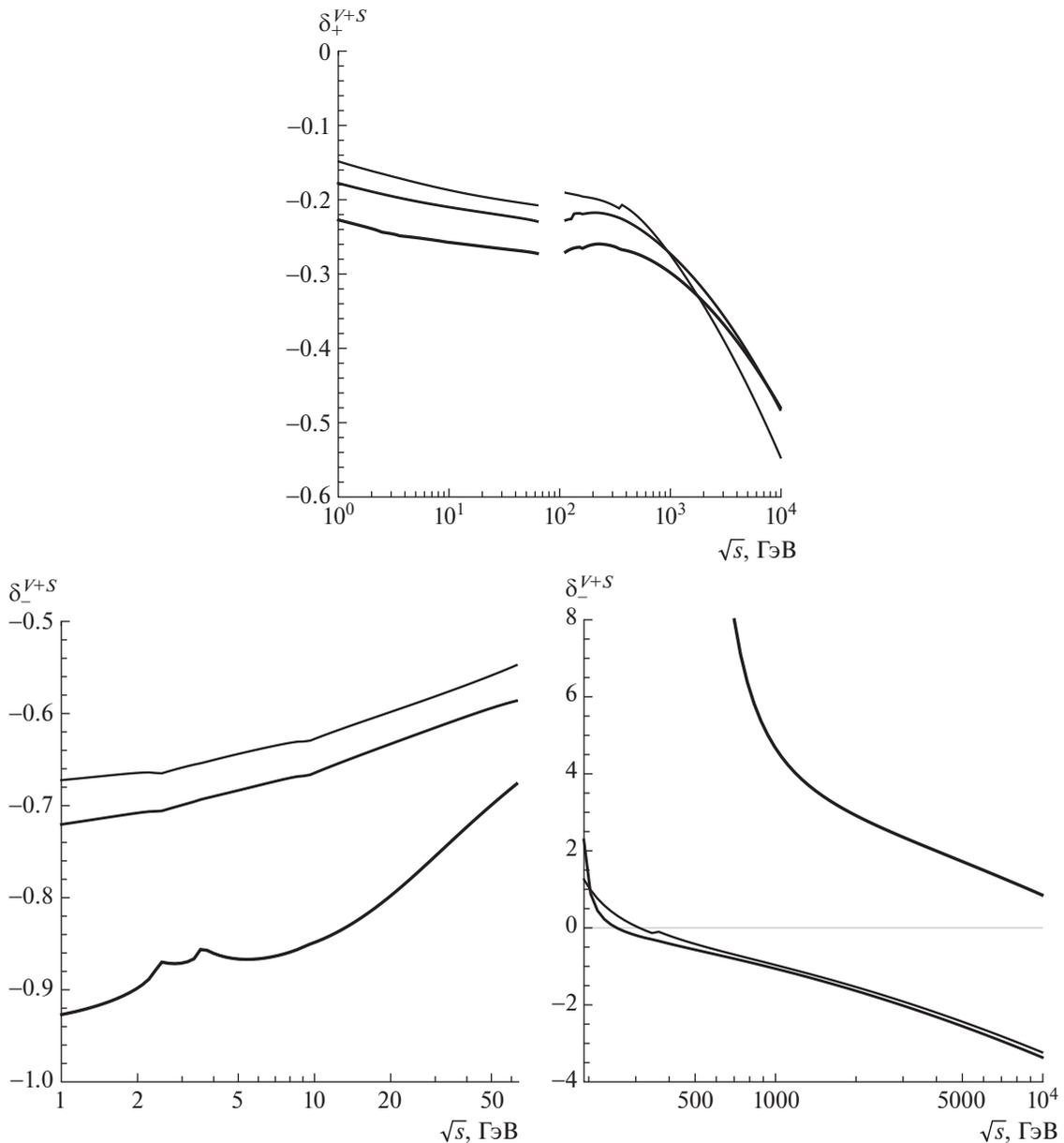


Рис. 10. Зависимость от \sqrt{s} относительных поправок δ_{\pm}^{V+S} .

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе получены два набора асимптотических формул (ниже и выше Z -резонанса) для электрослабых однопетлевых поправок к наблюдаемым величинам поляризационного Бабарассеяния. Установленное хорошее согласие в области больших углов с точными результатами, полученными методами компьютерной алгебры FeynArts/FormCalc, подтверждает правильность найденных асимптотических выражений. Кроме академического интереса, они без сомнения будут полезны для “быстрой” оценки неполяризованных и поляризованных наблюдаемых в совре-

менных и будущих экспериментах физики высоких энергий.

Авторы признательны А.Б. Арбузову, М. Рупни (М. Roney) за обсуждение. В.А.З. благодарит государственную программу научных исследований Республики Беларусь “Конвергенция-2020” за поддержку.

Приложение А

ПРАВИЛА ФЕЙНМАНА

Приведем основные правила Фейнмана (следующем обзоре [6]).

- Входящему фермиону с 4-импульсом p соответствует биспинорная амплитуда $u(p)$, выходящему соответствует биспинорная амплитуда $\bar{u}(p)$.
- Выходящему бозону с 4-импульсом p соответствует вектор поляризации $e_\rho(p)$.
- Пропагатору бозона (в калибровке Фейнмана) соответствует выражение

$$-ig^{\alpha\beta} D_\alpha(q), \quad (\text{П.1})$$

где q — 4-импульс передачи в пропагаторе. Фотонная масса $m_\gamma \equiv \lambda$ равна нулю везде, кроме специально отмеченных ниже случаев, где она используется как инфинитесимальный параметр, который регуляризует инфракрасную расходимость. Масса Z -бозона обозначена как m_Z , его ширина — Γ_Z (используется схема с фиксированной шириной).

- Фермионный (электронный) пропагатор выглядит так (p — 4-импульс передачи в пропагаторе):

$$iS(p) = i \frac{\hat{p} + m}{p^2 - m^2}. \quad (\text{П.2})$$

- Вершине взаимодействия фермиона f с калибровочным бозоном a сопоставляется выражение:

$$ie\gamma_\mu \Gamma_f^a, \quad \text{где } \Gamma_f^a = v_f^a - a_f^a \gamma_5. \quad (\text{П.3})$$

Векторные и аксиально-векторные константы связи фермиона f с фотоном и Z -бозоном:

$$v_f^\gamma = -Q_f, \quad a_f^\gamma = 0, \quad (\text{П.4})$$

$$v_f^Z = \frac{I_f^3 - 2Q_f s_W^2}{2s_W c_W}, \quad a_f^Z = \frac{I_f^3}{2s_W c_W}.$$

Используются следующие параметры СМ: Q_f — электрический заряд f -частицы в единицах протонного заряда, третья компонента слабого изоспина (тут конкретизируем тип фермиона):

$$I_\nu^3 = +\frac{1}{2}, \quad I_e^3 = -\frac{1}{2}, \quad (\text{П.5})$$

$$I_u^3 = +\frac{1}{2}, \quad I_d^3 = -\frac{1}{2},$$

а s_W (c_W) — синус (косинус) угла Вайнберга, которые связаны с массами Z - и W -бозона согласно правилам СМ:

$$c_W = \frac{m_W}{m_Z}, \quad s_W = \sqrt{1 - c_W^2}. \quad (\text{П.6})$$

- По 4-импульсу каждой внутренней частицы следует провести интегрирование. С учетом сохранения 4-импульса в каждой вершине, которая выражается присутствием в ней соответствующей δ -функции в конечном выражении для амплитуды, останется одна δ -функция, выражающая общий закон сохранения энергии-импульса диаграммы.

Сконструированная по вышеприведенным правилам Фейнмана амплитуда \mathcal{M} процесса позволяет сформировать дифференциальное сечение. В случае процесса $2 \rightarrow 2$ дифференциальное сечение записывается с помощью формулы

$$d\sigma = \frac{1}{8\pi^2 s} |\mathcal{M}|^2 d\Phi_2, \quad (\text{П.7})$$

где фазовый объем реакции имеет вид

$$d\Phi_2 = \delta(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) \frac{d^3\mathbf{p}_3}{2p_{30}} \frac{d^3\mathbf{p}_4}{2p_{40}}. \quad (\text{П.8})$$

Снимая с помощью δ -функции три интеграла по пространственным компонентам p_4 и используя сферическую систему координат, получим в с.ц.м. (где энергии конечных частиц равны $p_{30} = p_{40}$)

$$d\Phi_2 = \delta(\sqrt{s} - 2p_{30}) \times \quad (\text{П.9})$$

$$\times \frac{1}{4p_{30}p_{40}} |\mathbf{p}_3|^2 d|\mathbf{p}_3| d\cos\theta d\varphi,$$

где

$$\sqrt{s} = \sqrt{(p_1 + p_2)^2} = p_{10} + p_{20}$$

— полная энергия реакции (в с.ц.м., где $\mathbf{p}_1 = -\mathbf{p}_2$).

Применив соотношение $|\mathbf{p}_3| d|\mathbf{p}_3| = p_{30} dp_{30}$ и снимая интегралы (по p_{30} с помощью δ -функции, а по φ с учетом симметрии системы относительно азимутального поворота), получим, возвращаясь на последнем шаге к лоренц-инвариантной записи:

$$d\Phi_2 = \frac{\pi |\mathbf{p}_3|}{4p_{40}} d\cos\theta = \frac{\pi}{2s} \sqrt{1 - \frac{4m^2}{s}} dt. \quad (\text{П.10})$$

Приложение В

ВЕКТОРНОЕ И ТЕНЗОРНОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ

Изложим технику вычисления тензорных и векторных 4-точечных интегралов (на примере расчета прямого s -канального $\gamma\gamma$ -бокса, случай 3). Тензорный интеграл $I_{\alpha\beta}^{(3)}$ и векторный интеграл $I_\alpha^{(3)}$ определены в (68). Далее в этом разделе опускаем обозначение случая 3 и индекс $ab = \gamma\gamma$. Остальные нужные для расчета скалярные и векторные интегралы имеют вид:

$$G_{0,\alpha}(p_{1,3}, q_s) = \quad (\text{П.11})$$

$$\begin{aligned}
 &= \int \frac{d^4k}{i\pi^2} \frac{1, k_\alpha}{(k^2 - \lambda^2)((k - q_s)^2 - \lambda^2)(k^2 - 2p_{1,3}k)}, \\
 &\quad H_{0,\alpha}(p_1, p_3) = \\
 &= \int \frac{d^4k}{i\pi^2} \frac{1, k_\alpha}{(k^2 - \lambda^2)(k^2 - 2p_1k)(k^2 - 2p_3k)}, \\
 &\quad F_{0,\alpha}(p_1, p_3, q_s) = \\
 &= \int \frac{d^4k}{i\pi^2} \frac{1, k_\alpha}{((k - q_s)^2 - \lambda^2)(k^2 - 2p_1k)(k^2 - 2p_3k)}.
 \end{aligned}$$

Векторные интегралы раскладываются следующим образом (где можно, скобки с аргументами опустим):

$$\begin{aligned}
 G_\alpha(p_1, q_s) &= g_1 p_{1\alpha} + g_3 q_{s\alpha}, & (П.12) \\
 G_\alpha(p_3, q_s) &= G_2 p_{3\alpha} + G_3 q_{s\alpha}, \\
 H_\alpha &= h_1 p_{1\alpha} + h_2 p_{3\alpha}, \\
 F_\alpha &= f_1 p_{1\alpha} + f_2 p_{3\alpha} + f_3 q_{s\alpha}, \\
 I_\alpha &= a_1 p_{1\alpha} + a_2 p_{3\alpha} + a_3 q_{s\alpha}.
 \end{aligned}$$

1. Интеграл G_α

Далее с векторными интегралами поступим согласно методу, описанному в работе [23]: домножим каждый из них на каждый 4-вектор из правой части. Для интеграла G_α получим:

$$\begin{aligned}
 p_1^\alpha G_\alpha &= g_1 m^2 + g_3 (p_1 q_s), \\
 q_s^\alpha G_\alpha &= g_1 (p_1 q_s) + g_3 q_s^2.
 \end{aligned}$$

Далее подносим под знак интеграла домножаемый 4-вектор, свертываем с числителем и выражаем через комбинации, присутствующие в знаменателях (осуществляем так называемое разложение Вельтмана–Пассарино [23]):

$$\begin{aligned}
 p_{1,3}k &= \frac{1}{2}(2p_{1,3}k - k^2 + k^2), \\
 q_s k &= \frac{1}{2}(k^2 + q_s^2 - (k - q_s)^2).
 \end{aligned}$$

Деля почленно подынтегральные выражения, получим комбинации 2-точечных функций (они приведены в следующем Приложении). В результате получаем систему уравнений:

$$\begin{aligned}
 g_1 m^2 + g_3 (p_1 q_s) &= \frac{1}{2}[P(p_1, q_s) - R(q_s)], \\
 g_1 (p_1 q_s) + g_3 q_s^2 &= \\
 &= \frac{1}{2}[P(p_1, q_s) + q_s^2 G_0(p_1, q) - P(p_1)].
 \end{aligned}$$

Решение этой системы дает выражения коэффициентов в векторных интегралах через скалярные

интегралы, расчет которых приведен в следующем разделе, в УРП эти коэффициенты выглядят так:

$$\begin{aligned}
 g_1 &= G_0 - \frac{2}{s}[P(p_1, q_s) - R(q_s)] = \\
 &= \frac{1}{2s}[L_s^2 - 4L_s + \frac{1}{3}\pi^2], \\
 g_3 &= \frac{1}{s}[P(p_1, q_s) - R(q_s)] = \frac{1}{s}L_s.
 \end{aligned}$$

Нетрудно убедиться, что

$$G_2 = g_1, \quad G_3 = g_3.$$

2. Интегралы H_α и F_α

Для интеграла H_α имеем следующую систему:

$$\begin{aligned}
 p_1^\alpha H_\alpha &= h_1 m^2 + h_2 (p_1 p_3) = \\
 &= \frac{1}{2}[-P(p_3) + N(p_1, p_3)], \\
 p_3^\alpha H_\alpha &= h_1 (p_1 p_3) + h_2 m^2 = \\
 &= \frac{1}{2}[-P(p_1) + N(p_1, p_3)].
 \end{aligned}$$

Решая ее, в УРП получим

$$h_1 = h_2 = \frac{1}{2p_1 p_3} [N(p_1, p_3) - P(p_1)] = \frac{1}{t} L_t.$$

Для расчета F_α проделаем следующий трюк: заменим переменную интегрирования $k \rightarrow k + q_s$ [этот прием уже применялся при получении (75)]. Упрощая, получим соотношение

$$\begin{aligned}
 F_\alpha &= \int \frac{d^4k}{i\pi^2} \frac{k_\alpha + q_{s\alpha}}{(k^2 - \lambda^2)(k^2 + 2p_2k)(k^2 + 2p_4k)} = \\
 &= H_\alpha|_{p_{1,3} \rightarrow -p_{2,4}} + q_{s\alpha} H_0|_{p_{1,3} \rightarrow -p_{2,4}}.
 \end{aligned}$$

Отсюда получаем, раскладывая по 4-векторам:

$$\begin{aligned}
 f_1 p_{1\alpha} + f_2 p_{3\alpha} + f_3 q_{s\alpha} &= \\
 &= -h_1 p_{2\alpha} - h_2 p_{4\alpha} + q_{s\alpha} H_0.
 \end{aligned}$$

Приводя подобные и приравнивая коэффициенты при соответствующих 4-векторах, получим:

$$f_1 = f_2 = h_1, \quad f_3 = H_0 - 2h_1.$$

3. Интеграл I_α

Для интеграла I_α имеем следующую систему:

$$\begin{aligned}
 p_1^\alpha I_\alpha &= a_1 m^2 + a_2 (p_1 p_3) + a_3 (p_1 q_s) = \\
 &= \frac{1}{2}[-G_0 + F_0], \\
 p_3^\alpha I_\alpha &= a_1 (p_1 p_3) + a_2 m^2 + a_3 (p_3 q_s) = \\
 &= \frac{1}{2}[-G_0 + F_0],
 \end{aligned}$$

$$q_s^\alpha I_\alpha = a_1(p_1 q_s) + a_2(p_3 q_s) + a_3 q_s^2 = \\ = \frac{1}{2} [F_0 + q_s^2 I_0 - H_0].$$

Из первых двух уравнений в УРП получим $a_1 = a_2$. Решая далее, находим:

$$a_1 = -\frac{1}{2u} [sI_0 - H_0 - F_0 + 2G_0] = \quad (\text{П.13}) \\ = -\frac{1}{2u} [X_0 + 2G_0], \\ a_3 = \frac{1}{s} [a_1 t - G_0 + F_0].$$

4. Интеграл $I_{\alpha\beta}$

Тензорный интеграл $I_{\alpha\beta}$ раскладывается по простейшим следующим образом:

$$I_{\alpha\beta}(p_1, p_3, q_s) = \quad (\text{П.14}) \\ = b_0 g_{\alpha\beta} + b_1 p_{1\alpha} p_{1\beta} + b_2 p_{3\alpha} p_{3\beta} + b_3 q_{s\alpha} q_{s\beta} + \\ + b_4 (p_{1\alpha} p_{3\beta} + p_{3\alpha} p_{1\beta}) + b_5 (p_{1\alpha} q_{s\beta} + q_{s\alpha} p_{1\beta}) + \\ + b_6 (p_{3\alpha} q_{s\beta} + q_{s\alpha} p_{3\beta}).$$

Домножая его на $g^{\alpha\beta}$, получим уравнение

$$4b_0 + m^2(b_1 + b_2) + q_s^2 b_3 + 2(p_1 p_3) b_4 + \\ + 2(p_1 q_s) b_5 + 2(p_3 q_s) b_6 = F_0.$$

Упрощая с учетом того, что для безрадиационной кинематики s -канала выполняются соотношения $2p_{1,2,3,4} q_s = s$, в УРП находим

$$4b_0 + sb_3 + (-t)b_4 + sb_5 + sb_6 = F_0. \quad (\text{П.15})$$

Далее, домножая на p_1^β и приравнявая коэффициенты при одинаковых членах, получим три уравнения, запишем их сразу в УРП:

$$2b_0 + (-t)b_4 + sb_5 = f_1, \quad (\text{П.16})$$

$$(-t)b_2 + sb_6 = f_2 - G_2, \quad (\text{П.17})$$

$$sb_3 + (-t)b_6 = f_3 - G_3. \quad (\text{П.18})$$

Домножая на p_3^β , получим следующие три уравнения:

$$(-t)b_1 + sb_5 = f_1 - g_1, \quad (\text{П.19})$$

$$2b_0 + (-t)b_4 + sb_6 = f_2, \quad (\text{П.20})$$

$$sb_3 + (-t)b_5 = f_3 - g_3. \quad (\text{П.21})$$

Наконец, домножая на q_s^β , получим:

$$sb_1 + sb_4 + 2sb_5 = f_1 + sa_1 - h_1, \quad (\text{П.22})$$

$$sb_2 + sb_4 + 2sb_6 = f_2 + sa_2 - h_2, \quad (\text{П.23})$$

$$2b_0 + 2sb_3 + sb_5 + sb_6 = f_3 + sa_3. \quad (\text{П.24})$$

Получившаяся система 10 уравнений имеет 7 неизвестных, следовательно, является переопределенной (некоторые уравнения являются линейно-зависимыми). Для решения выбираются 7 уравнений, обязательны следующие: уравнение (П.15), одно уравнение из блока (П.16)–(П.18), одно из блока (П.19)–(П.21) и одно из блока (П.22)–(П.24).

Приведем здесь решение системы в упрощенном виде:

$$b_0 = \frac{1}{2}(G_0 - a_1 t), \quad (\text{П.25})$$

$$b_1 = b_2 = \frac{1}{tu}(G_0 s + g_1 u - g_3 s + h_1 t - a_1 s t),$$

$$b_3 = \frac{1}{su}(g_3 s + H_0 u + h_1(s - u) + G_0 t - a_1 t^2),$$

$$b_4 = \frac{1}{tu}(-g_3 s - G_0 t + h_1 t + a_1 t^2),$$

$$b_5 = b_6 = \frac{1}{u}(G_0 - g_3 - h_1 - a_1 t).$$

Естественно, что в силу переопределенности полной системы такая форма записи не является единственно возможной. Это не отражается на физическом результате (следует помнить, что между коэффициентами системы существуют дополнительные связи, для построения программы численного расчета они не имеют особого значения).

Приложение С

СКАЛЯРНЫЕ МНОГОТОЧЕЧНЫЕ ФУНКЦИИ

1. 2-точечные функции

Введем скалярные 2-точечные (ультрафиолетово-расходящиеся) функции:

$$N(p_1, p_3) = \quad (\text{П.26})$$

$$= \int \frac{d^4 k}{i\pi^2} \frac{1}{(k^2 - 2p_1 k)(k^2 - 2p_3 k)},$$

$$P(p_1, q) = \quad (\text{П.27})$$

$$= \int \frac{d^4 k}{i\pi^2} \frac{1}{((k - q)^2 - \lambda^2)(k^2 - 2p_1 k)},$$

$$P(p_1) = \int \frac{d^4 k}{i\pi^2} \frac{1}{(k^2 - \lambda^2)(k^2 - 2p_1 k)}, \quad (\text{П.28})$$

$$R(q) = \int \frac{d^4 k}{i\pi^2} \frac{1}{(k^2 - \lambda^2)((k - q)^2 - \lambda^2)}. \quad (\text{П.29})$$

Рассчитаем для примера первую (нужна только действительная часть).

Применяем трюк Фейнмана [конкретно, первую формулу из (86)] и получаем выражение (П.26) в виде

$$N(p_1, p_3) = \int \frac{d^4 k}{i\pi^2} \times \int_0^1 \frac{dy}{[(k^2 - 2p_1 k)y + (k^2 - 2p_3 k)(1 - y)]^2}. \quad (\text{П.30})$$

Снимаем интеграл по k по формуле

$$\int \frac{d^4 k}{i\pi^2} \frac{dy}{[(k - b)^2 - d]^2} = \ln \frac{\Lambda^2}{d} - 1. \quad (\text{П.31})$$

Тогда

$$N(p_1, p_3) = \int_0^1 dy \left(\ln \frac{\Lambda^2}{m^2} - \ln \frac{d}{m^2} - 1 \right), \quad (\text{П.32})$$

где

$$b = p_1 y + p_3(1 - y), \quad d = b^2.$$

Упрощая, получим

$$\frac{d}{m^2} = ay^2 - ay + 1, \quad a = \frac{2m^2 - 2p_1 p_3}{m^2}.$$

Наконец, снимаем интеграл по y и получаем выражение

$$N(p_1, p_3) = \ln \frac{\Lambda^2}{m^2 |a|} + 1. \quad (\text{П.33})$$

В УРП явный вид 2-точечных функций такой:

$$N(p_1, p_3) = L_\Lambda + \ln \frac{m^2}{2p_1 p_3} + 1, \quad (\text{П.34})$$

$$P(p_1, q_r) = P(p_1) = L_\Lambda + 1,$$

$$R(q_r) = L_\Lambda - L_r + 1.$$

2. 3-точечные функции

Скалярный мастер-интеграл имеет вид (опускаем для краткости обозначение обхода полюса $+i\epsilon$, кроме этого, везде далее рассчитываем только действительную часть)

$$H_0^\gamma(p_1, p_3) = \int \frac{d^4 k}{i\pi^2} \frac{1}{(k^2 - \lambda^2)((k - p_1)^2 - m^2)((k - p_3)^2 - m^2)}. \quad (\text{П.35})$$

Подробный расчет этого интеграла разобран в [22]. Приведем нужные формулы для справочных целей. В обозначениях этого Приложения:

$$\begin{aligned} \tilde{b} &= p_1 x - (p_1 - p_3)y, \\ \tilde{d} &= m^2 x^2 + 2(m^2 - p_1 p_3)y^2 - \\ &\quad - 2(m^2 - p_1 p_3)xy - \lambda^2 x + \lambda^2, \end{aligned}$$

а интеграл имеет вид

$$H_0^\gamma(p_1, p_3) = - \int_0^1 dx \int_0^x dy \frac{1}{\tilde{d}}. \quad (\text{П.36})$$

Далее

$$\begin{aligned} H_0^\gamma(p_1, p_3) &= \quad (\text{П.37}) \\ &= - \int_0^1 dx \int_0^x dy \frac{1}{ax^2 + by^2 + cxy + dx + ey + f}, \end{aligned}$$

где

$$a = m^2, \quad b = 2(m^2 - p_1 p_3), \quad c = -2(m^2 - p_1 p_3),$$

$$d = -\lambda^2, \quad e = 0, \quad f = \lambda^2 - i\epsilon.$$

Используем ультрарелятивистское приближение

$$m^2 \ll |b|, \quad (\text{П.38})$$

также используется условие малости фотонной массы по сравнению с массой излучающего лептона

$$\lambda \ll m \quad (\text{П.39})$$

и обозначения для коллинеарного L_b и инфракрасного логарифмов L_λ :

$$L_b = \ln \frac{|b|}{m^2}, \quad L_\lambda = \ln \frac{\lambda^2}{m^2}. \quad (\text{П.40})$$

Приведем основные выражения в ультрарелятивистском приближении, используя обозначения:

$$\mu = \frac{m^2}{b}, \quad \nu = \frac{\lambda^2}{b},$$

так что выполняются соотношения

$$\ln |\mu| = -L_b, \quad \ln |\nu| = L_\lambda - L_b.$$

Для упрощений в ультрарелятивистском приближении используем очень полезную формулу

$$\text{Li}_2(z) = -\text{Li}_2\left(\frac{1}{z}\right) - \frac{1}{2} \ln^2(-z) - \frac{1}{6} \pi^2, \quad (\text{П.41})$$

связывающую дилוגарифмы Спенса с обратными аргументами. Вычисляя H_0^γ на основе приближенно вычисленных в УРП (П.38) и с условием (П.39), получим общую формулу

$$H_0^\gamma(p_1, p_3) = \frac{1}{2m^2 - 2p_1 p_3} \left(\text{Li}_2\left(-\frac{m^2}{\lambda^2}\right) - \text{Li}_2\left(\frac{2m^2 - 2p_1 p_3}{\lambda^2}\right) - \text{Li}_2(1) \right).$$

Подставляя значение b в зависимости от аргумен-

тов 3-точечной функции, получим:

$$H_0^\gamma(p_1, -p_2) = \frac{1}{s} \left(\frac{1}{2} L_s^2 - L_s L_\lambda - \frac{2}{3} \pi^2 \right) \quad (\text{П.42})$$

для случая 1,

$$H_0^\gamma(p_1, p_4) = \frac{1}{u} \left(\frac{1}{2} L_u^2 - L_u L_\lambda - \frac{1}{6} \pi^2 \right)$$

для случая 2 и случая 4,

$$H_0^\gamma(p_1, p_3) = \frac{1}{t} \left(\frac{1}{2} L_t^2 - L_t L_\lambda - \frac{1}{6} \pi^2 \right)$$

для случая 3.

Теперь рассчитаем подобный скалярный интеграл, но с массивным Z -бозоном (естественным будет обозначение H_0^Z):

$$H_0^Z(p_1, p_3) = \int \frac{d^4 k}{i\pi^2} \frac{1}{(k^2 - m_Z^2)((k - p_1)^2 - m^2)((k - p_3)^2 - m^2)}. \quad (\text{П.43})$$

Методика расчета H_0^Z в НЕ-режиме такая же самая, как в случае расчета H_0^γ за исключением того, что вместо условия (П.39) необходимо использовать (очевидное для первых поколений фермионов) условие

$$m_Z \gg m. \quad (\text{П.44})$$

Изменение условий, с первого взгляда выглядящее как не особенно важное, тем не менее “драматическим” образом меняет форму результата. Используем обозначения: $\mu = \frac{m^2}{b}$, $\nu = \frac{m_Z^2}{b}$. Подставляя значение b в зависимости от аргументов 3-точечной функции и упрощая, где это возможно, получим:

$$H_0^Z(p_1, -p_2) = \frac{1}{s} \left(\frac{1}{2} \ln^2 \frac{m_Z^2}{s} - \frac{1}{6} \pi^2 \right) \quad (\text{П.45})$$

для случая 1,

$$H_0^Z(p_1, p_4) = \frac{1}{u} \left(\frac{1}{2} \ln^2 \frac{m_Z^2}{-u} + \frac{1}{3} \pi^2 \right)$$

для случая 2 и случая 4,

$$H_0^Z(p_1, p_3) = \frac{1}{t} \left(\frac{1}{2} \ln^2 \frac{m_Z^2}{-t} + \frac{1}{3} \pi^2 \right)$$

для случая 3.

Видно, что рассматриваемый интеграл во всех четырех случаях выражается через квадрат судаковского логарифма.

Теперь вычислим скалярный мастер-интеграл

$$G_0(p_1, q) = \int \frac{d^4 k}{i\pi^2} \frac{1, k_\alpha}{k^2(k - q)^2(k^2 - 2p_1 k)}, \quad (\text{П.46})$$

действовать будем по той же схеме. Выбирая $a_1 = k^2 - \lambda^2$, $a_2 = (k - q)^2 - \lambda^2$, $a_3 = (k - p_1)^2 - m^2$, получим (при условии нахождения конечных частиц на массовой поверхности и равных масс)

$$\begin{aligned} \tilde{b} &= qx + p_3 y, \\ \tilde{d} &= q^2 x^2 + m^2 y^2 - q^2 x y - q^2 x + \\ &+ (q^2 - \lambda^2) y + \lambda^2. \end{aligned}$$

Далее подставляем полученные значения коэффициентов a, b, \dots, f в процедуру расчета. Заметим, что здесь μ и ν уже определяются по-другому:

$$\mu = \frac{m^2}{q^2}, \quad \nu = \frac{\lambda^2}{q^2}.$$

Упрощая, получим общую формулу

$$G_0(p_1, q) = \frac{1}{q^2} \left(2\text{Li}_2(2) - \text{Li}_2\left(\frac{q^2}{m^2}\right) \right).$$

Ультррелятивистские выражения для конкретных случаев приобретают следующий вид:

$$G_0(p_1, q_t) = G_0(-p_2, q_t) = G_0(p_4, q_t) = \quad (\text{П.47})$$

$$= \frac{1}{t} \left(\frac{1}{2} L_t^2 + \frac{2}{3} \pi^2 \right),$$

$$G_0(p_1, q_s) = G_0(p_3, q_s) = G_0(p_4, q_s) = \quad (\text{П.48})$$

$$= \frac{1}{s} \left(\frac{1}{2} L_s^2 + \frac{1}{6} \pi^2 \right).$$

3. 4-точечные интегралы X_0 и I_0

В этом разделе вычислим ИК-конечную 4-точечную функцию (рассмотрим случай 3, следовательно $q = q_s$):

$$X_0(p_1, p_3, q) = \quad (\text{П.49})$$

$$= q^2 I_0^\gamma(p_1, p_3, q) - F_0^\gamma(p_1, p_3) - H_0^\gamma(p_1, p_3) =$$

$$= \int \frac{d^4 k}{i\pi^2} \frac{2k(q-k)}{k^2(k-q)^2(k^2-2p_1k)(k^2-2p_3k)}.$$

Будем использовать ряд обозначений и методику расчета из работы Кахане [20] (все ссылки на формулы до конца абзаца относятся к формулам из [20]): применяем трюк Фейнмана (П.1)–(П.3) и интегрируем по внутреннему 4-импульсу (П.5). Снимая два первых интеграла по параметрам Фейнмана x и z , получаем (П.36). В наших обозначениях это дает следующее выражение:

$$X_0(p_1, p_3, q) = \int_0^1 \frac{dy}{p_y^2} \ln \left| \frac{p_y^2}{q^2} \right|, \quad (\text{П.50})$$

где $p_y = yp_1 + (1-y)p_3$.

Вычислим p_y^2 , после возведения в квадрат получим

$$p_y^2 = t(y^2 - y + \alpha) = t(y - y_1)(y - y_2),$$

где

$$y_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1-4\alpha}}{2}, \quad \alpha = \frac{m^2}{t}. \quad (\text{П.51})$$

Полезны следующие соотношения:

$$y_1 - y_2 = \sqrt{1-4\alpha}, \quad y_1 + y_2 = 1. \quad (\text{П.52})$$

Нетрудно сделать разложение

$$\frac{1}{p_y^2} = \frac{1}{t\sqrt{1-4\alpha}} \left(\frac{1}{y-y_1} - \frac{1}{y-y_2} \right).$$

Приступаем к последнему интегрированию, замечая, что в случае $\alpha < 0$ (это справедливо при $t < 0$) особенностей у подынтегральной функции

нет. Разбиваем ее на шесть элементарных слагаемых и снимаем интеграл:

$$X_0(p_1, p_3, q) = \frac{1}{t\sqrt{1-4\alpha}} \times \quad (\text{П.53})$$

$$\times \left(\ln \frac{-t}{q^2} \left[\int_0^1 \frac{dy}{y-y_1} - \int_0^1 \frac{dy}{y-y_2} \right] + \right.$$

$$+ \int_0^1 \frac{\ln|y-y_1|}{y-y_1} - \int_0^1 \frac{\ln(y-y_2)}{y-y_2} +$$

$$\left. + \int_0^1 \frac{\ln(y-y_2)}{y-y_1} - \int_0^1 \frac{\ln|y-y_1|}{y-y_2} \right).$$

Упрощая с учетом (П.52) и затем делая УРП ($|\alpha|, |y_2| \ll 1$), получим

$$X_0(p_1, p_3, q) = \frac{1}{t\sqrt{1-4\alpha}} \times \quad (\text{П.54})$$

$$\times \left(2 \ln \frac{-t}{q^2} \ln \frac{-y_2}{y_1} + \ln^2(-y_2) - \ln^2 y_1 + \right.$$

$$\left. + 2\text{Li}_2 \frac{y_1}{y_1 - y_2} - 2\text{Li}_2 \frac{y_2}{y_2 - y_1} \right) =$$

$$= \frac{1}{t} \left(2 \ln \frac{-t}{q^2} \ln(-\alpha) + \ln^2(-\alpha) + \frac{1}{3} \pi^2 \right) =$$

$$= \frac{1}{t} \left(-2 \ln \frac{q^2}{m^2} \ln(-\alpha) - \ln^2(-\alpha) + \frac{1}{3} \pi^2 \right).$$

Для конкретных случаев в УРП получаем:

$$X_0(p_1, -p_2, q_t) = \frac{1}{s} \left((2L_t - L_s)L_s + \frac{4}{3} \pi^2 \right) \quad (\text{П.55})$$

для случая 1,

$$X_0(p_1, p_4, q_t) = \frac{1}{u} \left((2L_t - L_u)L_u + \frac{1}{3} \pi^2 \right)$$

для случая 2,

$$X_0(p_1, p_3, q_s) = \frac{1}{t} \left((2L_s - L_t)L_t + \frac{1}{3} \pi^2 \right)$$

для случая 3,

$$X_0(p_1, p_4, q_s) = \frac{1}{u} \left((2L_s - L_u)L_u + \frac{1}{3} \pi^2 \right)$$

для случая 4.

Заметим, что в интеграле $X_0(p_1, -p_2, q_t)$ появилось добавочное слагаемое $+\pi^2$, его происхождение та-

кое:

$$\begin{aligned} -\operatorname{Re}\left(\ln^2(-\alpha)\right) &= -\operatorname{Re}\left(\ln^2\frac{m^2}{-s}\right) = \\ &= -\operatorname{Re}\left(\ln\frac{m^2}{s} - i\pi\right)^2 = -\ln^2\frac{m^2}{s} + \pi^2. \end{aligned}$$

Наконец, для скалярной 4-точечной ИК-расходящейся функции для конкретных случаев в УРП получаем следующие выражения:

$$I_0(p_1, -p_2, q_t) = \frac{2}{ts} L_s(L_t - L_\lambda) \quad (\text{П.56})$$

для случая 1,

$$I_0(p_1, p_4, q_t) = \frac{2}{tu} L_u(L_t - L_\lambda) \quad \text{для случая 2,}$$

$$I_0(p_1, p_3, q_s) = \frac{2}{st} L_t(L_s - L_\lambda) \quad \text{для случая 3,}$$

$$I_0(p_1, p_4, q_s) = \frac{2}{su} L_u(L_s - L_\lambda) \quad \text{для случая 4.}$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. M. L. Perl, G. S. Abrams, A. Boyarski, M. Breidenbach, D. Briggs, F. Bulos, W. Chinowsky, J. T. Dakin, G. J. Feldman, C. E. Friedberg, D. Fryberger, G. Goldhaber, G. Hanson, F. B. Heile, B. Jean-Marie, J. A. Kadyk, *et al.*, Phys. Rev. Lett. **35**, 1489 (1975).
2. G. Aad, T. Abajyan, B. Abbott, J. Abdallah, S. A. Khalek, A. A. Abdelalim, O. Abdinov, R. Aben, B. Abi, M. Abolins, O. AbouZeid, H. Abramowicz, H. Abreu, B. S. Acharya, L. Adamczyk, D. Adams, *et al.* (ATLAS Collab.), Phys. Lett. B **716**, 1 (2012); arXiv: 1207.7214 [hep-ex]; S. Chatrchyan, V. Khachatryan, A. M. Sirunyan, A. Tumasyan, W. Adam, E. Aguilo, T. Bergauer, M. Dragicevic, J. Ero, C. Fabjan, M. Friedl, R. Fruehwirth, V. M. Ghete, J. Hammer, M. Hoch, N. Horman, *et al.* (CMS Collab.), Phys. Lett. B **716**, 30 (2012); arXiv: 1207.7235 [hep-ex].
3. C. A. Heusch, Int. J. Mod. Phys A **20**, 7289 (2005).
4. H. J. Bhabha, Proc. R. Soc. Lond. A **154**, 195 (1935).
5. F. A. Berends, K. J. F. Gaemers, and R. Gastmans, Nucl. Phys. B **68**, 541 (1974).
6. M. Böhm, H. Spiesberger, and W. Hollik, Fortschr. Phys. **34**, 687 (1986).
7. W. Hollik, Fortschr. Phys. **38**, 165 (1990).
8. M. Böhm and W. Hollik, Nucl. Phys. B **204**, 45 (1982).
9. M. Böhm, A. Denner, and W. Hollik, Nucl. Phys. B **304**, 687 (1988).
10. F. A. Berends, R. Kleiss, and W. Hollik, Nucl. Phys. B **304**, 712 (1988).
11. G. Balossini, C. Bignamini, C. M. Carloni Calame, G. Montagna, O. Nicrosini, and F. Piccinini, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **183**, 168 (2008); arXiv: 0806.4909 [hep-ph].
12. A. Arbuzov, E. Kuraev, and B. Shaikhatdenov, ЭЧАЯ **33**, 5 (2002).
13. T. Hahn and M. Perez-Victoria, Comput. Phys. Commun. **118**, 153 (1999) [hep-ph/9807565].
14. A. Denner, Fortschr. Phys. **41**, 307 (1993).
15. Particle Data Group (C. Amsler *et al.*), Phys. Lett. B **667**, 1 (2008).
16. F. Jegerlehner, J. Phys. G **29**, 101 (2003) [hep-ph/0104304].
17. S. Eidelman and F. Jegerlehner, Z. Phys. C **67**, 585 (1995).
18. S. Actis, A. Arbuzov, G. Balossini, P. Beltrame, C. Bignamini, R. Bonciani, C. M. Carloni Calame, V. Cherepanov, M. Czakon, H. Czyz, A. Denig, S. Eidelman, G. V. Fedotovich, A. Ferroglia, J. Gluza, A. Grzelinska, *et al.*, Eur. Phys. J. C **66**, 585 (2010).
19. A. Г. Алексеев, С. Г. Барканова, В. А. Зыкунов, ЯФ **75**, 231 (2012) [Phys. At. Nucl. **75**, 209 (2012)].
20. J. Kahane, Phys. Rev. B **135**, 975 (1964).
21. V. A. Zykunov, Phys. Rev. D **75**, 073019 (2007) [hep-ph/0509315].
22. G. 't Hooft and M. Veltman, Nucl. Phys. B **153**, 365 (1979).
23. G. Passarino and M. J. G. Veltman, Nucl. Phys. B **160**, 151 (1979).

APPLICATION OF ASYMPTOTIC METHODS TO THE CALCULATION OF THE ELECTROWEAK CORRECTIONS TO POLARIZED BHABHA-SCATTERING

A. G. Aleksejevs¹⁾, S. G. Barkanova¹⁾, Yu. M. Bystritskiy²⁾, V. A. Zykunov^{2),3)}

¹⁾Memorial University, Corner Brook, Canada

²⁾JINR, Dubna, Moscow region, Russia

³⁾Francisk Skorina Gomel State University, Belarus

Within on-mass-shell renormalization scheme the asymptotic formulas for one-loop electroweak radiative corrections to observables in polarized Bhabha scattering are obtained. The numerical analysis of relative one-loop electroweak corrections to the cross section and to the polarization asymmetry at energies below and above Z resonance is performed. The successful comparison with precise results obtained with the use of computer algebra systems is done.