# СОДЕРЖАНИЕ

**Том 67, номер 2, 2021**

## ИНФОРМАЦИЯ

*АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2021, том 67, № 2, с. 119–125*

## КЛАССИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ЛИНЕЙНОЙ АКУСТИКИ И ТЕОРИИ ВОЛН

*УДК 539.3*

# ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ В УПРУГИХ ТОПОГРАФИЧЕСКИХ ВОЛНОВОДАХ

**© 2021 г. А. О. Ватульян[a, b, *], Л. И. Паринова[a, **]**

[a] *Южный федеральный университет,*
*ул. Большая Садовая 105/42, Ростов-на-Дону, 344006 Россия*

[b] *Южный математический институт-филиал ВНЦ РАН,*
*ул. Маркуса 22, Владикавказ, 362027 Россия*

**e-mail: vatulyan@math.rsu.ru*

***e-mail: parinovali@mail.ru*

Поступила в редакцию 08.07.2020 г.
После доработки 06.11.2020 г.
Принята к публикации 22.12.2020 г.

Изучены особенности распространения акустических волн в ортотропных упругих топографических волноводах – протяженных цилиндрических структурах с симметричными поперечными сечениями различных форм (прямоугольным, трапециевидным). Предложен способ приближенного исследования задач в рамках моделей пластин переменной жесткости, опирающийся на вариационный принцип Гамильтона–Остроградского. В рамках гипотезы о структуре полей, аналогичной модели Тимошенко в теории пластин, построен функционал, зависящий от 3 функций одной переменной. Стационарное значение функционала находилось с помощью метода Ритца. Исследована его сходимость в зависимости от числа координатных функций. Сформирована алгебраическая система, равенство нулю определителя которой дает возможность построить дисперсионное уравнение задачи. Построены дисперсионные зависимости для сечений различной геометрии. Проведено сравнение дисперсионных кривых, построенных в рамках модели типа Тимошенко и в рамках изученной ранее модели Кирхгофа. Определены частоты запирания для упругих волноводов с треугольным, прямоугольным и трапециевидным поперечным сечением, проведен сравнительный анализ.

*Ключевые слова:* топографический волновод, упругая волна, пластина переменной жесткости, дисперсионное соотношение, модель типа Тимошенко

**DOI:** 10.31857/S0320791921020106

## ВВЕДЕНИЕ

Изучение кинематики волновых процессов, возникающих в топографических волноводах, актуально для совершенствования методов неразрушающего контроля, широко применяющихся для выявления дефектов. Исследование упругих волн с различными типами локализации имеет практический интерес для разработки эффективных фильтров и линий задержки, мониторинга состояния режущего инструмента и выявления дефектов в сварочных и спаечных структурах.

К настоящему времени в научной литературе достаточно подробно описаны особенности формирования волновых процессов в изотропных и анизотропных волноводах, проанализированы дисперсионные зависимости и особенности их строения для слоистых и цилиндрических структур, в том числе и для неоднородных по поперечной координате. Гораздо меньше изучены волновые процессы в топографических волноводах, для которых построение дисперсионных зависимостей является непростой задачей; при построении ветвей дисперсионного множества обычно используются КЭ–пакеты. Отметим, что практически отсутствуют работы, посвященные изучению волновых процессов в клиновидных структурах из ортотропных материалов.

Изучение волновых процессов, возникающих в упругих клиновидных волноводах в изотропном случае, тесно связано с исследованиями особенностей распространения акустических волн вдоль ребра пространственного клина, которые проводились еще в 70-годах прошлого века. В работах [1, 2] при помощи метода конечных элементов исследованы колебания изотропного бесконечного клиновидного волновода с произвольным углом раскрыва. Установлено, что в рассматриваемом случае отсутствует дисперсия и волновое поле локализуется вдоль ребра пространственного клина.

В [3] в рамках теории возмущений исследованы некоторые факторы, влияющие на возникновение дисперсии в бесконечном клине: усечение вершины клина и замена острия другим материалом, покрытие одной или обеих поверхностей клина, модификация упругих постоянных материала в области около вершины клина.

Локализация упругих волновых полей, бегущих вдоль вершин анизотропных клиньев с различными видами симметрии, и взаимодействие локализованных волн с другими видами волн, изучены в работе [4], где проведено экспериментальное измерение фазовых скоростей и распределения волновых полей, а также выполнено теоретическое исследование клиновых мод, опирающееся на функции Лагерра.

В [5] с использованием вариационного подхода получены условия существования симметричных и антисимметричных мод для бесконечного клинообразного волновода. Существование клиновых волн в некотором диапазоне изменения угла раскрыва было строго доказано в работах [6, 7], а в [8] представлено доказательство существования волн в топографических волноводах с более сложной формой поперечного сечения. В [9] строгое доказательство существования локализованных акустических клиновых волн, предложенное Камоцким, Заворохиным и Назаровым, распространяется на случай клина с прямым углом.

Отметим также, что особое внимание при исследовании волновых процессов в топографических волноводах уделяется изучению пластинчатых и балочных моделей. Первопроходцем в изучении волн у кромки пластин считается Коненков. В работе [10], опубликованной в 1960 году, приведено пионерское исследование распространения изгибной краевой волны вдоль свободного края полубесконечной пластины.

Исследование акустического отклика жестко защемленной по контуру пластины в рамках моделей Тимошенко и Кирхгофа–Лява представлено в работе [11], где для сравнения значений функции прогиба для различных вариантов параметров применялся метод Галеркина.

В [12] с использованием бесконтактного метода оптического зондирования изучены линейные одномерные сверхзвуковые и основные моды клиновой волны, направляемой краем кристалла кремния, определены скорость клиновых волн и глубина их проникновения, проведено сравнение теоретических и экспериментальных данных.

В работе [13] показано, что, анализируя особенности колебаний неоднородных цилиндрических волноводов и зная информацию о поле смещений на поверхности, можно определить неоднородные упругие свойства этой структуры.

Периодический гофрированный волновод из пористого материала исследуется в работе [14], где показано, что дополнительная извилистость усиливает звукопоглощение для низких частот.

Закономерности, возникающие при нахождении дисперсионных соотношений для неоднородного пьезоэлектрического волновода с затуханием, обсуждены в [15], где для исследования применяется асимптотический метод.

В предыдущих работах авторов настоящей работы [16–19] в рамках теории пластин переменной жесткости Кирхгофа были проанализированы волновые процессы в топографических волноводах из изотропных и ортотропных материалов. Для изотропного случая проведено сравнение скоростей клиновых волн, полученных в рамках вариационного подхода, с аналогичными результатами, но найденными по геометроакустической теории, представленной в [20]. Для антисимметричных мод в клиновидных структурах с ортотропных типом анизотропии построены дисперсионные соотношения.

Исследования волновых процессов в топографических волноводах можно проводить на основе моделей пластин переменной жесткости Кирхгофа или типа Тимошенко, для которых можно сформулировать краевые задачи для операторов с переменными коэффициентами. В работе [21] с использованием обобщенных гипотез теории пластин переменной жесткости типа Тимошенко авторы настоящей работы изучили особенности волновых процессов в клиновидных волноводах конечной высоты с закрепленным основанием.

Цель настоящей работы — в рамках теории пластин переменной жесткости типа Тимошенко разработать подход для изучения дисперсионных зависимостей для топографических волноводов, представляющих собой упругие структуры с трапециевидным поперечным сечением конечных размеров, а также совершить предельный переход к треугольному и прямоугольному случаю. В настоящем исследовании на основе вариационной трактовки исходной задачи при анализе дисперсионного множества использован метод Ритца.

## ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Под топографическим волноводом будем понимать бесконечную упругую структуру, ограниченную цилиндрической поверхностью, в поперечном сечении которой находится многоугольник (в настоящем исследовании в общем случае это трапеция); одна из граней волновода закреплена. Особенности распространения упругих волн в волноводах с конечным поперечным сечением изучены недостаточно. Для бесконечного клина известно о локализации энергии в поперечном сечении около ребра и отсутствии дисперсии; интерес представляет исследование волновых процессов и дисперсионных соотношений для волноводов с прямоугольным и трапециевидным поперечным сечением.

Задача для ограниченного по высоте клиновидного волновода, поперечное сечение которого – конечный треугольник, подробно изучена в работе [21]. В настоящем исследовании рассмотрим упругие волны, распространяющиеся вдоль оси упругого топографического волновода из ортотропного материала с сечением $S$, которое в общем случае представляет собой равнобедренную трапецию с высотой $h$, углом при основании $\pi/2 - \alpha$ и меньшим основанием длины $2l$ (рис. 1). Введем связанную с осями упругой симметрии декартову систему координат $Ox_1x_2x_3$. Будем считать, что ось $Ox_3$ направлена перпендикулярно плоскости поперечного сечения волновода и проходит через середину меньшего основания трапеции. Нижняя граница волноводной структуры защемлена. Нагрузки на верхней и боковых гранях отсутствуют.

Как и в работе [21], решение задачи для цилиндрического волновода с сечением в виде трапеции будем искать в виде волн, распространяющихся вдоль оси $Ox_3$ изучаемой упругой структуры:

$$\begin{aligned} u_1(x_1,x_2,x_3,t) &= U_1(x_1,x_2)\cos(\gamma x_3 - \omega t),\\ u_2(x_1,x_2,x_3,t) &= U_2(x_1,x_2)\cos(\gamma x_3 - \omega t),\\ u_3(x_1,x_2,x_3,t) &= U_3(x_1,x_2)\sin(\gamma x_3 - \omega t), \end{aligned}$$

где $\gamma$ – волновое число, $U_m(x_1,x_2)$, $m = 1, 2, 3$ – проекции вектора смещений в плоскости $Ox_1x_2$, $\omega$ – частота вибраций волновода.

Для перехода к безразмерной задаче введем следующие параметры: $\gamma_i = C_{ii}/C_{55}$, где $i = 1$–$4$, $6$, $\gamma_5 = C_{12}/C_{55}$, $\gamma_7 = C_{23}/C_{55}$, $\gamma_8 = C_{13}/C_{55}$, $\beta = \rho\omega^2h^2/C_{55}$, $\mu = \gamma^2h^2$, где $\rho$ – плотность материала, $C_{ij}$ – упругие постоянные ортотропного материала. Задачу о распространении волны для усеченного клиновидного волновода сводим к определению стационарного значения квадратичного функционала $M$:

$$M[U_i] = \int_S M_0 dS, \tag{1}$$

который после отделения временного сомножителя формируется на основе принципа Гамильтона–Остроградского [18].

Подынтегральная функция в (1) есть квадратичная функция амплитуд и их производных и имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} M_0 = {} & (\gamma_1U_{1,1} + \gamma_5U_{2,2} + \gamma_8U_{3,3})U_{1,1} + \\ & + (\gamma_5U_{1,1} + \gamma_2U_{2,2} + \gamma_7U_{3,3})U_{2,2} + \\ & + (\gamma_8U_{1,1} + \gamma_7U_{2,2} + \gamma_3U_{3,3})U_{3,3} + \gamma_6(U_{1,2} + U_{2,1})^2 + \\ & + (U_{1,3} + U_{3,1})^2 + \gamma_4(U_{2,3} + U_{3,2})^2 - \\ & - \beta(U_1^2 + U_2^2 + U_3^2). \end{aligned}$$

Здесь нижний индекс после запятой обозначает производную по соответствующей координате.

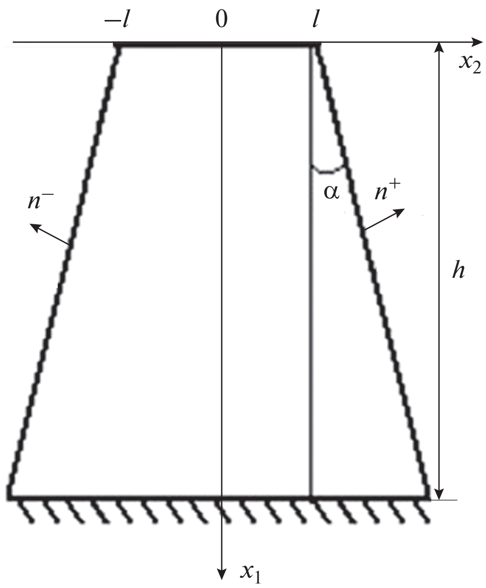


**Рис. 1.** Поперечное сечение волновода.

Из условия стационарности функционала $\delta M[U_i] = 0$ можно получить однородную краевую задачу с двумя спектральными параметрами $\mu$ и $\beta$; те соотношения между спектральными параметрами $\mu$ и $\beta$, при которых эта задача имеет нетривиальное решение, порождает дисперсионное множество задачи. Построим первые ветви этого множества, используя вариационную трактовку и упростив функционал.

## МОДЕЛЬ ПЛАСТИНЫ ТИПА ТИМОШЕНКО

Для нахождения приближенного решения задачи в случае малого угла раскрыва используем гипотезы, подобные гипотезам теории пластин.

Отметим, что колебания волновода по типу движений подразделяются на два типа: симметричные и антисимметричные. Учитывая, что свободные симметричные колебания топографического волновода с симметричным поперечным сечением обычно отсутствуют [5], подробно исследуем антисимметричный случай.

Считая, что углы при основании трапециевидного поперечного сечения мало отличаются от $\pi/2$, предположим, что компоненты амплитуд смещений соответствуют гипотезам, аналогичным гипотезам теории пластин для модели Тимошенко [11]:

$$U_1 = x_2W_1(x_1),\ U_2 = hW_2(x_1),\ U_3 = \gamma x_2 hW_3(x_1).$$

Совершая переход к безразмерным величинам, сделаем замену переменных: $z = x_1/h$ и учтем обобщенные гипотезы. В выражении для функционала (1) осуществим интегрирование по $x_2$. Таким образом, найдем упрощенное значение функционала (1) и задачу об анализе волновых полей для топографических волноводов сведем к задаче об исследовании стационарного значения функционала $M$:

$$M[W_j] = \int_0^1 M_0^* dz, \tag{2}$$

где

$$M_0^* = 2h\left(\frac{1}{3}(zt+s)^3\left(\left(\gamma_1 W_1'^2 + 2\mu\gamma_8 W_1' W_3 + \mu^2\gamma_3 W_3^2 + \mu(-W_1 + W_3')^2\right) - \beta(W_1^2 + \mu W_3^2)\right) + \right.$$
$$\left. + (zt+s)\left(\gamma_6(W_1 + W_2^1)^2 + \gamma_4\mu(-W_2 + W_3)^2 - \beta W_2^2\right)\right)$$

и введены обозначения $t = \operatorname{tg}\alpha$, $s = l/h$. Отметим, что исходя из представления (2), можно с единых позиций исследовать дисперсионные множества для различных поперечных сечений, варьируя параметры. Так, например, задавая $s = 0$, можно получить функционал для волновода с треугольным поперечным сечением, исследование которого осуществлено в работе [21].

Определим стационарное значение функционала $M[W_j]$, основываясь на методе Ритца. Учитывая известные требования к координатным функциям, выберем решение из класса функций $W(z)$, ограниченных при $z = 0$ и удовлетворяющих граничным условиям жесткого защемления при $z = 1$. Решение о нахождении стационарного значения функционала (2) будем искать в следующем виде:

$$W_1 = (1-z)^2 \sum_{n=1}^{N} a_n \varphi_n(z),$$

$$W_2 = (1-z)^2 \sum_{n=1}^{N} b_n \varphi_n(z),$$

$$W_3 = (1-z)^2 \sum_{n=1}^{N} c_n \varphi_n(z).$$

В качестве координатных функций выберем систему функций $\varphi_n(z) = z^{n-1}$, $n = 1, 2, 3, \ldots$ Тогда функционал (2) можно представить в виде квадратичной формы $3N$ переменных относительно коэффициентов разложений.

Условие стационарности функционала (2) позволяет сформулировать однородную систему линейных однородных уравнений; приравнивая к нулю ее определитель, получим приближенный вид дисперсионного уравнения. Определяя его нули в окрестности начала координат, найдем ветви дисперсионного множества.

В качестве примера рассмотрим частный случай при $N = 2$. Проинтегрировав (2) по $z$, получаем функционал, представляющий собой квадратичную форму 6 переменных.

$$\begin{gathered} M(a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2) = k_{11}a_1^2 + k_{12}a_1b_1 + k_{13}a_1c_1 + \\ + k_{14}a_1a_2 + k_{15}a_1b_2 + k_{16}a_1c_2 + k_{22}b_1^2 + k_{23}b_1c_1 + \\ + k_{24}b_1a_2 + k_{25}b_1b_2 + k_{26}b_1c_2 + k_{33}c_1^2 + k_{34}c_1a_2 + \\ + k_{35}c_1b_2 + k_{36}c_1c_2 + k_{44}a_2^2 + k_{45}a_2b_2 + \\ + k_{46}a_2c_2 + k_{55}b_2^2 + k_{56}b_2c_2 + k_{66}a_6^2, \end{gathered}$$

где все $k_{ij} = k_{ij}(\beta, \mu)$, $i, j = 1$–$6$ полиномиальным образом зависят от спектральных параметров. В силу громоздкости они не приводятся; приведем, например:

$$\begin{gathered} k_{11} = \left(-\frac{1}{15}s^3 - \frac{1}{30}s^2t - \frac{1}{840}t^3 - \frac{1}{105}st^2\right)\beta + \\ + \frac{1}{30}\gamma_6 t + \frac{1}{5}\gamma_6 s + \left(\frac{2}{15}\gamma_1 + \frac{1}{105}\mu\right)st^2 + \\ + \left(\frac{1}{3}\gamma_1 + \frac{1}{30}\mu\right)s^2t + \left(\frac{1}{45}\gamma_1 + \frac{1}{840}\mu\right)t^3 + \left(\frac{4}{9}\gamma_1 + \frac{1}{15}\mu\right)s^3. \end{gathered}$$

Стоит отметить, что, совершая предельный переход при $s \to 0$, при нахождении стационарного значения функционала (2) можно получить уравнение для определения дисперсионного множества такое же, как и при исследовании волновых процессов для клиновидного волновода, представленного в [21].

Можно также заметить, что при наличии связей $W_1 = -W'$, $W_2 = W_3 = W$ модель пластины переменной жесткости типа Тимошенко сводится к частному случаю – к модели типа Кирхгофа. Функционал (2) преобразуется в функционал, который зависит от одной переменной $W$ и имеет вид:

$$\begin{gathered} M_0^* = 2h\left(\frac{1}{3}(zt+s)^3 \times \right. \\ \times \left(\left(\gamma_1 W''^2 - 2\mu\gamma_8 W'' W + \mu^2\gamma_3 W^2 + 4\mu(W')^2\right) - \right. \\ \left.\left. - \beta\left((W')^2 + \mu W^2\right)\right) - (zt+s)\beta W^2\right). \end{gathered}$$

Полученное дисперсионное множество для пластины Кирхгофа исследовано в работе [18].

**Таблица 1.** Значения μ для первой и второй моды

| № моды | β | Число координатных функций | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $N = 6$ | $N = 7$ | $N = 8$ | $N = 9$ | $N = 10$ |
| 1 мода | 1 | 34.442 | 34.451 | 34.475 | 34.483 | 34.499 |
| | 2 | 60.671 | 60.681 | 60.708 | 60.723 | 60.745 |
| | 3 | 82.798 | 82.821 | 82.859 | 82.889 | 82.922 |
| | 4 | 102.614 | 102.653 | 102.703 | 102.750 | 102.798 |
| | 5 | 120.841 | 120.943 | 120.959 | 121.024 | 121.088 |
| 2 мода | 2 | 8.894 | 9.073 | 9.167 | 9.240 | 9.293 |
| | 3 | 19.857 | 20.068 | 20.137 | 20.207 | 20.251 |
| | 4 | 29.737 | 29.563 | 29.611 | 29.677 | 29.714 |
| | 5 | 37.825 | 38.088 | 38.120 | 38.184 | 38.216 |

## ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ

В ходе исследований рассматриваются топографические волноводы со следующими геометрическими параметрами $\alpha = 5°$ и $s = 0.01$. На основе приближенного подхода с использованием метода Ритца получены дисперсионные зависимости для различного числа координатных функций. Серия вычислительных экспериментов проводится для ортотропного материала – аустенитной стали, которая характеризуется следующими безразмерными параметрами [22]: $\gamma_1 = 2.036$, $\gamma_2 = 2.036$, $\gamma_3 = 1.674$, $\gamma_4 = 1.000$, $\gamma_5 = 0.761$, $\gamma_6 = 0.598$, $\gamma_7 = 1.124$, $\gamma_8 = 1.124$.

В табл. 1 для различного числа координатных функций показаны найденные значения μ(β). Отметим, что значения безразмерного параметра μ монотонно увеличиваются с увеличением числа координатных функций, что подтверждает характер сходимости при реализации метода Ритца [23]. Стабилизация значений параметра μ для первой моды и для второй моды достигнута при $N = 10$. При этом относительная разница между значениями μ, которые соответствуют $N = 9$ и $N = 10$, не превосходит 1%.

Графики дисперсионных зависимостей μ от параметра β для первых двух мод приведены на рис. 2 для различного числа координатных функций. Черной сплошной линией показаны зависимости для $N = 3$, серой сплошной – для $N = 5$ и черной штрихпунктирной – для $N = 10$.

Сравнение дисперсионных соотношений для модели Кирхгофа и модели типа Тимошенко для волноводов из аустенитной стали с различными поперечными сечениями представлено на рис. 3. Метками *1–5* отмечены соответствующие моды. Дисперсионные ветви для модели типа Тимошенко показаны черной сплошной линией, а для модели Кирхгофа – точками. Результаты вычислительных экспериментов показали, что дисперсионные множества, найденные в рамках различных гипотез, отличаются незначительно в низкочастотной области.

Из общей теории волноводов известно, что для слоистого волновода имеется частота запирания, т.е. такое критическое значение β, при котором в волноводе отсутствует распространение мод μ = 0 и имеется стоячая волна. Для изучаемого топографического волновода также были проанализированы аналогичные ситуации. Для волноводов с поперечным сечением в виде равнобедрен-

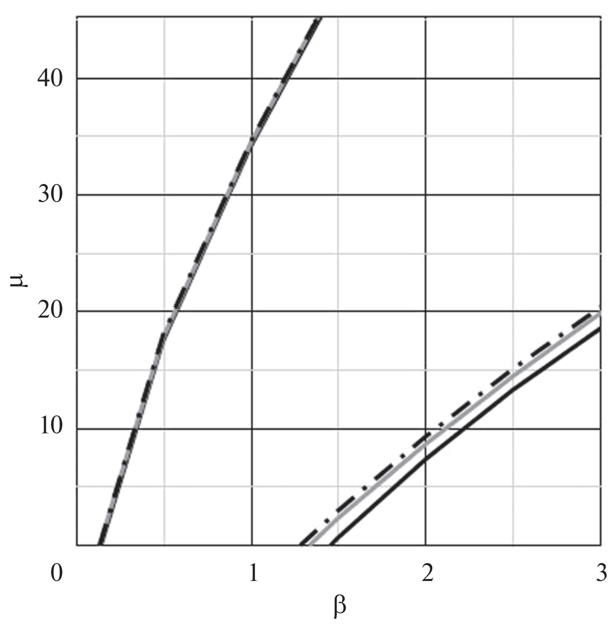


**Рис. 2.** Графики дисперсионных зависимостей μ(β).

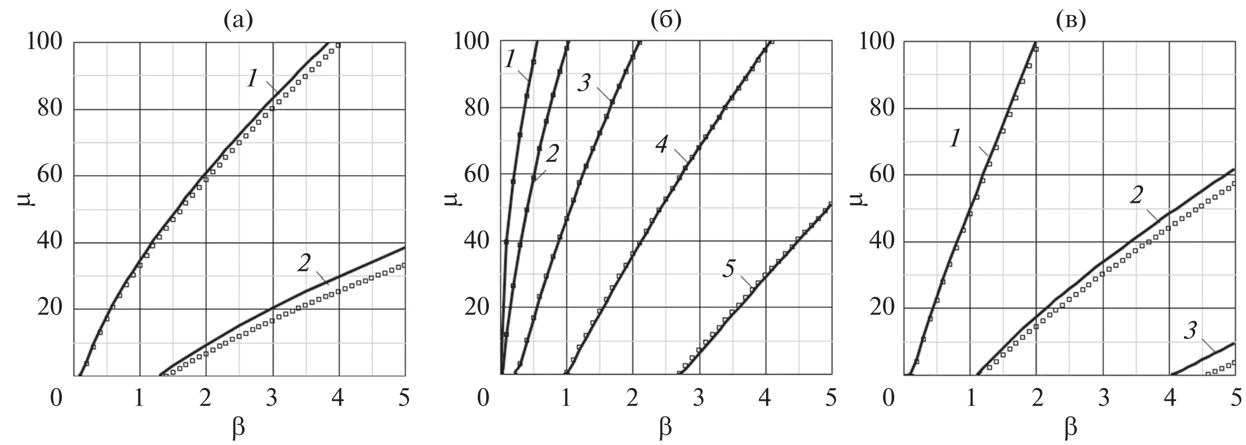


**Рис. 3.** Графики зависимости μ(β) для модели Кирхгофа и модели типа Тимошенко для случая $N = 10$ для топографического волновода с сечением в виде (а) — трапеции, (б) — прямоугольника и (в) — треугольника.

ного треугольника, прямоугольника и равнобочной трапеции были найдены критические значения, которые представлены в табл. 2.

В табл. 3 представлена зависимость для частот запирания $\beta(s)$ при фиксированном значении $\alpha = 5°$. Из анализа полученных значений следует, что с увеличением значения параметра $s$, представляющего собой отношение половины длины меньшего основания трапеции к ее высоте, монотонно возрастают и значения спектрального параметра β, при котором в волноводе отсутствует распространение мод и имеется стоячая волна.

Представленная в табл. 4 зависимость значений частот запирания β от параметра α при фиксированном значении $s = 0.01$ демонстрирует, что с увеличением угла раскрыва значения спек-

**Таблица 2.** Значения частот запирания β для изучаемых сечений

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Трапециевидное сечение | 0.133 | 1.286 | 5.536 | 15.497 | 33.706 |
| Треугольное сечение | 0.143 | 1.112 | 4.061 | 10.370 | 21.446 |
| Прямоугольное сечение | 0.001 | 0.034 | 0.266 | 1.015 | 2.749 |

**Таблица 3.** Значения частот запирания β для волновода с трапециевидным поперечным сечением при фиксированном значении $\alpha = 5°$

| $s$ | Значения частот запирания β | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 0.01 | 0.133 | 1.286 | 5.536 | 15.497 | 33.706 |
| 0.02 | 0.141 | 1.623 | 7.388 | 20.663 | 44.124 |
| 0.03 | 0.155 | 1.981 | 9.145 | 25.168 | 52.583 |
| 0.04 | 0.171 | 2.339 | 10.776 | 29.087 | 59.605 |
| 0.05 | 0.189 | 2.690 | 12.273 | 32.494 | 65.471 |

**Таблица 4.** Значения частот запирания β для волновода с трапециевидным поперечным сечением при фиксированном значении $s = 0.01$

| α | Значения частот запирания β | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| π/180 | 0.008 | 0.152 | 0.925 | 3.212 | 8.193 |
| π/90 | 0.025 | 0.342 | 1.841 | 5.989 | 14.572 |
| π/60 | 0.051 | 0.600 | 2.953 | 9.081 | 21.216 |
| π/45 | 0.087 | 0.917 | 4.202 | 12.294 | 27.656 |
| π/36 | 0.133 | 1.286 | 5.536 | 15.497 | 33.706 |

трального параметра β, при котором в волноводе отсутствует распространение мод и имеется стоячая волна, возрастают.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе вариационного принципа Гамильтона–Остроградского, приближенного подхода Ритца и модели пластины переменной жесткости типа Тимошенко разработан полуаналитический метод для нахождения дисперсионных зависимостей и проведены вычислительные эксперименты. Для топографических волноводов из ортотропного материала с треугольным, прямоугольным и трапециевидным поперечным сечением получены дисперсионные зависимости и найдены точки, соответствующие частотам запирания. Проведен анализ частот запирания в зависимости от угла раскрыва и от параметра, представляющего собой отношение половины длины меньшего основания трапеции к ее высоте. Проведено сравнение полученных результатов в рамках модели пластины типа Тимошенко с результатами для изученной ранее модели Кирхгофа. Показано, что при малых частотах касательные напряжения практически не влияют на дисперсионное множество для первой и второй моды. Для третьей моды появляется более существенное различие и учет касательных напряжений весьма существенен для расчета волновых полей.

Исследование выполнено при частичной финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-31-90079-А.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ash E.A., Rue R.M.D.L., Humphryes R.F.* Microsound surface waveguide // IEEE Trans. Microw. Theory. Tech. 1969. V. 17. № 11. P. 882–892.
2. *Lagasse P.E., Mason I.M., Ash E.A.* Acoustic surface waveguides – analysis and assessment // IEEE Trans. Microw. Theory Tech. 1973. V. MTT-21. P. 225–226.
3. *Sokolova E.S., Timler R., Mayer A.P., Kovalev A.S.* On the dispersion of wedge acoustic waves // Wave Motion. 2013. T. 50. № 2. P. 233–245.
4. *Pupyrev P.D., Lomonosov A.M., Mayer A.P., Hess P.* Symmetry effects on elastic wedge waves at anisotropic edges // J. Appl. Phys. 2014. V. 115. № 24. P. 243504.
5. *Tiersten H.F., Rubin D.* On the fundamental antisymmetric mode of the wedge guide // Proc. IEEE Ultrasonic Symposium. 1974. P. 117–120.
6. *Заворохин Г.Л., Назаров А.И.* Об упругих волнах в клине // Записки научных семинаров ЛОМИ. 2010. Т. 380. С. 45–52.
7. *Камоцкий И.В.* О поверхностной волне, бегущей вдоль ребра упругого клина // Алгебра и анализ. 2008. Т. 20. № 1. С. 86–92.
8. *Бабич В.М.* Об одном классе топографических волноводов // Алгебра и анализ. 2010. Т. 22. № 1. С. 98–107.
9. *Pupyrev P.D., Lomonosov A.M., Nikodijevic A., Mayer A.P.* On the existence of guided acoustic waves at rectangular anisotropic edges // Ultrasonics. 2016. V. 71. P. 278–287.
10. *Коненков Ю.К.* Об изгибной волне “рэлеевского” типа // Акуст. журн. 1960. Т. 6. № 1. С. 124–126.
11. *Богачев И.В., Ватульян А.О., Дударев В.В., Недин Р.Д.* Идентификация свойств неоднородной пластины в рамках модели Тимошенко // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. 2017. Т. 17. № 4. С. 419–430.
12. *Lomonosov A.M., Hess P., Mayer A.P.* Silicon edges as one-dimensional waveguides for dispersion-free and supersonic leaky wedge waves // Appl. Phys. Lett. 2012. V. 101. № 3. P. 031904.
13. *Ватульян А.О., Юров В.О.* Об оценке законов радиальной неоднородности в цилиндрическом волноводе // Акуст. журн. 2020. Т. 66. № 2. С. 119–127.
14. *Changyong Jiang, Lixi Huang.* Characterization of low-frequency acoustic wave propagation through a periodic corrugated waveguide // J. Sound Vib. 2018. V. 418. P. 79–99.
15. *Ватульян А.О., Юров В.О.* Исследование дисперсионных свойств неоднородного пьезоэлектрического волновода при наличии затухания // Акуст. журн. 2017. Т. 63. № 4. С. 339–348.
16. *Ватульян А.О., Паринова Л.И.* Исследование клиновых волн в ортотропной среде // Вестник ДГТУ. 2005. Т. 5. № 4(26). С. 491–499.
17. *Vatulyan A.O., Parinova L.I.* On the elastic waves propagating along the edge of the wedge with small opening angle // Advanced Materials–Techniques, Physics, Mechanics and Applications. Springer Proceeding in Physics. Eds. Ivan A. Parinov, Shun-Hsyung Chang, Muaffaq A. Jani. Springer, Cham, 2017. V. 193. P. 309–319.
18. *Ватульян А.О., Паринова Л.И.* Об исследовании дисперсионных свойств топографических волноводов // Изв. вузов. Сев-Кавк. регион. Естеств. науки. 2018. № 3. С. 10–17.
19. *Parinova L.I.* On the wave propagating along the plate-like waveguide // Advanced Materials – Proc. of the Int. Conf. on “Physics and Mechanics of New Materials and Their Applications”, PHENMA 2018, Springer Proceeding in Physics, V. 224. Eds. Ivan A. Parinov, Shun-Hsyung Chang, Yun-Hae Kim. 2019. P. 487–494.
20. *Бирюков С.В., Гуляев Ю.В., Крылов В.В., Плесский В.П.* Поверхностные акустические волны в неоднородных средах. М.: Наука, 1991. 414 с.
21. *Vatulyan A., Parinova L.* On the use of models of the Tymoshenko type in the analysis of wave processes in wedge-shaped waveguides // Advanced Materials – Proc. of the Int. Conf. on “Physics and Mechanics of New Materials and Their Applications”, PHENMA 2019, Springer Proceedings in Materials. Eds. Ivan A. Parinov, Shun-Hsyung Chang, Banh Tien Long. Springer Nature, Cham, Switzerland, 2020. V. 6. P. 383–389.
22. *Блистанов В.С., Бондаренко В.С., Перемолова Н.В. Стрижевская Ф.Н., Чкалова В.В., Шаскольская М.П.* Акустические кристаллы: Справочник / Под ред. Шаскольской М.П. М.: Наука, 1982. 632 с.
23. *Михлин С.Г.* Вариационные методы в математической физике. М.: Гостехиздат, 1957. 476 с.

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2021, том 67, № 2, с. 126–137

## КЛАССИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ЛИНЕЙНОЙ АКУСТИКИ И ТЕОРИИ ВОЛН

УДК 534.23;537.874.6

# ДВА ПОДХОДА К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ ДИФРАКЦИИ НА СФЕРЕ ЯНУСА

**© 2021 г. Д. В. Крысанов[a], А. Г. Кюркчан[a, b, c], С. А. Маненков[a, *]**

[a] *Московский технический университет связи и информатики, ул. Авиамоторная 8а, Москва, 111024 Россия*

[b] *Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, пл. Введенского 1, Фрязино, Московской обл., 141190 Россия*

[c] *ФГУП Центральный научно-исследовательский институт связи, 1-й проезд Перова поля 8, Москва, 111141 Россия*

**e-mail: mail44471@mail.ru*

Поступила в редакцию 14.11.2020 г.
После доработки 12.12.2020 г.
Принята к публикации 22.12.2020 г.

На основе метода продолженных граничных условий разработаны два алгоритма численного решения задачи дифракции плоской волны на сфере Януса в виде проницаемого шара, частично покрытого абсолютно мягким или абсолютно жестким сферическим экраном. Выполнено сравнение результатов расчета интенсивности рассеянного поля, полученных с использованием предложенных методов, с результатами, найденными методом Т-матриц. Проведена проверка точности выполнения оптической теоремы и невязки краевого условия в случае условий Дирихле и Неймана на экране. Построены угловые зависимости интенсивности рассеянного поля для различных углов раскрыва отражающего экрана.

*Ключевые слова:* дифракция на сферических объектах, сфера Януса, метод продолженных граничных условий

**DOI:** 10.31857/S0320791921020027

## ВВЕДЕНИЕ

Частицы, покрытые тонкими экранами (в частности, частицы Януса), представляют большой интерес в антенной технике, медицине и биологии. Например, частицы Януса используются в качестве нано- или микропловцов, управляемых бегущими акустическими волнами, для точного позиционирования лекарств. Их также можно использовать как микрозонды или сенсоры в силу того, что разные части частиц Януса дают различные отклики на внешнее воздействие. Асимметрия частиц Януса позволяет частицам легко перемещаться, что открывает возможности для создания микромоторов [1–3]. Несмотря на прикладную значимость частиц Януса, рассеяние волн на таких структурах исследовано достаточно слабо. В литературе имеется ряд работ, посвященных как акустической, так и электромагнитной задаче дифракции на сфере Януса [3–7]. Для решения данной задачи дифракции использовались, например, метод моментов, основанный на решении переопределенных алгебраических систем [3], метод интегральных уравнений [4], методы, основанные на теории сумматорных уравнений [5] и метод Т-матриц [6, 7].

В настоящей работе рассмотрена акустическая задача дифракции плоской волны на проницаемом шаре, частично покрытом бесконечно тонким абсолютно мягким или абсолютно жестким сферическим экраном. Задача рассеяния на покрытом шаре решалась методом продолженных граничных условий (МПГУ), который успешно применялся ранее к решению широкого круга двумерных и трехмерных задач теории дифракции [8–11]. Основная идея метода состоит в том, что граничное условие краевой задачи “переносится” на вспомогательную поверхность, расположенную на небольшом расстоянии от исходной поверхности экрана в области, где ищется поле. Возможность такого подхода обусловлена вещественной аналитичностью дифракционного поля. Таким образом, например, если граничное условие выполняется на поверхности экрана, то оно приближенно выполняется и в некоторой “окрестности” этой поверхности.

Решение рассматриваемой задачи дифракции при помощи МПГУ основано на использовании функции Грина (ФГ) проницаемого шара. При этом исходная краевая задача сводится к интегральному уравнению первого рода относительно поля или его нормальной производной на поверхности экрана с ядром, выражающимся через ФГ шара. Для решения интегрального уравнения использовались две методики. Первая основана на кусочно-постоянной аппроксимации неизвестной функции по двум угловым координатам (в сферической системе координат). С целью алгебраизации задачи использовался метод Крылова–Боголюбова. При этом осевая симметрия задачи не учитывалась. Данный подход применялся ранее авторами для решения близкой задачи дифракции электромагнитного поля на плоском экране, расположенном на границе раздела двух сред [11]. Второй метод основан на использовании осевой симметрии рассматриваемой задачи дифракции. При помощи проектирования двумерного интегрального уравнения на стандартный базис Фурье по азимутальному углу, задача сводилась к решению бесконечного набора одномерных интегральных уравнений относительно зенитного угла $\theta$. Для решения указанных одномерных интегральных уравнений применялся базис из полиномов Якоби с соответствующим весом, учитывающим особенность на краю сферического экрана. При этом применялся метод коллокации, аналогичный методу, описанному в работе [12]. При таком подходе удается добиться большей точности, чем при использовании первого метода. Отметим, что данный подход является обобщением двумерной задачи дифракции на цилиндрическом экране, рассмотренной в работе [13].

Основной трудностью при решении рассматриваемой задачи дифракции, как при использовании первой, так и второй методики, является расчет ФГ проницаемого шара, так как ФГ выражается в виде медленно сходящегося ряда, непригодного для численных расчетов. С целью ускорения сходимости указанного ряда выделялась асимптотика $n$-го члена ряда при $n \to \infty$ (эту величину можно назвать сингулярной частью ФГ). Сингулярная часть ФГ суммировалась аналитически с использованием производящей функции полиномов Лежандра. Оставшаяся (регулярная) часть ФГ представляла собой достаточно быстро сходящийся ряд.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим математическую постановку задачи. Пусть однородный шар радиуса $a$ покрыт бесконечно тонким сферическим экраном $S$ с углом раскрыва $2\theta_J$. Введем сферическую систему координат, причем ось $z$ направим вдоль оси рассматриваемого тела вращения (сферы Януса). Геометрия задачи изображена на рис. 1. Предполагаем, что волновые числа и плотности сред вне и внутри шара равны $k_1$, $\mu_1$ и $k_2$, $\mu_2$ соответственно. Таким образом, волновое поле вне и внутри шара

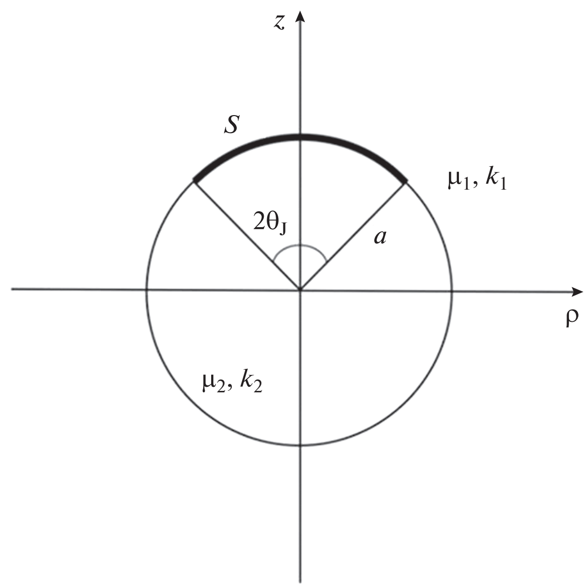


**Рис. 1.** Осевое сечение сферы Януса.

удовлетворяет однородным уравнениям Гельмгольца:

$$\begin{aligned} \Delta U + k_1^2 U = 0, \quad r > a, \\ \Delta U + k_2^2 U = 0, \quad 0 < r < a, \end{aligned} \tag{1}$$

где $r$ – радиальная координата в сферической системе координат. Граничные условия на поверхности экрана имеют вид

$$U\big|_{r=a,\ \theta<\theta_J} = 0 \tag{2}$$

или

$$\left.\frac{\partial U}{\partial n}\right|_{r=a,\ \theta<\theta_J} = 0. \tag{3}$$

При $\theta \in (\theta_J, \pi)$ выполнены условия сопряжения

$$\begin{cases} [U] = 0, \\ \left[\dfrac{1}{\mu}\dfrac{\partial U}{\partial r}\right] = 0, \end{cases} \tag{4}$$

где $\mu$ – плотность ($\mu = \mu_1$ при $r > a$, $\mu = \mu_2$ при $r < a$), а квадратные скобки означают скачок соответствующей величины. Предполагаем, что сфера Януса облучается плоской волной, которая имеет вид:

$$U_{\text{пад}} = \\ = \exp\left(-ik_1 r\left(\sin\theta\sin\theta_0\cos\varphi + \cos\theta\cos\theta_0\right)\right). \tag{5}$$

Здесь $\theta_0$ – угол падения плоской волны. Рассеянное поле $U^1$ удовлетворяет условию излучения на бесконечности

$$\lim_{r\to\infty} r\left(\frac{\partial U^1}{\partial r} + ik_1U^1\right) = 0. \tag{6}$$

Полное поле удовлетворяет также условию Мейкснера на краю сферического экрана.

## 2. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ПРИ ПОМОЩИ МПГУ

Применим МПГУ для решения поставленной задачи дифракции. С этой целью представим поле вне проницаемого шара в виде

$$U(\mathbf{r}) = U^0(\mathbf{r}) - \int_S J(\mathbf{r}')G(\mathbf{r},\mathbf{r}')ds' \tag{7}$$

в случае абсолютно мягкого экрана и

$$U(\mathbf{r}) = U^0(\mathbf{r}) + \int_S J(\mathbf{r}')\frac{\partial G(\mathbf{r},\mathbf{r}')}{\partial r'}ds' \tag{8}$$

в случае абсолютно жесткого. Здесь $U^0(\mathbf{r})$ – первичное поле, определяемое из решения задачи дифракции на шаре в отсутствие экрана, $J(\mathbf{r}') = \left[\frac{\partial U}{\partial r'}\right]_{\substack{r=a\\ \theta<\theta_J}}$ в случае абсолютно мягкого экрана и $J(\mathbf{r}') = [U]_{\substack{r=a\\ \theta<\theta_J}}$ – в случае абсолютно жесткого. В формулах (7) и (8) $G(\mathbf{r},\mathbf{r}')$ – функция Грина проницаемого шара, которая при $r > a$ имеет вид

$$G = G_0 + G_1, \tag{9}$$

где

$$G_0 = \frac{e^{-ik_1R}}{4\pi R}, \quad R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|, \tag{10}$$

$$G_1 = \frac{k_1}{4\pi i}\sum_{n=0}^{\infty}(2n+1)V_nh_n^{(2)}(k_1r')h_n^{(2)}(k_1r)P_n(\cos\gamma), \tag{11}$$

$$\begin{gathered}\cos\gamma = \sin\theta\sin\theta'\cos\psi + \cos\theta\cos\theta',\\ \psi = \varphi - \varphi',\end{gathered} \tag{12}$$

$$V_n = \frac{\mu_{12}j_n(k_1a)\eta_n(k_2a) - \eta_n(k_1a)j_n(k_2a)}{\xi_n(k_1a)j_n(k_2a) - \mu_{12}h_n^{(2)}(k_1a)\eta_n(k_2a)}, \tag{13}$$

$$\mu_{12} = \frac{\mu_1}{\mu_2}, \quad \eta_n(x) = xj_n'(x), \quad \xi_n(x) = xh_n^{(2)\prime}(x), \tag{14}$$

$j_n(x)$, $h_n^{(2)}(x)$ – сферические функции Бесселя и Ханкеля соответственно, $P_n(x)$ – полиномы Лежандра.

Заметим, что первичное поле вне шара имеет вид

$$\begin{gathered}U^0(\mathbf{r}) = U_{\text{пад}}(\mathbf{r}) + \\ + \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^{-n}(2n+1)V_nh_n^{(2)}(k_1r)P_n(\cos\gamma_0),\end{gathered} \tag{15}$$

где $\cos\gamma_0(\theta,\varphi) = \sin\theta\sin\theta_0\cos\varphi + \cos\theta\cos\theta_0$.

В соответствии со стандартной схемой МПГУ подставим далее формулу (7) или (8) в граничное условие (2) или (3), поставленное на вспомогательной поверхности $S_\delta$, смещенной на малое расстояние $\delta$ от поверхности $S$ [8–11]. В результате задача сведется к решению интегрального уравнения первого рода относительно функции $J(\mathbf{r}')$:

$$\int_S G(\mathbf{r},\mathbf{r}')J(\mathbf{r}')dS' = U^0(\mathbf{r}), \quad \mathbf{r}\in S_\delta \tag{16}$$

либо

$$\int_S \frac{\partial^2 G(\mathbf{r},\mathbf{r}')}{\partial r\partial r'}J(\mathbf{r}')dS' = -\frac{\partial U^0}{\partial r}, \quad \mathbf{r}\in S_\delta \tag{17}$$

соответственно в случае абсолютно мягкого или жесткого экрана.

С использованием сферических координат, интегральные уравнения (16) и (17) могут быть записаны в виде

$$\begin{gathered}\int_0^{2\pi}\int_0^{\theta_J} K(\theta,\varphi,\theta',\varphi')J(\theta',\varphi')\sin\theta' d\theta' d\varphi' = B(\theta,\varphi),\\ \theta\in[0,\theta_J], \quad \varphi\in[0,2\pi],\end{gathered} \tag{18}$$

где

$$\begin{gathered}K(\theta,\varphi,\theta',\varphi') = a^2\, G\big|_{r'=a,r=a+\delta},\\ B(\theta,\varphi) = U^0\big|_{r=a+\delta},\end{gathered} \tag{19}$$

или

$$\begin{gathered}K(\theta,\varphi,\theta',\varphi') = a^2\left.\frac{\partial^2 G}{\partial r\partial r'}\right|_{r'=a,r=a+\delta},\\ B(\theta,\varphi) = -\left.\frac{\partial U^0}{\partial r}\right|_{r=a+\delta}.\end{gathered} \tag{20}$$

Как было указано во Введении, ряд ФГ (11) сходится очень медленно в силу того, что отношение $a/(a+\delta)\approx 1$ и, следовательно, непригоден для численных расчетов. Поэтому воспользуемся асимптотикой членов ряда при $n\to\infty$. Во-первых, заметим, что

$$V_nh_n^{(2)}(k_1a) \sim -\frac{\mu_{12}-1}{\mu_{12}+1}j_n(k_1a), \tag{21}$$

$$V_n\xi_n(k_1a) \sim \frac{\mu_{12}-1}{\mu_{12}+1}\eta_n(k_1a) \tag{22}$$

при $n\to\infty$. Поэтому ФГ шара (9) и ее вторая производная могут быть записаны в виде

$$G = \frac{2}{\mu_{12}+1}G_0 + \frac{k_1}{4\pi i}\sum_{n=0}^{\infty}(2n+1)h_n^{(2)}(k_1 r)P_n(\cos\gamma)\times$$
$$\times\left(V_n h_n^{(2)}(k_1 a) + \frac{\mu_{12}-1}{\mu_{12}+1}j_n(k_1 a)\right)\equiv \quad (23)$$
$$\equiv \frac{2}{\mu_{12}+1}G_0 + \frac{k_1}{4\pi i}\sum_{n=0}^{\infty}u_n P_n(\cos\gamma),$$

$$\frac{\partial^2 G}{\partial r\partial r'} = \frac{2\mu_{12}}{\mu_{12}+1}\frac{\partial^2 G_0}{\partial r\partial r'} + \frac{1}{ar}\frac{k_1}{4\pi i}\times$$
$$\times\sum_{n=0}^{\infty}(2n+1)\xi_n(k_1 r)P_n(\cos\gamma)\times$$
$$\times\left(V_n\xi_n(k_1 a) - \frac{\mu_{12}-1}{\mu_{12}+1}\eta_n(k_1 a)\right)\equiv \quad (24)$$
$$\equiv \frac{2\mu_{12}}{\mu_{12}+1}\frac{\partial^2 G_0}{\partial r\partial r'} + \frac{1}{ar}\frac{k_1}{4\pi i}\sum_{n=0}^{\infty}v_n P_n(\cos\gamma),$$

где $r = a + \delta$. Ряды (23) и (24) сходятся по-прежнему очень медленно, поэтому выделим асимптотики величин $u_n$ и $v_n$ при $n\to\infty$, используя известные асимптотические разложения сферических функций Бесселя и их производных [14]:

$$j_n(x) \sim \frac{x^n}{(2n+1)!!}\tilde{j}_n(x),\quad \eta_n(x) \sim \frac{nx^n}{(2n+1)!!}\tilde{\eta}_n(x),$$
$$h_n^{(2)}(x) \sim i\frac{(2n-1)!!}{x^{n+1}}\tilde{h}_n^{(2)}(x), \quad (25)$$
$$\xi_n(x) \sim -i\frac{n(2n-1)!!}{x^{n+1}}\tilde{\xi}_n(x),$$

где

$$\tilde{j}_n(x) = 1 - \frac{x^2}{4n} + \left(\frac{3}{8}x^2 + \frac{x^4}{32}\right)\frac{1}{n^2} - \left(\frac{9}{16}x^2 + \frac{x^4}{8} + \frac{x^6}{384}\right)\frac{1}{n^3}, \quad (26)$$

$$\tilde{h}_n^{(2)}(x) = 1 + \frac{x^2}{4n} + \left(\frac{x^2}{8} + \frac{x^4}{32}\right)\frac{1}{n^2} + \left(\frac{x^2}{16} + \frac{x^4}{16} + \frac{x^6}{384}\right)\frac{1}{n^3}, \quad (27)$$

$$\tilde{\eta}_n(x) = 1 - \frac{x^2}{4n} + \left(\frac{x^4}{32} - \frac{x^2}{8}\right)\frac{1}{n^2} + \left(\frac{3}{16}x^2 - \frac{x^6}{384}\right)\frac{1}{n^3}, \quad (28)$$

$$\tilde{\xi}_n(x) = 1 + \left(1 + \frac{x^2}{4}\right)\frac{1}{n} + \left(\frac{x^4}{32} - \frac{x^2}{8}\right)\frac{1}{n^2} + \left(\frac{x^6}{384} - \frac{x^4}{32} - \frac{x^2}{16}\right)\frac{1}{n^3}. \quad (29)$$

Поясним ускорение сходимости ряда, через который выражается ядро интегрального уравнения (18), на примере условия Дирихле на поверхности экрана. Запишем ФГ (23) в виде

$$G = \frac{2}{\mu_{12}+1}G_0 + \frac{k_1}{4\pi i}\sum_{n=0}^{\infty}u_n P_n(\cos\gamma) =$$
$$= \frac{2}{\mu_{12}+1}G_0 + \frac{k_1}{4\pi i}\sum_{n=0}^{\infty}\left(u_n - u_n^{\infty}\right)P_n(\cos\gamma) + \quad (30)$$
$$+ \frac{k_1}{4\pi i}\sum_{n=0}^{\infty}u_n^{\infty}P_n(\cos\gamma),$$

где

$$u_n^{\infty} = -\frac{i}{k_1 r}\kappa^n\frac{A_0}{n+1} \quad (31)$$

представляет собой асимптотику величин $u_n$ при $n\to\infty$. В формуле (31) $\kappa = \frac{a}{r}$. Коэффициент $A_0$ находим из разложения в ряд по степеням $\frac{1}{n}$ величины:

$$\chi_n^1 = \left(\tilde{V}_n\tilde{h}_n^{(2)}(k_1 a) - \frac{\mu_{12}-1}{\mu_{12}+1}\tilde{j}_n(k_1 a)\right)\tilde{h}_n^{(2)}(k_1 r), \quad (32)$$

где

$$\tilde{V}_n = \frac{\mu_{12}\tilde{j}_n(k_1 a)\tilde{\eta}_n(k_2 a) - \tilde{\eta}_n(k_1 a)\tilde{j}_n(k_2 a)}{\tilde{\xi}_n(k_1 a)\tilde{j}_n(k_2 a) + \mu_{12}\tilde{h}_n^{(2)}(k_1 a)\tilde{\eta}_n(k_2 a)}. \quad (33)$$

При этом ограничиваемся только одним членом разложения. Теперь с использованием соотношения

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\kappa^{n+1}P_n(\cos\gamma)}{n+1} = \int_0^{\kappa}\frac{dt}{\sqrt{1-2\cos\gamma t + t^2}}, \quad (34)$$

вытекающего из формулы для производящей функции полиномов Лежандра [14], получим

$$K = \tilde{K} + \tilde{\tilde{K}}, \quad (35)$$

$$\tilde{K} = \left\{\frac{2a^2}{\mu_{12}+1}G_0 - \frac{a^2}{4\pi r}\frac{A_0}{\kappa}\int_0^{\kappa}\frac{dt}{\sqrt{1-2\cos\gamma t + t^2}}\right\}, \quad (36)$$

$$\tilde{\tilde{K}} = -i\frac{k_1 a^2}{4\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\left(u_n - u_n^{\infty}\right)P_n(\cos\gamma), \quad (37)$$

где, как было указано выше, $\tilde{K}$ назовем “сингулярной” и $\tilde{\tilde{K}}$ – “регулярной” частью ядра интегрального уравнения. Заметим, что

$$\int_0^{\kappa}\frac{dt}{\sqrt{1-2\cos\gamma t + t^2}} = \begin{cases} -\ln(1-\kappa), & \cos\gamma = 1, \\ \ln\left(\dfrac{\kappa - \cos\gamma + \sqrt{\kappa^2 - 2\cos\gamma\kappa + 1}}{1-\cos\gamma}\right), & \cos\gamma \neq 1. \end{cases} \quad (38)$$

Аналогично, в случае абсолютно жесткого экрана с использованием равенства

$$\sum_{n=0}^{\infty} n\kappa^{n-1} P_n(\cos\gamma) = \frac{\cos\gamma - \kappa}{\left(1 - 2\cos\gamma\kappa + \kappa^2\right)^{3/2}}, \tag{39}$$

и, учитывая, что $v_n \sim v_n^{\infty} \equiv -\frac{i}{k_1 r}\kappa^n\left(A_1 n + A_2 + \frac{A_3}{n+1}\right)$ при $n \to \infty$, получим

$$\tilde{K} = \left\{\frac{2\mu_{12}a^2}{\mu_{12}+1}\frac{\partial^2 G_0}{\partial r\partial r'} - \frac{a}{4\pi r^2}\times\right.$$
$$\times\left[\frac{A_1\kappa(\cos\gamma-\kappa)}{\left(1-2\cos\gamma\kappa+\kappa^2\right)^{3/2}} + \frac{A_2}{\left(1-2\cos\gamma\kappa+\kappa^2\right)^{1/2}} + \right. \tag{40}$$
$$\left.\left. + \frac{A_3}{\kappa}\int_0^{\kappa}\frac{dt}{\sqrt{1-2\cos\gamma t + t^2}}\right]\right\},$$

$$\tilde{\tilde{K}} = -i\frac{k_1 a}{4\pi r}\sum_{n=0}^{\infty}\left(v_n - v_n^{\infty}\right)P_n(\cos\gamma). \tag{41}$$

Коэффициенты $A_1$, $A_2$, $A_3$ находим из асимптотики следующей величины (при $n \to \infty$):

$$\chi_n^2 = n^2\tilde{\xi}_n(k_1 r)\left[\tilde{V}_n\tilde{\xi}_n(k_1 a) - \frac{\mu_{12}-1}{\mu_{12}+1}\tilde{\eta}_n(k_1 a)\right]. \tag{42}$$

При этом сохраняем только три члена разложения. В силу громоздкости соответствующих выкладок, для нахождения коэффициентов $A_0, A_1$, $A_2$, $A_3$ использовались символьные вычисления в среде Maple. Отметим, что члены рядов в формулах (37) и (41) имеют порядок не больше $\frac{1}{n^{5/2}}$, то есть сходятся достаточно быстро.

## 3. ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ДВУМЕРНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ НА ОСНОВЕ ДВУХ ПОДХОДОВ

Рассмотрим вопрос о численном решении уравнений (18) при помощи двух методов. Первый подход основан на использовании кусочно-постоянной аппроксимации неизвестной функции с последующим применением метода коллокации. А именно, вводим сетку:

$$\begin{aligned} \theta_q &= \frac{\theta_J}{N_1}\left(q - \frac{1}{2}\right), \quad q = 1,2,\ldots,N_1, \\ \varphi_l &= \frac{2\pi}{N_2}\left(l - \frac{1}{2}\right), \quad l = 1,2,\ldots,N_2. \end{aligned} \tag{43}$$

Неизвестную функцию $J(\theta',\varphi')$ ищем в виде:

$$J(\theta',\varphi') = \sum_{q=1}^{N_1}\sum_{l=1}^{N_2} c_{ql} f_q(\theta') w_l(\varphi'), \tag{44}$$

где $f_q(\theta')$ и $w_l(\varphi')$ — импульсные функции:

$$\begin{aligned} f_q(\theta') &= \begin{cases} 1, & \theta_q - \Delta_1/2 < \theta' < \theta_q + \Delta_1/2, \\ 0, & else, \end{cases} \\ w_l(\varphi') &= \begin{cases} 1, & \varphi_l - \Delta_2/2 < \varphi' < \varphi_l + \Delta_2/2, \\ 0, & else, \end{cases} \end{aligned} \tag{45}$$

где $\Delta_1 = \frac{\theta_J}{N_1}$, $\Delta_2 = \frac{2\pi}{N_2}$. Подставив выражение (44) в интегральное уравнение (18) и приравняв левую и правую части полученного равенства в точках коллокации с координатами $(\theta_p,\varphi_j)$ $(p = \overline{1,N_1},\ j = \overline{1,N_2})$, получим систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

$$\begin{gathered} \sum_{q=1}^{N_1}\sum_{l=1}^{N_2}\left(\tilde{K}_{pj,ql} + \tilde{\tilde{K}}_{pj,ql}\right)c_{ql} = B_{pj}, \\ p = \overline{1,N_1}, \quad j = \overline{1,N_2}, \end{gathered} \tag{46}$$

где

$$\tilde{K}_{pj,ql} = \int_{\varphi_l-\Delta_2/2}^{\varphi_l+\Delta_2/2}\int_{\theta_q-\Delta_1/2}^{\theta_q+\Delta_1/2}\tilde{K}(\theta_p,\varphi_j,\theta',\varphi')d\theta' d\varphi', \tag{47}$$

$$\tilde{\tilde{K}}_{pj,ql} = \int_{\varphi_l-\Delta_2/2}^{\varphi_l+\Delta_2/2}\int_{\theta_q-\Delta_1/2}^{\theta_q+\Delta_1/2}\tilde{\tilde{K}}(\theta_p,\varphi_j,\theta',\varphi')d\theta' d\varphi'. \tag{48}$$

В последнем интеграле применяем приближенную формулу, являющуюся двумерным аналогом формулы прямоугольников:

$$\tilde{\tilde{K}}_{pj,ql} = \tilde{\tilde{K}}(\theta_p,\varphi_j,\theta_q,\varphi_l)\Delta_1\Delta_2, \tag{49}$$

так как "регулярная" часть $\tilde{\tilde{K}}$ ядра интегрального уравнения является медленно меняющейся функцией углов $\theta',\varphi'$. Правая часть СЛАУ имеет вид

$$\begin{gathered} B_{pj} = \sum_{n=0}^{\infty} i^{-n}(2n+1)P_n\left(\cos\left(\gamma_0(\theta_p,\varphi_j)\right)\right)\times \\ \times\left(j_n(k_1 r) + V_n h_n^{(2)}(k_1 r)\right) \end{gathered} \tag{50}$$

в случае абсолютно мягкого экрана и

$$\begin{gathered} B_{pj} = -k_1\sum_{n=0}^{\infty} i^{-n}(2n+1)P_n\left(\cos\left(\gamma_0(\theta_p,\varphi_j)\right)\right)\times \\ \times\left(j_n'(k_1 r) + V_n h_n^{(2)\prime}(k_1 r)\right) \end{gathered} \tag{51}$$

в случае абсолютно жесткого.

В качестве результата решения задачи дифракции мы рассматривали диаграмму рассеяния частицы Януса, которая в данном случае определяется по формулам:

$$U^1 \approx g(\theta,\varphi)\frac{\exp(-ik_1 r)}{k_1 r}, \quad r \to \infty. \tag{52}$$

Здесь

$$g(\theta,\varphi) = g^0(\theta,\varphi) + g^1(\theta,\varphi), \quad (53)$$

$$g^0(\theta,\varphi) = i\sum_{n=0}^{\infty}(2n+1)V_nP_n\left(\cos\left(\gamma_0(\theta,\varphi)\right)\right) \quad (54)$$

– диаграмма первичного поля,

$$g^1(\theta,\varphi) = -\frac{1}{4\pi}\sum_{q=1}^{N_1}\sum_{l=1}^{N_2}c_{ql}\left[\exp(ik_1a\cos\gamma_{ql}) + \right.$$
$$\left. + \sum_{n=0}^{\infty}i^n(2n+1)V_nh_n^{(2)}(k_1a)P_n(\cos\gamma_{ql})\right]a^2\sin\theta_q\Delta_1\Delta_2 \quad (55)$$

в случае абсолютно мягкого экрана и

$$g^1(\theta,\varphi) = \frac{1}{4\pi}\sum_{q=1}^{N_1}\sum_{l=1}^{N_2}c_{ql}\left[i\cos\gamma_q\exp(ik_1a\cos\gamma_{lq}) + \right.$$
$$\left. + \sum_{n=0}^{\infty}i^n(2n+1)V_nh_n^{(2)\prime}(k_1a)P_n(\cos\gamma_{lq})\right]\times \quad (56)$$
$$\times(k_1a)^2\sin\theta_q\Delta_1\Delta_2$$

в случае абсолютно жесткого. В формулах (55) и (56)

$$\cos\gamma_{ql} = \sin\theta_q\sin\theta\cos(\varphi-\varphi_l) + \cos\theta_q\cos\theta. \quad (57)$$

Опишем основные моменты решения интегрального уравнения (18) при помощи второй методики. Учтем осевую симметрию частицы Януса. Разложим неизвестную функцию в ряд Фурье

$$J(\theta',\varphi') = \sum_{m=-\infty}^{\infty}I_m(\theta')\exp(im\varphi'). \quad (58)$$

В результате подстановки формулы (58) в интегральное уравнение (18) и проектирования обеих частей равенства на базис Фурье, получим следующую бесконечную систему одномерных интегральных уравнений

$$\int_0^{\theta_J}K_m(\theta,\theta')I_m(\theta')\sin\theta'd\theta' = B_m(\theta),$$
$$m = 0,\pm1,\pm2,\ldots,\quad \theta\in[0,\theta_J], \quad (59)$$

где $K_m = \tilde{K}_m + \tilde{\tilde{K}}_m$, причем

$$\tilde{K}_m = \frac{k_1a^2}{\mu_{12}+1}S_m - \frac{a}{2}A_0F_m, \quad (60)$$

$$\tilde{\tilde{K}}_m = -i\frac{k_1a^2}{2}\sum_{n=|m|}^{\infty}\left(u_n - u_n^{\infty}\right)\frac{(n-m)!}{(n+m)!}\times$$
$$\times P_n^m(\cos\theta)P_n^m(\cos\theta'), \quad (61)$$

$$B_m(\theta) = \sum_{n=|m|}^{\infty}i^{-n}(2n+1)\frac{(n-m)!}{(n+m)!}P_n^m(\cos\theta)\times$$
$$\times P_n^m(\cos\theta_0)\left(j_n(k_1r) + V_nh_n^{(2)}(k_1r)\right) \quad (62)$$

в случае абсолютно мягкого экрана и

$$\tilde{K}_m = \frac{k_1\kappa\mu_{12}}{\mu_{12}+1}\times$$
$$\times\left(\frac{\partial^2S_m}{\partial\rho\partial\rho'}\rho\rho' + \frac{\partial^2S_m}{\partial z\partial\rho'}z\rho' + \frac{\partial^2S_m}{\partial\rho\partial z'}\rho z' + \frac{\partial^2S_m}{\partial z\partial z'}zz'\right) -$$
$$-\frac{\kappa}{2}\left(A_1\left(\frac{\tilde{S}^I_{m+1}+\tilde{S}^I_{m-1}}{2}\rho\rho' + \tilde{S}^I_m(zz'-a^2)\right) + \right.$$
$$\left. + A_2\tilde{S}_m + \frac{1}{a}A_3F_m\right), \quad (63)$$

$$\tilde{\tilde{K}}_m = -i\frac{k_1\kappa}{2}\sum_{n=|m|}^{\infty}\left(v_n - v_n^{\infty}\right)\frac{(n-m)!}{(n+m)!}\times$$
$$\times P_n^m(\cos\theta)P_n^m(\cos\theta'), \quad (64)$$

$$B_m(\theta) = -k_1\sum_{n=|m|}^{\infty}i^{-n}(2n+1)\frac{(n-m)!}{(n+m)!}\times$$
$$\times P_n^m(\cos\theta)P_n^m(\cos\theta_0)\left(j_n'(k_1r) + V_nh_n^{(2)\prime}(k_1r)\right) \quad (65)$$

в случае абсолютно жесткого. Здесь

$$S_m = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{\exp(-ik_1R - im\psi)}{k_1R}d\psi,$$
$$\tilde{S}_m = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{\exp(-im\psi)}{k_1R}d\psi, \quad (66)$$

$$\tilde{S}^{\mathrm{I}}_m = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{\exp(-im\psi)}{(k_1R)^3}d\psi,$$
$$F_m = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}F(\psi)\exp(-im\psi)d\psi, \quad (67)$$

а функция $F(\psi)$ имеет вид (38). В формуле (63) $(\rho,\varphi,z)$, $(\rho',\varphi',z')$ – цилиндрические координаты точки наблюдения и точки источника. Эффективный численный алгоритм нахождения функций $S_m$ и их производных приведен в [15].

Для решения одномерных интегральных уравнений (59) воспользуемся разложением неизвестных функций $I_m(\theta')$ в ряд по ортогональным полиномам Якоби с весом, учитывающим особенность на краю экрана. Предварительно сделаем замену переменной $x = \cos\theta$. В результате

$$I_m(x) = \frac{1}{\sqrt{x-x_0}}\sum_{q=0}^{L-1}a_q^mP_q^{(0,-1/2)}\left(2\frac{x-x_0}{1-x_0}-1\right) \quad (68)$$

в случае абсолютно мягкого экрана и

$$I_m(x) = \sqrt{x-x_0}\sum_{q=0}^{L-1}a_q^mP_q^{(0,1/2)}\left(2\frac{x-x_0}{1-x_0}-1\right) \quad (69)$$

в случае абсолютно жесткого. Здесь $P_q^{(0,-1/2)}(x)$ и $P_q^{(0,1/2)}(x)$ – полиномы Якоби, $x_0 = \cos\theta_J$. По аналогии с работой [12] применим метод коллокации, выбрав точки коллокации, удовлетворяющие соотношению

$$x_p = x_0 + \frac{1}{2}(t_p + 1)(1 - x_0), \quad p = \overline{1, L}, \tag{70}$$

где

$$P_L^{(0,-1/2)}(t_p) = 0, \text{ либо } P_L^{(0,1/2)}(t_p) = 0, \tag{71}$$

соответственно в случае условия Дирихле или Неймана на экране. Тогда в результате подстановки разложений (68) и (69) в уравнения (59), получим следующий бесконечный набор СЛАУ

$$\sum_{q=0}^{L-1}\left(\tilde{G}_{pq}^m + \tilde{\tilde{G}}_{pq}^m\right)a_q^m = B_p^m, \quad p = \overline{1, L}, \tag{72}$$

где

$$\tilde{G}_{pq}^m = 2\sqrt{1 - x_0}\int_0^1 \tilde{K}_m(x_p, x_0 + \tau^2(1 - x_0))P_{2q}(\tau)d\tau, \tag{73}$$

$$\tilde{\tilde{G}}_{pq}^m = -i\frac{k_1 a^2}{2}\sum_{n=|m|}^{\infty}\left(u_n - u_n^{\infty}\right)\frac{(n - m)!}{(n + m)!}P_n^m(x_p)\times \\ \times\int_{x_0}^1 P_n^m(x)P_{2q}(\tau)\frac{dx}{\sqrt{x - x_0}}, \tag{74}$$

$$B_p^m = \sum_{n=|m|}^{\infty} i^{-n}(2n + 1)\frac{(n - m)!}{(n + m)!}P_n^m(x_p)P_n^m(\cos\theta_0)\times \\ \times\left(j_n(k_1 r) + V_n h_n^{(2)}(k_1 r)\right) \tag{75}$$

в случае абсолютно мягкого экрана и

$$\tilde{G}_{pq}^m = 2\sqrt{(1 - x_0)^3}\times \\ \times\int_0^1 \tilde{K}_m(x_p, x_0 + \tau^2(1 - x_0))P_{2q+1}(\tau)\tau d\tau, \tag{76}$$

$$\tilde{\tilde{G}}_{pq}^m = -i\frac{k_1\kappa}{2}\sum_{n=|m|}^{\infty}\left(v_n - v_n^{\infty}\right)\frac{(n - m)!}{(n + m)!}P_n^m(x_p)\times \\ \times\int_{x_0}^1 P_n^m(x)\frac{P_{2q+1}(\tau)}{\tau}\sqrt{x - x_0}dx, \tag{77}$$

$$B_p^m = -k_1\sum_{n=|m|}^{\infty} i^{-n}(2n + 1)\frac{(n - m)!}{(n + m)!}P_n^m(x_p)P_n^m(\cos\theta_0)\times \\ \times\left(j_n'(k_1 r) + V_n h_n^{(2)\prime}(k_1 r)\right) \tag{78}$$

в случае абсолютно жесткого. Здесь $\tau = \sqrt{\dfrac{x - x_0}{1 - x_0}}$, $P_n(\tau)$ – полиномы Лежандра. Заметим, что при интегрировании сингулярной части ядра (см. формулы (73) и (76)) мы заменили переменную $x$ на $\tau$. Соответствующие интегралы вычисляли при помощи адаптивной программы на языке Matlab. Интегралы в (74) и (77) вычисляли при помощи квадратурных формул с весом $1/\sqrt{t + 1}$ или $\sqrt{t + 1}$.

Приведем формулы для диаграммы рассеяния при использовании второй методики. Диаграмма вновь имеет вид (53). При этом

$$g^1(\theta, \varphi) = \sum_{m=-\infty}^{\infty}(g_m^{10}(\theta) + g_m^{11}(\theta))\exp(im\varphi), \tag{79}$$

где

$$g_m^{10}(\theta) = -\frac{(k_1 a)^2}{2}i^m\sum_{q=0}^{L-1}a_q^m\times \\ \times\int_{x_0}^1 J_m\left(k_1 a\sin\theta\sqrt{1 - x^2}\right)\exp(ik_1 a\cos\theta)\times \\ \times P_{2q}(\tau)\frac{dx}{\sqrt{x - x_0}}, \tag{80}$$

$$g_m^{11}(\theta) = -\frac{k_1 a^2}{2}\sum_{q=0}^{L-1}a_q^m\times \\ \times\sum_{n=|m|}^{\infty} i^n(2n + 1)\frac{(n - m)!}{(n + m)!}P_n^m(\cos\theta)V_n h_n^{(2)}(k_1 a)\times \\ \times\int_{x_0}^1 P_n^m(x)P_{2q}(\tau)\frac{dx}{\sqrt{x - x_0}} \tag{81}$$

в случае абсолютно мягкого экрана и

$$g_m^{10}(\theta) = \frac{(k_1 a)^2}{2}i^m\sum_{q=0}^{L-1}a_q^m\times \\ \times\int_{x_0}^1\left[\sin\theta\sqrt{1 - x^2}J_m'\left(k_1 a\sin\theta\sqrt{1 - x^2}\right) + \right. \\ \left. + ix\cos\theta J_m\left(k_1 a\sin\theta\sqrt{1 - x^2}\right)\right]\times \\ \times\exp(ik_1 a\cos\theta)\frac{P_{2q+1}(\tau)}{\tau}\sqrt{x - x_0}dx, \tag{82}$$

$$g_m^{11}(\theta) = \frac{k_1 a}{2}\sum_{q=0}^{L-1}a_q^m\times \\ \times\sum_{n=|m|}^{\infty} i^n(2n + 1)\frac{(n - m)!}{(n + m)!}P_n^m(\cos\theta)V_n\xi_n(k_1 a)\times \\ \times\int_{x_0}^1 P_n^m(x)\frac{P_{2q+1}(\tau)}{\tau}\sqrt{x - x_0}dx \tag{83}$$

в случае абсолютно жесткого.

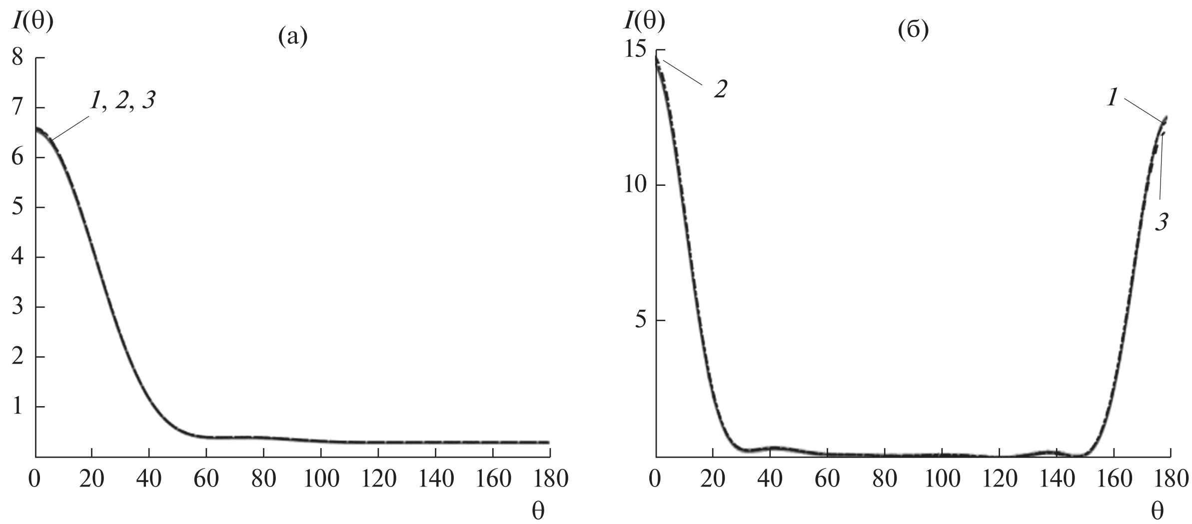


**Рис. 2.** Угловые зависимости интенсивности рассеянного поля сферы Януса в виде проницаемого шара, частично покрытого абсолютно мягким сферическим экраном для двух волновых размеров (а) – $k_1a = 3$ и (б) – $k_1a = 6$, полученные при помощи метода Т-матриц и при помощи алгоритмов на основе МПГУ. Угол полураскрыва экрана (а) – $\theta_J = 150°$ и (б) – $\theta_J = 90°$.

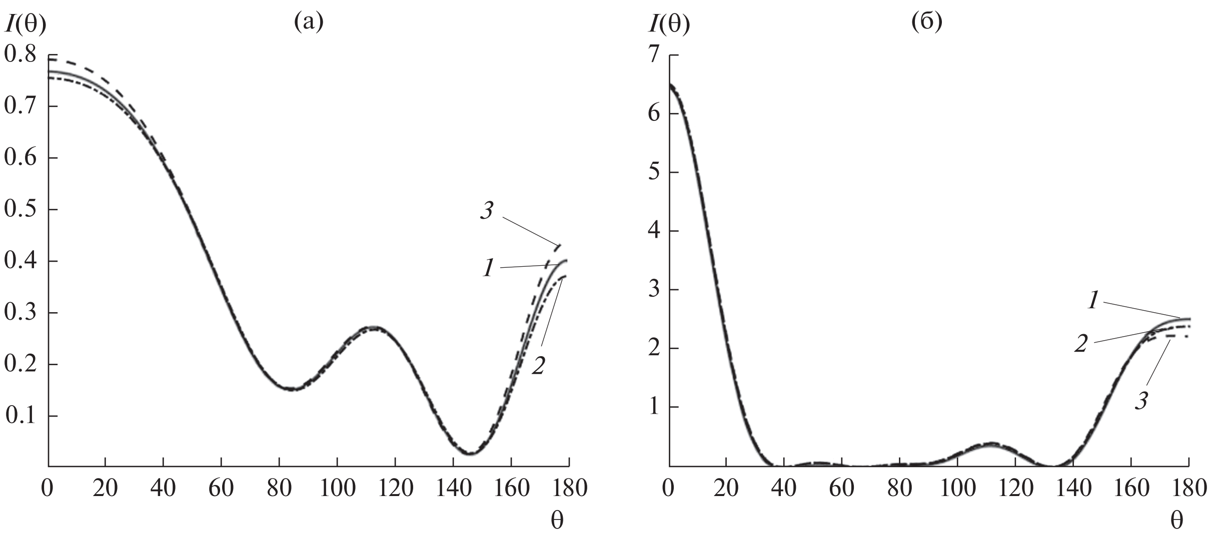


**Рис. 3.** Угловые зависимости интенсивности рассеянного поля сферы Януса в виде проницаемого шара, частично покрытого абсолютно жестким сферическим экраном для двух волновых размеров (а) – $k_1a = 3$ и (б) – $k_1a = 6$, полученные при помощи метода Т-матриц и при помощи алгоритмов на основе МПГУ. Угол полураскрыва экрана (а) – $\theta_J = 150°$ и (б) –$\theta_J = 90°$.

## 4. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Рассмотрим результаты численного моделирования. Для тестирования разработанных методов было проведено сравнение с результатами, полученными при помощи метода Т-матриц в работе [7]. Волновые числа и плотности сред вне и внутри шара были равны $k_1 = 1$, $\mu_1 = 1$ и $k_2 = 1.5$, $\mu_2 = 1.5$, соответственно. Параметр $\delta$ при использовании МПГУ во всех случаях брался равным $10^{-3}$. Угол полураскрыва экрана был равен $\theta_J = 90°$. Угол падения первичной волны $\theta_0 = 0°$. Рассматривались два различных радиуса шара $k_1a = 3$ и $k_1a = 6$. Число точек коллокации для первого метода $N_1 = 40, N_2 = 160$, для второго метода $L = 32$. В качестве рассматриваемой характеристики бралась интенсивность рассеянного поля, определяемая следующим образом:

$$\mathrm{I}(\theta) = \frac{1}{k_1^2}\left|g(\theta, 0)\right|^2. \quad (84)$$

На рис. 2 и 3 приведены угловые зависимости интенсивности рассеяния для метода Т-матриц (кривая *1*) и предлагаемых подходов на основе МПГУ (кривая *2* соответствует первому, а кривая *3* – второму методу). На рис. 2 видно, что для

**Таблица 1.** Точность выполнения оптической теоремы для сферы Януса в виде проницаемого шара, частично покрытого абсолютно жестким сферическим экраном (первая методика)

| $N_1$, $N_2 = 4N_1$ | $\sigma$ | $-\operatorname{Im}(g(\theta_0, 0))$ | $\Delta_{\text{отн}}$ |
|---|---|---|---|
| | $k_1a = 3$ | | |
| 15 | 2.489595 | 2.515150 | $1.03 \times 10^{-2}$ |
| 25 | 2.544564 | 2.564611 | $7.88 \times 10^{-3}$ |
| 35 | 2.570533 | 2.587121 | $6.45 \times 10^{-3}$ |
| 40 | 2.578923 | 2.594292 | $5.96 \times 10^{-3}$ |
| | $k_1a = 6$ | | |
| 15 | 14.917236 | 15.227829 | $2.08 \times 10^{-2}$ |
| 25 | 15.002267 | 15.247020 | $1.63 \times 10^{-2}$ |
| 35 | 15.060940 | 15.255580 | $1.29 \times 10^{-2}$ |
| 40 | 15.081490 | 15.257716 | $1.17 \times 10^{-2}$ |

**Таблица 2.** Точность выполнения оптической теоремы для сферы Януса в виде проницаемого шара, частично покрытого абсолютно жестким сферическим экраном (вторая методика)

| $L$ | $\sigma$ | $-\operatorname{Im}(g(\theta_0, 0))$ | $\Delta_{\text{отн}}$ |
|---|---|---|---|
| | $k_1a = 3$ | | |
| 16 | 2.634956 | 2.640329 | $2.04 \times 10^{-3}$ |
| 32 | 2.636773 | 2.642852 | $2.30 \times 10^{-3}$ |
| 48 | 2.633772 | 2.638545 | $1.81 \times 10^{-3}$ |
| 64 | 2.632997 | 2.637633 | $1.76 \times 10^{-3}$ |
| | $k_1a = 6$ | | |
| 16 | 15.24457 | 15.25526 | $7.01 \times 10^{-4}$ |
| 32 | 15.22389 | 15.21330 | $6.96 \times 10^{-4}$ |
| 48 | 15.25218 | 15.26120 | $5.91 \times 10^{-4}$ |
| 64 | 15.26292 | 15.26505 | $1.39 \times 10^{-4}$ |

условия Дирихле на экране результаты, полученные всеми тремя методами, совпадают с графической точностью. Для условия Неймана (рис. 3) результаты расчета интенсивности рассеянного поля, которые получены при помощи подхода, основанного на использовании кусочно-постоянной аппроксимации (кривая *2*), отличаются меньше от соответствующих результатов, полученных методом Т-матриц, чем при использовании второго метода. Данный факт можно объяснить тем, что базис (69) учитывает особенность неизвестной функции на краю экрана, в то время как в методе Т-матриц и в первом методе на основе МПГУ эта особенность не учитывается. Отметим также, что в силу наличия второй нормальной производной ФГ в случае условия Неймана на экране, точность расчета диаграммы при помощи МПГУ несколько ниже, чем в случае условия Дирихле.

В качестве критерия проверки правильности полученных результатов рассматривалась оптическая теорема, которая записывается в виде [16]

$$\sigma = -\operatorname{Im}(g(\theta_0, 0)), \tag{85}$$

где

$$\sigma = \frac{1}{4\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} |g(\theta, \varphi)|^2 \sin\theta d\theta d\varphi. \tag{86}$$

Для оценки точности выполнения оптической теоремы рассчитывалась относительная разность левой и правой частей в формуле (85):

$$\Delta_{\text{отн}} \equiv \frac{|\sigma + \operatorname{Im}(g(\theta_0, 0))|}{\sigma}. \tag{87}$$

Результаты этой проверки для первого и второго из предлагаемых подходов при рассмотренных выше параметрах приведены в табл. 1 и 2. Как было отмечено ранее, для условия Неймана на

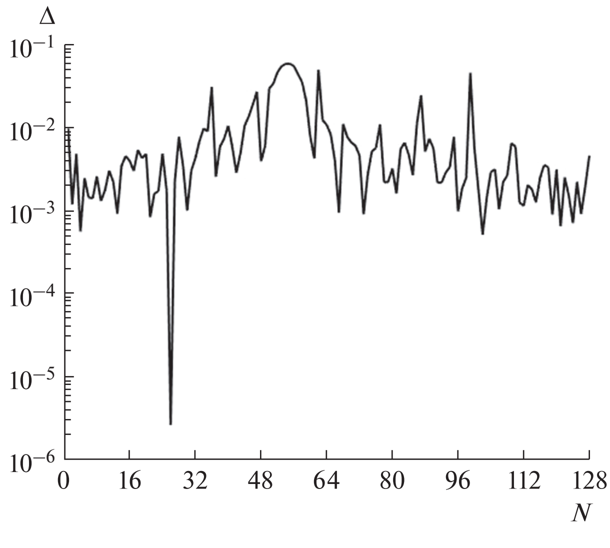


**Рис. 4.** Распределение невязки на контуре осевого сечения вспомогательной поверхности для сферы Януса в виде проницаемого шара, частично покрытого абсолютно мягким сферическим экраном. Угол падения первичной волны $\theta_0 = 45°$.

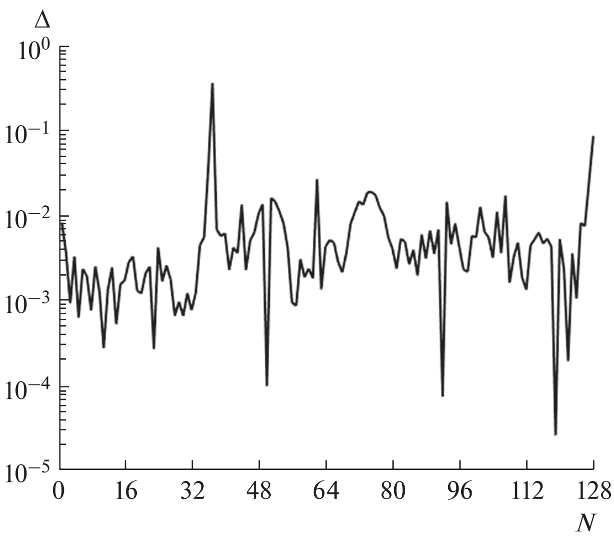


**Рис. 5.** Распределение невязки на контуре осевого сечения вспомогательной поверхности для сферы Януса в виде проницаемого шара, частично покрытого абсолютно жестким сферическим экраном. Угол падения первичной волны $\theta_0 = 45°$.

экране точность выполнения оптической теоремы ниже, чем для условия Дирихле, поэтому рассматривался случай абсолютно жесткого экрана. Из табл. 1 видно, что при использовании первого подхода относительная разность правой и левой частей равенства (87) — величина $\Delta_{\text{отн}}$ — уменьшается с ростом числа точек коллокации $N_1$ и не превышает $3 \times 10^{-2}$. При одинаковых значениях $N_1$ для тела меньших размеров точность выполнения оптической теоремы выше. Для второго подхода оптическая теорема выполняется с более высокой точностью в случае большего размера тела, а именно не превосходит $3 \times 10^{-3}$ для $k_1 a = 3$ и $2 \times 10^{-4}$ для $k_1 a = 6$.

В качестве еще одной проверки разработанных алгоритмов, для второго из рассматриваемых подходов была вычислена невязка краевого условия, определяемая формулой:

$$\Delta(\theta, \varphi) = \\ = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left[ \int_0^{\theta_J} K_m(\theta, \theta') I_m(\theta') \sin\theta' \, d\theta' - B_m(\theta) \right] \times \\ \times \exp(im\varphi), \quad (88)$$

где $I_m$ имеет вид (68) или (69). Невязка вычислялась на контуре осевого сечения вспомогательной поверхности $S_\delta$. На рис. 4 и 5 приведены кривые зависимости невязки от номера $N$ точки наблюдения $\theta$ (число точек, в которых вычислялась невязка, было выбрано равным 128). Угол падения падающей волны $\theta_0 = 45°$, размеры шара $k_1 a = 6$, угол наблюдения $\varphi = 0$, а остальные параметры такие же, как и для рис. 2 и 3. На рис. 4 рассматривался абсолютно мягкий экран, а на рис. 5 — абсолютно жесткий. Как видно из графиков, невязка для условия Неймана на экране имеет два выброса, имеющие порядок 0.3. В то же время максимальный уровень невязки на большей части контура осевого сечения экрана не превосходит $2 \times 10^{-2}$, т.е. достаточно мал. Расчеты показывают, что для первого подхода невязка краевого условия имеет на порядок большие значения.

На рис. 6 и 7 изображены угловые зависимости интенсивности рассеянного поля от угла раскрыва сферического экрана. Кривая *1* соответствует дифракции на проницаемом шаре, который не покрыт экраном. Соответствующая кривая получена при помощи подстановки в формулу (84) диаграммы первичного поля $g^0(\theta, \varphi)$ вместо $g(\theta, \varphi)$. Кривой *6* на рисунках показаны зависимости интенсивности при дифракции плоской волны на абсолютно мягкой (рис. 6) или абсолютно жесткой (рис. 7) сфере соответствующего волнового размера, полученные при помощи модифицированного метода дискретных источников (ММДИ) [17]. Кривые *2*–*5* соответствуют углам раскрыва экрана, равным 45°, 90°, 135° и 179°. Волновой размер сферы Януса и угол падения волны — $k_1 a = 6$, $\theta_0 = 0$. Материальные параметры сред и волновые числа те же, что и для предыдущих рисунков. Результаты, приведенные на рисунках, получены при помощи первой из рас-

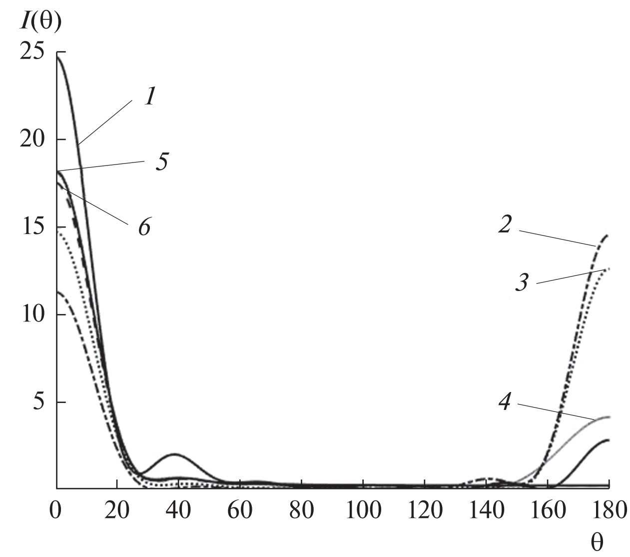


**Рис. 6.** Угловые зависимости интенсивности рассеянного поля сферы Януса для различных углов раскрыва покрывающего ее абсолютно мягкого сферического экрана.

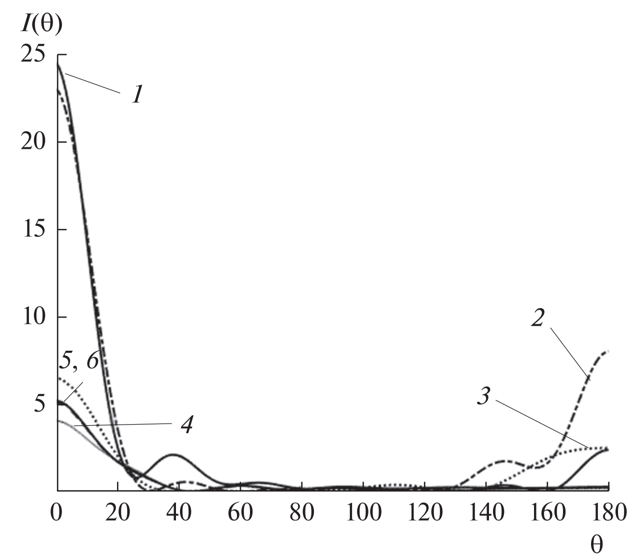


**Рис. 7.** Угловые зависимости интенсивности рассеянного поля сферы Януса для различных углов раскрыва покрывающего ее абсолютно жесткого сферического экрана.

сматриваемых методик при $N_1 = 40,\ N_2 = 160$. На рисунках видно, что в случае, когда экран почти полностью покрывает шар (кривая *6*), график интенсивности рассеянного поля совпадает с результатами для идеально отражающей сферы, что соответствует физической картине рассматриваемого явления. Видно также, что в случае абсолютно мягкого и абсолютно жесткого экранов имеется резкий максимум интенсивности в направлении угла падения плоской волны. В случае условия Дирихле величина максимума имеет наибольшее значение для $\theta_J = 179°$ (когда экран вырождается в сферу). При отсутствии экрана (то есть при дифракции на проницаемом шаре) максимум в направлении падения волны имеет еще большее значение (чем для покрытого шара). В направлении обратного рассеяния (при $\theta = 180°$) также имеется максимум интенсивности, который принимает наибольшие значения при $\theta_J = 45°$ и $\theta_J = 90°$. В случае абсолютно жесткого экрана величина максимума интенсивности в направлении падения плоской волны имеет существенно большее значение для $\theta_J = 45°$ по сравнению с другими углами раскрыва экрана. Уровень обратного рассеяния также максимален при $\theta_J = 45°$.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе МПГУ разработаны два алгоритма численного решения задачи дифракции плоской волны на сфере Януса в виде проницаемого шара, частично покрытого абсолютно мягким или абсолютно жестким сферическим экраном. Выполнено сравнение результатов расчета интенсивности рассеянного поля, полученной с использованием предложенных методов с результатами, найденными методом Т-матриц. Показано хорошее совпадение результатов как при применении обеих методик на основе МПГУ, так и при использовании метода Т-матриц. Проведена проверка точности выполнения оптической теоремы и невязки краевого условия в случае условий Дирихле и Неймана на экране. Показано, что погрешность выполнения оптической теоремы не превосходит $3 \times 10^{-2}$ при использовании первой методики и $3 \times 10^{-3}$ в случае применения второго метода. Показано, что невязка краевого условия при применении второй методики имеет малые значения на большей части осевого сечения экрана. Таким образом, можно сделать вывод о том, что вторая методика дает более точные результаты. Построены и исследованы угловые зависимости интенсивности рассеянного поля для различных углов раскрыва отражающего экрана. Показано существенное различие между поведениями угловых зависимостей интенсивности в случае абсолютно мягкого и абсолютно жесткого экранов. Установлено, что для выбранных параметров задачи максимальный уровень обратного рассеяния достигается при $\theta_J = 45°$.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 18-02-00961, 19-02-00654).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ


1. *Zhang J., Grzybowski B.A., Granick S.* Janus particle synthesis, assembly, and application // Langmuir. 2017. V. 33. № 28. P. 6964–6977.
2. *Lattuada M., Hatton T.A.* Synthesis, properties and applications of Janus nanoparticles // Nano Today. 2011. V. 6. № 3. P. 286–308.
3. *Kim D., Avital E.J., Miloh T.* Sound scattering and its reduction by a Janus sphere type // Advances in Acoustics and Vibration. 2014. V. 2014. Article ID 392138.
4. *Gillman A.* An integral equation technique for scattering problems with mixed boundary conditions // Advances Comput. Math. 2017. V. 43. P. 351–364.
5. *Шестопалов В.П.* Сумматорные уравнения в теории дифракции. Киев: Наук. думка, 1983.
6. *Hawkins S.C., Rother T., Wauer J.* A numerical study of acoustic scattering by Janus spheres // J. Acoust. Soc. Am. 2020. V. 147. № 6. P. 4097–4105.
7. *Rother T.* Sound Scattering on Spherical Objects. Heidelberg: Springer, 2020.
8. *Кюркчан А.Г., Анютин А.П.* Метод продолженных граничных условий и вейвлеты // Докл. Росс. Акад. наук. 2002. Т. 385. № 3. С. 309–313.
9. *Кюркчан А.Г., Смирнова Н.И.* Математическое моделирование в теории дифракции с использованием априорной информации об аналитических свойствах решения. М.: Медиа Паблишер, 2014.
10. *Кюркчан А.Г., Маненков С.А.* Гибридный подход к решению задачи дифракции на плоских экранах // Акуст. журн. 2015. Т. 61. № 3. С. 302–310.
11. *Кюркчан А.Г., Маненков С.А.* Решение задачи дифракции на плоском экране, расположенном в плоскослоистой среде, с помощью метода продолженных граничных условий // Радиотехника и электроника. 2020. Т. 65. № 7. С. 644–652.
12. *Gerolymatos P.G., Manenkov A.B., Tigelis I.G., Amditis A.J.* Metal iris influence on guided-mode diffraction // J. Opt. Soc. Am. 2006. V. 23. № 6. P. 1333–1339.
13. *Маненков С.А.* Применение различных базисов при решении задачи дифракции на незамкнутых экранах // Радиотехника и электроника. 2014. Т. 59. № 3. С. 246–252.
14. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами // Под ред. Абрамовица М. и Стиган И.М. М.: Наука, 1979. 832 с.
15. *Маненков С.А.* Задача дифракции электромагнитного поля на неоднородном теле с осевой симметрией // Радиотехника и электроника. 2018. Т. 63. № 1. С. 3–13.
16. *Шендеров Е.Л.* Излучение и рассеяние звука. Л.: Судостроение, 1989.
17. *Маненков С.А.* Новая версия модифицированного метода дискретных источников применительно к задаче дифракции на теле вращения // Акуст. журн. 2014. Т. 60. № 2. С. 129–136.

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2021, том 67, № 2, с. 138–144

## ФИЗИЧЕСКАЯ АКУСТИКА

УДК 534.2,535.42

# АКУСТООПТИЧЕСКИЙ ПОЛЯРИЗАЦИОННО-НЕЧУВСТВИТЕЛЬНЫЙ ДВУХКООРДИНАТНЫЙ ДЕФЛЕКТОР

© 2021 г. С. Н. Антонов[a], *, Ю. Г. Резвов[b], **

[a]Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, пл. Введенского 1, Фрязино, Московской обл., 141190 Россия

[b]Новомосковский институт Российского химико-технологического университета им. Д.И. Менделеева, ул. Дружбы 8, Новомосковск, Тульской обл., 301665 Россия

*e-mail: olga-ant@yandex.ru

**e-mail: rezvovyug@mail.ru

Поступила в редакцию 24.07.2020 г.
После доработки 14.11.2020 г.
Принята к публикации 22.12.2020 г.

Разработана новая схема поляризационно-независимого двухкоординатного акустооптического дефлектора на базе кристаллов парателлурита. Особенностью оптической схемы является использование только трех единичных кристаллов без дополнительных фазовых пластин. Создана практическая модель дефлектора для длины волны света 1.06 мкм, обеспечивающего суммарную эффективность более 80%. Устройство стало основой в переключателе неполяризованных волоконно-оптических каналов с алгоритмом переключения 1 в 25. Основные параметры: суммарные потери – от 3.8 до 5.3 дБ, развязка между каналами от -45 до –60 дБ, время переключения 7 мкс.

*Ключевые слова:* анизотропная акустооптическая дифракция, акустооптический дефлектор, пьезопреобразователь, эффективность дифракции, поляризация света, волоконная оптика, переключатель оптических каналов

**DOI:** 10.31857/S0320791921020015

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Акустооптика (АО) основана на фотоупругом эффекте, возникающем при распространении ультразвуковой волны в прозрачной среде [1–9]. Принципиальными достоинствами АО приборов являются: возможность управления интенсивным (десятки и сотни киловатт на квадратный сантиметр) лазерным излучением, малые вносимые световые потери (единицы процентов), высокое быстродействие (до десятков наносекунд), отсутствие механически перемещаемых элементов, небольшие габариты и вес.

Основным материалом современных АО приборов является монокристалл парателлурита ($TeO_2$). Кристалл обладает феноменально большой величиной АО качества – $M_2 \approx 1000 \times 10^{-18}$ с$^3$/г (дифракция на медленной сдвиговой акустической моде) [10, 11]; широким диапазоном прозрачности, от 0.35 до 5 мкм [12]; высокой лучевой стойкостью; развитой технологией производства больших однородных кристаллов со стороной до 50 мм [13]. Большая акустическая анизотропия парателлурита является причиной необычных акустических эффектов [14–19].

Принципиальным для высокоэффективной дифракции света в $TeO_2$ является необходимость строго определенной (круговой либо линейной) входной поляризации лазерного излучения. В то же время, как правило, мощные промышленные лазеры имеют неполяризованное излучение. Известны методы и схемы создания поляризационно-независимых однокоординатных дефлекторов (АОД) на $TeO_2$, основанные на использовании двух последовательно включенных дефлекторов с фазовой полуволновой пластиной между ними [20, 21]. Очевидная схема двухкоординатного дефлектора заключается в последовательном ортогональном расположении двух однокоординатных дефлекторов и, следовательно, четырех кристаллов $TeO_2$ и двух фазовых пластин. Видно, что такое решение достаточно сложно.

Настоящая работа посвящена разработке и созданию простой оптической схемы высокоэффективного поляризацинно-нечувствительного двухкоординатного АОД, состоящего только из трех кристаллов $TeO_2$, использованию дефлектора в системе оптического переключателя каналов связи.

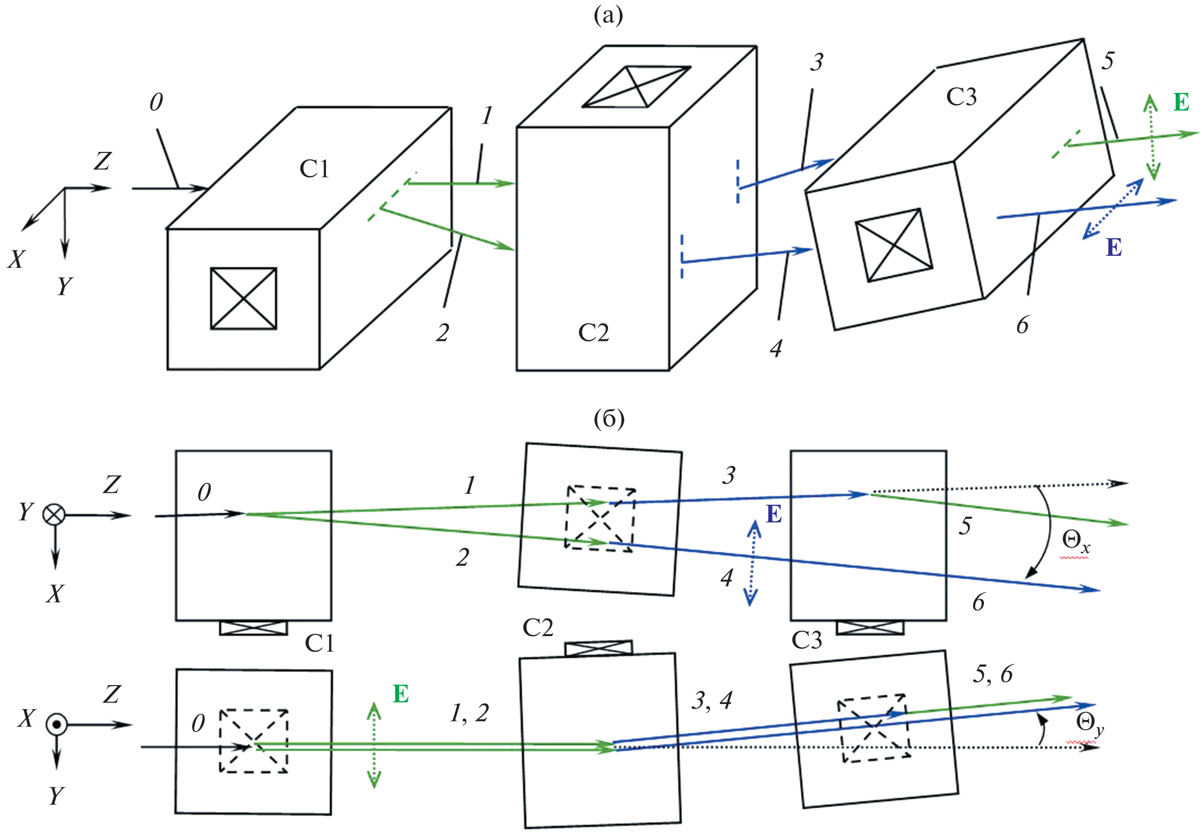


**Рис. 1.** (а) – Объемная схема дефлектора, (б) – ход лучей в ортогональных проекциях. Изображение лучей, как имеющих различное пространственное положение, – условное.

## 2. ПРИНЦИП ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ТРЕХКРИСТАЛЬНОЙ СХЕМЫ ДЕФЛЕКТОРА

В разработанной схеме используются три АО кристалла (единичные дефлекторы) без фазовых пластин. Принципиальным является то, что при АО дифракции происходит поворот плоскости поляризации света на 90° градусов. Принцип работы схематично показан на рис. 1.

Дефлектор содержит три последовательно расположенных кристалла: С1, С2 и С3. Исходный неполяризованный луч *0* направлен по оси *Z* и может быть представлен как суперпозиция двух линейно поляризованных лучей. Первый из них, поляризованный вдоль оси *Y*, не испытывает дифракции и проходит кристалл С1 без отклонения – луч *1.* Второй, с поляризацией вдоль оси *X*, претерпевает дифракцию в кристалле С1, меняет поляризацию на ортогональную (т.е. вдоль оси *Y*) и отклоняется в плоскости *XZ* на угол, пропорциональный частоте акустической волны – луч *2.* Лучи *1* и *2* одинаково поляризованы и распространяются под небольшим углом друг к другу. Оба луча падают на второй кристалл С2 под углом Брэгга, совместно отклоняются в плоскости *YZ* на одинаковый угол и меняют поляризацию на ортогональную, образуя лучи *3* и *4.* Кристалл С3 ориентирован так, что луч *4* не дифрагирует, а луч *3* испытывает брэгговскую дифракцию и меняет поляризационную моду – луч *5.* Если частоты акустических волн в кристаллах С1 и С3 одинаковы, то выходные лучи *5* и *6* параллельны друг другу.

Таким образом, исходный неполяризованный луч *0* после прохождения трехкристалльного дефлектора преобразуется в совокупность двух параллельных лучей, имеющих ортогональные поляризации, и немного сдвинутых друг относительно друга. Звуковые частоты задают угловое отклонение $\Theta_x$ и $\Theta_y$ составного выходного луча в некотором диапазоне, а управляющие напряжения определяют его мощность (вплоть до мощности входного луча).

## 3. ОСОБЕННОСТИ ТРЕХКРИСТАЛЬНОГО ДЕФЛЕКТОРА НА $TeO_2$

Основой устройства являются единичные неаксиальные АОД на основе $TeO_2$, предложенные в работе [22]. В настоящее время такие АОД широко используются, при этом новые идеи позволяют улучшить их характеристики [23–28]. Принцип дифракции иллюстрирует рис. 2. Плоскость АО взаимодействия содержит оптическую ось и

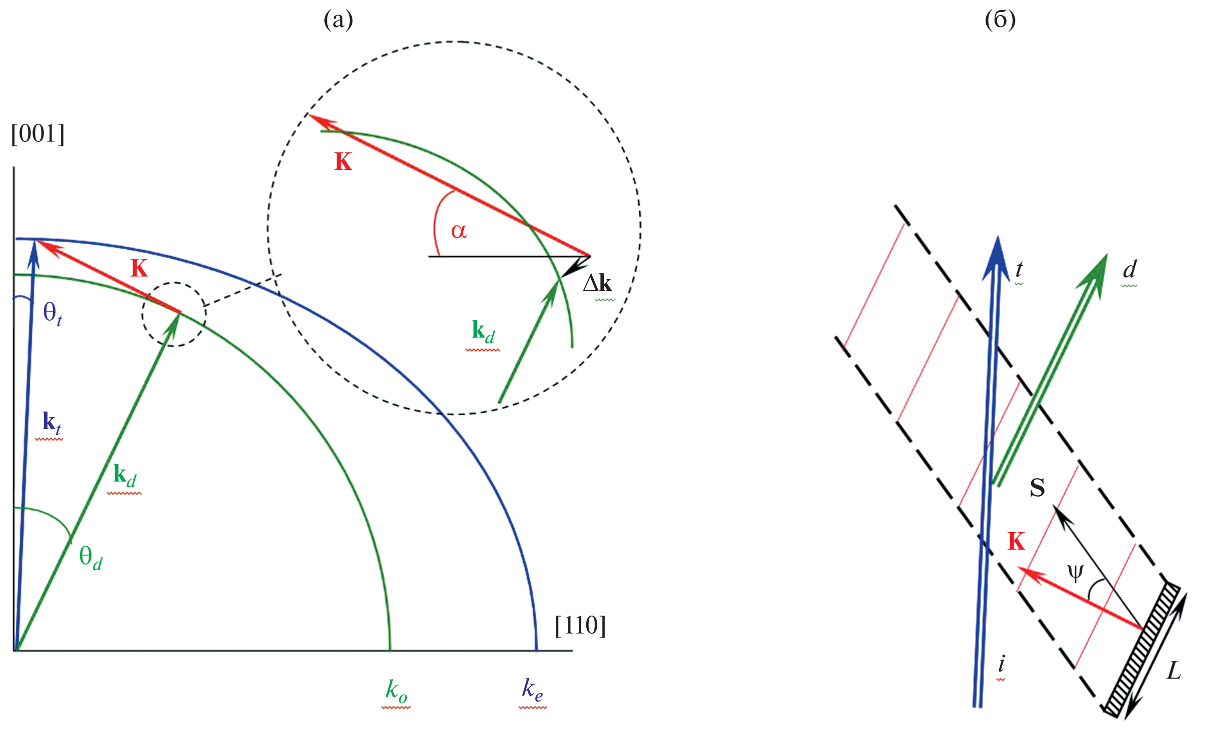


**Рис. 2.** (а) – Векторная диаграмма и (б) – геометрия АО взаимодействия.

ось [110]. Преобразователь длиной $L$ возбуждает поперечную медленную звуковую волну, волновой вектор $\mathbf{K}$ которой составляет небольшой угол $\alpha = 4°...6°$ с осью [110]. Вследствие сильной акустической анизотропии направление распространения энергии (вдоль групповой скорости $\mathbf{S}$) отклонено на угол $\psi$. Представленный вариант реализует дифракцию в $-1$ порядок, при котором волновые векторы взаимодействующих волн образуют практически прямоугольный треугольник: $\mathbf{k}_d = \mathbf{k}_t - \mathbf{K} + \Delta\mathbf{k}$. Вектор расстройки $\Delta\mathbf{k}$ направлен по нормали к возмущенному акустическому слою. Обычно геометрия является не строго касательной, и при изменении частоты звука вектор $\mathbf{K}$ пересекает волновую поверхность в двух близких точках. Это позволяет расширить диапазон сканирования за счет незначительной потери эффективности. В центре диапазона угол $\theta_d$ между оптической осью и вектором $\mathbf{k}_d$ равен углу $\alpha$.

Пусть падающее излучение (“$i$”) принадлежит к необыкновенной моде. Тогда в зависимости от акустической мощности и параметра $\Delta k L \cos\psi$ падающее излучение делится между проходящим (“$t$”) той же оптической моды и дифрагированным (“$d$”, обыкновенная мода). Изменение частоты (при необходимом уровне акустической мощности) приводит к практически полному отклонению падающего света в некотором угловом диапазоне вместе со сменой поляризационной моды.

Если входной луч неполяризован (совокупность двух ортогонально поляризованных лучей одного направления), то дифрагировать будет только один луч с “$e$”-поляризацией, образуя отклоненный и неотклоненный лучи одинаковой “$o$”-поляризации.

Существенными, в плане реализации разработанной схемы АОД, являются параметры “дефлекторной” геометрии, когда падающий свет распространяется в плоскости, отклоненной на угол $\beta$ от оптической оси – рис. 3. Волновой вектор звука не лежит в этой плоскости, но поскольку $K \ll k_{t,d}$, то дифрагированный свет распространяется практически в этой же плоскости. Рис. 4 показывает, как при этом меняются угол $\theta_t$ и частота звука $f_{s0}$, соответствующие центру диапазона дефлектора.

Расчеты проведены для экспериментальной ситуации: длина световой волны $\lambda = 1.064$ мкм, угол $\alpha = 6°$, длина преобразователя $L = 5$ мм. Для упрощения расчетов использован прием, предложенный в работе [29]. Из-за наличия оптической оси эти зависимости симметричны относительно значения $\beta = 0$. Отклонение от этого значения приводит к уменьшению угла $\theta_t$ и росту звуковой частоты. Однако в существенном для дальнейшего рассмотрения диапазоне $|\beta| < 2°$ эти изменения незначительные.

Рис. 5 иллюстрирует эффективность дифракции в пределах акустической полосы преобразо-

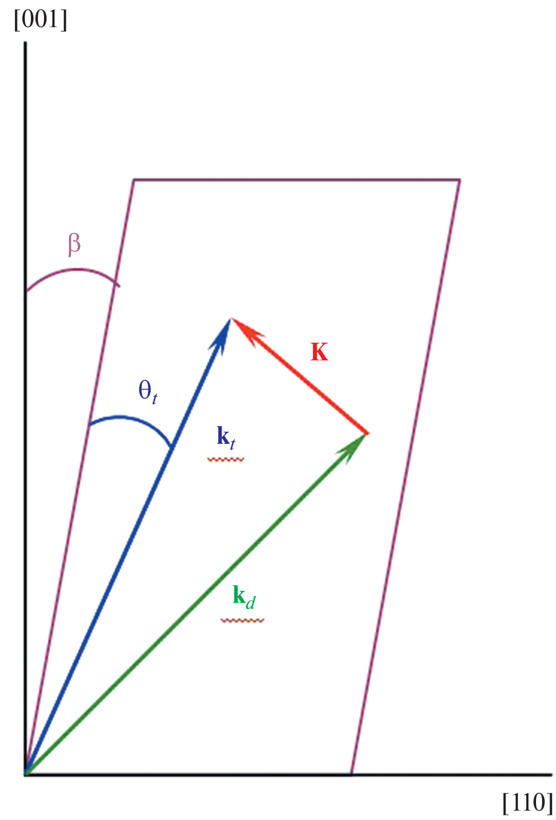


**Рис. 3.** Векторная диаграмма при отклонении плоскости АО взаимодействия от оптической оси.

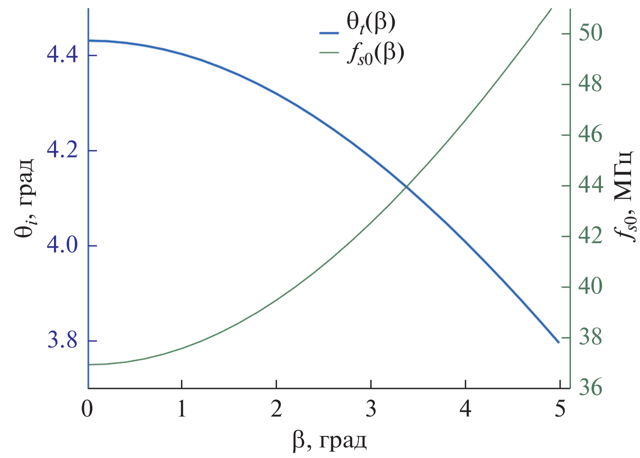


**Рис. 4.** Зависимость центральных параметров полосы пропускания при изменении плоскости АО взаимодействия.

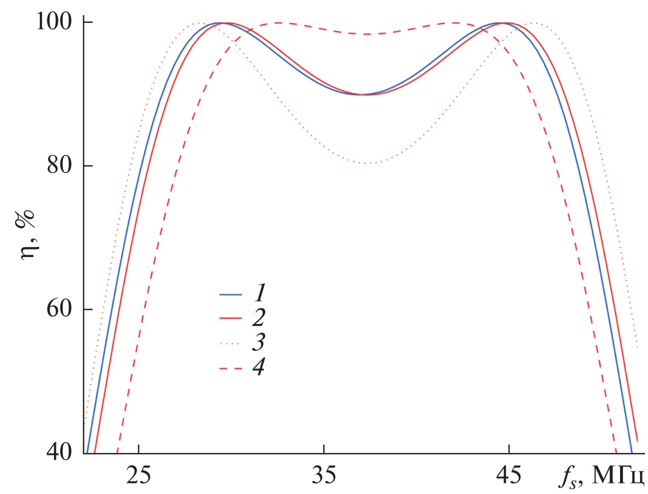


**Рис. 5.** Зависимость эффективности дифракции от частоты звука. *1* – плоскость АО-дифракции содержит оптическую ось ($\beta = 0$, $\theta_t = 4.2°$); *2–4* дифракция в плоскости, образующей угол β с оптической осью ($\theta_t = 4.4°$, $\beta = 0.78°$ (*2*), 0.50° (*3*), 1.10° (*4*)).

вателя. При этом угол отклонения света пропорционален звуковой частоте. Линия *1* соответствует геометрии взаимодействия в плоскости, содержащей оптическую ось. Параметры подобраны таким образом, что в центре диапазона эффективность дифракции составляет $\eta = 90\%$. Близкая линия *2* отражает аналогичную зависимость, но в плоскости, отклоненной на небольшой фиксированный угол β. Линии *3–4* отражают изменение функции пропускания при небольшом изменении угла β вблизи центрального значения 0.78° и фиксированном угле $\theta_t$. Важно, что в этом случае наблюдается асимметрия: при уменьшении угла β эффективность в центре диапазона уменьшается (линия *3*), при увеличении растет (линия *4*, диапазон при этом сужается).

Эти особенности определяют эффективность трехкристалльного дефлектора (см. рис.1). Падающий неполяризованный луч *0* мощностью $W_0$ можно представить как совокупность двух совпадающих лучей с ортогональными поляризациями, каждый мощностью $W_0/2$. Только один из них (*X*-поляризация) способен дифрагировать, так как является необыкновенным в кристалле C1. Пусть $\eta_1$ – эффективность дифракции в первом кристалле, при этом линия *1* на рис. 5 дает частотную зависимость эффективности. Тогда мощность луча *2* дает выражение $W_2 = \eta_1 W_0/2$. Вследствие этого луч *2* несет не только половину мощности луча *0* (*Y*-поляризация), но и небольшую неиспользованную при дифракции долю луча ортогональной поляризации: $W_1 = (1 + \eta_1)W_0/2$.

Лучи *1* и *2* направляют на кристалл C2, повернутый относительно кристалла C1 на угол, близкий к 90°. Оба луча, за исключением небольшой доли в луче *1*, поляризованы одинаково, в кристалле C2 являются необыкновенными и способны дифрагировать. Кристалл также повернут на небольшой угол в плоскости *XZ* таким образом, что оба луча падают не в плоскости, содержащей оптическую ось. Очевидно, что для луча *1* угол $\beta_1$ фиксирован, а угол $\beta_2$ сканирует некоторый интервал в зависимости от частоты звука в кристалле С1. Кристалл С2 ориентирован так, что для лучей *1* и *2*, образующихся при подаче центральной частоты в кристалле С1, выполняется условие $\beta_1 = -\beta_2$. Иначе говоря, лучи *1* и *2* во втором кристалле распространяются почти симметрично относительно плоскости, содержащей оптическую ось.

Дифрагируя, оба этих луча синхронно отклоняются и меняют свои поляризации, превращаясь в лучи *3* и *4* (на рис. 1 не показано, что небольшая часть лучей *1* и *2*, не испытавшая дифракции, не меняет направления распространения). Эффективность дифракции луча *1* передает линия *2* на рис. 5, а для луча *2* эффективность зависит также от частоты в кристалле С1 и поэтому ее поведение меняется в диапазоне между линиями *3* и *4* на рис. 5. С учетом доли луча *2*, неспособной к дифракции, а также зависимости эффективности дифракции $\eta_2(\beta)$ во втором кристалле, мощности лучей *3* и *4* удовлетворяют соотношениям: $W_3 = \eta_2(\beta_1)W_0/2$, $W_4 = \eta_1\eta_2(\beta_2)W_0/2$.

Эти одинаково поляризованные лучи направляют в кристалл С3, ориентированный так, что плоскость АО взаимодействия содержит оптическую ось, но только луч *3* падает на акустическую волну под углом Брэгга. Поэтому он дифрагирует (теперь это луч *5*), отклоняясь в сторону луча *4*, который проходит кристалл без дифракции (луч *6*). Если частоты сигналов, подаваемых на кристаллы С1 и С3, одинаковы, то лучи *5* и *6* параллельны. Их мощности имеют вид: $W_5 = \eta_3 W_3$, $W_6 = W_4$, где $\eta_3$ – эффективность дифракции в этом кристалле.

Если после рассмотренной схемы установлена линза, то эти лучи будут сфокусированы в одно пятно с той же поляризацией, что и исходный луч. Положением пятна в фокальной плоскости линзы можно управлять, меняя частоты сигналов, подаваемых на кристаллы. Лучи можно пространственно совместить и без использования линзы, выбрав частоты сигналов, подаваемых на кристаллы С1 и С3 с такой разницей, чтобы угол между лучами обеспечил их пересечение на заданном расстоянии.

Рис. 6 демонстрирует расчетную эффективность рассмотренной схемы двухкоординатного отклонения (в воздухе). Центру картины соответствуют центральные частоты всех трех дефлекторов. Существенно, что эффективность сканирования не обладает симметрией по углу $\delta\Theta_x$, что объясняется рассмотренными особенностями взаимодействия в кристалле С2. По нанесенным уровням эффективности видно, что с эффективностью не менее 80% диапазон сканирования со-

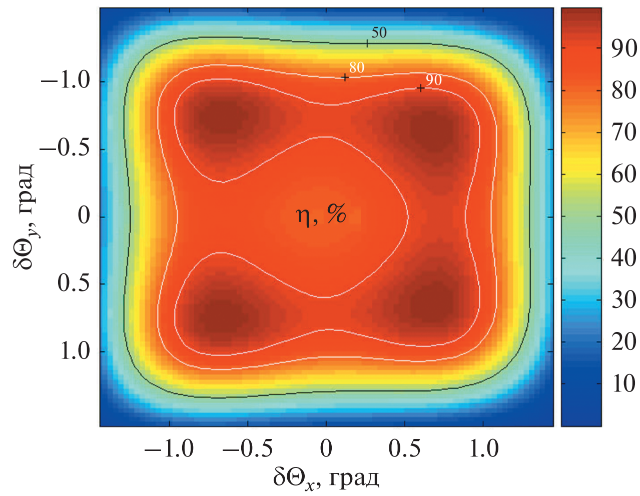


**Рис. 6.** Эффективность двухкоординатного сканирования в воздухе.

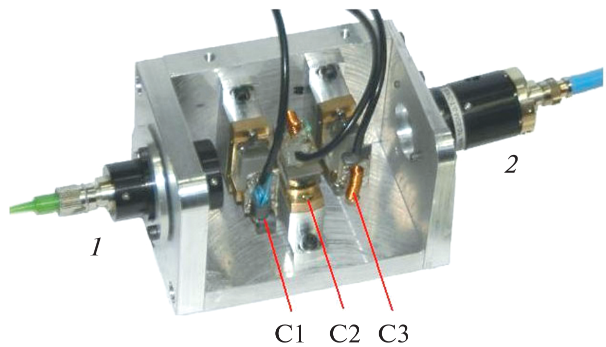


**Рис. 7.** Внешний вид изготовленного дефлектора. С1, С2 и С3 – единичные дефлекторы на $TeO_2$, *1* – входной коллиматор, *2* – выходной, габариты устройства: 100 × 65 × 65 мм.

ставляет ±1° по каждому измерению относительно центра картины.

## 4. ПРАКТИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ДЕФЛЕКТОРА

Конструкция трехкристального дефлектора – переключателя волоконных каналов [30] показана на рис. 7. Использовались три идентичных дефлектора с параметрами: $\alpha = 6°$, пьезопреобразователь из $LiNbO_3$ имел размеры: $L = 5$ мм (длина взаимодействия), $H = 6$ мм (высота). Акустическая полоса преобразователя: 20–50 МГц, длина волны света 1.06 мкм. Дефлектор сопряжен с разъемами типа FC-PC. Вход – одно волокно, выход квадратная матрица, содержащая 25 световодов (5 × 5) и вмонтированная в один разъем. Устройство в сборе с волоконными световодами представлено на рис. 8.

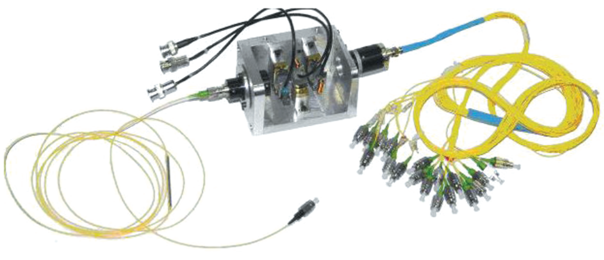

**Рис. 8.** Внешний вид переключателя волоконных каналов.

Измерения основных параметров дефлектора показали:

– суммарные потери света от 3.8 до 5.3 дБ;

– развязка между каналами от –45 до –60 дБ;

– время переключения 7 мкс;

– при изменении поляризации входного излучения в диапазоне 90° коэффициент передачи световой мощности изменяется от 100 до 92%.

Число каналов может быть увеличено при более плотной упаковке световодов, но при этом ухудшается развязка между каналами. Например, при использовании матрицы 10 × 10 (всего 100 световодов) развязка составит около –30 дБ.

Известно, что для увеличения числа разрешимых угловых положений необходимо уменьшать расходимость света на входе дефлектора. В частности, разрешение каждого из использованных единичных дефлекторов (при расширении пучка света) может достигать порядка 200 значений. При этом увеличение ширины пучка ухудшает быстродействие. Таким образом, с учетом ограничений по времени переключения рассмотренная схема может обеспечить несколько десятков тысяч разрешимых положений.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Предложена новая схема высокоэффективного поляризационно-независимого двухкоординатного АО дефлектора. Дефлектор состоит только из трех оптических элементов – единичных АО кристаллов. Изучены и рассчитаны основные характеристики дефлектора на базе кристалла парателлурита. Установлено, что для длины волны света 1.06 мкм в диапазоне акустических частот 25–45 МГц дефлектор обеспечивает двухкоординатное сканирование не менее 1° с эффективностью более 80%.

2. Создана практическая модель дефлектора – переключателя волоконных каналов, объединенного с одномодовыми волоконными световодами – одним на входе и матрицей 5 × 5 на выходе, с паразитной засветкой соседних каналов не хуже 45 дБ.

Работа выполнена за счет бюджетного финансирования в рамках государственного задания по теме 0030-2019-0014.

Авторы благодарят Благотворительный Фонд Андрея Мельниченко (The Andrey Melnichenko Foundation) за помощь при проведении данного исследования.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Магдич Л.Н., Молчанов В.Я.* Акустооптические устройства и их применение. М.: Сов. радио, 1978.
2. *Sapriel J.* Acousto-Optics. N.Y.: Wiley, 1979.
3. *Балакший В.И., Парыгин В.Н., Чирков Л.Е.* Физические основы акустооптики. М.: Радио и связь, 1985.
4. *Корпел А.* Акустооптика. М.: Мир, 1993.
5. *Xu J., Stroud R.* Acousto-optic devices. N.Y.: Wiley, 1992.
6. Design and fabrication of acousto-optic devices / Ed. Goutzoulis A.P. and Pape D.R. N.Y.: Marcel Dekker, 1988.
7. *Задорин А.С.* Динамика акустооптического взаимодействия. Томск: Томский гос. ун-т, 2004.
8. *Гуляев Ю.В., Казарян М.А., Мокрушин Ю.М., Шакин О.В.* Акустооптические лазерные системы формирования телевизионных изображений. Москва: Физматлит, 2016.
9. *Молчанов В.Я., Китаев Ю.И., Колесников А.И., Нарвер В.Н., Розенштейн А.З., Солодовников Н.П., Шаповаленко К.Г.* Теория и практика современной акустооптики. М.: МИСиС, 2015.
10. *Uchida N., Ohmachi Y.* Elastic and photoelastic properties of $TeO_2$ single crystal // J. Appl. Phys. 1969. V. 40. № 12. P. 4692–4695. https://doi.org/10.1063/1.1657275
11. *Yano T., Watanabe A.* Acousto-optic figure of merit of $TeO_2$ for circularly polarized light // J. Appl. Phys. 1974. V. 45. № 3. P. 1243–1245. https://doi.org/10.1063/1.1663396
12. *Uchida N.* Optical Properties of Single-Crystal Paratellurite ($TeO_2$) // Phys. Rev. B. 1971. V. 4. № 10. P. 3736–3745. https://doi.org/10.1103/PhysRevB.4.3736
13. *Yaoqing Chu, Yaogang Li, Zengwei Ge, Guoqing Wu, Hongzhi Wang.* Growth of the high quality and large size paratellurite single crystals // J. Crystal Growth. 2006. V. 295. № 2. pp. 158–161. https://doi.org/10.1016/j.jcrysgro.2006.08.009
14. *Антонов С.Н., Кузнецова Е.В., Миргородский В.И., Проклов В.В.* Акустооптические исследования распространения медленной акустической волны в $TeO_2$ // Акуст. журн. 1982. Т. 28. № 4. С. 433–437.
15. *Волошинов В.Б., Поликарпова Н.В., Можаев В.Г.* Близкое к обратному отражение объемных акустических волн при скользящем падении в кристалле парателлурита // Акуст. журн. 2006. Т. 52. № 3. С. 297–305.
16. *Дьяконов Е.А., Волошинов В.Б., Поликарпова Н.В.* Акустооптическое исследование необычных случаев отражения объемных упругих волн в кристал-

ле парателлурита // Акуст. журн. 2012. Т. 58. № 1. С. 121–131.

17. *Балакший В.И., Манцевич С.Н.* Распространение акустических пучков в кристалле парателлурита // Акуст. журн. 2012. Т. 58. № 5. С. 600–609.
18. *Балакший В.И., Ермаков А.А., Манцевич С.Н.* Акустические лучевые спектры в кристалле парателлурита // Физические основы приборостроения. 2013. Т. 2. № 2 (7). С. 70–81.
19. *Поликарпова Н.В., Волошинов В.Б., Иванова П.А.* Отражение плоских акустических волн при наклонном падении на грань кристалла диоксида теллура // Акуст. журн. 2019. Т. 65. № 6. С. 740–750.
20. *Антонов С.Н.* Акустооптические устройства управления неполяризованным светом и модуляторы поляризации на основе кристалла парателлурита // Журн. техн. физ. 2004. Т. 74. № 10. С. 84–89.
21. *Антонов С.Н.* Акустооптический дефлектор неполяризованного лазерного излучения // Журн. техн. физ. 2016. Т. 86. № 1. С. 136–139.
22. *Yano T., Kawabuchi M., Fukumoto A., Watanabe A.* $TeO_2$ anisotropic Bragg light deflector without midband degeneracy // Appl. Phys. Lett. 1975. V. 26. № 12. P. 689–691. https://doi.org/10.1063/1.88037
23. *Антонов С.Н.* Акустооптический дефлектор – новый метод повышения эффективности и широкополосности // Журн. техн. физ. 2016. Т. 86. № 10. С. 155–158.
24. *Антонов С.Н.* Акустооптический дефлектор на кристалле парателлурита с использованием широкополосного клеевого акустического контакта // Акуст. журн. 2017. Т. 63. № 4. С. 364–370. https://doi.org/10.7868/S0320791917030017
25. *Антонов С.Н.* Акустооптический дефлектор с высокой дифракционной эффективностью и широким угловым диапазоном сканирования // Акуст. журн. 2018. Т. 64. № 4. С. 432–436. https://doi.org/10.1134/S0320791918040019
26. *Антонов С.Н.* Акустооптические дефлекторы на кристалле парателлурита. Методы увеличения эффективности и расширения угла сканирования // Приборы и техника эксперимента. 2019. № 3. С. 89–95. https://doi.org/10.1134/S0032816219020174
27. *Антонов С.Н.* Акустооптический дефлектор с отводом тепла от пьезопреобразователя при акустической изоляции теплоотвода // Акуст. журн. 2019. Т. 65. № 5. С. 588–595. https://doi.org/10.1134/S0320791919050034
28. *Антонов С.Н.* Базовая технология широкополосной высокоэффективной акустооптической ячейки (дефлектора) на кристалле парателлурита // Приборы и техника эксперимента. 2019. № 6. С. 82–89. https://doi.org/10.1134/S0032816219060016
29. *Проклов В.В., Резвов Ю.Г., Подольский В.А., Сивкова О.Д.* Инвариантность функции пропускания акустооптического устройства при изменении угла сноса акустического пучка // Акуст. журн. 2019. Т. 65. № 4. С. 484–489.
30. *Antonov S., Vainer A., Proklov V., Rezvov Yu.* Switch multiplexer of fiber-optic channels Based on multibeam acousto-optic diffraction // Applied Optics. 2009. V. 48. № 7. P. C171–C181. https://doi.org/10.1364/AO.48.00C171

*АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2021, том 67, № 2, с. 145–153*

## АКУСТИКА СТРУКТУРНО НЕОДНОРОДНЫХ ТВЕРДЫХ СРЕД. ГЕОЛОГИЧЕСКАЯ АКУСТИКА

*УДК 534.18*

# ЭКСПЕРИМЕНТЫ С ВИБРАЦИОННЫМ ПЕРЕМЕЩЕНИЕМ ОБЪЕМНО-ЛОКАЛИЗОВАННЫХ КЛАСТЕРОВ СЫПУЧЕЙ СРЕДЫ: НОВЫЕ ЭФФЕКТЫ

**© 2021 г. Ю. Н. Маков[a, b], ***

[a]*Физический факультет Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова, ГСП-1, Ленинские горы 1, стр. 2, Москва, 119991 Россия*

[b]*Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН, ГСП-1, ул. Вавилова 38, Москва, 119991 Россия*

**e-mail: yuri_makov@mail.ru*

Поступила в редакцию 20.10.2020 г.
После доработки 20.10.2020 г.
Принята к публикации 22.12.2020 г.

Экспериментально определены условия формирования характерных объемно-локализованных кластеров (в виде конусообразной насыпной горки и квазиплоской структуры в виде “лужи”), образованных сыпучими/гранулированными средами. Эти кластеры устойчивы к динамическим (вибрационным) воздействиям в определенных интервалах динамических параметров, что относит их к примерам проявления “твердотельных” свойств гранулированных сред. Эта аналогия с твердотельным агрегатным состоянием усиливается демонстрацией возможности виброперемещения указанных типов кластеров из сыпучих/гранулированных материалов с сохранением пространственной формы и объема, хотя выявленные механизмы перемещения различны для каждого из двух рассмотренных типов кластеров.

*Ключевые слова:* сыпучие/гранулированные среды, объемно-локализованные кластеры, конусообразная горка, квазиплоский кластер в виде песчаной “лужи", вибрационное перемещение

**DOI:** 10.31857/S0320791921020039

Каждый раз при обращении к проблемам, связанным с гранулированными (сыпучими) средами, невольно фиксируется следующая особенность восприятия этого объекта: в массовом сознании он представляется “заурядным, непримечательным” из-за повсеместной распространенности гранулированных сред в качестве природообразующих материалов и из-за привычного и широкого их использования во все времена для строительных нужд. В противовес этому, в науке такие среды являются объектами пристального внимания и интенсивного изучения с непрекращающимся выявлением новых проблем и новых эффектов. Следует также отметить появление “рукотворных” гранулированных сред (объектов) для использования в различных прикладных целях (достаточно вспомнить огромную индустрию по производству лекарств в виде таблеток и капсул).

Всю историю регулярных научных исследований гранулированных сред условно можно разделить на два последовательных этапа: до 1980-х годов в основе почти всех исследовательских работ относительно этих объектов лежали практические применения и запросы прикладного характера (см., например, [1, 2]). Даже сформировавшаяся к тому времени новая научная область под названием “Вибрационная механика” в части оперирования с сыпучими средами рассматривала в основном задачи прикладного характера (анализ действия вибротранспортеров, устройств и процессов вибробункеризации, виброразмельчения и виброобработки мелких объектов-гранул и др.) [3]. Начиная с указанной выше временной границы гранулированные среды (прежде всего, их динамика) становятся объектом многочисленных фундаментальных исследований в физике, акустике, механике, математике и др. Эту разницу в переходе от прикладных задач к фундаментальным проблемам можно “ощутить” хотя бы по одному из многочисленных фактов: например, в этом “новом” временном периоде большое количество исследований и публикаций посвящено изучению пространственных структур (паттернов) и их сменяемости на поверхности и в толще исследуемого объема гранулированной среды при различных динамических условиях, в т.ч. при вибровоздействиях [4–6], что явно не является прямым “выходом в практику”, а скорее соотносится с теорией самоорганизующихся структур. В заключение вводной части отметим, что обозначенный выше временной рубеж “приобщения” проблематики гранулированных сред к фундаментальной науке также отмечен тем, что авторитетнейший физический журнал “Physical Review, ser. E” в явном виде обозначил и зафиксировал эту область науки в качестве постоянного специального тематического раздела своего содержания.

Предмет исследования и основная цель данной работы определялись одной из отличительных и наглядно демонстрируемых особенностей гранулированных/сыпучих сред: присущей им способностью проявлять свойства различных агрегатных состояний в разных условиях (процессах) и при разных способах и величинах подводимой энергии [7]. Наше внимание было обращено на аналогию с твердотельным агрегатным состоянием. Эта аналогия традиционно определяется тем, что насыпаемая в некоторую емкость (или даже на некоторую плоскость без боковых стенок) гранулированная/сыпучая среда “не растекается” по всей площади дна емкости (или по всей плоскости), а формирует ограниченную по площади основания характерную объемно-локализованную известную структуру (кластер) – конусообразную горку (холм), которая является традиционным объектом экспериментальных и теоретических исследований [8, 9]. В данной работе рассматриваются две новые дополнительные проблемы, естественным образом расширяющие и дополняющие представление о твердоподобном состоянии определенных структур, образованных гранулированными/сыпучими средами: а) определение возможности и условий формирования других (отличных от конусообразной горки) квазитвердотельных объемных гранулированных (сыпучих) структур, б) исследование очевидного и остающегося без должного внимания необходимого свойства “твердотельности” гранулированных структур – их способности к перемещению “как целого” по основанию при создании соответствующих условий, например, при отклонении от горизонтали вибрирующей плоскости, на которой расположена рассматриваемая структура (такое же поведение характерно и для реального твердотельного образца). Сюда же добавляется нетривиальный вопрос о механизмах виброперемещения различных квазитвердотельных структур. В связи с поставленными задачами следует подчеркнуть, что в большинстве исследований по гранулированным средам других авторов задачи, аналогичные нашим, не могли быть поставлены в силу объективных причин, а, именно, эти исследования имели дело с “неизолированными” по площади структурами в виде простейшего слоя гранулированного материала, занимающего всю площадь дна экспериментального сосуда. Для наглядности на рис. 1а показан часто используемый для исследования по вибровоздействию объект в виде слоя гранулированного материала, а на рис. 1б – объект наших исследований (в т.ч., по виброперемещению), являющийся плоским, изолированным от боковых стенок песчаным кластером, проведение экспериментов с которым мы не встречали ни разу.

В нашей работе существенную роль играют вибровоздействия на гранулированные структуры, что соединяет теорию собственно гранулированных сред с теорией вибрации и вибровоздействия на различные среды [10, 11].

Переходя к описанию исследований, представим составные элементы проведенных экспериментов (с некоторыми новыми подходами в методике их проведения). В качестве основного объекта исследований использовался просеянный сухой строительный песок с характерным линейным размером частиц, не превышающим 0.25 мм, причем 90% песчинок имели размер, лежащий в пределах 0.1–0.2 мм. Все эксперименты проводились с небольшими порциями песка, помещенными на квадратную плексигласовую площадку со стороной 150 мм, которая являлась дном плексигласового сосуда (емкости) в виде параллелепипеда. Заметим, что наличие емкости, а конкретнее, ее боковых стенок, не являясь принципиально необходимым условием для данных экспериментов, создает лишь дополнительное удобство, препятствуя бесконтрольному “распылению” песка при вибровоздействиях. Указанная плексигласовая емкость жестко присоединялась к подвижному вибростолу марки ПВКУ-1 (переносное виброкалибровочное устройство). Ускорения и смещения вибростола с данной емкостью (нормальные к его поверхности) фиксировались закрепленным на вибростоле виброметром типа 2511 фирмы “Брюль и Къер”.

Разработанный нами и впервые представленный в публикации [12] новый методический подход к проведению исследований заключался в том, что малогабаритность вибростенда и его небольшой вес, не превышавший 3.5 кг, позволяли проводить эксперименты при контролируемом удержании всей конструкции в руках, осуществляя требуемые изменения наклона плоскости стола с находящейся на нем порцией песка, что, в свою очередь, позволяло с высокой чувствительностью “улавливать” нужные эффекты. Все вышесказанное (конструкция установки, ее действие в “ручном режиме”) продемонстрировано на рис. 2.

Следует отметить, что изучение многочисленных работ по вибровоздействиям на сыпучие/гранулированные среды показало отсутствие предшественников как по сути экспериментов, так и по методике их проведения. Во всех существующих работах представлены результаты либо по перемещению гранулированной среды в виде непрерывного течения, либо по структурно-динамическим изменениям (движениям) в среде, целиком покрывающей дно используемой емкости (контейнера) со значительным влиянием на процессы боковых стенок.

Разработка и применение упомянутой выше методики с использованием вибростенда, нахо-


**Рис. 1.** (а) – Традиционная для исследований система – слой гранулированного материала в вибрирующем сосуде; (б) – **новый** объект для исследований – **плоский кластер,** объемно-локализованная, изолированная от боковых стенок гранулированная (сыпучая) структура.

дящегося и удерживаемого в руках (см. рис. 2) с целью оперативного изменения его ориентации во время эксперимента для "поимки" условий (режимов) проявления нужных эффектов, привело к необходимости построения и анализа модели взаимосвязанной системы "вибрирующий объект (электродинамический вибростенд) – удерживающие руки". Руки в этой системе обеспечивали с помощью обратной связи со стороны центральной нервной системы стабилизирующую и корректирующую функции по отношению к "отдаче" и "уводу" корпуса работающего в удерживающих руках вибростенда. Поскольку эта "робототехническая часть" исследований не соотносится напрямую с излагаемым материалом, здесь приведены лишь данные (рис. 3) по частотным зависимостям ускорения и смещения подвижного стола вибростенда при его работе в двух режимах: 1) в стандартном режиме вертикально стоящего на жестком основании работающего вибростенда, 2) в режиме работы вибростенда при его удержании в руках.

Полученные и приведенные на рис. 3 зависимости давали "ориентиры" в определении подходящих значений ускорения $a$ и смещения $l$ (или амплитуды смещения $A$) вибростола для получения нужных эффектов вибровоздействия.

Представление результатов экспериментальных исследований начнем с найденных особенностей передвижения по наклонной плоскости квазиплоского песчаного кластера (песчаной "лужи") – ограниченного по площади сравнительно тонкого (~1.5–2 мм толщиной в центральной части) слоя сухого песка (см. рис. 1б). В отличие от конической горки, кластер этого вида (несмотря на его структурную простоту) встречается значительно реже. На рис. 4 показан пример подобного кластера природного происхождения.

Для проведенных экспериментов такой кластер из песка формировался нами на дне вибрирующей и отклоняемой от вертикали емкости (см. рис. 1, 5, 6), что требовало определенных усилий, поскольку готовый кластер такого типа должен быть структурно устойчивым при вибровоздействиях (хотя бы с определенными параметрами). Напомним, что при воздействии вибрации на слой (в нашем случае, на локализованный относительно боковых стенок слой) гранулированного/сы-

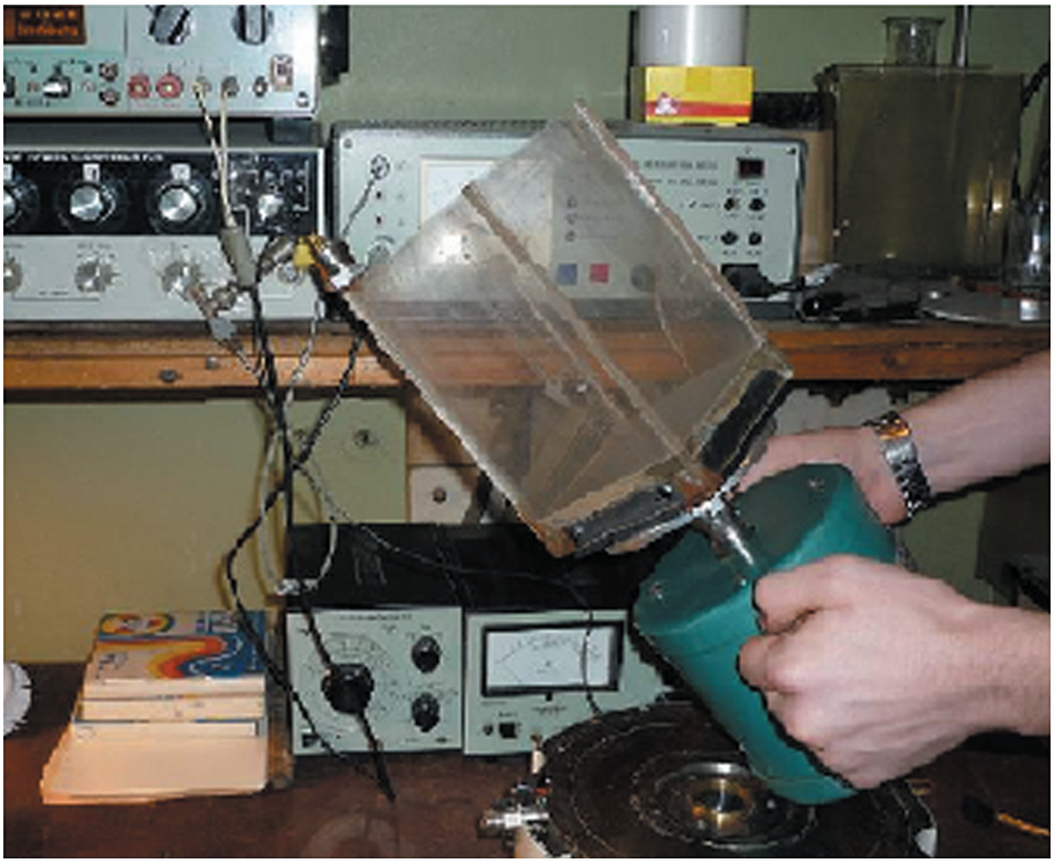

**Рис. 2.** Удерживаемый в руках вибростенд с прикрепленной емкостью из плексигласа, на дне которой наблюдались виброперемещения песчаных кластеров.

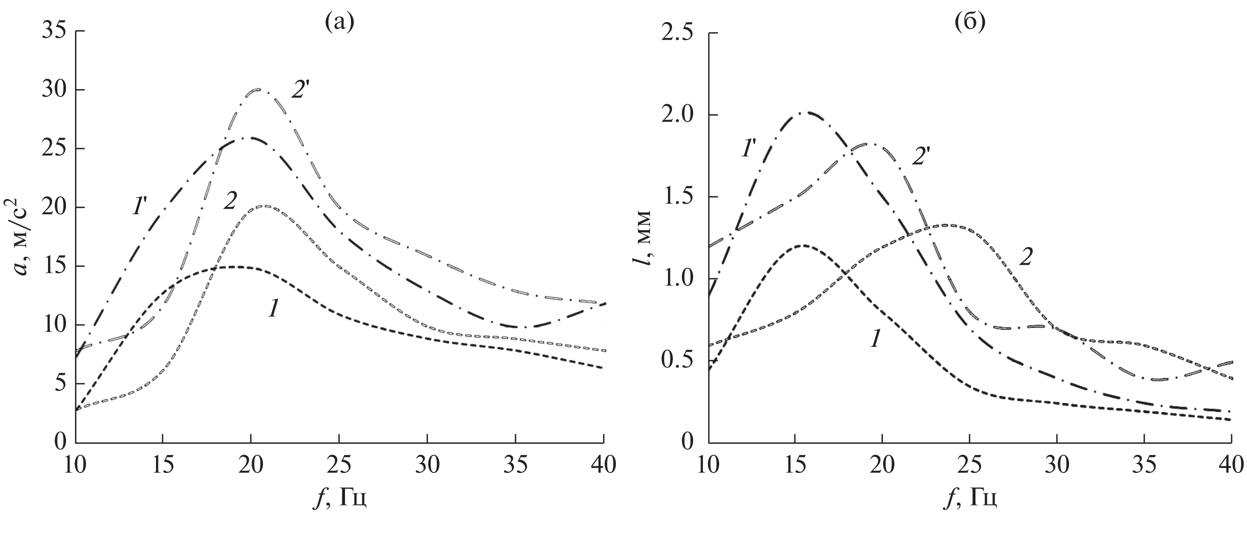


**Рис. 3.** Частотные (в интервале экспериментальных частот) зависимости (а) – ускорения $a$ и (б) – смещения $l$ стола вибратора. Зависимости *1* и *1'* для стандартного вертикального положения вибратора на стационарном основании; зависимости *2* и *2'* для вибратора в руках. Номерами без штриха и со штрихом обозначены зависимости для двух уровней питающего вибратор напряжения.

пучего материала в общем случае проявляются два фактора, “разрушающие” исходную форму квазиплоского кластера:

1) фарадеевский механизм образования конусообразных холмов (горок) на поверхности вибрирующего слоя гранулированного/сыпучего ма-

**Рис. 4.** Пример гранулированного квазиплоского кластера природного происхождения.

териала [13, 14], показывающий, что любые “затравочные” неровности на поверхности слоя стимулируют процесс образования фарадеевских холмов. Это определяло процесс формирования квазиплоских кластеров, состоявший из аккуратного равномерного рассыпания песка достаточно тонким слоем на некотором ограниченном участке дна емкости с последующим выравниванием поверхности песочного “пятна” мягкой кисточкой;

2) при превышении безразмерным виброускорением $\Gamma = A\omega^2/g$ ($A$ – амплитуда смещения вибрирующего с ускорением $a$ вибростола, $\omega$ – круговая частота вибрации, $g$ – ускорение свободного падения) единичного порогового значения начинается процесс флюидизации вибрирующего гранулированного/сыпучего кластера, что также разрушает форму кластера.

Наибольший интерес представляют перемещения квазиплоского кластера по вибрирующему основанию (дну емкости) с наименьшим влиянием указанных двух “разрушающих” этот кластер факторов. Поэтому экспериментально (с привлечением теоретических соотношений) была найдена область значений параметров $A$ и $f$ (см. рис. 5, затемненная область), обеспечивающих наиболее сохраняемый по форме режим виброперемещения данного кластера.

После характеристики различных особенностей, касающихся хотя и простого по форме и строению, но нового для исследования квазиплоского кластера, представим результаты по его “способности” к передвижению как целого по наклонной плоскости. При этом интересно и полезно “провести параллель” между поведением этого кластера на стационарной и вибрирующей наклонной плоскости.

1. Квазиплоский, ограниченный по площади песчаный кластер на наклонной стационарной (без вибрации) плоскости, угол наклона которой постепенно увеличивается (см. рис. 6).

При обозначенных в этом подразделе условиях эксперимент показал, что микроструктурные характеристики дна емкости и отдельных гранул используемого сыпучего материала (сухой песок) обеспечивали достаточно сильное общее “сцепление” основания кластера и дна емкости, так что изменение наклона этой системы в достаточно широких пределах (от 0 до $\varphi_{кр} \sim 42°$) не влияло ни на начальное положение кластера, ни на его форму (см. рис. 6а). Однако, как только угол наклона превышал значение $\varphi_{кр,}$ то происходило хорошо известное явление, именуемое лавиной, обвалом и т.д., когда поверхностные слои кластера съезжают с нижних слоев и образуют впереди характерные “языки” (см. рис. 6б). Следует обратить внимание, что в данной ситуации угол $\varphi_{кр} \sim 42°$, при котором происходит обвал (лавина) части пес-

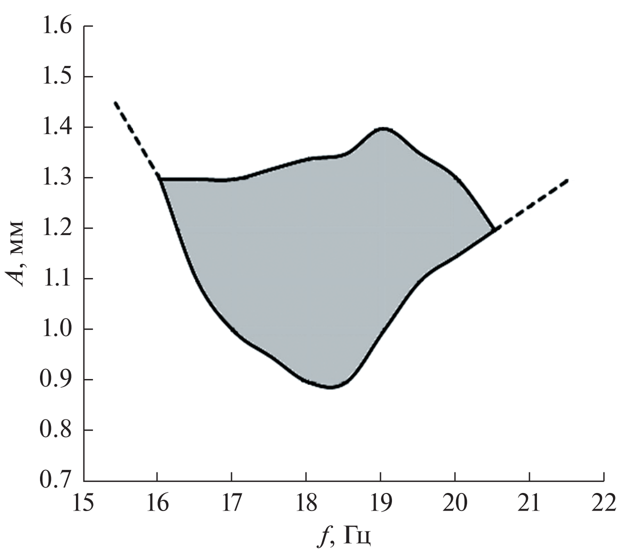


**Рис. 5.** Область значений параметров, обеспечивающих виброперемещение плоского кластера при сохранении его формы.

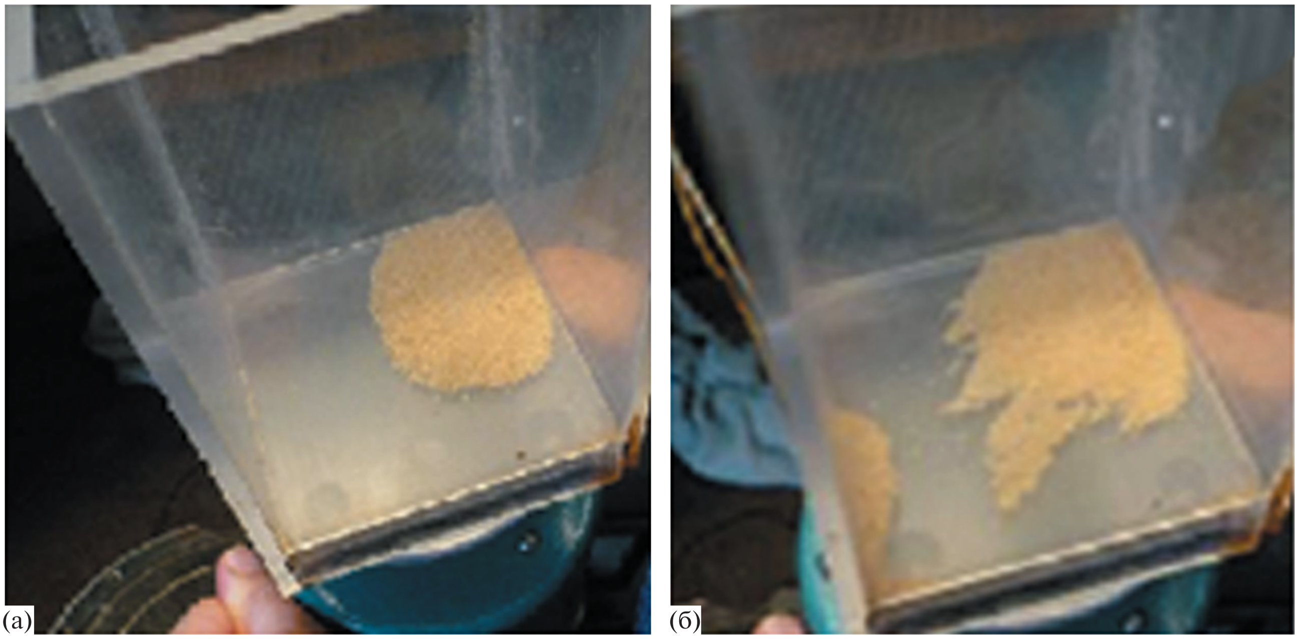

**Рис. 6.** Поведение квазиплоского кластера на наклонной плоскости без вибрации: (а) – при постепенном наклоне до критического значения угла (в данном случае $\varphi_{кр} = 42°$) кластер не сдвигался и не изменял своей формы, (б) – при достижении угла наклона $\varphi_{кр}$ верхний слой кластера **лавинообразно** съехал с нижнего слоя, граничившего с плексигласовой плоскостью основания.

ка из состава данного кластера, заметно превосходит аналогичный параметр – угол естественного откоса (для песка, в зависимости от его состава (качества) он лежит в пределах от 25° до 30°), при котором происходит обвал с наклонной поверхности насыпной конусообразной горки песка.

2. Квазиплоский, ограниченный по площади песчаный кластер на наклонной плоскости, подверженной вибрации (рис. 7).

В условиях данного эксперимента удалось зафиксировать не отмечавшийся ранее эффект, когда в довольно узкой области параметров вибрации в соответствии с найденной и приведенной на рис. 5 рабочей областью (по частоте вибрации от 16 до 19 Гц, по амплитуде вибрационных смещений $A$ соответственно от 1.4 до 0.9 мм) находящийся на дне вибрирующей емкости песочный квазидвумерный кластер практически без изменения своей формы свободно перемещался (не испытывая заметного трения скольжения) по наклонному дну, “чутко” реагируя на изменения ориентации наклона (рис. 7). Наиболее отчетливо эффект “скольжения” песчаной структуры по наклонной вибрирующей подложке проявлялся при углах наклона $\varphi$ в интервале от 22° до 27°. В этом эффекте, **определяемом вибрацией**, примечательными являются соединенные вместе два фактора:

1) хорошая консолидация структуры из отдельных неадгезированных частиц сухого песка, первоначальная форма которой практически не меняется в процессе движения этой структуры как единого целого;

2) значительно пониженное значение коэффициента трения скольжения между основанием всей песчаной структуры и вибрирующей подложкой (в данном случае, вибрирующей подложкой из плексигласа). Проявление этих двух факторов отчетливо фиксируют сопоставимые кадры, представленные на рис. 6 и 7 (для экономии места на каждом из рисунков представлены только два кадра, соответствующие практически началу и завершению процесса; в действительности для сопоставления имеется целая серия таких кадров, полученных через более короткие временные промежутки).

Для объяснения этого эффекта отметим, прежде всего, что в приводимом выше параметре, характеризующем любой процесс, связанный с вибрацией, – в безразмерном ускорении $\Gamma = A\omega^2\cos(\varphi)/g$ добавляется множитель в виде косинуса угла наклона $\varphi$ вибростола из-за вибрационного перемещения подложки в направлении своей нормали, которая, в свою очередь, наклонена к направлению вертикали на угол $\varphi$ (см. рис. 8). В научной литературе параметр $\Gamma$ также называется интенсивностью ускорения.

Исходя из приведенных выше значений частоты и амплитудных смещений вибрации подложки, а также углов наклона, при которых наблюдался данный эффект, следует, что он реализуется при значениях интенсивности $\Gamma$ незначительно превосходящих единицу. Известно (например, см. [15]), что активно развиваемые в последние годы исследования по влиянию вибровоздействия на степень уплотнения (“упаковки”) гранул (ча-

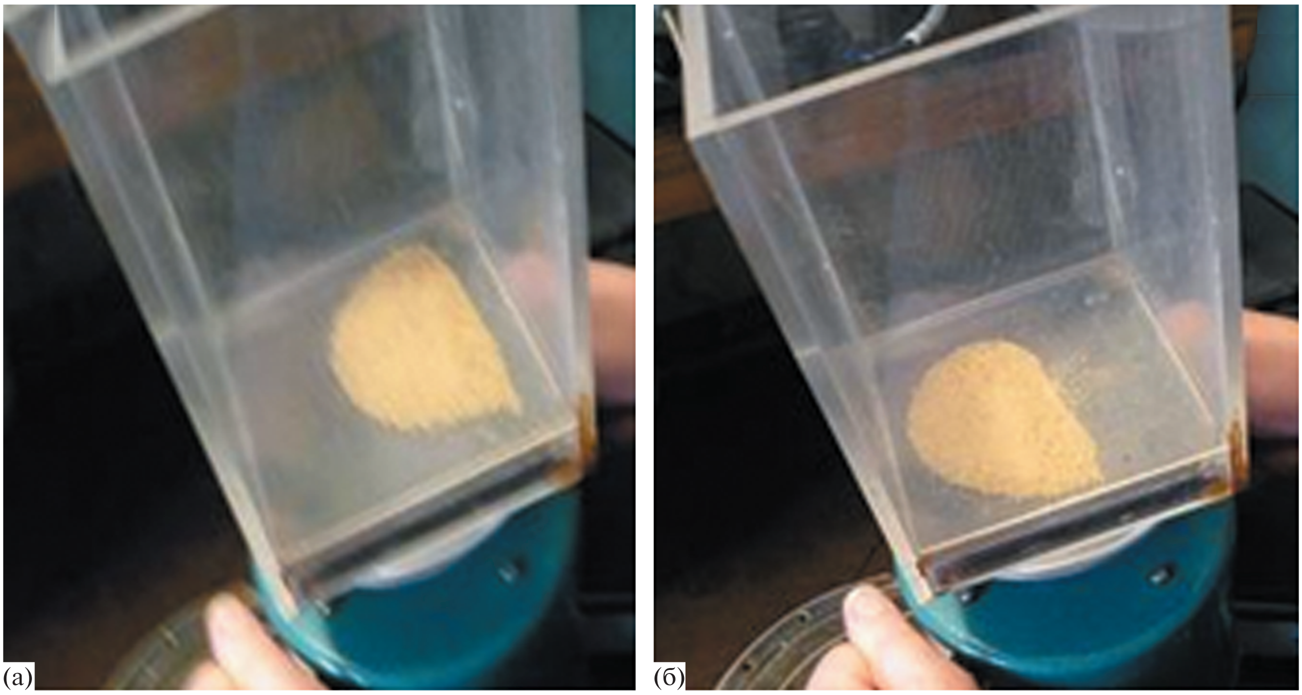


**Рис. 7.** Свободные без заметного трения передвижения квазиплоского кластера по наклонной вибрирующей плоскости из (а) – исходного положения в (б) – любое конечное положение с практически полным сохранением формы кластера. Условия на параметры вибрации и на углы наклона плоскости, при которых реализуются перемещения кластера практически без трения, обсуждаются в тексте.

стиц) в массиве гранулированной (сыпучей) среды показывают наилучший результат (достижение максимального эффекта упаковки) именно при вибровоздействии с небольшими (от единицы до двойки) значениями Γ. Заметим, что повышение интенсивности вибрации наоборот разуплотняет сыпучую массу, приводя ее в состояние виброфлюидизации, виброкипения и т.п. Таким образом, основой наблюдаемого эффекта является максимальное уплотнение приготовленного песчаного квазиплоского кластера с “наилучшей” упаковкой отдельных песчинок в нем при выбранных условиях вибровоздействия. Если в рамках общей теории гранулированных сред связывать статическое состояние насыпанной массы этой среды с твердотельным агрегатным состоянием, то можно сказать, что в нашем эксперименте выбранный режим вибровоздействия повышал степень “твердотельности” исследуемой квазиплоской структуры, что проявлялось в ее консолидации и неизменности формы при перемещениях. В основе второй отличительной особенности эффекта – уменьшении трения скольжения плоской песочной структуры при движении по наклонной вибрирующей плоскости – лежит только что отмеченная дополнительная консолидация плоской песочной структуры, которая как бы превращается за счет этого в квазитвердый монолитный диск (наподобие металлической монеты). Поскольку в целом весь эффект наблюдается при значениях Γ, несколько превышающих единицу именно в проекции на ось $z$, то в некоторые краткие интервалы периода вибраций плоская консолидированная песчаная структура будет отставать от плоскости основания, падая вертикально вниз (см. рис. 8), а значит, постепенно смещаясь вдоль плоскости основания к ее “нижнему” краю, причем этот процесс перемещения за счет падения в воздухе вообще не связан с действием трения скольжения песка вдоль плоскости.

Обратимся теперь к еще одному, более “естественному” для гранулированной/сыпучей среды твердоподобному кластеру в виде конусообраз-

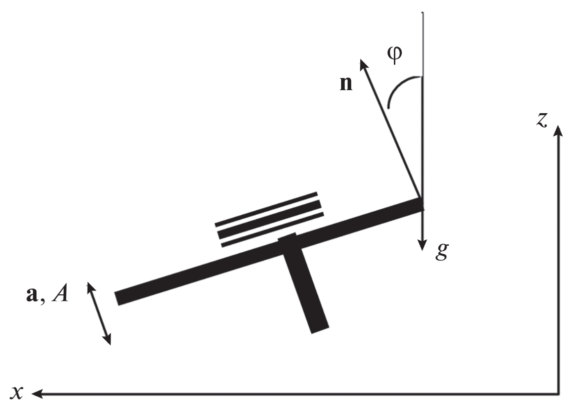


**Рис. 8.** Геометрия наклонно вибрирующей подложки (вибростола).


**Рис. 9.** Насыпная конусообразная горка песка с отмеченным углом естественного откоса β.

ной горки, образуемой в процессе умеренного по интенсивности насыпания материала из локализованного источника сверху (см. рис. 9). Кластер такой структуры для проведения экспериментов с виброперемещением уже был представлен в начале статьи.

Данная структура в своем статическом равновесном состоянии характеризуется углом естественного откоса β – углом между образующей боковой поверхности и ее проекцией на плоскость основания. При искусственном увеличении в локальном месте угла наклона боковой поверхности данной горки в этом месте произойдет локальный обвал песка и значение угла естественного откоса практически восстановится.

Для проведения наших экспериментов кластер данного типа в виде насыпной горки формировался естественным образом: из локализованного источника сверху довольно “тонкой” струей сыпался песок на дно емкости, образуя горку. Процесс останавливался, когда горка была сформирована, но ее основание по площади было заметно меньше площади всего дна емкости.

На наклонном вибрирующем дне плексигласовой емкости, прикрепленной к вибростолу, эта конусообразная горка (конусообразный кластер) перемещалась с относительной легкостью (в смысле несущественного влияния сил трения между частицами песка в основании кластера и поверхностью плексигласа) и с быстрым реагированием на смену угла наклона системы (см. рис. 10).

Вспомним, что подобный феномен “легкого” перемещения при действии вибрации наблюдался также для квазиплоского кластера и был объяснен нами микроподскоками от виброповерхности хорошо уплотненной вибрацией дископодобной песчаной структуры, аналогичной твердотельному образцу той же геометрии (например, металлической монете).

Однако, эксперименты показали, что механизм легкого виброперемещения конусообразного кластера совсем другой, нежели для квазиплоского кластера. Действительно, принимая во внимание, что распределение напряжений внутри горки сыпучей среды являет собой арочную структуру (см., например, [16]), заключаем, что центральная часть основания конуса песчаной локализованной структуры – это зона низкого давления, что, в свою очередь, обеспечивает наличие там же зоны менее плотного материала. При увеличении виброускорения нижний слой кластера будет представлять собой **виброфлюидизированную** [14] среду, через которую проходит значительный воздушный поток, заметно ослабляющий силы сцепления частиц песка с плексигласом. Это нейтрализует эффект сухого трения при перемещениях кластера (заметим, что при этом может проявиться влияние вязкого трения воздушного потока под основанием). Данный механизм перемещения конусообразного кластера напоминает эффект “воздушной подушки”. Также подходящей аналогией является беспрепятственное движение (“бегание”) капли жидкости по дну (точнее, над дном) раскаленной сковороды за счет паровой прослойки между каплей и раскаленной поверхностью (эффект Лайденфроста).

Отмеченное движение воздушного потока внутри конусообразного кластера с учетом его пе-

**Рис. 10.** (а) – Горка песка на вибрирующем вертикально основании с флюидизированной поверхностью. (б) – Движение горки по наклонной вибрирующей поверхности. На врезке – схема циркулирующего движения отдельных частиц и воздуха (светлые стрелки).

ремещения как целого с переменным ускорением (за счет переменного ускорения виброоснования, на котором располагается и по которому передвигается кластер, см. рис. 10) является причиной интенсивного циркулярного движения гранул (песчинок) вдоль образующих боковой поверхности горки с "заходом" (вместе с воздушным потоком) во внутрь горки (см. врезку на рис. 10). Именно этот интенсивный циркуляционный процесс обеспечивает сохранение геометрической структуры конусообразной горки на вибрирующем основании (в т.ч., при его движении по наклонному вибрирующему основанию). Рассмотрим циркуляционный поток песчинок снаружи и внутри кластера при его вертикальном вибрационном движении как целого. Сопоставим это рассмотрение с синусоидальным смещением по вертикали плоскости вибростола, обращая внимание на особенности в каждую четверть периода от начального момента движения плоскости вверх. В первой четверти горка вместе с основанием движется вверх, и обтекающие потоки воздуха заставляют частицы скатываться по боковой поверхности вниз. Во второй четверти периода из-за высокого ускорения (13 м/с$^2$, при частоте 21 Гц и амплитуде вибраций 1.5 мм) горка отрывается от виброплиты и под ней создается зона пониженного давления, "засасывающая" воздух и частицы среды. В третьей четверти периода виброоснование вновь приближается к основанию горки снизу, давление растет, воздух и частицы среды, в соответствии с распределением давления [17, 18], выталкиваются вверх. В четвертой четверти, после столкновения горки с виброоснованием, частицы, находящиеся на краях конуса в приповерхностном слое, чье равновесие обеспечивается, в том числе, и силами сцепления, скатываются вниз, увлекаемые потоками воздуха. Это объясняет, почему частицы в вибрирующей горке совершают вихреобразные движения, двигаясь по склонам вниз и поднимаясь внутри горки. Для конического кластера на вибрирующем основании в результате такого механизма обеспечивается сохранение формы и массы кластера при интенсивной циркуляции частиц и воздуха возле краев и внутри структурного образования.

Таким образом, рассмотренные в данной работе кластеры из одного и того же гранулированного/сыпучего материала (песка), предназначенные для демонстрации общего свойства этих сред — возможности проявлять характерные признаки разных агрегатных состояний (в данном случае, признаки твердоподобного состояния), — довольно неожиданно показали различие в механизмах такого процесса как виброперемещение, что имеет самостоятельное общенаучное и прикладное значение.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ


1. *Соколовский В.В.* Статика сыпучей среды. М.–Л.: Изд-во АН СССР, 1942.
2. *Клейн Г.К.* Строительная механика сыпучих сред. М.: Стройиздат, 1977.
3. *Блехман И.И.* Вибрационная механика. М.: Наука, 1994.
4. *Aranson I.S., Tsimring L.S.* Patterns and collective behavior in granular media: Theoretical concepts // Rev. Mod. Phys. 2006. V. 78. № 2. P. 641–692.
5. *Zhang F., Wang L., Liu C., Wu P., Zhan S.* Patterns of convective flow in a vertically vibrated granular bed // Phys. Let. A. 2014. V. 378. P. 1303–1308.
6. *Opsomer E., Noirhomme M., Vandewalle N., Falcon E., Merminod S.* Segregation and pattern formation in dilute granular media under microgravity conditions // NPJ Microgravity. 2017. V. 3. № 1. https://doi.org/10.1038/s41526-016-0009-1
7. *Jaeger H.M., Nagel S.R.* Granular solids, liquids, and gases // Rev. Mod. Phys. 1996. V. 68. № 4. P. 1259–1273.
8. *Herrmann H.J.* On the shape of a sandpile, in book: Physics of dry granular media (Ed. *Herrmann H.J.*). Kluwer Academic Publishers, 1998. P. 319–338.
9. *de Ryck A., Condotta R., Dodds J.A.* Shape of a cohesive granular heap // Powder Technology. 2005. V. 157. № 1–3. P. 72–78.
10. *Алексеев В.Н., Громов А.Н., Громов Ю.И., Овчаренко А.Т., Рыбак С.А.* Движение тел под действием вибраций в гранулированных средах // Акуст. журн. 2000. Т. 46. № 3. С. 293-298.
11. *Лебедев-Степанов П.В., Руденко О.В.* Акустические течения в слое жидкости на вибрирующей подложке // Акуст. журн. 2013. Т. 59. № 6. С. 693–697.
12. *Маков Ю.Н., Фефелов И.А.* Новые вибродинамические эффекты с ограниченными порциями сыпучей среды при "ручном" управлении пространственной ориентацией малогабаритного вибростенда / Труды XXV-ой сессии РАО. М.: ГЕОС, 2012. Т. 1. С. 59–63.
13. *Faraday M.* On a peculiar class of acoustical figures; and on certain forms assumed by groups of particles upon vibrating elastic surfaces // Philos. Trans. R. Soc. London. 1831. V. 121. P. 299–340.
14. *van Gerner H.J., van der Hoef M.A., van der Meer D., van der Weele K.* Interplay of air and sand: Faraday heaping unravelled // Phys. Rev. ser. E. 2007. V. 76. P. 05105(1–7).
15. *An X.Z., Yang R.Y., Zou R.P., Yu A.B.* Effect of vibration condition and inter-particle friction on the packing of uniform spheres // Powder Technol. 2008. V. 188. P. 102–109.
16. *Ai J., Chen J.F., Rotter J.M., Ooi J.Y.* Numerical and experimental studies of the base pressures beneath stockpiles // Granular Matter. 2011. V. 13. P. 133–141.
17. *van Marais G.R.* Stresses in wedges of cohesionless materials formed by free discharge at the apex // J. Eng. Industry. 1969. V. 91. № 2. P. 345–352.
18. *Michalowski R.L., Park N.* Admissible stress fields and arching in piles of sand // Geotechnique. 2004. V. 54. № 8. P. 529–538.

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2021, том 67, № 2, с. 154–173

## АКУСТИКА СТРУКТУРНО НЕОДНОРОДНЫХ ТВЕРДЫХ СРЕД. ГЕОЛОГИЧЕСКАЯ АКУСТИКА

УДК 534.6;550.311

# АКУСТИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ УПРУГО-АНИЗОТРОПНЫХ СВОЙСТВ ОБРАЗЦОВ ГОРНЫХ ПОРОД ПО РАЗРЕЗУ КОЛЬСКОЙ СВЕРХГЛУБОКОЙ СКВАЖИНЫ СГ-3


**О. М. Тришина[a], *, Ф. Ф. Горбацевич[a], М. В. Ковалевский[a]**

[a]*Геологический институт КНЦ РАН,*
*ул. Ферсмана 14, Апатиты, 184209 Россия*
**e-mail: trishina@geoksc.apatity.ru*

Поступила в редакцию 25.06.2019 г.
После доработки 15.11.2020 г.
Принята к публикации 22.12.2020 г.

Выполнено сравнение упруго-анизотропных свойств образцов, отобранных из ствола Кольской сверхглубокой скважины СГ-3. Отбор образцов производился из протерозойской и архейской частей. Петрофизические свойства образцов пород протерозойской части разреза Кольской сверхглубокой скважины СГ-3 (0–6842 м) (метатуфов, метатуфосланцев, сланцев, габбродиабазов, метадиабазов, плагиоамфиболов, гнейсов) изменяются в широких пределах за счет вариаций их минерального состава. Преобладающими породами в архейской части разреза СГ-3 являются гнейсы, сланцы, амфиболиты. На скоростные характеристики образцов пород, извлеченных из глубин 0.7–11.3 км, оказывает влияние эффект разуплотнения. Для оценки величин скорости, близких *in situ*, следует применять значения, полученные расчетом по минеральному составу. Полученные результаты могут применяться при геофизических исследованиях и технических расчетах в горном производстве.

*Ключевые слова:* Кольская сверхглубокая скважина (СГ-3), горная порода, образец, плотность, скорость упругих волн, анизотропия

**DOI:** 10.31857/S032079192102009X

## ВВЕДЕНИЕ

Кольская сверхглубокая скважина (СГ-3) занимает особое место в общемировой системе изучения глубинного строения кристаллической коры Земли. Она пробурена в северо-восточной части Балтийского щита (69°25′ с.ш., 30°44′ в.д.) и достигла одним из стволов глубины 12262 м (рис. 1). Целью проекта “Кольская сверхглубокая” являлись, в частности, исследование, систематический анализ и синтез данных по составу, строению, физическим свойствам и состоянию кристаллических пород в верхней и средней частях коры. Среди прочих задач планировалось создание геолого-геофизических моделей Печенгского геоблока в качестве реперных для кристаллической континентальной коры [1].

Скважина вскрыла два комплекса пород: протерозойский и архейский. Протерозойский (Печенгский) комплекс сложен вулканогенными и осадочными породами в соотношении 3 : 1 [2, 3]. Он вскрыт скважиной в интервале 0...6842 м [4]. По разрезу комплекс разделен на Матертинскую (0...1059 м), Ждановскую (1059...2805 м), Заполяринскую (2805...4673 м), Лучломпольскую (4673...4884 м), Пирттиярвинскую (4884...5619 м), Кувернеринийокскую (5619...5717 м), Маярвинскую (5717...6835 м) и Телевинскую (6835...6848 м) свиты. Комплекс представлен ритмично череду-


**Рис. 1.** Расположение Кольской сверхглубокой скважины (СГ-3).

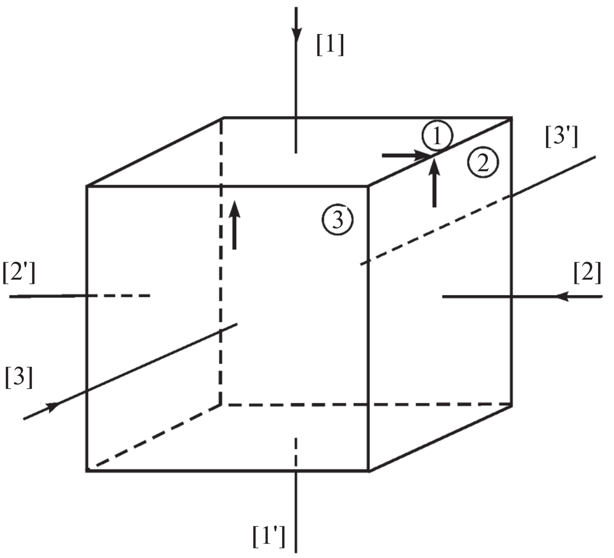


**Рис. 2.** Схема маркировки осей и граней кубического образца.

ющимися осадочными и вулканогенными породами с подчиненными комагматичными телами габбро-верлитов, а также пластовыми телами габбро-диабазов и дацит-андезитовых порфиритов [4]. Породы комплекса представлены, в основном, метатуфами, перидотитами, габбро-долеритами, метапесчаниками, сланцами, габбро-диабазами, метадиабазами, плагиоамфиболитами, порфиритами, гнейсами, андезитами. Исследования керна скважины показали, что в ее разрезе прослежены переходы от пренит-пумпеллитовой до амфиболитовой фации метаморфизма.

Архейский комплекс представлен I толщей гнейсов с высокоглизоземистыми минералами (ВГМ) (6842...7622 м), II толщей гнейсов с высококальциевыми минералами (ВКМ), амфиболитов и теневых мигматитов (7622...9456 м), III толщей гнейсов с ВГМ (9456...9562 м), IV толщей гнейсов с ВКМ, амфиболитов и теневых мигматитов (9562...10144 м), V толщей гнейсов с ВГМ (10144...10278 м), VI толщей гнейсов с ВКМ, амфиболитов и теневых мигматитов (10278...10448 м), VII толщей гнейсов с ВГМ (10448...10601 м), VIII толщей амфиболовых гнейсов, амфиболитов и теневых мигматитов (10601...11411 м), IX толщей гнейсов с ВГМ (11411...11708 м), X толщей биотит-плагиоклазовых гнейсов с ВКМ и вкрапленностью магнетита (11708...12262 м) [3].

Изучение особенностей упруго-анизотропных свойств преобладающих пород разреза Кольской сверхглубокой скважины является задачей этой работы. Результаты исследования позволят внести вклад в создание общей геолого-геофизической модели кристаллической континентальной коры.

## МЕТОДИКА

Образцы керна отбирались по всей глубине Кольской сверхглубокой скважины. Было отобрано 38 образцов, представляющих преобладающие породы разреза СГ-3. Из керна изготовили образцы в форме куба (размер ребра ~2.1 см, рис. 2) для петрофизических определений и шлифы для петрографического описания пород. После петрографического описания и вычислений минерального состава, методом Архимеда определили плотность пород. Определения скоростей распространения продольных и поперечных волн производили с использованием акустополяризационного метода, который выполняется с помощью акустополярископа [5, 6]. В конструкции акустополярископа имеется поворотная платформа, на которой закрепляется образец. Прибор содержит излучатель и приемник чисто поперечных линейно-поляризованных ультразвуковых колебаний, гониометр и указатель угла поворота платформы. Датчики акустополярископа соединены с ультразвуковым дефектоскопом. Измерения осуществлялись на рабочей частоте прибора 1.2 МГц.

Перед началом измерений подвижную платформу акустополярископа устанавливают на нулевую отметку шкалы углов [7, 8]. Отметки векторов поляризации преобразователей совмещают по одной линии. На рабочие поверхности преобразователей наносят контактную среду. Устанавливают и закрепляют образец на поворотной платформе.

На первом этапе измерения проводятся при параллельных векторах поляризации излучателя и приемника колебаний (положение ВП). Измеряются амплитуды колебаний, прошедших образец. На втором этапе векторы поляризации преобразователей устанавливаются под прямым углом (положение ВС). Результатом измерений являются акустополяриграммы ВП и ВС – круговые диаграммы изменения амплитуды огибающей импульса в пределах полного угла поворота поворотной платформы. По акустополяриграммам ВП определяется наличие и степень проявления эффекта линейной акустической анизотропии поглощения (ЛААП) [5]. Акустополяриграммы, полученные в положении ВС, позволяют определить число и направленность проекций элементов упругой симметрии анизотропного образца, выявить наличие явления деполяризации сдвиговых волн (ДСВ) [9].

Эффект ЛААП выявляется при уплощении диаграмм, полученных при положении ВП векторов поляризации. В одном направлении векторов поляризации относительно структурных элементов среды, при наличии эффекта ЛААП, поперечная волна распространяется с малым поглощением, ее относительная амплитуда равна $A_{RE}$. При повороте этих векторов в положение по нормали к направлению наибольшего пропускания (при амплитуде $A_{RE}$), волна значительно поглощается. При этом ее амплитуда становится равной $A_{RR}$. Расчет показателя значения линейной акустической анизотропии поглощения производят по формуле [5]:

$$D = \frac{A_{RE} - A_{RR}}{A_{RE} + A_{RR}}. \tag{1}$$

Число и направленность проекций элементов упругой симметрии определяют по минимумам амплитуд, полученных в положении ВС. Наличие этих минимумов свидетельствует о присутствии упругой анизотропии в образце [5]. Линии, проходящие через противоположные минимумы амплитуд, являются проекциями элементов упругой симметрии. Данные проекции отражают направления, в которых скорости поперечных колебаний принимают экстремальные значения. Соответственно, последующие определения величин скорости производили в этих направлениях.

Результаты измерений величин скорости распространения продольных ($V_P$) и поперечных ($V_S$) волн по всем граням кубического образца отображали в форме квазиматрицы [5]:

$$V_{ij} = \begin{matrix} V_{11} & V_{12} & V_{13} \\ V_{21} & V_{22} & V_{23} \\ V_{31} & V_{32} & V_{33} \end{matrix}, \tag{2}$$

где $V_{11}$, $V_{22}$, $V_{33}$ – скорости распространения продольных колебаний, измеренные в направлениях 1–1', 2–2', 3–3'; $V_{12}$, $V_{13}$ – скорости распространения поперечных колебаний, измеренные в направлении 1–1' при ориентировке векторов поляризации (ВПО) в направлении 2–2', 3–3'; $V_{21}$, $V_{23}$ – в направлении 2–2' при ориентировке ВПО излучателя поперечных колебаний в направлении 1–1', 3–3'; $V_{31}$, $V_{32}$ – в направлении 3–3' при ВПО в направлении 1–1', 2–2' соответственно.

По данным квазиматрицы рассчитывали средние величины скорости продольной волны для образца, $V_{PR} = (V_{11} + V_{22} + V_{33})/3$. Средние величины скорости поперечной волны определены как $V_{SR} = (V_{12} + V_{13} + V_{21} + V_{23} + V_{31} + V_{32})/6$.

Показатели анизотропии вычисляли по формуле [10]

$$A_P = \frac{1}{V_{PR}} \times \\ \times \sqrt{(V_{11} - V_{PR})^2 + (V_{22} - V_{PR})^2 + (V_{33} - V_{PR})^2}. \tag{3}$$

Для оценки степени анизотропии образца по скорости поперечных колебаний рассчитывали обобщенный показатель анизотропии $B_S$. Величину $B_S$ вычисляли по формуле [9]:

$$B_S = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + B_3^2}, \\ B_1 = \frac{2(V_{12} - V_{13})}{(V_{12} + V_{13})}; \quad B_2 = \frac{2(V_{21} - V_{23})}{(V_{21} + V_{23})}; \\ B_3 = \frac{2(V_{31} - V_{32})}{(V_{31} + V_{32})}; \tag{4}$$

где $B_1$, $B_2$, $B_3$ – коэффициенты двулучепреломления поперечных волн, определенных соответственно для направлений 1–1', 2–2', 3–3' [11].

Как ранее было отмечено, петрофизические свойства образцов пород изменяются с увеличением глубины извлечения [3]. В извлеченных образцах происходит их разгрузка от горного давления и за счет разницы в коэффициентах расширения у разных минералов происходит образование разгрузочных микротрещин [12, 13]. В ряде работ показано, что показатели ρ, $V_P$, $V_S$ пород на глубинах, превышающих ~0.1 км, близки к тем, которые определены по их минеральному составу [14–16]. Поэтому нами выполнен расчет величин плотности и скорости распространения продольных и поперечных волн по минеральному составу породы. В качестве исходных учитывался минеральный состав породы (табл. 1) и значения параметров отдельных минералов, слагающих породу [16, 17]. Расчеты средних значений скорости распространения продольных ($V_{PC}$) и поперечных ($V_{SC}$) волн выполнены по формуле [17]:

$$\ln V_k = \frac{\Sigma \ln(V_i) P_i}{\Sigma P_i}, \tag{5}$$

где $V_k$ – средняя расчетная скорость в породе, $V_i$ – средняя скорость в каждом минерале, $P_i$ – парциальная доля минерала, составляющего породу. По аналогичной формуле рассчитывается средняя расчетная плотность $\rho_C$.

На основе полученных скоростных характеристик также были рассчитаны технические постоянные: модуль упругости $E$, модуль сдвига $G$ и коэффициент Пуассона ν. Эти показатели вычислялись по формулам:

$$E = \left[\rho V_S^2 \left(3V_P^2/V_S^2 - 4\right)\right] \Big/ \left(V_P^2/V_S^2 - 1\right), \tag{6}$$

$$G = \rho V_S^2, \tag{7}$$

$$\nu = \left(V_P^2/V_S^2 - 2\right) \Big/ \left(2V_P^2/V_S^2 - 2\right). \tag{8}$$

## ПЕТРОГРАФИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ

Образцы протерозойской части разреза СГ-3 представлены метатуфами, перидотитами, габбро-долеритами, метапесчаниками, сланцами, габбро-диабазами, метадиабазами, плагиоамфи-

**Таблица 1.** Минеральный состав и структура пород образцов из разреза СГ-3

| Номер образца | Интервал глубин, м | Минеральный состав, % | Структура | Определение породы |
|---|---|---|---|---|
| Протерозой | | | | |
| SG-1848 | 750.0–757.0 | Chl-11, Bt-6, Akt-30, Pl-16, Op-14, Qtz-5, Cal-18 | Лепидобластовая | Туфосланец алевропелитовый базитового состава |
| SG-2263 | 829.0–836.0 | Vit-70, Cal-9, Op-13, Qtz-8 | Витрокластическая | Туф псефит-псаммитовый, витрокластический |
| SG-3114 | 1032.0–1037.0 | Cpx-18, Opx-31, Pl-36, Qtz-4, Op-3, Ep-6, Ap-1, Zrn<1 | Пойкилофитовая | Габбро-диабаз среднезернистый |
| SG-5306 | 1587.0–1594.0 | Ol-27, Trem-8, Tlc-11, Srp-42, Op-12 | Панидиоморфно-зернистая реликтовая | Перидотит измененный |
| SG-7400 | 1984.0–1992.0 | Cpx-4, Opx-35, Akt-6, Chl-12, Pl-23, Op-16, Ep-2, Ap-1, Zrn<1 | Долеритовая | Габбро-долерит мелкозернистый измененный |
| SG-8654 | 2246.3–2251.5 | Qtz-24, Vit-16, Pl-36, Op-7, Chl- 2, Ms- 3, Ser- 12 | Мелко- среднезернистая | Песчаник алевропсаммитовый полимиктовый |
| SG-8986 | 2312.9–2322.0 | Opx- 20, Cpx- 8, Akt- 12, Chl- 14, Op- 8, Pl- 34, Qtz- 2, Ep- 1, Ap-1, Zrn<1 | Пойкило-долеритовая реликтовая | Габбро-диабаз измененный |
| SG-9130 | 2376.25–2379.05 | C-32, Pl-9, Qtz-30, Op- 16, Chl- 11, Ep- 2 | Послойно-перекристаллизованная | Филлитовый сланец тектонизированный и перекристаллизованный |
| SG-9718 | 2573.0–2581.7 | C-24, Ser- 65, Op- 6, Pl- 2, Qtz- 3 | Лепидобластовая | Серицитовый сланец |
| SG-10267 | 2637.0–2754.5 | Opx- 17, Akt- 21, Op- 8, Pl- 35, Qtz- 4, Cal- 14, Ep- 1 | Микропойкило-долеритовая реликтовая | Габбро-диабаз среднезернистый измененный |
| SG-10813 | 2805.0–2866.5 | Akt- 42, Pl- 18, Qtz- 4, Op- 8, Chl- 18, Cal- 6, Ep- 3, Ap<1 | Нематогранобластовая | Диабаз мелкозернистый измененный |
| SG-12692 | 3242.0–3441.0 | Akt- 42, Pl- 17, Qtz- 4, Op- 7, Chl- 20, Cal- 3, Ep- 6, Ap<1 | Микропойкило-офитовая реликтовая | Диабаз среднезернистый измененный |
| SG-14515 | 3851.0–3965.0 | Hbl- 30, Akt- 26, Op- 17, Pl- 18, Cal- 1, Chl- 4, Ep- 3, Ap<1 | Бластоофитовая реликтовая | Метадиабаз среднезернистый измененный |
| SG-18063 | 4673.0–4785.0 | Pl-54, Qtz- 28, Chl- 14, Bt- 2, Ap-1, Zrn<1 | Порфировая реликтовая | Дацитовый плагиопорфирит измененный |
| SG-18771 | 5080.5–5132.6 | Hbl- 75, Op- 5, Pl- 15, Qtz- 4, Ap<1 | Нематогранобластовая | Плагиоамфиболит мелкозернистый сланцеватый меланократовый |
| SG-19420 | ~5667 | Bt- 22, Pl- 23, Qtz- 46, Ep- 8, Ap,Op<1 | Лепидогранобластовая | Биотит-кварцевый кристаллический сланец с эпидотом |
| SG-19921 | 6202.4–6213.4 | Hbl- 80, Pl- 15, Qtz- 3, Op- 1, Ap<1 | Офитовая реликтовая | Плагиоамфиболит мелкозернистый измененный меланократовый |
| SG-20629 | 6371.1–6381.8 | Chl- 42, Pl- 25, Qtz- 25, Cal- 4, Op- 2, Ap-1, Zrn<1 | Лепидогранобластовая | Андезит миндалекаменный |
| Архей | | | | |
| SG-23881 | 7382.1–7396.1 | Bt -13.3; Grt-6.5; Pl-54.9; Qtz-23.7; Ilm-1.5; Ep-0.05; Zrn-0.05 | с/з, лепидогранобластовая, порфировидная | Гранат-биотитовый гнейс |

**Таблица 1.** Продолжение

| Номер образца | Интервал глубин, м | Минеральный состав, % | Структура | Определение породы |
|---|---|---|---|---|
| SG-38631 | 10502.0–10518.6 | Bt-34.6; Ms-5.5; Pl-47.3; Qtz-10.4; Ilm-2.2; ед. з-на Ap и Zrn | неравномернозернистая, лепидогранобластовая, легкая перекристаллизация, обособления Qtz-Pl состава | Мусковит-биотитовый гнейс |
| SG-41154-2 | 11324.0–11336.0 | Bt -42.3; Ky-8.4; Pl-46.9; Qtz-0.7; Ilm-1.45; Ep-0.25; | с/з, лепидогранобластовая | Кианит-биотитовый гнейс глиноземистый |
| SG-42003 | ~ 11487.05 | Bt -14.0; Ky-5.3; Pl-65.4; Qtz-4.1; Ilm-5.4; Ep-4.25; Sil-1.5; Ap-0.05 | с/з, лепидогранобластовая | Кианит-биотитовый гнейс глиноземистый, с силлиманитом |
| SG-42148-2 | ~ 11487.05 | Grt-12.6; Bt -10.8; Ky-5.3; Pl-57.4; Qtz-7.1; Ilm-2.4; Sil-4.5 | с/з, лепидогранобластовая, порфировидная | Гранат-кианит-биотитовый гнейс глиноземистый, с силлиманитом |
| SG-23542 | 7331.4–7340.8 | Bt -41.6; Ms-8.5; Pl-42.9; Qtz-2.2; Hbl-0.1; Ttn-0.2; Ilm-3.0; Ap-0.1; Chl-0.3. Ep-1.0; Zrn-0.1 | с/з, лепидогранобластовая, интенсивное рассланцевание, послойная перекристаллизация с образованием агрегатов Bt | Сланец двуслюдяной |
| SG-23696 | 7357.6–7366.6 | Bt -18.4; Ms-8.3; Grt-1.5; Pl-49.9; Qtz-18.0; Ilm-1.6; Ap-0.05; Ep-2.2; Zrn-0.05 | с/з, лепидогранобластовая, интенсивное рассланцевание, послойная перекристаллизация с образованием Qtz-Pl агрегатов | Сланец двуслюдяной, с гранатом |
| SG-30025 | ~ 8107.1 | Ep-12.4; Bt-23.9; Pl-47.3; Qtz-12.6; Or-3.5; Ttn-0.3 | неравномернозернистая, лепидогранобластовая, порфировидная, перекристаллизация, обособления Or-Qtz- Pl состава | Эпидот-биоттовый сланец |
| SG-34016 | ~ 8865.95 | Bt -11.7; Ms-1.4; Ep-4.4; Qtz-18.0; Pl-64.4; Ttn-0.1 | м/з, лепидогранобластовая, перекристаллизация, обособления Qtz-Pl состава | Эпидот-биотитовый сланец, с мусковитом |
| SG-39164 | 10666.8–10679.0 | Ep-8.6; Bt-28.3; Pl-44.2; Qtz-12.2; Chl-1.2; Ilm-2.2; Ttn-3.3; ед. з-на Ap и Zrn | неравномернозернистая, лепидогранобластовая, легкакя перекристаллизация, обособления Qtz-Pl состава | Эпидот-биотитовый сланец |
| SG-23467 | 7263.0–7275.1 | Hbl-63.5; Pl-20.1; Qtz-5.1; Ttn-0.3; Bt -1.6; Ilm-3.9; Or-3.4; Ap-0.4; Cb-1.7 | с/з, нематогранобластовая, реликты габброофитовой, линзовидные обособления Hb-Qz- Cb состава | Амфиболит полевошпатовый |
| SG-26158 | ~ 7695.25 | Hbl-83.3; Pl-4.1; Bt -3.6; Ilm-4.2; Srp -4.4; Ep-0.4 | м/з, гранобластовая, реликты панидиоморфнозернистой | Амфиболит анхимономинеральный (метапироксенит) |
| SG-26977 | 7994.4–8000.3 | Hbl-46.8; Bt -11.1; Pl-22.1; Qtz-0.2; Or-2.4; Ep-15.1; Ttn-2.3 | с/з, нематогранобластовая, сильное рассланцевание | Амфиболит полевошпатовый |

**Таблица 1.** Окончание

| Номер образца | Интервал глубин, м | Минеральный состав, % | Структура | Определение породы |
|---|---|---|---|---|
| SG-28186 | 8213.9–8222.0 | Act-30.0; Bt-5.2; Pl-42.8; Qtz-4.4; Or-3.0; Ep-14.3; Ttn-0.3 | с/з, нематогранобластовая, сильное рассланцевание, перекристаллизация, обособления Or-Qtz-Pl состава | Амфиболит полевошпатовый |
| SG-31093 | 8701.2–8715.7 | Hbl-61.7; Bt-0.2; Pl-32.9; Ilm-5.2 | с/з, нематогранобластовая, сильное рассланцевание, перекристаллизация, обособления, с образованием к-з агрегатов Hbl и линзовидных агрегатов зерен Ilm | Амфиболит полевошпатовый |
| SG-37263 | ~ 10253.7 | Hbl-60.6933; Pl-20.0; Qtz-11.7; Or-2.13; Ep-3.33; Chl-0.02; Ilm-2.2; Ap-0.03; Zrn-0.02 | с/з, нематогранобластовая, легкое рассланцевание | Амфиболит полевошпатовый |
| SG-40903 | 11253.7–11263.0 | Hbl-66.9; Pl-22.1; Qtz-7; Ep-0.35; Ilm-3.6; Ap-0.05 | с/з, нематогранобластовая, легкое рассланцевание | Амфиболит полевошпатовый |

Примечание. Обозначение минералов дано по Kretz R. [24].

болитами, порфиритами, гнейсами, андезитами. Структура пород мелкозернистая и среднезернистая, лепидобластовая, витрокластическая нематогранобластовая, пойкилофитовая и др. (табл. 1).

Фото шлифов некоторых образцов (николи скрещены) приведены на рис. 3. Образцы SG-1848, SG-8654, SG-12692, SG-19420, SG-19921, SG-206296 имеют мелкозернистую структуру. На шлифах образцов SG-8654, SG-12692, SG-19420, SG-19921, SG-20629 ориентации зерен не наблюдаются. Алевролитовый туфосланец базитового состава (об. SG-1848), – мелкозернистой лепидобластовой структуры. На фотографии шлифа данного образца прослеживается направленная ориентация формы зерен. В образце SG-19921 присутствует залеченная трещина, которая отчетливо видна на фото шлифа. В шлифе образца SG-3114 наблюдаются зерна среднего размера, зерна не ориентированы. Структура этого образца пойкилофитовая, мелко- и среднезернистая. Структура образца SG-5306 панидиоморфно-зернистая. На фотографии шлифа также визуально наблюдаются две залеченные трещины, пересекающиеся под прямым углом. Биотитовый гнейс (обр. SG-23273) имеет гранобластовую, среднезернистую структуру, наблюдается слабонаправленная ориентация зерен. Основные породообразующие минералы в образцах протерозойской части (в %): актинолит (6...42), вулканическое стекло (16...70), ортопироксен (17...35), плагиоклаз (2...54), кварц (2...46), углерод (24...32), хлорит (2...42), роговая обманка (30...80). В качестве акцессорных минералов представлены апатит, эпидот, кальцит, биотит, циркон, рудные минералы.

Примеры фотографий шлифов основных пород архейской части разреза приведены на рис. 4. Описание структуры пород и минерального состава содержится в табл. 3. Отобранные образцы представлены в основном гнейсами, сланцами, амфиболитами. Гнейсы обладают среднезернистой лепидогранобластовой структурой. Основные породообразующие минералы гнейсов (в %): плагиоклаз (47...65), биотит (11...42), кварц (0.7...24), в менее значительном объеме присутствует гранат ~12% и кианит ~8%. Акцессорные минералы – ильменит, эпидот, циркон, апатит – занимают малую долю объема. Отобранные образцы сланцев в основном представлены среднезернистой, лепидогранобластовой структурой. Сланцы содержат (в %): плагиоклаз (43...50), биотит (12...42), кварц (2...18), в небольшом количестве эпидот ~12% и мусковит ~8%. Акцессорные минералы – роговая обманка, ильменит, апатит, хлорит, эпидот, циркон, рудные минералы. Структура пород амфиболитов, в основном, среднезернистая, нематогранобластовая, рассланцованная. Основными породообразующими минералами амфиболитов являются (в %): роговая обманка (46...83), плагиоклаз (4...32), кварц ~11%. В качестве акцессорных минералов представлены апатит, эпидот, ильменит, биотит, хлорит, циркон, рудные минералы.

## АКУСТОПОЛЯРИСКОПИЯ

Предварительный анализ упругих свойств протерозойских образцов выполняли по очертаниям акустополяриграмм (рис. 5). Заметим, что

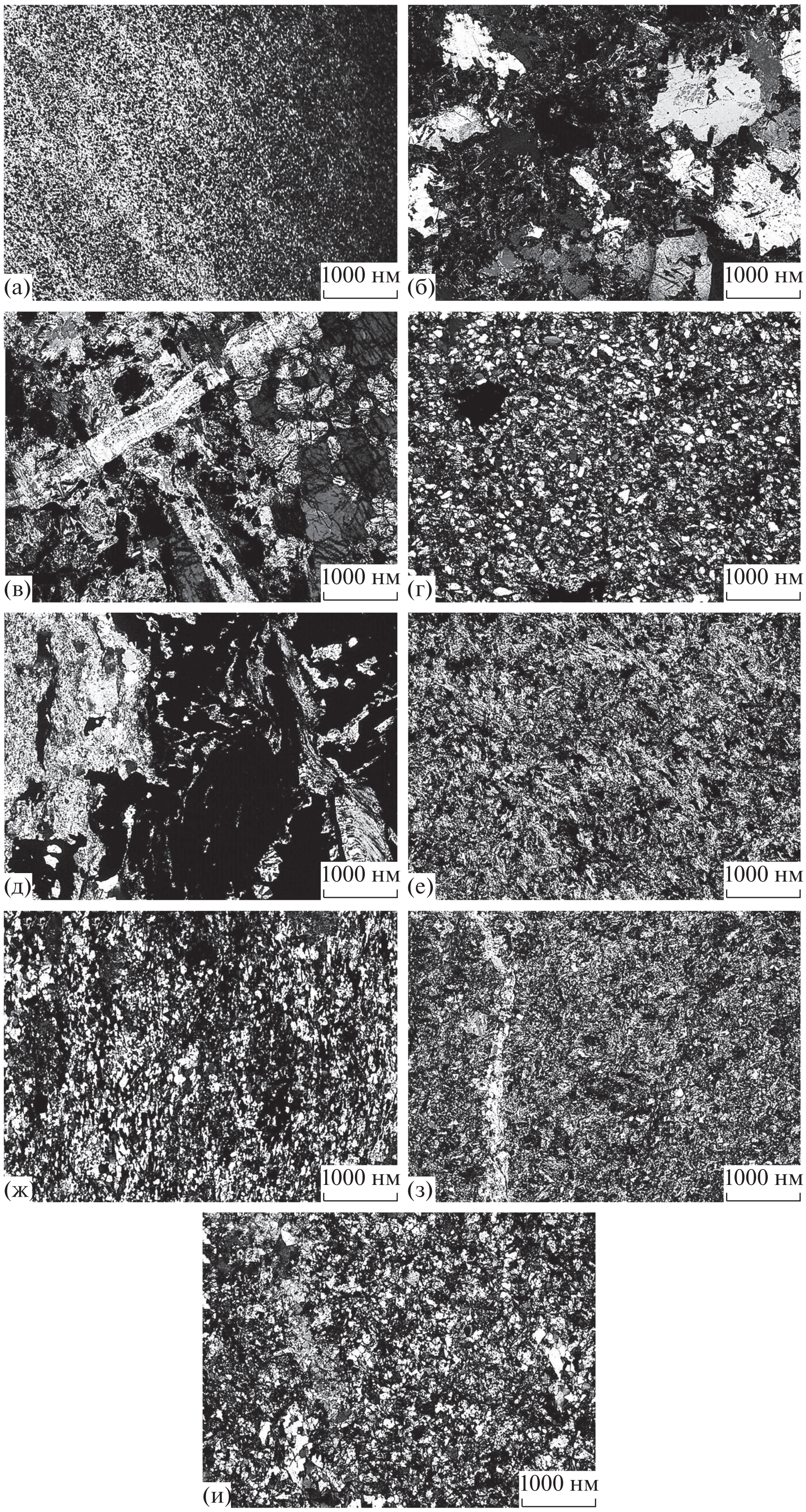


**Рис. 3.** Примеры фотографий шлифов пород протерозойской части разреза Кольской сверхглубокой скважины (СГ-3). (а) – SG-1848, (б) – SG-3114, (в) – SG-5306, (г) – SG-8654, (д) – SG-9130, (е) – SG-12692, (ж) – SG-19420, (з) – SG-19921, (и) – SG-20629.

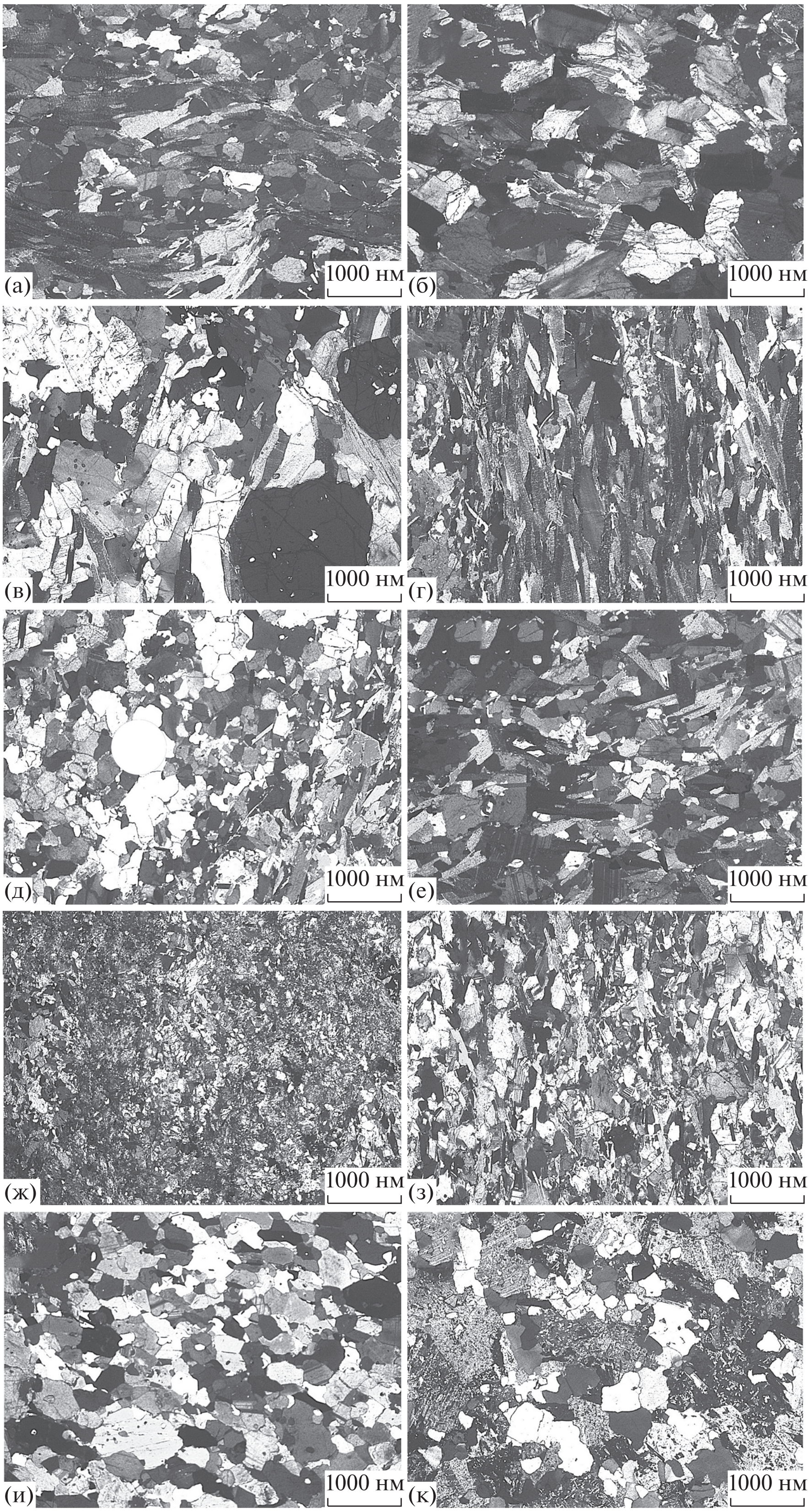


**Рис. 4.** Примеры фотографий шлифов основных пород архейской части разреза Кольской сверхглубокой скважины (СГ-3). Гнейсы: (а) – SG-23881а, (б) – SG-41154-2, (в) – SG-42148-2. Сланцы: (г) – SG-23542н, (д) – SG-30025н, (е) – SG-39164. Амфиболиты: (ж) – SG-23467, (з) – SG-28186н, (и) – SG-40903н. Мусковит-эпидот-плагиоклазовая порода: (к) – SG-43384-3.

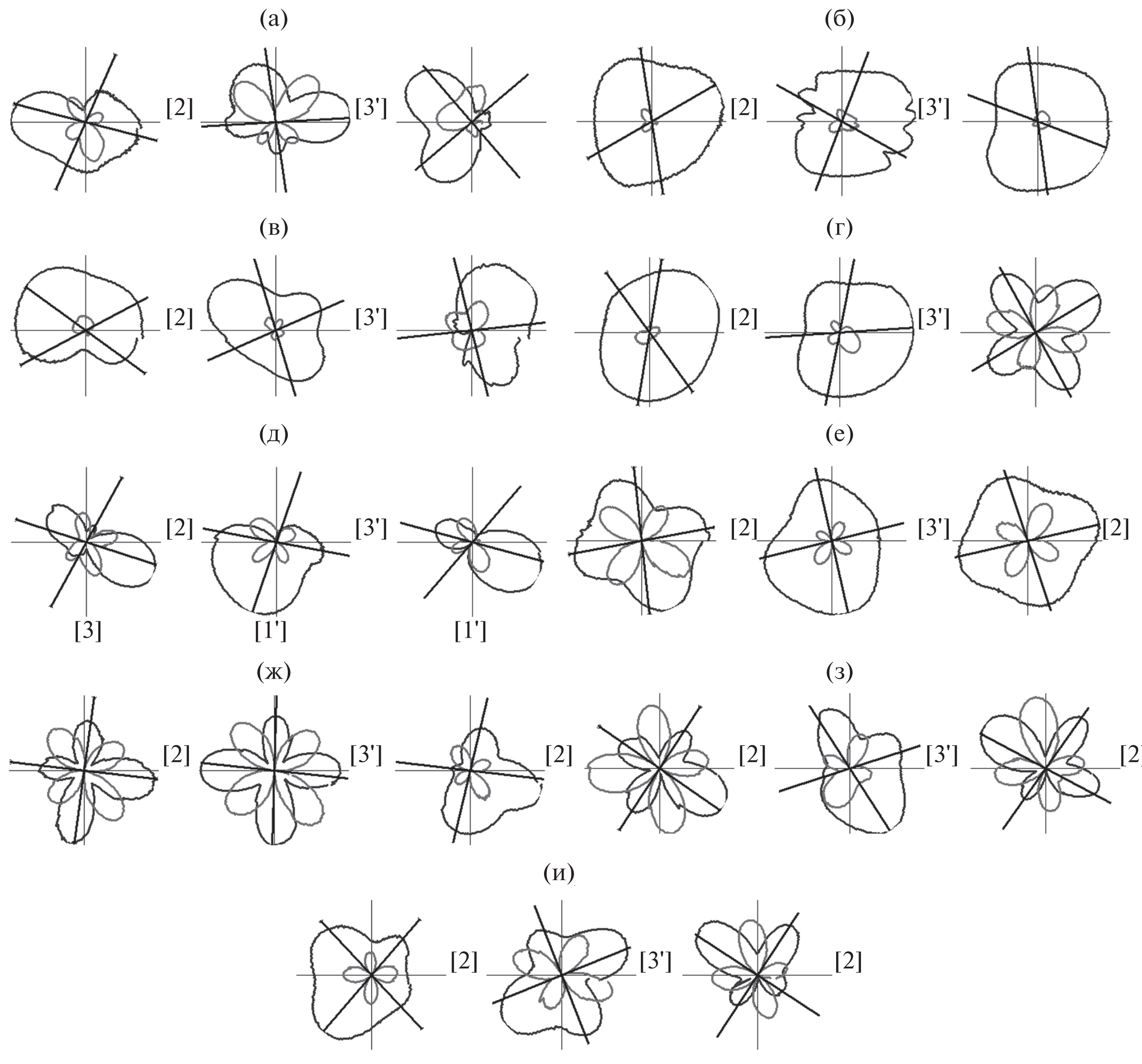


**Рис. 5.** Примеры акустополяриграмм пород протерозойской части разреза Кольской сверхглубокой скважины (СГ-3): (а) – SG-1848, (б) – SG-3114, (в) – SG-5306, (г) – SG-8654, (д) – SG-9130, (е) – SG-12692, (ж) – SG-19420, (з) – SG-19921, (и) – SG-20629. Темная линия – векторы параллельны, светлая – скрещены.

диаграммы ВС большей части образцов имеют форму четырехлепестковых фигур, что свидетельствует о наличии в них упругой анизотропии. Минимумы диаграмм ВС дают возможность определить пространственное положение элементов симметрии.

Акустополяриграммы протерозойских образцов SG-1848, SG-5306, SG-9130, SG-19921, SG-20629 характеризуются четко выраженным проявлением эффекта линейной акустической анизотропии поглощения. Для образца SG-1848 показатель $D$ находится в пределах 0.27...0.46 (табл. 2). На фотографии шлифа (рис. 3) отчетливо видно, что зерна минералов имеют вытянутую форму, они предпочтительно ориентированы в одном направлении. Это объясняет наличие эффекта ЛААП. В образцах SG-5306 и SG-19921 показатель $D$ изменяется в пределах 0.18...0.30 и 0.10...0.44, соответственно. Видимой ориентации зерен не наблюдается, но присутствуют залеченные трещины, что также обусловливает проявление эффекта ЛААП. Акустополяриграммы образца SG-9130 на гранях 1–1' и 3–3' показывают сильное проявление эффекта ЛААП ($D_1 = 0.68$, $D_3 = 0.71$). На акустополяриграмме образца SG-20629 эффект ЛААП наблюдается на гранях 2–2' и 3–3'. Обзор фотографии шлифа образца показывает, что его структура мелкозернистая, ориентировка зерен не выявляется. Здесь слабое проявление эффекта ЛААП объясняется небольшой рассланцованностью породы, которая не выявляется оптически.

**Таблица 2.** Петрофизические свойства образцов протерозойской части (экспериментальные и расчетные данные)

| Номер образца | Наименование породы | $\rho_R$, г/см$^3$ | $\rho_C$, г/см$^3$ | Матрица скорости $V_{ij}$, км/с | $V_{PR}$, км/с | $V_{PC}$, км/с | $V_{SR}$, км/с | $V_{SC}$, км/с | $A_P$,% | $B_S$,% | Эффект ЛААП, $D$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| SG-1848 | Туфосланец алевропели-товый базитового состава | 2.93 | 3.10 | 5.66 2.91 3.49<br>2.42 3.52 2.30<br>2.53 2.65 5.44 | 4.87 | 6.63 | 2.72 | 3.58 | 34.2 | 19.4 | 0.36<br>0.46<br>0.27 |
| SG-2263 | Туф псефитпсаммитовый, витрокластический | 2.84 | 2.66 | 6.14 3.43 3.44<br>3.44 6.52 3.50<br>2.44 2.52 5.46 | 6.04 | 6.10 | 3.13 | 3.83 | 12.6 | 3.33 | 0.02<br>0.01<br>0.01 |
| SG-3114 | Габбродиабаз среднезернистый | 3.08 | 3.06 | 7.08 3.29 3.37<br>3.06 6.44 3.10<br>3.26 3.30 7.02 | 6.85 | 6.86 | 3.23 | 3.96 | 7.25 | 2.57 | 0.14<br>0.20<br>0.25 |
| SG-5306 | Перидотит измененный | 2.90 | 2.98 | 7.02 2.78 2.75<br>3.31 6.34 2.87<br>3.06 3.00 5.72 | 6.36 | 6.76 | 2.96 | 3.70 | 14.4 | 14.5 | 0.18<br>0.21<br>0.30 |
| SG-7400 | Габбро-долерит мелкозерни-стый измененный | 2.96 | 3.30 | 5.85 3.15 3.26<br>3.27 6.11 3.30<br>3.26 3.07 6.08 | 6.01 | 6.81 | 3.22 | 3.85 | 3.34 | 7.05 | 0.04<br>0.01<br>0.05 |
| SG-8654 | Песчаник алевропсаммитовый полимиктовый | 2.79 | 2.71 | 7.29 3.85 3.80<br>3.01 5.54 2.53<br>2.69 2.58 5.34 | 6.05 | 6.15 | 3.08 | 3.63 | 25.15 | 17.91 | 0.06<br>0.04<br>0.00 |
| SG-8986 | Габбро-диабаз измененный | 2.74 | 3.09 | 7.18 2.97 3.01<br>2.62 4.97 2.66<br>2.54 2.53 6.05 | 6.07 | 6.68 | 2.72 | 3.72 | 25.8 | 2.30 | 0.28<br>0.03<br>0.08 |
| SG-9130 | Филлитовый сланец тектонизи-рованный и перекристаллизо-ванный | 2.69 | 2.85 | 6.63 2.79 3.29<br>2.21 4.65 2.30<br>2.85 2.86 6.19 | 5.82 | 7.75 | 2.72 | 4.64 | 25.2 | 17.0 | 0.68<br>0.31<br>0.71 |
| SG-9718 | Серицитовый сланец | 2.81 | 2.61 | 6.57 3.65 3.13<br>2.48 6.51 3.07<br>2.52 2.32 4.92 | 6.00 | 7.02 | 2.86 | 3.79 | 22.1 | 27.5 | 0.13<br>0.19<br>0.20 |

**Таблица 2.** Окончание

| Номер образца | Наименование породы | $\rho_R$, г/см$^3$ | $\rho_C$, г/см$^3$ | Матрица скорости $V_{ij}$, км/с | $V_{PR}$, км/с | $V_{PC}$, км/с | $V_{SR}$, км/с | $V_{SC}$, км/с | $A_P$,% | $B_S$,% | Эффект ЛААП, $D$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| SG-10267 | Габбро-диабаз среднезернистый измененный | 2.88 | 2.98 | 6.76 2.73 2.85<br>2.41 5.42 2.53<br>2.70 2.54 6.04 | 6.07 | 6.68 | 2.62 | 3.73 | 15.6 | 8.90 | 0.02<br>0.34<br>0.12 |
| SG-10813 | Диабаз мелкозернистый измененный | 2.74 | 3.04 | 5.59 2.44 2.56<br>3.62 6.48 3.61<br>2.95 3.09 5.99 | 6.02 | 6.63 | 3.04 | 3.59 | 10.4 | 6.81 | 0.13<br>0.26<br>0.23 |
| SG-12692 | Диабаз среднезернистый измененный | 2.94 | 3.05 | 5.38 2.42 2.43<br>3.36 7.39 3.28<br>2.97 3.00 6.72 | 6.50 | 6.63 | 2.91 | 3.60 | 22.3 | 2.52 | 0.01<br>0.20<br>0.03 |
| SG-14515 | Метадиабаз среднезернистый измененный | 3.01 | 3.28 | 6.52 3.86 3.85<br>3.13 5.92 3.08<br>2.56 2.58 5.46 | 5.97 | 6.94 | 3.18 | 3.82 | 12.5 | 1.92 | 0.09<br>0.09<br>0.11 |
| SG-18063 | Дацитовый плагиопорфирит измененный | 2.64 | 2.73 | 5.92 3.42 2.59<br>2.80 6.39 2.64<br>2.21 2.24 4.39 | 5.57 | 6.19 | 2.65 | 3.55 | 26.6 | 28.3 | 0.73<br>0.16<br>0.13 |
| SG-18771 | Плагиоамфиболит мелкозернистый сланцеватый меланократовый | 2.99 | 3.14 | 6.18 2.60 2.93<br>2.66 5.34 2.59<br>3.12 3.19 7.30 | 6.27 | 7.02 | 2.85 | 3.92 | 22.23 | 12.51 | 0.07<br>0.05<br>0.07 |
| SG-19420 | Биотит-кварцевый кристаллический сланец с эпидотом | 2.76 | 2.81 | 4.13 2.79 2.56<br>2.39 4.51 2.45<br>2.60 3.13 5.08 | 4.57 | 6.21 | 2.65 | 3.69 | 14.8 | 20.5 | 0.04<br>0.04<br>0.06 |
| SG-19921 | Плагиоамфиболит мелкозернистый измененный меланократовый | 2.93 | 3.09 | 5.42 3.21 3.21<br>2.44 5.71 3.17<br>2.37 3.24 5.68 | 5.60 | 7.02 | 2.94 | 3.91 | 3.91 | 40.6 | 0.10<br>0.44<br>0.11 |
| SG-20629 | Андезит миндалекаменный (кварцевые миндалины) хлоритизированный рассланцованный и измененный | 2.72 | 2.86 | 4.74 2.87 2.91<br>2.96 5.26 2.42<br>2.32 2.24 4.94 | 4.98 | 6.16 | 2.62 | 3.42 | 7.36 | 20.5 | 0.05<br>0.10<br>0.03 |
| СРЕДНЕЕ | | 2.86 ± 0.12 | 2.97 ± 0.20 | | 5.87 ± 0.56 | 6.68 ± 0.41 | 2.90 ± 0.21 | 3.78 ± 0.26 | 17.0 ± 8.6 | 14.1 ± 10.6 | |

**Таблица 3.** Петрофизические свойства образцов (экспериментальные и расчетные данные) архейской части разреза СГ-3

| Номер образца | Наименование породы | $\rho_R$, г/см$^3$ | $\rho_C$, г/см$^3$ | Матрица скорости $V_{ij}$, км/с | $V_{PR}$, км/с | $V_{PC}$, км/с | $V_{SR}$, км/с | $V_{SC}$, км/с | $A_P$, % | $B_S$, % | ЛААП: $D_1$, $D_2$, $D_3$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | Гнейсы | | | | | | | |
| SG-23881 | Гранат-биотитовый гнейс | 2.68 | 2.82 | 5.87 2.47 3.11<br>2.54 5.62 2.80<br>1.97 1.94 4.24 | 5.24 | 6.33 | 2.47 | 3.64 | 23.8 | 24.8 | 0.53<br>0.70<br>0.0 |
| SG-38631 | Мусковит-биотитовый гнейс | 2.50 | 2.81 | 3.36 2.42 2.19<br>2.59 3.28 2.53<br>–‘ –‘ 3.06 | 3.23 | 6.15 | 2.43 | 3.35 | – | – | 0.29<br>0.01<br>0.20 |
| SG-41154-2 | Кианит-биотитовый гнейс глиноземистый | 2.97 | 2.92 | 3.87 2.36 2.19<br>–‘ –‘ –‘<br>–‘ –‘ –‘ | 3.87 | 6.39 | 2.28 | 3.38 | – | – | 0.28<br>0.45<br>0.58 |
| SG-42003 | Кианит-биотитовый гнейс глиноземистый, с силлиманитом | 2.63 | 2.89 | 2.57 1.93 2.16<br>1.96 1.33 1.91<br>–‘ –‘ –‘ | 1.95 | 6.44 | 1.99 | 3.55 | – | – | 0.62<br>0.77<br>0.02 |
| SG-42148-2 | Гранат-кианит-биотитовый гнейс глиноземистый, с силлиманитом | 2.85 | 2.97 | 2.41 1.70 1.48<br>1.43 2.95 1.56<br>–‘ –‘ –‘ | 2.68 | 6.63 | 1.54 | 3.70 | – | – | 0.51<br>0.29<br>0.06 |
| Среднее | | 2.73 ± 0.17 | 2.88 ± 0.06 | | 3.39 ± 1.11 | 6.38 ± 0.16 | 2.14 ± 0.34 | 3.52 ± 0.14 | | | 0.35 ± 0.26 |
| | | | | Сланцы | | | | | | | |
| SG-23542 полир. | Сланец двуслюдяной | 2.89 | 2.85 | 1.40 1.83 1.73<br>1.40 2.46 2.44<br>4.64 –‘ 5.41 | 3.09 | 6.39 | 2.41 | 3.29 | – | – | 0.72<br>0.88<br>0.54 |
| SG-23696 | Сланец двуслюдяной, с гранатом | 2.67 | 2.76 | 4.76 2.30 2.90<br>2.53 4.15 2.09<br>2.60 2.65 5.89 | 4.93 | 6.44 | 2.50 | 3.51 | 25.3 | 32.5 | 0.25<br>0.65<br>0.34 |
| SG-30025 | Эпидот-биотитовый сланец | 2.53 | 2.83 | 4.72 2.33 2.02<br>2.06 2.65 1.76<br>1.68 1.67 1.91 | 3.09 | 6.63 | 1.92 | 3.50 | 66.6 | 21.1 | 0.18<br>0.58<br>0.58 |
| SG-34016 | Эпидот-биотитовый сланец, с мусковитом | 2.59 | 2.73 | 5.51 3.05 2.51<br>2.50 4.29 2.21<br>1.94 2.01 4.29 | 4.70 | 6.25 | 2.37 | 3.53 | 21.2 | 23.2 | 0.43<br>0.66<br>0.69 |
| SG-39164 | Эпидот-биотитовый сланец | 2.78 | 2.93 | 4.81 2.57 2.31<br>2.00 3.14 1.98<br>1.48 1.36 –‘ | 3.98 | 6.31 | 1.95 | 3.48 | – | – | 0.40<br>0.75<br>0.75 |
| Среднее | | 2.69 ± 0.13 | 2.82 ± 0.07 | | 3.96 ± 0.77 | 6.40 ± 0.13 | 2.23 ± 0.24 | 3.46 ± 0.09 | | | 0.56 ± 0.20 |

**Таблица 3.** Окончание

| Номер образца | Наименование породы | $\rho_R$, г/см$^3$ | $\rho_C$, г/см$^3$ | Матрица скорости $V_{ij}$, км/с | $V_{PR}$, км/с | $V_{PC}$, км/с | $V_{SR}$, км/с | $V_{SC}$, км/с | $A_P$, % | $B_S$, % | ЛААП: $D_1$, $D_2$, $D_3$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | Амфиболиты | | | | | | | |
| SG-23467 | Амфиболит полевошпатовый | 2.80 | 3.06 | 6.81 4.12 3.91<br>3.77 6.56 3.78<br>3.65 3.10 6.44 | 6.60 | 6.77 | 3.72 | 3.81 | 4.02 | 17.2 | 0.05<br>0.03<br>0.13 |
| SG-26158 | Амфиболит анхимономинеральный (метапироксенит) | 3.08 | 3.18 | 5.80 3.76 2.68<br>2.50 3.26 2.24<br>2.05 2.39 3.97 | 4.34 | 7.04 | 2.56 | 3.89 | 42.7 | 36.6 | 0.29<br>0.48<br>0.39 |
| SG-26977 | Амфиболит полевошпатовый | 2.96 | 3.09 | 5.77 2.58 2.61<br>2.79 3.75 2.36<br>1.84 1.68 2.34 | 3.95 | 6.85 | 2.31 | 3.77 | 61.8 | 19.0 | 0.02<br>0.0<br>0.07 |
| SG-28186 | Амфиболит полевошпатовый | 2.87 | 2.87 | 2.57 2.40 2.25<br>2.44 4.55 2.62<br>1.71 2.38 3.26 | 3.46 | 6.59 | 2.30 | 3.65 | 41.2 | 34.2 | 0.08<br>0.29<br>0.59 |
| SG-31093 | Амфиболит полевошпатовый | 2.93 | 3.07 | 5.96 2.21 2.53<br>2.28 4.83 2.68<br>2.58 2.62 6.20 | 5.66 | 6.87 | 2.48 | 3.82 | 18.2 | 21.0 | 0.55<br>0.16<br>0.0 |
| SG-37263 | Амфиболит полевошпатовый | 2.93 | 3.02 | 5.22 2.69 2.58<br>2.91 7.18 4.14<br>2.42 2.66 5.47 | 5.96 | 6.84 | 2.90 | 3.89 | 25.4 | 36.3 | 0.09<br>0.07<br>0.14 |
| SG-40903 | Амфиболит полевошпатовый | 2.97 | 3.06 | 3.55 2.77 2.71<br>1.87 3.00 1.89<br>1.65 1.69 2.33 | 2.96 | 6.89 | 2.10 | 3.88 | 29.3 | 3.53 | 0.07<br>0.08<br>0.05 |
| Среднее | | 2.93 ± 0.08 | 3.05 ± 0.09 | | 4.70 ± 1.27 | 6.84 ± 0.13 | 2.62 ± 0.50 | 3.82 ± 0.08 | | | 0.17 ± 0.18 |

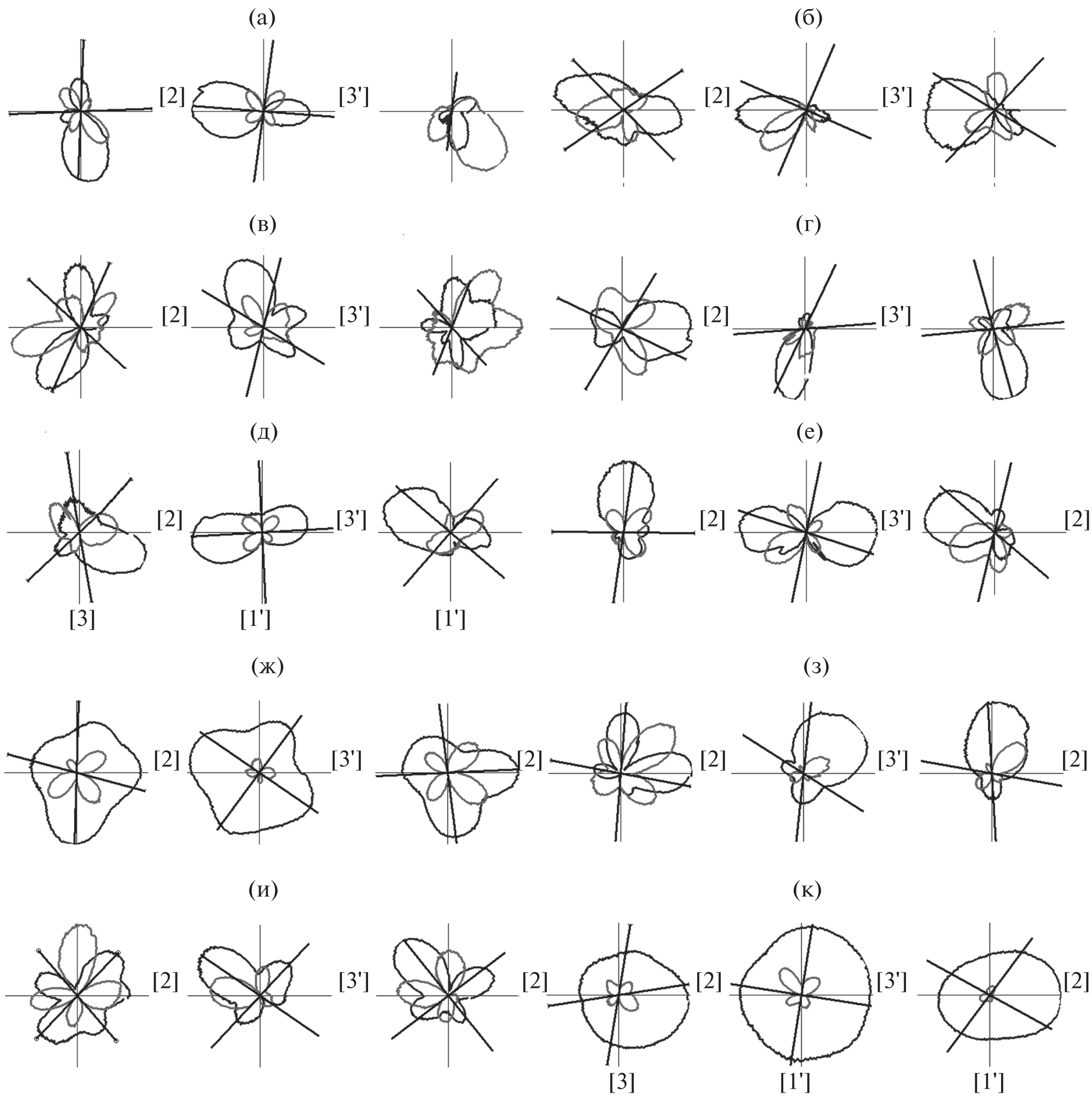


**Рис. 6.** Примеры акустополяриграмм основных пород архейской части разреза Кольской сверхглубокой скважины (СГ-3). Гнейсы: (а) – SG-23881а, (б) – SG-41154-2, (в) – SG-42148-2. Сланцы: (г) – SG-23542н, (д) – SG-30025н, (е) – SG-39164. Амфиболиты: (ж) – SG-23467, (з) – SG-28186н, (и) – SG-40903н. Мусковит-эпидот-плагиоклазовая порода: (к) – SG-43384-3. Темная линия – векторы параллельны, светлая – скрещены.

Акустополяриграммы образцов SG-3114, SG-8654, SG-12692 и SG-19420 показывают, что эффект ЛААП проявлен незначительно, показатель $D$ изменяется в пределах 0.14...0.25, 0.00...0.06, 0.01...0.20 и 0.04...0.06 соответственно. Изломанная форма диаграммы ВП образца SG-3114 на грани 2–2', вероятно, объясняется включением крупных зерен неправильной формы. Диаграммы ВП образцов SG-8654 (грани 1–1'; 2–2'), SG-12692 (грани 1–1'; 2–2') и SG-19420 (грани 1–1'; 2–2') близки к круговым, а диаграммы ВС имеют малые размеры (обр. SG-8654, грани 1–1' и 2–2'). Фотографии шлифов этих образцов показывают мелкозернистую структуру с переменной ориентацией форм зерен.

Акустополярограммы архейских образцов гнейсов: SG-23881, SG-41154-2, SG-42148-2 характеризуются четко выраженным проявлением эффекта ЛААП по всем граням с высокими показателями $D$ (рис. 6, табл. 3). Для образца SG-23881 величины показателя $D_1 = 0.53$, $D_2 = 0.7$. Для образцов SG-41154-2 и SG-42148-2 показатели $D$ находятся в пределах 0.28...0.58. Фотографии шлифов (рис. 4) показывают, что зерна минералов этих образцов имеют вытянутую форму, ориентированную в одном направлении, что объясняет наличие эффекта ЛААП. На фотографии шлифа SG-42148-2 видно крупное включение, что, вероятно, повлияло на изломанную форму диаграммы ВП, полученной на 3-й грани. Следует отметить, что шлиф этого образца сделан только в одном сечении и не отражает объемную текстуру породы.

Акустополяриграммы ВП образцов сланцев (SG-23542, SG-30025, SG-39164) показали еще более значимое влияние эффекта линейной акустической анизотропии поглощения. Это подтверждается очень высокими показателями ЛААП. Для образца SG-23542 показатели $D_1$, $D_2$, $D_3$ соответственно равны 0.72, 0.88, 0.54. Для образца SG-39164 эти показатели равны 0.40, 0.75, 0.75. Соответственно, на фото шлифов сланцев отмечается более строгая ориентировка вытянутых в одном направлении зерен, чем в гнейсах. Следует отметить, что эффект ЛААП в большой степени отражает контраст акустических свойств на контактах ориентированных в одном направлении соседних зерен минералов и микротрещин, развитых на этих контактах.

Акустополяриграммы ВП первых двух граней (1–1', 2–2') образца амфиболита SG-23467 указывают на наличие умеренной анизотропии, практически без влияния ЛААП, рис. 6. Это же отражено в показателях $D$. На всех трех гранях наблюдаются минимумы диаграмм ВС. Из обзора фотографии шлифа следует, что прослеживается директивная направленность форм зерен минералов. Анализ акустополяриграмм образца амфиболита SG-28186 указывает на наличие эффекта ЛААП практически на всех гранях. Для образца SG-28186 величины показателя $D_1 = 0.08$, $D_2 = 0.29$, $D_3 = 0.59$ довольно значительны. На фото шлифов образца SG-28186 хорошо прослеживается направленность зерен минералов.

Сравнение средних показателей ЛААП для гнейсов, сланцев и амфиболитов, в целом, показывает, что этот показатель численно отражает направленность структуры породы. Например, для сланцев, ориентированная структура которых в шлифах наиболее выражена, $D_{сл} = 0.56 \pm 0.20$. Для гнейсов она составляет $D_{гн} = 0.35 \pm 0.26$. В амфиболитах, в которых содержится наименьшее количество слюд, $D_{ам} = 0.17 \pm 0.18$ (табл. 3).

## ПЕТРОФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА

Петрофизические свойства образцов из разреза Кольской сверхглубокой скважины СГ-3 приведены в табл. 2–5. В них представлены: экспериментально измеренные ($\rho_R$) и рассчитанные по минеральному составу ($\rho_C$) плотности, матрицы скорости $V_{ij}$, средние скорости распространения экспериментально определенных продольных ($V_{PR}$) и поперечных ($V_{SR}$) волн. В таблицах также приведены рассчитанные скорости продольных ($V_{PC}$) и поперечных ($V_{SC}$) волн и показатели ЛААП $D$. В таблицах 4, 5 представлены динамические модули упругости и коэффициенты Пуассона, соответственно для пород протерозойской и архейской частей разреза СГ-3.

Проведенный сравнительный анализ петрофизических свойств пород из разреза скважины СГ-3 показывает (табл. 2, 3), что экспериментально измеренная плотность образцов ($\rho_R$) составляет для протерозойских пород $2.86 \pm 0.12$ г/см$^3$, для архейских- $2.78 \pm 0.13$ г/см$^3$. Средние расчетные величины плотности ($\rho_C$) для соответствующих частей разреза равны $2.97 \pm 0.20$ и $2.92 \pm 0.06$ г/см$^3$. Плотностные характеристики образцов, полученные в лабораторных условиях и рассчитанные по минеральному составу, имеют близкие значения.

Вариации средних значений экспериментально измеренных скоростей распространения продольных волн в протерозойских породах находятся в широком диапазоне $V_{PR} = 4.57...6.85$ км/с. Такой же разброс наблюдается для скорости распространения поперечных волн, $V_{SR} = 2.62...3.23$ км/с. Среднее значение экспериментально измеренных скоростей продольных волн составило $5.87 \pm 0.56$ км/с, поперечных – $2.90 \pm 0.21$ км/с. Упругая анизотропия образцов пород протерозойской части ($A_P$) изменяется в интервале 3.34...26.6% при среднем значении $17.0 \pm 9$%. Показатель $B_S$ варьирует от 1.92 до 40.6% при среднем значении $14.1 \pm 10$%.

Расчеты скоростных характеристик ($V_{PC}$, $V_{SC}$) пород по минеральному составу (формула (5), табл. 2) показали превышение их значений над экспериментально определенными. По данным расчетов, средние значения характеристик продольных и поперечных волн, рассчитанных по минеральному составу, изменяются в пределах $V_{PC} = 6.10...7.75$ км/с и $V_{SC} = 3.42...4.64$ км/с, соответственно. Средняя величина скорости продольной волны составила $6.68 \pm 0.41$ км/с, поперечной – $3.78 \pm 0.26$ км/с.

При экспериментальных определениях скоростей, замеренных на архейских образцах в лабораторных условиях, полная квазиматрица $V_{ij}$ получена не для всех образцов. Из-за сильного затухания ультразвуковых волн в некоторых образцах величины скорости получены в двух или одном направлении. Неполные матрицы скорости получены на образцах SG-23542, SG-38631, SG-39164, SG-41154-2, SG-42003 и SG-42148-2. Вариации изменения средних значений скорости распространения при зондировании продольными волнами гнейсов находятся в широком диапазоне ($V_{PR} = 1.95...5.24$ км/с). Такой же разброс наблюдается для скорости распространения попереч-

**Таблица 4.** Модули упругости и коэффициенты Пуассона образцов протерозойской части разреза СГ-3

| Номер образца | Наименование породы | Земная поверхность | | | Глубинные условия | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $E \times 10^{-4}$, МПа | $G \times 10^{-4}$, МПа | ν | $E \times 10^{-4}$, МПа | $G \times 10^{-4}$, МПа | ν |
| SG-1848 | Туфосланец алевропелитовый базитового состава | 5.51 | 2.77 | 0.317 | 10.26 | 3.96 | 0.220 |
| SG-2263 | Туф псефит-псаммитовый, витрокластический | 7.30 | 3.21 | 0.357 | 9.17 | 3.91 | 0.294 |
| SG-3114 | Габбро-диабаз среднезернистый | 8.71 | 2.53 | 0.362 | 11.98 | 4.79 | 0.274 |
| SG-5306 | Перидотит измененный | 6.90 | 3.07 | 0.299 | 10.50 | 4.08 | 0.292 |
| SG-7400 | Габбро-долерит мелкозернистый измененный | 7.97 | 2.43 | 0.348 | 12.38 | 4.90 | 0.291 |
| SG-8654 | Песчаник алевропсаммитовый полимиктовый | 7.00 | 2.64 | 0.326 | 8.82 | 3.58 | 0.233 |
| SG-8986 | Габбро-диабаз измененный | 5.58 | 2.03 | 0.374 | 10.91 | 4.28 | 0.275 |
| SG-9130 | Филлитовый сланец тектонизированный и перекристаллизованный | 5.40 | 2.30 | 0.353 | 15.00 | 6.15 | 0.274 |
| SG-9718 | Серицитовый сланец | 6.23 | 1.99 | 0.385 | 9.72 | 3.76 | 0.226 |
| SG-10267 | Габбро-диабаз среднезернистый измененный | 5.51 | 2.54 | 0.329 | 10.55 | 4.14 | 0.276 |
| SG-10813 | Диабаз мелкозернистый измененный | 6.74 | 2.48 | 0.375 | 10.14 | 3.92 | 0.278 |
| SG-12692 | Диабаз среднезернистый измененный | 6.83 | 3.22 | 0.320 | 10.20 | 3.95 | 0.288 |
| SG-14515 | Метадиабаз среднезернистый измененный | 7.90 | 3.03 | 0.302 | 12.27 | 4.78 | 0.283 |
| SG-18063 | Дацитовый плагиопорфирит измененный | 5.02 | 2.43 | 0.370 | 8.65 | 3.44 | 0.219 |
| SG-18771 | Плагиоамфиболит мелкозернистый сланцеватый меланократовый | 6.65 | 1.95 | 0.246 | 12.28 | 4.82 | 0.233 |
| SG-19420 | Биотит-кварцевый кристаллический сланец с эпидотом | 4.85 | 2.53 | 0.310 | 9.40 | 3.83 | 0.220 |
| SG-19921 | Плагиоамфиболит мелкозернистый измененный меланократовый | 6.63 | 1.87 | 0.309 | 12.02 | 4.71 | 0.294 |
| SG-20629 | Андезит миндалекаменный | 4.89 | 1.46 | -0.104 | 8.53 | 3.34 | 0.274 |
| СРЕДНЕЕ | | 6.43 ± 1.1 | 2.41 ± 0.42 | 0.340 ± 0.038 | 10.71 ± 1.64 | 4.25 ± 0.67 | 0.270 ± 0.032 |

ных волн, $V_{SR} = 1.54...2.47$ км/с. Среднее значение экспериментально замеренных скоростей продольных волн для гнейсов составило 3.39 ± 1.11 км/с, поперечных – 2.14 ± 0.34 км/с. Широкие пределы разброса экспериментальных скоростей наблюдаются у сланцев и у амфиболитов. Коэффициенты упругой анизотропии $A_P$ и $B_S$ определены не для всех образцов гнейсов и сланцев. Для амфиболитов, как более однородных пород, $A_P = 36.9 \pm 13.2\%$, $B_S = 28.5 \pm 8.2\%$.

По данным расчетов по минеральному составу, средние значения характеристик продольных и поперечных волн в архейской части разреза СГ-3 у гнейсов изменяются в пределах $V_{PC} = 6.15...6.63$ км/с и $V_{SC} = 3.36...3.70$ км/с, соответственно. Средняя величина скорости продольных волн составила 6.38 ± 0.16 км/с, поперечных – 3.52 ± 0.14 км/с. Для сланцев вариации скоростных характеристик составляют $V_{PC} = 6.25...6.63$ км/с и $V_{SC} = 3.29...3.53$ км/с. Средняя величина скорости продольных волн составила 6.40 ± 0.13 км/с, поперечных – 3.46 ± 0.09 км/с. Интервал изменения средних значений характеристик продольных и поперечных волн для амфиболитов составил $V_{PC} = 6.59...7.04$ км/с и $V_{SC} = 3.65...3.89$ км/с. Их среднее значение – 6.84 ± 0.13 и 3.82 ± 0.08 км/с, соответственно. Согласно полученным средним, наибольшие скорости отмечаются у амфиболитов, промежуточные – у гнейсов, меньшие – у сланцев. Поскольку расчет величин скорости производился по минеральному составу породы, эти средние отражают влияние более высокоскоростного амфибола у амфиболитов и низкоскоростных слюд у сланцев.

Средние значения модулей упругости $E$ и сдвига $G$, коэффициентов Пуассона ν протеро-

**Таблица 5.** Модули упругости и коэффициенты Пуассона образцов из архейской части разреза СГ-3

| Номер образца | Наименование породы | Глубинные условия | | |
|---|---|---|---|---|
| | | $E \times 10^{-4}$, МПа | $G \times 10^{-4}$, МПа | ν |
| Гнейсы | | | | |
| SG-23881 | Гранат-биотитовый гнейс | 9.35 | 3.73 | 0.252 |
| SG-38631 | Мусковит-биотитовый гнейс | 8.14 | 3.16 | 0.288 |
| SG-41154-2 | Кианит-биотитовый гнейс глиноземистый | 8.73 | 3.34 | 0.306 |
| SG-42003 | Кианит-биотитовый гнейс глиноземистый, с силлиманитом | 9.34 | 3.64 | 0.282 |
| SG-42148-2 | Гранат-кианит-биотитовый гнейс глиноземистый, с силлиманитом | 10.36 | 4.07 | 0.273 |
| Среднее | | 9.18 ± 0.74 | 3.6 ± 0.32 | 0.290 ± 0.020 |
| Сланцы | | | | |
| SG-23542 | Сланец двуслюдяной | 8.02 | 3.09 | 0.300 |
| SG-23696 | Сланец двуслюдяной, с гранатом | 8.60 | 3.40 | 0.265 |
| SG-30025 | Эпидот-биотитовый сланец | 8.85 | 3.46 | 0.278 |
| SG-34016 | Эпидот-биотитовый сланец, с мусковитом | 8.62 | 3.41 | 0.265 |
| SG-39164 | Эпидот-биотитовый сланец | 9.11 | 3.56 | 0.281 |
| Среднее | | 8.65 ± 0.37 | 3.39 ± 0.16 | 0.280 ± 0.020 |
| Амфиболиты | | | | |
| SG-23467 | Амфиболит полевошпатовый | 11.27 | 4.44 | 0.268 |
| SG-26158 | Амфиболит анхимономинеральный (метапироксенит) | 12.32 | 4.81 | 0.280 |
| SG-26977 | Амфиболит полевошпатовый | 11.24 | 4.38 | 0.284 |
| SG-28186 | Амфиболит полевошпатовый | 9.78 | 3.82 | 0.279 |
| SG-31093 | Амфиболит полевошпатовый | 11.41 | 4.47 | 0.277 |
| SG-37263 | Амфиболит полевошпатовый | 11.53 | 4.57 | 0.261 |
| SG-40903 | Амфиболит полевошпатовый | 11.72 | 4.62 | 0.267 |
| Среднее | | 11.33 ± 0.72 | 4.45 ± 0.29 | 0.280 ± 0.017 |

зойских пород для поверхностных и глубинных условий приведены в табл. 4. Для поверхностных условий значения модулей упругости, сдвига, коэффициентов Пуассона соответственно составляют $(6.43 \pm 1.1) \times 10^4$ МПа, $(2.41 \pm 0.42) \times 10^4$ МПа, $0.340 \pm 0.038$. Для рассчитанных по минеральному составу эти показатели равны $(10.71 \pm 1.64) \times 10^4$ МПа, $(4.25 \pm 0.67) \times 10^4$ МПа, $0.270 \pm 0.032$.

Для пород архейской части разреза СГ-3 средние значения технических постоянных, рассчитанных по минеральному составу (табл. 5), – модуля Юнга, модуля сдвига и коэффициента Пуассона ν – составляют: для гнейсов $(9.18 \pm 0.74) \times 10^4$ МПа, $(3.60 \pm 0.32) \times 10^4$ МПа, $\nu = 0.290 \pm 0.020$; для сланцев $(8.65 \pm 0.37) \times 10^4$ МПа, $(3.39 \pm 0.16) \times 10^4$ МПа, $\nu = 0.280 \pm 0.020$; для амфиболитов $(11.33 \pm 0.72) \times 10^4$ МПа, $(4.45 \pm 0.29) \times 10^4$ МПа, $\nu = 0.280 \pm 0.017$.

## ОБСУЖДЕНИЕ

Плотностные характеристики протерозойских образцов, полученные в лабораторных условиях и рассчитанные по минеральному составу, имеют близкие значения. При этом плотность, рассчитанная по минеральному составу, несколько выше экспериментально измеренной. Та же тенденция отмечается и в породах архейской части (табл. 2, 3, рис. 7а). Полученные экспериментальные и рассчитанные значения, в целом, соответствуют справочным данным [14, 18]. Увеличенный разброс $\rho_C$ в протерозойской части по сравнению с архейской указывает на большие вариации минерального состава в протерозойской части разреза СГ-3.

Полученные экспериментальным путем в лабораторных условиях значения скоростей, как

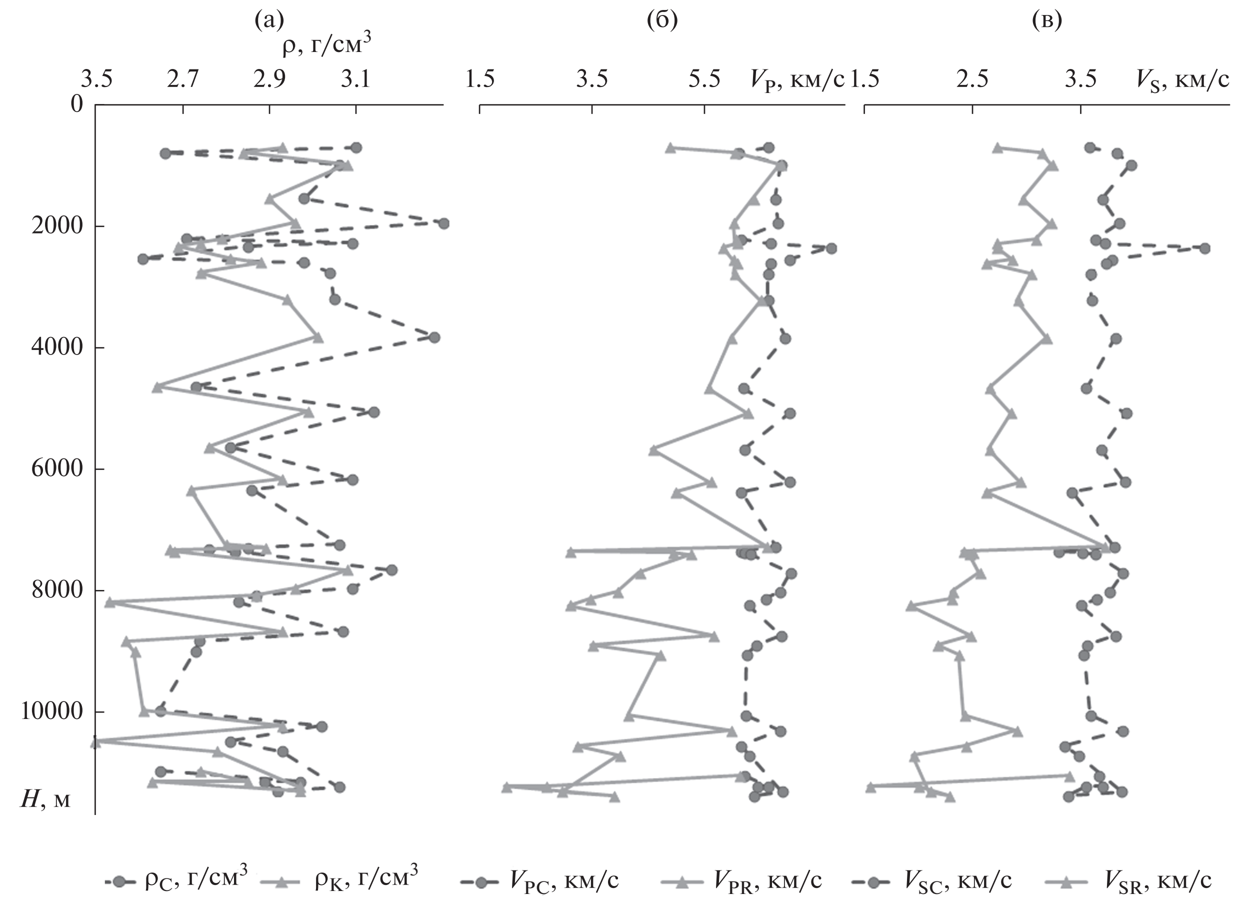


**Рис. 7.** Графики зависимости расчетных и экспериментальных величин от глубины ($H$, м): (а) – плотности ($\rho_C$, $\rho_R$), (б) – скорости продольных волн ($V_{PC}$, $V_{PR}$), (в) – скорости поперечных волн ($V_{SC}$, $V_{SR}$).

продольных ($V_{PR}$), так и поперечных ($V_{SR}$), систематически уменьшаются с увеличением глубины извлечения образцов по всему разрезу СГ-3 (табл. 2, 3, рис. 7б, 7в). Это объясняется эффектом разуплотнения пород [12, 13]. Снижение величин скорости происходит за счет образования трещинной пористости, возникающей в результате разгрузки от литостатических напряжений глубинных образцов. Даже микронные трещины представляют существенное препятствие для распространения ультразвуковых волн в твердом теле [19].

По данным вертикального сейсмического профилирования (ВСП) вариации скорости продольных волн в протерозойской части СГ-3 составляют 5.6...6.8 км/с [4, 20] и, в целом, находятся в диапазоне экспериментально измеренных ($V_{PR}$ = 4.57...6.85 км/с). Они соответствуют значениям, приведенным в разных источниках [14, 15, 18]. Величины поперечных волн для тех же пород, измеренные в массиве [20], варьируют в пределах 3.6...4.0 км/с. Эти показатели ближе к полученным нами расчетным методом ($V_{SC}$ = 3.42...4.64 км/с).

Анизотропия протерозойских пород оценена в 4–5% с повышением этого показателя до 10% в зоне Лучломпольского разлома [20]. Наши данные ($A_P$) находятся в пределах 3.34...26.6%. Вероятно, такое расхождение можно объяснить тем, что метод ВСП дает интегральную характеристику, равную шагу расположения датчиков по глубине (25 м). К тому же ВСП был проведен только в диапазоне глубин 2150...6000 м [20].

Низкие значения средних скоростей продольных и поперечных волн и их большой разброс, полученные при экспериментальных определениях в лабораторных условиях, не являются реальными для архейских пород СГ-3. Значения, более близкие к приводимым в справочной литературе [14. 15, 18], получены расчетным путем.

Сравнение величин скоростей архейских образцов, рассчитанных нами по минеральному составу, с результатами исследований методами акустического каротажа (АК) и ВСП показывает их близкое сходство. Скорости в архейской части у гнейсов изменяются в пределах $V_{PC}$ = 6.15...6.63 км/с, $V_{SC}$ = 3.36...3.70 км/с. Для сланцев вариации скоростных характеристик составляют $V_{PC}$ = 6.25...6.63 км/с и

$V_{SC}$ = 3.29...3.53 км/с. В амфиболитах пределы изменений $V_{PC}$ = 6.59...7.04 км/с и $V_{SC}$ = 3.65...3.89 км/с.

По данным АК для гнейсов и сланцев (лейкократовые породы) скорости продольных волн изменяются в пределах 5.8...6.4 км/с [4]. По данным ВСП для гнейсов и сланцев скорость продольных волн составляет 5.7...6.4 км/с, поперечных – 3.6...3.9 км/с. Для амфиболитов эти вариации составляют 6.2...6.7 км/с [3]. Несколько завышенные величины скоростей, полученные расчетным путем, по сравнению с зарегистрированными методами АК и ВСП можно объяснить естественной флюидонасыщенностью глубинных пород [21].

Из-за влияния эффекта разуплотнения на образцы архейской части, показатели анизотропии, в большинстве, не определены. Полученные данные являются ориентировочной оценкой.

Экспериментально измеренные скорости отражают лишь ту или иную степень этого разуплотнения породы. При этом они могут служить для оценки напряженного состояния глубинных пород [15].

Величины модулей, определенные экспериментально для протерозойских образцов, примерно в 1.5 раза ниже, чем рассчитанные по минеральному составу. Расчетные величины $E$, $G$ и $\nu$, представленные в табл. 4, близки к приводимым в литературе [14, 17, 22, 23]. Образцы пород архейской части залегали на глубинах 7382...11263 м и влияние эффекта разуплотнения на них выше, чем на образцы протерозойских пород. Поэтому в табл. 5 приведены только расчетные значения $E$, $G$ и $\nu$. Их величины меньше у сланцев, средние у гнейсов, большие у амфиболитов.

## ВЫВОДЫ

Петрофизические свойства образцов пород протерозойской части разреза Кольской сверхглубокой скважины СГ-3 (0...6842 м) (метатуфов, метатуфосланцев, сланцев, габбродиабазов, метадиабазов, плагиоамфиболов, гнейсов) изменяются в широких пределах. Причина состоит в больших вариациях минерального состава пород в протерозойской части СГ-3. Плотность, рассчитанная по минеральному составу, несколько выше экспериментально измеренной. Акустополяриграммы ВС большей части образцов имеют форму четырехлепестковых фигур, что свидетельствует о наличии в них упругой анизотропии. Эффект линейной акустической анизотропии проявляется, в той или иной мере, в большинстве образцов. Полученные экспериментальным путем в лабораторных условиях значения скоростей (интервал 0.7...6.7 км), как продольных, так и поперечных волн, уменьшаются с увеличением глубины извлечения образцов из-за эффекта разуплотнения. Для оценки величин скорости на глубинах 0.7...6.7 км следует применять значения, полученные расчетом по минеральному составу.

Полученные величины коэффициентов упругой анизотропии показали, что образцы протерозойской части СГ-3 проявляют как слабую, так и сильную степень анизотропии. Это можно объяснить частым переслаиванием пород разного генезиса – метаосадочных и изверженных, изменяющимися по глубине геодинамическими условиями и степенью метаморфической переработанности.

Преобладающими породами в архейской части разреза СГ-3 (6842...12262 м) являются гнейсы, сланцы, амфиболиты. Плотность образцов из разреза архейской части СГ-3, полученная в лабораторных условиях, несколько меньше, чем рассчитанная по минеральному составу, причем она меньше у сланцев и больше у амфиболитов. Обзор акустополяриграмм показал, что большинство образцов относится к упруго анизотропным средам. Эффект линейной акустической анизотропии проявляется, в той или иной мере, в большинстве образцов. Сравнение показателя ЛААП для пород выявило, что эта характеристика может численно отражать направленность структуры породы. Сравнение средних показателей ЛААП для гнейсов, сланцев и амфиболитов, в целом, показывает, что этот показатель численно отражает направленность структуры породы. Например, для сланцев этот показатель выше, чем для гнейсов. Для амфиболитов он минимален.

На скоростные характеристики образцов пород, извлеченных из глубин 7.4...11.3 км, эффект разуплотнения оказывает еще большее влияние, чем на протерозойские. Более реальными являются скоростные характеристики пород, рассчитанные по их минеральному составу. Средние значения скорости продольных и поперечных волн у гнейсов и сланцев примерно равны. Амфиболиты обладают повышенной скоростью. Соотношение величин модулей сжатия и сдвига у разных пород проявляет те же тенденции, что и средние скорости. Однако их величины меньше у сланцев, средние у гнейсов, большие у амфиболитов.

Таким образом, экспериментальные данные, полученные на образцах, извлеченных из глубины в несколько километров, непосредственно не могут быть использованы для оценки скоростных характеристик пород. Близкие значения скоростей продольных и поперечных волн в породах на глубине можно получить расчетным методом, используя данные по минеральному составу. Сравнение этих данных с результатами исследований методами акустического каротажа и вертикального сейсмического профилирования показывает их близкое сходство. Большой объем информации о свойствах пород можно получить, применяя акустополяризационный метод исследований.

Авторы выражают благодарность доктору г.-м. н. П.К. Скуфьину за проведенный минеральный анализ шлифов и Российскому фонду фундаментальных исследований (грант № 16-05-00026-а), при поддержке которого получена большая часть приведенных в статье результатов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ


1. Сверхглубокие скважины России и сопредельных регионов. Ред. Наливкина Э.Б., Хахаев Б.Н. С.-Петербург: Изд-во ВСЕГЕИ, 1995. 247 с.
2. *Загородный В.Г., Мирская Д.Д., Суслова С.Н.* Геологическое строение Печенгской осадочно-вулканогенной серии. М.–Л.: Наука, 1964. 207 с.
3. Кольская сверхглубокая. Исследование глубинного строения континентальной коры с помощью бурения Кольской сверхглубокой скважины. Ред. Козловский Е.А. М.: Недра, 1984. 490 с.
4. Кольская сверхглубокая. Научные результаты и опыт исследования Ред. Орлов В.П., Лаверов Н.П. М.: Технонефтегаз, 1998. 260 с.
5. *Горбацевич Ф.Ф.* Акустополярископия горных пород. Апатиты: Изд. КНЦ РАН, 1995. 203 с.
6. Акустополярископ для измерения упругости образцов твердых сред / Горбацевич Ф.Ф. Авторс. свид. 1281993, СССР, МКИ GOI N 29/04. Бюлл. изобр. 1987.
7. *Ковалевский М.В.* Автоматизированный программно-аппаратный комплекс Acoustpol: Учеб. пособие: Апатиты: Изд-во ООО "К & М", 2009. 54 с.
8. *Горбацевич Ф.Ф., Ковалевский М.В., Тришина О.М.* Результаты изучения образцов метаморфических пород (скважина Оутокумпу, Финляндия) акустополяризационным методом // Акуст. журн. 2014. Т. 60. № 2. С. 204–214.
9. *Горбацевич Ф.Ф.* Явление деполяризации сдвиговых волн в анизотропных гетерогенных средах // Физика Земли. 1998. № 6. С. 83–90.
10. *Горбацевич Ф.Ф.* Акустополярископия породообразующих минералов и кристаллических пород. Апатиты: Изд. КНЦ РАН, 2002. 140 с.
11. *Crampin S.* Evaluation of anisotropy by shear-wave splitting // Geophys. 1985. V. 50. № 1. P. 142–152.
12. *Горбацевич Ф.Ф., Медведев Р.В.* Механизм разуплотнения кристаллических пород при их разгрузке от напряжений. Рудные геофизические исследования на Кольском полуострове. Апатиты: Изд-во Кольского филиала АН СССР. 1986. С. 83–89.
13. *Gorbatsevich F.F.* Decompaction mechanism of deep crystalline rocks under stress relief // Tectonophys. 2003 V. 370. № 1–4. P. 121–128.
14. *Christensen N., Mooney W.* Seismic velocity structure and composition of the continental crust: A global view // J. Geophys. Res. 1995. V. 100. № B7. P. 9761–9788.
15. *Головатая О.С., Горбацевич Ф.Ф., Керн Х., Попп Т.* Свойства некоторых пород из разреза Кольской сверхглубокой скважины при изменении PT-параметров // Физика Земли. 2006. № 11. С. 3–14.
16. *Kern H., Mengel K., Strauss K.W., Ivankina T.I., Nikitin A.N., Kukkonen I.T.* Elastic wave velocities, chemistry and modal mineralogy of crustal rocks sampled by the Outokumpu scientific drill hole: Evidence from lab measurements and modeling // Physics of the Earth and Planetary Interiors. 2009. V. 175. P. 151–166.
17. *Беликов Б.П., Александров К.С., Рыжова Т.В.* Упругие свойства породообразующих минералов и горных пород. М.: Наука, 1970. 276 с.
18. Справочник (кадастр) физических свойств горных пород / Ред. Протодьяконов М.М. М.: Недра, 1975. 279 с.
19. *Ермолов И.Н.* Методы ультразвуковой дефектоскопии. М.: Изд-во МГИ, 1967. 267 с.
20. *Digranes P., Kristoffersen Y., Karajev N.* An analysis of shear waves observed in VSP data from the superdeep well at Kola, Russia // Geophys. J. Int. 1996. V. 126. P. 545–554.
21. *Gorbatsevich F.F., Ikorsky S.V., Zharikov A.V.* Structure and permeability of deep-seated rocks in the Kola superdeep borehole section (SG-3) // Acta Geodynamica et Geomaterialia. 2010. V. 7. № 2(158). P. 145–152.
22. Структура, свойства, состояние пород и геодинамика в геопространстве Кольской сверхглубокой скважины (СГ-3) / Ред. Горбацевич Ф.Ф. СПб.: Наука, 2015. 366 с.
23. *Горбацевич Ф.Ф., Тришина О.М., Ковалевский М.В.* Упруго-анизотропные свойства пород разного вещественного состава и фаций метаморфизма северо-востока Балтийского щита. СПб.: Наука, 2018. 190 с.
24. *Kretz R.* Symbols for rock-forming minerals // Amer. Mineral. 1983. V. 68. P. 277–279.

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2021, том 67, № 2, с. 174–184

## ОБРАБОТКА АКУСТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ. КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 681.7;534.91

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРАВЛЕНИЯ НА ИСТОЧНИК В АКУСТИЧЕСКОМ ВОЛНОВОДЕ И ПРЕДЕЛ УГЛОВОГО РАЗРЕШЕНИЯ

**© 2021 г. А. Г. Сазонтов[a, b, *], И. П. Смирнов[a, b]**

[a]*Институт прикладной физики РАН,*
*ул. Ульянова 46, Нижний Новгород, Нижегородская обл., 603155 Россия*
[b]*Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского,*
*Ашхабадская ул. 4, Нижний Новгород, Нижегородская обл., 603105 Россия*
**e-mail: sazontov@ipfran.ru*

Поступила в редакцию 20.09.2020 г.
После доработки 20.09.2020 г.
Принята к публикации 22.12.2020 г.

Построен адаптивный алгоритм пониженного ранга, позволяющий определить направления на источники звука с помощью горизонтальной антенной решетки, работающей в волноводе с неточно известными параметрами. Представлены результаты статистического моделирования, демонстрирующие высокую разрешающую способность предложенного метода и приемлемую точность оценивания углового положения источников без использования априорной информации о глубине их погружения и расстояния до приемной антенны. На основе критерия Смита найден теоретический предел углового разрешения в зависимости от входного отношения сигнал/шум и объема входной выборки.

*Ключевые слова:* акустический волновод с неточно известными параметрами, оценивание направлений на источники сигналов, адаптивный алгоритм NM-RARE, предел углового разрешения, статистическое моделирование

**DOI:** 10.31857/S0320791921020076

## ВВЕДЕНИЕ

Оценка углового положения источника в мелководном канале с помощью горизонтальной линейной антенны является одной из важных прикладных задач гидроакустики. Как известно (см., например, [1–3]), ее решение, основанное на методе сканирования, приводит к заметным ошибкам в определении направления на источник, растущим с увеличением угла прихода (отсчитываемого от нормали к апертуре антенны) и числа распространяющихся нормальных волн. Традиционные алгоритмы (типа метода Кейпона, MUSIC, максимума правдоподобия) позволяют получить несмещенные оценки угловых координат (при условии точно известных параметров волновода), однако в процессе локализации они используют трудоемкую процедуру одновременного поиска по глубине, дальности и азимутальному углу, что требует больших вычислительных затрат. В этой связи возникает необходимость разработки устойчивых методов оценивания, позволяющих определить направление на источник без знания глубины его погружения и расстояния до приемной антенной решетки (АР).

Один из способов решения такого рода обратной задачи был предложен в работе [4] (см. также [5], где приведена альтернативная формулировка алгоритма). Соответствующая процедура оценивания, получившая название метода подпространственного пересечения или метода SI (“subspace intersection”), опирается на априорное знание волновых чисел распространяющихся нормальных волн. Однако в изменчивых и всегда не полностью известных условиях морской среды несоответствие (рассогласование) между расчетной моделью канала и реальным акустическим волноводом может приводить к значительному ухудшению работоспособности данного способа локализации.

В последнее десятилетие в теории обработки сигналов антенными решетками интенсивно развивается направление, связанное с определением минимального углового расстояния между источниками, при котором они могут быть корректно локализованы с использованием алгоритмов сверхразрешения. На сегодняшний день существуют три общепринятых критерия, позволяющих определить указанное расстояние. Первый, предложенный Коксом [6], представляет собой необходимое условие одновременного существования двух близко расположенных минимумов целевой функции. Однако такое рассмотрение не

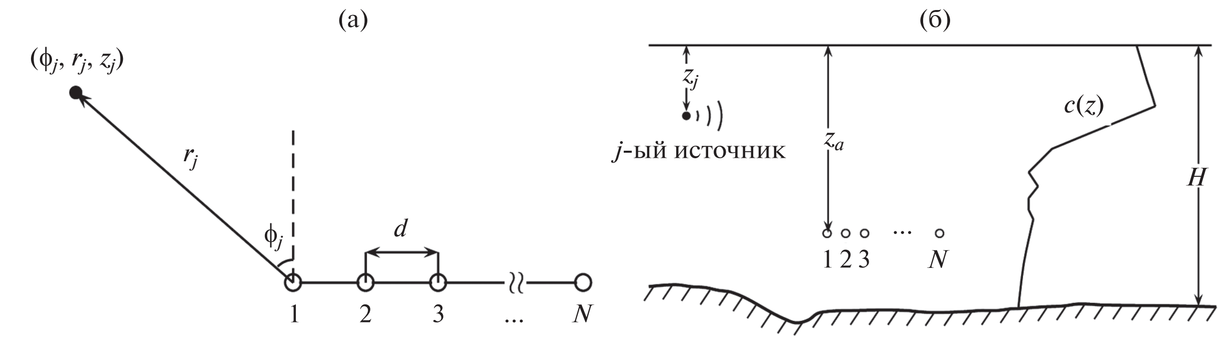


**Рис. 1.** Взаимное расположение источника и горизонтальной антенны в волноводе: (а) – вид сверху, (б) – вид сбоку.

является универсальным, поскольку зависит от конкретного вида используемого метода оценивания. В этой связи наибольшее распространение получил критерий, основанный на статистической проверке гипотез о наличии одного или двух сигналов в принятой смеси [7–9], а также критерий Смита [10], в соответствии с которым источники считаются разрешенными, если угловое разнесение между ними превосходит среднеквадратичную ошибку оценивания этого разнесения.

В настоящей работе построен адаптивный алгоритм пониженного ранга NM-RARE (“normal mode based rank reduction”), предназначенный для определения угловых положений источников без знания их пространственных координат в волноводе с неточно известными параметрами. Проводимое рассмотрение основано на наихудшем сценарии приема, учитывающем отличие ожидаемой реплики от истинной, и позволяющем минимизировать эффекты рассогласования различной природы [11, 12]. Представлены результаты сравнительного анализа эффективности данного способа оценивания с методом сканирования и методом подпространственного пересечения. На основе критерия Смита найден теоретический предел углового разрешения в зависимости от отношения сигнал/шум и объема входной выборки.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. ИСХОДНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Рассмотрим акустический волновод, в котором звуковое поле создается $J$ источниками, излучающими детерминированные узкополосные сигналы $s_j(t)$ $(j = 1,\ldots,J)$ с одинаковой несущей частотой. Прием осуществляется линейной горизонтальной АР, состоящей из $N$ элементов, расположенных на горизонте $z_a$. Положение $j$-го источника определяется глубиной его погружения $z_j$, расстоянием $r_j$ до приемной АР и азимутальным углом $\phi_j$, отсчитываемым от нормали к апертуре АР. Геометрия задачи показана на рис. 1. (Начало координат по дальности выбрано в месте установки первого элемента АР.)

В узкополосном приближении поле на входе АР характеризуется $N$-мерным вектором наблюдения $\mathbf{x}_l$:

$$\mathbf{x}_l = \sum_{j=1}^{J} \mathbf{g}(\phi_j, \boldsymbol{\theta}_j)\,s_j(l) + \mathbf{n}_l, \quad l = 1,2,\ldots,L. \tag{1}$$

Здесь $l$ – номер выборочного отсчета, $\boldsymbol{\theta}_j = (r_j, z_j)^T$ (верхний индекс $T$ означает операцию транспонирования), $\mathbf{g}(\phi_j, \boldsymbol{\theta}_j) = \left[G(\mathbf{r}_1, z_a | \mathbf{r}_j, z_j), \ldots, G(\mathbf{r}_N, z_a | \mathbf{r}_j, z_j)\right]^T$ – вектор отклика АР при приеме сигнала от $j$-го источника, $\{G(\mathbf{r}_n, z_a | \mathbf{r}_j, z_j)\}_{n=1}^{N}$ – функции Грина среды распространения, $\mathbf{n}_l$ – вектор аддитивного белого шума, а $L$ – объем входной выборки. Задача состоит в построении адаптивного алгоритма обработки, позволяющего по принятой выборке $\{\mathbf{x}_l\}_{l=1}^{L}$ оценить угловые положения источников без знания их пространственных координат, и определении наименьшего углового разнесения, при котором источники могут быть корректно разрешены.

При дальнейшем анализе будем считать, что $\mathbf{n}_l$ является случайным гауссовым вектором с нулевым средним значением и характеризуется ковариационной матрицей $\langle \mathbf{n}_l \mathbf{n}_l^+ \rangle = \sigma_n^2 \mathbf{I}_N$, где $\sigma_n^2$ – неизвестный уровень шума, $\mathbf{I}_N$ – единичная матрица размерности $N \times N$, а $(\cdot)^+$ и $\langle \cdot \rangle$ означают операции эрмитового сопряжения и статистического усреднения, соответственно.

В рамках волнового подхода функция Грина $G(\mathbf{r}_n, z_a | \mathbf{r}_j, z_j)$ может быть представлена в виде суперпозиции конечного числа $M$ распространяющихся нормальных мод. При расположении источников в дальней зоне антенны (когда $|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_j| \approx r_j - d(n-1)\sin(\phi_j)$, где $d$ – межэлементное расстояние) эта функция записывается следующим образом

$$G(\mathbf{r}_n, z_a | \mathbf{r}_j, z_j) = \sum_{m=1}^{M} e^{i k_m d (n-1)\sin\phi_j} b_m(\boldsymbol{\theta}_j),$$
$$b_m(\boldsymbol{\theta}_j) = \frac{\varphi_m(z_j)\,\varphi_m(z_a)}{\sqrt{8\pi k_m r_j}} e^{i k_m r_j + i\pi/4}. \quad (2)$$

Здесь $\varphi_m(z_a)$ и $\varphi_m(z_j)$ – собственные функции $m$-ой моды на глубине расположения приемной АР и $j$-го источника излучения, соответственно, а $k_m$ – горизонтальное волновое число.

С использованием модового описания для вектора отклика АР имеем:

$$\mathbf{g}(\phi, \boldsymbol{\theta}) = \mathbf{U}(\phi)\,\mathbf{b}(\boldsymbol{\theta}), \quad (3)$$

где $\mathbf{b}(\boldsymbol{\theta})$ – вектор размерности $M \times 1$, компонентами которого являются амплитуды мод, определяемые формулой (2), а $\mathbf{U}(\phi)$ – матрица размерности $N \times M$ вида

$$\mathbf{U}(\phi) = [\mathbf{u}_1(\phi) \cdots \mathbf{u}_{\mathrm{M}}(\phi)], \quad \text{где}$$
$$\mathbf{u}_m(\phi) = \left(1, \mathrm{e}^{ik_m d \sin(\phi)}, \ldots, \mathrm{e}^{ik_m d(N-1)\sin(\phi)}\right)^T,$$
$$m = 1, \ldots, M.$$

При $M < N$ ранг матрицы $\mathbf{U}(\varphi)$ равен $M$ (при условии, что векторы $\{\mathbf{u}_m(\phi)\}_{m=1}^{M}$ линейно независимы).

С учетом (3) исходный вектор наблюдения (1) может быть переписан следующим образом

$$\mathbf{x}_l = \mathbf{G}(\boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\theta})\mathbf{s}_l + \mathbf{n}_l, \quad l = 1, 2, \ldots, L.$$

Здесь $\boldsymbol{\varphi} = (\phi_1, \ldots, \phi_J)^T$ – искомый вектор направлений размерности $J \times 1$, $\boldsymbol{\theta} = (\boldsymbol{\theta}_1^T, \ldots \boldsymbol{\theta}_J^T)^T$ – вектор размерности $2J \times 1$, определяющий пространственные положения источников, $\mathbf{G}(\boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\theta}) = [\mathbf{U}(\phi_1)\mathbf{b}(\boldsymbol{\theta}_1), \ldots, \mathbf{U}(\phi_J)\mathbf{b}(\boldsymbol{\theta}_J)]$ – передаточная матрица канала размерности $N \times J$, а $\mathbf{s}_l = [s_1(l), \ldots, s_J(l)]^T$ – вектор комплексных огибающих излученных сигналов размерности $J \times 1$.

Одним из наиболее распространенных способов локализации является метод MUSIC [13]. Эта процедура основана на использовании информации, содержащейся в системе собственных векторов $\{\hat{\boldsymbol{\psi}}\}_{i=1}^{N}$ выборочной матрицы $\hat{\boldsymbol{\Gamma}}_{\mathbf{x}} = (1/L)\sum_{l=1}^{L} \mathbf{x}(t_l)\mathbf{x}^+(t_l)$:

$$\hat{\boldsymbol{\Gamma}}_{\mathbf{x}} \hat{\boldsymbol{\psi}}_i = \hat{\lambda}_i \hat{\boldsymbol{\psi}}_i, \quad i = 1, \ldots N,$$

где $\hat{\lambda}_1, \ldots, \hat{\lambda}_N$ – положительные собственные числа, пронумерованные в порядке убывания, т. е. $\hat{\lambda}_1 \geq \hat{\lambda}_2 \geq \cdots \geq \hat{\lambda}_N$. Первые $J$ старших собственных векторов формируют сигнальное подпространство $\hat{\boldsymbol{\Psi}}_{\mathbf{s}} = [\hat{\boldsymbol{\psi}}_1 \cdots \hat{\boldsymbol{\psi}}_J]$, а $N - J$ оставшихся векторов – шумовое $\hat{\boldsymbol{\Psi}}_{\mathbf{n}} = [\hat{\boldsymbol{\psi}}_{J+1}, \ldots, \hat{\boldsymbol{\psi}}_N]$.

Для рассматриваемого сценария положения источников могут быть найдены из условия

$$(\hat{\phi}, \hat{\boldsymbol{\theta}}) = \arg\min_{\phi, \boldsymbol{\theta}} \left\| \hat{\boldsymbol{\Psi}}_{\mathbf{n}}^{+} \mathbf{g}(\phi, \boldsymbol{\theta}) \right\|^2 \equiv$$
$$\equiv \arg\min_{\phi, \boldsymbol{\theta}} \mathbf{g}^{+}(\phi, \boldsymbol{\theta}) \hat{\boldsymbol{\Pi}}_{\mathbf{n}} \mathbf{g}(\phi, \boldsymbol{\theta}), \quad (4)$$

где $\hat{\boldsymbol{\Pi}}_{\mathbf{n}} = \hat{\boldsymbol{\Psi}}_{\mathbf{n}} \hat{\boldsymbol{\Psi}}_{\mathbf{n}}^{+}$ – проекционная матрица на шумовое подпространство. Процедура оценивания сводится к поиску $J$ минимумов целевой функции $\mathbf{g}^{+}(\phi, \boldsymbol{\theta}) \hat{\boldsymbol{\Pi}}_{\mathbf{n}} \mathbf{g}(\phi, \boldsymbol{\theta})$ в трехмерной области параметров. Последнее требует больших вычислительных затрат.

Ниже нас будет интересовать оценка угловых координат источников в волноводе. Тогда, рассматривая модовый вектор $\mathbf{b}(\boldsymbol{\theta})$ (зависящий от неинформационного параметра $\boldsymbol{\theta}$) как неизвестный и принимая во внимание представление (3), переформулируем критерий MUSIC (4) следующим образом

$$\hat{\phi} = \arg\min_{\phi} \{\min_{\mathbf{b}} \mathbf{b}^{+} \mathbf{C}(\phi) \mathbf{b}\}, \quad (5)$$

где $\mathbf{C}(\phi) = \mathbf{U}^{+}(\phi) \hat{\boldsymbol{\Pi}}_{\mathbf{n}} \mathbf{U}(\phi)$ – матрица размерности $M \times M$, ранг которой равен $\mathrm{rank}\{\mathbf{C}\} = \mathrm{rank}\{\mathbf{C}\} = \min(N - J, M)$, и при

$$N > M + J \quad (6)$$

совпадает с числом распространяющихся нормальных волн $M$.

Входящий в (5) неизвестный вектор $\mathbf{b}$ может быть найден лишь с точностью до произвольного комплексного множителя, поэтому для однозначного определения $\mathbf{b}$ можно наложить на него дополнительное ограничение $\|\mathbf{b}\|^2 = 1$ (исключающее тривиальное решение $\mathbf{b} = 0$). В этом случае минимум квадратичной формы $\mathbf{b}^{+}\mathbf{C}(\phi)\,\mathbf{b}$ реализуется при условии совпадения $\mathbf{b}$ с собственным вектором, отвечающим наименьшему собственному значению $\lambda_{\min}\{\mathbf{C}(\phi)\}$ матрицы $\mathbf{C}(\phi)$. В результате угловые положения источников могут быть найдены из следующего критерия:

$$\hat{\phi} = \arg\max_{\phi} \mathrm{P}_{\text{NM-RARE}}(\phi),$$
$$\mathrm{P}_{\text{NM-RARE}}(\phi) = 1/\lambda_{\min}\{\mathbf{C}(\phi)\}. \quad (7)$$

Метод оценивания (7) аналогичен алгоритму пониженного ранга RARE [14, 15], используемому в технике частично калиброванных АР, в котором роль числа подрешеток играет число мод $M$, а вектор амплитудно-фазовой калибровки соответствующих подрешеток заменяется вектором $\mathbf{b}$. Важно подчеркнуть, что матрица $\mathbf{C}$ не содержит информации о глубине источников и их удалении от АР; следовательно, критерий (7) позволяет определить направления на источники путем одномерного поиска $J$ максимумов выходной мощности процессора NM-RARE.

## 2. ПОСТРОЕНИЕ АДАПТИВНОЙ ПРОЦЕДУРЫ NM–RARE

Приведенный алгоритм (7) предполагает априорное знание матрицы направлений $\mathbf{U}(\phi)$. Однако на практике в качестве этой матрицы (вследствие неполной информации о канале распространения) используется некоторая оценочная матрица $\mathbf{U}_0(\phi)$, рассчитываемая для номинальных акустических характеристик волновода. При наличии рассогласования между $\mathbf{U}(\phi)$ и $\mathbf{U}_0(\phi)$ предложенный способ оценивания нуждается в уточнении.

При построении адаптивной процедуры NM-RARE, основанной на наихудшем сценарии приема, будем предполагать возможность контролируемого отклонения ожидаемой матрицы $\mathbf{U}_0(\phi)$ от истинной $\mathbf{U}(\phi)$: норма Фробениуса матрицы рассогласования не должна превышать заданную величину: $\|\mathbf{U}(\phi)-\mathbf{U_0}(\phi)\|_F^2 \le \varepsilon$, где $\varepsilon$ — положительный параметр регуляризации. Адаптация к неизвестным условиям приема состоит в нахождении робастной матрицы $\mathbf{U}(\phi,\varepsilon)$, удовлетворяющей указанному ограничению, условию нормировки и обеспечивающей минимум целевой функции $\mathbf{b}^+\mathbf{U}^+(\phi)\hat{\mathbf{\Pi}}_{\mathrm{n}}\mathbf{U}(\phi)\mathbf{b}$ для всех возможных значений нормированных векторов $\mathbf{b}$:

$$\begin{gathered}\min_{\mathbf{U}}\{\mathbf{b}^+\mathbf{U}(\phi)^+\hat{\mathbf{\Pi}}_{\mathbf{n}}\mathbf{U}(\phi)\mathbf{b}\}\\ \text{при}\, \|\mathbf{U}(\phi)-\mathbf{U}_0(\phi)\|_F^2 \le \varepsilon,\ \ \|\mathbf{U}(\phi)\|_F^2 = M.\end{gathered} \tag{8}$$

Решение оптимизационной задачи (8) может быть найдено с помощью метода неопределенных множителей Лагранжа аналогично тому, как это сделано в [16, 17]. В итоге искомые положения источников находятся из условия максимума выходной мощности адаптивного процессора NM–RARE:

$$\begin{gathered}\hat{\phi} = \arg\max_{\phi} \mathrm{P}_{\text{NM-RARE}}(\phi,\varepsilon),\\ \mathrm{P}_{\text{NM-RARE}}(\phi,\varepsilon) = 1/f(\phi,\varepsilon)\lambda_{\min}\{\mathbf{C}_0(\phi)\},\end{gathered} \tag{9}$$

где

$$\begin{gathered}\mathbf{C_0}(\phi) = \mathbf{U_0^+}(\phi)\hat{\mathbf{\Pi}}_{\mathbf{n}}\mathbf{U}_0(\phi),\quad f(\phi,\varepsilon) = 1-\varepsilon/(2M) + \\ + \sqrt{(\varepsilon/M)(1-\varepsilon/4M)[1-\mathrm{V}_0(\phi)]/\mathrm{V}_0(\phi)},\\ \mathrm{V}_0(\phi) = M^{-1}\,\mathrm{Tr}[\mathbf{U}_0^+(\phi)\hat{\mathbf{\Pi}}_{\mathbf{n}}\mathbf{U}_0(\phi)],\end{gathered}$$

а $\mathrm{Tr}(\cdot)$ означает след матрицы. При $\varepsilon = 0$ функция $f(\phi,\varepsilon) = 1$ и, следовательно, неадаптивный метод NM-RARE является частным случаем предложенного способа оценивания.

Отметим также, что в процессе поиска азимутальных углов параметр регуляризации $\varepsilon$ должен удовлетворять неравенству $\varepsilon < 2M[1-\sqrt{1-\mathrm{V}_0(\phi)}]$, поскольку в противном случае целевая функция всюду обращается в нуль.

## 3. ГРАНИЦА КРАМЕРА–РАО И ПРЕДЕЛ УГЛОВОГО РАЗРЕШЕНИЯ

Обозначим через $\hat{\boldsymbol{\varphi}} = (\hat{\phi}_1,\cdots\hat{\phi}_J)^T$ оценку вектора угловых координат источников (полученную без использования информации о глубинах их погружения и расстояний до приемной АР). Ковариационная матрица ошибки этого вектора удовлетворяет неравенству

$$\left\langle(\boldsymbol{\varphi}-\hat{\boldsymbol{\varphi}})(\boldsymbol{\varphi}-\hat{\boldsymbol{\varphi}})^T\right\rangle \ge \mathbf{CRB}(\boldsymbol{\varphi}),$$

где $\mathbf{CRB}(\boldsymbol{\varphi})$ — нижняя граница Крамера–Рао, определяющая предел точности измерения соответствующих координат. Для рассматриваемого сценария (когда форма огибающих излученных сигналов и векторы модовых амплитуд являются неинформативными параметрами) матрица $\mathbf{CRB}(\boldsymbol{\varphi})$ размерности $J\times J$ дается выражением

$$\mathbf{CRB}(\boldsymbol{\varphi}) = \frac{\sigma_n^2}{2L}\mathrm{Re}\big(\mathbf{F}-\mathbf{K}\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\mathbf{K}^+\big)^{-1}, \tag{10}$$

в котором блоки $\mathbf{F}\in C^{J\times J}$, $\mathbf{K}\in C^{J\times MJ}$ и $\boldsymbol{\Sigma}\in C^{MJ\times MJ}$ равны

$$\begin{gathered}\mathbf{F} = \mathbf{D}_{\boldsymbol{\varphi}}^+\mathbf{\Pi}_{\mathbf{G}}^{\perp}\mathbf{D}_{\boldsymbol{\varphi}}\circ\mathbf{R}_{\mathrm{s}}^T,\quad \mathbf{K} = \mathbf{D}_{\boldsymbol{\varphi}}^+\mathbf{\Pi}_{\mathbf{G}}^{\perp}\mathbf{D}_{\boldsymbol{\eta}}\circ(\mathbf{1}_{\mathrm{M}}^T\otimes\mathbf{R}_{\mathrm{s}}^T),\\ \boldsymbol{\Sigma} = \mathbf{D}_{\boldsymbol{\eta}}^+\mathbf{\Pi}_{\mathbf{G}}^{\perp}\mathbf{D}_{\boldsymbol{\eta}}\circ(\mathbf{1}_{\mathrm{M}}\mathbf{1}_{\mathrm{M}}^T\otimes\mathbf{R}_{\mathrm{s}}^T).\end{gathered} \tag{11}$$

Здесь $\mathbf{\Pi}_{\mathbf{G}}^{\perp} = \mathbf{I}_{\mathrm{N}}-\mathbf{G}(\mathbf{G}^+\mathbf{G})^{-1}\mathbf{G}^+\in C^{N\times N}$, $\hat{\mathbf{R}}_{\mathrm{s}} = (1/L)\,\times$ $\times\sum_{l=1}^{L}\mathbf{s}_l\mathbf{s}_l^+\in C^{J\times J}$ — выборочная сигнальная матрица, $\mathbf{1}_{\mathrm{M}} = (1,\cdots,1)^T$ — вектор размерности $M\times 1$ с единичными компонентами, а символы $\circ$ и $\otimes$ означают произведение Адамара и Кронекера, соответственно. Матрицы $\mathbf{D}_{\boldsymbol{\varphi}}\in C^{N\times J}$ и $\mathbf{D}_{\boldsymbol{\eta}}\in C^{N\times MJ}$, входящие в (10), определены соотношениями

$$\mathbf{D}_{\boldsymbol{\varphi}} = \left[\frac{d\mathbf{U}(\phi_1)}{d\phi_1}\mathbf{b}(\boldsymbol{\theta}_1),\ldots,\frac{d\mathbf{U}(\phi_J)}{d\phi_J}\mathbf{b}(\boldsymbol{\theta}_J)\right], \tag{12}$$

$$\begin{gathered}\mathbf{D}_{\boldsymbol{\eta}} = [\mathbf{D}_1\ldots\mathbf{D}_{\mathrm{M}}],\quad \mathbf{D}_m = [\mathbf{U}(\phi_1)\mathbf{e}_m,\ldots,\mathbf{U}(\phi_J)\mathbf{e}_m],\\ m = 1,\ldots,M,\end{gathered} \tag{13}$$

где $\mathbf{e}_m = (\underbrace{0,\ldots,0,1}_{m},0,\ldots 0)^T$ представляет собой $m$-ый столбец единичной матрицы размерности $M\times M$. Вывод формулы (10) приведен в Приложении.

В случае, когда глубины погружения источников и их расстояния до приемной АР известны априори (следовательно, известны векторы соответствующих модовых амплитуд), формула (10) упрощается и переходит в классическое выражение, полученное в работе [18] применительно к детерминированной модели излучаемых сигналов:

$$\mathbf{CRB}_{\det}(\boldsymbol{\varphi}) = \frac{\sigma_n^2}{2L}\operatorname{Re}(\mathbf{D}_{\boldsymbol{\varphi}}^{+}\mathbf{\Pi}_{\mathbf{G}}^{\perp}\mathbf{D}_{\boldsymbol{\varphi}} \circ \hat{\mathbf{R}}_{s}^{T})^{-1}. \quad (14)$$

Заметим, что в отличие от (14) соотношение (10) содержит слагаемое $-\mathbf{K}\mathbf{\Sigma}^{-1}\mathbf{K}^{T}$. Поскольку согласно (11) $\mathbf{\Sigma}$ является неотрицательно определенной эрмитовой матрицей, то $\mathbf{K}\mathbf{\Sigma}^{-1}\mathbf{K}^{T} \geq 0$ и, следовательно, справедливо неравенство $\mathbf{CRB}(\boldsymbol{\varphi}) \geq \mathbf{CRB}_{\det}(\boldsymbol{\varphi})$. Последнее отражает очевидный факт, в соответствии с которым введение в модель дополнительного неизвестного параметра приводит к потере точности искомой оценки (т.е. увеличению ее дисперсии).

Ниже основное внимание будет уделено решению задачи локализации двух акустических источников с близкими угловыми положениями. В рассматриваемой ситуации матрица Крамера–Рао размерности $2 \times 2$ может быть представлена в виде

$$\mathrm{CRB}(\boldsymbol{\varphi}) = \mathbf{\Phi}^{-1}(\boldsymbol{\varphi}), \quad \mathbf{\Phi}(\boldsymbol{\varphi}) = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{pmatrix},$$

где $\mathbf{\Phi}(\boldsymbol{\varphi}) = (2L/\sigma_n^2)\operatorname{Re}(\mathbf{F} - \mathbf{K}\mathbf{\Sigma}^{-1}\mathbf{K}^{+})$ имеет смысл информационной матрицы Фишера. Отметим, что для обращения $\mathbf{\Phi}(\boldsymbol{\varphi})$можно воспользоваться формулой

$$\begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{1-\mu}\begin{pmatrix} 1/f_{11} & -\mu/f_{12} \\ -\mu/f_{21} & 1/f_{22} \end{pmatrix},$$

в которой $\mu = f_{12}f_{21}/f_{11}f_{22}$. В свою очередь, выборочная сигнальная матрица $\hat{\mathbf{R}}_{s}$, входящая в $\mathbf{\Phi}(\boldsymbol{\varphi})$, в данном случае записывается следующим образом

$$\hat{\mathbf{R}}_{s} = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sqrt{\sigma_1^2\sigma_2^2}\rho \\ \sqrt{\sigma_1^2\sigma_2^2}\rho^{*} & \sigma_2^2 \end{pmatrix},$$

$$\rho = \frac{(1/L)\sum_{l=1}^{L} s_1(l)s_2^{*}(l)}{\sigma_1\sigma_2},$$

где $\sigma_{1,2}^2 = (1/L)\sum_{l=1}^{L}|s_{1,2}(l)|^2$ – уровни излучения, а параметр $\rho$ описывает степень корреляции между излученными сигналами.

Нас будет интересовать минимальное угловое расстояние между источниками $\delta = |\phi_1 - \phi_2|$, при котором они могут быть одновременно корректно локализованы. Согласно критерию Смита [10], два источника разрешимы, если $\delta$ превосходит среднеквадратичную дисперсию оценки соответствующего углового расстояния:

$$\delta \geq \sqrt{\operatorname{var}(\delta)}. \quad (15)$$

В свою очередь, дисперсия $\operatorname{var}(\delta)$, фигурирующая в (15), удовлетворяет неравенству $\operatorname{var}(\delta) \geq \mathrm{CRB}(\delta)$, где $\mathrm{CRB}(\delta)$ – соответствующая граница Крамера–Рао, равная [19]

$$\mathrm{CRB}(\delta) = \mathrm{CRB}(\phi_1) - 2\,\mathrm{CRB}(\phi_1,\phi_2) + \mathrm{CRB}(\phi_2),$$

а $\mathrm{CRB}(\phi_1) = [\mathbf{CRB}(\boldsymbol{\varphi})]_{1,1}$, $\mathrm{CRB}(\phi_1,\phi_2) = [\mathbf{CRB}(\boldsymbol{\varphi})]_{1,2}$, $\mathrm{CRB}(\phi_2) = [\mathbf{CRB}(\boldsymbol{\varphi})]_{2,2}$.

Предел углового разрешения находится из условия равенства обеих частей критерия (15) и замены $\operatorname{var}(\delta)$ на $\mathrm{CRB}(\delta)$. В результате искомая величина $\delta$ является наименьшим положительным корнем уравнения

$$\delta^2 = \mathrm{CRB}(\delta). \quad (16)$$

Отметим, что для заданной геометрии АР найденное таким образом $\delta$ зависит от угла прихода, отношения сигнал/шум, объема входной выборки и степени коррелированности излучаемых сигналов.

## 4. РЕЗУЛЬТАТЫ СТАТИСТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Приведем результаты статистического моделирования, иллюстрирующие работоспособность предложенного алгоритма (9) и сравним его эффективность с традиционным методом сканирования и методом SI, согласно которому векторы сигнального подпространства $\hat{\mathbf{\Psi}}_{\mathbf{s}}$ и векторы модового подпространства $\mathbf{U}(\phi)$ при $\phi \in (\phi_1,\ldots,\phi_J)$ становятся линейно зависимыми. В результате искомые положения источников могут быть найдены из условия пересечения соответствующих подпространств [5]:

$$\hat{\phi} = \arg\max_{\phi} P_{\mathrm{SI}}(\phi), \qquad P_{\mathrm{SI}}(\phi) = 1/\lambda_{\min}\{\hat{\mathbf{\Psi}}_{\mathbf{s}}^{+}\mathbf{P}_{\mathbf{U}}^{\perp}(\phi)\hat{\mathbf{\Psi}}_{\mathbf{s}}\}, \quad (17)$$

где $\lambda_{\min}\{\cdot\}$ означает минимальное собственное значение матрицы, стоящей в скобках, а $\mathbf{P}_{\mathbf{U}}^{\perp}(\phi) = \mathbf{I}_{N} - \mathbf{U}(\phi)[\mathbf{U}^{+}(\phi)\mathbf{U}(\phi)]^{-1}\mathbf{U}^{+}(\phi)$ – проекционная матрица размерности $N \times N$.

Подчеркнем, что метод сканирования не учитывает волноводный характер распространения звука, а процедура (17) опирается на априорное знание среды распространения.

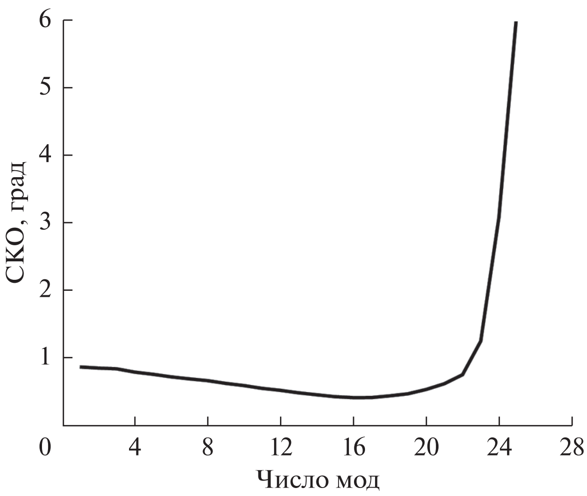


**Рис. 2.** Среднеквадратическая ошибка оценивания угловых положений источников в зависимости от числа используемых мод.

В качестве примера рассмотрим мелководный канал глубины $H = 160$ м с характерной летней гидрологией, изображенной на рис. 1б, в котором звуковое поле создается двумя детерминированными источниками одинаковой мощности, излучающими узкополосные сигналы с несущей частотой 250 Гц. В рамках численного эксперимента дно моделировалось жидким поглощающим полупространством с плотностью $\rho_b = 1.8$ г/см$^3$, скоростью звука $c_b = 1750$ м/с и коэффициентом поглощения $\beta = 0.13$ дБ/$\lambda$, а при расчете ожидаемой матрицы $\mathbf{U}_0(\phi)$ в качестве номинальных геоакустических параметров дна использовались значения $H = 162.5$ м, $\rho_b = 1.75$ г/см$^3$, $c_b = 1725$ м/с и $\beta = 0.1$ дБ/$\lambda$. Для рассматриваемой несущей частоты и указанных акустических характеристик канала полное число мод $M$ составляло 28.

Предполагалось, что источники находятся на горизонтах 40 и 70 м и удалены соответственно на расстояния 15 и 10 км от горизонтальной приемной антенны, состоящей из $N = 20$ элементов, расположенных через 3 м на глубине 155 м. Направление на первый источник $\phi_1 = 30°$, а угловое положение второго задавалось в виде $\phi_2 = \phi_1 + \delta$, где $\delta \in (0.2°...6°)$. При вычислениях коэффициент корреляции $\rho$ брался равным 0.4, а входные отношения сигнал/шум, определяемые соотношениями

$$\mathrm{SNR}_j = \frac{\sigma_j^2}{\sigma_n^2}\left\|\mathbf{g}(\phi_j,\boldsymbol{\theta}_j)\right\|^2 \Big/ N, \quad j = 1,2,$$

считались одинаковыми, т. е. $\mathrm{SNR}_1 = \mathrm{SNR}_2 = \mathrm{SNR}$.

Обратим внимание, что для данных $N$, $J$ и $M$ условие (6) не выполняется, и для реализации предложенного метода необходимо ограничить число мод, участвующих в процессе локализации (причем максимально допустимое значение используемых мод не должно превышать $N - J = 18$). Ниже при построении матрицы $\mathbf{U}_0(\varphi)$ учитывались первые 16 нормальных волн волновода. В частности, при таком выборе $M$ применение алгоритма (9) для $\varepsilon = 0.25$ обеспечивает минимум среднеквадратических ошибок (СКО) оценивания угловых положений источников, отстоящих друг от друга на расстояние $\delta = 6°$, как показано на рис. 2. Соответствующие ошибки рассчитывались по формуле

$$\mathrm{СКО}(\hat{\phi}) = \sqrt{(QJ)^{-1}\sum_{q=1}^{Q}\sum_{j=1}^{J}(\hat{\phi}_j^{(q)} - \phi_j)^2},$$

в которой $\hat{\phi}_j^{(q)}$ – оценка угловой координаты $j$-го источника для $q$-ой реализации вектора наблюдения, $J = 2$, а общее число независимых реализаций $Q$ бралось равным 1000. Выборочная ковариационная матрица формировалась по $L = 100$ временным отсчетам, а входное SNR составляло 0 дБ.

Для используемых методов оценивания на рис. 3а и 3б изображены угловые зависимости нормированной (на максимальное значение) мощности на выходе АР, принимающей сигналы от двух источников, разнесенных друг относительно друга на расстояние 6° и 2°, соответственно. Кривая *1* на рис. 3 отвечает традиционному способу сканирования, кривая *2* – методу SI, а кривая *3* соответствует алгоритму NM-RARE (9). Из рис. 3б видно, что в данном примере лишь адаптивный метод в состоянии различить два источника и одновременно оценить искомые направления.

Одной из важных характеристик алгоритма является достигаемая с его помощью вероятность разрешения источников с близкими углами прихода. В качестве оценки соответствующей вероятности используется величина

$$\hat{P}_{\mathrm{RES}} = \frac{1}{Q}\sum_{q=1}^{Q} p_q,$$

$$p_q = \begin{cases} 1, & \text{если } \sum_{j=1}^{2}\left|\hat{\phi}_j^{(q)} - \phi_j\right| < \left|\phi_1 - \phi_2\right|; \\ 0, & \text{в противном случае}. \end{cases}$$

На рис. 4а для рассматриваемых способов обработки представлены результаты расчета $P_{\mathrm{RES}}$ в зависимости от величины углового расстояния между источниками. Очевидно, что наилучшие потенциальные возможности демонстрирует предложенный метод локализации (9), позволяющий с вероятностью 0.9 разрешить источники,

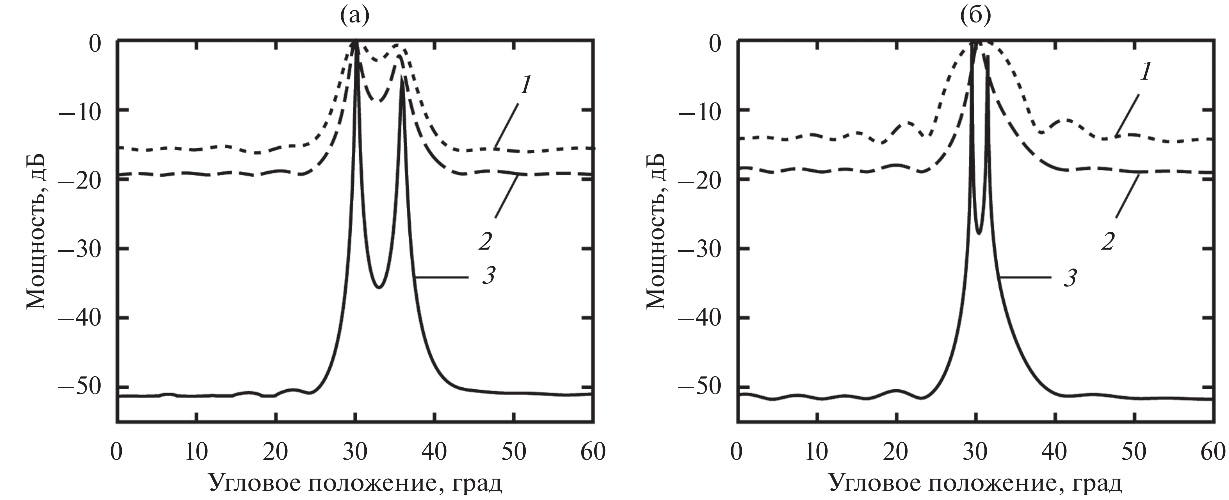


**Рис. 3.** Угловая зависимость выходной мощности АР, принимающей сигналы от двух источников, разнесенных друг относительно друга на расстояние (а) – 6° и (б) – 2°.

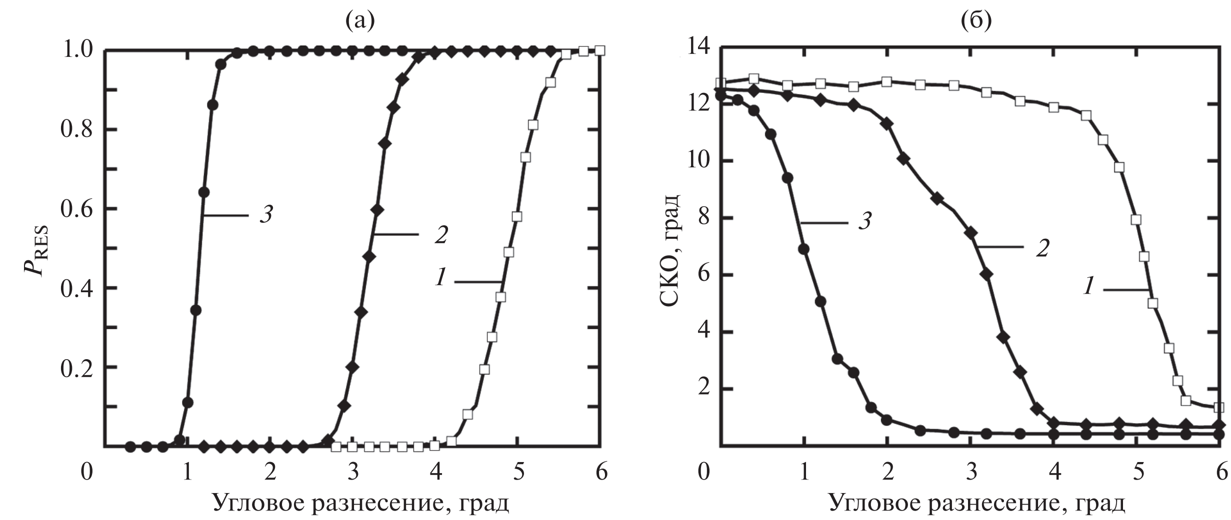


**Рис. 4.** (а) – Вероятность разрешения и (б) – среднеквадратическая ошибка оценивания в зависимости от углового расстояния между источниками.

отстоящие друг относительно друга на величину порядка 1.5°.

На рис. 4б показано поведение среднеквадратической ошибки измерения угловых координат в зависимости от расстояния между источниками. Из приведенных кривых следует, что применение алгоритма NM-RARE позволяет значительно повысить точность оценивания по сравнению с неадаптивными методами.

В заключение этого раздела приведем результаты расчета предела углового разрешения, являющегося наименьшим положительным корнем уравнения (16). Для рассматриваемой постановки задачи на рис. 5а изображена зависимость величины $\delta$ от входного SNR (при этом выборочная ковариационная матрица формировалась по $L = 100$ временным отсчетам), а на рис. 5б – зависимость $\delta$ от числа выборок $L$ при SNR = 0 дБ. Параметром кривых является угловое положение $\phi_1$ фиксированного источника. Из этого рисунка видно, что минимально возможное расстояние между источниками является монотонно убывающей функцией SNR и $L$, при этом разрешающая способность антенны снижается с ростом угла прихода. Важно подчеркнуть, что полученный предел разрешения является фундаментальной величиной, независящей от вида используемого алгоритма.

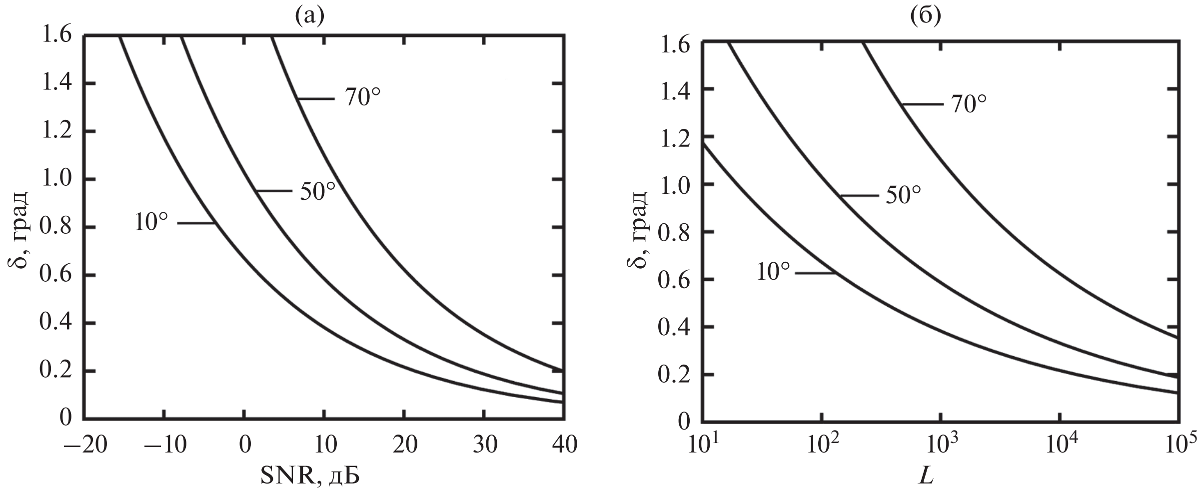


**Рис. 5.** Зависимость δ от входного (а) – SNR и (б) – объема выборки $L$ для различных угловых положений $\varphi_1$ фиксированного источника.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе построен робастный алгоритм NM-RARE, позволяющий определить угловые положения источников без знания их пространственных координат в канале с неточно известными параметрами. Приведены результаты математического моделирования предложенного метода, иллюстрирующие приемлемую точность оценивания направлений на источники и высокую вероятность углового разрешения в сравнении с известными неадаптивными способами, предполагающими априорное знание акустических характеристик волновода.

На основе критерия Смита определено наименьшее угловое расстояние между источниками, при котором возможна их корректная локализация, в зависимости от входного отношения сигнал/шум и объема входной выборки.

Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (грант № 20-19-00383).

*ПРИЛОЖЕНИЕ*

## ВЫВОД ФОРМУЛЫ (10)

Для рассматриваемой постановки задачи выборочный вектор наблюдения $\mathbf{x}_l$ является комплексным гауссовым вектором со средним значением $\mathbf{G}(\boldsymbol{\varphi},\boldsymbol{\theta})\,\mathbf{s}_l$ и ковариационной матрицей $\sigma_n^2\mathbf{I}_\mathrm{N}$.

Обозначим через $\boldsymbol{\alpha}$ вектор, содержащий $(1 + 2M + 2L)J$ неизвестных параметров сигнальной компоненты вектора наблюдения

$$\boldsymbol{\alpha} = [\boldsymbol{\varphi}^T, \boldsymbol{\eta}^T, \mathrm{Re}\{\mathbf{s}_1\}^T, \ldots, \mathrm{Re}\{\mathbf{s}_L\}^T, \\ \mathrm{Im}\{\mathbf{s}_1\}^T, \ldots, \mathrm{Im}\{\mathbf{s}_L\}^T]^T,$$

где $\boldsymbol{\eta} = (\boldsymbol{\xi}^T, \boldsymbol{\zeta}^T)^T$, а $\boldsymbol{\xi} = (\boldsymbol{\xi}_1^T \cdots, \boldsymbol{\xi}_\mathrm{M}^T)^T$ и $\boldsymbol{\zeta} = (\boldsymbol{\zeta}_1^T, \cdots, \boldsymbol{\zeta}_\mathrm{M}^T)^T$ – векторы размерности $MJ \times 1$, составленные из реальных и мнимых коэффициентов комплексных амплитуд мод:

$$\boldsymbol{\xi}_m = [\mathrm{Re}\{b_m(\boldsymbol{\theta}_1)\}, \ldots, \mathrm{Re}\{b_m(\boldsymbol{\theta}_J)\}]^T, \\ \boldsymbol{\zeta}_m = [\mathrm{Im}\{b_m(\boldsymbol{\theta}_1)\}, \ldots, \mathrm{Im}\{b_m(\boldsymbol{\theta}_J)\}]^T, \\ m = 1, \ldots, M.$$

Как известно (см., например, [20]), при приеме детерминированного сигнала, регистрируемого на фоне белого шума, нижняя граница Крамера–Рао, определяющая потенциально достижимую точность оценки вектора $\boldsymbol{\alpha}$, не зависит от уровня шума и дается выражением

$$\mathbf{CRB}(\boldsymbol{\alpha}) = \frac{\sigma_n^2}{2}\left\{\sum_{l=1}^{L} \mathrm{Re}(\mathbf{W}_l^+\mathbf{W}_l)\right\}^{-1}, \tag{П1}$$

в котором

$$\mathbf{W}_l = \left[\frac{\partial \mathbf{G}(\boldsymbol{\varphi},\boldsymbol{\theta})\,\mathbf{s}_l}{\partial \boldsymbol{\varphi}^T}, \frac{\mathbf{G}(\boldsymbol{\varphi},\boldsymbol{\theta})\mathbf{s}_l}{\partial \boldsymbol{\xi}^T}, \frac{\partial \mathbf{G}(\boldsymbol{\varphi},\boldsymbol{\theta})\mathbf{s}_l}{\partial \boldsymbol{\zeta}^T}, \frac{\partial \mathbf{G}(\boldsymbol{\varphi},\boldsymbol{\theta})\mathbf{s}_l}{\partial\,\mathrm{Re}\{\mathbf{s}_l\}^T}, \frac{\partial \mathbf{G}(\boldsymbol{\varphi},\boldsymbol{\theta})\mathbf{s}_l}{\partial\,\mathrm{Im}\{\mathbf{s}_l\}^T}\right], \tag{П2}$$

а $\mathbf{G}(\boldsymbol{\varphi},\boldsymbol{\theta}) = [\mathbf{U}(\phi_1)\mathbf{b}(\boldsymbol{\theta}_1), \cdots, \mathbf{U}(\phi_J)\mathbf{b}(\boldsymbol{\theta}_J)]$.

Рассчитаем производные, входящие в (П2). Для первого блока, фигурирующего в правой части (П2), имеем

$$\frac{\partial \mathbf{G}(\boldsymbol{\varphi},\boldsymbol{\theta})\mathbf{s}_l}{\partial \boldsymbol{\varphi}^T} = \left[\frac{\partial \mathbf{G}(\boldsymbol{\varphi},\boldsymbol{\theta})\mathbf{s}_l}{\partial \phi_1},\cdots,\frac{\partial \mathbf{G}(\boldsymbol{\varphi},\boldsymbol{\theta})\mathbf{s}_l}{\partial \phi_J}\right],$$
$$\frac{\partial \mathbf{G}(\boldsymbol{\varphi},\boldsymbol{\theta})\,\mathbf{s}_l}{\partial \phi_j} = \mathbf{d}_j s_j(l),\quad \mathbf{d}_j = \frac{d\mathbf{U}(\phi_j)}{d\phi_j}\mathbf{b}(\boldsymbol{\theta}_j)$$

и, следовательно,

$$\frac{\partial \mathbf{G}(\boldsymbol{\varphi},\boldsymbol{\theta})\mathbf{s}_l}{\partial \boldsymbol{\varphi}^T} = [\mathbf{d}_1 s_1(l),\ldots,\mathbf{d}_J s_J(l)] \equiv \mathbf{D}_{\boldsymbol{\varphi}}\mathbf{S}_l,$$

где $\mathbf{D}_{\boldsymbol{\varphi}}$ определяется формулой (12), а $\mathbf{S}_l = \operatorname{diag}(\mathbf{s}_l)$.

Далее,

$$\frac{\partial \mathbf{G}(\boldsymbol{\varphi},\boldsymbol{\theta})\,\mathbf{s}_l}{\partial \boldsymbol{\xi}^T} = \left[\frac{\partial \mathbf{G}(\boldsymbol{\varphi},\boldsymbol{\theta})\,\mathbf{s}_l}{\partial \boldsymbol{\xi}_1^T},\ldots,\frac{\partial \mathbf{G}(\boldsymbol{\varphi},\boldsymbol{\theta})\,\mathbf{s}_l}{\partial \boldsymbol{\xi}_M^T}\right],$$
$$\frac{\partial \mathbf{G}(\boldsymbol{\varphi},\boldsymbol{\theta})\,\mathbf{s}_l}{\partial \boldsymbol{\xi}_m^T} = \left[\frac{\partial \mathbf{G}(\boldsymbol{\varphi},\boldsymbol{\theta})\,\mathbf{s}_l}{\partial \operatorname{Re}\{b_m(\boldsymbol{\theta}_1)\}},\ldots,\frac{\partial \mathbf{G}(\boldsymbol{\varphi},\boldsymbol{\theta})\,\mathbf{s}_l}{\partial \operatorname{Re}\{b_m(\boldsymbol{\theta}_J)\}}\right].$$

Учитывая, что $\partial \mathbf{b}(\boldsymbol{\theta}_j)/\partial \operatorname{Re}\{b_m(\boldsymbol{\theta}_j)\} = \mathbf{e}_m$, где $\mathbf{e}_m$ представляет собой $m$-ый столбец единичной матрицы размерности $M \times M$, получим

$$\frac{\partial \mathbf{G}(\boldsymbol{\varphi},\boldsymbol{\theta})\,\mathbf{s}_l}{\partial \boldsymbol{\xi}_m^T} = \left[\mathbf{U}(\phi_1)\mathbf{e}_m s_1(l),\cdots,\mathbf{U}(\phi_J)\mathbf{e}_m s_J(l)\right] \equiv \mathbf{D}_m\mathbf{S}_l,$$

где $\mathbf{D}_m$ дается соотношением (13). Тогда

$$\frac{\partial\, \mathbf{G}(\boldsymbol{\varphi},\boldsymbol{\theta})\,\mathbf{s}_l}{\partial\, \boldsymbol{\xi}^T} = \left[\mathbf{D}_1\mathbf{S}_l,\cdots,\mathbf{D}_{\mathrm{M}}\mathbf{S}_l\right] \equiv \mathbf{H}_l.$$

Аналогичные вычисления для третьего блока в (П2) приводят к результату

$$\frac{\partial\, \mathbf{G}(\boldsymbol{\varphi},\boldsymbol{\theta})\,\mathbf{s}_l}{\partial\, \boldsymbol{\zeta}^T} = i\mathbf{H}_l.$$

Наконец, для последних двух слагаемых в (П2) следует

$$\frac{\partial\, \mathbf{G}\mathbf{s}_l}{\partial \operatorname{Re}\{\mathbf{s}_l\}^T} = \mathbf{G},\quad \frac{\partial\, \mathbf{G}\mathbf{s}_l}{\partial \operatorname{Im}\{\mathbf{s}_l\}^T} = i\mathbf{G}.$$

Таким образом, матрица $\mathbf{W}_l$ представима в виде

$$\mathbf{W}_l = [\mathbf{D}_{\boldsymbol{\varphi}}\mathbf{S}_l\,, \mathbf{H}_l, i\mathbf{H}_l, \mathbf{G}, i\mathbf{G}]. \qquad (\text{П}3)$$

Ниже нас будет интересовать минимальная дисперсия оценки угловых координат источников, для чего удобно преобразовать матрицу (П1) к блочно–диагональному виду. Для этого заметим, что при фиксированном номере выборочного отсчета $l$ матрица $\mathbf{W}_l$ зависит от неизвестного вектора $\boldsymbol{\alpha}_l = [\boldsymbol{\varphi}^T, \boldsymbol{\eta}^T, \operatorname{Re}\{\mathbf{s}_l\}^T, \operatorname{Im}\{\mathbf{s}_l\}^T]^T$. Следуя идее работ [14, 21], удобно ввести в рассмотрение вектор $\tilde{\boldsymbol{\alpha}}_l$ вида

$$\tilde{\boldsymbol{\alpha}}_l = \left[\boldsymbol{\varphi}^T, \boldsymbol{\eta}^T, \operatorname{Re}\{\mathbf{V}_l\}\boldsymbol{\varphi} + \operatorname{Re}\{\mathbf{T}_l\}\boldsymbol{\eta} + \operatorname{Re}\{\mathbf{s}_l\},\right.$$
$$\left.\operatorname{Im}\{\mathbf{V}_l\}\boldsymbol{\varphi} + \operatorname{Im}\{\mathbf{T}_l\}\boldsymbol{\eta} + \operatorname{Im}\{\mathbf{s}_l\}\right]^T,$$

где $\mathbf{V}_l = (\mathbf{G}^+\mathbf{G})^{-1}\mathbf{G}^+\mathbf{D}_{\boldsymbol{\varphi}}\mathbf{S}_l$, $\mathbf{T}_l = (\mathbf{G}^+\mathbf{G})^{-1}\mathbf{G}^+\boldsymbol{\Delta}_l$, а $\boldsymbol{\Delta}_l = [\mathbf{H}_l, i\mathbf{H}_l]$.

Соответствующий вектор связан с $\boldsymbol{\alpha}_l$ соотношением

$$\tilde{\boldsymbol{\alpha}}_l = \mathbf{C}_l\boldsymbol{\alpha}_l,\quad \text{где}\quad \mathbf{C}_l = \begin{pmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \operatorname{Re}\{\mathbf{V}_l\} & \operatorname{Re}\{\mathbf{T}_l\} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \operatorname{Im}\{\mathbf{V}_l\} & \operatorname{Im}\{\mathbf{T}_l\} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{pmatrix}.$$

Для нового вектора

$$\tilde{\boldsymbol{\alpha}} = [\boldsymbol{\varphi}^T, \boldsymbol{\eta}^T, \operatorname{Re}\{\tilde{\mathbf{s}}_1\}^T,\ldots,\operatorname{Re}\{\tilde{\mathbf{s}}_L\}^T,$$
$$\operatorname{Im}\{\tilde{\mathbf{s}}_1\}^T,\ldots,\operatorname{Im}\{\tilde{\mathbf{s}}_L\}^T]^T,$$

где $\tilde{\mathbf{s}}_l = \mathbf{s}_l + \mathbf{V}_l\boldsymbol{\varphi} + \mathbf{T}_l\boldsymbol{\eta}$, граница Крамера–Рао может быть рассчитана по формуле

$$\mathbf{CRB}(\tilde{\boldsymbol{\alpha}}) = \frac{\sigma_n^2}{2}\left\{\sum_{l=1}^{L}(\mathbf{C}_l^{-1})^T \operatorname{Re}\{\mathbf{W}_l^+\mathbf{W}_l\}\mathbf{C}_l^{-1}\right\}^{-1}. \qquad (\text{П}4)$$

Для невырожденной матрицы $\mathbf{C}_l$ существует обратная, равная

$$\mathbf{C}_l^{-1} = \begin{pmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -\operatorname{Re}\{\mathbf{V}_l\} & -\operatorname{Re}\{\mathbf{T}_l\} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ -\operatorname{Im}\{\mathbf{V}_l\} & -\operatorname{Im}\{\mathbf{T}_l\} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{pmatrix}.$$

Тогда, привлекая (П3), нетрудно найти, что

$$\mathbf{W}_l\mathbf{C}_l^{-1} = [\mathbf{D}_{\boldsymbol{\varphi}}\mathbf{S}_l - \mathbf{G}\mathbf{V}_l, \boldsymbol{\Delta}_l - \mathbf{G}\mathbf{T}_l, \mathbf{G}, i\mathbf{G}] \equiv$$
$$\equiv [\boldsymbol{\Pi}_{\mathbf{G}}^{\perp}\mathbf{D}_{\boldsymbol{\varphi}}\mathbf{S}_l, \boldsymbol{\Pi}_{\mathbf{G}}^{\perp}\mathbf{H}_l, i\boldsymbol{\Pi}_{\mathbf{G}}^{\perp}\mathbf{H}_l, \mathbf{G}, i\mathbf{G}], \qquad (\text{П}5)$$

где $\boldsymbol{\Pi}_{\mathbf{G}}^{\perp} = \mathbf{I}_{\mathrm{N}} - \mathbf{G}(\mathbf{G}^+\mathbf{G})^{-1}\mathbf{G}^+$. Подставляя (П5) в (П4) и принимая во внимание, что $\mathbf{G}^+\boldsymbol{\Pi}_{\mathbf{G}}^{\perp} = 0$, для $\mathbf{CRB}(\tilde{\boldsymbol{\alpha}})$ получим

$$\mathbf{CRB}(\tilde{\boldsymbol{\alpha}}) = \frac{\sigma_n^2}{2L}\begin{pmatrix} \mathbf{J}_{\boldsymbol{\varphi\varphi}} & \mathbf{J}_{\boldsymbol{\varphi\eta}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{J}_{\boldsymbol{\varphi\eta}}^T & \mathbf{J}_{\boldsymbol{\eta\eta}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{J}_{\mathbf{ss}} \end{pmatrix}^{-1}. \qquad (\text{П}6)$$

Здесь $\mathbf{J}_{\boldsymbol{\varphi\varphi}} = \operatorname{Re}\{\mathbf{F}\}$, $\mathbf{J}_{\boldsymbol{\varphi\eta}} = [\operatorname{Re}\{\mathbf{K}\} - \operatorname{Im}\{\mathbf{K}\}]$, $\mathbf{J}_{\boldsymbol{\eta\eta}} = \begin{pmatrix} \operatorname{Re}\{\boldsymbol{\Sigma}\} & -\operatorname{Im}\{\boldsymbol{\Sigma}\} \\ \operatorname{Im}\{\boldsymbol{\Sigma}\} & \operatorname{Re}\{\boldsymbol{\Sigma}\} \end{pmatrix}$, где

$$\mathbf{F} = L^{-1}\sum_{l=1}^{L}\mathbf{S}_l^{+}\mathbf{D}_{\boldsymbol{\varphi}}^{+}\boldsymbol{\Pi}_{\mathbf{G}}^{\perp}\mathbf{D}_{\boldsymbol{\varphi}}\mathbf{S}_l \in \mathrm{C}^{J\times J},$$

$$\mathbf{K} = L^{-1}\sum_{l=1}^{L}\mathbf{S}_l^{+}\mathbf{D}_{\boldsymbol{\varphi}}^{+}\boldsymbol{\Pi}_{\mathbf{G}}^{\perp}\mathbf{H}_l \in C^{J\times MJ},$$

$$\boldsymbol{\Sigma} = L^{-1}\sum_{l=1}^{L}\mathbf{H}_l^{+}\boldsymbol{\Pi}_{\mathbf{G}}^{\perp}\mathbf{H}_l \in C^{MJ\times MJ},$$

а $\mathbf{J}_{\mathbf{ss}} = \begin{pmatrix}\mathrm{Re}\{\mathbf{G}^{+}\mathbf{G}\} & -\mathrm{Im}\{\mathbf{G}^{+}\mathbf{G}\}\\ \mathrm{Im}\{\mathbf{G}^{+}\mathbf{G}\} & \mathrm{Re}\{\mathbf{G}^{+}\mathbf{G}\}\end{pmatrix}$.

Учитывая известное матричное соотношение $\mathrm{diag}\{\mathbf{a}\}\mathbf{P}\,\mathrm{diag}\{\mathbf{b}\} = \mathbf{P}\circ(\mathbf{ab}^T)$, в котором символ $\circ$ означает произведение Адамара (или поэлементное умножение матриц: $[\mathbf{A}\circ\mathbf{B}]_{ij} = [\mathbf{A}]_{ij}[\mathbf{B}]_{ij}$), выражение для $\mathbf{F}$ можно представить в эквивалентном виде

$$\begin{gathered}\mathbf{F} = (1/L)\sum_{l=1}^{L}\mathbf{S}_l^{+}\mathbf{D}_{\boldsymbol{\varphi}}^{+}\boldsymbol{\Pi}_{\mathbf{G}}^{\perp}\mathbf{D}_{\boldsymbol{\varphi}}\mathbf{S}_l = \\ = \mathbf{D}_{\boldsymbol{\varphi}}^{+}\boldsymbol{\Pi}_{\mathbf{G}}^{\perp}\mathbf{D}_{\boldsymbol{\varphi}}\circ\sum_{l=1}^{L}\mathbf{s}_l^{*}\mathbf{s}_l^{T}\Big/L \equiv \mathbf{D}_{\boldsymbol{\varphi}}^{+}\boldsymbol{\Pi}_{\mathbf{G}}^{\perp}\mathbf{D}_{\boldsymbol{\varphi}}\circ\hat{\mathbf{R}}_{\mathrm{s}}^{T},\end{gathered} \tag{П7}$$

где $\hat{\mathbf{R}}_{\mathrm{s}} = (1/L)\sum_{l=1}^{L}\mathbf{s}_l\mathbf{s}_l^{+}$ — выборочная сигнальная матрица. При написании (П7) учтено, что для диагональной матрицы $\mathbf{S}_l$ справедливо равенство $\mathbf{S}_l = \mathbf{S}_l^{T}$ и, следовательно, $\mathbf{S}_l^{+} = \mathbf{S}_l^{*}$, где $(\cdot)^*$ означает операцию комплексного сопряжения.

Аналогично, для матриц $\mathbf{K}$ и $\boldsymbol{\Sigma}$ имеем

$$\begin{gathered}\mathbf{K} = \left[\mathbf{D}_{\boldsymbol{\varphi}}^{+}\boldsymbol{\Pi}_{\mathbf{G}}^{\perp}\mathbf{D}_1\circ\hat{\mathbf{R}}_{\mathrm{s}}^{T}\cdots\mathbf{D}_{\boldsymbol{\varphi}}^{+}\boldsymbol{\Pi}_{\mathbf{G}}^{\perp}\mathbf{D}_{\mathrm{M}}\circ\hat{\mathbf{R}}_{\mathrm{s}}^{T}\right] \equiv \\ \equiv \mathbf{D}_{\boldsymbol{\varphi}}^{+}\boldsymbol{\Pi}_{\mathbf{G}}^{\perp}\mathbf{D}_{\boldsymbol{\eta}}\circ(\mathbf{1}_{\mathrm{M}}^{T}\otimes\hat{\mathbf{R}}_{\mathrm{s}}^{T}),\end{gathered}$$

$$\begin{gathered}\boldsymbol{\Sigma} = \begin{pmatrix}\mathbf{D}_1^{+}\boldsymbol{\Pi}_{\mathbf{G}}^{\perp}\mathbf{D}_1\circ\hat{\mathbf{R}}_{\mathrm{s}}^{T} & \cdots & \mathbf{D}_1^{+}\boldsymbol{\Pi}_{\mathbf{G}}^{\perp}\mathbf{D}_{\mathrm{M}}\circ\hat{\mathbf{R}}_{\mathrm{s}}^{T}\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ \mathbf{D}_{\mathrm{M}}^{+}\boldsymbol{\Pi}_{\mathbf{G}}^{\perp}\mathbf{D}_1\circ\hat{\mathbf{R}}_{\mathrm{s}}^{T} & \cdots & \mathbf{D}_{\mathrm{M}}^{+}\boldsymbol{\Pi}_{\mathbf{G}}^{\perp}\mathbf{D}_{\mathrm{M}}\circ\hat{\mathbf{R}}_{\mathrm{s}}^{T}\end{pmatrix} \equiv \\ \equiv \mathbf{D}_{\boldsymbol{\eta}}^{+}\boldsymbol{\Pi}_{\mathbf{G}}^{\perp}\mathbf{D}_{\boldsymbol{\eta}}\circ(\mathbf{1}_{\mathrm{M}}\mathbf{1}_{\mathrm{M}}^{T}\otimes\hat{\mathbf{R}}_{\mathrm{s}}^{T}),\end{gathered}$$

где $\mathbf{1}_{\mathrm{M}}$ — вектор размерности $M\times 1$ с единичными компонентами, $\mathbf{D}_{\boldsymbol{\eta}} = [\mathbf{D}_1\cdots\mathbf{D}_{\mathrm{M}}]$, а символ $\otimes$ означает произведение Кронекера.

Интересующая нас ковариационная матрица дисперсий оценок угловых положений источников находится путем обращения левого верхнего блока в (П6) размерности $J\times J$:

$$\begin{gathered}\mathbf{CRB}(\boldsymbol{\varphi}) = \frac{\sigma_n^2}{2L}\left(\mathbf{J}_{\boldsymbol{\varphi\varphi}} - \mathbf{J}_{\boldsymbol{\varphi\eta}}\mathbf{J}_{\boldsymbol{\eta\eta}}^{-1}\mathbf{J}_{\boldsymbol{\varphi\eta}}^{T}\right)^{-1} = \\ = \frac{\sigma_n^2}{2L}\mathrm{Re}(\mathbf{F} - \mathbf{K}\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\mathbf{K}^{+})^{-1}.\end{gathered} \tag{П8}$$

При получении (П8) использован результат работы [18], в соответствии с которым

$$\begin{gathered}\left[\mathrm{Re}\{\mathbf{K}\} - \mathrm{Im}\{\mathbf{K}\}\right]\begin{pmatrix}\mathrm{Re}\{\boldsymbol{\Sigma}\} & -\mathrm{Im}\{\boldsymbol{\Sigma}\}\\ \mathrm{Im}\{\boldsymbol{\Sigma}\} & \mathrm{Re}\{\boldsymbol{\Sigma}\}\end{pmatrix}^{-1}\times \\ \times\begin{bmatrix}\mathrm{Re}\{\mathbf{K}\}^{T}\\ \mathrm{Im}\{\mathbf{K}\}^{T}\end{bmatrix} = \mathrm{Re}(\mathbf{K}\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\mathbf{K}^{+}).\end{gathered}$$

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ


1. *Елисеевнин В.Л.* О работе горизонтальной линейной антенны в мелком море // Акуст. журн. 1983. Т. 29. № 1. С. 44–49.
2. *Buckingham M.J.* On the response of a towed array to the acoustic field in shallow water // IEEE Proc. 1984. V. 131. Part F. № 3. P. 298–307.
3. *Елисеевнин В.Л.* Определение направления на источник в волноводе с помощью горизонтальной линейной антенны // Акуст. журн. 1996. Т. 42. № 2. С. 208–211.
4. *Lakshmipath S., Anand G.V.* Subspace intersection method of high-resolution bearing estimation in shallow ocean // Signal Processing. 2004. V. 84. P. 1367–1384.
5. *Pang J., Lin J., Zhang A., Huang X.* Subspace intersection method of bearing estimation based on least square approach in shallow ocean // In Proc. ICASSP, Las Vegas, NV, USA, 31 March–4 April, 2008. P. 2433–2436.
6. *Cox H.* Resolving power and sensitivity to mismatch of optimum array processors // J. Acoust. Soc. Am. 1973. V. 54. № 3. P. 771–785.
7. *Liu Z., Nehorai A.* Statistical angular resolution limit for point sources // IEEE Trans. Signal Processing. 2007. V. 55. № 11. P. 5521–5527.
8. *Amar A. and Weiss A.J.* Fundamental limitations on the resolution of deterministic signals // IEEE Trans. Signal Processing. 2008. V. 56. №. P. 5309 –5318.
9. *El Korso M.N., Boyer R., Renaux A., Marcos S.* On the asymptotic resolvability of two point sources in known subspace interference using a GLRT-based framework // Signal Processing. 2012. V. 92. P. 2471–2483.
10. *Smith S.T.* Statistical resolution limits and the complexified Cramer–Rao bound // IEEE Trans. Signal Processing. 2005. V. 53. № 5. P. 1597–1609.
11. Robust Adaptive Beamforming / Eds. by Li J. and Stoica P. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey. 2006. 422 p.
12. *Сазонтов А.Г., Малеханов А.И.* Согласованная пространственная обработка сигналов в подводных звуковых каналах (Обзор) // Акуст. журн. 2015. Т. 61. № 2. С. 233–253.
13. *Schmidt R.O.* Multiple emitter location and signal parameter estimation // IEEE Trans. Antennas and Propagation. 1986. V. 34. № 3. P. 276–280.
14. *Pesavento M., Gershman A.B., Wong K.M.* Direction finding in partly calibrated sensor arrays composed of multiple subarrays // IEEE Trans. Signal Processing. 2002. V. 50. № 9. P. 2103–2115.
15. *See C.M.S., Gershman A.B.* Direction-of-arrival estimation in partly calibrated subarray-based sensor arrays // IEEE Trans. on Signal Processing. 2004. V. 52. № 2. P. 329–338.

16. *Сазонтов А.Г., Смирнов И.П., Чащин А.С.* Локализация когерентного источника излучения в мелководном канале с использованием частично калиброванной адаптивной антенной решетки // Известия Вузов. Радиофизика. 2016. Т. 59. № 2. С. 99–107.

17. *Сазонтов А.Г., Смирнов И.П.* Локализация источника в акустическом волноводе с неточно известными параметрами с использованием согласованной обработки в модовом пространстве // Акуст. журн. 2019. Т. 65. Вып. 4. С. 540-550.

18. *Stoica P. and Nehorai A.* MUSIC, maximum likelihood, and Cramer-Rao bound // IEEE Trans. Acoust. Speech, Signal Processing. 1989. V. 37. № 5. P. 720–741.

19. *El Korso M.N., Boyer R., Renaux A., Marcos S.* Statistical resolution limit for multiple parameters of interest and for multiple signals // Proc. ICASSP, Dallas, TX, 2010. P. 3602–3605.

20. *Kay S.M.* Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall, 1993. 596 p.

21. *Stoica P., Larsson E.G.* Comments on “Linearization method for finding Cramér–Rao bounds in signal processing” // IEEE Trans. Signal Processing. 2001. V. 49. № 12. P. 3168–3169.

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2021, том 67, № 2, с. 185–202

## ОБРАБОТКА АКУСТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ. КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 612.85

# ФАЗОВЫЙ АНАЛИЗ АКТИВНОСТИ ГОЛОСОВОГО ИСТОЧНИКА

© 2021 г. В. Н. Сорокин[a], *, А. С. Леонов[b]

[a] Институт проблем передачи информации, Российская академия наук, Большой Каретный пер. 19, стр. 1, Москва, 127051 Россия

[b] Национальный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, Каширское ш. 31, Москва, 115409 Россия

*e-mail: vns@iitp.ru

Поступила в редакцию 02.05.2020 г.
После доработки 14.12.2020 г.
Принята к публикации 22.12.2020 г.

Предложены математические модели, позволяющие связать параметры голосового источника с параметрами фазово-частотных характеристик (ФЧХ) сегментов речевого сигнала. В частности, установлено, что длительность работы источника можно найти по средней длине интервалов между нулями и точками разрыва этих ФЧХ. Для синтетических и реальных речевых сигналов на основе установленных свойств ФЧХ и предложенных эвристических методов их анализа проведена численная оценка периодов основного тона, длительностей работы голосового источника внутри этих периодов, а также моментов начала $T_{op}$ и конца $T_{cl}$ действия голосового источника. Экспериментально установлено существование верхней границы диапазона частот основного тона $F_0$, внутри которого ошибка оценки $F_0$ не превышает 5%. Средняя ошибка оценки длительности голосового источника по предлагаемой методике для сегментов речи из базы данных Arctic оказалась менее 0.3% для двух дикторов, а для третьего диктора равна 6.2%. Показано, что ошибка определения величин $T_{op}$ и $T_{cl}$ зависит от свойств голосового источника и значительно возрастает для $F_0 > 220$ Гц. Наиболее вероятная ошибка оценки величин $T_{op}$ для трех дикторов из базы данных Arctic оценивается как 1.5, 10.2 и 13.5%, а для $T_{cl}$ она составляет –9.7, –20.2 и –13.9%.

*Ключевые слова:* распознавание речи, идентификация диктора, фазово-частотная характеристика, параметры голосового источника

**DOI:** 10.31857/S0320791921020088

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Характеристики голосового источника играют заметную роль при идентификации диктора, в распознавании речи и при анализе патологии голоса. Важнейшие из этих характеристик – моменты начала и конца активности голосового источника, которые коррелированны с моментами открытия $T_{op}$ и закрытия $T_{cl}$ голосовой щели, а также частота основного тона $F_0$. Именно эти параметры необходимо в первую очередь определить при анализе сегмента речи с помощью математического моделирования. Они в значительной мере определяют функциональную форму голосового источника при его описании по известным математическим моделям (см., например, [1] и формулу (7) ниже).

Перед закрытием голосовой щели в речевом сигнале возникает всплеск энергии, который вызывается отрицательным пиком производной от объемной скорости потока через голосовую щель. Связанные с этим пиком явления содержат информацию о моменте закрытия голосовой щели $T_{cl}$. Для определения величины $T_{cl}$ во временной области часто применяется анализ сигнала-остатка после выполнения анализа методом линейного предсказания (см., например, [1]).

В спектрально-временной области для этих целей используются экстремумы логарифмической производной средней энергии спектра речевого сигнала в области частот второй и третьей форманты [2]. Обширный обзор других методов определения момента закрытия голосовой щели в фазово-частотной области представлен в [3]. Все эти методы позволяют достаточно точно найти моменты закрытия голосовой щели. В то же время, имеющиеся методы определения момента открытия голосовой щели дают значительную погрешность.

В задачах определения формы импульса голосового источника необходимо знать оба этих момента, и погрешность определения моментов открытия и закрытия голосовой щели существенно влияет на точность восстановления формы импульса. Это продемонстрировано, например, в работе [4], где форма импульсов голосового источника вычисляется путем обратного преобразования Фурье отношения спектров речевого сигнала на интервалах открытой и закрытой голосовой щели.

В исследованиях характеристик голосового источника основное внимание уделяется анализу амплитудно-частотных параметров речевого сигнала, тогда как фазовые характеристики мало исследованы. Это связано с двумя факторами. Во-первых, существовало мнение, что фазовые характеристики не играют существенной роли в восприятии речи. Однако постепенно было установлено, что по фазовым параметрам можно восстановить речевой сигнал [5], а фазы существенно влияют на восприятие речи [6–9]. Роль фазовых характеристик в обработке речи описывается в [10] и обзоре [11]. Второй фактор, препятствовавший использованию фазовых характеристик, заключается в том, что фазово-частотная характеристика (ФЧХ) речевого сигнала представляет собой разрывную функцию, с областью значения $[-\pi, \pi]$. Поэтому, в отличие от динамического амплитудного спектра, динамический фазовый спектр не позволяет визуально соотнести его признаки с параметрами речевого сигнала. Позднее выяснилось, что эти трудности анализа фаз можно частично обойти путем введения *групповой задержки* и *мгновенной частоты*. Групповая задержка была определена в работе [12] как отрицательное значение производной фазы по частоте в каждый момент времени. На этом понятии основаны методы нахождения моментов начала и конца активности голосового источника из работ [13, 14]. Мгновенная частота определяется как мнимая часть отношения аналитического сигнала к самому сигналу, что эквивалентно производной от фазы по времени [15]. Мгновенная частота также используется для определения моментов начала и конца активности голосового источника [16].

Экспериментальные исследования показали, что влияние фаз на восприятие речи сложным образом зависит от частоты основного тона, интенсивности сигнала и полосы частот [8, 17]. Оказывается, что влияние фаз тем больше, чем ниже частота основного тона, и это связано с ограниченной длительностью импульсов (0.5–2 мс) в нервных каналах слуховой системы. Существует также некая предельная частота, выше которой экспериментальная оценка фаз становится недостоверной [18].

Оценка фаз обычно осуществляется на основе вычисления кратковременного спектра речевого сигнала, и здесь необходимо подбирать форму и длительность взвешивающего окна в кратковременном преобразовании Фурье (КПФ). Считалось, что эта длительность при нахождении ФЧХ должна быть значительно больше, чем при вычислении амплитудного спектра. Например, в [5] предполагается, что она должна быть больше 1 с. Этот фактор будет обсужден ниже более детально (см. разд. 2).

Цель данной работы – проанализировать связь фазовых характеристик речевого сигнала с параметрами $T_{op}$, $T_{cl}$ и $F_0$ голосового источника и предложить практические алгоритмы нахождения этих параметров из сегментов реальной речи.

Известные нам приложения фазового анализа к задачам речевых технологий носят, в значительной степени, формальный характер. В частности, мгновенная частота и групповая задержка не специфичны для анализа речи, хотя они и являются универсальными характеристиками любых сигналов. Именно поэтому в нашей статье предложены математические модели, позволяющие связать параметры голосового источника с параметрами фазово-частотных характеристик сегментов речевого сигнала (см. разд. 2). Эта связь оказывается достаточно сложной даже для простейших форм источника голосового возбуждения, и ее полный математический анализ затруднителен. Тем не менее, применение в этих моделях асимптотических методов дает возможность связать характеристики ФЧХ речевых сегментов с такими параметрами речевого источника, как его длительность, моменты начала и конца его работы (открытия и закрытия голосовой щели). Этот асимптотический анализ (разд. 2, Приложения 1 и 2) и численный анализ связи ФЧХ с параметрами источника (разд. 4) проведен в нашей работе для значительного числа синтетических и реальных речевых фрагментов, описанных в разд. 3. В результате выработаны алгоритмы, позволяющие вычислить параметры источника путем анализа ФЧХ, и эти параметры могут быть использованы в различных речевых приложениях. Рекомендации по применению алгоритмов и пределы их применимости обсуждаются в разд. 5.

## 2. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ, СВЯЗЫВАЮЩИЕ ФЧХ РЕЧЕВОГО СИГНАЛА И ГОЛОСОВОЙ ИСТОЧНИК

Рассмотрим простейшие математические модели, связывающие характеристики голосового источника с речевым сегментом и, далее, с фазово-частотной характеристикой этого сегмента. Для этого используется модель речеобразования, предложенная в работах [19, 20] и основанная на известном уравнении Вебстера. Она связывает функцию голосового источника $q(t)$ – производную объемной скорости $v(t)$ воздушного потока в

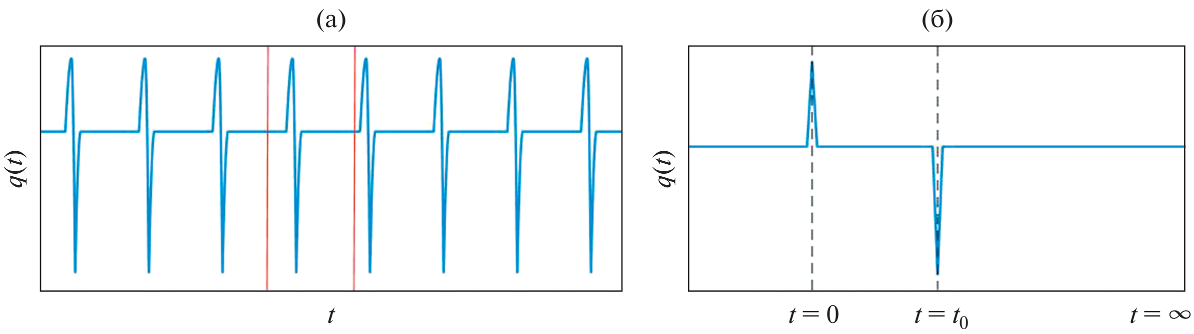


**Рис. 1.** (а) – Импульсы голосового источника. (б) – Выделенная вертикальными линиями часть импульсов, используемая в модели вычисления ФЧХ.

голосовой щели (ГЩ) – и генерируемый при $t \geq 0$ речевой сигнал $s(t)$ следующим образом:

$$s(t) = \int_0^t K(t-\tau)q(\tau)d\tau. \tag{1}$$

Здесь

$$K(t) = K_0\sum_{n=1}^{N_0}\alpha_n e^{-\delta_n t}\sin\omega_n t,$$

$$\alpha_n = \left(\omega_n \frac{d\Delta}{d\omega}(\omega_n)\right)^{-1},$$

$$\Delta(\omega) = (\omega_1-\omega)\prod_{m=2}^{\infty}\frac{\omega_m-\omega}{(m-1)^2},$$

$\omega_n = 2\pi f_n$, $f_n$ – резонансные частоты речевого тракта, $\delta_n$ – декремент затухания $n$-го резонанса, а $K_0$ – нормировочная константа, определяемая единицами измерения, которая в дальнейшем считается равной единице. Пользуясь этой моделью, можно связать некоторые числовые характеристики голосового источника с ФЧХ речевого сигнала. Это позволяет найти (оценить) по ФЧХ упомянутые характеристики.

### *2.1. Оценки длительности голосового источника*

Примерный вид импульсов источника $q(t)$ голосового возбуждения приведен на рис. 1а. Каждый импульс (см., например, выделенный вертикальными линиями) характеризуется двумя пиками. Пик с положительной амплитудой находится вблизи момента открытия голосовой щели, а пик с отрицательной амплитудой – вблизи момента ее закрытия. Существует довольно много математических моделей, хорошо описывающих реальные голосовые источники. Однако, ни одна из них не позволяет выполнить хотя бы качественный анализ ФЧХ генерируемого сигнала. Чтобы сделать это, мы приняли идеализированную модель источника $q(t)$ в виде последовательности двух $\delta$-образных импульсов с положительной и отрицательной амплитудами:

$$q(t) = A\delta(t) - B\delta(t-t_0), \quad A, B > 0 \tag{2}$$

(см. рис. 1б). Здесь $t_0$ – время действия источника, соответствующее длине интервала открытой голосовой щели. Такая форма источника пригодна для анализа небольших по сравнению с периодом основного тона величин $t_0$. В этой форме неявно предполагается, что к моменту $t = 0$ произошло затухание формантных колебаний, вызванных предыдущим импульсом.

Сигнал, который генерируется источником (2) по формуле (1), имеет вид

$$s(t) = Ah(t)K(t) - Bh(t-t_0)K(t-t_0) =$$
$$= Ah(t)\sum_{n=1}^{N_0}\alpha_n e^{-\delta_n t}\sin\omega_n t - Bh(t-t_0)\times$$
$$\times\sum_{n=1}^{N_0}\alpha_n e^{-\delta_n(t-t_0)}\sin\omega_n(t-t_0),$$

где $h(t)$ – функция Хевисайда. Вычислив преобразование Фурье $\Phi(\omega) = F[s](\omega)$ этого сигнала, получим

$$\Phi(\omega) = \sum_{n=1}^{N_0}\alpha_n\left\{AF[e^{-\delta_n t}\sin\omega_n t](\omega) - \right.$$
$$\left. - BF[e^{-\delta_n t}\sin\omega_n t](\omega)e^{-i\omega t_0}\right\} = S_1(\omega)S_2(\omega).$$

Здесь

$$S_1(\omega) = A - Be^{-i\omega t_0},$$

$$S_2(\omega) = \sum_{n=1}^{N_0}\frac{\alpha_n\omega_n}{(\omega+\omega_n+i\delta_n)(\omega-\omega_n+i\delta_n)}.$$

Фазово-частотная характеристика $\varphi(\omega)$ сигнала находится из равенства

$$\ln\Phi(\omega) = \ln|\Phi(\omega)| + i\varphi(\omega) = \ln S_1(\omega) + \ln S_2(\omega) =$$
$$= \ln|S_1(\omega)| + \ln|S_2(\omega)| + i\left[\operatorname{Arg}S_1(\omega) + \operatorname{Arg}S_2(\omega)\right]_\pi$$

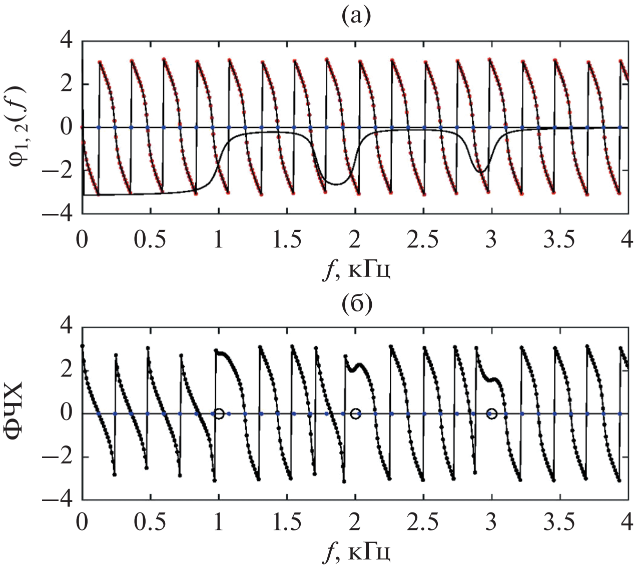


**Рис. 2.** (а) – Компоненты ФЧХ: периодическая часть $\varphi_1(\omega)$ – линия с точками, определяемая формантами; часть $\varphi_2(\omega)$ – непрерывная линия. (б) – ФЧХ $\varphi(\omega)$. Значения резонансных частот отмечены маркерами ○.

как

$$\varphi(\omega) = [\operatorname{Arg} S_1(\omega) + \operatorname{Arg} S_2(\omega)]_\pi = \\ = \Big[\operatorname{Arg}\left(Be^{-i\omega t_0} - A\right) + \\ + \operatorname{Arg}\sum_{n=1}^{N_0}\frac{\alpha_n\omega_n}{(\omega+\omega_n+i\delta_n)(\omega-\omega_n+i\delta_n)}\Big]_\pi. \tag{3}$$

Здесь символы $\operatorname{Arg} S_{1,2}(\omega)$ обозначают аргументы комплексных функций $S_{1,2}(\omega)$, а функция $[\operatorname{Arg} z]_\pi = \arg z$ вычисляет для комплексного числа $z$ по величинам $\operatorname{Arg} z$ главное значение аргумента, лежащее в пределах от $-\pi$ до $\pi$. Отметим, что эта функция не обладает свойством аддитивности: вообще говоря,

$$[\operatorname{Arg} S_1(\omega) + \operatorname{Arg} S_2(\omega)]_\pi \neq \\ \neq [\operatorname{Arg} S_1(\omega)]_\pi + [\operatorname{Arg} S_2(\omega)]_\pi,$$

т.е. фазово-частотная характеристика сигнала не складывается непосредственно из фаз величин $S_1(\omega)$, $S_2(\omega)$. Это осложняет анализ равенства (3). Тем не менее, ясно, что функция $\varphi(\omega)$ имеет разрывы 1 рода в точках $\omega$, в которых величина $\operatorname{Arg} S_1(\omega) + \operatorname{Arg} S_2(\omega)$ принимает значения, кратные $\pm\pi$.

Проведем более детальный анализ. Установим связь параметра источника $t_0$ со свойствами ФЧХ. Сначала формально рассмотрим случай $\delta_n = 0$ (отсутствие потерь в речевом тракте). Тогда величина

$$S_2(\omega) = \sum_{n=1}^{N_0}\frac{\alpha_n\omega_n}{(\omega+\omega_n+i\delta_n)(\omega-\omega_n+i\delta_n)} = \\ = \sum_{n=1}^{N_0}\frac{\alpha_n\omega_n}{(\omega+\omega_n)(\omega-\omega_n)}$$

действительная. Поэтому из (3) следует:

$$\varphi(\omega) = \varphi_1(\omega) = \left[\operatorname{Arg}\left(Be^{-i\omega t_0} - A\right)\right]_\pi = \\ = \arg\left(Be^{-i\omega t_0} - A\right) = \\ = \arg\left((B\cos\omega t_0 - A) - iB\sin\omega t_0\right).$$

Типичный вид функции $\varphi(\omega) = \varphi_1(\omega)$ показан на рис. 2 сверху линией с точками. Функция $\varphi(\omega)$ равна нулю или имеет точку разрыва при тех $\omega$, для которых мнимая часть числа $Be^{-i\omega t_0} - A$ обращается в нуль, т.е. при $\sin\omega t_0 = 0$. Все такие точки имеют вид: $\omega = \Omega_m = \frac{\pi m}{t_0}$, $m = 0, \pm1, \pm2, \ldots$, и соответствующие частоты выражаются как $f_m = \frac{m}{2t_0}$. Расстояния между этими характерными точками, т.е. числа $\Delta f_m = f_{m+1} - f_m = \frac{1}{2t_0}$, определяют период ФЧХ. Поэтому в идеализированном варианте, найдя нули и точки разрыва ФЧХ, мы можем вычислить параметр источника как $t_0 = \frac{1}{2\Delta f_m}$.

В случае малых потерь в речевом тракте можно провести похожий анализ. Он дан в Приложении 1. В этом случае величины $\Delta f_m = f_{m+1} - f_m$ будут уже зависеть от $m$. Однако, формула для $t_0$ остается верной в виде $t_0 = \frac{1}{2\overline{\Delta f_m}}$, где $\overline{\Delta f_m} = \lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{m=1}^{N}\Delta f_m$ – среднее значение величин $\Delta f_m$. Таким образом, вычислив приближенно это среднее значение из ФЧХ для частот, больших первой форманты, мы можем оценить параметр источника $t_0$ по той же формуле, что и в случае отсутствия потерь, в котором $\overline{\Delta f_m} = \Delta f_m$.

На рис. 2 показан пример ФЧХ, а также связанные с ней функции $\varphi_1(\omega) = [\operatorname{Arg} S_1(\omega)]_\pi$, $\varphi_2(\omega) = [\operatorname{Arg} S_2(\omega)]_\pi$ (рис. 2а). ФЧХ (рис. 2б) вычислена по формуле (3) с $A = 1$, $B = 1.5$ для резонансных частот $F_{1-3} = [1, 2, 3]$ кГц и величин $\delta_n = 2\pi[0.05,\ 0.04,\ 0.05]$, $\alpha_n = [1,\ 0.5,\ 0.25]$ при $t_0 = 4.18$ мс. Численно найдя величину $\overline{\Delta f_m}$ для этой ФЧХ в частотном диапазоне $f \in (1, 4)$ кГц, получим оценку параметра источника: $t_0 \approx 4.17$ мс.

Численные эксперименты по верификации равенства $t_0 = 0.5\left(\overline{\Delta f_m}\right)^{-1}$ для реальных речевых сигналов представлены ниже в разд. 4.1.

### *2.2. Вычисление ФЧХ для конечного периода основного тона*

Откажемся от сделанного в разд. 2.1 предположения о том, что период основного тона $T_0$ много больше длительности $t_0$ открытой ГЩ. Тогда для источника с $M$ одинаковыми периодами основного тона можно принять модель

$$q(t) = \sum_{m=0}^{M-1}\left[A\delta(t - mT_0) - B\delta(t - t_0 - mT_0)\right],$$
$$A, B > 0.$$

Согласно (1), модельный сигнал приобретет вид

$$s(t) = \int_0^t K(t-\tau)q(\tau)d\tau =$$
$$= \sum_{m=0}^{M-1}\left[Ah(t - mT_0)K(t - mT_0) - \right.$$
$$\left. - Bh(t - t_0 - mT_0)K(t - t_0 - mT_0)\right],$$

и его преобразование Фурье вычисляется так:

$$\Phi(\omega) = F[s](\omega) = \tilde{K}(\omega)\left[A - Be^{-i\omega t_0}\right]\frac{1 - e^{-i\omega MT_0}}{1 - e^{-i\omega T_0}},$$
$$\tilde{K}(\omega) = \sum_{n=1}^{N_0}\frac{\alpha_n\omega_n}{(\omega + \omega_n + i\delta_n)(\omega - \omega_n + i\delta_n)}$$

(см. Приложение 2). Для простоты рассмотрим случай двух периодов основного тона источника ($M = 2$) при условии $\delta_n = \delta \ll \omega_1$ малых потерь в тракте, которое обычно выполнено, и при “больших частотах” ($\delta \ll \omega$). Тогда (см. Приложение 2)

$$\Phi(\omega) = \left[A - Be^{-i\omega t_0}\right]\left(1 + e^{-i\omega T_0}\right)\sum_{n=1}^{N_0}\frac{\alpha_n\omega_n}{(\omega^2 - \omega_n^2)}.$$

Можно видеть, что даже при таких упрощениях аналитическое исследование поведения ФЧХ сигнала, т.е. функции

$$\varphi(\omega) = \mathrm{Im}\{\ln\Phi(\omega)\} =$$
$$= \mathrm{Im}\left\{\ln(A - Be^{-i\omega t_0}) + \ln(1 + e^{-i\omega T_0})\right\} \qquad (4)$$

в зависимости от $\omega$ и параметров $t_0$, $T_0$ затруднительно. Поэтому приходится проводить исследование численно. Приведем пример такой ФЧХ, вычисленной для $A = 1$, $B = 1.5$, формантных частот $F = [1, 2, 3]$ кГц и параметров $t_0 = 2$ мс, $T_0 = 10$ мс, $\alpha_n = [1, 0.5, 0.25]$, $\delta = 0.15$.

Из рис. 3 и формулы (4) видно, что фазовая функция определяется двумя колебаниями. Одно

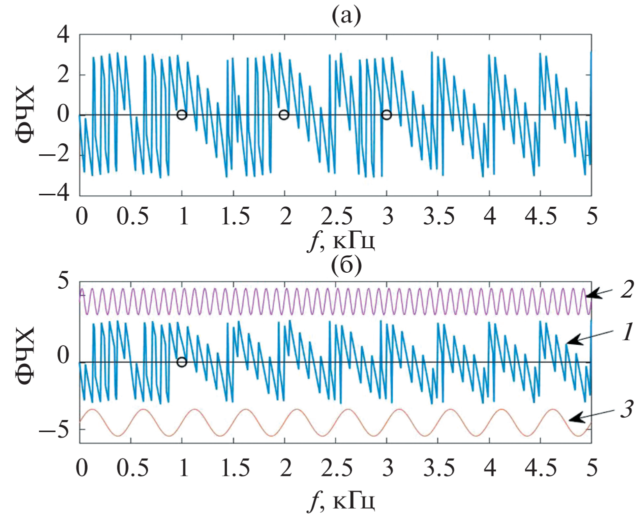


**Рис. 3.** (а) – ФЧХ для трех формант, положение которых отмечено кружками. (б) – *1* – ФЧХ для одной форманты с частотой 1 кГц; *2* – гармоника, определяемая частотой основного тона $F_0 = 1/T_0$; *3* – гармоника, определяемая частотой источника $f_0 = 1/t_0$.

с периодом $t_0$ связано с длительностью источника возбуждения, другое происходит с периодом основного тона $T_0$. Последнее свойство будет использоваться ниже (см. разд. 4) в экспериментах по определению частоты основного тона синтетических и реальных речевых сигналов. В Приложении 2 рассмотрен вопрос о нулях ФЧХ в рассматриваемом случае конечного периода основного тона. Показано, что одна из возможных серий нулей имеет вид $\omega_k = 2\pi f_k = \pi(1 + 2k)T_0^{-1}$, и она порождает серию величин $\Delta f_k = f_{k+1} - f_k = T_0^{-1}$.

### *2.3. Оценка параметров голосового источника*

При обработке реальных дискретных речевых сигналов вместо стандартного преобразования Фурье часто используется кратковременное преобразование Фурье (КПФ)

$$\Phi(f, t_c) = \int_0^{+\infty} e^{-i2\pi ft}w(t - t_c)s(t)dt. \qquad (5)$$

Здесь $w(t - t_c)$ – задаваемое пользователем окно преобразования с центром $t_c$. В этом случае для нахождения ФЧХ используется формула $\varphi(f, t_c) = \mathrm{Im}\{\ln\Phi(f, t_c)\}$, и вместо одной фазовой функции получается их семейство, зависящее от $t_c$. Оказывается, что, анализируя изменения этих ФЧХ в зависимости от положения центра окна по отношению к сигналу, можно оценить моменты

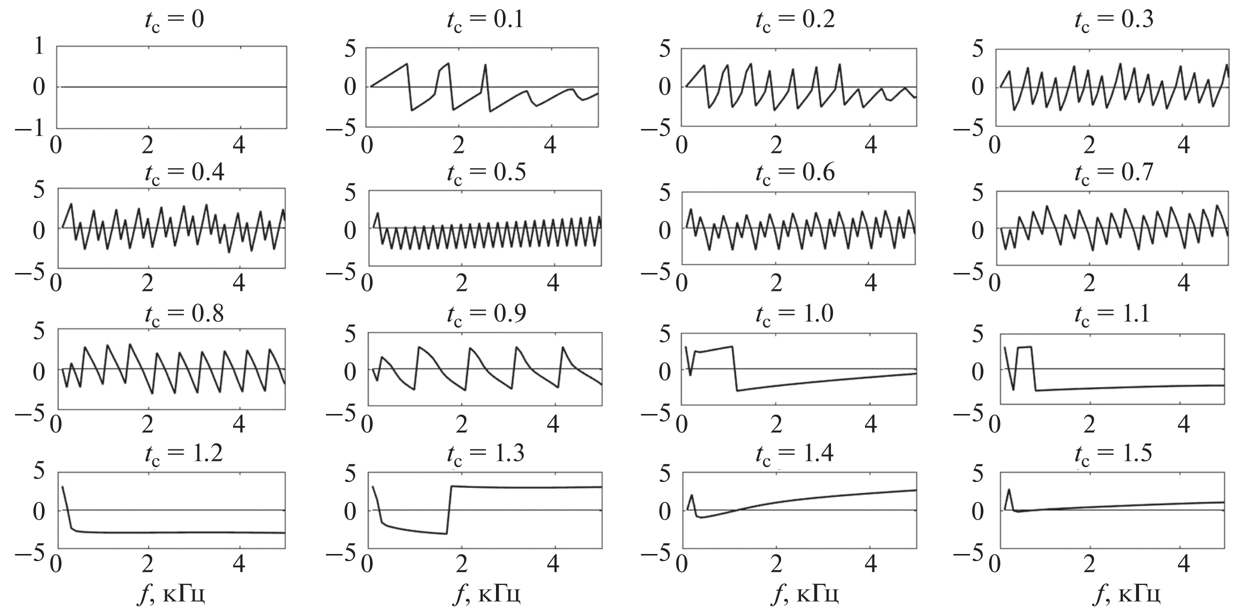


**Рис. 4.** ФЧХ $\varphi(f, t_c)$ сигнала в окне с центром $t_c$.

включения и выключения голосового источника. Рассмотрим эти изменения на примере сигнала

$$s(t) = Ah(t - T_{op})e^{-\delta(t - T_{op})} \sin 2\pi f (t - T_{op}), \ [t] = \text{мс},$$

соответствующего открытию ГЩ в момент $T_{op}$. Для того чтобы можно было провести аналитические вычисления, упрощающие выражение (5), выберем модельное окно с полушириной 0.5 мс в форме $w(t) = \{\sin(\pi t), \ 0 \le t \le 1; \ 0, (t < 0) \cup (t > 1)\}$. На рис. 4 приведены фазовые функции $\varphi(f, t_c)$, вычисленные для такого сигнала при $f = 1.2$ кГц, $A = 1$, $\delta = 0.04\pi$ и $T_{op} = 0.5$ мс для различных времен $t_c, 0 \le t_c \le 1.5$ мс.

Сопоставим ФЧХ, показанные на рис. 4, с соответствующими положениями сигнала в окне, т.е. с видом функций времени $\zeta(t, t_c) = w(t - t_c)s(t)$ для различных $t_c$ (см. рис. 5).

Модельный сигнал отличен от нуля при $t > T_{op} = 0.5$ мс. Поэтому первоначально (при $t_c = 0$) момент $T_{op}$ не попадает в окно полуширины 0.5 мс, и поэтому ФЧХ обращается в нуль. При $t_c > 0$ момент $T_{op}$ входит в окно, и ФЧХ приобретает колебательный характер ($t_c = 0.1$–$0.9$ мс). Частота ее колебаний увеличивается, пока центр окна $t_c$ не совпадет с $T_{op} (t_c = T_{op} = 0.5$ мс). Затем эта частота уменьшается, пока при $t_c > 1$ мс точка $T_{op}$ не выходит из окна, и колебания ФЧХ практически пропадают. Квазипериодический характер по $f$ каждой из этих ФЧХ можно охарактеризовать частотой появления их нулей $f_m$, т.е. величиной

$$Q_1(t_c) = \overline{\Delta f_m}(t_c) = \frac{1}{N}\sum_{m=1}^{N} \Delta f_m.$$

В дальнейшем мы будем называть функцию $Q_1(t_c)$ кривой квазипериодов первого типа для ФЧХ. Можно также охарактеризовать квазипериодичность фазово-частотной характеристики $\varphi(f, t_c)$ с помощью функции $Q_2(t_c) = \max\limits_m \{\Delta f_m\}$ – кривой квазипериодов второго типа. Кривые квазипериодов $Q_1(t_c)$, рассчитанные для сигналов $s(t) = Ah(t - T_{op})e^{-\delta(t - T_{op})} \sin 2\pi f (t - T_{op})$ с различными частотами: $f = [1.2, 2.2, 3.2]$ кГц, показаны на рис. 6а. На рис. 6б изображены кривые $Q_2(t_c)$, вычисленные аналогичным образом.

Видно, что обе кривые, $Q_1(t_c)$ и $Q_2(t_c)$, имеют выраженный локальный минимум при $t_c = T_{op}$, т.е. при совпадении центра окна КПФ с моментом открытия ГЩ. Аналогичный вид имеют зависимости $Q_1(t_c)$, $Q_2(t_c)$ вблизи момента $T_{cl}$ закрытия ГЩ.

Приведенные примеры не учитывают дискретизацию сигнала, характерную для реально регистрируемой речи. На рис. 7 показано, как выглядят типичные кривые квазипериодов при дискретизации с частотой 16 кГц.

Влияние дискретизации выражается в появлении высокочастотных осцилляций кривых. После фильтрации этих осцилляций кривые квази-

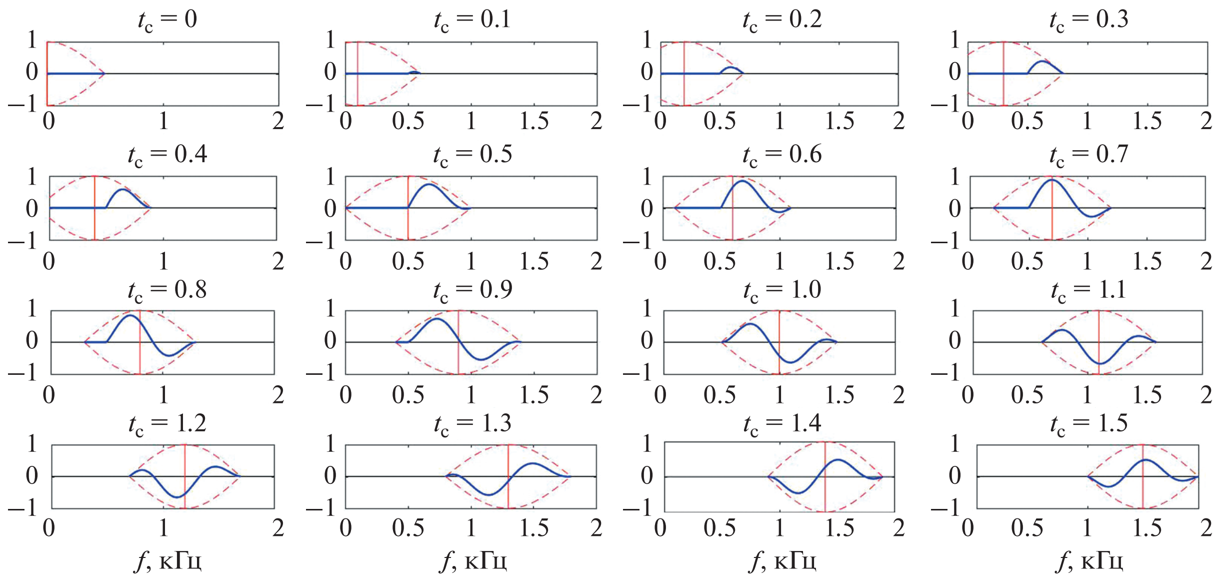


**Рис. 5.** Сигнал в окне с центром $t_c$: $\zeta(t,t_c) = w(t - t_c)s(t)$. Непрерывная линия – функция $\zeta(t,t_c)$; пунктир – окно; вертикальная линия – центр окна $t_c$.

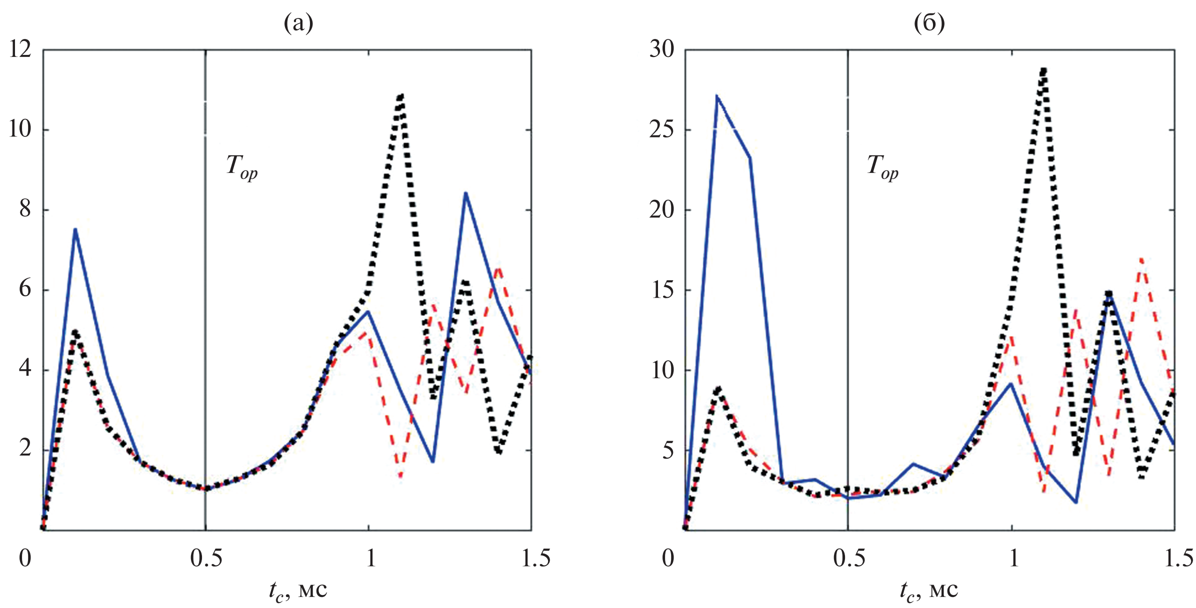


**Рис. 6.** (а) – Кривые квазипериодов $Q_1(t_c)$ при положении окна КПФ вблизи момента открытия ГЩ; непрерывная линия – сигнал с $f = 1.2$кГц, пунктир – с $f = 2.2$ кГц, точки – с $f = 3.2$кГц. (б) – Аналогичные кривые квазипериодов $Q_2(t_c)$.

периодов приобретают формы, схожие с представленными на рис. 6.

Вид кривых квазипериодов наводит на мысль о том, что их минимумы можно использовать для определения моментов открытия и закрытия ГЩ при разметке реального речевого сигнала.

Сделаем некоторые выводы из рассмотрения предложенных моделей ФЧХ.

1. Существуют две колебательные компоненты ФЧХ, период одной из которых связан с длительностью источника возбуждения, а период другой – с периодом основного тона (рис. 3).

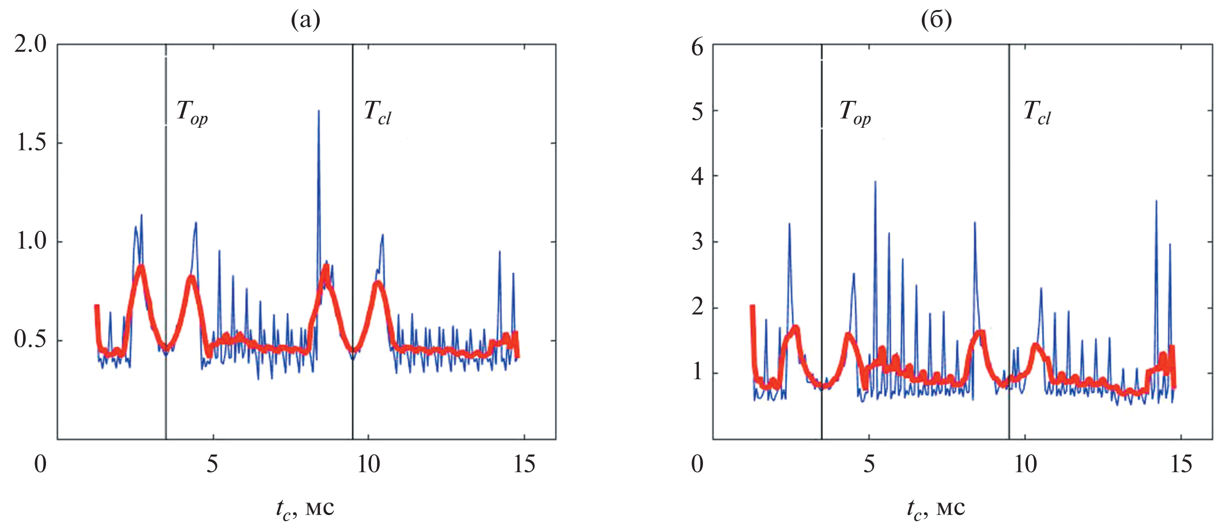


**Рис. 7.** Кривые квазипериодов (тонкая линия) для дискретного сигнала вблизи моментов открытия и закрытия ГЩ (вертикальные линии): (а) – $Q_1(t_c)$; (б) – $Q_2(t_c)$. Жирной линией показаны те же кривые после фильтрации (усреднения с помощью скользящего среднего).

2. Частоты, на которых наблюдается нарушение периодичности фазово-частотной функции, связаны с резонансными частотами мод (рис. 2б). Нарушение периодичности может возникнуть и для тех ФЧХ, у которых сигнал в окне КПФ не содержит момент включения источника (рис. 4, 5).

3. Моменты начала и конца активности источника возбуждения находятся вблизи минимумов кривых квазипериодов (рис. 6, 7).

На основе этих выводов было выполнено исследование свойств ФЧХ синтетических и реальных речевых сигналов. Реальный голосовой источник существенно отличается от использованных нами в модели. Часто это выражалось в том, что для сегментов речи минимумы кривых квазипериодов оказывались плохо обусловленными, и соответствующие оценки моментов $T_{cl}$ и $T_{op}$ становились ненадежными. Поэтому методы оценки параметров голосового источника пришлось несколько скорректировать в процессе численных экспериментов. В частности, наименьшая погрешность оценки искомых параметров была получена для эвристического алгоритма, состоящего в поиске экстремумов функции

$$\theta(t_c) = \frac{\Delta f_{\max}}{M(\Delta f)} \tag{6}$$

вместо функций квазипериодов. Здесь $\Delta f_{\max}$ – максимальный интервал между нулями фазовой функции $\varphi(f, t_c)$, а

$$M(\Delta f) = \frac{1}{N-1}\left(\sum_{m=1}^{N} \Delta f_m - \Delta f_{\max}\right).$$

В численных экспериментах было найдено, что функция $\theta(t_c)$ имеет минимум вблизи момента $T_{cl}$, как и для описанных выше кривых квазипериода. Однако, вблизи момента $T_{op}$ эта функция имеет максимум. Результаты соответствующих численных экспериментов по определению частоты основного тона и моментов начала и конца активности голосового источника приведены в разд. 4.2 и 4.3. В них функция $\theta(t_c)$ обозначается как $\theta(t)$.

## 3. БАЗЫ РЕЧЕВЫХ ДАННЫХ

Оценка эффективности метода определения параметров голосового источника требует знания истинных значений этих параметров. Наиболее распространенный подход для такой оценки состоит в анализе сигналов, синтезированных с заданным голосовым источником. Другой подход использует косвенные оценки параметров голосового источника путем измерения каких-либо физических характеристик, связанных с активностью голосового источника на реальных речевых сегментах. Здесь, в частности, можно использовать так называемые глоттограммы, т.е. измерения напряжения между поверхностными электродами, наложенными симметрично по обе стороны щитовидного хряща. В наших численных экспериментах использовались данные обоих типов. Им соответствовали базы данных, содержащие сигналы трех видов.

**База 1.** Сигналы, синтезированные по параметрам 6 русских гласных /*а*, *э*, *и*, *ы*, *о*, *у*/ в диапазоне частот основного тона от 80 до 380 Гц. Один из параметров, характеризующих импульс источ-

**Таблица 1.** Параметры гласных звуков, Гц

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *а* | $F$ | 600 | 1200 | 2300 | 3500 | 3806 | 4742 |
| | $\Delta F$ | 80 | 50 | 80 | 100 | 150 | 220 |
| *о* | $F$ | 500 | 910 | 2320 | 2630 | 4030 | 4730 |
| | $\Delta F$ | 100 | 50 | 70 | 90 | 140 | 190 |
| *у* | $F$ | 408 | 860 | 2040 | 2760 | 3610 | 4430 |
| | $\Delta F$ | 150 | 40 | 50 | 70 | 90 | 120 |
| *и* | $F$ | 290 | 2272 | 3100 | 4000 | 5050 | 6110 |
| | $\Delta F$ | 150 | 40 | 50 | 70 | 90 | 120 |
| *ы* | $F$ | 286 | 1874 | 2570 | 3730 | 4420 | 5050 |
| | $\Delta F$ | 150 | 42 | 54 | 71 | 92 | 120 |
| *э* | $F$ | 490 | 1350 | 2230 | 2770 | 3670 | 4230 |
| | $\Delta F$ | 70 | 40 | 60 | 80 | 110 | 140 |

ника голосового возбуждения, определяет отношение длительности импульса к периоду основного тона $T_0$, $OQ = (T_{cl} - T_{op})/T_0$. Ранее в [2] на материале базы Arctic [21] было установлено, что распределение величин $OQ$ находится в диапазоне 0.25–0.8. С целью проверки влияния этого фактора на ошибки оценок моментов начала и конца импульса источника синтезировались сигналы с $OQ$ от 0.2 до 0.8 с шагом 0.2. Формантные частоты $F$ и ширина полосы каждого резонанса $\Delta F$ представлены в Табл. 1.

Для синтеза речевых сигналов использовался источник возбуждения с пятью параметрами, описанный в [20]:

$$q(t) = \begin{cases} \sin\dfrac{\pi t}{2T_1},\ 0 \le t \le T_1;\ (A_0+1)\cos\dfrac{\pi(t-T_1)}{2(T_2-T_1)} - A_0,\ T_1 \le t \le T_2; \\ -A_0\dfrac{(T_3-t)^{2\gamma}}{(T_3-T_2)^{2\gamma}},\ T_2 \le t \le T_3;\ 0,\ T_{cl} \le t \le T_0. \end{cases} \tag{7}$$

Здесь $T_0$ — период основного тона, $T_1$ и $T_2$ — моменты максимального и минимального значения источника возбуждения, $T_3 = T_{cl}$ — момент окончания действия источника, параметр $\gamma$ определяет скорость закрытия голосовой щели. Величина $A_0$ определяется из равенства нулю объемной скорости воздушного потока через голосовую щель в момент ее закрытия: $\int_{T_{op}}^{T_{cl}} q(t)dt = 0$ и вычисляется как $A_0 = 2T_2((T_2 - T_1)(\pi - 2) + \pi(2\gamma + 1)(T_3 - T_2))^{-1}$. Для этой модели $OQ = (T_3 - T_{op})/T_0$.

Отметим, что в базе 1 точно известны моменты начала и конца действия источника возбуждения. Речевой сигнал синтезировался фильтром, сконструированным по методу линейного предсказания.

**База 2.** Сигналы из Repository3, представленные по ссылке из статьи [22]. Акустические сигналы были получены с использованием трехмерной физической модели речевого тракта для мужского и женского голосов и гласных /*a*, *e*, *i*, *u*/. Эта модель возбуждалась параметрическим голосовым источником $LF$ с четырьмя параметрами [23] с частотами основного тона от 100 до 380 Гц с $OQ \approx 0.36$. Наряду с синтезированными сигналами, в Repository3 имеются и сигналы, соответствующие импульсам источника возбуждения. В экспериментах с этими сигналами моменты начала и конца импульса определялись численно как моменты его обращения в нуль.

**База 3.** В этой базе представлены сигналы из базы Arctic [21]. Имеются записи голосов трех дикторов – двух мужчин, обозначенных как BDL и JMK, и одной женщины (SLT), произносивших около 1100 фраз. Записи сигналов производились в заглушенной камере с одновременной регистрацией глоттограмм. В экспериментах с этой базой моменты начала и конца импульса источника возбуждения определялись соответственно по максимумам и минимумам производной глоттограммы. Эти параметры также использовались для оценки частоты основного тона.

Сигналы в базе 1 русских гласных синтезировались с частотой отсчетов 16 кГц, а сигналы из баз 2 и 3 были пересчитаны на эту частоту. В экспери-

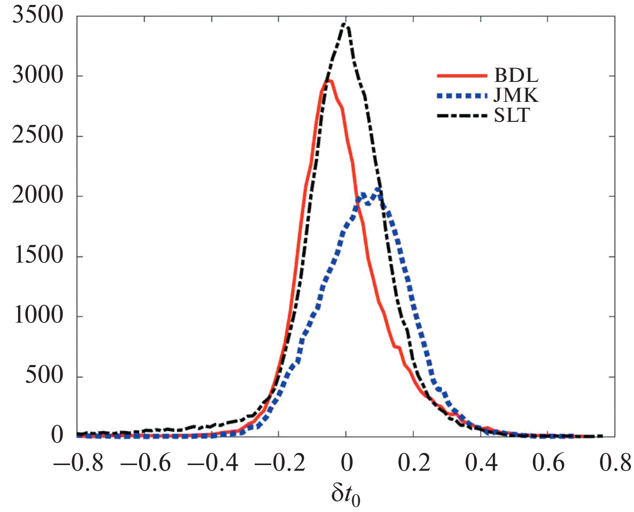


**Рис. 8.** Эмпирические распределения относительных ошибок $\delta t_0 = \left(t_0 - t_{0\,\exp}\right)/t_{0\,\exp}$ оценки величин $t_{0\,\exp}$ реальных длительностей работы ГИ для трех дикторов из базы 3.

ментах использовалось кратковременное преобразование Фурье с окном Гаусса $w(t) = \exp(-t^2/a^2)$ с параметром $a = 2.5$ при анализе частоты основного тона, и $a = 1$ при оценке моментов начала и конца импульса источника возбуждения. При оценке периода основного тона длительность окна составляла 16 мс, а при оценке моментов $T_{op}$ и $T_{cl}$ – 2.5 мс. Эти величины были найдены экспериментально. Они существенно расходятся с общепринятыми рекомендациями о необходимости использования большой длительности окна, как это упоминается во Введении.

## 4. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

### *4.1. Оценка длительности открытой голосовой щели*

В этой серии вычислительных экспериментов изучалось, насколько точно реальная длительность открытой голосовой щели может быть оценена по полученной в разд. 2.1 простой формуле $t_0 = 0.5\left(\overline{\Delta f_m}\right)^{-1}$. В экспериментах использовалась база 3, содержащая реальные речевые сигналы. В каждом речевом сегменте этой базы начало и конец импульсов голосового источника определялись по параметрам глоттограмм. Поэтому можно сравнить экспериментальные длительности открытой ГЩ $t_{0\,\exp}$ и теоретические величины $t_0$, найденные из ФЧХ для каждого периода основного тона. Именно это было сделано для всех речевых сегментов трех дикторов из базы 3. Полученные эмпирические распределения относительных ошибок $\delta t_0 = \left(t_0 - t_{0\,\exp}\right)/t_{0\,\exp}$ оценки $t_0$ для экспериментальных величин $t_{0\,\exp}$ представлены на рис. 8.

Вычисленные распределения характеризуются величинами, приведенными в табл. 2. В ней $N_{fp}$ – количество периодов основного тона, использованных для фазового анализа, $\overline{\delta t_0}$ – средние значения ошибки $\delta t_0$, $\sigma(\delta t_0)$ – среднеквадратичные уклонения ошибки.

**Таблица 2.** Характеристики распределений ошибки $\delta t_0$ определения параметра $t_0$

| Диктор | $N_{fp}$ | $\overline{\delta t_0}$ | $\sigma(\delta t_0)$ |
|---|---|---|---|
| BDL | 48706 | –0.25 | 13.4 |
| JMK | 43828 | 6.22 | 13.5 |
| STL | 57139 | 0.27 | 14.6 |

Из таблицы видно, что в среднем теоретическая величина $t_0$ удовлетворительно описывает экспериментальные данные $t_{0\exp}$: средняя ошибка – около 1–7% со среднеквадратичным уклонением около 14%.

В расчетах величин $t_0$ с использованием ФЧХ (см. разд. 2.1) применялось дискретное преобразование Фурье на каждом периоде основного тона. Поэтому такой подход в вычислении $t_0$ по сигналу с частотой отсчетов 16 кГц пригоден в основном для периодов сравнительно большой длительности (5–10 мс), т.е. для относительно малых частот основного тона (0.1–0.2 кГц). Такое условие, однако, выполнено для значительной части речевых сегментов дикторов из базы Arctic. Убедиться в этом можно по графикам распределения частот основного тона для каждого диктора (см. ниже рис. 10). По этой причине ошибки нахождения величин $t_0$, приведенные в табл. 2, и оказались относительно малыми.

### *4.2. Оценка частоты основного тона*

Оценка периода основного тона определяется по введенной выше функции $\theta(t)$ как среднее расстояние между точками локальных максимумов функции $\theta(t)$ на всем сегменте гласного. На рис. 9 представлены средние по всем гласным относительные ошибки оценки частоты основного тона для различных речевых сигналов: из базы 1 с источником вида (7), из базы 2 с *LF*-источником и для сигналов из базы 3. Выяснилось, что ошибки в экспериментах с базой 1 мало зависят от отношения *OQ*, и поэтому было выполнено усреднение по всем *OQ*.

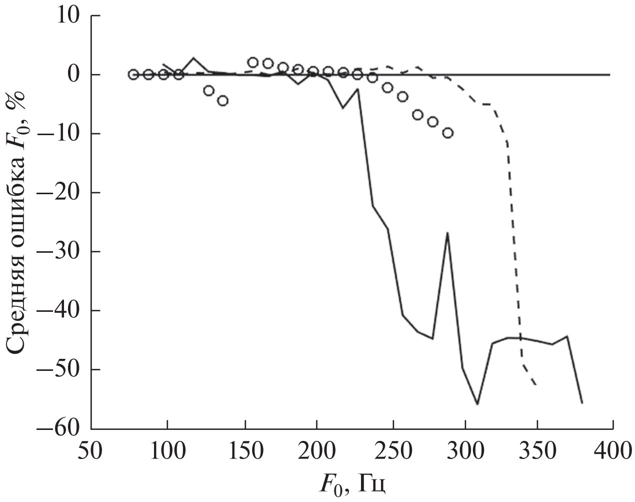


**Рис. 9.** Ошибки оценки частоты основного тона синтезированных русских гласных (---), сигналов из базы 2 (–) и сигналов из базы 3 (ооо).

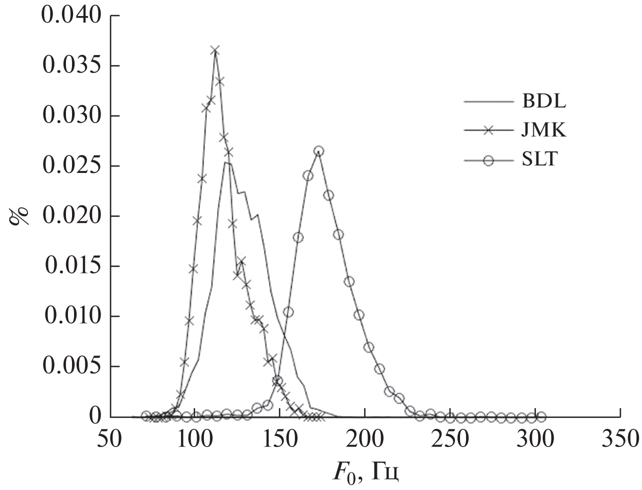


**Рис. 10.** Распределение частот основного тона дикторов из базы 3.

Видно, что существует некоторая критическая частота основного тона, выше которой ошибки резко возрастают. Если положить порог ошибки равным –5%, то эта частота для данных базы 2 близка к 230 Гц, несколько выше (около 260 Гц) для базы 3, а для русских гласных из базы 1 – около 320 Гц. В диапазоне частот ниже 200 Гц ошибка оказалась порядка 0.1%. Это значительно ниже по сравнению с наиболее успешным, по нашему мнению, алгоритмом [24], где ошибка достигала ±8% на этих же данных.

Ограниченная представительность частот основного тона в базе 3 определяется распределением оценок по параметрам глоттограмм (рис. 10). Наиболее вероятные значения частоты основного тона мужских голосов (дикторы BDL и JMK) оказались близки к 116 и 111 Гц, а у женского голоса (диктор SLT) к 171 Гц.

### *4.3. Оценки моментов начала и конца импульса голосового источника*

Выше отмечалось, что при поиске моментов начала и конца импульса голосового источника $T_{op}$ и $T_{cl}$ весьма важна "настройка" параметров КПФ. В нашем случае, наиболее подходящим для спектрального анализа оказалось окно Гаусса длиной 2.5 мс с параметром $a = 1$. В экспериментах было установлено, что максимумы функции $\theta(t)$ находятся вблизи моментов $T_{op}$, а ее минимумы – вблизи величин $T_{cl}$, как для синтезированных сигналов, так и для сигналов, сгенерированных физической моделью речевого тракта. Для иллюстрации представим рис. 11. На нем вверху показана последовательность импульсов "объемной скорости" голосового источника, следующих с частотой $F_0$ = 100 Гц на интервале времени в 0.1 с для данных из базы 2. Внизу дан для сравнения график соответствующей функции $\theta(t)$.

Расхождение между оценками и истинными значениями моментов $T_{op}$ и $T_{cl}$ будем характеризовать средней ошибкой по отношению к периоду основного тона $T_0$ на всей длительности сегмента речи. Средняя ошибка для базы 2 по всем гласным для мужского и женского голосов в зависимости от частоты основного тона оказалась удовлетворительной: относительная погреш-

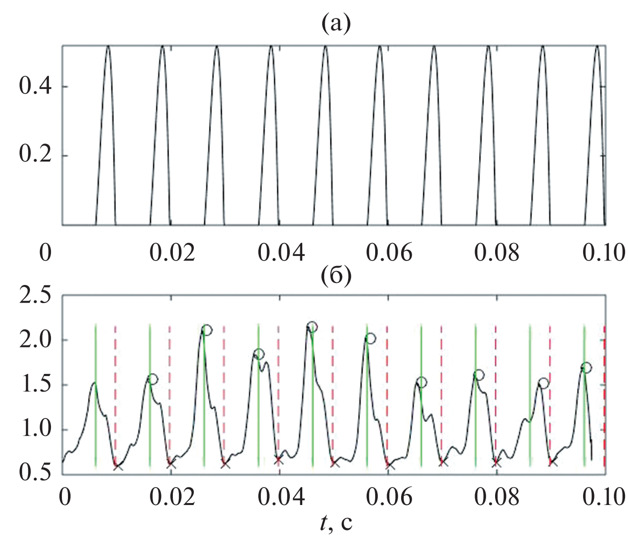


**Рис. 11.** (а) – Нормированная объемная скорость голосового источника. (б) – Функция $\theta(t)$. Оценка моментов начала (о) и конца источника (x). Сплошная вертикальная линия обозначает истинные моменты начала источника, а пунктирная – конца источника.

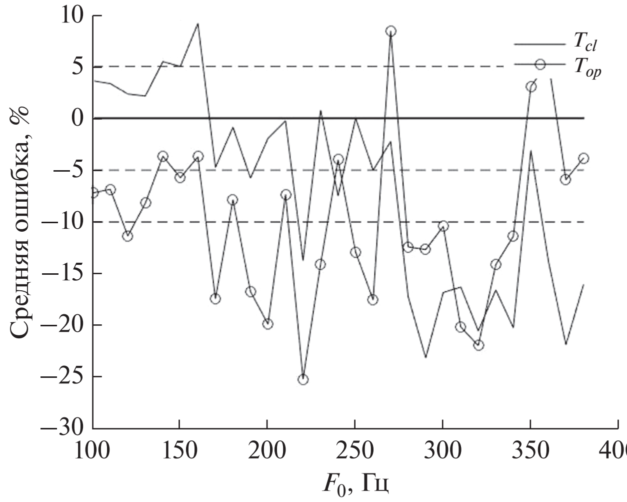


**Рис. 12.** Средние относительные ошибки для данных базы 2. Пунктиром показаны значения ошибок ±5 и ±10%.

ность в большинстве случаев не превышает 5%, и всегда ниже 10% (рис. 12). Однако разброс ошибок по импульсам внутри сегмента гласного может быть весьма велик, достигая 20% и более для некоторых значений частоты основного тона.

Сигналы в базе 2 были сгенерированы практически с фиксированным значением параметра $OQ$, тогда как прямые измерения воздушного потока через голосовую щель указывают на определенное разнообразие этого параметра. В отличие от оценок частоты основного тона, эксперименты по определению величин $T_{op}$ и $T_{cl}$ с сигналами из базы 1 выявили сильную зависимость их оценок и от $F_0$, и от параметра $OQ$. Зависимости средних относительных ошибок этих оценок от $F_0$ приведены на рис. 13а, 13б для различных $OQ$.

Сигналы в базе 3 позволяют оценить разброс ошибок определения моментов начала и конца работы голосового источника для разных дикторов. На рис. 14 показаны распределения этих ошибок, усредненные по всем произнесениям для каждого диктора из базы 3. На этих распределениях видно, что существует заметная доля ошибок с положительным или отрицательным знаком относительно наиболее вероятного значения.

Распределения на графиках не являются унимодальными. Для таких распределений наиболее вероятная ошибка более адекватно оценивает свойства распределения по сравнению со средней ошибкой, которая может оказаться близкой к нулю. Это наблюдалось и для распределений ошибок по всем частотам основного тона, где всплески положительных и отрицательных ошибок при оценке среднего значения компенсируют друг друга.

В табл. 3 представлены наиболее вероятные относительные ошибки $\delta_{\max}(T_{op})$ и $\delta_{\max}(T_{cl})$ оценок моментов открытия и закрытия голосовой щели вместе со среднеквадратическими отклонениями $\sigma(T_{op})$ и $\sigma(T_{cl})$ этих оценок. В численных экспериментах было обнаружено, что наиболее вероятная ошибка зависит от частоты основного тона, причем существует критическая частота основного тона, примерно равная 220 Гц, выше которой ошибка быстро возрастает. Отметим также, что зависимости ошибок от частоты основного тона отличаются для разных дикторов (см. рис. 15а, 15б).

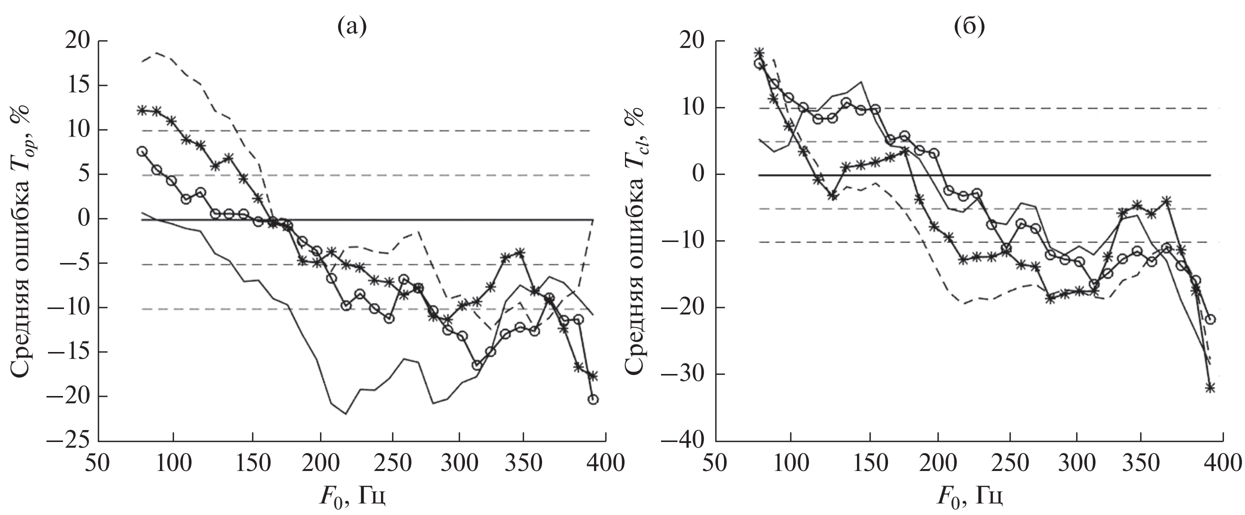


**Рис. 13.** Средние относительные ошибки оценки моментов (а) – $T_{op}$ и (б) – $T_{cl}$. Значения параметра $OQ$ – 0.2 (–); 0.4 (–o–); 0.6 (–*–); 0.8 (---). Пунктиром размечены значения ошибок ±5 и ±10%.

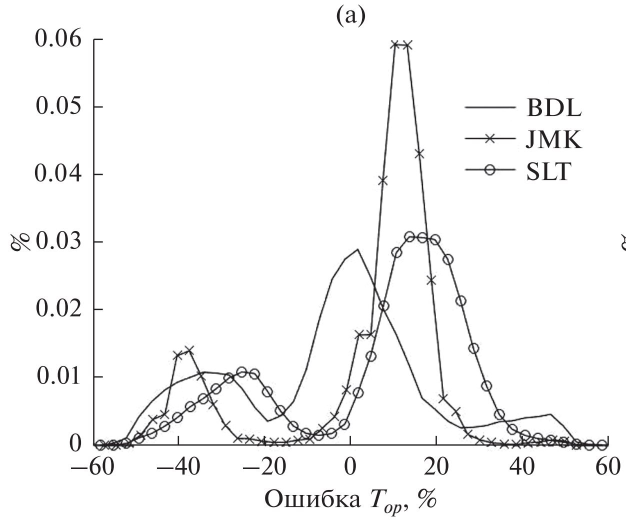


**Рис. 14.** Распределение средних ошибок оценок моментов (а) – $T_{op}$ и (б) – $T_{cl}$.

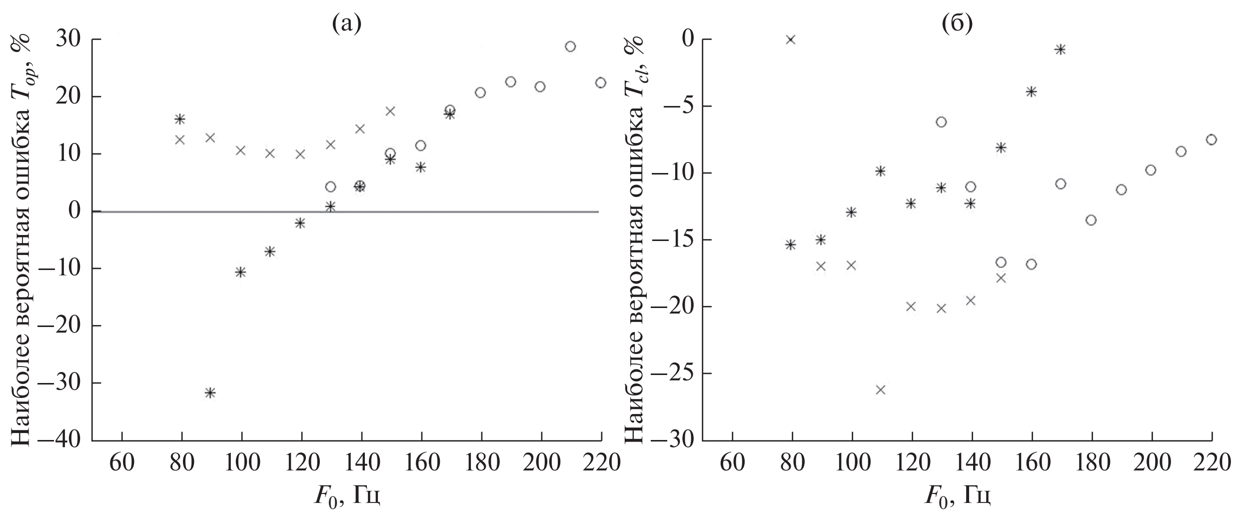


**Рис. 15.** Ошибки оценок моментов (а) – $T_{op}$ и (б) – $T_{cl}$. Диктор BDL представлен маркерами (x), диктор JMK – маркерами (*), а диктор SLT – маркерами (○).

Моменты открытия и закрытия голосовой щели могут быть определены не только по максимальным и минимальным значениям функции $\theta(t)$. Информация об этих моментах также содержится и в значениях частоты $\phi(t)$, с которой начинается наиболее длительный интервал между нулями дискретной фазовой функции. Максимальное и минимальное значение этой частоты сложным образом зависит от резонансных частот речевого тракта.

На рис. 16 представлен речевой сигнал и различные функции, используемые при оценке моментов открытия и закрытия голосовой щели для пятой гласной в первой фразе “*Author of the danger trail* ...”, произнесенной диктором BDL из базы 3. Здесь средняя ошибка определения момента $T_{op}$ по функции $\theta(t)$ составляет –7.4, и –8.2% для момента $T_{cl}$. На рис. 16б показана функция, экстремумы которой используются для определения периода основного тона.

**Таблица 3.** Наиболее вероятная ошибка определения моментов открытия и закрытия голосовой щели, %. База 3

| Диктор | $\delta_{\max}(T_{op})$ | $\delta_{\max}(T_{cl})$ | $\sigma(T_{op})$ | $\sigma(T_{cl})$ |
|---|---|---|---|---|
| BDL | 1.5 | –9.9 | 0.02 | 0.04 |
| JMK | 10.2 | –20.2 | 0.04 | 0.04 |
| SLT | 13.5 | –13.9 | 0.03 | 0.03 |

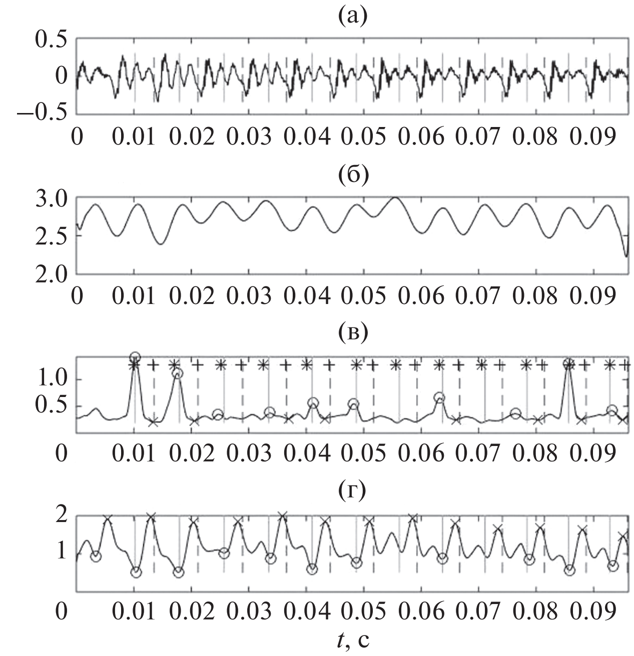


**Рис. 16.** (а) – Осциллограмма звукового давления, (б) – функция $\theta(t)$ с окном 16 мс, (в) – функция $\theta(t)$ с окном, равным $0.5T_0$, (г) – функция $\phi(t)$.

На рис. 16в маркеры (o) и (x) отмечают моменты времени открытия и закрытия голосовой щели, полученные с помощью функции $\theta(t)$. На этом же рисунке маркеры (*) и (+) отмечают моменты открытия и закрытия голосовой щели, найденные по алгоритму временного анализа [2]. Сплошные вертикальные линии обозначают моменты открытия голосовой щели как моменты максимальной производной глоттограммы, а пунктиром показаны моменты закрытия голосовой щели как моменты минимальной производной глоттограммы. На рис. 16г видно, что экстремумы $\phi(t)$ также находятся в окрестности моментов $T_{op}$ и $T_{cl}$. Здесь маркеры (o) и (x) отмечают минимум и максимум функции $\phi(t)$. Минимальное значение функции $\phi(t)$ равно 511 Гц, а максимальное – 2000 Гц, что близко к ожидаемым значениям формантных частот этой гласной.

## 5. ОБСУЖДЕНИЕ

Основной результат данной работы состоит в том, что параметры голосового источника связаны с величинами $\Delta f_m$ – расстояниями между последовательными нулями и точками разрыва ФЧХ, а также с экстремумами кривых квазипериода

$$Q_1(t_c) = \overline{\Delta f_m}(t_c), \quad Q_2(t_c) = \max_m \{\Delta f_m\},$$

или их эвристического аналога $\theta(t)$ из формулы (6). В целом, полученные результаты по определению параметров $t_0, T_{op}, T_{cl}$ голосового источника из анализа ФЧХ с помощью представленных выше методов оказываются удовлетворительными. Поскольку эти методы дают приближенные значения параметров, следует обсудить область их применимости и источники ошибок в используемом подходе.

Эксперименты с синтетическими сигналами для различных типов голосового источника и с реальными речевыми сигналами, записанными от разных дикторов, указывают, что ошибки определения параметров голосового источника зависят от формы импульса голосового источника. Эти формы в целом сильно отличаются от использованной в разд. 2 δ-образной формы, и поэтому не удивительно, что предлагаемые методы дают в определенных случаях значительные ошибки. Тем не менее, в среднем методы оказываются удовлетворительными.

Другой источник ошибок связан с особенностями стандартного кратковременного преобразования Фурье: при изменении длительности окна $w(t - t_c)$ в КПФ получаемые оценки меняются. В частности, при ее увеличении оценки становятся более устойчивыми, но увеличивается их погрешность. В численных экспериментах, предшествующих реальному анализу речи, необходимо выбирать оптимальную длительность окна КПФ.

Следующий источник ошибок обусловлен дискретизацией речевого сигнала с фиксированной частотой отсчетов. Это приводит к большой погрешности вычисления кратковременного преобразования Фурье для сигналов с большой частотой основного тона, поскольку на каждый период основного тона приходится мало отсчетов. Ошибки такого рода объясняют существование критической частоты $F_0$ основного тона, выше которой оценки параметров становятся ненадежными.

Наконец, ошибки возникают и из-за неточностей сопоставления глоттограмм в базе данных 3 с речевыми сигналами. Они связаны с различным расстоянием каждого диктора от микрофона. И хотя в базе 3 была выполнена некоторая средняя корректировка задержки речевого сигнала в измерениях глоттограмм, их ошибки все же присутствуют. К тому же сам принцип определения моментов открытия и закрытия голосовой щели по экстремумам глоттограмм содержит погрешности, не поддающиеся оценке [2].

Заметим, что полученные в данной работе результаты относятся к синтетическим сигналам или записям речи в заглушенной камере. Поэтому мы не учитываем в алгоритмах эффекты, связанные с шумами, реверберацией и др.

Важным результатом этой работы является исследование адекватности связи оценки $t_0 = 0.5\left(\overline{\Delta f_m}\right)^{-1}$ длительности открытой голосовой щели и экспериментальных данных. Оказалось, что погрешность оценки и ее дисперсия весьма малы (см. раздел 4.1). Длительность $t_0$ сама по себе представляет собой новый параметр, который, наряду с периодом основного тона, можно использовать, например, в задачах распознавания диктора. С помощью этой величины и параметра $T_{cl}$, для нахождения которого имеется ряд апробированных методов, можно найти параметр $T_{op}$ по формуле $T_{op} = T_{cl} - t_0$. Однако для определения величины $t_0$ с помощью ФЧХ необходимо знать текущий период основного тона $T_0$.

Его можно найти по методике из разд. 4.2. Однако и здесь возникают некоторые проблемы. На рис. 7 видно, что выше некоторой критической частоты основного тона погрешность оценки $F_0$ становится отрицательной. Причина этого состоит в пропуске плохо обусловленных максимумов функции $\theta(t)$ при их поиске. В результате для высокой частоты $F_0$ могут быть получены ложные (заниженные) оценки, если априорно неизвестно примерное значение $F_0$. Однако, как упоминалось в разд. 4.2, фазовый анализ обеспечивает значительно меньшую ошибку нахождения параметров источника в диапазоне частот $F_0$ до 200–220 Гц по сравнению с алгоритмом [24], хотя в этом алгоритме ошибка находится в диапазоне $\pm 10\%$ и для частот выше 220 Гц. Сопоставление оценок для $F_0$, полученных двумя этими алгоритмами, позволяет повысить их надежность в диапазоне низких частот $F_0$, а также избежать ложных оценок в диапазоне высоких частот $F_0$.

Обращает на себя внимание значительное отличие в оценках частоты основного тона между сигналами из базы 1, синтезированными методом линейного предсказания, и сигналами из баз 2 и 3, в которых речевой сигнал генерировался искусственной физической моделью речевого тракта и собственно речевым трактом. Отличие возникает из-за использования различных источников голосового возбуждения, а также из-за того, что в синтезе методом линейного предсказания отсутствуют возмущающие факторы, которые присущи реальным речевым сигналам. Это заставляет с осторожностью относиться к выводам, полученным исключительно на базе синтезированных речевых сигналов.

Значительный разброс ошибок определения моментов $T_{op}$ и $T_{cl}$ на рис. 15 свидетельствует о необходимости обнаружения недостоверных оценок этих параметров. В работе [2] обнаружение подобных ошибок выполнялось путем анализа последовательности оценок $T_{op}$ и $T_{cl}$ на сегменте гласного. В нашей работе к рассмотрению принимались только такие оценки $T_{op}$ и $T_{cl}$, которые не противоречат текущему значению периода основного тона. Тем не менее, и в таком подходе иногда наблюдаются недопустимо большие ошибки. Некоторая доля подобных ошибок может быть обнаружена или даже компенсирована в рамках фазового анализа с использованием информации о динамике функции $\phi(t)$ (см. рис. 16г). Экстремумы этой функции иногда оказываются лучше обусловленными, чем у функции $\theta(t)$. Это видно на нижнем графике в окрестности отсчетов времени 0.029, 0.056 и 0.074 с.

Ни один из известных алгоритмов анализа параметров речевого сигнала не обладает универсальностью, обеспечивающей малую погрешность независимо от вариаций речевого сигнала. Это относится и к оценке резонансных частот, и к оценке частоты основного тона, и к оценке моментов начала и конца действия голосового источника. Поэтому для каждого типа параметров необходимо совместно использовать методы, основанные на различных свойствах речевого сигнала. Рассмотрение рис. 16в еще раз подтверждает это. Для разметки речевого сегмента (нахождения параметров $T_{op}$ и $T_{cl}$) имеет смысл использовать фазовый анализ совместно с другими алгоритмами, основанными на использовании других, не фазовых, свойств речевого сигнала. Из рисунка видно, что оценки фазового алгоритма и алгоритма временного анализа по [2] совпадают лишь частично, что позволяет обнаружить или исправить ошибки каждого из этих алгоритмов. Например, на интервале 0.05–0.06 с моменты закрытия голосовой щели определяются точнее, и доступны на тех сегментах, где фазовый анализ отказывает. В экспериментах с синтетическими сигналами было обнаружено, что из-за влияния начальных условий для некоторых периодов основного тона происходит такое изменение фазовых характеристик, что оценки моментов $T_{op}$ и $T_{cl}$ меняются местами. Это приводит к грубым ошибкам. Временной анализ нечувствителен к такому эффекту. В результате совместного анализа сегментов речи можно ожидать улучшения точности определения моментов открытия и закрытия голосового щели.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Фазово-частотные характеристики предоставляют новую информацию о параметрах речевого сигнала, дополняющую обычный амплитудно-частотный анализ. Впервые выполнен математический анализ фазовых свойств голосового источника, на основе которого проведено обстоятельное компьютерное моделирование алгоритмов определения длительности периода основного тона, длительности действия и моментов начала и конца импульсов голосового источника. Установлен диапазон значений частоты основного тона, в котором фазовый анализ обеспечивает приемлемую погрешность оценки этих параметров в задаче идентификации диктора. Совместный анализ речевого сигнала в фазово-частотной и амплитудно-частотной областях улучшает устойчивость и точность оценок параметров голосового источника.

При выполнении работы второй автор пользовался поддержкой Программы повышения конкурентоспособности Национального исследовательского ядерного университета МИФИ (Московского инженерно-физического института), проект № 02.a03.21.0005 от 27.08.2013.

*ПРИЛОЖЕНИЕ 1.*

## СВЯЗЬ ПАРАМЕТРА $t_0$ И НУЛЕЙ ФЧХ

Основываясь на соотношениях из разд. 2.1, рассмотрим случай малых потерь в речевом тракте, полагая $\delta_n = \delta = \text{const}$, $\delta/\omega_1 \ll 1$. Тогда функция $S_2(\omega)$ при $\omega \gg \omega_{N_0}$ имеет асимптотику:

$$S_2(\omega) \approx \sum_{n=1}^{N_0} \frac{\alpha_n\omega_n}{(\omega^2-\omega_n^2)}\left(1-\frac{i\delta}{\omega+\omega_n}-\frac{i\delta}{\omega-\omega_n}\right) \approx$$
$$\approx \sum_{n=1}^{N_0} \frac{\alpha_n\omega_n}{(\omega^2-\omega_n^2)}\left(1-\frac{2i\delta\omega}{\omega^2-\omega_n^2}\right) \approx$$
$$\equiv \left(1-\frac{2i\delta}{\omega}\right)\sum_{n=1}^{N_0} \frac{\alpha_n\omega_n}{(\omega^2-\omega_n^2)}.$$

Отсюда

$$\ln S_2(\omega) = \ln|S_2(\omega)| + i\arg S_2(\omega) \approx \ln\left(1-\frac{2i\delta}{\omega}\right) +$$
$$+\ \ln\sum_{n=1}^{N_0}\frac{\alpha_n\omega_n}{(\omega^2-\omega_n^2)} \approx -\frac{2i\delta}{\omega} + \ln\sum_{n=1}^{N_0}\frac{\alpha_n\omega_n}{(\omega^2-\omega_n^2)},$$
$$\omega > \omega_1.$$

Значит, $\arg S_2(\omega) \approx -\dfrac{2i\delta}{\omega}$, и из (3) получим:

$$\varphi(\omega) \approx \left[\text{Arg}\left((B\cos\omega t_0 - A) - i\left(B\sin\omega t_0 + \frac{2\delta}{\omega}\right)\right)\right]_\pi .$$

Поэтому нули и точки разрыва ФЧХ в области $\omega > \omega_1$ находятся из условия обращения в нуль величины $\text{Im}\left\{(B\cos\omega t_0 - A) - i\left(B\sin\omega t_0 + \frac{2\delta}{\omega}\right)\right\}$, т.е. из равенства $B\sin\omega t_0 + \dfrac{2\delta}{\omega} = 0$. Можно найти асимптотическое поведение решений $\omega = \Omega_m = 2\pi f_m$ этого уравнения при $\delta \to 0$: $\Omega_m t_0 \approx \pi m + (-1)^{m-1}\dfrac{\gamma\delta}{\Omega_m}$, $\gamma = \dfrac{2}{B}$. Запишем это равенство через частоты $f_m$:

$$t_0\left(2\pi f_m + (-1)^m\frac{\gamma\delta}{m}\right) \approx \pi m,$$
$$t_0\left(2\pi f_{m+1} + (-1)^{m+1}\frac{\gamma\delta}{m+1}\right) \approx \pi(m+1),$$

и далее преобразуем по схеме

$$t_0\left(2\pi(\Delta f_m) + (-1)^{m+1}\gamma\delta\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{m+1}\right)\right) \approx \pi \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 2t_0\left(\frac{1}{N}\sum_{m=1}^{N}\Delta f_m + \frac{\gamma\delta}{\pi}\frac{1}{N}\sum_{m=1}^{N}(-1)^{m+1}\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{m+1}\right)\right) \approx 1.$$

Из последнего равенства, переходя к пределу при $N \to \infty$, получим:

$$\overline{\Delta f_m} = \lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{m=1}^{N}\Delta f_m = \frac{1}{2t_0},$$

и поэтому $t_0 = \dfrac{1}{2\overline{\Delta f_m}}$.

*ПРИЛОЖЕНИЕ 2.*

## ФЧХ ДЛЯ КОНЕЧНОГО ПЕРИОДА ОСНОВНОГО ТОНА

Для источника $q(t) = \sum_{m=0}^{M-1}[A\delta(t-mT_0) - B\delta(t-t_0-mT_0)]$, $A, B > 0$, с длительностью $t_0$ открытой ГЩ и длиной периода основного тона $T_0$ сигнал, согласно формуле (1), имеет вид

$$s(t) = \int_0^t K(t-\tau)q(\tau)d\tau =$$
$$= \sum_{m=0}^{M-1}\left[A\int_0^t K(t-\tau)\delta(\tau-mT_0)d\tau - B\int_0^t K(t-\tau)\delta(\tau-t_0-mT_0)d\tau\right] =$$
$$= \sum_{m=0}^{M-1}[Ah(t-mT_0)K(t-mT_0) - Bh(t-t_0-mT_0)K(t-t_0-mT_0)].$$

Его преобразование Фурье вычисляется так:

$$F[s](\omega) = \sum_{m=0}^{M-1}\left[A\int_0^{+\infty} e^{-i\omega t}h(t-mT_0)K(t-mT_0)dt - B\int_0^{+\infty} e^{-i\omega t}h(t-t_0-mT_0)K(t-t_0-mT_0)dt\right] =$$

$$= \sum_{m=0}^{M-1}\left[Ae^{-i\omega mT_0}\int_0^{+\infty} e^{-i\omega\tau}K(\tau)d\tau - Be^{-i\omega(mT_0+t_0)}\int_0^{+\infty} e^{-i\omega\tau}K(\tau)d\tau\right] = \tilde{K}(\omega)\sum_{m=0}^{M-1}\left[Ae^{-i\omega mT_0} - Be^{-i\omega(mT_0+t_0)}\right] =$$

$$= \tilde{K}(\omega)\sum_{m=0}^{M-1} e^{-i\omega mT_0}\left[A - Be^{-i\omega t_0}\right].$$

Здесь $\tilde{K}(\omega) = \int_0^{+\infty} e^{-i\omega\tau}K(\tau)d\tau = \sum_{n=1}^{N_0}\frac{\alpha_n\omega_n}{(\omega+\omega_n+i\delta_n)(\omega-\omega_n+i\delta_n)}$.

Отсюда для комплексного спектра сигнала следует представление:

$$\Phi(\omega) = F[s](\omega) = \tilde{K}(\omega)\left[A - Be^{-i\omega t_0}\right]\frac{1-e^{-i\omega MT_0}}{1-e^{-i\omega T_0}}.$$

При малых потерях в тракте, полагая $\delta = \delta_n \ll \omega_1$, отсюда получим:

$$\Phi(\omega) = \left(1 - \frac{2i\delta}{\omega}\right)\sum_{n=1}^{N_0}\frac{\alpha_n\omega_n}{(\omega^2-\omega_n^2)}\left[A - Be^{-i\omega t_0}\right]\frac{1-e^{-i\omega MT_0}}{1-e^{-i\omega T_0}}.$$

При больших частотах, т.е. при $\frac{\delta}{\omega} \ll 1$ и при $M = 2$ (т.е. для сигнала на одном периоде) это дает:

$$\Phi(\omega) = \left[A - Be^{-i\omega t_0}\right](1+e^{-i\omega T_0})\sum_{n=1}^{N_0}\frac{\alpha_n\omega_n}{(\omega^2-\omega_n^2)}.$$

Фаза обращается в нуль при $\operatorname{Im} S(\omega) = 0$. Отсюда и из последнего равенства получается уравнение $B\sin\omega t_0(1+\cos\omega T_0) = (A - B\cos\omega t_0)\sin\omega T_0$ для нулей ФЧХ. Оно аналитически не решается полностью относительно $\omega$. Можно свести это уравнение к виду:

$$\cos\frac{\omega T_0}{2}\left(B\sin\left(\omega t_0 + \frac{\omega T_0}{2}\right) - A\sin\frac{\omega T_0}{2}\right) = 0$$

и найти явно одну серию решений $\omega_k = \frac{\pi(1+2k)}{T_0} \Rightarrow \Delta f_k = \frac{1}{T_0}$.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ


1. *Ananthapadmanabha T., Yegnanarayana B.* Epoch extraction from linear prediction residual for identification of closed glottis interval // IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing. 1979. V. 27. № 4. P. 309–319.
2. *Сорокин В.Н.* Сегментация периода основного тона голосового источника // Акуст. журн. 2016. Т. 62. № 2. С. 247–258.
3. *Drugman T., Thomas M., Gudnason J., Naylor P., Dutoit T.* Detection of glottal closure instants from speech signals: A quantitative review // IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing. 2012. V. 20. № 3. P. 994–1006.
4. *Sorokin V.N., Leonov A.S.* Determination of a vocal source by the spectral ratio method // Pattern Recognition and Image Analysis. 2017. V. 27. № 1. P. 139–151.
5. *Oppenheim A.V., Lim J.S.* The importance of phase in signals // Proc. IEEE. 1981. V. 69. № 5. P. 529–541.
6. *Liu L., He J., Palm G.* Effects of phase on the perception of inter-vocalic stop consonants // Speech Commun. 1997. V. 22. № 4. P. 403–417.
7. *Paliwal K.K., Alsteris L.D.* Usefulness of phase spectrum in human speech perception // Proceedings of the Eurospeech. 2003. P. 2117–2120.
8. *Laitinen M.-V., Disch S., Pulkki V.* Sensitivity of human hearing to changes in phase spectrum // J. Audio Eng. Soc. 2013. V. 61. № 11. P. 860–877.
9. *Raitio T., Juvela L., Suni A., Vainio M., Alku P.* Phase perception of the glottal excitation and its relevance in statistical parametric speech synthesis // Speech Communication. 2016. V. 81. P. 104–119
10. *Aarabi P., Shi G., Shanechi M., Rabi S.A.* Phase-Based Speech Processing. World Scientific Publishing. 2006.
11. *Mowlaee P., Saeidi R., Stylianou Y.* Advances in phase-aware signal processing in speech communication // Speech Communication. 2016. V. 81. P. 1–29.
12. *Yegnanarayana B., Sreekanth J., Rangarajan A.* Waveform estimation using group delay processing // IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing. 1985. V. 33. № 4. P. 832–836.
13. *Smits R., Yegnanarayana B.* Determination of instants of significant excitation in speech using group delay function // IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing. 1995. V. 3. № 5. P. 325–333.
14. *Brookes M., Naylor P.A., Gudnason J.* A quantitative assessment of group delay methods for identifying glottal closures in voiced speech // IEEE Trans. on Speech & Audio Processing. 2006. V. 14. № 2. P. 456–466.
15. *Cohen L.* Time-frequency distributions – a review // Proc. IEEE. 1989. V. 77. № 7. P. 941–981.
16. *Vijayan K., Kumar V., Murty K.S.R.* Feature extraction from analytic phase of speech signals for speaker verification // Speaker Odyssey. 2014. P. 1658–1662.
17. *Patterson R.D.* A pulse ribbon model of monaural phase perception // J. Acoust. Soc. Am. 1987. V. 82. № 5. P. 1560–1586.

18. *Kim D.-S.* On the perceptually irrelevant phase information in sinusoidal representation of speech // IEEE Trans. Speech Audio Process. 2001. V. 9. № 8. P. 900–905.

19. *Леонов А.С., Сорокин В.Н.* Об однозначности определения голосового источника по речевому сигналу и формантным частотам // Докл. Акад. наук. 2012. Т. 444. № 5. С. 492–495.

20. *Леонов А.С., Сорокин В.Н.* Верхняя граница ошибок решения обратной задачи определения голосового источника // Акуст. журн. 2017. Т. 63. № 5. С. 532–545.

21. CMU ARCTIC speech synthesis databases. http://festvox.org/cmu arctic

22. *Alku P., Murtola T., Malinen J., Kuortti J., Story B., Airaksinen M., Salmi M., Vilkman E., Geneid A.* OPENGLOT – An open environment for the evaluation of glottal inverse filtering // Speech Communication. 2019. V. 107. P. 38–47. https://doi.org/10.1016/j.specom.2019.01.005

23. *Fant G., Liljencrants J., Lin Q.A.* A four parameter model of glottal flow // STL–QPSR. 1985. V. 4. P. 1–13.

24. *Tsyplikhin A.I.* Analysis of vocal pulses in a speech signal // Acoust. Phys. 2007. V. 53. № 1. P. 105–118.

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2021, том 67, № 2, с. 203–209

## ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕХНИЧЕСКОЙ АКУСТИКИ

УДК 534.08

# ОСОБЕННОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ СКОРОСТИ ПОТОКА ГАЗА В ТРУБАХ УЛЬТРАЗВУКОВЫМ КОРРЕЛЯЦИОННЫМ МЕТОДОМ

© 2021 г. А. Д. Мансфельд[a], Г. П. Волков[a, *], Р. В. Беляев[a], А. Г. Санин[a], П. Р. Громов[a], Н. Е. Климкина[a]

[a]ИПФ РАН, ул. Ульянова 46, Нижний Новгород, 603950 Россия

*e-mail: volkov@appl.sci-nnov.ru

Поступила в редакцию 17.03.2020 г.
После доработки 04.12.2020 г.
Принята к публикации 22.12.2020 г.

Предложена методика измерения расхода газа, основанная на ультразвуковом зондировании турбулентного потока в трубе с последующей взаимно корреляционной обработкой сигналов, прошедших через поток в двух сечениях трубы. Показано, что информация о скорости вихрей выделяется из центра трубы, благодаря фокусировке ультразвука стенкой трубы. Измерены скорости движения вихрей с помощью ультразвукового расходомера и одновременно двух разнесенных термоанемометров. На основе корреляционных измерений времени задержки показано, что скорость движения вихрей меньше максимальной скорости потока в центре, измеренной с помощью трубки Пито–Прандтля. По данным скорости вихрей продемонстрирована возможность измерения объемного расхода газа.

*Ключевые слова:* течение газа в трубе, ультразвуковое зондирование потоков, взаимная корреляция, измерение расхода газа

**DOI:** 10.31857/S0320791921020040

## ВВЕДЕНИЕ

Проблема измерения расхода газа в трубопроводах является весьма важной для целого ряда технологических и коммерческих приложений. Известно несколько реализаций вариантов ультразвуковых расходомеров, измеряющих расход газа при его течении в трубе [1–3]. Одним из методов измерения является корреляционный [4–6]. Достоинством корреляционного метода является то, что он позволяет производить измерения как с помощью датчиков, врезаемых в стенку трубы, так и, что важнее, с помощью накладных датчиков, установленных на внешнюю поверхность трубы. В основе работы корреляционного расходомера лежит метод зондирования поперек газового потока двумя ультразвуковыми пучками. Ультразвуковые сигналы, прошедшие через поток, флуктуируют по амплитуде и фазе. Определяется взаимно корреляционная функция (КФ) этих сигналов и измеряется задержка максимума КФ. По величине задержки вычисляется скорость переноса вихрей.

Ультразвуковой пучок, распространяясь поперек трубы, пересекает два пограничных пристеночных слоя и область в середине потока. Скорости движения вихрей в этих областях существенно различаются. Какие вихри вносят наибольший вклад в КФ, и где находятся эти вихри, заранее неизвестно.

При описании корреляционного метода измерения используется гипотеза о вмороженной турбулентности (гипотеза Тейлора) (см., например, [1]). Однако есть ряд работ [7–10], в которых показано, что эта гипотеза справедлива не всегда. В монографии [7] рассмотрены подобные примеры. Например, в работе [8] показано, что скорость движения вихрей при обтекании пластины составляет 0.8 от средней скорости потока, а в работе [9] продемонстрировано отношение скорости вихрей к скорости потока в диапазоне 0.6–0.7 для течения за решеткой. Наконец, в статье [10] продемонстрировано снижение скорости вихрей в диапазоне от 0.6 до 0.8 относительно скорости потока в трубе в зависимости от частоты пульсаций скорости газа. К сожалению, подробности эксперимента не доступны.

Целью настоящей работы является внесение ясности в вопрос о динамике движения вихрей в потоке газа для использования корреляционного ультразвукового расходомера.

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Функциональная схема экспериментальной установки показана на рис. 1. Поток воздуха в трубе создавался вентилятором в режиме откачки. Использованы трубы с условными диаметрами Ду

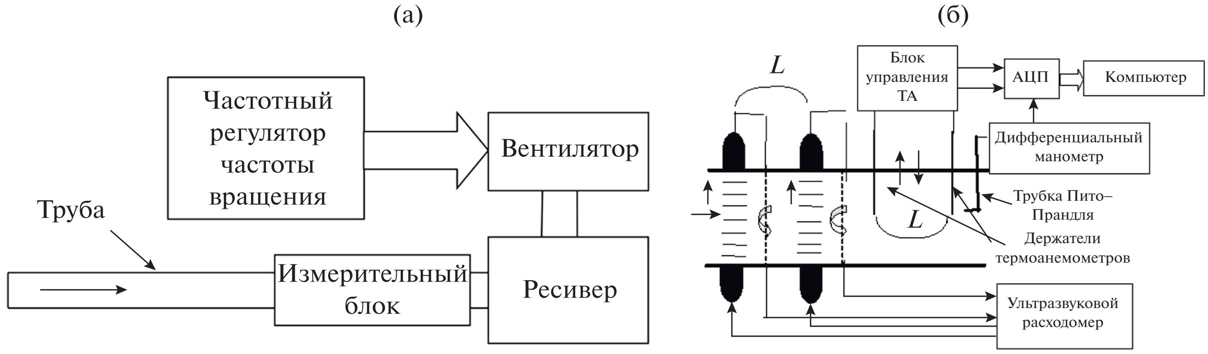


**Рис. 1.** Блок-схема (а) – экспериментальной установки и (б) – измерительного блока.

100, 150 и 200 мм. Длина начального участка трубы составляла соответственно 45, 40 и 30 Ду. В любом случае согласно [11] обеспечивались режимы развитой турбулентности. Для снижения пульсаций скорости потока, вызываемых лопатками вентилятора, между вентилятором и трубой был установлен ресивер. Основные измерения на трубе Ду 100 проводились ультразвуковым расходомером, созданным в ИПФ РАН [6]. Зондирование потока производилось внешними преобразователями, расположенными на поверхности трубы. Несущая частота излучения 530 кГц (длина волны в воздухе 0.6 мм). Режим зондирования – импульсный, позволивший существенно уменьшить уровень паразитных сигналов, распространяющихся по стенке трубы. Контрольные измерения производились с помощью двух термоанемометров (ТА) (пульсационные компоненты скорости), работавших в режиме постоянной температуры. Измерения скорости в центре на оси трубы производились с помощью трубки Пито–Прандтля, соединенной с дифференциальным манометром.

## ЭКСПЕРИМЕНТ

Пары ультразвуковых датчиков и нитей ТА располагались на расстоянии $L = 100$ мм. Датчики ТА синхронно перемещались радиально от стенки к центру трубы. Сигналы ТА оцифровывались и затем обрабатывались компьютером, в котором производилась фильтрация сигналов и строилась КФ пульсаций скорости газа. Положение пика определялось по измерению центра тяжести КФ. По смещению пика КФ относительно нуля измерялось время переноса вихрей и, по известному расстоянию между ультразвуковыми пучками и/или по расстоянию между нитями ТА, определялась скорость движения вихрей.

Эксперименты показали, что совпадение положения пиков КФ происходит тогда, когда чувствительные элементы ТА находятся на оси трубы (рис. 2).

При переносе датчиков ТА из центра в пограничный слой положения максимумов КФ не совпадают. Пик КФ ТА смещается в сторону меньших скоростей. Таким образом, показано, что ультразвуковой расходомер реагирует на вихри, которые переносятся течением именно на оси трубы.

В работе [5] предполагается, что наиболее крупные вихри переносятся в центре потока, вследствие чего модуляция ультразвукового пучка происходит именно при прохождении области в середине потока. Наши эксперименты показывают, что это не так. На рис. 3 показаны зависимости коэффициентов корреляции, измеренных с помощью двух ТА, разнесенных между собой вдоль диаметра трубы. Коэффициенты корреляции $r$ определялись в соответствии с выражением:

$$r = \frac{K_{\max}(\tau)}{\sigma_1 \sigma_2},$$

где $K_{\max}$ – максимальное значение величины пика КФ, $\tau$ – величина временного сдвига, $\sigma_1$, $\sigma_2$ – среднеквадратичные значения сигналов в соответствующих каналах.

Наибольшее влияние на сигналы ультразвукового измерителя оказывают вихри, распространяющиеся вблизи оси трубы. Это происходит по следующей причине. Стенки круглой стальной трубы на границе с газом являются фокусирующей акустической линзой, концентрирующей ультразвуковой пучок практически на ось трубы. Получившая линза – цилиндрическая. Фокусное расстояние линзы $F$ с радиусом кривизны $R$, согласно [12], равно:

$$F = \frac{R}{1 - \frac{c_{\text{в}}}{c_{\text{с}}}}.$$

Из этого выражения (при подстановке скорости звука в воздухе $c_{\text{в}} = 320$ м/с и стали $c_{\text{с}} = 5600$ м/с, радиуса $R$, равного внутреннему радиусу трубы 50 мм) следует, что фокусное расстояние отлича-

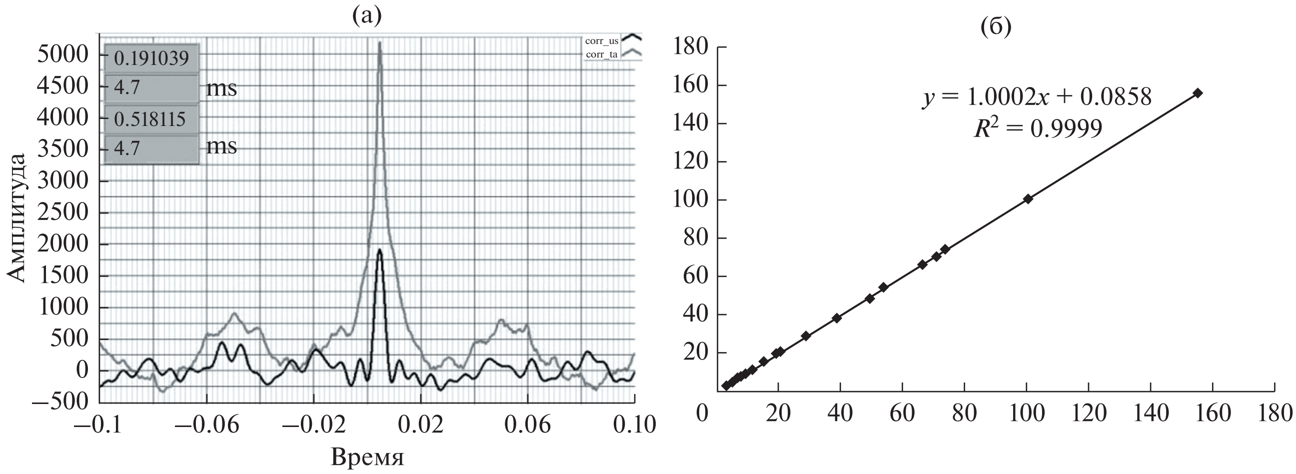


**Рис. 2.** (а) – КФ с выхода ультразвукового расходомера (черная линия) и с выходов ТА (серая линия). Нити ТА находятся на оси трубы. Задержки пиков КФ в обоих случаях 4.7 мс. (б) – Линейная зависимость временного сдвига пика КФ при разных скоростях потока с выхода ультразвукового корреляционного расходомера (по вертикали) от сдвига, измеренного с помощью двух ТА.

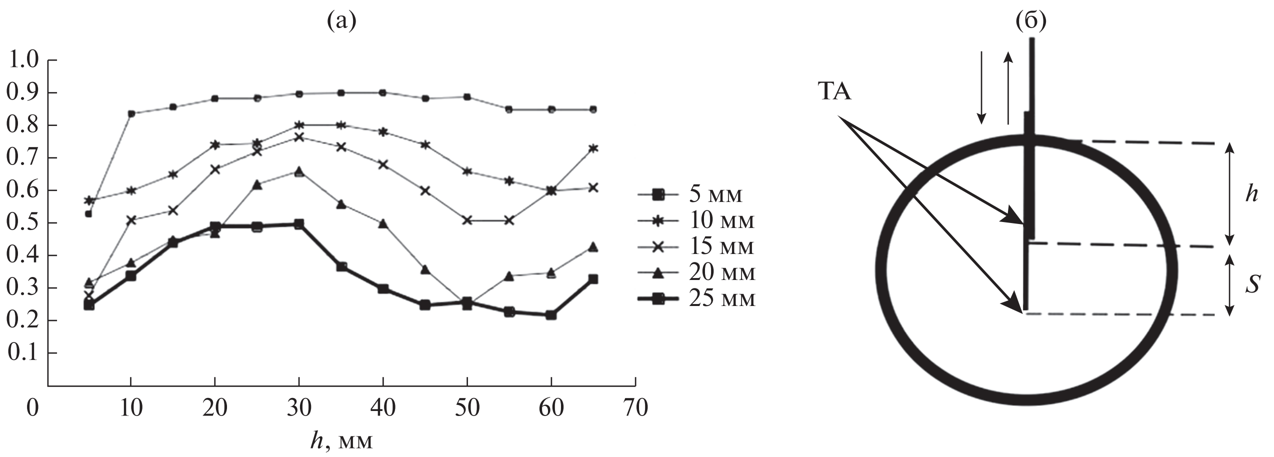


**Рис. 3.** Экспериментально измеренная зависимость коэффициента корреляции от расстояния $h$ от стенки трубы при смещении вдоль радиуса для разных расстояний $S$ между ТА.

ется от радиуса трубы на 5.7%. Фокусировка имеет место как для излучающего, так и для приемного преобразователей (см. рис. 4). Области фокусов приемного и излучающего преобразователей перекрываются. Диаметр фокальной области определяется следующим выражением [13]:

$$d = \frac{1.2\lambda F}{D},$$

где $D$ – диаметр преобразователя. В нашем случае при $D = 40$ мм, $\lambda = 0.6$ мм и $F = 50$ мм диаметр фокальной области составляет $d = 0.9$ мм.

Естественно, влияние турбулентных пульсаций на амплитуду проходящего ультразвукового пучка будет наибольшим именно в области фокусных перетяжек. Рассмотрим следующий пример. При скорости потока 10 м/с и уровне турбулентности 5%, типичном для развитой турбулентности на оси трубы (например, [14]), величина пульсационной компоненты составляет 0.5 м/с. Величины продольной и поперечной компонент скорости одного порядка. Тогда амплитуда колебаний пучка в области фокуса под действием флуктуаций скорости составляет 0.08 мм, что сравнимо с диаметром фокуса приемного преобразователя.

Как видно на рис. 3, коэффициент корреляции падает с увеличением расстояния между датчиками термоанемометра. Размеры вихрей составляют от четверти до половины диаметра трубы, а их центры находятся на расстоянии примерно четверти диаметра трубы от стенки, т.е. в центре по-

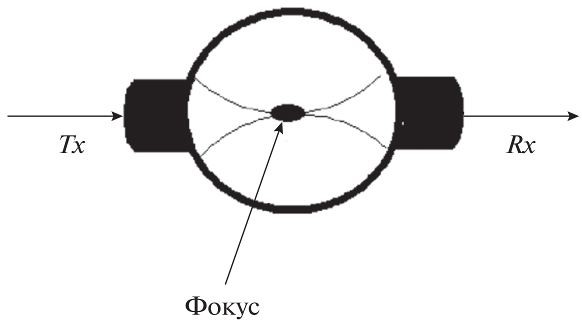


**Рис. 4.** Фокусировка ультразвуковых пучков металлической стенкой трубы.

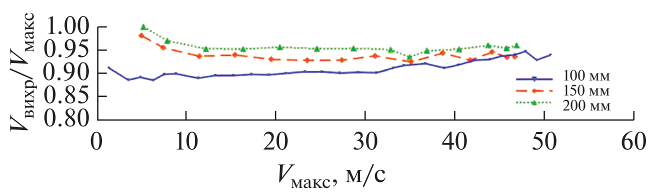


**Рис. 5.** Отношение скорости вихрей $V_{\text{вихр}}$ к максимальной скорости на оси трубы $V_{\text{макс}}$. Скорость вихрей составляет величину 0.88–0.94 от $V_{\text{макс}}$.

граничного слоя. При увеличении расстояния между датчиками ТА корреляционный коэффициент быстро уменьшается и на расстоянии нескольких сантиметров снижается до десятых долей. Более того, при размещении датчиков в диаметрально противоположных точках трубы коэффициент корреляции равен нулю. Это соответствует работам [15–17], в которых формирование кольцевых вихрей производится с помощью внешних воздействий. При больших числах Рейнольдса, в естественных условиях развитого турбулентного потока, из-за азимутальной неустойчивости происходит разрушение колец.

Для измерения расхода важно, насколько скорость движения вихрей соответствует средней скорости потока и, в частности, скорости потока в центре трубы. Для ответа на этот вопрос были произведены одновременные измерения с помощью трубки Пито-Прандтля, соединенной с дифференциальным манометром, и корреляционные измерения двумя разнесенными вдоль потока ТА. В обоих случаях измерения проводились в центре потока. Для сглаживания пульсаций сигналов, связанных с турбулентными пульсациями скорости, измеренные значения скорости усреднялись по времени. Одновременно проводилось построение взаимной КФ сигналов разнесенных ТА. По смещению пика КФ производилось измерение скорости переноса вихрей.

Результаты измерений, представленные на рис. 5, показывают меньшую скорость переноса вихрей по сравнению со скоростью потока на оси трубы, где скорость газа максимальна, во всем диапазоне измерений от 1 до 45 м/с. Отношение скорости перемещения вихрей к скорости потока в центре трубы составляет $K_1(\text{Re}) = 0.88–0.94$ в диапазоне чисел Рейнольдса до $3 \times 10^5$. Меньшая величина $K_1$ соответствует меньшей скорости потока. Скорости в области $\text{Re} < 4000$ соответствуют переходному режиму к турбулентности. Таким образом, при измерении корреляционным расходомером, который измеряет скорость вихрей на оси трубы, для измерения максимальной скорости необходимо учитывать коэффициент $K_1(\text{Re})$ следующим образом:

$$V_{\text{макс}} = \frac{V_{\text{вихр}}}{K_1(\text{Re})}. \tag{1}$$

По результатам измерений (рис. 5) величина коэффициента $K_1(\text{Re})$ зависит и от диаметра трубы. С увеличением диаметра трубы (в экспериментах использованы трубы диаметром 100, 150 и 200 мм) коэффициент также растет.

## ИЗМЕРЕНИЕ ОБЪЕМНОГО РАСХОДА

Измерив скорость движения вихрей на оси и зная, насколько она меньше скорости потока в центре трубы, можно оценить и объёмный расход потока как произведение средней скорости потока на площадь поперечного сечения трубы. Вычисление средней скорости по полученной скорости на оси трубы можно производить, используя известные полуэмпирические зависимости формы профиля скорости в зависимости от числа Рейнольдса. В интервале Re до $10^5$ форма профиля скорости достаточно точно описывается выражением Блазиуса для гладких труб [11]:

$$\frac{V_{\text{макс}} - V_{\text{ср}}}{V^*} \approx 3.75, \tag{2}$$

где $V^*$ – так называемая динамическая скорость [18]. По определению $V^* = (T/\rho)^{1/2}$, где $T$ – касательное напряжение на стенке, $\rho$ – плотность газа. Авторами проведены прямые измерения $V^*$ в соответствии с выражением [18]:

$$V^* = \sqrt{\frac{R\Delta P}{L\rho}},$$

где $\Delta P$ – разность давления на длине $L = 130$ см, радиус трубы $R = 5$ см. Результаты измерения показали хорошее соответствие с выражением, приведенным в работе [19]:

$$V^* \approx \frac{0.2V_{\text{ср}}}{\text{Re}^{1/8}}. \tag{3}$$

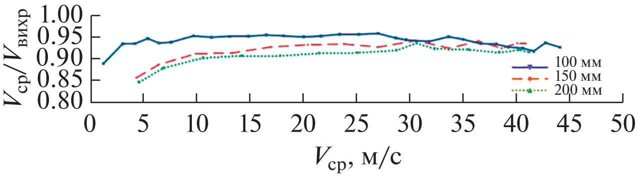


**Рис. 6.** Отношение средней скорости потока $V_{ср}$ к скорости вихрей $V_{вихр}$ в трубах различного диаметра.

В таблице представлены экспериментальные данные и данные, полученные в соответствии с выражением (3).

Из формул (2) и (3) можно получить выражение для отношения максимальной скорости к средней скорости потока, обозначенное $K_2$:

$$K_2 = \frac{V_{макс}}{V_{ср}} = 1 + \frac{0.75}{\mathrm{Re}^{1/8}}.$$

Как известно [14], отношение $V_{макс}/V_{ср}$ находится в диапазоне 1.15–1.30. По нашим измерениям в диапазоне скоростей до 40 м/с $K_2 = 1.19$–$1.2$. Средняя скорость потока связана со скоростью вихрей следующим образом:

$$V_{ср} = \frac{V_{вихр}}{K_1 K_2}.$$

В диапазоне чисел Re от $6 \times 10^3$ до $3 \times 10^5$ произведение $K_1 K_2$ близко к единице. Систематическое смещение оценки средней скорости составляет $5.5 \pm 1.4\%$ и может быть учтено. Для проверки были проведены прямые измерения расхода газа с помощью счётчика газа СГ16-400, включенного ниже по течению потока относительно корреляционного расходомера. В диапазоне 2–14 м/с в трубе диаметром 100 мм в соответствии с метрологическими характеристиками точность измерений счетчика газа не хуже 0.63%. Расхождение с данными корреляционного расходомера не превышает 2%.

Эксперименты с трубами большего диаметра (150 и 200 мм) показали, что вихри движутся с большей скоростью относительно максимальной скорости течения на оси с коэффициентами 0.93 и 0.95 соответственно.

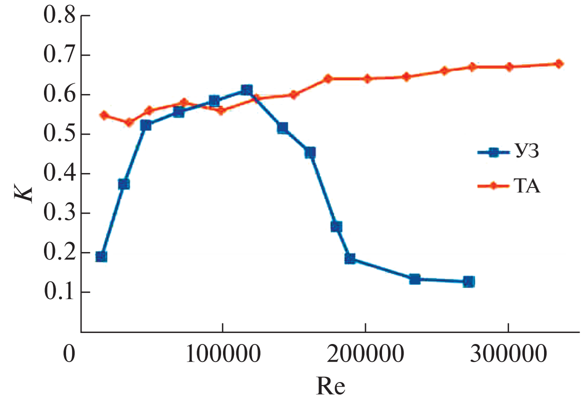


**Рис. 7.** Зависимость корреляционных коэффициентов сигналов ТА и ультразвуковых сигналов (УЗ) от числа Рейнольдса потока.

## ДИАПАЗОН ИЗМЕРЕНИЯ СКОРОСТИ УЛЬТРАЗВУКОВОГО КОРРЕЛЯЦИОННОГО РАСХОДОМЕРА

Как показывают наши измерения, диапазон измерения скорости корреляционным методом ограничен. На рис. 7 показаны зависимости коэффициентов корреляции от скорости потока, полученные с помощью ультразвукового зондирования в двух сечениях трубы на расстоянии одного диаметра трубы и двух ТА, расположенных вдоль потока на том же расстоянии между собой. На рис. 8 показаны КФ при разных скоростях потока.

Как видно на рис. 7, коэффициенты корреляции сигналов термоанемометров достаточно высоки (более 0.5) в широком диапазоне скоростей. В случае обработки сигналов ультразвукового расходомера коэффициенты корреляции заметно меньше как при малых скоростях потока, так и в случае больших скоростей, но по различным причинам.

При малой скорости потока (рис. 8а) малы и флуктуации скорости и, как следствие, малы флуктуации амплитуды сигнала. Например, величина пика КФ при скорости 0.3 м/с (рис. 8а) меньше, чем при скорости 32 м/с (рис. 8б) почти на два порядка. Соответственно, большее влияние оказывает шум приемного устройства.

**Таблица 1.** Сравнение расчетных значений $V^*_{теор}$ (в соответствии с выражением (3)) с полученными из измерений $V^*_{эксп}$

| $V$, м/с | 4.5 | 6.5 | 10.1 | 13.2 | 17 | 20.5 | 24 | 27 | 30.8 | 34 | 37 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Re | $3 \times 10^4$ | $4.3 \times 10^4$ | $6.7 \times 10^4$ | $8.8 \times 10^4$ | $1.13 \times 10^5$ | $1.37 \times 10^5$ | $1.6 \times 10^5$ | $1.8 \times 10^5$ | $2.05 \times 10^5$ | $2.26 \times 10^5$ | $2.47 \times 10^5$ |
| $V^*_{теор}$, м/с | 0.24 | 0.34 | 0.5 | 0.64 | 0.79 | 0.93 | 1.07 | 1.21 | 1.35 | 1.45 | 1.57 |
| $V^*_{эксп}$, м/с | 0.25 | 0.32 | 0.49 | 0.64 | 0.8 | 0.95 | 1.08 | 1.19 | 1.33 | 1.43 | 1.6 |

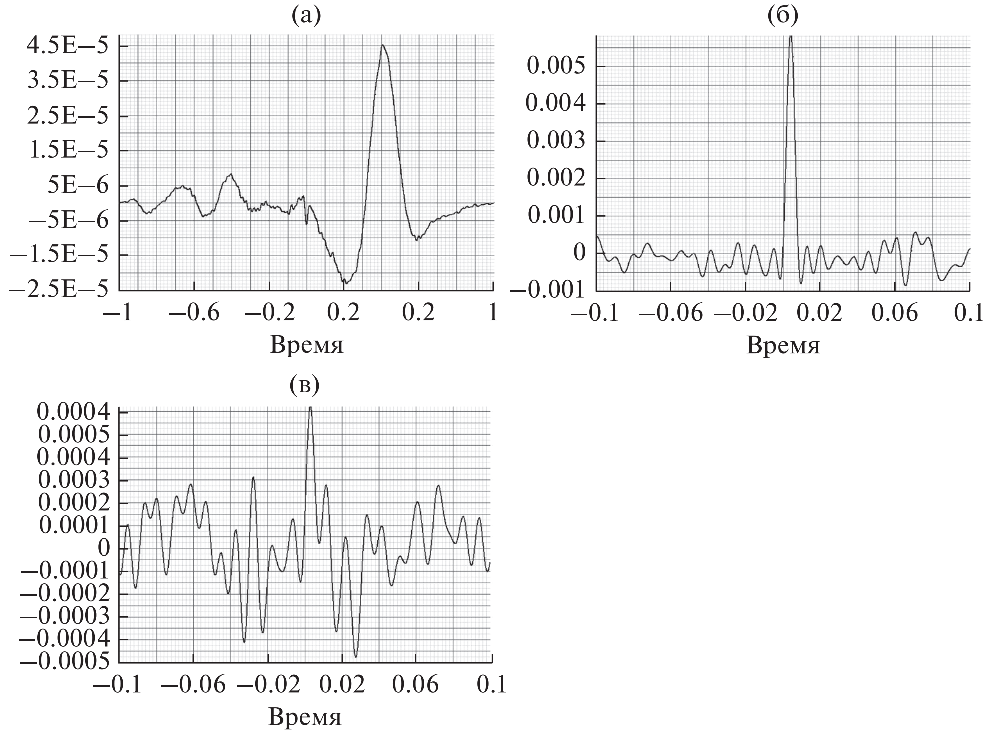


**Рис. 8.** Характерный вид КФ при скоростях потока: (а) – 0.3, (б) – 32, (в) – 42 м/с.

При дальнейшем увеличении скорости коэффициент корреляции снижается, и значительно вырастают боковые лепестки КФ, подавляя основной пик. Это объясняется тем, что устройство работает в импульсном режиме (в данном случае с периодом 1 мс). При больших скоростях потока время распространения вихрей между ультразвуковыми пучками становится сравнимым с периодом повторения зондирующих импульсов. В этом случае сигналы в каналах становятся слабо коррелированными (рис. 8в). В созданном устройстве увеличение частоты повторения технически было невозможно. Кроме того, увеличение частоты повторения импульсов и даже использование непрерывного режима приводит к увеличению амплитуд паразитных сигналов, распространяющихся по стенке трубы. В результате происходит ухудшение отношения сигнал/помеха.

## ВЫВОДЫ И ЗАКЛЮЧЕНИЯ

Проведенные эксперименты показали следующее: ультразвуковой корреляционный расходомер при определенных условиях измеряет скорость вихрей, распространяющихся в центре трубы благодаря фокусирующему действию стенок трубы. Наиболее крупные вихри наблюдаются в середине пограничного слоя. Крупные вихри переносятся со скоростью меньшей, чем максимальная скорость потока, составляя от 90.5, 93 и 95% от ее значения в зависимости от диаметра трубы. Показано, что на основе установленной связи скорости перемещения крупных вихрей с максимальной скоростью и, соответственно, со средней скоростью потока возможно измерение объемного расхода газа в трубе.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИПФ РАН (тема № 0035-2019-0014).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Lysak P., Jenkins J., Capone D., Brown W.* Analytical model on an ultrasonic correlation flow meter. Part 1 // Flow measurement and instrumentation. 2008. V. 19. P. 1–7.
2. *Lysak P., Jenkins J., Capone D., Brown W.* Analytical model on an ultrasonic correlation flow meter. Part 2 // Flow measurement and instrumentation. 2008. V. 19. P. 41–46.
3. *Coulthard J.* Ultrasonic cross-correlation flowmeters // Ultasonics. 1973. V. 11(83). P. 8.
4. *Jacobson S.A., Denbigh P.N., Naude D.E.* A new method for the demodulatior of ultrasonic signals for cross-correlation flowmeters // Ultrasonics. 1985. P. 128–132.
5. *Worch A.* A clamp-on ultrasonic cross correlation flow meter for one-phase flow // Meas. Sci. Technol. 1998. V. 9(4). P. 622–630.
6. *Мансфельд А.Д., Санин А.Г., Волков Г.П., Беляев Р.В., Мороскин Д.В.* Ультразвуковые расходомеры газа с

накладными датчиками // Ученые записки физического факультета МГУ. 2017. № 5. 1751201. С. 1–4.

7. *Fisher M.J.* P.O.A.L. Devis Correlation measurement in non-frozen pattern of turbulence // J. Fluid Mech. 1964. V. 18. P. 97–116.
8. *Петровский В.С.* Гидродинамические проблемы турбулентного шума. Л.: Судостроение, 1966.
9. *Willmarth W.W.* Wall pressure fluctuation in a turbulent boundary layer // J. Acoust. Soc. Am. 1956. V. 28. № 6. P. 1048.
10. *Corcos G.M.* Resolution of pressure in turbulence // J. Acoust. Soc. Am. 1963. V. 35. № 2. P. 192–199.
11. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя / Под ред. Лойцанского Л.Г. М.: Наука, 1974.
12. *Каневский Н.* Фокусирование звуковых и ультразвуковых волн. М., 1977.
13. *Ультразвук*. Маленькая энциклопедия / Под ред. Голяминой И.П. М., 1979.
14. Введение в турбулентность и ее измерение / Пер. с англ. под ред. Глушко Г.С. М.: Мир, 1974.
15. *Пимштейн В.Г.* О возникновении системы кольцевых вихрей в слое смешения осесимметричных турбулентных струй при акустическом воздействии // Акуст. журн. 2016. Т. 62. № 4. С. 489–492.
16. *Копьев В.Ф., Храмцов И.В., Зайцев М.Ю., Черенкова Е.С., Кустов О.Ю., Пальчиковский В.В.* Параметрическое исследование шума колец различного диаметра // Акуст. журн. 2018. Т. 64. № 4. С. 499–507.
17. *Копьев В.Ф., Храмцов И.В., Ершов В.В., Пальчиковский В.В.* О возможности использований единичной временной реализации для исследования шума вихревых колец // Акуст. журн. 2019. Т. 65. № 1. С. 49–58.
18. *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1978. 736 с.
19. *Сугак А.В., Сугак Е.В.* Расчет профиля скорости газа в турбулентном потоке // Современные проблемы науки и образования. 2014. № 3. С. 1–6.

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2021, том 67, № 2, с. 210–224

## ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕХНИЧЕСКОЙ АКУСТИКИ

УДК 534.286

# ОПЫТЫ ПО АКТИВНОМУ ПОДАВЛЕНИЮ ОТРАЖЕНИЯ И ИЗЛУЧЕНИЯ ЗВУКА ПОРШНЕМ В ВОДОЗАПОЛНЕННОМ ТРУБОПРОВОДЕ


**С. Г. Михайлов**[a, b, *]

[a]*Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН, ГСП-1, ул. Вавилова 38, Москва, 119991 Россия*

[b]*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, физический факультет, ГСП-1, Ленинские горы, Москва, 119991 Россия*

**e-mail: s.mikhailov@mail.ru*

Поступила в редакцию 08.07.2020 г.
После доработки 20.11.2020 г.
Принята к публикации 22.12.2020 г.

Рассматриваются физические основы акустической системы активного гашения (САГ) собственного излучения и отражения звука на основе метода, использующего локальную отрицательную обратную связь (ООС) по ускорению. Сравниваются САГ с управлением по полному и падающему полю. Показана возможность управления акустическим импедансом поверхности путем изменения величины ООС по ускорению. Выполнены опыты с одноканальной САГ, имеющей управление по полному полю, в условиях, имитирующих нормальное падение плоской звуковой волны на плоский отражатель. Получены результаты, показывающие возможность глубокого подавления отраженной и излученной волн. Экспериментально подтверждена стабилизирующая роль локальной ООС.

*Ключевые слова:* система активного гашения акустических волн, локальная отрицательная обратная связь по ускорению, активное управление импедансом, подавление отражения и излучения

**DOI:** 10.31857/S0320791921020052

В научной литературе последних двух–трех десятилетий можно найти большое число публикаций по теме активного подавления (гашения) акустических волн и вибраций. Классическими стали монографии [1–5], в которых изложены основные характеристики и принципы построения систем активного гашения (САГ). Там же рассмотрены некоторые наиболее важные особенности элементов САГ звука и вибрации. Использование достижений в этой области позволило наладить промышленный выпуск изделий с встроенной САГ: наушников, систем подавления шума в воздуховодах и вибрации конструкций. Примеры описания таких устройств можно найти по ссылкам [6–8]. САГ показывают высокую эффективность в диапазоне низких и средних звуковых частот, в котором применение пассивных поглощающих элементов менее эффективно.

В монографиях [1, 3], посвященных принципам построения САГ звукового поля в воздухе, акустическим аспектам функционирования системы активного гашения уделено ~10% объема, а бóльшая часть этих книг посвящена вопросам построения цифровых фильтров, входящих в состав таких систем. Несомненно, проектирование фильтра, обеспечивающего устойчивую и высокоэффективную работу САГ в широкой полосе частот, является сложнейшей задачей, а достигнутые широкополосность и глубина подавления, во многом определяющие потребительские качества САГ в целом, являются следствием оптимального выбора параметров фильтра. Многие исследователи (см., например, [9]), следуя [1, 3] сосредотачиваются на проектировании фильтра и не придают большого значения рассмотрению процессов, происходящих при взаимодействии акустических полей и ограничивающих их тел. Для воздушной акустики такой подход представляется оправданным, так как большинство реальных тел, формирующих границы области распространения звука, обладают плотностями и жесткостями, превышающими эти параметры для воздуха на несколько порядков. Последнее обстоятельство позволяет считать границы жесткими и пренебрегать возбуждением колебаний в телах, их формирующих (за исключением частот, соответствующих резонансам поверхностей, или некоторых специальных случаев).

В монографиях [2, 4, 5] рассматриваются САГ вибраций, как правило, работающие в системах, основная часть энергии колебаний в которых сосредоточена в узких областях около резонансов. В таких условиях применение широкополосных фильтров менее актуально и значительная часть текста этих книг посвящена рассмотрению особенностей колебаний в различных механических системах. Кроме того, в САГ вибраций конструкций, находящихся в воздухе, есть возможность, по крайней мере, на этапе исследования самих вибраций в телах, пренебречь возбуждением акустических полей в окружающей среде. Эта возможность позволяет несколько упростить решаемую задачу.

Иначе обстоит дело при исследовании САГ в воде. В этом случае податливость и плотность тел и среды в практически наиболее важных случаях имеют один порядок величин, что делает необходимым одновременный анализ как движения среды, так и движения, возникающего в помещенных в нее телах, что существенно усложняет задачу. С учетом этого обстоятельства, представляется целесообразным на начальном этапе экспериментальной проверки принципов построения САГ в воде ограничиться рассмотрением гармонических полей, что позволит сосредоточиться на исследовании акустических аспектов проблемы. Именно такой подход применен в данной статье. Использование гармонических сигналов и полей также позволяет существенно упростить применяемые электрические фильтры, сведя их к цепочке универсальных звеньев второго порядка, имеющих необходимые регулировки. В связи с этим вопросам фильтрации и устойчивости далее уделяется минимальное внимание.

Наряду с достигнутыми значительными успехами в области проектирования САГ существуют задачи, методы решения которых находятся в стадии обсуждения. Так, по-прежнему значительный научный интерес представляет изучение возможности создания с помощью активных методов “невидимого” тела, которое не излучает звук, не отражает падающих на него волн и не создает тени. Применительно к акустике такая задача была рассмотрена в [10, 11] и найдено ее решение путем формирования на поверхности, окружающей тело, скачков полей колебательной скорости и пульсационного давления заданной величины. Величина скачков может быть рассчитана с использованием интеграла Гельмгольца–Гюйгенса (5) по значениям давления и его производной по нормали на замкнутой приемной поверхности, окружающей тело. Если приемная поверхность окружает и излучающую, может быть подавлено только падающее поле, а, следовательно, и отраженное. Если она находится между телом и излучателями, то подавляется отраженное поле и собственное излучение. И в том и в другом случае используется свойство интеграла Гельмгольца–Гюйгенса, позволяющее разделять поля, создаваемые источниками, являющимися внутренними и внешними по отношению к приемной поверхности. Необходимая для реализации этого метода звукопрозрачная непрерывная дипольно-монопольная система излучения сложна в реализации. Замена ее двумя слоями монопольных излучателей [12] приводит к значительному увеличению толщины конструкции, что не позволяет создать устройство, имеющее приемлемые габариты. Считается, что изготовление звукопрозрачной дипольно-монопольной приемной системы не вызывает затруднений.

Значительный прогресс достигнут в решении более узкой задачи – подавлении отраженного поля [13–16]. Такая задача может быть решена активной системой гашения, в которой для излучения используется один слой плотно расположенных на поверхности тела излучателей [13]. Поиск решения велся в матричной форме, для чего внешняя поверхность тела $S_0$ разбивалась на $N$ элементарных площадок, размеры которых должны быть много меньше длины волны в среде и на поверхности которых давление и нормальная составляющая колебательной скорости могут считаться постоянными. Исследовалась возможность подавления рассеянного поля путем приложения силы к каждой элементарной площадке. Для поиска решения использовался метод активного согласования импедансов [14]. Было показано, что для решения этой задачи необходимо знание трех матриц импедансов: на границе тела в вакууме, на границе среды в объеме тела и на границе среды во внешности тела. Все три матрицы имеют размер $N \times N$. Было установлено, что возможны два закона управления активными силами, приложенными к элементарным площадкам: в одном в качестве управляющих используются значения колебательной скорости элементарных площадок, во втором – значения давления на их поверхности. По результатам анализа полученного решения сделаны важнейшие выводы. Произвольное тело можно сделать акустически прозрачным только с помощью активных методов. Для точного решения задачи необходимо, чтобы активные силы действовали на всей замкнутой поверхности тела и чтобы управление ими было глобальным в том смысле, что активная сила на каждом участке поверхности должна зависеть от значений поля, измеренных на всех остальных участках поверхности. Из полученного решения также следует, что выделение рассеянной (или падающей) компоненты не требуется: тело может быть сделано нерассеивающим с помощью активных сил, которые управляются текущими значениями полного поля на его поверхности. Важно подчеркнуть, что для полного подавления поля рассеяния необходимо выполнять измерение на всей поверхности тела только одной компоненты поля – или давления или нормальной скорости.

В работе [17] было предложено решение задачи подавления полей рассеяния и собственного излучения тела. Реальное тело заменялось жидким, внутри которого находятся прозрачные излучатели, имитирующие собственное поле. Тело считалось покрытым невесомой звукопрозрачной пленкой, которая под действием управляющих сигналов может изменять свою толщину. В такой постановке найден вид операторов излучения и рассеяния во внутренней и внешней областях. Получено распределение нормальной колебательной скорости, которое должно создаваться пленкой для полного подавления полей собственного излучения и рассеяния. Важным является вывод, что для подавления рассеяния и собственного излучения требуется измерение на всей поверхности тела одновременно двух компонент поля – давления и нормальной составляющей скорости. Это и понятно, так как поля излучения и рассеяния являются независимыми, и для их совместного подавления требуется использование большего количества исходных данных.

Представленные решения являются вариантами САГ с прогнозированием поля (в англоязычной литературе – feedforward loop). Для реализации таких методов нужна полная информация о характеристиках системы излучателей (метод скачков) или виброакустических характеристиках защищаемого тела (методы активного согласования импедансов и жидкого тела). Указанные характеристики часто сочетают большую информационную емкость с изменчивостью во времени под действием температуры, давления и т.п., и поэтому не поддаются своевременной идентификации [18]. Системам с отрицательной обратной связью (feedback loop) этот недостаток свойственен в меньшей степени. ООС широко используется при создании САГ [19, 20] и также может быть применена для решения рассматриваемой задачи.

Гашение рассеянного поля с помощью активных резонаторов предложено в [21]. Активный резонатор представляет собой сочетание близко расположенных приемника и излучателя, охваченных глубокой ООС специального вида [22]. Показано, что размещение решетки активных резонаторов возле однородной плоской поверхности с произвольным импедансом при соответствующей настройке позволяет добиться полного поглощения рассеянной волны. Каждый из резонаторов работает независимо от других. Настройка системы должна производиться при определенном угле падения. Использование дипольных резонаторов оказывается наиболее эффективным вблизи акустически мягкой поверхности, а монопольных – вблизи жесткой. Этот метод не дает полного подавления рассеянного поля, создаваемого неплоским телом, но может оказаться полезным при решении практических задач в диапазоне низких частот. Также отмечается стабилизирующее действие ООС на характеристики такого устройства [23].

Вариант САГ отражения и излучения рассмотрен в [24]. Его особенностью является охват излучающих элементов, плотно покрывающих поверхность тела, локальными ООС. Предпосылки этого метода вытекают из исследования условий, при которых справедливо равенство (2), иногда рассматриваемое как аксиома [18]. Согласно [24], если поверхность тела $S_0$ под действием внутренних сил совершает вынужденные гармонические колебания, в окружающей среде возникает поле скорости, имеющее комплексную амплитуду $\mathbf{v}_t(\mathbf{r})$, которая может быть найдена как решение системы, состоящей из волнового уравнения и условия излучения при следующем граничном условии:

$$\mathbf{v}_t(\mathbf{r}_0)\mathbf{n}_0(\mathbf{r}_0) = v_t(\mathbf{r}_0), \quad \mathbf{r}_0 \in S_0,$$

где $v_t(\mathbf{r}_0)$ – нормальная составляющая скорости колебаний поверхности $S_0$, $\mathbf{n}_0(\mathbf{r}_0)$ – нормаль к ней. При известных ограничениях решение такой задачи существует и единственно [25]. Если при рассеянии рассматриваемым телом падающего поля $\mathbf{v}_0(\mathbf{r})$ величина скорости его поверхности $v_t(\mathbf{r}_0)$ не изменяется, то

$$(\mathbf{v}_t(\mathbf{r}_0) + \mathbf{v}_0(\mathbf{r}_0) + \mathbf{v}_s(\mathbf{r}_0))\mathbf{n}_0(\mathbf{r}_0) = v_t(\mathbf{r}_0).$$

Здесь $\mathbf{v}_s(\mathbf{r})$ – рассеянное поле. Для этого должно выполняться условие:

$$\mathbf{v}_s(\mathbf{r}_0)\mathbf{n}_0(\mathbf{r}_0) = -\mathbf{v}_0(\mathbf{r}_0)\mathbf{n}_0(\mathbf{r}_0), \tag{1}$$

показывающее, что рассеяние звука происходит как на абсолютно жестком теле. Равенство (1) будем рассматривать как граничное условие для системы уравнений, включающей волновое уравнение и условие излучения. Решением этой системы будет рассеянное поле $\mathbf{v}_s(\mathbf{r})$. Поле $\mathbf{v}_s(\mathbf{r})$ существует и единственно при тех же условиях, что и решение задачи об излучении звука колеблющейся поверхностью тела. Если нормальная составляющая скорости колебаний поверхности тела равна нормальной составляющей скорости колебаний среды на той же поверхности в отсутствие тела

$$v_t(\mathbf{r}_0) = \mathbf{v}_0(\mathbf{r}_0)\mathbf{n}_0(\mathbf{r}_0), \tag{2}$$

то условия (1) и (2) совпадают за исключением знака, а излученное и рассеянное поля оказываются равными по величине и противоположными по знаку во всем пространстве:

$$\mathbf{v}_t(\mathbf{r}) = -\mathbf{v}_s(\mathbf{r}).$$

В этом случае суммарное поле везде вне тела полностью совпадает с падающим. Следовательно, абсолютно жесткое по отношению к внешнему воздействию тело, поверхность которого совершает колебания согласно условию (2), во внешнем пространстве не создает дополнительного излучения и не искажает падающее поле независимо от своей внутренней структуры. Аналогично может быть получено условие, при выполнении которого абсолютно мягкое по отношению к внешнему воздействию тело не будет искажать падающее поле:

$$p(\mathbf{r}_0) = p_0(\mathbf{r}_0), \tag{3}$$

где $p$ и $p_0$ – суммарное давление на поверхности тела и давление в падающем поле соответственно.

Подобная двойственность решения характерна для задач рассматриваемого типа и уже не раз была здесь отмечена. Ее смысл раскрыт в работе [26].

Для последующего изложения удобнее оперировать парой полей давление–ускорение $\mathbf{a} = \partial\mathbf{v}/\partial t$. В этом случае соотношение (2) должно быть переписано в виде:

$$a_t(\mathbf{r}_0) = a_0(\mathbf{r}_0), \tag{4}$$

где $a_t(\mathbf{r}_0)$ и $a_0(\mathbf{r}_0)$ – нормальные к $S_0$ составляющие колебательных ускорений поверхности и в падающем поле соответственно.

Для стационарного гармонического волнового поля амплитуду ускорения в падающем поле $a_0(\mathbf{r}_0)$ на поверхности $S_0$ можно рассчитать, исходя как из значений полного поля на поверхности тела по методу [13], так и путем, предложенным в [10], т.е. проводя вычисления с применением интеграла Гельмгольца–Гюйгенса:

$$p_0(\mathbf{r}_0) = \int\limits_{S_1} \left(G(r)\partial p(\mathbf{r}_1)/\partial n_1 - p(\mathbf{r}_1)\partial G(r)/\partial n_1\right) dS_1, \qquad \mathbf{r}_0 \in S_0, \quad \mathbf{r}_1 \in S_1, \tag{5}$$

для чего используются измеряемые на поверхности $S_1$, охватывающей тело, величины – полное звуковое давление $p(\mathbf{r}_1)$ и нормальная к $S_1$ составляющая градиента полного давления $\partial p(\mathbf{r}_1)/\partial n_1$. Здесь $G(r)$ – функция Грина для свободного пространства, $r = |\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_1|$, $n_1$ – внутренняя нормаль к поверхности $S_1$. Также считается, что значимых источников в области пространства между $S_0$ и $S_1$ нет. В первом случае измерение полного давления может быть произведено приемниками давления, расположенными непосредственно на поверхности тела, во втором – с помощью звукопрозрачной приемной системы, образованной комбинированными приемниками звука, имеющими малый волновой размер [27]. Причем для решения рассматриваемой задачи достаточно применения дипольно-монопольных приемников, каждый из которых включает ненаправленный приемник давления и один дипольный канал (например – канал компоненты колебательного ускорения), ориентированный так, что его измерительная ось нормальна к поверхности $S_1$. В этом случае

$$\partial p(\mathbf{r}_1)/\partial n_1 = -\rho\,\mathbf{a}(\mathbf{r}_1)\mathbf{n}_1(\mathbf{r}_1).$$

Покажем, что граничное условие (4) может быть выполнено при применении локальной ООС по ускорению. Следует подчеркнуть, что для этого необходимо использовать акселерометр, измеряющий ускорение относительно инерциальной системы координат, в которой излучение поверхностью тела при $a_t(\mathbf{r}_0) = 0$ отсутствует. Разобьем поверхность тела на малые по сравнению с длинами волн в среде и на поверхности тела площадки, на которых можно считать постоянными давление и нормальную компоненту ускорения как в среде, так и на поверхности тела. В результате такого разбиения поверхность окажется покрытой подобием рыбьей чешуи. Каждый малый элемент поверхности тела, имеющий площадь $\Delta S$ (чешуйка, в англоязычной литературе tile – черепица, плитка), может перемещаться по нормали к $S_0$ с помощью актюатора. Актюатор и чешуйка составляют элементарный излучатель. Элементарные излучатели образуют непрерывный слой, так что внешние поверхности чешуек соприкасаются с внешней средой, формируя поверхность тела $S_0$, а актюаторы опираются на несущую поверхность $S_g$.

На поверхность тела, покрытого слоем излучателей, действуют внутренние и внешние силы, приводящие ее в движение. В суммарном движении можно выделить три компоненты. Одна из них вызвана внешним падающим полем и, если элементарные излучатели не связаны между собой, определяется локальным импедансом поверхности. Вторая – вибрацией несущей поверхности, вызванной внутренними силами, эта составляющая порождает собственное излучение. Третья – изменением длины актюаторов под действием управляющих сигналов, поступающих на элементарные излучатели (вынужденное излучение). Каждой из перечисленных компонент движения во внешнем пространстве соответствуют поля излучения или рассеяния. Полагая колебательную систему, которую представляет собой среда и тело вместе с системой элементарных излучателей на его поверхности, линейной, следует считать, что справедлив принцип суперпозиции и составляющие суммарного движения, вызванные рассеянием, вибрацией и компенсационным излучением, независимы, а, следовательно, независимы и соответствующие им компоненты поля. Таким образом, наличие или отсутствие собственного или вынужденного излучения никак не сказывается на рассеянии падающего поля и наоборот.

Выделим ячейку САГ (рис. 1), состоящую из одной чешуйки, имеющей массу $m_s$, актюатора $\boldsymbol{A}$ и опоры массой $m_g$. На чешуйке установлен акселерометр $\boldsymbol{a}$. Будем считать, что рассматриваемая ячейка не взаимодействует с другими. Пусть на опорную массу действует сила $F_g$, порожденная внутренними причинами, а на поверхность чешуйки – внешняя сила $F_x = \Delta S(p_0 + p_s)$, вызванная суммой давлений в падающем и отраженном полях. Сопротивление среды перемещению чешуйки учтем введением присоединенной массы $m_d = \Delta S p_t/a_t$ ($p_t$ – давление, возникающее на поверхности чешуйки при ее движении с ускорением $a_t$), которая при учете сопротивления излучения может принимать комплексное значение. Под действием электрического напряжения $E(t)$ длина актюатора $\xi$ изменяется: $\Delta\xi = \gamma_o E$, где $\gamma_o$ – его чувствительность преобразования. Тогда $\partial^2(\Delta\xi)/\partial t^2 =$

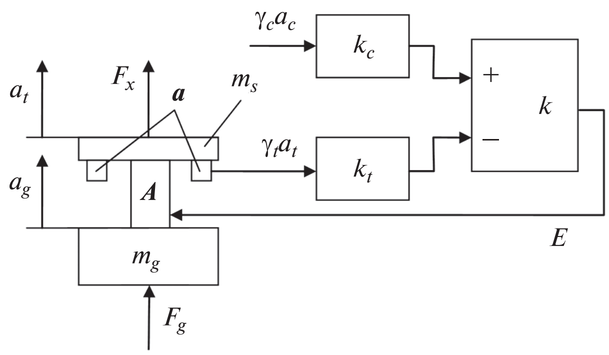


**Рис. 1.** Схема ячейки САГ с ООС по ускорению.

$= a_t(t) - a_g(t)$, $a_g$ – ускорение опоры. Контур обратной связи включает в себя акселерометр, сумматор, усилители и актюатор, так что $E(t) = k(\gamma_c a_c(t) k_c - \gamma_t a_t(t) k_t)$, где $a_c$ – заданное значение ускорения, вычисляемое по данным приемной системы, $k$, $k_c$, $k_t$ – коэффициенты передачи усилителей, $\gamma_c$ и $\gamma_t$ – чувствительности преобразования приемной системы и акселерометра. Для стационарных гармонических колебаний $E(t) = E_0 e^{i\omega t}$, где $\omega$ – круговая частота, и связь между ускорениями принимает вид:

$$a_t - a_g = -\gamma_o \omega^2 k(\gamma_c a_c k_c - \gamma_t a_t k_t).$$

Полагая $\gamma_t k_t = \gamma_c k_c$ и $K = -\gamma_t \gamma_o \omega^2 k k_t$, найдем:

$$a_t - a_g = K(a_c - a_t).$$

Пренебрегая массой актюатора и его податливостью под действием сжимающей силы, запишем следующую систему уравнений, связывающую ускорения и внутреннюю силу $F_g$ в отсутствие падающего поля (т.е. при $F_x = 0$):

$$\begin{cases} a_g m_g = F_g - F, \\ a_{t1}(m_s + m_d) = F, \\ a_{t1} - a_g = K(a_c - a_{t1}), \end{cases}$$

здесь $F$ и $-F$ – силы, действующие со стороны актюатора на чешуйку и опору соответственно. При сделанных допущениях они равны по величине и противоположны по направлению. Решение этой системы относительно $a_{t1}$:

$$a_{t1} = \frac{F_g + K a_c m_g}{m_s + m_d + (1+K) m_g}.$$

Если, напротив, $a_c = 0$ и $F_g = 0$, то $a_g = (1+K) a_{t2}$ и ускорение чешуйки будет равно

$$a_{t2} = -F_x / (m_s + (1+K) m_g).$$

Складывая полученные выражения, найдем суммарное ускорение чешуйки под действием рассеяния, внутренней силы и управляющего сигнала:

$$a_t = a_{t1} + a_{t2} = \frac{F_g + K a_c m_g}{m_s + m_d + (1+K) m_g} - \\ - \frac{F_x}{m_s + (1+K) m_g} \approx a_c, \quad K \gg 1. \tag{6}$$

Это выражение показывает, что с ростом $K$ вклад слагаемых, описывающих результат воздействия внутренней силы и внешнего акустического поля, убывает, а ускорение $a_t$ приближается к заданному значению $a_c$. При $a_c = a_0$ и $K \to \infty$ условие (4) выполняется, чешуйка по отношению к внешним воздействиям ведет себя как абсолютно жесткое тело, а внутренняя вибрация не проникает на ее внешнюю поверхность.

Смысл приведенного решения заключается в следующем. Задача об отражении звуковой волны, приходящей под произвольным углом, с одновременным подавлением собственного излучения является весьма сложной, требующей исчерпывающих знаний о виброакустических характеристиках тела. При решении должны учитываться не только движения поверхности, описываемые локальным импедансом как способностью к деформации под действием силы, но и колебательное движение тела как протяженной системы, возбуждаемой звуковой волной. Таким образом, в расчет необходимо принимать распределение масс и упругостей во всем теле. Вместо решения этой задачи предлагается формирование акустически однородной поверхности с заданными свойствами путем образования локальных контуров ООС, охватывающих малые элементы поверхности. Сформированная при глубокой ООС по ускорению поверхность по отношению к падающим волнам будет близка к акустически жесткой и, вместе с тем, будет точно воспроизводить перемещения, предписываемые ей управляющими сигналами. Введение ООС также ведет к снижению амплитуды вибраций, передающихся на внешнюю поверхность, что снизит собственное излучение. Расчет поля, компенсирующего рассеяние, создаваемое абсолютно жестким телом, не требует знания виброакустических характеристик реального тела и поэтому существенно упрощается. Ускорения элементов поверхности, необходимые для подавления поля рассеяния, могут быть найдены по полному звуковому давлению на поверхности тела или по сигналам, получаемым от внешней звукопрозрачной комбинированной дипольно-монопольной приемной системы. Подобная система гашения может быть построена также при применении ООС по давлению на внешней поверхности чешуйки. В этом случае система излучателей с глубокой ООС при $K \to \infty$ образует поверхность, которая по отношению к внешнему воздействию обладает свойствами абсолютно мягкого тела. При этом на ней должно выполняться условие (3). В целом, чем глубже ООС, тем ближе свойства поверхности те-

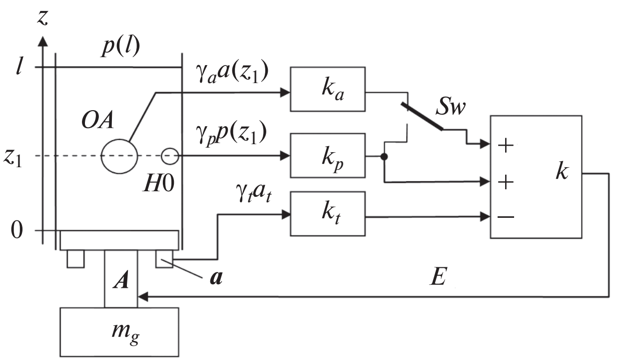


**Рис. 2.** К расчету сигнала возбуждения актюатора $E$ в случае размещения приемной системы в трубе. Переключатель $Sw$ изображен в положении “управление по падающему полю”.

ла будут к требуемым и тем более полным может быть подавление отраженной волны и собственного излучения.

Из (6) также вытекает, что если ускорение $a_c = 0$ (например, отсутствует управляющая приемная система), то с ростом $K$ ускорение поверхности $a_t \to 0$ и, следовательно, собственное излучение уменьшается. Таким образом, охват элементарных излучателей, формирующих внешнюю поверхность тела, локальными ООС по ускорению ведет к снижению собственного излучения. Для достижения этого эффекта какая-либо дополнительная приемная система не требуется. Систему, реализующую такой алгоритм, назовем САГ собственного излучения.

Опыты по проверке работоспособности представленного метода целесообразно начать с простейшего случая – нормального падения плоской гармонической волны на плоскую систему не связанных между собой элементарных излучателей, каждый из которых охвачен ООС. Эксперимент, имитирующий такую систему, можно провести при распространении звуковой волны в заполненном водой узком трубопроводе с жесткими стенками, одно из сечений которого перекрыто поршнем (аналог чешуйки). Конструкция установки должна обеспечивать возможность внесения в движение поршня заданной составляющей, а также получение необходимых данных об акустическом поле и движении поршня.

Рассмотрим подробнее процедуру вычисления сигнала, управляющего перемещением поршня. Выясним соотношения между величинами, которые могут быть измерены в акустическом поле, и управляющим сигналом, поступающим на актюатор (рис. 2). Для этого выберем систему координат, ось $Oz$ которой направлена вверх вдоль оси трубопровода. Начало координат соответствует верхней поверхности поршня. На свободную поверхность воды, находящуюся при $z = l$, действует звуковое давление $p(l) = p_l \exp(i\omega t)$. В однородном трубопроводе без затухания в столбе воды будут распространяться две волны – прямая (вниз) и отраженная поршнем (вверх), имеющие постоянные амплитуды $A$ и $B$ соответственно:

$$p(z) = Ae^{i\kappa(z-l)} + Be^{-i\kappa(z+l)}. \tag{7}$$

Здесь $\kappa = \omega/c_1$ – фазовая постоянная, $c_1$ – фазовая скорость волны в трубе. Трубопровод считается узким, т.е. его радиус $r_0 \ll c_1/\omega$. Комплексная амплитуда колебательного ускорения в столбе воды равна:

$$a(z) = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p(z,t)}{\partial z} = \frac{i\kappa}{\rho}\left(Be^{-i\kappa(z+l)} - Ae^{i\kappa(z-l)}\right),$$

где $\rho$ – плотность воды. Соответствующая комплексная амплитуда колебательной скорости:

$$v(z) = \frac{a(z)}{i\omega} = \frac{1}{\rho c_1}\left(Be^{-i\kappa(z+l)} - Ae^{i\kappa(z-l)}\right).$$

Безразмерный импеданс $Z$ при $z = 0$, понимаемый согласно [28], можно выразить через коэффициент отражения волны от поршня по давлению $R = B/A$:

$$Z = \frac{1}{\rho c_1}\frac{p(0)}{v(0)} = \frac{A+B}{B-A} = \frac{1+R}{R-1}. \tag{8}$$

Следует заметить, что согласно приведенному выражению, коэффициенту отражения $R = 0$ соответствует безразмерный импеданс $Z = -1$, что объясняется выбором положительного направления оси $Oz$ противоположным направлению распространения прямой волны.

Рассчитаем колебательное ускорение поршня, необходимое для полного подавления отраженной волны. Сначала вычисления проведем для случая управления САГ с помощью комбинированной приемной системы (по падающему полю). Положим, что известны давление $p(z_1)$ и колебательное ускорение $a(z_1)$ в сечении трубопровода, имеющем координату $z_1$. Интеграл Гельмгольца–Гюйгенса (5) в одномерном случае принимает вид:

$$p_0(z_0) = G(z_0,z_1)\partial p(z_1)\big/\partial n_1 - p(z_1)\partial G(z_0,z_1)\big/\partial n_1, \tag{9}$$

а функция Грина для одномерного свободного пространства равна:

$$G(z_0,z_1) = -e^{-i\kappa|z_1-z_0|}\big/2i\kappa.$$

При вычислении давления в падающей волне нормаль $n_1$ направлена от $z_1$ к $z_0$, а при вычислении давления в отраженной волне направление нормали должно быть противоположным. Расчет компонент давления, соответствующих второму и первому слагаемым в выражении (9), приводит к следующим результатам:

$$p_{0p}(z_0) = e^{-i\kappa|z_1-z_0|}\left(Ae^{i\kappa(z_1-l)} + Be^{-i\kappa(l+z_1)}\right)\big/2,$$

$$p_{0a}(z_0) = -\operatorname{sign}(z_1 - z_0)e^{-i\kappa|z_1 - z_0|} \times \\ \times \left(-Ae^{i\kappa(z_1 - l)} + Be^{-i\kappa(z_1 + l)}\right)\Big/2.$$

Компонента $p_{0p}(z_0)$ зависит только от давления $p(z_1)$, а $p_{0a}(z_0)$ – только от колебательного ускорения $a(z_1)$. Компонентам давления $p_{0p}$ и $p_{0a}$ соответствуют компоненты колебательного ускорения, которые удобнее вычислить в принятой системе координат (без учета направления нормали $n_1$):

$$a_{0p}(z_0) = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p_{0p}}{\partial z_0} = -\frac{i\kappa}{2\rho}\operatorname{sign}(z_1 - z_0)e^{-i\kappa|z_1 - z_0|}p(z_1),$$

$$a_{0a}(z_0) = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p_{0a}}{\partial z_0} = \frac{1}{2}e^{-i\kappa|z_1 - z_0|}a(z_1).$$

При $z_1 > z_0$ суммарное ускорение $a_\Sigma(z_0) = a_{0p}(z_0) + a_{0a}(z_0)$ равно ускорению в прямой (падающей) волне $a_0(z_0)$, а при $z_1 < z_0$ – ускорению в отраженной волне: $-Ba_0(z_0)/A$.

Пусть теперь $z_0 = 0$, а в сечении $z_1$, расположенном в столбе воды выше поршня, находятся приемники давления *H*0 и колебательного ускорения *OA* соответственно. Тогда для вычисления $a_\Sigma(0)$ напряжение на выходе усилителя сигнала приемника давления $E_p = \gamma_p p(z_1) k_p$ ($\gamma_p$ – чувствительность по давлению, $k_p$ – коэффициент передачи усилителя) должно быть преобразовано в соответствии с выражением:

$$a_{0p}(0) = -\frac{i\kappa}{2\rho}e^{-i\kappa z_1}\frac{E_p}{\gamma_p k_p},$$

т.е. продифференцировано, задержано на время $z_1/c_1$ или повернуто по фазе на угол $\alpha = -\kappa z_1$ и умножено на коэффициент $-1/(2\gamma_p \rho c_1 k_p)$, а сигнал приемника колебательного ускорения $E_a = \gamma_a a(z_2) k_a$ преобразован согласно выражению

$$a_{0a}(0) = \frac{1}{2}e^{-i\kappa z_1}\frac{E_a}{\gamma_a k_a},$$

т.е. задержан на время $z_1/c_1$ или повернут по фазе на тот же угол $\alpha = -\kappa z_1$ и умножен на коэффициент $1/(2\gamma_a k_a)$. Кроме того, должен быть получен и преобразован сигнал $E_t = \gamma_t a_t k_t$ акселерометра, установленного на поршне:

$$a_t = \frac{E_t}{\gamma_t k_t}.$$

Затем должна быть вычислена разность рассчитанного и измеренного ускорений поршня:

$$\Delta a = (a_{0p}(0) + a_{0a}(0)) - a_t,$$

которая затем используется для формирования напряжения, управляющего изменением длины актюатора: $E = \gamma_t k_t k \Delta a$. Для глубокого подавления отраженной волны чувствительности акселерометра и управляющих приемников должны быть точно измерены, а соответствующие коэффициенты усиления тщательно настроены. Для настройки можно использовать регулировку модулей и фаз (задержек) коэффициентов передачи усилителей сигналов приемников давления $k_p$ и колебательного ускорения $k_a$. Однако достичь высокой точности настройки всего тракта непросто. Дело в том, что способы определения чувствительностей приемников и акселерометров по давлению и колебательному ускорению в диапазоне низких частот имеют значительную погрешность [29, 30]. Кроме того, фазовая скорость звуковой волны, входящая в приведенные формулы, в тонкостенной трубе заметно отличается (как показано ниже) от скорости звука в безграничном пространстве.

Настройка компонент управляющего сигнала может быть выполнена, если осуществить работу САГ в режиме бегущей волны, используя только один из управляющих приемников (т.е. только значения $p(z_1)$ или $a(z_1)$) и сигнал акселерометра $a_t$. В этом режиме $B = 0$ и $a_{0a}(0) = a_{0p}(0) = -i\kappa Ae^{-i\kappa l}\big/2\rho = a_0(0)\big/2$. Таким образом, суммарное ускорение, рассчитанное по сигналам приемника ускорения и давления, равно $a_\Sigma = a_{0p} + a_{0a} = 2a_{0p} = 2a_{0a}$ (только при $R = 0$) и совпадает с рассчитанным по удвоенному сигналу одиночного приемника давления или ускорения. Следовательно, достичь режима бегущей волны можно, регулируя только величину и фазу коэффициента передачи $k_p$ или $k_a$ одного из приемников, а уже затем выполнить настройку второго. На рис. 2 настройке режима бегущей волны с помощью приемника давления соответствует нижнее положение переключателя *Sw*, а работа в режиме управления САГ падающим полем – верхнее. Контролировать режим бегущей волны следует с помощью независимого устройства, не входящего в состав САГ.

Конечно, необходимость дополнительной настройки комбинированной приемной системы является ее недостатком. Однако в ее применении есть и преимущества. Одно из них заключается в том, что полная приемная система может быть применена для расчета поля, создаваемого источниками, находящимися внутри приемной поверхности $S_1$, т.е. суммы компенсационного поля и собственного излучения (нормаль к приемной поверхности при вычислении интеграла Гельмгольца–Гюйгенса (5) должна быть внешней). Это может быть использовано для диагностики САГ. Кроме того, в рабочем режиме (когда при интегрировании используется внутренняя нормаль) комбинированная приемная система не чувствительна к полю, создаваемому излучателями, лежащими на поверхности тела (т.е. внутри приемной поверхности), что предотвращает возможность самовозбуждения САГ. Усеченная приемная система не требует настройки компонент, но и лишена перечисленных преимуществ.

Следует также отметить, что рассматриваемый алгоритм обладает свойством, которое не может быть реализовано в полном объеме. Им является необходимость поддержания большого (в пределе – бесконечного) коэффициента усиления в петле ООС. Это невозможно в реальной системе, так как приведет к потере устойчивости и самовозбуждению. Это обстоятельство указывает на необходимость дополнительной функциональной настройки САГ.

Сравним эффективность подавления отраженного сигнала, получаемую в результате настройки, при применении полной (содержащей приемники колебательного ускорения и давления) и усеченной (содержащей только приемник давления) приемных систем. В первом случае управление САГ производится по падающему полю, во втором – по полному полю. Если в (6) положить $F_g = 0$, то амплитуда ускорения поршня равна:

$$a_t(K) = \frac{Ka_c m_g}{m_s + m_d + (1+K)m_g} - \frac{p(0)\Delta S}{m_s + (1+K)m_g}. \quad (10)$$

Настройка САГ осуществляется при значении коэффициента усиления в цепи ООС по ускорению $K = K_0$ путем корректировки рассчитанного значения $a_0$ так, чтобы было достигнуто значение коэффициента отражения $R(K_0) = 0$. Различие между рассчитанным и скорректированным значениями может быть учтено введением дополнительного коэффициента ε: $a_c = \varepsilon a_0$. При настройке должно выполняться условие $B = 0$, что приводит к уравнению:

$$a_t = \frac{K_0 a_c m_g}{m_s + m_d + (1+K_0)m_g} - \frac{A\Delta S e^{-i\kappa l}}{m_s + (1+K_0)m_g} = \\ = a_0 = -\frac{i\kappa A e^{-i\kappa l}}{\rho},$$

откуда

$$\varepsilon(K_0) = \frac{a_c}{a_0} = \frac{1+K_0}{K_0} + \frac{m_s + m_d}{K_0 m_g} + \\ + \frac{i\rho\Delta S}{\kappa K_0 m_g}\left(1 + \frac{m_d}{m_s + (1+K_0)m_g}\right). \quad (11)$$

Если $K \neq K_0$, скорректированное ускорение $a_c$, вычисляемое по сигналам полной приемной системы, будет равно:

$$a_c(K) = \varepsilon a_\Sigma = -i\varepsilon\kappa A e^{-i\kappa l}/\rho, \quad (12)$$

а по сигналу только приемника давления, если он расположен непосредственно на поверхности поршня:

$$a_c(K) = -i\kappa\varepsilon e^{-i\kappa l} A(1 + R(K))/\rho. \quad (13)$$

Безразмерный импеданс поршня можно представить в виде:

$$Z = i\kappa\varepsilon e^{-i\kappa l} A(1 + R(K))/\rho a_t. \quad (14)$$

Дополняя выражения (10)–(14) соотношением (8) и решая системы уравнений для полной (8), (10), (11), (12), (14) и усеченной (8), (10), (11), (13), (14) приемных систем относительно $R(K)$, придем к зависимостям, пример численного расчета которых представлен на рис. 3а. Сравнение графиков показывает, что САГ с усеченной и полной приемными системами имеют близкие характеристики, но САГ с усеченной приемной системой имеет более широкий минимум модуля коэффициента отражения. Полученная зависимость позволяет рассчитать компоненты комплексного безразмерного импеданса поршня (рис. 3б) при различных значениях усиления в петле ООС. При $K = K_0$ безразмерный импеданс принимает значение $(-1 + 0i)$, что соответствует полному прохождению волны в направлении поршня. При $K \neq K_0$ импеданс поршня изменяется в широких пределах, что может быть использовано для активного управления акустическими свойствами поверхности.

В качестве способа экспериментальной оценки коэффициента отражения $R$ был выбран метод двух микрофонов [31]. Исходя из (7), запишем формулы звукового давления в двух сечениях $h_1$ и $h_2$ водяного столба над поршнем:

$$p_1 = p(h_1) = \left(Ae^{i\kappa(h_1 - l)} + Be^{-i\kappa(h_1 + l)}\right),$$

$$p_2 = p(h_2) = \left(Ae^{i\kappa(h_2 - l)} + Be^{-i\kappa(h_2 + l)}\right).$$

Будем считать, что в опыте измеряются отношение амплитуд (или среднеквадратических значений) β и разность фаз θ давлений $p_1$ и $p_2$: $p_1/p_2 = \beta e^{i\theta}$. Следуя [31], найдем:

$$R = e^{2i\kappa h_1}\frac{1 - \beta e^{i(\theta + \kappa(h_2 - h_1))}}{\beta e^{i(\theta - \kappa(h_2 - h_1))} - 1}. \quad (15)$$

Для расчета модуля коэффициента отражения необходимо измерить значение отношения β и разность фаз θ, а также определить значение $\theta_0 = \kappa(h_2 - h_1)$. Режиму бегущей волны соответствует значение $R = 0$, следовательно, в этом режиме должны выполняться условия $\beta = 1$ и $\theta = -\theta_0$.

Из (15) вытекает, что относительная погрешность измерения модуля коэффициента отражения при короткой измерительной базе ($\theta_0 \ll 1$) в режиме, близком к бегущей волне ($R \approx 0$, $\beta \approx 1$, $e^{i(\theta + \kappa(h2 - h1))} \approx 1$), равна:

$$\delta R = \frac{1}{2|\sin\theta_0|}\sqrt{(\delta\beta)^2 + (\delta\theta)^2},$$

где δβ и δθ – погрешности измерения отношения β и угла θ. Быстрое нарастание погрешности измерения коэффициента отражения с уменьшением измерительной базы ($h_2$–$h_1$) ограничивает ее минимальную длину, а также указывает на необходимость всемерного снижения погрешностей измерения $\delta\beta$ и $\delta\theta$.

Схема одного из вариантов экспериментальной установки приведена на рис. 4. Функционально она состоит из трех основных систем, работающих независимо друг от друга: собственно САГ, излучателя падающей волны и устройства измерения коэффициента отражения. Все акустические и механические элементы объединены вертикальным трубопроводом, состоящим из нескольких патрубков с различной толщиной стенок, но имеющих постоянный внутренний диаметр 98 мм. Большая часть трубопровода выполнена из тонкостенной трубы из алюминиевого сплава с толщиной стенки 3.5 мм и используется для формирования измерительной базы. Для установки гидрофонов и соединения элементов использовались короткие патрубки, имеющие бóльшую толщину стенки. Это конструктивное решение привело к существенному снижению скорости звука и усложнению структуры поля в столбе воды, но значительно упростило совершенствование отдельных узлов, потребность в котором неоднократно появлялась на первом этапе проведения опытов. Также оказались возможными перестановка, включение/исключение элементов конструкции и наращивание ее длины, что позволило провести опыты при нескольких конфигурациях трубопровода, а в результате повысило надежность наблюдений. Именно возможность модернизации и изменения параметров эксперимента представляются наиболее важными качествами экспериментальной установки на начальном этапе исследований.

Элементы САГ расположены в нижней части трубопровода и включают в себя поршень *2* с симметрично закрепленными на нем акселерометрами *4*. Герметичность обеспечивается уплотняющим резиновым кольцом *8*. Поршень, представляющий собой металлический диск толщиной 20 мм, опирается на многослойный пьезокерамический стержневой актюатор *3*, установленный на опорном грузе *5*. Между грузом и основанием проложен мягкий развязывающий амортизатор *9*. Выше поршня в воде размещен управляющий гидрофон *H*0. Излучатель падающей волны состоит из генератора *G* и электродинамического громкоговорителя *6*, закрепленного на верхнем конце трубопровода над свободной поверхностью воды *7*. Измерение коэффициента отражения волны от поршня проводилось с помощью двух основных *H*1, *H*2 и двух вспомогательных гидрофонов *H*3, *H*4. Все гидрофоны одного типа на основе пьезокерамических элементов диаметром 8 мм. Измерительные гидрофоны расположены в той части трубопровода, в которой фронт волны близок к плоскому, т.е. удалены от нижнего конца, где податливое уплотнительное кольцо создает неравномерное распределение колебательной скорости. Высота трубопровода фактически определялась длиной базы, необходимой для измерения коэффициента отражения. Опыты выполнялись при частоте возбуждения волны $f_0 =$ $= 80$ Гц, что было обусловлено желанием избежать влияния наводок на промышленной частоте 50 Гц и ее гармониках, а также уменьшить роль резонансов в столбе воды и конструкции. Кроме основной конфигурации, изображенной на рис. 4, некоторые опыты проводились при увеличенной высоте трубопровода (высота столба воды 1063 мм), а также при присоединении к основному грузу дополнительного груза, увеличивавшего его массу вдвое.

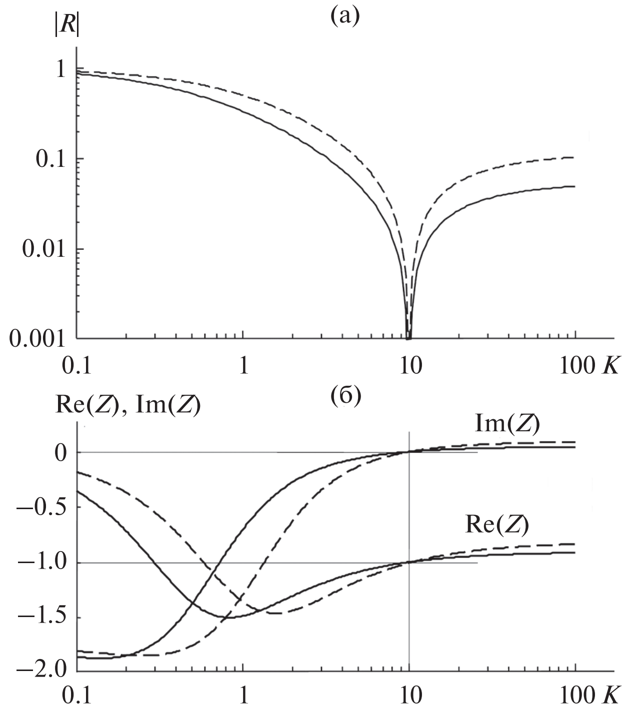


**Рис. 3.** Расчетные зависимости (а) – модуля коэффициента отражения и (б) – компонент безразмерного импеданса поршня от коэффициента усиления в петле ООС по ускорению. $K_0 = 10$. Сплошные линии – управление по полному полю, штриховые – по падающему. Конфигурация трубопровода соответствует рис. 4.

Управление САГ осуществлялось полным давлением, а в качестве управляющего использовался ненаправленный приемник давления *H*0. Такое решение было обусловлено отсутствием подходящего дипольного приемника. Дело в том, что последний должен создавать малые отражения при размещении в узкой трубе. В наибольшей степени соответствующим условиям эксперимента представляется приемник колебательного ускорения соколеблющегося типа. Для его успешного применения кроме выполнения обычных требований, предъявляемых к измерительному приемнику колебательного ускорения, требует-

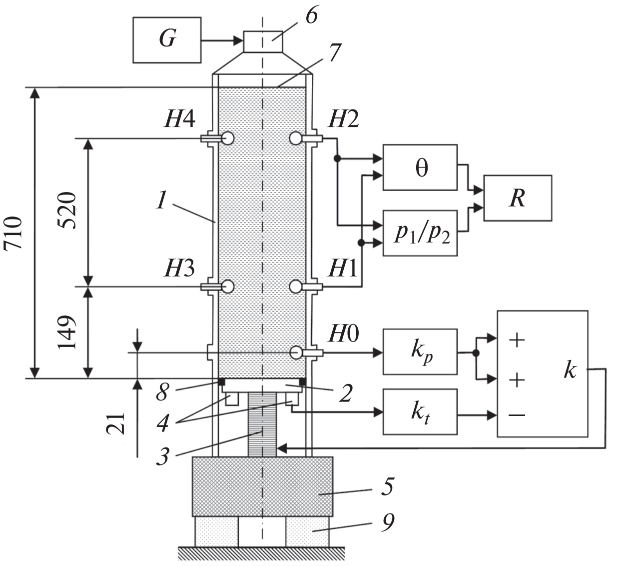


**Рис. 4.** Схема экспериментальной установки для исследования одноэлементной системы активного гашения отражения и собственного излучения с управлением по полному полю. Цифрами обозначены: *1* – заполненный водой трубопровод, *2* – поршень, *3* – пьезоактюатор, *4* – акселерометры, *5* – опорная масса, *6* – электродинамический громкоговоритель, *7* – поверхность воды, *8* – уплотнительное кольцо, *9* – развязывающий амортизатор. Расстояния указаны в мм.

ся выполнение четырех специфических условий: во-первых, размеры приемника должны быть существенно меньше внутреннего диаметра трубы (т.е. менее ~50 мм), во-вторых, его средняя плотность должна быть максимально близка к плотности воды, в-третьих, объемная жесткость приемника должна быть близка или выше жесткости воды, в-четвертых, приемник должен обладать повышенной устойчивостью к всестороннему сжатию, что обеспечит достоверность измерений колебательного ускорения вблизи жесткой стенки. Анализ литературных источников [27, 30] показывает, что конструкций, отвечающих перечисленным условиям, не разрабатывалось.

Для дальнейшего важно убедиться в том, что диффузор электродинамического громкоговорителя не представляет собой существенной преграды для звуковых волн и на верхнем конце водяного столба в отсутствие излучения выполняется граничное условие $p(l) = 0$. Для этого на пьезоактюатор подавался широкополосный шумовой сигнал и сравнивались частоты резонансов, наблюдаемые в столбе воды при установленном и снятом громкоговорителе. Наблюдения показали, что частоты резонансов смещаются не более чем на 0.2%. Это дает основание считать верхнюю границу воды акустически мягкой.

Наличие участков с различной толщиной стенки может привести к изменениям скорости звука в различных частях трубопровода и появлению заметных отражений на их границе, а следовательно, и к пульсациям амплитуды и фазы поля в столбе воды. Оценки поля давления и фазовой скорости звука в трубопроводе были найдены методом конечных элементов. Расчеты выполнялись на основании подробной осесимметричной схемы, учитывающей конфигурацию и свойства материалов элементов трубопровода. В расчетной схеме поршень заменялся плоской поверхностью, имеющей переменный импеданс $\rho c_0$. Расчеты поля давления в столбе воды при нескольких значениях $c_0$ (рис. 5) показывают, что условие $\beta = 1$ наилучшим образом выполняется при $c_0$ = 1163 м/с. Относительное изменение амплитуды давления вдоль столба жидкости в этом режиме невелико (~0.002). Рассчитанные средние по участкам $(0, h_1)$ и $(h_1, h_2)$ скорости звука заметно отличаются и равны 1288 и 1148 м/с, где $h_1$ и $h_2$ соответствуют положению измерительных гидрофонов $H1$ и $H2$ (рис. 4). Этот результат носит оценочный характер, так как в расчете не учитывались отклонения размеров деталей от номинального значения и ослабление элементов в местах соединения между собой из-за образования зазоров. Важным для последующего является увеличение скорости звука на 12% в нижнем участке трубопровода $(0, h_1)$ по сравнению с верхним $(h_1, h_2)$.

Казалось бы, для экспериментальной проверки полученных значений скорости звука достаточно настроить САГ так, чтобы выполнялось условие $\beta = 1$. Однако в расчетах методом конечных элементов использовались только действительные значения импеданса поршня, что позволило однозначно определить значение угла $\theta_0$. В эксперименте в результате регулировки модуля и фазы коэффициента усиления $k_p$ получаются также комплексные значения импеданса поршня, что приводит к появлению достаточно широкой области углов $\theta$, отвечающих условию $\beta = 1$. Это обстоятельство не дает возможности достоверно определить значение $\theta_0$, а следовательно, и значение коэффициента отражения. Поэтому в опытах использовался метод, позволяющий рассчитать среднюю фазовую скорость, а затем и разность фаз $\theta_0$, основанный на измерении частоты резонанса. Близкий к четвертьволновому резонанс в столбе воды возбуждался при подаче на электродинамический громкоговоритель широкополосного шумового сигнала и наблюдался на частотах $f_r$ = 350...370 Гц. Опорная масса, равная массе сухого трубопровода в сборе с грузом, составляла $m_g \approx 30$ кг. Соответствующий этому значению безразмерный импеданс поршня в принятой системе координат на частоте $f_r$ равен:

$$Z = -\frac{2if_r m_g}{\rho c_{av} r_0^2},$$

где $c_{av}$ – средняя скорость звука в столбе воды, $r_0$ – внутренний радиус трубы. Четвертьволновому резо-

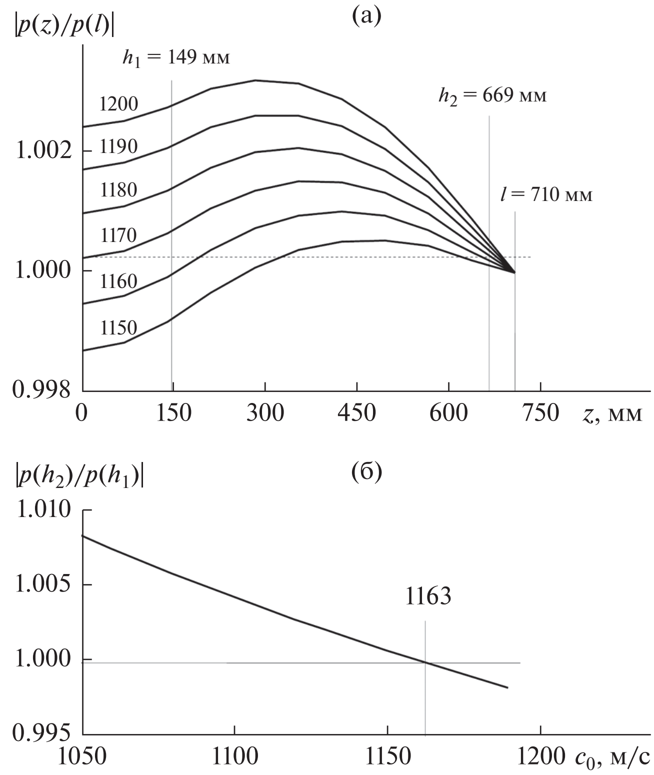


**Рис. 5.** Результаты расчета давления в трубопроводе при различных граничных условиях: (а) – профили амплитуды давления при различных значениях импеданса поршня, рядом с кривыми указаны значения $c_0$, штриховая линия соответствует $\beta = |p(h_2)/p(h_1)| = 1$; (б) – зависимость $|p(h_2)/p(h_1)|$ от $c_0$.

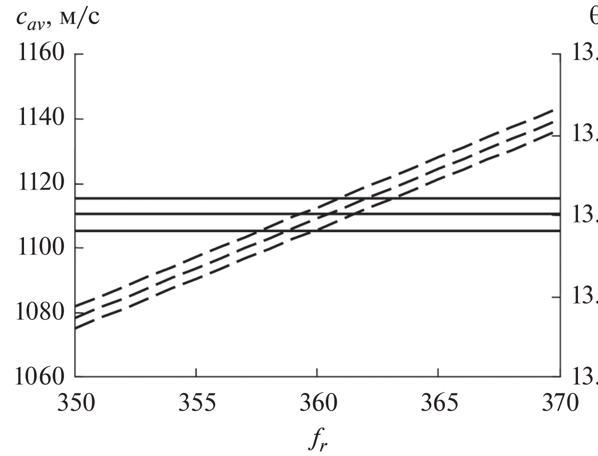


**Рис. 6.** Расчетная зависимость средней скорости звука в столбе воды $c_{av}$ (штриховые линии) и разности фаз $\theta_0$ (сплошные линии) от частоты четвертьволнового резонанса $f_r$ при значениях массы трубопровода 29, 30 и 31 кг.

нансу соответствует условие $(4\pi f_r l)/c_{av} = \pi - \arg R$, в котором $R$ и $Z$ связаны выражением (8). Численное решение этой системы уравнений позволяет найти среднюю на участке $(0, l)$ скорость звука и соответствующую ей разность фаз $\theta_0$ в интервале наблюдавшихся частот резонанса (рис. 6). Расчеты показывают очень слабую зависимость $\theta_0$ от величины опорной массы $m_g$ и резонансной частоты $f_r$ и дают значение, близкое к 13.4°. С учетом различия скоростей звука между участками $(0, h_1)$ и $(h_1, h_2)$, найденного предварительными расчетами, приведенное значение было скорректировано: $\theta_0 = 13.75°$. Дополнительная проверка была осуществлена путем измерения разности фаз давлений, принимаемых гидрофонами $H0$ и $H1$. Измеренная разность фаз при работе САГ в режиме бегущей волны составила 2.9°, что совпало с оценкой, найденной из расчета с учетом поправок.

Для определения отношения чувствительностей и фазовых сдвигов пар измерительных гидрофонов $H1$–$H4$ использовалась воздушная акустическая камера малого объема, в которой гидрофоны размещались попарно. Во время измерений гидрофоны подключались к штатному измерительному тракту, а в камере на рабочей частоте $f_0$ создавалось звуковое давление, близкое по величине к давлению в трубопроводе при проведении опытов (~1 Па). Такая методика позволила уменьшить погрешность измерений и оценить относительные уходы чувствительностей приемников в парах в течение всего периода проведения опытов. Разность фазовых сдвигов, вносимых гидрофонами и измерительным трактом в целом, не превышала 0.1°. Качество работы измерительных приемников, установленных в трубопроводе, подтверждалось измерениями отношения сигналов между приемниками, расположенными в одном сечении трубопровода и образующими вспомогательные пары $H1$–$H3$ и $H2$–$H4$. Эти измерения показали полное совпадение результатов (до 0.001), полученных в малой воздушной камере и в трубопроводе в воде в режимах от стоячей до бегущей волны.

Подготовка к измерениям начиналась с определения отношения чувствительностей приемников $H1$–$H4$ в малой воздушной камере. Затем производилась сборка трубопровода и заполнение его водой. Следующий этап – удаление пузырьков воздуха, прилипших к внутренним поверхностям трубопровода. Для контроля этой процедуры на актюатор подавался широкополосный шумовой сигнал, а на выходе одного из гидрофонов наблюдался спектр пульсаций давления. Максимум спектра, имеющий наименьшую частоту, соответствовал четвертьволновому резонансу столба жидкости. Сразу после заполнения трубопровода водой его частота составляла порядка 350 Гц. Наличие даже небольших пузырьков на стенках или поршне приводило к существенному снижению резонансной частоты. После удаления видимых пузырьков трубопровод с водой отстаивался еще в течение 1.5...2 ч. При

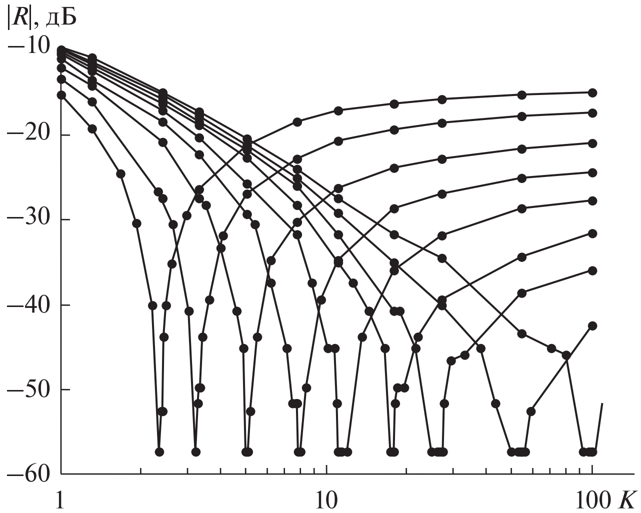


**Рис. 7.** Зависимость модуля коэффициента отражения от коэффициента усиления в петле ООС по ускорению при значениях $K_0$ = 2.4, 3.3, 5, 8, 12, 18, 27, 54, 100.

этом наблюдалось медленное повышение резонансной частоты до ~370 Гц. Можно предположить, что этот процесс связан с растворением микроскопических пузырьков и смачиванием соприкасающихся с водой поверхностей. Установившееся значение резонансной частоты сохранялось в течение нескольких часов, а затем начинало снижаться. Этот процесс был вызван коррозией металлических частей в воде, что приводило к выделению газов на границе водаметалл и образованию крошечных пузырьков, постепенно покрывавших все внутренние металлические поверхности. Это обстоятельство ограничивало продолжительность опыта.

Настройка коэффициента усиления ООС проводилась в трубопроводе, заполненном водой. Было замечено, что по сравнению с сухим трубопроводом коэффициент усиления немного уменьшался (~10%), очевидно, за счет снижения чувствительности преобразования актюатора, нагружаемого массой воды. Это наблюдение подтверждает правильность предположения, использованного при выводе (6), о высокой жесткости актюатора.

В опытах исследовалась зависимость коэффициента отражения от $K$ при нескольких значениях $K_0$ (рис. 7). Графики показывают, что относительная ширина минимумов модуля $R$ уменьшается с уменьшением $K_0$. Традиционно это свойство характеризуют величиной чувствительности одного параметра системы к относительному изменению другого [32, 33]. Расчет значений чувствительности $|R|$ в его минимуме к относительному изменению $K$ при различных значениях $K_0$ подтверждает сделанное наблюдение. Более наглядные результаты получаются, если рассчитать среднюю чувствительность в области минимума, например по уровню –40 дБ. Учитывая, что при переходе через минимум коэффициент отражения меняет знак, среднее значение чувствительности равно $S_K = 2 \times 0.01/(\Delta K/K_0)$, где $\Delta K$ – ширина области изменения $K$, соответствующая условию $|R| < 0.01$. Рассчитанные таким образом точки (рис. 8) хорошо ложатся на расчетную зависимость чувствительности коэффициента отражения к относительному изменению $K$:

$$S_K(K_0) = \left|\frac{\partial R(K, K_0)}{\partial K}\right| K_0\Bigg|_{K=K_0}.$$

Здесь коэффициент отражения $R(K,\ K_0)$ является решением системы уравнений (8), (10), (11), (13), (14) для усеченной приемной системы относительно $R(K)$ при заданном значении $K_0$. Там же нанесены результаты расчета для полной приемной системы (штриховая линия). Экспериментальные точки и расчетные графики показывают быстрое убывание чувствительности $|R|$ к относительному уходу $K$ с ростом усиления в петле ООС. Сквозной коэффициент передачи $K$ включает в себя коэффициенты передачи электронных узлов и чувствительности преобразования акселерометра и актюатора. Таким образом, использование ООС по ускорению ведет к снижению чувствительности САГ отраженного поля к относительным отклонениям параметров цепи обратной связи, включая акустические и электронные компоненты.

В заключение рассмотрим подавление собственного излучения, источником которого является вибрация основания “чешуйки”, вызванная действием силы $F_g$, приложенной к опорной массе $m_g$. Как уже было отмечено, в силу линейности колебательной системы и применимости принципа суперпозиции эффективность САГ в этом режиме может исследоваться независимо. Так как исследуемая САГ охвачена сразу двумя контурами обратной связи, имеет смысл остановиться на этом подробнее. Сначала выполним расчеты для бесконечной трубы (аналог излучения вибрирующей плоскостью в бесконечное полупространство). В этом случае существует только волна, уходящая в положительном направлении оси $z$, и комплексные амплитуды давления и ускорения в столбе воды над поверхностью поршня, совершающего гармонические колебания с ускорением $a_t$, будут равны:

$$p(z) = -i\rho a_t e^{-i\kappa z}\Big/\kappa,\quad a(z) = a_t e^{-i\kappa z},$$

а компоненты управляющего сигнала:

$$a_{0p}(0) = -a_t e^{-2i\kappa z_1}\Big/2,\quad a_{0a}(0) = a_t e^{-2i\kappa z_1}\Big/2.$$

Полная приемная система, также как и САГ собственного излучения, будет вырабатывать сигнал управления, равный нулю: $a_\Sigma = 0$, а усеченная даст сигнал, равный $a_c = 2\varepsilon a_{0p} = -\varepsilon a_t$ (при $\kappa z_1 \ll 1$). Следовательно, сигнал усеченной приемной системы будет противодействовать движению поршня, вызванному силой $F_g$, а полной – не повлияет на его движение. В рассматриваемом случае присоединенная масса $m_d = \pi\rho r_0^2 / i\kappa$. Подставляя полученные соотношения в (6) при $F_x = 0$ и учитывая, что давление на поверхности колеблющегося поршня связано с его ускорением выражением $p_t = -i\rho a_t / \kappa$, получим:

$$p_t(K) = \rho c_1 F_g \left\{ i\omega\left[(1+K)m_g + m_s\right] + \pi r_0^2 \rho c_1 \right\}^{-1}$$

– для САГ с полной приемной системой и САГ собственного излучения, и

$$p_t(K, K_0) = \\ = \rho c_1 F_g \left\{ i\,\omega\left[(1 + (1 + \varepsilon(K_0))K)m_g + m_s\right] + \pi\, r_0^2\, \rho\, c_1 \right\}^{-1}$$

– для САГ с усеченной приемной системой. Важно отметить, что во всех случаях увеличение коэффициента усиления $K$ в петле ООС по ускорению ведет к уменьшению амплитуды колебательного ускорения поршня и, как следствие, к снижению амплитуды давления излученной волны. Результаты расчетов по приведенным формулам представлены на рис. 9а. САГ на основе усеченной приемной системы обладает существенно более высоким подавлением собственного излучения, что объясняется уже отмеченной нейтральностью полной приемной системы к источникам звука, расположенным с внутренней стороны приемной поверхности. Для сравнения на графиках нанесена зависимость $1/(1 + K)$, характеризующая снижение ускорения поршня с ростом $K$ в сухом трубопроводе и ранее подтвержденная экспериментально [24].

В трубе конечной длины в столбе воды, ограниченном свободной поверхностью на высоте $l$ над колеблющимся поршнем, создается переменное давление

$$p(z) = \frac{i\rho}{\kappa} a_t \left( e^{i\kappa(z-2l)} - e^{-i\kappa z} \right) \Big/ \left( 1 + e^{-2i\kappa l} \right)$$

и колебательное ускорение:

$$a(z) = a_t \left( e^{i\kappa(z-2l)} + e^{-i\kappa z} \right) \Big/ \left( 1 + e^{-2i\kappa l} \right).$$

Компоненты управляющего сигнала в этих условиях будут равны:

$$a_{0p}(0) = -a_t e^{-2i\kappa z_1} / 2, \quad a_{0a}(0) = a_t e^{-2i\kappa z_1} / 2.$$

В короткой трубе ($\kappa l \ll 1$) соотношения упрощаются:

$$p_t = \rho a_t l, \quad a_{0p}(0) = -i\kappa a_t l / 2, \\ a_{0a}(0) = -a_t / 2,$$

а импеданс столба воды определяется его массой, равной $m_d = \pi\rho l r_0^2$. В этих условиях САГ с полной приемной системой будет вырабатывать сигнал,

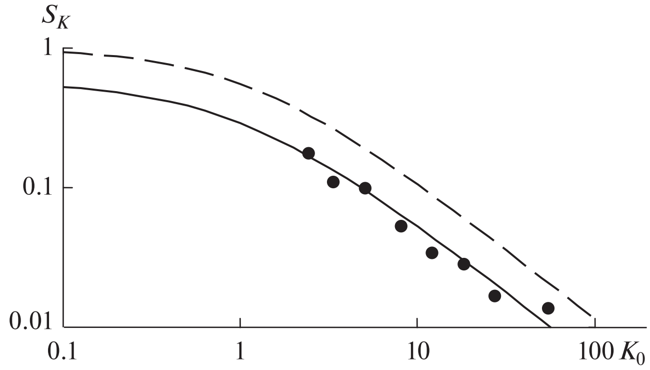


**Рис. 8.** Чувствительность модуля коэффициента отражения к относительному изменению коэффициента усиления в петле ООС по ускорению $K$ в минимуме коэффициента отражения. Сплошная линия – расчет для усеченной приемной системы, штриховая – для полной, кружки – эксперимент.

равный $a_c = \varepsilon a_\Sigma = \varepsilon a_t (1 - i\kappa l)/2$, а с усеченной – сигнал $a_c = 2\varepsilon a_{0p} = -i\varepsilon\kappa l a_t$. Таким образом, сигнал полной приемной системы заставляет САГ отрабатывать волну, отраженную поверхностью, как падающую, а сигнал усеченной приемной системы невелик и существенного влияния на работу САГ не оказывает. В короткой трубе при управлении САГ сигналом полной приемной системы на основании (6) при $F_x = 0$ давление на поверхности поршня будет равно:

$$p_t(K, K_0) = \\ = \rho F_g l \left[ (1 + K(1 - \varepsilon(K_0)/2))m_g + m_s + \pi r_0^2 \rho l \right]^{-1}.$$

При использовании усеченной приемной системы:

$$p_t(K, K_0) = \\ = \rho l F_g \left[ (1 + K(1 + i\varepsilon(K_0)\kappa l))m_g + m_s + \pi r_0^2 \rho l \right]^{-1}.$$

Для САГ собственного излучения $a_c = 0$ и

$$p_t(K) = \rho l F_g \left[ (1 + K)m_g + m_s + \pi r_0^2 \rho l \right]^{-1}.$$

Результаты расчетов давления для различных вариантов САГ в короткой трубе приведены на рис. 9б. Характеристики САГ с управлением по падающему полю в этих условиях сильно зависят от настроек и существенно отличаются от важного случая свободного полупространства, а характеристики САГ с управлением по полному полю и САГ собственного излучения практически совпадают.

Для проверки некоторых из представленных зависимостей был выполнен опыт, в ходе которого опорная масса и присоединенные к ней элементы (т.е. весь трубопровод) приводились в гармоническое движение с помощью обратимого электродинамического велосиметра, установлен-

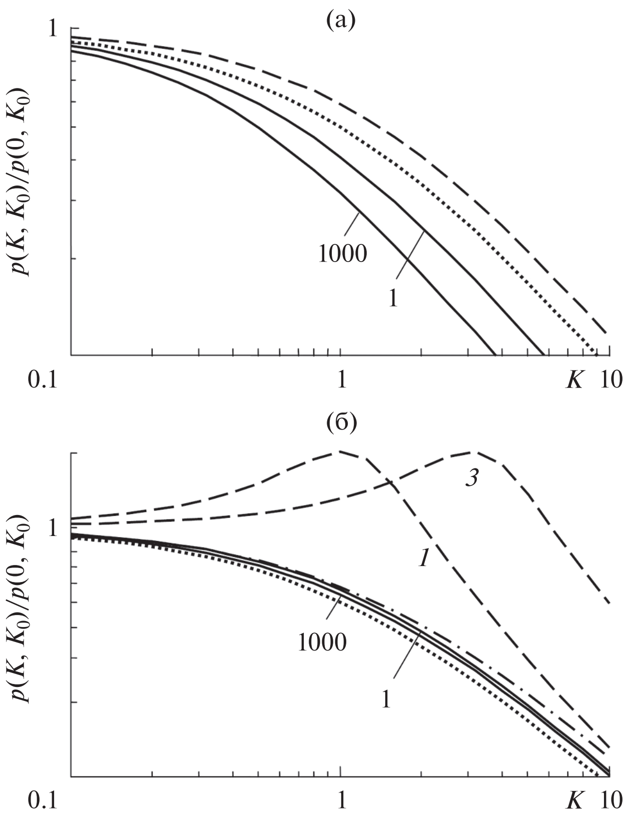


**Рис. 9.** Подавление собственного излучения в (а) – длинной и (б) – короткой трубах при работе САГ с усеченной (сплошные линии) и полной (штриховые линии) приемными системами при изменении коэффициента усиления в петле ООС по ускорению $K$ и различных значениях $K_0$ (указано рядом с кривыми). Пунктирная линия соответствует расчету для САГ собственного излучения для сухого трубопровода, штрих-пунктир – для заполненного водой. Конфигурация короткого трубопровода соответствует рис. 4.

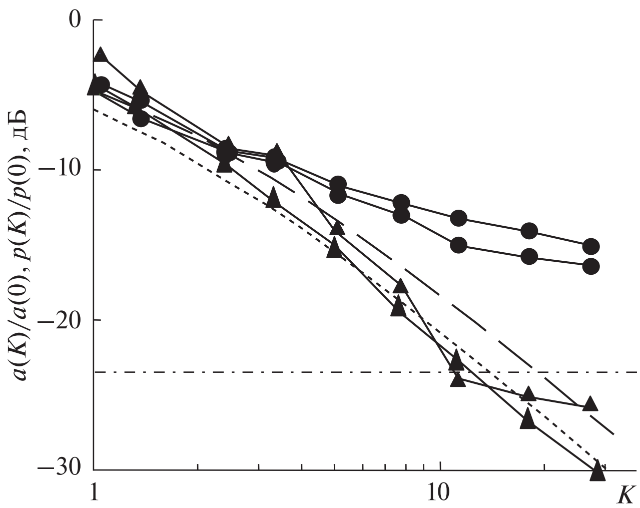


**Рис. 10.** Уменьшение колебательного ускорения поршня $a(K)$ (треугольники) и давления излучения $p(K)$ (кружки) при увеличении усиления в цепи ООС по ускорению, результаты двух опытов. Штриховая линия – расчет для САГ собственного излучения в коротком трубопроводе, заполненном водой, пунктир – расчет для сухого трубопровода, штрих-пунктир – ограничение, обусловленное податливостью уплотнительного кольца.

ного на верхнем срезе трубопровода. Частота колебаний составляла 80 Гц, направление – вдоль оси трубопровода. Опыты проводились при отключенном сигнале управления. В таком режиме система представляла собой САГ собственного излучения в короткой трубе. Сравнение точек, полученных в опыте при различных значениях $K$, и теоретических зависимостей приведено на рис. 10. Контрольный приемник давления располагался выше поршня на расстоянии, обеспечивающем формирование плоского волнового фронта. Эксперимент показал, что величина звукового давления над поршнем, также как и величина его ускорения, монотонно снижается при увеличении $K$. Но снижение давления меньше, чем предсказывают расчеты. Это различие можно объяснить как изгибом поршня, так и деформацией резинового уплотнительного кольца, окружающего поршень по периметру и заполняющего промежуток между поршнем и трубой. Учет площади кольца и предположение, что смещение его поверхности линейно зависит от расстояния от края поршня и стенки трубопровода, дает предельное значение снижения излучаемого давления ~24 дБ. Соответствующая этому значению линия проведена на графике штрих-пунктиром. К еще большему снижению эффективности САГ может привести деформация кольца, когда его поверхность образует впадину или выпуклость. Эта возможность подтверждается расчетом методом конечных элементов. Расчеты показали, что изгиб поршня в условиях, моделирующих эксперимент, незначителен, а амплитуда смещений поверхности кольца, контактирующей с водой, может существенно (до 2-х раз) превышать амплитуду колебаний трубопровода (при неподвижном поршне). Таким образом, именно деформация кольца, возникающая при его сжатии-растяжении в зазоре между трубопроводом и поршнем, оказывается основным фактором, ограничивающим подавление излучения. Этот недостаток объясняется формой зазора между деталями и не носит принципиального характера, а в последующем может быть преодолен правильным выбором конструкции узла.

В целом опыты подтвердили правильность теоретических представлений о САГ отраженного и излученного полей, построенной на основе метода, основанного на применении локальной ООС по ускорению. Применение такой САГ позволяет достичь значительного снижения амплитуд отраженных и излученных акустических волн. Использование локальной отрицательной обратной связи по ускорению позволяет создать САГ собственного излучения и значительно повысить стабильность характеристик САГ отраженного поля. Значительная с практической точки зрения эффективность по снижению внешних полей (6 дБ и более) достигается уже при слабой ООС ($K \leq 1$), что позволяет предположить создание достаточно эффективных и в то же время устойчивых САГ отраженного и излученного полей.

Удовлетворительное совпадение экспериментальных данных с расчетами указывает на возможность экстраполяции полученных результатов по частоте расчетным путем с учетом частотной зависимости параметров.

Из представленных расчетов вытекает возможность активного формирования границы, имеющей акустический импеданс, изменяющийся в широком диапазоне комплексных значений простым изменением коэффициента усиления в петле ООС по ускорению.

Работа выполнена при частичной поддержке государственного задания по теме “Акустика мелкого моря, нелинейная акустическая диагностика, нелинейная динамика волн” (номер гос. регистрации АААА-А18-118021390174-1).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Nelson P.A., Elliott S.J.* Active control of sound. London, San Diego: Acad. Press, 1993. 436 p.
2. *Fuller C.C., Elliott S.J., Nelson P.A.* Active control of vibration. London, San Diego: Acad. Press, 1996. 332 p.
3. *Elliott S.J.* Signal processing for active control. London, San Diego: Acad. Press, 2001. 511 p.
4. *Preumont A.* (ed.) Responsive systems for active vibration control // Kluwer Academic Publishers, NATO science series. 2002. V. 85. 392 p.
5. *Preumont A.* Vibration control of active structures. 3th ed. Springer, 2011. 480 p.
6. https://www.bose.com/en_us/products/headphones/noise_cancelling_headphones.html (дата обращения 23.12.2020 г.)
7. http://files.lord.com/pdf/44/PB6060_LOR-DAVCS.pdf (дата обращения 23.12.2020 г.)
8. https://www.kutzner-weber.de/gb/products/silencers/aktiv-silencers.html (дата обращения 23.12.2020 г.)
9. *Мальцев А.А., Масленников Р.О., Хоряев А.В., Черепенников В.В.* Адаптивные системы активного гашения шума и вибраций // Акуст. журн. 2005. Т. 51. № 2. С. 242–258.
10. *Малюжинец Г.Д.* Задача о скачке в теории дифракции // Тр. Акуст. ин-та. 1971. Вып. 15. С. 140–168.
11. *Федорюк М.В.* О работах Г.Д. Малюжинца по теории волновых потенциалов // Тр. Акуст. ин-та. 1971. Вып. 15. С. 169–179.
12. *Федорюк М.В.* Активное гашение звука непрерывными решетками из монополей // Акуст. журн. 1979. Т. 25. № 1. С. 113–118.
13. *Бобровницкий Ю.И.* Новое решение задачи об акустически прозрачном теле // Акуст. журн. 2004. Т. 50. № 6. С. 751–755.
14. *Бобровницкий Ю.И.* Метод полного согласования импедансов для активного управления акустическим полем в помещении // Акуст. журн. 2003. Т. 49. № 6. С. 731–737.
15. *Бобровницкий Ю.И., Морозов К.Д., Томилина Т.М., Бахтин Б.Н., Гребенников А.С., Жданов А.С., Коротков М.П., Фигатнер Ю.А.* Экспериментальное исследование импедансного решения задачи об акустическом стелсе // Сб. тр. “Сессия Научного совета РАН по акустике и 24 сессия Российского акустического общества”, Саратов, 12-15 сент., 2011. М.: Геос, 2011. Т. 1. Физическая акустика. Нелинейная акустика. Распространение и дифракция волн. Акустоэлектроника. Геоакустика. С. 179–181.
16. *Бобровницкий Ю.И.* Научные основы акустического стелса // Докл. Акад. наук. 2012. Т. 442. № 1. С. 41–44.
17. *Арабаджи В.В.* О подавлении звукового поля вибрирующего тела монополями, прикрепленными к его поверхности // Акуст. журн. 2006. Т. 52. № 5. С. 592–600.
18. *Арабаджи В.В.* О преобразовании акустически жесткого тела в акустически прозрачное в задаче с начальными условиями // Акуст. журн. 2008. Т. 54. № 6. С. 869–878.
19. *Elliot S.J., Gardonio P., Sors T.C., Brennan M.J.* Active vibroacoustic control with multiple local feedback loops // J. Acoust. Soc. Am. 2002. V. 111. № 2. P. 908–915.
20. *Gardonio P., Bianchi E., Elliot S.J.* Smart panel with decentralized units for the control of sound transmission. Part I: theoretical predictions // J. Sound Vib. 2004. V. 274. № 1–2. P. 163–192.
21. *Канев Н.Г.* Поглощение звука решеткой активных резонаторов вблизи импедансной поверхности // Акуст. журн. 2016. Т. 62. № 6. С. 744–747.
22. *Канев Н.Г., Миронов М.А.* Активные резонаторы для гашения звука в узких трубах // Акуст. журн. 2008. Т. 54. № 3. С. 505–512.
23. *Канев Н.Г.* О стабилизирующем действии обратной связи на работу системы активного гашения звука // Акуст. журн. 2012. Т. 58. № 2. С. 284–285.
24. *Михайлов С.Г.* Применение локальных отрицательных обратных связей в решении задачи активного гашения полей рассеяния и собственного излучения тела // Вестник Моск. ун-та. Сер. 3. Физика. Астрономия. 2008. № 5. С. 34–37.
25. *Хенл Х., Мауэ А., Вестпфаль К.* Теория дифракции. М.: Мир, 1964. 428 с.
26. *Бобровницкий Ю.И.* Импедансная теория рассеяния звука: общие соотношения // Акуст. журн. 2006. Т. 52. № 5. С. 601–606.
27. *Скребнев Г.К.* Комбинированные гидроакустические приемники. СПб.: Элмор. 1997. 200 с.
28. *Ржевкин С.Н.* Курс лекций по теории звука. М.: Изд. Моск. ун-та, 1960. 336 с.
29. *Исаев А.Е.* Точная градуировка приемников звукового давления в водной среде в условиях свободного поля. Менделеево: ФГУП ВНИИФТРИ, 2008. 369 с.
30. *Гордиенко В.А.* Векторно-фазовые методы в акустике. М.: Физматлит, 2007. 480 с.
31. *Лебедева И.В., Драган С.П.* Определение акустических характеристик в трубах с помощью двух микрофонов // Измерительная техника. 1988. № 8. С. 52.
32. *Мошиц Г., Хорн П.* Проектирование активных фильтров. М.: Мир, 1984. 320 с.
33. *Достал И.* Операционные усилители. М.: Мир, 1982. 512 с.

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2021, том 67, № 2, с. 225–226

## ИНФОРМАЦИЯ

# ПАМЯТИ АЛЕКСАНДРА НИКОЛАЕВИЧА РУТЕНКО (13.04.1953–22.11.2020)

DOI: 10.31857/S0320791921020064

22 ноября 2020 года на 67 году ушел из жизни доктор физико-математических наук, член Российского акустического общества, член ученого совета и заведующий лабораторией акустического зондирования океана в Тихоокеанском океанологическом институте (ТОИ ДВО РАН) Александр Николаевич Рутенко.

А.Н. Рутенко родился в 1953 году в г. Москве. В 1971 году, окончив среднюю школу, он поступил на радиотехнический факультет Московского энергетического института (МЭИ). В 1976 году, завершив обучение в МЭИ, А.Н. Рутенко начал работать в ТОИ ДВО РАН в должности стажера-исследователя в лаборатории исследования электромагнитных процессов в океане. В 1986 году он блестяще защитил кандидатскую диссертацию по теме “Магнитные поля, индуцируемые поверхностными и внутренними волнами”.

Последующие работы А.Н. Рутенко были посвящены влиянию гидрофизических процессов в океане на распространение акустических волн. Результатом многолетних исследований Александра Николаевича в этом направлении стала его докторская диссертация “Влияние внутренних волн на распространение звука в шельфовой зоне Японского моря”. После защиты в диссертационном совете ТОИ ДВО РАН в 2001 году А.Н. Рутенко была присуждена ученая степень доктора физико-математических наук по специальности “Акустика”.

Дальнейшие работы Александра Николаевича связаны с организацией и реализацией уникальной многолетней программы мониторинга антропогенных акустических шумов на шельфе о. Сахалин, где с 1999 года осуществляется разведка и разработка месторождений углеводородов. Основной целью данной программы является сохранение Охотско-Корейской популяции серых китов, районы летнего нагула которых непосредственно примыкают к месторождениям нефти и газа на сахалинском шельфе. Для реализации этой программы лабораторией А.Н. Рутенко не только разработаны методические основы мониторинга акустических шумов, но и налажено мелкосерийное производство уникального научного оборудования – автономных подводных акустических регистраторов, приемных антенн, радиобуев для передачи данных мониторинга в реальном времени по радиоканалу и спутниковой связи. Беспрецедентный масштаб данной практической задачи в полной мере позволил Александру Николаевичу раскрыть свои способности не только выдающегося ученого-акустика, но и как талантливого организатора научных исследований.

Подход А.Н. Рутенко к решению практических задач характеризовался стремлением добиться всестороннего понимания изучаемых природных процессов. В ходе выполнения работ по акустическому мониторингу акваторий восточного шельфа о. Сахалин им также ставились и решались задачи по исследованию гидрологических процессов в данном районе, по изучению навигационных и коммуникационных сигналов морских млекопитающих, а также рассматривались вопросы, связанные с трехмерными эффектами распространения звука в мелком море и с распространением упругих волн в слоях вечной мерзлоты. Для решения этих задач Александр

Николаевич всегда стремился привлечь в орбиту исследований своего коллектива специалистов из смежных областей – теоретиков и практиков, гидрологов и математиков. Кипучая рабочая энергия А.Н. Рутенко всегда делала его лабораторию одним из наиболее ярких центров научной активности ТОИ ДВО РАН. Практические вопросы, поставленные Александром Николаевичем, привнесли свежие идеи в магистральные направления исследований многих подразделений института.

А.Н. Рутенко никогда не пренебрегал и обязанностями наставника, внося значительный вклад в подготовку и расширение кругозора молодых ученых как своей лаборатории, так и других подразделений ТОИ.

А.Н. Рутенко всегда активно сотрудничал с Акустическим журналом и как рецензент, и как автор более 30 публикаций в этом издании.

Память об Александре Николаевиче Рутенко – увлеченном своим делом ученом, востребованном специалисте-практике и просто яркой личности – навсегда сохранится в сердцах его коллег, друзей и учеников.

*Научный руководитель ТОИ ДВО РАН*
*Академик РАН В.А. Акуличев*
*и коллектив ТОИ ДВО РАН*

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2021, том 67, № 2, с. 227–232

ИНФОРМАЦИЯ

# ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ

## 1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Редакция Акустического журнала принимает рукописи статей с оригинальными результатами теоретических и экспериментальных исследований, главным образом в области физической акустики. Работы в смежных областях, а также по технической акустике публикуются в тех случаях, когда они содержат принципиальные идеи и представляют заметный интерес для основной читательской аудитории. Материал, который не является результатом научного исследования, в английской версии журнала **Acoustical Physics** не публикуется. В русской версии подобные материалы (библиография, персоналии, хроника, сообщения о конференциях и пр.) публикуются в исключительных случаях и, как правило, инициируются Редколлегией журнала. Статьи принимаются от граждан любой страны на русском или английском языке. Объем рукописи строго не регламентируется и должен зависеть как от содержания, так и от ясности изложения. Подготовка обзорных статей и их объем согласовываются с Редколлегией. В необходимых случаях Редколлегия может потребовать изменения объема статьи, числа рисунков и числа наименований в списке цитированной литературы.

Рукописи проходят процедуру анонимного внешнего рецензирования ведущими отечественными и зарубежными экспертами и рекомендуются к печати Редколлегией журнала на конкурсной основе. При этом Редколлегия учитывает мнение рецензентов, актуальность научного направления, новизну результатов, оценивает круг заинтересованных читателей и перспективы цитирования работы. Конкурсный отбор (число отклоненных статей) зависит от наполнения “портфеля” в период формирования очередного выпуска журнала.

Важно соблюдать правила публикационной этики и избегать следующих нарушений: 1) фабрикации и фальсификации данных, т.е. их подделки или изменения; 2) плагиата и самоплагиата – копирования без надлежащего цитирования хотя бы одного предложения из чужой или даже собственной ранее опубликованной рукописи, а также рисунков и таблиц; 3) многократной подачи рукописи в несколько журналов одновременно; 4) избыточных публикаций, основанных на одном и том же эксперименте; 5) неподобающего указания авторства, когда в авторский коллектив включены люди, не внесшие вклада в работу, или, наоборот, не включены люди, внесшие значительный вклад.

На любой материал, который автор заимствует из других работ, необходимо получить разрешение от правообладателя и приложить к рукописи. Правообладателем статей в журналах, как правило, является не автор, а издатель журнала, в котором опубликован материал. Подробнее о получении разрешения см. по ссылке https://www.pleiades.online/ru/authors/permission/.

Все используемые в статье цитаты обязательно приводятся на оригинальном языке и сопровождаются соответствующей ссылкой.

### *ТЕМАТИКА СТАТЕЙ*

Основные направления публикаций в Акустическом журнале соответствуют следующим тематическим рубрикам:

1. Классические проблемы линейной акустики и теории волн
2. Нелинейная акустика
3. Физическая акустика
4. Акустика океана. Гидроакустика
5. Атмосферная и аэроакустика
6. Акустика структурно неоднородных твердых сред. Геологическая акустика
7. Акустическая экология. Шумы и вибрация
8. Акустика помещений. Музыкальная акустика
9. Обработка акустических сигналов. Компьютерное моделирование
10. Акустика живых систем. Биологическая акустика
11. Физические основы технической акустики
12. Информация

### *ПОДГОТОВКА СПИСКА ЛИТЕРАТУРЫ*

Автор гарантирует высокую степень научной новизны своих результатов, для чего использует все доступные источники информации. В частности, ему следует провести поиск близких по содержанию работ в Интернете (на русском и английском языках) и дать соответствующие ссылки. На публикацию заимствованных материалов (например, рисунков, фотографий, таблиц) должны быть получены разрешения от правообладателя. Обязательны ссылки на работы, в которых сформулированы принципиальные идеи, используемые или развиваемые автором. Обязательны ссылки на близкие по содержанию статьи в Акустическом журнале, что поможет читателям связать новые и полученные в прошлом результаты. Вместе с тем, нужно ограничивать списки литературы, как правило, 15–30 наименованиями для обычных статей и 100 наименованиями – для обзоров. Источники должны быть доступными для российских читателей.

Обращаем внимание наших авторов на показатели, характеризующие журнал:

– Impact factor $I_p$ (показатель воздействия), который рассчитывается как отношение числа ссылок, полученных журналом в текущем году на статьи, опубликованные в нем в два предшествующих года, к числу статей, опубликованных в журнале в эти же два предшествующих года.

– Immediacy index $I_o$ (показатель быстроты отклика на журнал), который рассчитывается аналогично показателю $I_p$ по данным текущего года: число ссылок, которые журнал получил в текущем году на статьи, опубликованные в нем в текущем же году, деленное на число статей, опубликованных в нем в текущем году[1].

Подписка на журнал в значительной степени зависит от этих показателей. В интересах как авторов, так и редколлегии повышать $I_p$ и $I_o$, для чего следует ссылаться на статьи, опубликованные в журнале ранее, особенно в последние два года. Полное содержание всех статей, опубликованных в Акустическом журнале, вместе с предметным и авторским указателями, представлено на сайте www.akzh.ru. Полезными при подборе литературы являются также интернет-ресурсы “Информационная система "Акустика". Русскоязычные источники” (сайт http://akdata.ru/) и “Акустика. Сигнальная информация” (сайт http://akinfo.ru/). Аннотации статей в английской версии журнала приведены на страничке сайта Pleiades Publishing Ltd https://www.pleiades.online/ru/journal/acoust/.

## *ПРЕДСТАВЛЕНИЕ И ОФОРМЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ*

Рукописи статей и сопроводительные материалы загружаются в Редакционно-издательскую систему издательства Pleiades Publishing Ltd по ссылке https://publish.sciencejournals.ru/login (на русском и английском языках) или направляются в редакцию по электронной почте acoust-journal@phys.msu.ru. Для принятия Редколлегией решения о рассмотрении статьи авторам необходимо представить следующий комплект документов:

1. Рукопись статьи в формате DOC, DOCX,
2. Контрольная версия в формате PDF,
3. Иллюстрации в отдельных файлах в графическом формате,
4. Два авторских договора с издателями русской и английской версий журнала, заполненные и подписанные автором и всеми соавторами.
5. Сопроводительное письмо от авторов,
6. Экспертное заключение о возможности публикации,
7. Перевод на английский язык всех метаданных статьи (название, фамилии авторов и т.д.),
8. Разрешение от правообладателя на заимствованные материалы при их наличии.

Авторский договор вступает в силу с момента принятия статьи к публикации. Формы договоров с издателями и дополнительная юридическая информация размещены на сайте ИКЦ “Академкнига” https://sciencejournals.ru по ссылке https://sciencejournals.ru/journal/akust/ (русская версия) и сайте Издательства Pleiades Publishing Ltd https://www.pleiades.online/ по ссылке https://www.pleiades.online/ru/journal/acoust/ (английская версия).

Экспертное заключение оформляется на бланке организации и может быть прислано позже. В сопроводительном письме Редколлегия журнала просит авторов назвать 3–5 возможных рецензентов представленной работы. Как правило, предлагаемые рецензенты должны быть известными учеными, докторами наук, авторами Акустического журнала.

Для более полного описания исследования к статье могут прилагаться дополнительные материалы (аудио- и видеофайлы, презентации, дополнительные таблицы и рисунки и пр.). Они публикуются только в электронной версии на сайте https://link.springer.com/ (для англоязычных журналов) и https://elibrary.ru (для русскоязычных журналов).

Авторам в течение недели со дня поступления рукописи в редакцию направляется уведомление о ее получении с указанием даты поступления и регистрационного номера статьи.

Все материалы, поступившие для публикации, проходят анонимное рецензирование. Рукопись, направленная авторам на доработку, должна быть возвращена в исправленном виде в течение одного месяца. По истечении этого срока она рассматривается как вновь поступившая. К переработанной рукописи необходимо приложить письмо от автора(ов), описывающее сделанные исправления и содержащее ответы на все замечания рецензента.

После принятия рукописи к публикации автор не может вносить существенных изменений и добавлений. Автор получает копию опубликованной статьи в формате PDF.

[1] Подробнее см. в книге Маршакова-Шайкевич И.В. “Россия в мировой науке. Библиометрический анализ”. Москва, 2008. 228 с.

Рукописи авторам не возвращаются. Редколлегия вправе не вступать в переписку с автором относительно причин (оснований) отказа в публикации статьи. Редколлегия убедительно просит авторов соблюдать конструктивный стиль дискуссии. Резкие высказывания по поводу оценок рецензента не дают возможность продолжать дискуссию и ведут к ее прекращению.

По неясным вопросам, связанным с подготовкой и рассмотрением статей, можно обращаться в редакцию: тел: +7 (495) 939-29-18, e-mail: acoust-journal@phys.msu.ru.

## 2. СТРУКТУРА РУКОПИСИ

Обязательными являются следующие элементы статьи, размещаемые строго **в следующей последовательности**:

1. **Тематическая рубрика**, к которой должна быть отнесена статья.

2. **Индекс по Универсальной десятичной классификации (УДК)**, наиболее точно соответствующий тематике статьи.

3. **Название статьи**, максимально конкретное и информативное.

4. **Полный список авторов** (инициалы и фамилии). Необходимо указать, кто из авторов ответствен за переписку. В коллективных работах имена авторов приводят в принятой ими последовательности.

5. **Место работы авторов**. Полное (без сокращений) название организации, почтовый адрес с указанием улицы, номера дома, города, страны и почтового индекса. Если авторы работают в разных организациях, то должно быть понятно, кто и в какой именно организации работает.

6. **Электронный адрес автора**, ответственного за переписку. Так как статьи для проверки авторам рассылаются только по электронной почте, то в случае, когда у статьи только один автор, желательно указать альтернативный адрес электронной почты на случай возможных технических проблем. В качестве альтернативного рекомендуется указывать почтовый ящик, который проверяется во время отпуска или командировки. Если у статьи несколько авторов, желательно указать адреса электронной почты двух или трех авторов, которые регулярно проверяют поступающие сообщения.

7. **Аннотация статьи** (Abstract). Аннотация не должна быть слишком краткой и содержать библиографические ссылки на цитируемые работы. Аннотация статьи должна быть информативной и подробной, описывать методы и главные результаты исследования. Из аннотации должно быть ясно, какие вопросы поставлены для исследования и какие ответы на них получены. В аннотации не рекомендуется использовать формулы, сокращения и аббревиатуры, а также следует избегать повторов, очевидных утверждений и фраз типа “В данной работе...”, засоряющих текст.

8. **Ключевые слова**. Несколько слов или коротких словосочетаний, точно отражающих содержание статьи, но, по возможности, не повторяющих ее название.

9. Собственно **рукопись** (основной текст). Текст должен быть написан ясным языком, с понятной логикой изложения. Следует избегать длинных фраз и многочисленных придаточных предложений, затрудняющих перевод статьи на английский язык. Следует соблюдать единообразие в терминах, обозначениях, системах единиц измерения. Рекомендуется не перегружать текст сокращениями и аббревиатурами. Все сокращения должны быть расшифрованы в тексте при их первом упоминании.

10. **Благодарности** должны быть перечислены отдельно от источников финансирования.

11. **Финансирование работы.** Информация о грантах и любой другой финансовой поддержке исследований.

12. Обязательное указание **конфликта интересов** – любых отношений или сферы интересов, которые могли бы прямо или косвенно повлиять на работу или сделать ее предвзятой (например, член редколлегии обязан указывать, что он публикуется в журнале, где он член редколлегии).

13. **Список литературы** должен строго соответствовать правилам цитирования и оформления, сложившимся в Журнале, и отражать современное состояние дел в исследуемой области, основные предшествующие работы, приоритеты, статьи в Акустическом журнале, но не быть избыточным. Он должен содержать ссылки на доступные источники. Желательно указывать индекс DOI цитируемой статьи. Номера ссылок в тексте должны идти строго по порядку и быть заключены в квадратные скобки. Если ссылка дается на Интернет-ресурс, то в списке цитированной литературы необходимо указывать дату обращения к сайту, например: (Дата обращения 12.10.2020 г.). Цитирование одной и той же работы под разными номерами не допускается. Ссылки на книги, переведенные на русский язык, по возможности должны сопровождаться ссылками на оригинальные издания с указанием выходных данных.

*При ссылках на российские журналы необходимо приложить отдельный список литературы со ссылками на переводные версии статей при их наличии.*

14. **Иллюстрации** обязательно сопровождаются подрисуночными подписями. При наличии нескольких частей в одной иллюстрации они должны располагаться последовательно и иметь общую подпись. Следует избегать малоинформативных иллюстраций, например, графиков, содержащих одну кривую. Иллюстрации **обязательно** следует

поместить в конце статьи на отдельных листах по мере упоминания в тексте. Дополнительно они также могут быть размещены в тексте. Список всех подрисуночных подписей также набирается на отдельном листе перед иллюстрациями.

15. **Таблицы** размещаются как в тексте, так и в конце статьи после иллюстраций на отдельных листах. Каждая таблица должна быть пронумерована арабскими цифрами и иметь заголовок. Весь числовой материал нужно давать в форме таблиц. Все графы в таблицах должны иметь заголовки и быть разделенными вертикальными линиями. Цифровой материал по строкам должен быть размечен горизонтальными линиями.

При отсутствии хотя бы одного из указанных выше элементов рукопись может быть отклонена без рассмотрения по существу.

## 3. ФОРМАТ РУКОПИСИ

### *ГРАФИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ*

В печатной версии журнала публикуются только черно-белые иллюстрации (в градации серого тона). В электронном оттиске возможна публикация цветных иллюстраций, однако их конвертация в оттенки серого тона для печатной версии производится без гарантии качества со стороны издательства. В этом случае авторы должны самостоятельно удостовериться, что при конвертировании в градации серого тона иллюстрации остаются различимыми и понятными. Возможна дополнительная разметка графиков указанием номеров кривых и использованием различных типов линий. При подготовке графических файлов следует придерживаться следующих рекомендаций:

• **векторные** рисунки, диаграммы, схемы желательно предоставлять в формате той программы, в которой они были выполнены, или в формате EPS.

• **для остальных иллюстраций** желательны форматы JPEG, PNG, TIFF, GIF. Рекомендуемое разрешение – не менее 300 dpi.

• **для фотографий** рекомендуемое разрешение – 600 dpi.

• Все графические материалы должны быть **высококачественными**, обладать высокой четкостью, различимостью деталей. Не следует применять сжатие рисунков.

• Все **подписи** на иллюстрациях должны быть на русском языке.

Графические файлы должны быть поименованы таким образом, чтобы было понятно, к какой статье они принадлежат и каким по порядку рисунком статьи они являются.

С актуальными правилами подготовки иллюстраций можно ознакомиться, следуя ссылке https://www.pleiades.online/ru/authors/guidlines/prepare-electonic-version/images/.

### *РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ТЕКСТОВОМУ РЕДАКТОРУ И ЕГО ИСПОЛЬЗОВАНИЮ*

1. Набирайте статью в текстовом редакторе MS Word. Примером правильного оформления может служить любая статья, опубликованная в Акустическом журнале в 2020 году и позже. Рекомендуем использовать стилевой файл Издательства, который поможет подготовить статью к сдаче в редакцию. Скачать стилевой файл и посмотреть подробные правила оформления можно по ссылке https://www.pleiades.online/ru/authors/guidlines/prepare-electonic-version/.

Возможность использования рукописей, подготовленных в других форматах, например LaTeX, предварительно обсуждается с редакцией. См. также информацию по ссылке https://www.pleiades.online/ru/authors/guidlines/prepare-electonic-version/tex-latex/.

2. Старайтесь не применять макросы.

3. Текст статьи должен быть набран через 1.5 интервала. Используйте стандартные Windows TrueType шрифты (Times New Roman – для текста, Symbol – для символов и греческих букв), размер шрифта – 12.

4. Языками набора могут быть только русский и английский. Не смешивайте русские и латинские буквы в одном слове.

5. Не вводите более одного пробела подряд (в том числе, при нумерации формул) – используйте абзацные отступы и табуляцию.

6. Не заканчивайте строку нажатием клавиши “Enter” – используйте ее только для начала нового абзаца.

7. Используйте возможности, предоставляемые текстовым редактором, – автоматическое создание сносок, автоматический перенос или автоматический запрет переносов, создание списков, автоматический отступ и т.п.

8. Создавайте таблицы, используя возможности приложений MS Word (Таблица – Добавить таблицу) или MS Excel, а не набирайте их вручную с помощью большого числа пробелов или знаков табуляции.

### *РЕКОМЕНДАЦИИ ПО НАБОРУ ТЕКСТА*

1. Не набирайте кириллицу сходными по начертанию латинскими буквами и наоборот.

2. При использовании стилевого файла применяйте встроенные возможности форматирования заголовков и разделов. В частности, не набирайте весь текст заголовка ПРОПИСНЫМИ буквами.

3. В заглавии статьи инициалы автора ставятся перед фамилией и отделяются друг от друга и от фамилии пробелами – А. А. Иванов.

4. Точка не ставится после: названия рубрики, УДК, заглавия статьи, авторов, адресов, ключевых слов, заголовков и подзаголовков, названий таблиц, размерностей (г – грамм, с – секунда, км – километр). Точка не ставится также в подстрочных индексах ($T_{\text{пл}}$ – температура плавления, $T_{\text{фп}}$ – температура фазового перехода).

5. Точка ставится после: сносок и примечаний (в том числе в таблицах), подписей к рисункам, краткой аннотации, сокращений, кроме системных размерностей (мес. – месяц, г. – год, т. пл. – температура плавления).

6. Десятичные цифры набираются только через точку, а не через запятую (0.25 вместо 0,25).

7. Простые математические или химические формулы (например, $a^2 + b^2 = c^2$; $H_2SO_4$), цифры в тексте, а также одиночные буквы или символы, одиночные переменные или обозначения, у которых есть только верхний или только нижний индекс, единицы измерения должны набираться в текстовом режиме без использования внедренных рамок (т.е. без использования математического редактора Equation, MathType и т.п.).

8. Даты набираются в формате "ЧЧ.ММ.ГГГГ" (02.05.1991, 26.12.1874 и т.п.).

9. Используются только "кавычки", но не «кавычки».

10. Буква "ё" везде заменяется на "е", кроме фамилий и особых случаев.

11. Курсивную латинскую букву $v$ рекомендуется набирать в шрифте Courier New, чтобы отличать ее от греческой буквы ν ("ню").

12. Следует также внимательно проверить соответствие всех ссылок в тексте на формулы, рисунки, пункты литературы. Нумеруются только те формулы, на которые есть ссылки в тексте.

## *РЕКОМЕНДАЦИИ ПО НАБОРУ ФОРМУЛ*

1. Выносные математические формулы (оформляемые отдельной строкой) должны набираться в рамке математического редактора целиком. Набор формул из составных элементов (часть формулы – таблица, часть – текст, часть – внедренная рамка) не допускается. Не допускается также вставка формул в виде изображений.

2. Для формул, набранных в математическом редакторе, должны использоваться общие установки шрифтов, размера символов и их размещения. Их принудительное ручное изменение для отдельных символов или элементов формул не допускается.

3. Старайтесь, насколько возможно, избегать "многоэтажных" формул. В частности, в сложных формулах экспоненту рекомендуется представлять как "exp".

4. Все переменные, обозначаемые латинскими буквами, набираются курсивом.

5. Векторы набираются прямым полужирным шрифтом без стрелочки (**a** вместо $\vec{a}$).

6. Матрицы рекомендуется обозначать прописными буквами курсивом, если это не приводит к путанице обозначений.

7. Все греческие буквы набираются прямым шрифтом.

8. Математические символы типа sin, sh, Re, ind, dim, lim, inf, log, max, exp набираются прямым шрифтом.

9. Индексы, происходящие от сокращения соответствующих слов или стандартных математических символов, набираются прямым шрифтом ($T_{\text{пл}}$, $\rho_{\text{air}}$, $R_{\max}$).

10. Знак умножения "×" ставится только в следующих случаях: если справа от него стоит число (например, $2 \times 10^3$, $M \times 10^4$); при переносе формулы; в векторном произведении векторов; если он обозначает степень увеличения (например, кратность ×200). Во всех остальных случаях он опускается: $2xy$, $2\pi n$ и т.п.

## *СОКРАЩЕНИЯ И АББРЕВИАТУРЫ*

1. Сокращение и следующее за ним слово разделяются пробелом (760 мм рт. ст.; т. пл.; г. Москва; рис. 1; табл. 2), за исключением самых общеупотребительных (и т.д.; и т.п.; т.е.). Без пробелов пишутся аббревиатуры географической широты и долготы (с.ш. – северная широта, в.д. – восточная долгота).

2. Аббревиатуры, употребляемые как прилагательные, пишутся прописными буквами через дефис: ИК-спектроскопия, ПЭ-пленка, ЖК-состояние.

## *РАЗМЕРНОСТИ*

1. Размерности отделяются от числа пробелом (100 кПа, 77 K, 50 м/с$^2$), кроме градусов, процентов, промилле: 90°, 20°C, 50%, 10‰.

2. Для сложных размерностей допускается использование как отрицательных степеней (Дж моль$^{-1}$ K$^{-1}$), так и скобок {Дж/(моль K) или Дж (моль K)$^{-1}$}, если это облегчает их прочтение. Главное условие – соблюдение единообразия написания одинаковых размерностей по всему тексту и в иллюстрациях.

3. При перечислении, а также в числовых интервалах размерность приводится лишь для последнего числа (18–20 Дж/моль), за исключением угловых градусов.

4. Градусы Цельсия: 5°C, а не 5°. Угловые градусы никогда не опускаются: 5°–10°, а не 5–10°.

5. Размерности переменных пишутся после их обозначений через запятую, а не в скобках ($E$, кДж/моль), подлогарифмических величин – в квадратных скобках, без запятой: ln $t$ [мин].

### *ПРОБЕЛЫ МЕЖДУ СЛОВАМИ*

1. Скобки и кавычки не отделяются пробелами от заключенных в них слов: (при 300 K), “Наука”; а не ( при 300 K ), “ Наука ”.

2. Между знаком номера или параграфа и числом ставится пробел: (№ 1; § 5.65).

3. Числа с буквами в обозначениях набираются без пробелов: (IVd; 1.3.14a; рис. 1д).

### *СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ*

1. Все ссылки даются на языке оригинала и нумеруются в строгом соответствии с порядком их появления в статье. Каждый пункт списка должен содержать ссылку на один источник.

2. Инициалы ставятся после фамилий авторов и редакторов и отделяются от них пробелами, но не разделяются пробелами между собой: *Иванов А.А., Petrov V.V.* Необходимо указать всех авторов статьи, за исключением коллективных публикаций с более чем десятью авторами.

3. Для обозначения номера как русского, так и иностранного журнала употребляется символ “№”.

4. Используйте принятые сокращения названий журналов (Акуст. журн., Усп. физ. наук, Журн. эксп. теор. физ., Phys. Rev.). В названиях русских журналов слово “журнал” сокращается до *журн*.

5. Год, том, номер журнала, страницы разделяются между собой точками и отделяются от соответствующих цифр пробелами: 1992. Т. 29. № 2. С. 213–216. Сокращения тома и страницы прописные. Между номерами первой и последней страниц ставится тире без пробелов, а не дефис.

6. Перед годом издания после названия издательства или города (если издательства нет) ставится запятая.

7. Ссылки должны содержать следующую информацию:

– на журналы – авторы, название статьи, название журнала, год, том, номер выпуска, страницы первая и последняя: *Mortessagne F., Legrand O., Sornette D.* Role of the absorption distribution and generalization of exponential reverberation law in chaotic rooms // J. Acoust. Soc. Am. 1993. V. 94. P. 154–161.;

– на книги – автор, название, город, издательство, год, том, количество страниц: *Руденко О.В., Солуян С.И.* Теоретические основы нелинейной акустики. М.: Наука, 1975. 288 с.;

– на статью в сборнике – автор, название работы, название сборника, редактор, город, издательство, год, том, номер, страницы первая и последняя: *Watanabe K.* Advances in Geophysics / Ed. by H.E. Landsberg, J. van Mieghem. New York: Academic, 1958. V. 5. P. 153–221.

– на публикацию в трудах конференции – автор, название работы, название сборника, город, издательство, год, том, номер, страницы первая и последняя:

*Баженова Л.А.* Излучение вихревого звука вращающимися лопастями / Сборник трудов научной конференции, посвященной 100-летию А.В. Римского-Корсакова. М.: ГЕОС, 2010. С. 61–68.

## 4. ИНФОРМАЦИЯ ДЛЯ ПЕРЕВОДЧИКА

На отдельном листе с заголовком “Информация для переводчика” может быть размещена любая информация, которая способствует более точному переводу статьи на английский язык, – перевод терминов, названий, надписей на рисунках и т.д.

Редколлегия также просит в этом разделе приводить актуальные ссылки на переводные версии русскоязычных статей. Для нахождения ссылок можно использовать сайты соответствующих журналов, например, Acoustical Physics, Успехов физических наук, Журнала экспериментальной и теоретической физики.

## 5. РАБОТА С ЭЛЕКТРОННОЙ КОРРЕКТУРОЙ

После передачи статьи в производство автор получает тестовое письмо для проверки электронного адреса, затем верстку статьи для внесения необходимых исправлений и, в конечном итоге, окончательную версию статьи. На все письма необходимо дать ответ, не изменяя тему письма, даже если замечания или исправления отсутствуют.

Инструкции по внесению исправлений высылаются автору вместе с сопроводительным письмом. Не следует менять названия файлов после редактирования. Дополнительно ознакомиться с требованиями по внесению исправлений можно по ссылке: https://www.pleiades.online/ru/authors/guidlines/electronic-proofreading/.